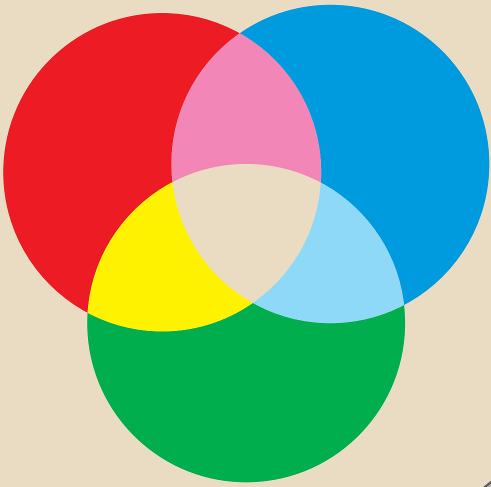
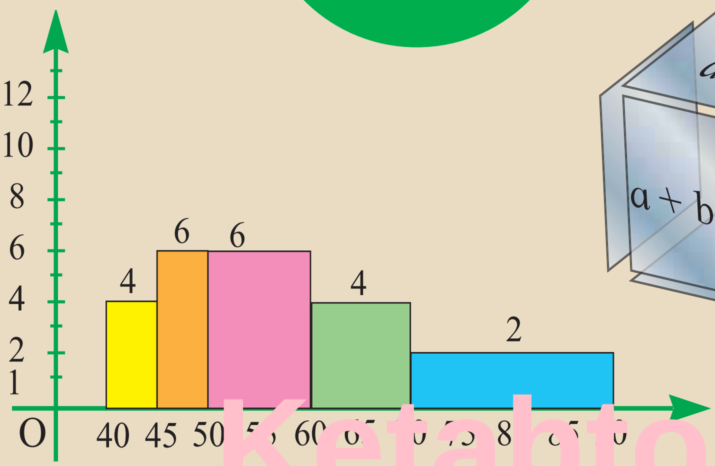
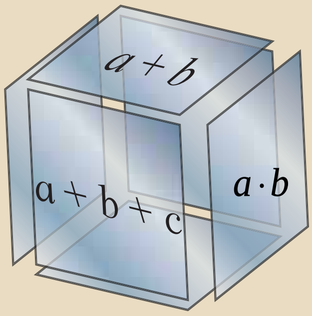
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

نهم ټولګی







نهم ټولګی

ISBN 978-9936-25-068-0
۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

رياضي
نهم
ټولګی

۱۳۹۰
هـ.ش

(c) ketabton.com: The Digital Library

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی ورډگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی ورډگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمی اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنګي کمیټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمېټه:

- دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.
- دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.
- د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر ګلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستـــان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کـور دی
د پښتـــون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجـر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هیـــواد به تل ځلیږي
په سینــه کې د اسیـا به
نوم د حق مو دی رهبـــر

دا عزت د هـــر افغـــان دی
هر بچی یې قهرمـــان دی
د بـــلوڅـــو د ازبکـــــو
د ترکمنـــو د تـــاجکــــو
پامیـــریان، نورستانیـــــان
هم ایمـــاق، هم پشـه یـان
لکــه لمــر پر شنه اسمــان
لکـــه زړه وي جـاویـدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

د پوهنې د وزیر پیغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختیا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتیاوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنیزې اړتیاوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعلیمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښایي چې تعلیمي نصاب د سیاسي بدلونونو او د اشخاصو د نظریو او هیلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتیب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زیاتې شوې دي. د زده کړې په بهیر کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدریسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هیله من یم دا کتاب له لارښوونو او تعلیمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د میتودونو د کارولو له لارې تدریس شي او د زده کوونکو میندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکیفیته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هیلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې بریاوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعلیمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤولیت په ریښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زیار کاږي چې د پوهنې تعلیمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دین له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معیارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتیاوو له مخې پراختیا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصیتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه هیله لرم چې د خپلو نظریو او رغنده وړاندیزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تالیف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتیب کې یې مرسته کړې، له ملي او نړیوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعلیمي نصاب په چمتو کولو او تدوین او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې یې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفیق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست **مـخ**

لومړی څپرکی: دایره ۱
- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاویې
- د دایرې د وتر او شعاع ځانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاویې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې
۲۷
- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کی د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵
- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵
د تالس قضیه
- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

- مثلثاتي معادلې

فهرست

مــخ

پنځم څپرکی: څو جمله يي ګانې ۱۲۷
- په فکتورونو تجزيه
- د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
- کوچنی ګډ مشترک مضرب
- د الجبري افادو وېش
- په الجبري افادو کې د عمليو د سرته رسولو ترتيب

شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
- د خطي غير مساواتو حل
- فاصله يا انتروالونه
- د بينوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
- کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
- د نامساواتو سيستمونه

اووم څپرکی: يو مجهوله دويمه درجه معادلې ۱۷۵
- د دويمې درجې معادلو حل
- غير خطي اړيکې
- په هندسي لاره د دويمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکميل مربع

اتم څپرکی: احصائيه ۱۹۵
- د data د دسته بندي لاره، د نېنتو يا پيوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
- مستطيلي او دايروي ګرافونه
- ميانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط

نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
- د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
- کلي او مکمله سټ
- په ستونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

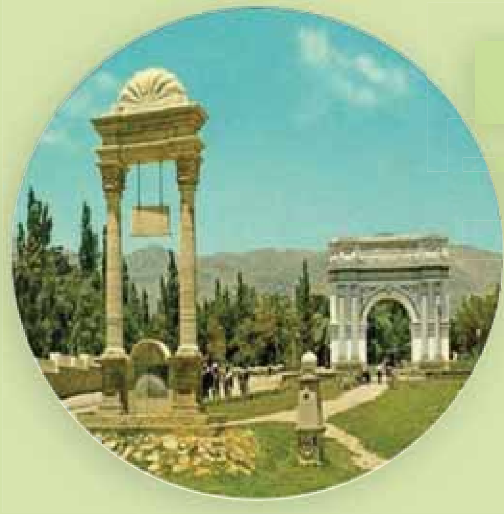
دایــــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

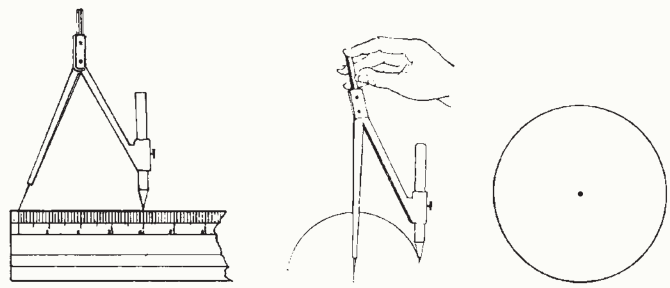
دایـره
CIRCLE



شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چــې پــه تصویر کــې وینــئ نومونــه یې واخلئ.

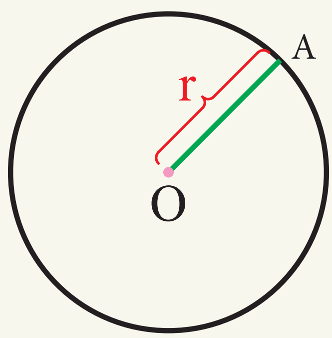
فعالیت

یوه ټکی د کاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومېږي؟

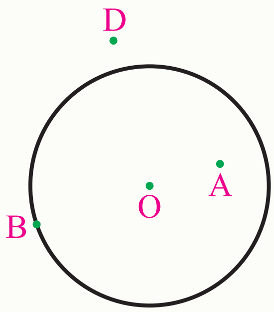


تعریف

په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلی ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دایره نومېږي، یا په بل عبارت دایره دیوې ترلې منحنی څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
ترلې منحنی ته د دایری محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وايي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په توروښودل کېږي.



فعالیت



- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکې.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړې.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟

پایله:

1- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کېږي، یا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کېږي، یا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادېږي، یا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دایرې د سطحې په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

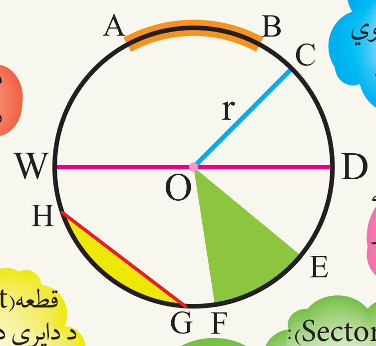
د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc): د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius): هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard): هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.



قطر(Diameter): هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تېر شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړی چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکي ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې تر ټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر دی اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتني

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه څه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایری محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

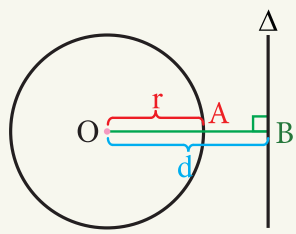
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

مخامخ شکل ته پام وکړئ او وایاست چه قلمونه او هندسي بکس له دایرې سره څه اړیکې لري هره یوه توضیح کړئ؟

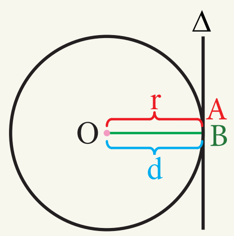
فعالیت

- یوه دایره او مستقیمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دایرې سره یوټکی، دوه ټکې او هیڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دایرې له مرکز څخه په هره مستقیمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دایرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړی او هر حالت د دایرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.



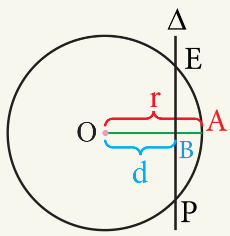
د پورتنی فعالیت د کړنې څخه لیدل کېږي چې یو مستقیمه کرښه او دایره نظر یو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

1- که چیرې مستقیمه کرښه له دایرې سره ګډ ټکی و نلري، مستقیمه کرښه له دایرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی دی یعنې: $d > r$

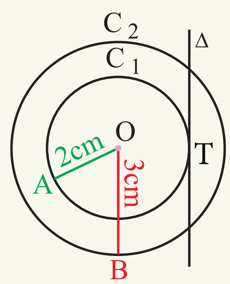


2- که چیرې مستقیمه کرښه د دایرې سره یو ګډ ټکی ولري نو مستقیمې کرښې ته پر دایره مماس وایي. په دې حالت کې د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع سره برابر ده یعنې: $d = r$

3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ(مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې(قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال(بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکې لري؟



حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

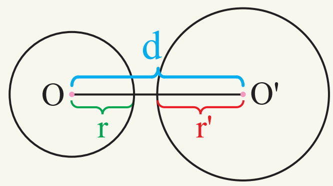
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

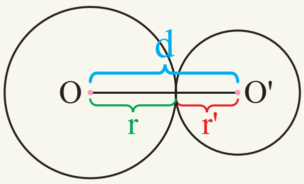
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

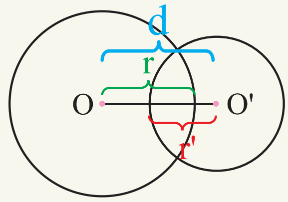
د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



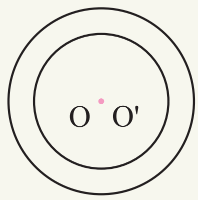
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعنې $d > r + r'$



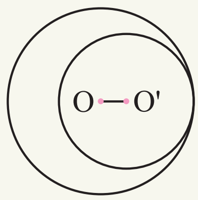
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجا مماس وایي، یعنې $d = r + r'$



که د دوو دايرو د مرکزونو تر منځ واټن، د هغو د شعاعګانو د مجموعې د اوږدوالي څخه کوچنی او د شعاع ګانو د تفريق د حاصل د مطلقه قيمت څخه لوی وي. دايرې يو له بل سره متقاطع دي، يعنې $|r-r'| < d < r+r'$



که د دوو دايرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي، دايرې د متحدالمرکز په نامه سره ياديږي، يعنې $d=0$

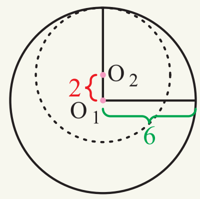


که د دوو دايرو د مرکزونو ترمنځ واټن د هغو د شعاع ګانو د تفريق حاصل له مطلقه قيمت سره مساوي وي. دايرو ته له دننه مماس وايي، يعنې $d=|r-r'|$

مثال(بېلګه): دوې دايرې داسې رسم کړئ، چې د لومړۍ دايرې شعاع $6cm$، د دويمې دايرې او لومړۍ دايرې مرکزونو تر منځ واټن 2cm او د دويمې دايرې شعاع د لومړۍ دايرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دايرو موقعيت نظر يو بل ته پيدا کړئ؟

حل: که د لومړنۍ دايرې شعاع r_1 او د دويمې دايرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d = |r_1 - r_2| = |6-4| = |2| = 2$$

څرنګه چې:
نو له دايرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

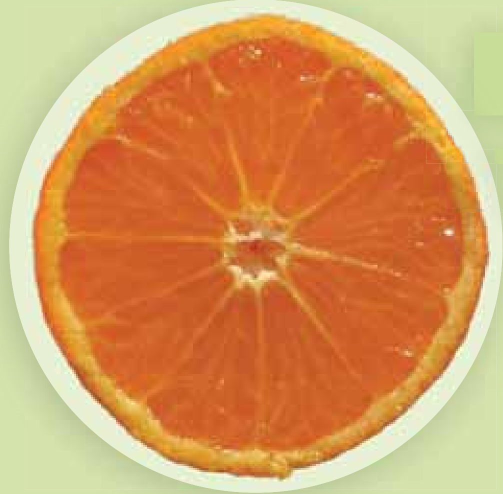
۱- دوې دايرې د ٦cm او ٤cm په شعاع په پام کې ونيسئ او په لاندې توګه يې رسم کړئ.

الف: دايرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دايرې داخلاً(له دننه) سره مماس وي.
ج: دايرې سره غير متقاطع(نا پرېکړې) وي.
د: دايرې سره غير متقاطع(غوڅو نه) وي.
هـ: دايرې متحدالمرکزه(ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

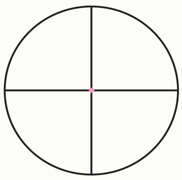
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې اړوند زاويې
Angle of a Circle



تصوير ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت



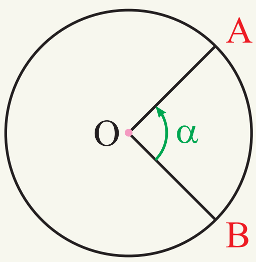
- په پورتنی شکل کې څو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:

د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالی پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}} = \frac{\hat{AOB}}{360^\circ}$$

تعريف



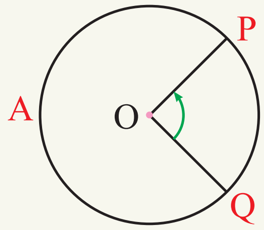
هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دي.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O\,,r)$ په دایره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچنی قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

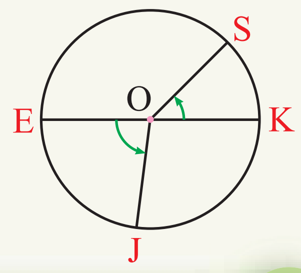
$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow P\hat{O}Q = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $K\hat{O}S = 31^\circ$ ، $\overline{EK}$, $E\hat{O}J = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....



$\overset{\frown}{SK} = S\hat{O}K = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$K\hat{O}J = 180^\circ - E\hat{O}J = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$K\hat{O}J = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = E\hat{O}J = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = E\hat{O}K = 180^\circ$

پوښتنې

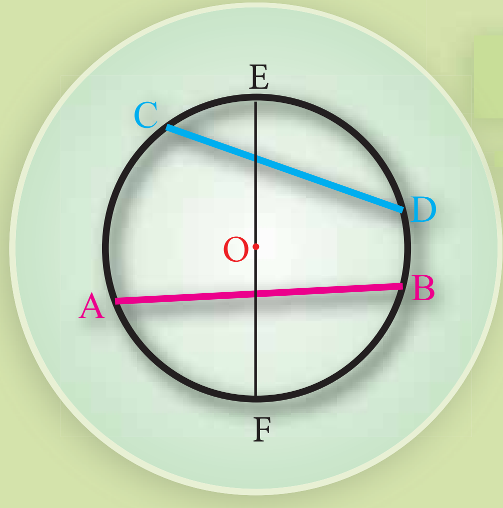
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $A\hat{O}B = 75^\circ$ ، $B\hat{O}C = 136^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ، د $\overline{AB}$، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقیمې کرښې په څه نامه یادېږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتیا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړیکه لري؟

فعالیت

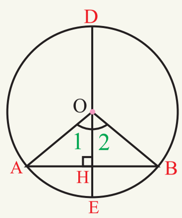
- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دایرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځایونو کې د $(=, <$ یا $>)$ ورننبې ولیکئ.

$\overline{OA}$ ☐ $\overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}$ ☐ $\overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}$ ☐ $\overline{HB}$

د دې فعالیت د پایلې څخه کولای شو لاندې قضیه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هره دایره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نیموي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه لیکلی شو چې:



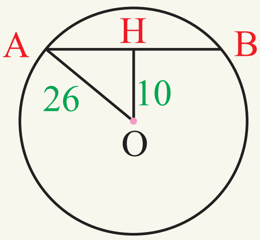
$$\left.\begin{array}{ll}\overline{OA}=\overline{OB}\ldots\ldots\ldots & \text{د دایرې شعاع}\\ \hat{H}_1=\hat{H}_2\ldots\ldots\ldots & \text{قایمه}\\ \overline{OH}=\overline{OH}\ldots\ldots\ldots & \text{مشترک}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH}\cong \overset{\Delta}{OHB}$$

نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پایله لاسته راځي، چې: $\overline{AH}=\overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاویې سره مساوي دي په پایله کې $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دایره راکړل شوې ده، که چیرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:

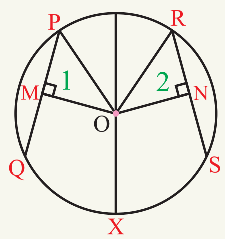
$\overline{OP} = \overline{OR}$ .... د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ .... قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow PM = RN$

$\Longrightarrow \overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$



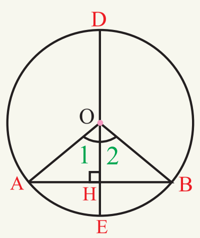
په پایله کې ویلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

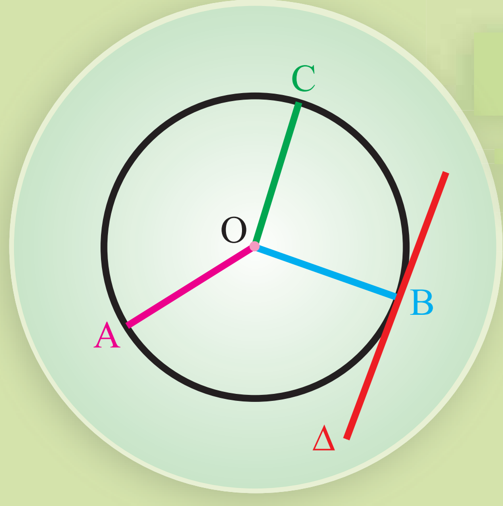
3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

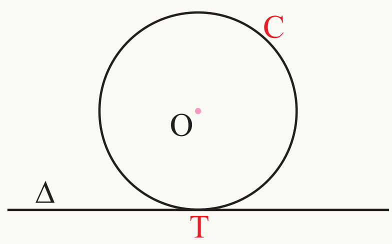
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نومېږي او د Δ کرښه د دايرې او د OB ورانګې سره څه اړيکې لري؟

فعاليت



- په مخامخ شکل د (Δ) مستقيمه کرښه د $C(0,2)$ دايرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دايرې له مرکز سره يې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې يا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دايرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښايئ. تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او يوې مستقيمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟
- د پورتني دوو حالتونو څخه پايله لاسته راوړئ.

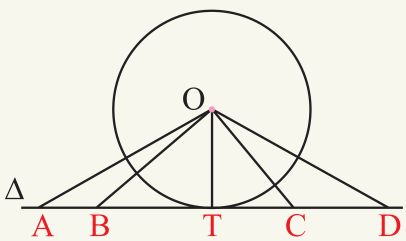
د دې فعاليت د پايلې څخه په لاندې توګه قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه: د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.

پايله: په لاندې شکل کې ليدل کېږي، چې:

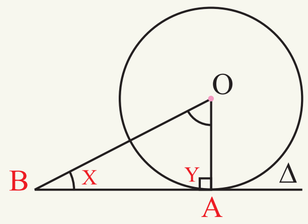
$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$



پوهېږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او مستقيم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پايله کې ويلای شو چې مستقيمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

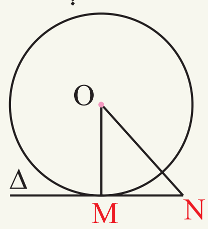
لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$$
$$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$$
$$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 150^\circ$$
$$x = 30^\circ$$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $O\hat{M}N$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:

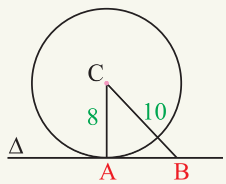


$$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$$
$$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$$
$$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$
$$\overline{MN} = 3$$

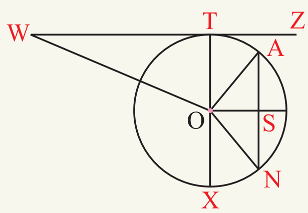
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکی څخه تېرېږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شـکل کې د Δ پـر $P(C,r)$ دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

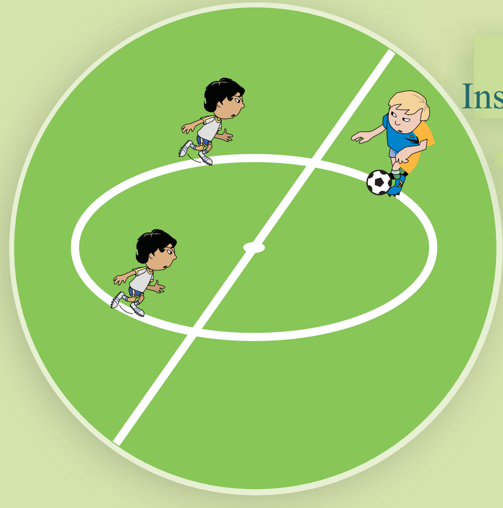


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایـرې مـمـاس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

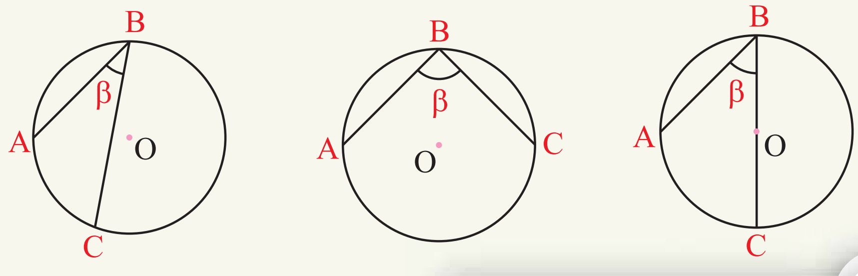
د دایرې محیطي زاویه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د میدان په مرکزي دایره کې حسیب الله، بلال ته او بلال الیاس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسیر څخه جوړیږي څه ډول دی؟

تعریف

هغه زاویه چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې دوه وترونه وي محیطي زاویه بلل کیږي. لکه: د $A\hat{B}C$ یا د $\hat{\beta}$.



فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $A\hat{B}C$ محیطي زاویه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دایرې له مرکز څخه تیره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دایرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویې د $O\hat{A}B$ په مثلث کې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د $A\hat{O}C$ زاویه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویو سره څه اړیکې لري؟

په یاد ولرئ چې:
- د مرکزي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاویې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاویې له مجموعې سره مساوي دی.

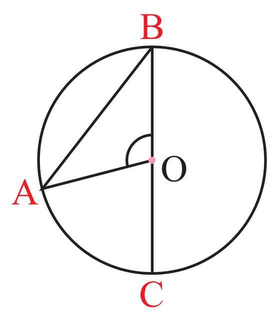
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنۍ دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\Delta}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOC} = \hat{A} + \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B} + \hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

په پایله کې $\hat{ABC} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

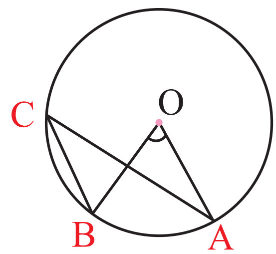
د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



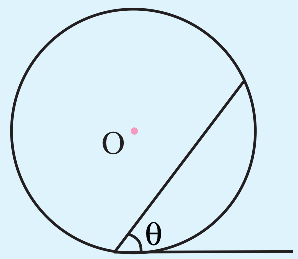
پوښتنې

1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

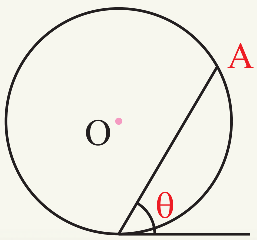
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې مماسي زاويه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقيمې کرښې چې د θ زاويه يې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاويې راس چېرته پروت دى.

تعريف



هغه زاويه چې يوه ضلع يې پر دايره مماس او دويمه ضلع يې د دايرې وتر وي او راس يې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي، لکه: د θ زاويه

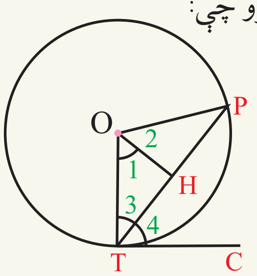
فعاليت

- د $C(0,6)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يوه مماسي زاويه رسم کړئ.
- د دايرې د وتر انجامونه د دايرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $\hat{TOP}$ مرکزي زاويه او د $\hat{PTC}$ مماسي زاويې سره څه اړيکې لري.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه ثبوتولى شو.

قضيه: په يوه دايره کې د مماسي زاويې پراخوالى د هغې د مخامخ قوس نيمايي په اندازه دى.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قايم الزاويه مثلث او $\hat{OTC}$ قايمې زاويې څخه لرو چې:



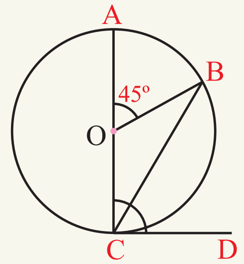
$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{\hat{POT}}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow \hat{PTC}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



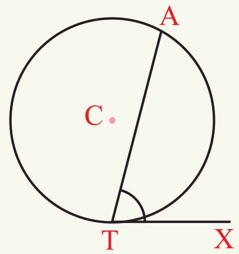
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

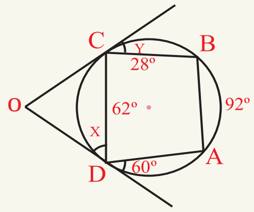
$$= (\alpha-3)^\circ$$

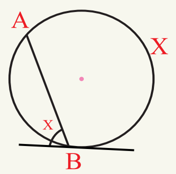


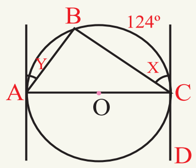
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډيز

- .... د هغو ټکو سټ يا هندسي محل چې د يوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دايره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دايرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له مرکز او د دايرې له شعاع سره مساوي وي د دايرې محيط يا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه نسبت د دايرې شعاع ته لوي وي د دايرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دايرې د داخلي سطحې په واسطه بېله شوې وي د دايرې سطحه بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې د دايرې مرکز او د محيط يو ټکی نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.
- .... هغه ټوټه کرښه چې د دايرې د محيط دوه ټکي سره نښلوي ددايرې وتر بلل کېږي.
- .... د دايرې هغه وتر چې له مرکز څخه تيرېږي د دايرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- .... د دايرې د محيط يوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته بېله شوې وي قوس بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دايرې قطعه: د دايرې هغه برخه چې د دايرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دايرې قطعه بلل کېږي
- .... د دايرې يوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دايرې له سطحې څخه بېله شوې وي.
- که يو مستقيم له يوې دايرې سره يو ګډ ټکی ولري د مماس او که چيرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم يادېږي.
- په هره دايره کې د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نيمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د یوې دایرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

…… هغه زاویه چې راس يې د دایرې په مرکز پروت او ضلعې يې د دایرې شعاعګانې وي مرکزي زاویه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاویې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاویې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دایرې محیط}}$ څخه په لاس راځي.

