Analytical Geumetry

1st semester BIT Computer since

Ketabton.com

هندسه تحليلي

استاد: مبارک شاه همت

ليکونکي:: طارق بهار

مريم پوهنتون احمدشاه بابا مينه

۱۴۰۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

Analytical Geometry

رياضيات

رياضيٍ درياضيت څخه اخيستل شوي عربی کلمه ده چي مغنا يی کوشش او زحمت ويستل دي.

په اصطلاح کې د طبيعت ژبه ده چی د نورو علومو سره ارتباط جوړوي.

/ په بل عبارت د اعدادو او مقدارونو علم ده.

/ په بل عبارت ساينسي او معلق مسايل تر سيړنې لاندي نيسي

رياضي په (۹) برخو ويشل شوي ده.

(۱)حســـاب (۲) الجبر (۳)مثلثات (۴)هندســـه (۵)عالي رياضـيات (۶)اقتصـادي رياضـيات (۷)منطق (۸)احصـايه (۹)احـــتـــمـــالات

هندسه

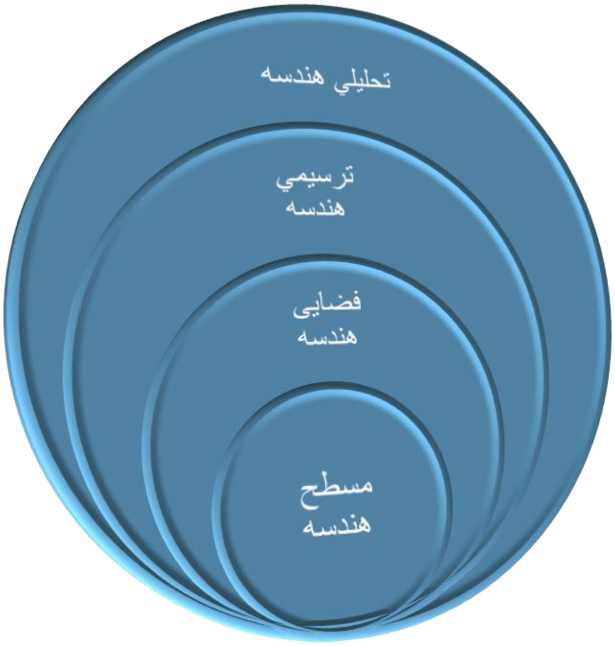
هندسه د يوناني کلمي د جيوميترئ څخه اخيستل شوي چي جيو د ځمکې په معنا او ميټري د اندازه ګيري په معنی ده.

نو هندسه هغه علم د ي چی ځمکې اندازه کوي.

/ هندسه هغه علم دي چې د نقطو کربنو يا خطونو زاويو سطحو او شکلونوڅخه بحث کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هندسه په ځلورو برخو ويشل شوي ده.



- تحليلي هندسه
- ترسيمي هندسه
- فضايى هندسه
- مسطح هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحليليي هندسه

تحليلی هندسه د الجبر او هندسې تر منځ پول یا سرحد جوړوي . په اصطلاح کې هغه علم دی چې د هر شکل لپاره یو فرمول یا معادله او د هرې معادلې یا فرمول لپاره یو شکل جوړوي.

د تحليليي هندسې د استعمال ځايونه

(1) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په نيو تکنالوژی کې استعفاده کيږي

(2) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په مخابراتي سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(3) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د راداروںو په سيستم کې کار اخيستل کيږي.

(4) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه په امنيتي برخه کې کار اخيستل کيږي.

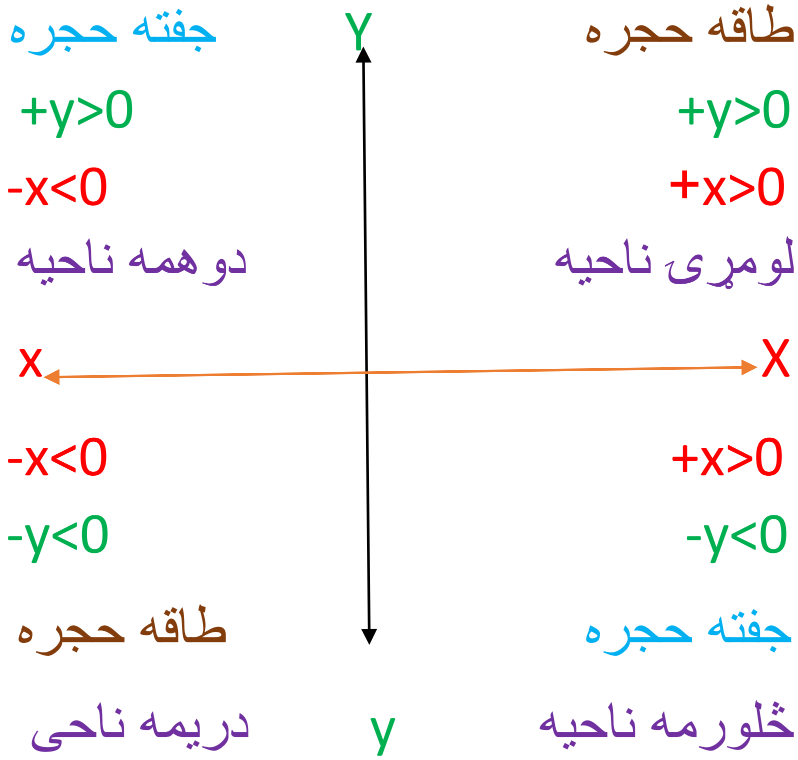
(5) د تحليلي هندسې د مسائيلو څخه د مختلفو مضامينو او يا د په بعضې مسائلو کې استعفاده کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

....

كواردينات سيستم

كه چيرى ۲ مستقيم خطونه يو بل عموداً قطع كړي او ۹۰ درجى زاويه په لاس راشي چي ۴ ناحيى يا حجري ولري د كواردينات سيستم په نوم ياديږى.



