Engineering Mechanics

STATICS

(For Civil Engineers)

Engr Rohid Dost

2019

ستاتیک

انجینر روحید دوست

لوړو زده کړو وزارت

ننګرهار پوهنتون

ستاتیک

انجینر روحید دوست

۱۳۹۸

ستاتیک

انجینر روحید دوست

بسم الله الرحمن الرحیم

د کتاب ځانګړنې:

د کتاب نـــوم:	**ستاتیک**
لیکـــــــوال:	**انجینر روحید دوست**
کمــــــپوز:	خپله لیکوال
متـــن ایډیټ:	دیدار عمرزی 0786060913
پښتی ډیـزاین:	ثناء الله ځواب
خـپرونـــدوی:	میهن خپروندویه ټولنه
د چاپ شمـــېر:	۱۰۰۰ ټوکه
چاپ کــــال:	۱۳۹۷

ترلاسه کولو ځای:

- میهن کتابپلورنځی، اسحاق زی مارکېټ، لاندینی پوړ،

شمېرې: ۰۷۸۸۵۲۹۱۹٤-۰۷۷۳۵۳۵٤۲۰

میهن خپرندویه ټولنه، ندیم پلازې ته مخامخ، محله جنګي، خیبر بازار پېښور

فون: 0321-9895621/0300-5981425

سریزه

ستاتیک د انجینرۍ په مسلک کې یو له اساسي او مهمو مضامینو څخه دی، چې د انجینري عناصرو د تحلیل او ډیزاین لپاره اساس تشکیلوي.

څرنګه چې د تېرو کلونو جنګ او جګړې زمونږ د هیوادوالو په اجتماعي او اقتصادي حالت خپل منفي تاثیرات کړي، نو د معارف سیستم هم له دې منفي تاثیراتو څخه خوندي نه دی پاتې شوی، پر دې اساس زمونږ د معارف څخه اکثره فارغ محصلین د ریاضیاتو او خارجي ژبو سره لکه څرنګه چې لازمه ده بلدتیا نه لري. نو د پوهنتون په لومړیو کلونو کې زده کوونکي نشي کولای په کافي اندازه له خارجي کتابونو استفاده وکړي. بناء پر دې پورتنۍ عواملو زه دې ته وهڅولم تر څو په ملي او روانه ژبه د خپلو هیوادوالو د فهم او پوهې مطابق د ستاتیک تر عنوان لاندې یو کتاب په پښتو ژبه ولیکم تر څو محصلین د انجینرۍ میخانیک په اساساتو پوه شي او په اینده کې وکولای شي د بهرنۍ کتابونو څخه هم استفاده وکړي.

د دې کتاب په ترتیب کې ما د عصري ماخذونو څخه چې په نړیوال پوهنتونونو کې تدریس کېږي استفاده کړې او په هره موضوع کې مې په کافي اندازه مثالونه د شکلونو سره ځای پر ځای کړي.

د دې کتاب په لومړي فصل کې د ستاتیک او انجینري میخانیک د پیژندنې تر څنګ ځینې عمومي مسائل چې په راتلونکو فصلونو کې ترې کار اخلو تشریح شوی، په دوهم فصل کې یې د نقطوي جسم ستاتیک تر عنوان لاندې د قوو پیژندنه او د محصله قوې لاسته راوړل واضح شوی، په درېیم فصل کې د نقطوي جسم د تعادل د شرایطو څخه په استفاده د مجهوله قوو محاسبه تشریح شوې، په څلورم فصل کې د کلکو اجسامو د عنوان لاندې د قوو مومنټ محاسبه کول تشریح شوی، په پنځم فصل کې د کلک جسم د تعادل د شرایطو څخه په استفاده په کلک جسم د خارجي مجهولو قوو (عکس العملونو) محاسبه کول واضح شوي، په شپږم فصل کې د ترسونو تحلیل تر بحث لاندې شوی او په اووم فصل کې د ثقل مرکز او ایرشیا مومنټ محاسبه واضح شوې، همدارنګه په اتم فصل کې د داخلي قوو پېژندنه د محاسبې میتود واضح شوی.

د پورتني هر فصل په پای کې د نوموړي فصل لنډیز او مربوطه مسائل یا پوښتنې ځای پر ځای شوي تر څو محصلینو ته یې په یادولو کې اسانتیا رامنځته شي.

لړلیک

موضوع...مخ

لومړی فصل
پیژندنه

دویم فصل
د نقطوي جسم ستاتیک

دریم فصل
د نقطوي جسم تعادل

څلورم فصل
د کلکو اجسامو ستاتیک

پنځم فصل
د کلک جسم تعادل

شپږم فصل
د ترسونو تحلیل

اووم فصل
د ثقل مرکز

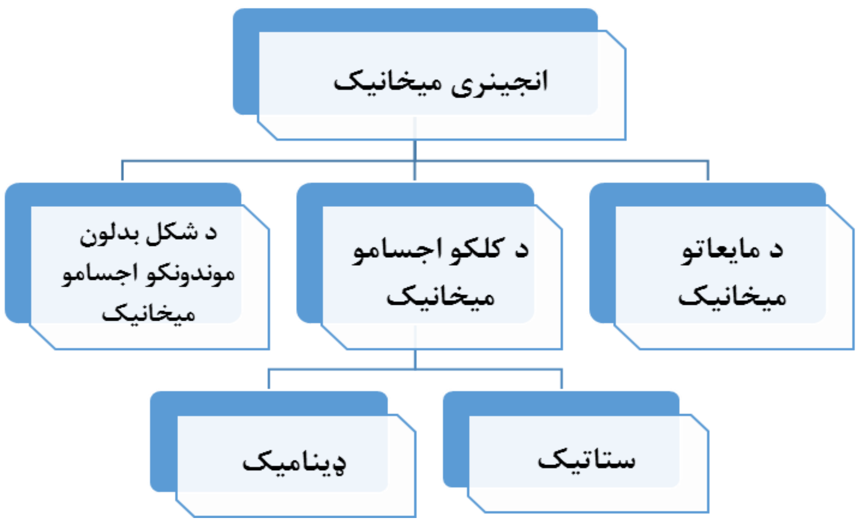
اتم فصل
داخلي قوې

لومړی فصل
پیژندنه

1.1 عمومیات:

میخانیک د فزیک هغه برخه ده چې اجسام د قوو تر اغیزې لاندې د حرکت او سکون په حالت کې مطالعه کوي. او یا په بل عبارت انجینري میخانیک د قوو او په اجسامو باندې د قوو د عمل څخه بحث کوي.

په سیول انجینري میخانیک په درې برخو کې مطالعه کېږي چې د انجینیری ساختمانونو په ډیزاین کې اساسی رول لری.



1.1 شکل

۱- د کلکو اجسامو میخانیک. Mechanics of Rigid Bodies

کلک اجسام هغه اجسامو ته ویل کېږي چې د قوو د عمل له اثره شکل بدلون ونکړي. د میخانیک دغه برخه د انجینري عناصرو د تحلیل او ډیزاین لپاره اساس جوړوي چې په لاندې دوو برخو کې مطالعه کېږي:

A- ستاتیک: د میخانیک هغه برخه ده چې د اجسامو تعادل د سکون او ثابت سرعت سره د حرکت په حالت کې مطالعه کوي. ستاتیک په انجینرۍ کې خاص اهمیت لري ځکه ډیر انجینري عناصر د تعادل په نظر کې نیولو سره ډیزاین کېږي.

B- ډینامیک: د میخانیک هغه برخه ده چې اجسام د حرکت په حالت کې د قوي تر اغیزی لاندې مطالعه کوي.

۲- د تغیر شکل موندونکو اجسامو میخانیک: Mechanics of Deformable Bodies

په سیول انجینری کې د کلکو اجسامو د میخانیک د مطالعی څخه وروسته د تغیر شکل موندونکو اجسامو میخانیک مطالعه کېږي د میخانیک پدي برخه کې د اجسامو د تعادل تر څنگ په اجسامو باندي د داخلي قوو تاثیرات (د شکل بدلون) هم مطالعه کېږي.

۳- د مایعاتو میخانیک: Fluide Mechanics

دا هم د انجینري میخانیک مهمه برخه تشکېلوي چې د مایعاتو پوری تړلی قوانین مطالعه کوي.

2.1 اساسي مفاهیم: Fundamental Concepts

مخکې له دی چې د انجینری میخانیک په مطالعی پیل وکړو ځینې اساسي مفاهیم تر بحث لاندې نیسو.

1. اساسي کمیتونه: Basic Quantities

لاندې اساسي کمیتونه په انجینری میخانیک کې استعمالیږی.

اوږدوالی (Length)**:** په فضا کې د یوې نقطې موقیعیت د ټاکلو او همد ارنگه د یو فزیکې جسم د اندازی د ټاکلو لپاره استعمالیږی.

وخت (Time)**:** د پیښو د پرلپسی والی نه عبارت دی. څرنگه چې ستاتیک کې اجسام د سکون په حالت کې مطالعه کېږي نود ستاتیک په اصولو کې وخت خاص ارزښت نلري اما په ډینامیک کې خاص رول لوبوي.

کتله (Mass)**:** د ذرو مجموعه چې جسم یې جوړ کړی کتله بلل کېږي.

قوه (Force): د یو جسم عمل په بل جسم عبارت له قوې څخه دی. او یا قوه د یو جسم لخوا د بل جسم کش کولو (Pulling) او یا ټیله کولو (Pushing) څخه عبارت دی. قوه کېدای شی د تماس پواسطه لکه د موټر وزن په سرک، او یا هم په یوه فاصله کې عمل وکړي لکه د جاذبی او یا مقناطیسی قوه.

قوه کولای شی یو متحرک جسم د سکون حالت ته راولی او یا یو ساکن جسم متحرک کړی .
نو کولای شو ووایو قوه هغه عامل دی چې جسم د حرکت یا سکون په حالت کې واقع کړی.

2. **په ستاتیک کې فرضیې:** په ستاتیک کې د مسایلو د اسانتیا لپاره ځینې فرضیې یا تصورات وجود لري چې په لاندې ډول یې تربحث لاندې نیسو .

a. **ذره یا نقطوي جسم (Particle):**

عبارت له هغه جسم څخه دی چې کتله ولري اما د ابعادو څخه یې صرف نظر شوی وی. دا اصطلاح په داسې مسایلو کې اجسامو ته استعمالووچې په نوموړی مسله کې جسم ابعاد کوم رول ونه لري.

b. **کلک جسم (Rigid Body):**

عبارت د هغه جسم څخه دی چې د مختلفو ذرو څخه جوړ شوی وی او د ذرو تر منځ فاصلي یې د قوي د عمل څخه د مخه او وروسته تغیر ونکړي.

په حقیقت کې هیڅ داسې جسم وجود نلري چې د قوې له اثره د شکل بدلون ونکړی دا چې په ستاتیک کې په اجسامو د قوو خارجي تاثیرات (تعادل) مطالعه کېږي نو د کلک جسم څخه هدف هغه جامد اجسام دي چې دوارده قوو له اثره ناچېزه د شکل بدلون وکړي او د جامد اجسامو ناچېزه بدلون په تعادل خاص اثر نلري نو ځگه په ستاتیک د مسایلو د اسانتیا لپاره دجسم د شکل بدلون څخه صرف نظر کېږي اود کلک جسم اصطلاح ورته کاروی ،آما کله چې د موادو مقاومت مضمون کې په همدی جامدو اجسامودقوي داخلي تاثیرات او د اجسامو تخریب او ډیزاین مطالعه کېږي. نو بیا اجسامو ته کلک اجسام نه شو ویلي او هلته یې د شکل بدلون هم په نظر کې نیسو اومطالعه کوویې. ځکه د جامد جسم ډیره کمه اندازه د شکل بدلون د جسم په تخریب کې رول لري.

c. **متمرکز بار** Concentrated load

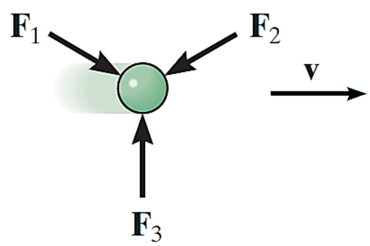
د خارجي قوې عمل ته بار ویل کېږي، نو کله چې یو جسم د بل جسم په نسبتا کوچنی برخه یا سطحه عمل وکړي نوموړی بار یا قوه په متمرکز شکل فرضیږی یعنی داسې فرضیږی چې په

یوه نقطه یې عمل کړی، لکه زمونږ وزن په فرش باندې او یا هم د یو ټایر وزن په سرک او یا د ریل په پټلی.

3.1 د نیوټن قوانین:

د نیوټن قوانین په انجینری میخانیک کې بنسټیز رول لري چې په لاندې ډول یې تشریح کوو.

- **لومړی قانون:** که چېري یو جسم د سکون اویا په ثابت سرعت سره د حرکت په حالت کې وي(چې پدې حالت کې د ټولو وارده قوو محصله پري صفر وی) نو نوموړی جسم خپل حالت ته تر هغه وخته پوري دوام ورکوي ترڅو یو بله غیرمتوازنه قوه پري عمل وکړي.



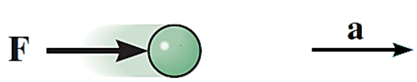
Equilibrium

2.1 شکل

- **دوهم قانون:** کله په چې پر یو جسم غیر متوازنه(*Unbalanced*) قوه عمل وکړي نوموړي جسم ته تعجیل ورکوي چې ددې تعجیل جهت د قوې د جهت مطابق او مقدار یې د قوې اوکتلې د نسبت په اندازه وی یعنې د قوې سره مستقیما او کتلې سره معکوسه رابطه لري.

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/\mathbf{m}$$

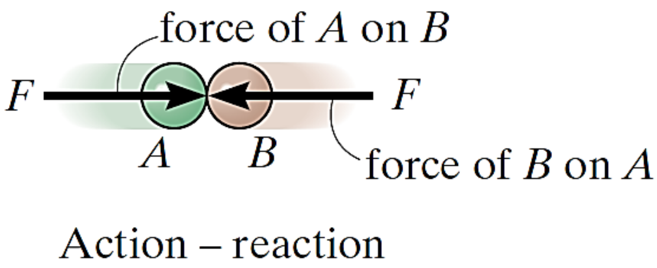
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$



Accelerated motion

3. 1 شکل

- **دریم قانون:** د دوه جسمونو تر منځ د عمل او عکس العمل قوه سره مساوي مخالف الجهته او يوي تاثير کربني لرونکې وی.

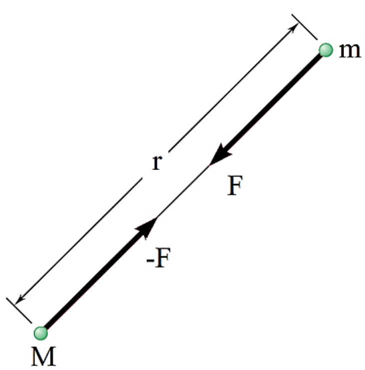


4.1 **شکل**

4.1 **د نیوټن جاذبوي قانون:**

د هردوه جسمونو تر منځ دجازبی یوه قوه وجود لري نومړی قوه د نیوټن پواسطه پورتنی د حرکت دری قوانینو څخه وروسته پیژندل شوي چې په لاندې ډول ده.

$$F= G\frac{m1.m2}{r^2}$$



5.1 **شکل**

په پورته فورمول کې F د دوه جسمونو ترمنځ جاذبی قوه، G جاذبوی ثابت چې قیمت يې نظر تجربوته $66{,}73.\mathbf{10^{-12}\ m^3}/_{(\mathbf{kg.\ s^2})}$ په نظر کې نيول کېږي. m_1 او m_2 د دواړو جسمونو کتلې او (r) د دواړو ترمنځ فاصله ده.

5.1 وزن Weight

د نیوټن جاذبوي قانون په اساس د هر دوه جسمونو تر منځ جاذبوي قوه وجود لري. که چېري یو جسم د ځمکې پر سطحه او یا ځمکې سطحې ته نژدي قرار ولري نو د ځمکې جاذبوي قوه چې مقدار یې زیات دي په جسم عمل کوي او ځان خواته یې کش کوي چې د جسم وزن بلل کېږي.

د نیوټن د جاذبوي قانون له مخي که چېري د جسم کتله m=m1 ، د ځمکې کتله m2=Me د جسم او ځمکې ترمنځ فاصله r په نظر کې ونیسو نو د جسم وزن به عبارت وی له:

$$W=G\frac{m.Me}{r^2}$$

د Me، r او G قیمتونه ثابت دی نو مساوي په g سره یې نیسو.

$$W = m.g$$

پورتني رابطه د F=m.a سره مقایسه کړو نو گورو چې g موږ ته تعجیل راښايې چې د ځمکې او جسم تر منځ د فاصلې پورې اړه لري نو ځکه ویلي شو چې وزن ثابت ندي او د (r) تغیر سره وزن تغیر کوي. خو په اکثره انجینري مسایلو کې g=9.81 ثابت په نظر کې نیول کېږي.

6.1 د اندازه ګیری واحدات Units of Measurement

څلور اساسي کمیتونه، کتله، وخت، طول او قوې مستقل کمیتونه نه دی بلکه یو له بله سره د لاندې رابطې په اساس تړلي دي.

$$\mathbf{F = m \cdot a}$$

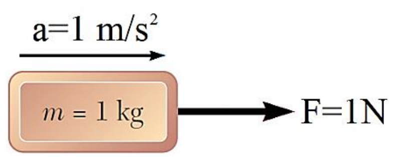
د پورتني رابطې په اساس دري کمیتونه اساسي او څلورم کمیت یې د دري اساسي کمیتونو څخه په اشتقاقي ډول لاسته راځي.

په عمومی ډول د اندازه گیری دوه سیستمونه وجود لري .

7.1 د واحداتو بین المللی سیستم یا میتریک سیستم (SI Units):

پدې سیستم کې اساسي واحدات هر یو، کتله په kg طول په متر او وخت په sec اندازه کېږي د قوې واحد د F=m.a رابطې په اساس لاسته راځي چې په نیوټن اندازه کېږي. نو یو نیوټن قوه عبارت له هغه مقدار قوې څخه دي چې 1kg کتلې ته د $1m/_{sec^2}$ په اندازه تعجیل ورکړي.

$N = kg.{}^{m}/_{sec^2}$



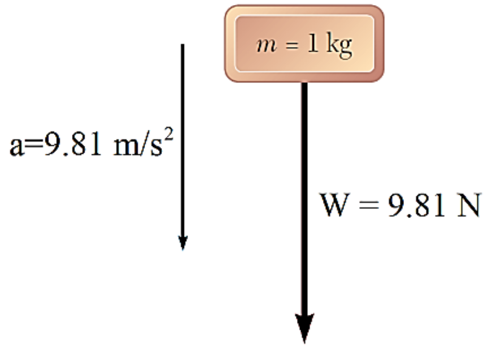
شکل 6.1

که چېرې یو جسم 1kg کتله ولري اوپه ستندرد موقعیت کې قرار ولري وزن یې عبارت دي له :

$W = m.g \qquad g = 9,81{}^{m}/_{sec^2}$

$W = 1kg.\ 9,81{}^{m}/_{sec^2} = 9,8\ 1N$

نو د یو کېلو ګرام کتلې وزن به 9,81 N وي.



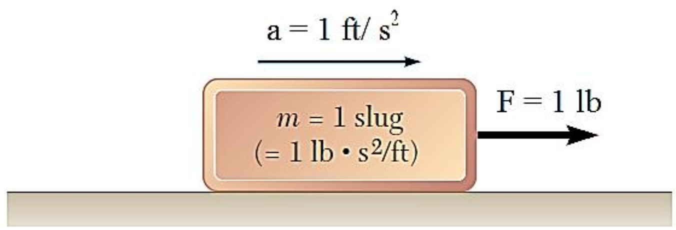
شکل 7.1

8.1 د(FPS) سیستم (US Customary units):

پدې سیستم کې اساسي واحدات په ترتیب سره وخت په ثانیه، طول په فوټ او قوه په پونډ اندازه کېږي. اشتقاقي واحد په دې سیستم کې کتله ده چې په سلګ اندازه کېږي.

$$\mathbf{F = ma} \qquad \mathbf{1lb = (1\ slug)\left(1\,\frac{ft}{s^2}\right)}$$

$$\mathbf{1\ slug = \frac{1\ lb}{1\ ft/s^2} = \ 1lb \cdot \frac{s^2}{ft}}$$



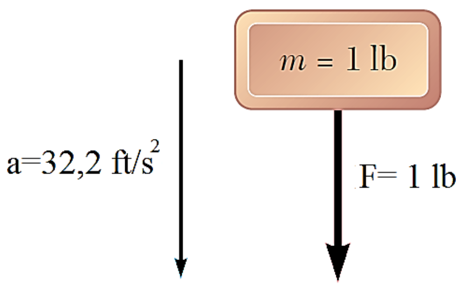
8.1 شکل

که چېرې يو جسم په ستندرد حالت کې قرار ولري نو وزن يې عبارت دي له:

$W=m.\ g \qquad g=32{,}2\,{}^{ft}/_{s^2}$

$W= m.\ g = slug.\ 32{,}2\,{}^{ft}/_{s^2} = 32{,}3lb$

يو جسم چې يو Slug کتله ولري په ستندرد حالت کې 32,2 lb وزن لري.



10.1 شکل

Name	Length	Time	Mass	Force
International System of Units SI	meter m	second s	kilogram kg	newton* N $\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)$
U.S. Customary FPS	foot ft	second s	slug* $\left(\frac{lb \cdot s^2}{ft}\right)$	pound lb

*Derived unit.

1.1 جدول (د واحداتو سیستمونه)

9.1 د واحداتو تبدیلول:

لاندېني جدول د واحداتو تبدیلول د دواړو سیستمونو تر منځ راښايي همدارنګه باید په یاد ولرو چې:

1ft=12 in

5280 ft=1 mile

1000 lb= 1 kip (kilo-pound)

2000lb= 1ton

Quantity	Unit of Measurement (FPS)	Equals	Unit of Measurement (SI)
Force	lb		4.448 N
Mass	slug		14.59 kg
Length	ft		0.304 8 m

2.1 جدول (د واحداتو تبدیلول)

په دې کتاب کې زیاتره مسایل په متریک سیستم حل شوي دي.

کله چې یو مقدار په متریک سیستم کې ډېر لوی او یا ډېر کوچنی شی نو د ځینو مختاړو څخه کار اخلو چې په لاندې ډول دی.

	Exponential Form	Prefix	SI Symbol
Multiple			
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	mega	M
1 000	10^3	kilo	k
Submultiple			
0.001	10^{-3}	milli	m
0.000 001	10^{-6}	micro	μ
0.000 000 001	10^{-9}	nano	n

3.1 جدول

10.1 وکتورونه Vectors

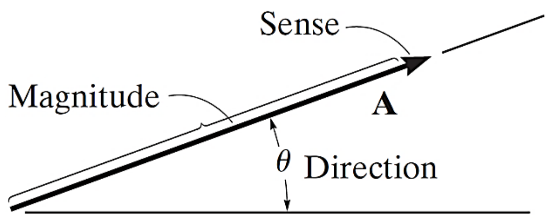
دا چې قوه یو وکتوری کمیت دی او د وکتور ټول قوانین پری د تطبیق وړ دی نو لومړی د وکتور په پیژندنه او قوانینو بحث کوو ترڅو د قوو په مسایلو کې تری کار واخلو.

په انجینری میخانیک کې ټول فزیکې کمیتونه په دوه ډوله اندازه کېږي.

سکالري کمیتونه: عبارت له هغه کمیتونو څخه دی چې یواځې د مقدار (Magnitude) له مخې اندازه کېږي. لکه کتله ، وخت او طول.

وکتوری کمیتونه:هغه کمیتونه دی چې د مقدار تر څنګ جهت ته هم ضرورت ولري لکه قوه ،مومنټ او داسې نور.

د وکتور ښودنه: وکتور په ګرافیکي ډول د غشی پواسطه ښودل کېږي چې د غشی طول د وکتوری کمیت مقدار (Magnitude) ، د غشی انجام د وکتوری کمیت لوری (Sence) او د غشی زاویه د ټاکلی محور سره د وکتور (Direction) یا جهت ښایې.



10.1 شکل

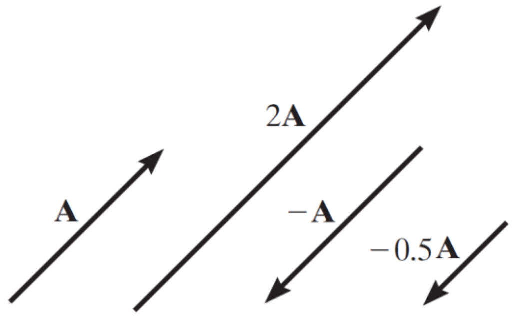
د وکتور د تاثیر کرښه د هغې کرښې څخه عبارت ده چې د وکتور د طول په امتداد دواړو خواو ته ادامه ولري، وکتورونه کیدای شي ازاد (Free) ښویدونکی (Sliding) او یا هم سخت (Fixed) حالت ولری.

که چیرې د وکتور د تاثیر کرښه مشخص نه وي ازاد وکتور بلل کېږي، نوموړی وکتور یواځې د جهت او مقدار له مخې مشخص کېږي. که چیرې وکتور د تاثیر مشخصه کرښه ولري اما د عمل نقطې تغیر یې د جسم په حالت کې تغیر رانه ولي ښوویدونکی وکتور بلل کېږي چې د چې د تاثیر کرښی او مقدار له مخی مشخص کېږی لکه په کلکو اجسامو وارده قوې، همدارنګه که چیرې د وکتور د عمل نقطه مشخصه وي نو ورته Fixed یا سخت وکتور ویلای شو چې د تاثیر کرښی ، مقدار او د عمل نقطی په واسطه مشخص کېږی لکه په تغیر شکل موندونکو اجسامو وارده قوې.

11.1 د وکتورونو عملیې:

د وکتورونو ضرب او تقسیم:

که چېرې یو وکتور د یو مثبت سکالر سره ضرب او یا پرې تقسیم شی د وکتور په کمیت کې په هماغه اندازه تغیر راځی. او که چېرې د منفی عدد سره ضرب او یا پرې تقسیم شی د وکتور مقدار او لوری دواړو کې تغیر راځي.

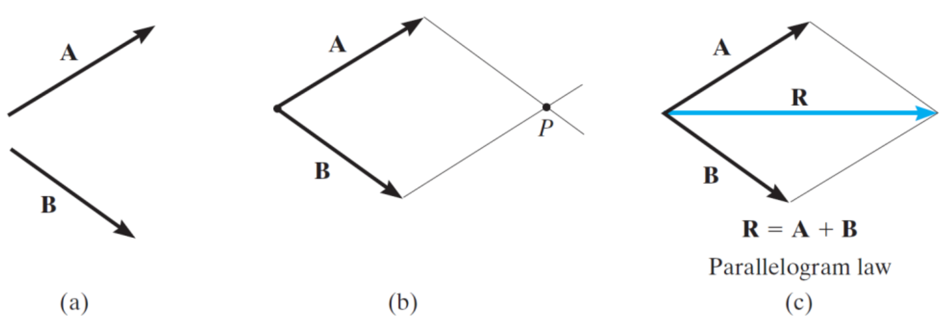


11.1 شکل

12.1 د وکتورونو جمع کول:

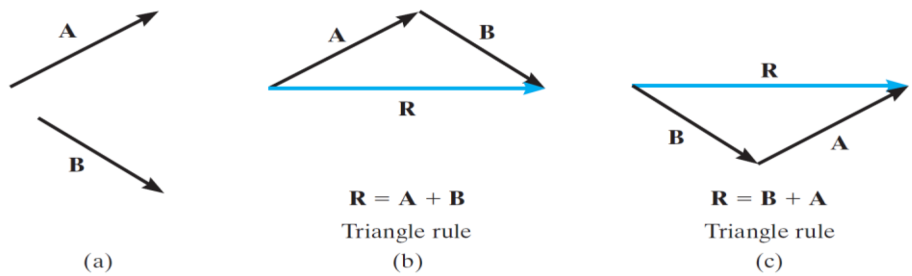
وکتورونه کولای شو د متوازی الاضلاع او یا انتقال په طریقه سره جمع کړو.

د متوازی الاضلاع په طریقه کې دلاندې شکل مطابق لومړی د A او B وکتورونو مبدا ګانی سره وصلوو بیا د A وکتور د انجام څخه د B سره موازی او د B وکتور د انجام څخه د A وکتور سره موازی کرښه رسموو چې دواړه په یوه نقطه (P) کې قطع کوي. د p نقطه له مبدا سره وصلووچې لاسته راغلی وکتور د A او B محصله یا مجموعه ده.



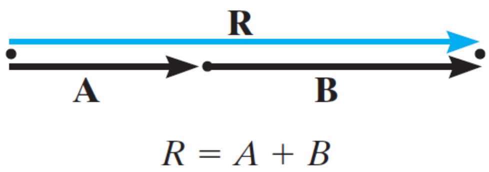
12.1 شکل

همدارنګه کولای شو وکتورونه د مثلث په شکل د انتقال یا (Head to tail) میتود په طریقه هم سره جمع کړو داسې چې د A وکتور په خپل ځای پریږدو او د B په مساوی او موازی ډول داسې انتقالوو چې د B وکتور مبدا د A وکتور سره وصل شی بیا د B وکتور انجام د A وکتور له مبدا سره وصلوو چې همدا لاسته راغلی وکتور یې محصله ده.



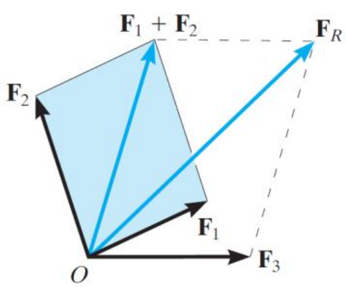
شکل 13.1

په خاص حالت کې که د A او B وکتورونه د یوی تاثیر کرښی لرونکې وی یعنی یو د بل په امتداد واقع وی نومحصله یې راسآ د دواړو الجبری مجموعی څخه لاسته راځی.



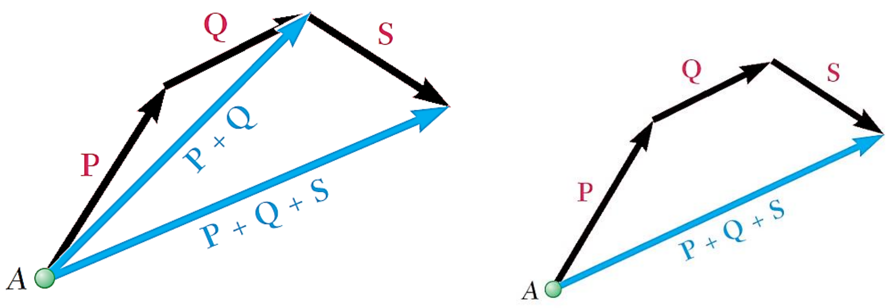
شکل 14.1

که چیرې د وکتورونو تعداد له دوه څخه زیات وی په متوازی الاضلاع طریقه کې یې لومړی ددوه وکتورونو محصله لاسته راوړو او بیا د دې محصلی اودریم وکتور محصله لاسته راوړو په همدی ترتیب سره مخ ته ځو.



شکل 15.1

خو کله چې وکتورونه له دوه څخه زیات وی اسانه طریقه یې د (head to tail) میتود دی.



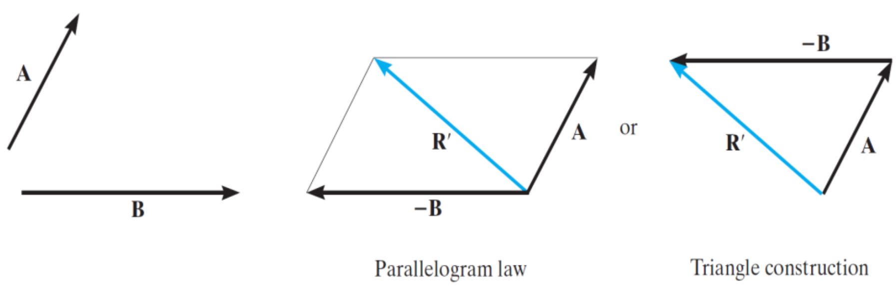
16.1 شکل

د وکتورونو تفریق:

د A او B دوه وکتورونو تفاضل حاصل یا محصله په لاندې ډول لاسته راوړو.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

د پورتنی رابطی ګرافیکې شکل په لاندې ډول ښودلای شو.

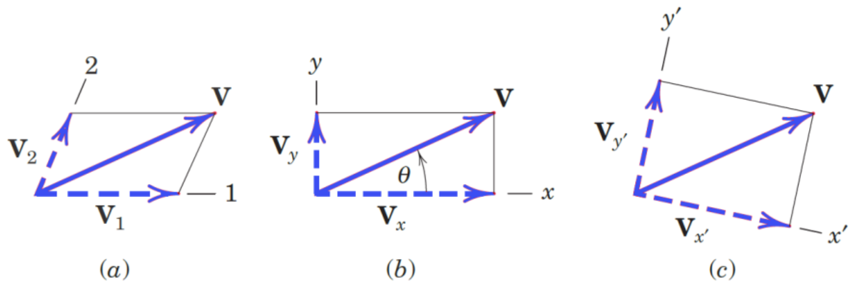


17.1 شکل

13.1 د وکتورونو مرکبې:

په پورته ډول که چیرې د څو وکتورونو مجموعې څخه محصله وکتور لاسته راشي، نوموړي وکتورونه یې مرکبې بلل کېږي. په خاص حالت کې که چیرې نوموړې مرکبې یو پر بل عمود وي مستطیلي مرکبې بلل کېږي.

په لاندې شکل کې V_1 او V_2 د V وکتور مستطیلي مرکبې دي.

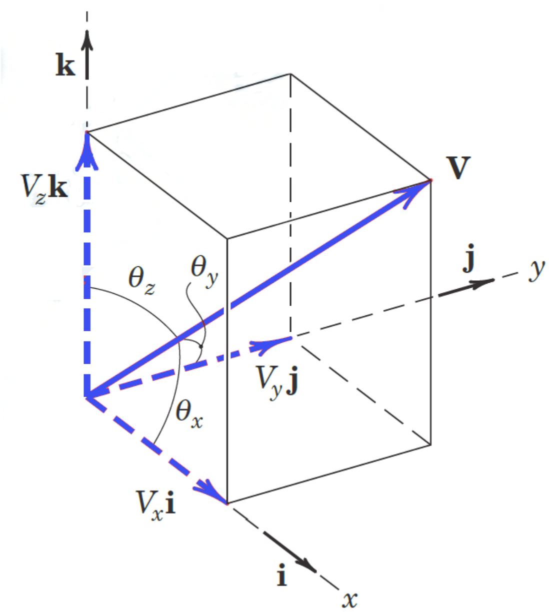


18.1 شکل

دا حتمي نه ده چې د x او y محورونه دي همېشه په عمودي او افقي حالت کې قرار ولري.بلکې کولای شو د ضرورت مطابق لکه څنګه چې په پورته شکل کې ښودل شوی د یو وکتور مستطیلي مرکبې لاسته راوړو د یو وکتور او مستطیلي مرکبو ترمنځ یې لاندې روابط وجود لري.

$$v^2 = vx^2 + vy^2 \qquad \tan\theta = \frac{vy}{vx}$$

همدارنګه که چیرې یو وکتور په فضاء کې (درې بعدي) تر نظر لاندې ونیسو. نو په دې حالت کې یې محصله او د مرکبو وکتوري ښودنه د x، y او z په محورونو په لاندې ډول ده.



19.1 شکل

مسائل:

د یو موټر وزن په نیوټن لاسته راوړئ چې کتله یې 1400kg ده، همدارنګه د کتلې او وزن مقدارونه یې په انګلیسي سیستم کې محاسبه کړئ.

20.1 شکل

حل: -

$$w = m..g \quad \mathbf{1400.(9.81) \Rightarrow 13730N}$$

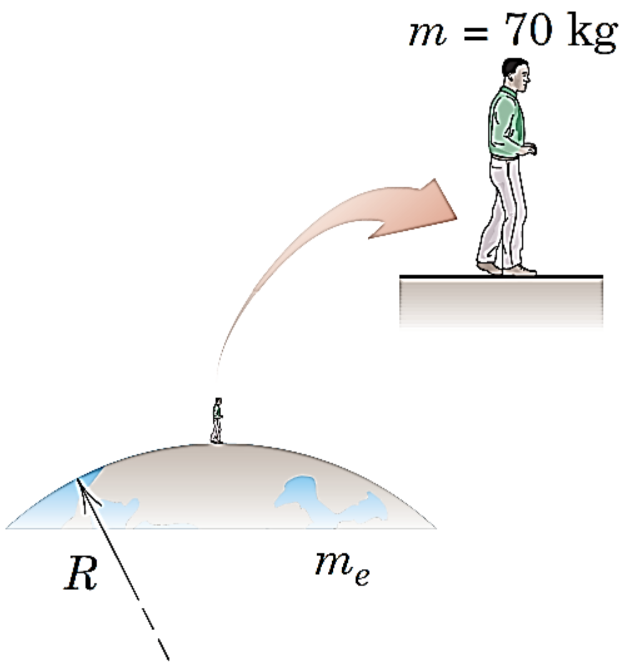
د واحداتو د تبدیلولو د جدول څخه پوهېږو چې:

$$m = 1400kg\left[\frac{slug}{14{,}594kg}\right] = 95{,}9slugs$$

د موټر وزن په lb باندې:

$$w = m..g \quad \mathbf{(95{,}9)(32{,}2)\ 3090\ lb}$$

دوهم مثال: د نیوټن د جاذبوي قانون څخه په استفاده د یو شخص وزن چې 70gk کتله لري محاسبه کړئ، بیا د $w = m..g$ فورمول څخه په استفاده یې وزن پیدا او دواړه ځوابونه سره مقایسه کړئ.



.21.1 شکل

حل:

$$w = G\frac{m_e.m}{r^2} = \frac{(6,673.10^{-11})(5,979.10^{24})(70)}{(6371.10^3)^2} = 688N$$

$$w = m..g = 70(9,81) = 687N$$

مثال: د $2km/h$ تاسې m/s ته تبدیل کړئ او هم ووایاست چې څومره ft/s کېږي.

حل:

څرنګه چې 1km =1000m او 1h=3600s کېږي نو.

$$2km/h = \frac{2km}{h}(\frac{1000m}{km})(\frac{1h}{3600s})$$

$$= \frac{2(1000m)}{1(3600s)} = \frac{2000m}{3600s} = 0,556m/s$$

خرنګه چې (1ft= 0,3048m) او (1m=3,28ft) کېږي نو

$$0{,}556\,{}^{m}\!/_{s} = 0{,}556\frac{3{,}28}{s}\,ft = 1{,}82\,{}^{ft}\!/_{sec}$$

مثال: SI په سیستم کې د مناسب وروستاړی په کارولو سره لاندې مقدار محاسبه کړئ.

(a) (50 mN) (6 GN)

(b) (400 mm) $(0{,}6\ \mathrm{MN})^2$

(c) $45\ \mathrm{MN}^3$/ g00 Gg

حل:

لومړی ټول مقدار په اساسي واحداتو تبدیلوو.

لومړی مقدار

$$(50mN)(6GN) = [50.(10)^{-3}N][6(10)n]$$
$$= 300(10)^6N^2 = 300.(10)^6(KN)^{-3}$$
$$= 300.(10)^6(10^3KN)^2 = 300.10^6.10^{-6}KN^2$$
$$= 300KN^2$$

نوټ: دا باید په یاد ولرو چې –

$$KN^2 = (KN)^2 = (10^3N^2) = 10^6N^2$$

دوهم مقدار:

$$(400mm)(0{,}6MN)^2 = [400(10^{-3})m][0{,}6(10^6)N]^2$$
$$= [400(10^{-3})m][0{,}36(10^{12})N^2]$$
$$= 144(10^9)m.n^2 \Rightarrow 144Gm.N^2$$

همدارنګه کولای شو ولیکو:

$$144(10)^9m.N^2 = 144m.(10^{-6}MN)^2 = 144m.10^{-12}MN^2$$
$$= 0{,}144m.MN^2$$

درېيم مقدار:

$$\frac{45MN^3}{900Gg}=\frac{45(10^6N)^3}{900(10^6)kg}=\frac{45.10^{18}N^3}{900.10^6KG}$$
$$=50(10)^g\, {N^3}/{kg}=50.10^g\,\frac{(10^{-3}KN)^3}{kg}$$
$$=50\,{KN^3}/{kg}$$

14.1 د لومړي فصل لنډيز

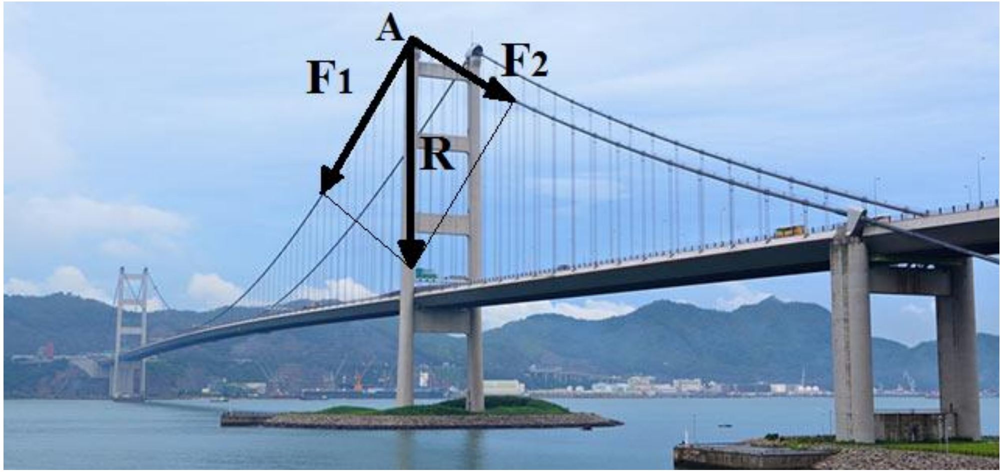
په دې فصل کې د ميخانيک او ستاتيک پيژندنه، اساسي مفاهيم او په ستاتيک کې فرضيې د واحداتو پيژندنه، يو پر بل تبديل او د وکتورونو پيژندنه ولوستل شوه. د دې فصل د لوستلو په نتيجه کې به تاسې د ستاتيک د پيژندنې تر څنګ په دې وتوانېږي چې يو وکتور مستطيلي مرکبې لاسته راوړي.
همدارنګه واحدات يو پر بل تبديل او د نيوټن د قوانينو څخه په استفاده د يو جسم وزن پيداکړئ.

دويم فصل
د نقطوي جسم ستاتيک
Statics of Particles

2 .1 عموميات:

د دې لپاره چې يو انجينر وکولای شي ساختمانونه ډيزاين کړي، نو د ساختمان په يوه نقطه باندې د وارده قوو په تاثيراتو بايد وپوهېږي.

د مثال په ډول په لاندې شکل کې گورو چې د پل د پايې په پورتنۍ (A) نقطه کې دوه قوې (F_1, F_2) د کيبلونو پواسطه واقع شوي چې يو يې د پل پايه يو خوا او بل يې بله خوا کش کوي.که چيرې د دواړو قوو تاثيرات مطالعه کړو نوموړی قوی پايه په کوږوالي کې نه بلکې په فشار کې واقع کوي چی د پايی په ډيزاين کې د F1 او F2 قوی نه بلکه ددوی معادله قوه يا محصله R چی پايه په فشار کې واقع کوی په نظر کې نيول کېږی . نو په دی اساس که چيری د يو جسم په يوه نقطه څو قوی عمل وکړی مونږ بايد په لمړی قدم کې نوموړی قوی په يوه معادله قوه تبديل کړو او بيا ډيزاين پرمخ يوسو.



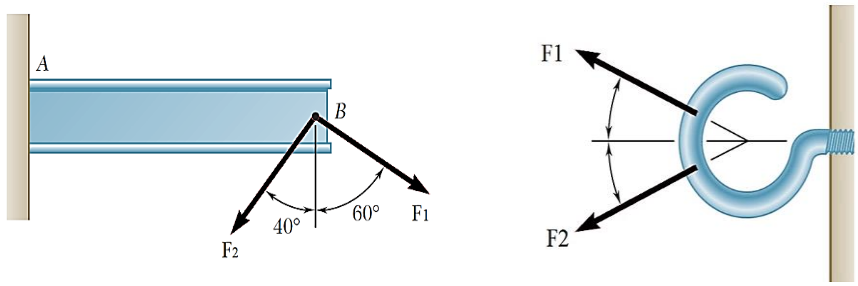
شکل2 .1

د ستاتيک په دې برخه کې همدې مثال ته ورته مسائل چې د جسم په يوې نقطې د څو قوو تاثيرات د يوې معادلې قوې پواسطه ښودل چې محصله قوه بلل کېږي بيان شوی.

څرنګه چې په دې ډول مسائلو کې د جسم ابعاد رول نلري بلکې يواځې د جسم په يوه نقطه د وارده قوو تاثيرات مطالعه کېږي نو په دې اساس ورته ذروي يا نقطوي جسم ستاتيک وايي.

2.2 متلاقي قوې Cuncurent Forces

که چېرې د يو جسم په يوه نقطه څو قوې واردې شي نوموړو قوو ته متلاقي قوې وايې يا په بل عبارت که چېرې د څو قوو د تاثير نقطه يوه وی متلاقي قوې بلل کېږي.



2.2 شکل

3.2 د متلاقي قوو محصله:

د دوه يا څو متلاقي قوو تاثيرات کولای شو د يوې قوې په واسطه وښايو چې نوموړې قوې ته د متلاقي قوې محصله وايي.

4.2 د متلاقي قوو محصله په دوه بعدي سيستم (سطحه) کې:

محصله قوه په لاندې طريقو سره محاسبه کېږي.

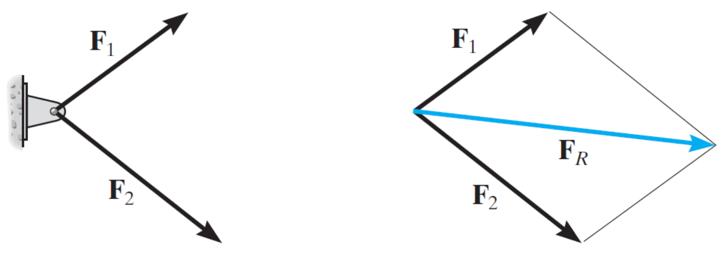
۱. د متوازی الاضلاع طريقه ۲. د مستطيلی مرکبوطريقه

۱). د متوازی الاضلاع په طريقه:

دا طريقه دوه مرحلی لري لمړۍ مرحله يې ګرافيکې او دوهمه يې تحليلي يا مثلثاتي مرحله ده.

ګرافیکې مرحله :

په دې مرحله کې د راکړل شوو قوو څخه متوازی الاضلاع جوړوو د مثال په ډول لاندې شکل په نظر کې نیسو ،لومړی د F_1 قوې د انجام څخه د F_2 سره موازی رسموو او بیا د F_2قوې د انجام څخه د F_1 سره موازی رسموو د تقاطع نقطه د قوو د مبدا سره وصلوو.چې همدا د F_1او F_2قوو محصله ده.



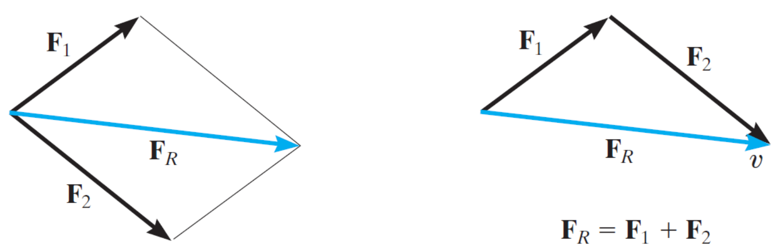
(a) (b)

3.2 شکل

په پورتنی مثال کې F_1 او F_2 د F_R مرکبی او F_R د دې مرکبو محصله ده

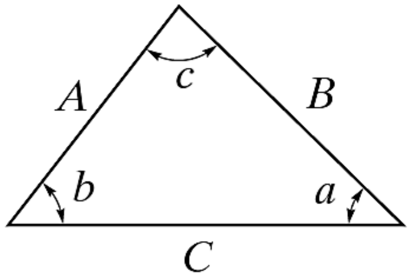
تحلیلي یامثلثاتي مرحله :

په دې مرحله کې لومړی د متوازی الا ضلاع یوه برخه چې مثلث تشکېلوي په نظر کې نیسو.



4.2 شکل

بیا په یوه مثلث کې چې د مثلث دوه ضلعی مرکبی او یوه ضلعه یې محصله تشکېلوی د ساین او کوساین قضیه تطبیېقوو او مجهول کمیتونه لاسته راوړو.
نوموړی قضیې په لاندې ډول دی او په هر ډول مثلث کې د تطبیق وړ دی.



5.2 شکل

Cosine law:

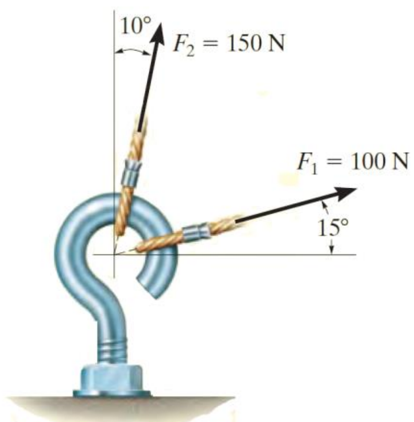
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

مثال1.2:

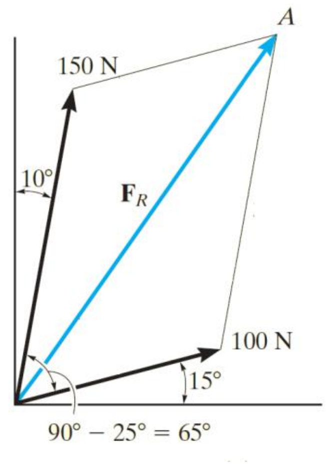
یو چنگک د لاندې شکل مطابق د دوه قوو تر اغیزی لاندې راغلی تاسی د نومړو قوو د محصله قوې مقدار او د x محور مثبت جهت سره زاویه محاسبه کړی.



6.2 شکل

ګرافیکي حل:

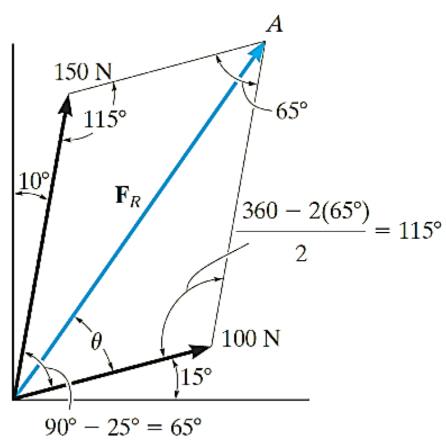
لومړی یې محاسبوی شیما د X او y په محوراتو کې رسموو او متوازی الاضلاع تشکېلوو. چې محصله F_R لاسته راځی .



7.2 شکل

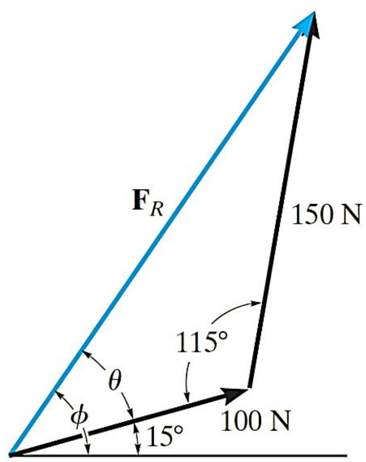
مثلثاتي (تحليلي) حل:

د معلومو زاويو او هندسی قوانينو څخه په استفاده کولای شو په لاندې ډول زاويې پيدا کړو.



8.2 شکل

د پورته متوازی الاضلاع څخه يو مثلث يې په نظر کې نيسو گورو چې د محصله قوې او د ټاکلي محور سره يې زاويه مجهوله ده چې د محصله قوې د محاسبې لپاره د کوساين د قضيې څخه استفاده کوو.



9.2 شکل

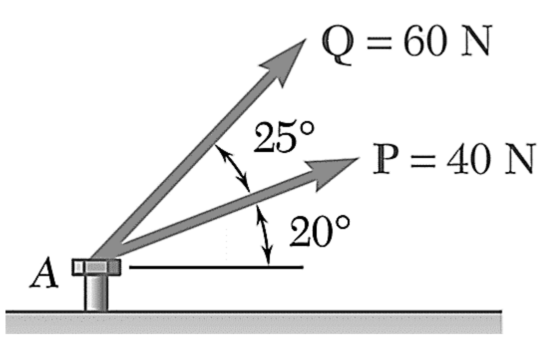
$$F_R = \sqrt{(100N)^2 + (150N)^2 - 2(100N)(150N)\cos 115^0}$$
$$= \sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0.4226)} = 212.6\ N$$

همدارنگه د زاويې د پیدا کولو سره د ساین قضيې څخه استفاده کوو.

$$\frac{150\ N}{\sin\theta} = \frac{212.6\ N}{\sin 115^{\circ}} \qquad \sin\theta = \frac{150\ N}{212.6\ N}(\sin 115^0)$$
$$\theta = 39.8^0$$

2.2 مثال:

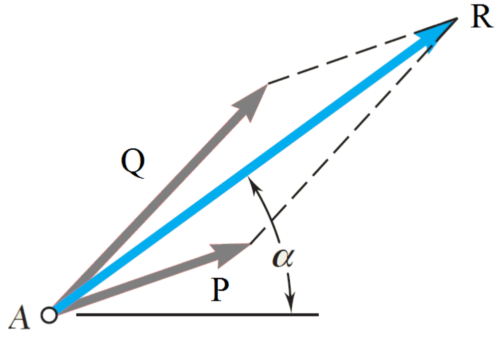
یو بولټ د لاندې شکل مطابق د دوه قوو تر اغیزی لاندې راغلی تاسی د محصله قوې مقدار او د X محور له مثبت جهت سره زاویه محاسبه کړی.