…… هغه زاویه ده، چې راس يې د دایرې پر محیط او ضلعې يې د دایرې وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي.

- د هرې محیطي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نیمايي سره مساوي دی.
- ∴ هره محیطي زاویه د هغې د مرکزي زاویې نیمايي ده، چې د عین قوس په مخامخ کې پر ته ده.

…… هغه زاویه ده، چې یوه ضلعه يې په دایرې مماس او بله يې د دایرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دایرې پر محیط پروت وي مماسي زاویه بلل کېږي.

- هره مماسي زاویه د هغې مرکزي زاویې نیمايي ده، چې د عین قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دایرو حالتونه یو بل ته:

_ که د دوو دایرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاع‌ګانو له مجموعې څخه لوی وي دایرې غیر متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاع‌ګانو له مجموعې سره مساوي وي دایرې خارجاً(د یا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاع‌ګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاع‌ګانو د تفریق حاصل يې د مطلقه قیمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفریق حاصل مطلقه قیمت سره مساوي وي دایرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دایرې متحد المرکز(د یوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د يوې دايرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2– دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3-هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يوګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي.
b) د قوس په نوم يادېږي.
c) د مماس په نوم يادېږي.
d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي.
b) د دايرې خارج بلل کېږي.
c) دايره بلل کېږي.
d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی.
b) وروکی وتر دی.
c) هيڅ يو.
d) لوی وتر دی.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي.
b) قاطع وايي.
c) مماس وايي.
d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ابرې پر محيط او ضلعې يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده.
b) مماسي زاويه ده.
c) محاطي زاويه ده.
d) محيطي زاويه ده.

- تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هېڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمايي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

- په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا ورانګه د قطر نیمايي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\frown$) په علامه ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دایرې خارجي ساحه بلل کیږي.

7- (   ) په یوه دایره کې عمود قطر په وتر، وتر نیمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

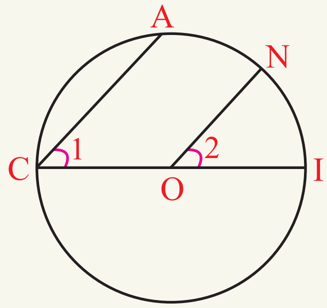
8- (   ) ټوله دایره د دایرې د قوس په نوم یادیږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دایرې شعاع دی.

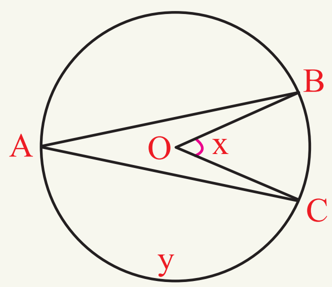
10- (   ) د یوې دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

- لاندې سوالونه په تفصیل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دایرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

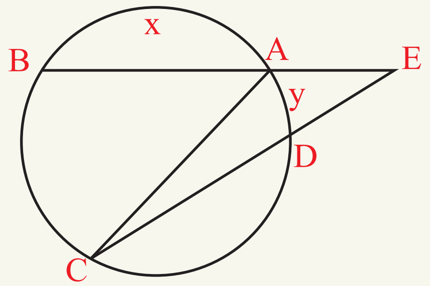


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پیداکړئ.

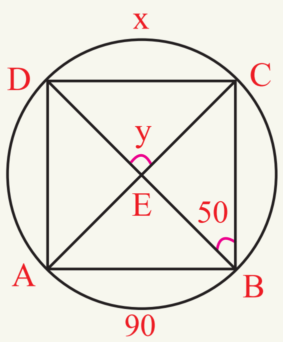


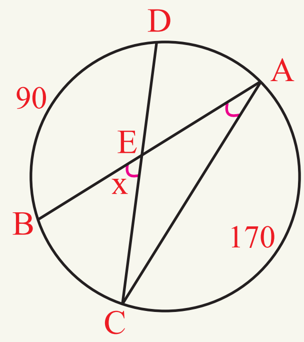
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې که $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

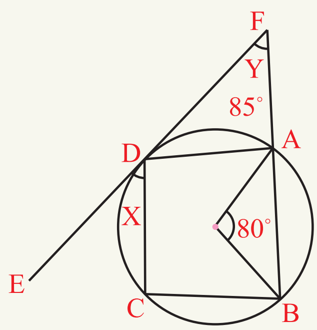


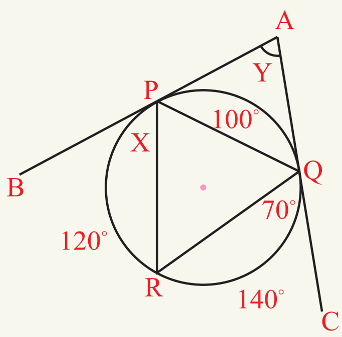
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپــــرکی

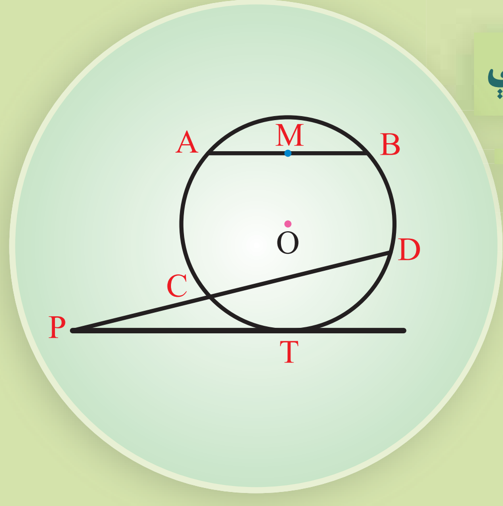
په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د اوږدوالي اړیکې



هغه توټه کرښې چې په مخامخ شکل کې وینئ نوم یې واخلئ.

تعریف

د اوږدوالي اړیکې: په یو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړیکی د اوږدوالي اړیکو په نوم یادیږي.

فعالیت

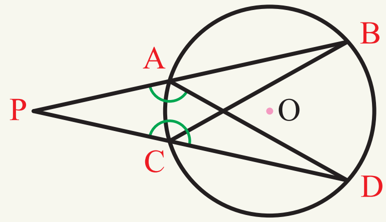
- د P له ټکي څخه چې د $C(O,r)$ دایرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکی د C ټکي سره ونښلوئ.
- ویلای شئ چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه ولیکئ.

د دې فعالیت پایلې څخه لاندې قضیه خرګندیږي.

قضیه (۱ - ۲): که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي. $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$



$$\left.\begin{array}{ll}\hat{D}=\hat{B} & \text{د عین قوس محیطي زاویې}\\ \hat{P}=\hat{P} & \text{ګډ}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$\overset{\Delta}{PCB}\sim\overset{\Delta}{PAD}\Rightarrow\frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB}\Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

نتیجه

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

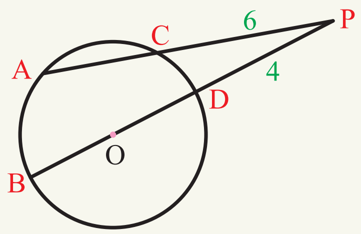
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

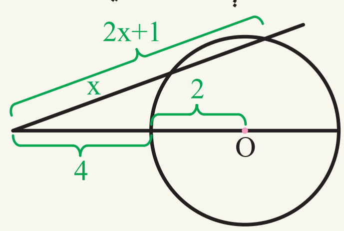
$\overline{DB}=11cm$

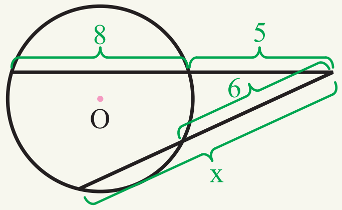


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.

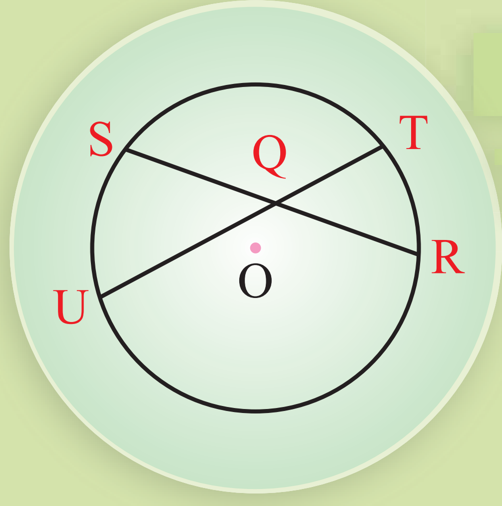




(c) ketabton.com: The Digital Library

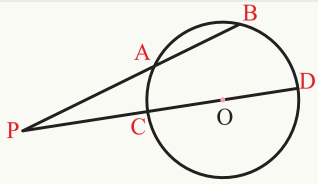
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ټکي طاقت نظر دایرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. وبلاشئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

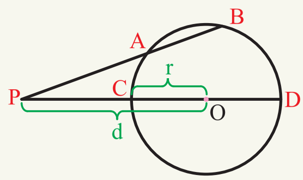
فعالیت



- د P له یو ټاکلي ټکي څخه چې C(O,r) د دایرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرني ټکي څخه د PCD قاطع داسې رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه تیر شي.
- د $\overline{PAB}$ او PCD د ټوټه کرښو ترمنځ اړیکې د (2-1) قضیې له مخې ولیکئ.
- په پورتنۍ اړیکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالي د دایرې له مرکز څخه ولیکئ.
- که د P ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه په (d) او شعاع یا ورانګه په (r) سره وښیو، پورتنۍ اړیکه د d او r تر منځ ولیکئ.

د پاسنۍ فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندېږي.

قضیه (2-2): که دیو ټاکلي ټکي څخه دوې قاطع کرښې په یوه دایره داسې رسم کړئ چې، دویمه قاطع د دایرې له مرکز څخه تېره شي. د لومړي قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل دیو ټاکلي اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، د ټاکلي ټکي او د دایرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دایرې شعاع یا ورانګه ده.



لومړی حالت: که چیرې ټاکلي ټکی د دایرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چیرې د P ټکی د دایرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په (d) او دایرې شعاع په (r) سره وښیو، د (2-1) قضیې

له مخې ليکلای شو:

دوه نـور حالتونو چـې ټاکلې ټکي يـې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا د ګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

تعريف

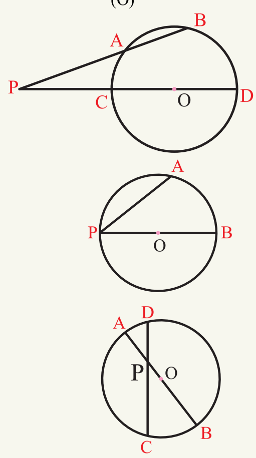
د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دايرې ته وايې چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر $10cm$ او د P ټکی د $13cm$ په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دايرې ته پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا ورانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

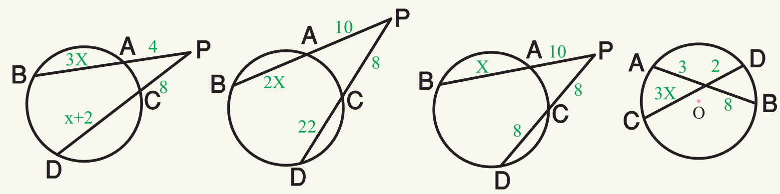
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$

- که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$



پوښتني

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.



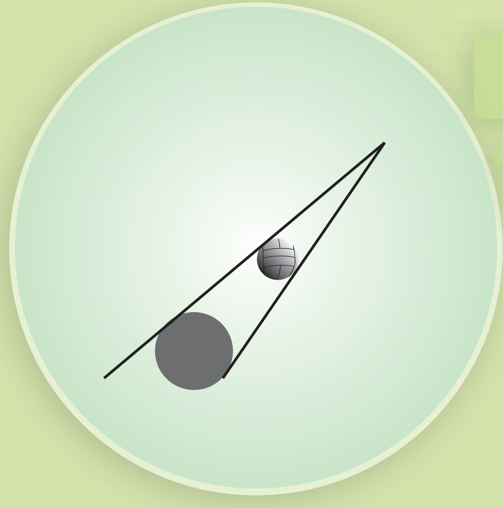
2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.

الف) که $d=7$ او $r=4$ وي. ب) که $d=3$ او $r=3$ وي. ج) که $d=3$ او $r=5$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چيرې د نور د وړانګې حرکت مسير مستقيمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سيورې سره څه اړيکې لري.

فعاليت

- د P له يوه بهرنۍ ټکي نه د $C(O,r)$ په دايره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دايره د تماس ټکي وي. ايا د P له ټکي پر دايره بل مماس رسميدلای شي؟
- د O ټکي د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړيکې لري؟
- ايا رسم شوي مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

قضيه (2-3): د يوې دايرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دايره دوه مساوي مماسونه، رسميږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې ليکلی شو چې:

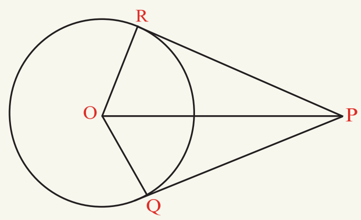
$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دايرې شعاع يا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

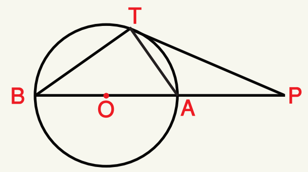
$\overline{PR} = \overline{PQ}$



قضيه (2-4): که د يوې دايرې له بهرنۍ ټکي نه يو مماس او يو قاطع پر يوه دايره رسم شي ثبوت کړئ، چې د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دايره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$\hat{PTA} = \hat{PBT}$.....(I)   (محیطي زاويې او د عين قوس ګډ مماس)

$\hat{P} = \hat{P}$..........(II)

$\overset{I\wedge II}{\Rightarrow} \hat{PTB} = \hat{PAT}$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$

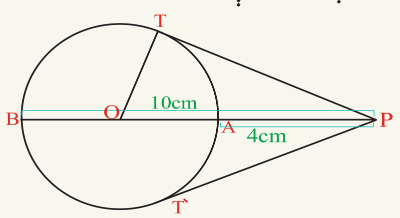
$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:



$PA = 4cm$

$PB = 10cm$

$PT = ?$

$PT^2 = PA \cdot PB$

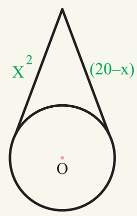
$PT^2 = 4 \times 10 = 40$

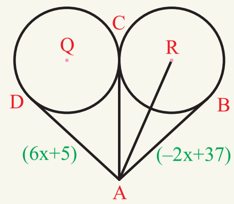
$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

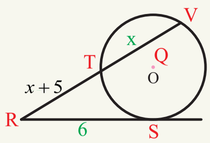
- د يوې دايرې له باندنې ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.
که چيرې د يوې دايرې له بهرنې ټکي څخه پر دايره يو قاطع او يو مماس رسم شي، د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته د مماس له مربع سره مساوي دي.

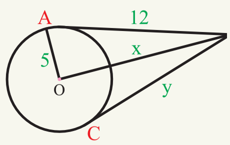
پوښتني

په لاندې شکلونو کې د x قيمت لاسته راوړئ.







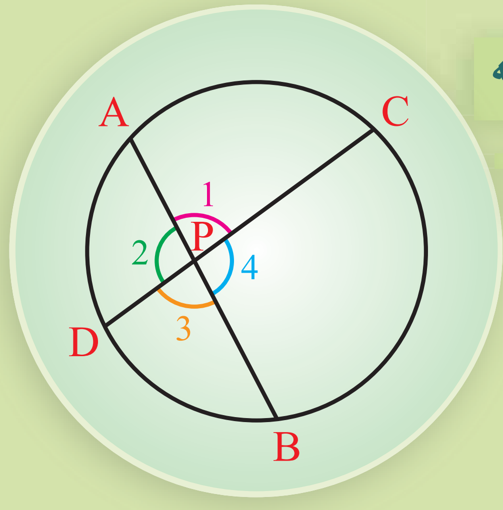


(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې دايرې دننی(داخلي) زاويه

د يوې دايرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.



تعريف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کيږي، لکه په پورتني شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعاليت

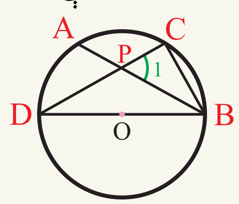
- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکی که يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلي د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنی زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

په ياد ولرئ:
- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(2-5): د يوې دايرې د هرې دننې(داخلي) زاويې پراخوالې، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پريکړې په مرسته منځ ته راغلي وي.

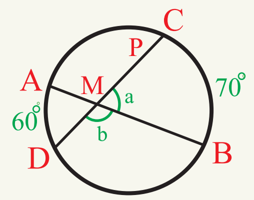
ثبوت: څرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



$$\left.\begin{aligned} \hat{B} &= \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} && \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{D} &= \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} && \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{CPB} &= \hat{B}+\hat{D} && \text{د هر مثلث خارجي زاويه} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \hat{CPB} &= \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} \\ \hat{CPB} &= \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}) \end{aligned}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننې زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:



$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننې زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:

$$\overset{\frown}{NM} = 9x + 17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x - 10$$

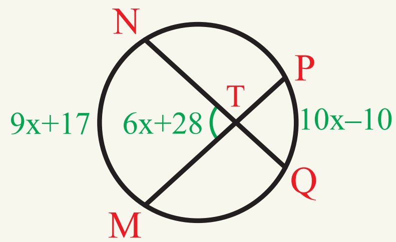
$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

$$6x + 28 = \frac{9x + 17 + 10x - 10}{2}$$

$$12x + 56 = 19x + 7$$

$$-7x = -49$$

$$x = 7$$

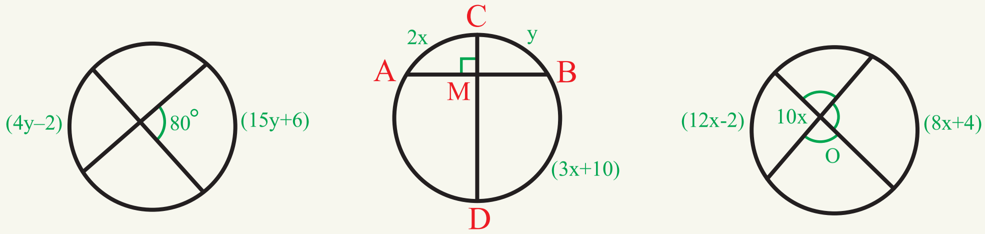


$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

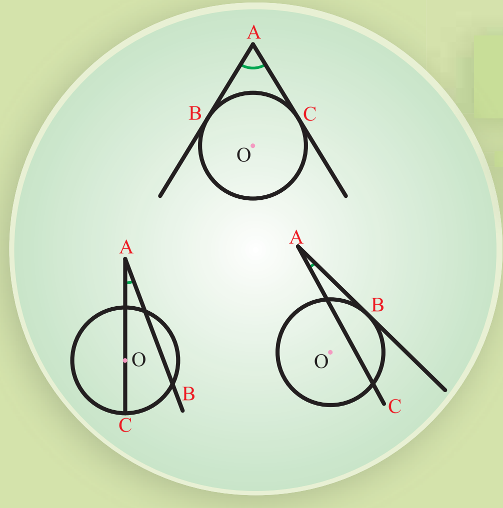
$$= 6 \times 7 + 28 = 42 + 28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.



د دایرې باندنۍ زاویه



په مخامخ شکلونو کې د توجه کرښو او د زاویو نومونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلي وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

فعالیت

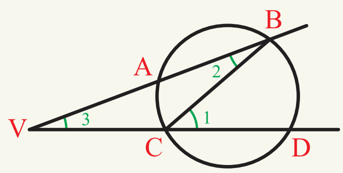
- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $\overset{\Delta}{BVC}$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې ($\hat{1}$) د مثلث د دوو ناګاونډیو زاویو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

قضیه (6-2): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایي سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلي وي.

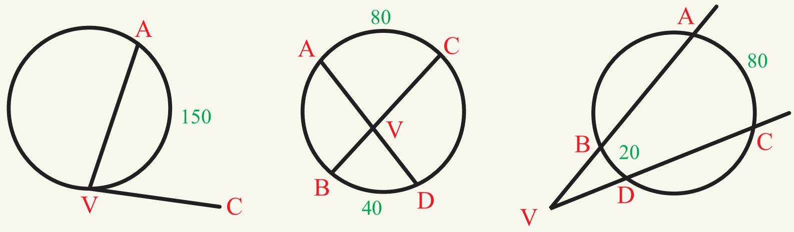
ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $\overset{\Delta}{VBC}$ مثلث کې لرو چې:

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1}=\hat{2}+\hat{3} & \text{د مثلث خارجي زاویې پراخوالی} \\ \hat{3}=\hat{1}-\hat{2} & \\ \hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \\ \hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} \quad B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

a) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV} = \frac{1}{2}\cdot(150)^{\circ}$, $\hat{AVC} = 75^{\circ}$

b) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80+40)^{\circ}$, $\hat{AVC} = 60^{\circ}$

c) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80-20)^{\circ}$, $\hat{AVC} = 30^{\circ}$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140......I$$

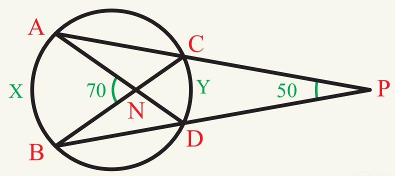
$$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:

$2x = 240$

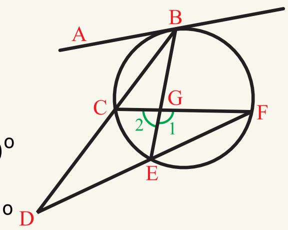
$x = 120^{\circ}$

$y = 20^{\circ}$



پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

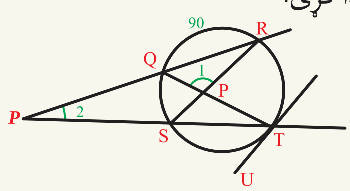


$\overset{\frown}{BC} = 70^{\circ}$

$\overset{\frown}{BF} = 100^{\circ}$

$\overset{\frown}{EF} = 130^{\circ}$

$\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$, $\hat{D} = ?$, $\hat{ABC} = ?$



$\overset{\frown}{QR} = 90^{\circ}$

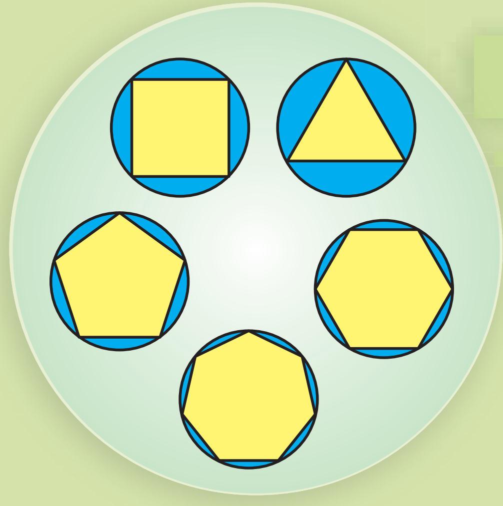
$\overset{\frown}{RT} = 150^{\circ}$

$\overset{\frown}{QS} = 50^{\circ}$

$\hat{STU} = ?$, $\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

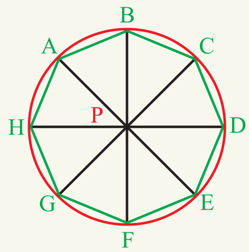


محیطي دایره

مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف

هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

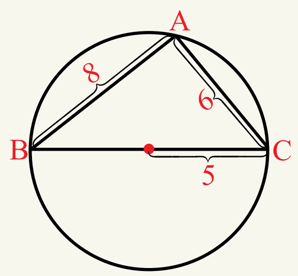
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنی عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکی په O سره وښيئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالی سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوی دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې:
هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

ددې فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:
پایله: د اضلاعگانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړې.
حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمایي ټکي یې د محیطي دایرې مرکز دی.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$
$$\overline{BC} = 10cm$$
$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



- هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.
- د یو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دي.

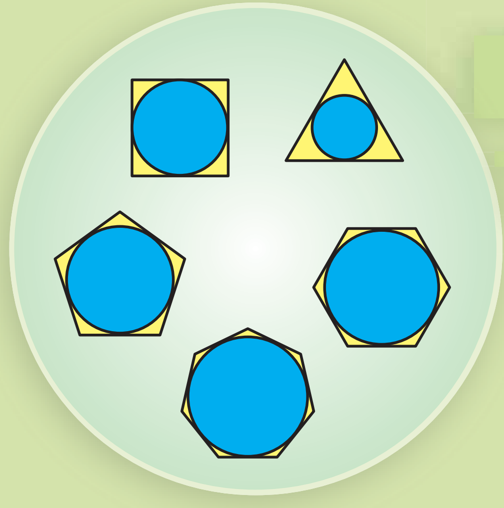
پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړې.
2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

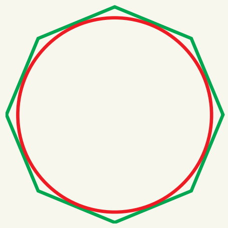
(c) ketabton.com: The Digital Library

محاطي دایره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې یې وینئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړیکې وینئ.

تعریف



هغه دایره چې د محیطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دایرې په نامه یادېږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوی دی.

د مثلث محاطي دایره: هغه دایره چې د یوه مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دایره بلل کېږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو کیفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو ناصفونه رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ایا هغه دایره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوي دایره د څه په نامه یادېږي؟

مرسته: د یوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په یوه ټکي کې پرېکوي

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.

د هر مثلث دننی ناصف الزاویو ترمنځ د پریکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دي.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

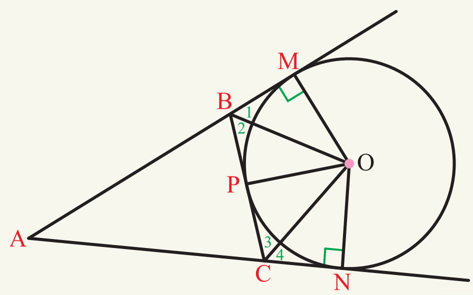
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کیدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکی څخه د $\overline{OP}, \overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګاني دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه $180°$ وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کیږي.



