Analytical Geumetry

1st semester BIT Computer since

Ketabton.com

هندسه تحليلي

استاد: مبارک شاه همت

ليکونکي:: طارق بهار

مريم پوهنتون احمدشاه بابا مينه

۱۴۰۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

Analytical Geometry

رياضيات

رياضيٍ درياضيت څخه اخيستل شوي عربى كلمه ده چي مغنا يى كوشش او زحمت ويستل دي.

په اصطلاح كې د طبيعت ژبه ده چې د نورو علومو سره ارتباط جوړوي.

/ په بل عبارت د اعدادو او مقدارونو علم ده.

/ په بل عبارت ساينسي او معلق مسايل تر سيړنې لاندي نيسي

رياضي په (۹) برخو ويشل شوي ده.

(۱)حســـــاب (۲) الجبر (۳)مثلثات (۴)هندســـــه (۵)عالي رياضـيات (۶)اقتصـادي رياضـيات (۷)منطق (۸)احصـايه (۹)احـــــــتـــــــــمـــــــــــالات

هندسه

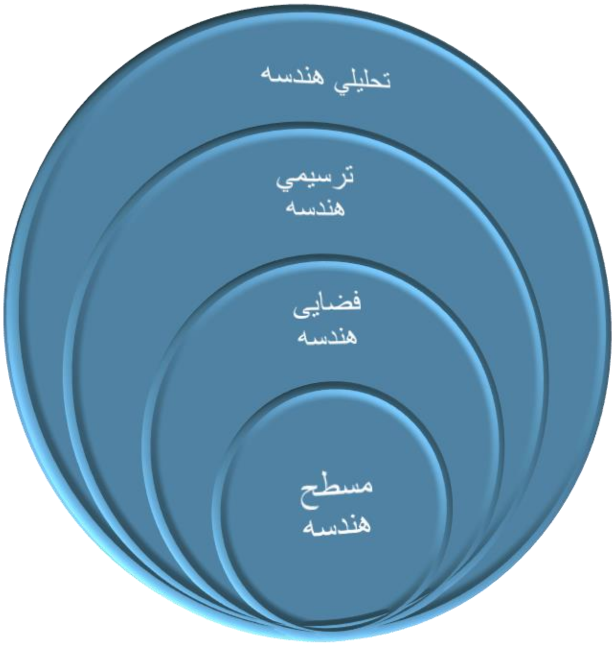
هندسه د يوناني كلمي د جيوميترئ څخه اخيستل شوي چي جيو د ځمكي په معنا او ميټري د اندازه ګيري په معنى ده.

نو هندسه هغه علم د ي چې ځمكې اندازه كوي.

/ هندسه هغه علم دي چې د نقطو كربنو يا خطونو زاويو سطحو او شكلونوڅخه بحث كوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هندسه په څلورو برخو ویشل شوي ده.



- تحلیلي هندسه
- ترسیمي هندسه
- فضایی هندسه
- مسطح هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحليلي هندسه

تحليلى هندسه د الجبر او هندسې تر منځ پول يا سرحد جوړوي . په اصطلاح کې هغه علم دې چې د هر شکل لپاره يو فرمول يا معادله او د هرې معادلې يا فرمول لپاره يو شکل جوړوي.

د تحليلي هندسې د استعمال ځايونه

(1) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په نيو تکنالوژى کې استعفاده کيږي

(2) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په مخابراتي سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(3) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د راداررونو په سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(4) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په امنيتي برخه کې کار اخيستل کيږي.

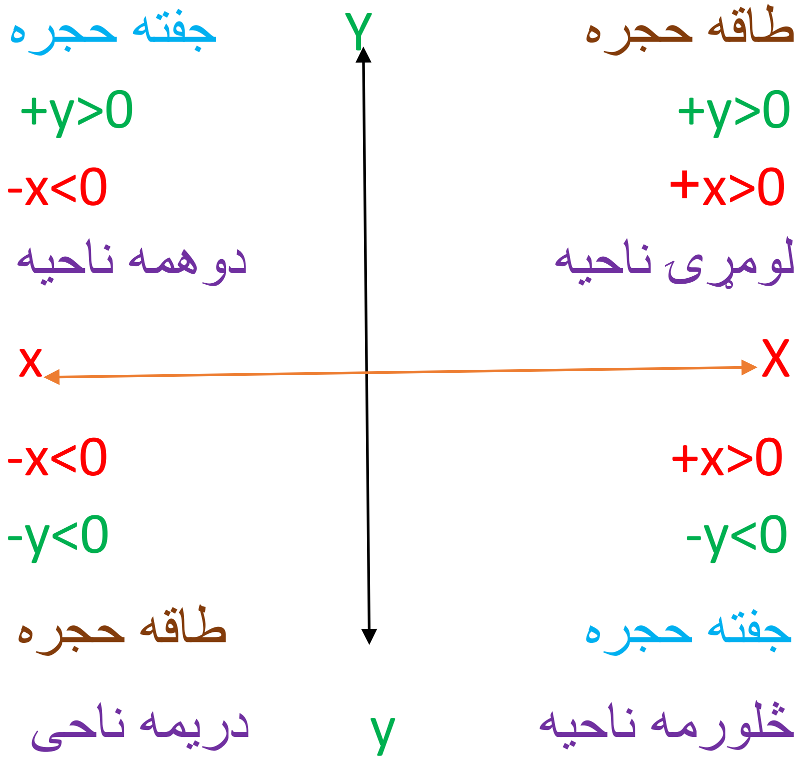
(5) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د مختلفو مضامينو او يا د په بعضې مسائلو کې استعفاده کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

....

كواردينات سيستم

که چیری ۲ مستقیم خطونه يو بل عموداً قطع کړي او ۹۰ درجی زاويه په لاس راشي چي ۴ ناحيی يا حجري ولري د كواردينات سيستم په نوم ياديږی.



