بسم الله الرحمن الرحیم

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: احصائيه او احتمالات

څانگه: بانکداري، محاسبه او د تجارت اقتصاد

مولف: نورالله ابراهیمی او میر محمد شاه رفیعی

ژباړن: نورالله عماد

د څار کمېټه:

- محمد آصف ننگ د تخنيکي او مسلکي زده کړو معين
- ديپلوم انجنير عبدالله کوزابي د تعليمي نصاب رييس
- محمد اشرف وحدت په تعليمي نصاب کې د معينيت د مقام سلاکار

د تصحيح کمېټه:

- محمد احسان
- محيم نسيم پسرلی

د گرافيک او ډيزاين څانگې مسئول : محمد جان عليرضايي

گرافيک او ډيزاين: محمد سليم خان

چاپ کال: ۱۳۹۲ لمريز کال

تيراژ: ۳۰۰۰

چاپ ځل: لومړی

وېب پاڼه: www.dmtvet.gov.af

برېښناليک: info@dmtvet.gov.af

کد ISBN: ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰٦٤٤

Ketabton.com

د چاپ حق د تخنيکي او مسلکي زده کړو له معينيت سره خوندي دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی — دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې — هر بچی يې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی — د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو — د ترکمنو د تاجکو
ور سره عرب، ګوجر دي — پاميريان، نورستانيان
براهوي دي، قزلباش دي — هم ايماق، هم پشه يان
دا هيواد به تل ځليږي — لکه لمر پر شنه آسمان
په سينه کې د آسيا به — لکه زړه وي جاويدان
نوم د حق مو دی رهبر — وايو الله اکبر وايو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوهنې وزير پيغام

ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د يوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پياوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زيار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هيواد انکشافي اهدافو ته د رسيدو لارې چارې طی کوي او د يوه نيکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمينوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د يوه سوکاله ژوند د اسبابو او ايجاباتو د تکميل لپاره خپل اغيزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځايه ده چې د يوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپيريال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هيڅ حالت کې نه نفی کيږي او نه هم منقطع کيږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانينو ته په ژمنتيا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپيڅلي هدف ته د رسيدو په خاطر د انساني ظرفيت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنيکي کادرونو روزنه او پراختيا يو اړين مقصد دی. همدا په تخنيکي او مسلکي زده کړو مزين تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سيستماتيک ډول د هيواد انکشاف محقق او ميسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تګ لاره، دولتداري او ټولنيز نظام د اسلام له سپيڅلو احکامو څخه الهام اخيستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي بايد په علمي معيارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړيتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفيت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربيت او په سوچه اسلامي روحيې د هغوی پالنه نه يوازي پخپل ذات کې يوه اساسي وجيبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه يې وژغوري او د نورو له سياسي او اقتصادي احتياج څخه يې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربيون بايد په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نيکمرغه افغانستان ارمان، يوازې او يوازې د دوی په پياوړو متو، ويښ احساس او نه ستړي کيدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنيکي زده کړو له امله کيدای شي په ډيرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو ليکوالانو، مولفينو، ژباړونکو، سموونکو او تدقيق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهير کې د ټولو کورنيو او بهرنيو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومي مننه کوم. له درنو او پياوړو استادانو څخه رجامندانه هيله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدريس او فعاله تدريب سره دې د زړه په ټول خلوص، صميمي هڅو او وجداني پيکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نيکمرغه، مرفه، پرمختللي او وياړمن افغانستان په هيله

فاروق وردګ
د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

لړلیک

ځپرکی	سرلیکونه	پاڼې
لومړی	د احصائیې عمومي تیوري	۱-۸
دویم	احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه	۹-۲۲
درېیم	د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)	۲۳-۵٤
څلورم	د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه	۵۵-٦۲

	دویم برخه	
	د احتمالاتو تیوري	٦۳-٦٤
لومړی	د احتمالاتو مفاهیم	٦۵-۷٤
دویم	د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد	۷۵-۸۸
درېیم	د ترکیباتو تیوري	۸۸-۹٦
	سرچینې او اخیستنې	۹۷
	د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام	۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

احصائیه له ټولو حیاتي مسایلو سره سر او کار لري، نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول دپلان جوړونې په تخنیکونو کې ډیر زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د ټولنیزو او اقتصادي سیاستونو د طرح او تطبیق په اړوند او د اقتصادي مسایلو او مشخصاتو سنجش او ارزونه ټول په احصاییوي موثقو معلوماتو او د شمیرو(اعدادو)په علمي تحلیل او ارزونې او راټولونې باندې متکي دي. احصاییه د ناپیژندل شوو څیزونو لپاره یوه وسیله ده چې موږ به یې په لومړیو برخو کې ووینو چې هریو له دغو توضیحاتو څخه په درک او فهم کې هغه څه چې احصاییه ده اتلاق کیدای شي.

احصاییه له ډیرې زیاتې پخوا مودې نه را په دې خوا د یو دسپلین په توګه د بیلابیلو هیوادونو د لوړو زدکړو موسساتو په زیاتره دیپارټمنتونو کې تدریس کیږي.

د دې کتاب محتوا په عمومي توګه دوه برخې لري د تشریحي احصایې اخیستنه چې د ګرافیکي او عددي لنډو معلوماتو په برابرولو او پراختیا باندې چې یو شمیر تجارتي پدیدې تشریح کوي متمرکزه ده. او دویم استنباطي احصاییه چې دا خلاصه شوي عددي معلومات د ارزیابۍ لپاره د تجارتي تصمیم نیونې په پروسه کې د استفادې وړ ګرځوي. د مضمون عمده برخه استنباطي احصاییه جوړوي او په دې ترتیب موږ غواړو تر څو وښیو چې څرنګه تاسې کولای شئ له احصایې څخه د ارقامو د تعبیر او بدلون لپاره استفاده کوئ او هغوی په تصمیم نیونه کې په کار واچوئ څرنګه چې د احصایې د علم بنسټ تصمیم نیونه جوړوي او یوه منطقي او علمي تصمیم ته رسیدل د پیژندل شوو حقایقو د ځایونو په رڼا کې شاید چې مغلق شمیر نه وي خو که چیرې دقیق او موثق معلومات میسر نه شي زمونږ تصمیم نیوونکي وګړي به د تیرو وګړو تجربو او یا په موسسو تکیه وکړي البته په داسې ځایونو کې د هغو پایلو دقت او مؤثریت چې په لاس راځي په پوره اندازې سره د قناعت وړ نه ده، بلکې یواځې د یوې احتمالي ټاکلې فیصدۍ ډاډ یا اطمینان به پیدا شي. زیاتره مشغولیتونه د دولت په دستګاه کې او مشغولیتونه په نورو ساحوکې له تاسو څخه غواړي تر څو د راټولو شوو اطلاعاتو پر پایه تصمیم ونیسئ، ځکه په دغو میتودونو پوهیدل (احصاییوي میتودونه) علمي مزایاوې او د اهمیت وړ په کار اچونه هغوی ته وړاندې کوئ.

په درناوي

نور الله ابراهیمي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کتاب لنډیزه موخه:

د احصايې عمومي تیوري، عملیو، تحقیقاتي پړاوونو دپېنبېدو د تکرار توزیع او د خپریدو مقایسونو پیژندل، همدارنګه د احتمالاتو له تیورۍ، مفاهیمو، قواعدو او د ترکیباتو له تیورۍ سره یې بلدتیا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

د احصائیې عمومي تیوري

ټولیزه موخه:
د کارکوونکو د علمي تحقیقاتو په غرض د کار وړ اطلاعاتو د مجموعې لاسته راوړل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې به محصلین وکولای شي چې:

- د احصایې د علم د بشپړتیا تاریخ توضیح کړي.
- د احصایې د علم بنسټیز مفاهیم توضیح کړي.
- د احصایې له علم څخه د استفادې ځایونه تشریح کړي.

د احصایې عمومي تیوري

احصائیه او د هغه مفاهیم:احصاییه یوه عربي کلمه ده، چې د هغې لغوي معنا په دري کې (آمار) او د حیاتي مسایلو شمېرل، آمار نیول او کله هم (شمېرل) دي او په پښتو کې هغې ته (شمېر) او (شمېرل) وایي. په آلماني کې د (Statistik) کلمه او په انګلیسي کې د (Statisties) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

د اقتصاد د پوهانو او د احصایې د صاحب نظرانو په عقیده د (Statisties) یا احصایې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده، چې له هغې څخه د قانوني موقف قانوني وضعیت استنتاج کیږي. سربیره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت لګښتونه او د وضعیت حالت هم راوځي. د (Status) د کلمې علمي تعبیر د سیاست والو او دولت د اړتیا وړ پر ټولو ارقامو او معلوماتو باندې پایلی ته رسیږي یانتیجې ته رسیږي.

د احصایې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي دي چې ځینې له هغوی څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

محدود مفاهیم او ځینې نور پراخ مفاهیم لري. چې یوه یې د ارقامو علم او بل هغه یې د پرمختیا او پراختیا په لور د یوې ټولنې د خصوصیاتو د ساخت او بافت د مطالعې وسیله شودلې ده. د احصایې د علم د مفهوم په اړه باید ووایو چې دا اصطلاح د مهارتونو کچه یا میزان د نفوسو د سر شمیرنې په چوکاټ کې د بیکارۍ ارقام یا د حقایقو عددي تعریفات (چې په احصاییه کې پیښیږي) ذهن ته راګرځوي یا په ساده توګه د یوه مضمون یو مکلفیت دی چې تاسې باید هغه بشپړ کړئ.

احصاییه یو ګټور او موخه لرونکی علم دی چې له هغې څخه د ګټه اخیستلو پراخه حوزه د دولتي فعالیتونو په تجارت، پلان جوړونې او همدارنګه د هغې په کار اچونه په طبیعي او ټولنیزو علومو کې څه ناڅه نامحدوده ده. باید یادونه وشي په هغه صورت کې چې احصاییوي ارقام په غلطه توګه وکارول شي، کیدای شي دروغجنه یا کاذبه پایله ولري.

په ۱۷ او ۱۸ مه میلادي پیړۍ کې زیاتره پوهانو او لیکوالانو احصایې ته یې د پیژندنې لومړني موضوعات او سیاست له علم سره نږدې تړاو ورکړی دی یعنې هغه یې د هغه علم په توګه چې د موجوده زماني لومړي اساسي نظم او ترتیبات زده کوي معرفي کړ.

وروسته د احصایې په نړیوال کنفرانس کې چې یوه پیړۍ وړاندې د هالند په پلازمینه کې جوړ شوی و، له آلمان څخه د انګل په نوم یو پوهاند چې د کانګرس له ګډون کوونکو څخه و په ډاګه کړ چې د احصایې د کلمې لپاره یوسل او اته ۱۰۸ بیل تعریفونه شتون لري.

همدارنګه په ۱۸۸۰ میلادي کال کې د لندن د احصایې د ټولنې رییس وړاندیز وکړ، تر څو لاندینی تعریف د احصایې لپاره د منلو وړ وګرځي. احصاییه له هغه علم څخه عبارت ده چې د بشري ټولنې جوړښت تر مطالعې لاندې نیسي.

پورتنیو تشریحاتو ته په پام سره احصاییه د هغه د پراخه او علمي مفهوم په توګه داسې تعریف کیږي.

احصاییه له علم او د علمي لارو له مجموعې څخه عبارت ده، پدې غرض:

الف- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه، لنډیز او ترتیبول.

ب- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) وړاندې کول.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو مطالعه او څیړنه(تحقیق).

د- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو نتیجه ګیري، تفسیر او تعبیر.

هـ- د تحلیل شوو شمېرو(اعدادو) او معلوماتو په نظر د تفاهیمو لاسته راوړنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په بل عبارت احصاییه د علم یا د علمي میتودونو له مجموعې څخه عبارت ده، چې د معلوماتو او شمېرو د انسجام، څرګندولو او تحلیل په غرض، د استنتاج او تصمیم نیونې په یوه یا څو ځایونو کې د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) د نظریاتو په اړه راټولیږي.

د احصایې سیر او تکامل ته لنډه کتنه

په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیت د تعمیل او د مالیاتو د ورکړې یا د وګړو د عسکري خدمتي دورې د سرته رسولو لپاره کارول شوې ده. داریوش د مالیاتو د راټولونې او د کادستر د جوړونې لپاره یو شمېر وګړي وګمارل.

یوناني اسکندر احصاییه د اهمیت وړ بلله. امپراتور اګوست د لومړي ځل لپاره د خپلې امپراتورۍ د شتمنۍ بیلانس جوړ کړ، وروسته یې له مخې خپل پوځیان او کښتۍ وشمیرلې.

همدارنګه مصریانو، رومیانو او داسې نورو په بیلابیلو ځایونو کې له احصایې څخه استفاده کړې. د بیلګې په ډول د عدد سنجش د اوسط له قواعدو څخه په استفادې او د وسطي حد سنجش د لرغوني یونان د پیژندل شوي ریاضي دان فیثاغورث په زمانه کې ترسره شوي دی. په ځینو آثارو کې د احصاییوي سروې ګانو له عملیاتو څخه د بابلیانو د مدنیت په زمانه کې یادونه شوې ده: کله چې د ټولنیز ژوند اوضاع کړکیچنه شوه، د هغوی د اقوالو، بیانونو او استنباط د پایلو د ثقه والي لپاره د یوه کل عدد او رقم د څرګندولو په بڼه زیاتو غوښتنو پراختیا موندله.

که څه هم د علم له پراختیا سره د احصایې علمي بڼه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي. خو ریښتینی انکشاف په هغه کې له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دېخوا پیل شو، او لګښتونه په ریښتیني انکشاف کې هغه مهال دي چې د لویدیځو اروپایي هیوادونو بیلابیل حکومتونو د خپلو ښاریانو د وګړو په اړه د معلوماتو راټولولوته لېوال شول. د احصایې ثبت او فیات په انګلستان کې په ۱۵۳۲ میلادي کال کې ترسره شوي او په هغه پسې په فرانسه کې یې رواج پیدا کړی دی.

په سویډن کې د نفوس د احصایې نیونې نسبتاً عصري بڼه په کال ۱۷۸۴میلادي کې پیل شوه. د احصایې د علم د ودې او پراختیا په برخه کې ډیرو پوهانو او علماوو ګټور کارونه کړي دي چې د هغوی له جملې ادلف کویت لت (۱۷۹۶ –۱۸۷۴) یو تن بلژیکي عالم لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول. باید یادونه وشي چې په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د

(c) ketabton.com: The Digital Library

علم د پلار خطاب کړی دی هغه د یوه احصاییوي مرکزي کمیسیون بنسټ کیښود چې په تدریج سره د یوه نمونه یي سازمان په توګه د زیاترو هېوادونو د احصاییوي تأسیساتو د منځ ته راتلو لپاره د استفادې وړ وګرځېد.

برنولي (۱۷۰۰ – ۱۷۸۲) میلادي او لاپلاس هم د احصایې د علمي قوانینو له موسسینو څخه ګڼل کیږي چې د احتمالاتو سنجش او ریاضي ګډون په احصاییه کې د نیونې لارې او د اندازه نیونې دقیق روشونه یې را مخ ته کړي دي.

په وروستیو کلونو کې احصاییه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره نظري او علمي ځانګوکې یې ډېر زیات ارزښت لاسته راوړی دی. د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصایې کورسونه په ترتیب سره د روحیاتو، ښوونې او روزنې او اقتصاد په دیپارټمنتونو کې او اوس د بیلابیلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاتره دیپارټمنتونو کې د هغه تدریس د یو اساسي مضمون په توګه ترسره کیږي، او په وروستیو کلونو کې د وخت له غوښتنو سره سم او احصاییوي پرسونل ته په اړتیا سره د احصاییوي مضامینو او اقتصادي ریاضیاتو په شمېر کې زیاتوالی راغی او د ۱۳۵۴هـ ش کال له پیل څخه را په دیخوا احصاییوي رشتوي مضامین او د احصایې او اکنومتري دیپارټمنتونه کابل پوهنتون د اقتصاد پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلي دي.

له احصایې څخه دګټې اخستنې موارد، په ټولنه اواقتصادي پلان جوړونه کې دهغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصایې تاریخي لرغونوالی ډېرو پخوانیو زمانوته رسیږي. پراختیا او له احصایې څخه د استفادې ځایونو هم بیلابیل پراونه وهلي دي او اوس هم د ودې په حال کې دي. په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمېرلو او مالیاتو د ورکړې په مقصد د مکلفیتونو لپاره کارول کېده. په منځنیو پیړیو کې د احصایې له نظره د کرنیزو ملکیتونو د اندازې ثبت اهمیت درلود.

یو دا چې د ساري ناروغیو تلفات او د هغه څرګندیدل په سمه توګه سنجش او وپیژندل شي او بل دا چې نفوس ډېر مهم قدرت (د دولت لویوالی په خاصه توګه د هغه نظامي قدرت) پیژندل کېده.

د ۱۷ مې میلادي پیړۍ په شاو خوا کې هغه سروې ګانې چې له نوې سرشمېرنې سره نږدې ورته والی درلود تر اجرا لاندې راغلي وې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه اقتصادي او سياسي بدلونونه او تحولات چې د فرانسې له ستر انقلاب څخه وروسته په اروپا کې منځ ته راغلل او له ځنډه پرته له ۱۸۷۱میلادي کال څخه وروسته د احصاييو په راټولونه کې د تحول او چټکی پراختیا لاملونه په زیاتره اقتصادي او ټولنیزو سکتورونو کې مخکې له مخکې څخه آماده او چمتو شوي دي.

په تدريج سره احصاييوي معلومات چې غالباً د دولت اسرار پېژندل کېدل په ورځپاڼو او جرايدو کې خپاره شول او په ټولو ځایونو کې وویشل شول. د احصاییوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمې څېړنې ترسره شوې او احصاییوي روشونه د تیروتنو د کچې د تثبیت په مقصد تر مطالعې لاندې راغلل. په احصاييه او اقتصاد کې د رياضي او احتمالاتو شاملول عمده ګامونه او د احصایې زیاته پراختیا وګڼل شوه. د احصایې اقتصادي څانګې(شعبات) د احصايې په ملي برخو کې په زياتره هیوادونو کې تأسيس او د احصایې کانګرسونو او نړیوالو سازمانونو په کار پیل وکړ.

د کرنیزو ملکیتونو د دفترونو اسناد او د ځمکو د هستوګنو د مالکیت لیږدول، د وګړو د مال مکلفیت او د دولت د عوايدو مدرکونه يې وټاکل. له حیاتي احصاييو او د نفوسو د احوالو له ثبت سره مينه او علاقه له دوو پلوو څخه زیاته شوه.

د احصایې نړیواله لومړنۍ جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصایې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

په ۱۸۵۵ میلادي کال کې د احصایې نړیوال انستیتوت په لندن کې تأسیس شو. له دویمې نړیوالې جګړې وروسته (۱۹۴۷) میلادي کال څخه را په دیخوا د احصاییوي فعالیتونو د ورځنیو پراختیا او انکشاف چې د علمي تحقیقاتو او د نویو احصاییوي سیستمونو او روشونو په وړاندې په اقتصادي بیلابیلو هیوادونو کې په ملي او نړیواله سویه یو ځای و اختراع او له کمپیوټرونو او د حساب له ماشینونو څخه په استفادې د جدولونو په جوړولو او ترتیب او د شمېرو او ارقامو د سنجش اړوند مسايلو په حل کې بې سابقه بدلون يې په احصاييه کې منځ ته راوړی دی.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصاییه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول او نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجراآتو د لارښونې په اړه پیژندل شوې او احصاییوي اداراې او د پلان جوړونې سازمانونه هم مهاله او یو ځای پراخ شوي دي. زمونږ په ګران هېواد کې هم د احصایې مرکزي اداره د وخت د اعظمی صدارت تر مستقیم اثر

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې په ۱۳۵۲ لمریز کال کې جوړه شوې او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړې ډول د لاندینیو موخو په برخه کې فعالیت کوي.

۱- د متمرکز احصاییوي اوعلمي سیستم تأمین اوپراختیا، دهېواد اوسنیو شرایطو ته په پام سره د بین المللي معیارونو سره سم د اړتیا وړ ارقامو دوامداره احصایې د راټولولو، تصنیف، تجزیې، تحلیل، نشر او توزیع کول اوله هغې څخه په انکشافي ، اقتصادي اونورو ټولنیزو پروګرامونو دترتیب او پلانونې په موخه ګټه اخستل.

۲- د ادارې، موسسو او زیاتره وګړو د احصاییوي فعالیتونو علمي او مسلکي لارښوونې، بررسۍ او کتنې(نظارتونه) چې د احصاییوي معلوماتو او ارقامو په راټولونه کې برخه اخلي یاکار کوي.

۳- په ملي کچه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تنظیم او تمرکز.

٤- په ملي کچه د میتودولوژۍ تثبیت د احصایې ثبت او راټولونه حیاتي وقایع (پیښې) او د هغې تدریجي عمومیتوب.

٥- د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل پروګرامونه او د پروژو د کار پرمختګ او تطبیق پورې اړوند د احصاییو او ارقامو راټولونه او د راپورونو د جوړولو او بررسۍ په منظور او په دې اړه لازم وړاندیزونه لوړ پوړو مقاماتو ته.

نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، په ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز

احصاییه عربي کلمه ده، چې لغوي معنا یې په دري ژبه کې د شمارش او یا امار اخیستنې په معنا ده. په پښتو ژبه کې د شمېر او یا شمیرلو په معنا راغلې او همدارنګه په آلماني ژبه کې د (Statistik) په نوم او په انګلیسي ژبه کې د(Statistice) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

احصايې د نن ورځې متداولې يا معمولې په معنا او مفهوم يعنې د روشونو مجموع د جدول بندۍ، تحليل او د متداولې معلوماتو او څرګندولو د راټولونې په مقصد پيژندل شوې او احصاييوي تخنيکونه او توضيعي دستورالعملونه له شمېرو او ارقامو څخه د تصنيف او نتيجه ګيرۍ په مقصد چې په زياته پيمانه شتون ولري، او همدارنګه بايد يادونه وشي چې په لرغونو ټولنو کې له احصايې څخه د نفوسو د شميرلو په مقصد، د مکلفيتونو او مالياتو د ورکړې د ټاکلو او د وګړو د عسکرۍ خدمت د مکلفيت دورې سرته رسولو په غرض کار اخيستل کيده. د علومو له پراختيا سره د احصايې علمي بڼه له اتلسمې ميلادي پيړۍ څخه پيل کيږي خو په هغې کې ريښتينی انکشاف له شپاړسمې ميلادي پيړۍ څخه را په ديخوا پيل شوی او له هغه مهاله تر نن ورځې د نړۍ په بيلابيلو هيوادونو کې له هغې څخه استفاده کيږي. څرنګه چې د نمونې په ډول په ۱۵۳۲ميلادي کال کې ثبت او فيات په انګلستان کې ترسره شو چې وروسته په فرانسه کې يې هم رواج پيدا کړ.

په همدې ترتيب سره په ځينو هيوادونو لکه سويډن، ناروې، دنمارک کې هم زيات کارونه د احصايې د علم د پوهانو لخوا ترسره شوي دي. همدارنګه زياتو علماوو او پوهانو هم د احصايې د علم په اړه نظريې او وړانديزونه وړاندې کړي دي چې د هغوی له جملې څخه بلژيکي رديف کويت (۱۸۷۴- ۱۷۸۶ ميلادي) کال کې لومړنی احصاييه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه يې احصاييوي نوي اصول په کار واچول.

په ځينو شخصي آثارو کې يې کويت لت ته د نوې احصايې د علم د پلار خطاب کړی دی. همدارنګه له نورو علماوو څخه لکه برنولي (۱۷۸۲ – ۱۷۰۰ ميلادي) او لاپلاس (۱۹۴۹-۱۸۲۷ ميلادي) هم د احصايې د عملي قوانينو د موسسينو له جملې څخه شمېرل کيږي نوم اخيستی شو. د احصايې له علم څخه د استفادې په اړه بايد يادونه وشي چې د ننني نړۍ په زياتره هيوادونو کې له احصايې څخه د يوې اساسي او اړينې وسيلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول، نظارت، انسجام او د فعاليتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه استفاده کيږي.