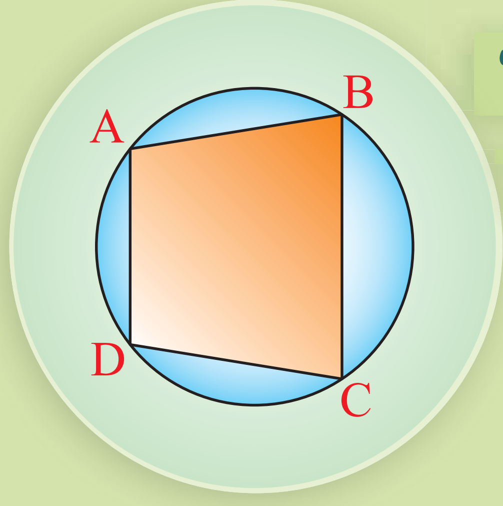
پوښتني

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتیاوې (خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

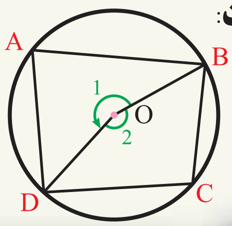
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلې زاویې څه نومیږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلې مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکې چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

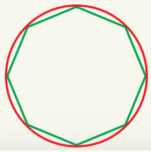
$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادیږي، د هرې زاویې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

تعریف

هغه مضلع چې اضلاع او زاويې يې يو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.



فعالیت

- په خپله خوښه يوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- يو راس يې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننيو زاويو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاويو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعاليت د يو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چيرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاويو مجموعه به يې څو درجې وي؟

که چيرې د يوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننيو زاويو مجموعه په S_n وښيو نو د هر n ضلعي دننيو زاويو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د يو څلور ضلعي او لس ضلعي دننيو زاويو مجموعه پيدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننيو زاويو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړيکې له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$
$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$
$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8\times180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

په یاد ولرئ چې:

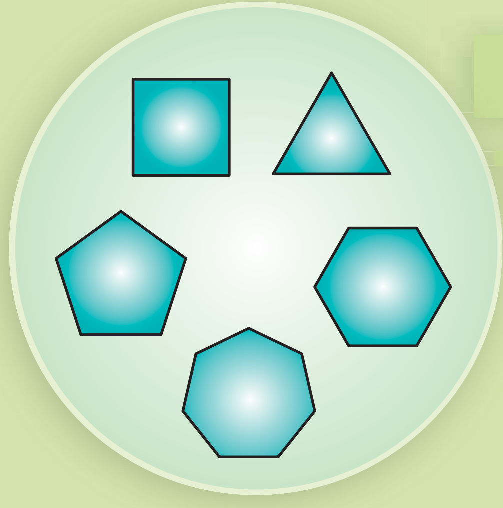
- د قطرونو تعداد د n ضلعي له يو راس څخه د n-3 اړيکی په مرسته لاس ته راځي.
- له يو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړيکې په مرسته لاسته راځي.
- په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی يې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

پوښتنې

1- د يوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاويو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د يوې منظمې n ضلعي مضلع د زاويو اندازه څو درجې دي؟
3- په يوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د يوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

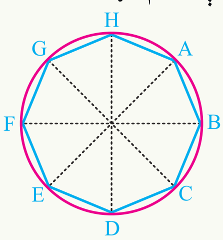


د منظمې مضلع ترسیم

- پاملرنه وکړئ.
- پــه شــکل کې څــه ډول مضلــع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوې دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاوېې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta}=\frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟



- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلی مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلی مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاوېې پراخوالی څو درجې ده؟

د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاوېې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta}=\frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره ونښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتنۍ فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دي.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، خرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

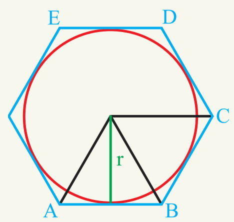
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د A, B او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتني مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکې يا رابطې څخه لاسته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

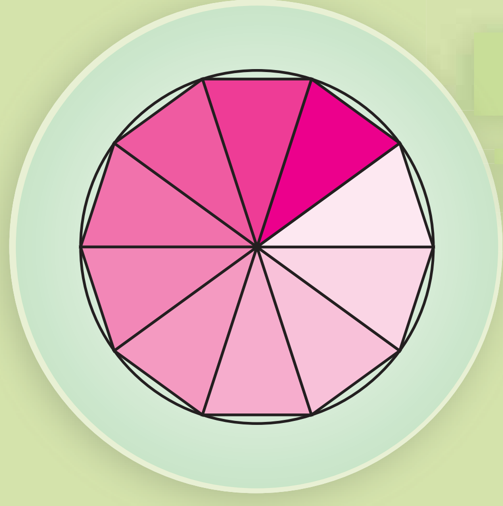
پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې محيط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دايرې او د مثلثونو د يو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دايرې محيط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دايره کې که قطر په (d) او محيط يې د (C) په تورو وښودل شي د دايرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړيکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دايرې محيط}}{\text{د دايرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \ \ldots\ldots (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ يا $d = 2r$ که چېرې په(I) اړيکه کې د (d) پر ځای د (2r) قيمت وليکو، د دايرې محيط د لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

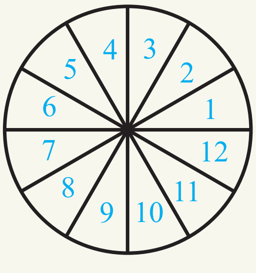
$$C = \pi d$$

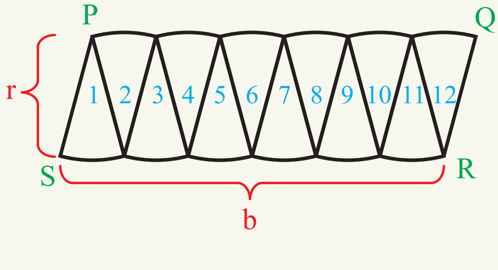
$$C = 2\pi r$$

د دايرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې رياضي ته اړ يو، نو په دې ډول د دايرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

يوه دايره د هغې د قطرونو په مرسته په(12) مساوي برخو وېشو او هره برخه يې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښيو که چېرې د دايرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بيا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتيب کړو.

په روښانه ډول ليدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$\frac{1}{2}Cr$ = د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لرو چې:

$A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r \cdot r = \pi r^2$ = د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويمه مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل:څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريمه مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1- که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2- د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3- د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډيز

- هغه اړيکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالی د اړيکو په نامه يادېږي.
- که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.
  يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$
- که چيرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلي اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دي.
- د يوه باندنی ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- که چيرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- که چيرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- که چيرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاويې چې دقاطع کرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دي. $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{a} + \overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلي وي د دايرې باندنی زاويه بلل کېږي.
- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{a} - \overset{\frown}{b}}{2}$

....

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پريکړې.
- دوه ګاونډۍ ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع د راسونو څخه تيره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

.... هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1 b) 2

c) 0 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی. b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی. d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3-که دP ټکی د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ b) d^2-R^2

c) $r-d$ d) R^2-d^2

4-که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړی ټکی طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي. d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لري که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړي ټکی څخه عبارت دی له:

a) 13 cm b) 10 cm

c) 12 cm d) 8 cm

6-که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm b) 12 cm

c) 10 cm d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm b) 8 cm

c) 2 cm d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکی .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکی طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ وي، د A, B, C او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دی.

7- که د A, B او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، A, B او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

- د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکی طاقت نظر دایرې ته د ټکی او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

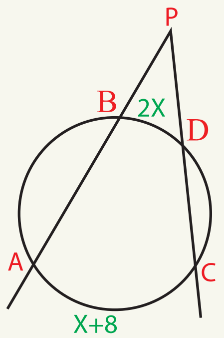
6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

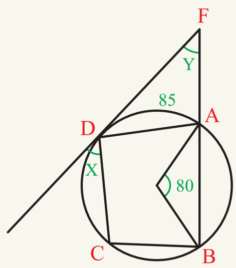
(c) ketabton.com: The Digital Library

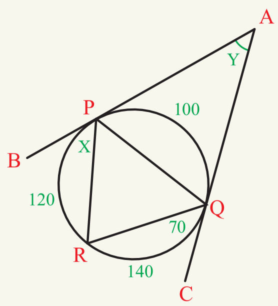
• لاندې پوښتنې په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتيب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالی پيدا کړئ.

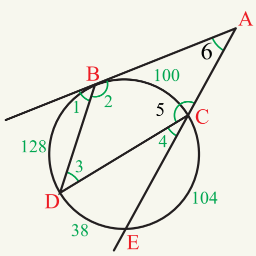


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



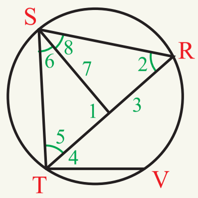


3- په لاندې شــکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^\circ$ او $\overset{\frown}{CE}=104^\circ$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالی پيدا کړئ.

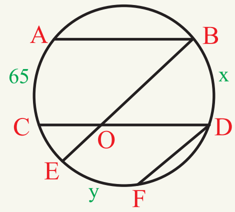


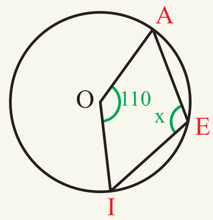
(c) ketabton.com: The Digital Library

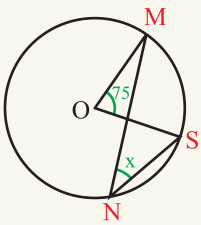
4- د $C(O,r)$ پــه دایــره کــې $\hat{RTS} = 70^\circ$, $RS // TV$ او RT د دایــرې قطــر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.



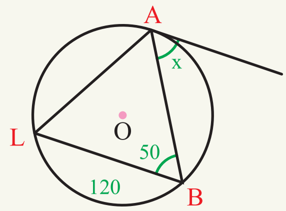
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

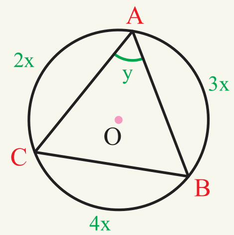


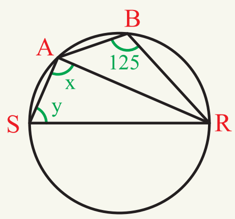




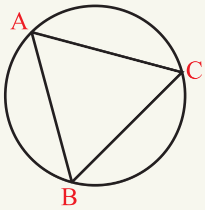
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.



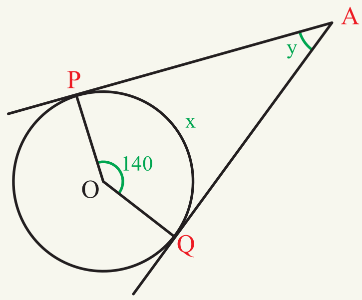


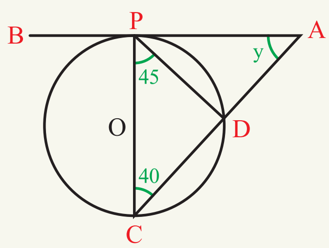


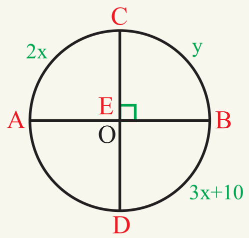
7- د محاطي دایرې د تعریف له مخې وښیئ چې د هر مثلث دننیو زاویو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم خپــرکی

تحلیلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

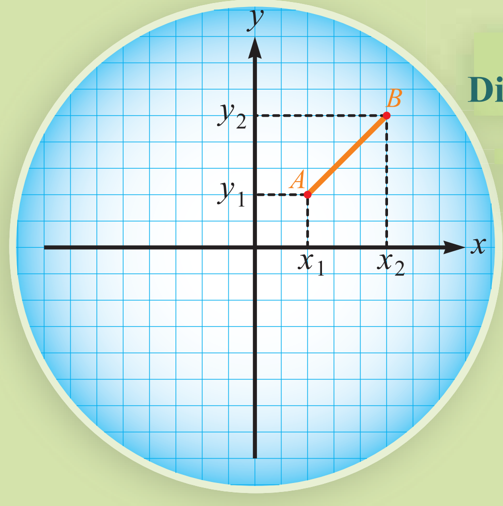
تحليلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړيکې له تحليلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نيول کېږي، فرانسوي رياضي پوه ديکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړيکه و څيړله ويې ويل، چې ځينې الجبري معادلې يو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنگه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوي نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړيکي تر څيړنې لاندې نيسو، ديکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړيکو د څيړنې لپاره د قايم مختصاتو د محورونو داسې يو سيستم راوپيژند چې تراوسه د دکارت په نامه ياديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point



د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شو چې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

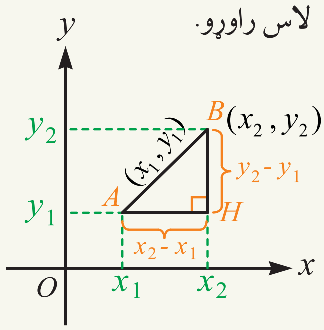
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راورو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟

د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راورو.



$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 \quad \text{.......د فیثاغورث د قضیې}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AH} = x_2 - x_1 \\ \overline{BH} = y_2 - y_1\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$\overline{AB} = 5 \ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا آ څخه حساب کړئ.

حل: پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A} = \sqrt{x^2 + y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow \overline{OA} = 5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2, y_2)$ واټن عبارت له: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

د $P(x, y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسـونو مختصـات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسـې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B(5K,6)$ ټوټه کرښـې اوږدوالی پنځه برابره شي.

4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یـوه مثلث د راسـونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

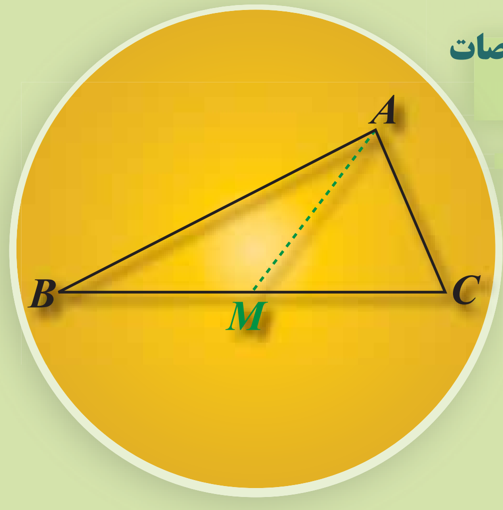
6- د هغه مثلث مسـاحت پیداکړئ، چې راسـونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یـوه مثلـث د څوکو(راسـونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات



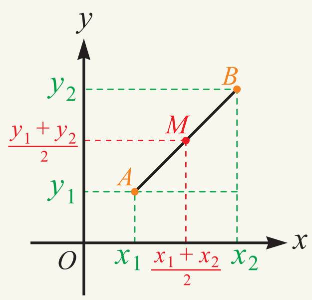
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث میانه ده، د میانې ځانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- که چيرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات وليکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړيکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- که چيرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړيکه لري؟

د پورتنی فعاليت پايله کولای شوچه په بشپړول داسې بيان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محوروو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

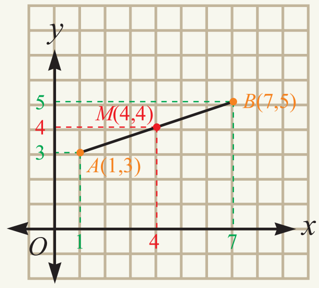
که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$



په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعيه کمياتو په سيستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړئ.

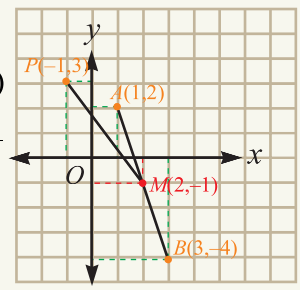
حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنۍ ټکی د مختصاتوشخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:



$$M(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2})$$
$$M(\frac{1+7}{2} , \frac{3+5}{2})$$
$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکي واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:



$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2})$$
$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$
$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$
$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$
$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$

پوښتني

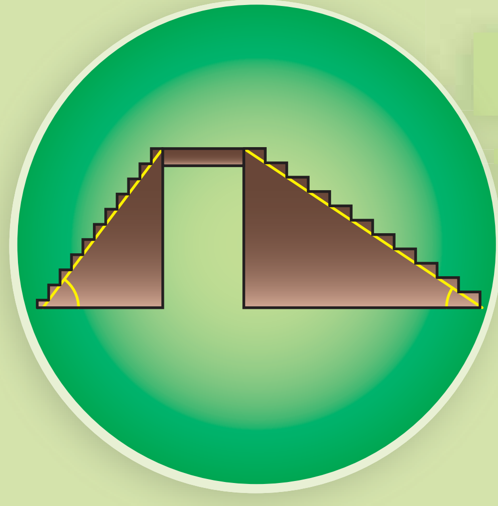
۱- د یوه مثلث درې راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میانې اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پریکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

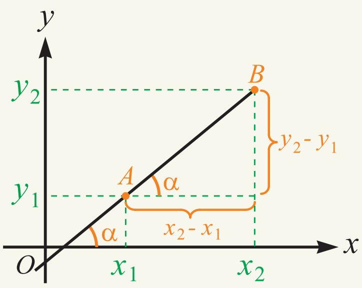
۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میانې یا مینځنی کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمې کرښې ميل



شکل ته وګورئ په کومه زينه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دليل يې بيان کړئ.



کـه $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې دوه اختياري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقيمې کرښې ميل وايي او په لاندې ډول يې ليکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لومړی مثال: د هغې مستقيمې کرښې ميل پيداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تيرشي.

حل: پوهيږو چې د مستقيمې کرښې ميل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دويم مثال: هغه مستقيم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تيريږي د k قيمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقيمې کرښې ميل ۳ وي.

حل: د k قيمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدأ آ څخه تیرشي.

حل: څرنگه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نوميل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنگ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړی چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

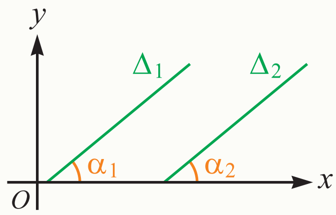
۳- کـه چیرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکـي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکړل شویو وضیعه کمیاتو په سیستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازي کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو میلونه حساب او یو بل سره یې پرتله کړئ، کرښې یو بل سره څه اړیکې لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړې نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکې دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیرې د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} m_{\overline{AB}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} = \dfrac{-11-(5)}{-6-2} = \dfrac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} = \dfrac{8+6}{3+4} = \dfrac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنګه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

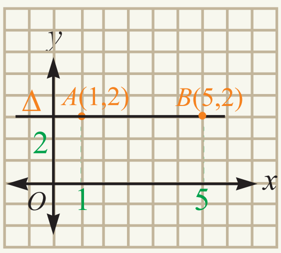
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه ا ختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $B(x_2,a), A(x_1,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې: $m = \dfrac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$



فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

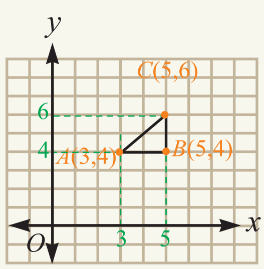
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.

هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:

الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.

ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.

۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکې په پام کې ونیسئ.

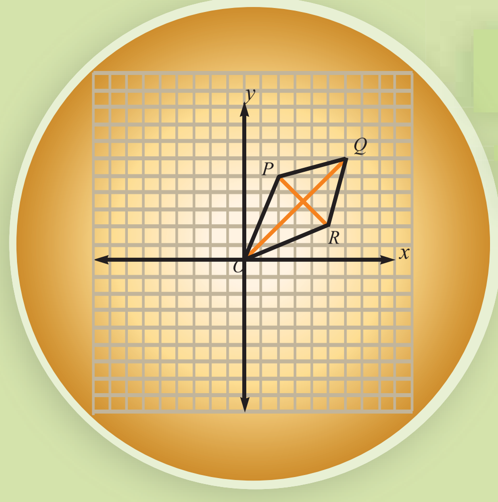
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکې لري؟

ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو او هغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟

ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟

د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

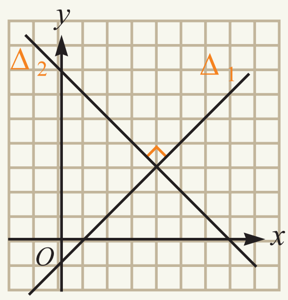
د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل



$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی.
کولای شئ د لوزی خانګرتیا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.

تعریف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمي کرښی چې میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چې لاندې رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمي کرښي یو پربل عمود دي.

فعالیت

- د $C(4,4), B(1,3), O(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کی وښیئ.
- د $OBCD$ شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

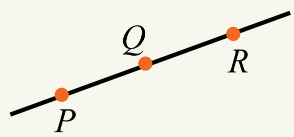
(c) ketabton.com: The Digital Library

- د $\overline{OBCD}$ څلورضلعي څه ډول څلورضلعي ده؟
- وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه يوازې يو مستقيم تيرېږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q,P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ دري ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له :

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

څرنګه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوی دي نوپه پايله کې د B,A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

- که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (-1) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.
- درې ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

پوښتني

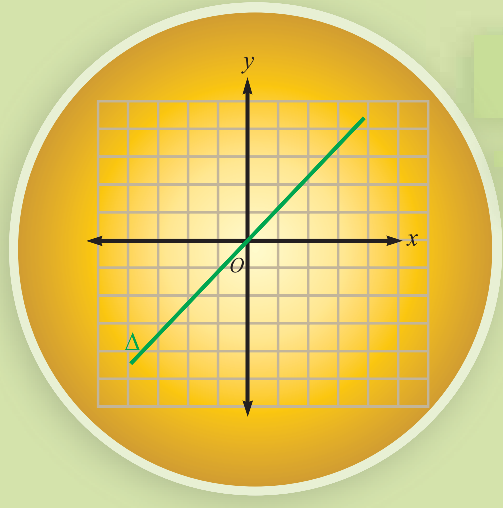
۱–که د $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د يوه مثلث څوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموری مثلث قايم الزاويه دی.

۲- هغه توټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تيريږي له هغه توټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوڅخه تيريږي، اړيکې يې يو له بل سره وڅيرئ؟

۳- يوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوڅخه تيريږي د دواړو کرښوحالت يو له بل سره بيان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقيمې کرښې پرمخ څو ټکي وګورئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شويو ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ څه اړيکه وينئ.

فعاليت

- د $A(1,-1)$, $B(-2,2)$, $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنې فعاليت پايله په عمومي ډول داسې بيانوو:

د $y=x$ او $y=-x$ رابطې چې د يوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ اړيکه راښيي د مستقيمې کرښې معادله بلل کيږي.

پوهيږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په يوه مستوي کې پرتې وي يوازې او يوازې يوه مستقيمه کرښه تيريږي. اوس غواړو چې د هغې مستقيمې کرښې معادله پيدا کړو چې له دوو اختياري ټکو څخه تيريږي.

فعاليت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- هغه مستقيمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تير شي.

ددې لپاره چې د $M(x,y)$ اختياري ټکې د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي ده؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ توټه کرښو ميلونو له مساويتوب څخه کومه اړيکه لاسته راځي.

د پورتنې فعاليت پايله کولای شو په عمومي ډول داسې بيان کړو.

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تیره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تیره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شوچې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنگه چې مستقیمه کرښه د X محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

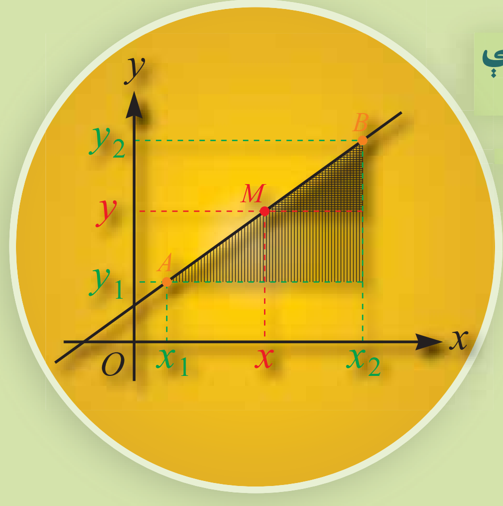
1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3)$، $B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمې کرښې معادله چې میل او يو ټکی يې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ میل د $\overline{MA}$ له میل سره څه اړیکه لري؟
بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له میل سره برابر میل لري، ولې؟

پوهیږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

یا

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنگه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقیمې کرښې میل راښیي نو پورتنۍ معادله لاندې شکل غوره کوي.

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

وروستنۍ معادله د هغې کرښې معادله ده چې میل ئې (m) او د $A(x_1, y_1)$ له نقطه څخه تیریږي.

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تیر شي او میل یې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنگه چې د مستقیمې کرښې میل او یو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b=m(x-a)$ معادلې څخه لیکلای شو:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3)=(x-2)$$

$$2y-6=x-2$$

$$2y-x=4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

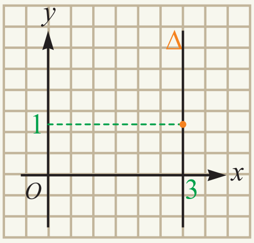
دويم مثال: هغه مستقيمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تيره او د x له محور سره موازي وي وليکئ.

حل: څرنګه چې مستقيمه کرښه د x له محور سره موازي ده نوميل يې صفر دی. په پايله کې يې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دريم مثال: د هغه مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تيره او د y له محور سره موازي وي.

حل: څرنګه چې مستقيم د y له محور سره موازي ده نوميل يې نه دی تعريف شوی (معين ميل نه لري) ځکه پوهيږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکی واټن يافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله يې په دې ډول $x=3$ ده.



په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تيره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تيريږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پيدا کړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تيره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پيداکولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې ميل په لاس راورو او بيا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځنې ټکي مختصات په لاس راورو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad \Rightarrow \quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)=\left(\frac{0}{2},\frac{0}{2}\right)=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-0=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

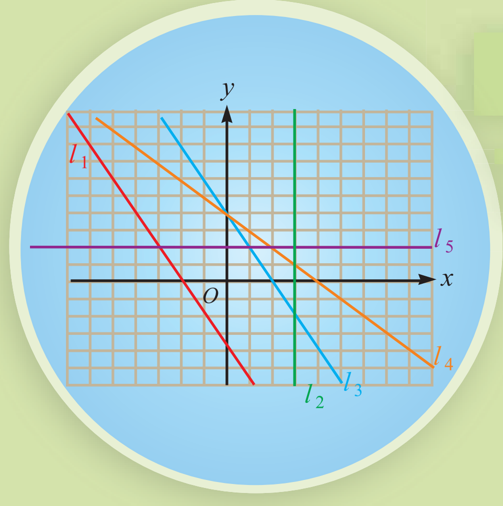
پوښتنې

1- د هغه مستيمې کرښې معادله پيداکړئ چې ميل يې 4 او y محور د 3 په ټکی کې پرې کړي.

۲- د هغه مستقيمې کرښې معادله پيداکړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تيره او ميل يې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقيم ميل او د y له محور سره يې د غوڅوونې ټکی پيداکړئ.

د مستقيمې کرښې عمومي معادله



د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت يو بل ته کوم وضعيتونه لري؟

د يوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړيکه چې په مستقيمه کرښه پروت دی راښيي په عمومی ډول د يوې مستقيمې کرښې معادله په لاندې ډول بيانوو:
په معياري يا ستنډرډ ډول د يوې مستقيمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y=\frac{-a}{b}x-\frac{c}{b}$ يا $ax+by+c=0$ ، b,a او c حقيقي عددونه او b ≠ 0 دی.

په پورتنۍ معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې ميل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی يا تقاطع بلل کيږي.
نو ويلای شوچې د هرې کرښې معادله په يوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y=mx+h$ چې m د مستقيمې کرښې ميل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی يا ترتيب دی په عمومي ډول هره خطي اړيکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان يو وي د مستقيمې کرښې معادله بلل کيږي.

