بسم الله الرحمن الرحیم

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library


| | |
|---|---|
| د کتاب نوم | احصائیه |
| لیکوال | پوهاند محمد بشیر دودیال |
| خپرندوی | ننگرهار طب پوهنځی |
| ویب پاڼه | www.nu.edu.af |
| چاپ ځای | سهرمطبعه، کابل، افغانستان |
| چاپ شمېر | ۱۰۰۰ |
| د چاپ کال | ۱۳۹۲ لومړی چاپ |
| دکتاب ډاونلوډ | www.ecampus-afghanistan.org |

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې (په جرمني کې د Eroes کورنی یوی خیریه ټولنې) لخوا تمویل شوی دی.

اداري او تخنیکي چارې یې د افغانیک موسسې لخوا ترسره شوي دي.

د کتاب د محتوا او لیکنې مسؤلیت د کتاب په لیکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسؤلیت نه لري.



د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:

ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده‌کړو وزارت، کابل

دفتر: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰

ایمیل: textbooks@afghanic.org


د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان: ISBN:978 993 6200 227

ننگرهار طب پوهنځی

# احصائیه

پوهاند محمد بشیر دودیال

۱۳۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

## د درسي کتابونو د چاپ پروسه

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلینو !

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لویو ستونزو څخه ګڼل کېږي. یو زیات شمیر استادان او محصلین نوي معلوماتو ته لاس رسی نه لري ، په زاړه میتود تدریس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلي چې زاړه دي او په بازار کې په ټیټ کیفیت فوتوکاپي کېږي.

د دې ستونزو د هوارولو لپاره په تېرو دوو کلونو کې مونږ د طب پوهنځیو د درسي کتابونو د چاپ لړۍ پیل او تر اوسه مو ۱۱۲ عنوانه طبي درسي کتابونه چاپ او د افغانستان ټولو طب پوهنځیو ته استولي دي.

دا کړنې په داسې حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰ـ۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتیژیک پلان کې راغلي دي چې:

*«د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کیفیت او زده کوونکو ته د نویو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړینه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د لیکلو فرصت برابر شي د تعلیمي نصاب د ریفورم لپاره له انګریزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړین دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلین او استادان نشي کولای عصري، نویو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پیدا کړي».*

د افغانستان د طب پوهنځیو محصلین او استادان له ډېرو ستونزو سره مخامخ دي. نویو درسي موادو او معلوماتو ته نه لاس رسی، او له هغو کتابونو او چپترونو څخه کار اخیستل چې په بازار کې په ډېر ټیټ کیفیت پیدا کېږي د دې برخې له ځانګړو ستونزو څخه ګڼل کېږي. له همدې کبله هغه کتابونه چې د استادانو له خوا لیکل شوي دي باید راټول او چاپ کړل شي. د هیواد د اوسنی حالت په نظر کې نیولو سره مونږ لایقو ډاکترانو ته اړتیا لرو ترڅو وکولای شي په هیواد کې د طبي زده کړو په ښه والي او پرمختګ کې فعاله ونډه واخلي. له همدې کبله باید طب پوهنځیو ته زیاته پاملرنه وشي.

## د لوړو زده کړو وزارت پیغام

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو کې ډېر مهم رول لوبولی دی او د درسي نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پېژندل شویو ستندردونو، معیارونو او د ټولنې د اړتیاوو په نظر کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

د لوړو زده کړو د مؤسسو د ښاغلو استادانو څخه د زړه له کومې مننه کوم چې ډېر زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو څانګو کې درسی کتابونه تألیف او ژباړلي دي. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم تر څو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او نور درسي مواد برابر کړي څو تر چاپ وروسته د ګرانو محصلینو په واک کې ورکړل شي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د ګرانو محصلینو د علمي سطحې د لوړولو لپاره معیاري او نوي درسی مواد برابر کړي.

په پای کی د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کمیټی او ټولو هغو اړوندو ادارو او کسانو څخه مننه کوم چې د طبي کتابونو د چاپ په برخه کې یې هر اړخیزه همکاري کړې ده.

هیله مند یم چې نوموړې پروسه دوام وکړي او د نورو برخو اړوند کتابونه هم چاپ شي.

په درنښت

پوهاند ډاکتر عبیدالله عبید

د لوړو زده کړو وزیر

کابل، ۱۳۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

تراوسه پوري مونږ د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپيسا د طب پوهنځيو او کابل طبي پوهنتون لپاره ۱۱۲عنوانه مختلف طبي تدريسي کتابونه چاپ کړي دي. د ننګرهار طب پوهنځي لپاره د۲۰ نورو طبي کتابونو د چاپ چارې رواني دي. د يادونې وړ ده چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هيواد ټولو طب پوهنځيو ته په وړيا توګه ويشل شوي دي.

ټول چاپ شوی طبی کتابونه کولای شی د www.ecampus-afghanistan.org ويب پاڼی څخه ډاونلوډ کړی.

کوم کتاب چې ستاسی په لاس کې دی زمونږ د فعاليتونويوه بېلګه ده. مونږ غواړو چې دې پروسې ته دوام ورکړو ترڅو وکولای شو د درسي کتابونو په برابرولو سره د هيواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړينه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسی کتابونه چاپ کړل شي.

د لوړو زده کړو د وزارت، پوهنتونونو، استادانو او محصلينو د غوښتنې په اساس په راتلونکی کی غواړو چې دا پروګرام غير طبي برخوته لکه ساينس، انجنيري، کرهنې، اجتماعي علومو او نورو پوهنځيو ته هم پراخ کړو او د مختلفو پوهنتونو او پوهنځيو د اړتيا وړ کتابونه چاپ کړو.

**له ټولو محترمو استادانو څخه هيله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه وليکي، وژباړي او يا هم خپل پخواني ليکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چپټرونه ايډېټ او د چاپ لپاره تيار کړي. زمونږ په واک کې يې راکړي، چې په ښه کيفيت چاپ او وروسته يې د اړوندې پوهنځي، استادانو او محصلينو په واک کې ورکړو. همدارنګه د يادو شويو ټکو په اړوند خپل وړانديزونه او نظريات زمونږ په پته له مونږ سره شريک کړي، ترڅو په ګډه پدې برخه کې اغيزمن ګامونه پورته کړو.**

**له ګرانو محصلينو څخه هم هيله کوو چې په يادو چارو کې له مونږ او ښاغلو استادانو سره مرسته وکړي.**

د يادونی وړ ده چی د مولفينو او خپروونکو له خوا پوره زيار ايستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتويات د نړيوالو علمي معيارونو په اساس برابر شي

خو بيا هم کيدای شی د کتاب په محتوی کی ځينی تيروتنی او ستونزی وجود ولری، نو له دی امله له درنو لوستونکو څخه هيله مند يو ترڅو خپل نظريات او نيوکی د مولف او يا زمونږ په پته په ليکلی بڼه را وليږی، ترڅو په راتلونکی چاپ کی اصلاح شی.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کميټې او دهغی له مشر ډاکتر ايروس څخه ډېره مننه کوو چی د دغه کتاب د چاپ لګښت يی ورکړی دی. دوی په تيرو کلونو کی د ننګرهار طب پوهنځی د ۲۰ عنوانه طبی کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه درلود.

په ځانګړي توګه د جی آی زيت (GIZ) له دفتر او (Center for International Migration and Development) CIM يا د نړيوالې پناه غوښتنې او پرمختيا مرکز چې زما لپاره يې په تېرو درېو کلونو کې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړی دي هم مننه کوم.

د لوړو زده کړو له محترم وزير ښاغلي پوهاند ډاکترعبيدالله عبيد، علمی معين ښاغلي پوهنوال محمد عثمان بابری، مالي او ادري معين ښاغلی پوهنوال ډاکتر ګل حسن وليزي، د ننګرهار پوهنتون د رييس ښاغلی ډاکتر محمد صابر، د پوهنتونو او پوهنځيو له ښاغلو رييسانو او استادانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ يې هڅولی او مرسته يې ورسره کړی ده.

همدارنګه د دفتر له ښاغلو همکارانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې يې نه ستړی کيدونکی هلی ځلی کړی دي.

ډاکتر يحيی وردګ، د لوړو زده کړو وزارت
کابل، مارچ ۲۰۱۳
د دفتر ټيليفون: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰
ايميل: textbooks@afghanic.org
wardak@afghanic.org

(c) ketabton.com: The Digital Library



## مخکیني خبرې

په معاصر وخت کې د علومو په برخه کې د بشریت لاسته راوړنې د څومره والي او د څرنګوالي له پلوه په ګړندي ډول پرمخ رواني دي، د بېلا بېلو څانګو علمي نتایج، څېړنې او د پوهنیزو څانګو اومایل شوي فرضیې او تیورې د چاپ شویو او تالیف شویو اثارو په بڼه خپریږي، چې په دې ډول سره څانګړې پوهنې (اختصاصي علوم او مضامین) را منځته شوي دي، په دې لړ کې په زیات شمېر څانګیزو پوهنو کې تیورې او تاکلي تجربه شوې، پېژندل شوي مېتودونه موجود دي، چې د اړوندې څانګې مینه وال او څېړونکي دغو علمي اثارو او ادبیاتو ته دماخذ په توګه مراجعه کوي.

اکاډمیک مراکز، پوهنتونو نه او علمي موسسې دعلمي اثارو خپروونکي دي، اوس چې دغه لړۍ په نوره نړۍ کې په ګړندي ډول روانه ده، موږ په خپل هېوادکې لا اوس هم په ملي ژبه د تالیف شویو درسي کتابونه (تکست بوکونو)، نورو علمي اثارو او معتبرو اخځونو له کمښت سره مخامخ یو. د دغې ربړې دبېلا بیلو څانګو څېړونکو ته خندونه پېښ کړي دي، په تیره بیا د پوهنتونونو درسي پروسه کې د استونزه لا زیاته لیدل کیږي، خو ددې په وړاندې په ملي ژبو د درسي کتابونو لیکل دغه ربړه له منځه وړي، که دغه پروسه په علمي مراکزو کې ګړندي شي، زموږ د علمي مراکزو، پوهنتونونو او اکاډمیکو موسساتو علمي غنا ته به یو لوی خدمت وي.

احصائیه د طب، فارمسی، کرنې، اقتصاد او د کرنې پوهنځیو یو مهم درسی کتاب دی، په تېره بیا د احصائیې اهمیت د ریسرچ د علمي تجربو په برخه کې ډېر مهم دی دهمدغه اهمیت له مخې د دغه کتاب په تالیف لاس پورې شو، احصائیه د طب، طبیعی علومو، فارمسی او کرنی پوهنځیو کی یو مهم مضمون دی د تشریحی او استنباطی احصائیی میتودونه د ساینسی علومو په برخه کی د کارولو ډیر زیات موارد لری په دغه کتاب کې به ممکن یو شمیر مثالونه د طب په ساحه کی، یو شمیر د کرنې او اقتصاد په ساحه کی او یو شمیر به د ښوونې او روزنې په برخه کی وی، خو مهمه دا ده چی دمیتودونو تطبیق او دمسئلې حل په هره څیرنه کی یو شان ترسره کیږي، یعنی د یوی برخې مثالونه بلې ته هم په کار تلای شی، په دی توګه احصائیه یو عمومی دسپلین دی.



احصائیه د علمی تجربو د ډیزاین سره نژدی اړیکی لري، نو ځکه مولف د دواړو لپاره داسې مفردات په پام کې ونیول چې هیڅ مسئله تکراري رانشي او نه هم کومه برخه هېره شي او دواړه کتابونه چاپ ته وسپارل شول هغه مثالونه چې په کتاب کې راغلي، د احصاییې دعلم تولو برخو کې د تطبیق او تعمیم وړ یې.

ډیره ضروري ده چې د DAAD پروګرام له هغې پاملرنې څخه مننه وکړم چې خاصتا د طب د پوهنځیو لپاره یې د درسی کتابونو د چاپ په برخه کی کړې دی، همدارنګه له ښاغلی دوکتور یحیی وردګ څخه مننه کوم چې ددغه کتاب چاپ ته یې ځانګړی پاملرنه وکړه.

لازمه بو لم له ډیر قدرمن استاد پوهاند دوکتور الحاج محمد ظاهر ظفرزی څخه په ځانګړې توګه تشکر وکړم چی د ډیرو زیاتو مصروفیتونو سره سره یی کتاب و کوت او یو مساعد تقریظ یی ولیک.

هیله ده د دغه کتاب بیا چاپ دلوستونکو پرله پسې تقاضا ته مثبت ځواب ووایي او د پخوانیو نسخو کمښت جبران کړي.

په درناوی

پوهاند محمد بشیر دودیال

۱۳۹۱/۷/۱۲

(c) ketabton.com: The Digital Library



تقریظ:

احصائیه (Statistics) یو له ډیرو مهمو مفاهیمو څخه دی، چې د علمي څېړنې (Research) په ترسره کولو کې مهم رول لري. احصائیوي میتودونه او روشونه د علمي راپورونو په جوړولو کې هم لومړني وسایل دي. دغه دسپلین د نړۍ په ټولو پوهنتونونو او علمي مرکزونو کې ځای لري، په تیره بیا په ساینسي څانګو لکه طب، فارمسي، کرنې او دطبیعي علومو په برخه کې څېړونکي خامخا احصائیوي میتودونو ته اړ دي. البته نن ورځ احصائیه په اقتصاد، ښوونه او روزنه او سلوکي علومو (اروا پوهنه) کې هم خپل ارزښت لري.

له بده مرغه موږ تر اوسه پورې د احصاییې په برخه کې په پښتو ژبه پوره اندازه درسي کتابونه نه لرل، دادی له نیکه مرغه ددغه کتاب په تالیف سره دغه کمښت هم جبران شو او وروسته تردې به موږ د طب پوهنځی لپاره هم د احصاییې یو چاپ شوی کتاب ولرو.

د احصاییې دغه کتاب ټول (۱۱) څپرکي لري، چې په پیل کې په عمومي توګه د احصائیې پېژندنه، احصائیه او ارقام (Data)، د احصائیې دوه برخې، احصائیوي جدولونه، جدول جوړول (Tabulation) او ګرافونه راغلي دي په نورو څپرکیو کې مرکزي او د خپوروالي میلانونه له مثالونو سره توضیح شوي دي البته دغه مثالونه په بېلابېلو برخو کې دي. شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري تشریح کوي. شاخصونه (Index Number) او زمانـــــي سلسلې (Time Series)د کتاب په اتم او نهم څپرکی کې راغلي دي. دا لومړی ځل دی چې په پښتو ژبه دغه دوه موضوعات تشریح شوي دي. (Sampling) چې د علمي تحقیق لپاره یوه ډېره مهمه موضوع ده د کتاب په لسم څپرکی کې توضیح شوې ده. ځو غوره خبره داده چې له ډېر پیچلي شکل څخه را ایستل شوی او زمونږ خپل هېواد کې زمونږ خپلو ضرورتونو سره سم بیان شوې ده. نمونوي مشاهدات هم په (Random) او هم په (Quota) یعنې چانسي او قضاوتي دوارو ډولونو ښودل شوي دي چې تر اوسه پورې مونږ په پښتو تألیفاتو کې دا موضوع هم نه وه څېړلې او نه مو هم د (Sample)او (Universe)د ارتباط او حکم کولو د طرز مسئله پوره واضح کړې وه. د احصائیې د کتاب د دغه څپرکی ښه والي دا دی چې د (Sampling) څلور مهمې لارې(طریقې) پکښې توضیح شوي دي چې زمونږ ځوان څېړونکی هغه د خپل تحقیق لپاره غوره کولای شي. میلان او پیوستون (Regression & Correlation) چې د دوو متحولینو د ارتباط څرنګوالی ښیي، یوه بله پیچلې موضوع ده، چې په دغه کتاب کې له حل شویو مثالونو سره په ډېره ساده توګه بیان شوې ده.

زه په خپل وار د دغه کتاب چاپ یو غوره ګام بولم، نه یواځې دا چې د دغه کتاب خپرېدل د ننګرهار پوهنتون د طب پوهنځي لپاره، بلکې د هېواد د ټولو پوهنتونونو او د لوړو زده کړو



مؤسساتو لپاره یې یو غوره اخځ او ښه لارښود ګڼم. د دغه کتاب په خپرېدو سره به زمونږ د اکاډمیکو مؤسساتو لویه ستونزه حل شي، د ریسرچ لارې به روښانه او څېړونکي به د خپلو علمي تحقیقاتو بنسټ په دغه کتاب کښې د ښودل شویو میتودونو او روشونو سره سم کیږدي.

د خوشحالۍ خبره ده چې DAAD پروګرام او په ځانګړې توګه ډاکټر صاحب یحیی وردک په دې وروستیو څو کلونو کښې د افغانستان د طب د پوهنځیو لپاره د درسي او درسي مرستیال کتابونو د چاپ په برخه کښې پوره هلې ځلې کړې دي او د مایکرو میډیا د نوي پروګرام په برابرولو سره یې د یوه اغېزمن تدریس په خاطر ګټور عملي ګامونه اوچت او درسي پروسه کښې یې اسانتیاوې راوستي دي.

د درانه استاد پوهاندمحمدبشیردودیال زیار د درسي کتابونو په تألیف او په تېره بیا د احصائیې د ډېر ضروري او ګټور کتاب په تألیف کښې د یادونې وړ دی.

محترم پوهاندمحمدبشیردودیال د درسي کتابونو د تألیف او خپرولو د غوره ځنګ مخکښ دی.

زه دغه کتاب په علمي ډګر کښې یوه ډېره ګټوره علمي زېرمه بولم چې په هر وخت کښې به اکاډمیک مؤسسات، استادان او څېړونکي ورځخه استفاده کوي. په پای کښې درانه استاد قدرمن دودیال صاحب ته په علمي ډګر کښې د لازیاتو بریالیتوبونو هیله لرم، ده ته د الله ج له لوی دربار څخه د روغتیا دعا کوم.

په درنښت

الحاج پوهاند دوکتور محمد ظاهر ظفرزی

د طب پوهنځي استاد - ۱۸/۴/۱۳۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تقریظ

لکه چې پوهېږو زموږ تحصیلي موسسې او د زده کړې مراکز په پښتو او دري ژبو کې درسي کتابونه ډېر کم لري، یو شمېر کتابونه د ناوړه پېښو له امله ضایع شوي دي، ددې په خاطر چې دغه تشیال (خلا) ډکه شي، بویه چې په خپلو ژبو کافي مواد ولرو، ترڅو محصلین د زده کړې په وخت مشکل سره مخامخ نه شي او د استادانو زیات وخت په دیکتې تېر نه شي

دا دی په دې لړ کې د ننګرهار پوهنتون لپاره محترم پوهاند محمد بشیر دودیال د احصائیې لپاره یو په زړه پورې کتاب تالیف کړی، زه د دغه کتاب د لیکلو له امله ورته مبارکي وایم او هیله لرم د شاګردانو لپاره ډېر مفید واقع شي.

محترم استاد د کتاب په بشپړولو کې یقیناً ډېر زیار ګاللی، په هغه کې یې مهم ګټور موضوعات خصوصاً هغه څه چې د علمي تحقیق لپاره بنسټیز حیثیت لري راوستي دي. کتاب په یوولسو (۱۱) څپرکیو کې او څلورو (۴) ضمیمو سره بشپړ شوی دی او هر څپرکی خپل تمرینات لري، کوشش شوی، د هر څپرکي په پیل کې د مربوطه موضوع تیوري بیان شي، بیا اصلي موضوع له مثالونو سره شرحه شي. هیله ده دغه کتاب د یوه باارزښته معنوي پانګې په توګه د ننګرهار پوهنتون ته ګټور تمام شي.

په درنښت

پوهاند دوکتور غلام حسن زابلی

د کابل پوهنتون د وترنري علومو د پوهنځي استاد



# لیکلړ

| سرلیک | مخ |
|---|---|


سریزه ........ ۱

### لومړی څپرکی
### عمومیات

۱:۱- د احصایې اصطلاح او تعریف ........ ۴

۲:۱- د احصایې لنډه تاریخچه ........ ۵

۳:۱- د احصایې اهمیت ........ ۹

۴:۱- احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانګې ........ ۱۰

۵:۱- د ځینو مشابهو علومو او څانګو سره د احصایې توپیر ........ ۱۲

۶:۱- د احصایې دوه برخې ........ ۱۳

۷:۱- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې ........ ۱۵

### دویم څپرکی
### د ارقامو راټولول، ترتیب، جدولونه او ګرافیکي ارایه

۱:۲- د ارقامو راټولول او ښودل ........ ۱۷

۲:۲- د ارقامو ترتیبول ........ ۱۸

۳:۲- جدولونه او جدول جوړونه ........ ۱۸

۴:۲- د ارقامو ګرافیکي ارایه ........ ۲۰

۱:۴:۲- د ګرافونو ډولونه ........ ۲۱

تمرینات ........ ۲۸

### درییم څپرکی
### د دفعاتو د وېش جدول، هستوګرام او پولیګان

۱:۳- د دفعاتو یا فریکونسي وېش ........ ۲۹

۲:۳- د فریکونسیو وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او ........ ۲۹

۳:۳- د صنف بندۍ نتیجه ........ ۳۱

۴:۳- د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه ........ ۳۳

(c) ketabton.com: The Digital Library



۱:۴:۳- د طبقه بندۍ ډولونه ..... ۳۳
۲:۴:۳- په ارقامو کې فاصله یا رنج ..... ۳۴
۳:۳:۴- د صنفونو ټاکل ..... ۳۴
۵:۳- د پولیګان او هستوګرام ترسیمول ..... ۳۸
تمرینات ..... ۴۱

## څلورم څپرکی

## د مرکزي میلان مقیاسونه

۱:۴- اوسط ..... ۴۲
۱:۱:۴- حسابي اوسط ..... ۴۳
۴:۲:۱- هندسي اوسط ..... ۴۷
۳:۱:۴- د اوسط ځانګړنې (مشخصات) ..... ۴۸
۲:۴- میانه ..... ۴۹
۳:۴- موډ ..... ۵۱
۱:۳:۴- د ساده حسابي اوسط، موډ او میانې اړیکې او ..... ۵۲
۴:۴- یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د
مقیاسونو د ښېګڼو او نیمګړتیاوو پرتله ..... ۵۴
تمرینات ..... ۵۹

## پینځم څپرکی

## د انحراف درجې یا د خپوروالي میلانونه

۱:۵- فاصله ..... ۶۱
۲:۵- کوارتیل انحراف ..... ۶۳
۳:۵- وسطي انحراف M.D ..... ۶۳
۴:۵- میزاني انحراف او ..... ۶۵
۱:۴:۵- په لنډې طریقې سره د میزاني انحراف سنجش ..... ۶۸
۲:۴:۵- د ui په مقیاس د میزاني انحراف سنجش ..... ۷۰
۳:۴:۵- د میزاني انحراف او وریانس مشخصات ..... ۷۱
تمرینات ..... ۷۳



## شپږم څپرکی

## د احتمالاتو تیوري

۱:۲- د احتمالاتو مفهوم ..... ۷۴
۱:۱:۲- په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول ..... ۷۷
۲:۲- تبادیل ..... ۷۹
۳:۲- تراکیب ..... ۸۳
۴:۲- حادثات د نمونو فضا او احتمال ..... ۹۰
۵:۲- د یوې حادثې احتمال ..... ۹۸
۶:۲- د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې ..... ۹۸
۷:۲- اتحاد او تقاطع ..... ۱۰۴
۸:۲- مکملې حادثې ..... ۱۰۸
۹:۲- د مکملو حادثاتو ..... ۱۰۹
۲:۱۰- د جمع قاعده او ..... ۱۱۰
۱۱:۲- شرطیه احتمالات ..... ۱۱۳
۱۲:۲- د ضرب قاعده ..... ۱۱۸
تمرینات ..... ۱۲۸

## اووم څپرکی

۱:۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني ..... ۱۲۹
۲:۷- یو طبیعي منحني او د هغه ځانګړنې ..... ۱۳۹
۱:۲:۷- د طبیعي منحني په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش ..... ۱۴۴
۳:۷- د ارقامو باینومیل وېش او ..... ۱۴۶
تمرینات ..... ۱۵۷

## اتم څپرکی

## شاخصونه

۱:۸- د شاخصونو مفهوم ..... ۱۵۸
۲:۸- د شاخص اهمیت ..... ۱۵۹
۳:۸- د شاخصونو د سنجش طریقې ..... ۱۵۹

(c) ketabton.com: The Digital Library



۱:۳:۸- د حقیقي مقدار نسبي شاخص ...... ۱۷۱
۲:۳:۸- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص ...... ۱۷۳
۳:۳:۸- وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص طریقه ...... ۱۷۵
۴:۸- د شاخصونو د سنجش په برخه کې د پام وړ ټکي ...... ۱۷۹
تمرینات ...... ۱۷۲

## نهم څپرکی

## زماني سلسلې

۱:۹- تعریف او مفهوم ...... ۱۷۳
۲:۹- د زماني سلسلو اهمیت ...... ۱۷۳
۳:۹- د زماني سلسلو توکي یا اجزاء ...... ۱۷۵
۴:۹- د زماني سلسلو تحلیل ...... ۱۷۹
۱:۴:۹- د زماني سلسلو تعدیل او ...... ۱۷۹
۵:۹- د اوږدې مودې خطي میلان د حرکت سنجش ...... ۱۸۰
۶:۹- د زماني سلسلو د موسمي حرکاتو سنجش ...... ۱۹۲
۱:۶:۹- د موسمي شاخصونو او حرکت څخه د ...... ۱۹۵
۷:۹- د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش ...... ۱۹۷
تمرینات ...... ۲۰۱

## لسم څپرکی

د نمونې اخیستلو تیوري ...... ۲۰۳
۱:۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل یعنې څه؟ ...... ۲۰۳
۲:۱۰- نمونوي مشاهدات ...... ۲۰۴
۳:۱۰- د نمونوي مشاهدو راټولولو لارې ...... ۲۰۶

## یوولسم څپرکی

## میلان او پیوستون

۱:۱۱- د میلان او پیوستون ساده ارایه ...... ۲۱۲
۲:۱۱- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب ...... ۲۱۵
۳:۱۱- د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله ...... ۲۱۹



۴:۱۱- د پیوستون ضریب ...... ۲۱۹
تعریف ...... ۲۱۹
۵:۱۱- د تشخیص ضریب ...... ۲۲۴
تمرینات ...... ۲۲۹
ماخذونه ...... ۲۳۰
ضمایم ...... ۲۳۱

(c) ketabton.com: The Digital Library



## سریزه

د بشري ټولنو اوس مهالي پرمختګونه، ټولنیزه هوساینه، د تولیدي پروسې اسانه کېدل او د تولیدي عملیې اغېزمنتیا، د روغتیا ښه کېدل، د یوه واحد د مولدیت د سطحې پوره اوچتول او نور مادي او معنوي ترقیات د علمي څېړنو له برکته ګڼلای شو، علمي څېړنو نه یوازې د تولید تخنیک، ټکنالوژۍ او طبیعي پدیدو په هکله ډېرې غوره پایلې ترلاسه کړې، بلکې انساني مهارت او د بشري څواک په پوهه کې یې هم غوره اغېزه کړې، په دې ډول علمي څېړنې هم په ټولنیزو پوهنو او هم تجربي علومو (طبیعي علومو) کې خپل ارزښت زیات کړی په علمي تحقیق کې احصائیوي تیوري او مېتودونه بنسټیز رول لري، له بلې خوا سره له دې چې د علومو په لوی ډګر کې د دیفرینسیاسیون (Differenatiation) او انتیګراسیون (Integeration) پروسې په ژوره توګه څه بېلوالی او څه ګډوالی او تړونونه راپېښ کړي، خو په دې ټوله اوږده پروسه او چلند بېلګه کې د احصائیې د مېتودونو اهمیت په خپل ځای دی. د احصائیې رول او اهمیت نه یوازې په ټولنیزو علومو، بلکې ساینسي یا طبیعي علومو کې هم جوت دی؛ ښکاره خبره ده چې ټولې ښکارندې د مقیاسونو او د کمي او کیفي خصوصیاتو د وحدت لرونکي دي، د یوې ښکارندې کیفیت څرنګوالی هغه وخت ښه روښانه کېدای شي، چې په کمي درجو او اندازو د افادې، سنجش او ارائې وړ وي، انسانانو نن ورځ د هر څه لپاره مقیاسات، اندازې، درجې، وزنونه او د محاسبې معیارونه ټاکلي، چې دا ټول په اعدادو او ارقامو اندازه کېږي او د ژوند د چاپېریال ټول کیفي او کمي بدلونونه او تحولات په ارقامو او اعدادو ښودل کېږي. په علمي څېړنو کې د دغو عددونو، وزنونو، مقیاسونو، تحولاتو او درجو د راټولولو، تنظیم لنډیز، تحلیل او تفسیر لپاره احصایې ته اړ یو. په عددي ډول سره احصائیه د چاپېریال څخه د اعدادو راټولول او ثبت، هغه تحلیل او څېړل، ان دا چې له هغو څخه د آینده لپاره پېش بیني ګانې ترسره کوي



(د احتمالاتو د تیورۍ په بنسټ) دغه ارقام مقایسه کوي (د شاخصو په ذریعه) هغه د وخت په موده کې تفسیر او څېړي (زماني سلسلې)، د سیمو په مقایسه یې تنظیموي (جغرافیوي سلسلې) او له هغو څخه روښانې پایلې، په ډېر کم وخت کې په ډېره ساده بڼه (د ګراف او جدولونو په ذریعه) ارایه کوي، خصوصا چې نن ورځ انسان د داسې ګڼو، پېچلو او د کمیت له پلوه ډېرو لویو اعدادو سره سروکار لري، نو د دومره لویو او ګڼو اعدادو او ارقامو د څېړنې تفسیر او ارائې، د هغو د تنظیم او نورو چارو لپاره د احصایې مېتودونو ته ضرورت دی. سوال رامنځته کېږي چې ولې ورځ په ورځ د ارقامو تحلیل ته ضرورت او اړتیا زیاتېږي او ولې د پخوا په مقایسه ارقام دومره ګڼ او پېچلي شول؟

باید ووایو چې انسان د هغه ذکاوت او پوهې له امله چې الله تعالی ورته ورکړی، د فوق العاده ذهني استعداد لرونکی او متجسس موجود دی، د علمي –تخنیکي ذرایعو په کمک دده هڅې د ځمکې له تل (عمق) څخه نیولې بیاد کهکشان، ټول لمریز نظام او د کیهان تر ډېرو لرې څنډو رسېدلې، نو طبعاً دومره لوی بُعد کې د ارقامو یوه ګڼه ګونه او پېچلتیا پېښېږي، له بلې خوا انسان صرف د هغو اجسامو سره پخوا سروکار درلود، چې اقلا د 1,40mm څخه لوی وو، انسان په عادي ډول په سترګو نه لیدل او دده په لنډ چاپېریال کې لاسبري لاندې وو، خو نن ورځ یې د بېلابېلو وسایلو، امکاناتو او اسبابونو په کمک وکولای شول چې له تصوره وتلې کوچني ذرات او له ګومان او حدس لرې واټنو کې اجسام وګوري، دا د ارقامو د زیاتوالي، ګڼوالي او د مقیاسونو د لاپېچلتیا بل لامل ګرځېدلی، د بېلګې په ډول الکټروني میکروسکوپونه چې کوچني ذرات په میلیونونو ځله لوی ښکاره کوي، همدارنګه تحلیلي اوزان چې د میلي ګرام میلیونونه ځله کوچنی وزن اندازه کوي، همدارنګه اپټکي اندازه کوونکي مقیاسونه؛ لکه کرونو متر، ولت متر، ویلسون کمرې، ډېرې حساسې تلې او نور وسایل چې پرته له هغو څخه د معاصرو علومو څېړنې هیڅ ممکن نه دی. په دغو وسایلو سره د راټولو شویو ارقامو حجم ډېر لوړ کمیت کې وي، نو ځکه د هغو د تحلیل لپاره خاصو احصائیوي مېتودونو ته اړ یو، پرته له دې موږ په علمي مسایلو کې دې ته هم اړ یو چې د ګڼو ارقامو د کمي تحلیل په پای کې د یوې کیفي منطقي د پایلې ترلاسه کولو لپاره د قیاس او اسقراء له لارې له منفردو او جدا پدیدو، عامو نتایجو او له کل څخه د جز په هکله فکر وکولای شو.

