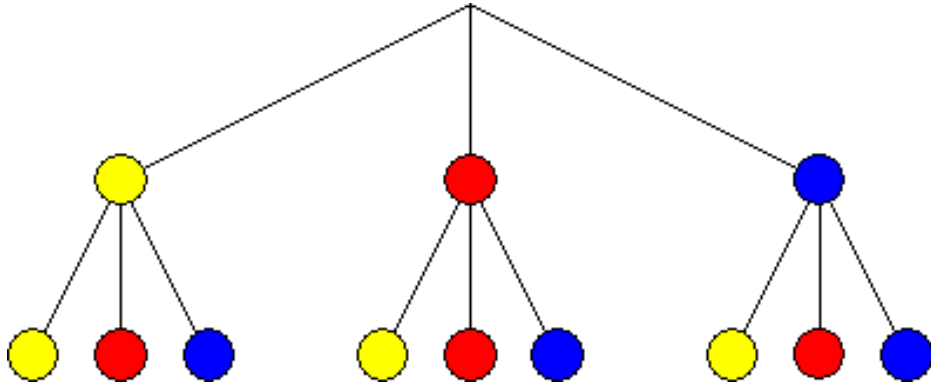


## احتمالوالي شميرنه



ليكونكى: برينكمن (له برينكمن ن ج خخه)

ژباړه و. د. اکر - خان (پير و) شپورې  
**Ketabton.com**

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

## د کتاب پيژند

د کتاب نوم                      احتمالي شميرنه

ليکونکی:                      پروفيسر برينکمن

ژباړی :                      ډاکتر ماخان ميري شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپریدو لړی

خپرندوی :                      د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ نيټه                      جولای ۲۰۱۲

چاپځای                      دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولني ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

## د خپرندوی ټولني یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولني د علمي، ساينسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړي دي.

مور باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلو ګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر مور ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحاديې له خوا د ډاکټر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمير پوهني نويو ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم ګام په توګه ګڼل کيدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ زک

## د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهني توانمندي، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانستان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوي ټولني په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د بناغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، بناغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، بناغلي ډاکتر سردار ګانه وال، بناغلي ډاکتر مانوګل ګانه وال، بناغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، بناغلي دپلوم انجنیر محمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي بناغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحی او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګي شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن بناپری څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومي مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ زک نیولیک

## نیولیک

- ۱ احتمالوالی شمیرنه
- ۱ تصادفی یا توکلی پیننی
- ۲ تصادفی یا توکلی تجربی
- ۲ د یوه سترگیز یا سترگیز مکعب غورخول
- ۴ دپریزیه تصادفی تجربی
- ۱۳ دویم: په احتمالوالی شمیرنه کی پیننی
- ۱۸ دریم: په احتمالوالی شمیرنه کی د پیننو ترنه
- ۲۱ د دپریو یا ستونو A او B ټولنه یا اتحاد
- ۲۲ د دوه دپریو A او B کمښت - یا کمون دپری (باقي ست)
- ۲۲ ټولو پیننو ته بیلگی
- ۳۲ څلورم: د نسبي دپروالی څخه و احتمالوالی ته
- ۳۲ نسبي دپروالی
- ۳۳ د احتمالوالی تعریف:
- ۴۰ د لاپلاس تجربه
- ۵۷ پنځم - د دپروپوزیز تصادفی ازماښتونو احتمالوالی
- ۸۰ شپږم - په احتمالوالی شمیرنه کی د مرتبان مودل
- ۸۰ د مرتبان مودل
- ۸۶ اوم - د ترلو پیننو سره احتمالوالی
- ۹۴ اتم - شرطیز احتمالوالی

- ۱۰۰ د پېښو خپلواکوالی
- ۱۳۳ نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د گڼلو (شمیرلو) ....
- ۱۴۲ د مرتبان مودل سره مودل کول
- ۱۷۷ لسم - تصادفي واریابلي، احتمالوالي .....
- ۱۷۹ توکلي متحولي یا تصادفي متحوله.....
- ۱۸۹ د احتمالوالي وېشنه یا ښه بي ټوټه .....
- ۱۸۱ د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:
- ۱۸۲ د یوه احتمالوالي برختوټه ونې انتظار ارزښت
- ۱۸۴ د  $X$  د انتظار ارزښت
- ۲۲۱ یوولسم - د برنولي - ازماښت
- ۲۲۴ د یوه تار لباره  $k$  د بریاوو سره احتمالوالی
- دولسم - انتظار ارزښت
- ۲۷۶ او معیاري په څنګ کیدني
- ۲۷۶ بینومیال وېشل شوي تصادفي لویه
- ۲۸۳ **دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی**
- ۲۹۲ څوارلسم - د بینومیالوېشنې اډروکسمیشن
- ۲۹۲ د نورمالوېشنې یا - پاشني له لاري
- ۲۹۸ پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه
- ۳۰۶ شپاړسم: د هیپوټیزې ازماښت
- ۳۳۲ اووه لسم - هیپوټیزې ازماښت ته بنسټونه

۳۷۳

جدول ارزینتونه

۳۷۷

د نورمالټیوټه کونې تصادفي متحولې

## د ژباړې سریزه

گرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د بنوونځیو لپاره له درې لومړنیو کتابونو پرته نوره هم پسي غزېدلې، چې ما هغه د گرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصایه یا ستاتیسټک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندېکړي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه گرانو لوستونکو ته نابلدي وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

گرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، یعنې یوځای د ډېرو کتابونو لیکنه او ژباړه پیل کړه، نو هر ورو به ناتیګاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوي وي، خو دا به داسې ناتیګاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف (لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوبنې په حیث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو څخه زیاته مننه، چې کتابونه به یې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمیر پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وردې ټولني څخه هم زیاته مننه، چې له خوا یې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپیږي.

ستاسو ماخان،، میری،، شینواری



## احتمالوالی شمیرنه

### لومړۍ - . توکلي يا تصادفي تجربه

احتمالوالی شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت څخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د احتمالوالی پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پېښیدني وړاندویښي او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالی شمیرني دنده په دې کې ده، چې پېښي تر څیرني لاندې ونیسي د تصادفي پېښیدو (وتون) سره چې د ممکنه قانونمندی سره دا وړاندویښي د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

### تصادفي - يا توکلي تجربه

د داني (شپږسترگي) يا د لوبو مکعب غورځولو سترگی عدد (-گڼ) د تصادف يا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبي په خوبنه زیات واره تکرار کیدونکي عملیې دي، چې د هغو سره د سترگیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسې تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

تصادفي-توكلي تحربي:

يوه تصادفي تجربه يوه تجربه ده د لاندې خويونو (خواصو) سره:

- د برابر و شرايطو لاندې په خوښه زيات تکرار وړ ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پايلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پايله مخ له مخه کتنور (ليدور) نه ده.

بيلگه :

د يوه سترگيز يا سترگيز مکعب غورځول:

- په خوښه زيات تکرار وړ دی.

- لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راوړنې شتون لري.

- پايله مخ له مخه ليدور نه ده.

يو پوريزې تصادفي تحربي:

يو پوريزې تصادفي تحربي:

که يوه تصادفي پيښه يوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د يوه يو پوريزې تصادفي پيښې غږيرو يا دا يو پوريزه تصادفي پيښه بولو.

بيلگه:

ممکنه نتيجې

يو ځل د يوې دانې يا لوبو مکعب غورځول. ۴

يو ځل د يوې پيسې غورځول عدد (نه محراب ممبر)

د فوټبال په لوبې بايلوني باندې يو ځلي شرط. بریا

غوره په یاد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري یوه مخ یې چې عدد (گن) ورباندې کښلی دی په  $Z$  سره ښایو (له الماني چې عدد یا گن ته وايي) او بل مخ یې چې محراب ممبر پرې کښل شوی، د  $W$  سره ښایو (چې د الماني څخه رانیول شوی او بیرغ ته وايي). هیله ده چې دا ستونځې به غبرگي سره گالو).

نتیجه:

د تصادفي پېښې پایله د پایلې یا نتیجې په نامه بولو.

بیلگي:

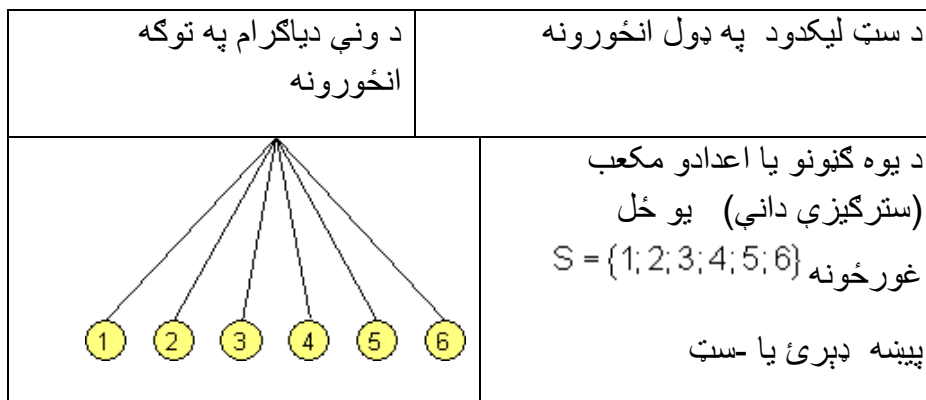
تصادفي تجربه	نتیجه سټ (- ډېری)
د یوه سترگیز مکعب یو ځل غورځونه	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
د یوې پیسې یو ځل غورځونه	$S = \{\text{عدد، محراب ممبر}\}$
د بوسبال ولې بای باندي یوځلي شرط	$S = \{\text{ورنه، مساوي، بايلنه}\}$

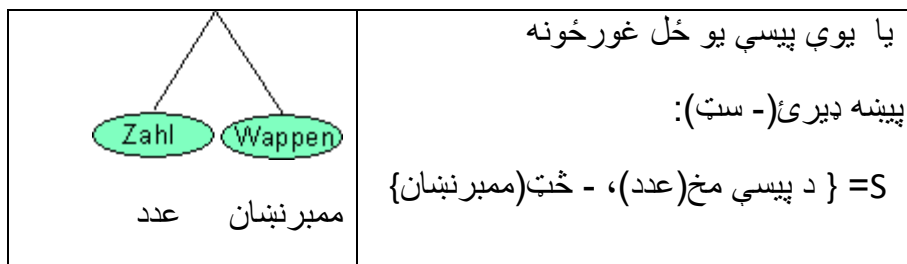
تمرین:

درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښو سټ سره ورکړی.

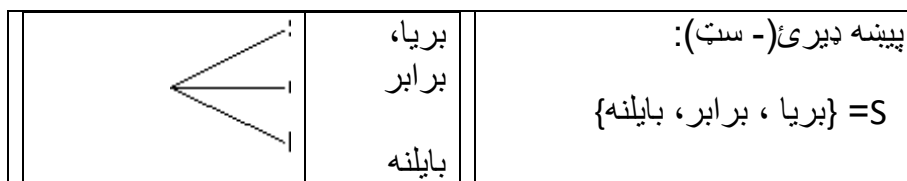
د یوې تصادفي تجربې د نتیجو ډېری (- سټ) انځورونه

د نتیجو سټ کیدی شي د سټ لیکدود په ډول یا د ونې دیاگرام په توگه هم انځور شي.





د فوټبال د لوبې پای باندې يو ځل شرط



نتیجه او نتیجه ست:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو يو گونى يا يو ځل وتون دى.

د ټولو ممکنه نتيجو ټولگه د نتیجو ست ( نتیجه -ډېرى) بلل کيږي.

$$S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

### ډېر پوريزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له رياتو يو په بل پسې يو پوريزو تجربو توگه وي ، ډېر پوريزې تصادفي تجربې بلل کيږي.

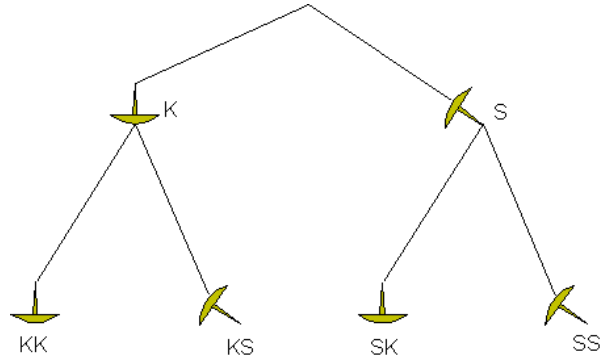
بيلگه:

دوه واره د يوه کاغذي مېخ يا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرى(-ست) د يوپوريزې تجربې سره:

د يوپوريزه تجربې نتیجه ډېرى(-ست)

$$S = \{S; K\} = \{ \text{څوکه، سر} \} \text{ په لنډه بڼه: } S = \{S; K\}$$

د ونې دیاگرام له لارې انځورونه:



نتیجه د ونې دیاگرام څخه ساده لوستل کیري:

$$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$$

څلور ممکنه نتیجې لرو. په ونه دیاگرام کې مو هر ټار یوې نتیجې ته لارښودوي،  
 تمرین: په یوه مرتبان کې 2 شنه (g) او یوه اسمانرنګه غونډاري (کړې) (b) پراته دی.  
 دوه غونډاري د لاندې قانون له مخې راباسو:

یو په بل پسې په هر ځل یو غونډاری اوستل کیري بی له بېرته وراچونې. ونه دیاگرام  
 وکارې او نتیجه ست (- ډېرې) جوړه کړی.

خواب:

ایا د فوټبال لوبې وتون(یعنې پایونې) باندې شرط ایښوونه یو ه احتمالي تجربه ده؟  
 شرط په خوښه زیات تکرار ور دی.

درې ممکنه نتیجې شتون لري( برائیلیتوب، برابر پاتې کیدنه، بایلودنه)

نتیجه وړاندوینوړ نه ده( یعنی وړاند وینه نه پرې کیري)

پس د فوټبال لوبې پایونې باندې شرط ایښوونه یو ه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نوري تصادفي تجربې ورکړی د هر یوه د نتیجې ست سره

پورته ته:

د بخت ډولګۍ:  $S = \{\text{بایلېنت، گټنه}\}$

کتابچه میخ:  $S = \{\text{څوکه، سر}\}$

د بخت څرخۍ

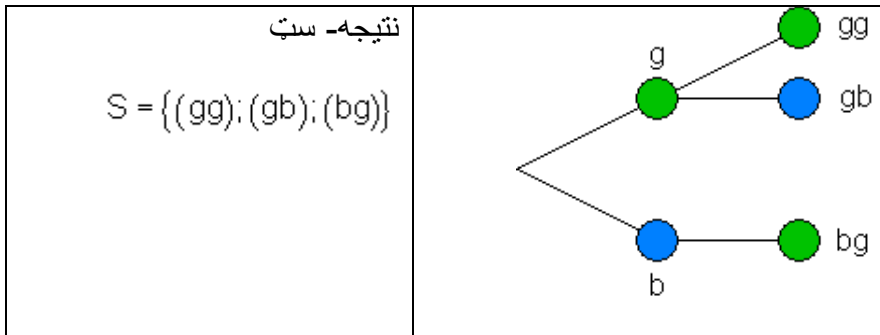
د 8 برخو سره:  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

حل: په یوه مرتبان کې 2 شنه غونډاري (غونډوسکې) ( $g$ ) او یو اسمانرنګه غونډاري (غونډوسکې) ( $b$ ) پراته دي .

دوه غونډاري (که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کېږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاري بي له بېرته ایښوني یا بي له بېرته د وراچونې سره راوېستل کېږي..

ونه دیاګرام وکارئ او نتیجه ست (-دېرې) جوړه کړئ.



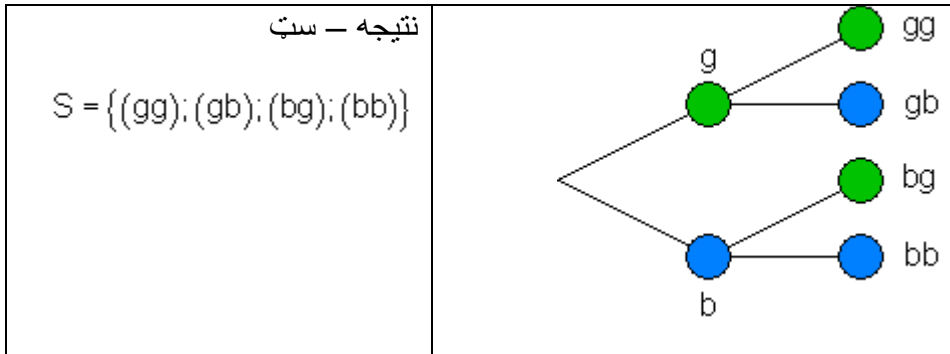
حل:

په یوه مرتبان کې 2 شنه غونډاري (غونډوسکې) ( $g$ ) او یو اسمانرنګه غونډاري (غونډوسکې) ( $b$ ) پراته دي .

دوه غونډاري د لاندې قانون سره راوېستل کېږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاري له بېرته ایښوني یا له بېرته د وراچونې سره راوېستل کېږي.

ونه دیاگرام وکارۍ او نتیجه ست(دېرۍ) جوړه کړۍ.



پوښتنې

تصادفي تجربې، و نه دیاگرام، نتیجې ست(دېرۍ) |

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږئ؟ غوره خوږونه یې وښایئ.

دویم: څلور تصادفي پېښې د هغو د خوږونو سره ورکړئ یا په گوته کې

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینگر او 20 زېر باتینگر د همغه لویوالي سره پراته دي. د کارتن څخه په پټو سترگو یو په بل پسې باتینگر راوېستل کيږي (بې له بیرته ایښوولو سره) و نه دیاگرام وکارۍ او د نتیجې ست(دېرۍ) S یې سم کړئ.

څلورم – په یوه بوتل کې 5 زېر ، 3 سره او 4 شنه د ښښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کيږي (بې له بیرته ایښوولو) و نه دیاگرام وکارۍ او د نتیجې ست(دېرۍ) S یې سم کړئ.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړئ مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، ورونکۍ هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وگټي.

ونه دیاگرام وکارۍ او د نتیجې ست(دېرۍ) S یې سم کړئ.

شپږم-

يو كوتی 2 سره او 4 تور غونډاري يا غونډوسکي (کري) لري (يا په کوتی کې ... پراته دي). له کوتی څخه به پتو سترگو يو په بل پسې غونډوسکي راوستل کيږي (بي له بيرته ايسوولو يا بيرته وراچول)

ونه دياگرام وکارئ او د نتيجو سټ (ډبري)  $S$  يې سم کړئ.

اوم- په يوه خلته کې 7 چکليټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زير او 5 سره دي. له خلتې څخه يو په بل پسې 3 چکليټ راوستل کيږي (بي له بيرته ايسوولو).

څومره شتونوالی شتون لري، چې دا چکليټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟  
اتم - يو د گڼونو (اعدادو) يعنې نمره يې قلف له درې څرخونو جوړ دی، چې له 1 تر 9 گڼونه يا اعداد لري. يو کس دا گڼي يا نمرې پيژني، خو په خواشينی بايد وويل شي، چې د نمروو ترتيب يې له ياده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دياگرام رسم کړئ. ښونه يا اعداد 3, 7 او 9 دي.  
نهم - دوه بخت څرخونه يا ټبرونه يا کړئ له درې برابرې برخو (Segments) څخه چې سرو ( $r$ )، اسماني ( $b$ ) او شنو ( $g$ ) دی جوړ دي. دواړه څرخونه يو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کيږي او په عين وخت کې درول کيږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړئ. د شرايطو سره يې نتيجه ( $r, b$ ) ورکړئ، چې نتيجه د ( $b, r$ ) سره برابره نه وي. که د نتيجه سټ (ډبري) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابر وخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب يې په دليلونو سمبال کړئ.  
د يوه مسلکي ښوونځي 3 نارينه 2 ښځينه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او څوک يې مرستيال شي. لومړی ريس او بيا پسې مرستيال ټاکل کيږي.

يو ونه دياگرام وکارئ او نتيجه  $S$  يې ورکړئ.

حلونه (اوبیوني)

تصادفي تجربې، ونه دياگرام، نتيجه I



مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

یوه تصادفی تجربه لاندې خوږونه لري:

- د برابر و شرايطو سره په خوږينه زيات تکرار کيدونکي دي.

- لږ تر لږه دوه ممکنه نتيجي شتون لري.

- نتیجه له وړاندې نه شي ويل کيدی.

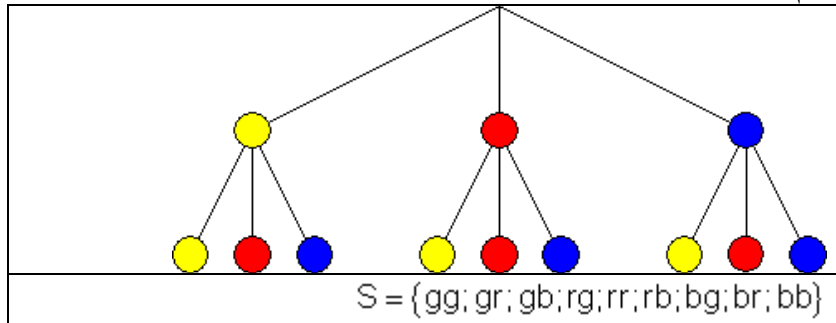
دويم:

تجربه	د حل سټ يا ډېری
الف - د داني يو وار غورځول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
ب - د پيسې يو وار غورځول	$S = \{Z; W\}$
پ - د يوه بخت څرخ د 5 برخو سره چې له 1 تر 5 بورې گڼه يا نمره لری يو وار څرخول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
ت - د يوه مرتبان څخه د 2 غونډوسکو يا غونډارو راوبستل چې سره اوتور غونډاری دي.	$S = \{rr; rs; sr; ss\}$

دریم : مفصل حل ( اوبی )

نتيجي:	ونه دياگرام
$S = \{rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; ggr; ggg\}$	

څلورم :



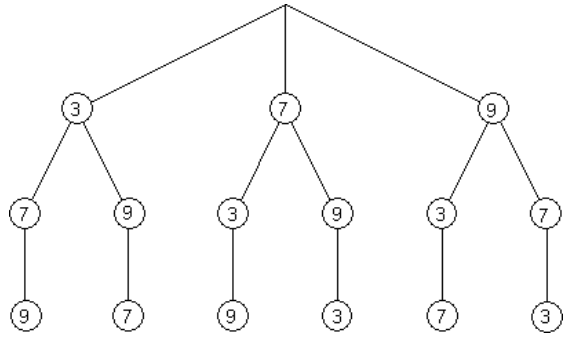
<p>ونه ياگرام</p>	<p>پنجم : مفصل حل نتيجي: <math>S = \{ AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB \}</math></p>
-------------------	--

<p>ونه ياگرام</p>	<p>شپږم : مفصل حل نتيجي <math>S = \{ rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss \}</math></p>
-------------------	--

	<p>اوم : مفصل حل نتيجي <math>S = \{ rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg \}</math> پس او ه امکانات شتون لي، چي له خلتي چکليټ راوباسو</p>
--	--

اتم: مفصل حل

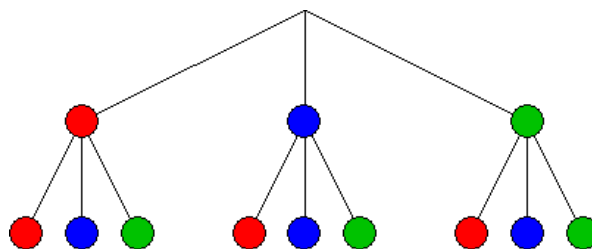
ونه دياگرام



$S = \{ 379; 397; 739; 793; 937; 973 \}$

ټول 6 امکانات شتون لري.  
نهم: مفصل حل

ونه ياگرام



$$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$$

دا چې دواړه څرخونه يو له بل خپلواک څرخي، به يو - يا همغه وخت کې څرخول او درول نتيجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې يو څرخ پرلپسې دوه واړه و څرخوی.

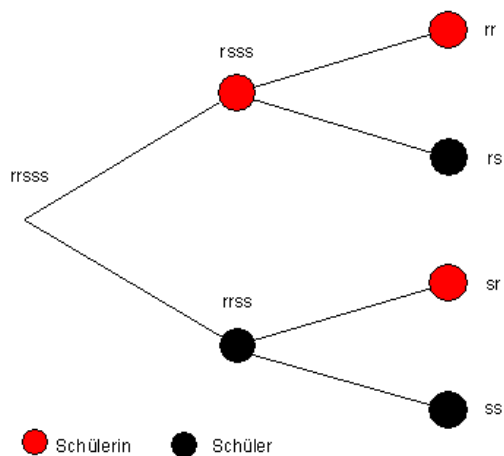
لسم: ونه ياگرام

ريس

مرستيال

Vorsitzender

Stellvertreter



بنی یا تور : نارينه ز. کين یا سور: بنځينه ز.

نتیجه :  $S = \{ww; wm; mw; mm\}$   
 دلته  $w$  بنخینه او  $m$  نارینه زده کونکي دي.

## دویم - په احتمالي شمیرنه کې پېښې

پېښې

د یوه تصادفي تجربې نتیجه کېدی شي د پېښو په توګه را یوځای شي.  
 مور داني دا یو ځل غورځول په پام کې نیسو.

نتیجه ست یا نتیجه ډېری له 6 ممکنه نتیجو څخه جوړه ده:  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتیجې په توګه  $A$  تعریفوو: غورځول شوی عدد یا ګڼ جوړه یا جفت دی.

نتیجه ډېری له 3 ممکنه نتیجو جوړه ده:  $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتیجې ډېری برخې ډېری ده. د دې لپاره لیکو:  $A \subset S$

پایله: د یوې تصادفي تجربې نتیجه ست  $S$  هره برخست  $A, B, C, \dots$  پېښه بلل کيږي.

د دې لپاره لیکو:  $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \dots$

بیلګه:

یوه پیسه یو په بل پسي پرلپسي غورځول کيږي.

د ونه دیاګرام له لارې نتیجه ست یا د نتیجې ډېری  $S$  پیدا کيږي.

$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWW); (WWWW)\}$

$A$  دې پایله (نتیجه) وي، داسې چې دوه واره  $W$  ولویري. ست  $A$  څنګه ده؟

$$A = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (WZZ)\} \quad A \subset S$$

تمرین :

B دې پېښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنگه ده ؟

تمرین:

C دې نتیجه وي، چې زیات له زیاته یو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پېښو ډولونه چې په یوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري، ه رامنځ ته کيږي .

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} \quad \text{نتیجه سټ ( د نتیجو ډېری) :}$$

پېښه A : عدد له 9 کوچنی دی:

$$\Rightarrow A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

نتیجه A د هرې تصادفي پېښې سره پېښيږي یا رامنځ ته کيږي ، دا متأنه پېښه بلل کيږي:  $A = S$ .

نتیجه B: عدد له 7 لوي دی:  $B = \{8\} \Rightarrow$  :

نتیجه B فقط یو توکی لري. دا ساده یا بنسټ پېښه بلل کيږي.

پېښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي  $C = \{ \}$  همداسې  $C = \emptyset$  .

نتیجه  $C = \emptyset$  هیڅ وخت نه پېښيږي دا یوه نا ممکنه پېښه ده.

$\Rightarrow D = \{7; 8\}$	نتیجه D : عدد له 6 لوي دی. .
$\Rightarrow \bar{D} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	پایله
	نتیجه $\bar{D}$ : عدد کوچنی یا برابر
	6 دی. پایله

$D\bar{D}$  مخامخ یا معکوسه پېښه ده.

د نتیجه سټ (ډېری) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېری ډوله لیکنه:  $S \setminus D\bar{D} = \bar{D}$  ، سټ یا ډېری ده  $f$  له  $D$  .

د پېښې او معکوس پېښې ټولنه یا اتحاد نتیجه سټ ( - ډېری)  $D \cup \bar{D} = S$  ده .

مخامخ یا په څټ یا معکوس پېښې ته بیلگې :

پېښه	معکوس پېښه
A: څلور موټر زیانمن ( خراب ) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5 موټر خراب دی
B: لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$ : لږ تر لږه یو موبایل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه ټیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$ : هیڅ یا دوه یا درې مني خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پېښې ته معکوس پېښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول - نتیجه سټ  $S$  وټاکي.

دویم: پېښه ډېری یا پېښه سټ و ټاکي

دریم: د پاتې - یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پېښې ډېری جوړي کړي.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .

د ساده کونې له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبېنېشنونو

امکانات د جوړ ( H ) او خراب (D) د پېښو ډېری S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{HHHHHH} \\ \text{DHHHHH} \\ \text{DDHHHH} \\ \text{DDDHHH} \\ \text{DDDDHH} \\ \text{DDDDDH} \\ \text{DDDDDD} \end{array} \right\} = A$	<p>د زیات له زیات څلور خرابیو شتونوالی شته</p>
$\left\{ \begin{array}{l} \text{DDDDDH} \\ \text{DDDDDD} \end{array} \right\} = \bar{A}$	<p>د لږ تر لږه پنځه خرابیو شتونوال شتون لري</p>

د حل امکانات ،، لږ تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،  
 د ساده کونې له امله له خورا زیات 4 موبایلونه غلا شوي مخ ته څو. ټول د  
 کمپینیشنونو امکانات د غلا شوو (G) او نه غلا شوو (N) د پېښو ډېری S  
 جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{GGGG} \\ \text{GGGN} \\ \text{GNNN} \\ \text{GNNN} \\ \text{NNNN} \end{array} \right\} = B$	<p>لږ تر لږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته</p>
$\left\{ \begin{array}{l} \text{GNNN} \\ \text{NNNN} \end{array} \right\} = \bar{B}$	<p>د لږ تر لږه یوه ملفون غلا امکانات</p>

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنگه نه دی،، لپاره.  
 د ساده کونې له امله له خورا زیات 4 موټرونو مخ ته څو. ټول د کمپینیشنونو امکانات  
 (B) او نه اسمانینګه (N) د پېښو ډېری S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{NNNN} \\ \text{BNNN} \\ \text{BBNN} \\ \text{BBBN} \\ \text{BBBB} \end{array} \right\} = C$	<p>امکانات چې هیڅ موټر شین نه دی</p>
$\left\{ \begin{array}{l} \text{BNNN} \\ \text{BBNN} \\ \text{BBBN} \\ \text{BBBB} \end{array} \right\} = \bar{C}$	<p>امکانات چې لږ تر لږه یو موټر شین دی</p>

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه ټیک یوه منډه خوسا ده،، لپاره.  
 مور له درې منو څخه پیل کوو. د کمپینیشن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N)  
 یوه نتیجه ډیرئ (ست) S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{FNN} \\ \text{FFN} \\ \text{FFF} \\ \text{NNN} \end{array} \right\} = \bar{D}$	<p>د یوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده امکانات چې یوه، دوه یا هیڅ منه خوسا نه ده.</p>
--	--

تمرین: B دې نتیجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېری ځنګه ده یا کومه ده؟

$$B = \{(WWW)\} \quad B \subset S \quad \text{حل:}$$

یادونه: دا چې د B سټ ټیک یو توکی لري، په دې حالت کې له یوې ساده – یا بنسټیزې پېښې عربیزو.

تمرین: C دې نتیجه وي، چې خورازیات یو ځل عدد را بنسټیزوي. د C سټ کوم دی؟

حل:

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دریم - په احتمالي شمیرنه کې د پېښو ترڅنه

د پېښو ترڅنه

یوه دانه یو ځل غورځول کېږي. لاندې دوه پېښې منځ ته راځي.

A: د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B: د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

یوه نوې پېښه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

C: د سترګو تعداد له 3 لوی دی او د سترګو تعداد یو جوړه عدد دی.

نتیجه C یوه له A او B جوړه د او-ترڅنه ده.



د پېښې C ډېرې يا سټ څنگه ده؟

حل:  $A = \{4; 5; 6\}$   $B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow C = \{4; 6\}$

د سټ يا ډېرې ليکدود له مخې دا په دې معنا دی

$C = A \cap B =$  د A او B د او تر نه د او غوڅډېرې يا قطاع

تمرین :

يوه نوي پېښه، لکه چې گورو رامنځ ته کيږي:

D : د سترگيو تعداد يا گڼون له 3 لوي دی يا د سترگيو عدد (بنه يې تعداد) يو جوړه عدد دی.

دا د پېښه د A او B څخه يوه د يا - تر نه ده . D د پېښه څنگه ليکلی شو؟

د دې لپاره چې د پېښو تر نې يا عملي جوړې کړو اړين دی، چې د سټيوري (ډېرې پوهنه) باندې يو ځغلند نظر واچوو:

د ډېرې پوهنې يا سټ تيوري لنډيزا

د اعدادو(گڼونو) سټ: د اعدادو سټ د يو له بل کره توپيرور اعدادو ټولگه ده.

ستونه په لويو لاتين تورو په نځېنه کيږي.

بيلگه:

$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$2 \in M$	2 د M توکی دی
$6 \in M$	6 د M توکی دی
$3 \notin M$	3 د M توکی نه دی

د ستونو لپاره ليکنود

گڼيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشریحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو:  $A$  د ټول  $x$  سټ دی، کوم لپاره چې باور لري،  $x$  له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ (تشډېری)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته ويني يا افادي.

د او په معنا دی

د ډېريو يا ستونو لپاره ليکود

شمېرنيزه انځورونه  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشریحي انځورونه  $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو:  $A$  د ټولو  $x$  ستونو ډېری ده، د کومو لپاره چې باور لري

$x$  يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشډېری يا تش سټ  $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \}$

تش سټ کوم توکي نه لری

سومبول  $\{ \} = \emptyset$  د تش سټ دليکلو لپاره برابر ارزښته ليکنود دی.

منطقي او بلل کيږي  $\wedge$

په ستونو کې عمليې (د ډېريو ترني)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوڅډېږي)

$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$	$B = \{e; f; g; h; i; j\}$
د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېږي	$C = A \cap B = \{e; f; g\}$
$A \cap B$ (قطعه شوي له B سره)	
$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.	$A \cap B = \{x   x \in A \wedge x \in B\}$
$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دی يا د A او B توکی دی.	د تقاطع سټ د دوه ستونو ترمنځ يوه د او ترنه يا عمليه ده.

د ډېريو يا ستونو A او B ټولنه يا اتحاد

$A = \{-4; -2; 1\}$	$B = \{2; 4; 6\}$
$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري	$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x   x \in A \vee x \in B\}$
$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دی يا x په دواړو ډېريو کې پروت دی	د اتحاد سټ يا ټولنډېږي د ستونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده

د ستونو نخښې، د منطق نخښې

$\cap$	غوڅ - يا قطع شوی	د ستونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ
$\cup$	ټولنه يا اتحاد	
$\wedge$	منطقي او	د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ منطقي نخښې
$\vee$	منطقي يا	

د  $A$  برخډېری یا سب سټ

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ $B = \{2; 4; 6\}$ $B \subset A$ په دې معنا چې $B$ د $A$ برخډېری ده	ورکړ شوي ډېری $B$ د $A$ یوه برخډېری ده، ځکه چې د $B$ هر توکی د $A$ توکی هم دی.
--	--

د دوه ډېریو  $A$  او  $B$  کمښت-یا کمونډېری (باقي سټ)

$A = \{1; 4; 9\}$ $B = \{0; 2; 4; 6\}$ $A \setminus B = \{1; 9\}$ $A \setminus B = \{x   x \in A \wedge x \notin B\}$	د $A$ او $B$ کمښتډېری $A \setminus B$ ټول هغه توکي لري، چې په $B$ کې نه وي پراته. لیکنه یې: $\setminus$ لوستنه یې. $A$ بې له $B$
$\setminus$ : په دې معنا چې ،،بې،،	

$x \in A \setminus B$  په دې معنا چې :  $x$  په  $A$  کې پروت دی، مگر نه په  $B$  کې

تر لږو پېښو ته بیلگې

سترگی مکعب بیا غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي:

$A$ : د سترگیو گڼون یا تعداد یې له څلورو کم دی.

$B$ : د سترگیو تعداد یې یو ناچوره (طاق) عدد(گڼ) دی.

$C: [4; 5]$

$A \cap B$  جوړ یا تشکیل کړی او ډېری یا سټ په لغاتو ولیکی.

حل(اوبی):

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow \quad A \cap B = \{1; 3\}$$

$A \cap B$ : د سترگیو تعداد له څلورو کوچنی او یو ناچوره یا طاق عدد دی..

$A \cup B$  جوڙ ڪري او ڊپري په لغاتو ڪي تشریح ڪري.

خواب:

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$A \cup B$ : د سترگيو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوره یا طاق عدد.

$\bar{A} \cap B$  تشکیل ڪري او ڊپري په لغاتو ڪي تشریح ڪري.

خواب:

$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$ —	د سترگيو تعداد له ۳ لوي دی د سترگيو تعداد یو ناجوره عدد دی
---	--

$\bar{A} \cap B = 5$  د سترگيو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوره یا طاق عدد دی.

$A \cap B$  جوڙ ڪري او ڊپري په لغاتو سره تشریح ڪري.

$$A = \{1; 2; 3\} \quad C = \{4; 5\} \quad \Rightarrow A \cap C = \{ \} = \emptyset$$

خواب:

$A \cap B$ : د سترگيو تعداد له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسي يوه پيڻه ناز غمور يا بي قرار داده پيڻه بلل ڪيري.

نا زغم وري پيڻي:

د دوه پيڻو A او B د او ترنه ناز غمور بلل ڪيري. ڪه عوڏپري يا د تقاطع سٽ يي تشه وي، يعني  $A \cap B = \emptyset$ .

د A او  $\bar{A}$  د او- ترنه تل ناز غور ده، ڇڪه ڇي باور لري:  $A \cap \bar{A} = \emptyset$

پام: تل باور لري:

$$\begin{aligned} E \cup \bar{E} &= S & E \cap \bar{E} &= \emptyset \\ E \cup S &= S & E \cap S &= E \end{aligned}$$

حل (اوبی) :

یوه نوې پېښه ، لکه چې کره کيږي یا څرگند کتل کيږي، منځ ته راځي:  
 $D$  : د سترګیو تعداد له ۳ لوی یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.

دا پېښه  $D$  یو د او-ترنه ده له  $A$  او  $B$  .

پېښه ډېری  $D$  څنګه ښکارېږي؟

$$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow D = \{2; 4; 5; 6\}$$

دا ډېری په لیکندود داسې برېښي

$$D = A \cup B \quad \text{د } A \text{ او } B \text{ ټولنډېری} = \text{له } A \text{ او } B \text{ دیا- ترنه .}$$

## پوښتنې

پېښې او د پېښو ترنه |

لومړۍ – یوه دانه یو ځل غورځول کيږي. لاندې پېښې په ګڼلووالي لیکنډل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پېښه. ت – نه څلور .

دویم: یوه دانه پرلپسې دوه واره غورځول کيږي. لاندې پېښې په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسې غونډاري راوستل کيږي. غونډاري بیرته مرتبان ته نه اجول کيږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونډاري همغه رنگ لري.

ب- لومړی او اخیږنی راوستل شوی غونډاری مختلف رانگونه لري.

پ - وروسته له وروسته له دریمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دویمې راوستنې لایو تور غونډاری په مرتبان کې شته.

یو- ونه دیاگرام وکارئ او نتیجه یې ورکړئ

دوه- ټولې پېښې په شمېرنیز یا زیاتیدوني ډول سره ورکړي

درې- هرې پېښې ته هغه مخامخ یا معکوس پېښه ورکړئ په گڼیز -یا زیاتیدوني ډول.

څلورم: یو زده کوونکی په څلور د شمیرپوهنې(ریاضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکی کار داسې اصلاح کوي، چې په ترتیب د هرې پوښتنې په پای کې ۲ د ټیک او f د ناتیګ لپاره لیکي. لاندې پېښې تعریفیږي:

الف- دریمه پوښتنه ناتیګ ده.

ب - لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټیک دي.

پ - ټیک درې پوښتنې ټیک دي.

یو- ونه دیاگرام وکارئ او نتیجه یې ورکړئ.

دوه- ټولې پېښې په شمیرلي(زیاتیدوني) ډول ورکړئ

پنځم -

د یوه غونډاري د نتیجو ډېرئ ده:  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

لاندې S برخدیرئ کره کیري:

$$A = \{1,2,3\}, B = \{1,2,5,6\}, C = \{2,4\}$$

الف - وټاکئ  $B \cap A$  همداسې  $B \cap C$  او  $A \cap C$

ب -  $\bar{A}$  وټاکي همداسې  $A \cap \bar{C}$  او  $S \setminus B$

پ - یوه پېښه  $D \subset S$  ورکړئ، داسې چې پېښې A او D نازغموړ دي.

### خوابونه

پېښې او د پېښو ترڅنه ا

مفصل خوابونه :

لومړی :

د نتیجې دېرې  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  .

الف -  $A = \{4; 5; 6\}$  ب -  $B = \{2; 4; 6\}$

پ -  $C = \bar{B} = S \setminus B = \{1; 3; 5\}$  ت -  $D = \{1; 2; 3; 5; 6\}$

دویم -

$S = \{(1|1); (1|2); (1|3); (1|4); (1|5); (1|6); (2|1); (2|2); (2|3); (2|4); (2|5); (2|6)\}$

$\cup \{(3|1); (3|2); (3|3); (3|4); (3|5); (3|6); (4|1); (4|2); (4|3); (4|4); (4|5); (4|6)\}$

$\cup \{(5|1); (5|2); (5|3); (5|4); (5|5); (5|6); (6|1); (6|2); (6|3); (6|4); (6|5); (6|6)\}$

الف -

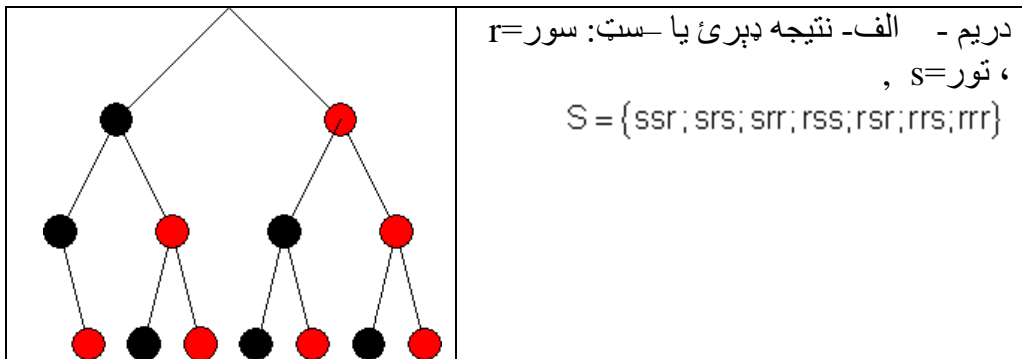
$A = \{(1|4); (2|3); (3|2); (4|1)\}$

ب -

$B = \{(2|6); (3|5); (4|4); (4|6); (5|3); (5|5); (6|2); (6|4); (6|6)\}$

پ -  $C = \{(1|1); (1|2); (1|3); (2|1); (2|2); (3|1)\}$

ت -  $D = \{(2|5); (5|2)\}$





$$A = \{ssr; rrs; rrr\}$$

$$C = \{ssr; srs; rss\}$$

$$B = \{ssr; srr; rrs; rrs\}$$

$$D = \{srs; srr; rss; rsr\} \quad \text{ب-}$$

$$S = \{ssr; srs; srr; rss; rsr; rrs; rrr\}$$

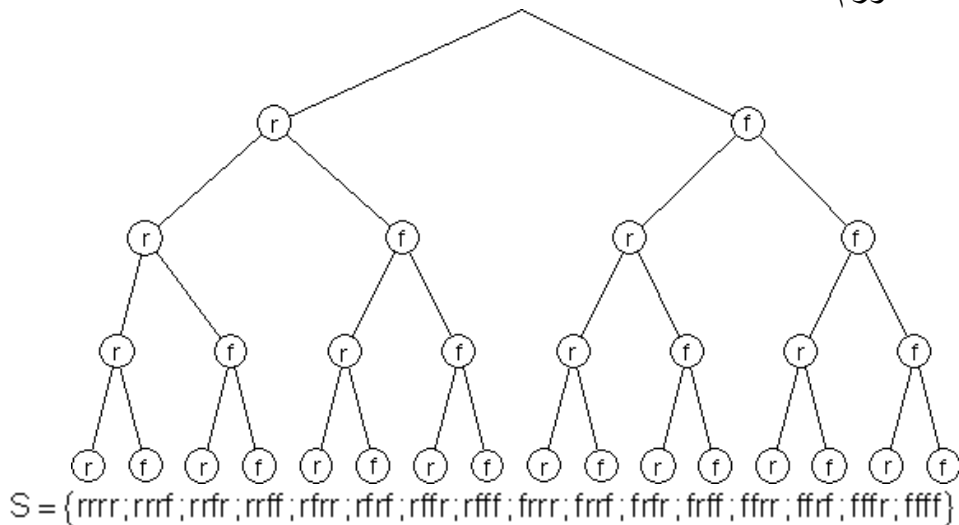
$$\bar{A} = S \setminus A = \{srs; srr; rss; rsr\}$$

$$\bar{C} = S \setminus C = \{srr; rsr; rrs; rrr\}$$

$$\bar{B} = S \setminus B = \{srs; rsr; rrr\}$$

$$\bar{D} = S \setminus D = \{ssr; rrs; rrr\} \quad \text{ب-}$$

خلورم: مفصل حل الف-



ب-

$$A = \{rfr; rff; rfr; rff; frr; frf; frr; fff\}$$

$$C = \{rrf; rfr; rrr; frr\}$$

$$B = \{rrr; rrf; rfr; rrr; frr\}$$

$$D = \{rrr; rrf; rfr; rff\}$$

پنجم مفصل خواب:

$$A \cap B = \{1; 2\}$$

$$A \cap C = \{2; 4\}$$

$$B \cup C = \{1; 2; 4; 5; 6\} \quad \text{الف-}$$

ب -

$$\bar{A} = S \setminus A = \{3; 5; 6\}$$

$$\overline{A \cap C} = S \setminus A \cap C = \{1; 3; 5; 6\}$$

$$S \setminus B = \bar{B} = \{3; 4\}$$

پ- او ناز غمور دي، که باور ولري:

او ناز غمور دي، که باور ولري:  $A \cap D = \emptyset$

بیلگه:

$$D = \{3; 6\} \Rightarrow A \cap D = \emptyset$$

### پوښتنې

### پېښې او د پېښو ترڅنه II

لومړۍ – یوه سترگۍ یو ځل غورځول کيږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا گڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوره – یا باق عدد دی.

لاندې پېښې په شمیرلشوي بڼه وټاکئ:

الف -  $A \cup B$  ب -  $A \cap B$  پ -  $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت -  $\overline{A \cap B}$  ټ -  $A \cap \bar{B}$  ټ -  $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري (کړي) لري. د مرتبا څخه یو په بل پسې درې غونډاري راوستل کيږي، بې له بیرته وراچوني څخه. لاندې پېښې تعریفیږي.:

A: لومړي دوه غونډاري بیلېل رنگونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وپستل شوي غونډاري همغه یا برابر رنگ لري.

الف: ونه دیاگرام وکاري او نتیجه ډېرئ یا ست یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \bar{A \cup B}$$

دریم - په لاتري ډول کې 15 لټري پرتې دي، له دې څخه 10 لاتري بیلونکي دي. د لاتري ډول څخه یو په بل پسې دوه لاتري راوستلکیري. لاندې پېښې تعریفیري یا راښوول کیري:

: فقط بایلونکي راوستل کیري.

: ټیک گټونکي لاتري راوځي.

: دا اخر راوستله شوي لاتري بایلونکي ده.

الف- ونه زیاکرام وکارئ او نتیجه ډېرئ یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې واکئ:  $D = \overline{A \cup B}$  او  $E = B \cap \overline{C}$ .

څلورم - له دوه پېښو A او B څخه پوهیږدو، چې  $A \cup B = S$  او  $A \cap B = \emptyset$  دي. د پېښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله، له 1 تر 100 په گڼه شوییا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیري. لاندې پېښې تعریفیري:

A : تعداد یا گڼون په ۸ وپشور (قابل تقسیم) دی.

B : تعداد یا گڼون په 15 وپشور (قابل تقسیم) دی

C : تعداد یا گڼون په ۸ یا ۹ وپشور (قابل تقسیم) دی

D : تعداد یا گڼون په ۹ یا ۱۵ وپشور (قابل تقسیم) دی

E : تعداد یا گڼون په ۱۲ یا ۱۵ وپشور (قابل تقسیم) دی

F : تعداد یا گڼون په ۱۲ یا ۱۷ وپشور (قابل تقسیم) دی

G : تعداد یا گڼون په ۸ وپشور (قابل تقسیم) دی

H : تعداد یا گڼون په ۱۲ مگر نه په ۸ وپشور (قابل تقسیم) دی.

نتیجه ډېرئ په شمیرنیزه توگه (چې ټول د ډېرئ توکي وگڼل شي) ټاکئ.

## ځوابونه

د پېښو پېښې او د پېښو ترڼه یا نښلونه||

مفصل ځوابونه:

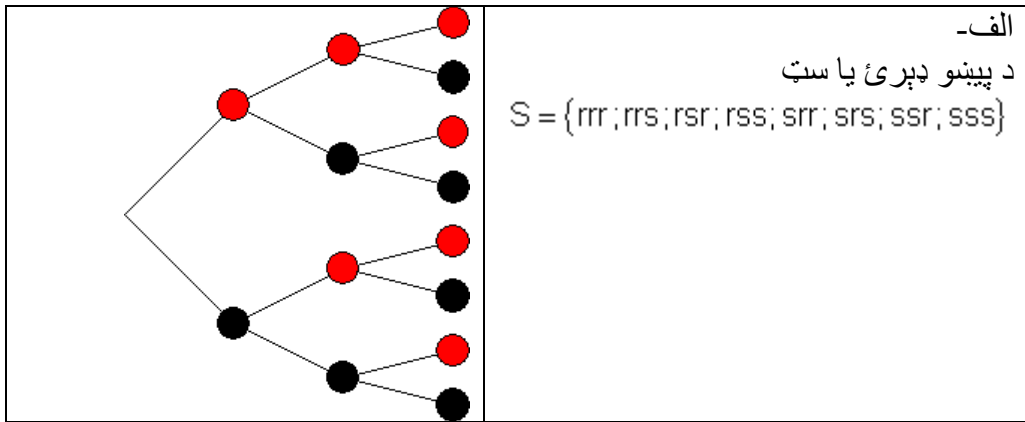
لومړی:

الف-  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$       $A = \{1; 2; 3\}$       $B = \{1; 3; 5\}$

ب -  $A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cap B = \{1; 3\}$

$\bar{A} = S \setminus A = \{1; 4; 6\}$        $\bar{B} = S \setminus B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow \bar{A} \cap \bar{B} = \{4; 6\}$  - پ  
 $A \cap B = \{1; 3\} \Rightarrow \overline{A \cap B} = S \setminus A \cap B = \{2; 4; 5; 6\}$  - ت  
 $\bar{B} = \{2; 4; 6\} \Rightarrow A \cap \bar{B} = \{2\}$  - ث  
 $\overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{4; 6\}$  - ج  
 دویم:

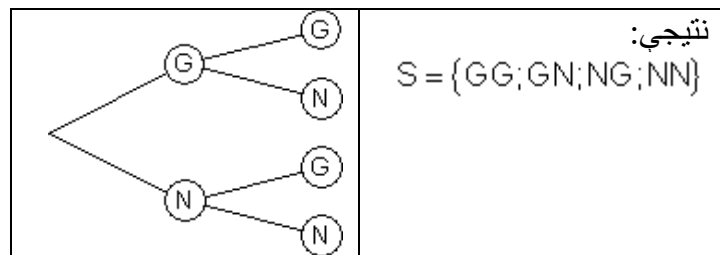


ب-

$S = \{rrr; rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$   
 $A = \{rsr; rss; srr; srs\}$        $B = \{rrr; rsr; srs; sss\}$   
 $A \cap B = \{rsr; srs\}$        $\bar{A} = S \setminus A = \{rrr; rrs; ssr; sss\}$   
 $\bar{B} = S \setminus B = \{rrs; rss; srr; ssr\} \Rightarrow A \cup \bar{B} = \{rsr; rss; srr; srs; rrs; ssr\}$

دریم:

الف-



ب-

$$S = \{GG; GN; NG; NN\}$$

$$A = \{NN\} \quad B = \{GN; NG\} \quad C = \{GN; NN\}$$

$$A \cup B = \{NN; GN; NG\} \quad D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$$

$$\bar{C} = S \setminus C = \{GG; NG\} \quad E = B \cap \bar{C} = \{NG\}$$

څلورم: A او B نازغموړ دي.  $S \setminus B = A \Rightarrow B$  د A مخامخ (په څټ يا معكوس) پيښه ده.

پنځم:

$$S = \{ 1; 2; \dots 99; 100 \}$$

$$A = \{ 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 \}$$

$$B = \{ 15; 30; 45; 60; 75; 90 \}$$

$$C = \{ 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 \}$$

$$D = \{ 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 \}$$

$$E = \{ 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 \}$$

$$F = \{ 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 \}$$

$$G = \{ 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 \}$$

$$H = \{ 12; 36; 60; 84 \}$$

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ایا دوي یو ملفون لري. د دې پوښتنې پایله ده: له

120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي یو ملفون لري.

پيښه E: زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

دا د حالتونو تعداد يا گڼون دی، چې پيښې E په کې رامنځ ته کيږي يا پيښيږي.

د نمونه ازمايننت پراخوال يا غير په دې حالت کې 120 دی.

$$h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0,825$$

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی:

په ټوليزه توگه باور لري؛

د نمونه ازمايننت څومره والی/د يوې پيښې مطلق ډېروالی = د يوې پيښې ډېروالی

$$h(E) = \frac{H}{n} \quad \text{فورمال:}$$

تمرین: د په څټ – يا معکوس پيښې  $\bar{E}$  نسبي ډېروالی وټاکئ او له  $h(E)$  او  $h(\bar{E})$  څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

يادونه: د پيښې E او د هغې معکوس پيښې  $\bar{E}$  لپاره باور لري:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 1$$

د احتمالوالي تعريف:

د احتمالوالي تعريف کې سړی کلاسيکی احتمالوالي تعريف او ستاتيستيکي احتمالوالي

تعريف ترمنځ توپير کوي.

کلاسيکي يا ټولگيز احتمالوالي د يوې بيلگې په بنسټ:

د يوه ايډيال يا ډېر ټيک غورځوونې يا سترگې (چې شپږ سترگې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6 ترمنځ هر عدد يا گڼ د رامنځ ته کيدو لپاره برابر چانس شتون لري.

مورن پيښه E تعريفوو: غورخول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کیدو لپاره په لاندې توگه تعريف ورکوو:

د ټولو ممکنه پيښو تعداد/په E پورې اړونده پيښو تعداد  $p=P(E)$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروخولو سره احتمالوالی وشمیرئ.

حل وروسته راځي.



ستاتيسټيکي احتمالوالی د بيلگې په توگه د يوه کاغذ ستن غوروخولو لپاره:

که څوک د کاغذ يوه ستن وغوروخوي، نو دا يا په شا يا په اړخ لويږيدلي پاتيري.



سری له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغيزوالی د کاغذميخ په جوړيدبڼه کې پروت دی. کيدی شي چې دا د کاغذ ستن برابرډوله يا لږ برابرډوله جوړه شوي ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وينا وکړی شو، بايد تجربي وکړو.

يوه د کاغذ ستن سل واړه غوروخول کيږي، نسبي ډيروالی شميرل کيږي.

نتیجه			جمعه n
مطلق ډيروالی $n_i$	44	56	100

نسبي ډيروالی

$$h(e_i) = \frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100} = 0,44 \quad \frac{56}{100} = 0,56 \quad \frac{100}{100} = 1$$

نسبي ډيروالی

په % کې،	44%	56%	100%
----------	-----	-----	------

تجربې بڼايي، چې د جگیدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې (pendelt یا ټال خوري) کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاټیستیکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره یوه د منلو وړ وینا وکړای شو، باید دا تجربه زیاته تکرار شي.

لکه په سترګي یا غورځونې کې ډېرو ټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوریدنه د یوه ټاکلي سترګي تعداد رامنځ ته کیدو لپاره په یوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کیدو باندې را تنګیږي یا را ټولیري، په غورځونې یا سترګي کې په  $1/6$  ارزښت. له دې امله ستاټیستیکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حیث تعریفیږي، د ازماښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د  $n$  سره د تجربو د تعداد په حیث او د  $H(E)$  سره د مطلق ډېروالي په حیث.

یادونه: د توکلي ازماښت د ټاکلو پېښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوینه یا فرضیه ده.

یوه تجربه دې واضح کړي، چې د پېښو نسبي ډېروالی په یوه ټاکلي ارزښت خوزي یا حرکت کوي، که د ازماښتونو تعداد پوره ستر وي.

ازماښت: لس د کاغذ ستنې په همغه یا یوه وخت کې وغورځوئ او د پېښو تعداد په پام کې ولرئ.

E: د کاغذ ستنې په شا پرتي دي.

دا تجربه په ټولیزه توګه لس واره تکرار کړئ.

دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندي یو د کاغذ ستنې دې سل واره غورځول شوي وي. دا راټول مطلقه ارزښت دې په یوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بیا وشمیرئ.



ازماښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
H(E) راتول شوي	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E) = \frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کي د الماني پښتو په ترتيب: د تجربې نمره، راتول.

که دا تجربه يا ازماښت له ډېرو کسانو له خوا د برابر و شرايطو لاندې وشي، نو کيدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بيلگي په توگه د 10 تجربه کسانو د تجربو زياتوالی يا جمعه کيدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جگوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشميرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو گڼه(نمره) ، راتول(گڼوالی يا زياتوالی).

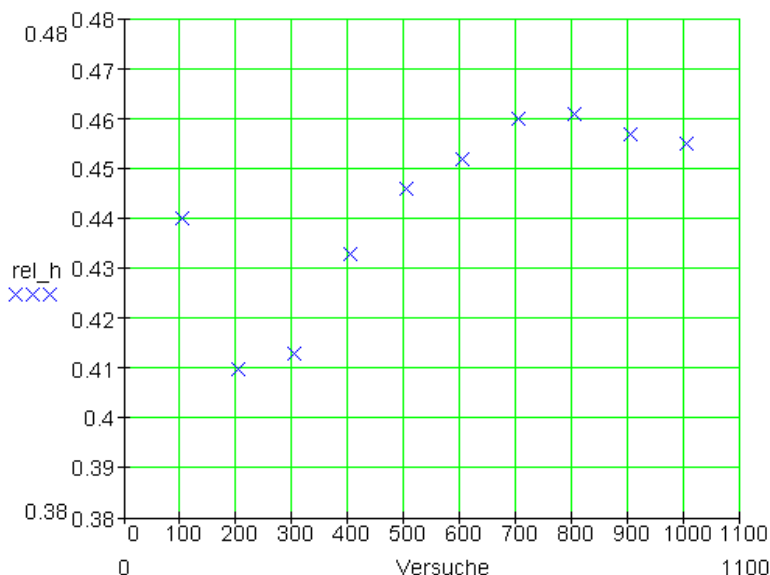
د شخص گڼه Ni (Nr)  H(E) راتول  $h(E) = \frac{H(E)}{n_i}$	1	2	3	4	5	6	7
	100	200	300	400	500	600	700
	44	38	42	49	50	48	51
	44	82	124	173	223	271	322
	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46
		8	9	10			
		800	900	1000			
		47	42	44			
		369	411	455			
		0,461	0,457	0,455			

د پورته کين په ترتيب

نسبي ډېروالی په يوه ډياگرام کي وليکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څيرني لاندې ونيسئ.

يو انٽروال ورکړی، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربې وتننه باندې کومنتار ورکړی یا تشریح کړی.



پورته کین: نسبي ډېروالی، لنډې یا کته: ازماښت

داسې لیدل کېږي، چې نسبي ډېروالی په انټروال  $[0,45;0,46]$  کې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لږ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاوړ نږدې کېږي.

هر څومره چې د تجربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالی یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کېږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیسټیکي احتمالوالي په حیث د پېښې  $E$  د پېښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګې لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالي چې د کاغذ ستنې په شاپرتي دي د ازبښتونو  $0,45$  او  $0,46$  ترمنځ خوزي یا ټالی خوري.

د معکوس یا په خټ پینې لپاره (د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او 0,55 تر منځ پروت دی.

دایه دې معنا، چې دا استعمال شوی د کاغذسټني د دواړو پینو رامنځ ته کیدو لپاره (په شا یا په اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلگه: دا په څنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه دېری یا -ست په دې معنا چې S ممکنه پینې:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

مور دوه پینې تعریفوو:

A : گڼه یا نمره جوړه (جفت) ده. لهدې لاس ته راځي:  $A = \{2, 4, 6\}$

B : گڼه ناجوړه (طاق) ده له دې لاس ته راځي:  $B = \{1, 3, 5\}$

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریري، نو وایو، چې پینه A رامنځ ته شوی یا پینه شوی ده.

که دا بنودونکی په برخو 1, 3 او 5 ودریده، نو پینه B رامنځ ته کیري.

لومړی د ساده پینو احتمالوالی تر څیرني لاندې نیسو

$$P(1) = P(3) = \frac{1}{8} \quad P(2) = \frac{1}{4} \quad P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

د A پینې د پیندو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A) = P(\{2; 4; 6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$$

د B پینې د پیندو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(B) = P(\{1,3,5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پېښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.  
خواب وروسته راځي:

A د معکوس پېښې  $\bar{A}$  یو بل د حل امکانات:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پېښې S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو  $P(S)=1$ .

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې یاده پېښې تل رامنځ ته کیږي، د بیلگې په توگه د یوه سترگي غورځولو سره تل یو عدد رامنځ ته کیږي.

د ساده پېښو ټولگه:

$S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$  د یوه توکلي تجربې پېښه ډېرئ یا سټ دی.

$e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  د هغې ساده پېښې دي، د بیلگې په توگه د غورځوني یا سترگي سره اعداد 1,2,3,4,5 او 6.

نو د احتمالوالی P لپاره باور  $0 \leq P(e_i) \leq 1$  لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په دې معنا، چې د یوې پېښې احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او ناکمیز یا نامنفي دی.

د جمعې یا زیاتون ساده لار.  $P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \dots + P(e_i) = 1$

د A د معکوس پېښې لپاره، یعنی د  $\bar{A}$  لپاره تل باور لري:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

د یوې ناشونې پېښې لپاره، د بیلګې په توګه په شپږیز سترګې (۶ سترګې مکعب یا غورځوونکي) سره چې یو ۷ و غورځول شي باور لري:

$$P(\emptyset) = 0$$

تمرین: یو سترګی یو وار غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوی دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوره یا طاق عدد دی.

C : [ 4 ; 5 ]

$$\text{الف: } E_1 = A \cap B$$

$P(E_1)$  وټاکئ او  $E_1$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$\text{ب- } E_2 = A \cup B$$

$P(E_2)$  وټاکئ او  $E_2$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$\text{پ- } E_3 = \bar{A} \cap B$$

$P(E_3)$  وټاکئ او  $E_3$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$\text{ت- } E_4 = A \cap C$$

$P(E_4)$  وټاکئ او  $E_4$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

خوابونه وروسته:

### د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

مور تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپيژندل.

۱ - داسې له دوه برابره احتمالي وېش سره.

۲ - داسې له نابرابره احتمالي وېش سره.

لومړي گروپ پورې اړه لري:

- د يوه (شپږ) سترگي غورځول.

- د يوې پيسې غورځول.

- د يوه بخت څرخي څرخول د برابر لويو برخو يا توتو Segmenten سره.

په دويم گروپ پورې اړه لري:

- د يوه کاغذستن غورځول.

- د يوه بخت څرخ گرځول د نابرابره لويو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د يوې توکلي يا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتيجې (لومړی گروپ) برابر احتمالي لري، نو سړی د لاپلاس تجربې څخه غږيږي يا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتيجه د احتمالي (د ټولو ممکنه نتيجو تعداد /  $p=1$ ) سره تنظيم کړي، نو دا د يو مودل -نيونه يا -- فرضيه (لاپلاس - مودل) ده.

د لاپلاس د تجربې سره د يوې نتيجې د احتمالي  $P(E)$  لپاره باور لري:

د ټولو ممکنه نتيجو تعداد / په  $E$  پورې اړونده نتيجه  $P(E)$

تمرین: يو د بخت څرخ لس برابره برخې لري.

$E$ : بنوونی يا بنوونستن په يوه په درې وېشور عدد باندي دريدلی پاتيري.

$P(E)$  وټاکئ.

د دې لپاره احتمالواى څومره لوي دى، چې بنوونى په يوه عدد ودريري، چې په درې وپشور نه دى.

حل وروسته:

تمرین:

په يوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. يو ځل راوستل کيږي. الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟  
دوریم: څومره تر غونډاري بايد په مرتبا کې پراټه وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرین: د په څټ – يا معکوس پيښې  $\bar{E}$  نسبي ډېروالی وټاکئ او له  $h(E)$  او  $h(\bar{E})$  څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ – يا معکوس پيښه  $\bar{E}$  ده. زده کوونکی ملفون (موبايل) نه لري.

له دې سره د  $\bar{E}$  نسبي ډيروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0,175$$

جمعه يا زياتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0,825 + 0,175 = 1$$

تمرین: د يوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په يو ځل غور وځولو سره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پيښو جوړه ده:  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

پېښه ډېرې له ۲ ممکنه نتيجو جوړه ده:  $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې يو جوړه عدد له ۲ څخه لوي و غورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$$

تمرین: د  $A$  د معکوس – ياپه څټ پېښې لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب: نتيجه ډېرې يا ست  $S$  له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پېښې  $A$  پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د  $A$  سره معکوس پېښه د کمښتډېرې يا تفريق ست له لارې ميدل کيږي.

$$\bar{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول  $B$  دا همدا اوس پېښه ست يا ډېرې ده، چې ارزښت  $P(B) = \frac{5}{12}$  يې شميرل شوی دی.

تمرین: يو سترگی يو وار غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي.

$A$ : د سترگیو عدد له 4 لوي دی.

$B$ : د سترگیو گڼ يا عدد ناجوره يا طاق عدد دی.

$C$ : [ 4 ; 5 ]

الف:  $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$  وټاکئ او  $E_1$  د کلمو يا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب-  $E_2 = A \cup B$



$P(E_2)$  وټاکئ او  $E_2$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_3 = \bar{A} \cap B \text{ پ-}$$

$P(E_3)$  وټاکئ او  $E_3$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_4 = A \cap C \text{ ت-}$$

$P(E_4)$  وټاکئ او  $E_4$  د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

خواب: الف-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1; 3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$E_1$ : د سترگیو عدد له ۴ لوی او یو ناجوره (طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$E_2$ : تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوره (طاق) عدد دی.

پ -

$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$ $E_3 = \bar{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$	<p>د سترگیو تعداد له ۳ لوی دی.</p> <p>د سترگیو تعداد یو ناجوره یا طاق عدد دی</p>
--	--

$E_3$ : د سترگیو تعداد له ۳ لو دی او یو ناچوره عدد دی.

ت-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad C = \{4; 5\} \quad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{ \} = \emptyset$$

$$P(E_4) = P(\emptyset) = 0$$

$E_4$ : د سترگیو تعداد له ۴ کوچنی دی او ۴ یا ۵ دی.

داسې یوه پېښه نامناسب بې مصلحته یا ناغوښتونې یا که غواړئ ناز غمور بلل کېږي له دې امله د  $E_4$  د رامنځ ته کېدو احتمالوالی صفر دی.

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

$E$ : ښوونکی یا ښوونستن په یوه په درې وپشور عدد باندې دریدلی پاتېږي.

$P(E)$  وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې ښوونکی په یوه عدد ودرېږي، چې په درې وپشور نه دی.

ځواب:

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \quad E = \{3; 6; 9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

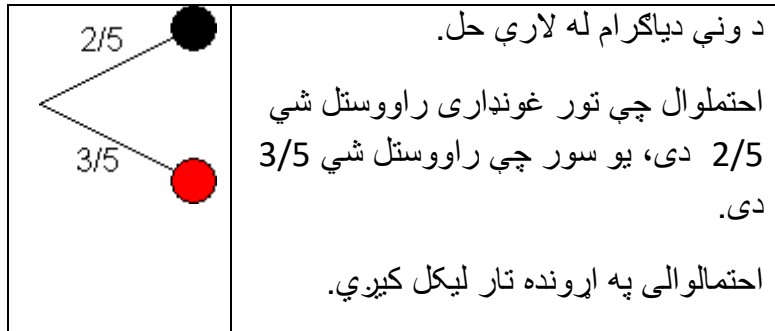
تمرین: په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کېږي.

الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟

دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

الف-



ب- په مرتبان کې  $x$  تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول  $x + 3$  غونډاري شتون لري.

E: راوستلی غونډاری تور دی.

ایینوونه:  $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3) \cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 | - 0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

باید په مرتبان کې لږ تر لږه 8 تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسې لږ تر لږه د 0,7 احتمالوالی سره یو غونډاری راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی

لومړی:

په لیکنې بیالوژي ازموینه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

یادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کېږي، چې په ۵ نمره سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالي وشمړئ.