10.2 شکل

ګرافيکې حل:

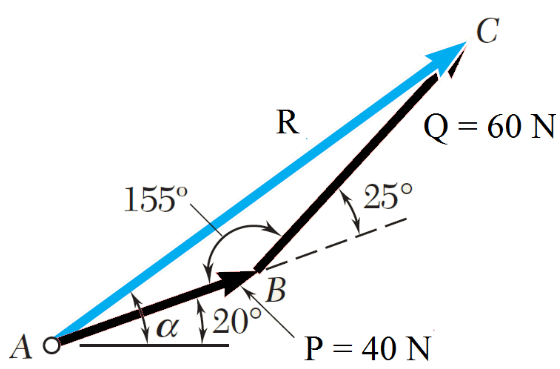
دلته هم د مخکې په شان لومړی متوازی الاضلاع تشکېلوو چې د A او B نقطی په وصل کولو سره محصله لاسته راځی باید په یاد ولرو چې د خطکش او نقالی څخه په استفاده هم کولای شو د محصله قوې مقدار او د (α) زاویه محاسبه کړو.



11.2 شکل

مثلثاتي (تحلیلي) حل:

د مثلثاتي حل لپاره د متوازی الاضلاع یو مثلث په نظر کې نیسو او د معلومو قیمتونو څخه په استفادی لاندې زاویې پیدا کوو.



12.2 شکل

د محصله قوې د پیدا کولو لپاره د کوساین د قضیې څخه کار اخلو.

$$\mathbf{R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos B}}$$

$$\mathbf{R = \sqrt{(40\ N)^2 + (60N)^2 - 2(40)(60)\cos 155^o}}$$

$$\mathbf{R = 97.73\ N}$$

همدارنگه د دې لپاره چې د پورتنی مثلث د A زاویه پیدا کړو د ساین قضیه استعمالوو.

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R} \quad , \quad \frac{\sin A}{60} = \frac{\sin 155^o}{97.73}$$

$$\sin A = \frac{(60)\sin 155^o}{97.73}$$

د پورتنی محاسبی څخه لاسته راځی چې:

$$A = 15.04^0$$

اوس د محصله قوې زاویه د X محور سره په لاندې ډول لاسته راوړو .

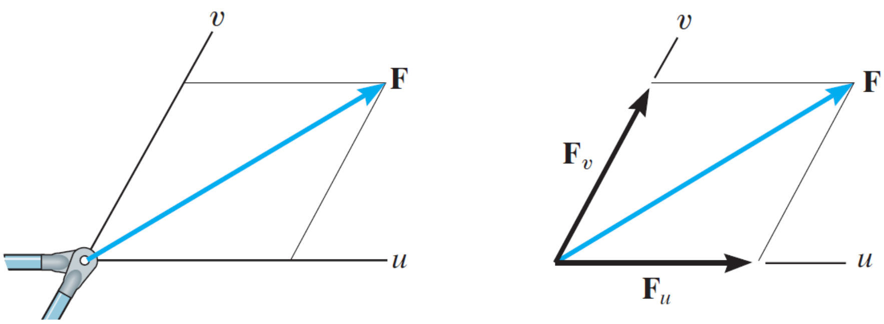
$$\alpha = 20^o + A = 20^o + 15.04^o = 35.04^o$$

په پورته مسایلو کې مو د دوه قوو محصله لاسته راوړله خو په ستاتیک کې ځینې مسائل داسې وي چې محصله یې معلومه وي اما یوه یا دواړه مرکبې یې مجهولې وي چې د دې ډول مسائلو د حل لپاره هم د پورتنی طریقې څخه استفاده کولای شو یعنې لومړی متوازی الاضلاع تشکیلوو او بیا یې په یو مثلث کې مثلثاتي تحلیل کوو. د مثال په ډول غواړو د F1 د قوې مرکبې د u او v په محوراتو چې زاویې یې معلومې دي لاسته راوړو.

ګرافیکي حل:

څرنګه چې د F قوې مقدار معلوم دی نو د F د قوې د انجام څخه د u محور سره موازي رسموو، تر څو د V محور قطع او د V په محورمرکبه (Fv) لاسته راشی بیا د V محور سره موازې رسموو تر څو په U محور مرکبه (Fu) لاسته راشي.

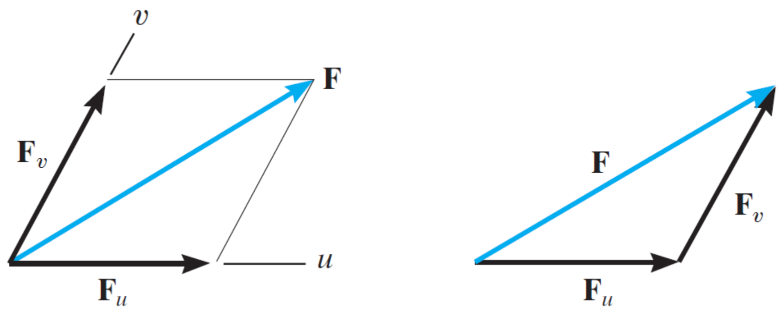
په دې ترتیب به متوازی الاضلاع تشکیله شي.



13.2 شکل

تحلیلي یا مثلثاتي حل:

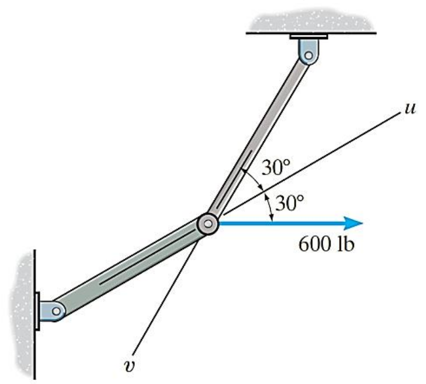
دلته نور د مخکې په شان یو مثلث یې په نظر کې نیسو او د ساین یا کوساین د رابطې څخه په استفاده مجهولې مرکبې پیدا کوو.



14.2 شکل

3.2 مثال:

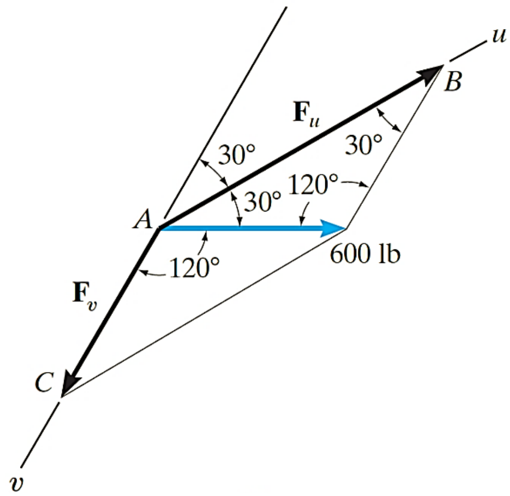
په شکل کې ورکړل شوی 600lb افقي قوې مرکبې د u او v په محورونو باندې لاسته راوړې.



15.2 شکل

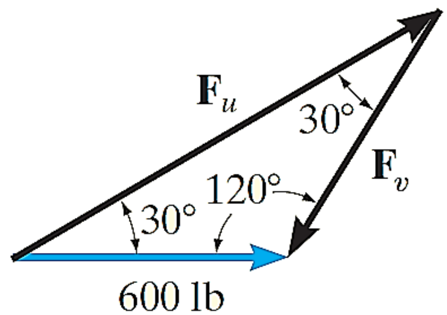
حل:

د نوموړې قوې مرکبې کولای شو چې د متوازی الاضلاع په طریقې لاسته راوړو داسې چې د600lb قوې د انجام نه د u محورسره موازي خط تر سیموو تر څو د v محور دC په نقطه کې قطع کړی چې په دې ډول د V په محور مرکبه لاسته راځی په عین ډول د v محور سره موازی خط تر سیموو تر څو د U محور دB په نقطه کې قطع کړی چې په دی ډول د U په محور مرکبه لاسته راځی.



16.2 شکل

د همدي متوازی الاضلاع نيمه برخه په نظرکي نيسو او د sin قضيه پری تطبيقوو.



17.2 شکل

$$\frac{\mathbf{Fu}}{\mathbf{sin120}} = \frac{\mathbf{600lb}}{\mathbf{sin30}}$$

$$\mathbf{Fu} = \mathbf{1039lb}$$

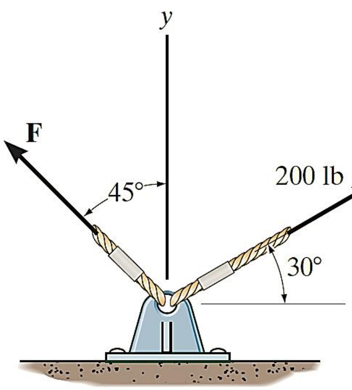
$$\frac{\mathbf{Fv}}{\mathbf{sin30}} = \frac{\mathbf{600lb}}{\mathbf{sin30}}$$

$$\mathbf{Fv} = \mathbf{600lb}$$

د Fu قوې څخه معلوميږی چې ځينی وختونه د مرکبې قوې مقدار له محصله قوې نه هم زياته وي.

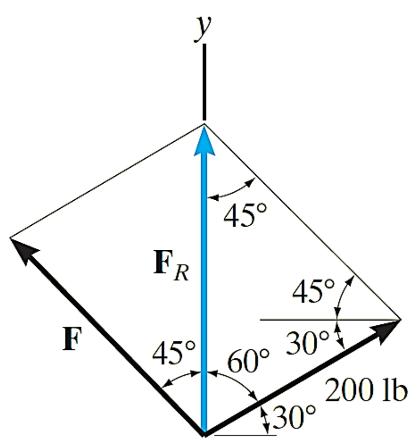
4.2 مثال:

په لاندې مثا ل کې که چيرې محصله قوه (F_R) د y محور په مثبت جهت منطبق وی، تاسی د محصله قوې او د يوی مرکبی (F) قيمت پيدا کړی.



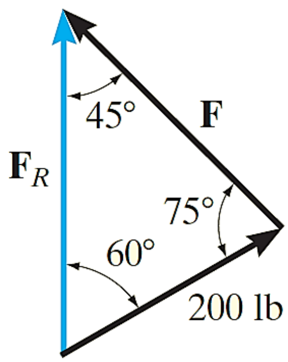
18.2 شکل

لومړی متوازی الاضلاع تشکېلوو څرنګه چې 200 lb قوه معلومه ده نو د متوازی الاضلاع د تشکیل شروع له همدې ځایه کوو یعنې د 200 lb قوې د انجام څخه د F سره موازي رسموو تر څو F مرکبه لاسته راشي. شکل ته په کتو يې زاويې لاسته راوړو.



19.2 شکل

د پورتنی متوازی الاضلاع یوه برخه په نظر کې نیسو.



20.2 شکل

په پورتنی مثلث کې د ساین دقضيې څخه په استفاده کولای شو مجهولی قوې لاسته راوړو.

$$\frac{F}{\sin 60^o} = \frac{F_R}{\sin 75^o} = \frac{200}{\sin 45^o}$$

$$\frac{F}{\sin 60^o} = \frac{200}{\sin 45^o} \quad \rightarrow \quad F = 245\ lb$$

$$\frac{F_R}{\sin 75^o} = \frac{200}{\sin 45^o} \quad \rightarrow \quad F_R = 273\ lb$$

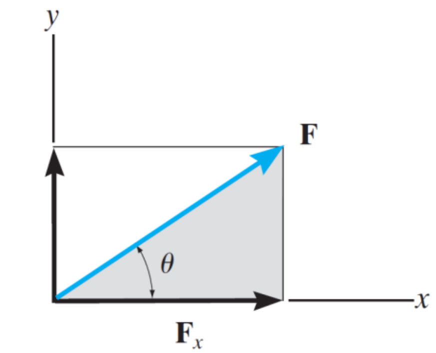
2) د محصله قوې پيدا کول د مستطيلي مرکبو په طريقه:

مخکې له دی چې د مستطيلی مرکبو په طريقه دمتلاقي قوو محصله پيداکړو ، لومړی د يوی قوې مستطيلی مرکبی پيژنو.

کله چې د يو ی قوې مرکبی د X او Y په محوراتو لاسته راوړو نوموړو مرکبو ته مستطيلی مرکبی وايې. يا په بل عبارت : که چېرې د يوی قوې مرکبی يو پر بل عمودی وی مستطيلی مرکبی بلل کېږي .

نوموړی مرکبی کولای شو په سکالري او هم وکتور ی شکل وښيو.

سکالري ښودنه: د لاندې شکل مطابق د F قوې مرکبې د متوازي الاضلاع په ډول لاسته راوړو. داسې چې لومړی د F قوې له انجام څخه د Y محور سره موازي رسموو تر څو د X محور قطع کړي چې دلته د X په محور مرکبه لاسته راځی. بیا د X محور سره موازي کرښه رسموو تر څو د Y محور قطع کړي چې دلته د Y په محور مرکبه لاسته راځی.

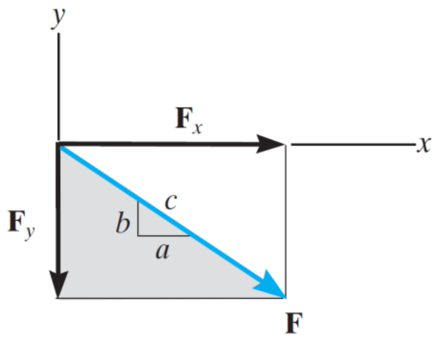


21.2 شکل

د سکالري قیمتونو د لاسته راوړلو لپاره یې په ښنه شوی مثلث تر نظر لاندې نیسو چې قیمتونه یې په لاندې ډول لاسته راځی.:

$$Fx = F \cdot \cos\theta \quad \text{and} \quad Fy = F \cdot \sin\theta$$

په پورتنی مثال کې د F قوه د θ زاویې پواسطه ښودل شوی کېدای شی ځینې وخت د قوې جهت (Direction) د یو کوچنی مثلث پواسطه وښودل شی چې په دی صورت کې یې مرکبې په لاندې ډول لاسته راوړو:



22.2 شکل

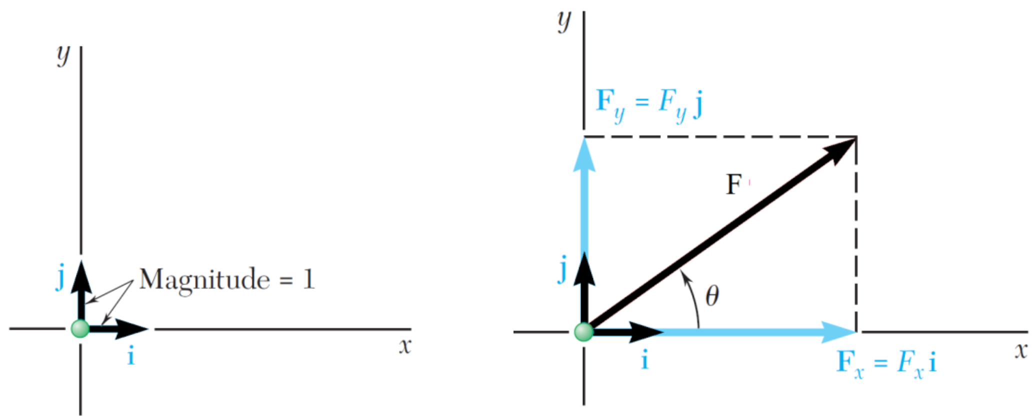
دا چې کوچنی او لوی مثلثونه مشابه دی نواضلاع یې متناسبی دی.

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{b} \qquad , \qquad F_x = F\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c} \qquad , \qquad F_y = -F\left(\frac{b}{c}\right)$$

وکتوری بنودنه:

کولای شو د یوی قوې د X او Y مستطیلی مرکبی په وکتوری ډول ارایه کړو ، د i او j واحد وکتورونه د مرکبو جهت مشخص کوي.

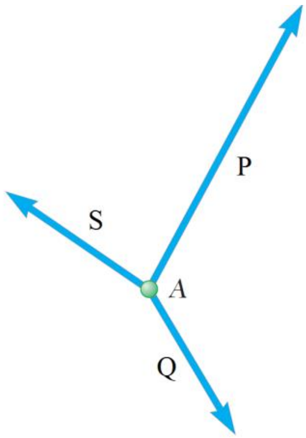


$$F = F_x i + F_y j$$

23.2 شکل

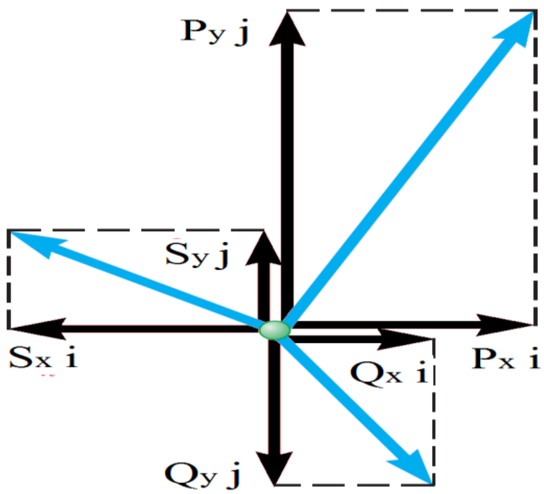
متلاقي قوې د محصلی لاسته راوړل د قوو د مستطیلی مرکبو د پیدا کولو په طریقه کې لاندې مراحل تعقیبوو.

غواړو د P، Q او S متلاقي قوو محصله لاسته راوړو.



24.2 شکل

لومړی : د راکړل شوی P، S او Q قوو ته د قایم وضعیه کمیاتو په محور کې ځای ورکوو او مستطیلي مرکبې یې پیدا کوو

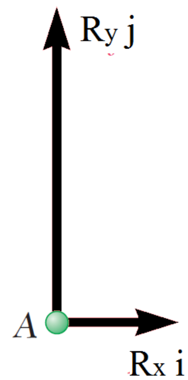


25.2 شکل

دوهم : د xاو y پر محورونو د مرکبو الجبری مجموعه لاسته راوړو د محورنو مثبت او منفي جهتونه په نظر کې نیسو .

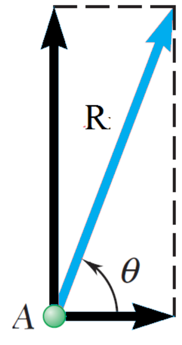
$$\xrightarrow{+} \quad \sum F_x = R_x = Q_x + P_x - S_x$$

$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = R_y = P_y + S_y - Q_y$$



26.2 شکل

دریم : ګورو چې مونږ ته دوه مقدارنه Rx او Ryچې د x او y پر محورنو د مرکبو الجبری مجموعې دي لاسته راخي Rx او Ry په حقیقت کې د محصله قوې مستطلي مرکبې دي چې د قایم وضعیاتو پر محور یې په نښه کوو .



27.2 شکل

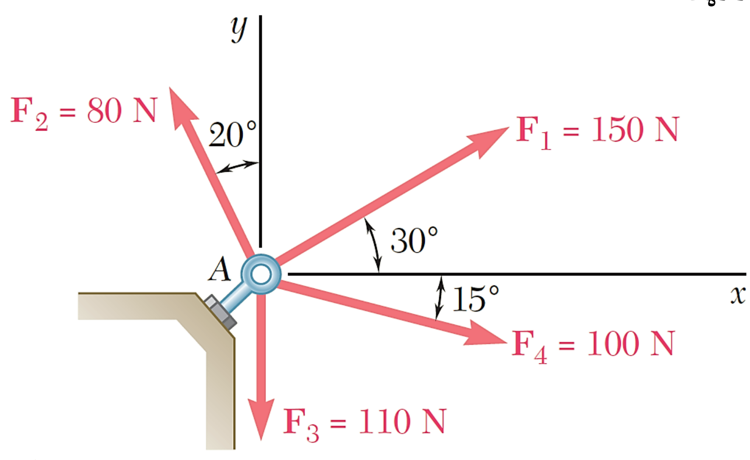
څلورم : اوس د دې مستطيلي مرکبو څخه محصله قوه لاسته راوړو د Ry له انجام څخه د Rx سره موازي او د Rx له انجام څخه د Ry سره موازي کرښه رسمو او تقاطع يې د مبدا سره وصلوو.

پنځم : څرنګه چې يوه قوه د مقدار او جهت د تاکلی محور سره د زاويي په واسطه مشخص کېږي نو د شکل له مخې په اسانۍ سره کولی شو د محصله قوې مقدار او هم د xمحور سره زاويه محاسبه کړو .

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

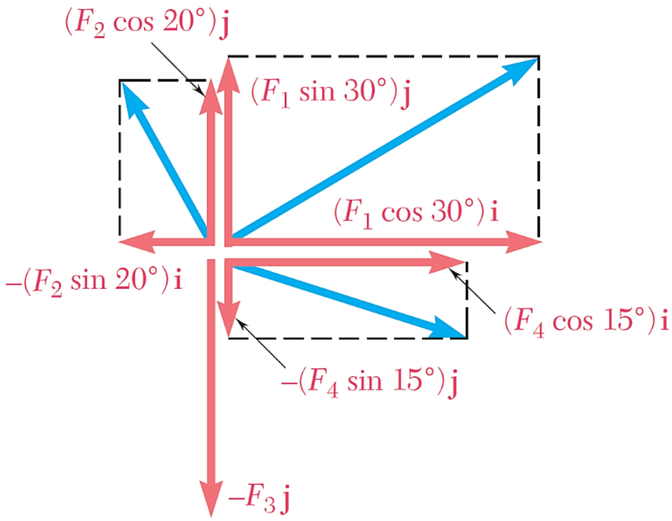
5.2 **مثال:** د لاندې شکل مطابق په يو چنګک باندې قوې واقع شوی تاسی د نوموړو قوو محصله لاسته راوړی.



28.2 شکل

حل :

نوموړی قوې د قايمه وضيعه کمياتو په سيستم کې ځای پر ځای کوو او د هری قوې مرکبې لاسته راوړو.



29.2 شکل

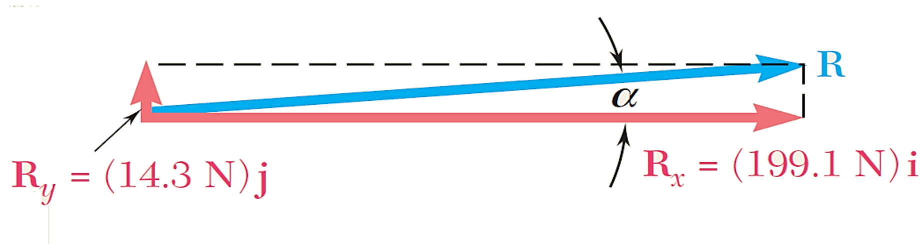
$\xrightarrow{+}\ \sum F_X = R_X$

$$R_x = (F_1\cos30^o) + (F_4\cos 15^o) - (F_2\sin20^o) = 119{,}1\ N$$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = R_y$

$$R_y = (F_1\sin30^o) + (F_2\cos20^o) - (F_4\sin 15^o) - F_3 = 14{,}3\ N$$

د Rx او Ry قیمتونه د قایمه وضیعه کمیاتو په محوراتو کې وضع کوو :



30.2 شکل

د محصله قوې مقدار:

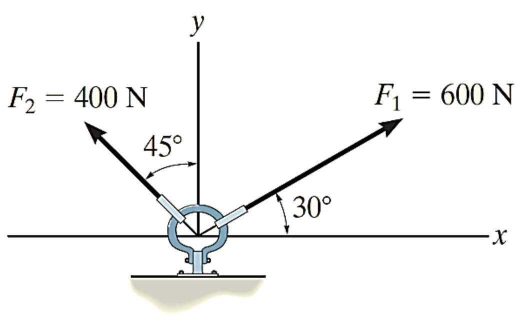
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(191,1)^2 + (14,3)^2} = 199.6\ N$$

د محصله قوې جهت (د x محور مثبت جهت سره يې زاويه):

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{14.3}{199.1} = 14,1^o$$

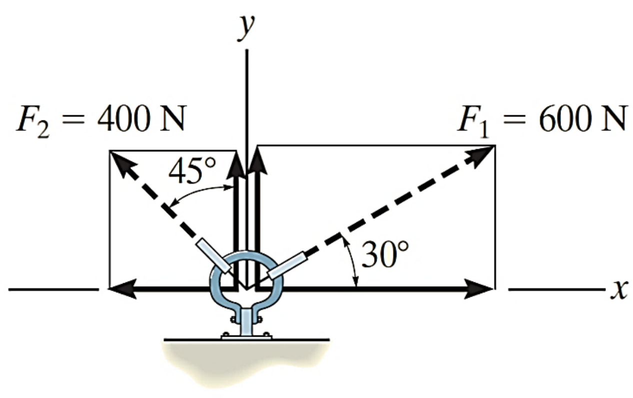
6.2 **مثال:**

په کې شکل کې دوه قووه په يوسيستم باند ی عمل کړی تاسو يې د محصله قوې مقدار او جهت (د x له محور سره زاويه) وټاکئ؟



31.2 شکل

لومړی د هرې قوې مرکبې د x او y په محورونو باندې پيدا کوو او بيا همدغه مرکبو الجبري مجموعه لاسته راوړو.



32.2 شکل

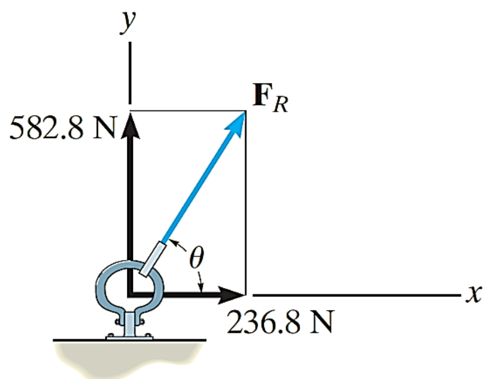
$\xrightarrow{+} \sum F_x = R_x$

$R_x = 600\cos30°N - 400\sin45°N = 236.8N$

$\uparrow^{+} \sum F_y = R_y$

$R_y = 600\sin30°N + 400\cos45°N = 582.8N$

د Rx او د Ry لاسته راغلی قیمتونه د وضیعه کمیاتو په محوراتو په نبنه کوو او د متوازی الاضلاع په طریقه یې محصله لاسته راوړو.



شکل 33.2

د شکل له مخی د محصله قوې مقدار د فیثاغورث د قضیې پر اساس عبارت ده له.

$$F_R = \sqrt{(236.8)^2 + (582.8)^2}$$

$$F_R = 629\ N \ \ldots\ \text{Ans}$$

همدارنګه د محصله قوې زاویه د افقی محور سره د شکل له مخی عبارت ده له:

$$\theta = \text{arc Tag}\left(\frac{582.8N}{236.8}\right) = 67.9°$$

وکتوری مجموعه یې په لاندې ډول لاسته راوړو.

$F_1 = \{600\cos30°i + 600\sin30°j)N$

$F_2 = \{-400\sin45°i + 400\cos45°j)N$

$F = F1 + F2$

$F = (600\cos30°i + 600\sin30°j) + (400\sin45°i + 400\cos45°j)$

$F = \{236.8i + 582.8j\}N$

نوټ:

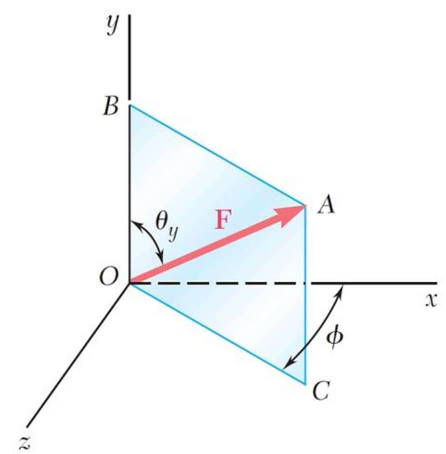
په سیول انجینری کې په سطحه کې د قوو د جمع کولو لپاره معمولا د سکالري مجموعی شخه کار اخستل کېږي مگر په دری بعدی یا په فضا کې د قوو دجمع کولو لپاره بهتره طریقه د وکتوری مجموعی لاسته راوړل دی.

5.2 په فضا کې قوه:

تېر درس کې مو قوه په دوه بعدي سطحه کې مطالعه کړه لکه څنګه چې مخکې مو وویل په دری بعدی یا په فضا کې د قوو دجمع کولو لپاره بهتره طریقه د وکتوری مجموعی لاسته راوړل دی. نو د دې لپاره لومړی په دری بعدی سیستم کې د قوو مرکبی تر بحث لاندې نیسو.

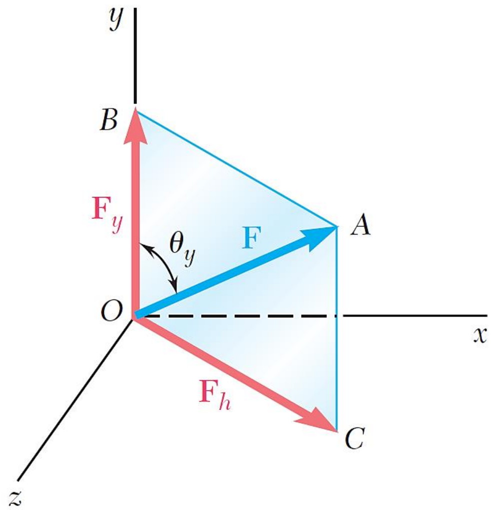
6.2 په فضا کې د قوې مستطیلی مرکبی:

په فضا کې یوه قوه کېدای شی یو دوه او یا هم دری واړه مرکبی ولري.



34.2 شکل

د مرکبو لپاره یې لومړی د F قوې د OBAC په سطحه کې په نظر کې نیسوچې دلته د Y محور سره د θ_y زاویه لري چې د همدی زاویې له مخی یې د Fy او Fh مرکبی لاسته راوړو.

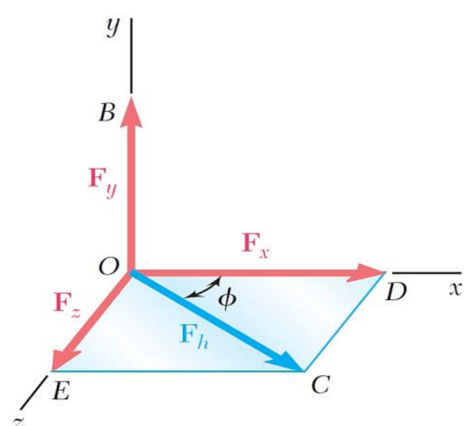


35.2 شکل

د OAB مثلث له مخې ليکلای شو چې:

$$F^2 = OA^2 = OB^2 + BA^2 = F_y^2 + Fh^2 \ldots\ldots(1)$$

بيا د OECD په سطحه کې Fh په دو مرکبو (Fx, Fz) لاسته راوړو.چې په نتيجه کې د Fقوې درې واړه مرکبې (F_x,F_y,F_z) لاسته راځي.



36.2 شکل

د OCD مثلث له مخې لیکلای شو چې :

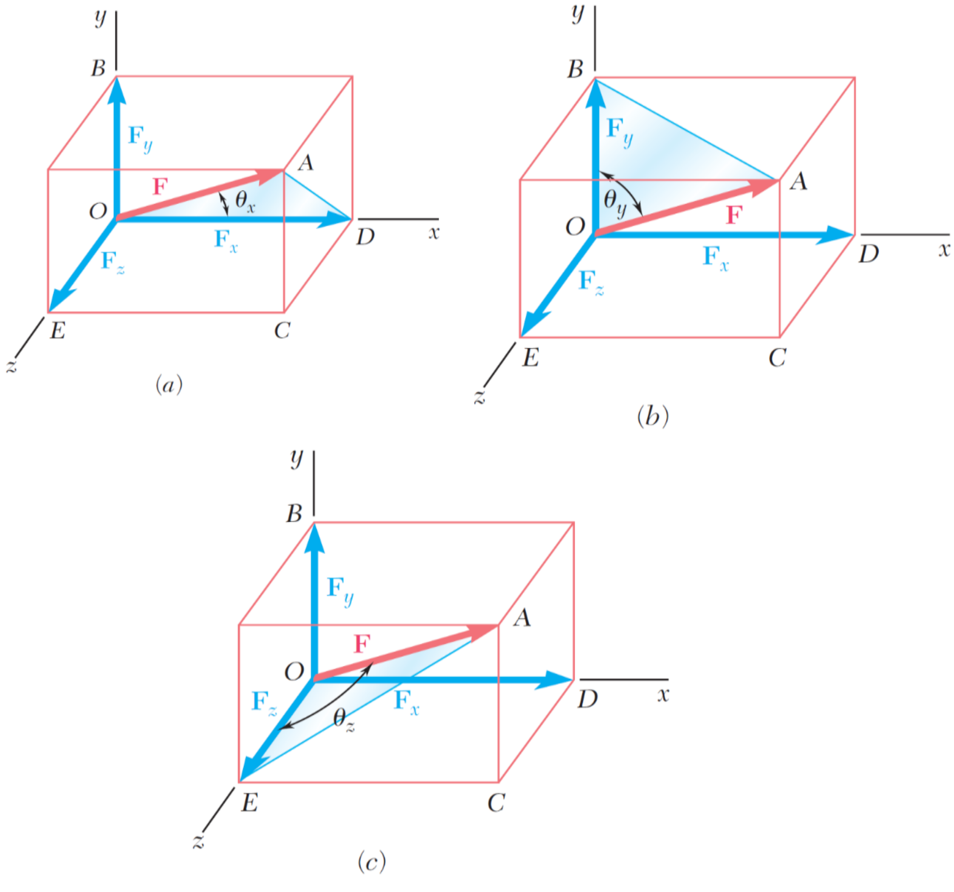
$$Fh^2 = OC^2 = OD^2 + DC^2 = F_x^2 + F_z^2 \ldots\ldots(2)$$

قیمت په لومړی رابطه کې وضع کړو لرو چې:Fhکه د

$$F^2 = F_y^2 + Fh^2 = F_y^2 + F_x^2 + F_z^2$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

د F قوې او مرکبو تر منځ رابطه یې په لاندې بکس ډوله جوړښت کې چې F قوه د بکس قطر تشکیلوی په اسانی سره لیدلای شو .

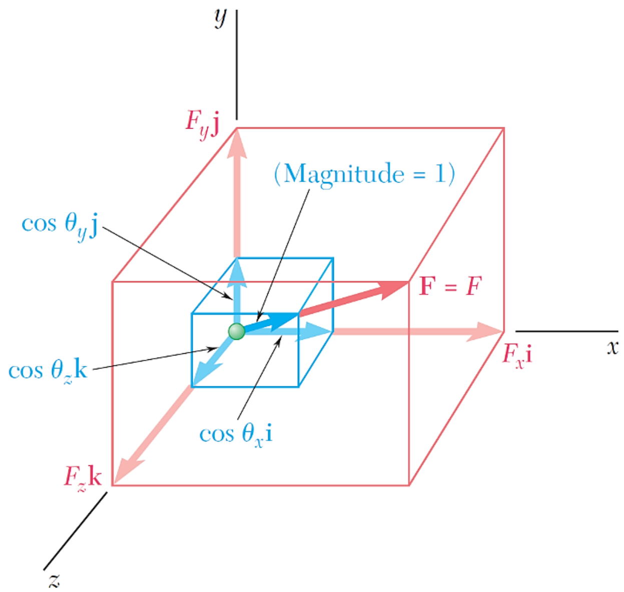


37.2 شکل

گورو چې نوموړی قوه د X ، Y او Z محوراتو سره په ترتیب سره د Θ_x ، Θ_y او Θ_z زاويې جوړوی نو نظر شکل ته لیکلالای شو :

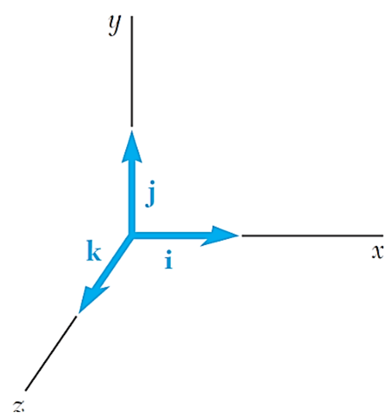
$$F_x = F\cos\theta_x \qquad F_y = F\cos\theta_y \qquad F_z = F\cos\theta_z$$

مرکبو وکتوری ښودنه يې د i، j ، او k واحد وکتورونو په نظر کې نیولو سره په لاندې ډول ده.



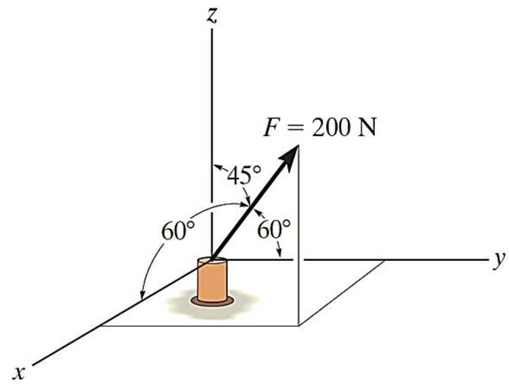
شکل 38.2

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_x i} + \mathbf{F_y j} + \mathbf{F_z k}$$



شکل 39.2

7.2**مثال:** يوی قوې د لاندې شکل مطابق په يو جسم عمل کړی دا چې زاويې يې د محوراتو سره ښودل شوی تاسی يې مرکبی په وکتوری شکل وښاياست.



38.2 شکل

$$F = F\cos\alpha i + F\cos\beta j + F\cos\gamma k$$
$$= (200\cos 60^{o}N)i + (200\cos 60^{o}N)j + (200\cos 45^{o}N)k$$
$$= \{100i + 100j + 141.4k\}N$$

7.2 په فضا کې د متلاقي قوو جمع کول:

په فضا يا دری بعدی سيستم کې د متلاقي قوو د محصلی د لاسته راوړلو لپاره په لاندې ډول عمل اجرا کوو.

لومړی د هری قوې مستطلی مرکبی لاسته راوړو.

$$R_x i + R_y j + R_z k = \sum(F_x i + F_y j + F_z k) = (\sum F_x)i + (\sum F_y)j + (\sum F_z)k$$

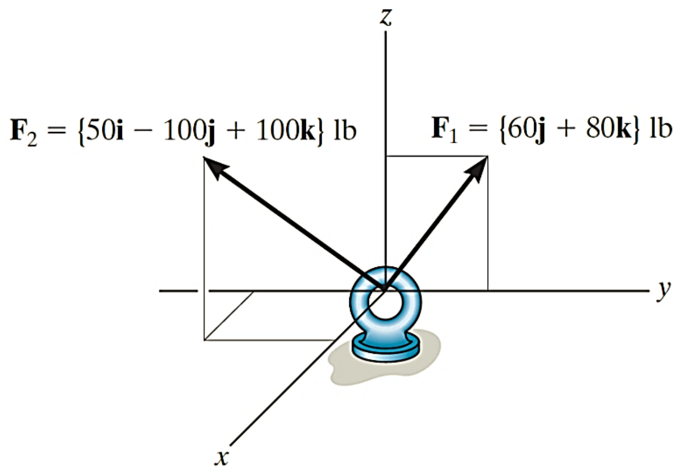
اوس په هر محور د مرکبو مجموعی لاسته راوړو.

$$R_x = \sum F_x \qquad R_y = \sum F_y \qquad R_z = \sum F_z$$

د محصله قوې مقدار او زاويې عبارت دی له:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$\cos\theta_x = \frac{R_x}{R} \qquad \cos\theta_y = \frac{R_y}{R} \qquad \cos\theta_z = \frac{R_z}{R}$$

8.2 **مثال:** د لاندې شکل مطابق په يوه حلقوي جسم دوه قوې واقع شوی تاسی يې محصله قوه محاسبه کړی.



40.2 شکل

$$\mathbf{F_R} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = \{60\mathbf{j} + 80\mathbf{k}\}\mathbf{lb} + \{50\mathbf{i} - 100\mathbf{j} + 100\mathbf{k}\}\mathbf{lb}$$
$$= \{50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 180\mathbf{k}\}\mathbf{lb}$$

د محصله قوې مقدار عبارت دی له:

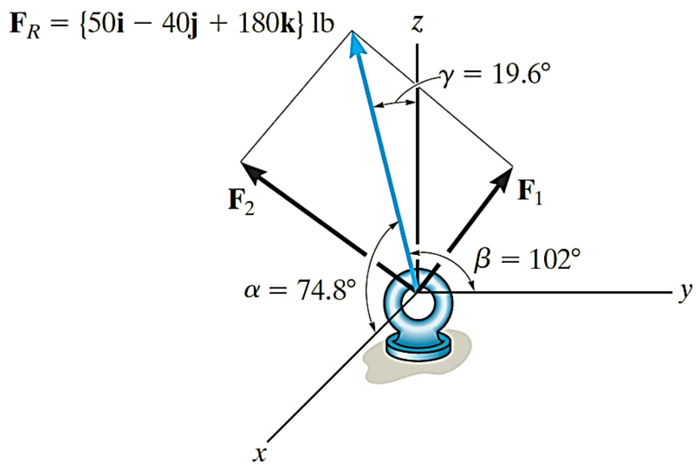
$$\mathbf{F_R} = \sqrt{(150)^2 + (-40)^2 + (180)^2} = 191\ \mathbf{lb}$$

دمحوراتو سره يې زاويې عبارت دی له:

$$\cos\alpha = \frac{50}{191} \qquad \cos\beta = \frac{-40}{191} \qquad \cos\gamma = \frac{180}{191}$$

د پورتنی قیمتونو د محاسبی څخه لاسته راځی:

$$\cos\alpha = 0.2617 \qquad \alpha = 74.8^{o}$$
$$\cos\beta = -0.2094 \qquad \beta = 102^{o}$$
$$\cos\gamma = 0.9422 \qquad \gamma = 19.6^{o}$$


$\mathbf{F}_R = \{50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 180\mathbf{k}\}$ lb
z
$\gamma = 19.6°$
$\mathbf{F}_2$
$\mathbf{F}_1$
$\beta = 102°$
$\alpha = 74.8°$
y
x

41.2 شکل

8.2 د دوهم فصل لنډيز

د دې فصل په پای کې به تاسې د نقطوي جسم او متلاقي قوو د پیژندنې تر څنګ په دې وتوانېږئ چې دوه یا څو متلاقي قوو محصله لاسته راوړئ، نوموړې محصله په دوه طریقو لاسته راوړلای شئ.

۱- متوازي الاضلاع طریقه: په دې طریقه کې لومړی د متلاقي قوو څخه متوازي الاضلاع تشکیلوو او بیا د متوازي الاضلاع نیمایي مثلث په نظر کې نیسو چې د ساین او کوساین د رابطو څخه په استفاده ضلعې او زاویې پیدا او محاسبه کولای شو

Cosine law:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

۲- د مستطیلي مرکبو طریقه: په دې طریقه کې لاندې مراحل تعقیبوو

- لومړی راکړل شوی قوو مستطیلی مرکبی لاسته راوړو بیا نوموړو مرکبو مجموعه د X او Y په محوراتو لاسته راوړو.

$$\xrightarrow{+} \quad \sum F_X = R_X$$
$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = R_y$$

- د R_X او R_Y د قیمتونو څخه د محصله قوې مقدار او جهت په لاندې ډول لاسته راوړو.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

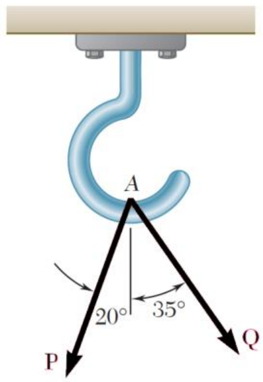
$$\operatorname{tag}\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \theta = \operatorname{tag}^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

د دې ترڅنګ به وتوانېږو چې په فضا کې (درې بعدي حالت) کې د یوې قوې مرکبې او هم د څو متلاقي قوو محصله لاسته راوړئ.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

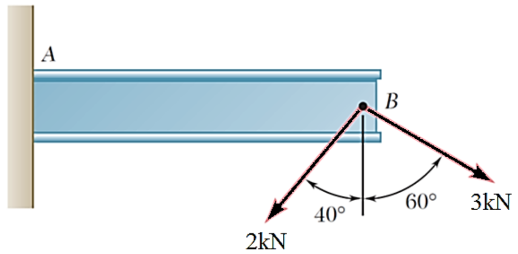
9.2 مسایل:

1. په لاندې شکل کې که P=4kN او همدارنګه Q=3kN وی تاسی د نوموړوقوو محصله په متوازی الاضلاع طریقه لاسته راوړی.



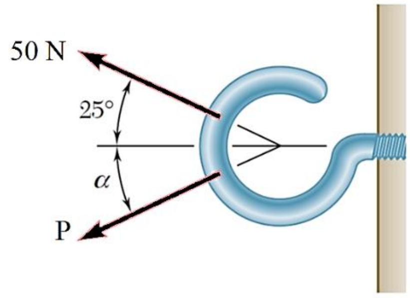
2. 42.2 شکل

3. د AB په یو گاډر د لاندې شکل مطابق دوه قوې واقع شوی تاسی د نوموړو قوو محصله د متوازی الاضلاع په طریقه لاسته راوړی.



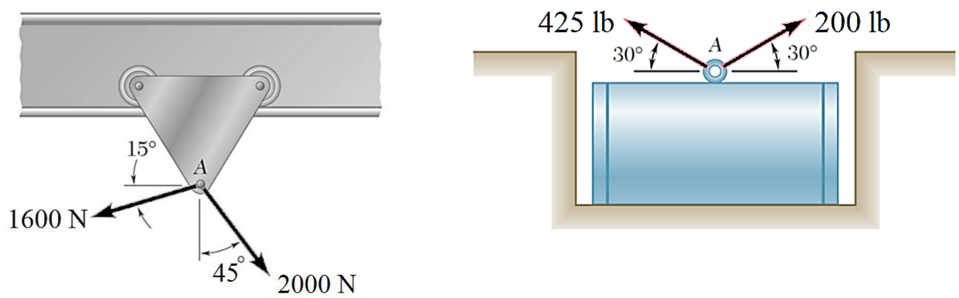
4. 43.2 شکل

5. په یو چنگک دوه قوې واقع شوی ، که په لاندې شکل کې $P = 70N$ او $\alpha = 30^o$ وی نو تاسی یې محصله د متوازی الاضلاع په طریقه محاسبه کړی.



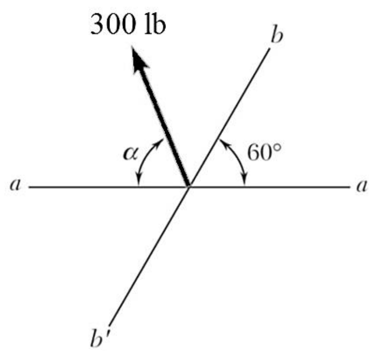
6. 44.2 شکل

7. په لاندې دركړل شوو شكلونو كې د وارده متلاقي قوو محصلى مقدار (Magnitude) او جهت (Sense) لاسته راوړی.



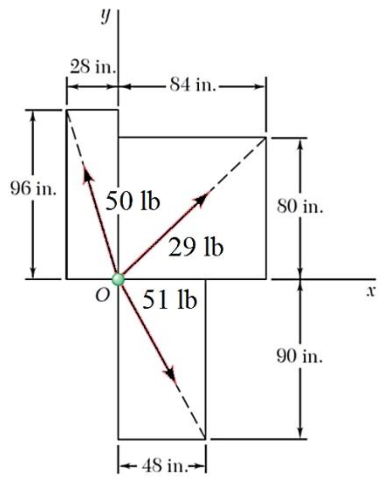
45.2 شكل

8. د دركړل شوی 300 lb قوې مركبې د a او b په محورواتو لاسته راوړی په هغه صورت كې چې $\alpha = 45^o$ وی.



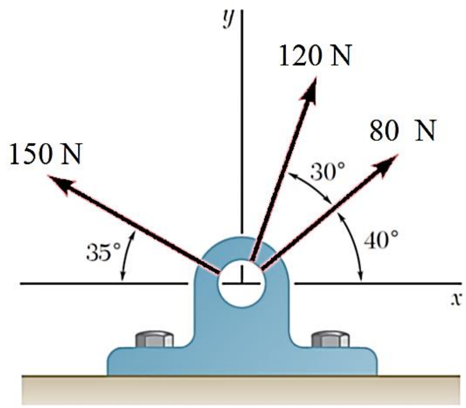
46.2 شكل

9. د دركړل شوو قوو مستطيلی مركبې لاسته راوړی.

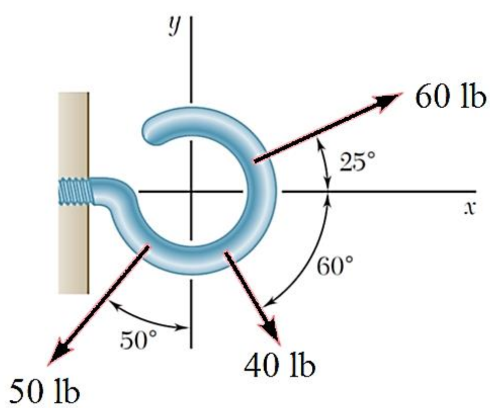


47.2 شکل

10. جسمونو دلاندې شکلونو مطابق قوې واقع شوی تاسی يې د قوو د محصلو مقدار او جهتونه د مستطيلی مرکبو په طريقه لاسته راوړی.



48.2 شکل



49.2 شکل

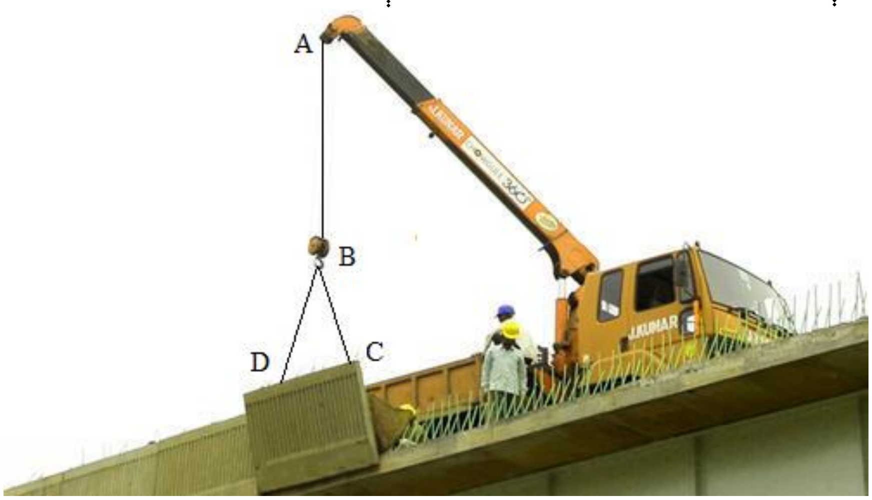
درېيم فصل
د نقطوي جسم تعادل
Equilibrium of particles

1 .3 عموميات:

په تير درس کې مو په ذروی جسم د وارده قواوو د محصلی پیدا کول ولوستلول.

د دې لپاره چې یو انجینر د لاندې شکل مطابق کرنونه، ترسونه او دې ته ورته نور ساختمانونه ډیزاین کړي نو لومړی باید وپوهېږئ چې د ساختمان په هره نقطه کې چې څو عناصر سره یو ځای شوي په هر عنصر کې څومره قوه رامنځته کېږي.

د مثال په ډول لاندی شکل کې که چیرې وغواړو د BC,AB او BD کیبلونه ډیزاین کړو نو باید لومړی په هر کیبل کې کشتی قوي پیداکړو، څرنگه چې ټولو قوو په B نقطه کې تقاطع کړی نوموړې قوې د پیداکولو لپاره د B نقطه په تعادل کې فرضوو.

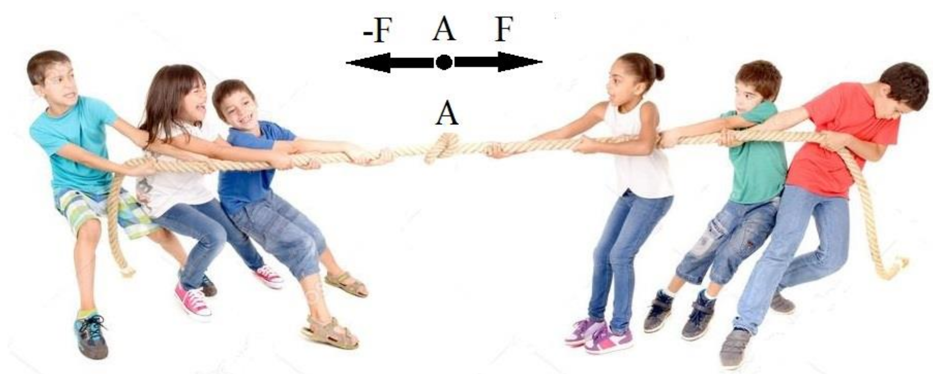


په دې فصل کې د یو جسم د یوې نقطې په تعادل کې وضع کولو او د تعادل د شرایطو څخه په استفاده په کیبلونو او میلو کې کشتی او فشاري قوې محاسبه کوو.

2.3 د نقطوي جسم د تعادل شرایط:

دوه او یا له دوه څخه زیاتې قوې کولای شي یوه ذره یا د جسم یوه نقطه په تعادل او سکون حالت کې واقع کړي.

که چېرې په یوه ذره (لکه په لاندې شکل کې د A نقطه) دوه قوې واقع وي نو د A نقطه هغه وخت په تعادل کې ده چې دواړه وارده قوې دې مساوي مخالف جهته او د یو تاثیر کرښې لرونکې وي.



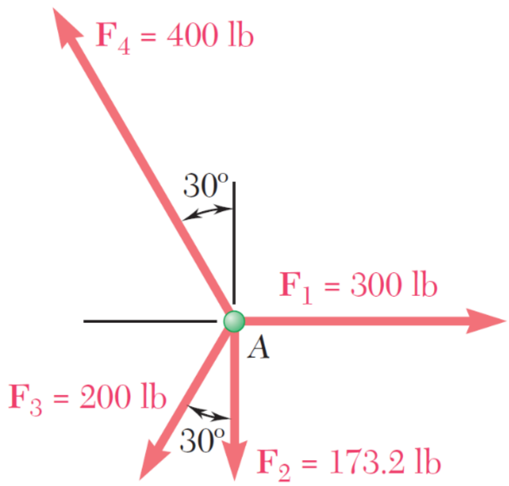
1.3 شکل

په عمومي ډول که چېرې پر یو ذروي جسم دوه یا له دوه څخه زیاتې قوې عمل وکړي نو نوموړی جسم هغه وخت په تعادل کې دی چې محصله یې صفر شی کله چې محصله یې صفر شوه دا په دې معنی چې د محصله قوې مرکبې Rx او Ry هم باید صفر شي او یا د انتقال په طریقه کې تړلی پولیګون جوړ کړي..