تجربي‌طبیعي» علوم د هغو په پراخه مفهوم سره د هغه شمېر پرکټیکي او نظري عملیاتو او مفکورو تیوریکي او عملي اړخونو باندې لاسبرۍ او پوهه (اګاهي) ده، چې له هغه طریقه انسان د

(c) ketabton.com: The Digital Library



خپل چاپېریال(د ځمکې د مخ او اتموسفیر) بیولوژیکي سیستم د ګڼ شمېر پېچلو غیر بیولوژیکي عواملو او شرایطو (ځینې وخت د غه عوامل او شرایط سره متضاد هم وي) په اړه د ژوند او خپلې بقا په خاطر منابع استفادې لاندې راولي له خپل چاپېریال سره خپلې اړیکې **تنظیموي او قوانین یې په خپله ګټه کاروي.**

طبیعي علوم او د ښاروي روزنې او وترنري علوم د ګڼ شمېر طبیعي پدیدو، ارقامو، مقیاسونو او اوزانو سره سروکار پیدا کوي، د همدې منظور په خاطر د علومو د دیفرنیسیاسیون پروسې په لړ کې د عمومي احصائیوي تیورۍ ترڅنګ چې تشریحي احصاییه ده، بله برخه یې د استنباطي احصایې په نوم هم یادولای شو، چې په ټاکلو مېتودونو په زراعت کې د ارقامو د کمي تحلیل، تنظیم، لنډیز او طبقه بندۍ څخه کیفي پایلې ترلاسه کوي او د هغې له مخې اړوند سنجشونه او نتیجې په لاس راکوي، نو ځکه احصائیه په ساینسي پوهنو کې ټولې ښکارندې د ارقامو او شمېر په ژبه راته څرګندوي



# لومړی څپرکی

## عمومیات

### ۱.۱ – د احصایې اصطلاح او تعریف

احصایه یوه عربي کلمه ده، چې له (احصاء) څخه اخیستل شوې ده او مانا یې شمېرل او ګڼل دي په دري ژبه کې (شمردن) او (امار ګرفتن) ددې مترادف ده، په انګلیسي کې (Statistics) بلل کېږي، چې له لاتیني Status لغت څخه یې منشاء اخیستې ده، چې د دولت لپاره د ضرورت وړ او د ټولنې په اړه دلازمه ارقامو او معلوماتو په مانا وه، د بېلګې په ډول د نفوسو او پوځي ځواک شمېر او اندازه، د مالیاتو د ټولولو ارقام او داسې نور. خو اوس دغه اصطلاح بېلابېل مفاهیم لري. له دې امله چې دعادي انسانانو پخواني فعالیتونه ډېر محدود وو او ارقام ټولول او ثبتول یواځې ددولت کار و، نو ځکه ورته (status) شول، یعنې دولت یا ددولت چاره.

نن ورځ هم په انګلیسي ژبه کې State دولت ته ویل کېږي (سره له دې چې نورې ماناګانې هم لري، لکه ایالت، وضع، حالت، شرط او بیانول)، خو د تسمیې وجه یې هماغه ده، چې لرغونو زمانو کې صرف دولت له ارقامو او اعدادو، شمېر او شمېرلو سره سروکار درلود او بس.

د تاریخ په شهادت کله چې لومړني دولتونه د ملوک الطوایفي په بنه رامنځته شول، دوی اړ وو چې د مالیو ټولولو، د خپلو جنګي افرادو، آسونو، استخدام او نورو چارو لپاره ارقام په لاس کې ولري، په دې ډول شمېر ټولونه او احصایه یوازې د دولت کار و، نو ځکه خلکو ورته Status نومّونه موجه بلله، یعنې هغه کار چې دولت ورته ضرورت لري، نو له هغه راهیسې دا اصطلاح په Statistics بدله او نن یې هم موږ استعمالوو.

د احصایې لپاره بېلابېل تعریفونه شوي، چې د ټولو محتوا تقریباً سره ورته او مشابه ده:

په ساده او معمولي مفهوم سره احصایه د ارقامو او شمېرنو هرې هغې مجموعې ته ویل کېږي، چې د چاپېریال او پنځ یا د انسانانو ټولنیزو اقتصادي، سیاسي او نورو فعالیتونو او ښکارندو په اړه وي. د پنځ او چاپېریال په برخه کې د اورښت، تودوخې د درجې، د یوې ونې د پاڼو، د بوټو د ودې د اندازې بېلګې او د ټولنیزو فعالیتونو په برخه کې د یو هېواد د وزګارو او په کار بوختو وګړو شمېر، د کالني سړي سرګټې، د سواد د سلوالې، د ناروغیو اندازې، واردات او صادرات او نورو ارقامو او شمېرنو بېلګې ذکر کولای شو، چې د همدې ډول شمېرنو مجموعې ته احصایه وایو، خو په یو مشخص مفهوم سره احصایه هغه شمېرنې دي، چې د نورو شمېرنو څخه استازیتوب وکولای شي، یعنې د نمونې په توګه غوره شي او څه کیفي څرګندونې

(c) ketabton.com: The Digital Library



یقیناً چې دا ډېره ابتدایي شېوه او طرز و، په دې ډول ابتدایي او خالص معلومات او شمېرنې د دولتونو له خوا ترسره کېدل، خو د ټولنو له پرمختګ سره سم او د ټولنیزو نورو چارو د پرمختیا سره په موازي ډول احصایې هم پرمختګ وکړ، مثلاً په روم کې د سیرویوس تولیوس له زمانې وروسته د قانون سره سم وګړ شمېرنه هر پینځه کاله وروسته ترسره کېدله، دغه روش د وسیلان تر وخته دوام درلود، البته غلامان دغه سرشمېرنه کې نه حسابېدل، بلکې اصیل وګړي نفوسو کې شمېرل کېدل. په منځنیو پېړیو کې دغې بنې بدلون وموند او د نفوسو په هکله او ان د هغو د اجتماعي خصوصیاتو د ثبت په هکله بېلابېلې شمېرنې پیل شوې.

دغو شمېرنو هغه وخت صرف تشریحي بڼه لرله، مثلاً په پاریس کې له ۱۳۰۰-۱۲۹۲م. کلونو کې د ځمکو، بشري ځواکونو او مالیه ورکوونکو وګړو په هکله دغه ډول تشریحي ارقام په نسبتاً دقیق ډول ثبت او راټولېدل. په فرانسه کې د ګمرک مالیو راټولول په ۱۳۲۴م. کال کې د هغو د مقدار د ثبت سره یوځای په احصایه او شمېر ثبت کولو کې یو نوی ګام و، همدارنګه په انګلستان کې د دریېم ادوارد د سلطنت په وخت کې (۱۳۱۲-۱۳۷۱) د مالیو ثبت او د مالیه ورکوونکو وګړو د شمېر ثبت صورت نیولی، جالبه خبره ده، چې دولتونه په اضطراري حالت کې هم د شمېر او احصایې او د ارقامو څېړنې اهمیت ته متوجه شوي وو، مثلاً د (مارک ګرافن) د جنګ په وخت کې په ۱۴۴۹م کال کې د نورنبرګ په ښار کې د خوراکي موادو د وېش لپاره احصایه راټوله شوه او په ۱۴۷۳م. او ۱۴۷۷م. کلونو کې په اشتراسبورګ کې احصایه تطبیق شوه، ان دا چې د کلیساګانو په کتابونو کې د زېږېدنو او مړینو د پېښو ثبت کېدل پیل شول، په فرانسه کې د ۱۴ لویي له وخته یعنې له ۱۷۲۵م. کاله راهېخوا دقیقه احصایه پیل شوه، ان دا چې د پنځلسم لویي په وخت کې په فرانسه کې د مالیې وزیر (نیکر) په ۱۸۰۲م. کال کې د احصایې لومړنی دفتر تاسیس کړ، خو په انګلستان کې په دقیق ډول د احصایېو او شمېرنو ثبت چې د مړینو پېښې هم ولري، صرف د ۱۵۳۲م. کال څخه راهېخوا پیل شوې، په اولسمه پېړۍ کې په انګلستان کې د بهرني سوداګرۍ احصایې رواج وموند، وروسته په ۱۷۰۱م. کال کې په نیمګړي ډول د نفوسو سرشمېرنه پیل شوه، خو په ۱۸۰۱م. کې یې منظم شکل غوره کړ، دا وخت د اروپایي هېوادونو برعلاوه په متحده ایالاتو کې هم احصایې ته پاملرنه وشوه، د بېلګې په ډول د دغه هېواد د اساسي قانون سره سم چې اوس هم اعتبار لري، هر لسو کلونو کې د نفوسو سرشمېرنه صورت نیسي، دا په ۱۷۹۰م کال کې راپیل شوه، په سوېډن کې په ۱۷۸۴م. کې په ناروې او دنمارک کې په ۱۷۹۰م. کال کې او په هالنډ کې په ۱۳۸۰م کال کې احصایوي تحلیلونه او سرشمېرنې رواج شوې زموږ په ګران افغانستان کې هم لومړنۍ احصایې د دولت پورې اړه لرله او له ډېر پخوا څخه معمول وه، د اریائیانو لرغونی مرکز، بخدي کې د هغه وخت پاچایانو ته د خپلو سیمو او قلمرو نفوس



وکړای شي، په دې ډول احصایه د هغو ټولو مېتودونو او لارو-چارو مجموعه ده، چې د مقداري یا کمي ارقامو او معلوماتو د راټولولو، صنف بندۍ، تنظیم، لنډیز او ارائې لپاره کارول کېږي.

Yule او Kendall وایي: د ډېرو زیاتو ارتیاوو د ټاکلو لپاره په ټاکلو حدودو کې د کمي ارقامو څېړنې ته احصایه ویلای شو.

پروفیسور باولي وایي: احصایه د تحقیق او څېړنې په برخه کې د دیتاوو او ارقامو عددي تشریح او تفسیر دی او Croxton او Cowden لیکي: احصایه د عددي دیتاوو او شمېرونو راټولول، ښوونه، ارائه، تحلیل او تفسیر دی.

که چېرې د پورته تعریفونو دغه اخري برخه یې لږ څه نوره هم وشنو، نو وایو چې احصایه په لومړي ګام کې اطلاعات (ارقام)، معلومات او مشاهدې راټولوي، همدغه ارقام (Data) خام مواد دي، چې بیا تنظیم کېږي، په لنډیز سره ارائه او داسې په واضح ډول تشریح کېږي، چې د هغو ښوونه، تعبیر او تفسیر اسانه کېږي په دویم ګام کې احصایه څېړونکي سره مرسته کوي، چې د خپلو څېړنو نتایجو ته وسعت ورکړي، د ارقامو ترمنځ بېلابېلې اړیکې ورته څرګندې او لازم استباط وکولای شي او د خپلو معلوماتو او اطلاعاتو د تحلیل او تجزیې لپاره احصایېوي تیوري او مېتودونه وکاروي. د احصایې سروکار له اعدادو او ارقامو سره دی.

## ۲،۱ – د احصایې لنډه تاریخچه:

احصایه د انساني ټولنو د لومړي دولت په اندازه لرغونتوب لري، کله چې مصر، روم او بابل کې لومړني دولتونه په ډېر ابتدایي شکل جوړ شول، دا وخت له میلاد څخه ۳۰۵۰ کاله مخکې کلونه وو، چې دوی په خپلو قلمروونو کې د دولتي چارو د ضرورت له مخې د نفوسو او نورو منابعو په هکله شمېرنې ترسره کولې، داسې شواهد په لاس کې شته چې په چین کې له میلاد څخه ۲۰۰۰ کاله مخکې د نفوسو سرشمېرنه ترسره شوه، له میلاد څخه ۱۰۱۷ کاله مخکې د حضرت داود (ع) په وخت کې د اوسني فلسطین شاوخوا د نفوسو سرشمېرنه وشوه، البته د هغه وخت سرشمېرنه ډېره ابتدایي او ساده بڼه لرله او د نن ورځې د سرشمېرنې په شان نه وه، چې د کاغذ پرمخ یې لیکل، له نژدې مشاهدات ترسره کول، د مخصوصو دیموګرافیکي فورمو ډکول او بیا په هغو د ځینو ریاضیکي عملیو لکه جمع کول او نور نه ترسره کېدل. د بېلګې په ډول د پارس پاچا د خپل لښکر د شمېر د معلومولو لپاره امر وکړ چې باید هر سرتېری د یو ټاکلي ځای څخه له تېرېدو وروسته هلته یوه یوه ډبره وغورځوي، وروسته د همدغو ډبرو له مخې د لښکر شمېر څرګندېده.

یا د سکیف پاچا د سکیف د قلمرو د نفوسو د معلومولو لپاره امر وکړ چې هر یو اوسېدونکی باید د خپلې نېزې (پیکان) څوکه راوړي، ددغو له مخې ټول نفوس څرګندېده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څرګندو، وروسته بیا د لویو لویو ښارونو شمېر د عسکري قواوو د ټاکلو لپاره تر سره کېده، خو په معاصر شکل سره د لومړي ځل لپاره د کورنیو چارو د وزارت له خوا په ۱۳۳۱هـ ش. کال کې د نفوسو سرشمېرنه د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو مېتودونو مطابق رسماً پیل شوه، په ۱۳۵۲هـ ش. کال کې دغه سیستم نور هم بشپړ شو، چې په ذکورو بر علاوه اناث هم وشمېرل شول، وروسته په ۱۳۵۸هـ ش. کال کې د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو روشونو سره یوه بشپړه احصایه ګیري وکړله، نن ورځ زمونږ د هېواد ګڼ شمېر ځانګو کې احصایوي مېتودونه مروج دي او احصایوي سیستم فعال دی ، په کمپیوتر او دیجیتال وسایلو سره دد دفترونو په سمبالتیا سره نن ورځ هره اداره خپل دیتا بیس لري ، چې د ادارې ټول احصاییوي معلومات پکې ثبت وي، یعنې احصایه نن ورځ د علمي ارزښت ترڅنګ د مدیریت یو مهارت بلل کېږي.

د احصایې د تاریخچې په مطالعه کې باید د هغو علماوو او پوهانو نومونه هرو مرو واخلو، چې د دغه علم په برخه کې یې د قدر وړ خدمات کړي؛ د تیوریکي او سیستماتیکي احصایې پرمختیا اساساً د ریاضي علومو په برخه کې د پېشرفت له امله واقع شوې، د لومړي ځل لپاره په لرغوني یونان کې د فیثاغورث له خوا د وسطي حد او اوسط سنجش ترسره شو. Geronimo Cardona (۱۵۰۱څخه تر ۱۵۷۰م )، Blais Pascal (۱۷۲۳–۱۷۲۲م ) هغه لومړني ریاضي پوهان وو، چې دوی د احصایې په برخه کې د احتمالاتو په تیوري کار وکړ، په وار سره Pierred Fermat (۱۲۰۱–۱۲۵۵م ) ځینې نوې احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول Bernoulli (۱۷۰۰–۱۷۸۲م) ځینې نوې احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول B.Demoivre (۱۲۲۷–۱۷۵۴م ) کې د طبیعي منحني معادله کشف کړه او دا یې په بشپړ ډول شرحه کړ، همدارنګه CarlGuss (۱۷۷۵–۱۸۷۴م ) کې بلجیمي نامتو عالم Adlof Quetelet (۱۷۹۲–۱۸۵۵م ) علمي تحقیق (Research) کې د احصایې مېتودونه وکارول. ادولف کیویت لیت په ګڼ نفوس کې د اوسط تیوري ته انکشاف ورکړ او له اوسط څخه انحراف په سنجش کې یې د ښوویېدنې (Error) او خطا د اندازې د معلومولو تیوري شرحه کړه، کیویت لیت د معاصرې احصایې بنسټ ایښودونکی بلل کېږي. مشهور نجوم پوه لاپلاس (۱۷۴۹ – ۱۸۲۸م ) د لمریز نظام او ګڼ شمېر ستورو په هکله نجومي شمېرنې، د احتمالاتو په تیوري تشریح او احصایې قوانین یې په بریالي ډول تطبیق کړل، په احصایه کې سیاستوالو هم خپله ونده ترسره کړې، مثلاً په المان کې د کورفرست فیدرش ویلیهم (۱۷۲۰ – ۱۷۸۸م ) په امر د ټولنې د وګړو عامه لست برابر شو، د هغه په امر د نفوسو بېلابېل خصوصیات د احصایو مېتودونو مطابق وسنجول شول او په ۱۷۱۹م



کې د لومړي ځل لپاره د ټول نفوس ګڼ خصوصیات د احصایې په کومک وښودل شول، په المان کې براندبورګ پروس د احصایې د علم یو مشهور عالم و

کله چې د نولسمې پېړۍ په پای کې د بیالوژي په بېلابېلو څانګو کې خصوصاً په وراثت کې نوي معلومات تر لاسه شول، دې برخه کې ګڼ شمېر پوهانو احصایوي مېتودونه وکارول، په ۱۸۵۹م کې چارلز داروین خپل علمي اثر د The Origin of Species عنوان لاندې ولیکه، نو په دې کې یې د بېلابېلو جنسونو د تکامل څرنګوالی شرحه کړ، د داروین یو شاګرد Frencies Galton (۱۸۲۲–۱۹۱۱م) د ژويو او ژونديو اجسامو د بشپړېدو په برخه کې احصایوي مېتودونه وکارول، انګرېزي عالم ګالتن د بیولوژي په ډګر کې او فرانسوي عالم کورنوټ Cournot د اقتصاد په ډګر کې د لومړي ځل لپاره د احصایې تیوري په پراخه اندازه وکاروله او ډېر مسایل یې په کې شرحه کړل، په دې ډول ګالتن د بیومیترۍ د څانګې د بنسټ ایښودونکي په څېر وپېژندل شو.

Karl Pearson (۱۸۵۷ – ۱۹۲۲م ) هغه عالم و، چې د احصایوي مېتودونو انکشاف ته یې پوره پاملرنه وکړه، د دغې پېړۍ په پیل کې چې په مجموع کې په علومو کې نوی غورځنګ رامنځته شو، نامتو احصایه پوه او عالم Ronld Fisher (۱۸۹۰–۱۹۲۲م ) نویو احصایوي روشونو او له هغې جملې د شاخصونو د سنجش په برخه کې ډېر ښه ګټور نظریات ورکړل، انګلیسي عالم فیشر خصوصاً د کرنیزې احصایې او د علمي تجاربو د طرحې په هکله ډېر کار وکړ، خو نورو علماوو د هغه نظریات نورو ټولنیزو علومو کې هم وکارول.

په دې ډول لیدل کېږي چې احصایه د خپلې تاریخي بشپړتیا په سیر کې نه یوازې ښه بشپړه شوه، بلکې بېلابېلو ډګرونو کې یې خپل اهمیت ثابت کړ او دا چې احصایې د اروا پوهنې څېړنو کې ځان ته لاره پرانیسته، مشهور امریکایي اروا پوه J. M. Cattle James او د هغه شاګرد L. E. Thorn dike د ښوونې او روزنې د اروا پوهنې په ډګر کې د احصایې ډېر مېتودونه وکارول، همدوی په امریکایي پوهنتونو کې د احصایې تدریس پیل کړ، په دې ډول د پورته ذکر شویو پوهانو په هڅه او زیار احصایه شلمې پېړۍ ته داخله شوه او وروسته یې د یوه مستقل دسپلین په توګه په اکاډمیکو مراکزو، پوهنتونونو او څېړنیزو موسسو کې ځای وموند، چې مېتودونه یې د راز راز تحلیلونو او علمي تحقیقاتو اساس وبلل شول او په هره څانګه کې یعنې له اقتصاد نیولې، بیالوژي، کېمیا، طب، اروا پوهنې او کیهاني مطالعاتو پورې وکارول شوه او په کرنه کې هم خصوصاً کرنیز تحقیق کې ځانګړی اهمیت او رول لري، په دې ډول احصایه یو لرغونی علم دی، کوم معلومات چې ارایه کوي، په ځانګړو روشونو یې تحلیل او څېړي

(c) ketabton.com: The Digital Library



## ۱، ۳ – د احصایې اهمیت:

په نني عصر کې د بشري جوامعو په ژوند کې ټول کیفي او کمي تحولات په ارقامو ارایه کېږي او هغو ته بېلابېل مقیاسونه او اندازې وضع شوي دي، د علومو په پرمختګ، د بشري پوهې په زیاتوالي او د تولیدي او ټولنیزو فعالیتونو د ډګر په بیساري پراختیا سره نویو او پراخو ساحو ته د علومو په لا پراخېدو سره، ارقام د مقدار له پلوه ډېر پیچلي شول او د هغو ترمنځ اړیکې ګړکیچنې شوې، چې د دغو اړیکو تحلیل، لنډیز او شرحه کولو ته کلکه اړتیا موجوده ده.

په طبابت، بیولوژۍ، کېمیا، میترولوژي، صنعت، کرنه، ایسترانومي فزیک او نورو ګڼ شمېر څانګو کې مونږ اړ یو، چې کتلوي مشاهدات، پلټنې، تحلیلونه او نور د استقراء په روش د مطالبو حل، پېشبیني ګانو او نورو ته لاس وغځوو، له همدې امله د بېلابېلو څانګو احصایې لکه اداري احصایه، اقتصادي احصایه، د ټولنیزو ډګرونو، د ښوونې او روزنې او اروا پوهنې، د کرنې، د سوداګرۍ او نورو برخو کې احصایې رامنځته شوې او احصایه په همدغو برخو وویشل شوې، په دغو ټولو ډګرونو کې د علمي تحقیق او څېړنې ارزښت ورځ په ورځ زیات شوی، له بلې خوا د علومو په برخه کې پرمختیا، د اقتصادي پرمختیا سره نېغ په نېغه اړیکې لري، نو بشر وکولای شول د علومو او تجربې پوهې (Science) څخه په استفادې د اقتصادي او اجتماعي پرمختیا لوړو مدارجو ته ورسېږي او احصایه زمونږ د ټولنیز او طبیعي چاپېریال حقایق، ارقام او د اجتماعي پرمختیا واقعیتونه په خپلو خاصو روشونو تحلیل، ارایه او تجزیه کوي او هغه د ضرورت وړ معلومات مونږ ته تنظیم او برابروي، چې له هغو څخه مونږ استنباط، استقراء او پېشبیني کولای شو او ان دا چې مونږ ته د ښوېدنې په سوچ د دقت او عدم دقت تفهیم او تخلیص هم کوي او مونږ د همدې مقاصدو له پاره ارقامو او د هغو تحلیل ته اړ یو.

د لارډ کیلون (Lard Kelvin) له نظره زمونږ معلومات تر هغه وخت کافي او د منلو وړ نه دي، ترڅو چې هغه د احصایوي اثباتونو په واسطه تائید او ثقه شوي نه وي، دی وایي: کله چې مونږ د یو څه په هکله خبرې کوو، نو هغه یوازې هغه وخت ښه اظهارولای شو، چې د هغو د مقیاسونو او شمېرنو په هکله وپوهېږو او د هغو ارقامو په واسطه یې وښیو چې پرې واقف یو، پرته له هغه مو معلومات کم دي او دا غیر رضایت بخښونکی او ناکافي حالت دی.

طبعاً په علمي مسایلو کې احصایه ډېر زیات داسې امکانات چمتو کوي، چې د هغه مهم یې دا دي چې د ګڼ شمېر ښکارونډو ترمنځ او د بېلابېلو واقعیتونو په لړ کې اصلي اړیکې، د اړیکو علت د یو شمېر حادثو او تظاهراتو ترمینځ روابط او یو پر بل د هغو اغیزې، د هغو د موجوده حال د انکشاف او نورو مسایلو په اړه په ډېرو ښو توضیحاتو او امکاناتو پوهېږو او دا راته



څرګندوي، چې دلته مونږ دا پیدا کولای شو، چې ایا د کومو اړیکو او امکان څخه باید کار واخلو او کوم یې رفع او دفع شي، کوم ارتباطات په کومو میتودونو پراخه شي او د احصایوي تیوري او میتودونو له مخې غلط او صحیح یو له بله بېلولای شو، په دې ډول د ځمکې او له هغې څخه د بهر ډېر پراخ اتموسفیر او ان دا چې د کیهان له اجزاوو، څانګړنو او نورو څخه خبرېږو او په لاس کې موجودو وسایلو سره سم هغه د ځان په ګټه استعمالوو. خصوصاً د احصایې اهمیت په ریسرچ کې ډېر زیات دی دا ځکه چې د معاصرو علومو یوه ځانګړنه همدا ده، چې په هغو کې تحلیل، د ارقامو ارزیابي او شمېرنه یو جوت ځای لري، ارقام په څېړنه کې دا دنده لري، چې په ټولو پروسو کې کمي درجه بندي رامنځته کړي او د مفاهیمو په یوې مجموعې سره (تابع، تعدد، ګروپ، وسط، لوړ حد، ټیټ حد، له کل څخه د جز په ډول د نمونې یا سمپل غوره کول او نور) د هغو له ټول وسعت څخه یو مجرد استنباط په لاس راکړي او برعکس له محدودو شمېرنو (نمونې، صنف، مود...) څخه له جزء څخه د کل په لور د استقرایي روش یوې پایلې ته ورسېږو، د ارقامو په ارایې سره د یوې پېښې شرح کاملاً منطقي بڼه نیسي، ځکه کله چې په صحیح او دقیقو ارقامو یوه پدیده اثبات شي، نو طبعاً له غلطۍ خالي وي، د احصایې بل اهمیت دا دی چې اشیا، پدیدې، پروسې او بېلابېلې متقابلې اغیزې نه یوازې په اعدادو شرحه کوي، بلکې هغه په بېلابېلو نورو شکلونو لکه موډلونو، قالبونو، توابع، ګرافونو سمبولونو، جدول او نورو باندې هم راته ښیي، په داسې حال کې چې خپل دغه کیفي والي سره کمي خصوصیت محفوظ ساتي، همدا روش د علمي تحقیق بنسټ جوړوي او دا راښیي او د شرحې غوره بڼه ګڼل کېږي، چې نه جبران کېدونکي ارزښتونه لکه وخت، ځای، مالي لګښت او نور هم ترممکنه حده ژغوري.

