شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي له پاره

ليکونکی:
ډاکتر ماخان (ميرزي)شينواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴	۴ – کربنیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹
۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶	۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴
۱ – ګردی (دایره) ۸	۵ - په محور هندارونه ۱۳۴
کردی هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمی، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردی ټوټه، - ګردی برخه، ګردی کړی، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردی لینده،د ګردی منځټکیکونج ، د کربنو پروتځایونه و..ته.	۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸
	۵ . ۲ – مرکزي متناظر............. ۱۴۰
	۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱
	۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲
۲ - ایلیپسې یا هګی (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،	۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳
	۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵
	۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹
۳ - کربنیزې څیرونې یا تابع ۳۸	۶ - درېګوډیکچ............... ۱۶۱
۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲	۷ – مربع مساوات ۱۹۸
۳ . ۲ - جګیدنه......................... ۴۵	۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸
۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹	۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰
۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱	۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵
۳ .۵ - کربنیز برابرونونه.. ۵۲	۸ - ماتبرابرون......................... ۲۲۳
۳ .۶ - پوښتنې ۵۹	د مربع توابعومحورونوږغڅټکي ۲۳۴
۳ . ۷ – کربنیزتوابع د ورکړشو... ۶۱	ارزښت ۲۳۶
۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷	د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱
۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸	

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړی په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسي مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو کتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پټې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دئ، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅېږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینۍ باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

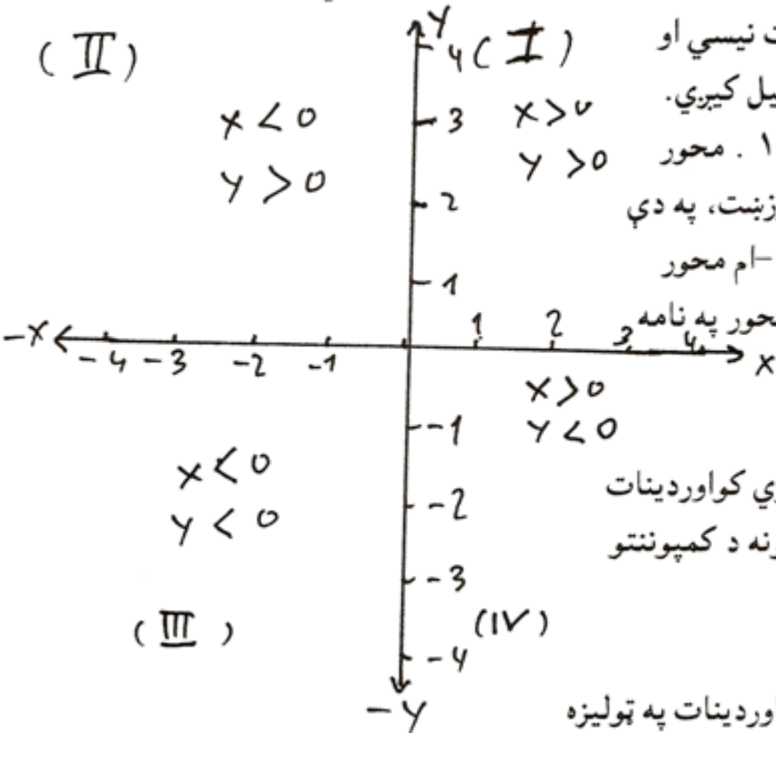
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه څمور هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي.



پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.

څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کپمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د حل یا ضرب لمړنی کپمونت د y− محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونت د x− محور څخه. که لمړی کمپونت منفي وي، نو ټکی د y−محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جي د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویي سره برابرې دي

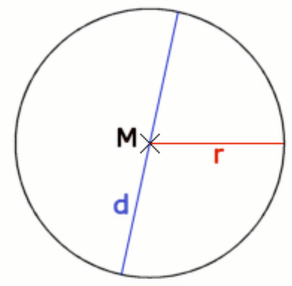
د منځټکي هغه زاویه له کومې چې وتر برېښي منځټکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دايره)

يادونه: ولې ګردی؟ موږ‌به چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کربنه مو وېستله او هغې ته مو ګردی ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکي شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالي غاړه که رنګ کړی او هغه په يوه کاغذ کېږدی، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايی؟
د يوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پيژند ياتعريف د يوې سطحې يا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له يوه ټکی داسی په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردی لاين يا لنډ: ګردی بلل کيږي (مخامخ څيره)	

ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري):
$k = \left\{ X \in E \mid |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل يې: ګردی ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي توکی دی، ډېری ده، داسي چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپيرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M ځخه واټن (فاصله)یی له r ځخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : ګردیتوته)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره ترې، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته ځیره وګوری)٠

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چې دایره په دننه کې نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته ځیره دې وکتل شي)٠

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجې لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3,14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړې، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په ځیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي یا تل بېرته راګرځېدونی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یې موږ نږدې شمرنې یعنې راکردونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چې پای دې یا پوله لرې یا رابند(محدود) دي.

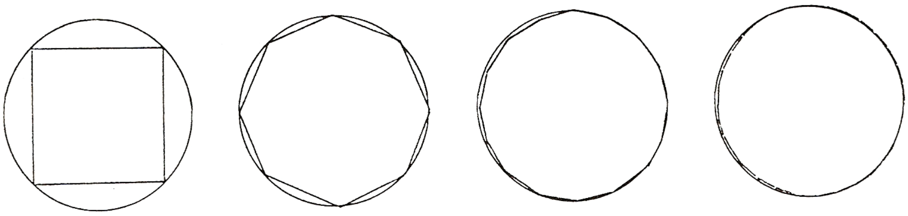
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سرې په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

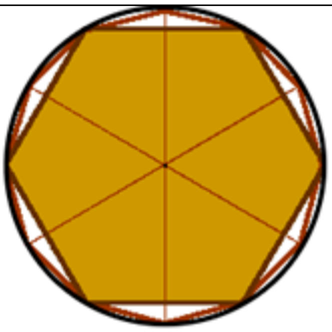
دا له ارشیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسی پیل کیږي، چې په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکڅیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

خیره ۱۱۹



یوې ګردی ته د یوه n –ګوډي له لارې نږدیونه (نږدې کیدنه)

خیرې ۱۱۹ ښناګی جړ،

په مخامخ خیرو کې نهه ضلعي ورپسې شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نږدې کیږي مخامخ خیره څو څوګوډیز برېښي او ستره ترې راتاو ګردی**مخامخ** خیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نږدیونه (نږدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نږدې یا تیک دایره ده)**	

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځتکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد).   د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نږدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې وړانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کی د چاپيرال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دئ:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته په وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د دريګوډيو(مثلثونو) له لارې تاکل کيدی شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

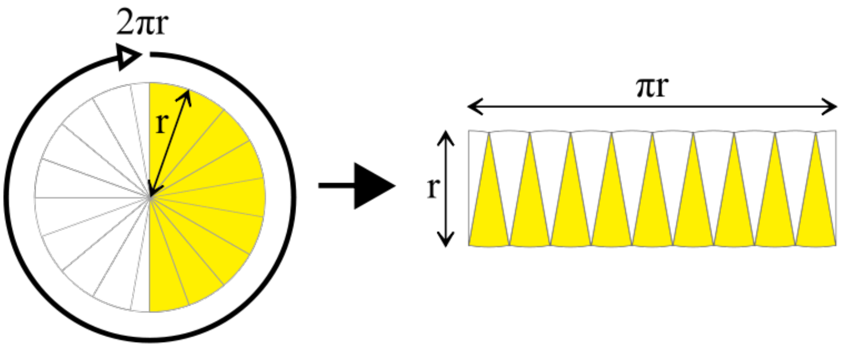
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی $U = pi.1m = 6,248m^2$ په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : $600cm = 8.75$

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر $640cm = 80.8$. قیمت وسطي یا منځ ارښت یې 6,2m دی. پس د ذیګو هیلو سره ټول کسان په مېز ځاي نیولی شي مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

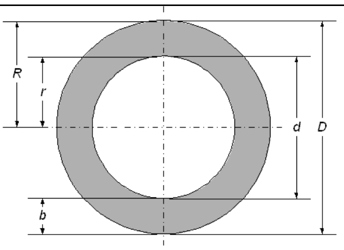
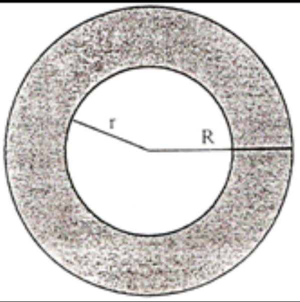
په لاندې څیره کي کتل کیږي، چي د ګردی منځهواره نزدې



$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کي د څیرې کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي٠

ګردیتوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

	**ډېر وخت دننه- يا خونديكردى له چاپيرياڵكردى كوچنى وي. نو له دي امله د دوي په منځ كې يوه كړى منځ ته راځي، چې د هغي منځهواره د دوارو كرديو د كمون، كمښت يا توپير څخه شميرل كيږي .**
	**جمله : موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R - r)(R + r)$

بل ډول بې: يوې د دايرې كړى منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسې كيدى شي، چې د دايرې محيط د دايرې قطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې كردى د نيميو څخه هم وشميرل شي، چې په لاندې كې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پيلبيلګه:

د سپين ميز درز پيداكړ. چې له غاړې يا ژى يې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلى كړاو فكر كوي ، چې كه داميز په پنځه سانتيمتره كوچنى كړى . كومه ميز سطحه پاتې كيږي او د دايرې كړى چې له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه پيل نيونى سره لكه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاى نيولى شي ؟

$$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835m^2$$

د دايرې كړى سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

$$F \quad = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30m^2$$

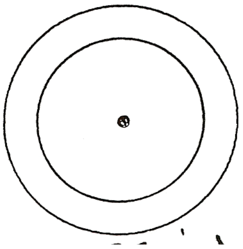
(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

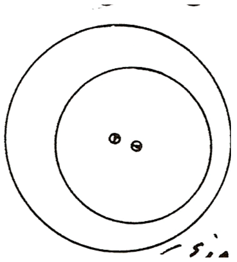
د داسې لږ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي۰

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټکي يې يو په بل پربوزي کونځنتري يا راټول او په غير له دې اکسځنتري يا ناراټولې بلل کيږي.

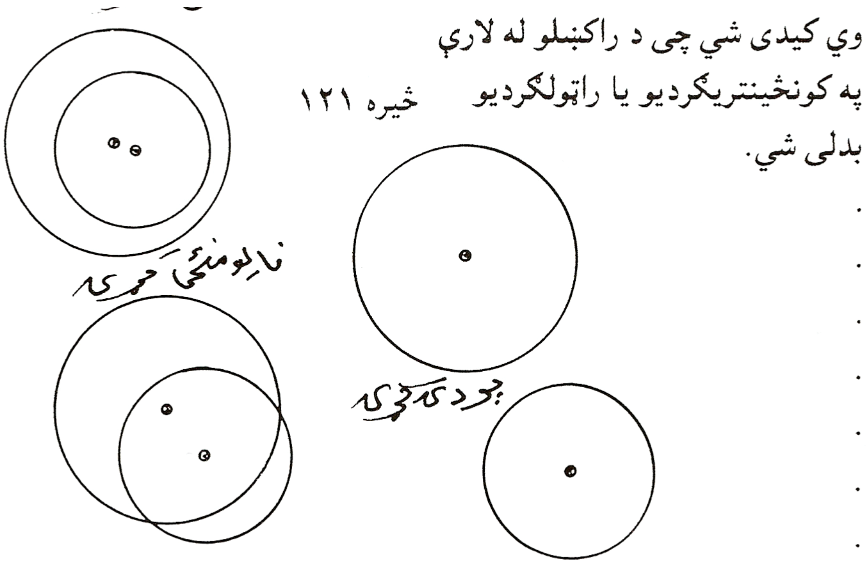


یو منځي کړی یا دايرې



نا یومنځي دايرې یا کړی

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدى شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چې منځ ټکي يې يو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غیر له دي اکسځینتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کیږي . که یوه ګردۍ توله په بله کی پرته وي کیدی شي چې د راکښلو له لاري په کونځینتري ګردیو یا راتولګردیو بدلی شي.

که ګردۍ یوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتي یا باقي شمیرنه له ستونځو سره مخامخ کیږي .که ګردۍ یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ یو دبل سره پردی بلل کیږي٠ د دي ګردیو ځیرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

ځو پیژندونه یا تعریفونه:

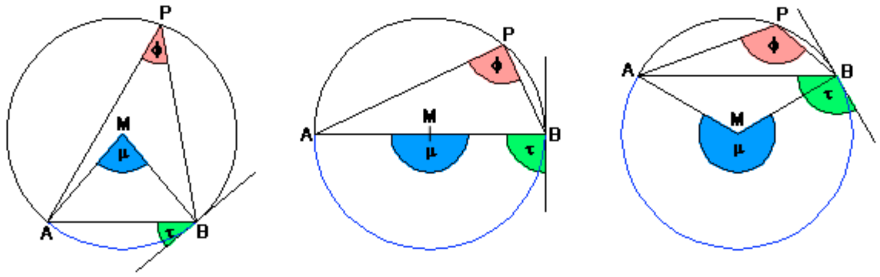
د ګردۍ هغه برخه ګردیوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه دایره (ګردۍ) د یوې کرښی له لاري یا کرښه باندې غوځه شي . داسی یوه کرښه غوځکرښه یاغوځوونی (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوځکرښه ګردۍ په دوه توټو ویش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ ځخه تیره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ویشي، چې دا بیا ګردۍ نیمووني بلل کیږ. هغه غوځوني چې له منځ ټکي تیره شي، د ګردۍ نیمی یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردۍ په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردۍ ځخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کیږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چې غوځي ، تنجنت او تیریدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چې ورسره بلد یو - کرښي دي .د یوه ګردۍ ځخه د دوه ورانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج او لیندۍ (Bogen) b سره. مخامخ ځیره ده

په لاندې ځیرو کې د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کین وښی لورته:

ګردیلینده Kreisbogen د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني) Kreissehne ، ګردۍ برخه Kreissektor ،

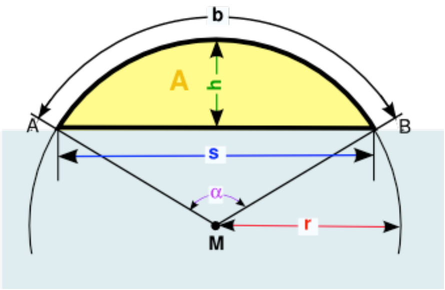
(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



1. Fall: μ < 180°　　2. Fall: μ = 180°　　3. Fall: μ > 180°

د ګردی توټه (د ځیرنې پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولرى)



ګردی توټهKreissegment ,
د ګردی توټی لویې:

- α = منځټکیکونج   Mittelpunktswinkel
- b = ګردیلینده   Kreisbogen
- h = د توټې جګوالی   Segmenthöhe

(c) ketabton.com: The Digital Library

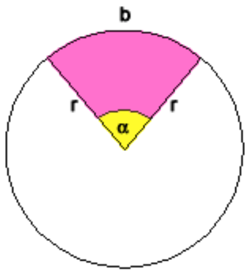
- Radius ورانګه= r
- Kreissehne (وتر) توته وونی = s
- Segmentfläche توټي هواره = A
- Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M
- Verbindung ترنه A-M-B = برابرپېنيز درېګودی

Formel zum Kreissegment د ګرديتوتي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radius ورانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توته وونی (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی يا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلـيـنـدي اوږدوالـیBogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونـج پـه درجه کـچ)(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlګـرديـکښ

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخې یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهوارہ
$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لیندي اوږدوالی یا د قوس--
r	Radiusوړانګه
α	منځتکیکونـج (پـه درجه (Gradmaß)Mittelpunktswinkel کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlګردیکڼ یا د دایرې عدد

د یوې ګردۍ او کرښو پروتڅایونه یوبل ته:

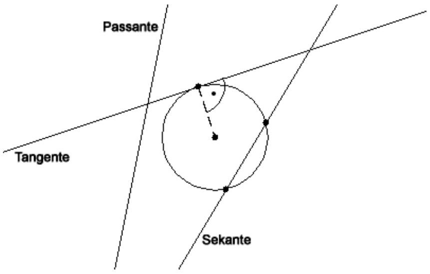
کرښه، چې ګردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې ګردۍ لمسوي یا د ګردۍ مماس دی، د ګردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له ګردۍ تیریږي، له ګردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

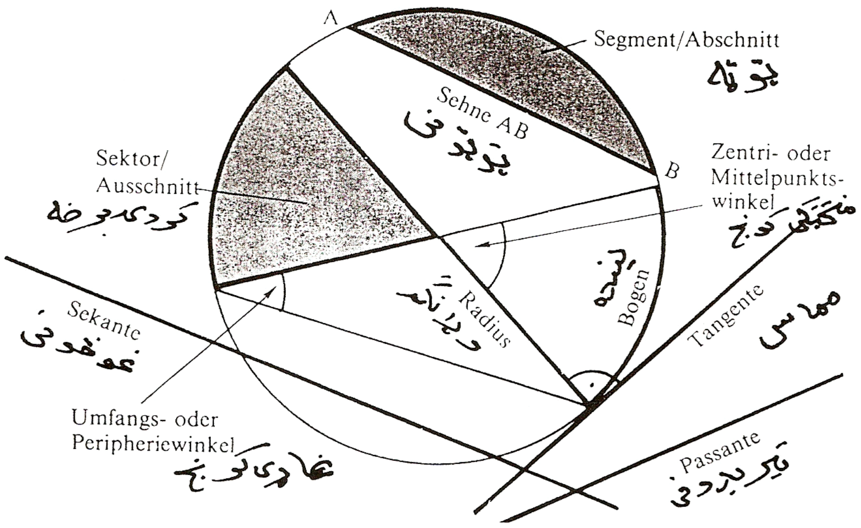
د کرښوپروتڅایونه د ګردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونېSekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

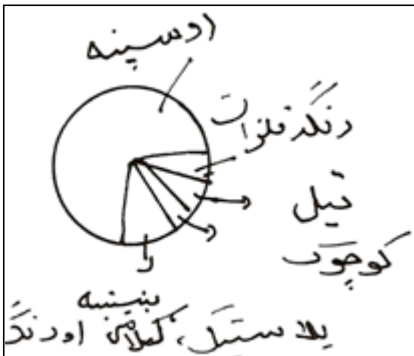
(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

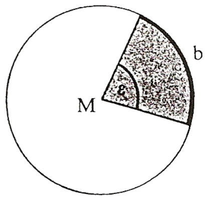
د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کې اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کې ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کې رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کې رسیږي، او تیل ۴ په سلو کې . یو ګردیدیاګرام وکاږی چې هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کې (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° څیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>کې وکښل شي یا لاندې

د ګردی برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لینده b تغیر خوري او لاندې باوري دي:

$$\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^\circ}$$</td>
<td>ε لویوالي
b ده
کې دیوه
یا ګردی اغوځي

خیره ۱۲۴</td>
</tr>
</table>

د ډبل برابرون د دویمې برخي څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخي د لیندې اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخی څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله: د سیکتور یا د ګردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخی (بیلګه مخ) هواره څومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

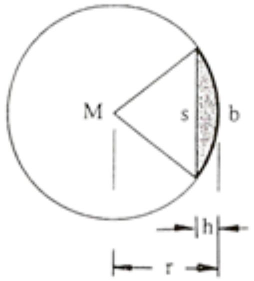
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردي هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خیره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره کټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان ځخه پوښتي چې ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدي شمیرلو لپاره، د مربع ځخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دي د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبی جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندي لاس ته راځي:

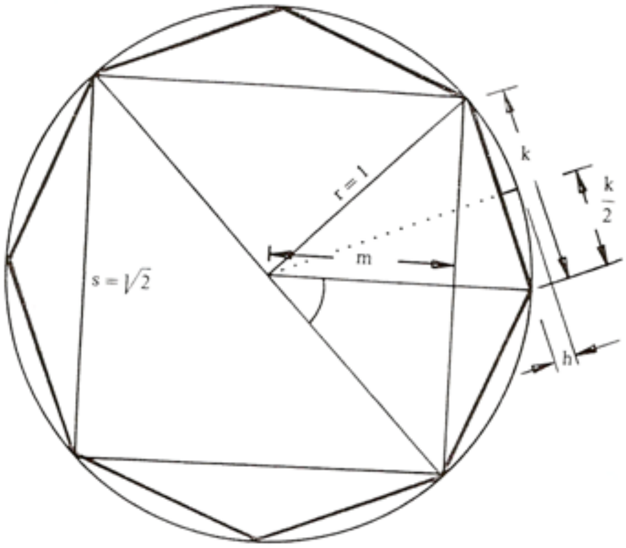
$$s = \sqrt{2} . 1 = 1{,}414 \text{ m} ; \quad m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0 , 756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له د ي سوه

$F_{\text{توپه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



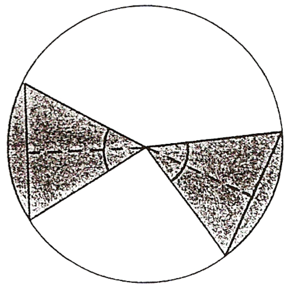
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښې ميز جوړيږي. ټوله غوزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.ميز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غوزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

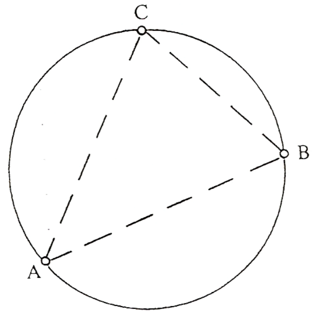
د مساوي ټوټوونو جمله



خيره ۱۳۱

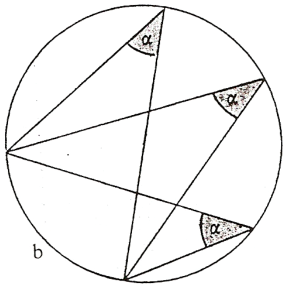
مساي اوړدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او مساوي ګرديبرخې لري .

د چاپيرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردی موجود ده چې د دريواړو ټکو څخه تيريږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردی بلل کيږي
خيره

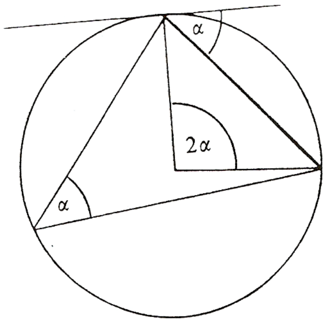
د پريفري – يا ژيکونج جمله



خيره ۱۳۳

په همغه لينده باندې ټول پريفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

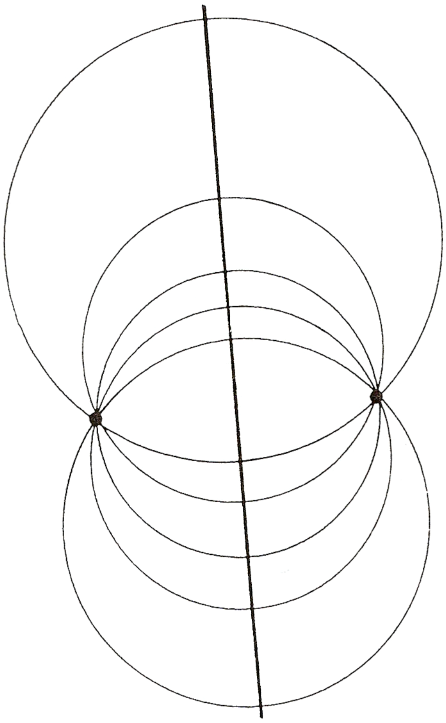


د منځنۍکیکونج او پریفریکونج یا ژیکونج جمله:

یو منځنۍکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې ترلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

څیره ۱۳۴

د منځنۍکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځنۍکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

دګردیوجمله چی په دوه ټکو کی
سره پریکوي

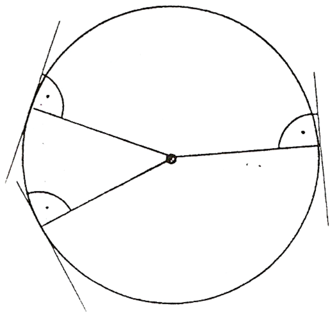
د ټولو ګردیو منځنۍکی چی یو بل په
دوه ټکو A او B کی غوځوي یو
ناپایکربنه باندې چی ځایلاین
(ځایکربنه) ورته وایي پراته دي.

څیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره يو په بل ولاړ يا نيغ پراته دي.

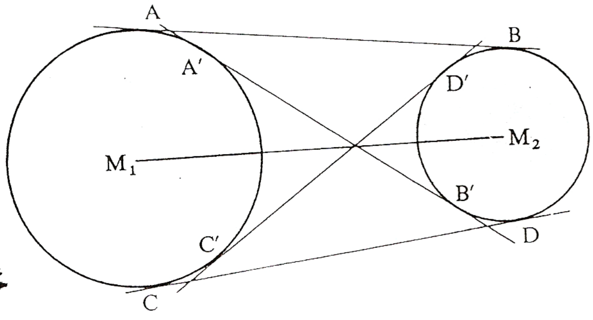


څيره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګرديو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نوميږي که د دوه ګرديو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چيرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅېوټي همغه اوږدوالی لري.

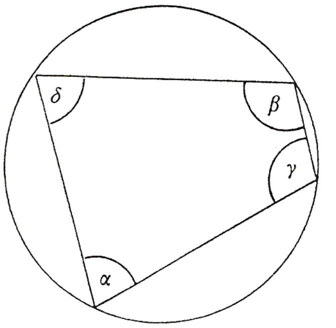
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



څيره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

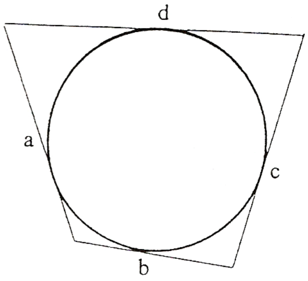


خيره ۱۳۸

$$\alpha + \beta = \gamma + \delta = 180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

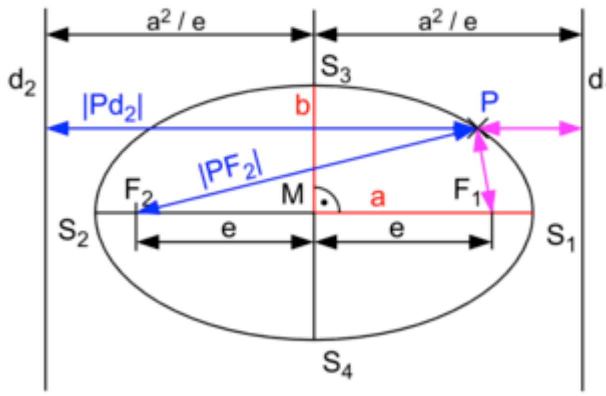
(c) ketabton.com: The Digital Library

٢ - ایلیپسی (بیضوي یا هګۍ) (دلته موخه هواره ده)

Ellipse

پیلبیلګه:

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل
کی تم کړی وو. دا چې په دې ډول یو میز سره تل د زخمي
کیدو خطر موجود دیپوښتنه رامنځ ته کیږي چې : داسی
یو را ګردشوی شکلی شکل ، چې ګردی نه وي او منظم
غوښ وي، شته، چې د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په
ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چې
لاندې څیره ښایي، چې هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته
یو ثابت واټن لري



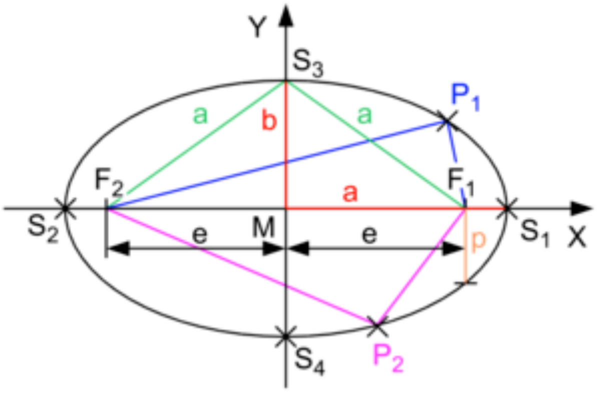
پیژند یا تعریف:

د ټولو مغوټکو P ډیري ته چې له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او
(F2سوزېدټکی یا بهتره سوزونټکو) څخه ثابته یا همغه
واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټنونو یا فاصلو ته سوزونوړانګی وايي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواتن یا فاصله یا لاینی ایکسنتریشیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینی نار اتوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوی او ووړ نیمحوورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیمحور a په اخر کی وتاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د Pټکی د b نیمحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چې د سوزونټکی تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محوورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کی هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

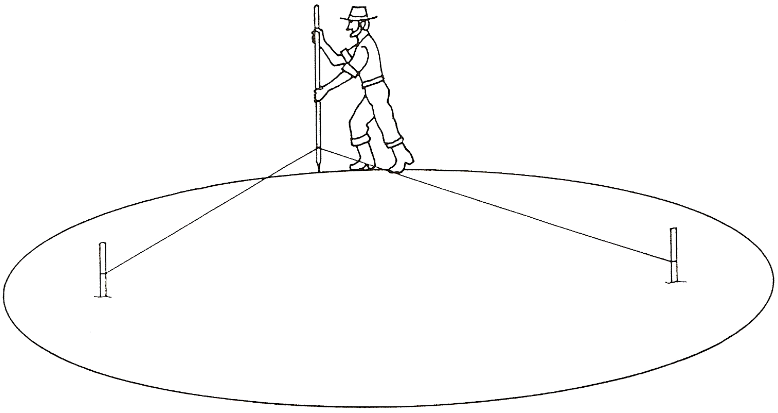
دا ځیره دي کران لوستونکي د تمرین په توګه وباسي• د یوې رسی، چې په 2aاوږده وي، په دواړو سرونو کي موږي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موږي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړی یا راکاږی او وګرځوی ، دلته کوم شکل چې پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. څيره په هر کواوردينات سيسم او يا په يوه ميلي متر کاغذد کونځينتري يا راټولو ګرديو په مرسته بل جوړښت امکان پيداکيږي، چې سړی د يوه ټکي دوه ګردی د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردی په Pb او دباندنی ګردی په Pa کې غوڅوي. که د Pb څخه يوه پرته کرښه وويستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچيرته يو د ايليپسی يا هګی يا بيضوي ټکی لاس ته راځي. د ايليپسی هر ټکی داسی پيدا کيدی شي .پيژندل کيږي چې هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هوارې دننه هم تغير خورې ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



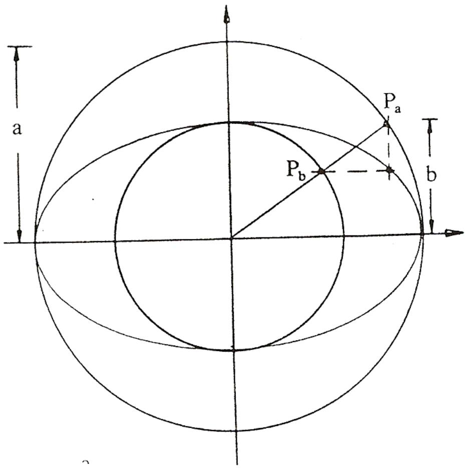
څيره ۱۴۱

او له دې چې r = a او (k.r =b د r لته د ګردی » لويه نيمه اکسی (محور) ده

جمله : د ايليپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



شیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$

اویا په په همدې توګه یا ⟺

$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ښیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

U ~ 1(1,5.1.95 - $\sqrt{0,95}$) 6,127 m <=>

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیږې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور – څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نزدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي (اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیری غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځای کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځای کړای شي؟

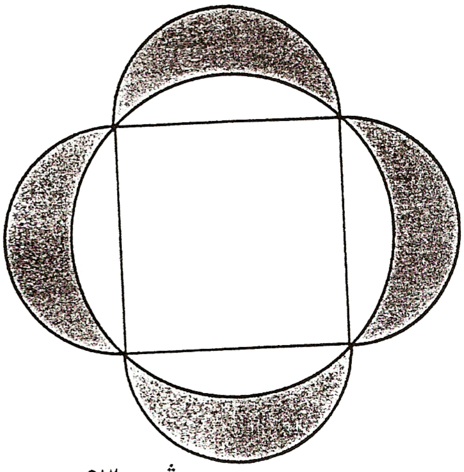
۵ – د غوڅهواره به یی د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

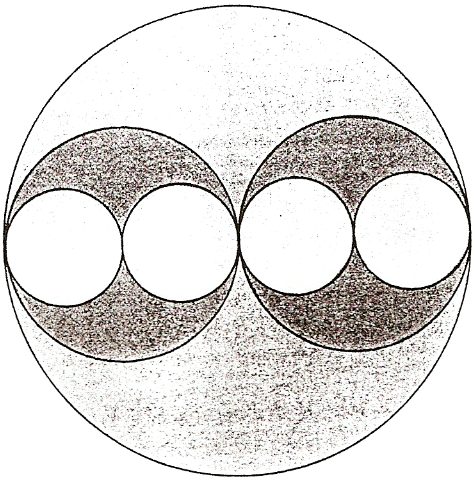
۷ - د ګردۍ چاپیرې څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



خیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (څیره ۱۴۳).

۹ - د څیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښايي چی د څلورواړو ګردیو چاپیرې د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرې.



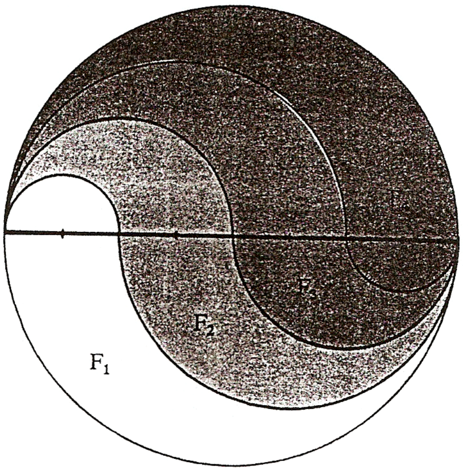
خیره۱۴۴

۱۰ - د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي r = 7,2 cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانګه یی r = 10 cm ده، که یوه ګردیکړی کیښول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندي ګردی وړانګه به څومره وي؟



خیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F1 او F2 ، لکه په خیره ۱۴۵کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یی r = 4 cm وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (خیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

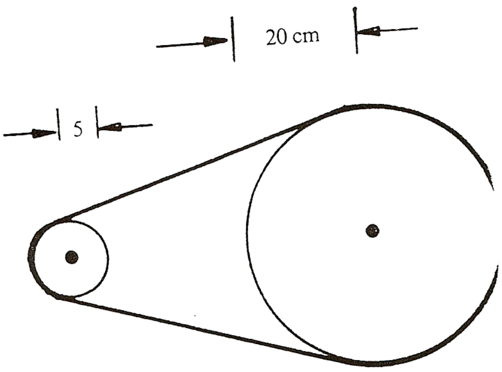
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ یا مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څېره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړي یا بهتره څرخونپټې په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې څپې په بلې څپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کې یوه دقیقه یعنې ډیره ټیك اره په برېښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د اړې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدۍ یا چټك دۍ، که د ماشینڅرخونڅرخی یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیرې او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیڅېره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردۍ په څیر راڅرخي. ددې چاپیرې وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

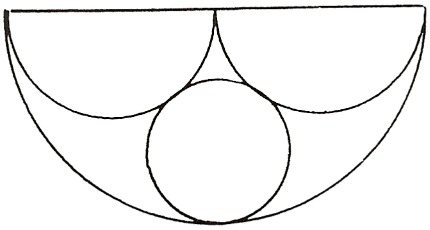
(c) ketabton.com: The Digital Library

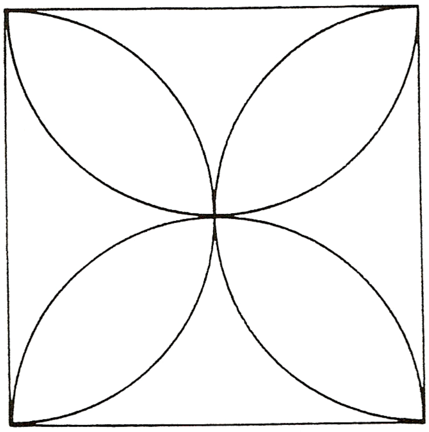
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتوني ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





شیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 8 : 5 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځنۍکي کونج

ب - د ګرديبرخی هواره.

۲۳ - کوم منځنۍکي کونج په لينديږ پورې اړه لري، چي

الف) ټيك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نيم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ - د يوې ګرديتبوټونی منځ ټکي کونج وشميری ، چی هواره يی همدومره لويه وي، که په وړانګه يی چی مربع .

۲۵ - يو مصنوعي ساتليت يا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کيلو متره جګوالي راګردوي يعني له ځمکي راګرځي يا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونخت يی ۱ ساعت، ۲۸ دقيق او ۲۶ ثانيي دي.

الف - سرعت يی څومره لوي دی؟

ب - په يوه دقيقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښيزو څيروونو يا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو ځخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په ځير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په ځير بلد يو. متناسبي اړيکي يا تناسب ټولګي يا ا ړيکي د کرښی په ځير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کي د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا بايد 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپين 5000 g اخلی او بايد: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونکي سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

يعني قيمت K دx په واک کي دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که دK(x) په ځای y وليکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کي د صفر له ټکي ځخه تيرېدونکي يوه کرښه ده.

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د مياشتي € 20 ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

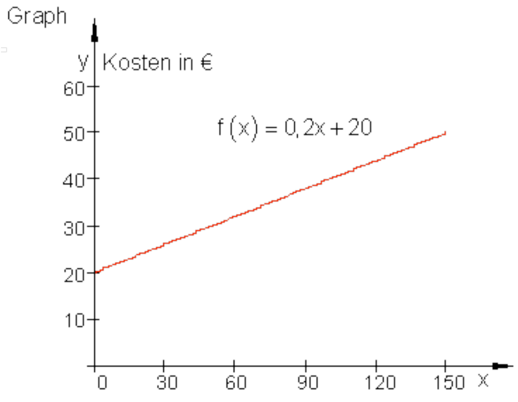
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کي يي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرني لپاره يي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبي يا حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده $y = f(x)$ په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پیسي باید تادیه شي	$0 \text{ min}: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30 \text{ min}: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60 \text{ min}: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ …………………………………… $x \text{ min}: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$
د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکي برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زیاتيز یا مثبت یا کميز یا منفي دی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښيز برابرون یا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول یې له پیله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا نسبتي توابع:

یوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل یا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه وونې) بلل کيږي.

دا چې دوارِه اخرني زیاتووني یا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف یا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

یوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې $x = x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b یا n لپاره لیکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرى: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$

.

تمرين ۱ :

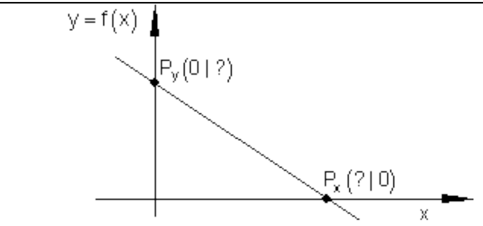
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاږی.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - د محور غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوڅتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چي : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی (Abszisse) :

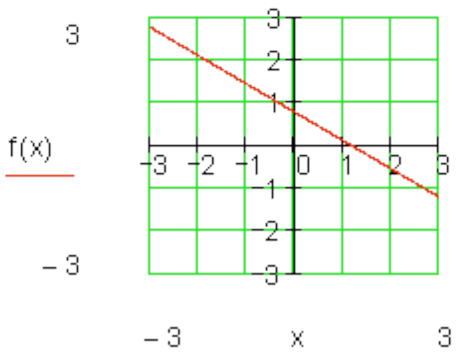
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.



$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

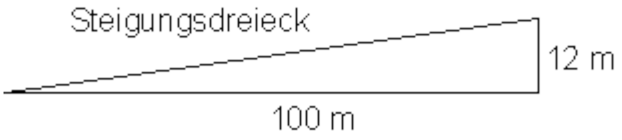
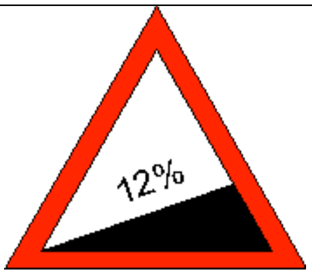
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کېښول کیږي یا نسبیږي یا غزېږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی 	

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: 12 m : 100 m = 0,12 ≙ 12%

پیژند(تعریف): جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	لاندې الماني په پښتو: ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

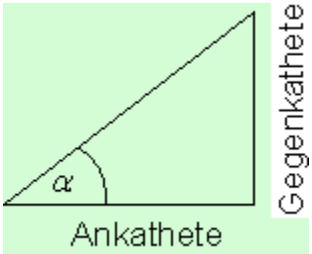
(c) ketabton.com: The Digital Library

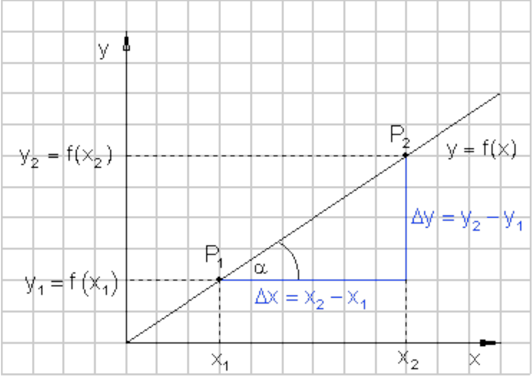
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له تکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دې د تکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاوندي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو تکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$\Delta x = x_2 - x_1$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستمم کي د کرښي جګوالی د یوه په خوښنه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چي اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یي د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدي دی، چي د a_1 ضریب د کرښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کرښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چي له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوي کرښي دوه ټکي د کواورردیناتي له لاري ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

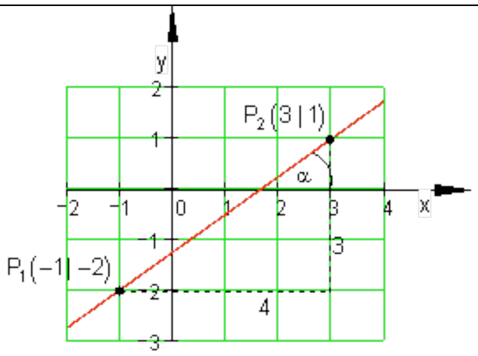
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرې

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

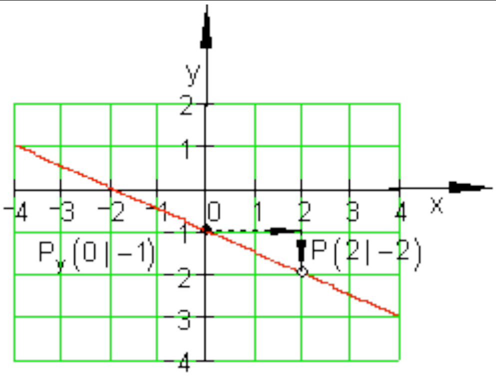
د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده. د يوې کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

(c) ketabton.com: The Digital Library

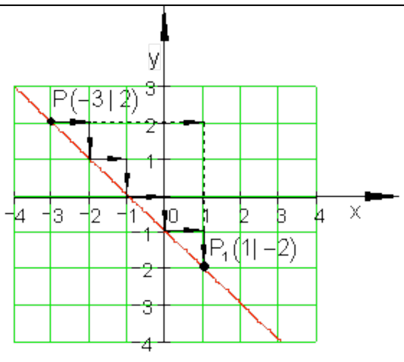
بیلګه : $f(x) = -0,5x - 1$ $a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2}$ $a_0 = -1$ ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوځوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.	