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0$$

چې پورتنی دوه معادلې د ذرو د تعادل شرایط بلل کېږي.

د مثال په ډول د A په یوه نقطه په لاندې ډول څلور قوې واقع شوی ،که چېرې د وارده قوو محصله په نوموړی جسم صفر شی د A نقطه په تعادل کې ده

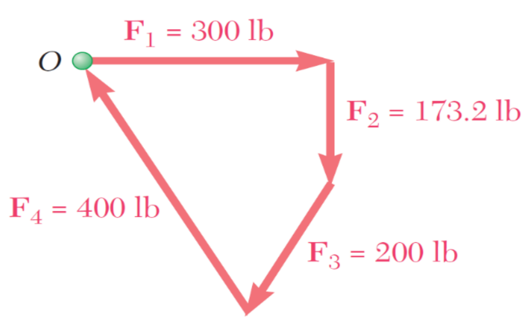


2.3 شکل

$$\sum F_x = 300 - (200)\sin 30^o - (400)\sin 30^o$$
$$= 300 - 100 - 200 = 0$$

$$\sum F_y = -173.2 - (200)\cos 30^0 + (400)\cos 30^o$$
$$= -173.2 - 173.2 + 346.4 = 0$$

خرنګه چې د X او Y په محوراتو یې د قوو د مرتسماتو الجبری مجموعه مساوی صفر شوه دا په دی معنی چې محصله یې صفر شوه نو ویلای شو چې نوموړی جسم په تعادل کې دی ، همدارنګه د انتقال په طریقه د محصلی د لاسته راوړلو په صورت کې باید یو تړلی پولیګون تشکیل کړی



3.3 شکل

پورتنی موضوع د نیوتن د لومړی قانون ځخه نماینده ګی کوي. نیوټن وایي چې کله په جسم د وارده قوو محصله صفر وی نوموړی جسم په تعادل کې دی یعنی که ساکن وی نو خپل د سکون حالت ته دوام ورکوي او که متحرک په ثابت سرعت سره حرکت کوي.

3.3 د ذرې د تعادل د شرایطو ځخه په استفادی سره د مسایلو حل:

که چېرې څو قوو د جسم په یوه نقطه باندې عمل کړی وی نو نوموړی قوې دا جسم هغه وخت په تعادل کې راولی چې لاندې شرایط پوره کړی .

$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$

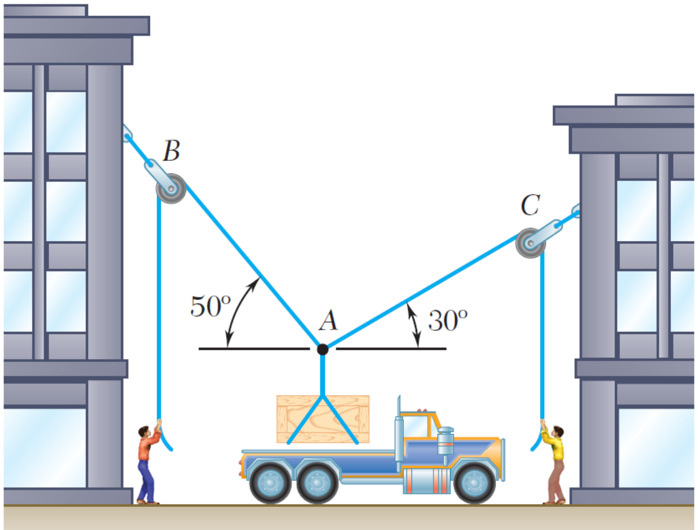
پورتنی دوه معادلې په دوه بعدي حالت کې د نقطوي جسم د تعادل شرایط بلل کېږي.

د نوموړو معادلو ځخه په استفاده کولای شو دمتلاقي قوو مجهولی قوې محاسبه کړو.

د انجینری مسایلو کې دوه ډوله شیما ګانی یا دیاګرامونه لرو.

A. فزیکي شیما (Space Diagram)

عبارت له هغه دیاګرام ځخه ده چې د انجینری مسلی حقیقی فزیکې حالت ښایي لکه په لاندې شکل کې.



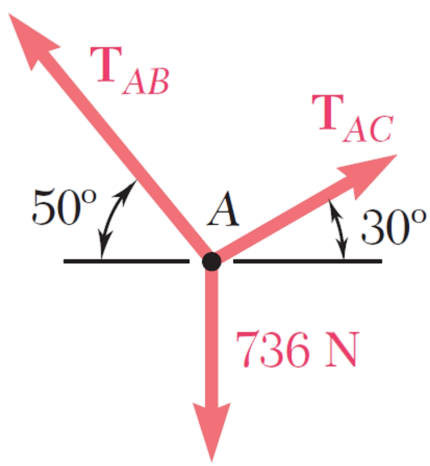
4.3 شکل فزیکي شیما

محاسبوی شیما یا ازاد دیاګرام (Free Body Diagram)

د انجینری د مسلی د حل او تحلیل له پاره مونږ په جسم د هغه د چاپیریال څخه ازادوو او ټولی واردی شوی معلومی او مجهولی قوې مشخص کوو تر څو وکولای شو په اسانی سره یې محاسبه کړو. چې دا ډول شیما یا شکل چې مونږ ته یوازی ذره یا جسم د وارده قوو تر اغیزی لاندې ښایې محاسبوی شیما بلل کېږي.

یا په بل عبارت د دې لپاره چې دیوجسم لپاره د تعادل حالت وڅېړو نو په نوموړی جسم کې باید ټولې معلومې او نامعلومې قوې په نښه کړوکوم چې په نوموړی جسم باندې یې عمل کړی. د دې لپاره نوموړی جسم د هغه له ساختمانی احاطی نه پرته رسموو. او ټولې معلومی او مجهولی قوې چې په جسم باندې یې عمل کړیدی ښایو.

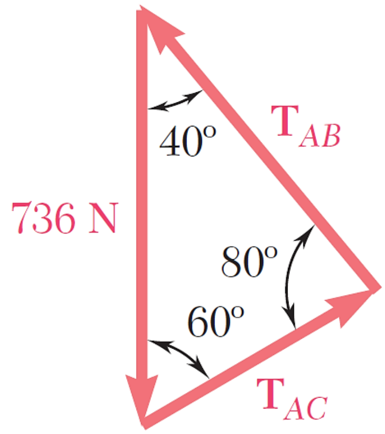
د مثال په ډول په پورتنی شکل کې که چېرې د موټر څخه پورته کېدونکې وزن 736N وی نو د A د نقطی محاسبوی شیما د AC او AB کېبلونو کې د کششی قوې د محاسبی لپاره په لاندې ډول رسموو.



5.3 شکل محاسبوي شیما

د تعادل د شرایطو څخه په استفاده کولای شو د پورتنی مثال په ډول مسایلو کې مجهولی قوې (په کېبلونو کې کششی قوې) محاسبه کړو چې د لاندې دوه میتودونو څخه استفاده کوو.

لومړی طریقه یې د انتقال (Head to tail) طریقه ده ،په دی طریقه کې د تعادل شرط دادی چې نوموړی قوې باید یو تړلی شکل ورکړی . د پورتنی دری قوې په مساوی او موازی انتقالولو سره تړلی شکل (مثلث) لاسته راځی .



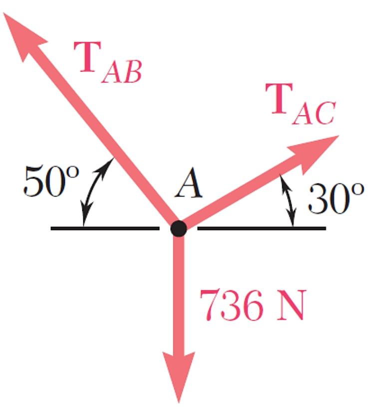
6.3 شکل

په پورتنی مثلث کې درې زاویې او درې ضلعې وجود لري چې معلوم قیمتونه یې د شکل څخه اخلو او د مجهول قیمتونو د پیدا کولو لپاره د ساین او کوساین قضیو څخه کاراخلو.

$$\frac{T_{AB}}{\sin 60^{o}} = \frac{T_{AC}}{\sin 40^{o}} = \frac{730\ N}{\sin 80^{o}}$$

$$T_{AB} = 647\ N \qquad T_{AC} = 480\ N$$

که چېرې له درې او یا له درې څخه زیاتی قوو عمل کړی وی . نو اسانه طریقه دا ده چې مستطیلی مرکبې یئ پیدا او بیا د تعا دلی معادلو څخه په استفاده یئ مجهو لی قوې پیداکړو.



7.3 شکل

$$\sum F_x = 0$$

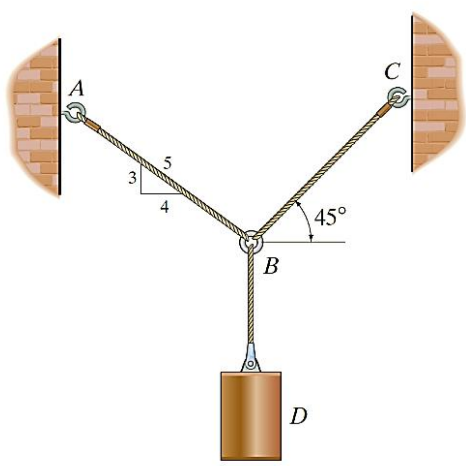
$$T_{AC}\cos 30^o - T_{AB}\cos 50^o = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{AC}\sin 30^o + T_{AB}\sin 50^o - 736 = 0$$

په پورته ډول دوه معادلی او دوه مجهوله وجود لري چې په اسانی سره یې محاسبه کولای شو.

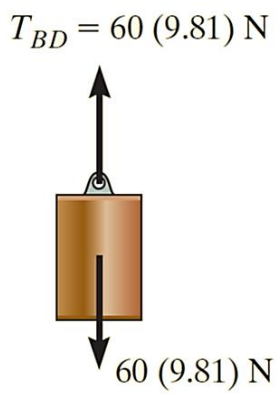
1.3 مثال: په لاندېنی مثال کې کششی مجهولی قوې د مستطیلی مرکبو د پیدا کولو په طریقه محاسبه کوو.



8.3 شکل

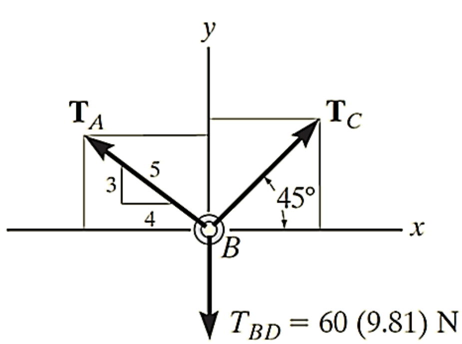
د تعادل د شرایطو په اساس د استوانی وزن د BD کېبل کې د کششی قوې سبب گرځی چې مقدار یې عبارت دی له:

$$T_{BD} = 60(9.81)N$$



9.3 شکل

د BA او BC په کېبلونو کې د قوې مقدار د پیداکولولپاره د B نقطی ازاد دیاگرام یا محاسبوی شیمارسموو. چې په دې دیاګرام کې د TA او TC مقدارونه نامعلوم اما جهتونه یې معلوم دی.



10.3 شکل

دB نقطی تعادل معادله د x او y محورونولپاره په کې توګه لیکو.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T_C \cos 45° - \left(\frac{4}{5}\right) T_A = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . . \ldots 1$$

$$\Sigma Fy = 0$$

$$T_C \sin 45° + \left(\frac{3}{5}\right) T_A - 60(9.81) = 0 \ldots \ldots \ldots \ldots 2$$

دلته دوه معادلې او دوه مجهوله دي چې د افنا ،تعويض او داسې نورو میتودونو څخه په استفاده يې لاسته راوړلای شو. که چېرې دتعويض طريقې څخه کار واخلو نو د لومړې معادلې څخه د TA قیمت پيداکوو.

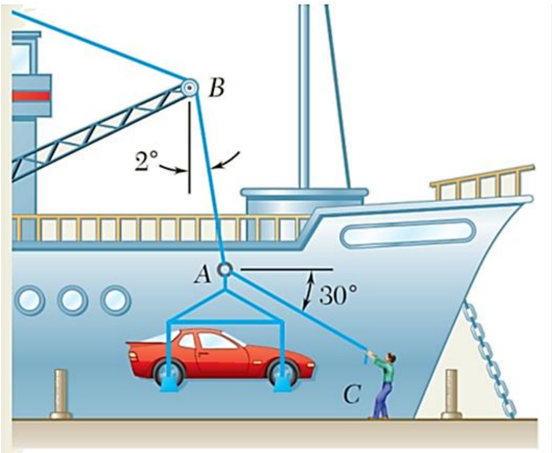
$T_A = 0.8839\,T_c$

د نوموړې قیمت په دوهمه معادله کې وضع کولو سره لاندې قیمتونه لاسته راځی.

$TC = 476N$
$TA = 420N$

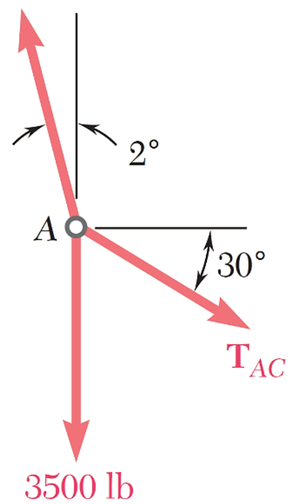
2.3 مثال:

یو موټر چې 3500lb وزن لري د لاندې شکل مطابق د کرن پواسطه کشتی ته پورته کېږي . د AC یوه رسی د AB کېبل سره د A په نقطه کې موټر ته د موقيعت ورکولو لپاره وصل شوی داسې چې کېبل د عمودی محور سره 2° زاويه جوړوی او رسی د افقی محور سره 30° زاويه جوړوی، تاسی په کېبل او رسی کې کششی قوې پيدا کړی.



11.3 شکل

حل : د A د نقطی محاسبوی شیما رسمو‌و.



12.3 شکل

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{AC}\cos 30^\circ - T_{AB}\cos 88^\circ = 0$$

$$0.866\ T_{AC} - 0.0348\ T_{AB} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . . \ldots 1$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_{AC}\sin 30^\circ - T_{AB}\sin 88^\circ - 3500 = 0$$

$$0.5\ T_{AC} - 0.999\ T_{AB} = 3500 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . . \ldots\ldots . \ldots 2$$

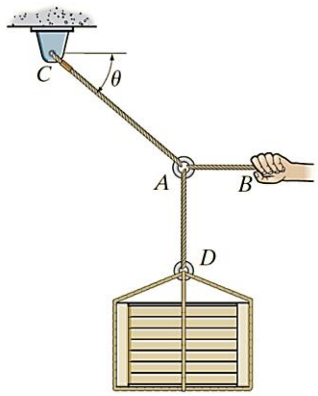
دلومړی رابطی له مخی :

$$T_{AC} = 0.0401\ T_{AB}$$

که د T_{AC} قیمت په 2 رابطه کې وضع کړو نو :

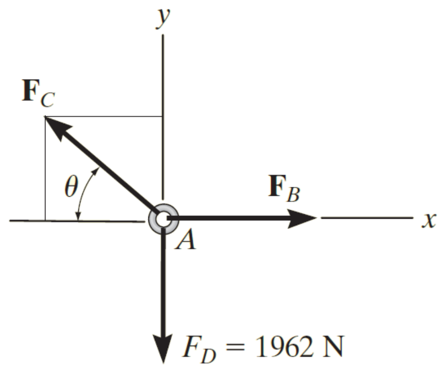
$T_{AB} = 3570\ lb$　　　　　$T_{AC} = 144\ lb$

3.3 مثال: د یوبکس وزن 200kg دی چې د AB او AC درسیو پواسطه باندې تړل شویدی چې هره یوه رسۍ د 10KN اعظمي بار د زغملو توانایي لري که چېرته د AB رسی دهمیشه لپاره افقی پاتې شي تاسې د θ د زاویې ترټولو اصغري مقدار پیدا کړئ چې نوموړی بکس وزغمي مخکې له دینه چې رسۍ وشکېږي.



13.3 شکل

ازاد دیاګرام :- د A په نقطه کې د جسم د تعادل د څېړلو لپاره د همدی نقطی لپاره یې محاسبوی شیما رسموو ، د شکل نه معلومېږی چې په دې نقطه کې درې قوو عمل کړېدی چې د F_D د قوې مقدار د جسم د وزن سره مساوي دی.



14.3 شکل

$$F_D = 200 \cdot 9{,}81 = 1{,}962kN < 10KN$$

د ستاتیک تعادلی معادله وضع کوو.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_C \cos\theta + F_B = 0 \qquad F_C = \frac{F_B}{\cos\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..1$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_C \sin\theta - 1962 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\ldots\ldots.2$$

د اولې معادلې نه پوهيږو چې د $\mathbf{F_C}$ مقدار د $\mathbf{F_B}$ نه زيات دی ځکه $\boldsymbol{cos\theta \leq 1}$ نو په دی اساس که په AC کېبل کې اعظمی قوه(10kN) رامنځ ته شی نو په AB کې تری کمه قوه رامنځته کېږي . نو په دی اساس په دوهمه رابطه کې F_C=10kN نیسو.

$$[10kN]\sin\theta - 1,962 = 0$$
$$\theta = \arc\sin(0.1962) = 11.31^\circ = 11.30^\circ$$

او هغه قوه چې د AB په رسۍ کې منځ ته راځی عبارت ده له:

$$10kN = \frac{F_B}{\cos 11.30^\circ}$$
$$F_B = 9.81KN$$

4.3 د دریېم فصل لنډیز:

د دې فصل په پای کې به تاسې وتوانېږئ چې د يو نقطوي جسم د تعادل د شرايطو څخه په استفاده په نوموړې نقطه کې وصل شوی ميلو او کيبلونو کې کشتی او فشاري قوې محاسبه کړئ.

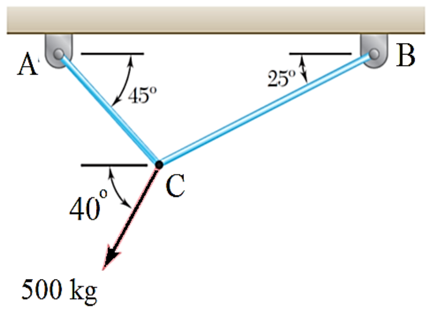
- يو جسم يا يو ذره هغه وخت د تعادل په حالت کې ده چې که د سکون په حالت کې وی نو خپل د سکون حالت ته دوام ورکړی او که د حرکت په حالت کې وی په ثابت سرعت خپل حرکت ته دوام ورکړی.کله چې مونږ ستاتيکې تعادل وايو په عمومی دول هدف تری د ساکن اجسامو تعادل دی.
- که چېرې څو قوو د جسم په يوه نقطه باندې عمل کړی (متلاقي وي) وی نو نوموړی قوې دا نقطوي جسم هغه وخت په تعادل کې راولی چې لاندې شرايط پوره کړی .

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0$$

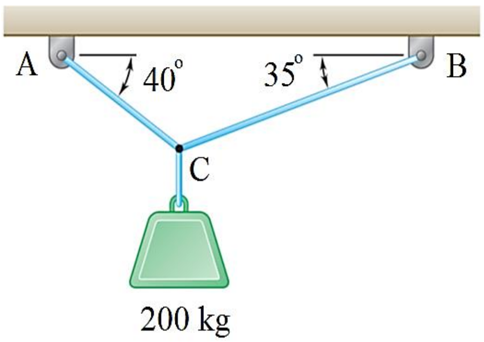
- د نوموړو معادلو څخه په استفاده کولای شو دمتلاقي قوو مجهولی قوې محاسبه کړو.
- د انجينری مسايلو کې دوه ډوله شيما ګانی يا دياګرامونه لروچې عبارت دی له فزيکې او محاسبوی شيما څخه. فزيکې شيماعبارت له هغه شيما څخه ده چې د انجينری مسلی حقيقی فزيکې حالت ښايې.او کله چې مونږ د مسلی د تحليل له پاره جسم د هغه د چاپيريال څخه ازاد کړو او ټولی واردی شوی معلومی او مجهولی قوې مشخص کړو دی ته يې محاسبوی شيما وايې.

5.3 مسایل:

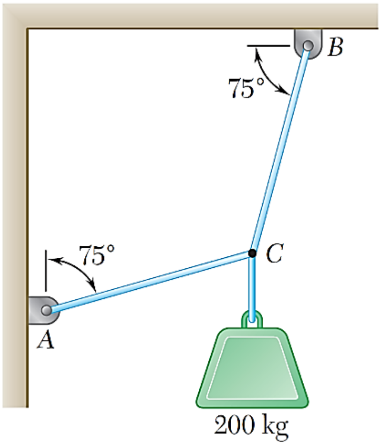
د لاندې شکلونو مطابق د AC او BC په میلو کې کششی قوې محاسبه کړی.



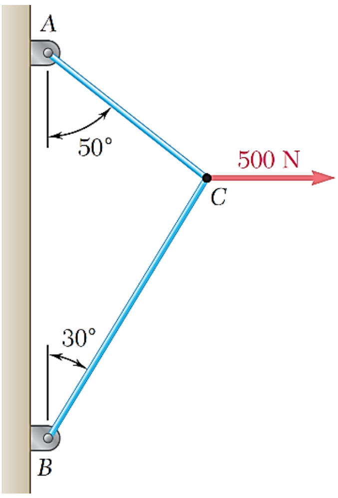
16.3 شکل



17.3 شکل



18.3 شکل



19.3 شکل

څلورم فصل
د کلکو اجسامو ستاتیک
Statics of Rigid Bodies

1.4 عمومیات:

په تیره برخه کې مو هغه مسا ئل وڅیړل ، چې دجسم ابعادو پرې اثر نه درلود. یعنی یواځې قوې او هغه نقطه چې قوو پرې عمل کړی، په محاسبه کې مهم وو ځکه نو نوموړی اجسام مو نقطوي اجسام بلل او ستاتیک هغه برخه چې نوموړی مسایل یې څیړل د نقطوي اجسامو ستاتیک (Static of Particle) بلل کېده.

دستاتیک په ټولو مسا ئلو کې مونږ اجسام په نقطوي ډول په نظر کې نشو نیو لای، په سیول انجینری کې د ځینو عناصرو لکه پایه سلب ، گاډر او داسې نور په ډیزاین کې د هغې ابعاد هم رول لري، ځینی مسا ئل لکه دقوې مومنټ په محاسبه کې دجسم ابعاد عمده رول لري اوباید په نظر کې ونیول شی.

1.4 شکل

په پورتنی تصویر کې د گاډرونو ، پایو او ترڅنګ یی د کرن په ډیزاین کې لمړی نوموړی اجسام د کلک اجسامو په ډول فرض شوی او داخلی او خارجی قوی پری محاسبه شوی.

پدی مسائلو کې مونږ اجسا م د کلک جسم په ډول په نظر کې نیسوچې ورڅخه هدف هغه جامد اجسام دی چې دقوې دعمل په نتیجه کې دشکل بدلون و نکړی . حا ل دا چې په

حقیقت کې هر جسم دقوې له اثره دشکل بدلون کوي اما دابدلون په دی اندازه نه وی چې په ستاتیکې تعادلی مسائلو تاثیر ولري نو ځکه تری صرف نظر کېږي او کلک جسم په شکل په نظر کې نیول کېږي. تر څو خارجی قوی (عکس العملونه) او داخلی قوی یی په اسانی سره محاسبه کړو. دستاتیک دتعادلی مسائلو څخه وروسته دموادومقاومت او میخانیک ساختمان په مضامینوکې دانجینری عناصرود تحلیل په پروسه کې تغیر شکل مطالعه ضرور ده چې په خپل ځای کې به ولوستل شی.

په په دی کتاب کې د کلک اجسام کېدای شی یو ګاډر ، پایه ، میله سلب او دی ته ورته نور ساختمانی او میخانیکې عناصر وی.

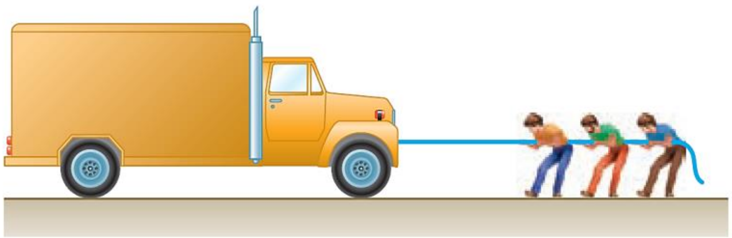
2.4 په کلکو اجسامو وارده قوې.

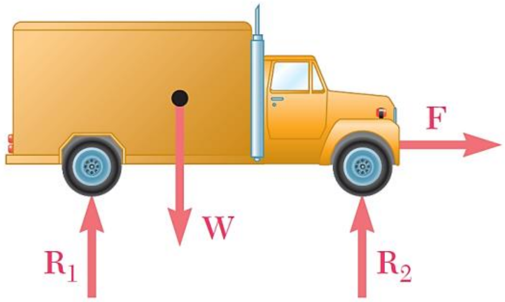
په کلکو اجسامو وارده قو ی په دوه برخو ویشلای شو. چې عبارت دی له خارجي او داخلی قوو څخه.

د یو جسم عمل په بل جسم خارجي قوې بلل کېږي، چې په جسم کې خارجي تغیرات رامنځ ته کوي یعنی جسم ته حرکت ورکوي او یایې سکون حالت ته راولی .چې د سکون په حالت کې د عکس العمل قوې هم رامنځته کېږي نو ویلای شو چې خارجي قوې عبارت دی له عمل او عکس العمل قوو څخه.

داخلی قوې عبارت له هغه قوو څخه دی چې د خار جی قوو له اثره رامنځته کېږي او د یو جسم جوړونکې اجزاوی یو له بله سره محکم ساتی چی په اتم فصل کې تشریح شوی دلته په خارجی قوو بحث کوو.

دخارجي قوو د ښوودنی لپاره یو موټر په پام کې نیسو . چې خارجي واقع شوی قوې پری په محاسبوی شیما یا ازاد دیاګرام کې ښودل شوی .





2.4 شکل

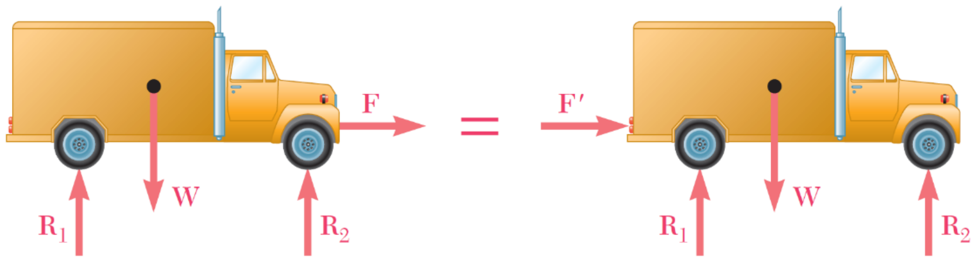
د W قوه چې د جسم وزن دی یوه خارجي قوه ده چې د ځمکې لخوا په موټر وارديږي او غواړي چې موټر په عمودي ډول ښکته خواته کش کړي اما د سرک لخوا د عکس العمل د قوو په برابرولو سره جسم ته د سکون په حالت کې قرار ورکړل شوی. چې دلته د ځمکې د جاذبې قوه (عمل قوه) او د سرک لخواواقع شوی قوې (د عکس العمل قوې) خارجي قوې دی . د دې تر څنګ د F قوه هم په موټر باندې یو خارجي قوه ده چې د څو کسانو لخوا د کېبل پواسطه عمل کوي او جسم ته انتقالی حرکت ورکوي.

پورتنی خارجي قوې موټر ته په عمودی او افقی جهت غواړی انتقال ورکړی چې دا د خارجي قوې له اثره د حرکت یو ډول (انتقالی حرکت) دی ،د دې ترڅنګ که چېرې مونږ یو جک په نظر کې ونیسو چې د موټر د مخکنی اکسل لاندې ایښودل شوی وی نوموړی جک موټر ته دوهم ډول حرکت چې دورانی حرکت دی ورکوي.

نو ویلای شو چې خارجي قوې یو جسم ته انتقالی او یا دورانی حرکت او یا هم دواړه په یو وخت کې ورکوي.

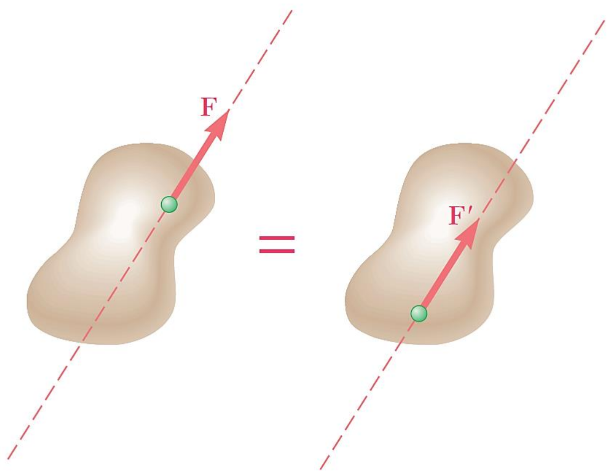
3.4 د قوې دانتقال قانون:

په یو کلک جسم باندې کولای شو خارجي قوه دهغی د تاثیر د کرښی په امتداد انتقال کړو. چې په دی سره د کلک جسم په تعادل کې کوم تقیر نه راځی اولاسته راغلی دواړه سیستمونه سره معادل دی.



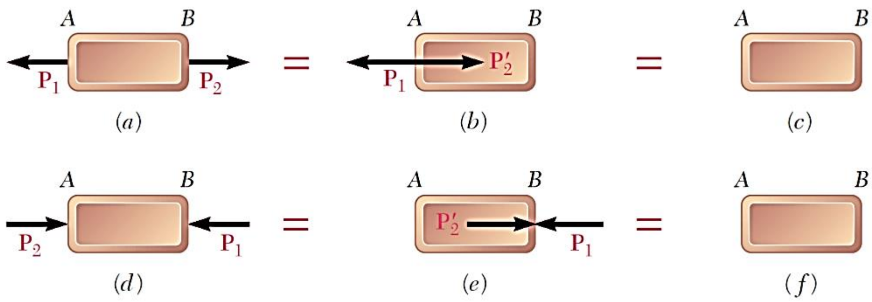
c

3.4 شکل



4.4 شکل

همدارنگه کولای شو په یو کلک جسم چې د قوو تراغیزی لاندې راغلی وی دوه مساوی او مخالف الجهته قوې اضعافه اویا هم تری لرې کړو .



5.4 شکل

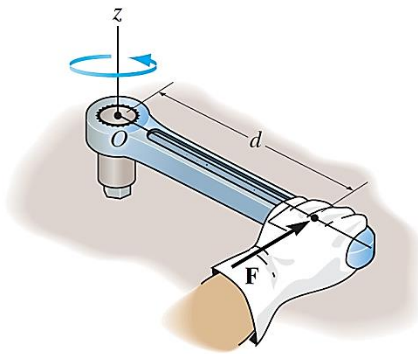
نوټ : پورتنی د قوو سیستمونه سره معادل دی نو په کلک جسم یو ډول خارجي تاثیرات لري او د کلک جسم په تعادل اثر نلري . باید په یاد ولرو چې نوموړی قوانین یواځی د ستاتیک په تعادلی مسایلو کې د تطبیق وړ دی .

4.4 د قوې مومنټ (Moment of Force)

کله چې وغواړو یو جسم ته حرکت ورکړو نو یا يې ټېله (Push) کوو او یا ورته دوران ورکوو یعنې قوه جسم ته انتقالي یا دوراني حرکت ورکوي ، په میخانیک کې د قوې دوراني حرکت ته مومنټ وايي، چې د قوې او د قوې د تاثیر کرښې او ټاکلې نقطې ترمنځ د فاصلې د حاصل ضرب څخه لاسته راځي.

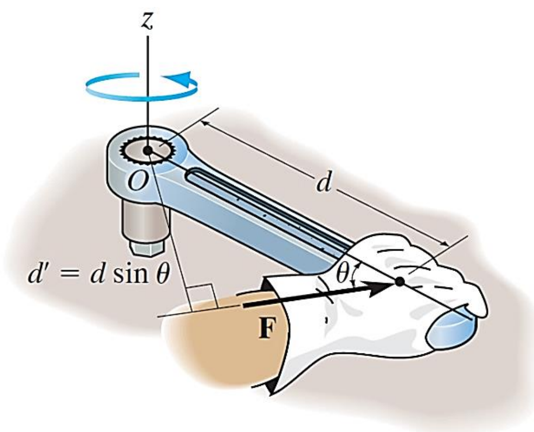
د مومنټ د مفهوم د ښه روښانتیا لپاره کې حالتونه څیړو.

په کې شکل کې د رینچ پواسطه غواړوچې یو بولت راوباسو نو د دې کار لپاره د رینچ په لاستی باندې یوه قوه واردوو او نوموړی قوه به بولټ ته د o په نقطه کې او یا z په محور باندې دوران ورکړي. چې د مومنټ مقدار یې په مستقیما توګه متناسب دی دواردیدونکې قوې F له مقدار او همدارنګه د عمودي فاصلې سره چې دی عمودي فاصلې ته د مومنټ بازو d وايي. په هره اندازه چې د قوې مقدار او د بازو مقدار زیاد وی په همغه اندازه د مومنټ مقدار زیاتیږی



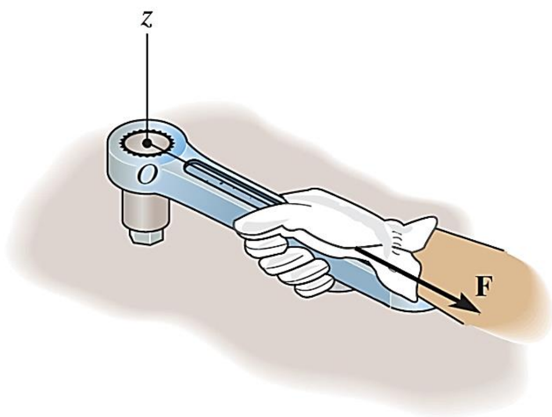
6.4 شکل

که چېرته د F قوه د $\theta \neq 90°$ کې عمل وکړي نو ډېر په مشکله به وتوانیږو چې نوموړی بولټ ته دوران ورکړو(ځکه دلته به د مومنټ د بازو اندازه کمه وی یعنی $d'=d\sin\theta$)د فورمول څخه پوهیږو چې $d > d'$ نو د بازو په کمیدو سره د مومنټ مقدار هم کمیږی.



7.4 شکل

که چېرته قوه د رینج په امتداد باندې عمل وکړي نو په دې صورت کې به د مومنټ بازو صفر وي او د F د قوې د تاثیر خط د O نقطه سره تقاطع کوي. نو دی حالت کې دوران نه واقع کېږي او د مومنټ مقدار صفر دی.



8.4 شکل

کولای شو چې پورتني حالتونه په کې توګه خلاصه کړو

په شکل کې د F د قوې مومنټ M_o نظر د O نقطې ته او یا هغه محورته چې د O له نقطې نه په عمودي توګه تیریږي او یا په سطحه باندې عمود وي یو وکتوري مقدار دی چې د یو ثابت مقد ار او همدارنګه ټاکلی جهت درلودونکې دی. چې د قوې او عمودی فاصلې د حاصل ضرب څخه لاسته راځی.

همدارنګه باید په یاد ولروچې دیوی قوې مومنټ نظر یوی نقطی ته هغه وخت صفر دی ،کله چې د قوې د تاثیر کرښه د نوموړی نقطی نه تیره شی او یا قوه په نوموړی نقطه واقع شی.

5.4 **دمومنټ مقدار یا اندازه** (Magnitude of Moment)

دتعریف له مخی مومنټ مقدار عبارت دی له:

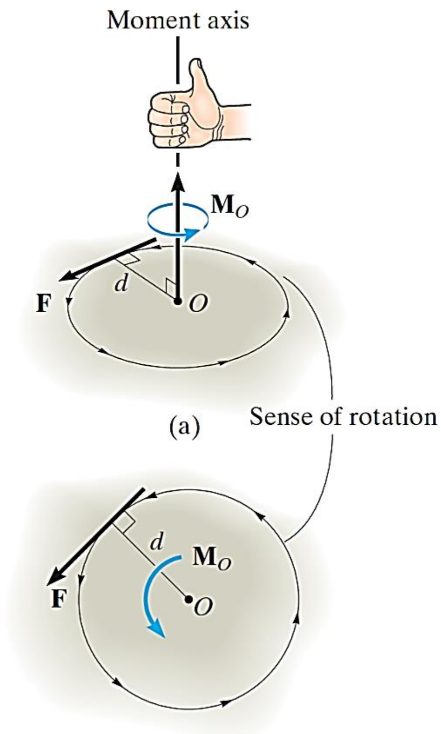
$$\mathbf{M_o} = \mathbf{F.d}$$

F هغه قوه چې د مومنټ د رامنځته کېدو لامل کېږي. او d دمومنټ دمرکز(o نقطی) او د قوې دتا ثیر کرښې تر منځ عمودی فاصله ده.

6.4 دمومنټ جهت (Direction of Moment)

دمومنټ جهت د مومنټ د محور له مخی ټا کل کېږي. د مومنټ محور په هغه سطحه عمود وی په کوم سطحه کې چې قوه او عمودی فاصله واقع وی.

که قوه د ټاکلی محور پر شا اوخوا د جسم ته د ساعت د عقربی مطابق دوران ورکړی مقدار یې مثبت او برعکس منفی دی.



9.4 شکل

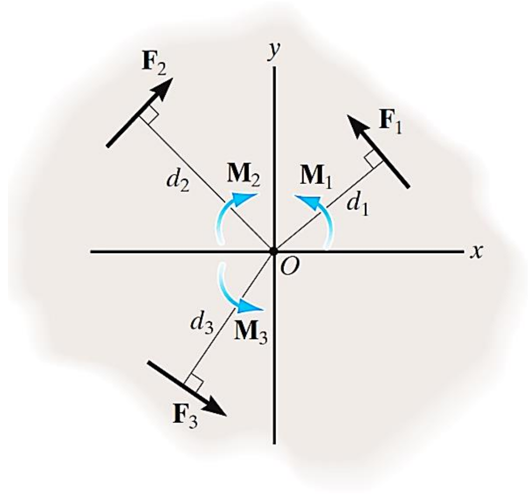
معمو لا په دوه بعدی سیستموتو کې د مومنټ جهت دتا و شوی غشی په واسطه ښودل کېږي. که چېرې قوه یو جسم ته دسا عت دعقربی مطابق Clock wise دوران ورکړی نو مومنټ یې منفی دی او که د سا عت عقربی مخالف دوران وکړي نو مقدار یې مثبت دی .

7.4 دمومنټ و احدات:

دتعریف له مخی پوهیږو چې مومنټ د قوې او فاصلی د حاصل ضرب څخه حاصلیږی نو واحدات یې عبارت دی له (lb.in) ,(lb.ft), (kN.m) , (N.m) او داسې نورو څخه.

8.4 دمو منټو نو محصله Resultant moment

په سطحه کې د مومنټ محصله د ټولو مومنټونو د الجبری مجموعی څخه عبا رت دی.



10.4 شکل

$$\curvearrowleft^{+} (\mathbf{M_R})_O = \sum \mathbf{F d};$$

$$-\mathbf{F_2 d_2} + \mathbf{F_3 d_3} (\mathbf{M_R})_O = \mathbf{F_1 d_1}$$

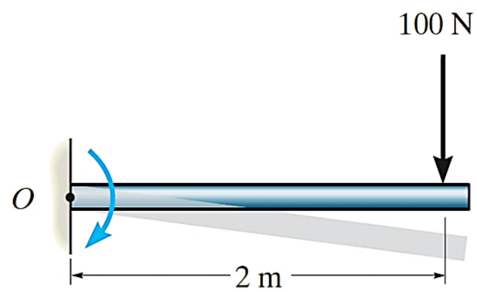
په پورتنی شکل کې F1 او F3 قو ی د سا عت د عقربی خلا ف دوران کوي نو ځکه مثبت او F1 قوه چې د ساعت دعقربی مطابق دوران کوي منفی په نظر کې نیول شوی. ټولو قوو دالجبری مجموعی قیمت که چېرې مثبت لاسته راغی . نو جسم په د سا عت دعقربی خلا ف دوران ولري او که منفی ؤ نو دسا عت د عقربی مطا بق دوران به ولري.

1.4 مثالونه:

د ورکړل شوي هر یو شکل لپاره د مومنټ مقدار نظر د O نقطې ته پیدا کړئ.

د هرې قوې لپاره یې د هغې د تاثیر کرښه ښودل شوی ده تر څو وکولای شو چې د مومنټ بازو d معلوم کړو.

لومړی شکل:

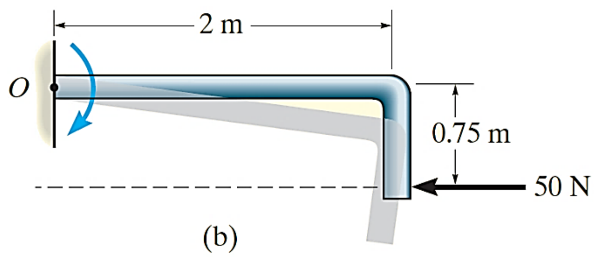


(a)

11.4 شکل

$M_o = 100N.2m = 200N.m$ ↷

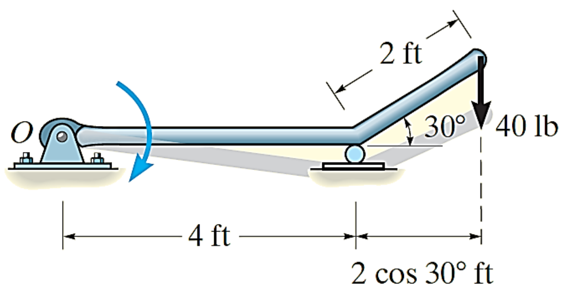
دوهم شکل:



12.4 شکل

$M_o = 50N\ 0.75m = 37.5N.m$ ↷

دریم شکل:

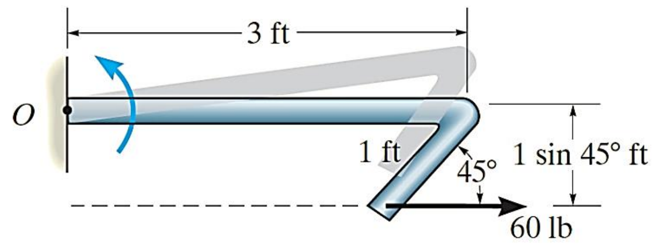


(c)

13.4 شکل

$$M_o = (400lb)(4ft + 2\cos 30^o\ ft) = 229ft \cdot lb \curvearrowright$$

خلورم شکل:

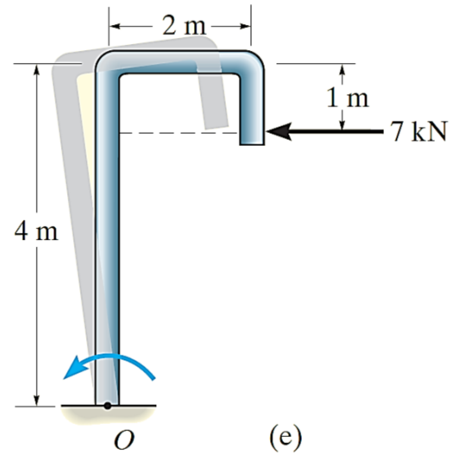


(d)

14.4 شکل

$$Mo = (60lb)\ (1 \sin 45°ft) = 42.4lb \cdot ft \circlearrowleft$$

پنځم شکل:



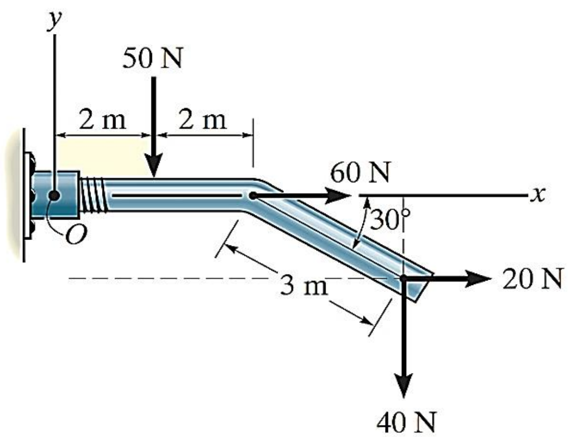
(e)

15.4 شکل

$$Mo = \ 7KN\ (4-1)m = 21kN \cdot m \curvearrowleft$$

2.4 مثال:

د شکل مطابق په یو راډ باندې قوو عمل کړی دی تاسې یې د محصله قوې مومنټ نظر د O نقطې ته پیدا کړئ؟



16.4 شکل

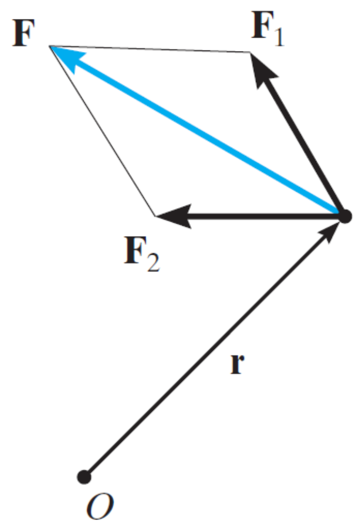
حل:

$$\curvearrowleft^{+} M_{RO} = \Sigma F \cdot d;$$

$$M_{RO} = -50N(2m) + 60N(0m) + 20N(3\sin 30^\circ m) - 40N(4m + 3\cos 30^\circ m) = -334N.m = 334N.m \curvearrowright$$

9.4 د مومنټ اصول Principle of Moment:

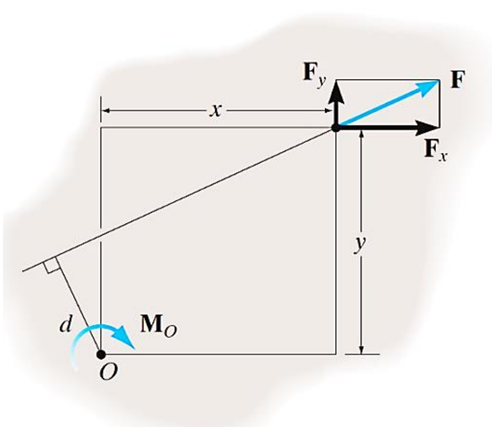
دا هغه نظریه ده چې دمیخانیک په علم کې ترینه په زیاتو مسایلو کې استفاده کېږي چې ورته د varigonon's theory هم ویل کېږي .نوموړی قضیه په لاندي ډول بیانوو:
د قوي مومنټ نظر یوې نقطې ته مساوي دی د هغه مومنټونو له مجموعی سره کوم چې د نوموړی قوي د مرکبو پواسطه نظر همدې نقطې ته لاسته راځي. د مثال په توګه د F د قوي مومنټ نظر د o نقطې ته او همدارنګه د همدې قوې د مرکبو مومنټونو مجموعه نظرد o نقطې ته سره مساوی دی .



17.4 شکل

$$M_o = r\cdot F = r(F_1 + F_2) = r\cdot F_1 + r\cdot F_2$$

د دوه بعدي مسايلو لپاره کولای شو چې د مومنت له اصولو نه استفاده وکړو په دې توګه چې نومورې قوه د هغې په مستطيلی



18.4 شکل

مرکبو باندې ويشو او بيا د هغې مومنټ پيدا کوو .

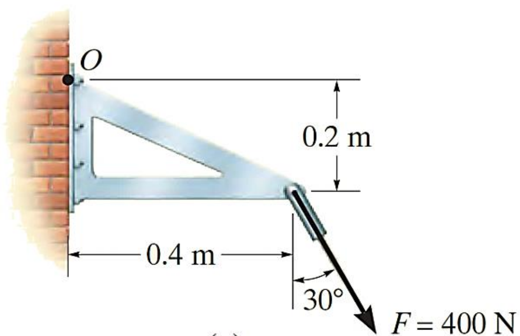
$$Mo = F_x \cdot Y - F_y \cdot X$$

چې دغه طريقه ډيره اسانه ده نظر دی ته چې مونږ د F د قوې مومنټ محاسبه کړو.

$$M_O = F \cdot d$$

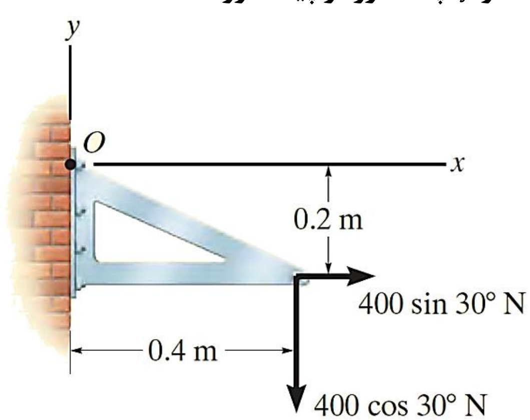
3.4 مثال:

د شکل مطابق د F قوې په يوه زاويه لرونکې براکټ باندې عمل کړی دی تاسې د نوموړې قوې مومنټ نظر د O نقطې ته پيدا کړئ؟



19.4 شکل

نوموړی قوې مرکبی د X او y په محوراتو پيدا کوو .

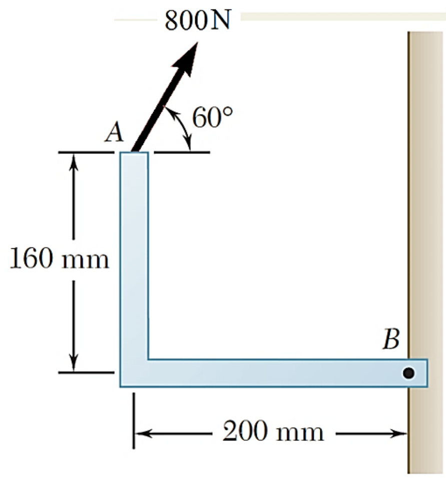


20.4 شکل

$$\curvearrowleft^{+} Mo = 400 \sin 30^\circ N(0.2m) - 400 \cos 30^\circ N(0.4m) =$$
$$-98,6N \cdot m = 98,6N \cdot m \curvearrowright$$

4.4 مثال:

په لاندې شکل کې د 800 N قوې مومنټ نظر B نقطې ته محاسبه کړئ؟



21.4 شکل

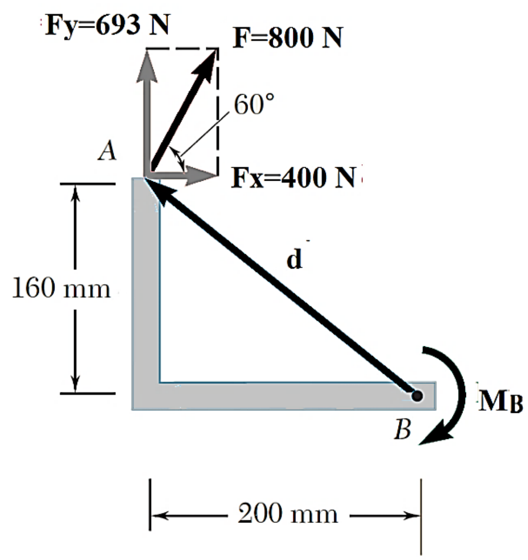
د پورتنی قوې مومنټ نظر د B نقطې ته په لاندې دوه طریقو لاسته راوړلای شو.

لومړی طریقه:

د مومنټ بازو d د مثلثاتي قوانینو پر اساس لاسته راوړو نو په دی حالت کې مومنټ عبارت دی له:

$$\mathbf{d = (160)^2 + (200)^2 = 256,1mm = 0,2561m}$$

$$\mathbf{M_B = Fd = (800N)(0,256m) = -204\ N \cdot m = 204\ N \cdot m} \curvearrowright$$



22.4 شکل

دوهمه طریقه

د نوموړی قوې مرکبې پیدا کوو.او د مرکبو محصله مومنټ يې لاسته راوړو.

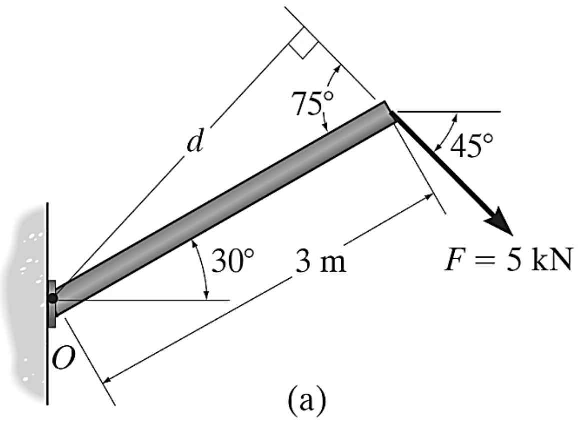
$$\curvearrowleft^{+} \ M_B = -F_x \cdot d_y - F_y \cdot d_x$$

$$Mo = -(800 \cos 60° \ N)(0.16 \ m) - (800 \ \sin 60° \ N)(0.2 m)$$

$$= -204 N \cdot m = 204 \ N \cdot m \ \curvearrowright$$

5.4 مثال:

په شکل کې د F د قوې مومنټ نظر د O نقطې ته پیدا کړئ؟



23.4 شکل

د پورتنی قوي مومنټ نظر د O نقطی ته په لاندې څو طریقو لاسته راوړلای شو.

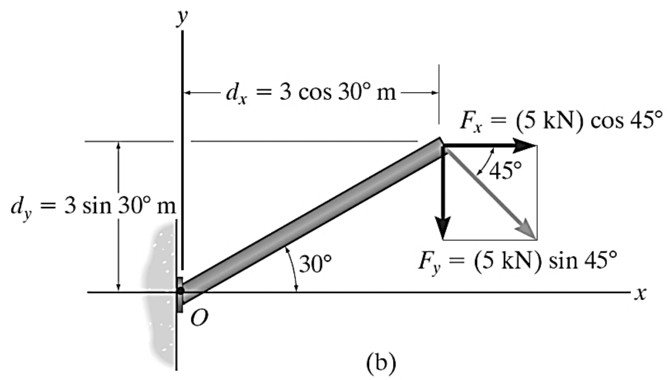
لومړی طریقه: د مومنټ بازو d د مثلثاتي قوانینو پر اساس لاسته راوړو نو په دی حالت کې مومنټ عبارت دی له:

$$d = (3m)\sin 75^{o} = 2{,}898m$$

$$M_{o} = Fd = (5kN)(2{,}898m) = 14{,}5\ kN \cdot m \curvearrowright$$

دوهمه طریقه :

د نوموړی قوي مرکبې پیدا کوو او دغه مرکبې د دې ښودونکې دي چې نوموړی جسم ته یې د ساعت د عقربې مطابق دوران ورکړي.



