شمیرپوهنه (ریاضي)

د اوم ټولګي لپاره

بریښنا پته : smakhan1946@gmail.com

لیکونکی:

ډاکترماخان میرِي شینواری

2016

جرمني د بن ښار

شمیرپوهنه (ریاضي)

د اوم ټولګي لپاره

لیکونکی: ډاکتر ماخان (میرېي) شینواری

زما بریښنا پته داسې ده:

Smakhan1946@gmail.com

نیولیک

سریزه

دا نړدې ځلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په ځلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دۍ، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړۍ، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو کتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دۍ. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دۍ، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبي(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دئ، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهېږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅېږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینۍ باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅېدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

لومړی: د شمیرپوهنې سم اند

د سر خبرې یا پیلامه

ګرانو هیوادوالو!

د شمیرپوهنې منطق یا سماند د ښوونځی د لسم ټولګي په کتاب کې لیکل شوی، چې زه یې په څرنګوالي نه غږیږم. زه په دې اند یم، چې دا یو ساده درس دئ او د اووم ټولګي څخه زده کوونکي پرې پوهیدلی شي، نو له دې امله مې وړاندیز دا دئ، چې همدا د اووم ټولګي په پیل کې دا درس راشي. په دې هکله باید ټول مینه وال خپل اندونه سره شریک کړو. دا کیدی شي، چې یواځې په رسمي ځلوردیولۍ کې شونی شي ، بله لار به یې ناشوني نه بلکه نابریالی وي. دا چې ما دا کار کړی، خپلې موخې ته رسیدلی یم او دا مې هم د ژوند له پاره کړي، چې ژوند ترې ونه کړم، نو لږ تر لږه خو سم ژوند وکړم، چې لیونی نه شم او دا موخه مې ترې یا ورځخه لاس ته راوړې.

ترمخ راوړنه

،،سم اند د فکر ډول دی، په هغه کې چې یوګوني ګامونه سم یو په بل پسې اخستل کیږي،،.

ویل کیږي: ،، د ده په خبرو کې هیڅ منطق نه وو،، یا ،، سپین ډیر منطقي سړی دئ،،

یا ،،**د فکر په لار یا قانون او پرینځیپ هغه په شمیرپوهنه او فلسفې تکیه پوهنه،،.**

د دې لپاره د سماند کتابونه یا انترنت کې لیکلي څه وګورئ.

دا چې انسان د خپل چاپیریال د ټولو شیانو او پیداښتونو سره لاس په ګریوان دی، نو پوښتنې او هیلې رامنځ ته کیږي،غوښتنې لري او ویناوې کوي، په کومو ویناو کې،

چې شیان او ریښتونی(واقعیتونه) بیرته هنداره (منعکس) کیږي یا په یوه څه یا شي، چې وینا کیږي، نو موخه ترې د هغه څه ریښتونی حالت یا ځانښونه ده۰

یوه وینا په واقعیت کې ټیک هلته رښتیا ده، کله، چې په هغې کې شي حالت یا بهتره شي ځانښیونه په ریښتونې شته یا موجود وي، په بل حالت کې دا وینا ناریښتیا (غلطه) ده. موږ نیسو، چې دا څه دې په شمیرپوهنه کې کره ټاکلي وي او پریکړه دې پرې کیدی شي۰

سم اند (سماند) یا منطق (logic یونانی کلمه ده، چې اند(فکر) یا وی(لغات) ته وایی).

د وینا د ټیک یا کره فرمولولو لپاره د سم اند(منطق) څخه کاراخستل کیږي د فورمال سم اند، د سم اند پوهنی بنسټ، د فکر ډول او فکر کولوقوانینو په څیر یې څیړنه د اریستو تلس(۳۸٤ تر ۳۲۲ ز۰ ک۰ ا)) له خوا کیښول شوې۰

په ټولو علومو کې په هرڅه ډیر پوهان لیکنې کوي او هرڅوک د یوه څه یا یوه نوم لپاره د مختلو کلمو په ترڼه دا د شي تعریف یا پیژند ورکوي. په ټولو کې د هغه شي اصلي حالت باید خوندي وي او پیژند یا تعریف یا ټاکونکی باید په پوښتنه کې رانه شي.

ځنې پیژنداوړدوي او ځنې یې بیا په لنډه توګه لیکي، خو د خوندیونې یا متن موخه خوندي وي.

زه به وهڅیرم، چې دا هر څه پوره ساده ولیکم، چې په ټیکاوي یا سمون کې به یې پوښتنه نه وي.

یادونه: زه دا ټول درس لنډ څیرم، د زیاتې تشریح لپاره زما کتابونه او ژباړې کتلی شی.

د شميرپوهنې منطق يا - - سم اند (logic)

موږ اوس راځو خپل د درس پيل ته:

شميرپوهنه او سم اند يا منطق دواړه ديوې سمبوليک ژبې څخه د کارونې يا استعمال کار اخستی شي. د لغاتو په ځاي نخښې ايښوول کيږي، چې مصنوعي منځ ته راغلي او په ځانګړو ماناو سمبال دي٠

د شميرپوهنې سماند يا منطق، چې په ډېر ساده او سم ډول يې ووايو، دوينا يا بيانی يا statment سره سر او کار لري.

موږ په ورځني ژوند کې چې سره غږيږو يا يو بل سره څه وايو، نو په هغو کې زموږ هيلې او غوښتنې وړاندې کيږي. د يوه شي په حالت خپل اند څرګندوو او خپل اندونه سره شريکوو.

موږ دا هر څه چې وايو، دا د شميرپوهنې سم اند د تعريف سره سم تولې ويناوې نه دي، چې موږ له دې امله بيا وينا ته يو ځانګړی پيژند يا تعريف ورکوو.

که ووايو، چې:

يو کيلو مڼې په څو دي؟

د افغنستان د خلکو دا د څلوېښت کالو جنګ کې د ژوند حالت.

یا

کښېنه!

ولاړ شه!

یا

نن په ننګرهار کې ورینګي وریږي.

زه ښار ته لاړم.

کابل د افغانستان پلازمینه ده.

د ننګرهار مرکز ارګون دی.

په پورته کې موږ دا څو ډوله جملې راوړې، چې موږ دا په فکر کې نیسو.

اوس موږ د وینا پیژند یا تعریف راوړو:

۱ . ۲ - وینا

پیژند: یوه وینا یوه جمله ده یا فرمول دئ یا د ویونو(لغاتو) موخه ور څنګ په څنګ ایښونه ده، چې ربښتیا او یا ناربښتیا ده۰

همدا تعریف په تکراري ډول: یوه وینا د لغاتو موخه ور څنګ په څنګ ایښوونه ده، چې یو ،، ربښتیا ارزښت،، ،،ربښتیا یا نا ربښتیا،، و لري.

په پورته کې:

- زه ښار ته ولاړم. دایوه ویناده، ځکه چې یا به ښار ته تللی وم او یا نه. که ښار ته تللی وم، خو د دې وینا رښتیا ارزښت به رښتیا وي او که ښار ته نه وم تللی، نو بیا د دې وینا رښتیا ارزښت نارښتیا دي.

- د الوګانو د یو کیلو قیمت ۴ یا پنځه افغانی دئ.

یا

- نن د کابل د کوڅو ګڼه ګونه.

دا پورته دوه ویناوې نه دې، ځکه چې دا ،، رښتیا ارزښت،، نه لري. یعنې دا نه رښتیا دي او نه نارښتیا.

لنډ : د شمیرپوهنې سم اند لپاره پریکړې د وینا « ریښتیا ارزښت» (رښښتیا یا نارښتیا) دئ٠ نور خویونه په راتلونکي کې نه څیرل کیږي٠

ویناوې د لاتین په لویو تورو* A , A په نخښه کوو او داسې نور٠

پوښتنه: په پورته راوړل شوو بیلګو کې دې وښول شي، چې کومې ،،وینا،، دي او کومې وینا نه دي.

د دوه ارزښتوالی اصول یا پرینځیپ جمله

هره وینا یواځې یو ممکن « ریښتیا ارزښت» لرودئ شي، دا په دې مانا، چې وینا یا ریښتیا ده او یا ناریښتیا. (د دریم نه والی اصول یا پرینځیپ)٠

دا په دې مانا، چې ددې دوه ارزښتونو په منځ کې بل ارزښت ناشونی دئ.

بیلګې:

ویناوې: الف : » د کابل سین د کونړ له سین سره ګډیږي«ریښتیا وینا ده۰

ب : $3 + 4 = 7$ ریښتیا وینا ده

پ : » ٦ لومړنی ګڼ یا عدد دی« دا ناریښتیا- یا ناټیک وینا ده۰

(داعدادو په برخه کې لومړني اعداد یاګڼونه کتل کیدی شي)

پوښتنجملی :

» ته د څو کالو یې ؟ « نه شي کیدی یو ریښتیا ارزښت باندې تنظیم شي۰ له دې امله وینا نه ده۰

ویناوې دي:

(دپیتاګوراس (فیثاغورس) جمله۰

د کاتیتونو یا د یو بل سره ولاړو یا عمودو اړخونو یا ضلعو مربعګانو (څلوریو) زیاتون(جمعه) د هیپوتینوزې(اوږده اړخ قایمې زاویې ته مخامخ ضلعه یا قطر) د څلورۍ یا مربع سره برابر دۍ.

د وینا نورې بیلګې :

سرک لوند دۍ

ټول سپي خطرناک دي

سرلیک

$3 > 5$

په لانديې کې که یو کاربن له دوه اکسیجنه سره یوځاي یا زیات شي، نو کاربن دوه اکسیډ CO_2 جوړوي

د دي پرښت یا مخامخ یا پر خلاف یا برعکس : ویناوې نه دي:

د کابل ښار، مالګه; ; لمده کوڅه

د افغانستان د خلکو ژوند په ۴۰ کلن جنګ کې

لاندې ویناوې

کیمیا یوه طبیعي یا پیدایښتي پوهنه (علم) ده

۷ پر دریو بی له پاتې (باقي) نه ویشل کیږي

د وینا «ریښتیا ارزښت » ریښتیا لري

لاندې ویناوې

برلین یو کوچنۍ ښار دۍ

$5 < 3$ پنځه له دریو کوچنۍ دۍ

ټول لومړنې اعداد یا ګڼونه ناجوړه (طاق) دي

کابل د کونړ پر سین پروت دۍ

هره یوه له دې ویناو « ریښتیا ارزښت » نا ریښتیا لري

نومه ونې: پورته مې د جفت لپاره- چې ورسره بلد یو - ،، جوړه،، ولیکله، نو طاق ته ناجوړه وایو •

موږ بیا یو څو بیلګې راوړو:

د شي حالت د یوې جملې په بڼه:
A: کابل د افغانستان پلازمینه د،
B : ماسکو د چین پلازمینه ده.

د A وینا رښتیا ده. موږ وایو: د A ،،رښتیا ارزښت،، رښتیا دی.

د B وینا نارښتیا ده. موږ وایو: د B ،،رښتیا ارزښت،، نارښتیا دی.

موږ په لنډه بڼه لیکو: د رښتیا لپاره $w(A) = W$ او د نارښتیا لپاره $w(B) = F$.

د شي حالت په شمیرنیزه بڼه:

$A: 12 < 7$ $\qquad w(A) = F$

$B: 3 + 4 = 7$ $\qquad w(A) = W$

بیا: یوه وینا یو شي حالت دی، چې د هغه رښتیا ارزښت یواځنی ټاکلی دی(دا په دې معنا، چې دوه یازیات ارزښته نه شي نیولی یعنې یواځنی دی).

د تعریف له موخې ویناوې نه دي:

-ښه ورځ
-- اولمیر دربانډې ګران دی؟
-د افغانستان د خلکو ژوند په دې تیرو لسو کالونو کې.

۱ .۳ - وینا بڼې

وینا بڼې: که په وینا کې اووښتونې یا متحولې (ځای نیونکې) رامنځ ته شي او رښتیا ارزښت د مناسبو کلیمو له لارې انځوروي، نو د وینا بڼې څخه غړیږو(د متحولو یا اوښتونو په هکله په ... ټولګي خبرې شوي دي، هلته دې وکتل شي).

بیلګه:

وینابڼه: $A(\Delta)$: Δیو غړلرونکی توری دی.

که د ځای نیونکي لپاره یو توری کیږدو نو وینا بڼه یوه ویناکیږي، چې د هغې رښتیا ارزښت ازمایل کیدی شي.

موږ ږدو: $m = \Delta$

وینا داسې ده: $A(m)$: m یو غړلرونکی توری دی.

رښتیا ارزښت یې دی: $w(A) = F$

موږ ږدو: $i = \Delta$

وینا داسې ده: $A(i)$: i یو غړلرونکی توری دی. رښتیا ارزښت دی: $w(A) = W$

بیلګه:

یو ټاکنمساوات یوه وینابڼه $A(x)$ ده. د ځای نیونکي یا مجهولې x لپاره د یوه عدد ایښونې له لارې کیدی شي د وینا بڼي رښتیا ارزښت پیدا کړی شو.

دلته دې ګران ښوونکی دا لاندې برابرون داسې لړ زده کوونکو ته روښانه کړي، چې وروسته به دوي هم ورسره بلد شي.

وینا بڼه: $A(x)$: $x + 7 = 15$

د $x = 8$ لپاره باور لري: $A(8)$: $8 + 7 = 15$ رښتیا ارزښت: $w(A) = W$:

د $x=6$ لپاره باور لري: $A(6)$: $6 + 7 = 15$: رښتیا ارزښت $w(A) = F$.

په پام کې ولره: يوه وينا بنه يوشي حالت دی، چې هغه لږ ترلږه يوه اوښتونې يا متحوله لري او د ځای نيونکي په ځای د مناسبو کلمو اينولو له لارې يوه ويناکيږي(يا مو يوې وينا ته لاربښودوي يا بيايي)

تمرين:

لومړی: د لاندې ويناوو رښتيا ارزښت ورکړئ
الف- A : کابل د افغانستان پلازمينه ده.

ب - B:ځني کسان له نورو لوی دي.

پ- C :فبروري له جنوري څخه زياتې ورځې لري.

ت- $5 + 7 + 8 = 20$:D

دويم: وينا بڼې د يوې مناسبې متحولې اينووني يا ځاي نيونې له لارې په يوه وينا اوړي:

الف- $A(x)$: x د ايټاليا پلازمينه ده.

ب- $B(y)$: y له 25 کوچنی دی.

پ- $C(x,y)$: x او y زموږ د رسي مضامينو د ساعتونو پلان دی .

ت- $D(x,y)$: y دېل يا دوه واره دومره لوی دی، لکه x،

يادونه: که وينابڼه کې زده کوونکو ستونځې لرودې، نوترې تيرېدنه شونې ده.

۱ .۴ - ويناترړنه (که غواړی: د ويناو ترړنه يا - عمليې)

موږ په سم اندکې هم – لکه په اعدادو يا ګڼونو کې – ويناوي سره ترړو يا نښلوو، يا عمليې په کې اجرا کوو او په دې هکله په لاندې ډول مخ ته ځو:

پيژند

يوه «ويناتړنه» (نوره هم ښه: «زنځيرونه») داسې ژبنۍ ويينې(افادې) دي، چې د هغوي په مرسته له يوې يا ډيرو ويناو څخه نوېويناوې جوړيدی شي.

مورږ د سم اند يا منطق ستيرينځيپ په لاس ته راوړنو سره ځانونه په داسې ويناو رابندوو، کومې چې داسې جوړې وي، چې ريښتيا ارزښت يی يواځی او يواځی د «برخويناو» ريښتيا ارزښت په واک کې وي٠

لومړی:

د ،، او (and)،، تړنه يا عليه (Konjunktionيا Conjunction)

که دوه ويناوې يو له بل سره وتړل شي، نو يوه يوځای شوې يا مرکبه يا ځنځيري وينا ترې منځ ته راځي، چې د هغې ربنتيا ارزښت په تړلو يا يوځای شوو ويناوو کې بيرته ازمايل کيدی شي.

يو تريزور يا د پيسو ساتونی يا - سايف په دوه قلفونو سره متمئن شوی يا تړل شوی يا بند شوی دی. دا څنګه وازوو؟

کوم شرايط بايد پوره شی، چې دا سايف واز شي؟

سايف وازيږي، که دواړه قلفونه واز يا بيرته شي.

شرايط: قلف ۱ ،، او ،، قلف ۲ بايد واز شي.
کونجنکشن يا د ،،او،، تړنه: دوه ويناوې A_1 او A_2داسې يو د بل سره تړلې دي، چې سره يوځای شوې يا مرکبه وينا تيک هلته ربنتيا ده، چې هم A_1 او هم A_2 ربنتيا وي.

تړننخښه او: ^ (منطقي او).

بيلګه:

A : جلالاباد   د کا بل پر سین پروت دی. $w(A) = w$

B :   سروبی د کابل پر سین پروت دی. $w(B) = w$

C: جلالاباد او سروبي د کابل په سیند پراته دي. یعنې

$C = A \wedge B$:   بیا

جلاباد د کابل پر سین پروت دی ^ (او) سروبی د کابل په سین پروت دی. $W(C) = w$

X : ټول موټرونه تیرونه یا ګاډیلونه لري$w(X) = w$

Y: ټول هغه څه چې په ټیرونو ځي موټر دي:$w(y)$

$Z = X \wedge Y$: یعنې

ټول موټړ تیرونه لري (او) ^   ټول څه چې په ټیرونو ځي موټر دي.$w(Z) = F$

بیا: دا چې موټر ټیرونه لري ربښتیا ده، خو هرڅه چې ټیرونه لري موټر نه دی، نو یوځای شوې یا ځنځیري وینا یې هم نارښتیا ده.

بیلګه:

A_1: 4 یو جوړه عدد دی ، A_2 : $4 > 2$

$\Rightarrow \quad w(A_1) = W \quad w(A_2) = W$

ترنه: A_1 او A_2

A_{12} : 4یو جوړه عدد دی او $4 > 2$ دی

$\Rightarrow \qquad w(A_{12}) = W$

بیلګه:

$A_1(x): x - 3 = 5 \quad A_2(x): x < 10$

د $x=9$ لپاره باور لري:

یادونه: دا هم له کینې وښي لور ته لوستل کیږي، لکه څنګه چې ورسره بلد یو.

$$A_1 : 9-3=5 \quad A_2 : 9<10 \Rightarrow w(A_1)=F \quad w(A_2)=W$$

ترنه:

$$A_{12} := A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A_{12} : 9-3=5 \wedge 9<10$$
$$\Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{F}}$$

ارزښت جدول:

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

په پام کې ولره: د دوه ویناو A_1 او A_2 کنجنکشن (د ،،او،، ترنه) تیک هلته رښتیا دی، چې دواړه ویناوې رښتیا وي.

تمرین
د کنجنکشن یا د ،،او،، ترنې رښتیا ارزښت ورکړی:
الف- A : سروبی په کابل سین پروت دی او اسداباد د کونړ په سین پروت دی.
ب - B : نن دوشنبه ده او لمرخلیږي.
پ- C : کله کله باران ووري او ځنې زده کوونکي د شمیرپوهنې سره مینه لري.
ت- D : 4 یو جوړه عدد دی او له 7 لوی دی.

دویم: د ،،یا،، ترنه(<u>Disjunktion</u> disjunction)

سایف هلته هم د پردیو لپاره نه وازیږي، که له دې دوه قلفونو څخه یو یې واز وي، یعنې قلف ۱ یا قلف ۲ . دواړه قلفونه ساتنه متمئنه کوي.

پیژند(تعریف) disjunctio یا د ،، یا،، ترنه:

د ،، يا ،، تړاو يا تړنه : که دوه ويناوې A_1 او A_2 داسې يو له بل سره تړلې وي، چې يوځای شوې يا ترکيبې وينا ټيک هلته رښتيا وي، چې يوه يا دا بله يا دواړه ويناوې رښتيا وي.. دا تړنه ديسجنکشن يا د ،، يا ،، تړنه بلل کيږي.

تړننخښه يا : $\vee$ (منطقي ،،يا،،)

بيلګه:

A :جلالاباد د کابل په سين پروت دی $w(A) = w$

B : کابل د کونړ په سين $w(B)= F$

$C = A \vee B$

جلاباد د کابل په سين پروت دی يا کابل د کونړ په سين پروت دی. $w(C) = w$

X : ټول موټرونه ټيرونه لري $w(X) = W$

Y : ټول په ټيرونو تلونی شيان موټر دي. $w(Y) = F$

$Z = X \vee Y$

ټول موټر ټيرونه لري $\vee$(يا) ټول په ټيرونو تلوني موټردی. $w(Z) = W$.

ګورو، چې د يا په تړنه کې دوه ويناوې هلته ، رښتيا ارزښت رښتيا،، لري، چې دواړه ويناوې رښتياوي او يا يوه له دوي رښتيا وي. که دواړه ويناوې نارښتيا وي، نو بيا د وينا ،، رښتياارزښت،، نا رښتيا دي.

د ،،يا،، د رښتياوالي تخته يا - جدول

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

بيلګه:

$$A_1(x): 2x = 14 \quad A_2(x): x \geq 8$$

د$x=7$ لپاره باور لري:

$$A_1: 2 \cdot 7 = 14 \quad A_2: 7 \geq 8 \Rightarrow w(A_1) = W \quad w(A_2) = F$$

تړنه:

$$A_{12} := \dot{A}_1 \vee \bar{A}_2 \Rightarrow A_{12}: 2 \cdot 7 = 14 \vee 7 \geq 8$$

$$\Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{W}}$$

په پام کې ولره: د دوه ویناو A_1 او A_2 دیسجتکشن یا د ،، یا ،، تړنه تیک هلته رښتیا ده، چې له دې ویناو څخه یې لږ تر لږه یوه رښتیا وینا وي.

تمرین:
د ،، یا،، تړنو یا دیسجنکشن رښتیا ارزښت ورکړئ:
الف- A :جلالاباد په کابل سین پروت دی.
ب - B: نن دوشنبه ده یا لمر ځلیږي.
پ- C : نن باران ووري یا ځنې زده کونکي د شمیر پوهنې سره مینه لري.
ت D : 4 یو جوړه عدد دی یا له 7 لوی دی.
په لاندې کې oder د یا په معنا دی.

a) w(A) = W	b) w(B) = W oder F	c) w(C) = W	d) w(D) = W

دریم - ترې لاس ته راوړنه یا ترې لاس ته راتلنه

د تړنې نخښه: که... نو ←
پیژند: Implication : که دوه ویناوې A1 او A2 یو له بل سره داسې تړلې وي ، چې له وینا A_1 څخه وینا $A2$ منطقي یا سماندیز لاس ته راشي، نو دا تړنه ترې لاس ته راتلنه(- - راوړنه یا Implication) بلل کیږي.

رښتیا جدول یا -تخته :

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

په پام کې لره: د دوه ویناو A1 او A2 ،،ترې لاس ته راوړنه،، تیک هلته نارښتیا ده، که A1 رښتیا او A2 نارښتیا وي.

۷ یو لومړني یا پریم ګڼ دی، نول پریم عددونه ناجوړه دي.

دا وینا نارښتیا ده، ځکه چې ۲ هم یو لومړنی یا پریم عدد دی.

ځلورم - ورته - - یا برابر ارزښته ویناوې Equivalent

ترننخښه: هلته او هلته که.... یا تیک هلته.... که یا ⇔

پیژند: Äquivalenz : ردبدل ترې لاس ته راوړنه بیجنکشن یا اکویوالنت یا ورته(،، ورته ارزښته،،) ترون بلل کیږي، یعني که A ، نو B او په څټ.

رښتیاجدول

$W(A_1)$	$W(A_2)$	$W(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	W

رښتیا ارزښت جدول ترې لاس ته راوړنه په ګوته کوي، له دې سره کیدی شي ویناوې A_1 اوA_2 سره بدلې شي. په ورته والي د دواړو ویناوو ترنه مو تیک هلته رښتیا ارزښت ته بیایي، که د دواړو ویناو رښتیا ارزښت رښتیا وي یعنې دواړه ویناوې (برابرارزښته)(اکویوالنت) وي.

بیلګه:

یوه شمیرپوهنیزه جمله ده:

که د یوه عدد پروت زیاتون یاپرته جمعه په ۳ وېشوړ وي، نو پخپله عدد هم په ۳ وېشوړ دی.

A1 : د عدد x پرته جمعه په۳ وېشوړ ده.

A2 : عدد xپه ۳ وېشوړ دی.

X=39 پرته جمعه= 12 ; 3|12او 3|39

A1 د عد 39 پرته جمعه 12په 3 وېشوړ ده

له دې لاس ته راځي، چې$A2$: عدد 39 په ۳ وېشوړ ده.

عدد ۱۲ په ۳ وېشوړ دئ له دې لاس ته راځي او په څټ یا معکوس عدد 39 په ۳ وېشوړ دئ.

پنځم - نه والی (نفی) Negation

تړننخښه یا عملیه نه ¬ یا د نه تړننخښه

پيژند : Negation : د یوې وینا نه والی تل هلته رښتیا دئ، که وینا نارښتیا وي، او تل نارښتیا ده، که وینا رښتیا وي.

بیلګه:

رښتیا ارزښت جدول

$w(A)$	$w(\neg A)$
W	F
F	W

$A1$: ۵ یو ناجوړه یا طاق عدد دئ له دې لاس ته راځي یا

$\Rightarrow \quad w(A) = W$

$\neg A1$: ۵ ناجوړه عدد نه دئ له دې لاس ته راځي یا

$\Rightarrow \quad w(A) = F$

د یوې وینا دېل نه والی موسرچینییزې وینا ته بیایي یا لاربنودوي .

بیا کرارا

نه والی(نفی)Negation

د وينا تړاو يا ويناتړنی(عمليې) «نه والی»: ديوی ويناP نه والی هغه وينا ده، چې هلته او يوازې هلته د رينتيا ارزښت نارينتيا لري، چېP رينتيا ارزښت رينتيا ولري٠

موږ د وينا P نه والی نفی په Pنه سره ښايو ، شميرپوهنيزه نخښونه يې په لاندې توګه ده $\neg P$ په يوه جدول کې رينتيا فنکشن يا رينتيابلواک کې داسې څرګند وو(دا چې ز ه کله کله هغه شميرپوهنيز سومبول د نه p لپاره $\neg P$ نه شم ليکلی، نو دا به همغسې p نه وليکم.

P	Pنه يا $\neg P$
w	F
f	W

د يوې وينا P تکرار نه والې يا بيا نه والي لاس ته راوړنه، لکه چې لاندې يې ګورو، هم خورا څرګنده ده .

p	$\neg$p	$\neg\neg$p
w	f	w
F	w	F

دوه واره نه والی د همغې لومړنی وينا رښتياارزښت لري

په پيدايښتي ژبه کی نه والی په«نه» يا « نا » خپل ربښتينوالی مومي٠
«اباسين هغه خپل ټاکلی وخت ته را نه غی٠ دا د اباسين خپل ټاکلي وخت ته راغی « نه والی» دی٠

نه والی ته بيلګه : د وينا $\neg A$ نه والی : “$3 < 7$„ وينا نهA ده: دا چی A ربښتيا ده، نو $\neg A$ ناربښتيا ده٠

بيلګه:

:زده کوونکی توان لري، چې پوښتنې حل کړي.	A :
:زده کوونکی ناتوانه دی، چې پوښتنې حل کړي	$\neg A$:
:زده کوونکی ناتوانه نه دی چې پوښتنې حل کړي.	$\neg(\neg A)$:

ټولګه: دا لاتين باندې ليکلي الماني دي

Konjunktion
د او ترنه

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

Disjunktion
د يا ترنه

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

Implikation
ترې لاس ته راتلنه

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

Äquivalenz
ورته يا برابرر ارزښته

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	W

Negation
نه والی

W(A)	W(¬A)
W	F
F	W

زما په اند تر دې ځایه بسیا کوي، خو ګران لوستونکي دې وګوري. دا موضوع زما لیکنو او زما ژباړنو کې شته، مینه وال یې هلته کتلی شي او ځانله د کتاب په څیر هم څیړل شوې.

یادون: دا لاندې که ستونځمني برېښیدې، نوترېترېدنه شوني ده، وزده کړه یې شمیرنیزه لیکنېساده کوي.

شتونویناا‌وتولوینا

یوه بله کارونه یا عملیه شته، چې له وینا بنې ښخه وینا جوړوي٠ چې کوانتیفیکیشن Quantification بلل کیږي٠ دا ویناهغه وخت منځ ته راځي، چې ټول د وینا بنې افراد یا شیان همغه خویونه ولري، چې تولوینا (Allaussage)یا   universal Quantification ورته وایو٠یاچې په پوښتل شوي چاپریال کې داسي شیان شته وي، چې همغه خویونه ولري، دې ډول وینا ته موږ د شتون یا موجودیت وینا یا Existenzaussage یا انګریزي existential quantification وایو٠ زموږ په بیلګه کې یې استعمال لاندې را په ګوته وکي

ځلورم : (پیدایښتی یا طبیعي) ګېونه یا اعداد شته، چې په دوه ویشل کیږي

پنځم : ټولې ځلورۍ (مربع) هوارې ډیرګوډې یا کثیرالاضلاع دي٠

د ټولکوانتور یا ټولوینا لپاره نخښه ∀

د شتون- یا موجودیتکوانتور یا شتونوینا لپاره نخښه   ∃

يادونه : د ټولکوانتور لپاره نخښه د سرچپه A په څير ديعنې $\forall$ او د شته والي کوانتور لپاره نخښه د په ښټ E په څير ده $\exists$ په پام کې دې وي، چې د کوانتورونو ورکونې وروسته اووښتونې (ویاریابلی یا مجهولی) ورکول کيږي.

څلور ۱ : $\exists x \in P(x)$

داسې يې لولو، چې يو x په P(x) کې شته

پنځه ۱ : $\forall z \in Q(x)$

دا داسې لولو: د ټولو z لپاره ، چې په Q(x) کې پروت دی (يا د ټولو ... له ... څخه)

دا سومبول $\exists$ دا مانا لري،چې« کم له کمه يو ... شته»د وينابنې او په دې پورې اړوند واريابلو يا اووښتونو ډېريو جوړه، د دې سومبول سره يوه د« شتون- يا موجوديت وينا» ورکوي، په نامه د اووښتونو ساحه يا ډيرى کې، په کوم کې چې کم له کمه يوه داسې اووښتونې ځاي په ځايونه شته وي کومه چې وينابنه رښتيا وينا کوي.

بيلګی (د رښتيا شتون - موجوديت وينا‌وي)

اول - $\exists x \in R: x+1=0$

(لوستل : يو داسې رييل ګڼ يا عدد x له(په) R (کې) شته ،د کوم لپاره چې x+1= 0 باور لري) دلته x دا مانا لري، چې x د رييلګڼېرى R توکی دی او $\in$ په دې مانا دی، چې توکي له ... دی.

دویم :

$\exists x \in R:$ $x^2 + 4x = 0$

(لوستل: یو x له(په) R خخه(کې) شته د کوم لپاره ، چې $x^2+4x= 0$ باور لري)

دریم : $\exists x \in R:$ $x^2 - 4 = 0$

(په دې جمله کې حتی دوه رییلګنونه شته دی، چې د هغې لپاره $x^2-4 = 0$ باور لري

: (-2 ،2)

جمله (د یوې شتونوینا یا موجودیتوینا نه والی یا نفی)

$$\exists x \notin R: x^2 + 1 = 0$$

لوستل: داسې رییلګڼ x نه شته، د کوم لپاره چې برابرون $x^2+1 = 0$ باور ولري

داسې وینابنې هم شته، د کومو لپاره، چې د اووښتونډیرۍ یا واریابلډیرۍ ټولو توکو لپاره رښتیا وینا شي۰

بیلګه: وینابنه « x په 2 ویشونی دی » د جوړه ګڼونو هریوه لپاره رښتیا ارزښت لري په دا سومبول ∀ په دې مانا دی، چې « د ټولو x لپاره» د وینابنې او په همدې پورې اړوند د وینا متحولو ډېرۍ یا سېټ (وینااووښتونډیرۍ یا واریابلډیرۍ) تړنه له دې سومبول سره یوه Universalaussage یونیورزالوینا یا ټولوینا منځ ته راځي۰ په دې مانا چې د دې متحولو ډېرۍ(اووښتونډیرۍ) هر توکی لپاره د وینابنې خخه یوه رښتیا وینا جوړیږي۰

جمله : دUniversalaussage یونیورزال- یا ټولیزې وینا یا ټولوینا لپاره،
چې G یو چوړه ګڼ یا عدد دییا د جوړه ګڼونو ډېرۍ ده، لیکو:

$$(1)........\forall x \in G : 2 \mid x$$

(د ټولو جوړه ګڼونو (جفت اعدادو)لپاره باور لري، چې x په ۲ ویشونی دی
)

$$(2)......\forall x \in R; x > 1 : x^2 > x$$

(د ټولو ریېلګڼونو x لپاره, کوم چې له یوه لوي وي باور لري: $x^2 > x$)

جمله : (د نارښتیا یا غلطې تولیزې وینا لپاره)

$$(2)......\forall x \in R; 0 \le x < 1 : x^2 < x$$

دا وینا نارښتیا ده، ځکه چې دا د $0 \le x \le 1$ لپاره باور نه لري، پس دا وینا د
ټولو ریل عددونو لپاره باور نه لري۰

یوه بیلګه دې دا لاندې هم وي:

د ټولو طبیعي اعدادو a او b له پاره یو طبیعي عدد c شته داسي چې باور لري:

a + b = c

دا په شمیرپوهنیزه نخښو داسې لیکو:

$$\forall a, b \in N \exists c \in N : a + b = c$$

د ۴ او ۵ له پاره ۹ شته داسي چې باور لري:

4+5=9

دا لاندې د يوې يادونې په څير. دا د زده کړې څه نه دي:

د شميرکلمو يا ويو(لغاتونو) شميرنيز مفهوم(ترې پوهيدنه)

پيژند (تعريف) څه شی دی؟

د کليمی ټاکنه ده، چې ټيک ټاکلې او له مخامخوالی(تضاد) ازاده وي٠ په عامو خبرو کی کله که کليمی راځي ، چې په مختلفو اشکالو ترې ځانګړي ماناوي اخستل کيږي، خوپه شميرپوهنه کې داسې نه ده٠

د شميرنی ټاکنی يا پيژندونه (تعريفونه)د ټيک ځرګندې پوهنې يوه نه پريښوونکی سمبال اله ده، ياني ترې تيريدل نه شي کيدای٠

جمله څه شی دی ؟

ټولې ربنتوني ويناوې په شميرپوهنه کې جملې بلل کيږي، چې د پيژندنې لپاره ښوونې يا ثبوت ته اړتيا لري ٠

اکسيوم Axium څه شی دی؟

بې ثبوته ربنتيني وينا ته اکسيوم وايي

شميرپوهنيزې يا د رياضي جملې زياتې نيونې(فرضيې) او ثابتول(غوښتنه،جوته ونه يا ښوونه) په بر کې- يا خوندي لري٠

که دا وينا داسې وي، نو پس داسی به هم وي٠ دلته که دا وينا داسې وي نيونه يا فرضيه ده او نو داسې هم ده٠ دا غوښتنه ده، چې بايد ثبوت يا وښوول شي٠

تر هغه وخته پورې، چې موږ او تاسو ټول پرې پرېکړه نه وي کړې، چې څه ښکنګه ولیکو، څه کم یازیات شي، دابه همداسې وي.

موضوع ډېره ساده، خو موږته په افغانستان کې نوې ده.

دا به سره په ګډه ساده کوو او دا هغه وخت کیدی شي، چې ټول په کې کاریزه ونډهواخلو.

۱ . ۷ . تمرنونه:

۱ – په ۱ . ۳ –مه برخه کې د ربښتیا ارزښت ورتو الی له (۱) څخه تر (۴) پورې وښایاست.

۲ – د ربښتیا ارزښت جدول له لارې وښایاست، چې لاندې ویناتړاو منطقي مساوي ارزښت دی.

الف - (A⇔B) او (B⇔A)

ب- (A=>B) او(AvB)

دویم. ډیرۍ پوهنه یا ستیوري Die Mengenlehre, the set theory

یادونه : دا د ډيرۍ کلمه موږ په افغانستان کې سټ set بولو، چې انګريزي ده، په فارسي کې يې مجموعه بولي، چې ډيرۍ د شيانو مجموعه يا ټولګه ده او په الماني کې ورته مينګې Die Mengeوايي٠ هغه بنسټيزه خبره يې په پيژند يا تعريف کې ده، که موږ يې هرڅنګه وبولو، خو د ټاکلو يو بل څخه کره توپيرکيدونکو شيانو ټولګی ته ٠٠٠ وايو. د ټکو پر ځاي ، چی هر څه ليکی، خو موږ ګورو، چې په پښتو يې هغۀ مناسبه نومه ونه ډيرۍ ده.

موږ وايو: نيز راغی او نيزوړي يې راوړل او د سپين په پټي کي يې ډېرۍ ډېرۍ واچول. د سټ مانا که په ډکشنري کی وګورۍ ،نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو ــزموږ لپاره- خپل د پښتو نوم ښه او مناسب دۍ. ګورووچې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډېرۍ يا ډېرۍ خلکو.... وکتل.

ډيري پوهنې (سټ تيوري)په پرمختللو هيوادونو کې هم د شلمې پيړۍ په دويمه نيمه کې د ميندو او پلرونو لپاره ستونځې پيدا کړي، ځکه، چې دوي د ډيرۍ پوهنې سره بلد نه وو او د خپلو کوچنيانو سره يې مرسته نه شوه کولی٠

موږ خپل درس داسې پيلوو:

د ډيرۍ کلمه له عدددونو يا ګڼونو پخوانۍ ده، که څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه نه ښووله لکه اوس٠

په تراوسه ورسره بلد ډول هم سټ يا ډېرۍ پيژندل کيږي، لکه د هسکې مينې ښوونځی نجونې او هلکان، يا په دې ښوونځي کې د اتم ټولګی ميزونه او چوکی، يا لکه هغه نيزوړي، چې پرون نيز راوړي او د سپين په پټي کې يې ډيرۍ ډيرۍ اچولي يا د هسکې مينې د ښوونځي په لسم ټولګی کې د زده کوونکو، کتابونو، کتابچو پنسلونو، څوکيو او ميزونو سټ يا ډيرۍ٠

اوس راځو ډ ډېرۍ پیژند ته:

ډیرۍ پوهنه د شمیرپوهنې ستېه جوړوي او د شمیرپوهنې ټولې څانگې په ډیرۍ پوهنه ودانې دي٠ نن شمیرپوهنه بې له ډیرۍ پوهنې داسې وده نه شي کولی او ستېه یې وزي٠

پیژند

د الماني شمیرپوه کانتور(George Cantor 1845 – 1918) پیژند:

زموږ د خیال او لید څرگند ټاکلو ، ټیک یو له بل توپیرکیدونکو شیانو ټولگې (یوځایټولولو یا مجموعې. زما په اند به یې ښه نومونه ټولوالی وي) ته ډیرۍ وایې

او هر شي ته، چې ډیرۍ یې جوړه کړې یا ډیرۍ ترې جوړه شوې وي، د ډیرۍ – یا سټ توکی وایی (Set and elements of set ډیرۍ او د ډیرۍ توکی).

بیلگه :

ګڼونه یا عددونه، نومونه، او توري کیدی شي د ډیریو بیلگو په توگه راوړل شي٠

گورو، چې د ډیرۍ یا سټ کلمه په شمیرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسي ژبه کې، چې دلته ډیرۍ د ځنو شیانو زیات یوځای کول موخه ده، د ځانگړو شرایطو لاندې.

په شمیرپوهنه کې ډیرۍ په لویو لاتین تورو لیکل کیږي لکه ..A,B, او یا M,N, X,Y,.... د ډیریو توکي د لاتین په کوچنیو تورو لیکل کیږي، لکه a,b,c,… او m,n,x,v,…

د دې لپاره، چې وپوهیږو، چې ایا توکی a د ډیرۍ A توکی دی که نه نو لیکو: $a \in A$

او لولو: a د ډيری A توکی دی.

که a د A توکی نه وي ، نو ليکو: $a \notin A$ دلته a د ډيری A توکی نه دی

دا پورته لينکدود له ښی وکيڼ لور ته هم ليکلی شو، چې پرلپسی لړی يې ساتلې پاتې شي۰ زه يې په ښځې ليکنو سره ليکنيزې ستونځی لرم۰

د ډېری يا سټ انځورونه

د ډېری لپاره سومبولونه د لاتين لوی توري دي، د بيلګې په توګه

A, B, M, ...

د توکو لپاره سومبولونه د بيلګې په توګه د لاتين کوچني توري دي يا هم عددونه

a, b, c, x, y, ...1, 2, 3, 99, ...

ډېری يا سټ په لاندې درې ډوله انځورېږي:

لومړی: په شميرنيزه ډول د ډېرئ يا سټ ليکندود: $A = \{a; b; c; d\}$

لوستل: A ډېری ده له توکو a,b,c,d څخه.

$a \in A$ ويل: a د A توکی دی.

$b \notin A$ ویل : b د Aتوکی نه دی.

$B=\{a;b;c;a;d\}$ ډېرۍ یا سټ نه ده، ځکه چې توکی a په دې کې دوه ځله یا دوه واره راغلی دی.

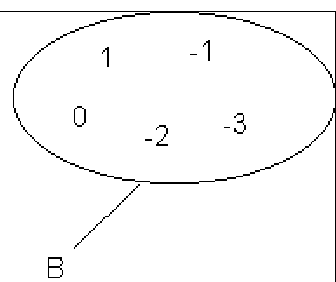
تیک (صحیح)دی: B={a,b,c,d}

$C=\{\ \}$ تشډېرۍ بلل کیږي، دا هغه ډېرۍ ده، چې کوم توکی نه لري.

دویم: د ډېرۍ لیکندود په تشریحي ډول

$$B=\{x\,|\,-3\le x\le 1\wedge x\in Z\}$$

ویل: B د ټولو توکو x ډېرۍ یا سټ ده; د کومو لپاه چې باور لري: x له 3- لوی یا برابر اوله ۱ کوچنی یا د ۱ سره برابردی او x یو ټولګڼ (تام عدد) دی.

دریم: په ډېرۍ دیاګرام کې د ډېرۍ یا سټ انځورونه	

بیلګه:

د 9 او 25 په منځ کې جوړه طبیعي اعدادو سټ یا ډېریM د ي په شمیرنیزه او تشریحي بڼه او همداسې په ډېرۍ دیاګرام یا په سټ - (ډېرۍ-) ورکړ شي.

په شمیرنیزه بڼه: M={1o,12,14,16,18, 20,22,24,}

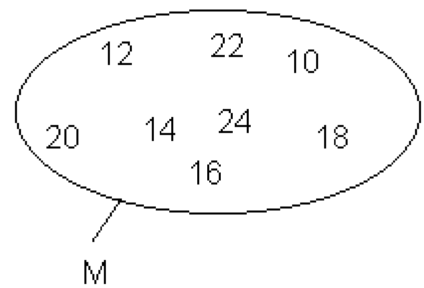
په تشریحي بڼه: M= {x|9<x<25, او x=2n، n طبیعي اعدادو سټ } یا

$$M=\{x\,|\,9<x<25\wedge x=2n; n\in N\}$$

پورته $\wedge$ داو نخښونه ده.

لوستل: M د ټول x توکو سټ دی، داسې چې x له ۹ لوي او له ۲۵ کوچنی او x=2n ، چې n د طبیعي اعدادو سټ توکی دی.

د ډېرې - یا سټ دیاګرام په بڼه:



بیلګه:

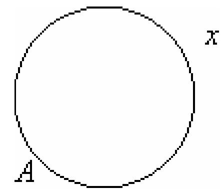
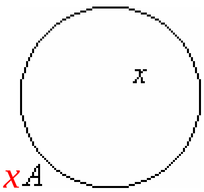
ډېرې په شمیرنیزه بڼه لیکل شوې. یو تشریحي بڼې ته دې ووده ورکړ شي.

$$A = \{1; 4; 9; 16; 25\}$$

دا د 1 او 25 په منځ کې مربع اعدادو ډېرۍ ده.

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 25 \wedge x = n^2 \wedge$ یو طبیعي عدد دی n $\}$

دا لاندې یې دیاګرام دی، خو توکي یې بل ډول لیکل شوي دي، چې ګرانو ستونکو ته به د پوهیدلو ستونځې پیدا نه کړي

 $x \notin A$ (x د A توکی نه دی)	 $A \in x$ (x د A توکی دی)

ډیری A دې له a,b,c,d,e,f,g,h, توکو جوړه وي، چې په لاندې توګه یې لیکو

A = { a,b,c,d,e,f,g,h}

ګورو، چې { } د ډیری یا سټ نخښه ده

بېلګه ۲ ۰ ۱

الف) M_1 (لوستل Mاینډکس ۱ دا به په لاندې نخښونه کې روښانه شي پام دې وي، چې (index(indeces اینډکس پیژند نخښې ته وایي) دې د لومړنیو ګڼونو (د؛نونوبرخه دبوکتل شي) ډیر ی (اعدادو سټ) وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

یادونه:لومړنېګڼونه هغه دي،چې پرته له خپل ځان اویوه په بل ګڼ نه وېشل کېږي.

ب) M_2 دې د لاندې برابرونونو یا مساواتو د اوبیونو(حلونو) ډیری وي

(x+1)(x-2) = 0

نو باور لري : $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بیلګه ۲ ۰ ۲ :

الف) د مساوات $(x+1)(x-2) = 0$ حل ډیری M_2 ده

$M_2 = \{-1, 2\}$

ب) د جوړه (جفت) عددونو یاګڼونو ډیری M_3 ده

$M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, ...\}$

ډیری لکه، چي ومو ویل د توکو د خویونو له لارې هم څرګندیدی شي یا ورکول کیدی شي۰

M = { x | د x خوویونو ۰۰۰ سره}

(لوستل: M د ټولو x ډیری ده له خویونو ۰۰۰۰۰ سره)

بیلګه ۲ ۰ ۳

الف) { د ټولو x سټ ، چي هلته x یو لومړنی عدد یا ګڼ دی| M = { x

b) M = { x | (x+1)(x-2) = 0 }

$c)..........M = \{x \mid x \in R, 0 \le x \le 1\}$

تشډیری: ډیری، چي کوم توکی ونه لري تشډیری یا خالي سټ بلل کیږي او داسی یې لیکو:

$\{\} = \emptyset$ یا θ

دا دې د یوې ډیری یا سټ سره، چي یواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدلیږي یاني

سرلیک

$\neq \{0\}$ $\{\} = \emptyset$

بيلګه ۲ ۰ ٤

$$\{x \mid x \in Z, x^2 + x - \frac{3}{4} = 0\} = \theta$$

ځکه، چې د برابرون يا مساوات $x^2+x-3/4 = 0$ حلډيرئ

$\{x|x^2+x-/4= 0 \} = \{ 1 / 2 \ , -3/2\}$

کوم ټولګڼ يا تام عدد خوندي نه لري۰

د ټولګڼونو پيژند ته دې پام وي، چې د راشنلګڼونو برخډيرئ ده۰ د ريمه برخه دې وکتل شي۰

بيلګه :

د ز ۰ کال د دويمي نيمايي مياشتو سټ يا ډيرئ په Ju , aug sep , ok,no, de سره ښايو او ليکو:

A= { jul,aug,sep.ok,no,de}

نو داسې لرو يا نوره هم ښه داسې ليکلی شو: $jul \in A, jun \notin A$

دا په دې مانا، چې جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دی

بيلګه ۲ ۰ ٦ : ټول منديزي، چې نن مازيګر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون يا جماعت ته ته راغلي۰

بیلګه ۲ ۰ ۷ : د هغو میږو ، غواوو او وزو ډېرئ، چې نن په نخاس کې خرڅې شوې.