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بنه په یاد کې ونیسو:

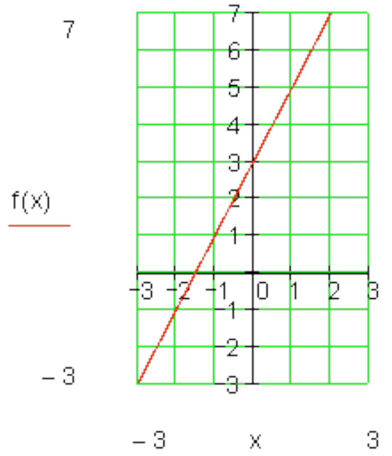
په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مختښي په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو تول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغي برابرې نتیجي ته بیايي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x+3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندي کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول څخه رسم کړئ.

د دي لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د ګرافونو له مخي یي و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

بیلګه:

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ یا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرینونه۳:

K_f د f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A \mid 4)$ او $B(-2 \mid y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیرې.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 \mid 0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ   19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې   250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پیسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ (ډېری) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده.

پیل ارزښت 250 kg دی.

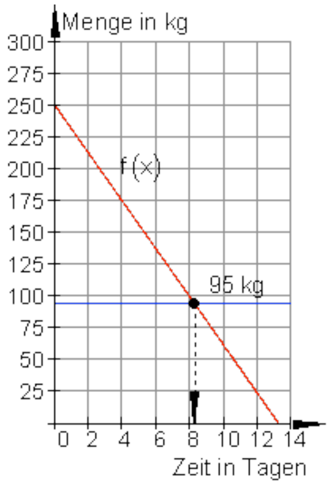
د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او
19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده.

دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي

$$f(x) = -19x + 250$$

ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام



وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش وركولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|:19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \,|:19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدې تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګڼيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاږی.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3,75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2,25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$

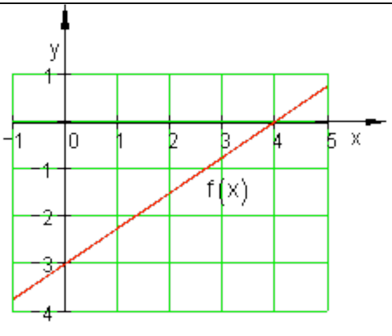
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y\mid -3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4\mid 0)$ او $P_y(0\mid -3)$

تمرين ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا غوڅټکی:

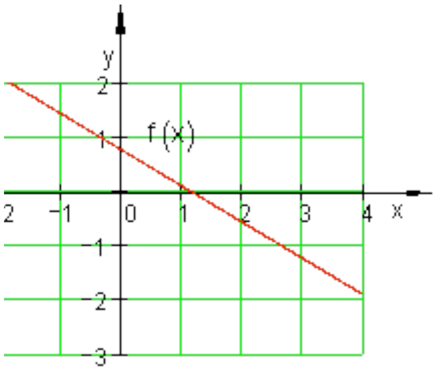
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\;\Big|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\;\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمايښت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرين ٣ : حل.

تمرينونه٣:

K_f د f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5 | 1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A | 4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|:1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2 | y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمایښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښیز مساوات**ا** .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$
ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.
الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟
الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7}|-1,54)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریف ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

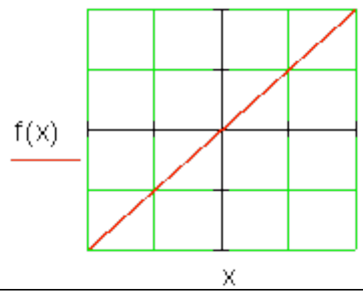
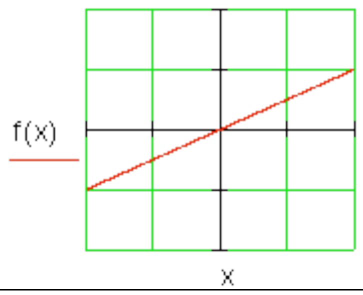
$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

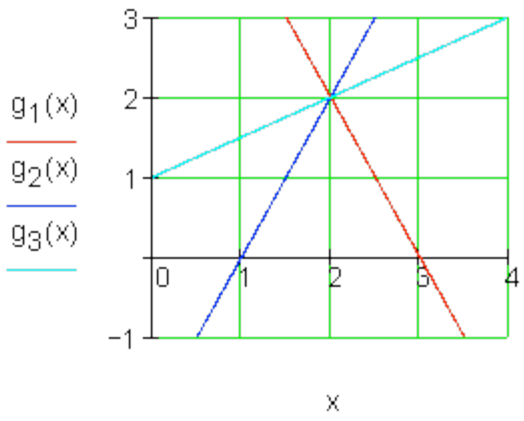
(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

	د لاندي برابرون له لاري کرښه g ورکړ شوي $g(x) = 2x + 8,2$ د څنګ څیري کرښه وټاکی، چي د$g(x)$ سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تیریږي. د دي کرښي تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.

دویم –

ټکی (3- ;P(4,5 په کرښه چي صفر(سرچینه ییزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((P(3;f(3 هم په دي کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

درېم –

تېکي(-2;C (2 ,(7-;1-)A(1;3), B او D(8;7) د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

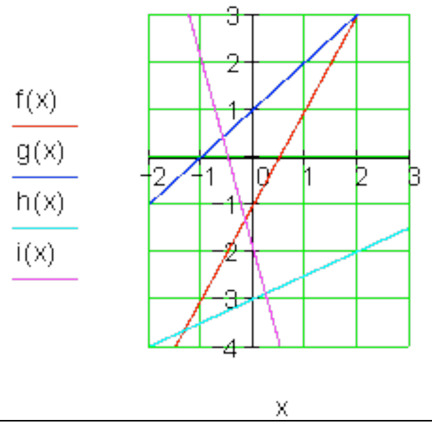
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x-5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او $f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېری.

شپږم- له څنګ خيرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.	

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P ټکي ځخه تيرې کربښي د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

يوه کربښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پيدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازمایښت

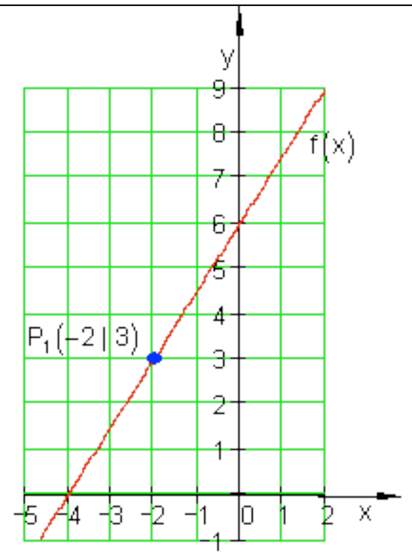
$$\begin{aligned} f(-2) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad 1,5\cdot(-2) + a_0 = 3 \\ &\Leftrightarrow \quad -3 + a_0 = 3 \;|+3 \\ &\Leftrightarrow \quad a_0 = 6 \end{aligned}$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمایښت:

$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$

$f(-2) = 1,5\cdot(-2) + 6 = -3 + 6 = 3$



بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حیواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زیرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - یو تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کړي

ب - په څومره سټ یا ډېرۍ به دا د وښو زیرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کیلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 | 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکیدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د یوې کرښې جګوالی او یو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن یا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شمیرنه تویزه سرته رسیږي. دا مو بیا یو فرمول ته لاربنوده وي.

یوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 | y_1)$ ټکي څخه تیرېږي.

د کرښمساواتو تولیز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 | -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3 | 4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

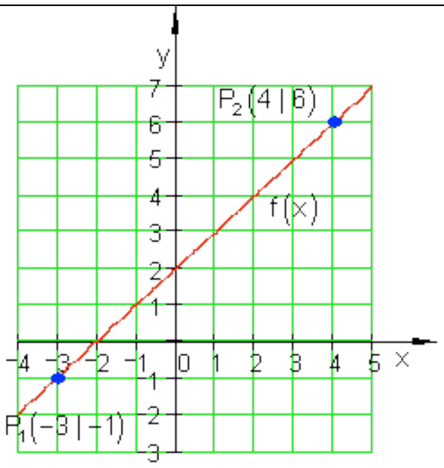
$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي.

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

	$P_1(-3 \| -1)$ $P_2(4 \| 6)$ وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي ټاکنه: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$ جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ وروسته له دې چې جګیدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کیږي لکه په لومړي حالت کي. د ټکو ازماینت لپاره بی پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي، ځکه چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازماینښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخی کچوني) لپاره مختلفي د تودوخی یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم حالت لپاره هم کیدی شي شمیرنه په تولیزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$.

جګوالی:
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$
$$, = y_1 \mid - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښیزومساواتو یو تولیزه بڼه ده .

په زیاتو ادبیاتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$

چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کارونې لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ او $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د(f(x تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تیریږي.

د(f(x تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4\mid -1)$ $P_1\left(-3\,\middle|\,\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,4\right)$ $P_1(-4\mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0\,;\, a_0 \in \mathbb{R}$

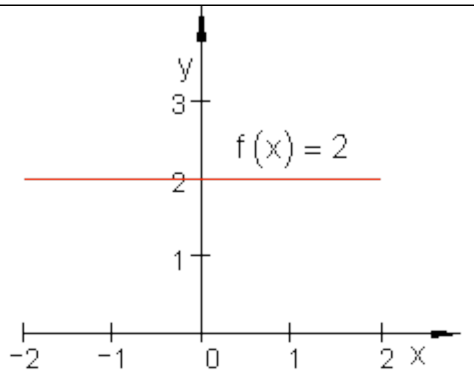
یو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.

د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.

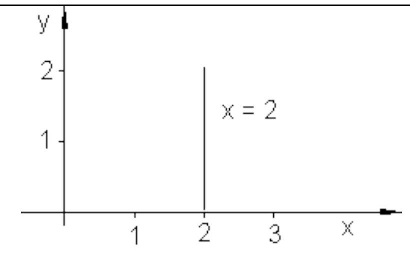


د y- محور سره غبرګه. $x = a\,;\, a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. $x = 0$ د

y- محور مساوات دي.



بیلګه:

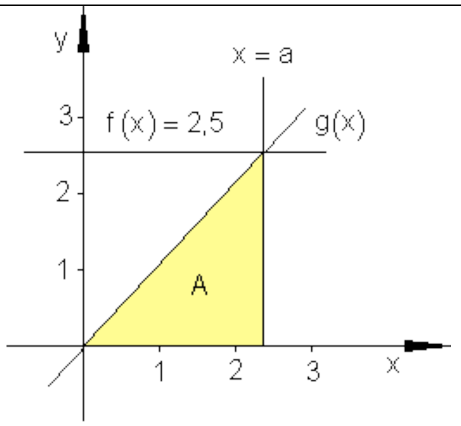
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د($P(a \mid f(x))$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښي سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکۍ چي وسطحه د سطحي څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دي حالت لپاره د$g(x)$ تابع مساوات څنګه دي؟

 	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او $h=f(x) = 2,5$ سره د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چي د سرچيني کربنه $g(x) = a_1 x$ $(a_0 = 0$ د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکۍ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه كرښيزه اړيكه پرته ده، نو ټكي P_1 اوP_2 په يوه كرښه پراته دي.

د كرښي عمومي كرښيزه بنه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاكلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټكي ازمايينت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. $^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

كرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندې كرښيزو توابعو ګرافونه و كاږی او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاكى

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2 ; D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} ; D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3 ; D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کربنه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4) ; P_2(7 \mid -1) ; D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1) ; P_2(2 \mid -3) ; D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3) ; P_2(-7 \mid -1) ; D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4) ; P_2(4 \mid 2) ; D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسرئ راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = 5 - x$ ب - $25 = x + 8$ پ - $\frac{3}{4} = \frac{2}{3} - x$ ت - $\frac{1}{3} - x = \frac{5}{9}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{matrix} I & 5y - 3x = 1 \\ II & x = y + 1 \end{matrix}$ ب - $\begin{matrix} I & 4x + 5y = 32 \\ II & y = 5x - 11 \end{matrix}$ پ - $\begin{matrix} I & 15y - 4x = -50 \\ II & x = y + 7 \end{matrix}$

ت - $\begin{matrix} I & 3x = y + 15 \\ II & 2y - 10 = 2x \end{matrix}$ ټ - $\begin{matrix} I & 2y = 2x - 40 \\ II & 3x = 10 - 2y \end{matrix}$ ث - $\begin{matrix} I & x + y = a + b \\ II & x - y = a - b \end{matrix}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دویمې کرښې د تابع(x) f_2 سره غوځېږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوځټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوځټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅېدکي د x محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅېږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوڅېدکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅېږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅېدکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمي کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکيP_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښیزې توابع XIV

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکی:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په -3 کې غوڅوي.

دا وټاکی:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$کې غوځوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\; f_2(x) = -4x - 2\,;\; D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\ f_2(x)=-4x-2\,;\ D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\ f_2(x)=3x-6\,;\ D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

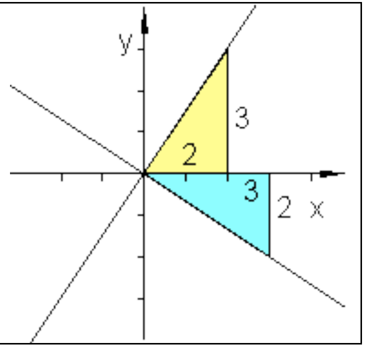
ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\ D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

:Vorübung له مخه تمرین:

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږئ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

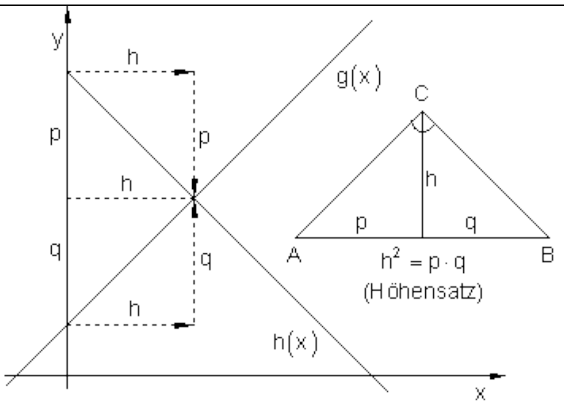
د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کرښي g او h غوځېکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\|3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\|3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	غوښتنه:دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښي تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D=\{\,x \mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کرښوg او h غوځېکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) د h کرښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D=\{\,x \mid -5\le x\le 4\,\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

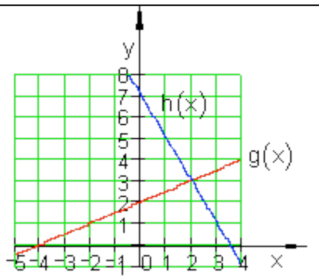
$a_{1g}=\frac{1}{2}$ له $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او d $h(x)=-2x+a_{0h}$

$$S(2|3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$

$$S(2|3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوښتکی (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوښيدو) ټکی و ښايی او کرښي په يوه افقی-عمودي سيستم کي وښاياست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دويم - $g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$

دريم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

يا دا لاندي
د دوه کرښو غوښتکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکی وشميری او کرښي په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کي وکاړی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوښتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $P_1(2|-3)$ پیداکړو ، چې له $g_2(x) \perp g_1(x)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره د(x)K مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ ‎که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چي په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرى یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب ښخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دى د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځاى په ځاى یا فیکس قیمتونهK هغه قیمتونه دي، چي که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسي نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسي(E(x= قیمتP . ډېرىx یعني $E(x) = P.x$

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرى یا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ټرکه د(G(x نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که(G(x زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دى، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په 20 € .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپڅیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرې یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرې سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځي تولیدډېرې فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

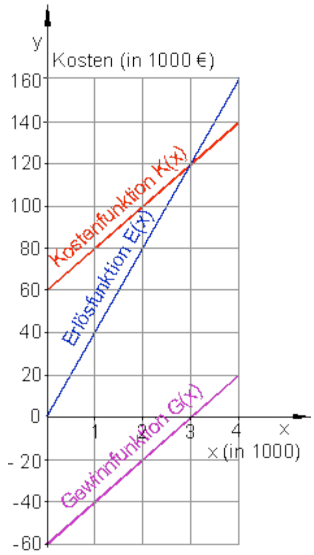
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولېيا پوله کيدى شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړاى شي. د غوڅتکی x کواوردينات د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځاى کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدى شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. يعني 000 100 داني يو يوون يا واحد دی. همداسي لګښتونه د پيسو واحدونو(-يوونونو) ته سره راټوليږي، د بيلګي په توګه€ 000 9000 و9 د پيسو واحدونو(يوونونو(ته (9 GE).

پرته له دي د لګښت واحد(يوون) لپاره سړی په ټاکلي پيسو واحد (يوون) پوري مربوط نه دی

بيلګه:

د يوه ټاکلی توليد لپاره دي د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټي په پولي Break-even-Point کي ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \,|\, +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \,|\, : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول توليد: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټي پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد يا ډېری يوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کي پرته ده، په دي ځای کي لګښت 5,5 GE (GE پيسو يوون لپاره) دی.

پوښتني:

کرښيزي توابع برخه IV

لومړی –

د کرښيزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 \,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 \,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 \,;\, f(2a) = -1$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربښه وښايی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2(1|1)$ تیریږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دريم –

وښايئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کربښه پوت دی.

د کربښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کربښه چې له (P (2,5 | 0 تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0.5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کربښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

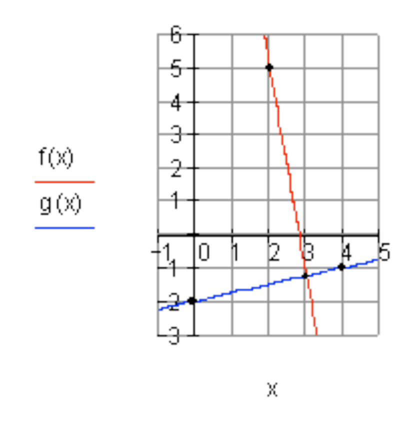
شپږم –

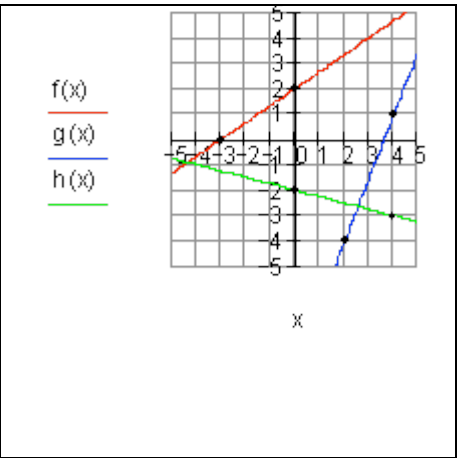
لاندې څيرې د کربښيزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

ب-	الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library





اوم –

د دواړو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4}; g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3; g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1; g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2; g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایی چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h : 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i : 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i : 2x - y = 3$

دویم –

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړل شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

دریم –

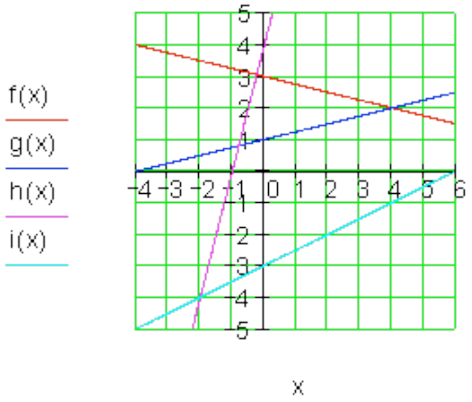
د دواړو توابعو غوڅټکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- ټول توابع مساوات وټاکی.

ب- د f(x) او g(x) غوخټکي وشميری ،
همداسې د h(x) او i(x) .

پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې

غوخوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړی

ت- د ځلورو نه جوړه موازي کرښو

زيات له زياته څومره غوخټکي لري؟

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړي کرښې يو بل په S(-2 | -1) کې غوخوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قيمت لري، 120 000 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرسته دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په نرخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يې کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښايی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

2.4د کربنیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کربنیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلې. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 \mid 3559)$ او $P_2(27 \mid 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بتسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

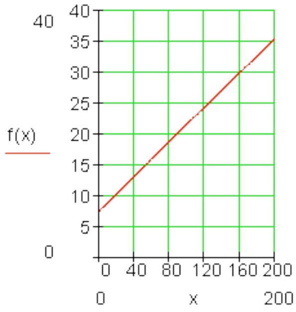
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل: الف-



اینبوونه:

$$\begin{aligned} &1\ \text{kWh}:\ 0{,}14 \cdot 1+7{,}50 \\ &2\ \text{kWh}:\ 0{,}14 \cdot 2+7{,}50 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &x\ \text{kWh}:\ 0{,}14 \cdot x+7{,}50 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0{,}14 \cdot x + 7{,}50}}$$

د تابع ترم:

$$x \triangleq \text{kWh}\ ;\ f(x) \triangleq €$$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

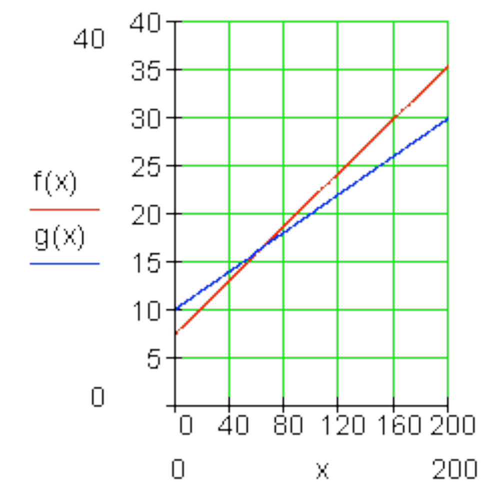
ب-اینبوونه: $f(x) = 0{,}14x+7{,}50$ د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسي €30 دي

$$\begin{aligned} &\Rightarrow f_4(x) = 0{,}14x + 30 \quad P(x \mid 150{,}4) \\ &\Rightarrow f_4(x) = 0{,}14x + 30 = 150{,}4 \\ &\Leftrightarrow 0{,}14x + 30 = 150{,}4 \mid -30 \\ &\Leftrightarrow 0{,}14x = 120{,}4 \mid : 0{,}14 \\ &\Leftrightarrow x = 860 \end{aligned}$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-



پ-لومړی پلورونکی: $f(x) = 0,14x+7,50$

دویم پلورونکی: $g(x) = 0,1x+10$

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x$$
$$\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 ; -7,5$$
$$\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$$
$$\Leftrightarrow x = 62,5$$

بیلګه III

د ونو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د ونو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت $x = 0$ دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid : (-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتې بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرايط دي :

هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتې بنسټ قيمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(يوه سکيڅ ترتيب کړئ)

الف – په څومره دقيقو کې دواړه قيمتونه برابردي؟

ب – ته د مياشت د تلفون لپاره لري(پيسې نيا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتيجې په يوه پروت ولاړ – يا کواوردينات سيستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$
\begin{aligned}
K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\
&\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\
&\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid : 0,02 \\
&\Leftrightarrow x = 175 \\
K_1(175) &= 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19 \\
K_2(175) &= 0,08 \cdot 175 + 5 = 19
\end{aligned}
$$

له 175 دقيقو وروسته لګښت برابر دی..(19 €) .

ب –

$HB:$

$$
\begin{aligned}
K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5 \\
&\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid : 0,06 \\
&\Leftrightarrow x = 275
\end{aligned}
$$

$HP:$

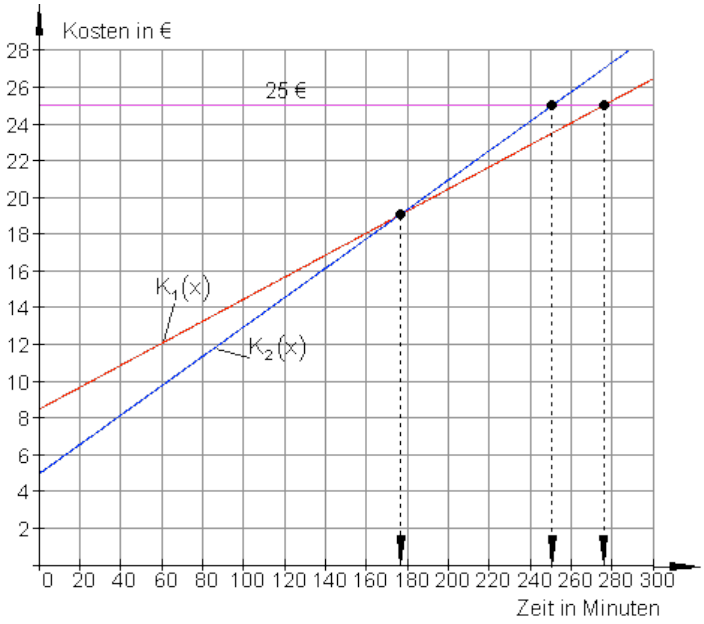
$$
\begin{aligned}
K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5 \\
&\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid : 0,08 \\
&\Leftrightarrow x = 250
\end{aligned}
$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقيقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP فقط € 25 د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخوونې جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ 300 = k_v دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (E(xده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېری سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څومره لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قيمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټي پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د   1200 توليدډيری سره فابريکهګټه کوي.

د ګټي پولي کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه   .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د مياشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

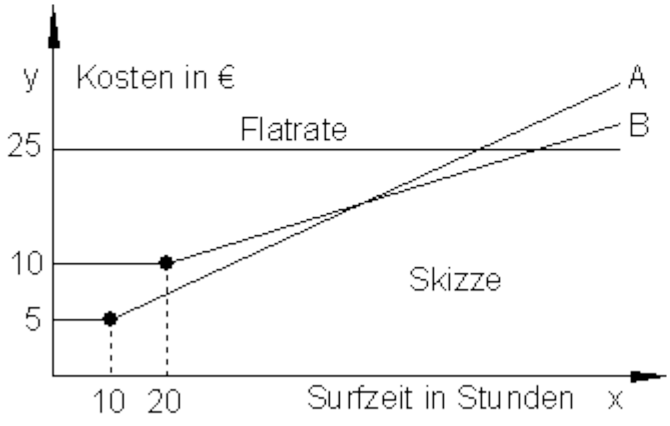
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB   لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دئ؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېت رېت وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min   دلته ۶۰ دقیقې دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€ د بنستلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي (P(10;5

په دې ټکي کې د (KA(x ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستيپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 | -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

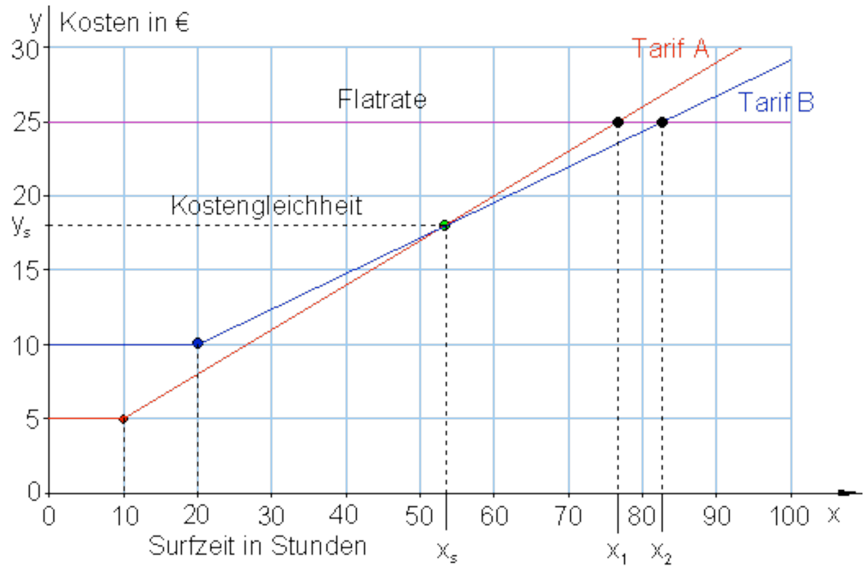
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام 2,5h.30 = 75St. ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0{,}3x + 2 = 0{,}24x + 5{,}2 \mid -0{,}24x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x + 2 = 5{,}2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 3{,}2 \mid : 0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0{,}24x + 5{,}2 = 25 \mid -5{,}2$$
$$\Leftrightarrow 0{,}24x = 19{,}8 \mid : 0{,}24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82{,}5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $x - 5 = 9$ پ - $8 + x = 25$ ت - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ټ - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهېنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکچګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزي دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښيز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وږوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی g 350 د کافي داني د ماشين لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسي باید ورکړ شي، که د کافي بوتل g 400 پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشې حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېرى يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د میشاتي بنستنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلنې لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسې؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^{0}C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^{0}C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د يوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټيټېدونکي کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

کرښيز مساوات XVI

لومړی: يوه د ميوې وېستني فابريکه په خپل موټر د ښناک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د مياشتې فيکس يا ځای په ځای لګښت € 840 شميري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره يو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – يو د موادو رسولو شرکت د ښناک موادو رسولو لپاره په هر کارتن € 1,15 وړانديز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت يو ترم وليکی. د کوم د رسولوګنون يا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د ميوې فاربريکي ته يو وړانديز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دويم –

په يوه ملي اقتصاد مودل کي مصارف کرښيز د چمتوالي معاش په واک کي دي. د يوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم وليکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشميری که معاش € 800 همداسي € 2500، همداسي € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کيږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټوليزې اويکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زياتولی .dx دی. څو په سلو کي د معاش زياتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی اورږد $l_0 = 85\ m$ دی او د پرسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني بارورونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

پوښتنې

کربنیز توابع برخه XVII

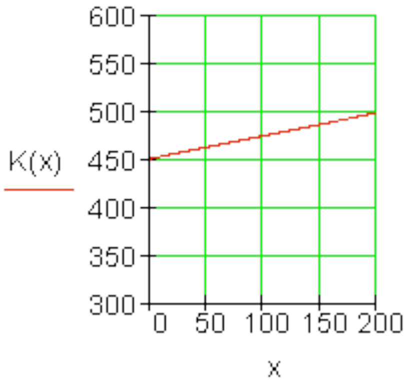
لومړی: څیره د یوه کربنیز لګښت ګراف بنایي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x دېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستړ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

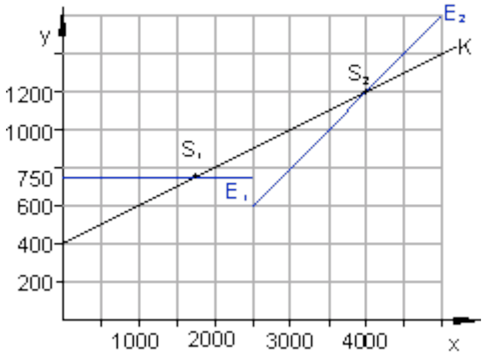
ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کي لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کي دی.

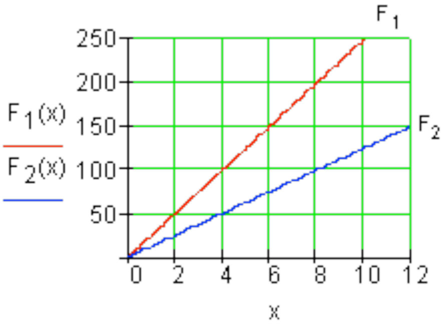
الف- د 1000 همداسي3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.



دریم: د دې لپاره چي یوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- په فنر F_2 د فنر ثابته D وټاکئ. څه معنا لري؟ ب- یو ترم وټاکئ، چې له تغیر x څخه د قوې یا زور F په واکوالی تشریح کوي. ایا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغیر لپاره اړینه قوه F_G کره یا معلومه شي؟ پ-ایا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغیر لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟ ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟	

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کربنیز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنئ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات وليکئ او په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کيلرواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ مياشتني لګښت مساعد پلورونکی پيداکړئ.

پ- په پروتولاړ-يا کواوردينات سيستم کې د کرښو غوڅيټکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښيزه تابع $f(x) = 0{,}4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زياتيز يا مثبت لور په ۴ يوونونو يا واحدونو راکښل کيږي. د راکښلي کرښي تابعترم $g(x)$ وټاکئ. $g(x)$ څنګه له $f(x)$ څخه جوړيدی شي؟

پوښتني

کرښيز توابع برخه VIII

لومړی: يوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ يې وليکی او د هر ګراف په يوه مناسب کووردينات سيستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1,25x + 1,5 \quad x \in \mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب - $f(x) = -4x - 3,5$ پ - $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت - $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ - $f(x) = 2(x + 1,25)$ ث - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x) = 1,5(x-2) \;;\; h(x) = 1,5x - 2 \;;\; i(x) = 1,5(-x) \;;\; j(x) = 1,5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پې واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

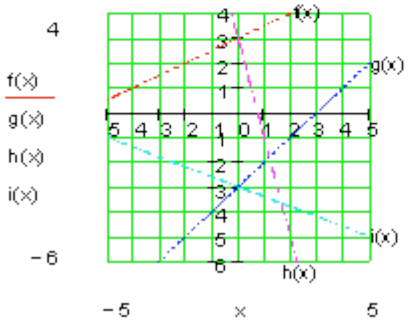
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د x = 140 دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شوندو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- دK(x) (دلګښت تابع) اوE(x) (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \ f(x) = -4x + 3$ $g_2: \ 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \ f(x) = x - 3$ $g_4: \ f(x) = 0,5x + 3$	

کربنیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربنیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) > 1 ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرى يا ـــسټ وټاكئ، كه $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و كښوئ، چې كښول شوې كرښه د x -محور په x=-2كې غوڅه كړي.

دويم: دوه توابع f(x) اوh(x) وركړى. د كرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيرېږي.

h(x) وټاكئ، كه h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د كرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاكئ، كه لاندط اړيكي معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټكي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $\mid P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه كرښه پراته دي.

پنځم: كرښه g داسې راكاښل كيږي، چې راكښلې كرښه h له ټكي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاكئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د كومو ارزښتونو لپاره كرښه په ټكو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ كې جګوالى $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل كړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاكئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټكى وځټاكئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وخ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنئ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسې سیستم له دوه برابرونونو یا مساوتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلارې شته، چې سرې حل ته ورسیږي

په لاندې einsetzen in = په ... کې اینوول.

د جمعې تلنلار:

مساواتسیستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوښي(قطاع، که قطعه؟) د جمعې تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	لومړی: مساوات ورته داسې بڼه بدل کړئ، چې ضربیونه (ترمخ عددونه یا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښې پوري سره سروخوري.
$7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) + $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسې یې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کې اینوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کې کیږدئ او **y** پسې یې حل کړي. څلورم: حلست یا حلډېرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1\mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اېنووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم	د اېنووني تلنلار: د اېنووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات**(I)** د **x** پسې حل کيږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دويم: د بني اړخ ميندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې اېنبول کيږي او د **y** پسې حل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینوول کيږي، دا بیاپه **x** پسې حل کيږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$

$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1 \mid 2)\}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسید ستم د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره

واریانت 2 $x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کيږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid : 3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دښي لور مېندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کېږدئ او په **x** پسې يې حل کړئ.

3\.

$x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره مېندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې اېښوول کيږي، او دا بيا د متحولي **y** پسې حل کيږي.

څلورم: جلسټ وليکئ

$= \{(1|\ 2)\}$

پنځم: ازماېښت د اېښوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک يوګوني تلنلرې ټيک وګوري، پيژني، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلي تلنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله دی لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا څواب تلنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

$(I)\ \ y = 7x + 8$ $(II)\ \ y = -2x - 1$ د برابر اینبووني لار $7x + 8 = -2x - 1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x + 8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$	x1=1 په (1) کې اینبوونه y=7x+8 $y = 7 \cdot (-1) + 8$ $\Leftrightarrow y = -7 + 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: $L=\{(-1 \mid 1)\}$ ازماېښت $(I)\ \ y = 7x + 8 \Rightarrow y = 7 \cdot (-1) + 8$ $\Leftrightarrow y = -7 + 8 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$ $(II)\ y = -2x - 1 \Rightarrow y = -2 \cdot (-1) - 1$ $\Leftrightarrow y = 2 - 1 \Leftrightarrow y = 1\ (w)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۲:

y=3 اینوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x - 12 = 8 \;\vert +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \vert : 2$ $\Leftrightarrow \underline{x = 10}$ حل: $L = \{(10 \vert -3)\}$ ازمایښت $(I)\;\; 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2\cdot 10 + 4\cdot(-3) = 8$ $\Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \;\; (w)$ $(II)\;\; 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2\cdot 10 - 5\cdot(-3) = 35$ $\Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35 \;\; (w)$	$(I)\;\; 2x + 4y = 8$ $(II)\;\; 2x - 5y = 35$ د جمعي لار: $(I)\;\; 2x + 4y = 8$ $(II)\;\; 2x - 5y = 35 \vert \cdot(-1)$ $(I)\;\; 2x + 4y = 8$ $(II)\;\; -2x + 5y = -35$ } + $9y = -27 \vert 9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -3}}$

بیلگه ۳ :

X=1 په (1) کې کیږدئ x+2y=5 $1 + 2y = 5 \vert -1$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \vert : 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\;\; x + 2y = 5$ $(II)\;\; -x + y = 1$ د اینووني لار; (II) په y پسي حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ (II) $-x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ دw رښتيا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2=5 \mid -2$ $\Leftrightarrow 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=1}}$

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

(I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $y = -5$ ایبنوونه په کې حل: ازماېښت	(I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ (II) $\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زیاتون یا جمعې لار: (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ (II) $\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid : (-2)$ (I) $\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ (II) $-\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}$ $x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. كښته هم همدا دى......................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

ditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4 \\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$$

$$-10=2y \mid :2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2 \mid -5)\}\ x,y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

يادونه:

مساواتسيستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر کيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسئ مساواتسيستم کربنيز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(I)\quad x - y = -2 \qquad L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);\ldots\}$$
$$(II)\ \wedge\ -2x - y = 1 \qquad L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);\ldots\}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$(I)\quad x - y = -2 \mid +y$$
$$(II)\quad -2x - y = 1 \mid +y$$

$$(I)\quad x = -2 + y \mid +2$$
$$(II)\quad -2x = 1 + y \mid -1$$

$$(I)\quad x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2$$
$$(II)\quad -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1$$

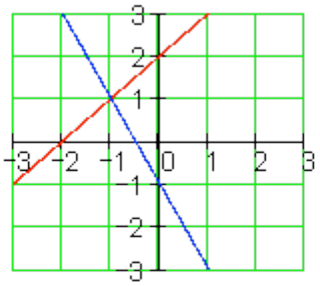
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړۍ د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-دېرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اېښوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسمونې لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوځې کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کتمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناتیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x + 4y = 4$ $(II)\quad 5x + 2y = 1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x + 4y = 4$ $(II)\quad -10x - 4y = -2 \mid$ $\}+$ 0=2 نو دا ناتیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي L={}

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x + 4y = 2$ $(II)\quad 5x + 2y = 1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x + 4y = 2$ $(II)\quad -10x - 4y = -2 \mid$ $\}+$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسيستم I

مساوات سيستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښيزمساواتسيستم، سيستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف-
$$\begin{aligned}(I)\quad & 5y - 3x = 1\\ (II)\quad & x = y + 1\end{aligned}$$

ب -
$$\begin{aligned}(I)\quad & 4x + 5y = 32\\ (II)\quad & y = 5x - 11\end{aligned}$$

پ-
$$\begin{aligned}(I)\quad & 15y - 4x = -50\\ (II)\quad & x = y + 7\end{aligned}$$

ت -
$$\begin{aligned}(I)\quad & 3x = y + 15\\ (II)\quad & 2y - 10 = 2x\end{aligned}$$

د ويم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a)
$$\begin{aligned}(I)\quad & 2y = 2x - 40\\ (II)\quad & 3x = 10 - 2y\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3\\ (II)\quad & \frac{x}{4} + y = 8\end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned}(I)\quad & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3\\ (II)\quad & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}\\ (II)\quad & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}\end{aligned}$$

دريم: د لاندې مساواتسيستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a)
$$(I)\quad \frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$$
$$(II)\quad \frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$$

b)
$$(I)\quad \frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$$
$$(II)\quad \frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$$

c)
$$(I)\quad \frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$$
$$(II)\quad \frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$$

d)
$$(I)\quad \frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$$
$$(II)\quad \frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

$$(I)\quad \frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3} \qquad (II)\quad \frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (ببلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

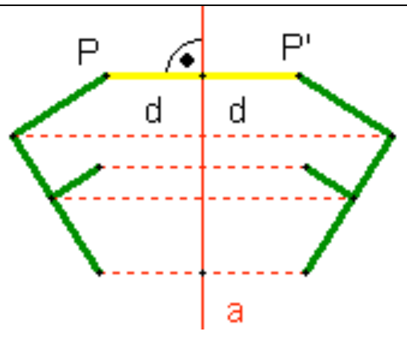
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځېره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي ’P داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندې ځېره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په ’P د a په محور داسي منعکسه شوي، چې هر یو ټکی P او ’P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي ’P د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږی .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

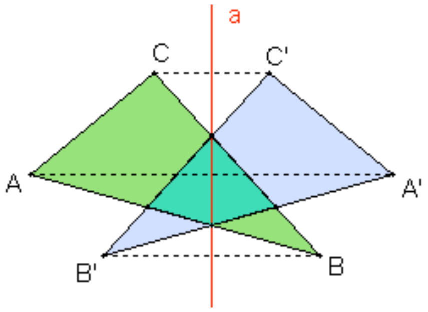
۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی.

ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .



فعاليت ۱ :

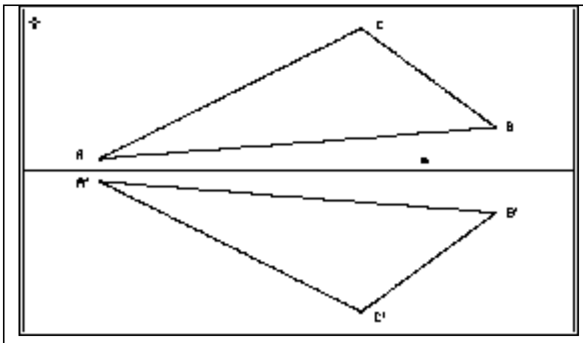
په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېړه کي د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسي تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

ب) په y محور منعکس کړئ.

