

د ریاضي اساسات

راټولونه او اوډنه: فضل الرحمن "معروف"

د ریاضي اساسات

راټولونه او اوډنه: فضل الرحمن "معروف"

Ketabton.com



$$\sqrt[3]{27} = 3^{2.3}$$

$$|-2| = 2$$

$$L = \frac{a+b}{G}$$

$$3.56 = \frac{356}{100}$$

$$0.3333$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\left( \left( \left( \left( a^m \right)^n \right)^o \right)^p \right)^q$$

$$A = \{a, b, c, \alpha, \beta, \delta\}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$2+2+2+2+2$$



## سريزه

دلوي او بخښونکي څښتن تعالی په سپيڅلي نامه

دلوی او مهربانه خدای ﷻ څخه منندویه یم. چې دا توفیق یې ماته راوبخښه ترڅو دخپلو وطنوالو د چوپړ په لاره کې یو کوچنی گام پورته کړم او ددې هیواد دگرانو ځوانانو د پوهې د کچې د لوړولو او مضبوطه ولو په موخه د کتابونو یوه لړۍ د ریاضي د مضمون د ریاضي اساسات تر سرلیک لاندې ترتیب کړم.

د ریاضي اساسات د ټولو زده کوونکو او هغه کسانو لپاره چې غواړي ریاضي له صفره پیل او په ښه ډول زده کړي خورا ورته اړین دي. ددې کتاب یوه خاصه ځانگړتیا داده: چې هره موضوع د ریاضیکي حل او لارښوونې تر څنگ په لیکل شوی بڼه هم پکې تشریح شویده. او بل کونښن شویده چې د اساساتو مطابق هره موضوع پکې را اخستل شوی او څیړل شویده.

ددې کتاب په لیکلو کې هڅه پردې شویده ترڅو د هغو کسانو لپاره چې لوړو ټولگيو ته رسیدلی دی، مگر ریاضیات یې د پیل څخه نه وی زده کړي. نو ریاضي بیا د ځنځیر مثال لری، چې د یوی یوی کړی څخه جوړه او ځنځیر شویده. یعنی ابتدائیه ریاضیات به ښه قوي کوی. په دې کتاب کې هر څوک کولای شي، چې دخپل ځان په کونښن سره ځان ته زده کړه هم حاصله کړي.

درنو لوستونکو او زده کوونکو موږ هڅه کړیده. چې د غلطی مخه ونیسو خو انسانان طبیعتاً له غلطیو او تیروتنو څخه مبری نه دی. نو له تاسو ټولو عزیزانو څخه په ډیر درنښت هیله کوم چې دا یو انساني کونښن دی. خطاگانۍ به لری تاسو مو هغه غلطی ته متوجې او هغه راته په گوته کړي. انشاءالله د خدای په مرسته او ستاسو په دعاگانو زه دا ډاډ او اطمینان درکوم چې په نژندی راتلونکی کې به دبل داسی علمی خدمت سره مخامخ شي. چې هغه به د مختلفو عالمانو، پوهانو، مشرانو، طبیبانو، فیلسوفانو او ادیبانو ویناوي وی چې ډیر ژر به ستاسو خدمت کې حاضر شي. انشاءالله.

په درنښت

فضل الرحمن "معروف"

## فهرست

صفحه	عنوان
1	اعداد
1	ریاضی
1	حساب
1	ارقام
1	اعداد
2	حقیقی اعداد
2	نسبتی اعداد
3	غیرنسبتی اعداد
3	تام اعداد
3	کسری اعداد
3	اعشار اعداد
3	عام کسری اعداد
3	کامل یا مکمل اعداد
3	غیرحقیقی اعداد
3	مبهم یا نامعلوم اعداد
3	موهومی اعداد
4	طبیعی اعداد
4	داعداد و محوری کرشه
4	مطلقه قیمت
4	دحساب خلورگونی عملی
4	جمع

- 5 ..... منفی یا تفریق
- 5 ..... خاصیتونه
- 5 ..... تبدیلی خاصیت
- 5 ..... د عینیت عنصر
- 6 ..... اتحادی خاصیت
- 6 ..... ضرب
- 6 ..... د ضرب ننبی
- 6 ..... د ضرب خاصیتونه
- 6 ..... د تبدیلی خاصیت
- 6 ..... د عینیت عنصر
- 7 ..... په ضرب کی د صفر خاصیت
- 7 ..... د ضرب توضیحی خاصیت
- 7 ..... تقسیم
- 7 ..... د تقسیم ننبی
- 7 ..... خاصیتونه
- 8 ..... د حسابی آفادو ساده کولو طریقہ
- 9 ..... لومړنې اعداد
- 9 ..... مرکب اعداد
- 9 ..... پراعدادو د ویش قابلیتونه
- 9 ..... د ویش قابلیت
- 9 ..... پر ۲ باندی د ویش قابلیت
- 9 ..... پر ۳ باندی د ویش قابلیت
- 9 ..... پر ۴ باندی د ویش قابلیت
- 10 ..... پر ۵ باندی د ویش قابلیت

- 10.....پر ۶ باندی دویش قابلیت
- 10.....پر ۷ باندی دویش قابلیت
- 11.....پر ۸ باندی دویش قابلیت
- 11.....پر ۹ باندی دویش قابلیت
- 11.....پر ۱۰ باندی دویش قابلیت
- 11.....پر ۱۱ باندی دویش قابلیت
- 12.....پر ۱۲ باندی دویش قابلیت
- 12.....پر ۱۳ باندی دویش قابلیت
- 12.....پر ۱۴ باندی دویش قابلیت
- 12.....پر ۱۵ باندی دویش قابلیت
- 12.....پر ۱۶ باندی دویش قابلیت
- 13.....پر ۱۷ باندی دویش قابلیت
- 13.....پر ۱۹ باندی دویش قابلیت
- 14.....تجزیه
- 14.....سطری طریقہ
- 15.....دیاگرام طریقہ
- 15.....عمومی طریقہ
- 15.....تر تولو لوی مشترک قاسم
- 15.....قاسم
- 15.....مشترک قاسم
- 16.....د تجزیہ پہ مرستہ د لوی مشترک قاسم (GCD) یا (HCF) پیدا کول
- 16.....تر تولو کوچنی مشترک مضرب (LCM)
- 17.....د تجزیہ پہ مرستہ د کوچنی مشترک مضرب پیدا کول
- 17.....د دو عددونو د کوچنی مشترک مضرب او د تر تولو لوی مشترک قاسم تر منخ اړیکي

## دوهم فصل

- 19..... دطاقت (Power) طاقت
- 19..... دطاقت قوانین
- 21..... جذر
- 21..... مربع جذر
- 22..... دمربع جذر پیدا کول د تجزیې په مرسته
- 22..... د استعمال او زده کړې طریقه
- 23..... مکعب جذر
- 24..... دجذر خواص
- 25..... دجذر قوانین
- 28..... دجذرونو گویا(ساده،ناطق) کول
- 28..... A- هغه چی جذرنا ئي مربع جذر ولری.
- 28..... اول مخرج گویا کول
- 28..... دوهم د صورت گویا کول
- 29..... دوهمه طریقه
- 29..... د عدد لیکلو علمی طریقه

## دریم فصل

- 31..... کسرونه
- 31..... عام کسر
- 31..... واقعی کسر
- 31..... غیر واقعی کسر
- 31..... د غیر واقعی کسر تبدیلول په واقعی کسر باندی
- 32..... د واقعی کسر تبدیلول په غیر واقعی کسر باندی

- 32..... غیر واجب
- 32..... دکسر اختصارول یا ساده کول
- 32..... معادل کسرونه
- 33..... معادل کسرونه
- 33..... دمعاذل کسرونو مقایسه یا پرتله کول
- 34..... دعام کسر خلور گونی عملیې
- 34..... جمع
- 35..... ضرب
- 36..... تقسیم
- 36..... دمختلغو کسری عملیو ساده کول
- 37..... کسرالکسر
- 38..... عشار کسر
- 38..... دعشار کسر خلورگونی عملیې
- 38..... جمع او منفی
- 39..... دعشارکسر ضرب
- 40..... دعام کسر تبدیلول په عشار کسر باندی
- 41..... دعشارکسر تبدیلول په عام کسر باندی
- 41..... دعشارمتوالی کسر تبدیلول په عام کسر باندی

### خلورم فصل

- 43..... ستیونه {Sets}
- 43..... دسیټ خواص
- 43..... دیوه سټ دلیکلو طریقې
- 45..... دسیټ ډولونه
- 45..... تش (خالی) سیټ



- 45..... مساوی سیتونه
- 45..... معادل سیتونه
- 45..... اصلی سیت
- 45..... فرعی سیت
- 46..... تقاطع سیت
- 46..... دسیتونو اتحاد(یووالی):
- 47..... د دوو سیتونو تفاضل
- 47..... کُلی او مکمله سیت
- 47..... کُلی سیت
- 48..... مکمله سیت
- 48..... معین سیت
- 48..... غیرمعین سیت

### پنجم فصل

- 49..... مالي محاسبی
- 49..... نسبت
- 49..... د نسبت ډولونه
- 49.....  $A$  حسابی نسبت:
- 49.....  $B$  هندسی نسبت
- 50.....  $C$  حسابی اوسط
- 51..... جز او کُل
- 52..... دنسبت اړوند ځینی سوالونه
- 53..... تناسب
- 53..... دتناسب خواص
- 55..... هندسی اوسط

- 55..... د تناسب ډولونه.
- 55..... مستقيم تناسب .
- 56..... معکوس يا غيرمستقيم تناسب .
- 57..... مرکب مستقيم او غيرمستقيم مرکب تناسب .
- 59..... دکار مسائل .
- 59..... احدیت .
- 60..... فیصد % .
- 61..... تخفیف .
- 61..... زکات .
- 62..... ساده ربح .
- 63..... مرکب ربح .
- 65..... ثبوت ۱ .
- 66..... ثبوت ۲ .
- 66..... د اعدادو طبقه بندی .
- 67..... د مسلسلو اعدادو فورمولونه .
- 69..... لنډې پوښتنې .
- 73..... اوږدې پوښتنې .

## ریاضی اساسات

### لومړی فصل

#### اعداد

**ریاضی:** هغه علم دی چې دڅلورگونو عملیو څخه بحث کوی. اویا په بل عبارت: هغه علم دی چې دهغه پر شاوخوا باندی ټول علوم راگرځی.

**حساب:** دریاضیاتو د عمده او اساسی برخو څخه شمیرل کیږی. حساب هغه علم دی چې د اعدادو داندازه کولو لپاره په کار وړل کیږی او نتیجه ئی د اول څخه تر آخر پوری د اعدادو په ذریعه ښودل کیږی.

**ارقام:** درقم جمع ده چې عبارت له هغه سمبولونو څخه دی چې اعداد پری ښودل کیږی: لکه :

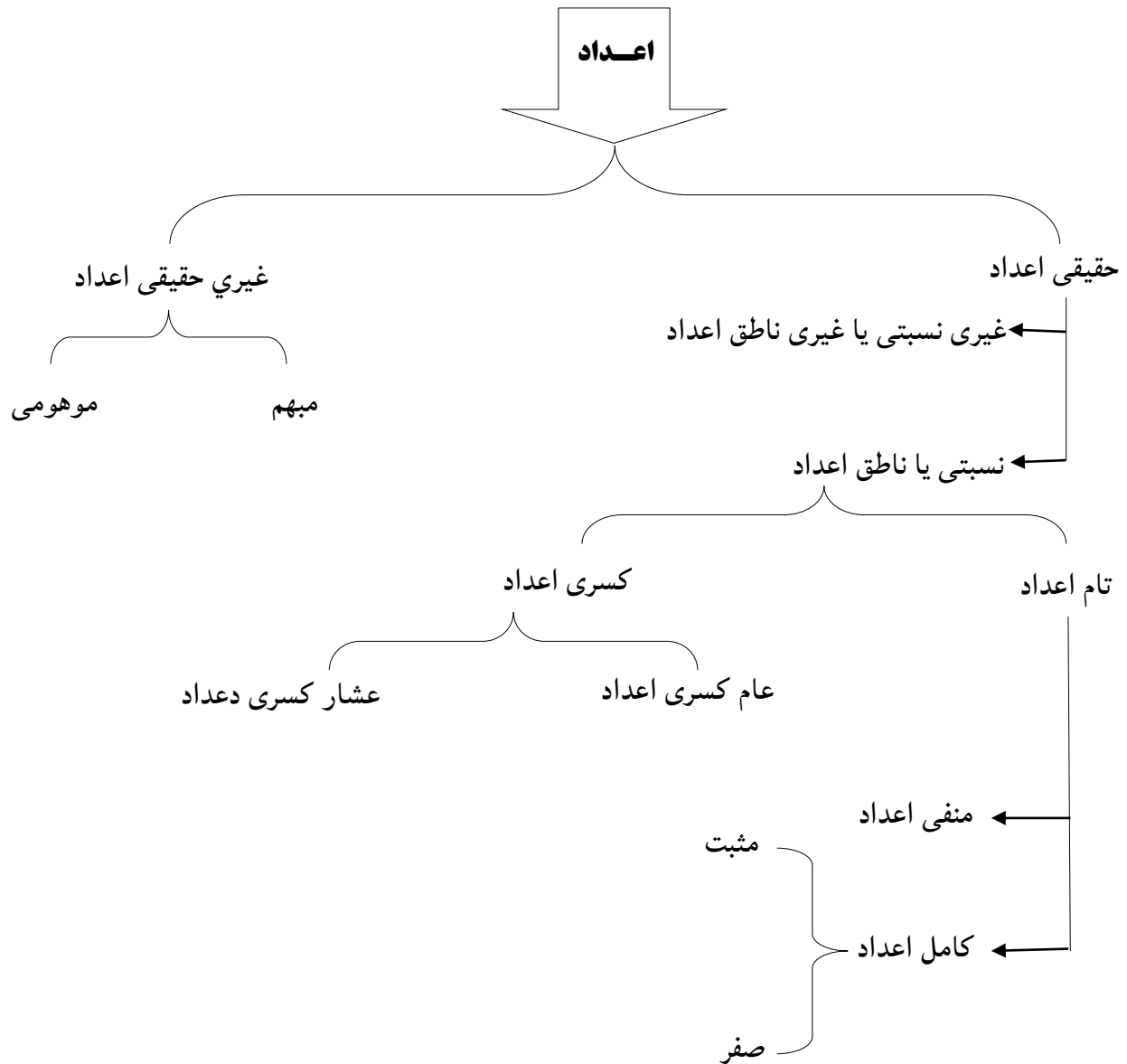
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

**اعداد:** هغه نښی ته ویل کیږی چې دارقامو څخه جوړ شوی وی. لکه :

12234,56456,879076756

دا اعدادو د لښندی مختلفی دی چې په بیلابیلو برخو ویشل شویدی مگر دا د لښندی ډیره مشهوره ده . که څه هم یوڅه اعداد ور څخه پاته دی خو داسی د لښندی نشته چې ټول اعداد پکې ځای پرځای شوی وی.

# ریاضي اساسات



**حقيقي اعداد:** هغه اعدادو ته ويل كيږي چې په هغه سره اندازه گيري كيداى شي. او يا په بل عبارت: د ناطق او غير ناطق IR اعدادو مجموعى ته حقيقي اعداد ويل كيږي. چې په الجبر كې په سره بنودل كيږي.

لکه:  $57^5$  ,  $2\frac{56}{68}$  ,  $0.78$  ,  $\sqrt{45}$  ,  $\frac{4}{6}$  ,  $3$  اونور.....

**نسبتي اعداد:** هغه اعدادو ته وائي چې د کسر په ډول سره ليکل شوي وي. چې په الجبر كې نسبتي اعداد په  $Q$  سره بنودل كيږي.

## ریاضی اساسات

لکه  $\frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{m}{n}, \frac{56}{89}, 8$  , اونور...

**غیرنسبتی اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې د کسر په ډول سره ونه لیکل شی. او په الجبر کې په  $Q'$  سره ښودل کیږی.

لکه: دپاڼې قیمت په هندسه کې  $\pi = 3.14$  او یا د ایولر قیمت  $e = 2.7182$

**تام اعداد:** عبارت دهغه اعدادو څخه دی چې منفي او مثبت وی. او په الجبر کې په  $Z$  سره ښودل کیږی.

**کسری اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې د کسر په شکل سره لیکل کیږی .

**اعشار اعداد:** هغه کسر چې په مخرج کې یی  $10, 100, 1000, 10000, \dots$  وی اعشار اعداد بلل کیږی یعنی صفرونه او یو وی .

**عام کسری اعداد:** هغه اعدادو چې په مخرج کې یی  $10, 100, 1000, 10000, \dots$  نه وی یا هغه اعداد چې نه تام یا کامل وی.

**کامل یا مکمل اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې د صفر څخه شروع او بیا تر مثبت لایتناهی پوری وغځیږی. او په الجبر کې په  $W$  سره ښودل کیږی. لکه:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, \infty$$

**غیر حقیقی اعداد:** هغه اعداد ته وائی چې په هغه سره اندازه گیری نه شی کیدای. چې په الجبر کې په  $IR'$  سره ښودل کیږی. لکه:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 1^\infty, 0^\infty, \sqrt{-2}, \sqrt[6]{-4}$$

**مبهم یا نامعلوم اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې تر اوسه پوری قیمت نه وی تعین شوی. لکه:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 1^\infty, 0^\infty$$

**موهومي اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې منفي اعداد وی او تر جفت جذر لاندی وی. لکه:

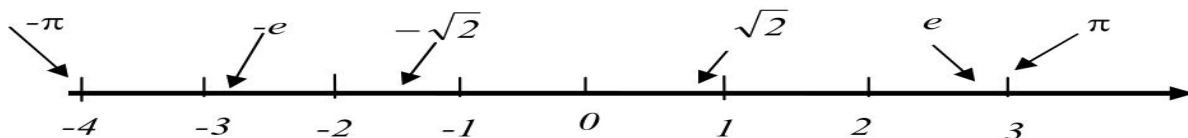
$$\sqrt{-2}, \sqrt[6]{-4}, \sqrt[12]{R}, \sqrt{\frac{1}{2}}$$

## رياضي اساسات

**طبعي اعداد:** هغه اعدادو ته ويل کيږي چې ديوه 1 څخه پيل بياتر مثبت لايتناهي پوري وي. او په الجبر کې په  $IN$  سره ښودل کيږي. لکه :

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots, \infty$$

### داعدادو محوريا کرښه



هغه کرښه ده چې پر هغه کرښه باندې هر ډول اعداد وښودل شي چې په منځ کې ئې صفر قرار لري ښي خواته ئې مثبت اعداد او کښي خواته ئې منفي اعداد قرار لري.