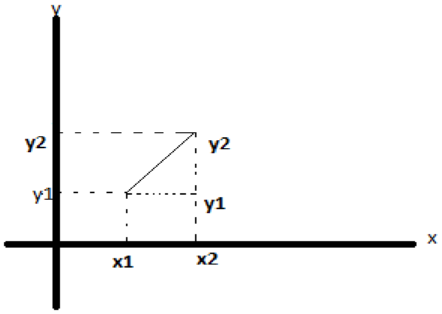
د دو نقطو ترمنځ د فاصلو پيداکول.

ثبوت: لومړی ګراف رسموو. Graph 1:

(c) ketabton.com: The Digital Library

P1(x1, y1)

P2(x2, y2)



د فثثاغورث قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کی وتر مربع مساوي ددو قايمو الضلاعو د مربعاتو له مجموعی سره. $(C^2=a^2+b^2)$

$C^2=a^2+b$ د فيثاغورث قضيه

$A^2=(x_2-x_1)$

$B^2=(y_2-y_1)$

$D=\sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{d^2}=\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

$d=\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$ دو نقطو پيدا کولو فرمول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال:هغو نقطو تر منځ فاصله په لاس راوړی چی په لاندی ډول دي؟

حل:

P1(-2, 3)

P2(4, -1)

d=$\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

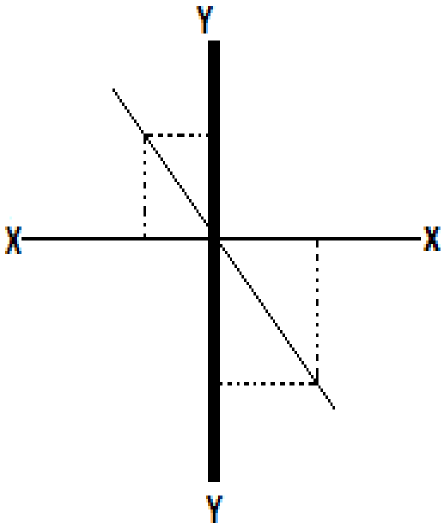
d=$\sqrt{(4+2)^2+(-1-3)^2}$

d= $\sqrt{(6)^2+(-4)^2}$

d=$\sqrt{36-16}$

d=$\sqrt{20}$= 4.5

graph:2



(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو قطعه خط تقسيم په يو معين نسبت

د لاندې فرمول په واسطه محاسبه کيږي.

ثبوت:-

P1(x1, y1)

P2(x2, y2)

$$\frac{x-x1}{x2-x} = \frac{y-y1}{y2-y} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{x-x1}{x2-x} = \frac{m}{n} \dots \dots 1 \quad \frac{y-y1}{y2-y} = \frac{m}{n} \dots\dots 2$$

وسطين ضرب طرفين $\frac{x-x1}{x2-x} = \frac{m}{n}$

nx-nx1 = mx1-mx

nx+mx = mx2+nx1

x(n+n) = mx2-+nx1

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x(n+m)}{m+n} = \frac{mx2+nx1}{m+n}$$

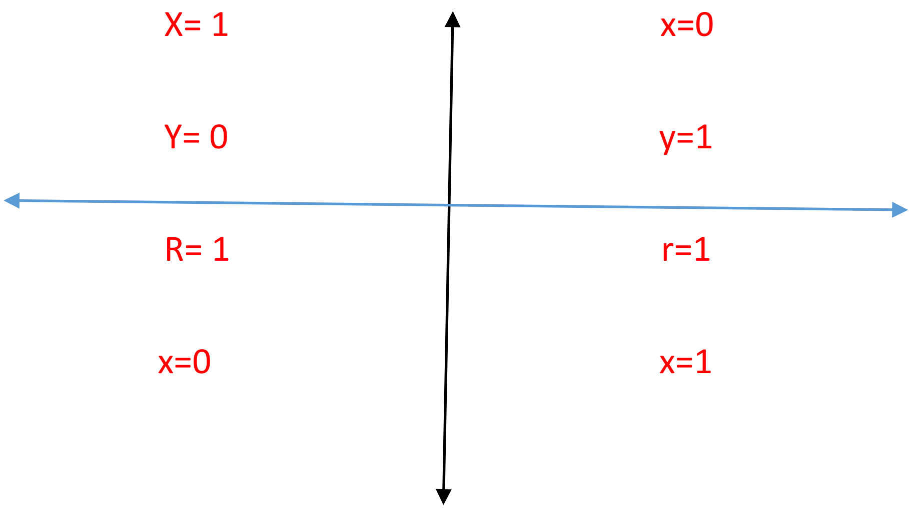
د وسطي يا معسن نسبت نقطی فرمول: $X = \frac{mx2+nx1}{m+n}$

P1(-2, 4) P (x, y) P2(3, -1)

$X+=\frac{mx2+nx1}{m+n}$ $X=\frac{3*3+2(-2)}{3+2}$ $X=\frac{9-4}{5}$ $x = \frac{5}{5} = 1$

$Y=\frac{my2+ny1}{m+n}$ $y=\frac{3(-1)+2(4)}{3+2}$ $y=\frac{3+8}{5}$ $y= \frac{5}{5} = 1$

د ساين كوساين پيدا كول



Writer Tariq Bahar

(c) ketabton.com: The Digital Library

y=1 y=0

r=1 r=1

sin $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cos $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}$ tan $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

cot $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ sec $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cose $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$

مثال:د 90,120,270,300 درجو sin,cos,tan پيدا کړی؟

Sin 90=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$ tan 90=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cos 90=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

Sin180=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{0}{1} = 0$ tan180=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$

Cos 180=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{1}{1} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\text{Sin}270=\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}=\frac{y}{r}=\frac{1}{1}=1$ $\tan 270=\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}=\frac{y}{x}=\frac{1}{0}=\infty$

$\text{Cos }270=\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}=\frac{x}{r}=\frac{0}{1}=0$

$\text{Sin}360=\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}=\frac{y}{r}=\frac{0}{1}=0$ $\tan 360=\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}=\frac{y}{x}=\frac{0}{1}=0$