24.4 شکل

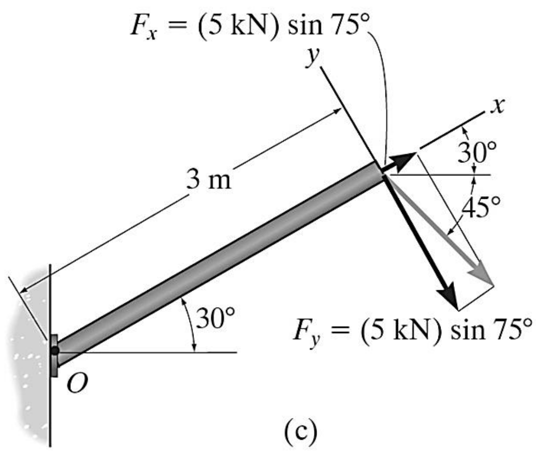
$$\curvearrowleft^{+}\ M_{O} = -F_{x} \cdot d_{y} - F_{y} \cdot d_{x}$$

$$Mo = -(5\cos 45^{\circ}\ kN)(3\sin 30^{\circ}\ m) - (5\sin 45^{\circ}\ kN)(3\cos 30^{\circ}\ m)$$
$$= -14{,}5kN \cdot m = 14{,}5\ kN \cdot m \curvearrowright$$

دریمه طریقه:

په دې طریقه کې د x محورد راډ د محور سره موازی اود y محور په راد باندې عمود په نظر کې نیسو او د F قوي مرکبی پیدا کوو.

دې ځای کې Fx نظر O ته کوم مومنټ نه تولیدوي ځکه چې د هغې د تاثیر خط له همدې نقطې نه تیریږي.



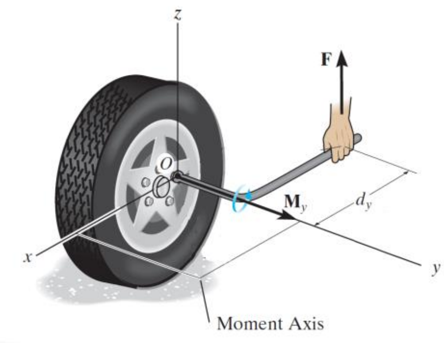
25.4 شکل

$$Mo = -Fy \cdot dx$$

$$Mo = -(5\sin 75°\ KN)(3m) = -14,5KN \cdot m = 14,5KN \cdot m \curvearrowright$$

10.4 د قوې مومنټ نظر یو محور ته:

ځنی وخت ضرورت پیدا کېږی چی د قوی مومنټ نظر یو محور ته محاسبه کړو لکه په لاندی شکل کې غواړو د یو ټایر نټ د رینج پواسطه وباسو ، د لاندی شکل مطابق د F قوه رینج او نټ ته د y محور په شا اوخوا دوران ورکوی چی په دی حالت کې د مومنټ مقدار د عبارت دی له M=F.dy سره نو ویلای شو چی د یوی قوی مومنټ نظر یو محور ته عبارت دی د قوی او د قوی د تاثیر کرښی او محور تر منځ د عمودی فاصلی د ضرب له حاصل سره.



26.4 شکل

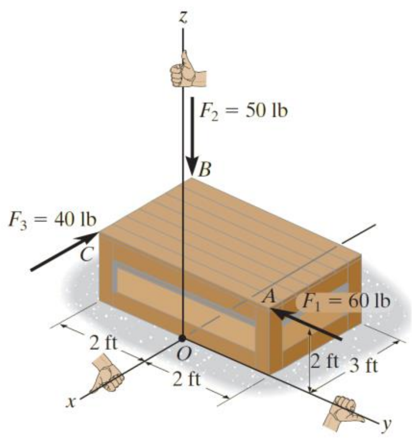
مثال: د لاندی شکل مطابق د دری واړو قوو د مومنټونو محصله نظر د (X,Y,Z) محوراتو ته محاسبه کړی.

حل: باید په یاد ولرو که چیری یوه قوه د ټاکلی محور سره موازی او یا د تاثیر کرښی امتداد یی محور قطع کړی د دی قوی مومنټ نظر هماغه محور ته صفر دی.

$$Mx = (60lb)(2Ft) + (50lb)(2\,ft) + 0 = 220.\,ft \quad \textbf{Ans}$$

$$My = 0 - (50lb)(3\,ft) - (40lb)(2\,ft) = -230lb.\,ft \quad \textbf{Ans}$$

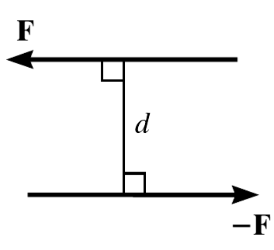
$$Mz = 0 + 0 - (40lb)(2\,ft) = -80lb.\,ft \quad \textbf{Ans}$$



27.4 شکل

11.4 د جوړه قوو مومنټ:

جوړه قوي هغه قوي دي چې مقدارونه يې مساوي ، جهتونه يې مخالف او د عمل يا تاثير کرښې يې موازي وي چې تر منځ يې يوه ټاکلی فاصله (d)وجود ولري.



28.4 شکل

د دې قوو محصله قوه مساوي په صفرسره ده یواځېنی تاثیر چې نوموړی قوه یې په جسم کې واردوي هغه جسم ته په د یو محور یا نقطی پر شا او خوا په یو ټاکلی جهت دوران ورکول دی.
د مثال په توګه کله چې موټروان موټر چلوی نو له دواړه لاسونوپواسطه په سټیرنګ باندې قوه واردوي چې د یو لاس پواسطه سټیرنګ پورته خواته او بل لاس پواسطه سټیرنګ کې خواته تاووي چې په دې صورت کې سټیرنګ ته دوران ورکوي. دلته کوم مومنټ چې منځ ته راځي دغه مومنټ ته جوړه یې مومنټ ویل کېږي.

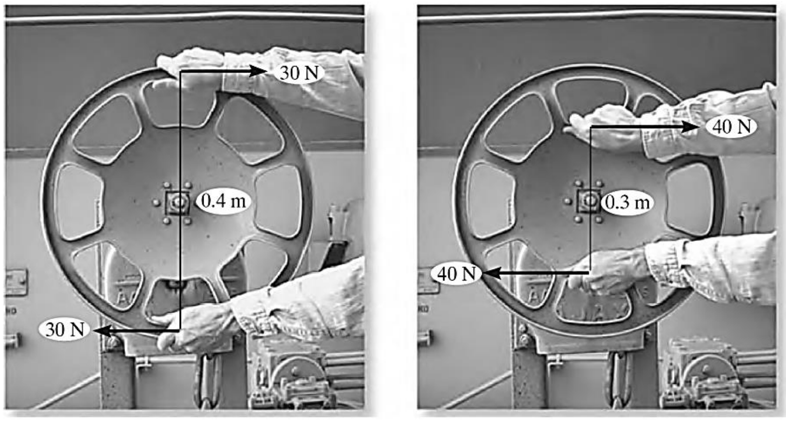
$$\mathbf{M = F \cdot d}$$

29.4 شکل

12.4 د جوړه یې مومنټ مساوي والی Equivalent of Couple

که چېرته دوه جوړه یې قوې مومنت تشکېل کړی چې د دې مومنټ مقدار مساوي او هم جهته وي نو معادلی جوړه یې قوې بلل کېږي. د مثال په توګه دوه جوړه یې قوې په شکل کې ښودل شوی دی چې نوموړی قوې او فاصلی یې سره فرق لري اما مومنټونه یې سره مساوي دی.

$$\mathbf{M = 30N\,(0,4m) = 40N\,(0,3m) = 12\ N \cdot m}$$



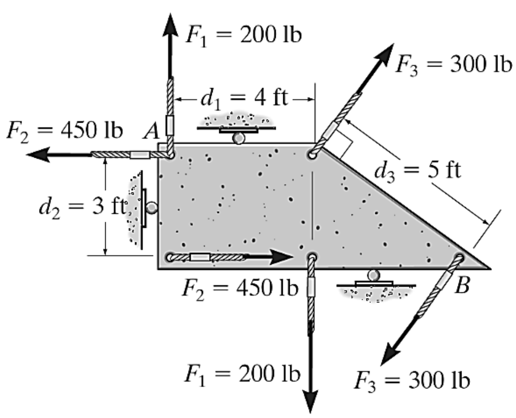
30.4 شکل

13.4 **د جوړه يي مومنټ محصله** Resultant Couple Moment

د جوړه يي مومنټ محصله په يو سيستم د واقع شوی جوړه يي قوو د مومنټونو له مجموعی څخه عبارت دی لکه په لاندې مثال کې چې واضع شوی.

$\mathbf{M_R} = \mathbf{M_1} + \mathbf{M_2}$

6.4 مثال:په کې شکل کې درې جوړه يي قوا و په يو جسم باندې عمل کړی دی تاسې يې د محصله جوړه يي مومنټ مقدار معلوم کړئ؟



31.4 شکل

حل :- لکه څرنګه چې عمودي فاصله د جوړه يي قوو تر منځ ټاکل شوی ده نو د ټولو قوو مومنټ يې په کې توګه پيدا کوو.

$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_R = \sum M;$

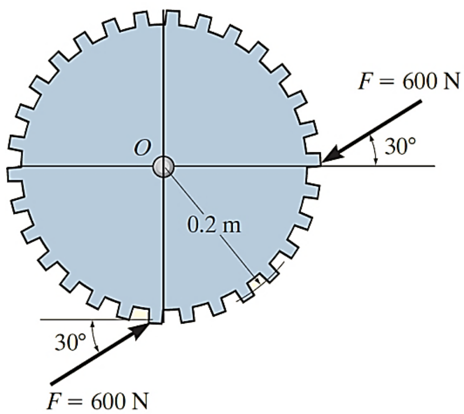
$M_R = F_1 d_1 + F_2 d_2 - F_3 d_3$

$= (200lb)(4ft) + (450lb)(3ft) - (300lb)(5ft) = -950lb \cdot ft$

$or\ 950\ lb \cdot ft \ \curvearrowright$

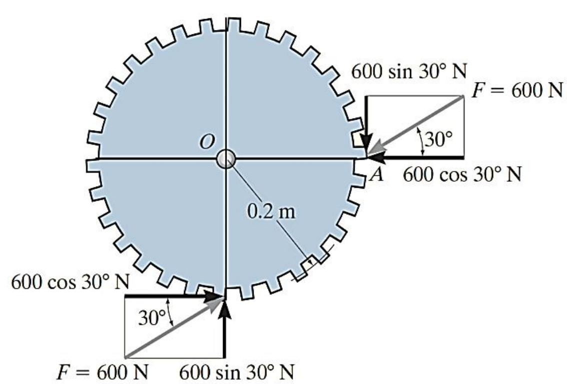
چې منفي علامه یې د دې ښودونکې ده چې مومنټ د ساعت د عقربې مطابق دی

7.4مثال: د ورکړل شوی شکل لپاره د هغې د جوړه یې قوو مومنټ معلوم کړئ؟



32.4 شکل

حل :- د دې شکل د اسانه حل لپاره لومړی ورکړل شوی قوې د هغې په مرکبو باندې تجزیه کوو او بیا د دې د جوړه یې قوو مومنټ نظر یو ی کیفی نقطې ته پیدا کوو.



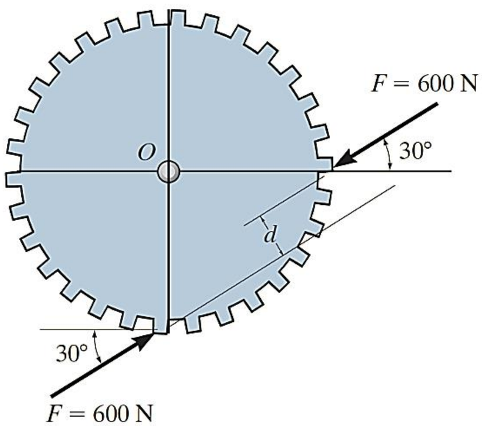
33.4 شکل

$\curvearrowleft M_O = \sum M_O;$

$M = (600 \cdot \cos30)(0.2m) - (600 \cdot \sin30)(0.2m) = 43 \cdot 9N \cdot m$

چې مثبت علامه يې د دې ښودونکې ده چې د مومنت جهت يې د ساعت د عقربې مخالف دی

همدارنګه کولای شو په لاندې ډول مومنټ د $(600 \cdot d)$ څخه لاسته راوړو.



34.4 شکل

14. 4 د څلورم فصل لنډیز

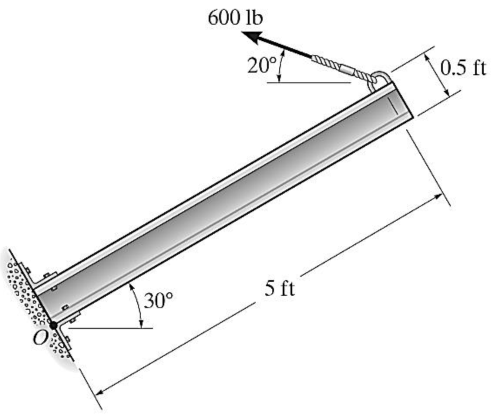
- دقوې مومنټ دقوې ددورانی تاثیر څخه عبارت دی چې دقوې اودقوې دتاثیرکرښې او ټاکلی نقطی تر منځ د عمودی فاصلی له حاصل ضرب څخه لاسته راځی.

$$M_o = F.d$$

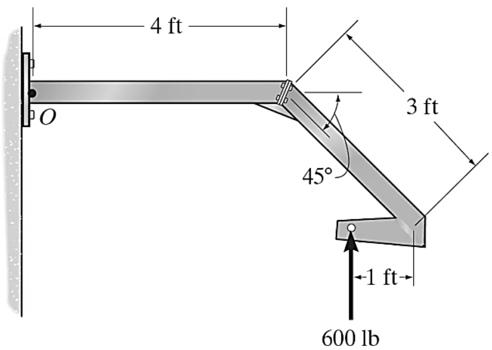
- دمومنټ جهت د مومنټ د محور له مخی ټا کل کېږي. د مومنټ محور په هغه سطحه عمود وی په کوم سطحه کې چې قوه او عمودی فاصله واقع وی.که قوه د ټاکلی محور پر شا اوخوا د جسم ته د ساعت د عقربی مطابق دوران ورکړی مقدار یې مثبت او برعکس منفی دی.
- د قوې مومنټ نظر یوې نقطې ته مساوي دی د هغه مومنټونو له مجموعی سره کوم چې د نوموړی قوې د مرکبو پواسطه نظر همدې نقطې ته لاسته راځي.
- جوړه قوي هغه قوي دي چې مقدارونه یې مساوي ، جهتونه یې مخالف او د عمل یا تاثیر کرښې یې موازي وي چې تر منځ یې یوه ټاکلی فاصله (d)وجود ولري. چې له اثره یې رامنځته شوی مومنټ ته د جوړه قوو مومنټ وایې.

مسایل:

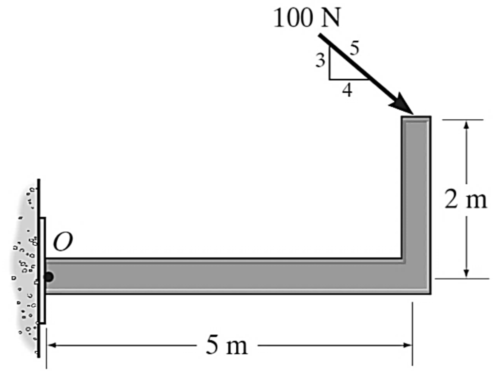
❖ په لاندې شکلونو کې نظر o نقطی ته د وارده قوو مومنټ محاسبه کړی.



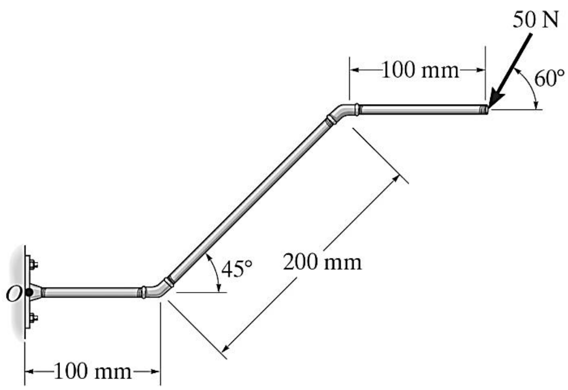
35.4 شکل



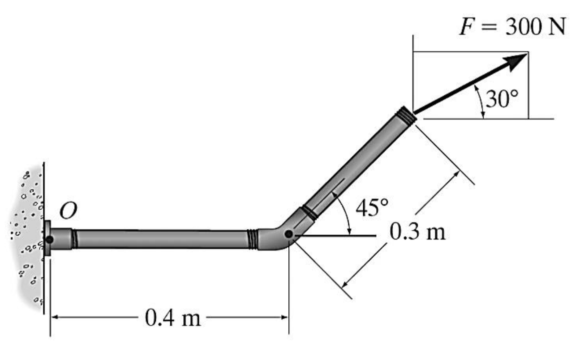
شکل4 .36



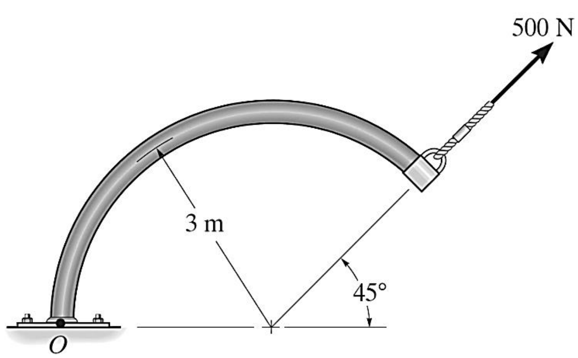
37.4 شکل



38.4 شکل



40.4شکل



41.4 شکل

پنځم فصل

د کلک جسم تعادل

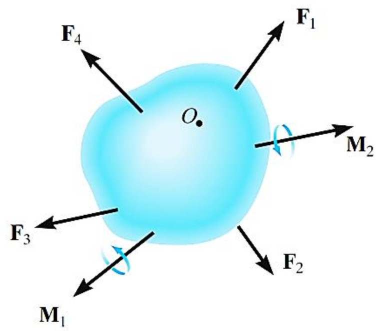
Equilibrium of rigidbody

1.5 عمومیات:

د لاندې شکل مطابق یو جسم په نظر کې نیسو چې د مختلفو خارجي قوو او مومنټونو تر تاثیر لاندې راغلی چې جاذبوی، مقناطیسی ،برقی او دنورو اجسامو دارتباطی تاثیراتو له اثره رامنځ ته شوی. مونږ کولای شو نوموړی قوې او مومنټونه په یو معادل سیستم تبدیل کړو او محصلی یې لاسته راوړو ، که چېرې د قوو او مومنټونو محصلی یې صفر شوی نو ویلای شو چې نوموړی جسم په تعادل کې دی.

په ریاضیکې ډول د یو جامد جسم تعادل په لاندې ډول بیانوو.

$$\sum F = 0 \qquad \sum M_O = 0$$



1.5 شکل

داچی په فضا یا دری بعدی حالت کې دری محورونه (X, Y, Z) وجود لری نو نظر هر محور ته دوه معادلې یو د قوی او یو د مومنټ د تعادل معادله تشکېلیږی نو په دری بعدی سیستم کې د یو کلک جسم د تعادل شرایط لاندې شپږ معادلې تشکېلوی.

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0 \qquad \sum M_y = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

په یو دوه بعدی سیستم کې د ستاتیک تعادلی معادلې عبارت دی له:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_X = 0$$

د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفادی سره کولای شو په یو کلک جسم مجهولی خارجي قوې خصوصا عکس العملونه محاسبه کړو، د دې لپاره باید لومړی د کلکو اجسامو محاسبوی شیما یا ازاد دیاګرام رسم او معلومې او مجهولی قوې مشخصی کړو، داچې مجهولی خارجي قوې کلکو اجسامو په اتکا ګانو کې رامنځته کېږي نو لومړی باید اتکا ګانی وپیژنو.

2.5 اتکا Support

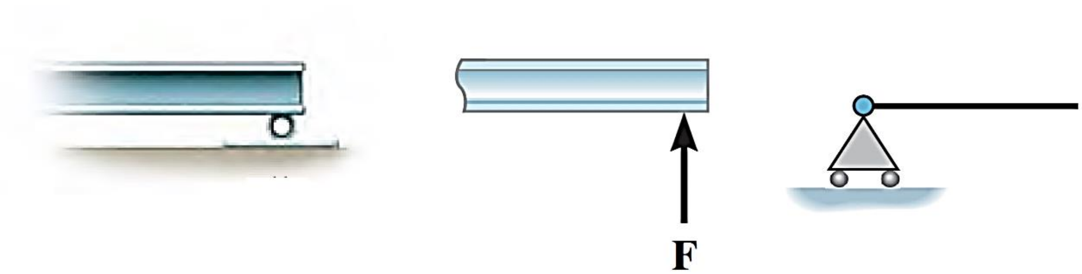
اتکا د د جسمونو د اتصال څخه لاسته راځی . که چېرې یو جسم د بل جسم د انتقالی او یا دورانی حرکت مانع وګرځی اتکا بلل کېږي لکه دیو بیم لپاره پایه اتکا ده.
لکه څرنګه چې پوهیږو په یو جسم باندې خارجي قوې عبارت دی له عمل او عکس العمل قوو څخه . په یو کلک جسم کې د عکس العمل قوې په اتکا ګانو یا د دوه جسمونو د اتصال په نقطه کې واردېږی.
داچې جسم دوه ډوله حرکت (انتقالی او دورانی) لري نو:

- که چېرې اتکا د یو کلک جسم د انتقالی حرکت مانع په یو جهت وګرځی نو په نوموړی کلک جسم له هماغه طرف څخه د عکس العمل قوه واردېږی. معمولا دا ډول عکس العملونه د X او Y په محوراتو په امتداد رامنځته کېږي.
- که چېرې اتکا د کلک جسم د دورانی حرکت مانع وګرځی نو په کلک جسم کې دورانی عکس العمل (مومنټ) رامنځته کېږي.

په ساختمانی یا میخانیکي عناصرو کې اتصال یا یو پر بل تکېه کېدل په دری ډولونو صورت نیسی . یا په بل عبارت ویلای شو چې دری ډوله اتکا ګانی وجود لري چې په لاندې ډول یې واضع کوو.
د یو بیم یو انجام په لاندې دری حالتو کې ګورو.

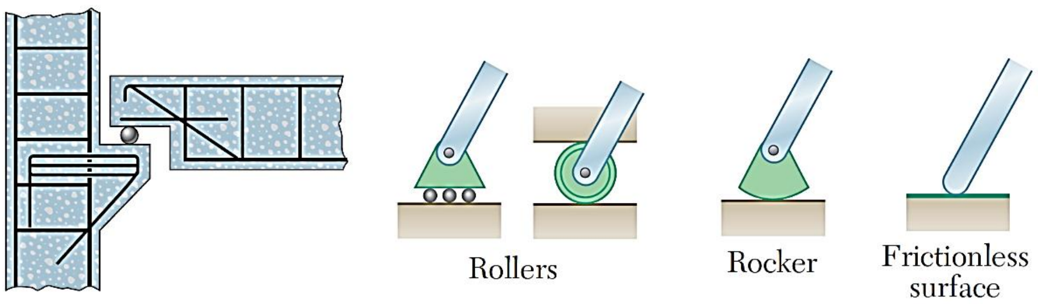
لومړی حالت (متحرکه اتکا)

که چېرې په لاندې شکل کې وګورو نو اتکا د بیم یواځی په یو جهت (عمودی) د انتقالی حرکت مانع واقع کېږي، چې دی ډول اتکا ته متحرکه اتکا (Roller Support) وایې. چې دا ډول اتکا ګانی لرونکې د یو عکس العمل وی .



2.5 شکل

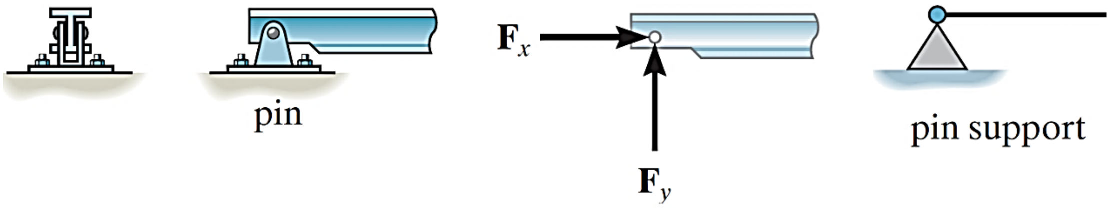
دمتحرکې اتکا نور مثالونه لکه د موټر یا کراچې ټایر په سرک باندې ، همدارنگه په اهن کانکریټی ساختمانونو کې که چېرې گاډر د پایې یا دیوال دپاسه همداسې امانتی کېښودل شی متحرکه اتکا بلل کېږي.



3.5شکل

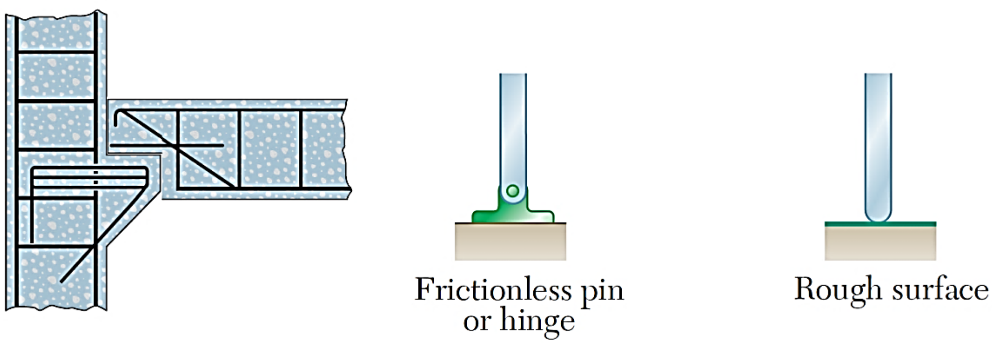
دوهم حالت (ساکنه اتکا):

که چېرې د لاندې شکل ته وگورو لیدل کې چې په اتکا کې میخک (pin) استعمال شوی چې په هر جهت د انتقالی حرکت مانع واقع شوی . چې د اسانتیا لپاره یې مونږ افقی او عمـــودی مرکبی په نظر کې نیسو. دی ډول اتکا ته ساکنه اتکا(pin support) وایې چې لرونکې د دوه عکس العملونو وی.



4.5 شکل

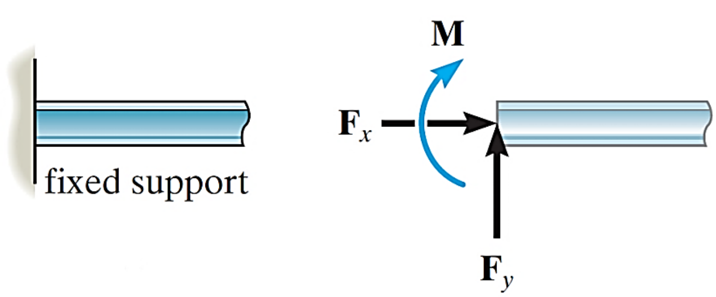
نور مثالونه:



5.5شکل

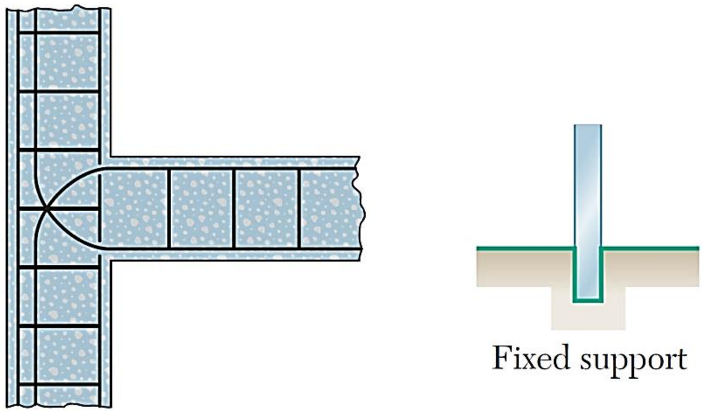
دریم حالت (سخته اتکا):

تر ټولو قوي اتکا په لاندې شکل کې ښودل شوی چې هم د انتقالی او هم د دورانی حرکت مانع ګرځی. دی ډول اتکا ته سخته اتکا (Fixed Support) وایې چې لرونکې د دری عکس العملونو وی.



6.5 شکل

په کانکریټی ساختمانونو کې کله چې د دوه عناصرو سیخان سره وصل شی سخته اتکا بلل کېږي.



7.5 شکل

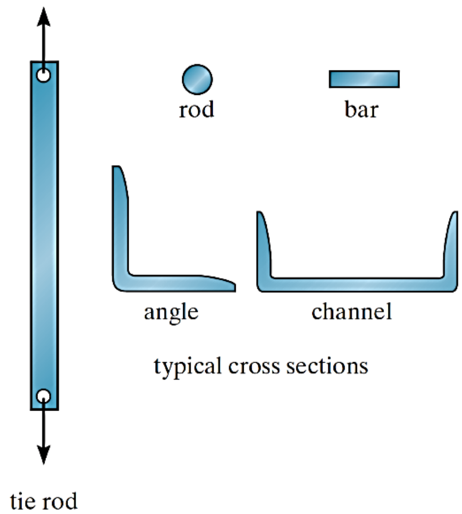
د سیول انجینری یوه مهمه برخه د ساختمانونو ډیزاین دی تر څو په اطمینان سره ورڅخه وکړو اوتر څنگ یې اقتصادی اوسی. نو دساختماني انجنیر لپاره دا ډیر مهمه خبره ده چې د ساختمان ټولي برخي کوم چې د بار زغملو لپاره استعمالیږي وپيژني او نوموړي ساختماني عناصر د شکل او وظیفی پر بنیاد وویشي.

3.5 ساختماني عناصر Structural Elements

هغه اساسي عناصر چې ساختمان تري جوړیږي عبارت دي له میلو ، بیم او پایې څخه چې لنډه پيژندنه يې په لاندې ډول سره کوو.

میلې Tie Rods

ټاي راډ د ساختمان هغه برخه وي کوم چې عموما د کششي قواو لاندې قرار لري. چې د مختلفو عرضی مقطعو لرونکې وی چې په لاندې شکل کې ښودل شوی.



شکل8.5

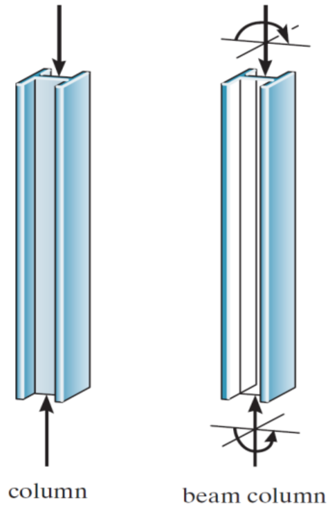
بیم Beam

گاډر افقي ساختمانی عنصر دی چې اساسي وظیفه يې د پريکوونکو يا جانبی قووزغمل او د هغوی انتقال پایو ته دی، گاډرپه کوږوالي کی کار کوي او عمودی قوې زغمی.

شکل9.5

پایه Column

پایه د ساختمان عمودي برخه ده کوم چې زیاتره فشاري قواوي په منظم ډول تهداب ته انتقالوي. ځیني وختونه د فشاري بارونو سربیره مومنټونه هم په پایې عمل کوي.



10.5شکل

4.5 د ساختمان ډولونه Types of structures

د پورتنی ساختمانی عناصرو څخه لاندې ساختمانونه جوړيږی.

- **ترس** ***Truss***
- **چوکاټ** ***Fram***
- **کېبل او کمان** ***Cable and arche***

څرنګه چې مخکې وویل شو پورتنی ساختمانونه د خارجي قوو تر تاثير لاندې راځی چې د نوموړو ساختمانونو د ډيزاين لپاره بايد په ساختمان باندې د ستاتيک د تعادلی معادلو څخه په استفادی خارجي مجهولی قوې (عکس العملونه)او داخلی قوې بايد محاسبه شی دلته مونږ د ستاتيک د تعادلی معادلو څخه په استفاده د نوموړو ساختمانونو او جوړونکې عناصرو عکس العملونه محاسبه کوو.

مخکې له دی چې د نوموړو ساختمانو او عناصرو عکس العملونه محاسبه کړو لومړی د نوموړو ساختمانونو معينيت او استواری تر بحث لاندې نيسو.

5.5 معینیت او نامعینیت

ساختمانونه نظر محاسبې ته په لاندې دوه ډوله دی .

معین ستاتیکي سیستم

له هغه ستاتیکې سیستمونو څخه عبارت دي، چې دسیستم اتکایزي قوي د ستاتیک د تعادلي معادلو په مرسته پیدا شي یا هغه ساختمان چې تحلیل لپاره یې د تعادل معادلې کافي وي یا د نامعلومو قواو (عکس العملونو) تعداد د تعادل معادلو سره مساوي یا کم وي.

Reactions $\leq$ Equations of Equilibrium

6.5 نامعین ستاتیکې سیستم

له هغه سیستمونو څخه عبارت دي، چې د سیستم اتکایزي قوي د ستاتیک د تعادلي معادلوپه مرسته پیدا نه شي یعني ساختمان کې د نامعلومو قواو (عکس العملونو) تعداد د تعادل معادلو څخه زیات وي.

د ساختمان معین والی پیدا کولو لپاره لومړی د ساختمان د ټولو غړیو یا د یو څو برخو Free body diagram رسمیږی او د دیاګرام په مرسته نامعلومی قوې د سیستم تعادلی معادلو سره پر تله کېږي او یا هم د فورمول په واسطه د ساختمان معین والئ لاس ته راوړل کېږي.

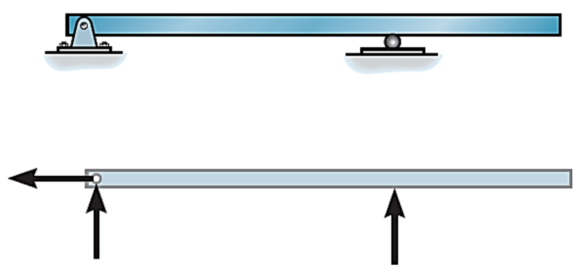
معین ستاتیکې ساختمان $r = 3n$

نا معین ستاتیکې ساختمان $r > 3n$

پورتنی فورمولونو کې n د ساختمان د برخو شمیر او r د نامعلومو قوو تعداد دی .

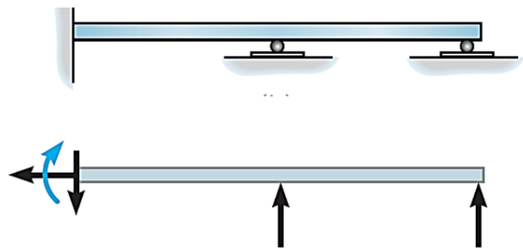
باید په یاد ولرو چې دلته مونږ یواځی معین ستاتیکې ساختمانونه تر بحث لاندې نیسو او نا معین ستاتیکې ساختمانونو د مجهولو قوو محاسبه د میخانیک ساختمان په مضمون کې مطالعه کېږي.

د مثال په ډول د لاندې ساختمانونو او عناصرو معینیت ټاکو.



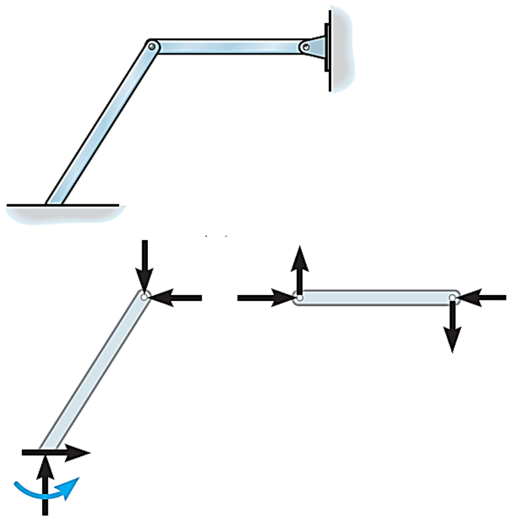
شکل11.5

معین ستاتیکې سیستم



شکل12.5

دوهمه درجه نا معین ستاتیکې سیستم



13.5شکل

لومړی درجه نا معین ستاتیکې سیستم

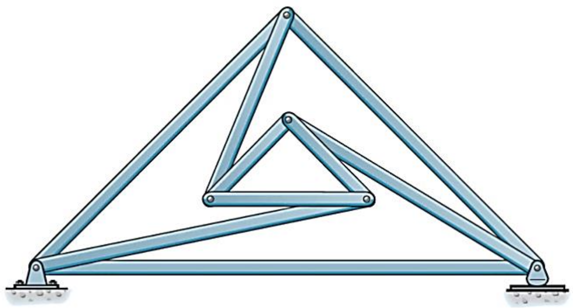
همدارنګه په ترسونو کې معینیت په لاندې ډول

b + r = 2j ....determinate truss

b + r > 2j..........Indeterminate Truss

پورتنی فورمول کې b د میلو تعداد r د عکس العملونو شمیر او j د غوټو تعداد ښیې.

د مثال په ډول د لاندې ترس معینیت ټاکو.



شکل14.5

$\mathbf{b = 9,\ \ r = 3\ \ \ j = 6}$

$\mathbf{b + r = 2j}$ یا $\mathbf{12 = 12}$

معین ستاتیکې سیستم

7.5 **استوارې** Stability

استواری د ساختمانونو له هغه خاصیت څخه عبارت دی چې د جانبی ناچېزه بارونو په مقابل کې خپله پایداری وساتی او هندسی تغیر شکل ونکړی.

د استواری له مخی ساختمانونه په دوه ډوله دی:

a) **استواره ساختمانونه** Stable Structures

استواره ساختمانونه له هغي سیستمونو څخه عبارت دي ، چې د بهرنیو قوو د عمل په پایله کې خپله پایداري له ځانه وښیي.

b) **غیر استواره ساختمانونه** Unstable Structures

غیر استواره ساختمانونه له هغي سیستمونو څخه عبارت دي ، چې د بهرنیو قوو د عمل په پایله کې خپله پایداري له ځانه ونه وښیي.

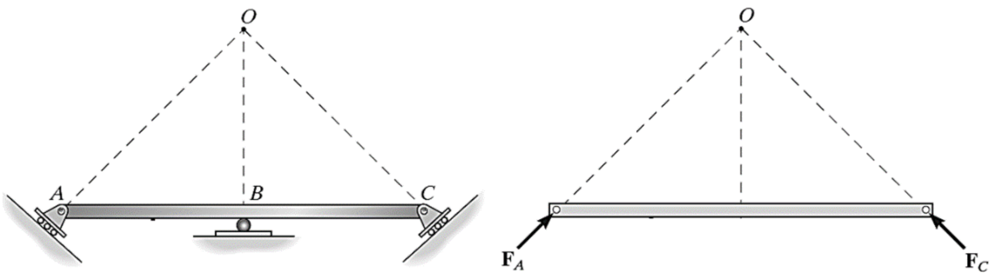
8.5 **د استوارې لپاره شرایط**

د استواری شرایط په لاندې ډول دی.

- د عکس العملونو تعداد باید له دری څخه کم نه وی.

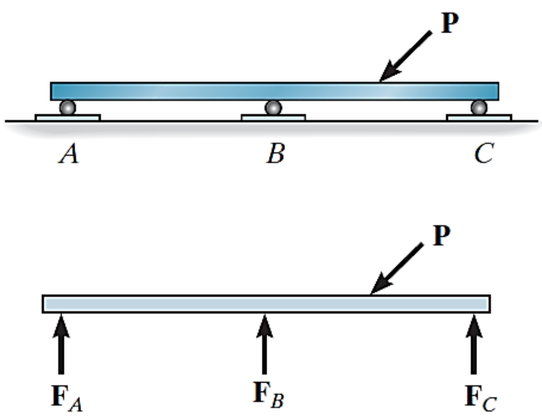
$r > 3$

- عکس العملونه یې باید په یوه نقطه کې قطع ونکړی.



شکل15.5

➢ عکس العملونه یې باید موازی نه وی.



شکل16.5

لنډه داچې که د عکس العملونو تعداد له دری څخه کم وو غیر استواره دی او که له دری څخه زیات وو په هغه صورت کې غیر استواره دی چې عکس العملونه یې موازی او یا متلاقي وی.

$r < 3$ *, unstable*

$r \geq 3$ *, Unstable if member reactions are concurrent or parallel or some of the components form a collapsible mechanism.*

همدارنګه په ترسونو کې د خارجي استواری ترځنګ داخلی استواری هم د لاندې فورمول پواسطه محاسبه کېږي.

$b + r \geq 2j$ *Stable*

$b + r < 2j$ *unstable*

دلته مونږ د پورته ذکر شوو ساختمانوو او عناصرو لنډه پیژندنه او د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده یې د خارجي مجهولو قوو (عکس العملونو) محاسبه تر بحث لاندې نیسو.

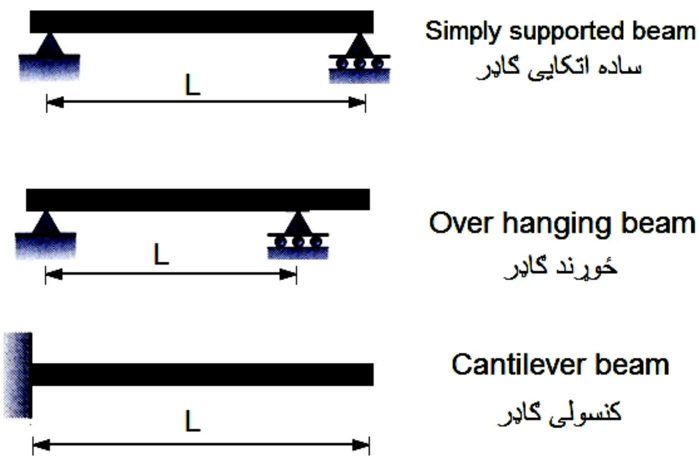
9.5 د ګاډرونو تعادل او د عکس العملونو محاسبه یې:

ګاډر افقي ساختمانی عنصر دی چې اساسي وظیفه یې د پریکوونکو یا جانبی قووزغمل او د هغوی انتقال پایو ته دی، ګاډرپه کوږوالي کی کار کوي او عمودی قوې زغمی.

کېدای شی ګاډرد عمودی قوو تر څنګ د ځینو نورو قوو تر تاثیر لاندې هم راشی.

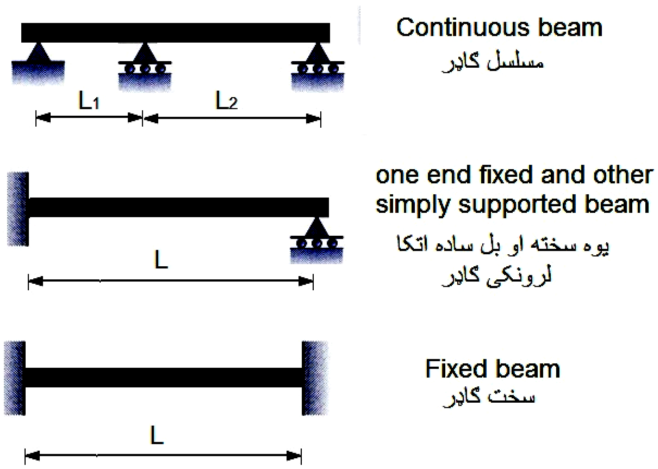
ګاډر د محاسبی له نظره په دوه ډوله دی.

c) معین ستاتیکې ګاډرونه (Statically determinate beams)



شکل17.5

d) نامعين ستاتيکي ګاډرونه (Statically indeterminate beams)



18.5شکل

معين ستاتيکي ګاډرونه هغه ګاډرونه دی چې د ستاتيک د تعادلی معادلو پواسطه يې عکس العملونه محاسبه کولای شو.

په اکثره ساختمانونو کې ګاډر د هغو قوو تر تاثير کې راځي، چې د ګاډرپه محور عمودي وي.

په ګاډرونو باندې لاندې قوې عمل کوي .

10.5 دايمي بار يا مړ بار Dead Load

د يو ساختمان د مختلفو برخو خپل وزن اود هغه اجسامو وزن چې په ساختمان مستقل قرار لري عبارت دي ده مړ وزن څخه.د مړ وزن مقدار او موقيعت ثابت وي.

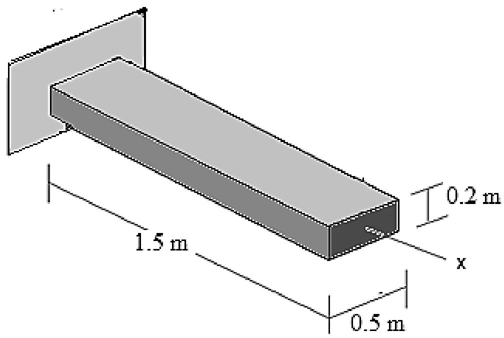
11.5 د مړبارونوپيداکول Determination of Dead Load

څرنګه چې پوښښونه (Slabs) خپل وزنونه بيمونو (Beams) ته انتقالوي او بيمونه خپل وزنونه ستنو ته(Columns) ته انتقالوی ،دا چې مونږ دلته بيمونه تر بحث لاندې نيولی او په اکثره بيمونو مو ويشلی بارونه وضع کړی نو د يو مثال سره يې واضح کوو چې نومووړی ويشلی بار چې په kN/m او يا lb/ft ښودل شوی په څه ډول لاسته راغلی.

په ګاډرونو کې مړبار دګاډر خپل وزن او په ګاډر باندې د هغه عناصرو وزن څخه عبارت دی چې د ګاډر دپاسه موقيعت لري لکه پايه ، سلب ،ديوال او داسې نور.

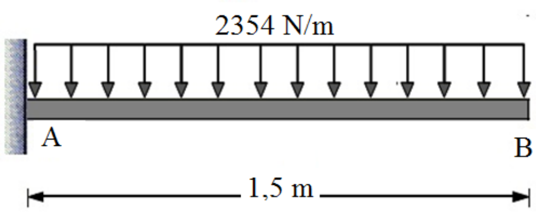
د يو ګاډر د خپل وزن پيدا کول په لاندې مثال کې واضح کوو.

1.5 مثال: که د یو کنسولي ګادر اوږدوالي 1,5 متره او د عرضي مقطع اندازه یې (20x50)cm وي تاسي یې د مقطعي وزن پیدا کړي که چېري ګادر له اوسپنیز کانکریټو څخه جوړ وي.په هغه صورت کې چې د کانکریټو مخصوصه وزن $2400\ kg/m^3$ وی.



19.5شکل

$$w = (b \cdot h) \cdot \gamma_{RCC} = (0,2 \cdot 0.5)2400 = 240\,\frac{Kg}{m} = 2354\ N/m$$



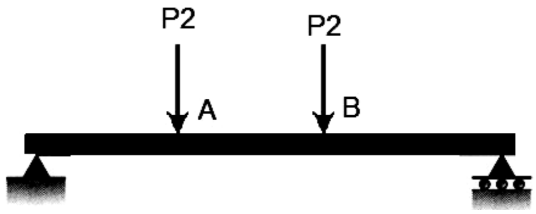
20.5شکل

نوټ: باید په یاد ولرو چې په راتلونکو زیاتره مسایلو کې د ګاډرونو خپل وزن په نظر کې نده نیول شوی څکه دلته هدف دمحاسبی زده کول دی.

لکه څنګه چې مخکې مو وویل ګاډر د خپل وزن پرته د نورو هغه عناصرو وزن هم برداشت کوي چې د دې عنصر دپاسه موقیعت لري، نوموړی خارجي بارونه په ګاډر باندې په لاندې ډولونو ویشل شوی.

متمرکز بار Concentrated load:

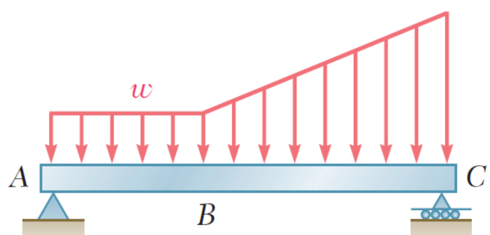
د هغه بار څخه عبارت دی چې په ګاډر باندې په نقطوي ډول عمل کوي او په Ib, N, KN او داسې نورو واحداتو اندازه کېږي لکه: د پایی وزن په ګادر باندې.



شکل21.5

ویشلی بار Distributed load:

د هغه بار څخه عبارت دی چې د گاډر د طول په امتداد عمل کوي او په $KN/m, N/m, Ib/ft$ او $kips/ft$ باندې اندازه کېږي لکه د دېوال یا سلب وزن په گاډر باندې.

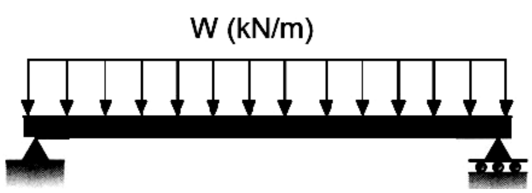


شکل22.5

ویشلی بار کې دوه اقسام لري.

منظم ویشلی بار Uniformly distributed load :

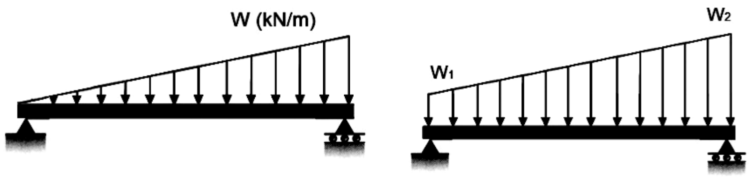
که چېرې ویشلی بار د گاډر د طول په امتداد ثابت قیمت ولري منظم ویشلی بار بلل کېږي. لکه په کې گاډر باندې واقع شوی بار.



شکل23.5

منظم تغیر موندونکی بار Uniformly Varying load :

که چېرې د ویشلي بار مقدار د ګاډر د طول په امتداد تغیر موندونکی قیمت ولري منظم تغیر موندونکی بار بلل کېږي چې مثلثی او ذوذنقیې بارونه هم ورته وایې لکه په کې ګاډر باندې واقع شوی بارونه.

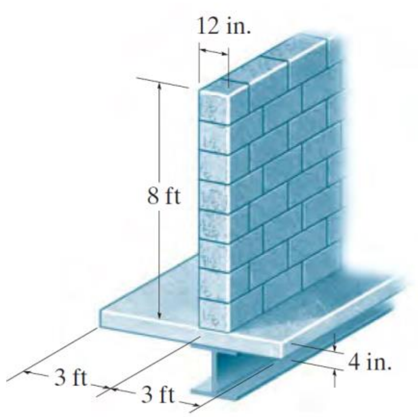


شکل24.5

سلب او دیوال په ګاډر باندې منظم ویشلی بار تشکېلوی چې په لاندې مثال کې یې واضح کوو.

2.5 مثال:

یوګادرچې (6ft x 4in) ابعاد لرونکې سلب د وزن برداشت کولو لپاره استعمال شوي.که چېرته سلب د پاسه 8m لوړد کانکریټو بلاکې دیوال چې عرض یې 12in وي، قرار ولري .تاسي د ګادر په في فټ کې وارده بار پیدا کړي په هغه صورت کې چې د کانکریټو کثافت ($8\ lb/ft^3$)او د خښتو د دیوال کثافت ($105\ lb/ft^3$) وی.



شکل25.5

حل :لکه څنګه چې پوهیږو د یو جسم وزن عبارت دی له حجم او د مخصوصه وزن له حاصل ضرب څخه.

څرنګه چې له مونږ څخه فی طول بار غوښتل شوی نو دوه پاتی ابعاد (عرض او ارتفاع)یې په مخصوصه وزن کې ضربوو.

$$6\,\text{ft}\cdot\left(\frac{4}{12}\,\text{ft}\right)\cdot 8\,\frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}=16\ \text{lb/ft}$$

په عین شکل سره د دیوال وزن پیدا کوو.

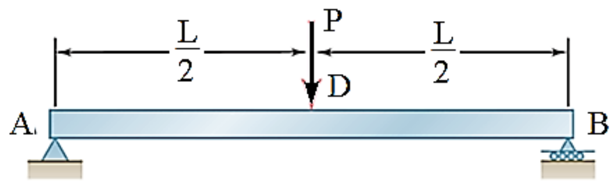
$$8\text{ft}\cdot 1\text{ft}\cdot 105\,\frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}=840\ \text{lb/ft}$$

مجموعی بار په ګاډر باندې عبارت دی له:

$$840\,\frac{\text{lb}}{\text{ft}}+16\,\frac{\text{lb}}{\text{ft}}=856\,\frac{\text{lb}}{\text{ft}}$$

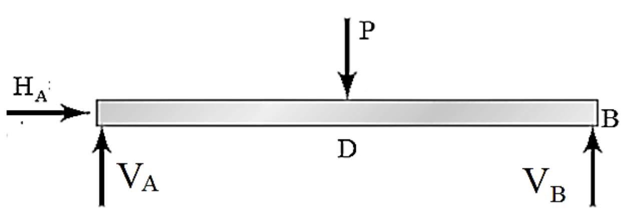
نوټ: باید په یاد ولروچې د مړ بار ترڅنګ نور بارونه (ژوندی بار، د زلزلې بار،د باد بار او داسې نور)هم عمل کوي چې ددوی مجموعی بار محاسبه کېږي او بیا په ګاډر باندې وضع کېږي نوره محاسبه په همدې ډول مخ ته ځی چې په راتلونکې سمسترونو کې به په تفصیل سره ولوستل شي.

3.5مثال: د لاندې ساده اتکایز ګاډر عکس العملونه محاسبه کړی په هغه صورت کې چې A ساکنه اتکا او B متحرکه اتکا وی.