فعاليت

- د $2x+3y-6=0$ او $y-x=2$ دوې مستقيمې کرښې د وضيعه کمياتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هريوه مستقيم ميل پيدا کړئ.
- دا دوې کرښې يوله بل سره څه وضعيتونه لري.

له پورتني فعاليت څخه پايله په لاندې ډول بيانوو:
که د دوو کرښو ميلونه سره مساوي نه وي نوکرښو يوه بله پرې کړې دي.
په عمومي ډول که د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوې کرښې يوه بله پرې کړي. وي نو ميلونه يې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پايله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1}\neq\frac{a_2}{b_2} \text{ يا } \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $-3x+y-5=0$ او $6x-2y+1=0$ مستقیمي کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمي کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمي کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوه مستقیمي کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونوترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x+4y=5$ او $4x-3y=-1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1=3$ $\quad b_1=4$ $\quad c_1=-5$

$a_2=4$ $\quad b_2=-3$ $\quad c_2=1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\neq\frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\times\frac{3}{4}=-1$ نو $\frac{b_1}{b_2}\times\frac{a_1}{a_2}=-1$ دي نو د کرښو د پرېکړې په ټکی کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکې د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x-6y+3=0$ او $kx+3y-1=0$

حل: د عمودیت شرط څېړو:

$$kx+3y-1=0\ ,2x-6y+3=0$$
$$a_1.a_2+b_1.b_2=0$$
$$2\cdot k+(-6)3=0\Rightarrow k=9$$

پوښتنې

1- د $4x+3y-1=0$ او $8x+6y+5=0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

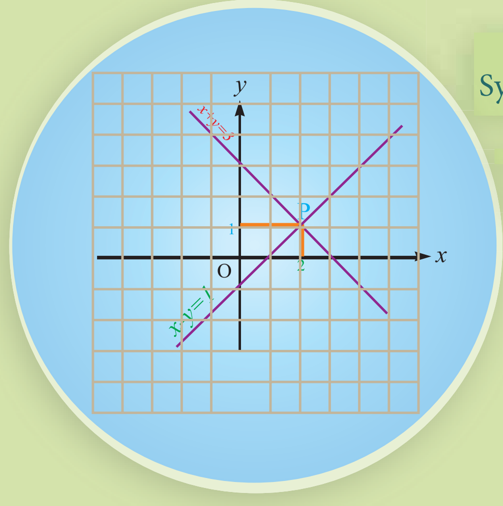
۲- د $8x-4y+10=0$ او $4x-2y+5=0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x+ky=0$ او $2x-3y+5=0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- داکرښې نظر یوبل ته څه اړیکې لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کېږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کېږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پرېکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پرېکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$
$$7x = 7$$
$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پرېکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادېږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کېږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پرېکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad .... \quad I \end{cases}$$

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\frac{a_1}{b_1}x + \frac{c_1}{b_1} \\ y = -\frac{a_2}{b_2}x + \frac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پرېکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پرېکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي څرنګه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پرېکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

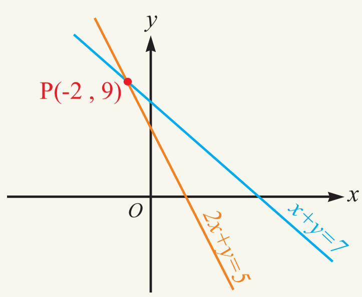
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پرېکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

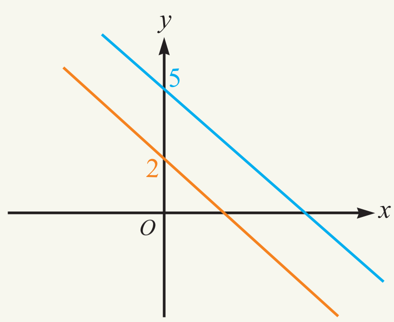
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\frac{6}{3}x+\frac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنګه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

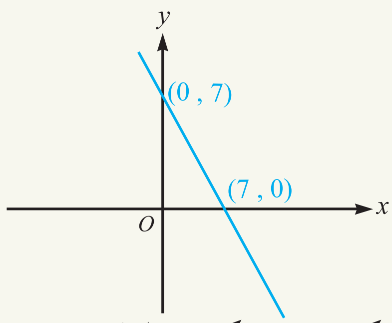
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\dfrac{-4}{4}x+\dfrac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

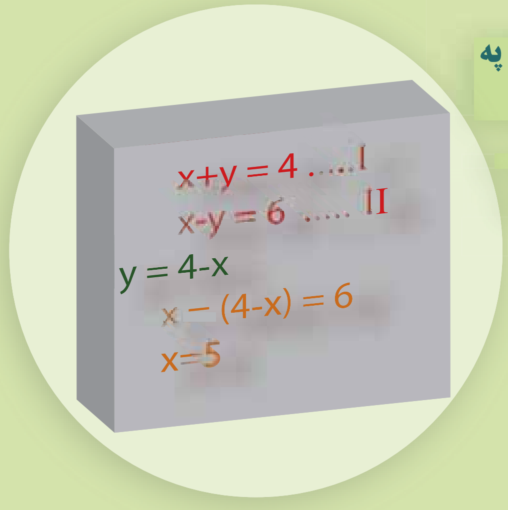
پوښتنې

د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$
3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$
5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$
6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ
د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند
څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړی معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$

$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases}2x+3y=0\\3x+2y=10\end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې یې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{aligned}&3x+2y=10\\&3(-\frac{3}{2}y)+2y=10\\&-\frac{9}{2}y+2y=10\\&\frac{-9+4}{2}y=10\\&-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4\end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned}&x=-\frac{3}{2}y\\&x=-\frac{3}{2}(-4)\\&x=-3(-2)\\&x=6\end{aligned}$$

د دوه مجهوله لومړی درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلې یو مجهوله لومړی درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلې مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلې قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولرې د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases}y=2x\\x+y=6\end{cases}$ 2) $\begin{cases}7x-2y=15\\6x-y=10\end{cases}$ 3) $\begin{cases}a+2b=2\\2a-3b=25\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4\\\frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3}\end{cases}$ 5) $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6\\\frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4\end{cases}$

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلي پیسي ما ته راکړې زه د 15 افغانیو څښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو څښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 41 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; I \\ 5x - 2y = 7 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; II \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړۍ معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړۍ معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 205 & \Rightarrow \quad 35x + 25y = 205 \\ 5x - 2y = 7 & \Rightarrow \quad 35x - 14y = 49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x + 25y = 205 \\ 35x - \;\;2y = \;\;49 \\ -\quad\;\; + \quad\;\; - \\ \hline 39y = 156 \end{array} \qquad \Rightarrow y = \frac{156}{39} \Rightarrow y = 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{array}{ll} 3x+2y=4 & \Rightarrow -9x-6y=-12 \\ 2x-3y=-1 & \Rightarrow \underline{-4x\mp 6y=\mp 2} \\ & -13x+0=-10 \\ & x=\frac{10}{13} \end{array}$$

$$3(\frac{10}{13})+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتنې

د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

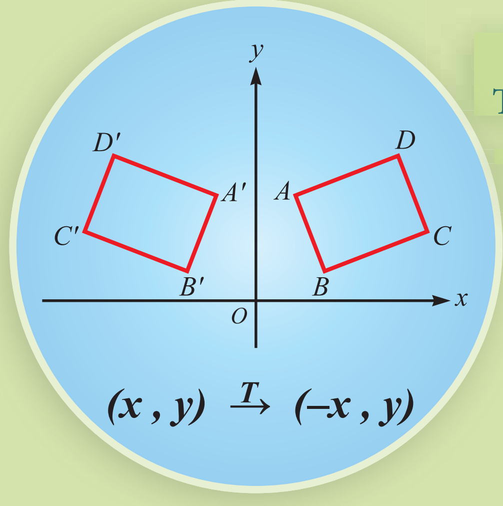
1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$ 5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$ 6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه ټوپیرونه او څه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ

- د A(1,2) ،B(−2,3) او C(2,−4) ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلې ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکی د راکړل شوی ټکي خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د D(1,2), E(4,1) او C(2,4) ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y) \xrightarrow{T_2} (x,-y)$

$c: \quad (x,y) \xrightarrow{T_3} (y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y) \xrightarrow{T_4} (x+2,y+3)$

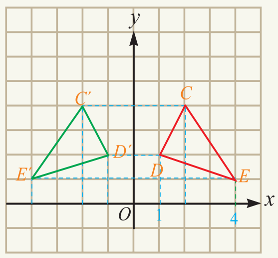
حل: لومړی راکړل شوی ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

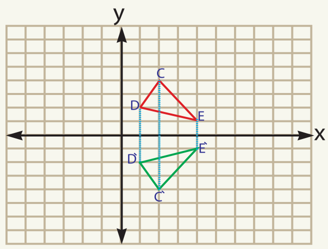
a: د $(x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ تربدلوني لاندې لرو چې:

$T(4,1) = (-4,1)$

$T(1,2) = (-1,2)$

$T(2,4) = (-2,4)$



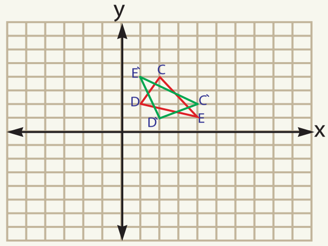


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



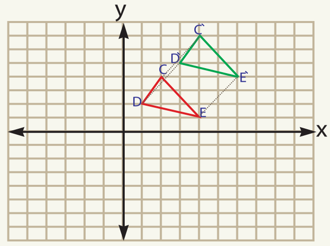
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$(1,4)$

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$



d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$

په پورتنیو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله توپیرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل ښیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه
1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

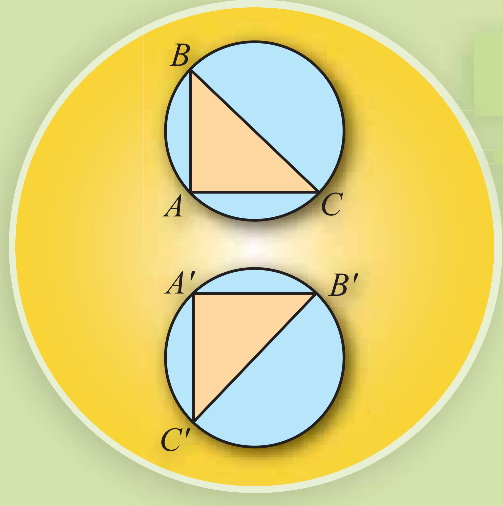
c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې یې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسو کولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعالیت

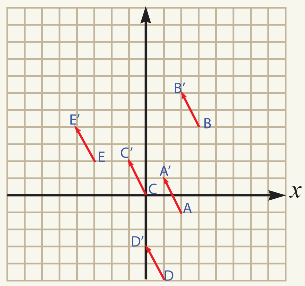
- د وضیعه کمیاتو په مستوئ کې د $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات یې ولیکئ.
- د $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبیوحاصل شوو ټکوته A', B' او C' ووایئ.
- د A', B' او C' ټکي یو له بل سره وترئ او د $\overset{\triangle}{ABC}$ او $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالی اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چیرې د یوه شکل یاخیرې ټول ټکي په یوه ټاکلي جهت(لوری) او یو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکي دي، دې حرکت ته انتقال وایې او هغه په دې ډول ښودل کیږي: $T(x, y) = (x+h, y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقیقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښیئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ اوبیا هغه ټکي چې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ اړیکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,-3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,4)$

په پورتنی مثال کې د ټکو د ترلوڅخه د شکل خیره لاسته راځي لیدل کیږي چې د $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ یو له بل سره موازي او مساوي دي.

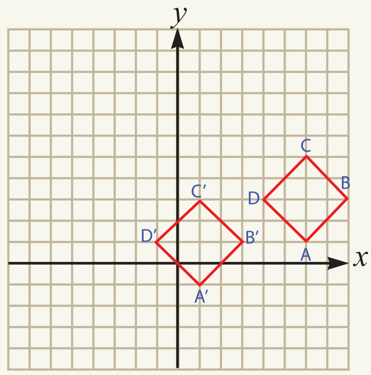
دويم مثال: که چیرې $A(6,1), B(8,3), C(6,5)$ او $D(4,3)$ د یوې مربع راسونه وي هغه د وضعیه کمیاتو په سیستم کې تردې $T(x,y)=(x-5,y-2)$ اړیکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی اوتصویر نظر یوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو میل اوخیره یې نظر یوبل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ خلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5,5-2) \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5,3-2) \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانوکورنی دنده ده.

انتقال یو ایزومتري رابطه ده.

پوښتني

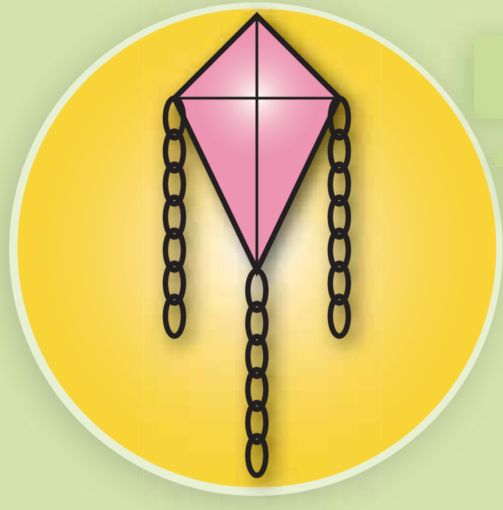
1-که د $M(1,-1)$، $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ یوه خلور ضلعي وي خلور ضلعي او د هغې تصویر تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲-که $L(7,0), I(5,0)$ او $0(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصویر یاخیره د $F(x,y)=(-y+3,x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

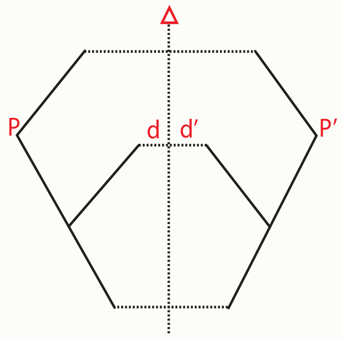
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنگ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنګ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظردی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایې کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنګ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوې لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

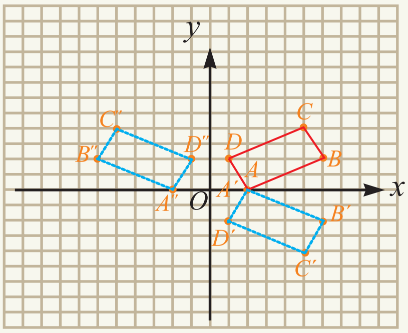
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شی چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایې او Δ محور ته د انعکاس محوروايي.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0) B(6,2), C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظرد y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویریې نسبت x محورته رسم کړو

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي خرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x\,,y)$	نظر x محورته انعکاس $(x\,,-y)$	ټکی $(x\,,y)$
$A''(-2\,,0)$	$A'(2\,,0)$	$A(2\,,0)$
$B''(-6\,,2)$	$B'(6\,,-2)$	$B(6\,,2)$
$C''(-5\,,4)$	$C'(5\,,-4)$	$C(5\,,4)$
$D''(-1\,,2)$	$D'(1\,,-2)$	$D(1\,,2)$



د $T(x,y)=(-x,y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.
د $T(x,y)=(x,-y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.
د $T(x,y)=(x,y)$ ليږدونه نسبت $y=x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1), B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياخيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ.

$a:\ R_1(x,y)=(-x,y)$ $\qquad$ $b:\ R_2(x,y)=(x,-y)$

$c:\ R_3(x,y)=(y,x)$ $\qquad$ $d:\ R_4(x,y)=(-y,-x)$

2- که چيرې $(A(0,2), B(-5,0), C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x,y)=(-x,-y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

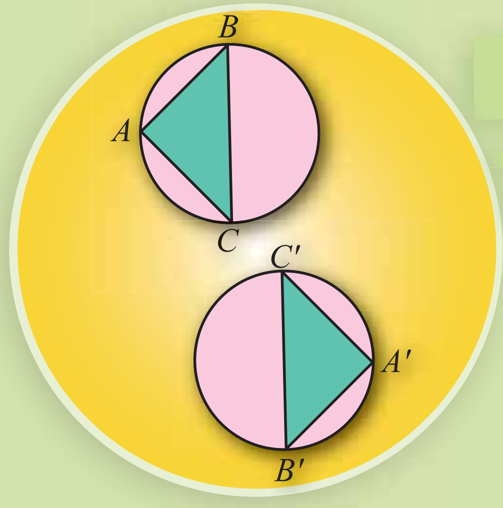
۳- د $(A(1,4), B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياخيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x+2=0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y+3=0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

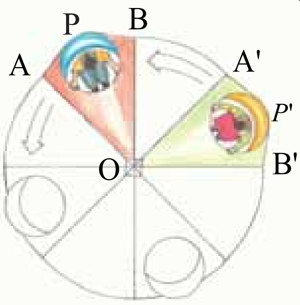
دوران
Rotations



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مستوي کې حرکت کړی او د $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بیلابیل ځایونه رابښيي.



- د شکل څخه لیدل کېږي چې A' د A ټکی متناظر او B' د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکی په لومړی ځای یوټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P ټکی متناظر ټکی د څوکې په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه p' ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

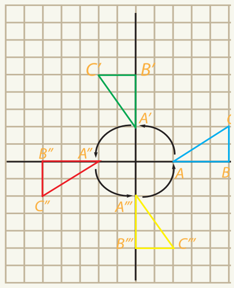
د پورتنی فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدوني په عنوان داسې تعریفوو:

که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د $A(2,0), B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه خیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

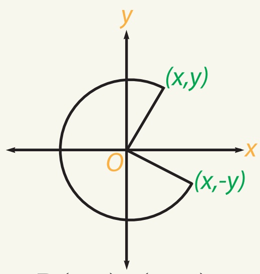
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

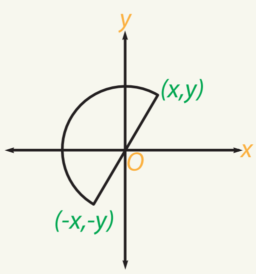
حل:

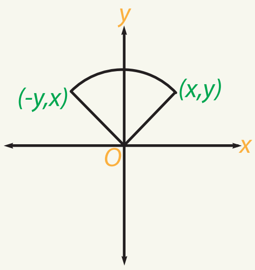


تکی	خیره(تصویر)		
$(x\,,y)$	$(-y\,,x)$	$(-x\,,-y)$	$(y\,,-x)$
$A(2\,,0)$	$A'(0\,,2)$	$A''(-2\,,0)$	$A'''(0\,,-2)$
$B(5\,,0)$	$B'(0\,,5)$	$B''(-5\,,0)$	$B'''(0\,,-5)$
$C(5\,,2)$	$C'(-2\,,5)$	$C''(-5\,,-2)$	$C'''(2\,,-5)$

د شکل ښخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویو سره دي.







پوښتنې

1- که $A(0,0)B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعګانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2), B(7,2), C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع ګانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محورونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقی محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې دy مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$ د هرې مستقیمې کرښې میل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفی دی.
- موازی مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایي.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

• په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دی صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d)منفي يو دی.

2- د مستقيمي کرښي معادله چې د y محور سره يې د پريکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښي معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ c) $\frac{y_2 - y_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

۵- د $A(x_1, 0)$ او $B(x_2, 0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکي او د وضيعه کمياتو د مبدآ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د يو مستقيمي کرښي ميل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي. b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي.   d: ټول ځوابونه سم دی.

• خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

۷- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

۸- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي دا کرښې .... دی.

• لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توری اود ناسمې په مخ کی د(ن) توری ولیکئ.

1- ( ) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- ( ) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- ( ) د $T(x, y) = (-x, y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- ( ) د $T(x, y) = (x, -y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- ( ) د $T(x, y) = (y, x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- ( ) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- ( ) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)$ $2:\ (2,3)$ $3:\ (0,-4)$ $4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)$ $2:\ (4,1),(3,-2)$ $3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)$ $2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)$ $2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2}$ $2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3}$ $3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9),\ (4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعګانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمایي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0),B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاځیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا ځیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

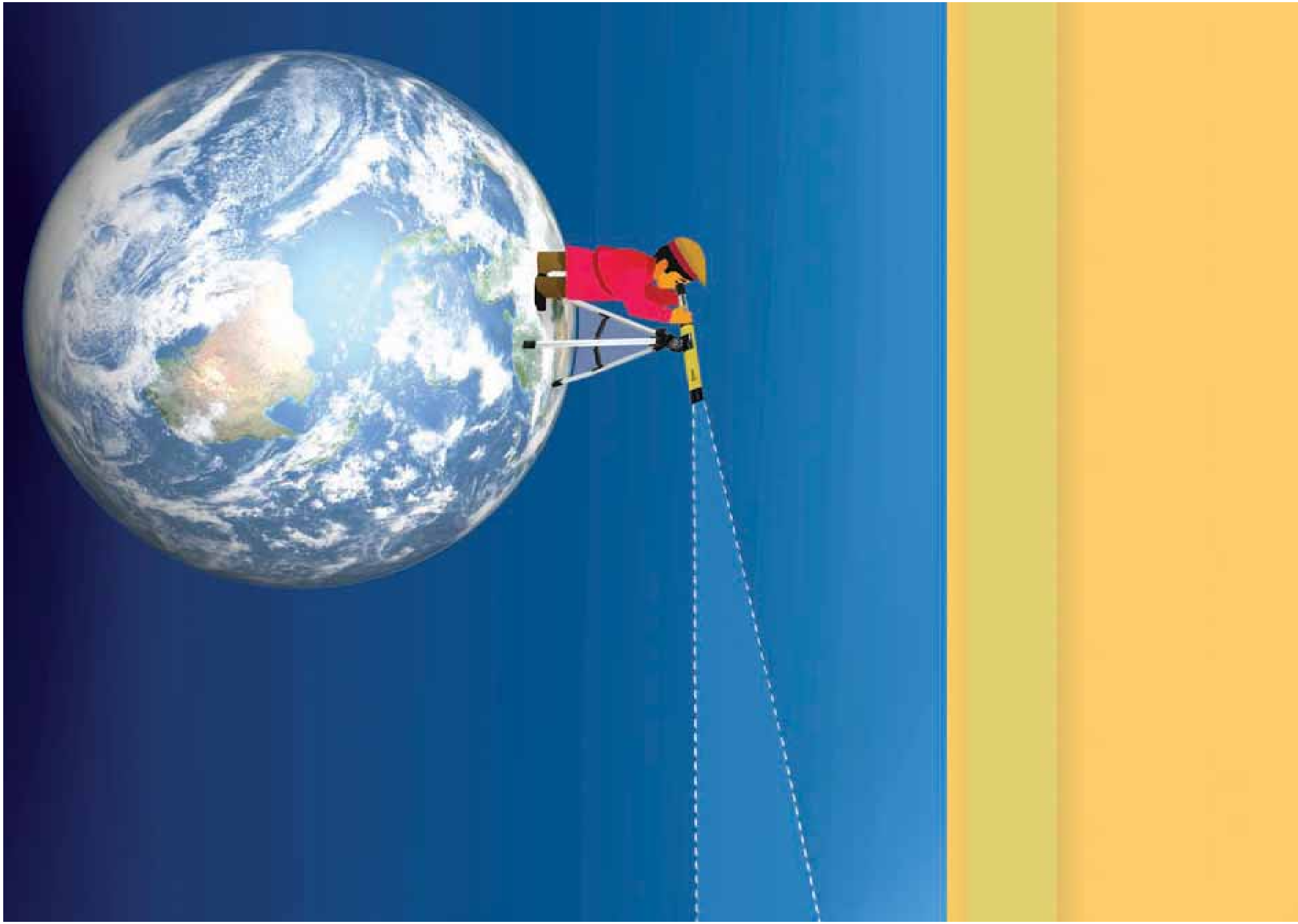
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

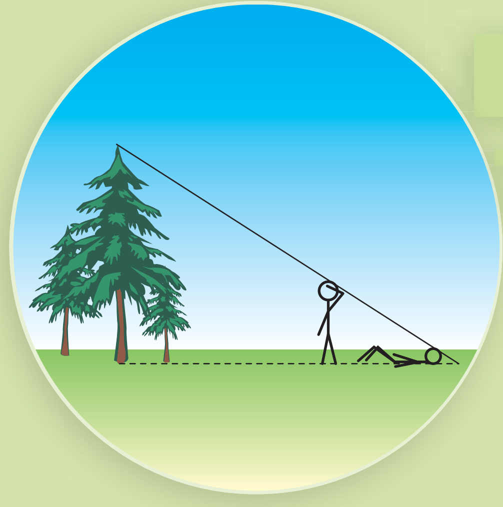
مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

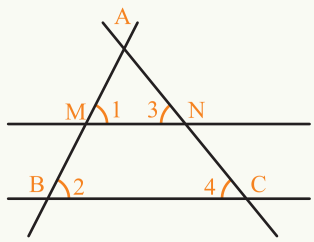
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبري کوي چې د یوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



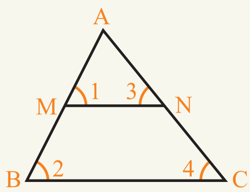
$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\quad}{\quad}$ $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\quad}{\quad}$ $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\quad}{\quad}$

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{MN}{BC}$، $\frac{AN}{AC}$ او $\frac{AM}{AB}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:

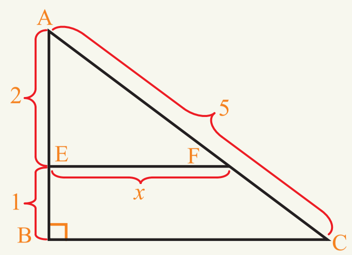


$$\left.\begin{array}{l}\hat{1} = \hat{2} \text{....... متوافقه} \\ \hat{3} = \hat{4} \text{....... متوافقه} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{..... مشترک}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$$

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کربنې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \qquad \frac{2}{3}=\frac{x}{3} \qquad x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

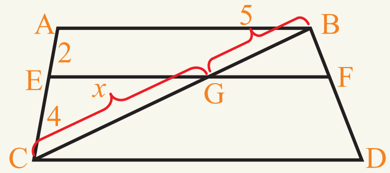
$$AC^2=BC^2+AB^2$$

$$5^2=BC^2+3^2$$

$$BC^2=25-16=9$$

$$\boxed{BC=3}$$

دويم مثال: په لاندې ذوذنقه کې چې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.



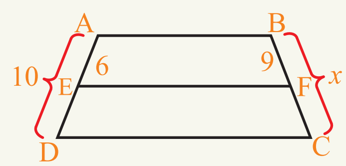
$$\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{CG}}{\overline{CE}} \quad \text{يا} \quad \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}$$

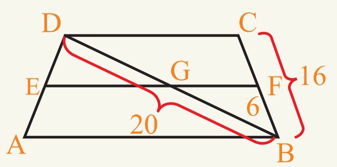
$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$

$$x=10$$

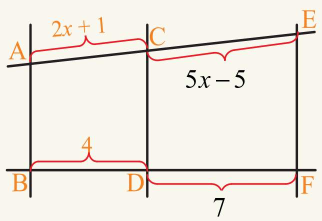
پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.