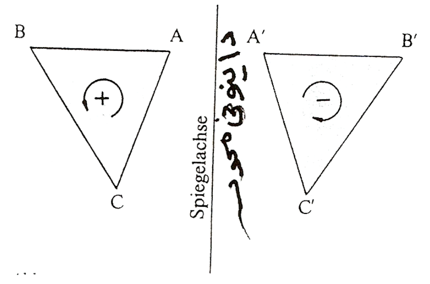
۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

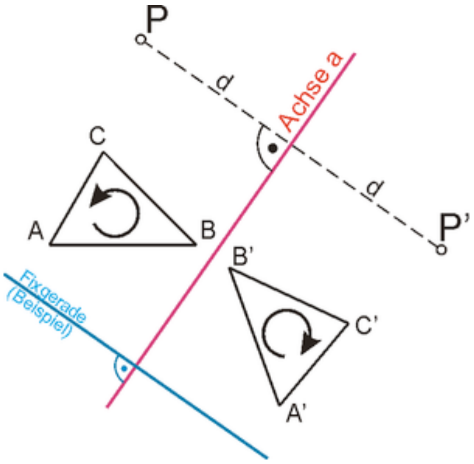
که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکئ.

دلته که بله وتکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چي مثلث ABC ته د مثلث A'B'C' شکل برعکس یانې عکس یې دی

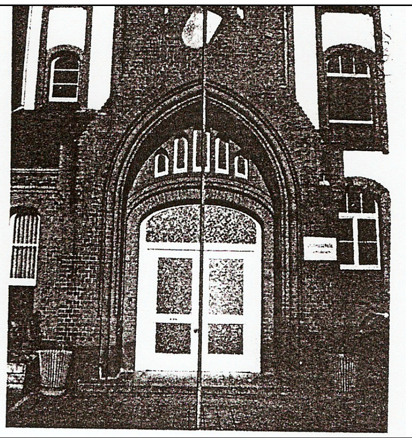


۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چي څنګه یي صورت نیولی - تشریح کړئ.



۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چي په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

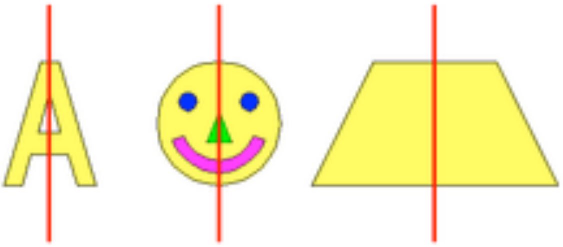
(c) ketabton.com: The Digital Library

	**۵ . ۱ - سیومتري Symetry** **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدليږي**

پيژند (تعريف) :

يو مسطح شکل متناظر (سيومتريک) بلل کيږي، که په يوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چي دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

فعاليت ۱ :

	په مخامخ شکلونو کي څه ګورى؟ ايا دا شکلونه متناظر دي؟ که هو ، نو دلايل يې راوړى. نور خويونه يې هم وڅيږى.

فعاليت:

- زده کوونکي دې يوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسي خطونه رسم کړي، چي سيومتريک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشریح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

١) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسې انعکاس صورت ونیسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ١ :

الف: مستطیل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

٢) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکيS داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

٥ . ٢ - مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ٢ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونكي دې دا ځېره زده كوونكو ته د كرښي(خطكش) له لارې روښانه كړي.

فعاليت:

په مخامخ شكلونو كې فكر وكړئ، چې مركزي متناظر دي او كه نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

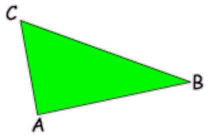
۱) په يوه متساوي الساقين مثلث كې څو متناظر محورونه شته ؟

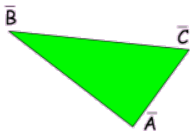
۲) دا رسم كړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

۳) يو متطيل رسم كړئ او په هغه شكل كې متناظر محورونه رسم كړئ.

۴) فكر وكړئ، چې د مربع كوم محورونه په مستطيل كې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره كې و ګورئ، محوري متناظر دي او كه نه ؟ دلايل يې راوړئ





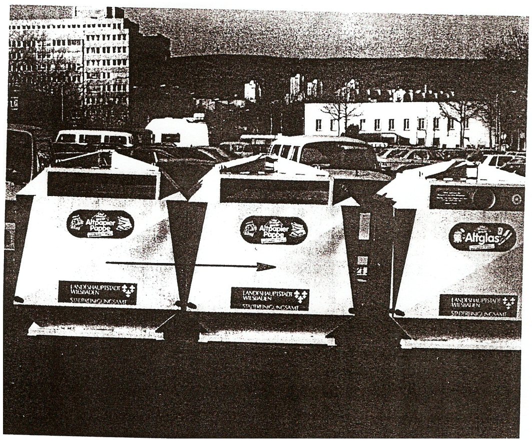
۶) په يوه دايره كې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ايا دايره مروكزي متناظر ده؟ كه هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



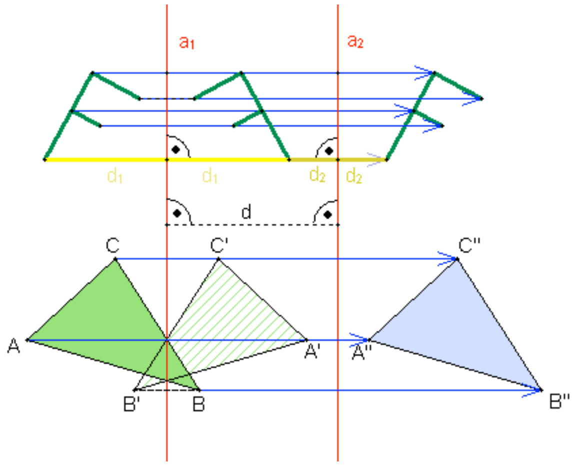
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

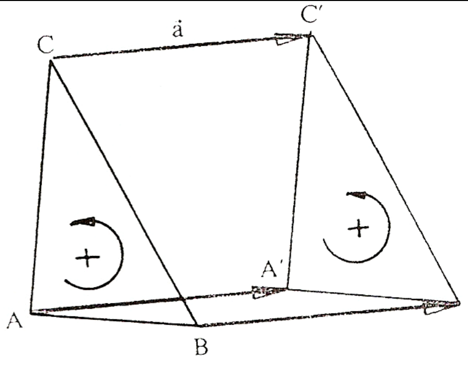


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

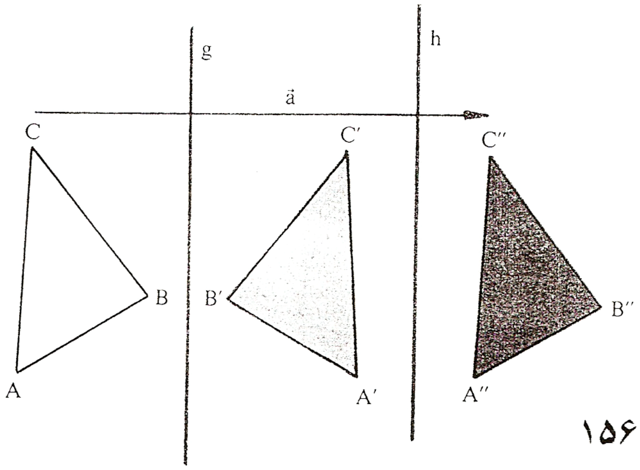
	په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې دa په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A’B’C’ لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځت کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- كميت سيستم كې دې زده كوونكې يومثلث ABC رسم كړې او دا دې دوه واره د d په اوږدوالې انتقال كړي.(دا كېدى شې، چې د زده كوونكو په مينه يو كل او يا يوه بله بنه ځېره هم وي).
په انتقال كې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه خومره انتقال كيږي.

۵ . ۴ - د وړني يا انتقال د جوړولو څيړنه

۱ - په هر نخبنه شوي ټكي (په مثلثونو كی رأس الزاويې او په دايرو كې مركزونه په يو ټاكلې اندازه (د ټاكلې انتقال په اندازه) انتقال كړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرگ) .
۲ - د ټاكلو خطونو اخرنی نقطې د اصل په پرلپسې ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو كی : په اخر ټكي د r وړانگې په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټكي نه لري(كه د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتې يا كتمټ منعكسوني څخه صرف نظر شو)



څيره ۱۵۶

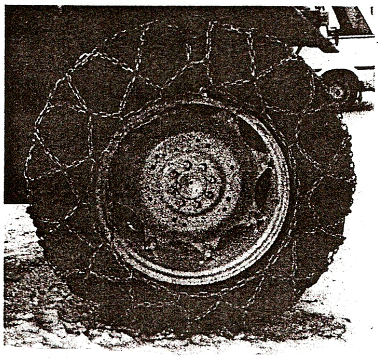
په يوه ځانگړې ډول يو په بل پسې په دېرو محورونو انعكاس دې په دې ځای كې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

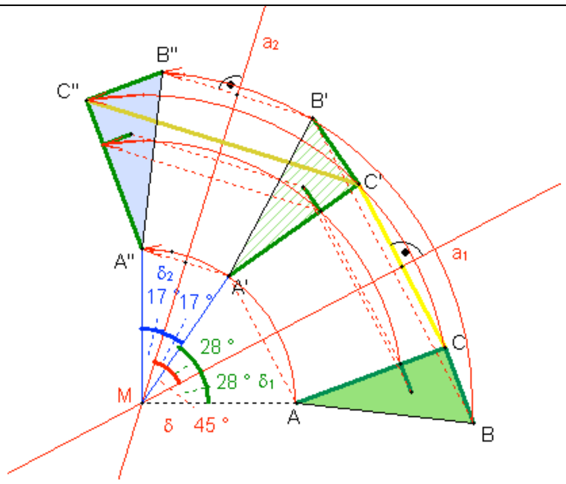
که د يو ه شکل هر تکی P په يوې دايرې په ځاي په ځای ټکي M په کونج په ورانکه $\overline{MP}$ وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کيږي.



په لاندې ځيږه کې يو دريګوټى په دوه زاويو او له دې امله په دوه محوررونو څرخي.

د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هنداورنه، چې په کونج په ټکي M کې يو بل قطع کړي، په ټکي M باندې د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

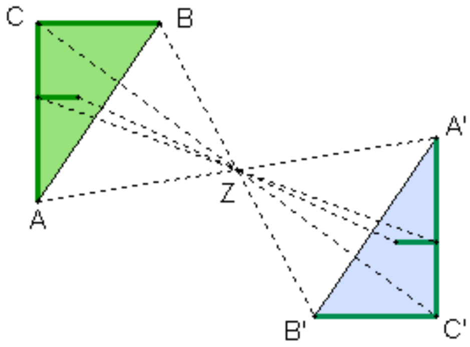
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C'' تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B'' د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

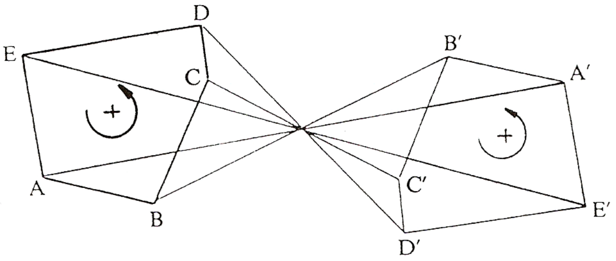
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180^\circ$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېړه دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M’ یوه د r’=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

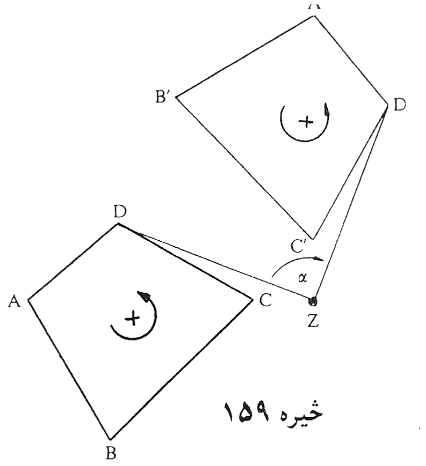
دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي P’ داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$W(PZP')=\mu$، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

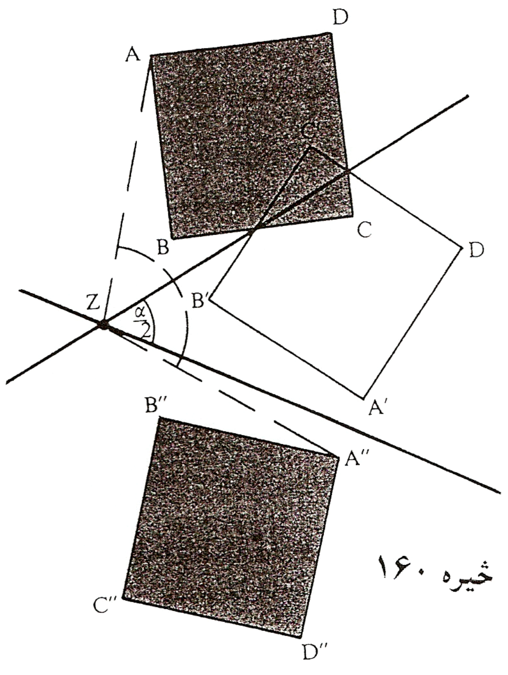
یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېړرو لوستونو ته پاموي).

د دوران د جوړښت تحلیل:



خيره ۱۵۹

۱ ـ په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه ورانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خيره ۱۶۰

۲ ـ لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانیخ څېره کونه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

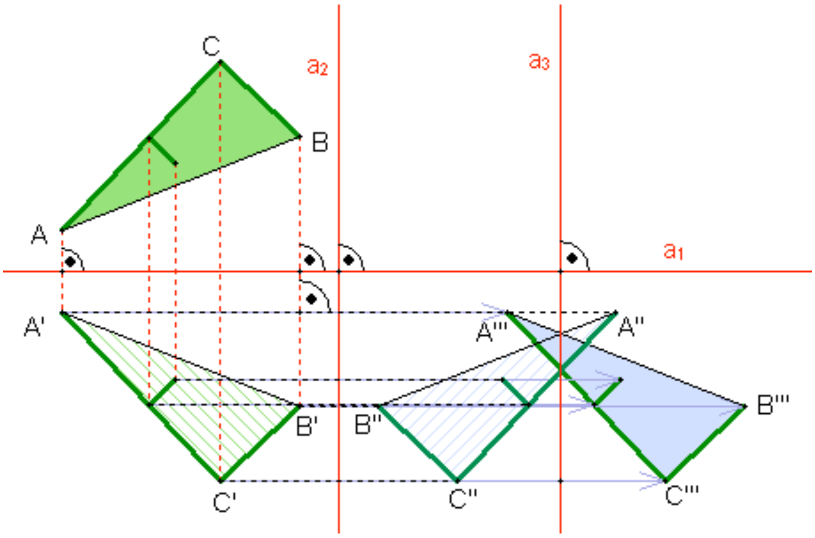
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هندارونه د محورهندارونې یوه یو پربل پسې هندارونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځت..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هندارونې خوي:

یوه خوی هندارونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هندارونې له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

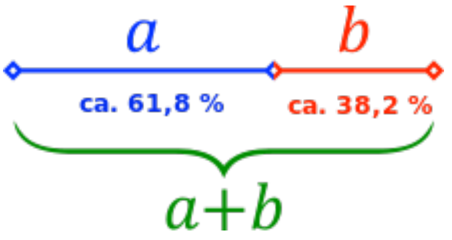
موړ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وځېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅې

طلایي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته   سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلایي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته ځان و لوي توتې ته داسې نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتې ته داسې ده، لکه لویه توته د لوی توتې او کوچنی توتې جمعې ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيِلايي نسبوتونو د مساواتو د كينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1| \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M}| \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau}| \ .\tau$$

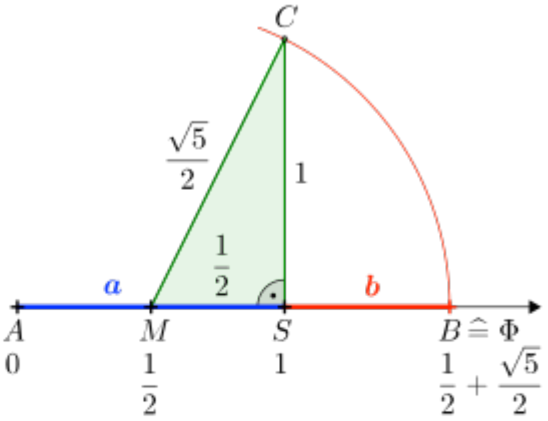
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

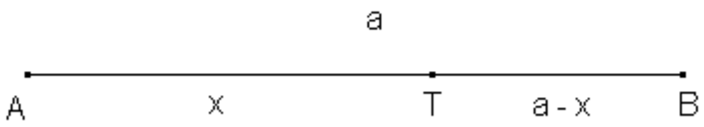
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}61803398874989484820$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

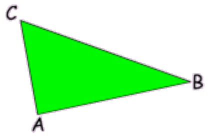
(c) ketabton.com: The Digital Library

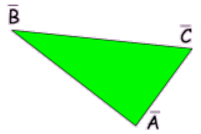
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

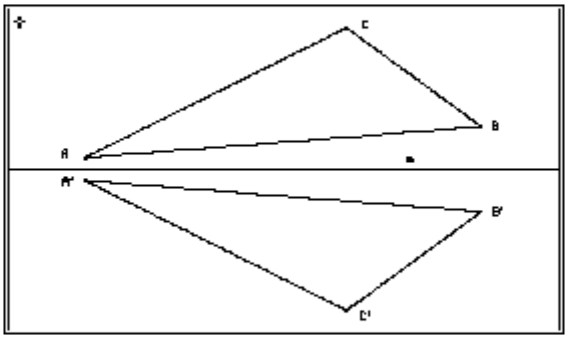
د حل سټ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



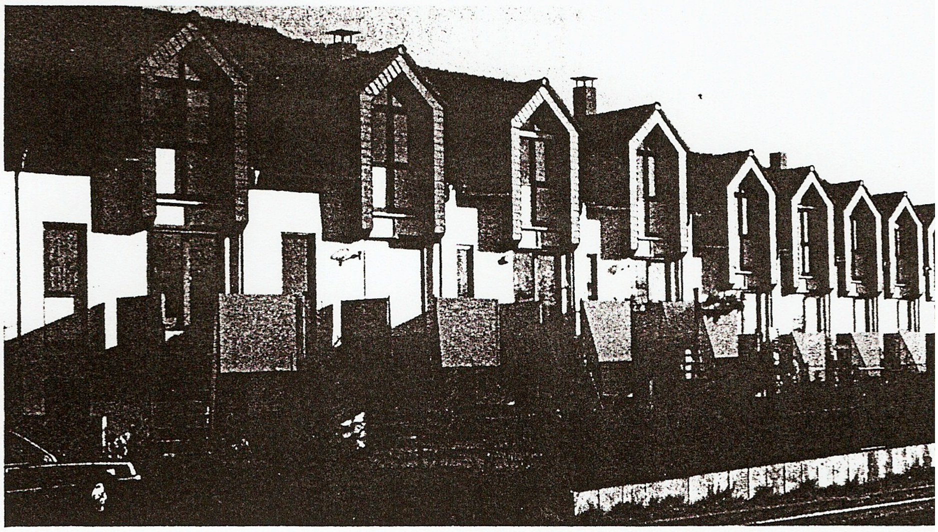




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



خیره ۱۴۹

پیژند :   هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بنه (خیره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګرواینځ ځیرونه د کرښی اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه ځرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (ځرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ ځیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ ځیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ ځیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ ځیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیځ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ ځیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځاي کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ ځیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ ځیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی ځیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ ځیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

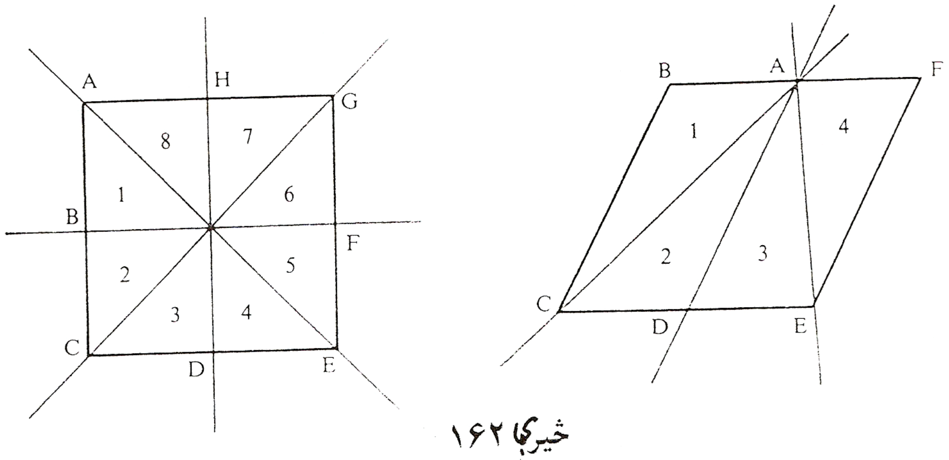
په عمل کی د دریګوړ ی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

کونګروانځجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.
۲ – د کونګروا اینځ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلځیږ په کونګروا اینځ برخو ټوټه کوي.



شیړۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \models S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو
شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوځوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو ∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چې دریګوډي ABP اوABQ کونګروانت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

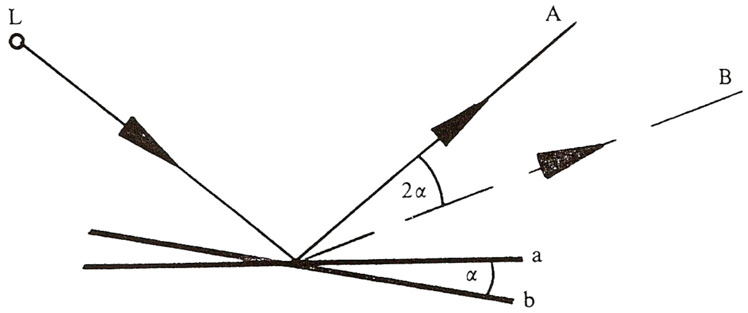
۶ – څومره کورونتځیرونی موجود دی چې لاندې ځیرې یې په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټځیرونه دې نه په کې شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چې په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په ځیره کې له پورته لور انځوریږي.

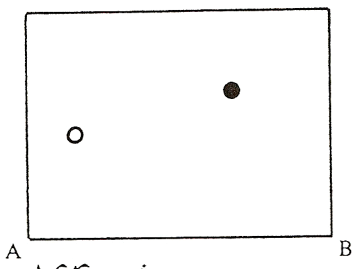
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د $\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

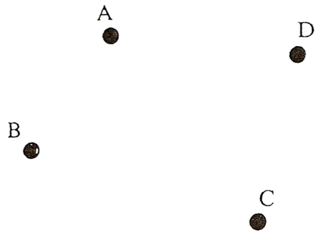


ځیره ۱۶۳



ځیره ۱۶۴

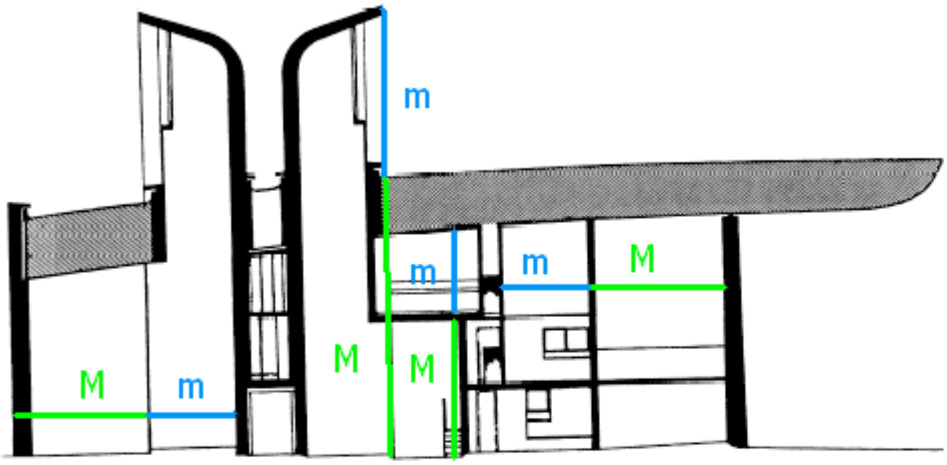
۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونې یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (ځیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»



ځیره ۱۶۵

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو (ځیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځټې په ځیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

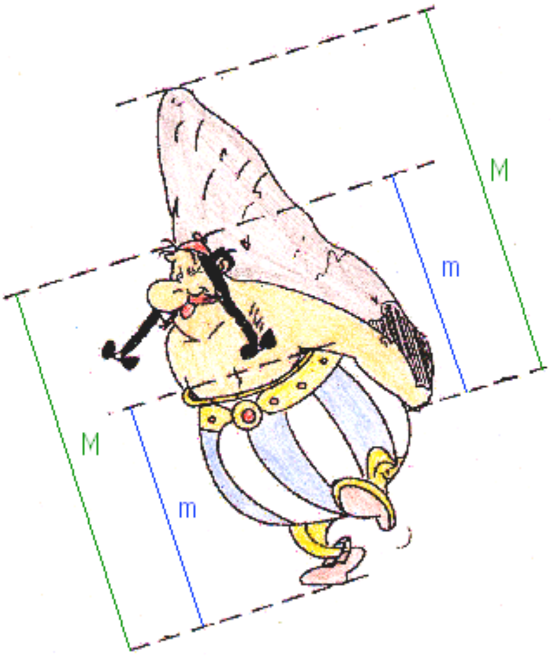


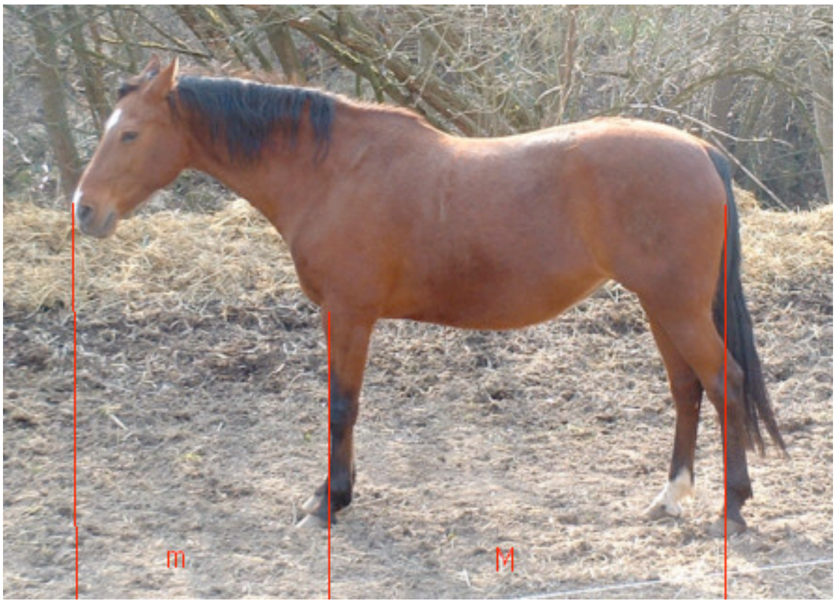
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلایي غوڅي دستګ لپاره یوه بنه بیلګه ده، چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسو سرګرمۍ له پاره

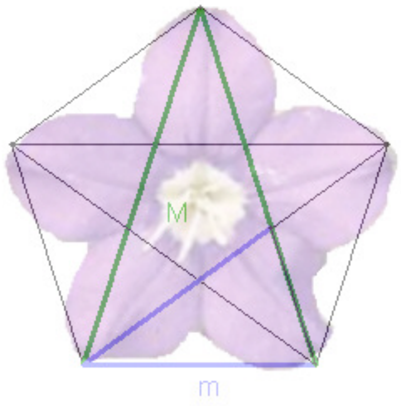
(c) ketabton.com: The Digital Library





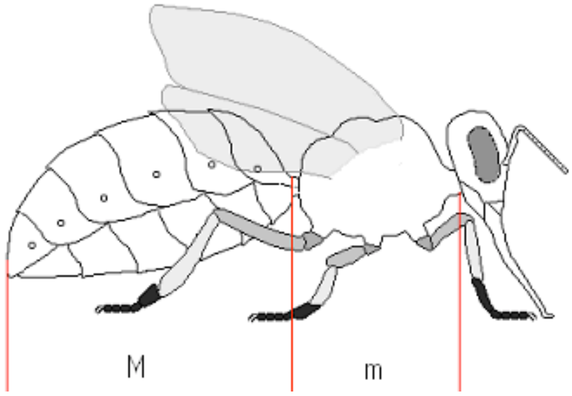
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د ا لاندې د درېګوډيکچبرخه په نهم، لسم، اويولسم ټولګي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورځخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېګوډي کچ يا ترېګونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چی په هواره یا په هوا کی دریګوډي کچ کړي ، د څانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(مور یی تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.

تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونی یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونی، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.

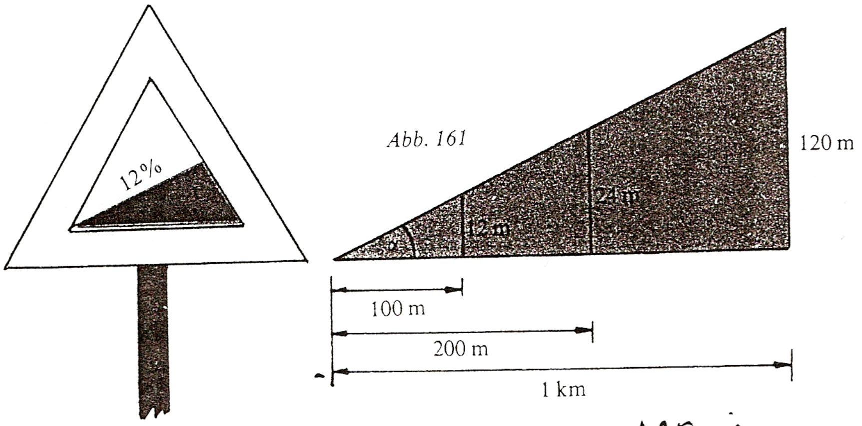
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په څانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه



ذخیره ۱۹۴

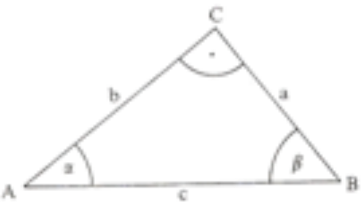
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوری یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا توري لوحي هم زوړندي وي.

په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.

تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلبیز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

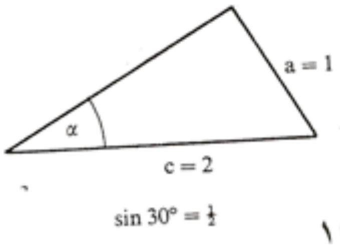
په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکربښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.



څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

سایئنبلواك sinusfunktion: بلیګه:

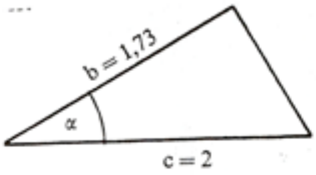


$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوك Cosinusfunktion بیلګه:

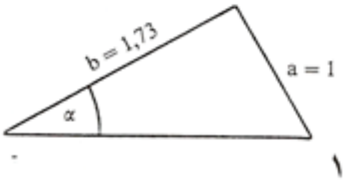


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

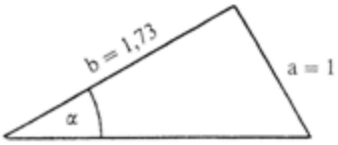
خیره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

یادونه : پام دي وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوټي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزي پراته کونج ته، چې خموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

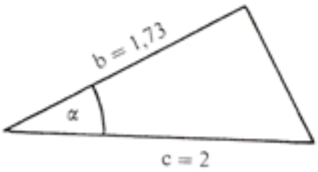
خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډير کم ، د بيلګي په توګه استرونومي کی، لاندي کونجبلواک کارول کيږي

سيکانسبلواک sekansfunktion بيلګه



$sec 30° = \frac{2}{1,73} = 1,156$

شيره ۲۰۰

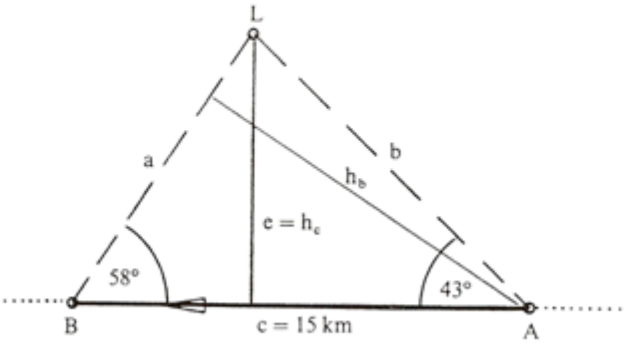
$sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هيپوتينوزي}}{\text{پرته کاتيت}}$

يوه تګ پايکربني c = 15 km او کونج $ß = 58°$ وروسته.

په دوم ډز کی کيښتی له ډز رڼااور څخه څومره لري ده؟

د A څخه و B ته د کيښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لري دی؟

په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



شيره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبيول يا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راخي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانښیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانښیونه یا تناسب دی.

$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

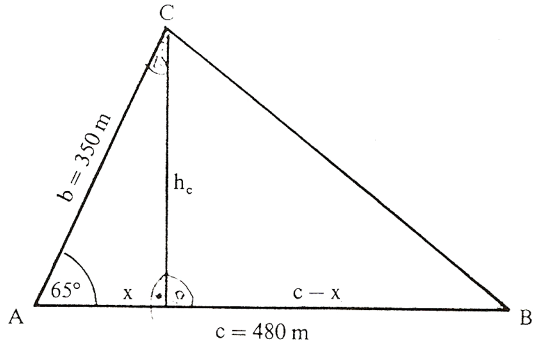
د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د درېوسکرو کان کې دوه ستنې b = 350 m

او c = 480 m دي او یو کونج $\alpha = 65°$ جبندوي.

د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :

جګوالی یا جګی h_c کربنه AB = c په دوه ټوټو x او c-x ویشي.

دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،

څکه چې $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلی له مخې

لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$

او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نوموني او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch)
یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوټي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)
د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوټي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوټیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.
د دې ټولو سره د څلورګوټي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

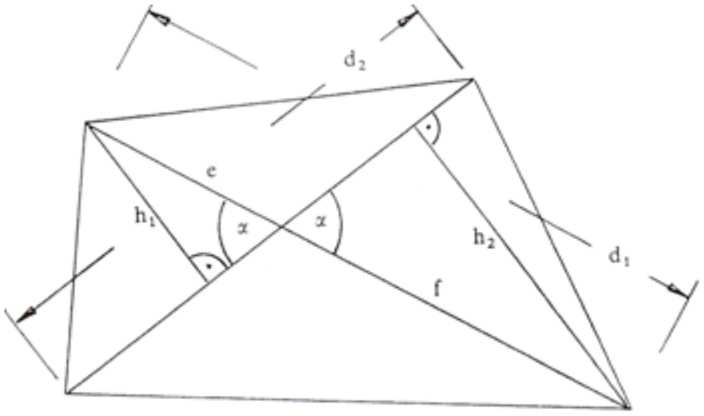
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي.

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e + f) \sin \alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کې مو وویل، چې کونجبلواك، نه یواځې د دننه لورته تیرو درېګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چې له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

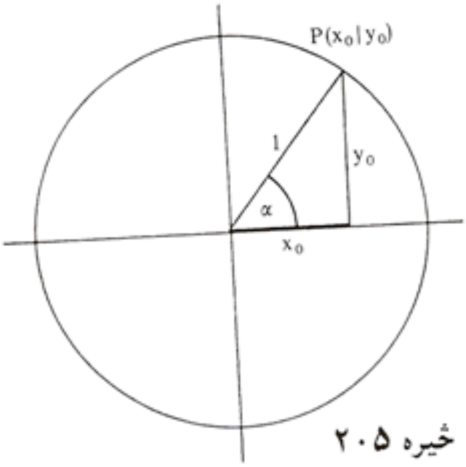
په ښه توګه داسې کیدی شي چې په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کې یوه ګردی ووهي چې وړانګه یې ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چې وړانګه یې یو یوون دی) او د ګردی منځتکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر درېګوډی، چې د هغې یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یې د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (شیره۱۳۴) کم له کمه یې یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د درېګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزي ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مروند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني ځنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

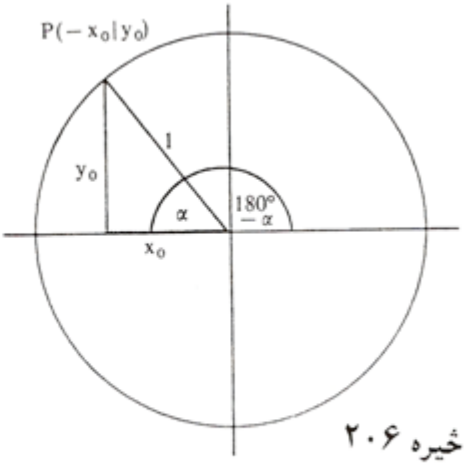
$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوري همغومره اوږد دي لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفي) لور ښايي.

په ورته توګه لاس ته راځي :

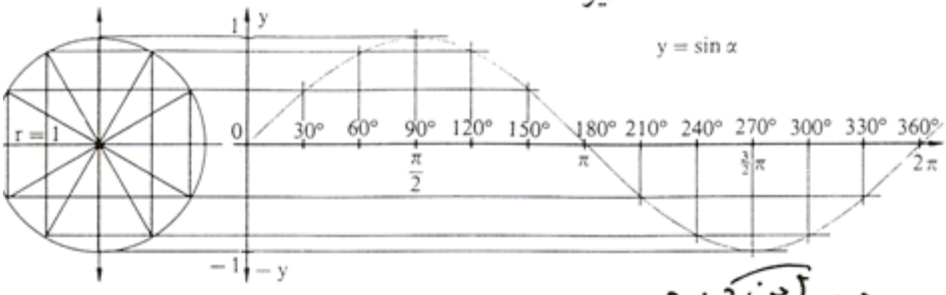


خيره ۲۰۶

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکې لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسې نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقايسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځي

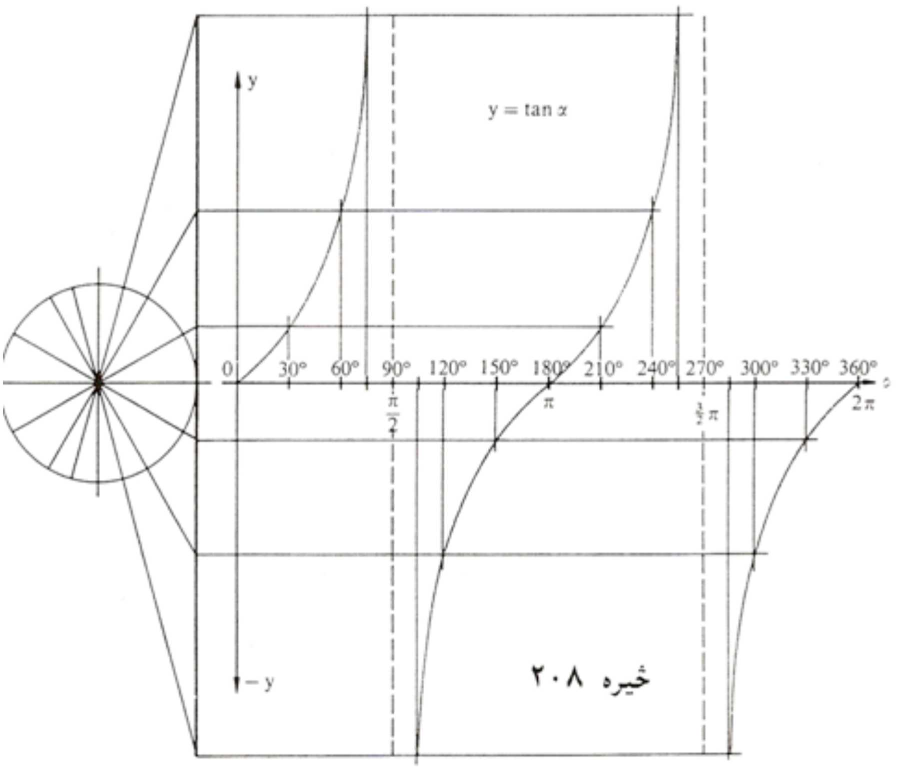
خيره ۲۰۷



Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

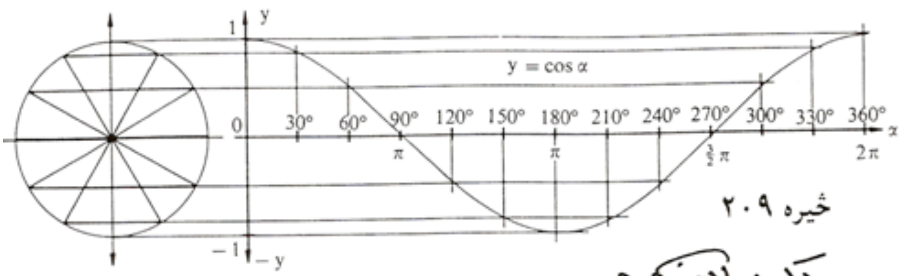
د ساين کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۰۸

Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

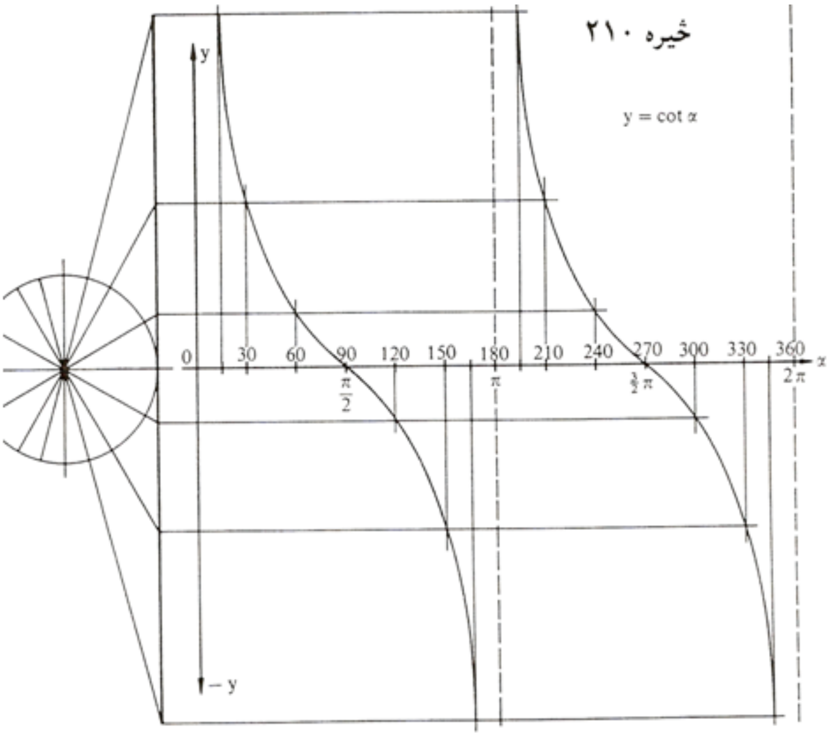


شیره ۲۰۹

د کوساین کږه

Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

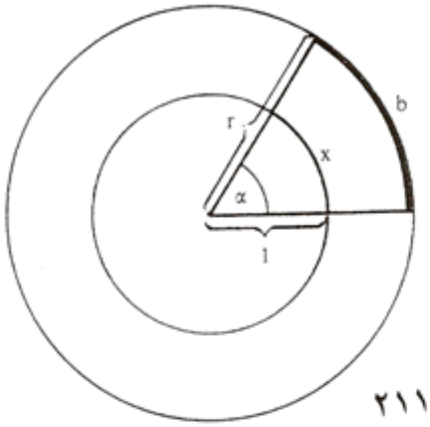


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګنونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون. ارزښتڼیری رییلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی
یوون «راد (rad) » لري،
مګر دا په کارونه یا عمل
کی کیدی ونه لیکل شي
یا صرف نظر پرې وشي،
که بدلون ته مو نه
راهخوي. دا کونجکچونه
چی د کونج لپاره په
تریګونومتریکی بلواکو
کی اینبودل کیږی (د
بیلګي په توګه sinx)
ارګومنت (Argument تعریفېدیری) بلل کیږي. په تعریفېدیري کی کیدی شي چی
نوي درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په
جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګردیبرخوکی وښوول شو (ګردیبرخی د مخه څیرل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه ګردبرخه یا ګردی لینده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج α پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانځانهمداسی نیسي لکه په پیل کی α و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګردیګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلګه:

کونج $\alpha = 60°$ له ګردی د ۱۰ سانتیمتره وړانګي سره یوه په لاندې ډول ګردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د ګردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګردیلینده
$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm
غوځوي. دا ګردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .
له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر یا برعکس کونج ګردیلینده
$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm
غوځوي» د دې ګردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلګي څرګندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانګه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونګردي د ګردیلیندی اوږدوالي کچګڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې خیره شوي، لینده کچ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\,180° = \frac{x}{\pi}\cdot 180°$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کچ لپاره په خوښه ریبلګښونه پریښوول شوي.