ب- وېشنه په یوه گردۍ- یا دایروي دیاگرام انځور کړئ.

پ- یو د ازموینې کانديد تصادفي ټاکل کېږي. د کوم احتمالي سره هغه یوه ۱ اخستی؟

ت- یو د ازموینې کانديد تصادفي ټاکل کېږي. د کوم احتمالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلي یا اخستی؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماېښت نتيجي لپاره احتمالي  $p = 0,73$  دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو سټاتیسټیک یا احسایه د په څلور پټیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوي داتا څخه را اخستل کېږي.

	M	$\bar{M}$	Summe	M معنا: زده کوونکی نارینه
F		1200	1680	دی. د F معنا: د FOR په حیث
$\bar{F}$	672		1812	د زده کوونکو وتون استعداد.
Summe	1152		3492	Summe = زیاتون.

الف- دا پاتي یا باقي ډېروالي وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحيزتخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالي و ټاکئ او دا په یوه څلورپټي یا سطحيزه تخته ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کېږي.

اول. دا د کوم احتمالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالي سره دا د FOR د ننوتني(داخیلدو) اجازه لري؟

درې: د کوم احتمالي سره دا کس بنځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

څلورم: په يوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په يوه سپورت کلوب کې دي. احتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زده کړی (نازینه يا ښځينه)، چې تفريحميدانکې ورسره مخامخ کيږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترگي يو ځل غورځولو کې د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A: لږ تر لږه ۳. B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره يا څو له. E: جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ يا ۶.

ځوابونه

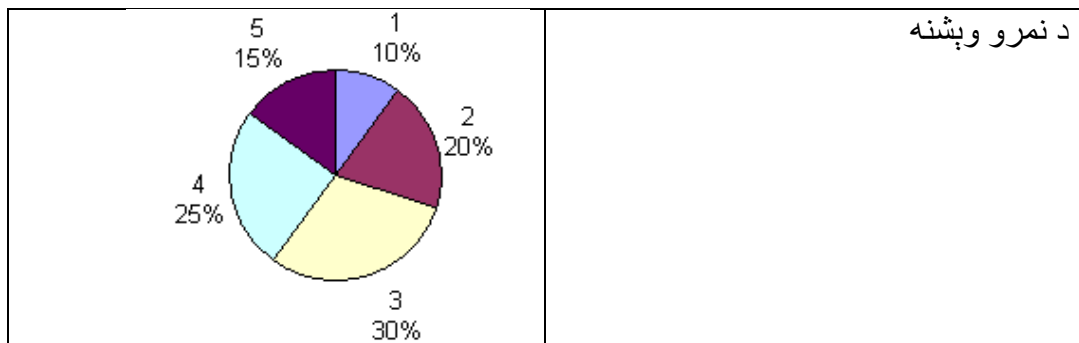
نسبي ډېروالی، احتمالوالی

مفصل ځوابونه لومړی: الف-

نمري مطلق ډېروالی	1	2	3	4	5	Summe
	2	4	6	5	3	20

ب-

نمري نسبي ډېروالی	1	2	3	4	5
	$\frac{2}{20} = 0,1$	$\frac{4}{20} = 0,2$	$\frac{6}{20} = 0,3$	$\frac{5}{20} = 0,25$	$\frac{3}{20} = 0,1$



$P(2 \vee 3) = P(2) + P(3)$ $= \frac{4}{20} + \frac{6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5$	$P(1) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1$
---	--

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشرېحکونه يا څرگنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پېښې ټاکلي نتيجه احتمالي  $p$  لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر گڼ يا عدد  $n$  تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې  $n \cdot p$ -خله رامنځ ته شي.

د  $p=0,73$  او  $n=350$  سره به  $n \cdot p = 350 \cdot 0,73 = 255,5 \sim 256$  شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.  
درېم: الف-

	M	$\bar{M}$	Summe
F	$1152 - 672 = 480$	1200	1680
$\bar{F}$	672	$1812 - 672 = 1140$	1812
Summe	1152	$1200 + 1140 = 2340$	3492

ب-

	M	$\bar{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492} \approx 0,137$	$\frac{1200}{3492} \approx 0,344$	$\frac{1680}{3492} \approx 0,481$
$\bar{F}$	$\frac{672}{3492} \approx 0,192$	$\frac{1140}{3492} \approx 0,326$	$\frac{1812}{3492} \approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492} \approx 0,330$	$\frac{2340}{3492} \approx 0,670$	$\frac{3492}{3492} = 1$

پ-

P. O (لومړی کس)	$= \frac{1152}{3492} \approx 0,330$
p.۲ (کس FOR لري)	$= \frac{1680}{3492} \approx 0,481$
p.۳ (کس بنځینه دی او FOR لري)	$= \frac{1140}{3492} \approx 0,326$
p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$= \frac{480}{3492} \approx 0,137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B : زده کوونکی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{480}{2680} \approx 0,82$$

احتمالوالی، چې یو زده‌کوونکی سره د تفریح انگر مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A = \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,6 \quad B = \{2; 3; 4; 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,6$$

$$C = \{2; 3; 5\} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad D = \{6\} \Rightarrow P(D) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$E = \{2\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \quad F = \{1; 6\} \Rightarrow P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3$$

پوښتني

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسي د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

په برخه ا کې 340 هلکان او 320 نجونه دي. په برخه II کې 150 هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلور ساحه یي جدول یا تخته وکاره او نسبي ډېروالی وشیره.

ب- په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده کونکی یا زده کوونکي د برخي ا دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلئ ده؟

دویم: د گټلو احتمالوالي او دگټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماښت کې د گټني لپاره چانس:

(1) 1 ته 3 و (2) 1 و 1 ته (3) 2 و 3 ته (4) 4 و 3 ته (5) a و b ته

په نومولو حالتونو کې د گټلو احتمالوالي څومره لوی دی؟

ب- د یوې گټني لپاره احتمالوالي دی:

(1)  $\frac{1}{3}$  (2) 0,6 (3) 40% (4)  $\frac{3}{4}$  (5)  $\frac{c}{d}$

په هر یوه یوگوني حالت کې د گټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه بڼوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکو ټول پوښتنې نتیجه وه، چې 4,4% د نجونو او 6,4% د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په بڼوونځي کې 5,2% نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلور سطحیز تختي جدول پیدا کړئ.



ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلئ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلئ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5 شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کيږي.

لاندې پېښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کيږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کيږي.

C : راوستل شوی غونډاری شین نه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډاری نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پېښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پېښو A او B د , یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پېښه په متني لیکلي بڼه څنگه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهخت پېښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پېښه په متن څنگه لیکل کيږي؟

خوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی ||

مفصل خوابونه

لومړی:

الف-

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب-  $p$  (زده کوومکي په برخه I کې)  $= 0,66$

پ-  $p$  (زده کوونکي په برخه II کې او یوه نجلئ)  $= 0,19$

دویم: الف- د ۱ و ۳ ته د د گټې چانس کیدی شي سړی یو د مرتبان تجربه په خیال کې راوړي. په یوه مرتبان کې یو سور غونډاری (گټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط یو ځل راوستل کیږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط یو سور غونډاری راووبستل شي 0,25 دی.

ب-

$(1) \quad p = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow$	د گټې چانس ۱ و ۲ ته
$(2) \quad p = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow$	د گټې چانس ۲ و ۳ ته
$(3) \quad p = 40\% = 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow$	د گټې چانس ۲ و ۳ ته
$(4) \quad p = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1} \Rightarrow$	د گټې چانس ۱ و ۳ ته
$(5) \quad p = \frac{c}{d} = \frac{c}{c+(d-c)} \Rightarrow$	د گټې چانس $c$ و $d-c$ ته

دریم:

$E = \{s, s, s, b, b, b, b, b, b, b, r, r, r, r, r\}$  سور له دې سره  $r$  شین،  $b$  تور،  $s$

59

$$P(s) = \frac{3}{16} \quad P(b) = \frac{7}{16} \quad P(r) = \frac{6}{16}$$

$$P(r \vee b) = P(r) + P(b) = \frac{6}{16} + \frac{7}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125 \quad \text{الف-}$$

$$P(s \vee r) = P(s) + P(r) = \frac{3}{16} + \frac{6}{16} = \frac{9}{16} = 0,5625 \quad \text{ب-}$$

پ-  $P(r) = 6/16$  نه سور په دي معنا، چي د سره مخمخ يا معكوس پيښه

$$\bar{P}(r) = 1 - P(r) = 1 - \frac{6}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe	Summe زياتون يا جمعه
S				J خوانان
N				M نجوني
Summe			1250	S لمبيدونكي N نه لمبيدونكي

5,2% په بنوونځي كي نه لمبيدونكي په معنا چي

$$1250 \cdot 0,052 = 65 \text{ نه لمبيدو ونكي بنوونځي كي شته دي.}$$

له دي سره په بنوونځي كي  $1250 - 65 = 1185$  لمبيد

لمبيدنكيونكي په بنوونځي كي شتون لري.

په بنوونځي كي دي د نارينه او ښځينه زده كوونكو تعداد دي وي:  $x + y = 1250$

له دي سره په بنوونځي كي د نه لمبيدونكو تعداد  $0,044x + 0,064 = 65$  دي (دوه كرښيز

ساوات د دوه مجهولو يا ناپيژندونكو سره)

x	y		$20y = 10000   : 20$ $\Leftrightarrow y = 500$ $44x + 44 \cdot 500 = 55000   - 44 \cdot 500$ $\Leftrightarrow 44x = 33000   : 44$ $\Leftrightarrow x = 750$  په بنوونځي کې ۷۵۰ نجوني او ۵۰۰ هلکان شتون لري
1	1	1250	
44	64	65   · 1000	
<u>1000</u>	<u>1000</u>		
1	1	1250   · 44	
44	64	65000	
44	44	55000	
44	64	65000   - 1	
44	44	55000	
0	20	10000	

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې  $33 = 0,044 \cdot 750$  دي، د هلکانو 6,4% نه شي لمبلی، دا  $32 = 0,064 \cdot 500$  دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته بيزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی  $P(A) = 0,6$  دی، د يوه توکلي ټاکنې سره، چې يوه نجلی وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی  $P(B) = 0,3744$  دی، د يوه توکلي ټاکنې سره، چې يوه هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبيدی.

ت- د دي لپاره احتمالوالی  $P(C) = 0,0264$  دی، د يوه توکلي ټاکنې سره، چې يوه نجلئ وټاکل شي، چې نه شي لمبيدی.

پنځم: الف- rot grün schwarz په ترتيب له کين بني لور ته: سور، شين، تور

$$E = \left\{ \underbrace{r; r; r}_3; \underbrace{g; g; g; g; g}_5; \underbrace{s; s; s}_3 \right\}$$

$$P(A) = \frac{5}{12} \quad P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = 1 - P(\text{grün}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$P(D) = 1 - P(\text{rot}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(E) = P(\text{schwarz}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شين يا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

دپيښي متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دډبرپوريز تصادفي ازماښتونو احتمالوالی

پنځم: ډبرپوريز تصادفي ازماښت

زيات وخت داسي تصادفي ازماښي کيږي، چې له يوه څخه زياتو ازماښتونو (تجربو) څخه منځ ته راغلي وي.

دا ازماينتوننه د زياتو يو په بل پسي يو پوريزو ازماينتونو رايوځای شوي دي. بيلگه يي د سيکي يا پيسي غورځول:

په همغه يا عين وخت کې دوه پيسي غورځول کيږي، چې دواړه مخونو څخه يي ممبرنبنان په w او گڼ يا عدد يي په z سره په نڅبنه کوو. ټولي ممکنه(شوني) لاس ته راوړني په لاسته راوړندېرئ(په لاس ته راوړونست) کې رايوځای کيږي.  $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$ .

احتمالوالی ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس يوه پيسه پرلپسي اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياگرام کښل کيږي. احتمالوالی په همغه ټار ليکل کيږي

	<p>لاس ته راوړني: <math>S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}</math></p> <p>پيدايښتي يا طبيعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې</p> <p>د يوگونو احتمالوالی د ټار په اوږدو احتمالوالي ضريب څخه لاس ته راځي:</p> $P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ $P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$
--	---

د داسي لاسته راوړنو يا هم ونو دياگرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډير پوريز تصادفي ازماينتونو په مرسته شونې شي بيلگه: د يوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو شورا له درې نارينه - او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کیدی شي. لومړی ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچي اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کېدی ښي چې يوه زده کوونکي ريسه او بله يي مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي يوه زده کوونکي ريسه او زده کوونکي مرستيال وټاکل شي؟

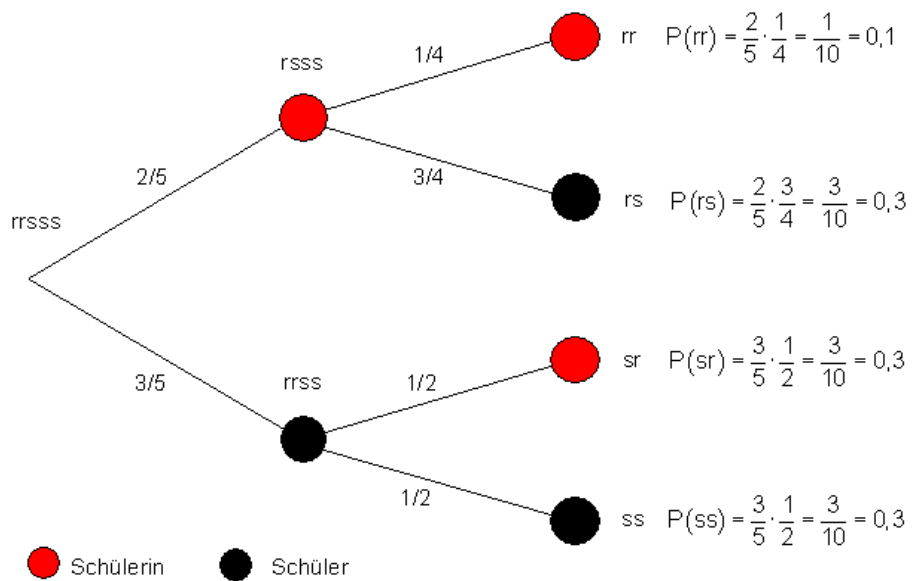
پ) د کوم احتمالوالي سره به يوه زده کوونکي مرستياله وټاکل شي؟

دا يوه دوه پوريزه تصادفي تجربه ده، چې د يوې لاترۍ په څير رامنځ ته كيږي.

په جام كې ۵ غونډاري دي، ۲ سره د بنځينه زده كوونكو لپاره دي او ۳ تور نارينه زده كوونكو لپاره

له جام څخه يو په بل پسې دوه غونډاري راوستل كيږي (راوستنه يې له بېرته اېښوونې يا بيا وراچونې).

دا حالت يو ونه دياگرام ليدور كوي.



يادونه : سور خال بنځينه زده كوونكي، تور خال نارينه زده كوونكي

الف ) : يوه زده كوونكي رېيسه ده، بله مرستياله

$$P(A) = P(rr) = 0,1$$

ب ) : زده كوونكي رېيسه ده او زده كوونكي مرستياله

$$P(B) = P(rs) = 0,3$$

پ) زده كوونكي مرستياله

$$I \Rightarrow C = \{rr, sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0,1 + 0,3 = 0,4$$

په بیلگه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و بنودل شو.

۱. تارقاعده په یوه و نه دیاگرام کې د یوې پېښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالی د ضرب سره برابر دی.

۲. تارقاعده: په و نه دیاگرام کې د یوې پېښې احتمالوالی، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

په یاد ولرئ:

په و نه دیاگرام کې مو هر تار د یوې پېښې تصادف ازماښت ته بیایې یا لارښوده وي.. د داسې یوې پېښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

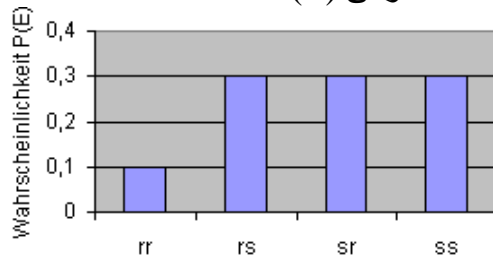
تارقاعده

کا د یوگونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالی وپښنه په لاندې توگه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کېدی شي د متې یا ستن دیاگرام په توگه هم انځور شي. دا احتمالوالو زیاتون تل ۱ ورکوي

P(E) احتمالوالی

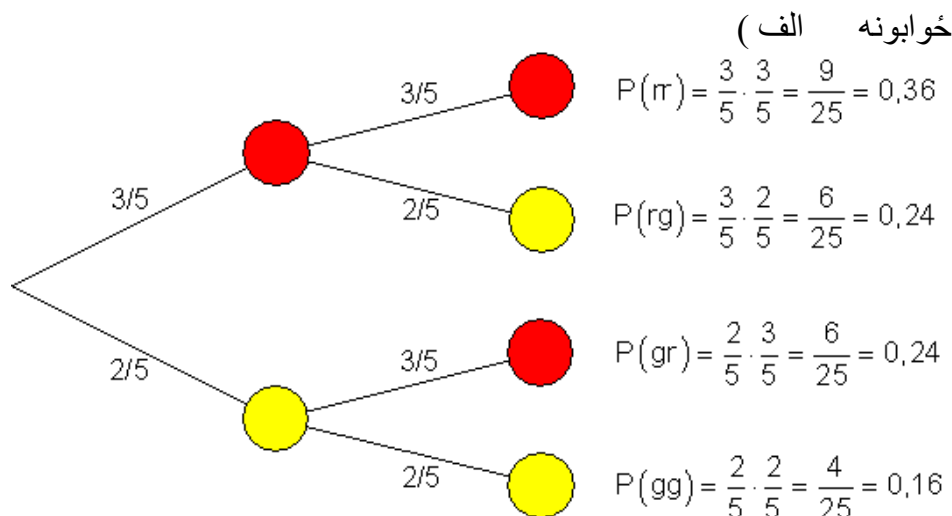


پېښه E

کين لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی



بیلگه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زېر غونډاري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونډاري راوستل کيږي د بیرته وراچولو سره  
 الف) ونه دیاگرام او احتمالي وېشنه د جدولکوني دیاگرام په څیر وکارئ  
 ب) د پېښې A لپاره احتمالي وشمیرئ: راوستلي غونډاري نابرابر رنگ، نه لري  
 پ) د پېښې B لپاره احتمالي وشمیرئ: کم له کمه یو راوستل شوی غونډاری زېر دی



E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16

Wahrscheinlichkeitsverteilung

په پورته کيږي لور څیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:  
 Wahrscheinlichkeitsverteilung د احتمالي وېشنه، Wahrscheinlichkeit  
 Ereignis، احتمالي وېشنه

(ب)

$$A = \{rg; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rg) + P(gr) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} = 0,48$$

(پ)

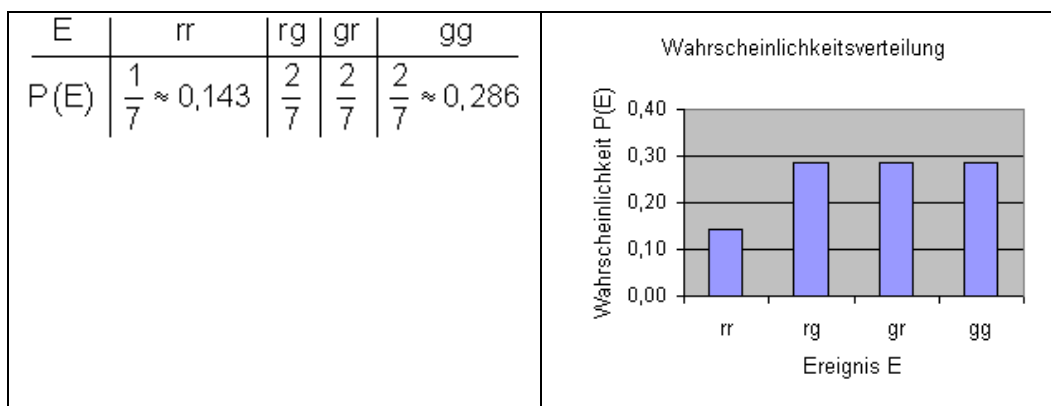
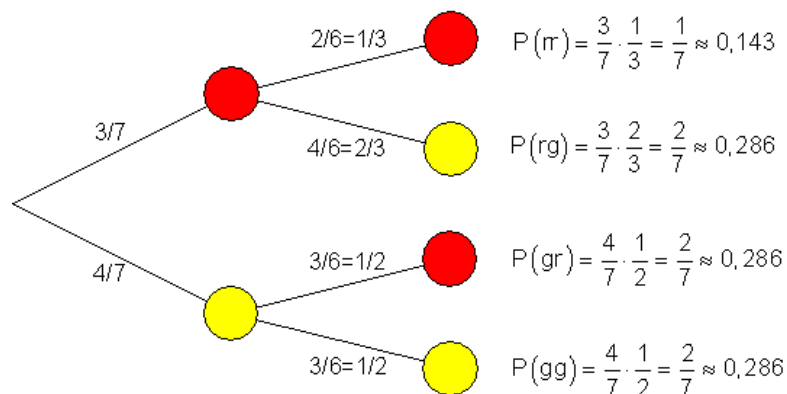
$$B = \{rg; gr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rg) + P(gr) + P(gg) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{16}{25} = 0,64$$

بیلگه: په یوه کوتی کې ۳ سره او څلور زېر غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بی له بیرت اچوني..

الف) ونه دیاگرام او احتمالوالی وېشنه د جدول او دیاگرام په څیر وکارۍ.

ب) د پېښې A لپاره احتمالوالی وشمیری: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پېښې B لپاره احتمالوالی وشمیری: دواړه غونډاري برابر رنگ لري



(ب)

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

(پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

يادونه : په راتلونکې کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوږيزې تصادفي ازماينې ا

لومړۍ - يوه پيسه دوه واړه غورځول كيږي. ونه دياگرام يې وکاري او د لاندې پېښو لپاره احتمالي وټاکي.

الف -

A: ټيک يو ځل ممبر نښان (په W سره يې ښايو)

ب -

B: لږ تر لږه يو ځل ممبر نښان

پ - C: زيات له زياته يو ځل ممبر نښان

دويم -

يوه پيسه درې واړه غورځول كيږي. ونه دياگرام وکاري او د لاندې پېښو لپاره احتمالي وټاکي.

الف -

A: له دوه ځله زيات ممبر نښان

ب -

B: زيات له زياته دوه واړه ممبر نښان

پ -

C: لږ تر لږه یو ځل گڼ یا عدد ( په Z سره یې ښایو )

ت -

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم - یو مرتبان دوه 2 سره 3 تور او 5 زېر غونډاري (غونډوسکي یا توپونه او یا باغکي) تشلي او که غواړئ کړي لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کيږي، د بېرته وراچولو سره. ونه دیاگرام و کارۍ، د لاندې پېښو لپاره د احتمالي وېشنه او احتمالي و ټاکۍ:

A : دواړه غونډاري همغه یا یو رنگ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : D مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالي سره پېښيږي؟

څلورم -

یوه ازموینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس به له چمتوالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالي څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم -

پنځه ملگري له پولې اخوا ته مېلي ته ځي. د بېرته ستنېدو وخت کې باید د گمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایي هغوي د اجازې سره سم سگرت له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سگرت له ځانونو سره راوړي. د گمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

الف - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور له دې دوه قاچاقوړونکو څخه لږ تر لږه يو قاچاقوړونکی نيسي؟

شپږم -

د ليسي د ۱۲-م ټولگي زده کوونکي دوه ټولگي جوړوي چې په ټوليزه توگه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تياتر لپاره يوه يوه وړيا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرينڅيپ يا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکۍ تنظيميږي. د کوم يو احتمالوالي سره په لومړيو شپږ ځايونو کې د يوه ټولگي زده کوونکي ځای نيسي؟ ( لارښود: يو مناسب د مرتبان مودل و کاروی).

اوم - يو د بخت څرخ د څلورو برابر و ټوټو (قطعو) سره ، چې شين، سور، سپين او اسماني رنگونه لري څرخول کيږي. يوه لوبه پای کيږي که دا څرخ ودريري. له دې څلورو څخه يو رنگ د يوه غشي سره په نخښه يا په گوته کيږي. د يوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې بايد لږ تر لږه وشي، چې د 60% څخه زيات احتمالوالي سره لږ تر لږه يوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوريزې تصادفي ازمايني |

مفصل ځوابونه

لومړۍ - A : ټيک يو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه يو ځل ممبر نښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{0,75}$$

يا برعکس پېښې  $\bar{B}$  : سره : هيڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

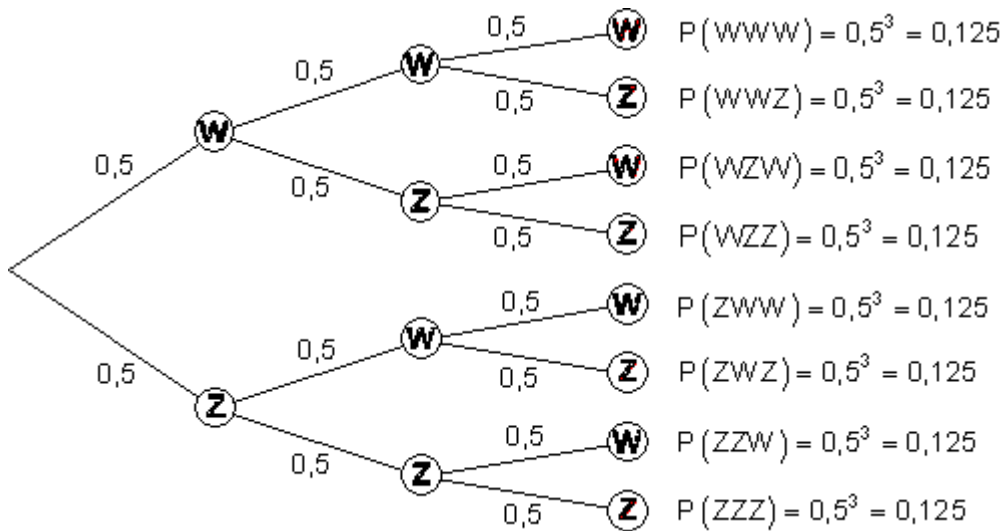
C : زیات له زیاته یو ممبر نشان .

$$P(C) = P(\{WZ; ZW; ZZ\}) = P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) + P(\{ZZ\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

پا د متضاد پېښې  $\bar{C}$  سره : دوه ځله ممبر نشان

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\{WW\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

دویم -



A : له دوه څخه زیات ځله ممبر نشان

$$P(A) = P(\{WWWW\}) = \frac{1}{8} = 0,125$$

B : زیات له زیاته دوه ځله ممبرنشان په دې معنا چې هېڅ ځل ، یو ځل یا دوه ځله ممبر نشان. د B برعکس پېښه : درې ځله ممبرنشان.

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\{WWWW\}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$

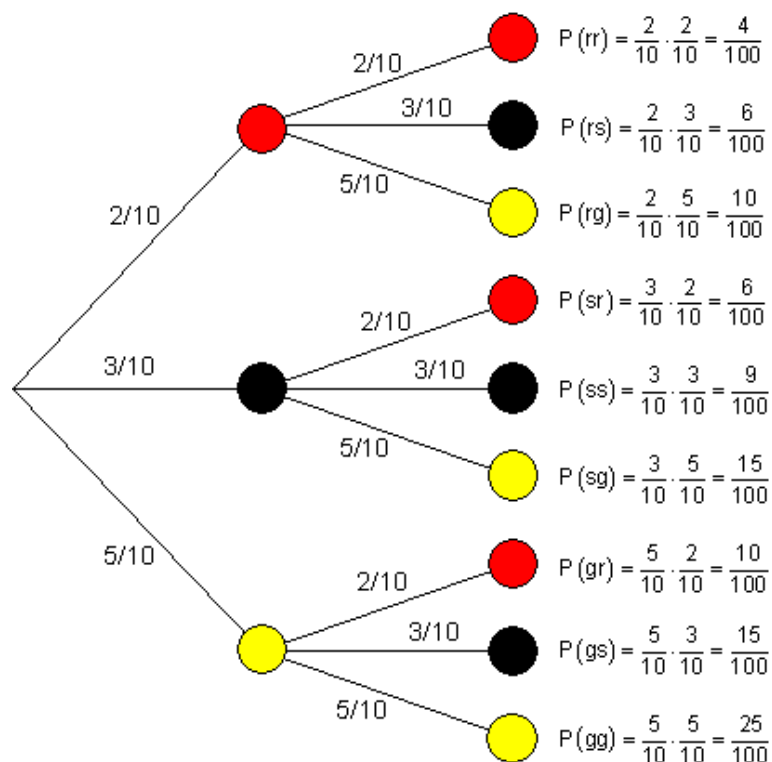
C : لږ تر لږه یو ځل عدد. لږ تر لږه یو ځل عدد په دې معنا دی، چې یو ځل، دوه ځله یا درې ځله عدد. د C برعکس پېښه داسې ه: هېڅ حل عدد، دا مگر درې ځله ممبر دی.

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\{WWWW\}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$

ت - D : تیک یو خُل ممبرنبنان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\}) \\ = P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0,125 = 0,375$$

دریم -



$e_i$	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواره غونداري همغه رنگيز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0,38}}$$

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B) = P(\{rs\}) = \frac{6}{100} = \underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$\begin{aligned} P(C) &= P(\{rr\}) + P(\{rs\}) + P(\{sr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gr\}) + P(\{gs\}) \\ &= \frac{4}{100} + \frac{6}{100} + \frac{6}{100} + \frac{9}{100} + \frac{10}{100} + \frac{15}{100} = \frac{50}{100} = \underline{\underline{0,5}} \end{aligned}$$

ت - C برعکس پېښه څنگه ده او دا د کوم احتمالي سره رامنځ ته کېږي؟

$\bar{C}$  : دویم غونډاری تور دی.

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,5 = \underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوریزه تصادفي پېښه ده (څلور پوښتنې). د یوه ټیک ځواب لپاره  
اخماليوالي  $1/3$  دی، او د ناتیکی لپاره  $2/3$ .

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتنې ټیک دي

$$P(3 \text{ Fragen richtig}) = P(\{rrrr\}) + P(\{rrrf\}) + P(\{rfrf\}) + P(\{rffr\}) + P(\{ffrr\})$$

$$P(\{rrrr\}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

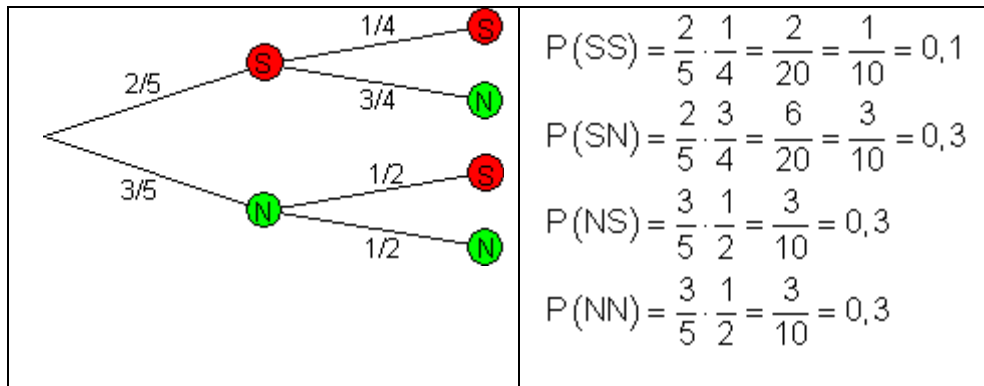
$$P(\{rrrf\}) = P(\{rfrf\}) = P(\{rffr\}) = P(\{ffrr\}) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(3 \text{ Fragen richtig}) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{8}{3^4} + \frac{1}{3^4} = \frac{9}{3^4} = \frac{1}{9} \approx \underline{\underline{0,11}}$$

پنځم -

موډل (Modell) : په یوه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري (قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کېږي بی له بیرته ور اچولو.





الف - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور لخواه قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

$$P(NN) = 0,3.$$

ب - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

$$P(S) = P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.$$

شپږم - د مرتبان موډل :

20 سره غونډاري ( ټولگی 1 ) او 20 شنه غونډاري ( ټولگی 2 ) شپږ ځله را وباسی بی له بیرته ور اچولو.

$$P = P(\{rrrrrr\}) + P(\{gggggg\})$$

احتمالوالی د دواړو ټولگیو لپاره برابر دی  $P(\{rrrrrr\}) = P(\{gggggg\})$

$$P(\{rrrrrr\}) = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35}$$

را وبستل بی له بیرته ور اچونی.

$$P = P(\{rrrrrr\}) + P(\{gggggg\}) = 2 \cdot \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35} = \underline{\underline{0,02}}$$

اوم-

A : د n لویو پرلپسې کي لږ تر لږه یوه لویه پرلپسې دري ځله شنو سره

$$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$$

په يوه لوبه يو ځل شين

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د يوې لوبې پرلپسې سره درېواره شين د A برعکس ياپه ځنټ پيښه ده:

$\bar{A}$ : په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$$P(\{\bar{g}\}) = 1 - P(\{g\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

په يوه لوبه پرلپسې کې درېواره شين نه

شته

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \quad | : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{< 1} < \ln(0,4) \quad | : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

بايد لږ تر لږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه يوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووبستل شي.

پوښتنې

## ډېر پوريز تصادفي ازمايننتونه II

لومړی - په يوه لوبښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه 20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوبستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي  
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. . د - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی

دويم - - په يوه لوبښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه 20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوبستل کيږي بي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي  
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. . ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دریم - د ځینو لوبښو تولید کې د تجربې له مخې 20% زیانمن لوبښي لرو.  
الف - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو تولید څخه ټیک درې د استعمال وړ وي؟

ب - - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو تولید څخه ټیک دوه د استعمال وړ وي؟

پ - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو تولید څخه لږ تر لږه دوه د استعمال وړ وي؟

څلورم - د ځینو لوبښو په یوه زخیره کې 100 تازه جوړ شوي لوبښي شتون لري. سړی پوهیږي، چې له دې څخه 20% نایتیکای لري. څلور لوبښي ترې توکلي رانیول کيږي یا راوبستل کيږي.

الف -

څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوبښي جوړ یا بي نایتیکای دی؟

ب - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نیولو لوبښو تولید څخه ټیک درې بي له نایتیکای یا جوړ دي؟

پ - څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانیول شوو لوبښو لږ تر لږه درې بي غلطی؟

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي نایټیکاوی 10% سترگو ته نه راځي. له دې امله دا تولید لهدري مختلفو کنترول کوونکو کنترولیري. د دې لپاره احتمالوالی وټاکي چې یو بی کاره تولید  
 الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بی کاره و پیژندل شي.  
 ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.  
 پ- د بی کاره په توگه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې خټین لوبښي تولیدیري. هر لوبښی یو بل پسي په مختلفو کنترولونو کې د بڼې، رنگ او د باندنی سطحی جوړښت په بنسټ ازمايل کیري. د تجربی سره سم 25% بڼه د تولید نایټیکاوی له مخی کنترولیري. د فابریک کنترول څخه 85% برخي بی له نایټیکاوی کنترول څخه تېریري. په 20% کې ټولو حالتونو د بورته سطحی منترول د لومړي انتخاب غوښتنی ( انتظار) نه پوره کوي. فقط که ټول دري کنتر لونه بی د نایټیکاوی کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په حیث، که هڅرنغوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتي لوبښي زیانمن ( د غورځولو) تولید دی.

الف – ټول در بواره کنترول په ونه دیاگرام کې انځور کړی  
 ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟  
 پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟  
 ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟  
 اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 گټونکي شته، په لاتري B کې د 15000 لاتریو لاندې 9500 گټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه یوه اخلي.

الف – احتمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوي لاتري وگټي؟

$E_1$  : په دواړو لاتریو کې گټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟

$E_2$  : چې هیڅ لاتري نه کټي؟

پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې لږترلږه پهبوه لاتري کې وگټي؟

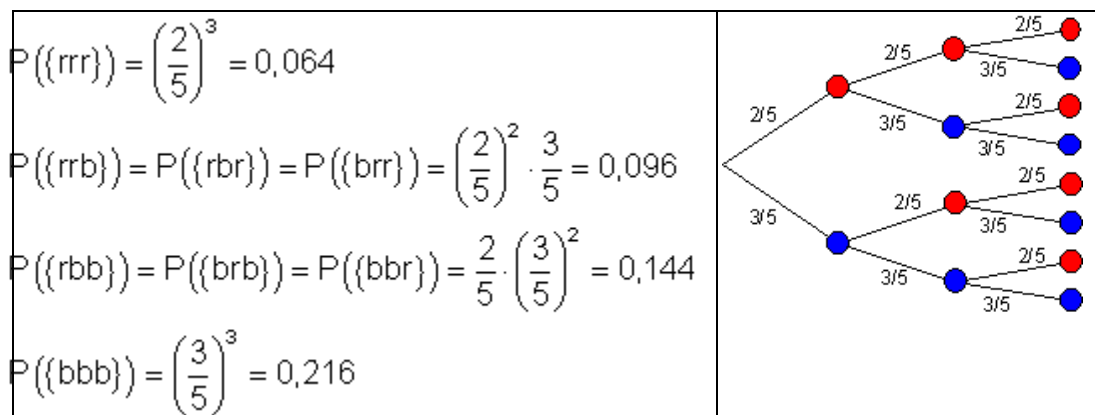
$E_3$  : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.

خوابونه

## دېر پوريزي تصادفي تجربې II

مفصل ځوابونه

لومړۍ -



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0,216}}$$

ب -

B : يو غونډاري شين او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0,096 = \underline{\underline{0,288}}$$

پ -

C : يو غونډاري سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,432}}$$

ت -

D : زيات له زياته يو غونډاري سور دی. دا په دې معنا چې هيڅ يا يو غونډاري.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0,216 + 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,648}}$$

دويم -

$P(\{rrr\}) = \frac{20}{50} \cdot \frac{19}{49} \cdot \frac{18}{48}$	
$P(\{rrb\}) = \frac{20}{50} \cdot \frac{19}{49} \cdot \frac{30}{48} = C$	
$P(\{rbr\}) = \frac{20}{50} \cdot \frac{30}{49} \cdot \frac{19}{48} = \frac{30 \cdot 20 \cdot 19}{50 \cdot 49 \cdot 48}$	
$P(\{rbb\}) = \frac{20}{50} \cdot \frac{30}{49} \cdot \frac{29}{48} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48}$	
$P(\{brr\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{20}{49} \cdot \frac{19}{48} = \frac{30 \cdot 20 \cdot 19}{50 \cdot 49 \cdot 48}$	
$P(\{brb\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{20}{49} \cdot \frac{29}{48} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48}$	
$P(\{bbr\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{20}{48} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48}$	
$P(\{bbb\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48}$	

الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0,207}}$$

ب -

B : يو غونډاري شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot \frac{30 \cdot 20 \cdot 19}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,291}}$$

پ -

C : يو غونډاري سور دی، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,444}}$$

ت -

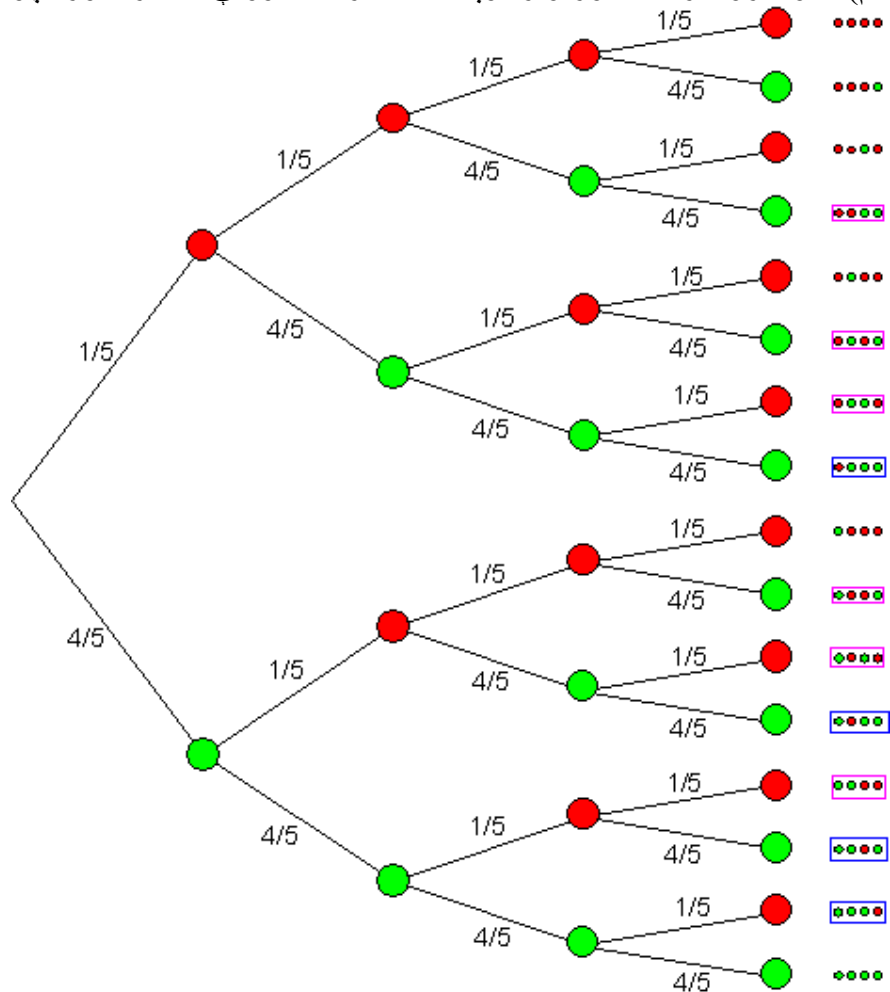
D : زيات له زياته يو غونډاري سور دی. دا په دي معنا چي هيڅ يا فقط يو.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} + 3 \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,651}}$$

دریم -

مودل : مرتبان له یوه سره ( ناتیك تولید سره ) او څلور شنه ( بي له ناتیكاوي یعنی ټول سم ) غونډارو سره. څلور واړه وېسته له بیرته ایښوونې یا بیرته ور اچونې سره.



الف -

A : درې له څلورو د کارور دي. دا ونه دیاگرام څلور تارونه لري، چې د A پېښې لپاره باوري relevant یا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

ب -

: له څلورو دوه د کارور دي. دا ونه دیاگرام 6 تارونه لري، چې د B پېښې لپاره باوري یا د پوښتنې دي یعنی پوښتنه کې راځي.

$$P(B) = 6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 6 \cdot \frac{16}{625} = \underline{\underline{0,1536}}$$

پ -

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. دا په دې معنا چې درې يا زيات د کار وړ دي.

$$P(C) = P(A) + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{64}{625} + \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم -

موډل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زيان سره) او 80 شنه (بي زيانه) غونډاري څلورواړه وپستل بي له بېرته ايښوونې يا بېرته وړ اچونې سره. د لسمې پوښتنې دياگرام كيدى شي وكارول شي. مگر سره له دې دې هم په پام كې وي، چې د تارونو احتمالوالى تغير خوري.

الف -

A : ټول څلور لوبښي بي زيانه دي. دا ونه دياگرام يو تار لري، چې د هغې لپاره پيښه A رامنځ ته كيري يا پيښيري.

$$P(A) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} \approx \underline{\underline{0,4033}}$$

ب -

B : د درانيولو څلور لوبښو څخه درې بي زيانه دي. دا ونه دياگرام څلور تارونه لري، چې د پيښې B لپاره رلهوانت يا د باور وړ دي.

$$P(B) = 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,4191}}$$

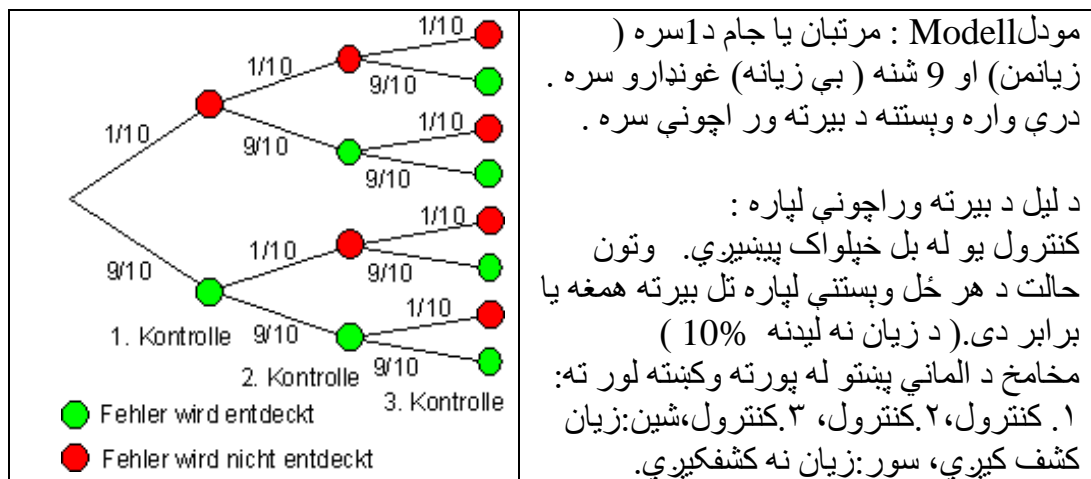
پ - يا زيات

C : لږ تر لږه درې له دې څلور رانيولشو لوبښو بي زيانه دي. دا په دې معنا چې درې يا زيات بي زيانه دي.

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} + 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -





الف –

A : د دويم كنترول سره خورا وروسته پيژندل شوي ، په دې معنا چي زيان په لومړي او يا دويم كنترول كي پيژندل كيږي.

$$P(1.) = \frac{9}{10} = 0,9$$

د لومړي كنترول سره پيژندل شوي:

$$P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0,09$$

د دويم كنترول سره پيژندل شوي:

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0,99}}$$

ب –

B : په لومړي حل په دريم كنترول كي پيژندل كيږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0,009}}$$

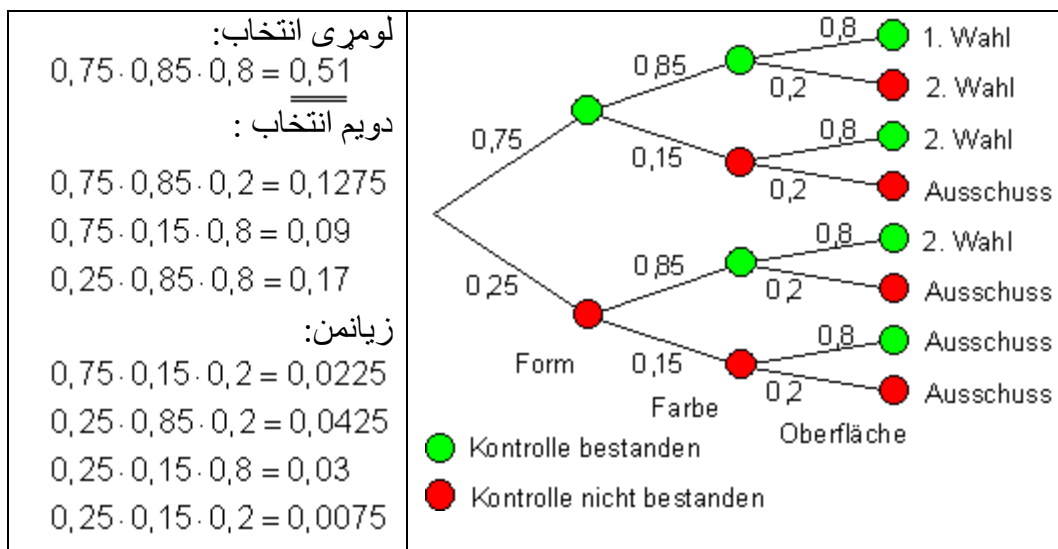
پ –

C : نه پيژندل كيږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}}$$

شپږم –

الف – د لاندې پښتو: له کين کښته لور ته: بڼه، رنگ، پورته سطحه، كنترول كي بريالي، كنترول كي نابريالي. له بني کښته لور ته: ۱. انتخاب، ۲. انتخاب، ۲. انتخاب، زيانمن (يعني د غوڅولو) ۲. انتخاب، زيانمن، زيانمن، زيانمن.



$$P(2. Wahl) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}} \quad \text{ب -}$$

$$P(1. Wahl) = 0,51 \quad \text{پ -}$$

ت -

$$P(\text{Ausschuss}) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$$

اوم -

الف -

$$P(A) = \frac{4500}{10000} \quad P(B) = \frac{9500}{15000}$$

$$P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4500}{10000} \cdot \frac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$$

ب - گٽه مخ ته نه لرو، ڪه په لاتري A او لاتري B ڪي ونه گڏل شي.

دلته باورور لري:  $\bar{A}$  په لاتري A ڪي بايلنه  $\bar{B}$  په لاتري B ڪي بايلنه

$$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{5500}{10000} \cdot \frac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$$

پ -  $E_2$  د  $E_3$  په څټ - يا برعڪس پيښه

$$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$$

## شپږ م – په احتمالوالي شمیرنه کې د مرتبان مودل

### د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کیدی شي، دیوه لوبني څخه د مختلفو غونډارو راوستلو له لارې، چې مرتبان یا کتوري یې بولو مودل یې جوړې شي. په یوه کتوري کې  $n$  غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه  $k$  راوستل کيږي.

راوستنه کیدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونیسي:

اول - یو غونډاری راوستل کيږي او بیرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل (ډول) بلل کيږي د بیرته وراچوني سره.

دویم - له راوستني وروسته غونډاری بیرته نه وراچول کيږي.

دا د مرتبان مودل (ډول) بلل کيږي نه د بیرته وراچوني سره

ډېرې تصادفي تجربې کیدی شي د مرتبان ډول باندې بیرته وړول شي. دا تصادفي پېښه په بام کې نیسو، درې واړه د پیسې غورځونه، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واړه یو یو غونډاری راوستل شي، د بیرته وراچوني سره.

### د مرتبان مودلوني (د روستني ډول) سره تصادفي ازماپښت

یو څو بیلگې دي د مرتبان مودلگتې په گوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د یوه سترگي (مکعب) د دوه واړه غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په گڼه (نمره) شوي. دوه واړه راوستنه د بیرته وراچوني سره. پلټونکی احتمالوالی:

$P(6 6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0,028$	
<p>مرتبان له 25 غوندارو سره. 15 سپين او 10 تور . پلټونکی احتمالی: <math display="block">P(s) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4</math></p>	<p>د يوه ټولگي د 25 زده کونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. يو بسوونکی ټولگي يو زده کونکی کنټرولوي. د کوم احتمالی سره هغه زده کونکی په لاس ورځي، چي کورنی کار يې نه دی کړی؟</p>
<p>مرتبان له 120 غوندارو سره. 102 سپين غونداري (دبځينه وو لپاره او 18 تور غونداري (د نارينه وو لپاره). دوه واړه راوستنه د نه بېرته وراچوني سره. پلټونکی يا غوښتونکی احتمالی. <math display="block">P(s s) = \frac{18}{120} \cdot \frac{17}{119}</math> <math display="block">= \frac{306}{14280} = \frac{51}{2380} \approx 0,021</math></p>	<p>د ليسي په يوه ټولگي کي 120 ٢٠ زده کونکي ( نارينه او بځينه) دالی شتون لري ( د تعليم او تربیي له څانگي ) 15% نارينه دي. د يوی مسا بقې لپاره دوه زده کونکي(ن ، بس) راوېستل کيږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کيږي). څومره احتمالی لري چي دا دوه زده کونکي نارينه وي؟</p>
<p>مرتبان له 100 غوندارو سره. 53 شنه ( د هلکانو لپاره) او 47 گلابي ( د نجونو لپاره). دوه واړه راوستنه د بېرته وراچوني سره. غوښتونکی احتمالی:</p>	<p>يو د احسايي انسيتوت غواړي پيدا کړي، چي د ټولو زېږېدنو څخه 53% نارينه کوچنيان دي. احتمالی څومره لوی دی، که يوه مور په پر</p>

$P(b b) = \frac{53}{100} \cdot \frac{53}{100}$ $= \frac{2809}{10000} \approx 0,2809$	بل پسي دوه هلکان دنيا ته راوري؟
--	------------------------------------

ممکن ترلي روښانه نه وي، چې ولي تصادفي تجربه د دوه واړه روستني له لاري د بېرته وراچونې له لاري سمیولي (د سیستم تحلیل تیوریتیکي یا د فرمولونو له لاري پیچلی وي) کېدی شي.

دا کیدی شي داسي په بام کي راولي، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وېشني سره کچنيان نری ته راوری شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډارو بېرته وراچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنيانو په ځای له غونډارو کار اخستل کيږي) کیدی شي.

یو بیخي بل ډول سیمولاپشن حاکم کيږي، که د بیلگي په توگه 100 نوي زېږېدلو کوچنيانو څخه مخ ته لار شو چې له هغو 53% هلکان دي. تصادفي یا توکلي دوه کوچنيان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټیک دوه هلکان ټاکلي، دی:

$$P(j|j) = \frac{53}{100} \cdot \frac{52}{99} = \frac{53 \cdot 52}{25 \cdot 99} \approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بي له بېرته وراچونې.

د خټینو لوښو څخه له دې مخ ته څو چې 20% زیانمن یا ناسم تولیديږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټیک دوه د کار وړ وي؟

یادونه: په لاندې کې g د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مادل: کتوری له 8 شنه غونډارو سره (د کار وړ) او 2 سرو غونډارو سره (زیان من). درې وراه وېستنه له بېرته وراچونې سره:

پېښه A - له دريو څخه دوه لوښي د کار وړ دي.

د ونې دیاگرام په مرسته نتیجه ډېری لاس ته راځي

د راوستني نتیجه ډېری ده :  $S = \{ggg, ggr, grg; rgg, rrg, rgr; grr; rrr\}$

د پېښې ډېری ده:  $A = \{ggr; grg; rgg\}$

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0,8 \quad P(r) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$P(gg) = 0,8 \cdot 0,8 \quad P(ggr) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(ggr) + P(grg) + P(rgg) \\ &= 0,8^2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8^2 = 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = \underline{\underline{0,384}} \end{aligned}$$

له څلورو کسانو، انگوره (A)، بهیر (B)، کابلی (C)، داغي (D) څخه دوه د لوبښو منځلو لپاره توکلي راووتل یا وټاکل شول، چې یو اوبه پرې تېروي یعنی یو یې غروي او بل یې وچوي. د کوم احتمالي سره لومړی کابلی او پسې بهیر راوځي؟

مودل :

کټوری له څلورو غونډارو سره چې په لیکلي وي. A, B, C او D .

دوه واړه راوستنه له بیرته وراچوني سره.

دلته د رووستلو غونډارو د راوستني لړۍ په پام کې نیول کيږي. د الف پېښه داسې ده: لومړی کابلی بیا بهیر.

نتیجه ډېری (ست) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه یزو کمینیشنونو جوړه ده ، یعنی له

$$S = \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\}$$

$$A = \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}$$

په موټر شمیرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصي موټر یعنی واړه موټر Pkw او 30% باروړونکي موټر Lkw او 5% نور خوزنده الات دي. احتمالي څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټر Pkw پسې لاری Lkw او پسې دا بل خوزنده اله ده؟

مودل :

کتوری له غونډارو سره، 65 سره گړندی (Pkw)، 30 تور لاری (Lkw) او 5 سپین (نور ځغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچونې سره.

$$P(\text{rsw}) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0,00975 \quad \text{غوښتونې احتمالوالی} :$$

یو لوبه کوونکی (لوبغاړی) جوارگر به یې ځکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترگی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالی سره لږ تر لږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کتوری له سرو غونډارو (بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی)  $n - \text{ځله}$  راوستنه د بیرته وراچونې سره. عدد  $n$  ناڅرگند دی.

مور پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د 6 راوتني احتمالوالی  $1/6$  دی. احتمالوالی، چې 6 شپږ ونه غورځول شي  $5/6$  دی. مور د دې لپاره پېښې تعریفوو:

پېښه الف: یو شپږ غورځول، پېښه ب: شپږ نه غورځول کيږي (برعکس یا مخامخ پېښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

– په هر ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdots \frac{1}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{5}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

- په هر ه غورځونه کې چې 6 ونه غورځول شي:

برعکس د،، په  $n$  - غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې،، په  $n$  - غورځونو کې ټولټال یو 6 و غورځول شي،، بلکه،، په  $n$  - غورځونو کې ټولټال لږ تر لږه یو 6 و غورځول شي،، مور اوس دا پېښه  $E$  تعریفوو: په  $n$  - غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو 6 غورځوي.

برعکس یې  $\bar{E}$  دی: په  $n$  - غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کیږي.

$$P(\bar{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^n \text{ د } \bar{E} \text{ احتمالوالی همدا اوس پېژنو:}$$

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \text{ له دې سره د } E \text{ احتمالوالی دی:}$$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچي  $P(E) \geq 0,90$  باید وي.

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90 \text{ (د غورځولو تعداد)}$$

حل یې د بڼه بدلو او لوګاریم نیونې له لارې .

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) \quad | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0,18 < 0 \Rightarrow$$

اړیکې  $\leq$  په څټ کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,629$$



سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 - ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمینان سره لږ تر لږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول یې افاده (ویبڼه): زه اجازه لرم چې زیات له زیاته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 - ځله غورځونه کې 6 لاس ته رانه وړم یا ونه غورځوم.

## اوم - د تړلو پېښو سره احتمالوالی

تړلی پېښې (چې په یوه عملیه کې سره راغلي وي) تر اوسه یو ګوني پېښې تر پام نیول شوي وي. پېښې سره تړل کېږي هم. پوښتنه: په یوه مسلکي ښوونځي کې 100 زده کوونکي نارینه اوبښځینه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته یا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي یاد واره)

ب - یو زده کوونکی نارینه یا ښځینه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشمیری، چې هغه / هغې هسپانوي یا فرانسوي زده کړې.

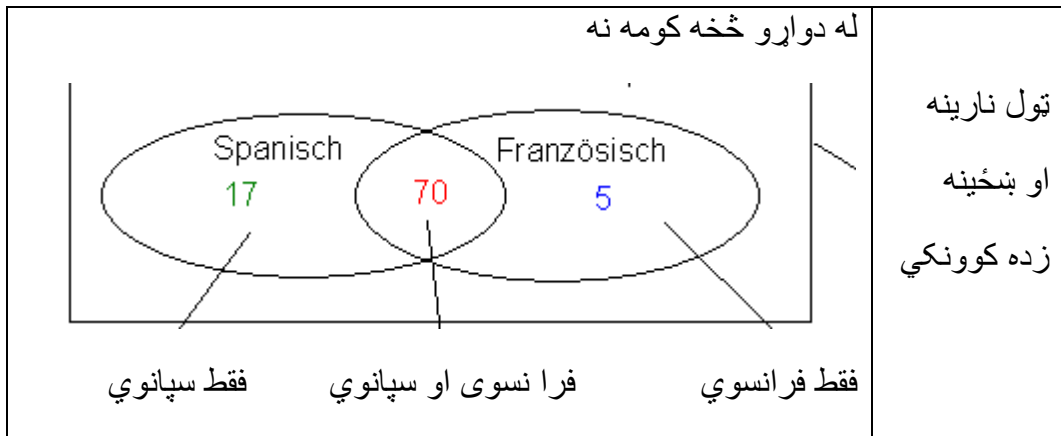
(دلته یا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي یا دواړه)

ځواب:

الف - همداسې په ساده ډول نه سي کیدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعې کړي، ځکه چې بیا به د زده کوونکو په یوه تعداد  $87 + 75 = 162$  راغلي وي.

دا له دې امله ناتیګ دی، ځکه چې هغه نارینه اوبښځینه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي یې زده کړي دوه واره ګڼل (شمیرل) کېږي.

75 زده کوونکي (نارینه   ښځینه) د فرانسوي له دوي څخه 70 د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارینه اوبښځینه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط 17 له سپانوي سره.
--	--



دا 70 نارینه او بنځینه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوي ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په 75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارینه او بنځینه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارینه او بنځینه (75) فرانسوي تعداد سره جمعې یا زیات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارینه او بنځینه زده کوونکو تعداد دوه واره وگڼل یا وشمیرل شو. نو له دې امله باید 70 له زیاتون یا جمعې (162) څخه کم یا تفریق شي.

د بنځینه او نارینه زده کوونکو تعداد د سپانوي یا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دې معنا چې، 8 نارینه او بنځینه زده کوونکي په ایسه کې له دې دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي (Spracherfüller in Sek I).

ب - لومړی په لاندې توگه پېښې تعریفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لروده  
 S: زده کوونکو سپانوي درلوده

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87 + 75 - 70}{100} = 0,92 \quad \text{احتمالوالی:}$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87}{100} + \frac{75}{100} - \frac{70}{100} = 0,87 + 0,75 - 0,70 = 0,92$$

$\frac{87}{100}$     $\frac{75}{100}$     $\frac{70}{100}$   
 $P(S)$     $P(F)$     $P(S \text{ und } F)$

odr یا und د او په معنا.

له دې بیلگې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پیژندل کیري.  
د جمعې یا زیاتون قانون:

که یوه پېښه E د پېښو A او B څخه رايوځای شي، چې دا سره غوڅولای هم شي، دا په دې معنا چې گډې پېښې خوندي لرو دی شي لکه په یوه یا- ترنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا گډې پېښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري  $E = A \cup B$  (د یا - پېښه)  
نو د پېښې لپاره احتمالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :

د یوه یا-پېښې احتمالی د دواړو پېښو د احتمالی جمعده، د او-پېښې په کمښت یا تقریق سره.

بیلگه:

یوه دانه (سترگیز مکعب) دوه واره غورځول کیري. دوه پېښې کره کیري یا منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گن له 3 لوی دی.

B : د سترگیو عدد یو جوړه عدد یا گن دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیري:

C : د سترگیو عدد له 3 لوی یا د سترگیو عدد یو جوړه عدد دی.

پېښه C د A او B یوه د یا- ترنه ده. د  $P(C)$  احتمالی و شمیري.

لومړی د A او B پېښه- ډېری یا - - سټ جوړوو:

$$A = \{4, 5, 6\} ; B = \{2, 4, 6\}$$

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیري.

د دې لپاره د نتیجه ډېری ته اړکیرو

$$A \cap B = \{4, 6\}$$

د ځانگړو پېښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

د نتیجو ټیکاوې ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د  $C = A \cup B$  نتیجه ډېری جوړه شي اود هغې احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C = A \cup B = \{2; 4; 5; 6\} \Rightarrow P(C) = P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تمرین:

یوه دانه (سترگیز مکعب) دوه واره غورځول کېږي. دوه پېښې کره کېږي منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 3 لوی دی.

B : د سترگیو عدد یو جوړه عدد یا گڼ دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښېږي:

C : د سترگیو عدد له 3 لوی یا د سترگیو عدد یو جوړه عدد دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده. د  $P(C)$  احتمالوالی و شمیرئ. بیلگه :

یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وار غورځول کېږي. دوه پېښې کره کېږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 4 کوچنی دی.

B : د سترگیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښېږي:

C : د سترگیو عدد له 4 کوچنی یا د سترگیو عدد 4 دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده.

د  $P(C)$  احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- ډېری جوړوو.

$$A = \{1,2,3\}; B = \{4,5\}$$

د زیاتون قاعدې له مخې

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیري.

د دې لپاره د  $A \cap B$  نتیجه ډېری  $A \cap B = \{ \} = \emptyset$  ته اړیو.

د یوگونو پېښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

یاودنه:

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{که } A \cap B = \{ \} = \emptyset \text{ نو باور لري}$$

تمرین:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یوه کارته راباسو (Skat).

دا لاندې پېښه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوپستلي کارتې د څېرې کارتې ده یا د پشي Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پېژندل شوي د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:

S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېری وي.

اول : د ټولو پېښو E لپاره باور لري:

$0 \leq P(E) \leq 1$  چې  $P(\emptyset) = 0$  او  $P(S) = 1$  دي.

دا په دې معنا، چې د یوې منځ ته راتگ احتمالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کمیز یا منفي نه شي کېدی.

دویم: که  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  وي، نو  $P(E) = P(e_1) + P(e_2) + \dots + P(e_n)$  باور لري (بیلگه دانه یا سترگیز مکعب)

دریم: د ټول A او B پېښو لپاره باور لري

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

څلورم: د ټول C پېښو لپاره باور لري:  $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$  (پېښې او برعکس یا مخامخ پېښې)

د تمرینونو حل (اوبی): ؟؟؟؟؟؟؟

یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A: د سترگیو عدد یا گڼ له 4 لوی دی.

B: د سترگیو عدد له 1 لوی دی.

یوه نوي پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C: د سترگیو عدد له 4 لوی یا د سترگیو عدد ناچوره او یا له 1 لوی دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده.

د  $P(C)$  احتمالی وټاکئ.

لومړی د A او B نتیجې جوړوو.

$$A = \{5; 6\} \quad B = \{3; 5\}$$

د جمعې قانون له مخې اوس شمېرو:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د  $A \cap B = \{5\}$  نتیجه ډېری یا نتیجه ستې ته اړتیا لرو.

د یوگونو پېښو احتمالی دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

له دې سره د C احتمالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

د تمرین حل (اوبی) :

یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 4 کوچنی دی.

B : د سترگیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوي پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترگیو عدد له 4 کوچنی یا د سترگیو عدد 4 دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده.

د  $P(C)$  احتمالوالی و شمیری.

تمرین:

یوه کارته له یوه لوبو کړتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي (سکات) لاندې پېښه کوم احتمالوالی لري؟

E : راباسل شوي کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشي کارته.

دا پېښه E یو د او-ترنه ده د پېښو څخه:

A : غوښتونکي کارته یو څیره کارته ده.

B : پلټونکي کارتې یوه د پشي کارته ده.

لومړی د A او B پېښو ممکنه تعداد ټاکو.

A : له ټولو 32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.

B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشي کارتې دي.

د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د  $A \cap B$  ممکنه پېښو ته اړتیا لرو.

$A \cap B$ : د پشي ۳ څیره کاتي شتون لري (غلام، ماتکه، پاچا)

د یوگونو پېښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

## اتم - شرطيز احتمالوالی

### شرطيز احتمالوالی

د سترگي ( سترگيز مکعب) په زیات-خُله غورخوني کي چي د 1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد و غورخوي د پخوانی غورخوني په واک ني ده دی.

هره غورخونه د تېري غورخوني خپلواکه ده. د  
دي برعکس يا په څټ که له يوه مرتبان ، چي د بېلگي په توگه د دوه رنگونو سره  
غونډاري په کي پراته وي يو په بل پسې يو غونډاری بي له بېرته وراجوني راوستل شي،  
نو د يوي ټاکلي پېښي احتمالوالی د تېري پېښي په واک کي دی.

په دي حالت کي د شرطيز احتمالوالي څخه غرېږو.

پيل بيلگه:

په يوه مرتبان کي 100 غونډاري ( غونډسکي) پراته دي.

70 غونډاري له له لرگيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مصنوعي موادو.

25 دلرگي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او 20 شنه.

لاندي پېښي تعريفيري:

A: غونډاری له لرگي دی.  $\bar{A}$  : غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B: غونډاری سور دی.  $\bar{B}$ : غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نڅېني لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz	Farbe	B: rot
	$\bar{A}$ : Kunststoff		$\bar{B}$ : grün



پورته له کین پورته څخه کښته په ترتیب ښي لورته:

نڅینه ۱، مواد، په نڅینه ونه یا نڅینه ورنه، لرگی، مصنوعي مواد، نڅینه ۲ رنگ، نښه ورنه، سور، شین.

دا شي حالت کیدی شي په یوه ډبرپټي ډوله یا ډبرمخیزه تخته انځور شي. نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې یې جمعه یا زیاتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		Summe
		B: rot	$\bar{B}$ : grün	
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$ : Kunststoff	10	20	30
Summe		35	65	100

له مرتبان څخه یو غونډاری توکلي راوستل کیږی.