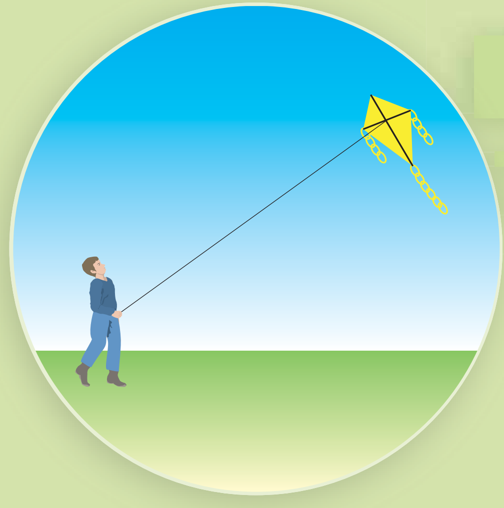
2- په لاندې شکل کې چې $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

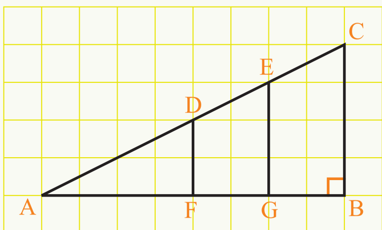
د يوې حاده زاويې ساين



که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعاليت

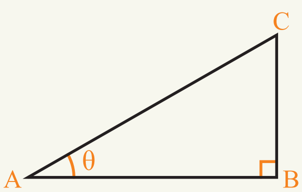
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پريکړې ټکي يې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوي اندازه او د $\frac{DF}{DA} = \frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{DF}{DA} = \frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ ديوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅيړئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کيږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پريږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پيښيږي؟ ويې څيړئ؟

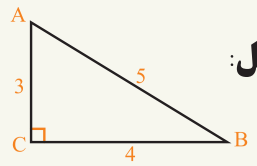
تعريف

په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر پر اوږدوالی تل مساوي له يو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کيږي.



$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

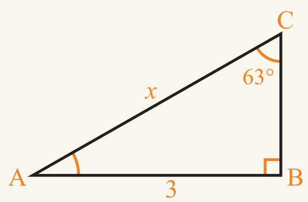


حل:

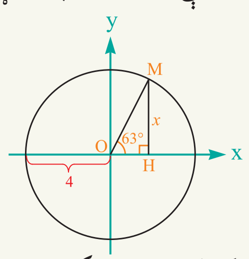
$$\sin A = \frac{\text{د A زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{BC}}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

$$\sin B = \frac{\text{د B زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دویم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پیدا کړئ.



شکل (الف)



شکل (ب)

حل:

د الف جزء: د یوې حادې زاویې د تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

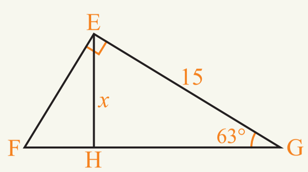
$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

د ب جزء:

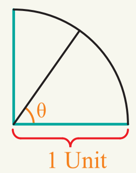
$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې



1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.



2- د دایرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونیسئ.

الف: که د θ زاویه لویه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاویه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاویه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

3- د $80^o, 40^o$ او 65^o زاویې په وار سره رسم او بیا په هره زاویه یو قایم الزاویه مثلث کې رسم کړئ د کرښې یا خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پیدا کړئ او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

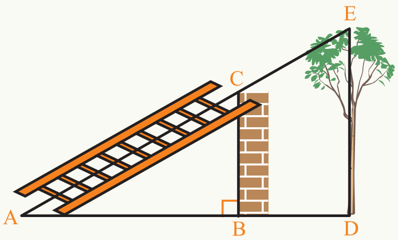
4- یو متساوي الساقین مثلث چې قاعده یې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که یوه څنډه یا ضلعه یې 5 واحده وي د B زاویې Sin ساین پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې كوساين

ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده. يو زده کوونکی غواړي و پوهېږي چې ونه له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوئ؟

فعاليت

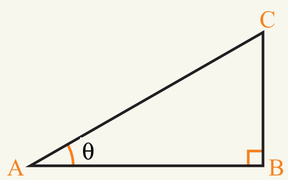


- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{....}{AE}$$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} \cos\theta$$

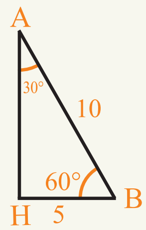


(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^\circ$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د AH جګوالی کولای شو وليکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

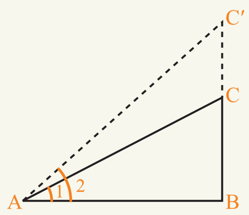
$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که يوه حاده زاويه لويه شي، د کوساين په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دايرې په مرسته خپل نظر بيان کړئ.



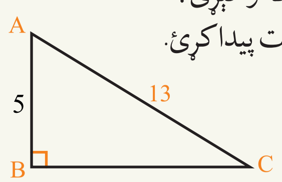
- د $CosA_1$ لپاره يو نسبت وليکئ.
- د $CosA_2$ لپاره يو نسبت وليکئ.
- په تشو ځايونو کې مناسبې علامې وليکئ.

$\overline{AC}$ ☐ $\overline{AC'}$

$\cos A_1$ ☐ $\cos A_2$

2- د 30^o, 45^o او 60^o زاويو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړيکه وڅيړئ؟

3- په لاندې قايم الزاويه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قيمت پيدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو يا څنډو اوږدوالی يې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

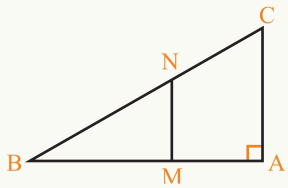
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاویې تانجنت

یو زده کوونکی د بیرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوي چې د بیرغ د میلې اوږدوالی
څنګه پیداکړي؟

فعالیت

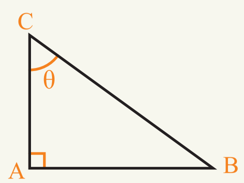
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاویه یې قایمه ده د $\hat{B}$ زاویې مثلثاتي نسبتونه$(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونیسئ چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نیولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا د څنډو له مخې ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخیستنه او داضلاعو یا څنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ ولیکئ.
د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.
- سوچ وکړئ که چیرې $\frac{CosB}{SinB}$ پیداکړو نو دا نسبت د مخامخ څنډو یا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري یا یوازې د زاویې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړی پایله: په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاویې دګاونډي ضلعې د اوږدوالي نسبت یو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاویې تانجنت) په نامه یادیږي.

$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{د } \hat{\theta} \text{ زاویې دګاونډي ضلعې اوږدوالی}}$$

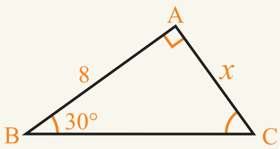


دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډې یا مجاورې ضلعې اوږدوالې د θ زاویې د مخامخ خنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وایي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی د $\tan 30^\circ$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

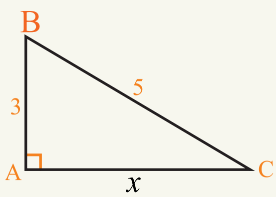


حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



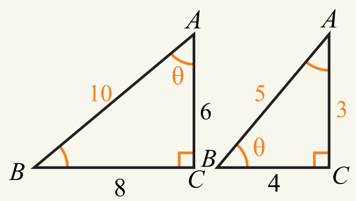
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \qquad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې



1- په مخامخ شکلونو کې $Sin\theta, Cos\theta, \tan\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

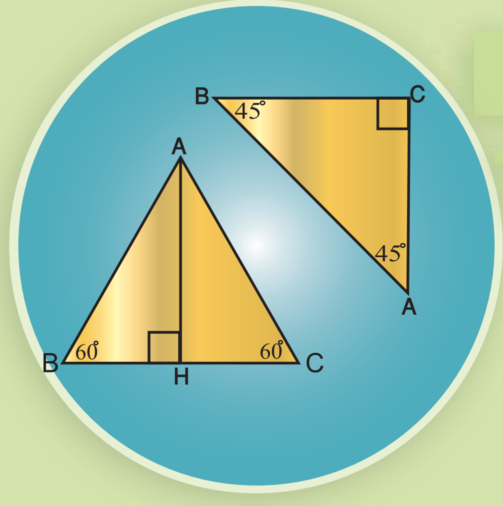
2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاویو مثلثاتي نسبتونه
($30°$، $60°$، $45°$ او $90°$)



مخامــخ مثلثونــه څــه ډول مثلثونــه دي د اضلاعګانو اوږدوالي يې وټاکئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع يا جګوالی رسم کړئ، په دې ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګړتياوې لري.
- د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د جګوالي يا ارتفاع اوږدوالي يا د مثلث جګوالي پيدا کړئ.
- ايا کولای شئ چې د 30^o او 60^o زاويو مثلثاتي نسبتونو عددي قيمت پيدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الساقين، قايم الزاويه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې يا څنډې اوږدوالی يې يو واحدوي.
- هره حاده زاويه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه يې حساب کړئ.
- د 45^o زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاويې / مثلثاتي نسبتونه	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	نا ټاکلی (نا معین)

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطو کې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ$ 2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ$

3) $\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=?$ 4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ$

5) $\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=?$ 6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x=\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=\sqrt{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

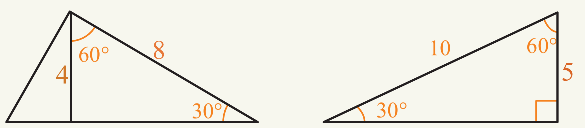
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

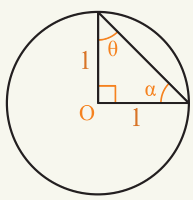
5) $x=\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=1-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.

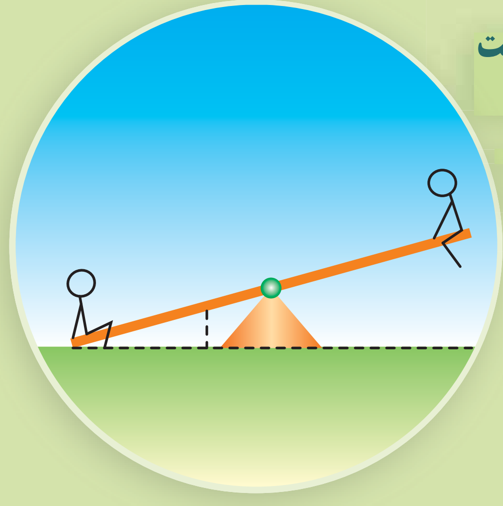




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مستقیم خط د میل او تانجنت اړیکه



د رافعې میل ښـــې یاکیڼـــې خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعالیت

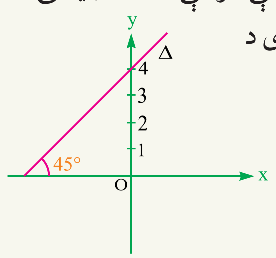
- د $B(0,0), C(1,0)$ او $A(1,3)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وښيئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل ولیکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقیمې کرښې د میل سره څه اړیکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقیم دوه اختیاري ټکي په پام کې ونیسئ، د دې ټکو په لرلوسره د مستقیمې کرښې میل پیداکړئ. ایا د tanB د مستقیمې کرښې د میل برابرې لیدل کیږي؟

د پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې د هغې مستقیمې کرښې میل چې د x له محور سره حاده زاویه جوړوي، د هغې زاویې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره یې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقیمه کرښه د y محور په 4 کې پرېکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقیمې کرښې معادله ولیکئ.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقیمې کرښې میل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^o \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمي کرښې په معادله کې د مستقیمي کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمي کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته يې میل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \qquad , \qquad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې یې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه یې په A وښیئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حاده زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځینې وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمي کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاویه جوړه کړي او د y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

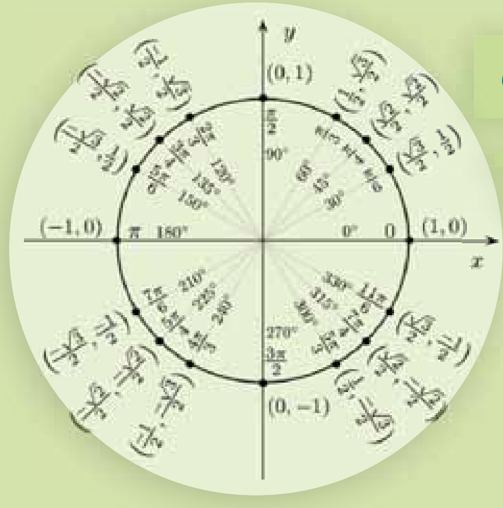
b) $1 + (\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نومورو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعاليت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالی يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنی فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:

د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أساني سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونې وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کې د θ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو څخه گټه اخيستل شوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول مثلثاتی

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90° 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89° 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88° 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87° 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86° 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	85° 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	84° 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83° 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82° 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81° 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	80° 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79° 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	78° 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	77° 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	76° 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	75° 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	74° 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	73° 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	72° 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	71° 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	70° 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	69° 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	68° 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړي او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنې وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستونو کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنې وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښي خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنې پرته لیکه یا سطر کې پیداکوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاويې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیداکړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیداکوو او د جدول په لومړي کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاوېې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ? \qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0,8646$$

(cos)

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړي ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیداکوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

(sin)

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاويو مثلثاتي نسبتونه چې توپير يې لس دقيقې وي راښيي د هرې زاويې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طريقه بيان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طريقه د انټرپوليشن Interpolation په نامه ياديږي او په لاندې مثالونو کې يې ترې کار اخلو:

دريم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاويې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاويې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاويو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاويې مثلثاتي نسبت داسې پيداکوو:

$$\left.\begin{array}{l} \tan 42^\circ 40' \\ \tan 42^\circ 35' \end{array}\right]5 \qquad \begin{array}{l} = 0,9217]\; x \\ 10 = \; x \\ = 0,9163 \end{array} \Bigg]0,0054 \qquad \tan 42^\circ 30'$$

د مثلثاتي نسبتونو توپير		د دو زاويو توپير
0.00054	:	10'
x	:	5'

ليدل کيږي چې د لومړۍ او دويمې زاويې فرق 5 او د لومړۍ او دريمې زاويې فرق 10 په همدې ترتيب سره د tan فرق يې x او 0,0054 دی يعنې که زاويه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan يې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاويه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته ليکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0,0054} \Rightarrow x = 0,0027$$

د x قيمت د کوچنی زاويو له tan سره جمع کوو:

$$0,9163 + 0,0027 = 0,9190$$

$$\tan 42^\circ 35' = 0,9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخيستنې سره د $\tan\alpha, \cos\alpha, \sin\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاويو پيدا کړئ.

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پیداکولی شئ.

فعالیت

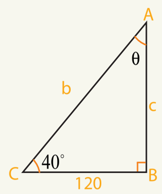
- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه '40 °30 وي بله زاویه یې پیدا کړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه °29 او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیدا کړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوې ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: دیوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه °40 که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90^\circ - \hat{c} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

2, $\tan 40^\circ = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120\tan 40^\circ = 120\cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40^\circ = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40^\circ} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د یوه قایمه الزاویه مثلث وتر $49.7cm$ او یوه قایمه ضلعه یې $25cm$ وي نوموړی مثلث حل کړئ.

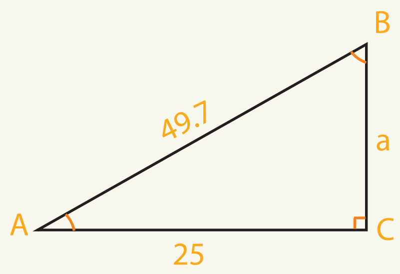
حل: لیدل کیږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر یې داسې پیدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8° = 59°,48'$$

$$2) B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8° = 30,2° = 30°12'$$

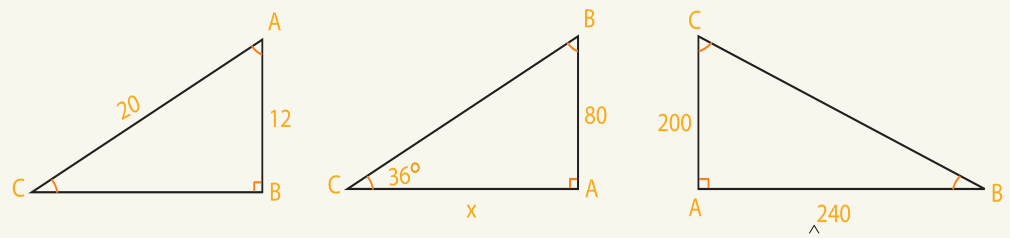
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A}\cdot 25 = 25\cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

1 - د یوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه $38°\ 50'$ او د دې زاویې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو موړی مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



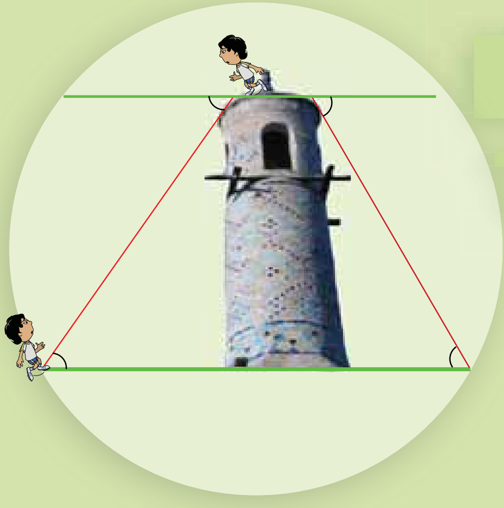
$x = ?$ $\hat{A} = ?$

$x = ?$ $\hat{B} = ?$

$\hat{B} = ?$ $\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جګوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جګوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه

β P_1

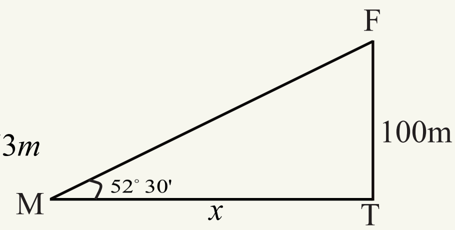
د لید کرښه

α

P_2 د افق کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52° 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږد دوالی $120m$ وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالی یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړی(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړی له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3{,}7 = 444\,ft$$

پوښتنې

1- د هغه ونې ارتفاع پیداکړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75\,ft$ ونې ته نږدی شي.

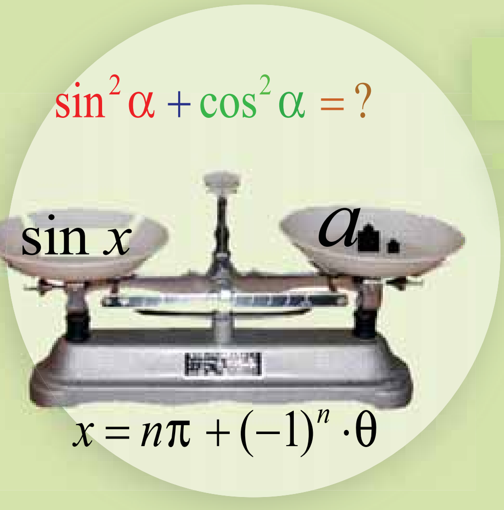
2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20\,ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړیکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاڅو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاویې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه په

لاندې ډول دي:

1 -د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $\quad x = n\pi + (-1)^n \cdot\theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $\quad x = 2n\pi \pm\theta\ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $\quad x = n\pi +\theta\ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قيمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قيمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پريوديک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاويو د فورمولونو په مرسته چې يوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پيدا کړئ.

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1 \qquad\qquad 2\sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2} \qquad\qquad 2\sin x = \sqrt{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \qquad\qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2n\pi \pm\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = n\pi + (-1)^2 (\frac{\pi}{4})$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$c)\ 2\cos 4x - \sqrt{2} = 0 \qquad b)\ 2\sin 3x + \sqrt{3} = 0 \qquad a)\ \sqrt{3}\cot x - 1 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چي ټرايگون او متري چي د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چي د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکي څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د گاونډي يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د گاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه ياديږي $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د cos او sin نسبتونو نسبت د حاده زاويې د cot په نامه ياديږي $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه(α)چي مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه ياديږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه رېښتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ معادله کې، m دهغه زاويې تانجنت دی چي مستقيمه کرښه يې د y محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

د څلورم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$

c) $\dfrac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) a او b

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه ځنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توری او د ناسمې په مخ کې د (ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

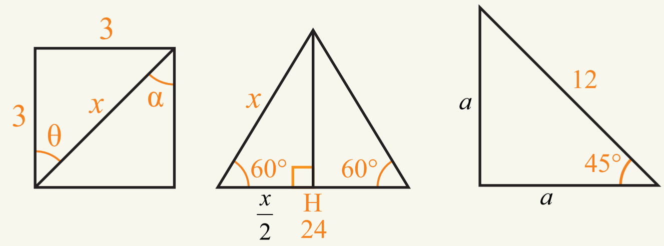
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادله کې د دې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1 + \cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

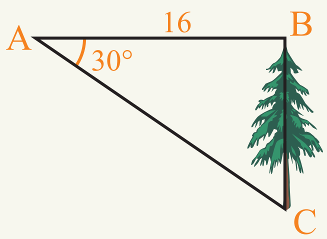
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چیرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$ ، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



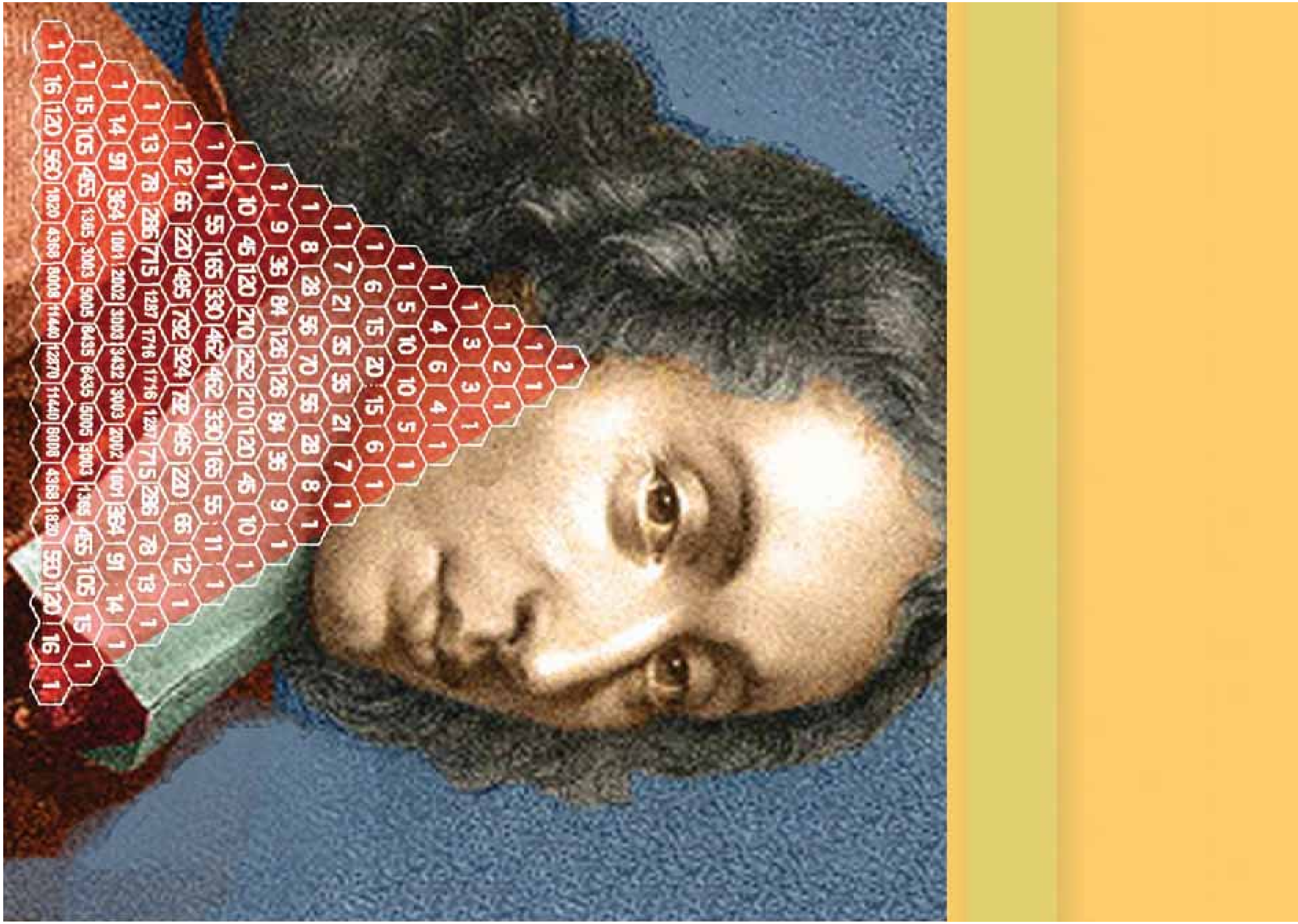
(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی

څو جمله يي

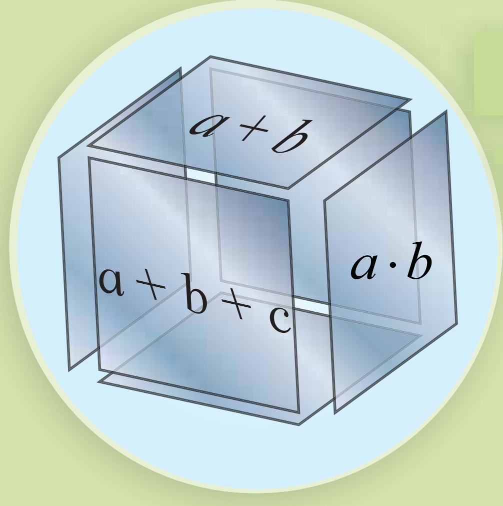
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادې

د مخامخ شــکل په ســطحو ليکل شــويو الجبري افادو نومونه واخلئ.



فعاليت

لاندې افادې په پام کې ونيسئ.

$a)\ 2x \qquad b)\ \frac{1}{3}xy^3 \qquad c)\ \sqrt{2}xym' \qquad d)\ 9x^2$

$e)\ 5x \qquad f)\ 2xy^3 \qquad g)\ 3x^2 \qquad h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- يوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4 \qquad b)\ 3x^2+6x^2 \qquad c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x \qquad d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کيدای، څنګه بايد وليکل شي، د هر يوې لپاره کوم نوم لازم ګڼئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعاليت څخه کولای شو وليکو چې:

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده، (Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدونوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه ياديږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

درجه نظر x ته	درجه نظر y ته	مناسبې نومونې: یوه حده	دوه حده	درې حده	څو حده	الجبري افادې
						$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$
2			✓			$3x^2-7x$
						$6x^2-4x-1$
						$0.4x^2y-2x^4+16y^2$
						$13x-2y^3+6x^3y$
						$3-5+x^2-y^3-2xy$
						$4x^2-2x+6x^2-5x$

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده اود هرې يوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

a) $x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$ b) $\sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

c) $-4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$ d) $4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله یې دي، دهرې يوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

a) $6x^2-4x-12xy^6-2x^5$ b) $8x^6-4xy^6-5x^2$

c) $6x^2y^6m^9$ d) $\sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

e) $3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$ f) $\frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښيې اوافادې ساده کړئ.