بیلګی :

$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175$ (rad)

$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$

$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$

$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$

$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$

$\alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$

$\alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$

$\alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664$ usw.;

$\alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځاننیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راڅرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چې دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چې د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفهیري ته، په لینده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

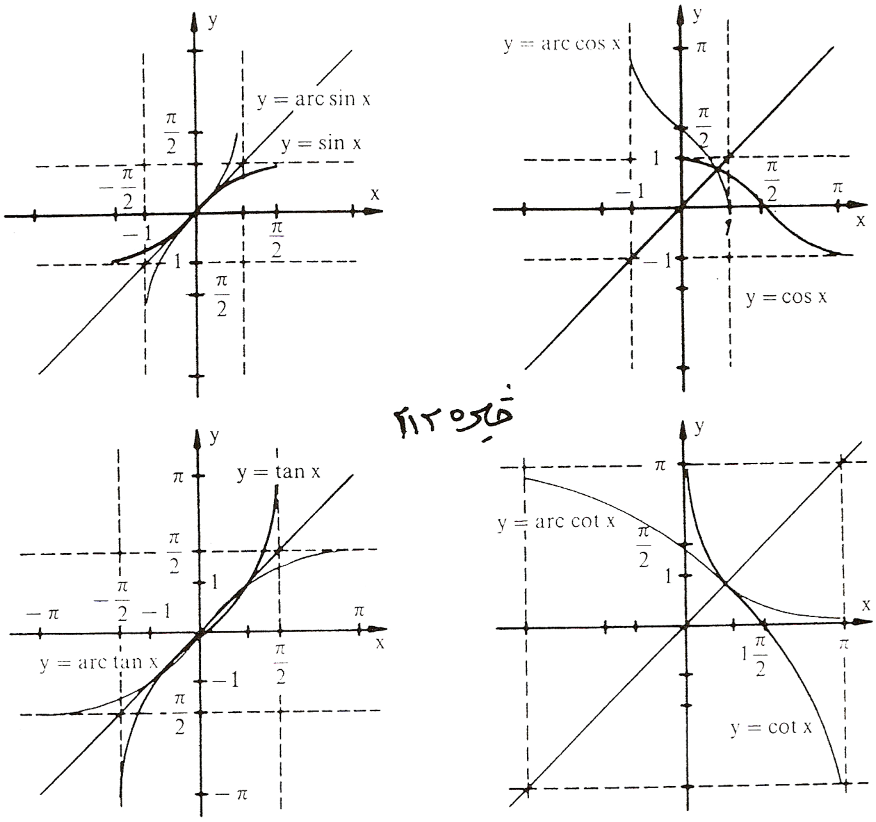
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چی په ځټکیدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډیری په یوه برخه ډیري رابند یا محدود شي.

> **تعریف** : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواك په څټ بلواکونه ارکوس بلواك Arcusfunktion بلل کیږي یا څیکلومتریکي بلواك (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته $\arcsin(x)$ لوستل کیږي »دx ارکوس ساین. د کونجبلواك تعریفډیری دلته اړونده ارکوسبلواك ارزښتډیری دی او په څټ ارګومنت یا تعریفډیری دلته تل یو ریيلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion ترېګونومتریکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \,\middle|\, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \text{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې :

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (−100) = −1,5608 (rad) = −89,43°
4. arccot (−70) = −0,0143 (rad) = −0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و ارکوسبلاك یو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لنډه توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خوېونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې یوه کونج بلواك تعریفېږي یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خوېونو لمړۍ ډله یواځې له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملې لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسېره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندي کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړي / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\frac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\frac{1}{\tan x}$	cot x

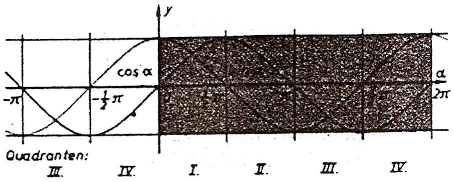
لکه چی د مخه مو په گوته کړل، کیدی شي چی تریگونومتریکي بلواك د مختلفو گونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توگه یا په کلکه توگه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریگونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راگرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راگرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راگرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

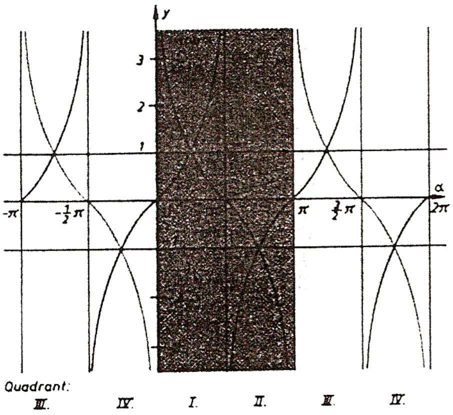
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شېره ۲۱۴
د ساین - او کوساین فنکشن
پریود یا تن راګرځېدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښکي :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5 π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن ګراف ته په ځير شو نو په دې برسيره په ښېنګه روښانيږي :

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$$\begin{aligned}
\sin x &= \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x) && \text{(Abb. 179)}\\
\cos x &= -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x) && \text{(Abb. 179)}\\
\tan x &= -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x) && \text{(Abb. 180)}\\
\cot x &= -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x) && \text{(Abb. 180)}
\end{aligned}$$

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه ساحه د هر جدول به مانا دی او بیدی تیاري یا جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خيال کی يا ګوماني لاس ته راوړی شو

$$\sin x = \cos(\ \ /2 - x) \qquad \cos x = \sin(\ \ /2 - x)$$
$$\tan x = \cot(\ \ /2 - x) \qquad \cot x = \tan(\ \ /2 - x)$$

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجيز دريګوډي کي د تعريف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

$\sin\ \ = a / c$ او $\cos ß = a / c$

د $ß = 90° -$ له امله لاس ته راځي :

$\sin\ \ = \cos(90° - \ \ )$

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس

ته راتلی شي.

دا له ځيرو څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، ځکه د ساين او کوساين بلواکو يا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د $/2$ $x =$ کرښی ته يو بل سره محورسيومتري ځغلي :

له ځيرو او بيلګو څخه په دې برسيره لاس ته راځي:

تعريف: د کوساين بلواک جفت دی ، لرو:

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

ساين – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواک ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin(x) = -\sin(-x),\ \tan(x) = -\tan(-x)\ ;\ \cot(x) = -\cot(-x)$$

يادونه : په دې نلواکو کي کېدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0{,}86603$$
$$\cos 0{,}75 = \cos(-0{,}75) = -0{,}70711$$
$$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0{,}57735$$
$$\cot 1{,}3 = -\cot(-1{,}3) = o{,}27762$$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفېدیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0{,}5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

2 '. $\text{cis}(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x \cdot \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

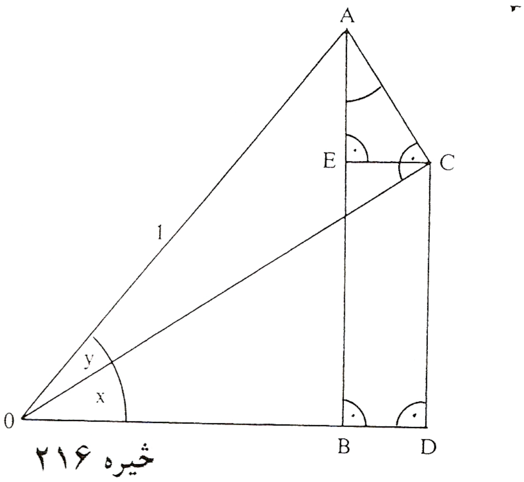
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und 2.:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y); \quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

بر سبیره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1'. 2'.:

3. 4.: x = y. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کېږدئ ده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه پورته ډول کېږي نه څخه

7.: $x = y = z/2$ کېږدئ ده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2\cdot\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

دوهمه ښوونې له لارې ښوونه لرو

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې ولیکه یا کېږدئ ده

9-10: دا پوښتنې له ۱ او ۲ او ښوونې د تعویض څخه لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لكه چې په پيل كې مو وويل په طبيعت او تخنيك كې ډيرې پيښې شته دي چې تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك كې نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنې سره، چې دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يې بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغې تاثير په لاندې ليدنه كې راټول شويدي، ګراف يې ورزياتې ځيروني لپاره دي. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كې مګر يوائې د ساينبلواك (په همدې توګه د هغې مخامخ د كوسايين بلواك چې په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواک
شیره ۲۱۷	ټولی تلبیرته راګرځیدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
شیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شپېلونو یو په بل پرلوتل	د y-لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

y = sin(x+c)	د فاز تغییر یا ځای بدلون	په بدل بوڼینا جریان کې د بوڼینا او شیانو تګ تغییر دوبنالو ته	څېره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیتود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	ډیوه پندول خوځیدنه	څېره ۲۲۰
y = sin(bx)	د پریود تغییر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کرار کیدل b <0 په شا ګرځیدنه له محور دی	د یو بسیتنزي پرزې ځیږنه په یوه وخت دا درینه زه دهغې پرزې لمزه لکه په د موټر ګ الوبه او اوزونو کې	څېره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	څېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره ښیره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي وليکی

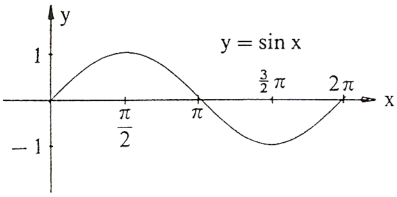
a) x = π/3 , b) x = -π/4 , c) x (2 /3)π

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

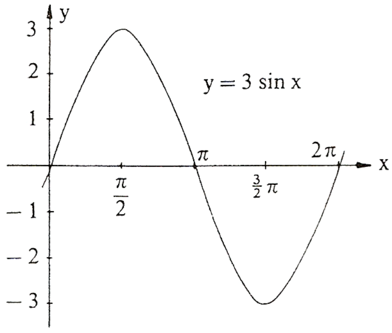
۳ – په لينده کچ يی وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

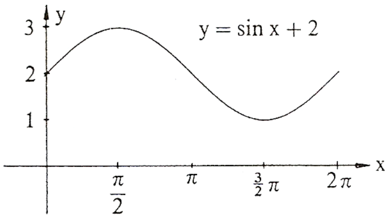
(c) ketabton.com: The Digital Library



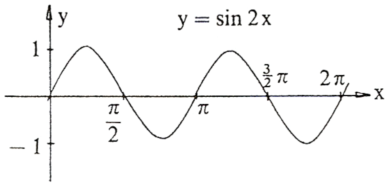
خیره ۲۱۷



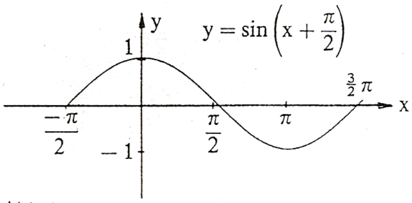
خیره ۲۲۰



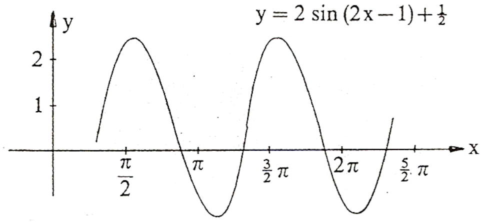
خیره ۲۱۸



خیره ۲۲۱



خیره ۲۱۹



خیره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين کرښې $y = \sin x$ شخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

١ – د ارزښت دوه ځله کیدل

٢ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

٣ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په 2 / 1 پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ - وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α= 0,9 t) tan α= 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

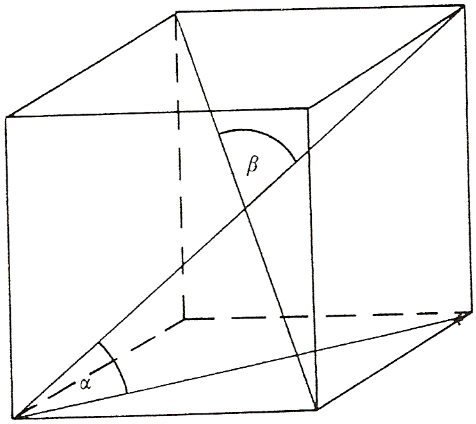
x) tan φ = -4 y) cot φ= 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ - په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کی لرو γ = 90° او په دي برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm



خیره ۲۲۳

پاتی ټوټی وشمیری

۶ - په مساوي پښیز دریګوړي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري

۷ - د یوه پڅکونجیز(α < 90°) دریګوړي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز دریګوړي لپاره وشمیری (α> 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

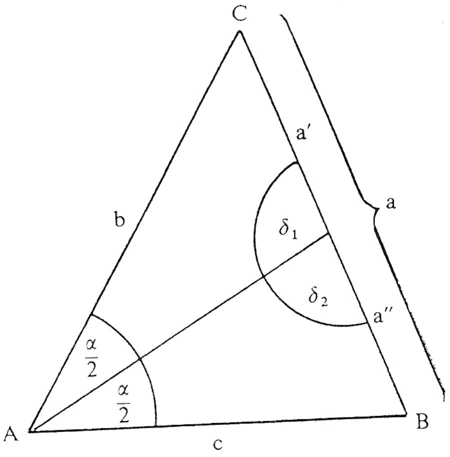
$r_1 = 5\ cm \quad , r_2 = 4\ cm$

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوځکونجی وټاکی

او د کړي غوځونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوړي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوځوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج یې دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوځه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لاري وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ⦣ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعني ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونتکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یی ⦣ = 18,5° او پښیټکی یی ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

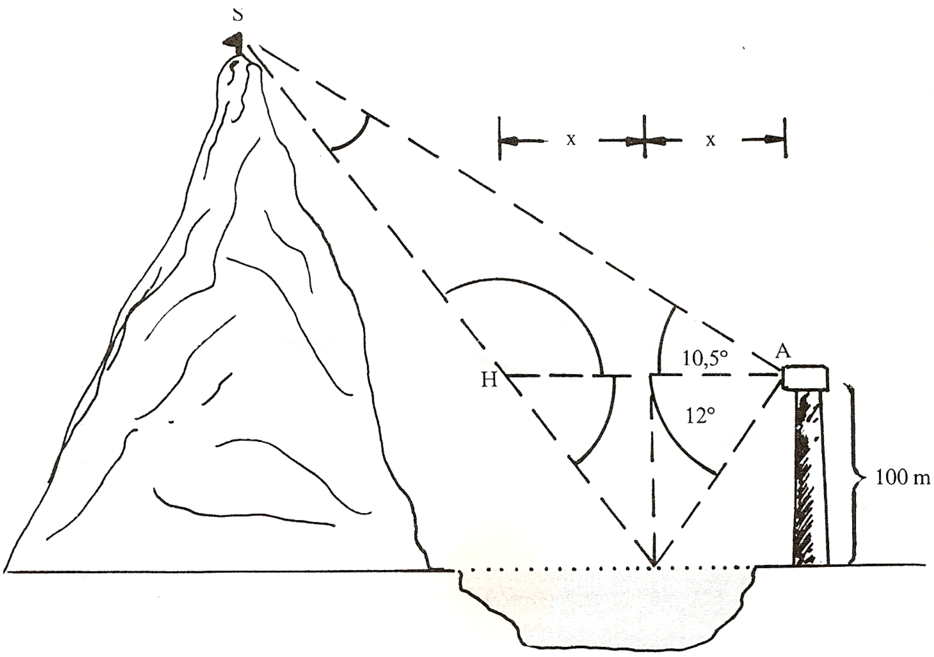
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

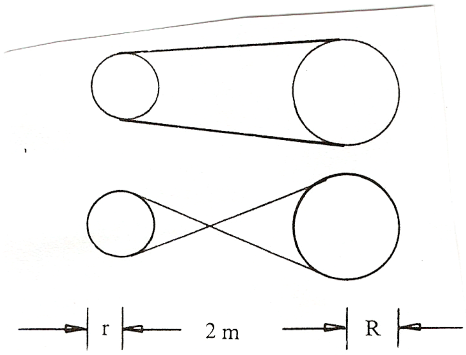
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکارېږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټهسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۵



خیره ۲۲۶

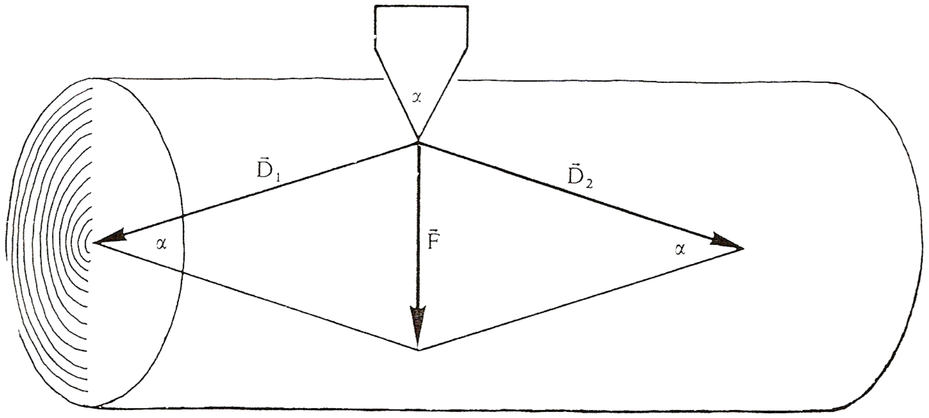
۲۳ - الف) یوه د کشولو کړی، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري
$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړی به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راګې څیدلی وي ؟

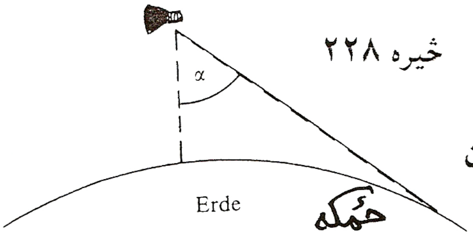
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موږی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستنې درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



شیره ۲۲۷

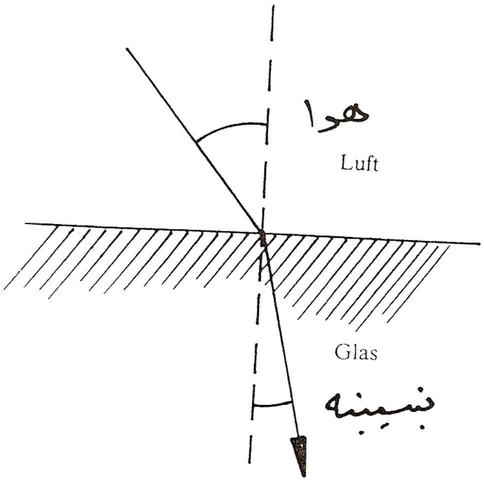


شیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (شیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکې په پټلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډې د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو شخه د باران د ځاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو
طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر
یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د
ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون
وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او
ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر
دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

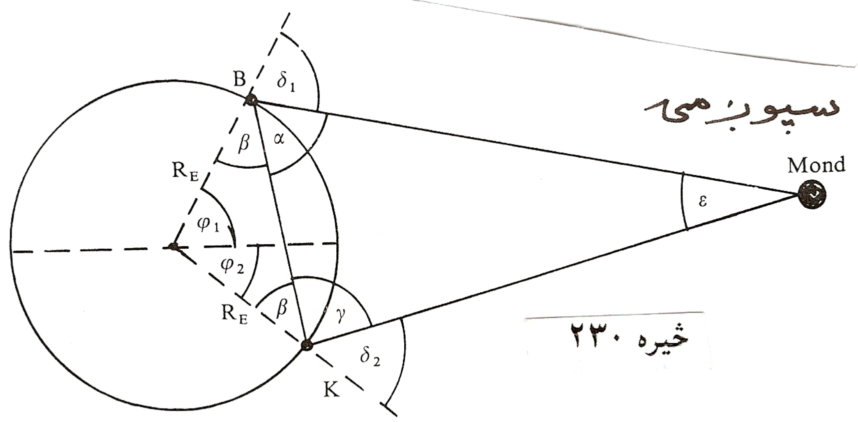
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو $n = 1,5$ (1,33) دی وښایي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل
شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هیلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$.
وشمیری $|KM|$, ß , $|BK|$ او له دې شخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a\,.\,(\sin(2\pi/T))\,.t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi/T)\,t = x$ هغه کونج دی ، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1/T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلورۍ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورۍبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړۍ

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسۍ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو x = | x | تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = | x |$ فقط هلته تيک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتيک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې بايد دوه حالتونه سره توپير کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دويم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بيلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (ديم حالت)

د يوه حقيقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د يوه عدد لويوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونيل شي.