**مطلقه قيمت:** عبارت له هغه فاصلي څخه دی چې د اعدادو دمبداء 0 څخه بياتر هغه عدد پوري عبارت دمطلقه قيمت څخه دی. علامه ئې عبارت ده □

**يادونه:** هر عدد هغه که مثبت وي او که منفي وي مطلقه قيمت ئې مثبت دی. يا هغه اعداد چې علامه صرف نظر ونيسي عبارت دمطلقه قيمت څخه ده. لکه :

$$|x| = x$$

$$|-2| = 2$$

$$2|2-5| = 2|-3| = 2 \cdot 3 = 6$$

### د حساب څلورگوني عمليي

**جمع :** جمع په لغات کې يوځای کولو ته وائي. او په اصطلاح کې دڅو همجنسو شيانو يو ځای کولو ته جمع وايي.

**جمع پر دوه ډوله ده:** ۱- عمودي جمع ۲- افقي جمع

مثال: عمودي جمع: لومړی به يویز تر يویز لاندی او لسيز تر لسيز لاندی په همدې ترتيب به اعداد ترتيبه وو وروسته به د جمعی عمله مخته وړو.

## رياضي اساسات

$$\begin{array}{r}
 234 \\
 + 643 \\
 \hline
 877
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 7563 \\
 + 9088 \\
 \hline
 3574 \\
 20225
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 45567 \\
 34678 \\
 + 90532 \\
 \hline
 4355476 \\
 4526253
 \end{array}$$

**افقي جمع:** دلته به هم د اعدادو د مرتبو سلسله مراعت وي، يویز د یویز سره لسيز د لسيز سره په همدې ترتيب سره تر پایه د مرتبو په مراعتولو سره جمع کيږي.

$$234235 + 474686 = 708921$$

$$7906 + 8932 = 16838$$

**منفي يا تفريق:** تفريق په لغات کی کمولو ته وائي. او په اصطلاح کې دلوی عدد څخه کوچنی عدد کمولو یا د مفروق منه څخه مفروق کمولو ته تفريق وائي.

مثال:

$$\begin{array}{r}
 934 \\
 - 643 \\
 \hline
 291
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8643454 \\
 - 365865 \\
 \hline
 8277589
 \end{array}$$

**نوټ:** که چيری په يوه عملیه کې جمع او منفي گډ وی نو لومړی ئي فرق راباسو او وروسته دهغه علامه لیکو چې غټ وی.

هم علامه اعداد جمع کيږی او مختلف علامه اعداد منفي کيږی.

### خاصیتونه

**د تبدیلی خاصیت:** دا خاصیت په منفي کی صدق نه کوی او د جمع لپاره دی.

$$23 + 27 = 50 \quad , \quad 27 + 23 = 50$$

**د عینیت عنصر:** په جمع او منفي کې د عینیت عنصر صفر دی. یعنی دهر عدد سره چې جمع شی او که منفي شی په عدد کې تغیر نه راځی.

## رياضي اساسات

$$55 + 0 = 55 \quad , \quad 95 - 0 = 95$$

**اتحادی خاصیت:** په دغه خاصیت کې لومړی دقوس اعداد جمع، تفریق یا ضرب کوو او وروسته دباندي اعداد جمع، تفریق او یا ضرب کوو. لکه:

$$(24 + 20) + 6 = 44 + 6 = 50$$

$$(12 - 4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

$$3 \times (5 \times 6) = (3 \times 5) \times 6$$

**ضرب:** ضرب په لغات کې وهلو ته وائي او دحساب په اصطلاح کې د مساوی اعدادو د جمعې لنډې طریقې ته ضرب وائي.

**د ضرب نښې:**  $\times$  ,  $\cdot$  ,  $()$

مثال

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14 \quad \rightarrow \quad 2 \times 7 = 14$$

$$\left. \begin{array}{l} + \cdot + = + \\ - \cdot - = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array} \right\}$$

**د علامو ضرب:**

مطلب هم علامه مثبت کېږي او مختلف علامه منفي کېږي.

**د ضرب خاصیتونه**

**د تبدلي خاصیت:** که چیرې د ضرب په عملیه کې د مضرب او مضرب علیه ځایونه بدل شي د ضرب په عملیه کې تغیر نه راځي.

لکه:

$$25 \times 2 = 50 \quad \rightarrow \quad 2 \times 25 = 50$$

**د عینیت عنصر:** په ضرب کې د عینیت عنصر یو دی. یعنی یو هغه عدد دی چې د ضرب په عملیه کې تغیر نه راولي. لکه:

$$100 \times 1 = 100 \quad , \quad a \times 1 = a$$



## ریاضی اساسات

**په ضرب کی دصفر خاصیت:** دضرب په عملیه کې که صفر په عدد کې ضرب شی او یا عدد په صفر کې ضرب شی دضرب حاصل ئی په دواړو عملیو کې صفر دی.

$$100 \times 0 = 0$$

$$a \cdot 0 = 0$$

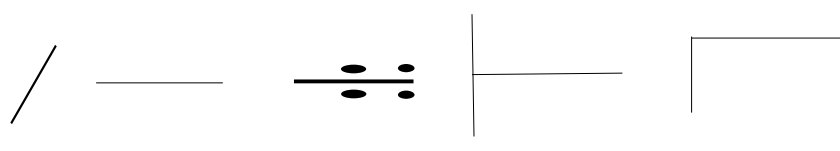
$$12000 \times 0 = 0$$

**دضرب توضیعی خاصیت:** که چیری دضرب په عملیه کې دوه یا خو عددونه دجمعی یا منفی په حالت کې وی په قوسونو کې وی. او یو بل عدد چې دقوس څخه دباندی وی دداغه دقوس دعددونو سره دهر یوه سره دضرب په حالت کې دی او که دننه دضرب علامه وی بیا هغه سره ضربوو بیا وروسته دباندی اعداد ورسره ضربیږی.

$$2(4-2+10) = 2 \times 4 - 2 \times 2 + 2 \times 10 = 8 - 4 + 20 = 28 - 4 = 24$$

$$4(3 \times 6 \times 2) = 4(36) = 144$$

**تقسیم:** په لغات کې ویشولو ته وائی او په اصطلاح کې د یو عدد ویشل په بل عدد باندی عبارت دتقسیم څخه دی.

دتقسیم نښې:  خاصیتونه

$$\frac{0}{\text{عدد}} = 0$$

,

$$\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$$

یعنی هر عدد چې پر صفر تقسیم شی دتقسیم حاصل به لایتناهی (نامعلومه) وی. او که صفر پر هر عدد تقسیم شی دتقسیم حاصل به ئی صفر وی. مثال :

## ریاضی اساسات

$$\begin{array}{r}
 125 \\
 625 \overline{)5} \\
 \underline{5} \\
 12 \\
 \underline{10} \\
 25 \\
 \underline{25} \\
 0
 \end{array}$$

← مقسوم	$  \begin{array}{r}  1264780 \\  \underline{10} \\  26 \\  \underline{20} \\  64 \\  \underline{60} \\  47 \\  \underline{40} \\  78 \\  \underline{70} \\  80 \\  \underline{80} \\  0  \end{array}  $	مقسوم عليه → 10 خارج قسمت → 126478
← باقی یا پاتہ	0	

**یادونه:** د جمع می‌زان په منفی کیږی او د منفی می‌زان په جمع کیږی. او د ضرب می‌زان په تقسیم کیږی. او د تقسیم می‌زان په ضرب کیږی. البته د تقسیم می‌زان څه توپیر لری.

لکه:  $\text{باقی} + \text{خارج قسمت} \times \text{مقسوم علیه} = \text{مقسوم}$

نوټ: که چیری یو عدد د مقسوم څخه راتا شی او د مقسوم علیه څخه کوچنی وی په مقابل کې صفر په خارج قسمت کې ایږدو.

### د حسابی آفادو ساده کولو طریقہ

- (1) جذرونه رفه کوو هغه که هر ځای وی یعنی په قوس کې دننه وی یا بهر.
- (2) کسرونه ختم کوو، لومړی صحیحی اعداد لرونکی، وروسته غیر واجب شوی کسرونه ختم کوو.
- (3) توانونه رفه کوو هغه که هر ځای وی.
- (4) کوچنی قوس ختم کوو.
- (5) میانه قوس ختم کوو.
- (6) لوی قوس رفه کوو.
- (7) د تقسیم او ضرب عملی ختمه وو.

## رياضي اساسات

(8) د جمع او تفریق عملی ختم کوو.

**نوټ:** که چیری دقوس دباندي علامه مثبت وی د قوسو په دننه علامو کې تغیر نه راځی. او که دقوس دباندي علامه منفي وی دقوس په دننه کې تغیر راځی.

**دقوسو پیژندل:** [ غټ ] ، { میانه } ، ( کوچنی )

$$\sqrt{4}[32-(2 \times 3-5)]=?$$

$$2[32-(2 \times 3-5)] \Rightarrow 2[32-(6-5)] \Rightarrow 2[32-(1)] \Rightarrow 2[32-1] \Rightarrow 2[31] \Rightarrow 62$$

**لومړني اعداد:** هغه اعداد ته ویل کیږی چې پر یوه او خپل ځان پوره وویشل شی. پر نورو اعدادو پوره دویش وړنه وی.

لکه: 3,13,19,23,29,31,47,51,67,97,187,1017,2539...

**مرکب اعداد:** هغه اعدادو ته ویل کیږی چې دیوه او خپل ځان څخه پرته پر نورو اعدادو هم پوره دویش وړوی.

لکه: 4,9,12,24,36,48,98,12248,4568,234000...

په یادولری! چې (۱) یو نه مرکب دی او نه لومړنی دی.

### پراعدادو دویش قابلیتونه

**دویش قابلیت:** دویش قابلیت مور ته دا رانښی چې دا اعداد پر کومو اعدادو پوره دویش وړ دی .

**پر ۲ باندي دویش قابلیت:** پر دوو باندي هر هغه اعداد پوره دویش وړ دی چې یویز رقم ئی صفر یا جفت وی.

لکه: 12, 20, 1234, 454656, 879787000, 32468...

**پر ۳ باندي دویش قابلیت:** پر درو باندي هر هغه عدد پوره دویش وړ دی چې دارقامو مجموعه ئی پر درو پوره دویش

وړ وی.

لکه: 123, 34269, 1897245, 987651...

**پر ۴ باندي دویش قابلیت:** پر څلورو دویش قابلیت دری مرحلی لری.

A - که چیری دیویز، لسیز او سلیز رقمونه ئی صفرونه وی پر څلورو پوره دویش وړدی.

## رياضي اساسات

B - که چیری دیویز رقم ئی (۶ یا ۲) وی او لسيز ئی طاق وی هغه اعداد هم پوره پر خلورو دویش وړ دی.

C - که چیری دیویز رقم (۸، ۴، ۰) وی او لسيز ئی جفت وی هغه اعداد هم پوره پر خلورو دویش وړ دی.

لکه: 12000, 3452, 45676, 3460, 56784, 56768...

**پر ۵ باندی دویش قابلیت:** پر پنځو هر هغه عدد پوره دویش وړ دی چې یویز رقم ئی صفر یا پنځه وی.

لکه: 234325, 345340, 34354354765, 343566670...

**پر ۶ باندی دویش قابلیت:** پر شپږو باندی هغه اعداد پوره دویش وړ دی چې په یوه وخت کې (۲-۳) پوره

وویشل شی هغه اعداد پر شپږو پوره دویش وړ دی.

لکه: 4218954, 2763918, 2454, 762...

**پر ۷ باندی دویش قابلیت:** پر اوو باندی هغه اعداد پوره دویش وړ دی. چې دهغه اعدادو لومړی خانه

حذف شی او هغه حذف شوی خانه دوه چنده شی دهغه پاته عدد خخه منفی شی. دې عملیې ته تر هغه

ادامه ورکولو چې هغه عدد دومره کوچنی شی چې موږ ته معلومه شی چې آیا دا اعداد پر اوو پوره دویش

وړ دی او کته. که اخیری حاصل صفر یا اووه شو او یا بل داسی عدد شی چې هغه پر اوو پوره دویش وړ

وی خپله هغه عدد هم پر اوو پوره دویش وړ دی.

$$\begin{array}{r}
 457\bar{8} \quad \boxed{8 \times 2 = 16} \\
 457 \\
 \underline{16} \\
 44\bar{1} \quad \boxed{1 \times 2 = 2} \\
 44 \\
 \underline{2} \\
 42
 \end{array}$$

لکه: 4578

42 هغه عدد دی چې پر اوو باندی پوره دویش وړ دی نو موږ ته معلومه شوه چې ۴۵۷۸ عدد هم پر اوو

باندی پوره دویش وړ دی.

# ریاضی اساسات

**پر ۸ باندی دویش قابلیت:** پر اتو باندی هر هغه عدد پوره دویش وړ دی چې یویز، لسیز او سلیز رقمونه ئی صفرونه وی هغه عدد پوره پر اتو باندی رسیږی.

لکه: 32435000, 4545000...

یادونه: ۸ عدد یو مرکب عدد دی نو ځکه په تجزیه کې ورته ضرورت نشته او نه هم کوم خاص تعریف ورته شویدی.

**پر ۹ باندی دویش قابلیت:** پرنهو باندی هغه اعداد پوره دویش وړ دی چې د ارقامو مجموعه ئی پر نهو پوره دویش وړ وی.

لکه: 27, 36981, 3462972, 24548913...

**پر ۱۰ باندی دویش قابلیت:** پر لسو هر هغه عدد پوره دویش وړ دی چې یویز رقم ئی صفر وی پر لسو باندی پوره وویشل کیږی.

لکه: 120, 2323390, 32432430, 3434350...

**پر ۱۱ باندی دویش قابلیت:** پر یوولسو باندی دا اعداد ویش لاندی مراحل لری.

A - دراکړل شوی اعداد پر سر شماره گذاری کوو.

B - شماره گذاری په جفت او طاقو ویشو.

C - د شماره گذاری تر طاقو اعدادو لاندی اعداد جلا جمع کوو او تر جفت اعدادو لاندی اعداد جلا جمع کوو. وروسته که طاق اعداد غټ وی او که جفت غټ وی یعنی د غټ څخه کوچنی به منفی کوو. که حاصل صفر یوولس او یا بل داسی عدد شو چې هغه پوره پر یوولسو دویش وړ وی نو هغه عدد خپله هم پر یوولسو باندی دویش وړ دی.

مثال: 665962 اعداد گورو.

$$\begin{array}{l} 123456 \\ 665962 \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6+5+6=17 \\ 6+9+2=17 \end{array} \right\} 17-17=0$$

حاصل ئی صفر شو نو 665962 اعداد هم پوره پر ۱۱ باندی رسیږی.

# ریاضی اساسات

**پر ۱۲ باندی دویس قابلیت:** پر دوولسو باندی هر هغه عدد پوره رسیبری چې په یوه وخت کې پر (۳ او ۴) پوره ورسبری خپله هغه عدد هم پر دوولسو پوره دویس وړ دی.

لکه: 305760,550512,11770248...

**پر ۱۳ باندی دویس قابلیت:** پر دیارلسو باندی هر هغه عدد پوره دویس وړ دی. که دراکړل شوی عدد څخه لمړی خانه حذف شی او څلور چنده شی اودهغه پاته عدد سره جمع شی تر هغه وخته پوری چې نوموړی عدد صفر، ۱۳ او یا بل داسی عدد وی چې پر ۱۳ پوره رسیبری خپله هغه عدد هم پر ۱۳ پوره رسیبری.

لکه: 687011 , 813044076,2639...

طریقه

$$\begin{array}{r}
 263\bar{9} \\
 263 \\
 36 \\
 \hline
 29\bar{9} \\
 29 \\
 36 \\
 \hline
 65
 \end{array}$$

$9 \times 4 = 36$   
 $9 \times 4 = 36$

65 هغه عدد دی چې پر 13 پوره رسیبری نو 2639 عدد هم پر 13 پوره رسیبری.

**پر ۱۴ باندی دویس قابلیت:** پر ۱۴ باندی هر هغه عدد پوره رسیبری چې په یوه وخت کې پر (۲ او ۷) پوره دویس وړ وی.

لکه: 9153928 , 361704 , 12548928 ...

**پر ۱۵ باندی دویس قابلیت:** پر ۱۵ باندی هر هغه عدد پوره دویس وړ دی چې په یوه وخت کې پر (۳ او ۵) پوره دویس وړ وی.

لکه: 387540 , 2208825 , 35175 ...

**پر ۱۶ باندی دویس قابلیت:** پر ۱۶ باندی هر هغه عدد پوره دویس وړ دی چې په یوه وخت کې پر (۲ او ۸) پوره دویس وړ وی هغه عدد خپله پر ۱۶ پوره دویس وړ وی .

# رياضي اساسات

لکه: 413456 , 59072 , 1262624 ...

**پر ۱۷ باندي دويش قابليت:** پر ۱۷ باندي هر هغه عدد پوره دويش وړ دی چې د راکړل شوی عدد لومړی خانه حذف کړو او هغه پنځه چنده کړو او دهغه پاته عدد څخه ئې منفي کړو تر هغه وخته پوری دې عملي ته دوام ورکولو چې هغه عدد صفر، ۱۷ او یا بل داسی عدد وی چې پر ۱۷ رسیری نو خپله هغه عدد هم پر ۱۷ پوره دويش وړ دی.