زمونږ په ګران هيواد کې هم نن ورځ نه يواځې د احصايې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنيکونو کې زيات اهميت لري، بلکې اغيزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سياست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوايدو او لګښتونو اندازه نيونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قيمتونو د شاخص تثبيتول او د تادياتو د بيلانس تحليل او ترتيب او داسې نور ټول د احصاييوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، او ترتيب سره وړاندې کول، تحليل اوپه علمي ارزيابيو متکي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

١- آیا په دري او پښتو کې د احصایې په لغوي معنا پوهیږئ ؟
٢- د احصایې کلمه د(Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده هغه مفاهیم چې له دې کلمې څخه استنتاج کیږي، نومونه یې واخلئ ؟
٣- د احصایې په محدوده کې عامیانه مفاهیم توضیح کړئ؟
٤- احصاییه په پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟
٥- په لرغونو ټولنو کې احصاییه د کومو مقصدونو لپاره کارول کېده؟
٦- د احصایې ریښتینی انکشاف له کوم وخت څخه پیل شوی او د هغه لامل څه و؟
٧- د هغو مشهور علماوو او پوهانو نومونه چې د احصایې په علمي پراختیا کې یې څرګنده ونډه درلوده واخلئ؟
٨- د احصایې اهمیت د ژوند په ټولو مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جوړونې په برخه کې په لنډه توګه توضیح کړئ ؟
٩- د مرکزي احصایې د ادارې ځانګړې موخې او دندې څه دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

ټولیزه موخه:

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه.

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې وکولای شي چې:

- د احصاییوي ارقامو د راټولونې پړاوونه عملي کړي.
- د احصاییوي ارقامو د تحلیل او شننې لارې توضیح کړي.
- له احصاییوي ارقامو او شمېرو څخه لازمې نتیجه ګیرۍ ترلاسه کړي.
- احصاییوي بڼې(شکلونه) او ارقام څرګندکړي.
- احصاییوي بیلابیل ګرافونه انځور کړي.

احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

لکه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وویل شول، احصاییه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې د هغې په اساس معلومات او شمېرې راټولې، ترتیب او په لنډه توګه وړاندې او تحلیل کېږي او نظر هغه ته نتیجه ګیري او تصمیم نیونه تر سره کېږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبیت او ټاکل.

ب- د تجربې طرح یا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- د جدول بندۍ تصنیف، د پایلو څرګندول تحلیل او توضیح.

هـ- دیادوشویو پړاوونو تصمیم او نتیجه ګیري چې هر یو په لنډه توګه توضیح کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل: احصاييوي تحليل په شمېرو او ارقامو پيل کيږي او د اړتيا وړ معلوماتو او شمېرو د راټولونې په غرض له ټولو څخه مخکې دولت بايد واضح کړي چې په کومه موضوع کې تحقيقات يا څيړنې کوي. څيړونکي يواځې د ستونزو د سم تعريف او توضيح په صورت کې کولای شي تشخيص کړي چې څه ډول شمېرې او معلومات د اړتيا وړ دي.

په هغه صورت کې چې موضوع په پيل کې په وضاحت سره تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي يا د ښه څرګندولو په ځای موضوع نوره هم پېچلې کړي. بايد ښه څرګنده شي چې دلاسته راغلو احصاييوي پايلو کيفيت او څرنګوالی د راټولو شوو شمېرو په ثقه والي او مناسب والي باندې متکي دی. چې په خپل وار سره د مطرح موضوع په سم تشخيص او طرحې پورې اړه لري. په هغه صورت کې احصاييوي تخنيکونه حتا په زيات دقت سره نه شي کولای نظر دې شميروته ګټورې پايلې د تصميم نيونې په غرض د اړوندو ستونزو(موضوع) په اړه چمتو کړي.

ب- د تجربې طرح يا ټاکل: کله چې د پام وړ موضوع په دقيقه توګه طرح شوه څيړونکی بايد تصميم ونيسي، چې د اړوندو کتنو يا مشاهداتو مجموع په عمومي بڼه يا د هغې يوه برخه مطالعه يا تر کتنې لاندې راولي. کله چې ټولې کتنې يا مشاهدات مطالعه کړي د (ټوليز شمار)په نوم او که چيرې د هغې يوه برخه تر کتنو لاندې راولي اړوند روش د (نمونه ګيرۍ) په نوم يادوي. ټوليز شمار په عمل کې اکثراً، زيات وخت او لګښت غواړي يا حتا د هغه تطبيق ځينې وخت هم د امکان وړ نه وي. د هغه پر ځای ناچاره بايد مطالعه د نمونه ګيرۍ (سمپل) له لارې ترسره شي.

په نمونه ګيرۍ کې هڅه کيږي تر څو د نمونوي شمېرو پر اساس چې له مشاهداتو څخه نمونه ګيري شوې تصميم پيل شي. نو په دې اساس نمونه بايد له اړوندو کتنو يا مشاهداتو څخه سم استازيتوب وکړي. د داسې يوې نمونې اخيستنه د احصايې د تيوري احصاييوي عمده برخه جوړه وي او يو شمېر پوښتنې رانغاړي لکه، نمونه بايد تر کومې اندازې لويه وي په څه ډول شمېرې بايد راټولې شي. دا شمېرې څه ډول راټولې شي. دا ډول پوښتنې د احصايې په هغې څانګې پورې تړاو لري چې د نمونې د طرحې يا(د تجربې طرح) په نوم ياديږي. د نمونې طرح بايد په پوره دقت سره ترسره شي پرته له هغه نه شو کولای مطلوبې نتيجه ګيرۍ ته ورسيږو.

د غيرناڅاپي يا غير تصادفي نمونه ګيري، په خپل وار سره اتفاقي نمونه ګيري په مختلفو بڼو ويشل کيږي. لکه ساده ناڅاپي يا اتفاقي نمونه ګيري او مقيده ناڅاپي يا اتفاقي نم نمونې طرح کيدای شي په بېلابېلو بڼو ترسره شي. لکه ناڅاپي(يا تصادفي) نمونه ګيري ونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګيري، يواړخيزه، دوه اړخيزه او څو اړخيزه او مکرره نمونه ګيري، همدارنګه غير اتفاقي نمونه ګيري د توپير لرونکي يا تفاوتي نمونه ګيرۍ په بڼه په صحيح او ډاډ سره نيول کېږي چې هر يو د دغو نمونه ګيرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو يا مزاياوو او نيمګړتياوو لرونکې دي چې تر يوه حده پورې د کتنو يا مشاهداتو په ډول او د احصاييوي سروې په موخې پورې اړه لري.

ج- د احصائيوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه: د احصائيوي څېړنو درېيم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر يو احصاييوي څېړنيز پړاو ته زيات وخت او زيات لګښت غواړي. په دوو مخکينيو پړاوونو کې ځينې د موخې په ټاکلو او تثبيت کې او د نمونې په طرح او شننه کې اړينه ده. د مطالعې اړوندې موضوع په اړه څېړونکی يا محقق بايد د معلوماتو او پوره پوهې لرونکی وي او له خپل قضاوت څخه هم ګټه واخلي او د شمېرو او معلوماتو د راټولونې پر خلاف او حتا يوه ښه پايله لاسته راتلای شي، چې په دې برخه کې بايد شخصي قضاوتونه ذيدخل نه وي.

احصاييوي شمېرې او معلومات په بيلابيلو لارو، بيلابيلو موخو ته په کتو سره راټولېږي.

په عمومي توګه د معلوماتو لاسته راوړنه او د شمېرو راټولونه په دوو بڼو ترسره کېږي:

الف- مستقيم

ب- غير مستقيم

په مستقيمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو يا نمونوي سروې ګانو يا کتنو (مشاهداتو) له لارو راټول کړي.

په غيرمستقيمه توګه څېړونکی کولای شي، معلومات د ليکنو، پوښتنپاڼو (استعلامونو)، فورمو، د نشراتو له اخځ ليکونو، سرچينو او داسې نورو څخه په استفادې لاسته راوړي.

ديادولو وړ ده، چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې بهتره ده، چې په هره برخه کې اصل زمان، سموالی او اقتصادي والی په پام کې ونيول شي.

که چيرې لومړنۍ راټولې شوې شمېرې اوږدې وي، بايد هغوی د ترتيبولو په غرض لنډې(خلاصه) کړل شي. لکه اوږدې سمې شمېرې د ۱۰،۱۰۰ يا ۱۰۰۰ او داسې نورو په واحدونو لنډې او خلاصه شي يا اوږدې اعشاري خانې، له امکاناتو سره سم او په لاس کې د شته وسايلو په مرسته لومړۍ، دويمې او درېيمې نږدې خانې ته نږدې کړل شي.

د- د احصاييوي شمېرو(اعدادو) ترتيبول: له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضح او د ويلو وړ وليکل شي، او د تحليل او څرګندولو د آسانولو لپاره دې ترتيب شي، که چيرې شمېرې

(c) ketabton.com: The Digital Library

نظر کمیت او شمېر (تعداد) ته ترتیب او تصنیف شي هغه لړۍ یا سلسله چې لاسته راځي د پېښې د بیا ویشنې یا د فریکونسۍ د ویشنې په نوم یادیږي. په وروستیو څپرکو کې به یې په پوره ډول مطالعه کړو. همدارنگه که شمېرې نظر زمان ته ترتیب شي اړونده لړۍ یا سلسله یوه زماني لړۍ نومیږي. سربیره پر دې شمېرې د جغرافیایي او محیطي شرایطو موقعیت، سن، کیفیت او نورو خصوصیاتو په نظر نیولو سره ترتیب، دسته بندي او څرگندیږي.

د شمېرو او معلوماتو څرگندول کیدای شي د احصاییوي بیلابیلو بڼو او په بیلابیلو لارو لکه جدولونو، گرافونو او نورو هندسي بڼو په وسیله ترسره شي.

هـ- د احصائیوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو تحلیل او څرگندونه: په دې برخه کې د احصاییوي څیړنو د پړاو په اړه باید یادونه وشي چې د احصاییوي شمېرو او معلوماتو څرگندونه کیدای شي له لازم تحلیل څخه مخکې او حتا له نتیجه گیرۍ څخه وروسته هم تیار او آماده شي، نو نوموړې عملیې د احصاییوي څیړنې ډېر عمده پړاو یعنې د شمېرو او معلوماتو تحلیل ترسره کوي.

د تحلیل د څرنگوالي ډول تر زیات حده پورې په ټاکل شوې موخې یا طرح شوې موضوع او د موجوده شمېرو او معلوماتو په ډول پورې تړلی دی او کولای شي په بیلابیلو لارو ترسره شي.

د بیلگې په ډول ځینې مطروحه موضوعات داسې دي چې راټول شوي معلومات او شمېرې له ترتیب، توحید او څرگندولو وروسته د ځینو شمېرو د مقیاسونو یا مشخصاتو په کار اچولو لکه د اوسطونو، انحراف یا خورتیا(پراگندگي) یا فیصدیو او نور سنجش غوښتنه کوي.

دا مشخصات که په نمونوي شمېرو متکي وي د احصاییوي مشخصو(Statisties) په نوم او که چیرې له کتنو یا مشاهداتو او د مشاهداتو د ټولې مجموعې له شمېرو څخه لاسته راغلي وي پارامتر نومول کیږي.

و- د نتیجه گیرۍ او تصمیم پړاو: که چیرې د ټولو کتنو یا مشاهداتو نمونه یا تجربه په ځان کې راونغاړي او ځینې احصاییوي تحقیقات په یوه سروې کې د کلي شمار په بڼه وي د پام وړ سروې وروستنی پړاو ته تشریحي احصاییه یعنې څلورم پړاو چې پورته یې یادونه شوې جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د کتنو یا مشاهداتو د مجموعې خصوصیات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې موضوع په اړه تصمیم نیول کیږي. د دې پر خلاف که چیرې سروې نمونوي وي او یواځې د کتنو یا مشاهداتو له مجموع څخه یوه برخه په ځان کې راونغاړي، په دې حالت کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

تشریحي احصایه د څېړنې یا تحقیق وروستنی پړاو نه دی د احصاییوي عملیو او مطالعو زیاته غوښتنه کوي، ځکه له مطالعې او د نمونې له تحلیل څخه موخه د نتیجه ګیری د مشاهداتو یوه مجموعه او د تصمیم پیل د همغو مشاهداتو په اړه وي.

د احصائیوي بڼو (شکلونو) په مرسته دشمېرو وړاندې کول: احصاییوي شمېرې او معلومات له راټولونې څخه وروسته باید په ترتیب، توحید او تصنیف سره وړاندې شي. البته د شمېرو ځرګندونه چې وروسته به هم وویل شي له تحلیل څخه مخکې یا وروسته تر سره شي. د شمېرو ځرګندونه عموماً په دوو لارو ترسره کیږي.

۱- په شفاهي یا لفظي توګه.

۲- په لیکل شوې بڼه د احصاییوي بڼو په وسیله.

احصایوي بڼې بیلابیل ډولونه لري چې، په عمومي توګه په دوو ډلو ویشل کیږي:

الف- احصائیوي جدولونه.

ب- احصائیوي ګرافونه.

الف- احصاییوي جدولونه او د شمېرو(اعدادو)جدول بندي: جدول بندي د تحلیل او پرتلې په غرض د معلوماتو او شمېرو سیستماتیک او منظم ترتیبول دي. احصاییوي جدولونه که څه هم نظر لیکل شوو شمېرو او موخې یا طرح شوې موضوع ته زیات دي او په عمومي توګه پر دوو ډولونو باندې ویشل کیږي.

عمومي جدول او خصوصي جدول:

په عمومي جدول کې معمولاً لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې ترتیب او لیکل شوې دي او زیاتره د مأخذونو او سرچینو د ښودلو لپاره د عمومي مقصدونو په خاطر کار ترې اخیستل کیږي په داسې حال کې چې په خصوصي جدولونو کې شمېرې او معلومات ترتیب او لنډ (خلاصه)شوي دی او د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصاییوي جدول د جوړولو لپاره باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي:

عنوان: هر احصاییوي جدول باید یو عنوان ولري. د یوه جدول عنوان باید په لنډه او واضح توګه د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې څیزونه واضح کړي.

الف- په جدول کې د لیکل شویو اعدادو محتوا او د بحث موضوع.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- هغه محل یا ځای چې شمېرې (اعداد) په ځان کې رانغاړي.
ج- هغه مهال یا وخت چې د هغوی په وسیله یې لیکل شوې شمېرې په ځان کې رانغاړلې دي.

مأخذ یا سرچینه

کله چې لومړني یا اصلي اعداد د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټول شوي وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینو له یادولوځخه په یوه جدول کې ولیکل شي، خو په هغه صورت کې چې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي. باید دهغوی سرچینې او مأخذ د جدول په ښکته برخه او له لمن لیکونو ځخه مخکې په واضح توګه ولیکل شي.

یادښت یا لمن لیک (پاورقی): که په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او ځرګندولوته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي. دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې راوړل شي او وروسته په اخځلیک یا سرچینې کې ځای پرځای شي.

د جدولونو خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوي جدول خانې(ستونونه) اوقطارونه لري، چې د هغوی شمېر په هماغه جدول کې دلیکل شوو شمېرو او معلوماتو په اندازې او د موضوع په ځرنګوالي پورې اړه لري. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکې وي. کله چې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي، ښه ده چې د فهرست ،ځرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي.

د کچې (مقیاس) واحد: په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په ځرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بیلګې په ډول که د یوه جدول لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجش شوې وي، په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد(فیصدي)، شتون لري او د جدول تر اصلي عنوان لاندې توضیح شوې دي.

مجموع: د یوه جدول خانې(ستونونه) او قطارونه په عمومي توګه په هغه جدول کې د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي وي البته د شمېرو په مجموعه کولو کې د یوه جدول په خانو او قطارونو کې د یوه ګډ مقیاس واحد شتون شرط دی. ځکه نشو کولای چې بیلابیل او متفاوت مقیاس درلودونکي واحدونه مجموعه کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جدول نمونه: د پرمخ تللو هیوادونو د داخلي محصولاتو دمجموعي ودې د میتود وړاندوینه جدول ۱۹۶۰ تر ۱۹۷۹ کلونو کې شوې ده.

کلونه	مخ پروده هیوادونه: په عمومي توګه	افریقا	لاتینه امریکا	د آسیاجنوب او لویدیځ	د اسیاختیځ	دمخ پروده هیوادونه پرته د نفتو یا تیلو له صادراتو څخه	هغه هیوادونه چې ډیره لږه پراختیا یې موندلې
۱۹۷۰-۱۹۶۰	5.5	4.6	5.5	4.7	8.7	5.2	3.1
۱۹۸۰-۱۹۷۰	6.2	5.3	5.9	5.4	9.0	5.4	3.1
۱۹۷۸	5.2	4.8	4.6	6.8	3.2	5.3	3.3
۱۹۷۹	5.3	5.3	6.3	4.8	3.0	5.2	2.4
۱۹۸۰	5.9	6.1	5.8	5.3	7.0	5.7	2.6
۱۹۸۱	6.0	6.3	5.6	6.1	7.0	5.4	3.6

سرچینه: د UNCTA د سکرتریت سنجشونه دې د ملي او نړیوالو رسمي سرچینو د شمېرو(اعدادو) په اساس ولیدل شي.

ب- احصائیوي ګرافونه: ګرافونه د دوو یا زیاتو اوښتونکو (متحولو) تر منځ د اړیکې له جولیزې څرګندونې څخه عبارت ده. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډیرې زیاتې دي. د اوښتونکي یا متحول د پېښیدو په شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د موضوع په ډول پورې اړه لري، چې په بیلابیلو بڼو، نظر موخو ته په خاصه توګه رسم اوځرګندیږي.څو ډوله احصاییوي ساده ګرافونه او معمولي چارتونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي.

خطي ګرافونه: په دې ډول ګرافونوکې لکه له نامه څخه یې چې څرګندیږي، د خطي اوښتونکو یا متحولو تر منځ اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. دبېلګې په ډول که چیرې اړیکې د تابع او متحول y او خپلواک اوښتونکی او خطي X تابع کوونکی تر منځ وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرګندیږي.

$$y = ax + b$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې a او b ثابت دي لومړنی د عمودي قاطع په نوم او دويم د x د ضريب په نوم يادېږي.

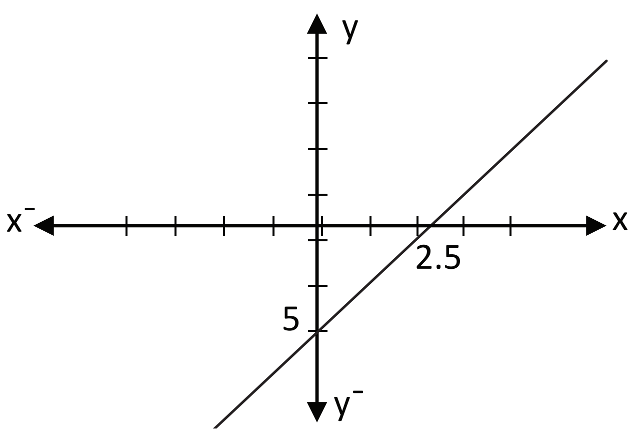
بيلګه: د $y = 2x - 5$ معادلې ګراف رسم کړئ؟

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په شکل کې ښودل شوی، کولای شو په دوو طريقو انځور کړو لومړی د x د متفاوتو قيمتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پيدا کوو.

دا قيمتونه د x او y د وضعيه کمياتو په محورونو کې د ټکو په مرسته په نښه (نقطه ګذاري) کوو.

x	$-3,-2,-1,0,1,2,3,4,15$
y	$-11,-9,-7,-5,-3,-1,1,-315$

په دويمه طريقه کې څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقيمې کرښې يوه معادله ده او د اړوندې مستقيمې کرښې د انځورلو لپاره کفايت کوي، ترڅو هغه دوه ټکي چې په هغوی کې مستقيمه کرښه د x او y د محورونو په توګه قطع کوي، وټاکو. يعنې که د x=0 په معامله کې وضع شي نو y=-5 وي او بر خلاف که y=0 وي $x=\frac{5}{2}$ کيږي. دا دوه ټکي (0 , -5) او (2,5 , 0) په ګراف کې په ترتيب سره د A اوB په تورو ښودل شوي دي. د دغو دوو ټکو له نښليدو يا اتصال او د هغوی اوږدوالی يا امتداد دوو خواوو ته مطروحه مستقيمه کرښه انځور کيږي.



(۱-۲) بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

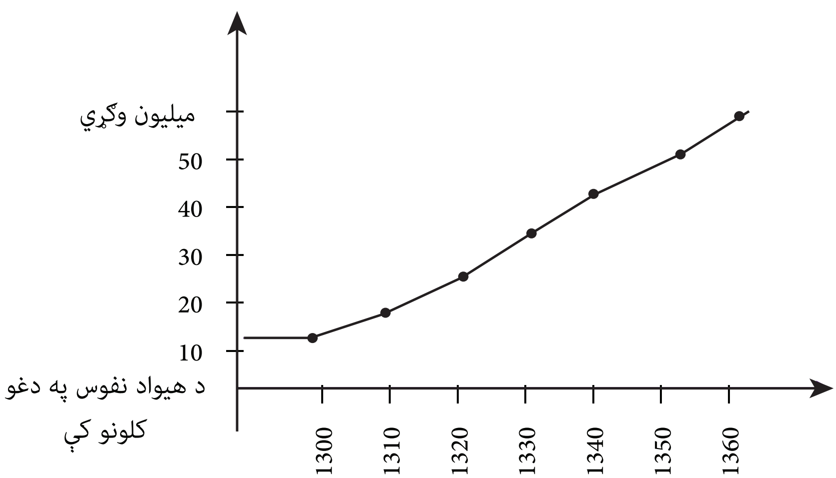
هندسي مشخصې او د ګرافونو ترسيم:

په ياد بايد ولرو چې په احصاييوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه د تابع متحول په عمودي محور کې او خپلواک يا مستقل متحول يا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کيږي.

د بيلګې په ډول: د يوه هيواد نفوس په تيرو ۶۰ کلونو کې په لاندې توګه ورکړل شوی دی، چې د هغه ارقام ميليون وګړي دي.

X کال	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y نفوس (میلان)	12	15	18	22	28	33	37

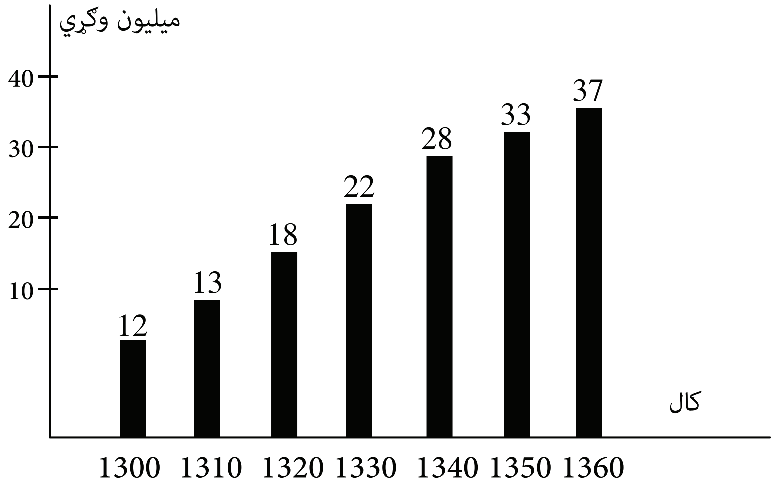
پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د ټکو ايښودو(نقطه ګذاري) په بڼه انځور کړو.



بڼه(۲-۲)

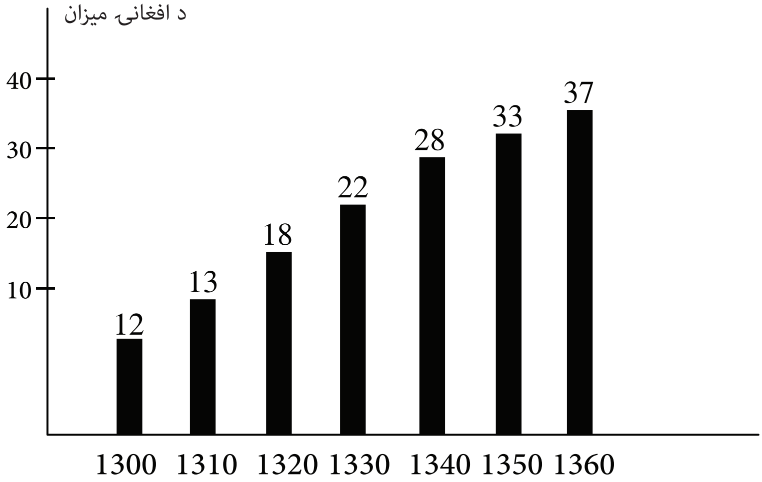
(c) ketabton.com: The Digital Library

او همدارنګه کولای شو د عمودي کرښو په ځای مستطیل شکله بڼې هم انځور کړو.



بڼه(۳-۲)

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي او مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.