26.5 شکل

حل :لومړی یې محاسبوی شیما رسموو.



27.5شکل

داچې افقی قوې عمل ندی کړی نو:

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

د V_B د پیدا کولو لپاره د A نقطې ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot L - P \cdot \frac{L}{2} = 0 \qquad L \,.\, V_B = P \cdot \frac{L}{2} \qquad V_B = \frac{P}{2}$$

د V_A د پیدا کولو لپاره د B نقطې ته مومنټ صفر کوو.

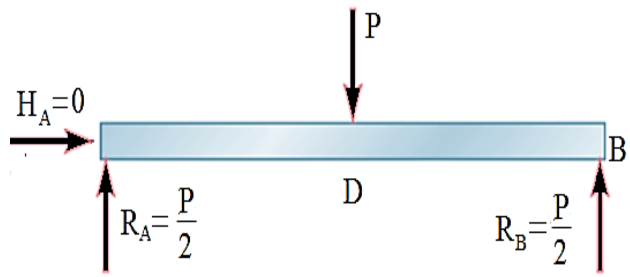
$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot L + P \cdot \frac{L}{2} = 0 \qquad L \cdot V_A = P \cdot \frac{L}{2} \qquad V_A = \frac{P}{2}$$

د امتحان لپاره باید نظر y محور ته د قوو مجموعه صفر شی.

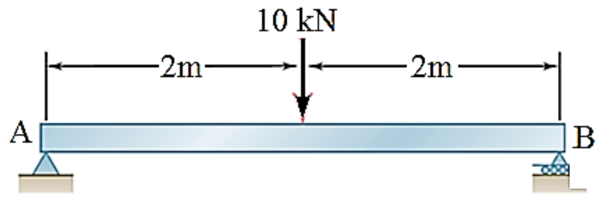
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - P = 0 \qquad \frac{P}{2} + \frac{P}{2} - P = 0 \qquad \text{Ok}$$



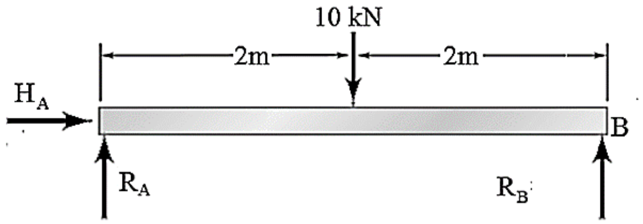
شکل28.5

4.5 مثال:د لاندې ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړئ؟



29.5شکل

حل :لومړی یې محاسبوی شیما رسموو.



30.5شکل

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

د V_B د پیدا کولو لپاره د A نقطې ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot 4 - 10 \cdot 2 = 0 \qquad V_B = \frac{10 \cdot 2}{4} = 5\ KN$$

د V_A د پیدا کولو لپاره د B نقطې ته مومنټ صفر کوو.

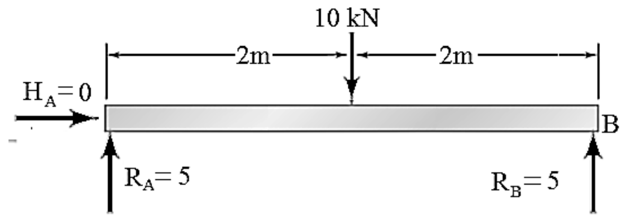
$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot 4 + 10 \cdot 2 = 0 \qquad V_A = \frac{-10 \cdot 2}{-4} = 5\ KN$$

د امتحان لپاره باید نظر y محور ته د قوو مجموعه صفر شي.

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - P = 0 \qquad 5 + 5 - 10 = 0 \qquad ok$$



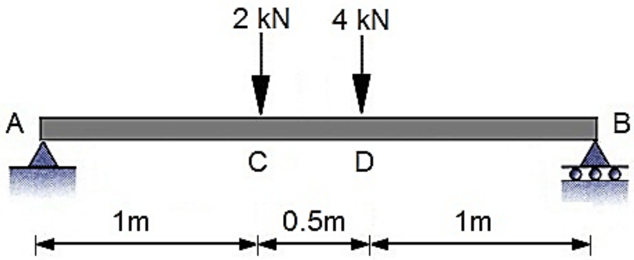
شکل31.5

نوټ: که چېرې ساده اتکایز ګاډر د متمرکز بار تر تاثیر لاندې راغلی وی داسې چې په وسطی نقطې کې یې عمل کړی وی نو کولای شو پرته له محاسبې یې عکس العمل د وارده قوې نیمایې په هره اتکا کې ونیسو.

$$V_A = V_B = \frac{P}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

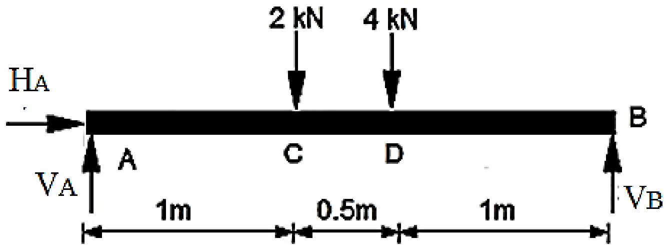
5.5 مثال:

د لاندې ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی؟



شکل32.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل33.5

$\overset{+}{\rightarrow} \; \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$

د V_B د پیدا کولو لپاره د A نقطی ته مومنټ صفر کوو.

$\curvearrowleft^{+} \; \sum M_A = 0$

$V_B \cdot 2{,}5 - 4 \cdot 1{,}5 - 2 \cdot 1 = 0 \qquad V_B = \; 3.2\ kN$

د V_A د پیدا کولو لپاره د B نقطی ته مومنټ صفر کوو.

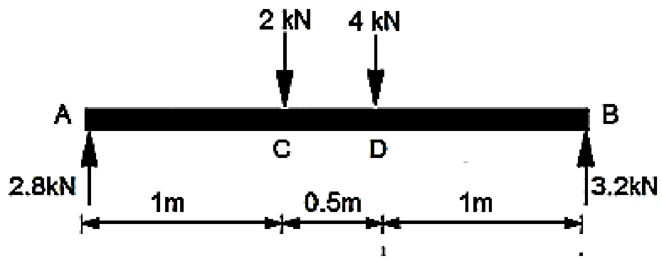
$\curvearrowleft^{+} \; \sum M_B = 0$

$-V_A \cdot \; 2{,}5 + 2 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 1 = 0 \qquad V_A = 2.8\ kN$

د امتحان لپاره باید نظر y محور ته د قوو مجموعه صفر شی.

$\uparrow^{+} \; \sum F_y = 0$

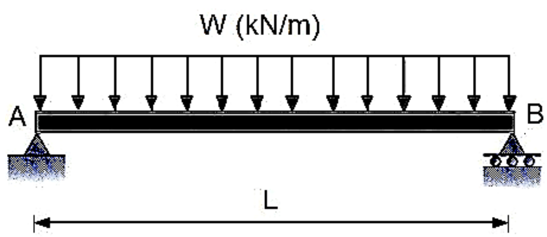
$V_A + V_B - P = 0 \qquad 5 + 5 - 10 = 0 \qquad ok$



شکل34.5

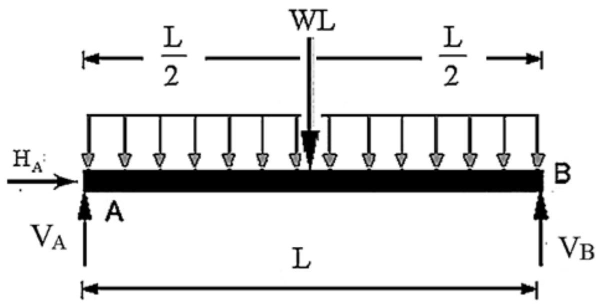
6.5 **مثال:**

یو ساده اتکايیز گادر چې د L په اندازه طول لري د W منظم ویشلي بار تر اغیزې کې په نظر کې نیسو. عکس العملونه یې په لاندې ډول محاسبه کوو.



شکل35.5

حل: لومړی یې محاسبوی شیما رسموو او ویشلی بار په متمرکز بار بدلوو، منظم ویشلی بار د تبدیلولو لپاره د قوې مقدار W په وارده شوی فاصله کې ضربوو او په وسطی نقطه (ثقل مرکز) کې یې وضع کوو.



شکل36.5

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

د V_B د پیدا کولو لپاره د A نقطی ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot l - wl \cdot \frac{l}{2} = 0 \qquad V_B = \frac{wl}{2}$$

د V_A د پیدا کولو لپاره د B نقطی ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

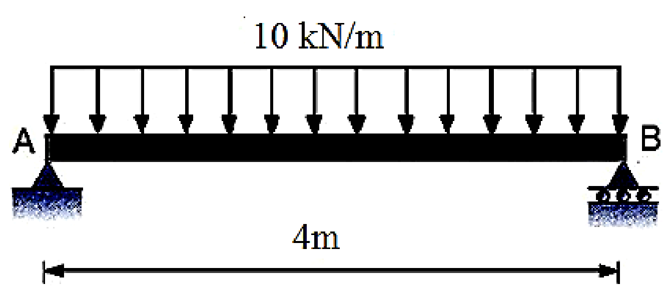
$$-V_A \cdot l + wl \cdot \frac{l}{2} = 0 \qquad V_A = \frac{wl}{2}$$

د امتحان لپاره باید نظر y محور ته د قوو مجموعه صفر شی.

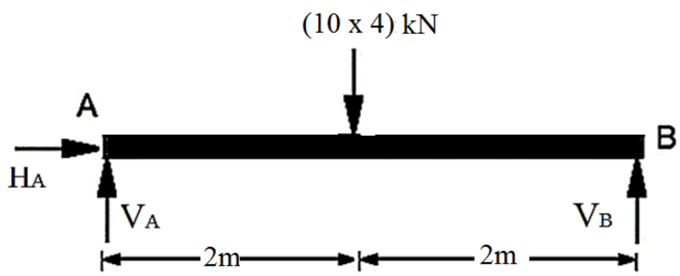
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - wl = 0 \qquad \frac{wl}{2} + \frac{wl}{2} - wl = 0 \qquad \text{Ok} \surd$$

7.5مثال: یو ساده اتکایېز گادر چې د 4m په اندازه طول لري د 10kN/m منظم ویشلي بار تر اغېزې کې راغلی. عکس العملونه یې محاسبه کړی.



شکل37.5



شکل38.5

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

د V_B د پیدا کولو لپاره د A نقطی ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot 4 - (10 \cdot 4)\frac{4}{2} = 0 \qquad V_B = 20KN$$

د V_A د پیدا کولو لپاره د B نقطی ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

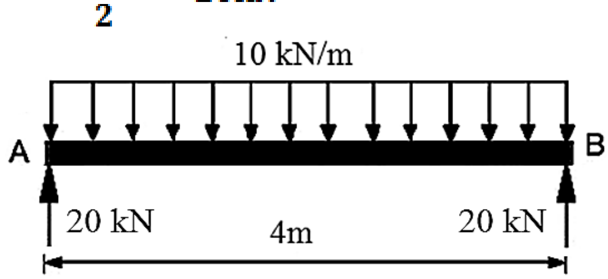
$$-V_A \cdot 4 + (10 \cdot 4)\frac{4}{2} = 0 \qquad V_A = 20KN$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - (10 \cdot 4) = 0 \qquad 20 + 20 - (10 \cdot 4) = 0 \quad Ok$$

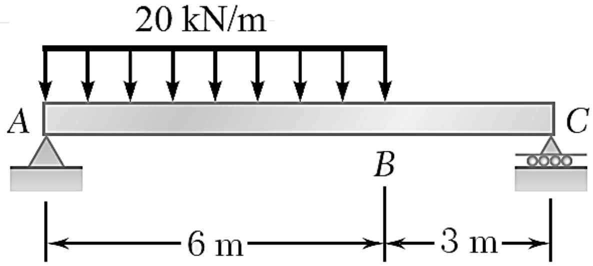
نوټ:ساده اتکایېز گادر چې دW منظم ویشلي بار تر اغېزې کې راغلی وی . عکس العملونه يې په لنډ ډول عبارت دی له.

$$V_A = V_B = \frac{W \cdot L}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20kN$$



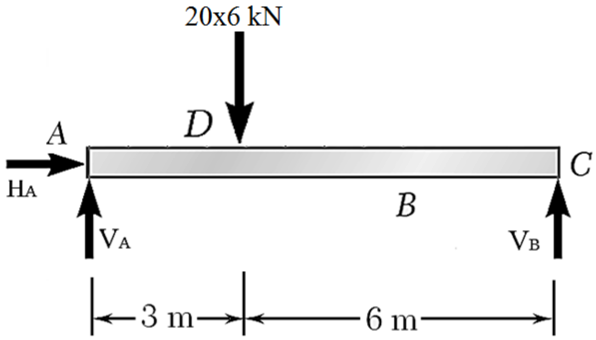
شکل39.5

8.5 مثال: يو ساده اتکايېز ګادر د منظم ويشلي بار تر اغېزې کې راغلی. عکس العملونه يې محاسبه کړی.



40.5شکل

حل: محاسبوی شيما يې رسموو.



41.5شکل

$\xrightarrow{+}\ \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$

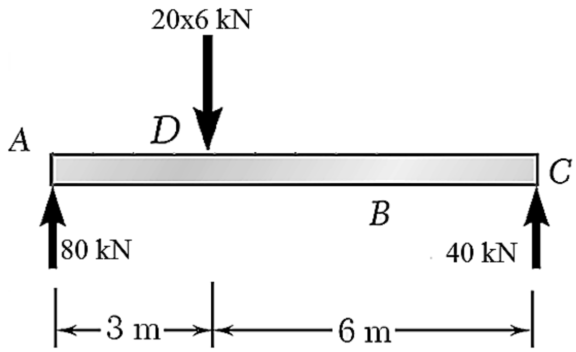
$V_C \cdot 9 - (20 \cdot 6)\frac{6}{2} = 0 \qquad V_C = 40KN$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$

$-V_A \cdot 9 + (20 \cdot 6)(\frac{6}{2} + 3) = 0 \qquad V_A = 80KN$

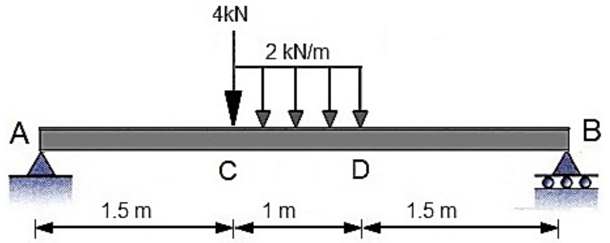
$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$

$V_A + V_B - (20 \cdot 6) = 0 \qquad 80 + 40 - (20 \cdot 6) = 0 \quad Ok$



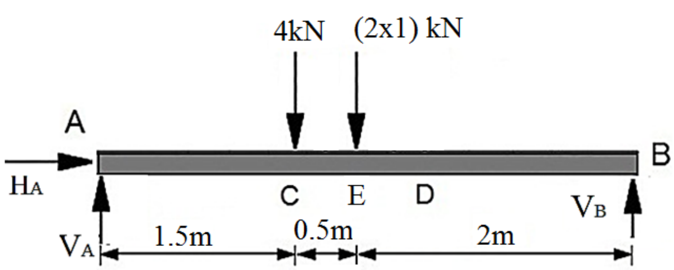
شکل 42.5

9.5 مثال: د درکړل شوی گاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 43.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل 44.5

$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad HA = 0$

$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$

$$VB = 4 - 4.1.5 - 2(0.5 + 1.5) = vB = 2.5kn$$

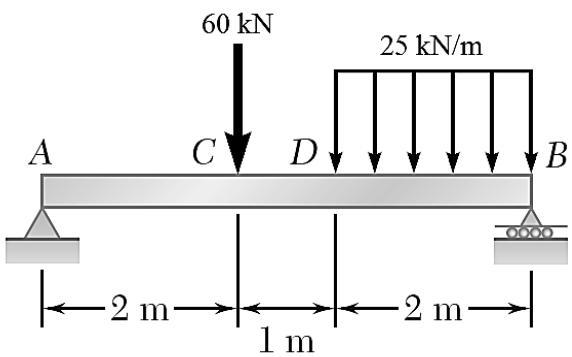
$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$

$$-V_A \cdot 4 + (2 \cdot 1)\left(\frac{1}{2} + 1.5\right) + 4 \cdot 2,5 = 0 \qquad V_A = 3,5KN$$

$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$

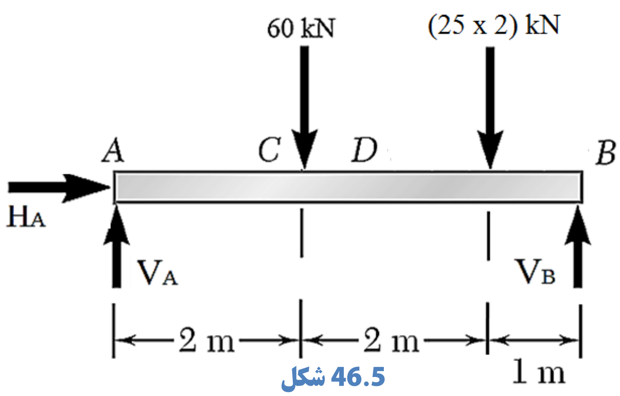
$$V_A + V_B - (2 \cdot 1) - 4 = 0 \qquad 2,5 + 3,5 - 6 = 0 \quad Ok$$

10.5 مثال: د درکړل شوی گاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل45.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل 46.5

$\overset{+}{\rightarrow} \quad \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$

$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_A = 0$

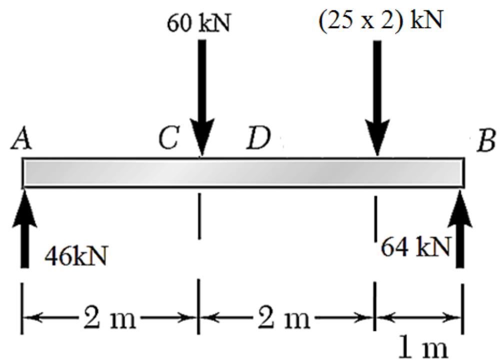
$$V_B.5 - (25.2)\left(\frac{2}{2} + 3\right) - 60.2 = 0 \qquad V_B = \quad 64\ kN$$

$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_B = 0$

$$-V_A \cdot 5 + 60 \cdot 3 + (25 \cdot 2)\left(\frac{2}{2}\right) = 0 \qquad V_A = 46\ kN$$

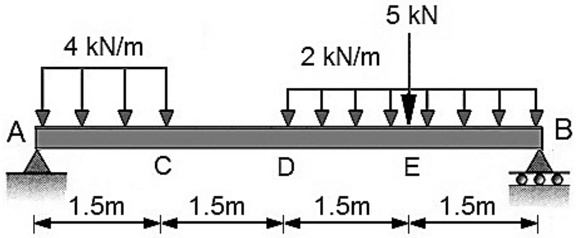
$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - (25 \cdot 2) - 60 = 46 + 64 - 110 = 0 \quad \text{Ok}$$



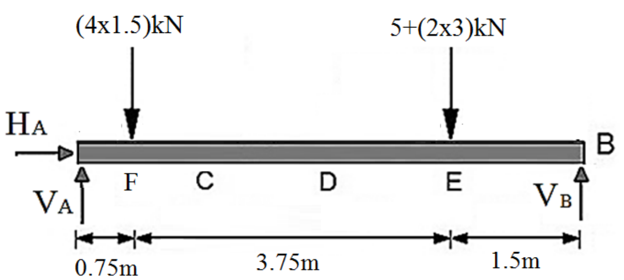
47.5 شکل

11.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل48.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل49.5

$$\overset{+}{\rightarrow} \quad \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

$$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot 6 - 5 \cdot 4,5 - (2 \cdot 3)\left(\frac{3}{2} + 3\right) - (4 \cdot 1,5)\left(\frac{1,5}{2}\right) = 0$$

$$V_B = 9\ KN$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

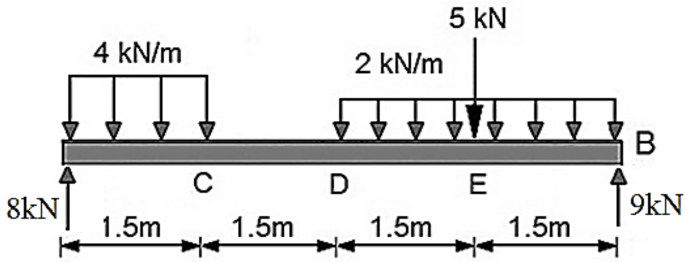
$$-V_A \cdot 6 + (4 \cdot 1,5)\left(\frac{1,5}{2} + 4,5\right) + (2 \cdot 3)\left(\frac{3}{2}\right) + 5 \cdot 1,5 = 0$$

$$V_A = 8KN$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

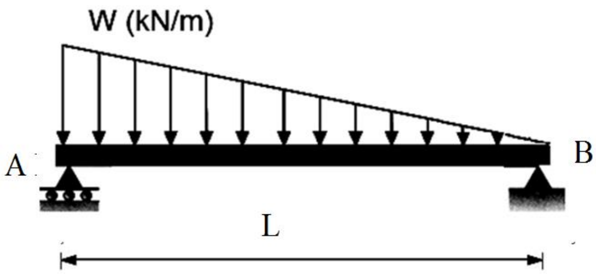
$$V_A + V_B - (4 \cdot 1,5) - 5 - (2 \cdot 3) = 0$$

$$8 + 9 - 17 = 0 \quad Ok$$



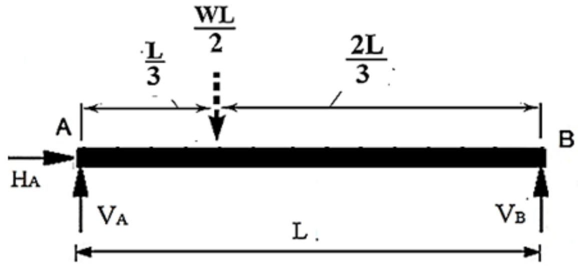
50.5 شکل

12.5 مثال: یو ساده اتکاییز ګاډر چې د L په اندازه اوږدوالی لري د مثلثي بار تر اغېزې کې راغلی، د ګاډر په مختلفو نقطو کې عرضي قوه او کوږوالی مومنټ کې په کې ډول محاسبه کړو.



51.5شکل

حل: لومړی یې محاسبوی شیما رسمو او مثلثی بار یې دلاندې شکل مطابق په متمرکز بار تبدیلوو



شکل52.5

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \quad H_A = 0$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_B L - \frac{wL}{2} \cdot \frac{1}{3} = 0$$

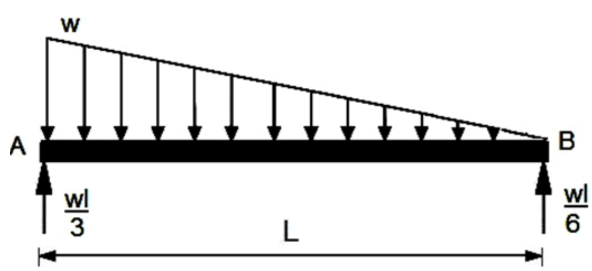
$$V_B = \frac{w.l}{6}$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot l + \frac{wl}{2} \cdot \frac{2l}{3} = 0 \qquad V_A = \frac{wl}{3}$$

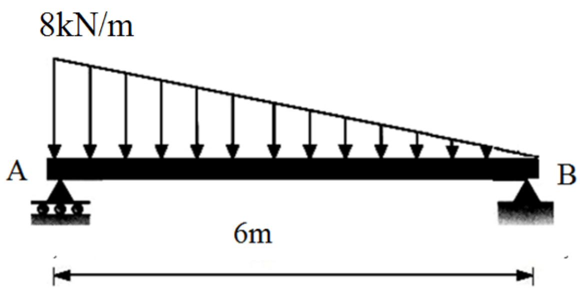
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - \frac{wl}{2} = \frac{wl}{3} + \frac{wl}{6} - \frac{wl}{2} = 0$$



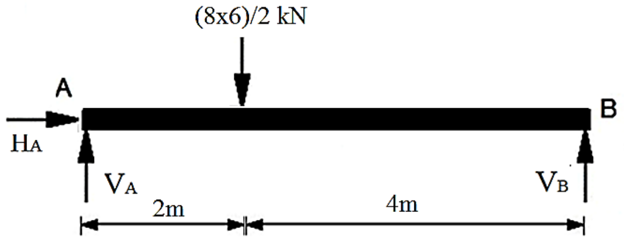
شکل53.5

13.5 مثال: د درکړل شوی گاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



54.5شکل

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



55.5شکل

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

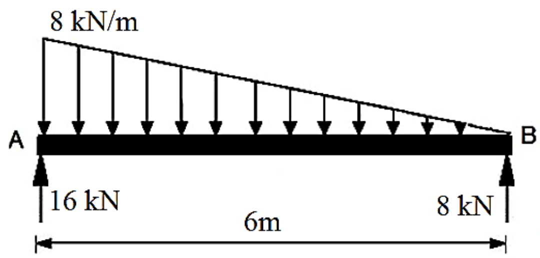
$$V_B \cdot 6 - \left(\frac{8\cdot 6}{2}\right)\frac{6}{3} = 0 \qquad\qquad V_B = 8\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot 6 + \left(\frac{8\cdot 6}{2}\right)\left(\frac{2\cdot 6}{3}\right) = 0 \qquad V_A = 16\ kN$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

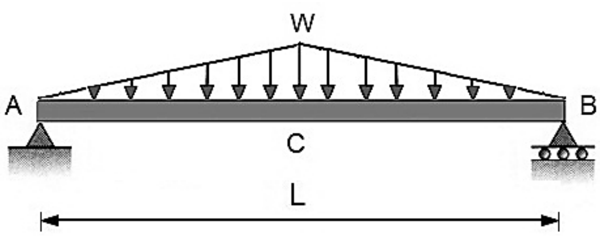
$$V_A + V_B - \frac{8\cdot 6}{2} = 24 - 24 = 0$$



شکل56.5

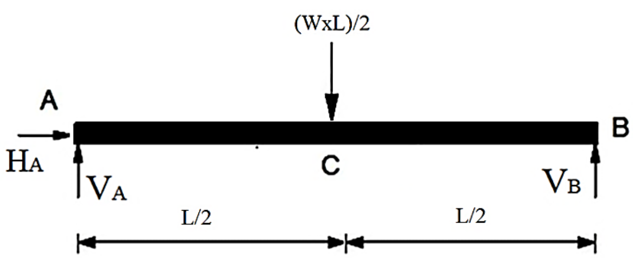
14.5 مثال:

د درکړل شوی گاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل57.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل 58.5

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad HA = 0$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

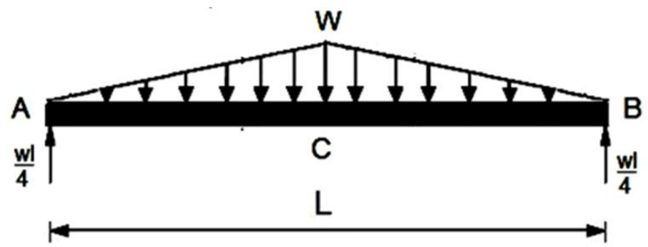
$$V_B \cdot l - \left(\frac{wl}{2}\right)\frac{l}{2} = 0 \qquad V_B = \frac{wl}{4}$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot l - \left(\frac{wl}{2}\right)\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \qquad V_A = \frac{wl}{4}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

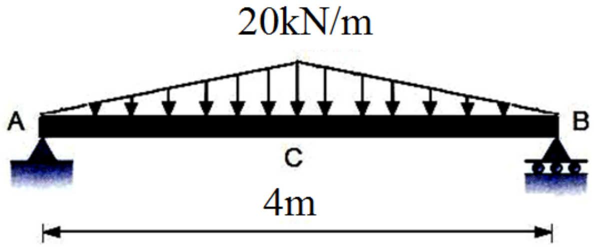
$$V_A + V_B - \frac{wl}{2} = \frac{wl}{4} + \frac{wl}{4} - \frac{wl}{2} = 0$$



شکل59.5

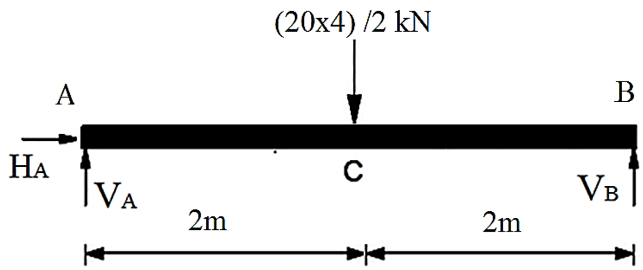
15.5 مثال :

د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړې.



شکل60.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل61.5

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$$

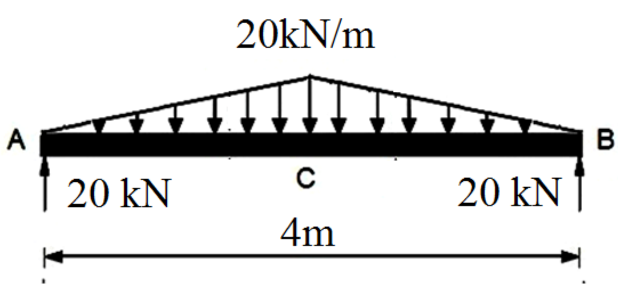
$$V_B * 4 - (\frac{20*4}{2})\frac{4}{2} = 0 \quad V_B = 20\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$$

$$-V_A * 4 + \left(\frac{20.4}{2}\right)\left(\frac{4}{2}\right) = 0 \qquad V_A = 20kN$$

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

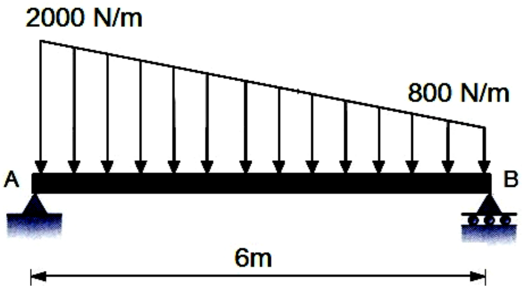
$$V_A + V_B - \frac{20 \cdot 4}{2} = 20 + 20 - 40 = 0$$



شکل62.5

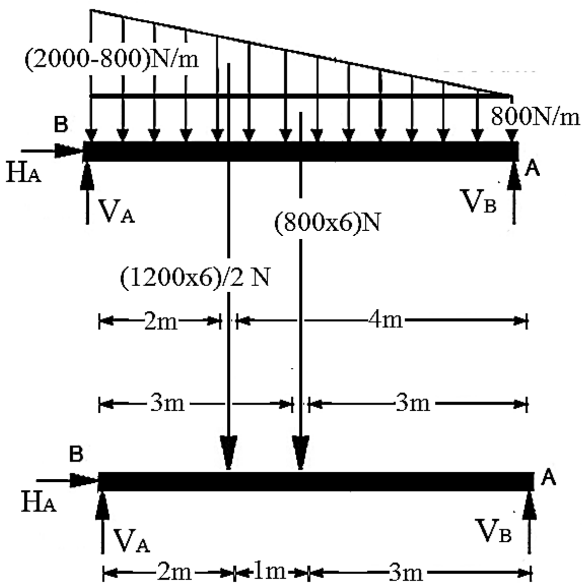
16.5 مثال :

د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



63.5 شکل

حل: ګورو چې نوموړی ګاډر د ذوذنقه يې بار تر اغیزی لاندې راغلی نوذوذنقه يې بار د لاندې شکل په شان په مثلث او مستطيل ویشو او په متمرکز بار يې بدلوو.



شکل64.5

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0$$

$$HA = 0$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot 6 - (800 \cdot 6)\frac{6}{2} - \left(\frac{1200 \cdot 6}{2}\right)\frac{6}{3} = 0 \qquad V_B = 3600kN$$

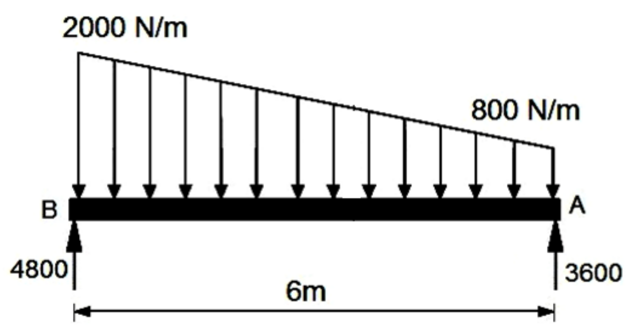
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot 6 + (800 \cdot 6)\left(\frac{6}{2}\right) + \left(\frac{1200 \cdot 6}{2}\right)\left(\frac{2 \cdot 6}{3}\right) = 0$$

$$V_A = 4800kN$$

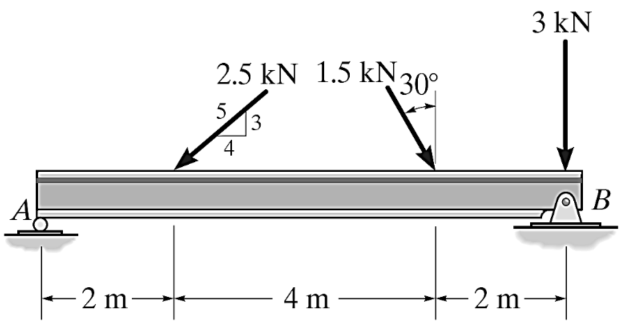
$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - (800 \cdot 6) - \left(\frac{1200 \cdot 6}{2}\right) = 4800 + 3600 - 8400 = 0$$



شکل65.5

17.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 66.5

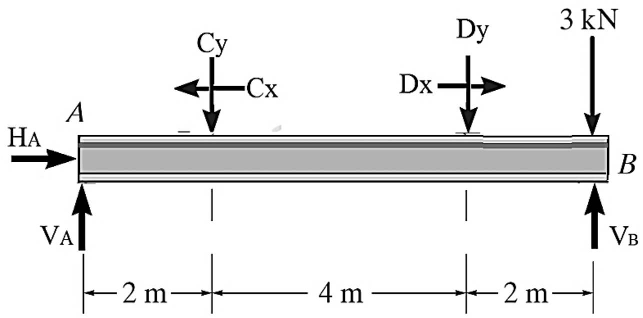
حل: محاسبوی شیما یې رسموو او د مایلو قوو مستطیلی مرکبی د x او y په محورونو لاسته راوړو.

$$C_X = 2,5\ kN \cdot \frac{4}{5} = 2\ kN$$

$$C_Y = 2,5kN \cdot \frac{3}{5} = 1.5\ kN$$

$$D_X = 1.5\ kN \cdot \sin 30^o = 0.75\ kN$$

$$D_Y = 1,5\ kN \cdot \cos 30^o = 1.299$$



67.5 شکل

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0$$

$$H_A - C_X + D_X = 0$$

$$H_A = 2 - 0.75 = 1.25\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$$

$$V_B \cdot 8 - 3 \cdot 8 - D_y \cdot 6 - C_Y \cdot 2 = 0 \qquad V_B = 4.349\ kN$$

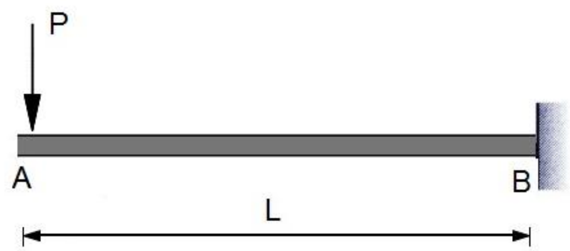
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot 8 + C_Y \cdot 6 + D_Y \cdot 2 = 0 \qquad V_A = 1.449\ kN$$

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - 3 - D_y - C_Y = 5.79 - 5.79 = 0$$

18.5 مثال:د درکړل شوی کنسولی ګاډر په اتکا کې عکس العملونه محاسبه کړی.



68.5شکل

حل : ګورو چې د B په اتکا کې دری عکس العملونه وجود لري نو محاسبوی شیما یې په لاندې ډول محاسبه کوو.

شکل 69.5

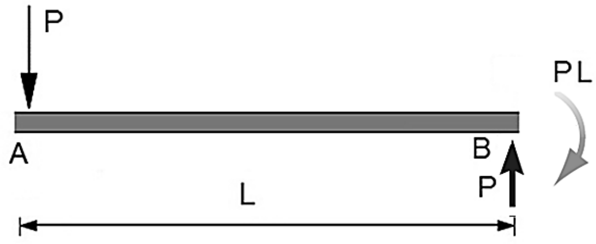
$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$$

$$V_B - P = 0 \qquad\qquad V_B = P$$

$$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_B = 0$$

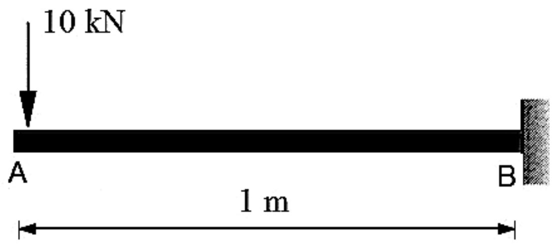
$$-M_B + P \cdot L = 0 \qquad\qquad M_A = P \cdot L$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \quad \sum F_x = 0 \qquad H_B = 0$$



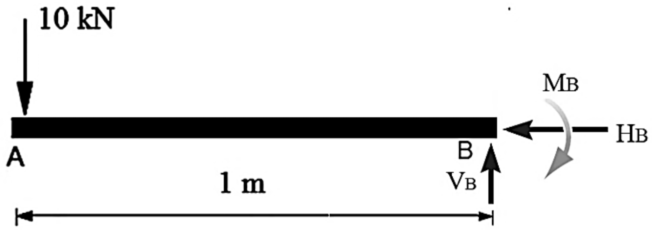
شکل 70.5

19.5 مثال:د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 71.5

حل: محاسبوی شیما يې رسموو.



شکل 71.5

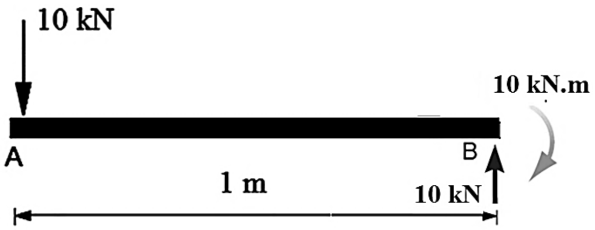
$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$$

$$V_B - 10 = 0 \qquad V_B = 10\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_B = 0$$

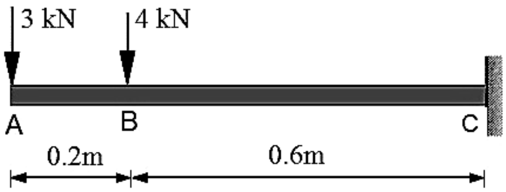
$$-M_B + 10 \cdot 1 = 0 \qquad M_B = 10\ kN\ .\ m$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \quad \sum F_x = 0 \qquad H_B = 0$$



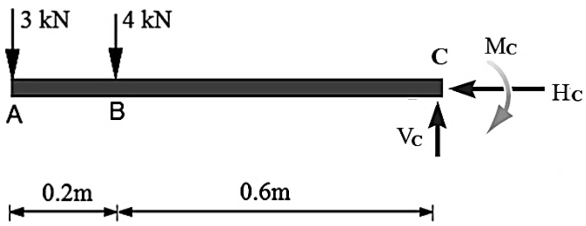
شکل 72.5

20.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل73.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



74.5شکل

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

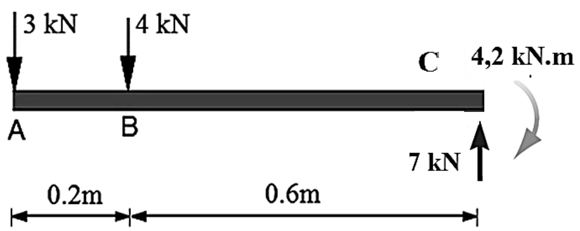
$$V_C - 4 - 3 = 0 \qquad V_C = 7\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$$

$$-M_C + 4 \cdot 0,6 + 3 \cdot 0,8 = 0 \qquad M_C = 4,2\ kN.m$$

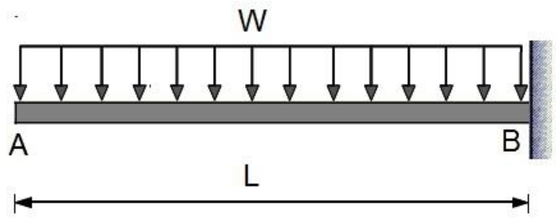
$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$$

$$H_C = 0$$



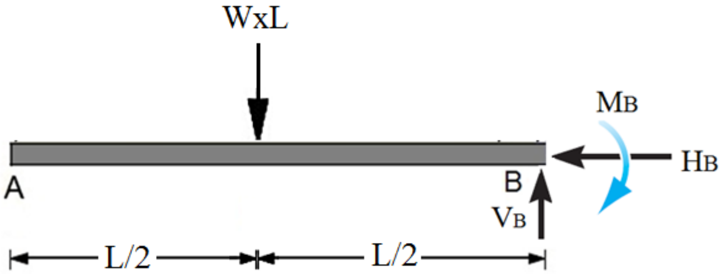
75.5شکل

21.5 مثال: د AB یو کنسولي گاډر چې د W منظم وېشلي بار تر اغېزې کې راغلی په نظر کې نیسو. غواړو چې د وارده بار له اثره په گاډر کې عکس العملونه محاسبه کړو.



76.5 شکل

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



77.5 شکل

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

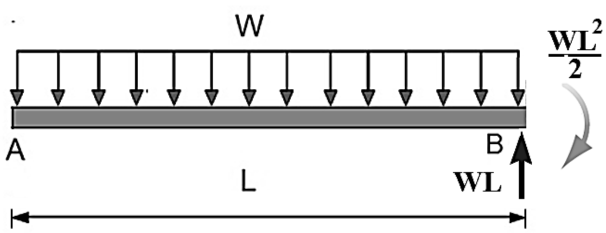
$$V_B - wl = 0 \qquad V_B = wl$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$-M_B + (w \cdot l)\frac{l}{2} = 0 \qquad M_B = \frac{wl^2}{2}$$

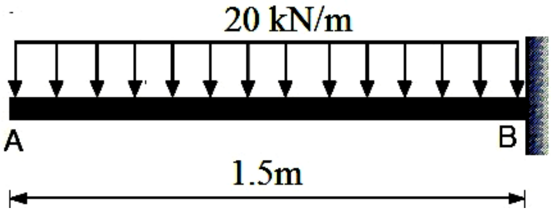
$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$$

$$H_B = 0$$



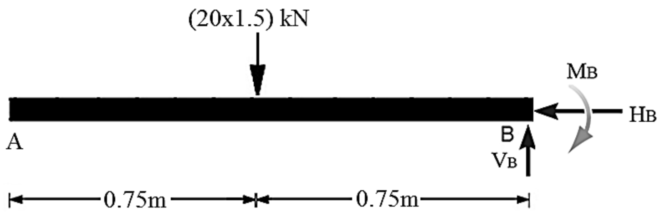
78.5 شکل

22.5 مثال: د درکړل شوی گاډر اتکايز عکس العملونه محاسبه کړی.



79.5 شکل

حل: محاسبوی شيما يې رسموو.



80.5 شکل

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

$$V_B - 20 \cdot 1,5 = 0 \qquad V_B = 30\ kN$$

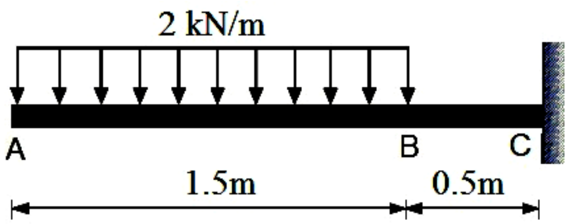
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$$

$$-M_B + (20 \cdot 1,5)\left(\frac{1,5}{2}\right) = 0 \qquad M_B = 22,5kN \cdot m$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0$$

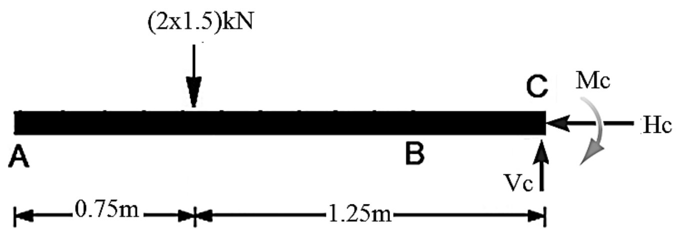
$$H_B = 0$$

23.5 مثال: د درکړل شوی گاډر اتکايز عکس العملونه محاسبه کړی.



81.5 شکل

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



82.5 شکل

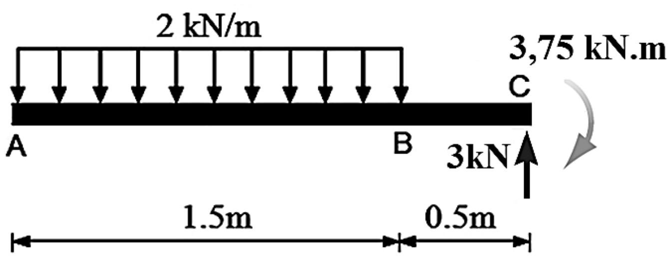
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_C - 2 \cdot 1,5 = 0 \qquad V_B = 3\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$$

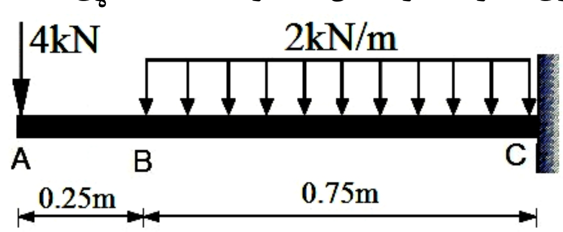
$$-M_C + (2 \cdot 1,5)\left(\frac{1,5}{2} + 0,5\right) = 0 \qquad M_A = 3,75\ kN \cdot m$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_C = 0$$



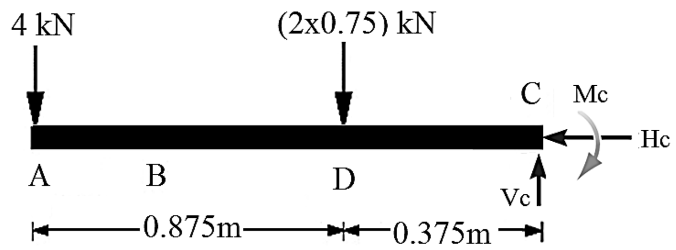
83.5 شکل

24.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



84.5 شکل

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل 85.5

$$\uparrow^{+} \ \sum F_y = 0$$

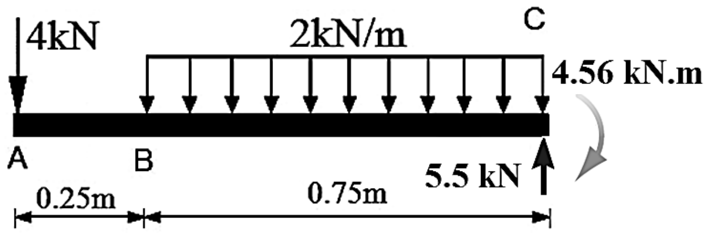
$$V_C - 4 - (2 \cdot 0,75) = 0 \qquad V_B = 5,5\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \ \sum M_C = 0$$

$$-M_C + 4 \cdot 1 + (2 \cdot 0,75) \cdot \frac{0,75}{2} = 0 \qquad M_C = 4,56\ kN.m$$

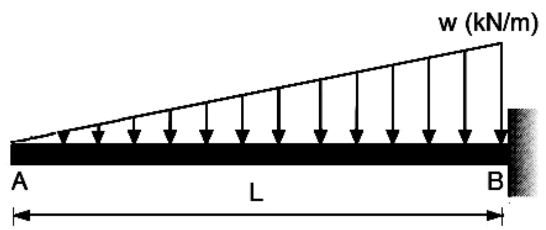
$$\overset{+}{\rightarrow} \ \sum F_x = 0$$

$$H_C = 0$$



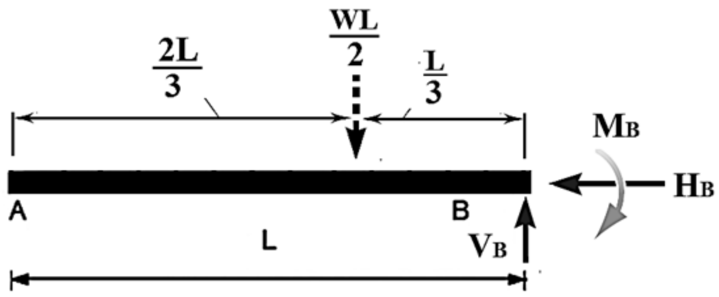
شکل 86.5

25.5 مثال: یو کنسولي گاډر چې د L په اندازه اوږدوالی لري. فرضوو چې د W مثلثي بار تر اغېزې کې راغلی. په گاډر کې عکس العملونه په کې ډول محاسبه کوو.



شکل 87.5

حل: لومړی یې محاسبوی شیما رسموو او مثلثی بار یې دلاندې شکل مطابق په متمرکز بار تبدیلوو



شکل88.5

$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$$

$$V_B - \frac{wl}{2} = 0 \qquad\qquad V_B = \frac{wl}{2}$$

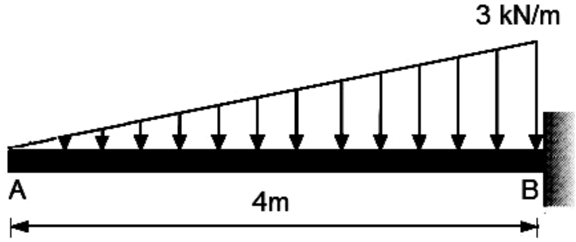
$$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_B = 0$$

$$-M_B + \frac{wl}{2} \cdot \frac{l}{3} = 0 \qquad\qquad M_B = \frac{wl^2}{6}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \quad \sum F_x = 0 \qquad\qquad H_B = 0$$

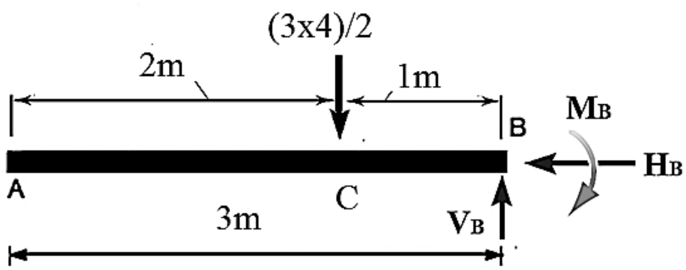
26.5 مثال:

د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 89.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل90.5

$$\uparrow^{+} \ \sum F_y = 0$$

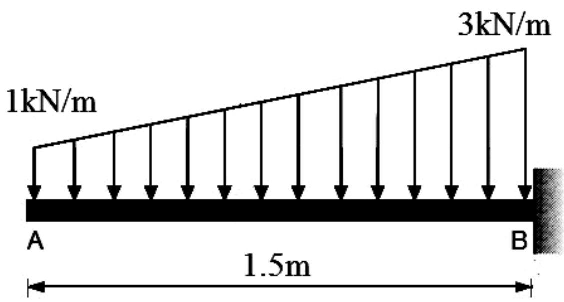
$$V_B - \frac{3 \cdot 4}{2} = 0 \qquad V_B = 6\ kN$$

$$\curvearrowleft^{+} \ \sum M_B = 0$$

$$-M_B + \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot \frac{4}{3} = 0 \qquad M_A = \ 8\ kN$$

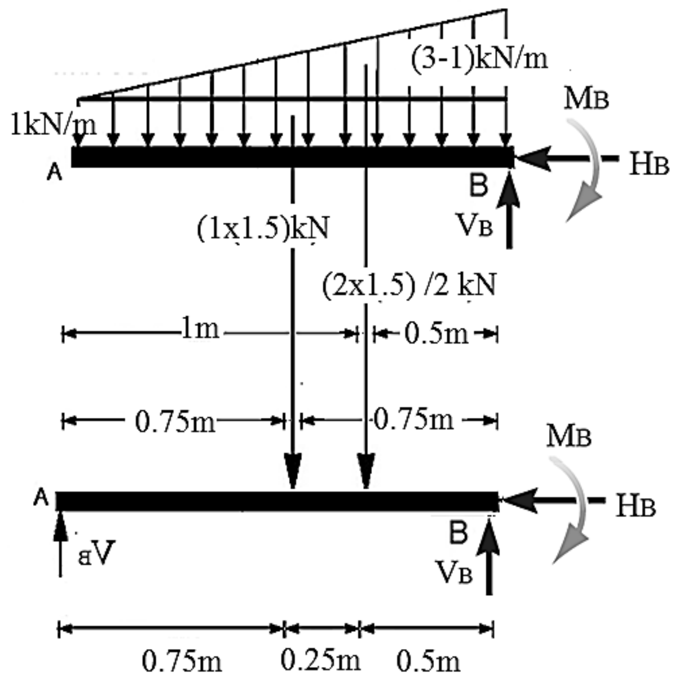
$$\overset{+}{\rightarrow} \ \sum F_x = 0 \qquad H_B = 0$$

27.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکايز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل91.5

حل: ګورو چې نوموړی ګاډر د ذوذنقه يې بار تر اغيزی لاندې راغلی نوذوذنقه يې بار د لاندې شکل په شان په مثلث او مستطيل ويشو او په متمرکز بار يې بدلوو.