لکه : 43877 , 40052 , 2098752 ...

$$\begin{array}{r}
 4387\vec{7} \\
 4387 \\
 \underline{35} \\
 435\vec{2} \\
 435 \\
 \underline{10} \\
 42\vec{5} \\
 42 \\
 \underline{25} \\
 17
 \end{array}$$

$7 \times 5 = 35$

$2 \times 5 = 10$

$5 \times 5 = 25$

طریقه:

17 هغه عدد دی چې پر 17 پوره رسیری. نو موږ وایو

چې 43877 عدد هم پر 17 پوره رسیری.

**پر ۱۹ باندي دويش قابليت:** پر ۱۹ باندي هر هغه عدد پوره دويش وړ دی چې دهغه عدد لومړی خانه حذف شی او هغه دوه چنده شی او دهغه پاته عدد سره جمع شی تر هغه وخته پوری دې عملي ته دوام ورکولو چې حاصل ئې صفر، ۱۹ او یا بل داسی عدد وی چې پر ۱۹ پوره دويش وړ وی نو هغه عدد خپله پر ۱۹ پوره دويش وړ دی .

لکه : 4902 , 1408375 , 70262 ...

طریقه:

19 هغه عدد دی چې پر 19 باندي پوره ویشل کیری نو موږ وایو

چې 4902 عدد هم پر 19 باندي پوره دويش وړ دی.

## رياضي اساسات

$$\begin{array}{r}
 490\bar{2} \\
 490 \\
 \underline{\quad 4} \\
 49\bar{4} \\
 49 \\
 \underline{\quad 8} \\
 5\bar{7} \\
 5 \\
 14 \\
 \underline{\quad} \\
 19
 \end{array}$$

$2 \times 2 = 4$

$4 \times 2 = 8$

$7 \times 2 = 14$

**تجزیه:** د ضربی اجزاو د ضرب په شکل د یو عدد لیکلو ته تجزیه وایي. یاپه بل عبارت تجزیه په لغات کې ویشولو ته وائي. او په اصطلاح کې د یو مرکب عدد ویشل پر نورو لومړنیو اعدادو باندې عبارت د تجزیې څخه ده.

**یادونه:** یو مرکب عدد باید په داسې ډول پر لومړی اعدادو ویشل شی چې اول باید تر ټولو کوچنی لومړنی اعداد باید ویشل شی او په ترتیب سره باید تر غټ لومړنی اعداد پوری ورسېږي. د تجزیې عمومي ډولونه: د تجزیې عمومي او مشهور چې ډیر استعمالیږي درې ډوله دي.

۱- سطری طریقه چې ډیره ساده ده او غټ اعداد نشي پری تجزیه کیدای.

۲- د دیاگرام طریقه ده چې هغه هم لږ استعمالیږي ځکه ځای ډیر نیسي.

۳- عمومي طریقه ده چې تر ټولو ډیره آسانه او ډیره استعمالیږي.

### سطری طریقه

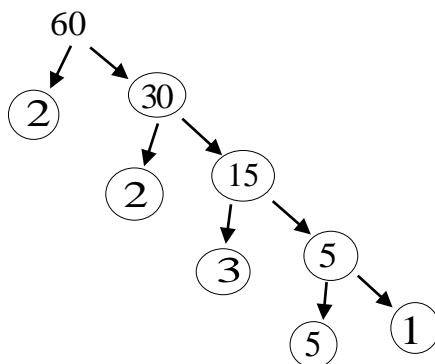
$$60 = 6 \times 10$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$



## ریاضی اساسات

### دیاگرام طریقہ



2	60
2	30
3	15
5	5
5	1

### عمومی طریقہ

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

### ترتیبی لوی مشترک قاسم

**قاسم:** کہ یو طبیعی عدد پر بل عدد پورہ ویشل شی دوہم عدد تہ دلومری عدد قاسم وائی۔

مثال: 32 پر 8 باندی پورہ دویش وپ دی یعنی:  $32 \div 8 = 4$  نو 8 تہ د 32 یو قاسم دی۔

**مشترک قاسم:** کہ دوہ یا خو عددونہ پہ یوہ عدد پورہ ویشل شی دپ عدد تہ ددپ عددونو مشترک قاسم وائی۔

مثال: د 36، 24، او 48 د عددونو د مشترک قاسمونو د عددونو سیٹ پیدا کری۔

$$36 = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$24 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$48 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

د 36، 24، او 48 عددونو د مشترکو عناصرو سیٹ عبارت دی (1, 2, 3, 4, 6, 12) خخہ . نو د 36، 24، او 48 عددونو مشترک قاسم عبارت لہ (1, 2, 3, 4, 6, 12) دی۔

## رياضي اساسات

په مشترک قاسمونو کې لیدل کیږي چې 12 تر ټولو غټ عدد دی. دې عدد ته د (24, 36, 48) تر ټولو لوی مشترک قاسم وائي .

**د تجزیې په مرسته د لوی مشترک قاسم (GCD) یا (HCF) پیدا کول**

$$\begin{array}{r|l} \Rightarrow 2 & 40, 60 \\ \hline \Rightarrow 2 & 20, 30 \\ \hline & 2, 10, 15 \\ \hline & 3, 5, 15 \\ \hline \Rightarrow 5 & 5, 5 \\ \hline & 1, 1 \end{array}$$

40 او 60 لوی مشترک قاسم پیدا کړي.

دغه وکتورونه چې ورته شوي دي

دا هغه لومړني اعداد دي چې دواړه

اعداد په يوه وخت کې پوره پر ویشل

شويدي. نو لوی مشترک قاسم هم د

همدغه اعدادو ضرب دی.

$$2 \times 2 \times 5 = 20$$

نو لوی مشترک قاسم 20 دی.

**يادونه:** کوم اعداد چې موږ ته راکړل شويدي هغه تجزيه کوو وروسته هغه لومړني اعداد سره ضرب وو چې يوه وخت کې مرکب اعداد پر پوره ویشل شوي وي. لکه پورته مثال.

تر ټولو کوچنی مشترک مضرب (LCM)

د 4, 6 او 8 تر ټولو کوچنی مشترک مضرب پیدا کړي.

$$6 = A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, \dots\}$$

$$4 = B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, \dots\}$$

$$8 = C = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots\}$$

اوس د دري واړو سیتونو تقاطع راباسو.

$$(A \cap B) \cap C = (24, 48)$$

## ریاضی اساسات

د تقاطع په سیټ کې کوچنی عدد 24 دی. نو همدغه عدد د (6,4,8) تر ټولو کوچنی مشترک مضرب دی.

**د تجزیې په مرسته د کوچنی مشترک مضرب پیدا کول:**

2	40 , 60
2	20 , 30
2	10 , 15
3	5 , 15
5	5 , 5
1	1 , 1

د (40,60) عدد تر ټولو کوچنی مشترک مضرب

عبارت دی. له (120) څخه .

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 1 \times 1 = 120$$

**د دوو عددونو د کوچنی مشترک مضرب او د تر ټولو لوی مشترک قاسم تر منځ اړیکې**

که کوچنی مشترک مضرب نامعلوم وی

$$L = \frac{a \times b}{G}$$

په پورته فورمول کې (a,b) عددونه دی.

تر ټولو کوچنی مشترک مضرب  $L = \text{LCM}$

تر ټولو لوی مشترک قاسم  $G = \text{GCD}$

که لوی مشترک قاسم نامعلوم وی

$$G = \frac{a \times b}{L}$$

که لومړی عدد نامعلوم وي

$$a = \frac{L \times G}{b}$$

که دوهم عدد نامعلوم وي

$$b = \frac{L \times G}{a}$$

## رياضي اساسات

مثال: د 180 او 250 عددونو ترټولو لوی مشترک قاسم 60 دی تاسو ئي کوچنی مشترک مضرب پیدا کړی

$$L = \frac{a \times b}{G}$$

$$L = \frac{180 \times 250}{60} = 750$$

$$L = 750$$

اوس به ترټولو لوی مشترک قاسم نامعلوم کړو.

$$G = \frac{180 \times 250}{750} = \frac{45000}{750} = 60$$

$$G = 60$$

اوس غواړو لومړی عدد  $a$  ئي نامعلوم کړو.

$$a = \frac{750 \times 60}{250} = \frac{45000}{250} = 180$$

$$a = 180$$

اوس غواړو دوهم عدد  $b$  ئي نامعلوم کړو.

$$b = \frac{750 \times 60}{180} = \frac{45000}{180} = 250$$

$$b = 250$$

## رياضي اساسات

### دوهم فصل

### طاقة (Power)

**تعريف:** د مساوی اعدادو د ضرب لنډې طریقي ته طاقت وائي. یا د مقرر و اعدادو د ضرب لنډې طریقي ته طاقت وائي.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 1000$$

$$5 \times 5 = 5^2 = 25$$

### د طاقت قوانین

**لومړی قانون:** که دوه اعداد د ضرب په حالت کې وی قاعدی ئې مساوی او توانونه ئې مختلف وی. د قاعدو څخه یوه قاعده او توانونه ئې جمع کوو.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$4^2 \times 4^5 = 4^{2+5} = 4^7$$

**دوهم قانون:** که چیرې څو اعداد د ضرب په حالت کې وی په داسې حال کې چې قاعدی ئې مختلفې او توانونه ئې مساوی وی. نو د توانو څخه یو توان او قاعدی ضربیږی.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = (12)^2 = 144$$

**دریم قانون:** که چیرې د یو عدد توان صفر وی هغه مساوی په یوه سره دی.

$$a^0 = 1$$

$$10000^0 = 1$$

**څلورم قانون:** که چیرې د تقسیم په حالت کې قاعدی سره مساوی وی او توانونه مختلف وی د مساوی قاعدو څخه یوه قاعده لیکو او د صورت د توان څخه د مخرج توان منفي کوو.

## ریاضی اساسات

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \frac{4^6}{4^3}$$

$$\frac{4^6}{4^3} = 4^{6-3} \Rightarrow 4^3 \Rightarrow 64$$

**پنجم قانون:** که چیری دتقسیم په حالت کې قاعدی مختلفی وی او توانونه مساوی وی. دتوانونو څخه یو توان او صورت پر مخرج ویشو.

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$\frac{4^5}{2^5} = \left(\frac{4}{2}\right)^5 = 2^5 \Rightarrow 32$$

**شپږم قانون:** که چیری یوه قاعده په مختلفو توانونو پورته شوی وی. قاعده یې خپله لیکو او توانونه یې یو په بل کې ضرب وو.

$$\left(\left(\left(\left(a^m\right)^n\right)^o\right)^p\right)^q = a^{m \times n \times o \times p \times q}$$

$$\left(\left(\left(\left(5^2\right)^3\right)^4\right)^5\right)^2 = 5^{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 2}$$

**اووم قانون:** که چیری دیوی قاعدی توان منفی وی او وغواړو چې مثبت یې کړو نو مخرج ته یې کښته کوو توان یې مثبت کیږی او برعکس که په مخرج کې وی نو صورت ته یې پورته کوو نو توان یې مثبت کیږی.

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

**اتم قانون:** که چیری دتقسیم په حالت کې دوی قاعدی راګول شوی وی که مساوی وی او که نه وی او کُل توان یې منفی وی کله چې وغواړو دغه کُل توان ور مثبت کړو نو دصورت قاعده مخرج ته کښته کوو او دمخرج قاعده صورت ته پورته کوو.

## رياضي اساسات

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{2}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{2}\right)^2 \Rightarrow 4^2 \Rightarrow 16$$

### جذر

**تعريف:** جذر په لغات کې رېښې ته ويل كيږي. اوپه اصطلاح کې ديو عدد رېښه پيداكول د اعدادو پر محور باندې.

د جذر ډولونه ډير زيات دي مگر ډير معمول ئې مربع او مكعب دي.

**مربع جذر:** كه چيري دوه مساوي اعداد سره ضرب كړو نو يو عدد ځيني تشكيلېږي. دغه يو مساوي عدد ته چي هغه عدد ځيني تشكيل شويدي. دهغه تشكيل شوي عدد مربع يا دويم جذر په نامه ياديږي. لكه لاندې ځيني مثالونه:

$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{196} = 14$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{225} = 15$
$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{256} = 16$
$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{289} = 17$

ځيني تقريبي جذرونه

$\sqrt{2} = 1.4142$
$\sqrt{3} = 1.73$
$\sqrt{5} = 2.236$
$\sqrt{6} = 2.449$
$\sqrt{7} = 2.6457$

## ریاضی اساسات

### دمربع جذر پیدا کول د تجزیې په مرسته

مثال: د 225 عدد مربع جذر د تجزیې په مرسته پیدا کړی.

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \downarrow \\
 \times \\
 \downarrow \\
 5 \\
 \downarrow \\
 15
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{r}
 3 \quad 225 \\
 \hline
 3 \quad 75 \\
 \hline
 5 \quad 25 \\
 \hline
 5 \quad 5 \\
 \hline
 \quad \quad 1
 \end{array}
 \right.$$

حل: د 225 عدد مربع جذر 15 دی

یادونه: د تجزیې په طریقه سره هر عدد نه پیدا کړی. نو داسی طریقه چې د هر عدد مربع جذر پیدا کړی هغه عمومی طریقه ده.

### د استعمال او زده کړی طریقه

۱- اول دوی خانې د راسته خوا څخه انتخاب وو.

۲- هغه عدد یا اعداد په نظر کې نیسو .

۳- دوه داسی مساوی اعداد پیدا کوو چې سره ضرب ئې کړو تر هغه انتخاب شوی خانې سره برابر یا هم کم وی. او په وار سره دوی خانې راکښته کوو. او هغه لوړ عدد دوه چنده کوو. او دهغه تر څنګ ئې لیکو .

مثال: د 77841 عدد مربع جذر په عمومی طریقه پیدا کړی

$$\begin{array}{c}
 \leftarrow \sqrt[n]{a} \rightarrow \\
 \downarrow \\
 \text{د جذر}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{مجدور یا تر جذر} \\
 \text{جذر نما یا د جذر}
 \end{array}$$



## ریاضی اساسات

$$\begin{array}{r}
 279 \\
 2 \overline{) 77841} \\
 \underline{4} \phantom{00} \\
 378 \phantom{00} \\
 \underline{329} \phantom{00} \\
 4941 \phantom{00} \\
 \underline{4941} \phantom{00} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{77841} = 279$$

**مکعب جذر:** که چیری دري اعداد سره ضرب شی. دهغه خخه یو عدد تشکیلیری. دغه یو مساوی عدد ته چې هغه عدد ځینی تشکیل شویدی. دهغه تشکیل شوی عدد مکعب یا دریم جذر وائی. لکه:

$\sqrt[3]{8} = 2$	$\sqrt[3]{216} = 6$
$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{343} = 7$
$\sqrt[3]{64} = 4$	$\sqrt[3]{512} = 8$
$\sqrt[3]{125} = 5$	

## ریاضی اساسات

دمکعب جذر دپیدا کولو لپاره د تجزیې څخه کار اخلو. بله طریقه نه لری.

3	3375		
3	1125		
3	375		
×			
5	125		
5	25		
5	5		
15		1	

$$\sqrt[3]{3375} = 15$$

### د جذر خواص

A - هر هغه عدد چې د جذر درجه یا جذر نما ونه لری. جذر نما ئې همیشه مربع یا دوه ده.

$$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$$

B - که چیری یو جذر کُل توان ولری کُل توان یواځی دمجدور د اعدادو دی. یا دهغه عدد دی چې تر جذر لاندی

وی

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$(\sqrt[4]{6})^5 = \sqrt[4]{6^5}$$

C - یو عدد چې تر جذر لاندی وی کولای شو د طاقت په شکل ئې ولیکو.

### طریقه

۱- مجدور د جذر د باندی لیکو.

۲- دمجدور په توان کې کسری خط لیکو.

۳- دمجدور توان دکسری خط په صورت کې لیکو او جذر نما په مخرج کې لیکو.

## ریاضی اساسات

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[5]{30^3} = 30^{\frac{3}{5}}$$

### د جذر قوانین

**۱- قانون:** که چیری جذرونه د ضرب په حالت کې وی چې جذرناوی یې مساوی وی. او مجذورونه یې مختلف وی. د جذرو څخه یو جذر نیسو او د مساوی جذرناوو څخه هم یوه جذرنا نیسو او مجذورونه یې سره ضرب وو.

لکه:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

$$\sqrt[8]{36} \times \sqrt[8]{12} = \sqrt[8]{36 \times 12} = \sqrt[8]{432}$$

**۲- قانون:** که چیری جذرونه د ضرب په حالت کې وی. جذرناوی یې مساوی او مجذورونه یې هم سره مساوی وی. په داسی حالت کې د جذرناوو څخه یوه جذرنا نیسو او د مجذور څخه یو مجذور نیسو او توانونه یې سره جمع کوو.

$$\sqrt[n]{a^m} \times \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m+p}}$$

$$\sqrt[5]{18^4} \times \sqrt[5]{18^6} = \sqrt[5]{18^{4+6}} = \sqrt[5]{18^{10}}$$

**۳- قانون:** که چیری یو مجذور تر څو مختلفو جذرونو لاندی وی مجذور تر یوه جذر لاندی نیسو او جذرناوی یې سره ضرب وو.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[n \times m]{a^p}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{5^2}} = \sqrt[4 \times 3]{5^2} = \sqrt[12]{5^2} = \sqrt[12]{25}$$

**۴- قانون:** که چیری مساوی مجذورونه تر مختلفو جذرونو لاندی وی. د مساوی مجذور څخه یو مجذور لیکو. د دویم جذر جذرنا د لمری مجذره په توان کې ضرب و. او د لومړی جذر جذرنا د دویم جذر د مجذور په توان کې ضرب وو. او د جذر څخه یو جذر نیسو. او مختلفی جذرناوی سره ضرب وو. دهغه جذر جذرنا یې گرځوو.