د تختي د داتا سره کیدی شي لاندې احتمالوالی سیده و شمیرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35$$

$$P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$

اړونده ډبر مخیزه (ډبرساحه وي) تخته

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,45$	$P(A) = 0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2$	$P(\bar{A}) = 0,3$
Summe	$P(B) = 0,35$	$P(\bar{B}) = 0,65$	1

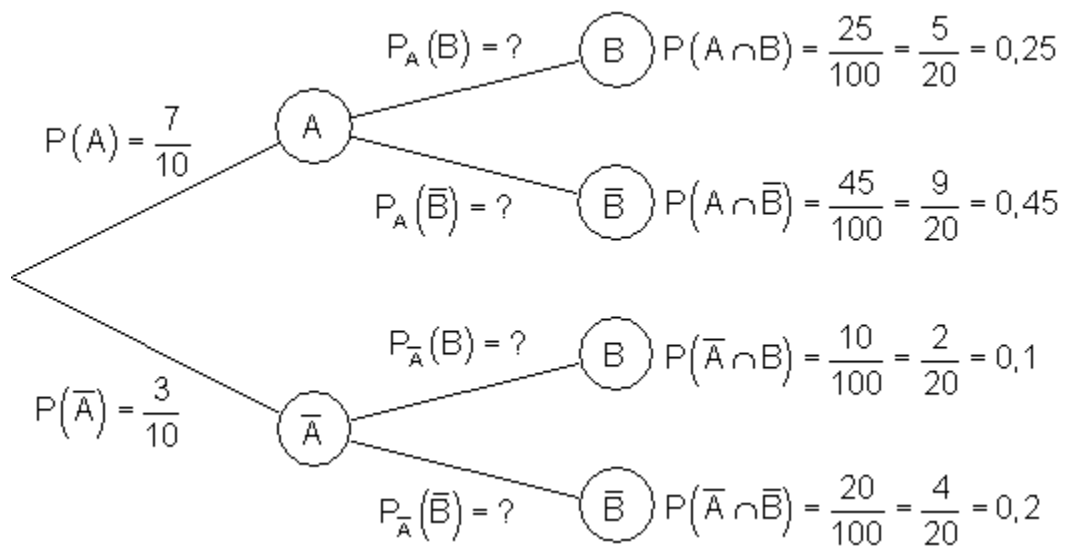
یو څوک یو غونډاری را وباسي اوله لاس سره یې احساسوي، چې دا غونډاری له پلاستیک جوړ دی.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د ده په لاس کې غونډاری شیندی؟

دا احتمالوالی نه دی، چې له هغې سره سری له مرتبان څخه شین پلاستيکي غونډاری را باسي.

له ډېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدی غوښتل شوی احتمالوالی وشمېرل شي.

د یوې پېښو ونې سره اوس کېدی شي دا احتمالوالی روښانه شي.



اړيکې  ${}^1P_A(B)$  په دې معنا دي چې:

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلي ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ، احتمالوالی د شرط سره ، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته  $P_{\bar{A}}(\bar{B})$  غوښتل کیږي.

په ویونو ( لغاتو ) : احتمالوالی څومره لوي د یوه شنه غونډاري د راوستنې لپاره، که سړی پوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو احتمالوالی په لټه کې یو، چې دیوه شرط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی. د دې لپاره چې په ونه دیاگرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A) \cdot P_A(B) = P(A \cap B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انگرېزي شمېرپوه توماس بای (1702 – 1761) Thomas Bayes پسې ځي او له دې امله د بای-قانون Bayes په نامه یادېږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

که A او B پېښې وي د  $P(A) \neq 0$  سره، نو باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 20} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{9}{20} \cdot \frac{7}{10} = \frac{9 \cdot 7}{7 \cdot 20} = \frac{9}{14} \approx 0,64$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 20} = \frac{1}{3} = 0,3$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{10} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 20} = \frac{2}{3} = 0,6$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دې لپاره احتمالوالی ،

چي شين رنگ راباسل شي، دی:  $2/3$ . د دې برعکس ديوه شنه پلاسفيک غونډاري راوستل  $0,2$  دی.

### يو بل ډول ورننوتنه:

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري يو بل پسې بي له بېرته وراچولو روستل کيږي.

A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

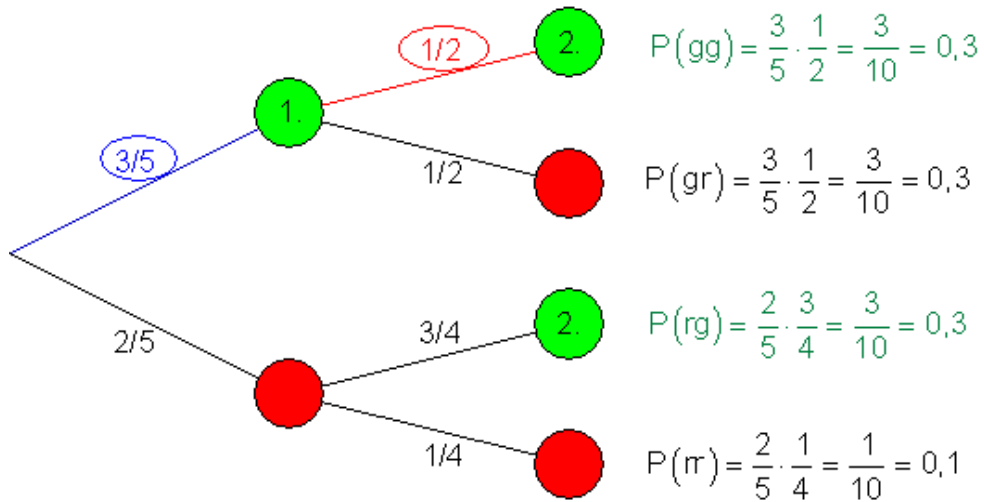
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

C: شين په لومړۍ او دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

D : شين په دويمه راوستنه کې له دې امله راوستل کيږي، چې شين په لومړي ځل تيار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالي ټاکل کيږي.

د ونې دياگرام د تار احتمالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دياگرام څخه لاندې نتيجي لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شين :  $P(A)=3/5 = 0,6$  او

$$P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

په دويمه راوستنه کې شين:

په لومړۍ راوستنه کې شين او دويمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

$P(D) = 1/2$  لوستل کيږي.

د  $P(D)$  ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

د نيونو ( فرضيو ) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپين راوه ووتل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونډاري په مرتبان کې شتون لري.

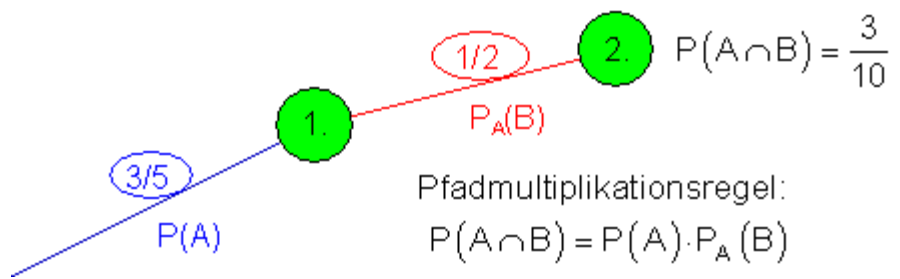
د شنه راوستنې لپاره په دويمه راوستنه کې  $1/2$  دی.

د  $D$  احتمالوالي لپاره ( شين په دويمه راوستنه کې ) د نيونو ( فرضيو ) ( شين په لومړۍ راوستنه کې ) چې  $A$  منځ ته راغلي، په نخښونه يا نخښه کونه .  $P(D) = P_A(B)$  ټاکل کيږي.

$$P_A(B) = \frac{1}{2} \quad \left( \neq P(B) = \frac{3}{5} \right)$$

په انځور شوي حالت کې باور لري:

د پسي کتنې لپاره د تارډياگرام د برخډېرۍ (قطاع) په جوړ کي ده، داسې چې  $P_A(B)$  منځ ته راشي.



پوښتنه د احتمالوالي  $P_A(B)$  پسي کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدې شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$  د  $B$  يو احتمالوالي دی د شرايطو لاندې، چې  $A$  تياره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرته نتيجې سره ازمايو

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \frac{3}{10} \\ P(A) &= \frac{3}{5} \end{aligned} \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \frac{1}{2}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (دېرواره راوستل بې له بېرته وراچونې) روښانه څرگندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالي د مخه تيرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي (يو د بل تابع دي).

### د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره (دېرواره راوستنه د بېرته وراچونې سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسي راوستنې لپاره شرايط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړۍ راوستنې شرايط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډارې پرلپسې د بېرته ايښونې يا وراچونې راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفېږي:

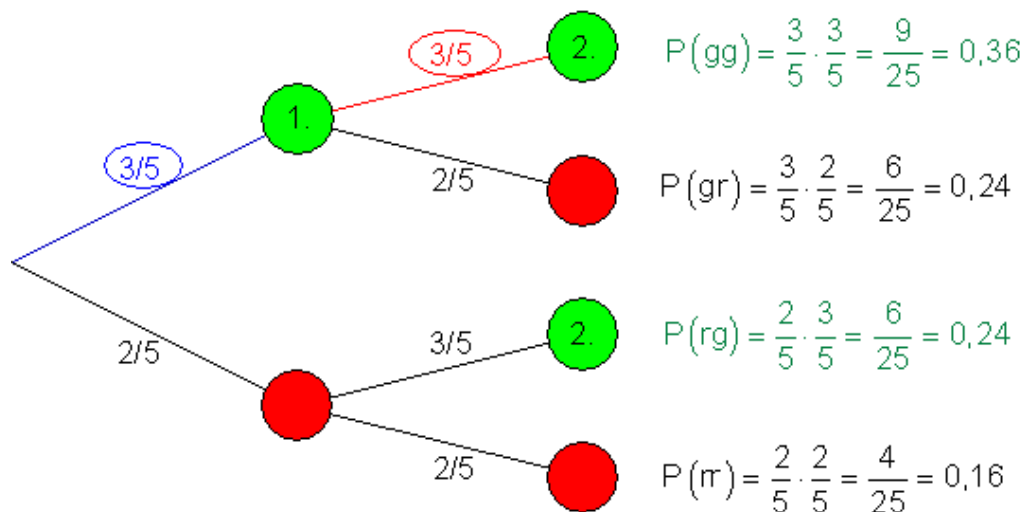
A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

N: شين په لومړۍ او دويمه راوستنه کې راوستل کيږي.

D: شين په دويمه راوستنه کې راوستل کيږي، په دې شرط، چې گرون هودا اوس په لومړۍ راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دياگرام د اړونده تارونو احتمالي سره :



له ونې دياگرام څخه لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شين:  $P(A) = \frac{3}{5} = 0,6$

په دويمه راوستنه کې شين:  $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

د شنه لپاره په لومړۍ راوستنه کې او شين لپاره په دويمه راوستنه کې د تار ضربقانون له مخې لاس ته راځي

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

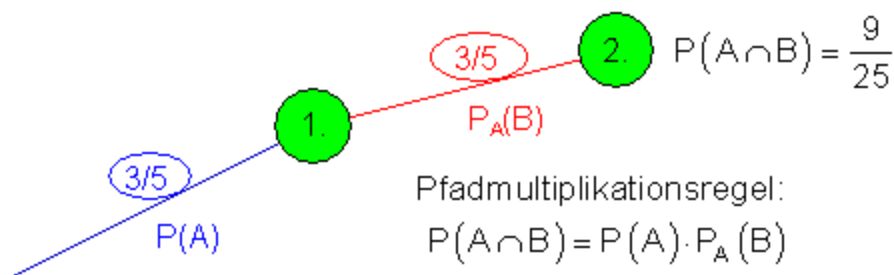
لوستل کيږي.  $P(D) = \frac{3}{5}$

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیري، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقراریري.

د دویم ځل د شنه راوستني لپاره همغه د لومړي ځا د راوستني سره بېرته برابریري  $P(D) = P_A(B)$  دی.

د ونې دیاگرام څخه یوه برخه:

په لاندې کې Pfadmultiplikaionsregel د تار ضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = P(B) \quad \text{نو لرو:} \quad P(A) = \frac{3}{5} \quad P_A(B) = \frac{3}{5} \quad P(B) = \frac{3}{5}$$

له دې سره د تار ضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو  $P_A(B) = P(B)$  ، نو د پېښې A پېښېدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سړی وايي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکي دي.

خپلواکي پېښې:



پېښه B له پېښې A خپلواکه ده، که د A د پېښېښې څخه د B د پېښېښې لپاره احتمالوالی یې اغیزه وي (خپلواک).

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{د} \quad P_A(B) = P(B) \quad \text{باور لري: سره.}$$

ب

یلکه: له مرتبان راوستنه د بیرته وراچونې سره.

په یاد ولری: د دوه پېښو A او B پېښې د یو له بل خپلواکوالی ښوونې لپاره په لاندې توګه مخ ته خو:

شمیرل کیري  $P(A \cap B)$  او  $P(A); P(B)$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{د} \quad P_A(B) = P(B) \quad \text{باور لري: سره.}$$

نو پېښې A او B یو له بل خپلواکي دي، په بل حالت کې یا پرته له دې پېښې A او B یو د بل په واک کې دي. په ونه دیاګرام کې د پېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کیري، داسې چې په دویمه پوری کې د ونې دیاګرامونه برابر دي. که بر عکس یاپه څټ دا یو له بل مختلف وي، نو پېښې بیا یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۱: د یوه ښه جوړ شوي (ideal) سترګیز (سترګیز مکعب) په لاندې توګه رنگه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنگ سره او دوه د شنه رنگ سره رنگین شوي. یوه اړخ سطحه توره او بله اسماني رنگ شوي دي.

غونډاری دوه واره غورځول کیري. لاندې پېښې تعریفیري:

A: په لومړی اچونې سره رنگ سور یا تور لویږي یا منځ ته راځي.

B: په دویمه غورځونه کې رنگونه شین یا تور را څرګندیږي.

و څيړی، چې پيښې A او B يو له بل خپلواکي دي؟

له مخه پام يا فکر کونه:  $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$  او  $P(s) = P(b) = 1/6$

د  $P(A)$ ;  $P(B)$  او  $P(A \cap B)$  شمېرنه

$$P(A) = P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2 \quad \Leftarrow \text{په خوښه } A = \{(rx); (sx)\}$$

$$P(B) = P(g) + P(b) = 1/3 + 1/6 = 1/2 \quad \Leftarrow \text{په خوښه } B = \{(xg); (xb)\}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{(rg); (rb); (sg); (sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg) + P(rb) + P(sg) + P(sb) \\ &= \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\text{نتيجه: } P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

دوه پيښې A او B يو له بل خپلواکي دي، که باور ولري:

لاندي الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2} \\ P(B) = \frac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \frac{1}{2} \quad \text{Unabhängigkeit}$$

نتيجه A او B يو له بل خپلواکي دي.

بيلگه ۲: يو سترگی د يوه درېگودي اهرام په بڼه څلور برابري لويې سطحې لري د عدد 1; 2; 3; 4 (څلوريزه يا څلور اړخيزه سترگی) سره.

دا سترگی درېواړه غورځول کيږي. لاندي پيښې تعريفيري:

A: په لومړۍ غورځونه کې عدد ۱ يا ۲ راښکاره کيږي (راوځی) او په دويمه غورځونه کې 1 يا 2 يا 4.

B : به دویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غورځونې کې.

و څپرې، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکر کونه :  $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$

د  $P(A); P(B)$  او  $P(A \cap B)$  شمیرنه

$$A = \{(1|1); (1|2); (1|4); (2|1); (2|2); (2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2); (1|3); (1|4); (2|1); (2|3); (2|4); (3|1); (3|2); (3|4); (4|1); (4|2); (4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2); (1|4); (2|1); (2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{نتیجه: } P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندي الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{3} \\ P(B) = \frac{3}{4} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{2}{3} \neq P(B) = \frac{3}{4}$$

Abhängigkeit

پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلگه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکي 45% په مزه شگولاد خوري.

د ټولو زده کوونکو څخه 55% نور خواږه غوره گڼي.

د ټولو زده کوونکو څخه 60% وویل چې خویندې وروڼه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خویندو وروڼو سره د زړه له کومې شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خویندو وروڼو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځاگړی له مخه مینه لري .

واقعیت دی، چې خویندو وروڼو سره زده کوونکي، د شکولادو خوراک سره د (مخه) مینې لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتگ په یوه څلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,27$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,33$	$P(A) = 0,6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,18$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,22$	$P(\bar{A}) = 0,4$
Summe	$P(B) = 0,45$	$P(\bar{B}) = 0,55$	1

د پېښې اړونده نتیجې دي:

A : زده کوونکی خویندې وروڼه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومې شکولاد خوري.

په بلواکوالي یې ازمایښت:

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0,6 \\ P(B) = 0,45 \\ P(A \cap B) = 0,27 \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,27}{0,6} = 0,45 = P(B)$$

پېښې یو له بل څخه خپلواکي دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خویندې-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغیزه نه لري..

بیلگه ۴:

د څلور اړخیزې تختې او ونې دیاگرام سره

یو مسلکي بسونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې په زده کوونکي ملفونونه څنگه وپېشل شوي دي.

	B : بنځینه	$\bar{B}$ : نارینه	جمعه
A : یو ملفون لري :	410	397	807
$\bar{A}$ : ملفون نه لري	114	79	193
جمعه	524	476	1000

الف – نسبي دېروالی وشمیری او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکي.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیاگرام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستني ونې رسم کړي.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیری او دا په ونه دیاگرام کې ولیکي.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګي څخه ټولګی یو زده کوونکی داسې ټاکل کيږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس بنځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس بنځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

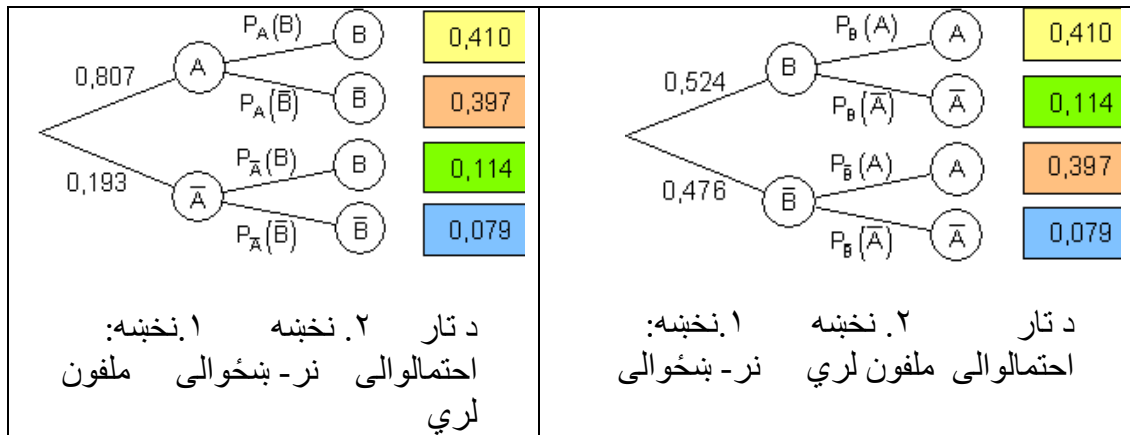
پنځه – ایا دنر- بنځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکي شتون لري؟

ځواب :

الف –

	B بنځينه	$\bar{B}$ نارينه	جمعه
A : ملفون لري	0,410	0,397	0,807
$\bar{A}$ : ملفون نه لري	0,114	0,079	0,193
جمعه (زياتون)	0,524	0,476	1

ب -

A : يو ملفون لري       $\bar{A}$  : يو ملفون نه لريB : زده کوونکی بنځنه دی       $\bar{B}$  : زده کوونکی نارينه دی.

پ -

د شرطيزو احتمالوالو شميرنه

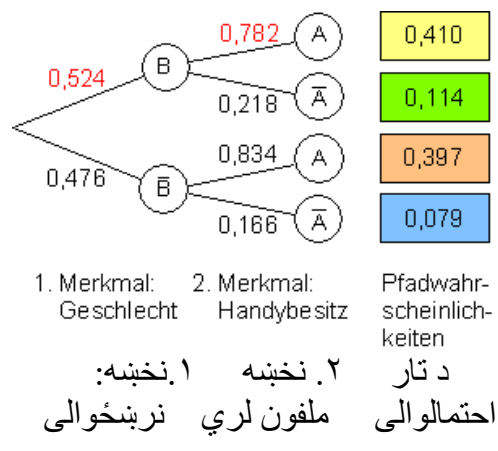
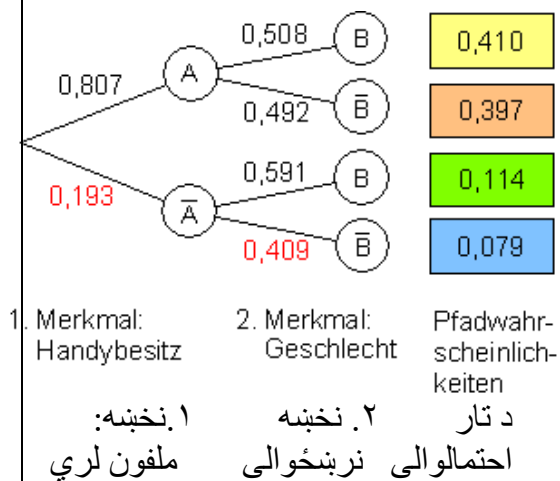
احتمالوالی، چي له څلورمخيز جدول څخه لوستل کيږي او او په پيښو تماميږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0,410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,397$	$P(A) = 0,807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,079$	$P(\bar{A}) = 0,193$
	$P(B) = 0,524$	$P(\bar{B}) = 0,476$	

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,410}{0,807} \approx 0,508$	$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,410}{0,524} \approx 0,782$
$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,397}{0,807} \approx 0,492$	$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,114}{0,524} \approx 0,218$
$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,114}{0,193} \approx 0,591$	$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,397}{0,476} \approx 0,834$
$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,079}{0,193} \approx 0,409$	$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,079}{0,476} \approx 0,166$

A : زده کوونکی ملفون لري  
 B : زده کوونکی بنځینه دی.

$\bar{A}$  : زده کوونکی ملفون نه لري  
 $\bar{B}$  : زده کوونکی نارینه دی



ت – غوښونکي یا پلټونکي احتمالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاگرامه ولوستل شي

۱ :  $P(\bar{A}) = 0,193$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,193 احتمالی سره یو ملفون نه لري.

۲ :  $P(B) = 0,524$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,524 احتمالی سره یو بنځینه دی

۳ :  $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,409$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهيرو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره نارينه دی.

$$P_B(A) = 0,782 \quad ۴.$$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهيرو چې بنځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵: د په واکوالي ازمابښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړیکو کې) پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرته نتيجه څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\bar{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\bar{A}) \approx 0,218 \neq P(\bar{A}) = 0,193 \quad P_{\bar{B}}(\bar{A}) \approx 0,166 \neq P(\bar{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونو کې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دیاگرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سیده ولوستل شي، ځکه چې د دویمې پورې ترخونې يو له بل مختلفي دي.

که د يوه څلور اړخيز جدول اړیکې مو د ونې دیاگرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زیار سره هم حل کړوای شو. دا به اوس لاندې بېلگه وښايي.

بېلگه ۵:

د انټرنټ زیات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکایت کوي یا گېله من دي. نیسو چې په 1% ښو او 40% سېم-مېل (برېښنالیک) Spam- Mails کې لغات “Viagra” مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښنالیكونه ښه او 90% دې سپم وي. احتمالوالي څومره لو دی، چې يو برېښنالیک، له هغه پوهيرو چې په هغه کې دا لغات “Viagra” ویاگرا،، مخ ته راځي، يو سپیم برېښنالیک دی؟

پېښه:

A: برېښنالیک لغات،، ویاگرا،، لري

$\bar{A}$ : برېښنالیک لغات،، ویاگرا،، نه لري



B : سپيم-برېښنا ليک :  $\bar{B}$  : ښه برېښنا ليک

د دې لړلو داتا سره د څلور مخيز جدول ايښول.

د % ارزښتونه نسبي ډېروالی په گوته کوي (احتمالوالی)

د % 90 سپيم په دې معنا چې د سپيم جمع = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمع ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپيم برېښنا ليک د وياگرا سره په دې معنا چې  $0,9 \times 0,4 = 0,36$

10% ښه برېښنا لیکونه د وياگرا سره په دې معنا چې

$$=0,1 \times 0,01 = 0,001$$

سړی کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشميري، ځکه چې جمع يې معلومه ده.

	د سپيم-مايل	ښه مايل	جمع
	Spam-Mail	Gute Mail	Summe
د وياگرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بي له وياگرا			
Summe عه	0,9	0,1	1

$0,9 - 0,36 = 0,54$ $0,1 - 0,001 = 0,099$	سپيم بي له وياگرا ښه برېښنا ليک بي وياگرا
--	--

$0,36 + 0,001 = 0,361$	د ټولو ب ل جمع له ویاگرا
$0,54 + 0,099 = 0,639$	د ټولو ب ل بي ویاگرا

د دې ارزښتونو سره اوس څلورمخیزه جدول پوره شو.

	سپیم-مایل B: Spam-Mail	بنه-مایل $\bar{B}$ : Gute Mail	Summe جمعه
د ویاگرا سره A: mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بي له ویاگرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښنالیک، په کوم کې چې ،، ویاگرا،، ده، سپیم دی؟  
نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرایطو لاندې، چې A رامنځ ته شوي وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0,36 \text{ und } P(A) = 0,361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0,36}{0,361} \approx 0,997$$

$$P_A(B) = \frac{0,36}{0,361} \approx 0,997 \text{ سره دی } P(A) = 0,361 \text{ او } P(A \cap B) = 0,36 \text{ د}$$

دا په دې معنا چې په 99,7% ټولو حالتونو کې، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلي یو سپیم-مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیروما میرمنې شو سړي بنایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوي.

	B : بنځینه	$\bar{B}$ : نارینه	جمعه
A: سکونکی	200	800	1000
$\bar{A}$ : نه سکونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف - احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکونکی دی

ب - احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې بنځې سره مخامخ شي،

پ - احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکونې سره مخامخ شي.

ت - دوی د یوې بنځې سره مخامخ کیري، د کوم احتمالوالي سره دا سکونکی ده؟

ټ - و آزمایئ، چې ایا پېښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

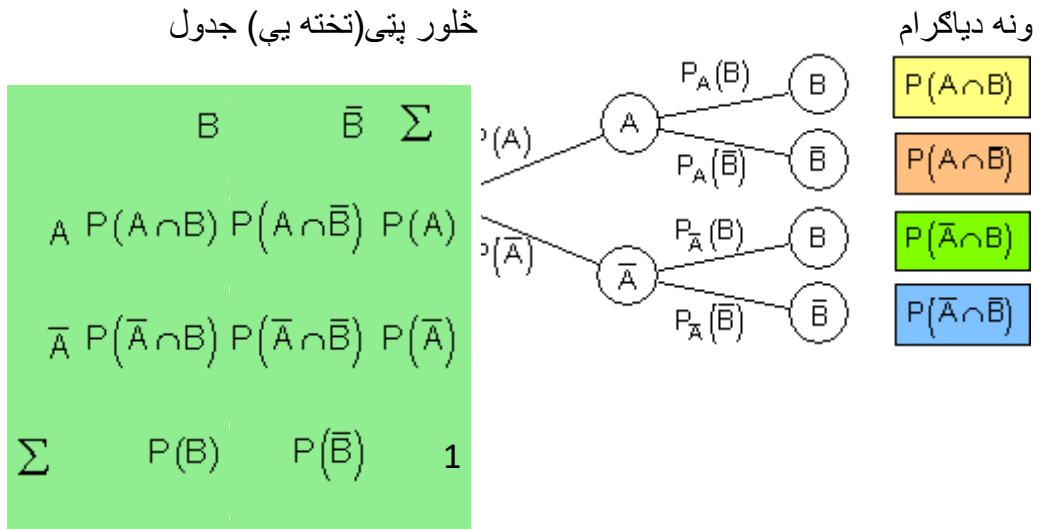
د B پېښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالي رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پېښه A همدا اوس رامنځ ته شوي ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

خپلواکي پېښې : پېښه B له پېښې A خپلواک بلل کیري، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کیري.

باور لري:  $P_A(B) = P(B)$  د  $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$  سره.

د څلور تخته بيز جدول او ونې دياگرام ترمنځ اړيکي:



که په يوه ونه دياگرام کې د راوړل شوو پېښو دلری پرلپسې بدل شيو نو سړی په څټ يا برعکس ونه دياگرام لاس ته راوړي. په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لری پرلپسې پورې تار ونه يو له بل سره همغيز دی.

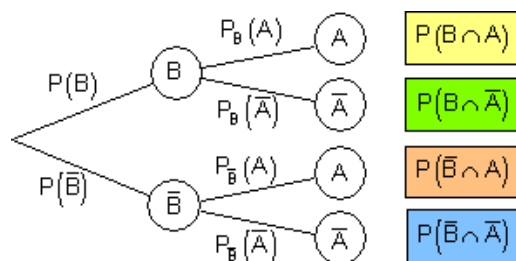
د تار احتمالوالی او له دې سره شر طيز احتمالوالی هم په توليزه توگه يو له بل توپير لري. دوی د مختلفو پېښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مگر په پام کې ولري:

تل باور لري:  $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

په څټ يا برعکس ونه دياگرام برعکس يا په څټ څلور تخه يي جدول

A	$\bar{A}$	$\Sigma$
---	-----------	----------

B	$P(B \cap A)$	$P(B \cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B} \cap A)$	$P(\bar{B} \cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
$\Sigma$	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



څلور تخه بيز جدول او ونه دياگرام په ستونبناستيکي خپلواکوالي کې د ستونبناستيکي خپلواکي پېښې A او B څلور تخه جدول په لومړي تخه کې د  $P(A \cap B)$  لپاره دا ضرب  $P(A) \cdot P(B)$  راځي.

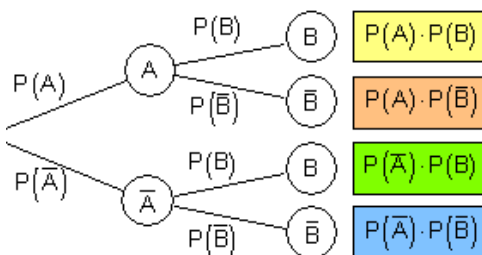
د نورو تختو (پټيو) لپاره د يوه ضرب جدول ته په ورته توگه باور لري.

په ونه دياگرام کې د پېښو يو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کيږي، چې په دويمه پورې کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

څلور تخه جدول

ونه دياگرام

	B	$\bar{B}$	$\Sigma$
A	$P(A) \cdot P(B)$	$P(A) \cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}) \cdot P(B)$	$P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
$\Sigma$	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسې زیاتوالی ته اړیو. په تیره بیلگه کې د راگردولو ناتیګاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتمالوالی په ماتېښه (کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کین کېننه بنی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، بنځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\bar{B}$ : Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500} = \frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
$\bar{A}$ : Nichtraucher	$\frac{300}{1500} = \frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500} = \frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500} = \frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500} = \frac{15}{15} = 1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A) = \frac{2}{3} \approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې بنځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې بنځې سره مخامخ شي، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A \cap B) = \frac{2}{15} \approx 0,133$$

ت – د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوي بنځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

ټ – دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که بارر رلري:

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{5} \\ P(B) = \frac{1}{3} \end{array} \right. \Rightarrow P_A(B) = \frac{1}{5} \neq P(B) = \frac{1}{3}$$

Abhängigkeit

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطي احتمالوالی I

لومړی -

	G	$\bar{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\bar{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

په یوه لوی ازماښت کې یوه دوا ازماښل کيږي. پېښې په یوه جدول کې ځا په ځای ښوي. په دې معنا:

M: دوا نیولې (اچولې)

M: پلاسټیو اچولې

G: روغ شوی.

$\bar{G}$ : نه دی روغ شوی.

الف - نسبي ډېروالی په څلور تخته یې جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاگرام رسم کړی.

ب - احتمالوالی څومره لوی دی، چې دوا نیولو وروسته روغ شوی وي؟

پ - احتمالوالی څومره لوی دی، چې د پلاسټو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي؟

دویم - د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخني په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په رېزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

گروپ	B باکتریا	$\bar{B}$ : نه ناروغه	جمعه
A دایمیف سره	60	540	600
$\bar{A}$ : بي له ايميف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دي وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، او د B نتیجه :، سړی ناروغ شوی،،. وشمېری:

$$P(A) \quad | \quad P(B) \quad | \quad P(A \cap B) \quad | \quad P_A(B) \quad | \quad P_B(A) \quad | \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad | \quad P_{\bar{A}}(\bar{B})$$

یوگونی نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجوني د متورا ولا نسبت و متورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځوانانو (ن،ن)، چې په مخ ته بنونحي کال کي يې بنونځی د ډټولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له بنونځي وتلي، بنحي وي. په ختیحو ولایتونو کي د کابل په شمول د بنځو ونډه % 59,1 څرگنده جگه وه نسبت غربي ولایتونو ته (% 50,8).

الف – یو څلور تخته بیز جدول وکارۍ، چې ددې شیانو اړیکي تشریح کړای شي.  
ب – یو ونه دیاگرام وکارۍ د لومړۍ نخبني،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نخبنه،، و جنس،، (نارینه، بنځینه). پ – یو ونه دیاگرام وکارۍ د لومړۍ نخبني، و جنس،، (نارینه، بنځینه) او دویمه نخبنه،، راتلنځای،، (ختیز، لوږدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه، بنځینه) د ټولگي څخه یو کس ټولکي ټاکل شوی.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه بنځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ايو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه بنځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوږدیزه راځي؟

ځوابونه



## شرطيز احتمالوالی I

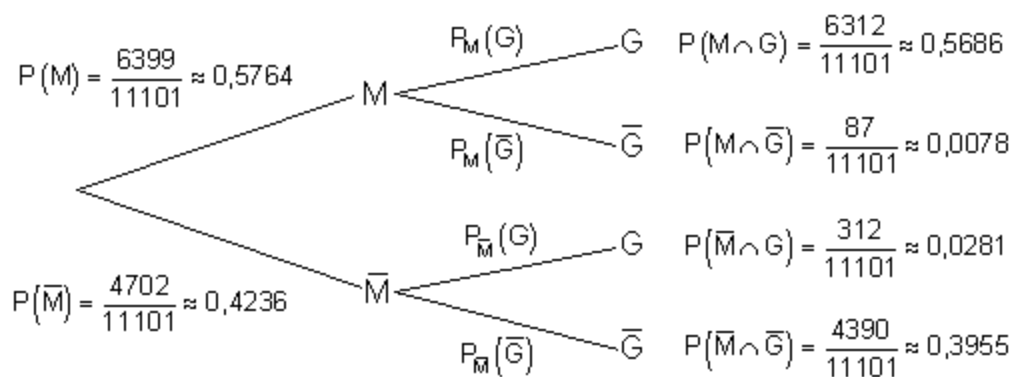
مفصل خوابونه

لومری - الف - خلور - تخته جدول:

M : دوايي نيولي  $\bar{M}$  : پلاسيبو يي نيوليG : روغ شوی  $\bar{G}$  : روغ شوی نه دی.

	G	$\bar{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\bar{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياگرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب -

د يوه کس ، چي له هغه پوهيرو چي دوا يا دارو نيسي، احتمالوالی 0,9864 دی، چي هغه روغ شوی دی.

$$P_{\bar{M}}(\bar{G}) = \frac{P(\bar{M} \cap \bar{G})}{P(\bar{M})} = \frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}} = \frac{4390}{4702} \approx 0,9336$$

پ -

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولی، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوي.

دویم -

A : کس واکسین شوی  $\bar{A}$  : کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی  $\bar{B}$  : کس ناروغه شوی نه دی.

$P(A) = \frac{600}{900} = 0,6\bar{6}$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو 0,666... دي.
$P(B) = \frac{180}{900} = 0,2$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,2 دي.
$P(A \cap B) = \frac{60}{900} = 0,0\bar{6}$	د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,06666... دي.
$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}} = \frac{60}{600} = 0,1$	یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوی ده د یوه 0,1 احتمالوالی سره بیا هم ناروغه شوی.
$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}} = \frac{60}{180} = 0,3\bar{3}$	یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوی د 0,333.. یوه احتمالوالی سره واکسین شوی
$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{120}{900} = 0,1\bar{3}$	د یوه چا د توکلي ټاکني سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه

	واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333 دی.
$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}} = \frac{120}{300} = 0,4$	یو څوک، چې پوهیږو هغه نه ده واکسین شوي د یوه احتمالي 0,4 سره ناروغه شوي هم ده.

د پورته جدول لوستل له کین ښي لورته.

دریم -

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیځه څخه راغلی

$\bar{A}$  : څوک چې له نوو ایلاتو ختیځه څخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\bar{B}$  : چې نارینه دی

جمعه ښځینه:  $0,524 \cdot 244600 = 128170,4 \approx 128170$

جمعه نارینه:  $244600 - 128170 = 116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیځه څخه متورا والو ټولګه

د لویدیځ څخه د متورا والو 50,8% له x

د ختیځ څخه د متورا والو تعداد 59,1% له (244600-x) .

په لاندې کې له کین ویني لرو ته: ښځینه لودیز ښځینه ختیز ټول (جمعه) ښځینه

$$\underbrace{0,508 \cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0,591 \cdot (244600 - x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0,508x + 0,591 \cdot 244600 - 0,591x = 128170 \quad | -0,591 \cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0,083x = -16388,6 \quad | : (-0,083)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388,6}{-0,083} = 197453,012 \approx 197453$$

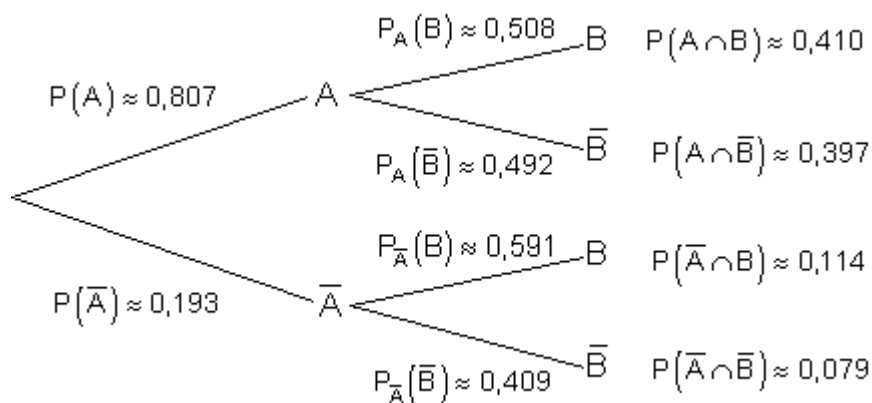
د ټولو له

د لودیز څخه متور او الو (هغه زده کوونکي، چط له ۱۲ یا پخوا له ۱۳ ټولګي څخه وزي) ټولګه.

$0,508 \cdot x = 0,508 \cdot 197453 = 100306,124 \approx 100306$	ښځینه لودیز:
$128170 - 100306 = 27864$	ښځینه ختیز:
$197453 - 100306 = 97147$	نارینه لودیز:
$116430 - 97147 = 19283$	نارینه ختیز:

څلور تختیز جدول:

	ښځینه A		$\bar{A}$ (نارینه)
A لودیز	100306	97147	197453
B ختیز	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب -

د ونې لپاره باوري ټولو احتمالوالیو شمیرنه

$$P(A) = \frac{197453}{244600} \approx 0,807$$

$$P(\bar{A}) = \frac{47147}{244600} \approx 0,193$$

$$P(A \cap B) = \frac{100306}{244600} \approx 0,410$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{97147}{244600} \approx 0,397$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{27864}{244600} \approx 0,114$$

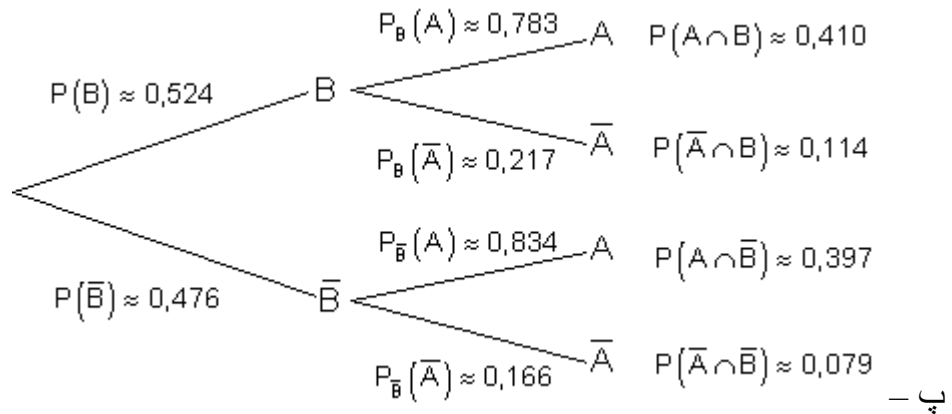
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{19283}{244600} \approx 0,079$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{100306}{197453} \approx 0,508$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{97147}{197453} \approx 0,492$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{27864}{47147} \approx 0,591$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{19283}{47147} \approx 0,409$$



ونې لپاره باوري ټولو احتمالوالیو شمیرنه

$$P(B) = \frac{128170}{244600} \approx 0,524$$

$$P(\bar{B}) = \frac{116430}{244600} \approx 0,476$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{100306}{128170} \approx 0,783$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{27864}{128170} \approx 0,217$$

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{97147}{116430} \approx 0,834$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{19283}{116430} \approx 0,166$$

ت -

توکلي تاکل شوی کسان د 19,3% یوه احتمالوالي سره له ختیزو ایالاتو څخه دي	$P(\bar{A}) \approx 0,193$	یو
توکلي تاکل شوی کس د 52,4% یوه احتمالوالي سره بنځینه دی.	$P(B) \approx 0,524$	دوه
که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختیز څخه راځي، نو دا د 40,9% یوه احتمالوالي سره نارینه دی.	$P_{\bar{A}}(\bar{B}) \approx 0,409$	درې
که پوهیږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس بنځینه دی، نو دا د 78,3% احتمالوالي سره له لودیزه راځي.	$P_B(A) \approx 0,783$	څلور

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی II

لومړی -

د یوه تلوېزیون گرانېست دې ازمايل شوی وي. یوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتیجې ورکوي:

دلیدونکو 30%، چې خپرونه یې لیدلې ده، 25 کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو لیدونکو (له 25 کالو جگ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شې اړیکې په یوه څلور-تخته ییز جدول کې انځور کړی. پېښې وکاروی (د هغو د برعکس پېښو سره):

A: کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروگرام څخه مثبت نظر لري

ب - ونه دیاگرام وکاروی او معکوسه یا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکي.

پ - څورمه % لیدونکي، چې له هغو پوهیږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

ت - څو په % ليدونکي، چي له هغو پوهيرو، چي له 25 کلنو زاړه دي، د خپروني مثبت نظر نه لروده؟

ټ - د شمېرني له لاري وازمايي چي ايا پېښه B له پېښي A خپلواکه ده.

دويم - د دريمي نړۍ په يوه هيواد کي % 1 وگړي په يوه ټاکلي ساري ناروغتيا ناروغ دي. يو ازمايېښت په ريښتوني ناروغ شوي ناروغتيا ټيک % 98 ښايي. متأسفانه چي ازمايېښت % 3 روغ ناروغ ښايي.

الف - دا شي اړيکي په يوه څلور تخته يز جدول کي انځور مړۍ. پېښي وکاروي (د هغو د برعکس پېښو سره):

K: ازمايېښت شوي کس ناروغ دی

T: ازمايېښت نتيجه مثبت ده (کس ناروغ وازمايل شو).

ب - ونه دياگرام رسم کړۍ او د هغه په څټ يا برعکسونه.

ټول تار احتمالي وشميرۍ.

پ - په څومره احتمالي سره د يو توکلي ټاکلي کس تست مثبت (زياتيزه) نتيجه ښايي؟

ت - د کوم احتمالي سره يو د مثبت ازمايېښت په حيث کس په رښتيا هم ناروغ دی؟  
دي نتيجه باندې کمنټار ورکړۍ.

ټ - د کوم احتمالي سره يو منفي ازمايېښت په حيث کس روغ دی؟

دي نتيجه باندې کمنټار ورکړۍ

دريم - په يوه مسلکي ښونځي کي ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کيږي چي ايا دوی سگرتيان دي، که نه. د پوښتنو نتيجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارينه) څخه وويل چي سگرت سکونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځينه) وويل چي دوی سگرت نه سکوي..

الف - د شپاريکي په يوه څلور-تختخ بيز جدول کې انځور کړی. پېښې وښايی (د برعکس پېښو سره):

A : کس نارينه دي

B : کس سگرت سکوي.

ب - د کوم احتمالوالي سره يو توکلي ټاکلی کس ښځينه او سگرت نه سکونکي دی.

پ - يو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې يوه زده کوونکي ويني. د کوم احتمالوالي سره دا زده کوونکي سگرت نه سکونکي ده؟

ت - وڅیړی، چې ايا دا نتيجه، نارينه، او دانتيجه، سگرت سکونکي، يو د بل په واک کې نتيجه دي.

ځوابونه

## شرطي احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف -

A : ليدونکی  $25 \leq$  کالونه عمر لري

A' : ليدونکی  $>25$  کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده يا نظر نه لري.

B' : ليدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د 30% ليدونکو چې له 25 کم عمر لري. لاس ته راځي يا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د 70% ليدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي يا

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 0,7$$

د 25 کاله څخه کم د ليدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د 25 کاله څخه کم د ليدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \bar{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$



د ۲۵ کاله څخه ستر د لیدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

د څلور تخته بیز جدول دا پاتې (باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

$$P(B) = 0,15 + 0,56 = 0,71$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,71 = 0,29$$

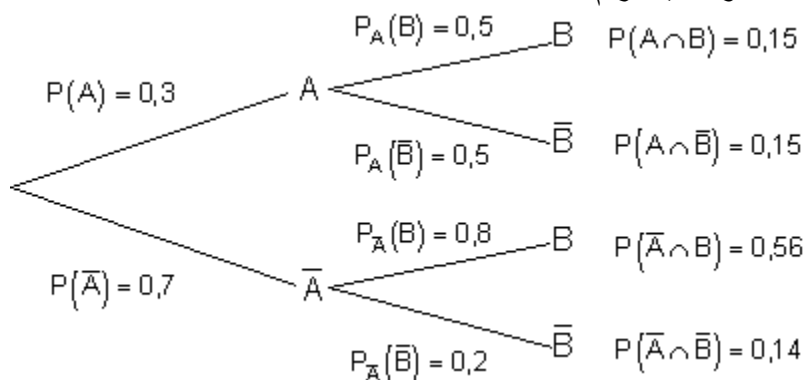
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,29 - 0,15 = 0,14$$

څلور تخته بیز جدول

	B (Meinung positiv)	$\bar{B}$ (Meinung negativ)	
A ( $\leq 25$ )	0,15	0,15	0,3
$\bar{A}$ ( $> 25$ )	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کین: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب - ونه دیا گرام



د ټولو غوره احتمالوالیو لپاره شمېرنه.

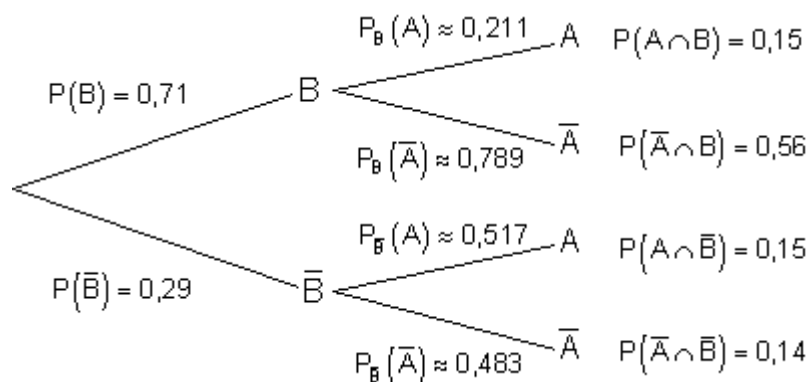
$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,56}{0,7} = 0,8$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

په څټ يا برعکس ونه :



د ټولو غوره احتمالوالیو لپاره شمیرنه.

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

له ټولو لیدونکو څخه، له کومو چې پوهیږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.	$P_B(\bar{A}) \approx 0,789$	ث
له ټولو لیدونکو څخه، له کومو چې پوهیږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپروني په هکله منفي نظر لري .	$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = 0,2$	ت

ټ - B له A خپلواکه ده، که  $P_B(A) = P(A)$  باور ولري

$$P_B(A) \approx 0,211 \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow P(A) = 0,3$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی یا طابعیت.

د B نتیجه د A له نتیجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلویزیون خپروني په هکله وثبت نظر د لیدونکو د عمر په واک دی.

دویم -

الف -

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

$\bar{K}$  : آزمایلی شوی کس روغ دی.  
 T : د آزمایښت نتیجه مثبت ده ( کس د ناروغ په څیر و آزمایلی شو).  
 $\bar{T}$  : د آزمایښت نتیجه منفي ده ( کس د روغ په څیر و آزمایلی شو).  
 $P(K) = 0,01 \leq 1\%$  انسانان ناروغه دي .  
 $P(\bar{K}) = 0,99$  انسانان روغ دي .  
 آزمایښت بنایي نارغتیاد 98% رینتوني ناروغانو لپاره تیک ده.  
 $\Rightarrow P(K \cap T) = 0,98 \cdot 0,01 = 0,0098$   
 آزمایښت د 3% روغ هم ناروغ بنایي  
 $\Rightarrow P(\bar{K} \cap T) = 0,03 \cdot 0,99 = 0,0297$

د څلور تخته بیز جدول پاتي ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو  
 ارزښتونو شمیرل شي.

$$P(T) = 0,0098 + 0,0297 = 0,0395$$

$$P(K \cap \bar{T}) = 0,01 - 0,0098 = 0,0002$$

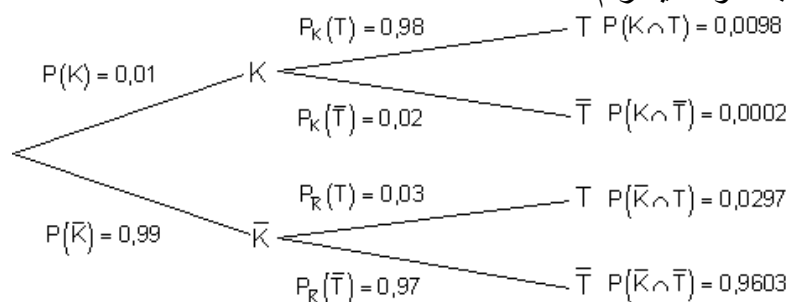
$$P(\bar{K} \cap \bar{T}) = 0,99 - 0,0297 = 0,9603$$

$$P(\bar{T}) = 1 - 0,0395 = 0,9605$$

څلور تخته بیزه جدول:

	T (positiv)	$\bar{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\bar{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پښتو ، له کین کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي  
 ب - ونه دیاگرام

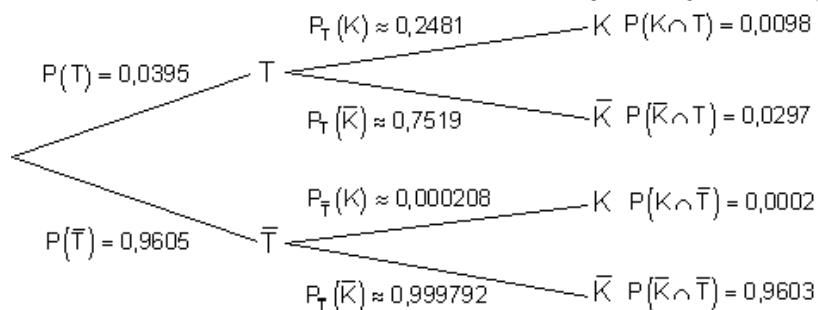


د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالو شمیرنه.

$$P_K(\bar{T}) = \frac{P(K \cap \bar{T})}{P(K)} = \frac{0,0002}{0,01} = 0,02 \quad P_K(T) = \frac{P(K \cap T)}{P(K)} = \frac{0,0098}{0,01} = 0,98$$

$$P_{\bar{K}}(\bar{T}) = \frac{P(\bar{K} \cap \bar{T})}{P(\bar{K})} = \frac{0,9603}{0,99} = 0,97 \quad P_{\bar{K}}(T) = \frac{P(\bar{K} \cap T)}{P(\bar{K})} = \frac{0,0297}{0,99} = 0,03$$

په څټ يا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالو شمیرنه

$$P_T(K) = \frac{P(K \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0098}{0,0395} \approx 0,2481$$

$$P_T(\bar{K}) = \frac{P(\bar{K} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0297}{0,0395} \approx 0,7519$$

$$P_{\bar{T}}(K) = \frac{P(K \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,0002}{0,9605} \approx 0,000208$$

$$P_{\bar{T}}(\bar{K}) = \frac{P(\bar{K} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,9603}{0,9605} \approx 0,999792$$

پ -

د یوه ټوکلي ټاکلي کس ازماښت د 0,0395 یوه احتمالي سره یوه مثبت نتیجه ښایي.	$P(T) = 0,0395$	پ
یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازماښت شوی د 0,2481 یوه احتمالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.	$P_T(K) \approx 0,2481$	ت

کومنتار: د نږدې 25% نتیجه کفایت بخښونې نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمايل شوي په ريښتيني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمايل شوي روغ دي. هيله به داوي، چې ازماينست ښه شي.		
يو کس (ښ) چې له هغه پوهيرو منفي ازمايله شوي 0,999792يو احتمالوالی دی په ريښتوني هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمايلشوي کسان په ريښتوني ناروغ دي.	$P_{\bar{T}}(\bar{K}) \approx 0,999792$	ټ

دریم -

الف - A : کسان نارينه دي.

 $\bar{A}$  : کسان ښځينه دي.

B : کسان سگرت سکونکي دي.

 $\bar{B}$  : کسان سگرت نه سکوي.

څلور تخته بيژه جدول

	B (Raucher)	$\bar{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\bar{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب -

يو توکلي ټاکلی کس د 0,371 يوه احتمالوالي سره ښځينه او سگرت نه سکوي.	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{250}{674} \approx 0,371$	ب
يو کس، له کوم چې پوهيرو، هغه ښځينه دی، د 0,656 يوه احتمالوالي سره سگرت نه سکوي.	$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{250}{381} = \frac{250}{381} \approx 0,656$	پ

ت - که باور ولري:  $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$  نو د B په واک کې ده.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}} = \frac{82}{293} \approx 0,28 \Rightarrow P_A(B) \neq P(B)$$

$$P(B) = \frac{213}{674} \approx 0,316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، بخینه،، یو د بل په واک کې دي.

## نهم - د احتمالو الویو ټاکنه د گڼلو (شمیرلو) ستراتیژي له لارې

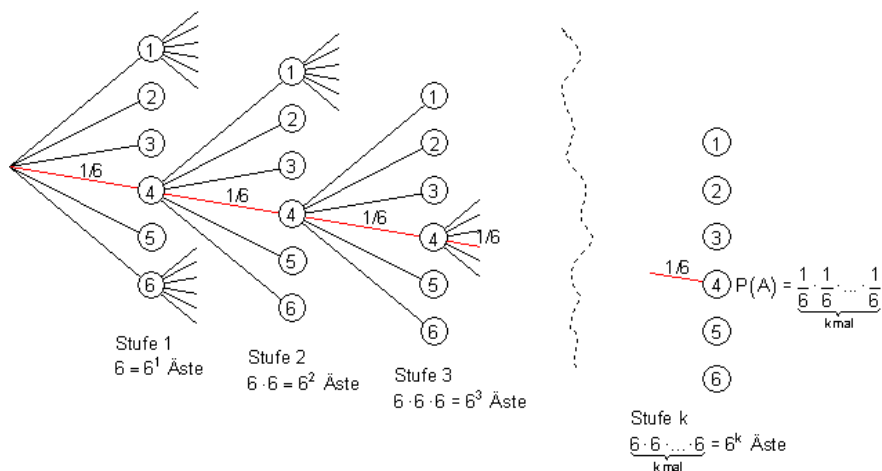
دا تراوسه د احتمالو الویو شمیرنو دندې په څرگنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوي یا استعمال شوي. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري. دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي. بېلګه : یو سترګېز مکعب  $k$  - ځله غورځول کېږي. د مرتبامودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له 1 تر 6 نومونه خوندي لري  $k$  - ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب گوزارولو سره یو 4 ځلور لاس ته راځي.

الف - د هر  $k$  غورولو سره احتمالو الویو څومره لوی چې یو 4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډېری (-ست) څومره توکي لري (د ټول امکاناتو تعداد یا گڼون)

حل (اوبی)



الف- دا چي دا تجربه يوه د لاپلاس - تجربه ده، چيرته چي د ټولو نتيجو لپاره برابره احتمالوالي نيول کېږي شي (يا فرض کېږي شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چي د هر ي پوري سره يو 4 لاراشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \dots \cdot \frac{1}{6}}_{k \text{ mal}} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب - په ونه دياگرام کي د ښاخونو تعداد به هر ه پوري سره شپږ واره کيږي، نو د  $k$  - پوريو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{k \text{ mal}} = 6^k$$

دا د امکاناتو تعداد کېږي شي د يوگونو پېښو نتيجو له لاري بيدا کړو. د دي يوگونو نتيجو

$$P(e_i) = \frac{1}{6^k} \quad \text{لپاره باور لري:}$$

دا چي د ټولو پېښو د احتمالوالو جمعه بايد 1 وي، له دي څخه کېږي شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x \cdot \frac{1}{6^k} = 1 \mid \cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونيت داسي ټوليز شي، چي سري وايي:

په يوه مرتبان کي همډوله  $n$  غونډاري (غونډوسکي) پراته دي د گڼو (شمېرو)  $1, 2, \dots, n$  سره، چي  $k$  ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کيږي، نو د امکاناتو تعداد  $n^k$  دی.

جمله: د يوې ډېرې  $n$  مختلفو توکو څخه د  $k$  - ځله راوستلو سره

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{-mal}} = n^k \quad (n, k \in \mathbb{N}^*)$$

منظم نمونه ازماينست د بېرته وراچولو سره لاس ته راځي.

بیلگه : د فوټبال شرط (توتو) ایښوونې پاندې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړانویښه وشي، چې د کور ټیم کټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتیری (Tipp: 0) .

الف - د یوې توتو (شرط) پانې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب - د یوه ټیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف - د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونډاري یا غودوسکي لري د درې گڼو یا نمره 0; 1 او 2 سره. یولس ځله د بېرته ایښوونې سرا راوستل کیري.

$n = 3$  نتیجه ډېری (نتیجه ست) د یوې وستني لپاره :  $E = \{0,1,2\}$

$K = 11$  دا تصادفي تجربه 11- پوریزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد:  $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره

احتمالی دی:  $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینیشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینیشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالی یې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کوني یا وازولو ازمایښت سره قلف واز کړي؟

حل (اوبی)

تمرین: له الماني (انگریزي؟) البا 26 تورو په پټو سترگو یو په بل پسې درېواړه توري راوستل کیري. څومره احتمالی شتون لري چې همغه یو توری درې واړه راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازمایښت بی له بېرته وراچولو

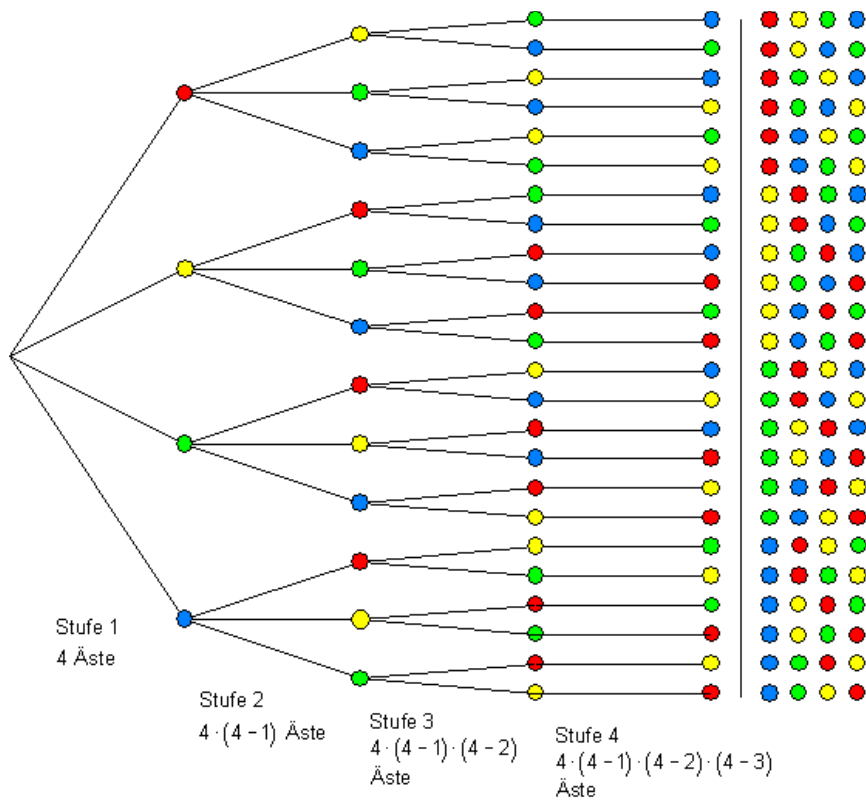


بېلگه : په يوه مرتبان کې 4 غونډاري د څلورو رنگونو سره و زير، شين او اسماني سره پراته دي.

يو غونډاری راوستل کيږی او گڼه يې ليکل کيږي، غونډاری څنگ ته ږدي او دا برسېه تکرار يږي.

توليز څلور 4 راوستني ممکن دي.

نتيجه ډېری يا سټ څومره توکي خوندي لري ( د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دياگرام څخه چي په ساده توگه ليدل کيږي، له يوې پورې څخه و بلې پورې ته د پنځونو تعداد په 1 کميږی.

$$\cdot (4 - 1) \cdot (4 - 2) \cdot (4 - 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{24}}$$

د امکاناتو تعداد دی:

دا د ونې دياگرام څخه لېدلی قانونمندی کېدی شي توليزه شي.

که یو مرتبان د  $n$  غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له  $1$  تر  $n$  پورې او  $k$  راوستني سرته ورسوي بي له بېرته وراچوني، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسې ضریب (خوونی یا خلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کېږي.

که ولرو  $4.3.2.1$  ، نو  $4!$  - فاکولتي یا  $4$  - فاکتوریل بلل او دسي يې لیکو:  $4!$  . له دې امله د عدد  $n$  لپاره باور لري:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

(  $n!$  لوستل  $n$  - فاکولتي یا  $n$  - ضریبونه )

$$3.2.1 \dots (n-k-3) \cdot (n-k-2) \cdot (n-k-1) \cdot (n-k) = (n-k)!$$

$$3.2.1 \dots (n-k) = (n-k)!$$

دا افاده یا ویبڼه  $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1)$  کېدې شي په لاندې توګه بڼه بدل کړو:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرې د  $n$  مختلفو توکو څخه د  $k$  - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماښت بي له بېرته وراچوني.

کړه کېدنه:  $0! = 1$  او  $1! = 1$

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه باس وورت سره ساتلی دی. دا له  $4$  مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف - څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب - د کوم احتمالوالي سره کېدې شي دا کود واز شي؟

حل ( اوبى):

الف – تول د البا 26 توري ټيک يو ځل په اختيار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره تول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دويم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسې نور يا داسې پسي. دا يوه منظمه نمونه ازمايښت دی بي له بېرته وراچونې څخه. له  $n = 26$  تورو  $k = 4$  توري راوستل کېږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټيک يو رښتونی يا ټيک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسي ترلی شمېرل کېږي:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0,000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرین:

په يوه لاتري لوبني کې لاتري ټکټونه له گڼې 1 تر 6 شتون لري. يو لوبه کوونی يو په بل پسي درې ټکټونه راباسي. که پرلپسي په ترتيب د گڼو 2, 4 او 6 ټکټونه وکارې، نو گټلي بي ده. د يوي گټني لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازمايښت بي له بېرته وراچونې

بېلگه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توگه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کېږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$$

د منظم نمونه ازمايښت د امکاناتو تعداد دی:

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کميږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه يا څومره زیات تنظیميږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36, 22, 17, 12, 3 او 41 راوستل شي، نو کېدی شي دا په 36, 3, 41, 22, 17 او 12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټني لپاره پي معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیدا کړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. يا په ډول افاده کړي (ویبلی)، مور باید پیدا کړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنظیمیږي شي.

حل يا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کيږي.

په یوه مرتبان کې  $n = 6$  توپونه يا غونډاري پراته دي د ګني 1 تر 6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب (بې له بېرته وراچونې)  $k = 6$  ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = 6!$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو  $n$  توکو راوستل تر هغې دوام لري (بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،، پوره راپورته کونې يا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کې  $n = k$  دی.

د  $n$  مختلفو توکو لپاره پوره نظم  $n!$  Vollerhebungen شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېری د  $n$  مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په  $n!$  مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړني لاندې نیولي وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کيږي، نو باید دا ممکنه تعداد په  $6!$  ووبشل شي.

د دې سره به په لوتو کې چې 6 ټیک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{49!}{6!43!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

بیلگه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه 4 کارتې راوستل کېږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوي کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمايي بڼت نه د بېرته ایښوولو سره

$n=32; k=4$  له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{32!}{4!28!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35960$$

$$P(A) = \frac{1}{35960} \approx \underline{\underline{0,000028}}$$

تمرین :

د یوه 32 کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کېږي.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې 8 واره د پښې کاتي دي؟

د دې غوره غوښتنو لپاره یو جېشمېرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمي لري، دا شمېرونی داسې شمېر عمليې ډېرې ساده کوي:

د تکساس الې یا جېشمېري د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلگې په تگه باور لري:

ځانګړی

تولیز

$2^8$	$2 \ y^x \ 8 = 256$	$n^k$	$n \ y^x \ k = \dots\dots$
$\frac{26!}{(26-4)!}$	$26 \ 2nd \ nPr \ 4 = 258800$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$n \ 2nd \ nPr \ k = \dots\dots$
$\binom{32}{4}$	$32 \ 2nd \ nCr \ 4 = 35960$	$\binom{n}{k}$	$n \ 2nd \ nCr \ k = \dots\dots$
$4!$	$4 \ x! = 24$	$n!$	$n \ x! = \dots\dots$

تولگه:

د  $k$  توکونظم : د امکاناتو تعداد:  $k!$

منظمې نمونه ازماښت دبیره اېښوونې سره یا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد :  $n^k$  (  $k$ -خُله وباسی )

منظمه نمونه ازماښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد:  $\frac{n!}{(n-k)!}$  (  $k$ -خُله وپستل )

نا منظمه نمونه ازماښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  (  $k$ -خُله راوپستنه )

باور لري :  $0! = 1! = 1$  او  $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$  مگر  $\binom{n}{1} = n$

حل : د یوه بایکسکل قلف ( د عددونو قلف یا کلپ) له څلور یو له بل خپلواک خرڅیدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر یو یې شپږ څیږونه یا عددونه (له ۱ - ۶) لري ( څیږر : بنسټ عددونه له ۰ تر ۹ پورې). دا قلف فقط په یوه ټاکلي عددکمبېنیشن وازېدی شي. څومره ځایونه ( د اعدادو کمبېنیشن) دا د بایسکل قلف لري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې په لومړي ځل ځای اېښوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

یو مرتبان  $n = 6$  غونډاري ( غوډوسکې یا باغکې یا تشلې ) لري د ۱ څخه تر ۶ گڼو.  $k = 4$  -خُله راوستل کيږي د بېرته وراچونې سره.

د اعدادو کمبېنیشن کولو تعداد دی:  $n^k = 6^4 = 1296$

د یوه ازماښت سره احتمالوالی.

ټیک کمینیشن چي پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو (لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترگو یو بل پسي درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چي درپواره همغه توری راباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان  $n = 26$  غونډاري خوندي لري له تورو  $A$  تر  $Z$  پورې .

اوس  $k = 3$  ځله رابوستل کيږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (گڼونو) کمینیشن تعداد دی:  $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلگي په توگه ۳ واره توکی  $A$  دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله  $B$  همداسي  $c$  یا یو بل توری وېستل کيږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د 26 تورو سره په ټولیزه توگه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتمالوالی چي درې برابر تورو راباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:

د شرط په یوه مرتبان کي شپږ لاتري شتون لري ، چي له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط ایښونکی درې نمرې په پرلپسي توگه راباسي، چي نمره ۲ او ۴ او ۶ لري، نو ده په دې توگه وگټله. د یوې گټني لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کيږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې ورلو یا گټلو ته مو بیايي، دا په نامه د عددونو پرلپسې 6, 4, 2. دایوه منظمه نمونه- ازماښت دی بی له بېرته اچولو. له  $n = 6$  عددونو څخه  $k = 3$  عددونه راوبستل کيږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واره د پښې کارتې راووستل شي؟

$n=32$  ;  $k=8$  له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{32!}{8!24!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماښت او د گټلو ستراتیژي

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه (دکود پیداکونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنڅښي (Ziffern) تولیدوي یعنی د کود نمره.

دا د —خایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرگندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟



A : ټول اعداد ناجوره ( طاق ) دي

B : فقط اعداد 0 او 1 منح ته راځي.

C : عدد يو ،، هندارونکي،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی او اخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتبکي ٦ سره او ٤ سپين غونډاري ( کېدی شي دا باغکي (تشلي) و بولی) براته دي. يو په بل پسې ٥ غونډاري راوستل کيږي بي له بېرته وراچوني. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توکه توگه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په گڼه (نمره) سمبال 25 توپونه شتون لري ( عددونه له 1 تر 25 ). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په 5 وېشور دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملگري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په گڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملگرو تر منح کښيني.

: تور او برگ غاړو ( دباندي) ته کښيني.

: تور او برگ يو د بل تر څنگ کښيني.

پنځم - د 3, 4, 5, 6 ټيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکي او ستاسو تگلار تشریح کړی.

: په لوتو کې 6 ټيک .