بیلګه ۲ : ۸ د ټولو هغۀ ګڼونو ډیری(عددونو سټ) M، چې ۳۰ ویشي یانې

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ٦ ، ۱۰ ، ۱۵ ، ۳۰

داسې یې لیکو : $M = \{ 1,2,3,5,6,10,15,30\}$

دا سټ پاي سټ ده داسې وایو، چې ډیری یا سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړ شوې، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

$M =\{ x \mid$ د x ۳۰ پرویشونی ګڼ $\}$

د ټولو پیداینتې یا طبیعي ګڼونو ډیری(اعدادو سټ) N ټاکو او داسې یې لیکو:

$N = \{ 1,2,3,4\ldots\}$

دا نه پای لرونکی یا ناپای یا لایتناهي ډیری(سټ) ده ، چې په لاندې ډول یې نخښه ده یا په لاندې ډول په نخښه کیږي: ∞

ګورو، چې په شمیرپوهنه کی موږ پر پای ګڼونو برسیره ناپای عددونو سره هم مخامخ یو۰

۲ ۰ ۲ د ډیریو په منځ کې اړیکې relation between sets

د سټونو په منځ کې غوره اړیکی د برابروالی او خوندیونې یا خوندي لرنې (مساویوالی او یو په بل کې ځاي لرلو) اړیکې دي۰

پیژند ۲ ۰ ۲ دوه ډیري یا ستونه M_1 او M_2 یو د بل سره برابرې دي، یانې $M_1 = M_2$ که چیرې د ډیری یا سټ M_1 هر توکی د ډیری یا سټ M_2 توکی هم وي او پر ځټ یا برعکس هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي۰

برابرې ډیری برابر توکي هم لري

د بیلګی په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$
$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چې M_1 د M_2 سره برابر دئ

بیلګه:

$$M_1 = \{x \mid \sqrt{x}; x = 4\}$$
$$M_2 = \{-2,2\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

برخډیری (سبسټ subset)

پیژند ۲ ۰ ۳ :

یوه سټ M_1 د سټ یا ډېرۍ M_2 برخډیرۍ (لاندې ډیرۍ، خوندي ډیرۍ یا سب سټ) بلل کیږي یا M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي ده یا برخه ده, که د ډیرۍ M_1 هر توکی دسټ یا ډېرۍ M_2 توکی هم وي.

لیکندود یا لیکنډول: $M_1 \subseteq M_2$ ۰

کیدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابروالی یا مساوات نا شوني وي نو بیا د اصلي برخډیرۍ یا اصلي سب سټ څخه غږیږو ۰

پیژند ۲ ۰ ٤ :

یوه ډیرۍ یا سټ M_1 د M_2 اصلي برخډیرۍ یا سبسټ ده او داسې یې لیکو: $M_1 \subset M_2$

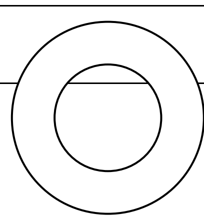
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 یو توکی د M_1 توکی نه وي۰

بیلګې:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1,1\}, M_2 = \{-1,0,1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلی خوندي دی

ب) د ټولو څلوریو (مربعو) ډیرۍ د ټولوڅلورګوډیو(څلور اضلاعو) اصلي برخډیرۍ ده۰

پ) څیره ۱ ۰ ۱ په هواره یا	



سطحه کې ټکوډيرۍ ښايي، د کومو لپاره چې باور لري، که M_1 او M_2 د ټکو ډيرۍ يا-سټ وي $M_1 \subset M_2$	

که په پورته ځیره کې که وګورو، نو يوه ګردۍ (دايره) M_1 په بله لويه M_2 ګردۍ کې خوندي ده٠

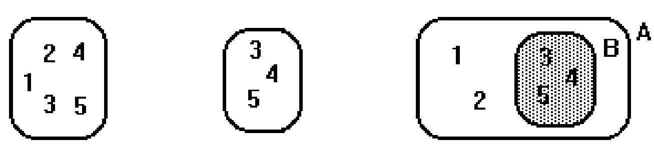
تشډيرۍ په هره ډيرۍ کې خوندي ده٠ هره ډيرۍ په خپل ځان کې د نااصلي برخډيرۍ په ځير خوندي ده٠

يا دا پيژند :

B⊆A که باور ولري : x ⇒ A∈ x ∈ B

بيلګه:

B⊆A A={1,2,3,4,5} B={3,4,5}



پيژند ۲ ٠ ۵ :

هغه ډيرۍ، چې هيڅ توکی ونه لري تشډيرۍ بلل کيږي او داسې يی ليکو: $M=\theta=\{\}$

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډيرۍ او تشډيرۍ سره بدلې نه شي يانې لاندې ته دې پام وي:

$$\{\} = \theta \neq \{0\}$$

د یوې ډېرۍ توان یا تواندېرۍ (توانسټ)

پیژند ۲ ۰ ٦ : دا تعریف د ښوونځي لپاره دومره اړیین نه دی، کیدی شي ښوونکی ترې تیر شي. په داسې لیکنو باید یوه مشوره وي او زه داسې مشورو ته اړتیا لرم.

د یوې ډیرۍ M د ټولو برخډیریو ډیرۍ پوتنځډیرۍ یا په تواندیرۍ(-سټ) بلل

کیږي او داسې یې لیکو:P(M) په تواندیرۍ 2^n توکي لري، چی هر یو یی بیا خپله

ډیرۍ ده۰

بیلګه : د M = { a,b.c} ډیرۍ دا لاندې په تواندیرۍ لري

P(M) = { {a},{b},{c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

هره ډیرۍ چې دn توکو څخه جوړه وي هغه ټیک 2 جګ n توکی لري یانی : 2^n

دا پورته د جملې په څیر د پوره ایندکشن له لارې اوبی (حل-) کیدی شي(لومړۍ برخه دې وکتل شي)۰ دا دنده د ګرانو لوستونکو د خوښې کار دی، که کوي یې۰

پیژند : د ډیرۍM زور |M| لاندې د ډیرۍ د توکو تعداد یاګڼون پوهیږو۰ که دوه ډیرۍ M اوN همغه زور ولري هغه ته یوزوریزه – یا برابرزوریزې ډیرۍ وایو او داسې یې لیکو: |M| = |N|

بیلګه:

M = {a,b,c,l,k,d} او N={1,2,3,4,8,n} لرو: |N| = |M|

که د دې لاندې عنوان برخه د ګرانو ځوانو لوستونکو لپاره ستونځمنه وي، نو ترې تیریدی شي.

د برابرونونو یا مساواتو او خوندې ساتنو خویونه

الف) رفلکسیو- یا د انعکاس(هندارونیزې) اړیکېreflexivity

هغه اړیکې، چې د هغه او د هغه دخپل ځان په منځ کې رېښتونې ویناوې ورکړ شوي وي رفلیکسي -ویا انعکاسي – یا بیرته راګزځیدونکې اړیکې بلل کیږي لکه:

$$M = M, M \subseteq M$$

خوندې لرل اړیکې رفلکسیو یا بیرته راګرځیدونکې نه دي $M \not\subset M$

دا په دې مانا، چې هیڅ ډیرۍ د خپل ځان اصلي برخډیرۍ یا برخسټ نه شي کیدی٠

ب) سیومتریکې اړیکې Symetric relation

هغه اړیکې سیومتریک بلل کیږي، چې د شیانو په منځ کې چې کارول کیږي یا استعمالیږي یو له بل سره بدلیدلی شي٠

لکه $M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1$

خوندې لرل سیومتریکې اړیکې نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړیکی $M_2 \subset M_1$ نارښتیا یا ناټیک دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزیتیویتي Transitivity یا وړون اړیکې

ترانزیتیویتي هغه اړیکې دي، چې له یوه نه وبل ته یي د وړلو امکان شته یا موجود وي۰

له L = M او M = N څخه لاس ته راځي L = N

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخډیرۍ او M_2 د M_3 برخډیرۍ وي، نوله دې څخه لاس ته راځی، چې M_1 د M_3 برخډیرۍ ده

برابرونونه یا مساوات او په بل کې ځایه ونه یا خوندي ساتنه ترانزیتیو اړیکې یا خویونه دي

۳ ۰ ۲ په ډیرۍ کې تړنې(نښلونې، کارونې یا عملیې)

ټولنډیرۍ (د اتحاد سټ)

پیژند۲ ۰ ۸ :

د دوه ډیریو M_1 او M_2 ټولنډیرۍ(unionاتحاد سټ) یا د ډیریو ټولنه ده:

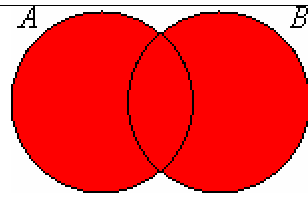
$$M = M_1 \cup M_2$$

دلته داسی پوهیږو، چې M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوې ډیری یا سټ ده، چې لږ تر لږه د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري.

د ټولنې $M = M_1 \cup M_2$ هر توکی د M_1 یا M_2 توکی هم دی (پرتله منطق برخه

د یا سره پرتله) یاني دا د ټولنډیرۍ توکی د M_1 یا M_2 او یا د دواړو توکي دي.

یا دا لاندې دیاګرام



$A \cup B$

$A \cup B$ (A ټولنه B)

بیلګی

الف) په مورګۍ کې: M_1 دې د ځوانانو ډیری وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانو ډیری وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو ډیرۍ ده، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامې ولري، یا دواړه شهادتنامې ولري.

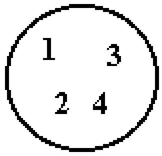
ب)

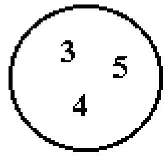
$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

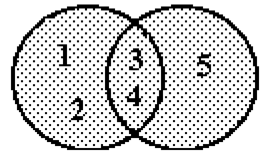
یا په لاندې توګه پیژند او بیلګه: A او B دې دوه ډیرۍ وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

A={1,2,3,4}　B={3,4,5}　A∪B={1,2,3,4,5}







ټل په ټکو ټکي شوې ټکيډيرې ټولنډيرې په ګوته کوي۰

پ – څيره ۲ ۰ ۲ دوه په هواره کې ټکيډيرې په ګوته کوي، چې

الف) ټکيپردې دي۰ ب) ګډ ټکی لري۰

پ) اړيکې $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دې لپاره څيرې په لاندې کې په بيلګو کې راغلې دي۰

د ټولنډيرې له پاره لاندې لارې يا قوانين بار لري:

لومړي: د ټولنې لپاره کموتاتيو قانون باور لري» $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ دا په دې مانا، چې د لړۍپرلپسې دلته(لنډ: لړۍ) د ډيريو په ټولنه کی رول نه لوبوي

يادونه : که ګڼونه ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ۰۰۰ ولرو، نو دا پرلپسې بولو او که بيا دا سره جمعه کړو لکۀ

1 , 1+2,1+2+3,1+2+3+4+,1+2+3+4++..+….

نو دا لړيپرلپسې يا لنډ: لړۍ بولو(پرلپسی برخه کې دې وکتل شي)

دا په دې مانا، چې له دوو څخه د زياتو ډيريو ټولنه کې لړۍپرلپسی(لنډ: لړۍ) رول نه لري۰

دریم: اسوشیاتیو قانون باور لري۰

$$(M_1 \cup M_2) \cup M \;\; = M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوڅېدیرى (د ډیریو غوڅى یا ــمتقاطع سټ) intersection

یادونه : دا کړى شو، چې د ډیریو ګډغوڅى وبولو(دا د ګرانو لوستونکو خوښه ده،کوم ناټیکوالى په کې نه شته یا لنډ: غوڅى)

پیژند:

ډیرى M د ډیرى M_1 او ډیرى M_2 غوڅېدیرى یا د تقاطع سټ ده(لوستل: M_1 غوڅ(پرې)په M_2 (لنډ: غوڅى): $M = M_1 \cap M_2$ که د ډیرى M ټول توکي د ډیرى M_1 او ډیرى M_2 توکى وي۰

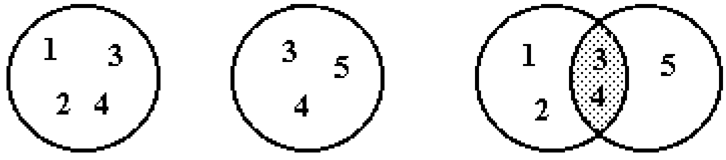
د غوڅېدیرى $M = M_1 \cap M_2$ هرتوکى د ډیرى M_1 او ډیرى M_2 توکي دي (د ۱ ــمې برخى د هم او هم په مانا یا د «او» په مانا)

یا دا پیژند :

د ډیریوA او B غوڅى $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

بیلګه:

A = { 1,2,3,4}, B = { 3,4,5} => $A \cap B = \{3, 4\}$



بیلګې :

لومړئ : یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نخښه کوو٠ یوه بله ډله ، چې په M_2 یې په نخښه کوود کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې ښایو، دي٠ د دې دواړو ډلو غوڅېدیرئ

$$M = M_1 \cap M_2$$

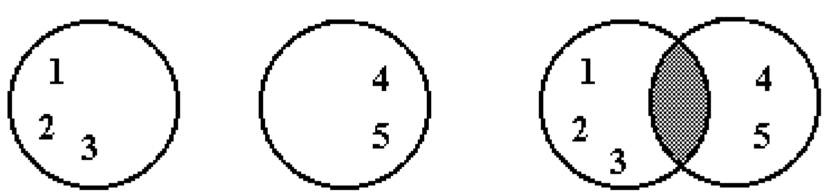
د پکتیا زده کوونکي دي٠

دویم:

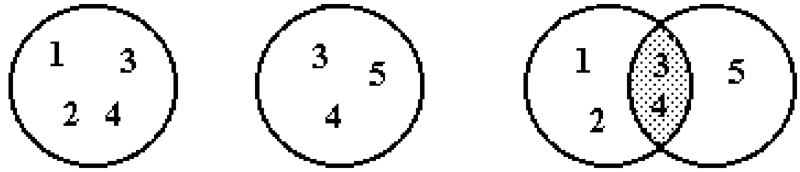
$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\},$$
$$M = M_1 \cap M \ = \{r, l\}$$

دریم ځیره ۲ ٠ ۳ په هواره یا سطحه کې ښایي، چې

الف) ګڼون یا اعداد پردي دي، یعنې دا دوه ګڼونډېرئ غوڅګڼونه نه لري یا ګڼونپردئ دي.



ب) یو بل سره ګډ ټکی یا ګڼونه لري

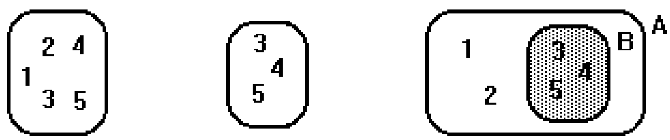


پ) اړيکی $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بيلګه:

A={1,2,3,4,5} B={3,4,5}

B⊆A



هغه ټکو باندې ټکي شوې ډيرى اصلي برخډيرى ده

دوه ډيرى، چې غوڅډيرى يې تشډيرى وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

- لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونيوله - پردی ډېرى بلل کيږي

د غوڅډېرى له پاره لارې يا قوانين:

لومړي: د غوڅډيرئ لپاره ، لکه څنګه د ټولنډيرى لپاره کموتاتيو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

دویم: اسوڅیاتیو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

د دواړو ډیرۍکارونو یا ډیرۍ عملیو یانی تولنډیری او غوڅډیری لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیږي یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د ګڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځې یو دستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1.(a_2 + a_3) = a_1.a_2 + a_1.a_3$$

مګر په تولیزه توګه باور نه لري

$$a_1 + (a_2.a_3) = (a_1 + a_2).(a_1 + a_3)$$

موږ کړی شو، چې ډېرۍ یو له بل کمې یا منفي کړو، چې د ډېریو کمون ورته وایو:

پیژند :

کمونډیرۍ یا تفریق سټ M_2 د ډیرۍ M_1 او ډیرۍ M کموالی یا فرق دی او

داسې یې لیکو: $M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\}$

له M څخه د M_1 ډیرۍ کمه شوې

یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه د ډیرۍ M_1 توکي نه وي.

لیکندود یالیکنډول : $A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

لوستل : د A اوB کمونډیرۍ یا تفریقډیرۍ له ټولو هغو توکوx جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري :   x   د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلګې :

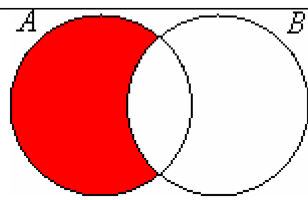
لومړی : د رحمان بابا په یوه ټولګي کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیرۍ ده او M_2 دټولو زده کړو ډیرۍ (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي.

M_2/M_1 د ټولو هغو نجونو ډیرۍ ده، چې په شمیرپوهنه کې یې لس نمرې وړي.

که په ټولګي کې یواځې نارینه زده کړي وي، نو باور لري

$M_2/M_1=\{\}$

یا دا لاندې :

	$A \backslash B$ (A بې له B) (x له *A* سره *B* اړیکې لري)

دویم :

$$M_1=\{k,r,a,i\}, M_2=u,r,s,e,l\}$$
$$M_1/M_2=\{k,a\}, M_2/M_1=\{u,s,a\}$$

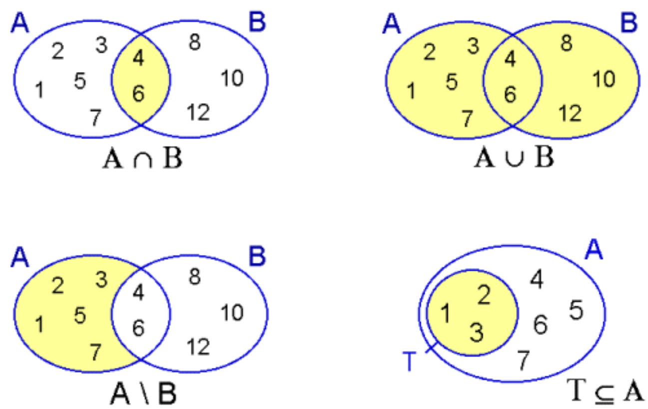
لکه څنګه، چې د کمون یا تفریق پیژند او بیلګې را په ګوته کوي، په ټولیزه توګه باور نه لري: $M_1/M_2 \neq M_2/M_1$

د یوې ډیرۍ یا سټ کمپلمنت یا پوره کوونکی :

دا کارونه یا عملیه د نورو کارونو څخه توپیر لري، چې په ډیرۍ کی مو څیړلي٠ دا یوه یوځاییزه کارونه ده او دا نورې دوه ځایزې کارونی یا عملیې دي٠

مورږ بنسټډیرۍ په U او د ټولو هغو توکو ډیرۍ، چې په U کې پراته دي یانې دU توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته یانې د M توکي نه دي پوره ډیرۍ یا کمپلیمنت بولو او د $\bar{M}$ سره یې په نخښه کوو٠

په لاندې ښیره کې بیا د ډیرۍ غوڅۍ، - ټولنه او – کمون او برخډیرۍ ته د ګرانو لوستونکو لا زیات پام را اړوو٠



پیژند:

پوره کوونکی- یا تکمیلډیرۍ (یا د یوې ډیرۍ کمپلیمنت) د یوې ډیرۍ M پوره کوونکې ډیرۍ $\bar{M}$ ټیک هغه توکي لري(د بنسټډیرۍ U څخه) ، کوم چې د M توکي نه وي٠

دوه ځله کمپلیمنتډیرۍ جوړول خپلې لومړنی وینا ته ځي ، یانې $\bar{\bar{M}} = M$

دلته یو اځې یوه ساده بیلګه راوړو: په یوه کلي کې دوه کورنی د توپیر او برګ کورنی اوسیږي٠ که دا دوه کورنی یو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي یو له بل سره پوره ډیرۍ یا تکمیلډیرۍ بلل کیږي یانې دا کلی پوره کوي٠

پایسټ (پایډیری):
یوه پای سټ یا پای ډیری پای ډیر توکي لري. بیلګه یې د ځمکي د لویو وچو سټ:

E = {Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}

ناپاي سټ :
یوه ناپاسټ ناپای ډېر توکي لري. د بیلګې په توګه د طبیعي عددونو سټ ده:

N = {1, 2, 3, 4, ...}

اوسنی لیکنه صفر ورسره دی، یانې: N = {0,1, 2, 3, 4, ...}

دوه ځله کمپلیمنت سټ جوړول خپلې لومړنی وینا ته ځي ، یانې $\bar{\bar{M}} = M$

دلته یو اځې یوه ساده بیلګه راوړو: په یوه کلي کې دوه کورنی د اباسین او سپین کورنۍ اوسیږي. که دا دوه کورنۍ یو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي یو له بل سره پوره سټ یا تکمیل سټ بلل کیږي یانې دا کلی پوره کوي.

ټولګه

دوه ډېریو A او B لپاره لاندي عملیی پېژند لري یا تعریف شوي دي.

- ***Vereinigung (union): ټولنه***

$$A \cup B = \{x:\ x \in A\ \vee\ x \in B\},$$

- ***Durchschnitt (intersection):(قطاع) غوڅې***

$$A \cap B = \{x:\ x \in A\ \wedge\ x \in B\},$$

- ***کمښت یا کمون ، پوره کېډونکي ډېری***

- ***(difference; complement of set):***

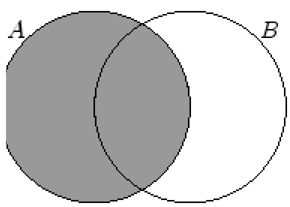
$$A \setminus B = \{x : \ x \in A \ \wedge \ x \notin B\},$$

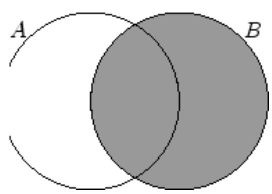
- ***(symetrical difference):سيومتريک کمون***

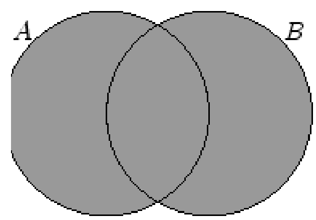
$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

په لاندې ځيرو کې **د ډېريو عمليی د ون-دياګرامونو -Venn Diagramme**

سره ښوول شوي دي.



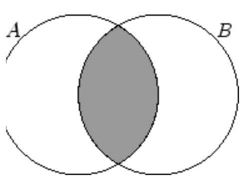


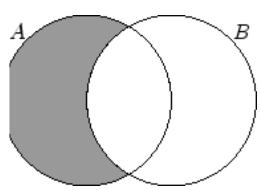


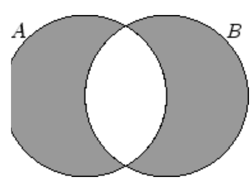
ـه : $A \cup B$

B

A







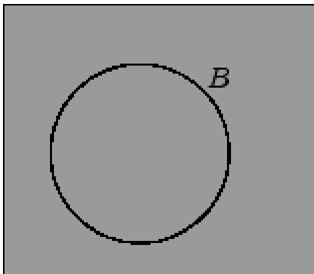
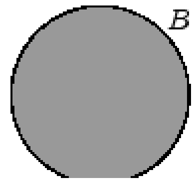
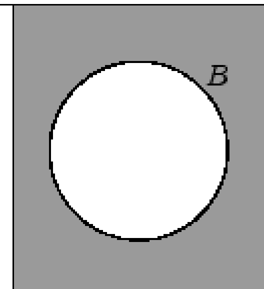
سيومتري
مون $A \Delta B$

مون
$A \setminus B$

قاطع :
$A \cap B$

که $B \subset A$ وي ، نوځني دياګرامونه يو په بل پربوځي

سرلیک

 $A = A \cup B$	 $B = A \cap B$	 : $A \setminus B = A \Delta B$

پوره کیدونکې ډېرۍ ،   تقاطع   ټولنه

۹ . ۵ تمرینونه

۱ – د لاندې ډېرې د توکو د شمیرنی له لارې انځور کړی. ($x < 20$

الف) $\{ x \mid x$ لمړی ګڼ او $x < 20 \}$ ([illegible]

ب) $\{ x \mid x^2 + x - 6 = 0 \}$,

پ) $\{ x^2 + x - 6 = 0$ او $x > 0 \}$ $\{ x \mid$

ت) $\{ x \mid x$ رییلګڼ او $x^2 + 1 = 0 \}$ [illegible]

۲ – د توکو x , y , z اړلرونوالی و ډیري M ته وښیری !

الف) M د لمړنیو ګټونو ډیری

$x = 4 , y = 5 , z = 6$

ب) M د لاندې مساواتو حلډیری (اوبیډیری)

$x^3 + x^2 - 6x = 0$

$x = 0 , y = 2 , z = 3$

پ) M د ریشنلګنونو ډېرې چې په اینتروال [3 ,3-] کې پراته دي
$x = -2, \quad y = \sqrt{2}, \quad z = 1/3$

ت) M د رییلګنونو ډېرې چې په اینتروال [3 ,3-] کې پراته دي
$x = -4, \quad y = \sqrt{2}, \quad z = 3$

۳ – د لاندې ډېرېو ترمنځ کومې اسېړیکې پرتې دي
الف) M_1د ټول جفت ګنونو ډېرې
او M_2 د ټولو ټولګنونو ډېرې
ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو) ډېرې
$M_2 = \{ -3 , 1 \}$
پ) M_1 د ټولو ګنو ډېرې چې پر ۶ ویشل کېږي.

او M_2د ټولو ګنونو ډېرې چې په ۳ ویشل کېږي !
او M_3د ټولو ګنو ډېرې چې په ۱۲ ویشل کېږي!

۴ – د ډېرې { a,u,t,o } ټول برخډېري ورکړی!

۵ – د لاندې ډېرېو څخه ټولنډېرې ، غوڅډېرې او دواړه توپیرډېرې جوړ کړی !

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l \}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1 = \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3 ,6 ,9,.... \}$

پ) $M_1 = \{ x \mid x^2 + x +- 2 = 0\}$, $M_2 = \{x \mid x^2-3x+2 = 0\}$

۶ – د یوه ډېرې M او د تشډېرې $\emptyset$ ټولنډېرې، غوڅډېرې او توپیرډېرې جوړ کړی!

۷ – د یوه ډېرې M او خپل همدې ډېرې ټولنډېرې ، غوڅډېرې او توپیرډېرې جوړ کړی!

۸ – وي دي $M_1 = \{ 4 , 8 , 12 \}$ $M_2 = \{ 3 , 6 , 8\}$
$M_3 = \{0 , 2 ,4 ,6 \}$,$M_4 = \{ 6, 12 , 18 \}$
جوړ کړی : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$!

۹ – جوړ کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ – وي دي

$$M_1 \cup M_2 = \{1,2,3,4,5\},$$
$$M_1 \cap M_2 = 71,3,5\}$$
$$M_1 \setminus M_2 = \{2,4\},\ M_1 \setminus M_2 = \varnothing$$

له دي پورته څخه M_1 او M_2 وټاکي !

۱۱ – وي دي

الف) $M_1 \cap M_2 = \varnothing$ ب) $M_1 \subset M_2$,

وټاکي: $M_1 \setminus M_2$!

۱۲ – وي دی M_1 , M_2 (د نيمواز) اينتروال تکي ډيري:

$$M_1 = \{-3, 3\},\ M_2 = [1, 7]$$

وټاکی

الف) $M_1 \cup M_2$ ب) $M_1 \cap M_2$ پ) $M_1 \setminus M_2$

ت) $M_2 \setminus M_1$ ټ) $M_1 \times M_2$

۱۳ – وي دي $M_1 = \{1, 2, 3\}$, $M_2 = \{\{a, b\}$

الف) د $M_1 \times M_2$ خل جوړ کړی

تمرینونه :

ستونه(ډېرى) او انتروالونه **II**

لومړی – ستونه $A = [-2; 5];\ B = [1; 8];\ C = [-10; 3]$ ورکړ شوي:

لاندې ستونه وټاکئ

الف _ $A \cap B;\ A \cup B;\ A \setminus B;\ B \setminus A$

ب - $B \cap C;\ A \cup C;\ A \setminus C;\ B \setminus C$

پ - $(A \cup B) \cap C;\ C \setminus (A \cap B)$

ت - $\mathbb{R}_+^* \cap A;\ \mathbb{R}_+ \cap A\ \ \mathbb{R}_- \cap B$

دویم - د سبسټ یا برخډېرۍ د انټروال په څیر یې ولیکئ

الف - $\{ x \mid x \leq 3 \wedge x \neq 0 \}$ ب - $\{ x \mid x \leq -3 \vee x \geq 2 \}$

پ - $\{ x \mid x - 2 \leq 0 \wedge x \geq 0 \}$ ت - $\{ x \mid x \geq -53 \wedge x \geq -1 \}$

دریم - د ډېرۍ یا د سټ لیکدود باندې یې ولیکئ

الف - $\mathbb{R} \setminus \{ -1; 0; 3 \}$ ب - $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ پ - $] -\infty; -2] \cup [0; \infty [$

ت - $] -2; 4 [\cap \mathbb{R}^*_+$ ټ - $[2; 8 [\cap [1,5; \infty]$ ث - $[-5; 1] \cup \mathbb{R}_+$

څلورم - انټروال لیکدود باندې یې ولیکئ

الف - $[3,5; 5] \setminus [2; 5]$ ب - $[0; 3 [\setminus] 0; 7]$

پ - $[0; 3] \cup] -10; 2]$ ت - $[-1; 3 [\cap [1,5; \infty]$

۳ . دحقیقي اعدادو (رېښتینوګڼونو) سره د شمیرلو بنسټیزې نښلونې

(ترڼی، کارونی یا عملیي)

۳ ۰ ۱ د ګڼونو یا اعدادو د سیستم جوړښت

۳ ۰ ۱ ۰ ۱ طبیعی اعداد یا پیداېښني ګڼونه natürliche Zahlen

۲ . د اعدادو (ګنونو) سره شمېرنه (د اعدادو(ګڼونو) شمېرنه Arithmetic)

لړ د پیل خبرې او یوه یادونه:

یادونه: ما په درس کې کله ګڼونه،کله عددونه لیکلي، خانته مې نورې ستونځې پیښې کړي، خودا د زړه له کومې، چې ښه پوه شو.

موږ له پخوا یعني له کوچینیوالي پیداېښتي - یا طبیعي ګڼونه یا اعداد پیژنو او ورسره بلد یو.

یو شمیرپوه کرونیکر وایي:،، پیداېښتي یا طبیعي عددونه موږ ته خدای(ج) راکړي او دا نور د انسانانو کار دی،،.

موږ سر له همدا اوسه داسې انګیرو، چې پیداېښتي ګڼونه نوي یا له سره غواړو وپیژنو.

موږ د شپږم ټولګي تر پای عددونه (ګڼونه) او د هغو د شمیرلو سره پوره بلد شو. اوس غواړو، چې دعددونو جوړښت ته په پراخه توګه خپل پام راواړوو او دا د عملیو (کاروونو) سره وڅېړو او وګورو، چې دا څنګه ، یو په بل اباد شوي دي، ددوي د خویونو او شمېر قوانینو سره.

په لاندې کې غواړو دا تراوسه د مخه لوستل شوي د پیداېښتي – ، ټول - او همداسي نسبتي – یا مات – یا کسري اعدادو برخه باندې رڼا واچوو او غوره قوانین یې داسې لنډ تر څېړنې لاندې ونیسو او ډیرئ یې تعریف کړو یا وپیژنو.

انسانانو له پخوا څخه اعدادو یا ګڼونو ته اړتیا درلوده٠ له دې امله یې پرمخ ودیینه کې هڅې وکړې، چې له ډیرئ (سیټ) (د لیکنې په دننه کې ډیرئ پوهنه هم څیرلشوې)) سره داسې لارغوره کړي، چې دا ډیرئ تشریح کړای شي او د انسانانو او چاپیریال(طبیعت) د پرلپسې اخ او ډب په نتیجه کې د ګڼ یا عدد وی(کلمه یا لغات) راپیداشوی، چې د عدد یا ګڼ کلیمې پربنسټ د ریښتینو شیانو څرګند څومره والي (کمیت)Quantitative ترلاسه کړي٠ د طبیعی اعداد و څخه په ګڼلو یا که غواړې شمیرلو کې ګټه اخستل کیږي٠

زموږ د درس د دریمې برخې پیل:

انسانانو له پخوا څخه دا اړتیا درلودله، چې د شیانو څومره والي باندې وپوهیږي او هم څوم والي باندې پوهه ولري. د څومره والي لپاره شیان باید وګڼل شي او دا دننده د طبیعي – یا پیداېښتي ګڼونو یا عددونو په لاس کې ده.

یادونه: د ګڼلو سره بلد یو. ګڼ یا ګڼونه هم له دې ګڼلو څخه لرو، لکه عربي یې عدد، تعداد،متعدد اونور. ټولې ژبې همداسي ورته نومونې لري.

اوس راځو د ګڼونو پیژند ته:

د طبیعي عددونو(پیدایښتي ګنونو) جوړښت

پیژند (تعریف) .

الف) ټول پیدایښتي ګڼونه یا طبیعی اعداد د ډیرئ په څیر یوه ټولګه جوړوي او د طبیعی اعدادو ډیرئ یا سټ په نامه یادیږي یا یې طبیعی اعداد بولو او په N سره یې په نخښه کوو(په شمیر پوهنه کې د لږ د مخه وختونو پورې په طبیعي عددونو کې د صفر عدد نه وو شامل، خو اوس که له طبیعي عددونو غږیږو، نو د شمیرپوهانو پرېکړې له مخې د صفر عدد په کې خوندي دئ) ۰

ناپای ډېر طبیعي اعداد شته ، ځکه چی په هر طبیعی عدد پسی راتلونکی طبیعی عدد هم شته دئ .

خورا کوچنی طبیعي عدد صفر دئ او خورالوي طبیعي عدد نه شته، دا ځکه چې په هر پیداېښتي ګڼ پسې بل پیداېښتي ګڼ شته.

لنډ بیا: د پیداېښتي ګڼونو یا اعداو ډېرئ په N سره ښایو، چې یو له ټولو کوچنی ګڼ لري اوپه هر ګڼ پسې یو بل طبیعي عدد شته او له دې امله ناپای ډېر طبعي ګڼونه یا اعداد شته.

یادونه: دا لاندې پیژند ورکړ شوی، چې ښوونکي وپوهیږي. نه پوهیږم، چې دابه د زده کوونکو د پاره څومره ستونځمن وي؟ که ستونځمن وي، نو بیا دې ګران زده کوونکي ځان نه پرې زوروي، خو لوستل یې ښه دي.

ب) دطبیعي ګڼونو(اعدادو) اکسیوماتیکيAxiomatic جوړښت

یادونه: اکسیوم جمله یا وینا ده، چی اوبیونه (حل) نه غواړي اوهمداسی منل کیږي۰ دا چی جمله او اکسیوم څه دي په لومړئ برخه یانې سم اند (منطق) کې دې وکتل شي۰

تعریف: طبیعی ګڼونه یا - عددونه د جیوسیپې پیانو(Giuseppe Peano له ۱۸۵۸ – ۱۹۲ ز۰کال) اکسیومونو پر بنسټ لاندې پیژند لري یا په لاندې توګه تعریف کیږي:

۱ – د صفر عدد یا ګڼ یو له ټولو کوچنی پیدایښتي ګڼ دئ

۲ - د هرطبیعي عدد m لپاره یو یواځنی ټاکلی طبیعي عدد n شته، چې سملاسي(تړلی) د m پسی عدد دئ، د کوم لپاره چی لرو: $m+1 = n = m^\wedge$

دلته $m^\wedge$ د m پسې سملاسي یا تړلی عدد په ګوته کوي٠

۳ – هرطبیعي عدد زیات له زیاته په یوه طبیعی عدد پسی سملاسي راتلونکی عدد دئ٠ دا په دې معنا، چې د دوه پیداښتي ګڼونو په منځ کې بل پیداښتي ګڼ نه شته.، له دې امله پیداښتي ګڼونه د ګڼونو کرښه نه ډکوي، یعنې په منځ کې تش ځایونه شته.

٤ – هیڅ طبیعي عدد نه شته، چې پسی راتلونکی پیدایښتي عدد یې صفر وي٠

٥ – که د طبیعي عددونو ډیری یا سټ M صفر د توکي په څیر ولري او که د هر طبیعي عدد m سره د هغه پسی تړلی راتلونکی عدد یا ګڼ `m هم د M توکی وي، نو M ټول طبیعي عددونه خوندي لري یا په بل ډول » ټول طبیعي اعداد په کې ځاي دي٠

یادونه: ځنې ادبیاتو کې، د پیانو سیستم کې، د صفر په ځای ۱ لیکل شوی. په دې حالت کې بیا صفر ته د طبیعي عدد یا ګڼ په څیر نه کتل کیږي.

۱ . ۱ ب : د طبیعی اعدادو یا ګڼونو انځورونه او سیستمونه:

طبیعي اعداد په نخښو انځوریږي. د دې لپاره چې دا لږ ځای ونیسي، نو د لویو اعدادو لپاره نخښې له کوچنیو سره یوځای کیښول شوې دي. دا چې څرنګه یوه د عدد یا ګڼ نخښه له بل توپیریږي، په لاندې ډول یې د ،،زیاتون یا جمعي سیستم،، او ،،ځای ارزښت سیستم،، کې ښایو.

جمعي - زیاتون سیستم او ځای ارزښت سیستم addition – and place-value system

زیاتون سیستم:

په زیاتون - یا جمعي سیستم کې هر بنسټیز ،،ځای،، یو ،، ځای ارزښت،، لري. د نخښو زیاتون د یو په بل کې د ورزیاتشوي بنسټیزې نخښې پخپله هغه عدد یا ګڼ ورکوي.

دا په دې معنا چې د ګڼونو نخښې او داچې څنګه یو په بل زیاتیږي، یعني که له ۱ یا صفر څخه تر .... پورې غواړو وشمیرو..

بیلګه یې رومي اعداد راړو.

رومي ګڼونه یا اعداد:

دا له لاندې بنسټیزو نخښو څخه جوړ شوی د ګڼونو سیستم دی.

زه دلته د ضرورت په بنسټ ټول ضروري نخښې چې موخه ترې عددونه دي، له پیل راوړم:

رومي عددونه:	M	D	C	L	X	V	I
عربي عددونه:	1000	500	100	50	10	5	1

طبیعي عددونه له دې امله یو د بل په څنګ کې لیکو چې کم ځای ونیسي لکه د بیلګې په توګه: CXX په دې معنا چې C+X+X

په رومي عددونوکې کوچني عددونه – لکه دا پورته مو چې ولیدل- که د لوي عدد ښي لور ته راشي، دا په دې معنا چې دا کوچني عددونه و لویو ته وریاتیږي

په رومي ګڼونو کې که کوچنی ګڼنخښه لکه I,V,C د لوي ګڼنخښې و کیڼ لور ته ولیکل شي، نو دا معنا لري، چې دا کوچنی له لوي ګڼ څخه کمیږي(منفي کیږي).

دبیلګې به توګه: XC= C – X

بیلګې الف: MMDCCLXVIII په دې معنا دی 2768

ب : MCMXXIX په دې معنا دی 1929

پ : CCCIV په دې معنا دی 304

ځای ارزښتسیستم:

په ځای ارزښت سیستم کې هره بنسټیزه نخښه یو ،، ځای ارزښت نخښه ارزښت،، لري.

نن په ټوله نړۍ کې ګڼل په لسیز سیستم (ګڼځای ارزښت) باندې کیږي، چې تل داسې نه وه، لکه په افغانستن کې چې دا اوس هم د ډوډۍ پور د پاره په لرګي کرښه راکاږي، چې څو ډوډۍ واخستل شوې. یعنې څو ډوډۍ په پور ورکړ شوې.

په لسیز سیستم کې ګڼځای ،، ارزښت،، لري چې انځور شي، مګر په لرګي کې بیا ارزښت نه لري چې کرښه چیرته کښل شوې. هلته د پور کرښو له ګڼون یا تعداد څخه پور څرګندیږي.

بیا په تکرار وایو:

بل د ګڼلو سیستم . لکه د مخه مو چی تر پام لاندې ونیوه، د ګڼلو رومي سیستم دی چو نن هم د ارزښت وړ دی او همدارنګه د مفهوم ډك، زیاتونسیستم(جمعی –) څرګندیږي.

بیا هم غواړو چی دا په لاندې ډول خانګړی کړو:

۱ – هره لاندې نخښه I, X, C کړای شي چی زیات ترزیاته ۳ ځله(۳ واری) په یو ګڼ کی پرله پسی یا څنګ تر څنګ راشی

۲ – هره، د ګڼ نخښه V, L, M, خورا زیاته یو ځل څنګ تر څنګ په یوه ګڼ کی راتلی شي.

۳ – که بنسټیزه نخښه I, Xاو یا ... د دې نخښې ارزښت څخه لوړو ارزښتنخښو V,X,L,C,D یا MCXI د مخه یا په مخ کې یعنې ښي لور ته ځای په ځای یا انځور شي، نو د لوي ارزښت څخه کمیږي.

زیاتون او کمون (جمعه او منفي)

۴ – په هر ؛ڼ انځورونه کې کیدی شي چې یواځې یو بنسټیز ګڼ د مخه ځای په ځای یا انځور شي لکه: MXCVII = 1098 مګرنه IMIC

۵ – د یوه ګڼ لپاره د شونتیا په حال کې باید کمې نخښې وکارول شي.

عربي ګڼونه:

دا ګڼونه چې موږ ورسره بلد یو د لسیز سیستم ګڼونه دي، چې عربي ګڼونه بل کیږي. دا د ګڼونو لسیز سیستم عربو له هند څخه راوړی، چې په دولسمه ز پیړۍ کې یې اروپا ته یووړ. دا اصلي ګڼونه له ۰ تر ۹ پورې دي، چې موږ یې ګڼوننخښې بولو. دا په دې معنا، چې ګڼوننخښې یا د ګڼونو نخښې ټولې دغه لس دي.

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونیوله، په زیاتونسیستم نور ارزښت نه لري، ځکه چې دلته د یوه ګڼ ارزښت د ګڼوننخښې په زیاتون سره ښوول کیږي.

د ځای سیستم سره د ګڼونو انځورول ساده کیږي.

تعریف ۱ . ۱ ب : په یو «ځاي ارزښت سیستم» کې هغه ګڼ لوي دی چې زیات ځایونه ولري، که چیرې د ګڼ د ځایونو شمیر سره برابر وي(مساوي وي) نو هغه ګڼ ستر دی چې له کینې لورې یې نخښه لویه وي.

لسیز – یا لسګونی سیستم: لسیز سیستم هغه ځای ارزښت سیستم دی چې له انځورونې یې څرګندیږي. په لسیز سیستم کې د ګڼ انځورولو نخښې، لکه د مخه مو چې انځور کړې، ۹،۸،۷،۶،۵،۴،۳،۲،۱،۰ دي. ۱۰ ګڼ د لسیز سیستم بنسټیزه نخښه ده. دا چې نور ګڼونه نه انځوریږي، نو ځای هلته ډک دی چې پرله پسې (ترتیب یانظم) د ۰ تر ۹ یعنې له 0 تر 9 ګڼونو پورې په ځای شوي وي.

په دې ډول د پسی جګ ځای یوون (واحد) د په کار اچول شووګڼتخښنو ګڼون (تعداد یا شمیر) دی، څموږ په حالت کی ۱۰ .

لکه چی د مخه مو ګوته ورته ونیوله، د پای (نه لایتناهی) ډیري (set , die Menge غږو ګڼلو لپاره لاندې ګڼونه کفایت کوي: ۱، ۲، ۳، ۴، او ۹ –امه برخه دې وکتل شي)) داسی نور. ټولودې ګڼونو ته چی دصفرګڼ ورسره مل شي د طبعي ګڼونو ډیری N ویل کیږي. ددې لپاره لیکو :

$$N = \{ 0, 1, 2, . 3 . 4 , 5 , 6,....\} ; \qquad N^* = \{ 1, 2, 3, 4, ...\}$$

موږ ګڼونه په کوچنیو لاتینی ټکو یا حروفو ښایو لکه a ,b,c, ... n . دا ریښتوني

(ریښتینوالی یا واقعیت) چی n دې یو طبعي ګڼ وي، داسی لیکل کیږي $n \in N$ یا $n \in N^*$ (ویل کیږي چی: n د طبعي ګڼونوډیري N یا*N توکی دی(لنډ n د N یا *N څخه دی)) په دې ځای کی دې دګڼ او ګڼځای (ځیفر) توپیر ته پام وي.

موږ دګڼونو ټاکلو لپاره بلد یا اشنا د نخښنډیري لسیز سیستم په کار اچوو (استعمالوو)

$$N_{10} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,\}$$

د ګڼونو د نخښنو $a_i \in N_{10}$ پرله پسی، لکه د مخه مو چی په ګوته کړل، په لاندې ډول یو طبعي ګڼ انځوروي:

$$a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0 = a_n.10^n + a_{n-1}10^{n-1} + a_{n-2}.10^{n-2} + ..+ a_2 .10^2 + a_1.10 + a_0 10^0$$
$$a_i \in N_{10}$$

دا پورته لیکنه لږ نابلده بربښني، خو ساده ده. که ولرو $a_3a_2a_1a_0$ او د دې په ځای په ترتیب 5836 کیږدو، نو داسې یې لیکو:

a_3 په څلورم ځای کې یعنې $a_3.10^3$ او a_2 په دریم ځای کې یعنې $a_2.10^2$ او ... او a_0 په مو

لومړي ځای کې دی یعنې $a_0.10^0$

اوس د تورو په ځای ورکړ شوي ارزښتونه ږدو او بې له نورې تشریح څخه يې لیکلی شو:

$$5836 = 5.10^3 + 8.10^2 + 3.10^1 + 6.10^0$$

ګورو چې کیڼ لور خورا کم ځای نیسي.

یادونه: که دا لاندې ستونځمنه وه، اړینه نه ده، چې دلته دې څوک ځان په ستړی کړي. دا دې بیا وروسته وکتل شي.