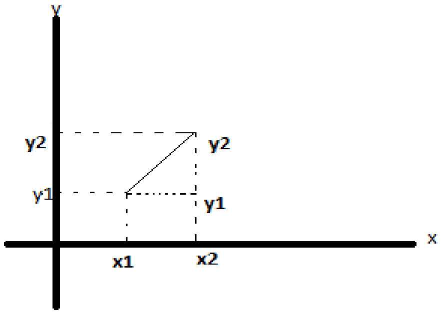
د دو نقطو ترمنځ د فاصلو پيداكول.

ثبوت: لومړئ ګراف رسموو. **Graph 1:**

(c) ketabton.com: The Digital Library

P1(x1, y1)

P2(x2, y2)



د فثاغورث قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کی وتر مربع مساوي ددو قايمو الضلاعو د مربعاتو له مجموعی سره. $(C^2=a^2+b^2)$

$C^2 = a^2 + b$ د فيثاغورث قضيه

$A^2 = (x_2 - x_1)$

$B^2 = (y_2 - y_1)$

$D = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$

$d = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$ دو نقطو پيدا کولو فرمول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال:هغو نقطو تر منځ فاصله په لاس راوړی چی په لاندی ډول دي؟

حل:

P1(-2, 3)

P2(4, -1)

d=$\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

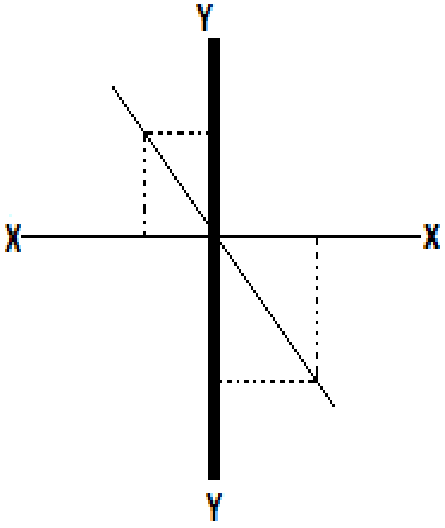
d=$\sqrt{(4+2)^2+(-1-3)^2}$

d= $\sqrt{(6)^2+(-4)^2}$

d=$\sqrt{36-16}$

d=$\sqrt{20}$= 4.5

graph:2



(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو قطعه خط تقسيم په يو معين نسبت

د لاندې فرمول په واسطه محاسبه کيږي.

ثبوت:-

P1(x1, y1)

P2(x2, y2)

$$\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{y-y1}{y2-y}=\frac{m}{n}$$

$$\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{m}{n}\dots\dots 1 \quad \frac{y-y1}{y2-y}=\frac{m}{n}\dots\dots 2$$

وسطين ضرب طرفين $\frac{x-x1}{x2-x}=\frac{m}{n}$

nx-nx1 = mx1-mx

nx+mx = mx2+nx1

x(n+n) = mx2-+nx1

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x(n+m)}{m+n} = \frac{mx2+nx1}{m+n}$$

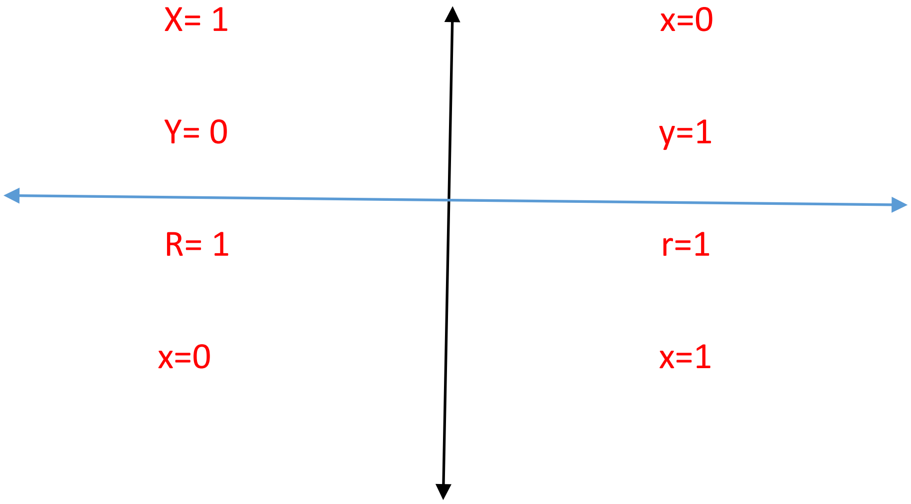
د وسطي يا معسن نسبت نقطي فرمول: $X = \frac{mx2+nx1}{m+n}$

P1(-2, 4) P (x, y) P2(3, -1)

$X+=\frac{mx2+nx1}{m+n}$ $X=\frac{3*3+2(-2)}{3+2}$ $X=\frac{9-4}{5}$ $x = \frac{5}{5} = 1$

$Y=\frac{my2+ny1}{m+n}$ $y=\frac{3(-1)+2(4)}{3+2}$ $y=\frac{3+8}{5}$ $y= \frac{5}{5} = 1$

د ساين كوساين پيدا كول



(c) ketabton.com: The Digital Library

y=1 y=0

r=1 r=1

sin $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cos $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}}$ tan $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

cot $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ sec $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$ cose $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}}$

مثال:د 90,120,270,300 درجو sin,cos,tan پیدا کړی؟

Sin 90= $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$ tan 90= $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cos 90= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

Sin180= $\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{0}{1} = 0$ tan180= $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$

Cos 180= $\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{1}{1} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Sin270=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$ tan270=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cos 270=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

Sin360=$\frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{0}{1} = 0$ tan360=$\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$

Cos 360=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{1}{1} = 1$

د کوتانجنت،سیکینډ او کوسیکینډ بیدا کول؟

cot $\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}}$ sec $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}}$ cosec $\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

cot 90=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$ sec90= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = \infty$

Cosec 90=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 180=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec180= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

