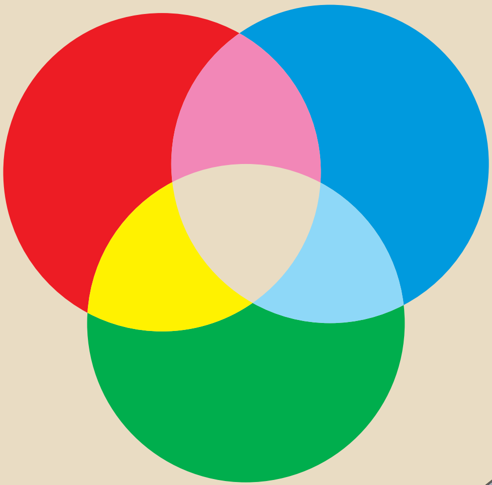
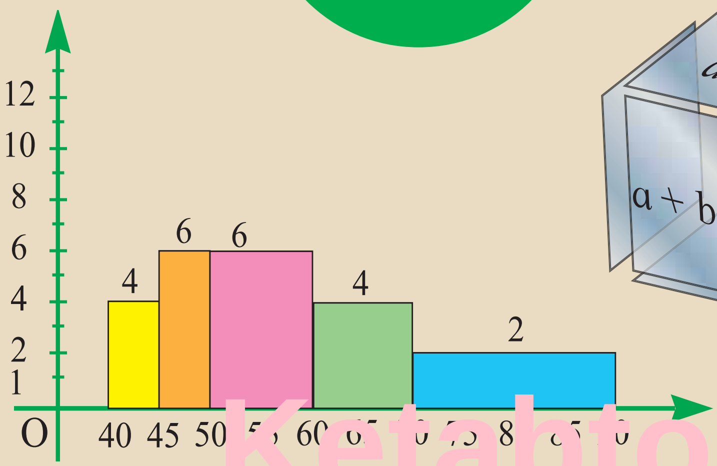
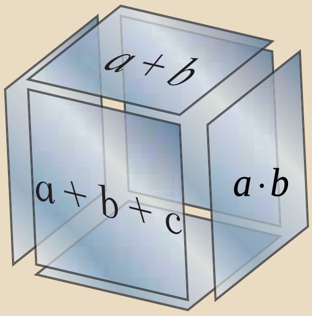
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

نهم ټولګی







نهم ټولګی

ISBN 978-9936-25-068-0

۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

رياضي
نهم ټولګی

۱۳۹۰
هـ.ش

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمی اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنگي کمیټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمیټه:

ـ دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.

ـ دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.

ـ د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر گلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی
دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې
هر بچی يې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی
د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو
د ترکمنو د تاجکو
ورسره عرب، گوجر دي
پاميريان، نورستانيان
براهوي دي، قزلباش دي
هم ايماق، هم پشه يان
دا هيواد به تل ځليږي
لکه لمر پر شنه اسمان
په سينه کې د اسيا به
لکه زړه وي جاويدان
نوم د حق مو دی رهبر
وايو الله اکبر وايو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

گرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختگ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختگ او ټولنې د اړتياوو له مخې رامنځته کېږي. څرگنده ده چې علمي پرمختگ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتيب شوی دی. علمي گټورې موضوعگانې پکې زياتې شوې دي. د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدريسي پلان برخه گرځېدلې ده.

هيله من يم دا کتاب له لارښوونو او تعليمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تدريس شي او د زده کوونکو مينډې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پرله پسې گډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هيلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ گران ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤوليت په ريښتوني توگه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېځلي دين له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معيارونو سره سم د ټولنې د څرگندو اړتياوو له مخې پراختيا ومومي.

په دې ډگر کې د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له مينډو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده وړانديزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړيوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردگ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست

مـــخ

لومړی څپرکی: دایره ۱

- د دايرې عناصر، د يوې مستقيمې کرښې حالتونه، دايرې موقعيت نظر يو بل ته
- په دايره پورې اړوند زاويې
- د دايرې د وتر او شعاع څانګړتياوې
- د دايرې محيطي او مماسي زاويې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې

۲۷

- د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته
- دايرې مماس کرښه، د دايرې داخلي او خارجي زاويه
- محيطي او محاطي دايره
- په دايره کې د مرسوم څلور ضلعي څانګړتياوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسيم، د د ايرې مساحت او محيط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵

- د دوو ټکو تر منځ فاصله يا واټن
- د يوې قطعه خط د منځني ټکي مختصات
- د مستقيمې کرښې ميل، د موازي او عمود کرښو ميلونه
- د مستقيمې کرښې معادله، د هغې مستقيمې کرښې معادله چې ميل او يو ټکی يې معلوم وي
- د مستقيمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سيستم
- د خطي معادلاتو د سيستم حل د تعويضي او افنا په لاره (طريقه)
- تغيير مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضيه

- د حاده زاويې ساين، کوساين او تانجنت
- د ځينو خاصو زاويومثلثاتي نسبتونه، د ميل او تانجنت تر منځ اړيکې
- مثلثاتي جدول، د قايم الزاويو مثلثونو حل

- مثلثاتي معادلې

فهرست | مــخ

پنځم څپرکی: خو جمله يي ګانې ۱۲۷
- په فکتورونو تجزيه
- د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
- کوچنی ګډ مشترک مضرب
- د الجبري افادو وېش
- په الجبري افادو کې د عمليو د سرته رسولو ترتيب

شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
- د خطي غير مساواتو حل
- فاصله يا انتروالونه
- د بينوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
- کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
- د نامساواتو سيستمونه

اووم څپرکی: يو مجهوله دويمه درجه معادلې ۱۷۵
- د دويمې درجې معادلو حل
- غير خطي اړيکې
- په هندسي لاره د دويمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکميل مربع

اتم څپرکی: احصائيه ۱۹۵
- د data د دسته بندۍ لاره، د نښتو يا پيوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
- مستطيلي او دايروي ګرافونه
- ميانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط

نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
- د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
- کلي او مکمله سټ
- په ستونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

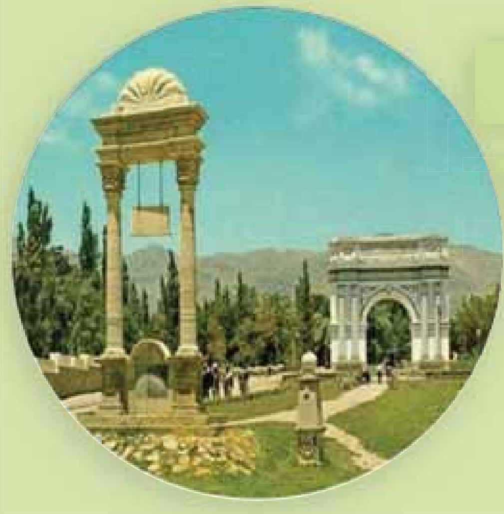
لومړی څپرکی

دایــــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

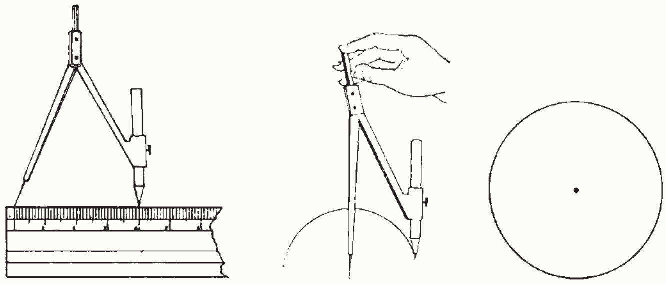
دایـره
CIRCLE



شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چـې پـه تصویر کـې وینـئ نومونـه یې واخلئ.

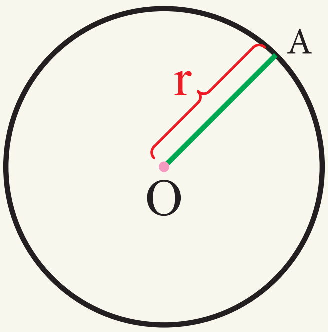
فعالیت

یوه ټکی دکاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومېږي؟

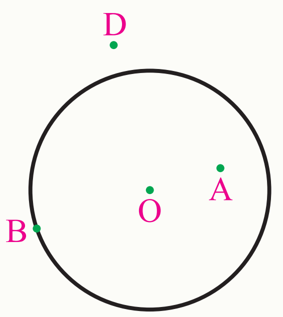


تعریف

په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلی ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دایره نومېږي، یا په بل عبارت دایره دیوې ترلې منحنی څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
ترلې منحنی ته د دایرې محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وایي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په توروښودل کېږي.



فعالیت



- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکې.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړې.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟

پایله:

1- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کېږي، یا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کېږي، یا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادېږي، یا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوي وي، د دایرې د سطحې په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

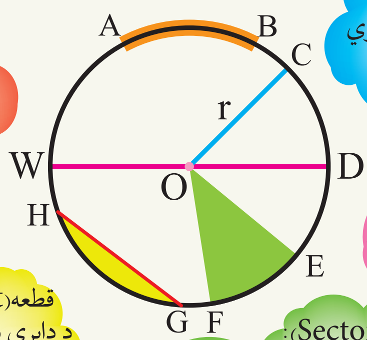
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کیک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.



قوس(Arc): د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius): هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يوې ټکي سره نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard): هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.

قطر(Diameter): هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تير شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالى يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector): د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړی چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکې ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه څه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

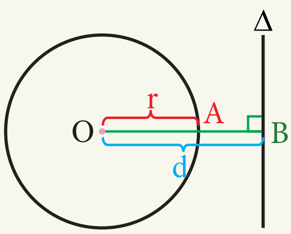
مخامخ شکل ته پام وکړئ او وایاست چه قلمونه او هندسي بکس له دایرې سره څه اړیکې لري هره یوه توضیح کړئ؟

فعالیت

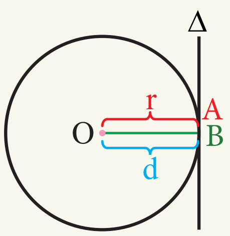
- یوه دایره او مستقیمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دایرې سره یوټکی، دوه ټکي او هیڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دایرې له مرکز څخه په هره مستقیمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دایرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړی او هر حالت د دایرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت د کرنې څخه لیدل کېږي چې یو مستقیمه کرښه او دایره نظر یو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

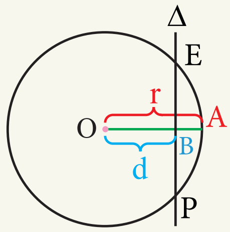
1- که چیرې مستقیمه کرښه له دایرې سره ګډ ټکی و نلري، مستقیمه کرښه له دایرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی دی یعني: $d > r$



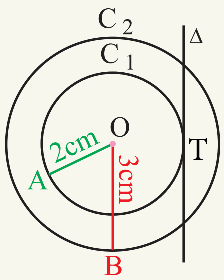
2- که چیرې مستقیمه کرښه د دایرې سره یو ګډ ټکی ولري نو مستقیمې کرښې ته پر دایره مماس وایي. په دې حالت کې د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع سره برابر ده یعني: $d = r$



(c) ketabton.com: The Digital Library



3– که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ(مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې(قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال(بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکې لري؟

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

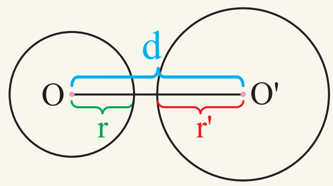
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

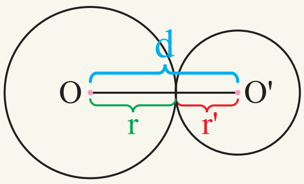
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



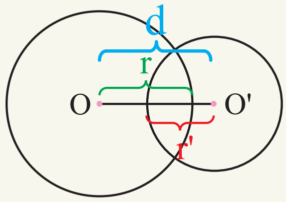
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعنې $d > r + r'$



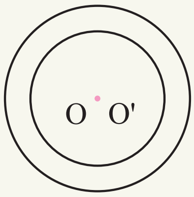
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجا مماس وایي، یعنې $d = r + r'$

(c) ketabton.com: The Digital Library

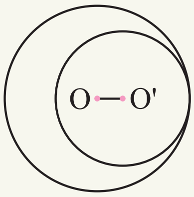
(c) ketabton.com: The Digital Library



کـه د دوو دايـرو د مرکزونـو تـر منـځ واټـن، د هغـو د شـعاعگانو د مجموعـې د اوږدوالـي څخـه کوچنـی او د شـعاع ګانو د تفريق د حاصل د مطلقه قيمت څخه لوی وي. دايـرې يو له بل سـره متقاطع دي، يعني $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دايرو د مرکزونو تر منـځ واټـن صفر وي، دايـرې د متحدالمرکـز پـه نامـه سـره ياديـږي، يعني $d=0$

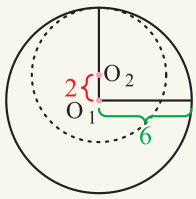


کـه د دوو دايـرو د مرکزونـو ترمنـځ واټن د هغو د شـعاع ګانو د تفريق حاصل له مطلقه قيمت سره مساوي وي. دايرو ته له دننه مماس وايي، يعني $d=|r-r'|$

مثال(بېلګه): دوې دايرې داسـې رسـم کـړئ، چې د لومړی دايرې شـعاع $6cm$ ، د دويمې دايرې او لومړی دايرې مرکزونو تر منځ واټن $2cm$ او د دويمې دايرې شـعاع د لومړی دايرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دايرو موقعيت نظر يو بل ته پيدا کړئ؟

حل: که د لومړنی دايرې شعاع r_1 او د دويمې دايرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:

نو له دايرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱- دوې دايرې د $6cm$ او $4cm$ په شعاع په پام کې و نيسئ او په لاندې توګه يې رسم کړئ.

الف: دايرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.

ب: دايرې داخلاً(له دننه) سره مماس وي.

ج: دايرې سره غير متقاطع(ناپرېکږې) وي.

د: دايرې سره غير متقاطع(غوڅو نه) وي.

هـ: دايرې متحدالمرکزه(ګډ مرکز) وي.

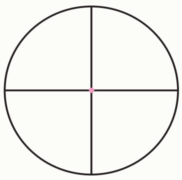
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې اړوند زاويې
Angle of a Circle

تصویر ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کيږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت

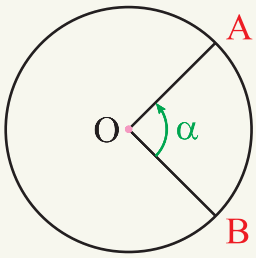


- په پورتنی شکل کې څو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دې دایره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:
د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالی پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف



هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کيږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

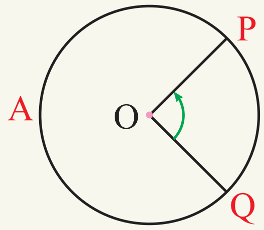
(c) ketabton.com: The Digital Library

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دی.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O\,,r)$ په دایره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچني قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

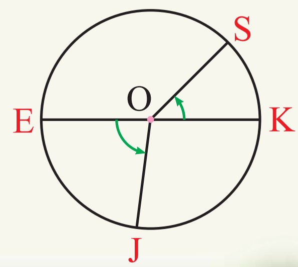
$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \hat{POQ} = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $\hat{KOS} = 31^\circ$ ، $\overline{EK},\ \hat{EOJ} = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....



$\overset{\frown}{SK} = \hat{SOK} = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$\hat{KOJ} = 180^\circ - \hat{EOJ} = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$\hat{KOJ} = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = \hat{EOJ} = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = \hat{EOK} = 180^\circ$

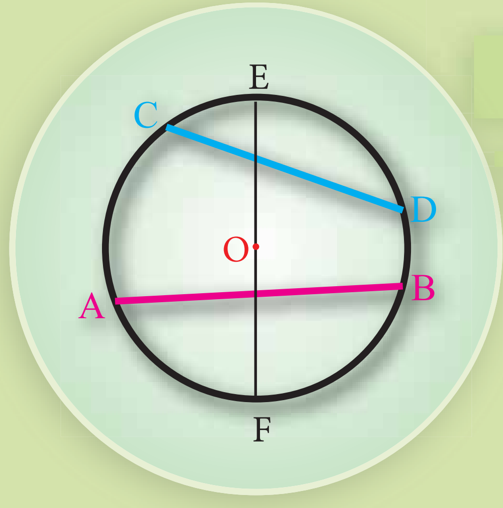
پوښتنې

1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $\hat{AOB} = 75^\circ$ ، $\hat{BOC} = 136^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ، د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقيمې کرښې په څه نامه يادېږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتيا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړيکه لري؟

فعاليت

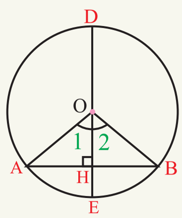
- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دايرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځايونو کې د($=,<$ يا $>$) ورنښې وليکئ.

$\overline{OA}$ ☐ $\overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}$ ☐ $\overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}$ ☐ $\overline{HB}$

د دې فعاليت د پايلې څخه کولای شو لاندې قضيه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هره دايره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نيموي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوه مثلثونو څخه ليکلی شو چې:



$\overline{OA} = \overline{OB}$......... د دايرې شعاع
$\hat{H}_1 = \hat{H}_2$.......... قايمه
$\overline{OH} = \overline{OH}$........ مشترک

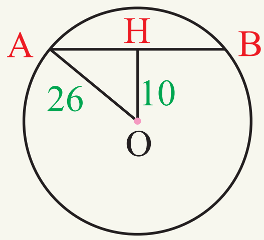
$\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH} \cong \overset{\Delta}{OHB}$

نو د دوه مثلثونو د تساوي څخه داسې پايله لاسته راځي، چې: $\overline{AH} = \overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پايله کې $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دايره راکړل شوې ده، که چيرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمودکرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

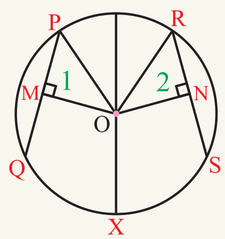
ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې.

$\overline{OP} = \overline{OR}$ ....د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ ....قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه $\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow PM = RN$



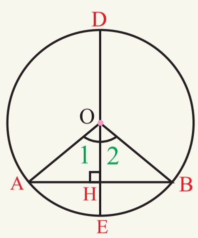
په پایله کې ویلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

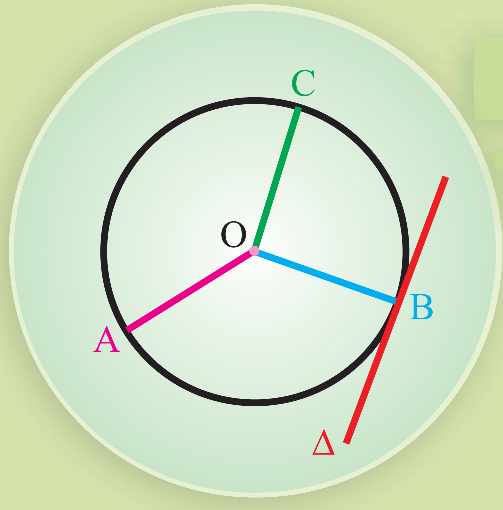
3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

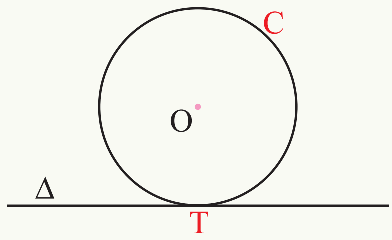
د دایرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نومیږي او د Δ کرښه د دایرې او د OB ورانګې سره څه اړیکې لري؟

فعالیت

- په مخامخ شکل د (Δ) مستقیمه کرښه د $C(0,2)$ دایرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دایرې له مرکز سره یې ونښلوئ.



- توټه کرښې یا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دایرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښایئ. تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او یوې مستقیمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟
- د پورتني دوو حالتونو څخه څه پایله لاسته راوړئ.

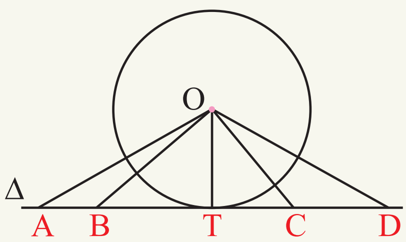
د دې فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.

پایله: په لاندې شکل کې لیدل کیږي، چې:

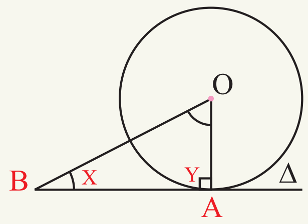
$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$



پوهیږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او مستقیم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پایله کې ویلای شو چې مستقیمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

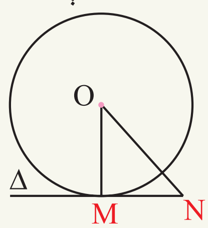
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

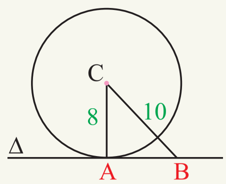
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

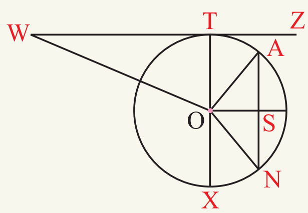
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکي څخه تیریږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



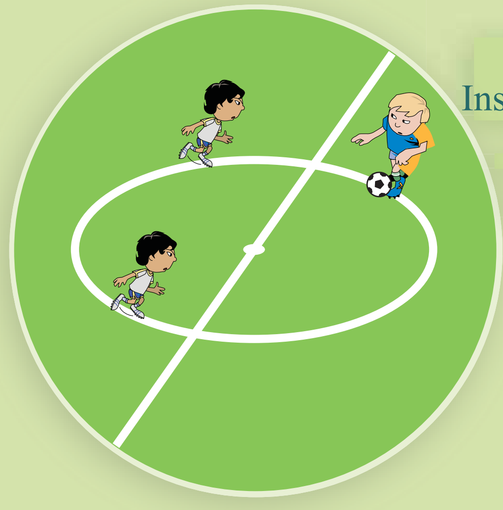
2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، $TW=3unit$ وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې محيطي زاويه

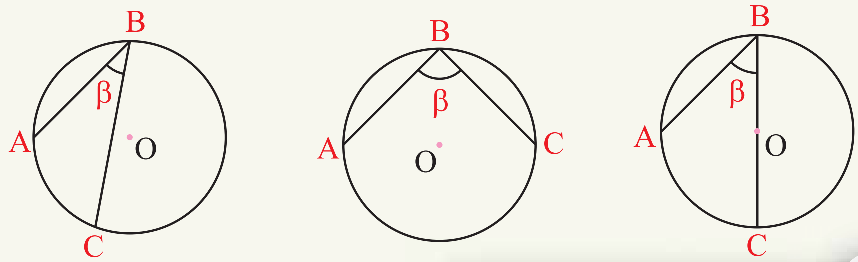
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د ميدان په مرکزي دايره کې حسيب الله، بلال ته او بلال الياس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسير څخه جوړيږي څه ډول دی؟

تعريف

هغه زاويه چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې دوه وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي. لکه: د $A\hat{B}C$ يا د $\hat{\beta}$.



فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $A\hat{B}C$ محيطي زاويه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دايرې له مرکز څخه تيره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دايرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويې د $O\hat{A}B$ په مثلث کې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د $A\hat{O}C$ زاويه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويو سره څه اړيکې لري؟

په ياد ولرئ چې:

- د مرکزي زاويې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاويې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاويې له مجموعې سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

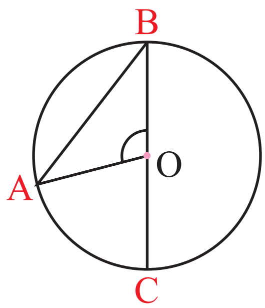
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنی دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\triangle}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}A\hat{O}C = \hat{A}+\hat{B}\\ \hat{A}=\hat{B} \text{ ..... ولې}\\ A\hat{O}C=\hat{B}+\hat{B}\\ A\hat{O}C = 2\hat{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

مرکزي زاویه ..... $A\hat{O}C = \overset{\frown}{AC}$

$A\hat{O}C = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

په پایله کې $A\hat{B}C = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

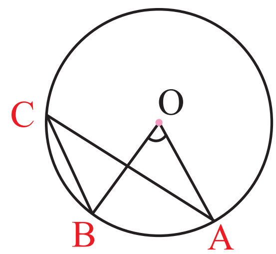
د $A\hat{B}C$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $A\hat{O}B = 60^\circ$ وي د $A\hat{C}B$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:

$$\left.\begin{array}{l}A\hat{O}B = 60^\circ\\ A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AB} = 60^\circ\\ A\hat{C}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{C}B = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

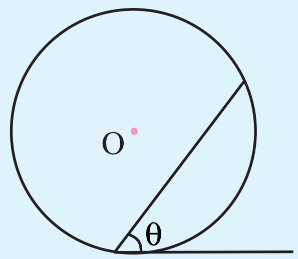


پوښتنې

1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

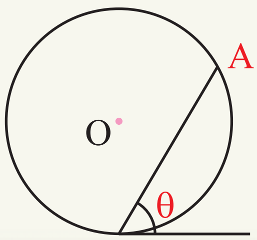
2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

د دایرې مماسي زاویه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقیمې کرښې چې د θ زاویه یې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاویې راس چېرته پروت دی.

تعریف



هغه زاویه چې یوه ضلع یې پر دایره مماس او دویمه ضلع یې د دایرې وتر وي او راس یې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاویه بلل کیږي، لکه: د θ زاویه

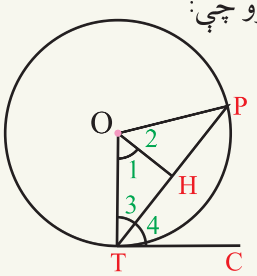
فعالیت

- د $C(0,6)$ دایره رسم کړئ.
- په دې دایره کې یوه مماسي زاویه رسم کړئ.
- د دایرې د وتر انجامونه د دایرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $\hat{TOP}$ مرکزي زاویه او د $\hat{PTC}$ مماسي زاویې سره څه اړیکې لري.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه ثبوتولی شو.

قضیه: په یوه دایره کې د مماسي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نیمایې په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قایم الزاویه مثلث او $\hat{OTC}$ قایمې زاویې څخه لرو چې:



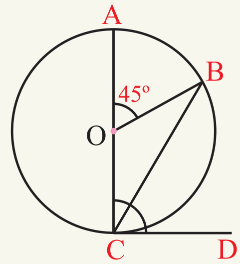
$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{\hat{POT}}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow \hat{PTC}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



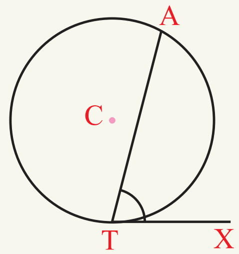
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

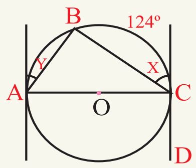
$$= (\alpha-3)^\circ$$

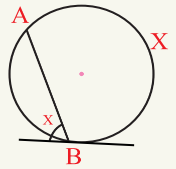


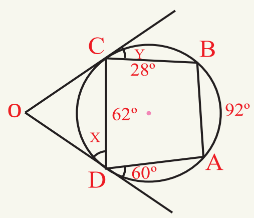
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډيز

- .... د هغو ټکو سټ یا هندسي محل چې د یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دایره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له مرکز او د دایرې له شعاع سره مساوي وي د دایرې محیط یا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه نسبت د دایرې شعاع ته لوی وي د دایرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دایرې د داخلي سطحې په واسطه بېله شوې وي د دایرې سطحه بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې د دایرې مرکز او د محیط یو ټکی نښلوي د دایرې شعاع بلل کېږي.
- .... هغه ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي ددایرې وتر بلل کېږي.
- .... د دایرې هغه وتر چې له مرکز څخه تیرېږي د دایرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- .... د دایرې د محیط یوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته بېله شوې وي قوس بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې له دایرې سره یو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دایرې قطعه: د دایرې هغه برخه چې د دایرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دایرې قطعه بلل کېږي
- .... د دایرې یوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي.
- که یو مستقیم له یوې دایرې سره یو ګډ ټکی ولري د مماس او که چیرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم یادېږي.
- په هره دایره کې د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نیمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د يوې دايرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاويې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاويې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دايرې محيط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاويه ده، چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کېږي.