ګڼونه په نورو ځیفرونو ډیري هم انځوریدی شي. د بیلګي په توګه په اینفورماتیك (Infrormatik) کی، چی د دوالسیستم (Dualsystcm) (دوئیز سیستم) څخه کار اخستل کیږي. ددې لپاره دوه ګڼنخښي (ځیفرونه) لیکل کیږي

$N = \{ 0,1 \}$

په لاندې جدول کی دلسیز او دوه ئیز سیستمونو لمړني ګڼونه یو د بل ترڅنګ کښل شوي:

دوه ئیز سیستم	لسیز سیستم
0	0
1	1
10	2
1 1	3
100	4

په تولیزه (عمومي) توګه دلته یو ځیفر پرلپسې(د عددون ترادف) $a_i \in N_2$ یو طبیعي عدد په لاندې ډول انځوروي پام دې و، چې دلته N د دوال یا دوهګونو اعدادو سټ دي.

$$a_n a_{n-1} \ldots\ldots a_2 a_1 a_0 = a_n.2^n + a_{n-1}.2^{n-1} + \ldots\ldots + a_2.2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0 \text{ , } a_i \in N$$

بیلګه ۱ . ۱ : $59 = 1.\ 32 + 1.16 + 1.8 + 0.4 + 1.2 + 1.1$

$$= 1.2^5 + 1.2^4 + 1.\ 2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0 = 111011$$

یا دونه : څه لنډ لنډیزونه

د طبیعي اعدادو ډیری یا سټ داسی په نخښه کوو:

د پیداېښتي یا طبیعی ګڼونو ډیری $N = \{ 1, 2 , 3 , \ldots \}$

دپیداېښتي ګڼونو ډیری د صفر سره $N^\circ = \{ 0, 1 , 2 , \ldots.\}$

په کتابونو کی دا د صفر نخښه په لاندې برخه کی راځي.

دا لاندې بیا لړ بیا راغلی

طبیعي اعداد په نخښو انځوریږي. دا عددونه یا ګڼونه د ځان لپاره یو سیستم لري، چی هغه زیات یې موږ نه څیرو. زموږ لپاره غوره هغۀ عربی اعداد یا ګڼونه دی.

یا په بل ډول : دا عددونه چی موږ ورسره بلد یو د لسیز ځایستسم عددونه دي، چی دا مو د مخه په ګوته کړل. دا کورونه (خوني یا خانې) لري او په هر کور کی له صفر تر ۹ ځاي نیوی شي او بیا یې هر ځاي یو ارزښت لري، له دې امله دا » ځاي ارزښت سیستم« دی. لومړي کور ته یویز، دوم ته لسیز، دریم ته سلیز او همداسی ، چی دا مو د مخه لړ روښانه کړي.

انځورونه یا څیفرونه یې دي : ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ۷ ، ۸ ، ۹ دا د بنسټیز ګڼونو نخښی دي، نور یې په کورونو یا ځایسیستم باندې روښانه کیدی شي.

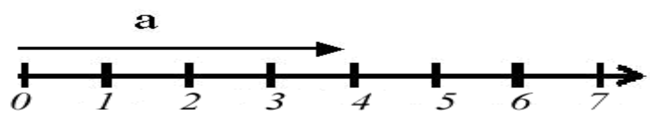
پیژند ۳ . ۱ . ب :

په یو» ځاي ارزښت سیستم « کې هغه ګڼ لوي دی، چې ډیر ځایونه ولري٠ که چیرې د ګڼ د ځایونو یا کورونو ګڼون (تعداد) سره برابر وي٠ نو بیا هغۀ ګڼ لوي دی، چې کيڼ لور یې ګڼنخښه لویه وي٠

۳ . ۳ په طبیعي عددونو کې د شمیرنې بنسټیزې لارې

اوس په لاندې ډول د طبیعي عددونو، په ټولیزه توګه د رییل عددونو لپاره او وروسته د کمپلکسو عددونو لپاره هم باوري(معتبر) بنسټیز د شمیرنې لارې یا قوانین وړاندې کوو:

طبیعي عددونه د عددونو په وړانګه (ګڼنوړانګه) هم انځوریږي، چې په لاندې کې یې کاږو



لیدلکیږي، چې په طبیعي عددونو کې نظم شته

بېلګه: $0<1<2<3<...$

د ګڼونو شمیرنلارې

دا د ګڼونو شمیرنلارې په لاندې ډول روښانه کوو:

الف : د اندول (نظم یا ترتیب یا لوي واړه ترتیب(Anordnung) بنسټیز قوانین:

۱ ـ که > ولرو، نو دې ننوتي کونج کی یا د نخښی خوله کی عدد یا ګڼ لوي دئ او د وتلی کونج یا لوي کونج > نخښه یا داسی کونجکی یا څټ یا ککره کې لیکل شوی عدد کوچنی دئ٠ که څېونه یا اعداد ۱۵ او ۲۳ ولرو نو د لویواړه اړیکی داسی لیکو، یانې که

$23 > 15$ ولرو نو ترې څرګندیږي، چی عدد۱۵ له عدد ۲۳ کوچنی دئ .

د دوه طبیعي اعدادو a اوb په منځ کې له لاندې اړیکو څخه تیک یوه اړیکه باور لري»

$a < b \quad , a = b \quad , a > b$

۲ ـ ۲۱ =۲۱ که د ۲۱ په ځاي توری ولیکو هم $a = a$ به وي اینه ونه یا هندارونه یا منعکسونه (ریفلیکسیویتي Reflexivity)

۳ – له $a = b$ <= (لاس ته راځي) $b = a$ (سیومتري، انډول، ورته وابي (Symmetry

د انعکاسي (ایینه ونیز – یا هندارونیز) برابروالی یانی که چیري دا عددونه ورابنه یا هنداره یا انعکاس شي، نو دواړه عددونه په دا بل لور بیرته سره برابر دي یا برابریږي٠ که انعکاسي(اینه ونیز)برابر نوم ورته کیږدو، نو هم مناسب به وي، خو موږ به یې همغه سیومتري وبولو٠

٤ ـ له $a = b$ او $b = c$ <= (لاس ته راځی) $a = c$(ترانزیتیوTransitivity)

ترانزیتیو ګورو، چی یو له بل اړوند مانا ته نزدی دئ، ځکه چی دا ګېونه یو د بل سره په واکوالي تړلي یا له یو څخه وبل ته ځی یا وړل کیږي٠

٥ – له $a < b$او $b < c$ <= (لاس ته راځی) $a < c$ یا $a < b, b < c \Rightarrow a < c$

وړاندیز : که چیری دا پورته وي یا لغاتونه یا نومه ونی په همغه لاتین نومونو ولیکو ښه به وي، خو له شمیرپوهنی پرته مانا باندی یې هم پوهیدنه ښه او اړیینه ده٠

ب : د زیاتون (جمع) Addition n. بنسټیزې لارې یا ـ قوانین

که چیرې له طبیعي اعدادو څخه یو ، دوه یا څۀ ګڼونه یو په بل زیات شي، نو یو پیداینښتي ګڼ ترې لاس ته راځی او دا ترڼه یا کارونه(عملیه) «زیاتون یا جمعه » بولو، ځکه، چی ګڼونه یو په بل زیاتیږي۰

پیژند: د همغه ډول شیانو یو په بل زیاتیدلو یا زیاتولو ته زیاتون (جمع) وایو

که عدد ۱۰ په عدد ۱۸ ورزیات کړو نوعدد ۲۸ ترې لاس ته راځی یا

۱۰ + ۱۸ = ۲۸

په پورته کې ۱۰ او ۱۸ یو پر بل زیاتیږي، نو له دې امله یې «زیاتیدونی» (ما تراوسه زیاتووني بللي، خو فکر کوم،چې زیاتیدوني یې ښه نومه ونه ده) بولي، ۱۰ + ۱۸ زیاتون یا جمعه او ۲۸ « زیاتون – یا جمع ارزښت» بلل کیږي ۰ چی په هغه پخوانی نوم مو ورته حاصل جمع وایه ۰

+ زیاتوننخښه ده او = برابروننخښه (مساوات علامه) بولو

دجمعې یا زیاتون بنستیز قوانین

۱ - د دوه طبیعي اعدادو a او b لپاره تل یو زیاتون (جمع) a + b شته دی

۲ - یواځنوالی : له a' = a او b' = b څخه لاس ته راځي: a'+b' = a + b

۳ - COMMUTATIVE LAW کموتاتیو- یا بدلون قانون دی:

$a + b = b + a$

۴ - assotiative law اسوشیاتیو - سره ګډېدنې قانون. لرو

$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$

۵ - Monotony law مونوتوني – یا همغږیزوالي قانون :

له $a < b$ څخه لاس ته راځي $a+c < b+c$

یادونه :

په $a+b=c$ کې a او b زیاتیدوني $a+b$ زیاتون او c زیاتون ارزښت بلل کیږي

۶ - ناپیلی توکی: په N° کی یو توکی شته، چی که د هرپیداینښتي توکی سره په زیاتون یا جمعه کی ور زیات شي همغه توکي ورکوي۰ دا توکی صفر دی: $a+0=a$

ناپیلی توکی کړی شو نالوریز وبولو،ځکه،چې د کومې لور ګڼ باندې یې په زیاتون کې بدلون نه راولی یا د زیاتون ارزښت همغه پاتیږي، همداسې نااړونده او که بل څه مو په خوښه وي همغسې یې وبولی. زموږ د افغانستان ادبیاتو کي ورته عینیت که د عینیتت غړی وایي، چې زه یې په معنا نه پوهیږم، نو له دېامله یېدلته لیکم هم نه.

پ : د کمون (تفریق)Subtraction بنسټیزه لارې یا - قوانین

پیژند:د پیداینښتي ګڼونو a او b لپاره، چې $a \geq b$ وي، یواځی یو x شته دی، د کوم لپاره ، چې باور لري:

$a - b = x$ که $x= a -b$ شته وي، نو تیک یواځني شته دي(موخه x دی)

نومه ونې: b کمیدونی یا مفروق (کمونی) a ترې کمونی یا مفروق منه $a - b$ کمون او x کمون- یا تفریق ارزښت بلل کیږي یا بولو.

موږ پورته د لاتین تورو لپاره طبیعي اعدادونخښی لیکو، چی ساده یې ونوموو:

$20 – 10 = 10$

په پورته کی موږ له ۲۰ لس کم کړل، چی لاس ته راوړنه یې ۱۰ ده، نو له دی امله یې داسی نوموو:

تر مخ یادونه: په لاندې کې ع . د عربي په معنا دی

۲۰ «ترې کمونی یا ترې کمیدونی »، ځکه، چی ترې کمیږي(ع۰ مفروق منه)، ۱۰ «کمموونی« یا کمیدونی(ع۰ مفروق) دا بل لس یې «کمون ارزښت» یا د کمون لاس ته راوړنه(لنډ: لاس ته راوړنه یا کمون) (ع ۰ حاصل تفریق) ، – کموننخښه او = برابروننخښه ده۰

ت : د ځل (ضرب)Multiplication بنسټیز قوانین:

په لاندې کې د پیداښتي ګڼونو له پاره د ځل یا ضرب قوانین څیرو، چې دا بیا د وروسته راتلونکو یا وروسته څیړوکو اعدادو له پاره هم باور لري.

۱ - د دوه پیدایښتي ګڼونوa اوb لپاره د پیدایښتي ګڼونو په ډیرۍ کې تل یو ځلa.b شته دی. د a.b لپاره داسې هم لیکوab په پورته کې aاوb ځلووني (ضریبونه) اوab=x « ځل ارزښت » یا ځل(حاصل ضرب) دی۰

وایي چې ضرب وهلو ته وایې او د جمع (که جمعې) لنډه طریقه، چې۰۰۰۰وي یا د زیاتون لنډه لار ده۰ ګورو، چې دا پیژند، چې وهل او دربول دي زموږ لپاره دومره موخور نه دی او ځل د پښتو ښه نوم دی، چې له دربولو مو ځانونه راویستلي وي۰

یادونه:

که ووایو، چې : د کابل او جلالاباد په منځ کې لار ۱۵۰ کیلو متره ده۰ زمری له کابل څخه جلال اباد ته ۸ ځله لاړ(اته ځله)، نو زمري به جلال اباد ته د ټګ ټوله څومره لار وهلی وي؟

لیکو: ۱۵۰ × ۸ = ۱۲۰۰ ، نو زمري به ټوله ۱۲۰۰ کیلو متره لار وهلي وي۰ ګورو، چې د ځل نومونه د ضرب لپاره ښه او اسانه ده، ځکه چې پښتو ده او له ضریبونو څخه به هم ځلوونی اسان وي، به ۰۰۰وي نه، بلکی اسان دي۰

۲ - له $a = a'$ او$b = b'$ څخه لاس ته راځي $a'b' = ab$ (یواځیتوب)

۳ - لرو $ab = ba$ کموتاتیو – یا د بدلون قانون

٤ - لرو $(ab)c = a(bc)$ د ګډولو- یا اسوڅیاتیو قانون

۵ – لرو $(a+b)c = ac + bc$ د ویشونې- یا دیستریبوتیو قانون

Distributive law

٦ - له $a < b$ او $c > 0$ لاسته راځي $ac < bc$

جګتیتوالي یا یوغږیزوالي قانونMonotony

ت – د ویش بنسټیز قانون Division

په لاندې کې موږ د وېش قوانین څیړو.

پیژند۳۰۲ :

که د دوه طبیعي عددونوa اوb لپاره، چې $a \neq b$ او $a \neq 0$ وي یانی صفر نه وي یو طبیعي عددx شتون ولري، چې برابرون (مساوات) $ax = b$ پوره کړي، نو

$x = \frac{b}{a}$ یا b/a د b او a ویش (تقسیم) بلل کیږي، چی ماتګڼ(کسر) یې هم بولو

۱ – که $a / b = x$ یا $x = \frac{a}{b} = a/b$ شته یا موجود وي، نو یواځنی شته دی(یواځني په دې مانا، چې بل ګڼ x نه شته او یواځې همدا ګڼ x دی)

نومه ونې : په پورته برابرون کې a/b وېش x ویش ارزښت، a ویشونی یا ویشه وونی دی، ځکه چی په یوڅه ویشل کیږي اوb پرویشونی بلل کیږي، ځکه، چی څه پر ویشل کیږي یا یې عربي نوموې: مقسوم، مقسوم علیه یا قاسم ، حاصل تقسیم ۰

که ۱۲ کتابچې پر څلورو زده کوونکو وویشو، نو هر یوه ته درې کتابچې رسیږي، یعنې $\frac{12}{4} = 3$، ګورو، چې ۱۲ په یو څه ویشلکیږي، نو ویشونی یې ښه نوم دی۰ دا ۱۲ په څلور ویشل کیږي پر ۰۰۰ ویشل کیږي، نو له دې امله څلور پر ویشونی بولو، درې یې لاس ته راوړنه ده لکه چې تراوسه مو ورته حاصل تقسیم وایه، له دې امله ورته ویش ارزښت وایو او دا کارونه یا عملیه ویش بلل کیږي۰

د ښوونکو دنده: د پورته نښلونو دپاره دې ښونکي پوره تمرينونه ورکړي.

دلته بايد پوښتنې راشي. يا دې د دواړو په پای کې وکتل شي

۴ - لومړني ګڼونه.

اړيينه يادونه: زما په دې ليکنه کې ماد لومړنيوګڼونولپاره توګڼونه ليکلي،دا نا سمه ده. لومړني ګڼونه پيداښتي ګڼونه دي.که په هر ځای کې سم نه شوبخښنه دې وي.

دا په اوسنيو ادبياتو کې د لومړني توګي ګڼونه بلل کيږي.

۵ . ۱ - پيژنده :

يو پيداښتي ګڼ $n > 1$ لومړنی ګڼ (prime number) بلل کيږي، که له ۱ لوي او له ساده پرويشونو بل پرويشونی ونه لري، لکه ۲ ، ۷ ، ۱۱ ، ۱۷ ، ۲۳ ... اوداسې نور

ساده پروېشوني ځپله ګڼونه دي او ۱ . دلته يې موږ منفي نه راوړو،خکه چې موږ دا په پيداښتي ګڼونو کې پيژنو يا پيژند په پيداښتي ګڼونو کې ورکوو.

لومړني ګڼونه لاندې غوره خويونه لري.:

د لومړنيو ګڼونو غوره والی د « ګڼونتيوري بنسټيزی جملې» څخه لاس ته راځي

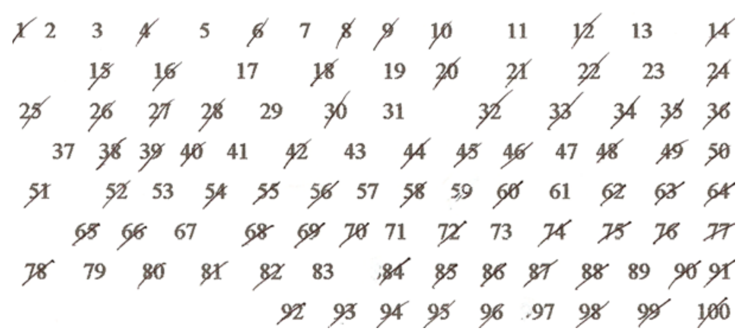
جلمه (د ګڼونتیوري بنسټیزه جمله):

هر یو پیدایښتي (طبیعي) ګڼ ،د ګڼونو تر تیب پورې، په یواځني او یوائني (یویواځنی (له دې کلمو څخه موخه داده، چې دا په یواځی یو ډول لیکل کیدی شي او بس۰ کیدی شي د ګڼونو پروتځای بدل وي، خو ضریبونه همغه دي)) ډول د لومړنیو ګڼونو ځل په څیر لیکل کیدی شي۰

بیلګه: 120 =2. 2.2.3.5

یادونه: د میلاد څخه پخوا د ،، د اریستوتنس غلبیل،، متود څرګندوو، چې مورږ د ۱ او ۱۰۰ په منځ کې د لومړني ګڼونو معلومول دي، متود له لارې په لاندې توګه څرګندوو:

دا لاندې د اریټوتنس غلبیل په نامه یادیږي، چې لومړني ګڼونه په کې څرګند دي.



۵ . ۲ وېشلارې یا د ویش قاعدې

پیژند(تعریف)۳ ۰ ۳ :

a او b دې ټولګڼونه وي۰ وایو چې « ګڼ a ګڼ bویشي» (او یا هم a د bپروېشوني دئ او یا همa د b څو برابره (زیاتځله) دئ) که یو ټولګڼ u شته یا موجود وي او دا باوري

کړي$au=b$ ددې لپاره لیکو$a|b$ (وایو، چې ګڼ aګڼې b ویشي ، خو اړیین یا ضرور نه ده، چې کلمه ګڼې ورسره وویل شي۰

که a د bپروېشونی نه وي، نو د دې لپاره لیکو$a|/b$ (دا نخښه /| دې د نه ویشونی لپاره ومنل شي)

بیا لیکو، چې : پیدایښتي ګڼونه، چې په ۲ ویشل کیږي جوړه (جفت) ګڼونه بلل کیږي او که نه نو ناجوړه (طاق) ګڼونه بلل کیږي۰ د صفر ګڼ د پیدایښتي ګڼونو په ډیری کې یو ځانګړی حالت لري۰

په لاندې جمله کې بې له ښوونې یا اوبیونې د دې ویشکلمی لپاره یو څو ساده شمیرقاعدې را یوځای کوو، چې په راتلونکې کې ترې کار اخستل کیږي۰

جمله ۳ ۰ ۱ :

د په خوښه یا زړه پورې ټولګڼونو a,b,c,d لپاره باوري دي:

(۱) ± 1 او $\pm a$ ویش (دا په نامه « ساده» پروېشوني دي)

(۲) د ۱ پروېشونی ۱ او ۱ – دي

(۳) تل باور لري، چې $0 | a$ او $a | 0$ یواځی په هغه حالت کې باور لري، چې $a = 0$ وي

(٤) له $a|b$ او $b|c$ <= $a|c$

(٥) له $a|b$ لاس ته راځي: $ac|bc$ ۰که $c |= 0$ وي ، نو د دې په څټ هم باوري

دي۰ دا په دې مانا چې، که $ac|bc$ وي، نو$a|b$ هم باور لري۰د ګڼونو

لیکدود له مخې، که نړیوالجال ته پورته شو داسې لیکو، که نه دا پورته بسیا

کوي: $c \neq 0, a | b \Rightarrow ac | bc$

(٦) له$a|b$ او $c|d$ څخه لاس ته راځي او په ښت $ac|bd$ لنده ليکنه يې (که ن ج ته پورته شوه):
$a|b, c|d \Leftrightarrow ac|bd$

(٧) له $a \mid b$ او $b| a$ لاس ته راځي $a = \pm b$

(٨) له $a \mid b$ او$a|c$ څخه لاس ته راځي $a|(bx+cy)$ د ټولو ټولګنونو x او y لپار

(٩) تيک هلته $a|b$ کله چې وي$|b|$ | $|a|$،

(١٠) که $a \mid b$ او$b \neq 0$ نه وي نو باوري دي $-|b| < a < |b|$

دا پورته دلته نه ښايو يا ثبوتوو. دا بيا د پوهنتون کار دی، خو موږ بايد په دې قوانيونو وپوهيږو.

دا لاندې جمله د ښوونځيو زده کوونکو له پاره نه ده، خو ويې ګوری، کتل يې ښه دي.

په ټوليزه توګه لاندې جمله باور لري

جمله ٣ ٠ ٢ (د ويش الګوريتم): a او b دې ټولګنونه وي٠ د $b \neq 0$ سره ٠ نو يواځنې ټاکلې، په پای پلونو(قدمونو) کی شميرلکيدونکې ټولګنونه q او r (چې د a پر b ويش څخه لاس ته راځي او «ويش» په همدې ډول « پاتی بلل کيږي، شته دی،د کومو لپاره چې باور لري:
$a = bq + r \quad \wedge \quad |0| \leq r < b$

هر يو ټولګڼ کم له کمه ساده پرويشونی لري يعنی ± 1 او پخپله د دې ټولګڼ زياتيز(مثبت) او کميز(منفي)٠ دې پرويشؤنو ته «سادهٔ پرويشونی» وايو ٠

لومړني ګڼونه بيا :

پيژند: هغه ګڼونه، چې پرته له ځان او ١ څخه بل پروېشوني ونه لري، لومړني ګڼونه بلل کيږي.

لکه: ٣ و ٥ و ١١ و ١٧ ... ګڼ ٢ هم پريم ګڼ دی او دا يواځنی جوړه (جفت) لومړنی ګڼ دی.

د طبیعي عددونولپاره د نورو قاعدو په ځنګ کې، چې د لومړنیو ګڼونو د ټوټه ونې یا تجزیي لپاره خورا ګټور دی باور لري

الف)   یو ګڼ په ۲ (٤ ، ۸ ، ١٦) ویشونی دی، که د اخر ځیفر یا کور (له اخره(موخه تری ښی لور دی)   دوه ، درې ، څلور ۰۰۰ بنسټیزو ځیفرونو) څخه جوړ ګڼ په ۲ (٤ ، ۸ ، ١٦ ۰۰۰ویشونی وي)   په دوه ویشونی ګڼ جوړه (جفت) نومیږي او بل ډول یې ناجوړه(طاق) بلل کیږي۰ ګورو، چی دلته هم په جوړې او ناجوړه ښه پوهیدلی شو

ب)   یو ګڼ په ٥ (۲٥ ، ١۲٥ ، ٦۲٥ ، ۰۰) ویشونی دی، که د اخر(له ښي لور) بنسټیز ځیفر (د اخر دوه، درې ، څلور ، ۰۰۰ بنسټیز ځیفرونو) جوړ ګڼونه په ٥ (۲٥، ١۲٥ ، ٦۲٥ ۰۰۰) ویشوني وي

یادونه : په لاتین کی هغه، چی ښي لور ته وي هغه ته اخر وایي او موږ یې شاید لومړی وبولو۰ زه کوښښ کوم، چې دا پوهوړ ولیکم، خو بیا دې هم ګران لوستونکی تری ټیک ناپوهیدنه ماته وبخښي او مشوری دې راکړي۰

پ)   یو ګڼ په ۳ همداسی ۹ ویشونی دی ، که د ګڼ پروت زیاتون پر دې ګڼونو ویشونی وي۰

د یوه ګڼ پروت زیاتون لاندې د هغه ګڼ بنسټیز ه ګڼونخښو(ځیفرونو) زیاتون پوهیږو، بی له دې، چې د هغه ځای ارزښت په پام کې ونیول شي۰

بیلګۀ : د 126 پروت زیاتون یا پرته جمعه ده: 1+2+6=9

یو ګڼ په 11 ویشونی دی که د هغه ګڼ الترنیري(نخښه بدلونکی) پروت زیاتون۰ پر 11 ویشونی وي۰

الترنیري پروت زیاتون، چی پروت کمون هم ورته وایی له بنسټیزو ځیفرونو ١ ، ۳ ، ٥ زیاتون څخه د ۲ ، ٤ ، ٦ ،۰۰۰ دزیاتون کمون پوهیږو ، بی له دې، چی ځای ارزښت یې په پام کی ونیول شي یا په بل ډول، که د ناجوړه کور زیاتون څخه د جوړه د زیاتون کم کړو۰

بیلګه: ۱۷۳۸ په ۱۱ ویشوني دي، ځکه، چې : ۱۵= ۸+ ۷ او ٤ - = ۳ – ۱ -، چې الترنیري زیاتون یانی ۱۱ = ٤ – ۱۵ یې په ۱۱ ویشونی دی٠

ټ) یو ګڼ په ۳۷ وېشوړ دی که (د ګڼ له اخر څخه جوړشوي) د درېګوني ګڼونو زیاتون پر ۳۷ وېشونی وي.

بیلګه:

37|(448+352+216+20)⇔ 37|1036 ځکه چې 37 |20216352448

ث) یو ګڼ په ۷ همداسې په ۱۳ وېشوړ دی، که د هغه (د ګڼ له اخر څخه جوړ) درېګونی الترنیري زیاتون پر ۷ همداسې پر ۱۳ وېشونی وي.

بیلګې :

7|(604-37)⇔ 7 | 567 ځکه چې 7 | 37604

13| (889-293+709-96) ⇔ 13|1209 ځکه ، چې 13 | 9679293889

ج) یو ګڼ په ۱۰۱ وېشونی دی، که (د ګڼ له اخر څخه جړشوی) دوهګونی الترنیري زیاتون په ۱۰۱ وېشونی وي.

بیلګه:

101|(69-06+63-03+79)⇔ 101|202 ځکه چې 101|7930630669

یادونه : که پیداېښتي ګڼونه a او b ولرواو ولرو a : b ، نو a پر b وېشو، که وېش ارزښت یې هر ګڼ وي او که پیداېښتي ګڼونه a او b ولرو او ولرو b|a ، نو دا په دې مانه، چې ګڼ b ګڼ a ویشي بې له پاتي یاني ګڼ a په ګڼ b وېشوړ دی.

۵ . ۳ - خوراغټ ګډ پرویشونی او خورا کوچنی ګډ زیاتځله

Great common divisor and small common multiple

ددې لپاره، چې دا په سرلیک کې ورکړ شوي څه ښه و پېژندلی شو ، داسې مخ ته ځو:

لاندې ګڼونه دې ورکړ شوي وي، سملاسي یې په لومړنیو ګڼونو تونه کوو

$$260 = 2.130=2.2.65=2.2.5.13 = 2^2.5.13$$

$$468=2.234=2.2.117=2.2.3.39=2.2.3.3.13=2^2.3^2.13$$

له پورته دواړو ګڼونو د لومړنیوګڼونو ځله وونو هر یوه څخه هغه لومړنی ګڼ رانیسو او سره ځله وو یې، چې په دواړو ګڼونو کې ګډ وي او توان(په خپل ځای کې دې وکتل شي) یا جګګڼ یې تیټ یا کم وي . یانې

$$2.2.13 = 2.26 = 52$$

دا پورته لاس ته راوړی ګڼ یانې ۵۲ پورته دواړه ګڼونه وېشي یانې د دواړو ګڼونو پروېشونی دی او خورا غټ پروېشونی هم دی. یانې ۵۲ خورا غټ او ددواړو ګډ پروېشونی دی.

لنډ : ۵۲ د پورته ګڼونو خورا غټ ګډ پروېشونی دی.

داسې ګڼ , خوراغټ ګډ پروېشونی, بولو (لنډ ونه یې : غ ګ و)

هغه ګڼ، چې د دوه یا ډېرو ګڼونو ګډ پروشونی او خورا غټ هم وي، نو دې ګڼ ته ,,خورا غټ ګډ پروېشونی ,, (لنډونه: غ ګ و) وایو.

(بزرګترين عامل (مقسوم عليه) مشترک)Greatest commom divisor(g c d)

اوس بيا داسې مخ ته ځو:

په پورته کې هغه د دواړو ګڼونو لومړني ځله ووني، له هر څخه يو چې په جګ توان وي يانې خورا غټ جګګڼ ولري ، هغه د جګ توان رابېلوو او بيا يې سره خله وو، چې لاس ته ترې راځي: $2^2.3^2.5.13=2340$

دا پورته ګڼ يانې ۲۳۴۰ د دواړو ورکړ شوو ګڼونو ګډ زياتځله دی (يانې ګډ په دواړو وېشل کيږي) او دا خورا کوچنی ګڼ هم دی. دا په دې مانا،چې له دې ګڼ بل کوچنی ګڼ نه شته، چې د پورته ګڼونو دواړو ګډ زياتځله(ځو برابره) وي:.

لنډ : خورا کوچنی ګڼ دی. د دواړوګڼونو (يانې ګډ) زياتځله (ګډ ځو واره) دی

لنډ يې : خورا کوچنی ګډ زياتځله (لنډونه يې: خ ګ ځ)

(کوچکترين مضرب مشترک يا ذوالاضعاف الاقل)Least common multiple(l.c.m.)

ګران هيوادوال دې ورته پام وکړي، چې کوم نوم به زموږ لپاره زر يا بېخي پوهوړ او ساده وي.

وريسې داسې مخ ته ځو:

دا چې موږ په پيدايښت يا طبيعي ګڼونو کې له شميرلو سره بلد شو ، نو په لاندې ډول پيژند ورکوو:

خورا غټ ګډ پروېشونی (خ غ پ يا غ ګ پ).

پیژند ۳ ۰ ب :

هر یو طبیعي کڼ، چې یواځی او یواځي ساده پرویشونی ولري موږ ورته لومړنی ګنونه وایو او دا لومړنی یا پریم ګنونهPrimzahlen په pسره ښایو، چې دا پریم یا لومړنی کڼ د پیداینتي ګنونوتوکی دی۰

هریو طبیعي کڼ، چی لومړنی کڼ نه وي د لومړنیو ګنونو په ځلونو(ځله وونو)(ضربیونو) توته یا تجزیه کیدی شي۰

بیلګی :

$$240 = 24 . 10 = 3 . 8 . 2 . 5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 5 = 2^4 \cdot 3 . 5 \quad - 1$$

$$2310 = 2 . 1155 = 2 . 3 . 385 = 2 . 3 . 5 . 77 = 2 . 3 . 5 . 7 . 11 \quad -2$$

$$3750 = 25 . 15 . 10 = 5 . 5 . 3 . 5 . 2 . 5 = 2 . 3 . 5^4$$

که پورته بیلګو ته په ځیر شو نو په ۱ او ۳ راغلو ګنونو کی کڼ ۲ د دواړو پرویشونی دی او همدا ډول ۳ هم د دواړوګنونو پرویشونی دی یانی 2.3 = 6 برسیره پردې کڼ ۵ هم نو 2.3.5= 30 دواړه ګنونه ویشي او شاید په دې ګنونو کی یو خورا غټ ګډ پرویشونی هم وي۰

په پورته درېواړو بیلګو کې ۲ ، ۳ ، ۵ د ځلوونو په څیر خوندي دي یانې دا ګنونه ویش، چې له دې امله کڼ ۳۰ د دریواړو ګنونو غ ک پ (خورا غټ ګډ پروېشونی) دی

بیلګي:

۱ - ګنونه 240 او3750 غ ک پ 30 = 2.3.5 لري

۲ – لرو 408 او748

$$408 = 2^3 . 3 . 17 , 748 = 2^2 . 11 . 17$$

پس غ ک پ دی: $(408,748) = 2^2.17 = 68$

٣ – پ غ ک پ د ګڼونو او غ ک پ $6 = (30.66.114)$) دی، ځکه، چې $30 = 2.3.5$

او $66 = 2.3.11$ او $114 = 2.3.19$ دي

٤ – ګڼونه 54 او 65 ګډ پروېشونی نه لري دا موږ پروېشپردی بولو، ځکه، چې دي:

$65 = 5.13 \ \wedge \ 54 = 2.3.3.3$

خورا کوچنی ګډ زیاتځله(ذو الاضعاف الاقل) (لند: ک ک ز یا خ ک ک ز)

موږ په لاندې کې د خورا کوچني ګډ زیاتځله (لنډ: ک ک ز) کليمې په ځيرنه پيل کو ٠ ادا کلمه و غ ک پ يوه دوه ييزه یا دوه ګونی یا غبرګه (دوال Dual) کلمه ده، موږ په لاندې ډول سملاسي تولیز پيژند ورکوو

پيژند (د دوه ګڼونو لپاره)

a او b دې تولګڼونه وي او v دې يو داسې نه کميز یا نه منفی تولګڼ وي، د کوم لپاره، چې باور لري:

(١) v|a اوv|b

(٢) له a|w او b|w څخه لاس ته راځي v | w

نو v د a او b خورا کوچنی ګډ زیاتځله (لنډ» ک ک ز او که غواړې خ ک ک ز) بلل کيږي او په لاندې توګه يې ليکو: v = [a,b]

جمله :

په خوښه تولګڼونو a,b,c,…,n لپاره خ ک ز شته دی او دا يواځنی دی

[a,b,c,…,n]

یادونه: موږ لاندې مساوات هم د مختلفو جملو او د هغو له حلونولاس ته راوړو:
دټولګڼونو $(n \geq 3)$ $a_1, \dots a_n$ لپاره لرو $[a_1,\dots,a_n] = [[a_1,\dots,a_{n-1}], a_n]$
او هم $|a_1 a_2| = [a_1, a_2]$ (a_1, a_2)

لاس ته راوړنې (داهم په همدې مانا مګر د جملې په څیر دی): د په خوښه
ټولګڼونو a, b, c لپاره باور لري: له $a \mid c, b \mid c$ او $(a,b) = 1$ څخه لاس ته راوړو $ab \mid c$

Primfaktorzerlegung

په لومړنیو ګڼونو تو‌ټه کونه

د هر پیدابښتي یا طبیعي ؛ن له پاره باور لري: یا هغه لومړنی ګڼ دی اویا لومړنیوګڼونو په ځلونو یا ضربونو تو‌ټه کیږي.

داسې توټه کونه په لومنیوګڼونو توټه کونه بللکیږي هر ځولونی یې لومړنی ځلوونی بلل کیږي.

د یوه ګڼ د داسې پریمفاکتورونو یا لومړنیو ځلونو د ټاکلو تلنلار، د کوچني لومړني ګڼې سره په پیلیدو، د توټه وني لار سره تر ځیرني لاندې ونیسي، چې ایا دا پروبښونی دا د ځیرني ګڼ دی.
که جیرې دا حال وي،نو لموړی‌توټه کونه مخ ته بیولیشو.

بیلګه: ګڼ ۱۲۶ دې په لومړنیوځلونو یا – ضربیونوتوټه شي.

دا چ ۲ د ۱۲۶ پروبښونی دی،باور لري: $126=2\cdot63$

اوس دویم ځلونی (۶۳) پسې توټه کیږي. باورلءي: $63=3\cdot21$

یعني$126=2\cdot3\cdot21$

پسې لرو: $21=3\cdot7$، یعني$126=2\cdot3\cdot3\cdot7$

دا چې ټول ځلووني لومړني ګڼونه دي(يعني لومړني ځلووني دي) ، ټوټه کونه راوتړل شوه يا پای شوه.

دا ټوټه کونه کيدی شي ليدوړد يوه جدول يا لښتکي په بڼه وليکلی شي:

	126
2	63
3	21
3	7
7	1

$$126 = 2\cdot 3\cdot 3\cdot 7$$
$$= 2\cdot 3^2\cdot 7$$

پوښتني

د لاندې ګڼونو خوراکوچنی ګډ زياتځلی وښايیئ

الف- ۳ او اته

ب ــ ۵ او ۲۵

پ ـ ۱۴، ۷ ، ۲۵

ت ــ ۱۵، ۲۲، ۱۲۱

ټ ــ ۴۴۴ ، ۷۵۳ ، ۲۸۰

۲ ــ د لاندې ګڼونو خور غټ ګډ پروېشونی وښايئ

الف- ۱۲۳ ، ۴۵۰ ، ۷۸۹

ب – ۲۲ ، ۱۵۴ ، ۶۶

پ – ۲۴ ، ۳۲

بیلګه: د ۱۰۵ او ۹۰ خورا غټ ګډ پروېشونی(غ ګ پ) وټاکئ

$$\begin{array}{lllll} 105 & = & 3\cdot & 5\cdot & 7 \\ 90 & = 2\cdot & 3^2\cdot & 5 & \\ \hline ggT & = & 3\cdot & 5 & =15 \end{array}$$

د دوه ګڼونو د (خ) غ ګ پ د پیداکولو له پاره یوه بله تګلار د اویکلید الګوریتم euklidscher Algorithmus دی. دا تلنلار په ځانګړې توګه هلته ګټوره یا مناسب ده، چې لوی ګڼونه مو مخ ته پراته وي. لومړی د هغه ګڼونو،، چې غ ګ پ یې غواړو پیدا کړو، کمښت یا کمون داسې جوړو، چې کوچنی ګڼ له لوي کموو، پسې له دې لومړي کموونې څخه دا لاس ته راوړنه کموو او همداسې مخ ته ځو، تر څو د اخري کموونې او اخرۍ لاس ته راوړنه یا کمښت سره برابر شي. دا د دواړو ګڼونو غ ګ پ دی

بیلګه :

د ۱۰۵ او ۹۰ غ ګ پ وټاکئ.

$$\begin{array}{r} 105 - 90 = 15 \\ 90 - 15 = 75 \\ 75 - 15 = 60 \\ 60 - 15 = 45 \\ 45 - 15 = 30 \\ 30 - 15 = 15 \\ 15 - 15 = 0 \\ \hline ggT(105;90) = 15 \end{array}$$

د لته ۱۵ د دواړو غ ګ پ دی او دا داسې لکه پورته بیا لیکو غ ګ پ (۱۰۵ ، ۹۰) = ۱۵

که یو ګڼ a د ګڼونو ۱ ، ۲ ، ۳ ، .... سره ځل یا ضرب کړو، نو دا د a یا یوه ګڼ ډېرواره بلل کیږي.

بیلګه : د ۶ ډېرواره یا ښه یې ډېر ځله دی:

6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; 66; ...

د یوه ګڼ ډېرواره د یوې داسېپه نامه د ډېرواره ډېرۍ یا سټ په تګه سره یوځای کیدی شي.

بیلګه: $V_6=\{6; 12; 18; 24; ...\}$ دلته V د ډېر واره په معنا دی، یعنې د ۶ ډېرواره.

په دې کې يې غوره د دوه یا ډېرو ګڼونو خورا کوچنی ګډ پروېشونی (ک ګ پ) دی.

دا هم چې غواړو ومومو، ګڼونه په لومړنیو ګڼونو ټوټه کوو، چې ک ګ پ غواړو پیدا کړو.
په دې لومړنیو ګڼونو ټوټه کولو کې راغلو ګڼونو کې هغه لومړنی ګڼ په پام کې نیسو، چې په هغه د جګ توان ګڼ وي.

بیلګه :د ۱۰۵ او ۹۰ ک ګ پ دې ومیندل یا وټاکل شي

$$
\begin{array}{lllll l}
105 & = & 3\cdot & 5\cdot & 7 & \\
90 & =2\cdot & 3^2\cdot & 5 & & \\
\hline
\mathrm{kgV} & =2\cdot & 3^2\cdot & 5\cdot & 7 & =630
\end{array}
$$

۵- ټولګڼونه یا تام اعداد INTEGERs

د دووو طبیعي عددونو a او bکمون یا تفریق ($x= b-a$) ټیک او ټیک هلته یا هلته او هلته د طبیعي عددونو ډیرۍ یا سټ کی شته، چې وي : $a \le b$

دې پورته کې ،، ټیک اوټیک،، یا ،، هلته او هلته،، په دې معنا چې: که $x= b-a$ وي، نو $a \le b$ دی او په څټ: که $a \le b$ وي، نو یو x شته چې د هغه له پاره باور لري $x= b-a$.

د شمیرپوهنې نخښنو باندې داسې لیکل کیږي:

$$x=b-a \Leftrightarrow a \le b$$

انګريزي يې if and only if ټيک او ټيک هلته يا هلته او هلته(دا شننه يا وينه پورته د
شميرپوهنې نخښې ته ده)۰

که هغې نخښې ته وګورو، نو هم لاندې ترې څرګندېږي، له ښې لور کيڼ لاس ته راځې او په څټ(برعکس) له کيڼ لور ښې لاس ته راځې۰ يا که۰۰۰ وي، نو ۰۰۰ لاس ته راځې او په څټ يا برعکس۰

ټولګڼونه هم د انسانانو د اړتيا پر بنسټ منځ ته راغلي ، يا منځ ته راورل شوي۰که چيرې سپين د خړ ۱۰۰ افغانۍپوروړی وي او سپين ورته اتيا افغانۍ ورکړي، نو سپين بيا هم شل افغانۍ پوروړی پاتيږي، دا په دی مانا، چې ۸۰ + ۱۰۰ - = ۲۰ - ۰ ګورو، چې ۲۰– يعني کميز يا منفي ۲۰يو پيداينتي ګڼ نه دی۰يا   80 – 100 = -20

په هغه حالت کی، چې کموونی (مفروق) له ترېکموني(مفروق منه) څخه لوي وي، نو لاس ته راوړنه يې طبيعي عدد نه دی۰ اوس يوه د ګڼونو بلې ډيرۍ پيژند ته اړ کيږو، چې هغه د ټولګڼونوډيری ده او دا د طبيعي عددونو او د طبيعي عددونو کمون (منفي) او صفر سره يوځاي کوو، چې ټولنه جوړوي(په ډيری کې روښانه شوې)، هغه څه، چې له دې ټولنې لاس ته راځي هغه د ټولګڼونو ډيری ده او داسې يې ليکو:

$$Z = N \cup -N \cup 0$$

$$Z = \{....-3,-2,-1,0,1,2,3.....\}$$

که صفر د پيداېښتي ګڼونو ډېرۍ کې خوندي وي، نو بيا ليکو: $Z = N \cup -N$

دا لاندې د ټول عددونو (ټولګڼونو) د عددونو کرښه ده، کرښه ځکه، چې په ښې او کيڼ لور ځغلي

د مخه مو شميرقوانين، چې د طبيعي عددونو لپاره ورکړل، د ټولعددونو لپاره هم باور لري

د دې لپاره، چې ترې کمونی د کميدونی کوچنی وي ، نو پيداينتي ګڼونه په کمګڼونو غزوو يا پراخوو، دا په دې مانا، چې د پيداينتي ګڼونو مخنخښه په کموننخښه يا منفي نخښه

باندې سنبالوو یانې (کیدی شي زمونږ هیوادوال د څېړ نخښی په نامه ورسره بلدوي) هره نخښه، چې د ګڼ زیاتی یا کمی ښايې د ګڼ کینې لور ته لیکل کیږي، چې دا ما مخنخښه لیکلې او بللی.

د ټولګڼونوډیری

$$Z = \{ \ldots . -3, -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots . \}$$

د مخه مو شمیرقوانین، چې د پیداینتي ګڼونو لپاره ورکړل، هغۀ د ټولګڼونو لپاره هم باور لري، چې هغه دلته بیا نه راوړو.

د کمون یا تفریق بنسټقوانین (پسی یا دوام):

۲ - د هرو دوو ټولګڼونو یا تام اعدادو a او b لپاره یو ټولګڼ x=b-a شته، د کوم لپاره، چیa+x=b برابرون باوري دئ

یادونه: که ولروa- نو دا کمیزنخښه - د aسره تړلې ده. دا د(a+) په څېړ کڼ دئ. دلته باید تل پام وي. که ولرو b-a ، نو دا په دې معنا، چې (b-(+a.

ټولې هغه شمیرنلارې، چې په پیداېښتي ګڼونو کې باور لري، دلته هم باور لري، چې ښوونکي د ستونځو په وخت کې مرسته کولی شي.

درانه ښوونکي دېدلته هم تمرینونه راوړي.

۵ - راشنل ګڼونه Rational Nnumbers

(لاتین: نسبتي – ، مات - یا کسري ګڼونه یا- اعداد)

د افغانستان په دري ادبیاتو کې داسې ګڼونه او ایراشنلګڼونه کله ناطق د ګونګ اوداسې نورو ګڼونو په نامه یا دیري، کله یې ماتګڼونه بللي، خوزه دا ښه بولم، چې دا همداسې یانې راشنلګڼونه وبلل شي، که څوک یې نسبتي ګڼونه بولی هم خوښه یې او یا مات ګڼونه.

یادونه : که / ولرو یانې که ولرو a / b نو دا په دې مانا، چېa په b ویشل کیږي٠ که ولرو≠ نود نابرابرونخښه ده٠ دا په دې مانا، چې ... له ... سره برابره نه ده٠

د دوه ګڼونود a او b ویش $x=\frac{a}{b}$ د ټولګڼونو په ډیرۍ کې تل هلته شته دی، چې a د b ټولګڼیز څو ځله وي٠

د دې لپاره، چې بیا هم ویش $\frac{a}{b}$ یا a :b (دلته هم a پرb ویشل کیږي) کیدونی شي» سره له دې، چې ویش تل په ټولګڼونوکی پیژند نه لري یا تعریف نه دی یا صورت نه نیسي« باید د ټولګڼونو ډیرۍ ماتګڼونو(کسر) ډیرۍته پراخه شي، چې د لومړي ځل لپاره افاده یا وینه a/b سومبولیک مانا لري، د نوو ګڼونو په څیر نیسو او په ټولګڼونو یې ور زیاتوو. هغۀ ګڼونه، چې لاس ته راځی موږ ورته راشنلګڼونه یا نسبتي یا کسري ګڼونه وایو ٠ دلته دا راشنل ګڼ د جوړې په څیر ورکړ شوی دی

cb / ca هلته باور لري، چې$c\neq 0$ دټولګڼ اوa |b د ماتګڼ په څیر ورکړ شوي وي

د راشنلګڼونو ډیرۍ، چې په Q سره ښایو د ټولګڼونو ماتګڼو b/a چې $a\neq 0$ اوa او b د ټولګڼونو له ډیرۍ وي، د ټولګڼونوپراخوالی دی او ټول د مخه تیر بنسټیز قوانین په کې باور لري او د ویش بنسټیز قانون ته داسې پراخیدلی شي

د شمیرنې ټول هغه لارې یا قوانین، چېپیداښتي اوټولګڼونو کېباور لري،په کسري ګڼونو کې هم باورلري.

ټ : د ویش(تقسیم) بنسټیز قانون(دوام)

۲ - د دوه راشنل ګڼونوa ، $a\neq 0$ او b لپاره یواځنی راشنل ګڼ x = b/a شته دی، چې برابرون یا مساواتax = b پوره کوي

راشنل ګڼونه هم د ورځنیو اړتیاو پر بنسټ منځ ته راغلی

بیلګه :

که شپږ منه غنم په دولسو تنو وویشو، نو د هر تن نیم من غنم رسیږي، چې دا نیم یې

راشنلګڼ دی، یاني $2 : 1 = 1 / 2 = 1 : 2$ $6 : 12 = 1 / 2 = 1 : 2$ یا $\frac{1}{2}$

دا باید په ګوته کړو، چې راشنل ګڼونه د پای یا ناپای لسمیز ګڼ په څیر لیکل کیدی شي

پام چې دلته څه بیلګې راوړل شي او که نه؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟دلته دې د واتونو سره شمیرنه پیل شي؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟

دالاندې ریښتوني ګڼونه د نصاب له مخې په اتم ټولګي کې راځي، خوزه به یې د اوم ټولګي کتاب کې ولیکم، چې ګڼونه ټول سره یوځای وي.