: په لوتو کې 5 ټيک.

: په لوتو کې 4 ټيک.

: په لوتو کې 3 ټيک يا صحيح.

شپږم - د يوې غاړکۍ د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شني مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلرې پېرل کيږي. د لاندې پېښو پاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنگونه په خوبه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنی درې مرغلرې شني دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شني مرغلرې راځي.

اوم -

د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفي وپشل کيږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: څانگه دا 1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جاپزې گټي.

: څانگه، لښته او زرغونه هره يوه يوه جاپزه گټي.

: څانگه جاپزه نه گټي.

: دا درې نجوني څانگه، لښته او زرغونه جاپزه نه گټي.

اتم - په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وپشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښځينه زده کوونکو نومونه ليکل کيږي او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4), 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

: نجوني 5 ازادي کارتي لاس ته راوري.  
 : نجوني 4 ازادي کارتي لاس ته راوري.  
 : نجوني 3 ازادي کارتي لاس ته راوري.  
 : نجوني 2 ازادي کارتي لاس ته راوري.  
 : نجوني 1 ازادي کارتي لاس ته راوري.  
 : نجوني هيڅ ازادي کارتي لاس ته راوري.

نهم - د ازمایني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بریکړه شي. له دې درې په ازمایني کې پوښتل کېږي. یو ازمایښتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمایل کېږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالي څومره لوي دي؟  
 A : ازمایښتي له درې ټاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی (ځان نه دی چمتو کړی)

B : ازمایښتی له دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه یوې ته چمتووالی نیولی.  
 C : ازمایښتی له دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نیولی.  
 D : ازمایښتی ټولو درې ټاکلو موضوعاتو ته چمتووالی نیولی.

### حلونه (اوبیوني)

نمونه ازمایښت او د گڼلو ستراتیژي I  
 مفصل حلونه

لومړی -

موډل : منظم نمونه ازمایښت د بېرته ور اچونې سره  
 د ټول امکاناتو تعداد:

د هر و 4 ځایونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر 9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

- ټول عدونه ناچوره (طاق) { 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 } دي. د A لپاره دامکاناتو تعداد  $5^4$  دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

د دې لپاره احتمالي چې ټول عدونه ناچوره (طاق) دي.

- فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 0 ; 1 } B لپاره د ممکنه تعداد  $2^4$  دی

$$P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

له دې سره دی: د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

- فقط هنداروني اعداد منځ ته راځي يعنې  $[xy|yx]$ . لومړی او دويم عدد ازاد يا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو اعداد  $10^2$  دی.

$$P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$$

له دې سره دی: د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شويو بڼو لاس ته شوی عدد هنداره شوی عدد دی. دويم -

مودل: منظم نمونه ازمايښت بي له بېرته اچولو سره 6 سره او 4 سپين غونډاري  $n = 10$  غونډاري راځي.  $k = 5$  ځله وستل کيږي بي له بېرته ايښوني.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$$

له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

$$\frac{6!}{1!} = 720$$

د لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$$

له دې سره دی: د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راوستل شي. - لومړی ټول سپين غونډاري اوبيا يو سور.

$$\frac{4! \cdot 6!}{0! \cdot 5!} = 4! \cdot 6 = 144$$

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$$

له دې سره دي:

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپين او بيا ي، سور غونډاری راوستل شي. - لومړی غونډاری سپين دی (دابه دې معنا چې 4، 3، 2، او 5 په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $4.9.8.7.6 = 12096$

$$P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې په لومړۍ راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپین او سور راوستل کيږي.  $(wrwrw)$  یا  $(rwrwr)$ . (د سپین لپاره  $w$  او سره لپاره  $r$  توري ځای په ځای کيږي).

د  $D$  لپاره دامکاناتو تعداد دی:  $4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160$

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې رد بدل سپین او سره غونډاري راووستل شي. دریم -

مودل : نامنظم نمونه از ماینستونه بي له بېرته وراچوني سره اویا په یو ځل راوستل:

داد په 5 و شور عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25  
د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

داد ټولو امکاناتو تعداد دی.

- ټول اعداد په 5 وپشور دي.
- د په 5 وپور اعدادو تعداد 5 دی.
- له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد بي دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

داد  $A$  منځ ته راټگ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0,000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وپشور وي.

- ټول عددونه جوړه دي.
- جوړه یا جفت اعداد دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24
- د جوړه اعداد تعداد 12 دی.
- د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B درامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0,0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را ووستل شي.

- د 4 اعداد جمع له 12 کوچنی ده.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0,000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4 عددونه راوه ووستل شي چې جمع یې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

$$4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$$

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30 \cdot 240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کېږي، چې ضرب یې 12 دی.

څلورم - مودل : k توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4 کسان په 4 ځایونو ځای په ځای کړو! 4 دی.

- س د دوه ملگرو ترمنځ دی.

هغه دوه امکانات لري : xSxx یا xxSx (دویمه چوکۍ یا دریمه)

دا درې نور ملگري ! 3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد  $12 = 2 \cdot 3!$  دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملگرو

ترمنځ کېښي.

- س او ک دباندې لور ته کښېښي.  
يا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملگري هم.  
له دې سره د B لپاره د امکاناتو تعداد  $2 \cdot 2 = 4$  دی.  
له

$$P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور يا ځنگونو ته کښېښي.  
- س او ک ترڅنگ کښېښي.

يعني  $SKXX KSXX xSKX xKSx xxSK xxKS$  دا 6 امکانات دي.  
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.  
د C لپاره د امکاناتو تعداد  $6 \cdot 2 = 12$  دی.  
له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک ځن؛ تر څنگ کښېښي

پنځم - مودل : نامنظم نمونه ازماښت بي له بېرته وراچولو.  
يا په يو ځل راوستل.

د امکاناتو تعداد 6 عدونه له ټول 49 عدونو څخه چې چلپيا کړو دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټيک يا رښتيا.  
د امکاناتو تعداد 6 عدونه د ټول 6 گټونکو عدونو چې چلپيا شي او 0 عدونه له 43 نا  
گټونکي عدونو دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

دا د A ننواتي لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دې سره دی

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 گټوني عدونه چلپيا شوي دي ( ټيک 6 )  
- په لوتو کې 5 ټيک

د ټولو 6 گټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناگټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

دا د B درمنځ ته کېدني لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 5 گټونکي عددونه چلیبا شوي ( 5 ټیک یا صحیح دی )  
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 گټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناگټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42}{2 \cdot 1} = 13545$$

د د C د منځ ته راتگ لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 گټونکي عددونه چلیبا شوي دي ( 4 ټیک )  
- په لوتو کې 3 ټیک

د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6 گټونکو عددونو چې چلیبا شي او 3 عددونه له 43 نا گټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42 \cdot 41}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.  
له دې سره



$$P(D) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{246.820}{13.983.816} \approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 گټونکي عددونه چلیپا شوي دي (3 ټیک) شپږم -

مودل : منظم نمونه از مایینت د بیرته ور اچونې سره.

د رنگ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنگ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنگونه په اختیار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد  $3^6 = 729$  دی.

- سور رنگ نه رمنځ ته کېږي. دا چې فقط دوه رنگونه راوتل کېږي، نو د امکاناتو تعداد  $2^6 = 64$  دی.

د A لپاره امکانات دي :  $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{64}{729} \approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې از مایینتونه شنه دي.

له دې سره اخري درې په خوښه ټاکل کېدای شي.

یعني یو امکان د ggg لپاره او  $3^3$  امکانات د نورو دريو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی درې مرغلري شني دي.

- مرغلري تبدیلی سرې او شني دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg یا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي: 2

له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلري یوبل پسي سرې او شني دي.

اوم - مودل : منظم نمونه از مایینتونه بي د بیرته ور اچونې سره .

د امکاناتو تعداد دی:  $10.9.8 = 720$

- ځانگه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه (دریمه جایزه)

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: 1

له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانگي 1-جایزه، لښتي 2. جایزه او زرغوني 3-مه جایزه لاس ته راوړي.

-ځانگه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه گټي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $3! = 6$

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه جایزه گټي او ځانگه جایزه نه گټي.

- ځانگه جایزه نه گټي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: 9.8.7

د دې سره

$$P(C) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانگه جایزه نه گټي.

D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه گټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:  $7.6.5 = 210$

له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه گټي.:

اتم - مودل: نامنظم نمونه از ماښت بی له بېرته وراچوني سره.

یا د یوه وار سره راوستنه.

د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0 د هلکانو).

له ټول 13 پاڼو څخه چې 5 پاڼې د نجونو نومونو سره او له 12 پاڼو څخه چې 0 پاڼې

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

داد A د منځ ته راتگ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې 5 مفتې کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4 پانې نجونو ته ځي (1 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 4 دنجونو په نامه او 1 پانه له 12

پانو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

داد B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته

هلکانو ته رسیږي.

C - 3 پانې نجونو ته ځي (2 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 3 دنجونو په نامه او 2 پانه له 12

پانو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 18867$$

داد C د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{25}{5}} = \frac{18876}{53130} \approx 0,355$$

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارتې هلکانو ته رسېږي.

B - 4 پانې نجونو ته ځي (1 پانې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پانې له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارتې هلکانو ته رسېږي.

D - 2 پانې نجونو ته ځي (3 پانې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پانې له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3} = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 17160$$

دا د D درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{25}{5}} = \frac{17160}{53130} \approx 0,323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارتې هلکانو ته رسېږي.

E - 1 پانې نجونو ته ځي (4 پانې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پانې له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

157

$$\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4} = 13 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6435$$

داد E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0,121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارتې هلکانو ته رسېږي.

F - پانې نجونو ته څي (5 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5} = 1 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$$

داد F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0,0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارتې هلکانو ته رسېږي.

نهم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بي له بېرته وراچونې سره. يا په يوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کېږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6 لپاره زده کوي. له 10 موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوعاتو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتني ټاکل کېږي

د  $P(A)$  لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هېڅ پوښتنې لپاره ځان نه دی چمتو کړی. B - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعاتو څخه چې ازماښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی یوه ټاکل کيږي. د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی. C - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعاتو څخه چې ازماښت کیدونکي ورته ځان نه دی چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی 2 موضوعات ټاکل کيږي. د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتنو لپاره ځان چمتو کړی. - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعاتو څخه چې ازماښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی 3 موضوعات ټاکل کيږي. د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمويني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

### پوښتنې

## نمونه ازماښت او د گڼلو ستراتيږي II

لومړی - د تورو اوسپينو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل ايښوول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنگونه توکلي وټاکل شي؟

تولي تيگي همغه رنگ لري

- فقط يوه تيگه سپيني ده.

- اخرنی او اولنی تيگه همغه رنگ لري

دويم - په يوه ځلته کې يو سور، دوه شنه او درې زېر او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غونډاري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A - تیک يو شين غونډاری راوستل کيږي

د ريم - د يوې خيريېه غونډې لپاره پنځه نمري په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره د پروگرام لری ټاکل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونگلوبړ د پروگرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونگلوبړنمر (نوبت يا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق گروبوڼه دي، له دې دوه زيانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا گروبوڼه په پټو سترگو را ووستل شي؟

- ټول درې گروپونه جوړ دي.

- ټيک يو گروپ زيانمن دی.

- ټيک دوه گروپونه زيانمن دي.

پنځ- احتمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زېږېدلې وي؟ په نزدې (تقریبي) توگه ونیسی (فرض کړی) چې ټولې میاشتي برابري اوږدې دي.

- لږ تر لږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زېږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کېږي، د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟  
-دوه شنه غونډاري راوستل کېږي.

-د ر و ستل شوو غونډارو تر منځ شپږ غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتېږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې پاتېږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې 10 پوښتنې راځي، هره د درې ځوابونو سره، چې له هغو ټيک يو ټيک (صحيح) دی. يو مس د تصادف پرینڅیپ له مخې ، د هرې پوښتنې يو ځواب چلیپا کوي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټيک دي.

- لومړي پنځه ټيک دي، اخري ۵ ناټيک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټيک نیمايي ټيک دي.

D - 4 ځوابونه ټيک دي، 6 ناټيک.



نهم - د ANANAS لغات توري سره گډيري او نوي ترتيبيري. دلاندي پېښو  
احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځي.

- د تورو کمپنېشن چې د AAA سره پييل کيري.

- کمپنېشن، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت ||

مفصل حلونه يا اوبيوني

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچوني سره.

د هرو اته تيگو لپاره يو رنگ په اختيار کي لرو. ( اته واره راوستنه د بېرته وراچوني  
سره).

د ټولو رنگه کمپنېشن امکانات دي :  $2^8 = 256$ .

ټولي اته تيگي همغه يا يو رنگ لري. دا په دي معنا چې ټولي اته تيگي يا توري دي يا  
سپيني.

د A لپاره امکان 2 دی :

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

له دي سره لرو:

د دي لپاره احتمالوالی، چې ټولي تيگي همغه رنگ لري.

- فقط يوه تيگه سپينه ده. دا چې دا تيگه په هر ځاي کي، چې ټول 8 ځايونه دي ايښول  
کیدی شي، د دي لپاره 8 امکانات شته.

د B لپاره امکانات دي: 8

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره لرو:

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 ټیګو څخه فقط یوه سپینه ده.

لومړنئ او اخیښت ټیګه یو یا همغه رنگ لري. د لومړنئ او اخیښت ټیګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 ټیګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

$$2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$$

د C لپاره امکانات دي:

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړئ او اخیښت ټیګه همغه رنگ لري.

دویم - مودل: نامنظم نمونه ازماښت بی له بېرته وراچونې سره.

یا د یو حل اخیستې سره.

د دې لپاره امکانات چې له ځلتي درې غونډاري له ټولیزه لس غونډارو څخه راوه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې ټیک یو شین غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه روه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A درامنځته کېدو لپاره.

له دي سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم - - ژونگلوپر په درې ځایونو ولاردي ۵ په گڼه یانمره شوي.

xxjxx د هرې راوستني سره کېدی شي په هر خوبنه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل: مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونگلوپر پروگرام لري. یو ځل وستنه په

پروگرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونگلوپر راځي.

له دي سره دی

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په دریم ځای کې راځي. په همدې

احتمالوالي سره به دا په یوه خوبنه ځای کې هم راشي.

- ژونگلوپر په پای کې نه راځي. دا په دي معنا چې هغه په 1, 2, 3 او 4 ځای کې

ولای وی. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:

له دي سره دی:

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم - مودل: نامنظم نمونه ازماېښت نه بېرته اېښوولو سره .

$n = 10$  بری پینا گروپونه، له دې څخه 2 زیانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د یوه پ څخه چې له لسو گروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې گروپونه سالم یا ټیک دي. له اتو سالمو څخه گروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم گروپونه وټاکو..

- ټیک یو ناسالم دی. د اتو سالمو گروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو گروپونو څخه یو راوستل کيږي.

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

د لپاره امکانات دي:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه یو ناسالم دی.

- ټیک دوه گروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو گروپونو څخه یو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

165

$$P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0,0\bar{6}$$

له دي سره دی:

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو گروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

XX-

پنځم — مودل : منظم نمونه ازماښت د بیرته ور اچونې سره.

د دي لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو وپشو  $12^8$  دی. (له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زېږېدلي یا د زېږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زېږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کېږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دي سره د  $\bar{A}$  لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$= 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \bar{A}$$

له دي سره

$$P(\bar{A}) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,0464$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتو کې زېږېدلي دي.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,954$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زېږدنې نېټه لري.

شپږم — مودل : نامنظم نمونه ازماښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راوستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غونډارو څخه او يوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنگونو راوستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د د A د رامنځ ته کېدو لپاره احتماليو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0,145$$

د دې لپاره احتماليو دی، چې ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

- هيڅ شين غونډاری راوستل کيږي يا کوم شينغونډاری نه روستلکيږي..

د دې لپاره امکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې دنورو رنگونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پيښېدو لپاره دامکاننو تعداد دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{165}{455} \approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونډاری نه راستل کیري.

اوم - په لوبه کې اته کسانونډه اخلې. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وحي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL د امکاناتو تعداددی، اوه کسان په اوه ځایونو ووېشو او لاروی اخر ځای ونیسي! 7 دی.

د دې سره A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 7!.

له دې سره

$$P(A) = \frac{7! \cdot 1}{8!} = \frac{1}{8} = 0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتیري.

- ا انا او وارته په اخر نوبت کې سره پاتي دي.

xxxxxxxAV يا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونو او دوه کسان په دوه ځایونو ووېشو! 6 ضرب 2! دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 2! . 6!

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم - 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړل شي  $3^{10}$  دي. ( کيرې )  
مرتباً له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له بېرته وراچونې سره راوستل

- ټول ځوابونه ناتيک يا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناتيک چلپيا شي.

A د لپاره د امکاناتو تعداد  $2^{10}$  دی.

له دې سره ه

$$P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره امکانات دي، چې ټولې پوښتنې نتيک چلپيا شي.

- لومړي 5 ځوابونه ټيک او احرني 5 ځوابونه ناتيک چلپيا شوي.

د لومړي 5 پوښتنو لپاره هر ځل يوه او اخرو 5 پوښتنو لپاره هر ځل دوه د چلپيا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $2! \cdot 6!$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټيک چلپيا شوي دي.



- ټيک نيمایې پوښتنې سمې چلیيا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوي پوښتنې په پوښتنو وپوښو،  
هر يو ځانله احتمالوالی B لري،

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وپوښل شيدي:

د هر ۶ ناسم چلیيا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکانات دي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چلیيا شوي دي.

$$\binom{10}{4} = 210$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وپوښو دی:

په هر ۶ چلیيا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا  $2^6$  امکانات دي.

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

د D لپاره امکانت دي:

$$P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

له دي سره دی:

د دي لپاره احتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلپيا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د 6! امکاناتو تعداد دی.

- بډرته دا لغات ANANAS منخ ته راځي.

A د لپاره د امکاناتو تعداد: 3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره: 1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$3.2.1.2.1.1=12$$

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\bar{6}$$

له دي سره دی:

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې له کډولو يا بنورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منخ ته راځي.

- د تورو کمبېنېشن د AAA سره پیل کيږي يعني AAAXXX

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره: 3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1.3.2.1=36

$$P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$$

له دي سره دی:

د دې لپاره احتمالوال یدی، چې د بنورولو یا گډولو لپاره د بنبرول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسې منخ تع راځي.  
 xxxAAA یا xxAAAx یا xAAAx یا AAAxxx

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناندې، چې د بنورولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منخ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماښت او د گڼلو ستراتیژي III

لومړی - په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابري لویې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوټی	A	E	N	O	T
د کوټیو تعداد	1	4	5	1	3

لاندي تصادفي ازموینې ازمايل کيږي:

الف - له مرتبان څخه په یوه ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندي پېښې پېژندل (تعريف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوي کارتې ثابتې دي.

د لاندي پېښو لپاره احتمالوالی وشمېری:

$$P(A); P(B); P(A \cup B); P_B(A)$$

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړی.

ب – د ترتبان څخه یو په بل پسې ۵ کارتې راوستل کېږي او په لړۍ یو پر بل پسې ایښول کېږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کېږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کېږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کېږي.

راوستلي توري له لاندې سره	بېسي ورکونه
۱ غبرلرونکی	1€
۲ غبرلرونکي	7€
۳ غبرلرونکي	21€
E,E,E	28€

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا مناسب وي؟

ت – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کېږي.

ت ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې راوستل شوي کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ت ۲ – څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

## نمونه از مابینت او د گنلو ستراتیږي III

مفصل حلونه

لومړی - مرتبان په ټولیزه توګه ۱۴ توري لري:

1·A 4·E 5·N 1·O und 3·T

A په دې معنا چې  $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$ 

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کړنو برابر توري دي 0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې  $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$ 

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې برابري یا کونزونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} \cdot \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی، له دې امل چې بربره لرو توري لرو 0,464 دی.

ب - ۵ کارتې چې په ترتیب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(\text{TANNE}) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ - ۵ کارتې په یوه وار.

اړتیا شته:  $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(\text{TANTE}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت - د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

د د تصادفي پېښې ارزښت  $X$  دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د ۱ غبرلونکي او ۲ کونسونانت لپاره

$$P(X = x_2) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپاره

$$P(X = x_4) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{1}{91} \text{ für } \text{EEE}$$

$$P(X = x_3) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}} - \frac{1}{91} = \frac{4}{91} \text{ für } 3 \text{ Vokale ohne EEE}$$

$$P(X = x_5) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{14}{91} \text{ für } 3 \text{ Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلي احتمالي او د انتظار ارزښت شميرنه:

$X = x_i$	0	1	7	21	28
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot P(X = x_i) = 0 \cdot \frac{14}{91} + 1 \cdot \frac{42}{91} + 7 \cdot \frac{30}{91} + 21 \cdot \frac{4}{91} + 28 \cdot \frac{1}{91} = \frac{364}{91} = 4$$

د 4 € د لوبي پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ب -

ب ۱- 6 وکال او 8 کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

٢- که  $x$  وکالونه ورته ریشی، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري.  $8 + x$

Mit  $P(VV \vee KK) = 0,5$  gilt:













$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{6 \cdot 5 + \frac{(8+x) \cdot (7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x) \cdot (13+x)}{2 \cdot 1}} = \frac{30 + (8+x) \cdot (7+x)}{(14+x) \cdot (13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ٢ کارتې کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه ( $P = 0,5$ ) لاس ته راشي، که له دې ٥ کونزونانت لري شي.

لسم – تصاردفي واریابلي، احتمالوالي وپشنه، انتظار ارزښت.

پیلبلکه:

		blauer Würfel					
							
grüner Würfel		15	9	12	13	12	11
		5	8	11	11	9	15
		10	9	14	10	10	17
		12	7	9	7	17	15
		10	14	7	13	9	14
		5	12	15	14	11	8

دوه سترگیزي دانې (یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکيري. د هرې یوې نتیجې ډبروالی په یوه جدولکي په لیست کيري.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترگیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترگیو د جمعي نسبي ډبروالی دې د دې درامنځته کېدو د احتمالوالي سره پرتله شي.

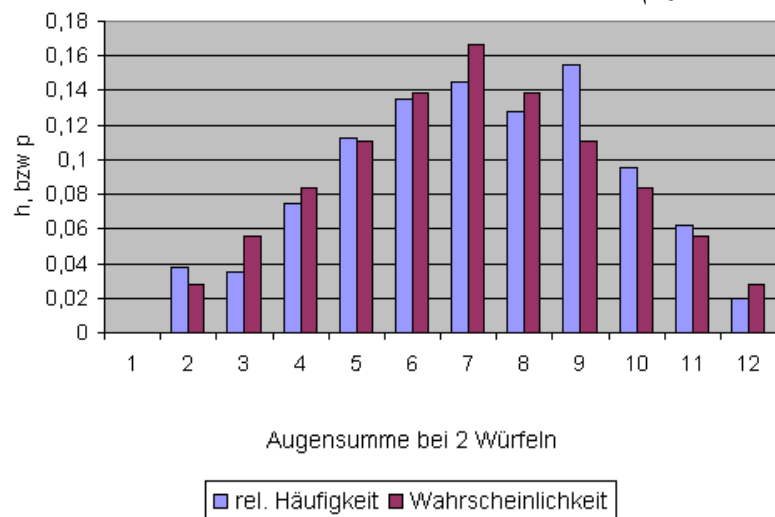
دا شي ځان نیونه دې په یوه جدول او یوه مټه یا ستندیاگرام کي انځور شي.

جدول: له کین بنی لور ته د الماني پښتو: د سترگیو جمعه، اړونده نتیجه، مطلق ډبروالی، نسبي ډبروالی،



Augensumme	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1 1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0,028$
3	(1 2);(2 1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0,056$
4	(1 3);(2 2);(3 1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0,083$
5	(1 4);(2 3);(3 2);(4 1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0,111$
6	(1 5);(2 4);(3 3);(4 2);(5 1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0,139$
7	(1 6);(2 5);(3 4);(4 3);(5 2);(6 1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0,167$
8	(2 6);(3 5);(4 4);(5 3);(6 2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0,139$
9	(3 6);(4 5);(5 4);(6 3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0,111$
10	(4 6);(5 5);(6 4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0,083$
11	(5 6);(6 5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0,056$
12	(6 6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0,028$

د مت، دیاگرام:



د دوه گوزارونو سره د سترگیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوگونو سترگیو جمعی لپاره په تولیزه توگه د احتمالی شمېرنی څخه ډېر قوي څنگ نه کوي (یعنی تفاوت یی زیات نه دی)

توکلی متحولي یا تصادفي متحوله (اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترگیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یی ده:

$$E = \{(1|1); (1|2); (1|3); \dots; (6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترگیو جمعی باندې ترتیب شي یا تنظیم شي، نو یوه توکلی اووښتوني په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \quad X((1|3)) = 4 \quad X((6|3)) = 9$$

$x=4$  د نتیجی لپاره لیکو: د سترگیو جمعه 4 دی،  $u$  یی د  $\{(1|3); (2|2); (3|1)\}$  لپاره.

$x=2$  د نتیجی لپاره لیکو؛ د سترگیو زیاتون 2 دی، یعنی د  $\{(1|1)\}$  لپاره.

توکلی متحولي:

د یوې توکلی تجربی توکلی متحولي یا اووښتوني  $X$  لانی یوفنکشن پوهیرو، کوم چې د نتیجه ډېری (ست)  $E$  هره نتیجه  $e_i$  په یوه عدد تنظیموي.

$X: e_i \rightarrow X(e_i)$  په ورته والی و تابع  $f$  ته د  $f: x \rightarrow f(x)$  سره:

دیوې توکلی متحولي د ارزښت جدول د دوه سترگیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترگیو گنون یا تعداد جمعه شي. (لاندې المانی: نتیجه)

Ergebnis	(1 1)	(1 2)	(2 1)	(1 3)	(2 2)	(3 1)	...	(5 6)	(6 5)	(6 6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	...	11	11	12

(5 6)	(6 5)	(6 6)
11	11	12

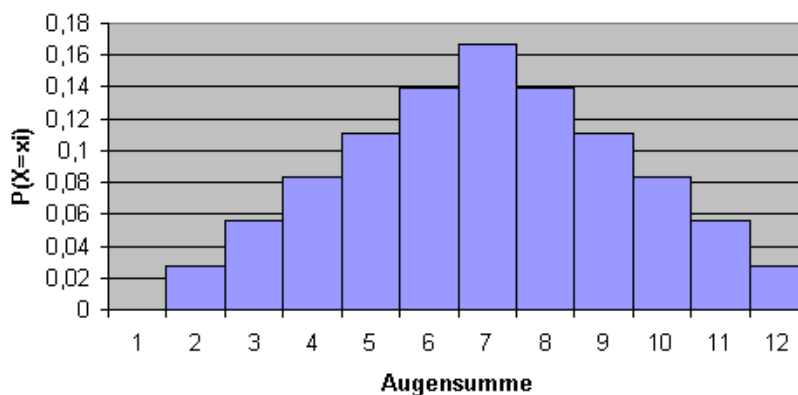
Ergebnis	(1 1)	(1 2)	(2 1)	(1 3)	(2 2)	(3 1)	...	(5 6)	(6 5)	(6 6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	...	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه یا بڼه یې ټوټه کونه یا په برخو یا ټوټو وېشنه که د دوه سترگیو غورځولو سره د نتیجه د سترگیو د جمعې سره (باندي) تنظیم شي ، نو ټوکلي متحوله یا اووېنتوني  $X$  منځ ته راځي. که د دې ټوکلي متحولې د هغې د احتمالوالي سره تنظیم کړي، نو یو احتمالواليویش ( احتمالوالي فنکشن) منځ ه اړځي. د احتمالوالي وېشنه یا د ټوکلي لويې وېشنه کېدی شي سړی د یوه جدول له لارې او یوه هېستوگرام له لارې انځور کړي. جدول :

$x_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هېستوگرام: د المانیېنتو: هېستوگرام، د سترگیو زیاتون یا جمعه

Histogramm



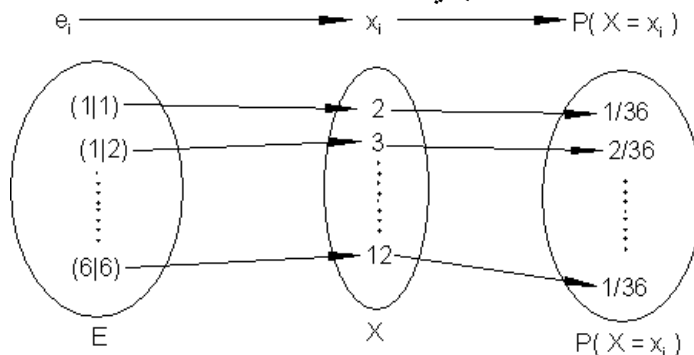
د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:

د تصادفي متحولې د یوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنکشن یا تابع)  $f$  لاندې یو فنکشن  $f$  پوهیږود لاندې سره

$$f: x_i \rightarrow P(X = x_i)$$

د فنکشن ارزښت  $f(x) = P(X=x_i)$  د دې لپاره احتمالوالي راځوي، چې  $X$  ارزښت  $x_i$  نيسي يا غوره کوي.

د فنکشن يا تابع انځورونه د بېلگې په توگه دوه دانوسترگيزو غورځول، چې د هغو د سترگو جمعه تشکيليزي.



د يوه احتمالوالي په برختوته ونې انتظار ارزښت

د احتمالوالي شميرني د مرستې سره سړی غواړي د بېلگې په توگه د بختلوبيو د انتظار گټې همداسې بايلښت انتظار په هکله ويناوي و کوي. دا پوښتنه رامنځ ته کيږي: دزيات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کيدی شي؟

$x_i$	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	د ليدوروالي لپاره مور بيرته د دوه دانو سترگيو سترگو جمعي ته خو. له دې کيدی شي يوه بختلوبيه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندي قوانين مطرح شي:
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$	قانون: په يوه گوزارونه يا اچونه کې د سترگيو جمعي لپاره په € ورکولکيږی. د لوبو خاوند طبعاً بايد په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط بايد څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي.
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$	د دې لپاره بايد دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی بايد په متوسطه توگه ورکړي، چې زيات کسان په لوبه اخته وي. همدومره جگه بايد د بيسو
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$	
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$	
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$	
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$	
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$	

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$	ایینوونه یا شرط هم باید وي.
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$	په ورته توگه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه دمنځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$	
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$	
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$	دا ارزښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلگې لپاره دا د ارزښت 7 په معنای، چې د جگ تعداد لوبو کې په منځنۍ توگه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

دلوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو ایینوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایلو پیسو ورکونې ارزښتونه د تصادفي متحولي  $X$  سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېړو، چې دلوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیردي..

د هغه لپاره گټه داسې شمېرل کیري:

گټه = په لوبه کې لاسته راوړې پیسې – دلوبې ایینوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

گټه تصادفي متحوله یا اووښتونې سره برابره ده، چې  $Y$  یې بولو، پس  $Y$  د دې لاندې ارزښتونو سره:

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

له دې سره د گټې کیدو شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5 \cdot \frac{1}{36} - 4 \cdot \frac{2}{36} - 3 \cdot \frac{3}{36} - 2 \cdot \frac{4}{36} - 1 \cdot \frac{5}{36} + 1 \cdot \frac{5}{36} + 2 \cdot \frac{4}{36} + 3 \cdot \frac{3}{36} + 4 \cdot \frac{2}{36} + 5 \cdot \frac{1}{36} = 0$$

د انتظار ارزښت د گټې لپاره 0 دی. دا په دې معنا چې په اوږده موده کې یاهه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه گټي. مگر دا یې بايلي هم نه. چانسونه برابر دي.

### د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ولري، نو

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

د X انتظار ارزښت بلل کيږي.

په یاد ولره :

که  $E(X) > 0$  وي، نو نوډا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (گټوره) بلل کيږي.

که  $E(X) = 0$  وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کيږي.

که  $E(X) < 0$  وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده (ناعادلانه) بلل کيږي.

د انتظار ارزښت ته یادوني: د انتظار ارزښت د X انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي آزمایشونو په یوه لړۍ کې دی.

په دې ترڅ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیسټیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دي، د انتی-ار ارزښت یو لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره یه هغې حساب کولی شو.

د  $E(X)$  په ځای لیکلای شو  $\mu_x$  یا  $\mu$

د  $P(X=x_i)$  په ځای  $P_i$  سری هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکې همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونو پورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه یې نیولی شي.

## بیلگه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونځي په انګرې کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کيږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اېښوولو ارزښت  $2 \text{ €}$  دی.

لوبه کوونکي لومړی عددونه  $1, 2, 3, \dots, 6$  نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

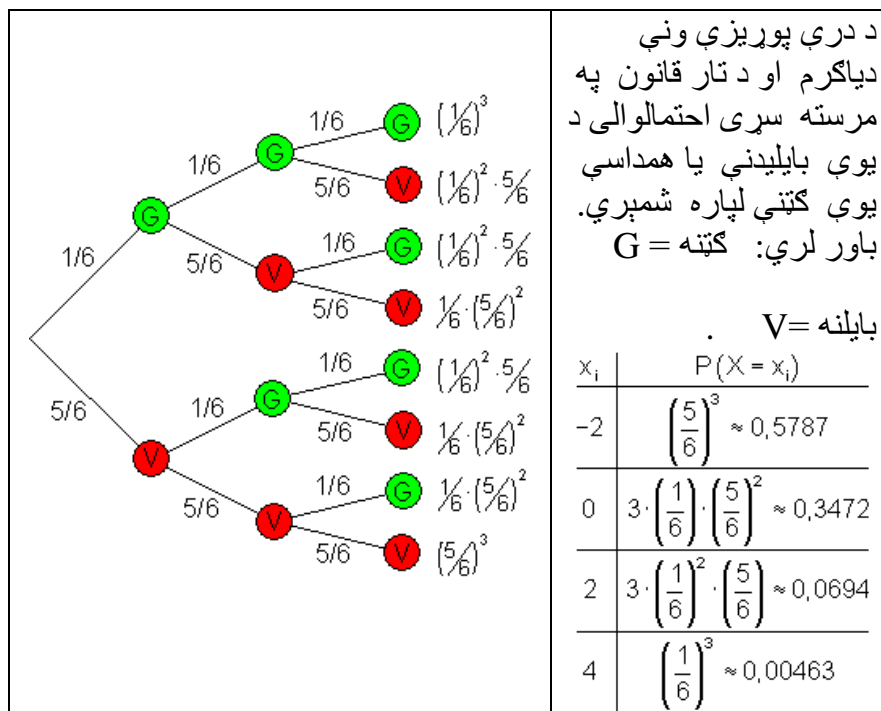
که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بایلل شوي. که غوره شوی هدد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو اېښول شوی ارزښت بیرته راګوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي، نو لوبه کوونکي د دې اېښول شوو پیسودوه برابر لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد درې واره راووځي، نو لوبه کوونکي د دې اېښول شوو پیسودرې برابر لاس ته راوړي.

غوره پوښتنه، چې دلته رامنځ کيږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زده کوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهيږي، او په رېښتوني هغه، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري (هغه څوک چې لوبه مخ ته بیايي او نورو ټولو سره شرط کې دی). دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سره کېدی شي ځاب شي.

تصادفي متخوله  $X$  نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکي ته ورکول کيږي، دا د  $2 \text{ €}$  په کمښت سره چې شرط یې اېښوولی.



د گټلو چانس شمېرنه کي د تصادفي پېښي ارزښتونو د اړونده احتمالواليو سره ضربول او نتيجي يې سره جمع کول.

$x_i$	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
-2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شميرلی عدد 1- دا وايي، چې به اوږده موده کي، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کي د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زیان انتظار دی. دا پیسې طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کيږي، ځکه چې د اړدې مودې گټه اوزیان سره برابر ده یا په انډول کي دي.

گټه او زیان به په یوه منځ ارزښت 0 کي په انډول کي وی. دا به بیا عادلانه لوبه وی. دا به د بیلگي په تگه د گټني جگوالي سره د رسېدو وی یا لاس ته راغلي وی.



تمرین:

په پورته معرفي شوي سترگي لويه کي د انتظار ارزښت  $E(X) = -1$  وو.

پس لويه عادلانه نه ده.

د يوه لويه کونکي لپاره پيسې ايښوونه بايد څومره وي، چې دا لويه عادلانه و بلل شي؟

د گټې ورکونه د ارزښت له امله برابره پاتې کيږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي، نو د پيسو ورکونه  $0 \text{ €}$  ده.

که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته)  $2 \text{ €}$  دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته)  $4 \text{ €}$  دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته)  $6 \text{ €}$  دي.

تمرین:

په لاتري لوبه کې هر لاتري گټي.

د دولسم درس تمامېدو ( بکلوريا) جشن کې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاتري واخلي.

لومړی جايزه د  $100 \text{ €}$  يو ارزښت لري، دويم د  $25 \text{ €}$  دريم د  $10 \text{ €}$ .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښی ارزښت  $1 \text{ €}$  اخلي.

دا لاتري بايد څومره گرانه وي، چې اخستني او ورکوني برابري وي؟

هره لاتري په  $5 \text{ €}$  خرڅيږي. دا خستلي پيسې يوې خريه ټولني ته ورکول کيږي. دالاس ته راورنه څومره لويه ده؟

تمرین :

يو مرتبان يو سور، يو تور او يو شين غونډاری خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچونې سره يو غونډاری راوستل کيږي تر څو شين غونډاری را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 2 ده.

که په دويمه وېستنه کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 1 ده.

که په دريمه وېستنې کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 0 ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلانه وي؟

ځوابونه:

تمرین: په پورته معرفي شوي سترگي لوبه کې د انتظار ارزښت  $E(X) = -1$  وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبه کونکي لپاره پيسې ايښوونه بايد څومره وي، چې دالوبه عادلانه و بلل شي؟

د گټې ورکونه د ارزښت له امله برابره پاتې کيږي:

که هغه د شرط عدد راونه ووځي، نو د پيسو ورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 6 دي.

حل (اوبی)

$x_i$	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده ليد کې څومره پيسې چې لاس ته راځي همغومره بايد بېرته گټونکو ته ورکړي.
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	ددې لپاره د گټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	$E(X) = 1$ په دې معنای، چې په يوه اوږد ليد يا موده کې په منځنۍ

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$	توگه 1 € د لوبې په سر ه گتونو ته ورکړل شي.
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{216}{216} = 1$	د لوبې په سر د 1 € په شرط دا لوبه عادلانه ده
		انتظار ارزښت	

تمرین: په لاتري لوبه کې هر لاتري گټي.

د دولسم درس تمامېدو ( بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاتري واخلي.

لومړی جایزه د 100 € یو ارزښت لري، دویم د 25 € دریم د 10 € .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت 1 € اخلي.

دا لاتري باید څومره گرانه وي، چې اخستني او ورکوني برابري وي؟

هره لاتري په 5 € خرڅیږي. دا خستلي پیسې یوې خریه ټولني ته ورکولکيږي. دالاس ته راورنه څومره لویه ده؟

حل ( اوبی)

$x_i$	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	انتظار ارزښت شمېرل کيږي:
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$	$E(X) = 3,64$ په دې معنا دی، چې باید هره لاتري 3,65 € قیمت ولري
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$	د 5 € لاتري قیمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې یوه گټه خوندي لري:
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$	
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{182}{50} = 3,64$	$50(5 - 3,64) = 68 €$
		انتظار ارزښت	دا پیسې خیریه ټولني ته ځي.

تمرین : یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچوني سره یو غونډاری راوستل کيږي تر څو شین غونډاری را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستننه کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 2 ده.

که په دویمه وېستننه کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 1 ده.

که په دریمه وېستننه کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 0 ده.

شرط باید څومره وي، چې دالوبه عادلانه وي؟

حل : د درې پوريز ونې دیاگرام او تار قانون په مرسته د دې لپاره احتمالی شمېرل کيږي، چې شین غونډاری راووځي.

د لاندې پښتو: له کین وښي لور ته: غورځونه، نتیجې، پایله

	Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
	1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
	2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	1€
	3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	0€
$E(X) = 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3} = 1$				

د لوبې پای انتظار ارزښت  $E(X) = 1$  دی.

که دا یوه عادلانه لوبه وي، نو باید شرط هم € 1 وي.

پوښتنې

د گنلویا شکر لوستراتیري ته نمونه ازماښت I

لومړۍ - یو تصادفي جنريټر (د کود بیداکونکی) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوړوسته دا ۴ - ځایز عدد په څېر په دیسپلي راڅرگندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالی څومره دی؟

- A : ټول ارزښتځایونه ناجوره یا طاق دي.
- B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کيږي.
- C : عدد یو ،، هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی او اخر او همداسي دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کتوري کې ۶ سره او ۴ سپین غونډاری پراته دي. یو بل پسي ۵ غونډاري بي له بېرته وراچوني راوستل کيږي. د لاندې پېښو احتمالی څومره لوي دی؟

- A : سړی فقط سره غونډاري راباسي.
- B : سړی لومړی ټول سپین بیا یو سور غونډاری راباسی.
- C : لومړی غونډاری سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور غونډاری راباسي.

دریم - په یوه مرتبان کې 25 په گڼه سمبال یا نمره شوي غونډاري ( له 1 تر 25 عددونه) براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې 4 غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وپوردي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمع(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدي.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملگري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنک په څنک ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښو احتمالی څومره لوي دی؟

A : س دوه دوه ملگرو ترمنځ کيني B : س او ک دباندې لور ته کيني

C : ساک څنگ تر څنگ کيښي.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکي او ستاسو د تگلار ډول تشریح کړی.

A: 6 په لوتو کې ټيک دي : 5 په لوتو کې ټيک دي.

ک 4 په لوتو کې ټيکدي : 3 په لوتو کې ټيکدي.

شپږم- د يوې غاړکې د اوږدلو لپاره سرې او شني مرغلرې لرو. 6 مرواري ( مرغلرې) پېښل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنگونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغله مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شني دي.

: تل ردېدل سرې او شني مرغلرې منځ ته راځي.

اوم – د زېږدني جشن کې د 10 نجونو ترمنځ لومړی، دويمه او دريمه جایزه ورکولکيږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: 1 يوه لومړی ي يوه دويمه او ک يوه ورېمه جایزه گټي.

: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10 هر ه يوه يوه جایزه گټي .

: 1 جایزه نه گټي

: له دې درې نجونو 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10 او ک هيڅ يوه جایزه نه گټي.

اتم – په يوه کورس کې د 12 هلکانو او 13 ترمنځ 5 ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په 25 کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او 5 ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4, 5 ازادې کارتې نجونو) هلکانو ته راوځي؟

: نجونو ته 5 کارتې راوځي : نجونو ته 4 ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته 3 ازادې کارتې راوځي. : نجونو ته 2 ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوځي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

نهم - د یوې ازموینې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعگانې ټاکي کيږي. پهازموینه کي له دي څخه دري په ازموینه کي ازمايل کيږي. يو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازمویني له دي درز موضوعاتو یوې ته هم چمتووالی نه لري

: ازمویني دري موضوعاتو څخه یوه زدهکوري.

: ازمویني له دري څخه د دوه موعاتو لپاره لپاره چمتووالی لري.

: ازمویني ټولو ټاکلو دريو موضوعاتو تياری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماپښت او د شمېرلو ستراتيږي |

مفصل ځوابونه

اول -

مودل : منظم نمونه ازماپښت د بېرته وراچونې سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دي سره 10.000 عددونه انځوربدلای شي.

: ټول عددونه نجوره دي . { 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 } . د A لپاره امکانات 5<sup>4</sup> دي.

له دي سره دی

$$t P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

د دي لپاره احتمالوالی ، چي ټول عددونه ناجوره دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 0 ; 1 } . د امکاناتو تعداد د B لپاره 2<sup>4</sup>

دی..

$$P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

له دي دی:

د دي لپاره احتکالوالی، چي فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي.  $[xy|yx]$ . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کيږي، له دي څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد  $10^2$  دی.

له دي سره

$$P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چي دابنولوی عدد(گڼ) يو هنداره شوی عدد(گڼ) دی.

دويم -

مودل: منظم نمونه ازمايننت د نه (بي له) بېرته وراچوني سره.

6 سره او 4 سپين غونډاري  $n = 10$  غونډاري راكوي.  $k = 5$  ځله راوستل کيږي، بي له بېرته وراچوني سره.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$$

له دي سره د د امکاناتو تعداد دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

$$\frac{6!}{1!} = 720$$

د A لپاره د راوستلو د امکاناتو تعداد دی :

$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$$

او له دي سره دی:

د دي لپاره احتمالوالی دی، چي فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: سړی لومړی ټول سپين غونډاري راباسي او بيا يو سور غونډاری.



$$\frac{4! \cdot 6!}{0! \cdot 5!} = 4! \cdot 6 = 144$$

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$$

او له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنډاري راوځي او بیا یو سور غنډاری راوځي.

: لومړی غونډاری سپین دی (دا به دې معنا چې 4, 3, 2, او 5 غونډاري په خوبه دي).

$$4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 12.096$$

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$$

له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپین غونډاری راوځي.

: سړی رد بدل سبي او سور غنډاری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr).

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$$

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

او له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې رد بدل سپین او سره غونډاري راوستل کيږي.

دریم – مودل: نامنظم نمونه ازمايننت بي له بېرته وراچوني .  
يا په يو ځل راوستنه.

دا پر 5 وپشوني عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د دې لپاره د امکاناتو تعداد له 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشور دي:

د په ۵ وېشور عددونو تعداد (ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0,000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشور وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونو تعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد، چې له دې څخه ۴ راوباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0,0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راوستل شي يا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه (زیاتون) له 12 کوچنی ده:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0,000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12 کوچنی وي.

D د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.  
 د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$   
 د دې سره دی:  $P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل: د k توکو نظم  
 د امکاناتو تعداد چې ۴ کسان په څلورو ځایونو ووېشو! 4 دی.  
 : س د دوه ملګرو تر منځ کيښي.  
 هغه دوه امکانات لري: xSxx یا xxSxx (دویم ځای یا دریم ځای)  
 درې ملګري 3! امکانات لري.  
 له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره  $2 \cdot 3! = 12$  دی.  
 له دې سره دی

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو تر منځ کيښي.  
 B : س او ک د باندې لورو ته کيښي.  
 SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.  
 د دې سره د B لپاره امکانات  $2 \cdot 2 = 4$  دي.  
 له دې سره

$$P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنگونو لور ته کيښي.  
 C: س او ک یو د بل ترڅنګ کيښي.  
 SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

د نورو د اړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.  
 له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد  $6 \cdot 2 = 12$  دی.  
 له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک یو د بل ترڅنګ کيښي.  
 پنځم – مودل: نامنظمي نمونه ازمايښتونه.

يا په يوه وار وستنه  
د دې لپاره امكانات په يوه ځل له چې له ټولټال 49 عددونو څخه چې 6 عددونه چلپيا شي دي:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ ټيک ياپه رښتيا راوځي.  
د دې لپاره د امكاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ گټونکو عددونو څخه چلپيا شي او 0 عدونه له 43 ناگټونکو عددونو څخه دي دي:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

داد A درامنځ ته کېدو لپاره د امكاناتو تعداد دی.  
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ گټونکي عددونه چلپيا شوي دي. (۶ گټونکي)

B : په لوتو کې ۵ ټيک  
له ټول ۶ گټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو ټيک چلپيا کېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناگټونکی عدد دی چلپيا نه شي، د امكاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

داد B لپاره درامنځ ته کېدو د امكاناتو تعداد دی.  
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

داد دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ گټونکي عددونه [لپيا شوي] (۵ ټيک).

C : په لوتو کې ۴ ټيک  
د دې لپاره د امكاناتو تعداد، چې د ټولو گټونکو ۶ عددونو څخه ۴ گټونکي عددونه چلپيا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلپيا نه شي دي:

$$\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42}{2 \cdot 1} = 13545$$

داد C لپاره درامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ گټونکي عددونه چلیپا شوي دي (۴ ټیک)

D : په لوتو کې ۳ ټیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو گټونکو ۶ عددونو څخه ۳ گټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42 \cdot 41}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 246.820$$

داد D درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{246.820}{13.983.816} \approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ گټونکي عددونه چلیپا شي (۳ ټیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنگ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رنگ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنگه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد  $3^6 = 729$  دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنگه راوه وسنل شي دی:

$$2^6 = 64$$

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $2^6 = 64$

له دې سره

$$P(A) = \frac{64}{729} \approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړی درې مر غلرې شنی دي.

له دې سره احرنی درې په خوبنه ټاکل کېدی شي.

نو یو امکان د ggg لپاره او  $3^3$  امکانات د نورودریو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $1 \cdot 3^3 = 27$ .

له دې سره

$$P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مر غلرې رد-بدل سرې او شنی دي.

C: مر غلرې رد-بدل سرې او شنی دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یا grgrgr شتون لري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مر غلرې ردبدل سرې او شنی دي.

اوم – مودل: منظم نمونهاز ماښت د نه (بي) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړي جایزه) اي (دويمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړی جایزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه گټي.

B: ا، اي اوک هر یو یوه جایزه گټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد  $3! = 6$  دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي اوک هر یوه =ایزه گټي.

C: ا جایزه نه گټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$P(C) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه گټي  
 D: له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه گټي.  
 د D لپاره احتمالوالی دی:  
 له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه گټي.  
 $7.6.5 = 210$   
 اتم -

موډل : نامنظم نمونه از ماېښت بي لهېرته وراچوني.  
 يا پخ يوه ځل راوستنه.

د امكاناتو تعداد چې ۵ پاني له ټولو ۲۵ پانو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A: ۵ پاني نجونو ته ځي (0 پاني هلکانو ته)  
 د دې لپاره د امكاناتو تعداد چې ۵ پاني له ټولو ۱۳ پانو د نجونو د نومونو سره راوځي  
 او 0 پاني له ټولو ۱۲ پانو د هلکانو په نامه راوځي دی.:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتگ لپاره د امكاناتو تعداد دی.  
 له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولي ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي  
 B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي (۱ ټکټ هلکانو ته).

د امكاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې د نجونو په نامه راوځي او ۱  
 ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امكاناتو تعداد دی.

له دي سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې يا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسېږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسېږي (۲ هلکانو ته)

د ۱ امکاناتو تعداد چې ۳ پانې له ټولټال ۱۳ پانو د نجونو د نومونو سره راوه وسټل شي او ۲ پانې د ټولټال ۱۲ پانو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی:

$$\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 18867$$

داد C درامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دي سره

$$P(C) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{25}{5}} = \frac{18876}{53130} \approx 0,355$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده يا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکېږي.

D: ۲ پانې نجونو ته ورکولکېږي (۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پانې له ټولټال ۱۲ پانو څخه د هلکانو نومونو سره راووسټل شي دی:

$$\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3} = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 17160$$

داد D درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.  
له دي سره

$$P(D) = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{25}{5}} = \frac{17160}{53130} \approx 0,323$$



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتي کارتې نجونو او ۳ مفتي کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4} = 13 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0,121$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۱ ازاده کارته نجونه گټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کيږي (۵ هلکانو ته) د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پانو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پانې له ټولټال ۱۲ پانو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5} = 1 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0,0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي يا ورکول کيږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بي) بېرته وراچولو سره. يا ديوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازموېښی د ازموېښی لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: از مویبني له دي ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومي ته تياری نه دی نیولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې از مویبني ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کيږي: د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دي سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دي لپاره ا احتمالوالی دی، چې، چې از مویبني کومي موضوع ته چمتووالی نه لري. B: از مویبني له دي درې ټاکلو موضوعاتو څخه یوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه چې از مویبني ورته ځان نه دی چمتو کړی، ۲ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو څخه کومو ته چې از مویبني ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کيږي د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دي سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې از مویبني ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی. C: از مویبني له دي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه، چې از مویبني ځان نه دی چمتو کړی، ۱ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان یې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کيږي. د C لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دي سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دي پاره احتمالوالی دی، چې از مویبني د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

D: از مویبني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو چې از مویبني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې از مویبني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.  
د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې از مویبني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

### پوښتنې

نمونه از ماښت او د شمیرلو ستراتیژي II

لومړی – د زرنډو د تورو او سپینو تیگو څخه برجونه جوړیږي، چې په هغو کې اته تیرې یو په بل کېښول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، که رنگ ټولگی وټاکل شي؟

A: ټولې تیگی همغه یا برابر رنگ لري.

B: فقط یوه تیره سپینه ده.

C: لومړی او اخیږنی تیگه همغه رنگ لري.

دویم – په یوه ځلته کې یو سور، ۲ شنه، ۳ زېر او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. یو کس درې چاکلېټ ترې را اخلی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟  
A: ټیک یو شین چاکلېټ راوستل کيږي.

دریم – په یوه خریه غونډه کې ۵ نمرې اختیار کې لرو، لهد څخه یوه د ژونگلیوالا نمره ( هغه څوک چې د غونډارویا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري). د پروگرام لمری پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوی دی؟  
A: ژونگلیوال د پروگرام په دریم قطار کې راځي.  
B: ژونگلیوال اخر ځای کې نه راځي.

څلورم – په یوه کارتون کې ۱۰ برېښنا څراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، که برېښنا څراغونه په ،، پټو سترگو،، راوستل شي؟

- A: ټول درې څراغونه چور دي.
- B: ټيک يو څراغ زيانمن دی.
- C: ټيک دوه څراغونه زيانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دي، که د ۸ کسانو څخه لږ تر لږه دوه په همغه مياشت کې د زېږېدو نيټه ولري؟ په نږدې توگه ونيسی، چې ټولې مياشتې برابري اوږدې دي.

- A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه مياشت کې د زېږېدو نيټه لري.
- شپږم – په يوه مرتبان کې ۶ سره، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په يوه ځل راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
- A: دوه شنه غونډاري راوستل کيږي
- B: په راوستلو غونډارو کې شنهغونډاري نه شته.

- اوم – په بيلگه کې،، بيت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې يو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکي.
- A: ل اخر ته پاتيري
- B: ۱ او و اخرنی پچه کې دي.

اتم – په يوه ډېر ټاکنيزه ازموينه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر يوه څخه فقط يو ټيک دی. يو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلپيا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- A: ټول ځابونه ناتيک دي.

- B: لومړي پنځه ټيک ، اخرنې پنځه ناتيک چلپيا شوي دي.
- C: په دقيقه توگه نيمايي ځوابونه ټيک دي.
- D: ۴ ځوابونه ټيک دي، ۶ ناتيک دي.

نهم – د لغات ANANAS توري په يوه لوبني کې گډوډيري او نوي تنظيميري. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟

- A: بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
- B: د تور کمپنېشن د AAA سره پيل کيږي.
- C: يو لغات د درېواړه A سره يو په بل پسې منځ ته راځي.

### ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتيژي II  
مفصل ځوابونه

لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره  
د هر اتو تيگړ لپاره دوه رنگونه اختيار کې لرو ( اته ځله راوستنه د بېرته وراچونې سره )

د ټولو رنگونو کمبېنېشن امکاناتو تعداد دی:  $2^8 = 256$   
 A: ټولې اته ټيگې همغه رنگ لري. دا په دې معنا چې يا ټولې ټورې دي يا ټولې سپينې دي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.  
 له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ټيگې برابر رنگ لري.  
 B: فقط يوه ټيگه سپينه ده. داچې دا ټيگه په دې اته ځايونو کې هرځای ايښودله کيدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.  
 د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته ټيگو فقط يوه سپينه ده.  
 C: لومړی او اخره ټيگه همغه رنگ اري. د اخري او لومړی ټيگې لپاره ۲ امکانات شتون لري. يا دواړه سپينې يا دواړه ټورې دي. د پاتې ۶ ټيگو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$   
 له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړی ټيگه او اخره همغه رنگ لري.  
 دويم – مودل: نامنظم نمونه از ماښت د نه بېرته وراچونې سره.  
 د دې لپاره امکانات چې له خلتي څخه ۳ چکليټ له ټولټال لسو چکليټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټيک يو شين چکليټ راوستل کيږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ي ۱ سين چاکليټ له ټولټال ۲ شنو چکليټو څخه راوه ویستل شي او ۲ چکليټ له ۸ بل رنگ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دي سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې تیک ۱ شین چکلبت راوه وپستل شي.  
 دریم - A: د ژونگلوپر نمره په دری های کې قرار لري.  
 xxJxx. د پچي اچولو له مخي ژونگلوپر کېدی شي په هره خوښه های کې راشي.  
 مدل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په گڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځایونه ورکوي، په کومو کې د ژونگلور پروگرام های شوی، ي، ځل راوستنه په پروگرام کې های ټاکي، په کوم کې چې ژونگلوپر راځي.  
 له دي سره

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په دریم های کې راځي. دي سره برابر  
 احتمالوالي سره به به هر بل په خوښه های کې هم راغلی وی.  
 B: د دژونگلوپر لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دي معنا چې، داکېدی شي په 1., 2., 3.  
 يا 4 های کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعي جملي له مخي باور لري:  
 له دي سره

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په اخر های کې نه راځي.  
 څلورم - مدل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.  
 n = 10 بری ښنا څراغونه، له دي څخه ۲ زیانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل  
 کيږي. د امکاناتو تعداد چې له یوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي دري راویاسو  
 یا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټول دري څراغونه چور دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه دري جوړ وټاکو ۳  
 له اتو دی.

د لپاره دامکاناتو تعداد له دي سره دی.

$$A: \binom{8}{3} = 56$$

له دي سره

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه ټاکل کيږي.  
B: ټيک يو څراغ زيانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زيانمنو څراغونو ۱  
زيانمن راوستل کيږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دي سره

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زيانمن دی.  
C: ټيک دوه څراغونه زيانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زيانمنو  
څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کيږي.

D: لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

له دي سره

$$P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0,0\bar{6}$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زيانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازمايښت د بېرته وراچونې سره.  
د دي لپاره د امکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ مياشتو وه وپښو  $12^8$  دی (له يوه مرتبان څخه  
چې ۱۲ مختلف غونډاري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هېر ترلږه ۲ مسان په همغه مياټکې د زېږېدنې روغ لري. د A په  
برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو مياشتوکې د زېږېدنې روغ لري. اوس ۸  
کسان په ۱۲ مياشتو داسې وپېشل کيږي، چې دوه والی يا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دي سره د  $\bar{A}$  لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

له دي سره

$$P(\bar{A}) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاښتو کې د زېږېدنې روح لري.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشت کې زېږېدلي دي یا د زېږېدوړو روح لري.

شپږم -

نامنظم نمونه از ماښت د نه بېرته وراچونې سره.

پایه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري راوه وپستل شي دی:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

A: ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونډاري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وپستل شي او ۱ بل رنگه له ټولټال ۱۱ نورو رنگونو راوه وپستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

دا د A پېښېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

B: شين غونډاری نه راوستل کيږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنگيز د ټولټال ۱۱ غونډارو راوه وپستل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

دا د B پېښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.



له دي سره

$$P(B) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{165}{455} \approx 0,363$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې کوم شین غونډاری نه راوستل کيږي.  
اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي (وستل کيږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي (له لوبې وستل کيږي) د دي لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځانونو وه وپشو او لارس په اخرنی ځای ځای کړو 7! دی.

له دي سره د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: A: 7! · 1  
له دي سره

$$P(A) = \frac{7! \cdot 1}{8!} = \frac{1}{8} = 0,125$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باټيږي.  
B: انیا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وه وپشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6! · 2!  
له دي سره

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، انیا او وانسا اخرنی سیالی کې مسابقه کوي.  
اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځایونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو  $3^{10}$  دی. ( مرتبانه ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره )  
A: ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دي لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:  $2^{10}$   
له دي سره

$$P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناتيک دي.  
 B: لومړی پنځه پوښتنې تيک دي، اخرنی ۵ پوښتنې ناتيک دي.  
 د لومړيو ۵ پوښتنو لپاره هر يوه يو، د دويمو ۵ پوښتنو ته هر يوه ته ۲ امکاناته شته چې چليپا شي.  
 د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:  
 $1^5 \cdot 2^5$

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0,000.542$$

له دي سره

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوو پوښتنې تيک ځواب شوي دي.  
 C: نيمې پوښتنې تيک چليپا شوي دي.

دا پنځه تيک ځوابونه چې په لسو پوښتنو وه وپشو لاس ته تر  $\binom{10}{5}$  امکانات راځي. هر

يوگونی د B احتمالوالی لري.

له دي سره

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چې پوره نيمایي پوښتنې تيک ځواب شوي دي. .  
 D: څلور ځوابونه تيک او ۶ ناتيک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ، بنسټي چې په ۱۰ وپشو دی:

$$\binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چليپا شوي ځواب دوه امکانات شته.

دا  $2^6$  امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دي سره

$$P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ توري ترتیب کړو! 6 دی  
A: دا لغات ANANAS منح ته راځي.

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی: 3.2.1

د N لپاره: 2.1

د S لپاره: 1

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:  $3.2.1..2.1.1 = 12$

له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د گډوډولو وروسته دا لغات ANANAS منح ته راځي.  
B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کيږي.:

AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره 3.2.1

د B لپاره دامکاناتو تعداد دی:  $3.2.1.3.2.1 = 36$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خوزولو یا گډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتي کيږي.

: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منح ته راځي.

xxxAAA یا xxAAAx یا xAAAx یا AAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منح ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماښت او د مشرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکي ۱۴ برابري لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

A	E	N	O	T	کارت له دې تورو سره د کارتونو تعداد
1	4	5	1	3	

لاندې تصادفي تجربې سرته رسیري:

الف : د مرتبان څخه په یو ځل دوه کارتې راوستل کیري.

لاندې پېښې تعریف دي:

A : په دواړو کارتو همغه یا برابر توري دي.

B : دواړه راوستل شوي کارتې غږ نه لرونکي ( (v. lat.: *con* = mit + *sonare* = )  
( Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېری

او د جلي په بڼه ځواب ورکړی.  $P(A)$ ;  $P(B)$ ;  $P(A \cup B)$ ;  $P_B(A)$

ب – د مرتبان څخه یو په بل پسې ۵ کارتې راوستل کیري او په ترتیب او په پرلپسې توگه  
پر بل پسې اینبول کیري. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE  
منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په یوه ځل ۵ کارتې راوستل کیري. د دې لپاره احتمالوالی څومره  
لوي دی، چې د راوستل شوو تورو سره لغات TANTE کپښوول شي.

ت – ینس لاندې د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د مرتبان څخه په یو ځل درې کارتې راوستل کیري. دا د لاندې جدول له لاري شمېرل  
کیري:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7€
3 Vokalen	21€
E, E, E	28€

شرط باید خومره جگ وي، چې لوبه عادلانه وي؟

ب - د مرتبان څخه پهيوه ځل دوه کارتې راوستلکيري.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکي، چې راوستل شوي توري وکال (Vokale) يا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور خومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماښت او د مشبرلو ستراتيږي III

مفصل ځوابونه لومړی - مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري. (لاندې المنې: و)

1. A 4. E 5. N 1. O und 3. T

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري کونسونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} \cdot \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کاري ترتیب شوي لغات TANNE جوړوي.

$$P(\text{TANNE}) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات TANNE منځ ته اړیږي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کاري په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو:  $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(\text{TANTE}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.

د تصادفي متحولو (اووښتونو یا واریابلو)  $X$  ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسونانت لپاره:

$$P(X = x_2) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{30}{91}$$

د ۲ وکال او ۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X = x_3) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}} - \frac{1}{91} = \frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X = x_5) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X = x_i$	0	1	7	21	28
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot P(X = x_i) = 0 \cdot \frac{14}{91} + 1 \cdot \frac{42}{91} + 7 \cdot \frac{30}{91} + 21 \cdot \frac{4}{91} + 28 \cdot \frac{1}{91} = \frac{364}{91} = 4$$

د 4 € شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانګې شتون لري..

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که  $x$  وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري:  $8 + x$   
د  $P(VV \vee KK) = 0,5$  سره باور لري:

$$\begin{aligned} P(VV \vee KK) &= \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x) \cdot (7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x) \cdot (13+x)}{2 \cdot 1}} \\ &= \frac{30 + (8+x) \cdot (7+x)}{(14+x) \cdot (13+x)} = 0,5 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}} \end{aligned}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه ( $P = 0,5$ ) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت تري لري شي.

## یوولسم - د برنولي - ازماپښت

او د بېنوميال وېشنه یا خورونه

ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلگې په توگه

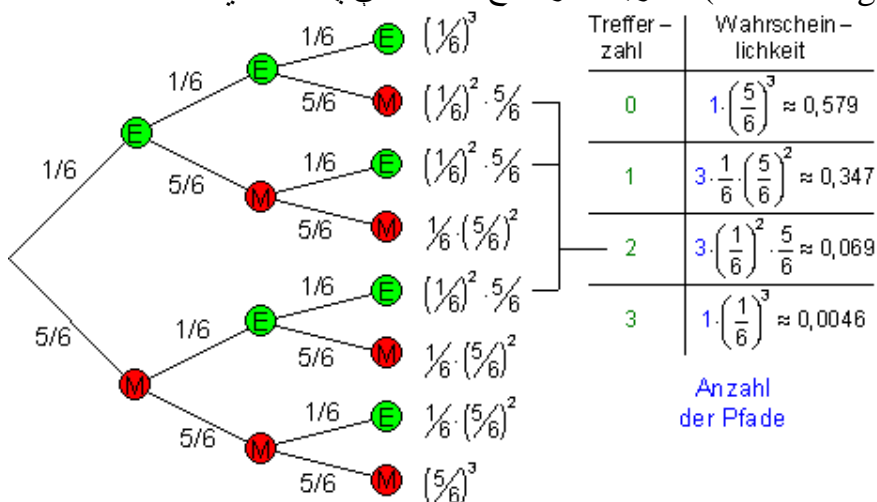
د سيکي غورځول د محراب ممبر نښان او گڼ يا عدد سره  
- د يوه کتابچې مېخ غورځونه د يوي پېښې څوکي يا شا سره.  
د يوه سترگي غورځول د نتيجي 6 يا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولي-تجروبو په نامه يادېږي. د داسې تجربو دواړه نتيجي سرې د بريالو يا نه بريالو په څېر په نڅښه کوي. که دا تجربه  $n$  - واره تکرار شي، نو د  $n$  - پوريزې برنولي-تجربې څخه غږيزو يا د يوه برنولي - ځنځېر څخه د  $n$  - اوږدوالي سره. د  $n$  - پوريزې برنولي-تجربې څخه غوښتل کېږي، چې د يوي تجربې نتیجه د

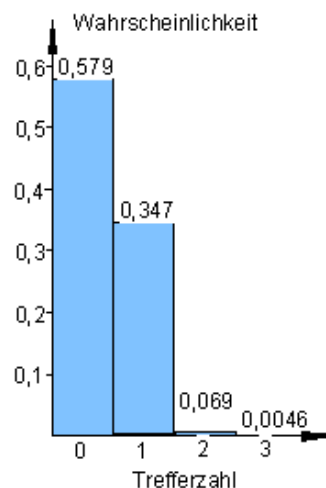


بلي تجربي څخه بي تاثيره پاتي كيږي. د داسي يوې  $n$ -پوړيزې تجربي سره سرې د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلگه: يو سترگيز مكعب يو په بل پسې درې واړه غورځول كيږي. مور د احتمالي سره علاقه لرو، چي وپوهيږو، چي ايا عدد (گڼ) 6 په دې ازمايښت كي، 0, 1, 2 يا 3 ځله رامنځ ته كيږي.  $E$  (Erfolg) د بريا يا رمنځ ته كېدنې په معنا او  $M$  (Misserfolg) د نابريا د رامنځ ته كېدنې په معنا دي.



لاندي الماني=احتمالي



پورته الماني = راوستل شوي عدد.

دلته دایو درې پوریز برنولی-ازماښت دی. د ونې دیاگرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل) کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د درې پرلپسې پېښو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوریزو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین کارونه د ونې دیاگرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د  $k$  بریاوو سره

د یوه پور  $n$ -پوریزې برنولي -ازماښت سره د نتیجې ډېری هر توکی د پرلپسې پېښو څخه منځ ته راغلي.

د بیلګې په توګه  $EEMMEEEM \dots EM$ . د تارونو تعداد چې د بریاوو سره بیداکرو، له دې سره په همغه معنا دی، چې د نتیجې ډېری څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چې  $k$ -ځله د لړۍ پرلپسې څخه خپلواک یوه بریا وښايي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسې هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي  $k$  شیان د  $n$  شیانو څخه د لړۍ پرلپسې څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

زمونږ د بیلګې لپاره باور لري: $n=3$ ; $k=0;1;2;3$ ; د تارونو تعداد $k =$ د بریاوو تعداد		دا لوتو-پرابلم رایادوي، په هغې کې چې له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بې د پرلپسې لړۍ ترتیب څخه وټاکلشي.
0	$\binom{3}{0} = 1$	په دې حالت کې د امکاناتو تعداد وو:
1	$\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$	$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$
2	$\binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$	دا د شمېرني قانون د برنولي-تجربې باندې هم
3	$\binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$	کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د $k$ بریاوو سره وپلټو.