د کرنې او مالدارۍ په ساحه کې د ریسرچ د ترسره کولو، د فارمونو ځمکو د تولیداتو د څارویو د صحت د شاخصونو، د ونو – بوټو او څارویو د نمویي دورې په جریان کې د سلسلو د توضیح، د کرنیېزو بېلابېلو متحولینو او توابعو ترمنځ د رابطې د تشریح او نورو لپاره احصایوي تیوري او میتودونه د مهمې وسیلې حیثیت لري، په کرنه کې احصایه نه یوازې د محاسبوي او تخنیکي ارقامو د تحلیل لپاره بلکې د علمي تجاربو د طرحې په برخه کې هم د خورا اهمیت وړ ده.

## ۴،۱ – احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانګې

په اوس مهال کې د علومو په هر ډګر کې کمي او کیفي مشخصات د معینو اوزانو په ذریعه تاکل کېږي احصایې د علومو په برخه کې مربوط کمي مشخصات وروسته له تنظیمولو خلاصه کوي، هغوی کې نظم ایجاد او په لنډ ډول یې ارایه کوي او د پام وړ کیفي پایله ورڅخه په لاس راوړي او په دې ډول ټول له علمي پروسه او چلند بېلګه کې نظم، تسلسل او په ښه ډول د یوې

(c) ketabton.com: The Digital Library



منطقي پایلې افاده ممکنه کوي په دې ډول ګورو چې علوم، خصوصاً احصایه انتزاعي او مطلقه ځانګه نه ده، بلکې دوی زیات شمېر مواردو کې یو بل سره شریکه او متداخله ساحه لري، مثلاً د اقتصاد په برخه کې ټول د اقتصادي پېشرفت شاخصونه، د تولید، عرضې او تقاضا قیمت او نورو اړوند ارقامو ترسره کېدل د احصایې په واسطه اجرا کېږي، د پلان جوړونې پېش بیني شوې او حقیقي تطبیق شوې اجزاوې د احصایوي مېتودونو په واسطه څرګندېږي، د اړتیاوو او بېلابېلو زېرمو ترمنځ روابط، د تولید او توزیع ترمنځ روابط، د تولیدي پروسو ترمنځ روابط او نور د احصایې په واسطه حل کېږي په نجوم او استرانومي کې، په کیهاني څېړنو کې د (Astronomy) د ساحې د لرې واټن لرونکو رقمونو او فواصلو د ارزیابي او پېچلو ارقامو سره د صفرونو شمېر تر دولسو او له هغه هم زیات وي، کله چې دومره اعداد محاسبه کوو، نو احصایوي روشونو ته اړ کېږو چې هغه بسیط شي او ښه تنظیم شي، ان دا چې (Least squares) مېتودونه د لومړي ځل لپاره یوه استرانومي عالم کشف کړي او د سیارو د حرکت څخه ارقام یې چن کړل او د څو څو مشاهدو څخه یې هغه نتایج وموندل او د استرانومي په برخه کې یې د نورمال خط تخنیک وکاراوه، په نجومو کې د ځمکې څخه د نورو ستورو د فاصلې معلومول په احصایوي لارو او طریقو ممکن شول په میترولوجي کې احصایوي مېتودونو په پارومتریک، فشار سنجولو، د هوا رطوبت سنجولو، د بږاسونو سلوالی د ښودلو او په دې ډګر کې د ارقامو د ترند د مطالعې لپاره کارول او استعمالېږي. په کرنه، وترنری او طب کې ټولې حیاتي پروسې، د نمو په جریان کې کمې بدلونونه، خاصتا د بیوستاتیستک د ځانګې کار دی، ان دا چې د وریښس سنجش د یوه مهم مبتود په ډول او د زمانې سلسلو د تحلیل مبتودونه په حیاتی پدیدو کې چې نمویی یا وده ییزه بڼه لري او ارقام مستقیما د وخت تابع وي، زښت زیات اهمیت لري، د حیه اجسامو کمي او کیفي بدلونونه او په هغو کې د ټاکلو عواملو اغیزې او د هر عامل رول او د هغو د هر یوه فرق او مستقیم اثر موندل د احصایې په کمک اجرا کېږي د تجربی علومو په ډګر کې ټولې علمي تجربې د خطي پروګرامونو په واسطه حل کېږي لنډه دا چې په ساینسي پوهنو کې مطالعه د احصایې له تطبیق پرته پرمخ نه شي تلای. احصایه په اروا پوهنه او سلو کې علومو کې ځانګړې اهمیت لري، څکه رفتاري سلوک او کړه وړه په یوه وګړي کې د داسې مطالعې غوښتنه کوي، چې پرته د مقداري نتایجو له تحلیل څخه پرمخ نه ځي، اکثره مهارتونه په ښوونه او روزنه کې په مقداري ډول ارزیابي کېږي د هرې برخې نمرې په حسابي اوسط سنجول کېږي، د زده کوونکي د هوش ازمایل په یوه ځانګړي ځانګه کې د همبستګۍ د ضریب په واسطه ممکنه ده، د سلوکي ازموینو د پایلو ثقه والی د احصایوي مېتودونو په واسطه ممکن کېږي.



همدا رنګه د رویې د روش د ټاکلو لپاره موږ اړ یو په کوچني ګروپ (نمونه) کې تجارب وکړو او هغه بیا په لویو ګروپونو (ټول نفوس) تطبیق کړو، په دې ډول نه یوازې د علومو طبیعي ځانګو کې بلکې ټولنیزو ځانګو کې هم د احصایې رول ډېر زیات دی په کېمیا کې د کېمیاوي تعاملاتو، ارجاعي پدیدو او نورو اړیکې په احصایوي مېتودونو حل او فصل کېږي، دغه راز احصایه له بیولوژي سره ډېرې نژدې اړیکې لري او د بیولوژي د تیوریو په پرمختیا کې یې ډېره ونډه اخیستې ده، ګالتون (۱۸۲۹–۱۹۱۱م) د داروین لمسی، بیولوژیکي بدلونونه او تبدلات د احصایوي مېتودونو په رڼا کې مطالعه کړل او د همدې منظور لپاره یې یو د بایومتری لابراتوار پرانیست، د پروفیسر کارل پیرسن په وینا د ارثي خواصو لېږدېدل او تخمه ریزې د احصایې مېتودونو په بنسټ ولاړه ده، د منډل تیوري ګانې ښیي چې د ځانګړي ګروپ خصوصیات او د هغو ترمنځ اړیکې په جنتیک کې د احصایوي مېتودو په وسیله پېژندل کېږي په بیالوژیکي تجاربو کې د وریښس د تحلیل او نمونه ګیری مېتودونه د ډېر اهمیت وړ دي. په طب کې له ۱۷ مې زېږدیزې پېړۍ راهیسې حیاتي پېښې او د انساني مزاج حوادث په احصایوي تحلیلونو روښانه کېږي، په دې ډول ګورو چې احصایه د علومو په ډګر کې کوم تجریدي مضمون نه دی، بلکې ګڼ شمېر علومو سره متداخل خصوصیات لري.

## ۵،۱ – د ځینو مشابهو علومو سره د احصایې توپیر

په سطحي نظر او عام مفهوم سره په ډېرو ځانګو داسې ګومان کېدای شي چې له احصایې سره هیڅ فرق نه لري، په تېره بیا کله چې مونږ د احصایې په لنډه تاریخچه کې وکتل، چې د نفوسو شمېرنه او د ارقامو ټولول مو احصایه وګڼله، خو د وخت په تېرېدو بعضو ځانګو مستقله پرمختیا وموندله او سره بېلې شوې، یعنې نن ورځ هغه ځانګه چې د نفوسو تحلیل او د نفوسو امارو او ځانګړنو سره سر او کار لري، هغې ته دیموګرافي وایي، نو څکه دیموګرافي د احصایې سره اساساً فرق لري، هیڅ شک نشته چې په سرشمېرنه او د نفوسو [*] تحلیل کې احصایوي تیوري او مېتودونه بنسټیز ارزښت لري، خو د خپل هدف او د مطالعې د ډګر له مخې باید

---

(*) په خپله د نفوس اصطلاح (Population) هم د احصایې او دموګرافي له نظره فرق کوي، د دموګرافي په ځانګه کې نفوس یو عادي مفهوم دی او د هغو شمېر وګړو څخه عبارت دی، چې یو معین وخت کې، یوه خاص جغرافیاوي قلمرو کې ژوند کوي، لکه د افغانستان نفوس، د ډهلي نفوس، د غور نفوس او نور... اما په احصایه کې د نفوس اصطلاح عام مفهوم لري او ټولو هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې له مطالعې او څېړنې لاندې وي او د مطالعې لپاره راټول شوې وي، دې کې د بوټو، ځارویو، حشرو، د حرارت درجه او نور ټول ارقام راځي احصایوي جمعیت دوه ډوله دی، یو یې محدود نفوس یا جمعیت (Finite)، مثلاً د کابل د پغمان د مڼو حاصلات او بل یې بې نهایت نفوس یا جمعیت (Infinite)، مثلاً په مڼو کې (چې ممکن یوازې د کابل د پغمان یا ټول افغانستان او ان د ټولې دنیا مڼې په بر کې ونیسي) د پخېدو د وخت سنجش، په هغو کې د وسپنې مقدار او نور مثالونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هیڅکله احصایې سره اشتباه نه شي، دغه توپیر او فرق د دموګرافي له پېژندنې څخه په جوت ډول پېژندلای شو، علما دیموګرافي په لنډ ډول داسې تعریفوي: دیموګرافي په محدود مفهوم سره، د نفوسو د ترکیب، وېش، اندازې او بدلونونو سره تماس نیسي او په پراخ مفهوم د نفوسو عام څرنګوالی لکه سن، قومیت، شغل، اسکان او نور خصوصیات لکه عمر، مدني حالت او نور ثبت او شرحه کوي.

همدارنګه ریاضي هم د اعدادو او ارقامو سره سروکار لري، خو باید په یاد ولرو چې د ریاضي منطق، د ارقامو د محاسبو اجرا ده، نه د ځینو واقعیتونو تحلیل، تنظیم او ارایه یقیناً د احصایې علما وایي چې احصایه د ریاضي د علم تطبیقي ډګر دی، مګر ریاضي د خپل هدف له مخې له احصایې سره ډېر فرق لري، چې هغه د شمېرلو استعداد، د مسایلو په حل کې منطقي تفکر او په خاصو روشونو په مجرد ډول د اعدادو محاسبات ترسره کول دي.

د علمي تجاربو طرحه هم ظاهراً د احصایې سره مشابه ښکاري، حال دا چې د علمي تجاربو طرحه داسې یوه کړنلاره ده او د عملي پلټنو یوه مجموعه ده، چې یوه فرضیه ثابته یا رد شي، د څو متحولو ترمنځ فرض شوي روابط ثابت او روښانه شي او په نهایت کې د هغو ټولو مراحلو، چلند ببلګو او موخو یوه اډانه ده، چې څېړونکي یې په پام کې لري، په بل عبارت د علمي تجاربو طرحه هغه کتنې او ازمایښتونه دي، چې په هغو سره څېړونکي په فرضي ډول د یو وضعیت او د تصوراتو او واقعیتونو ترمنځ اړیکې او ارتباط وښیي، یقیناً دې کې احصایوي مېتودونه لکه مشاهدات او د هغو ثبت او راټولول، د هغو منطقي صف بندي او بیا په واضحه او لنډ ډول او په قناعت بخش ډول (د جدول او ګرافونو په واسطه) د هغو ارایه په دې کې اساسي رول لري، خو دلته د احصایې مېتودونه او تیوري هیڅکله د تجاربو د طرح سره یو شان نه دي. همدارنګه حسابداري چې نن ورځ په اکثرو هېوادونو کې د انستیتیوت په سطحه مستقل دسپلین دی، صرف د محاسبوي امارو د فن څخه عبارت ده، حسابداري د احصایې پیچلو مېتودونو او څو څو طریقو سره کار نه لري، بلکې د یوه فن په سطحه باتې کېږي.

په دې ډول سره له دې چې زرګونه کاله وړاندې هره شمېرنه، امار او عدد ټولونه او د ارقامو جمع آوري به چې یخوا د دولت له خوا د ځانګړیو موخو او اړتیاوو لپاره ترسره کېده، احصایه بلل کېده، خو د علومو په ځانګو ځانګو کېدو (Differetiation) سره او د همدې پروسې په لړ کې احصایه له مشابهو ځانګو څخه تمایز وموند او ځانګړی تعریف ورته غوره شو.

## ۲،۱ – د احصایې دوه برخې

احصایه د یوې موضوع او مشخص مضمون باوجود باید په دوو برخو یعنې تشریحي احصایې (Descriptive Statistics) او استنباطي احصایې Infrential Statics باندې ووېشو.



تشریحي احصایه، د احصایې هغه برخه ده، چې د عددي ارقامو مهم خصوصیات او بنې د ټاکلو مفاهیمو او مېتودونو په واسطه شرحه او په لنډیز سره راښیي. په دغې برخې کې عموماً د احصایې توصیفي روشونه Descriptive methods لکه د ارقامو صنف بندي، ګرافونه، د ارقامو د دفعاتو څرګندول، موډ، میانه، اوسط او شاخصونه کارول کېږي. په بله وینا: تشریحي احصائیه د عددي او ګرافیکي میتودونو په استعمال سره د ارقامو د سیټ څخه داسې انځور پیدا کوي چې د ارقامو په سیټ کې موجوده معلومات د هغې په واسطه ښه واضح او په ښه توګه ارایه شي.

همدارنګه استنباطي احصائیه داسې هم تشریح کولای شو: د ارقامو د یولوي سیټ لپاره د ارقامو د نمونې څخه په استفادې د تخمین کولو، تصمیم نیولو، پیشګویې او نورو نتیجه ګیریو په خاطر د ځانګړو روشونو په کار وړل او له هغو څخه یوه روښانه نتیجه اخیستل دي. په راتلونکي برخه کې به په دواړو تشریحي او استنباطي احصائیو بحث وکړو.

استنباطي احصایه د ارقامو د یوې ګڼې مجموعې (نفوس یا Population) د خصوصیاتو د استنباط د ترلاسه کولو لپاره ځینې چارې، چلند، بېلګې او پروسیجرونه دي، چې د ټولو ارقامو څخه د نمونې (Sample) په ډول خلص معلومات په لاس ورکوي. په دې برخه کې احتمالات، د احصایوي فرضیو ازمایښت، د نفوسو پارامتر[*] او نور راځي چې دغه برخه کې عموماً د احصایې ارتباطي روشونه (Correlation methods) لکه د پیوستون ضریب یا Correlational Coefficint، د خطایا ښوېدنې موندل او نور او همدارنګه استنباطي روشونه (Infarential Methods) راځي.

به استنباطي روشونو کې هره هغه نتیجه چې د نمونې یا کوچنی شمېر ارقامو څخه په لاس راځي او بیا هغه په ټول نفوس یا په ګنو ارقامو تطبیق او تعمیم کوو ټول همدې کې راځي، چې دا بیا د محقق او څېړونکې یا مطالعه کوونکي هدف او د کار ساحې پورې اړه لري، چې ایا ده د کوم مقصد لپاره کومه نمونه غوره کړې او غواړي د نمونې د کوم خصوصیت له مخې په ټولو راټولو شویو ارقامو حکم وکړي.

**د استنباطي احصایې پنځه عناصر:**

۱. په نظر کې نیول شوي ارقام یا مشاهدات.

۲. یو یا څو متحوله (په مشاهداتو کې د شاملو واحداتو خصوصیت) کوم چې د ځېړلو په موخه انتخابېږي.

---

(*) د ګڼ شمېر اعدادو یا نفوس مشخصات چې د نمونې اخیستو یا نورو مېتودونو په واسطه اټکل کېږي او ښودل کېږي د Parameter په نوم یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



واسطه د یوه تېر وخت په مقایسه د هغو د بدلون فېصدۍ ارائه کوي، دلته ګورو چې ارقام د احصایېوي تحلیل لپاره ثبت او راټول شوي دي، دغه ډول ارقام د احصایېوي ارقامو په نوم یادولای شو.

اوس له پورته توضیحاتو او مثالونو څخه څرګنده شوه، چې د احصایې او ارقامو ترمنځ توپیر شته، یا په بل عبارت هغه ارقام چې راټولېږي د خپل هدف له مخې سره توپیر لري، ځینې وخت ارقام صرف د یوه واقعیت په توګه یاداشت کېږي، ثبت او بیا خپرېږي، خو ځینې وخت د یوه خاص هدف د وضاحت او ټاکلې موخې او د یوه تحلیل د ترسره کولو لپاره، نو ځکه موږ امار، ارقام او ثبت شوي شمېرنې په درېیو ډولونو وېشلای شو: *تخنیکي، محاسبوي او احصایېوي* ارقام.

تخنیکي ارقام صرف د هغو پېښو، مسایلو، تخنیکي اسبابو، تولیدي موادو او نورو حوادثو ارقام دي، چې معمولاً تخنیک او تکنالوژۍ پورې اړه لري د پیلګې په توګه دمیکرسکوپونو، امبولانسونو، چپرکټونو، جنراتور یا نور ټولو تخنیکي وسایلو یاداشت کول، د روغتون دشتمنۍ ثبتول، د اسبابونو جمع اوقید په اداري پرسونل پورې یا مثلاً یوه فارم کې د موجودو ټراکتورونو، شاوولونو، ګرېډرونو، کمباین، تخم پاش، محلول پاش او د هغو د ملحقاتو یاداشت چې د فارم د شتمنۍ په توګه ثبت دي، یا د غواګانو د روزنې د یوه فارم د تکنالوژیکي وسایلو او تجهیزاتو کار او د هغو د تخنیکي استفادې څرنګوالي او داسې نور چې دا ارقام تخنیکي مربوطه راجسترونو او اسنادو کې لیکل شوي وي.

محاسبوي ارقام هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې د حسابدارۍ، مزد او حق الزحمې او نورو فعالیتونو اسنادو کې لیکل کېږي، یا د مادي او پولي لګښتونو عوایدو یا د تولیداتو د خرڅلاو او نور ارقام چې دا ټول په پای کې جمع کېږي، مجموعي مصارف، مجموعي عواید، خالص عواید، یا د هر نفر د کار د وخت له مخې د هغه د مزد او معاش اندازه او داسې نور محاسبات ورڅخه څرګندېږي، خو احصایېوي ارقام لکه چې وویل شول، د تحلیلي هدف لپاره، د لنډیز، تنظیم او په اسانه ډول د هغو د شرحې او له هغو څخه د یوې نتیجې د استنباط لپاره ترسره کېږي، خو باید ووایو چې ددغو درېیو واړو ارقامو ترمنځ ارتباط او هماهنګي شته او احصایه له دغو ټولو استفاده کولای شي، مثلاً کېدای شي تخنیکي ارقام راټول شوي وي، د محاسبې او حسابدارۍ څانګه هماغه ارقام څانته د محاسبو لپاره وکاروي، بیا وروسته د احصایې څانګه له هغو د خپل مقصد سره سم تحلیل وړاندې ترسره کړي، لنډه دا چې ارقام د احصایې لپاره اساس او بنسټ جوړوي او پرته له ارقامو احصایېوي فعالیتونه بې اثره وي

د عامه خدماتو په سکتور کې موږ د ګڼ شمېر طبیعي، اقتصادي، ټولنیزو او نورو حوادثو او ارقامو سره سروکار لرو، مثلاً د لمر تودوخه، د اورښت اندازه، د خاورې PH، د یوه فارم د



۳. د چمتو شویو ارقامو یامشاهداتو د واحداتو څخه جوړه شوې نمونه.

۴. په نمونه کې دموجودو معلوماتو په بنا د نفوس په اړوند نتیجه ګیري

۵. دنتیجه ګیرۍ (استنباط) په خاطر د اطمینان ددرجې سنجش، خو د تشریحي احصایې عنصر صرف دارقامو او اعدادو هغه مجموعه ده چې دهغو کمي خصوصیات غواړو تشریح کړو.

## ۱،۷ – احصایه، ارقام او د هغو اړیکې

تراوسه پورې موږ همېشه د احصایې له مفهوم سره جوخت په مترادف ډول ارقام ذکر کړي او ممکن داسې تصور وشي چې احصایه یعنې مطلقاً اعداد او ارقام، حال دا چې یو څو ژور مطالب د توضیح وړ دي: ارقام او اعداد (Data) د احصایې یا احصایېوي تحلیلونو لپاره صرف خام مواد دي، صرفاً د ارقامو یا اعدادو یوه سلسله او مجموعه هیڅکله بشپړه احصایه نه ده، که څه هم ممکن موږ ورځینیو زیات شمېر مسایلو کې د ارقامو یوه مجموعه یا د اعدادو یو سیټ د احصایې په توګه وګڼو، خو دا علمي بنسټ نه لري، بلکې دلته باید کیفیتاً اعداد او احصایه تفکیک شي.

ممکن د چاپېریال د طبیعي پېښو، ټولنیزو مسایلو، د تولید، ښوونې او روزنې، معایناتو، دواکسین تطبیق، دامپولونو شمیر، محصولات، لګښت او داسې نورو مسایلو په برخه کې ارقام په اسنادو کې درج شي او یا هم اصلاح درج نه شي او همداسې بې ثبت او قید پاتې شي، مثلاً یو روغتون دخپلو ناروغانو ټول ریکارډ ثبتوي، دانسان د عمر او وزن دوارو زیاتیدل او دهغو ثبت د ارقامو په واسطه، ددرملو د ټاکلې دوز د اغیز ثبت او ښودل د ارقامو په واسطه ، په اوسط ډول د ناروغیو د شیوع اندازه ثبتول، یا هم د تولید او خرڅلاو یوه اقتصادي عملیه په هیڅ یوه سند کې ثبت نه شي، نو دغه پدیده بې اثره پاتې کېږي، خو که یوه فارم د یوې اونۍ په جریان کې ۲۰۰۰ دانې هګۍ تولید کړې او هغه یې مغازه کې خلکو ته عرضه کړې چې د تولید او اقتصادي عملیې دغه ارقام د تولید او خرڅلاو مربوطه اسنادو کې ثبت شي، په دې ډول عملیه کې دا جریان د یوه اثر په ډول باقي پاتې کېږي، همدا اخرې بېلګه د شمېر نیولو په نوم یادېږي، چې بېلا بېلې پېښې اسنادو کې ثبت کېږي ځینې وخت د پېښو، اجناسو، وسایلو، عوایدو، خرڅلاو او نورو حوادثو او کیفیتونو موضوع صرف د یو کیفیت په ډول یاداشت کېږي، مثلاً که چېرې یو روغتون د کال له پیل نه تر پای پورې ټول لګښت یاداشت کړي، خو برخلاف ځینې وخت بېلا بېلې پېښې د ځینو خاصو اهدافو لپاره ثبت کېږي، مثلاً د یوه ولایت د کوپراتیفونو ریاست د بېلا بېلو اجناسو قیمت په مربوطه سیمه کې د خپلو اړوندو مامورینو په واسطه ثبت او محفوظوي او دفترونو ته یې راټولوي، بیا د محاسبوي اجرااتو څخه وروسته یې د هغو اوسط سنجوي، وروسته بیا د شاخصونو د سنجش د مېتود په

(c) ketabton.com: The Digital Library



تولید اندازه، د یوه ولایت د کرنیزو ځمکو ساحه، د یوه کلي د اوسیدونکو شمېر، په بهرنۍ سوداګرۍ کې د تجارتي محصولاتو ونډه او ګڼ شمېر نور مثالونه، خو په دې کې د احصایې رول په علمي تحقیق او د علمي تجاربو په طرحه کې خورا مهم دی، په علمي پروسه کې د ارقامو درې واره ډولونه ډېر معمول دي.



# دویم څپرکی

## د ارقامو راټولول، ترتیب، ډولونه او ګرافیکي ارایه

### ۲،۱– د ارقامو راټولول او ښودل Collection & Presentation of Data

د یوې علمي څېړنې لپاره او ددې هدف په خاطر چې مورد نظر ارقام شرحه او له هغو څخه لازمه پایله ترلاسه (استنباط) شي، لومړی اړیو چې مربوطه ساحه کې مشاهدات، ارقام یا Data موجود اوسي، ددې مقصد لپاره موږ ارقام راټولوو او هغه ښیو چې ایا کوم ارقام دي چې مربوطه احصایېوي تحلیل وریاندې پرمخ بیایو؟ په دې ځای کې تقریباً یوه اوږده پروسه ضرور ده، یعنې له احصایېوي پلوه د یوې پدیدې مطالعه او په هغې د تحقیق سرته رسولو، معلوماتو (ارقامو او اعدادو) ته ضرورت لري، نو د دغو معلوماتو د څرګندولو لپاره احصایېوي مشاهداتو (Statistical Observation) ته اړیو، خو د بې هدفه او هر ډول ارقامو راټولول احصایېوي مشاهده نشو بللای، بلکې احصایېوي مشاهده، منظمه او علما تنظیم شوې وي، چې دا یو ډېر دقیق او پر زحمت کار دی، یعنې لومړی خو مشاهدات باید د معین پرابلم لپاره چې ښایي دا په کلکه په نظر کې ونیول شي، چې ایا د مورد نظر پرابلم لپاره په مجموعي ډول ارقام پروسیس لاندې ونیول شي او که د ډېرو ګڼو ارقامو څخه یوه کمه اندازه (نمونه) غوره کړل شي؟

که ټول ارقام راټولېږي، نو کومه خبره نشته، اما که ارقام د نمونې په توګه ثبت کېږي، باید په نظر کې ولرو چې آیا نمونه ګیري باید مقیده او ځینې شرطونو پورې تړلې وي او که آزاده او تصادفي نمونه ګیري وي، چې د نمونې غوره کول محقق او څېړونکي پورې اړه لري، چې باید د تحقیق د اصولو سره سم وي، د نوموړي پروسې لپاره لاندې لارې موجودې دي:

#### الف: د لومړي لاس معلومات

I. مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي د مرکو، نمونوي سروې ګانو، شخصي معلوماتو او نورو لارو څخه ارقام ثبت او جمع کوي، چې دا یو ډېر د حوصلې کار دی، چې باید تول له مورد نظر ساحه وپوښي.

II. غیر مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي معلومات د لیکونو، استعلامونو، پوښتنلیکونو (Question Naires) او ځانګړو فورمو له لارې راټولوي. د احصایې پوهان منفردانه کتنې Enumerators او د سیمه ییزو منابعو څخه کتنه Collection through Local Resources هم د لومړي لاس معلوماتو کې شمېري، خو هېره دې نه وي چې اوس هم لا دغه راټول شوي ارقام صرف خام اعداد (raw data) دي، چې نور بعدي اجراات او پروسیجر غواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



**ب: د دويم لاس معلومات**

دلته معلومات مثلاً د بانک د خپرونو، د کلينيکونو له دفترونو، د روغتونو له ارشيف، د احصايې له مرکزي اداري، دماليې وزارت، له اخبارونو، راډيوګانو، مجلو، څېړنيزو مراکزو او نورو څخه ترلاسه کېږي.

## ۲،۲ – د ارقامو ترتيبول

کله چې هدف (پرابلم) وټاکل شو، اعداد راټول او وښودل شول، نو دغه لومړني راټول شوي اعداد بايد خلاصه او په لنډيز سره ترتيب شي، مثلاً هغه ارقام چې د اصل هدف څخه ډېر لرې وي او په ټولو مشاهداتو کې ډېر کم واقع شوي وي، د تحليل په پايله دومره اغيزه نه لري، کېداى شي له هغو صرف نظر وکړو، ډېر اوږده صحيح اعداد په ۱۰، ۱۰۰ يا ۱۰۰۰ راګرد او افاده کولاى شو، يا هم کېداى شي ځو ځو اعشاري له امکان سره سم راګرد او لومړي يا دويمې اعشارې ته تقريب ورکړو.

په ګڼ شمېر مشاهداتو کې همجنسه مشاهدات په بېل بېل ګروپ کې ترتيب کېږي، که چېرې ارقام د کميت له مخې صنف بندي کېږي، نو دې ته د دفعاتو د وېش Frequency Distribution سلسله ويل کېږي او که چېرې ارقام د يو ټاکلي وخت (ورځو اوونيو، مياشت، کلونو...) سره په موازي ډول ترتيب شوي وي، زماني سلسلې (Time Serese) رامنځته کوي، همدارنګه ارقام د جغرافيوي او محيطي کيفيت، جنس، سن او نورو له مخې هم ترتيب کېږي، کله مو چې ارقام يو څه ترتيب کړل، کولاى شو هغه په بېلا بېلو احصايوي بڼو او اشکالو لکه جدول او ګراف سره وښيو.

په احصايه کې د جدول په واسطه د ارقامو ارايه يو ډېر معمول شکل دى، چې د اصل ارقامو سره يوځاى د هغو نور خصوصيات او احصايوي تحليلونه هم ښايي، د همدغو جدولونو څخه په اسانۍ نتيجه او موخه يا مورد نظر پايلې تعميم او په لاس راځي.