$\text{Cos }360=\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}=\frac{x}{r}=\frac{1}{1}=1$

د کوتانجنت،سیکینډ او کوسیکینډ بیدا کول؟

$\cot \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ $\sec \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}}$ $\text{cosec} \frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

cot 90=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$ sec90= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cosec 90=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 180=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec180= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

Cosec 180=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 270=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{0}{1} = 0$ sec270= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = 0$

Cosec 270=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 360=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec1360= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

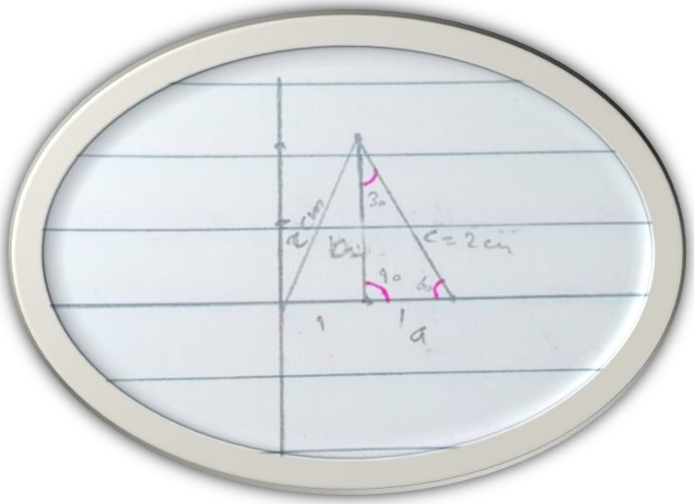
Cosec 360=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{0} = \infty$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د30 درجو ساين ،کوساين او تانجنت پيداکول

ثبوت: د فيثاعورث قضيه

$a^2 + b^2 = c^2$



$1^2 + b^2 = 2^2$

$1^2 + b^2 = 4$

$b^2 = 4 - 1$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{3}$

$b = \sqrt{3} = 9$

$$\text{Sin } 30 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} = \frac{1}{b2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Cos } 30 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Tan } 30 = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Cot } 30 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 9$$

$$\text{Sec } 30 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

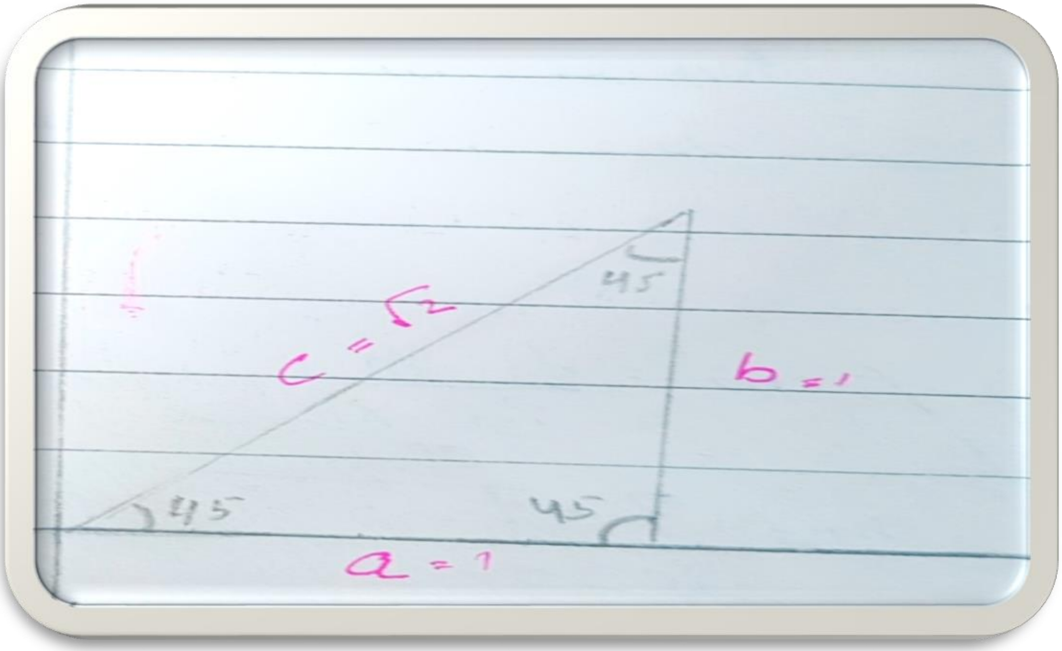
$$\text{Cosec } 30 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$$

د ساين،كوساين،تانجنټ،كوتانجنټ،سيكينډ او كوسيكينډ 45 درجو پيدا كول.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت: د فيثاعورث

قضيه.



A^2+b=c

$C^2=a^2$+b

$C^2=1^2+1^2$ /

c^2=2 / $\sqrt{c^2} =$

$\sqrt{2}$ / c =$\sqrt{2}$

$\text{Sin } 45 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{a}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

$\text{Cos } 45 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{b}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\text{Tan } 45 = = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$

$\text{Cot } 45 = = \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Sec 45 $= \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$