د  $n$  - پوریزې برنولي-تجربې د تارونو تعداد  $k$  د بریاوو سره دی:

$\binom{n}{k}$	$n$ د تجربو تعداد او $k$ د بریاوو تعداد
----------------	---

بیلگه: یو سترگیز مکعب  $n = 5$  څله غورځول کیږي

د بریا ارزښت د سترگیو تعداد 6 دی.

په نتیجه ونه کې د  $k = 3$  سره څومره تارونه شتون لري؟

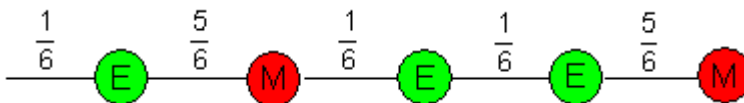
$$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

حل (اوبی) د  $k = 3$  بریاوو سره د تارونو تعداد دی:

به دې تجربه کې په ټولیزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 بریاوي خوندي لري.

د یوه تار لباره  $k$  بریاوو سره احتمالوالی

د یوې روښانه بیلګې سره دې د یوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بیا ټولیز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي د تار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(\text{EMEEM}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پورېو تعداد  $n = 5$  دی.

د بریاوو تعداد  $k = 3$  دی.

د نابریاوو تعداد  $n - k = 5 - 3 = 2$  دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو ( $p = 1/6$ ) لپاره د اکسپوننت یا جگ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاوو ( $q = 5/6$ ) لپاره رامنځ ته کیږي

$$\text{باور لري: } q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د  $n = 5$  او  $k = 3$  لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:

$$P(\text{EMEEM}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

ټولیزونه :

دا چې دا دیوه  $n$  - پوریز برنولي - ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پورۍ د بریا احتمالوالی  $P(E) = p$  برابر پاتې کیږي، تار ضربقوانو له مخې د هر  $k$  بریاوو سره او  $n - k$  نابریاوو سره باور لري:

$$\text{تار دیاگرام} = p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

د کوم سره چې  $1-p$  د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د  $n$  - پوریز برنولي-ازماېښت د  $k$  بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad} \\ \text{mit } k \text{ Erfolgen und } n-k \text{ Misserfolgen}}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه  $\binom{n}{k}$  د  $q = (1-p)$  سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \dots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \dots + \dots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

دا د برنولي درسي جمله ده.

د  $n = 3$  سره پيليلگي لپاره باور ري:

$$P(X = 0) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} \approx \underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216} \approx \underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216} \approx \underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot 1 = \frac{1}{216} \approx \underline{\underline{0,0046}}$$

د بينوم وپشنه يا (په برابر و برخو) ټوټه كونه:

د يوه  $n$ -پوريز برنولي - ازمايښت كې د  $p$  د برياحتمالوالي لپاره او نابرياو  
احتمالوالي  $1-p$  سره د  $k$

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وپشنه د بينوميالوپشنه بلل كيري.

تمرين :

يوه كورنۍ 6 كوچنيان لري .

اتمالوالي، چې يوه نجلۍ وزيروى،  $p = 0,5$  دى .

د دې لپاره احتمالوالي وشمېرى، چې 6 بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجوني دي او  
د احتمالوالي وپشنه هيسټوگرام وكارى. د لاندې پېښو احتمالوالي و ټاكي.

A : د كوچنيان ټيک نيمايي نجوني دي.

B : د کوچنيانو زيات له زياته نيمايي نجوني دي.

C : لږ تر لږه د کوچنيانو نيمايي نجوني دي.

تمرين :

يوه سيکه 5 واره غورځول کيږي او  $p$  دي 0,5 وي.

a : د تصادفي واريابلې  $X$  احتمالوالي وپشنه وټاکي: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندي غورځول کيږي:

(1) زيات له زياته 3 واره ممبر نښان

(2) له 3 ځله کم ممبر نښان

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبر نښان

(4) له يوه ځل زيات ممبر نښان.

### Kumulierte Binomialverteilung \_\_ کمولير شوي دبينوم وپشنه

*cumulus – Anhäufung* لاتين پنډغالي کيدنه) په سوپس کې د ټاکنو قانون کې، چې په يو ځل يو کس د ټاکنو غرونه ورکوي يا رايې اچوي.

بيلگه:

يوه سيکه 20 واره غورځول کيږي. د لاندي پېښو، لپاره احتمالوالي شمېرل کيږي.

a : ټيک 10 ځله ممبر نښان

b : زيات له زياته 15 ځله ممبر نښان

c : لږ تر لږه 7 ځله ممبر نښان

d: لږ تر لږه 6 ځله اوزيات له زياته 16 ځله ممبر نښان.

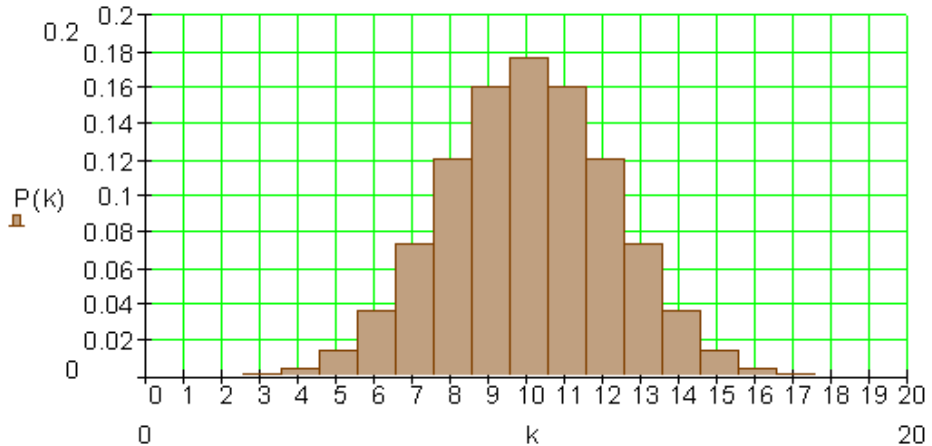
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ راگرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه: د  $k = 0, 1, 2$  حالت او 18, 19, 20 لپاره احتمالوالي طبعاً صفر نه دي. صفر داسې منح ته اړځي، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راگرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوگرام په لاندې توگه ليدل کيږي:



الف - احتمالوالي  $P(X = 10)$  کېدی شي د جدول همداسې له هيستوگرام څخه ولوستل شي.

احتمالوالي د پيښې 10 ځله ممبرنېان دی:  $P(X = 10) \approx 0,176$

ب - د پيښې لپاره احتمالوالي دی.

E: خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنېان، تړلی وړپسي نه شي لوستل کیدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالي د جدول ارزښتونه سره جمعې شي.

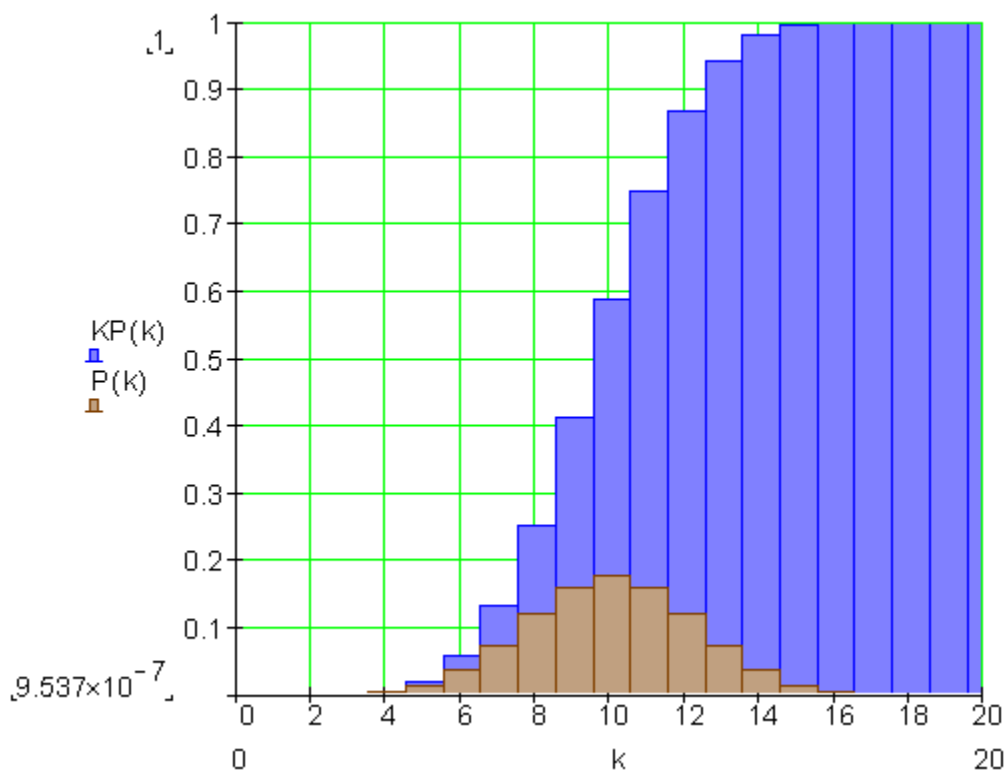
$$P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 15)$$

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعنی یوه کمولبرې جدول، نو کېدی شي د  $E$  لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \leq k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X \leq k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه: د  $k < 3$  لپاره کمولبرې احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د  $k < 20$  لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مگر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر لري، چې سړی په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راگردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولبرې بینومیال وپشنې یا ټوټه کونې هیستوگرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی:  $P(X \leq 15) \approx 0,994$



پ : لږ تر لږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6, 7, \dots, 16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلگه په گوته کوي، چې کمولېري جدول کومې کټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفيواریابې  $X$  احتمالوالی و شمېرو. دا ورشو د گڼونو یا اعدادو به وراکه هم د انټروال په توگه انځور شوي ده.

مور لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولټیپل چوېس تست یا ازموینه له 50 پوښتنو څخه د هر 5 ځوابونو سره، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترگو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ تر لږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه  $0,2 = 1/5$  دی. دا چې دا احتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوریز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېري بېنوميال وېشنې څخه وټنه Auszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل: یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلۍ وزیروی،  $p = 0,5$  دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشني هیستوگرام وکارۍ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکۍ.

A : د کوچنیان ټیک نیمایي نجونې دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ تر لږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماښت په څېر راورل شي د  $n = 6$  او  $p = 0,5$  سره .

غواړو  $P(X = k)$  د  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  لپاره پیداکړو.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X = 1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,3125}}$$

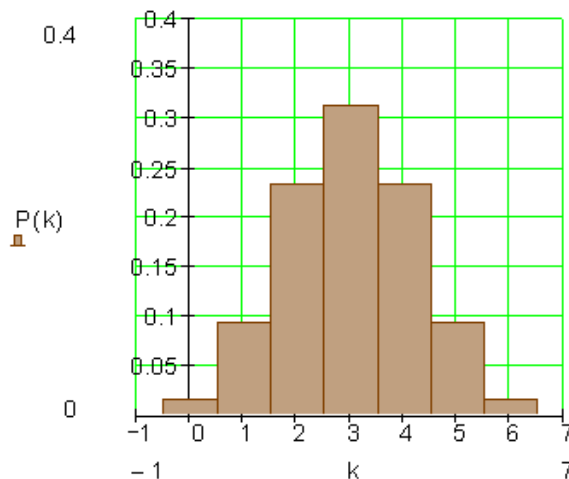
$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X = 5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X = 6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشني هیستوگرام:

227



دې لپاره احتمالوالی دی، چې  $P(A) = P(X=3) = 0,3125$  د 6 کوچنیانو څخه ټیک درې نجوني دي

$$\begin{aligned} P(B) &= P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\ &= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}} \end{aligned}$$

دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجوني دي

$$\begin{aligned} P(C) &= P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) \\ &= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}} \end{aligned}$$

دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجوني دي

حل (اوبی):

یوه سیکه 5 واره غورځول کيږي او  $p$  دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واریابلي  $X$  احتمالوالي وپشنه وټاکي: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کيږي:

(1) زیات له زیاته 3 واره ممبرنښان

(2) له 3 ځله کم ممبر نښان

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبر نښان

(4) له يوه ځل زیات ممبر نښان.

دا پر اېلم کیدی شي د 5-پوريز برنولي-ازماینښته څېر د  $n = 5$  او  $p = 0,5$  سره راورل شي.

الف - غوښتل کيږي  $P(X = k)$  د  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 1 = 1 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبر نښان په دي معنا دی:

$$P(X \leq 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم ځله ممبر نښان په دي معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبر نښان په دي معنا دی:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1 ځل زیات ممبرنېان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرین ځواب:

یو مولتیپل چوېس تست یا ازموینه له 50 پوښتنو څخه د هر 5 ځوابونو سره، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالي سره کېدی شي، چې فقط د سترگو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟  
الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ تر لږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ: له 10 پوښتنو لږ.

ت: ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالي په پوښتنه  $1/5 = 0,2$  دی. دا چې دا احتمالي د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوریز د برنولي-احتمالي په څېر تریاملاندې راشي. د کمولېرې بېنومیا وېشنې څخه وتنه Auszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

$$P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}} \quad \text{الف}$$

د دې لپاره احتمالي چې توکلي د 20 پوښتنو ټیک یا صحیح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%) کوچنی دی.

ب -

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ تر لږه 10 پوښتنې او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ -  $P(X \leq 9) = 0,444$  د جدول څخه سیده لوستلکیري:

د دې لپاره احتمالي چې د توکلي وېښې سره لږ تر لږه 10 او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

ت –  $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = 0,03$   
 د دې لپاره احتمالوالی چې ټیک 15 پوښتنې سمې ځواب شي . (3%) 0,03 دی.

### د بېنوميال وېشنې یا خورونې ته پوښتنې ۱

لومړۍ – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولۍ -تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولۍ- ځنځېر او د برنولۍ زنځیر اوږدوالی

دویم – د لاندې تصادفي تجربې څخه یې کومه د برنولۍ زنځیر دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی  $p$  ورکړئ او د برنولۍ -زنځیر اوږدوالی  $n$  هم ورکړئ.

الف – یو سترگیز مکعب درېواره غورځول کيږي او د شپږمو تعداد لیکل کيږي.

ب – یو سترگیز مکعب درېواره غورځول کيږي او د سترگیو مجموعه لیکل کيږي..

پ – د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډارۍ (غونډوسکې) تر هغې راوستل کيږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړۍ سور غونډارۍ را ښکاره شي.

ت – د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډارۍ (غونډوسکې) ۴ -ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کيږي.

ټ – د یوه بخت څرخ 50% ټولو حالتونو کې یو 1 راڅرگنديږي، په هر 25% حالتونو کې یو 2 همداسې 3 . دا څرخ څلورواړه څرخول کيږي او عددونه د څلور ځاییز عدد په څېر لیکل کيږي

ث – له (ټ) څه یو د بخت څرخ اته واره څرخول کيږي، که ۳ راڅرگند شي، نو سړی 10 سننه گټي.

ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کيږي، ترڅو ۳ راڅرگند شي، زیات له زیاته ۵ ځله.

دریم – یو څرخ درې برابر لویې ټوټې (قطعي) د نځینو گردۍ (دایره) چلپیا او ستوری لري. دا څلورواړه څرخول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کيږي.f.

: زیات له زیته یو وار ستوری را منځ ته کيږي..

: زیات له زیاته درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

څلورم – د شفتالانو د یوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالی څومره لوي دی؟

: یو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ تر لږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د یوې نجلۍ د زېږېدنې لپاره احتمالی 0,49 دی، یوه هلک د زېږېدنې لپاره 0,51 . احتمالی څومره لوي دی، چې په یوه کورنۍ کې د څلورو کوچنیانو څخه

: ټیک دوهمجنوني دي؟

: زیات له زیاته درې نجوني دي؟

شپږم – یوه پیسه لږ تر لږه باید څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% یوه احتمالی سره یو ځل گڼ یا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څو واره باید لږ تر لږه یو سترگیز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د 90% احتمالی سره لږ تر لږه یو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – یو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالی څومره لوي دی؟

: سړی ټیک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

: سړی زیات له زیاته 10 واره 6 وغورځوي

. د غورځول شوو 6 تعداد د 6 او 12 (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له 4 زیات او له 15 لږ 6 اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کي د سترگیو عدد ناجوره (طاق) عدد دی.

: د 30 حالتونو څخه زیاتو کي د سترگیو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ ناجوره د سترگیو عدد رامنځ ته کيږي.

خوابونه -

د بېنوميالوېشنې I

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې

لومړۍ - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا ناپریا (نه رامنځ ته کېدنه) بلل کيږي. د پېښې یا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی. یو برنولي زنجیر رامنځ ته کيږي، که برنولي-تجربه ډېر واره یو په بل پسې تکرار شي. د برنولي زنجیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوگوني تجربه یو په بل پسې څومره تکرار کيږي.

دویم -

الف - برنولي زنجیر  $n = 3$  ، رامنځ ته کېدنه: 6 ،  $p = 1/6$

ب - د برنولي زنجیر نه شته.

پ - د برنولي زنجیر نه شته.

ت - د برنولي زنجیر :  $n = 4$  ، رامنځ ته شوی : سپین  $p = 3/10$  ، رامنځ ته شوی:

سور  $p = 7/10$  .

ټ - د برنولي زنجیر نه شته.

ث - برنولي زنجیر  $n = 8$  ، رامنځ ته شوی: عدد 3،  $p = 0,25$

ج - د برنولي زنجیر، رامنځ ته شوي: 3 ،  $p = 0,25$  ،



د زځېر اوږدوالی ماکسیمال 5.

دریم -

$$P(A) = P(X = 3) = \frac{8}{81} \approx \underline{\underline{0,0988}} \quad P(B) = P(X \geq 3) = \frac{1}{9} = \underline{\underline{0,1}}$$

$$P(C) = P(X \leq 1) = \frac{48}{81} \approx \underline{\underline{0,5926}} \quad P(D) = P(X \leq 3) = \frac{80}{81} \approx \underline{\underline{0,9877}}$$

څلورم -

$$P(A) = P(X = 1) = \underline{\underline{0,4096}}; P(B) = P(X = 0) = \underline{\underline{0,32768}};$$

$$; P(C) = P(X \geq 2) = \underline{\underline{0,26272}}$$

پنځم -

$$P(A) = P(X = 2) \approx \underline{\underline{0,3747}} \quad P(B) = P(X \leq 3) \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

شپږم - سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمینان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا گڼ لاس ته راوړو.  
اوم- باید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو 6 وغورځول شي.  
اتم -

$P(A) = P(X = 10) \approx 0,137$	سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي
$P(B) = P(X \geq 10) \approx 0,554$	سړی لږ تر لږه 10 ځله 6 غورځوي
$P(C) = P(X \leq 10) \approx 0,583$	سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي
$P(D) = P(6 \leq X \leq 12) \approx 0,759$	د غورځولو شپږو تعداد 6 او 12 (په شمول) تر منځ پروتدی
$P(E) = P(5 \leq X \leq 14) \approx 0,915$	سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.
$P(F) = P(X \leq 24) \approx 0,078$	د سترگیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناچوره دی
$P(G) = P(X \geq 31) \approx 0,449$	د سترگیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.
$P(H) = P(26 \leq X \leq 34) \approx 0,754$	له 25 څخه زیات او له 35 څخه کم ناچوره د سترگیو تعداد راوځي

مفصل ځوابونه:

لومړۍ - د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجه لري. نتيجه برياً (رامنځ ته کېدنه) يا نابرياً (نه رامنځ ته کېونه) بلل کېږي. د پېښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی. يو برنولي زنځير رامنځ ته کېږي، که برنولي-تجربه دېرواره يو په بل پسې تکرار شي. د برنولي زنځير اوږدوالی راکوي، چې دا يوگونې تجربه يو په بل پسې څومره تکرارېږي.

بيلگه؛ يوه سيکه 100 ځله يو په بل پسې غورځول کېږي. د سيکې غورځونه يو د برنولي تجربه ده، دوه نتيجه شته، عدد او سر (ممبرنېان). د منځ ته راتگ احتمالوالی  $p = 0,5$  دی. دا چې د پېسې غورځونه 100 ځله تکرارېږي، نو دا تجربه د برنولي زنځير په نامه يادېږي. د دې برنولي زنځير اوږدوالی  $n = 100$  دی.

دويم - الف - دا د برنولي زنځير د  $n = 3$  اوږدوالي سره دی. پېښه 6 راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پورۍ کې د  $p = 1/6$  سره برابر دی. ب- دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه په هرې پورۍ کې 6 مختلفې پېښې پېښېدې شي. { 1; 2; 3; 4; 5; 6 } - دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه ايښول کېږي او له دې سره له پورۍ و پورۍ ته احتمالوالی تغير خوري. د برنولي زنځير لپاره احتمالوالی بايد د يوه منځ ته راتگ لپاره په هره پورۍ کې برابر وي. ت - دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي  $n = 4$  سره. د سپين منځ ته راتگ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت  $p = 3/10$  دی، او د سره منځ ته راتگ لپاره  $p = 7/10$  دی.

ټ - دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه چې په هره پورۍ کې درې نتيجه { 1; 2; 3 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځير کې به هره پورۍ کې فقط دوه نتيجه لاس ته راتلې شي. ث - دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي  $n = 8$  سره. د منځ ته راتگ په حيث 3 عدد د  $p = 0,25$  سره کره شوي. په هره پورۍ کې احتمالوالی ثابت پاتېږي.

ج - دا د برنولي زنځير دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د منځ ته کېدنې عدد 3 کره شوی د احتمالوالی  $p = 0,25$  سره. د زنځير ماکسيمال اوږدوالی 5 دی.

$$P(A) = P(X=3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 4 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \approx 0,0988$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 3 واره ستوری رامنځ ته کېږي، 0,0988 دی.

$$P(B) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= \frac{8}{81} + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{81} + 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9} = 0,1$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راټنځ ته کېږي، 0,1111... دی.

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) \\
 &= \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\
 &= 1 \cdot 1 \cdot \frac{16}{81} + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{27} = \frac{16}{81} + \frac{32}{81} = \frac{48}{81} \approx \underline{\underline{0,5926}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته یو وار ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(X \leq 3) = P(X \leq 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4) \\
 &= 1 - \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 - 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{81}{81} - \frac{1}{81} = \frac{80}{81} \approx \underline{\underline{0,9877}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته درې واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$n = 5; \quad p = 20\% \Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

څلورم - رامنځ ته کیدنه: شفتالو خټا دی.

:

$$P(A) = P(X=1) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{256}{625} = \frac{1280}{3125} = \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک یو شفتالو خوټا دی، 0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ یا سم دي، کوم شفتالو خوټا نه دی.

$$P(B) = P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1024}{3125} = \underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټیک دي، 0,32768 دی.

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(X \leq 5) - P(X=1) - P(X=0) \\
 &= 1 - \frac{1280}{3125} - \frac{1024}{3125} = \frac{3125 - 1280 - 1024}{3125} = \frac{821}{3125} = \underline{\underline{0,26272}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوټا دي، 0,26272 دی.

پنځم -

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(X=2) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{51}{100}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{49 \cdot 51}{100 \cdot 100}\right)^2 \\
 &= 6 \cdot \frac{6.245.001}{100.000.000} = \frac{37.470.006}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,3747}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په فامیل کې ټیک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X \leq 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^4 \cdot \left(\frac{51}{100}\right)^0 \\
 &= 1 - 1 \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^4 \cdot 1 = 1 - \frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000 - 5.764.801}{100.000.000} \\
 &= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په کورنۍ کې زیات له زیاته درې نجونې دي، 0,9424 دی. شپږم -

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي ( $p = 0,5$ ). برعکس پېښه چې لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان دی، چې هیڅ ځل عدد نه دی.

باور لري  $P(X \geq 1) \geq 0,99$  همداسې د برعکس پېښې لپاره  $P(X=1) \leq 0,01$  دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01$$

لوگارت نمونه د بیلګې په توګه د  $\ln$  سره.

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01) \quad | : \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

(په پام کې ولری، چې کمیز یا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمینان یا تضمین سره لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم - A :  $n$  د غورځولو سره لږ تر لږه یو 6.  $p = 1/6$ .  $E = \{ 1; 2; 3; \dots; n \}$  برعکس پېښه ده:  $n$  د غورځولو سره نه 6 یا 6 نه.

د لاندې الماني پښتو: لوگارت نمونه، بڼه بدلون

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n = 1 - 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \quad ||$$

لوگاریتم بی ونیسی

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0,1) \quad ||$$

بینه بدل کری

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) \quad || : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \quad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

سری باید 13 خله و غورخوي، چي دیوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوخل شیر و غورخوي.

اتم - د  $n=60$  او  $P=1/6$  لپاره کومولیر یا سره راټول شوي بینوموښنه.

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966
		k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)		
		16	0,984	20	1,000		
		17	0,993	21	1,000		
		18	0,997	22	1,000		
		19	0,999	23	1,000		

سری ټیک 10 خله 6 غورخوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0,583 - 0,446 = 0,137$$

سری لږ ترلږه 10 خله 6 غورخوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0,446 = 0,554$$

سری زیات له زیاته 10 خله 6 غورخوي

له جدول لوستل کيږي.  $P(C) = P(X \leq 10) = 0,583$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

له جدول څخه دلوستل کيږی.  $P(C) = P(X \leq 10) = 0,583$

د غورځول شوو شپږ تعدادد 6 او 12 په شمول ترمنځ کي پروت دی.

$$P(D) = P(6 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$$

: سړی له 4 کم او له 15 زیات 6 غورځوي.

$$P(E) = P(5 \leq X \leq 14) = P(X \leq 14) - P(X \leq 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$$

: د 25 حالتون څخه زیاتو کي د سترگیو عدد ناجوره (طاق) دی.

له جدول لوستل شوی.  $P(F) = P(X \leq 24) = 0,078$

: د 30 حالتو څخه زیاتو کي د سترگی عدد جوړه دی.

$$P(G) = P(X \geq 31) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - 0,551 = 0,449$$

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ د سترگیو عدد رامنځ ته کيږي.

$$P(H) = P(26 \leq X \leq 34) = P(X \leq 34) - P(X \leq 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$$

پوښتنې

## بینومیال وېشنه II

لومړی - یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري. دیوې نجلې زېږېدنې لپاره احتمالوالی  $p = 0,5$  دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشمیرئ، چې د 6 کوچنیانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجوني

دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوگرام وکارئ.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمیرئ:

: د کوچنیان نتيکنیمایي نجوني دي.

: د کوچنیان زیات له زیاته نیمایي نجوني دي.

: د کوچنیان لږ تر لږه نیمایي نجوني دي.

دویم -

سیکه 5 ځله غورځول کيږي.  $P$  دلته 0,5 ده.

الف - د  $X$  تصادفي واریابلي یا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.

ب - د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(1) زیات له زیاته 3 ځله ممبرنښان؟

(2) له 3 ځله کم ممبرنښان؟

(3) لږ تر لږه یو 3 ځله ممبرنښان؟

(4) زیات له یو ځله ممبرنښان؟

دریم - یوه سیکه 20 ځله ورځول کيږي  
الف - د بینومیالوېشنې هیستوگرام وکارئ.  
ب - دلاندي پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کيږي.

- (1) ټیک ۱۰ ځله ممبرنېښان.
  - (2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنېښان.
  - (3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنېښان.
  - (4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنېښان.
- پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشنې هیستوگرام وکارئ.  
څلورم -

یو Multiple-Choice-Test له 50 پوښتنو او 5 ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر یوه لپاره ټیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترگو لید له لارې توکلي لاندي د پوښتنې سمې ځواب کړي؟  
الف - له ۲۰ زیاتي پوښتنې.  
ب - لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتنې  
پ - له لسو پوښتنو کم.  
ت - ټیک ۱۵ پوښتنې.

د $n = 50$ او $p = 0,2$ سره راوتنه د کمولیر شوي برنولي وېشنه باید مرستی په څېر استعمال شي..						د هرې پوښتنې سره د پېښېدنې احتمالوالی $1/5 = 0,2$ دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څیرو گڼل شي.
k	9	10	11	14	15	
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969	
k	16	19	20	21	22	
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1	

## ځوابونه

د بینوموېشنه II

مفصل ځوابونه . لومړی -

دا پرابلم د ۶ پوړیزې برنولي تجربې په څیر کیدی شي روارل شي د  $n = 6$  او  $p = 0,5$  سره .

غوښتونې  $P(X = k)$  د  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  لپاره

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

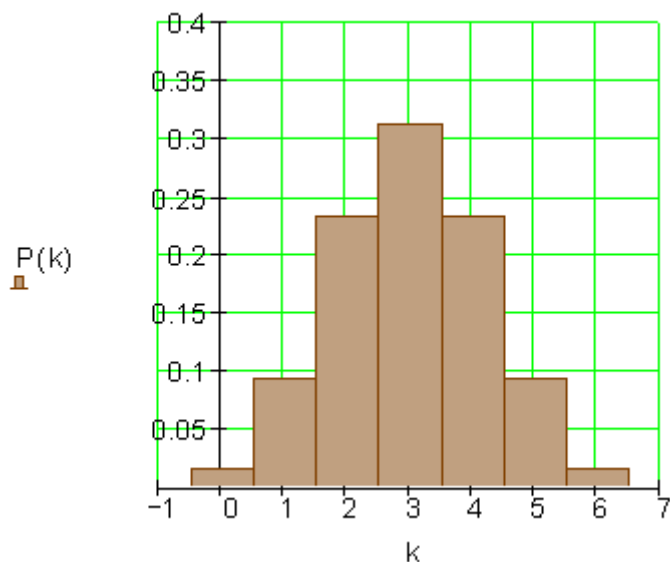
$$P(X=3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشني هېستوگرام



$$P(A) = P(X=3) = \underline{\underline{0,3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه تیک درې نجونې دي.



$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجوني دي :

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$

$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجوني دي دویم - دا پرابلم د 5-پوریزې برنولي تجربې په څیر روارل شي د  $n=5$  او  $p=0,5$  سره الف - غوښتونې  $P(X=k)$  د  $k=0, 1, 2, 3, 4, 5$  لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 1 = 1 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \leq 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

له درې واړه کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(۳) لږ تر لږه یو واړه ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

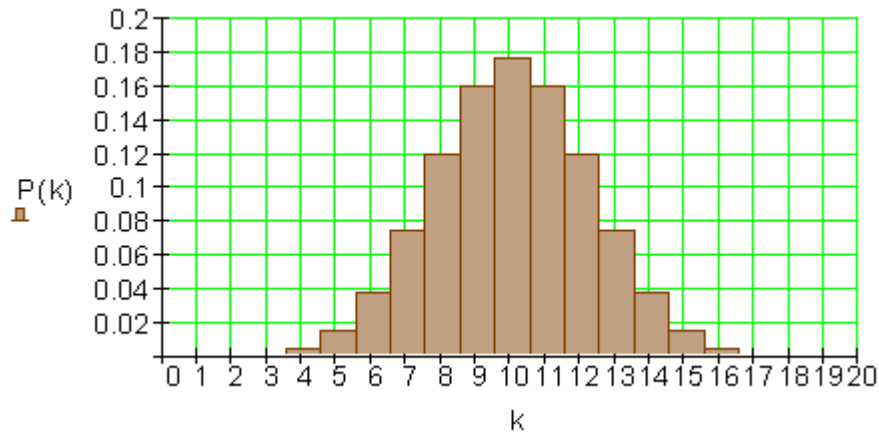
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

دریم -

الف -

د  $n = 20$  او  $p = 0,5$  لپاره د بېنوموېشنې هیستوگرام



ب -

(۱) احتمالوالی  $P(X = 10)$  کېدی شي له جدول یا همداسې له هیستوگرام څخه ولوستل شي.

د پېښې 10 واړه ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی:  $P(X=10) \sim 0,176$

(۲) د پېښې لپاره احتمالوالی

$E$  : زیات له زیاته ۱۵ واړه ممبرنښان، نه شي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنی اکومولېري جدول، نو کېدی شي د  $E$  لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074
$P(X \leq k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132
k	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(X = k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0
$P(X \leq k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1
						8	9	10
						0,12	0,16	0,176
						0,252	0,412	0,588
						19	20	
						0	0	
						1	1	

یادونه: د  $k < 3$  لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسی د  $k < 20$  لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیر لري، داسې چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکردشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

$$P(X \leq 15) \approx 0,994$$

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنای

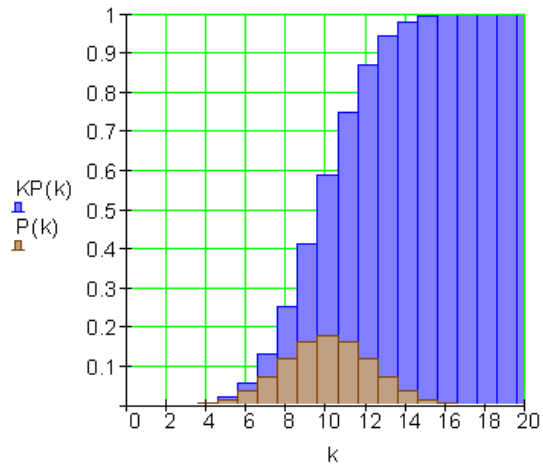
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = 0,942$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6, 7, \dots, 16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = 0,978$$

پ - د کومولیري احتمالوالی وپښني هیستوگرام



څلورم -

$$P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = 0 \quad \text{الف -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمې ځواب شي له 0,001 (0,1%) څخه کوچنی دی.

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = 0,565 \quad \text{ب -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمې ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

$$P(X \leq 9) = 0,444 \quad \text{پ -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له 10 پوښتنو کم سمې ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

$$P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = 0,03 \quad \text{ت -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي ټیک 15 پوښتنو سمې ځواب شي 0,03 (3%) دی.

پوښتنې

بېنومو پېشنه III

لومړۍ -

یوه سیکه 100 واره غورځول کېږي. د ممبرنېنان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی  $p = 0,5$  دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېری.

: ټیک 52 ځله ممبرنېنان غورځول کېږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنېنان غورځول کېږي.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنېنان غورځول کېږي

: له 45 ځله کم ممبرنېنان ورځول کېږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنېنان غورځول کېږي.

: له 47 ځله زیات ممبرنېنان غورځول کېږي.

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنېنان غورځول کېږي.

: ټیک 50 ځله عدد یا گڼ غورځول کېږي.

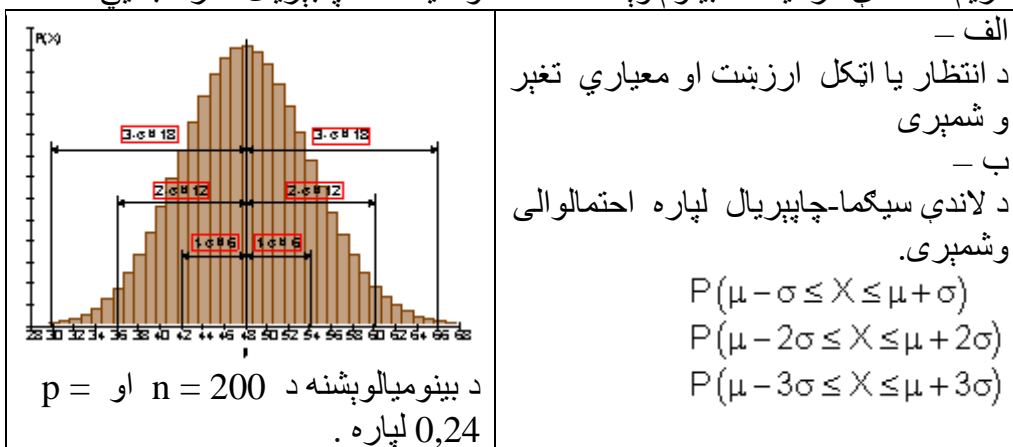
دویم - په المان کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره

تصادفي 100 کورنۍ ټاکل کېږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکي:

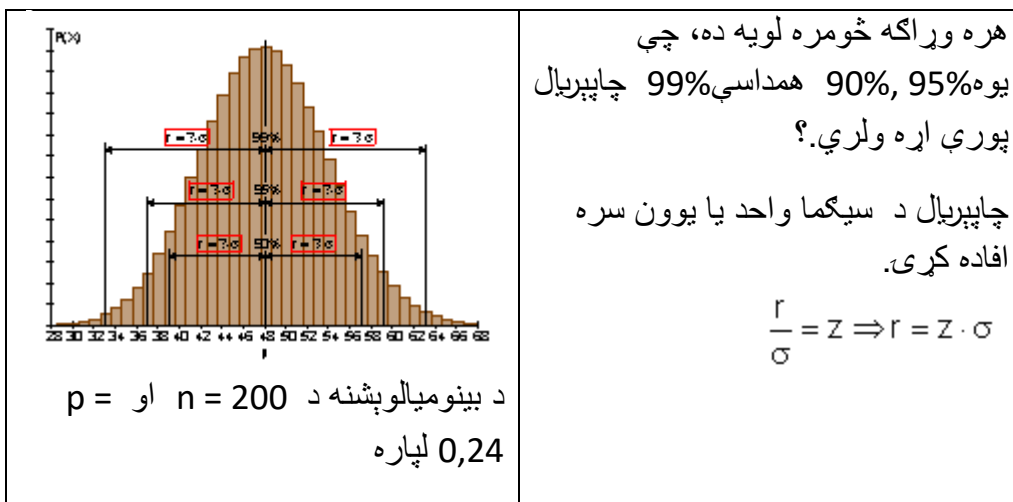
: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.

: په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

له 40 کورنیو څخه زیاتو کي دوه موټر شتون لري :  
 لږ تر لږه 40 او زیات له زیاته 60 کورنیو کي دوه موټر شتون لري.  
 دریم - لاندی گرافیک د بینوم وېشنه د مختلفو سیگما - چاپیریال سره ښایي



څلورم - لاندی گرافیک یو بینومیال وېش ښایي په مختلفو په سلو کي چاپیریال وړانگو سره .



ځوابونه (حلونه یا اوبیوني)

بینوم وېشنه III

مفصل ځوابونه

لومړۍ -

د  $n=100$  او  $p=0,5$  لپاره کموليرې بينوميال - وېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټيک 52 ځله ممبرنښان  $\{0, \dots, 51, 52, 53, \dots, 100\}$ 

$$P(A) = P(X = 52) = P(X \leq 52) - P(X \leq 51) = 0,691 - 0,618 = \underline{\underline{0,073}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان  $\{0, \dots, 42, 43, 44, 45, \dots, 100\}$ 

$$P(B) = P(X \geq 43) = P(X \leq 100) - P(X \leq 42) = 1 - 0,067 = \underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر و غورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان  $\{0, \dots, 37, 38, \dots, 56, 57, \dots, 100\}$ 

$$P(C) = P(38 \leq X \leq 56) = P(X \leq 56) - P(X \leq 37) = 0,903 - 0,006 = \underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان  $\{0, 1, \dots, 44, 45, 46, \dots, 100\}$ 

$$P(D) = P(X \leq 44) = \underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان  $\{0, \dots, 39, 40, \dots, 60, 61, \dots, 100\}$

$$P(E) = P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0,982 - 0,018 = \underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,964 دی.

له 47 ځله زیات ممبرنبنان  $\{0, \dots, 47, 48, 49, 50, \dots, 100\}$

$$P(F) = P(X > 47) = P(X \geq 48) = P(X \leq 100) - P(X \leq 47) = 1 - 0,309 = \underline{\underline{0,691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47 ځله څخه زیات ممبرنبنان وغورځول شي 0,691 دی..

لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنبنان  $\{0, \dots, 44, 45, \dots, 55, 56, \dots, 100\}$

$$P(G) = P(45 \leq X \leq 55) = P(X \leq 55) - P(X \leq 44) = 0,864 - 0,136 = \underline{\underline{0,728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,728 دی.

تيک 50 ځله ممبرنبنان  $\{0, \dots, 49, 50, 51, \dots, 100\}$

$$P(H) = P(X = 50) = P(X \leq 50) - P(X \leq 49) = 0,540 - 0,460 = \underline{\underline{0,08}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې تیک 50 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,08 دی.

دويم - له 60 کورنيو څخه کمو کي دوه موټر شتون لري  $\{0, 1, \dots, 59, 60, \dots, 100\}$

$$P(A) = P(X \leq 59) = \underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې د 60 څخه کمو کورنيو کي دوه موټر ي 0,972 دی.

په تیک 60 کورنيو کي دوه موټر شتون لري  $\{0, \dots, 59, 60, 61, \dots, 100\}$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په تیک شپېته کورنيو دو موټر شتون لري 0,01 دی.

له څلوېښت کورنيو څخه زیاتو کي دوه موټر شتون لري.  $\{0, \dots, 40, 41, 42, \dots, 100\}$

$$P(C) = P(X > 40) = P(X \geq 41) = P(X \leq 100) - P(X \leq 40) = 1 - 0,028 = \underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

لږ تر لږه په څلوېښت کورنیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

$$\{0, \dots, 39, 40, \dots, 60, 61, \dots, 100\}$$

$$P(E) = P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0,982 - 0,018 = \underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف - د  $n=200$  او  $p=0,24$  لپاره بېنوميال وېشنه .

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,24 = 48$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0,24 \cdot 0,76} \approx \underline{\underline{6,04}}$$

ب - د ساده سیگما - چاپیریال احتمالوالی

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$$

$$\mu = 48 \text{ او } \sigma \approx 6 \text{ سره لرو } \mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42 \text{ او } \mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$$

او له دې سره

$$P(42 \leq X \leq 54) = P(X \leq 54) - P(X \leq 41) = 0,859 - 0,140 = 0,719$$

د یوه احتمالوالی سره د بریا تعداد په انټروال پروت دی. دا ساده سیگما - چاپیریال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د یوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالی سره د بریاوو تعداد په انټروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا نزدې د سیگما - چاپیریال ساده انتظار ارزښت په گوته کونه ده .

د ډبل سیگما - چاپیریال احتمالوالی.

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$$

$$\mu = 48 \text{ او } \sigma \approx 6 \text{ سره لرو } \mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36 \text{ او } \mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$$



او له دې سره

$$P(36 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د بریاو تعداد په انټروال [ 36 ; 60 ] کې پروت دی. دا نږدې د سیګما-چاپیریال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د دريواره سیګما-چاپیریال احتمالوالی

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) : \text{د ټاکلو دی}$$

$$\text{د } \mu = 48 \text{ او } \sigma \approx 6 \text{ سره لرو: } \mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30 \text{ او}$$

$$\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$$

او له دې سره

$$P(30 \leq X \leq 66) = P(X \leq 66) - P(X \leq 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د بریاو تعداد په انټروال [ 30 ; 66 ] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما - چاپیریال درې برابره دی.

څلورم -

که د بینومیال وېشنې جدول لپاره یو کمولیر شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلې د کوتی بندولو له لارې ځواب کړو.

د  $n=200$  او  $p=0,24$  لپاره د بینومیال کمولیري یا راتوله وېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د  $r = 10$  سره د 90% احتمالوالي لپاره تکیه ټکي

$\mu$	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	10	$38 \leq X \leq 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \leq X \leq 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتنې وړانګه د 9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سړی د وړانګې لپاره پرېکړه (فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتنې احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه  $r = 9$  ده. کا دا یرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابرې انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{1,49 \sigma}}$$

په یوه  $1,49 \sigma$  چاپیریال کې نږدې 88,5% ټولې بریاوې پرتې دي.

د 95% لپاره په احتمالوالي تکیه کوو، د وړانګې  $r = 12$  سره.

$\mu$	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	12	$36 \leq X \leq 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \leq X \leq 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتنې وړانګه د 11 او 12 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. وړانګه  $r = 11$  د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{1,82 \sigma}}$$

په يوه  $1,82\sigma$  چاپېريال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د 99% لپاره په احتمالي تکیه کوو، د وړانګې  $r = 14$  سره.

$\mu$	$r$	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	14	$34 \leq X \leq 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \leq X \leq 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکي وړانګه  $r = 15$  ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{2,48\sigma}}$$

په يوه  $2,48\sigma$  چاپېريال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

## پوښتنې

### بينوميالو پښنه IV

د چاپېريال احتمالي شمېر نه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوريزې برنولۍ-تجربې دي

لومړۍ - لاندې احتمالي وشميرئ.

الف -  $n=160$  او  $p=0,45$  لرو و ټاکي  $P(X \geq 76)$

ب -  $n=200$  او  $p=0,63$  لرو و ټاکي  $P(X \leq 110)$

پ -  $n=250$  او  $p=,26$  لرو و ټاکي  $P(X < 60)$

دويم - د انتظار ارزښت 95% چاپېريال وټاکي. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف -  $n = 150$  und  $p = 0,28$  ب -  $n = 250$  und  $p = 0,7$

پ -  $n = 392$  und  $p = 0,5$

دريم - لاندې د چاپېريال احتمالي و ټاکي

الف -  $n = 200$  او  $p = 0,37$  وٽاڪي  $P(64 \leq X \leq 84)$

ب -  $n = 300$  او  $p = 0,74$  وٽاڪي

$P(210 \leq X \leq 234)$

پ -  $n = 400$  او  $p = 0,17$  وٽاڪي،  $P(60 \leq X \leq 76)$

ت -  $n = 1000$  او  $p = 0,28$  وٽاڪي،  $P(270 \leq X \leq 290)$

څلورم - د لاندې اسيموٽري چاپيريال احتمالوالي وٽاڪي:

الف -  $n = 160$  او  $p = 0,35$  وٽاڪي،  $P(50 \leq X \leq 60)$

ب -  $n = 250$  او  $p = 0,62$  وٽاڪي،  $P(150 \leq X \leq 165)$

پ -  $n = 270$  او  $p = \frac{5}{6}$  وٽاڪي  $P(221 \leq X \leq 240)$

پنجم - يوه سٽرگي يا سٽرگيز مڪعب 600 واره غورخول ڪيري (پيڻهه عدد 6 ،  $p = \frac{1}{6}$ ).

د کوم احتمالوالي سره د بريا تعداد يا گنون (د سٽرگيو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول) ترمئخ پروٽ دي؟

شپڙم - يوه پيسه 250 واره يا ڇله غورخول ڪيري. لاندې احتمالوالي وٽاڪي.

الف - له 120 ڇخه زيات ممبر لوييري يا رڱرگنديري.

ب - له 128 ڇخه ڪم ممبر لوييري يا رڱرگنديري.

پ - لو تر لڙه 115 او زيات له زياته 135 ڇله ممبرنبنان راوڃي.

خوابونه

د بینوم وېشنه IV

د چاپیریال احتمالی شمیرنه

د بینوم وېشنې لپاره شمیرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړۍ - الف -

$$n = 160 \quad p = 0,45 \quad P(X \geq 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,45 = 72$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0,55} = \sqrt{39,6} \approx 6,293 > 3$$

$$[\dots\{69\dots 72\dots 75\}\{76\dots 160\}]$$

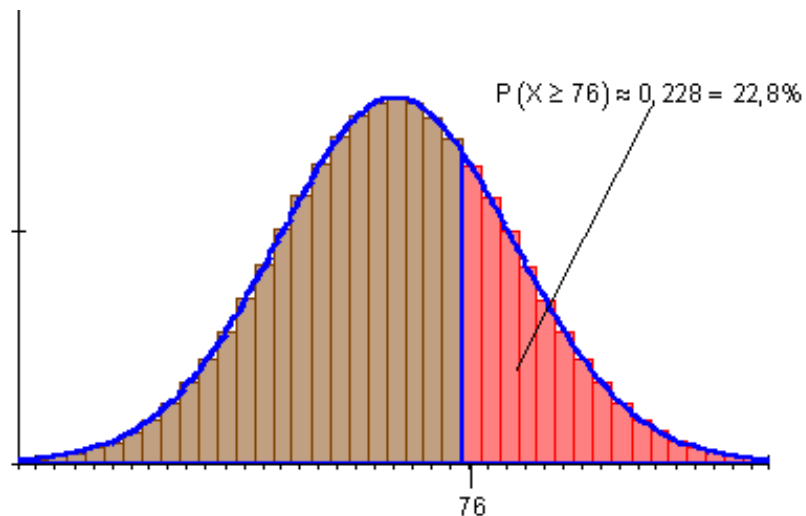
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - P(69 \leq X \leq 75)]$$

$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68,5 \leq X \leq 75,5)$$

$$r = 3,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{6,293} \Rightarrow r \approx 0,56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,56$$

$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0,425$$

$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0,425] \approx \underline{\underline{0,288}}$$



- ۶

$$n = 200 \quad p = 0,63 \quad P(X \leq 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \dots 110\} \{111 \dots 126 \dots 141\} \dots]$$

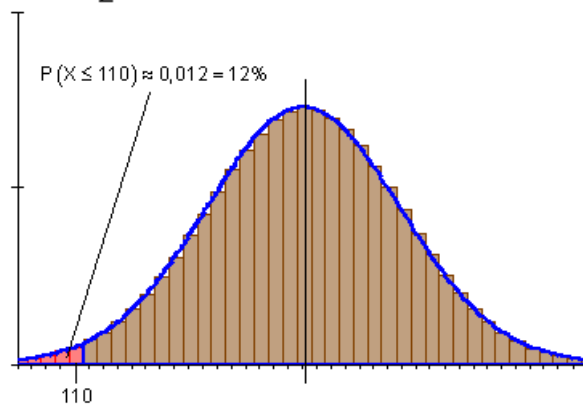
$$P(X \leq 110) = \frac{1}{2} [1 - P(111 \leq X \leq 141)]$$

$$P(111 \leq X \leq 141) = P(110,5 \leq X \leq 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \leq X \leq 141) \approx 0,977$$

$$P(X \leq 110) = \frac{1}{2} [1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



- ۶

$$n = 250 \quad p = 0,26 \quad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \dots 59\} \{60 \dots 65 \dots 70\} \dots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2} [1 - P(60 \leq X \leq 70)]$$

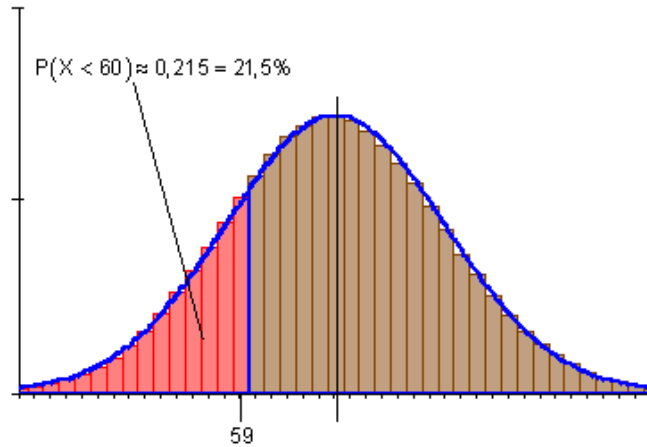
$$P(60 \leq X \leq 70) = P(59,5 \leq X \leq 70,5)$$

255

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \leq X \leq 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دويم -

الف - لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \quad p = 0,28$$

$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$

$$95\% \text{-Umgebung: } [\dots\{?\dots 42\dots?\}\dots]$$

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$

$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$

$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د گردوني لپاره پام كونه:

بايد 95% چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي. بلده گردونه، به دا انټروال [31...53] د پام لاندې نيسو.

دا به د ق(۱۱ یوه وړانګه وي. له دې سره به وي  $P(31 \leq X \leq 53) > 0,95$ .

د  $r=10$  ټاکنې سره به وي  $P(32 \leq X \leq 52) < 0,95$  وي.

زیات وخت دپوښتنې کولو ډول څخه رامنځ ته کیږي، چې څنګه راګرځیږي.

په هر حالت باید د ټاکلي چاپریال ریښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \leq X \leq 53) = P(30,5 \leq X \leq 53,5) \Rightarrow r = 11,5$$

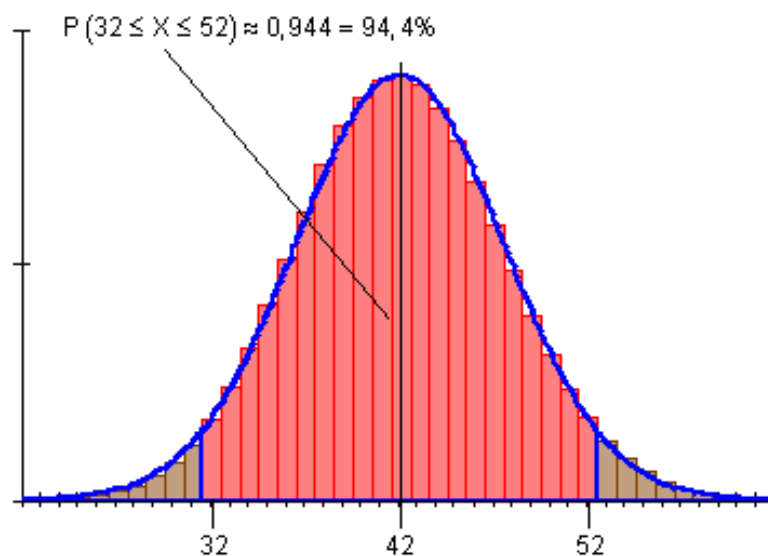
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 2,09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,09$$

$$P(31 \leq X \leq 53) \approx \underline{\underline{0,963}}$$

$$P(32 \leq X \leq 52) = P(31,5 \leq X \leq 52,5) \Rightarrow r = 10,5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 1,91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,91$$

$$P(32 \leq X \leq 52) \approx \underline{\underline{0,944}}$$



ب

$$n = 250 \quad p = 0,7$$



257

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0,3} = \sqrt{52,5} \approx 7,246 > 3$$

95% چاپیریال:  $[... \{? \dots 175 \dots ?\} \dots]$

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 7,246 \approx 14,2$$

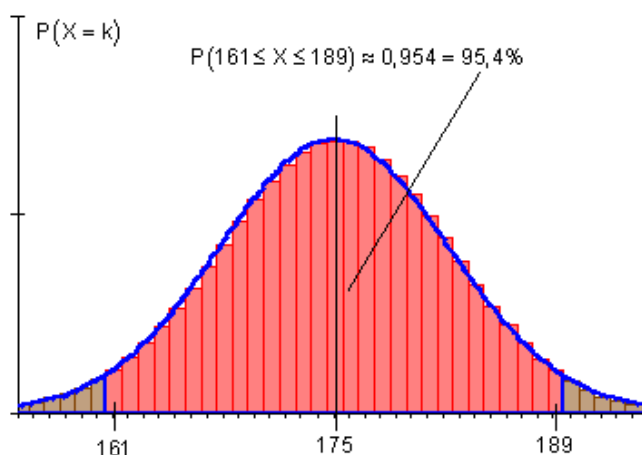
$$\mu - r = 175 - 14,2 \approx 160,8 \quad \text{ټاکنه 161}$$

$$\mu + r = 175 + 14,2 \approx 189,2 \quad \text{ټاکنه یا انتخاب: 189}$$

$$P(161 \leq X \leq 189) = P(160,5 \leq X \leq 189,5)$$

$$r = 14,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14,5}{7,246} \Rightarrow r \approx 2,00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,00$$

$$P(161 \leq X \leq 189) \approx \underline{\underline{0,954}}$$



— 3\*

$$n = 392 \quad p = 0,5$$

$$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0,5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0,5} = \sqrt{98} \approx 9,899 > 3$$

95% - چاپیریال: [...{?...196...?}...]

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 9,899 \approx 19,40$$

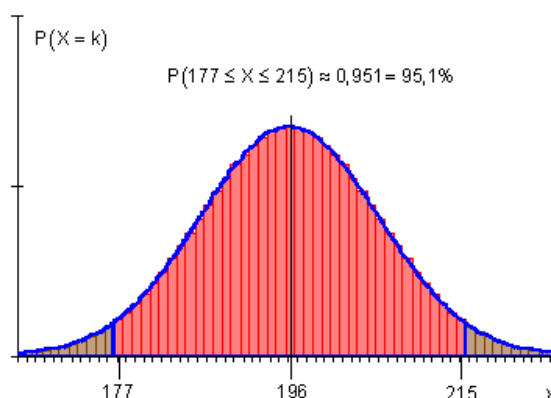
$$177 \text{ تاکنه } \mu - r = 196 - 19,4 \approx 176,6$$

$$215 \text{ تاکنه } \mu + r = 196 + 19,4 \approx 215,4$$

$$P(177 \leq X \leq 215) = P(176,5 \leq X \leq 215,5)$$

$$r = 19,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19,5}{9,899} \Rightarrow r \approx 1,97 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,97$$

$$P(177 \leq X \leq 215) \approx \underline{\underline{0,951}}$$



دریم - الف-

$$n = 200 \quad p = 0,37 \quad P(64 \leq X \leq 84)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

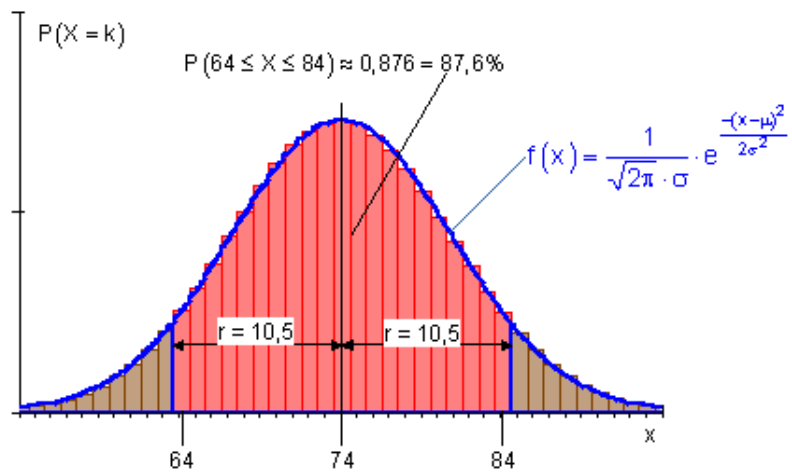
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

[...{64...74...84}...]

$$P(64 \leq X \leq 84) = P(63,5 \leq X \leq 84,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 1,54 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,54$$

$$P(64 \leq X \leq 84) \approx \underline{\underline{0,876}}$$



$$n = 300 \quad p = 0,74 \quad P(210 \leq X \leq 234)$$

$$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$$

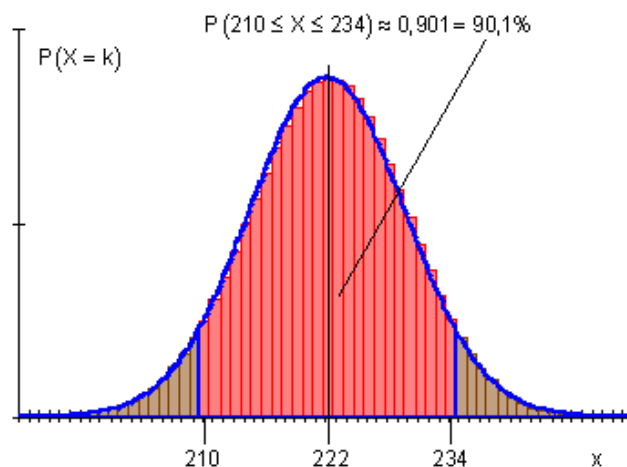
[...{210...222...234}...]

$$P(210 \leq X \leq 234) = P(209,5 \leq X \leq 234,5)$$

$$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$$

$$P(210 \leq X \leq 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$$

— }  
— }



— }  
— }

$$n = 400 \quad p = 0,17 \quad P(60 \leq X \leq 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0,17 = 68$$

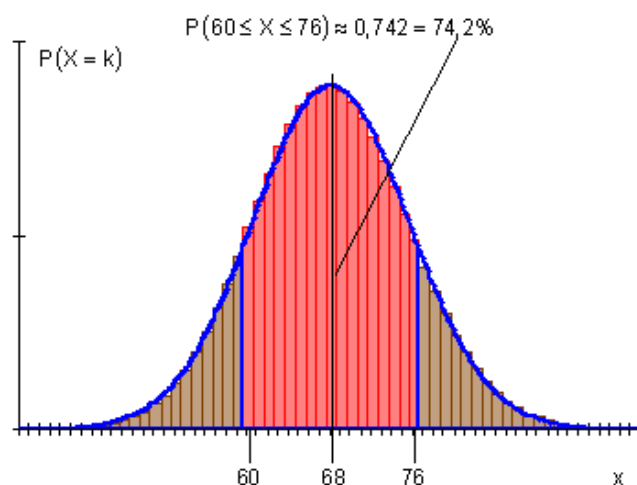
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0,83} = \sqrt{56,44} \approx 7,513 > 3$$

[...{60...68...76}...]

$$P(60 \leq X \leq 76) = P(59,5 \leq X \leq 76,5)$$

$$r = 8,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8,5}{7,513} \Rightarrow r \approx 1,13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,13$$

$$P(60 \leq X \leq 76) \approx \underline{\underline{0,742}}$$



- ت

$$n = 1000 \quad p = 0,28 \quad P(270 \leq X \leq 290)$$

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0,28 = 280$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0,72} = \sqrt{201,6} \approx 14,199 > 3$$

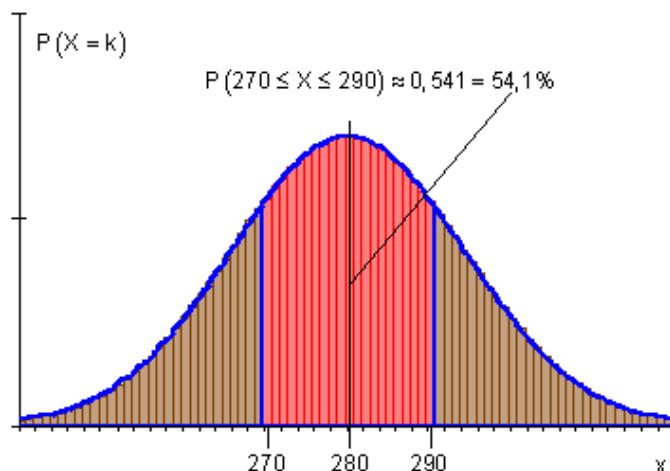
[...{270...280...290}...]

$$P(270 \leq X \leq 290) = P(269,5 \leq X \leq 290,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{14,199} \Rightarrow r \approx 0,74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,74$$

$$P(270 \leq X \leq 290) \approx \underline{\underline{0,541}}$$

261



- خلورم

- الف

$$n = 160 \quad p = 0,35 \quad P(50 \leq X \leq 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0,65} = \sqrt{36,4} \approx 6,033 > 3$$

$$[\dots \{50, 51\} \{52 \dots 56 \dots 60\} \{61, 62\} \dots]$$

$$P(50 \leq X \leq 60) = \frac{1}{2} [P(50 \leq X \leq 62) + P(52 \leq X \leq 60)]$$

$$P(50 \leq X \leq 62) = P(49,5 \leq X \leq 62,5)$$

$$r = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 1,08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,08$$

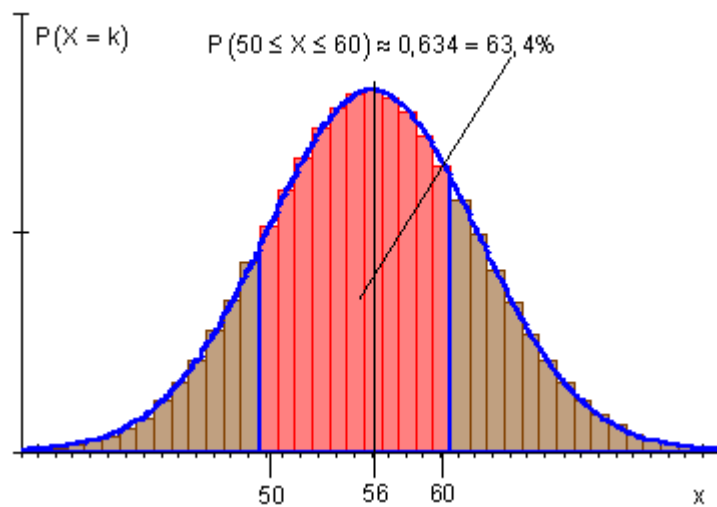
$$P(50 \leq X \leq 62) \approx 0,720$$

$$P(52 \leq X \leq 60) = P(51,5 \leq X \leq 60,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 0,75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,75$$

$$P(52 \leq X \leq 60) \approx 0,547$$

$$P(50 \leq X \leq 60) = \frac{1}{2} (0,720 + 0,547) \approx \underline{\underline{0,634}}$$



— ↵

$$n = 250 \quad p = 0,62 \quad P(150 \leq X \leq 165)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$$

$$[\dots\{145 \dots 149\} \{150 \dots 155 \dots 160\} \{161 \dots 165\} \dots]$$

$$P(150 \leq X \leq 165) = \frac{1}{2} [P(145 \leq X \leq 165) + P(150 \leq X \leq 160)]$$

$$P(145 \leq X \leq 165) = P(144,5 \leq X \leq 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

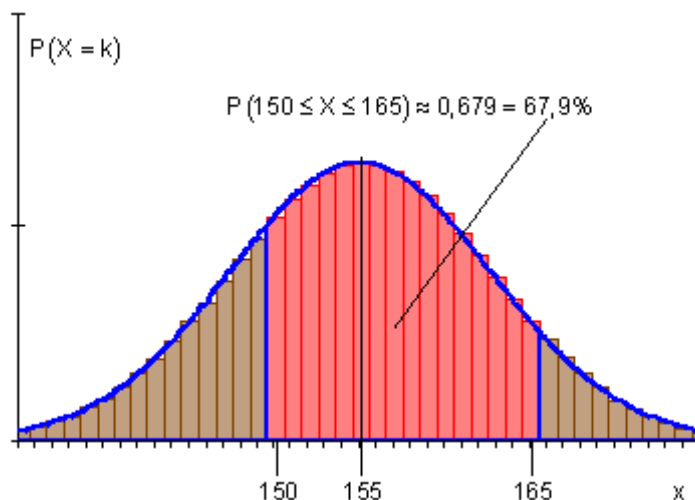
$$P(145 \leq X \leq 165) \approx 0,829$$

$$P(150 \leq X \leq 160) = P(149,5 \leq X \leq 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \leq X \leq 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \leq X \leq 165) = \frac{1}{2} (0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$



— 3\*

$$n = 270 \quad p = \frac{5}{6} \quad P(221 \leq X \leq 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

[...{210...220} {221...225...229} {230...240}...]

$$P(221 \leq X \leq 240) = \frac{1}{2} [P(210 \leq X \leq 240) + P(221 \leq X \leq 229)]$$

$$P(210 \leq X \leq 240) = P(209,5 \leq X \leq 240,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$$

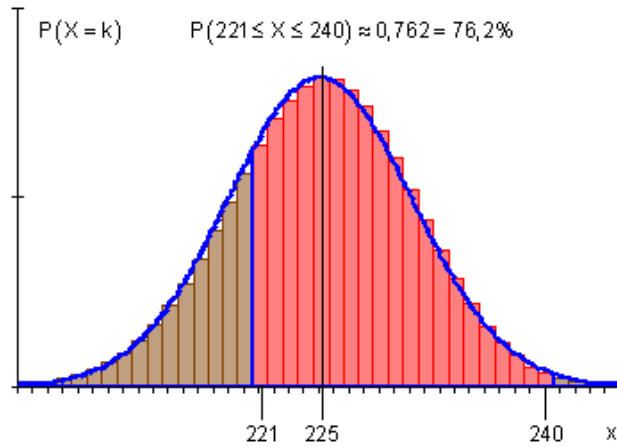
$$P(210 \leq X \leq 240) \approx 0,989$$

$$P(221 \leq X \leq 229) = P(220,5 \leq X \leq 229,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$$

$$P(221 \leq X \leq 229) \approx 0,535$$

$$P(221 \leq X \leq 240) = \frac{1}{2} (0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$$



$$n = 600 \quad p = 1/6 \quad P(90 \leq X \leq 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,3} \approx 9,129 > 3$$

[...{90...100...110}...]

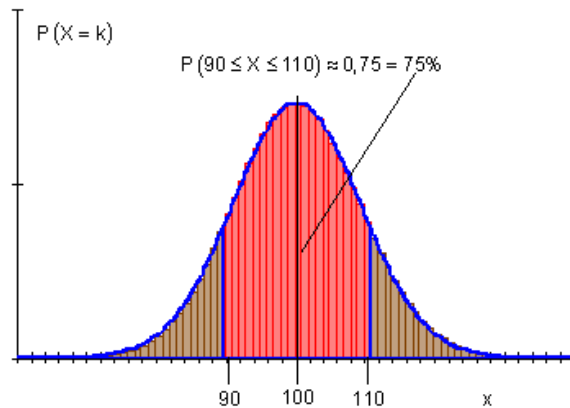
$$P(90 \leq X \leq 110) = P(89,5 \leq X \leq 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \leq X \leq 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنجم -

د سیکي 600 غورځولو سره احتمالوالی چي لږ تر لږه 90 - ځله او زیات له زیاته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750 دی.