## ۲، ۳ – جدولونه او جدول جوړونه (Tables & Tabulation)

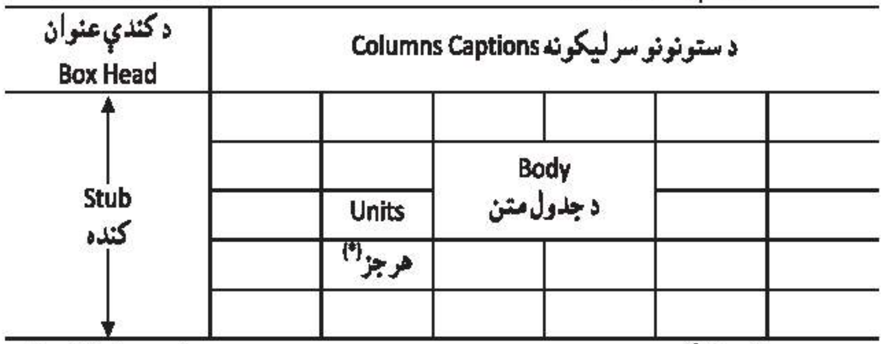
احصايوي جدولونه د څېړنې لاندې پديدو د عددي مشخصو د ارايې او ښودنې يو ډېر ښه او مناسب شکل دى، جدول د خپل ظاهري شکل او بڼې له مخې افقي او عمودي خطونه دي، افقي کرښې د جدول کتارونه (Raws) او عمودي کرښې د جدول ستونونه (Columns) بلل کېږي، هر جدول د ارقامو د راټولولو او له هغو څخه د احصايوي مېتودونو په واسطه د پام وړ نتايجو او تحليلونو د ترلاسه کولو د پروسې ترمنځ يوه منځوې وسيله بلل کېږي، جدول لکه د جملې په شان د پيل (مبتداء) او پاى (خبر) لرونکى وي.د جدول مبتداء موضوع بيانوي او د خبر برخه يې د



مبتداء د توضيح کوونکي علايم دي، د يوه جدول عمومي بڼه داسې ښودلاى شو، داسې چې د يوه جدول لپاره د هغه هره برخه په وضاحت سره بيان شوې ده:

Tab. No (   )　　　　…Title…

د جدول نمره (   )　　　　د جدول نوم يا عنوان




Foot Notes or Source:　　　　منبع يا لمن ليک:

د جدول په کنده کې د هر کتار عنوان ليکل کېږي، د هر عنوان په پاى کې پاى ټکى نه اېښودل کېږي، کله چې اعداد په جدول کې په سيستماتيک ډول د مقايسې، تحليل او لنډيز لپاره درج کېږي دې عمليې ته جدول بندي ويل کېږي. جدول بندي بايد داسې وي چې هر چا ته د پوهېدو وړ، ډېر خلص، واضح او صريح اوسي او جدول د اضافي تفصيلاتو څخه خالي وي بايد پورتني عنوانونه (د ستونونو عنوانونه) د څنګنيو عنوانونو (د کتارونو د نومونو) سره په دقيق ډول توپير ولري، او تکرار په کې ونه ليدل شي، ښه به وي چې لوى اعداد تر ممکن حده پورې لنډ شي، مثلاً که ارقام ۵۰۰۰، ۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰ وي همدومره کفايت کوي چې ۵، ۸، ۱۰ وليکو، خو د ستون په سر په يو قوس کې بايد وليکل شي، چې (ارقام په زرو)، په جدول کې بايد مقياسونو ته ځانګړى ستون وضع شي. د اعداد و يويز، سليز او زريز کورونه په يوه قطار کې راوستل شي، د جدول په متن کې بايد قطعاً تش ځاى پرې نښودل شي، که استثناء کوم عدد او رقم موجود نه و، نو هلته (...) درې ټکي او که اصلاً اصلي پديده هيڅ نه وه، نو دش (-) په کې کېښودل شي، که چېرې رقم ډېر کوچنى او د ذکر کولو وړ نه و (ر.) بايد وليکل شي، ځکه تشه (خاليګا) يوه اشتباه رامنځته کوي او جدول بندي ناقصه کوي، که چېرې کوم چوکاټ ډکولو نه و، هلته دې د (x) علامه کېښودل شي، موږ د جدول ښيني بېلګې په نورو څېړکيو کې عملاً کار کوو، که چېرې جدول ډېر اوږد وي، خصوصاً د جدول عمودي عنوانونه يا د کتارونو شمېر له يوې په لاس کې

(*) د ستونونو او کتارونو په تقاطع کې چې کوم اعداد راځي، هغو ته جز، Unites، حجره، Cell يا چوکاټ ويل کېږي، درې واړه درست دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

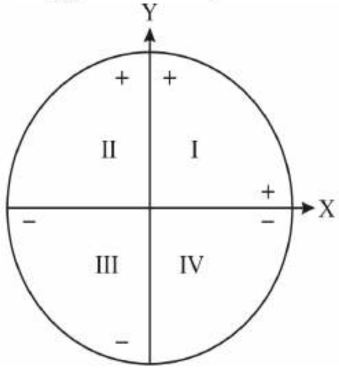


موجودې پانې څخه زيات وي، نو ښه به وي چې د ستونونو عنوانونه په (۴، ۳، ۲، ۱ ...) نمرو ښنه او راتللونکو پانو کې عين ستون په خپله اړونده نمره وښودل شي، ډېر به ښه وي که چېرې اعداد په درې درې گروپي اعدادو ډول وليکو (خصوصاً که اعداد لوی وي) مثلاً د ۲۲۸۱۲۴۵ پرځای د واضح ښه ۵۷۷ ۱۲۴ ۲۲۸ ښه ايسي او که د کتارونو، عنوانونو او نومونو په مورد کې کوم خاص قيد او مېتود نه وي، ښه به وي يا د الفبا په ترتيب، يا د مقام د اهميت له مخې مثلاً (د صدارت مقام، د عامه روغتيا وزارت، د ولايت د صحت د رياست مقام...) په ښه يا په کومه بله منطقي، مناسبه ښه يا د وخت په اساس لکه کال، ورځ ساعت او نورو ښو جدول بندي شي، د جدول بندي د وضاحت لنډيز او نظم هغه ډېرې ښې ښېگڼې دي، چې نن ورځ جدولونه نه يوازې احصايېوي تحليلونو، علمي تحقيق او طبيعي علومو کې، بلکې ټولنيزو علومو او آن تجارتي اعلانو، د درملتونونو يامغازو لوحو او نورو ځايونو کې هم معمول شوي دي، تجارتي مقالو، گمرکي اسنادو او نورو کې ګڼ شمېر مواردو کې جدول دود موندلی، نو ځکه د جدول بندي په اصولي او علمي طرز پوهېدل يو اهم ضرورت دی.

## ۲، ۴ – د ارقامو گرافيکي ارائه

لکه چې ومو ليدل جدولونه د احصايېوي ارقامو د تنظيم، لنډيز او ارائې لپاره يوه ډېره ښه وسيله ده، خو ځينې وخت د هغو د لا زيات وضاحت او لنډيز لپاره چې حتی د لوستلو ضرورت يې هم نه وي، ارتيا او ضرورت پېښيږي. موږ يوه داسې وسيله لرو چې ارقام د ليدلو په واسطه وړاندې ښيو، چې له ټکيو، کرښو، سطوحو او جيومتريکي ښو او سمبولونو څخه جوړه او په عامه معنی سره د گرافيکي ارائې، گرافيکي توضيح، گرافيکي تصوير يا هم گرافيکي نمايش Graphical Representation په نوم يادېږي.

گرافونه په دوو ښو رسمېږي: يو يې د گراف Graphs ښه او بل يې د دياگرامونو Diagrams په ښه. په گرافونو کې ارقام د خط يا منحني يا Curve په شکل رسمېږي، خو دياگرام بيا د څو کرښو او بعدونو لرونکو ښو په شکل رسمېږي چې د دوو يا څو متحولينو ترمنځ رابطه ښکاره کوي، گرافونه د جدولي ارائې د روش ادامه ده، يعنې هم جدول د گراف په واسطه ترسيم کولای شو، په گراف کې تابع متحول په عمودي محور (Y) او مستقل متحول په افقي محور (X) باندې ښودل کېږي، دا اصلاً هماغه د هندسي دايرې څلور ربعي دي، خو له دې




کبله چې کرنيز اقتصاد او په مجموع کې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې اکثراً پدېدې عيني



او د مثبت قيمت لرونکي دي، نو د هندسي دايرې شمال مشرقي يا د ښي لاس پورته ربعه يا (I) حجره باندې رسمېږي، چې دلته هم X او هم Y مثبت قيمت لري، که چېرې منفي قيمت موجود هم وي، نو گراف د دغې ربعې کيڼې پورته خوا او يا هم ښې ښکته خواته رسمېږي (ادامه مومي) مثلاً که چېرې د توليد په مراحلو کې توليدي عامل يو يو واحد داسې ور اضافه کړو چې بالاخره داسې وخت را ورسېږي، چې کله که اغېزه کوونکی فکتور لوړ حد ته رسېږي همدا وخت اغېز منونکی صفر کېږي او له دې نورو اضافه والي يعنې صرف د يوه بل واحد زياتول منفي قيمت نيسي، نو دا وخت د ميلان کرښه د (X) محور څخه ښکته راځي او دا د منفي قيمتونو معنی افاده کوي.

## ۲، ۴، ۱ – د گرافونو ډولونه

د احصايېوي معلوماتو د گرافي تصوير لپاره د گراف بېلا بېل ډولونه معمول دي، خو هغه يې چې اکثراً معمول دي او يو څه بسيط هم دي هغه په ډېر لنډ ډول دا دي:

### الف - خطي گراف

دغه گراف کې د مستقل او تابع متحولينو د قيمتونو له مخې لومړی د ابتدايي ښو په واسطه قيمتونه نقطه گذاري کېږي، وروسته بيا دغه نقطې يو بل سره وصل او يوه کرښه په لاس راځي، دې ته Liner Digrams يا One – Dimensiona Digram هم وايي، د بېلگې په توگه به په هېواد کې د ۱۳۵۷، ۱۳۴۷ او ۱۳۴۸ ل کلونو په جريان کې د چيچک د واکسين توليد جدول او گراف وښيو.

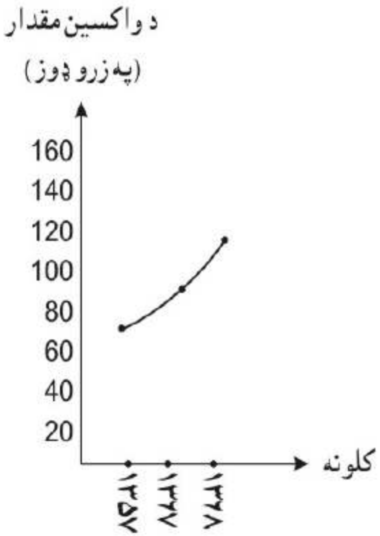
(۳-۱) جدول: په درېو غوره شويو کلونو کې د چيچک د واکسين توليد.

| کلونه | د واکسين مقدار (په زرو ډوز) |
|---|---|
| ۱۳۵۷ | ۷۷،۱ |
| ۱۳۴۷ | ۹۰،۰ |
| ۱۳۴۸ | ۱۲۳،۰ |

منبع: سالنامه احصايېوي ۱۳۴۸ کال وزارت احصايه مرکزي

(c) ketabton.com: The Digital Library






**۳،۱ شکل: په درېیو کلونو کې د واکسین د تولید خطي ګراف ارایه**

## ب: استوانه یي یا مستطیل ډوله ګراف

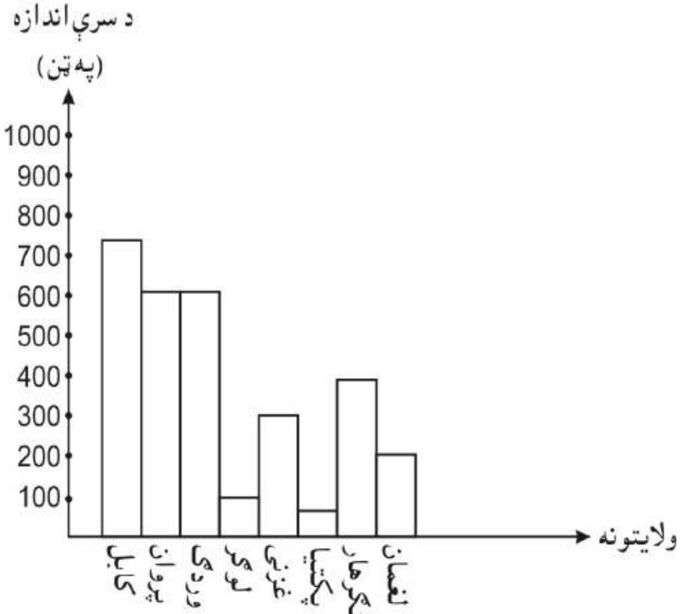
دغه ډول ګراف چې د Bardiagram یا Bar Chart په نوم هم یادېږي، په کې بېلا بېل کمیتونه د ستونونو په بڼه د ارقامو سره سم په بېلا بېلو ارتفاعاتو رسمېږي، په دغه شکل ګراف کې مقایسه په ډېر ښه ډول ترسره کېږي، مثال:

(۳-۲) جدول: په ۱۳۶۸ کې د افغانستان د کېمیاوي سرې شرکت د تصدي له لارې د کېمیاوي سرو وېش په بېلا بېلو ولایاتو کې

| ولایات | د سرې وېش (په ټن) |
|---|---|
| کابل | ۷۳۸ |
| پروان | ۶۳۱ |
| وردګ | ۶۳۱ |
| لوګر | ۷۳ |
| غزني | ۲۵۹ |
| پکتیا | ۳۶ |
| ننګرهار | ۴۱۲ |
| لغمان | ۱۳۷ |

منبع: سالنامه احصاییوي، ۱۳۶۸ کال






پورته ګراف کې ډېر په څرګند ډول ښکاري چې هر ولایت په مقایسوي ډول سره څومره سره استعمال کړي، ځینې وخت متحولین دوه یا درې اجزا لري، کېدای شي په مستطیل کې هر جز په بېل رنګ وښیو، دې ته مرکب مستطیل ګراف Component Barchart وایي، مثلاً لاندې جدول او ګراف کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا په ۱۳۶۸ کال کې د تراکتورونو او واټرپمپونو د څرخلاو اندازه ګورو:

(۳-۳) جدول: په ۱۳۶۸ کال کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا د پلورلو شویو ترکتورونو او واټرپمپونو شمېر.

| کلونه | د څرخو شوي، ماشینو نوعیت | |
|---|---|---|
| | تراکتور | واټرپمپ |
| ۱۳۵۷ | ۴۳ | ۱۱ |
| ۱۳۶۷ | ۱۴۴ | ۷ |
| ۱۳۶۸ | ۱۰۲ | ۲۹ |

دا ډول مرکب اعداد په استوانه یي ګراف کې داسې ښیو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې په فيصدي او درجو سره يې سنجش په لاندې طريقو کېږي:

الف) په درجو:

$$Degrees: \frac{Part}{Total}.360$$

مثلا

$$\frac{50}{150}.360 = 120$$

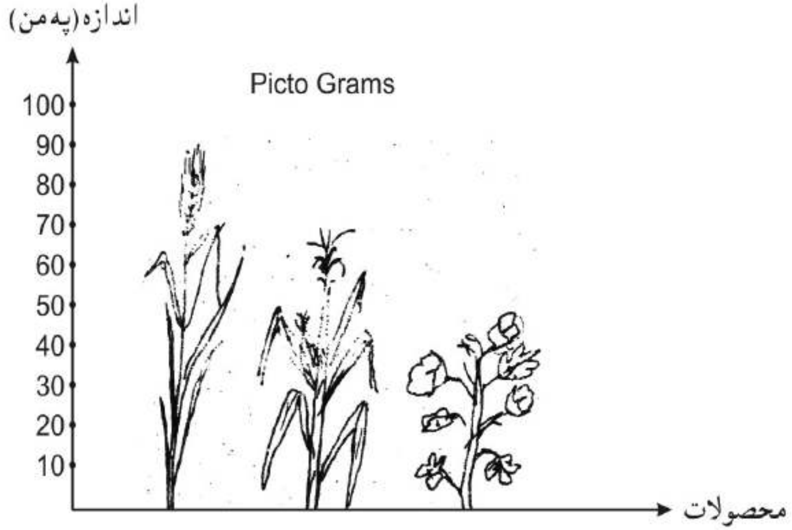
دلته 150 د ټولو محصولاتو د لګښت مجموعه 360 د دايرې محيط او 50 د غنمو لګښت دی.

ب) په فيصدی: $Percentager: \frac{Part}{Total}.100$

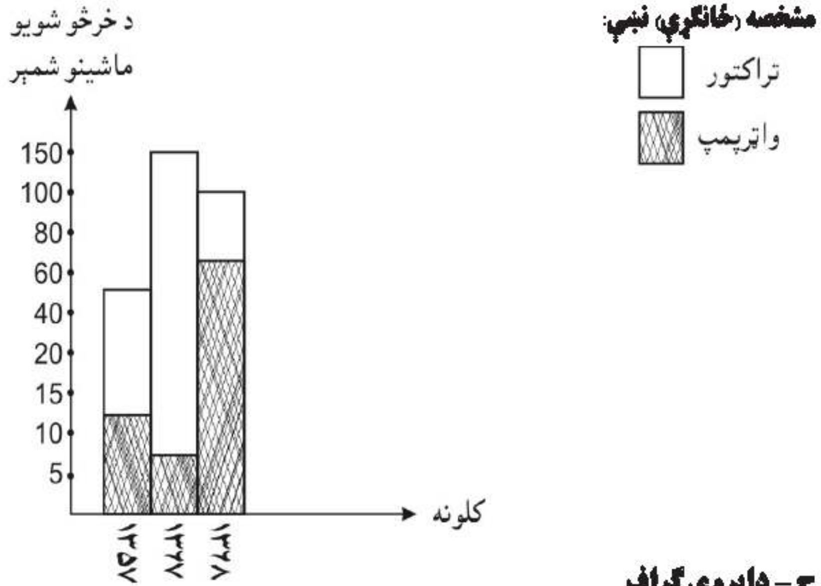
مثلاً: $\frac{50}{150}.100 = 33.9$

### د – تصويري يا سمبولي ګراف

تصويري احصايېوي ګراف Picto Grams کې ارقام د کوچنيو او سمبوليکو تصويرونو په ذريعو ښودل کېږي. دلته ارقام ډېر په واضح، مشخص او نه هېرېدونکي ډول ښودل کېدای شي، د هر تصوير يا سمبول اندازه په مربوطه رقم پورې اړه لري(يو فرضي مثال): له يوې کروندې څخه ۸۰ منه غنم، ۲۰ منه جوار او ۴۰ منه پومبه حاصل اخيستل شوی، ددې ارايه داسې کېدای شي





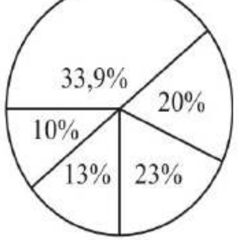




### ج – دايروي ګراف

له دې کبله چې دا ډول ګراف د هندسي دايرې په کومه ربع او د متحولو محورونو په منځ کې نه رسمېږي، بلکې دايروي شکل لري او هر هغه رقم چې تر څېړنې لاندې دی، د خپلې برخې سره سم په کې ځلول کېږي، نو ځکه ورته دايروي ګراف Pie Digram نوم ورکړ شوی، چې برخه ييز دياګرام يې هم بولي، په دې ګراف کې د ټو پديدو مجموعه له خپلې فيصدۍ سره سم په لاندې ډول کېدای شي وښيو:

(۴-۳) جدول: د يوې ورځې په جريان کې د يو فاميل د غذايي موادو لګښت

| مواد | لګښت (په زر افغانۍ) | د هر جز برخه (په درجو) | فيصدی % |
|---|---|---|---|
| غنم | ۵۰ | ۱۲۰ | ۳۳،۹۳ |
| غوښه | ۳۰ | ۷۲ | ۲۰،۰۰ |
| مېوه | ۲۰ | ۴۸ | ۱۳،۰۳ |
| بوره | ۱۵ | ۳۲ | ۱۰،۰۰ |
| غوړي | ۳۵ | ۸۴ | ۲۳،۳۳ |
| مجموعه | ۱۵۰ | ۳۶۰ | ۱۰۰ |

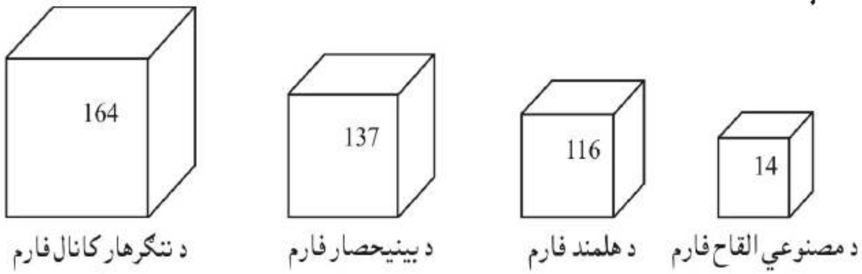



Pie Digram

(c) ketabton.com: The Digital Library



په پورته ډولونو بر سېره، د احصايېوي ګرافيکي ارايې ځيني نور شکلونه هم شته، لکه مکعبي ارايه يا Cubic Representation دي کې مربوطه ارقام د خپل لوېوالي او کوچنيوالي له مخې په مکعب شکل ښودل کېږي، مثلاً په ۱۳۲۸ کال کې د هېواد د څلورو مهمو فارمونو د غواوو شمېر داسې ښيو:




منبع: سالنامه احصايېوي (۱۳۲۸ ل)

ځيني وخت په فيتوي شکل ځيني وخت هستوري ګرام، ځيني وخت په ولاړو مربعي شکلونو هم ګرافونه رسم کېږي.

Historigram

پورته شکل چې د هستوري ګرام يوه بېلګه ده، معمولاً د رادار دستګاه، ټلويزيوني معايناتو، ګڼو ديموګرافيکي تحليلونو، انجينري چارو او نورو برخو کې کارول کېږي او ددې لپاره خاصې ګرافيکي پاڼې شته، چې د مخصوصو علايمو له ثبت وروسته مربوطه کرښه



ورباندې رسم او ترلاسه کېږي، دا د ګڼو ارقامو يا په ميکانيکي ډول او وسايلو رسمېدونکيو چارو لپاره د کارولو موارد لري د دغو وروستيو ډولونو کارول دومره عام نه دي، ان دا چې ځينې يې ډېر اسانه او د فهم وړ هم نه دي، نو ځکه يې شرح ضرور نه ده.

په دې ډول ګورو چې دياګرام په يوه هندسي بڼه د ارقامو ارول دي، دغه احصايېوي معلومات د هندسي منحني ګانو په ذريعه ښودل کېږي، چې پېچلتيا له منځه وړي او يو مهم او اصلي شکل منځته راوړي.

## د ګرافونو ګټې

۱. ګراف يا احصايېوي دياګرام ارقام په زړه پورې او په اسانه بڼه د پوهېدو وړ ګرځوي، دغه شکلونه د لوستلو ضرورت نه لري او پر مغزو ستومانونکي اغېزه نه کوي.

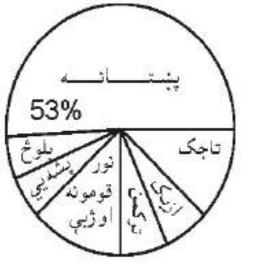
۲. له دې کبله چې ګرافونه مېخانيکي بڼه لري، په فوري ډول ذهن ته سپارل کېږي او موضوع ژر له ياده نه وځي، يعنې ډېر اغېزمن دي، پرته له هغه موږ مجبور يو معلومات په مېخانيکه توګه ضبط کړو، چې دا ډېر وخت نيسي.

۳. ګراف د ډيټاوو او ارقامو په هکله ډېر صحيح او دقيق فهم ارايه کوي، مثلاً د يوه هېواد په سيمو، کليو او بېلا بېلو ښارونو کې مېشت نفوس که په دايروي ګراف کې وښيو او د دايرې هره برخه معينه فيصدي او د کليو او ښارونو تفکيکي معلومات ولري، نو د ټول هېواد نفوس په ډېر کم وخت کې د پوهېدو وړ ګرځي، غير له هغه بايد څو څو ورځې دا معلومات شرحه او بيا اورېدونکي ته مغز کې کېنول شي، چې دا ډېر خسته کن دي.

۴. ځيني وخت په ريسرچ او علمي څېړنه کې عمده هدف مقايسه کول وي، چې دغه هدف په ګرافونو ډېر ښه ترسره کېږي.

۵. دياګرام او ګراف د وخت او کارکوونکو د سپما سبب کېږي.

د افغانستان د نفوسو جوړښت (ترکيب)



(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرينات

۱. له يوه فارم څخه په ۱۳۷۸ کال کې ۳۰ منه غنم، ۲۰ منه وريجې، ۴۵ منه جوار او په ۱۳۷۹ کال کې همدا محصولات په وار سره ۲۸، ۳۱ او ۴۲ منه ترلاسه شوي، په يو ساده ډول دا ارقام ترتيب او جدول بندي کړئ، بيا يې د خطي ګراف په ذريعه ترسيم کړئ.

۲. له يوه ښوونځي څخه په ۱۳۷۵ کال کې ۲۳۱ تنه له ساينس څانګې او ۲۰۰ تنه د اجتماعياتو له څانګې په ۱۳۷۷ کال کې ۱۸۸ له ساينس او ۱۱۰ له اجتماعياتو څانګې فارغ شوي، دغه ارقام په مرکب مستطيلي ګراف کې وښاياست.

۳. له يوه فارم څخه په ۱۳۸۰ کال کې ۱۲۵ تنه وريجې، ۲۰ تنه پومبه، ۱۱۵ تنه غنم، ۸۸ تنه جوار او ۱۰ تن ګني حاصلات اخيستل شوي، دغه محصولات په دايروي ګراف کې له فيصدي سره يو ځاى وښاياست.



# دريم څپرکی

## د ارقامو د دفعاتو د وېش جدول، هستوګرام او پوليګان

### ۳، ۱– د دفعاتو يا فرېکونسي وېش (Frequency Distribution)

کله چې د احصايېوي تحليل لپاره معلومات (ارقام) راټول شي، دغه ارقام کوم نظم نه لري او نه هم کومه روښانه نتيجه څرګندوي، نو بايد چې لومړى ارقام د ښه نظم او ترتيب کېدو په خاطر ګروپ ګروپ يا په صنفونو ووېشل شي.

په جدول کې د دغو لومړنيو يا (Ungruop Data اعدادو د يوه سيټ او مجموعې ترتيبول له يوې خوا دا ښيي چې ارقام په ګروپونو يا صنفونو وېشل شوي، له بلې خوا دا بايد وښودل شي، چې ذکر شويو هر صنف او ګروپ پورې څو مشاهدې اړه لري په دې ډول د جدول په واسطه د ارقامو صنف بندي او بيا د هر صنف د فريکونسيو ښودل، د دفعاتو د وېش په نوم يادېږي طبعاً په صنفونو کې تظيم شوي يا صنف بندي شوي ارقام هغه پديدې، مقياسونه او حادثات او مورد نظر څه دي چې د مشاهدو په ترځ کې راټول شوي، خو دا بايد وښودل شي چې پر هر صنف کې مشاهدات څو ځله راغلي؟ نو ځکه د هر صنف مربوطه فرېکونسي په يو صنف پورې د مشاهدو تکرار يا د واقع کېدو شمېر څرګندوي، چې دې ته د پېښو يا مشاهدو واقع کېدل يا تکرار وايي.

### ۳، ۲ – د فرېکونسي په وېش کې د لومړنيو ارقامو انسجام او تنظيمول

د يو احصايېوي تحليلي جدول د جوړولو لپاره لومړى ارقام پر صنفونو وېشل کېږي او د جدول په اول ستون کې پر له پسې راځي، چې په احصايه کې د صنفونو د ستون په سر معمولاً (X) سمبول ږدي يا د ارقامو عنوان پرې ليکو، ورپسې بل ستون د دفعاتو يا فرېکوينسيو دي، چې په (Y) ښودل کېږي، په دې ډول صنفونه د احصايېوي جدول (مبتداء) بلل کېږي او بيا ورپسې نور ستونونه د (خبر) حيثيت لري. اخرى ټول تحليلونه او د نورو ټولو پوښتنو حل د (X) او (Y) ستونو په اساس کېږي.