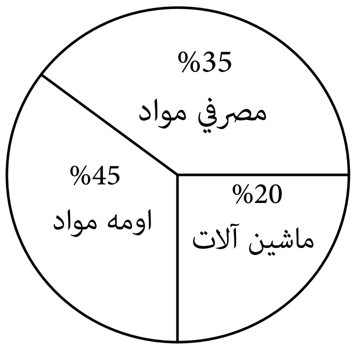
بڼه (۴-۲)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورتنيو ګرافونو سربيره له نورو بڼو او همدارنګه له نښو(علايمو) او سمبولونو څخه هم کولای شو ګټه واخلو. يا په پورته ګرافونو کې کولای شو زياتره معلومات د بيلابيلو رنګونو په وسيله سره ځای په ځای کړو. د بيلګې په ډول کولای شو د هر کال د سن ترکيب او يا د نفوس جنس په يوه مستطيل کې په بيلابيلو رنګونو يا د متفاوتو خط کارونو په وسيله وښيو.

همدارنګه کولای شو احصاييوي معلومات او شمېرې په يوه دايره کې څرګندې کړو.

د بيلګې په ډول: فرض کړئ د يوه هېواد ۴۵٪ فيصده مجموعي شتمني مصرفي مواد ۳۵ فيصده يې اومه مواد او ۲۰ فيصده نور يې ماشين آلات جوړوي کولای شو دا شمېرې د يوې دايرې په وسيله څرګندې کړو



بڼه(۵-۲)

او يا کولای شو پورتني معلومات په يوه مستطيل يا مربع کې څرګند کړو.

مصرفي مواد 45%
اومه مواد 35%
ماشين آلات 20%

يا په بل عبارت د دايروي ګرافونو ترسيم کولای شو د هر ټولګي له فريکونسي او د فريکونسي له مجموعې څخه په استفادې سره ترسره کړو لکه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$$

F- فریکونسي

n- د فریکونسي مجموع

د بیلګې په ډول: د 75 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول دي.

ټولګی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	15
31 – 40	20
41 – 50	25
مجموع	75

$$\frac{5}{75} \cdot 360 = 24$$

$$\frac{10}{75} \cdot 360 = (48)$$

$$\frac{15}{75} \cdot 360 = 72$$

$$\frac{20}{75} \cdot 360 = 96$$

$$\frac{25}{75} \cdot 360 = \frac{120}{360}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي د مطالبو لنډيز

په دې څپرکي کې احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه تر مطالعې او بررسۍ لاندې نيول شوي دي. چې په هغه کې علمي لارې(طريقې) او روشونه په واضح توګه تشريح شوي دي، چې د هغې په اساس راټول شوي معلومات او شمېرې ترتيب، خلاصه، تحليل او څرګندې شوې دي، چې نظر هغه ته نتيجه ګيري او د تصميم نيونه ترسره کيږي. د دې عمليو او ترتيباتو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل

ب- د تجربې طرح يا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- جدول بندي او تصنيف.

هـ- تصميم نيونه او نتيجه ګيري.

له دغو پړاوونو څخه هر يو ټول په مفصله توګه په دې څپرکي کې تر بررسۍ لاندې نيول شوي دي.

په احصاييوي تحليل کې شمېرې او ارقام له هغه څخه پيل کيږي او د اړتيا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض لومړى له ټولو څخه مخکې څېړونکى بايد واضح کړي چې څه ډول موضوع څېړي، نو په دې اساس لومړى بايد پوښتنه يا موضوع ډېره واضح او په دقيقه توګه طرح او وټاکي. که چيرې موضوع په پيل کې واضح او روښانه نه وي او په سمه توګه تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي او موضوع نوره هم پيچلې شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتنې

۱- فرض کړئ د کابل په ښار کې د هر وګړي د عاید کچه معلومه وئ. آیا په دې اړه ویلای شئ چې څه ډول عملیه باید د احصاییوي تحقیقاتو په اصل کې ترسره کړئ؟

۲- احصاییوي جدول څه دی او څه ځانګړنې باید ولري. کولای شئ دغه ځانګړنې په یوه فرضي جدول کې پرته له شمېرو څخه وړاندې کړئ؟

۳- په یوه ګراف کې لاندې ټکي د لیک نښو په مرسته په نښه(نقطه ګذاري)کړئ؟

(0 , 0) , (-5 , 10) , (3 , -4) , (-2 , -2) , (3 , -5) , (5 , 4)

۴- لاندې معادله یوه تابع ده د هغه ګراف رسم کړئ؟

$y = 6 + 3x$

۵- د غنمو تولیدات په شپږو کلونو ۱۳۵۰- ۱۳۵۵ کې په لاندې توګه ورکړل شوي دي؟

کال	1350	1351	1352	1353	1354	1355
د غنموتولید	5	10	15	20	25	30

۶- د بانک د چک ۲۵ فیصده مجموعي پور اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فیصده د میلیون تنو پورونه منځ مهاله او ۶۰ فیصده د هغه بدلون مهاله پورونه جوړوي دغه معلومات په دوو وسیلو یعنې یوه دایره او یو مستطیل یا مربع کې څرګند کړئ ؟

۷- تحقیقاتي پړاوونه توضیح کړئ او د هغوی له جملې څخه د موخې د ټاکلو او تثبیت په اړه معلومات وړاندې کړئ؟

۸- د ۱۰۰ تنو محصلینو نمرې په یو دایروي ګراف کې وښیئ ؟

ټولګی	فریکونسي F
0 – 20	10
21 – 40	15
41 – 60	25
61 – 80	20
81 - 100	30
مجموع	100

(c) ketabton.com: The Digital Library

درییم څپرکی

د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

عمومي موخه:

په احصائیه کې فریکونسي او له هغې څخه د استفادې ځایونه

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- د فریکونسۍ مفهوم توضیح کړي.
- د شمېرو د راټولونې، توحید او تصنیف په اړه معلومات وړاندې کړي.
- احصاییوي ټولګي او د هغه ځانګړنې توضیح کړي.
- د ټولګي د ګرافیکي څرګندونو په اړه توضیحات وړاندې کړي.
- د فریکونسیو د ګراف منحني ترسیم کړي.
- نسبي فریکونسي او مجموعي فریکونسي توضیح کړي.

د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

تصمیمونه: د فریکونسیو مفهوم او ډولونه

احصاییوي نتیجه ګیری او تصمیمونه د مطروحه موضوع په راټولو شوو شمېرو او ارقامو باندې متکي دي. د اړتیا وړ شمېرو ډول به په طرح شوي موضوع پورې اړوندیږي، او راټولې شوې شمېرې امکان لري یو یا دوه اوښتونکي یا متحوله راونغاړي لکه: شمېرې یا اعداد د یو شمېر وګړو د قد، وزن، عمر ، د یو شمېر کارکووونکو تنخوا یا اجوره، د یو ګروپ مامورینو معاش، د یوه ټولګي د محصلینو په یوه مضمون کې د آزموینې نومرې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دا ډول شمېرو کې زياتره مسايل د هغوی د اوسط د هر واحد وېشنه او د هغوی د انحراف او د خورتيا يا پراګندګۍ د څرنګوالي په اړه نظر وسط ته تر بحث لاندې راځي. يا شمېرې د وګړو د عايد او لګښت، د محصلينو قد او وزن او د يوې پلورل شوې متاع قيمت او شمېر، د يوه هيواد واردات او صادرات او داسې نورو په اړه د دوه متحوله شمېرو بيلګې دي.

هغه شمېرې چې د بيلګې په ډول د غوښې قيمت، يا د يوې اندازې وريجو قيمت رانغاړي يا د يوه هيواد ملي محصولات، واردات او صادرات رانغاړي. دوه متحوله شمېرې ګڼل کيږي.

په احصاييه کې د شمېرو توضيح او تشريح د درې ډوله عمده مقياس او اندازه نيونې غوښتنه کوي دا مقياسونه د فريکونسي وېشنه يا توزيع، اوسط ګيري او د شمېرو د خپرېدو يا پراګندګۍ څخه عبارت او د بحث وړ دي.

که چيرې شمېرې څرنګه چې مخکې هم وويل شول په دې منظور نظر د هغوی د کميت اندازې ته ترتيب او توضيح شي. دغه عمليه د پېښيدلو د بيا ويشنې يا د فريکونسي ويشنې په نوم يادېږي، چې د فريکونسيو د ويشنې تحليل په مفصله توګه او له عملي بيلګو سره د دې څپرکي په پاتې شوو برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

دشميرو(اعدادو) راټولونه او توحيد:

د شمېرو راټولونه په مستقيمه يا غير مستقيمه توګه معمولاً په ناځاپي او خوره(پراګنده) بڼه ترسره کيږي. لومړنۍ شمېرې له راټولولو څخه وروسته بايد ترتيب، توحيد او لنډې يا خلاصه کړل شي تر څو څرګندول، تحليل او نتيجه ګيري آسانه کړي

د بيلګې په ډول يوه احصاييوي موضوع داسې طرح شوې چې د ۵۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د آزموينې د پايلو د څرنګوالي په اړه ده، په دې منظور يوه نمونوي سروې طرح او تطبيقيږي نظر دې سروې ته د ۵۰ محصلينو د آزموينې د پايلو په اړه معلومات د نمونې په توګه راټوليږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه شمېرې دي چې د هغې لومړۍ بڼه په لومړي جدول کې څرګندې شوې دي.

لومړی نمونوي جدول

23,65,51,52,74,72,63,60,21,31,36,80,79,82,41,69,29,28,30,40,42,57,54,58 59,64,63,70,7,74,83,82,32,36,37,43,40,38,51,54,59,60,58,61,72,90,85,84, 95,100

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ترتیب شوو شمېرو(اعدادو) دویم جدول

21,23,28,29,30,31,32,36,36,37,38,40,40,42,43,50,15,51,52,54,54,57,58,58,5 ,9,60,60,61,62,63,63,64,64,70,71,71,72,74,74,74,79,80,82,83,84,85,90,91,95 100

باید یادونه وشي چې شمېرې کولای شو په متزایده (صعودي)توګه جوړې کړو یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوی عدد پای ته ورسیږي. یا بر عکس شمېرې کولای شو په نزولي توګه جوړې کړو داسې چې لوی عدد لومړی او په ترتیب سره شمېرې یا اعداد یو په بل پسې ولیکو تر څو کوچني عدد ته ورسیږو. د لومړي جدول شمېرې له خلاصیدو وروسته په متزایده یا صعودي بڼه ترتیب او په دویم جدول کې لیکل شوې دي.

دویم جدول د لومړي جدول په پرتله ځینې ښیګڼې لري ځکه په هغه کې کولای شو د متحول ځینې ځانګړنې په ښه توګه اوډېر ژر تشخیص کړو. دغو ترتیب شوو شمېروته په کتو سره پوهېدی شو چې پراخوالی(وسعت) یعنې د لوی او کوچني عدد تر منځ توپیر (د لږي او زیاتې نمرې تر منځ توپیر) له ۷۹ څخه عبارت دی.

د شمېرو(اعدادو) تصنیف:

که چیرې د شمېرو تعداد لږ یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي د شمېرو ترتیب د دویم جدول په بڼه او د هغه څرګندونه به نسبتاً آسانه او ګټوره وي او که چیرې د شمېرو تعداد ډېر زیات یا د لومړي نمونوي جدول نمونه چندانې مفهوم نه شي افاده کولای البته له څه دقت وروسته کولای شو کوچنی او لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتا د شمېرو اوسط د مجموع په اخیستلو سره او د هغوی په تعداد باندې ویشل سنجش کړو له دې څخه زیات نشو کولای له نوموړي جدول څخه ګټه واخلو.

له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې استفادې لپاره په لومړي نمبر جدول کې باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډ یا خلاصه کړو د شمېرو د خلاصه کولو یوه لار د هغوی د افاده کولو اړوند د ۱۰۰۰ واحدونو دور دی.

د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې د شمېرو د ترتیبولو او خلاصه کولو څخه وروسته د زیات ګډون یا شمولیت لپاره د شمېرو د اعشارې په تحلیل او څرګندولو کې درې خانې په دوو خانو اختصار پیدا کړی داسې چې د اعشاري درېیمه خانه دویمې خانې ته نږدیوالی یا تقرب ورکړل شوی دی. په دې تقرب ورکولو کې که چیرې د درېیمې خانې شمیره یا رقم له ۵ څخه کوچنۍ وي له

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه څخه تیرېږو او پر خلاف دهغه که دغه شمیره یا رقم له ۵ څخه لوی وي وروستۍ شمیره یا رقم یعنې د اعشاري دویمې خانې شمېرې ته د یوه په زیاتیدو سره ارتقاء ورکړل شوې ده. د بیلګې په ډول د 66,029 عدد په 66,03 او د 69,242 عدد په 69,24 لنډ یا مختصر شوي دي. د لومړي جدول شمېرې له لنډیز یا خلاصه کیدو او ترتیبولو وروسته کولای شو په دویم جدول کې په لاندې بڼه وښیو.

د شمېرو(اعدادو) نمونوي دويم جدول

21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 – 90	91 – 100
21	31	40	51	61	71	82	91
23	32	42	51	62	71	83	95
28	36	43	52	63	72	84	100
29	36	50	53	63	74	90	3
30	37	4	54	64	74	4	
5	38		57	64	79		
	40		58	69	80		
	7		58	70	7		
			59	8			
			59				
			60				
			60				
			12				

د شمېرو د ثبت جدول د زياتو ښيګڼو لرونکې وي لکه:

الف- په آسانۍ سره کولای شو هغه شمېرې چې معمولاً ثبتې شوې وي اصلاح یا اړوندې خانې یا ستون ته ولیږدوو.

ب- که لومړني ټولګي د ډاډ وړ نه وي کولای شو هغوی په اسانۍ سره د دویم ځل لپاره تصنیف کړو.

ج- کولای شو هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای په ځای شوی د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

که د شمېرو تعداد نسبتاً لوی وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په بڼه ستومانه کار دی او د زیات وخت غوښتنه هم کوي، سربیره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې څخه پرته نشو کولای له هغه څخه بل کار واخلو. نو په دې اساس اړینه ده چې شمېرې په لنډه توګه سره داسې ترتیب شي تر څو د هغه ځرګندول آسانه شي او وتوانیږي زیات او ژور

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحلیل ترسره شي تر څو د شمېرو د پیچلو اړیکو خصوصیات کشف او توضیح شي.

دشمیرو د څرګندولو لنډول او په عین حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته اساسي موضوع د پیښیدلو بیا وېشنه(د فریکونسي وېشنه)ده.

یعنې شمېرې د ټولګیو په بڼه (چې ځینې یې د ټولګي، پوړ،ګروپ او ډلې په نوم هم یادیږي) سمبال شوي. په هر ټولګي پورې اړوند د مشاهداتو یا واقعاتو د پیښېدلو(وقوع یا فریکونسي) تکرار یا زیاتوالی تثبیت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتیب، تصنیف او څرګندیږي، د پیښیدلو(وقوع) د تکرار جدول (د فریکونسي جدول)نومیږي.

مخکې له دې چې شمېرې د صنف بندۍ په بڼه ولیکو باید د ثبت جدول د جوړولو طرز چې د درېیم جدول په مرسته ښودل شوی دی په پام کې ونیول شي. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو یا ستونو له عنوان سره ورته یا مشابه)د جدول په پورته برخه کې ترتیب شوی او هغه شمېرې یا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړه لري، تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوې دي. وروسته په هر ټولګي پورې اړوند د اقلامو شمېر شمېرل کیږي او د هغوی مجموع په هماغه ټولګي پورې اړوند د اقلامو په ښکتنۍ برخه کې د دوو لیندیو(قوسونو) تر منځ لیکل کیږي چې دغې مجموعې ته د هر ټولګي فریکونسي وایي.

د دویم جدول او د ثبت د جدول پایلې اوس کولای شو د فریکونسۍ په یوه جدول لکه څلورم جدول(د فریکونسي جدول) کې وښیو.

څلورم جدول: د ریاضي په مضمون کې د۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نومرو د فریکونسۍ جدول

نمرې	د وګړو د (فریکونسیو) شمېر
21 – 30	5
40 31	7
41 – 50	4
51 – 60	12
61 – 70	8
71 – 80	7
81 – 90	4
91 – 100	3
مجموع	**50**

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځینې تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم د فریکونسي د جدول په اړه شتون لري. دا مفاهیم لاندې توضیح کیږي اود زده کړې په باب یې له محصیلینو څخه جدي غوښتنه کیږي ترڅو په سمه توګه یې زده کړي.

ټولګی(صنف): د دوو شمېرو په وسیله هر ټاکل شوی واټن لکه 30 – 21 او یا 91 – 100په احصائیه کې دټولګي یا صنف، پوړ یا ګروپ په نوم یادیږي.

د ټولګي(صنف)حدود: هغه دوه شمېرې چې یو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کیږي.د ټولګي کوچنۍ عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم یادیږي.لکه په ټولګي کې 30 – 21 چې له 21 تر 30 لوستل کیږي ښکتنی حد یې ۲۱ او پورتنی حد یې ۳۰ دی.

د ټولګي درجه: د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکنیو ټولګیو پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم یادیږي. د بیلګې په ډول په ټولګي کې60 – 51 لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{60+41}{2} = 50.5$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{51+70}{2} = 60.5$$

په شمېرو کې اوړده یا متمادي ټولګي چې د مخکني ټولګي پورتنی حد او د وروستني ټولګي ښکتنی حد او همدارنګه د مخکني ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره یو شان دي، په یوه ټولګي پورې اړوند حد او سرحد هم له یوبل سره مساوي دي. په ځینو حالاتو کې د ډېر کوچني ټولګي ښکتنی حد (او ښکتنی سرحد) او یا د ډېر لوی ټولګي پورتنی حد (او پورتنی سرحد) خلاص او یا نا معین وي.

دټولګي(صنف)واټن :د یوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد توپیر د مخکني ټولګي له ښکتني حد څخه عبارت دی. د بیلګې په ډول په دوو مخکینیو ټولګیو کې د هر ټولګي واټن له ۱۰ نمرو څخه عبارت دی. په بیلګه کې د دواړو ټولګیو د پورتنی حد تر منځ توپیر هم ۱۰ نمرې دي. په اوږدو یا متمادي شمېرو کې د ټولګیو واټن ټول یو شانته دی او

(c) ketabton.com: The Digital Library

د (ګډ واټن) په نوم يادېږي.

د ټولګيو واټن کولای شو د هغوی د اوسط تر منځ د توپير په پام کې نيولو سره هم سنجش کړو.

د ټولګي(صنف)پراخوالی:د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد ترمنځ له توپير څخه عبارت دی. دبيلګې په ډول په ټولګي کې 60 – 51 لرو چې:

$60{,}50 - 50{,}5 = 10{,}0$

د ټولګي پراخوالی

په دې بيلګه کې د ټولګي واټن او د ټولګيو پراخوالی يوله بل سره مساوي دي خو دا حالت به په ټولو ځايونو کې صدق ونه کړي. په ځانګړي توګه په هغه حالاتو کې چې شمېرې او ټولګي سره غير متمادي وي يعنې اوږدې نه وي.

د ټولګي(صنف)فريکونسي: د يوه ټولګي فريکونسي د هغو پيښو(واقعاتو) او کتنو(مشاهداتو) له زيات تکرارڅخه عبارت ده، چې په هماغه ټولګي پورې اړه لري. لکه په څلورم جدول کې د ټولګي (فريکونسي) 60 – 51عبارت له ۱۲ تنو محصلينو څخه دي. يعنې د ۵۰ تنو محصلينو له جملې څخه ۱۲ تنه يې له 60 – 51 پورې د نمرو لرونکي دي.

دټولګي(صنف)منځ يا وسط : د يوه ټولګي وسط يا منځنی ټکی د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. دبيلګې په ډول دټولګي اوسط يا وسط له60 – 51 څخه عبارت دی يعنې: $\frac{51+60}{2} = 55{,}5$ (د ټولګي وسط)

د فريکونسۍ په عددي وېشنه کې ستونزې: کله چې وغواړو د فريکونسۍ يو جدول جوړ کړو له څو عمده ستونزو سره مخامخ کيږو يو له دغو ستونزو څخه د ټولګيو د مناسب شمېر يا تعداد ټاکل دي.

که څه هم په دې برخه کې کومه عمومي قاعده شتون نه لري. د امکان تر حده بايد هڅه وشي تر څو له سم قضاوت څخه کار واخيستل شي. د ټولګيو شمېر نبايد هغومره ډېر وي چې د ټولګيو فريکونسي ګانې و نه توانيږي سمبال شي. ځکه د شمېرو د تصنيف او ترتيب اساسي موخه د هغوی د ويشنې د څرنګوالي او بڼې تشخيص کول دي. همدارنګه د ټولګيو شمېر نبايد هغومره لږ وي چې شمېرې له لازم حد څخه زياتې لنډې يا خلاصه کړو چې ځينې ګټور معلومات له لاسه ورکړو.

په عمل کې بايد کوښښ وشي چې د ټولګيو شمېر له پنځو څخه لږ او له پنځلسو څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

زيات نه وي.

د ټولګيو د ټاکلو لپاره کولای شو په ځينو ځايونو کې له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$K = 1 + 3{,}3 Log n$

چې په دې ځای کې په کار اچول شوې نښې يا علايم K د ټولګيو اټکل شوی شمېر اوn د واقعاتو يا مشاهداتو مجموعي شمېر په نمونه کې (د فريکونسي مجموعه) اعشاري Log (معمولي لوګارتم د ۱۰ پر پايه يا قاعده باندې دی. کله چې د ټولګيو شمېر وټاکل شو، د ټولګي واټن هم کيدای شي وټاکو، د زياتې آسانۍ او سهولت له پاره په وروستيو سنجشونو او عمليو کې بايد د ټولګيو واټن پر يوه ښه عدد تبديل شي. او د امکان په صورت کې د فريکونسۍ يو جدول بايد د ټولګيو د ټولګي واټن(ګډ واټن) ترتيب شي څکه د دغه واټن ګډوالی، داسې چې وروسته به يې ووينو د ټولګيو د فريکونسيو ګانو پرتله او همدارنګه د ځينو احصاييوي مقياسونو سنجش او تطبيق آسانوي.

د فريکونسۍ د ويشنې ګرافيکي څرګندونه: د فريکونسۍ وېشنه کولای شو د ګرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائيوي شمېرو او معلوماتو ګرافيکي څرګندونه (څرنګه چې په مخکني څپرکي کې مطالعه شوه) په بيلابيلو بڼو او ډولونو ترسره کيږي. د فريکونسۍ د ويشنې څرګندونه په درې معمولي بڼو د هستوګرام يا مستطيلي ګرافونو، بارچارت او د پالګن د فريکونسۍ د متن په مرسته وي.

هستوګراف: ديوه احصائيوي ګراف دفريکونسۍ يو هيستوګراف يا هيستوګرام له يو شمېر مستطيلونو څخه جوړ شوی دی. لکه:

الف- مستطيلونه په عمودي ډول پر افقي محور(xمحور) باندې داسې ځای پرځای شوي دي، چې د هغوی عرض د ټولګيو(صنفونو)د واټن له اندازې سره مساوي او دهغوی وسط د ټولګيو د وسطي ټکي پر سر وي.

ب- د مستطيلونو شمېر د ټولګيو له شمېر سره سم د فريکونسۍ په يوه وېشنه کې وي.

د يو هيستوګرام په ترسيم کې بايد لاندې ټکي په پام کې ونيول شي:

الف- د ټولګيو فريکونسۍ د (y) په عمودي محور کې او ټولګي يا د ټولګيو واټن د (x) په وسطي محور کې وضع شي. د ويشنې هيستوګرام۵-۳جدول د۱-۳په کارکې څرګند شوي دي.

د y د محور مقياس بندي بايد له صفر سره پيل او له انقطاع پرته دوام پيدا کړي.

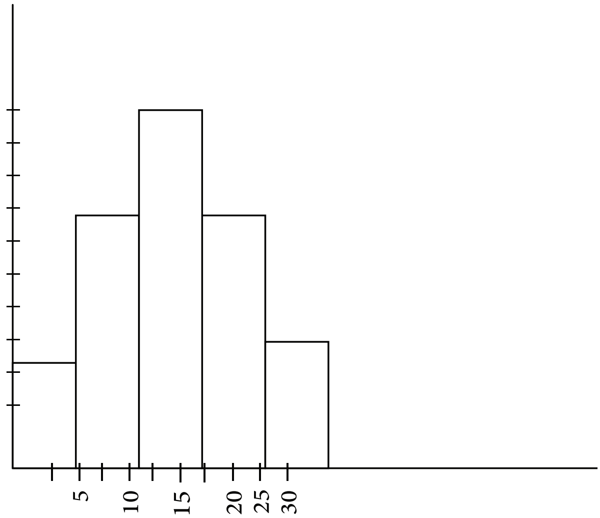
ب- په افقي محور کې بايد يو واټن د ټولګيو د نيم يا يوه بشپړ واټن په اندازه د مستطيل په دواړو خواوو کې کيښودل شي.