$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$

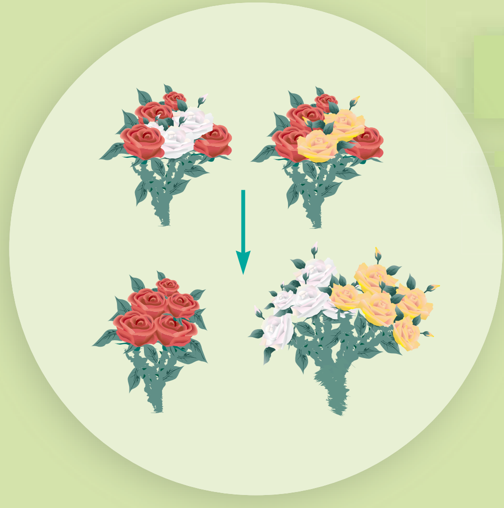
$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$

$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکتورونو تجزیه (فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې ګلونه وينئ؟
کومې غونچې يو بل ته ورته دي؟ يوه غونچه څو
ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځايونه ډک کړئ.

$5x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)x = \ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots x$

$6y = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)y = \ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots y$

- پاسنيو اريکو کې له کومې ځانګړتيا څخه ګټه اخيستل شوې ده.
- د ښی اړخ عددي ضريبونه د کيڼ اړخ د متحولينو له ضريبونوسره څه اړيکه لري.

$3x + 2x = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

$ax + bx = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

- ايا کولای شو چې $a + b$ ساده کړو؟

په پور تنی فعاليت کې ليدل کيږي چې:
د ځينوالجبري افادو په تجزيه کې کولای شوچې د ضرب توزيعي خاصيت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. د ګډعامل په پيژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزيه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

$a)\ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ 3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شويوافادوکې لومړی په ټولوحدونو کې ګډ حد پيداکوو او هغه د قوس مخکې ليکو وروسته ټول حدونه بيل بيل په جمله ويشو اوحاصل يې دقوس په منځ کې ليکو:

$a)\quad ab+ac-ad = a(b+c-d)$

$b)\quad x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

$c)\quad \frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

$d)\quad 3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دويم مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

$a)\ Ax+Bx+Ay+By$ $\qquad$ $b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$ $\qquad$ $d)\ 2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتيبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پيداکووا وبيا يې تجزيه کوو.

$$a)\ \underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$$
$$= x(A+B)+y(A+B)$$
$$= (A+B)(x+y)$$

$$b)\ x^2-4y^2+x+2y$$
$$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$$
$$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$$
$$= (x+2y)(x-2y+1)$$

$$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$$
$$= 2x(x+y)+3(x+y)$$
$$= (x+y)(2x+3)$$

$$d)\ 2x+2y+2x+2y$$
$$= 4x+4y$$
$$= 4(x+y)$$

پوښتنې

لاندې افادې تجزيه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$ $\qquad$ 2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$ $\qquad$ 4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$ $\qquad$ 6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$ $\qquad$ 8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$ $\qquad$ 10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دالجبري افادوضرب چې یوه ګډه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعي او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

فعاليت

- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کېږي؟

2 / 5 , 6 / 3

−3 / 2 , −15 / 5

4 / 6 , 8 / 2

- ديورتنی اړيکي څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:

3 / 4 , … / …

… / … , 10 / 5

… / 7 , 12 / …

… / 11 , 24 / …

4 / … , … / 3

$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

−3 / … , … / 2

$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

… / 8 , 12 / …

$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$

… / 1 , −6 / …

$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي یوه ګډه جمله و لري لیکلای شوچي:

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$

که چیرې وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسي پیداکړوچي دضرب حاصل یې c اود جمع حاصل یې b شي، که دې اعدادوته m او n وویل شي، لروچې:

$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

a) $(t-4)(t+5)$ b) $(a+3)(a+4)$ c) $(x-0.4)(x+0.2)$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ e) $x^2+12x+32$ f) x^2+4x+3

g) $x^2-3x-28$ h) x^2-5x+6

حل:

a) $(t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times 5)=t^2+t-20$

b) $(a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times 4)=a^2+7a+12$

c) $(x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times -2)=x^2-6x+8$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

e) $x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

f) $x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

g) $x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

h) $x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتني

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

a) $x^2+7x+12$ b) m^2-6m-7

c) a^2+a-2 d) x^2-x-20

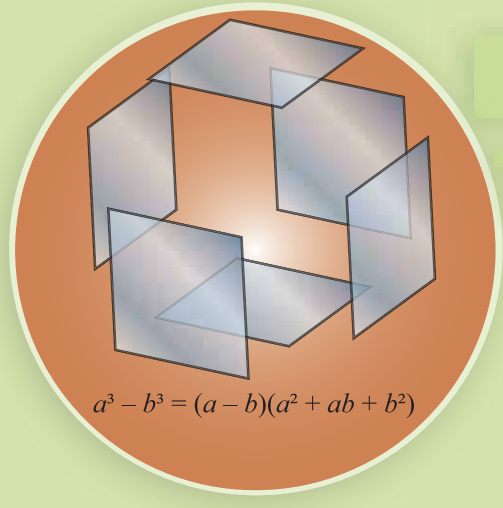
2- لاندې افادې ضرب کړئ.

a) $(2x-1)(x+3)$ b) $(\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

c) $(a-3)(a+4)$ d) $(0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعاليت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو ليکو ترمنځ څه اړيکې ليدل کېږي؟
- ايا کولای شئ يوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره وليکئ.

دپورتنی فعاليت څخه کولای شو دا پايله وليکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښيو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})}=9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچني ګډ مضرب یا دوارو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعي د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

L.C.M

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دوارو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو پراوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملو تجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډ عوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟ هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

ددوو یا څو الجبري افادو کوچنی ګډ مضرب د پیدا کولو لپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملو تجزیه، وروسته هغه ګډ عوامل چې تر ټولو لوی توان لري د ناګډ عواملو سره ضربوو چې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$

$$2x+2 = 2(x+1)$$

$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

لیدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل یې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه یادېږي.

دويم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پیدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پا یله که کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتنې

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره یې ساده کړئ.

1) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5x}\div\frac{3}{10x}$

2) $\frac{3x-1}{x^2+2x-15}-\frac{2}{x+5}$

3) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x+1}-\frac{4}{x^2-1}$

4) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x^3-1}+\frac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

a) $\frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}$, $x\neq 0 \wedge y\neq 0$

b) $\frac{x^2-5x+6}{x-2}$, $x\neq 2$

c) $\frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}$, $x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام دکوم کاربه پایله کې لاس ته راغلي ولي؟

a)
$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & x^2-4x-3 \\ -4x^2-11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x-6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې موولې ویش دکیڼې خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليکل اوترتيبول د يوې الجبري افادې د کينې لورې (خوا) نه ښي لورې (خوا) ته په ترتيب د لوړې درجې څخه کوچنی درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددووالجبري افادو يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وويشی چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ويشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

۵- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشی.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \cline{2-2} \underline{-x^3 \mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-3x^2 \mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x \pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$I-\ \frac{x^3}{x}=x^2$$

$$II-\ \frac{3x^2}{x}=3x$$

$$III-\ \frac{-5x}{x}=-5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادی وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$
\begin{array}{r|l}
x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\
\underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\
x^4+2x^3+x^2 & \\
\underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\
3x^3+5x^2-8x & \\
\underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\
8x^2+4x+4 & \\
\underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\
12x+36 &
\end{array}
$$

د تقسیم مراحل

$$
\left.
\begin{array}{l}
I-\quad \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\
II-\quad \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\
III-\quad \dfrac{3x^3}{x^2}=3x \\
IV-\quad \dfrac{8x^2}{x^2}=8
\end{array}
\right\}
$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څېړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څېړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$
(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36
$$
$$
=x^5-2x^3-8x+4
$$

لیدل کیږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x + 3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x + 3 \\ \cline{2-2}
-x^4 \pm 3x^3 & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \cline{1-1}
\quad -3x^3 + 2x^2 & \\
\quad \mp 3x^3 \mp 9x^2 & \\ \cline{1-1}
\qquad 11x^2 - 3x & \\
\qquad \pm 11x^2 \pm 33x & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad -36x + 1 & \\
\qquad\quad \mp 36x \mp 108 & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 109 &
\end{array}
$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب

که چيري په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتيب سره افاده ساده کوو؟

فعاليت

- دلاندې افادودساده کولولپاره کومې عمليې سرته ورسوو. د عمليې د سرته رسولو ترتيب په شمير سره ونوموئ.

$$3-2^4\times5+(16\div4)$$

$$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$$

$$3x^2-4x(2+x)$$

$$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$$

په پورتني فعاليت کې مووليدل چې دالجبري افادوعمليو په ترتيب سره سرته رسول دعددنود قانون له ترتيب څخه پيروي کوي. ديوې الجبری افادې دساده کولولپاره په ترتيب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

۲- د قوسونويه لرلوسره لومړی هغه ساده کوو.

۳- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي ارخ ته د ضرب اوويش عمليې سرته رسوو.

٤- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي ارخ ته د جمع اوتفريق عمليې سرته رسوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

$$1)\ \frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$$
$$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$$
$$=2m+\frac{51}{4}$$

$$2)\ 2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+x\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+5x^2$$
$$=4x+5x^2+3$$

فعاليت

• مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه ورلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ د کوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ.
ديوکسردمخرج د جذرونو د منځه ورلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه يادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\dfrac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، وروسته د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times-2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دڅپرکي لنډيز

- هغه الجبري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شوي وي دمونوم يا يو حده په نامه يادېږي لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي، لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، دري حده يا ترينوم بلل کېږي، لکه: ax^2+bx+c
- هغه الجبري افادې چې له څوحدونوڅخه جوړې شوې وي او د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وي څوحده يا پولينوم بلل کېږي لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولو لوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکينې خوا څخه ښي خواته له لوی توان څخه کوچني ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوډگډوعواملوچې ترټولو لوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلي وي دساده کولولپاره يې په ترتيب سره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه ورو وريسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د وېش، ضرب جمع او تفريق عمليې له کيڼ څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دڅپرکي پوښتنې

- په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادوضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبوجملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده یوه . . . . حده درجه . . . . .افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربی عوامل . . . . .او. . . . . . . .دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ ویش حاصل عبارت له . . . . دی.

٤- $a^3+b^3=$ (. . . . .)(. . . . .)

۵- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- ( ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادیږي.

۲- ( ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- ( ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- ( ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- ( ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندي سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

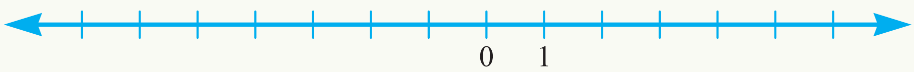
عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دي($<,\leq,>,\geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي

لکه: $4>5$, $2<-3$ ...

فعالیت

- د $3,\frac{-3}{2},\sqrt{2},4-$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښی خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c درې حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b\ ,\ b<c\quad\Rightarrow\quad a<c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت

- دوه غير مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړيکه د کوچنی يا لويي علامو په کار اخيستلو بيان کړئ.
- د غير مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ايا د غير مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتني غير مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفريق کړئ، ايا د غير مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنۍ فعاليت پايله داسې بيانوو:

که $a<b$ وي نو د b,a او c اختياري حقيقي عددونو لپاره لرو: $a+c<b+c$

$a-c<b-c$

فعاليت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړيکه د کوچنی يا لويي علامې($<$) څخه په کار اخيستلو وليکئ.
- د پورتني غير مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ايا د غير مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتني غير مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ايا د غير مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $4<7$ غير مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ايا د غير مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعاليت پايله داسې بيانوو:

د b,a او c حقيقي عددونو لپاره لرو چې:

$a<b$ ، $0<c \Rightarrow ac<bc$

$a<b$ ، $c<0 \Rightarrow ac>bc$

$0<a<b \Rightarrow \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

په ياد ولرئ چې د ويش عمليه د ضرب د عمليې معکوسه عمليه ده، يعني که وغواړو چې يو عدد په a وويشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غير مساوات د ضرب د عمليې ټول خواص د ويش په عمليه کې هم حقيقت لري.

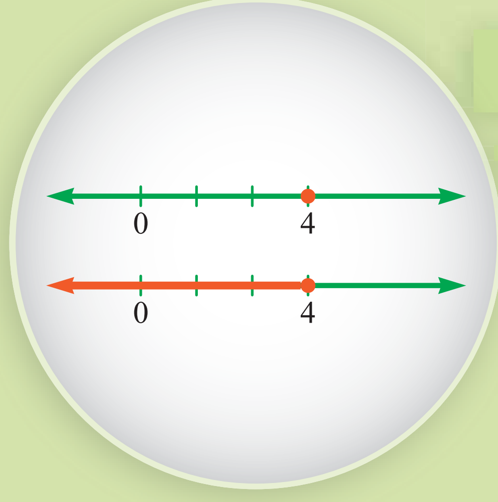
پوښتنې

د $9>-3$ په نا مساوي کې د يو اختياري عدد په جمع او تفريق کولو سره د غير مساوات ټول خواص وڅيړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غیر مساوات حل



د $x=4$ او $x\le 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x+3=7$ معادله، د x د کوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیدا کولای شئ چې په معادله کې ربتینوالی ولري؟
- د x د کوم عددي قیمت لپاره د $x+3<7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتنی غیر مساوات صدق کوي.

د پورتنی فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>,<,\le$ او $\ge$) علامو په مرسته یو له بل سره اړیکي ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړی درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړی درجې نامساواتو بېلګه ده.

$$x+3<0 \quad , \quad 2x-\frac{1}{3}>3-x$$

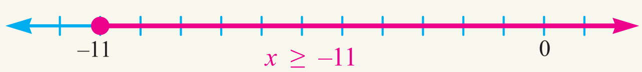
$$6x+7\le 5 \quad , \quad \frac{x}{5}+\sqrt{2}\ge 12$$

په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیداکولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq-7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښییئ.
حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq-7-4$$

$$x\geq-11$$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.
حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفریق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

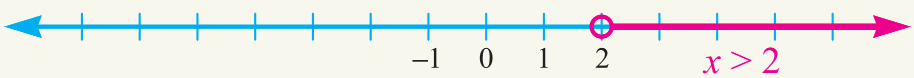
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times4$$

$$x>2$$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(•) او دویم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غیرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقیقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه یو مجهوله یا خطي غیرمساوات بلل کیږي.

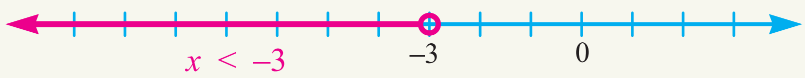
د غیرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نیسو:

- د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره معلوم یو اړخ او مجهول د غیرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قیمت د پیدا کولو لپاره د غیرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضریب د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره ویشو.

دریم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

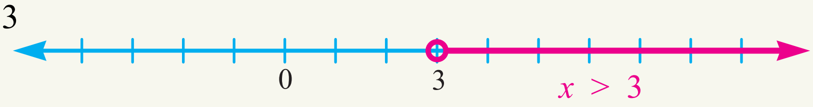
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$
$$2x < -6$$
$$x < -\frac{6}{2}$$
$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غیرمساوات حل کړئ.

$$x + 5 < 3x - 1$$
$$x - 3x < -1 - 5$$
$$-2x < -6$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$
$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

$i)\ 5x + 6 > 0$

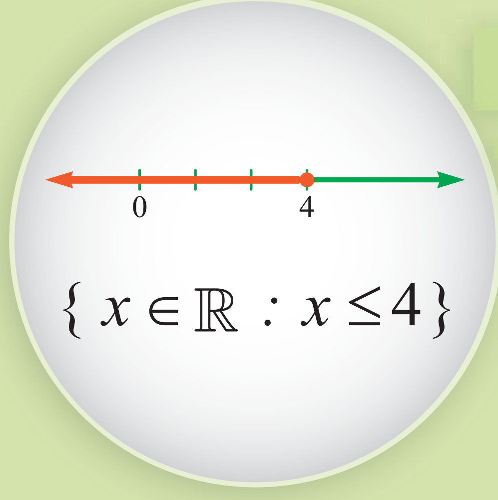
2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

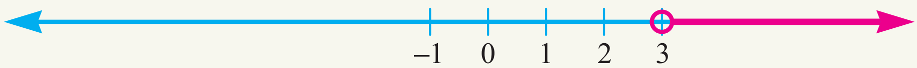
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دهغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سېټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سېټ ته د غیرمساوات حل وایي.

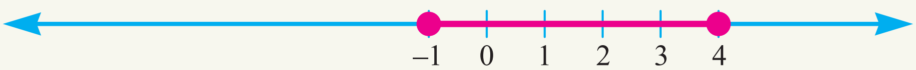
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سېټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سېټ د رياضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقيقي عددونه چې له دريو(3) څخه لوی وي.



ليدل کېږي، چې د عددونو دا سېټ د عددونو د محور يوه برخه ده، چې په رياضي کې ورته واټن(فاصله) يا انټروال وايي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوې هغه فاصله(انټروال) ده، چې له 1- څخه لوی يا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی يا ورسره مساوي دی.

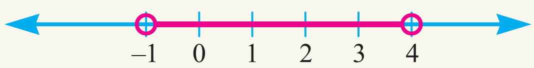


دا فاصله په $[-1,4]$ يا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پيل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن يا فاصلې ته تړلې فاصله وايي.

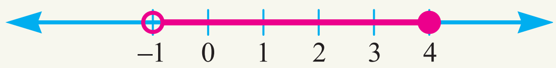
نو که په پورتنۍ فاصله کې د 1- او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن يا فاصله وايي او په لاندې ډول يې ښودلای شو:

$$(-1,4) = \{x \in IR : -1 < x < 4\}$$



که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه يوازې يو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې يا واټن ته نيمه خلاصه يا نيمه تړلې واټن يا فاصله وايي، او هغه په لاندې شکل ښيو:

$(-1,4]=\{x \in IR:\ -1 < x \leq 4\}$



په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقيقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$

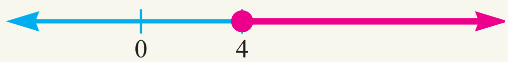
د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$

د a او b نيمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$

د a او b نيمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$

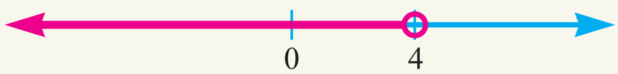
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونيسو چې له يوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله يا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخيستنه چې هغه بې نهايت لولو ښيو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی يا ورسره مساوي وي داسې ښيو:

$\{x\in IR : 4 \leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچنی وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a يو حقيقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقيقي عددونه $(a,\infty)=\{x\in IR : a < x\}$

د a څخه لوی يا ورسره مساوي حقيقي عددونه $[a,\infty)=\{x\in IR : a \leq x\}$

د a څخه کوچنی حقيقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x\in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی يا ورسره مساوي حقيقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x\in IR : x \leq a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل وليکئ او د عددونو په محور يې وښيئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

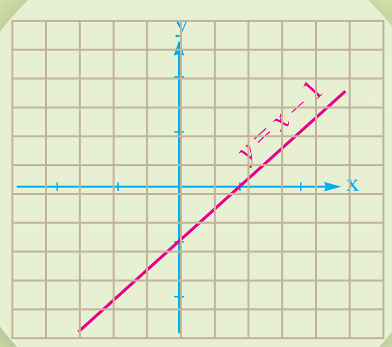
2- لاندې سټونه د انټروال په ډول وليکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \leq x \leq 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \leq x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وی.

فعالیت

- د $2x-4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعالیت ریاضي بیان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x<2$	2	$x>2$
$2x-4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې لیدل کېږي چې د $2x-4$ بینوم په $x=2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قیمتونو لپاره چې له 2 نه کوچنې وي منفي علامه او په هغو قیمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بینوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بینوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قیمت پیداکوو چې بینوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x+3=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x=-3 \quad \Rightarrow \quad x=6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad\Rightarrow\quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad\Rightarrow\quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومی ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0-1$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0-2$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحليل او ټاکل

$$\frac{?}{?} = +$$

$$\frac{?}{?} = -$$

د a ، b حقيقـي عددونـو لپـاره د $\frac{a}{b}$ کسـر، څه وخـت مثبـت او څه وخت منفي علامه لري.

فعاليت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونيسئ.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قيمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- اياکولای شئ په نوموړي افاده کې د x په ځای(۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړي افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړي کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ويش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قيمت پيدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پايله کې د $x<1$ څخه بينوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بينوم د مخرج علامه مثبت ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{3x+5}{2x-2}$	$+$	0	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \qquad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{-x+3}{x}$	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$	0	$-$

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

$a)\ \frac{-x+1}{5+x} \qquad b)\ \frac{x}{x+1} \qquad c)\ \frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$$y > 0$$
$$y < 0$$
?

د x پـه کـوم قیمت سـره د مخامخ کسـري افـاده مثبـت او د x پـه کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتني نامساوي د رښتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتني فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتني فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$
$$4+2x=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له($x<-2$) او له($x>2$) وي افاده مثبته ده، او دهغو قیمتونو شخه چې له(-2) څخه لوی او له(2) کوچنی($-2<x<2$) وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \quad\Rightarrow\quad \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0\Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad\Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

پوښتنې

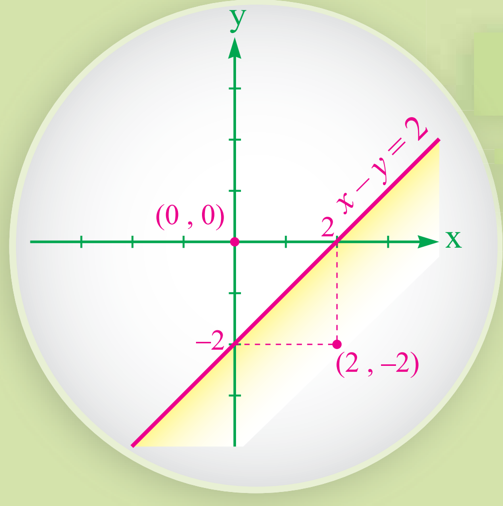
د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.

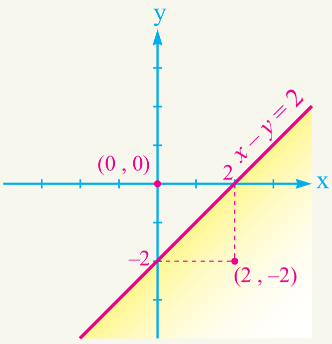
فعالیت

- د (x, y) مرتبي جوړي داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیداکولای شئ چې په پورتني غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایاکولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیداکړئ چې په پورتني غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b, a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبي جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



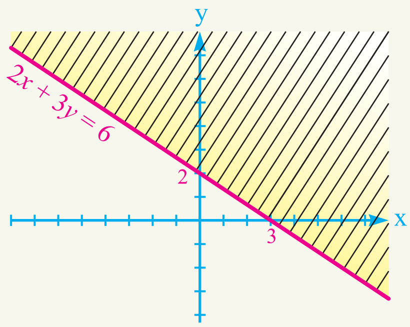
لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیداکړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کیږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.
د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.
د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې تورو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.
پوښتنه: څو نور ټکي د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکئ پورتنۍ پایله وڅېړئ.
دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.
حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکي مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

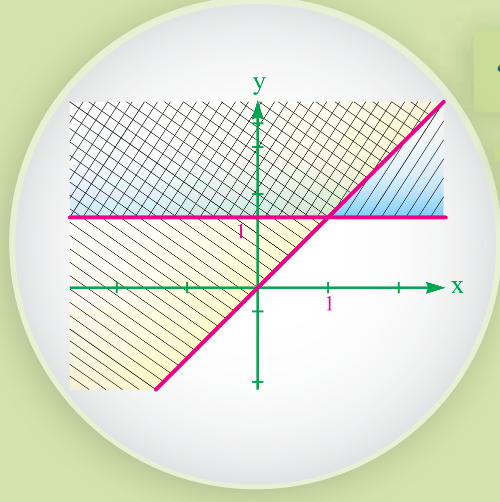
پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$
2) $2y<3x$
3) $x+y>0$
4) $2x-6y\geq 8x+4y$
5) $x+y<0$
6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه



د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.
ایا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښیي.

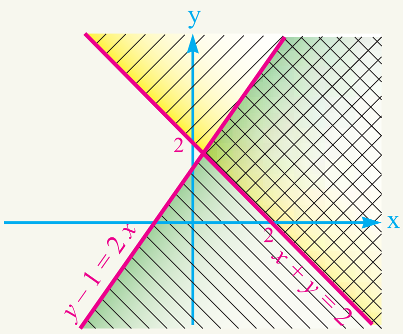
د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دی د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.

هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.

د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.



د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

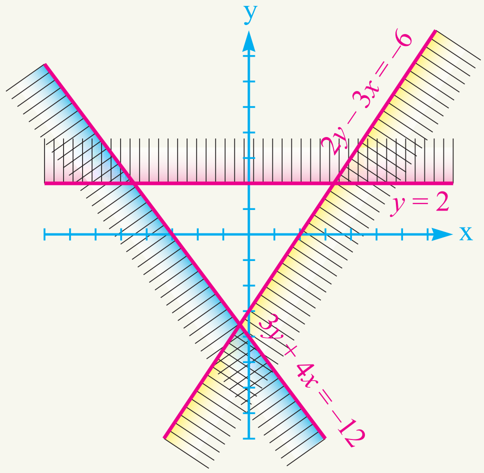
مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعنې:

$$2y-3x=-6 \quad , \quad y-2=0 \quad \text{او} \quad 3y+4x=-12$$

د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نوموړو قیمتونو په مرسته یې گراف په مخامخ بڼه رسموو .



وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي توري شوي ناحیې په شکل ليدل کېږي.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انټروال $[a,b]=\{x\in IR : a\leq x\leq b\}$

خلاص انټروال $(a,b)=\{x\in IR : a< x< b\}$

نيمه خلاص انټروال $(a,b]=\{x\in IR : a< x\leq b\}$

نيمه تړلی انټروال $[a,b)=\{x\in IR : a\leq x< b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ويش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3\leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

• په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $d)$ د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل ست عبارت دی له: $b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$

$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3>-1$ نامساوات د حل ست دی:

$a)\ [-2,\infty)$ $b)\ (2,\infty)$ $c)\ (1,\infty)$ $d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ څخه وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $c)\ -b<-a$ $d)$ جواب های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل ست دی.

$a)\ (-3,3)$ $b)\ (-\infty,3)$ $c)\ (-3,\infty)$ $d)\ (-3,3)$

• تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... ست چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل ست بلل کېږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادېږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادېږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونو لپاره مثبت کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥- د $\frac{1}{5}-x \leq 2x+5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه يوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري وليکئ.

1- (   ) د يوې غيرمساوات د حل سټ يو عنصر لري.

٢- (   ) د $\{x \in R \ : 2 \leq x < 5\}$ يو تړلی انتروال دی.

٣- (   ) د غيرمساواتو د سيستم د حل سټ د وضعيه کمياتو د مستوي يوه برخه ده.

٤- (   ) د خطي غيرمساوات د حل سټونه بې شميره دي.

٥- (   ) څرنګه چې $-2 < 3$ څخه دی نو له دې ځايه دا پايله $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ اخيستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غيرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\leq 3$

2- لاندې انتروالونه د عددونو پر محور وښيئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه ولیکئ او د عددونو پر محور یې وښیئ.