شپڙم -

الف -

$$n = 250 \quad p = 0,5 \quad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

$$[\dots\{121\}\dots\{125\}\dots\{129\}\{130\}\dots\{250\}]$$

$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2} [1 + P(121 \leq X \leq 129)]$$

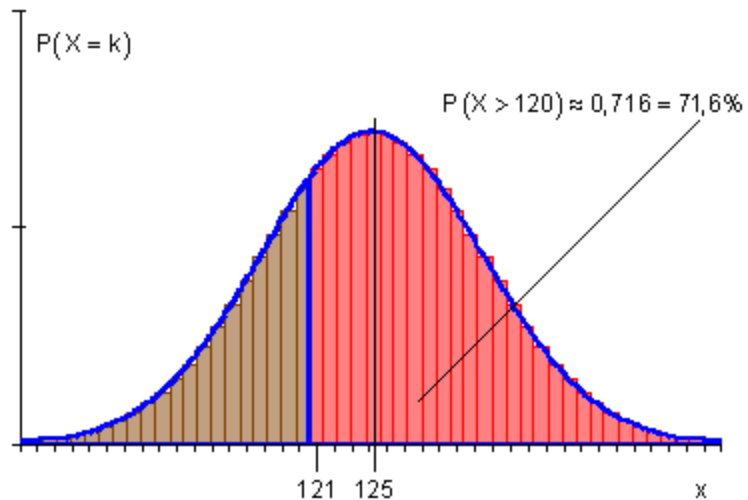
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120,5 \leq X \leq 129,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,57$$

$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0,431$$

$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2} [1 + 0,431] \approx \underline{\underline{0,716}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زيات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی



ب -

$$n = 250 \quad p = 0,5 \quad P(X < 128) = P(X \leq 127)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

$$[\{0 \dots 122\} \{123 \dots 125 \dots 127\} \dots]$$

$$P(X \leq 127) = \frac{1}{2} [1 + P(123 \leq X \leq 127)]$$

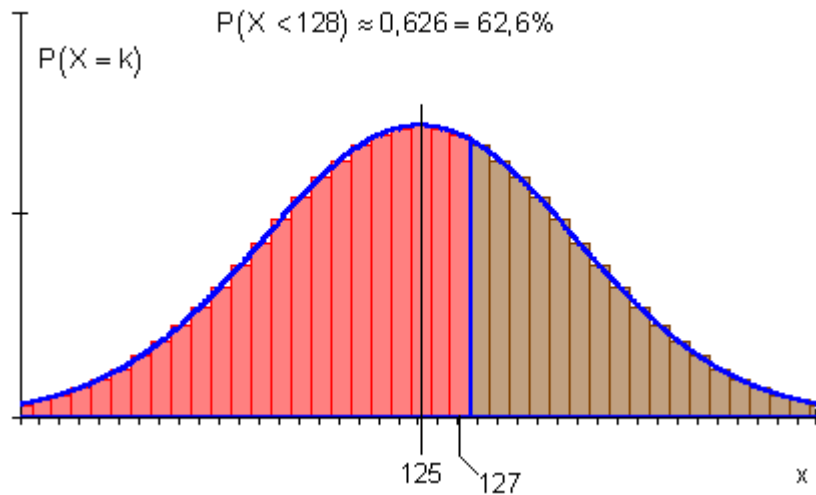
$$P(123 \leq X \leq 127) = P(122,5 \leq X \leq 127,5)$$

$$r = 2,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,32$$

$$P(123 \leq X \leq 127) \approx 0,251$$

$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2} [1 + 0,251] \approx \underline{\underline{0,626}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.



ب -

$$n = 250 \quad p = 0,5 \quad P(115 \leq X \leq 135)$$

267

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

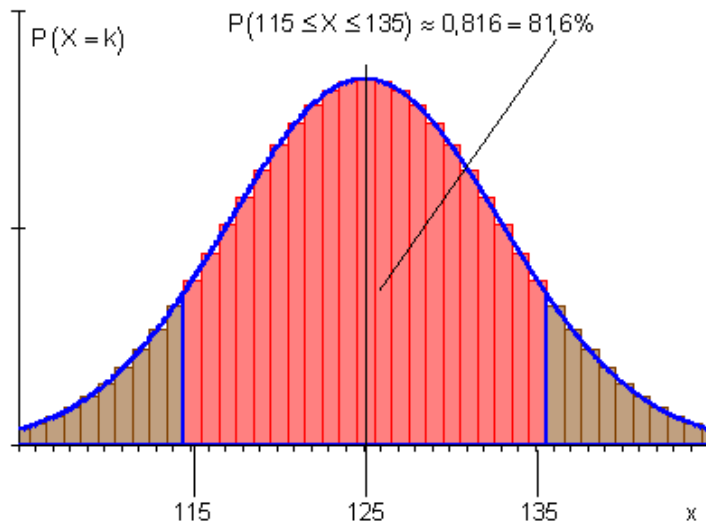
[...{64...74...84}...]

$$P(115 \leq X \leq 135) = P(114,5 \leq X \leq 135,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 1,33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,33$$

$$P(115 \leq X \leq 135) \approx 0,816$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 115 او زیات له زیاته 135 څخه ممبرنښان لاس ته راوړو 0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

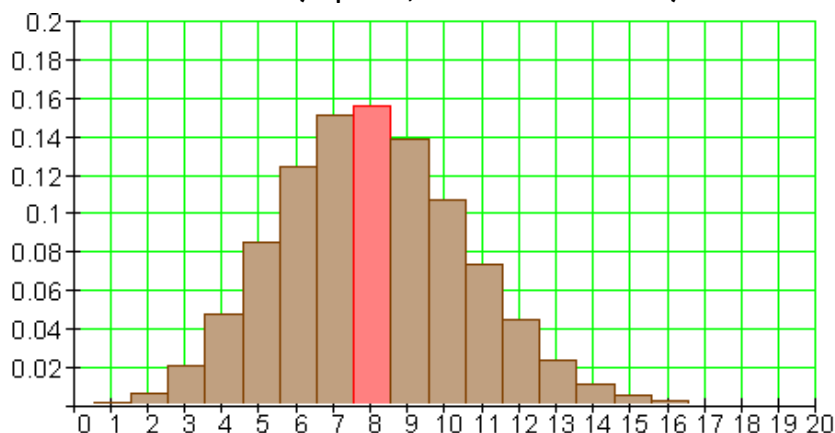
او معیاري په څنګ کیدني

بینومیال وپشل شوي تصادفي لویه.

### د بېنوميال وېشنې بېلگه د $n = 40$ او $p$ متحولي لپاره

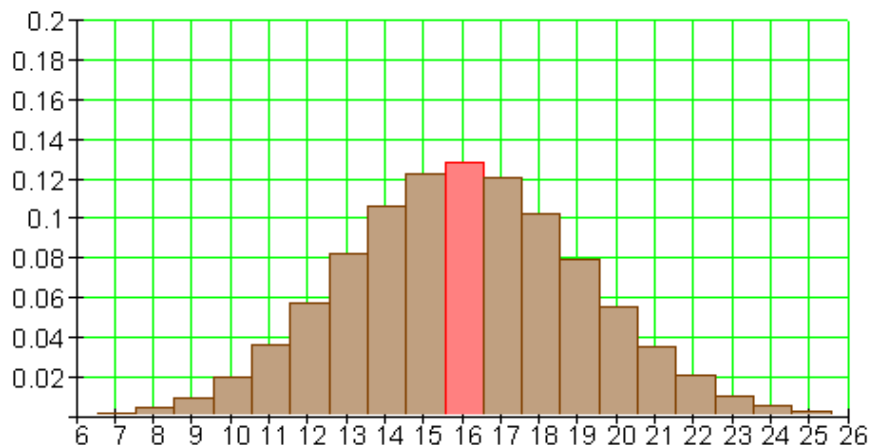
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کېدنې احتمالوالی یې  $p = 0,2$  دی،  $n = 40$  ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ گټني انتظار باسو.

د بېنوميال – وېشنه د  $n = 40$  او  $p = 0,2$  لپاره



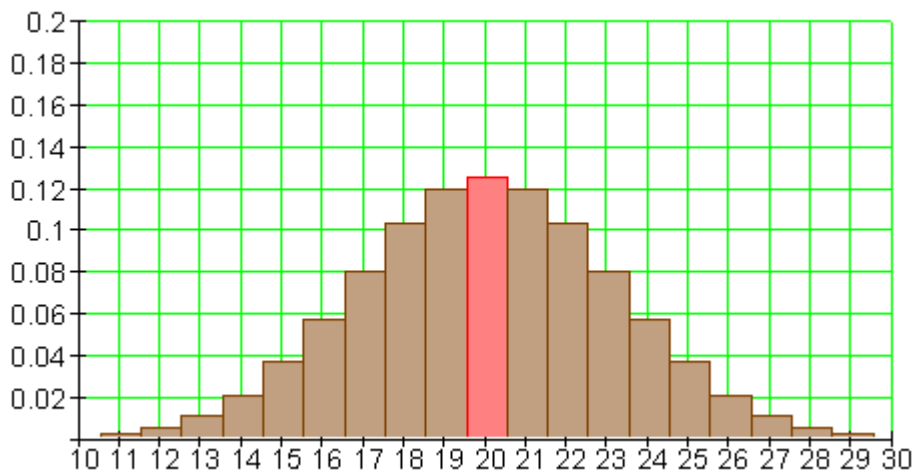
که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د گټني احتمالوالی  $p = 0,4$  دی،  $n = 40$  ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۱۶ گټنو (دا داسې دی، لکه چې د لاتري راوتنو) انتظار شته.

د بېنوميالوېشنه د  $n = 40$  او  $p = 0,4$  لپاره



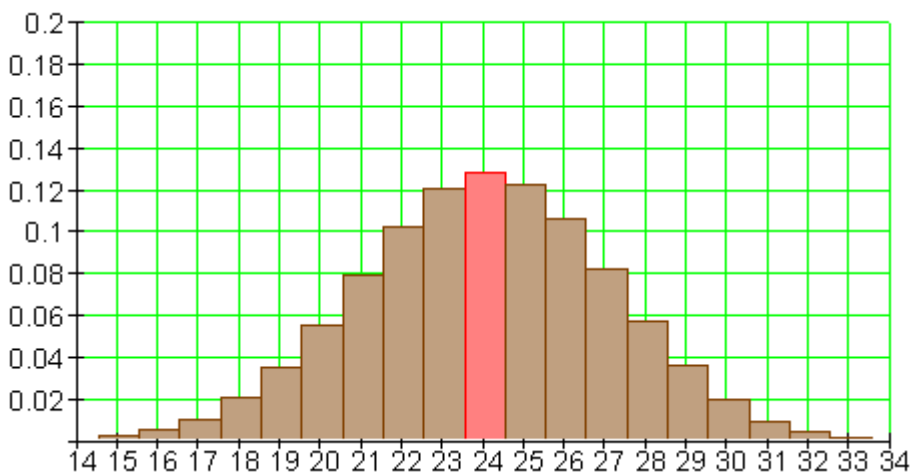
که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د گټني احتمالوالی  $p = 0,5$  دی،  $n = 40$  ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 20 گټنو انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د  $n = 40$  او  $p = 0,4$  لپاره



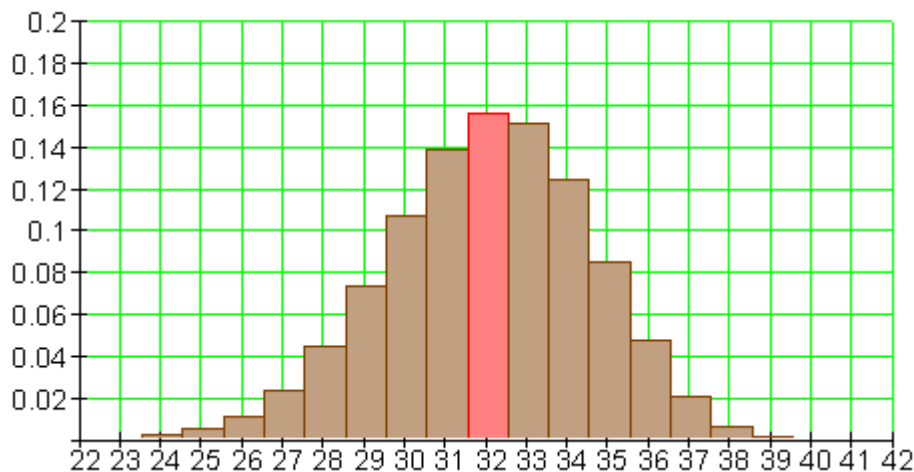
که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د گټنې احتمالوالی  $p = 0,6$  دی،  $n = 40$  ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 گټنو انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د  $n = 40$  او  $p = 0,6$  لپاره



که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د گټنې احتمالوالی  $p = 0,8$  دی،  $n = 40$  ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 گټنو (راوتنو) انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د  $n = 40$  او  $p = 0,8$  لپاره



د یوه بېنوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګې غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 دانې (سترګې) غورځولو کې 6 عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کېږي. دا په دې معنا نغ دی، چې ګوندي 6 عدد په ریښتوني 1000 ځله اروځي یا رامنځ ته کېږي. د انتظار ارزښت ناپای زیاتي تجربې مخ د مخه نیسي (وراندنیونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راټول شوي توګه ویلای شو:

که برنولي تجربه کې، د راوتني احتمالوالی یوه  $p$  ده،  $n$  ځله یو بل پسې تکرار شي، نو په منځني توګه  $n$  ځله  $p$  راوتني ته انتظار کارو.

جمله: د یوه بېنوميال وېشنې انتظار ارزښت:

په یوه  $n$ -پوریز برنولي تجربه یا ازماښت کې د بریا احتمالوالی  $p$  د تصادفي متحولي  $X$  د انتظار ارزښت  $E(X)$ ، د بریاو تعداد، لپاره باور لري:

$$E(X) = n.p$$

د  $E(X)$  لپاره هم  $\mu$  لیکو (دا د ریاضي ادبیاتو کې معمول دی).

له دې سره بېنوميال وېشل شوي لویي  $X$  انتظار ارزښت دی.

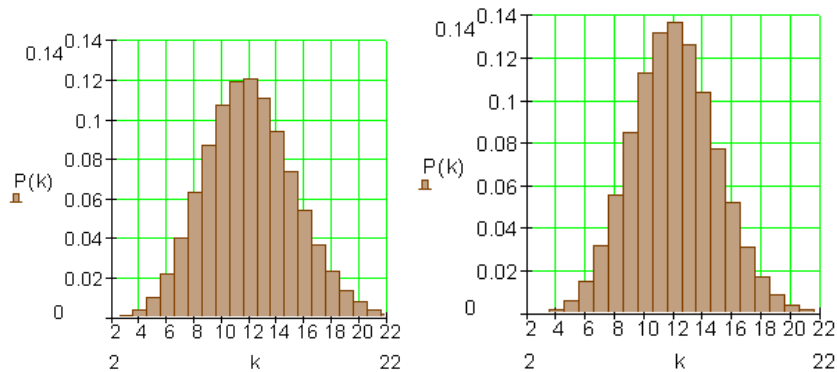
$$\mu = n.p$$

حل يا اوبی يې دلته نه راوړل کيږي. دا کېدی شي د بينوم درسي جملې په مرسته مخ ته يو وړل شي يا صورت ونيسي..

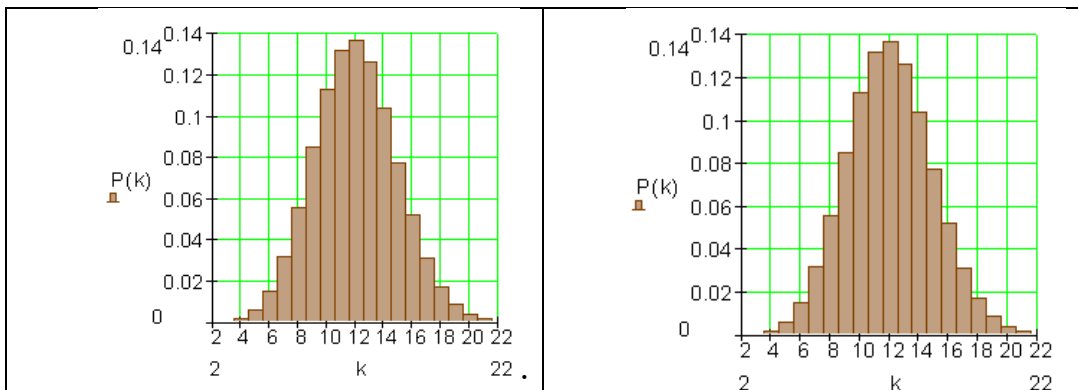
د هېستوگرام د کتلو سره مو بام دی ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتيجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوگرامونو بڼه يو بل ته ورته ده، دا د يوه زنگ بڼه لري. د  $p = 0,5$  لپاره ارزښتونه يو بل سره سيومتريک پراته دي. د  $p < 0,5$  لپاره وېشنه،، کين ټيټه يا کين ژوره،، ده، د  $p > 0,5$  لپاره برعکس،، ښي ژوره يا -کړه،، ده.

د انتظار ارزښت په نږدې کې نتيجه پرته دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د مټي جگوالی د د اړونده نتيجه احتمالوالي په گوته کوي يا ښايي، د هغې سور ۱ يوون يا واحد دی. دا چې د يوه تصادفي تجربې د د ټولو يوگون احتمالواليو انتظار ارزښتونو جمع ۱ ده، نو د ټولو مټو (سنتو) سطحه ارزښت ۱ لري. په يوه ټاکلي انټروال کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره يوه اندازه ده، هغه چې په دې انټروال کې پرته ده.

واريانځ او معياري ترڅنگيدنه يا انحراف.



د  $n = 120$  او  $p = 0,1$  لپاره د بينوميال وېشنه



د 40 n او 0,3 p لپاره بېنوميال وېشنه	د 120 n او 0,1 p لپاره بېنوميال وېشنه
--------------------------------------	---------------------------------------

دواړه بېنوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}} \quad \mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف لیدل کېږي. مور دانتظار ارزښت شل (خورول، که غواړی پاشل) تر څېړنې لاندې نیسو. د تحلیلي ستاتیسک له مخې واریانچ همداسې معیاری انحراف د خورلو کچې په حیث شهرت لري.

افاده یا وینه

$$s^2 = h(x_1) \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + h(x_2) \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + h(x_3) \cdot (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + \dots + h(x_n) \cdot (x_n - \bar{x})^2$$

د یوه نمونه ازماېنت واریانچ په حیث نومول کېږي

ارزښتونه  $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \dots; h(x_n)$  نسبي ډېروالی انخوړوي

د معیاري انحراف لپاره باور لري:  $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالو الوېشنه تعریفوو:

جمله: واریانچ او معیاري انحراف

$X$  د یوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه  $x_1; x_2; x_3; x_4; \dots; x_n$

نیولی شي او  $\mu$  انتظار ارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X=x_1) \cdot (x_1 - \mu)^2 + P(X=x_2) \cdot (x_2 - \mu)^2 + \dots + P(X=x_n) \cdot (x_n - \mu)^2$$

د، و تصادفي پېښې واریانچ،، بلل کېږي.



د تصادفي لويې د واريانخ مربع ريشه  $\sigma = \sqrt{V(x)}$  مربع انحراف بلل کيږي.  
په ځانگړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشني لپاره واريانخ او معياري انحراف:

د يوه  $n$ - پوريز برنولي-تجربه د بريالي احتمالوالي  $p$  سره او او نابريالي احتمالوالي  $1-p$  سره او تصادفي لويې  $X$ . د بریا تعداد د واريانخ  $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$  لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا څنگېدنې  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$  لپاره.

بنوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د  $n=40$  او  $p=0,3$  لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = 12$$

معياري انحر

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0,3 \cdot 0,7} \approx \underline{\underline{2,898}}$$

د  $n=120$  او  $p=0,1$  لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = 12$$

معياري انحر

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0,1 \cdot 0,9} \approx \underline{\underline{3,286}}$$

په لومړي وېشنه کې خورونه يا پاشنه لويه ده نسبت و دويمې وېشنې ته.

### ديارلسم: د چاپيريال احتمالوالی

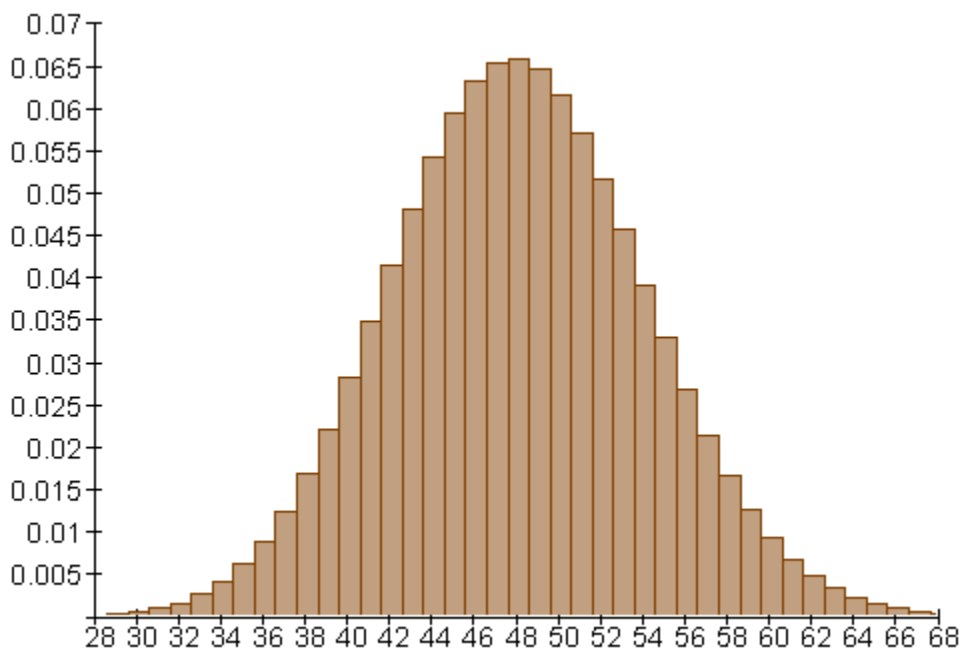
د بينوميال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی يې خورا لوي وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپيريال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جگ احتمالوالي سره . هرڅومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په هماغه کچه يې احتمالوتلی کميږي. زموږ لومړی علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپيريال سره ده او هغه په دې ورشو يا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی. لاندې وېشنه د بېلگې په توگه په چوپړ کې لرو:

د  $n=200$  او  $p=0,24$  لپاره د بينوم وېشنه

د انتظار ارزښت :  $\mu=n.p=200.0,24=48$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0,24 \cdot 0,76} \approx \underline{\underline{6,04}}$$

معيارې تغير:



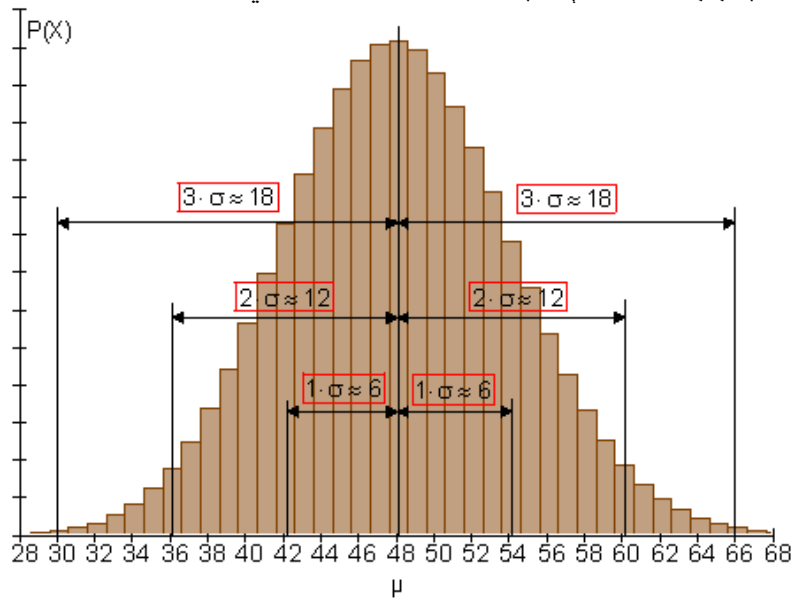
د يوه سيگما چاپيريال احتمالوالی

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپیریالونه په نخښه کیري،

اول - یو  $\sigma$  - چاپیریال د  $\sigma \approx 6$  سور سره

دویم - یو  $2\sigma$  - چاپیریال د  $2\sigma \approx 12$  سور سره

دریم - یو  $3\sigma$  - چاپیریال د  $3\sigma \approx 18$  سور سره  
په دې چاپیریالونو کې دې احتمالی وڅیرل شي.



د غلاقي ور چاپیریال لپاره لومړی دکمولیري یراتول ا احتمالی جدول ته اړتیا لرو

د  $n=200$  او  $p=0,24$  لپاره د بېنوموېشنه

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

### د ساده سیگما-چاپیریال احتمالوالی

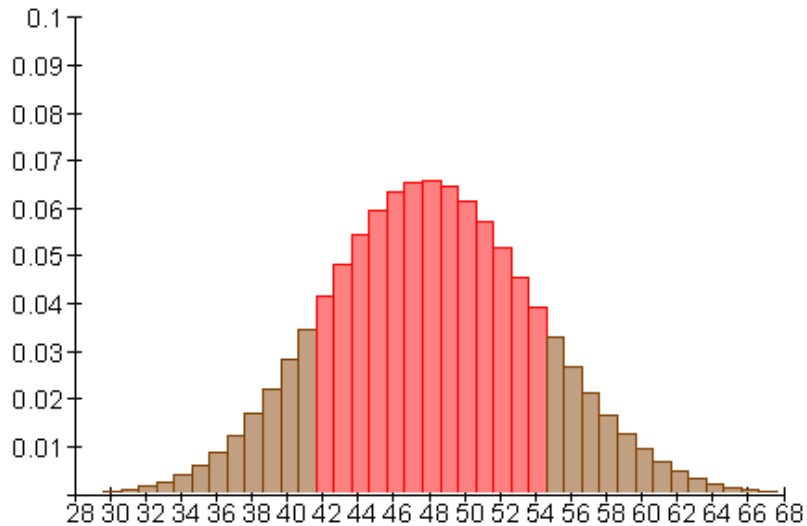
$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \text{ د ټاکلودی}$$

د  $\mu = 48$  او  $\sigma \approx 6$  سره لرو:  $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$  او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$  او له دې سره:

$$P(42 \leq X \leq 54) = P(X \leq 54) - P(X \leq 41) = 0,859 - 0,140 = \underline{\underline{0,719}}$$

د یوه نژدې (71,9%) 0,719 احتمالوالی سره د بریاو تعداد په انټروال [ 42 ; 54 ] کې پروت دی. دا د ساده سیگما-چاپیریال انتظار ارزښت په گوته کوي.



د ساده  $\sigma$  - چاپیریال احتمالوالی  $\sim 0,719$

د د ډبل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال احتمالوالی

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$$

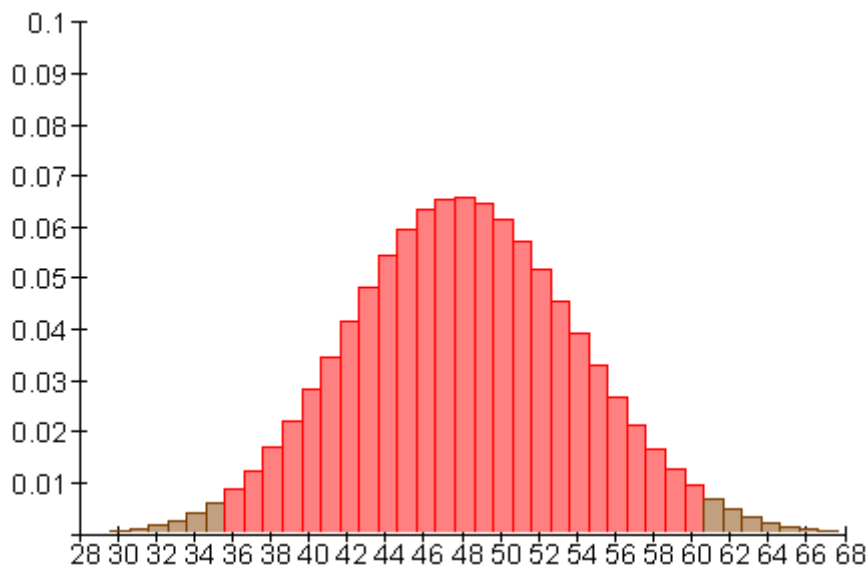
د  $\mu = 48$  او  $\sigma \approx 6$  سره لرو:  $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او  $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$  او له دې سره

$$P(36 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې یوه (96,2%) 0,962 احتمالوالی سره د بریا تعداد په انټروال [ 36 ; 60 ] کې پروت دی.

د نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډبل انتظار ارزښت په گوته کوي.



د دو برابره سیګما -  $\sigma$  - چاپیریال  $0,962 \approx$  احتمالوالی

د درېواره سیګما- چاپیریال احتمالوالی

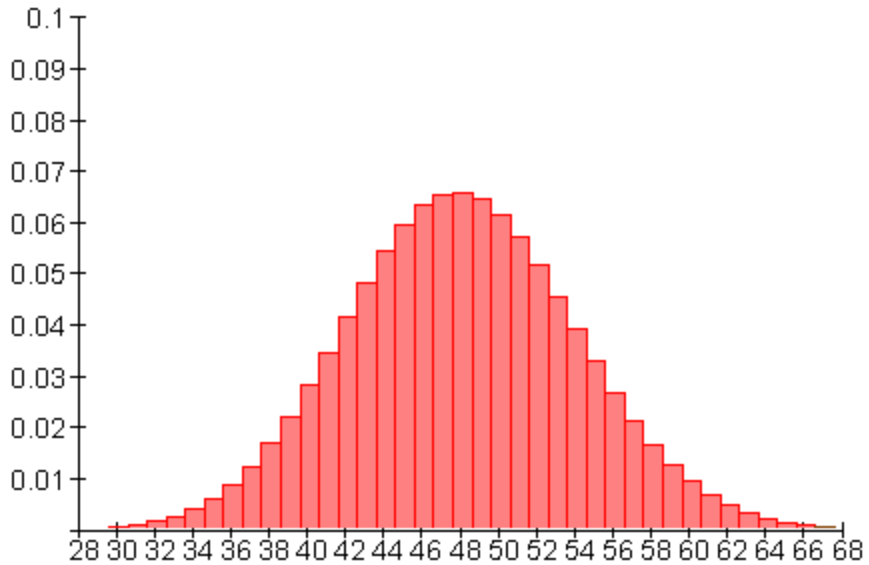
د ټاکلو دی:  $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$

د  $\mu = 48$  او  $\sigma \approx 6$  سره لرو  $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او  $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$  اوله دي سره

$$P(30 \leq X \leq 66) = P(X \leq 66) - P(X \leq 29) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالی سره د بریاوو تعداد په انټروال [ 30 ; 66 ] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.

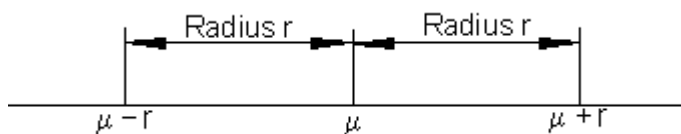


د درپواره  $\sigma$  - چاپیریال  $0,997 \approx$  احتمالوالی .

### د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهیږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

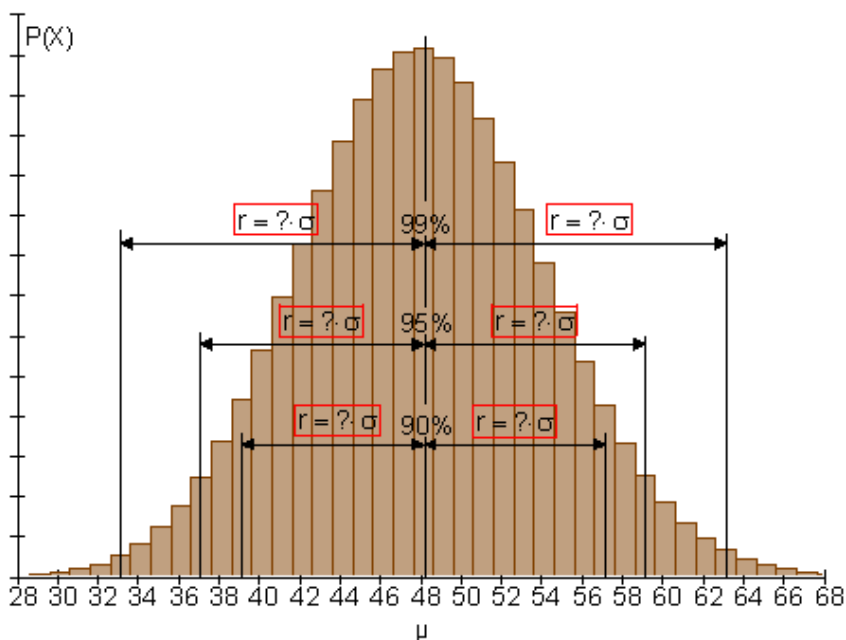


د هر چاپیریال وړانګې یو ټاکلی احتمالوالی سره ترتیب یا تنظیمیږي.

په پورته راوړل شوي بېلګه کې یوه ساده سبنګما - چاپیریال ( $r = 6$ ) ته نږدې 0,719 چاپیریال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سبنګما - چاپیریال ( $r = 12$ ) ته نږدې 0,962 او و دريواره سبنګما - چاپیریال ( $r = 18$ ) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپیریال ته یوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپیریال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بېنوميالوېشنې لپاره ی، جدول د کمولیری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتی بندونې له لارې حل شي. د دوه سیګما - چاپیریال لپاره (په پورته بیلګه کې  $r = 12$ ) د چاپیریال احتمالوالی نږدې 96,2% وو. د 90% احتمالوالي لپاره د چاپیریال وړانګه کوچنی ده. د  $r = 10$  سره پیل.

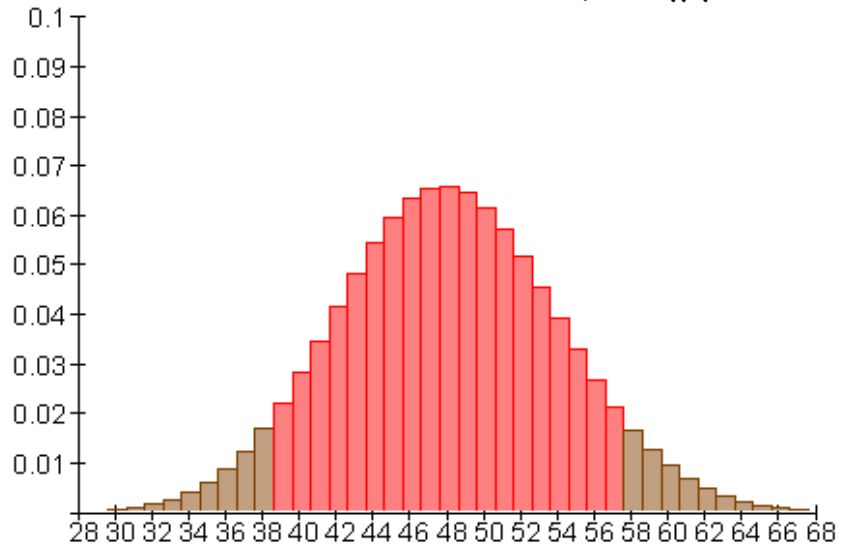
$\mu$	$r$	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	10	$38 \leq X \leq 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \leq X \leq 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتونې وړانگه د 9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بېنوميال وېشنې سره دېسکرت وېشنه لرو، بايد هغه وړانگه و ټاکل شي، چې د غوښتونو کي احتمالي سره ور (دابل) نږدې پروت وي. په دې حالت کي وړانگه  $r = 9$  ده. که دا ارزښت په سيگما و وېشل شي، نو کېدی شي وړانگه د سيگما زياتخه يا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx 1,49 \sigma$$

په  $1,49 \sigma$  يوه چاپېريال کي نږدې 88,5% ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% - چاپېريال وړانگه :  $r \approx 9 \approx 1,49 \cdot \sigma$   $P(\mu - 9 \leq X \leq \mu + 9) \approx 0,885$



د 95% احتمالي لپاره د  $r = 12$  ايښوني يا پيل سره

$\mu$	$r$	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	12	$36 \leq X \leq 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \leq X \leq 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

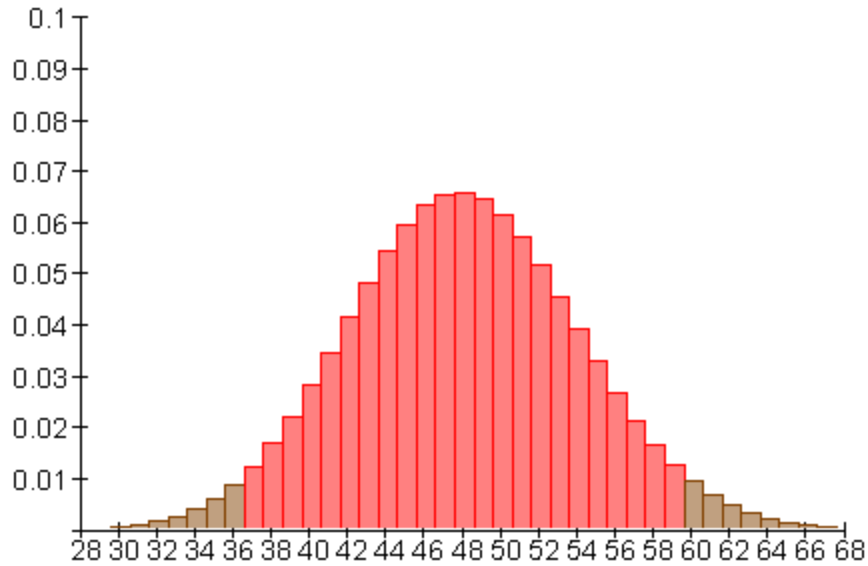
غوښتونې وړانگه د ارزښتونو 11 او 12 ترمنځ پرته ده. وړانگه  $r = 11$  غوښتونې احتمال پسي پرته ده.



$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\sigma}}$$

په يوه  $1,82\sigma$  سيگما چاپېريال کې نږدې  $94,3\%$  ټولې برياوې پرتې دي.

د  $95\%$  چاپېريال وړانگه :  $P(\mu - 11 \leq X \leq \mu + 11) \approx 0,943$   $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د  $99\%$  احتمالوالي لپاره د  $r = 14$  سره ايسوونه ازمايل کيږي.

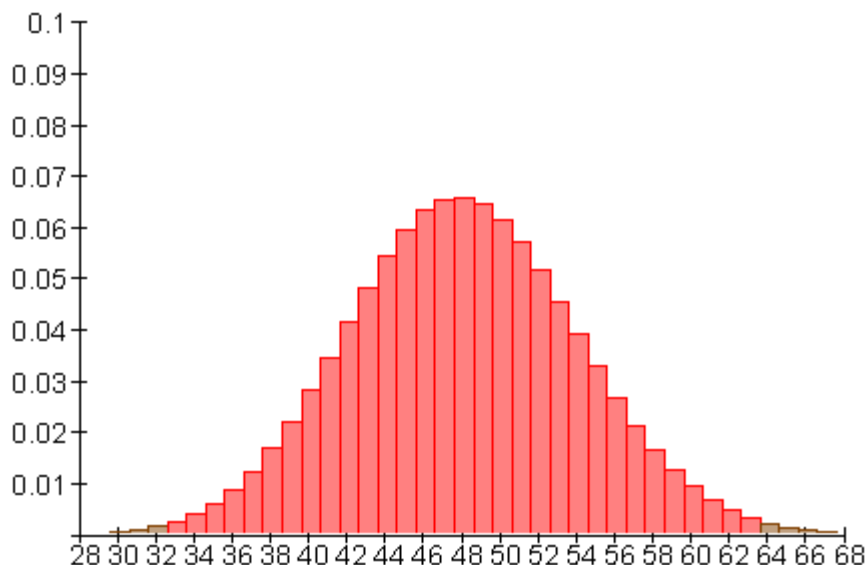
$\mu$	$r$	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	14	$34 \leq X \leq 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \leq X \leq 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونې وړانگه ارزښت  $r = 15$  لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په يوه  $2,48\sigma$  سيگما چاپېريال کې نږدې  $99\%$  ټولې برياوې پرتې دي.

د 99% چاپدريال وړانگه :  $P(\mu - 15 \leq X \leq \mu + 15) \approx 0,99$   $r \approx 15 \approx 2,48 \cdot \sigma$



څوارلسم - د بينوميالتوته کوني اپروکسيميشن

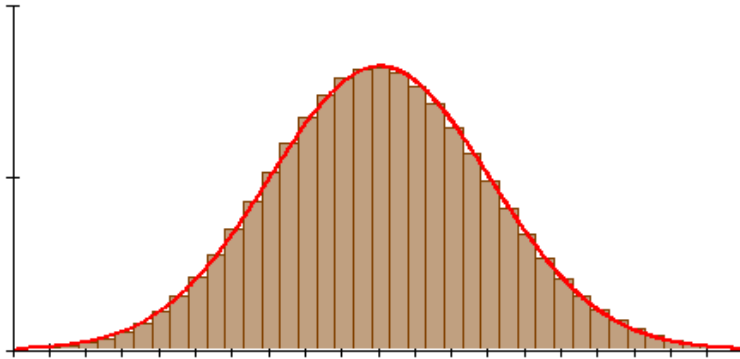
د نورمالتوته کوني يا - پاشني له لاري

د بينوموېشني هېستوگرام د نه ډېر کوچني  $n$  لپاره زن؛ يا گېنگري ډوله دی. د لوي کډونکي  $n$  لپاره د گينگري بڼه تل واضح رامنځ ته کيږي. د تل لوی کډونکي سره هېستوگرام تل د گاوس وېشني منحنی ( گري ) ته نږدې کيږي، چې د زنگ ياگينگري منحنی هم بلل کيږي. د منحنی او د پرتي يا افقي کرښي ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو متو سطح لپاره هم باور لري.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

د زنگمنحنی يادزنگ کږي تابع ساوات :

د گاوس نورمال وېشني له لاري د بينوميالوېشني اپروکسيميشن ( Approximation )



دا د لوی  $n$  لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انټروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه یې د  $x$  - محور سره تړي یا رابندوي، کېدی شي د انټیګرال

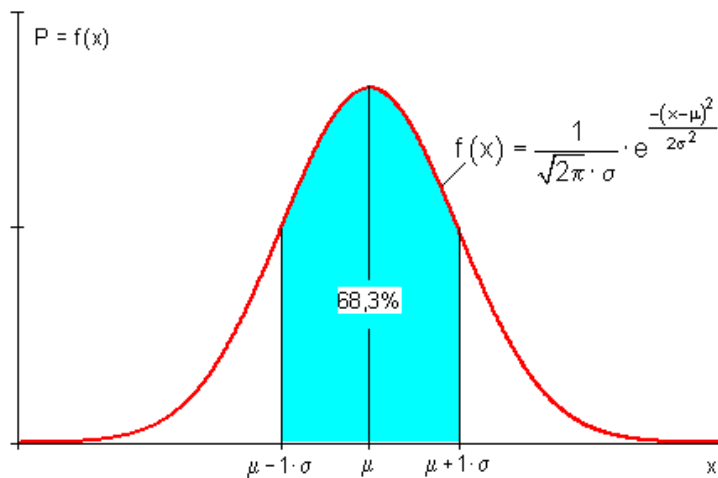
$$\int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحې شمیرنه د انټیګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سیګما - چاپیریال دلیست سره ورکړ شوی دی.

د سیګما - چاپیریال لپاره لاندې اړیکې شته.

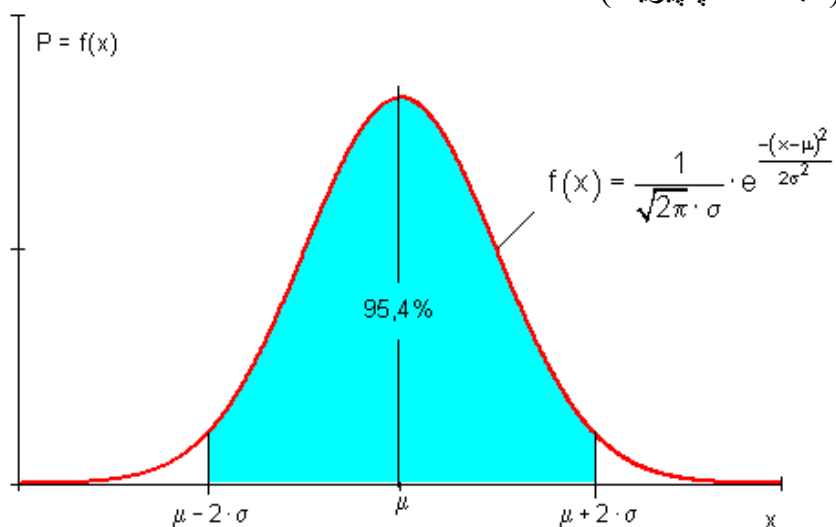
$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683 = 68,3\% \quad (\text{ساده سیګما } \sigma \text{ - چاپیریال})$$



(دبل سيگما - چاپيريال)

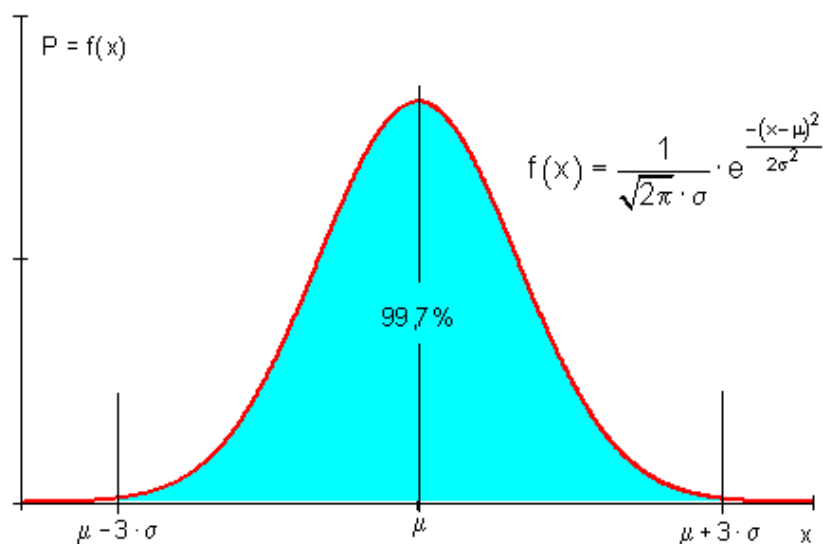
$$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954 = 95,4\%$$

(دبل  $\sigma$  - چاپيريال)



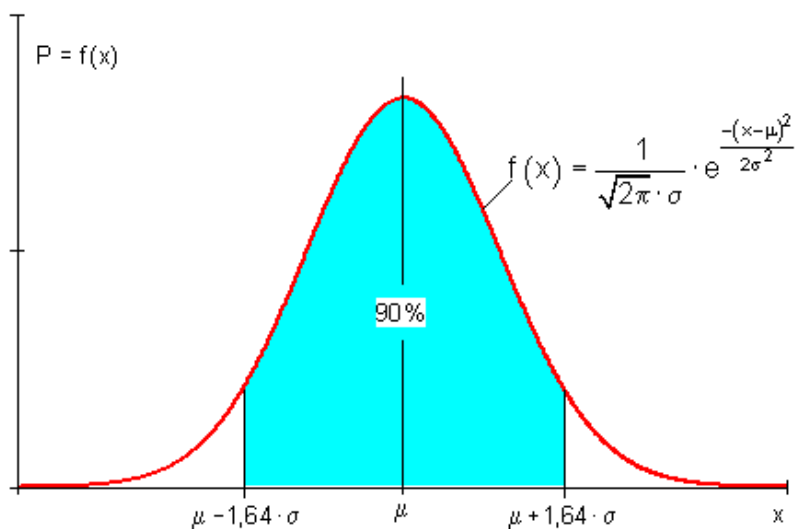
$$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0,997 = 99,7\% \text{ (dreifache } \sigma \text{-Umgebung)}$$

د پورته الماني پښتو: درې برابره سيگما - چاپيريال)



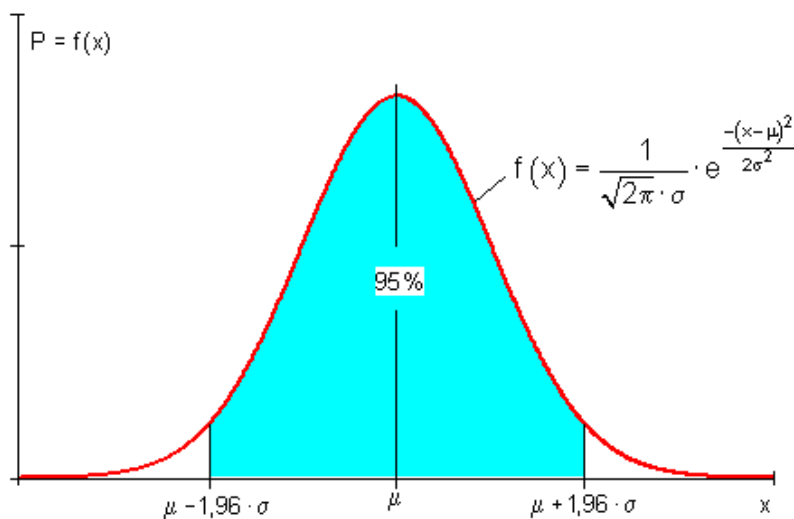
د % - چاپیریال لپاره لاندې اړیکې صدق کوي:

$$P(\mu - 1,64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,64 \cdot \sigma) \approx 0,899 = 89,9\% \text{ (90\% - چاپیریال)}$$



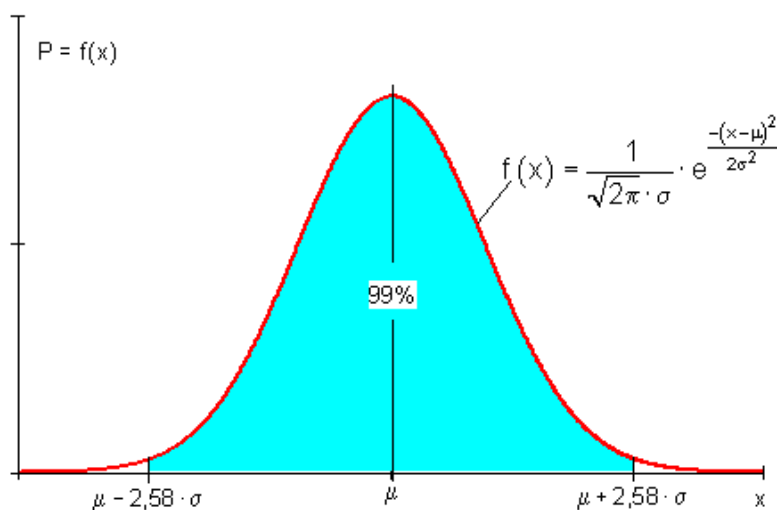
( 95% - چاپیریال )

$$P(\mu - 1,96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,96 \cdot \sigma) \approx 0,95 = 95\% \text{ (95\% - Umgebung) چاپیریال}$$



( 99% - چاپیریال )

$P(\mu - 2,58 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2,58 \cdot \sigma) \approx 0,99 = 99\%$  (99% - Umgebung) چاپیریال



په ادبیاتو یا کتابونو کې په لاندې چاپیریال احتمالوالی توافق کرل شوی:

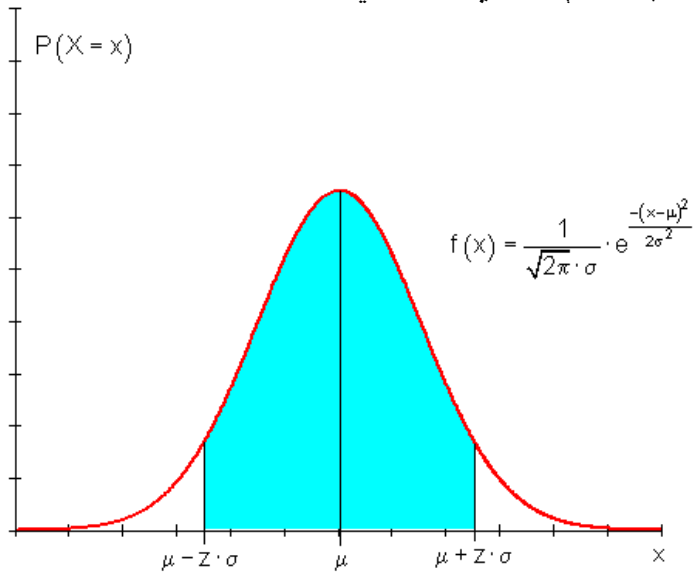
د چاپیریال وړانګه	د چاپیریال احتمالوال	د چاپیریال احتمالوال	د چاپیریال وړانګه
$1 \cdot \sigma$	0,68	0,90	$1,64 \cdot \sigma$
$2 \cdot \sigma$	0,955	0,95	$1,96 \cdot \sigma$
$3 \cdot \sigma$	0,997	0,99	$2,58 \cdot \sigma$

دا چې د بینمیالوېشنې دهستوگرام بڼه (فورم) فقط د مناسبې لویې  $n$  د نورمالوېشنې بڼې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کرینتیریوم د نورمالوېشنو د انټروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

که شرایط  $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} > 3$  پوره وي (د لاپلاس شرایط)، نو نورمالوېشنې له لارې نږدې والی څخه پوره ټیک (یا ورسېدونکی ټیک) انټروال احتمالوالی راکوي. تر اوسه د بینمیالوېشنې لپاره د یوه ټاکلي  $n$  او یوه ټاکلي احتمالوالی  $p$  لپاره هر وار یو جدول د کمولیري احتمالوالی سره اړین وو، چې چاپیریال احتمالوالی وټاکل شي. که چیرې اوس د د یوه بینمیالوېشنې ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د نورمال وېشنې د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپیریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

لاندي اړيکي باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانگه (Umgebungsradius) دېرواره د سيگما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د  $z$  ضريب دی، چې له هغه سره سيگما ضربيږي. د داسې سيگما-چاپيريالو احتمالي په لاندي جدول کې د  $z$  ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په يوه بينوميالوېشنې کې يې د احتمالي انځوروني سره غوره توپير، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د  $x$  - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسې ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د  $k$  لپاره دېسکرېت (د پام وړ) ارزښتونه دي.

### پنځلسم - چاپيريال احتمالي شميرنه

په يو څو بيلگو کې به وښوول شي، چې څنگه د يوه د تصادفي واريابلي د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دي وي، چې د  $z$  ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت  $\mu$  ته تل سيومتري پرته ده.

### انتظار ارزښت ته سيومتريک انتروال

يو  $n$ -پوريز برنولي-ازماېنت دي د  $n = 500$  او  $p = 0,33$  سره ورکړ شوی وي.

په انټروال  $[150; 180]$  کې دې د بریاوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي. د یوه له لسمیز وروسته د درې ځایونو ټیکوالي سره دې شمېر نه وشي یا و شمیرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$n = 500 \Rightarrow \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$p = 0,33 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)^{*)}$$

له دې دا انتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي:

$$r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$$

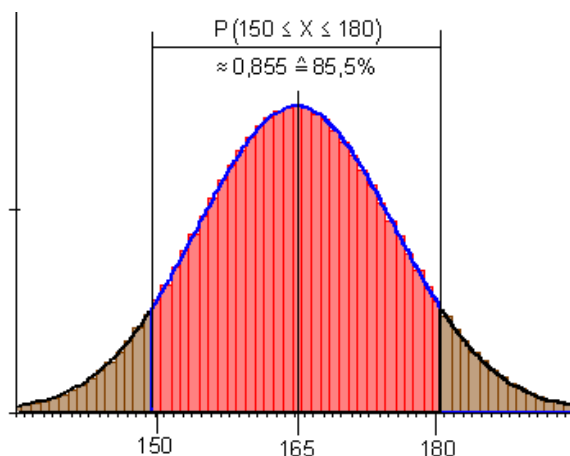
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

له  $Z=1,474$  دې جدول ارزښت لاس ته راځي: 0,858

$$\underline{\underline{P(150 \leq X \leq 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)}}$$

په انټروال  $[150; 180]$  کې د بریاوو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.

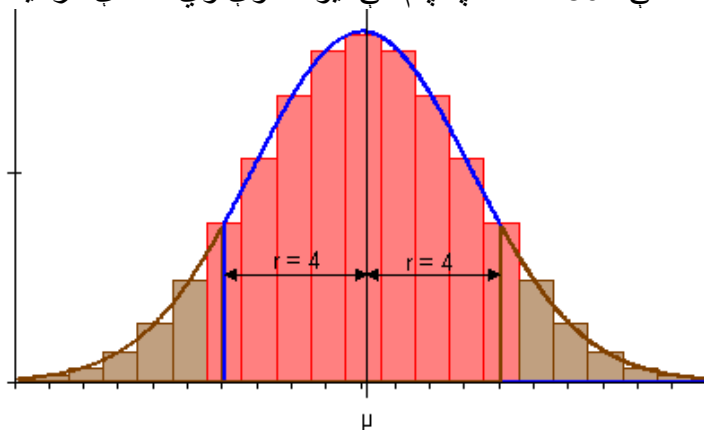




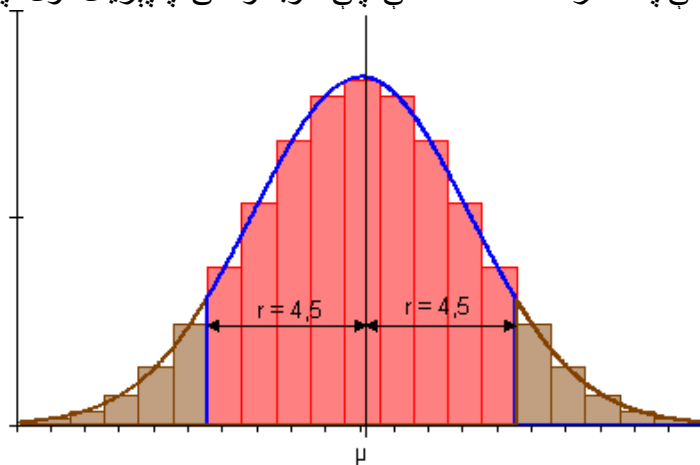
ولې دې د انټروال پولې په 0,5 لويې شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انټروالاحتمالوالی ټاکل کيږي؟

Bei  $P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)$  war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتو د نورمالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه  $r = 165 - 150 = 15$  وټاکل شي، نو دا به په 0,5 کوچنی وي. دا به د برجونو يا متو نیمه سطحه د  $k = 150$  همداسې  $k = 180$  په پام کې نیول شوي وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



ټاکل شوي وړانګه  $r = 4$  ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې نه رانیول کيږي.



ټاکل شوي وړانګه  $r = 4,5$  دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه زیاته ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې رانیول کيږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپیریال  
د  $n = 550$  او  $p = 0,36$  لپاره د انتظار ارزښت د % 90- چاپیریال وټاکي.

$$n = 550 \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$

$$p = 0,36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$

$$P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د  $p=0,90$  لپاره دې پورې اړونده  $z$ -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کيږي.

$Z=1,64$  له دې لاس ته راځي، د چاپيريال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$

$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انټروال انتظار ارزښت  $\mu = 198$  ته سيومتريک پروت دی.

مور ټاکو:  $P(180 \leq X \leq 216)$

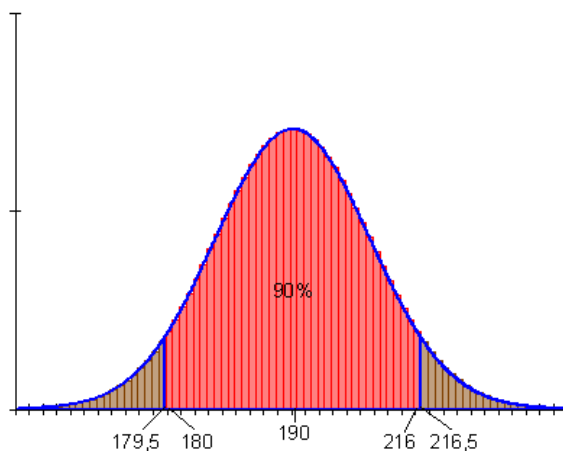
بايد و ازمایل شي، چې ايا انټروال  $\{180 \dots 198 \dots 216\}$  پسي لاس ته راتلنه (90%) په گوته کوي.

$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179,5 \leq X \leq 216,5)$$

$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$

$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0,899$$

په انټروال  $[180 ; 216]$  کې دا احتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



## د چاپیریال څخه دباندي انټروال

$n$  - پوریزه برنولی-ازمایینت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپیریال دباندي نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونى دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که  $n = 300$   $p = 0,56$  ، نو  $P(X < 162)$  وټاکى.

ب - که  $n = 240$   $p = \frac{1}{3}$  وي، نو وټاکى.  $P(X > 80)$

و الف ته -

$$\begin{aligned} n = 300 & \Rightarrow \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,56 = 168 \\ p = 0,56 & \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0,44} = \sqrt{73,92} \approx 8,598 > 3 \end{aligned}$$

د انټروال  $[0 ; 161]$  لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتريک انټروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه  $[162 ; 174 \dots 168 \dots]$  خوندي لري. پهدې پسي تړلی دا انټروال  $[175 \dots 300]$  لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

$[0 ; 161]$  . لاندې یشونه یا پیل لاس ته راځي:  $\{162 \dots 168 \dots\}$   $\{0 \dots 161\}$   $\{174 \dots 175 \dots 300\}$

$$P(X < 162) = P(X \leq 161) = \frac{1}{2} [1 - P(161,5 \leq X \leq 174,5)]$$

$$r = 168 - 161,5 = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6,5}{\sqrt{73,92}} \approx 0,756 \Rightarrow r \approx 0,756 \cdot \sigma$$

ورانگه:

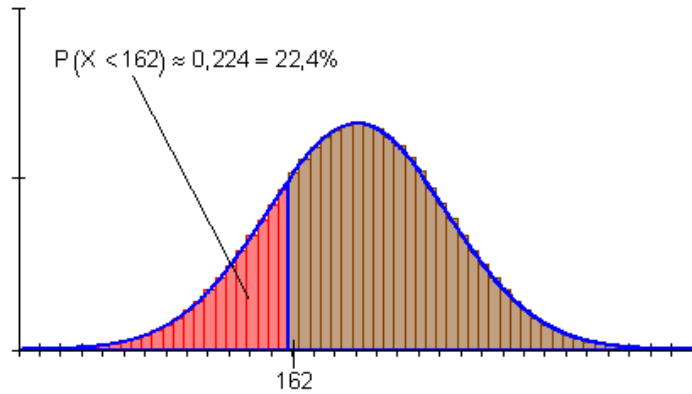
د  $z \sim 0,76$  سره په ولرو

$$P(161,5 \leq X \leq 174,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,553] = \frac{1}{2} \cdot 0,447 = \underline{\underline{0,2235}}$$

د له 162 څخه کمو بریاو لپاره احتمالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته -

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

ورانگه :

$$r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

له  $z \sim 0,07$  سره به شي

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره په شي

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

$$r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

ورانگه:

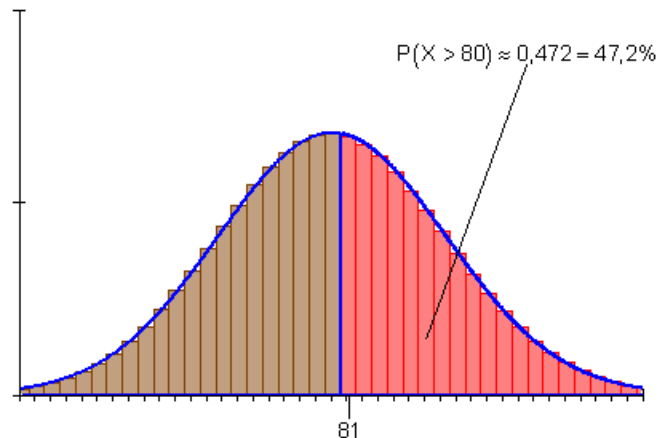
له  $z \approx 0,07$  سره کيږي

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره کيږي

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

د له 80 څخه زياتو برياو لپاره احتمالي نږدې 47,2% دی.



## اسیومتریکی چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیومتریکی چاپیریال احتمالوالی و ټاکی.

لرو  $n=180$   $p=0,55$  وټاکی  $P(89 \leq X \leq 104)$

$$[ \{ 89 \dots 93 \} \{ 94 \dots 99 \dots 104 \} \{ 105 \dots 109 \} ]$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2} [P(89 \leq X \leq 109) + P(94 \leq X \leq 104)] \quad \text{ایښوونه:}$$

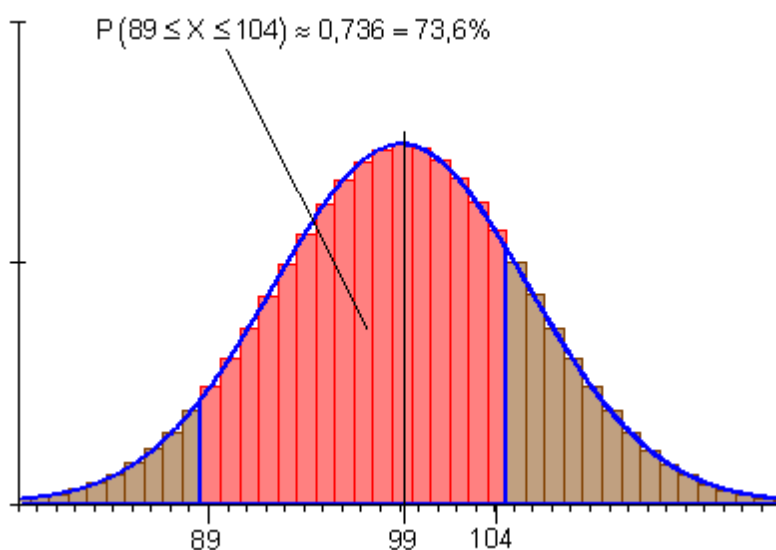
$$\begin{aligned} n = 180 & \Rightarrow \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ p = 0,55 & \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{aligned}$$

$$P(89 \leq X \leq 109) = P(88,5 \leq X \leq 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \leq X \leq 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \leq X \leq 104) = P(93,5 \leq X \leq 104,5)$$



$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انټروال [89 ; 104] کې د بریاوو احتمالوالی نږدې 73,6% دی.

### شپاړسم: د هیپوټیزي ازماښت Hypothesentest

د سترګې (سترګیز مکعب) سره ننوتنه

پیل:

د یوه لاپلاس غورځونې یا سترګې (مکعب) څخه پیژندل شوي، چې د هر وار غورځونې سره د شپږو عددونو هر یو د  $1/6$  احتمالوالي سره رامنځ ته کېدی شي یا غورځول کېدی شي. د ډېرو سترګیو (مکعبونو) لوبو سره ۶ یوه ځانګړې معنا لري. دلته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه بڼه غورځونه وي، چې هغه زیات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبې مالک له لورې هغه غورځونه بڼه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي یا ۶ راوړي. دلته مخطلفې علاقې مخ ته لرو، چې د غورځونې (مکعب) غلطیدنه ممکن وپېښي. په لاندې کې دې غورځونې وازمایل شي.

لومړۍ حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زیاتواره راوړي، لکه په لاپلاس-غورځونه کې یې چې انتظار باید وي ( $p > 1/6$ ). د دې لپاره چې غورځونې وازمایلی شو، پلان کېږي، چې غورځونې  $n = 600$  واره و غورځول شي او له دې سره د تصادف اووښتونې یا واربله  $X =$  د منځ ته راغلو شپږو ګڼون یا تعداد وڅیړو. د یوه هیپوټیزي ازماښت سره باید وازمایل شي چې ایا  $p > 1/6$  باور لري.

د دې لپاره باید کومه هیپوټیزي وټاکل شي؟

- د دې لپاره چې سری  $p > 1/6$  د ټیک په توګه وکتلی شي، باید سری له دې باوري وي، ځکه چې  $p \leq 1/6$  صدق نه کوي. یعنې هیپوټیز ی صفر هیپوټیز  $H_0$ :  $p \leq 1/6$  چې صفر هم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چیرې دا باید رد شي، نو  $H_1$ :  $p > 1/6$  چې الترناتیو یا بدیل هیپوټیز هم بلل کيږي باید ونیول شي.

### صفر هیپوټیز ته یادونه

صفر هیپوټیز  $H_0$  دې تل هیپوټیزې وي، چې د هغې سره ازماينست سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$$H_0: p \geq p_0 \quad \text{یا} \quad H_0: p \leq p_0; H_0: p = p_0$$

صفر هیپوټیزې ته تل بدیل یا الترناتیو هیپوټیز شتون لري

$H_0: p \leq p_0 \Rightarrow H_1: p > p_0 \Rightarrow$	بنی اخیز ازماينست
$H_0: p = p_0 \Rightarrow H_1: p \neq p_0 \Rightarrow$	دوه اړخیز ازماينست
$H_0: p \geq p_0 \Rightarrow H_1: p < p_0 \Rightarrow$	کين اړخیز ازماينست

د  $H_0$  لپاره پرېکړه مو تل د  $H_1$  د نفې کولو په لور یعنې رده ولو په لور لارښودوي

د  $H_0$  په ضد پرېکړه مو تل د  $H_1$  نیولو ته بیایي.