## ریاضی اساسات

$$\sqrt[n]{a^p} \times \sqrt[m]{a^s} = \sqrt[n \times m]{a^{m \times p + n \times s}}$$

$$\sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[4]{3^5} = \sqrt[3 \times 4]{3^{4 \times 2 + 3 \times 5}} = \sqrt[12]{3^{8+15}} = \sqrt[12]{3^{23}}$$

**۵- قانون:** که چیری و غواړو چې یو عدد و جذر ته ور داخل کړو نو دهغه جذر درجه د عدد توان گرځوو.

$$a \times \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{b^m \times a^n}$$

$$xy \times \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 y^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 y^2} \cdot x^3 y^3} = \sqrt[3]{xy}$$

**۶- قانون:** که چیری د تقسیم په حالت کې مجذورونه مختلف وی او جذرناوی ئې سره مساوی وی. مجذورونه ئې یو پر بل ویشو او جذرونو څخه یو یو جذر نیسو او د مساوی جذرناوو څخه هم یوه جذرنا نیسو.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{\frac{20}{10}} = \sqrt[3]{2}$$

**۷- قانون:** که چیری د تقسیم په حالت کې مساوی مجذورونه تر مساوی جذرناوو لاندی وی په لاندی ډول سره ئې حل کوو.

A- دمجذورو څخه یو مجذور لیکو.

B- د جذرونو څخه یو جذر لیکو.

C- د جذرناوو څخه یوه جذرنا لیکو.

D- د صورت دمجذور دتوان څخه دمخرج دمجذور توان منفی کوو.

$$\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$$

$$\frac{\sqrt[5]{12^{25}}}{\sqrt[5]{12^{18}}} = \sqrt[5]{12^{25-18}} = \sqrt[5]{12^7}$$

## ریاضی اساسات

**۸- قانون:** که چیری د تقسیم په حالت کې مساوی مجذورونه تر مختلفو جذرناوو لاندی وی. د ساده کولو طریقہ ئی په لاندی ډول ده.

A- دمجذور څخه یو مجذور نیسو.

B- د دویم جذر جذرنا د لومړی مجذور په توان کې ضرب او ورڅخه منفی کوو د لومړی جذر جذرنا د دویم جذر دمجذور په توان کې ضرب .

C- د جذرونو څخه یو جذر نیسو. جذرناوی سره ضرب وو.

$$\frac{\sqrt[n]{a^p}}{\sqrt[m]{a^b}} = \sqrt[n \times m]{a^{p \times m - b \times n}}$$

$$\frac{\sqrt[5]{15^{22}}}{\sqrt[3]{15^{12}}} = \sqrt[5 \times 3]{15^{22 \times 3 - 12 \times 5}} = \sqrt[15]{15^{66 - 60}} = \sqrt[15]{15^6}$$

**۹- قانون:** که چیری مساوی مجذورونه یا مختلف مجذورونه تر مختلفو جذورو لاندی وی. په لاندی ډول ساده کیری.

A- ټول مجذورونه یوه جذر ته داخلوو.

B- وروسته د جذرونو جذرناوی سره ضرب وو.

$$\sqrt[n]{a^m \sqrt[m]{b^p} \sqrt[c]{d}} = \sqrt[n \times m \times p]{a^{m \times p} \cdot b^p \cdot c}$$

$$\sqrt[3]{5^4 \sqrt[8]{3} \sqrt[14]{14}} = \sqrt[3 \times 4 \times 3]{5^{4 \times 3} \cdot 8^3 \cdot 14} = \sqrt[36]{5^{12} \cdot 8^3 \cdot 14}$$

**۱۰- قانون:** که چیری مساوی جذرونه د جمع او منفی په حالت کې قرار ولری. طریقہ یې داسی ده.

A- د مساوی جذرونو څخه یو جذر.

B- اعداد سره جمع او منفی کوو.

$$x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} - z\sqrt[n]{a} = (x + y - z)\sqrt[n]{a}$$

$$3\sqrt[3]{6} + 4\sqrt[3]{6} - 5\sqrt[3]{6} = (3 + 4 - 5)\sqrt[3]{6} = 2\sqrt[3]{6}$$

## رياضي اساسات

### د جذرونو گویا (ساده، ناطق) کول

د جذرونو گویا کول پر دوه ډوله دی.

A- هغه چې جذرنا یې مربع جذر ولری.

B- هغه چې جذرنا یې د مربع څخه لوړ توان ولری.

### A- هغه چې جذرنا یې مربع جذر ولری.

که چیری دیو کسر- په صورت او مخرج کې داسی جذرونه وی چې جذرناوی یې دوه یا مربع وی. په دغسی حالت کې هغه جذر هم په صورت کې او هم په مخرج کې ضرب وو.

### اول مخرج گویا کول

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1 \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{1 \times \sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{1 \times \sqrt{a}}{a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{1 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10^2}} = \frac{1 \times \sqrt{10}}{10}$$

### دوهم د صورت گویا کول

$$\frac{\sqrt{a}}{2} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{a}}{2 \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a^2}}{2 \times \sqrt{a}} = \frac{a}{2 \times \sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}{3 \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6^2}}{3 \times \sqrt{6}} = \frac{6}{3 \times \sqrt{6}} = \frac{3}{2 \times \sqrt{6}}$$

نوټ: که چیری  $\sqrt{a} + \sqrt{a}$  راکړل شوی وی گویا عامل یې  $\sqrt{a} - \sqrt{a}$  دی. او که  $\sqrt{a} - \sqrt{a}$  راکړل شوی گویا عامل یې  $\sqrt{a} + \sqrt{a}$  دی. یعنی صرف علامه ئې تغیر کوی.

## رياضي اساسات

$$\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{5(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2} = \frac{5(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}+3}$$

$$\Rightarrow \frac{5(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{10-2\sqrt{21}}$$

### دوهمه طريقه

که چیری داسی جذرونه راکړل شوی وی چې جذرنا یې تر دوه لویه وی. په دغسی حالت کې دمجدور د جذرنا څخه منفی کوو. او دهغه مجدور توان یې گرځوو. وروسته نوموړی د کسر په صورت او مخرج کې ضرب وو.

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a(\sqrt[n]{b^{n-m}})}{(\sqrt[n]{b^m})(\sqrt[n]{b^{n-m}})}$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{5^2}} = \frac{1(\sqrt[9]{5^{9-2}})}{(\sqrt[9]{5^2})(\sqrt[9]{5^{9-2}})} = \frac{\sqrt[9]{5^7}}{(\sqrt[9]{5^2})(\sqrt[9]{5^7})} = \frac{\sqrt[9]{5^7}}{\sqrt[9]{5^9}} = \frac{\sqrt[9]{5^7}}{5}$$

### د عدد لیکلو علمی طریقہ

دا د عدد لیکلو یوه لنډه طریقہ ده: په دی طریقہ کې یو عدد په دوه برخو ویشل کیږی. چې دواړه برخې یو په بل کې د ضرب په ډول لیکل کیږی چې لومړی برخه یې یو داسی عدد دی چې له یوه سره مساوی او یا ترې لوی او د ۱۰ څخه کوچنی وی خو دوهمه برخه یې د ۱۰ یو طاقت وی د عدد لیکلو دې لنډې طریقې ته د عدد د لیکلو علمی طریقہ وایې.

زیات پوه شی: هغه عدد چې راکړل شویدی پوره عدد یې یوه خانه لیکو او هغه نو صرف نظر نیسو. هغه عشری چې موږ صرف نظر کړی وی. دیوی عشری وروسته هغه د ضرب په حالت کې د ۱۰ په قاعده لیکو.

که موږ نښی خواته حرکت کړی و. دهغه عشریو په تعداد به منفی توانونه ورکوو. او برعکس که کښې خواته مو حرکت کړی وو. نو بیا مثبت توانونه ورکوو.

لکه: د 9600000 عدد د عدد لیکلو په علمی طریقہ ولیکئ.

$$9600000 = 9.6 \times 1000000 = 9.6 \times 10^6$$

د ځمکې فاصله د لمر څخه په اوسط ډول 149600000 ده غواړو دغه عدد په علمی طریقہ ولیکو.

## ریاضی اساسات

$$\underbrace{149600000}_8 = 1.4 \times 100000000 = 1.4 \times 10^8$$

دا 2384000000000 عدد د عدد لیکلو په علمی طریقہ ولیکئ.

$$2.3 \times \underbrace{1000000000000}_{12} = 2.3 \times 10^{12}$$

دا 0.0000435678 عدد د عدد لیکلو په علمی طریقہ ولیکئ.

$$0.0000435678 = 4.35678 \times 10^{-5}$$

یادونه: دتوان منفی والی دکوچنیوالی په معنا دی د عدد دمنفی والی په معنا نه دی.



## ریاضی اساسات

### دریم فصل

#### کسرونه

تعریف: کسر په لغات کې ماتولو ته وایې. او په اصطلاح کې یو شی په څو برخو ویشل او دهغه څخه یوه یا څو برخې اخیستلو ته کسر وایې.

کسر پر دوه ډوله دی.

A- عام کسر

B- عشار کسر

**عام کسر:** هغه کسر دی چې په مخرج کې  $10, 100, 1000, 10000, \dots$  نه وی.

کسری خط  $\rightarrow$   $\frac{a}{b}$  ← صورت  
مخرج ←  $b$

دعام کسر ډولونه: عام کسر پر دوه ډوله دی. واقعی کسر او غیر واقعی کسر.

**واقعی کسر:** هغه کسر دی چې صورت یې دمخرج څخه کوچنی وی.

$$\frac{2}{5}, \quad \frac{12}{25}, \quad \frac{65}{78}$$

**غیر واقعی کسر:** هغه کسر دی چې صورت یې تر مخرج لوی وی.

$$\frac{7}{6}, \quad \frac{12}{5}, \quad \frac{24}{41}$$

#### دغیر واقعی کسر تبدیلول په واقعی کسر باندی

کله چې وغواړو چې غیر واقعی کسر- په واقعی کسر- تبدیل کړو لومړی هغه تقسیم کوو. خارج قسمت یې په صحیحی اعداو کې لیکو باقی یې په صورت کې لیکو او مقسوم علیه یې په مخرج کې لیکو.

$$\frac{20}{3} \Rightarrow \frac{20 \overset{6}{\cancel{)}}{18} \Rightarrow \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

## رياضي اساسات

**دواقعی کسر تبدیلول په غیرواقعی کسر باندی:** په هغه وخت کې چې صحیحی عدد ولری.

کله چې وغواړو چې واقعی کسر په غیرواقعی کسر تبدیل کړو نو هغه غیر واجب کوو.

**غیرواجب:** دیوکسر مخرج په صحیحی اعدادو کې ضرب وو صورت ورسره جمع کوو. او بیا یې هم پر هغه مخرج لیکو.

$$6\frac{2}{3} = \frac{3 \times 6 + 2}{3} \Rightarrow \frac{20}{3}$$

### دکسر اختصارول یا ساده کول

یوکسر هغه وخت اختصارپری کله چې صورت او مخرج یو عدد ته دویش قابلیت ولری.

$$\frac{\cancel{25}}{\cancel{50}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\cancel{120}}{\cancel{240}} = \frac{1}{2}$$

### معادل کسرونه

هغه کسرونو ته وايې چې یو رقم مقدار دیو شی ونیسي. یا په بل عبارت: معادل کسرونه هغه کسرونو ته وايې چې دیو کسر صورت او مخرج په یوه مساوی عدد کې ضرب یا تقسیم شی دنوموړی کسر معادل کسرونه لاسته راځی.

$$\frac{\text{شکل 1}}{\text{شکل 2}} \Rightarrow \frac{1}{2} \quad \frac{\text{شکل 3}}{\text{شکل 4}} \Rightarrow \frac{2}{4} \quad \frac{\text{شکل 5}}{\text{شکل 6}} \Rightarrow \frac{3}{6}$$

## ریاضی اساسات

### معادل کسرونه

$$1) \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

$$2) \frac{4}{9} = \frac{4 \times 3}{9 \times 3} = \frac{12}{27}$$

$$3) \frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

$$4) \frac{25}{45} = \frac{25 \div 5}{45 \div 5} = \frac{5}{9}$$

$$5) \frac{22}{44} = \frac{22 \div 2}{44 \div 2} = \frac{11}{22}$$

### دمعادل کسرونو مقایسه یا پرتله کول

دمعادل کسرونو مقایسه کول په دری طریقو کیری.

**لومړی طریقه:** که چیری دوه یا څو کسرونو وی چې ددغو کسرونو صورتونه یوشان یا سره مساوی وی. او مخرجونه یې سره مختلف وی تر ټولو لوی کسر هغه دی چې مخرج یې کوچنی وی.

$$\frac{25}{28} > \frac{25}{30} \quad , \quad \frac{5}{9} < \frac{5}{7}$$

**دوهمه طریقه:** که چیری دوه یا څو کسرونه راکړل شوی وی چې مخرجونه یې یوشان او صورتونه یې مختلف وی تر ټولو لوی کسر هغه دی چې صورت یې لوی وی.

$$\frac{32}{30} > \frac{12}{30} \quad , \quad \frac{25}{45} < \frac{36}{45}$$

**درېمه طریقه:** که چیری داسی کسرونه راکړل شوی وی چې نه صورتونه او نه مخرجونه سره مساوی وی. په داسی حالاتو کې دیو کسر- معادل کسرونه راباسو که چیری ضرورت پیداشی ددوهم کسر- معادل کسرونه هم راباسو تر هغه وخته پوری چې دراکړل شو کسرونو صورتونه یا مخرجونه یو له بله سره برابرېږی. که سره برابر شو نو یې مقایسه کوو. چې لوی وو هغه اصلی کسر لوی دی ددغه بل څخه .

$$\frac{7}{8} \quad , \quad \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad , \quad \frac{7}{8} > \frac{6}{8}$$

## رياضي اساسات

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}$$

$$\triangleright \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}, \quad \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\triangleright \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}, \quad \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{6}{8} \\ \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{6}{8} > \frac{6}{15} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$$

### دعام کسر خاور گوني عمليې

#### جمع

#### اول حالت

که چيري دوه يا څو کسرونه د جمع په حالت کې راکړل شوي وي چې مخرجونه يې سره مساوي وي نو د مخرجونو څخه يو مخرج او صورتونه يې جمع کوو.

مثال:

$$1) \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+5+7}{4} = \frac{15}{4}$$

$$2) \quad \frac{8}{12} + \frac{14}{12} + \frac{18}{12} = \frac{8+14+18}{12} = \frac{40}{12}$$

#### دوهم حالت

که چيري دوه يا څو کسرونه د جمع په حالت کې وي چې مخرجونه يې يو شان او صحيحې اعداد ولري لومړي دغه کسرونه غيرواجب کوو او وروسته د مخرجونو څخه يو مخرج او صورتونه يې جمع کوو.

$$1) \quad 6\frac{3}{5} + 5\frac{7}{5} = \frac{5 \times 6 + 3}{5} + \frac{5 \times 5 + 7}{5} = \frac{33}{5} + \frac{32}{5} = \frac{33+32}{5} = \frac{65}{5}$$

$$2) \quad 7\frac{2}{3} + 6\frac{9}{3} + 4\frac{3}{3} = \frac{3 \times 7 + 2}{3} + \frac{3 \times 6 + 9}{3} + \frac{3 \times 4 + 3}{3} = \frac{23}{3} + \frac{27}{3} + \frac{15}{3} = \frac{23+27+15}{3} = \frac{65}{3}$$

## ریاضی اساسات

**دریم حالت:** که چیری دوه یا شو کسرونه دجمع په حالت کې راکړل شوی وی چې مخرجونه مختلف وی لومړی دټولو مخرجونه لپاره مشترک مخرج (lcm) نیسو وروسته هغه مشترک مخرج دهر کسر- پر مخرج ویشو هغه حاصل یې په صورت کې ضرب وو.

$$1) \quad \frac{2}{5} + \frac{6}{7} = \frac{(35 \div 5 \times 2) + (35 \div 7 \times 6)}{35} = \frac{14 + 30}{35} = \frac{44}{35}$$

$$2) \quad \frac{12}{10} + \frac{9}{12} = \frac{(60 \div 10 \times 12) + (60 \div 12 \times 9)}{60} = \frac{(6 \times 12) + (5 \times 9)}{60} = \frac{72 + 45}{60} = \frac{117}{60}$$

**څلورم حالت:** که چیری دوه یا شو کسرونه دجمع په حالت کې راکړل شوی وی چې مخرجونه یې سره مختلف وی او هم صحیحی یا پوره اعداد ولری لومړی یې غیرواجب کوو او وروسته مشترک مخرج نیسو دهر کسر پرمخرج ویشو او په هغه صورت کې ضربوو.

مثال:

$$1) \quad 3\frac{5}{12} + 7\frac{6}{36} = \frac{12 \times 3 + 5}{12} + \frac{36 \times 7 + 6}{36} = \frac{41}{12} + \frac{258}{36} = \frac{(36 \div 12 \times 41) + (36 \div 36 \times 258)}{36} = \frac{123 + 258}{36} = \frac{381}{36}$$

$$2) \quad 9\frac{5}{9} + 2\frac{9}{5} + 7\frac{8}{3} = \frac{9 \times 9 + 5}{9} + \frac{5 \times 2 + 9}{5} + \frac{3 \times 7 + 8}{3} = \frac{86}{9} + \frac{19}{5} + \frac{29}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(45 \div 9 \times 86) + (45 \div 5 \times 19) + (45 \div 3 \times 29)}{45} = \frac{430 + 171 + 435}{45} = \frac{1036}{45}$$

یادونه: دغه دجمع څلور حالت وو. چې دمنفی دحالتونو سره خاص توپیر نه لری. صرف دلته په حاصل کې جمع کیږی. او په منفي کې منفي کیږی. بل خاص توپیر نه لری.

### ضرب

**اول حالت:** که چیری دوه یا شو کسرونه دضرب په حالت کې وی. په هغه حالت کې چې صحیحی عدد ونه لری. صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضربیږی .

مثال:

$$1) \quad \frac{5}{6} \times \frac{6}{8} = \frac{5 \times 6}{6 \times 8} = \frac{30}{48}$$

$$2) \quad \frac{9}{12} \times \frac{5}{10} = \frac{9 \times 5}{12 \times 10} = \frac{45}{120}$$

## ریاضی اساسات

**دوهم حالت:** که چیری داسی کسرونه دضرب په حالت کې راکړل شوی وی چې صحیحی عدد درلودونکی وی. لومړی یې غیرواجب کوو او وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو.

$$1) \quad 5\frac{60}{3} \times 7\frac{9}{9} = \frac{3 \times 5 + 60}{3} \times \frac{9 \times 7 + 9}{9} = \frac{75}{3} \times \frac{72}{9} = \frac{75 \times 72}{3 \times 9} = \frac{5400}{27}$$

$$1) \quad 2\frac{6}{4} \times 6\frac{2}{8} \times 3\frac{5}{3} = \frac{4 \times 2 + 6}{4} \times \frac{8 \times 6 + 2}{8} \times \frac{3 \times 3 + 5}{3} = \frac{14}{4} \times \frac{50}{8} \times \frac{14}{3} = \frac{14 \times 50 \times 14}{4 \times 8 \times 3} = \frac{9800}{96}$$

### تقسیم

**اول حالت:** که چیری دوه یا څو کسرونه دتقسیم په حالت کې راکړل شوی وی. لومړی کسر- پر خپل حالت لیکو دتقسیم علامه په ضرب تبدیل لوو. دوهم کسر- سرچپه کوو. وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو. لکه:

$$1) \quad \frac{3}{5} \div \frac{4}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{4} = \frac{3 \times 6}{5 \times 4} = \frac{18}{20}$$

$$2) \quad \frac{9}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{9}{12} \times \frac{6}{5} = \frac{9 \times 6}{12 \times 5} = \frac{54}{60}$$

**دوهم حالت:** که چیری دتقسیم په حالت کې دوه یا څو کسرونه راکړل شوی وی او صحیحی عدد درلودونکی وی. لومړی دغه غیرواجب کوو وروسته یې اولنی کسر- پر خپل ځای لیکو دضرب علامه په تقسیم تبدیل وو. دوهم کسر معکوس کوو. وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو. لکه:

$$1) \quad 4\frac{2}{3} \div 3\frac{5}{6} = \frac{3 \times 4 + 2}{3} \div \frac{6 \times 3 + 5}{6} = \frac{14}{3} \div \frac{23}{6} = \frac{14}{3} \times \frac{6}{23} = \frac{84}{69}$$

$$2) \quad 4\frac{4}{6} \div 2\frac{3}{5} = \frac{6 \times 4 + 4}{6} \div \frac{5 \times 2 + 3}{5} = \frac{28}{6} \div \frac{13}{5} = \frac{28}{6} \times \frac{5}{13} = \frac{140}{78}$$

### دمختلفو کسری عملیو ساده کول

که چیری په یو سوال کې کسری جمع، کسری منفی، کسری ضرب، کسری تقسیم راغلی وی او ددی تر څنګ قوسونه هم موجود وی ددغه ډول عملیو دسرته رسولو لپاره باید لاندی ټکي په نظر کې ونیسو.

A- قوسونه رڼه کول.

B- هغه کسر رڼه کول چې صحیحی اعداد ولری.

## رياضي اساسات

C- دتقسيم او دضرب عمليې رڼه كول.

D- دجمعي او منفي عمليې سرته رسول.

$$\begin{aligned} & \frac{5}{4} \div \left[ 1\frac{1}{3} + \frac{5}{2} \times \frac{3}{10} \right] \\ \Rightarrow & \frac{5}{4} \div \left[ \frac{4}{3} + \frac{5}{2} \times \frac{3}{10} \right] \\ \Rightarrow & \frac{5}{4} \div \left[ \frac{4}{3} + \frac{15}{20} \right] \\ \Rightarrow & \frac{5}{4} \div \left[ \frac{80+45}{60} \right] \\ \Rightarrow & \frac{5}{4} \div \left[ \frac{125}{60} \right] \\ \Rightarrow & \frac{5}{4} \times \frac{60}{125} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

### كسرالكسر

هغه كسر ته ويل كيږي چې په صورت كې هم كسرونه ولري او په مخرونه كې هم كسرونه ولري دداسې كسونو دساده كولو طريقه په لاندې ډول ده.

كه مو صورت ساده كوي.نو صورت دلوړي خوا څخه ساده كوو.اوكه مو مخرج ساده كوي نو مخرج يې د كښتې خوا څخه ساده كوو.

مثال:

$$1) \quad \frac{2\frac{4}{3}}{1\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3 \times 2 + 4}{3}}{\frac{4 \times 1 + 3}{4}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{7}{4}} = \frac{10}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{40}{21}$$

$$2) \quad 4 - \frac{2 - \frac{3}{5}}{8 - \frac{1}{2}} = 4 - \frac{\frac{10 - 3}{5}}{\frac{16 - 1}{2}} = 4 - \frac{\frac{7}{5}}{\frac{15}{2}} = 4 - \frac{7}{5} \times \frac{2}{15} = 4 - \frac{14}{75} = \frac{300 - 14}{75} = \frac{286}{75}$$

## رياضي اساسات

### عشار کسر

هغه کسر ته وايي چې په مخرج کې يې (10, 100, 1000, 10000...) او داسې نو عددونه وي. عشار کسر بلل کېږي.

نوټ: د عشاري کينډې خواته تام اعداد قرار لري. او د عشاري نښې خواته يې عشاري اعداد بلل کېږي. که د تام اعدادو کينډې خواته هر څومره صفرونه ورکړل شي. په اعدادو کې کوم تغير نه راځي. او همداسې که د عشاري اعدادو نښې خواته هر څومره صفرونه ورکول شي په اعدادو کې کوم تغير نه راځي.

$$1) \quad 00000000025 = 25$$

$$2) \quad 0.2500000 = 0.25$$

### د عشار کسر څلورگوني عمليې

#### جمع او منفي

که چيرې وغواړو چې دوه يا څو عشاري اعداد سره جمع يا تفريق کړو نو داسې کار کوو لکه په ساده جمع او منفي کې. خو کله چې دغه جمع يا منفي سرته رسوو. لومړی بايد اعداد منظم کړو. يعنې د تام اعدادو يويز تر يويز لاندې او لسيز تر لسيز لاندې په همدې ترتيب. او د عشاري عدد يويز تر يويز لاندې او لسيز تر لسيز لاندې په همدې ترتيب بايد وليکل شي.

پاملرنه: د عشاري اعدادو يويز د عشاري څخه پيل کېږي او همدارنگه د تام اعدادو يويز هم د عشاري څخه پيل کېږي.

لاندې اعداد جمع او منفي کړي.

$$6.7675 + 2827.56 + 0.7595$$

$$39.38 - 25.034$$

$$\begin{array}{r} 6.7675 \\ + 2827.56 \\ \quad 0.7595 \\ \hline 2835.0870 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39.38 \\ - 25.034 \\ \hline 14.346 \end{array}$$



## رياضي اساسات

### دعشارکسر ضرب

کله چې وغواړو یو عشاري اعداد په تام یا بل عشاري عدد کې ضرب کړو نو دعادی ضرب ډول سره د ضرب عملیه سرته رسوو. وروسته د ضرب په حاصل کې عشاريه په داسې ډول سره ټاکو چې په مضرب او مضرب علیه کې عشاري شپارو او دهغه عشاریو په تعداد عشاري د ضرب په حاصل کې جلا کوو.

مثال:

$$\begin{array}{r} 56.53 \\ \times 2.3 \\ \hline 16959 \\ 11306 \\ \hline 130.019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23.56 \\ \times 1.23 \\ \hline 7068 \\ 4712 \\ 2356 \\ \hline 28.9788 \end{array}$$

### دعشارکسر تقسیم

**اول حالت:** که چیرې وغواړو یو عشاري اعداد پر یو ثابت عدد تقسیم کړو دعادی تقسیم په شان خپل تقسیم حل وو. کله چې عشاريه منځ ته راشي عشاريه راساً په خارج قسمت کې ایږدو. وروسته خپل تقسیم ته ادامه ورکوو. لکه:

$$\begin{array}{r} 4.553 \\ 27.318 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 33 \\ \underline{30} \\ 31 \\ \underline{30} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

**دوهم حالت:** که چیرې یو عشاري عدد راکړل شوی وی. او غواړو پر عشاري عدد یې تقسیم کړو لومړی باید په مقسوم علیه کې عشاريه له منځه یو سو. هر څومره ځانې عشاري چې په مقسوم علیه کې وی په هم هغه شمیره په مقسوم کې عشاريه مخته بیا یو. یعنی ښي طرفته .

## رياضي اساسات

که چیری په هغه اندازه عشری په مقسوم کې موجودې نه وی نو دهغه په مقابل کې صفرونه په مقسوم کې ايردو.

$$\begin{array}{r}
 33.3 \overline{)0.2} \quad \longrightarrow \quad \frac{3.33}{0.2} = \frac{3.33 \times 10}{0.2 \times 10} + \frac{33.3}{2} \\
 \hline
 \phantom{33.3} \overline{)2} \\
 \phantom{33.3} \underline{2} \\
 \phantom{33.3} 13 \\
 \phantom{33.3} \underline{12} \\
 \phantom{33.3} 13 \\
 \phantom{33.3} \underline{12} \\
 \phantom{33.3} 10 \\
 \phantom{33.3} \underline{10} \\
 \phantom{33.3} 0
 \end{array}$$

### دعام کسر تبدیلول په عشر کسر باندی

کله چې وغواړو یو عام کسر- په عشر کسر- تبدیل کړو نو دهغه کسر- صورت پر مخرج ویشو. کله چې باقی پاته شی. باقی ته صفر ورکوو اود هغه صفر په مقابل کې په خارج قسمت کې عشری ايردو که چیری ضرورت وی نور صفرونه هم ورکولای شو.

$$\begin{array}{r}
 \frac{20}{3} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r}
 \phantom{20} \overline{)3} \\
 \phantom{20} \underline{18} \\
 \phantom{20} 20 \\
 \phantom{20} \underline{18} \\
 \phantom{20} 2
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{3} = 6.\overline{6}$$

## ریاضی اساسات

### دعشار کسر تبدیلول په عام کسر باندی

**اول حالت:** ټول اعداد پرته له عشاری د کسر په صورت کې لیکو دعشاری پر ځای په مخرج کې یو (1) لیکو عشاری اعداد شمیرو او دهغه شمیر په اندازه په مخرج کې صفرونه لیکو. مثال:

$$1) \quad 3.56 = \frac{356}{100}$$

$$2) \quad 23.0678 = \frac{230678}{10000}$$

**دوهم حالت:** کله چې وغواړو چې یو عشر کسر په عام کسر تبدیل کړو تام اعداد په صحیحی اعدادو کې لیکو دعشاری پر ځای یو (1) په مخرج کې لیکو عشاری اعداد په صورت کې لیکو هر څومره عشاری اعداد چې وی دهغه په مقابل کې صفرونه په مخرج کې لیکو. مثال:

$$1) \quad 3.56 = 3 \frac{56}{100}$$

$$2) \quad 632.5678 = 632 \frac{5678}{10000}$$

**یادونه:** دا اول حالت او دوهم حالت توپیر دومره دی چې اول حالت غیر واجب شویدی. او دوهم حالت غیر واجب شوی نه دی. بل خاص توپیر نه لری.

### دعشار متوالی کسر تبدیلول په عام کسر باندی

کله چې یو عشاری متوالی کسر په عام کسر تبدیلوو نو دلاندی فورمول څخه کار اخلو.

$$\text{عام کسر} = \frac{\{\text{تام اعداد او عشاری اعداد (غیر متوالی)}\} - \{\text{ټول اعداد بیله عشاری لیکو}\}}{\{\text{دهر عشاری اعداد (غیر متوالی)}\} \times \{\text{دهر متوالی عدد پر ځای (۹) لیکو}\}}$$

مثالونه:

$$1) \quad 3.\bar{6} = \frac{36-3}{9} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$2) \quad 13.\overline{654} = \frac{13654-136}{990} = \frac{13518}{990}$$

## رياضي اساسات

- 3)  $405.\overline{5467} = \frac{4055467 - 40554}{9900} = \frac{4014913}{9900}$
- 4)  $45.\overline{0031} = \frac{450031 - 4500}{9900} = \frac{445531}{9900}$
- 5)  $5.\overline{27272727...} = 5.\overline{27} = \frac{527 - 5}{99} = \frac{522}{99} = \frac{58}{11}$
- 6)  $4.\overline{1333...} = 4.\overline{13} = \frac{413 - 41}{90} = \frac{372}{90} = \frac{62}{15}$
- 7)  $17.\overline{2545454...} = 17.\overline{254} = \frac{17254 - 172}{990} = \frac{17082}{990} = \frac{2847}{165}$
- 8)  $1.\overline{35666...} = 1.\overline{356} = \frac{1356 - 135}{900} = \frac{1221}{900} = \frac{407}{300}$
- 9)  $0.\overline{3333...} = 0.\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
- 10)  $0.\overline{135135135...} = 0.\overline{135} = \frac{135}{999} = \frac{15}{111} = \frac{5}{37}$

## رياضي اساسات

### څلورم فصل

#### سټونه {Sets}

**تعريف:** دخوشيانو يو ځای کولو ته سيټ وايي يا په بل عبارت: دننه پيژندل شو شيانو مجموعی ته سيټ وايي.

يادونه: دغه په اصل کې تعريف نه دی ځکه چې سټ نه دی تعريف شوی دا اصلاً اصطلاح ده.

دسيټ نښي: {قوسونه} ، او بيلابيل هندسی شکلونه .

**دسيټ عناصر:** هر هغه شی چې په سيټ کې شامل وی دسيټ عناصر يا غړی بلل کيږي.

مثال: دغه  $A = \{a, b, c, d, e, f, \}$  هر يوه ته دسيټ عنصر وايي.

#### دسيټ خواص

A په سيټ کې بايد واضح عناصر وی.

B په سيټ کې بايد دعنصرو تکرار موجود نه وی.

C په سيټ کې دعنصرو تغير په سيټ کې تغير نه راولي.

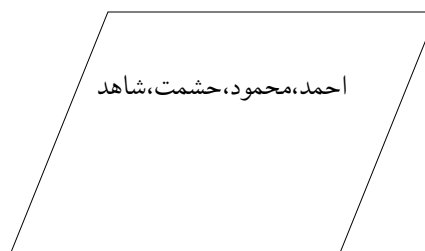
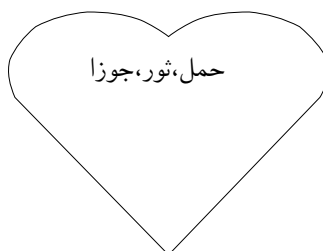
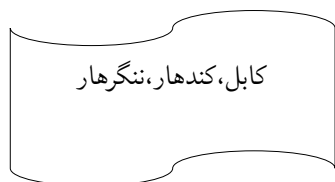
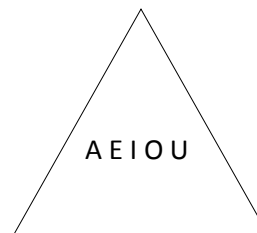
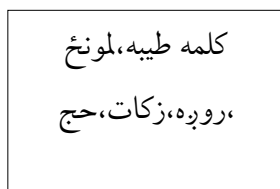
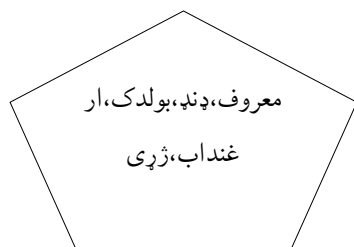
D په سيټ کې دعنصرو همجنس والی ضروری نه دی.

E په سيټ کې دعنصرو پابندی ضروری نه ده يعنی مقدار، شمير، اندازه ...

#### د يوه سټ د ليکلو طريقي

**لومړی طريقه:** د وين دياگرام طريقه: په دغه طريقه کې عناصر په مختلفو هندسی شکلونو سره ښودل کيږي.

## رياضي اساسات



**دوهم طريقه:** تفصيلي يا دليست ڪولو طريقه: ٻه دغه طريقه ڪي دسيت عناصر ٻه دغه { } علامه سره بنودل ڪيري. او عناصر و تر منڇ ئي جلاوالي ٻه ڪامه (,) سره ڪيري.

$$A = \{a, b, c, \alpha, \beta, \delta\}$$

**دريمه طريقه:** اجمالي يا تشریحی طريقه: دادسيت هغه طريقه ده چي عناصر پڪي ديوي جملي ٻه شڪل سره وليکل شي. قوسونه ڪه ولري اوڪه ونه لري. توپير نه لري.

مثال:

1)  $A = \{\text{داسلام پنڇه بناوي}\}$

2)  $B = \{\text{دڪال دولس مياشتي}\}$

3)  $C = \{\text{د اوونې اووه ورڇي}\}$

4)  $A = \{X / X \in \mathbb{R} \ X > 12\} = A = \{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, \dots\}$

5)  $B = \{X / X \in \mathbb{W} \ 2 < X < 10\} = B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

6)  $C = \{X / X \in \mathbb{N} \ 12 \geq X > 5\} = C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

## ریاضی اساسات

**یادونه:** په یوه سیټ کې د یوه عنصر غړیتوب د  $\in$  علامې او نه غړیتوب د  $\notin$  په واسطه ښودل کېږي.

### د سیټ ډولونه

**تښ (خالی) سیټ:** هغه سیټ چې هیڅ عنصر ونه لري. د تښ سیټ په نامه یادېږي. او د  $\emptyset$  و یا  $\{\}$  سمبولونو په مرسته ښودل کېږي. لکه:

• دهغه کسانو سیټ چې 50 متره ونه «جگوالی» لري.

• دهغه طبیعي عددونو سیټ چې تر 1 کوچنی وي.

**مساوی سیټونه:** هغه سیټونه دي چې یواځې د عناصرو شمیر او عناصر یې سره مساوی وي.

مثال:

$$A = \{a, b, c, d, 1, 2, 3, \alpha, \beta, \delta\}$$

$$B = \{\delta, 1, 2, 3, a, b, c, d, \alpha, \beta\}$$

**معادل سیټونه:** هغه سیټونه چې یواځې د عناصرو شمیر سره مساوی وي.

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cong B, A \equiv B$$

**اصلي سیټ:** هغه سیټ ته وايي چې څو فرعي سیټونه ولري. یا ورڅخه جوړ شوی وي.

مثال: هر عنصر یو فرعي سیټ دی.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$

**فرعي سیټ:** هغه سیټ ته وايي چې د اصلي سیټ یوه برخه وي. او یا که چیرې د B سیټ ټول عناصر په A سیټ کې غړیتوب ولري نو B سیټ د A سیټ یو فرعي سیټ دی چې په دی ډول  $B \subset A$  ښودل کېږي او د فرعي سیټ علامه ده.