- د هرې محيطي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی.
- هره محيطي زاويه د هغې د مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاويه ده، چې يوه ضلعه يې په دايرې مماس او بله يې د دايرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دايرې پر محيط پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي.

- هره مماسي زاويه د هغې مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دايرو حالتونه يو بل ته:

_ که د دوو دايرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاع ګانو له مجموعې څخه لوی وي دايرې غير متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاع ګانو له مجموعې سره مساوي وي دايرې خارجاً(د يا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاع ګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاع ګانو د تفريق حاصل يې د مطلقه قيمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفريق حاصل مطلقه قيمت سره مساوي وي دايرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دايرې متحد المرکز(د يوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

د لومړي څپرکي پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د یوې دایرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$　b) π　c) 2π　d) $2r$

2– دایره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0　b) $(1,2)$　c) (b,a)　d) $C(o,r)$

3-هغه مستقیمه کرښه چې له دایرې سره یو ګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم یادېږي.　b) د قوس په نوم یادېږي.

c) د مماس په نوم یادېږي.　d) د محیط په نوم یادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له شعاع څخه لویه وي:

a) د دایرې مخ بلل کېږي.　b) د دایرې خارج بلل کېږي.

c) دایره بلل کېږي.　d) د دایرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دایرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی.　b) وروکی وتر دی.

c) هیڅ یو.　d) لوی وتر دی.

6- که یوه مستقیمه کرښه دایره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقیمه کرښه او دایره وایي.　b) قاطع وایي.

c) مماس وایي.　d) موازي وایي.

7- که د یوې دایرې مرکزي زاویه 80° وي د مخامخ قوس اندازه یې مساوي په:

a) 90°　b) $70'$　c) $80''$　d) 80°

8- یوه مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره څو حالتونه لري:

a) 3　b) 7　c) 4　d) 1

9- هغه زاویه چې راس یې د ایرې پر محیط او ضلعې یې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاویه ده.　b) مماسي زاویه ده.

c) محاطي زاویه ده.　d) محیطي زاویه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکي پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

- په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا ورانګه د قطر نیمایي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\frown$) په علامه ښودل کېږي.

6- ( ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- ( ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

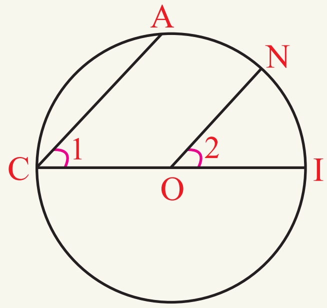
8- ( ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- ( ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

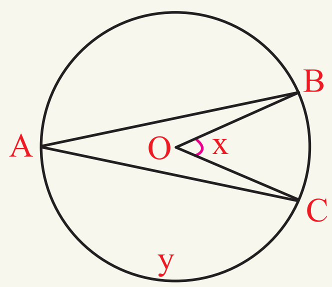
10- ( ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

• لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

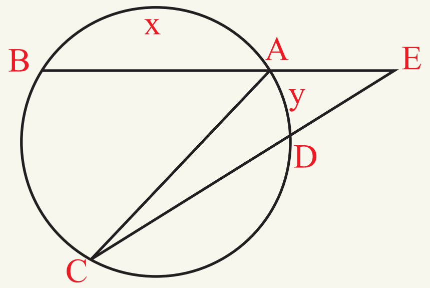


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

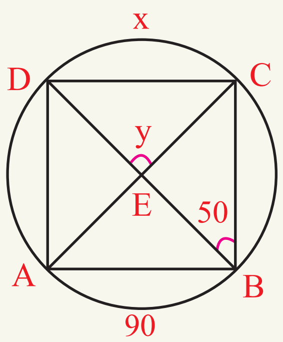


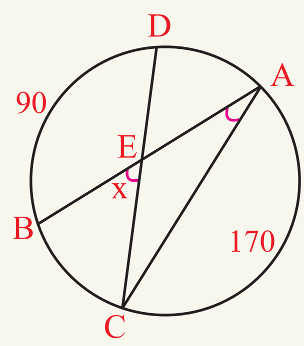
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې که $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

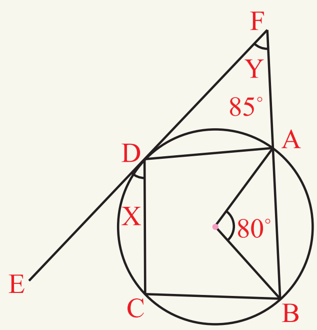


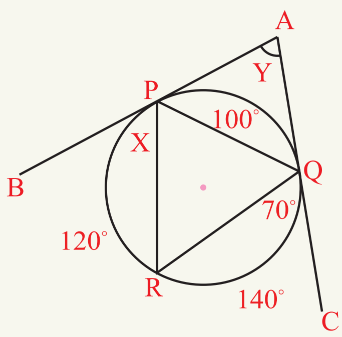
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

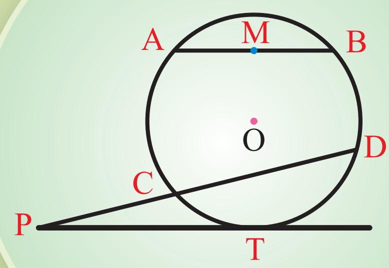
دویم څپرکی

په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د اوږدوالي اړیکي



هغه توټه کرښې چې په مخاخ شکل کې وینئ نوم یې واخلئ.

تعریف

د اوږدوالی اړیکې: په یو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړیکی د اوږدوالی اړیکو په نوم یادیږي.

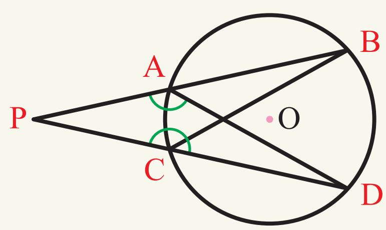
فعالیت

- د P له ټکی څخه چې د $C(O,r)$ دایرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکي د C ټکی سره ونښلوئ.
- ویلای شئ چې د $P\hat{A}D$ او $P\hat{C}B$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه ولیکئ.

د دې فعالیت پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه (۱ - ۲): که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$



ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجودې دي.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$\hat{D}=\hat{B}$ د عین قوس محیطي زاویې

$\hat{P}=\hat{P}$ ګډ

$\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$\overset{\Delta}{PCB} \sim \overset{\Delta}{PAD} \Rightarrow \frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB} \Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

نتیجه

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کربښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کربښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

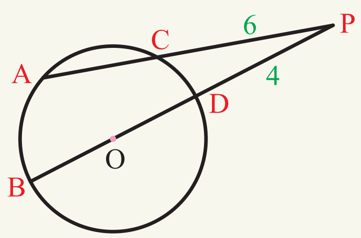
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

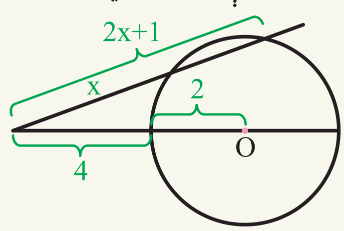
$\overline{DB}=11cm$

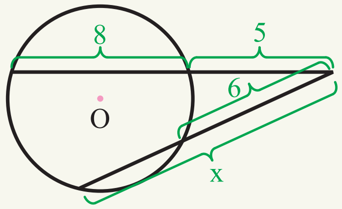


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کربښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

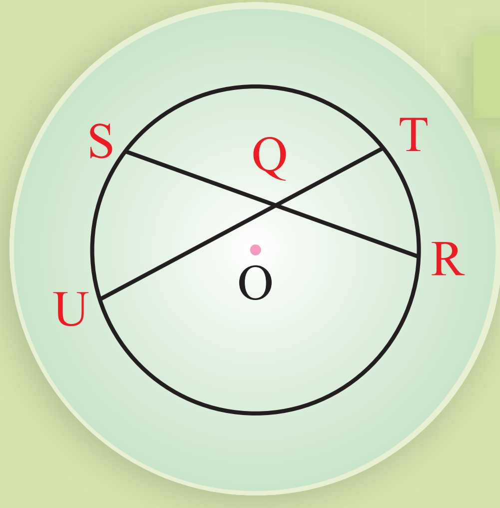
1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.





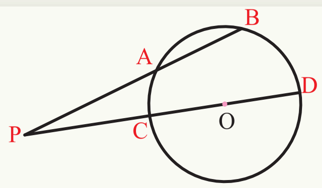
(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو ټکی طاقت نظر دايرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. ويلاشي شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

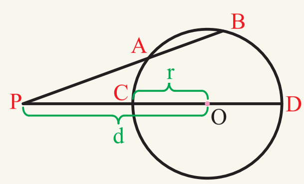
فعاليت



- د P له يو ټاکلي ټکي څخه چې C(O,r) د دايرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د PCD قاطع داسي رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دايرې له مرکز څخه تير شي.
- د $\overline{PAB}$ او PCD د ټوټه کرښو ترمنځ اړيکي د (2-1) قضيې له مخي وليکئ.
- په پورتنی اړيکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه وليکئ.
- که د P ټکي واټن د دايرې له مرکز څخه په (d) او شعاع يا ورانګه په (r) سره وښيو، پورتنی اړيکه د d او r تر منځ وليکئ.

د پاسني فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه څرګنديږي.

قضيه (2-2): که ديو ټاکلی ټکي څخه دوې قاطع کرښې په يوه دايره داسې رسم کړئ چې، دويمه قاطع د دايرې له مرکز څخه تيره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د يو ټاکلی اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دايرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دايرې شعاع يا ورانګه ده.



لومړی حالت: که چيرې ټاکلي ټکی د دايرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چيرې د P ټکي د دايرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په (d) او دايرې شعاع په (r) سره وښيو، د (2-1) قضيې

(c) ketabton.com: The Digital Library

له مخې ليکلای شو:
دوه نـور حالتونو چـې ټاکلی ټکي يـې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا ګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

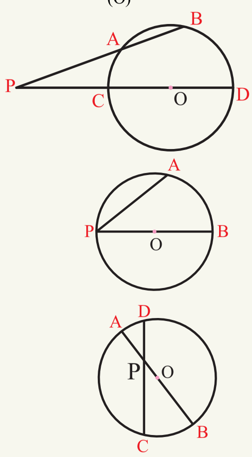
تعريف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دايرې ته وايي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر 10cm او د P ټکی د 13cm په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دايرې ته پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا ورانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

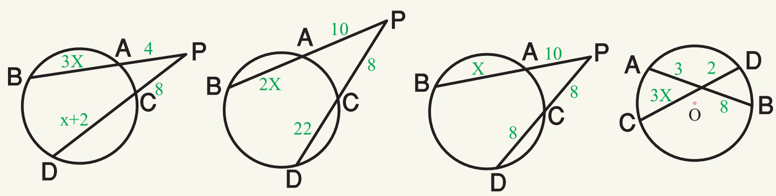
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5\,cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعنې $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت ده، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.

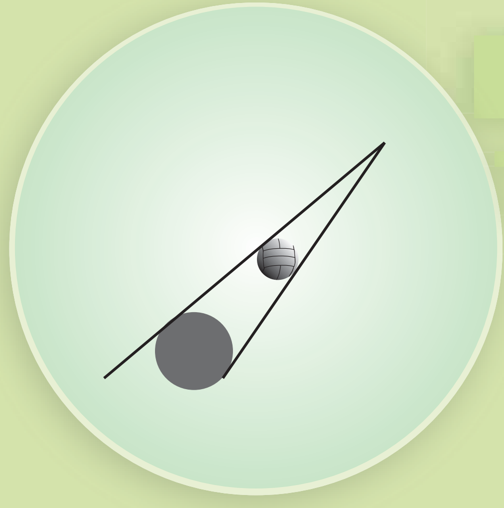


2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.
الف) که d = 7 او r = 4 وي. ب) که d = 3 او r = 3 وي. ج) که d = 3 او r = 5 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چیرې د نور د وړانګې حرکت مسیر مستقیمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سیوری سره څه اړیکې لري.

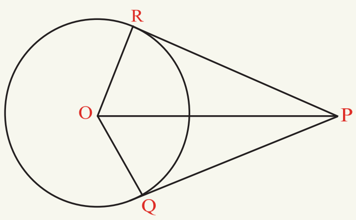
فعالیت

- د P له یوه بهرني ټکي نه د $C(O,r)$ په دایره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دایره د تماس ټکي وي. ایا د P له ټکي پر دایره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکي د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړیکې لري؟
- ایا رسم شوي مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه خرګندېږي.

قضیه (2-3): د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دایره دوه مساوي مماسونه، رسمېږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې لیکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دایرې شعاع یا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

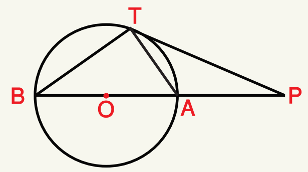
$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضیه (2-4): که د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي نه یو مماس او یو قاطع پر یوه دایره رسم شي ثبوت کړئ، چې د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دایره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}P\hat{T}A = P\hat{B}T.....(I) \\ \hat{P} = \hat{P}..........(II) \\ \overset{I\wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$$

(محیطي زاویې او د عین قوس ګډ مماس)

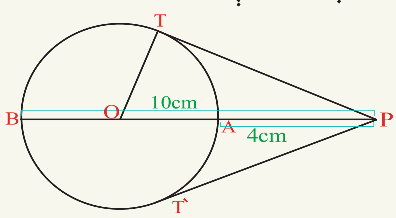
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:



$PA = 4cm$ | $PT^2 = PA\cdot PB$

$PB = 10cm$ | $PT^2 = 4\times10 = 40$

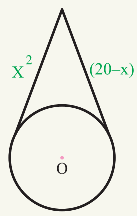
$PT = ?$ | $PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

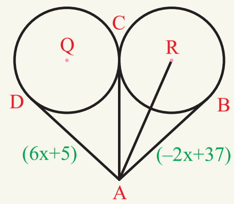
- د یوې دایرې له باندنۍ ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.

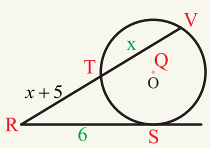
که چیرې د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

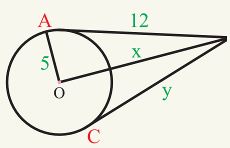
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.



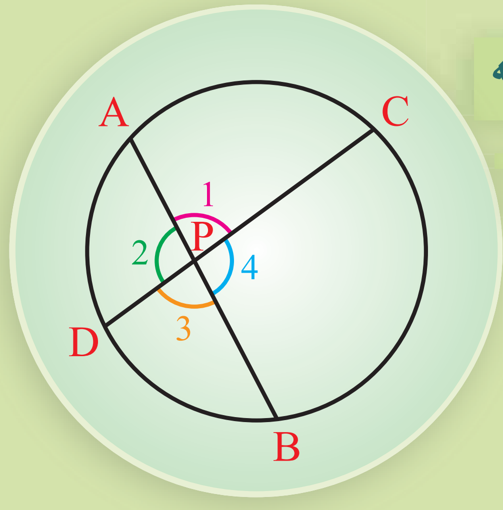






(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د یوې دایرې دننی(داخلي) زاویه

د یوې دایرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعریف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي، لکه په پورتنی شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعالیت

- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکی که يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلي د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنی زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

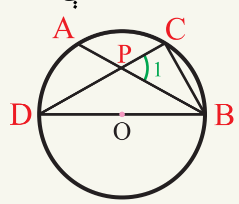
په یاد ولرئ:

- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(5-2): د يوې دايرې د هرې دننې(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پرېکړې په مرسته منځ ته راغلی وي.

ثبوت: څرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



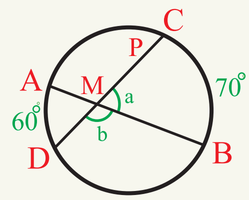
$$\left.\begin{array}{ll}\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ \hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} & \text{د محيطي زاويې وسعت}\\ C\hat{P}B=\hat{B}+\hat{D} & \text{د هر مثلث خارجي زاويه}\end{array}\right\}\Rightarrow C\hat{P}B=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

$$C\hat{P}B=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننی زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:

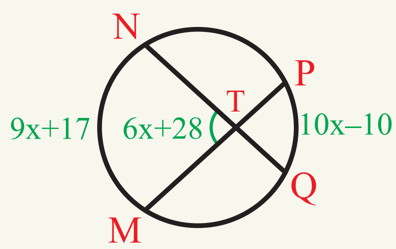


$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننی زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:



$$\overset{\frown}{NM} = 9x + 17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x - 10$$

$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

$$6x + 28 = \frac{9x + 17 + 10x - 10}{2}$$

$$12x + 56 = 19x + 7$$

$$-7x = -49$$

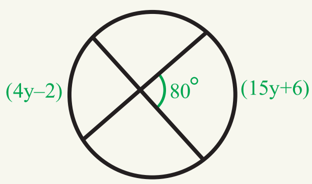
$$x = 7$$

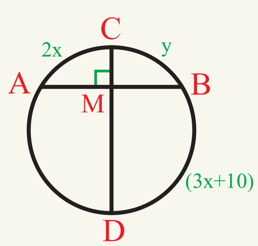
$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

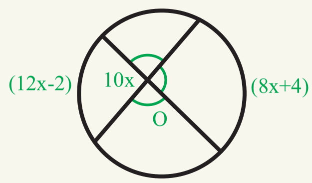
$$= 6 \times 7 + 28 = 42 + 28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

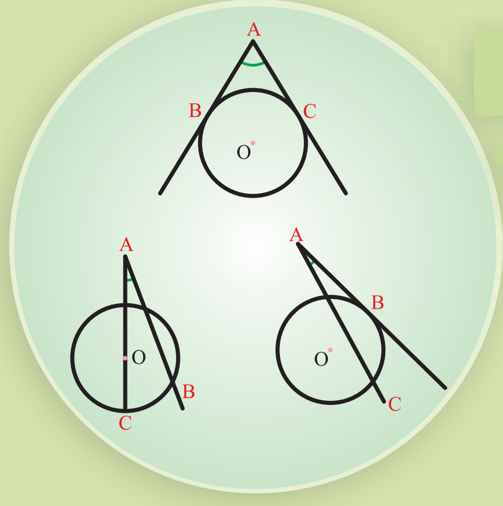
1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.







د دایرې باندنۍ زاویه



په مخامخ شکلونو کې د توجه کړئ او د زاویو نومونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

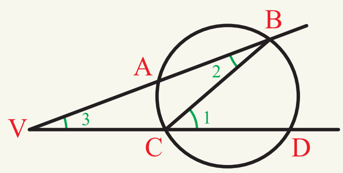
فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې $(\hat{1})$ د مثلث د دوو ناګاونډیو زاویو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

قضیه (6-2): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایې سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلي وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:

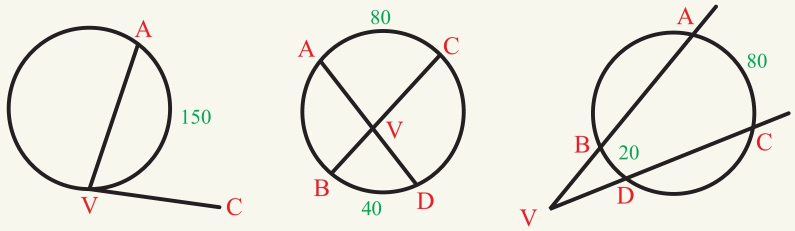


$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1}=\hat{2}+\hat{3} & \text{د مثلث خارجي زاویې پراخوالی} \\ \hat{3}=\hat{1}-\hat{2} & \\ \hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \\ \hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} & \text{د محیطي زاویې پراخوالی} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

$$B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

a) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV}$
$= \frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$
$\hat{AVC} = 75^\circ$

b) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$
$= \frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$
$\hat{AVC} = 60^\circ$

c) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$
$= \frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$
$\hat{AVC} = 30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140......I$$

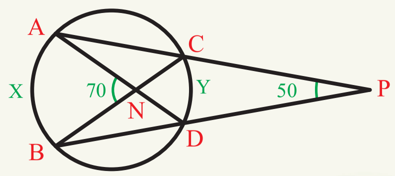
$$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:

$2x = 240$

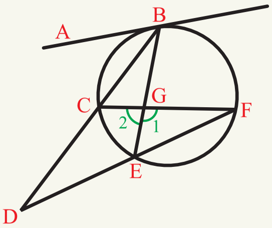
$x = 120^\circ$

$y = 20^\circ$



پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

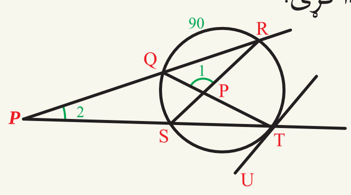


$\overset{\frown}{BC} = 70^\circ$

$\overset{\frown}{BF} = 100^\circ$

$\overset{\frown}{EF} = 130^\circ$

$\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$, $\hat{D} = ?$, $\hat{ABC} = ?$



$\overset{\frown}{QR} = 90^\circ$

$\overset{\frown}{RT} = 150^\circ$

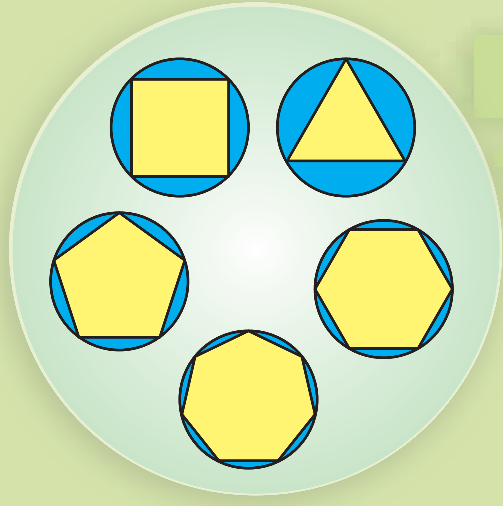
$\overset{\frown}{QS} = 50^\circ$

$\hat{STU} = ?$, $\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

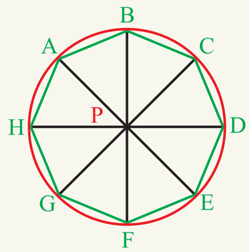
محیطي دایره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف

هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

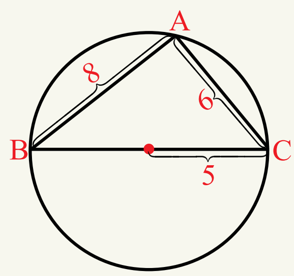
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنی عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکی په O سره وښیئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې:
هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

ددي فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:
پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.
حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمایي ټکی یې د محیطي دایرې مرکز دی.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$
$$\overline{BC} = 10cm$$
$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



- هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.
- د یو مثلث داضلاعو د منځنۍ(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دي.

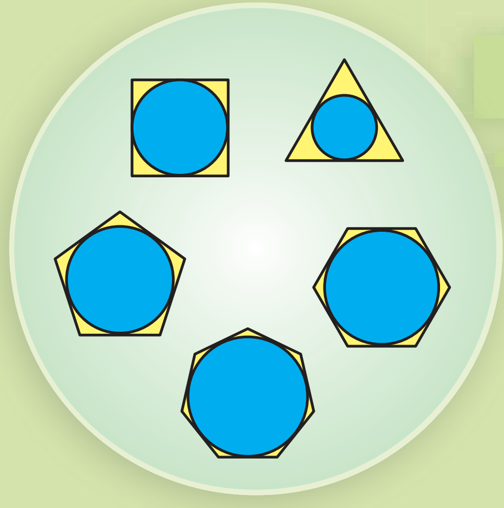
پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړئ.
2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

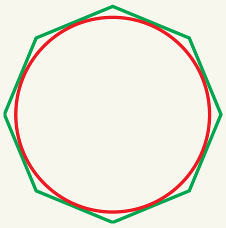
محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې يې وينئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړيکې وينئ.

تعريف

هغه دايره چې د محيطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دايرې په نامه يادېږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوې دی.



د مثلث محاطي دايره: هغه دايره چې د يو مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کېږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو کيفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاويو ناصفونه رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښيئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ايا هغه دايره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تيرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د څه په نامه يادېږي؟

مرسته: د يوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په يوه ټکي کې پرېکوي

د پورتني فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.
د هر مثلث دننی ناصف الزاویو ترمنځ د پرېکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دی.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

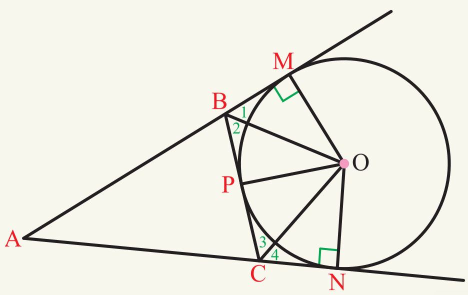
د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کېدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکی څخه د $\overline{OP}, \overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګانې دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتني فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.
هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کېږي.



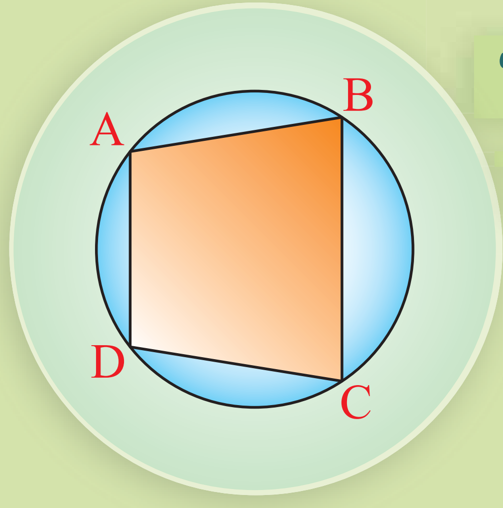
پوښتنې

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتیاوې(خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

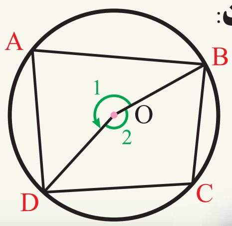
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلې زاویې څه نومیږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلې مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکې چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$
$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$
$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$
$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

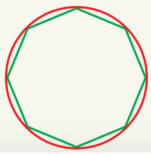
فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادیږي، د هرې زاویې پراخوالی څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف

هغه مضلع چې اضلاع او زاویې یې یو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.