$a)\ \{x \in IR: x \le 2\}$ $\quad b)\ \{x \in IR: x \le 5\}$

$c)\ \{x \in IR: -1 \le x \le 6\}$ $\quad d)\ \{x \in IR: -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غیرمساوات د سیستم حل پیدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

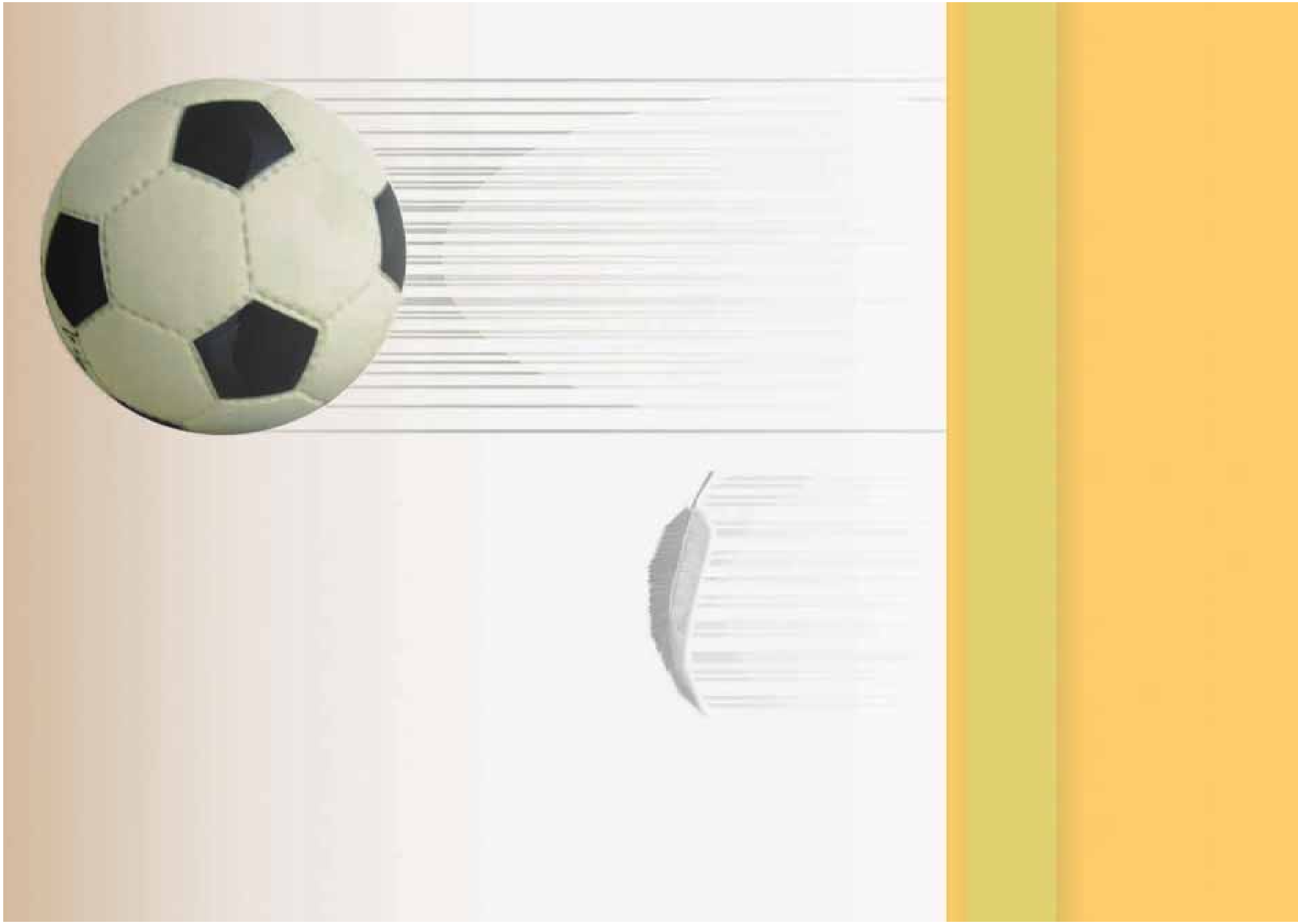
(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپــرکی

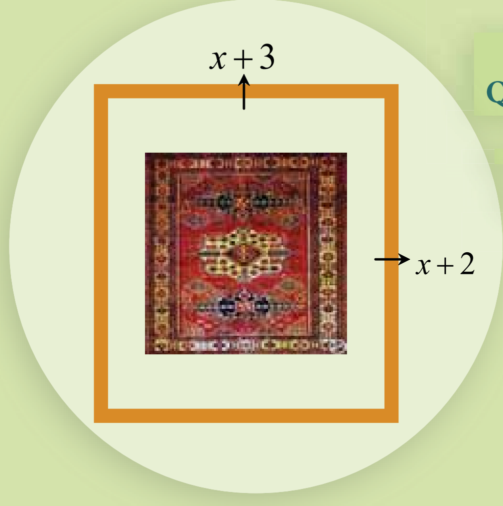
دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویمه درجه یو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کـه چیرې یــوه کوټه د یوې مربع شـکلې قالین په واســطه داسـې فرش شې چې د کوټې اوږدوالی $3m$ او سـور یې $2m$ په اندازه د قالین د څنډې څخه زیاد وي، لکـه مخامخ شـکل، وواياسـت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعالیت

- الجبري افاده تعریف کړئ.
- معادله تعریف کړئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې یوه بېلګه ولیکئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل ولیکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پیدا کړئ.
- د پورتني معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې یو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي یو مجهوله دویمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل يې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې a, b او c حقیقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چیرې $b=0$ یا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نیمګړې دویمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: یو تار چې یو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه یو مستطیل چې مساحت یې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطیل اوږدوالی او سور خرګند وټاکو.

حل: که د مستطیل اوږدوالی x او سور یې په y وښیو د مستطیل محیط I ... $2(x+y)=100$ او مساحت یې $x\times y=600 \ldots II$ اریکې څخه یې لاس راوړو.

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \;\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ I} \\ x\cdot y=600 \;\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ II} \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بنه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅېړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د b, a او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلی	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

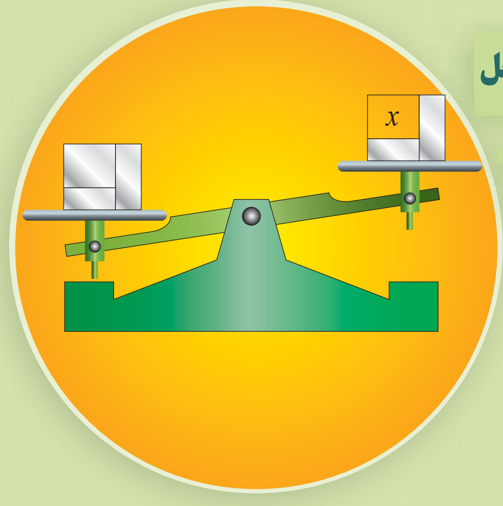
2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمه درجه يو مجهوله معادلې حل



آيا کولای شئ چې د x لپاره داسې قيمت پيدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعاليت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پيدا کړئ.
- پورتنۍ مساوات د x د بيلابيلو قيمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅيړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنۍ پوښتنې په پام کې نيولو سره توضيح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پيداکول يعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قيمتونه چې په يوه دويمه درجه معادله کې برابروالی راولي د يو مجهوله دويمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پيدا کړئ چې مربع يې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چېرې عدد ته x ووايو نو الجبري عبارت داسې بڼه نيسي:

$$x^2=x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتنۍ مساوات څخه د هغې حل پيدا کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.
په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو ترې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.
ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.
حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د پورتنی لارې په څېر د اټکل شویو اعداد په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.
د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعنې د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کیدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

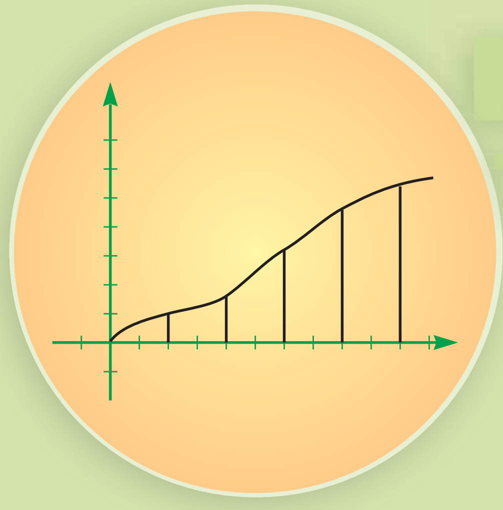
1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطې)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی پــه بېلابېلو وختونوکې په مخامخ ګراف کــې څېړي. ایا تاســې تر اوســه پورې د خپلــې ونې(قــد) د اوږدوالــې بدلون ته ســوچ کړی دی چې پــه بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالی او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکې وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړی د پورته په څېر ټکې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتنی جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې ګراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو ګراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او ګډ حل یې پیدا کړئ.

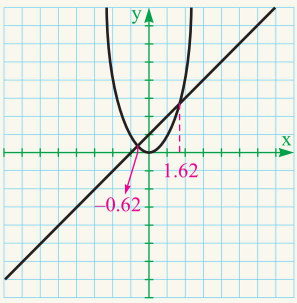
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د ګراف د رسمولو لپاره ترې ګټه واخیسته د پورتنیو معادلو د ګرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو ګرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x + 1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د ګراف له مخې د ګډ حل د ټکو ورنژدې قیمتونه یې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

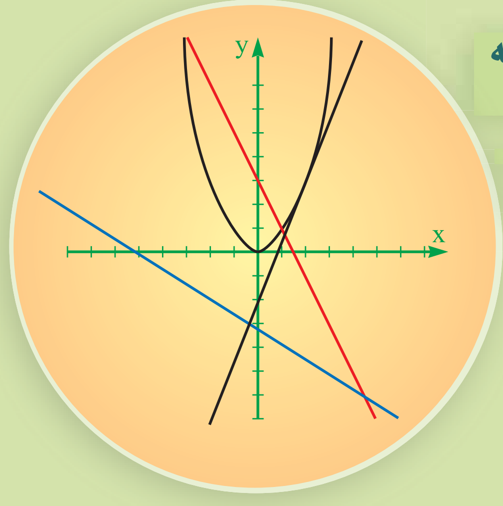
پوښتنې

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x - 2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمي درجي معادلې حل په هندسي لاره(طريقه)



پـه مخامخ شکل کې مستقيم خط له ورکړل شوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2-6x+7=0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2=6x-7$ وليکو؟
- کـه چيرې نوموړی مساوات له y سره مساوي وي $y=x^2=6x-7$ نو $y=x^2$ او $y=6x-7$ دی.
- د $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6x-7 \end{cases}$ معادلو د سيستم گراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم گرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د گرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y=x^2$ معادلې او د $y=ax+b$ کرښه ايزو معادلو په څير وليکو.
- د x ټکی د پريکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمې درجې معادلې حل دی د پورتني کړنې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

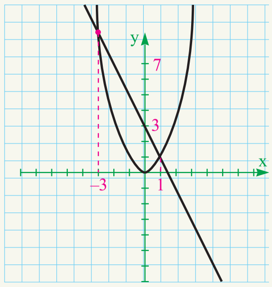
لومړی مثال: د $x^2+2x-3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2+2x-3=0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او گراف يې رسم کړو.

$$x^2=-2x+3 \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=-2x+3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



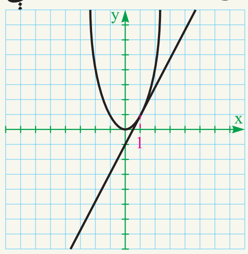
x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	−3

له شکل څخه ليدل کېږي چې مستقيم خط منحني په دوو ښېلو ټکو کې قطع کوي چې د پرېکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعني $x_1=-3$ ، $x_2=1$

دويم مثال: د $x^2+2x+3=0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y=x^2$ معادلې او د $y=2x-1$ مستقيمې کرښې شکلونه رسموو.



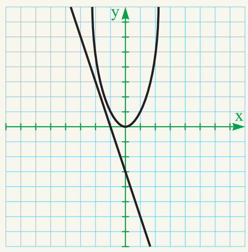
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−1	-3

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2+3x+3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−3	0

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x-3 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چېرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چېرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.

که چېرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

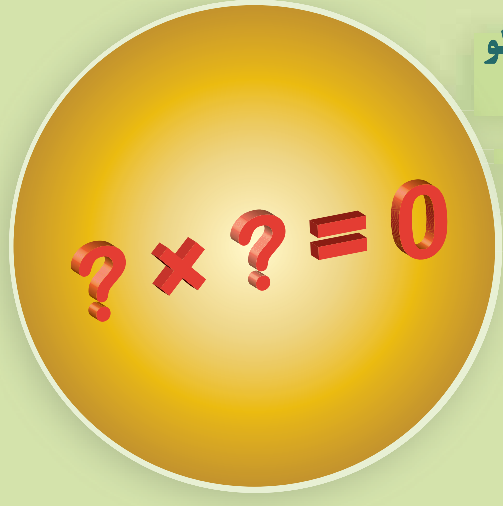
پوښتنې

1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

a) $x^2-2x+2=0$ b) $x^2-6x+8=0$ c) $x^2-5+7=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- که a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونيسئ، ايا ويلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيکه لري؟
- د مخکيني لارې(طريقي) څخه په ګټه اخيستني سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راوړو:

پايله: که وکړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطی افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيي په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيي څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نومورې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکتورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x_1=1$$

$$2)\ x-6=0 \quad \Rightarrow \quad x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيي په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړي، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \quad \Rightarrow \quad x_1=-\frac{1}{2}$$

$$2)\ x-3=0 \quad \Rightarrow \quad x_2=3$$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيي په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

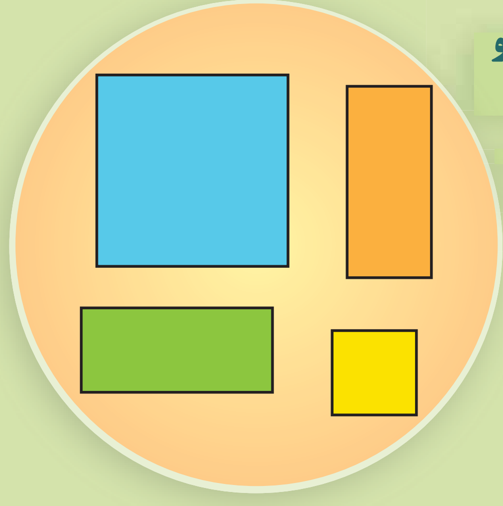
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

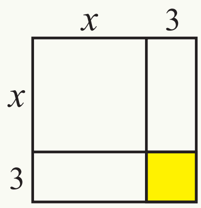
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کيدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړې.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتيبوو چې متحول لرونکی حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته ځای شي.
- متحول لرونکی الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوي مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکی الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلې اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کيږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدليږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$

$$(x+1)^2=9$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

a) $x^2+8x-24=0$　　b) $x^2-x-\frac{5}{4}=0$　　c) $x^2-6x-13=0$

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضریب ووېشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقيقت لري؟ که نه؟

ومو لیدل چې دویمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ لیکو چې په هغې کې b, a او c حقیقي اعداد او a د صفر خلاف یو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{c}{a}\right)$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b, a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قيمت پيدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دويم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پيدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

درېيم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده يعنې

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پيدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړې معادلې په نامه يادېږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو کې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې څخه $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چېرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چېرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چېرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمـه درجـه معادلـو د تشـکيل لپـاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يـا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضريبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3 \ , \ b = 4 \ , \ c = 1$ ب) $a = -3 \ , \ b = 4 \ , \ c = 1$

ج) $a = 4 \ , \ b = 3 \ , \ c = -1$ د) هيڅ يو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1 \ , \ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1 \ , \ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هيڅ يو.

3- د $y = x^2$ معادلې گراف عبارت دی له:

الف) مستقيم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هيڅ يو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقيقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) يو حل لري

• تش ځايونه ډک کړئ.

1- د يو مجهوله دويمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کليمه وليکئ.

1 - (   ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقيقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2-4x=0$ معادلې يو حل صفر دی.

4 - (   ) د دويمې درجه معادلې د تشکيل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ ياد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چيرې په يوه دويمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله يو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضريبونه و ښيئ او ووایاست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزيې په لار(طريقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}\,x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزيې په طريقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\frac{x}{5}=\frac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

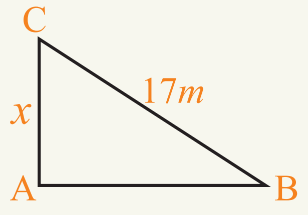
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دی.

$a)\ -2,0.5$ $\qquad b)\ 3,-1$ $\qquad c)\ 0,2$ $\qquad d)\ \sqrt{2}-1,2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



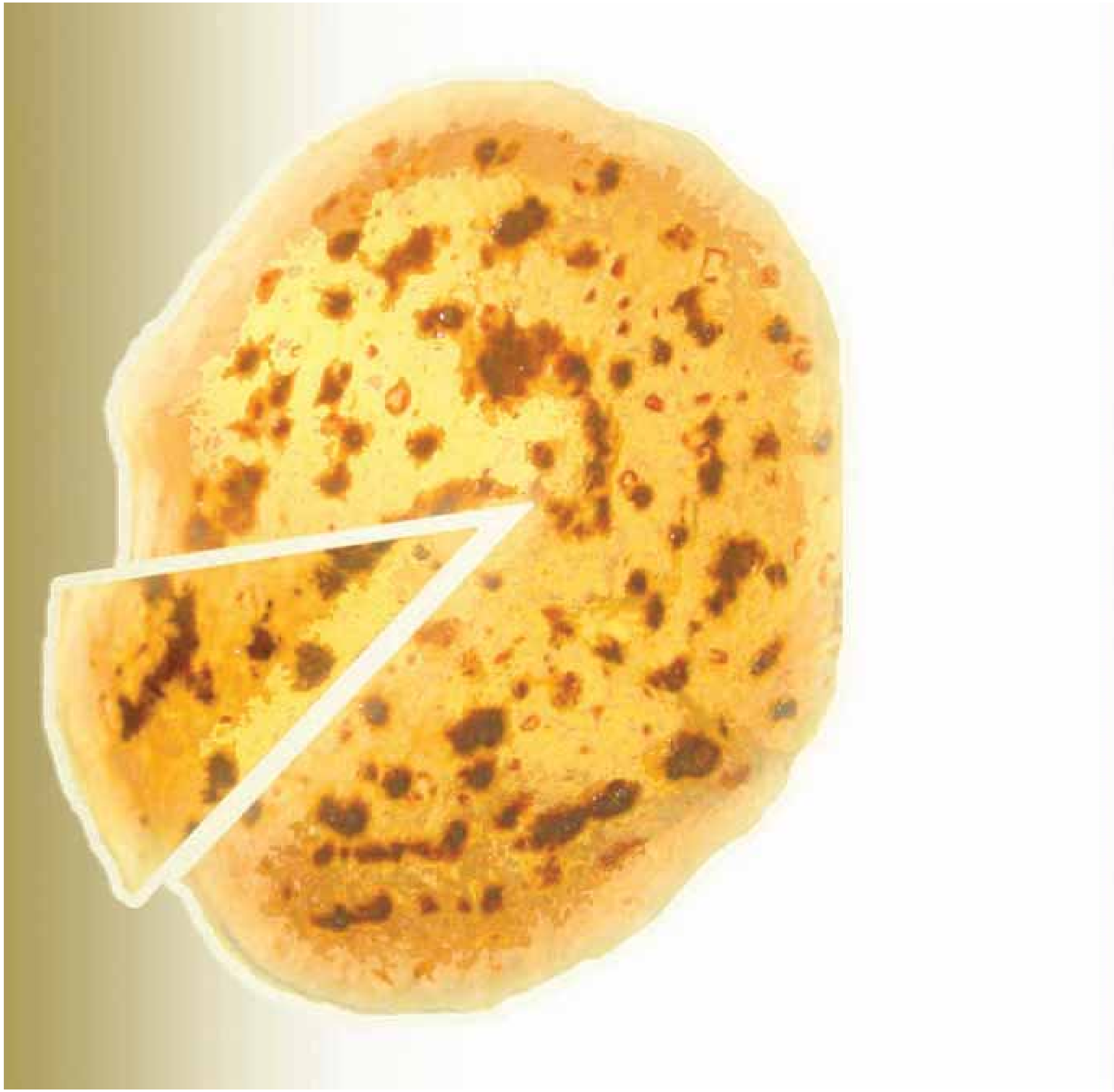
(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپرکی

احصائيه

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیتا (Data) د ګېډې کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګی کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلیپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟

تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمیرل کیږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمېر کورنیو شمېر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

52	49	40	42	45	53	35	38	40	43
51	55	38	39	44	37	46	41	50	56

غواړو دا راکړل شوی دیتا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډېر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوی دیتا data له منځه یوسئ؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنی کورنی پیدا کړئ.
- د لږو او ډېرو دیتاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګیډیو په شمېر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د کورنیو شمېر	د کلیو شمېر
35 - 41	
42 - 48	
49 - 56	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډیټا data د دسته بندي یاګیډۍ کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د ډیټاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وویشئ او د اوږدوالي په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوي داسې راغلي دي:

163	165	161	140	157	160	152	151	152
149	153	146	154	174	172	170	166	164
177	158	146	169	170	172	165	175	172
						168	165	160

دا ډیټاګانې په څلور دستو یا ګیډیو کې ځای په ځای کړئ.
- که چیرې د ناروغانو شمیر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$140 =$ ترټولو ټیټ رقم

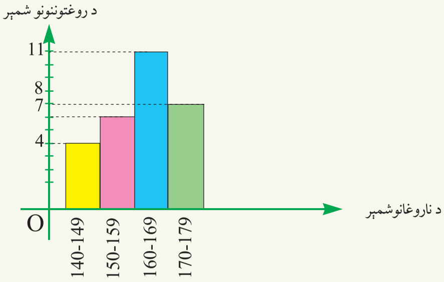
$177 =$ تر ټولو لوړ رقم

$177 - 140 = 37 =$ ټیټ رقم – لوړ رقم

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالي دپیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمیر ویشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې یا ګیډۍ په اوږدوالي کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانۍ لپاره دا عدد رونډ ډون یا کښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډۍ اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمیر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

$$\overline{X} = \frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30} = \frac{4865}{30} = 162.1$$



پاملرنه وکړئ که چېرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعني روندې‌اف نه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.
په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعني 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعني د دویمې ګیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډېرې داتاګانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دګیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X} = \frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30} = 161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

10	50	65	33
48	5	11	23
37	26	26	32
17	7	13	19
29	43	21	22

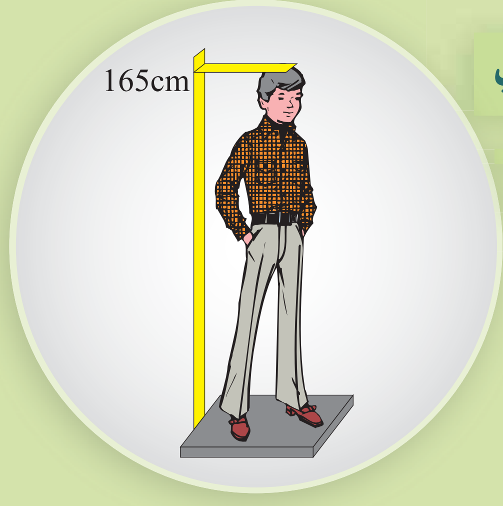
- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلېی یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلېی کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلېی اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

2- یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلېیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلېی کولو ګیلېیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا ټیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمیر په ټیک ډول و وایئ.
- ناڅاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایې د ونې اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا ټیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

153	148	151	138	136
142	131	141	141	139
152	159	139	132	146

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمېر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱٤۰ عدد یو وار د دستو یا ګیډیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندیني سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱٤۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یا ګیډۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیډۍ یا دسته بندي کې د یوې دستې یاګیډۍ پورتنی سرحد به له کوزني سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتني ګیډۍ یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیډۍ کې او د ٤۰ عدد په دریمه ګیډۍ کې لوېږي د ګیډیو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمیر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې راښيي په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیډیو مرکز، او data منځنۍ قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط یا منځنی قیمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام یې
نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعالیت

اوریدلی مو دي چې هغه زده کوونکی چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په شلورو څانګو کې له خاصو ضریبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځیو ته ویشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبیات د 2 په ضرب	ټولنیز علوم د 2 په ضرب	طبیعي علومو د 3 په ضرب	ریاضي د 4 په ضرب
ضریب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دویم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دویم زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	60	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

مضمون	د لومړی زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	61	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنی یا وسطي قیمت پیدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت ډېره اغیزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت لږ اغیزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د ریاضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزیاتې شي منځنی یا وسطي قیمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنیزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زیاتې شي.

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوې وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره ترلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستې دی.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شېر
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفي نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
فزیک	A	3	4	$4 \times 3 = 12$
کیمیا	C	2	2	$2 \times 2 = 4$
بیولوژي	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
ژبه	A	1	4	$4 \times 1 = 4$

$n = 12$ د کریډتونو شمېر

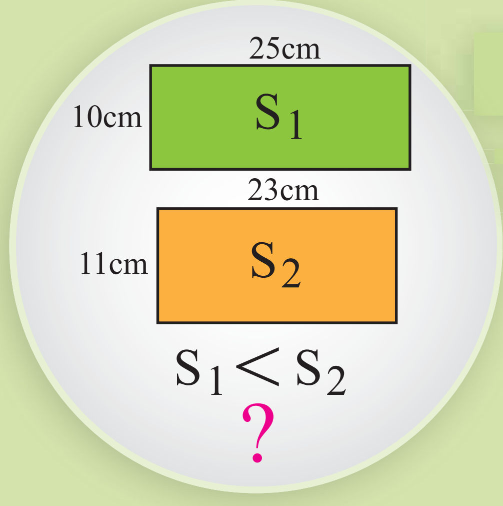
$$\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$$ = وزني اوسط یا منځنی

پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکی نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکی د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطیلي ګراف
Histogram

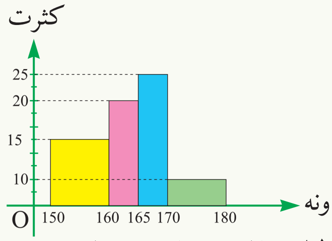


که د یوه مستطیل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور یې 10 سانتي متره او د بل مستطیل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور یې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطیلونو مساحتونه پیدا او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

فعالیت

دیوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10

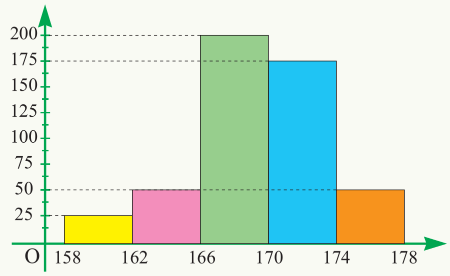


- په پورتنۍ ګراف کې د مستطیلونو قاعدې څه شی راښیي.
- د هر مستطیل مساحت په لاس راوړئ. د مستطیل مساحت څه شي راښیي.
- د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښیي.
- پورتنۍ ګراف له میله یې ګراف سره څه توپیر لري.

یو ځل بیا د یوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه یې په لاندې جدول کې ورکړ شوې ده په پام کې ونیسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
- میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د ډیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.