۶ - رییل ګڼونه(Real numbers (reele Zahlen

(فرانسوي: په ریښتوني شته – یا- موجود ګڼونه)

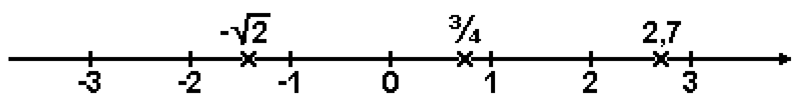
دا لاندې په لنډه توګه:

موږ ګڼونه لرو، چې هغه راشنل ګڼونه نه دي یانی که موږ د 2 ګڼ یا عدد ریښه(جذر) $\sqrt{2}$ ونیسو، نو داسی یو ګڼ لاس ته راځي، چې هغه په لسمیزه توګه پاي ته نه شي رسیدی یانی پریودیکی (تل بیرته راګرځیدونی یا پسی نور هم پراخیدونی) دي٠ داسی ګڼونو ته ایراشنلirational numbers ګڼونه وایو٠

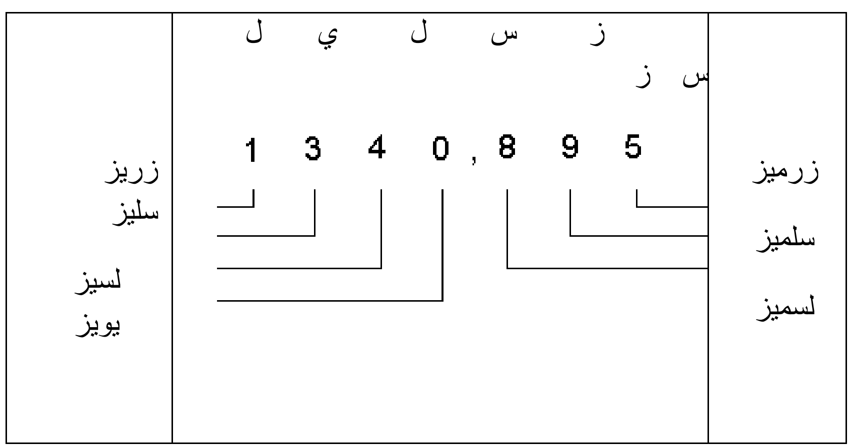
تل بيرته راګرځيدنيز (periodi(cal تل بيرته راګرځيدوني Period, د ګڼونو ځنځير نه شليږي

Irrational numbers ايراشنل

د راشنل او ايراشنل ګڼونوټولنی ته ريیل ګڼونه وايو(دا چي ټولنه څه شی دی، په ډيرې پوهنه يا سيټتيوري کي به ولوستل شي) . ۰ موږ د ګڼونو د ښوولو لپاره لاندې ګڼونکرښه باسو په کومه کي چي له صفر سره پيداينتي-، ټول- راشنل-،اراشنل ګڼونه کښل شوي دي ياني ريل ګڼونکرښه



لسميز مات



لسميز مات د مات وديزييني له لارې

$$1340{,}895 = 1340 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} + \frac{5}{1000}$$

لسميز مات (لسميز ګڼ) منځ ته راځي، کله چي مات ووېشل شي.

که وېشنه پای ته ورسیږي، نو پای لسمیز مات لاس ته احَي .

که وېشنه په یوه ټولیزه قانومندۍ پرلپسې کې دوام پېدا کړي، نو بیا دا لسمیز مات ناپای تل بېرته راګرځېدونی - یا ناپای پریودیکي لسمیز مات بلل کیږیږي

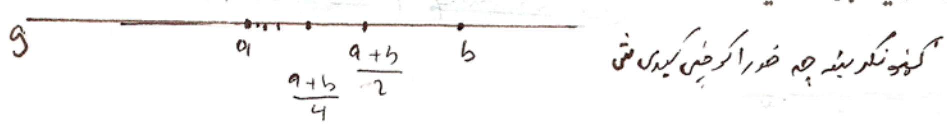
لاندې تکرار دی..............................

۳ ۰ ۱ ۰ ٤ – ریښتوني - یا حقیقي – یا رییل ګڼونه(Real numbers (reele Zahlen

(فرانسوي: په ریښتوني شته یا موجود)

د ریشنلګڼ په بنسټ هغه ورځنی تیوریکی اړتیاوي چی د شمیرعملیو بی بندیزه (نامحدود) په کار اچولو یا استعمال ته موجود وي حل یا اوبی شوې او همدارنګه عملي اړتیاوي چی اندازه کولو ته موجود وي هم حل شوې وي.

د ریشنلګڼ له لارې کیدی شي چی د کرښی اوږدوالی ټیك ورکړ شي یا په همدې مانا : په هرڅومره وړوکی ګڼونکرښه انتروال کی هم ناپای زیات ګڼونه، چی په ټکو یا نقطو انځور شوي، پراته دي.



د ټولو دې امکاناتو سره سره هم بیا په یوه کرښه کی هر ټکی د ریشنلګڼ په ذریعه نه شي ښودل کیدی یا په بل عبارت د کرښی هر ټکی د ریشنلګڼ په مانا نه دی . دا ګڼونه چی د «ایریشنلګڼونو»په نامه یادیږي، کیدی شي د یوه پریودیکي(periodische) (د ګڼونو کړی نه شلیږي) ناپای لسیزمات له لارې وښوول شي.
د بیلګي په توګه د مربع د نیمي(قطر) x اندازه چې د مربع یو اړخ ۱ وي نه شي کیدی چي په ریشنلګڼ وښوول شي. د پیتاګوراس د جملی په بنسټ د x لپاره لاندې مساوات لرو : $x^2 = 1^2 + 1^2$, پس $x = \sqrt{2}$

یادونه: پورته له اخره په ځلورمه لیکه کې لسیز مات نه بلکه لسمیز مات دی.

په ۵ –امه برخه کی به وښوول شي چي $\sqrt{2}$ ایریشنل یا « نه ریشنل» ګڼ دی. کیدي شي چی $\sqrt{2}$ تیك د ریشنلګڼونو په زیاتو اینتروالونو کی بند شي(دا عملیه د «ډیر اینتروالبندولو» عملیي په نامه بولو) .د بیلګي په توګه په لاندي ډول د لسیزماتو له لاري:

څرګنده ده چی ګڼ $\sqrt{2}$ د 1 او 2 ترمنځ بایدپروت وي , $1 < \sqrt{2} < 2$, ځکه چی لرو $1^2<2<2^2$, که د کامی وروسته لمړی ځاي ورسره ونیول شي ، نو د ازمائلو له لاري پیدا کیږي

چی $1,4<\sqrt{2} < 1,5$, ځکه چی لرو $(1,4)^2 = 1,96 < 2 < (1,5)^2 = 2,25$

که د کامی وروسته دوهم ځای هم په نظر کی ونیول شي نو پیداکیږي

$1,41 < \sqrt{2} < 1,41$,ځکه چی داسی دی $(1,41)^2 \times 1,9881 < 2 < (1,41)^2=2,0164$

په دې ترتیب لاندې پرله پسی د دیوالي کولو (د اینتروال یو په بل کی بندولو) په بنسټ لاس ته راځي چی په هر ډول دوام ورکولی شو.

$$1 < \sqrt{2} < 2$$

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

$$1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$$

.

.

$$1,414213562 < \sqrt{2} < 1,414213563$$

.

.

په ټولیزه (عمومي) توګه کیدی شي چی یو ایریشنلګڼ الفا د ډیر اینتروال بندولو له لاري په لاندي ډول و ټاکل شي یاکرکترایز شي: $\alpha = \{a_n, a'_n\}$

دا د ریشنل ګڼونجوړو (a_n, a'_n) یوه ناپای پرله پسی ده ، چی لاندي خویونه لري:

$$a_n \le a'_n \,,\quad a_{n+1} \ge a_n \,,\quad a'_{n+1} \le a'_n, \quad a_n < \alpha < a'_n, \qquad \lim_{n\to\infty} (a'_n - a_n) = 0$$

د ریبلګڼ کلیمه یوه ژوره کلیمه ده چی د پوهیدلو لپاره یی «پولی» (لیمس lim) ته اړتیا موجود ده چی په ۱۸ –امه برخه کی به تر څیړنی لاندې ونیول شي.

ډیر اینتروالبندیدل چی په همغه یوه تکی راځرخي مساوي(ورته) ارزښته (Äquivalent لاتین :مساوي ارزښته) لیدل کیږي

ریبلګنډیری R چی په ریشنلګنډیري د ایریشنلګنډیري ورزیاتول دي چی له ۲ . ۱ . ۱ تر۲ . ۱ . ۳ برخی پوري ټول بستزقوانین په کی باور لري. د ریبلګڼ له لاري دکرښی ټول تکي په بر کی نیول کیدی شي. په دې ډول ریبلګنونه ټولی د شمیرلو او اندازه کولو اړتیاوې پوره کوي.

ګورو چی $x^2 + 1 = 0$ د ریبلګڼ حل یا اوبی نه لري. دلته د دې ګنونو پراخوالي ته اړتیا پیښیږي چی کمپلکسګنونو ته پراخ شي، او په ۵ –امه برخه کی به تر څیړنی لاندې ونیول شي.

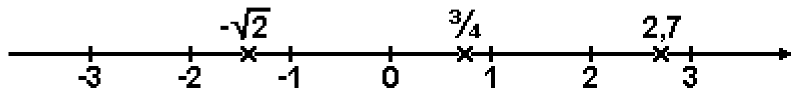
یا دا لاندې په لنډه توګه:

موږ ګنونه لرو، چی هغه راشنل ګنونه نه دي یانی که موږ د ۲ ګڼ ریښه(جذر) ونیسو، نو داسی یو ګڼ ترې لاس ته راځي، چی هغه په لسمیزه توګه پاي ته نه شي رسیدی یا د مات په توګه نه شي لیکلکیدی یانی پریودیکی (تل بیرته راګرځیدونی یا پسی نور هم پراخیدونی) دي٠ داسی ګنونو ته ایراشنل ګنونه وایو٠

تل بیرته راګرځیدنیز (periodi(cal تل بیرته راګرځیدوني ,Period د ګنونو ځنځیر نه شلیږي

ايراشنل – يا نا نسبتي عددونه ياګڼونه Irrational numbers

د راشنل او ايراشنل ګڼونوټولنی ته رييل ګڼونه وايو(دا چې ټولنه يا اتحاد څه شی دئ، په ډيری پوهنه يا سيټتيوري کې لوستل شوې) .۰ مورږ د ګڼونو د ښوولو لپاره لاندې ګڼونکرښه باسو په کومه کې چې له صفر سره پيدايښتي-، ټول- راشنل-،اراشنل ګڼونه کښل شوي دي يانې ريل ګڼونکرښه



۳ ۰ ۲ - (له نورو -) رابيلشوی د شمير قواعد

په دې برخه کې د رييل ګڼونو لپاره رابيل شوي قوانين څيړو، چې د مخه تيرو قواعدو باندې ولاړ دي۰ دلته درانده ټکی دا لاندې دي:

- په رييلګڼونو کی څلور بنسټيز شميرډولونه په ځانګړي توګه په لاندې ډول د نوکانو افادی (ويينی) سره شميرنه (نوکان اينوول)۰ له زياتون ګډ فاکتورونه يا ځلوني له نوکانو راوستل، د بينوميال فرمولونه۰

- پر صفر ويشنه د ناشونوالی په پام کی ساتنه

- له ماتو (کسرونو) سره شميرل او په ځانګړي توګه لنډول (واړه کول) پراخول يا غزول او د اصلي ګډ ماتلاندې (مخرج المشترک) جوړول۰ د داسی ماتلاندی(مخرج) چې له ټاکلو او ناټاکلو ترمونو څخه جوړ وي۰

نوموني: کسر ته مات وايو او صورت او مخرج ته مورږ ماتباندې او ماتلاندې وايو، چې سملاسي يې په مانا هم پوهيږو۰

جمعه او تفريق (زياتون او کمون)

د زیاتون او کمون بنسټیزو قوانینو څخه لاندې لاس ته راځي

$$-(-a) = a\ ,\ .\quad a - b = a + (-b),$$

$$(a + b + c \ldots - c - d - \ldots) + (e + f + \ldots - g - h - \ldots) = a + b + \ldots - c - d - \ldots + e + f + \ldots - g - h - \ldots$$

دا دا مانا لري، چی که چیرې د نوکانو دباندې زیاتوننخښه (د جمع علامه) وي، نو د نوکانو څخه ويستلو کې ګڼ خپله مخنخښه نه بدلوي٠ که د نوکانو د باندی کموننخښه (منفي نخښه) وي، نو د ګڼونو له نوکانو ایستلو په حال کی د نوکانو دننه نخښی بدلیږي٠ یانی کموننخښه زیاتوننخښه او زیاتوننخښه کموننخښه کیږي٠ بیلګه یې لاندې ګورو

$$(a + b + \ldots - c - d - \ldots) - (e + f + \ldots - g - h - ..) = a + b + \ldots - c - d - \ldots.. - e - f - \ldots\ldots + g + h + \ldots$$

په همدې ترتیب کیدی شي نوکان هم ځاي پرځای شي٠

دلته باید مطلق ارزښت هم په ګوته شي ، چی په ګڼکرښه د صفر څخه د یوه ریيلګڼ واټن په ګوته کوي،

د کوم لپاره چی لیکو :

مطلق عدد یا - ګڼ یا بي اړیکو ګڼ   (absolut number)

دا په دې مانا، چې د دې ګڼ سره زیاتیزه او کمیزه نخښه یا مثبت او منفي نه لیکل کیږي یا یون(واحد) هم ورسره نه وي، دا تیک او تیک یو ګڼ ښایي او بس٠

$$|a| = a\ ;\ \ a > 0$$

$$|\ a| = 0\ \ ; a = 0$$

$| a| = -a \; ; \; < 0$

یانې که a زیاتیزه یا مثبت وي،نو a پخپله لیکواو که a کمیزه یا منفي وي،
نو a- لیکواو که a صفر وي نو د هغه لپاره 0 لیکو

۳ ۰ ۲ ۰ ۲ ځل(ضرب)

د مخ ته تیرو قوانینوبرسیره د ځل لپاره لاندې د مخنخښی قوانین باور لري:

$$(+a)(+b) = +ab, (+a)(-b) = -ab , (-a)(-b) = + ab,$$
$$(-a)(+b) = -ab$$

که چیرته ډیر نوکبندونه راګرځیدلی وي، نو دا د ځل قانون پل په پل یا ګام په
ګام پر مخ ځی

بیلګه:

$$(a+b)(c-d)(e-f-g) = (ac – ad + bc –bd)(e-f-g)$$

$$= (ace-acf-acg-ade+adf+adg + bce-bcf-bcg-bde-bdf+bdg)$$

د ځانګړي حالت په توګه د بینوم پیژندل شوی فرمولونه راوړو:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a – b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ګران لوستونکی کولی شي، چې پورته فرمولونه وښایي، چې تیک دي.

دا په لاندې ډول کارولکیږي :

بيلګه:

$$4a^2 + 12ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2 .$$

$$a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 = (ax - by)^2 = (by - ax)^2.$$

$$16u^2 - 2v^2 = (4u + 2\ v)(4u - 2\ v)$$

۳ ۰ ۲ ۰ ۳ ویش

په پام دې کې ولرو، چې b:a د $a = 0$ لپاره کوم مفهوم نه لري٠ پر صفر ویش ناشونی دی

په ویش کی نوکبندول د زیاتون، کمون او ځل په څیر ساده نه کیږي٠ په ویش کی د زیاتون په ډول لیکل شوی هر توکی په ماتلاندې ویشل کیږي:

بيلګه ۳ ۰ ٤ :

$$(3a^2b - 6ab^2 + 12\ abc) : 3ab = a - 2b + 4c$$

یا داسې

$$\frac{3a^2b}{3ab} - \frac{6ab^2}{3ab} + \frac{12abc}{3ab} = a - 2b + 4c$$

د $ab \neq 0$ لپاره

دې لاس ته راوړني(نتيجې) ته سرې د ګډو څلوونو یا فاکتورونو یا خپلواکنوک څخه وتلو له لارې هم رسیدلی شي:

$$3a^2b - 6ab^2 + 12\ abc = 3ab(a - 2b + 4c)$$

له دې وروسته کیدی شي د کسرونو او لسمیزکسرونو سره شمیرنه پیل شي

دلته به دا برخه وتړل شي.

د $4u \neq -\sqrt{2}v$ لپاره

دا په خټه کې دلته پای ته ورسید. دا لاندې څه ما لیکلیپرېښوده، خو د ګرانو زده کوونکولپاره دلته اړیننه دي.

د $4u \neq -\sqrt{2}v$ لپاره

۷ ـ ماتشمیرنه (کسرشمیرنه)

د مات m/n کلمه د لومړي ځل لپاره د ټولګېونو m,n څخه د ریشنلګېونو انځورونو لپاره تعریف شوې٠ کیدی شي، چې دا کلمهa/b ته، چې a او b ریيل ګڼونه دي، وغزول شي٠

باید په پام کې وی،چې ماتلاندې صفر نه شي..

د بیلګي په توګه:

ویش(a/(b-c تیک هلته مفهوم لري، چې $b \neq c$ وي٠ ماتګې a/b همدا ګې ښايي

لکه a : b او یا $\frac{a}{b}$ ، دلته هم باید $b \neq 0$ وي.

په اخر کې باید په ګوته شي، چې مات لاندی – او همدارنګه ماتباندې ګې هم هر ماتګې کیدی شي او هم دواړه٠ دا باید دلته هم په پام کې وي، چی هیڅ یو ماتلاندې ګې باید صفر نه وي یانی دلته بی له اولنی ماتباندې نور یو ګې هم، چې ماتلاندې پورې اړه لري، نه شي صفر کیدی دا موږ د ماتونو مات (کسرالکسر) بولو٠

بیلګې:

a : (b/c) = a / (b/c) , b |=0 , c|= 0 ,

(a/b) : c = (a/b) / c b|=0, c|= 0

(a/b): (c/d) = (a/b) / (c/d), b |= 0 , c |= 0 , d |=0

یا په لاندې ډول:

$$\frac{a}{b}:\frac{\frac{a}{b}}{c}, b\neq 0, c\neq 0, ..., \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}, b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0$$

په څو واره ماتګڼ کې باید اصلي ماتکرښه څرګنده پيژندونکي وي، چې په دې توګه د هر ډول ناټيکوالی مخه نيول شوي وي۰ په ټوليزه توګه باور لري

$$\frac{\frac{a}{b}}{c}\neq\frac{\grave{a}}{\frac{b}{c}}$$

هریو ماتګڼ a / b ,b|=0 په یوه ګڼ c |= 0 پراخيدی او همداسې لنډيدی شي

یانې ماتلاندې او ماتباندې په یوه ګڼ c ځليدی یا ويشل کيدی شي او دا کړنلار په اصلي

ګڼ کې تغير نه راولي

$$\frac{a}{b}=\frac{a.c}{b.c}=\frac{a:c}{b:c}, b\neq 0, c\neq 0$$

د ماتګڼ لنډوالی ددې لپاره ښه دی، چې ماتګڼ ساده کړي.

د بېلګې په توګه:

$$\frac{8}{12}=\frac{4.2}{4.3}=\frac{2}{3};\frac{ax-ab}{ay-ac}=\frac{x-b}{y-c};a\neq 0,y\neq c$$

باید تل په پام کې ولرو، چې یوائځنی فکتور یا ځلوونی یا ضریب لنډیدی شي او نه زیاتوونی د بیلګي په توګه لاندې ماتګنې

$(a+c):b+c)$ چې $b\neq -c$ وي نه شي لنډیدی

$(a+c) : (b+c) = a:b$ دا

باور لري،چې $b \mid= 0, c = 0 \lor -c \mid= a, a = b$

پراخوالی یا غزول د دې لپاره اړیین دی، چې ډیر ماتګنونه په ګډ ماتباندې (مخرج المشترک) راوستلی شي، ځکه چې یوائځې هغهٔ مات یو په بل زیاتیدی یا یو له بل کمیدی شي، چې ګډ ماتلاندې ولري.

لکه : $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c},c\neq 0$

که چیرې پرڅېټ یا برعکس ماتګنونهa / b او c/d د نابرابر ماتلاندې لرونکی سره زیاتوو او یا کموو ، نو دا په ګډ ماتلاندې باید راولو۰ ګډ ماتلاندې د ټولو ماتلاندو څخه دی۰

د بیلګي په توګه لاندې باور ي دی:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}=\frac{adf+bcf+bde}{bdf},b\neq 0,d\neq 0,f\neq 0\Leftrightarrow bdf\neq 0$$

او دا لاندې

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{bd} = \frac{ad \pm cb}{bd}, b \neq 0, d \neq 0 \Leftrightarrow bd \neq 0$$

تل باید ماتګنونو ګڼلو کې ماتلاندې سره ځل نه شي، چې ګډ ماتلاندې لاس ته راولو، دا د ښوونځي په څرګنده بیلګه باندې ښایو

بیلګه:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{15} - \frac{1}{36}$$

کیدی شي، چې اصلي ماتلاندې)ا۰م۰ل (وټاکل شي

۱۰ م ۰ ل ۰ = 2.3.5.6.15.36= 97200

کیدی شي، چی ا۰م۰ل۰ د لومړنیو ګڼونو ځل په څیر هم ولیکو:

2 =   2

3=   3

5 =   5

6 =   2. 3

15=   3 .5

3۰. 3.۰2۰36 = 2

$2^2.3^2.5 = 4.9.5 = 180$

پس د ګډ ماتلاندې لپاره د لوړګڼ یا لوړ جګګڼ یا لوړ طاقت لومړي ځلووني رانیول کیږي٠ چې ګټل خورا ساده کوي٠

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{15}-\frac{1}{36}$$

$$=$$

$$\frac{90-60+36-30+12-5}{180}=\frac{43}{180}$$

دا چې دا تګلار څنګه د ماتو په تولیزه افاده استعمالیدی شي لاندې بیلګه یی ښایي:

بیلګه ۳ ٠ ۱۵ په لاندې بیلګه کې

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{ab}-\frac{1}{a^2b}+\frac{1}{ab^2}$$

چې یواځی د لاندې لپاره موخه ور دی $a \neq 0 \wedge b \neq 0$

د اصلي ماتلاندې لپاره یانې

$$a.b(ab)(a^2b).(ab^2) = a^5.b^5$$

نه ټاکي، نو له دې امله دی

a = a

b = b

ab = a b

a² . b = a² b

سرليک

$ab^2 = a \quad b^2$

دا ا۰م۰ل۰ په لاندې توګه دی $= a^2 \quad b^2$

له دې امله لرو:

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{ab}-\frac{1}{a^2b}+\frac{1}{ab^2}=\frac{ab^2-a^2bab-b+a}{a^2b^2}$$

بیلګه ۳ ۰ ۱٦ : د ویینې یا افادې

$$\frac{2}{a-2}+\frac{2}{a-1}-\frac{1}{a+1}-\frac{a+3}{a^2-1}-\frac{a+6}{a^2-4}, a \neq 0, a \neq \pm 2$$

لپاره ټاکو

$a-2 = (a-2)$

$a - 1 = \qquad (a-1)$

$a+1 =$

$(a+1)$

$a + 2 =$

$(a+2)$

$a^2 - 1 = \qquad (a-1)(a+1)$

$a^2-4 = (a-2) \qquad (a+2)$

(a-2)(a-1)(a+1)(a+2) = $(a^2-1)(a^2-4)$

دا پورته لاس ته راوړنه ا٠م٠ل٠- چۀ دا په همدې وخت کې غ ک پ هم دی- په ګوته کوي او له پورته څخه د مخه ورکړشوې افادې لپاره لاس ته راځي:

$$\frac{2(a^2-1)(a+2)+2(a^2-4)-(a-1)(a^2-4)-(a-2)(a^2-1)}{(a^2-1)(a^2-4)}$$

$$=\frac{(a+3)(a^2-4)+(a+6)(a^2-1)}{(a^2-1)(a^2-4)}$$

د دې مات ماتباندې صفر دی‌په دې ډول په پورته پیل کې ورکړ شوې افاده یا وینه د صفر پیچلې لیکلو بیلګه ده او بس٠

د حٔل او ویش لپاره لاندې قاعدې باور دي:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd},b\neq\wedge d\neq\Leftrightarrow bd\neq 0$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c};b\neq 0,c\neq 0,d\neq 0\Leftrightarrow bcd\neq 0$$

بیلګه ۳ ٠ ۱۷ الف)

$$1-\frac{1}{1-a\frac{1}{1-\frac{b}{a}}}=1-\frac{1}{1-\frac{a}{\frac{a-b}{a}}}=1-\frac{1}{1-\frac{a^2}{a-b}}=1-\frac{1}{\frac{a-b-a^2}{a-b}}$$

$$=1-\frac{a-b}{a-b-a^2}=\frac{a-b-a^2-a+b}{a-b-a^2}=\frac{-a^2}{a-b-a^2}=\frac{a^2}{a^2-a+b}$$

د $a \neq 0, a \neq b, a^2 - a + b \neq 0$

لپاره۰ دا په دې مانا، چې

$$a \neq \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1-4b})$$

بیلګه ۳۰ء ۱۷ ب:

$$\frac{\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}}=\frac{\frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)}}{\frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a+b)(a-b)}}=\frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a^2-b^2)}.\frac{(a^2-b^2}{a(a-b)+b(a+b)}$$

$$=\frac{a^2+ab-ab+b^2}{a^2-ab+ab+b^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1, \forall |a| \neq |b|$$

یادونه: په پورته لیکنه کې د ګڼونو موضوع لږ وغزول شوه، خو لږ څه نور هم باید راغلي وی۰ دلته اړیین د ګڼونو شمیرقوانین دي او د ګڼونو پیژندل۰ د ګڼۇنو اړیکې د خوندیونې له لارې

$N \subset Z \subset Q \subset R$

او په دې ګڼونو کې باوري د شمیر قوانین، چې هغه زیاتون ، کمون ، ځل ، ویش دی او د ویش په بنسټ ماتشمیرنه۰ دا باید په همغه ساده ډول زده کړای شي۰

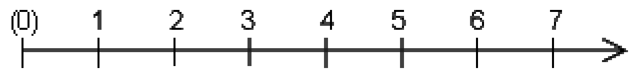
موږ هغه د لومړي وار لپاره اړیین د ګڼونو شمیرنقوانین په لاندې توګه رالنډوو، چې د لومړي وار لپاره په همدې پوهیدنه بسیا کوي۰

ګڼونډیرۍ (لنډه ټولګه)

پیدایښتي – یا طبیعي ګڼونډیرۍ

N = {1, 2, 3, 4, 5, ... }.)

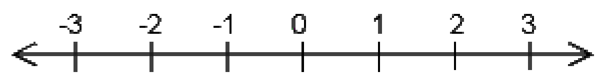
په وړانګه د پیدایښتي ګڼونو انځورونه



د ټولګڼونو ډیری

Z = { ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... }

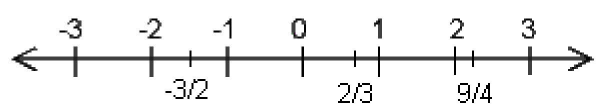
د ټولګڼونو ډیرئ انځورونه په یوه کرښه



د راشنلګڼونو ډیرئ

$$Q = \{\frac{p}{q} \mid p, q \mid Z \wedge q \neq 0\}$$

په ګڼونکرښه راشنلګڼونه د ټولګڼونو تر منځ پراته دي



هر راشنل ګڼ د لسمیز یا پریودیکی ګڼ په څیر لیکل کیدئ شي

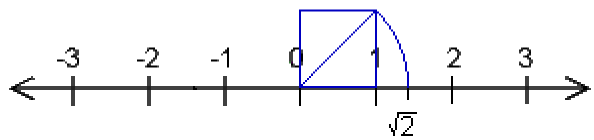
د ماتو سره شمیرنه

د دوه راشنلګڼونو ترمنځ تل ناپاي زیات نور راشنلګڼونه شته ، دا ګڼ پارته
دي، مګر بیا یې هم ترمنځ نور ګڼونه یا ځایونه هم شته، چې ګڼونه په کې ځاي
دی او دې ګڼونو ته مو ایراشنل ګڼونه وویل ۰ لکه چې یو راشنلګڼ نه دئ

راشنل او ایراشنلګڼونه رییل ګڼونه جوړوي

د رییل ګڼونوډیرۍ یا حقیقي اعدادو سټ

د رییلګڼونو ډیرۍ د ګڼونکرښی ټولو ټکو څخه جوړه ده، لاندې ګڼونکرښه کې روښانه ده



په رییلګڼونوکې بی له بندیزونو شمیرل کړی شو، خو په ماتلاندې کې باید صفر نه وي او دا د هر ډول ګڼونولپاره باور لري

شمیرډولونه لومړی پوړۍ

:Additionزیاتون یا جمعه

زیاتوونی +زیاتونی = زیاتون

د زیاتون کموتاتیو قانون $a + b = b + a$

د زیاتون اسوڅیاتیو قانون $(a + b) + c = a + (b + c)$

و زیاتون ته د یوه بی اغیزه یا ناپیلی توکی شتون $a + 0 = a$

مخامخ – یا په څټ ګڼ یا برعکس عدد $a + (-a) = 0$

Subtraktion:کمون

د زیاتون په څټ کارونه یا عملیه ۰ ترې کمه وونی – کمه ونی = کمون

$a + x = b \Leftrightarrow x = b - a$

بیلګه$7 + x = 10 \Leftrightarrow x = 10 - 7 = 3$

دویمه پوړۍ

Multiplikation: ځل: فاکتور (ځله وونی) ۰ فاکتور(ځله وونی) ځل
$4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$.د زیاتون تکرار، بیلګه

د ځل کموتایتو قانون $a.b = b.a$

د ځل اسوځیاتیو قانون$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

دستریبوتیو قانون $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

و ځل ته د یوه ناپیلي توکي شتون(بي اغیزه توکی یې که وبولو هم بده به نه وي)

$a \cdot 1 = a$

په ښت ارزښت یا برعکس قیمت$a \cdot (1/a) = 1$

یو ضرب تیک هلته صفر دئ، چي د صرب یو ضریب صفر وي $a \cdot 0 = 0$

ویش:

ویشونی : پرویشونی = ویش (لوستل یې له ښي وکیڼ لورته)

ویش د ضرب یا ځل په ښت کارونه ده) $a:b=c$

$a:x=b \Leftrightarrow x=b:a$

z.B.: $4 \cdot x = 12 \quad \Leftrightarrow \quad x = 12:4 = 3$

د بیلګې په توګه په صفر ویش پیژند نه لري یا تعریف نه لري

د ټولعددونو سټ (ټولګیونو ډېرۍ) ده: $Z = \{...;-3,-2,-1,0,1,2,3,....\}$

یاني $Z = N \cup -N \cup 0$

دلته دې پام وي ، چې ښکته او مشوره ....ږ

دا لاندې د ټول عددونو (تولګټونو) د عددونو کرښه ده، کرښه څکه، چې په ښي او کيڼ لور ځغلي

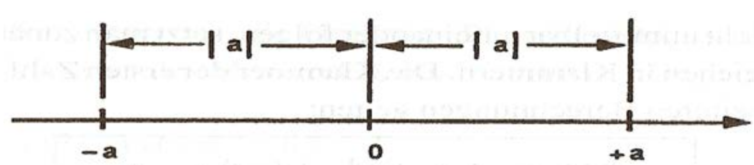
د مخه مو شميرقوانين، چې د طبيعي عددونو لپاره ورکړل، د تولعددونو لپاره هم باور لري.

د تفريق (کمون) بنسټقوانين (پسی يا دوام):

۲ - د هرو دوو تولعددونو a او b لپاره يو تولعدد x شته، د کوم لپاره، چې برابرون $x = b - a \Leftrightarrow a \le b$.
باوري دی a+x=b

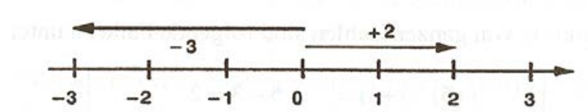
مطلق عدد يا بې اړيکو عدد(بنه يې: ګڼ ارزښت يا لنډ: ارزښت) (absolut number)

دا په دې مانا، چې د دې عدد سره زياتيزه او کميزه نخښنه يا مثبت او منفي نه ليکل کيږي
يا يون يا يې بنه يوون، (واحد) هم ورسره نه وي، دا ټيک او ټيک يو ګڼ بناي او بس۰



$$|a| = \begin{cases} a; a > 0 \\ 0; a = 0 \\ -a; a < 0 \end{cases}$$

د ګڼونو غشي



کسري عددونه (ماتګڼونه) fractions دا باید لږ و غزیږي؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟

۳ ۰ ۱ ۰ ۳ - نسبتي - ، راشنل ګڼونه Rational Numbers

(لاتین: نسبتي ګڼونه)

د افغانستان په دري ادبیاتو کې داسی عددونه او ایراشنلعددونه کله ناطق د ګونګ اوداسي نورو ګڼونو په نامه یا دیږي، کله یې مات عددونه بللي، خوزه دا ښه بولم، چې دا همداسې یانې راشنلګڼونه وبلل شي، که څوک یې نسبتي عددونه بولی هم خوښه یی، خو وبه ګورو، چې مات ګڼونه د راشنلګڼونو برخه جوړوي ۰

یادونه :

که ولرو a / b یا $\frac{a}{b}$ نو دا په دي مانا، چيa په b ویشل کیږي۰ که ولرو ≠ نودا د نابرابرونښه ده۰ دا په دي مانا، چې b له 0 سره برابره نه ده۰ د دوه ګڼونو a او b ویش x = b / a د توڵګڼونو په ډیرۍ کې تل هلته شته دئ، چې a د b توڵګنیز څو ځله وي۰

د دې لپاره، چې بیا هم ویشa : b (دلته هم b پرa ویشل کیږي) کیدونی شي» سره له دې، چې ویش تل په توڵعددونوکی پیژند نه لري یا تعریف نه دی« باید د توڵعددونو (توڵګڼونو) سټ ماتعددونو(کسر) سټ ته پراخه شي، چې د لومړي ځل لپاره افاده یا وینه b/a سومبولیک مانا لري، د نوو عددونو په څیر نیسو او په توڵعددونو یې ور زیاتوو، نو هغه عددونه، چې لاس ته راځي موږ ورته راشنلعددونه وایو۰ دلته دا راشنل عدد د جوړې په څیر ورکړ شوی دی

cb / ca هلته باور لري، چې $c \neq 0$ دټولعدد او $a|b$ د ماتعدد یاکسر په څير ورکړ شوي وي

د راشنلعددونو سټ، چې په Q سره ښايو د ټولعددونو کسر b/a چې $a |= 0$ او a او b د ټولعددونو له سټ څخه وي، د ټولعددونوپراخوالی دئ او ټول د مخه تير بنسټيز قوانين په کې باور لري او د ويش بنسټيز قانون ته داسې پراخيدلی شي

,,

دا لاندې تکرار دی،خو چې لکښت مو پرې راځې پروا نه لري، که بيا هم راغلی وي. زما زړه نهشي،چپپاک يېکړم،، په پوره بخښنه.

ټ : د ويش(تقسيم) بنسټيز قانون(دوام)

۲ - د دوه راشنل عددونو a، $a \neq 0$ او b لپاره يواځنی راشنل ګڼ $x = b/a$ شته دی، چې برابرون يا مساوات $ax = b$ پوره کوي

راشنل عددونه هم د ورځنيو اړتياو پر بنسټ منځ ته راغلی

بيلګه :

که شپږ منه غنم په دولسو تنو وويشو، نو د هر تن نيم من غنم راسيږي، چې دا نيم يې راشنلګڼ دی، ياني $2 : 1 = 1 / 2 = 6 : 12$ يا $\frac{1}{2}$

پيلبيلګه:

ليکو:

صورت(ماتباندې)

$1:4=\frac{1}{4}$ کسر يا کسري عدد (ماتګڼ)

ماتنخښنه

مخرج(ماتلاندې)

د پروېشني بېلګه: د تختو ګڼون (تعداد)	کسان	مات
3	4	3 : 4 = 3 /4
7	9	7:9=7 / 9

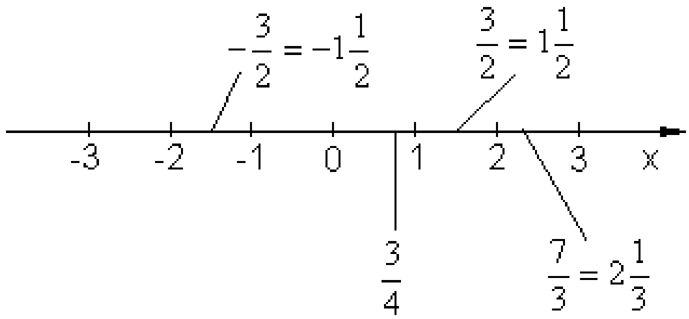
مات (ماتګڼ) مات دد ې بڼې سره يو ګڼ دی $\dfrac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}$

مخرج او صورت ټولعددونه دي، مخرج باېد صفر نه وي

منقي کسر(کميز ماتګڼ) :

منفي کسر ته بېلګه $$(-1):4=\frac{-1}{4}=-\frac{1}{4}$$

کسري اعداد د عددونو په کرښه په لاندې ډول انځورېدلی شي



لنډونه

لنډونه	**کسرونه لنډیږي، که مخرج او صورت په همِه عدد ووېشل شي**
ببلګه	$\frac{2}{6}=\frac{2:2}{6:2}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$ $\qquad \frac{9}{3}=\frac{9:3}{3:3}=\frac{3}{1}=\underline{\underline{3}}$

غزونه

غزونه	**کسرونه غزیږي، که چېرې صورت او مخرج د همغه عدد سره ضرب شي**
بیلګه	$\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{4}{\underline{\underline{10}}}$ $\qquad \frac{3}{7}=\frac{3\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{9}{\underline{\underline{21}}}$

د کسرونو همغه نومیز کونه

همغه نومیز کوونه	**دوه یا زیات ماتونه همغه نومیز کیږي، کله چې داسې وغزول شي، چې په پای کې همغه ماتلاندې ولري.** **دا ماتلاندې اصلي ماتلاندې بلل**

بېلګه ځکه، چې ک ګ ز یا	کیږي.(ام) اصلي ماتلاندې د يوګونو ماتونو خورا کوچنی ګډزیاخله (ک ګ ز) دی $\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ $\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$ => lcm(3,4) = 12

ګډوله ـ یا مرکب عددونه

$$\frac{5}{3} = 5 : 3 = 1$$

پاتې ۲ $\quad \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ <=

په څټ $\quad 1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$

د ماتونو زیاتون :

دوه یا زیات ماتونه سره زیاتیږي، داسې چې همغه نومیز شي او په پای مې یې ماتباني سه زیات شي.

بېلګه : (په لاندې کې HN ا م دي)

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \Rightarrow$$

اصلي ماتلاندې $HN = 12 \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \underline{\underline{\frac{17}{12}}}$

همغه نومیز شي

او په پای کې یې صورت کم کړی شي.

بېلګه :

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\Rightarrow HN=12\Rightarrow\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}-\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\underline{\underline{\frac{1}{12}}}$$

ندي او ماتلاندې د

ماتلاندې سره ځل شي

بیلګه: په لاندې کې oder د یا په منا دی

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2}{2\cdot 5}=\frac{6}{10}=\underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$ **یا** $$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\underline{\underline{\frac{a\cdot c}{b\cdot d}}}$$

د ماتونو وېش

دوه ماتون وېشل کیږي، داسې چې د لومړي ګڼ سره د دویم ګڼ په څټ ګڼ ځل شي

بېلګه:

$$\frac{2}{3}:\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 2}=\frac{10}{6}=\underline{\underline{\frac{5}{3}}}$$ **یا** $$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\underline{\underline{\frac{a\cdot d}{b\cdot c}}}$$

ډبل ماتونه

یو ډبل مات بې له ماتوېش ځخه بل ځه نه دي

ډبل مات ته نورې یادونې:

یو ډبل مات په مات بدلیږي، که د لومړي ماتباندې او د دویم ماتلاندې د ځله ونې ځخه ددې نوي مات ماتباندې او د لومړي مات ماتلاندې او د دویم مات لاتباندې دځله ونې ځخه د نوي مات ماتلاندې جوړ شي.

بېلګه:

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \underline{\underline{\frac{a \cdot d}{b \cdot c}}}$	ځکه $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \underline{\underline{\frac{a \cdot d}{b \cdot c}}}$ چي	$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \underline{\underline{\frac{9}{10}}}$ یا

که دېل مات پوره نه وي، نو د ګن ۱ سره په لاندې ډول پوره کېدی شي

$$\frac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{1}} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \underline{\underline{\frac{3}{20}}} \qquad \frac{3}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{3}{1}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{1 \cdot 5} = \frac{18}{5} = \underline{\underline{3\frac{3}{5}}}$$

دا باید په ګوته کړو، چې راشنل ګنونه د پای یا ناپای لسمیز ګڼ په څیر لیکل کیدی شي

هر توڵګڼ د راشنلګڼ په څېر لیکلکېدی شي ، که ماتلاندې کې یې ۱ ولیکو، نو له دې امله د راشنلګنونو ډېرى داسي لیکلی شو:

$$Q = \{\frac{m}{n}; m, n \in Z; n \neq 0\}$$

۸ - څلورى رېښه(جذر مربع):

مربع - یا څلورى رېښه اوتوان هم په دې کتاب کې تکرار راغلي، که ورسره ستړي کیدى بحښنه دې وي ، خو زه ترې څه نه شم لرې کولی.

پېژند:

یو کېږي $a \in R_0^+$ ورکړ شوی. د کېږي a خلوری رینښې لاندې موږ یو کېږي $b \in R_0^+$ پوهیږو، چې څلوری(مربع) یې aورکوي.. ددې لپاره سومبولیکي لیکو :

$$\boxed{\sqrt{a} = b \Leftrightarrow a = b^2}$$

بېلګې

$$\sqrt{9} = 3 \qquad \sqrt{625} = 25 \qquad \sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \qquad \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7} \qquad \sqrt{0,01} = 0,1$$

$$\sqrt{a^4} = a^2 \qquad \sqrt{x^4 + 2x^2y^2 + y^4} = x^2 + y^2$$

د پېژند څخه د رینښې لپاره لاندې قوانین رابېلیدی شي

د هر $a \in R_o^+$ لپاره	1. $\sqrt{a} \geq 0$
د هر $x \in R$ لپاره	2. $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$
د هر $a \in R_o^+$ لپاره	3. $(\sqrt{a})^2 = a$
د هر $a, b \in R_0^+$ لپاره	4. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$
د هر $a \in R_0^+$ او $b \in R^+$ لپاره	

	5. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

د ځلورې رېښو سره شمېرنه

زیاتون او کمون :

یوائې همغه ډوله یا یو ډوله رېښې زیاتېدی یا کمېدی شي

بېلګه

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} + 3m\sqrt{a} + 4n\sqrt{a} =$$
$$(4m+3n)\sqrt{a}$$

ځل(ضرب) او وېش:

که یوه رېښه د یوه ګڼ او یوې رېښې په ځل توټه (تجزيّ) شي، نو دا برخه دوه بیزه رېښه وستنه بولو. ددې سره په د قانون له مخې رېښه ونی (رادیکاند) ساده کیږي.

بېلګې:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$\sqrt{x \cdot y} \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{2x^2 y} = x\sqrt{2y} \quad , x > 0$$

$$\sqrt{x^2 y} = \sqrt{x^2}\sqrt{y} = |x|\sqrt{y}$$

$$\sqrt{a^7 b^9} = \sqrt{a^6 b^8 \cdot a b} = \sqrt{a^6} \cdot \sqrt{b^8} \cdot \sqrt{a b} =$$

$$= |a^3| \cdot b^4 \cdot \sqrt{a b}$$

$$\sqrt{\frac{1225}{81}} = \frac{\sqrt{1225}}{\sqrt{81}} = \frac{35}{9}$$

$$\sqrt{\frac{a^3 b^2}{c^5}} = \sqrt{\frac{a^2 b^2 \cdot a}{c^4 \cdot c}} = \sqrt{\frac{a^2 b^2}{c^4}} \cdot \sqrt{\frac{a}{c}} =$$

$$= \frac{|a b|}{c^2} \cdot \sqrt{\frac{a}{c}}$$

$$\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}} = \sqrt{\frac{(x+1)^2}{(x^2+1)^2}} = \frac{|x+1|}{x^2+1}$$

د يوه مات ماتلانديې راشنل کېوونه(دکسر مخرج -):

که چېرې د ايراشنل کېونو نزدي ارزښتونه شمېرل کيږي،نود ا د راشنل ګڼ سره وېشنه مو د ناتيکاويو سره مخامخ کوي، موخه ور دی، چې ماتلانديې داسي وغزوو، چې راشنل شي

بېلګې:

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{a}{5\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{25}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{3-1} =$$

$$= \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} =$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{7-5} = \frac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})$$

ځله وونی (ضريبونه)له رينې وباسی

الف) $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

ب) $\frac{\sqrt{28}}{2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$

ماتلاندې له رينې ازاد کړی

بېلګې

الف) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

ب) $\frac{-2}{\sqrt{2}-2} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{2-4} = \sqrt{2}+2$

۳ .۳ تمرینونه

۱ – د اعدادو یا ګڼونو ډولونه او د د اعدادو انځورونه

۱ ، ۱ – په کوم د اعدادو ډېرئ یا سټ کې د عدد a او عدد bلپاره د شمیرلو څلور قاعدې یا لارې باور لري؟

یادونه: دلته دې ترې کمونې یا مفروق منه او وېشونې یا مقسوم تل a وي همداسې دې کمونې یا مفروق او پروېشونې یا مقسوم علیه تل b وي.

a) $a = 8, \quad b = 2$
b) $a = 5, \quad b = 8$
c) $a = 7, \quad b = 0$
d) $a = -6, \quad b = 1$

۱ . ۲ عددونه او یو له بل سره پرتله کړئ او ورکړئ، چې له دې دواړو کوم لو دی!

a) $a = \frac{13}{17}, b = \frac{169}{289}$
b) $a = \frac{11}{21}, b = \frac{121}{231}$
c) $a = \frac{888}{901}, b = \frac{896}{911}$
d) $a = -\frac{13}{12}, b = -\frac{143}{130}$

۱ . ۳ – د اعدادو یا ګڼونو او څخه تفرسق، ضر ب او وېش جوړ کړئ! ورکړئ، چې دا نتیجې د اعدادو کومو ډولونو پورې اړه لري!