فعالیت

- په خپله خوښه یوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- یو راس یې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننیو زاویو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاویو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعالیت د یو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چیرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاویو مجموعه به یې څو درجې وي؟

که چیرې د یوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننیو زاویو مجموعه په S_n وښیو نو د هر n ضلعي دننیو زاویو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د یو څلور ضلعي او لس ضلعي دننیو زاویو مجموعه پیدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننیو زاویو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اریکی له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$
$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$
$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8\times180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

په یاد ولرئ چې:

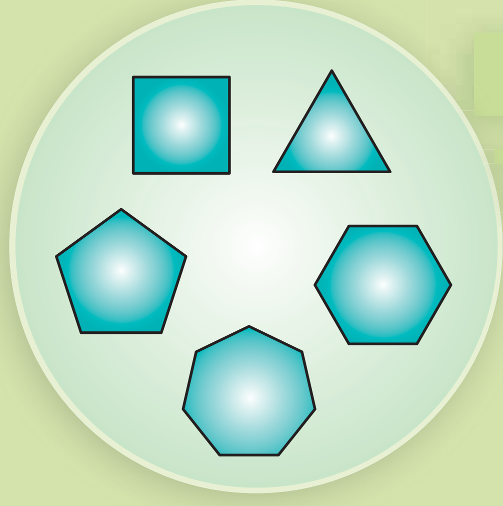
- د قطرونو تعداد د n ضلعي له یو راس څخه د 3-n اریکی په مرسته لاس ته راځي.
- له یو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د 2-n اریکي په مرسته لاسته راځي.
- په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی یې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

پوښتنې

1- د یوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د یوې منظمې n ضلعي مضلع د زاویو اندازه څو درجې دي؟
3- په یوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د یوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

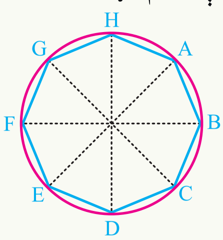
د منظمې مضلع ترسیم

- پاملرنه وکړئ.
- پــه شــکل کې څــه ډول مضلــع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوي دي؟



فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلي مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالی څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره نښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتني فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دی.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، څرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

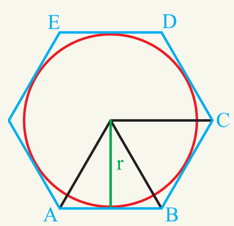
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د B,A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی (ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتنی مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکی يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

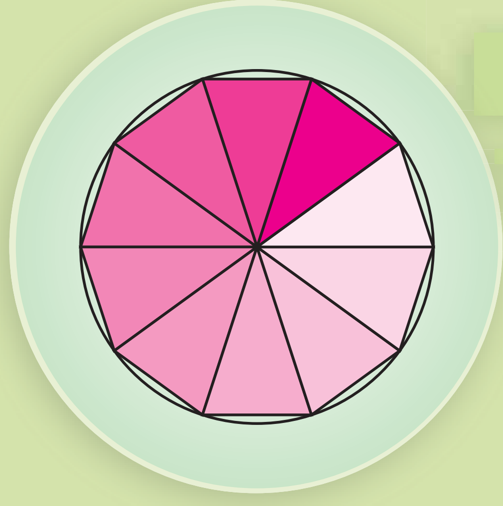
پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې محيط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دايرې او د مثلثونو د يو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دايرې محيط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دايره کې که قطر په (d) او محيط يې د (C) په تورو وښودل شي د دايرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړيکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دايرې محيط}}{\text{د دايرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \;\ldots\ldots\; (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ يا $d = 2r$ که چيرې په (I) اړيکه کې د (d) پر ځای د (2r) قيمت وليکو، د دايرې محيط د لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

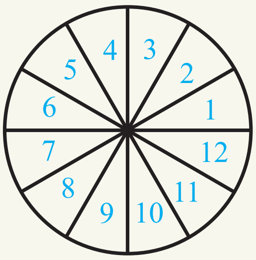
$$C = \pi d$$

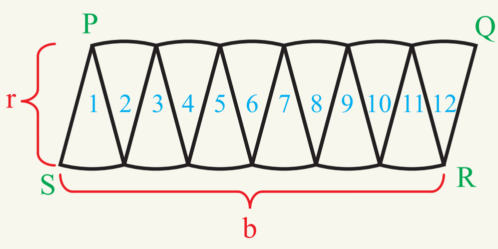
$$C = 2\pi r$$

د دايرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې رياضي ته اړ يو، نو په دې ډول د دايرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

يوه دايره د هغې د قطرونو په مرسته په (12) مساوي برخو ويشو او هره برخه يې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښيو که چيرې د دايرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بيا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتيب کړو.

په روښانه ډول ليدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$= \frac{1}{2}Cr$ د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو ګورو چې:

$= A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot r = \pi r^2$ د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټه اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويم مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوی دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريم مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوی دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1– که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2– د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3– د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډيز

- هغه اړيکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالي د اړيکو په نامه يادېږي.
- که چېرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

- که چېرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلي اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دي.
- د يوه باندنی ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- که چېرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- که چېرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- که چېرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاويې چې دقاطع کرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دي. $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{a}+\overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنی زاويه بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{a}-\overset{\frown}{b}}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړې.
- دوه ګاونډۍ ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

هغه دايره چې د مضلع د راُسونو څخه تېره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتني

• په لاندي سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1 b) 2

c) 0 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی. b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی. d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3-که دP ټکي د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ b) d^2-R^2

c) $r-d$ d) R^2-d^2

4-که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړی ټکی طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي. d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لري که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړې ټکی څخه عبارت دی له:

a) 13 cm b) 10 cm

c) 12 cm d) 8 cm

6-که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm b) 12 cm

c) 10 cm d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm b) 8 cm

c) 2 cm d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

● په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکي .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکي طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د A, B, C او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دی.

7- که د A, B او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، A, B او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

● د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (　　) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د ټکي او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (　　) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (　　) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (　　) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (　　) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

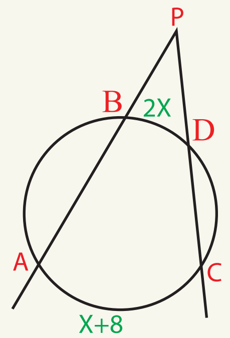
6- (　　) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (　　) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

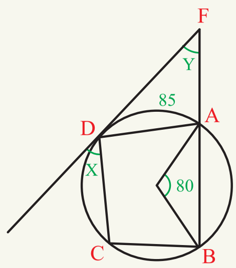
(c) ketabton.com: The Digital Library

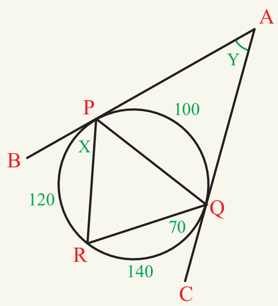
● لاندې پوښتنې په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتيب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالی پيدا کړئ.

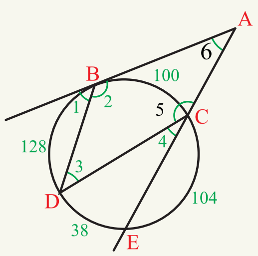


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



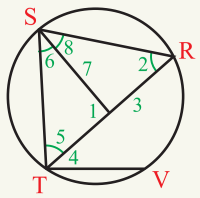


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^\circ$ او $\overset{\frown}{CE}=104^\circ$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالی پيدا کړئ.

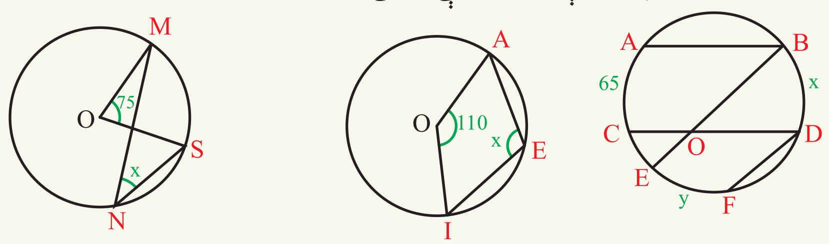


(c) ketabton.com: The Digital Library

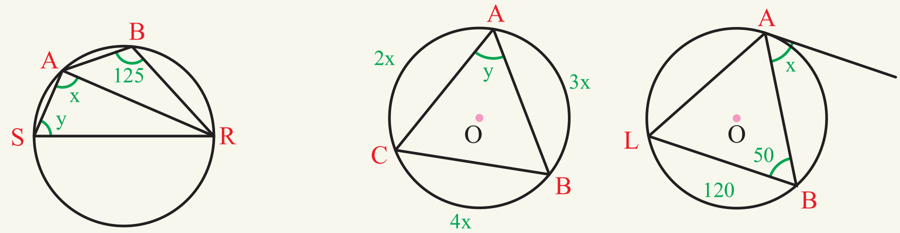
4- د $C(O,r)$ پـه دايـره کـې $R\hat{T}S = 70^\circ$, $RS \,//\, TV$ او RT د دايـرې قطـر دى د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.



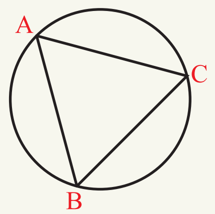
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.



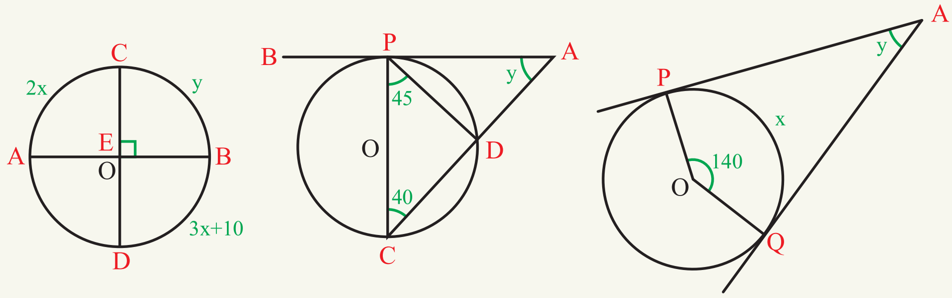
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



7- د محاطي دايرې د تعريف له مخې وښيئ چې د هر مثلث دننيو زاويو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم څپرکی

تحليلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

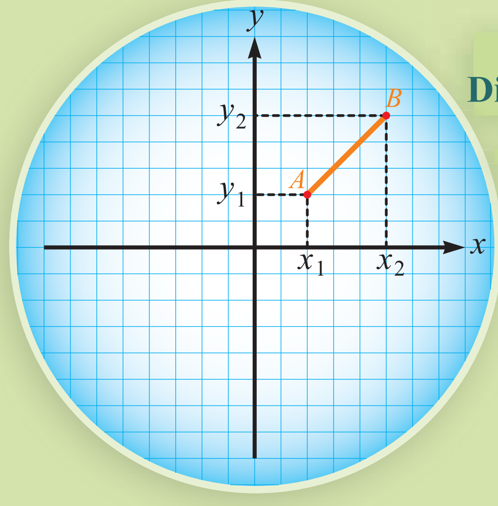
(c) ketabton.com: The Digital Library

تحلیلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړیکې له تحلیلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نیول کېږي، فرانسوي ریاضي پوه دیکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړیکه و څېړله ویې ویل، چې ځینې الجبري معادلې یو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوې نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړیکي تر څیړنې لاندې نیسو، دیکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړیکو د څیړنې لپاره د قایم مختصاتو د محورونو داسې یو سیستم راوپیژند چې تراوسه د دکارت په نامه یادیږي.

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point



د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسي په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

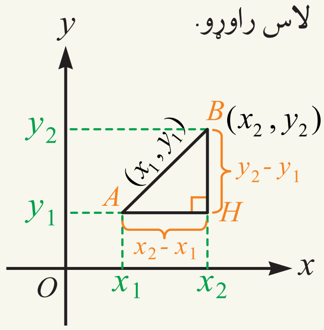
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښيئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راوړو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟

د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راوړو.



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2 \quad \text{.......د فیثاغورث د قضیې}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AH}=x_2-x_1\\ \overline{BH}=y_2-y_1\end{array}\right\}\Rightarrow \overline{AB}^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیداکړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$\overline{AB}=5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا آ څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2,y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسونو مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B(5K,6)$ ټوټه کربښې اوږدوالی پنځه برابره شي.

4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یـوه مثلث د راسونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

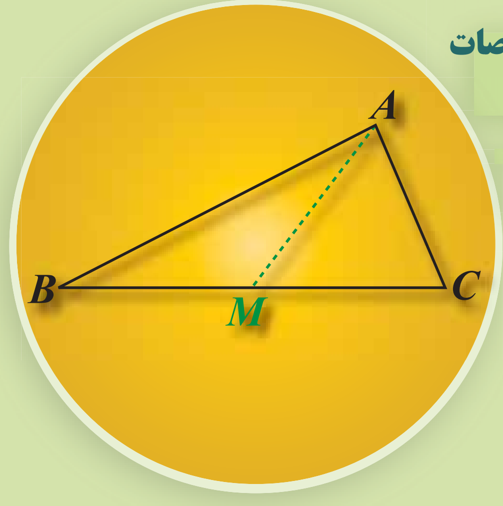
6- د هغه مثلث مساحت پیداکړئ، چې راسونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یـوه مثلث د څوکو(راسونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات



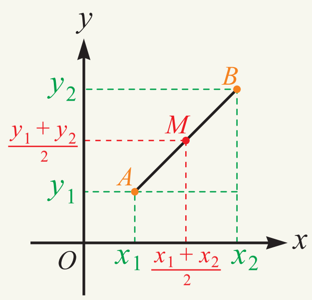
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلــث میانــه ده، د میانــې ځانګرتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ توټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ توټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شــوچه په بشپړول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محورو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ توټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي : $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

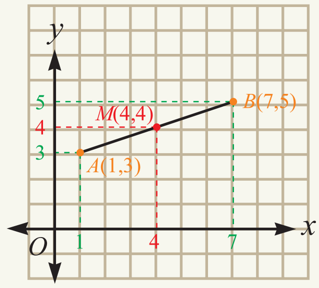
که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M د ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ توټه کرښه منځنۍ ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$



په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنی ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنی ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:

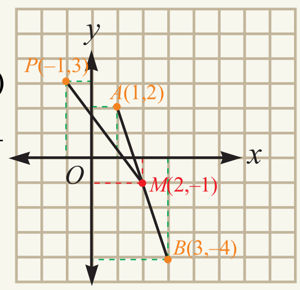


$$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$
$$M(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2})$$
$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکي واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکی د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:

$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$
$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$
$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$
$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$
$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$



پوښتني

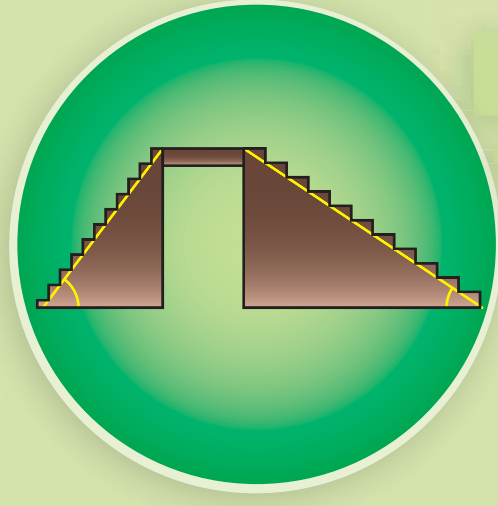
۱- د یوه مثلث دری راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میاني اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پرېکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

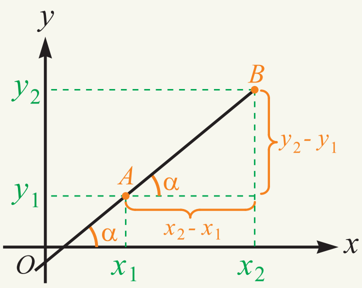
۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میاني یا مینځنی کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.



که $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقیمې کرښې میل وایي او په لاندې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږي د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدا آ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نومیل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د X محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د X محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د X له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د X محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د X محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

۳- که چیرې $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

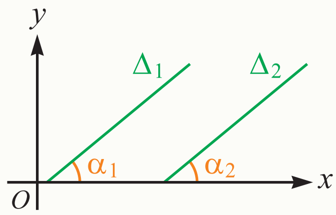
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زينه په پام کې ونيسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړيکه شتون لري.

فعاليت



- د راکړل شوېو وضيعه کمياتو په سيستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازي کرښې يو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاويې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو ميلونه حساب او يو بل سره يې پرتله کړئ، کرښې يو بل سره څه اړيکې لري؟
- که چيرې د Δ_1 مستقيم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاويه د Δ_2 مستقيم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاويه جوړه کړي نو α_1 او α_2 يو له بل سره څه اړيکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول بيانوو:
موازي کرښې د مساوي ميلونو لرونکې دي.
که چيرې دوه مستقيمه کرښې مساوي ميلونه ولري په پايله کې هغه زاويې چې د x محور له مثبت جهت سره يې جوړوي يو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چيرې د Δ_1 مستقيم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقيم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تيرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې يوه له بلې سره څه اړيکه لري؟

$$\left.\begin{aligned} m_{\overline{AB}} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} &= \frac{-11-(5)}{-6-2} = \frac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} &= \frac{8+6}{3+4} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنګه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

فعالیت

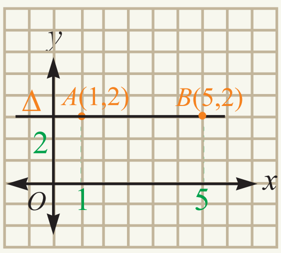
- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه ا ختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $A(x_1,a), B(x_2,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې:

$$m = \frac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکو څخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

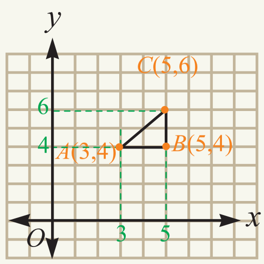
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.
هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

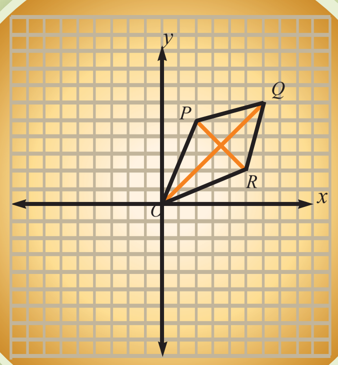
پوښتني

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې خلورضلعي راسونه وي:
الف: د خلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.
ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.
۲- $A(3,4)$, $B(-3,4)$, $C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکی په پام کی ونیسئ.
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکوڅخه تیریږي څه اړیکې لري؟
ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟
ج: د $ABCD$ خلورضلعي څه ډول خلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

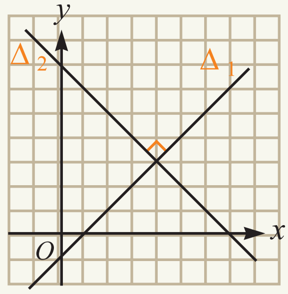
د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل



$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی. کولای شئ د لوزی خانګړتیا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.

تعریف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمې کرښی چې میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چې لاندې رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمې کرښې یو پربل عمود دي.

فعالیت

- د $C(4,4), B(1,3), 0(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د $OBCD$ شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

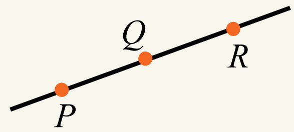
• د $\overline{OBCD}$ خلورضلعي څه ډول خلورضلعي ده؟

• وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوخخه يوازې يو مستقيم تيريږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ دريې ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له :

$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

خرنگه چې د $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوي دي نو په پايله کې د B, A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

• که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (-1) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.

• دري ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

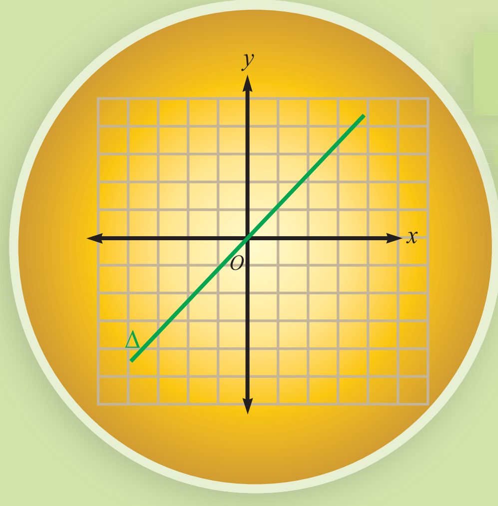
پوښتني

1- که د $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د يوه مثلث خوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قايم الزاويه دی.

۲- هغه توټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تيريږي له هغه توټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوځخه تيريږي ،اړيکې يې يو له بل سره وځيرئ؟

۳- يوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوځخه تيريږي د دواړو کرښوحالت يو له بل سره بيان کړئ.

د مستقیمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقیمې کرښې پرمخ څو ټکي وټاکئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شویو ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ څه اړیکه وینئ.

فعالیت

- د $A(1,-1)$، $B(-2,2)$، $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعالیت پایله په عمومي ډول داسې بیانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د یوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ اړیکه رابښيي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

پوهیږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په یوه مستوي کې پرتې وي یوازې او یوازې یوه مستقیمه کرښه تیریږي. اوس غواړو چې د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړو چې له دوو اختیاري ټکو څخه تیریږي.

فعالیت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تیر شي.

ددې لپاره چې د $M(x,y)$ اختیاري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي دی؟
د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ توټه کرښو میلونو له مساویتوب څخه کومه اړیکه لاسته راځي.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په عمومي ډول داسې بیان کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تیره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تیره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شو چې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

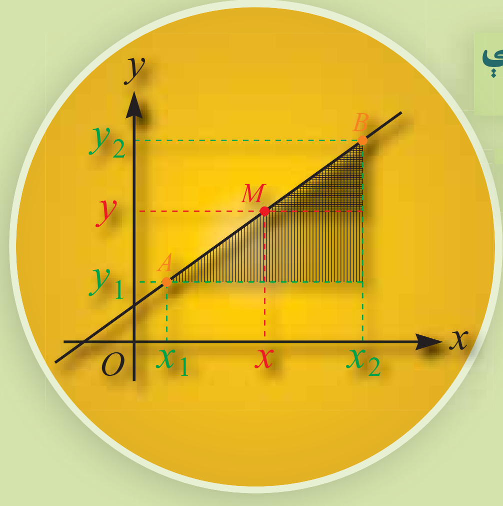
1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3)$, $B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقیمي کرښي معادله چي میل اویو ټکی یي معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ میل د $\overline{MA}$ له میل سره څه اړیکه لري؟
بله هره ټوټه کرښه چي ددې ټوټه کرښي پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له میل سره برابر میل لري، ولي؟

پوهیږو چي د هغي کرښي معادله چي د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

یا

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چي $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقیمي کرښي میل راښیي نو پورتنی معادله لاندي شکل غوره کوي. $y-y_1=m(x-x_1)$

وروستنی معادلـه د هغي کرښـي معادلـه ده چي میل ئی (m) او د $A(x_1, y_1)$ لـه نقطه څخه تیریږي.

لومړی مثال: د هغي مستقیمي کرښي معادله ولیکئ چي د $(2,3)$ ټکی څخه تیر شي اومیل یي $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چي د مستقیمي کرښي میل اویو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b=m(x-a)$ معادلي څخه لیکلای شو:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3)=(x-2)$$

$$2y-6=x-2$$

$$2y-x=4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

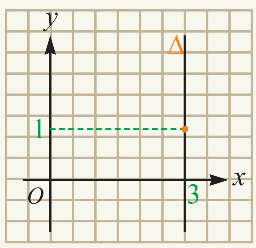
دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.

حل: څرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.



په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیدا کړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیداکولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځني ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad\Rightarrow\quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad\Rightarrow\quad y-0=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیداکړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

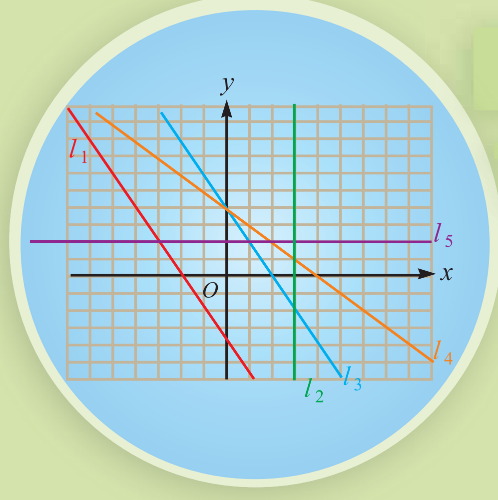
۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیداکړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادلې کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې عمومي معادله

د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟



د یوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومی ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:

په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$ یا $ax + by + c = 0$ ، b,a او c حقیقي عددونه او $b \neq 0$ دی.

په پورتنی معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع بلل کیږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y = mx + h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

فعالیت

- د $2x + 3y - 6 = 0$ او $y - x = 2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هریوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:

که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{a_1}{a_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{a_1}{b_1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $-3x+y-5=0$ او $6x-2y+1=0$ مستقیمې کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمې کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوه مستقیمې کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونوترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x+4y=5$ او $4x-3y=-1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1=3$ $\quad b_1=4$ $\quad c_1=-5$

$a_2=4$ $\quad b_2=-3$ $\quad c_2=1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\neq\frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3}\times\frac{3}{4}=-1$ نو $\frac{b_1}{b_2}\times\frac{a_1}{a_2}=-1$ دي نو د کرښو د پریکړې په ټکی کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکی د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x-6y+3=0$ او $kx+3y-1=0$

حل: د عمودیت شرط څېړو:

$kx+3y-1=0\ ,2x-6y+3=0$

$a_1.a_2+b_1.b_2=0$

$2\cdot k+(-6)3=0\Rightarrow k=9$

پوښتنې

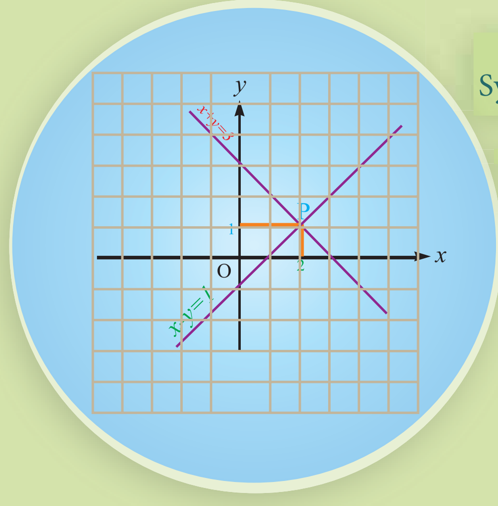
1- د $4x+3y-1=0$ او $8x+6y+5=0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

۲- د $8x-4y+10=0$ او $4x-2y+5=0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x+ky=0$ او $2x-3y+5=0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات
د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکی لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کیږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کیږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پریکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پریکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$
$$7x = 7$$
$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پریکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادېږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کېږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پرېکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad I \end{cases}$$

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\frac{a_1}{b_1}x + \frac{c_1}{b_1} \\ y = -\frac{a_2}{b_2}x + \frac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پرېکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښو میلونه او د y محور سره د پرېکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي ځرنګه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پرېکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

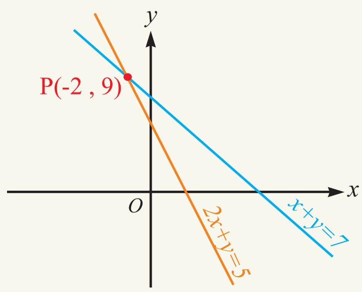
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پرېکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

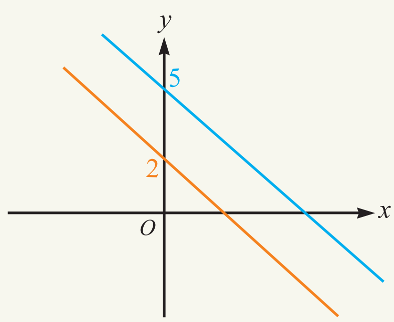
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\dfrac{6}{3}x+\dfrac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنګه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

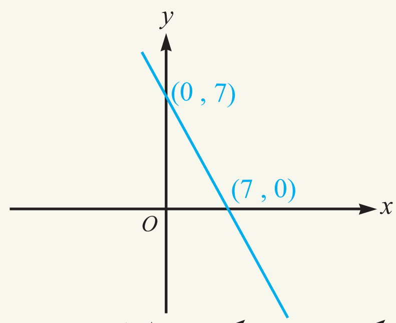
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\frac{-4}{4}x+\frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

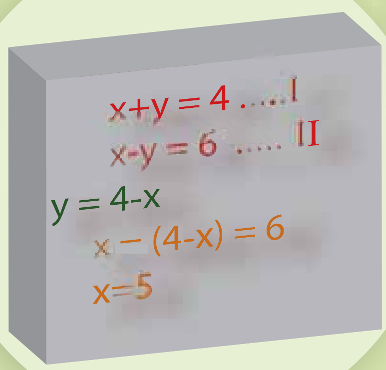
د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنۍ عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{I}$$
$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II}$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړۍ معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې چې A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$

$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندي د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې یې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{aligned} &3x+2y=10 \\ &3(-\frac{3}{2}y)+2y=10 \\ &-\frac{9}{2}y+2y=10 \\ &\frac{-9+4}{2}y=10 \\ &-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} &x=-\frac{3}{2}y \\ &x=-\frac{3}{2}(-4) \\ &x=-3(-2) \\ &x=6 \end{aligned}$$

د دوه مجهوله لومړی درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلي یو مجهوله لومړی درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلي مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلي قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} y=2x \\ x+y=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x-2y=15 \\ 6x-y=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a+2b=2 \\ 2a-3b=25 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4 \\ \frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3} \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1 \\ \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6 \\ \frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو څښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو څښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 41 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{I} \\ 5x - 2y = 7 \ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{II} \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړۍ معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړۍ معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 205 & \Rightarrow \ 35x + 25y = 205 \\ 5x - 2y = 7 & \Rightarrow \ 35x - 14y = 49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x + 25y = 205 \\ 35x - \ 2y = \ 49 \\ - \quad + \quad\ - \\ \hline 39y = 156 \end{array} \quad \Rightarrow y = \frac{156}{39} \Rightarrow y = 4$$

د y په لاس راغلي قيمت د سيستم په يوه معادله كې وضع كوو تر څو د بل مجهول قيمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دويم مثال: د معادلو لاندې سيستم د افنا په طريقه حل كړئ.
$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړى يو مجهول له منځه وړو لكه y نو لومړۍ معادله په 3- كې او دويمه معادله په 3- كې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع كوو:

$$\begin{array}{ll} 3x+2y=4 & \Rightarrow -9x-6y=-12 \\ 2x-3y=-1 & \Rightarrow \underline{-4x\mp 6y=\mp 2} \\ & -13x+0=-10 \\ & x=\frac{10}{13} \end{array}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سيستم حل د افنا په طريقه كې په لاندې ډول عمل كوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا كړو د هغې ضريبونه په پام كې نيسو. لومړۍ معادله د دويمې معادلې د افنا شوى مجهول په ضريب كې او دويمه معادله د لومړۍ معادلې د افنا شوى مجهول په ضريب كې ضربوو.
- په لاس راغلى معادلې يوه له بلې څخه تفريق يا جمع كوو چې د يوه مجهول قيمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قيمت د سيستم په يوه معادله كې وضع كوو چې د بل مجهول قيمت په لاس راځي.