Cosec 180=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 270=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{0}{1} = 0$ sec270= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{0} = 0$

Cosec 270=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{1} = 1$

---

cot 360=$\frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{1}{0} = \infty$ sec1360= $\frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{1} = 1$

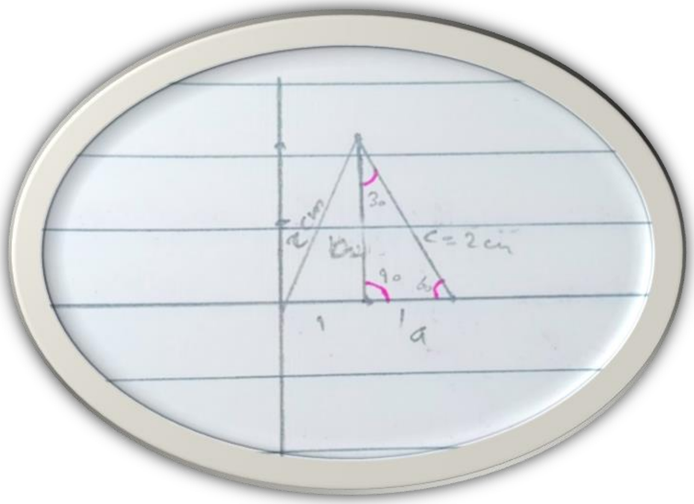
Cosec 360=$\frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{1}{0} = \infty$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د30 درجو ساين ،کوساين او تانجنت پيداکول

ثبوت: د فيثاعورث قضيه

$a^2 + b^2 = c^2$



$1^2 + b^2 = 2^2$

$1^2 + b^2 = 4$

$b^2 = 4 - 1$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{3}$

$b = \sqrt{3} = 9$

$\text{Sin } 30 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} = \frac{1}{b2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Cos } 30 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Tan } 30 = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Cot } 30 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 9$$

$$\text{Sec } 30 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

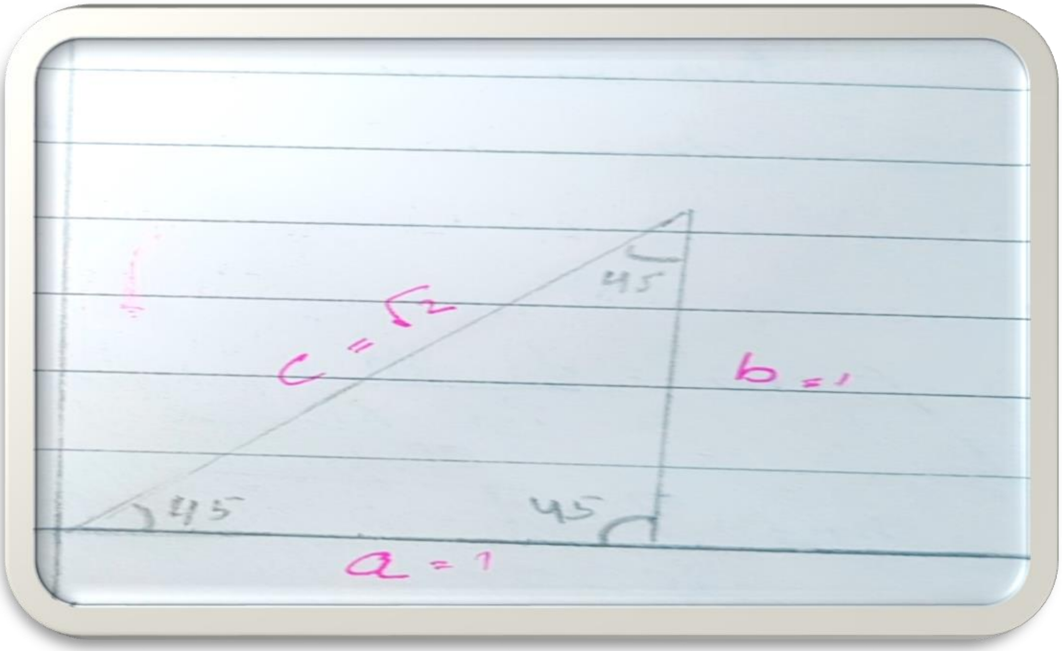
$$\text{Cosec } 30 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$$

د ساين،كوساين،تانجنټ،كوتانجنټ،سيكينډ او كوسيكينډ 45 درجو پيدا كول.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت: د فيثاغورث

قضيه.



$A^2+b=c$

$C^2=a^2+b$

$C^2=1^2+1^2$ /

$c^2=2$ / $\sqrt{c^2} =$

$\sqrt{2}$ / $c = \sqrt{2}$

$$\text{Sin } 45 = \frac{\text{مقابله}}{\text{وتر}} = \frac{y}{r} = \frac{a}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\text{Cos } 45 = \frac{\text{مجاوره}}{\text{وتر}} = \frac{x}{r} = \frac{b}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tan } 45 = = \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y}{x} = \frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{Cot } 45 = = \frac{\text{مجاوره}}{\text{مقابله}} = \frac{x}{y} = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Sec } 45 = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاوره}} = \frac{r}{x} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$$

$$\text{Cosec } 45 = \frac{\text{وتر}}{\text{مقابله}} = \frac{r}{y} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} = 4$$