د پوښتنې ۱ ، ۱ یادونه دلته هم باور لري.

a) $a = \pi, \quad b = 5$
b) $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2}$
c) $a = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{3}{2}$
d) $a = 0, \quad b = 1$

۱ . ۴ – په دوال یا دوبیز سیستم کي لاندې ګڼونه انځور کړی.

a) 28 b) 47 c) 73 d) 112

۱ . ۵ – لاندې ایریشنل ګڼونه د اینتروال بندولو له لاری نږدې تر پنځه ځایونو تیك پیدا کړی

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۲ – د زیاتون او ځل نوکانو وازول (یا حلول)

۲ . ۱ لاندې نوکان واز کړی

a) $7a - 3b + (-a + 2c) - (3c - 6b) - (6a - 3c)$
b) $5a + [7c - (2a - 3b)] - (4c - a + b)$
c) $7a - [3a - (7 + 5b)] + [a - (4 - 6b)] - (2a + 7b)$
d) $8a - \{a + [(3a - 2b) - (5a + 3b)] - [(-a + 6b)]\}$

2.2. a) $(-a)(b - a - c)$
b) $2a[a - (b - 3a)]$
c) $3(a + b + c) - 5(a + b) - c - 2(b - c - a)$
d) $|a| \cdot (b - 2a) - b \cdot (a + 2b)$

2.3. a) $(2a - b)(9a + 4b)$
b) $(9a - 2b)(7a - 3b)$
c) $(a + b - c)(a - b - c)$
d) $(3a + 2b)(4a - 3b)(5a - 7b)$

2.4. a) $(7a - 5b)(3a + 4b) - (5a - 9b)(4a - b)$
b) $(a + 4)(a - 2) - (a + 2)(a - 1)$
c) $(a + b)(c - d) - (a - b)(c + d)$
d) $(1 - a)(a - 1) - 2(a + 1)(a - 2)$

۳ . – بینوم فرمولونه

۳ . ۱ بینوم فرمولونه استعمال کړی او د امکانوتو په حالت کی یې ساده کړی.

a) $(-a + 3b)^2$
b) $(-1 + a)(a + 1)$
c) $(-a - b)(a - b)$
d) $(-1 + a)^2 - (1 - a)^2$

3.2. a) $(4a^2 - 3)(4a^2 + 3) - (3a - 4)^2 + (5a + 1)^2$
b) $(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2$
c) $(3a + 2b - 5c)^2$
d) $(a + b - c - d)^2$

3.3. a) $49a^2 + 42a + 9$
b) $25a^2 + 40ab + 16b^2$
c) $169a^2 - 130ab + 25b^2$
d) $9a^4b^2 + 12a^2b + 4$

3.4. a) $(8a - b)^2 - 16a^2$
b) $81a^2 - 16(4a - 3b)^2$
c) $4a + 12\sqrt{ab} + 9b$
d) $(\sqrt{ab} - 1)(-1 - \sqrt{ab})$

3.5. a) $(a + b + 1)(a + b - 1)$
b) $(a + b)^2 + 2a + 2b + 1$
c) $a^2 - 2ab + b^2 - 2a + 2b + 1$
d) $a^2 + 2ab + b^2 - 4(a + b) + 4$

۶ – لاندې افادې ساده کړی‌په داسې ډول چی د مربع تکمیل له لارې پوره مربع جوړې کړې.

a) $4a^2 - 12a + 9b^2 - 24b = 0$
b) $16a^2 + 25b^2 - 128a + 50b = 0$
c) $3a^2 - 2b^2 - 2\sqrt{6}\,a + 2\sqrt{6}\,b = 0$
d) $4x^2 + 12xy - 9a^2 + 12ab = 0$

۴ د نوکانو څخه د ګډو ځلونو راوستل

له ۴ . ۱ تر ۴ . ۴ پورې تمرينونو د ځلونو په څير افاده کړی او د امکان تر اندازې يې ساده کړی.

4.1. a) $a + a^2$ c) $8ab + 20b^2$
b) $-a^2 - a$ d) $ab + ac - ad$

4.2. a) $a^2b^2 + ab + ab + 1$ c) $3a + 3 - 2a - 2 + 4b(a + 1)$
b) $ab - ac - b + c$ d) $8(7a - 5b) - 5c(7a - 5b)$

4.3. a) $3ac - 3bc - 2ad + 2bd + 4ac - 4bc - 7ad + 7bd$
b) $a^2b + ac - ab - c$
c) $15ab - 5a - 1 + 3b$
d) $4a^2 + 20ab + 25b^2 - a^2$

4.4. a) $(a^3 - a^2)(2a - 2a^2)$ c) $(-5a - 10b)(-3a + 6b)$
b) $(-5a - 3b)^2 + (-5a + 3b)^2$ d) $(-a - 1)(a - 1) - (a^2 - 1)$

۴ . ۵ – د لوي پوتنځ له (n= 1,2....) څخه له نوکانو راوباسی!

a) $n^2 + n + 1$ c) $(1 - 2n)^3$
b) $3n^2 - n + 2 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$ d) $(\frac{1}{4}n^2 + 3n - 1)^2$

۶ . د نوکانوافادو ويش

لاندې ويش سر ته ورسوی !

دا چې په صفر ويش نا ممکن دی، په دې او نورو ټولو لاندې تمرينونو کې دا ارزښتونه له شميره وباسی، کوم چې a او b نه شي نيوی.

5.1. a) $(10a^2 - 2ab + 16ac) : 2a$
b) $(25ab - 40b^2) : (-5b)$
c) $(28a^3 - 20a^2 + 32a) : (-4a)$
d) $(27a^2b - 63ab^2) : (-9ab)$

5.2. a) $(3a^2 + 5ab + 2b^2) : (a + b)$
b) $(a^2 - 2ab - 3b^2) : (a - 3b)$
c) $(3a^2 + 2a - 5) : (3a + 5)$
d) $(4a^2 - 7ab + 3b^2) : (4a - 3b)$

5.3. a) $(35a^2 + 24ab - 15ac + 4b^2 - 6bc) : (5a + 2b)$
b) $(15a^3 + 67ab^2 - 52a^2b - 28b^3) : (5a - 4b)$
c) $(21ax - 15bx + 9cx - 35ay + 25by - 15cy) : (7a - 5b + 3c)$
d) $(12a^2 + ab - 17ac - 20b^2 + 29bc - 5c^2) : (3a + 4b - 5c)$

5.4. a) $(a^3 + b^3) : (b + a)$
b) $(1536b^3 + 375a^3) : (25a^2 + 64b^2 - 40ab)$
c) $(144a^4 - 81b^2) : (27b + 36a^2)$
d) $(a^3 - b^3) : (a - b)$

5.5. a) $(9a^3 - 7ab^2 + 2b^3) : (3a + 2b)$
b) $(a^2 - 10a - 25) : (a - 5)$
c) $(a^3 - 2ab + b^3) : (a + b)$
d) $(24a^4 - 26a^3 - 76a^2 + 32a) : (4a^2 - 7a - 8)$

5.6. a) $(x^4 - x^3 - 5x^2 - 40x + 7) : (x^2 + 3x + 9)$
b) $(2x^2 - x + xy - y^2 + 2y - 2) : (2x - y + 1)$
c) $(13a^2b + 4b^3 - ab^2 + 10a^3) : (2a + 3b)$
d) $(3a^3 + 2a^2 - 7a^2b + 3a - 2ab + 4ab^2 - 4b + 3) : (3a - 4b + 2)$

۶. مات شیمرنه

۶ . ۱ – د لاندې ماتو غ ګ و پیدا کړئ، په دې ډول چې ويشوروالي قانون استعمال کړئ او په همدې ډول مات باندې او مات لاندې په لمړنيو ځلونو تجزيه کړئ.

a) $\frac{6\,732}{20\,196}$

b) $\frac{2\,730}{5\,005}$

c) $\frac{20\,520}{2\,280}$

d) $\frac{69\,069}{138\,138}$

۶ . ۲ د لاندې ګڼونو ك ګ ځ معلوم کړئ

a) 3, 6, 9, 18, 27, 54 und 81
b) 8, 12, 21, 42, 56 und 84
c) 5, 13, 16, 20, 26 und 42
d) 120, 252, 264, 315 und 616

۶ . ۳ – د یو نومیز ماتونو زیاتول او کمول و ګڼئ

6.3.1. a) $\frac{1}{3}+3\frac{1}{3}+3\cdot\frac{1}{3}-4\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{7}-\frac{1-6}{7}+2\frac{1}{7}-7\frac{2}{7}$

c) $10\frac{1}{5}-\frac{4-5}{5}-5\cdot\frac{1}{5}+\frac{10-1}{5}$

d) $2\frac{2}{26}+\frac{5-3}{13}+3\frac{33}{39}-0\cdot\frac{25}{65}$

6.3.2. a) $\frac{a+1}{a}-\frac{a-1}{a}-\frac{1-a}{a}$

b) $\frac{a+1}{b}-\frac{a-b}{b}-\frac{b-a}{b}$

c) $\frac{(a-b)^2}{ab}-\frac{1-2ab}{ab}-\frac{a^2+b^2}{ab}$

d) $\frac{(a-b)^3}{2ab}-\frac{(a+b)^3}{2ab}$

۶ . ۴ – د همغه نومیز ماتونو زیاتون او کمون و ګڼئ چې په مات لاندې کې یې فاکتورونه وي

6.4.1. a) $5\frac{7}{12}+1\frac{41}{72}+2\frac{17}{24}+9\frac{5}{9}$

b) $36\frac{14}{39}+19\frac{4}{13}+15\frac{5}{6}-2\frac{19}{72}$

c) $\frac{5}{18}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}+\frac{14}{27}+\frac{71}{81}$

d) $\frac{15}{64}-\frac{77}{96}+\frac{1}{243}-\frac{3-8}{24}+3\frac{1}{1296}$

6.4.2. a) $\frac{b+5c-a}{6}-\frac{3a-7b+6c}{4}+\frac{4a-5b+7c}{3}$

b) $\frac{a-9}{18}+\frac{a-2}{6}+\frac{5(2a-1)}{12}-\frac{3(a-1)}{8}-\frac{2(3a-4)}{9}$

c) $\frac{16b+3a}{48}+\frac{7a-8b+9c}{24}-\frac{9a+8b+12c}{32}$

d) $\frac{4c-3a}{12ac}+\frac{5b-2c}{10bc}-\frac{b^2-c}{4b^2c}+\frac{4b^2-5a}{20ab^2}+\frac{2}{3a}+\frac{a-b}{5ab}$

6.4.3. a) $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-\frac{a^2+b^2}{2b}-1$

b) $\frac{5a-6b}{30c^2}-\frac{b(5c^2-3a)}{15ac^2}-\frac{a}{4b}+\frac{a(3c^2-2b)}{12bc^2}+\frac{b}{3a}$

c) $\frac{3a^2+8b^2}{6ab}-\frac{a(4b-5c)}{10bc}+\frac{4a-5b}{10c}+\frac{b(3a-2c)}{6ac}$

d) $\frac{4c-3a}{12ac}+\frac{5b-2c}{10bc}-\frac{b^2-c}{4b^2c}+\frac{4b^2-5a}{20ab^2}+\frac{2}{3a}+\frac{a-b}{5ab}$

۶ . ۵ – د نا همغه نومیزمات زیاتون او کمون، چیبه مات لاندې کې زیاتون وي

۶ . ۱۵ – د لپاره یو په بل پسې ورکړ شوي ارزښتونه په ځای کړئ او داسې لاس ته راغلي ماتونه راټول ولیکئ! وروسته له دې د یوګونو ماتونو نتیجې په عمومي توګه ورکړئ، او هغه ارزښتونه لرې کړئ، کوم چې a نه شي نیولی.

a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a+2}$ سره mit $a = 1, 2, 3$ د

b) $\frac{1}{a-2}-\frac{1}{a-1}+\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a+2}$ سره mit $a = 3, 4, 5$ د

c) $\frac{a}{a-1}+\frac{a}{a+1}-2$ mit $a = 2, 3, 4$

d) $\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a-1}+\frac{1}{(a+1)^2}-\frac{1}{(a-1)^2}$ mit $a = 2, 3, 4$

6.5.2. a) $\frac{3a-1}{4a-1}-\frac{3}{4}$

b) $\frac{a-2}{a-3}-\frac{a-1}{a-2}$

c) $\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3a+2}-\frac{3}{a+1}$

d) $\frac{10}{2a-2}-\frac{6a}{3a^2-6a}-\frac{9b}{3ab-9b}$

6.5.3. a) $\frac{3ax-3by}{6x^2y-6xy^2}-\frac{5a^2x+5aby}{10ax^2y+10axy^2}$

b) $\frac{6ab+9b}{6ab-6b}-\frac{6ab-4b}{6ab+6b}-\frac{10b^2}{12a^2b^2-12b^2}$

c) $\frac{1}{a^2-b^2}-\frac{2b^2}{2a^4-2a^2b^2}-\frac{b^2}{a^2b^2}+\frac{1}{a^2+b^2+2ab}$

d) $\frac{24a^2b-72ab^2}{60a^2b+24ab^2}-\frac{49a^2b-28ab^2}{35a^2b+14ab^2}-\frac{20a-10b}{10a-5b}$

6.5.4. a) $\frac{3a+b}{2a^2+2ab}-\frac{a^2+b^2}{2a^2b+2ab^2}+\frac{2a-5b}{4ab+4b^2}$

b) $\frac{a+2b}{3a^2-3ab}-\frac{1}{2b}-\frac{3b-a}{2ab-2b^2}$

c) $\frac{2a-5}{a+3}-\frac{3a-4}{a+2}+\frac{a^2+6a+10}{a^2+5a+6}$

d) $\frac{5a-2b}{3a+b}-\frac{88a^2+28ab+0{,}25b^2}{48a^2+7ab-3b^2}+\frac{24a+b}{16a-3b}$

6.5.5. a) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-\frac{b^2}{a^2+ab}-\frac{a^2}{ab+b^2}$

b) $\frac{6a-5b}{8a^2+24ab+18b^2}-\frac{2a-b}{36a^2-81b^2}+\frac{3}{12a-18b}$

c) $\frac{2a+3b}{2ab+b^2}-\frac{4a^2+b^2}{4a^2b+2ab^2}-\frac{5a-b}{4a^2+2ab}$

d) $\frac{9a-b}{6a^2-2ab}-\frac{6a+b}{3ab-b^2}+\frac{1}{2b}$

۶ . ۶ – د ماتونو ځلونه

6.6.1. a) $3 \cdot \frac{1}{3}$ b) $b \cdot \frac{1}{a}$ c) $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}$ d) $\frac{0}{b} \cdot \frac{b}{c}$

6.6.2. a) $\left(\frac{a}{3b} + \frac{3b}{a}\right) \cdot 3ab$ c) $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{3b}\right) \cdot (2a - 3b)$

b) $\left(\frac{5a}{6bc} - \frac{6b}{7ac} + \frac{2c}{3ab}\right) \cdot 84abc$ d) $\left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3}\right)$

6.6.3. a) $\frac{4a^2 - 9b^2}{21a^2b + 14a^3} \cdot \frac{7a + 5ab}{6b - 4a}$ b) $\frac{16a^4 - a^2}{24a^3 + 8a^2} \cdot \frac{36a^2 + 24a + 4}{4a + 1}$

c) $\frac{a^2 + 1}{(a+1)^2} \cdot \frac{a^3 + a^2 + a + 1}{(a^2 + 1)^2}$ d) $\frac{4ab - 3a}{9ab - 3b^2} \cdot \frac{18a - 6b}{4a^2 + 10ab} \cdot \frac{8ab - 6a}{4ab + 10b^2}$

۶ . ۷ د ماتو ویشنه

6.7.1. a) $\frac{2}{3} : 3$ b) $a : \frac{1}{b}$ c) $\frac{a}{b} : b$ d) $\frac{0}{a} : \frac{1}{b}$

۶ . ۷ . ۲ – د لاندې افادو چپه ارزښتونه پیدا کړی یا په قیمت ارزښتونه

a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{a+1}{b}$ c) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ d) $\frac{1}{a+b}$

6.7.3. a) $\left(\frac{a}{2b} - \frac{2b}{a}\right) : \frac{a}{a + 2b}$ c) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$

b) $\left(1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}\right) : \frac{1 - a^2}{a^2}$ d) $\left(\frac{a+b}{b} + \frac{a+b}{a}\right) : \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

6.7.4. a) $\dfrac{1 - \frac{1}{a}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}$ c) $\dfrac{\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}}{\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}}$

b) $\dfrac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1}{\frac{a^2 + b}{b} - \frac{a + b^2}{a}}$ d) $\dfrac{\frac{a}{1-a} + \frac{a+1}{a}}{\frac{a-1}{a} - \frac{a}{a+1}}$

6.7.5. a) $\dfrac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}}$ c) $\dfrac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}$

b) $\dfrac{\frac{x^2}{ab} + x \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) - \frac{1}{ab}}{\frac{x}{a} - \frac{1}{b}}$ d) $\dfrac{\frac{1}{16a^2} + \frac{1}{2ab} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{8a} + \frac{1}{2b}} + \dfrac{\frac{1}{16a^2} - \frac{1}{2ab} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{8a} - \frac{1}{2b}}$

6.7.6. a) $\dfrac{a+\dfrac{1}{1-ab}}{1-\dfrac{1}{1-ab}}$ c) $1-\dfrac{1}{1-a\cdot\dfrac{1}{1+\dfrac{b}{a}}}$

b) $\dfrac{1}{a-\dfrac{a}{1-\dfrac{a}{a-b}}}$ d) $\dfrac{\dfrac{a+\frac{1}{4}b}{a-\frac{1}{4}b}-\dfrac{a-\frac{1}{4}b}{a+\frac{1}{4}b}}{1+\dfrac{b^2}{16a^2-b^2}}$

۶ . ۸ لاندې ماتونه د لنډونو له لارې ، که ممکن وي ساده کړئ (همداسې د مخکښي شکلبدلون څخه وروسته).

6.8.1. a) $\dfrac{35ac-50bc}{7a-10b}$ c) $\dfrac{34ax+51bx-119cx}{2a+3b-7c}$

b) $\dfrac{a-\sqrt{a}\cdot b}{b-\sqrt{a}}$ d) $\dfrac{a^2-ab+ac}{b-a-c}$

6.8.2. a) $\dfrac{ax+bx+ay+by}{a+b}$ c) $\dfrac{91ab+7b+39a^2+3a}{13a+1}$

b) $\dfrac{ab+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a-\frac{1}{4}}{a+\frac{1}{2}}$ d) $\dfrac{ax+\frac{x}{b}-\frac{a}{y}-\frac{1}{by}}{\frac{1}{b}+a}$

6.8.3. a) $\dfrac{25a^2-130ab+169b^2}{25a-65b}$ c) $\dfrac{\frac{1}{4}a^2b^2+17ab+289}{\frac{17}{2}\left(\frac{1}{17}ab+2\right)}$

b) $\dfrac{2x^2+8xy+8y^2}{(x+2y)^2}$ d) $\dfrac{25a-20\sqrt{ab}+4b}{ab(\sqrt{a}-0{,}4\sqrt{b})}$

6.8.4. a) $\dfrac{a^4-b^4}{(a+b)^2(a-b)}$ c) $\dfrac{(a^2-b^2)^2-(a^2+b^2)^2}{ab(a+b)}$

b) $\dfrac{(a+b)^4-(a-b)^4}{a^2+b^2}$ d) $\dfrac{(a^2+b^2)^2(a^2-b^2)^2+2a^4b^4}{a^4+b^4}$

6.8.5. a) $\dfrac{(\frac{1}{9}a^2+b^2+\frac{2}{3}ab)(x^3-27y^3)}{(2b+\frac{2}{3}a)(x-3y)}$ c) $\dfrac{(80-40ab+5a^2b^2)(4-ab)}{64\cdot\left(\frac{ab}{4}-1\right)^3}$

b) $\dfrac{(2x^2-20x+50)(2a-1)(a+\frac{1}{2})}{(1-2a)(2a+1)(25-x^2)}$ d) $\dfrac{(32a^3b^2x-18ax^3y^2)\cdot 3by}{(12ab^2y+9bxy^2)\cdot 2ax}$

6.8.6. a) $\dfrac{(a+b+1)(a+b-1)+(a-b)^2-2\cdot\left(b^2+\frac{1}{2}\right)}{a+1}$

b) $\dfrac{\left(4a+\frac{1}{4}b-2\sqrt{ab}\right)\cdot\left(2\sqrt{a}+\frac{1}{2}\sqrt{b}\right)}{2\sqrt{a}-\frac{1}{2}\sqrt{b}}$

c) $\dfrac{(a+1)^2-b^2}{a^2+2ab+b^2+2a+2b+1}$

d) $\dfrac{(a-1)^2-(b-1)^2}{a^2+b^2+2ab-4(a+b-1)}$

۶ . ۹ د (-1) سره شمیرنه

الف) ورکړ شوی دي وي a.(b-c) / c . ځاي په ځاي کړی a=-1 او د اسی لاس ته راغلي مات لپاره مخلتلف لیك دودونه ورکړی

ب) ورکړي دي وي (5c-3b-a) / (1-a) په مات باندې او مات لاندې کی (-1) له نوکانو رادباندې کړی او دا ګڼ لنډ کړي.

پ) مات (b² - a²) / (-a-b) د (-1) سره پراخ کړی او ساده یی کړی

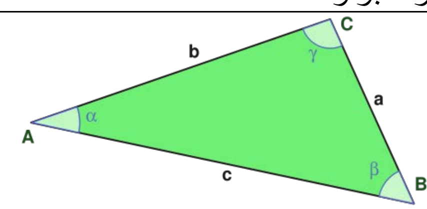
ت) ورکړی دي وي 1-(25a²-36b²)/ (6b - 5a) . په مات لاندې کی (-1) له نوکانو راوباسی او دا افاده ساده کړی!

۹ - درېڅودي

په دې لاندې لیکنه کې د اوم او اتم ټولګي کتابونو لپاره وړاندیزونه وړاندې کیږي، هیله ده د دواړو ټولګیو زده کونکي به ګټه ترې واخستلی شي .

مثلثونه (ډرېڅوډي ، درېڅوټی یا درېڅونجي)

دا چې د دوه ټکو په منځ کې تل یواځې یوه کرښه انځوریدلی شي، نو د یوه شکل لپاره لږ تر لږه درې ټکی په کار دي، په داسې ډول چې دا ټکي په یوه کرښه نه وي پراته. دا اوس هم په همغه هواره یا سطحه پراته دي. که دا ټکی د ځیرې د ګوډټکو، ککریو یا رآسونو په څیر ونیول شي، نو مثلث (درېګوډۍ) ترې لا س ته راځي٠ کرښې، چې مثلث په کې راګیر دی یا مثلث جوړوي د مثلث ضلعې یا اړخونه بولو٠



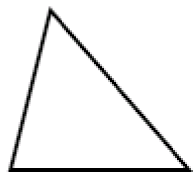
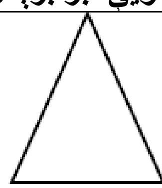
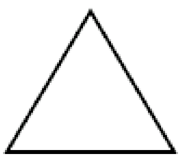
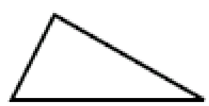
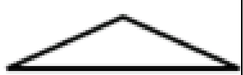
ګورو، چې کونجونه یا زاویې الفا ، بیتا او ګاما (α,β,γ)دي او ضلعې یا اړخونه a,b او c دي. په ځیره کې د زاویو یا کونجونو ککرې یا رآسونه په لویو تورو سره په نخښه کیږي یانی A,B او C زاویې یا بهتره ګوډونه دي٠

پیژند: هغه ځیره چې په یوه کرښه نه پراته له درې ټکو نښلولو له لارې لاس ته راځي، درېګوډۍ بلل کیږي.
یا
درېګوډۍ هغه ځیره ده، چې له درې کرښو رابنده وي. کرښې د درېګوډي اړخونه او د کرښو غوځټکي د درې ګوډي ګوډونه (یا له دننه: کونجونه) بلل کیږي.

ولې درېګوډۍ ؟ د پښتنو لپاره د نومونو د روښانه ولو لپاره.
موږ وایو، چې سپین مې د برګ د کور د ګوډ سره ولید، یا د برګ د پټي یو ګوډ اوبو وړی، په یوه ځیره کې یا یوه جوړخت کې دننه د دوه کرښو غوځې کونج بولو او دباندنی

ګوډ • کندهاریان وایی ګوټ• دا پروا نه لري، که څوک يې ګوډ ، ګوټ او که کونج بولی يانی درېګوډی، درېګوټی او که درېکونجی بولي ، خو ماته يې درېګوډۍ نوم ښه برېښي • پام دې وي، چې له ما څخه دا نوم درېګوډۍ نومول شوی، دا ځیره ده نارینه نه ده، نو له دې امله به ښه وي، که درېګوډۍ وبللشي، نوره يې د ګرانو هیوادوالو او د ځککچپو هنی مینه والو خوښه•

د درېګوډيو مختلف ډولونه يا تيوپونه:

	نامنظم زاويې او ضلعې يې برابر نه دي.	برابرپښيز دوه ضلعې او دوه زاويې برابرېدي	برابرارخيز ټولې زاويې او ضلعېيې برابردي
حاده زاويه ييز يا تيره کونجيز مثلث ټولې زاويې يې حاده دي يانې له ۹۰ درجو کوچنې دي sind <90°.			
قايمالزاوريه ييزمثلث، يوه زاويه يې قايمه ده			
د منفرجه زايی مثلث يا پڅ کونجيز مثلث يوه زاويه يې منفرجه يا پڅه ده يعن/ط له ۹۰ درجې لويه ده Winkel (>90°).			

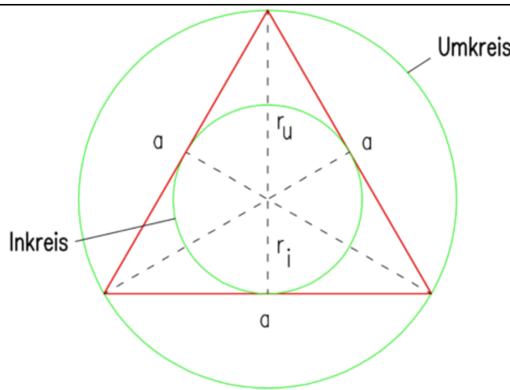
په پورته کې د زاويو الفا ، بيتا او ګاما (α, β, γ) او اړخونو a,b,c له مخې د درېګوډيو مختلف تيوپونه يا ډولونه سره بيليږي.

دلته هخيرو، چې خيرې
راوړو، د خيرني سره يي :

محيطي ګردی

cicumscribed circle,
circumcircle(Umkreis)

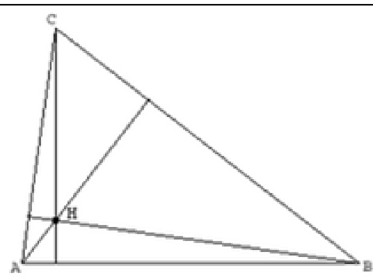
خوندې - یا دننه ګردی
inscribed circle;
incircle(inkreis)



پورته خېره کې دواړه ګردی یا داېرې ښې برېښي

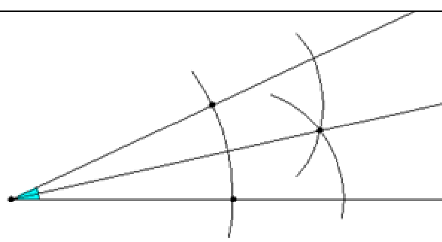
د درېګوډي جګوالی: هغه له کونج په اړخ
ولاړې کرښې دي، چې را په ګوته کوي، چې
اړخ د ګوډ یا کونج سره کوم جګوالی لري او
دا دریواړه کرښې په یوه ټکی کې سره
غوڅوي.

مخامخ خېره دې وکتل شي.

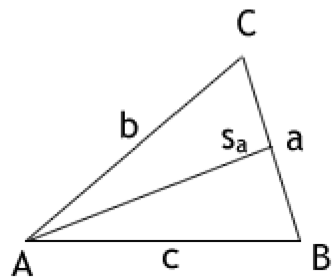


کونجنیمی: د درېګوډي هغه کرښه، چې کونج
نیموي، د درېګوډي کونجنیمی یا ناصف الزاویه
بلل کیږي.

په مخامخ خېره کې کونجنیمی یا د زاویې نیمی
یا ناصف الزاویه وینو، چې څنګه کښل یا رسم
کیږي.

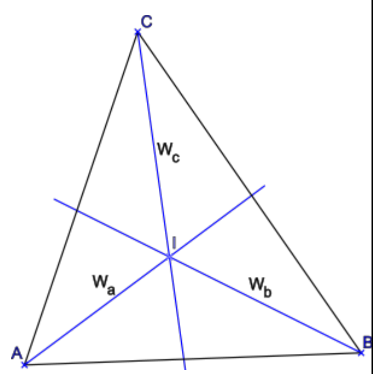


اړخنيمی: دا هغه کرښه ده، چې له زاويې څخه مخامخ اړخ يا ضلع نيموي، اړخنيمی بلل کيږي.

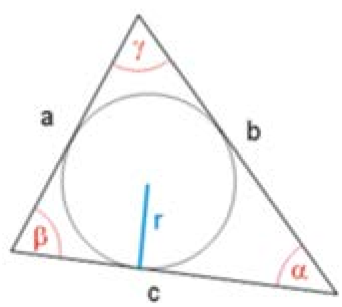


په لاندې ځيره کې اړخنيمۍ ضلعې نيمی يا ناصف الاضلاع کتل کيږي

درېواړه اړخنيمي په يوه ټکي کې سره غوڅوي.

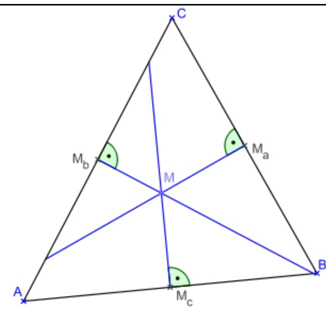


په لاندې درېګوډي کې درې ناصف الزاويه يا کونجنيمی کتل کيږي، چې د J په يوه ټکي سره پرې کوي

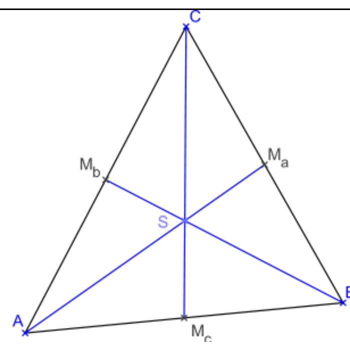


په لاندې په مثلث کې د محاطي دايرې منځټکی د وړانګی سره کتل کيږي.

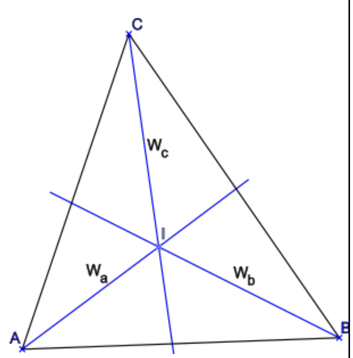
پیژند: په منځولاړې یا عمود کرښې: له
دننه لور د مخامخ اړخ په منځ ولاړې
کرښې د اړخ په منځ ولاړې کرښې بلل
کیږي. . لاندې څېره په مثلث یا درېګوډي
کې د مخامخ اړخ په منځولاړې یا په
ناصف الاضلاع عمود کرښې په ګوته
شوي، چې په یوه ټکي Mکې سره
غوڅوي

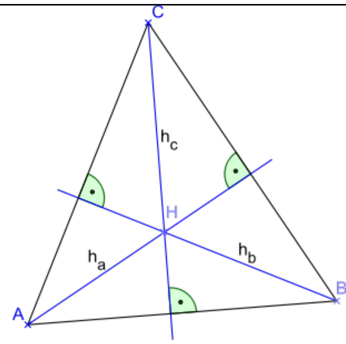
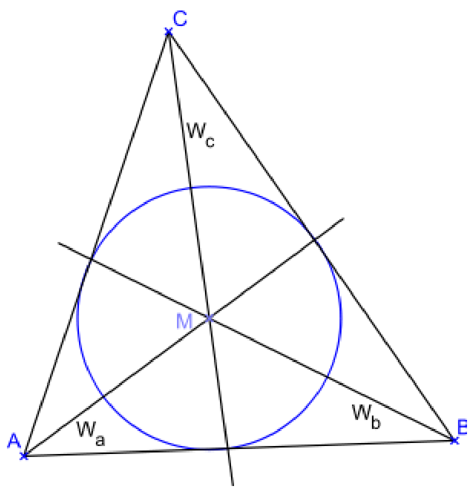
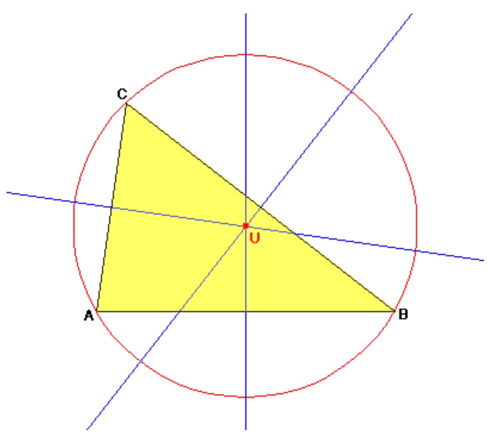


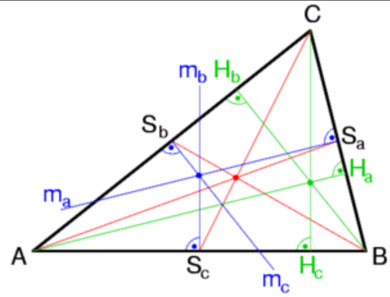
اړخنیمی: هغه کرښه، چې له مخامخ کونج
څخه اړخ نیموي یا له کونج څخه مخامخ
اړخ نیموي.



کونجنیمی: هغه کرښې، چې له اړخ څخه
مخامخ کونج نیموي، کونجیمي بلل کیږي.
په لاندې مثلث کې درې ضلع نیمی یا
ناصف الاع ورکړ شوي،چې په یوه ټکي
Sکې سره غوڅوي. دا ټکی د دروندټکی یا
مرکز ثقل دی.



<table>
<tr>
<td>په لاندې ښېره کې د درېګودي
درې ارتفاع يا جګی ورکړ
شوي، چې په يوه ټکي Hکې
سره غوځوي</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>په مخامخ ښېره کې ګوروچې
درې ناصف الزاويه (کونجنيمی)
د محاطي داېرې منځټکي
(دداېرې مرکز) M کې سره
غوځوي</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>په مخامخ ځېره کې د مثلث د
اضلاعو په منځ عمودي (د
درېګوډي د اړخونو په
منځولاړې) يا په ناصف
الاضلاع عمود کرښي ګوروو
چې غوځټکیU ېې د محیطي
دايرې يا د په راتاو ګردی
منځټکي (مرکزي نقطه) دی.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>



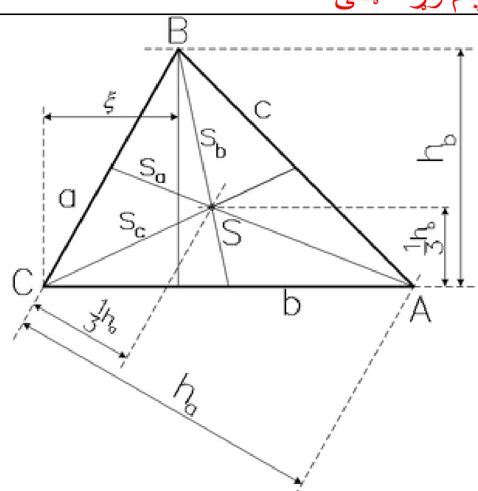
په لاندې ښېره کې هغه درې مهم یا غوره ټکي لیدل کیږي. په پام کې دې وي چې دا درېواړه ټکي په یوه کرښه پراته دي

د ځگیو و غوځتکی (شین)، د چاپیریالگردی یا محیطي دایرې منځټکی(اسماني یا زرغون)، دروندټکی(سور) په یوه کرښه پراته دي.. که ښېره رنګیزه نه وه، خو غوښتوني ټکي ترې روښانه دي او پرېپ،هیدی شو، که لږ ورته ځیر شو.

د درېګوډیو یا مثلثونو جوړیدو امکانات یا شونتوب: مثلثونه یواځنی جوړیږي (دا په دې مانا چې همدا یو مثلث او بل، چې له دې مثلث توپیر ولري نه شي جوړیدی) :

-که د مثلثونو درېواړه اضلاعې یا اړخونه ورکړ شوي وي،
-یا دوه اضلاعوې او له دې اضلاعو بنده زاویه یا
- یوه ضلعه ددې ضلعې دواړو سرونو زاویې وپیژنو
یا په همدې ډول هغه درېګوډی، چې دوه اړخونه او د لوې اړخ مخامخ کونج یې پیژندل شوی وي. د کونګروانیڅ جملو کې یې بیلګې راځي .
د درېګوډې پیژندنه لنډ: یو n - ګوډی، چې n=3 وي، درې ګوډی بلل کیږي .

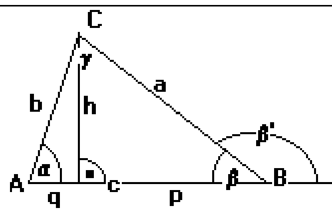
د پورته لنډه لنډونه: د درېګوډیو یا مثلثونو د پام وړ ټکي



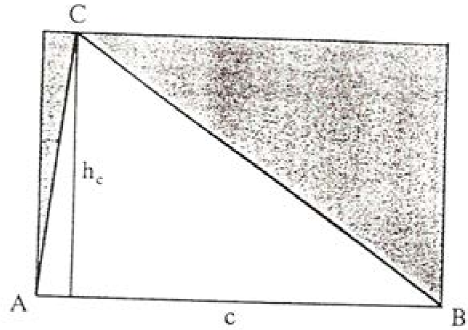
- د مثلث هر درې یوډوله کرښی ، یو بل په یوه ټکی کی سره غوځوي یا پرې کوي
- د ضلعې نیمی (ناصف الاضلاع) یا اړخنیمی په S کی
- د زاویې نیمی (ناصف الزاویه) یا کونجنیمی په W کی-
- د ضلعې نیمی باندې عمود(په ناصف الاضلاع باندې عمود) کربښی په M کی:
دا هغه کربښه ده، چې د مثلث د ضلعې په منځ ولاړه یا عمود ده، چې ما منځولاړه بللې.
-. ارتفاع په ځګوالی په H کی

دا ټکی د یوه مثلث د پام وړ ټکی دي - : له دوي څخه S دروندټکی(د ثقلمرکز)	

له دوي څخه W د دننه دايرې منځ ټکوړانګه او M د دباندې – محيطي(ما کله کله محاط او محيط ممکن سره بدل کړي وي) داېرې منځ ټکی (نقطه مرکزي) دی (وړانګه r،د) چاپيريالګردی منځټکی

په درېګوډي کی جملې: په عمومي ډول لاندې جملې باوري يا معتبرې دي چی بي له ثبوته دلته راوړل کيږي. ۱ - د کونجزياتون جمله : په درېګوډي کی ټول کونجونه 180° لري □ + □ + □ = 180°	

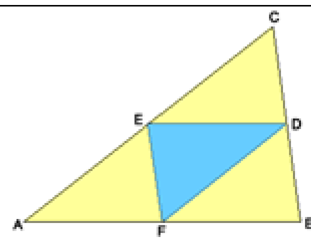
په پورته څېره کې β' د β ګاونډی کونج دی
۲ - د دباندني کو نج جمله: دباندی کونج د ناګاونډيو کونجونو زياتون يا مجموعی سره برابر يا مساوي دی،له دې امله د درېګوډي د دباندنيو کونجونو زياتون يا مجموعه 360° ده:
يادونه : ګران د ځمککچ مينه وال دې دا څيره له پورته څېرې څخه پوره کړي :٠
۳ – درېګوډي نامساوات يا درېګوډي نابرابرونو نه:
په هر درېګوډي کی د دوه اړخونو اوږدوالی زياتون د دريم اړخ اوږدوالی څخه لوي دی
$a + b > c$; $a + c > b$; $b + c > a$
۳ الف-د هر درېګوډي دوه اړخونو اوږدوالي مطلقه ارزښت کمون، توپير يا فرق د دريم اړخ اوږدوالی همغه- يامطلقه ارښت څخه کوچنی دی
$| a - b | < c$; $| a - c | < b$; $| b - c | < a$
۴ - د درېګوډي چاپيرال د دريواړو اړخونو زياتون دی $U = a + b + c$
۵ - د درېګوډی منځهواره (د هوارې دننه) لند : هواره (، د يوه اړخ اوږدوالی او په هغی کښلی)نيغ(ولاړ جګوالی(لنډ: جګوالي) د ځل يا ضرب نيمايي دی
$F = a.h_a/2 = b.h_b/2 = c.h_c/2$

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

د ښوونې لپاره يې د يوه لنډ چل ښخه
کار اخلو: موږ درېګوډی د ‌ جګکرښې په اوږدو باندې په دوه ولاړکونجيو غوڅوو او د درېګوډي په اړخ يې ښيره باسو، په دې ډول دوه ولاړکونجيز دريګوډي منځ ته راځي، چې د هغې توله هواره، د غوښتونکي درېګوډي هوارې دوه برابره ده.

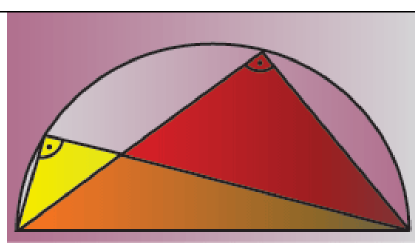
دا له مخامخ ښېرې ښخه هم ښرګنديږي.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

۶ ـ د درېګوډي اړخونو نيمايي هغه منځنی درېګوډی جوړوي، د کوم اړخونه چې نيمايي دومره اوږده وي لکه د پيل شوې درېګوډي(د و ړانګي جمله دي وکتل شي
</td>
</tr>
</table>

ګورو چې د يوه دريګوډي جګوالی تل ښرګند نه دی. مګر دا چې د يوه جګوالي له لارې يو دريګوډی په دوه برخو ويشل کيږي، چې په دې ډل دوه ولاړکونجيز دريګوډي ترې منځ ته راځي، چې دا جګوالی بيا د پيتاګوراس له لارې -جملې چې وروسته راځي - او يا د تريګونومتري يا کونجکچ متودو يا لارو له لارې ، چې هغه وروسته ښيرل کيږي، لاس ته راوړی شو .

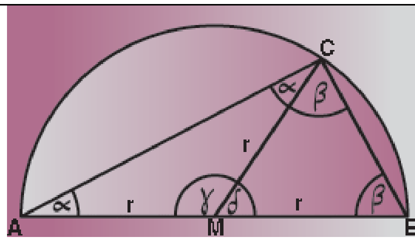
<table>
<tr>
<td>

</td>
<td>

د تالس جملهSatz des Thales:

که AB د يوې ګردی(دايرې) يوه نيمی (قطر) وي او C په دې ګردی پروت وي، نو درېګوډي ABC په C کې ولاړکونجيز دی.

د دې جملې په ښټ يا برعکس دی:

که چيرې درېګوډي ABC په C کې
</td>
</tr>
</table>

ولاړکونجیز وي، نو C په ګردی پرته ده د نیمي AB سره د جملي د ښووني لپاره: دا برخه دي دا دلته د ښوونځي شاګردانو لپاره نه وي۰ $\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180°$ $2\alpha + 2\beta = 180°$ له دې لاس ته راځي $\alpha + \beta = 90°$	

د پیتاګوراس (فیثاغورث) (Satz des Pythagoras)

په یوه ولاړکونیجز درېګوډي کې ، چې کاتیتونه یا ولاړ اړخونه یې a او b وي، د هیپوتینوزی یا اوږد اړخ یې د c سره په نخښنه ګوو , باور لري

$a^2+b^2=c^2$

د دي جملي په ځټ یا برعکس

که د یوه درېګوډي ABC د اړخونو a, b, c لپاره باور ولري

$a^2+b^2=c^2$.

نو دا درېګوډي په C کي ولاړکونجيز دی

یا

د پيتاګوارس جمله وايي، چي په يوه ولاړکونجيز درېګوډي کي د هيپوتينيوز(لوي اړخ) ځلورئ يا مربع د کاتيتونو(ولاړ اړخونو) د ځلوريو يا مربعګانو د زياتون سره برابره ده.

لاندې جملی ښايو:

دا جملې تولې يوځاي راوړل شوي

جمله : ولاړ کونجيز درېګوډی $a + b + c = U$

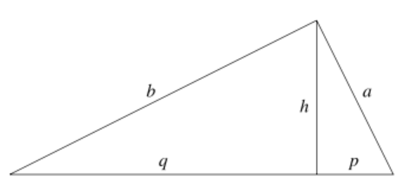
$F= a.b / 2 = c . hc / 2$

ولاړکونجيز درېګوډی يو ولاړ کونج لري يانې ۹۰ درجې کونج

د درېګوډی اوږد اړخ د لوی کونج مخامخ پروت دی ، چې هيپوتينوز *Hypotenuse* يا لوی اړخ بلل کيږي

نور دوه اړخونه کاتيتونه *Katheten* يا ولاړ اړخونه بلل کيږي، هغه اړخ يا ضلعه يې چې په کونج پرته ده په کونج پروت اړخ بولو او هغه د کونج مخامه اړخ يې مخامخ اړخ بولو.

....

د پيتاګوراس جمله	$c^2 = a^2 + b^2$	
د اويکليد	$a^2 = c \cdot p$	

کاتیتونویا ولاړ ړخونو جمله	$b^2 = c \cdot q$	
	$c = p + q$	
د اویکلید د جګوالیو جمله	$h^2 = p \cdot q$	

جمله :

برابر- یا مساوي پښیز درېګوډی جګوالی، چاپیریال او حجم

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$$

$$U = 2a + b$$

$$F = \frac{b}{2}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = b.\frac{h_b}{2}$$

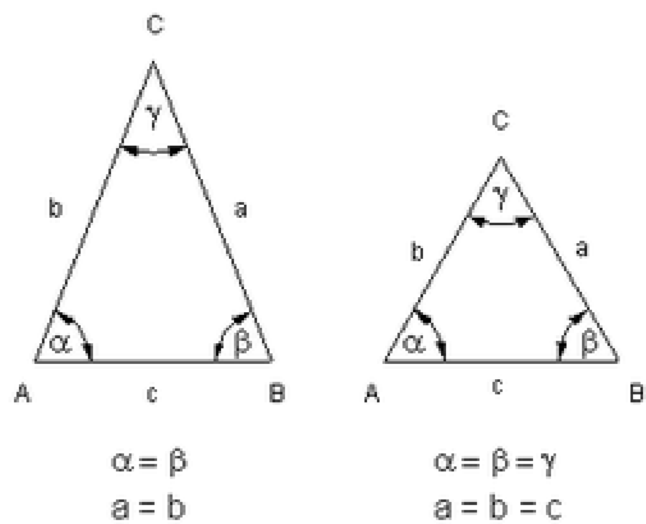
ځکه چی $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ **(د پیوتاګوراس جملی له مخی(پیتاګوراس جمله وګوری)**

جمله : برابر اړخیز درېګوډی

د یوه برابر اړخیز درېګوډي ټول درې آړخونه برابر دي، دنني کونج ونه برابر لوي دي، له دې امله برابر اړخیز درېګوډي منظمو پولیګونونو پورې اړه لري٠) پولیګون لاتین ډیرکوډیز(Polygonen

د برابر اړخیز درېګوډي هر کونج ٦٠ درجي دی٠ برابر اړخیز درېګوډي تیره کونجیزو ډریوګوډیو په ډله کې دی، ځکه، چې ټول درېکونجونه له ٩٠ درجو کم دي.