پوښتنې

د معادلو لاندې سيستم د افنا پع طريقه حل كړئ.

1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$

2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$

3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

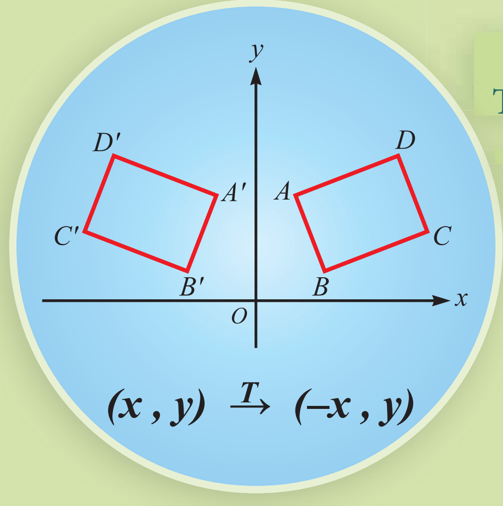
4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$

5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$

6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون (تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه توپیرونه اوڅه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ

- د $A(1,2)$، $B(-2,3)$ او $C(2,-4)$ ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلی ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکې ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکې د راکړل شوی ټکې خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکی د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکی بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د $E(4,1)$، $D(1,2)$ او $C(2,4)$ ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y) \xrightarrow{T_2} (x,-y)$

$c: \quad (x,y) \xrightarrow{T_3} (y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y) \xrightarrow{T_4} (x+2,y+3)$

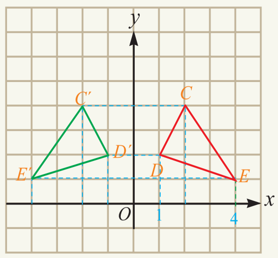
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ تربدلونې لاندې لرو چې:

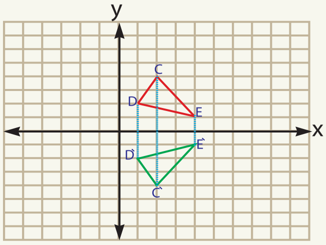
$T(4,1)=(-4,1)$

$T(1,2)=(-1,2)$

$T(2,4)=(-2,4)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

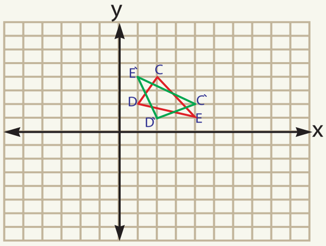


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



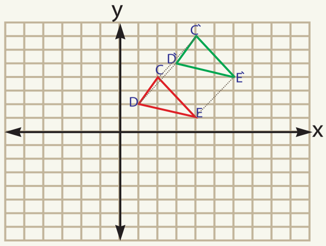
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

(1,4)

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$



d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$

په پورتنیو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله توپیرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل ځیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(-3,1),(-2,-2),(1,-1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه

1- د $(-3,1),(-2,-2),(1,-1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

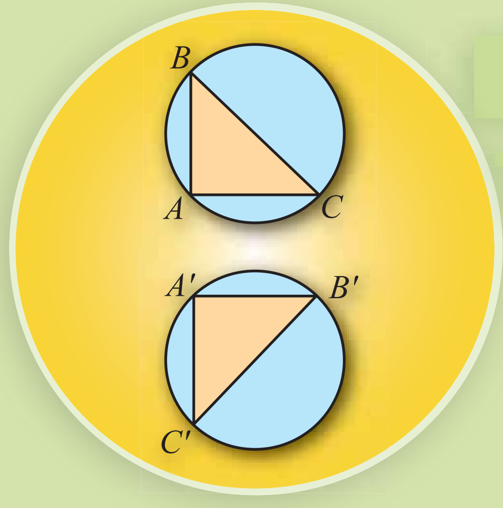
c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1\,,\,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې یې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسوکولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعالیت

- د وضیعه کمیاتو په مستوئ کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات یې ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووایئ.
- د B', A' او C' ټکی یو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالی اوظاهري شکل له مخي پرتله کړئ.

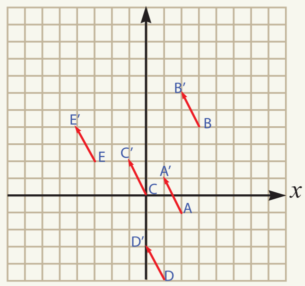
که چیرې د یوه شکل یاخیرې ټول ټکي په یوه ټاکلی جهت(لوری) او یو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکي دي، دې حرکت ته انتقال وایی او هغه په دی ډول ښودل کېږي: $T(x,y)=(x+h,y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقیقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښیئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ اوبیا هغه ټکی چې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ اړیکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,\ -3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,\ 4)$

په پورتنی مثال کې د ټکو د ترلوځخه د شکل خیره لاسته راځي لیدل کیږي چې د $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ یو له بل سره موازي او مساوي دي.

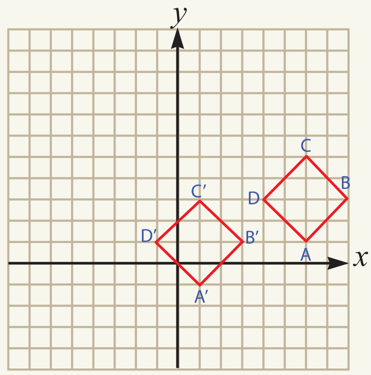
دویم مثال: که چیرې $A(6,1), B(8,3), C(6,5)$ او $D(4,3)$ د یوې مربع راسونه وي هغه د وضعیه کمیاتو په سیستم کې ترسیم کړئ او د $T(x,y)=(x-5,y-2)$ اړیکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی او تصویر نظر یو بل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو میل او وثیره یې نظر یو بل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $A'B'C'D'$ خلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \quad \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \quad \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5,5-2) \quad \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5,3-2) \quad \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانو کورنی دنده ده.

انتقال یو ایزومتري رابطه ده.

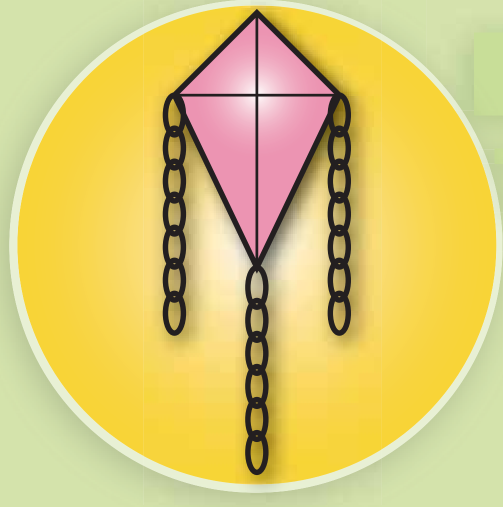
پوښتنې

1- که د $M(1,-1)$، $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ یوه خلور ضلعي وي خلور ضلعي او د هغې تصویر تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲- که $L(7,0), I(5,0)$ او $0(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصویر یاخیره د $F(x,y)=(-y+3,x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

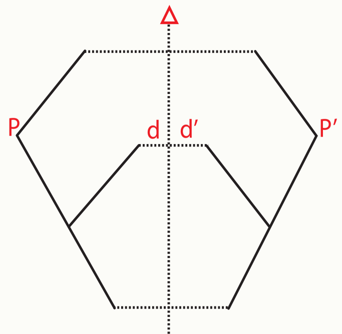
انعکاس
Reflection



د پتنګ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنګ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظر دی.

فعالیت

- د یوې صفحې په نمایي کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنګ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوي لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.



تعریف

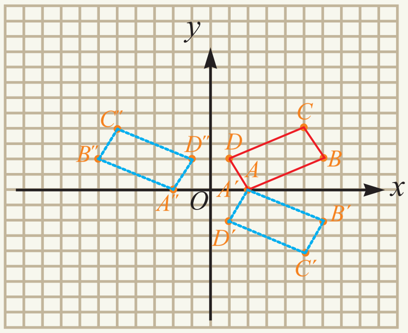
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شی چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایې او Δ محور ته د انعکاس محوروایې.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0), B(6,2), C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظرد y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

يوازي د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x , y)$	نظر x محورته انعکاس $(x , -y)$	ټکی (x , y)
$A''(-2 , 0)$	$A'(2 , 0)$	$A(2 , 0)$
$B''(-6 , 2)$	$B'(6 , -2)$	$B(6 , 2)$
$C''(-5 , 4)$	$C'(5 , -4)$	$C(5 , 4)$
$D''(-1 , 2)$	$D'(1 , -2)$	$D(1 , 2)$



د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.
د $T(x, y) = (x,-y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.
د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1)$, $B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياځيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a:\ R_1(x,y) = (-x,y)$ $\qquad$ $b:\ R_2(x,y) = (x,-y)$

$c:\ R_3(x,y) = (y,x)$ $\qquad$ $d:\ R_4(x,y) = (-y,-x)$

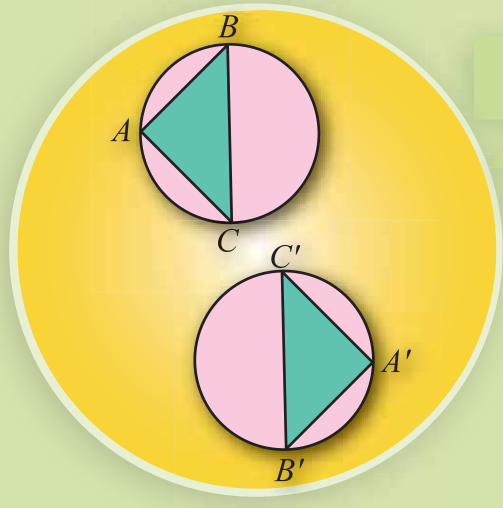
2- که چيرې $A(0,2)$, $(B(-5,0)$, $C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x,-y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

۳- د $(A(1,4)$, $B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياځيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

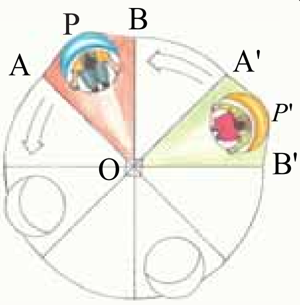
دوران
Rotations



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مستوي کې حرکت کړی او د $A'\overset{\Delta}{B'}C'$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بیلابیل ځایونه راښیي.



- د شکل څخه لیدل کیږي چې A د 'A او B د 'B متناظر ټکي دي او د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکۍ په لومړي ځای یو ټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P متناظر ټکی د څوکۍ په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه 'p ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

د پورتنی فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدونې په عنوان داسې تعریفوو:

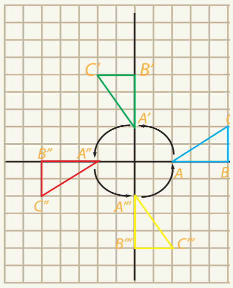
که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د $A(2,0), B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه څیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

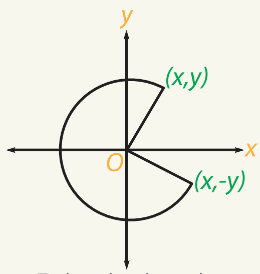
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:

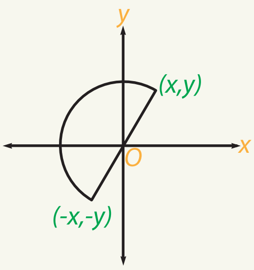


تکی	خیره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

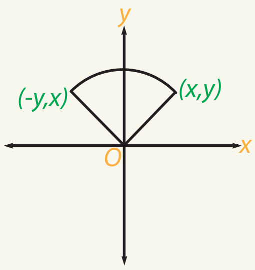
د شکل شخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.



R(x,y)=(x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاویه $270°$



R(x,y)=(-x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاویه $180°$



R(x,y)=(-y,x)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاویه $90°$

پوښتني

1- که $A(0,0)B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعګانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2), B(7,2), C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع ګانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محورونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقي محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې دy مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ د هرې مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفی دی.
- موازی مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایی.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دريم څپرکي پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

• په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دي صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d) منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \dfrac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ c) $\dfrac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\dfrac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \dfrac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

٥- د $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\dfrac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \dfrac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکي او د وضيعه کمياتو د مبدآ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m = \dfrac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \dfrac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \dfrac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي. b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

c: د میلونو د ضرب حاصل يې منفي يو وي.　　d: ټول ځوابونه سم دی.

- خالي ځايونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وايي.

۲- په دويمه ناحيه کې هغه ټکي پراته دي چې x يې .... او y يې .... دی.

۳- په دريمه ناحيه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقيم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاويه جوړه کړي ميل يې .... دی.

٥- دوه موازي مستقيمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقيم ميل .... دی.

٧- درې ټکي هغه وخت په يوه مستقيمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

٨- که د دووکرښو ميلونه يوبل سره مساوي نه وي دا کرښې .... دی.

- لاندې جملې کومې سمې اوکومې يې ناسمې دي د سموېه مخ کې د(س) توري اود ناسمې په مخ کې د(ن) توري وليکئ.

1- (　) که د وضيعه کمياتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره يوازې او يوازې يوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کيږي.

2- (　) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په يوه ټکي داسې تبديل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر يوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وايي.

3- (　) د $T(x, y) = (-x, y)$ بدلون نسبت y محورته يوانعکاس دی.

4- (　) د $T(x, y) = (x, -y)$ بدلون نسبت x محورته يو انعکاس دی.

5- (　) د $T(x, y) = (y, x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقيم ته يوانعکاس دی.

6- (　) انتقال هغه تغيرمکان ياليږدونه دی چې په هغه کې د واټونو يا فاصلو جهت اود زاويو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- (　) که په مستوي کې يوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاويې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عين زاويه دوارن کوي.

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعيه کميات يې ورکړ شوی دی د وضعيه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)$ $2:\ (2,3)$ $3:\ (0,-4)$ $4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضيعه کميات يې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)$ $2:\ (4,1),(3,-2)$ $3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښيئ چې لاندې ټکي د يوه قايم الزاويه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پيدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)$ $2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښيئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په يوه مستقيمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)$ $2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د يوې مستقيمې کرښې ميل اويو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\dfrac{1}{2}$ $2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\dfrac{2}{3}$ $3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د يوه مستطيل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت يې پيدا کړئ.

7- که د يوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9)$, $(4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی يې پيدا کړئ.

8- وښيئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د يوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د يوه مثلث راسونه وي د اضلاعگانو د منځنی ټکي کميات وضيعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه يو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطيل قطرونه يوبل نيمايي کوي.

11- هغه مستقيم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تيريږی د وسطي عمود معادله يې پيدا کړئ.

12- د هغه مستقيم معادله پيدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تير شي او په ترتيب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چيرې $A(5,0),B(7,0)$ او $C(5,3)$ د يوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتيب لاندې مثلث او د هغه تصوير ياڅيره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصوير د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پيدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووايئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصوير يا څيره د ترانتقال ياليږدونې لاندې وټاکئ.

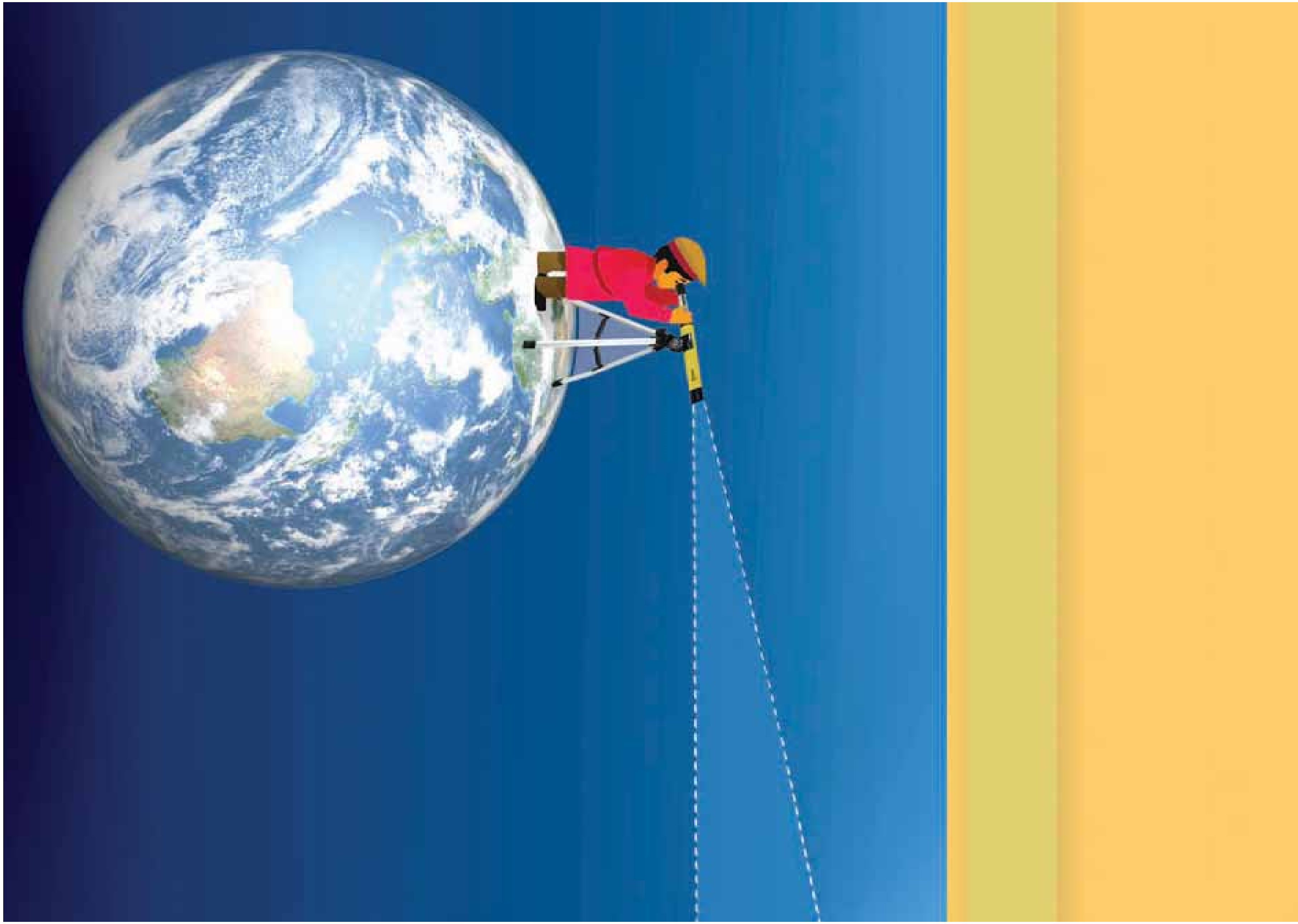
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

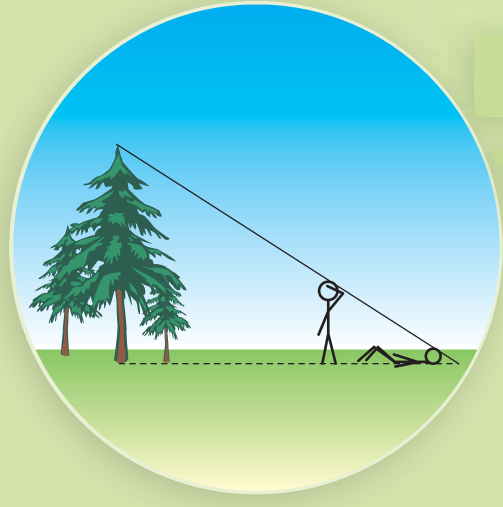
مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

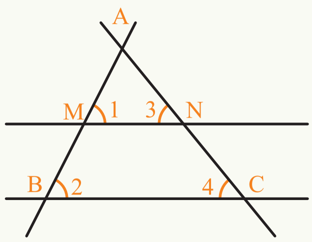
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جګ والې څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} \,//\, \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



$\overline{MN} =$ ▭ $\quad \overline{AN} =$ ▭ $\quad \overline{AM} =$ ▭

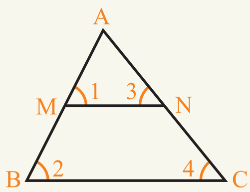
$\overline{BC} =$ ▭ $\quad \overline{AC} =$ ▭ $\quad \overline{AB} =$ ▭

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\dfrac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$ ، $\dfrac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$ او $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} \,//\, \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



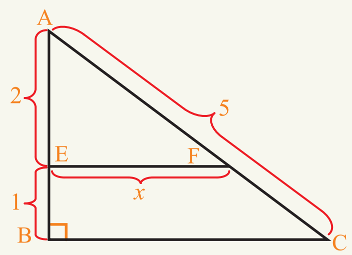
$$\left.\begin{array}{l} \hat{1} = \hat{2} \text{....... متوافقه} \\ \hat{3} = \hat{4} \text{....... متوافقه} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{..... مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{x}{3}$$

$$x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

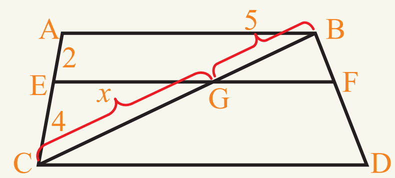
$$AC^2=BC^2+AB^2$$

$$5^2=BC^2+3^2$$

$$BC^2=25-16=9$$

$$\boxed{BC=3}$$

دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې چې $\overline{EF}/\!/\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.



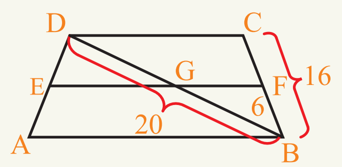
$$\frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}} \text{ یا } \frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$$

$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$

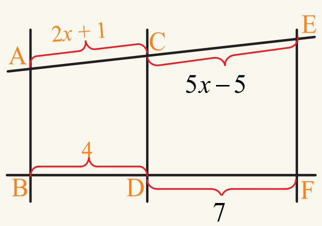
$$x=10$$

پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.

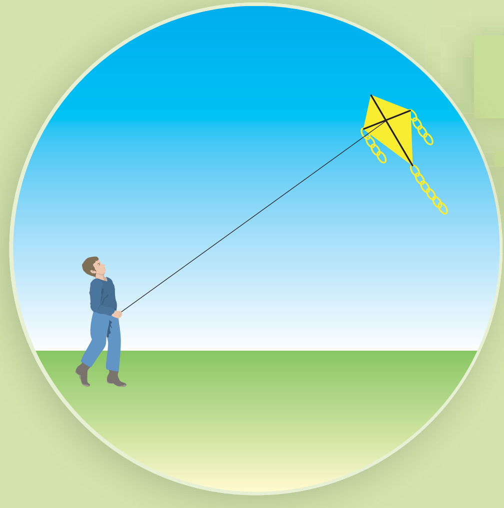


2- په لاندې شکل کې چې $\overline{CD}/\!/\overline{EF}$ او $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

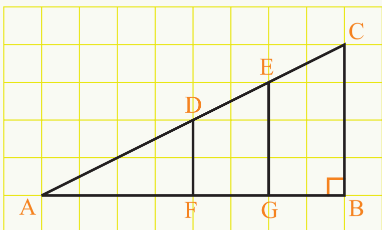
د يوې حاده زاويې ساين



که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعاليت

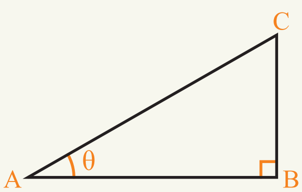
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پريکړې ټکي يې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او د $\frac{DF}{DA} = \frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{DF}{DA} = \frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ ديوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅيرئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کيږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پريږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پيښيږي؟ ويې څيرئ؟

تعريف

په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ځنډې يا ضلعې او ږدوالی دوتر پر اوږدوالی تل مساوي له يو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کيږي.

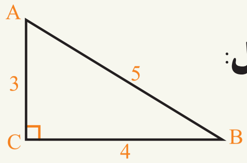


$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

حل:

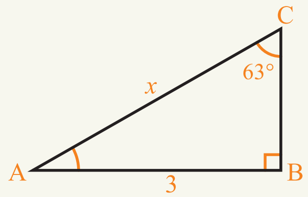


$$\sin A = \frac{\text{د } A \text{ زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{BC}}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

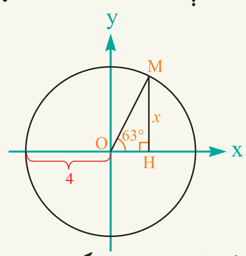
$$\sin B = \frac{\text{د } B \text{ زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دویم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پیدا کړئ.

شکل (الف)



شکل (ب)



حل:

د الف جزء: د یوې حادې زاویې د تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

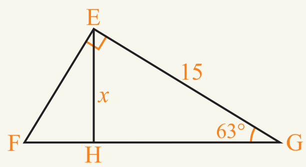
$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

د ب جزء:

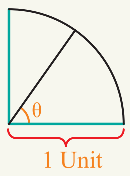
$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې



1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.



2- د دایرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونیسئ.

الف: که د θ زاویه لویه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاویه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کیږي.

ج: که زاویه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کیږي.