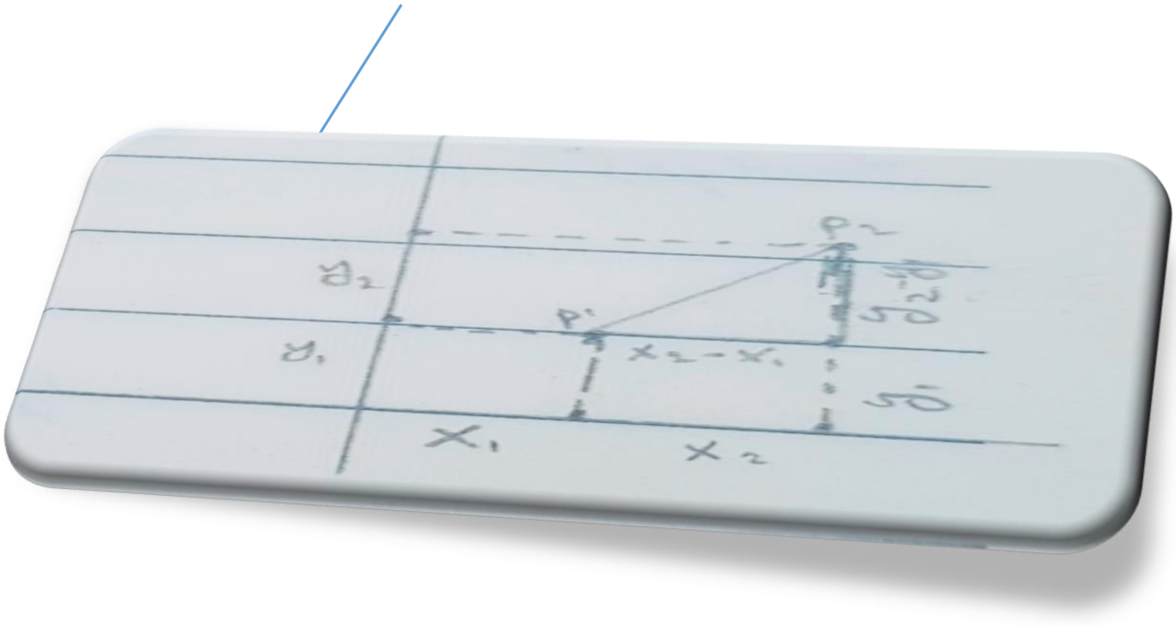
د يو مستقسم خط ميل او د ميل زاويه

ميل په لغت کي کوږوالي ته وايی او په اصطلاح کی د هغی زاويی له تانجنت ځخه عبارت ده چي لومړی ضلع يی د x د مثبت جهت په امتداد او دوهمه ضلع يې د ميل د خط په امتداد وي.

ميل او د ميل زاويه په لاندي فرمول ښودل کيږي.

ثبوت:

M= tan α



$$\tan \alpha \frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$$

$$\tan \alpha = m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$$

tan α =m

(c) ketabton.com: The Digital Library

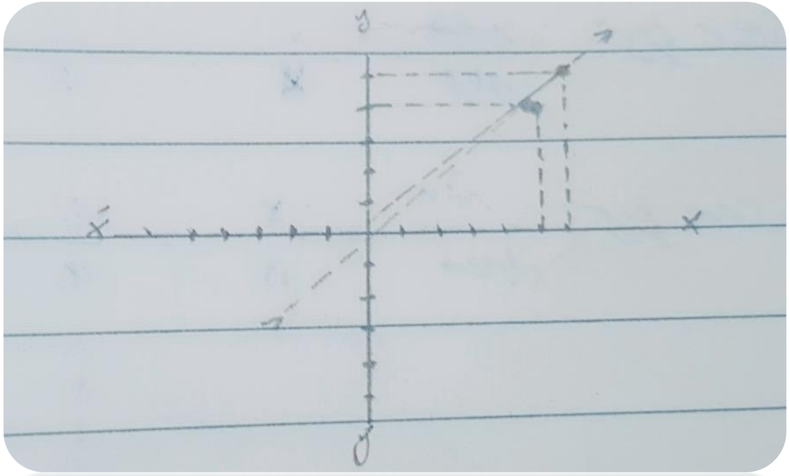
p1(x1, y1) $\tan\alpha = m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

p2(x2, y2)

مثلا: د هغه مستقسم خط میل او د میل زاویه یی په لاس راوړی او په ګراف کی یی هم
وښایاست چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

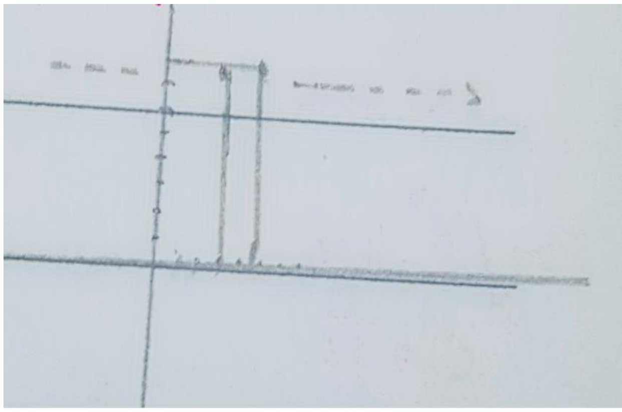
A (5,4) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