په دې برسیره یوه برابراړخیزه درېکوډیيوه برابرپښیزه درېکوډۍ هم ده٠
ټول برابراړخیزدرېکوډي یو بل ته ورته دي (ورروسته راځی)
په یوه برابراړخیز درېکوډي کی، د یوه اړخ کونجنیمی-، اړخنیمی-، په منځولاړې-اوجګی
–یو په بل پریوځي٠ په ورته توګه دا د خوندي ګردی دباندې ګردی او دروندټکی اړخ
جګوالیو غوڅټکی لپاره هم په یوه برابراړخیز درېکوډي کې باور لري٠



پورته ځیره کې کیڼ لور ته برابر پښیز - او ښي لور ته برابراړخیز درېکوډۍ دی٠ هر
برابر څه یې کښل شوي٠

د یوه برابراړخیز درېکوډی، چې د اړخ اوږدوالی یې a دی، لپاره باور لري

$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	Fläche A *هواره یا سطحه*
$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	*جګوالی* Höhe h

چاپیریالګردی وړانګه Umkreisradius r	$r = \frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{a}{\sqrt{3}}$
د خوندي ګردی وړانګه Inkreisradius ρ	$\rho = \frac{\sqrt{3}}{6}a$
چاپیریال Umfang u	$u = 3 \cdot a$

د برابراړخیز درېګوډي خویونه دې ګران لوستونکي په ګوته کړي.

د اویکلید د ولاړکونجونو یا کاتیتونو جمله

دواړه سرې هوارې یو له بل سره او همداسې دوآړه شنې هوارې همغه منځهواره لري.
یا په بل ډول : د سرو او شنو ولاړګوډیو هوارې یو له بل سره برابرې دي.
$a^2=pc$ او $b^2=qc$

که a,b,c د ولاړکونجیز درېګوډي اړخونه وي، د هیپوتینوز c سره. که دا درېګوډی په جګې h په دوه برخو وویشل شي او p یې هیپوتیوز ټوټه په a ده او q همداسې ټوټه ده په b، نو باور لري:

په a خلورې د p او c ولاړکونجیز څلورکوډي او په b څلورې د ولاړکونجیز څلورګوډي، د اړخونو q او c سره هوار برابره ده یانې هوارې یا سطحې یې برابرې دي.

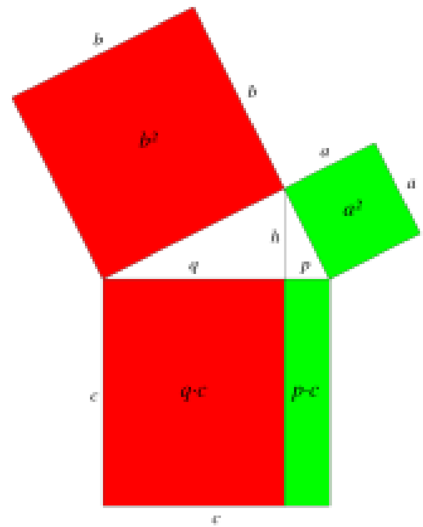
لاندې څېره دې وکتل شي. پام دې وي ، چې دا پورته ښونه او دا لاندې سره برابرې دي، خو یواځې څېرې یې بدې دي، دوه ځله ښوونه پروا نه لري.

فرمول یې :

سرلیک

$a^2 = p.c$

$b^2 = q.c$

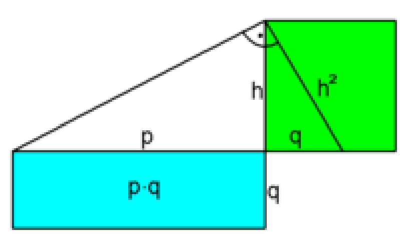


Katheteneatzد کاتیتیونو جمله:دواړه سرې هوارې همغه منځهواره لري او همداسې دواړه شنې هواري هم *د اړخ او څلوری د فرمول په څیر په لاندې ډول دي*

$$a^2 = p \cdot c$$

$$b^2 = q \cdot c$$

Höhensatz des Euklidد اویکلید جګجمله



$$h^2 = p \cdot q$$

۱۷ . ۳ - د پیتاګوراس جملهDer Satz des Pythagoras

په ولاړکوډيز درېِ ګوډي(مثلث قايم الزاويه) کې نومونې

په قايم الزاويه مثلث کې د ولاړ کونج(قايمې زاويې) مخامخ اړخ يا ـضلع ستر اړخ يا هيپوتينوز Hypotenuse يا ګردۍ نيمی (قطر) بولو يا بلل کيږي. زما په اند يې ښه نومونه نيمی ده، چې همغه ورسره بلد قطر دي، ځکه چې دا د چاپيرکردۍ يا چاپيريال ګردۍ نيمی دی..

ولاړکونج را بندونکي اړخونه يا په پراته اړخونه د کاتيتونو Katheten

يا د ولاړکونج له څنګ کونج يا زاويې له ليد څخه مخامخ اړخ او په پروت اړخ(چې موږ به يې همداسې له دې وروسته وبولو).

د پيتاګوراس(فيثاغورث) جلمه:

په ولاړکوډيز يا – کونجيز درېِ ګوډې يا قايم الزاويه مثلث کې د لوی اړخ مربع(څلورۍ) د دواړو په ولاړکونج باندې پرتو اړخونو د مربعګانو سره براه ده.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

بڼه بدلون راکوي:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

بېلګه:

B1 :په يوه ولاړګوډيز درېګوډی يا قايمالزاويه مثلث کې پاتې اوږدوالي وشميرئ

الف- $a = 6\,cm\,;\, b = 8\,cm$

ب - $a = 9\,cm\,;\, c = 41cm$

پ - $b = 0{,}5\,cm\,;\, c = 1{,}3\,cm$

څل (اړبيونه يا ځواب):

الف –

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(6\,cm)^2 + (8\,cm)^2} = \sqrt{100\,cm^2} = \underline{\underline{10\,cm}}$$

ب –

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(41cm)^2 - (9\,cm)^2} = \sqrt{1600\,cm^2} = \underline{\underline{40\,cm}}$$

پ –

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(1{,}3\,cm)^2 - (0{,}5\,cm)^2} = \sqrt{1{,}44\,cm^2} = \underline{\underline{1{,}2\,cm}}$$

د شميرپوهنې يا رياضي دا ښه فقط په ښوونځي کې نه بلکه په ورځني ژوند کې هم تل په کار راځي، د بيلګې په توګه په کډه (کولو) کې. که څوک غواړي کور په کرايه ونيسي، نو بايد تل د کور سطحه بيا پخپله وشميري، چې باوري شي.

کله کله کور سیده په کرښ نه وې غوځ شوی ، داسې چې د کور د اندازه کولو لپاره مختلف ځمککچيز يا هندسي شکلونو ته اړتيا وي(د يوه گردي کونج لپاره يوه نيمگردئ يا نهمه دايره، لکه د بيلگې په توگه زړو کورونو کې). که څوک د کډې لپاره د کډهوړونکې فيرما څخه حساب تر لاسه کړي(څوک بختور چې د دې کار کړلو توان لري) د کور لويوال رول لوبوي. څوک چې د کور لويه سطحه لري هغه زيات د کور سامان هم لري. او بالاخره که څوک بيا نوی کور جوړوي، خمککچپوهنې يا هندسې څخه پرته مخ ته نه شي تللی، که خټرگر او نور لاسکارگر هم ولري.

ځکه چې په ودانئ کې له ټول غوره يې ټيکه شميرنه ده، که دا اقتصادي اړخ کې او که په پالنه کې هم. او سړی بالاخره خپله هم پوه شي، چې د مسلکي خلکو به کله څه ويل کوي.

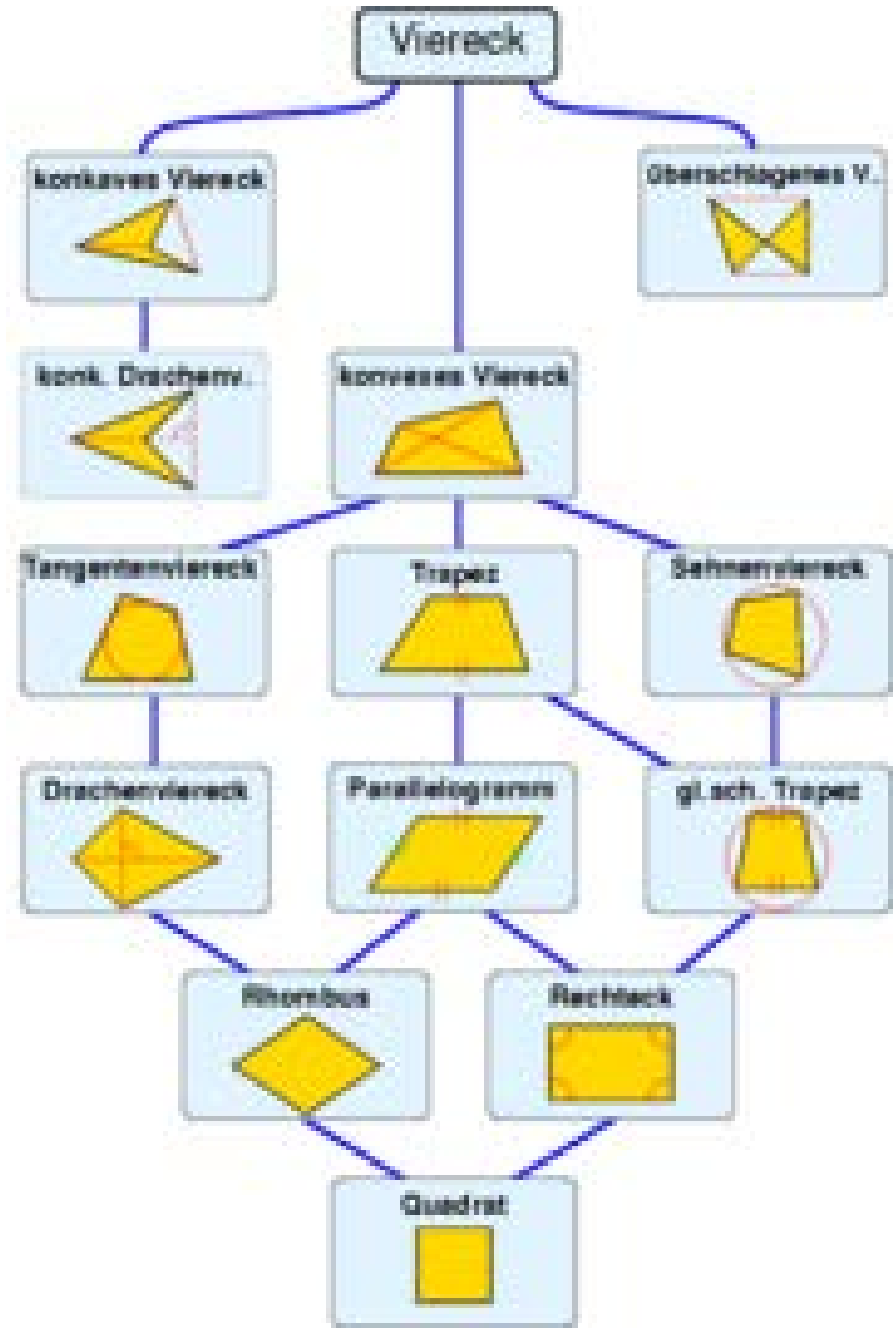
پنځم : څلورگوډی:

۱۰ - څلورگوډی

د څلورگوډيو جوړښت د دريگوډيو جوړښت له لارې صورت نيوی شي، ځکه چې دريگوډی د څلورگوډی ډيريو برخديری ده يا د څلورضلعيو سټ سب سټ دی.په يوه هواره کی د څلورو ټکو له يوځاي کولو ښه يې له ترلوڅخه چی له هغو څخه درې کولينيار نه وي، يعني درې گاونډي يی په يوه کرښه نه وي پراته، څلورگوډی جوړيږي.
يوه څلورگوډی دوه کونجترې Diagonalen لري۰ يعنی د دوه نه گاونډيو کونجونو ترونکرښی (يا وتر که قطر؟).
(يادونه: ما دا کونجترې د کتاب په دننه کی قطر بللی، چی نه پوهيږم موږ يې وتر بولو او کهٔ قطر؟ دا نومونه ځکه ښځينه دي، چی دا ټولې څيرې دي)
د کونجونو له ځاي څخه کيدی شي چی دوه کونجترې له څلورگوډی څخه دباندې هم پرته وي، چې داسی څلورگوډی بيا ننوتی څلورگوډی بولو يا نوموو يا ننوتی (konkav) څلورگوډی بلل کيږي. که دواړه دوه کونجترې يې په څلورگوډی کی دننه پرتې وي نودا څلورگوډی وتلې (konvex) څلورگوډی بولو۰

د ځلورګوډيو لپاره ډيرئ دياګرام د ټولو ځلورګوډيو ډيرئ ترا پيځ،غبرګ اړخيز ځلورګوډئ روميوس مربع ولاړکونجيز ځلورګوډئ ۰۰، چې په لاندې څيره کې په نخښه شوي يا کښل شوي دي

په لاندې څېره کې دا ځلورګوډئ له پورته و کښته لور او له کيڼ وښی لور ته داسې نومول شوي دي:
ځلورګوډی (ټوليز)، ننوتی ځلورګوډئ، تاو شوې ځلورګوډی، ننوتی ځلورګوډئ ننوتې ګوډئ(ګوډئ ډوله يا ګوډی، هغه د الوزولو کاغذ په څير ده) ځلورګوډی، وتلی ځلورګوډی، تنجنتيز ځلورګوډی يا د تنجنتونو څکورګوډی، تراپځ يا ذوذنقه، د ټوټوونو(وترونو) ځلورګوډی، ګوډئ ييز (که نيانځکه ځلورګوډي) ځلورګوډی يا ګوډئ (هغه کاغذ ډوله، چې موږ ورته ګوډی وايو)، غبرګ اړخيز ځ۰ګ ، برابرپښيز تراپځ، برابر اړخيز يا روميوس او يا معين ، ولاړکونجيز يا ولاګوډيز (مستطيل)، ځلورئ (مربع)


Viereck
konkaves Viereck
Überschlagenes V.
konk. Drachenv.
konvexes Viereck
Tangentenviereck
Trapez
Sehnenviereck
Drachenviereck
Parallelogramm
gl.sch. Trapez
Rhombus
Rechteck
Quadrat

پورته په ګراف کې انځور شوې برخډیرۍ نخښه ونې د بیلګې په   توګه

وتلې ځلورګوډۍ⊂تراپځ(ذوذنقه)⊂   غبرګ اړخیز⊂ ولاړکونجیز⊂ځلورۍ(مربع)

روتې(معین) ∩ ولاړکونجیز = ځلورۍ(مربع)

برابرپښیز تراپځ ∩ پتنګځلورګوډۍ = ځلورۍ(مربع)

غبرګ اړخیز ∩ د ټوټونو ځلورګوډۍ = ولاړکونجیز

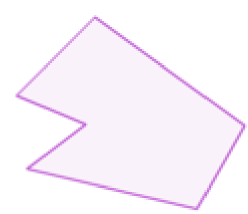
تراپځ ∩ پتنګځلورګوډې = روتې(معین)

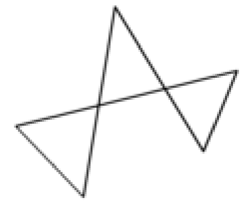
غبرګ اړخیز ∩ د تانجنت ځلورګوډۍ = روتې(معین)

تراپځ ∩ د ټوټوونو ځلورګوډۍ = برابرپښیز تراپځ

په پورته ځیرو کې دې ،دوه کونجتړو(Diagonale دلته Dia د دوه او gon د کونج مانا ورکوي، یانې دا هغه کرښه ده، چې دوه ناګاونډي کونجونه سره تړي، نو له دې امله یې دوه کونجتړې نوم ماته ټیک ښکاریږي٠ نه پوهیږم، چې موږ یې وتر او که قطر بولو) او اړخنیمیو او اړخونو ، کونجونو تناسب ته دې پام وي او د هغوي ځرنګوالي ته٠

په لاندې کې بیا د ننوتې شپږګوډۍ او راتاوپنځه ګوډۍ ځېرې کښل سوي دي

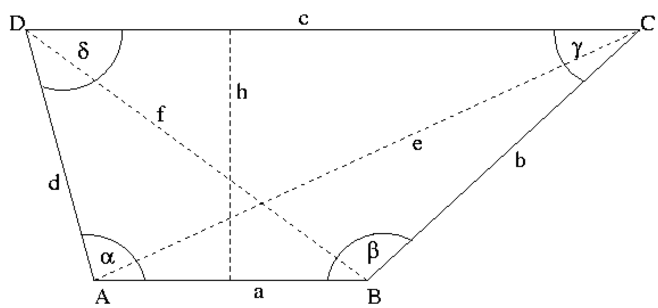




Geometrie) Trapez)
تراپخ(ذوذنقه(؟))

یوه څلورګوډی تراپخ بلل کیږي، که د هغه دوه مخامخ اړخونه سره غبرګ وي یا دوه اړخغبرګیزه .

د تراپخ څیره او ورسره نور څه



د تراپخ مخامخ اړخونه بنسټونه نومیږي او نور دوه اړخونه د تراپخ پښی بلل کیږي. د پښو منځنی کرښه منځلاین یا منځکرښه بلل کیږي، د یوه کونج څخه یو زوړندی (که غواړی شاقل، خو زه نه پرې پوهیږم)یعنی مخامخ بنسټ اړخ باندي ولاړه کرښه د تراپخ جګی بلل کیږي

یو تراپخ ولاړکونجیز بللکیږي، که د هغه یو دننه کونج ولاړکونج وي

د تراپخ دننني کونجونو زیاتون، چی په همغه پښه پراته وي ۱۸۰ درجی دی

په یوه تراپځ کی منځلاین غبرګو اړخونو سره غبرګ دی او نیم دومره لوي دی لکه د دواړو غبرګو اړخونو زیاتون.

د دي لپاره دې لاندې دویمه څیره وکتل شي، چي هلته منځلاین یا منځکرښه کښل شوې ده٠

که کیدی شو ، نو داسې تراپخ دې ګران لوستونکي وکاږي٠

د تراپخ جګی د غبرګو کرښو ترمنځ لنډ واټن دی

په دننني دوه کونجتړي باندې هر څلورګوډی په دوه درېګوډیو ویشل کیږي. داچې د درېګوډي دننني کونجونه ټول °180 درجی لري، نو د څلورګوډي دننني کونجونه ټول °360 درجی کیږي.
ځانګړي څلورګوډي ځانګړې خویونه هم لري چې په لاندې ډول یی په څیرو کی څرګندوو:

د تراپخ چاپېریال : U = a+b+c+d

- تراپخ یو وتلی څلورګوډی دئ یا غبرګ اړخونه د تراپخ بنسټونه او دا نور اړخونه یې پښې بلل کیږي.

د هر برابر پښیز تراپخ لپاره باور لري:

- دواړه پښې یې برابرې اوږدې دي
- یوه چاپېریالګردئ لري، دا په دې مانا، چې تراپخ د ټوټوونو څلورګوډی دهٔ (موږ لاتراوسه ټوټوونو ته وتر وایو)

غبرګ اړخیز، ولاړ کونیز او برابراړخیز ځانګړي تراپځونه دي. څلوریَ او ولاړکونجیز په دې برسیره برابرپښیز تراپخ دیَ.
هر تراپخ دوه دوه کونجتړې لري

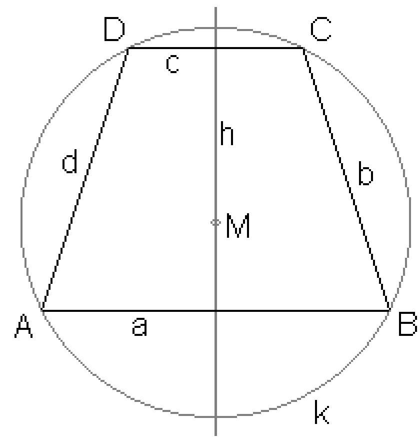
د تراپخ فرمولونه

یادونه: موږ دا لاندې فرمولونه سملاسي په کار نه لرو، موږ په لومړی ځل یوازی د څلورګوډیو چاپېریالشمیرنې او منځهوارشمیرنې څخه کار اخلو یا یې څیرو اوبس. دا نور به هم وروسته په کار ریشی، خو د نوو زده کوونکو لپاره پرې سرخوګونه په کار نه ده، دا بیا له درېګوډي کچ (مثلثاتوو) وروسته ساده یوه وړ کیدی شي

Formeln zum Trapez د تراپخ فرمولونه	
$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	**منځهواره**

	$h = b \cdot \sin\gamma = d \cdot \sin\delta$	**جګی**
	د $h = \frac{2}{c-a}\sqrt{s(s-(c-a))(s-b)(s-d)}$ سره $s = \frac{(c-a)+b+d}{2}$	**جګی**
	$e = \sqrt{a^2+b^2-2\,a\,b\,\cos\beta} = \sqrt{c^2+d^2-2\,c\,d\,\cos\delta}$ $f = \sqrt{a^2+d^2-2\,a\,d\,\cos\alpha} = \sqrt{b^2+c^2-2\,b\,c\,\cos\gamma}$	**دوه کونجتړې وړدوالی**
	$a,\ b,\ c,\ d$	ړخ اوږدوالی
	$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$	د دننيو کونجونو لويي

برابرپښيزتراپڅ (څيره يې هم راځي) Gleichschenkliges Trapez



يو تراپخ برابرپښيز بلل کيږي، که دوه دنني کونجونه، چې د غبرگو اړخونو څخه په يوه غبرگ اړخ پراته وي(له دې سملاسي لاس ته راځي، چې په دا بل غبرگ اړخ هم کونجونه برابر دي) ٠ په ځيره کې پورتني کونجونه برابر دي او همدا ډول کښتني)، په دې حالت کې بيا دا نه اړيين برابر اړخونه برابر اوږده دی او اړخنيمی يې هم ، په يوه برابر پښيز تراپخ کې برابر اوږده دي٠

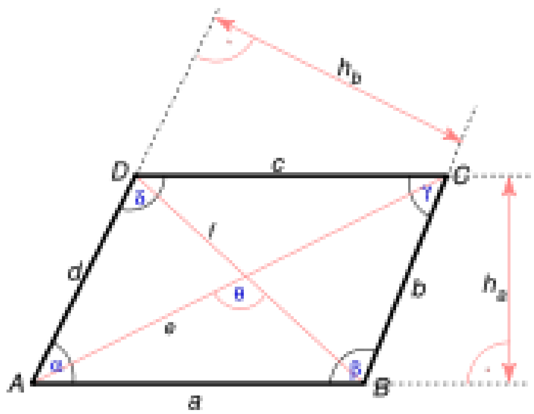
ديوه برابر اړخيز يا برابر پښيز تراپخ کونجونه په يوه چاپيرگردی يا چاپيريالگردی پراته دي٠ تراپخ له جکې، چې د چاپيريالگردی منځټکی M څخه تيريږي، په دوه اينونسيومتري برخو ويشل کيږي ياني که يو په بل اينه يا منعکس شي

غبرگ اړخيزه څلورگوډی : Parallelogramm

غبرگ اړخيزه څلورگوډی يو ه وتلې څلورگوډی ده
يوه څلورگوډی غبرگ اړخيزه بلل کيږي، که مخاخ اړخونه يې سره غبرگ وي.
د يوه گوډ څخه په مخامخ اړخ ولاړه کرښه ددې گوډ جگې بلل کيږي.
د ټولو غبرگ اړخيزو ډيرى د تراپخونو ډيرى برخډيرى ده ياني غبرگ اړخيز هم يو تراپخ دی، خو په څټ نه٠
يو وتلی څلورگوډی ټيك هلته غبرگ اړخيز دی ، چې
-سره مخامخ اړخونه يې برابر اوږده وي له دې خوي يې نوم اخستی

- مخامخ کونجونه یې برابر لوی وی
- د څلور کوډی دوه کونجترې یوبل نیموي.
- ګاونډي کوجونه ۱۸۰ درجی ورکوي. په لاندې څیره کې د غبرګ اړخیز څلورګوډی غوره برخې روښانه   کښل شوي دي.

لاندې څېره



غبرګ اړخیز ته فرمولونه، چې زمږ لپاره یې په زړه پورې یا د پام وړ چاپیریال او منځهواره دي

Formeln zum Parallelogramm	**غبرګ اړخیز ته فرموکونه**
$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$ $A = a \cdot b \cdot \sin\alpha = a \cdot b \cdot \sin\beta = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\theta$	**منځهواره یا سطحه t**
$h_a = b \cdot \sin\alpha = b \cdot \sin\beta$	**ر a ته جګوالی**
$h_b = a \cdot \sin\alpha = a \cdot \sin\beta$	**ر b ته جګی**

ارخونو اوږدوالی	$a,\ b$
دننيو کونجونو لويي	$\alpha,\ \beta$

جمله :

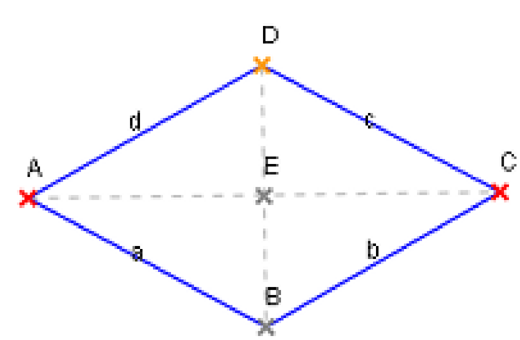
په دې برسيره د غبرګ ارخيز قانون باور ولري

$$e^2 + f^2 = 2\left(a^2 + b^2\right)$$

(اوبيونه يا حل يې د پيتاګوراس له جملې يا قانون منځ ته راځي)

رومبوسRhombus،خلورى(مربع) Quadrat
ولاړکونجيز خلورګوډی(مستطيل) Rechteck

برابرارخيزه : يوه غبرګ ارخيزه خلورګوډی رومبوس يا برابرارخيزه يا معين نوميږي، که دوه ګاونډي ارخونه يې برابر اوږده وي(دا لاندې بيا د څيرې سره تکرار راغلی)



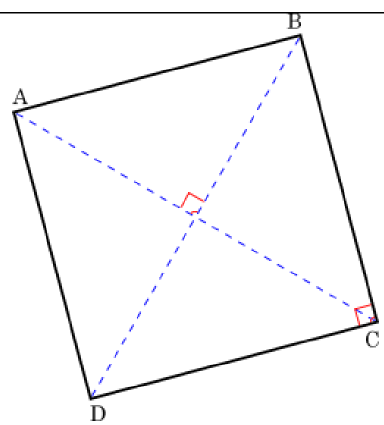
د برابرارخيز خلورګوډي يا رومبوس(معين) Rohmbus خويونه :
- د رومبوس هره دوه کونجترې رومبوس په دوه برابر پينيزو دريګوډيو ويشي .
- يو غبرګ ارخيز تيك هلته يا هلته او هلته رومبوس دی، که د هغه دوه کونجترې يو په بل ولاړ وي يعنی نيغ ولاړ وي

د برابر ارخيز فرمونولنه Formeln zur Raute (zum Rhombus)	
منځهواره	$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}$

نځهواره	$A = a^2 \cdot \sin\alpha = a^2 \cdot \sin\beta$
باپیریال	$u = 4 \cdot a$
دوه کونجتړې اوږدوالی	$e = 2 \cdot a \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 2 \cdot a \cdot \sin\frac{\beta}{2}$
دوه کونجتړې اوږدوالی	$f = 2 \cdot a \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 2 \cdot a \cdot \cos\frac{\beta}{2}$
خوندیکردی وړانکه	$\rho = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sin\alpha$
یوه اړخ اوږدوالی	a
A سره د دننه کونج لویوالی	α
- Bسره د دننه کونج لویوالی	β
دوه کونجترو اوږداولی	$e = \overline{AC}; \quad f = \overline{BD}$

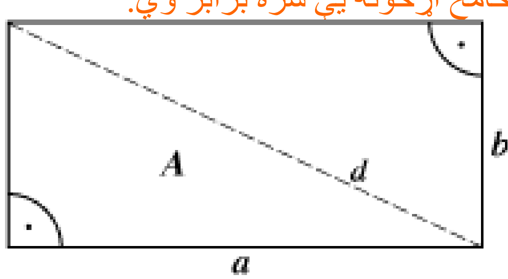
خلوری یا مربع:

یوه غبرگ اړ خیزه خلورکوډی خلوری (مربع) نومیږي، که دوه گاونډي اړخونه یی سره برابر یا مساوي وي او دننني کونجونه يي ولاړکونجونه وي .
یا یوه ولاړکوډیزه، چې اړخونه یې برابر وي، خلوری یا مربع بلل کیږي یا مربع ده.
که خلوری ویاړکوډیز برابر اړخیزه بولی هم کیدی شي، خو دالړ اوږد نوم دي.



د ځلورۍ فرمولونه	
نځهواره	$A = a^2$
باپيريال	$u = 4 \cdot a$
دوه کونجترو اوږدوالی	$d = a \cdot \sqrt{2}$
(په) راتاوګردی وړانګه	$r = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$
خوندیګردی وړانګه	$r = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{a}{2}$
ړخ اوږدوالی	a

ولاړکوډيزه یا ولاړکونجیز ه یا مستطیل : یوه غبرګ اړخیزه ولاړکونجیزه (مستطیل) نومیږي، که دننني کونجونه يي ولاړکونجونه وي.
یا یوه ولاړګوډیزه، چې مخامخ اړخونه یې سره برابر وي وي، ولاړګوډیزه بلل کیږي
یا ځیره ولاړګوډیزه بلل کیږي، که مخامخ اړخونه یې سره برابر وي.



د ولاړګوډیزې فرمولونه

نخښهواره	$A = a \cdot b$
ناپیریال	$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$
دوه کونجترو اوږدوالی **پیتاګوراس لار له مخې**	$d = \sqrt{a^2 + b^2}$
راتاوګردی وړانګه له پورته څخه	$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$
اړخ اوږدوالی	$a,\ b$

د ولاړکونجیزې (ولاړګوډیزې، مستطیل) خویونه :

- مخامخ اړخونه برابر اوږده دی یادوه کونجترې یوبل نیموي
- دوه کونجترې برابرې اوږدې دي
- ټول دننني کونجونه ولاړ کونجونه دي .

د ځلوری (مربع) خویونه :

- دا چې یوه ځلوری یا مربع برابراړخیز ه یا رومبوس او هم ولاړکونجیزه ځلورګوډی ده، نو د هغوي خویونه لري ۰ لاندې ځیره دي وکتل شي .

سیومټري محور

- یوه کرښه a سیومټري محور بلل کیږي که شکل په a اینه کولویاهنداره کولوکی ځان پټ کړی شي، یا په اینه کولو کی خپل ځان وښايي یا په خپل ځان پریوځی.

سیومټریک ټکی:

یوه ټکي Z ته سیومټري ټکی ویل کیږي، که یو شکل په ټکی Z په خپل ځان ځیره شي۰ ډیرې سیومټري پیژند نخښی مربع لري. دا ځلور ولاړکونجونه (90°) لري ځلور مساوي اوږده او جوړه غبرګ اړخونه لري.منځني ولاړکرښي او دوه کونجترې) چې په همدې وخت کی کونجونه نیموي سیومټري محوررونه دي او ددې کرښو غوځ - یا پریټکي سیومټري ټکی دي.

ځلوری یا مربع (ځیره پورته)

اړخ او دوه کونجترې یې پورته په نخښه شوي۰ ځلوری منظمه ځلورګوډیده.
د ځلوری جوړولو لپاره د یوه اړخ ورکړه بسیا کوي۰

یادونه : زموږ لپاره په لومړي ځل دلته هم د څلوری چاپیریالشمیرنه او منځهوارشمیرنه بسیا کوي(پورته دې وکتل شي ، هر څه بنوول شوي)
د دوه کونجتړې اوږدوالی د پیوتاګوراس له جملی څخه ټاکل کیدی شي٠ پورته څیره دې وکتل شي٠
بیلګه

$$U = 12\text{ cm} \Rightarrow a = U/4 = 3\text{ cm} \Rightarrow d^2 = a^2 + a^2$$

ولاړکونجیزه(څلورګوډی)
که ونیول شي یافرض شي چی)ټول څلورواړه اړخونه برابر نه وي(مخامخ اړخونه برابر وي) او د مربع نور ې پیژند نخښی ولرو نو یو ولاړکونجی یا ولاړګوډیز لاس ته راځي(د یوه ولاړکونجیز څیره پورته شته)

جمله : د ولاړکونجي چاپیری یا راګرځیدونی)چاپیرونکی(او)دننه(هواره

$$U = a + b + a + b = 2a + 2b$$

$$F = a \cdot b$$

دلته هم د دوه کونجتړو اوږدوالی د پیوتاګراس له جملی لاس ته راځي
بیلګه:

$$a = 5\text{ cm},\ b = 3\text{ cm} \Rightarrow$$

$$U = 2.5\text{ cm} + 2.5\text{ cm} = 16\text{ cm}$$

$$\Rightarrow F = 5\text{ cm} \cdot 3\text{cm} = 15\text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow d = 5{,}831\text{ cm}$$

له یوې څلورۍ (مربع) څخه برابر – یا مساوي اړخیزه یا مساوي الاضلاع (روتی رومبوس) لاس ته راځي، که د مربع کونجونه تغیر شي. په یوه رومبوس یا روتی کی دوه کونجتړې e او f کونجنیمونکي او سیومتري محورونه دي. یو بل ولاړکونجیز غوڅوي او غوڅتکي یې د سیومتري منځتکی دی٠
برابراړخیز (څیره پورته شته)

برابراړخیزه یوه وتلې څلورګوډی ده، په برابر اړخیزې کې هم زموږ لپاره په لاندې جدول کې دا اوس د برابراړخیزې ځاپیریالشمیرنه او منځهوارشمیرنه بسیا کوي٠
جمله : د برابر اړخیز څلورګوډي (مساوي الاضلاع) روتی، رومبوس چاپیریال او منځهوارې یا سطحې په لاندې ډول دي:

$$U = 4a;$$

$F = fe / 2$

د دوه کونجتړو یا قطرونو او اړخونو اوږدوالي لپاره دلته هم د پیوتاګوراس له جملې ګټه اخستل کیږي

$a^2=(e/2)^2+(f/2)^2 \iff$ ،

$a^2 = (e^2 + f^2) / 4$

بیلګه: یوه برابر اړخیزه یا روتی دوه کونجتړي یا قطرونه $e = 10$ cm او $f = 24$ cm لري.

چاپیریال او دننه هوارۍ دې یې وشمیرل شي. دا چې دوه کونجتړي یو بل په ولاړکونجونو غوڅوي او یو بل نیمووي هم ، نو لرو:

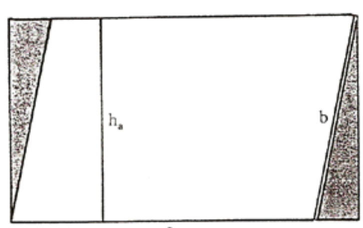
$$a=\sqrt{(10/2)^2+(24/2)^2}=13cm$$

له دې څخه لاس ته راځي:

$F=(10.24)/2 = 120cm^2$

$U =13.4= 52$ cm ;

که د غبرګ اړخیز یا موازي الاضلاع یواځي مخامخ اړخونه مساوي وي نو یواځي غبرګ اړخیز بلل کیږي. د یواځي غبرګ اړخیز قطرونه سیومتري محورونه نه دي، مګر د دوه کونجتړو غوڅټکی سیومتري منځټکی دی-

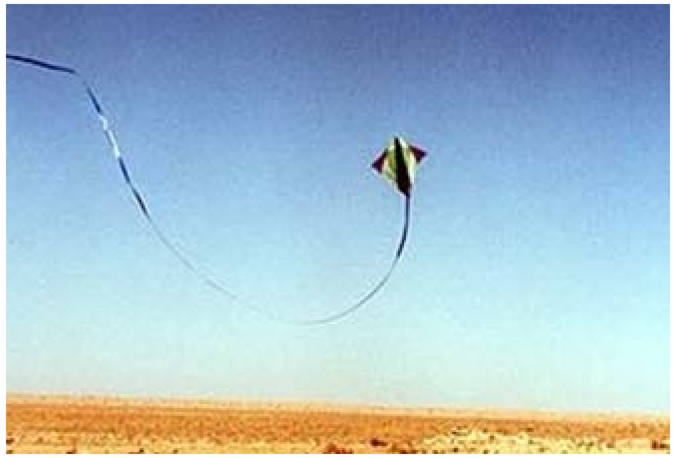


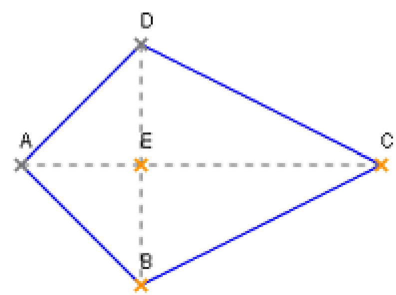
جمله : د غبرګ اړخیز چاپیری یا چاپیرونکی او (دننه) هواره

$U = 2a + 2b = 2(a+b)$;

$F = a.h_a = b.h_b$

کوډۍ(نانځکه یا پتنګ) ډوله څلورګوډۍ





یو کوډی ډوله خلورکوډی(په شمېرپوهنه کې دلتویید Deltoid)

هفه خلورکوډی ده،چې

- د کومې، چې یوه دوه کونجتړې سیومتریک دي
- یا ورته
- دوه جوړه برابر ګاونډي اړخونه لري

زیات وخت د ګوډی وتلي بنه د ګوډی په نامه یادیږی او نه ننوتي بنه .

د هر دلتویید لپاره باور لري

-- دوه کونجتوې یو پر بل نیغي ولاړي دي (دا دلتویید یو اورتو دیاګونال خلورګوډی دی)

-- یوه دوه کونجتړې بله نیموي

-- دوه مخامخ پراته کونجونه نیموي

د هرې وتلې ګوډۍ لپاره باور لري:

یوه دننه - یا خوندي ګردۍ لري او له دې امله تانجنت څلورګوډۍ دی

یو ځادګړی ګوډۍ ر وتې یا معین دی

د ګوډۍ هواره ساده د دوه کونجترو اوږدوالي څخه ټاکل کیږي یا شمیرل کیږي

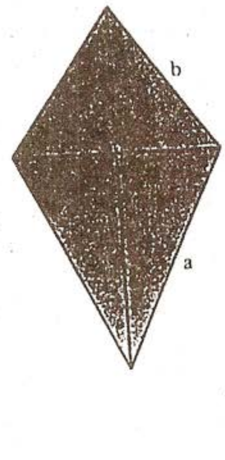
$$A = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}{2} = \frac{e \cdot f}{2}$$

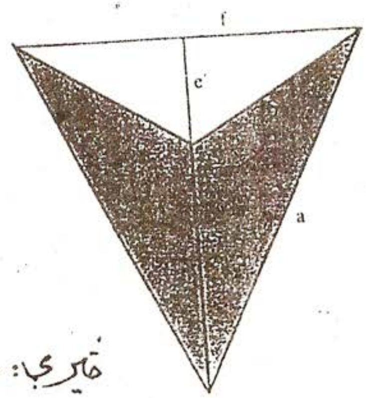
او چاپیری

$$2 \cdot a + 2 \cdot b$$

دا په وتلو ګوډیو یا پتنګانو یا دراخو کی همدا اوس څرګندیږي. دا فرمول د ننوتلو دراښو لپاره هم باوري دی

$$F = f(e+e')/2 - f.e'/2 = fe/2 + fe'/2 - fe'/2 = fe/2 = \frac{Fe}{2}$$





څېرې: ۱۰۰

پیلبیلکه

۱ – یو سیومتري ګوډی یا پتنګ د اړخ اوږدوالی $a = 50$ cm او $b = 30$ cm لري او نیمی یې $e = 70$ cm دی. د دې ګوډی یا پتنګ چاپیري او هواره څومره دي؟

نا څرګنده نیمی f نیمی e په دوه ټوټو p او q ټوټه کوي یا ویشي.

د کتتجملی پسی لرو

$$q.70 = 30^2 \Rightarrow q = 30^2 / 70 = 12.857 \text{ cm} \Rightarrow p = 57.143 \text{ cm}$$

له جګجملی څخه لاس ته راځي

$$f/2 = \sqrt{57,143 \,.\, 12.857} = 27.105 \text{ cm} \Rightarrow f = 54,210 \text{ cm}$$

نو دی

$$F = 0,5 \,.\, 70.54,21 = 1897,35 \text{ m}^2$$

او

$$U = 2.(50 + 30) = 160 \text{ cm}$$

۲ – یوه سیومتري وتلی ګوډی د اړخ اوږ دوالی $a = 4$ cm او $b = 3$cm لري او نیمی $e = 2$cm . په دې حالت کي چاپیری او هواره څومره لوي دي؟

که نیمی e په 'e وغزول شي تر دباندنی پروت نیمي f پورې ، نو د پیتاګوراس له جملی څخه لاس ته راځي:

$$(f/2)^2 = b^2 - e'^2 = a^2 - (e+e')^2 ;$$
$$(f/2)^2 = a^2 - (e^2 + e'^2 + 2ee')$$

او له دې څخه د مساوی اینبوولو له امله :

$$2ee' = a^2 - b^2 - e^2$$

یا

$$e' = (4^2 - 3^2 - 2^2) : 2.2) = 0,75 \text{ cm}$$

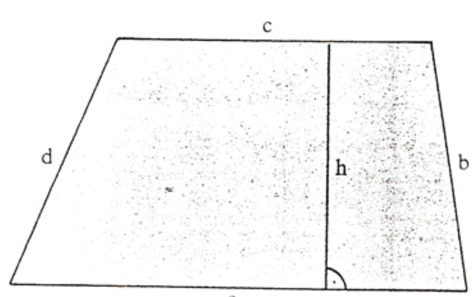
له دې امله داسی کیږي

$$f/2 = \sqrt{3^3 - 0,75^2} = 2,905 \text{ cm} \Rightarrow f = 5,81 \text{ cm}$$

او

$$F = ,5 \;.\; 5,81 \;.2 = 5,81 \text{ cm}^2 ; U = 2(4+3) = 14 \text{ cm}$$

یو بل د څلورګوډیو ځانګړی تیپ تراپیځ، هغه څلورګوډی دی، چی کم له کمه یو جوړمخامخ اړخونه یی غبرګ وي. سیومتري تراپیځ سیومتري محور لري ، چی په ټولیزه توګه تراپیځ دا خوي نه لري.



څیره ۱۰۱

د هر تریپځ چاپیرونکی یا چاپیری او دننه هواره په لاندې ډول ده

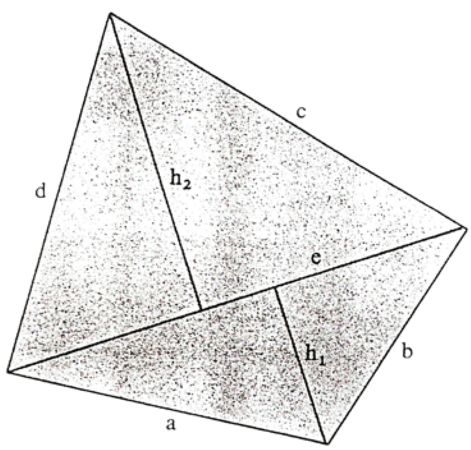
$$U = a + b + c + d ;$$
$$F = h.(a + c)/2$$

د مساوي پښیز تراپیځ لپاره لرو:

$$U = a + 2b + c$$

پیل بیلګه : داسی یو په نامه په ښټ پریزما په یوه په اینه اینونه کامره یا شپیګ‐لرفلکس کامرا Spiegelreflexkamera کی ددې لپاره په کارراځي، په کوم کی چی اوبجکتیو په سر درووڼکی ش ی یا لیدیدونکی بیرته و خپل اصلي ځاي ته راولي.
تریخ شکلیزه هواره وښایی، چی د یوه چپه یا په ښټ پریزما چی بنسټ
اړخونه یی $a = 3$ cm, $c = 1$ cm او ددې اړخوترمنځ واټن یا فاصله $h = 4$ cm وي.
حل : $F = 4. (3+1)/ 2 = 8cm^2$

که ټولیز یا عمومي څلورګوډي شمیرل کیږي، باید د یوه نیمي (قطر) په مرسته په دوه درېګوډیو وویشل شي(د کونجونو زیاتو ن جمله) دوه درېګوډي بیا شمیرل کیږي



ځیره ۱۰۲

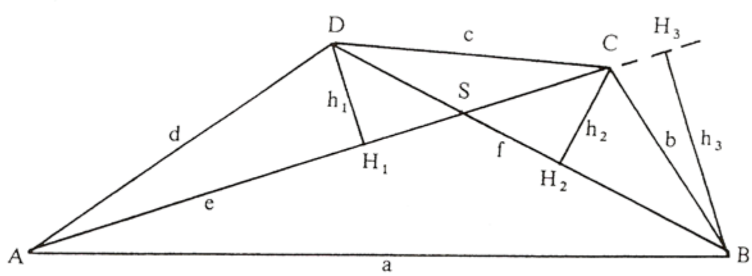
جمله: د هر څلورګوډي چاپیرونکی یا چاپیری او دننه هواره داسی ده

$$U = a + b + c + d ;$$

$$F = (h_1 + h_2) . e / 2$$

جالبه ده چی هواره (مګر نه چاپیرونکی) د نیمي او غوڅکونجونو ورکولو سره جوخت ټاکل کیدی شي . څکه چی په دې ورکړو سره جګوالی څرګندیږي(جګکربڼه) تریګونومتري د وکتل شي.
ددې ځیرې څلورواړو اړخونو ورکولوڅخه چاپیری ټاکل کیدی شي خو هواره نه .
(تمرین)
په ځانګړو حالتونو کی کیدی شي چی له دې هواره او چاپیری وټاکل شي.