Cosec 45 $= \frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$

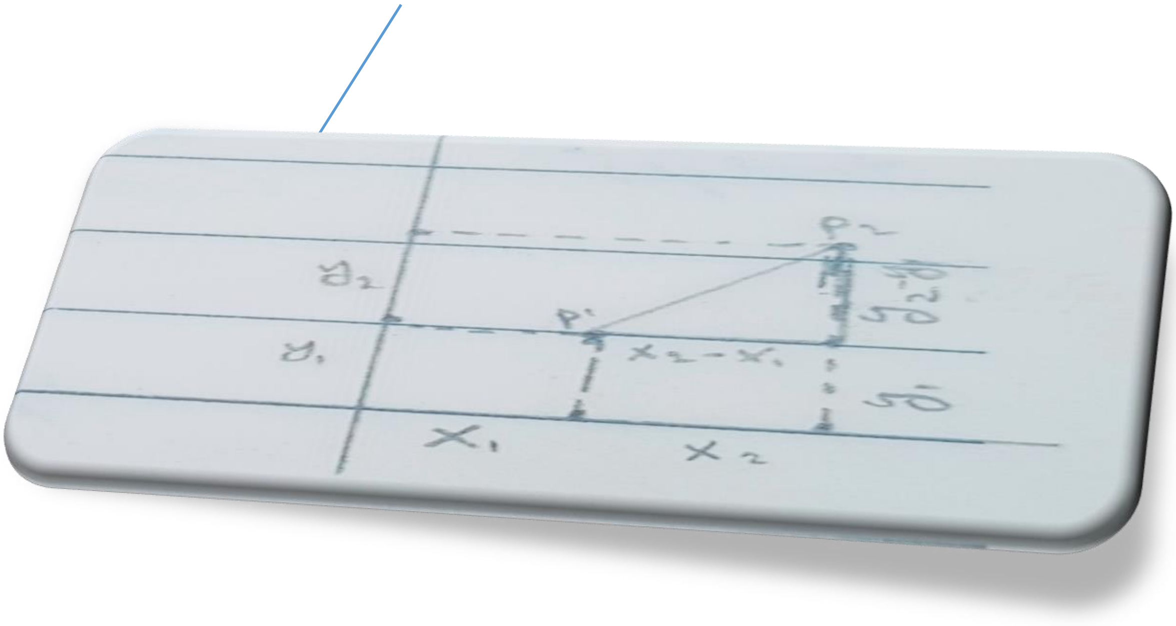
د يو مستقيم خط ميل او د ميل زاويه

ميل په لغت كي كوږوالي ته وايي او په اصطلاح كی د هغی زاويی له تانجنت څخه عبارت ده چي لومړی ضلع يی د x د مثبت جهت په امتداد او دوهمه ضلع يې د ميل د خط په امتداد وي.

ميل او د ميل زاويه په لاندي فرمول ښودل کيږي.

ثبوت:

M= tan α



tan α =m = $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

tan α $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

tan α =m

(c) ketabton.com: The Digital Library

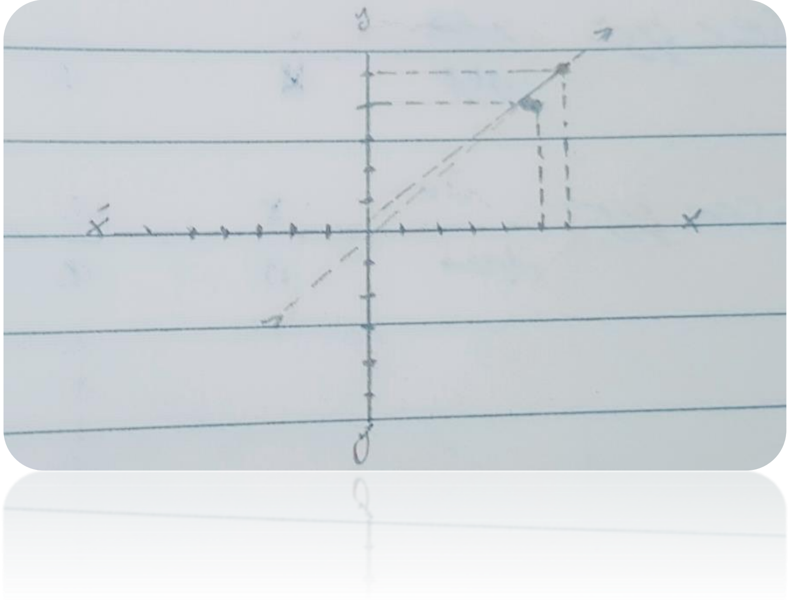
p1(x1, y1) $\tan\alpha = m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

p2(x2, y2)

مثلا: د هغه مستقسم خط ميل او د ميل زاويه يی په لاس راوړی او په ګراف کی يی هم وښاياست چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

A (5,4) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

B (6,5) $m = \frac{5-4}{6-5}$ / $m = \frac{1}{1} = 1$

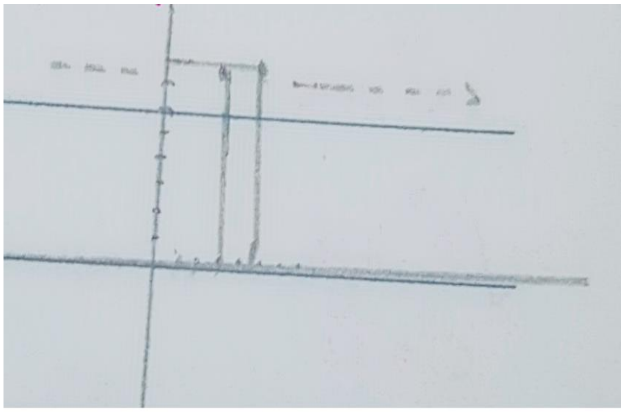


Tanα = m=1 / α= 45 /

tan α =1 / ARK tan (1) = α 45

دوهيم مثال: د هغه مستقيم ميل او د ميل زاويه په لاس راوړی او په ګراف کې يی وښاياست

چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

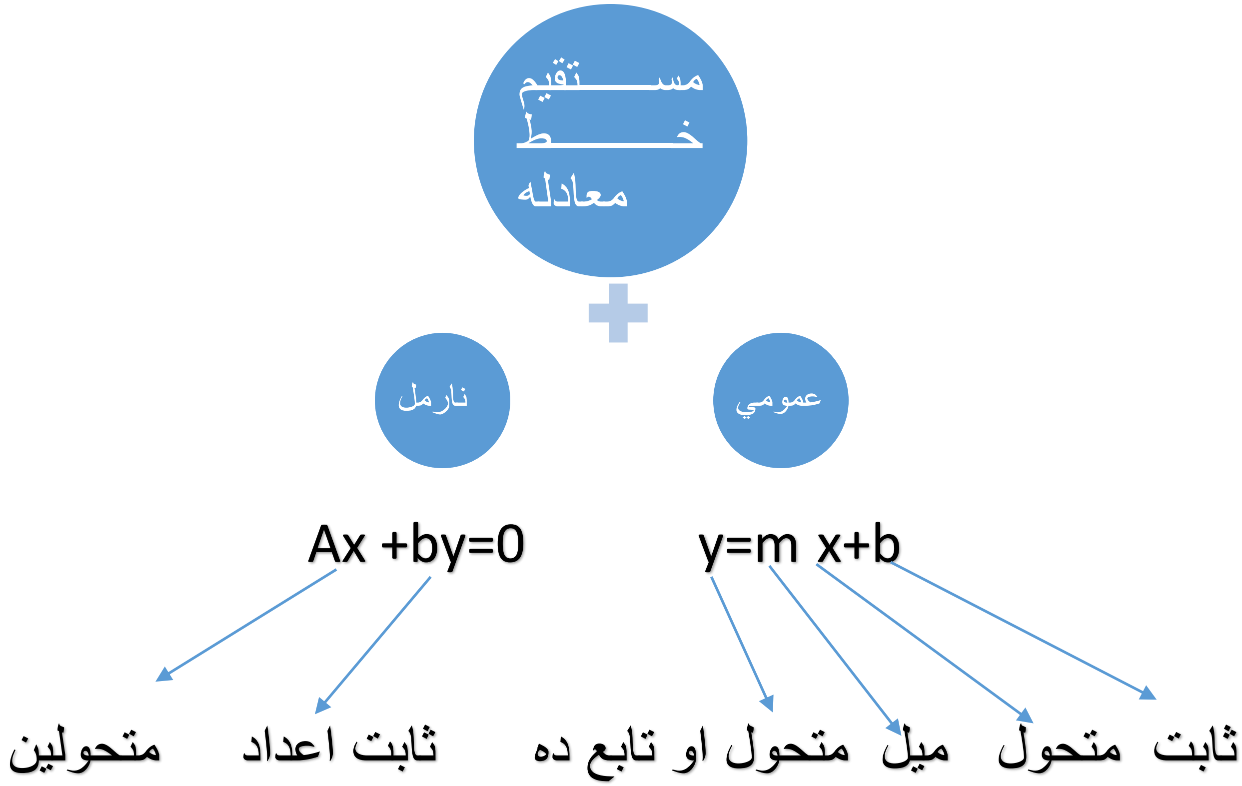


A(3,7) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

B(4,7) $m = \frac{7-7}{4-3}$ / $m = \frac{0}{1} = 0$ / α =180 / $\tan 180 = \frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيم خط معادلې



ثبوت:

A (0, b) $\tan\alpha = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

B (x, y) $\tan\alpha = \frac{y-b}{x}$ / $\tan\alpha = m$ / $\frac{m}{1} = \frac{y-b}{x}$ / $y-b = mx$ / $y = mx+b$

مثال: د هغه مستقیم خط معادله پیدا کړی چې میل سس ۲ او د میل y محور یی یعنې b په ۵ عدد کې قطع کړی ګراف او زاویه یی پیداکړی؟

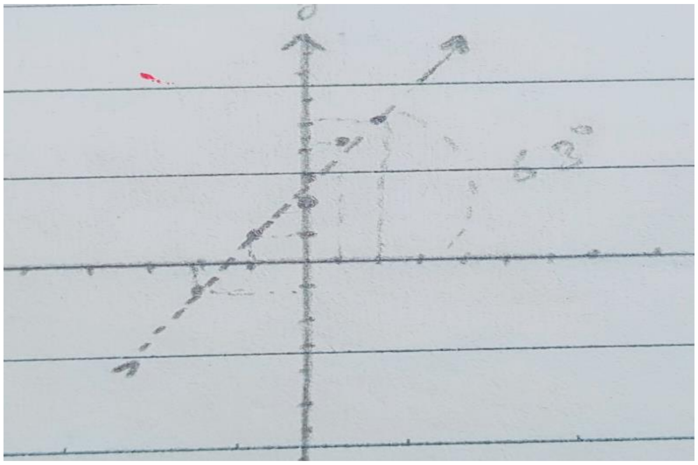
(c) ketabton.com: The Digital Library

M=2 y=mx +b // y=2x+5 // y=2x+5...... 1

B=5 Tan α = m // tan α = 2

G=? , α =? y=2x+5 y=2(-3) +5 y=-6+5

Y=? y=-1



د دو مستقيمو حطونو تر منځ موازيتوبو منطبقوالي او عموديت

فرمول لرو چي عبارت دي له :

Y= m1x+b1......1 ٨ y2=m2x+b2......1

د موازيتوب،منطبقوالي او عموديت تر منځ توپير او شرطونه یی په لاندی ډول دي.

١ موازيتوب: شرط دادي چې: m1=m2

B1 ≠ b2

٢ منطبق : شرط دادي چې: m1=m2

B1=b2

٣ عموديت: شرط دادي چې: m1*m2=-1

که پورته شرطونو کی یو هم صحيح شو نو سوال يا منطبق ،عموديت اويا موازي دې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