B (6,5) $m = \frac{5-4}{6-5}$ / $m = \frac{1}{1} =$
1



Tanα = m=1 / α= 45 /
tan α =1 / ARK tan (1) = α 45

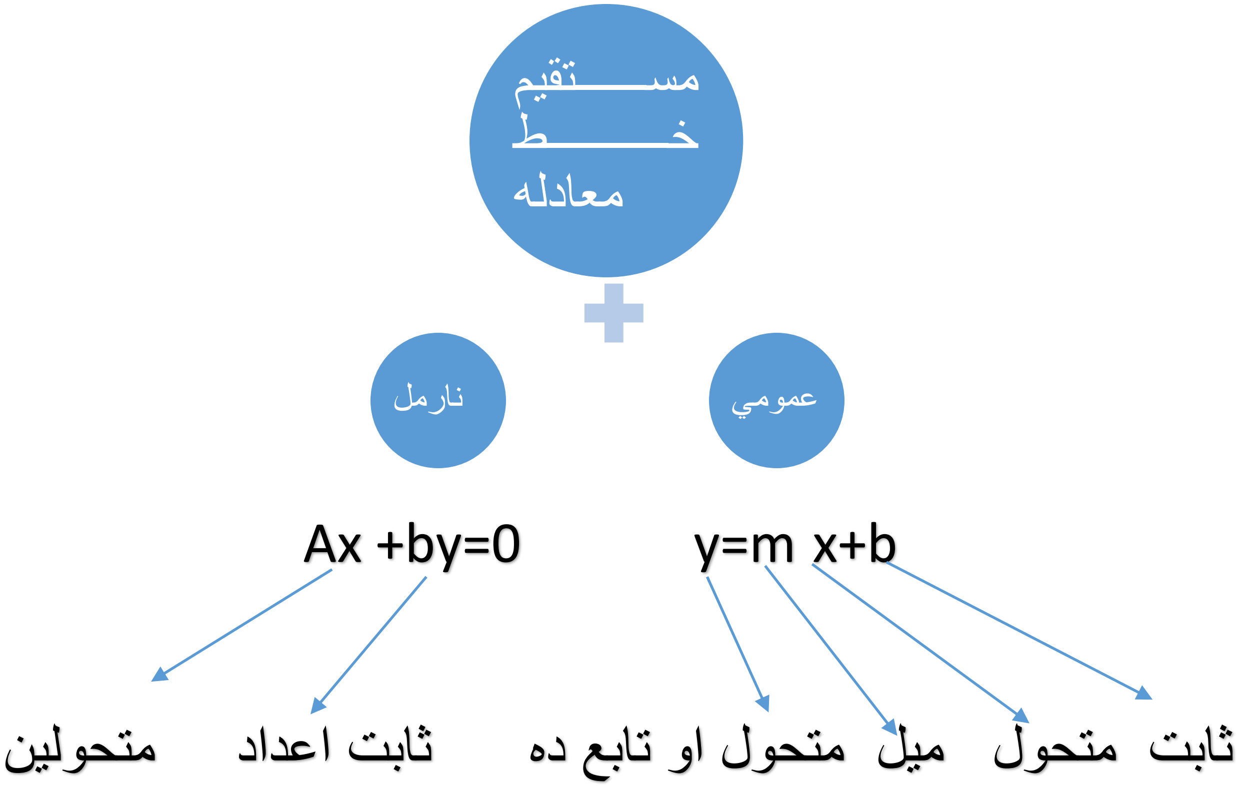
دوهیم مثال: د هغه مستقیم میل او د میل زاویه په
لاس راوړی او په ګراف کي یی وښایاست
چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.



A(3,7) $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

B(4,7) $m = \frac{7-7}{4-3}$ / $m = \frac{0}{1} = 0$ / α
=180 / $\tan 180 = \frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$

د مستقیم خط معادلې



ثبوت:

A (0, b) tan α= $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

B (x, y) tan α = $\frac{y-b}{x}$ / tan α = m / $\frac{m}{1} = \frac{y-b}{x}$ / y-b =mx / y= mx+b

مثال: د هغه مستقیم خط معادله پیدا کړئ چې میل سس ۲ او د میل y محور یی یعني b په ۵ عدد کې قطع کړی ګراف او زاویه یی پیداکړئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

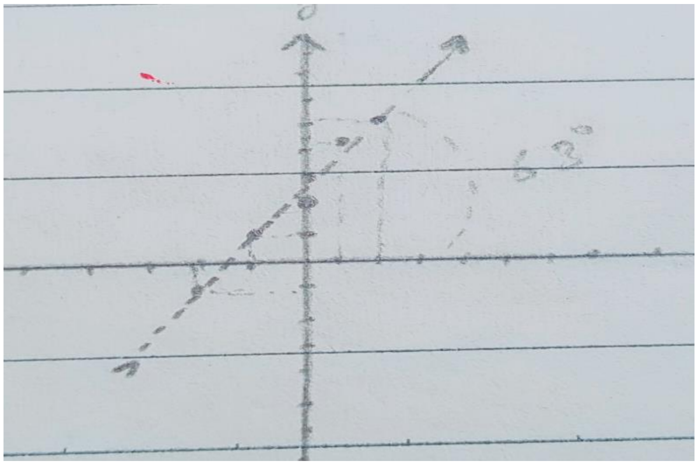
(c) ketabton.com: The Digital Library

M=2 y=mx +b // y=2x+5 // y=2x+5...... 1

B=5 Tan α = m // tan α = 2

G=? , α =? y=2x+5 y=2(-3) +5 y=-6+5

Y=? y=-1



د دو مستقيمو حطونو تر منځ موازيتوبو منطبقوالي او عموديت

فرمول لرو چي عبارت دي له :

Y= m1x+b1......1 ٨ y2=m2x+b2......1

د موازيتوب،منطبقوالي او عموديت تر منځ توپير او شرطونه يی په لاندی ډول دي.

١ موازيتوب: شرط دادي چې: m1=m2

B1 ≠ b2

٢ منطبق : شرط دادي چې: m1=m2

B1=b2

٣ عموديت: شرط دادي چې: m1*m2=-1

که پورته شرطونو کی یو هم صحيح شو نو سوال يا منطبق ،عموديت اويا موازي دې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