د ارقامو د وېش په صنفونو باندې د هغو د کمي او کيفي ځانګړنو له مخې کېداى شي د ګډو وډو خامو ارقامو Row Data څخه يو لازم برداشت وکړاى شو، دلته به يوه بېلګه راوړو:

په يوه ولايت کې د ۵۰ کليو د مالدارانو څاروي، د طاعون د ناروغۍ د کنټرول لپاره کتنې لاندې ونيول شول، په پاى کې له نوموړو مشاهداتو څخه دا پايله لاس ته راغله:

(c) ketabton.com: The Digital Library



په دریېو کلیو کې د ناروغۍ هیڅ علایم نه وو، په څلورو نورو کلیو کې یو څاروی په شپږو نورو کلیو کې دوه څاروي او باالاخره د ټولو ۵۰ کلیو له ارقامو څخه دغه لاندنې تنظیم او صنف بندي شوی جدول په لاس راغی:

(۱،۳) جدول: د ناروغۍ د لیدلو له مخې د ۵۰ کلیو طبقه بندي په هغو کې د ناروغۍ د لیدل کېدو په اساس.

| د کلیو شمېر | په ناروغۍ اخته څاروي |
|---|---|
| ۳ | ۰ |
| ۴ | ۱ |
| ۲ | ۲ |
| ۷ | ۳ |
| ۱۰ | ۴ |
| ۲ | ۵ |
| ۲ | ۶ |
| ۵ | ۷ |
| ۳ | ۸ |

پورته گورو چې داسې کلي هم وو، چې هیڅ ناروغي په کې نه وه، خو داسې کلي هم وو چې (۸) څاروي يې مهلکې ناروغۍ نیولي و، داسې کلي هم و چې پینځه یا شپږ څاروي په ناروغۍ اخته وو. په دې ډول په دغه پورته جدول کې هر ستون یو عدد لري، یعنې په Array بڼه یا یو ارخیزه دي، نو ځکه ډېر اوږد شکل لري، کولای شو ارقام په څو صنفونو او یا د یوه ستون اعداد دوه کتاره جوړ او جدول خلاصه (لنډ) شي. دا ۵۰ کلي په دریېو صنفونو وېشو: اول صنف، چې ډېر کم د ناروغۍ علایم لري، یو یا دوه یا هیڅ، دویم صنف هغه کلي چې ۵-۲ څاروي یې ناروغ دي، خو دریم هغه چې (۸) څاروي په کې ناروغ دي، نو جدول داسې جوړوو:

(۲،۳) جدول: په ناروغۍ د اخته څارویو له مخې د ۵۰ کلیو صنف بندي

| کلي (F) | په ناروغۍ اخته څاروي (X) |
|---|---|
| ۱۳ | د ډېرو لږ ناروغه څارویو گروپ |
| ۲۳ | دمتوسطو ناروغه څارویو گروپ |
| ۱۴ | د ډېر زیات نارغه څارویو گروپ |

$\Sigma=50$
یا ټول



## ۳،۳ د صنف بندۍ نتیجه Effect of Grouping

سره له دې چې په صنفونو باندې د اعدادو وېشل د معلوماتو د ډېروالي مخه نیسي، خو بیا هم دا کار له موږ سره ډېر کومک کوي، چې ګڼ شمېر معلومات را لنډ او په کم ځای کې وځایول شي، د بېلګې په ډول:

سره له دې چې پورته د جدول په دویم ګروپ کې ۲۳ کلي په متوسط ډول ناروغ څاروي لري، خو دا نه دي څرګند چې هر کلی څو څو ناروغ څاروي لري، په دې ډول زموږ معلومات کم شول، خو بالمقابل په عمومي ډول ۵۰ کلي په دریو ګروپونو داسې بدل شوي چې یو ګروپ کم ناروغ، دویم متوسط او دریم ډېر زیات ناروغ څاروي لري، نو دا په لنډیز او ښه افاده غوره اغیزه کوي، خصوصاً کله چې ارقام ډېر ګڼ او پېچلي وي، یقیناً موږ پوهېږو چې بیو ستاتیستکس داسې څانګه ده، چې په هغې کې ګڼ مقیاسونه، پېچلي ارقام او په ډېرو لوړو اعدادو ارایه کېدونکي پدیدو سره سروکار لري، نو خامخا موږ اړ کېږو چې ارقام د هغو د ځینو ځانګړنو مطابق صنف بندي کړو، صنف بندي Classification ځینې مشخصات را منځته کوي چې دا دي:

**الف:** په جدول کې هر صنف خپل حدود یا دوه خواوې لري، د صنف حدود Class Limits هماغه د صنف د دوو اړخونو اعداد دي، چې په پیل او پای کې يې قرار لري، چې یوه ته يې د صنف ټیټ حد او بل ته يې د مربوطه صنف لوړ حد ویل کېږي، د بېلګې په توګه په (۲،۳) جدول کې د لومړي صنف حدود (۰) او (۲) دي، صفر د لومړي صنف ټیټ حد او (۲) د لومړي صنف لوړ حد دی، همداسې وروسته د دویم صنف حدود ۳ او ۵ او د دریم صنف حدود ۶ او ۸ دي.

**ب:** هر صنف خپلو دوو خواوو ته تاکلي پولې لري، چې صنفي سرحد یا Class Boundries بلل کېږي، دا هماغه اعداد دي چې یو صنف له بل څخه بېلوي، چې یو ته يې د مربوطه صنف ټیټ سرحد او بل ته يې د مربوطه صنف لوړ سرحد وايي، صنفي سرحد د مخکیني صنف لوړ حد او د وروستني صنف د ټیټ حد ترمنځ عدد دی، نو څکه لیکو:

$$\text{صنفي سرحد} = \frac{\text{د لوړ صنف ټیټ حد + د ټیټ صنف لوړ حد}}{۲}$$

لکه په لاندې مثال کې:

د لومړي صنف لوړ سرحد $\frac{3+2}{2}=2.5$

د دویم صنف لوړ سرحد $\frac{3+6}{2}=5.5$

همداسې ترپایه.

(c) ketabton.com: The Digital Library



یو صنفي سرحد د دوو صنفونو ترمنځ ګډ وي، ددغې مشخص شرط دا دی چې د ټولو صنفي پولو ترمنځ واټن په یو برابر وي، پرته له هغه صنف بندي نیمګړې ده. صنفي سرحدات د صنفي حدودو په مقایسه اکثره صرف تیوریکي ارزښت لري. دا ځکه چې عملاً سرحدونه د دوو صنفونو ګډ عدد ښکاري، لکه ۲،5 چې هم په لومړي صنف پورې اړه لري او هم په دویم صنف پورې او بل دا چې کېدای شي په اصل مشاهدو کې ځینې وخت داسې عدد وجود ولري، چې د صنفي سرحد سره برابر وي، نو د داسې مشاهدې ټاکل چې ایا کوم صنف پورې باید وتړل شي عملاً ناشونې ده.

ج: د صنف نیمایي یا وسط Mid – Point of a Class هغه عدد دی، چې د صنف اعداد په پوره مساوي دوو برخو ویشلوي، په عمل کې دغه قیمت د مربوطه صنف د ټیټ او لوړ حد د جمع حاصل په دوو وېشو، د بېلګې په ډول په (3،۳) جدول کې صنفي وسطونه داسې په لاس راځي:

په لومړي صنف کې $\frac{0+2}{2}=1$

په دویم صنف کې $\frac{3+5}{2}=4$

په درېیم صنف کې $\frac{6+8}{2}=7$

صنفي وسط په احصایوي تحلیلونو کې د مربوطه صنف د نمونې یا نماینده (استازي) Class Mark په توګه غوره کېدای شي.

ه: د صنف بندي شویو اعدادو بله مشخصه دا ده، چې ټول صنفونه یې په مساوي اندازه عرض لري، چې د مربوطه صنف د ټیټ سرحد او لوړ سرحد له حاصل تفریق څخه ترلاسه کېږي، دې ته صنفي عرض یا د صنف وسعت یا پراخوالی وایي، چې Class Interval هم ورته ویل کېږي، مثلاً په (۳) جدول کې صنفي عرض داسې مومو:

$$C=5.5-2.5=3$$

باید ووایو چې د صنفي سرحدونو صنفي وسط او صنفي عرض لپاره کوم ټاکلي فورمول نشته، بلکې هغه څه چې موږ دلته وکارول هغه د صنف بندۍ د مشخصاتو د څرګندولو لپاره ځینې ساده لارې او قاعدې وي، چې د موضوع د وضاحت لپاره مو راوړې، دا ټول مشخصات په لاندې جدول کې راغلي: (۳،۳) جدول: د صنف بندي شویو ارقامو مشخصات

| صنفي عرض Class Intervals | صنفي وسطونه Mid. Point | صنفي سرحدونه Class boundaries | صنفونه X |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | -0.5-2.5 | 0-2 |
| 3 | 4 | 2.5-5.5 | 3-5 |
| 3 | 7 | 5.5-8.5 | 6-8 |



لکه چې په (۳،۳) جدول کې ګورو په ټولو صنفونو کې صنفي عرض سره یو برابر او مساوي دی، مثلاً لومړي صنف کې ۰، ۱، ۲ اعداد، په دویم صنف کې ۳، ۴، ۵ او همداسې تر پایه په ځینو مواردو کې چې ضرور نه ده چې په جدول کې دا ټول مشخصات درج کړو، خو د جدول بندۍ د پوهېدو لپاره ضرور دي چې زده شي.

## ۳، ۴ - د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه

په لومړي نظر موږ اعداد د هغوی د تحلیل د مقصد له مخې په دوو ډولونو طبقه بندي کولای شو: یو ډول یې د اعدادو د ظاهري کیفي ځانګړنو له مخې ده، بل یې د هغوی د مقداري ځانګړنو له مخې، دلته به هر یو وګورو.

### ۳، ۴، ۱ - د طبقه بندي ډولونه Types of Classification

دا باید په یاد وساتو چې د یو تحقیق د اجرا لپاره یا د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو په ترڅ کې د یوه احصایوي تحلیل او د ارقامو څخه د مورد نظر پایلې د موندلو لپاره هره ترسره شوې مشاهده، هر عدد او رقم خپل ځانګړې او منفرد خصوصیت لري او هر یو د خپل خپل مشخص صنف له مخې راټول شوي وي، یوه انفرادي دېټا ممکن دوه خصوصیات ولري، چې د توصیفي یا کیفي او مقداري یا کمي څخه عبارت دي.

توصیفي یا کیفي هغه صنف بندي ده، چې مشاهدې د یو کیفیت له مخې صنف بندي شي، مثلاً د یو فارم شیدې ورکوونکي او شیدې نه ورکوونکي غواوې یا د سرو مېو اصلاح شوي او محلي ډولونه، د ژېړو مېو ډولونه او نور چې دا د یوه کیفیت (څرنګوالي) له مخې په برخو او کلاسونو طبقه بندي شوي وي.

مقداري یا کمي طبقه بندي(*) هغه ده چې مشاهدات د عددي او رقمي مقیاسونو له مخې لکه د قد د اندازې، وزن، شمېر او نورو له مخې طبقه بندي شوي وي.

ځینې وخت په طبقه بندي کې خلاص یا ناتړلي صنفونه هم وي، دا هغه صنفونه دي چې یو حد یې ټاکلی نه وي، لکه په لاندې فرضي مثال کې:

(*) په بایو ستاتستیک ساحه کې ځینې پدیدې نا پایداره یا بدلېدونکي Variable خواص لري، نو داسې مشخصه د Discrete Variable په نوم یادېږي، لکه د پاڼو نمو، د چرګوړو وده او نور چې پرلپسې بدلون مومي او د نامربوطو قدمو په واسطه طبقه بندي کېږي، مثلاً د یوه بوټي اندازه نمویي موسم کې د ۵،۴ – ۵،۷ فټ، چې د همدې ترمنځ یاداشت کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(۴،۳) جدول: د یو کلي د اوسېدونکو شمېر او صنفبندي د استخدام له مخې.

| توصیفي ځانګړنې | F | X |
|---|---|---|
| د ښوونځي او له هغه مخکې دورې نفوس | 236 | 18 – له 6 کلن کوچنی |
| د کار ځواک | 300 | 18-60 |
| متقاعدین | 92 | له 60 کلنو لوړ – 60 |

په پورته مثال کې د لومړي صنف ټیټ او د دریم صنف لوړ حد یو پرانیستي (خلاص) حد بلل کېږي، چې ټاکلی عدد (مشاهده) نه لري.

### ۳، ۴، ۲ - په ارقامو کې فاصله Range

د یوه احصایوي تحلیل او علمي تحقیق د ترسره کولو لپاره چې کله د اعدادو یوه مجموعه راټولېږي، فاصله عبارت له دې څخه ده چې د مشاهدو ترټولو لوی عدد او ترټولو کوچنی عدد یو بل څخه تفریق شي، یعني مطالعې لاندې اعدادو کې د لوی او کوچني عدد تفاوت او یا فرق د فاصلې څخه عبارت ده، مثلاً موږ له یوې ساحې څخه لاندې اعداد راټول کړي:

۱۰، ۷، ۵، ۱۱، ۱۰، ۹، ۵، ۱۲، ۸

په دغو اعدادو کې فاصله داسې مومو:

په دغو اعدادو کې ډېر لوی عدد ۱۲ او کوچنی عدد په کې ۵ دی، یو له بله یې منفي کوو ۷ په لاس راځي، خو باید په یاد ولرو چې د وسیعې ساحې د ګڼ شمېر اعدادو او مشاهدو فاصله یو څه پېچلې او ممکن کوم لوی عدد راووځي.

### ۳، ۴، ۳ – د صنفونو د شمېر ټاکل

کله چې موږ غواړو د ارقامو په یوه مجموعه کې د صنفونو شمېر وټاکو دا کوم معین روش او قاعدې پورې اړه نه لري، بلکې د محقق کار پورې مربوط ده، که چېرې په ارقامو کې د صنف پراخوالی یا صنفي عرض لوی او پراخه غوره شي، نو د صنفونو شمېر کم وي، خو که چېرې صنفي عرض کوچنی وي، د صنفونو شمېر زیات او په دې ډول صنفي عرض او د صنفونو شمېر یو بل سره معکوسه رابطه لري ددې لپاره ستریج روال (Sturge. R.) یوه عمومي قاعده پېشنهاد کړه، چې بهتره به وي د صنفونو د شمېر په ټاکلو کې له هغې څخه کار واخلو، دده په فورمول کې دوه ثابت اعداد چې یو یې د مشاهدو شمېر د عادي لوګاریتم کېږي او بل یې (۱) دی شامل دي، چې فورمول یې دا دی:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(n)$$

په پورته فورمول کې:



K: د صنفونو شمېر او n د ټولو مشاهدو له شمېر څخه عبارت ده، د محاسبې لپاره عادي لوګاریتم د ۱۰ په بیس یا قاعده نیول کېږي (دغه ډول د لوګاریتم جدول د کتاب په پای کې په دریمه ضمیمه کې راغلی). د بېلګې په ډول که چېرې موږ ۱۰۰ مشاهدې ولرو، نو د هغو د صنفونو شمېر داسې مومو:

$$K=1+3/3 \text{ Log}(100)$$

له دې کبله چې د لسو په بیس د ۱۰۰ عادي لوګ، ۲ دی نو لیکو:

$$K=1+3.3 \text{ Log}(2)=1+6.6\approx 8$$

K=6.7 or 8 class

دغه فورمول موږ ته د یو عمومي لارښود حیثیت لري، موږ کولای شو په همدې ډول نور اعداد ولیکو، باید څېړونکي کوښښ وکړي چې صنفونه ډېر کم غوره نه کړي، ځکه دا وروسته بیا د وریانس سنجش کې لازمه پایله او موخه په لاس نه ورکوي، بهتره به وي د صنفونو شمېر ډېر زیات هم غوره نه شي. د صنفونو شمېر د ارقامو د فاصلې سره مستقیماً، خو د صنفي عرض سره معکوساً رابطه لري، له همدې حقیقت څخه کولای شو چې په یو مناسب شمېر صنفونه غوره کړو.

ددې لاره داسې ده چې لومړی د ټولو ارقامو Range محاسبه کوو، بیا داسې یو عدد ټاکو چې که چېرې د پام وړ صنفونو له شمېر سره ضرب شي، نو همدغه عدد مطلوب صنفي عرض دی.

صنفي عرض کېدای شي طاق یا جفت وي، خو د طاق په صورت کې صنفي وسط Mid Point یو غیر کسري عدد کېږي، خو که جفت وي، نو .Mid Point اعشاریه لرونکي عدد کېږي، چې دا ډول اعشاریه لرونکی عدد په نورو وروستیو محاسباتو کې ضرب، تقسیم او جمع کولو کې مشکلات ایجادوي بله د پام وړ خبره دا ده چې ښه به وي که د هر صنف لوړ حد د بل صنف د ټیټ حد څخه بېل عدد وي، که چېرې داسې صنف بندي وشي لکه:

۵۵،۵–۲۲،۵
۲۲،۵–۷۷،۵
۷۷،۵–۸۸،۵

په دې ډول صنف بندي کې صنفي حدود یو بل څخه جلا نه دي، بلکې عین اعداد یا دوو صنفونو ترمنځ ګډ دي، نو دا نه سره بېلېږي. لنډه دا چې د ارقامو راټولول Presentation of Data. او صنف بندي Classification یې یو اساسي ګام دی، چې باید په ډېر دقت ترسره شي، پرته له هغه نورو تحلیلي عملیاتو کې شک او اشتباه رامنځته کوي، کله چې د جدول په لومړي ستون کې صنفونه په لازم شمېر جوړ شول، وریسې دویم ستون کې د هر صنف مربوطه مشاهدې شمېرو او د مربوطه صنف مقابل کې یې لیکو. دغه لیکل کېدای شي په یوه نښه (خط) سره وي، چې له بشپړو شمېرلو وروسته یې بیا په بل ستون کې په عدد لیکو، یا هم کېدای شي په سیده

(c) ketabton.com: The Digital Library



ډول يې په عددو ليکو، خو که چېرې مشاهدات په ساحه (فارم کرونده، ځنګل، څرځای، مارکيټ يا بل داسې ځای) کې وي، نو د هرې مشاهدې په ليدلو يوه نښه وکړو يا يو کوچنی خط وکاږو، د بلې مشاهدې په ليدلو بل خط او بلې مشاهدې په ليدلو بل خط او همداسې دوام ورکړو، که عدد ليکو نو د بل ځل مشاهدې په ليدلو سره د لومړنۍ مشاهده پاکول او ليکل شوي عدد کې بدلون راوستل مشکلات پېښوي، نو ښه به وي چې په ساحه کې لومړی په جدول کې د هر صنف مقابل کې يو يو خط کېښودل شي، دېته چوب خط يا Tally طريقه وايي، وروسته چې کله محقق دفتر ته ځي، هلته Tally په اعدادو اړوي، موږ دلته همداسې يوه بېلګه راوړو:

مثال: په يو ولايت کې د پنځوسو بېلابېلو غوره شويو سيمو هغه بزګران چې اصلاح شوي نسلي چرګان يې ترلاسه کړي او روزنې لاندې يې نيولي دي:

14, 25, 31. 32, 10, 22, 15, 19, 10, 36, 43
35, 37, 38, 24. 26, 28, 29, 20, 19
23, 15, 17, 19, 19, 14, 24, 24
25, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 26
23, 24, 22, 32, 30, 25, 26, 28, 34, 29, 22
27, 12, 22

د صنفونو د شمېر د معلومولو لپاره لرو چې:

K=1+3.3 Log(n)
K=1+3.3 Log(50)=1+3.3(1.7)≈7

اوس په جدول کې (۷) صنفونه تشکيلوو، وروسته لومړی په Tally او بيا په اعدادو د هر صنف دفعات (Frequency) شمېرو:

(3،4) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو پنځوسو کليوالو صنف بندي

| صنفونه X | دفعات | Frequency |
|---|---|---|
| | Tally | Freq. or No of Formers |
| 10-14 | III | 3 |
| 15-19 | 𝍸 II | 7 |
| 20-24 | 𝍸 IIII | 9 |
| 25-29 | 𝍸 𝍸 𝍸 | 15 |
| 30-34 | 𝍸 𝍸 | 10 |
| 35-39 | IIII | 4 |
| 40-44 | II | 2 |
| | N=50 | |



خو په اکثرو احصايېوي تحليلونو کې د جدول د لنډيز په خاطر Tally طريقه نه کارول کېږي، لکه چې ګورو پورته جدول کې په ارقامو کې:

Range=43-11=33
Range=33
Class Interval=19.5-14.5=5
K=7

نو: 7x5=35

د ۳۵ عدد د فاصلې له عدد يعنې ۳۳ څخه ډېر لږ فرق لري، نو همدا مناسبه صنف بندي ده.

په دويم قدم کې فريکوينسي يعنې د هر صنف مربوطه مشاهدات سنجول شوې، چې د هغو مجموعه يعنې Fi=50 شوه، يعنې دا ډول مشاهدات شمېرل شوي او د قناعت وړ ده، برسېره پردې د جدول بندۍ ټول مشخصات لکه صنفی حدود (چې يو بل سره ګډ نه دي) صنفي عرض (چې ټولو صنفونو کې يو برابر دي) اا و صنفي وسط واضحاً موجود دی او د محاسبې وړ دي ځينې وخت د علمي څېړنې پر وخت دا ضرورت پېښېږي چې دا څرګنده شي، چې آيا کوم يو صنف ډېر لوی دفعات لري؟ ددې لپاره موږ د تجمعي دفعاتو فيصدي سنجوو، همدارنګه که وغواړو صنفي وسطونه Mid. Pts وټاکو، نو هغه دريم ستون کې محاسبه او درج کوو، همدارنګه صنفي سرحدات او نورو ټول سنجش او درج کېدای شي، په لاندې ډول:

(۳، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل چرګانو د صنف بندۍ مشخصات

| X | F | % of Fi | Mid Pts | Adjusted Class bou |
|---|---|---|---|---|
| 10-14 | 3 | 6 | 12 | 9.5-14.5 |
| 15-19 | 7 | 14 | 17 | 14.5-19.5 |
| 20-24 | 9 | 18 | 22 | 19.5-24.5 |
| 25-29 | 15 | 30 | 27 | 24.5-29.5 |
| 30-34 | 10 | 20 | 32 | 29.5-34.5 |
| 35-39 | 4 | 8 | 37 | 34.5-39.5 |
| 40-44 | 2 | 4 | 42 | 39.5-44.5 |
| | N=50 | 100% | | |

که چېرې د تحليل څخه دا هدف ترلاسه کول هم وي، چې د هر صنف مربوطه مشاهدې څخه پورته څو مشاهدې دي؟ يا د هر صنف څخه ښکته څو مشاهدې دي، يعنې که وغواړو تجمعي دفعات ومومو، نو هغه په دوو بېلابېلو ستونونو کې ښکاره کوو، په لاندې ډول:

(c) ketabton.com: The Digital Library



(۳، ۲) جدول د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندۍ تجمعي دفعات

| X | F | د مربوطه صنف څخه پورته دفعات او فیصدي یې | | د مربوطه صنف څخه ښکته دفعاتو فیصدي او اندازه | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | اندازه | فیصدي | اندازه | فیصدي |
| 10-14 | 3 | 50 | 100% | 0 | 0% |
| 15-19 | 7 | 47 | 94% | 3 | 6% |
| 20-24 | 9 | 40 | 80% | 10 | 20% |
| 25-29 | 15 | 31 | 62% | 19 | 38% |
| 30-34 | 10 | 16 | 32% | 34 | 68% |
| 35-39 | 4 | 6 | 12% | 44 | 88% |
| 40-44 | 2 | 2 | 4% | 48 | 96% |
| | | 0 | 0% | 50 | 100% |

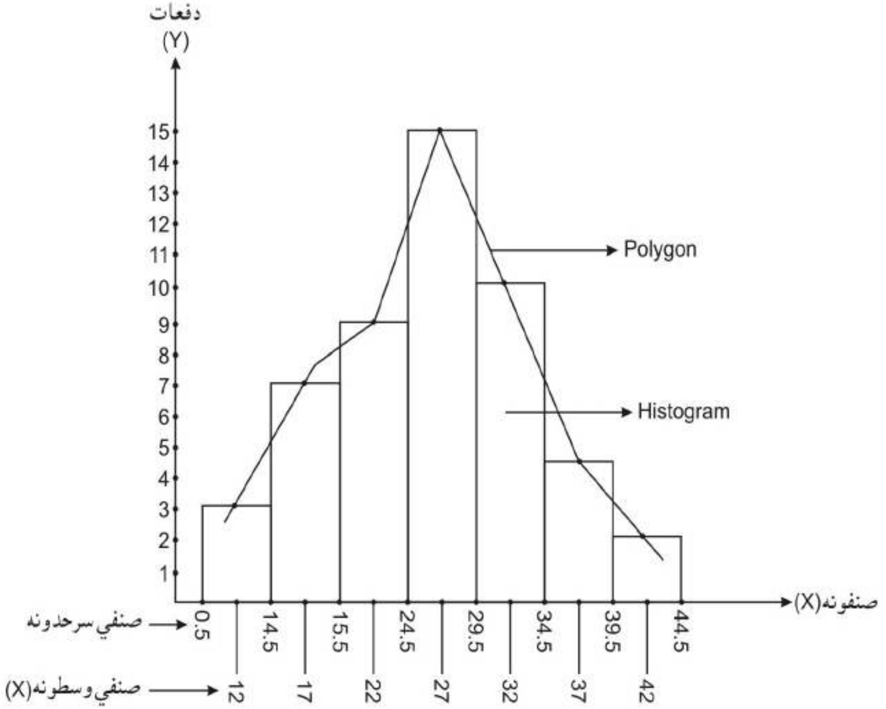
## ۳، ۵ – د پولیګان او هستوګرام ترسیمول

لکه چې مخکې وویل شول، ګراف هغه وسیله ده چې موږ ته معلومات په ډېر لنډ ډول ارایه کوي، ددې لپاره چې د مشاهدو تحلیل په واضحه توګه په کم وخت کې څرګند شي، په جدول کې تحلیل شوي ارقام د هغو دفعات او فیصدي او نور مسایل د ګراف په واسطه ښودلای شو، که چېرې د دفعاتو ارقام د مستطیل په بڼه Bar Chart سره وښیو، دې ته Histogram او که د منحني په ډول یې رسم کړو، دې ته Polygon وایي. په دې ډول ګرافونو کې صنفونه د افقي محور (x) د پاسه او دفعات د عمودي محور یا (Y) د پاسه ښودل کېږي.

لومړی د (X) محور د صنفونو د شمېر په اندازه په مساوي برخو قیمت ګذاري کوو، یعنې مربوطه نښې ورباندې ږدو او په مساویانه برخو یې وېشو، هره نښه صنفي پوله یا سرحد ښیي او د دغو نښو منځ Mid Points ښکاره کوي د (Y) محور د دفعاتو د شمېر په اندازه په مساوي برخو وېشو، وروسته یې ګراف رسمو.



(۳، ۱) شکل




**د ارقامو د صنف بندۍ یو حل شوی مثال:**

لاندې ارقام په جدول کې داسې صنف بندي کړئ، چې صنفي عرض (۲۰) او د صنفونو تعداد (۷) وي؟

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 106, | 107, | 76, | 82, | 109, | 107, | 115, | 93, | 187, | 95, | 123, | 125, |
| 111, | 92, | 86, | 70, | 126, | 68, | 130, | 129, | 139, | 119, | 115, | 128, |
| 100, | 186, | 84, | 99, | 113, | 204, | 111, | 141, | 136, | 123, | 90, | 115, |
| 98, | 110, | 78, | 185, | 162, | 178, | 140, | 152, | 173, | 146, | 158, | 194, |
| 148, | 90, | 107, | 181, | 131, | 75, | 184, | 104, | 110, | 80, | 118, | 82 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



Frequency Distrubation of Weights of 60 Apples.

| Weight | Entries | Frequency |
|---|---|---|
| 65-84 | 76, 82, 70, 68, 84, 78, 75, 80, 82 | 9 |
| 85-104 | 93, 95, 92, 86, 100, 99, 90, 98, 90, 104 | 10 |
| 105-124 | 106, 107, 109, 107, 115, 123, 111, 119, 115, 113, 111, 123, 115, 110, 107, 110, 118 | 17 |
| 125-144 | 125, 126, 130, 129, 139, 128, 141, 136, 140, 131 | 10 |
| 145-164 | 162, 152, 146, 158, 148 | 5 |
| 165-184 | 178, 173, 181, 184 | 4 |
| 185-204 | 187, 186, 204, 185, 194 | 5 |
| Total | | 60 |

یا په بل شکل:

| X | F |
|---|---|
| 65-84 | 9 |
| 85-104 | 10 |
| 105-124 | 17 |
| 125-144 | 10 |
| 145-164 | 5 |
| 165-184 | 4 |
| 185-204 | 5 |

$\Sigma F = 60$



# تمرينات

۱. د سلو تنو چرگانو روزونکو کليوالو د هرې ورځې د راټولو شويو هګيو شمېر په لاندې دول ورکړل شوی.

36, 32, 41, 41, 22, 27, 35, 29, 45, 30, 45, 33, 27, 44, 31
36, 31, 29, 43, 28, 33, 25, 45, 24, 52, 23, 38, 38, 40, 45
42, 34, 35, 40, 40, 10, 28, 15, 28, 27, 25, 24, 40, 39, 33
40, 50, 39, 41, 26, 36, 35, 32, 30, 32, 35, 41, 10, 45, 48
33, 28, 43, 37, 33, 28, 42, 39, 31, 39, 18, 36, 45, 37, 26
23, 49, 37, 42, 40, 40, 37, 36, 33, 20, 23, 42, 28, 37, 44
49, 40, 39, 41, 39, 38, 47, 16, 41, 27

پورته ارقام په ترتيب سره داسې صنف بندي کړئ، چې صنفونه ۱۰–۱۲، ۱۳–۱۵ او ۱۶–۱۸ وي، يعنې صفني عرض يې ۳ شي، اخري صنف يې ۵۲–۵۴ دی، لاندې اجزا ومومئ.