د بيلګې په ډول: د ۲۳ تنو محصلينو د رياضي مضمون نمرې په لاندې جدول کې ترتيب

(c) ketabton.com: The Digital Library

شوې دي، د هغه هستوګرامونه ترسيم کړئ.

ټولګي	د ټولګيو وسط	فريکونسی
1 – 5	3	2
6 – 10	8	5
11 – 15	13	8
16 – 20	18	5
21 - 25	23	3



د پالګن فريکونسيو ګانو منحني:

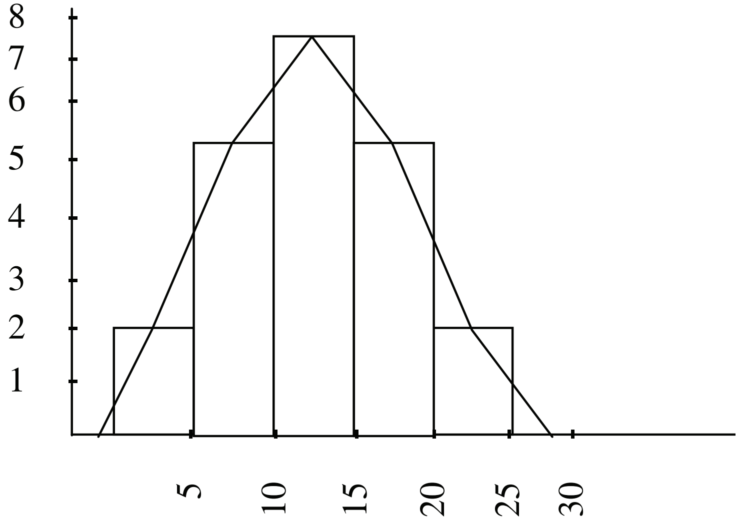
د فريکونسي وېشنه د پالګن د فريکونسي د منحني په وسيله هم کولای شو څرګند کړو. په هغه صورت کې چې د فريکونسي هستوګرام رسم شوی وي دا منحني په آسانی سره کولای شي د رسم د ټکو په نښلولو سره مستطيلونه لاسته راوړي.

زياتره وختونه، د پالګن د فريکونسي منحني له مستطيل يا مستقيمو کرښو پرته څرګنديږي. البته اوس د هغه د رسمولو طريقه آسانه ده. د ټولګيو د وسطي ټکو او د هر ټولګي د اړوندې فريکونسي په نظر يو شمېر ټکي لاسته راځي، که چيرې دغه ټکي له يو بل سره ونښلوو د پالګن فريکونسي لاسته راځي.

څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي د پالګن د فريکونسي پای په دواړو لورو کې له افقي محور سره نښلول شوی دی. د دې منظور لپاره په فرضي ټولګيو کې وسطي ټکي په پام کې نيسو د افقي محور پر مخ يې په نښه کوو او د منحني انجام له مستقيمې کرښې

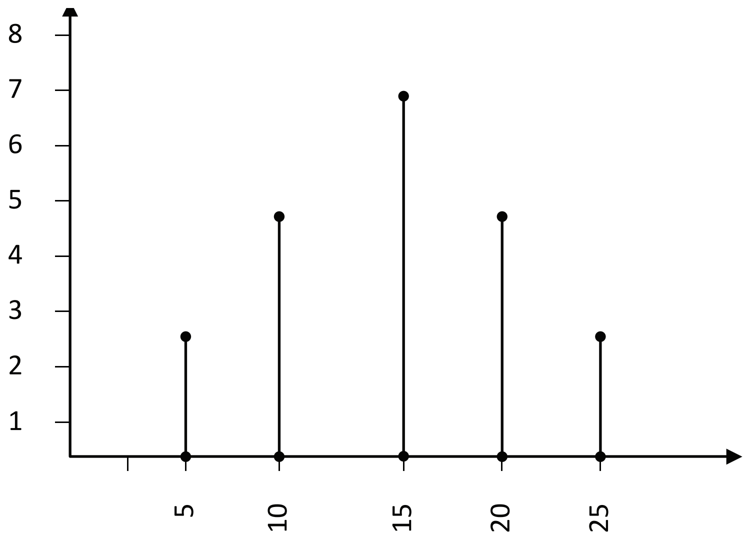
(c) ketabton.com: The Digital Library

سره يې نښلوو.



د بار چارت ګراف: د يوې فريکونسۍ د ويشنې د ښرګندولو بله لار د بارچارت د ګراف په وسيله ده. په دوو لاندې بڼو کې د مستطيلونو پر ځای عمودي کرښې انځورېږي.
د هرې عمودي کرښې پايې د ټولګي پر وسطي ټکي باندې په افقي محور کې ځای په ځای شوي، او د هغې د اړوندې فريکونسۍ ارتفاع ښيي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف - نسبي او غونډې شوې يا متراکمې(مجموعي)فريکونۍ: د يوه ټولګي نسبي فريکونسي د هماغه ټولګي د فريکونسي نسبت د ټولو ټولګيو د فريکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فيصدۍ څرګندېږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فريکونسي زمونږ مخکينۍ بيلګه عبارت ده له:

$$\text{نسبي فريکونسي} = \frac{\text{د لومړي ټولګي فريکونسي}}{\text{د فريکونسیو مجموع}} \times 100$$

$$\text{د لومړي ټولګي فريکونسي} = \frac{2}{33} = \times 100 = 8.69\%$$

ب- غونډ شوي يا متراکمې (مجموعي)فريکونسۍ: د متراکمې يا مجموعي فريکونسيو وېشنه په دوو لارو ښودل کېږي، يعنې د متزايدې (زياتيدونکې) متراکمې فريکونسي وېشنه او د ښکته کيدونکې (متناقصې) متراکمې فريکونسي وېشنه ترسره کيږي.

په متزايدو فريکونسيو ګانو کې له لومړنۍ فريکونسي يا د ټولګي له کوچنۍ فريکونسي څخه پيل شوې او په ترتيب سره د هر وروستي ټولګي له فريکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي پر وړاندې ځای پرځای شوي دي. لکه:

د ۲۳ تنو محصلينو د نمرو د متزايدې متراکمې فريکونسي جدول

(c) ketabton.com: The Digital Library

متزایده متراکمه فریکونسی	د فریکونسي (شمېر)	نومرې
2	2	1 – 5
7	5	6 – 10
15	8	11 – 15
20	5	16 – 20
23	3	21 – 25
	23	مجموع

په دویم حالت کې، یعنې د متناقصې یا متوالي متراکمې فریکونسي په ترتیبولو کې، ټولې فریکونسۍ ګانو مجموع د لومړي ټولګي پر وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتیب سره د هر ټولګي فریکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه تفریق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شوي دي. لکه: د لومړي ټولګي نزولي متراکمه فریکونسي ۲۳ یعنې د فریکونسي مجموع منفي د لومړي ټولګي له فریکونسي څخه او په همدغه ترتیب سره د هغو فریکونسیو له حال څخه وروستي ټولګي هم تفریق کیږي او په همدغه ډول تر پنځم ټولګي پورې وړاندې ځي، چې له ۳ تنو محصلینو سره مساوي کیږي او په جدول کې په مفصله توګه ښودل شوي دي.

د ۲۳ تنو محصلینو د نومرو د نزولي متناقصې متراکمې فریکونسي جدول

متزایده متراکمه فریکونسي	فریکونسي (شمېر)	د (ټولګي) نومرې
23	2	1 – 5
21	5	6 – 10
16	8	11 – 15
8	5	16 – 20
3	3	21 - 25
	23	مجموع

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېیم څپرکي د مطالبو لنډیز

په درېیم څپرکي کې د شمېرو د بررسۍ او تحلیل اړوند ټول موضوعات د موضوع بیا ویشنې (د فریکونسي ویشنې) په مرسته وې. په نوموړي څپرکي کې د شمېرو تشریحي معیارونو او مقیاسونو په خپل وار سره د اړوندو شمېرو څرنګوالی او معلومات راټول کړي او د راټولو شوو شمېرو سربیره امکان لري یو، دوه یا زیات متحوله په ځان کې راونغاړي لکه شمېرې د یو شمېر وګړو د قد، وزن یا عمر، د یو شمېر کارګرانو تنخوا یا اجورې، د یوه ټولګي د ۵ تنو محصلینو د آزموینې نومرې په یوه مضمون کې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي..

په زیاتره ځایونو کې د دوو یا زیاتو متحولونو تر منځ اړیکې په احصاییه کې د بحث لپاره مطرح کیږي د یو متحوله شمېرو په توضیح او تشریح کې د زمان عامل ذیدخل نه وي د درې ډولونو عمده اندازه ګیرۍ د مقیاس غوښتنه کوي. دا مقیاس د فریکونسۍ وېشنه، اوسط نیونه او د بحث وړ شمېرو انحراف یا خورتیا (پراګندګي) څخه عبارت دي.

که چیرې شمېرې داسې وي چې مخکې هم وویل شول په دې منظور باید نظر د هغوی اندازې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو(وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادیږي. که څه هم په مخکني څپرکي کې د احصاییوي تحقیقاتو د پړاوونو په اړه په مختصره توګه بحث وشو او د فریکونسۍ د راټولونې په اړه اساسي عملیې په مفصله توګه او په عملي بیلګو سره په پاتې برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېيم څپرکي پوښتنې

۱- د فریکونسی د ویشنې مفهوم په مختصره توګه تشریح کړئ؟

۲- دغه ۱۷,۹۵,۳۸,۲۷,۷(۴۸+(۱۱,۵۷,۳۴,۲۲ شمېرې یا اعداد ترتیب کړئ او د شمېرو پراختیا(وسعت)یې تثبیت کړئ ؟

۳- لاندې اصطلاحات تعریف کړئ؟ د ټولګي حدود، د ټولګي شکتنی سرحد، د ټولګي واټن ، د ټولګي وسط ، د ټولګي فریکونسي.

۴- د ۷۵ تنو محصلینو نومرې لاندې په جدول کې تصنیف شوې دي، د هغوی زیاتیدونکې (صعودي) فریکونسي پیدا کړئ؟

ټولګی	F	F صعودي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 - 50	25	
	75	

۵- احصاییوي جدول تعریف کړئ، په څو ډوله دي د هغه د مهمو ټکو نوم واخلئ؟

۶- د ۸۰ تنو محصلینو نومرې په لاندې ډول ورکړل شوي دي، د هغوی نزولي متناقصه فریکونسي پیدا کړئ ؟

ټولګی	F	F فریکونسي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 – 50	30	
	80	

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

د مرکزي ګرځېدنې(ګردش) مقیاسونه

عمومي موخه:
د شمیرو یا اعدادو د بیلابیلو اوسطونو لاسته راوړل او ټاکل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای ته رسیدو او زده کیدو سره محصلین کولای شي:

- د اوسطونو ډولونه توضیح او معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو حسابي اوسط لاسته راوړي او د حسابي اوسط خواص معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو هندسي اوسط محاسبه کړي.
- د شمېرو هارمونیکي اوسط محاسبه کړي.
- میدیان یا د فریکونسۍ وسط تعریف او محاسبه کړي.

د مرکزي ګرځېدنې (ګردش) مقیاسونه

اوسطونه:په مخکني څپرکي کې مو ولوستل چې په نمونې یا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتیب او څرګندیدی شي، د فریکونسۍ وېشنه البته نه یواځې د شمېرو منسجم کول او د راټولولو لار ده، بلکې توضیحي او تشریحي مقیاس هم دی په زیاترو ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا یوې مشخصې ته اړتیا لرو تر څو هغې ته په کتو سره د بلې لړۍ یا سلسلې شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي چې د هغې په وسیله تشریح کیږي، په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل او همدارنګه د لړۍ یا سلسلې د شمېرو وېشنه د یو مرکزي یا وسطي ارزښت په شاو خواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د (مرکزي ګرځېدنې مقیاس) په نوم یا معمولاً د اوسط په

(c) ketabton.com: The Digital Library

نوم یادوي. په بل عبارت د یو سلسله شمېرو اوسط عبارت دی له:

یو ارزښت یا یو عدد دی چې له ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د کمیت یا څومره والي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ یا سلسلو په وسط یا مرکز کې ځای لري ځیني وختونه د مرکزي تمایل(ګرایش)د مقیاس په نوم هم یادیږي.

اوسطونه د هغوی د ریاضي صبغې (رنګ) له پلوه په دوو عمده ګروپونو ویشل کیږي: لومړی ګروپ هغه چې د حساب او سنجش له مخې د شمېرو د اوسط په حیث راوځي او دویم ګروپ چې منځنی موقعیت لري.

لومړی ګروپ په: حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونیکي اوسطونو کې شامل دي.

او دویم ګروپ میدیان (د فریکونسي وسط) مود (د فریکونسۍ زیاتوالی) او داسې نور په ځان کې رانغاړي، چې په دې څپرکي کې له نومو ړو اوسطونو څخه هر یو تر بحث لاندې راولو. خو مخکې له هغه باید د∑ علامه چې په زیاتره په عباراتو او احصاییوي افادوکې په کاریږي توضیح شي. دغه علامه چې د سیمګا په نوم یادیږي، معمولاً د مجموع یا جمع کولو په مفهوم په کاریږي.

د بیلګې په ډول: که لس عدده ولرو او هر یو یې په $x_1\ (i = 1,2,..........10)$ افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموع پیدا کړو. کولای شو ولیکو $\sum_{i=1}^{10} xi = x_1 + x_2 + ...x_{10}$

حسابي اوسط: حسابي اوسط د ډیرو ساده او معمولي اوسطونو له ډول څخه عبارت دی. د یوې لړۍ یا سلسلې د شمېرو حسابي اوسط د اړوندو شمېرو یا اعدادو له مجموع څخه د هغوی د شمېر یا تعداد له تقسیم څخه عبارت دی. که اندازه یا کچه په n او شمېرې یا اعداد په (x) او حسابي اوسط په $\bar{x}$ وښیو د شمېرو یا اعدادو حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum^{n} x_i}{n}$$

معمولاً که اته عدده 20, 5 , 8 , 13 , 7 , 2 , 15 , 10 ولرو نو حسابي اوسط به یې عبارت وي. له: $\bar{x} = \frac{10+15+2+7+13+8+5+20}{8} = \frac{80}{8} = 10$

د حسابي اوسط خواص: د حسابي اوسط د سنجش کولو په دې ساده طرز کې باید څو ټکي په نظر کې ولرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- حسابي اوسط له ټولو شمېرو یا اعدادو څخه استازیتوب کوي د ترتیب شوو شمېرو د لړۍ یا سلسلې وسطي عدد باید د پرتلنې وړ وي.

ب- که چیرې د حسابي اوسط ارزښت د لړۍ له ټولو شمېرو سره بدل کړو د شمېرو یا اعدادو مجموع بدلون نه کوي، څکه $\bar{x} = \sum x$ یا $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

ج- د حسابي اوسط بل عمده خصوصیت دا دی چې د انحراف یا د شمېرو د توپیر مجموع پر هغه باندې صفر کیږي.

لکه: د مخکنیو اتو(۸) عددونو په اړه لرو چې:

$$\sum(x - x) = (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + ...(x_8 + \bar{x}) = 0$$

$$= (10 - 10) + (15 - 10) + (2 - 10).....(20 - 10) = 0$$

که څه هم د حسابي اوسط پورتنی فورمول ډېر ساده دی، خو زیاتره وخت د هغو شمېرو په اړه چې د هغوی شمېر یا تعداد لږ وي په آسانۍ سره تطبیقیږي، خو که چېرې د شمېرو تعداد ډېر زیات شي د مجموع کولو ساده عملیه ډېره ستونزمنه او تقریباً ناممکنه کیږي. که چېرې د شمېرو تعداد زیات وي د اړوندو شمېرو د فریکونسۍ د ویشنې یو ساده او اغیزمن روش تشکیل او له هغه وروسته د حسابي اوسط سنجش کوي.

دفریکونسۍ په یوه توزیع کې دحسابي اوسط دري عمده لارې شتون لري. یعنې:

۱- اساسي لاره یا طریقه

۲- د فرضي اوسط لار یا طریقه

۳- د کود بندۍ لاره یا طریقه

۱- اساسي لاره: دا لاره یا طریقه د مخکنۍ بیلګې په اړه یعنې د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د نومرو پایلې توضیح کوي. دا طریقه څلور ساده پړاوونه تر بحث لاندې نیسي.

الف- (x) یا د ټولګیو وسط تثبیت کړئ.

ب- د (x) دټولګي وسط او (F) پورې د اړوندو فریکونسیو ګانو حاصل ضرب یعنې (Fx) پیدا کړئ.

ج- د (Fx) مجموع یعنې (ΣFx) باید پیدا کړئ.

د- وروسته دغه مجموع د فریکونسیو ګانو پر مجموع باندې تقسیم کړئ. چې په دې ځای کې $n = \sum F$ وي په پایله کې حسابي اوسط عبارت دی له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

د ۱۳۷۷نه تر ۱۳۷۸پورې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش (په اساسي طریقه)

د محصلینو نومرې	د فریکونسي ګانو تعداد f	د ټولګي وسط x	Fx
21 -30	5	25,5	127,5
31 – 40	7	35,5	248,5
41 – 50	4	45,5	182
51 – 60	12	55,5	666,0
61 – 70	8	65,5	524
71 – 80	7	75,5	52,85
81 – 90	4	85,5	342
91 – 100	3	95,5	286,5
مجموع	**50**	-	**2905**

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{F} = \frac{2905}{50} = 58,1$$

د فرضي اوسط لاره یا طریقه

د حسابي اوسط د موندنې لنډه لار یا د فرضي اوسط طریقه د هغه د ریاضي په خصوصیاتو باندې متکي ده. څرنګه چې په مخکیني فورمول کې وویل شول د شمېرو د توپیر مجموع نظر د هغوی حسابي اوسط ته مساوي په صفر کیږي، نو په دې اساس کیدای شي ووایو چې د شمېرو د توپیر او یوې لړۍ مجموع نظر بل هر عدد ته د هغوی له اوسط نه پرته به د صفر په خلاف وي.

لکه: د مخکینۍ بیلګې د اتو ۸ عددونو په اړه مو ولیدل چې $\bar{x} = 10$, $\sum(x_1 + \bar{x}) = 0$ و اوس یو بل عدد لکه: ۱۳ د یوه فرضي اوسط په توګه انتخاب کړئ، په (x) یې افاده کړئ د هر عدد توپیر یا انحراف نظر دغه ته حسابي فرضي اوسط نوموو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d = x_1 - A$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (x_1 - A) + (x_2 - A) + ...(x_8 - A)$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (10 - 13) + (15 - 13) + (2 - 13) + (7 + 13)$$

$$+ (13 - 13) + (8 - 13) + (5 - 13) + (20 - 13)$$

$$= -3 + 2 - 11 - 6 + 0 - 5 - 8 + 7$$

$$-33 + 9 = -24$$

د توپير مجموع يا د مجموع انحراف له (٢٤-) څخه عبارت دى او د هغې په اساس وسطي توپير يا وسطي انحراف عبارت دى له:

كه چيرې فرضي رابطه نظر دغه وسطي انحراف ته د هغه په فورمول کې وضع کړو حسابي رابطه لاسته راځي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$\bar{x} = 13 + \frac{-24}{8} = 10$$

$$\bar{x} = 10$$

كولاى شو نوموړى فورمول په لړ انډول يا تعديل سره د تصنيف شوو شمېرو په اړه پكار واچوو په دغه صورت کې كولاى شو ولیکو.

$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$, $d = x - A$ د ټولګي وسط انحراف

په دې ځاى کې نښې يا علايم عبارت دي له: A يو فرضي اوسط، F د ټولګي فريكونسي، d د ټولګيو وسط انحراف يا فرضي اوسط A او ΣF د فريكونسي ګانو مجموع.

پورتنى فورمول په مخكينى بیلګه کې يعنې د رياضي په مضمون کې د ٥٠ تنو محصلينو د آزموينې پايلې پيدا کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ۱۳۷۸کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش په فرضي اوسطه طریقه

د ټولګیو د محصلینو نمرې	د فریکونسي تعداد F	د ټولګي وسط X	وسطي انحراف d	دفریکونسي او انحراف مجموعه Fd
21 – 30	5	25.5	- 30	- 150
31 – 40	7	35.5	- 20	- 140
41 – 50	4	45.5	- 10	- 40
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	+ 10	80
71 – 80	7	75.5	+20	140
81 – 90	4	85.5	+ 30	120
91 – 100	3	95.5	+ 40	120
مجموعه	50			+ 130

څرنګه چې په جدول کې لیدل کېږي لومړی د ټولګیو وسط تثبیتوو او د هغوی له جملې څخه یو د A د فرضي اوسط په توګه انتخابوو. په دې ځای کې $A = 5\,5,5$ دی. له وسطي انحراف څخه وروسته ټولګی نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته سنجش کوو.

بالاخره د هر ټولګي د فریکونسیو د حاصل ضرب مجموع له اړوند انحراف سره پیدا کوو او په پایله کې لرو چې:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

$$\bar{x} = 55,5 + \frac{150}{50}$$

$$\bar{x} = 55,5 + 2,6 = 58,7$$

د کود بندۍ لاره یا طریقه:

که چیرې د ټولګي واټن د فریکونسي په یوه وېشنه کې ګډ وي کولای شو حسابي اوسط ډېر ژر او آسانه سنجش کړو. کله چې د ټولګي واټن ګډ وي د وسط(انحراف) تر منځ توپیر په یوه ټولګي کې د هغه له بل ټولګي سره ثابت او د ټولګي له پراخوالي یا وسعت سره مساوي وي. د فریکونسۍ په وېشنه کې زمونږ د بحث وړ بېلګه چې په مخکینۍ بیلګه کې ښودل شوې د ګډ انحراف ۱۰ نومرې د ټولګیو د وسط ترمنځ او د ټولګیو له پراخوالي(وسعت) سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې پلوه د یوه ټولګي انحراف نظر بل ټولګي ته کولای شو د ټولګیو د واټن په اساس افاده کړو.

د حسابي اوسط سنجش د کود بندۍ د طریقې په وسیله یا په لنډه توګه د لاندې عملیو په مرسته ترسره کیږي:

۱- لکه مخکینۍ طریقه د مرکزي ټولګي له وسط څخه یو د A فرضي اوسط په توګه انتخابوو.

۲- انحراف نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته د ټولګي د واټن پر واحدونو څرګندیږي.

۳- د هر ټولګي انحراف نظر فرضي اوسط ته یا د اړوند ټولګي ضرب شوې فریکونسي د Fd په ستون یا خانه کې څرګند شوی دی.

٤- د لړۍ یا سلسلې مجموع انحراف له فرضي اوسط څخه د ټولګي د واټن پر واحدونو باندې د هر ټولګي د انحراف له حاصل جمع څخه د هغه له فریکونسي سره یعنې $\sum F\bar{d}$ لاسته راتلای شي.