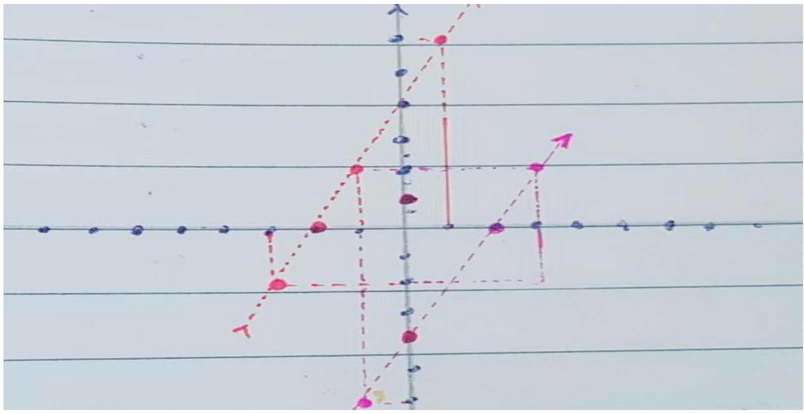
موازيتوب

$Y_1 = m_1 + b_1$………. I // $y_2 = m_2 + b_2$……. II   که چيري

$Y_1 = 2x + 4$……. I // $y_2 = 2x - 4$ ………..II

$M_1 = m_2$ // $2=2$

$B_1 \neq b_2$ // $4 \neq -4$



منطبقوالي

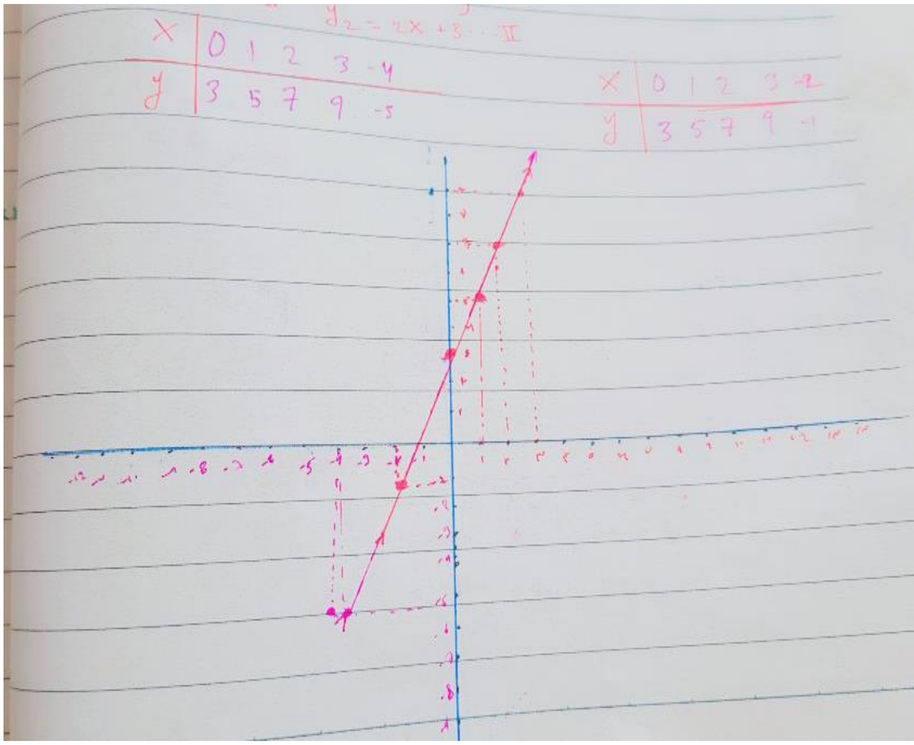
$Y_1 = m_1x + b_1$…I ∧ $y_2 = m_2x + b_2$…I

$Y_1 = x + 3$ ∧ $y_2 = x + 3$

$M_1x + b_1$

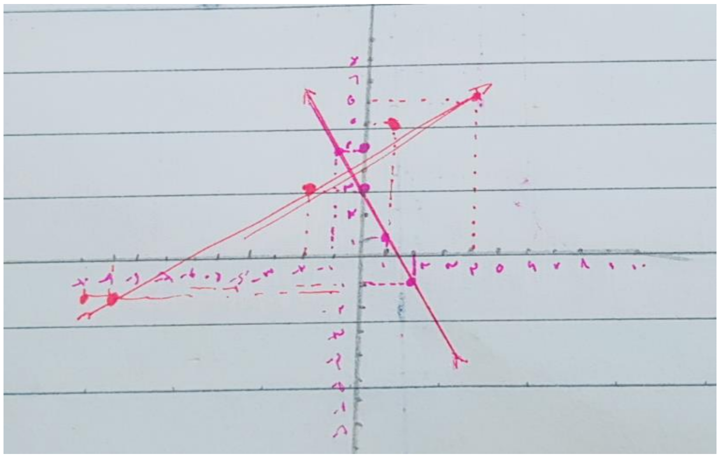
$M_1 = m_2$

$B_1 = b_2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

عموديت



Y1 =m1x+b1…I   y2=m2x+b2…II

$Y1 = 2x + 3 \ldots I \qquad y2 = \frac{1}{2}\, x + 4 \ldots. I$

M1*m2=-1

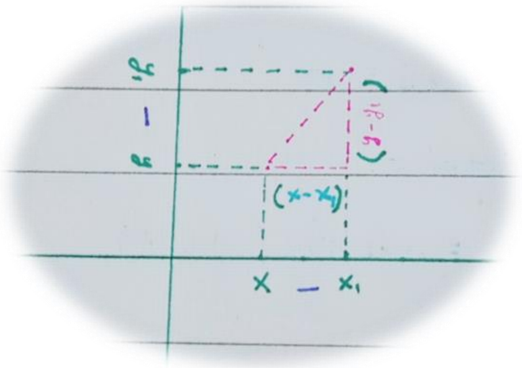
Y1=2x+3   y2=$\frac{1}{2}\, x + 4$

د هغه مستقيم خط معادله چي يوه نقطه ميل او دوه نقطه ولري

يوه نقطه Y-y1=m(x-x1) …I

دوه نقطه y-y1=$\frac{y2-y1}{x2-x1}\,(x - x1)$ …II

لومړی ثبوت:



P1(x1, y1)

P (x, y)

Tan α $\frac{\text{مقابله}}{\text{مجاوره}}$

Tan α = m

وسطين ضرب طرفين.$\frac{m}{1} = \frac{y-y1}{x-x1}$

Y2-y1=m(x-x1) …I

M=$\frac{y2-y1}{x2-x1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1) \ldots I$

يوه نقطه

لومړی مثال: د هغه مستقيم خط ميل،زاويه،ګراف او معادله پيداکړی چي په لاندي ډول درکړل شوي وي.