3- د $80^o, 40^o$ او 65^o زاویې په وار سره رسم او بیا په هره زاویه یو قایم الزاویه مثلث کې رسم کړئ د کربنې یا خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پیدا کړئ او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

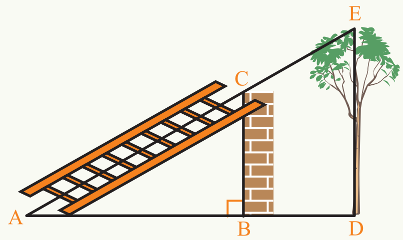
4- یو متساوي الساقین مثلث چې قاعده یې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که یوه څنډه یا ضلعه یې 5 واحده وي د B زاویې Sin ساین پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوي حاده زاويي كوساين

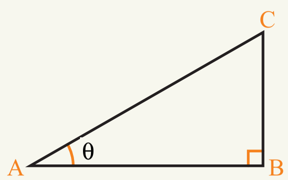
ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده. يو زده کوونکی غواړي و پوهيږي چې ونه له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوئ؟

فعاليت



- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو له بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی. $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{....}{AE}$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.

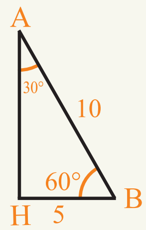


$$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} \cos\theta$$

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^o$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt3}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt3}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

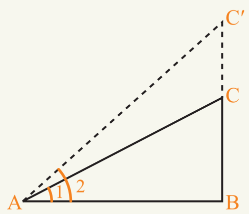
$$\overline{AH}=\sqrt{75}\Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt3$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt3}{10}=\frac{\sqrt3}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt3}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

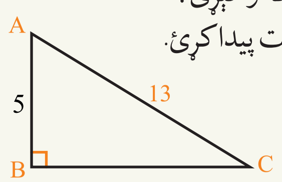


- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

$\overline{AC}$		$\overline{AC'}$
$\cos A_1$		$\cos A_2$

2- د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړیکه وڅیړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا ځنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

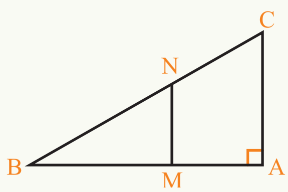
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بیرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوئ چې د بیرغ د میلې اوږدوالی
څنګه پیدا کړئ؟

فعالیت

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاویه یې قایمه ده د $\hat{B}$ زاویې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونیسئ چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نیولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا د ځنډو له مخې ولیکئ.

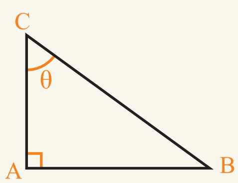
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخیستنه او داضلاعو یا ځنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ ولیکئ.

د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.

- سوچ وکړئ که چیرې $\frac{CosB}{SinB}$ پیدا کړو نو دا نسبت د مخامخ ځنډو یا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري یا یوازې د زاویې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړی پایله: په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې د مخامخ ځنډې یا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاویې دګاونډي ضلعې د اوږدوالي نسبت یو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاویې تانجنت) په نامه یادیږي.

$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\overline{AC}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}}$$

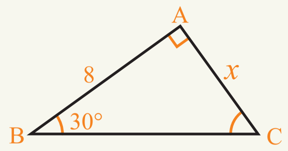


دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډي یا مجاوري ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ خنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وايي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی، د $\tan 30^\circ$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

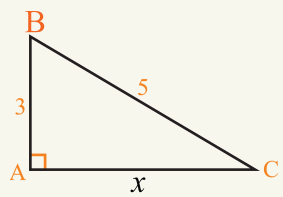


حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



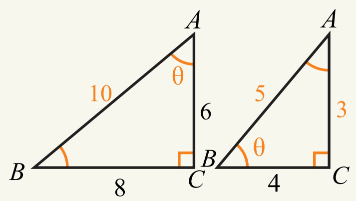
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25-9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \quad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې



1- په مخامخ شکلونو کې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

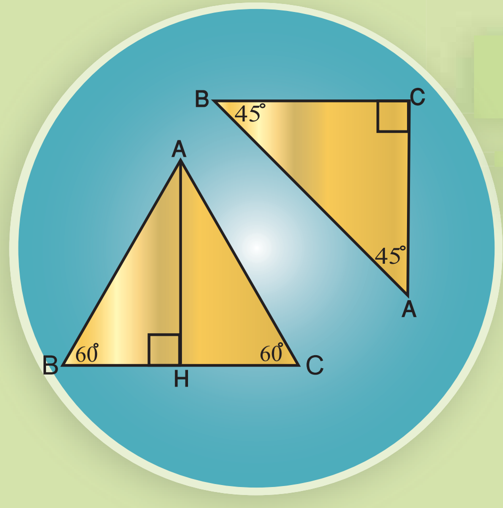
2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاويو مثلثاتي نسبتونه ($30°$، $60°$، $45°$ او $90°$)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالی يې وټاکئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع يا جګوالی رسم کړئ، په دې ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګرتياوې لري.
- د فيثاغورث د قضيې څخه په ګټه اخيستنه د جګوالي يا ارتفاع اوږدوالی يا د مثلث جګوالی پيدا کړئ.
- ايا کولای شئ چې د $30°$ او $60°$ زاويو مثلثاتي نسبتونو عددي قيمت پيدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو متساوي الساقين، قايم الزاويه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې يا څنډې اوږدوالی يې يو واحدوي.
- هره حاده زاويه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه يې حساب کړئ.
- د $45°$ زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

مثلثاتي نسبتونه \ زاويې	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	نا ټاکلی (نا معين)

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطوکې د x او y عددي قیمت پیداکړئ.

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ$ 2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ$

3) $\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=?$ 4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ$

5) $\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=?$ 6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x=\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=\sqrt{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

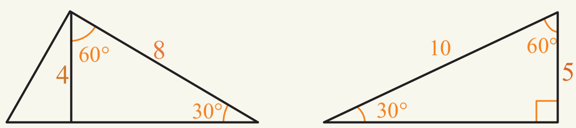
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

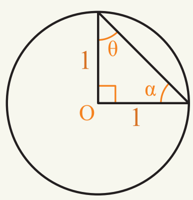
5) $x=\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=1-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیداکړئ.

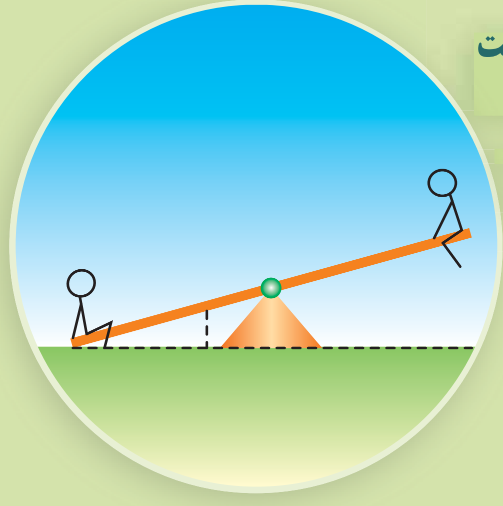




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مستقیم خط د میل او تانجنت اړیکه



د رافعې میل ښـــې یاکیڼـــې خواته په څه پورې اړه لري؟

فعالیت

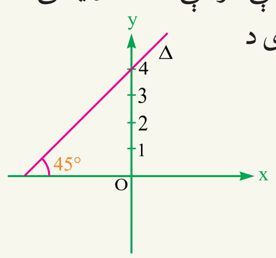
- د $B(0,0), C(1,0)$ او $A(1,3)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وښیئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل ولیکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقیمې کرښې د میل سره څه اړیکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقیم دوه اختیاري ټکي په پام کې ونیسئ، د دې ټکو په لرلو سره د مستقیمې کرښې میل پیداکړئ. ایا د tanB د مستقیمې کرښې د میل برابرې لیدل کیږي؟

د پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې د هغې مستقیمې کرښې میل چې د x له محور سره حاده زاویه جوړوي، د هغې زاویې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره یې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دي.

لومړی مثال: د Δ مستقیمه کرښه د y محور په 4 کې پریکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقیمې کرښې معادله ولیکئ.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقیمې کرښې میل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^o \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمې کرښې په معادله کې د مستقیمې کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمې کرښې معادله په ستندرډ شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته یې میل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې یې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه یې په A وښیئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$, $\cos B$, $(\sin B)^2$, $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حادې زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځینې وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاویه جوړه کړي او د y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + (\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

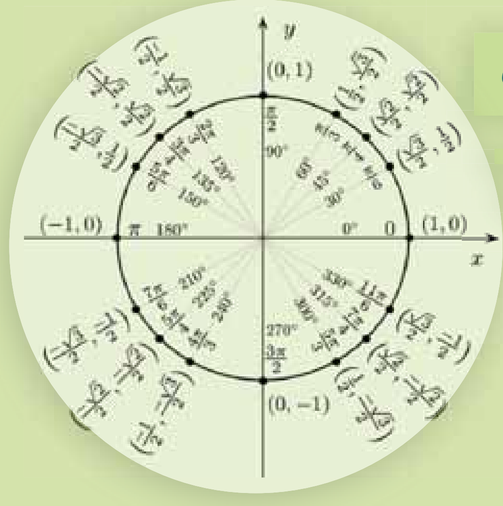
d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نومورو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعاليت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالی يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنی فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:
د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په اَسانی سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونې وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کې د θ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو ځخه گټه اخيستل شوی ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90° 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89° 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88° 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87° 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86° 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	85° 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	**84°** 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	**83°** 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	**82°** 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	**81°** 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	**80°** 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	**79°** 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56° 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55° 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54° 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53° 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52° 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51° 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50° 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49° 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48° 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47° 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46° 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45° 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښيي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړی او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنۍ وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنۍ وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښي خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنۍ پرته لیکه یا سطر کې پیدا کوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیدا کړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیدا کوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د $0,8646$ عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ? \qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0,8646$$

دویم مثال: د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړي ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیدا کوو او د جدول په وروستنۍ کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د $(0,9959)$ عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

یادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاویو مثلثاتي نسبتونه چې توپیر یې لس دقیقې وي راښیي د هرې زاویې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طریقه بیان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طریقه د انټرپولیشن Interpolation په نامه یادیږي او په لاندې مثالونو کې یې ترې کار اخلو:

دریم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاویې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاویې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاویو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاویې مثلثاتي نسبت داسې پیداکوو:

$$\left.\begin{array}{l}\tan\ 42^\circ 40' \\ \tan\ 42^\circ 35'\end{array}\right]5 \quad \left.\begin{array}{l} = 0,9217] \ x \\ 10 = \ x \\ = 0,9163\end{array}\right]0,0054$$

$$\tan\ 42^\circ 30'$$

د مثلثاتي نسبتونو توپیر		د دو زاویو توپیر
0.00054	:	10'
x	:	5'

لیدل کیږي چې د لومړۍ او دویمې زاویې فرق 5 او د لومړۍ او دریمې زاویې فرق 10 په همدې ترتیب سره د tan فرق یې x او 0,0054 دی یعنې که زاویه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan یې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاویه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته لیکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0,0054} \Rightarrow x = 0,0027$$

د x قیمت د کوچنی زاویو له tan سره جمع کوو:

$$0,9163 + 0,0027 = 0,9190$$

$$\tan\ 42^\circ 35' = 0,9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخیستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاویو پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پیداکولی شئ.

فعالیت

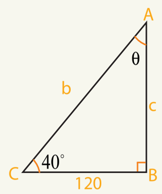
- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه '40 °30 وي بله زاویه یې پیداکړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه °29 او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیداکړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوې ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: دیوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه °40 که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90^\circ - \hat{c} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

2, $\tan 40^\circ = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120 \tan 40^\circ = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40^\circ = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40^\circ} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: د يوه قايمه الزاويه مثلث وتر $49.7cm$ او يوه قايمه ضلعه يې $25cm$ وي نومورې مثلث حل کړئ.

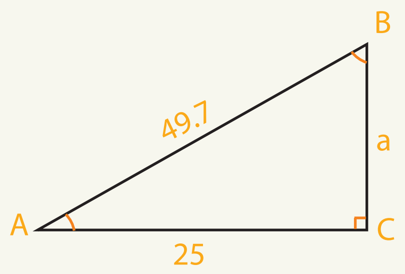
حل: ليدل کېږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر يې داسې پيدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8° = 59°,48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8° = 30,2° = 30°12'$$

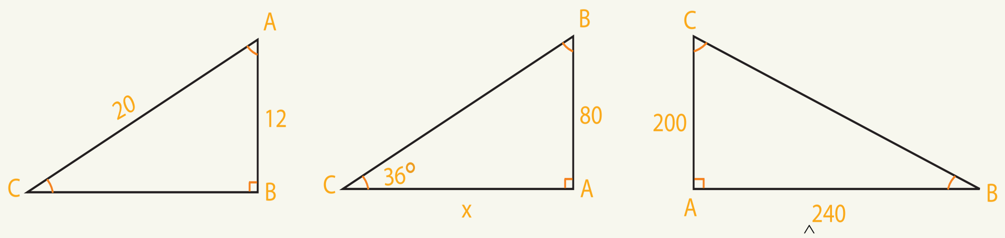
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A} \cdot 25 = 25 \cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

1 - د يوه قايمه الزاويه مثلث يوه حاده زاويه $38°\ 50'$ او د دې زاويې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو مورې مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



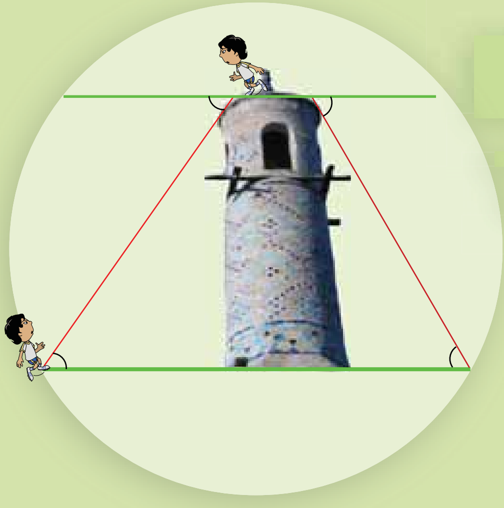
$x = ?$ $\hat{A} = ?$

$x = ?$ $\hat{B} = ?$

$\hat{B} = ?$ $\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او
تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه

β P_1

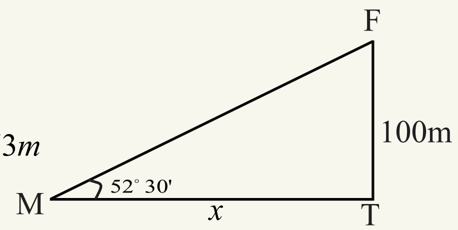
د لید کرښه

α

P_2 د افق کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالي یا ارتفاع زاویه $52°\ 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالي یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړۍ(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړۍ له برج نه څومره فاصله لري.

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3,7 = 444\ ft$$

پوښتنې

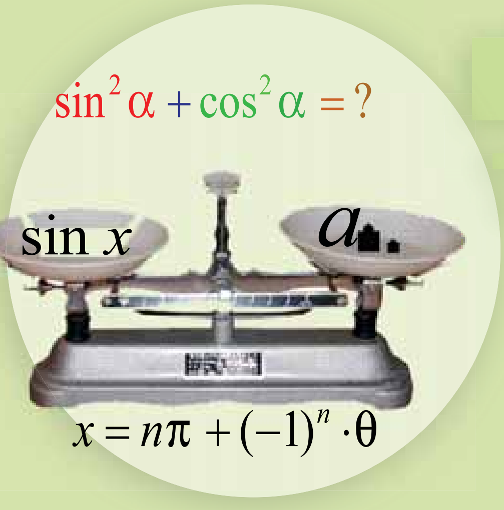
1- د هغه ونې ارتفاع پیداکړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75ft$ ونې ته نږدې شي.

2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړيکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قيمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځينې قيمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعاليت

- د فيثاغورث د قضيې او مثلثات ترمنځ اړيکه وښيئ ايا دا اړيکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پير لري دا توپير په مثلثاتي اړيکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه يا زاويې چې يو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښيئ.

د پورته فعاليت پايله په يو تعريف کې په لاندې ډول بيانوو:

تعريف:

هره معادله چې په هغې کې يو ياځو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ يا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس يا زاويه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنيو معادلو کې x اصلي مجهول دی.
- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وايي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.
- هغه زاويې چې مثلثاتي نسبتونه يې يو شان دي پريوديک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه په

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta,\ n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قيمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قيمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پريوديک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاويو د فورمولونو په مرسته چې يوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پيدا کړئ.

$$2\sin x - \sqrt{2} = 0$$
$$2\sin x = \sqrt{2}$$
$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$
$$x = n\pi + (-1)^2(\frac{\pi}{4})$$

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1$$
$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}$$
$$\cos x = \frac{1}{2}$$
$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$
$$x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

پوښتني

دې لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

a) $\sqrt{3}\cot x - 1 = 0$ b) $2\sin 3x + \sqrt{3} = 0$ c) $2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چې ټرايګون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکي څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه يادېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه يادېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه يادېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه يادېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه يادېږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\cot$ په نامه يادېږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه(α) چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه يادېږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه ربنتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ معادله کې m، m دهغه زاويې تانجنت دی چې مستقيمه کرښه يې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

د څلورم څپرکي پوښتنې

- په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$ c) $\dfrac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې (مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$ d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه ځنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

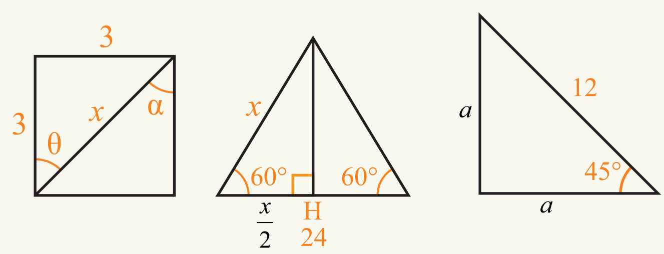
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادله کې د دې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$
2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$
3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$
4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$
5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$
6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$
7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$
8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$
9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

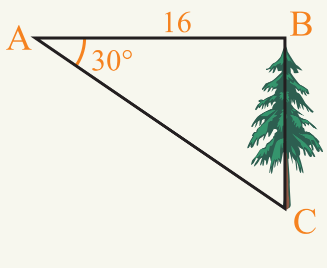
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چیرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$ ، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



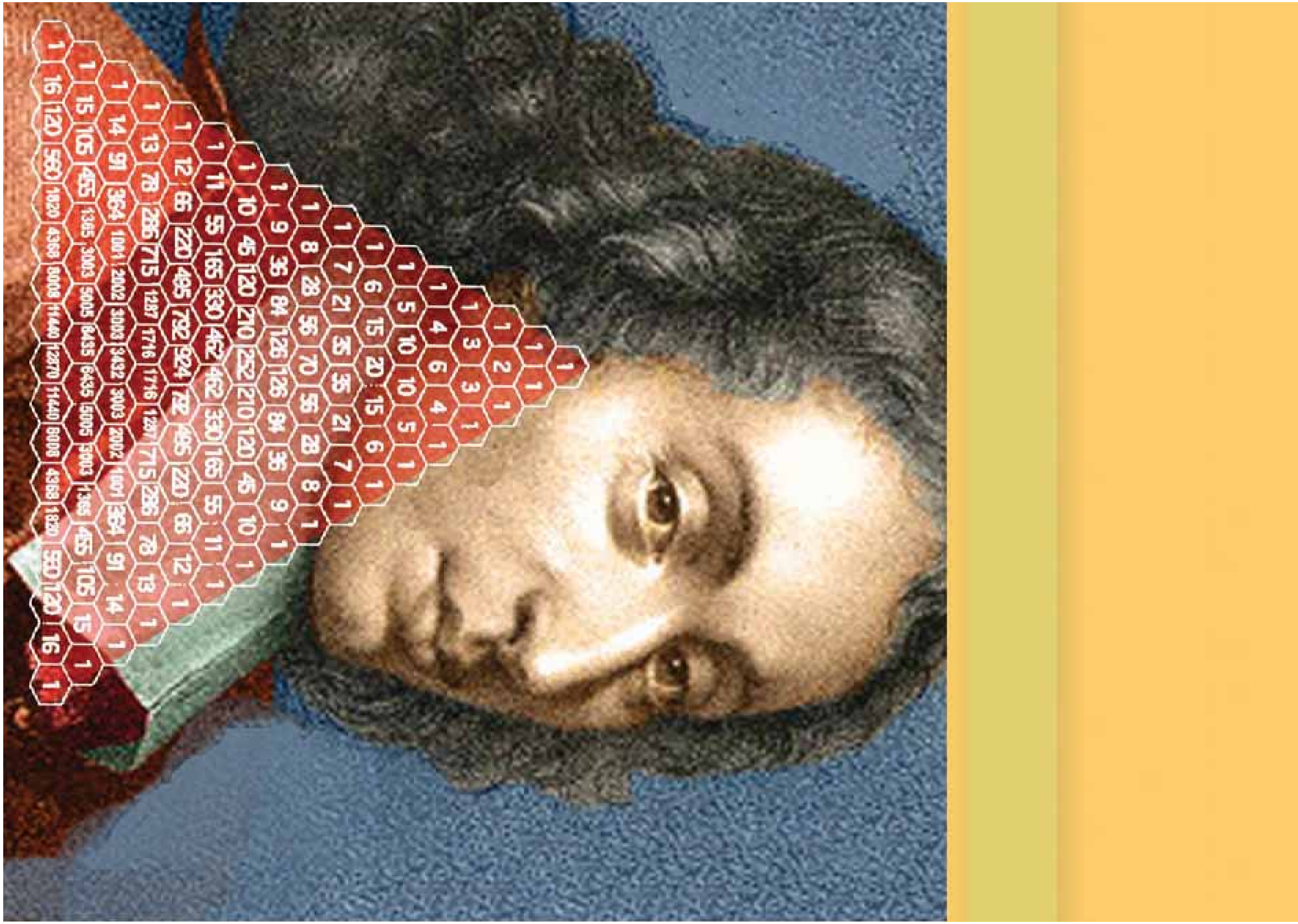
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

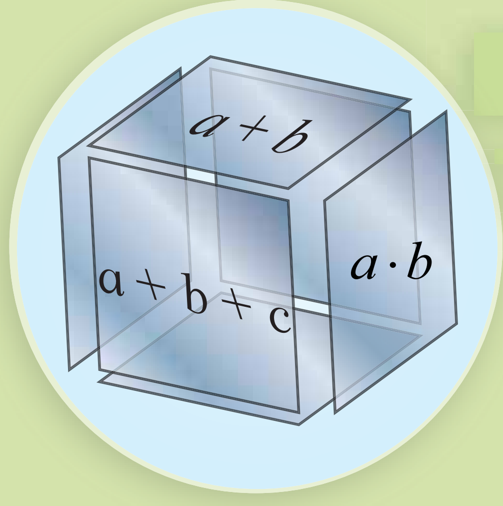
پنځم څپرکی

څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادي



د مخامخ شــکل په ســطحو لیکل شــویو الجبري افادو نومونه واخلئ.

فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونیسئ.

$a)\ 2x$ $b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $c)\ \sqrt{2}xym'$ $d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $f)\ 2xy^3$ $g)\ 3x^2$ $h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $b)\ 3x^2+6x^2$ $c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کیدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګڼې؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو ولیکوچې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده، (Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدونوولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا(Polinomila) په نامه یادیږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړې متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

درجه: نظر x ته	درجه: نظر y ته	مناسبې نومونې: يوه حده	مناسبې نومونې: دوه حده	مناسبې نومونې: درې حده	مناسبې نومونې: څو حده	الجبري افادې
						$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$
2			✓			$3x^2-7x$
						$6x^2-4x-1$
						$0.4x^2y-2x^4+16y^2$
						$13x-2y^3+6x^3y$
						$3-5+x^2-y^3-2xy$
						$4x^2-2x+6x^2-5x$

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده او هرې يوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

a) $x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$

b) $\sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

c) $-4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$

d) $4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله يي دي، دهرې يوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

a) $6x^2-4x-12xy^6-2x^5$

b) $8x^6-4xy^6-5x^2$

c) $6x^2y^6m^9$

d) $\sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

e) $3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$

f) $\frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښيي اوافادې ساده کړئ.

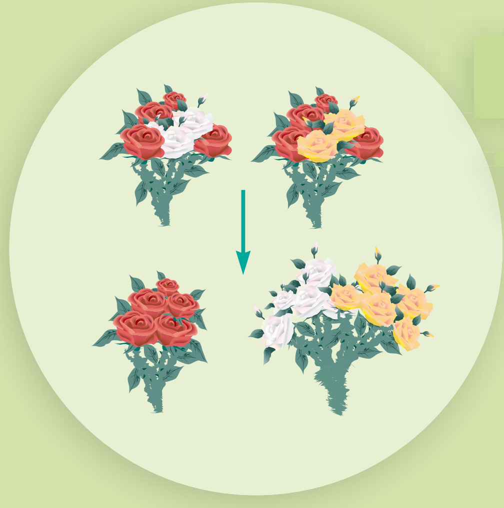
$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$

$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$

$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکتورونو تجزیه(فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې ګلونه وینئ؟
کومې غونچې یو بل ته ورته دي؟ یوه غونچه څو
ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځایونه ډک کړئ.

$5x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)x = \ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots x$

$6y = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)y = \ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots y$

- پاسنیو اړیکو کې له کومې ځانګړتیا څخه ګټه اخیستل شوې ده.
- د ښي اړخ عددي ضریبونه د کیڼ اړخ د متحولینو له ضریبونو سره څه اړیکه لري.

$3x + 2x = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

$ax + bx = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$

- ایا کولای شو چې $a + b$ ساده کړو؟

په پورتنۍ فعالیت کې لیدل کېږي چې:
د ځینو الجبري افادو په تجزیه کې کولای شوچې د ضرب توزیعي خاصیت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. د ګډ عامل په پېژندلو سره په افاده کې کولای شو الجبري افادې تجزیه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ 3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شویو افادو کې لومړی په ټولو حدونو کې ګډ حد پیدا کوو او هغه د قوس مخکې لیکو وروسته ټول حدونه بېل بېل په جمله ویشو او حاصل یې د قوس په منځ کې لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\quad ab+ac-ad = a(b+c-d)$

$b)\quad x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

$c)\quad \frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

$d)\quad 3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دويم مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

$a)\ Ax+Bx+Ay+By$ $\quad b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$ $\quad d)\ 2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتيبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پيداکوو اوبيا يې تجزيه کوو.