92.5 شکل

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

$$V_B - (1\cdot 1,5) - \frac{2\cdot 1,5}{2} = 0 \qquad V_B = 3\ kN$$

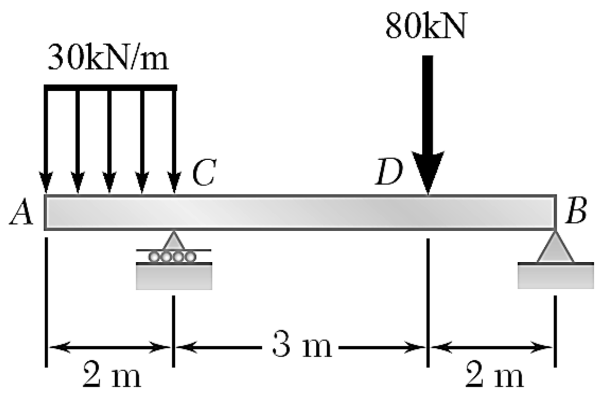
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$$

$$-M_B + (1\cdot 1,5)\left(\frac{1,5}{2}\right) + \left(\frac{2\cdot 1,5}{2}\right)\left(\frac{1.5}{3}\right) = 0 \qquad M_B = 1,875\ kN\cdot m$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad H_B = 0$$

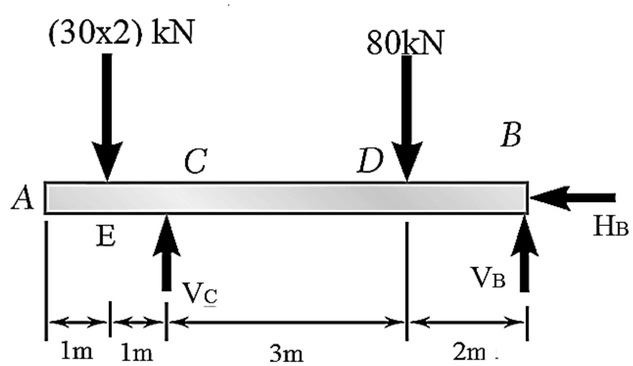
28.5 مثال:

د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 93.5

حل: محاسبوی شیما يې رسموو.



شکل94.5

$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad\qquad H_C = 0$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_C = 0$

$V_B \cdot 5 - 80 \cdot 3 + (30 \cdot 2)\frac{2}{2} = 0 \qquad\qquad V_B = 36kN$

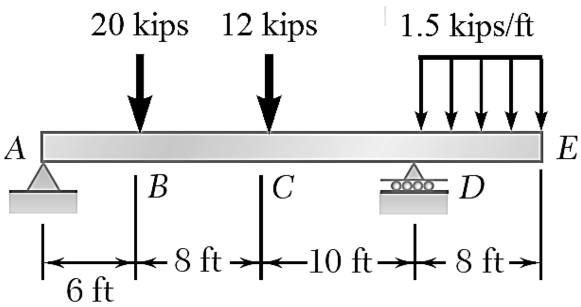
$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$

$-V_C \cdot 5 + 80 \cdot 2 + (30 \cdot 2)\left(\frac{2}{2} + 5\right) = 0 \qquad\qquad V_C = 104\ kN$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$

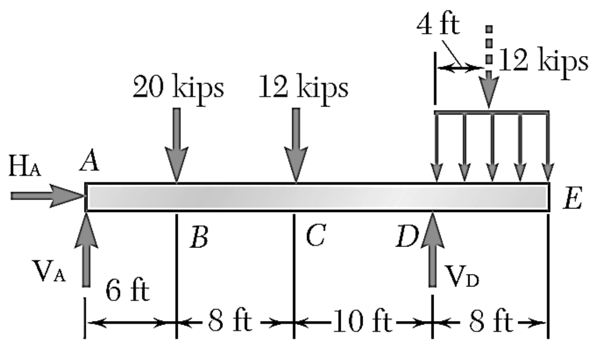
$V_A + V_B - 80 - (30 \cdot 2) = 140 - 140 = 0$

29.5 مثال:د درکړل شوی گاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل 95.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



96.5شکل

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum \mathbf{F_x} = \mathbf{0} \qquad \boldsymbol{H_A} = \mathbf{0}$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum \mathbf{M_A} = \mathbf{0}$$

$$V_B.24 - (1.5.8)\left(\frac{8}{2} + 24\right) - 12.14 - 20.6 = 0 \qquad V_D = 26kips$$

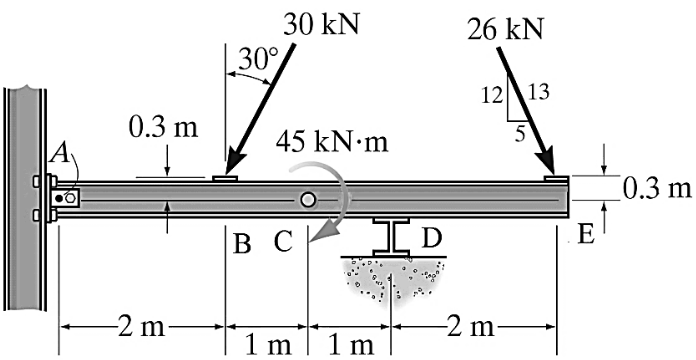
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum \mathbf{M_D} = \mathbf{0}$$

$$-\mathbf{V_A} \cdot \mathbf{24} + \mathbf{20} \cdot \mathbf{18} + \mathbf{12} \cdot \mathbf{10} - (\mathbf{1,5} \cdot \mathbf{8})\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{V_A} = \mathbf{kN}$$

$$\uparrow^{+}\ \sum \mathbf{F_y} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{V_A} + \mathbf{V_D} - \mathbf{20} - \mathbf{18} - (\mathbf{1,5} \cdot \mathbf{8}) = \mathbf{0} \qquad \mathbf{Ok}$$

30.5 مثال: د درکړل شوی ګاډر اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



97.5 شکل

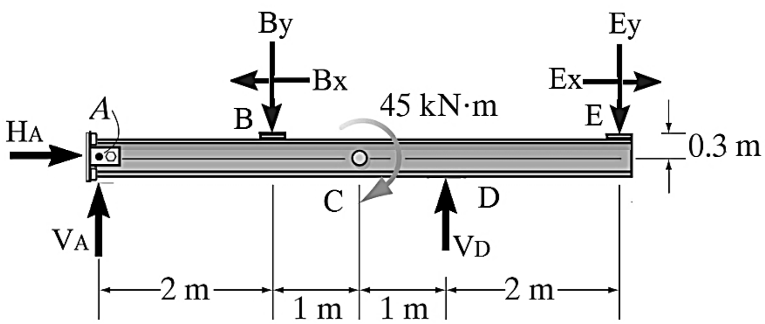
حل: لومړی یې محاسبوی شیما ترسیموو، او د مایلو قوو مرکبی پیدا کوو.

$$B_X = 30\ kN \cdot \cos 60^o = 15kN$$

$$B_Y = 30kN \cdot \sin 30^o = 25,9\ kN$$

$$E_X = 26kN \cdot \frac{5}{13} = 10kN$$

$$E_Y = 26 \cdot \frac{12}{13} = 24kN$$



98.5 شکل

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \qquad H_A - 15 + 10 = 0 \qquad H_A = 5$$

د VD د پیدا کولو لپاره د A نقطې ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$V_D \cdot 4 - 25,9 \cdot 2 - 24 \cdot 6 - 45 = 0 \qquad V_D = 60,2\ kN$$

د VA د پیدا کولو لپاره د D نقطې ته مومنټ صفر کوو.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_D = 0$$

$$-V_A \cdot 4 + = 0 \qquad V_A = \frac{wl}{2}$$

د امتحان لپاره باید نظر y محور ته د قوو مجموعه صفر شي.

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$V_A + V_B - wl = 0 \qquad \frac{wl}{2} + \frac{wl}{2} - wl = 0 \qquad Ok\ \surd$$

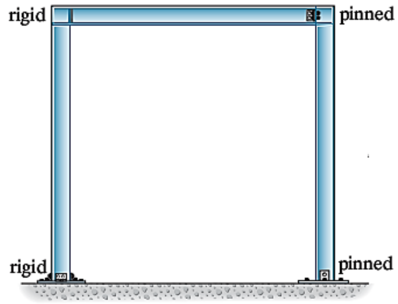
12.5 د چوکاټ (Frame) تعادل او د عکس العملونو محاسبه يې:

که چېرې دوه یا له دوو څخه ډېرې عمودي او افقي یا عمودي او مایلي میلې خپلو منځونو کې سره د سخت یا ساکني اتکا په واسطه وتړل شي له چوکاټ څخه عبارت دي.

چوکاټ د ګادر او پایو څخه جوړ وي چې په اکثر تعمیرونو کې استعمالیږي. دا چوکاټونه د اساس سره په سخته ،متحرکه اویا په ساکني اتکاء وصل وي چې وارده بار په منظم ډول ، بدون د ویجاړېدو ، اساس ته انتقالوي.

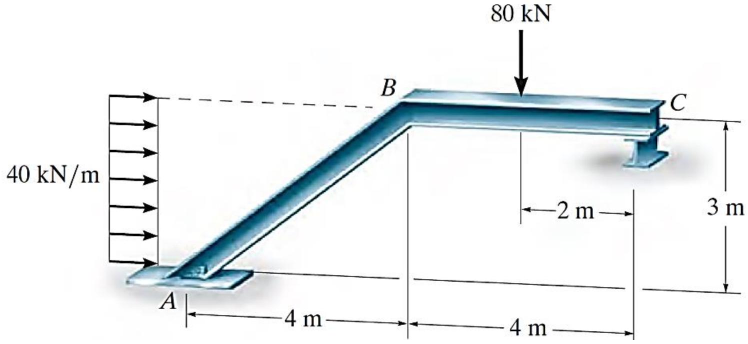
چوکاټونه کېدای شی د لرګو، فلزاتو او یا هم اهن کانکریټو څخه جوړ شي.

په دی ځای کې مونږ د معین ستاتکې چوکاټونو عکس العملونه تر بحث لاندې نیسو.



99.5شکل

33.5 مثال: د درکړل شوی چوکاټ اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



100.5 شکل

حل: لومړی یې محاسبوی شیما ترسیموو.

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$$

$A_X + 120 = 0 \qquad\qquad A_X = -120$

کله چې د عکس العمل قیمت منفی لاسته راشی دا په دی معنی دی چې د عکس العمل جهت مو معکوس انتخاب کړی نو جهت یې باید بدل شی.

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$C_Y \cdot 8 - 80 \cdot 6 - 120 \cdot 1,5 = 0 \qquad\qquad C_Y = 82,5\ kN$

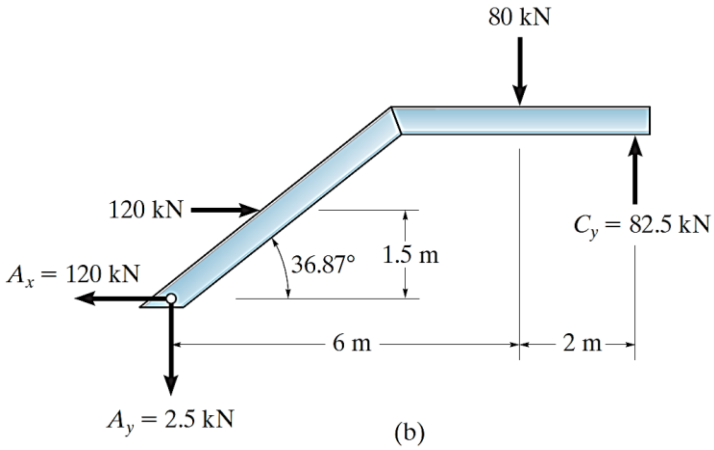
$$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$$

$-A_Y \cdot 8 + (-120 \cdot 3) + 80 \cdot 2 + 120 \cdot 1,5 = 0$

$A_Y = -2,5\ kN$

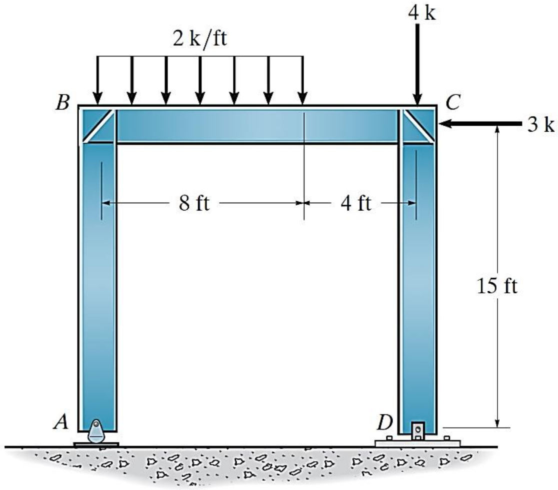
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$A_Y + C_Y - 80 = -2,5 + 82,5 - 80 = 0 \qquad\qquad Ok$



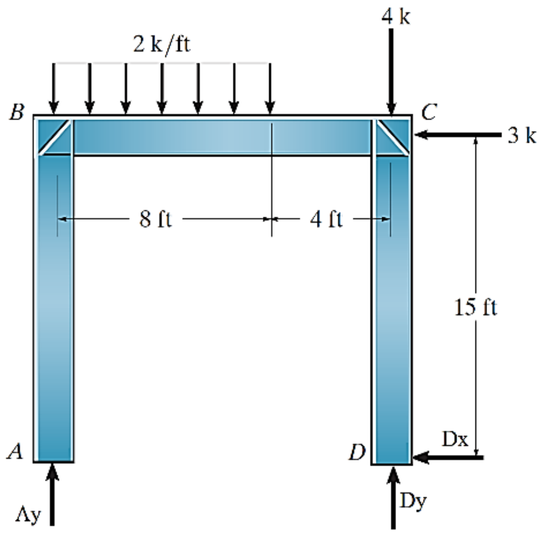
شکل102.5

34.5 مثال: د درکړل شوی چوکاټ اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل103.5

حل: لومړی یې محاسبوی شیما ترسیموو.



شکل104.5

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \qquad -D_X - 3 = 0 \qquad D_X = -3$

کله چې د عکس العمل قیمت منفي لاسته راشي دا په دې معنی دی چې د عکس العمل جهت مو معکوس انتخاب کړی نو جهت یې باید بدل شي.

$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$

$D_Y \cdot 12 - 4 \cdot 12 + 3 \cdot 15 - (2 \cdot 8)4 = 0 \qquad D_Y = 5,5833$

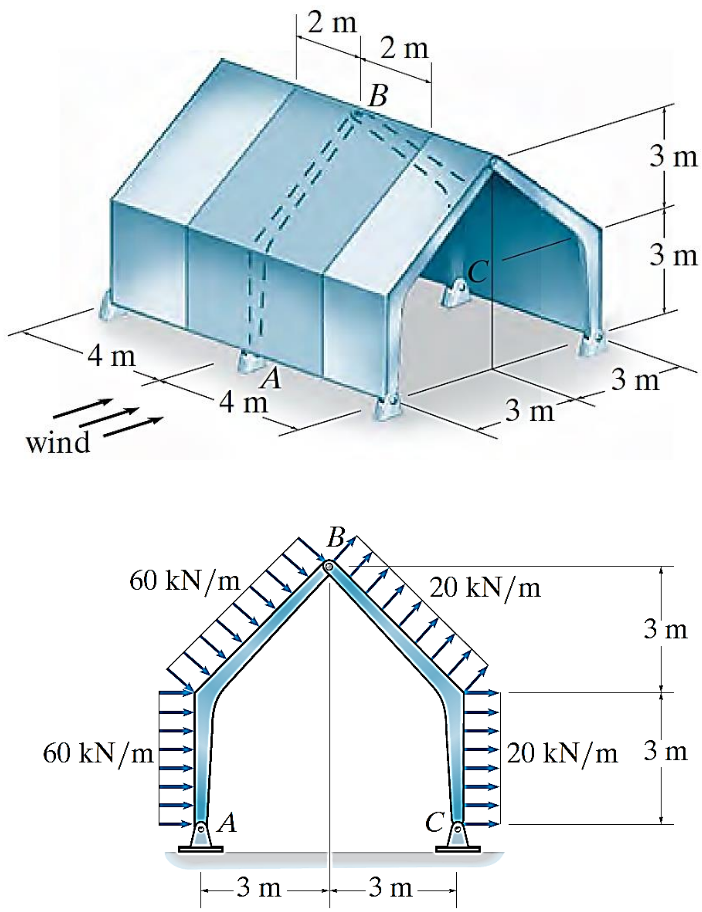
$\curvearrowleft^{+} \sum M_D = 0$

$-A_Y \cdot 12 + (2 \cdot 8)(4 + 4) + 3 \cdot 15 = 0 \quad A_Y = 14,4166\ kN$

$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$

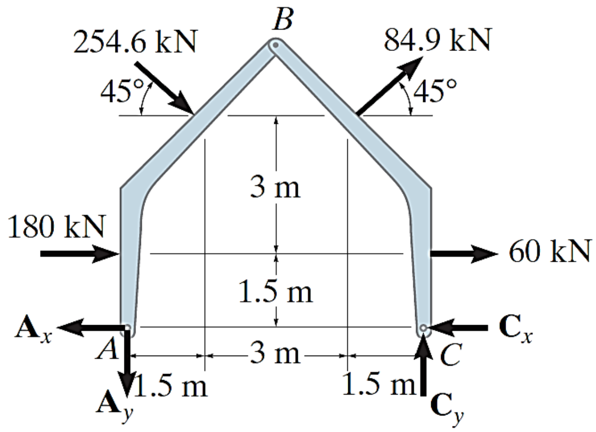
$A_Y + D_Y - 4 - (2 \cdot 6) = 14,41666 + 5,58333 - 4 - (2 \cdot 8) = 0 \qquad Ok$

35.5 مثال:په لاندې شکل کې یو چوکاټ او پرې وارده بارونه ښودل شوی تاسی یې په اتکا ګانو کې عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل105.5

حل: محاسبوی شیمایې ترسیموو. او ویشلی بار چې د باد له اثره په چوکاټ واقع شوی په متمرکز بار بدلوو.



شکل106.5

$$\curvearrowleft^{+} \quad \sum M_A = 0$$

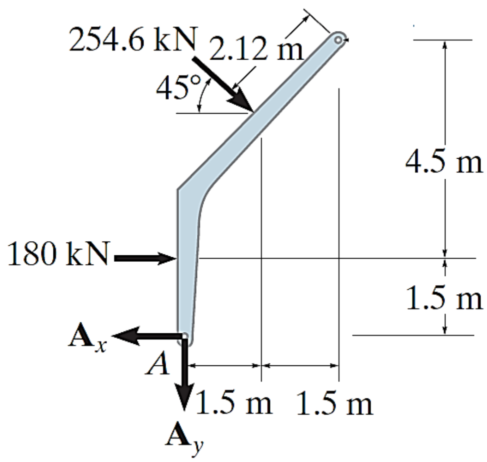
$$C_Y \cdot 6 - (180 + 60)(1,5) - (254,6 + 84,9)coc45^o(4.5)$$
$$- 254,6 \sin 45^o)(1,5) + (84,9 \sin 45^o)(4,5) = 0$$

$$C_Y = 240\ kN$$

$$\uparrow^{+} \quad \sum F_y = 0$$

$$-A_Y - 254,6 \sin 45^o + 84,9 \sin 45^o + 240 = 0$$

$$A_Y = 120\ kN$$



شکل107.5

$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$

$A_Y \cdot 3 + (254,6\ \sin 45^o)(1,5) + (254,6\cos 45^o)(1,5) + 180 \cdot 4,5 - A_X \cdot 6 = 0)$

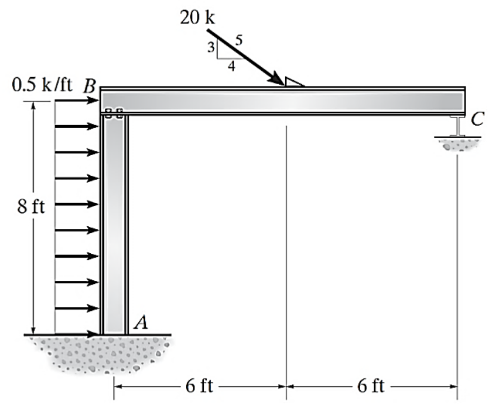
$A_X = 285$

$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$

$-C_X - A_X + (180 + 60) + (254,6 + 84,9)coc45^o = 0$

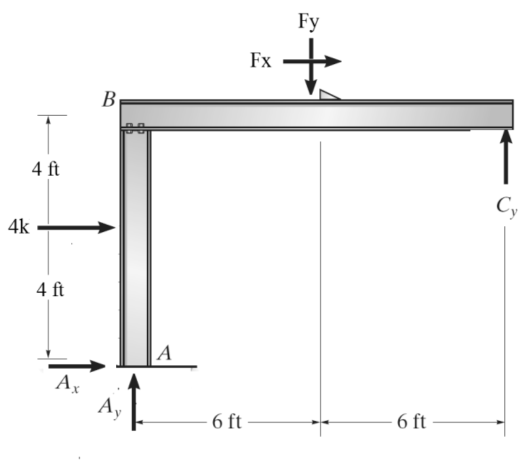
$C_X = 195$

36.5 مثال: د درکړل شوی چوکاټ اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



شکل108.5

حل: لومړی یې محاسبوی شیما ترسیموو.



109.5 شکل

$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad A_X + 4 + \left(20 \cdot \frac{4}{5}\right) = 0 \qquad A_X = -20k$

دا په دې معنی دی چې د عکس العمل جهت مو معکوس انتخاب کړی نو جهت یې باید بدل شي.

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$

$C_Y \cdot 12 - \left(20 \cdot \frac{3}{5}\right)6 - \left(20 \cdot \frac{4}{5}\right)8 - 4 \cdot 4 = 0$

$C_Y = 18\ k$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_C = 0$

$-A_Y \cdot 12 + A_X \cdot 8 + 4 \cdot 4 + \left(20 \cdot \frac{3}{5}\right)6 = 0$

$A_Y = -6\ k$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$

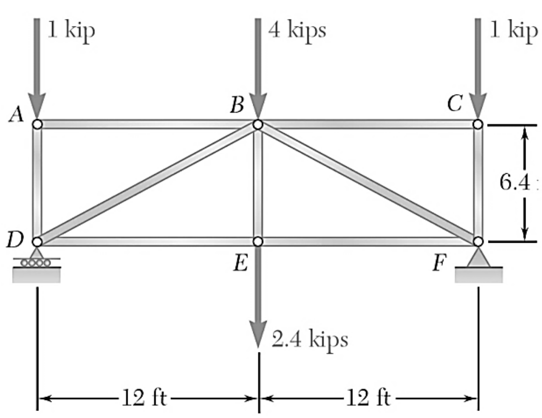
$A_Y + C_Y - \left(20 \cdot \frac{3}{5}\right) = 18 - 6 - 12 = 0 \qquad Ok$

13.5 د ترس Truss تعادل او د عکس العملونو محاسبه یې:

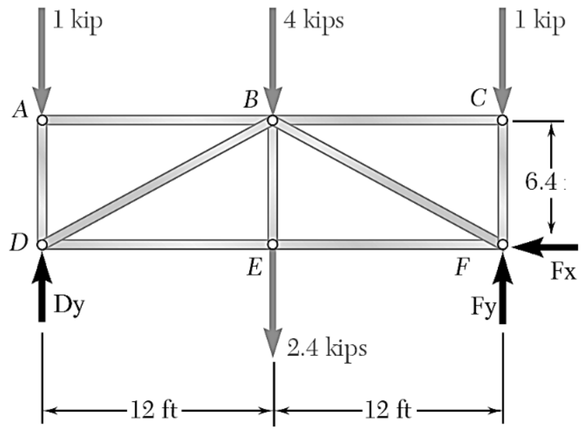
ترس د انجینری ساختمانونو له جملې څخه دی ، چې د څو برخو (لرګینو او یا فلزی میلو) د یوځای کېدو څخه چې په انجامونو کې سره وصل شوی وی جوړ شوی.

ترسونه د ځینو تعمیراتو د چتونو او پلونو په جوړولو کې اقتصادی تمامیږی چې په اووم فصل کې به په تفصیل سره ولوستل شی دلته یې یواځې د عکس العملونو پیدا کول تر بحث لاندې نیسو.

37.5 مثال: د درکړل شوی ترس اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی؟



حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل111.5

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0$$

$$F_X = 0$$

$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_D = 0$$

$$F_Y \cdot 24 - 1 \cdot 24 - (4 + 2,4)12 = 0 \qquad F_Y = 4,2kips$$

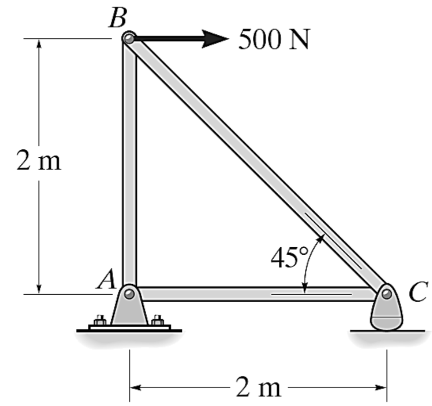
$$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_F = 0$$

$$-D_y \cdot 24 + 1 \cdot 24 + (4 + 2,4)12 = 0 \qquad F_X = 4,2\ kips$$

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

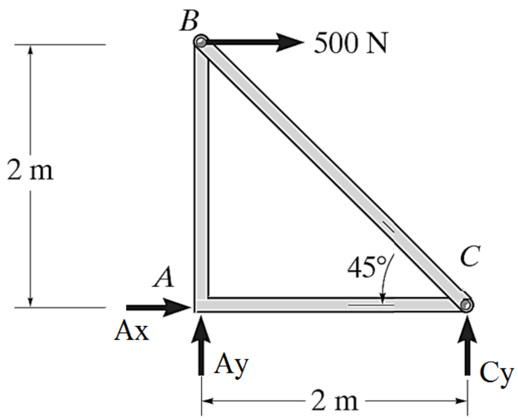
$$F_Y + D_Y - (1 + 4 + 1 + 2,4) = 8,4 - 8,4 = 0$$

38.5 مثال:د درکړل شوی ترس اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی؟



شکل 112.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل 113.5

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

$A_X + 500 = 0 \qquad A_X = -500\ N$

$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$

$C_Y \cdot 2 - 500 \cdot 2 = 0 \qquad C_Y = 500\ N$

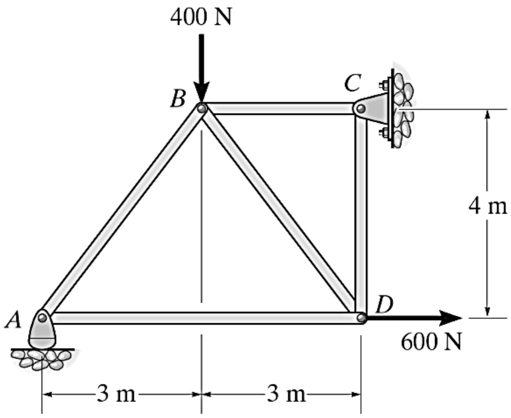
$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$

$-A_y \cdot 2 - 500 \cdot 2 = 0 \qquad A_X = -500\ N$

$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$

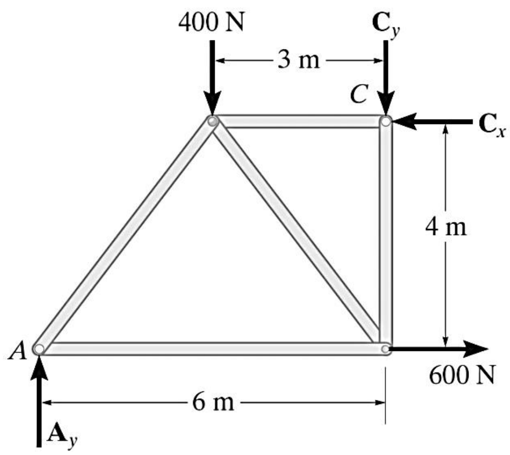
$A_Y + C_Y = -500 + 500 = 0$

39.5 مثال:د درکړل شوی ترس اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی؟



شکل 114.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل115.5

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$

$-C_X + 600 = 0 \qquad C_X = 600\ N$

$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$

$-C_Y \cdot 6 + C_X \cdot 4 - 400 \cdot 3 = 0 \qquad C_Y = 200\ N$

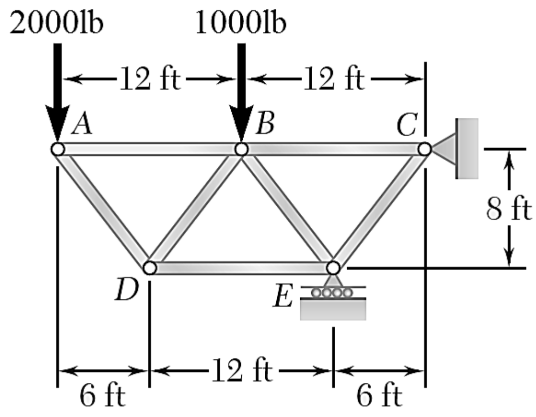
$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$

$-A_y \cdot 6 + 400 \cdot 3 + 600 \cdot 4 = 0 \qquad A_Y = 600N$

$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$

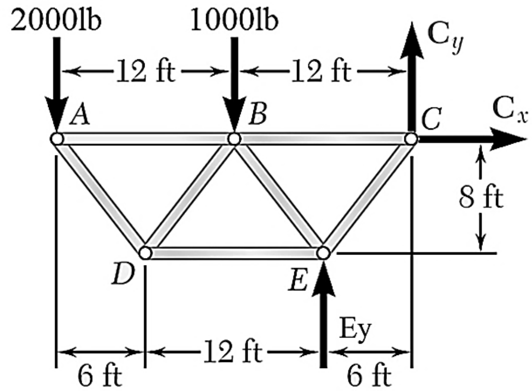
$A_Y - C_Y - 400 = 600 - 200 - 400 = 0$

40.5 مثال:د درکړل شوی ترس اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی؟



شکل 116.5

حل: محاسبوی شیما یې رسموو.



شکل117.5

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0$$

$$C_X = 0$$

$$\circlearrowleft^{+}\ \sum M_E = 0$$

$$C_Y \cdot 6 + 1000 \cdot 6 + 2000 \cdot 18 = 0 \qquad C_Y = -7000\ lb$$

$$\circlearrowleft^{+}\ \sum M_C = 0$$

$$-E_y \cdot 6 + 2000 \cdot 24 + 1000 \cdot 12 = 0 \qquad E_Y = 10000\ lb$$

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$$

$$C_Y + E_Y - 1000 - 2000 = -7000 + 10000 - 3000 = 0$$

د کېبل Cable تعادل او د عکس العملونو محاسبه يې:

کېبلونه اکثر په ساختمانونو کې د يو برخې څخه بلې برخې ته د قواو انتقال لپاره استعمالیږی.

په کېبلونو کې انحنايي مومنټ او عرضاني قوې صفر وي همدا رنګه فشاری قوې هم په کېبلونو کې صفر وي ،يواځې کششی قواوی پری عمل کوي .

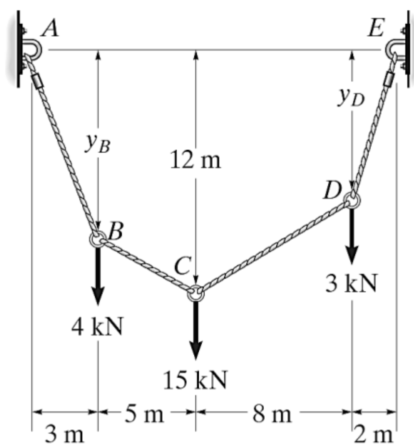
د کېبلونو څخه په ځوړند پلونواو زوړند چتونو کې ډیره استفاده کېږي ، او قوې پری په لاندې دوه ډوله عمل کوي.

1) کېبلونه د متمرکز بارونو لاندې

2) کېبلونه دمنظم ويشل شوی بارونو لاندې

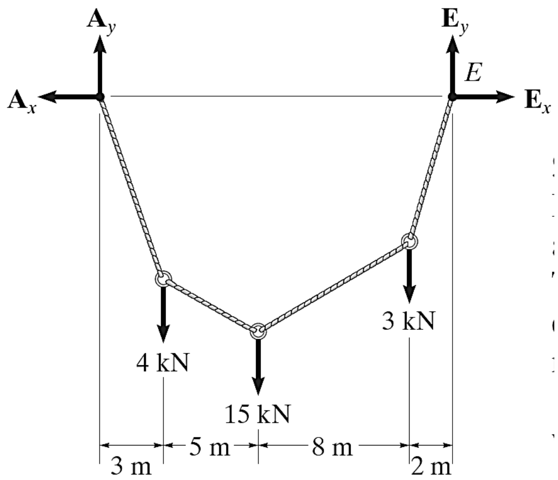
په لاندې مثالونو کې کېبلونه د متمرکزو بارونو لاندې محاسبه شوی.

41.5 مثال: د درکړل شوی کېبل اتکايز عکس العملونه محاسبه کړی.



118.5شکل

حل: لومړی يې محاسبوی شيما ترسيموو.



119.5شکل

$\circlearrowleft^{+}\ \sum M_E = 0$

$$-A_Y \cdot 18 - 4 \cdot 15 + 15 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 0$$

$$A_Y = 12kN$$

$\circlearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$

$$E_y \cdot 18 - 3 \cdot 16 - 15 \cdot 8 - 4 \cdot 3 = 0$$

$$E_Y = 10kN$$

$\circlearrowleft^{+}\ \sum M_C = 0$

$$-A_Y \cdot 8 + A_X \cdot 12 + 4 \cdot 5 = -12 \cdot 8 + 12A_X + 20 = 0$$

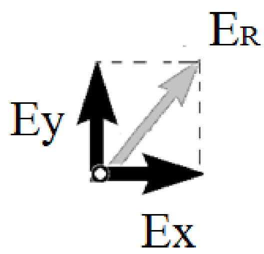
$$A_X = 6,333\ kN$$

$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad -A_X + E_X = 0 \qquad E_X = 6,333\ kN$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$

$A_Y + E_Y - (4 + 15 + 3) = 12 + 10 - 22 = 0 \qquad$ Ok

په پورته ډول عکس العملونه د X او Y په محوراتو لاسته راغلل اوس کولای شو د کېبل په امتداد عکس العمل لاسته راوړو.

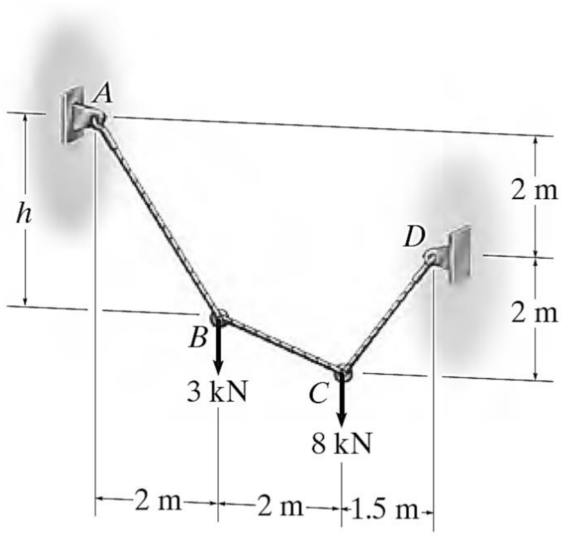


شکل120.5

$$E_R = \sqrt{E_X^2 + E_Y^2} = \sqrt{(6,333)^2 + (10)^2} = 11.8\ kN$$

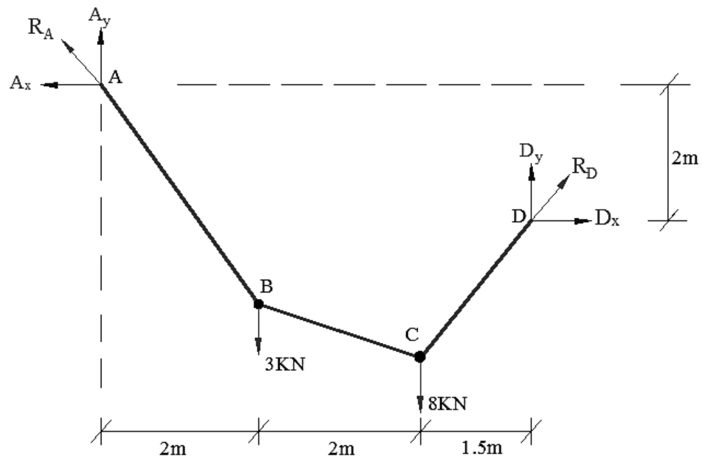
42.5 مثال:

د ورکړ شوی کېبل اتکایز غبرگونونه محاسبه کړی.



شکل121.5

حل:



شکل122.5

$$\curvearrowleft^{+} \ \sum M_A = 0$$
$$-D_Y \cdot 5,5 + 8 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - D_X \cdot 2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\curvearrowleft^{+} \ \sum M_C = 0$$
$$D_y \cdot 1,5 - D_X \cdot 2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

د اولی او دوهمی رابطی څخه لرو چې:

$$D_Y = 5,43 \text{ kN}$$

$$D_X = 4,07\text{kN}$$

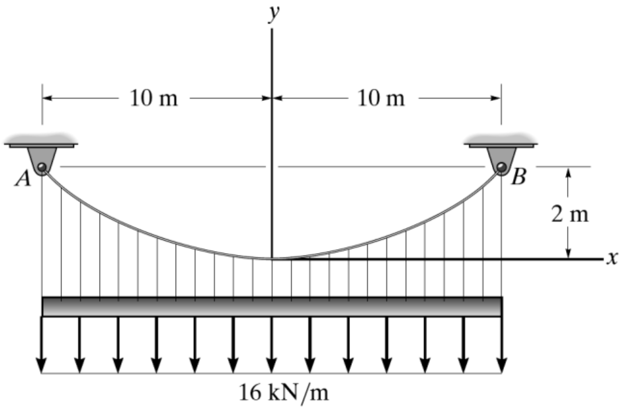
$$\overset{+}{\rightarrow} \ \sum F_x = 0 \qquad -A_X + D_X = 0 \qquad A_X = 4,07 \text{ kN}$$
$$\uparrow^{+} \ \sum F_y = 0$$

$$A_Y + D_Y - 8 - 3 = A_Y + 5,43 - 11 = 0 \qquad A_Y = 5,57 \text{ kN}$$

په لاندې تصویر کې کېبلونه د منظم ویشل شوی بار تر اغیزی لاندې راغلی.

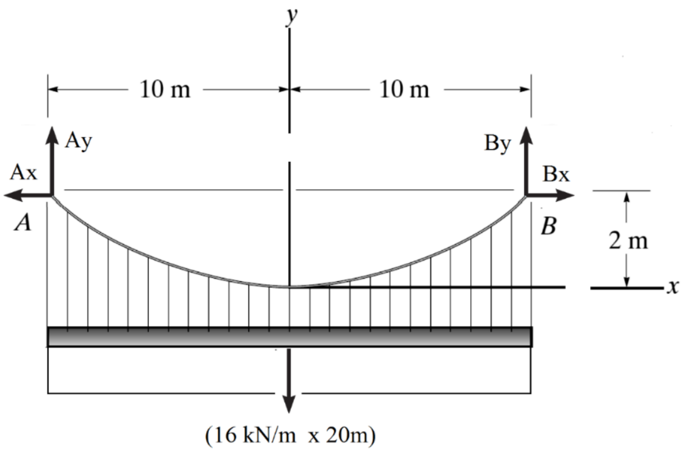
123.5 شکل

43.5 مثال: د درکړل شوی کېبل اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



124.5شکل

حل: لومړی یې محاسبوی شیما ترسیموو.



125.5شکل

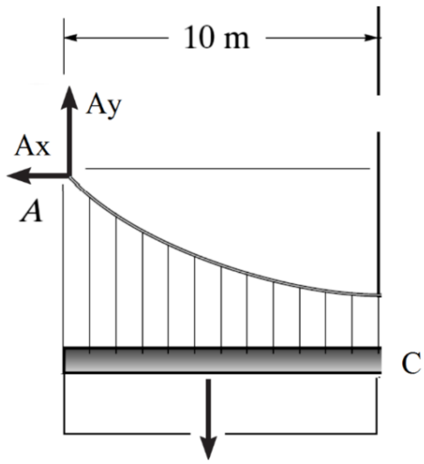
$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_B = 0$

$-A_Y \cdot 20 + (16 \cdot 20kN)(10m) = 0 \qquad A_Y = 160kN$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$

$B_y \cdot 20 - (16 \cdot 20kN)(10m) = 0 \qquad B_Y = 160kN$

دا چې کمان په تعادل کې دی نو د کمان یوه برخه هم په تعادل کې ده نو د افقی عکس العملونو د پیدا کولو لپاره د کمان یوه برخه په نظر کې نیسو نظر C نقطی ته د ښی او یا چپی قطعی مومنټ محاسبه کوو.



126.5شکل

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_C = 0$

$-A_Y \cdot 10 + A_X \cdot 2 + (16 \cdot 10)(5) = 0 \qquad A_X = 400kN$

$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0 \qquad -A_X + B_X = 0 \qquad B_X = 400kN$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0$

$A_Y + B_Y - (16 \cdot 20) = 160 + 160 - 320 = 0 \qquad Ok$

$A_R = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2} = \sqrt{(400)^2 + (160)^2} = 430.8\ kN$

د کمان (Arch) تعادل او د عکس العملونو محاسبه يې:

د کېبلونو په څير کمانونه هم په اوږدو وائی لرونکې ساختمانونو کې د کوږوالی مومنټ کمولو لپاره استعمالیږی.کمان په شکل کې سرچپه کېبلونو ته ورته دی او خپلی قواوی په فشاری توګه زغمی او تهداب ته ئی انتقالوی.

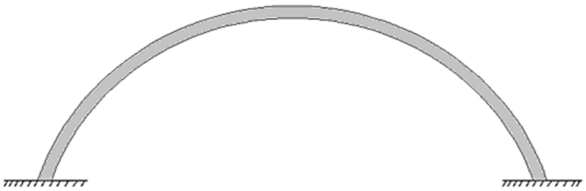
د کمان ظرفيت د هغه شخوالی، شکل او د بارونو نوعيت پوری اړه لري.

126.5شکل

د بارونو زغم لپاره مختلف ډول کمانونه استعمالیږی چې عبارت دی له:

په دواړو انجامونو کې کلک ترل شوی کمانونه یا شخ کمانونه (Fixed Arch)

دا ډول کمانونه زیاتره د اوسپنیز کانکریټو څخه جوړیږی او د نورو کمانونو پر تله کم مواد غوښتونکې وی .په دواړو انجامونو کې سختی اتکاء له امله دا کمانونه دری درجی نامعین وی .



127.5شکل

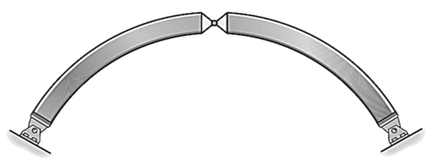
دوه مفصلی کمانونه (Two hinge Arches)

په عمومی توګه دا ډول کمانونه د فلز یا لرګو څخه جوړیږی او یوه درجه ستاتیکې نامعین والی لري.سره د دې چې د سختو کمانونو پرتله کم شخوالې لري بیا هم د ناستی پرضد قوې مقاومت لرونکې دی.

شکل128.5

دری مفصلی کمانونه (Three Hinge Arches)

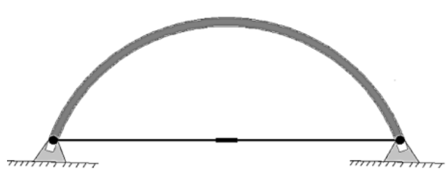
دا کمانونه هم د فلز یا لرګو څخه جوړ وی او تحلیل له نظره معین ستاتیکې وی.د دې کمانونو ځانګړتیاوی دا دی چې هیڅ ډول اتکائی ناسته یا د تودوخی تغیرات پری اغیزه نه لري څرنګه چې په نامعین ستاتیکې کمانونو کې ئی شتون لرلو.



شکل129.5

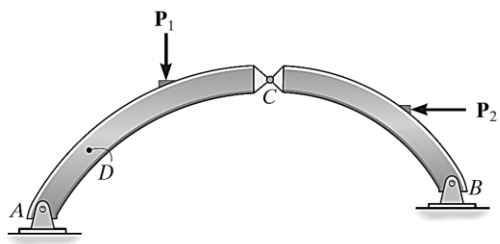
تړلې کمانونه (Tied Arches)

دی ډول کمانونو کې دواړه اتکاګانی د یو افقی میلې په واسطه تړل شوی چې کمان د خارجي قواو پر ضد د ځانه مقاومت وښائی او د افقی زوروںو او اتکائی ناستی مخنیوی وکړي. دی کمانونو څخه هغه وخت ډیره استفاده کیږي کله چې کمان لپاره د غټو تهدابونو جوړولو اړتیا نه وی.



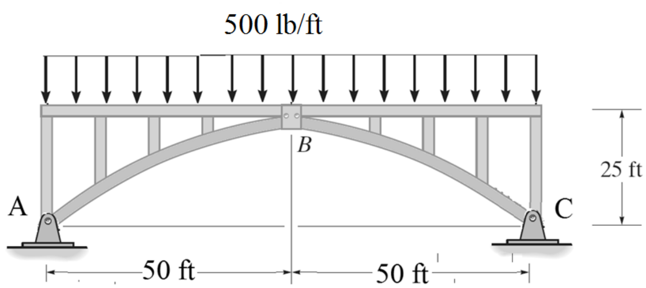
شکل130.5

کمانونو څخه زیاتره په هغه وختونو کې ډیره استفاده کېږي کله چې ساختمان د زیات بار لاندې واقع وی او یا هم د ساختمان مهندسی ښکلا ته اړتیا وی .
په دی ځای کې صرف د معین کمانونه په نظر کې نیسو ، (دری مفصلی کمانونه)
د دې لپاره چې د ددری مفصله کمان عکس العملونه محاسبه کړو،د کمان په A په ټکې کې مومنت صفر کولو سره یو ه معادله لاس ته راوړو همدارنگه په B نقطه کې مومنټ صفر کولو سره دوئمه معادله لاس ته راځی او د دواړو معادلو د حل څخه C_x او C_y پیدا کوو . په ورته ډول نور اتکائی غبرگونونه هم پیدا کېږي



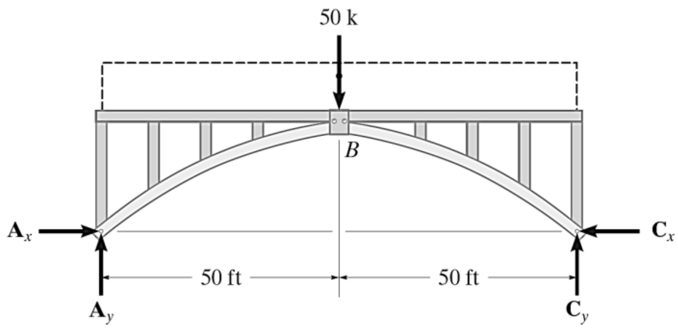
شکل132.5

44.5 مثال: د ورکړل شوی دری مفصلی کمان اتکایز عکس العملونه پیدا کړی؟



شکل133.5

حل: محاسبوی شیما يې رسموو.

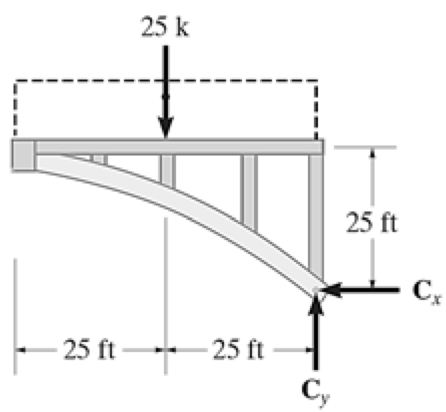


شکل134.5

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_A = 0$$

$$C_Y \cdot 100 - 50 \cdot 50 = 0 \qquad C_Y = 25\ k$$

د افقي عکس العملونو د پیدا کولو لپاره د کمان يوه برخه په نظر کې نیسو نظر C نقطی ته د بنې او یا چپی قطعی مومنټ محاسبه کوو.



شکل135.5

$$\curvearrowleft^{+} \sum M_B = 0$$

$$C_y \cdot 50 - C_X \cdot 25 - 25 \cdot 25 = 0 \qquad C_X = 25\ k$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$$

$$C_X - A_X = 25 - A_X = 0 \qquad A_X = 25\ k$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0$$

$$A_Y + C_Y - 50 = A_Y + 25 - 50 = 0 \qquad A_Y = 25k$$

د پورتنيو مرکبو څخه د کمان په امتداد د عکس العملونه په لاندې ډول پيدا کوو.

$$A_R = C_R = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2} = \sqrt{(25)^2 + (25)^2} = 35,35k$$

د دې فصل په پای کې به تاسې وکولای شئ د ستاتيک د تعادلي معادلو څخه په استفاده د ګاډر، چوکاټ، ترس کيبل او کمان مجهولي خارجي قوې (عکس العملونه) محاسبه کړئ.

14.5 د پنځم فصل لنډيز

- په دوه بعدی سيستم کې د ستاتيک تعادلی معادلی عبارت دی له:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_X = 0$$

- د ستاتيک د تعادلی معادلو څخه په استفادی سره کولای شو په يو کلک جسم مجهولی خارجي قوې خصوصا عکس العملونه او داخلی قوې محاسبه کړو
- اتکا د د جسمونو د اتصال څخه لاسته راځی . که چېرې يو جسم د بل جسم د انتقالی او يا دورانی حرکت مانع وګرځی اتکا بلل کېږي . دری ډوله اتکا ګانی وجود لري چې عبارت دی له متحرکه ، ساکنه او سختی اتکا څخه چې په ترتيب سره يو، دوه او دری عکس العملونه لري.
- هغه اساسي عناصر چې ساختمان تري جوړيږي عبارت دي له ميلو ، بيم او پايې څخه د پورتنی ساختمانی عناصرو څخه ترس ،چوکاټ ، کېبل او کمان چې د ساختمان ډولونه دی جوړيږی.
- ساختمانونه نظر محاسبی ته په معين او نا معين ساختمانونو ويشل شوی چې معين ستاتيکې ساختمانونه له هغه ستاتيکې سيستمونو څخه عبارت دي، چې دسيستم اتکايزي قوې د ستاتيک د تعادلي معادلو په مرسته پيدا شي يا هغه ساختمان چې تحليل لپاره يې د تعادل معادلي کافي وي يا د نامعلومو قواو تعداد د تعادل معادلو سره مساوي يا کم وي.

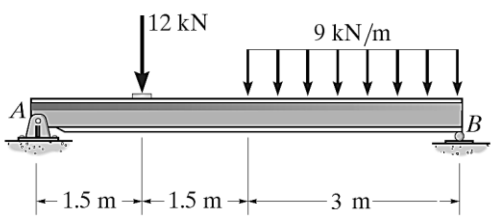
Reactions $\leq$ Equations of Equilibrium

نامعين ستاتيکې ساختمان له هغه سيستمونو څخه عبارت دي، چې د سيستم اتکايزي قوي د ستاتيک د تعادلي معادلوپه مرسته پيدا نه شي يعني ساختمان کې د نامعلومو قواو تعداد د تعادل معادلو څخه زيات وي.

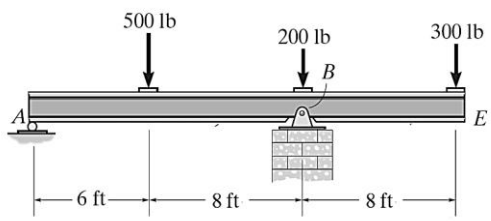
- استواری د ساختمانونو له هغه خاصیت څخه عبارت دی چې د جانبی ناچېزه بارونو په مقابل کې خپله پایداری وساتی او هندسی تغیر شکل ونکړی.
- کله چې مونږ یو ساختمان تحلیل شروع کوو لومړی باید ځان مطمعین کړوچې نوموړی ساختمان استواره دی چې د استواری شرایط په همدی فصل کې واضع شوی، په دوهم قدم کې باید وګورو چې سیستم معین دی او که نامعین که معین وو نو د ستاتیک د تعادلی معادلو پواسطه یې مجهولی قوې محاسبه کوو او که نا معین وو نو دی ته اضعافی معادله تشکېلیږی چې په میخانیک ساختمان په مضمون کې به ولوستل شی.

مسایل:

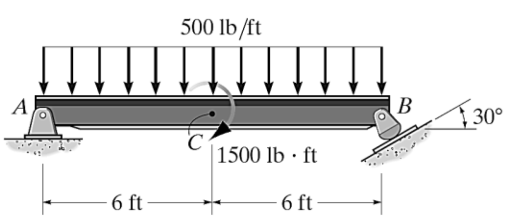
- د درکړل شوو ساختمانونو اتکایز عکس العملونه محاسبه کړی.