هغه ناتیګاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کیدی شي، باید زیات له زیاته په 5% محدود شي. دا لویه سیګنیفیکانس **significance** بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی (دانه یا سترګیز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0: p \leq \frac{1}{6}$$

لپاره یو د نیوني ورشو یا ساحه او یوه د ریډلو ورشو باید وشمیرل شي.

د (کار) مخ ته تلني لپاره یادونه:



د غورځوونې يا سترګې (سترګې لرونکې مکعب) تجربې د تصادفي متحولې يا اووښتونې  $X$  د برنولي آزماښت دی د يوه بينوميال وېشنې سره. داسې يوه وېشنه هلته و يوه انتظار ارزښت  $\mu$  ته سيومتريک ده، که  $p = 0,5$  وي. د  $p = 1/6$  لپاره وېشتاب نوره سيومتريک نه ده. د پوره کيدونکې يا رسيدونکې جګې خورونې ياپاشنې سره لاپلاس-شرائط (3 > سيګما) پوره شوي دي. نو بيا کيدی شي د بينوموېشنه د انتظار ارزښت ته سيومتريک يوه نورمالوېشنې له لارې نږدې ( اپرکسيمي ) ( approximation = نږدېونه) شي، داسې چې د چاپيريالاحتمالوالي شميرنې ته د سيګما-چاپيريال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتونې يا متحوله احتمالوالي جدول استعمال کيدی شي. په انتظار ارزښت د يوه  $\alpha\%$ -چاپيريال لپاره باور لري:

90%-چاپيريال 95% -	$\Rightarrow r = 1,64 \cdot \sigma$
چاپيريال 99%-	$\Rightarrow r = 1,96 \cdot \sigma$
	$\Rightarrow r = 2,58 \cdot \sigma$

شميرنه: صفر هيوپوتيز  $H_0$ :  $p \leq \frac{1}{6}$  سيګنفيکانڅ نيو يا اندازه  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

يو بني اړخيز هيوپوتيز آزماښت دي سر ته ورسيري، ځکه چې د شپږو يو جګ تعداد د  $H_0$  په ضد ځان بنايي يا په گوته کونه ده.

د 5% يوه سيګنفيکانڅنوي (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندي انترولون په پام کې نيسو:

$$\{ 5\% \} \{ 90\% \} \{ 5\% \}$$

Ablehnungsbereich für  $H_0$

د  $H_0$  لپاره درده ونې ورشو

له دي سره دی:

$$\mu + 1,64 \cdot \sigma = 100 + 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114,97$$

دا د  $H_0$  لپاره د قبلونې يا نيونې د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د  $H_0$  لپاره د نيونې يا قبلونې ورشو:

د  $H_0$  لپاره د ردونې ورشو:  $\{0 \dots 115\}$

د ردونې ورشو د ازمايلو ده داسې، چې باور لري:  $\{116 \dots 600\}$

$$P(116 \leq X \leq 600) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\} \{85 \dots 100 \dots 115\} \{116 \dots 600\}$$

$$P(116 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(85 \leq X \leq 115)]$$

$$P(85 \leq X \leq 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \leq X \leq 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(116 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګې غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د  $H_0$  ( $\{116 \dots 600\}$ ) د ردونې ورشو کې ولویږي، نو  $H_0$  دې رده شي او  $H_1$  دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګې دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د تګئ لپاره) جوړ شوی وي.

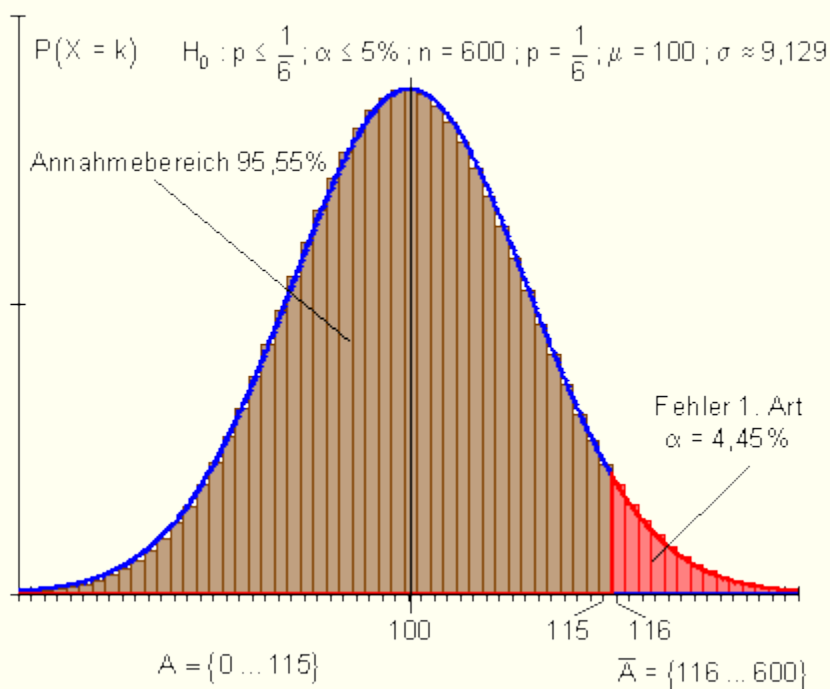
که د  $H_0$  هیپوتیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شوي وي، نو دا د نږدې 4,45% شمیرل شوي سیګنفيکانڅ نیو يا اشتباهي احتمالوالی (یوه ناتیګاوي يا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې  $H_0$ -هیوپوتیز د ازماښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالی په نامه هم بلل کیږي.

د 4,45% احتمالوالی سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترگی ټگئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

گرافیکي انځورونه:

د په څیره کې دننه پښتو: د نیوني ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی



دویم حالت:

گومان به وشي، چې یو سترگی لږ شپږ غوڅوي، لکه له یوه لاپلاس غورځوني یا داني څخه چې انتظار کیږي ( $p < 1/6$ ).

تلنار یا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

بايد معاینه يا وکټل شي چې ايا  $p < 1/6$  باور لري.

دلته ازمايل کيږي هيوپوتيز  $H_0 : p \geq 1/6$ .

که دا بايد رد شي، نو  $H_1 : p < 1/6$  نيول کيږي يا قبليري.

شميرنه: صفر هيوپوتيز  $H_0$ ؛  $p \geq \frac{1}{6}$  سيگنفيکانڅ نيو يا اندازه  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

دا يو کين اړخيز هيوپوتيز- تست کيږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد  $H_0$  په ضد دی.

د يو سيگنفيکانڅنيو يا اتباه- احتمالوالی سره لاندي انټروالونه راوړو:

$$\underbrace{\{ \quad \quad \quad 5\% \quad \quad \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad \quad 90\% \quad \quad \} \{ \quad \quad 5\% \quad \quad \}$$

د  $H_0$  لپاره درده ونې ورشو

$$\mu - 1,64 \cdot \sigma = 100 - 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85,03 \quad \text{له دې سره کيږي.}$$

د  $H_0$  لپاره د منلو ورشو لاندي پوله.

باور لري: د  $H_0$  لپاره د منلو وروشو (منلورشو):  $\{ 85 \dots 600 \}$

د  $H_0$  لپاره د ردولو وروشو (ردونورشو):  $\{ 0 \dots 84 \}$

د ردوني وروشو (ردونورشو) څيرل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 84) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\} \{85 \dots 100 \dots 115\} \{116 \dots 600\}$$

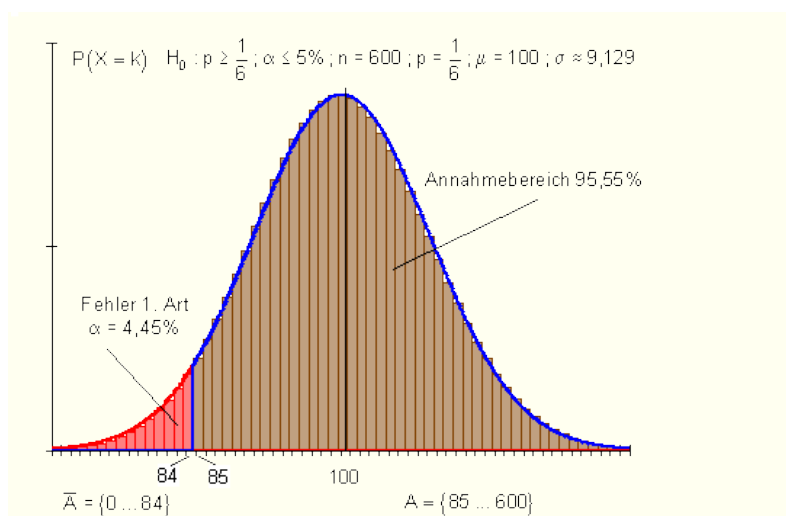
$$P(0 \leq X \leq 84) = \frac{1}{2} [1 - P(85 \leq X \leq 115)]$$

$$P(85 \leq X \leq 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \leq X \leq 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 84) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترگی غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د  $H_0$  (  $\{0 \dots 84\}$  ) د ردونې ورشو کې ولویږي، نو  $H_0$  دې رده شي او  $H_1$  دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترگی دې په ریښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی. ممکن دا به غلط ( د تگي لپاره ) جوړ شوی وي.

که د  $H_0$  هیپوتیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شوی وي، نو دا د نږدې 4,45% شمیرل شوي سیګنفيکانڅ نیو يا اشتباهي احتمالوالی ( یوه ناتیګاوي يا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:



د دې لپاره احتمالوالی، چې  $H_0$  هیوپوتیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې  $4,45\%$  ده. په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د  $4,45\%$  احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترگی تگي ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی. گرافیکي انځورونه: په گراف کې دننه (د نیوني ورشو، لومړی ډول نایټیکاوی څیره پورته

په څیره کې دننه: له کین بنی لور ته: لومړی ډول نایټیکاوی، د نیوني ورشو

دریم حالت: د یوه سترگی څخه اټکل کیري، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د  $1/6$  سره برابر نه دی، لکه څنگه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا  $p \neq 1/6$  باور لري.

صفر هیوپوتیز  $H_0: p = 1/6$ ؛ بدیلی هیوپوتیز  $H_1: p \neq 1/6$ .

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته  $H_0$  د ردوني ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د  $H_0$  په ضد خبرې کوي یا ویناوي کوي. د سیگنیفیکانڅ نیو د دواړو ردوني ورشو په برابر ډول وپشل کیري. د داسې یوه ازماښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیري.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز  $H_0$ ؛  $p = \frac{1}{6}$  د سیگنیفیکانڅ نیو  $\alpha \leq 5\%$

دنا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یوه دوه اړخیزه هیپوټیز دې راورل شي، ځکه چې یو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ هم د  $H_0$  په ضد خبرې کوي.

د یوه سیګنیفیکانټیو سره لاندې انټورالونه تر څیرني نیول کیږي:

$$\underbrace{\{ \quad 2,5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 95\% \quad \} \underbrace{\{ \quad 2,5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د  $H_0$  ' رده ونې ورشو

له دې سره دی یا کیږي:

$$\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$$

د  $H_0$  لپاره د منلو یا قبولولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1,96 \cdot \sigma = 100 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117,9$$

د  $H_0$  لپاره د قبولولو لپاره پورته پوله باور لري:

د  $H_0$  لپاره د قبولولو ورشو:  $\{ 82 \dots 118 \}$

د  $H_0$  لپاره دردوني ورشو:  $\{ 0 \dots 81 \} \cup \{ 119 \dots 600 \}$

د ردوني ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{ 0 \dots 81 \} \cup \{ 82 \dots 100 \dots 118 \} \cup \{ 119 \dots 600 \}$$

$$P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) = 1 - P(82 \leq X \leq 118)$$

$$P(82 \leq X \leq 118) \Rightarrow r = 18,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2,03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \leq X \leq 118) \approx 0,958$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) \approx 1 - 0,911 = 0,042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترگی غورځول سره د په نخینه شوو شپږو تعداد د  $H_0$  ( $\{0 \dots 81\} \cup \{119 \dots 600\}$ ) د ردونې ورشو کې ولویږي، نو  $H_0$  دې رده شي او  $H_1$  دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترگی دې په ریښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.

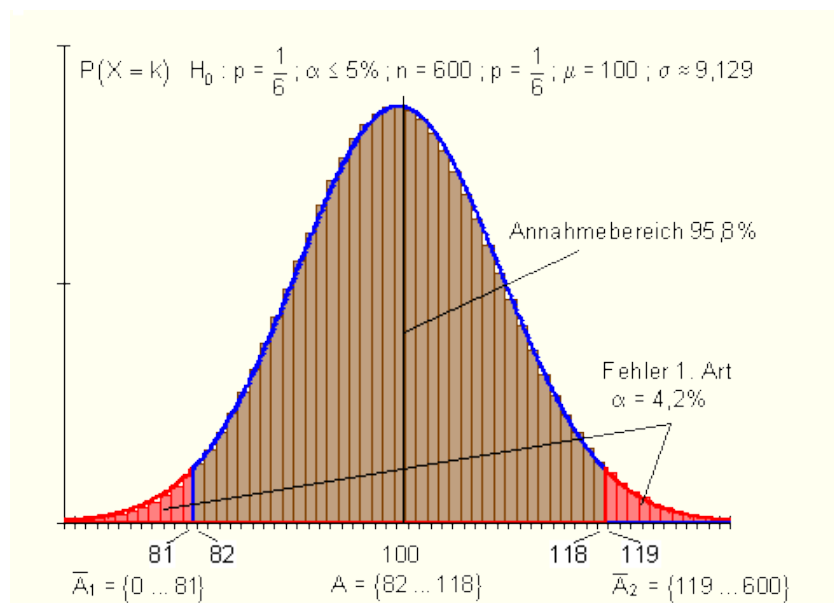
ممکن دا به غلط (د تگې لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د  $H_0$  هیپوټیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شوی وي، نو دا د نږدې 4,2% شمیرل شوي سیګنفيکانڅ نیو یا اشتباهي احتمالوالی (یوه ناتیګاوي یا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې  $H_0$  هیپوټیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,2% ده.

په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترگی تگې ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نیوني ورشو، د لومړي ډول ناتیګاوي





د اشتباه راورنه يا -څيرنه

له لومړي حالت څخه تر دريم حالت پورې بڼايي، چې دا هر جوړر شوی قضاوت کيدی شي ناتيک وي.

لومړی ډول:

دابه حقيقت کې د لاپلاس غورځونی يا سترگی (-مکعب) دی، مگر دا چې د ازماښت توکلي نتيجه په  $H_0$  د ردوني په ورشو کې پرته وي، نو  $H_0$  د ناتيکاوې په ډول يا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ريښتوني هيوپوتيزې ردیږي.

دويم ډول ناتيکاوې:

دابه حقيقت کې د لاپلاس غورځونی يا سترگی (-مکعب) نه دی، مگر دا چې د ازماښت توکلي نتيجه د  $H_0$  د منلو يا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو  $H_0$  د ناتيکاوې په ډول يا په غلط ډول منل يا قبلول کيږي.

د دويم ډول ناتيکاوې کيدی شي فقط هلته وشميرل شي، که سړی په ناتيکه يا غلطه ډول يو ناتيک يا غلط شوی سترگی (-مکعب) سره يو يو ټاکلی احتمالوال د يوه شپږ لپاره قبلول کړي او يا سړی هغه پوهیږي.

يوه حالتبيلگه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بيلگه:

په کلني جشن کې يو ه لوبه ،، هر شپږ گټي،، بلل کيږي.

يو د پخا وخت همکار پوليس ته ځي او ثبوتوي يا غواړي وښايی، شپږ فقط د د يوه  $p = 0,13$  احتمالوالي سره رمنځ ته کيږي يا لويږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هيټ سپين گل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنگه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځونی يا سترگی يوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د يوه لاپلاس سترگی سره مخ ته راتلی شي، چې له شپږو غورځونو زياتو کې هم شپږ کيدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتيستيکي د

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټيکاوې لپاره پيدا کړي، بايد په ډېرو زرهاو تجربې وکړي. دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتيجه څخه يوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستونبناستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پيدا کونې لپاره پرېکړه يا فيصله کوي يو هيوپوتيز ازماېنت ته وده ورکړي يا منځ ته راولي.

$$H_0: p \geq \frac{1}{6} \quad (\text{صفر هيوپوتيز}), \quad H_1: p < \frac{1}{6} \quad (\text{الترناتيو هيوپوتيز}) \text{ هيوپوتيزي د}$$

$H_0$  دې په يوه د 5% سيگنيفيکانځنيو(د اشتباه احتمالوالی) وازماېل شي.

دا همغه با برابر ازماېنت دی، لکه په دويم حالت کې چې تشریح شوی. د  $H_0 \{ 85 \dots 600 \}$  منلو يا قبلولو ورشو،

د  $H_0 \{ 0 \dots 84 \}$  د رده ولو ورشو د يوه 4,45% اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کميسار سپينگل دا د دويم ډول ناتيکاوې وشميرې، نيسي يافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتني لپاره رينسوتي احتمالوالی  $p = 0,13$  دی.

دی شميرنه د وړاندنيونه يا فرضيه سره کوي، چې نتيجه  $p = 0,13$  ټيک ده، د  $H_0$  د قبلوني په ورشو کې پريوځي.

شميرنه:

$$\beta = P_{0,13} (85 \leq X \leq 600) \text{ غواړو وشميرو}$$

$$\text{داتا: } n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شميرني لپاره دې سيومتريکي انترولونه راوړل شي

د سره په پښتو:

د  $H_0$  د نیونی ورشو

$$\{0 \dots 71\} \{72 \dots 78 \dots 84\} \underbrace{\{85 \dots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(72 \leq X \leq 84)]$$

$$P(72 \leq X \leq 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \leq X \leq 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,570] = 0,215$$

له دې لاس ته راځي د دویم ډول ناتیګاوی  $\beta \approx 21,5\%$

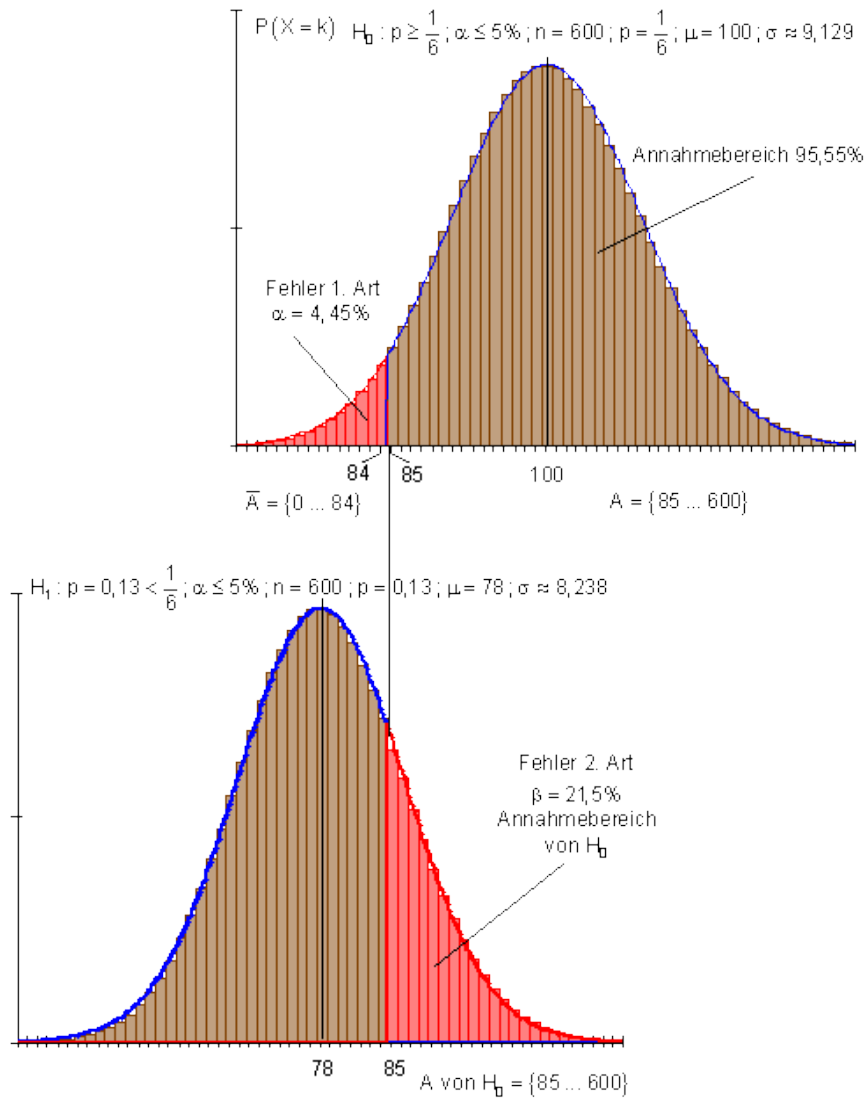
ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نڅینه شوي یا وتلو شپږو سره چې د  $H_0$  د ردونې په ساحه کې پروت دی، کومیسار به په عقیده غلط شوی سترګی (سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې په دې پرېکړې سره منځ ته راځي، %4,45 ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځونیداپینه بنایي، %4,45 ده. کومیسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضاً دا غورځونوی رښتیا غلط شوی وي، د %21,5 احتمالوالي سره د په نڅینه شوي شپږ د  $H_0$  د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کومیسار به دا غلط شوی غورځونوی یا سترګی په دې ډول د %21,5 احتمالوالي سره ونه پیژندل شي.

ګرافیکي انځورونه (په ګراف کې دننه له پورته کښته لور ته: نیون یا قبلونورشو، لومړی ډول ناتیګاوی، دویم ډول ناتیګاوی، د نیوني – یا قبلوني ورشو)



د سيگنيفيکانتخنيو ( اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برگ یو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چي د ستونبایتيک څخه کم معلومات لري، د سپین گل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توگه مخ ته لاړ شي. مگر د 4,45% اشتباه احتمالوالی یا سيگنيفيکانتخنيو ورته ډېره جگه برېښيحتمالوالی سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمنان احتمالوالی سره خپله پرېکړه وکړي.

شميرنه:

$H_0$  صفر هيپوتيز:  $p \geq \frac{1}{6}$  سيگنيفيڪانڊيو  $\alpha \leq 2,5\%$

داتا:  $n = 600$ ;  $p = \frac{1}{6}$ ;  $\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

يو کين اړخيز هيپوتيز ازماښت دي صورت ونيسي، ځکه چې يو مناسب شپږ د  $H_0$  په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه  $2,5\%$  سيگنيفيڪانڊيو يا اشتبا احتمالي سره لاندې انټروالونه تر څيرني لاندې نيسو.

$$\left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 95\% \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \end{array} \right\}$$

د  $H_0$  لپاره درده ونې ورشو

$$\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$$

له دې سره کيري

د  $H_0$  لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله.

باور لري: د  $H_0$  لپاره د قبلوني ورشو:  $\{ 82 \dots 600 \}$

د  $H_0$  لپاره د ردوني ورشو:  $\{ 0 \dots 81 \}$

د ازمايلو د ردوني ورشو ده، داسې چې باورلري:

$$P(0 \leq X \leq 81) \leq \alpha = 2,5\%$$

$$\{0 \dots 81\} \{82 \dots 100 \dots 118\} \{119 \dots 600\}$$

$$P(0 \leq X \leq 81) = \frac{1}{2} [1 - P(82 \leq X \leq 118)]$$

$$P(82 \leq X \leq 118) \Rightarrow r = 18,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2,03 \Rightarrow P(82 \leq X \leq 118) \approx 0,958$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 81) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,958] = 0,021$$

د دویم ډول ناتیګاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600)$  ist zu berechnen.

Daten:  $n = 600$ ;  $p = 0,13$ ;  $\mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

$$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) \text{ شمیرو}$$

داتا:

$$n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرني لپاره سیومتزیک انټروالونه راوړو

$$\{0 \dots 74\} \{75 \dots 78 \dots 81\} \quad \{82 \dots 600\}$$

Annahmereich von  $H_0$

د  $H_0$  د منلو ورشو

$$P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(75 \leq X \leq 81)]$$

$$P(75 \leq X \leq 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \leq X \leq 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,326] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيكاوې

$$\beta \approx 33,7\%$$

ارزونه:

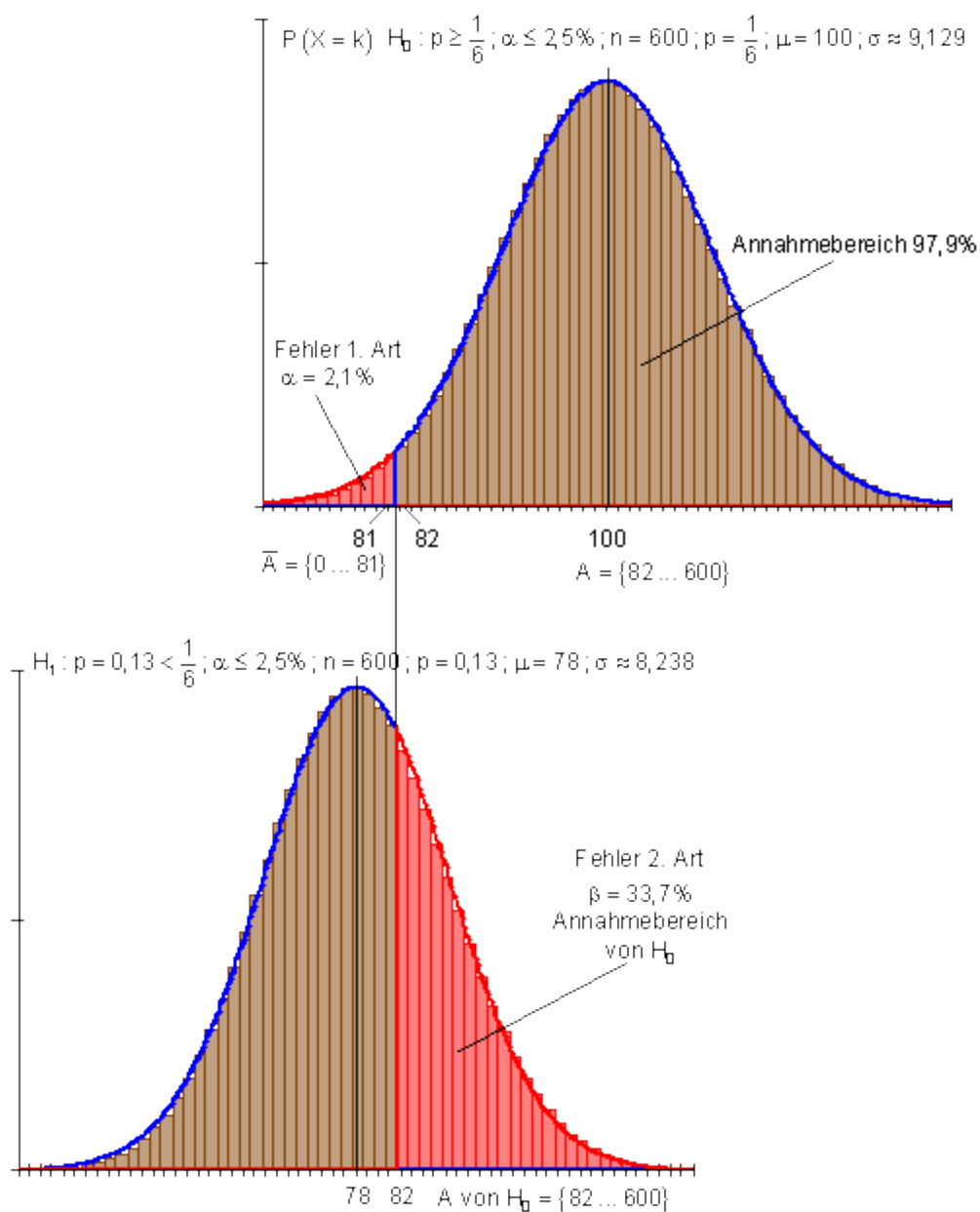
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نڅېنه شوي يا وتلو شپږو سره چې د  $H_0$  د ردونې په ساحه کې پروت دي، کوميسار برگ په عقیده به د غلط شوی سترگی (سترگز مکعب) **beschlagnahmen** ونیس يا سرکاري کړي (د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباہ چې دي يې په دي پرېکړې کې کوي %2,1 ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځونې يا سترگيز مکعب دا پېښه بنایي، %2,1 ده. کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

دا چې بله خوا، که فرضاً دا غورځونې رښتيا غلط شوي وي، د %33,7 احتمالوالي سره د په نڅېنه شوي شپږ د  $H_0$  د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځونې يا سترگی په دي ډول د %21,5 احتمالوالي سره ونه مني يا په رسمیت ونه پېژني.

گرافيکي انځورونه: په څيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضييه ورشو

پسې څيره کې . دويمه ډول ناتيكاوې، نيونورشو.



نتیجه یا لاسته راورنه:

خطر، چي د چټکي پریکړې له لارې، چي د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړي د برگ کم دی نسبت و سپینگل ته.



د اطمینان لپاره یې قیمت د دویم ډول نایتیکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکې مکعبونه کم د غلطو په حیث پیژندل کیږي.

### د چاپیریال احتمالی شمیرنه:

د یو څو بیلگو سره دې وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کیږي. په پام کې د نیول شوی وي، چې په  $z$  پورې اړوند ارزښت تل و انتظار ارزښت  $\mu$  ته سمتریک پروت دی.

### انټروال و انتظار ارزښت ته سویمتریک پروت دی:

یو  $n$  -پورریز برنولي-تجربه دې د  $n = 500$  او  $p = 0,33$  سره ورکړ شوي وي.

په انټروال  $[150 ; 180]$  کې د بریادو د تعداد لپاره احتمالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \quad \Rightarrow \quad \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$n = 500 \quad p = 0,33 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \mu &= n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165 \\ \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3 \end{aligned}$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)^*$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت  $r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$

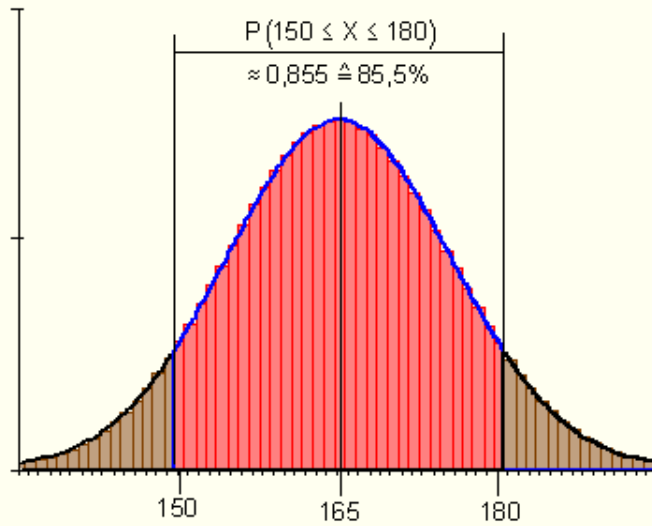
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$z = 1,474$  لاس ته راځي جدول ارزښت:  $0,858$

$$P(150 \leq X \leq 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)$$

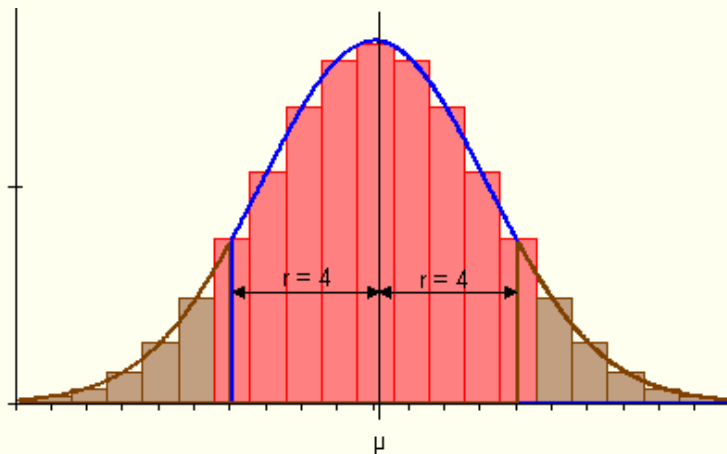
په انټروال  $[150 ; 180]$  کې د بریادو د تعداد لپاره احتمالی نږدې  $85,8\%$  دی



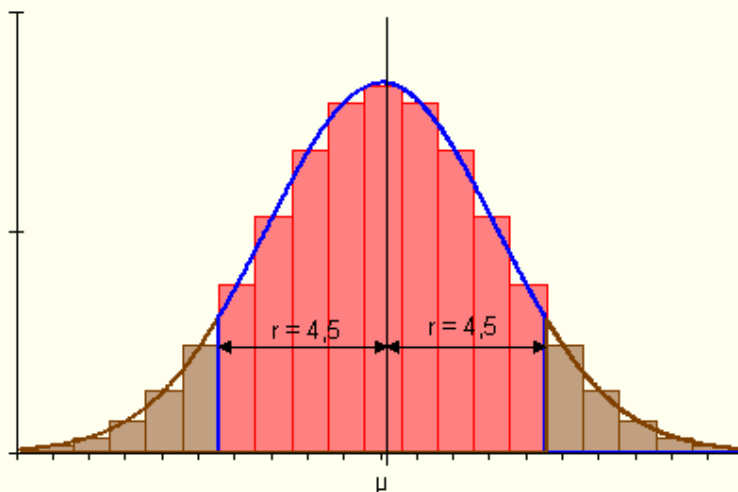
ولي دي دا نترول پولې هره يوه په 0,5 لويه شي، كه د نورمالوېشنې د جدول ارزښت سره د انترول احتمالوالی ټاكل كيږي؟

Bei  $P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)$  war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانگه په  $r = 165 - 150 = 15$  په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د  $k = 150$  همدا سي  $k = 180$  د متني يا سنتي فقط نيمه سطحه په پام کي نيول كيږي. لاندي گرافیک دي دا روښانه کړي.



ټاکل شوي وړانګه  $r = 4$  ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره نه شي رانیول کېدی.



ټاکل شوي وړانګه  $r = 4$  ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپیریال پوره رانیول کېدی.

### د انتظار ارزښت % - چاپیریال

د  $n = 550$  او  $p = 0,36$  لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپیریال وټاکئ.

$$n = 550 \Rightarrow \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$

$$p = 0,36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$

$$P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د  $P=0,90$  لپاره د  $z$ -ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کېږي

$Z=1,64$  له دې لاس ته راځي، چې چاپیریال وړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$

$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انتررال باید انتظار ارزښت  $\mu = 198$  ته سیومتريک پروت وي.

مور تاكو:  $P(180 \leq X \leq 216)$

دا بايد و ازمايل شي، چي ايا انتروال  $\{180 \dots 198 \dots 216\}$  دا (90%) غوښتنې پوره كوي

$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179,5 \leq X \leq 216,5)$$

$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,164$$

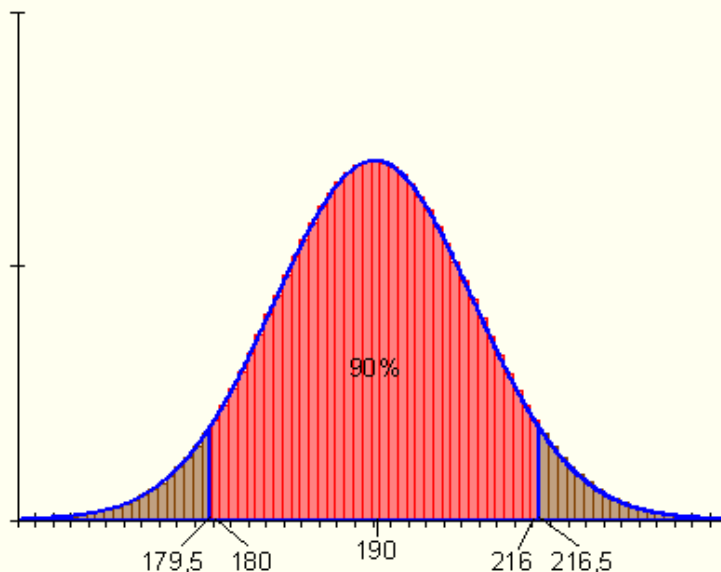
$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0,899$$

دا اړونده د  $-z$  ارزښت د  $p=0,90$  لپاره له جدول څخه لوستل كيدى شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپيريالوړانگه

انتروال انتظار ارزښت ته سيومتريک پروت دى

په انتروال  $[180 ; 216]$  كې دبرياو د تعداد احتمالوالى 90% دى.



له چاپيريال دباندي انتروالونه:

$n$ -خايز د برنولي تجربه ورکړ شوې ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپيريالونو دبانودي د نتيجو لپاره احتمالي غواړو پيدا کړو.

$$\text{الف- } P(X < 162) \text{ وټاکي } n = 300 \quad p = 0,56$$

$$\text{ب- } P(X > 80) \text{ وټاکي } n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$$

و الف ته -

$$\begin{aligned} n = 300 & \Rightarrow \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,56 = 168 \\ p = 0,56 & \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0,44} = \sqrt{73,92} \approx 8,598 > 3 \end{aligned}$$

د انټروال  $[0 ; 161]$  لپاره احتمالي غواړو وټاکو. د جدول څخه کيډي شي فقط د انتظار ارزښت ته سيومتريک انټروال احتمالي ولوستل شي، دا ارزښت ....  $162$   $[174 \dots 168]$  لري. په دې پسي ترلی انټروال لاس ته راځي، کوم چې د سيومتريک دلايلو له امله برابره لويه لري لکه يې چې  $[0 ; 161]$  لري.

لاندې ايسونه باور لري:  $\{175 \dots\} \{174 \dots 168 \dots 162\} \{0 \dots 161\}$   $[300]$

$$P(X < 162) = P(X \leq 161) = \frac{1}{2} [1 - P(161,5 \leq X \leq 174,5)]$$

$$\text{Radius: } r = 168 - 161,5 = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6,5}{\sqrt{73,92}} \approx 0,756 \Rightarrow r \approx 0,756 \cdot \sigma$$

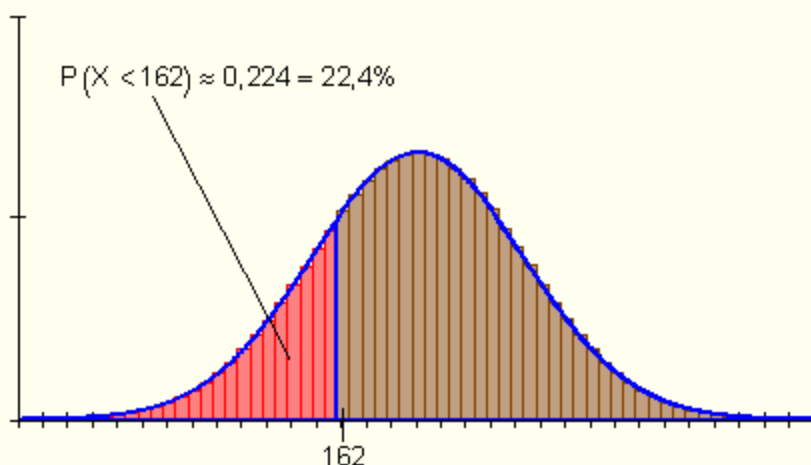
mit  $z \approx 0,76$  wird

$$P(161,5 \leq X \leq 174,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,553] = \frac{1}{2} \cdot 0,447 = \underline{\underline{0,2235}}$$

له  $162$  څخه لږ برياو لپاره احتمالي  $22,4\%$  دی.



و ب ته-

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

$$\text{Radius : } r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

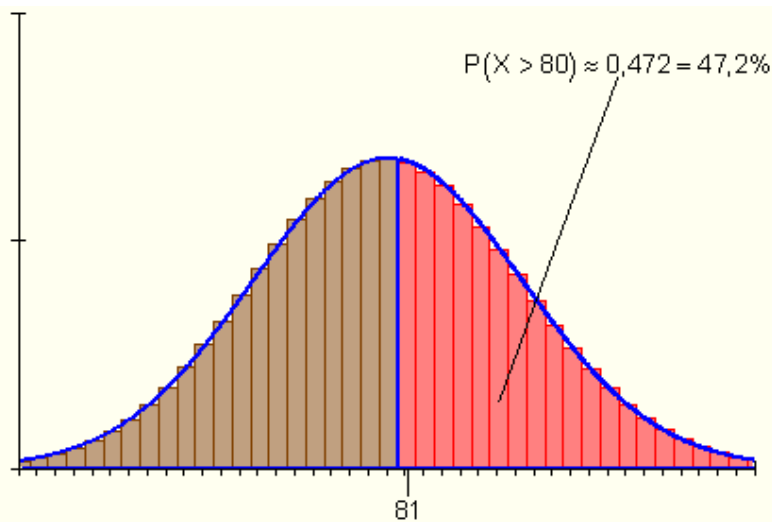
mit  $z \approx 0,07$  wird

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

له 80خه دبرو بریاو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.



### Asymmetrische Umgebungen اسیومتریکی چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموټریک انټروال احتمالوالی وټاکي.

$$P(89 \leq X \leq 104) \quad n = 180 \quad p = 0,55$$

$$[\{89 \dots 93\} \{94 \dots 99 \dots 104\} \{105 \dots 109\}]$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2} [P(89 \leq X \leq 109) + P(94 \leq X \leq 104)] \quad \text{ایښوونه}$$

$$n = 180 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99$$

$$p = 0,55 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3$$

$$P(89 \leq X \leq 109) = P(88,5 \leq X \leq 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \leq X \leq 109) \approx 0,884$$

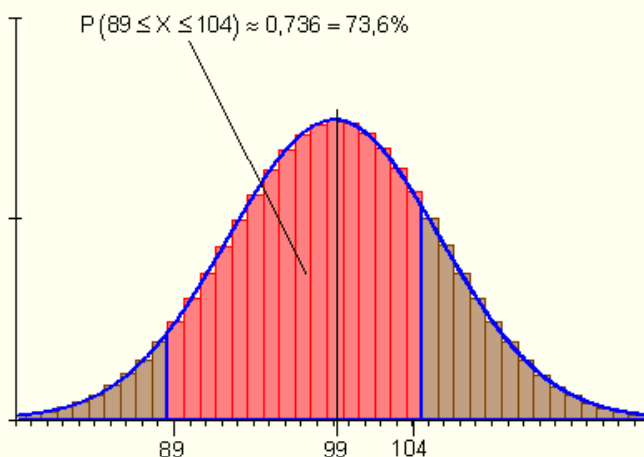
$$P(94 \leq X \leq 104) = P(93,5 \leq X \leq 104,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انټروال [89 ; 104] کې بریاوې نږدې 73,6% دي.



## اووه لسم – هیپوتیزی ازماښت ته بنسټونه

پیلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زیات وخت له هغې وروسته پوهیږي چې ایا پرېکړه یې ټیګ وه. نا اطمینان، چې پرېکړه وکړي، تل یو د ناتیګاوي احتمالوالی لري. د هیپوتیز ازماښت تل مور ته دیوه بدیل یا الترناتیوي پرېکړې لپاره یوه لار ښایي. مور خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې مور څه ټیګ گڼو. دا مور صفر هیپوتیز  $H_0$  بولو.

یوه الترناتیو پرېکړه الترناتیو هیپوتیز بولو.

د هیپوتیزو ازماښت تل یوه تلنلار ده یا کونه ده، چې سری یې په زیاتو پلونو یا قدمونو وپشلی شي:

- د صفر هیپوتیز  $H_0$  او د الترناتیو یا بدیلی هیپوتیز  $H_1$  فرمول بندي کونه.



- د سگنیفیکیشن نیوو Signifikanzniveaus کره کونه.
- د صفر هیپوتیز د نیوني - او رده ونې ورشو.
- د توکلي ازماښي روستنه.
- د ازماښت پرېکړه کونه او د هغې انترپریټیشن یا تشریح:
- که د راوستن ازماښت یا توکلي از ماښت د نیوني ورشو کې پروت وي، نو  $H_0$  نیول کیري، پرته له دې ردیري.
- د هیپوتیز د ټیک نیولو یا خا په خای کولو لپاره یو څو بیلگي شتون لري:
- څه چې بنول یا ثبوتول غواړم، په الترناټیو هیپوتیز پورې اړه لري
- دا د مساوي یا برابر نخبه تل په صفر هیپوتیز پورې اړه لري
- د صفر هیپوتیز په لیکنه یا خای په خای کونه کېسری له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتیري، هیڅ نغرنه دی خورلی،،
- د صفر هیپوتیز نیونه مو تل د الترناټیو هیپوتیز رده ونې ته لارښودوي، مگر دې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیپوتیز دې ټیک وي.
- د صفر هیپوتیز رده ونه مو د الترناټیو هیپوتیز نیوني ته بیایي یا لارښودوي.
- بیلگه ۱ : په اخیونیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتريا د مرئ سره خوښ نه وو. داسې گومان کیري چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوي ده. د کافیتريا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مرئ ښه کولو ته باید ملا راوتری. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.
- الف- که د مرئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مرئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مرئ سره ناخوښي څرگنده وي.
- ب - د مفتریا ټیم د راوستنپوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیري او په دویمه پوښته ی ۱۰۰ زده کوونکي بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمنان سره د پوښتننتیجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکي د مرئ سره ناخوښي څرگنده وي.

دا تیم به په دواړو حالتونو کې څنگه پرېکړه وکړي؟  
پرېکړه باید د هیپوټیزې ازمایښت له لارې پیدا شي.

د بنوولو دی  $p > 0,1$ .

دپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مرئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیپوټیز کره دي.

$$H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1 \text{ او } H_0 : p \leq 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$$

الف- هیپوټیز ازمایل کيږي. دا نیول کيږي یا همداسې ساتل کيږي، که د زده کوونکو تعداد یا گڼون په نیونورشو (نیول شوي ورشو) او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ریډونکي ورشو کې پروت وي.

$$\begin{array}{ll} H_0 : p \leq 0,1 & \text{Annahmebereich} \quad A : \{0,1, \dots, 10\} \\ & \text{Ablehnungsbereich} \quad \bar{A} : \{11, 12, \dots, 100\} \end{array}$$

په لومړي ازمایښت کې 12 د زده کوونکو د مرئ سره خوښي ښايي،

په لومړي ازمایښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مرئ سره خوښ نه دي.

د  $H_0$  - هیپوټیز له دې سره رد شوه، مگر دا کیدی شي د نمونه ازمایښت د توکلیوالي سره ممکن ناتیګ وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیوالي کې (د مسلکي بنوونځي دټول زده کوونکو دېرئ یا ست) په ریښتوني یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د  $H_0$  - هیپوټیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناتیګاوی یا اغلطي، چې د ازمایښت اشتباه احتمالوالي هم بلل کيږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کيږي.

$$P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad (\text{siehe Tabelle 1}).$$

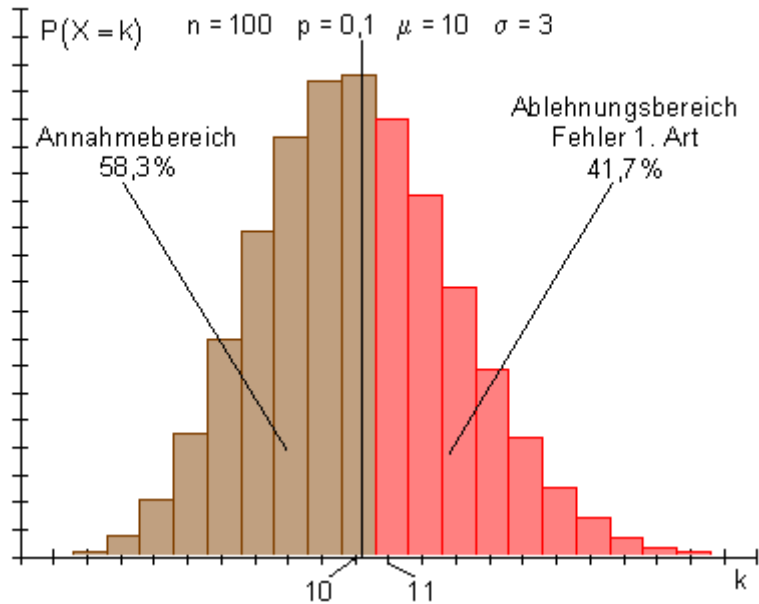
دپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

نو سړی باید ووايي: ،، د نیوني له مخې، چې په ریښتوني د ټول زده کونکو 10% ناخوښ دي، د ورکړ شورو پوښتنو سره د یوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره یوې داسې نتیجې ته رسیږي او له دې سره د صفر هیوپوتیز یوې ناتیکی رده ونې ته،.

یو وپښتای یا پاشل – یا خورونتاب دې دا روښانه یا واضح کړي:

ښی: د رده ونې ورشو ، کین: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناتیکاوی



ب – د دویم ازماښت سره یو د 5% ناتیکاوي باندي قانع کيږي (د 95% تضمین).

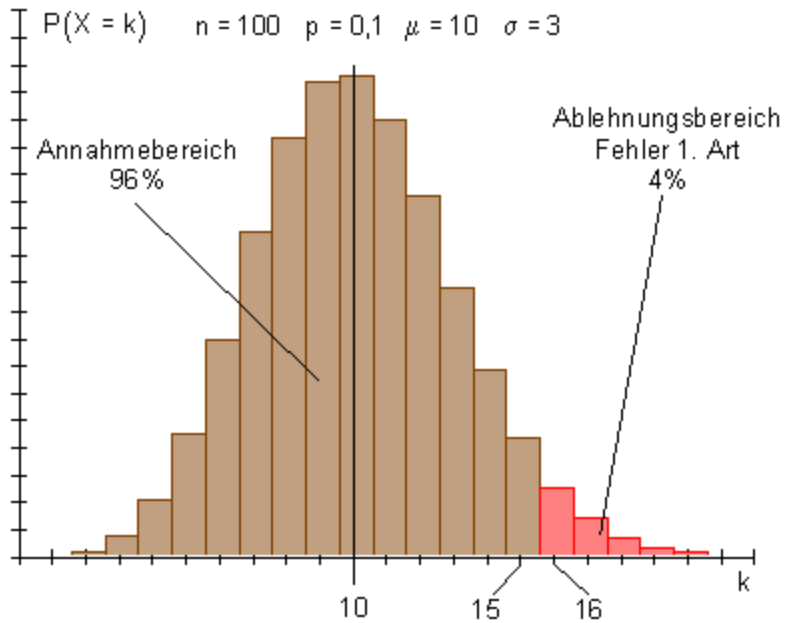
له دې سره د نیوني- یا قبلوني- او رده ونې ورشو تغیر خوري.

د منلو قبلولو ورشو لویوالي سره، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو یا ساحه لویږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلوني ورشو کې راځي، د صفر هیوپوتیز نیول – یا قبول کيږي. د کفیتیا تیم دلیل نه ویني، چې غذا یا مړی ښه کړي. ټیک هلته که ۱۵ زده کونکي د غذا یا مړی سره ناخوښ وی، کیدی شوی، چې صفر هیوپوتیز رد یا ناقبوله شي، الترناټیو یا بدیلی هیوپوتیز قبوله شي یا ومنل شي او غذا ښه شي.

یو د وېشنې تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بنۍ: درده ونې ورشو ، کین: د منلو یا قبولولو ورشو

لومړی ډول نایتیکاوی



په یوه ازماښت کې چې څه نایتیکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون یا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي یا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د  $H_0$ -هیپوټیز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوالی دی.

اشتباهي رده ونې ته سری سیګنیکانس نیو Signifikanzniveau (انګریزي: significance level) هم وايي.

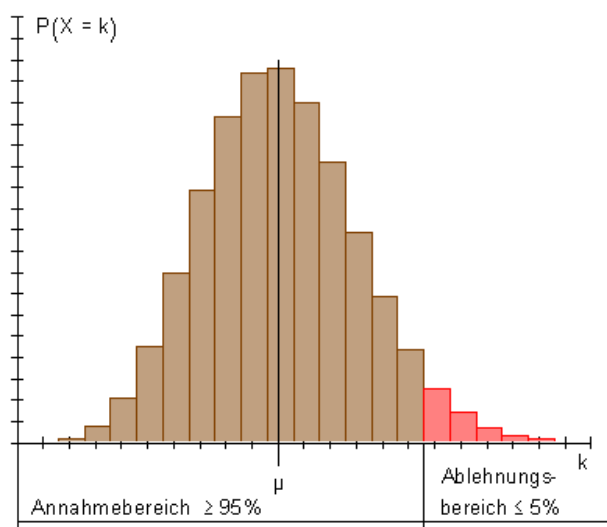
جدول ۱: کومولیر شوی د بینوم وېشنه د  $n=100$  او  $p=0,1$  لپاره.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

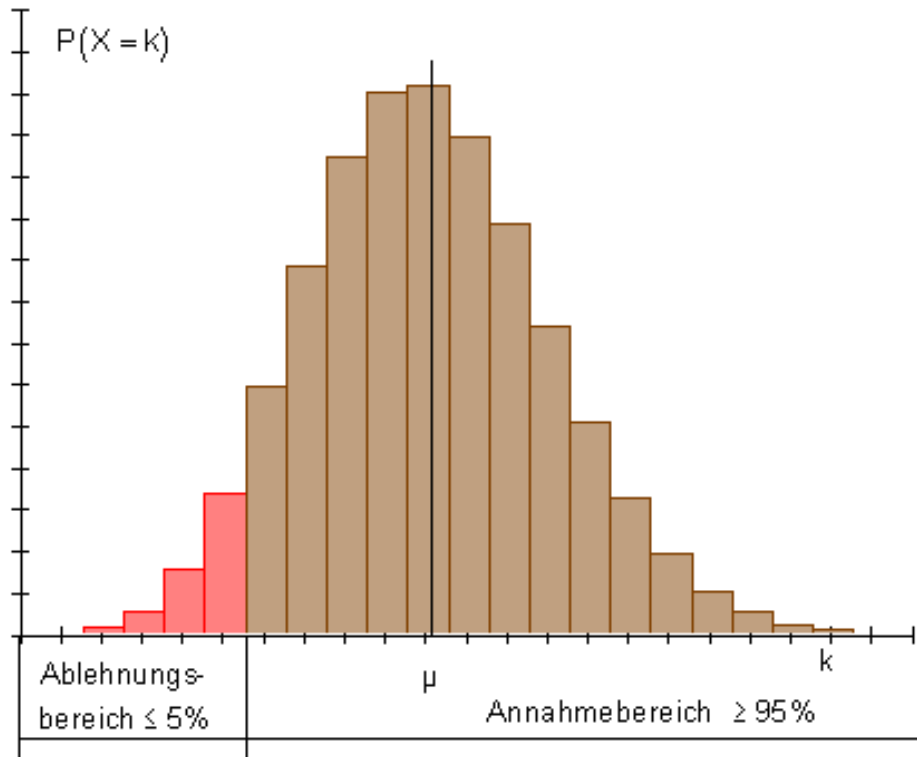
يو ازماښت، د كوم سره چې د رده ونې ورشوپورته لور ته، يعنې د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، ښي لوريز هيوپوتيز ازماښت بلل كيږي. ډېرواره دا تلنار هلته كارول كيږي، چې بديل هيوپوتيز  $H_1: p > a$  وي، او  $H_0: p \leq a$  ازمايل كيږي. دا چې د بينوميالو پښنه يوه ډيسكربت وېشنه انځوروي زيات وخت نه توانيږو، د رده ولو ساحه داسې وټاكلې شو، چې اشباه احتمالوالی ټيک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په گوته کوي. دا بايد نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

ښي لوريز هيوپوتيز - ازماښت



په یوه ازماښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعنې د انتظار ارزښت مین لور ته پرته وي، کین هیپوټیز ازماښت بلل کیږي. زیات واره دا تڼلار هلته استعمالیږي، چې بدیل هیپوټیز  $H_1: p < a$  وي، او  $H_1: p \geq a$  ازماښت کیږي.

کین اړخیز هیپوټیز - ازماښت



د هیپوټیزو په ازماښت کې ناتیكاوی:

پرېکړه، چې د ازماښت په نتیجه کې (ازماښت، ټولپوښتنې، ...) کیدی شي ناتیكا وي.

ازماښت کونکې هیپوټیز  $H_0$  (زیات له زیاته 10% زده کوونکي د غذا یا مری سره ناخوښ دي) کیدی شي رښتیا یا نارښتیا (ناتیكا) وي.

سری د ناتیځاوی (غلطی) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناتیځاوی (غلطی): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیري یا رډیري، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناتیځاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیري، سره له دې چې دا ناتیځ ده.

د دویم ډول ناتیځاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سری د بدیلی یا الترناټیو هیوپوتیزې لپاره یو بل احتمالوالی، لکه د  $H_0$  لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه (بدیلی یا الترناټیو تست) (ازماښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال (د دویم لاس یازره) د کوچنیانو بوتان خرڅوي. نږدې 60% بوتان بی له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتي بی داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی (ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوتان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناتیځ. یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمائي.

د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوتان د خرڅونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوتانو لپاره احتمالوالس  $p = 0,8$  دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې گڼي، دا له  $p < 0,8$  څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفر هیوپوتیز  $H_0$  :  $p \geq 0,8$  او بدیلی هیوپوتیز  $H_1$  :  $p < 0,8$

د  $n = 20$  جوړه بوتانو یوه ازماښت سره سری د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوتانو انتظار باسي.

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوتان ټيک وي، نو دا د راورنکي ثبوت يا غوښتنه په گوته کوي، نو بيا دې  $H_0$  ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوتان ټيک وي، سره له دې چې  $p = 0,8$  دی. صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۶ بوتانو لږ ټيک وي.

د کوم احتمالي سره دا حالت لرو؟

$$P(X \leq 15) = 0,370 \quad (\text{Siehe Tabelle 3}).$$

د يوه 37% احتمالي سره کيدی شي مخ ته راشي، چې په يوه ازماښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوتان جوړ وي، سره له دې چې د بوتانو 80% روغ يا جوړ دي. سړی کړی شي د 37% يوه احتمالي څخه اشباهاً صفرهيوپوتيزې رد کړي.

دويم حالت:

نيسو، چې د بوټراورونکي بوتان 60% ټيک او جوړ روغ دي. د دې نيونې يا فرضيې سره لاندې هيوپوتيز ترتيبوي:

$$\text{صفرهيوپوتيزې } H_0 : p \leq 0,6 \text{ او الترنایو يا بدیل هيوپوتيزې } H_1 : p > 0,6$$

د  $n = 20$  جوړه بوتانو ازماښت سره سړی انتظار باسي، چې

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زيات روغ جوړ بوتان وميندل شي، دا دوکاندار د گومان په ضد وينا وي دي ( $p = 0,6$ ).

توکلي هم کيدی شي چې له ۱۲ جوړو زيات بوتان مخ ته راشي، سره له دې چې  $p = 0,6$  دی.

د صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زيات بوتان ټيک روغ جوړ وي.



د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0,584 = 0,416 \quad (\text{siehe Tabelle 2})$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چي په ازماښت کي له ۱۲ جوړو زیات بوتان روغرمټ دي، سره له دې چي فقط 60% بوتان روغرمټ دي. سری به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهاً صفر هیوپوتیزی رد کړي.

په دواړو حالتونو کي احتمالوال د دې لپاره دی، چي ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی (لومړی حالت 37%، دویم حالت 41,6%).

د مخه له دې چي ازماښت وشي، موخه ور (هدفمند) دی، چي د دې لپاره پرېکړه وشي، چي د کوم تعداد یا گڼون سره بوتان سری د روغرمټ په حیث غوره کوي  $p = 0,8$  یا  $p = 0,6$ . داسي پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سری باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چي د ناتیکی پرېکړي لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندي د پرېکړي قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو  $p = 0,8$  د تیک په توگه کتل کيږي، پرته له ی دې  $p = 0,6$  باور ولري.

د هیوپوتیز ازماښت داسي دی:  $H_0 : p \geq 0,8$  او  $H_1 : p < 0,8$ .

د مخ ته ورکړي څخه د  $H_0$  لپاره د نیوني- یا قبلوني- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو:  $A = \{15 \dots 20\}$ ، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو:  $\bar{A} = \{0 \dots 14\}$

که  $H_0$  باید رد شي، نو  $H_1 : p < 0,8 = 0,6$  دې باور ولري.

د الماني پښتو له کيښته څخه بني لورته: د  $p = 0,8$  رده ونې ورشو، د  $p = 0,8$  رده ونې ورشو، د  $p = 0,6$  د منلو یا قبلولو ورشو، د  $p = 0,6$  د منلو ورشو.

په څیره کي پورته له بني کين لور ته او بيا له پروتولار سیستم کښته له بني کين لور ته:

د نه منلو ورشو

د منلو ورشو

له... له

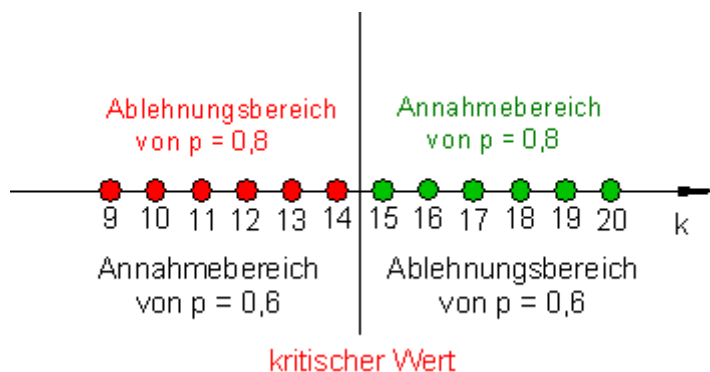
له... له

د رده ولو يا نه قبلولو ورشو

د نه منلو يا نه قبلولو ورشو

له..... له

له... له



### کریٹیکل ارزښت

د دې پرېکړې د نایتیکایي امکانات:

۱ -  $p = 0,8$  ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوتانو راوړنکی په رېښتېرې دښه څرنگوالي یا کایتي بوتان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ۱۵ جوړه بوتانو څخه لږ یا کم په رېښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د داسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$$P_{80}(X \leq 14) = 0,196 \quad (\text{siehe Tabelle 3}).$$

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ۲۰ جوړه بوتانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په ۱۹,۶% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوتانو د اصلي څرنگوالي یا کوالیټي په ضد وي (په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول نایتیکایي:

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیپوټیز، (د نوي راورونکي بوتان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوت راورونکي هم ښه بوتان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مگر ټولګي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوتان روغمت دي. دلته به سړی د نوي بوت راورونکي بوتان په ناتیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{80}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126 \quad (\text{siehe Tabelle 2}).$$

دایه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوتانو سره داسې یوه ټولګي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوتانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتوني دی.

د ویم ډول ناتیګاوی:

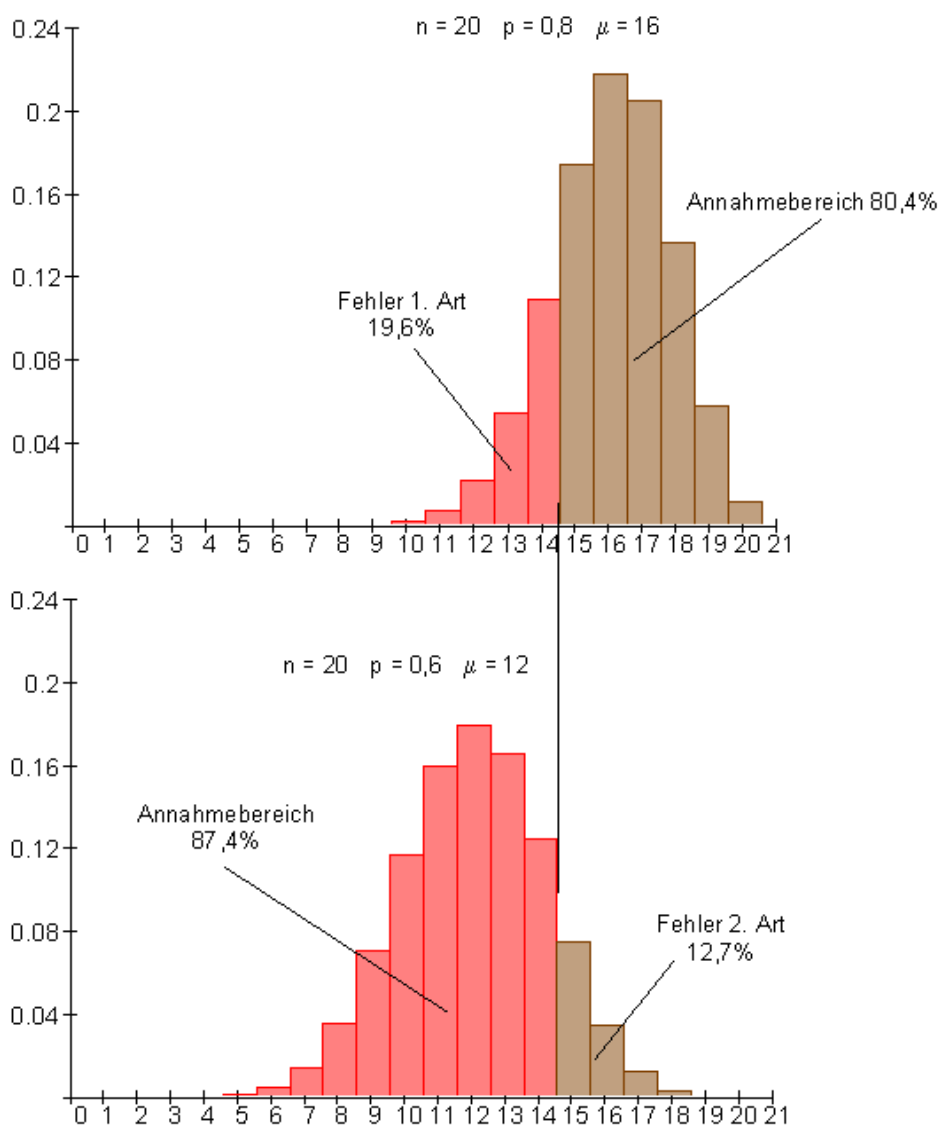
په ټول 12,6% حالتونو کې به ناتیګ هیپوټیز، (د نوي بوت راورونکي بوتان ډیر ښه دي) له منځه لري نه شي.

دلومړي حالت د ناتیګاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نڅښه کوو  
( $\alpha = 0,196$ )

د دویم حالت د ناتیګاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د  $\beta$  په نڅښه کوو

$$(\beta = 0,126)$$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناتیګاوی وشمیرو، سړی د صفر هیپوټیز د قبلیدني ورشو ترڅیرني لاندې نیسي د فرضیې یا نیوني لاندې چې بدیلې هیپوټیز باور لري. د دویم ډول ناتیګاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماښت نتیجه د صفر هیپوټیز د قبلیدني په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلې هیپوټیز باور لري.



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کيږي.

که یو د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلونې او رده ونې ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه  $\alpha \leq 0,1$

له دريم جدول څخه ولولئ، ځکه چې  $P_{0,8}(X \leq k) \leq 0,1 \Rightarrow k = 13$

$$P_{0,8}(X \leq 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د يوه لومړئ ډول ناتيکاوې لپاره احتمالوالی دی

د قبلونې ورشو:  $A = \{14, 15, \dots, 20\}$  د رده ونې ورشو:  $\bar{A} = \{0, 1, \dots, 13\}$

$$P_{0,8}(X \geq 14) = P_{0,8}(X \leq 20) - P_{0,8}(X \leq 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د يوه دويم ډول ناتيکاوې احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناتيکاوې لپاره احتمالوالی له نيمايي څخه زيات باندې راکم شي، د دويم ډول اشتباه دوه برابره کيږي.

له دې مخ ته څيره لاندې راغلي:

که هيوپوتيز  $p = 0,8$  رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه تست په بنسټ په ناتيک ډول رد شي،  $8,7\%$  دی.