له بلې خوا که چیرې د B سیټ ټول عناصر په A سیټ کې غړیتوب ونه لري نو B سیټ د A سیټ یو فرعي سیټ نه دی چې په ډول  $B \not\subset A$  ښودل کېږي.

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{array} \right\} \Rightarrow B \subset A$$

## رياضي اساسات

**يادونه:** هرسيټ دخپل سيټ يو فرعي سيټ كيدای شي. اوهر خالي سيټ فرعي سيټ بلل كيږي.

په سيټ كې دفرعي سيټ تعينول يا دهغه شمير معلومول: يعنې:  $2^n$

$n$  په اصلي سيټ كې دعنصرو شمير نښي.

په لاندې سيټيكي دفرعي عناصرو شمير معلوم كړي.

$$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n = 3$$

$$2^n \Rightarrow 2^3 = 8 \text{ sets}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \{1, 2, 3\}, A_2 = \{1\}, A_3 = \{2\}, A_4 = \{3\} \\ A_5 = \{1, 2\}, A_6 = \{1, 3\}, A_7 = \{2, 3\}, A_8 = \{\emptyset\} \end{array} \right\}$$

**تقاطع سيټ:** هغه سيټ ته وايي چې د دوو سيټونو دمشترو عناصرو څخه لاسته راشي. يا د  $A$  او  $B$  د دوو سيټونو

تقاطع له هغه سيټ څخه عبارت ده چې عناصر يې هم د  $A$  او هم د  $B$  په سيټ كې شامل وي.

مثال: كه چيري  $A = \{1, 2, 3\}$  او  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  وي  $A \cap B$  په لاس راوړي.

$$A \cap B = A = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3\} = A$$

او يا كه  $D = \{2, 4, 8\}$ ,  $C = \{1, 3, 5\}$  وي.

$$C \cap D = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 8\} = \{\emptyset\}$$

**دسيټونو اتحاد (يووالي):** د  $A$  او  $B$  د دوو سيټونو اتحاد هغه سيټ دی چې عناصر يې يا په  $A$  او يا په  $B$  كې شامل

وي.

دسيټونو په اتحادی خاصیت كې صدق كوي؛ يعنې:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

### يادونه

• دهرسيټ اتحاد خالي سيټ سره نو موږي سيټ څخه عبارت دی.

• كه چيري د  $A$  او  $B$  سيټونه اتحاد عبارت له  $A$  سيټ څخه وي نو  $B$  د  $A$  يو فرعي سيټ دی.



## ریاضی اساسات

• د  $A$  سیټ اتحاد له  $A$  سیټ سره د  $A$  سیټ څخه عبارت دی.

مثال: که  $A = \{1, 2, 3\}$  او  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  سیټونه درکړل شوی وی.  $A \cup B$  او  $B \cup A$  پیدا کړی او په شکل کې یې

وښیې.

حل:

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B \cup A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{aligned}$$

### د دوو سیټونو تفاضل

$A - B$  هغه سیټ دی چې عناصر یې د  $A$  په سیټ کې شامل وی خو د  $B$  په سیټ کې شامل نه وی.

$B - A$  هغه سیټ دی چې عناصر یې د  $B$  په سیټ کې شامل وی خو د  $A$  په سیټ کې شامل نه وی.

یادونه:

• که چیرې  $A - B = A$  او یا  $B - A = B$  وی نو  $A$  او  $B$  سره بیل دی.

• که چیرې  $A - B = \emptyset$  وی نو  $A$  او  $B$  مساوی سیټونه دی.

مثال:  $A - B$  او  $B - A$  یې پیدا کړی.

$$\begin{aligned} A &= \{a, b, g, h\} \\ B &= \{a, b, c, d\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= \{g, h\} \\ B - A &= \{c, d\} \end{aligned}$$

### کلی او مکمله سیټ

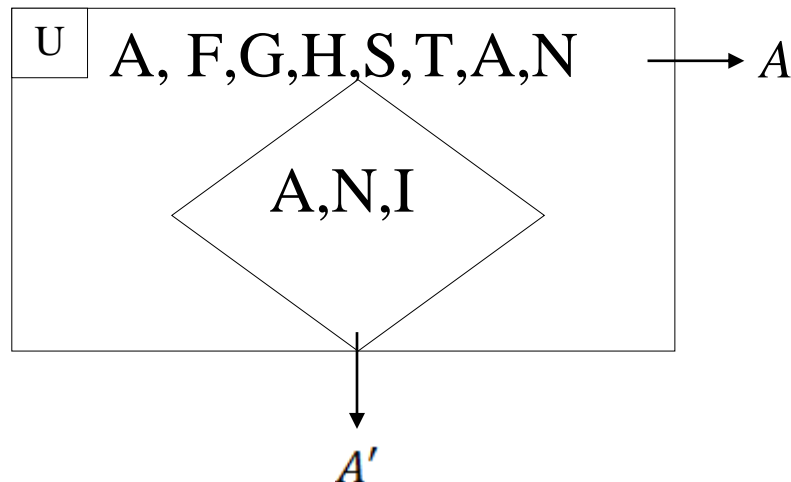
**کلی سیټ:** په هره برخه کې چې بحث کوو یو ځانگړی سیټ شتون لری چې د موضوع اړوند ټول عناصر په

کې شامل دی چې د عمومي (کلی) سیټ په نامه یادېږی. او یا په عبارت: هغه سیټ ته وایې چې دوه یا څو

فرعی سیټونه ځینی انتخاب شوی وی او تر مطالعی لاندی نیول شوی وی او دغه سیټ همیشه  $U$  سره

ښودل کېږی.

## رياضي اساسات



### مکمله سیټ

هغه سیټ ته ویل کیږي چې د کلي سیټ یوه برخه وي او همیشه بشپړوونکی د کلي سیټ وي. مکمله سیټ همیشه په  $A' \vee A^c$  سره ښودل کیږي.

مثال:

$$\left. \begin{aligned} U &= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\} \\ A' \vee A^c &= \{a, e, i, o, u\} \\ A &= \{b, c, d, f, g, h, l, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\} \end{aligned} \right\}$$

**معین سیټ:** هغه سیټ ته وپایېږي د عناصرو شمیرې ي معلوم وي.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, 100\}$$

**غیر معین سیټ:** هغه سیټ ته وپایېږي چې د عناصرو شمیرې ي معلوم نه وي.

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

## ریاضی اساسات

### پنجم فصل

#### مالي محاسبې

#### نسبت

د دوو همجنسو شیانو تر منځ رابطې ته نسبت وايې. یا په بل عبارت: د دوو همجنسو (یوشان) کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت عبارت له هغه عدد دی چې ونیږي لومړی کمیت د دویم کمیت خو برابره دی یا یو کمیت د بل کمیت خومه برخه ده او یا دوه یو کمیت خو ځلی په لومړی کمیت کې شامل دی.

**نوټ:** که چیرې په نسبت کې مختلف واحداث راکړل شوی وی باید یوه واحد ته تبدیل شی او نسبت همیشه واحد نه لری.

#### د نسبت ډولونه

حسابی ، هندسی او حسابی اوسط.

**A حسابی نسبت:** هغه نسبت ته وايې چې د اعدادو تر منځ رابطه په منفي سره وی. یا هغه توپیر یې موږ ته په گوته کوی.

$$A - B$$

**B هندسی نسبت:** هغه نسبت ته وايې چې د اعدادو تر منځ رابطه د تقسیم په واسطه سره وی. یعنی هغه برخې یا خو چنده پکښې شامل دی.

$$\frac{A}{B}$$

مثال: که د احمد پلار د 81 کالو عمر لری او احمد 54 کاله عمر لری د دوی د عمرونو تر منځ حسابی او هندسی نسبت پیدا کړی.

$$A - B = 81 - 54 = 27 \text{ حسابی نسبت}$$

$$\text{هندسی نسبت} = \frac{A}{B} = \frac{81}{54} = \frac{3}{2}$$

دوهم مثال: که چیرې همایون د 18 کالو وی او حشمت الله د 6 کالو وی د دوی د عمرونو تر منځ هندسی او حسابی نسبت پیدا کړی.

## ریاضی اساسات

$$A - B = 18 - 6 = 12 \text{ حسابی نسبت}$$

$$\text{هندسی نسبت} = \frac{A}{B} = \frac{18}{6} = 3$$

**نوټ:** حسابی نسبت دا رابنډې چې یو کمیت او بل کمیت تر منځ توپیر خودی. هندسی نسبت دا رابنډې چې یو کمیت په بل کمیت کې خو واره شامل وی یا خوومه برخه ده.

### C حسابی اوسط

دڅو کمیتونو اوسطی مجموعه عبارت د حسابی اوسط څخه ده.

طریقه: کمیتونه ټول سره جمع کوو. او دکمیتونو پر شمیر یې ویشو.

مثال: که نظیف الله په ریاضی کې (98) په فزیک (90) په کیمیا (93) په پښتو (70) په دری (65) او په انګلیسی کې (55) نمری وړی وی تاسو یې دنمری اوسط راوباسی.

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{a+b+c+\dots+n}{N}$$

$N$  د کمیتونو شمیر دی او  $(a, b, c, \dots)$  کمیتونه دی

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{\text{ریاضی} + \text{فزیک} + \text{کیمیا} + \text{پښتو} + \text{دری} + \text{انګلیسی}}{\text{د مضامینو د شمیر حاصل جمع}}$$

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{98+90+93+70+65+55}{6} = \frac{471}{6} = 78.5$$

دوهم مثال: د 21 او 7 حسابی اوسط راوباسی.

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{7+21}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

دریم مثال: په ترتیب سره د 6, 7, 8 ترمنځ حسابی اوسط پیدا کړی.

$$\text{حسابی اوسط} = \frac{6+7+8}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

سوال: دخپلو نمری حسابی اوسط پیدا کړی.

## رياضي اساسات

**جز او کُل :** کله چې موږ جز د کل څخه لاس ته راوړو نو کل جز او کل په رابطه کې ضرب وو.

مثال: دافغانستان په 30 ولایتونو کې  $\frac{1}{6}$  برخه د انټرنیټ څخه برخمن دی. معلوم کړی چې د افغانستان په څو ولایتونو کې انټرنیټ شته.

$$\text{کل} = 30$$

$$\text{د جز او کل رابطه} = \frac{1}{6}$$

$$\text{جز} = ?$$

$$\text{د جز او کل رابطه} \times \text{کل} = \text{جز}$$

$$\text{جز} = 30 \cdot \frac{1}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

دوهم مثال: او کله چې موږ کُل د جز څخه لاس ته راوړو جز په سرچپه رابطه کې د جز او کُل ضرب وو.

که د امرالله  $\frac{2}{3}$  برخه د سرو قلمانو وی که چیری امرالله 6 سره قلمان ولری نو ولری نو معلوم کړی چې د امرالله ټول قلمان به څو وی.

$$\text{جز} = 6$$

$$\text{د جز او کُل رابطه} = \frac{2}{3}$$

$$\text{کُل} = ?$$

$$\text{سرچپه رابطه د کُل او جز} \times \text{جز} = \text{کُل}$$

$$\text{کُل} = 6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

دټولو قلمانو شمیر به 9 وی.

دریم مثال: یو پلار غواړی 180 افغانی وخیلو دریو 3 زمانو ته د عمر په نسبت ویشی که د زمانو د عمرنو نسبت یې په ترتیب سره 2,3,5 وی دهر یوه برخه پیدا کړی.

## رياضي اساسات

طريقه: دنسبتونو جمع حاصل لاس ته راوړو. راکړل شوی اعداد دنسبتونو پر مخرج حاصل ویشو. تقسیم حاصل دهر شخص په نسبت کې ضرب وو.

حل:

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 3 + 5 = 10 \\ \frac{180}{10} = 18 \end{array} \right\}$$

$$\text{اول تن} = 2 \times 18 = 36$$

$$\text{دوهم تن} = 3 \times 18 = 54$$

$$\text{دریم تن} = 5 \times 18 = 90$$

### دنسبت اړوند ځینی سوالونه

لومړی مثال: په دوکان کې درې تنه سره شریکان دی د هر یوه سرمایه دلومړی کس سرمایه 250000 افغانۍ ده. د دوهم کس سرمایه 520000 افغانۍ ده. او د دریم کس سرمایه 230000 افغانۍ ده. که په یوه کال کې دوې 300000 افغانۍ گټه وکړی. دهر یوه گټه معلوم کړی؟

$$\left. \begin{array}{l} 250000 + 520000 + 230000 = 1000000 \text{ Total} \\ \frac{300000}{1000000} = \frac{3}{10} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad \frac{3}{10} \times 250000 = 75000 \text{ Af} \\ 2) \quad \frac{3}{10} \times 520000 = 1560000 \text{ Af} \\ 3) \quad \frac{3}{10} \times 230000 = 69000 \text{ Af} \end{array} \right\}$$

دوهم مثال: په یوه تجارتي شرکت کې پنځه تنه سره شریک دی چې د نصرت الله برخه 8 ده د ثناء الله برخه 4 ده د وثیق الله برخه 5 ده د هایون برخه 13 ده او د عبدالوارث برخه 10 ده. په یو څه وخت کې \$50000 ډالر گټه وکړه تاسو دهر یوه گټه پیدا کړی؟

# رياضي اساسات

$$\left. \begin{aligned} 8 + 4 + 5 + 13 + 10 &= 40 \\ \frac{50000}{40} &= 1250\$ \end{aligned} \right\}$$

د نصرت الله گټه.....  $8 \times 1250 = 10000\$$

د ثناء الله گټه.....  $4 \times 1250 = 5000\$$

د وثيق الله گټه.....  $5 \times 1250 = 6250\$$

د همايون گټه.....  $13 \times 1250 = 16250\$$

د عبدالوارث گټه.....  $10 \times 1250 = 12500\$$

## تناسب

تعريف: د دوو نسبتونو مساويتوب ته تناسب وايي. او يا د وسطين او طرفين مساويتوب ته تناسب وايي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$b \times c$  —→ وسطين

$a \times d$  —→ طرفين

## د تناسب خواص

۱- خواص: په تناسب کې د طرفينو د ضرب حاصل هميشه مساوی دی. د وسطينو د ضرب حاصل سره.

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &= a \times d = b \times c \\ \frac{6}{3} = \frac{10}{5} &= 6 \times 5 = 3 \times 10 \Rightarrow 30 = 30 \end{aligned} \right\}$$

۲- خواص: که په تناسب کې طرفين سره تبديل کړو بيا هم يو تناسب دی.

## رياضي اساسات

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \\ \frac{4}{5} = \frac{8}{10} &\Rightarrow 4 \times 10 = 5 \times 8 \Rightarrow 40 = 40 \\ \frac{10}{5} = \frac{8}{4} &\Rightarrow 10 \times 4 = 5 \times 8 \Rightarrow 40 = 40 \end{aligned} \right\}$$

**۳- خواص:** او بل که د وسطینو ځایونه سره تبدیل کړو بیا هم یو تناسب دی.

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \\ \frac{40}{10} = \frac{8}{2} &\Rightarrow 40 \times 2 = 10 \times 8 \Rightarrow 80 = 80 \\ \frac{40}{8} = \frac{10}{2} &\Rightarrow 40 \times 2 = 8 \times 10 \Rightarrow 80 = 80 \end{aligned} \right\}$$

**۴- خواص:** که یو تناسب سرچپه کړو بیا هم تناسب دی.

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \\ \frac{30}{15} = \frac{6}{3} &\Rightarrow 30 \times 3 = 15 \times 6 \Rightarrow 90 = 90 \\ \frac{15}{30} = \frac{3}{6} &\Rightarrow 15 \times 6 = 30 \times 3 \Rightarrow 90 = 90 \end{aligned} \right\}$$

**۵- خواص:** که په تناسب کې دهر نسبت مخرج له صورت سره جمع او حاصل یې پر مخرج ولیکل شی. بیا هم یو تناسب دی.

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \\ \frac{4}{2} = \frac{6}{3} &\Rightarrow \frac{4+2}{2} = \frac{6+3}{3} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{9}{3} \Rightarrow 6 \times 3 = 2 \times 9 \Rightarrow 18 = 18 \end{aligned} \right\}$$

**۶- خواص:** که په تناسب کې دهر نسبت مخرج له صورت څخه منفي او دتفریق حاصل یې پر هغه مخرج ولیکل شی بیا هم یو تناسب دی.



## رياضي اساسات

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \\ \frac{4}{3} = \frac{8}{6} &\Rightarrow \frac{4-3}{3} = \frac{8-6}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \Rightarrow 1 \times 6 = 3 \times 2 \Rightarrow 6 = 6 \end{aligned} \right\}$$

**۷- خواص:** که چیری په یو تناسب کې صورتونه سره جمع او په صورت کې ولیکل شی. او مخرونه سره جمع او په مخرج کې ولیکل شی. دغه د هغه هر یوه سره جلا جلا یو بل تناسب جوړوی.

$$\left. \begin{aligned} \triangleright \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} \\ \bullet \quad \frac{a+c}{b+d} &= \frac{a}{b} \\ \bullet \quad \frac{a+c}{b+d} &= \frac{c}{d} \\ \triangleright \frac{3}{4} = \frac{6}{8} &\Rightarrow \frac{3+6}{4+8} = \frac{9}{12} \\ \bullet \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} &\Rightarrow 3 \times 12 = 4 \times 9 \Rightarrow 36 = 36 \\ \bullet \quad \frac{6}{8} = \frac{9}{12} &\Rightarrow 6 \times 12 = 8 \times 9 \Rightarrow 72 = 72 \end{aligned} \right\}$$

### هندسی اوسط

هندسی اوسط څخه هغه وخت کار اخلو چې د یو تناسب دوه حدونه نامعلوم وی.

$$\left. \begin{aligned} m &= \sqrt{a \times b} \\ \frac{9}{x} = \frac{x}{4} &\Rightarrow x^2 = 36 \\ m &= \sqrt{9 \times 4} \Rightarrow m = \sqrt{36} \Rightarrow m = 6 \end{aligned} \right\}$$

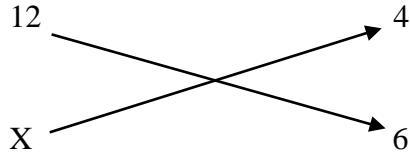
**د تناسب ډولونه:** ۱- مستقیم تناسب ۲- معکوس تناسب ۳- مرکب تناسب ۴- معکوس مرکب تناسب.