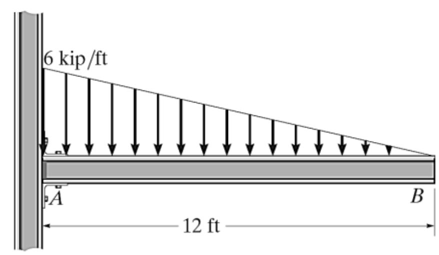
شکل136.5



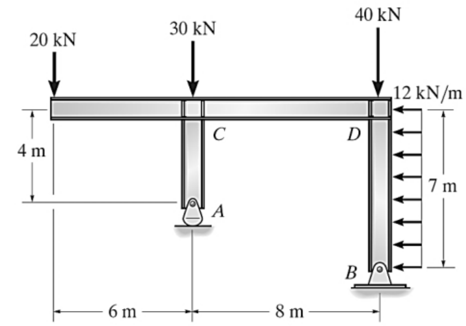
شکل137.5



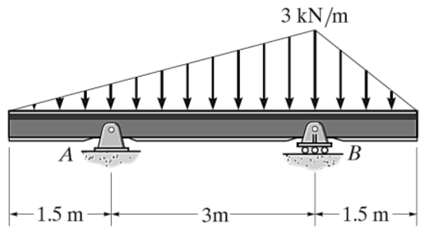
شکل138.5

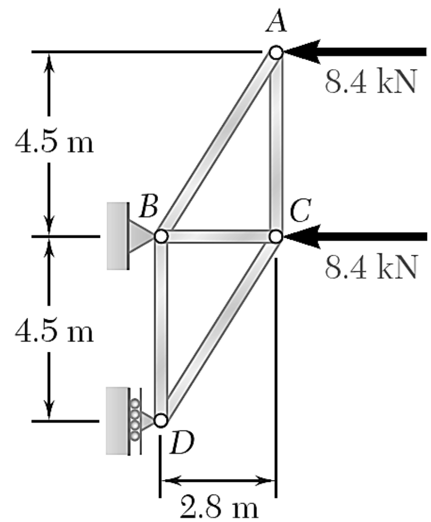


شکل139.5

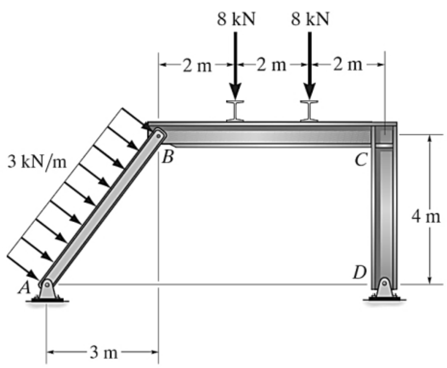


شکل 140.5

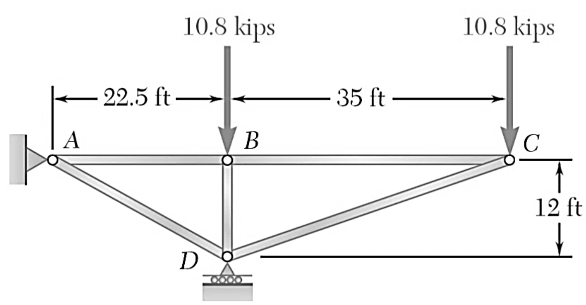




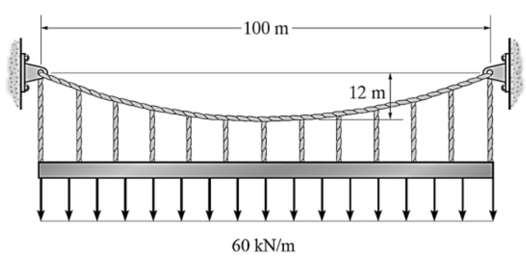
شکل 141.5



شکل 142.5



شکل 144.5



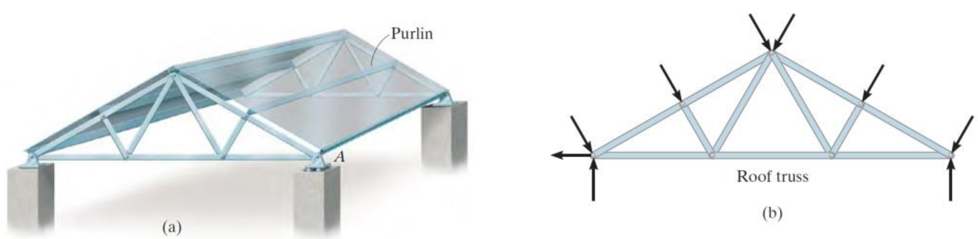
شکل 145.5

شپږم فصل
د ترسونو تحلیل
Analysis of trusses

1.6عمومیات:

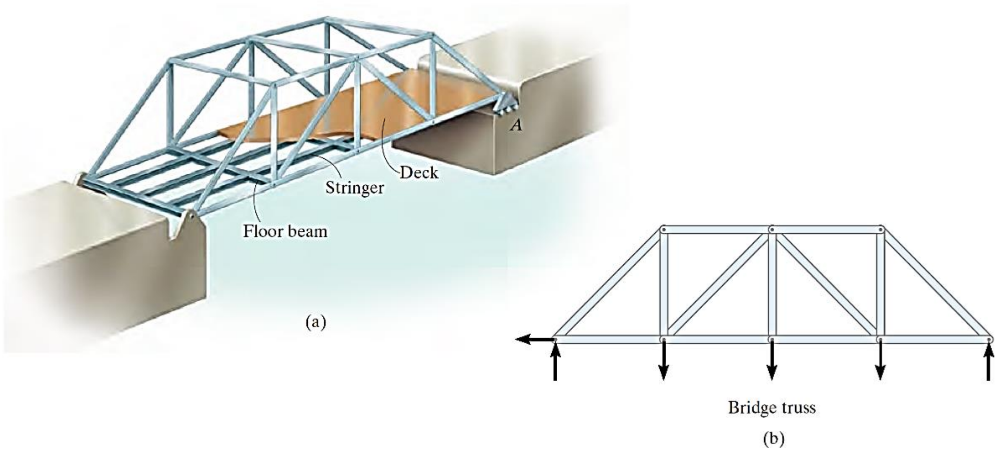
ترس یو له مهمو انجینری ساختمانونو له جملی څخه دی . چې د څو برخو (لرګینو او یا فلزی میلو) د یوځای کېدو څخه چې په انجامونو کې سره وصل شوی وی جوړ شوی.
ترسونه د ځینو تعمیراتو د چتونو او پلونو په جوړولو کې اقتصادی تمامیږی.

په لاندې شکل کې یو ترس ښودل شوی چې د چت د وزن د زغملو وظیفه په غاړه لري، نوموړی چت د ترس دپاسه داسې ځای پرځای کېږي چې چت خپل وزن یواځې دترس په غوټېو وارد کړی.



1.6 شکل

په پلونو کې هم د لاندې شکل مطابق په پل باندې وارده بارونه د فرش د بیم (Floor beam) پواسطه د ترس په غوټو واردیږي.



2.6 شکل

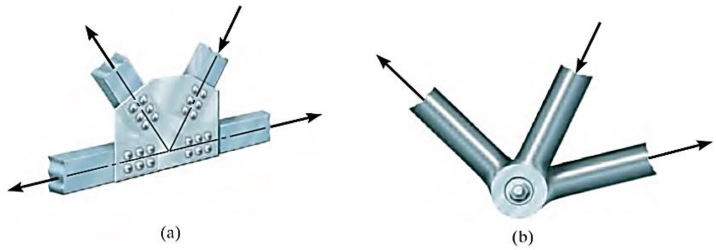
د لویو وایو لرونکې ترسونو یوه اتکا متحرکه په نظر کې نیول کیږي ترڅو د حرارت ددرجې د تغیر په صورت کې په اسانی سره انقباض او انبساط وکړي.

2.6 دترسونو ډیزاین:

د دې لپاره چې د ترسونو میلی *(Members)* او غوټې *(Joints)* ډیزاین کړو لازمه ده چې د هغو قوو مقدار چې د ترس په هره برخه یا میله د خارجي بار له امله واردیږي محاسبه شي.

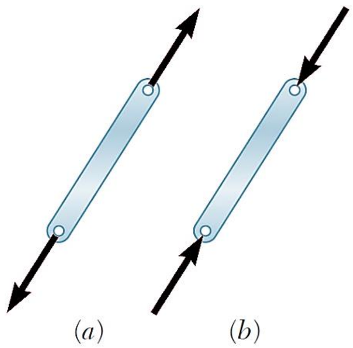
د ترسونو په محاسبه کې لاندې دوه فرضیو څخه کار اخلو.

1. وارده بارونه د ترسونو په غوټو عمل کوي. او د غوټو ترمنځ په میلو عمل نه کوي. معمولاً میلې د خپل وزن نه صرف نظرکیږي ځکه میلې چې د کوم بار لپاره جوړې شوی دی د هغې مقدار د میلو د خپل وزن نه زیات دی.
2. سره له دی چې میلی دنټ بولټ او ویلډنګ پواسطه وصل شوی وی بیا هم نوموړی غوټی متحرکې اتکا فرضیږي.



3.6 شکل

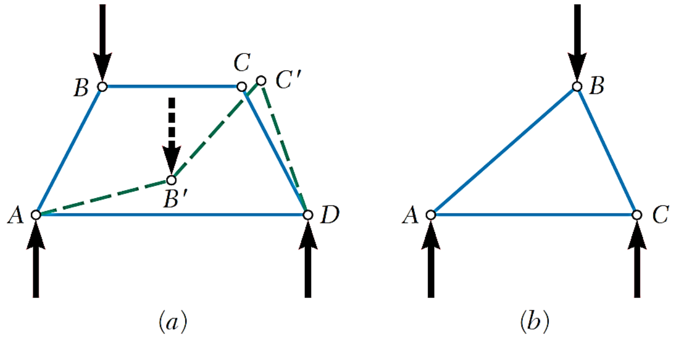
نظر پورتنی شرایطو ته د ترس هره میله په کشش او یا فشار کې واقع کېږي. معمولا فشاری میلی نسبت کششی میلو ته ډېلی وی تر څو د کړیدو(*Buckling*) مخنیوی وشی.



4.6شکل

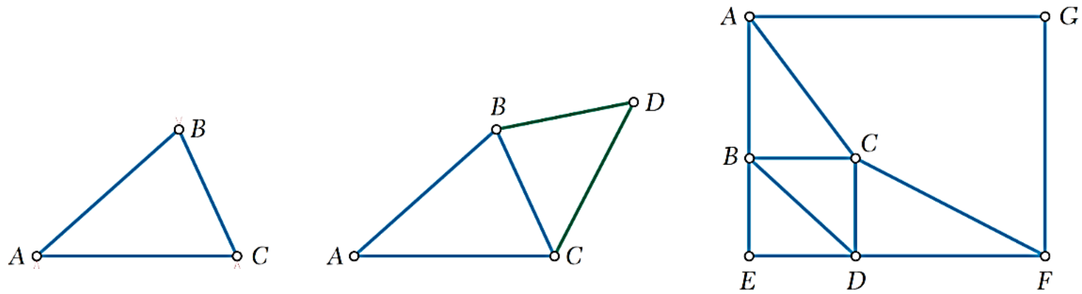
3.6 ساده ترس Simple Truss

د لاندې دوه شکلونو د مقایسې څخه لیدلای شو چې که میلی د a په شکل وصل شی د کمی قوې پواسطه د شکل بدلون کوي. حال دا چې د b شکل کې ترس یواځی د میلو د کشش او فشار په صورت کې ناچېزه د شکل بدلون کوي.



5.6شکل

هغه ترس چې د دری میلو څخه دمثلث په شکل جوړ شوی وی کلک ترس *(Rigid Truss)* بلل کېږي. اوس که چېرې د ضرورت پر اساس دوه دوه میلی په کلک ترس کې اضافه شی داسې چې په هر ځل دوه میلی او یو غوټه علاوه شی ساده ترس لاسته راځی چې پر دی اساس د ساده ترس د میلو شمیر m=2n-3 کېږي.



6.6 شکل

د ترســــــــونو د محاسبی لپاره د *(Section method)* او *(Joint Methode)* څخه استفاده کوو.

4.6 د ترسونو تحلیل د غوټوپه طریقه :(Analysis of trusses by joint method)

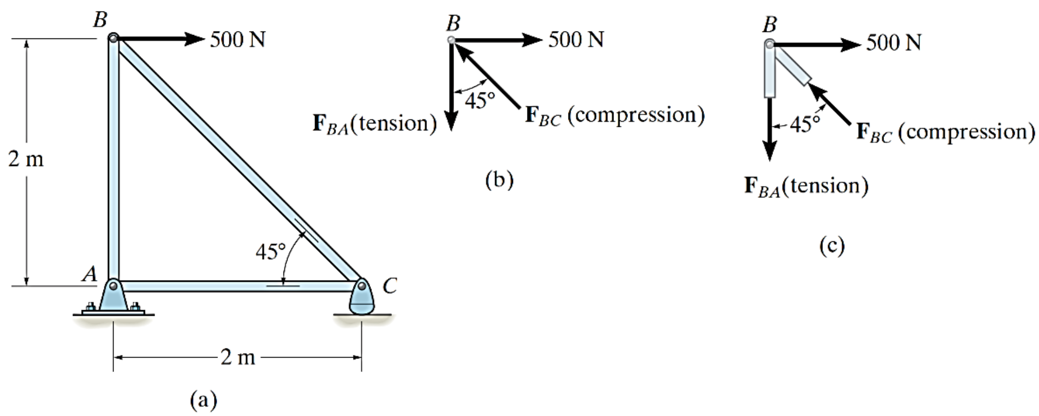
د دې لپاره چې ترسونه تحلیل او ډیزاین کړو دا لازمه ده چې د ترسونو په میلو باندې وارده قوې محاسبه کړو چې د محاسبی یو میتود یې د غوټو طریقه ده .

دا چې ترس په تعادل کې دی نو د ترس هره برخه او میله هم په تعادل کې ده ، که چېرې مونږ دهری غوټې محاسبوی شیما *(Free bodydiagram)* ترسیم کړو نو د تعادل د شرایطو په تطبیق سره کولای شو مجهولی قوې محاسبه کړو.

په دی طریقه کې لاندې مراحل تعقیبوو:

1. دضرورت په صورت کې د ترس اتکایز عکسالعملونه محاسبه کوو.
2. محاسبه له داسې یوی غوټې شروع کوو چې لږ ترلږه یوه معلومه قوه ولري. او د مجهولو قوو تعداد باید له دوه څخه زیات نشي.
3. د ټاکل شوی غوټې محاسبوی شیما رسموو او د قایم وضیعه کمیاتو محوراتو ته داسې دوران ورکوو تر څو د قوو د مرکبو محاسبه مونږ ته اسانه شی.
4. د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده مجهولی قوې محاسبه کوو.

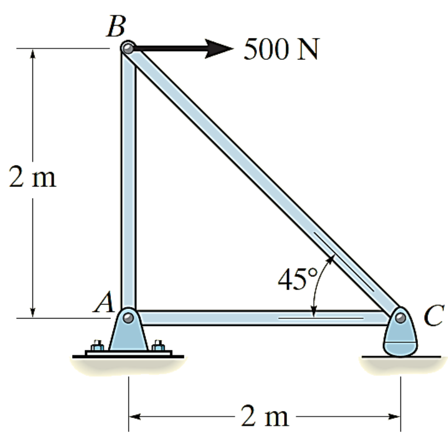
د مثال په ډول په لاندې ترس کې غواړو د B غوټه محاسبه کړو نو په B غوټه کې ګورو چې درې قوې عمل کوي داسې چې د 500N قوې له اثره د F_{AB} قوه د B غوټه کش کوي په دې معنی چې د AB میله په کشش کې ده همدارنګه د F_{BC} قوه په غوټه فشار واردوی یعنی د BC میله په فشار کې ده، نو په دې اساس کومه میله چې په کشش کې وی جهت یې د غوټې څخه بیرون طرف ته او کومه میله چې په فشار کې وی جهت یې د غوټې طرف ته ورکوو.



7.6 شکل

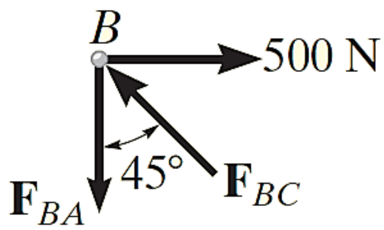
همدارنګه کولای شو چې ټولو مجهولو قوو ته په کشش حالت کې قرار ورکړو یعنی د ټولو جهت بیرون خواته ورکړو ، بیا د محاسبې څخه وروسته که د قوې قیمت مثبت وو جهت مو صحیح انتخاب کړی او که منفی وو نو جهت د قوې تغیروو.

1.6 مثال: د کې ورکړل شوي ترس په هره میله قوې محاسبه او وښایاست چې په کشش او یا فشار کې ده .



7.6 شکل

حل:دا چې د B په غوټه کې یوه قوه معلومه او دوه مجهولې وی نو لومړی د B دغوټې محاسبوی شیما رسموو او د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده یې مجهولی قوې محاسبه کوو.

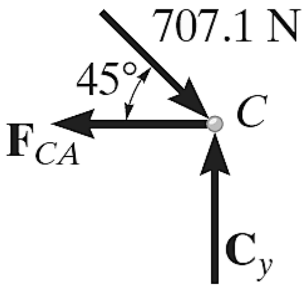


8.6 شکل

$\xrightarrow{+}\ \sum F_x = 0;\quad 500N - F_{BC}\sin 45^{o} = 0 \qquad F_{BC} = 707{,}1\ N\ (C)$

$+\uparrow\ \sum Fy = 0;\quad F_{BC}\cos 45^{o} - F_{BA} = 0 \qquad F_{BA} = 500N\ (T)$

اوس د C دغوټې محاسبوی شیما رسموو او د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده یې مجهولی قوې محاسبه کوو.

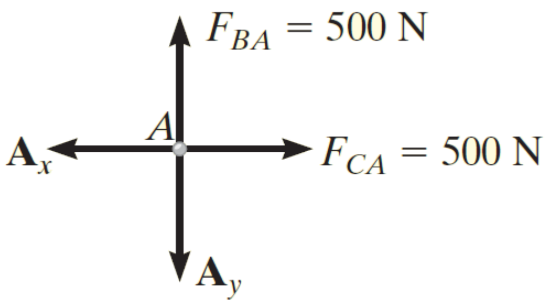


9.6 شکل

$\xrightarrow{+}\ \sum F_x = 0;\quad -F_{CA} + 707.1\cos 45 = 0 \quad F_{CA} = 500N\ (T)$

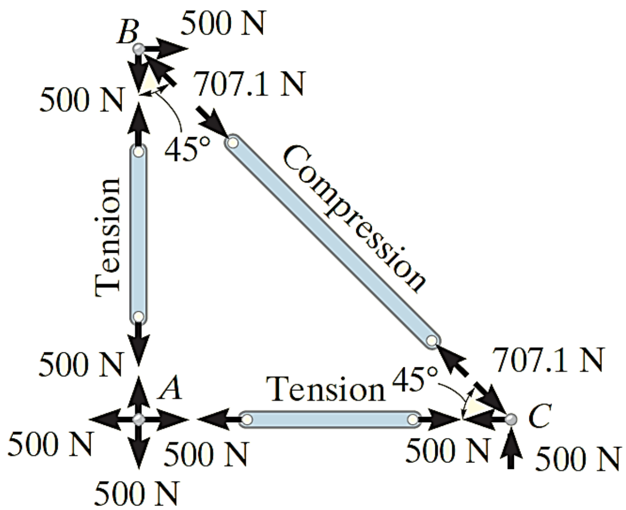
$+\uparrow\ \sum Fy = 0;\quad Cy - 707.1\sin 45 = 0 \qquad Cy = 500N$

سره له دی چې ضرورت ورته نشته خو بیا هم کولای شو اتکایز عکس العملونه یې د A د غوټې د محاسبی څخه لاسته راوړو.



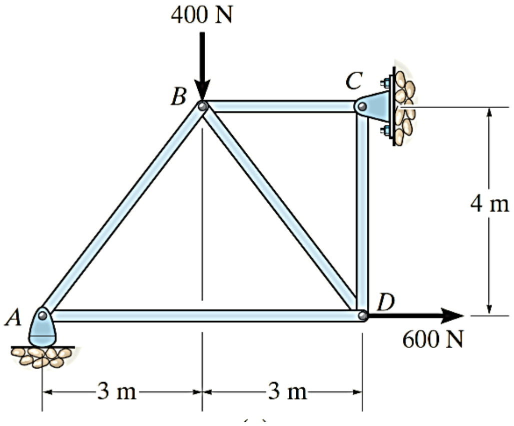
10.6شکل

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0, \quad 500N - A_x = 0 \quad\quad A_x = 500N$$
$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0, \quad 500N - A_y = 0 \quad\quad A_y = 500N$$



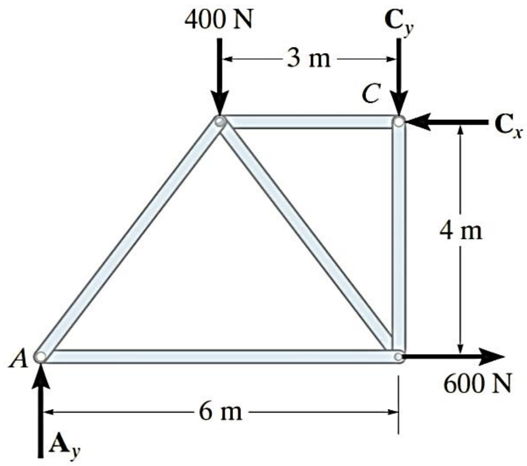
11.6 شکل

2.6 مثال: د کې ورکړل شوي ترس په هره ميله قوې محاسبه او وښاياست چې په کشش او يا فشار کې ده .



12.6 شکل

حل: گورو چې هره يوه غوټه درې مجهولې قوې لري نو ترڅو چې عکس العملونه محاسبه نشي مونږ نشو کولای کومه يوه غوټه محاسبه کړو نو لومړی يې عکس العملونه محاسبه کوو.



13.6 شکل

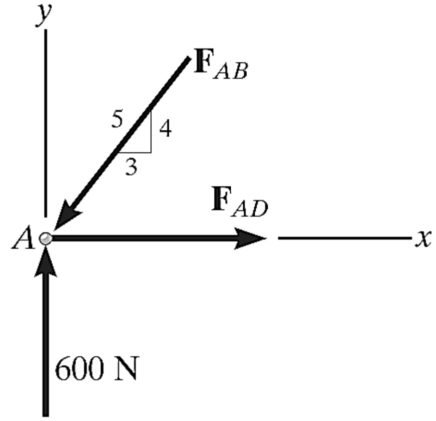
$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0; \qquad 600N - C_X = 0 \qquad C_X = 600N$

$\curvearrowleft^{+} \sum M_C = 0$

$-A_Y \cdot 6 + 400 \cdot 3 + 600 \cdot 4 = 0 \qquad A_Y = 600\ N$

$\uparrow^{+} \sum F_y = 0; \qquad 600 - 400 - C_Y = 0 \qquad C_Y = 200\ N$

اوس کولای شو تحليل د A او يا D د غوټې څخه شروع کړو نو دلته لومړی د A غوټه محاسبه کوو. داسې فرض شوی چې F_{AB} او F_{AD} په فشار کې واقع دی.

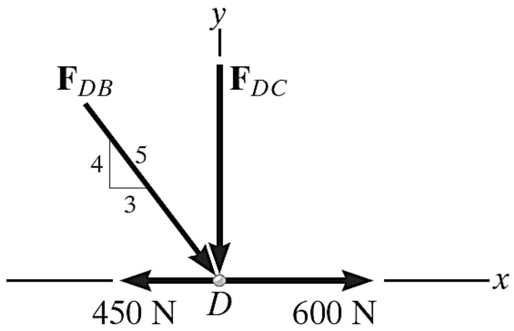


14.6 شکل

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \qquad 600 - \frac{4}{5}F_{AB} = 0 \qquad F_{AB} = 750\ N\ (C)$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0; \qquad F_{AD} - \frac{3}{5}(750) = 0 \qquad F_{AD} = 450N\ (T)$$

د D د غوټې محاسبوی شيما رسموو.



15.6 شکل

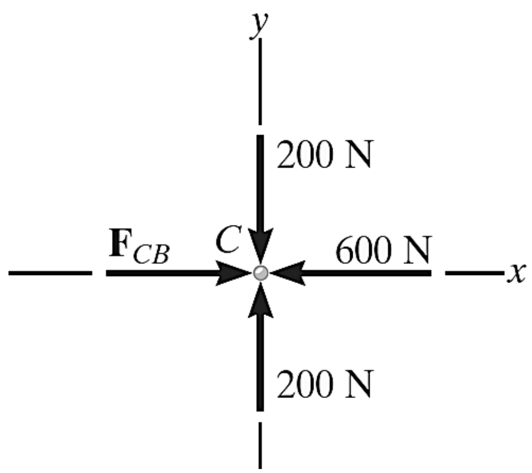
$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0; \qquad -450 + \frac{3}{5}F_{DB} + 600 = 0 \qquad F_{DB} = -250N$$

منفی علامه ښايي چې د F_{DB} قوي جهت برعکس دی نو :

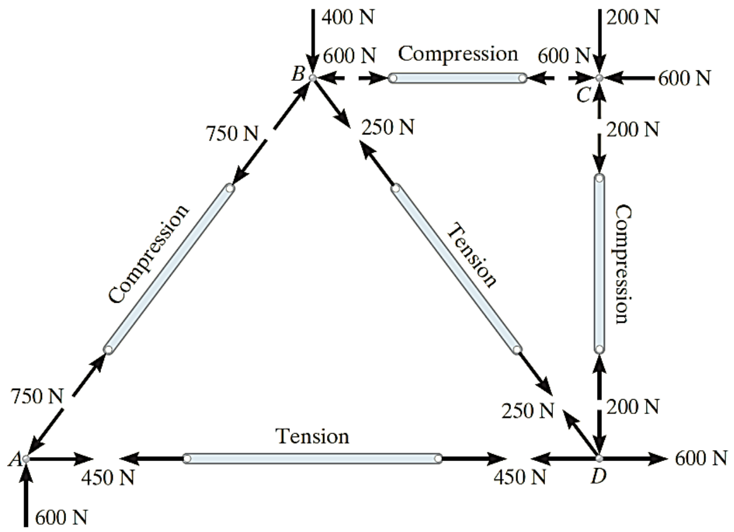
$$F_{DB} = 250N\ (T)$$

د دي لپاره چې د F_{DC} محاسبه کړو نو یا به د F_{DB} جهت په D غوټه کې صحیح کوو او یا به د F_{DB} قیمت منفی په نظر کې نیسو.

$$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0; \qquad -F_{DC} - \frac{4}{5}(-250) = 0 \qquad F_{DC} = 200N\ (C)$$



شکل 16.6

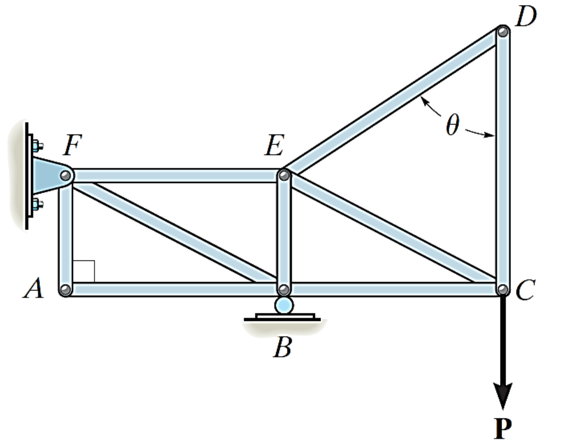


شکل 17.6

ځینې وخت په ترسونو کې داسې میلی وجود لري چې د قوې تر اغیزې لاندې نه وی راغلی یعنی قوه پکې صفر وی چې د صفری قوو د میلو په نامه یادیږی.
دا ډول میلی د استواری او یا هم په اینده کې د بار د واقع کېدو لپاره په نظر کې نیول کېږي.
د محاسبې څخه د مخه دداسې میلو په نښه کول په محاسبه کې اسانتیا رامنځ ته کوي.
صفری میلی لاندې حالتونه لري.

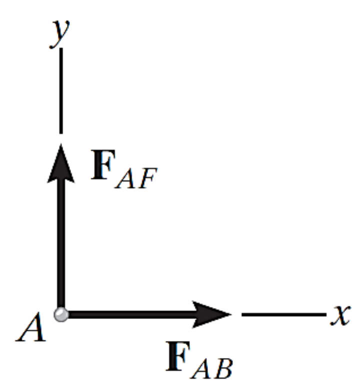
1) که چېرې په یوه غوټه کې دوه میلی وجود ولري او په نوموړې غوټه کومه خارجي قوه یا د اتکا عکس العمل نه وی واقع شوی نوموړې میلی صفری دی.

لکه په لاندې شکل کې که چېرې د A او D غوټې محاسبه کړو نو لیدل کېږي چې F_{AF}،F_{AB}،F_{DE}،F_{DC} میلی صفری دی.



18.6 شکل

د A غوټه:

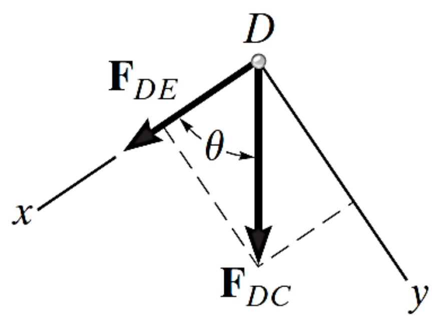


19.6 شکل

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0; \qquad F_{AB} = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0; \qquad F_{AF} = 0$$

د D غوټه:



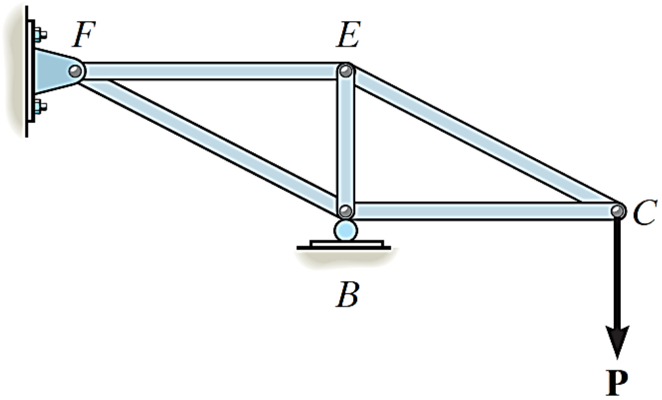
شکل 20.6

$$+\searrow \sum F_y = 0; \qquad F_{DC}\sin\theta = 0 \quad F_{DC} = 0$$

ځکه $sin\theta \neq 0$ دی .

$$+\swarrow \sum F_x = 0; \qquad F_{DE} + 0 = 0\,; \quad F_{DE} = 0$$

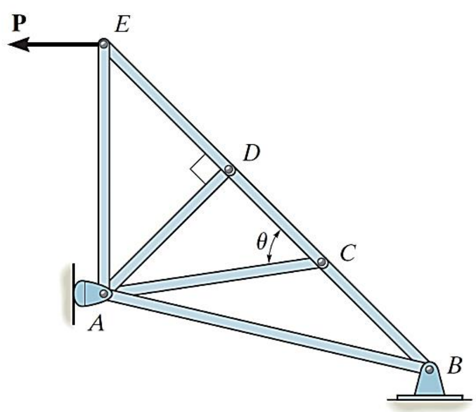
لاسته راغلی ترس چې باید محاسبه شی په لاندې ډول دی.



شکل 21.6

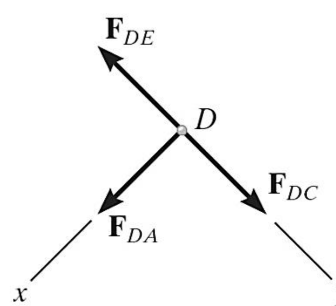
2) که چېرې په یوه غوټه کې درې میلې یوځای شوې وي داسې چې د دوه میلې یې یو د بل په امتداد وي نو دریمه میله یې صفري ده په دې شرط چې په غوټه کومه خارجي قوه یا د اتکا عکس العمل نه وي واقع شوی.

لکه په لاندې شکل کې د D او C غوټې.



22.6 شکل

د D غوټه:



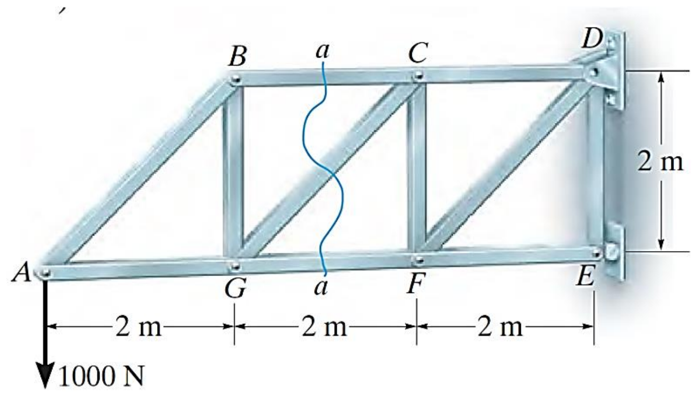
23.6 شکل

$$+\swarrow \ \sum F_x = 0; \qquad F_{DA} = 0$$
$$+\searrow \ \sum F_y = 0; \qquad F_{DC} = F_{DE}$$

5.6د ترسونو تحليل د قطعې په طريقه:(Analysis of trusses by Section method)

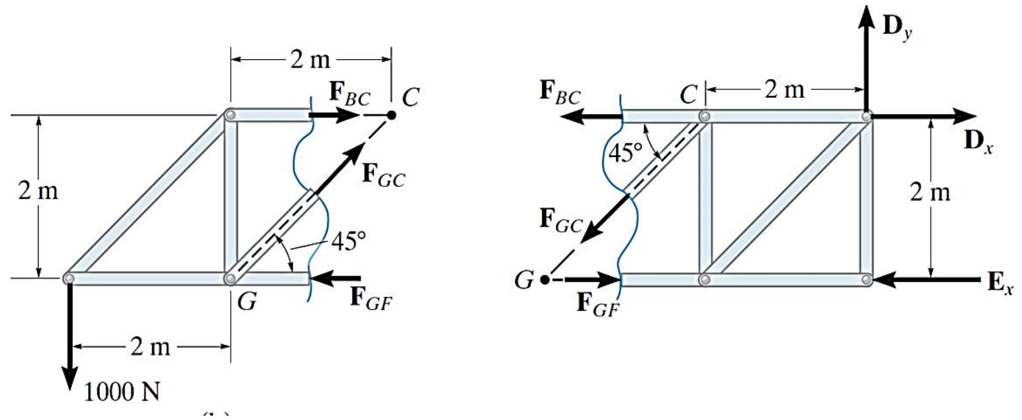
که چېرته وغواړو چې د يو ټرس په څو مشخصو ميلو کې قوې معلومې کړو نو په دې صورت کې د قطعې له طريقې نه استفاده کوو.څرنګه چې ټرس د تعادل په حالت کې وي نو په دې صورت کې د ترس قطع شوی برخه هم په تعادل کې ده. نو په دی اساس د ترس په قطع شوی برخه کې مجهولی قوې د ستاتيک دتعادلی معادلو له مخی پيدا کوو.

قطع بايد په داسې برخه کې واخستل شي چې هلته له درې ميلو يعنی درې نامعلومو قيمتونو څخه اضافه نه وي. مثال په توګه که چېرته وغواړو چې د کې ټرس د BC,GC او GF په ميلو کې قوې معلومې کړو نو په دې صورت کې د a-a قطع اخلو.



24.6 شکل

دلته هم د غوټو د طريقی په شان مجهولی قوو ته په دوه ډوله جهت ورکوو. که دشکل له مخی پوهيدلو چې کومه ميله په کشش او کومه په فشار کې ده نو کششی ميلی ته د قطعی نه بيرون خواته او فشاری ميلی ته د قطعی خواته جهت ورکوو، او يا دا چې ټولی ميلی په کشش کې واقع کړو بيا د محاسبی څخه وروسته نظر مثبت اومنفی علامی ته کششی او فشاری ميلی وټاکو.



25.6 شکل

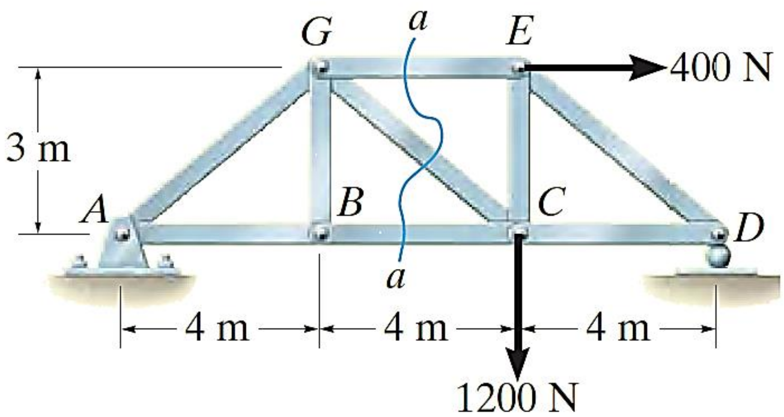
6.6 د مسایلود حل کولو کړنلاره Procedure for Analysis

1) باید دترس عکس العملونه محاسبه کړو.

2) بیا تصمیم ونیسو چې له کومه ځایه قطع تیره کړو باید په یاد ولرو چې قطع داسې انتخاب کړو چې غوښتل شوی میلی قطع کړی او د مجهولاتو تعداد له دری څخه زیات نشی.

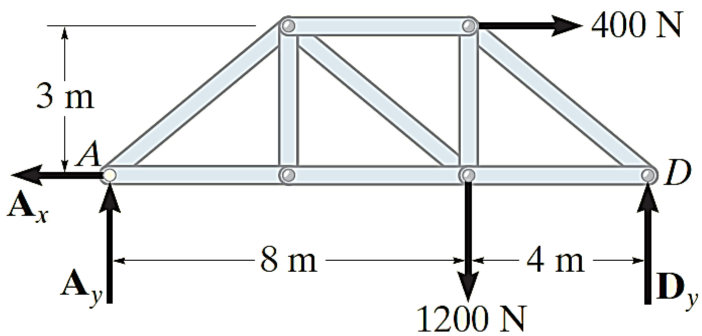
3) د ستاتیک د دری تعادلی معادلو څخه په استفاده مجهولی قوې پیدا کوو،په قطع کې کوشش وکړو مومنټ داسې نقطی ته ونیسو چې دوه مجهولی قوې صفر شی نو راسا به دریمه قوه لاسته راوړو.که چیرې دوه مجهولی قوې موازی وی نو بهتره به وی چې قوې نظر داسې محور ته صفر کړو چې دریمه قوه راسا لاسته راشی.

3.6 مثال: د ورکړل شوي ټرس د GE,GC,BC په میلو کې د قوو مقدار معلوم کړئ او هم معلوم کړئ چې کومه برخه یې په فشار او یاکشش کې ده ؟



26.6 شکل

حل : اتکایز عکس العملونه یې محاسبه کوو.



27.6 شکل

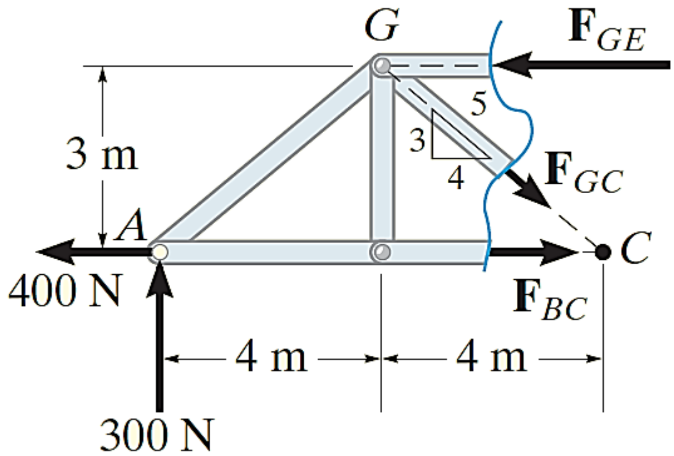
$\overset{+}{\rightarrow}\ \sum F_x = 0;\qquad 400N - A_X = 0\qquad A_X = 400N$

$\curvearrowleft^{+}\ \sum M_A = 0$

$D_Y \cdot 12 - 1200 \cdot 8 - 400 \cdot 3 = 0\qquad D_Y = 900\ N$

$\uparrow^{+}\ \sum F_y = 0;\qquad A_Y - 1200 + 900 = 0\qquad A_Y = 300\ N$

اوس قطعه اخلو او د محاسبی لپاره یې چپ خوا په نظر کې نیسو ځکه دقوو تعداد یې کم دی.



28.6 شکل

که نظر G ته مومنټونومجموعه صفرکړو نو F_{GE} او F_{GC} صفر کېږي او راسآ F_{BC} لاسته راځی.

$$\curvearrowleft^+ \sum M_G = 0$$

$$-300 \cdot 4 - 400 \cdot 3 + F_{BC} \cdot 3 = 0 \qquad F_{BC} = 800\ \text{N}$$

همدارنگه که نظر C ته مومنټونومجموعه صفرکړو نو راسآ F_{GE} لاسته راځی.

$$\curvearrowleft^+ \sum M_c = 0; \quad 300 \cdot 8 + F_{GE} \cdot 3 = 0 \qquad F_{GE} = 800\ \text{N}$$

همدارنگه F_{GC} په لاندې ډول محاسبه کوو.

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0; \qquad 300 - \frac{3}{5} F_{GC} = 0 \qquad F_{GC} = 500\ \text{N}$$

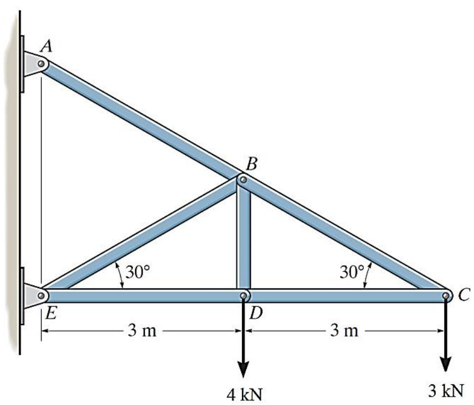
6.6 د شپږم فصل لنډیز:

ترس یو له مهمو انجینری ساختمانونو له جملې څخه دی . چې د څو برخو (لرګینو او یا فلزی میلو) د یوځای کېدو څخه چې په انجامونو کې سره وصل شوی وی جوړ شوی.

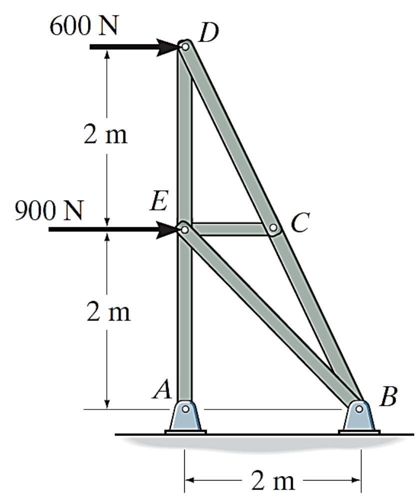
په دی فصل کې د ترسونو تحلیل تر بحث لاندې نیول شوی یعنی د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده د عکس العملونو ترڅنګ په هری یوی میلی وارده قوې مقدار د غوټو او قطعی په طریقی محاسبه شوی چې هره یوه طریقه یې په تفصیل سره واضع شوی.

مسایل:

1. د کې ورکړل شوي ترسونو په هره میله کې قوې محاسبه او وښایاست چې په کشش او یا فشار کې دی .

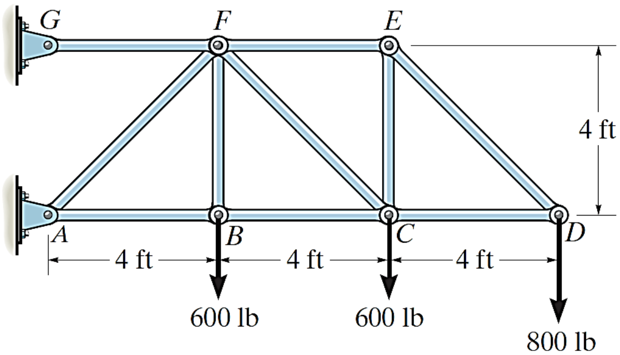


30.6 شکل

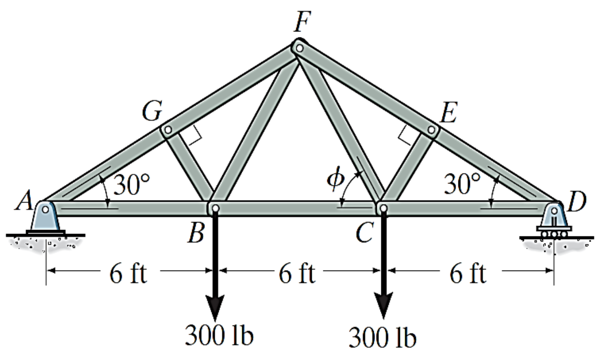


29.6 شکل

2. د درکړل شوی ترسونو د FC, FE او BC په میلو کې کششی قوې محاسبه کړی او ووښایاست چې په کشش او که فشار کې دی.



شکل 31.6



شکل 32.6

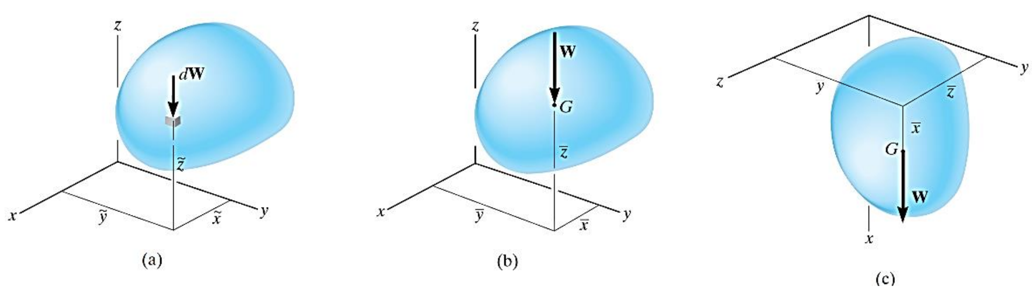
اووم فصل
د ثقل مرکز
Center of Gravity

1.7 عمومیات:

هر جسم له مختلفو ذرو څخه جوړ شوی چې هره ذره د ځمکې مرکز خواته د ځمکې د جاذبې قوې په واسطه کش کېږي. دغه قوې چې د جسم د کتلې سره متناسبې او موازي وي د جسم وزن بلل کېږي. په نوموړي جسم کې داسې یوه نقطه وجود لري چې ټولو موازي قوو محصله پرې عمل کوي، چې دغه نقطه د جسم د ثقل مرکز بلل کېږي.

نو په یو جسم کې د ټولو ذرو د وزنونو د محصلې د تأثیر نقطه د جسم د ثقل مرکز بلل کېږي.

د مثال په ډول یو جسم یوه ذره د لاندې شکل مطابق په نظر کې نیسو چې dW وزن لري.



1.7 شکل

پوهیږو چې د جسم مجموعی وزن د کوچنیو ذرو د وزنونو له مجموعی څخه لاسته راځی.

$$+\downarrow F_R = \sum f_Z; \qquad W = \int dW$$

د ثقل مرکز د موقیعت د پیدا کولو لپاره د مومنټ دقاعدی څخه استفاده کوو.

دا چې د له اثره مومنټ نظر یو ټاکلی محور ته مساوی دی د ټولو ذرو د مومنټونو د مجموعی سره نظر هماغه محور ته نو په لاندې ډول کولای شو د ثقل دمرکز موقیعت لاسته راوړو.

$$(M_R)_Y = \sum M_Y; \qquad \bar{x}\, W = \int \tilde{x} dW$$

$$(M_R)_X = \sum M_X; \qquad \bar{y}\, W = \int \tilde{y} dW$$

همدارنګه نظر C شکل ته لیکلای شو:

$$(M_R)_Y = \sum M_Y; \qquad \bar{z}\,W = \int \tilde{z}\,dW$$

که چېرې د یو کوچنی برخی وزن په کوچنی w وښایو نو د ثقل مرکز موقیعت په لاندې ډول هم پیدا کولای شو.

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}w}{\sum w} \qquad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}w}{\sum w} \qquad \bar{z} = \frac{\sum \tilde{z}w}{\sum w}$$

2.7 د کتلې مرکز Center of massn

په ډینامیکې مسایلو کې ځینې وخت ضرورت پیدا کېږي چې د یو جسم کتلوی مرکز وټاکو، نو په پورتنی رابطو کې د w پر ځای یې د قیمت m.g په وضع کولو سره لاندې رابطی لاسته راځی ، داچې د g قیمت ثابت دی نو هغه قیمت یې اختصاروو.

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}m}{\sum m} \qquad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}m}{\sum m} \qquad \bar{z} = \frac{\sum \tilde{z}m}{\sum m}$$

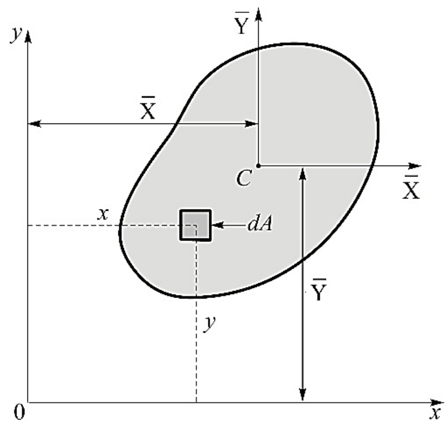
باید په یاد ولرو چې یو جسم یواځی د ځمکې د جاذبی قوې په صورت کې وزن پیدا کوي حال داچه د جسم کتله یو مستقل کمیت دی نو په ځینو خاصو حالتونو کې د جسم د ثقل مرکز او کتلوی مرکز یوه نقطه وی.

Centroid: - د یو جسم هندسی مرکز ته *(centroid)* وایې. چې موقیعت یې د ثقل مرکز په شان پیدا کولای شو. که چېرې یو جسم د یو ډول موادو څخه جوړ شوی وی نو د جسم د ثقل مرکز او د جسم هندسی مرکز *(centroid)* یوه نقطه وی او که چېرې یو جسم د څوډوله موادو څخه جوړشوی وی نو داچې د هرډول موادو وزنونه او کثافتونه سره فرق لري نو د جسم هندسی مرکز او د ثقل مرکزونه یې په یوه نقطه کې نه وی.

مونږ کولای شو د پورتنی میتود پواسطه د یو لاین ډوله جسم(میله ،سیم) ، دیوی سطحې او یا یوحجم لرونکې جسم هندسی مرکزونه لاسته راوړو، داچې په سیول انجینری په اکثره مسایلو کې د سطحې هندسی مرکز ټاکلو ته ضرورت پیدا کېږي نومونږ هم دلته د سطحو هندسی مرکز تر بحث لاندې نیسو.

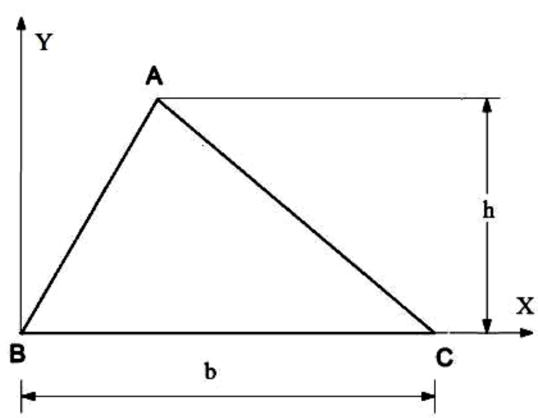
$$\bar{x} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA}$$



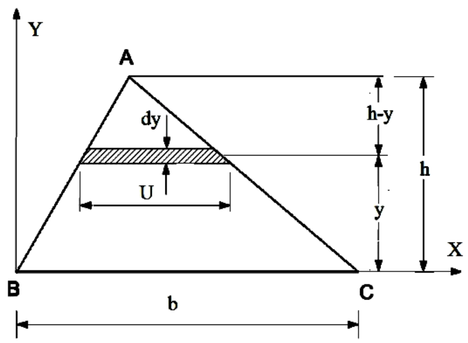
2.7 شکل

1.7 مثال: یو مثلث چې قاعده یې (b) او ارتفاع یې (h) ده د ثقل مرکز موقیعت یې نظر Y محور ته لاسته راوړی.



3.7 شکل

حل:- د مثلث شخه د u په طول او د dy په ضخامت یوه برخه جدا کوو.



4.7 شکل

په شکل کې گورو چې دوه مشابه مثلثونه لاسته راځي. د دواړو د مشابهت شخه لیکلای شو.

$$\frac{u}{b} = \frac{h-y}{h} \qquad u = b\frac{h-y}{h}$$

همدارنگه:

$$d_A = u \cdot dy = b \cdot \frac{h-y}{h} dy$$

د ثقل مرکز یې عبارت دی له:

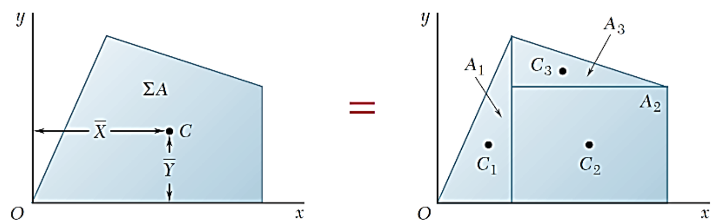
$$\bar{y} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA} = \frac{\int_A y\, b \cdot \frac{h-y}{h}\, dy}{\int_A dA} = \frac{\int_0^h y \cdot b \cdot \frac{h-y}{h}\, dy}{\int_0^h b \cdot \frac{h-y}{h}\, dy}$$

$$= \frac{\frac{b}{h}\int_0^h (hy - y^2)dy}{\frac{b}{h}\int_0^h (h-y)dy} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\frac{bh}{2}} = \frac{h}{3}$$

3.7د مرکبو سطحو د ثقل مرکز

مرکب اجسام هغه اجسام دی چې د ځو منظم هندسی شکل لرونکو اجسامو(استوانه ،هرم،مکعب، ...) د یو ځای کېدو څخه لاسته راغلی وی. په عین ترتیب سره مرکبی سطحې یا مرکبی مقطعی عبارت له هغه سطحو څخه دی چې د څوهندسی شکلونو د یوځای کېدو څخه ترکېب شوی وی.

د دې لپاره چې د مرکبو مقطعو د ثقل مرکز مشخص کړو په لومړي قدم کې نوموړې سطحه په داسې کوچنیو منظمو برخو ویشو چې د ثقل مرکزونه یې مشخص وي. د ټولې مقطعی د ثقل مرکز په کې رابطې محاسبه کوو:



5.5 شکل

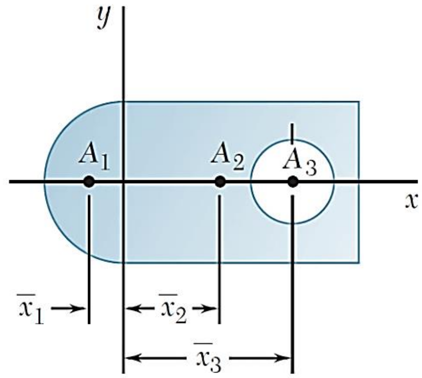
$$\bar{X}=\frac{\Sigma \tilde{X} A}{\Sigma A} \qquad \bar{Y}=\frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A}$$

په پورته رابطه کې $\tilde{x}$ او $\tilde{y}$ د هرې کوچنی برخې د ثقل د مرکز کوردینات او ΣA کوچنیو برخو د مساحتونو مجموعه یا د ټولې سطحې مجموعه ده. که چېرې په مقطعه کې خالي برخه وجود لري نو خالي برخې ته منفي علامه په نظر کې نیسو. همدارنگه که چېرې سطحه نظر کوم محور ته متناظره وي، نو د ثقل مرکز یې په محور واقع وي.

4.7 د مرجع محور (Axis of reference)

دثقل مرکز همیشه لپاره نظر یو محور ته چې د سطحې څخه معلومه فاصله لري محاسبه کیږي، چې دغه محور ته د مرجع محور وایي. د مرجع محورونه اکثرا د سطحې چپ طرف اخري کرښه او کې طرف اخري کرښه په نظر کې نیول کیږي.