$a)\ \underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$

$= x(A+B)+y(A+B)$

$= (A+B)(x+y)$

$b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$

$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$

$= (x+2y)(x-2y+1)$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$

$= 2x(x+y)+3(x+y)$

$= (x+y)(2x+3)$

$d)\ 2x+2y+2x+2y$

$= 4x+4y$

$= 4(x+y)$

پوښتنې

لاندې افادې تجزيه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$ $\quad$ 2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$ $\quad$ 4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$ $\quad$ 6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$ $\quad$ 8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$ $\quad$ 10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دالجبري افادوضرب چې یوه ګډه جمله ولري

د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعي او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

فعاليت

- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کيږي؟

پورته	کيڼ	ښي	لاندې
2	5	6	3
−3	2	−15	5
4	6	8	2

- ديورتنی اړيکي څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:

پورته	کيڼ	ښي	لاندې
3	4	…	…
…	…	10	5
…	7	12	…
…	11	24	…

$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$ (4، …، …، 3)

$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$ (−3، …، …، 2)

(…، 8، 12، …) $x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$

(…، 1، −6، …) $x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي یوه گډه جمله و لري لیکلای شوچي:

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$

که چیري وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسي پیداکړوچي دضرب حاصل يې c اود جمع حاصل يې b شي، که دي اعدادوته m او n وویل شي، لروچي:

$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

$a)\ (t-4)(t+5)$ $\quad b)\ (a+3)(a+4)$ $\quad c)\ (x-0.4)(x+0.2)$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ $\quad e)\ x^2+12x+32$ $\quad f)\ x^2+4x+3$

$g)\ x^2-3x-28$ $\quad h)\ x^2-5x+6$

حل:

$a)\ (t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times5)=t^2+t-20$

$b)\ (a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times4)=a^2+7a+12$

$c)\ (x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times-2)=x^2-6x+8$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

$e)\ x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

$f)\ x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

$g)\ x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

$h)\ x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتني

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ x^2+7x+12$ $\quad b)\ m^2-6m-7$

$c)\ a^2+a-2$ $\quad d)\ x^2-x-20$

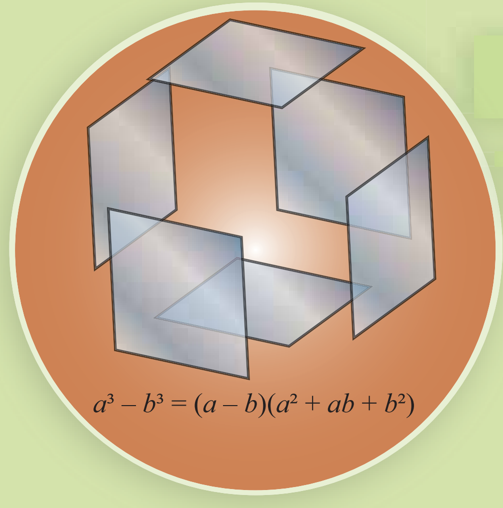
2- لاندې افادې ضرب کړئ.

$a)\ (2x-1)(x+3)$ $\quad b)\ (\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

$c)\ (a-3)(a+4)$ $\quad d)(0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعاليت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a+b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a+b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو ليکو ترمنځ څه اړيکې ليدل کېږي؟
- ايا کولای شئ يوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره وليکئ.

ديورتنۍ فعاليت څخه کولای شو دا پايله وليکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښيو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$
$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جگوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

د مکعب مستطیل حجم = د قاعدې مساحت × ارتفاع ⟹ د قاعدې مساحت = $\frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$

$$\text{د قاعدې مساحت}=\frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}}=\frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})}=9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$
$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعې د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملوتجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډعوامل يې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

ددوو یاڅو الجبري افادودکوچنی ګډ مضرب دپیداکولولپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملوتجزیه، وروسته هغه ګډعوامل چې ترټولولوی توان لري د ناګډعواملو سره ضربووچې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

لیدل کیږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل یې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه یادیږي.

دویم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پیدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پایله کې کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتنې

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره یې ساده کړئ.

1) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5x}\div\frac{3}{10x}$

2) $\frac{3x-1}{x^2+2x-15}-\frac{2}{x+5}$

3) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x+1}-\frac{4}{x^2-1}$

4) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x^3-1}+\frac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2 - 4x^2y^4}{-2xy^2} = ?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y - 3x^3y^4 + 24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x \neq 0 \wedge y \neq 0$ $\qquad b)\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}\ ,\ x \neq 2$

$c)\ \frac{x^3 - x^2 - x - 6}{x + 2}\ ,\ x \neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام دکوم کاربه پایله کې لاس ته راځي ولې؟

a)
$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 11x - 6 & x + 2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & x^2 - 4x - 3 \\ -4x^2 - 11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x - 6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې مووليې ویش دکینې خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليکل اوترتيبول د يوې الجبري افادې دکينې لورې (خوا) نه ښي لورې (خوا) ته په ترتيب د لوړې درجې څخه کوچنې درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددوو الجبري افادو يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وويشئ چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولو حدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ويشو او حاصل يې د مقسوم عليه په ټولو حدودوکې ضربوو او حاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

٥- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونو ته ترهغه ادامه ورکوو چې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنۍ شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشئ.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \hline \underline{-x^3\mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-3x^2\mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x\pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \dfrac{x^3}{x}=x^2 \\ II-\quad \dfrac{3x^2}{x}=3x \\ III-\quad \dfrac{-5x}{x}=-5 \end{array}\right\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادی وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{r|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5 \mp x^4 \mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ x^4+2x^3+x^2 & \\ \underline{-x^4 \mp x^3 \mp 4x^2} & \\ 3x^3+5x^2-8x & \\ \underline{-3x^3 \mp 3x^2 \mp 12x} & \\ 8x^2+4x+4 & \\ \underline{-8x^2 \mp 8x \mp 32} & \\ 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \frac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\quad \frac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\quad \frac{3x^3}{x^2}=3x \\ IV-\quad \frac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

خرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو خیړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه خیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتي د مقسوم دالجبري افادي سره باید برابره وي.

۲- د پاتي درجه د مقسوم علیه له درجي څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کیږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتي د مقسوم له افادي سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتي درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x+3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$\begin{array}{l|l} x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x+3 \\ \cline{2-2} -x^4 \pm 3x^3 & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \hline \quad -3x^3 + 2x^2 & \\ \quad \mp 3x^3 \mp 9x^2 & \\ \hline \qquad 11x^2 - 3x & \\ \qquad \pm 11x^2 \pm 33x & \\ \hline \qquad\quad -36x + 1 & \\ \qquad\quad \mp 36x \mp 108 & \\ \hline \qquad\qquad 109 & \end{array}$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب

که چيري په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلي وي په څه ډول په ترتيب سره افاده ساده کوو؟

فعاليت

• دلاندې افادو ساده کولو لپاره کومې عمليې سرته ورسوو. د عمليې د سرته رسولو ترتيب په شمير سره ونوموئ.

$3-2^4\times5+(16\div4)$

$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$

$3x^2-4x(2+x)$

$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$

په پورتني فعاليت کې موولیدل چې دالجبري افادو عمليو په ترتيب سره سرته رسول دعددنود قانون له ترتيب څخه پيروي کوي. ديوې الجبرى افادې دساده کولو لپاره په ترتيب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

٢- د قوسونو په لرلو سره لومړی هغه ساده کوو.

٣- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د ضرب او ويش عمليې سرته رسوو.

٤- په ترتيب سره له کيڼ څخه ښي اړخ ته د جمع اوتفريق عمليې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

$$1)\ \frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$$

$$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$$

$$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$$

$$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$$

$$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$$

$$=2m+\frac{51}{4}$$

$$2)\ 2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$$

$$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$$

$$=2x-1+2x+4+x\times 5x$$

$$=2x-1+2x+4+5x^2$$

$$=4x+5x^2+3$$

فعاليت

• مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه ورلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ.
ديوکسرد مخرج د جذرونو د منځه ورلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه ياديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\dfrac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، ورپسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ:

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y)\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغــه الجبــري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شــوې وي دمونوم يا يــو حده په نامه يادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شــوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، درې حده يا ترينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغــه الجبــري افــادې چــې لــه څوحدونوڅخــه جــوړې شــوې وي او د تــورو توانونــه ئــې مکمــل عدونــه وی څوحــده يــا پولينــوم بلــل کېــږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکينې خوا څخه ښــی خواته له لوی توان څخه کوچنې ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلې وي دساده کولولپاره يې په ترتيب ســره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه ورو وروســې د تــوان عمليه او په پای کې په ترتيب ســره د وېش، ضرب جمـع او تفريق عمليې له کيڼ څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکی پوښتنې

• په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی.　b) x دی.　c) $2x$ دی.　d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6　b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6　d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$　b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$　d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$　b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب　d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$　b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$　d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو جملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده یوه .... حده درجه .... .افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربی عوامل .... .او....... .دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ویش حاصل عبارت له .... دی.

٤- $a^3+b^3=$ (...............)(........)

۵- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له .... دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- ( ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادېږي.

۲- ( ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- ( ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- ( ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- ( ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

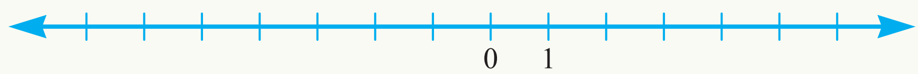
تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دې($<,\leq,>,\geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي
لکه: $4>5\ ,\ 2>3-$ ...

فعالیت

- د $3,\frac{-3}{2},\sqrt{2},-4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښی خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c دري حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b\ ,\ b<c \quad\Rightarrow\quad a<c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a < b$ وي نو د b, a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو:

$a + c < b + c$

$a - c < b - c$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $7 < 4$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b, a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$a < b \quad , \quad 0 < c \Rightarrow ac < bc$

$a < b \quad , \quad c < 0 \Rightarrow ac > bc$

$0 < a < b \quad \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

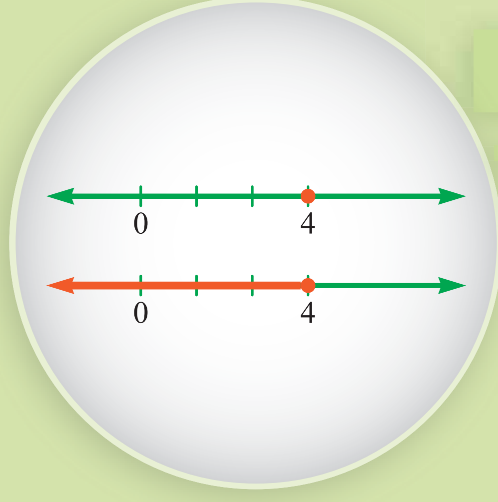
په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعني که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9 > 3-$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅیړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غير مساوات حل



د $x = 4$ او $x \leq 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونيسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپير وينئ.

فعاليت

- د $x + 3 = 7$ معادله، د x دکوم عددي قيمت لپاره سمه ده.
- آيا د x په لاس راغلی قيمت څخه پرته بل قيمت x ته پيدا کولای شئ چې په معادله کې ربتينوالي ولري؟
- د x دکوم عددي قيمت لپاره د $x + 3 < 7$ نامساوي سمه ده.
- ايا د x په لاس راغلی قيمت څخه پرته، بل قيمت شته چې غير مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قيمتونو لپاره پورتنی غير مساوات صدق کوي.

د پورتنی فعاليت په ليدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>, <, \leq$ او $\geq$) علامو په مرسته يو له بل سره اړيکي ولري او په هغه کې د متحول توان يو وي د لومړی درجه يو مجهوله يا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د يو مجهوله لومړی درجې نامساواتو بېلګه ده.

$x + 3 < 0 \quad , \quad 2x - \frac{1}{3} > 3 - x$

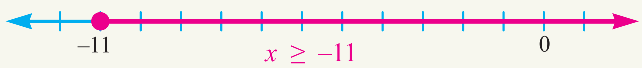
$6x + 7 \leq 5 \quad , \quad \frac{x}{5} + \sqrt{2} \geq 12$

په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیداکولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښیئ.
حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.
حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفریق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

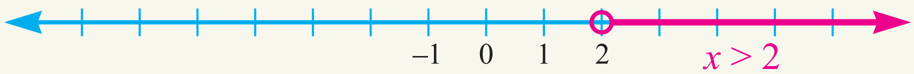
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(●) او دويم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غيرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقيقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه يو مجهوله يا خطي غيرمساوات بلل کېږي.

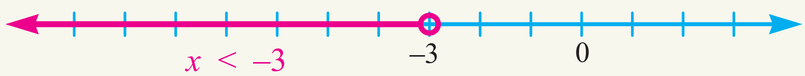
د غيرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نيسو:

- د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره معلوم يو اړخ او مجهول د غيرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قيمت دپيدا کولو لپاره د غيرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضريب د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره وېشو.

دريم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

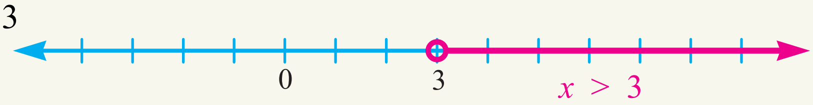
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$
$$2x < -6$$
$$x < -\frac{6}{2}$$
$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غيرمساوات حل کړئ.

$$x + 5 < 3x - 1$$
$$x - 3x < -1 - 5$$
$$-2x < -6$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$
$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

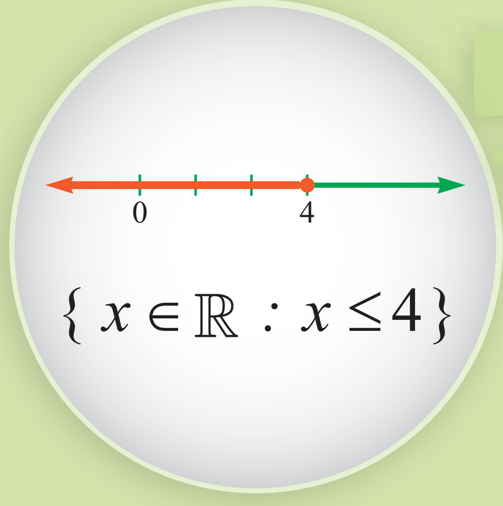
$i)\ 5x + 6 > 0$

2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته ووېل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

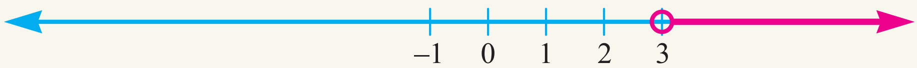
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دهغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وایي.

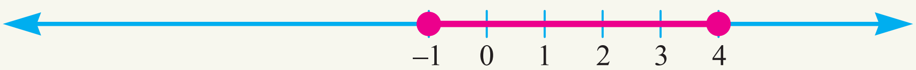
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x-2>7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د ریاضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقیقي عددونه چې له درېو(3) څخه لوی وي.



لیدل کېږي، چې د عددونو دا سیټ د عددونو د محور یوه برخه ده، چې په ریاضي کې ورته واټن(فاصله) یا انټروال وایي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوی هغه فاصله(انټروال) ده، چې له 1- څخه لوی یا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی یا ورسره مساوي دی.

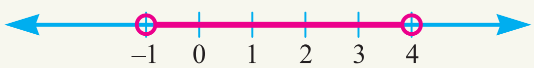


دا فاصله په $[-1,4]$ یا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پیل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن یا فاصلې ته تړلې فاصله وایي.

نو که په پورتنی فاصله کې د 1- او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن یا فاصله وایي او په لاندې ډول یې ښودلای شو:

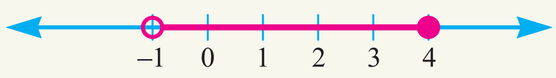
$(-1,4)=\{x \in IR : -1 < x < 4\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه يوازې يو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې يا واټن ته نيمه خلاصه يا نيمه تړلې واټن يا فاصله وايي، او هغه په لاندې شکل ښيو:

$(-1,4]=\{x \in IR: -1 < x \leq 4\}$



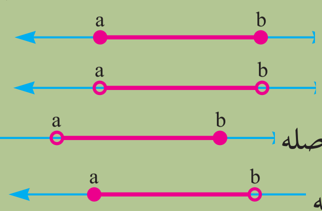
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقيقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$

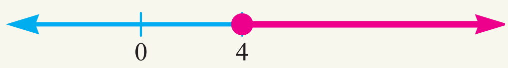
د a او b نيمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$

د a او b نيمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$



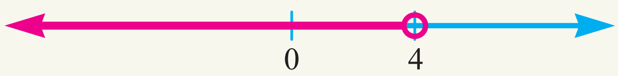
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونيسو چې له يوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله يا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخيستنه چې هغه بې نهايت لولو ښيو، لکه د هغو عددونو سټ چې د 4 څخه لوی يا ورسره مساوي وي داسې ښيو:

$\{x\in IR : 4 \leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچني وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a يو حقيقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقيقي عددونه $(a,\infty)=\{x\in IR : a < x\}$

د a څخه لوی يا ورسره مساوي حقيقي عددونه $[a,\infty)=\{x\in IR : a \leq x\}$

د a څخه کوچنی حقيقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x\in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی يا ورسره مساوي حقيقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x\in IR : x \leq a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل وليکئ او د عددونو په محور يې وښيئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

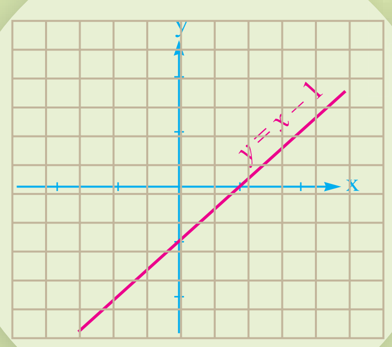
2- لاندې سټونه د انټروال په ډول وليکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \leq x \leq 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \leq x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وي.

فعالیت

- د $2x - 4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتني فعالیت ریاضي بیان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x < 2$	2	$x > 2$
$2x - 4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې لیدل کېږي چې د $2x - 4$ بینوم په $x = 2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قیمتونو لپاره چې له 2 نه کوچني وي منفي علامه او په هغو قیمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بینوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بینوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قیمت پیداکوو چې بینوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قيمتونه چې بينوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \Rightarrow \frac{-1}{2}x>-3 \Rightarrow x<6$$

په همدې ترتيب هغه قيمتونه چې بينوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \Rightarrow \frac{-1}{2}x<-3 \Rightarrow x>6$$

په لاس راغلې پايلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	+	0	−

يادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بينوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قيمت په لاس راوړو چې بينوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول يې په لاندې ډول دی.

1− $a>0$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

2− $a<0$

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

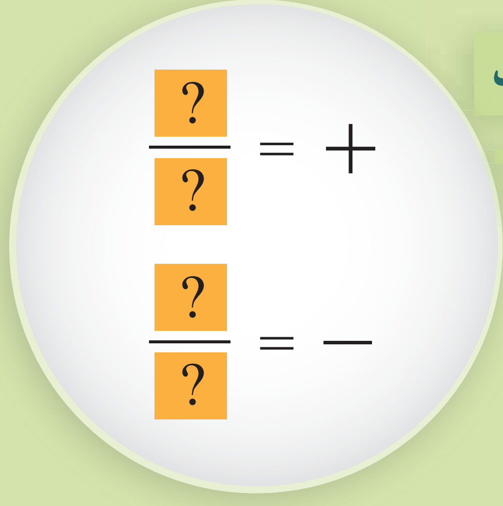
د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحلیل او ټاکل



د a، b حقیقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعالیت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونیسئ.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قیمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ایا کولای شئ په نوموړې افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړې افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړې کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ویش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت پیدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پایله کې د $x<1$ څخه بینوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بینوم د مخرج علامه مثبت ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{3x+5}{2x-2}$	$+$	0	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \qquad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{-x+3}{x}$	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$	0	$-$

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

$a)\ \frac{-x+1}{5+x} \qquad b)\ \frac{x}{x+1} \qquad c)\ \frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$

$y < 0$?

د x پــه کــوم قیمت ســره د مخامخ کســري افــاده مثبــت او د x پــه کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتنی نامساوي د ربنتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتنی فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتنی فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$4 + 2x = 0 \Rightarrow x = -2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له (-2) $(x<-2)$ او له (2) $(x>2)$ وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو شخه چې له (-2) شخه لوی او له (2) کوچنی $(-2<x<2)$ وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر شخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر شخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

پوښتنې

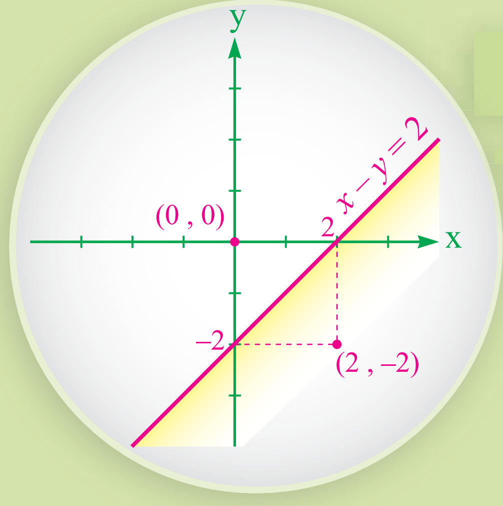
د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.

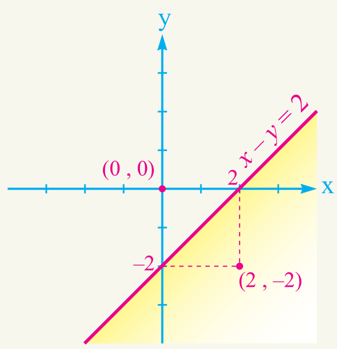
فعالیت

- د (x,y) مرتبې جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیداکولای شئ چې په پورتنی غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیداکړئ چې په پورتني غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیداکړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کیږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.

د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

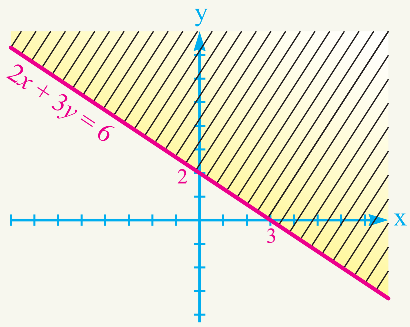
نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.

د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې توروو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.

پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅیړئ.

دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.

حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

پوښتنې

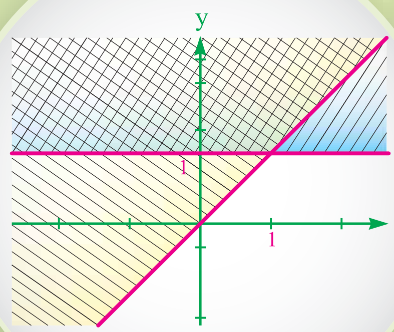
1) $3x-2<5x+y$　　2) $2y<3x$　　3) $x+y>0$

4) $2x-6y\geq 8x+4y$　　5) $x+y<0$　　6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غيرمساواتو سيستمونه



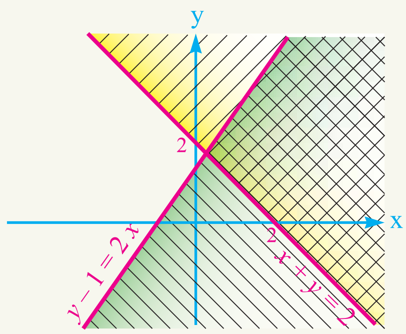
د لاندې غيرمساواتو د حل سټ پيدا کړئ.
ايا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښيي.

د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غيرمساواتو سيستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غيرمساوات دي د غيرمساوات سيستم بلل کېږي.

د غيرمساواتو سيستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پيدا کړو چې په يوه وخت کې په دواړو غيرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر يوه نامساوي حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې په لاس راوړو.

هغه ناحيه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غيرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحيه د غيرمساوات د سيستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

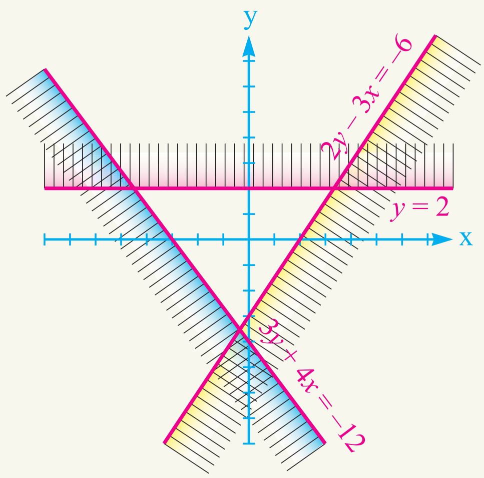
د دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر يوه دوه متحوله خطي نامساوي د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل دی.

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعني:

$$2y-3x=-6 \quad , \quad y-2=0 \quad \text{او} \quad 3y+4x=-12$$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نومورو قیمتونو په مرسته يې گراف په مخامخ بڼه رسموو.

وروسته د هرې يوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.

د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي تورې شوي ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتني

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انتروال	$[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$
خلاص انتروال	$(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$
نيمه خلاص انتروال	$(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$
نيمه تړلی انتروال	$[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د وېش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3 \leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $d)$ د b, a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$ $b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$

$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3>1$ نامساوات د حل سټ دی:

$a)\ [-2,\infty)$ $b)\ (2,\infty)$ $c)\ (1,\infty)$ $d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده:

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $c)\ -b<-a$ $d)$ جواب‌های b, a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

$a)\ (-3,3)$ $b)\ (-\infty,3)$ $c)\ (-3,\infty)$ $d)\ (-3,3)$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵- د $2x+5 \le \frac{1}{5}-x$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه یوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري ولیکئ.

1- ( ) د یوې غیرمساوات د حل سټ یو عنصر لري.

۲- ( ) د $\{x \in R : 2 \le x < 5\}$ یو تړلی انټروال دی.

۳- ( ) د غیرمساواتو د سیستم د حل سټ د وضعیه کمیاتو د مستوي یوه برخه ده.

٤- ( ) د خطي غیرمساوات د حل سټونه بې شمیره دي.

۵- ( ) څرنګه چې $-2 < 3$ څخه دی نو له دې ځایه دا پایله $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ اخیستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غیرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\le 3$

2- لاندې انټروالونه د عددونو پر محور وښیئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه ولیکئ او د عددونو پر محور یې وښیئ.