۵- که چیرې مجموعي انحراف (د فریکونسي) پر تعداد وویشو وسطي انحراف لاسته راځي. $\frac{\sum Fd}{\sum F}$ وسطي تعداد دی چې نظر هغه ته اړوند قیمتونه د ټولګي د واټن د واحدونو له فرضي اوسط څخه انحراف لري. باید د دویم ځل لپاره د C ټولګي د ګډ واټن اندازه ضرب شي. تر څو وسطي انحراف په اصلي واحدونو تبدیل شي یعنې:

$$\frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}\cdot C$$

بالاخره د A د فرضي اوسط په زیاتولو سره په پورتني فورمول کې مطلوبه حسابي اوسط لاسته راځي په هغه صورت کې کولای شو نوموړې طریقه په لاندې توګه تر کتنې لاندې راولو.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}$$

همدارنګه کولای شو نظر فرضي اوسط ته انحراف د لاندې فورمول په مرسته پیدا کړو.

$$\bar{d} = \frac{\bar{x} - A}{C}$$

بیلګه: نوموړې طریقه په مخکینۍ بیلګه یعنې دریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې وګورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ۱۳۸۷ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو حسابي اوسط سنجش

د ټولګیو نمرې	فریکونسي F	د ټولګي وسط X	انحراف نظر فرضي اوسط ته	Fd
21 – 30	5	25.5	- 3	- 15
31 – 40	7	35.5	- 2	- 14
41 – 50	4	45.5	- 1	- 4
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	1	8
71 – 80	7	75.5	2	14
81 – 90	4	85.5	3	12
91 – 100	3	95.5	4	12
مجموعه	**50**			**+ 13**

نو د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو حسابي اوسط نظر د کودبندۍ طریقې ته عبارت دی له:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F} \cdot C$$

$$\bar{x} = 55,5 + \left(\frac{13}{15}\right) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 55,5 + (0,26) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 58,1$$

درووند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط:په ځینو ځایونو کې د مناسب اوسط پیدا کول اړین دي، تر څو هرې کتنې(مشاهدې) یا عدد ته ځانګړی وزن یا درووندوالی ورکړل شي. په دې حالت کې بهتره ده چې حسابي اوسط ته د(درووند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط) اصطلاح ورکړل شوې وای. د بیلګې په ډول فرض کړئ ۱۰ کورنۍ هره یوه په کال کې ۶۰۰۰ ۴ څلور کورنۍ هره یوه۸۵۰۰ او یوه کورنۍ ۱۲۵۰۰ افغانۍ عاید لري په دې حالت کې د حسابي اوسط د سنجش لپاره بهتره ده د هرې کورنۍ د عاید نسبي اهمیت په پام کې ونیول شي. په دې منظور باید نوموړو عوایدو ته د اړوندو کورنیو له شمېر یا تعداد سره درووندوالی(ثقلت) او وزن ورکړل شي لکه لاندې فورمول:

$$\bar{x}w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې x د هر عدد قیمت، یعنې د کورنیو عایدات، w وزن یا دروندوالی چې
ښه عاید ورکول کیږي یعنې په هر عاید پورې اړوند د کورنیو شمېر او X_n دروند یا ثقلت
لرونکی حسابي اوسط چې په پورتنۍ بیلګه کې عبارت دی له:

$$\bar{x}w = \frac{(60\times 10)+(85\times 4)+(12{,}5\times 1)}{10+4+1} = \frac{1065}{15} = 71$$

هندسي اوسط: د یو سلسله شمېرو هندسي اوسط یعنې $x_1 , x_2 ....x_n$ د نوموړو
شمېرو د حاصل ضرب له جذر څخه عبارت دی. یعنې په تصنیف شوو شمېرو کې هندسي
اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2)......(x_n)}$$

G له هندسي اوسط څخه عبارت دی، n په نمونه کې د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو
تعداد، x د شمېرو قیمت د بیلګې په ډول د درې عددونو ۲،۴ او ۸ هندسي اوسط عبارت
دی له:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

په داسې حال کې چې د هغه حسابي اوسط: $\bar{x} = \frac{2+4+8}{3} = 4.7$ وي.

په عمومي توګه د مثبتو شمېرو د هرې سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط
څخه لوی وي. مګر داچې د سلسلې ټولې شمېرې له یو بل سره مساوي وي. که چیرې د
سلسلې شمېرې ټولې یو شان وي د نوموړې سلسلې حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له
یوبل سره مساوي وي.

$$\neq\leq G \leq \bar{x}$$

هارمونیکي اوسط: که چیرې د یوې ورکړل شوې سلسلې شمېرې معکوسې کړو د هغوی
حسابي اوسط سنجش کوو او د دویم ځل لپاره معکوس نیول کیږي.
د هغه پایله د هارمونیک اوسط په نوم یادوي.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}........\frac{1}{x_n}} = \frac{N}{\Sigma\frac{1}{x_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بیلګې په ډول د لاندې شمېرو ۲،۴،۸ هارمونیکي اوسط عبارت دی له:

$$H=\frac{n}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}=\frac{3}{\frac{4+2+1}{8}}=\frac{3}{\frac{7}{8}}=\frac{3\cdot 8}{7}=\frac{24}{7}=3.4$$

مربعي اوسط: مربعي اوسط د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو مربع او یا د حسابي اوسط مربع له جذر څخه عبارت دی یعنې:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2........x_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

د بیلګې په ډول د 7 , 5 , 4 , 3 , 1 شمېرو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{1^2+3^2+4^2+5^2+7^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=4.27$$

میدیان (د فریکونسي اوسط): تر اوسه پورې مو چې کوم اوسطونه مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي، چې نظرټولو شمېرو یا کتنو(مشاهداتو)ته د مشخصو فورمولونو په مرسته یوه نښه یا نمونه محاسبه کیږي. پر خلاف د دې په ځینو ځایونو کې د سنجش شوو اوسطونو پر ځای د شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقف لکه میدیان، د فریکونسي وسط یا مود(دفریکونسي زیاتوالی یاکثرت)،چې وروسته به مطالعه شي.

میدیان یوه لړۍ یا سلسله شمېرې چې نظر د هغوی کمیت ته سمبال شوي، یا د نوموړې لړۍ یا سلسلې له وسطي(منځنۍ) عدد څخه عبارت دی. په بل عبارت میدیان د هغه عدد له قیمت څخه عبارت دی، چې اړونده لړۍ یا سلسله داسې په دوو برخو ویشي، چې لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء مساوي یا له هغه څخه لویه وي.

دبیلګي په ډول:

10 , 2 , 6 , 4 , 8 , 7 , 9 , 6 , 3

باید په یاد ولرو چې د میدیان په تثبیت کې لومړی باید له ټولو څخه شمېرې یا اعداد ترتیب کړو.

پورتنۍ شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:

2 , 3 , 4 , 6 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

(c) ketabton.com: The Digital Library

میدیان د تعریف له پلوه د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې ځای پر ځای شوی وي، یعنې ۶ دی.

همدارنګه په لاندې شمېرو کې: 9 , 12 , 7 , 15 , 5 , 18 , 5 چې شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:18 , 15 , 12 , 11 , 9 , 7 , 5 , 5

په پورتنۍ بیلګه کې د شمېرو توکیز(اجزایي) شمېر ۸ عدده دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پر ځای شوي دي په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې واقع شوې دي، یعنې:

$$Med = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

د دوو پورتنیو بیلګو په پام کې نیولو سره کولای شو داسې نتیجه ګیري وکړو :

په یوه سلسله ترتیب شوو شمېرو کې چې د هغوی توکیز(اجزایي) شمېر طاق وي. میدیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی، چې په منځ کې ځای پر ځای کیږي. که چیرې د یوې لړۍ یا سلسلې توکیز(اجزایي) شمېر جفت وي د هغه میدیان د هغو دوو شمېرو له اوسط څخه عبارت دی چې د اړوندې سلسلې په وسط کې واقع شوی دی.

د فریکونسي په یوه وېشنه کې، د تصنیف شوو شمېرو میدیان کولای شو په لاندې طریقه پیدا کړو. د تصنیف شوو شمېرو میدیان د لاندې فورمول په مرسته سنجش کیږي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\frac{\Sigma f - \Sigma fi}{2}}{Fm} \right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې: Li د میدیان د ټولګي ښکتنی سرحد(ښکتنی حد په هغه صورت کې چې شمېرې اوږدې یا متمادي وي)، n د فریکونسي مجموع یا (ΣF)،(ΣF) د میدیان په ټولګي کې د مخکې فریکونسي ګانو له مجموع څخه عبارت دی، Fm د میدیان د ټولګي له فریکونسي څخه عبارت دی او C د میدیان د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

بیلګه: میدیان د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې د حسابي اوسط په سنجش کې پیدا کوو. د فورمول په مرسته د میدیان د پیدا کولو لپاره باید لومړی لاندې پړاوونه ووهو.

۱- لومړی باید د $\frac{\Sigma F}{2}$ قیمت پیدا کړو، یعنې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{(50)}{2} = 25$$

۲- زیاتیدونکې(صعودي) متراکمه فریکونسي باید ترتیب کړو او د جدول په درېیم ستون کې باید ولیکل شي.

۳- د میدیان پراوونه باید وټاکو چې د هغه د متراکمې فریکونسۍ لومړنی ټولگی له $\frac{\sum F}{2}$ څخه زیات وي. په بل عبارت لومړنی ټولگی چې $\frac{\sum F}{2}$ د هغې په متراکمه فریکونسي کې شامله وي، داسې چې په جدول کې لیدل کیږي، د څلورم ټولگي متراکمه فریکونسي چې ۲۸ کسان دي له ۲۵ کسانو څخه زیات دي. نو څلورم ټولگی میدیان یادیږي.

۴- د میدیان د ټولگي ښکتنی سرحد باید تثبیت شي، یعنې:

$$Li = \frac{51+50}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

۵- د میدیان له ټولگي څخه مخکې د فریکونسي گانو مجموع(د مخکني ټولگي متراکمه فریکونسي) عبارت دي له:

$$\sum Fi = 5+7+4 = 16$$

۶- د میدیان د ټولگي د واټن اندازه، یعنې $C = 31 - 21 = 10$

۷- د میدیان د ټولگي فریکونسي دې وټاکل شي یعنې: $Fm = 12$

چې د هغه پورتني پړاوونه کولای شو د لاندې جدول لپاره په لاندې توگه تشریح کړو.

په ۱۳۷۸ کال کې دریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو د میدیان سنجش

د ټولگیو نمرې	فریکونسي F	صعودي متراکمې فریکونسي گانې
21 – 30	5	5
31 – 40	7	12
41 – 50	4	16
51 – 60	12	28
61 – 70	8	36
71 – 80	7	43
81 - 90	4	47
91 – 100	3	50
مجموع	50	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس لاسته راغلي قیمتونه په فورمول کې وضع کوو:

$$Med = Li + \left(\frac{\sum F - \sum Fi}{Fm}\right)\cdot C$$

$$= 50.5 + \left(\frac{25-16}{12}\right)\cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{9}{12}\right)\cdot 10$$

$$= 50.5 + 7.5$$

$$Med = 58.0$$

1. $\frac{\sum F}{2} = \frac{50}{2} = 25$

۲. صعودي متراکمې فریکونسۍ ګانې دې ترتیب شي:

۳. $(51-60)$ یعنې د میدیان ټولګی دې تثبت شي.

۴. $50.5 = \frac{50+51}{2} = Li$ د ټولګي ښکتنی سرحد

5. $\sum Fi = 5+7+4 = 16$
6. $C = 31-21 = 10$
7. $Fm = 12$

مود (د فریکونسۍ زیاتوالی یا کثرت)

مود په یوه سلسله شمېرو کې له هغه عدد یا قیمت څخه عبارت دی، چې له بل هر عدد یا قیمت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو یا سلسلو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي، لکه:

2 , 1 , 3 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8

په پورته لړۍ کې مود د ۴ عدد دی، ځکه چې له نورو شمېرو څخه زیات څرګند شوی دی او په دې لړۍ کې یو مود شتون لري. په داسې حال کې چې د نورو شمېرو په لړۍ کې یعنې:

2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 , 9 , 10 , 11 , 11 , 15

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري او د ۹ او ۱۱ له عددونو څخه عبارت دي او د لاندې سلسلې پر خلاف:

3 , 5 , 4 , 6 , 7 , 9 , 10

مود شتون نه لري، ځکه چې هر عدد یواځې یو ځل څرګند شوی. په تصنیف شوو

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمېرو کې کولای شو مود د الجبري فورمول په وسیله سنجش کړو.

د تصنیف شوو شمېرو مود د لاندې فورمول په وسیله لاسته راتلای شي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې ورکړل شوې نښې یا علایم عبارت دي له:

L_i- د مود د ټولګي ښکتنی سرحد.

Δ_1- د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره.

Δ_2- د مود د فریکونسۍ توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره.

C- د مود د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

د فورمول په مرسته د مود د سنجش کولو لپاره لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو. د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه ټولګي څخه عبارت دی چې د زیاتې فریکونسي لرونکي وي او زمونږ په مخکینۍ بیلګه کې د څلورم ټولګي د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نمرو سنجش ټاکل یعنې(۵۰.۵)نمرې دي.

د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له مخکیني ټولګي سره، یعنې (8 = 4 – 12) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي سره، یعنې(8 – 12 = 4) دی. د مود د ټولګي د واټن اندازه ۱۱=۳۱-۲۰ دی.

د پورتنیو قیمتونو په وضع کولو سره په دغه فورمول کې لرو چې:

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

$$Med = 50.5 + \left(\frac{8}{8+4}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{8}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{80}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 6.66$$

$$\text{Med} = 57.16$$

کارتیل (څلور یو)، دسیل (لس یو) او پرسانیتل (سل یو)

که چیرې یوه سلسله شمېرې نظر کمیت ته ترتیب شوې وي، د اړوندې سلسلې وسطي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت يا ميديان په دوو مساوي برخو ويشي.

که چيرې د ورکړل شوې سلسلې نور ارزښتونه په څلورو مساوي برخو وويشي دا ارزښتونه معمولاً په Q_1 , Q_2 , Q_3 افاده شوي او د لومړي کارتيل، دويم کارتيل او درېيم کارتيل په نومونو يادېږي.

په تصنيف شوو شمېرو کې لومړی کارتيل د لاندې فورمول په وسيله سنجش کېږي.

$$Q = Li + \left(\frac{\frac{n}{4} - \sum Fi}{Fq_1} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول د ميديان د موندنې له فورمول سره زيات ورته والی لري. په دې ځای کې نښې يا علايم عبارت دي له Q_1 لومړی کارتيل، L_i د لومړي کارتيل د ټولګي ښکتنی سرحد، $\sum F_1$ د ټولګيو د فريکونسي مجموع د لومړي کارتيل له ټولګي څخه مخکې (د مخکيني ټولګي متراکمه فريکونسي)، Fq_1 د لومړي کارتيل د ټولګي فريکونسي او C د کارتيل د ټولګي د واټن اندازه.

بېلګه: په مخکينۍ بېلګه کې، يعنې د ۵۰ تنو محصلينو د نمرو سنجش د رياضي په مضمون کې لومړی کارتيل عبارت دی له:

$$\frac{n}{4} = \frac{\sum F}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

ليدل کېږي چې د $\frac{n}{4}$ قيمت د درېيم ټولګي په متراکمه فريکونسي کې ورګډه ده، نو په دې اساس د لومړي کارتيل ټولګی له(50 – 41) نمرو څخه عبارت دي.

$$Li = 40.5$$

$$\sum Fi = 5 + 7 = 12$$

$$\sum Fi = 4$$

$$C = 10$$

نو له همدغې لارې څخه کولای شو د دويم او درېيم کارتيل ارزښت هم سنجش کړو او درېيم کارتيل کولای شو د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$Q_3 = Li + \left(\frac{\frac{3n}{4} - \sum Fi}{Fq_3} \right) \cdot C$$

همدارنګه يو سلسله شمېرې او يا د يوې فريکونسي وېشنه کولای شو په ارزښتونو

(c) ketabton.com: The Digital Library

يعنې په لسو مساوي برخو او لس يو يا (دسيلونو) يا په سلو مساوي برخو(سل يووم او يا پرسانتيلونو) وويشو او د دسيلونو او پرسانتيلونو د موندنې لار د کارتيلونو د ميديان د موندنې له طريقو سره ورته يا مشابه دي.

مثلاً: لس يو يا لومړی دسيل D_1 د لاندې فورمول په وسيله پيدا کيږي:

$$D_1 = Li + \left(\frac{\frac{n}{10} - \sum Fi}{FD_1} \right) \cdot C$$

فرضاً شپږم دسيل D_6 عبارت دی له:

$$D_6 = Li + \left(\frac{\frac{6n}{10} - \sum Fi}{FD_6} \right) \cdot C$$

او اووم پرسانتيل D_7 عبارت دی له:

$$D_7 = Li + \left(\frac{\frac{7n}{100} - \sum Fi}{Fq_7} \right) \cdot C$$

بايد پام وکړو چې د دسيلونو په سنجش کې د فريکونسي مجموع په ۱۰ او د پرسانتيلونو په سنجش کې په ۱۰۰ وېشل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي د مطالبو لنډيز

په مخکيني څپرکي کې مو وليدل چې په نمونې يا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتيب او څرګنديږي.

(د فريکونسي وېشنه) البته د فريکونسي وېشنه نه يواځې د شمېرو د منسجم کولو او راټولونې لار ده، بلکې تشريحي او توضيحي مقياس هم دی. په زياتو ځايونو کې يواځې يو مقياس يا تشريحي مشخصې ته اړتيا لرو او نظر هغې ته د بلې سلسلې شمېرې مطالعه کوو.

دا عدد بايد له هغو ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي چې د هغې په وسيله تشريح کيږي. په دې منظور نوموړی عدد بايد تمايل (ګرايش) او همدارنګه د سلسلې د شمېرو وېشنه د وسطي يا مرکزي يوې برخې په شاو خواکې وښيي. له دغو دوو عددونو څخه استازی د مرکزي تمايل (ګرايش) مقياس په نوم يا معمولاً د (اوسط) په نوم يادېږي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط له يوه قيمت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي.

اوسطونه د هغوی د رياضي اړخونو له پلوه په دوو عمده ګروپونو باندې ويشل کيږي.

د هغه په لومړي ګروپ کې حسابي، هندسي، هارمونيکي او مربعي اوسطونه شامل دي چې په مفصله توګه مطالعه شوي او د هغه دويم ګروپ ميديان(د فريکونسي وسط)، مود(د فريکونسي زياتوالی يا کثرت) او داسې نور رانغاړي، چې هغوی هم په دې څپرکي کې په مفصله توګه تر مطالعې او بررسۍ لاندې راغلي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتنې:

۱- اوسطونه څه مفهوم لري او په څو ګروپونو وېشل شوي دي ؟
۲- د لاندې شمېرو حسابي اوسط او هندسي اوسط سنجش او پرتله کړئ؟

3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 12

۳- د نوموړو شمېرو هارمونیکي او مربعي اوسط هم پیدا کړئ او د څلور ډولو اوسطونو پرتله څنګه نتیجه ګیري کوي؟
٤- د ۱۰۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې پایلې په لاندې توګه ورکړل شوي دي.

نمرې	د محصلینو شمېر
31 – 40	7
41 – 50	11
51 – 60	35
61 – 70	37
71 – 80	17
81 – 90	8
91 – 100	5
مجموع	**100**

الف- د محصلینو حسابي اوسط سنجش کړئ.
۱- ه طریقه
ب- د نوموړو شمېرو میدیان او مود پیدا کړئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی

د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه

عمومي موخه:

د خورېدو(پراګندګۍ) د مقیاسونو توضیح او تعریف

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي:

- انحراف یا خورېدنه (پراګندګي)توضیح کړي.
- د شمېرو(اعدادو)وسعت یا پراخ والی لاسته راوړي.
- د انحرافاتو ډولونه توضیح او محاسبه کړي.

د انحراف یا خورېدلو مقیاسونه

انحراف یا خورېدل: په تیرو څپرکو کې د اوسطونو او فریکونسیو د ویشنې په اړه اړین توضیحات او تشریحات ورکړل شوي دي او له هغوی څخه مو هر یو په مفصله توګه مطالعه کړل. که څه هم د یوه اوسط عمده ځانګړنې دادي چې د یوې لړۍ یا سلسلې له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي خو د اړوندې سلسلې ټولې شمېرې په عمومي ډول د سنجش شوي اوسط په څېر ارزښت نه لري.

دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره د انحراف وسطي ارزښت یا مرکزي ارزښت لرونکي دي، چې د هغوی دغه توپیر د انحراف یا خورېدا په نوم یادیږي.

د انحراف یا خورېدواندازه په ځینو ویشنو کې کیدای شي زیاته یا لږه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

البته د شمېرو د خورېدو (پراګندګۍ) او متحول سنجش زياتې طريقې شتون لري چې په دې څپرکي کې له هغوی څخه ځينې چې له پراخوالي(وسعت)، د کارتيلونو په نظر انحراف، وسطي انحراف، معياري انحراف او د انحراف ضريب څخه عبارت دي. مطالعه کوو.

پراخوالی (وسعت): د انحراف يا خوېدوا ډېر ساده مقياس د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی، لکه:

پراخوالی يا وسعت په لاندې شمېرو کې 2 , 3 , 5 , 7, 11 , 29 , 35 عبارت دي

له 33 = 2 − 35

په تصنيف شوو شمېرو کې پراخوالی يا وسعت د کوچني ټولګي د ښکتني حد تر منځ او د لوی ټولګي د پورتني حد تر منځ له توپير څخه عبارت دی.

نظر کارتيلونو ته انحراف: نظر کارتيلونو ته انحراف په يوه وېشنه کې د کارتيلونو تر منځ پراخوالی (وسعت)،د هغه د درېيم کارتيل او لومړي کارتيل ترمنځ له توپير څخه عبارت دی يعنې :

$$QD = Q_3 - Q_1$$

زياتره وخت د پراختيا(وسعت) په ځای د کارتيلونو ترمنځ د دې پراختيا(وسعت) اوسط سنجش او د کارتيلونو د وسعت اوسط يا د کارتيلونو د انحراف په نوم يادېږي يعنې:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

وسطي انحراف: وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نامه څخه يې څرګندېږي، د انحراف له حسابي اوسط يا د يوې سلسلې د شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي عدد ته لکه حسابي اوسط يا له ميديان څخه عبارت دی.

په تصنيف شوو شمېرو کې وسطي انحراف په هغه صورت کې چې $\bar{x}$ وسطي ارزښت وي د لاندې فورمول په وسيله سنجش کېږي.

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

چې په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د يوې لړۍ يا سلسلې شمېرې، $\bar{x}$ حسابي اوسط، n د شميروتعداد او d يا $x_i - \bar{x} = x$

د بيلګې په ډول: د 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو انحراف پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{2+3+6+8+1}{5}=6$$

وروسته د شمېرو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD=\frac{(2-6)+(3-6)+(6-6)+(11-6)+(8-6)}{5}=\frac{14}{5}=2.8$$

یعنې ورکړل شوې شمېرې د۸.۲په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري.

کولای شو وسطي انحراف نظر میدیان ته هم سنجش کړو یعنې:

$$AD=D=\frac{\sum(y-med)}{n}$$

لکه: په پورتنیو شمېرو کې میدیان د ۶ عدد دی. څرنګه چې $\bar{x}=med$ دی په دې بیلګه کې دواړه ډوله وسطي ارزښتونه مساوي دي.

همدارنګه کولای شو وسطي انحراف په تصنیف شوو شمېرو کې د لاندې فورمولونو څخه د یوه فورمول په وسیله سنجش کړو.

$$MD=\frac{\sum F(x-\bar{x})}{F}=\frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

$$AD=\frac{\sum F(x-med)}{\sum F}=\frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

په دوو پورتنیو فورمولونو کې F د ټولګیو فریکونسي، x د ټولګي وسط، $\bar{x}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د ویشنې اړوند میدیان دي. د تمرین لپاره دوه نوموړي فورمولونه د مخکینۍ بیلګې په اړه، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرو سنجش د ریاضي په مضمون کې تطبیق کړئ.

معیاري یا ستندرد انحراف: معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر مهم مقیاس دی او نظر اوسط ته د انحراف یوه ځانګړې بڼه ده. د معیاري انحراف او وسطي انحراف ترمنځ توپیر دا دی چې په لومړني کې د انحراف مربع نظر حسابي اوسط ته سنجول کیږي، په داسې حال کې چې دویم یې له مطلقه انحراف څخه کار اخلي. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی.

د واریانس معیاري انحراف په یوه سلسله شمېرو کې د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي:

$$\delta^2=\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$\delta=\sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې δ د ګاما په نوم یوناني کوچنی توری معیاري انحراف او δ^2 واریانس افاده کوي. د بیلګې په ډول 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو واریانس او معیاري انحراف په لاندې توګه لاسته راځي.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

_همدارنګه د لاندې فورمول په مرسته:

$$d^o = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\Sigma x^2 - \frac{\Sigma(x)^2}{\frac{n}{n}}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)}$$

$$d = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2} = \sqrt{90.8} = 3.29$$

همدارنګه د معیاري انحراف ستون هم د لاندې فورمول په وسیله پیدا کوو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} = \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

لکه: د ۵ مخکنیو شمېرو په اړه لرو چې:

x	d	d^2
2	-1	1
3	0	0
6	3	9
8	5	25
11	8	64
	15	99

d = x - A

A = 3

$$\delta = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{93}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{10.8} = 3.29$$

د تصنیف شوو شمېرو معیاري انحراف پورتنیو فورمولونو ته ورته(مشابه) هم کولای شو په ځو لارو سنجش کړو. په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو کولای شو له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum F(x-\bar{x})^2}{\sum F}} = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F}}$$

په دې ځای کې د F فریکونسی، x د ټولګي وسط او $\bar{x}$ د اړوندې ویشنې حسابي اوسط دی او $d = x - \bar{x}$ وضع شوي دي دا فورمول څرنګه چې د مخکني فورمول په اړه ورکړل شوی دی کیدای شي داسې ولیکل شي:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{\sum F}\left(\frac{\sum Fx}{\sum F}\right)^2}$$

$$Va = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{x}}$$

په مخکینۍ بیلګه کې مونږ په 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو کې د هغه حسابي اوسط $\bar{x} = 6$ او د هغه وسطي انحراف $MD = 2.8$ پیدا کړی و، چې د هغوی په وضع کولو سره به وسطي انحراف عبارت وله، یعنې:

$$Va = \frac{MD}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \quad , \quad 46.6\%$$

همدارنګه وسطي انحراف نظر میدیان ته د لاندې فورمول په مرسته پیدا کولای شو:

$$Va = \frac{AD}{\bar{x}}$$

همدارنګه کولای شو د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته هم سنجش کړو چې په Vq افاده کیږي او د درېیم کارتیل او لومړي کارتیل د نسبت توپیر د هغوی پر مجموع باندې وي یعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_{48}}$$

او همدارنګه معیاري انحراف د ټولګیو د موقعیتونو په اساس، یعنې د ټولګیو د واټن په واحدونو باندې څرګندولای شو. په هغه صورت کې د ټولګیو ګډ واټن لیکو چې:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

په دې ځای کې $\bar{d}$ د ټولګي د واټن واحد په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی باید یادونه وشي چې د پورتنیو فورمولونو د واټن ځوابونه ورته یا مشابه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نسبي انحراف (د انحراف ضریب): د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه چې په عمل کې ډېر زیات په کارېږي، یو هم د انحراف ضریب دی. دا ضریب معمولاً په V افاده شوی چې د معیاري انحراف نسبت پر حسابي اوسط باندې عبارت دی، یعنې:

$$V = \frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

لکه: که د طب د ډاکترانو د کلني عاید ویشنې معیاري انحراف۱۵۰۰ افغانۍ او د پوهنتون د استادانو ۱۰۰۰ افغانۍ وي او د لومړي ګروپ د کلني عاید حسابي اوسط مثلاً ۷۵۰۰ او د دویم ۳۶۰۰ وي، وبه لیدل شي چې د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکترانو عاید ته زیات دی یعنې:

$$V_1 = \frac{1500}{7500} = 0.02 \quad , \quad 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{3600} = 0.028 \quad , \quad 2.8\%$$

د خورېدنې(پراګندګي) بل نسبي مقیاس چې ډېرى معمول دی، د وسطي انحراف د ضریب په نوم یادېږي. دا ضریب په لاندې V_a کې افاده شوی او د وسطي انحراف نسبت پر حسابي اوسط عبارت دی.