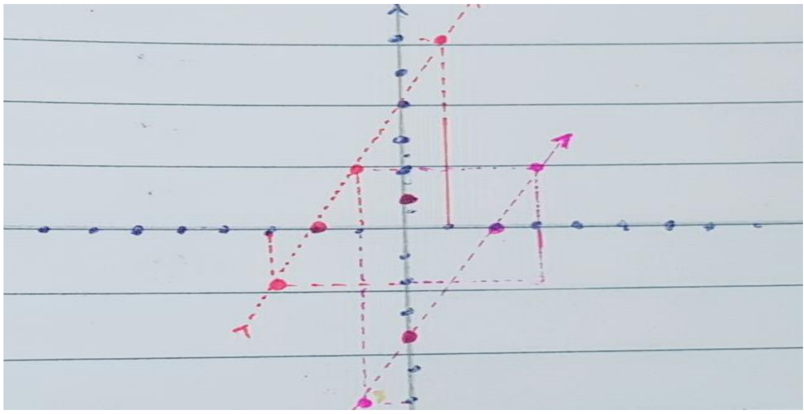
موازيتوب

$Y1 = m1 + b1$.......... I // $y2 = m2 + b2$....... II که چيري

$Y1 = 2x + 4$....... I // $y2 = 2x - 4$ II

$M1 = m2$ // $2=2$

$B1 \neq b2$ // $4 // \neq -4$



منطبقوالي

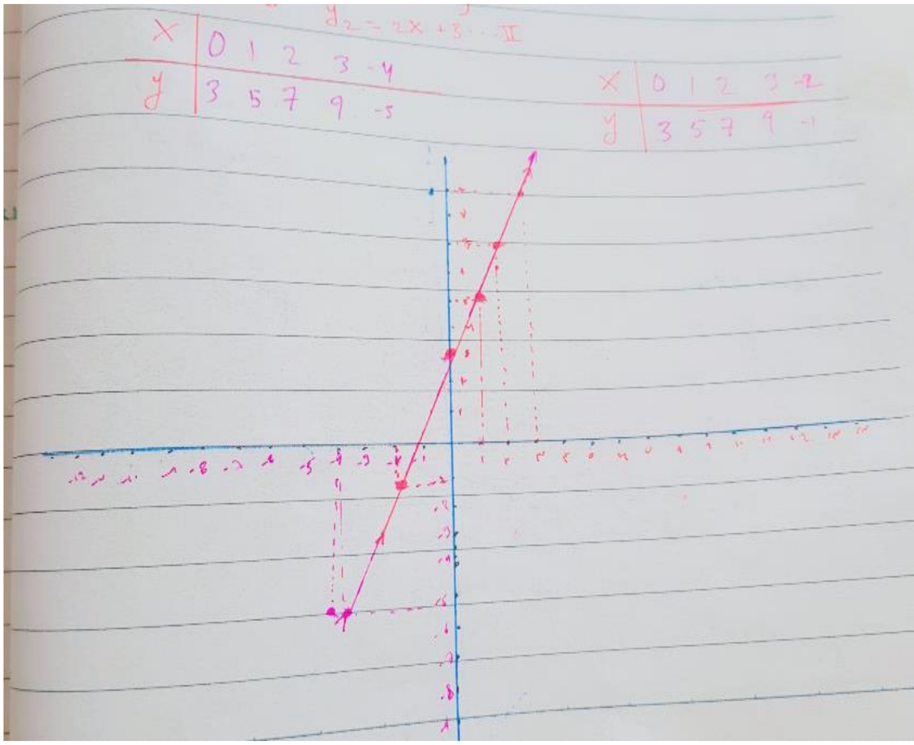
$Y1 = m1x + b1$...I ∧ $y2 = m2x + b2$...I

$Y1 = x + 3$ ∧ $y2 = x + 3$

$M1x + b1$

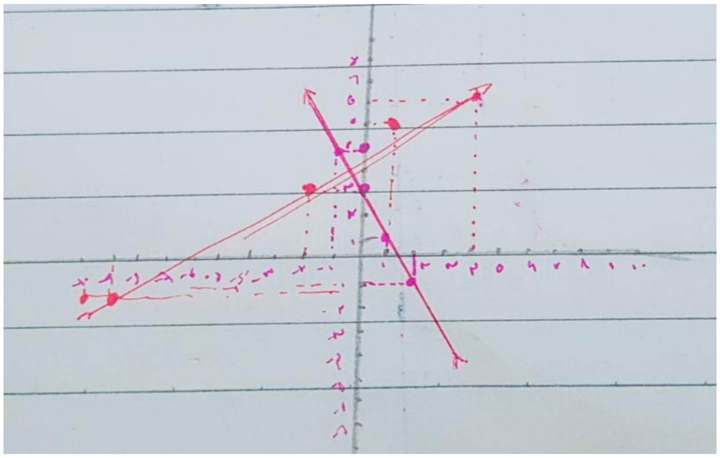
$M1 = m2$

$B1 = b2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

عموديت



Y1 =m1x+b1…I   y2=m2x+b2…II

$Y1 = 2x + 3 \ldots I \qquad y2 = \frac{1}{2}\, x + 4 \ldots. I$

M1*m2=-1

Y1=2x+3 $y2=\frac{1}{2}\, x + 4$

د هغه مستقیم خط معادله چې یوه نقطه میل او دوه نقطه ولري

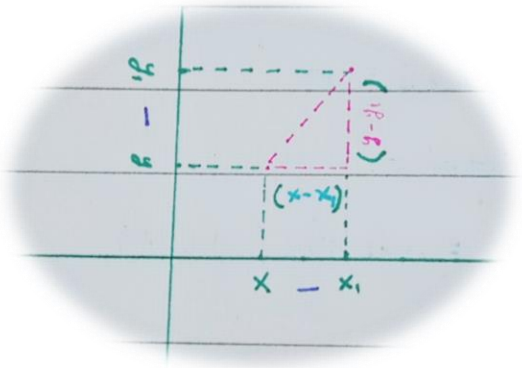
یوه نقطه Y-y1=m(x-x1) …I

دوه نقطه y-y1=$\frac{y2-y1}{x2-x1}\,(x - x1)$ …II

لومړی ثبوت:

P1(x1, y1)

P (x, y)



Tan α $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

Tan α = m

وسطين ضرب طرفين.$\frac{m}{1} = \frac{y-y1}{x-x1}$

Y2-y1=m(x-x1) …I

M=$\frac{y2-y1}{x2-x1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1)$ ... I

يوه نقطه

لومړی مثال: د هغه مستقيم خط ميل،زاويه،ګراف او معادله پيداکړی چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