الف- دفعات هم په Tally او هم د ارقامو په بڼه وشمېرئ؟

ب- کوم صنف د پر لوړ دفعات لري او د ټولو مشاهدو څو فیصده جوړوي؟

ج- څو بزګران هره ورځ له ۴۰ زيات هګۍ راټولوي؟

د- هغه بزګران چې هره ورځ له ۲۸ هګيو کمې راټولوي څو تنه دي؟

هـ- که هر بزګر يوه دانه هګۍ په ۱۰ افغانۍ وپلوري د پينځم صنف مربوط بزګرانو د ورځې عايد به څو افغانۍ وي؟

و- صرفاً د دفعاتو هستوګرام رسم کړئ؟

۲. ۲۰ تنه د واکسين لپاره بېلابېلو سيمو ته لېږل شوي، په دې کې ۴ تنو له ۵–۱۰ تنه واکسين کړي، پينځو نورو له ۱۱–۱۶ تنه، ۷ تنو له ۱۷–۲۲ او ۴ تنه يې هغه کسان دي چې د پر زيات يعنې له ۲۳–۲۸ تنه يې واکسين کړي، ددغو ارقامو صنف بندي بشپړه او بيا يې د هر صنف وسط معلوم او تجمي دفعات او د هغو فیصدي تعين او فاصله ومومئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



# خلورم څپرکی

## دمرکزي میلان مقیاسونه

## Measures of Central Tendency
## Or
## Averages

پخوا مو وویل چې ارقام باید څنګه راټول او بیا صنف بندي شي، دا هم وویل شول چې ددفعاتو وېش یوه تشریحي او توضیحي طریقه ده، چې په ګرافونو سره نوره هم ډېره ښه واضحه کېږي، خو ځیني وخت دې ته ضرورت واقع کېږي، چې باید د ډېرو ګڼو ارقامو او لوی نفوس څخه داسې یو مقیاس غوره کړای شي، چې د ټول نفوس نماینده ګي (استازیتوب) وکړي. د همدې نماینده عدد له رویه د نورو ارقامو او ټول نفوس مطالعه صورت نیولای شي. دغه عدد یو داسې تمایل او ګرایش لري چې د ضرورت په وخت کې د ټولو مشاهدو د خواصو ښوونکی وي او نور ارقام یې شاوخوا قرار ولري، څکه دې ته د مرکزي میلان مقیاس یا اوسط ویل کېږي په احصایه کې د بېلابېلو ارتیاوو له مخې دداسې یو معیار پیدا کول چې د ټولو ارقامو لپاره نماینده وي او له هغو څخه استازیتوب وکړي فرق کوي، خو بیا هم دا معیارونه د/ *وسطونو*، د موقعیت له پلوه منځوني اعداد *(میانه)* او له ټولو زیات او ډېر پېښ شوي اعداد او مشاهدات *(مود)* څخه عبارت دي، دلته به هر یو وګورو:

### ۱، ۴ – اوسط (Average)

ښه به وي چې په دې پوه شو، چې اوسط د احصایې اختصاصي مطالعه کې یو عام مفهوم دی، سره له دې چې موږ اوسط هماغه مشاهده او رقم منو، چې د حسابي سنجش له مخې د اعدادو د اوسط په توګه استخراجېږي، اګر که د ارقامو سلسله کې د هغه موقعیت نه پلټو، په دې ډول ترلاسه کېدونکي اوسط د حسابي اوسط په نوم یادېږي او دا نظر نورو وسطي اوزانو یا د مرکزي مقیاسونو په پرتله ډېر زیات د استعمال موارد لري، اوسط د ارقامو له خواصو (صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو) او د لاسته راوړلو د طریقو (حسابي، هندسي، مربعي) له مخې په څو ډولونو دي



### ۲، ۴ – حسابي اوسط Arithmatic Mean

دا د اوسطونو له جملې یو ډېر ساده او معمولي اوسط دی، معمولاً ورته یوازې د اوسط اصطلاح کارول کېږي، خو په تحلیلي مسایلو او څېړنیزو موضوعاتو کې باید د اشتباه د نه پېښېدو لپاره حسابي اوسط وبلل شي، ددې ساده پېژندنه داده:

کله چې د ارقامو مجموعه د هغو په شمېر ووېشل شي، حسابي اوسط په لاس راځي، دغه اوسط په احصایوي او څېړنیزو بحثونو کې معمولاً په (X') سره ښودل کېږي په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د اوسط سنجش فرق کوي، همدارنګه دا هم باید وکتل شي، چې ایا ارقام کوم قیمت، وزن یا ارزش یا کرېدت لري که نه؟ نو څکه دلته دا حالات څېړو:

**الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش:**

که چېرې مشاهدات صنف بندي شوي نه وي، یعنې ارقام مختصر (Small یا Samples) یا (Non-Grouped Data) وي، د جمع ساده حاصل د ټولو مشاهدو په شمېر تقسیم او حسابي ساده اوسط په لاندې ډول په لاس راځي.

$$X' = \frac{\Sigma xi}{n}$$

دلته:

X'- حسابي اوسط.

∑- سیګما یا زیګما (یوناني توری دی) د جمع حاصل یا مجموعه (Summation) ده.

Xi- هره مشاهده یا رقم.

N- د مشاهدو شمېر یا (n).

مثلاً که چېرې د 15, 2, 7, 13, 8, 5, 20 ارقام ولرو، نو د هغو اوسط داسې محاسبه کېږي:

$$X' = \frac{xi}{n} = \frac{15+2+7+13+8+5+20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

**ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې اوسط Mean From Grouped Data**

په صنف بندي شویو ارقامو کې د صنفي وسطونو (چې د هر صنف نماینده ګي کوي) او د هر صنف د دفعاتو د حاصل ضرب مجموعه د ټولو دفعاتو په مجموعه وېشل کېږي سره له دې چې د اوسط په دغه سنجش کې خصوصاً چې ارقام ډېر ګڼ وي، ریاضیکي اوږدو عملیاتو ته ضرورت دی او یو څه تفصیلي ښکاري، خو بیا هم ددې لپاره چې یوه لنډه طریقه هم وضع شوي، دلته به هغه هم ولولو، په دې ډول موږ د حسابي ساده اوسط د سنجش لپاره یوه تفصیلي طریقه او بله لنډه طریقه لولو، لنډه طریقه کې د ui فرضي ستون وضع کېږي، په لاندې ډول دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma uifi}{n}).C$$ یا

پورتنی فورمول خصوصاً په هغو حالاتو کې چې مشاهدې ډېرې ګڼې، یا اعشاریه لرونکي وي او په لنډه طریقه کې اسانه حل شي، ډېره یوه ښه طریقه ده، خو که ارقام کم وي او هغه هم تام وي، نو بیا تفصیلي طریقه هم کارو، په لاندې جدول کې په دواړو طریقو اوسط حل کوو.

(۴،۱) جدول: په یوه لابراتوار کې د یوې حشرې د بدن د اندازې صنف بندي

| دحشرې د بدن اندازه (X) | دحشرو شمېر (Fi) | Xi | Fi.xi | Ui | Fi.ui |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,0-2,9 | 43 | 1,95 | 83,8 | -4 | -172 |
| 3,0-4,9 | 62 | 3,95 | 244,9 | -3 | -186 |
| 5,0-6,9 | `86 | 5,95 | 1106,7 | -2 | -372 |
| 7,0-8,9 | 144 | 7,95 | 1144,8 | -1 | -144 |
| 9,0-10,9 | 96 | 9,95 | 985,2 | 0 | 0 |
| 11,0-12,9 | 66 | 11,95 | 788,7 | +1 | +66 |
| 13,0-14,9 | 46 | 13,95 | 641,7 | +2 | +92 |
| 15,0-16,9 | 73 | 15,95 | 1146,3 | +3 | +219 |
| 17,0-18,9 | 34 | 17,95 | 610,3 | +4 | +136 |
| | N=750 | ∑Fixi=6722,5 | | | ∑fui=-361 |

حل:

**الف. تفصیلي طریقه:**

$$X' = \frac{\Sigma fi.xi}{\Sigma fi} = \frac{6722.5}{750} = 8,95$$

**ب. لنډه طریقه:**

$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma fiui}{fi}).C$$

(*)

$$X' = 9,95 + (\frac{-361}{750}).2 = 8,98$$

## ج. په وزن لرونکو ارقامو کې د اوسط سنجش:

ځینې وخت مشاهدات تاکلی وزن، ارزش، قیمت یا کرېدت لري، داسې حالاتو کې طبعاً وروسته یا نهایي تحلیلونو کې او په مجموعي ارزیابیو کې د مربوطه مشاهدې او رقم ارزش د هغې له وزن سره ګډه اغېزه لري، نو ځکه باید په اوسط کې هم په نظر کې ونیول شي، مثلاً که په

(*) په دویمه طریقه کې ځینې وخت د لومړي ځواب سره د ډېر لږ فرق موجود وي، چې دا د (C) له امله پېښېږي، دغه تفاوت او فرق دومره د پام وړ نه دی. په صنف بندي شویو ارقامو کې یوه بله طریقه د (فرضي اوسط) په نوم یادېږي هم شته، خو هغه ډېره معموله او موثره نه ده.



### ۱). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په تفصیلي روش سره د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې هغه دفعات چې د هر صنف مقابل کې تاکل شوي او د هر صنف د مشاهدو شمېر او صنفي وسطونه په خپله له هر صنف څخه نماینده ګي کوي او د دفعاتو مجموعه د ارقامو د مجموعې په توګه د فورمول مخرج کې راځي:

$$X' = \frac{\Sigma xi.fi}{fi}$$

دلته:

X'- حسابي اوسط

∑- مجموعه

xi- صنفي وسطونه

fi- دفعات

∑fi- یا N د دفعاتو مجموعه ده (*)

په دې ډول موږ پوهېږو چې وروسته د صنفونو له تاکلو او د دفعاتو له شمېرلو، صنفي وسطونه د جدول یوه بېل ستون کې وضع او بیا د فورمول سره سم دغه صنفي وسطونه له دفعاتو سره هر ځل ضرب او د هغو مجموعه حاصلوو، هغه په N وېشو.

### ۲). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې د (xifi) د ستون ترڅنګ د (ui) نوم لاندې فرضي اختصاري ستون لیکو، په دې کې د میانه (منځني) صنف مقابل کې په اختیاري ډول صفر قیمت ږدو، له هغه پورته په وار سره د صنفونو په شمېر منفي علامه لرونکي اعداد او ښکته خوا ته د باقیمانده صنفونو په شمېر مثبت تام اعداد پر له پسې لیکو (*). هغه صنفي وسطس چې د هغه مقابل کې مو صفر قیمت ایښی معمولاً د دفعاتو شمېر لري او په فورمول کې په X0 ښودل کېږي، د fiui حاصل ضرب په N تقسیم بیا د صنفي عرض سره یې ضربوو او په پای کې د X0 سره جمع کوو، فورمول دا دی:

$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma Fiui}{\Sigma Fi}).C$$

(*) کله چې ارقام ډېر ګڼ وي، یعنې د ګڼ شمېر نفوس اوسط په (M) سره ښودل کېږي او هغه په لاندې فورمول حل کېږي.

(*) دغه د ui یا فرضي ستون کې په وار سره د منفي او مثبت رقمونو په واسطه نمره ګذاري یو فرضي، اختیاري کار دی، چې مجموعه یې صفر کېږي، یعنې صرف د کار د سهولت لپاره اجراء کېږي، خو په جدول څخه نه دي اضافه شوي، نو ځکه ورته اختیاري نوم ورکړل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



یوه فارم کې څو دوله محصولات په بېلابېلو کلونو کې تولید شوي وي، د هر محصول فې واحد بیه له بل سره فرق لري، داسې مواردو کې د وزن لرونکي اوسط طریقه په کار وړل کېږي، چې فورمول یې دا دی:

د وزن لرونکي اوسط د سنجش فرمول: $X'w = \frac{\Sigma wixi}{\Sigma wi}$

دلته:

$X'_w$- د وزن لرونکو ارقامو ساده حسابي اوسط.

xi- اصلي مشاهده.

wi- د هرې مشاهدې ارزش، قیمت، وزن یا اهمیت.

Σ- حاصل جمع.

مثال: د یوه محصل د پینځو مضامینو نمرې د هغه د کرېډت سره په لاندې ډول دي:

| کرېډت | نمرې | مضمون |
|---|---|---|
| 3 | 60 | احصایه |
| 4 | 40 | فزیک |
| 4 | 50 | بیوشیمي |
| 5 | 50 | پرازیتولوژي |
| 4 | 70 | اناتومي |

د دغه سوال د حل لپاره لومړی د Wi او Xi د ضرب حاصل پیدا، بیا هغه جمع او د Wi په مجموع یې وېشو:

$$X'w = \frac{3(60)+4(40)+4(50)+5(50)+4(70)}{\Sigma wi}$$

$$X'w = \frac{1070}{20} = 53.5$$

له تیوریکي پلوه د ریاضي د قانون سره سم په حقیقت کې هر عدد او رقم یو وزن لري (منظور مو له ضریب څخه دی)، چې هغه له (۱) څخه عبارت دی، نو که چېرې ارقام وزن، ثقلت، ضریب یا ارزش نه لري همدا طریقه او همدا فرمول صدق کوي او د استفادې وړ ده، دا ځکه چې بیا هم د هغو ټولو مشترک (گډ) ضریب یا وزن او ارزش (۱) دی، نو ځکه په هغو لومړنیو مثالونو کې چې یو گډ مساوي وزن (یعنې یو) د ټولو لپاره وو، د ساده حسابي اوسط په نوم او دغه اخري مثال چې د هر عدد ثقل، وزن یا ارزش یو بل سره فرق لري، د وزن لرونکي حسابي اوسط په نوم یادېږي.



## ۴،۲،۱ - هندسي اوسط (The Geometric Mean)

هندسي اوسط د حسابي اوسط په اندازه زیات د کارولو ځایونه نه لري، خو بیا هم دا د یوه تحلیل او د تحقیق مقصد او هدف پورې اړه لري، هندسي اوسط هم نظر د مشاهدو ډول ته فرق کوي، یعنې دا چې آیا هر قلم صنف بندي شوی که نه؟ دلته به هر یو بېل بېل وگورو:

**الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:**

که چېرې په ...$X_1, X_2, X_3$ ډول ارقامو کې چې د شمېرنو یوه سلسله ده، موږ وغواړو هندسي اوسط ومومو، نو دلته د دغې سلسلې هندسي اوسط د هغو د ضرب د حاصل n ام جذر دی، دغه اوسط په (G) چې د Geometric لنډیز (مخفف) دی؛ ښودل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\ldots(X_n)}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

n- د مشاهدو شمېر.

X- هر بېلابېل عدد یا مشاهده ده.

مثال: که چېرې ۲، ۴، او ۸ اعداد ولرو، هندسي اوسط یې داسې سنجوو:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

**ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:**

په صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش ډېر ساده دی، داسې چې د دفعاتو شمېر هر ځل د مربوطه صنف د وسط په طاقت (توان) لیکل کېږي، بیا نو ټول ضرب او د ټولو دفعاتو (fi) جذر یې استخراج کېږي؛ فورمول یې دا دی:

$$G = \sqrt[\Sigma fi]{X_1^{f1} . X_2^{f2} . X_3^{f3} \ldots X_n^{fn}}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

Xi- هر صنفي اوسط.

Fi- دفعات.

Σfi- د دفعاتو مجموعه.

(c) ketabton.com: The Digital Library



مثال:

(۴، ۳) جدول: د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

| X | F | Xi |
|---|---|---|
| 0-20 | 5 | 10 |
| 20-40 | 10 | 30 |
| 40-60 | 80 | 50 |
| 60-80 | 40 | 70 |
| 80-100 | 15 | 90 |

N 150

$$G=\sqrt[N]{X_1^{f1}.X_2^{f2}.X_3^{f3}...X_n^{fn}}$$

حل: له فورمول سره سم لرو، چې:

$$G=\sqrt[150]{10^5.30^{10}.50^{80}.70^{40}.90^{15}}=53,5$$

په احصایه کې دوه ډوله نور اوسطونه هم معمول دي، چې یو یې هارمونیک اوسط دی، دغه ډول اوسط ته ډېر کم ضرورت پیښیږي، استثناء هغو حالاتو کې چې زمان متحول فرض شي او کمیت ثابت فرض شي، نو هغه تطبیق کېدای شي، یا هم مربعي اوسط، دا هم ډېر کم کارول کېږي مربعي اوسط د ساده حسابي اوسط د مربع جذر څخه عبارت دی، یعنې:

$$X'^2=\frac{\sum x^2}{n}$$

ددغه جذر مونږ د نورو احصاییوي تحلیلونو پورې اړه لري، چې راتلونکو فصلونو کې به راشي، خو د اعدادو یوه سلسله کې په مجموع کې د مرکزي مقیاس په ډول چندان معمول نه دي.

## ۴، ۲، ۳ – د اوسط ځانګړنې (مشخصات):

د ارقامو یوه مجموعه کې اوسط ځینې خصوصیات لري، چې هغه دا دي:

الف). اوسط د ټولو اعدادو نماینده ګي کوي.

ب). که چېرې په اوسط او ټولو ارقامو کې عین بدلون راشي، په ټولو اعدادو کې بدلون نه راځي، ځکه $nx'=\sum x'$ یا $X'=\frac{\sum xi}{n}$.

ج). که چېرې دغو ارقامو کې عین اندازه بدلون راشي، په اوسط کې هم عین اندازه بدلون راځي؛ مثلاً:

(۴، ۳) جدول: د ارقامو یوه مجموعه کې د یو ثابت عدد بدلون او د هغه اغېزه په اوسط باندې



| X | +2 | -2 | ×2 | ÷2 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | 6 | 1,5 |
| 5 | 7 | 3 | 10 | 2,5 |
| 4 | 6 | 2 | 8 | 2 |
| 8 | 10 | 6 | 16 | 4 |
| 10 | 12 | 8 | 20 | 5 |
| X=6 | X=8 | X=4 | X=12 | X=3 |

د). د ساده حسابي اوسط یوه بله ځانګړنه دا ده، چې اوسط څخه د انحراف د حاصل مجموعه هرمرو صفر کېږي او که مربع شي، نو د اوسط له مربع څخه کوچنی عدد په لاس راځي.

(۴، ۴) جدول: له اوسط څخه د انحراف د مربع ګانو مجموعه

| Xi | X' | Xi-X | (Xi-X')$^2$ |
|---|---|---|---|
| 3 | 6 | +3 | 9 |
| 5 | 6 | +1 | 1 |
| 4 | 6 | +2 | 4 |
| 8 | 6 | -2 | 4 |
| 10 | 6 | -4 | 16 |
| $X'=\frac{30}{5}=6$ | $\sum xi-x'=0$ | $\sum xi-x'=0$ | $\sum(xi-x')^2=34$ |

دلته 36<34 دی.

## ۴، ۳ – میانه The Median:

میانه داسې تعریف شوې: میانه هغه ارزش، عدد، قیمت یا رقم دی چې ټول ارقام یا اعداد په دوو مساوي برخو وېشي، چې نیم پورته خوا او نیم ښکته خوا ته واقع کېږي، نو که چېرې د (n) مشاهدات $(X_1, X_2, X_3...X_n)$ له کوچني څخه تر لوی پورې په ترتیب ولیکو د (n) منځومي عدد عبارت دی له $\frac{N+1}{2}$ ام څخه، خو که چېرې ارقام صنف بندي شوي وي، نو په دې صورت کې میانه هغه عدد دی، چې ۵۰ فیصده مشاهدې د ارقامو په دفعاتو کې له نورو رابېلوي، چې فورمول یې دا دی:

$$Median=L_1+(\frac{N}{2}-f)\frac{C}{fm}$$

په فورمول کې:

$L_1$- د هغه صنف ټیټ سرحد (پوله)، چې میانه په کې ده.

N- د دفعاتو مجموعه یا ټول مشاهدات.

f- هغه ټول مشاهدات، چې د میانې له صنف څخه ټیټ واقع دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



fm- د میانې د صنف د دفعاتو شمېر.

C- صنفي عرض.

په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یو مثال راوړو:

سوال: که چېرې 4 ,20 ,16 ,11 ,9 ,18 ,6 ولرو، د هغو میانه پیدا کړئ؟

حل: د دې لپاره لومړی اعداد له کوچني څخه لوی پورې په ترتیب سره لیکو:

4
6
9
11 میانه
16
18
20

حد $Median=\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$ څلورم حد، یعنې ۱۱ عدد

په دې ډول پورته ارقامو کې څلورم عدد چې له ۱۱ څخه عبارت دی، میانه بلل کېږي، چې له دې عدد څخه کوز او پورته مساوي مساوي (درې؛ درې عددونه) بېل شوي، خو که چېرې دغه اعداد جفت وي، یعنې په لاندې ډول وي:

6, 18, 9, 11, 16, 22, 20, 4

نو بیا هم لومړی دا ټول له کوچني د لوی خواته په یوه کتار لیکو، د فورمول سره سم چې کوم ځواب پیدا کېږي هغه په خپله کوم عدد نه؛ بلکې یو حد دی، مثلاً په پورته ارقامو کې (n=2) نو $\frac{n+2}{2}=\frac{8+1}{2}=4,5$ دا د دې مانا لري، چې نه څلورم حد او نه پینځم؛ بلکې څلورنیم عدد عبارت له: $\frac{n+2}{2}=\frac{8+1}{2}=4,5$ حد

4
6
9
11
13,5 میانه
16
18
20
22



سوال: د (۴،۱) جدول صنف بندي شوي ارقام حل او میانه یې ومومئ؟

حل:

$$Median=L+(\frac{N}{2}-f).\frac{C}{fm}$$

$$Median=6,95+(\frac{750}{2}-435)\frac{2}{96}$$

$$Median=6,95+(84)\ \frac{2}{144}=6,95+1,267=8,12$$

## ۴،۴ – موډ The Mode

موډ داسې تعریف شوی:

هر هغه عدد چې د ارقامو په یو سیټ کې یا د مشاهدو یوه مجموعه کې له ټولو زیات واقع شوی وي، په بله وینا: موډ هغه رقم او عدد دی، چې په سیټ کې د شاملو نورو ارقامو په مقایسه د هغه دفعات (Frequency) ډېر زیات وي

موډ یا کثیر الوقوع عدد، ډېره پېښېدونکې مشاهده یا د ډېر زیات تکرار لرونکي رقم دی، دا ټول یوه مانا افاده کوي. دا اصلاً یوه احصایېوي نومونه ده، چې د ورځنیو زیات شمېر ټولنیزو پېښو او چارو کې کارول او اورېدل کېږي او نن ورځ یې سوداګري او د بازار یا مارکیټ څرګلاو کې هم رواج موندلی، مثلاً موږ اورو چې خلک وایي: (فلان رقم خولی یا فلان رقم بوټ موډ دی)، یعنې هر هغه ډول خولی یا بوټ چې ډېر رواج او پېرودل کېږي.

په غیر صنف بندي شویو اعدادو کې په یوه ساده نظر اچولو، د موډ عدد پیدا کولای شو، د بېلګې په ډول لاندې مشاهدات موجود دي:

7, 4, 8, 3, 8, 4, 5, 8, 9, 8l 11

لکه چې ښکاري (۸) موډ عدد دی، ځکه چې په ټولو ۱۲ مشاهدو کې پینځه ځله تکرار شوی، په صنف بندي شویو اعدادو کې د موډ سنجش لپاره لاندې فورمول څخه کار اخلي.

$$Mode=L+(\frac{fm-f1}{(fm-f_1)+(fm-f_2)}).C$$

دلته:

L- د هغه صنف ټیټ سرحد دی، چې موډ په کې دی (معمولاً د ډېرو لوړو fm دفعاتو لرونکی صنف).

fm- د موډ د صنف دفعات.

f1- د موډ صنف څخه د مخکیني صنف دفعات.

f2- د موډ صنف څخه وروسته صنف دفعات.

(c) ketabton.com: The Digital Library



C- صنفي عرض

که وغواړو په (۴،۱) جدول کې چې طبقه بندي شوي ارقام دي، میانه او مود پیدا کړو، داسې عمل کوو:(*)

$$Mode=L_1+(\frac{\Delta1}{\Delta1+\Delta2}).C$$

$$Mode=6,95+(\frac{42}{42+48}).2$$

$$Mode=6,95+(\frac{42}{90}).2$$

$$=6,44$$

### ۴،۱،۴ – د ساده حسابي اوسط، مود او میانې اړیکې او مشخصات:

لکه چې ومو لیدل د (۴،۱) جدول ارقامو کې ساده حسابي اوسط، میانه او مود په لاندې ډول ترلاسه شول:

Mean=8,98 یا X'

Median=8,12 میانه یا

Mode=6,44 مود یا

دلته لیدل کېږي، چې حسابي اوسط، میانه او مود عین اعداد نه دي، بلکې د دوی ترمنځ لاندې رابطه صدق کوي

Mean-Mode=3(Mean-Median)

یعنې: 8,98-6,44=3(8,98-8,12)

2,54=2,58 (ندرتاً په د پر لږ فرق سره)

یا هم: Mode=3Median-2Mean

یعنې: 6,44=3(8,12)-2(8,98)

د Mo، Med او X' روابط د ارقامو د وېش څرنګوالی او د طبیعي منحني شکل پورې اړه لري او بالمقابل د طبیعي منحني له مخې د Mo، X' او Med موقعیت هم پېژندلای شو (دا موضوع وروستیو فصلونو کې په تفصیل راځي)

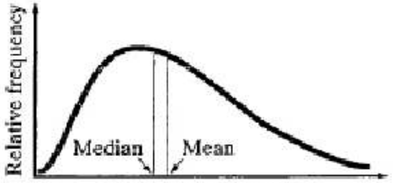
### د میانې او اوسط ترمنځ رابطه Comparing the Mean and the Median

که چېرې دارقامو دسیټ ددفعاتو درسم شوی منحنی لمن ښي طرف ته پراختیا ولري

(*) ځینې وخت د fm-f1 پر ځای Δ1 او د fm-f2 پر ځای Δ2 لیکي چې فورمول د $Mode=L_1+(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}).C$ بڼه نیسي، که چېرې د مود د صنف د کوز سرحد پر ځای لوړ سرحد غوره کړو، فورمول $Mode=L_2+(\frac{\Delta_2}{\Delta_1+\Delta_2}).C$ بڼه غوره کوي، چې د عملیې او مانا له پلوه او هغه ځواب چې په لاس راکوي، هیڅ فرق سره نه لري.

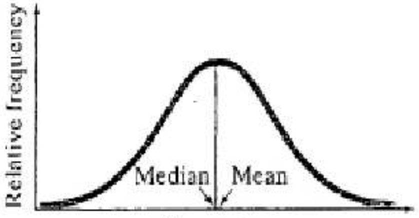


نو میانه (median) به له اوسط (mean) څخه کوچني وي. لکه لاندېنی شکل:



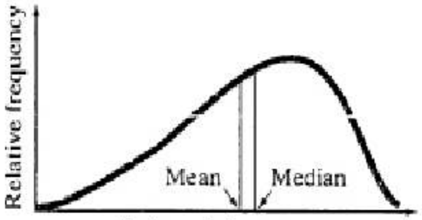

Rightward skewness

که چېرې دارقامو د وېش منحنی متناسب (symmetric دواړو خواوو ته یو برابر) وي نو په دې صورت کې اوسط او میانه یو پر بل منطبق دي. لکه لاندې شکل:




Symmetry

که چېرې دارقامو د دفعاتو د ګراف کوږوالي (انحنا skewed) چپ طرف ته وي، نو اوسط به بې کینی خواته او ترمیاني کوچني وي. لکه لاندېنی شکل




Leftward skewness

دارقامو دسیټ لپاره د مرکزي میلان دریم مقیاس مود (mode) دی. مود هم دارقامو په ګراف کې نظر د منحنی میلان ته فرق کوي، که شکل دواړو خواوو ته یو برابر و، نو مود پر اوسط او میانې باندې منطبق دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ii. که چېرې کومه مشاهده صفر وي، نو دا اوسط صفر او له منځه ځي
iii. د منفي اعدادو د موجودیت په صورت کې تول له نه محاسبه کېږي

### ۴، ۵، ۳ – د میانې ښېګنې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګنې:**

i. دا په ډېر اسانه ډول محاسبه او درک کېږي
ii. دا آن هغه وخت تاکل کېدای شي، چې پدیدې په ارقامو د ارائې وړ نه وي
iii. دا د لویو اعدادو اغیزې لاندې نه راځي، کله چې پرانیزې صنف هم موجود وي، موږ دا محاسبه کولای شو، لکه د عوایدو او قیمت په برخه کې

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. د یو شمېر نورو ریاضیکي محاسبو ورتیا نه لري
ii. په ډېر دقیق ډول یې نه شو موندلای
iii. دا په هغه صورت کې چې ارقام ډېر طولاني وي، د قطارونو په توګه نشو ترتیب کولای
iv. دا د ټولو مشاهدو په بنسټ نه دی ولاړ

### ۴، ۵، ۴ - د موډ ښېګنې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګنې:**

i. دا په ډېرو زیاتو حالاتو کې ډېر اسانه محاسبه کېدای او موندل کېدای شي او موږ په اسانه دا مومو چې آیا هغه چېرې موقعیت لري؟
ii. دا د ډېرو اوږدو یا کوچنیو ارقامو اغیزې لاندې نه راځي

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. دا په دقت نه شي تاکلی کېدای
ii. دا داکثراً غیر معین او نا محدود وي
iii. دا تول مشاهدات په بر کې نه نیسي
iv. دا د نورو احصاییوي روشونو په واسطه د محاسبې وړ نه دي
v. که چېرې مشاهدات ډېر کم شمېر وي، نو موډ یې نه شو موندلای

**یو حل شوی مثال:**

په لاندې جدول کې د پنځوسو تنو بستر شوي ناروغانو ارقام ورکړل شوي دي، هغو ته په کتلو سره لاندې سوالونه حل کړئ؟

**الف** – په صنف بندي شویو ارقامو کې کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري؟



### ۴، ۵ – یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د درجو یا مقیاسونو د ښېګنو او نیمګړتیاوو پرتله (مقایسه):

دا یو ضرورت دی، چې د هر یو وسطي وزن (Average) په ښېګنو (مزیت) او نیمګړتیاوو (نواقصو) باندې وپوهېږو، ترڅو هغه په مناسبه بڼه په خپل ځای کې وکاروو.