د پنځم څپرکي د مطالبو لنډیز

په څلورم څپرکي کې مو د فریکونسۍ د ویشنې توضیح او تشریح د اوسطونو په مطالعې سره مطالعه او بررسي کړه اوسط یو ګټور او مهم مقیاس دی او د اړوندو شمېرو د لړۍ د مرکزي تمایل د څرنګوالي په اړه د پام وړ نقش لري.

که څه هم د یوه وسط عمده خصوصیت دا دی، چې ترڅو د یوې لړۍ له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي. خو د لړۍ ټولې شمېرې په عمومي توګه د سنجول شوي اوسط د عین ارزښت لرونکې نه دی. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره له وسطی ارزښت یا مرکزي ارزښت څخه انحراف کوي، البته د انحراف او خورېدنې(پراګندګي) اندازه او څرنګوالی نظر د ویشنې ډول او اړوندې سلسلې ته فرق کوي.

په دې اساس د یوې فریکونسي د ویشنې د خصوصیاتو یا د دوو یا څو ویشنو د پرتلنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زياتې تشريح له پاره د انحراف د درجې مقياس او اندازه ګيرۍ يا د ويشنو خورېدنې ته اړتيا لرو.

په حقيقت کې د فريکونسي د ويشنې بيلابيلې بڼې د انحراف د متفاوتو درجو او اندازو زيږنده ده، سربيره پر دې د احصايې زياتره ميتودونه او تحليلي وسايل د انحراف له مقياسونو او خورېدنې(پراګندګي) څخه په خپل وار سره بناء شوي دي. د وسطي ارزښت موندنه د شمېرو د اندازې يا خورېدو له پوهيدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي وي.

غوره داده، چې سربيره په اوسطونو د تحول او خورېدنې درجه او اندازه ګيري نظر هغوی ته مطالعه شي.

په دې څپرکي کې لومړي د انحراف يا مطلقې خورېدنه څلور ډوله مقياسونه معرفي کيږي.

د انحراف پراخوالی(وسعت) نظر کارتيلونو، وسطي انحراف او معياري انحراف ته د انحراف يا نسبي خورېدل (پراګندګي) درې ډوله مقياسونه مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د وسطي انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيلونو ته تر مطالعې لاندې راغلل.

وسعت: د انحراف يا خورېدو ډېر ساده مقياس له هغه پراخوالی(وسعت) څخه عبارت دی وسعت په يوه سلسله شمېرو کې د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی. د پراخوالي(وسعت) د سنجش پيرودل (اخيستل) په يوه سلسله اړوندو شمېرو کې د هغه په ساده والي پورې تړلي دي په ځينو ځايونو کې په خاصه توګه اعظمي او اصغري حد، د قيمتونو تحول په مارکيټ کې يا د اورښت د حرارت درجه، د توليد د کيفيت يا جنسيت کنټرول، يا حتا د اوسط په اټکل يا تخمين کې په کاريږي.

لکه: 12 , 10 , 9 , 8 , 2 يا 10 = 2 – 12 وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې څرګنديږي د انحراف حسابي اوسط يا د يو سلسله شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي ارزښت ته لکه حسابي اوسط يا ميديان دی، چې د لاندې فورمول په مرسته سنجش کيږي:

$$MD = \frac{\sum(x-\bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

معياري انحراف يا ستندرد انحراف د انحراف ډېر اړين مقياس دی او د انحراف يوه ځانګړې بڼه نظر اوسط ته ده. معياري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقياس مربع جذر يعنې واريانس دی او د لاندې فورمولونو په مرسته څرګنديږي.

$$\delta = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}} \quad , \quad \delta^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پنځم څپرکي پوښتنې:

١- انحراف یا خوربېدل په یو سلسله شمېرو(اعدادو)کې څه مفهوم لري؟
٢- انحراف یا مطلقه او نسبي خوربېدل څه شی دی، او په څو ډوله سنجش کېدای شي ؟
٣- پراخوالی(وسعت) او هغه شمېرې چې نه وي تصنیف شوې، د فریکونسي په یوه وېشنه کې څرنګه سنجش کېږي؟
٤- انحراف نظر کارتیلونو ته څه شی دی او څه مفهوم لري؟
٥- وسطي انحراف نظر میدیان ته سنجش کړئ؟
٦- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو ډوله کیدای شي چې سنجش شي؟
٧- د لاندې شمېرو معیاري انحراف پیدا کړئ؟ 8 , 6 , 9 11 , 6
٨- د فورمول په اساس د ٧٥ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف چې د شمېرو په جدول کې تصنیف شوي، پیدا کړئ ؟

ټولګی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	25
41 – 50	20
میزان	F = 60Σ

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)}^{2}$$

٩- د ٧٥ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف په تصنیف شوي جدول کې د هغوی د ټولګیو د موقعیتونو په اساس پیدا کړئ؟

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)}^{2} \cdot C$$

ټولګی	F
0 – 10	5
11 – 20	10
41 – 50	20
	F = 45Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویمه برخه

د احتمالاتو تیوري

مقدمه

د احصایې او احتمالاتو تیوري د یوې جدي اړتیا په توګه د اقتصادي او صنعتي مسایلو د حل لپاره له یوې ورځې، بلې ورځې ته شهرت لاسته راوړي او د تعلیمي برنامو تطبیقول په ښوونځیو او پوهنتونو کې د احصایې او احتمالاتو له تدریس او زده کړې سره سمې تر سره کیږي.

همدا اوس په ټول افغانستان کې د ریاضیاتو، اقتصاد، کمپیوټر، کرنیزو علومو زدکړه د احصایې او احتمالاتو د تیوري له زدکړې سره یو ځای وړاندې ځي ځکه چې په دې ټولو تخصصي، اقتصادي، صنعتي او د ریاضیاتو په څانګو کې له بحثونو څخه بیلې زدکړې لکه تصادفي کمیتونه، د پېښو(حوادثو) ترتیب او ترکیب او د پېښېدو احتمال نشي کیدای.

د احصایې د علم د ټولو علمي څانګو له جملې څخه زیاتره د احتمالاتو له تیوري څخه مرسته اخلي ځکه چې د احصایې د علم بنسټ د راټولو شوو موادو په رڼا کې منطقي او عملي تصمیم نیونه او مسلم حقایق جوړوي که چیرې مسلم او موثق حقایق میسر نه شي تصمیم نیوونکي وګړي به مجبور او مکلف وي تر څو د تیرو وګړو په تجربو او یا اټکلونو(حدسیاتو) باندې تکیه وکړي، چې د داسې دقت او مؤثریت په ځایونو کې به لاسته راغلې پایلې په کافي اندازه د قناعت وړ نه وي، بلکې په یوې ټاکلې اندازې سره به د پېښو(حوادثو) د پېښېدو احتمال ممکن وي. هغه پایلې چې په داسې حالاتو کې لاسته راځي د دوو ډولونو تیروتنو تر تاثیر لاندې به وي.

یو له مخکې څخه قضاوت او ذهني قضاوتونه او له علمي تحلیل او شننې څخه مخکې د تصمیم نیوونکو وګړو د شخصي تمایلاتو دخیلول چې په دې حالت کې تصمیم نیوونکی وګړی غواړي پیښې (حوادث) او اتفاقات د هغه له ګټو او غوښتنو سره سم ترسره شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او بل په دقیقه او اصولي توګه د احتمالاتو د فن په کار نه اچونه ځکه چې احتمالات د یوه علم په اندازه چې د ریاضیاتو له جز څخه دی، د اساساتو او اصولو لرونکي دي، چې باید د علم په اندازه تر استفادې لاندې راشي او د اړتیا وړ پدیدې د علمي اوزارو او وسایلو په مرسته چې هماغه علمي قواعد او فورمولونه دي تحلیل او تجزیه شي.

په دې اساس د اقتصادي ډګر کارکوونکي د بانکدارۍ او تجارت په څانګه کې او هغه محاسبین چې د جاري حسابونو او پروژو بیلانس سنجش کوي مکلف دي تر څو د پېښو(حوادثو) او بدلونونو په هکله د احصایې او احتمالاتو د علم په اساس وړاندوینه وکړي. او تطبیقي او مطروحه پلانونه د دې علم په رڼا کې طرح کړي.

د احصایې او احتمالاتو علم پراخه ساحه او زیاتې برخې تر مطالعې لاندې راولي. دا روښانه ده چې په یوه لنډه تعلیمي دوره کې د ادارې او حسابدارۍ په انستیتوتونو کې د دې ټولو برخو ښوونه غیرممکن او د عملي کیدو وړ نه ده، خو هغه څه چې په منظور شوي مفرداتو او د تعلیمي پلان په چوکاټ کې په نظر کې نیول شوي دي په عمومي ځایونو کې د ادارې او حسابدارۍ د انستیتوتونو فارغان کولای شي د اقتصاد د څانګو د متخصصینو او چارواکو تر نظر لاندې دندې ترسره کړي چې له لاسته راغلو پایلو څخه ډاډمن او باخبره وي.

میر محمد شاه رفیعي

د دویمې برخې عمومي موخه:

په اقتصادي امورو (چارو) کې د احتمالي بدلونونو وړاندوینه او لاسته راوړنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

د احتمالاتو مفاهیم

عمومي موخه:
له احتمالاتو څخه مفهوم او مطلب څه دی ؟

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:
- احتمالات تعریف کړي.
- د احتمالاتو د علم مفهوم توضیح کړي.
- د احتمالاتو کلاسیک، احصاییوي او هندسي مفاهیم توضیح او تشریح کړي.
- د هغو پدیدو ډولونه چې په احتمالاتو کې تر استفادې لاندې راځي، توضیح کړي.

د احتمالاتو مفاهیم:

څرنګه چې د هندسې په علم کې تعریف، ټکی، کرښه او ټولې هندسي بڼې ډیرې پیچلي دي. په هماغه ډول د احتمالاتو د تیوري تعریف هم په واضح توګه آسانه او ساده کار نه دی. سربیره پردې ستونزې ,تجربو راښودلې چې د انسان په ذهن او خیالونو کې د احتمال کلمه تر یوه ځایه اشنایي لري او د پېښو(حوادثو) د پیښیدنې احتمال له بیلګو څخه د وګړو او د وګړو د ګروپونو تر منځ د مباحثو په ترڅ کې یادیږي.

د بیلګې په ډول: ویل کیږي چې د A فوټبال ټیم په نړیوالو سیالیو کې د بریالیتوب چانس نه لري.

نن ورځ د بایللو امکان شته یا احمد په پارلماني ټاکنو کې ۸۰ فیصده د بریالیتوب چانس لري.... له دې پلوه د احتمال د ټاکلو او تثبیت لپاره له موجوده تجربو او توپیرونو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځخه استفاده کیږي خو هغه توپیرونه او تجربې چې د وګړو لخوا په کار اچول کیږي، په تیرو تجربو او یا لاسته راغلو موادو او امکاناتو باندې متکي دي، چې په تجربوي احتمالاتو(Experimental Probability) پورې اړه لري، او هم یو شمېر توپیرونه او اجراات د ارقامو او موثقو معلوماتو له کتنې ځخه پرته ترسره کیږي، چې له ذهني احتمالاتو (Theoretical Probability) ځخه چې په موجوده پروګرام کې شامل نه دي عبارت دي.

له دې امله چې د هر علم پېژندنه او د استعمال ځایونه په یو شمېر مفاهیمو، پیژندګلویو(متعارفاتو) او موضوعه اصولو متکي دي. نو په دې اساس په دې ځای کې هم د ځینو مفاهیمو درک او پوهېدنه حتمي او ضروري ده.

د ریاضیاتو له پلوه د احتمالاتو مفهوم:

د احتمال کلمه په عامیانه ژبه کې د ممکن او ځینې وخت د ګمان او اټکل په مفهوم کارول شوې ده، او نظری اړخ لري خو په علمي ژبه کې د احتمال یا نه څرګندیدنې (عدم ظهور) کلمه یوه مشخصه پایله او یوه ناڅاپي یا اتفاقي تجربه ده او دغه مفهوم د عامیانه مفهوم پر خلاف یو کمیتي مفهوم دی، چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کیږي. د معاصرو ریاضیاتو له میتودونو ځخه په استفادې سره د تشخیص او ارزیابۍ(ارزونې) وړ دی. د ناڅاپي یا اتفاقي تجربو د پایلو د څرګندونې او یا نه څرګندونې درجه(ظهور یا عدم ظهور)معمولاً د فیصدیو په ارقامو، پر عام کسر او یا اعشاري کسر ښودل کیږي، چې د دوو لاندې مشخصو لرونکې دي.

۱- د یوې ناڅاپي تجربې یو له ممکنه پایلو ځخه د څرګندېدو یا نه څرګندېدو(ظهور یا عدم ظهور) احتمال باید له صفر ځخه لوی او له یوه ځخه کوچنی وي.

۲- د ناڅاپي تجربې لپاره یوه له ممکنه پایلو ځخه د څرګندېدو احتمال او د نه څرګندېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که چیرې :

A- د یوې ناڅاپي(اتفاقي) تجربې یو له ممکنه پایلو ځخه.

P (A) – د A د پایلې د څرګندېدو احتمال.

$P(\overline{A})$ - د A د پایلې د نه څرګندېدو احتمال وي.

نو:

$1-0 \le P(A) \le 1$

$2-P(A)+P(\overline{A})=1$

او که چیرې د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو چانس له یو بل سره مساوي وي،

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو کولای شو د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\overline{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow 50\ \%$$

د پورتنیو مطالبو د توضیح لپاره لاندنیو تعریفونو ته پاملرنه وکړئ:

a- **قطعي پدیدې (Sample):** هغو پدیدو یا پېښو ته قطعي پدېدې وایي چې پایله یې په بشپړه توګه معلومه، مشخصه او ټاکل شوې وي، داسې چې دا پایله د هغې له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه کړای شو. لکه دا چې یوه منه د باد له امله له ونې څخه راشکیږي، حتماً د ځمکې پر مخ رالویږي او یا که د اوبو د تودوخې درجه د سانتي ګرید سلو درجو ته ورسیږي نو حتماً په بخار بدلیږي.

b- **تصادفي پدیدې:** هغو ناڅاپی پدیدو او یا پېښو ته ویل کیږي چې د آزمایښت پایله د هغه له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه نشو کړای او په دې ډول پایلو کې د(∅) سیټ غیرممکن دی، د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اساس او بنسټ جوړوي او د مطلب د ساده کیدو لپاره فرض کیږي چې د ناڅاپی تجربو پایلو شمېر محدود(متناهي) وي.

د بیلګې په ډول: که په یوه کڅوړه کې دوه سرې مرۍ، درې سپینې مرۍ او څلور شنې مرۍ وي او وغواړو له کڅوړې څخه یوه مرۍ بهر کړو هیڅ کله نشو کولای ووایو چې دغه مرۍ به کوم رنګ ولري.

C- **د نمونې فضاء:** د S ست ته د یوې تجربې د نمونې فضاء ویل کیږي په هغه صورت کې چې د تجربې ممکنه هر حالت د Sد ست له یوه عنصر سره سمون ولري او بالعکس د دې سیټ له عناصرو څخه هر یو له یوې تجربې سره مطابقت وکړي یعنې دا چې:

که چیرې a_1 , a_2.......a_n ټولې د یوې ناڅاپي تجربې ممکنه پایلې وي.

مجموعه : $S = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, a_n\}$

د نمونې د فضاء په نوم لوستل کیږي. د S هر غړی یو ټکي له نمونه یي فضاء څخه نومول کیږي په بل عبارت د نمونې فضاء د یوې ناڅاپي پدیدې له ټولو ممکنه پایلو څخه عبارت دی او د نمونې فضاء هر فرعي سیټ ته یوه پیښه یا یوه پدیده وایی او همدارنګه یونامتناهي Set د حقیقی شمېرو د انټروالونو په بڼه، د ترلې نمونې فضاء هندسي بڼې او یا حجمونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيښه او ناڅاپي پيښه:

د نمونې فضاء هر فرعي سيټ يوه پيښهاو يا پديده نوموي او د ټولنيزو علومو له پلوه پديده په بيلابيلو بڼو د ماهيت او واقعيتونو انعکاس او تبارز وي او د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تيوري اصول او بنسټ جوړوي.

که چيرې S د يوې ناڅاپي(تصادفي) تجربې د نمونې فضاء وي A يوه ناڅاپي پيښه لوستل کيږي، يواځې $A \subset S$ دهغه پر اساس ويلی شو چې:

که A د يوې ټاکلې ناڅاپي تجربې څخه يوه پيښه وي، د دې تجربې په هرځل سرته رسولو کې ويل کيږي، د A پيښه منځ ته راغلې ده، که چيرې لاسته راغلې پايله د S غړی وي.

بيلګه: کله چې يوه سکه پورته واچوو د ښکته راتلو په وخت يا د سکې مخ(R) او يا د سکې شا(P) راځي، نو په دې تجربه کې د نمونې فضاء چې دوه عنصره Set دی، په لاندې توګه ښودل کيږي.

$$S = \{P, R\} \Rightarrow \quad n(S) = 2 = 2$$

بيلګه: که چيرې يوه سکه دوه ځله پورته واچوو(يا دوه سکې يوځل واچوو) د هغې د نمونې فضاء هغه سيټ دی چې له څلورو عنصرو څخه جوړ شوی وي داسې چې:

$$S = \{(R,P),(R,P),(P,R),(P,R)\} = n(S) = 2^{2} = 4$$

بيلګه: کورنۍ درې بچيان غواړي، د نوموړو بچيانو د نمونې فضاء عبارت ده له: که زوی په P او جنۍ په D وښيو مونږ به ولرو:

$$S = \{(P,P,P),(P,P,D),(P,D,P),(P,D,D),(D,P,P),(D,P,D),(D,D,P),(D,D,D)\}$$

$$=> n(S) = 2^{3} = 8$$

Note: که S يو سيټ وي او د n عنصر لرونکی وي د هغه د فرعي ستونو شمېر د 2^n له فورمول څخه لاسته راځي، يعنې:

$$n(S) = 2^{n}$$

بيلګه: په يوه کځوړه کې ۳ سرې مرۍ او دوه شنې مرۍ دي، دوه مرۍ په ناڅاپي توګه پورته کوو د نمونې فضاء څرنګه ده.

$$n(S) = (5.2) = C_3^5 =>$$

$$= \frac{5i}{(5-2)i} = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

$$=> \{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1g_1, R_1g_2, R_2g_2, R_3g_2, g_1g_2\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمال (Probability):

که چیرې د یوې پیښې د پیښیدنې لپاره، د مساعدو امکاناتو شمېر S او نا مساعده حالات F وي.

د مساعدو او نا مساعدو د پیښیدلو احتمال عبارت دی له:

$$P(F)=\frac{F}{F+S}, P(S)=\frac{S}{S+F}$$

که یوه پیښه نامساعد حالت ولري، د هغه د مساعد والي احتمال(۱) دی او که چیرې پیښه مساعد حالت ونه لري، د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی په دې اساس $0 \le P(S) \le 1$ او همدارنګه:

$$P(S)+P(F)=\frac{S}{S+F}+\frac{F}{S+F}=1$$

د احتمال کلاسیک مفهوم: د لرغونو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نومورې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی. که چیرې د یوې A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په P(A)، د A د ناڅاپي پیښې د مساعدو پایلو شمېر په N(A) او د A د ناڅاپي پیښې د ممکنه پایلو شمېر په N(S) وښیو نو کولای شو د احتمالاتو لرغونی(کلاسیک) مفهوم د یوه عمومي فورمول په اساس په لاندې توګه افاده کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

بیلګه: د اداري او حسابدارۍ انستیتوت د محاسبې په څانګه کې ۱۰۰ تنه دي ۶۰ تنه نجونې او پاتې نورېې هلکان دي. که چیرې د یوه هیواد یو تحصیلي بورس دې څانګې ته ورکړل شوی وي او له محصلینو څخه یو تن په ناڅاپي توګه وټاکل شي، څومره احتمال لري چې :

الف- یوه نجلۍ په دې بورس کې کاندیده شي.

ب- یوه نجلۍ دې بورس ته کاندیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې بورس ته کاندید شي.

حل

$$N(S)=100$$
$$N(A)=60$$
$$N(B)=40$$
$$N(\overline{A})=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}$$

$$P(B)=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4=40\%$$

ج-

$$P(A_1)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

د احتمال احصاييوي مفهوم: د يوې ناڅاپي تجربې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه په لرغوني مفهوم په دوو لاندنيو فرضيو متکي دی.

۱- د هغه ټولګي يا جمعيت د عناصرو شمېر چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي بايد محدود وي.

۲- د ناڅاپي تجربې له پايلو څخه هر يو بايد د مساوي څرګندېدو چانس ولري.

زياتره وخت په عمل کې هغه ټولګي يا جمعيتونه چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو شمېر غير محدود او بې شميره زيات وي او د ټولګي د څرګندېدو قواعد او جوړ شوي عناصر ټاکل شوي نه وي(غيرمعين) وي او د هغوی د څرګندېدو يا نه څرګندېدو په اړه بشپړ معلومات په واک کې نه وي.

په داسې ځايونو کې نشو کولای د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه پر لرغوني مفهوم مشخص کړو.

دا ايجابوي تر څو د A د ناڅاپي(اتفاقي) پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د نسبي فريکونسي په مرسته مشخص شي.

که د A د ناڅاپي پيښې مطلقه فريکونسي په F(A) او د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په f(A) په نښه کړو، نو د رياضي له مخې د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په لاندې توګه افاده کولای شو.

$$f(A)=\frac{F(A)}{n}$$

د احصايې د علماوو په عقيده که چيرې د n نمونه ورو، ورو لويه شي او بالاخره لايتناهي ته نږدې شي،

د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي ورو، ورو يوه سرحدي ارزښت ته نږدې کيږي چې هغه کولای شو د A د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يو اټکلي ارزښت ومنو چې په لاندې توګه افاده کيږي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\lim_{n \longrightarrow \infty} f(A) = \frac{F(A)}{n} \approx P(A)$$

بیلګه: یوه تصدي د موټر پرزې تولیدوي. د تصدۍ د تولیداتو د کنټرول شعبه دنده لري تر څو د تصدۍ ورځني تولیدات مخکې له دې چې بازار ته وړاندې شي د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصاییوي آزمایښت لاندې راولي. د تصدۍ د کنټرول آمر د ۱۰۰۰ واحدو په سایز(اندازه) یوه نمونه د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه اخلي او تر بررسۍ لاندې یې راولي.

له اخیستل شوي نمونې څخه د هغه ۹۵۰ واحده له نورم سره سم او ۵۰ واحده نورېې د نورم پر خلاف ټاکل شوي وي. که چیرې یو پیریدونکی تصدۍ ته مراجعه وکړي او د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه د نمونې په توګه یو واحد غوره کړي او د هغه تخنیکي کیفیت تر مطالعې لاندې ونیسي څومره احتمال لري چې:

الف- اخیستل شوی واحد د نورم پر خلاف په تولیداتو پورې اړوند وي.