$a)\ \{x \in IR: x \leq 2\}$　　$b)\ \{x \in IR: x \leq 5\}$

$c)\ \{x \in IR: -1 \leq x \leq 6\}$　　$d)\ \{x \in IR: -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غیرمساوات د سیستم حل پیدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

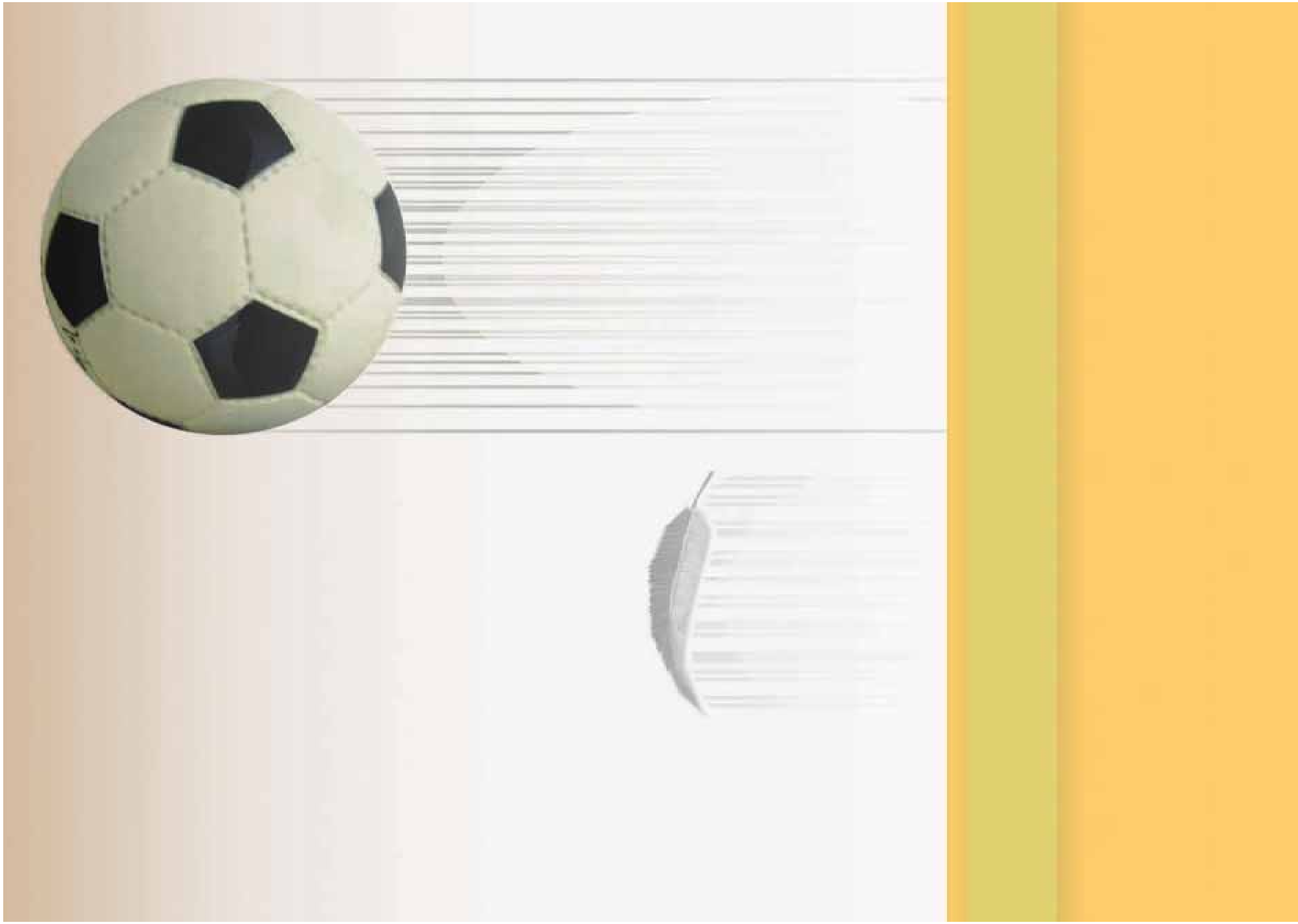
(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپـــرکی

دويمه درجه يو مجهوله معادله

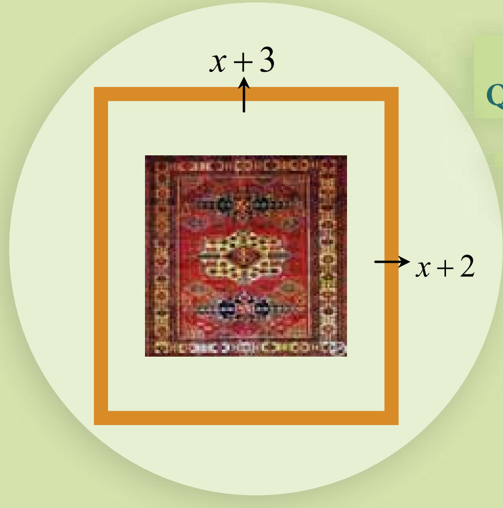
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويمه درجه يو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کـه چيرې يـوه کوټه د يوې مربع شـکلې قالين په واسـطه داسـې فرش شي چې د کوټـې اوږدوالی $3m$ او سـور يې $2m$ په اندازه د قالين د څنډې څخه زياد وي، لکـه مخامخ شـکل، وواياسـت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعاليت

- الجبري افاده تعريف کړئ.
- معادله تعريف کړئ.
- د يو مجهوله لومړی درجې معادلې يوه بېلګه وليکئ.
- د يو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل وليکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پيدا کړئ.
- د پورتني معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې يو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي يو مجهوله دويمه درجه معادله بلل کيږي، چې عمومي شکل يې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې b, a او c حقيقي اعداد او x مجهول بلل کيږي که چيرې $b=0$ يا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نيمګړې دويمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: يو تار چې يو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه يو مستطيل چې مساحت يې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطيل اوږدوالی او سور ځرنګه وټاکو.

حل: که د مستطيل اوږدوالی x او سوريې په y وښيو د مستطيل محيط I ...$2(x+y)=100$ اريکې او مساحت يې II ...$x\times y=600$ اريکې څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \quad \dots\dots\dots . \quad I \\ x\cdot y=600 \quad \dots\dots\dots .. \quad II \end{cases}$$

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

ښکاره ده چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2-x-6=0$ یا $x^2=6+x$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅېړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د a, b او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلی	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

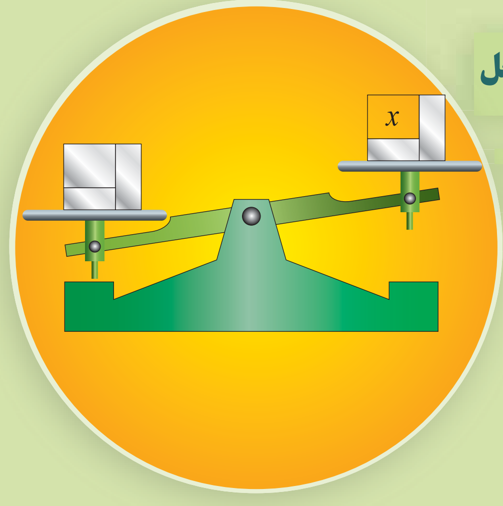
2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمه درجه یو مجهوله معادلې حل



آیا کولای شې چې د x لپاره داسې قیمت پیدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعالیت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پیدا کړئ.
- پورتنې مساوات د x د بېلابېلو قیمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅېړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنۍ پوښتنې په پام کې نیولو سره توضیح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پیدا کول یعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قیمتونه چې په یوه دویمه درجه معادله کې برابروالی راولي د یو مجهوله دویمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پیدا کړئ چې مربع یې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چېرې عدد ته x ووایو نو الجبري عبارت داسې بڼه نیسي:

$$x^2 = x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتني مساوات څخه د هغې حل پیدا کړو.

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.

په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو ترې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.

ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.

حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د پورتنی لارې په څېر د اټکل شویو اعداد په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.

د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعني د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کیدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

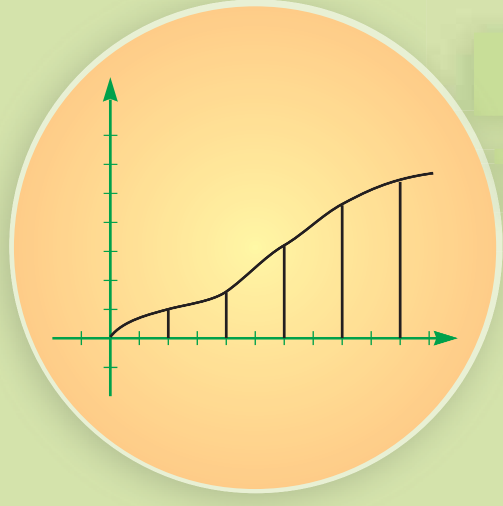
2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطي)



ډاکټران د یوه ماشوم د وني(قد)اوږدوالی په بېلابېلو وختونوکې په مخامخ ګراف کې څيړي. ایا تاسې تر اوسه پورې د خپلې وني(قد) د اوږدوالی بدلون ته سوچ کړی دی چې په بېلابیلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د يوې مربع د ضلعې د اوږدوالی او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونيسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت يې په y ښيو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنيو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او يو بل سره يې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړی د پورته په څیر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتنی جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

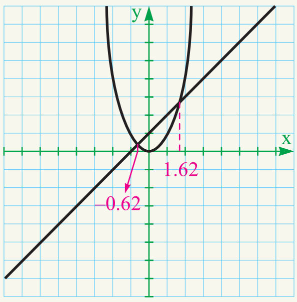
- د پورتنيو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

پايله: په پورتنى فعاليت کې مو وليدل چې د $y = x^2$ معادلې ګراف مستقيم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 1 \end{cases}$ سيستم معادلاتو ګراف د قايمو مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ، او ګډ حل يې پيدا کړئ.

حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د ګراف د رسمولو لپاره ترې ګټه واخيسته د پورتنيو معادلو د ګرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتيب او مرتبې جوړې يې د مختصاتو په سيستم کې پس له ټاکلو د معادلو ګرافونه رسموو.



- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x + 1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2

د ګراف له مخې د ګډ حل د ټکو ورنژدې قيمتونه يې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \quad , \quad x_2 = -0.62$$

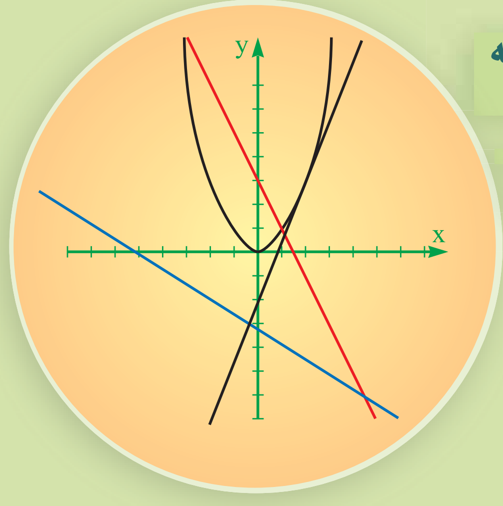
پوښتنې

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x - 2 \end{cases}$ سيستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سيستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمي درجي معادلي حل په هندسي لاره(طريقه)



په مخامخ شکل کې مستقيم خط له ورکړل شوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2 - 6x + 7 = 0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2 = 6x - 7$ وليکو؟
- که چيرې نوموړی مساوات له y سره مساوي وي $y = x^2 = 6x - 7$ نو $y = x^2$ او $y = 6x - 7$ دی.
- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 6x - 7 \end{cases}$ معادلو د سيستم ګراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم ګرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د ګرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

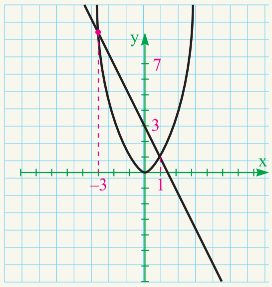
- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y = x^2$ معادلې او د $y = ax + b$ کرښه ايزو معادلو په څير وليکو.
- د x ټکی د پريکړی مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمي درجې معادلې حل دی د پورتني کړنې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

لومړی مثال: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او ګراف يې رسم کړو.

$$x^2 = -2x + 3 \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



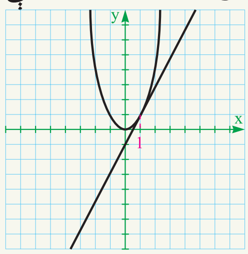
x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	−3

له شکل څخه ليدل کېږي چې مستقيم خط منحني په دوو بېلو ټکو کې قطع کوي چې د پريکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعني $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

دويم مثال: د $x^2 + 2x + 3 = 0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y = x^2$ معادلې او د $y = 2x - 1$ مستقيمی کرښې شکلونه رسموو.



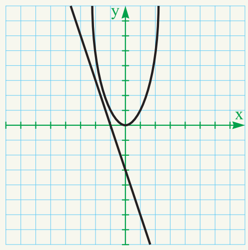
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−1	-3

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2 + 3x + 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−3	0

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.

که چيرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

پوښتنې

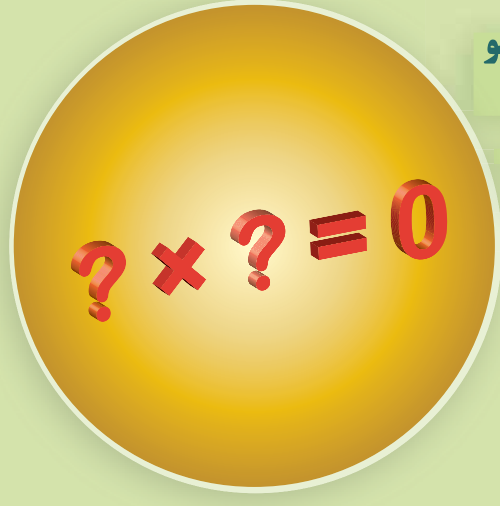
1 – د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

$a)\ x^2 - 2x + 2 = 0 \qquad b)\ x^2 - 6x + 8 = 0 \qquad c)\ x^2 - 5 + 7 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزیي په لاره(طریقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعالیت

- که a او b دوه حقیقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونیسئ، ایا ویلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړیکه لري؟
- د مخکیني لارې(طریقې) څخه په ګټه اخیستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پیدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره یې پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول په لاس راورو:

پایله: که وکړای شو، چې دویمه درجه معادله د دوو خطي افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصیتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې یو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه یو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د یوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دویمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نومونو ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \Rightarrow x_1=1$$
$$2)\ x-6=0 \Rightarrow x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړې، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$
$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$
$$2A=(2x+1)(2x-6)$$
$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$
$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$$
$$2)\ x-3=0 \Rightarrow x_2=3$$

پوښتنې

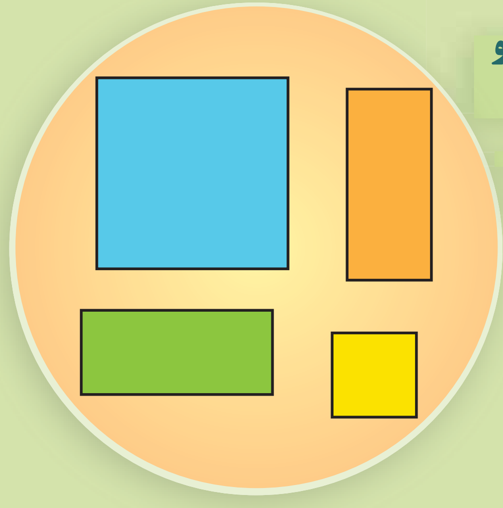
لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$
2) $x^2+x-2=0$
3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

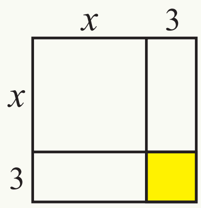
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هخه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کيدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړئ.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتيب کړئ چې متحول لرونکي حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته ځای شي.
- متحول لرونکي الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوې مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکي الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلې اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کيږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدليږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

$a)\ x^2+8x-24=0 \quad b)\ x^2-x-\frac{5}{4}=0 \quad c)\ x^2-6x-13=0$

د محمد بن موسى فورمول يا د تکميل مربع د طريقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خـواوې د x^2 پـه ضريـب ووېشـو نو ووايـاست چې مخامخ مساوات حقيقت لري؟ که نه؟

ومو ليدل چې دويمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ ليکو چې په هغې کې b,a او c حقيقي اعداد او a د صفر خلاف يو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ويشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1-که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2-که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3-که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

لومړۍ پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قيمت پيدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دويم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پيدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

دريم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده يعني

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پيدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډیز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړې معادلې په نامه يادېږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- كه يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو كې قطع معادله دوه حله لري.
- كه يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- كه مستقيمه كرښه له منحني سره پرېكړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو كې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيكې $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ څخه او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيكې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- كه چیرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- كه چیرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- كه چیرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set كې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشكيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضريبونه عبارت دي له:

الف) $a=3\ ,\ b=4\ ,\ c=1$ ب) $a=-3\ ,\ b=4\ ,\ c=1$

ج) $a=4\ ,\ b=3\ ,\ c=-1$ د) هيڅ يو.

2- د $3x^2-8x+5=0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1=1\ ,\ x_2=\frac{5}{3}$ ب) $x_2=1\ ,\ x_1=-\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هيڅ يو.

3- د $y=x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقيم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هيڅ يو.

4- د $x^2-10x+16=0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1+x_2=5$ ب) $x_1+x_2=-5$

ج) $x_1+x_2=8$ د) $x_1+x_2=10$

5- که $\Delta>0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقيقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) يو حل لري

• تش ځايونه ډک کړئ.

1- د يو مجهوله دويمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2-x+0.25=0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کلیمه ولیکئ.

1 - (   ) که $b^2 - 4ac < 0$ وي، معادله د حقیقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2 - 4x = 0$ معادلې یو حل صفر دی.

4 - (   ) د دویمې درجه معادلې د تشکیل لپاره د $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$ یاد $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چیرې په یوه دویمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله یو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضریبونه و ښیئ او ووایاست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2 - 4x + 1 = 0$ $b)\ 3x^2 - 1 = 0$ $c)\ 2x^2 - 6x = 0$

2- د لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$a)\ 3x^2 + x - 4 = 0$ $b)\ x^2 + 4x - 32 = 0$ $c)\ 6x^2 - x - 2 = 0$

3- لاندې معادلې د تجزیې په لار(طریقه) حل کړئ.

$a)\ x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ $b)\ x^2 + 4x - 32 = 0$

$c)\ x^2 - 2\sqrt{3} + 3 = 0$ $d)\ cx^2 - 2acx + ca^2 = 0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2 + 7x - 1 = 0$ $b)\ x^2 - 2x + 1 = 0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزیې په طریقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2 + 3x - 1 = 0$ $b)\ x^2 + \frac{x}{5} = \frac{6}{5}$

$c)\ 2x^2 + 3x + 1 = 0$ $d)\ x^2 + 3x = 0$

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad$ $b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

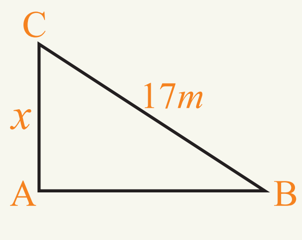
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2, 0.5$ $\qquad$ $b)\ 3, -1$ $\qquad$ $c)\ 0, 2$ $\qquad$ $d)\ \sqrt{2}-1, 2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.

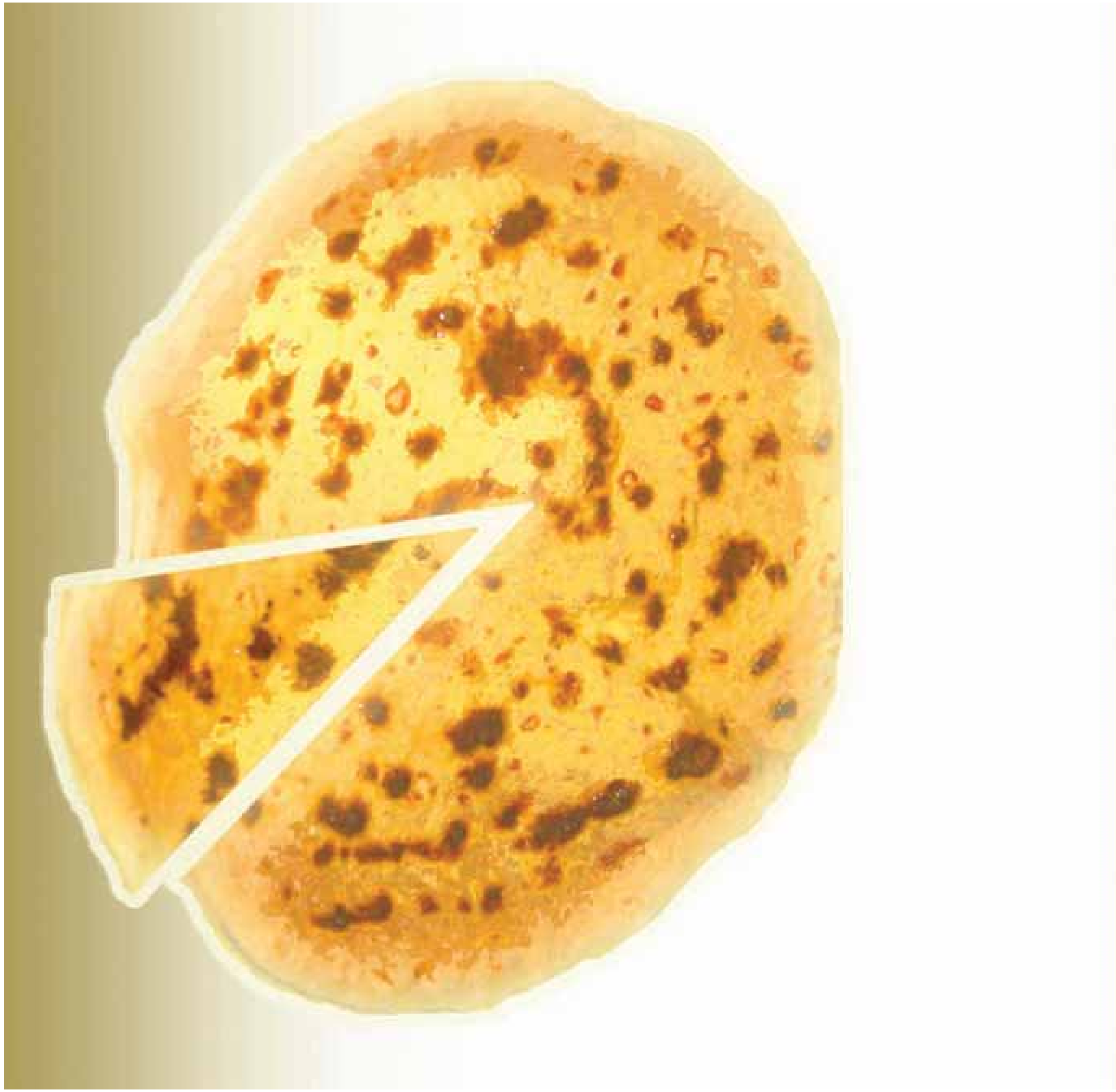


(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپرکی
احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دیتا (Data) د ګیډې کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګۍ کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمیرل کیږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمیر کورنیو شمیر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

52	49	40	42	45	53	35	38	40	43
51	55	38	39	44	37	46	41	50	56

غواړو دا راکړل شوې دیتا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډیر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوې دیتا data له منځه یوسئ؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنۍ کورنۍ پیدا کړئ.
- د لوړو او ټیټو دیتاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګیډیو په شمیر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یې ګراف یې رسم کړئ.

د کلیو شمیر	د کورنیو شمیر
	35 - 41
	42 - 48
	49 - 56

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډیټا data د دسته بندي یاګیډی کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.

- د ډیټاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وویشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوی داسې راغلي دي:

152	151	152	160	157	140	161	165	163
164	166	170	172	174	154	146	153	149
172	175	165	172	170	169	146	158	177
160	165	168						

دا ډیټاګانې په څلور دستو یاګیډیو کې ځای په ځای کړئ.

- که چیرې د ناروغانو شمېر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$$140 = \text{ترټولو ټیټ رقم}$$

$$177 = \text{تر ټولو لوړ رقم}$$

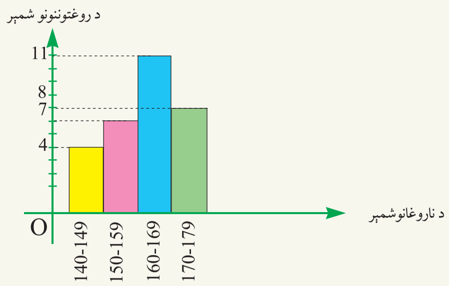
$$\text{لوړ رقم} - \text{ټیټ رقم} = 177 - 140 = 37$$

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی دپیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمېر ویشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې یاګیډی په اوږدوالی کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد رونډ ډون یاکښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډۍ اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X} = \frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30} = \frac{4865}{30} = 162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعنې روند‌اف نه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.

په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعنې 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعنې د دویمې ګیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاګانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دګیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X} = \frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30} = 161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

33	65	50	10
23	11	5	48
32	26	26	37
19	13	7	17
22	21	43	29

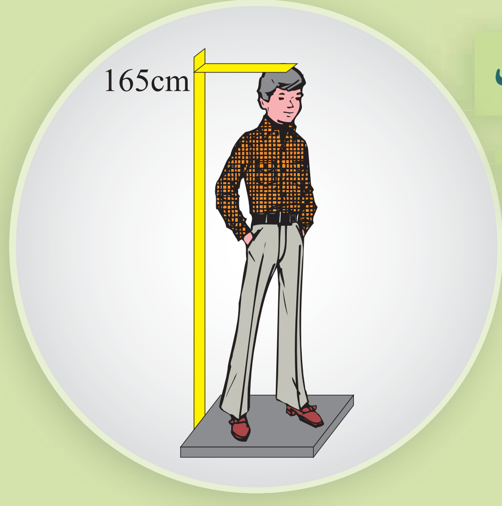
- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلډی یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلډی کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلډی اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

2- یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلډیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلډی کولو ګیلډیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیتاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسي څخه پوښتنه وشي چي ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا تیک داسي عدد دی چي د متر له مخي يې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسي څخه پوښتنه وشي چي څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چي د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چي لا تیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چي د خپلو هم صنفانو د وروڼو د شمیر په تیک ډول و وایئ.
- ناڅاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسي یو دوست ووایي د وني اوږدوالی يې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا تیک د وني(قد) اوږدوالی يې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتني څخه داسي ورکړل شوي.

136	138	151	148	153
139	141	141	131	142
146	132	139	159	152

لاندي جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د وني جګوالی	د زده کوونکو شمیر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چي ولي د ۱٤۰ عدد یو وار د دستو یاګیډیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د وني اوږدوالی ۱٤۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چي په کومه دسته یاګیډۍ کي قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیډۍ یا دسته بندۍ کې د یوې دستې یا ګیډۍ پورتنی سرحد به له کوزني سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیډۍ یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیډۍ کې او د ٤۰ عدد په دریمه ګیډۍ کې لویږي د ګیډیو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمیر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتني

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې رانیول په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیډو مرکز، او data منځنۍ قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط یا منځنی قیمت
Weighted Mean

که څوك ښه کار سرته ورسوي، انعام يې نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعالیت

اوریدلی مو دي چې هغه زده کوونکی چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په څلورو څانګو کې له خاصو ضریبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځیو ته ویشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبیات د 2 په ضرب	ټولنیز علوم د 2 په ضرب	طبیعي علوم د 3 په ضرب	ریاضي د 4 په ضرب
ضریب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دویم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دویم زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	60	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

مضمون	د لومړی زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	61	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنی یا وسطي قیمت پیدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت ډېره اغیزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت لږ اغیزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د ریاضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزیاتې شي منځنی یا وسطي قیمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنیزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زیاتې شي.

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوې وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره تړلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلې اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستې دی.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شېر
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

- د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفی نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	3 × 3 = 9
فزیک	A	3	4	4 × 3 = 12
کیمیا	C	2	2	2 × 2 = 4
بیولوژي	B	3	3	3 × 3 = 9
ژبه	A	1	4	4 × 1 = 4

$n = 12$ د کریډتونو شمېر

وزني اوسط یا منځنی = $\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$

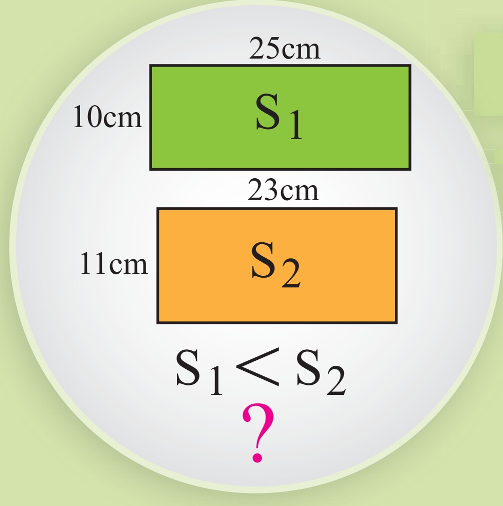
پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکي نمبرې په وار سره 70, 65, 61 او 53 او ضریبونه یې په وار سره 3, 2, 1 وي د دې زده کوونکي د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطيلي ګراف
Histogram

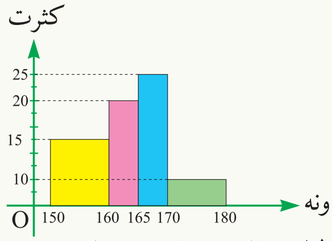


که د يوه مستطيل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور يې 10 سانتي متره او دبل مستطيل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور يې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطيلونو مساحتونه پيدا او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

فعاليت

ديوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

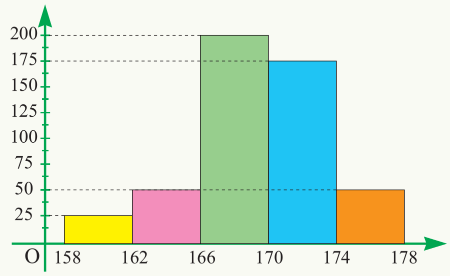
ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10



- په پورتنۍ ګراف کې د مستطيلونو قاعدې څه شی راښيي.
- د هر مستطيل مساحت په لاس راوړئ. د مستطيل مساحت څه شي راښيي.
- د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښيي.
- پورتنی ګراف له ميله يي ګراف سره څه توپير لري.