**مستقیم تناسب:** که په تناسب کې لومړی مقدار زیات شی او دوهم مقدار هم ورسره زیات شی. او یا لومړی مقدار کم شی او ورسره دوهم مقدار هم کم شی. دې ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي.

مثال: که چیری یو بزگر د 4 جریبه ځمکې څخه 12 ټن غنم لاس ته راوړی که چیری ځمکه 6 جریبه شی نو بزگر به څو ټن غنم لاس ته راوړی.

# رياضي اساسات

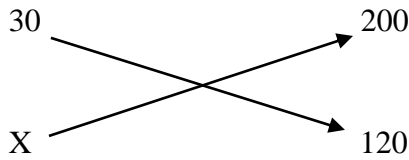
ځمکه په جریب                      غنم په ټن



$$\frac{12 \times 6}{X} = \frac{4x}{4} \Rightarrow x = \frac{72}{4} \Rightarrow x = 18$$

دوهم مثال: که یو تلیفون په 30 دقیقو کې 200 کلمی صفت کړی تاسو معلوم کړی چې 120 کلمی به په څومره وخت کې صفت کړی؟

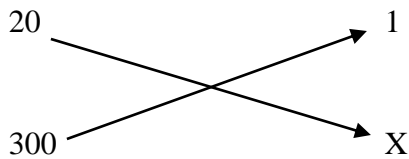
وخت                                      کلمی



$$\left. \begin{aligned} 30 \times 120 &= x \cdot 200 \\ x &= \frac{30 \times 120}{200} = \frac{3600}{200} = 18 \end{aligned} \right\}$$

دریم مثال: دیوه متر توکر بیه 20 افغانی ده نو د 300 افغانیو به څو متره توکر وشی.

بیه                                      متر



## معکوس یا غیرمستقیم تناسب

که چیری په تناسب کې دلومړی مقدار په زیاتیدو سره دوهم مقدار کم شی یا دلومړی مقدار په کمیدو سره دوهم مقدار زیات شی. دې ډول تناسب ته معکوس تناسب وایې.

## ریاضی اساسات

مثال: که خلود کاریگر یو کار په 18 ورځو کې وکړی. نو څو کاریگر به دغه کار په 6 ورځو کې وکړی.

تنه                      ورځې

18                      →                      4

6                      →                      X

$$\left. \begin{array}{l} 18 \times 4 = 6 \times X \\ X = \frac{18 \times 4}{6} \Rightarrow X = 12 \end{array} \right\}$$

دوهم مثال: که 20 تنه کاریگر یو جومات په 15 ورځو کې جوړ کړی. که چیری وغواړو چې دغه جومات په 10 ورځو کې جوړ کړو نو څو تنه کاریگر ته ضرورت شته.

تنه                      ورځې

15                      →                      20

10                      →                      X

$$\left. \begin{array}{l} 15 \times 20 = 10 \times X \\ X = \frac{15 \times 20}{10} \Rightarrow X = 30 \end{array} \right\}$$

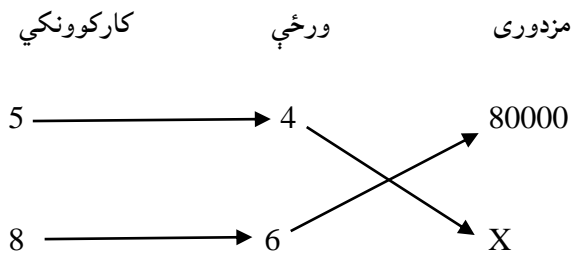
### مرکب مستقیم او غیرمستقیم مرکب تناسب

د دوو څخه دزیاتیدو نسبتونو مساویتوب ته مرکب تناسب وایې.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{وسطین} \\ \longrightarrow \text{طرفین} \end{array}$$

## رياضي اساسات

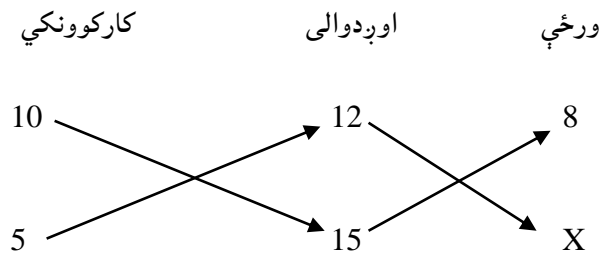
مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورځو لپاره 80000 افغانی اخلی نو 8 تنه به د 6 ورځو لپاره څو افغانی واخلي.



$$\left. \begin{aligned} 5 \cdot 4 \cdot x &= 8 \cdot 6 \cdot 80000 \\ 20 \cdot x &= 48 \cdot 80000 \\ x &= \frac{48 \cdot 80000}{20} \Rightarrow x = 192000 \end{aligned} \right\}$$

دوهم مثال: که چیری 10 تنه یو کانال چې اوږدوالی یې 12m متره وی. په 8 ورځو کې وکندی. نو 5 تنه یو کانال چې اوږدوالی یې 15m متره وی په څو ورځو کې به یې وکندی.

یادونه: دغه تناسب غیرمستقیم دی.



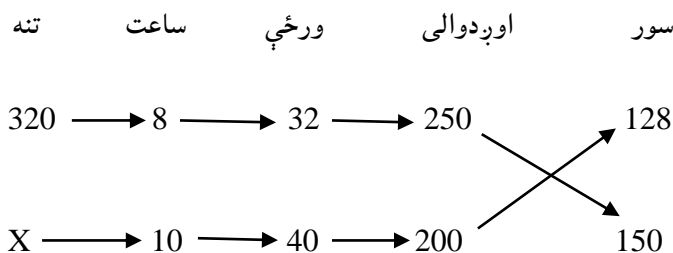
$$\left. \begin{aligned} 10 \cdot 15 \cdot 8 &= 5 \cdot 12 \cdot x \\ x &= \frac{10 \cdot 15 \cdot 8}{60} \Rightarrow x = 20 \end{aligned} \right\}$$

**نوټ:** که چیری په مرکب تناسب کې تناسب غیرمستقیم وی. یو نسبت ورته سرچپه کوو. او که چیری دواړه تناسب غیر مستقیم وی.

نو بیا دواړه ورته سرچپه کوو.

## ریاضی اساسات

درېم مثال: 320 تنه د ورځی 8 ساعته کارکوی او په 32 ورځو کې یوه ځمکه چې 250 متره اوږدوالی او 128 سور لری. په ډبرو یې فرش کوی څو کسان 40 ورځی چې د ورځی 10 ساعته کار وکړی یوه بله ځمکه به چې 200 متره اوږدوالی او 150 متره سور ولری فرش کړی.



$$x = \frac{320 \cdot 8 \cdot 32 \cdot 200 \cdot 150}{10 \cdot 40 \cdot 250 \cdot 128} \Rightarrow x = 192$$

### دکار مسائل

که حشمت الله یو کار په A ورځو کې وکړی. او شاهد دغه کار په B ورځو کې وکړی نو حشمت الله او شاهد به په دواړو دغه کار په څو ورځو کې وکړی.

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{1}{x}$$

مثال: حشمت الله یو کار په 3 ورځو کې کوی. شاهد هغه کار په 6 ورځو کې کوی تاسی معلوم کړی چې دوی به دواړه دغه کار په څو ورځو کې وکړی.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2+1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

### احدیت

احدیت د یوه څخه اخیستل شویدی. او د ریاضی په اصطلاح کې د واحد یا یوه له مخی د گټی ، تاوان، عایداتو ، مصارفو اوداسی نورو سنجولو (محاسبه) ته احدیت وایي. یعنی: دیوه له مخی محاسبه کولو ته د احدیت طریقه وایي.

مثال: د 12 متره ټوکر قیمت 300 افغانی وی د 18 مترو ټوکر قیمت پیدا کړی.

## رياضي اساسات

$$\left. \begin{array}{l} \frac{300}{12} = 25 \\ 25 \cdot 18 = 450Af \end{array} \right\}$$

### فیصد یا سلنه %

دسلو له مخې دیوه کمیت سنجول (محاسبه کول) د فیصد په نامه یادېږي. فیصد په حقیقت کې یو کسر-دی چې په مخرچ کې سل 100 دی او په % علامه سره ښودل کېږي.

له فیصد څخه په تجارتي، مالیاتي، بانکي، لابراتواري اوداسی نورو مسائلو کې ډیره استفاده کېږي.

په فیصد کې عموماً د لاندی څلورو کمیتونو څخه بحث کېږي.

اصلي کمیتونه ، محصولی کمیت

سرمایه  $S$  گټه یا تاوان  $I$

100 فیصد یا نرخ  $N$

$$\text{فورمولونه } S \cdot N = I \cdot 100$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{I \cdot 100}{N} \\ N = \frac{I \cdot 100}{S} \\ I = \frac{S \cdot N}{100} \end{array} \right\}$$

مثال: شاکر په 600 افغانی یو بایسکل واخیست او په 528 افغانیو یې بیرته خرڅ کړی تاوان یې په فیصد پیدا کړی.

$$\left. \begin{array}{l} 600 - 528 = 72 \\ \begin{array}{cc} 600 & 72 \\ 100 & x \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 72}{600} \Rightarrow x = 12\%$$

مثال: دپوهنتون دکانکور په آزمونه کې د حاجی میرویس خان نیکه دلیسې له 350 تنو فارغانو څخه 290 تنه بریالی او د احمدشاه بابا دلیسې له 400 تنو فارغانو څخه 310 تنه بریالی شوی دی. معلوم کړی چې د کومې لیسې زیات زده کوونکو پوهنتون ته لار پیدا کړی ده.

## ریاضی اساسات

➤ د حاجی میرویس خان نیکه د لیسې د فارغو بریالیو تنو فیصدي.

فارغ بریالی

290 350

$$x = \frac{290 \cdot 100}{350} \Rightarrow x = 82.85\%$$

X 100

➤ د احمدشاه بابا د لیسې د فارغو بریالیو تنو فیصدي.

فارغ بریالی

310 400

$$x = \frac{310 \cdot 100}{400} \Rightarrow x = 77.5\%$$

X 100

**تخفیف:** هغه پېښې چې تاجران یا دکارخانو مالکان یې دیوی معینی فیصدي له مخې خپلو مشتریانو ته د اصلی قیمت څخه کموی. د تخفیف په نامه یادېږی.

مثال: دیوه ماشین اصلی قیمت \$800 ډالر دی د 20% تخفیف څخه وروسته دهغه قیمت پیدا کړی.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 20 = 80 \\ x = \frac{800 \cdot 80}{100} \Rightarrow x = 640\$ \end{array} \right\}$$

دوهم مثال: د یوه ماشین اصلی قیمت 1500Af افغانی دی که هغه په 1200Af افغانیو واخلو د تخفیف مقدار به څومره وی.

$$\left. \begin{array}{l} 1500 - 1200 = 300 \\ 1500 \quad 300 \\ 100 \quad x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 300}{1500} \Rightarrow x = 20\%$$

**زکات:** که یو څوک مال ولری او پر هغه باندي کال تیر شی. هغه نفر قرضداره نه وی او دې مال ته ضرورت ونه لری. نو پر مال باندي زکات لازم او سړی د نصاب خاوند گرځی. دخپلو پیسو څلویښتمه روپی په شریعت کې ټاکل شویده. چې په سلو کی 2.5 روپی کیږی.

$$\text{زکات} = \frac{\text{سرمایه}}{40} \quad \text{زکات} = \frac{\text{سرمایه} \times 2.5}{100}$$

## رياضي اساسات

مثال: د 100000 افغانیو زکات معلوم کړی.

$$\text{زکات} = \frac{100000}{40} = 2500Af$$

دوهم مثال: یو سپری 2Kg سره زر لری زکات یې خودی.

اول د سرو زرو قیمت پیدا کوو.

$$2Kg = 2 \times 9 \text{ خورد}$$

$$\text{زکات} = \frac{178000}{40} = 43200Af$$

$$18 \times 24 = 432 \text{ مثقال}$$

$$4000Af = \text{دیوه مثقال قیمت}$$

$$432 \times 4000Af = 1728000Af$$

### ساده ربح

هغه گټه چې د فیصدي له مخې له یوی سرمایې څخه یوه ټاکلی وخت او ټاکلی نرخ سره لاس ته راځی ساده ربح بلل کیږی. او یا په بل عبارت: که چیری یوه سرمایه دمعین وخت لپاره په یو معین نرخ په گټه ورکړل شی نو هغه گټه چې د سرمایې په مقابل کې وروسته له یوه معین وخت څخه په معین نرخ سره د فیصدي له مخې لاس ته راځی د ساده ربح یا سود په نامه یادېږی.

که چیری  $a$  سرمایه  $t$  نرخ یعنی فیصدي گټه  $n$  د کلونو شمیر وی او همدارنگه  $i$  گټه یا ربح وی. لاندی فورمولونه لاس ته راځی.

$$\text{ربح} = \frac{\text{نرخ} \times \text{وخت} \times \text{سرمایه}}{100}$$

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{a \times t \times n}{100} \\ a &= \frac{I \times 100}{t \times n} \\ t &= \frac{I \times 100}{a \times n} \\ n &= \frac{I \times 100}{a \times t} \end{aligned} \right\}$$



## رياضي اساسات

مثال: د 156000Af افغانیو ربحه د 13% په نرخ اووه میاشتو کې حساب کړی.

ځواب: څرنګه چې وخت په میاشتو راکړل شوی نو وخت باید دکال له مخې محاسبه شی.

$$\left. \begin{array}{l} a = 156000Af \\ n = \frac{7}{12} \\ 13\% = \frac{13}{100} \\ I = ? \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{a \cdot t \cdot n}{100} \Rightarrow I = \frac{156000 \cdot \frac{13}{100} \cdot \frac{7}{12}}{100} \Rightarrow I = \frac{156000 \cdot 13 \cdot 7}{100 \cdot 12 \cdot 100} \Rightarrow I = 118.3$$

دوهم مثال: له دوو کالو وروسته د 8% نرخ له مخې د 5600Af افغانیو ربح څو افغانی کيږی؟

$$I = \frac{5600 \cdot 8 \cdot 2}{100} \Rightarrow I = 896Af$$

### مرکب ربح

که چیرې دیوی پانګې ګټه د اصلی سرمایې له اندازی سره یو ځای شی او بیا تری ګټه واخیستل شی هغه ګټه چې له دې پانګې څخه لاس ته راځی د مرکبې ربحی په نامه یادېږی. او یا په بل عبارت: یوه سرمایه په بانک کې اېږدو که چیرې دهرکال په اخر کې ګټه دسرمایې سره جمع شی د بل راتلونکی کال لپاره سرمایه او ګټه دواړه ګټه ورکوی چې دا ډول ګټه یا ربحه بلل کيږی.

$$P = A(1+r)^n$$

دلته  $P$  پانګه له ګټې سره  $A$  لومړی پانګه  $r$  نرخ د فیصدی له مخې او  $n$  وخت په کال سره نښی.