P1(3, -5)   y=2x-11...I

M=2   y-y1=m(x-x1) ...I

α=?   Y+5=2(x-3)

G=?   y+5=2x-6

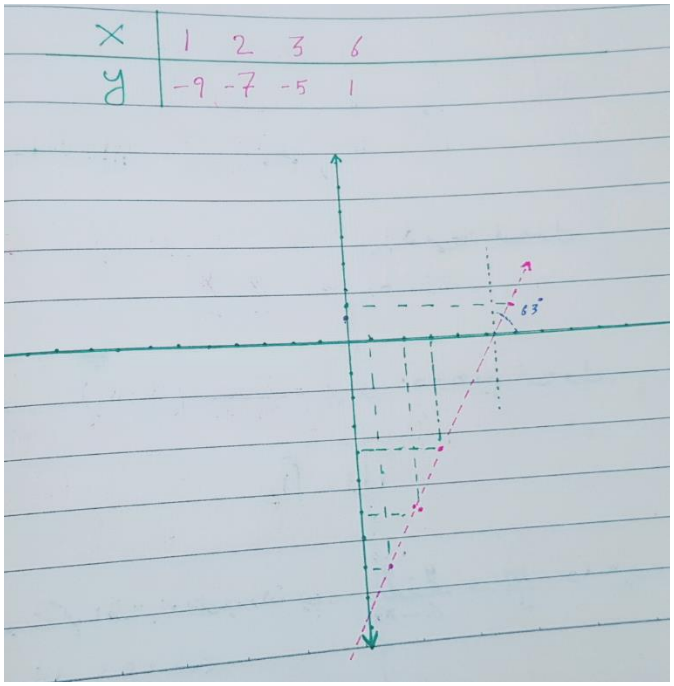
Y=2x-6-5

Y=2x-11...I

Tan α= m

Tan α=2

ARC tan (2) =63



دوه نقطي

دوهيم مثال:

P1(2,3) $y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1)$ ... I

P2(4,5) $y-3=\frac{5-3}{4-2}(x-2)$

α=? $Y-3=\frac{2}{2}(x-2$

G=?   Y-3=1(x-2)

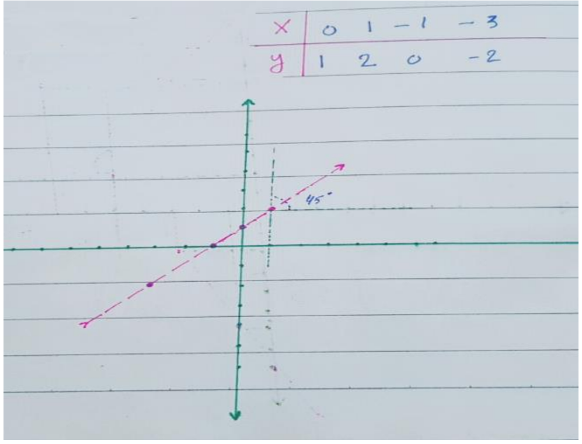
(c) ketabton.com: The Digital Library

M=? Y-3=x-2

M=1 Y=x-2+3

Tanα=1 Y=1x+1…II

α=45



د يو مستقيم خط او د يوى نقطي ترمنځ فاصله

د لاندى فرمول په واسطه لاس ته راځى.

$$D=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Ax+by+c=0 $d=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{3*8+4*5+1}{\sqrt{3^2+4^2}}$

3x+4y+1=0 $d=\frac{24+20+1}{9+16}=\frac{45}{\sqrt{25}}=\frac{45}{5}=\frac{9}{1}=9cm$

شکل:

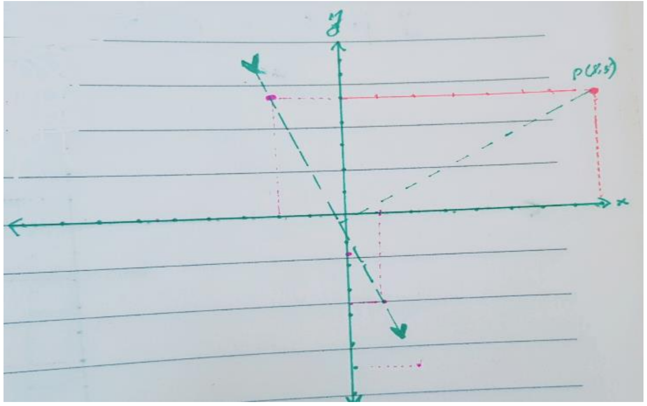
P (8,5)

Ax+by+c=0 // 3x+4y+1=0

Example : $\frac{.4y}{4}=\frac{-3x}{4}=$

$Y=\frac{.-3}{4}-\frac{.1}{4}=\frac{.-3x-1}{4}=\frac{.-13}{4}$

Y=-3.5

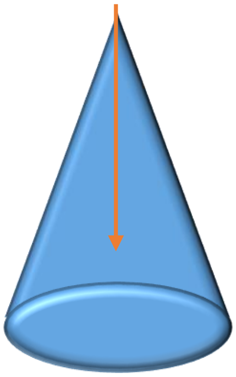


Writer Tariq Bahar

(c) ketabton.com: The Digital Library

مخروط مقاطع

مخروط:هغه هندسي شکل چې قاعده یی یوه دایره او جانبی سطحی یی مثلثونه تشکیل کړي اویوه نقطه ولري.



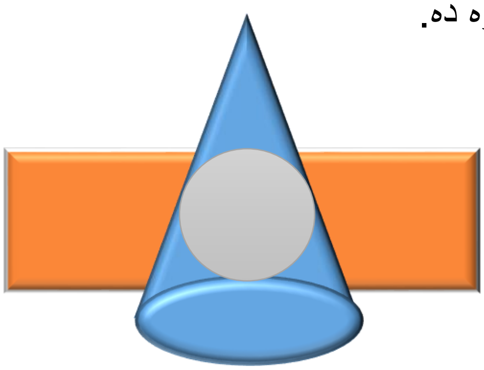
مخروط

مستوي: هره هموراه سطحه مستوي ده.