ب- هغه واحد چې انتخاب شوی د نورم سره سم د تولیداتو له جملې څخه وي.

$F(A) = 950$

$F(\overline{A}) = 50$

حل

الف-

$$f(A) = \frac{F(A)}{n} = \frac{950}{1000} = 0.95$$

$$P(A) \approx f(A) = 0.95 = 95\%$$

ب-

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - 0.95 = 0.05 = 5\%$$

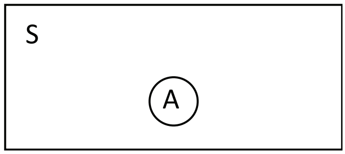
$$P(\overline{A}) = \frac{F(\overline{A})}{n} = P(\overline{A}) \approx f(\overline{A}) = \frac{50}{1000} = 0.05 = 5\%$$

د احتمالاتو هندسي مفهوم: یوه ناڅاپي تجربه په نظر کې نیسو چې د هغې ممکنه پایلې د S یوه هندسي بڼه جوړوي. فرض کوو چې A یوه ناڅاپي پیښه ده چې په یوې یا څو ناڅاپي تجربو پورې تړلې ده او د S د ساحې یوه برخه رانغاړي.

په دې صورت کې د A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د هغې د هندسي مفهوم عبارت دی له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}$$



په پورتني فورمول کې m(A) د A او m(S) د S د ساحې اندازه جوړوي.

د احتمالاتو هندسي مفهوم د نمونې فضاء او پیښې تر منځ د رابطې مشخص کوونکې ده.

بېلګه: که یو کروندګر ۳۰۰۰۰ متر مربع ځمکه پیاز کري او له ټول حاصل څخه د ځمکې ۱۰ متر مربع د یوې بېلې موافقې له مخې، د حاصلاتو له لاسته راوړنې څخه مخکې تر ارزیابۍ لاندې راولي تر څو د پیازو د وزن او اندازې له معلومولو وروسته د هغه د پلورلو او یا اجارې په اړه تصمیم ونیسي. نوموړی کروندګر ۶۰۰۰ متره مربع ځمکه له کیمیاوي سرې(کود) څخه په استفادې، ۱۰۰۰۰ متر مربع ځمکه له حیواني سرې(کود) څخه په استفادې او پاتې ۱۴۰۰۰ متر مربع ځمکه یې پرته له کومې سرې څخه کرلې ده. کروندګر به هغه وخت ګټه ترلاسه کړي چې نمونه د ځمکې له یوې برخې سره تصادف کوي چې په هغه کې کیمیاوي سره یا حیواني سره استفاده شوې وي څومره احتمال لري :

الف- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له کیمیاوي سرې استفاده شوې ده.

ب- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له حیواني سرې استفاده شوې ده.

ج- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې له سرې پرته کرل شوې ده.

$m(S)=30000m^2$ د ټولې ځمکې مساحت

$m(A)=6000m^2$ هغه ځمکه چې له کیمیاوي سرې سره کرل شوې ده

$m(B)=10000m^2$ هغه ځمکه چې له حیواني کود سره کرل شوې ده

$m(C)=14000m^2$ پرته له سرې څخه کرل شوې ځمکه

حل

الف-

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}=\frac{6000}{30000}=0.2=20\%$$

ب-

$$P(B)=\frac{m(B)}{m(S)}=\frac{10000}{30000}=\frac{1}{3}=0.333=33.3\%$$

ج-

$$P(C)=\frac{14000}{30000}=0.4666=46.66\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز

د پېښود ټاکلو او تثبیت او د پېښو(حوادثو) د څرګندیدلو لپاره له هغو تجربو او توپیرونو څخه چې د وګړو لخوا په کار اچول کیږي ګټه اخیستل کیږي چې له ټولو څخه زیات په تیرو تجربو او په لاسته راغلو موادو او امکاناتو متکي وي. یاد شوي مراتب په تجربوي احتمالاتو پورې اړه لري.

احتمال د نالوستي یا عامیانه له پلوه د ممکن، ګمان او اټکل(حدس) په معنا کارول کیږي خو په علمي ژبه کې د ریاضي په خاصه معنا کارول کیږي چې معنا یې د یوې ناڅاپي(اتفاقي) مشخصې پایلې او یوې تجربې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو (ظهور یا عدم ظهور) د ډاډ درجه ده.

د احتمال ریاضیکي مفهوم یو کمیتي مفهوم دی چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کیږي.

- هغه پدیدې چې د هغوی پایلې په بشپړه توګه معلومې او مشخصې وي د قطعي پدیدو یا پېښو(حوادثو) په نوم یادیږي.
- که چیرې د یوې تجربې او یا پیښې له پېښېدو څخه مخکې د هغې پایله مشخصه کړای نه شي، د ناڅاپي(تصادفي) پدیدې په نوم یادیږي چې په دې ډول پایلو کې د خالي ست حصول غیرممکن وي.
- د یوې تجربې د ممکنه ټولو پایلو څخه لاسته راغلې مجموعه د هغې تجربې د نمونه یي فضاء په نوم یادیږي او له یوې تجربې څخه د لاسته راغلو پایلو څخه هره یوه د نمونې د فضاء یو غړی دی. او له نمونه یي فضاء څخه هر فرعي ست د یوې ناڅاپي(تصادفي) پیښې په نوم یادیږي.

که چیرې د یوې پیښې پېښېدنه مساعد حالت ونه لري، د هغې د مساعدوالي احتمال ۱ دی او که چیرې پیښه مساعد حالت ونه لري د پیښې د مساعد والي احتمال صفر دی.

خو د پخوانیو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نوموړې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی.

احتمال د احصایې له پلوه د فریکونسۍ په مرسته مشخص کیږي او هغه هم عبارت دی له، مطلقه فریکونسۍ د دفعاتو پر شمېر باندې یعنې : $F(A) = \frac{F(A)}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- یو عدد په ناڅاپي(تصادفي) توګه د$S=\{1,2,3,.....,9\}$ نمونې له فضاء څخه غوره کیږي که چیرې د غړو احتمال مساوي وي، احتمال دی چې غوره کړل شوی عدد له ۴ څخه لږ یا طاق وي څه شی دی ؟

۲- له a , b , c , I , j تورو څخه هر یو د یوه کارت پرمخ لیکو او د هغوی له ګډولو وروسته یو کارت د قرعې په ډول پورته کړو، مطلوب دی ټاکل.

الف- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری وي.

ب- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری نه وي.

۳- په یوه قطي کې ۵ سرې مرۍ، درې تورې مرۍ او دوه سپینې مرۍ دي، یوه مرۍ په ناڅاپي توګه له قطي څخه پورته کوو.

الف- د دې تجربې د نمونې فضاء ولیکئ؟

ب- پیدا کړئ چې دغه مرۍ به سره وي.

۴- له صفر څخه د ۳ شمېرو له منځ څخه په ناڅاپي توګه یو عدد انتخابیږي، مطلوبه ده د هغې احتمال محاسبه چې دغه عدد د ۱ او ۲ تر منځ غوره کړل شوی وي.

۵- دوه متحدالمرکزه دایرې چې د 5Cm او 10Cm شعاوو لرونکې دي په نظر کې نیسو که چیرې غشی د هدف(کوچینۍ دایرې) په لوري ګوزار شي او سل په سله کې د لویې دایرې پر مخ د لګیدلو وړ وي، احتمال د دې چې غشی په کوچنۍ دایرې ولګي څو دی.

۶- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه پاڼه(پر) په ناڅاپي توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې :

الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.

ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.

ج- نوموړې پاڼه به د خښتې یوه پاڼه وي.

د- نوموړې پاڼه به لال نه وي.

هـ- د پشې یوه پاڼه به نه وي.

و- د خښتې لس تایي به نه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی

د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

عمومي موخه:

د احتمالي پېښو(حوادثو) او اتفاقاتو محاسبه او سنجش

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي چې:

- د ناڅاپي پېښو(اتفاقي حادثو) مفهوم توضیح کړي.
- په احتمالاتو کې د قاعدې جمع توضیح او خپلواکې(مستقلې) ناڅاپي پیښې د قاعدې په اساس سنجش کړي.
- په احتمالاتو کې د ضرب قاعده توضیح او له یوبل څخه د خپلواکه ناڅاپي څو پېښو پېښېدنه د دغې قاعدې په مرسته سنجش کړي.
- د څو پېښو(حادثو) څرګندیدنه د جمع له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- تړلې ناڅاپي پیښې توضیح او دا ډول پیښې د جمع او ضرب له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- مجموعي احتمالات سنجش کړي.

په احصاییوي تحقیقاتو کې د ناڅاپي پېښو د اړوندو مسایلو د څرګندولو یا نه څرګندولو احتمال یواځې یوه ناڅاپي پیښه د بحث وړ نه ده، بلکې په زیاتره ځایونو کې د دوو یا څو ناڅاپي پېښو د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال هم د علاقې وړ دي. هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو څخه د یوې د څرګندېدو احتمال سنجش کیږي، د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ځای ځرګندېدو احتمال سنجش کیږي د احتمال د ضرب د قواعدو(د تقاطع قواعد) په نوم یادیږي چې دواړه قاعدې د نوې ریاضي د یو سلسله نښو او سمبولونو په مرسته فورمول بندي کیږي.

که چیرې د Aاو B د دوو پېښو له ځرګندېدو څخه د دغو دوو ناڅاپی پېښو څخه د یوې د ځرګندېدو احتمال تر بحث لاندې وي د پېښو د جمع له قاعدې څخه استفاده کیږي چې په لاندې توګه افاده کیږي:

$$P(A \vee B) <=> P(A \vee B)$$

برعکس که چیرې د دواړو ناڅاپي پېښو د هم مهاله ځرګندېدو احتمال مطلوب وي، د ناڅاپي پېښو د تقاطع له قاعدې څخه استفاده کیږي، چې د لاندې فورمول په مرسته افاده کیږي:

$$P(A \cap B) <=> P(A \wedge B)$$

د احتمالاتو د قواعدو سنجش د ناڅاپي پېښو د ډول په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو ویشل کیږي:

- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.
- د تړلو(غیر مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.

د خپلواکه(مستقله) پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو مفهوم:

خپلواکه ناڅاپي پیښې هغه پیښې دي چې د یوې ناڅاپي پیښې ځرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په ځرګندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پیښې د ځرګندېدو احتمال د بلې پیښې د ځرګندېدو احتمال متأثره نه کړي. لکه: فرض کوو، په یوه لوښي کې لس دانې مرمۍ په بشپړه توګه ورته یا مشابه چې له یوه څخه تر لس پورې د نمرو لرونکي دي شتون لري. که چیرې دوه مرمۍ په ناڅاپي توګه یو په بل پسې پورته شي او لومړۍ مرمۍ له کتو وروسته بیرته کیښودل شي د دې احتمال چې د لومړي ځل لپاره دویم نمبر مرمۍ او د دویم ځل لپاره پنځم نمبر مرمۍ ځرګنده شي په دواړو صورتونو کې مساوي وي، که د دویم نمبر مرمۍ ځرګندیدنه د A د ناڅاپي پیښې په توګه او د پنځم نمبر مرمۍ ځرګندیدنه د B د ناڅاپي پیښې په توګه ومنو، نو د A د ناڅاپي پیښې او د B د ناڅاپي پیښې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورته شرایطو لاندې داسې ځرګندولی شو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

په خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو کې د جمع قاعده: په هغو حالاتو کې چې د دوو یا زیاتو پېښو یوځای پېښېدنه لکه AاوB متحمل وي په هغه صورت کې د A د پېښېدو احتمال له B سره عبارت دی له:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

پورتنۍ رابطه هغه مهال ممکنه ده چې AاوB نښتي(متصلي) مجموعې وي یعنې ګډ توکي(عناصر) ولري او د لنډ یا مختصر فورمول $P(A\cup B)=-P(\overline{A}\cap\overline{B})$ لرونکې وي.

خصوصي حالت: که د A او B د پېښو پېښېدنه له یو بل څخه بیل او جدا ترسره شي یعنېA اوB منفصل ستونونه وي چې په غبرګه توګه پېښېدنه یوځای امکان ولري، یعنې که A پیښه شي B رامنځ ته نه شي او یا برعکس په هغه صورت کې د A د پېښېدو یا د B د پېښېدو احتمال عبارت دی له:

$$(A\cup B)<=>P(A\cup\overline{B}),\ P(A\cup B)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چیرې خپلواکې ناڅاپي پیښې له دوو پېښو څخه زیاتې وي، په دې صورت کې د نوموړو پېښو اتحاد په لاندې توګه افاده کیږي:

$$P=(A_1\cup A_2\cup A_3......An)<=>P(A_1\cup A_2\cup A_3...An)=$$
$$=P(A_1)+P((A_2)+P(A_3)+......+P(A_n)$$

بیلګه: که $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ و $A=\{2,3,4\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وي.

محاسبه مطلوبه ده $P(A\cup B)=?$

حل:

$$A\cup B=\{2,3,4,5,6\}=>n(A\cup B)=5$$

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{5}{6}$$

بیلګه: که $P(A)=\frac{1}{3},P(B)=\frac{1}{5},P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي.

معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a-P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$
$$b-P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$
$$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-P(A\cap B)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$
$$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-P(A\cup B)=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right]$$
$$=1-\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right]=\frac{7}{120}$$

بیلګه: په یوه لوښي کې د بلیارد ۱۰ دانې سره توپونه، ۳۰ دانې سپین توپونه، ۲۰ دانې آسماني رنګه توپونه او ۴۰ دانې نارنجي رنګه توپونه شتون لري، یو توپ په ناڅاپي(اتفاقي) توګه انتخابیږي ثومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی توپ سور یا نارنجي وي.

ب- عدد سپین وي یا آسماني وي.

ج – توپ سور یا سپین یا آسماني وي.

د- آسماني نه وي.

هـ- سور یا آسماني نه وي.

و- سور، آسماني او سپین نه وي.

$N(R)=10 \qquad P(R)=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

$N(W)=30 \qquad P(W)=\frac{30}{100}=\frac{3}{10}$

$N(B)=20 \qquad P(B)=\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$

$N(0)=40$

$N(S)=100 \qquad P(0)=\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$

الف-

$$P(0\vee R) <=> P(0\cup R)=P(0)+P(R)$$
$$P(0\vee R)=0.4+0.1=0.5=50\%$$

ب-

$$P(W\vee R) <=> P(W\vee B)=P(W)+P(B)$$
$$P(W\vee B)=0.3+0.2=0.5=50\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج-

$$P(R \vee W \vee B) = P(R \cup W \cup B) = P(R) + P(W) + P(B)$$
$$= 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 = 60\%$$

د-

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) => 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

هـ-

$$P(R \vee B) = 1 - P(R \vee B) = 1 - [P(R) + P(B)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2) => 1 - 0.3 = 0.7 = 70\%$$
$$P(R \vee B) = P(W \vee 0) => P(W) + P(0)$$
$$= 0.3 + 0.4 = 0.7 = 7\%$$

و-

$$P(R \vee B \vee W) = P(0) = \frac{40}{100} = 0.4 = 4\%$$

او یا

$$P(R \vee B \vee W) = 1 - P(R \vee B \vee W) = 1 - [P(R) + P(B) + P(W)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2 + 0.3) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

د خپلواکه(مستقله) ناخاپي پېښو د تقاطع قاعده(د ضرب قاعده)

که A او B دوه خپلواکه ناخاپي پيښې له يو بل څخه وي، د دواړو ناخاپي پېښو د يو ځای څرګنديدنې احتمال له هغوی څخه د هرې يوې د څرګندېدو احتمال له حاصل ضرب څخه عبارت دی چې د رياضي له پلوه کولای شو هغه په لاندې توګه افاده کړو:

$$P(A \wedge B) <=> P(A \cap B) => P(A) \times P(B)$$

که چيرې د خپلواکه(مستقله) ناخاپي پېښو شمېر له دوو پېښو څخه زيات وي پورتنی فورمول په لاندې بڼه پراختيا پيدا کوي:

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n) <=> P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 .... \cap A_n)$$
$$= P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) .... P(A_n)$$

خو د شرطي احتمال په صورت کې (که د A احتمال پرځای د B پيښه شوې وي) په لاندې توګه تعريف شوی دی:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د طرفین او وسطین کولو په صورت کې لاسته راځي چې:

$$P(A \cap B) = P(B)P\left(\frac{A}{B}\right)$$

یعنې دا چې: د دوو پېښو A اوB د پېښېدو احتمال له یو بل سره برابر دی یو له هغوی څخه د پیښې د احتمال د ضرب له حاصل سره ضرب په احتمال کې هغه چې د یوه له پېښېدو څخه وروسته، بله هم پیښه شي.
نوټ: که چیرې درې ناخپلواکه(غیرمستقلې) ناڅاپي پیښې د پام وړ وي د احتمال د جمع د قاعدې عمومي فورمول په لاندې ډول سره خپله بڼه بدلوي.

$$P(A \vee B \vee C) <=> P(A \cup B \cup C) =>$$
$$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap C) - P(C \cap B) - P(A \cap B) + P(A \cap B \cap C)$$
$$P(A \vee B \vee C) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

بیلګه: په یوې تصدۍ کې دوه پایې تولیدي ماشینونه M_1 او M_2 په کار اچول شوي، چې هر یو یې په یواځې یا منفرد ډول د برېښنا ساکټونه تولیدوي. د تیرو کلونو تجربې ښیي چې ۵٪ د M_1 د ماشین تولیدات او ۶٪ د M_2 د ماشین تولیدات له ټاکلي نورم سره سمون نه لري، که چیرې یو پیریدونکی د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه دوه واحده د نمونې په توګه انتخاب کړي او تر احصاییوي آزمایښت لاندې یې راولي څومره احتمال لري چې لږ تر لږه د نمونې یو واحد د نورم له شرایطو سره خلاف وي.
حل:

$$P(M_1 \vee M_2) => P(M_1) + P(M_2) - P(M_1) \times P(M_2)$$
$$= 0.05 + 0.06 - 0.05 \times 0.06 = 0.11 - 0.003 = 0.107 = 10.7\%$$

او یا

$$P(M_1 \vee M_2) = 1 - P(\overline{M}_1 \cap \overline{M}_2) = 1 - P(\overline{M}_1) \cdot P(\overline{M}_2)$$
$$= 1 - 0.95 \times 0.94 = 1 - 0893 = 0.107 = 10.7\%$$

د ټرلو ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د ټړلو ناڅاپي پېښو مفهوم: ناڅاپي پیښې تل له یو بل سره په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د یوې بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې ترلې وي. د پېښو مقیدوالی په دې معنا دی چې: د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د وروستۍ ناڅاپي پیښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راولي. لکه: په یوه لوښي کې درې سپینې مرمۍ او څلور تورې مرمۍ شتون لري. دوه مرمۍ پرله پسې له لوښي

(c) ketabton.com: The Digital Library

څخه را ايستل کيږي. په دې صورت کې احتمال لري چې لومړۍ انتخاب تورې مرمۍ او دويم انتخاب سپينې مرمۍ وي په يواځې يا منفرده بڼه عبارت ده له:

$$P(W)=\frac{3}{6}, P(B)=\frac{4}{7}$$

۲- په تړلو ناڅاپي پېښو کې د ضرب قواعد: فرض کوو چې A يو احصاييوي جمعيت $A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots.A_n$ د هغه جمعيت جوړ شوي توکي يا عناصر وي. که چيرې د جمعيت له جوړو شوو توکو يا عناصرو څخه دوه واحده په نظر کې ولرو.

ناڅاپي يا تصادفي ترکيبونه داسې انتخاب شي چې انتخاب شوي توکي يا عناصر له کتنو يا مشاهدې وروسته بيرته جمعيت ته پاتې نه شي، په دې صورت کې احتمال لري چې د A_1 او A_2 توکي يا عناصر تر انتخاب لاندې راوستل شي، عبارت دي له :

$$P(A_1 \wedge A_2) <=> P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$$

بيلګه: په يوه ټولګي کې درې هلکان او دوې نجونې يوه تحصيلي بورس ته کانديد شوي دي. که چيرې پوهنځي دوه بورسونه نومړو محصلينو ته اختصاص ورکړي وي. څومره احتمال لري چې د لومړي ځل لپاره يو هلک او د دويم ځل لپاره يوه نجلۍ انتخاب شي.

$$N(S)=5 \qquad \mathrm{P(B \wedge G) = P(B) \times P\left(\frac{G}{B}\right)}$$

$$N(B)=3 \qquad \mathrm{P(B \wedge G)} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$$

$$N(G)=2 \qquad \mathrm{P(B \wedge G)} = \frac{6}{20}$$

۳- په متصلو ناڅاپي پېښو کې د جمع قواعد: فرض کوو چې AاوB دوه ناڅاپي پيښې دي چې د دواړو ناڅاپي پېښو يوځای څرګنديدنه د امکان وړ وي. همدارنګه فرض کوو چې انتخاب شوي توکي يا عناصر د دويم ځل لپاره جمعيت ته نه پاتې کيږي، د پورتنيو فرضيو په پام کې لرلو سره احتمال لري چې لږ تر لږه د AاوB له دوو پېښو څخه يوه پيښه څرګنده شي عبارت دی له:

$$P(A \vee B) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(\overline{A}) \times P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)$$

که چيرې درې پيښې وي پورتنی فورمول لاندې بڼه ځانته غوره کوي:

$$P(A \vee B \vee C) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

$$= 1 - P(\overline{A}) \cdot P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right) \cdot P\left(\frac{\overline{C}}{\overline{A} \wedge \overline{B}}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطیه احتمالات

لکه مخکې مو چې مطالعه کړل، ناڅاپي پيښې تل په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځينې يا زياتره وخت د يوې ناڅاپي پيښې څرګنديدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. مثلاً فرض کوو چې A اوB دوه مقيدې پيښې دي. چې د A ناڅاپي پيښې څرګنديدنه د B د ناڅاپي پيښې په څرګنديدنې پورې تړلې يا مقيده ده يا برعکس د B د ناڅاپي پيښې څرګنديدنه د A د ناڅاپي پيښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د دا ډول تړلو يا مقيدو ناڅاپي پېښو د څرګنديدنې احتمال د شرطيه احتمالاتو په نوم ياد شوي چې کولای شو هغه د تړلو ناڅاپي پېښو د تقاطع په فورمول کې په لاندې توګه پيدا کړو.

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

بيلګه: له ۱ څخه تر ۱۰ شمېرو پورې د لسو کارتونو پر مخ ليکل شوي دي يو کارت په ناڅاپي(اتفاقي) توګه پورته کيږي.

الف- نومړی عدد پر 4 د تقسيم وړ وي.

ب- نومړی عدد پر 3 د تقسيم وړ وي.

$$N(S) = 10$$

$$N(A_1, A_2, A_3 ....A10) = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(A \wedge B) = \frac{2}{10}$$

حل:

الف-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{10}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{10}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مجموعي احتمالات

ناڅاپي پیښې تل په خپلواکه توګه نه څرګندیږي، بلکې زیاتره وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. په اقتصادي او ټولنیزو بیلابیلو برخو کې داسې پیښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګندیدنه په یوې ناڅاپي پیښې پورې تړلې نه وي بلکې د $A_1, A_2, A_3,........A_n$ د بشپړو ناڅاپي پېښو په یوه سیستم پورې تړلې وي، که چیرې بشپړ معلومات له نوموړو پېښو څخه د هریوه د څرګندېدو د احتمال په اړه او د B د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال چې د A_i د ناڅاپي پیښې په سیستم پورې تړلی یا مقید دی، شتون ولري کولای شو د B د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په لاندې توګه سنجش کړو.

$$P(B)\sum_{i=1}^{n} P(Ai) \times P\left(\frac{B}{Ai}\right)$$

بیلګه: له څلورو ټولګیو څخه دوسوه تنه محصلین د لومړي سمستر وروستۍ آزموینه په یوه تالار کې تیروي. د نوموړو محصلینو له جملې څخه ۱۰۰ تنه محصلین د لومړي ټولګي، ۵۰ تنه محصلین د دویم ټولګي، ۲۰ تنه محصلین د دریېم ټولګي او ۳۰ تنه محصلین د څلورم ټولګي څخه دي. د تیرو کلونو د تجربو په اساس د ناکامۍ احتمال په لومړي ټولګي کې ٪۸۰، په دویم ټولګي کې ٪۵۰، په دریېم ټولګي کې ٪۳۰ او په څلورم ټولګي کې ٪۱۰ دي. یو تن ممیز د زده کوونکو یوه پارچه د آزموینې له پای ته رسیدو څخه وروسته تر کتنې لاندې نیسي، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به ناکام وي.

ب- نوموړی محصل به کامیاب وي.