مثال: د 200000 افغانیو پانګه دکال په 10% ربح سره په بانک کې ایښودل کيږی د 5 کالو وروسته نوموړی پانګه څو

افغانی کيږی؟

$$\left. \begin{array}{l} A = 200000 \\ r = 10\% \\ n = 5 \\ P = ? \end{array} \right\} \Rightarrow P = 200000 \left(1 + \frac{1}{10}\right)^5 \\ \Rightarrow P = 200000(1.1)^5 \\ \Rightarrow P = 200000(1.61051) \\ \Rightarrow P = 3221020Af$$

دوهم مثال: هاپون \$7000 ډالر د 10% په نرخ د دوو کالو لپاره په مرکبه ربحه اچول ده ګټه یی معلوم کړی؟

## رياضي اساسات

$$\left. \begin{array}{l} A = 7000\$ \\ r = 10\% \\ n = 2 \\ P = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow P = 7000 \left( 1 + \frac{10}{100} \right)^2 \\ \Rightarrow P = 7000 \left( \frac{11}{10} \right)^2 \\ \Rightarrow P = 7000 \left( \frac{121}{100} \right) \\ \Rightarrow P = 8470\$ \end{array}$$

## رياضي اساسات

### ثبوت ۱

$$2+2=5$$

$$2+2=4-\frac{9}{2}+\frac{9}{2} \quad \longrightarrow \quad -\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=0$$

$$2+2=\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}$$

د  $\sqrt{\left(4-\frac{9}{2}\right)^2}$  د مطابقت شکل لری. نو انکشاف ورکوو:

$$2+2=\sqrt{16-2\cdot 4\cdot\frac{9}{2}\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}\Rightarrow\sqrt{16-36\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}\Rightarrow\sqrt{-20\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}$$

د  $-20$  پر ځای  $-20 = 25 - 45$  لیکو

$$5\cdot 5=25 \quad , \quad 2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}=45$$

لږ تغیر پکې راولو:  $2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}=45$

$$2+2=\sqrt{25-45+\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}\Rightarrow\sqrt{5\cdot 5-2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}$$

$$2+2=\sqrt{5^2-2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}$$

$$5^2-2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$$

کولای شو لږ تغییرات پکې راولو او انکشافې حالت یې د مطابقت شکل ته واړو:

$$2+2=\sqrt{\left(5-\frac{9}{2}\right)^2}+\frac{9}{2}\Rightarrow\left(5-\frac{9}{2}\right)+\frac{9}{2}$$

$$2+2=5-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}$$

$$2+2=5$$

## ریاضی اساسات

### ثبوت ۲

$$\frac{0}{0} = 2$$

$$\frac{0}{0} = \frac{100-100}{100-100}$$

$$\frac{0}{0} = \frac{10^2-10^2}{10 \cdot 10 - 10 \cdot 10}$$

$$\frac{0}{0} = \frac{\cancel{(10-10)}(10+10)}{10\cancel{(10-10)}}$$

$$\frac{0}{0} = \frac{(10+10)}{10}$$

$$\frac{0}{0} = \frac{20}{10}$$

$$\frac{0}{0} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{0}{0} = 2$$

### د اعدادو طبقه بندی

$10^3$	زر	1	یو
$10^9$	بليون (میلیارد)	$10^6$	میلیون
$10^{15}$	کوادریلیون	$10^{12}$	تریلیون
$10^{21}$	سکستیلیون	$10^{18}$	کونیتیلیون
$10^{27}$	اکتیلیون	$10^{24}$	سپتیلیون
$10^{45}$	کواتوارد دیلیون	$10^{30}$	نونیلیون
$10^{60}$	ندوم دیسیلیون	$10^{51}$	سکس دیسیلیون
		$10^{100}$	گوگول

## رياضي اساسات

### د مسلسلو اعدادو فورمولونه

**يادونه:** البته دمسلسلو اعدادو موضوع د ترادف اړوند موضوع ده، خو ستاسی دلا زیرکتیا په خاطر مو دغه موضوع یو ځای کړه.

$$S_n = \frac{n}{2}(n+1) \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{مسلسل طبیعی اعداد:}$$

$$S_n = n(n+1) \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{مسلسل جفت اعداد:}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2n) \quad , \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{مسلسل طاق اعداد:}$$

۱- مثال: په یو ټولگی کې ۵۰ تنه ناست دی لومړی تن یوه افغانی لری، دویم تن سره دوی افغانی وی، په همدی ترتیب تر آخیره ... دټولو مجموعی افغانی شو دی؟

حل:

$$\left. \begin{aligned} n &= 50 \\ S_n &= \frac{n}{2}(n+1) \\ S_{50} &= \frac{50}{2}(50+1) \\ S_{50} &= 25(51) \\ S_{50} &= 1275Af \end{aligned} \right\}$$

۲- مثال: د ۸۰ مسلسلو جفتو اعدادو مجموعه پیدا کړی؟

حل:

$$\left. \begin{aligned} n &= 80 \\ S_n &= n(n+1) \\ S_{80} &= 80(80+1) \\ S_{80} &= 80(81) \\ S_{80} &= 6480 \end{aligned} \right\}$$

## رياضي اساسات

۳- مثال: د ۳۰ مسلسلو طاڼو دعدادو مجموعه پيدا کړی؟

حل:

$$\left. \begin{array}{l} n = 30 \\ S_n = \frac{n}{2}(2n) \\ S_{30} = \frac{30}{2}(2 \cdot 30) \\ S_{30} = 15(60) \\ S_{30} = 900 \end{array} \right\}$$

## رياضي اساسات

### لاندی پوښتني

- ۱- سوال: حشمت الله د یوې هندوانې  $\frac{3}{8}$  برخه واخیسته پاتې برخه یې معلومه کړې؟
- ۲- سوال:  $\frac{3}{11}$  عام کسر په عشر کسر تبدیل کړی، بیا یې بیرته په عام کسر تبدیل کړی؟
- ۳- سوال:  $0.\overline{123}$  متوالی کسر په عام کسر تبدیل کړی؟
- ۴- سوال:  $\frac{4}{5}$  او  $\frac{7}{8}$  کسرونه سره مقایسه کړی؟
- ۵- سوال: دیوه بیلر  $\frac{3}{5}$  برخه ډکه ده، د ډکې برخې  $\frac{1}{3}$  برخه یې 900 گرامه ده، د بیلر ظرفیت څو دی؟
- ۶- سوال: یو بیلر 128 کیلو گرامه غوړی ځایوی، که د یو کیلو گرام قیمت  $75\frac{1}{2}$  افغانۍ وی د بیلر د  $\frac{3}{4}$  برخې قیمت به څو وی؟
- ۷- سوال: څلور کسان په یوه ورځ دخپل کلی څخه په تجارت پسې لارل، یو کس کندهار ته بل کس هرات ته بل کس معروف ته بل کس عربستان ته لار. د کندهار والا کس په پنځمه ورځ د هرات والا کس په نهمه، د معروف والا کس په دولسمه ورځ، او د عربستان والا کس په شلمه ورځ خپل کور او کلی ته راځی وواياست چې څویمه ورځ به دوی په خپل کلی کې سره یو ځای شی؟
- ۸- سوال: د دوو عددونو د ضرب حاصل 3750 دی، لوی مشترک قاسم یې 25 دی، کوچنی مشترک مضرب یې خودی او عددونه یې پیدا کړی؟
- ۹- سوال: د دوو عددونو لوی مشترک قاسم 15 دی او کوچنی مشترک مضرب یې 5400 دی که یو عدد یې 45 وی نو هغه بل عدد یې څو دی؟
- ۱۰- سوال: د 720 او 1080 کوچنی مشترک مضرب او لوی مشترک قاسم پیدا کړی؟
- ۱۱- سوال: د 960,1260 او 630 عددونو لوی مشترک قاسم او کوچنی مشترک مضرب پیدا کړی؟
- ۱۲- سوال: لاندی جذرونه جمع او منفي کړی؟

## رياضي اساسات

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad \sqrt{345} + 23\sqrt{56} + 70\sqrt{12} = ? \\ b) \quad 20\sqrt{35} - 4\sqrt{98} - 3\sqrt{60} - 11\sqrt{88} = ? \\ c) \quad 48\sqrt{10} - 25\sqrt{77} + 16\sqrt{18} - 43\sqrt{65} = ? \end{array} \right\}$$

۱۳- سوال: دلاندى اعدادو دويم جذر په عمومى طريقه سره پيدا كړي؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad 0.0000016 \\ b) \quad 145.654 \\ c) \quad 560.598 \end{array} \right\}$$

۱۴- سوال: لاندى اعداد د عدد ليكلو په علمي طريقه سره وليكي؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad 0.0000000023 \\ b) \quad 567.430022 \\ c) \quad 0.657800956 \end{array} \right\}$$

۱۵- سوال: د مميزو او بادامو نسبت  $\frac{4}{7}$  دى، دنخودو او بادامو نسبت  $\frac{3}{5}$  دى، كه مميز 720 منه وي، بادام به څومره وي؟

۱۶- سوال: كه د عبدالوارث د بالينگ سرعت نسبت  $\frac{3}{4}$  وي، او د وثيق الله د بالينگ د سرعت نسبت  $\frac{5}{8}$  وي، كه د عبدالوارث د بالينگ سرعت  $142 \text{ km/h}$  وي، د وثيق الله د بالينگ سرعت پيدا كړي؟

۱۷- سوال: نظيف الله او بيت الله په مدرسه كې په دواړو 1248 نمرى ترلاسه كړي دي، كه د نظيف الله دنمرى نسبت  $\frac{2}{3}$  وي، نو د بيت الله دنمرى نسبت او نمرى پيدا كړي؟

۱۸- سوال: د صبور او هلال د پيسو نسبت  $\frac{5}{8}$  دى، د صبور پيسې 350 دي، د هلال پيسې څو دي؟

۱۹- سوال: د 5 او 25 هندسي وسط پيدا كړي؟

۲۰- سوال: د 300 او 275 حسابي وسط پيدا كړي؟

۲۱- سوال: يو نل يو حوض په 6 ساعتونو كې ډك كوي، او بل نل يې په 12 ساعتونو كې ډك كوي. وواياست چې دواړه يې په څومره وخت كې ډك كوي؟



## رياضي اساسات

- ۲۲- سوال: 24 کسه یو کار په 40 ورځی کې کوی که 30 کسان شی په څو ورځو کې به وکړی؟
- ۲۳- سوال: یو مسجد دی 35 کسان کار کې کوی هر نفر دورځی 550 افغانی. مزدوری اخلی، دغه مسجد په 90 ورځی کې بشپړ کوی، که 20 نفره ورته راولی، او هر نفر ته 800 افغانی ورکړل شی، دغه مسجد به په څومره وخت کې جوړ کړی او هم وویاست چې د کومې ډلې مصرف کم دی؟
- ۲۴- سوال: د 800 افغانیو گټه د 8% سلنه له قراره حساب کړی؟
- ۲۵- سوال: د 2500 افغانیو گټه 450 افغانی. ده، فیصدی یا سلنه یې معلومه کړی؟
- ۲۶- سوال: که د 6 سلنه گټی سره 4300 افغانی وگټی، سرمایه یې معلومه کړی؟
- ۲۷- سوال: په 20 کیلو گرامه مخلوط کې چې ممیز او نخود دی، 8% سلنه ممیز دی، د ممیزو او نخودو مقدار معلوم کړی؟
- ۲۸- سوال: د یوه کمپیوټر اصلی قیمت 15000 افغانی دی، که دوکاندار پر هاپون باندی په 3% سلنه تخفیف سره وپلوری، نو فعلی قیمت یې معلوم کړی او وویاست چې په مجموع کې دوکاندار د هاپون سره څومره تخفیف کړیدی؟
- ۲۹- سوال: د یوه ماشین اصلی قیمت 95000 افغانی دی، او فعلی قیمت یې 91000 افغانی وی، تاسی یې مجموعی تخفیف او د تخفیف سلنه یې معلومه کړی؟
- ۳۰- سوال: د یوه مال فعلی قیمت 9870 افغانی دی، او د تخفیف سلنه یې 4% وی، د مال اصلی قیمت پیدا کړی؟
- ۳۱- سوال: 12000 افغانی په 6 میاشتو کې د 2% سلنه په نرخ سره څو افغانی گټی؟
- ۳۲- سوال: 21000 افغانی د 4% سلنه په نرخ په څومره موده کې 420 افغانی وگټی؟
- ۳۳- سوال: 18000 افغانی په کوم نرخ د 6 میاشتو په موده کې 900 افغانی وگټی؟
- ۳۴- سوال: کومه سرمایه د 3% سلنه په نرخ د 8 میاشتو په موده کې 1620 افغانی وگټی؟
- ۳۵- سوال: د 8000 افغانیو گټه د 3% سلنه له نرخ په څلورو کالو کې پیدا کړی؟
- ۳۶- سوال: تقاطع، فرعی، خالی او مکمله ستونه تعریف او مثال یې ولیکی؟
- ۳۶- سوال: که  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  وی او  $B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  وی د دوی تقاطع او اتحاد پیدا کړی؟

## رياضي اساسات

۳۷- سوال: که  $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  وی او که  $B = \{12, 13, 14, 15\}$  وی د دوی تقاطع پیدا کری؟

۳۸- سوال: که  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ,  $A = \{9, 8, 7, 5\}$  وی  $A^-$  په خو سره مساوی کیږی؟

۳۹- سوال: که  $A = U$  وی نو مکمله ست یی معلوم کری؟

۴۰- سوال: که  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, I, j, k\}$  او  $B = \{a, b, c\}$  وی نو تفاضل  $A \setminus b$  یا  $A - b$  یی پیدا کری؟

## رياضي اساسات

### اوردې پوښتنې

۴۱- لاندې دطاقت اعداد ساده کړی؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad (-5y^3z)^8 \cdot (-5y^3z)^{-10} \cdot (-5y^3z)^{-3} = ? \\ b) \quad [(2x)^{-2}]^3 = ? \\ c) \quad \frac{(8m^2)^3 \cdot (8m^2)^{13}}{(8m^2)^8} = ? \\ d) \quad \left(\frac{12am^2}{5xy}\right)^3 \div \left(\frac{5xy}{6a \cdot 2m^2}\right)^{-3} = ? \end{array} \right\}$$

۴۳- سوال: لاندې الجبري کسرونه اختصار کړی؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad \frac{a^3 - b^3}{a^2 + 2ab + b^2} = ? \\ b) \quad \frac{y^2 - 49}{y - 7} = ? \\ c) \quad \frac{p^2 - 14p - 15}{p^2 + 3p + 2} = ? \\ d) \quad \frac{9^2 - 6x + 1}{y - 3xy} = ? \end{array} \right\}$$

۴۴- سوال: الجبري کسرونه ضرب کړی؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad \frac{2x^2y}{7ab^2} \cdot \frac{21a^2y^3}{8x^2y^3} = ? \\ b) \quad \frac{a^3 - a^2 + 4 - 4a}{2 + a} \cdot \frac{a + 1}{2 - a - 2a^2 + a^3} = ? \\ c) \quad \frac{a^2 - b^2}{xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - y^3}{a + b} \cdot \frac{1}{a - b} = ? \\ d) \quad \frac{m^3 - n^3}{m^2 + n^2 + mn} \cdot \frac{m + n}{m^4 - n^4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{2mn} = ? \end{array} \right\}$$

## ریاضی اساسات

۴۵- سوال: الجبری کسرونه تقسیم کری؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \frac{y^2 - 25}{x^2 - 49} \div \frac{y - 5}{x^2 - 7x} = ? \\ b) \frac{a^3 - b^3}{a + b} \cdot \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - b^2} = ? \\ c) \frac{m^4 - n^4}{m^2 - 2mn + n^2} \cdot \frac{m - n}{m^2 + mn} \div \frac{m^2 + n^2}{m} \\ d) \frac{2ab^2}{3a - 2b} \div \frac{8a^2b^3}{4b^2 - 9a^2} \div \frac{4a^2b}{3a + 2b} = ? \end{array} \right\}$$

۴۶- لاندی جذرونه د طاقت په شکل ولیکی؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \sqrt[3]{2x} = ? \\ b) \sqrt[5]{(3a^2)^2} = ? \\ c) \sqrt[7]{(a + 2b)^4} = ? \\ d) \sqrt[4]{(xy^2)^7} = ? \end{array} \right\}$$

۴۷- سوال: لاندی جذرونه هم درجه کری؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \sqrt[3]{2x}, \sqrt{y} \\ b) \sqrt[5]{(a - b)^3}, \sqrt[3]{(a + b)} \\ c) \sqrt{3xy}, \sqrt[5]{mx^2} \\ d) \sqrt[7]{x^3y}, \sqrt[12]{x^5y}, \sqrt[14]{x^9y^5} \end{array} \right\}$$

۴۸- سوال: لاندی جذرونه مقایسه کری؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{7} \\ b) \sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{125} \\ c) \forall y > 1 \sqrt[3]{2y}, \sqrt[3]{3^2} \\ d) \forall m > 1 \sqrt{3m}, \sqrt[3]{4m^2} \end{array} \right\}$$

## رياضي اساسات

۴۹- سوال: لاندی جذرونه ساده کری؟

$$\left. \begin{array}{l} a) \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{(mx)^2}}} = ? \\ b) \sqrt{\sqrt{\sqrt[3]{64x^8y^{16}z^2}}} = ? \\ c) \sqrt[3]{x^2\sqrt{2y^3}\sqrt{(2y)^2}} = ? \\ d) \sqrt[3]{(2y)^2}\sqrt[5]{2y^3}\sqrt[3]{(2y)^2} = ? \end{array} \right\}$$

۵۰- سوال: په لاندی جذرونو کې جمع، تفریق، ضرب او تقسیم عملی ترسره کری؟

$$A) \left\{ \begin{array}{l} a) \sqrt[4]{(x-y)^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(x-y)}} = ? \\ b) \sqrt[5]{x-y} \cdot \sqrt[5]{x+y} \cdot \sqrt[5]{(x^2-y^2)^{-1}} = ? \\ c) \sqrt[5]{(x-1)^3} \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2} = ? \\ d) \sqrt[12]{(a+b)^7} \cdot \sqrt[8]{(a+b)^3} \cdot \sqrt[6]{(a+b)^5} = ? \end{array} \right.$$

$$B) \left\{ \begin{array}{l} a) \sqrt[3]{24x^5} \div \sqrt[4]{3x^3} = ? \\ b) \sqrt[4]{80x^7y^9} \div \sqrt[4]{5x^3y} = ? \\ c) \sqrt[7]{2ab^2} \div \sqrt[3]{a^2b} = ? \\ d) \sqrt[5]{(x+y)^3} \div \sqrt[4]{2x^3xy+a^2} = ? \end{array} \right.$$

$$C) \left\{ \begin{array}{l} a) 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = ? \\ b) 12x^4\sqrt{3x} + 7x^4\sqrt{3x} - x^4\sqrt{3x} = ? \\ c) 3\sqrt{25m} - \sqrt{9m} + 2\sqrt{16m} = ? \\ d) 5\sqrt[3]{40x^4} + 2x^3\sqrt[3]{135x} - \sqrt[3]{5x} = ? \end{array} \right.$$

## رياضي اساسات

$$D) \begin{cases} a) & (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = ? \\ b) & (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}) = ? \\ c) & (\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x^2} + \sqrt[4]{xy}) = ? \\ d) & (\sqrt{m} - n)(\sqrt{m} + \sqrt{n} - 1) = ? \end{cases}$$

$$E) \begin{cases} a) & \frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{5} - \sqrt{6}} = ? \\ b) & \frac{3x^2 - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = ? \\ c) & \frac{xy - y}{\sqrt{x} - 1} = ? \\ d) & \frac{m^3 - n^3}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} = ? \end{cases}$$

تمت بالخير

## مآخذ

- ❖ حکیمی، محمد فاروق، د ریاضي اساسات، د کندهار پوهنتون د ښوونې او روزنې پوهنځي ریاضي خانگې لکچر نوټ، ۱۳۹۵ لمريز.
- ❖ خاموش، محمد اعظم، پيشتاز ریاضي، ۱۳۹۲ لمريز، عازم خپرندويه ټولنه.
- ❖ خورياني، سردار محمد، عمومي ریاضي، ۱۳۸۹ لمريز، د سپين غر تعليمی مرکز.
- ❖ ستانگزی، ډاکټر احمدضیا، د ریاضي اساسات، گلوبل کورس لکچرنوټ، ۱۳۹۳ لمريز.
- ❖ سداد، انجينر قدرت الله، ماسټر کانکور، ۱۳۹۴ لمريز، عازم خپرندويه ټولنه.

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**