مستوي

د محروط مقاطع ډولونه

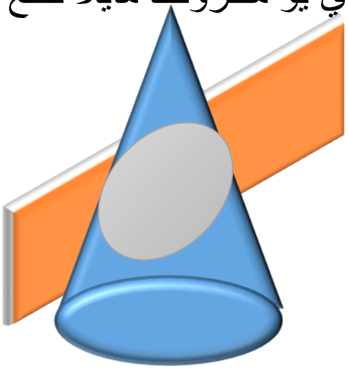
لومړی حالت: که چیري یوه مستوي د یومخروط له قاعدې سره موازي قطع وکړي لاس ته راغلي شکل یوه دایره ده.



دايره

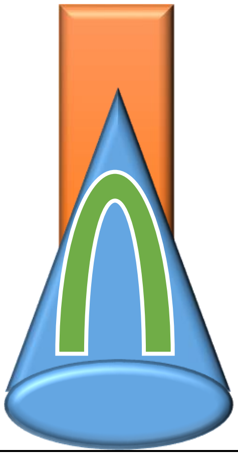
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوهيم خالت: كه چيري يوه مستوي يو مخروطد مايلاً قطع کړي لاس ته راغلي شکل يو *ايليفس* يا *بيزوي* دي



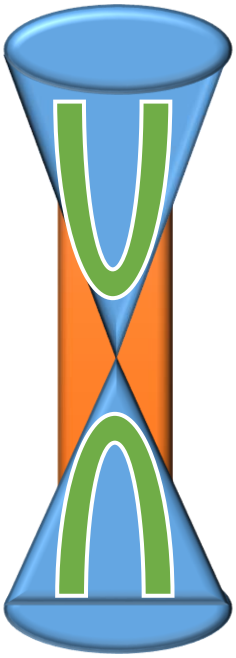
بيزوي / ايليفس

دريم خالت: که چيري يو مخروط ړد يو مستوي په وسيله عموداً قطع کړي لاس ته راغلي شکل پارابولا ده.



فارابولا

ځلورم خالت: که يو مستوي دوه مخروطونه عموداً قطع کړي لاس ته راغلي شکل هاي فارابولا دي.



هاي فارابولا

(c) ketabton.com: The Digital Library

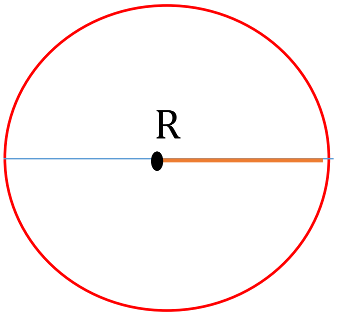
دایره

دایره: هغه تړلي منحني خط چې د محیط ټولي نقطي د مرکز سره مساویفاصله ولري

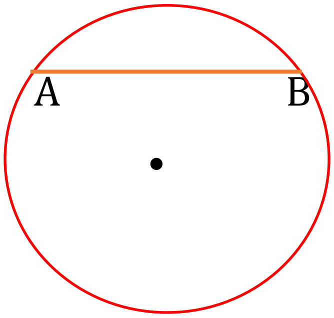
ددایرې جزیات:

لومړی ددایرې شعاع: هغه خط چې له مرکز څخه شروع او محیط سره وصل شي یا د مرکز څخه محیط سره وصل شي او په r بنودل کیږي.

$$R=\frac{d}{2}$$



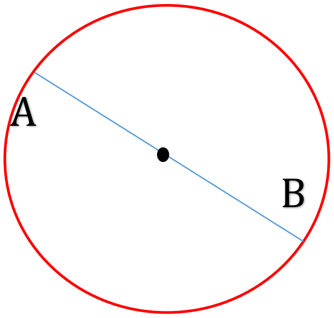
دوهیم وتر:هغه خط چې د محیط ده نقطې سره وصل شي د وتر په نوم یادیږي.



دریم قطر:هغه خط چې له مرکز نه تیر شي او د محیط دوه نقطې سره وصل شي .

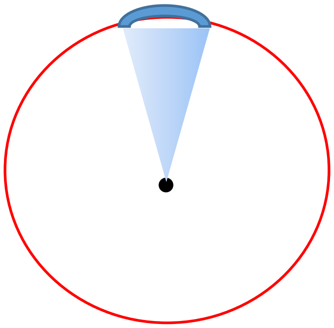
یا په بل عبارت: تر ټولو لوی وتر د قطر په نوم یادیږي.

یا په بل عبارت: د شعاع دوه چنده د قطر په نوم یادیږي.

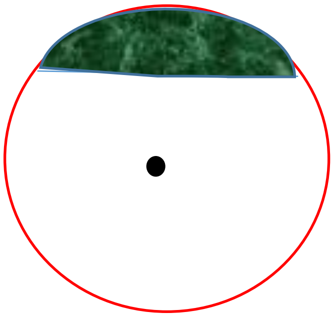


(c) ketabton.com: The Digital Library

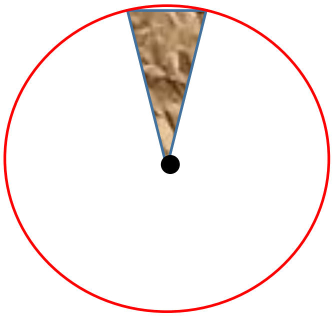
خلورم ددايرى قوس: ددايرې د محيط يوه برخه دقوس په نوم ياديږي.



پنځم قطع: ددايرې هغه برخه چې وتر او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي د قطع په نوم ياديږي.



شپږم قطاع :ددايرې هغه برخه چې ددو شعاعګانو او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي قطاع بلل کيږي.



نوټ

يوه دايره بې شميره شعاعګانې،وترونه،قوسونه قطرونه،قطعې او قطاعګانې لري.

The end

Writer Tariq Bahar

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library