P1(3, -5) y=2x-11…I

M=2 y-y1=m(x-x1) …I

α=? Y+5=2(x-3)

G=? y+5=2x-6

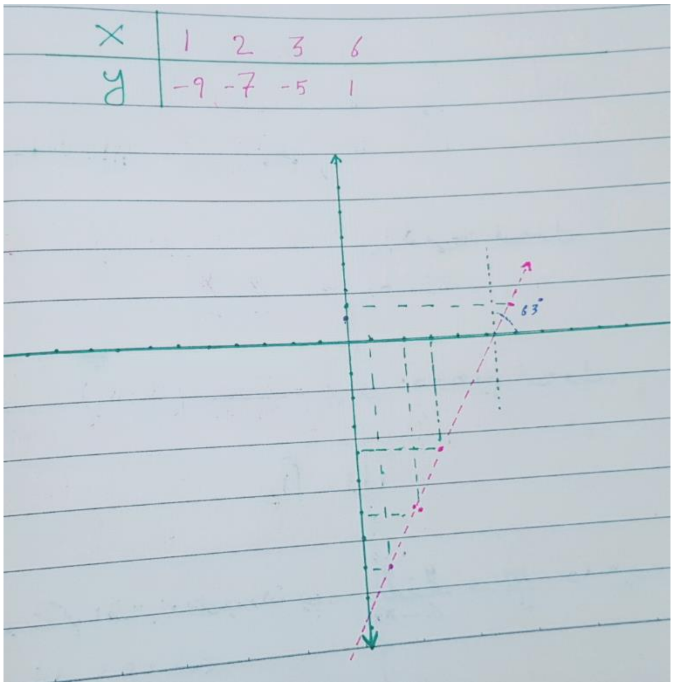
Y=2x-6-5

Y=2x-11…I

Tan α= m

Tan α=2

ARC tan (2) =63



دوه نقطي

دوهيم مثال:

P1(2,3) $y-y1=\frac{y2-y1}{x2-x1}(x-x1) \ldots I$

P2(4,5) $y-3=\frac{5-3}{4-2}(x-2)$

α=? $Y-3=\frac{2}{2}(x-2$

G=? Y-3=1(x-2)

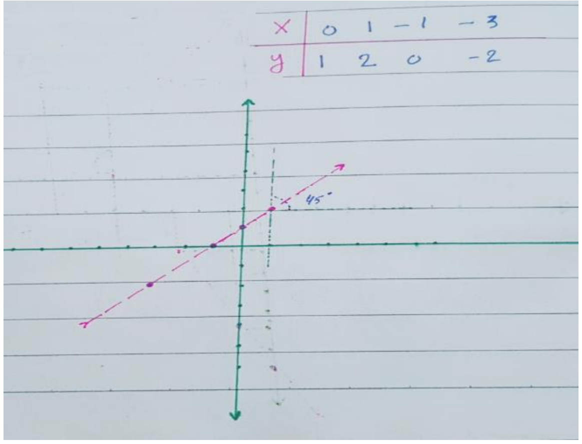
(c) ketabton.com: The Digital Library

M=? Y-3=x-2

M=1 Y=x-2+3

Tanα=1 Y=1x+1…II

α=45



د یو مستقیم خط او د یوی نقطی ترمنځ فاصله

د لاندی فرمول په واسطه لاس ته راځی.

$$D=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Ax+by+c=0 $d=\frac{ax1+by1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{3*8+4*5+1}{\sqrt{3^2+4^2}}$

3x+4y+1=0 $d=\frac{24+20+1}{9+16}=\frac{45}{\sqrt{25}}=\frac{45}{5}=\frac{9}{1}=9cm$

شکل:

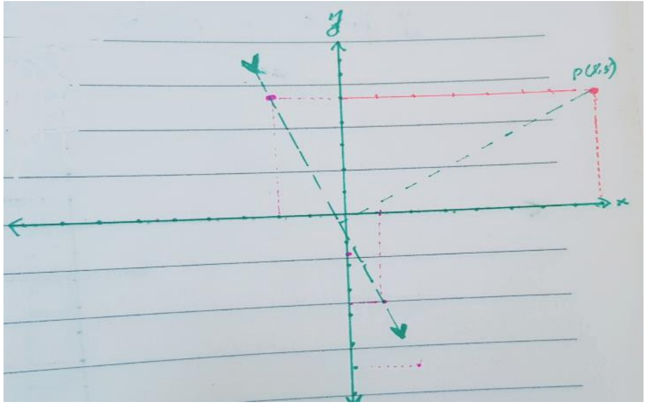
P (8,5)

Ax+by+c=0 // 3x+4y+1=0

Example : $\frac{.4y}{4}=\frac{-3x}{4}=$

$Y=\frac{.-3}{4}-\frac{.1}{4}=\frac{.-3x-1}{4}=\frac{.-13}{4}$

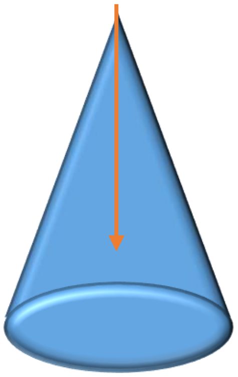
Y=-3.5



(c) ketabton.com: The Digital Library

مخروط مقاطع

مخروط:هغه هندسي شکل چې قاعده یې یوه دایره او جانبی سطحی یی مثلثونه تشکیل کړي اویوه نقطه ولري.



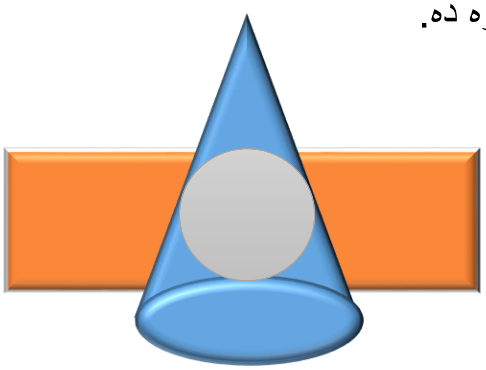
مخروط

مستوي: هره هموار ه سطحه مستوي ده.