که د دستو یا ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی (ارتفاع) یوه ګډه واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واره واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د 45 – 40 ګیډۍ لپاره یو واحد

د 50 – 45 ګیډۍ لپاره یو واحد

د 60 – 50 ګیډۍ لپاره یو واحد

د 70 – 60 ګیډۍ لپاره یو واحد

د 90 – 70 ګیډۍ لپاره یو واحد

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیدا کولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1}=4 \rightarrow \frac{4}{5}=0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1}=6 \rightarrow \frac{6}{5}=1.2$$

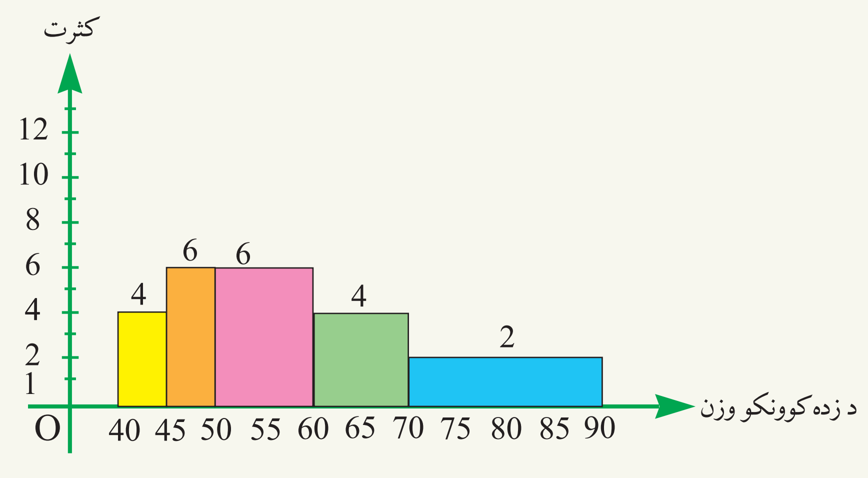
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2}=6 \rightarrow \frac{12}{10}=1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2}=4 \rightarrow \frac{8}{10}=0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4}=2 \rightarrow \frac{8}{20}=0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



پوښتنې

1- لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2- د يوه ټولګي 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دي.

122	117	114	112	130	92	118	109	113	115
118	116	106	111	112	124	113	108	107	127
114	100	103	115	124	110	118	118	107	121
110	116	126	121	135	104	123	116	124	104
112	117	113	107	103	102	129	98	134	94

– نوموړو داتاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګډيو اوږدوالی يې مساوي وي.

– د دې ډيټاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.

– څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دایره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدایي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاوېې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بیلې کړئ. د هرې زاوېې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره وټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیتاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناځاپي یا اتفاقي متحول د دیتاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یاګیلۍ او ټولې دیتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګیډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعنې:

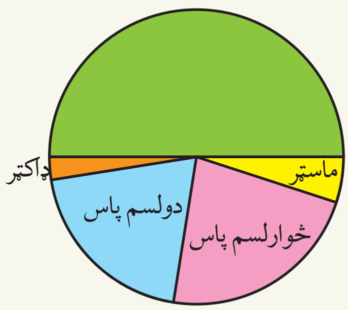
$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر يې ۲۰۰ او د تحصيل د درجې له مخې ويشل شوی دی.

د تحصيل درجه	دولسم پاس	څوارلسم پاس	ليسانس	ماستر	ډاکتر
د کارمندانو شمېر	40	45	100	10	5

د دې ديتا دايروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصيل درجه	کثرت	مرکزي زاويه د درجې له جنسه
ډاکتر	5	$\frac{5}{200} \times 360^\circ = 9^\circ$
ماستر	10	$\frac{10}{200} \times 360^\circ = 18^\circ$
ليسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360^\circ = 180^\circ$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360^\circ = 81^\circ$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360^\circ = 72^\circ$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نيولو سره د کورنيو دايروي ګراف د جمعيت له مخې رسم کړئ.

د کورنى نوع	ډېر جمعيت سره	منځنی جمعيت	لږ جمعيت	جمع
د کورنى شمېر	11	23	6	40

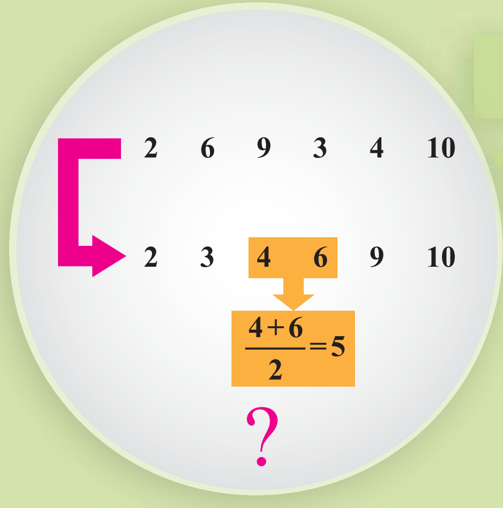
– دايروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د ديتاګانو کثرت دوه برابره کړو، ايا مرکزي زاويه يې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median

که له تاسي څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسي څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډېر څله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟
که له تاسي پوښتنه وشي، چې تاسي د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسي دي سوال ته ځواب ورکوئ.



فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندي دیتاګاني په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار یې شمېر مخکنی داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندي دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر یې وروسته او د مخکنی له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیلیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندې data میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5 = \frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو شخه وروسته د داتا شمېر د پنځو شخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 ,2 ,3 او 0 ,2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 ,4 ,0 ,12 ,15 ,5 ,6 ,5 ,0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې يې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې يې وښیئ.

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زیات توپیر پیدا کړئ ایا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعالیت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پیدا کړئ.
- أیا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت یو شان دی.
- که چیرې دیتاګانې و نه لرو، ایا د دیتا د لږو او ډیرو توپیرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله یې کړو.
- ایا د بدلون یا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د دیتا د یووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعریف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونیسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زیاتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زیاتوالي پایله راکوي.

د پورتني فعالیت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه یادېږي. دا معیار د جګې او ټیټې دیتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه باید وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په یوه ټولنه کې د توپیر یا پراګندګي ډیر والی دی هر څومره چې دا توپیر کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د یوې ټولنې وګړي د دې ځانګړتیا له مخې یو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د څیړنو د ځانګړتیاوې سره برابرې او یو شان وي په دې حالت کې ټولنه یوه متجانسه ټولنه بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازموینې نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دوارو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دوارو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

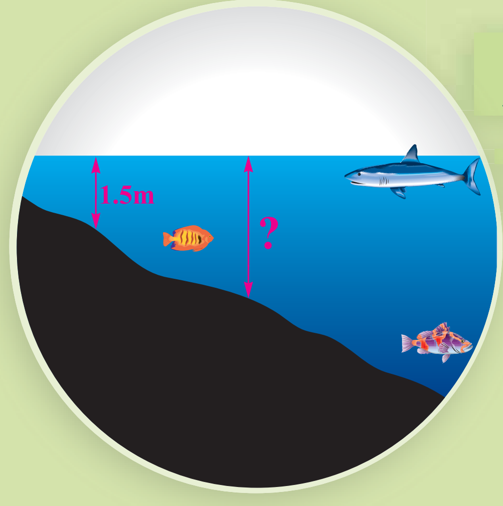
پوښتني

1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

1 ,2 ,5 ,6 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,15

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او ووایاست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمرې اخیستي دي.

12 14 16 18 20

- د دې نمرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو دیتاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې دیتاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې دیتاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلی قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو دیتاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعالیت څخه پوهیږو هغه توپیر چې د دیتاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادیږي.

د data د منځنی یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څیړنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمیر یې وویشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کیږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابیږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\ldots+|x_n-\bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د د دیتاګانو منځنی یا اوسط او n د دیتاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوې دی.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنی پیداکړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنی مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
1 n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعی حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنی پیداکړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګيلۍ د هغو ډيټاګانو مجموعه ده، چې د ګيلۍ ځانګړتياوې ولري. د ډيټاګانو د ګيلۍ کيدو يا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نيسو:
  - د تحول ساحه: د ډيټاګانو د ډير لږو او ډير زياتو تر منځ وسعت.
  - د ګيلۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډيټاګانو د ګيلېو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
  - د ګيلۍ مرکز: د هرې دستې د منځنی محاسبه.
- په دسته بندي کې که متحولونه پيوسته يا پرله پسې وي د وروسته ګيلۍ پورتنی سرحد د مخکينی ګيلۍ يا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډيټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډيټاګانو په وروسته ډيټاګانو پورې اړه لري.

د ډيټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډيټاګانو د شمېر سره برابره دی.

- فرض کوو د $data\ X_1, X_2 \ldots X_n$ په ترتيب د $W_1, W_2 \ldots W_n$ ضريبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	…	X_n
د وزن ضريب	W_1	W_2	…	W_n

- په دې حالت کې د پورتنی داتاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزنی اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots\ldots + w_n x_n}{w_1 \quad + \quad w_2 \quad + \ \ldots\ldots + w_n}$$

- هستوګرام يا مستطيلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزيع يې د مستطيلونو په مرسته ښودل کېږي.

د مستطيل جګوالي د دستې يا ګيلۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطيل مساحت د دستې يا ګيلېو د اوږدوالي او د دستې يا ګيلۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطيلي ګراف کې مستطيلونه يو بل سره ترلی او د ترليو(پيوسته) متحولينو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړۍ دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^{\circ}$$

- د میانې د پیداکولو لپاره په لومړۍ مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:

- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځۍ یا اوسط ده.

- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.

- د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساحهٔ کې بدلون کوي.

- د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.

د انحراف منځۍ یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستې مرکز	کثرت	ګیډۍ(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

● پورتنی جدول د کومې دسته بندۍ ګراف راښيي. پیوسته یا نښتی یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستې مرکز	کثرت	ګیډۍ(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

● مستطیلي ګراف یې رسم کړئ.

3-د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوې ده داسې چې:

● د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ
● د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ
● د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ
● د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ
● د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوي او دایروي ګراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمایې ویش په ملیون	سرمایه په فیصدي	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمېر کورنۍ د خپلو غړو د شمېر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوي دي.

کورنۍ	18	12	15	8
دکورنۍ غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

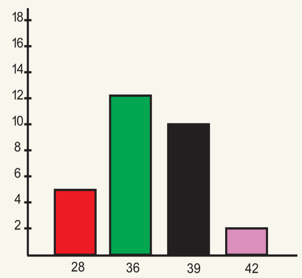
- دګیډی مود مشخص کړئ.
- دګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:

1 5 7 9

- د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

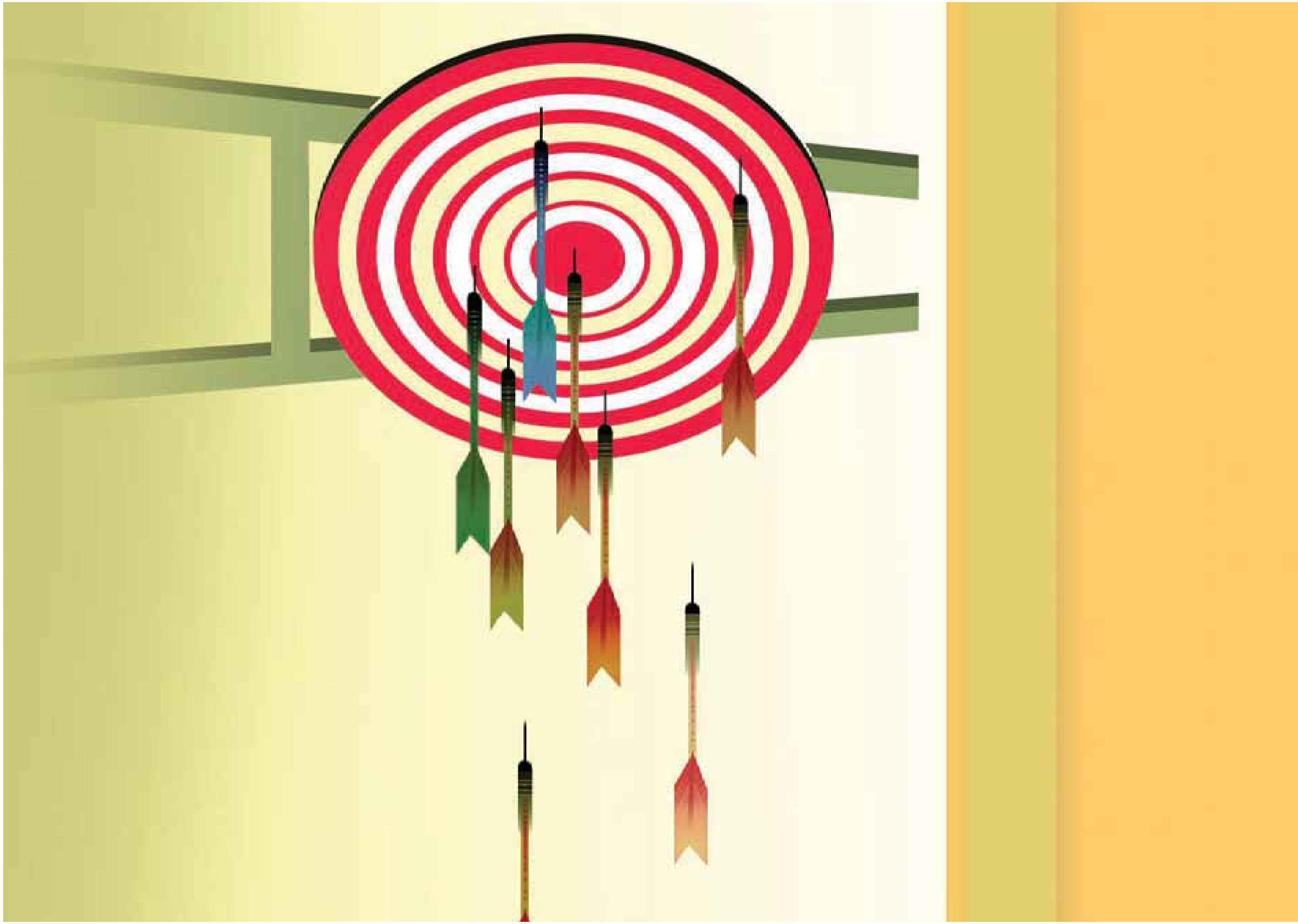
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی

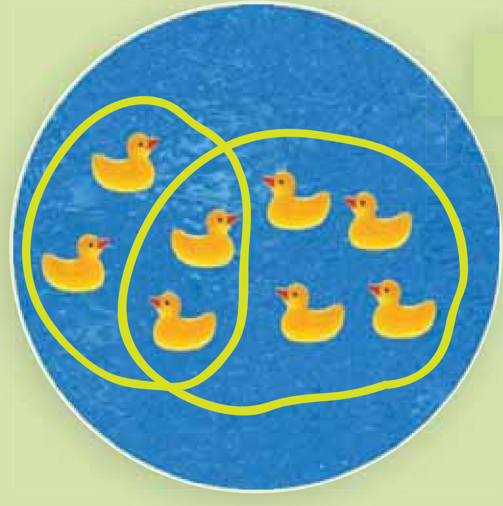
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې یو ځای خو هیلۍ وینئ.

هیلۍ په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ او $C = \{1,2\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د A او C ناڅاپي پېښې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- که د A یا د B پېښې رامنځ ته شوي وي ایا ویلی شئ چې د $A \cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختیاري پېښه چې هیڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه یا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ویلی شئ چې د $A \cup \phi$ او د A پېښې یو د بل سره څه توپیر لري؟

د پورتني فعالیت پایلې په عمومي ډول د S په نمونې فضا کې د A, B او C ناڅاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پایله:

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د $A \subseteq B$ ناڅاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A \cup B = B$$

- که چیرې د S په یوه نمونه فضا کې د A او B ناڅاپي پېښه وي، د $A \cup B$ او $B \cup A$ پېښې یو بل سره توپیر نه لري؛ یعنې:

$$A \cup B = B \cup A$$

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د A یا B یوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A \cup B$

پیبنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

• د A پیبنه د S په نمونه يي فضا کې پیبنه شوې ده او يوه بله پیبنه چې هيڅ نه پيښيږي، يعني ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پیبنه را منځ ته شوی ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A يا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بيلې ناخاپي پیبنې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په يوه مثال کې يې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیبنې په پام کې نیسو ليدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1 , 2 , 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د يوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیبنو لپاره د يو مثال(بېلګې) په مرسته د لاندې اړيکو سم والی وښيئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په يوه مثال کې وښيئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چيرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیبنې سره برابرې وي، په يوه ګراف کې وښيئ چې د A ناخاپي پیبنه د B ناخاپي پیبنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپي پېښو تقاطع

د نور اصلي رنګونو د پرېکړې څخه کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د یوې دانې د اچولو نمونه یي فضا $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A = \{2,4,6\}$ ، $B = \{4,6\}$ او $C = \{1,3,5\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د $A \cap B$ او $B \cap A$ ناڅاپي پېښې یو بل سره څه اړیکه لري.
- ایا د A او B پېښې د $A \cap B$ ناڅاپي پېښه په برکې لرلی شئ که نه؟
- وښیئ چې د $C \cap B$ ناڅاپي پېښه یوه ناشونې پېښه ده.
- که د B پېښه د A پېښه په ځان کې ولري، د A او $A \cap B$ ناڅاپي پېښې سره پرتله کړئ.

د پورتنې فعالیت څخه کولای شو لاندې پایلې په عمومي ډول بیان کړو.

پایله:

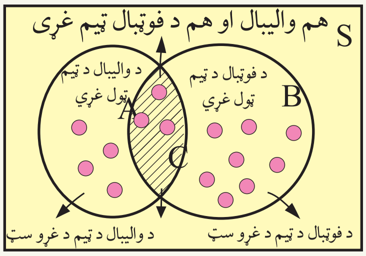
د S په یوه نمونه یي فضا کې د A, B او C ناڅاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A \cap B$ او $B \cap A$ ناڅاپي پېښې یو شان دي.
- د A او B ناڅاپه پېښې هره یوه یې د $A \cap B$ ناڅاپه پېښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پېښو چې تشی نه $A \cap B = \phi$ وي په دې حالت کې د A او B پېښې یوه له بله بېلې پېښې بلل کېږي.
- د A پېښې لپاره لرو:

$$A \cap S = A \text{ ، } A \cap \emptyset = \emptyset$$

- که چیرې د B پېښه د A پېښه په خپل ځان کې ولري، نو $A \cap B = A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورې په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعني $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناخاپي پېښنه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښنه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښیئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښیئ چې:

a) $(\overline{A \cup B}) = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $(\overline{A \cap B}) = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیرې S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نورو پاتې ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رابنیي؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیدا کړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیدا کړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمنې پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

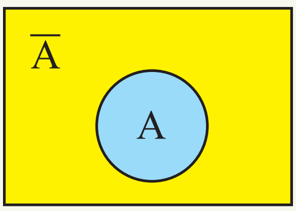
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښېږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښېږي:

a) $A\cup\overline{A}=S$

b) $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

c) $P(\overline{A})=1-P(A)$



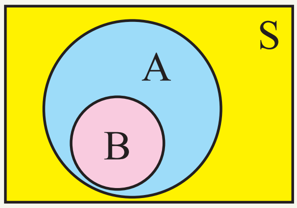
د S نمونه فضا

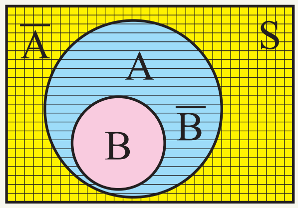
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې ولري، په گرافیکي ډول وښيئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پیښه د $\overline{A}$ ناخاپي پیښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنگه چې $B \subseteq A$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره شکاره لیدل کیږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





A عمودي کرښې
B افقي کرښې

پوښتنې

1- د یوه مثال او گراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

c) $S = \overline{\emptyset}$

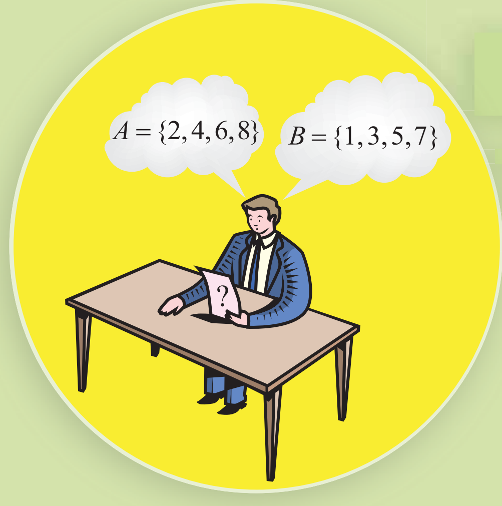
2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ستونو مډل جوړونه

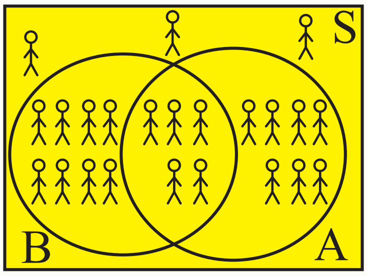


تر اوسه مو الجبري یا هندسي قوانینو څخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه اخیستله.

أیا سوچ مو کړئ، چې د ستونو څخه هم کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل لپاره ګټه واخلو؟

فعالیت

د یوه ټولګي د 23 زده کوونکو څخه مو د خویندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائیه راټوله کړئ، چې په لاندې دیاګرام کې لیکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خویندې لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.

شکل په پام کې ونیسئ د لاندې فعالیت سوالونو ته ځواب پیدا کړئ.

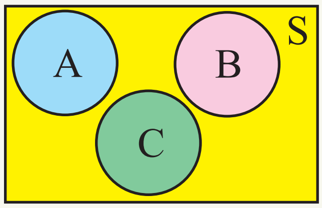
- څو تنه خویندې لري؟
- څو تنه وروڼه لري؟
- څو تنه هم خویندې او هم وروڼه لري؟
- څو تنه نه خویندې او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسأله د ریاضي په ژبه ولیکو.
- ټول هغه کسان چې خویندې نه لري څو تنه دي؟

لیدل کېږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړئ.

نو د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیداکړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناڅاپي پیښو د پیښیدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کیدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د A, B او C ناڅاپه پیښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پیښو د پیښیدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناڅاپي پیښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پیښه، پیښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پیښه، پیښه نه شي.

حل:

a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی څرنګه چې د اپیښې یو د بل څخه بیلي دي، یعني $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پیښه ناڅاپه پیښه، پیښه شي د $\overline{A}$ مکمله پیښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پیښه نه ده پیښه شوی، په بل عبارت هغه پیښه ده چې د C یا B حادثه پیښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ څرنګه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پیښه ناڅاپه پیښه نه شي د هغې پیښې د پیښیدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پیښې، پیښې شي، او دا د $A \cup B$ دپیښې د پیښیدو څخه عبارت ده.

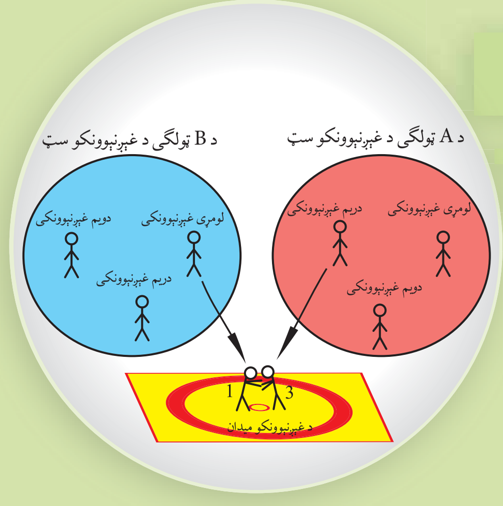
$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګې څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناڅاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمیرنې اصل



د A او B دوو ټولګیو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې یو له بل سره په غېږه ورشي.

فعالیت

دوه عدده تور او سرمه یي رنګه پطلونونه له درې عدده سپین، ابي او فولادي رنګه کمیسونه په پام کې نیسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتیب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کمیسونو د شمېر تر منځ څه اړیکه شته ده.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

پایله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکیب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکیبي مجموعه د هرې یوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

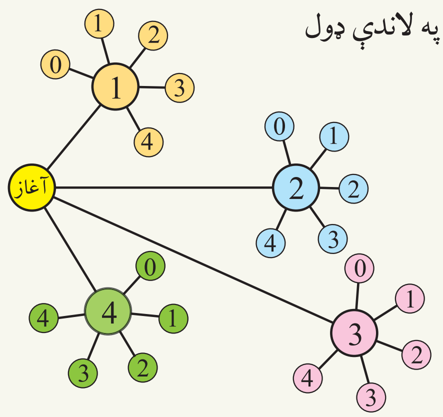
2- که چیرې د امکاناتو شمېر او یا د یو سټ عناصر په m عدد او د یوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې یو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 0، 1، 2، 3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف یې رسم کړئ او هغه احتمال پیدا کړئ، چې له دې عددونو څخه یو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.
د کینې خوا په تش ځای کې د راکړل شویو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنیو عددونو په وسیله موجود دي.
دا مطلب کولای شو د ونه ییز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښیو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښي خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کیدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$$

پوښتنې

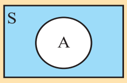
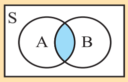
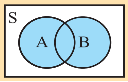
1- د (م، د، ي) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.
که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.

2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کینې خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکی لنډیز

- د دې لپاره چې وکولای شو د ناڅاپي پېښو د ترکیب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تیوري په کارولو سره یو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د اتفاقي حادثې بیان	د بیان ارایه د ست په واسطه	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د حادثې احتمال
د S هغه ټولې ناڅاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.	$\overline{A} = S - A$ یا $S = A \cup \overline{A}$		څرنګه چې $P(S) = 1$ دی نو $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
د A ناڅاپه پېښه یا د B ناڅاپه پېښه پېښیږي.	$A \cap B$		$P(A \cap B)$
لږ تر لږه یو د A یا د B د ناڅاپي پېښو څخه پېښیږي.	$A \cup B$		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

د شمیرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکیب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکیبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دي.

که د یوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی یو د بل سره د ترکیب د ټولو امکاناتو شمېر د $m \times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1–که S یوه نمونه یي فضا او A د هغې یو ناڅاپه پیښه وي وښیئ چې:

a) که $A \subseteq \phi$ وي وښیئ، چې $P(A) = 0$ دی.

b) که $S \subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A) = 1$ دی.

که چیرې د C ناڅاپي پیښه د A او B ناڅاپي پیښې په بر کې ولرئ، وښیئ چې همدارنګه د C ناڅاپي پیښه د $A \cup B$ ناڅاپي پیښه په بر کې ولري.

3- که چیرې S د A او B یوه نمونه یي فضا وي د B او $A \cup B$ ناڅاپي پیښې یو بل په بر کې ولري وښیئ چې د $A \cup B$ او B یو بل سره برابر دي.

4- که د S په یوه نمونه یي فضا کې د B ناڅاپه پیښه د A پیښه په بر کې ولري، وښیئ چې د A او $A \cup B$ ناڅاپه پیښې یو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناڅاپي پیښو احتمال یو د بل سره څه اړیکه لري؟

5- که چیرې S یوه نمونه یي فضا وي او B د هغې یوه ناڅاپه پیښه وي وښیئ چې: $S - B = \overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښیئ چې د A او B دوې ناڅاپي پیښې او S یوه نمونه یي فضا د $B - A$ او $\overline{A} - \overline{B}$ ناڅاپي پیښې سره برابرې دي، یعنې: $\overline{A} - \overline{B} = B - A$

7- وښیئ چې د $\overline{A} \cap \left[(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})\right]$ ناڅاپي پیښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library