بیلګه :
په یوه وتلي څلورګوټي کې نیمې $e = 4$ cm او $f = 3$ cm یو بل د $45°$ کونج کې سره غوڅوي. غوڅټکی S نیمې e د 3:1 ځاننیونه یا تناسب غوڅوي او f د 1 :2 په ځاننیونه یا تناسب . د څلورګوټي چاپیرې او هواره څومره دي؟



څېره ۱۰۳

د جګیو h_1 , h_2 او h_3 سره ولاړکنجیز–مساویپښیز دریګوټي SDH_1 , SH_2C اوSBH_3 منځ ته راځي، ځکه چې $= 45°$ ده. د پیتاګوراس له جملې لاس ته راځي:

$$h_1 = h_2 = \ \ 0,5 = 0,707; \quad h_3 = \ \ 2 = 1,414 \text{ cm}$$

که هواره شي $F = 0,5 \ . \ 4(0,707 + 1,414) = 4,242 \text{ cm}^2$ وي.
بیا د پیتاګوراس له جملې سړی ټاکلی شي :

په AH_1D کې: $d = \sqrt{0,707^2 \ (3-0,707)^2} = 2,399\text{cm}$

په H_1CD کې: $c = \sqrt{0,707^2 + (1+0,707)^2} = 1,848 \text{ cm}$

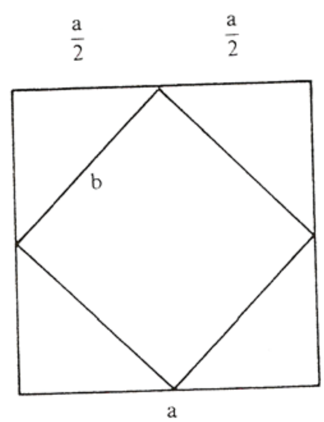
په H_2BC کې: $b = \sqrt{0,707^2 + (2 - 0,707)^2} = 1,474 \text{ cm}$

په ABH_3 کی: $a = \sqrt{1,414^2 + (4 + 1.414 - 1)^2} = 4,635\ cm$

له دې خخه یود U چاپیری لاس ته راځی :

$U = 4,635 + 1,474 + 1,848 + 2,399 = 10\ 356\ cm$

تمرینونه



خیره ۱۰۴

۱ – که د یوې مربع خخه د کانتو یا ژیو اوږدوالي a سره څلور مساویپښیز دریګوډي د پښې اوږدوالي 0,5 .a سره غوڅ شي ، نو بیرته یوه مربع لاس ته راځي. د نوې مربع د کانتو یا ژیو اوږدوالی وشمیری(خیره ۷).

۲ – په ولاړګوډي کی دا لاندې ورکی یا نامعلومی توټی (هوارې چاپیري، اړخ اوږدوالي، او نیمي) وشمیری د لاندې ورکړنو سره :

الف) $U = 2\ m ; a = 20\ cm$

ب) $F = 30\ cm^2 ; a = 5\ cm$

پ) $a = 6\ cm ; d = 10 , 8\ cm$

ت) $U = 14\ cm ; d = 5\ cm$

ټ) $U = 90\ cm ; a = b$

ث) $F = 121\ cm^2 ; a = b$

ج) $d = 512\ m ; a = b$

۳ – په یوه ولاړګوډي کې دې ، چې اوږدوالی یې ۳۰ متره او سور یې ۲۰ متره دی.
یو څلورګوډی داسې دننه یا خوندي شي، چې کونجونه یې د مخه ورکړشوي
ولاړګوډي اړخونو په منځ پراته وي.
د دننه ځای شوي یا خوندي شوي څلورګوډي چاپیری او هواره وشمیری.

۴ – د یوه ولاړګوډي چاپیری ۳۶ سانتي متره دی. هواره یې ۲۵ ، ۹ مربع سانتي
متره لوئیږي، که چیرې یو اړخ یې په ۵ ، ۴ سانتي متره اوږد شي او په
همدې وخت کې یې بل اړخ په ۵ ، ۳ سانتي مره لنډ شي. د مخ ته ورکړشوي
ولاړګوډي اړخونه څومره اوږده وو ؟

۵ – یو مساوي پښیز تراپخ جوړ کړی:

الف) $a = 6,8$ cm : $c = 5$ cm ; $h = 3,4$ cm

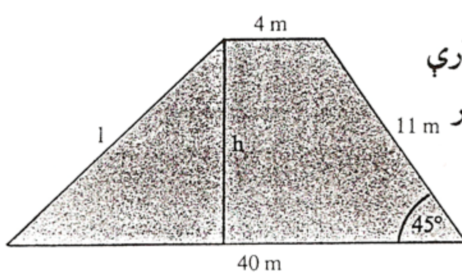
ب) $a = 7$ cm $b = 5$ cm ; $c = 3$ cm

پ) $a = 6$ cm ; $c = 3,4$ cm ; $\measuredangle = 30°$

او د تراپخ ورکې یا نامعلومه لویي وشمیری(چاپیری، هواره، جګی، د نیمي
اوږدوالی).

۶ – د یوه تریخشکلي بنسټ ټوټي هواره وشمیری، چې غبرګ اړخونه یې ۱۳۱ متره
او ۱۵۰ متره وي او نور دواړه اړخونه یې هر یو ۵ ، ۹۰ متره اوږده وي.

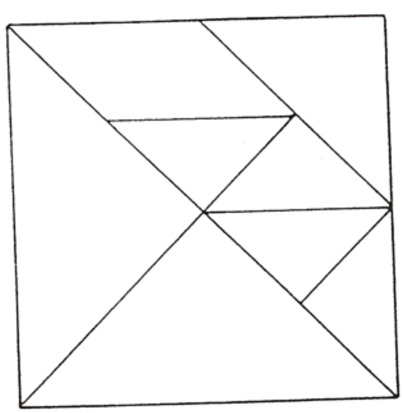
۷ – د یوه غاړې ډنډ نیمغوځی یا
بهتره پروتغوځی(کورشنیت) له لارې
جګوالی h او د بحیرې غاړې په لور
اوږدوالی l وشمیری.



څیره ۱۰۵

۸ – په یوه مساوي پښیز تراپخ کې،
چې چاپیری یې ۶۰ سانتي متره وي
او جګوالی یې دومره لوي وي، لکه یو

غبرگ اړخ، بل یی لس سانتیمتره
اوږد دی. د ټولو اړخونو اوږدوالی او
هواره و شمیری.
۹ – یو غبرك آړخیز له
الف) $a = 7$ cm ; $b = 5$ cm ; $|AC| = 10$ cm
ب) $a = 7{,}5$ cm ; $|AC| = 9$ cm ; $h_1 = 3{,}7$ cm
پ) $a = 6$ cm ; $b = 5$ cm ; $\beta = 120°$
ځخه جوړ کړی. ټولی پاتي لویي هم وشمری.
۱۰ – یوه روتی کومه هواره لري، چی نیمی یی نیمه دومره لویه وي لکه یو اړخ یی؟
۱۱ – د یوې روتی نیمي ۱۰ سانتي متره او ۱۲ سانتي متره دي. چاپیری او هواره
یی وشمیری.
۱۲ – د یوې روتی چاپیری ۴۰ سانتي
متره دی. نیمی e دوه واره دومره
لوي دی لکه نیمی f , دواړه اوږدې
او هواره وټاکئ.
۱۳ – په یوې ننوتي ګوډی یا پتنګ
کي $\alpha = 70°$ او $\beta = 110°$ ،
ورك کونجونه څومره لوي دي؟ دا
کوم ډول څیره ده؟ ویي کاږی.
۱۴ – یوه سیومتري ګوی یا پتنګ د اړخونو
اوږدوالی $a = 3$ cm او $b = 5$ cm لري.
د نیمیو غوڅټکی اوږده ن نیمی د 2 : 1
تناسب ویشي. نیمي څورم اوږده دي
ګوډی– یا پتنګهواره څومره لویه ده ؟



څیره ۱۰۶

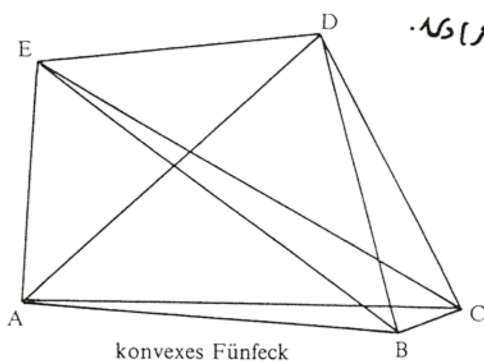
۱۵ – تانګرام Tangram یوه زړه چینیایي پروتلوبه ده د ټولو برخه ټوټو هواره وشمیرئ، که د لوي دریګوډي دبنسټ اړخ اوږدوالی ۲۰ سانتي متره وي
(ځیره پـه تیر مخ کی)

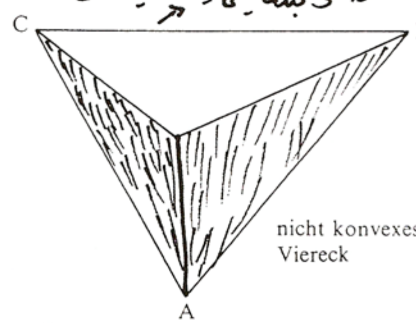
۱۶ – وښایي، چی څلورګوډی د $a = 3$ cm , $b = 4$ cm , $c = 5$ cm او $d = 6$ cm یواځنی نه دی ټاکلی؟ دا په دې مانا چی څو ځیرې یی کښل کیدی شي.

ډیرګوډي یا پولیګونونه(Polygone)یا n–ګوډي

که څوك د کونجونو شمیر د څلورګوډي څخه پرلپسی پنځه ګوډي، شپږګوډي ... ۱۰۰ ګوډي ... او n–کوډي ته وغزوي (زیات کړي) نو ډیرګوډی یا پولیګون لاس ته راځي. دریګوډي او څلورګوډي هم ځانګړي پولیګونونه دي چی له دې امله په

داکی بنسه تیمې یا د یاګونال (قطر) دی.





ناوتلی څلورګودی (نوټی–)   وتلی پنځه ګودی

پولیګونونو کې ځانګړې ځای هم لري. که په یوه پولیګون کې ټول نیمي (یاقطرونه) د پولیګون په دننه کې پراته وي نو پولیګون ته وتلی پولیګون وای او په دې بنسټ یې ټول دنننی کونجونه هم هر یو له 180° څخه کوچني دي.

پوښتنه داده چې اوس ډېرګوډي څو دوه کونجترې لري؟،

هرکونج د ناګاونډي کونج سره ترل کیدی شي. په دې ډول څلورګوډي دوه کونجترې لري یعنی ۴ : ۲ = ۲ کونجترې.

پنځه ګوډي کې (۵ . ۲) :۲ = ۵ دوه کونجترې

شپږګوډي کې (۶ . ۳) : ۲ = ۹ دوه کونجترې

پ- پنځوس ګوډي کې (۵۰ . ۴۷) : ۲ = ۱۱۷۵ کونجونه

په عمومي ډول لاندې فرمول لیکلی شو

> **جمله:** د n–ګوډي دوه کونجترو شمیر داسې دی: n (n - 3) / 2
>
> داچې په یوه پولیګون کې ګاونډي کونجونه هم یو د بل سره ترلي دي نو په یوه n– ګوډي یا n– پولیګون کې ټولې ترلکرښې چې پولیګون n– کونجونه لري داسې دي
>
> $$\frac{n(n-1)}{2} = n(n-1)/2$$

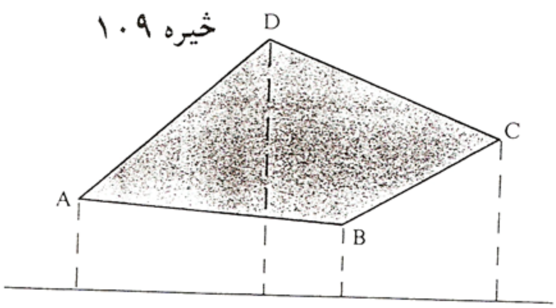
هر پولیګون په دوه کونجترونو په زیاتو، د پولیګون په دریګوډیو، بدلیږي. ګټور دی که دوه کونجترې د یوه کونج وباسو. (که پولیګون وتلی وي نو دا شکل لیدونکی دی). دا نو n - 3 دوه کونجترې جوړوي. او n-2 (برخه، حصه) دریګوډي منځ ته راځي. د دریګوډي د کونجونوزیاتونجملی ترلي لاس ته راځي:

> په یوه n–ګوډي کې د د دننیو کونجونو زیاتون 180° .(n-2) درجې دی.

د بیلګي په توګه دننه کونجونه د پنځه ګوډي لپاره°540 , شپږ ګوډ لپاره °1440 دي. دا دې په یاد وي چی د پولیګون د هوارې اندازه د دریګوډیو له لارې ساده څرګندیږي، مګر په عمل کی ستونځي لري، ځکه چی پرې زیات شوي لویي لکه جګکربنی، کونجونه په ستونځو پیدا کېږي.ددې لپاره د «ستانډلاین متودStandlinienmethode» مرستندوی دی. د ستاندلاین یوه کرښه ده د تعریف شوي واټن (فاصلی) سره چی د ډیرګوډي د هر کونج سره یی لري. د کونجونو څخه په دې لاین د نیغ کرښو کښلو په بنسټ تریخ منځ ته راځی او یا / او دریګوډي، نو د ستاندلاین څخه کواوردینات ورکړ شوي چی د ټوټو شمیرنو څخه بیا د پولیګون د منځهوارې شمیرل کیدی شي.

څیرې :

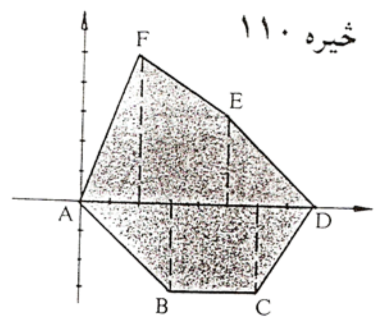
خیره ۱۰۹



Standlinie außerhalb des Polygons

ستېنډ لاین د
پولیګون د باندې دکه

خیره ۱۱۰



Standlinie innerhalb des Polygons

ستېنډ لاین د پولیګون
دننه دکه

پیل بیلګه(پورته شکلونه وګوری)

په شپږګوډي دA او D د ټکو تیرې شوې کرښی g دا لاندې کواوردینات لري:

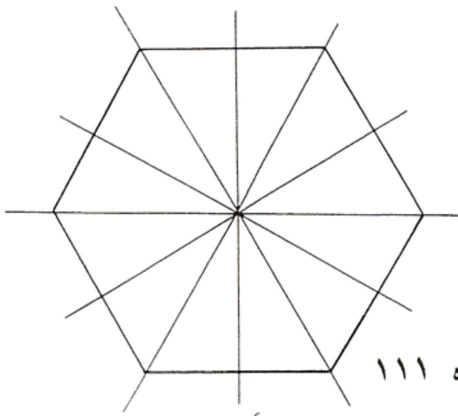
A(0,0) , B (3 ,-3) , C (6 , -3) , D(8 , 0), E (5 , 3) , F 2 , 3)

نو هواره یی څومره لویه ده؟

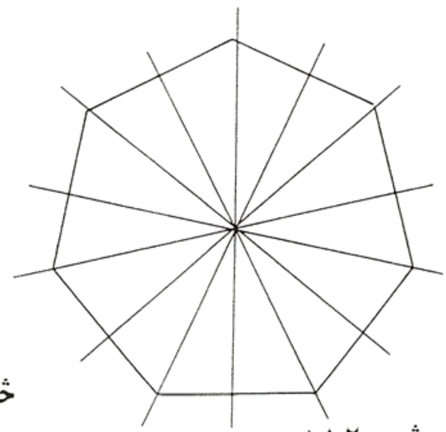
څلور ولاړکونجیز دریګوړی لاس ته راځي یو مربع او یو ترپېځ. د ترپېځ جګوالی د x –واټن له E او F څخه. هواره یې په لاندې ډول شمیرل کیږي :

$$F = 3.3/2 + 3.3 + 3.2/2 + 3.3/2 + 3.(3+5)/2 + 2.5/2 = 38$$

۳۸ هوار یوونونه.

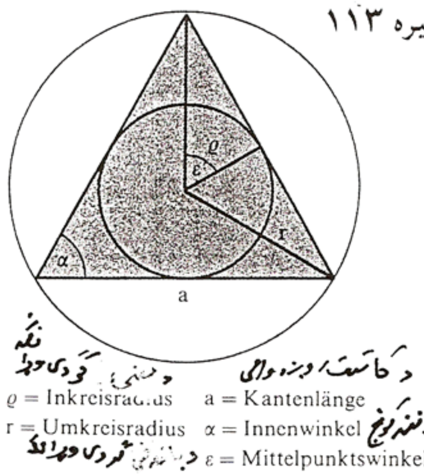


ثیره ۱۱۱



ثیره ۱۱۲

ثیره ۱۱۳



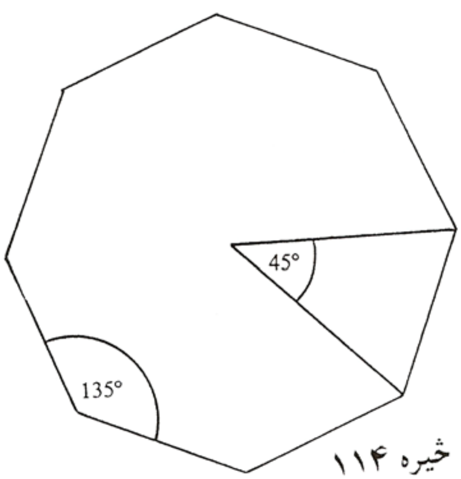
دلته منظم یا نا منظم پولیګون هغه دی چې ټول کونجونه مساوي (یوشکل) لوي او ټول اړخونه مساوي اوږده دي. له دې امله منظم –ګوډي په پولیګون کی د سیومتري خویونو (خواصو) په بنسټ ځانګړی ځای لري هغه ن سیومتري محورونه لري: که د کونجونو ګڼ ناجفت یا طاق وی ، نو دا ټیك د کونج ټکو او مخامخ پراته اړخ منځټکی.

که n جفت وي نو دا ټیك n:2 کرښي چې مخامخ کونجټکی سره تړي او n:2 کرښی چي منځنی ټکی د مخامخ اړخونو سره تړي.

په منظم څلورګوټي کی د کونجونو نیمونکی ټکی او د اړوخونو ولاړنیمونکی ټکی سره یوځای پریوځي او په دې ډول د دننه او دباندې ګردي منځنی ټکی هم سره یوځای پریوځي، داسی په نامه کونځنتري ګردي یا راټول ګردي. څیره

په منظم n– کونجي هره دننۍ کونج او هره د منځټکي کونج لاندې د کونجاندازه لري $\alpha = 180 - \varepsilon$ د $\varepsilon = 360 / n$ سره

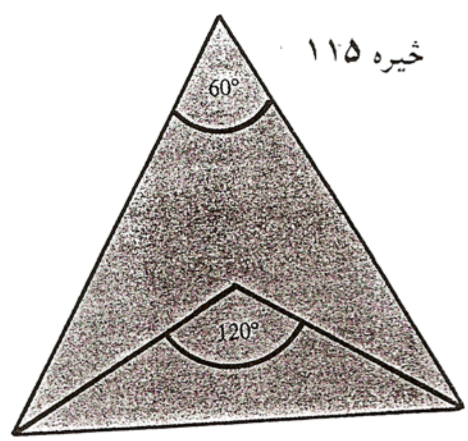
څیرې



څیره ۱۱۴

$$\varepsilon = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$



څیره ۱۱۵

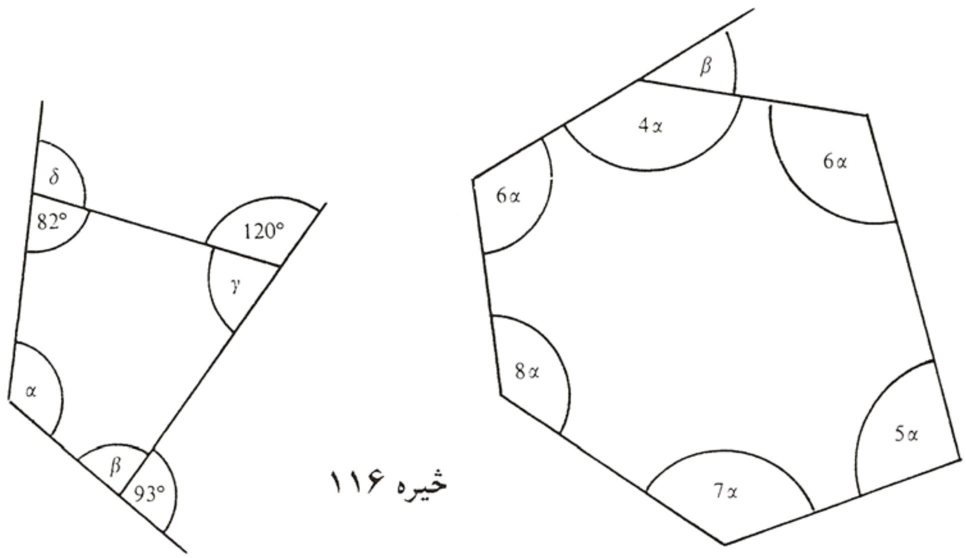
$$\varepsilon = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

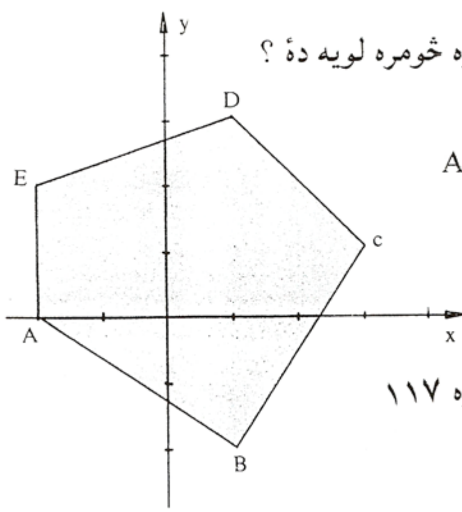
تمرینونه

۱ – یو ۲۰ ګوډی څومره نیمې لري (۷۰ کونجی، ۱۵۰ کونجی، ۵۵۵ – ګوډی)؟
په دې خیره کې څومره ترلکرښې موجود دي؟

۲ – ورك کونجونه څومره لوی دي؟



خیره ۱۱۶



۳ – د دې جوړ خیره شوي پنځه ګوډي هواره څومره لویه دهٔ ؟
(خیره)

۴ – یو پنځه ګوډیز پټې ABCDE یو اړخ AB
په سرك پروت دی.
د ټکو واټن لپاره صدق کوي:

|AB| = 5o m ; |AC| = 63 m

;

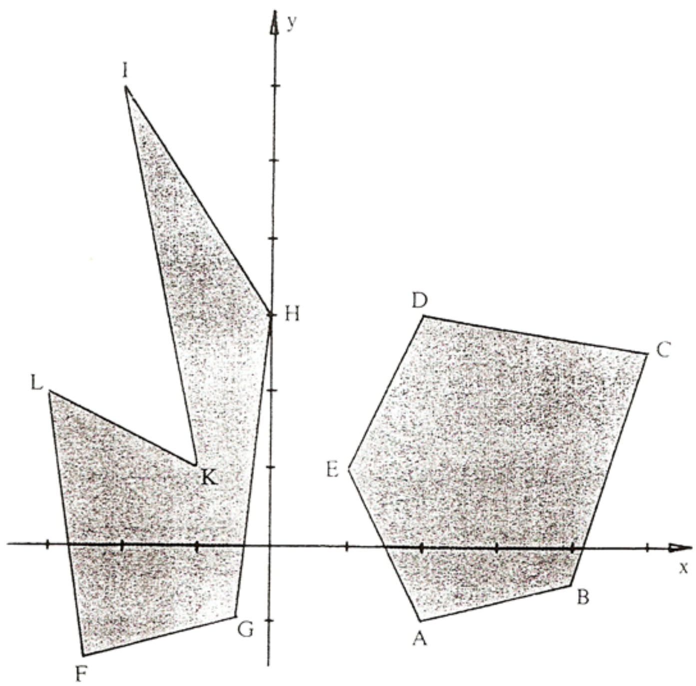
خیره ۱۱۷

|BC| =23 m ; |AD| = 45 m ;
|CD| =45 m ; | A E | = 36 m :
|DE| = 41 m

الف) دا پنځه ګوډی وکاږی.

ب) د ځمکی پاکوالی په خاطر دې دا په يوه ولاړکونجيز واړول شي چی همغه هواره ولري، چی يو اړخ يی هم همغه AB وي . دوم اړخ جوړ کړی، او نتيجه يی د يوې شمرني له لارې کنترول کړی.

۵ – د څيره شوي پنځه ګوډي همداسی د شپږ ګوډي هوارې وټاکی .



څيره ۱۱۸

۶ – د يوې نيمی AF په نسبت يو ۱۰ ګوډی لاندې کونجکواوردينات يا لاندې پروت ولاړ ارزښتونه لري (په مترونو):

A(0|0); B(2|2,5);C(3,5| 1,6); D(6|4) ; E(9|4) ; F(12|0);
G(10| -1); H(8|-5) ; I(5| -2,3); K(1|-1,1) ;

د دې هواره ځومره لویه ده؟

محور هندارونه

پیژند(تعریف):که د یوې ځېرې یا انځور هر ټکیP په یوه ځېره ټکي ’P ځېره شي، چې د یوه محورa په نسبت وټکي P ته سیومتریک پروت وي، نو دا ځېرونه محور هندارونه بلل کیږي.

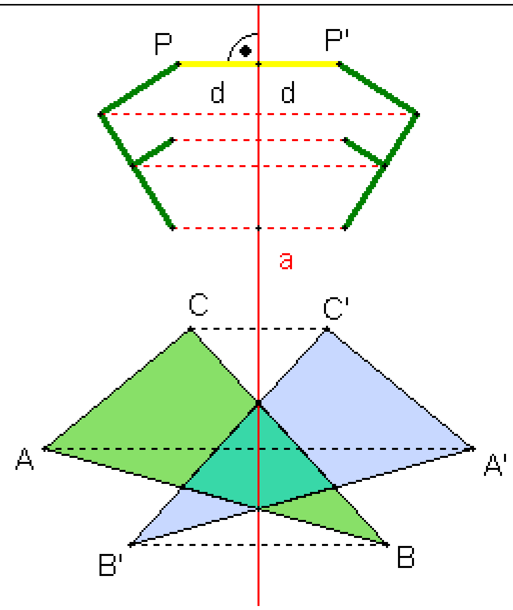
د محورهندارونې خویونه

١) دا د ټکي ځېرټکي توته ترونکرښه په محور نیمیږي او په محور ولاړه پرته ده

٢) کرښې په کرښو او د برابرې وړانګي ګردی(دایرې) په ګردیو ځېره ګیږي.

٣) توته کرښې به په برابرو توته کرښو او کونجونه به په برابرو لویوکونجونوځېره شي.

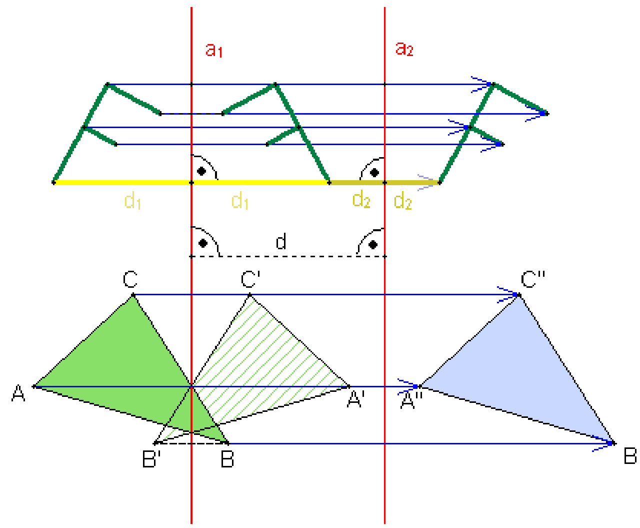
۴) د محور اینونه تګلور یا تلنلور په ځټ لور بدلوي.



ډېرواره هندارونه

الف) راکښنه يا ترانسلاشن (Translation)

پيژند (تعريف): که د يوې ځېرې هرټکی سملاسي په همغه لور و کښل شي، نو يوځېره شکل منځ ته راځي. دا ځېرونه راکښنه يا ترانسلاشن بلل کيږي، لاندې ځېره دې وکتل سي.



د راکښنې خويونه:

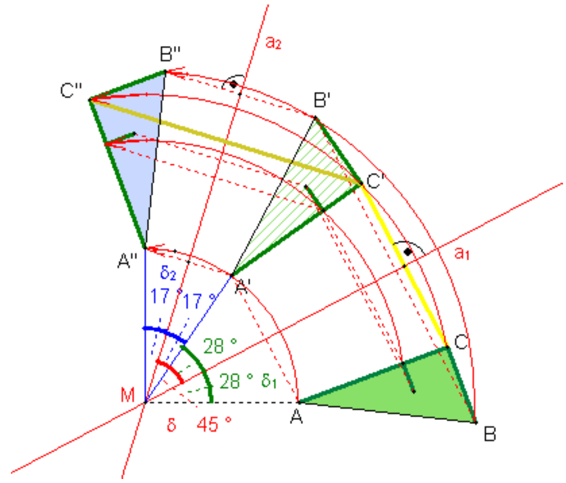
دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d واټن سره همغه ارزښتيزه ده د يوې 2d په محور ولاړې راکښنې سره.

ب) ځرخون (Rotation)

پيژند :

که د يوې ځېرې يو ټکی P په يوې ګرد(دايرې) په ځاي په ځای ټکي M په کونج □ په وړانګه $\overline{MP}$ و ځرخول شي، نو يو ځېره شکل منځ ته ر اځي. دا ځېرونه په ځرخونټکي M ځرخون يا روټيشن بلل کيږي.

لاندې ځېره دې وکتل شي

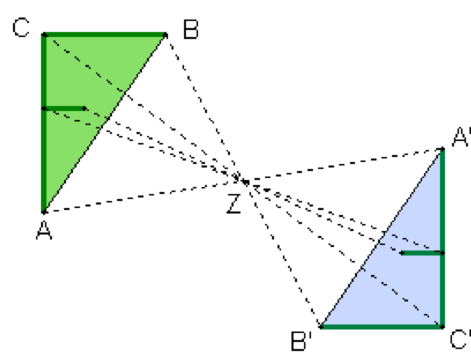


د ځرخوني خويونه

په محورونو دوه واره هنداروونه، چې په □ کونج په ټکي M کې يو بل غوځ کړي، په ټکي M باندې د يوه ځرخون سره برابرارزښته دي، که ځرخونکونج □□□□□□ وي.

پ) (په) ټکي هنداروونه:

پېژند: په ټکي Z يو ځرخون د ځرخونکونج 180° سره يوه ټکيځېرونه ده يا ټکي هنداروونهده. Z د ټکي هنداروني منځټکی بلل کيږي. .



.

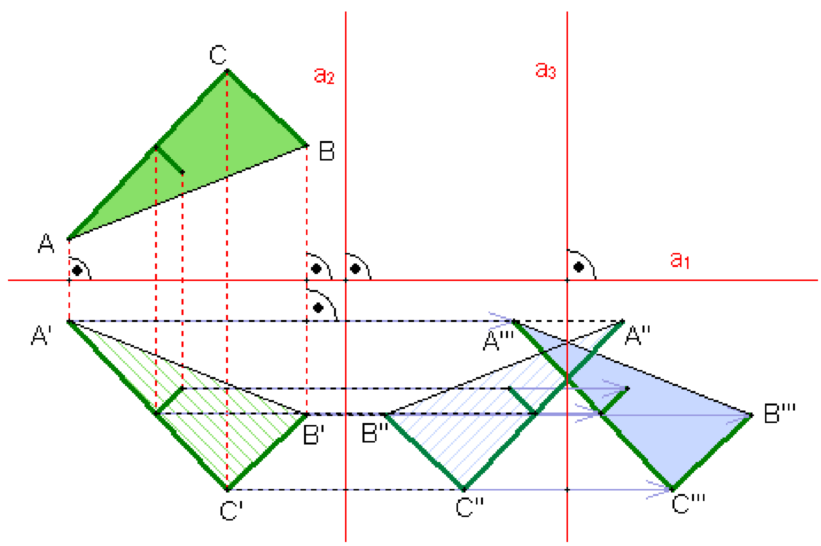
د ټکي هنداروني خوي:

د یوې ټکیهنداروني ټکی   او هنداره ټکی یوه ټوټه کرښه ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

ت) خوی هندارونه   die Gleitspiegelung

پیژند: خوی هندارونه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هندارونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په څېټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



<u>Eigenschaft der Gleitspiegelung</u>

د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هندارونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

طلاييِ غوڅی - خویونه

طلايي غوڅی یا ناپرېکېدونکي وېشنه یا ټوټه ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده ټوټه دMajority **Major (M)** یانې ستره ټوټه   سره

ښايو يا په نخښنه کوو او کوچنی برخه يا ټوټه دMinority **minor (m)** يانې کوچنی
سره په نخښنه کوو.

ددې نخښونې سره د طلايي غوځې شرايط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.

m : M = M : (M+m)

لنډه ټوټه څان و لوې ټوټې ته داسې نيسي يا لنډه ټوټه نسبت و لوی ټوټې ته داسې ده، لکه لويه ټوټه د لوې ټوټې او کوچنی ټوټې و زياتون ته .

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طبلايي غوځې د برابرون د کينې لور اوبيونه يا حل/

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 \;\middle|\; \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

$$\sigma^2 + \sigma - 1 = 0 \text{ (quadratische Gleichung)}$$

$$\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{(nur positve Lösung!)}$$

$$\sigma \approx 0{,}6180339887498948482 0$$

[AB]ځخه د ورکړشوي ټوټه کرښې a اوږدوالي اوبيونه (خل) د x اووښنوني په

مرسته، چې په [AT]کې پروت دی.

$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

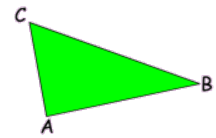
د اوبيونې يا حل فرمول د يواځې زياتيز يا مثبت حل سره

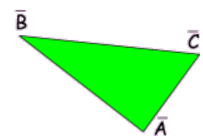
$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

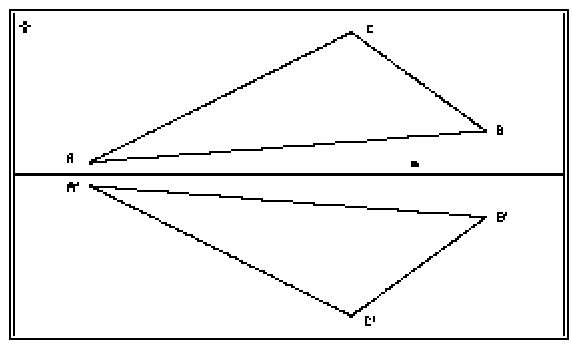
دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي

کونګروانيخ ځيرونی(برابرې ځېروني) Kongruenzabbildungen

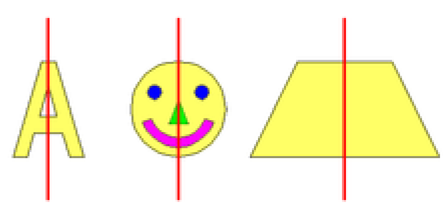
Congruence mapping



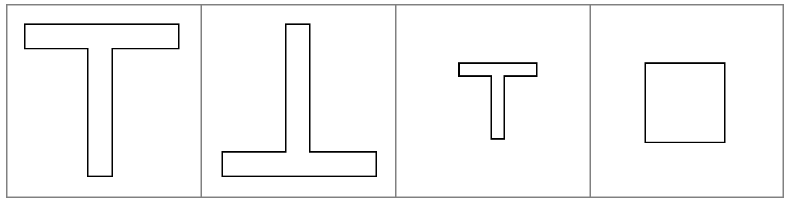




Symmetrische Figuren سیومتري ځیرې یا شکلونه



د هوارو څخه مو ولیدل، چې د هغو ترمنځ سیومتري ځیرې یا شکلونه، یعنی داسي په نامه برابرې یا مساوي او نیمایي ځیرې:
د شمیرپوهنی له مخی د ساده شمیرو‌ړتوب له امله تخنیکي، د هغو د ساده بدله ونی له امله، او د ښکلا له مخی، د هغو د همغسي ځیرې ځرګندوني له امله یو ځانګړی ځاي نیسی)



په پورته ځیره کې کیڼ لور ته دوه د ټي ځیرې یو بل پټوي، کیڼ لور دې د کښلی ټي سره برابرپټوونی ټي وکښل شي۰ دا محور سیومتري ځیرې دي۰

په ځانګړي ډول د اخرني شکلونو ځخه کتل کیږي چی سیومتري تل دا مانا نه لري چی شکلونه دې په دوه نیمو ویشل شي، کیدی شي دوه یا زیات شیان وي ، چې د هغو د ترتیب له امله یو له بل سره خیالي سیومتري اړیکي ولري. دوه یا زیات شکلونه لکه چی ځنګه ضربالمثل وایي چي داسي یو بل ته ورته دي لکه » دوه هګی .» له دې ځایه تر کونګروانیڅ یو پل دی

1.

پیژند : هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بڼه (ځیره) او لویوالي کی یو بل سره یو شي وي او یواځي ځاي یی یو له بل بیل وي۰

یادونه : زه به وړاندیز وکړم، چې کونګروانیڅ څیرونې » ورته
برابرې څیرونې » وبولو، ځکه، چې یو بل ته ورته دي او برابرې هم
دې یاني که یو پر بل واچول شي یا یو پر بل پریوزي، نو یو بل پټوي٠

د دوه شیانو A او B د کونګروانیڅ د لیکلو سومبول په لاندې ډول دی:
A ~ B <=> A ~ B

د کونګروانیڅ خویونه :
١ - کونګروینڅ څیرې یا - شکلونه یو په بل پریوځي یا یو بل پټوي.
٢ - کونګروینڅ څیرې یا شکلونه د کاغذ په هنري غبرګولو یا غوڅولو
په بنسټ، کیدی شي یو په بل پریوځی٠

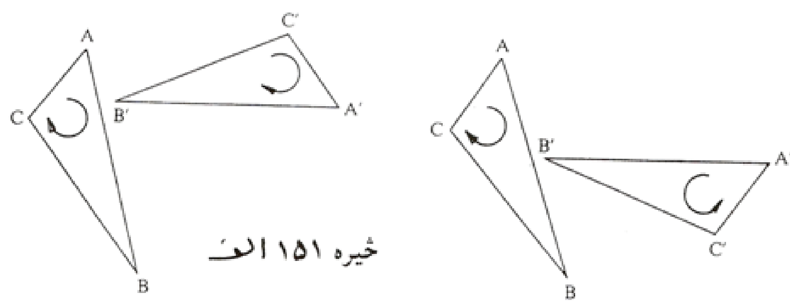
پورته څیره تکی سیومتري ده ٠
غوڅول د شمیر پوهنی کار نه دی، مګر غبرګول کیدی شي وي.

لنډ : محورهنداروني او کربنهنداروني ، څرخون، تکیڅیره ونې او
راکښني ګونګروانیڅ څیره ونې دي٠

پوښتنه کیږي چی :
په شمیرپوهنه کی عملیي شته چی د هغي په مرسته یا د هغي له لارې
یا د هغی په وسیله څیرې یو په بل پریوتی - او پټیدی شي ، داسي
کارونی یا عملیي په کړنه یا عمل کی شته او دا کونګروانیڅ څیره ونې
یا څیره کوني بلل کیږي.
هر کونګروانیڅ څیره یا شکل او لویوالی (منځهواره) ساتي. په
دې ډول باید کونجونه او اوږدوالي ریښتونی وي، چې په دې ډول د
برخو تناسب، کربښوتناسب، برخو تناسب غبرګ کرخو تناسب (
ځانښونه) ریښتونی دی. لاندې به وښوول شي چی زیات تر زیات د کونج
څرخونلور یا سمت تغیر خوړونکي دی، که څرخونلور تغیر ونه خوری

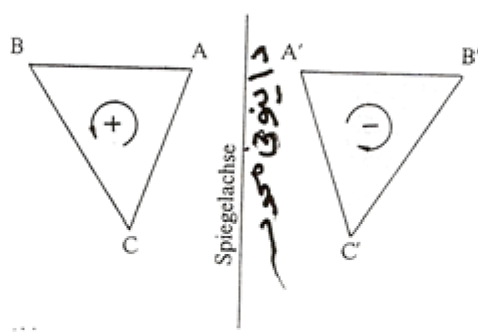
نو یولوریز کونګروینځ بلل کیږی او که څرخونلور تغیر وخوري نو شکلونه مخامخ لوریز یا په څټ یا برعکس کونګروانیځ بلل کیږي

شیره ۱۵۰



شیره ۱۵۱ الف

کرښهندارونه(په کرښه منعکسونه) Geradenspiegelung

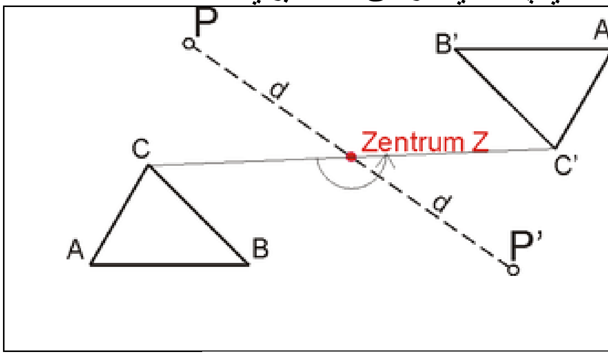


شیره ۱۵۲

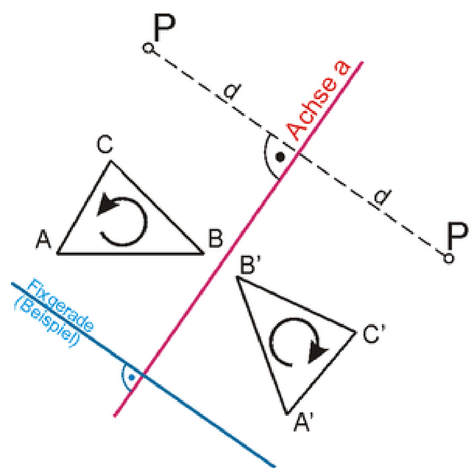
یو کونګروانیځ شیره ونه مو په پیل شیرونو کی وښوده. کرښ اینونه یا کرښهندارونه یواځنی مخامخ کونګروینځ شیره ونهی ده ، ځکه چی د کونج د لور تغیر په کی منځ ته راځي.

د درې ګوډي ABC مثبت- یا زیاتونلوریز څخه یو منفي لوریز یا کمونلوریز درې ګوډی 'A'B'C جوړیږي.پخپله کرښهgپه اینونکی کرښه یا په اینونکرښه یا په هنداروونکرښه بلل کیږي او یا د اینه ونې محور. په دې ټول پراته ټکی تغیر نه خوري) ځاي په ځاي ټکی (فیکسټکی)Fixppoint دی، له دې امله کرښیg ته د ځاي په ځاي ټکوکرښه هم وایي. ټولی په g نغولاړې(لنډ: ولاړې) کرښي د اینه کولو په بنسټ په خپل ځان شیره کیږي، مګر ټول ټکي د g سره د

غوښتکي په استثني یا بی له غوښتکي کرښي ټکي د خپلي فاصلی په ساتلو ځاي بدلوي. له دې امله دا کرښي ځاي په ځاي کرښی بلل کیږي ۰

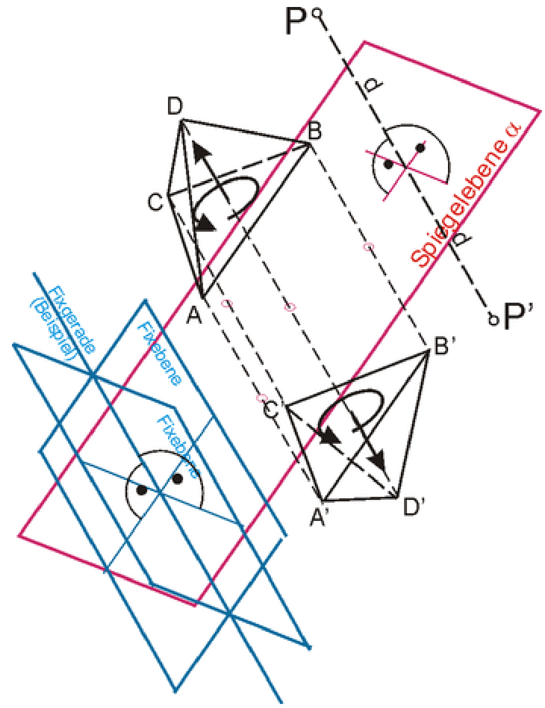


په لاندې خیره کې کیڼ لور ته درې ګوډې په ټکی ، چې د کښلي کرښی منځ ټکی دی ، ښي لور ته خیره کیږي او دا په همدې ټکي۰ کتک کیږي، چې د هر خیره ټکی واټن د همدې ټکي څخه همغ دی لکه د خیره کووني ټکی واټن له دې منځټکی څخه.



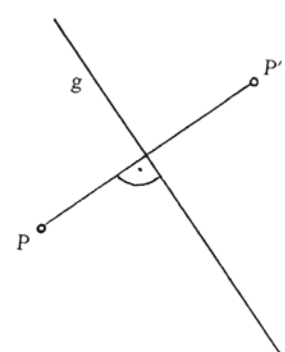
په پورته محور اینه ونه کی لیدل کیږي، چې د محور څخه د خیرې او خیره کونکي ټکي سره برابر دي، خو ګورو، چې څرخون لور یې همغه څرخونلور نه ده۰

په لاندې خیره کې اینه ونې کښل شوي دي



د کرښ اینوونو جوړښتخیرنه

۱ - دا ټکي له هر په نخښه ټکي (ډیرګوډي کی د کونجټکی او په ګردی کی د منځ ټکی) په g ولاړ یا زوړند پریوځي او دا له g اخوا په فاصله د |Pg|غزوي. (دا د مخه راغلي.)



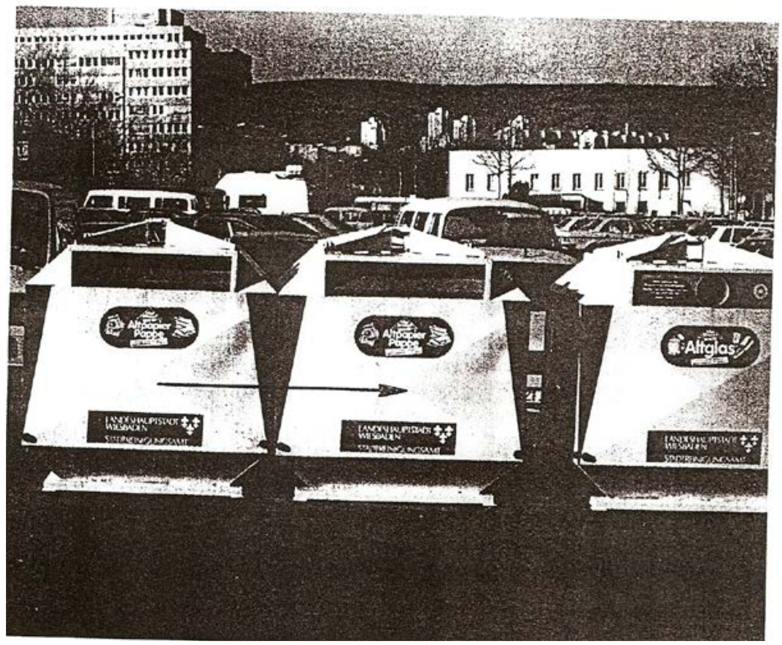
خیره ۱۵۳

۲ – ټول ټکی د اصل په ترتیب سره وتړی(په ګردی کی : په M'یو ګر دی د r'=r په وړانګه
ووهئ). د ځیرې او پخواځیرې(اصل) د ټولشکل لپاره بیا g
سیومتریمحوردی، دا په دې مانا، چی ټوله ځیره د اینونې سره په خپل ځان ځیره کیږي.
هره کرښ اینوونه Sg کیدی شي چی په g بیا کرښ اینونو باندې په همغه محور بیرته راوکرځول شي.دSg په یا په ځټ ځیره ونه یا مخامخ ځیره ونه بیرته Sg دئ. دا دځیرو زیاتواره ځیره ونو ځانګړی حالت د۰
دلته بیا سړی د ځیره ونو د ځنځیرونو څخه خبرې کوي او د دې لپاره تړلنځښه »°« په کار اچول کږي. کرښ اینوونه د ګونګراینځو لاندې یو مرکزي ځای یا منځځای لري، ځکه چی ټولی نورې اینونی د کرښ اینوني ځنځیرونو باندې بیرته راګرځول کیږي، لکه چی په لاندې کی به وګورو.