### ۴، ۵، ۱ - د حسابي اوسط ښېګنې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګنې:**

i. دا د دقیقو ریاضیکي فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي
ii. دا په ارقامو کې د شاملو تولو مشاهدو په بنسټ ترلاسه کېږي
iii. دا ډېر په اسانۍ محاسبه او په ساده بڼه درک کېږي
iv. دا په هر ډول ارقامو کې موندل کېدای شي. دا د نمونه ګیرۍ احصاییوي مېتودونو سره مناسبه ده، نو ځکه ډېر استعمال لري
v. دا د ریاضیکي عملیو تابع ده.

**ب: د حسابي اوسط نیمګړتیاوې:**

i. دا په ارقامو کې د ډېرو لویو ارقامو په واسطه اغېزمن کېږي
ii. ځیني وخت ډېر اوږده محاسبات غواړي
iii. د ارقامو په ډېرو ګنو مشاهدو کې حسابي اوسط د منځنیو نمونو او اوسطونو ښه نمایندګي کوی نه شي
iv. که چېرې صنف بندي شوي ارقام خلاص یا پرانیزي صنفونه ولري، نو صنفي اوسط پرته د صنفي حدودو له جمع کولو نشو پیدا کولای.

### ۴، ۵، ۲ - د هندسي اوسط ښېګنې او نیمګړتیاوې

**الف: ښېګنې:**

i. دا د ریاضیکي تاکلو فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي
ii. دا د تولو مشاهدو په اساس تاکل کېږي
iii. په معینو حالاتو کې د ریاضیکي عملیو تابع دد
iv. دا یو مناسب اوسط (Average) دی، چې ډېرو حالاتو کې استعمال کېدای او کارول کېدای شي

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. د نویو زده کوونکو (مبتدیانو) لپاره اسانه نه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب – څو فيصده ناروغانو له شلو (۲۰) کم ورځې بستر ک تير ی کړی دي؟
ج – د څلورم صنف لوړ حد څو دی؟
د – کوم صنف د ېر تيټ دفعات لري؟
هـ - د تجمعي دفعاتو هستوګرام او پوليګان رسم کړئ؟
و – اوسط په تفصيلي طريقه حل کړئ؟
ز – اوسط په لنډه طريقه حل کړئ؟
ح - ميانه پيدا کړئ؟
ط – مود او وسطي انحراف سنجش کړئ؟



(۴، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کليوالو د صنف بندۍ تجمعي دفعات او د صنف بندۍ نور مشخصات

| صنفونه (X) | دفعات F يا Fi | %Fi | وسطونه Xi | تجمعي دفعات: له مربوطه صنف څخه پورته دفعات – اندازه | % | تجمعي دفعات: له مربوطه صنف څخه ټيټ دفعات – اندازه | % | Fi Xi | ui | fi ui | صنفي سرحدونه | صنفي عرض (C) | Xi - X` | Fi/Xi-X`/ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10-14 | 3 | 6 | 12 | 50 | 100 | 0 | 0 | 36 | -3 | -9 | 9,I5-14,5 | 5 | 14,4 | 43,2 |
| 15-19 | 7 | 14 | 17 | 47 | 94 | 3 | 6 | 119 | -2 | -14 | 14,5-19,5 | 5 | 9,4 | 65,8 |
| 20-24 | 9 | 18 | 22 | 40 | 80 | 10 | 20 | 208 | -1 | -9 | 19,5-24,5 | 5 | 2,4 | 216,0 |
| 25-29 | 15 | 30 | 27 | 31 | 62 | 19 | 38 | 405 | 0 | 0 | 24,5-29,5 | 5 | 0,6 | 9,0 |
| 30-34 | 10 | 20 | 32 | 16 | 32 | 34 | 68 | 320 | 1 | 10 | 29,5-34,5 | 5 | 5,6 | 56,0 |
| 35-39 | 4 | 8 | 37 | 6 | 12 | 44 | 88 | 148 | 2 | 8 | 34,5-39,5 | 5 | 10,6 | 42,4 |
| 40-44 | 2 | 4 | 42 | 2 | 4 | 48 | 96 | 84 | 3 | 6 | 39,5-44,5 | 5 | 15,6 | 31,2 |
| | | | | 0 | 0 | 50 | 100 | | | | | | | |
| | ∑=50 | 100% | | | | | | ∑ fixi=1320 | | ∑ fiui=-8 | | | | ∑ Fi/xi-x`/=463,6 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



## حل:

- ✓ څلورم صنف د پر لوړ دفعات لري
- ✓ شپږو (۲) تنو له پینځه د پرشو (۳۵) بستر ورځې تیرې کړې دي
- ✓ شل فیصده (۲۰٪) له شلو (۲۰) دبستر کم وخت اخیستي
- ✓ د څلورم صنف لوړ حد نهه ویشت (۲۹) دی
- ✓ اووم صنف د پر ټیټ دفعات لري

$$X` = \frac{\Sigma fixi}{N} = \frac{1320}{50} = 26,4$$

$$X` = X_0 + (\frac{\Sigma fiui}{n}).C$$

$$X` = 27 + (\frac{-8}{50}).5 = 27 + \frac{-40}{50} = 27 - 0,8 = 26,2$$ ✓

$$Median = L + (\frac{N}{2} - F)\frac{C}{fm} = 24,5 + (\frac{50}{2} - 19)\frac{5}{15} = 24,5 + (25 - 19)\frac{5}{15}$$

$$= 24,5 + (6)\frac{5}{15} = 24,5 + 2 = 26,5$$

$$Mode = L_1 + (\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}).C$$ ✓

$$Mode = 24,5 + (\frac{6}{6+5}).5 = 24,5 + (\frac{30}{11}) = 24,5 + 2,78 = 27,2$$

$$MD = \frac{\Sigma fi/Xi - X`/}{n} = \frac{463,6}{50} = 9,27$$ ✓



## تمرینات:

۱. د یوې علمي تجربې په ترځ کې په څو کروندو کې د بېلابېلو کرنیزو پرکتسونو او تولیدي عواملو د ترکیب له مخې د رومي بانجانو لاندې نمونې تولې او مشاهده شوي په هغو کې د ګل کولو لومړۍ اونۍ کې د ګلانو شمېر په لاندې ډول شمېرل شوي:

| د بوټو شمېر | په هر بوټي کې تشکیل شوي ګلان (مېوې) |
|---|---|
| 2 | 1-4 |
| 13 | 5-9 |
| 35 | 10-14 |
| 20 | 15-19 |
| 14 | 20-24 |
| 3 | 25-29 |

i. پیدا کړئ چې د پر زیات شمېر بوټې په کومه اندازه ګلان لري؟

ii. په ارقامو کې حسابي اوسط هم په لنډه او هم په تفصیلي طریقه محاسبه کړئ؟

iii. په ارقامو کې موډ او میانه محاسبه کړئ؟

iv. د دفعاتو ګراف (هیستوګرام او پالیګان) رسم کړئ؟

v. د پینځم صنف لوړ سرحد، صنفي اوسط او صنفي عرض په بېلابېله توګه پیدا او وښیئ؟

vi. که چېرې له دغې تجربې څخه هدف په لومړي اونۍ کې اقلاً په هر بوټي کې د ۲۰ ګلانو تشکیل کېدل وي، نو څو فیصده بوټو مطلوبه نتیجه ورکړې؟

vii. د Mod=3Median-2Mean قاعدې له مخې د درې واړو رابطه وښیئ؟

۲. لاندې ارقام لرو: 8, 9, 9, 8, 11, 8, 6, 8, 12, 8, 6 په دې کې اوسط، موډ او میانه پیدا کړئ؛ او هم د اوسط دا مشخصه ثابته کړئ، چې څرنګه اوسط څخه د انحراف د درجو مجموعه صفر او بیا د هغو مربع د اوسط له مربع څخه کوچنۍ ثابته کېدای شي؟

۳. یو هټیوال په بېلا بېلو محصولاتو (اجناسو) کې په هر کیلو کې لاندې اندازه ګټه کړې؟

| د هر کیلو ګټه (مفاد) | | د محصول مقدار |
|---|---|---|
| ۲ افغانۍ فی کیلو کې | رومي بانجان | ۲۲ کیلو |
| ۲،۵ افغانۍ فی کیلو کې | کچالو | ۳۴ کیلو |
| ۵ افغانۍ فی کیلو کې | پیاز | ۳۴ کیلو |
| ۱ افغانۍ فی کیلو کې | شلغم | ۷۰ کیلو |

(c) ketabton.com: The Digital Library



د هغو اوسط پیدا کړئ؟

۴. لاندې ارقام راکړل شوي، صنف بندي یې کړئ، دفعات یې په Tally او عدد بڼه وښیئ او بیا یې د دفعاتو او تجمعي دفعاتو ګرافونه رسم کړئ؟

40, 45, 50, 55, 60, 62, 66, 68, 70, 70, 72, 72, 73, 74
75, 75, 75, 80, 80, 80, 82, 82, 84, 84, 85, 85, 86, 87
88, 89, 90, 90, 92, 92, 94, 95, 100, 100, 105, 108
110, 115, 116, 129, 125

۱- د جدول صنفونه 49-40، دوهم 59-50 او اخرېي 129-120 دی، په دې کې صنفي سرحدونه هم ښکاره کړئ او صنفي وسطونه هم وښیئ؟

۲- په صنف بندي کې د لوستل شوي فورمول تطبیق وښیئ؟



# پینځم څپرکی

## ارقامو کې د انحراف د درجې مقیاسونه

## یا د خپوروالي میلان

## Measures of Dispersion

لکه چې پخوا هم وویل شول، ارقام او اعداد د بېلابېلو مقاصدو او موخو لپاره راټولېږي، خو دغه لومړني، خواره واره اعداد یا Primary Data معمولاً ګنګ او بې مفهومه وي، نو ځکه د یوې روښانه پایلې، پرتلې او ښې شرحې لپاره منظماً ترتیب کېږي، کېدای شي هغه مونږ د ارزښ، کوچنیوالي او لویوالی، موقعیت، سکتورونو، وخت کیفي صفت یا هم د مقداري اندازو او نورو له پلوه ترتیب کړو، دې ته مونږ ترتیب شوې دېټا یا دوهمي ارقام (Secondary Data) وایو.

کېدای شي د ضرورت له مخې هغه په صنفو ووېشو، په دې ډول مونږ له هغو څخه د نمونې د غوره کولو لپاره مرکزي وزنونه (Averages) ټاکو، همدارنګه احصايېوي تحلیلونو او د یوې علمي څېړنې په ترڅ کې دې ته ضرورت پېښېږي، چې په دې پوه شو، چې آیا د ارقامو د یوې مجموعې، هر عدد او هره مشاهده یو بل سره څومره فرق او لرې والی لري، یا په مجموع کې د ټولو ارقامو پراخوالي او فاصله څومره ده؟ یا هم غواړو پوه شو، چې د یو ګڼ شمېر ارقامو د یوه سیټ اعداد په منځني ډول یو تر بله څومره څومره انحراف لري؟

ددغو موخو لپاره د اعدادو په فریکوینسي کې ځینې احصايېوي مېتودونه تطبیق کېږي، لکه چې وویل شول، مونږ غواړو د بېلابېلو مقاصدو لپاره انحراف ومومو، کېدای شي دغه انحراف په ټولو ارقامو کې یعنې د قیمت له پلوه، د ډېر کوچني رقم څخه تر لوی پورې، یا هم کېدای شي په مجموع کې د هر عدد او رقم ترمنځ په اوسط ډول وي. په هر صورت د دغو موخو او د انحراف یا د ارقامو د خپوروالي د اندازې د معلومولو لپاره معمولاً لاندې څلور معیارونه کارول کېږي:

۱. فاصله، Ragne

۲. کوارټل انحراف، Quartile Deviation یا (Q.D)

۳. وسطي انحراف، Average Deviation (A.D) یا (MD)

۴. میزاني یا سټندرډ انحراف، Standard Deviation (S.D) او وریانس (Variance).

### ۱،۵ – فاصله Range

کله چې د ارقامو یوه مجموعه ولرو، ددغې مجموعې د ارزښ له پلوه د لوی او کوچني عدد

(c) ketabton.com: The Digital Library



ترمنځ فرق یا تفاوت (انحراف) د فاصلې څخه عبارت دی، چې دا یو مطلقه انحراف دی، چې په خپله د اصل ارقامو د عددي تفریق څخه په لاس راځي، کوم نسبي یا مقایسوي شکل نه لري، هم په صنف بندي شویو او هم غیر صنف بندي شویو ارقامو کې په عین طریقه موندل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$R=X_{Max}-X_{Min}$$

دلته:

R - فاصله

$X_{Max}$- لوی عدد.

$X_{Min}$- کوچنی عدد.

که چېرې 20 ,70 ,40 ,30 ,69 ,25 اعداد ولرو، نو د هغو فاصله (R) داسې مومو:

$$R=70-20=50$$

که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، نو د ټیټ صنف ټیټ حد د اخر لوړ صنف لوړ حد څخه منفي کوو (چې همدا لوی او کوچني اعداد په اصل مشاهدو کې موجود وي) او (R) په لاس راځي

## ۵، ۱، ۱ – د فاصلې ښېګڼې:

i. دا طریقه ډېره اسانه ده.

ii. دا فقط د مشاهدو دوو عددو ته ضرورت لري باید وویل شي، چې دا په هغو حالاتو کې چې د ټولو مشاهدو د پیل او پای اعداد مهم وبرېښي، ښه کار ورکوي؛ لکه د تودوخې او یخنۍ د درجو فرق، په مارکیټ کې د بیو اعظمي حد بدلونونه، د یوې کرونديږ ډېر لوړ او کم حد حاصل ترمنځ فرق، د اوربښت لوړې او کمې اندازې فاصله، د شاګردانو د ذکاوت او نمرو ترمنځ توپیر او نور مثالونه.

## ۵، ۱، ۲ – د فاصلې نیمګړتیاوې:

i. په ارقامو کې یوازې د ډېر لوی او ډېر کوچني عدد پورې مربوط ده.

ii. په منځني ډول د هرې مشاهدې ترمنځ تفاوت او انحراف نه شي ښودی.

iii. د غیر عادي اعدادو د موجودیت په صورت کې شدیداً متاثره کېږي، د بېلګې په ډول:

15, 69, 20, 30, 40, 70

او 20, 21, 40, 52, 60, 70.

په ذکر شویو دوارو بېلګو کې R=50 کېږي، حال دا چې که د دوارو له دوو خواوو یو، عدد لرې شي، نو بیا:

اول سیټ کې: R=60-30=39



دویم سیټ کې: R=60-21=39

د دوارو R یو بل سره مساوي کېږي، حال دا چې دوارو کې د فرق لپاره ډېر واټن لیدل کېږي، دا نه واضحه کېږي، چې آیا منځني ډول باندې د اعدادو ترمنځ انحراف څومره دی؟

## ۵، ۲ – کوارټیل انحراف (Q.D):

د فاصلې د ذکر شوي نیمګړتیا د رفع کولو په خاطر داسې کوشش شوی، چې ټول ارقام په څلورو برخو، اتو برخو یا په دولسو برخو وویشي، کله چې بېل شول، هر یو یې څهاریک (څلورمه برخه Quartile) یا ۲۵٪ فیصده برخه کېږي، نو دلته د لومړني چاریک (۲۵٪) څخه صرف نظر کېږي، د دویم عدد او د دریېم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي، د دویم چارک لومړی عدد او د دریېم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي او بیا په دوو تقسیم کېږي، یعنې:

$Q.D = \frac{Q_3 - Q_2}{2}$ ، خو بیا هم دلته یوه نیمګړتیا شته، هغه دا ده چې دوه صرف نظر شوي کوارټلونه (۵۰٪) مشاهدې له نظره لوېږي (سره له دې چې $Q_3-Q_2$ په دوو وېشل کېږي)، خو بیا هم دا طریقه ډېره د قناعت وړ نه ده، له همدې امله عملي تحقیق کې ډېره معمول نه ده، خود خلاصو صنفونو لرونکو طبقه بندیو کې یوه مناسبه طریقه برېښي، مثال:

که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷،... ۱۲ اعداد ولرو، داسې عمل کوو:

د کوارټیل د طریقې مطابق ارقام په څلورو برخو وېشو، لومړی چاریک تر (۳) راځي، اخري یې ۱۰، ۱۱، ۱۲ دي؛ همدا لومړی (یعنې ۱، ۲، ۳) بلکل لرې کوو، اخري چاریک (۱۰، ۱۱، ۱۲) مو هم لرې کړ، د دوهم چاریک لومړی عدد (۴) د دریېم چاریک له اخري عدد (۹) څخه منفي او په (۲) یې تقسیمو، نو ځواب (۲،۵) کېږي، یعنې: $Q.D=\frac{9-4}{2}=\frac{5}{2}=2{,}5$

## ۵، ۳ – وسطي انحراف (M.D):

وسطي انحراف The Mean (Or Average) Deviation یا M.D د ارقامو په یوه سلسله کې نظر اوسط ته سنجول کېږي، د چاریک په مقایسه دا ډېره منلو وړ طریقه ده، په علمي څېړنو کې ډېره معمول ده او ثقه پایله لري. ددغه انحراف څخه موږ ته دا معلومېږي چې ایا هره مشاهده په اوسط ډول یو بل سره څومره فاصله لري؟ د M.D په سنجش کې د ارقامو انحراف، د ارقامو په وېش کې د هر رقم او عدد د ارزښ له مخې محاسبه کېږي، ددې لپاره له ټولو مخکې د ارقامو حسابي اوسط موندل کېږي، بیا په سیټ یا د ارقامو مجموعه کې د شامل هر عدد، مطلقه تفاوت (د تفریق حاصل) له عمومي اوسط څخه په لاس راوړل کېږي، بیا دغه مطلقه فرق هر یو جمع کوو او د ټولو ارقامو په شمېر (N) یې وېشو، هغه ضریب چې په لاس راځي وسطي انحراف بلل کېږي، په هغه صورت کې چې ارقام طبقه بندي شوي نوي، د هغو وسطي انحراف د لاندې فورمول له

(c) ketabton.com: The Digital Library



کې:

$$M.D = \frac{\Sigma fi/xi - x`/}{n}$$

M.D- وسطي انحراف
fi- دفعات
xi- صنفي وسطونه
Σ- مجموع
مثال:

(۱،۵) جدول: د یوه علمي تحقیق لپاره د بېلابېلو بوټو د ۱۰۰ تو‌تو اندازه

| X | F | xi | fix | xi-x\` | Fi/xi-x\`/ |
|---|---|---|---|---|---|
| 40,0-49,9 | 1 | 45 | 45 | 36,6 | 36,6 |
| 50,0-59,9 | 5 | 55 | 275 | 26,6 | 133,0 |
| 60,0-69,9 | 11 | 65 | 715 | 16,6 | 182,6 |
| 70,0-79,9 | 26 | 75 | 1950 | 6,6 | 171,6 |
| 80,0-89,9 | 33 | 85 | 1005 | 3,4 | 112,2 |
| 90,0-99,9 | 16 | 95 | 1520 | 13,4 | 214,4 |
| 100,0-109,9 | 7 | 105 | 795 | 24,4 | 170,8 |
| 110,0-119,9 | 1 | 115 | 115 | 33,4 | 33,4 |
| | N=100 | | ∑fixi=8160 | | 1054,6 |

Source: (2-P.164)

$$X` = \frac{fixi}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6 \quad M.D = \frac{\Sigma fi/xi - x`/}{n} = \frac{1054,6}{100} = 10,54$$

د یو شمېر احصایه پوهانو په نظر: دلته هم د ګڼ شمېر نفوس Population لپاره د صنف بندي شویو ارقامو د اوسط پرځای د هغو میانه لیکلای شو.

## ۵، ۴ – میزاني انحراف او ورینس (The Standard Deviation & Variance)

### الف: میزاني (ستندرد) یا معیاري انحراف

معیاري یا ستندر انحراف د انحراف له مهمو میلانونو څخه دی، دا د ارقامو له ساده حسابي اوسط څخه د منځني واټن، فاصلې یا د پراخوالي یو ځانګړی شکل دی، وسطي انحراف سره یې فرق دا دی چې معیاري انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مربع سنجول کېږي، بیا مربع په (n) وېشل کېږي، جذر مربع یې په لاس راوړل کېږي، خو په وسطي انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مطلقه قیمت په کار ځي، که ارقام غیر صنف بندي شوي، د معیاري



مخې موندل کېږي:

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - X'/}{n}$$

دلته:
M.D- وسطي انحراف
xi- هره مشاهده
X'- د ارقامو حسابي اوسط
n- د ټولو ارقامو شمېر.
/ /- د مطلقه ارزش علامه

مثال: که چېرې ۷، ۴، ۵، ۱۰، ۳ او ۳ اعداد ولرو، نو لومړی یې حسابي اوسط داسې مومو:

$$X' = \frac{3+7+4+5+10+3}{6} = 7$$

بیا د هرې مشاهدې د عمومي اوسط مطلقه تفاوت نیسو او په n یې تقسیم او همدا M.D دی:

$$M.D = \frac{/7-3/+/7-7/+/7-10/+/7-5/+/7-4/+/7-3/}{6} \Rightarrow M.D = \frac{18}{3} = 3$$

په دې ډول (۳) هغه ضریب دی، چې د ذکر شویو اعدادو وسطي انحراف څخه نمایندګي کوي، یعنې دغه اعداد په منځني توګه هر یو یې د ارقامو د عمومي ساده حسابي اوسط څخه د (۳) په اندازه واټن، فرق او تفاوت لري، چې همدا یې د خپوروالي یا وسعت مانا افاده کوي، یقیناً دغه ځواب د دوو نورو طریقو (R او Q.D) په مقایسه ډېر قناعت بښونکی دی.

داسې نظریه هم شته، چې د مختصرو اعدادو لپاره په فورمول کې ساده حسابي اوسط (X') نیول کېږي، خو د ګڼ شمېر نفوس لپاره بیا میانه (μ) د هغه پرځای تعویض کول په کار دي. یعنې:

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - x`/}{n}, \text{ For Sample Data}$$

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - \mu}{n}, \text{ For Population Data}$$

خو که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، د وسطي انحراف د سنجش لپاره فورمول لرو، چې:

$$M.D = \frac{\Sigma Fi/Xi - X`/}{n}$$

په پورته فورمول کې fi نظر کې نیول شوی او په مخرج کې n، چې عبارت له هماغه (fi) څخه دی او xi هره مشاهده نه بلکې د صنفي وسطونو څخه عبارت ده، د دغه فورمول انکشاف او په هغه کې د fi دخل عیناً په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش او په صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط د سنجش په شان دی او ورسره مشابهت لري، په فورمول

(c) ketabton.com: The Digital Library



انحراف فورمول دا دی: (*)

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^{2})}{n}}$$

دلته

S- میزاني انحراف

xi- د غیر صنف بندي شویو ارقامو هره مشاهده.

x`- د غیر صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط.

n- ټول مشاهدات

Σ- مجموعه

په صنف بندي شویو ارقامو کې f دخل مومي او مخرج په Σfi یا n وېشل کېږي، چې لرو:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^{2})}{\Sigma fi}}$$

دلته

S- میزاني انحراف

fi- دفعات

xi- هر صفني وسط

x`- د صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط.

fi- دفعات

Σ- مجموعه

دا هم باید ووېل شي، چې په احصایه کې د ګڼ شمېر نفوس (ډېر زیات شمېر مشاهدو) مشخصات د نمونې له مخې چې د اصلي نفوس یوه برخه جوړوي استنباط کېږي، نو ځکه د میزاني انحراف د فورمول مخرج کې د (n) پر ځای ځینو مواردو کې (n-1) او ځینې وخت د (x`) پر ځای (μ) نیول کېږي، یعنې:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-\mu^{2})}{n-1}} \quad یا \quad S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^{2})}{n-1}}$$

په ځینو خاصو مواردو کې د دواړو فورمولونو څخه کار اخلي، له n څخه د (۱) منفي کول د غلطۍ د رفع کولو په خاطر صورت نیسي، اګرچه په ګڼ شمېر مشاهدو کې (۱) دومره زیات اغېز نه لري، خو بیا هم (۱) د (n) څخه منفي کېږي، چې دې ته د ازادۍ درجه ویل کېږي.

(*) په یو شمېر احصایوي ماخذونو کې میزاني انحراف په زیګما کوچني حرف او S سره هم ښودل شوی.



## ب: وریَنس Variance

وریَنس په دېر لنډ ډول داسې تعریفېږي، چې که چېرې د S مربع جذر استخراج شي، د وریَنس څخه عبارت دی، چې په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^{2}=\frac{\Sigma(xi-x`)^{2}}{n}$$

او په صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^{2}=\frac{\Sigma Fi(xi-x`)^{2}}{n}$$

دلته به هر یو له یو یو مثال سره ذکر شي.