مستوي

د محروط مقاطع ډولونه

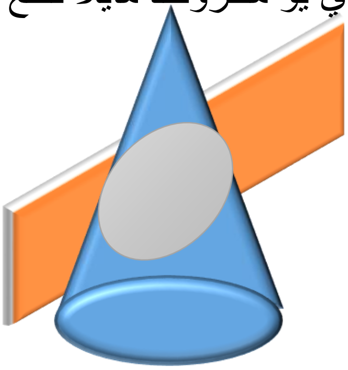
لومړی حالت: که چیري یوه مستوي د یومخروط له قاعدې سره موازي قطع وکړي لاس ته راغلي شکل یوه دایره ده.



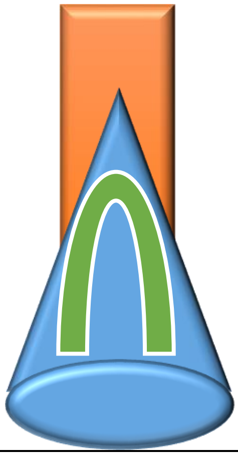
دایره

(c) ketabton.com: The Digital Library

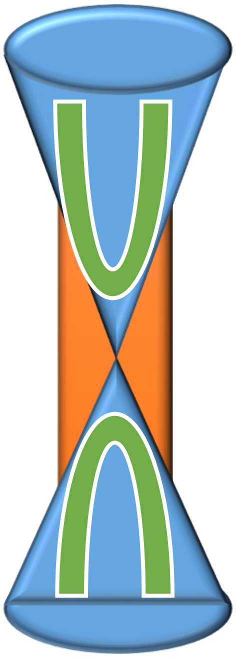
دوهيم خالت: که چيري يوه مستوي يو مخروطد مايلاً قطع کړي لاس ته راغلي شکل يو *ايليفس* يا *بيزوي* دي



دريم خالت: که چيري يو مخروط ړد يو مستوي په وسيله عموداً قطع کړي لاس ته راغلي شکل پارابولا ده.



څلورم خالت: که يو مستوي دوه مخروطونه عموداً قطع کړي لاس ته راغلي شکل هاي فارابولا دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

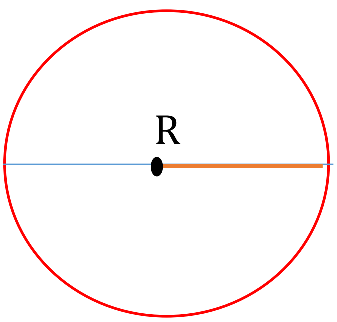
دایره

دایره: هغه تړلي منحني خط چې د محیط ټولي نقطي د مرکز سره مساویفاصله ولري

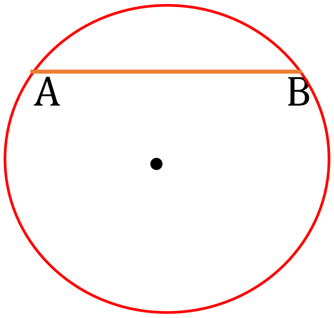
ددایرې جزیات:

لومړی ددایرې شعاع: هغه خط چې له مرکز څخه شروع او محیط سره وصل شي یا د مرکز څخه محیط سره وصل شي او په r ښودل کیږي.

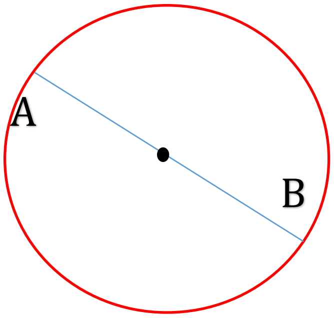
$R = \frac{d}{2}$



دوهیم وتر:هغه خط چې د محیط ده نقطي سره وصل شي د وتر په نوم یادیږي.



دریم قطر:هغه خط چې له مرکز نه تیر شي او د محیط دوه نقطي سره وصل شي .

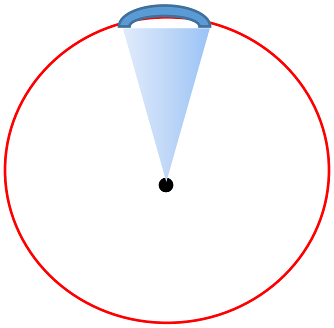


یا په بل عبارت: تر ټولو لوی وتر د قطر په نوم یادیږي.

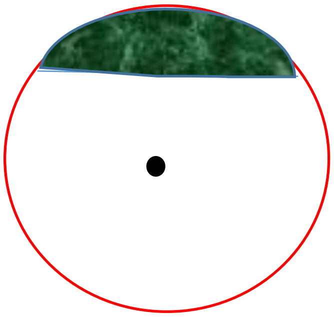
یا په بل عبارت: د شعاع دوه چنده د قطر په نوم یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

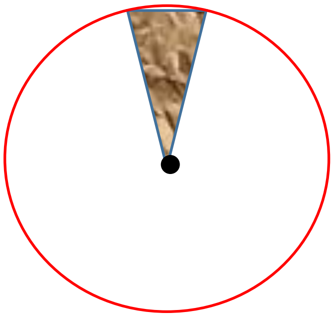
خلورم ددايرى قوس: ددايرې د محيط يوه برخه دقوس په نوم ياديږي.



پنځم قطع: ددايرې هغه برخه چې وتر او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي د قطع په نوم ياديږي.



شپږم قطاع :ددايرې هغه برخه چې ددو شعاعګانو او مربوطه قوس څخه لاس ته راغلي وي قطاع بلل کيږي.



نوټ

يوه دايره بې شميره شعاعګانې،وترونه،قوسونه قطرونه،قطعې او قطاعګانې لري.

The end

Writer Tariq Bahar

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library