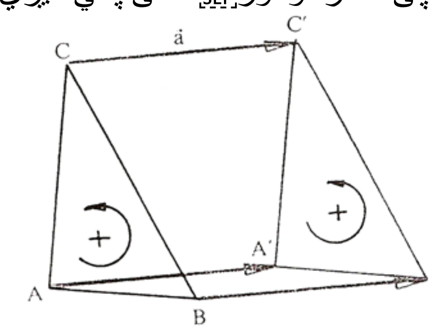
راکښنه یا کښونی Verschiebungen

پیژند :
غبرګکښول ،لنډ کښول یا وړل Va د خپل وړلوکتور یا وړونوکتور یا کښونوکتور له لارې یواځنی ټاکلی دئ (ددې لپاره د وکتور لوست وګورئ۰

Verschiebungen راکښنه یا کښونه



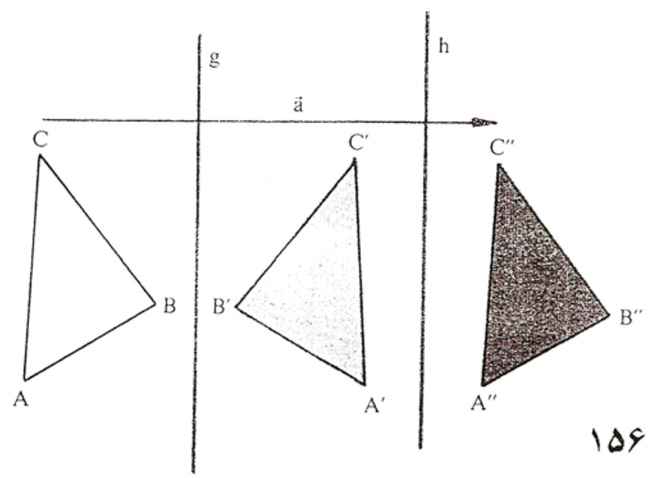
د وکتورونو لاندي مساوي اوږده او په یوه لور غشي پوهیږو، کوم چی د خیرې وتلتکي په خیرنتکو لوریز وي .
(لنډ : د وکتور لاندې یوه لوریزه کربنه پوهیږو، د ځانګړو شرایطو لاندې) د کښولو لپاره پریکړی د وکتور اوږدوالی | a | دی او د وکتور لور. کښول په همغه لور کونګرو اینځخیروني دي، دا په دې مانا چی د څرخونلور ساتلی پاتي کیږي٠



خیره ۱۵۵

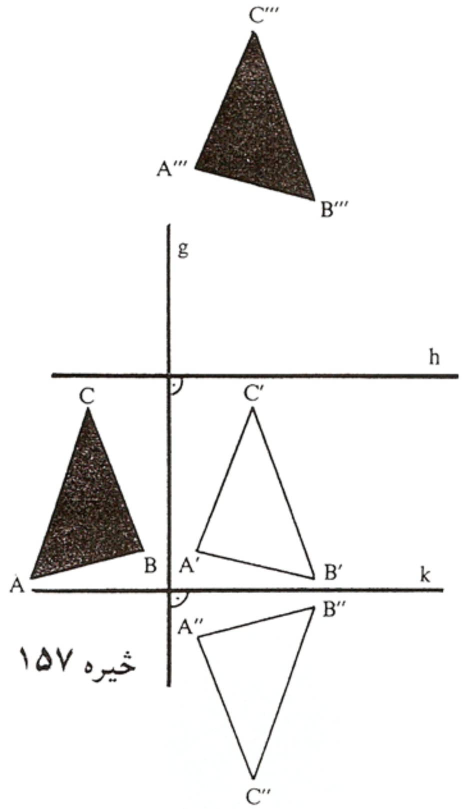
د کښولو جوړښتخیرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په ډیرګوډي کی ګوډونه او په ګردئ کی منځټکی)د ګښولو وکتور a
وکارئ (برابر یا مساوي اوږده، همغه لوراو غبرګ غشی ().
؟۲ - د وکتورونو اخرټکي سره د اصل په پرلپسي ترتیب ونخلوی. (په ګردیکښونو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه ګردئ
ووهئ)کښونه ځاي په ځاټکي نه لري(که د صفر وکتور دې په نامه identität ایدنتیتي یا کټمټ ځیرونی ځخه تیر یا صرف نظر شو)
ددې لپاره ټولی له a سره غبرګی کرښي ځاي په ځاي کرښی دي، دا په دې مانا چی دوي په خپل ځان ځیره کیږي؟.هر کښول یا نوه هم ښه هره کښه ونه Va د V-a کښولو له لارې بیرته راوګرځول کیدی شي.
دلته a- وکتور د a سره غبرګ او همغومره اوږد دئ، مګر په مخامخ یا په ځټ لور؟.هره کښونه په دوه کرښو g او hله دوه واره اینولو یا هندارونو له لاری بیرته لاس ته راوړونکی ده، چی واټن d یی همدا د کښولو وکتور نیم اوږدوالی ورکوي. دا بدلون یواځنی نه دئ: پس په عمومي ډول باور لري: $V_a = S_g \circ S_h$
د g||h سره او |a| = 2d ، چیرته چی d د g اوh ترمنځ واټن ورکوي.



ځیره ۱۵۶

په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي صورت نیونکی زیات کرښ اینونه دې په دې ځاي کی ذکر شوي وي، ځکه چي دا – لکه څنګه ټول نور واریانت یا



ثیره ۱۵۷

اووښتوني – یو ساده بنسټیز فورم نه ورکوي : خویوونکي یا کښووني اینونه. ترنه $G_{a;g} = S_g \circ V_a$ یو کښووني اینونه ده،

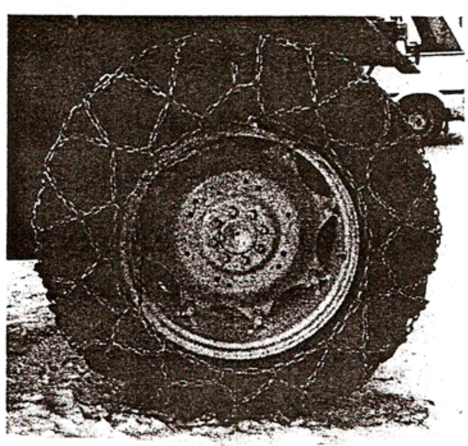
که $a \parallel g$ وي.

هره کښووني اینونه یا هندارونه د درې کرښ اینونو $S_h \circ S_k \circ S_g$ تړل دي، چیرته چې کرښې h او k ، کوم چې دکښووني ځاي نیسي، په g نیغې ولاړې دي:

$$h \parallel k\,;\, h \perp g\ .$$

یوه کښووني اینونه ځاي په ځاي ټکي نه لري، مګر g د ثیرووني ځاي په ځاي کرښه ده. هره کښووني اینونه $G_{a;g}$ په $G_{-a;g}$ سره بیرته راکرځول کیدی شي.

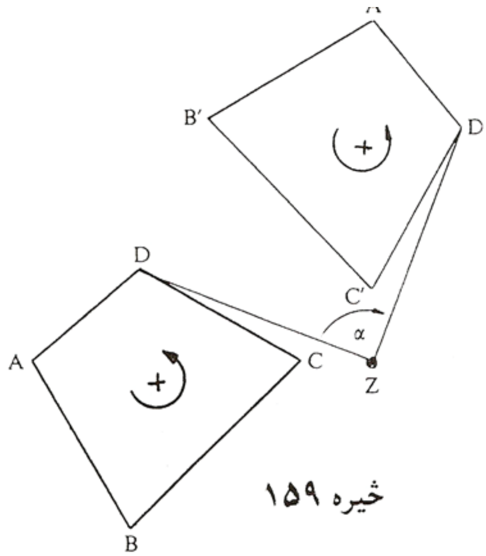
Drehungen



ثیره ۱۵۸

ثرخونونه(څرخونې)

تعریف : ثرخون $D_{Z;\mu}$ هغه ثیرونه ده، چې په ورکړ شوي ټکي Z (ثرخونټکی یا ثرخونمنځ) هر اصلی ټکی P په یو ثیره ټکي P' داسی تنظیم کړي، چې $|PZ| = |P'Z|$ او $w(PZP')=\mu$ چې μ یو د مخه ځاي په ځاي ورکړ شوی کونج دی، د ثرخونکونج.



خیره ۱۵۹

پس یو څرخون د څرخونټکي Z
او څرخونکونج ‌ ‌ ‌ ‌ څخه یوائنی
ټاکلی دی. د څرخونلور ‌ ‌ ‌ پ‌ه
مخ نخه له مخه ورکړ شوی.
(ددې لپاره دې د مخه تري
لوستونه پام کی وي).

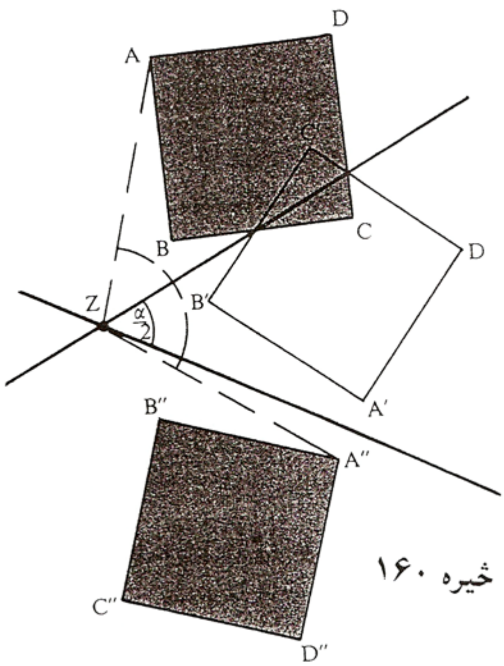
دڅرخون جوړښت خیړنه

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د ډیرکونجیز کونجټکي، په ګردی کی منځټکی) او حرخونمنځ Z یوه وړانګه کیږدی . د هرټکي P واټن PZ په یوه مرستندوي وړانګه وکاږی، کوم چی له PZ سره کونج ‌ ‌ ‌ جوړوي.

۲ –لاس ته راغلی ټکی 'P په اصل پرلپسي ترتیبیو د بل سره ونښلوی (یا په همدې ډول په 'P یو ګردی د r' = r په وړانګه ووهی).

څرخون ‌ ‌ D_z یوه همغه لوریز کونګروا‌ینڅ خیرونه ده.

که څرخون ‌ ‌ D_z له څرخون په$0°$:
ایدنتیتي یا کتمټ، توپیر ولري، نو دا یوائې یو ځای په ځای ټکی لري: پخپله Z .

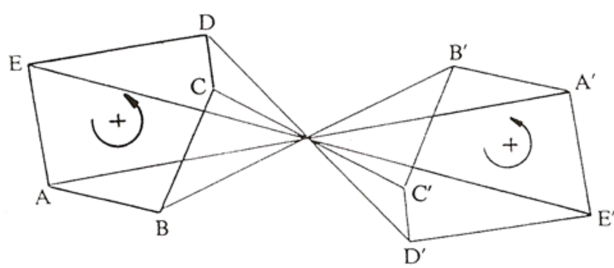


خیره ۱۶۰

هر څرخون D_z د په کونج کیدی شي چی په څرخون D_z په کونج -
بیرته راوګرځول شي. د جوړښت څیړنی ځخه پیژندل کیږي، چی هر څرخون D_z
د دوه کرښي اینوني چی په ټکی Z کی په کونج 2/ یو بل غوځوونکو کرښو g
او h ځاي نیونکی کیدی شي: څرخون : $D_{z;\mu} = S_g \circ S_h$
د $h = \{Z\}, \mu = 2.w(g;h)$ g سره. (څیره)

تعریف : یو څرخون د څرخونکونج $\mu = \pm 180°$ سره ټکی اینونه بلل کیږي. دا په دې مانا چی په ټکي اینه کیږي.

په دې توګه ټکی اینونه هم یو همغه لوریز کونګروانیځ څیرونه ده. (څیره ۱۲۸)



څیره ۱۶۱

په ټکي اینوني جوړښت څیړنه

۱ - د اصلي څیرې هر په نخښه ټکي ځخه یوه کرښه وکاږي، چي له اینونکي ټکي Z تیره شي، او |PZ| واټن د Z په بله لور وباسی.
۲ - داسی لاس ته راغلي ټکي په پرلپسی ترتیب سره ونښلوی. (همداسی په 'M یو د r' = r وړانګي ګردی‌ووهی).

ټولګه

هره کونګروانيڅ ځيرونه د کرښی اينوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بيا هر کرښ اينونه ځرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اينونو (ځرخونو يا کښنونو) جوړه تعداد يا ګڼون يو همغه لوريز کونګروانيڅ ځيرونه ده. د نا جوړه تعداد يا ګڼون کرښ اينونو (کرښ اينونی يا کښنونو اينونی) يو نا همغه لوريز کونګروانيڅ ځيرونه ده.

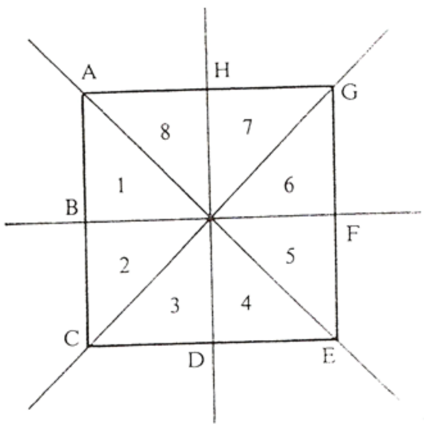
ديو په بل پسی د کونګروانيڅ ځيرونو کارونه بيرته کونګروانيڅ ځيرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانيڅ کرښ اينونه ده نو د پای کونګروانيڅ يو په بل پسی اينونه ده. برسيره پر دې هر کونګروانيڅ بيرته راګرځيدلی يا په څټ کيدلی شي. که له دوه وو زيات کونګروانيڅ ځيرونی يو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځياتيو را يوځای کيدی شي. الجبري ټول کونګروانيڅ ځيرونی يو ګروپ جوړوي د ناپيلي کتمټ ځيرونی سره، دا په دې مانا چی ناپيلی ځيرونه ، چی په کارونه کی تغير نه راولی کتمټ ځيرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

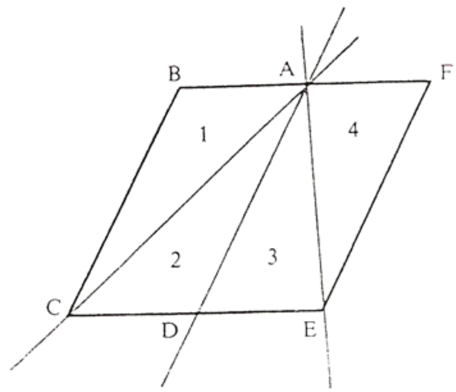
په عمل کی د دريګوټ ی کونګروانيڅ جملی له پوره اهميت ډکی دی

کونګروانيڅجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) يا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) يا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) يا ت) په يوه اړخ او دواړو راګير کونجونو کي (WSW) يو بل سره وخوري يا سره مساوي شي

تمرینونه

۱ – په یوه غبرگ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږئ.
۲ – د کونگروانیخ جملو په مرسته وښایي، چې غوڅکرښې پیلځیرې په کونگروانیخ برخو ټوټه کوي.





ځیرې ۱۶۲

۳ – په یوه بیلگه وښایي :
الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$
ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$
۴ – د «هیلگولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلگولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

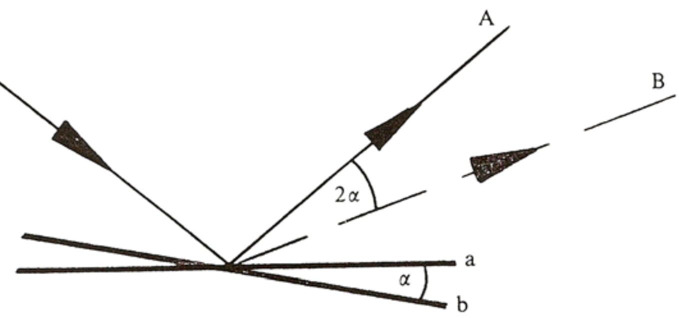
۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګرواینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

۶ – څومره کورونتڅیروني موجود دی چی لاندې څیرې یې په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کتمتڅیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

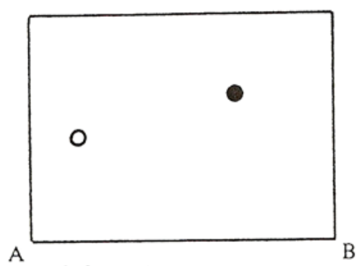
۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله اینسوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ اینسوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.

د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول– یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

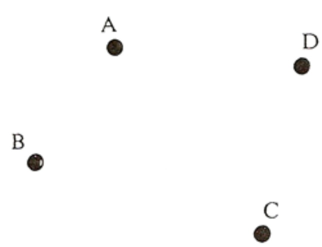
$$w(\overline{OA};\overline{OB}) = 2\propto$$



خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴



خیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونې یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګېږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ « تورتوپ – اینه ټکي یاانعکاسټکي – سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره یې ښایو (څیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځټې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

ستونه ۴

ستونه(ډېرۍ)، ترونونه يې(عمليې) او انټروالونه

د اعدادو(ګڼونو) ډېرۍ

د اعدادو سټ د يو له بل څخه د مختلفو اعدادو ټولګه ده. ستونه يا ډېرۍ د لاتين لويو تورو سره په دخښنه کيږي.

بيلګه

$M=\{2,4,6,8,10\}$

2 د M توکی دی $2 \in M$

6 دM توکی دی $6 \in M$

3 د M توکی نه دی $3 \notin M$

د ستونو(ډېريو) لپاره ليکندود

ګڼنيزه (شميرنيزه) انځورونه $A = \{1,2,3,4,5\}$

تشريحی انځورونه $A=\{x \mid 1 \le x \le 5\}$

په جلمو: A د ټولو x سټ دی(ډېرۍ) د کومو لپاره چې صدق کوی: x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې يا : x يو طبيعي عدد دی له 1 سره برابر يا لوی او له 5 سره برابر يا لوي .

.

تشسټ(تشدېرى)

$B=\{x \mid x\in A \wedge x>5\}=\{\ \}$ تشدېرئ یا-سټ کوم توکی نه لري.

$\{\ \}=\varnothing$

سومبول یا نخښنه

دا نخښنه $\wedge$ منطقي او دی.

د ډېریو (ستونو) لپاره لیکنډول

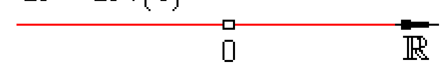
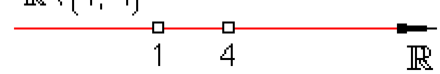
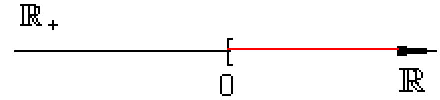
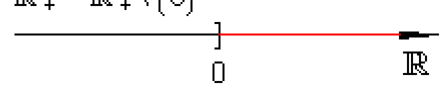
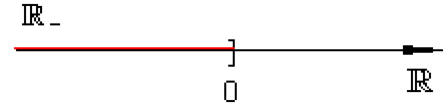
د اعدادو ځانګړي (مخصوص) ستونه (د ګڼونو ځانګړې ډېرى)

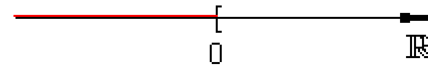
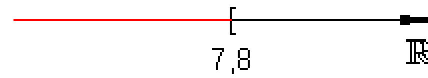
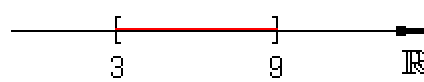
د طبیعي اعدادو سټ(ډېرى)	$\mathbb{N}=\{0;1;2;3\ldots\}$
د طبیعي اعدادو سټ بې له صفر	$\mathbb{N}^{*}=\{1;2;3\ldots\}$ * په معنا چې بې له صفره
د ټولګنونو ډېرى (د ټول اعدادو سټ)	$\mathbb{Z}=\{\ldots-2;-1;0;1;2;3\ldots\}$
د ماتګنونو یا کسرى یا نسبتي اعداد ډېرى یا د راشنل اعدادو سټ	$\mathbb{Q}=\left\{\frac{p}{q} \mid p\in\mathbb{Z}\wedge q\in\mathbb{N}^{*}\right\}$ په لیکنه : Q د ټولو کسري اعدادوp/q ډېرئ یا سټ دی، د کومو لپاره چې صدق کوي: $p\in Z\ \wedge\ q\in N^{*}$

د نامات – یا ایراشنل –یا ناکسري ګڼونو توکی سټ د کسر په څیر نه انځوریږي	$\sqrt{3}\,;\sqrt{\frac{5}{7}}\,;\pi\,;e\,;\log_3(2)\,;\sin(27^0)$ د نانسبتپ یا نه ماتګنوندېرۍ لپاره سومبول نه شته
د ریل یا حقیقی اعداد ډېرۍ یا سټ	ادا د راشنل او ایراشنل اعدادو له سټونو جوړه ده. سومبول یې: IR یا R

یادونه: اوس طبیعي اعداد ټول له صفر سره دی، که موږ ولیکل N، نو دا به دا معنا ولری، چې صفر ورسره دی.

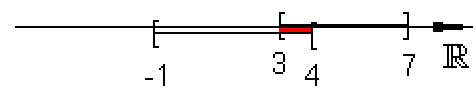
اینټروالونه د ریل یا ریښتونو اعدادو د برخډېری (د برخه ډېری لنډیز اویا سبسټ) په څیر:

$\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ 	د حقيقي یا ریښتوني اعدادو سټ بې له صفره.
$\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$ 	د حقيقي اعداد سټ بې له 1او4
$\mathbb{R}_+$ 	د مثبت حقيقي اعدادو سټ د صفر سره
$\mathbb{R}^*_+ = \mathbb{R}_+\setminus\{0\}$ 	بې له صفره
$\mathbb{R}_-$ 	د کمیزو یا منفي ریل اعداد سټ د صفر سره
	بې له صفره

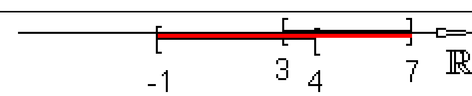
A د حقيقي اعدادو سټ چې له 7,8 کوچنی ده . B د حقيقي اعدادو سټ يا ډېرى، چې له 4,5 لوي دى. د حقيقي اعدادو سټ C چې د 3,5 او9,7 ترمنځ پرته ده. اعداد 3,5 او9,7 د C توکى نه دي. D له 3 تر 9 د حقيقي اعدادو ډېرئ يا سټ دى. اعداد3 او 9 د D توکى دي. E د حقيقي اعدادو سټ، چې له7 کوچنی او له 2 لويه يا برابره ده.	$\mathbb{R}^*_- = \mathbb{R}_- \setminus \{0\}$  $A = \{x \mid x < 7,8\}_{\mathbb{R}} =]-\infty;\ 7,8[$ واز انتروال  $C = \{x \mid 3,5 < x < 9,7\}_{\mathbb{R}} =]3,5;\ 9,7[$ واز انتروال  $D = \{x \mid 3 \le x \le 9\}_{\mathbb{R}} = [3;\ 9]$ بند انتوال  $E = \{x \mid 2 \le x < 7\}_{\mathbb{R}} = [2;\ 7[$ نيم واز انتروال 

د ستونو (ډېريو) تړنه يا نښلونه يا په ډېريو(ستونو) کې عمليې

د A او B ستونو دتقاطعسټ یا غوخیدېږی

$B=\{x\,\|\,-1\le x<4\}_{\mathbb{R}}=[-1;4[$   $A\cap B=[3;4[$ $A\cap B=\{x\,\|\,x\in A\wedge x\in B\}$	A او B ستونه دي ورکړ شوي وي. $A=\{x\,\|\,3\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}=[3;7]$  دA او B د پرئ یا سټ $A\cap B$ (A غوخ B) $A\cap B$ ټول توکي لرى، کوم چې په A او B کې پراته دي. $x\in A\cap B$ په دې معناچې: x په A او B کې پروت دی.

دA او B تولنډېری (د اتحاد سټ unit)

 $A\cup B=[-1;7]$ $A\cup B=\{x\,\|\,x\in A\vee x\in B\}$ $x\in A\cup B$ په دې معنا چې: x په A یاB او یا دواړو کې پروت دی(توکی دی)	تولنډېری(د اتحاد سټ) $A\cup B$ (A تولنه (اتحاد) B) $A\cup B$ ټول توکي خوندی لري، کوم چې په A او B کې پراتع دي.

دوه ستونو ترمنځ د ستونو نخښنه

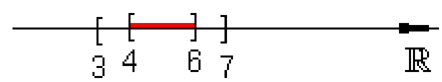
منطقی او $\wedge$	د دوه ویناو ترمنځ
منطقی یا $\vee$	منطقي یا سم اندیزې نخښې

د $\boldsymbol{A}$ سبسټ یا برخډېرئ

ور کړ شوې سټ C د A سبسټ (برخډېرئ) ده، ځکه چې د C هر توکی په A کې هم پروت دی.

$$A=[3;7]$$
$$C=\{x \mid 4 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}=[4;6] \quad C \subseteq A$$

C د A سبسټ ده

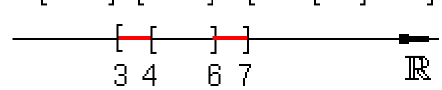


د دوه سټونو A او $\boldsymbol{C}$ کمبنت یا تفریق

د دوه سټونو A او $\boldsymbol{C}$ کمبنت د A ټول توکی خوندي لري، کوم چې په $\boldsymbol{C}$ کې نه دي پراته.

A\C په لغاتو : A بې له C.

$$A=[3;7] \quad C=[4;6]$$
$$A \setminus C=[3;7] \setminus [4;6]=[3;4[\,\cup\,]6;7]$$



دېرئ او انټروالونه I

دېریو (سټونو) او انټروالونو ته تمرینونه

اول: سټ یا دېرئ په شمېرنیز ډول یا کټلډوله انځورونه ورکړئ

الف - $A = \{ x \mid x^2 \le 5{,}5 \}_{\mathbb{Z}}$

ب - $B = \{n \mid$ پروېشونی دئ ۱۲ د $n\}_{N}$

دویم - سټ په تحلیلي ډول ورکړئ

الف- $A = \{ 0; 3; 6; 9; 12; ...\}$ ب - $B = \{ 1; 2; 4; 8; 16; ...\}$

دریم - د $\{ (x \mid y) \mid x + y \le 2; x, y \in \mathbb{N} \}$ سټ یا دېرئ توکي و ټاکئ

څلورم - د کومو طبیعي اعدادو n لپاره صدق $n^2 \ge n$ ؟ د $n \in \mathbb{Z}$ لپاره څه تغیر خوري؟

پنځم : وښایئ، چې د درې یو په بل پسې طبیعي اعدادو جمعه(زیاتون) تل په درې ویشونی دی.

شپږم : د اعدادو په وړانګه اعداد په نخښنه کړئ او د انټروال په څېر یې ولیکئ

الف- $A=\{\,x \mid 2\le x<6\,\}_{\mathbb{R}}$ ب- $B=\{\,x\mid x\le -1\}_{\mathbb{R}}$

پ- $C=\{\,x\mid x>2,5\,\}_{\mathbb{R}}$ ت- $D=\{\,x\mid -2\le x\le -1\}_{\mathbb{R}}$

اوم: د حقيقي اعدادو IR سبسټ په ګښوړانګه (د اعدادو په وړانګه) يا کرښه د انتروال په څېر وليکئ

الف - $\{\,x\mid -3\le x<2\,\}_{\mathbb{R}}$ ب- $\{\,x\mid x\le 4\,\}_{\mathbb{R}_+}$

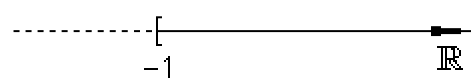
پ- $\{\,x\mid -2\le x\le 2\,\}_{\mathbb{R}}$ ت- $\{\,x\mid x\ge -1\}_{\mathbb{R}_-^*}$

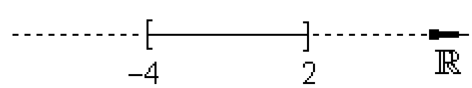
ټ- $\{\,x\mid x\ge 3\,\}_{\mathbb{R}}$ ث- $\{\,x\mid 0<x<0,5\,\}_{\mathbb{R}}$

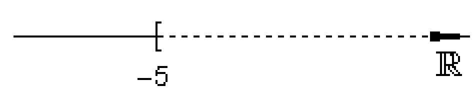
اتم : د سټ (ډېرۍ -) ليکندود په ډول يې وليکئ

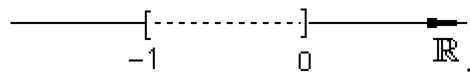
الف- $]\,2;5\,[$ ب - $[\,-1;2,5\,]$ پ - $]\,-3;3\,[$

نهم : په نخښنه شوې سټ يا ډېرۍ تشريح کړئ

الف -


ب -


پ -


ت -


د ستې او انتروال تمرینونو حل یا اوبیونه

تمرینونه :

ستونه(ډېرى) او انتروالونه **II**

لومړی – ستونه $A=[-2;5];\ \ B=[1;8];\ \ C=[-10;3]$ ، ورکړ شوي:

لاندې ستونه وټاکئ

الف_ $A\cap B;\ \ A\cup B;\ \ A\setminus B;\ \ B\setminus A$

ب - $B\cap C;\ \ A\cup C;\ \ A\setminus C;\ \ B\setminus C$

پ - $(A\cup B)\cap C;\ \ C\setminus(A\cap B)$

ت - $\mathbb{R}_+^*\cap A;\ \ \mathbb{R}_+\cap A\ \ \ \mathbb{R}_-\cap B$

دویم - د سبستې یا برخډېرى د انتروال په څیر یې ولیکئ

الف - $\{x\,|\,x\le 3\wedge x\ne 0\}$ ب - $\{x\,|\,x\le -3\vee x\ge 2\}$

پ - $\{x\,|\,x-2\le 0\wedge x\ge 0\}$ ت - $\{x\,|\,x\ge -53\wedge x\ge -1\}$

دریم - د ډېرى یا د ستې لیکدود باندې یې ولیکئ

الف - $\mathbb{R}\setminus\{-1;0;3\}$ ب - $\mathbb{R}\setminus[-1;1]$ پ - $]-\infty;-2]\cup[0;\infty[$

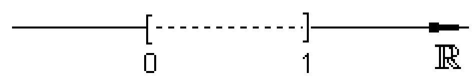
ت_ $]-2;4[\cap\mathbb{R}_+^*$ ټ - $]1,5;\infty[\cap[2;8[$ ث - $]-5;1[\cup\mathbb{R}_+$

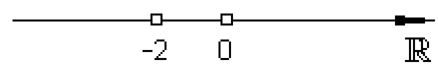
څلورم - انتروال لیکدود باندې یې ولیکئ

الف ـ $]2;5]\backslash]3,5;5[$ ب ـ $]0;7]\backslash[0;3[$

پ ـ $]-10;2]\cup[0;3[$ ت ـ $]1,5;\infty[\cap[-1;3[$

پنځم - په نخښه شوې سټ تشریح کړئ یا په تشریحي توګه ولیکئ

الف ـ 

ب ـ 

معیاري یا ستاندارد سټونه(ډېرئ) او شمیرپو هنیزې نخښې

په دې لاندې باید وپو هیږو ،خوداسې نه چې ځانونه ورسره وکړوو. د لا ډېر معلومات لپاره.

د طبیعي اعدادو ډېرئ له 0 سره.	$\mathbb{N}=\{0;1;2;3;...\}$
د طبیعي اعدادو سټ بې له 0، دا په دې معنا، چې مثبت ټول اعداد	$\mathbb{N}^*=\{1;2;3;...\}$
د تام – یا ټولاعدادو سټ	$\mathbb{Z}=\{...-2;-1;0;1;2;...\}$
د ټول اعدادو سټ بې له 0	$\mathbb{Z}^*=\{...-2;-1;1;2;...\}$

د مثبت ټول اعدادو ډېرئ	$\mathbb{Z}_+^* = \{1; 2; 3; ...\}$
د کمیز یا منفي ټول اعدادو سټ د 0 سره.	$\mathbb{Z}_- = \{...; -2; -1; 0\}$
د کمیز یا منفي ټول اعدادو ډېرئ یا سټ	$\mathbb{Z}_-^* = \{...; -2; -1\}$
دراشنل یا هوښیارو(ګویا؟؟) اعدادو سټ	$\mathbb{Q}$
د هوښیارو اعدادو ډېرئ بې له 0 .	$\mathbb{Q}_-^*$
د مثبت راشنل اعدادو سټ بې له 0	$\mathbb{Q}^*$
دکمیزنسبتي اعدادو سټ بې له0	$\mathbb{Q}_-$
د حقیقي یا ریښتونو اعدادو سټ	**IR**
د حقیقي یا ریښتونو اعدادو سټ له 0 سره.	
د حقیقي یا ریښتونو اعدادو سټ بې له 0	
د حقیقي یا ریښتونو اعدادو سټ بې له 0	
د ګډوله ـیا کمپلکس اعدادو سټ	**C**
د مثبت ګډوله ـیا کمپلکس اعدادو سټ	
د ګډوله ـیا کمپلکس اعدادو سټ بې له 0	
بنسټډېرئ یا ـسټ Grundmenge	
تعریف ورشو یا - ډېرئ	
ارزښت ورشو یا - ډېرئ	

د ... توکی دی	
a د ډېرئ M_1 توکی دی	
د... توکی نه دی	
b د ډېرئ M_2 توکی نه دی	
د ډېرئ نخښه ونه پ لویو تورو	
ډېرئ د تو کو a, b, c, ..., 4, 5, 6... سره.	
د .. برخډېرئ یا سبست	
Aد B برخډېرئ یا سبست	
د .. برخډېرئ یا سبست نه ده	
B د .A . برخډېرئ یا سبست	
غوڅ له ... سره	
A غوڅ له B سره (د A او B غوڅي ډېرئ یا د تقاطع ست)	

	ټولنه یا اتحاد له... سره
	د A ټولنه له B سره
	بې
A\B	A بې له B (د A او B کمبنت ډېرئ)
{}	تش سټ(ډېرۍ، چې کوم توکی نه لري)
$\wedge$	او und (logisches und, konjunktiv)
$\vee$	یا oder (logisches oder, disjunktiv)
$=>$	له دې لاس ته راځي
=	برابر یا مساوي دي ist gleich
$<$	کوچنی دی له ist kleiner als
$3<4$	3 ist kleiner als 4 ۳ کوچنی دی له ۴
$\underline{\geq}$	لو دی له
$4 > 3$	۴ لو دی له ۳
$\underline{\leq}$	کوچنی یا برابر دی له
$a \leq 3$	a کوچنی یا برابر دی له3
$\geq$	لوی یا برابر
$b \geq 2$	b لوی یا برابر2
	انټروال [-2,3] (x کېږی شي له 2- تر 3ارزښت واخلي)

تعریفورشوD د ټولو x ډېرۍ ده، د هغو لپاره چې باور لري: د ریل عددونو بنسټډېرۍ کې x له 2- کوچنی یا برابر دی او x له ۱ سره برابر یا کوچنی دی،	$D=\{x\|-2\leq x\leq 1\}_{\mathbb{R}}$

د ښوونځي لپاره د نصاب له خوا لیکلو کتابونو د ناسمون داسې د نمونې لپاره بیلګې:

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږېږم، داسې لنډ لیکم: کتابونه پنډ او په ځانکړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالوالي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه به زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

یادونه: زما د چاپ کتابونو او ژباړو ښخه په دې هکله پوره کار اخستل کیدی شي.

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څیر څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکې کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو څه د پرتلې ولرو:

تعریف: *سټ د څرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه یا یوځای راټولونه ده او شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی،* د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګريزي پيژند يې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چي له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسي ليکو: **A = {2, 3,4, 5}**

دلته 2 د سټA توکی دی، چي داسي يې ليکو: $2 \in A$ (ويل 2 له A څخه يا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چي داسي يې ليکو: $6 \notin A$ (ويل: 6 له Aڅخه نه يا 6 په A کې نه).

يا دالاندې د کانتور تعريف، چي غوره يې همدا دی.

... G. Cantor, **the principal founder of** set theory, defined **a set as "a collection into a whole, of definite, well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."**

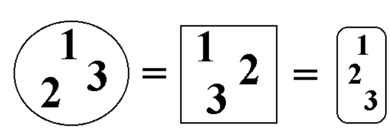
سټ په درې ډوله ليکل کيږي:

۱ - شميرنيزه ليکنډول: **A = {2, 3,4, 5}**

۲ - شننيز ليکندول: A={x| $x \in N \wedge$ 1< x<6}

د ۲ - لوستل: سټ A د ټولو x سټ دی، چي x يو طبيعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

۳ – د ون دياګرام سره سټ آنځوريږي:



تشسټ: تشسټ يو سټ دی، چي کوم توکی نه لري

ليکندود:

❶ تشسټ په ښوونځي کي داسی ليکل، کيږي : { }

❷ بل ډول ليکندود يې داسې دیØ

پام : دا مخامخ ليکندود د تش سټ لپاره ناسم يا ناتيک دی : {∅}

دا پورته يومخ په شپږو مخونو کې ليکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

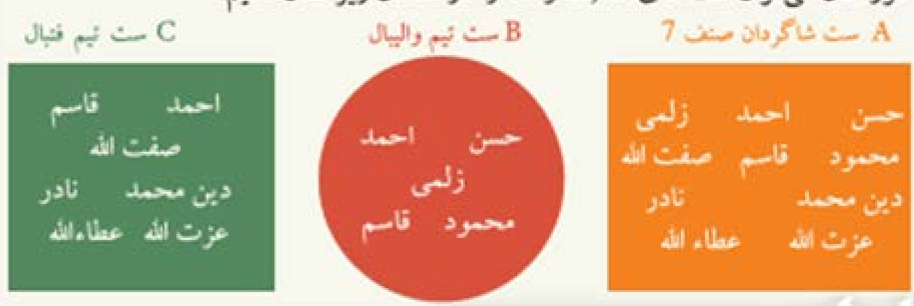
په دريم او ځلورم مخ کې ليکي(دا بيخي هغه پيل دی)

هريک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د ليکونکي سور ليکلی غوره دی او څه ترې نه پوهيدل کيږي.

،، خصوصيت مشترک ،، يعني څه؟ او دا چې ،،سټ جوړوي،، يعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعريف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي يعني د سټ د ليکنې يو ډول يې په ځو ډوله نوموي او بيا د سټ د ليکلو ځخه په ناسمه توګه غږيږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند.
طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زیر نشان دهیم.



،، ستها را ميتوان توسط اشکال مختلف نشان دهيم،، . پورته دري ډوله ليکل شوي دي. دا د،، ون،، دياګرام په توګه ليکنه ده، چې د سټ يو ډول ليکندول دی، اشکال يې په دې توګه چې ليکونکي غوارړي وليکي، پا ي ته نه رسيږي. ،، بې شميره نه ليکم، ځکه چې دا په رياضي کې يو بله ترې پوهيدنه لري.

زما په اند به - که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

هر دستهٔ مشخص شده از اشیا را یک ست و اشیای آن را به نام عناصر ست می‌نامند.

یو شمېر ځانګړو شیانو ته سټ او پخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وايي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې هم تعریف ناسم دی.

اوس باید پوه شو، چې د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړې او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ ــ مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقې دوه ښايي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي.
لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

پورته دواړه چې له انګریزي عربي ته واوړي، نو دواړوته معدل وايي. موږ په پښتو کې سم نوموی شو. د مخه معادل مساوي ته ویل شوي، چې دواړه نومونې نه شي اخستلی.
د پښتو معنا یی برابر او برابرارزښته دي.

د لاندې څخه به وپوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي سټونه اوبرابر زوریز - یا د همغهcardinality **سټونه**

The cardinality **of a [set](set) A, written as |A| or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".**

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد (ګڼون) ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کې یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:|A| or #(A),

For example, given the set A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$**. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity**

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لږ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه سټونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایې هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه ونې لپاره راوړم. د دې ټولګې لپاره یې دا پیژند نه دی.

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, an[injective](injective) and surjective function, from A to B. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set $E = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ of non-negative even numbers has the same cardinality as the set $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ of natural numbers, since the function$f(n) = 2n$ is a bijection from $\mathbf{N}$ to E.

Definition 2: $|A| \geq |B|$[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of B if there exists an injective function from B into A.

Definition 3: $|A| > |B|$[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of B if there is an injective function, but no bijective function, from B to A.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـم مخ

ست‌های متناهی و نامتناهی(Finite and Infinite Sets)

آیا تعداد ستاره گان که در آسمان می‌بینید قابل شمارش می‌باشند؟

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشد. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B خلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبیعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګلیسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر یې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبیعي عددونو سټ یو غیر معین سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر یې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

د طبیعي اعدادو سټ توکي ټاکلي یا معین دي، سټ توکي چې ټاکلي وي سټ هم ټاکلی دی، دا چې عناصر یا توکي یې ناپای دي، دا بیا بله خبره ده.

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر یې د شمیر وړ نه دي،، ناسمه ده.

پورته مو هم وویل، چې،، معین او نا معین،، ټاکلي او ناټاکلي ته وایي. دلته د ګران لیکونکي موخه د معین او نامعین ځخه پای او ناپای یا لکه همغه یې چې په درې کې لیکي متناهی او نامتناهي یا لایتناهي ده.

سم یې: عناصر یې شمیرنوړ دي، خو پای نه لري یعنې ناپای دي، یعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي یعنې معین دي، شمیرل یې پای ته نه رسیږي.

ناشمیرنوړ هم شته، خو هغه بیا بله موضوع ده، دومره به یې یاد کړم، چې ریل عددونه ناشمیرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کیږي.

دوه ځه ته ګوته ونیول شوه، چې:

۱ - ،، چې عناصر یې د شمیرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ــ د (Finite and Infinite Sets) ژباړه چې عربي ده، یا متناهي او نا متناهي ده او یا معین او ِنا معین ده، دواړه نه شي کیدی. معین او نامعین لیکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عملیې دي، چې لیکونکي یې ځنې یادې کړي، خو نه په ترتیب. عملیې باید پوره او په ځپل ځای کې په ترتیب راړل شأ. زما کتابونو کې دا بحث پوره شوی دی.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوییم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته لیکنه باید داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ لیکل کیږي: که دA توکي په B کې خوندي وي یا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نوA اوB سره مساوي دي یا A=B او په ځټ یا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ یا سبسټ دی.

۷۵ او ۷۶ – م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:

- هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
- قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:

$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې ليکل شوي د عددونو مطلقه قيمت دئ، خو د مطلقه قيمت تعريف بايد وشي، دا تعريف ياپيژند ګران ليکونکي نه دئ ورکړي.:

موږ دا تعريف داسې ليکو:

تعريف: قيمت مطلقه يک عدد قرار زيل ميباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ــم مخ

دا لاندې يوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکيل نمی‌شود.

داسې ليکنه ناسمه ده ،، اگر...... ،، . که مثلث نه تشکيل کيږي، نو بيا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنيوالی او لويوالی يې سره پرتله کوې؟

اگر نه خواهي مثلث تشکيل نه ميشود اگر به قسمې دېگر هم باشد. يو څه چې ليکل کيږي بايد ليدوړ وي. يوه څيره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږيږې بايد ضلعه وي.

دا خو کوم شکل يا څه شي نه دئ.

ګران ليکونکی بايد دا داسې وليکي:
د يوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دريمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دي يا د يوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دريمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دئ.
يا که غواړۍ، نو داسې وليکۍ:

که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنۍ وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولی. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شې بللی.

۱۴۸ ــم مخ

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار ان ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2-اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

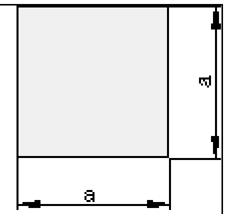
اگر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.
در ۱ ــ دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و
در ۲ ــ در اینجا هم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مې باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړۍوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

ستاسو د بیا سرګرمۍ د پاره:

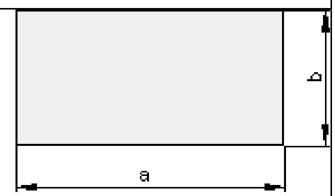
۱۰ - د سطحو شمیرنه

د سطحو شميرنه داسې ورکړ شوې ده:



مربع يا خلورۍ**Quadrat**

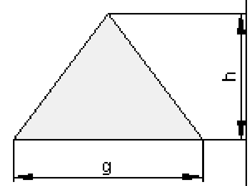
سطحه $\boxed{A = a \cdot a = a^2}$



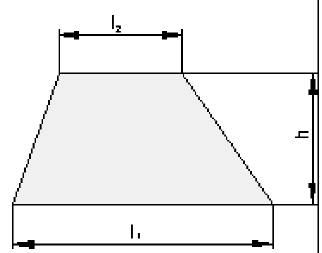
ولاړګوډيز يا مستطيل

سطحه: $\boxed{A = a \cdot b}$

دری ګوډی يا مثلث

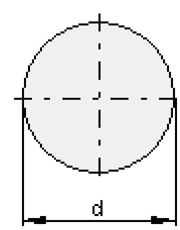


سطحه $\boxed{A = \frac{g \cdot h}{2}}$



ذوذنقه يا تراپيخيوس

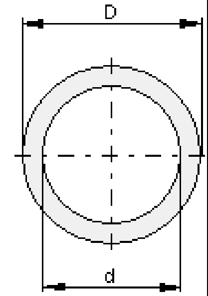
سطحه $\boxed{A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h}$



ګردۍ يا دايره

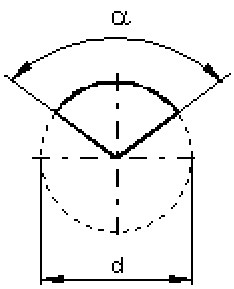
سطحه $\boxed{A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi}$

دايره کرۍ يا د ګردۍ کرۍ

سطحه $A = \left(D^2 - d^2\right) \cdot \frac{\pi}{4}$	

دایره برخه یا قطاع

سطحه: $A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^0}$



د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځيال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپينې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي. دا هم چاپ سوي.

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

١ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

٢ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

٣ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ١

٧ – انالیزې ٢

٨ – کرښیز الجبر

٩ - د شمیرپوهنې بنسټونه

١٠ - د فرمولونو ټولګه

١١ – فنکشنل انالیز

١٢ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کربنیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې چاپ شوی

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېری پوهنه یا سټ تیوري چاپ شوی

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي) چاپ شوی

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګریزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه چاپ شوی

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپرېږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

	ماخان په اولني نوم ميرِي شينواری د اروابشادې پستو او اروابشاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي. د هسکې مينې د لومړنې ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پيل او د دويم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميرِي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميرِي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.