$N(S) = 200$

$N(A_1) = 100 \qquad P(A_1) = \frac{100}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_1}\right) = 0.5$

$N(A_2) = 50 \qquad P(A_2) = \frac{50}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_2}\right) = 0.5$

$N(A_3) = 100 \qquad P(A_3) = \frac{20}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_3}\right) = 0.3$

$N(A_4) = 30 \qquad P(A_4) = \frac{30}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_4}\right) = 0.1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

الف-

$$P(B)=P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)+P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)+P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)+P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times 0.8+\frac{5}{20}\times 0.5+\frac{1}{10}\times 0.3+\frac{3}{20}\times 0.1$$

$$=0.4+0.195+0.03+0.015=0.57=57\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.57=0.43=43\%$$

د بایز قضیه: توماس بایز د ۱۸ پیړۍ په نیمایي کې یوه قضیه تشریح کړه چې په مستقیمه توګه له شرطیه احتمالاتو سره مرتب کیده. د دې قضیې د تشریح لپاره فرض کوو چې: $A_1, A_2, A_3 ......A_n$ له ناڅاپي پېښو څخه یو بشپړ سیستم دی.

چې د هغې د دوو پېښو څرګندیدنه غیر ممکنه وي. په دې صورت کې د دې سیستم له پېښو څخه د هرې یوې د څرګندیدنې احتمال د B په یوې ناڅاپي پېښې پورې تړلی یا مقید وي او کولای شو هغه د بایز له فورمول څخه په استفادې سنجش کړو :

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{\sum_{i=1}^{n}P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}$$

بیلګه: د مجموعي احتمالاتو په بحث کې د ورکړل شوې بیلګې په پام کې لرلو سره که چیرې فرض کړل شي چې: د آزموینې د یوې پارچې په انتخابولو سره نوموړی محصل ناکام دی. هغه پوښتنه چې د بایز د فورمول په اړه مطرح کیږي دا ده، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به په دویم ټولګي کې وي.

ب- دغه محصل به په دریم ټولګي کې وي.

ج- نوموړی محصل به په لومړي یا څلورم ټولګي کې وي.

حل:

الف-

$$P\left(\frac{A_2}{B}\right)=\frac{P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)}{P(B)}$$

$$=\frac{0.25\times 0.5}{0.57}=\frac{0.125}{0.57}=0.21=21\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-\frac{P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)}{P(B)}$$
$$=1-\frac{0.1\times 0.3}{0.57}=1-\frac{0.03}{0.57}=1-0.052=0.948=94.8\%$$

ج-

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)\vee P\left(\frac{A_4}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}+\frac{P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)}{P(B)}$$
$$=\frac{0.5\times 0.8}{0.57}+\frac{0.15\times 0.1}{0.57}=\frac{0.4}{0.57}+\frac{0.015}{0.15}$$
$$=0.7+0.02=0.72=72\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کيږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو يا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کيږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کيږي، يعنې که چيرې يوه پېښېدنه له بلې پېښېدنې سره په يوه وخت ترسره نه شي، د لاندې فورمول په مرسته ښودل کيږي:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

که چيرې د A او B دوه عمليې يو په بل پسې سرته ورسوو په دې صورت کې د A اوB دوه عمليې (هم Aاوهم B) کولای شو د $n \cdot k$ په لاره (طريقه) ترسره کړو يعنې:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$$

ناڅاپي پيښې په خپلواکه ناڅاپي پېښو او تړلو ناڅاپي پېښو باندې بېلې شوې دي.

که چيرې د يوې پيښې څرګندېدنه د بلې پيښې په ناڅاپي څرګنديدنې پورې تړلې(مقيده) نه وي دا ډول پيښې د خپلواکه ناڅاپي پېښو په نوم ياديږي. خو ناڅاپي پيښې تل خپلواکه ياديږي او همدارنګه ناڅاپي پيښې تل له يو بل څخه په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځينې وخت د يوې ناڅاپي پيښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدنې پورې تړلې وي. يعنې د يوې ناڅاپي پيښې څرګندېدنه د وروستۍ ناڅاپي پيښې د څرګندېدو چانس تر تأثير لاندې راولي. که چيرې د يوې ناڅاپی پيښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدوه پورې حتمي او ضروري تړلې وي د دا ډول پېښو څرګندېدنه د شرطيه احتمالاتو په نوم ياديږي.

همدارنګه په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې رامنځ ته کيږي، چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه ده بلکې په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکې د ناڅاپي پېښو په يوه بشپړ سيستم پورې تړلې وي، چې په دې حالت کې مونږ د اړيکو مجموعي احتمالات لرلای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتنې

۱- د یوې کورنۍ درې ماشومان زمونږ مطلوب دی، احتمال لري چې لږ تر لږه د هغوی له ماشومانو څخه یوه انجلۍ وي ؟

۲- په یوه کڅوړه کې ۵ سپینې مرۍ او ۷ تورې مرۍ دي، له دغې کڅوړې څخه درې مرۍ یو ځای پورته کوو احتمال لري چې :
الف- درې واړه مرۍ سپینې وي.
ب- احتمال لري چې دوه مرۍ سپینې وي.
ج- احتمال لري چې لږترلږه یوه مرۍ سپینه وي.
د- احتمال لري چې لږ تر لږه دوه مرۍ سپینې وي.

۳- $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

۴- که په یوکورکې د ۰,۴۱ تور او سپین ۰,۸۵ رنګه اوله دواړو څخه ۰,۲۳ تلویزیون دشته والي احتمال موجود وي ، نوڅومره احتمال لري چې پدې کور کې به لږترلږه یو له دغو دوو ډولونو څخه شتون ولري؟

۵- احتمال لري چې یو شخص د پښتورګو (ګردو) تکلیف۰,۲۳ ولري او د زړه ناراحتي۰,۲۴ ولري او یا لږ تر لږه یو له دغو دوو ناروغیو څخه ۰,۳۸ وي. نوڅومره احتمال لري چې دواړه ډوله ناروغۍ به ولري؟

۶- په یوه جعبه کې ۱۲ دانې مرۍ دي چې دوه دانې یې تورې او پاتې نورې یې سپینې دي. له دغې جعبې څخه په ناڅاپي توګه یوه مرۍ راپورته کوو، وروسته پرته له دې چې لومړۍ مرۍ کېږدو په ناڅاپي توګه یوه بله مرۍ را اخلو، څومره احتمال لري چې دواړه مرۍ تورې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- د یوه ریاست د څوکۍ(پست) لپاره ۴ نوماندان شتون لري، د هغو وګړو د انتخاب پایلې چې متساوی الاحتمال دي په ۱،۲،۳او۴ ښیو، څرګنده کړئ چې د $B=\{1,3\}, A=\{1,4\}$ حوادث له یو بل څخه خپلواک(مستقل) دي ؟

۸- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه قطعه په ناڅاپي توګه انتخاب شوې او لیدل کیږي چې نومورې پاڼه خشت ده څومره احتمال لري چې:

الف- نومورې پاڼه به یو غلام وي.

ب- نومورې پاڼه به یو طوس وي.

۹- د زده کوونکو په یو ۱۲ نفري ګروپ کې ۸ تنه ممتازه زده کوونکي دي د ۱۲ تنو له جملې څخه د هغوی درې تنه ټاکل کیږي. احتمال په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د انتخاب شوو زده کوونکو په منځ کې د هغوی ۵ تنه به ممتاز وي ؟

۱۰- پر هدف باندې د مرمۍ د لګیدو لپاره په یوه ځل دوه فیره کیږي. که د پیښې احتمال 0.7A او د پیښې احتمال0.8B وي احتمال په داسې صورت کې پیدا کړئ چې لږ تر لږه یو له هغوی څخه په هدف ولګیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

درېيم څپرکی

د ترکيباتو تيوري

عمومي موخه:
په احتمالاتو کې د ترکيبي اناليز د قواعدو تطبيق

د زده کړې موخې: له محصلينو څخه تمه کيږي تر څو د دې څپرکي په پای کې:

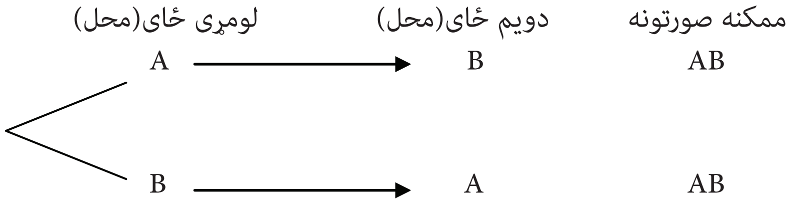
- تبديل تعريف او توضيح کړي او عناصر او پديدې تبديل او سمبال کړي.
- په عناصرو کې اختلاف تعريف او توضيح کړي، غيرمشابه او بيلابيل عناصر په يوه سټ کې سمبال کړای شي.
- ترکيب تعريف او توضيح کړي.
- د ساده ترکيب او بشپړ ترکيب توپير وکړي.
- د ترکيب او تبديل ترمنځ مهم توپير توضيح کړي.

تبديل:

د توپير لرونکي n عنصر د ترتيب ټول امکانات د S په يوه سټ کې په معينو رديفونو کې د تبديلونو په نوم يادوي چې د رياضي په احصاييه کې يو له مهمو او اهميت وړ مبحثونو څخه دی. لاندې بيلګو ته پام وکړئ.

۱- غواړو دوه کتابونه چې د A او B په تورو ښودل شوي دي په يوې الماری کې د يوبل ترڅنګ کيږدو ددې کار لپاره ممکنه صورتونه عبارت دي له:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د AB او BA له صورتونو څخه هر یو د Aاو B د دوو تورو د تبدیل په نوم لوستل کیږي.

بیلګه: د A , B , C درې عنصره د ټاکل شوو ردیفونو په پام کې لرلو سره کیدای شي په لاندې شپږو ډولونو باندې تبدیل او سمبال کړل شي :

$$(A,B,C) = ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$$

څرنګه چې لیدل کیږي په تبدیل کې د ځای پر ځای کیدو ځای اړین دی، همدارنګه کولای شو تبدیل د S سټ اړوند جوړښت په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو وویشو.

الف- که د S سټ ټول عناصر منفرد او له یو بل څخه توپیر لرونکي وي، د هغوی تبدیلي عبارت ده له:

$$P_n = n^1$$

له دې امله ویلی شو چې د سټ له عناصرو څخه هر منظم او محدود سټ ته تبدیلي وایي.

نوټ- په دې حالت کې تبدیل د ترتیب (Arrangements) په نوم یادوي چې په حقیقت کې د n څیز راتلل په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې وي.

بیلګه: د A , B , C او D توري په څو بیلابیلو بڼو د یوبل په څنګ کې ځای په ځای کیدای شي.

$$P_4 = 4i = 4\times3\times2\times1 = 24$$

ب- که د S تر سټ پورې اړوند ټول یا یو شمېر عناصر په ورته توکو (په مشابه اجزاو) کې مشتمل وي د n عنصر تبدیل د لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کوو.

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i \cdot n_3 i ....n_k i}$$

په دې فورمول کې $n_1 , n_2 , n_3 , ... , n_k$ د هغو توکو (اجزاو) له شمېر څخه عبارت دی چې له یوبل سره ورته یا مشابه وي او د هغوی د ټولو حاصل جمع په n سره مساوي کیږي یعنې:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + ...n_k = n$$

بیلګه: د AABB توري په څو بڼو تنظیم یا سمبالیدای شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i ...... n_k i}$$

$$P_n = \frac{4i}{2i \cdot 2i} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{24}{4} = 6$$

بیلګه: AAABB په څو بڼو سمبالېدای شي:

$$P_5 = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{120}{12} = 10$$

اختلاف: د S په یوه سټ کې د n عنصر غیر مشابه سمبال یا تنظیم د Iپه ګروپونو کې یو عنصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره د S سټ د عناصرو د اختلاف په نوم نومول کیږي.

د بیلګې په ډول، کولای شو د S یو سټ A,B,C عناصر په شپږو دوو عنصري ګروپونو باندې په لاندې ډول ترتیب او سمبال کړو.

چانس ته د نظر په اختلاف د ګروپونو په مکرره توګه څرګندیدل یا ظهور په دوو ډلو ویشل کیږي:

$$(A,B,C) = \begin{Bmatrix} AB \\ AC \\ BA \\ BC \\ CA \\ CB \end{Bmatrix}$$

الف- له تکرار څخه پرته اختلاف: دا اختلاف د S یو سټ د ټولو عناصرو له ترتیب څخه د I عنصري په ګروپونو کې چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې ممکن دی او هر عنصر یواځې یوځل په ګروپ کې د څرګندېدو چانس ولري عبارت دی. که د S سټ د عناصرو شمېر په n او د اړوندو ګروپونو د عناصرو شمېر په L وښیو نو د S سټ د n عنصر اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$$V_{I(m)} = \frac{n_1}{(n-i)!}$$

بیلګه: د ABCD توري په څو درې توریزه ګروپونو باندې ترتیب او سمبالیدای شي؟

$$V3_{(4)} = \frac{4i}{(4-3)i} = \frac{4i}{1i} = 24$$

بیلګه: یوه څوکۍ یواځې د ناستې څلور ځایونه لري، په څو بڼو کېدای شي ۱۰ تنه په نوموړې څوکۍ کښیني؟

$$V4_{(10)} = \frac{10i}{(10-4)i} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6i}{6i} = 5040$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له تکرار سره اختلاف: له تکرار سره اختلاف د S یوسټ د n عنصر ترتیب د I عنصري په ګروپونو کې دی چې په هغه کې:

۱- د ګروپونو د سټ عناصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره ترتیب شوي وي.

۲- د S سټ هر جوړ شوی یا متشکله عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري. که N د S سټ د جوړو شوو عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د عناصرو شمېر وي، نو د S سټ د عناصرو له تکرار سره اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$V_{i(m)} = n^i$

بیلګه: د ABC توري په دوه توریزو ګروپونو داسې ترتیب کړئ چې د S سټ هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$V2_{(3)} = 3^2 = 9$

ترکیبونه (Combinations): ترکیب د S یوه سټ د عناصرو سمبال د I عنصر په ګروپونو کی دی چې په هغه کې د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې رعایت نه شي، ترکیب هم د اختلاف په څېر د ګروپونو د مکرره څرګندېدو د چانس په نظر په دوو ډلو ویشل کیږي.

الف- ساده یا له تکرار څخه پرته ترکیب: د یوه سټ د عناصرو له ترکیب څخه په I عنصر ګروپونو کې دی چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو موقعیت په معین ردیف کې رعایت نه شي او د S سټ هر عنصر یواځې یوځل د څرګندېدو چانس ولري.

د بیلګې په ډول د ABCD څلور توري کولای شو په شپږو دوه عنصري ګروپونو او څلور درې عنصري ګروپونو په لاندې ډول تنظیم کړو.

AB	AC	AD	BC	BD	CD
		ABC	ABD	ACD	BCD

که N د S سټ د عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د جوړو شوو عناصرو شمېر وي، ترکیب د S سټ عنصر د N له تکرار څخه پرته د I عنصر په ګروپونو کې کولای شو د لاندې فورمول څخه په استفادې لاسته راوړو.

$$Ci_{(n)} = \frac{ni}{1i(n-1)i} = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-i_1)}{}1i$$

په دې حالت کې $i < n$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

څرګنده ده چې:

$$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$$

د $\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د $C(n,i)$ او C_n^i او يا $C\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ له سمبولونو څخه هم استفاده کيږي.

يادونه: د تبديل او ترکيب تر منځ توپير دا دی چې په تبديل کې د انتخاب ترتيب په پام کې نيول کيږي په داسې حال کې چې په ترکيب کې د انتخاب ترتيب اړين نه دی. د بيلګې په ډول که وغواړو له دريو تنو محصلينو (ياسمين، فرزانې او سوسن) څخه يوه دوه کسيزه کميټه جوړه کړو.

د تبديل له نظره پورتنی بحث د دوو تنو تبديل يا بدلون د درې تنو له منځ څخه دی او دا بدلونونه (تبديلونه) عبارت دي له: (فرزانه، سوسن)، (ياسمين، فرزانه)، (ياسمين، سوسن) او سوسن، فرزانه، فرزانه، ياسمين، سوسن، ياسمين خو د ترکيب له نظره (سوسن،فرزانه) او (فرزانه، سوسن) دواړه يوه کميټه جوړوي يعنې په دې ځای کې د انتخاب ترتيب اړين نه دی.

بيلګه: اوه تنه په خپلو منځوکې يو څلور کسيز ګروپ ټاکي. دغه ګروپ په څو بڼو څلور کسيزه جوړېدای شي؟

ب- بشپړ يا له تکرار سره ترکيب: له تکرار سره ترکيب د يوه سټ N عنصر په I عنصرګروپونو کې دی چې په هغه کې:

I- د عناصرو ترتيب په معينو رديفونو کې په پام کې نه وي.

II- د S (سټ) هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

د رياضي له پلوه کيدای شي د S سټ د N عنصر د ترکيب ټول امکانات د I عنصر په ګروپ کې د هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس په پام کې نيولو سره په لاندې توګه سنجش کيږي:

$$Ci_{(n)} = \begin{bmatrix} n+i-1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{\dfrac{(n+i-1)i}{li(n-1)i}}{= c^n n+i-1 = c^{n-1} n+i-1}$$

بيلګه: د ABCD توري په څو دوه عنصري ګروپونو ترکيب کولای شو، خو په دې شرط چې د نوموړي سټ عناصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$$C2_{(4)} = \begin{bmatrix} 4+2-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{5i}{2i(4-1)i} = \frac{5\cdot4\cdot3i}{2i\cdot3i} = \frac{20}{2} = 10$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دريیم څپرکي د مطالبو لنډیز

هغه بیلابیل حالات چې n شی په مرتبه توګه د یوبل څنګ ته قطار نیولی شي د هغوی د بیلابیلو ترتیبونو په نوم یادیږي او دغه ترتیبونه عبارت دي له :

$$P(n,n) = ni$$

او هغه توپیر لرونکي حالات چې rشی له مختلف nشی $(r < n)$ څخه د یو بل څنګ ته مرتب کیدای شي د nشي rپه تبدیلونو په نوم یادیږي چې د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$P(n,r) = \frac{ni}{(n-r)i}$$

که چیرې د nشی د تبدیلونو په شمېر کې څرنګه چې په هغه کې یو pد دفعه او بل د q دفعه له اشیاوو څخه تکرار شوی وي عبارت دي له:

$$\frac{ni}{Piqi}$$

او که چیرې بیلابیل حالات چې r شی پرته د ترتیب په پام کې نیولو سره له n شی څخه بیل انتخاب کیږي د n شی rپه ترکیبونو په نوم یادیږي او د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix} = \frac{ni}{(n-r)i \cdot r^i}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریيم څپرکي پوښتنې:

۱- د یوه ټولګي د څلویښتو تنو زده کوونکو له جملې څخه په څو لارو کولای شو درې تنه وټاکو، داسې چې یو تن له هغوی څخه د ریئس په توګه یو تن د منشي او یو تن د غړي په توګه وي؟

یادونه: په پورتنۍ بیلګه کې د عناصرو ترتیب په نظر کې دی.

۲- د شطرنج په یوه سیالۍ کې پنځه تنه زده کوونکي او پنځه لس تنه محصلین ګډون کوي، په څو لارو زده کوونکي په دې سیالۍ کې موقعیت نیونه کوي، داسې چې هیڅ زده کوونکی عین نمره لاسته را نه وړي.

یادونه: A_{20}^{5}

۳- په څو لارو ۱۰ بیلابیل مضمونونه په مهال ویش کې تقسیم بندي کولای شئ. په هغه صورت کې چې په مهال ویش کې هره ورځ ۵ بیلابیل مضمونونه تدریس شي.

۴- په څو لارو ۴ تنه په یوه مرکب ردیف کې د ۴ میزونو په شاو خوا کې کښیني؟

۵- یوه کورنۍ درې زامن او دوه لورانې لري.

الف- د هغو لارو شمیر چې هغوی په یوه ردیف کې کښیني پیدا کړئ.

ب- که وغواړو هلکان له یو بل سره او نجونې هم له یوې، بلې سره کښینې پیدا کړئ چې دا کار په څو ډولونو امکان لري.

۶- څو بیلابیل عدده کولای شو د 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 شمیرو سره ترتیب کړو داسې چې:

الف- په هر عدد کې له هر رقم څخه یو ځل استفاده وشي.

ب- صفري رقم په کینه خوا کې ځای و نه نیسي.

۷- ثابت کړئ چې:

$$\frac{ni}{(n-1)i}=n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- د قطعه بازۍ د ۵۲ قطعو له جملې څخه په څو لارو ۱۳ قطعې ټاکلی شو؟

یادونه: C_{52}^{13}

۸- لاندې افاده ساده کړئ.

$$\frac{C_n{}^3 \times C_3{}^2}{C_9{}^5}$$

۹- په مصنوعي اقمارو کې یوه تنظیم کوونکې عملیه اړینه ده، دا ټیم د مصنوعي قمر له قومندان، لومړی او دویم مرستیال، دوه میخانیکه او یو ډاکتر او هیئتونو څخه مشتمل دی او داسې ټاکل کیږي، درې تنه چې عبارت دي له قومندان او مرستیالان، د ۲۵ تنو له جملې څخه دوه میخانیکه د ۲۰ تنو انجنیرانو له جملې څخه او یو ډاکتر له ۸ تنو ډاکترانو څخه په څو لارو کولای شي نیمایي فضانوردان ترکیب کړي.

۱۰- د الجبر له ورته یا مشابه درې کتابونو او د هندسې ورته یا مشابه څلورو کتابونو څخه په څو لارو کولای شو څو کتابه (لږ تر لږه) یو انتخاب شي.

۱۱- څو بیلابیل څلور رقمي عدده کولای شو د ۲،۱،۰ له شمېرو څخه ترتیب کړو، کله چې د شمېرو تکرار مجاز وي.

یادونه: $A_3^4 - A_3^3$ هغه شمېرې چې صفر د هغه کیڼ لوري ته ځای په ځای کیږي منفي شي.

۱۲- د څلورو رنګونو سور، آسماني، شین او زیړ په مرسته څو دوه رنګه بیرغه په افقي فیتو سره ترتیب او د BABBY کلمې له کلمې څخه جوړولای شو.

۱۳- د m علامت شمېر هر یو مرکب له اتو بیرغونو څخه په یوه عمودي کرښه کې چې کیدای شي له څلور سرو بیرغونو څخه د تمیز یا فرق وړ نه وي، له درې سپینو بیرغونو څخه د تمیز وړ نه وي او یو آسماني بیرق جوړ کړو، پیدا کړئ.

۱۴- د پرچون فروشۍ په یوه دوکان کې لس ډوله پست کارتونه شتون لري په څو ډوله کولای شو له ۸ او ۱۲ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د کارت په ټاکلو کې تکرار مجاز وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرچينې او اخېستنې

۱- لکچر نوت کورس مامورین احصایه Basic Statistics Loatse (۲۰۰۹)

۲- پوهاند دکتور مراد علی اصیل سال (۱۳۶۵)

۳- کلچر نوت ها از پوهنحی اقتصاد سال (۱۳۸۷)

۴- اسناد و ارقام مستند از سایت های انترنتی

۵- پوهاند غلام سنایی پوهنیار ذکیه حل مسایل احتمال سال (۱۳۸۶).

۶- آذری عبدالرحمن ریاضیات جدید سال (۱۳۷۰).

۷- لکچر نوت های کورس مقدماتی نیما سال (۱۳۸۷).

۸- موحد حبیب الله تیوری احتمالات سال (۱۳۸۵).

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام

د پوهنې وزارت د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت دښوونیز نصاب د انکشاف ریاست د ټولنې دعیني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلینو او شاګردانو د درسي کتابونو په برخه کې یې تخنیکي او مسلکي رشتې درلودې او لري یې، په لومړي سرکې یې تصمیم ونیو، چې په ښوونیزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بیاکتنه وکړي او ورپسې بیا د شاګردانو او محصلینو د درسي کتابونو د تالیف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د ښوونکو په میړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تالیف شول تر څو په وړیا ډول د شاګردانو او محصلینو په واک او اختیار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، ګرانو شاګردانو او د تخنیکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصینو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صمیمانه هیله کیږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د مسلکي غړو له لوري تالیف او تدوین شوي دي. د مسلکي، تخنیکي او علمي مطالبو او مفاهیمو د څرنګوالي په هکله خصوصاً د هغوی املایي او انشایي اشتباهاتو په اړهمونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې ګرانو شاګردانو ته له دې څخه ښه، غوره، ګټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له ګرانو شاګردانو او محصلینو څخه هیله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هیواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونیسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زیار وباسي، ترڅو د ډېرو شاګردانو او محصلینو د ګټې وړ وګرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د تعلیمي نصاب د انکشاف ریاست – دکتابونو د تالیف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مدیریت.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library