د حل بديل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼي $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$
\begin{aligned}
& 2x^2 - 8 && = && 0 && | +8 \\
\Leftrightarrow\ & 2x^2 && = && 8 && | : 2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 && = && 4 && | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} && = && \sqrt{4} && \\
\Leftrightarrow\ & |x| && = && 2 &&
\end{aligned}
$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$
دویم حالت	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بیلګه:

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{2}x^2 && = && 9 && | \cdot 2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 && = && 18 && | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} && = && \sqrt{18} && | \\
\Leftrightarrow\ & |x| && = && \sqrt{18} &&
\end{aligned}
$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \sqrt{18}}}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{x_2 = -\sqrt{18}}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو :   x1=1يا   x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$

د نوكانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امكانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، كه لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بڼې يا مساوات سيستم تل كيدی شي د   اووبنتوني يا متحولي له نوكانو راوستني له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$\begin{aligned}
& 3x^2 + 2x &&= 0 && \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow\ & x(3x+2) &&= 0 && \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1: }\ & x &&= 0 && \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2: }\ & 3x + 2 &&= 0 && \mid -2 \\
\Leftrightarrow\ & 3x &&= -2 && \mid :3 \\
\Leftrightarrow\ & x &&= -\frac{2}{3} && \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{3}x^2 &&= \frac{3}{4}x && \mid -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x &&= 0 && \mid x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow\ & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) &&= 0 && \mid \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1: }\ & x &&= 0 && \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2: }\ & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} &&= 0 && \mid +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}x &&= \frac{3}{4} && \mid \cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{9}{8} && \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Probe: }\ & \text{mit} && x = \frac{9}{8} \\
& \frac{2}{3}x^2 &&= \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 &&= \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} &&= \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{27}{32} &&= \frac{27}{32}
\end{aligned}$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شميرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q - فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ريښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانټD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه حلتوکي(عناصر؟)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	که وي
یو حالتوکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	که وي
حلتوکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	که وي

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ـیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2-5x+2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p=-\frac{5}{3};\ q=\frac{2}{3} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$

$$\text{also } D=\left(-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{2}{3}=\frac{25}{36}-\frac{2\cdot 12}{3\cdot 12}=\frac{25}{36}-\frac{24}{36}=\frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=\frac{5}{6}\pm\frac{1}{6} \quad \left|\ \begin{aligned} &\Rightarrow x_1=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=\underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned}\right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوځوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنټرول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنټرول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنټرول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د رېښي جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 \cdot x_2 = q \quad \text{او} \quad -x_1 - x_2 = p$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سرې دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازمايښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس يا په څټ د ويتا د جملې سره کيدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بيلګه:

يو څلوريز يا مربع مساوات څنګه بايد وبرېښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط يو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بيلګه: يو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2; 1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښیز ضریبونه(څلووني) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یږ له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$
ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښیزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښيز ضريبونه:

يو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بيلګه:

$L=\{x1;x2\}$ دې د يوه مربع مساوات حلېدونکي وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{Faktor\ 1} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{Faktor\ 2} = 0$ (faktor:ضريب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو ضرب تيک هله صفر دی، که لږ تر لږه يو له دواړو ضريبونو صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضريب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بيلګه: $x1=3$ يا $x2=-2$ دې د يوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښيزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$

$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و ? = x^2 ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووبښتوني يا ماحولې x له نوکانو ايستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروۍ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړۍ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړۍ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروئ او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایئ.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلگه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (}$$

$$2x + 8 = 0| -8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{matrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{matrix}$$

بيلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوريز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}(x^2-3)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.
څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وي لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.
اتم –

د t په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x+t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x+2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم —

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a+1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم —

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم —

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم —

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: دa په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2-a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير x = 3 راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}(2x-x^2)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $2tx-(t-1)x^2=0; t\neq 1$ چ - $1,5(x-0,5a)^2=0$ ح - $(x-1)^2-t=0; t>0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5)=0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5)=0$ پ - $1-\frac{1}{(1-x)^2}=0$ دريم: د a

د کومو ارزښتونو لپاره مساوات $(x+2)(x-a)=0$ ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2+18x-12=0$ ب - $x^2+6x-1024=0$ پ - $x^2+92x-9876=0$

ت - $119,6\pi+9,6\pi x-2\pi x^2=0$ ټ - $\sqrt{2}x^2+2\sqrt{2}x-1=0$ ث- $0,025x^2+2x-0,254=0$

پنځم: وښايئ: $(a+b)^{-1}=a^{-1}+b^{-1}$ د تول $a,b\neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3}-x^2=0$ ب - $73-52s+14s^2=25$ پ - $\frac{x^2}{a}-e^{-2}=0$

ت - $\frac{1}{4}x^2+65x-3600=0$ ټ - $2a^2+7a+3=0$ ث - $8,5x=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+200$

دويم: مساوات $2x+\frac{2}{x}=5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په بڼې لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-2,5\}$ سره، ب - له حل $L = \{-5;3\}$ سره. پ- څط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سړی د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800$ m^2 سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا دانې باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

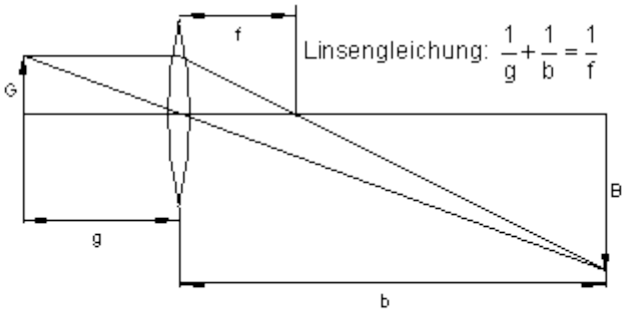
$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونتکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپتیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونتکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه يا اوبيونه

کسر مساوات ـــلکه کربنيز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعريف-يا پيژندورشو وټاکل شي. بنسټيزپرئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعريفډپرئ اووښتون ارزښتونه يا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعريفورشو لپاره دې تر څيرنې لاندې ونيول شي، چې ماتلاندې يا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کيږي. ټيک دا ارزښتونه تعريف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بيلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ويش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \ 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6\cdot(x-2) && \\
\Leftrightarrow\ & 4+x &=& \ 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &=& -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & -5x &=& -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x &=& \ \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{16}{5}\right\}
\end{aligned}$$

بيلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دويم مخرج صفر کيږي.

اسلي ماهلاندې يا ـــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &&= 0 && |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 &&= 0 && |+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x &&= 2 && |:6\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}
$$

بيلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې يا مخرج په معنا

$$
\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 &&= x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 &&= x && -x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 &&= 0 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x &&= -4 && |:2\\
\Leftrightarrow\ & x &&= -2 && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}
$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو يا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو يا واړول شو، پاى ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بيايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$
\begin{aligned}
& \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &&= 0 && |\cdot(b-x)(a+b)\\
\Leftrightarrow\ & (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2-2bx+b^2 &&= 0 && |-a^2-b^2\\
\Leftrightarrow\ & -2bx &&= -a^2-b^2 && |:(-2b)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{a^2+b^2}{2b} && \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0
\end{aligned}
$$

دا چې بڼۍ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دڅله مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لارښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کیښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

$$
\begin{aligned}
& \frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4\\
\Leftrightarrow\ & \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4\\
\Leftrightarrow\ & 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D
\end{aligned}
$$

په ځنو حالتونو کیدی شي شمېرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړونې له لارې ساده کړای شي.

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چې کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \,|\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \,| -3x + 16$$

$$\Leftrightarrow 17x = 22 \,|\, 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼیط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \,|\cdot(x+1) \Leftrightarrow 2 = \frac{4(x+1)}{x-2} \,|\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2) = 4(x+1) \,|: 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چې د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \mid \text{ Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \mid :3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بينوم دريمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ \text{binomische Formel}}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زيات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرايط د تعريفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعريفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ څ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ ځ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x\in\mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$ بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلدېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعريف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بيلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعريف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري ډ ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بيلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x=4 \mid :5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دويم کسر يا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج يا ماتلاندي صفر کيږي.

په صليب يا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4} \mid$ د اتيران يا چليپا يا صليب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعريفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دويم: کوم طبيعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزيات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دريم: وښايئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښايئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1| \cdot (-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

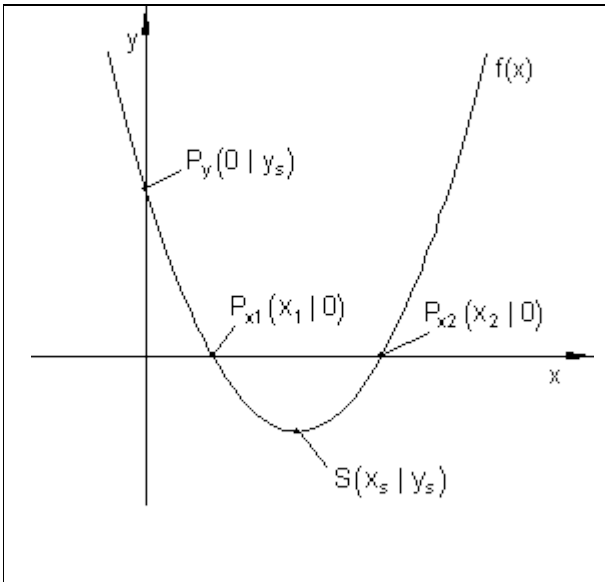
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

په ځنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې یوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوڅېکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \mid y_s)$

خیرنبیلګه:

د څیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپېرکي لرو.

د **y** -محور سره غوڅېکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککرټکی یا د رأس ټکی)S(3;4)

$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow P_y(0|5)$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چي د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينبونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$P_{x1}(5|0); P_{x2}(1|0)$$

تمرينونه :

د مربع تکميلدنو له الري د صفرځای ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځايونه او د محوررونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو:	
$\|x\| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2|=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرني قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \ge 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \ge 0$ وي، نو لاس ته راځي

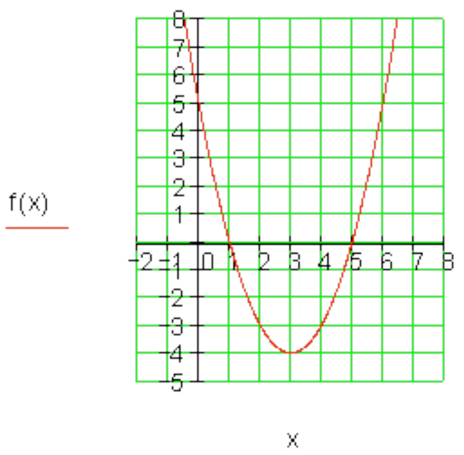
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2\rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څیړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرټکی یي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره یي غوڅټکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره یي غوڅټکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوڅټکي یي د تابع f(x) صفرځایونه بولو، ځکه چي هلته باور لري: $f(1) = 0$ او $f(5) = 0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت سټ(ډېری)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کي تر څېړني نیول کیږي.
دا مو تعریفډېری او ارزښت ډېری ته لاربنودوي.
ځموږ د بیلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انتروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کیږي.

$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

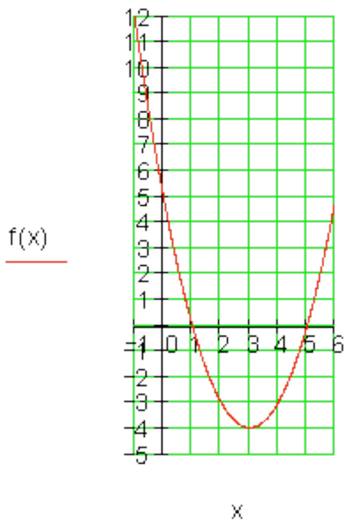
د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېرنې لپاره څموږ د بېلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوي ده.

$$D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

$f(x) := x^2 - 6x + 5$



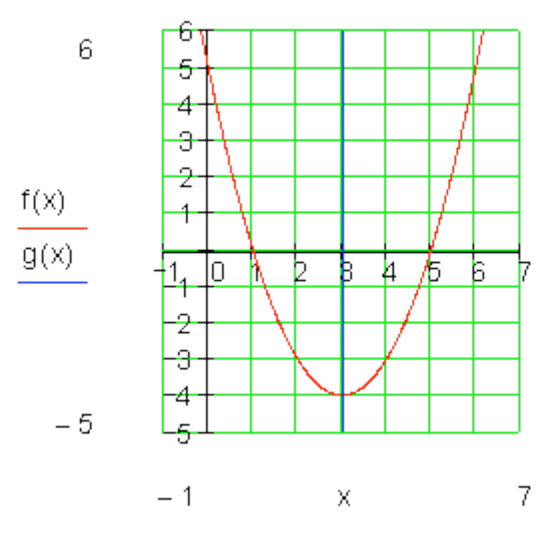
د سیومتري څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ځیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرتکي څخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سیومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرتکي څخه تېریږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځایونه هم سیومتري محور ته سیومتریک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځایونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.



له صفرځایونو څخه د ککرئټکي شمیرنه

صفرځایونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بیلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځایونه معلوم وي، نو د دې اریتمیتیکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردینات دی.

د _p - q- فرمول پیداکونه

د یوه مربع تابع د صفرځایونو پیداکولو امکانات د مربع تکمیلیدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نیسي. د دې لپاره یو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبنې ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميلدنې له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښې لاندې افاده(ويينه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}}\vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوږ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$
:

حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخبنه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې رينښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

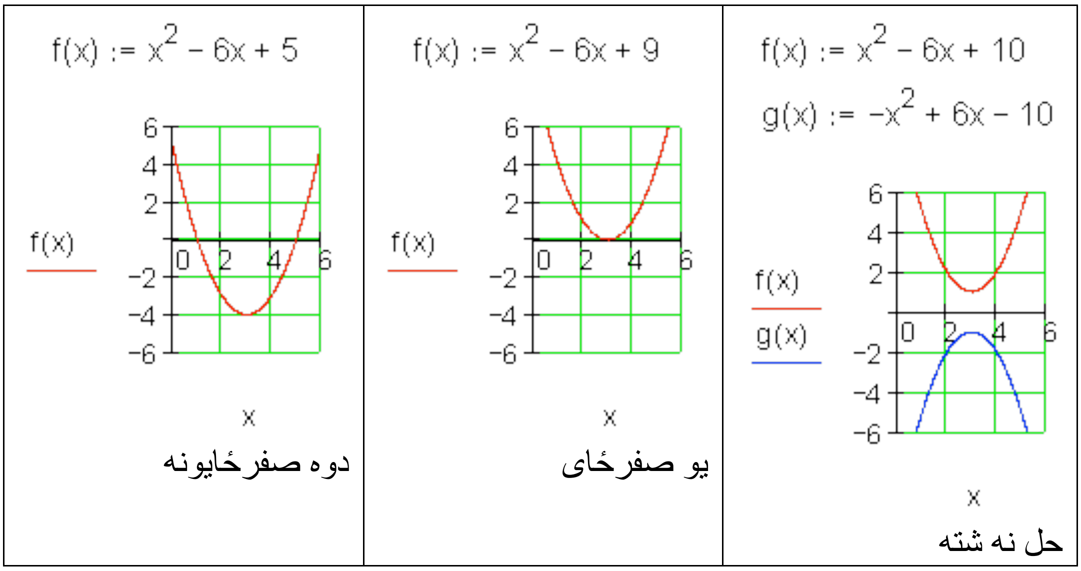
د دوه حلونو دېری(سټ)	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$
د يوه حل سټ	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
د حلونو سټ نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندي څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.



که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوځوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیده شمیرني له لاري صورت نیسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره بڼه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چي صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کرښيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

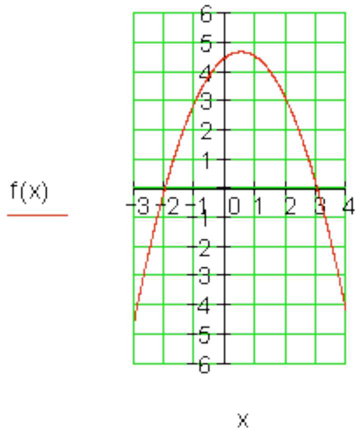
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{1.\ \text{binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

رېښه وېستنه یا رېښه نیونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دویم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $x_1 = 2$ همداسې $x_2 = -6$

د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(2|0)$ همداسې $P_{x2}(-6|0)$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څېړۍ، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^*$$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = 0,5x(x+3); x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل روارۍ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړۍ.

ب – کرښه د x=u سره د $-3 < u < 0$ لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکۍ.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډېز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکۍ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرۍ.

ټ - a داسې وټاکۍ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکی، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایی، چې د a داسي ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکی او ګراف یې رسم کړی.

اوم – د ویمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواوردینات محوورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کې غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکی.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسي پیدا کړی، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

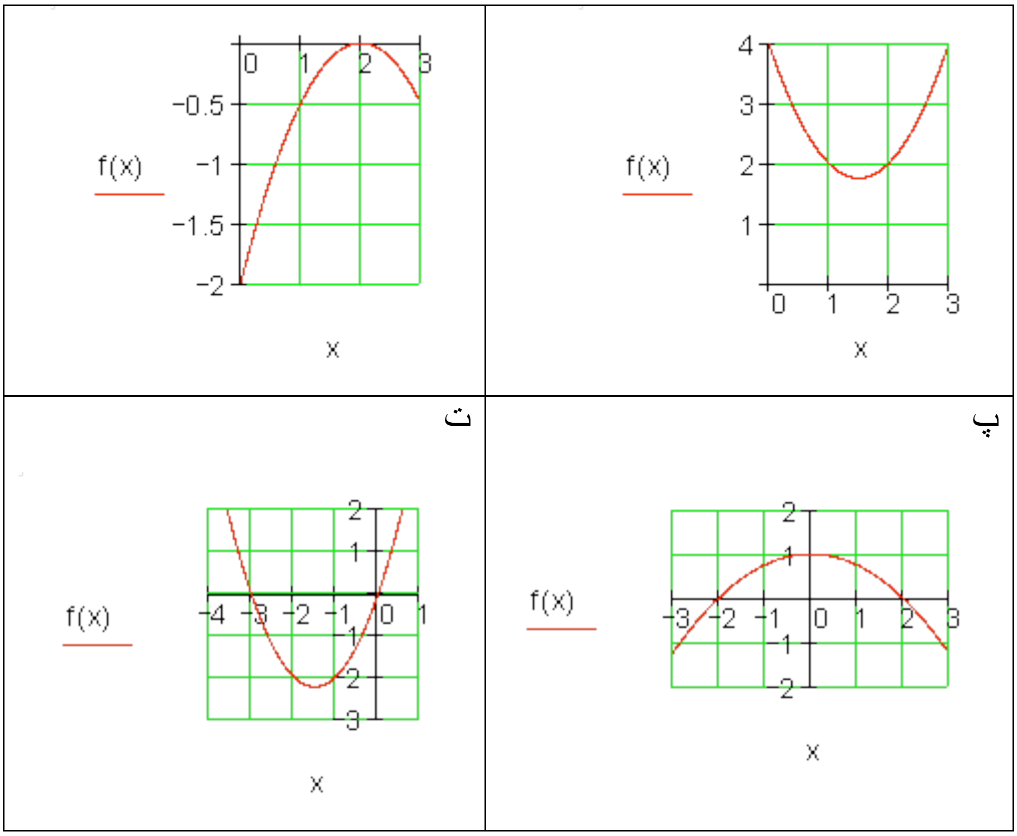
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځیرنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په $x=-3$کي غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. $f(x)$ وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوې (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – $f(x)$یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځایونه په مختخنه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $a\ f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایې، چې د مساوات $f(x) = x^2 -1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2$ $1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ښانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

.يادونه: له ۲۰۰۰ كال دمخه ډاكتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاكتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليكنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل كيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينكمن ليكنې چې له پرينكمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې كتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لكچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه څپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – كرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویېونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزېږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ـــ د شتوتګارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپرېږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميرړي شينواري د ارواښادي پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کي د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکي ميني د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پيل او د دويم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميرړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library