يو ځل بيا د يوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه يې په لاندې جدول کې ورکړ شوی ده په پام کې ونيسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
- میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د دیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.

که د دستو یا ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلوګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) یوه ګڼه واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واره واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د $40-45$ ګیډۍ لپاره یو واحد

د $45-50$ ګیډۍ لپاره یو واحد

د $50-60$ ګیډۍ لپاره یو واحد

د $60-70$ ګیډۍ لپاره یو واحد

د $70-90$ ګیډۍ لپاره یو واحد

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیداکولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1} = 4 \rightarrow \frac{4}{5} = 0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1} = 6 \rightarrow \frac{6}{5} = 1.2$$

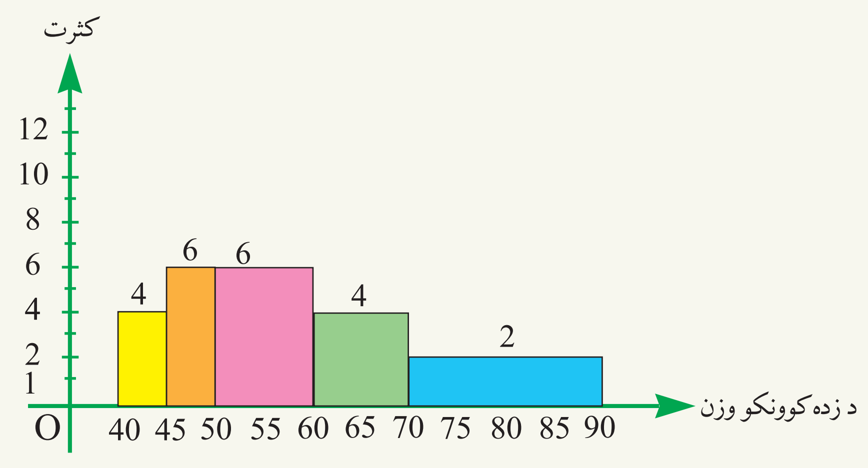
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2} = 6 \rightarrow \frac{12}{10} = 1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \frac{8}{10} = 0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4} = 2 \rightarrow \frac{8}{20} = 0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1– لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2– د يوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دي.

115	113	109	118	92	130	112	114	117	122
127	107	108	113	124	112	111	106	116	118
121	107	118	118	110	124	115	103	100	114
104	124	116	123	104	135	121	126	116	110
94	134	98	129	102	103	107	113	117	112

– نومړو ډاټاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګېډيو اوږدوالی يې مساوي وي.

– د دې ډيټاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.

– څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دایره وي گراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدایي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاویې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بېلې کړئ. د هرې زاویې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره و ټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیټاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناڅاپي یا اتفاقي متحول د دیټاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یا ګیلې او ټولې دیټاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګیډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعنې:

$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د دیټاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیټاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

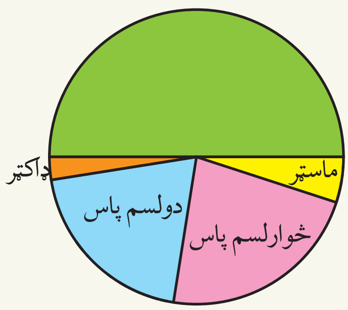
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمیر یې ۲۰۰ او د تحصیل د درجې له مخې ویشل شوی دی.

د تحصیل درجه	ډاکټر	ماسټر	لیسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمیر	5	10	100	45	40

د دې دیټا دایروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصیل درجه	کثرت	مرکزي زاویه د درجې له جنسه
ډاکټر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماسټر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
لیسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نیولو سره د کورنیو دایروي ګراف د جمعیت له مخې رسم کړئ.

د کورنی نوع	ډېر جمعیت سره	منځنی جمعیت	لږ جمعیت	جمع
د کورنی شمیر	11	23	6	40

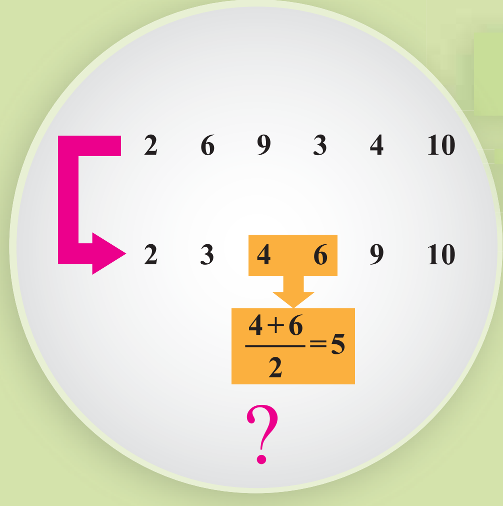
– دایروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د دیټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ایا مرکزي زاویه یې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median



که له تاسي څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسي څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډیر څله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟
که له تاسي پوښتنه وشي، چې تاسي د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسي دې سوال ته ځواب ورکوئ.

فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعنې څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راورو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندې دیتاګاني په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار یې شمېر مخکنی داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندې دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر یې وروسته او د مخکنی له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندې data میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5 = \frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو شخه وروسته د داتا شمېر د پنځو شخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوی دی.

1 ,2 ,3 او 0 ,2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 ,4 ,0 ,12 ,15 ,5 ,6 ,5 ,0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګيوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډ ونو تر منځ توپير حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زيات توپير پيدا کړئ ايا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعاليت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پيدا کړئ.
- أيا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت يو شان دی.
- که چيرې ديټاګانې و نه لرو، ايا د ديتا د لږو او ډيرو توپيرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله يې کړو.
- ايا د بدلون يا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د ديتا د يووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعريف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونيسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زياتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زياتوالي پايله راکوي.

د پورتني فعاليت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه يادېږي. دا معيار د جګې او ټيټې ديټاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه بايد وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په يوه ټولنه کې د توپير يا پراګندګي ډير والی دی هر څومره چې دا توپير کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د يوې ټولنې وګړي د دې څانګړتيا له مخې يو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د ځيرنو د ځانګړتياوې سره برابرې او يو شان وي په دې حالت کې ټولنه يوه متجانسه ټولنه بولو.

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازموینې نمبرې په لاندې ډول دي.

الف: 20 , 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دوارو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دوارو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

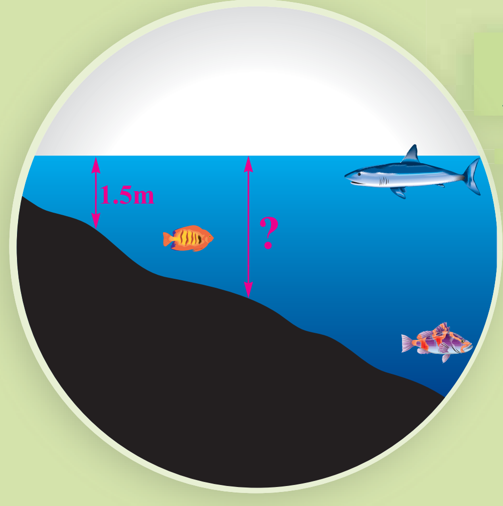
15, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 6, 5, 2, 1

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او وواياست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستي دي.

20 18 16 14 12

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو ډیټاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې ډیټاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې ډیټاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلی قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو ډیټاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعالیت څخه پوهېږو هغه توپیر چې د ډیټاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادېږي.

د data د منځنی یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څېرنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمیر یې ووېشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

دلته $X_1, X_2 \ldots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیتاګانو منځنی یا اوسط او n د دیتاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي ، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوي دي.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنی پیداکړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنی مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنی پیداکړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګېډۍ د هغو ډيټاګانو مجموعه ده، چې د ګېډۍ ځانګړتياوې ولري. د ډيټاګانو د ګېډۍ کېدو يا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نيسو:
  - د تحول ساحه: د ډيټاګانو د ډېر لږو او ډېر زياتو تر منځ وسعت.
  - د ګېډۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډيټاګانو د ګېډيو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
  - د ګېډۍ مرکز: د هرې دستې د منځنۍ محاسبه.
- په دسته بندۍ کې که متحولونه پيوسته يا پرله پسې وي د وروستۍ ګېډۍ پورتنی سرحد د مخکېنۍ ګېډۍ يا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډيټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډيټاګانو په وروستۍ ډيټاګانو پورې اړه لري.

د ډيټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډيټاګانو د شمېر سره برابره دی.

- فرض کوو د $data\ X_1, X_2 \ldots X_n$ په ترتيب د $W_1, W_2 \ldots W_n$ ضريبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	…	X_n
د وزن ضريب	W_1	W_2	…	W_n

- په دې حالت کې د پورتنی داتاګانو منځۍ په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots.. + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots.. + w_n}$$

- هستوګرام يا مستطيلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزيع يې د مستطيلونو په مرسته ښودل کېږي.

د مستطيل جګوالی د دستې يا ګېډۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطيل مساحت د دستې يا ګېډيو د اوږدوالی او د دستې يا ګېډۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطيلي ګراف کې مستطيلونه يو بل سره تړلې او د تړليو(پيوسته) متحولينو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^{\circ}$$

• د میانې د پیدا کولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:
- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځی یا اوسط ده.
- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.
• د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساخة کې بدلون کوي.
• د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.
د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستي مرکز	کثرت	ګیلۍ(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

● پورتنی جدول د کومې دسته بندۍ ګراف راښيي. پیوسته یا نښتی یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستي مرکز	کثرت	ګیلۍ(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

● مستطیلي ګراف یې رسم کړئ.

3- د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوې ده داسې چې:

● د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ
● د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ
● د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ
● د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ
● د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوي او دایروي ګراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمایې ویش په ملیون	سرمایه په فیصدي	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمیر کورنی د خپلو غړو د شمیر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوي دي.

کورنی	18	12	15	8
د کورنی غړي	2	4	5	8

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

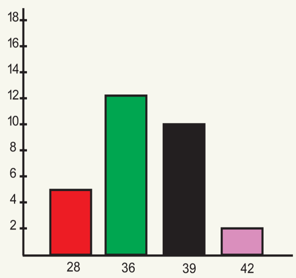
- د ګیډی مود مشخص کړئ.
- د ګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګاني څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګاني باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:

1 5 7 9

- د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

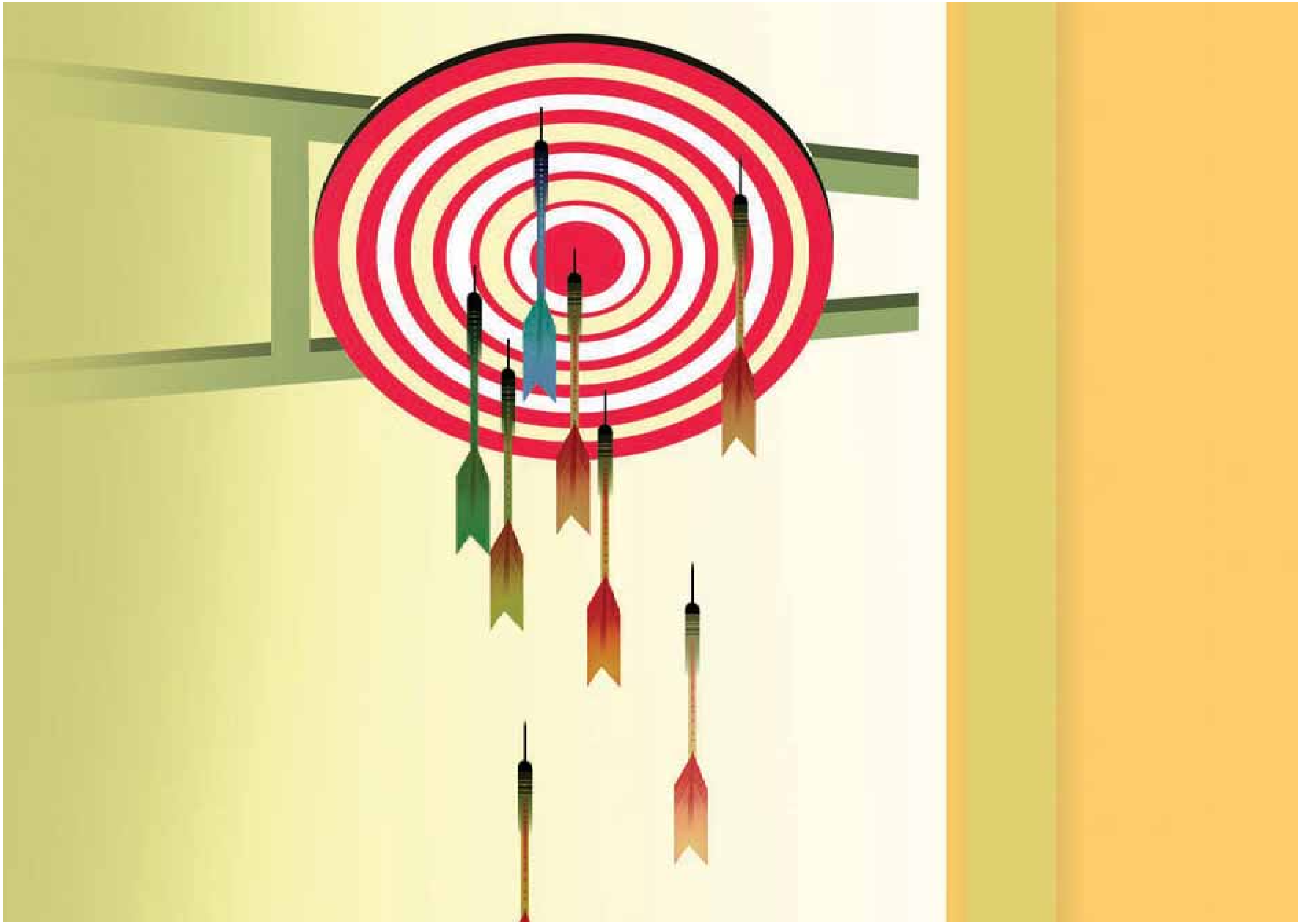
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی

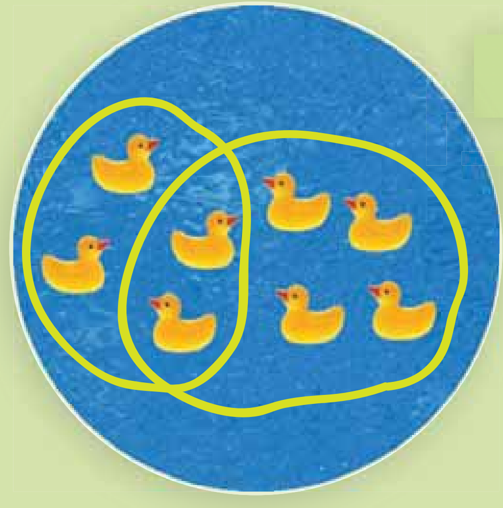
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناخاپو پیښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې یو ځای خو هیلی وینئ.
هیلی په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$ او $C=\{1,2\}$ ناخاپي پیښې په پام کې ونیسو.
- د A او C ناخاپي پیښې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- که د A یا د B پیښې رامنځ ته شوي وي ایا ویلی شئ چې د $A\cup B$ پیښه شوې ده؟
- د A پیښه رامنځ ته شوي او بله کومه اختیاري پیښه چې هیڅ پیښه شوې نه ده نا ممکنه یا ϕ پیښه نومول کېږي.
- ویلی شئ چې د $A\cup\phi$ او د A پیښې یو د بل سره څه توپیر لري؟

د پورتني فعالیت پایلې په عمومي ډول د S په نمونې یې فضا کې د B, A او C ناخاپه پیښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پایله:

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د $A\subseteq B$ ناخاپي پیښه وي، په دې صورت کې:

$$A\cup B=B$$

- که چیرې د S په یوه نمونه فضا کې د A او B ناخاپي پیښه وي، د $A\cup B$ او $B\cup A$ پیښې یو له بل سره توپیر نه لري؛ یعنې:

$$A\cup B=B\cup A$$

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د A یا B یوه پیښه رامنځ ته شي نو د $A\cup B$

پیښنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

• د A پیښنه د S په نمونه يي فضا کې پیښنه شوې ده او يوه بله پیښنه چې هیڅ نه پیښیږي، يعني ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پیښنه را منځ ته شوې ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیښنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A یا B پیښنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیښنه د A او B دوې بېلا بیلې ناخاپي پیښې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیښنه هم په خپل ځان کې لري په یوه مثال کې يې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیښې په پام کې نیسو لیدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دي نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د يوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیښو لپاره د يو مثال(بیلګې) په مرسته د لاندې اړیکو سم والی وڅیړئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په یوه مثال کې وښیئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چیرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیښې سره برابرې وي، په یوه ګراف کې وښیئ چې د A ناخاپي پیښنه د B ناخاپي پیښنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناخاپي پيښنو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د ږيکړي څخه
کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د يوې دانې د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناخاپي پيښې په پام کې نيسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پيښې يو بل سره څه اړيکه لري.
- ايا د A او B پيښې د $A\cap B$ ناخاپي پيښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښيي چې د $C\cap B$ ناخاپي پيښه يوه ناشونې پيښه ده.
- که د B پيښه د A پيښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناخاپي پيښې سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو لاندې پايلې په عمومي ډول بيان کړو.

پايله:

د S په يوه نمونه يي فضا کې د A,B او C ناخاپي(تصادفي) پيښنو لپاره لرو.

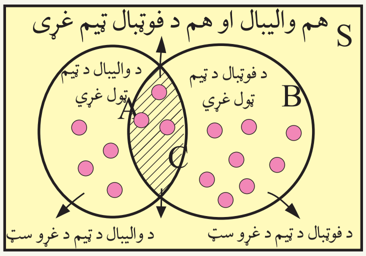
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پيښې يو شان دي.
- د A او B ناخاپه پيښې هره يوه يې د $A\cap B$ ناخاپه پيښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پيښو چې تشی نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پيښې يوه له بله بيلې پيښې بلل کيږي.
- د A پيښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چيرې د B پيښه د A پيښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سېټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورۍ په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعني $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناځاپي پېښنه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښنه د A او B پېښنې په خپل ځان کې لري وښيئ او وضاحت ورکړئ.

2- په يوه مثال کې د A, B او C پېښنې چې A او B په خپل ځان کې لري وښيئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښنې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیرې S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نور پاتې ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رابښيي؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیداکړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایاکولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیداکړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمنې پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

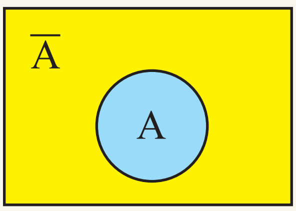
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

a) $A \cup \overline{A} = S$

b) $P(A \cup \overline{A}) = P(S) = 1$

c) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

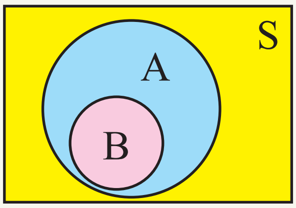


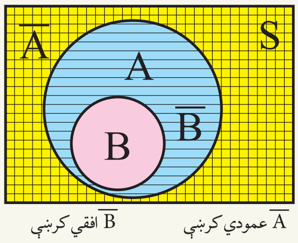
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پیښه د $\overline{A}$ ناخاپي پیښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $B \subseteq A$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندي شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کېږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

c) $S = \overline{\emptyset}$

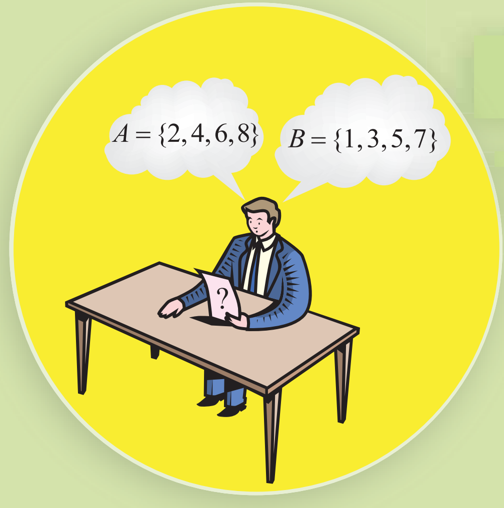
2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ستونزو مډل جوړونه

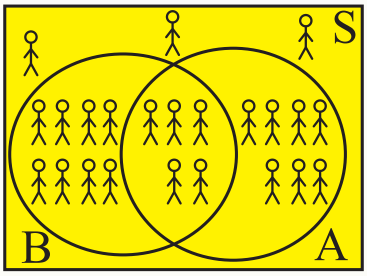


تر اوسه مو الجبري يا هندسي قوانينو خخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې گټه اخيستله.

أيا سوچ مو کړئ، چې د ستونزو خخه هم کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل لپاره گټه واخلو؟

فعاليت

د يوه ټولگی د 23 زده کوونکو خخه مو د خويندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائيه راټوله کړئ، چې په لاندي دياگرام کې ليکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خويندی لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.

شکل په پام کې ونيسئ د لاندې فعاليت سوالونو ته ځواب پيدا کړئ.

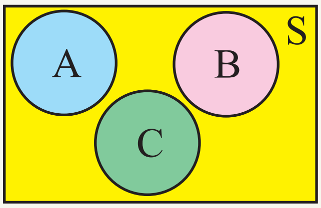
- څو تنه خويندی لري؟
- څو تنه ورونه لري؟
- څو تنه هم خويندی او هم ورونه لري؟
- څو تنه نه خويندی او نه ورونه لري؟
- څرنگه کولی شو دا مسالهٔ د رياضي په ژبه وليکو.
- ټول هغه کسان چې خويندی نه لري څو تنه دي؟

ليدل کېږي چې پورتنی گراف کولی شي چې پورتني ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توگه ځواب ورکړئ.

نو د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راورو.

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیدا کړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناخاپي پېښو د پیښیدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کیدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د A, B او C ناخاپه پیښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پیښو د پیښیدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناخاپي پیښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پیښه، پیښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پیښه، پیښه نه شي.

حل:
a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A\cup B$ احتمال دی خرنګه چې د اپیښې یو د بل څخه بیلې دي، یعني $A\cap B=\phi$ دی نو:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پیښه ناخاپه پیښه، پیښه شي د $\overline{A}$ مکمله پیښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پیښه نه ده پیښه شوی، په بل عبارت هغه پیښه ده چې د C یا B حادثه پیښه نه شي نو: $P(\overline{A})=P(C\cup B)$ خرنګه چې $P(A)=1-P(\overline{A})$
نو: $P(A)=1-(P(C\cup B))=1-P(C)-P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پیښه ناخاپه پیښه نه شي د هغې پیښې د پیښیدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پیښې، پیښې شي، او دا د $A\cup B$ دپیښې د پیښیدو څخه عبارت ده.

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

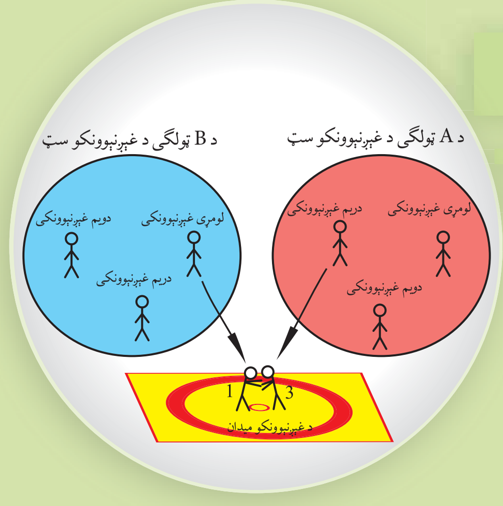
پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګي څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناخاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل



د A او B دوو ټولګيو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې يو له بل سره په غېږه ورشي.

فعاليت

دوه عدده تور او سرمه يي رنګه پطلونونه له درې عدده سپين، ابي او فولادي رنګه کميسونه په پام کې نيسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتيب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کميسونو د شمېر تر منځ څه اړيکه شته ده.

د پورتنۍ فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راورو.

پايله:

1- د دوو سټونو د عناصرو په ترکيب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکيبي مجموعه د هرې يوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

2- که چېرې د امکاناتو شمېر او يا د يو سټ عناصر په m عدد او د بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې يو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

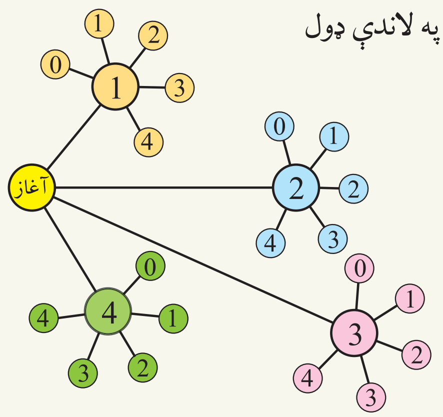
مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف يې رسم کړئ او هغه احتمال پيدا کړئ، چې له دې عددونو څخه يو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.

د کیڼې خوا په تش ځای کې د راکړل شویو پنځو رقمونو څخه 4 امکانونو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنیو عددونو په وسیله موجود دي.

دا مطلب کولای شو د ونه ییز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښیو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښې خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کیدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد})=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0.6=60\%$$

پوښتنې

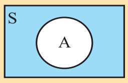
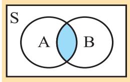
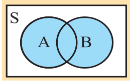
1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.

که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.

2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کیڼې خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

د نهم څپرکی لنډیز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناڅاپي پېښو د ترکیب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تیوري په کارولو سره یو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د اتفاقي حادثې بیان	د بیان ارایه د ست په واسطه	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د حادثې احتمال
د S هغه ټولې ناڅاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.	$\overline{A} = S - A$ یا $S = A \cup \overline{A}$		څرنګه چې $P(S)=1$ دی نو $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
د A ناڅاپه پېښه یا د B ناڅاپه پېښه پېښیږي.	$A \cap B$		$P(A \cap B)$
لږ تر لږه یو د A یا د B د ناڅاپي پېښو څخه پېښیږي.	$A \cup B$		$P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

د شمېرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکیب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکیبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دی.
که د یوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی یو د بل سره د ترکیب د ټولو امکاناتو شمېر د $m \times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1–که S یوه نمونه یي فضا او A د هغې یو ناڅاپه پېښه وي وښیئ چې:

a) که $A \subseteq \phi$ وي وښیئ، چې $P(A) = 0$ دی.

b) که $S \subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A) = 1$ دی.

که چیرې د C ناڅاپي پېښه د A او B ناڅاپي پېښې په بر کې ولري، وښیئ چې همدارنګه د C ناڅاپي پېښه د $A \cup B$ ناڅاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چیرې S د A او B یوه نمونه یي فضا وي د B او $A \cup B$ ناڅاپي پېښې یو بل په بر کې ولري وښیئ چې د $A \cup B$ او B یو بل سره برابر دي.

4- که د S په یوه نمونه یي فضا کې د B ناڅاپه پېښه د A پېښه په بر کې ولري، وښیئ چې د A او $A \cup B$ ناڅاپه پېښې یو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناڅاپي پېښو احتمال یو د بل سره څه اړیکه لري؟

5- که چیرې S یوه نمونه یي فضا وي او B د هغې یوه ناڅاپه پېښه وي وښیئ چې: $S - B = \overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښیئ چې د A او B دوې ناڅاپي پېښې او S یوه نمونه یي فضا د $B - A$ او $\overline{A} - \overline{B}$ ناڅاپي پېښې سره برابرې دي، یعنې: $\overline{A} - \overline{B} = B - A$

7- وښیئ چې د $\overline{A} \cap \left[(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})\right]$ ناڅاپي پیښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library