ځکه چې په  $8,7\%$  ټولو حالتونو کې ازمايښت نتيجه په  $p = 0,8$

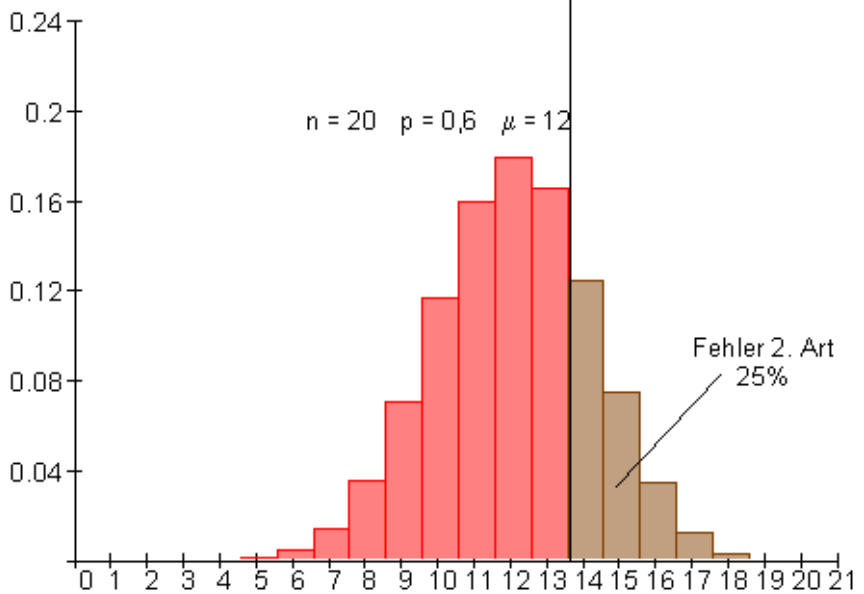
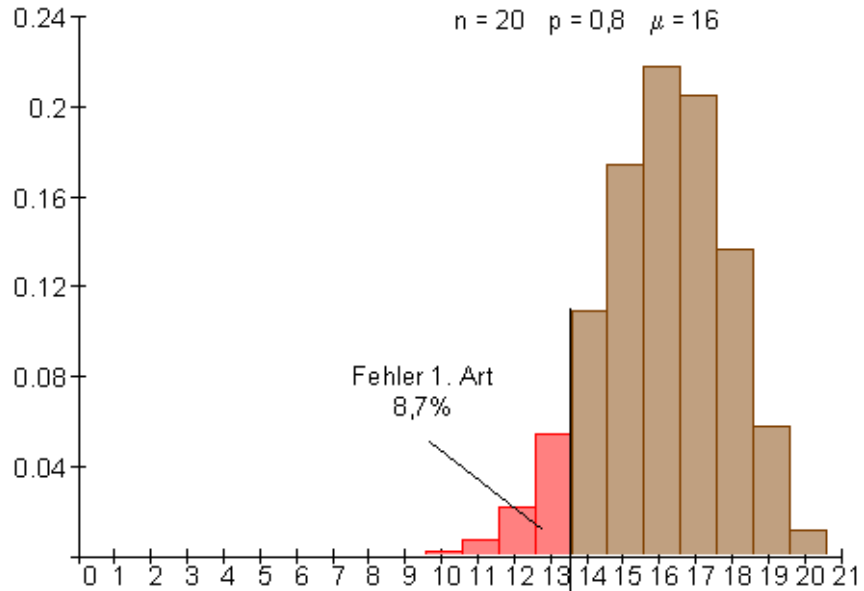
د رده ونې ورشو کيږته ده.

که هيوپوتيز  $p = 0,8$  رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د يوه ازمايښتپه نتيجه کې په ناتيک ډول رد شي،  $8,7\%$  ده.

ځکه چې د ټول حالتونو په  $8,7\%$  کې د ازمايښت نتيجه د  $p = 0,8$  رده ونې ورشو کې پرت ده.

که هيوپوتيز رښتيا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د تست په نتيجه کې په غلطه توگه رد کيږي  $25\%$  دی.

خُکه چي په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه (ازماښتنتیجه) د  $p = 0,8$  په رده ونی ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

کمولیر شوی بینومیالوېش د  $n=20$  او  $p=0,6$  لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د  $n=20$  او  $p=0,8$  لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه څنگه کله ازمايل کيږي؟

د صفر هیوپوتیز ( $H_0$ ) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز ( $H_1$ ) ځای په ځای کول.

صفر هیوپوتیز د علاقې (ځای) په واک کې ده.

$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$ $p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$	د گټې یا علاقې I ډله ثبوتوي د گټې II ډله ثبوتوي
--	--

په دواړو حالتونو کې  $p = p_0$  کارول کېږي.

د علاقې يا گټو مختلفې ډلې يا گروپونه مختلفې صفرهيوپوتيز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو گټو گروپونو لپاره د منلو يا قبلولو – او رده ولو ورشو گانې مختلفې دي. د سرته رسيدلي د ازماېنت نتيجې هم د اړوند ځای په ځای شوي هيوپوتيز په واک کې دي.

$H_1: p < p_0$	بدیلي ازمايو	$H_0: p \geq p_0$	کين اړخيز تست که وي
$H_1: p > p_0$	بدیلي ازمايو	$H_0: p \leq p_0$	بنی اړخيز ازماېنت که وي
$H_1: p \neq p_0$	بدیلي ازمايو	$H_0: p = p_0$	دواړه اړخيز ازماېنت که وي

په اساي توگه سرې له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو گروپونه مخامخي يو د بل معکوس (konträre) صفرهيوپوتيز ځای په ځای کړي.

## پوښتنې

### هيوپوتيز ازماېنت ۱

د يوه نورمال ويشل شوي توکلي اووښتونې (متحولې) يا واريابلي د سيگما چاپيريال لپاره د جدول څخه کار واخلي

لومړی: د تلویزیون يوه زيریال په اخر کال کې منځني ليد کووت(چې څومره کسان فلویزین گوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت گومان کوي، چې د زيریال گرانېنت يا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه يا ربهه کې حتی زیات شوی دی. نور زيریاله باید ورسره واخستل شي، که د خپروني گرانېنت پهرېښتونې زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سرې د خال خال ازماېشت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د يوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوبني ښايي.

د مننې يا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکي. وپښتباع په شيله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړی.



دويم: په يوه کوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري. د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جگ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکي، همداسي د لومړي ډول ريښتيني اشتباه. وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړی. د سيگنېفیکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

درېم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ ) ۶ ( ټولگي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت گومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بي تغيره پاتې شوي ده. دا نيوه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازمابل شي.

الف- د  $\alpha \leq 5\%$  لپاره د پرېکړې قانون څنگه دی؟

د لومړي ډول ناتيکاوې تشریح او وشميرئ.

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړی.

ب- د دويم ډول اشتباه تشریح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړی.

څلورم: د يوه بختلېبو اومات ماشين جوړونکي ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي گټي کميښن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی  $p = 0,3$  دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- د يوه سيگنېفیکانځ نيوويا- کچې  $\alpha \leq 10\%$  لپاره دپرېکړې قوانين ورکړی او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړی.

یادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سیمتریک پرته وي.

ب – د دویم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشمیرئ، که د گټې کمبیین احتمالوالی فقط  $p = 0,2$  وي.

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخبه کړئ.

## حلونه:

هیوپوتیز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:

د پوښتنې شنه او د هیوپوتیز راورنه یا خا په خای کونه.

سړی غولري و آزمایي، چې ایا د خپروني گرتنښت زیات شوی دی، ایا دا گومان  $p > 0,1$  ټیک دی. د هیوپوتیز د راوڼي یا خای په خای کوني سړی په لاندې توگه مخ ته ځي: دا څه چې باید وښوول شي، بدیلي هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس یا په څټ صفر هیوپوتیز.

صفر هیوپوتیز  $H_0 : p \leq 0,1$  ، بدیل هیوپوتیز  $H_1 : p > 0,1$  .

د صفر هیوپوتیز د رده ونې سره د بدیل هیوپوتیز نیول کیري یا قبلیري.  $H_0$  دې د ټول پوښتنې له لارې و ازماېل شي.

د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې دیوه 5% احتمالوالي سره د صفر هیوپوتیز قبلونه یو ناتییک پرېکړه ده، سیگنیفیکانځ نیو یا کچه 5% .

د دې بنسټ سره د  $H_0$  لپاره یو قبلونې او یو د رده ونې ورشو کره کیري. دا چې لوی ارزښتونه د  $H_0$  په ضد خبرې دي، نو یو ښي اړخیز ازماېښت دی.

صفر هیوپوتیز  $H_0 : p \leq 0,1$  سیگنیفیکانځ نیو (کچه)  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200; p = 0,1; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0,9} = \sqrt{180} \approx 13,416 > 3$$

د 5% په یوه سیگنیفیکانځنیو (-کچه) سره لاندې انټروالونه راوړو:

$$\left\{ \quad 5\% \quad \right\} \left\{ \quad 90\% \quad \right\} \left\{ \quad 5\% \quad \right\}$$

Ablehnungsbereich für  $H_0$

د  $H_0$  لپاره رده ونه  
له دې سره  $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 20 + 1,64 \cdot \sqrt{18} \approx 26,95$  کيږي، چې په 27 راگرديږي.  
د  $H_0$  لپاره د قبلوني يا مننې پورته ورشو

د $H_0$ د قبلونې ورشو $A = \{0 \dots 27\}$	باور لري:
د $H_0$ د ردېدنې ورشو $\bar{A} = \{28 \dots 200\}$	

د ردونې ورشو داسې د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \leq X \leq 200) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 12\} \{13 \dots 20 \dots 27\} \{28 \dots 200\}$$

$$P(28 \leq X \leq 200) = \frac{1}{2} [1 - P(13 \leq X \leq 27)]$$

$$P(13 \leq X \leq 27) \Rightarrow r = 7,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7,5}{\sqrt{18}} \approx 1,77 \Rightarrow P(13 \leq X \leq 27) \approx 0,923$$

$$\Rightarrow P(28 \leq X \leq 200) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,923] = 0,0385$$

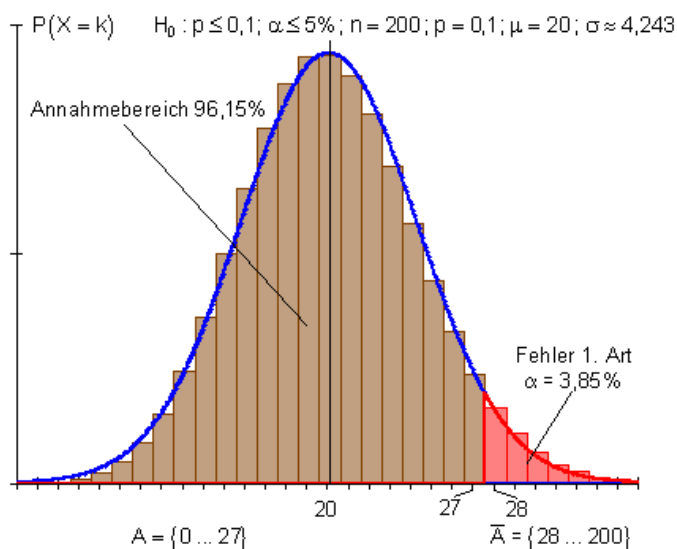
ارزونه:

که په ټول پ، بنسټونو کې راووخې، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه گوري، نو دا د  $H_0$  د رده ونې په ورشو کې پروت دی. صفر هیوپوتیز به رد شي. بدیل هیوپوتیز  $H_1: p > 0,1$  به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زیريالونه به واخستل شي.

ناتیکاوې، کوم چې په دې پرېکړه کې کیدی شي 3,85% دی. دا په دې معنا چې، د 3,85% یوه حتمالوالی سره به هیوپتیز  $H_0$  په ناحقه رد شي. د تائیکاوې احتمالوالی (3,85%) د اشتبا احتمالوالی بلل کېږي. د اشتباه احتمالوالی لپاره سړی سگنیفیکانځ نیو یا کچه هم وایي.

که په ټول پوښتنه کې را ووخې، چې زیات له زیاته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوري، نو بیا به هیوپوتیز  $H_0$  ونیول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. دې پسي به بل سریال وانه خستل شي.

دا چې د  $H_0$  هیوپوتیز د ردولو ورشو د احتمالوالی وېشنې په بڼې ورشو کې پرته ده، نو دا هیپتیز تست بڼې اړخیز تست بلل کېږي.



دویم: مفصل حل یا جواب:

د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راورنه.

سری غواري وازمایي، چې ایا د ښوونځي گرانښت زیات شوی دی، ایا گومان  $p > 0,37$  رښتیا کیږي.

د هیوپوتیز د راورني لپاره داسې مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کیږي، بدیل هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس د صفر هیوپوتیز دی.

صفر هیوپوتیز  $H_0: p \leq 0,37$  بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز  $H_1: p > 0,37$ .

د صفر هیوپوتیز د رده ونې سره بدیل هیوپوتیز قبلیري.

$H_0$  دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمایل شي.

د سگنیفیکانځ نیو دې زی له زیاته 5% وي.

په دې بنسټ به د  $H_0$  لپاره یوه د منلو – یا قبلولو ورشو او یوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د  $H_0$  په ضد – یا برعکس خبرې کوي، نو دا یو ښي اړخیز

تست (ازمابښت) دی.

صفر هیوپوتیز  $H_0: p \leq 0,37$ ، سگنیفیکانځ نیو (-کچه)  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200; p = 0,37; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په یوه سگنیفیکانځنیو (-کچه) سره لاندې انټروالونه راورو:

$$\left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 90\% \\ \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \end{array} \right\}$$

Ablehnungsbereich für  $H_0$

د  $H_0$  د رده ونې ورشو

له دې سره به  $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 74 + 1,64 \cdot \sqrt{46,62} \approx 85,2$  شي، راگرد یا راتول په 85،

د  $H_0$  لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmereich von $H_0$	$A = \{0 \dots 85\}$
	Ablehnungsbereich von $H_0$	$\bar{A} = \{86 \dots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمایلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(86 \leq X \leq 200) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 62\} \{63 \dots 74 \dots 85\} \{86 \dots 200\}$$

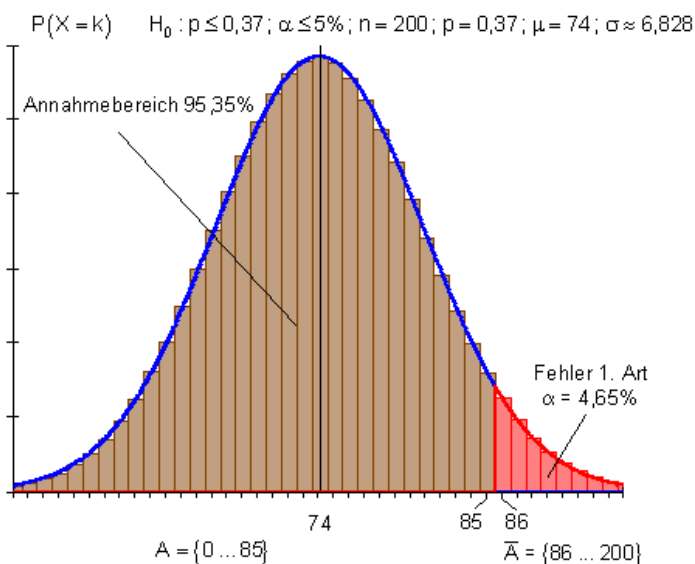
$$P(86 \leq X \leq 200) = \frac{1}{2} [1 - P(63 \leq X \leq 85)]$$

$$P(63 \leq X \leq 85) \Rightarrow r = 11,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{46,62}} \approx 1,68 \Rightarrow P(63 \leq X \leq 85) \approx 0,907$$

$$\Rightarrow P(86 \leq X \leq 200) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,907] = 0,0465$$

ارزونه: د  $H_0$  قبلولو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلونو زیاتیز یا مثبت عقیدې په برکې لري یا نیسي.

د  $H_0$  رده ونې ورشو له 86 تر 200 پورې د میندو-پلونو مثبت نظر په برکې نیسي.



که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې د میندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د  $H_0$  درده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفر هیپوټیز به رد شوی وی. بدیل هیپوټیز  $H_1$ :  $p > 0,37$  به قبول شوی وی. برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناتیټیکاوی (غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوی وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالی سره به د  $H_0$  هیپوټیز په ناحقه رد شوی وي.

که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیپوټیز  $H_0$  به قبوله شوی وی. په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی. دریم: مفصل ځواب یا حل:

الف- د پوښتنې شننه او د هیپوټیز راورنه یا ځای په ځای کونه. باید و ارزمايل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدليري، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف گومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیري، نو دا یو دوه اړخیزه هیپوټیز ازماښت دی. هیپوټیزونه دي:

صفر هیپوټیز:  $H_0$ :  $p = 0,75$  ، بدیل هیپوټیز  $H_1$ :  $p \neq 0,75$  . درده ولو ورشو، چې د 5% د سیگنیفیکانځنیو له لارې ټاکل شوی، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیري یا خوریري.

صفر هیپوټیز  $H_0$ :  $p \leq 0,75$  ، سیگنیفیکانځ نیو (-کچه)  $\alpha \leq 5\%$  داتا:

$$: n = 120 ; p = 0,75 ; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیپوټیز ازماښت مخ ته بیول کیري، ځکه چې د بریایو یو کم تعداد یا گنون او جگ تعداد د  $H_0$  په ضد د خبرې دي یا بیان دی.

د 5% د یوه سیگنیفیکانځنیو لاندې انټروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیرو:

$$\left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 95\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\}$$

د  $H_0$  لپاره درده ونې ورشو د  $H_0$  لپاره درده مني وشو

له دې سره  $80,7 \approx 90 - 1,96 \cdot 4,743 = \mu - 1,96 \cdot \sigma$  کیري.

د  $H_0$  لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

$$\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3 \text{ او}$$

د  $H_0$  لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

$A = \{81 \dots 90 \dots 99\}$ (symmetris) $\bar{A} = \{0 \dots 80\} \quad \{100 \dots 120\}$	د $H_0$ نیولو یا منلو ورشو (سیومتريک) د $H_0$ د ردولو یا نه منلو ورشو	باور لري
--	--	----------

د رده ونې ورشو ازمایل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) \leq \alpha = 5\%$$

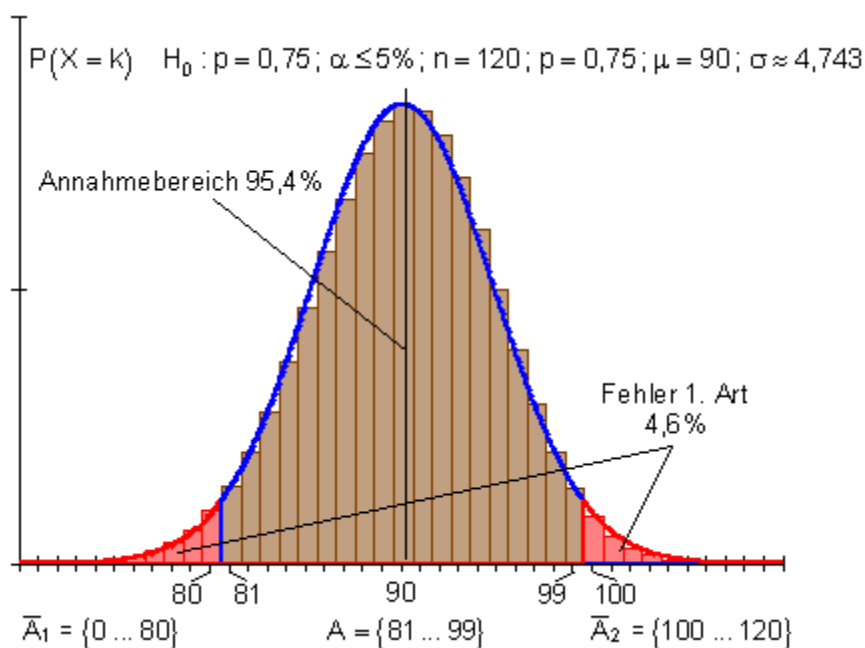
$$\{0 \dots 80\} \{81 \dots 90 \dots 99\} \{100 \dots 120\}$$

$$P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) = 1 - P(81 \leq X \leq 99)$$

$$P(81 \leq X \leq 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \leq X \leq 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د  $H_0$  قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکي نيسي.

د  $H_0$  د رده ونې ورشو د منځني بنسټونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي. که  $p = 0,75$  وي، مگر د نمونه ازمايښت توکلي يا تصادفي د رده ونې ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سرې  $H_0$  رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوې لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده ونې ورشو لپاره.

$$1 - 0,954 = 0,046 (4,6\%).$$

ب -

که باور ونه لري، بلکه  $p = 0,7$  ټيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوټيز  $p = 0,75$  ناتيک ده، مگر دا د نمونه ازمايښت توکلي د  $H_0$  د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا احتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوې دی. سرې دا ناتيکاوې شميرې، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې  $p = 0,7$  ټيک دی، د  $H_0$  د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$$\beta = P_{0,7} (81 \leq X \leq 99) \quad \text{شميرو}$$

داتا:

$$n = 120; p = 0,7; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0,3} = \sqrt{25,2} \approx 5,02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمټريک انتوالونه تر څيرني لاندې نيسو

$$\left[ \dots \{69 \dots 80\} \underbrace{\{81 \dots 84 \dots 87\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0} \{88 \dots 99\} \dots \right]$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} [P(69 \leq X \leq 99) - P(81 \leq X \leq 87)] + P(81 \leq X \leq 87)$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} [P(69 \leq X \leq 99) + P(81 \leq X \leq 87)]$$

$$P(69 \leq X \leq 99) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{25,2}} \approx 3,09 \Rightarrow P(69 \leq X \leq 99) \approx 1$$

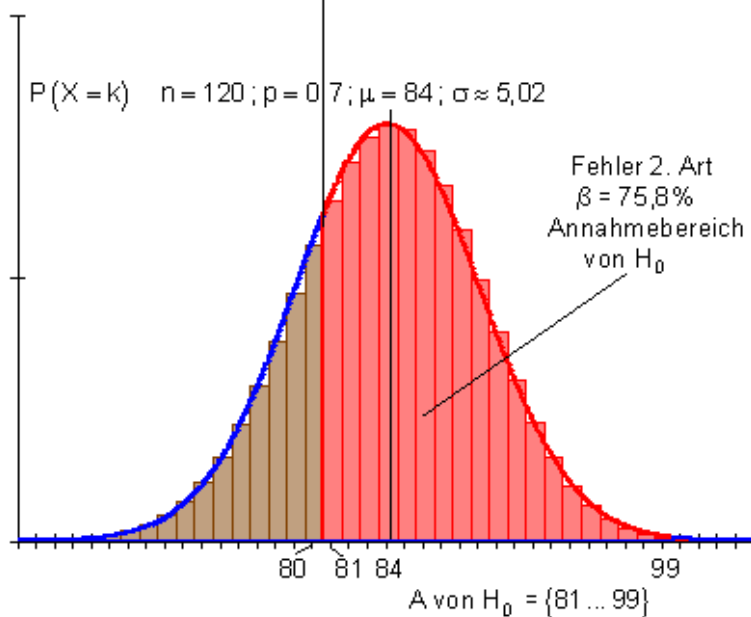
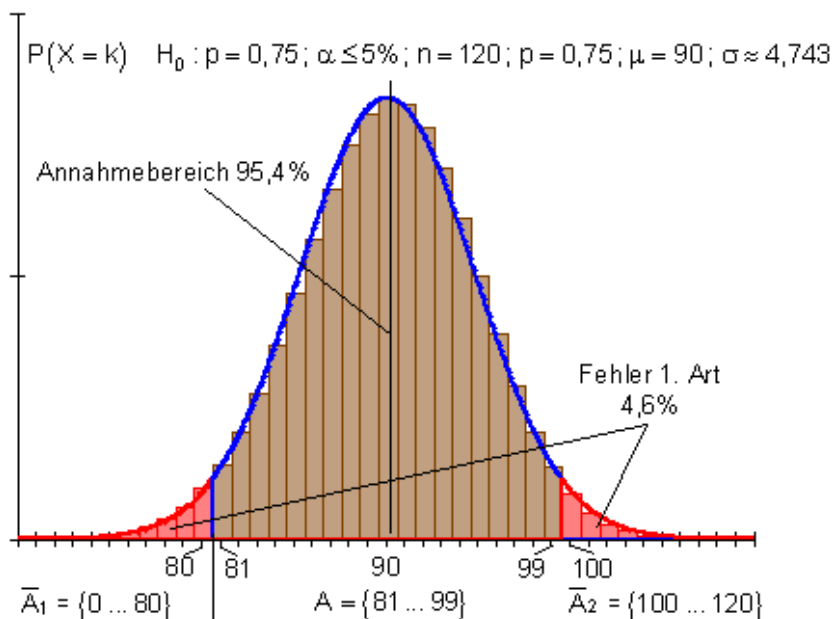
$$P(81 \leq X \leq 87) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{25,2}} \approx 0,70 \Rightarrow P(81 \leq X \leq 87) \approx 0,516$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} (1 + 0,516) \approx \underline{\underline{0,758}}$$

ارزونه: که  $H_0$  ناتيک او  $p = 0,7$  ټيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه د قبلوني ورشو  $H_0$  کې لويږي يا پرېوځي.



د صفر هیوپوتیز به په نائیک ډول قبوله شي. دا نائیکای د دویم ډول نائیکای بلل کيږي. دا 75,8% دی او د لومړي نائیکای د 4,6% سره په پرتله خورا لوي دی.



څلورم: مفصل حل:  
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راورنه یا ځا په ځای کونه:

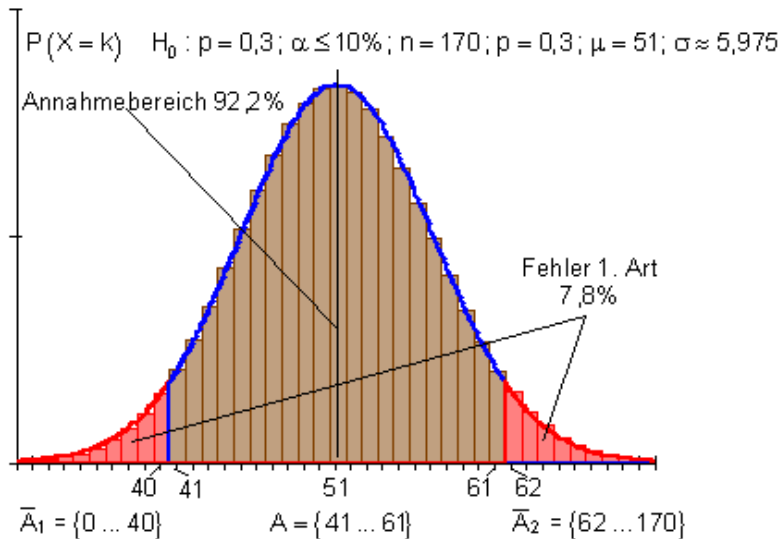
و دې ازمایل شي، چې ایا د  $p = 0,3$  احتمالوالي سره یو ټاکلی د کټې گډون یا کمبیشن رامنځ ته کېږي. دا چې نه پورته لور ته یا کښته لور ته د یوه یواځنی انحراف اټکل یا گومان رامنځ ته کېدی شي، نو دا یو دوه اړخیز هیپوټیز ازمایښت دی.

د هیپوټیز ازمایښت دی:

صفر هیپوټیز:  $H_0 : p = 0,3$ ؛ بدیلې یا الترناتیو هیپوټیز  $H_1 : p \neq 0,3$ .  
د رده ونې ورشو، چې د 10% سیګنیفیکانځ له لارې ټاکل شوي په برابر ډول په دارو لورو وېشل کېږي یا خورشري.

ارزونه:

که  $p = 0,3$  ټیک وي، مگر که نمونه ازمایښت په توکلي توګه د ردونې په ورشو کې ولوېږي، نو سړی په ناتیکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې  $H_0$  باید رد شي. د لومړي ډول ناتیګاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابر دی، یعنې  $1 - 0,922 = 0,078$  (7,8%).



ب – که  $H_0$  باور ونه وي، بلکه  $p = 0,2$  ټیک وي، دا په دې معنا، چې هیپوټیز  $p = 0,3$  ناتیګ ده، مگر نمونه ازمایښت توکلي د  $H_0$  د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناتیګ ډول سړی  $H_0$  قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطې چې وکړي دویم ډول ناتیګاوی دی. دا ناتیګاوی سړی داسې شمیري، د فرصیې یا نیونې لاندې، چې  $p = 0,2$  ټیک دی، چې د  $H_0$  د قبلونې ورشو وټاکي.

$$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61) \text{ دشمیرلو دی}$$

$$n = 170; p = 0,2; \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0,2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0,8} = \sqrt{27,2} \approx 5,215 > 3 \quad \text{داتا:}$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انټروال تر څیرني لاندې نیسو

$$\left[ \dots \{7 \dots 27\} \{28 \dots 34 \dots 40\} \underbrace{\{41 \dots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0} \dots \right]$$

$$P(41 \leq X \leq 61) = \frac{1}{2} [P(7 \leq X \leq 61) - P(28 \leq X \leq 40)]$$

$$P(7 \leq X \leq 61) \Rightarrow r = 27,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27,5}{\sqrt{27,2}} \approx 5,27 \Rightarrow P(7 \leq X \leq 61) \approx 1$$

$$P(28 \leq X \leq 40) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{27,2}} \approx 1,25 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 40) \approx 0,789$$

$$P(41 \leq X \leq 61) = \frac{1}{2} (1 - 0,789) \approx \underline{\underline{0,106}}$$

ارزونه:

که  $H_0$  نایتیک او  $p = 0,2$  نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم  $10,6\%$  د  $H_0$  د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفر هیوپوتیز به په نایتیکه توګه نیول – یا قبوله شي. دا د دویمډول نایتیکای بلل کیږي. دا  $10,6\%$  دی او لومړي نایتیکای ته په پرتله د  $7,8\%$  سره په خورا لږه توګه لوی دی. د دې څیره په لاندې مخ کې کښل شوي ده.

پوښتنې:

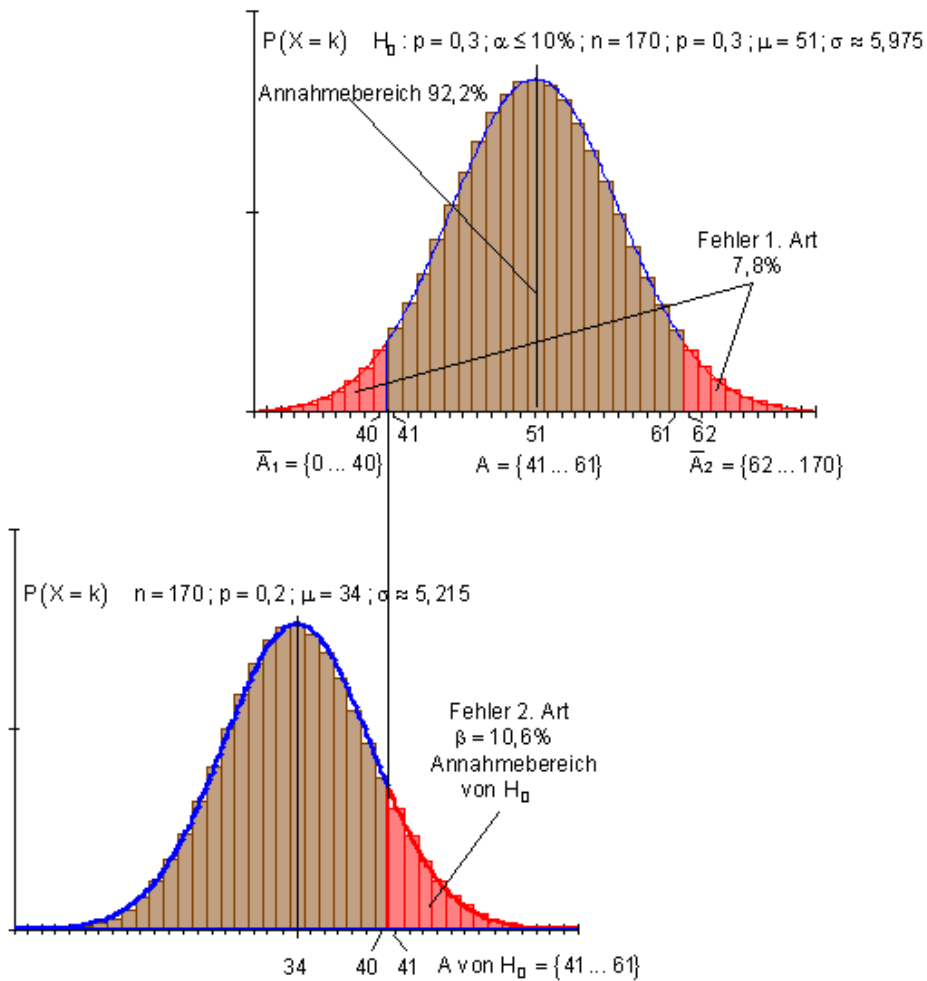
د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوي توکلي یا تصادفي متحولې یا اووښتونې (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموښنې د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ. له دې د مخه څیره په لادې مخ کې

لومړی: د ،، شلمرلند،، فیما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیما بی،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،، کاویار (د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له  $5\%$  څخه هم ټیټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي. اجازه شته، چې زیات له زیاته  $5\%$  کم وزنی ولري. ،، ارزان غزا،، دا ردوي:

،، له 5% کم پاکتول کموزني ده،،  
 يو د 300 کسانو خپلواک کميسين دا پاکتونه څيري.  
 د دواړو فيرماگانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر يوه هيو هيوپوتيز ارزښت د زيات له زياته  
 5% د يوه سيگنيفيکانتينو سره غوره کوي. پيښي تشریح کړئ يا کومنتار په ورکړئ.  
 دويم: د يوې ليسي په اخري نمر و کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون  
 کې کمښت لروده. په سمستر جريان کې دې زده کوونکو ته په دې کريټيکل مضمونونو  
 کې د کورسونو وړانديز کيږي. په بل د نمر و کنفرانس کې له 140 زده کوونکو څخه 18  
 کمښت لري.



الف- کیدی شي سری زيات له زيات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چي د  
 بنوونکو هلي ځلي بريالی وي؟

ب - صفر هیوپوتیز د تستپه بنسټ رډیري. د لومړي ناتیكاوي ډول څومره لوي دی؟  
 دریم: یوې څیرني ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي گولئ.  
 د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو 60%، چې د سردرد گولئ  
 نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرني لپاره د الف، ب- او پ- په ورزیاتي گولئ (گولئ  
 ۱ او گولئ ۲) و کاروي.

الف- یو د کلینیک ډاکتر ثبوتوي یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا  
 یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې گولئ ورکوي او کره کوي، چې له  
 دوي څخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.

Muss daraufhin die Nullhypothese  $H_0 : p_0 \leq 0,6$  verworfen werden?

دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالی سره وشمیرئ.

ب - د دویم ډول ناتیكاوی څومره لوي دی، که د ترخي گولئ لپاره  $p = 0,7$  باور ولري؟  
 پ - د دویم ډول ناتیكاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې د  $H_0$  د قبلوني - او  
 ردوني ورشو څنگه تغیر خوري؟

د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟

ت- د ب- او پ- وپشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناتیكاوی په نخبه کړئ.  
 جدول ۱ .

د  $n=100$  او  $p=0,7$  لپاره راټول شوی بینوم وپشنه

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړۍ: د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پهځای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو کټو یا علاقو په بنسټ مختلفې هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلونې – او ردونې ورشو هم توپیر پیدا کوي. ، شلمرلند، غواړي وښایي، چې  $p > 0,05$  باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفر هیوپوتیز  $H_0 : p \leq 0,05$ ؛ بدیلې هیوپوتیز  $H_1 : p > 0,05$  .

دا یو بني اړخیز هیوپوتیز ازماښت دی.

،، ارزان غذا ( دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښایي، چې  $p < 0,05$  باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفر هیوپوتیز  $H_0 : p \geq 0,05$  ، بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز  $H_1 : p < 0,05$  .

دا یو کین اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفر هیوپوتیز  $H_0 : p \leq 0,05$  سیګنیفیکانس نیو (s-niveau)  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300; p = 0,05; \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انټروالونه شمیرل کیږي:

$$\left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \sim \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 90\% \\ \sim \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \sim \end{array} \right\}$$

د  $H_0$  لپاره درده ونې ورشو.

له دې سره به  $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 15 + 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 21,19$  په 21 راتوله یا راگرده شي.

د  $H_0$  لپاره د رده ونې ورشو پورته پولي

$A = \{0 \dots 21\}$	د $H_0$ لپاره د منلو ورشو	باور لري:
$\bar{A} = \{22 \dots 300\}$	د $H_0$ لپاره رده ونو ورشو	

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولری:

$$P(22 \leq X \leq 300) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 8\} \{9 \dots 15 \dots 21\} \{22 \dots 300\}$$

$$P(22 \leq X \leq 300) = \frac{1}{2} [1 - P(9 \leq X \leq 21)]$$

$$P(9 \leq X \leq 21) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{14,25}} \approx 1,72 \Rightarrow P(9 \leq X \leq 21) \approx 0,915$$

$$\Rightarrow P(22 \leq X \leq 300) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,915] = 0,043$$

د، ارزان غزا، لپاره تست:

صفر هیوپوتیز  $H_0$  :  $p \geq 0,05$  سیګنیفیکانس نیو  $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300; p = 0,05; \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انټروالونه شمیرل کیري:

$$\underbrace{\{ \quad 5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 90\% \quad \} \{ \quad 5\% \quad \}$$

د  $H_0$  لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره  $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 15 - 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 8,81$  په 9 راګرډیري

د  $H_0$  لپاره د منلو ورشو لاندې پولي

$A = \{9 \dots 300\}$	د $H_0$ د منلو ورشو	باور لري
$\bar{A} = \{0 \dots 8\}$	د $H_0$ د رده ونې ورشو	

د ازمايلو د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور لري

$$P(0 \leq X \leq 8) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 8\} \{9 \dots 15 \dots 21\} \{22 \dots 300\}$$

$$P(0 \leq X \leq 8) = \frac{1}{2} [1 - P(9 \leq X \leq 21)]$$

$$P(9 \leq X \leq 21) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{14,25}} \approx 1,72 \Rightarrow P(9 \leq X \leq 21) \approx 0,915$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 8) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,915] = 0,043$$

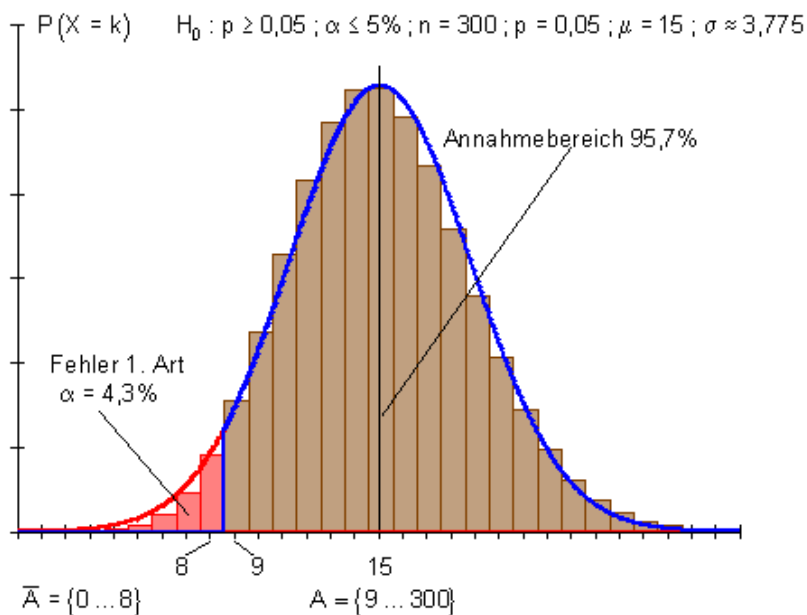
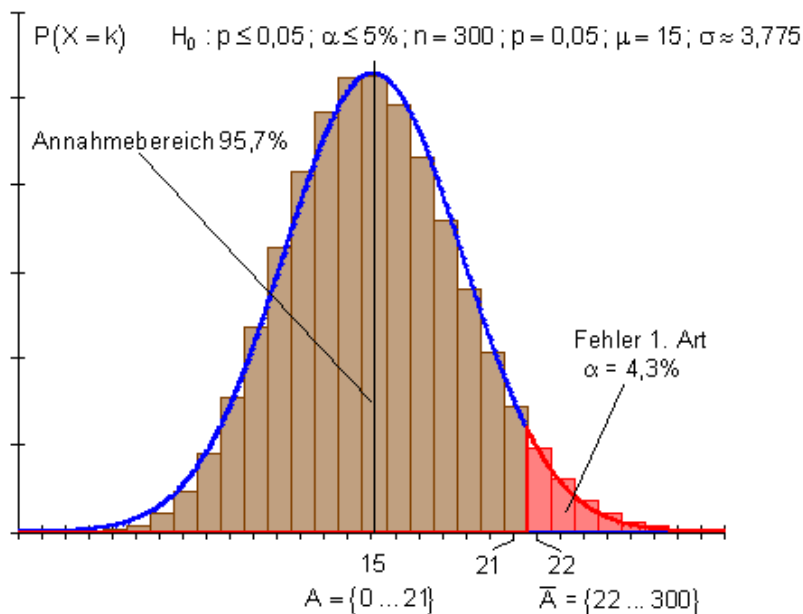
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه بنايي:

<p>،، شلمر لاند،،  <math>H_0 : p \leq 0,05 ; H_1 : p &gt; 0,05</math>          هيوپوتيز  <math>A = \{0 \dots 21\}</math>  <math>\bar{A} = \{22 \dots 300\}</math>          بڼې اړخيز تست          لومړي ډول ناتيكاوې: 4,3%          كه په كنترول كې له 21 پاكټونو زيات          كموزني ولري، نو <math>H_0</math> رديري. له دې          څخه بيا،، شلمر لاند،، د 4,3% اشتباه          احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې د          5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي.          د غولني گومان به سخت يا جدي شي. كه          د كنترول ورشو د قبلوني ورشو <math>H_0</math> كې          پرته وي، بايد په حقيقت كې <math>H_0</math> قبول          شي، له دې سره څه نه دي بنوول شوي.</p>	<p>،، ارزانه غزا،،  <math>H_0 : p \geq 0,05 ; H_1 : p &lt; 0,05</math>          هيوپوتيز:  <math>A = \{9 \dots 300\}</math>  <math>\bar{A} = \{0 \dots 8\}</math>          كين اړخيز تست          لومړي ډول ناتيكاوې: 4,3%          كه په كنترول كې له 9 پاكټونو زيات          كموزني ولري، نو <math>H_0</math> رديري.          له دې څخه بيا،، ارزانه غزا،، د 4,3% اشتباه          احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې له          5% كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنترول          ورشو د قبلوني په ورشو <math>H_0</math> كې پرته وي          بايد په حقيقت كې <math>H_0</math> قبول شي، مگر له          دې سره څه نه دي بنوول شوي.</p>
--	--



د یوه بڼې اړخیز هیپوټیز تست پرتله کونه د یوه کین اړخیز هیپوټیز تست سره.

د المانی پښتو مانا: له بڼې کین کښته لور ته: د منلو ورشو، لوری ډول نایکاوۍ، د منلو ورشو، لومړی ډول نایکاوۍ.



د اشتهای احتمالی شمیرني لپاره یادونه.

د هر ردې ونکې ورشو د انټرواحتمالی شمیرني د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسیده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سیومتريک دي.

برابر [اپیریال وړانګې (شعاع وې) د برابر و سپو هوداسې % - ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوي مټي یا سنتي بینومیالوېشنه په ګوته کوي یا بنایي. دا فقط په  $p = 0,5$  کې د انتظار ارزښت سره سیومتريک دي. یوه ټیک شمیرنه به د بینومیالوېشنې ارزښتونو سره د یوې د  $4,9\%$  نایک بنې اړخیز تست سره اود  $3,4\%$  نایک کین اړخیز تست یا ازماېښت سره و بنوول شي.

دا توپیر په  $p = 0,05$  د بینومیالوېشنې د اکستریم یا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دویم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هیپوټیز راوړنه

که د بنوونکو انګاژما یا فعالیت بریا لروده؟ که هو، باید له  $15\%$  څخه لږ زده کوونکي کمښت یا ضعف وښايي. څیرنه باید وښايي، چې  $p < 0,15$  باور لري.

له دې سره لاندې هیپوټیز راوړل کیري یا ځا په ځای کیري:

صفر هیپوټیز  $H_0: p \geq 0,15$  ؛ بدیل هیپوټیز  $H_1: p < 0,15$  .

صفر هیپوټیز دې ټیک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کیري. سری هم وایي چې د  $X$  کوچني ارزښتونه د  $H_0$  په ضد خبرې دي.

دا یو کین اړخیز هیپوټیز تست دی.

صفر هیپوټیز  $H_0: p \geq 0,15$  ؛ سیګنیفیکانس نیو  $\alpha \leq 5\%$

داتا

355

$$n = 140; p = 0,15; \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0,15 = 21$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0,85} = \sqrt{17,85} \approx 4,225 > 3$$

د 5% یوه سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انټروالونه ر څیرني لاني نیسو:

$$\{ \underbrace{5\%} \} \{ 90\% \} \{ 5\% \}$$

د  $H_0$  لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره  $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 21 - 1,64 \cdot \sqrt{17,85} \approx 14,07$  په 14 راګرډیري.

د  $H_0$  لپاره د منلورشو لاندې پولې

$A = \{14 \dots 140\}$	$H_0$ د منلو ورشو	باور لري
$\bar{A} = \{0 \dots 13\}$	$H_0$ د رد هوني ورشو	

د رده ونې ورشو د شمیرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \leq X \leq 13) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 13\} \{14 \dots 21 \dots 28\} \{29 \dots 140\}$$

$$P(0 \leq X \leq 13) = \frac{1}{2} [1 - P(14 \leq X \leq 28)]$$

$$P(14 \leq X \leq 28) \Rightarrow r = 7,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7,5}{\sqrt{17,85}} \approx 1,78 \Rightarrow P(14 \leq X \leq 28) \approx 0,925$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 13) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,925] = 0,038$$

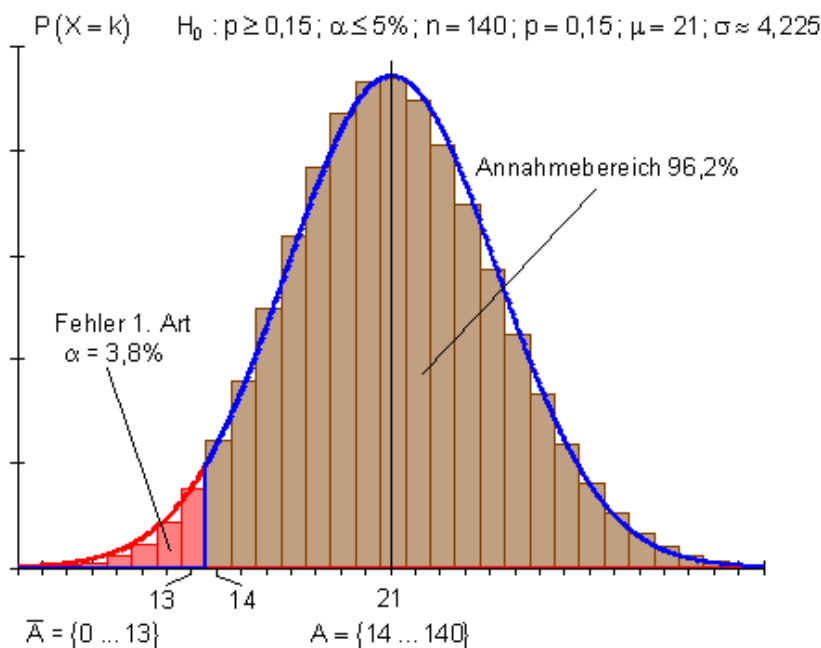
ارزونه: د  $H_0$  د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.

د  $H_0$  د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمښت ښايي، دا د  $H_0$  د قبلولو په ورشو کې لویږي یا پرېوځي.

د صفر هیوپوتیز باید وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کونکي، لکه چې انتظار یې باید شوی وی پاکیده، کمښت لري. سړی له مثبت تغیر څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعالیت بریاوې لږوډي.

له دې سره به د اشتباه احتمالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راورنه

د دې واقعیت په بنسټ چې ۱ زده کونکي، یعنی له ۲۱ څخه کم، لکه په  $p = 0,15$  کې یې چې انتظار باید شوی وی، کمښت ښايي، باید د صفر هیوپوتیز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلونې ورشو لاندې پوله نیسي، د لومړي ډول نایتیکاوې تغیر خوري. د قبلونې – او ردونې ورشو په لاندې توګه تغیر خوري.

د قبلونې وړښو:  $\{19 \dots 140\}$ ؛ د ردونې ورشو:  $\{0 \dots 18\}$

د نایتیکاوې احتمالی د ردونې ورشو له لارې ټاکل کېږي.

$\{0 \dots 18\} \{19 \dots 21 \dots 23\} \{24 \dots 140\}$

$\{0 \dots 18\} \{19 \dots 21 \dots 23\} \{24 \dots 140\}$

$$P(0 \leq X \leq 18) = \frac{1}{2} [1 - P(19 \leq X \leq 23)]$$

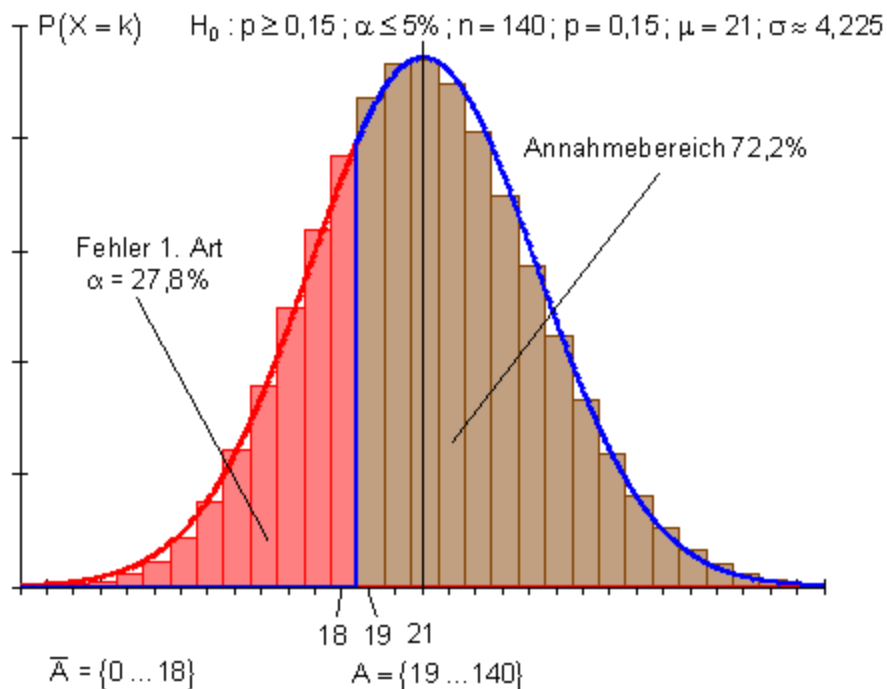
$$P(19 \leq X \leq 23) \Rightarrow r = 2,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2,5}{\sqrt{17,85}} \approx 0,59 \Rightarrow P(19 \leq X \leq 23) \approx 0,445$$

$$P(0 \leq X \leq 18) = \frac{1}{2} [1 - 0,445] = 0,278 = \alpha$$

ارزونه:  $H_0$  د قبلوني ورشو د کمښت يا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د  $H_0$  د روني ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کونکي خوندي لري.

که د صفر هیوپوتیز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کونکو سره رد شي، نو دې پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالی نږدې یا څه ناڅه ۲۷,۸% دي. وینا، چې دښوونکو فعالیت برابروي لروده، د یوې ۲۷,۸% غلطې سره شتون لري.



دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راورنه

د شمیرلو لپاره د  $n = 100$  او  $p = 0,6$  همداسې د  $n = 100$  او  $p = 0,7$  لپاره د بینومي وپشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راورنه یا خای په خای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. گومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه بنایي، چې  $p > 0,6$  باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منح ته راځي:

صفر هیوپوتیز  $H_0$  :  $p \leq 0,6$  ، الترناتیو هیوپوتیز  $H_1$  :  $p > 0,6$

صفر هیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د  $X$  لوي ارزښتونه د  $H_0$  په ضد دي . دا څرخه هیوپوتیز یو بڼي ازماښت دی. د رده ونې ورشو د  $p = 0,6$  لپاره د انتظار ارزښت بڼي لور ته پرته ده. او یوه لویه ( لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیگما-چاپیریال لپاره د نورمال وپشل شوي تصادفي متحولي احتمالوالی.

$$P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \quad 1 \quad \text{که } \sigma > 3 \text{ د لاپلاس شرایط وي.}$$

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1,12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995



0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالټوټه کونې تصادفي متحولې او احتمالوالود جدول استعمال

1. انټروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$$n = 150; p = 0,5; P(65 \leq X \leq 85)$$

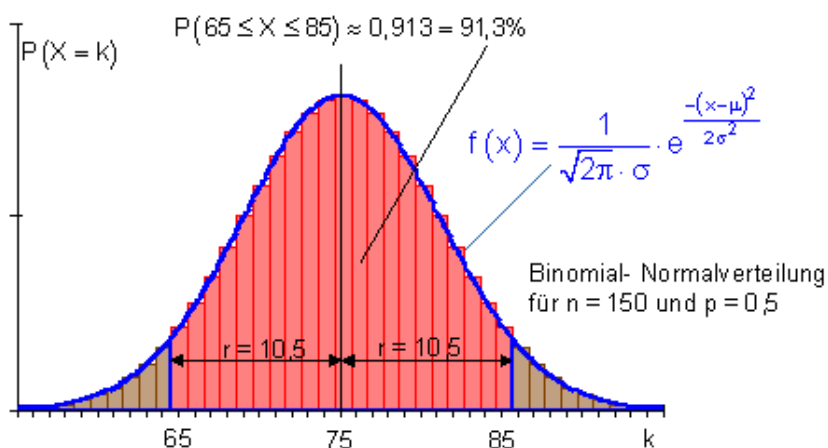
$$\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array} \right.$$

[ ... { 65 ... 75 ... 85 } ... ] ( سيومتريک انټروال په انتظار ارزښت)

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5)$$

د نورمالوېشنې لپاره

چاپيريال وړانگه (شعاع):



$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

د 0,913  $\Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913$  است  $z = 1,71$  لپاره جدول ارزښت

لاندي ښي لورته د الماني پښتو: بينوميال-وېشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته  $k$  برياوو لپاره انټروال

$$n = 150; p = 0,5; P(X \leq 65)$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \dots 65\} \{66 \dots 75 \dots 84\} \{85 \dots 150\}]$$

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترڅنگ يا څنگيزه شميرنه:  $1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$

مگر د سيومتري دلايلو له امله دی

$$P(x \leq 65) + P(X \geq 85)$$

او له دي سره

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 P(x \leq 65) \quad | :2$$

$$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2 [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

د نورمال وېشنې لپاره  $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپيريالورانگه

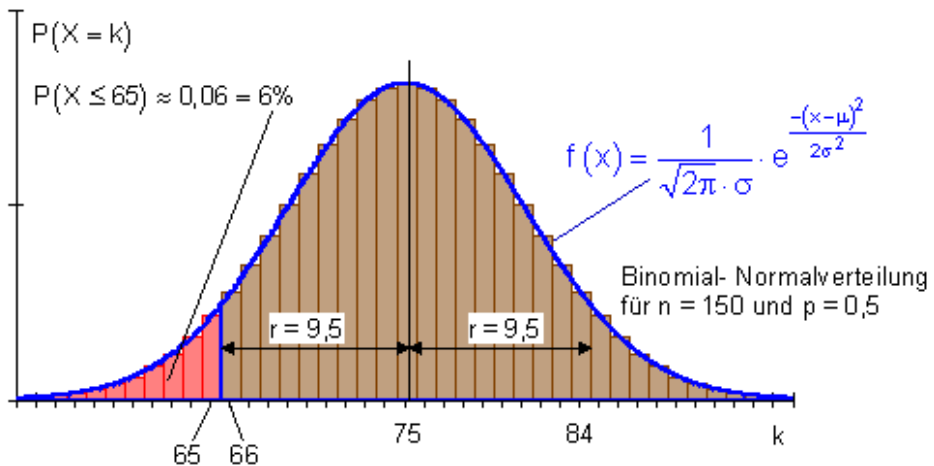
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)] \approx \frac{1}{2} [1 - 0,879] = \underline{\underline{0,06}}$$



3. دلبر تر لبره  $k$  بریاوو لپاره انترول

$$n = 150; p = 0,5; P(X \geq 85)$$

$$n = 150 \quad \left| \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ p = 0,5 \end{array} \right. \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

$$[ \{ 0 \dots 65 \} \{ 66 \dots 75 \dots 84 \} \{ 85 \dots 150 \} ]$$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترخنک یا فرعی شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سیومتری دلایلو له امله دی:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

$$P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5) \quad \text{د نورمالوېشنې لپاره}$$

چاپریالورانگه:

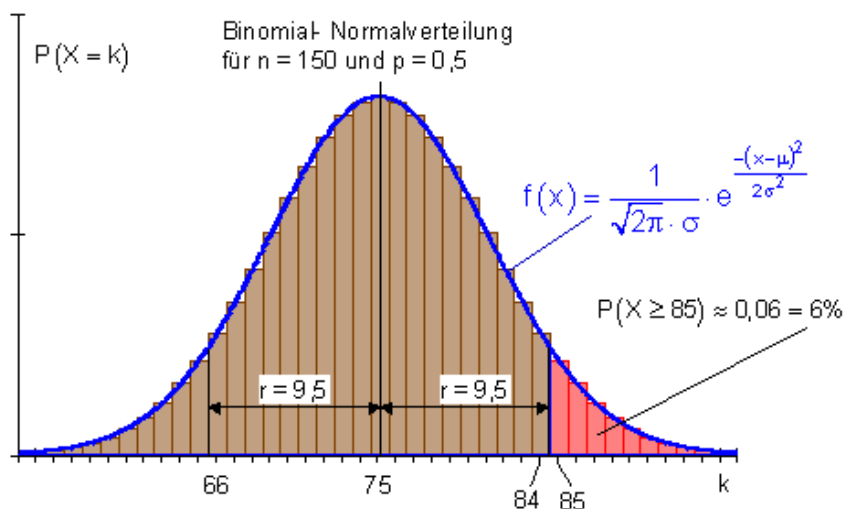
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د  $z = 1,55$  ist  $0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$  ارزښت لپاره جدول:

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)] \approx \frac{1}{2} [1 - 0,879] = \underline{\underline{0,06}}$$

لاندي د الماني پښتو: بينوميال-نورمالوېشنه يا نوره هم بڼه: نورمال ټوټه كونه

د... لپاره



4. انتظار ارزښت ته سيومتري نه دی

$$n = 150; p = 0,5; P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \left| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array} \right.$$

$$[ \dots \{ 65 \dots 69 \} \{ 70 \dots 75 \dots 80 \} \{ 81 \dots 85 \} \dots ]$$

ردو:

$$\begin{aligned} P(65 \leq X \leq 80) &= P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80) \\ &= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)] \end{aligned}$$

ځنگيزه يا فرعي شميرنه:

$$P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(81 \leq X \leq 85)$$

د اسيمپټوتي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \leq X \leq 69) = P(81 \leq X \leq 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80) = 2 \cdot P(65 \leq X \leq 69) | : 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 69) = \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80)]$$

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$

$$= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80)] + P(70 \leq X \leq 80)$$

$$= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)]$$

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5) \text{ د نورمال وېشنې لپاره}$$

چاپيريالورانگه:

$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

$$0,913 \Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 \text{ د } z = 1,71 \text{ لپاره جدول ارزښت دی}$$

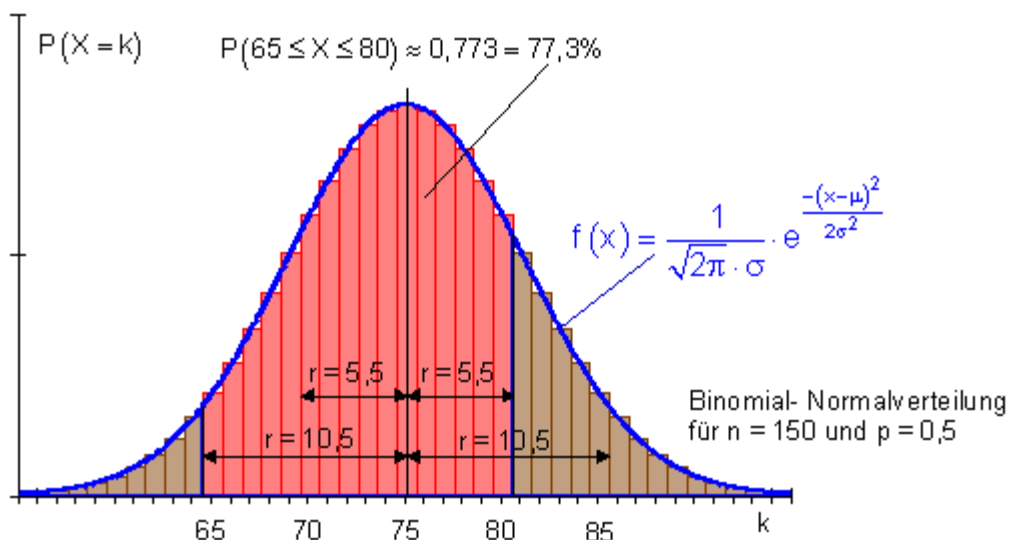
$$P(70 \leq X \leq 80) = P(69,5 \leq X \leq 80,5) \text{ د نورمال وېشنې لپاره}$$

چاپيريالورانگه:

$$r = 80,5 - 75 = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 0,9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,9$$

$$0,632 \Leftrightarrow P(70 \leq X \leq 80) \approx 0,632 \quad \text{د لپاره } z = 0,9 \text{ جدول ارزښت دی}$$

$$P(65 \leq X \leq 80) = \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)] \approx \frac{1}{2} [0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپیریال احتمالی وړانګې شمیرنه

$$90\% \text{ چاپیریال: } n = 150; p = 0,5; \dots \{ \dots 75 \dots \} \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

( د 90% چاپیریال لپاره ډول ارزښت )  $Z = 1,64$

$$r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043 \quad \text{د چاپیریال وړانګه}$$

$$\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957 \quad \text{لانډې یا کښته پوله}$$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$



## گردوني Round of ته پام:

90% کي چاپيريال دې انتظار ارزښت ته سيومتريک پروت وي.

گردونه: [ ... { 65 ... 75 ... 85 } ... ] انټروال انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5) \text{ د نورمال وېشنې لپاره.}$$

$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

چاپريالورنگه

د z لپاره جدول ارزښت

$$z = 1,71 \text{ ist } 0,913 \Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 = 91,3\%$$

کنټرول چي ايا ښه ارزښت ممکن دی:

[ ... { 66 ... 75 ... 84 } ... ] د انټروال کوچنی کيدنه

$$P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5) \text{ د نورمالوېشنې لپاره}$$

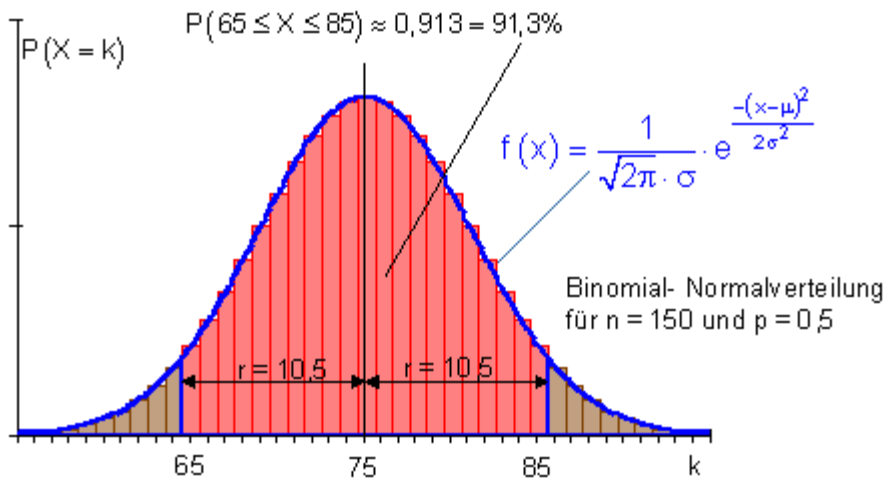
چاپريالورنگه

$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879 = 87,9\%$$

$P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 = 91,3\%$  خوراښه ارزښت دی.



شپږم: د نورو احتمالوالي شمیرني لپاره ورته ډول تلنه کيږي. ( دلته 95% -چاپیریال)

$$n = 150; p = 0,5; !$$

90% - چاپیریال: [...{?...75...?}...]

$$\left. \begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

(د  $z=1,96$  - چاپیریال لپاره جدول ارزښت)

چاپیریالوړانگه:  $r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله یا لیمیت:  $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله:  $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د گردوني لپاره فکرکونه:

د 95% -چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتريک وي.

گردونه: [ ... { 63 ... 75 ... 87 } ... ] انټروال انتظار ارزښت ته سیومتريک دی.

$$P(63 \leq X \leq 87) = P(62,5 \leq X \leq 87,5)$$

د نورمالوېشنې لپاره.

$$r = 87,5 - 75 = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 2,04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,04$$

چاپیریالوړانگه

د z لپاره جدول ارزښت

$$z = 2,04 \text{ ist } 0,959 \Leftrightarrow P(63 \leq X \leq 87) \approx 0,959 = 95,9\%$$

کنټرول د یوه نور بڼه ارزښت لپاره:

[ ... { 64 ... 75 ... 86 } ... ] د انټروال کوچنیوال

$$r = 84,5 - 75 = 11,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,88$$

چاپیریال وړانگه

د z لپاره جدول ارزښت  $z = 1,88 \text{ ist } 0,94 \Leftrightarrow P(64 \leq X \leq 86) \approx 0,94 = 94\%$

$P(63 \leq X \leq 87) \approx 0,913 = 91,3\%$  خوراښه ارزښت دی.

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :  
general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren .  
Uni. Wien

*Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras,  
at the University of Vienna/Austria*

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له  
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد  
لپاره ، همداسې د بنوونکو او زده کوونکو لپاره ( دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ  
او دا نوي لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه ( هندسه ) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د گټې – او کټې د کټې  
شمیرنه ، د احتمالي شمېرنه کتاب د بنوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه ( د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انگرېزي – پښتو ډکشنري.

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

اووم: د شميرپوهني الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

*Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German*

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

اتم: دفرنخيال برابرون ( دا کتاب په دي خانگه کي يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

*Differential equation Translation; An Introduction*

[Bonn \(Germany\): 2003](#)

نهم: د شمير پوهني فرمولونو ټولگه

*Mathematical Formulas*

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

[1997 Bonn \(Germany\):](#)

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په المان کي

،،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه،، له خو

يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغي او بيا

آبادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميري،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يي

پيل کيري

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)

لاندي د برينککن ليکنې چې له پرينمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

- ۱ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره لومړی ټوک
- ۲ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره دويم ټوک
- ۳ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره دريم ټوک
- ۴ - د احتمالي شميرنه د بنوونځي لپاره
- ۵ - احصايه يا ستاتيستيک د بنوونځي لپاره

لاندي کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

- ۶ - اناليزی ۱
- ۷ - اناليزی ۲
- ۸ - کرينيز الجبر
- ۹ - د شميرپوهنې بنسټونه
- ۱۰ - د فرمولونو ټولگه
- ۱۱ - فنکشنل اناليز
- ۱۲ - وکتور شميرنه

نورې ژباړې

۱۳ - له [www.grundstudium.info/linearealgebra](http://www.grundstudium.info/linearealgebra) څخه: کرينيز الجبر

۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه يا د اعدادو تيوري

## زما لیکنی

### Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د بنوونکو او زده‌کونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمکچپوهنه ( هندسه ) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډبرې پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند ( منطق ریاضي )

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ - د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې

۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې

۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگریزي ډکشنري

۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زره له کومې ( دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي. )

۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې و به غزیري.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوتونو څخه ، چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپریري:

د گروپونو تیوري

- د بنوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولگي څخه تر اومم ټولگي پورې ژباړل شوی ( دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیوني سره په کې راغلي او ماته زیات گټور برېښي)



## د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميږي شينواری د اروابناده پستو او اروابناده نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ه لمریز کې د شينواریو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسې له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې (ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټمبر د کابل طب پوهنځي. له ۱۹۶۶ سپټمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د ۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر (صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

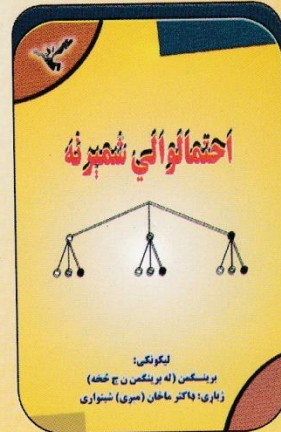
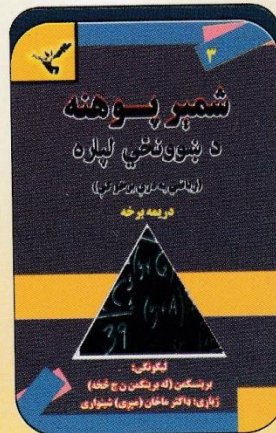
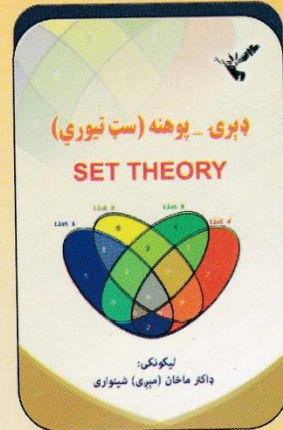
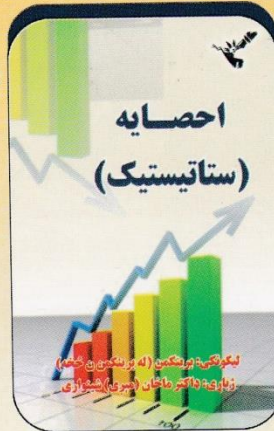
ماخان ميږي په ۱۹۷۲ کې له لري د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش وينا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز کې دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميرې. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکټره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه ساينکولوژي لوستلې.

ماخان شينواري بي کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹۹۷ څخه همدا د کتابونو ليکلو اوو د ژباړې دنده يې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.



ډاکټر ماخان (مېرې) شینواری



د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه - جرمني

VEREIN ZUR FORDERUNG DER  
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**