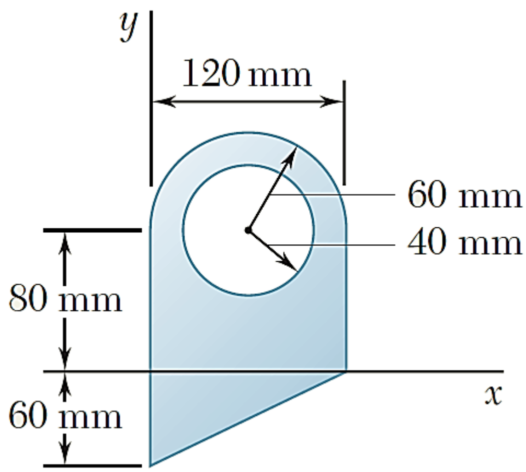
کولای شو د مرجع محور په خپله خوښه له هر ځایه تیر کړو چې په دی ترتیب باید د مثبت او منفی قیمتونو ته متوجه اوسو لکه په لاندې شکل کې چې ښودل شوی.



	$\bar{x}$	A	$\bar{x}A$
A_1 Semicircle	–	+	–
A_2 Full rectangle	+	+	+
A_3 Circular hole	+	–	–

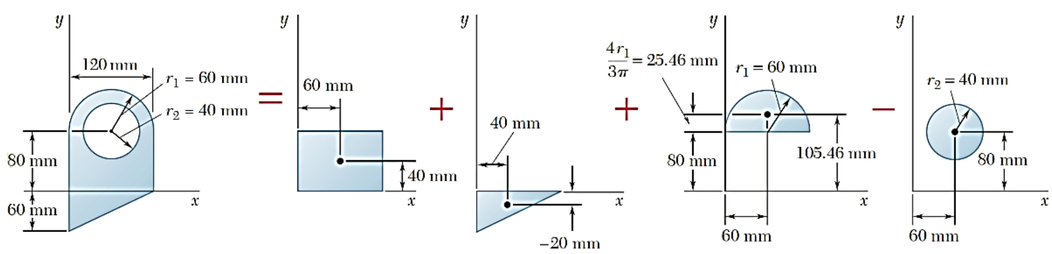
6.7 شکل

2.7 مثال: دیوې سطحې ابعاد په کې شکل کې ښودل شوی، تاسې دسطحې د ثقل مرکز موقعیت وټاکی.



7.7 شکل

حل: نوموړی شکل په لاندې منظمو شکلونو ویشو او بیا د هری برخی مساحت او د ثقل مرکزموقیعت نظر د مرجع محور ته محاسبه کوو



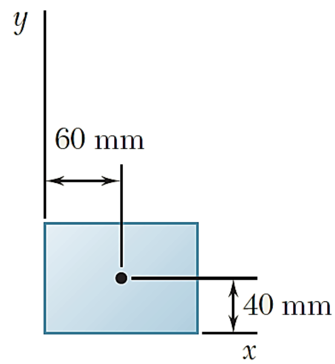
شکل 8.7

لومړی برخه (مستطیل)

$$A_1 = b \cdot h = 120 \cdot 80 = 9600mm^2$$

$$X_1 = \frac{120}{2} = 60$$

$$y_1 = \frac{80}{2} = 40$$



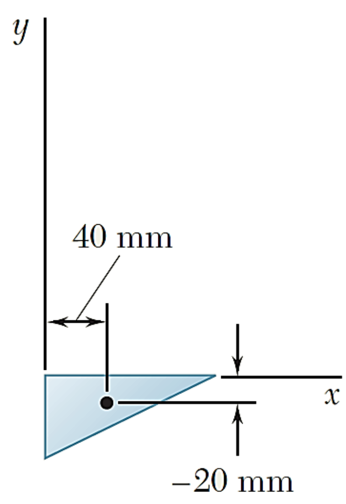
شکل 9.7

دوهمه برخه (مثلث)

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{120 \cdot 60}{2} = 3600mm^2$$

$$X_1 = \frac{b}{3} = \frac{120}{3} = 40$$

$$y_1 = \frac{h}{3} = \frac{60}{3} = 20$$



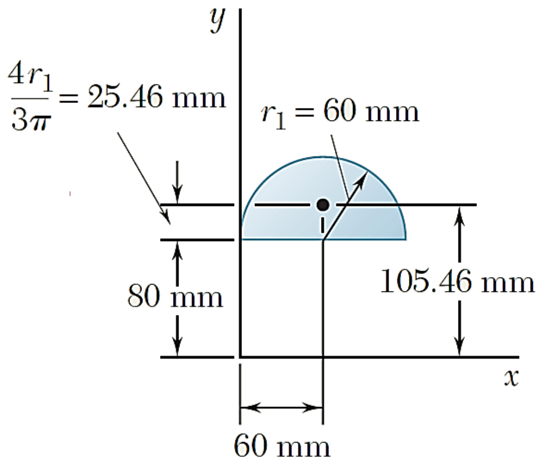
شکل 10.7

دریمه برخه (نیمه دایره)

$$A_2 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = 5655\ mm^2$$

$$X_1 = r = 60$$

$$y_1 = \frac{4r_1}{3\pi} = 25,46\ mm$$



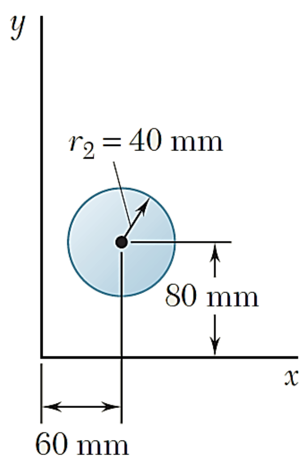
11.7 شکل

څلورمه برخه (خالی دایره)

$$A_2 = \pi \cdot r^2 = -5027mm^2$$

$$X_1 = 40 + 20 = 60mm$$

$$y_1 = 40 + 40 = 80mm$$



12.7 شکل

اوس پورتنی قیمتونه په رابطه کې وضع کوو، نظر د مرجع محور ته د ثقل د مرکز علامه ټاکو همدارنګه د خالیګا برخه تر تفریقوو

$$\bar{X}=\frac{\Sigma\tilde{X}A}{\Sigma A} \qquad \bar{Y}=\frac{\Sigma\tilde{y}A}{\Sigma A}$$

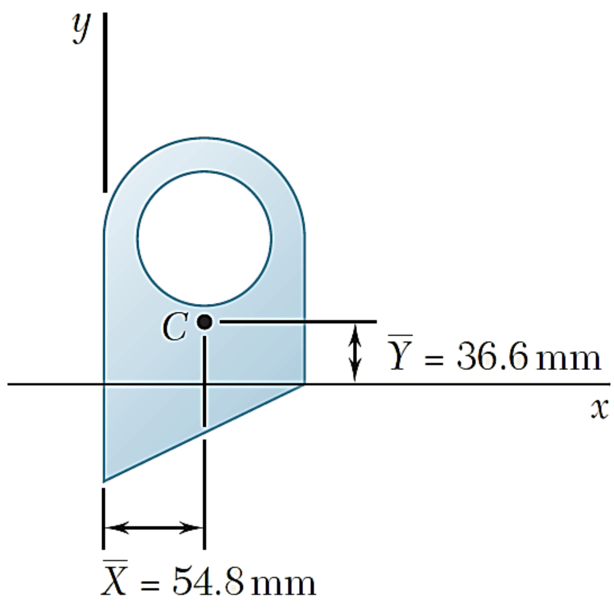
$$\bar{x}=\frac{\int_A ydA}{\int_A dA}=\frac{\sum A_iX_i}{\sum A_i}=\frac{A_1X_1+A_2X_2+A_3X_3-A_3X_3}{A_1+A_2+A_3-A_4}$$

$$=\frac{9600\cdot 60+3600\cdot 40+5655\cdot 60-5027\cdot 60}{9600+3600+5655-5027}=54,8mm$$

$$\bar{y}=\frac{\int_A ydA}{\int_A dA}=\frac{\sum A_iY_i}{\sum A_i}=\frac{A_1y_1+A_2y_2+A_3y_3-A_3y_3}{A_1+A_2+A_3-A_4}$$

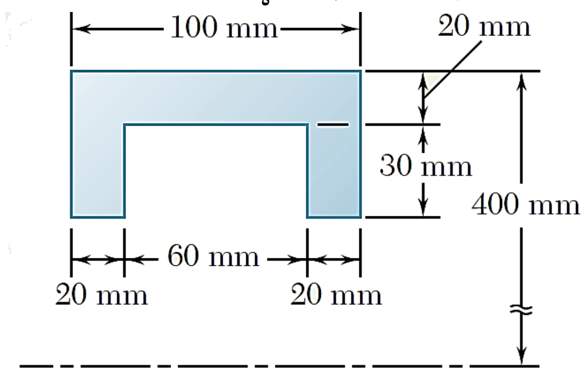
$$=\frac{9600\cdot 40+(3600\cdot -20)+5655\cdot 25,46-5027\cdot 60}{9600+3600+5655-5027}=36,6mm$$

په لاندې شکل کې دثقل د مرکز موقیعت ښودل شوی.



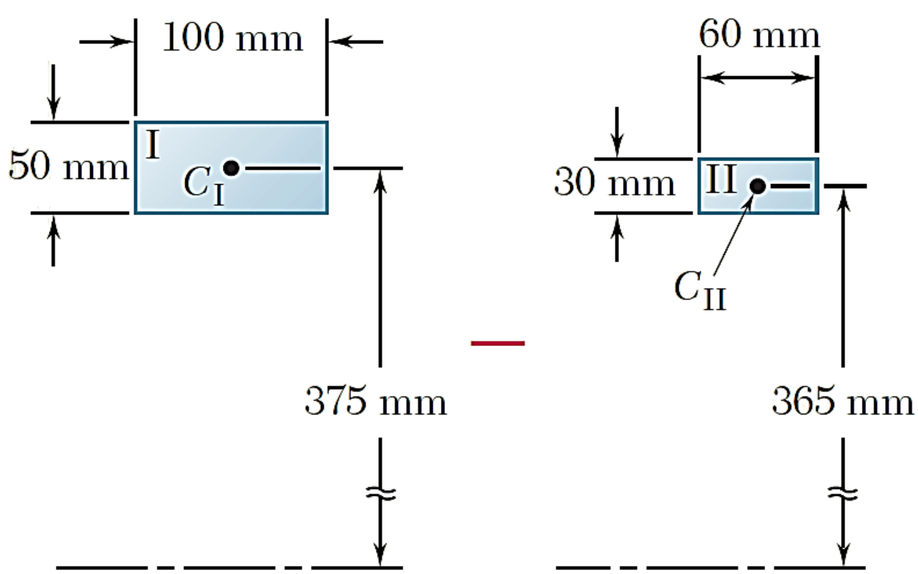
شکل 13.7

3.7 **مثال:**د یوی سطحې ابعاد او د مرجع افقی محور په لاندې شکل کې ښودل شوی ، تاسی يې د ثقل مرکز موقیعت نظر افقی محور ته پیدا کړی.



14.7 شکل

حل: نوموړی سطحه نظر عمودی محور ته متناظره ده نو د $\overline{X}$ محاسبی ته یې ضرورت نشته نظر افقی محور ته یې د $\overline{y}$ محاسبه په لاندې ډول کوو.نوموړی سطحه کولای شو په دری ډکو مستطیلونو وویشو او یا هم په دوه مستطیلونو (یو ډک او یو خالی) وویشو.



14.7 شکل

دا چې ددوه مستطیلونو محاسبه لنډه ده نو په دوه مستطیلونو یې ویشو داسې چې یو مستطیل د (100x50) په ابعادو ډک په نظر کې نیسو او بل مستطیل (60x30) په ابعادو تر منفی کوو.

ډک مستطیل:

$$A_1 = b \cdot h = 50 \cdot 100 = 5000mm^2$$
$$y_1 = 400 - \frac{50}{2} = 375mm$$

خالی مستطیل:

$$A_2 = b \cdot h = 30 \cdot 60 = 1800mm^2$$
$$y_2 = 400 - 20 - \frac{30}{2} = 365mm$$
$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A_1 - A_2} = \frac{5000 \cdot 375 - (1800 \cdot 365)}{5000 - 1800} = 380,625mm$$

5.7 د انرشیا مومنټ Moment of Inertia

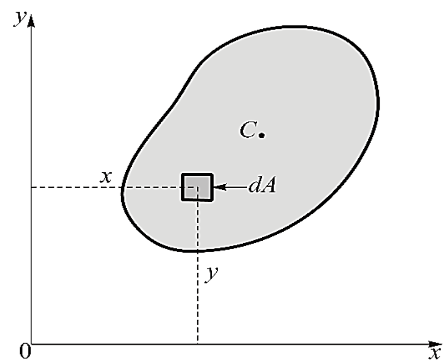
دیو جسم خپل حالت ته د تغیر ورکولو په مقابل کې مقاومت ته انرشیا وایې. یا په عبارت انرشیا خپل حالت ساتلو او لټی ته وایې.

دلته موږ د سطحې د انرشیا مومنټ تر بحث کې نیسو.

د انرشیا مومنټ اصطلاح دکوږوالي په مقابل کې د عرضي مقطعې د مقاومت ظرفیت ښایې.

د انرشیا مومنټ ته د سطحې دوهم مومنټ هم وایې. نظر یو محور ته د سطحې انرشیا مومنټ د نوموړې سطحې د مساحت او د سطحې د ثقل مرکز څخه تر مربوطه محور پورې د فاصلې د مربع له حاصل ضرب څخه لاسته راځې.

د A یوه سطحه په نظر کې نیسو. غواړو نظر xx او yy محورونو ته یې د انرشیا مومنټ محاسبه کړو. د دې لپاره د A په سطحه کې یوه کوچنۍ برخه dA تر مطالعې کې نیسو.



15.7 شکل

dA = د کوچنی برخې مساحت

x = د کوچنی برخې د ثقل مرکز او y محور ترمنځ فاصله

y = د کوچنی برخې، د ثقل مرکز او x محور ترمنځ فاصله

پوهېږو چې د کوچنی برخې د انرشیا مومنټ نظر yy محور ته عبارت دی له:

$= dA \cdot x^2$

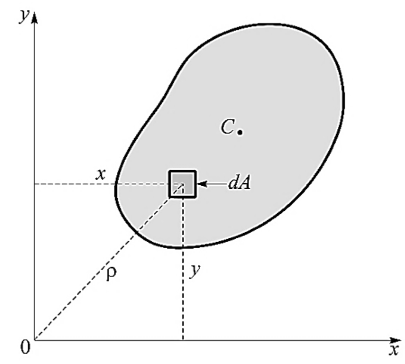
د پورتنی رابطې د انتیګرال څخه د ټولې سطحې د انرشیا مومنټ لاسته راوړلای شو.

$Ix = \int y^2 dA = \sum y^2 dA$

$Iy = \int x^2 dA = \sum x^2 dA$

پورتنی رابطی ته د مقطعی نارملی انرشیا مومنټ هم وایي.اوس غواړو د نوموړی مقطعی دانرشیا مومنټ نظر هغه محور ته چې د محوراتو له مبدا څخه په مقطعه عمود رسمیږی لاسته راوړو چې دی ته د مقطعی قطبی مومنټ وایي،چې عبارت دی له

$I\rho = \int \rho^2 dA$



16.7 شکل

په شکل کې گورو چې:

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

د پورته رابطی له مخی قطبی د انرشیا مومنټ عبارت دی له :

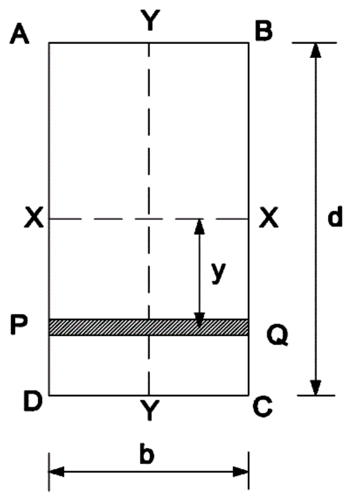
$$I\rho = \int \rho^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = \int x^2 dA + \int y^2 dA$$

کولای شو ولیکو

$$I\rho = Ix + Iy$$

د مستطیلي مقطعې د انرشیا مومنټ

د ABCD یوه مستطیلی سطحه په نظر کې نیسو.



17.7 شکل

$b =$ د مقطعې عرض

$d =$ د مقطعې ارتفاع

اوس د PQ یو کوچنی برخه د x محور سره موازي په نظر کې نیسو.

$dy =$ د کوچنی برخې ارتفاع

$y =$ د کوچنی برخې د ثقل مرکز او x محور ترمنځ فاصله

د کوچنی برخې مساحت عبارت دی له:

$= b \cdot dy$

همدارنګه د کوچنی برخې د انرشیا مومنټ نظر xx **محور ته عبارت دی له:**

$= Area\ x\ y^2 = (b \cdot dy) \cdot y^2 = by^2 dy$

اوس د ټولې سطحې د انرشیا مومنټ د پورته رابطې د انتیګرال څخه لاسته راوړو.

$$Ixx = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} y^2 dy$$

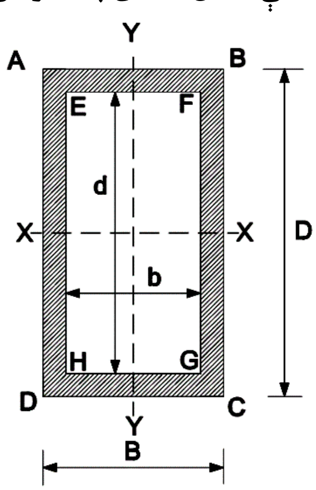
$$= b\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} = b\left[\frac{(\frac{d}{2})^3}{3} - \frac{(-\frac{d}{2})^3}{3}\right] = \frac{bd^3}{12}$$

همدارنګه نظر y **محور ته د انرشیا مومنټ عبارت دی له:**

$$Iyy = \frac{db^3}{12}$$

2.5.7 د منځ خالي مستطیلي مقطعې د انرشیا مومنټ:

یو منځ خالي مستطیلي مقطعه د کې شکل مطابق په نظر کې نیسو:



18.7 شکل

د خارجي مستطیل عرض $= B$

د خارجي مستطیل ارتفاع $= D$

داخلي مستطیل عرض او ارتفاع $= b, d$

پوهېږو چې د خارجي مستطيل د انرشيا مومنټ عبارت دی له:

$$\frac{BD^2}{12}$$

همدارنګه د داخلي مستطيل د انرشيا مومنټ عبارت دی له:

$$\frac{bd^2}{12}$$

اوس د ټول مستطيل د انرشيا مومنټ څخه د داخلي برخې د انرشيا مومنټ منفي کوو:

$$Ixx = \frac{BD^2}{12} - \frac{bd^2}{12}$$

په همدې ډول سره نظر y محور ته د انرشيا مومنټ عبارت دی له:

$$Iyy = \frac{B^3D}{12} - \frac{b^3d}{12}$$

7.7 د موازي محورونو تيوري Theorem of Parallel Axis

که چېرې ديوې سطحې د انرشيا مومنټ نظر هغه محور ته چې د سطحې د ثقل مرکز څخه تېر شوی وي په IG سره وښيو نو د نوموړې سطحې د انرشيا مومنټ نظر يو بل محور AB ته چې د لومړي محور سره موازي او د h په اندازه فاصله ولري عبارت دی له:

$$I_{AB} = I_G + ah^2$$

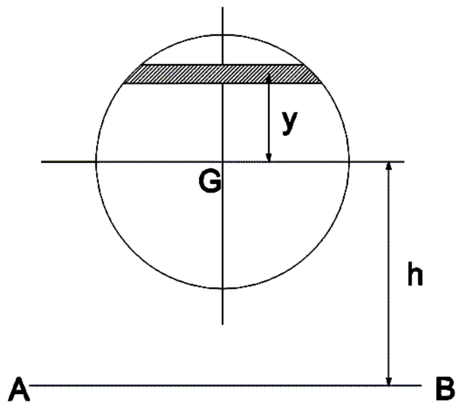
$I_{AB} =$ د سطحې دانرشيا مومنټ نظر AB محور ته.

$IG =$ د سحطې انرشيا مومنټ نظر ثقل مرکز ته.

$a =$ د سطحې مساحت.

$h =$ د سطحې د ثقل مرکز او AB محور ترمنځ فاصله.

ثبوت: غواړو د دايرې د انرشيا مومنټ نظر AB محور ته محاسبه کړو د دې لپاره په دايره کې يوه کوچنی برخه په نظر کې نيسو.



19.7 شکل

$\Delta a =$ د کوچنی برخې مساحت.

$y =$ د کوچنی برخې او دایرې د ثقل مرکز ترمنځ فاصله.

$h =$ د AB محور او دایرې ثقل مرکز ترمنځ فاصله.

پوهېږو چې کوچنی برخې د انرشیا مومنټ نظر هغه محور ته چې د دایرې د ثقل مرکز څخه تېرېږي عبارت دی له:

$$\Delta G \cdot y^2$$

همدارنګه د ټولې مقطعې د انرشیا مومنټ نظر ثقل مرکز ته عبارت دی له:

$$IG = \Sigma \Delta a \cdot y^2$$

د ټولې مقطعې د انرشیا مومنټ نظر AB محور ته عبارت دی له:

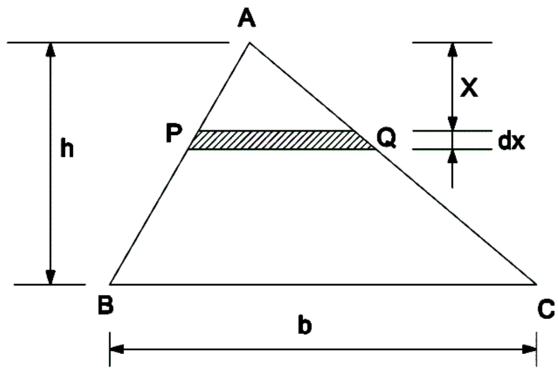
$$I_{AB} = \Sigma \Delta a(h+y)^2 = \Sigma \Delta a(h^2 + y^2 + 2hy)$$
$$= (\Sigma h^2 \cdot \Delta a) + (\Sigma y^2 \cdot \Delta a) + (\Sigma 2hy \cdot \Delta a)$$

په پورته راطه کې $ah^2 = \Sigma h^2 \Delta a$ کېږي او $\Sigma y^2 \Delta a = Ia$ کېږي او $\Sigma \Delta a \cdot y$ د ټولې مقطعې د مومنټونو الجبري مجموعه ده چې قیمت یې صفر دی.

$$IAB = ah^2 + IG + O = IG + ah^2$$

د مثلثي مقطعې د انرشيا مومنټ

يو مثلثي مقطعه ABC په نظر کې نيسو.



20.7 شکل

$b =$ د مثلث قاعده

$h =$ د مثلث ارتفاع

اوس د PQ يو برخه د x محور سره موازي جدا کوو. د شکل له مخې پوهېږو چې د $A\overset{\Delta}{P}Q$ سره مشابه دی نو: $A\overset{\Delta}{B}C$

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{x}{h} \qquad PQ = \frac{BC \cdot x}{h} = \frac{b \cdot x}{h}$$

د PQ برخې مساحت عبارت دی له:

$$\frac{bx}{h} \cdot dx$$

اوس د ټولې مقطعې د انرشيا مومنټ د پورتنی رابطې د انتيگرال څخه لاسته راځي:

$$I_{BC} = \int_o^h \frac{bx}{h}(h-x)^2 dx$$

$$= \frac{b}{h}\int_o^h x(h^2 + x^2 - 2hx)dx$$

$$= \frac{b}{h}\int_o^h (xh^2 + x^3 - 2hx^2)dx$$

$$= \frac{b}{h}\left[\frac{x^3h^2}{2} + \frac{x^3}{9} - \frac{2hx^3}{3}\right]_0^4 = \frac{bh^3}{12}$$

پوهېږو چې د مثلث د قاعدې او د مثلث د ثقل مرکز تر منځ فاصله عبارت ده له:

$$d = \frac{h}{3}$$

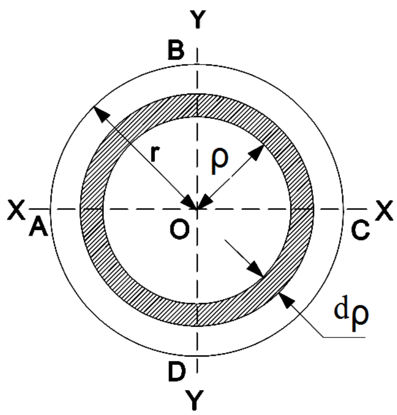
نو د مثلث د انرشیا مومنټ نظر هغه محور ته چې د مثلث د ثقل مرکز څخه تېر او $x-x$ محور سره موازي وي عبارت دی له:

$$I_a = I_{BC} - ad^2$$

$$= \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{b \cdot h}{2}\right)\left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{bh^3}{36}$$

7.7 د دایروي مقطعې د انرشیا مومنټ

د کې شکل مطابق یوه دایره په نظر کې نیسو، چې د xx او yy محورونه یې د ثقل مرکز O څخه تېر شوي.



21.7 شکل

اوس د d په ضخامت او ρ شعاع سره یوه حلقه د دایرې په داخل کې په نظر کې نیسو چې مساحت یې عبارت دی له:

$$2\pi\rho \cdot d\rho$$

د حلقې قطبي انرشیا مومنټ عبارت دی له:

$$I_\rho = \rho^2 \cdot da = \rho^2 (2\pi\rho d\rho)$$

د ټولې دایرې قطبي انرشیا مومنټ عبارت دی له:

$$I_\rho = \int \rho^2 dA = \int_d^r \rho^2 (2\pi\rho d\rho) = 2\pi \int_d^T \rho^2 d\rho = \frac{1}{2}\pi r^4 = \frac{\pi}{32} d^4$$

لاسته راغلې رابطه ددايرې قطبي انرشيا مومنټ دی، که چېرې وغواړو نظر د x او y محورونو يې د انرشيا مومنټ محاسبه کړو د کې رابطې څخه کار اخلو.

$$I\rho = I_x + I_y = 2I_x, \qquad \frac{\pi}{2} r^4 = 2I_x \qquad I_x = \frac{\pi}{4} r^4 = \frac{\pi}{64} (d)^4$$

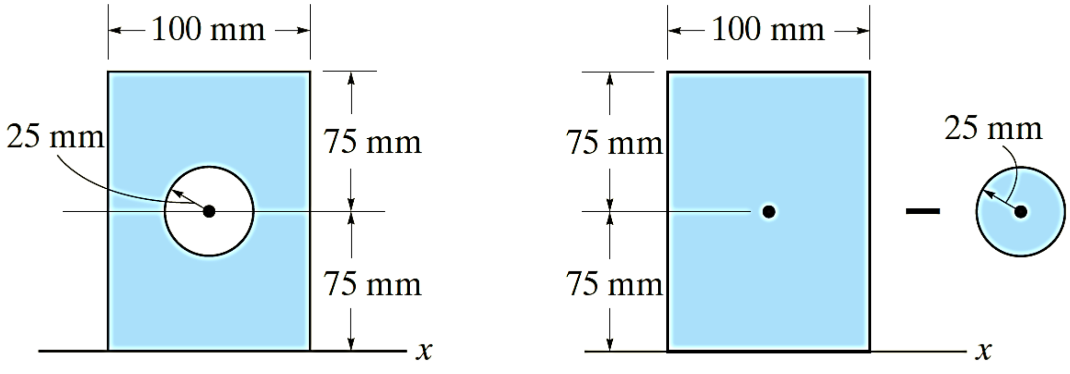
8.7 د مرکبو سطحو د انرشيا مومنټ

د مرکبو مقطعو د انرشيا مومنټ د مشخص کولو لپاره کې مراحل تعقيبوو:

- ❖ راکړل شوی مرکبه سطحه په کوچنيو منظمو سطحو (مستطيل، مثلث، دايره) ويشو او د هرې برخې د ثقل مرکز مشخص کوو.
- ❖ د مرکبې سطحې د ثقل مرکز مشخص کوو.
- ❖ د هرې برخې د انرشيا مومنټ د موازي محورونو تيوري په اساس نظر هغه محور ته محاسبه کوو، چې د ټولې سطحې د ثقل مرکز څخه تېر شوي وي. او د جمعی حاصل يې لاسته راوړو چې د جمعې حاصل يې د راکړل شوې سطحې د انرشيا مومنټ دی.

4.7 مثال: د درکړل شوې سطحې د انرشيا مومنټ نظر افقی محور ته چې د شکل د قاعدی څخه تير شوی پيدا کړی.

حل: نوموړی سطحه په مستطيل او دايره ويشو دا چې د هری برخی او هم د ټولی مقطعی د ثقل مرکز مشخص دی نو راسآ يې په فورمول کې وضع کوو.



22.7 شکل

لومړی برخه (مستطیل):

$$I_{X1} = I_{G1} + A_1 h_1^2$$

$$= \frac{(100)(150)^3}{12} + 100 \cdot 150 \cdot (75)^2 = 112,5(10)^6\ mm^4$$

دوهمه برخه (دایره):

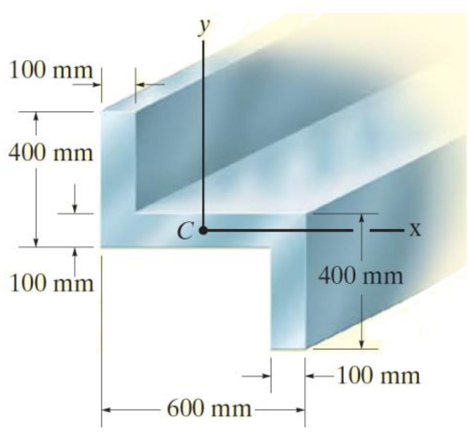
$$I_{X2} = I_{G2} + A_2 h_2^2$$

$$= \frac{1}{4}\pi(25)^4 + \pi(25)^2 \cdot (75)^2 = 11,4(10)^6\ mm^4$$

مجموعی انرشیامومنټ:

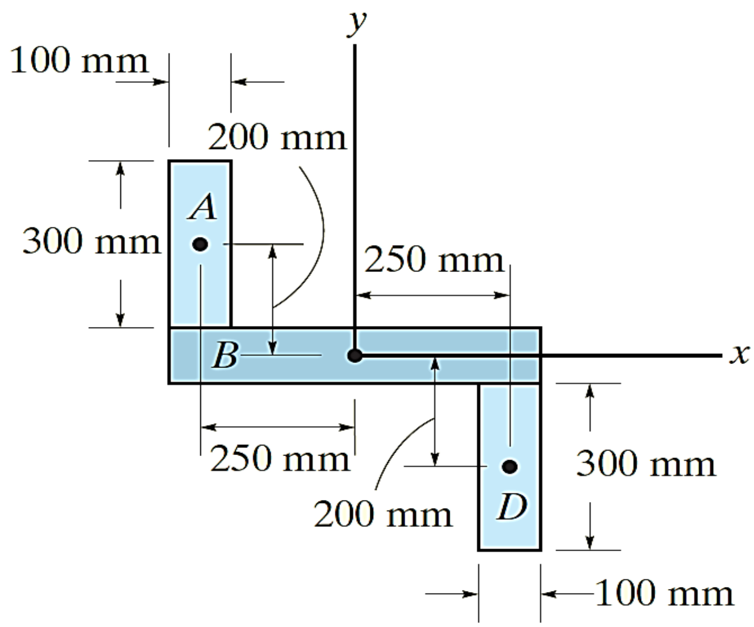
$$I_X = I_{X1} - I_{X2} = 112,5(10)^6 - 11,4(10)^6 = 101,1(10)^6\ mm^4$$

5.7 مثال: د یو کلک جسم د عرضی مقطعی ابعاد په لاندې شکل کې ښودل شوی تاسی یې د انرشیا مومنټ نظر X او y محوراتو ته چې د مقطعی د ثقل مرکز څخه تیر شوی پیدا کړی.



23.7 شکل

حل: د حل لپاره نوموړی مقطعه په دری مستطیلونو د لاندې شکل مطابق ویشو . دا چې سطحه نظر دواړو محوراتو ته متناظره ده نو د ثقل مرکز یې په وسط کې دی .



24.7 شکل

د A او D مستطيلونه مساوي او د عمومي ثقل مرکز نه مساوي فاصلی لري نو د دواړو د انرشيا مومنټونه نظر عمومي ثقل مرکز ته مساوي وی چې عبارت دی له:

$$I_X = I_G + A \cdot d_y^2 = \frac{100 \cdot (300)^3}{12} + (100)(300)(200)^2$$
$$= 1,425(10)^9 mm^4$$

$$I_y = I_G + A \cdot d_X^2 = \frac{600(100)^3}{12} + (100)(600)(250)^2$$
$$= 1,90(10)^9 mm^4$$

د B مستطيل د انرشيا مومنټ نظر عمومي ثقل مرکز ته:

$$I_X = I_G + A \cdot d_y^2 = \frac{100 \cdot (300)^3}{12} + 0 = 0,05(10)^9 mm^4$$

$$I_y = I_G + A \cdot d_X^2 = \frac{300(600)^3}{12} + 0 = 1,80(10)^9 mm^4$$

د ټولي مقطعی د انرشيا مومنټ نظر عمومي ثقل مرکز ته:

$$I_X = 2[1,425(10)^9] + 0,05(10)^9 = 2,90(10^9)mm^4$$

$$I_Y = 2[1,90(10)^9] + 1,80(10)^9 = 5,60(10^9)mm^4$$

9.7 د اووم فصل لنډيز

په يو جسم کې د ټولو ذرو د وزنونو د محصلې د تأثير نقطه د جسم د ثقل مرکز بلل کېږي، چې موقيعت يې عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA} \qquad \bar{y} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA}$$

د يو جسم هندسی مرکز ته *(centroid)* وايې. چې موقيعت يې د ثقل مرکز په شان پيدا کولای شو. که چېرې يو جسم د يو ډول موادو څخه جوړ شوی وی نو د جسم د ثقل مرکز او د جسم هندسی مرکز *(centroid)* يوه نقطه وی او که چېرې يو جسم د څوډوله موادو څخه جوړشوی وی نو داچې د هرډول موادو وزنونه او کثافتونه سره فرق لري نو د جسم هندسی مرکز او د ثقل مرکزونه يې په يوه نقطه کې نه وی.

مرکب اجسام هغه اجسام دی چې د څو منظم هندسی شکل لرونکو اجسامود يو ځای کېدو څخه لاسته راغلی وی. همدارنګه مرکبی سطحې يا مرکبی مقطعی عبارت له هغه سطحو څخه دی چې د څوهندسی شکلونو د يوځای کېدو څخه ترکېب شوی وی، د دې ډول سطحو د ثقل مرکز د پيدا کولو لپاره د لاندې رابطی څخه کار اخلو.

$$\bar{x} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i} = \frac{A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 \dots A_iX_i}{A_1 + A_2 + A_3 \dots A_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\int_A ydA}{\int_A dA} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 \dots A_iy_i}{A_1 + A_2 + A_3 \dots A_i}$$

ديو جسم خپل حالت ته د تغير ورکولو په مقابل کې مقاومت ته انرشيا وايې. يا په عبارت انرشيا خپل حالت ساتلو او لټې ته وايې اود انرشيا مومنټ اصطلاح دکوږوالي په مقابل کې د عرضي مقطعې د مقاومت ظرفيت ښايې.

د انرشيا مومنټ ته د سطحې دوهم مومنټ هم وايې. نظر يو محور ته د سطحې انرشيا مومنټ د نوموړې سطحې د مساحت او د سطحې د ثقل مرکز څخه تر مربوطه محور پورې د فاصلې د مربع له حاصل ضرب څخه لاسته راځي.

$$I_x = \int y^2 dA = \sum y^2 \, dA$$

$$I_y = \int x^2 dA = \sum x^2 \, dA$$

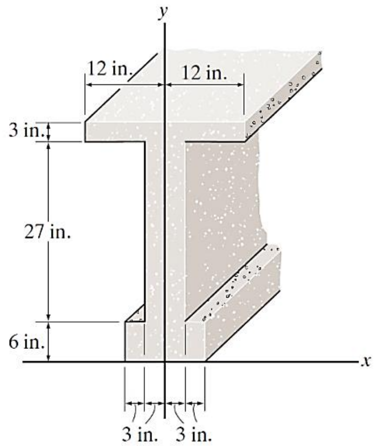
د مرکبو سطحو د انرشيا مومنټ د موازی محوراتو د تيوری څخه په استفاده د لاندې فورمول پواسطه پيدا کوو.

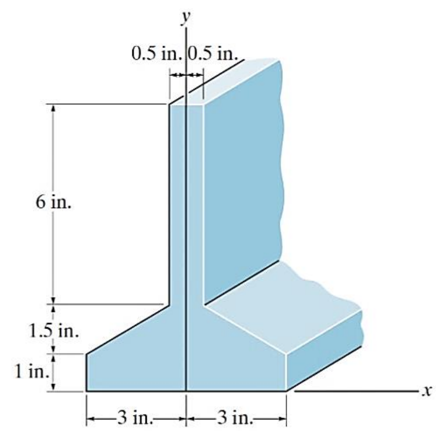
$$I_x = I_{Gx} + A \cdot d_y^2$$

$$I_y = I_{Gy} + A \cdot d_x^2$$

10.7مسائل

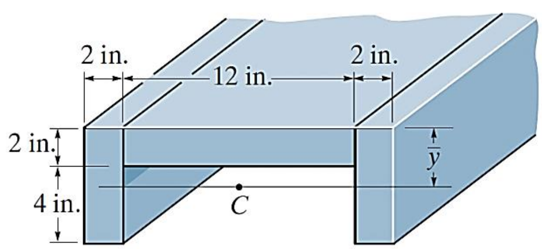
1. د لاندې سطحو د ثقل مرکزونه وټاکې.



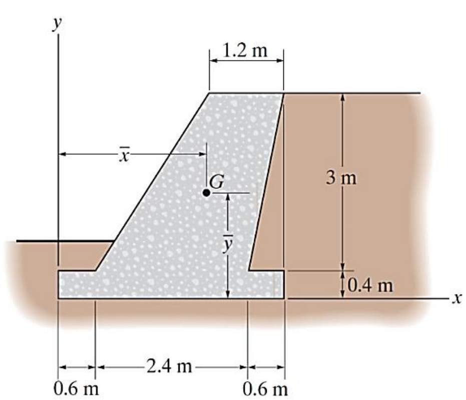


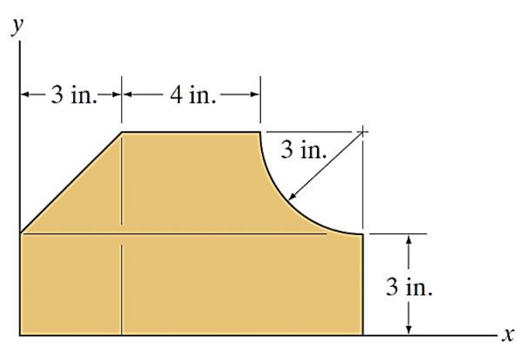
26.7 شکل

25.7 شکل



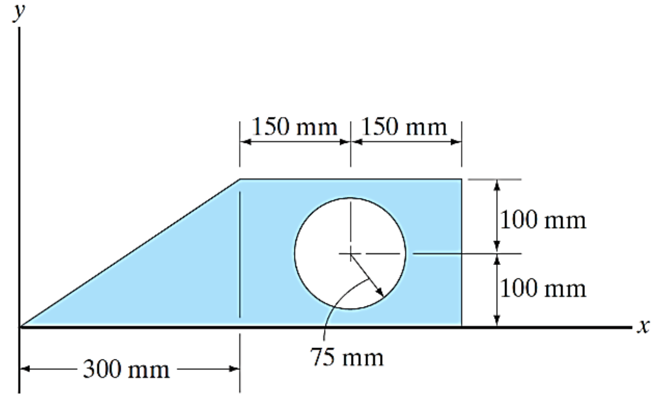
29.7 شکل





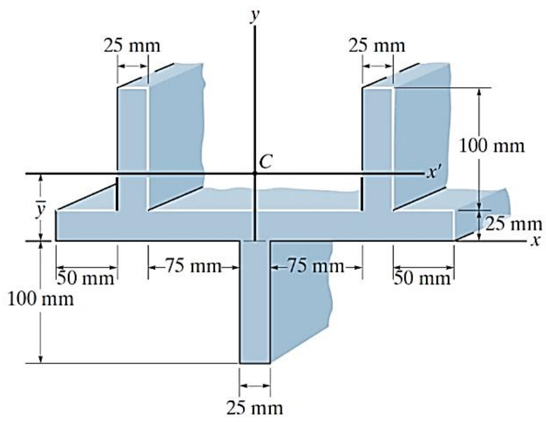
28.7 شکل

29.7 شکل

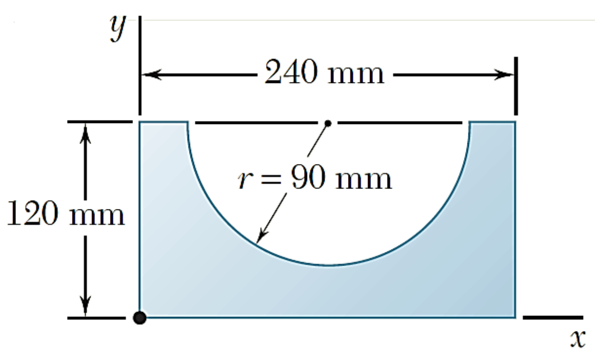


30.7 شکل

2. د لاندې سطحو د انرشیا مومنتونه محاسبه کړی.



31.7 شکل



32.7 شکل

اتم فصل
داخلي قوې
Internal Forces

1.8 عمومیات:

لکه څنګه چې مخکې مو وویل په یو کلک جسم قوې په دوه ګروپونو ویشو چې یو یې خارجي قوې(عمل او عکس العمل) او بل ګروپ داخلی قوې وی . په تیرو درسونو کې مو د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده په ساختمانی او یا میخانیکې عناصرو د خارجي قوو محاسبه ولوستله.

مونږ کولای شو د ستاتیک د تعادلی معادلو څخه په استفاده داخلی قوې هم محاسبه کړو.

لومړی داخلی قوې پیژنو.

داخلي قوې او مومنټونه په کې څلور ډوله دي:

1- نارملي قوه *(Axial Force)*

هغه داخلي قوې دي چې د عنصر د محور په امتداد عمل کوي او د جسم د کشش یا فشار سبب ګرځي.

2- عرضی قوه *(Shear Force)*

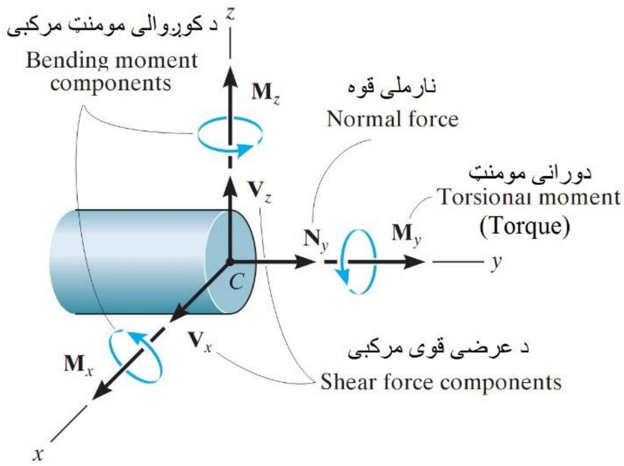
هغه داخلي قوې دي چې د عنصر په محور عمودي واقع کیږي او د عنصر د پریکیدنې سبب ګرځي.

2.8کوږوالي مومنټ *(Bending moment)*

هغه داخلي مومنټ دی چې د عنصر د کوږوالي سبب ګرځي.

4- دورانی یا چرخشی مومنټ *(Torque)*

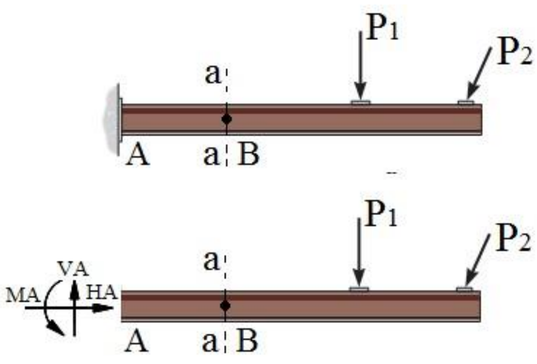
داخلي دوراني مومنټ هغه مومنټ دی چې د عنصر د محور په شااو خوا د تاویدنې سبب ګرځي.



1.8 شکل

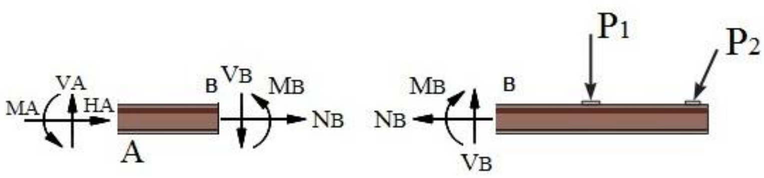
د دې لپاره چې يو ساختمانی او يا ميخانيکې عنصر ډيزاين کړو نولازمه ده چې د خارجي قوو يا بارونو له اثره په عنصر کې داخلی قووی محاسبه کړو، داخلی قوې د قطعی طريقی (Section method) پواسطه محاسبه کولای شو. په دی طريقه کې لاندې مراحل تعقيبوو.

- **د عنصر عکس العملونه محاسبه کوو او د عنصر په هره برخه کې چې وغواړو داخلی قوه محاسبه کړو د عنصر په محور عمودی قطع اجراکوو، د مثال په ډول د لاندېنی گاډر په (B) نقطه کې غواړو داخلی قوې محاسبه کړو.**



2.8 شکل

- داخلی قوو ته د لاندې شکل مطابق جهت ورکوو



3.8 شکل

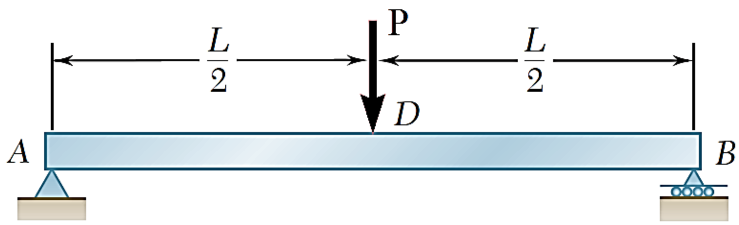
اوس د قطعی یوی خوا ته په تعادل کې قرار ورکوواو د ستاتیک دتعادلی معادلو پر اساس یې داخلی قوې محاسبه کوو.

نوټ: د قطعی هری خوا ته چې وغواړو په تعادل کې قرار ورکولای شو،هره خوا چې قوې کمی او محاسبه یې اسانه وی په نظر کې نیسو.

دا چې د ګاډرنو داخلی قوې او نور مربوطه مسایل په موادو مقاومت او د چوکات ،کېبل ، کمان او ټرسونو داخلی قوې او مربوطه مسایل په سترکچر کې په تفصیل سره تشریح شوی نو دلته یواځې د ګاډریو مثال تشریح کوو.

1.8 مثال:

یو ساده اتکاییز ګاډر چې د L په اندازه اوږدوالی لري د P قوې تر اغېزې کې چې په مرکزي نقطه یې عمل کړی په نظر کې نیسو. په ګاډر کې عرضي قوه او کوږوالی مومنټ په کې ډول محاسبه کوو.

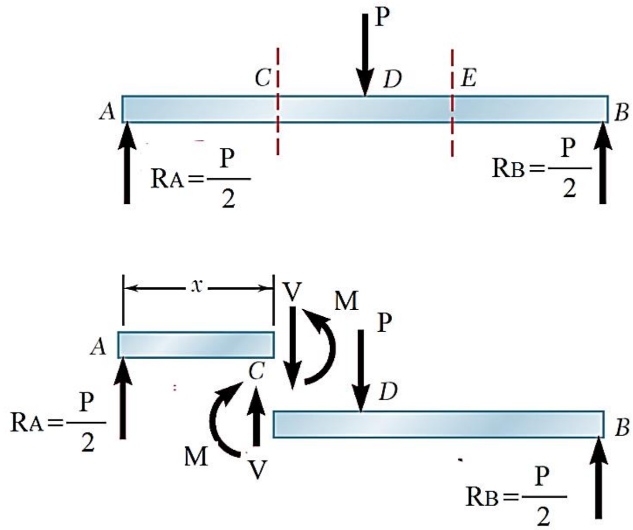


4.8 شکل

لومړی یې عکس العملونه محاسبه کړو.

$$P_A = P_B = \frac{P}{2}$$

څرنګه چې قوې په وسطي نقطه کې عمل کړی نو اوس د دوه متمرکزو قوو ترمنځ یوقطعه اخلو.



5.8 شکل

کله چې د C په نقطه کې قطعه واخلو د ګاډر هره خوا مو چې خوښه وي په نظر کې نیولای شو ترڅو د AD برخه کې داخلي قوې محاسبه کړو. څرنګه چې د ګاډر په چپ خوا کې یوې قوې عمل کړی نو د محاسبې دلنډیز په خاطر د ګادر چپ خوا په نظر کې نیسو.

لومړی قطعه:Section 1

د AD برخه کې عرضي قوه:

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \qquad -V_{AC} + \frac{P}{2} = 0 \qquad V_{AC} = \frac{P}{2}$$

د AD برخه کې د کوږوالي مومنټ:

$$+\curvearrowleft \sum M_C = 0 \qquad M_{AD} - \frac{P}{2}X = 0 \qquad M_{AD} = \frac{P_X}{2}$$

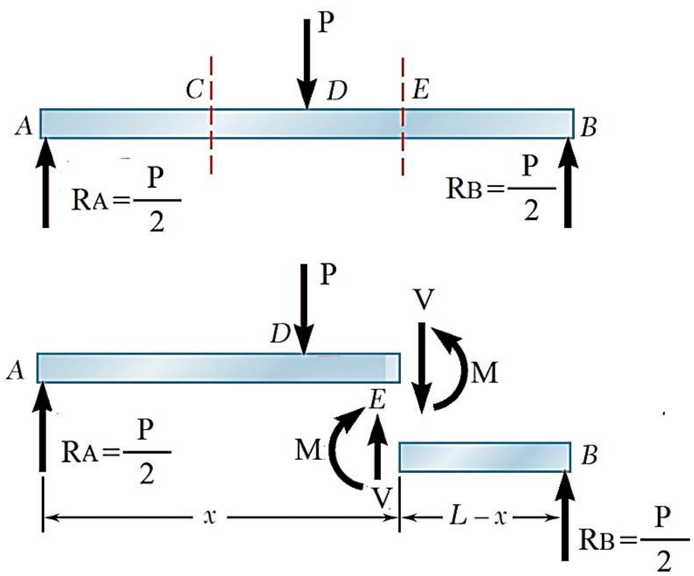
$$(0 \le X \le \frac{L}{2})$$

$$X = 0 \qquad M_A = 0$$

$$X = \frac{L}{2} \qquad M_D = \frac{PL}{4}$$

دوهمه قطعه: Section 2

دلته هم کله چې دوهمه قطعه د E په نقطه کې واخلو د ګاډر هره خوا مو چې خوښه وي په نظر کې نیولای شو ترڅو د DE برخه کې داخلي قوې محاسبه کړو. څرنګه چې د ګاډر په ښي خوا کې یوې قوې عمل کړی نو د محاسبې دلنډیز په خاطر د ګادر ښي خوا په نظر کې نیسو.



6.8 شکل

د DB برخه کې عرضي قوه:

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \quad V_{DB} + \frac{P}{2} = 0 \quad V_{DB} = -\frac{P}{2}$$

د DB برخه کې د کوږوالي مومنټ:

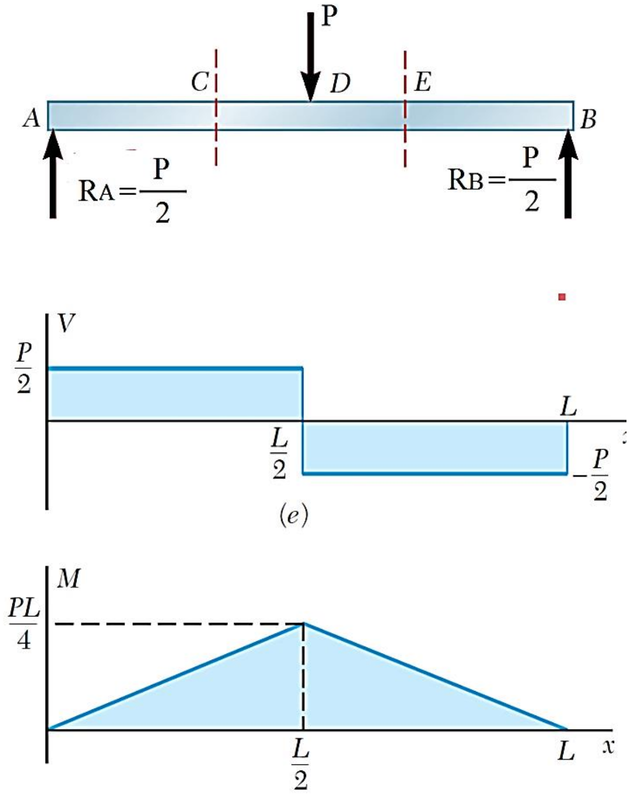
$$+\circlearrowleft \sum M_E = 0 \qquad -M_{DB} + \frac{P}{2}X = 0 \qquad M_{DB} = \frac{P_X}{2}$$

$$(0 \le X \le \frac{L}{2})$$

$$X = 0 \qquad M_B = 0$$

$$X = \frac{L}{2} \qquad M_D = \frac{PL}{4}$$

د عرضی قوې او کوږوالی مومنټ دیاګرامونه په لاندې شکل کې لیدلای شو.



7.8 شکل

◈ ◈ ◈

و من الله توفیق

ماخذونه

1. Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston. Jr Vector mechanics for Engineers, ninth edition.
2. R.C. HIBBELER, Engineering Mechanics, Statics 12Th edition.
3. R.C. HIBBELER, Structural Analysis, 8th edition.
4. Rohid dost, Strength of Materials. 2nd edition.
5. J.L meriam, L.G Kraigi 7th editon Engineering Mechanics, Statics.
6. Internet