لومړی مثال: که چېرې د یوه تجربوي پلاټ (۸) یو کلنو نیالونو په سانتي متر په لاندې اندازه وده کړې وي، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۷۵، ۶۰، ۶۵، ۷۰، ۸۳؛ نو په هغو کې سټندرد انحراف و مومئ؟

حل: لومړی په ارقامو کې ساده حسابي اوسط پیدا کوو:

$$X`=\frac{\Sigma xi}{n}$$

$$X`=\frac{83+70+65+60+75+75+90+85+80}{8}=\frac{695}{8}=76$$

بیا د فورمول سره سم د هر نیالګي اندازه د هغو له ګډ حسابي اوسط څخه منفي او بیا یې مربع مومو، په n یې وېشو او د هغو د مربع جذر په لاس راوړو:

(83-76)+(70-76)+(65-76)+(65-76)+(60-76)+(75-76)+(90-76)+(85-76)+(80-76)=
(7)+(6)+(11)+(10)+(11)+(14)+(9)+(11)

$$S=\sqrt{\frac{(7)^{2}+(6)^{2}+(11)^{2}+(10)^{2}+(11)^{2}+(14)^{2}+(9)^{2}+(11)^{2}}{8}}=\sqrt{\frac{756}{8}} \qquad S=9,72$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم مثال: په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې میزاني انحراف ومومئ؟

| X | Fi | Xi | Fi(xi-x`)2 | (xi-x`)2 |
|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | 15,5 | 1030,410 | 103014 |
| 21-30 | 25 | 25,5 | 12210,25 | 488,41 |
| 31-40 | 40 | 35,5 | 10212,4 | 255,41 |
| 41-50 | 45 | 45,5 | 198,45 | 4,14 |
| 51-60 | 32 | 55,5 | 1997,12 | 62,41 |
| 61-70 | 25 | 65,5 | 8010,25 | 320,41 |
| 71-80 | 15 | 75,5 | 11676,15 | 778,41 |
| 81-90 | 5 | 85,5 | 7182,05 | 1436,41 |
| 91-100 | 3 | 95,5 | 8683,23 | 2294,41 |
| | 200 | | 68674 | |

$$X` = \frac{\Sigma fixi}{n} = \frac{9520}{200} = 47,6$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma fi(xi - x`)^2}{n}} = \sqrt{\frac{68674}{n}} = \sqrt{343,73} = 18,5$$

### ۵، ۴، ۱ – په لنډې طریقې د میزاني انحراف سنجش:

که چېرې د میزاني انحراف فورمول ته ځیر شو، نو د دغه فورمول تطبیق کول ګڼ شمېر عملیو ته ضرورت لري، په هغه صورت کې چې ارقام اعشاریه لرونکي وي، یا مشاهدات ډېر زیات وي، ددې فورمول تطبیق مشکل دی، دغه فورمول یا مساوات ته په لږ انکشاف ورکولو سره داسې یو بل فورمول په لاس راځي، چې اسانه او لنډ دی:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لنډې طریقې فورمول: د لنډې طریقې د فورمول د استخراج لپاره هغه پخواني فورمول ته انکشاف ورکوو:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(xi - x)^2}{n}}$$

لومړی د مساوات ښي خوا څخه جذر لرې کوو، چې کینه خوا د مربع طاقت پیدا کوي، بیا ګورو چې فورمول کې د افادې د صورت عدد د $(a-b)^2$ شکل لري، نو د هغې تجزیه په لاندې ډول ده:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

نو ځکه

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(xi - x`)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma(xi^2 - 2x`xi^2 + x)^2}{n}} \text{ یا } \Rightarrow S^2 = \frac{\Sigma xi^2 - 2x`ixi + \Sigma x`^2}{n}$$

له دې کبله چې (n) مشترک مخرج دی، نو لیکو:



$$S^2 = \frac{\Sigma xi^2}{n} - 2x(\frac{\Sigma xi^2}{n}) + x^2(\frac{\Sigma xi^2}{n}) - 2x(x) + x^2$$

$$S^2 = \frac{\Sigma xi^2}{n} + x^2 \Rightarrow$$

له دې کبله چې د (s) توان مربع دی، نو په خپله (s) عبارت دی له:

$$S = (\frac{\Sigma xi^2}{n}) - x^2 = \frac{\Sigma xi^2}{n} = \frac{\Sigma xi^2}{n}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لنډې طریقې د فورمول استخراج

فورمول کې لرو چې:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma fi(xi - x)^2}{n}}$$

نو عیناً لکه د غیر صنف بندي شویو ارقامو په شان هغه ساده کولای شو:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma fi(xi - x)^2}{n}}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma fi(xi - x)^2}{n} = \frac{\Sigma fi(xi^2 - 2xxi + xi^2)}{n}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma fixi^2 - 2x\Sigma x\Sigma fi + \Sigma fi(x)^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma fixi^2}{n} - 2x\frac{\Sigma fixi}{n} + \frac{\Sigma fixi^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma fixi^2}{n} - 2x^2 + x^2 = \frac{\Sigma fixi^2}{n} - x^2$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma fixi^2}{n} - x^2} \text{ یا } S = \sqrt{\frac{\Sigma fixi^2 n}{n} - (\frac{\Sigma fixi}{n})^{-2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته په لنډې طریقې سره د لاندېنې جدول ارقام سنجش کوو:

| x | f | xi | $xi^2$ | $fixi^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | 15,5 | 240,25 | 2420,50 |
| 21-30 | 25 | 25,5 | 650.25 | 16256,25 |
| 31-40 | 40 | 35,5 | 260,25 | 50410,00 |
| 41-50 | 45 | 45,5 | 2070,25 | 93161,25 |
| 51-60 | 32 | 55,5 | 3080,25 | 93568,00 |
| 61-70 | 25 | 65,5 | 4290,25 | 107256,25 |
| 71-80 | 15 | 75,5 | 5700,25 | 85503,25 |
| 81-90 | 5 | 85,5 | 7310,25 | 36551,25 |
| 91-100 | 3 | 95,5 | 9120,25 | 27360,75 |
| | 200 | | | 517470 |

$$S=\sqrt{\frac{517470}{200}-(47,6)^2} \qquad S=\sqrt{321,4849}=17,93$$

## ۵، ۴، ۲ - د ui د مقیاس په روش د میزاني انحراف سنجش:

لکه چې د اوسط په سنجش کې مو ولیدل، کولای شو د دفعاتو د وېش په جدول کې د دفعاتو د منځني صنف په وړاندې صفر او له هغه بر په وار سره ۱-، ۲-، ۳-... او کوزې خوا ته په وار سره ۱+، ۲+، ۳+... اعداد کېږدو؛ یعنې بره خوا به منفي کوزه خوا به مثبت وي (د صنفونو د طاق والي په صورت کې مو د صنفونو د ډېروالي په صورت کې یا له یوه صنف څخه صرف نظر کوو یا له دغې اختیارې طریقې تیرېږو او په تفصیلي طریقه یې حل کوو) اختیاري وضع شوې ستون ته د خپل واک له مخې د ui ستون وایو، د میزاني انحراف په سنجش کې د لنډې طریقې په فورمول کې د xi په عوض کې همدا ږدو، خو صنفي عرض به ورسره ضرب او په دې ډول د میزاني انحراف سنجش اسانه کېږي، فورمول دا بڼه غوره کوي

$$S=C.\sqrt{\frac{\Sigma fiui}{n}-\left(\frac{\Sigma fiui}{n}\right)^2}$$



مثال: (۵، ۳) جدول، ۲۰۰ صنف بندي شوې فرضي نمونې

| X | F | Ui | fiui | $ui^2$ | $fiui^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | -4 | -40 | 16 | 160 |
| 21-30 | 25 | -3 | -75 | 9 | 225 |
| 31-40 | 40 | -2 | -80 | 4 | 160 |
| 41-50 | 45 | -1 | -45 | 1 | 45 |
| 51-60 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 61-70 | 25 | +1 | 25 | 1 | 25 |
| 71-8 | 15 | +2 | 30 | 4 | 60 |
| 81-90 | 5 | +3 | 15 | 9 | 45 |
| 91-100 | 3 | +4 | 12 | 16 | 48 |
| | 200 | 0 | -158 | 768 | |

حل:

$$S=C.\sqrt{\frac{\Sigma fiui}{n}-\left(\frac{\Sigma fiui}{n}\right)^2}$$

$$S=10.\sqrt{\frac{768}{200}-\left(\frac{158}{200}\right)^2}=10.\sqrt{3,84-(0,79)^2}$$

$$S=10.\sqrt{3,84-0,6241}=10.\sqrt{3,2159}=(10)(1,79)$$

$$S=17,9$$

## ۵، ۴، ۳ – د میزاني انحراف او ورینس مشخصات:

له دې کبله چې اکثراً عملي روشونو کې د میزاني انحراف څخه کار اخیستل کېږي، که چېرې دغه معیار مربع جذر راوکاږو، نو همدا ورینس دی، ښه به وي چې د ارقامو یوه سلسله چې د هغې په ځانګړتیاو هم وپوهېږو.

ورینس او میزاني انحراف په ارقامو کې د اوسط په شان مشخصات لري، یعنې که د سیټ ټول ارقام په عین اندازه کم یا زیات شي، یا کوم بدلون په کې راوړو، په خپله میزاني انحراف او ورینس کې هم عین مقدار بدلون راځي، مثلاً: که چېرې ۸، ۵، ۳، ۲، ۲ شمېرې ولرو، نو د هغو ورینس او میزاني انحراف سنجش او بیا یې مشخصات ګورو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$x=\frac{20}{5}=4$$

$$S=\sqrt{\frac{(2-4)^2+(2-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(8-4)^2}{5}}$$

$$S=\sqrt{\frac{4-4+1+1xi+16}{5}}=2,549$$

$$S^2=6,5$$

نو:

| | xi | x+4 | x-4 | x-1 |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 6 | 8 | 1 |
| | 2 | 6 | 8 | 1 |
| | 3 | 7 | 12 | 2 |
| | 5 | 9 | 20 | 4 |
| | 8 | 12 | 31 | 7 |
| $S^2$ ورینس | 6,5 | 6,5 | 6,5 | 6,5 |
| S میزاني انحراف | 2,54 | 2,54 | 2,54 | 2,54 |

## د وریئنس او معیاري انحراف لپاره سمبولونه:

$S^2$ – د نمونې وریئنس — $\sigma^2$ – دارقامو(نفوس) وریئنس

S – د نمونې معیاري انحراف — $\sigma$ – دنفوس معیاري انحراف

پـه یـاد ولرئ، چـې معیـاري(سـتندرد ) انحـراف بـرخلاف د وریئـنس د حقیقـي واحـداتو د مقیاسونو په واسطه ښودل کېږي د مثال په ډول، که چېرې حقیقي مقیاسونه په ډالر ښودل شوي وي نو وریئنس هم په تاکلي واحد (ډالر مربع) باندي ښودل کېږي ، بلکې معیاري انحراف په ډالرو ښودل کېږي

کېدای شي دا خبره مو په تعجب کې واچوي چې ولي د نمونې د وریئنس دمحاسبه کولولپاره د n په ځای د (n-1) د مقسوم علیه څخه استفاده کوو، ایا د n استعمال به ډېر منطقي نه وي، ایا دنمونې وریئنس به متوسط معیاري انحراف وي کوم چې د اوسط څخه په لاس راځي؟

د n پـه اسـتعمال کې مشـکل دا دي چې n دا مـیلان لـري چې د نفـوس د وریئـنس $\sigma^2$ لـپاره یو کمتر احتمال ښودونکي دي، نو په دي اساس چې مونږ (n-1) پـه مخرج کې استعمالوو ترڅو



ددي میلان لپاره یو مناسب تصحیح ارائه کړي څرنګه چې (sample statistics) لکه $S^2$ اساسا د د ډېر ګڼ نفوس د پارامیترونو د تخمین لپاره په کار وړل کېږي او په ($\sigma^2$ ) باندی ښودل کېږي

## تمرینات

۱. په یو کلي کې ۱۲۰ تنه بزګران هره ورځ په لاندې ډول عواید لري

| بزګران | د ورځې عاید (په افغانیو ) |
|---|---|
| 7 | 31-40 |
| 11 | 41-50 |
| 35 | 51-60 |
| 37 | 61-70 |
| 17 | 71-80 |
| 8 | 81-90 |
| 5 | 91-100 |

پورته ارقامو کې:

الف- M.D=?

ب- S=?

ج- $S^2$=?

۲. په یو شمېر ارقامو کې فاصله څه ده او د هغې نیمګړتیاوې بیان کړئ؟

۳. د وسطي انحراف او میزاني انحراف فرق په څه کې دی؟

۴. په ۹، ۱۸، ۱۵، ۷، ۱۲، ۸، ۲، ۲ کې میزاني انحراف سنجش کړئ؟

۵. په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه میزاني انحراف حل کړئ؟

| صنفونه | دفعات | صنفي وسطونه |
|---|---|---|
| 20-0 | 5 | 10 |
| 40-20 | 10 | 30 |
| 60-40 | 80 | 50 |
| 80-60 | 40 | 70 |
| 100-80 | 15 | 90 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



# شپږم څپرکی

## د احتمالاتو تیوري

احتمالات په معاصرې احصایې او ګڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري، سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷ مې زېږدیزې پېړۍ راهسې رواج ده، په تېره بیا کله چې دیموور Demoiver د احتمالاتو په هکله پر له پسې کار وکړ. دغه روش علمي څېړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷ مه او ۱۸ مه پېړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارګرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب ترلاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کېدو د چانس موندل و، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پورې تړلی و، یعنې احتمالات د ریاضي یوه څانګه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او Demoivre په دې برخه کې ډېر کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځته کړه، په ۱۷۳۰ م کال لاپلاس او ګاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، ډموور د احتمالاتو تیوري ته ډېر پرمختګ ورکړ او له ریاضي رابېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راتلو شویو مشاهدو له لارې او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقیت ته رسېدل د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم د نیولو مخنیوی کوي، د احتمالاتو تیوري د یو شمېر څرګندو مېتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي

### ۲،۱ – د احتمالاتو مفهوم:

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا څکه چې په خپله د (احتمال) څرګندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً موږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم دا اصطلاحات کاروو، د بېلګې په ډول وایو، چې لومړی زده کوونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابۍ چانس لري، یا که چېرې دویم شاګرد د ازموینې څخه مخکې خپل درسونه څو ځله ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابۍ چانس یې په سلو کې نوي وو، دغه وړاندې ویینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربي احتمال Apriorig & Experimental Probability ګڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربي احتمال علمي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجاربو پر بنسټ صورت نیسي او همدا موږ ته راښودلای شي، چې په عمل (پرکتیک) کې د یوه امکان ترسره کېدل څومره



محتمل دی، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان ترسره کېدل په څو ډولونو او څو بڼو کېدون لري؟ دا هم احتمال ګڼل کېږي، چې د یوې پېښې ثقه والی او نا ثقه والی ثابت شي، په دې ډول احتمالات تقریباً څو سوالونو ته ځواب ویونکی دی:

الف- کله چې د یوې پېښې څخه څو، څو پایلې زېږېدلای شي.

ب- د یوه امکان ترسره کېدل له څو لارو.

ج- له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.

د- له ډېرو پېښو هرو مرو د یوې یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پورې اړه لري، د دې موضوع ډېره ساده ارائه په یوه بېلګه روښانه کېدای شي: که چېرې د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانګړتیاوې، قرینې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبعاً د هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً موږ ټول پوهېږو چې د ورېځې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شین والی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته موږ (څرګندې پدیدې) وایو.

له ۱۷ مې زېږدیزې پېړۍ مخکې کلاسیکي ریاضۍ د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسې تعریف کړي و:

که چېرې د یوې (A) حادثې په هکله (n) دهغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمي امکانات او قراین یا Likely وبولو او (m) مطلقاً د (A) حادثې واقع کېدل او ښکاره کېدل Happening وبولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا تقسیم $\frac{m}{n}$ څخه عبارت ده، یعنې $P(A)=\frac{m}{n}$ چې د احتمال فورمول یې دا دی:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لوړ عدد (۱) او ټیټ یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول 0: m: 1 غوره شوي و، نو څکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو ترمنځ دی.

د دې برخلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې د دې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لرې کړو، په دې ډول موږ د A حادثې واقع کېدل په P(A) وښودل، نو نه واقع کېدل به یې په P`(A) وښیو، چې:

$$P`(A)=\frac{n-m}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



صرف په یو ځل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعني:

$$P(A) = +P'(A) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1$$

نو دلته به موږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او مکانات په (S) وښیو د S د موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه اسمان په صورت کې پر ځمکه د لمر د وړانګو خپرېدل، خو بر عکس که د A سره (S) قطعا موجود نه وي، یعنې اسمان ورېځ وي، نو بیا طبعا د لمر وړانګې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته ناممکن حالت وایو، خو بل دریم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلا که د باران اورښت A وبولو، نو طبعا د A واقع کېدو لپاره ورېځ یو ضروري شرط دی، خو کېدای شي اسمان ورېځ وي، یعنې (S) موجود وي، یعنې لمر نه وي، مګر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally likely Cases وایي، یعنې احتمالي حالت د ناممکن (شنه اسمان) او معلوم (ورېځ اسمان) ترمنځ یا د صفر او یو 1 :A :0 ترمنځ حالت دی.

په دې ډول که چېرې S د A حادثې د پېښېدو لپاره نیم یې د مساعدو شرایطو او مکاناتو څخه عبارت وي او نیم یې برعکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدلو لپاره مساعد دی، په N(A) وښیو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) وښیو نو د A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

یا $\dfrac{\text{د A حادثې د واقع کېدو مساعد شرایط}}{\text{د A حادثې د واقع کېدو ټول شرایط}}$ = د حادثې پېښېدل

## ۲، ۱، ۱ – په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول:

څرنګه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل، د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیورۍ کې له تیوریکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهدو څخه د مورد نظر چانس څخه عبادت ده، خو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وسنجوو، په لاندې مثالونو کې یې ګورو:

لومړی مثال: که چېرې د لوبو ۵۲ قطعې په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرفا د خشت پرې (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توګه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{13}{52} = 0,25 \text{ یا } 25\%$$

په یوه الماری کې ټول ۳۲ توکه کتابونه دي، چې ګډ وډ ایښودل شوي، له هغې جملې دوه



کتابونه د احصایې، څلور توکه کتابونه د بیولوژي، لس توکه یې د کیمیا او شل یې د پرازیتولوژۍ کتابونه دي، موږ په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیالوژي وي؟

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱). موږ په علمي څېړنه کې اکثرا د ارقامو د ګڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثرا د علمي تحقیق په جریان کې موږ هغه شمېر ارقام راټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثرا مسلسل واقع وي، دې برخه کې موږ سره فکتوریل مېتود ډېره مرسته کوي، کوم چې موږ د طبیعي چاپېریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، وترنرۍ او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سرو کار لرو، لکه د بوټو اندازه. د څاروي عمر، د مېوې وزن، د زړه ضربان، د بدن د حرارت درجه، د اورښت ورځې او نور چې دا ټول مثبت ارقام دي، لکه ۴، ۲، ۴، ۵... او نور.

په دې ډول موږ د طبیعي علومو په ډګر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحني ترسیم شي، نو د هرې مشاهدې یا د مشاهدو د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړ یو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل مېتود زموږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د (n!) یعنې n فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلا:

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots n$

یا: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

که چېرې n! کې n=5 وي، نو لرو چې:

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیورۍ مطابق له ګڼ شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څو یې غوره شي، د نظر وړ ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام مخرج کې راوړو، یعنې د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېرې n او k مثبت یا طبیعي اعداد وي او n ≥ k وي، نو داسې لیکو:

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)}{K!} \leftarrow = \frac{N!}{K!(n-k)!}$$

مثال:

د 8 فکتوریل او 1 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعني:

$$\frac{8!}{8!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د فکتوریل مېتود موارد به وروسته په تفصیل ذکر شي، خو یو مثال به په لنډیز داسې راوړو.

که چېرې په یوه ښاخ کې د پیوند لګولو فیصدي 90% په نظر کې ونیسو او په یوه ونه کې 20 پیوندونه ولګوو، دا احتمال به ومومي چې 10 به یې ولګېږي.

فورمول لرو چې: $P(x,n,p)=x^n.p^x\ (1-p)^{n-x}$

دلته:

X=10

N=20

P=90 چې که په فیصدي یې وښیو، 0,9 کېږي

حل:

$$P(10.20.0,9)=10(0,9)(0,1)=\frac{20}{15!(10!)}(0,9)^{10}(0,1)^{10}=19,2\%$$

مثال: که چېرې د یوه ډول لېږو تخم د شنه کېدو احتمال یا د تېغنه وهلو فیصدي 40% وي، نو د پینځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او فیصدي معلومه کړئ، چې دوه یې شنه شي؟

$$P(x,n.p)=\overset{n}{x}(p^x)(1-p)^{n-x}$$

$$P(2,5,0,4)=\overset{5}{2}(0,4)^2(0,6)^3=\frac{5!}{2!(5-2)!}(0,4)^2(0,6)^3$$

$$P\frac{(5x4x3x2x1)}{2x1(3x2x1)}(0,4)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)$$

$$P=\frac{20}{2}(0,6)(0x216)=10(0,03456)$$

$$P=0,456$$

یا 34,56%

لکه چې موږ د احتمالاتو د تیورۍ د مفهوم د شرحې په برخه کې وویل په علمي مسایلو او څېړنو کې د تجربي احتمال Experimenental Probibility چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول یو سنجش او یوې پېش بینۍ. کې مربوطه پدیدې باندې تجربه موجوده وي؛ مثلا یو ډول د غنمو تاکلی تخم په تجربوي ډول ازمایل شوی وي، چې د خالص تېغنې وهلو (LPS) فیصدي یې مثلا 60% وي، یا د یوه معین جنس ونې 10gr تخم څخه په قوریه کې 40 بوټي شنه کېږي، یا داسې نور تجربې او ازمایښتونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدو تجربو پر اساس احتمال وښیو، د هغو پایله په فیصدۍ ارایه کوو، مثلاً د یو ډول اصلاح شویو جوارو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرګند کړئ، چې دغه څلور واړه را شنه شي



حل:

0,6 یا 80% د شنه کېدو احتمال

0,2 یا 20% د نه شنه کېدو احتمال

$Pr(1\wedge 2\wedge 3\wedge 4)=(0,8)(0,8)\ (0,8)(0,8)$ د څلور واړو جوارو د شنه کېدو احتمال

=40,96% د څلورو واړو جوارو د نه شنه کېدو احتمال.

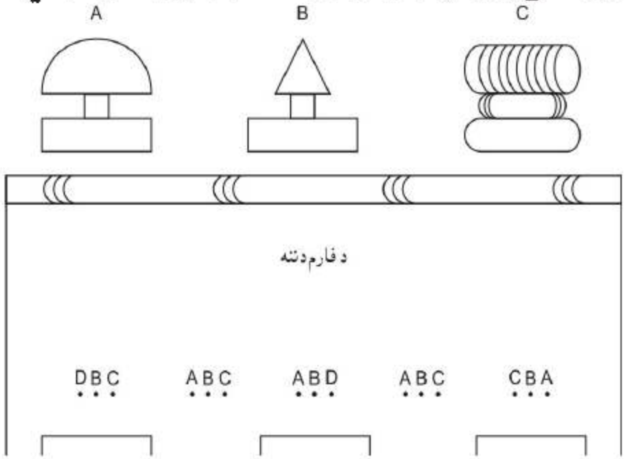
کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا وریځ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هګۍ څخه چرګ یا چرګه راوتل او داسې نور، نو د یوه احتمال په صورت کې او د دواړو حالت په مخرج کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شیر احتمال:

$$P(\text{شیر})=\frac{\text{شیر}}{\text{شیر}+\text{خط}}\quad \text{یا}\quad P(\text{شیر})=\frac{1}{2}$$

همدارنګه موږ د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځینې وخت خصوصا د طبیعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو څو نتایج ترلاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرګندېدای شي، دې ته تبادیل او تراکیب ویل کېږي، چې اوس به دا دواړه تر بحث لاندې ونیسو.

## ۲، ۲ – تبادیل Pernutation

کله چې معین شمېر اشیاء، اعداد، شکلونه موقعیتونه او نورې پدیدې په بېلا بېلو بڼو چې هیڅ کوم بدل شی، عدد، شکل او موقعیت په کې اضافه یا ورڅخه کم نه شي د نوبت په ترتیب کېښودل شي؛ تبادیل بلل کېږي، د بېلګې په ډول د چرګانو روزنې د یو فارم دننه د ابخورۍ او د دانه خورۍ او د رڼا منبع یا حرارت سنج په بېلا بېلو موقعیتونو او شکلونو ایښودل کېدای شي.

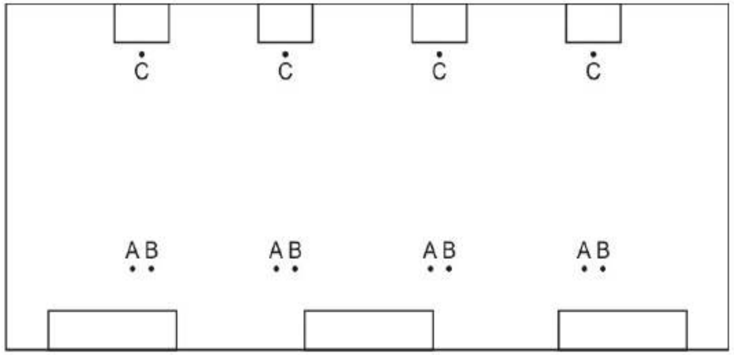



الف) یو کتار کې: د فارم غولی له پورته خوا.

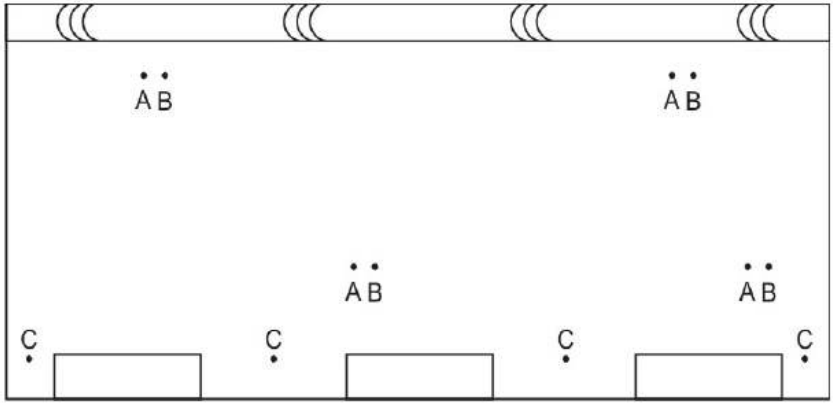
(c) ketabton.com: The Digital Library



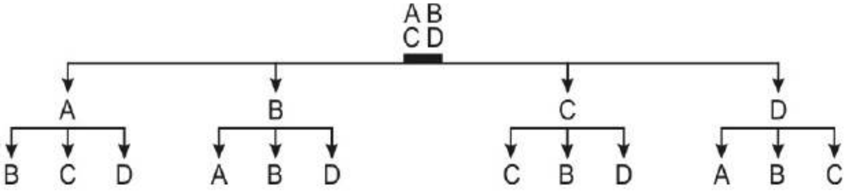
ب). دوو کتارونو کې:




ج). د حرارت منبع یا د رڼا منبع یا حرارت سنج د هرې لمر خپروونکې کړکۍ، خوا کې او دانه خوره او ابخوره په متبادلو کرښو کې:




یا د $60m^2$ ځمکې په ساحه کې د څو پلاټونو جوړول په مربع شکلونو، په مستطیل شکلونو، څو مثلث او څو مستطیلیو او نورو بڼو، یا هم د مناسبې ګرده افشانۍ په خاطر د بوټو کېنول په بېلابېلو موقعیتونو، د زینتي ګلدانو ترتیب په ملون شکل، حال دا چې ګلان عین رنګ نه وي، ان د هغو فاصله یو بل سره فرق ولري، مثلا غواړو څلور دوله خاص جنسونه په بېلابېلو شکلونو چې هیڅ یو بل سره مشابهت ونه لري، ترتیب کړو، دغه څلور دوله جنسونه د D,C,B,A په نوم یادوو:






د یوې لوبې لوبغاړي چې ۱۲ تنه دي، د خپل مهارت، نظم او استعداد له مخې وروسته له څو مقدماتي لوبو درجه بندي شول:

احمد (۱)
محمود (۲)
شکور (۳)
طالب (۴)
کبیر (۵)
بختور (۶)
رسول (۷)
ګل (۸)
سرور (۹)
زلمی (۱۰)
پاینده (۱۱)
فرید (۱۲)

د اولمپیک ملي کمېټه غواړي دوی د دریو ترېنرانو د لارښوونې لاندې کومې یوې نړیوالې لوبې ته ولېږي، د ترېنرانو هیله دا ده چې لومړني ممتاز لوبغاړي او وروستي د لږ مهارت لرونکي تول یو یا بل ګروپ کې رانشي، دوی داسې تبادل او ترتیب کړي، چې ممتاز، متوسط او ورستي لوبغاړي هر ګروپ ته تقسیم شي.

حل: درې د لوبو ګروپونه (C,B,A) په مناسبه فاصله دروو، لومړي له ممتازو دریو لوبغارو څخه یو یو هر یوه سره، بیا متوسط او بیا وروستي ګروپ بېل او ورکوو داسې:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A د ګروپ | ۱(ا) | ۴(ط) | ۷(د) | ۱۰(ز) |
| B د ګروپ | ۲(م) | ۵(ک) | ۸(ګ) | ۱۱(پ) |
| C د ګروپ | ۳(ش) | ۶(ب) | ۹(س) | ۱۲(ف) |

په دې دول هم المپیک ملي کمېټه او هم ترېنران راضي ښکاري، د هر نفر نمرې سره د هغه د نوم لومړی حرف راغلی.

دا چې د یوه ګروپ اجزاوو، څو اشیاء، شکلونه یا امکانات او موقعیتونه په څو بڼو ترتیب او تبدیل کېدای شي، د احتمالاتو لپاره یې لاندې فورمول لرو:

$np_r = \frac{n!}{(n-n)!}$ یا $np_r = \frac{n!}{1!}$ یا $np_r = \frac{n!}{0!}$

دلته:

n- د اصلي ګروپ اجزاو، اشیاو یا د شکلونو شمېر.

r- د فرعي ګروپونو یا اشیاوو او اجزاوو شمېر چې اصلي ګروپ په هغه وېشل کېږي

npr- د تبادیلو احتمال.

!1- صفر فکتوریل څخه عبارت دی.

مثلا C,B,A درې اجزاوو، اجسامو یا شکلونو احتمال په شپږو درې فقره یې ګروپونو کېدای شي:

$$np_r = \frac{n!}{1!}$$

n=3 ځکه چې درې جز دي (C,B,A).

r=3 په دریو اجزاوو یا درې فقرو لرونکو ګروپونو یې وېشو.

p- احتمال.

!n فکتوریل.

حل:

$$3P_3 = \frac{3!}{1!}$$

$$3P_3 = \frac{3x2x1}{1} = 6$$

یعنې: ABC ACB BAC BCA CAB CBA

ددې مانا دا ده چې درې اشیا یا اجزا په شپږو درې فقره یې ګروپونو ووېشل شول او م احتمال ممکن نه دی.

دویم مثال:

که وغواړو $A_4$, $A_3$, $A_2$, $A_1$ څلور اجزاء، اشیاء، اشکال په څلورو فقرو لرونکو بڼو باندې راوړو، څو احتماله یې موجود دي؟

حل:

$$4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4x3x2x1}{1} = 24$$

یعنې څلور ویشت څلور فقره یې ګرپونو باندې داسې چې:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A_1A_2A_3A_4$ | $A_2A_1A_3A_4$ | $A_3A_1A_2A_4$ | $A_4A_1A_2A_3$ |
| $A_1A_2A_4A_3$ | $A_2A_1A_4A_3$ | $A_3A_1A_4A_2$ | $A_4A_1A_3A_2$ |
| $A_1A_3A_2A_4$ | $A_2A_3A_1A_4$ | $A_3A_2A_1A_4$ | $A_4A_2A_1A_3$ |
| $A_1A_3A_4A_2$ | $A_2A_3A_4A_1$ | $A_3A_2A_4A_1$ | $A_4A_2A_3A_1$ |



| | | | |
|---|---|---|---|
| $A_1A_4A_2A_3$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_2A_1$ | $A_4A_3A_2A_1$ |
| $A_1A_4A_3A_2$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_1A_2$ | $A_4A_3A_1A_2$ |

دریم مثال:

A,B,C,D حرفونه په ۱۲ دوه حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4x3x2x1}{2x1} = 12$$

څلورم مثال:

A,B,C,D په څلورو یو حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4p_1 = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

یعنې صرف یو احتمال: A,B,C,D شته.

A,B,C,D په لاندې ډول په شپږو قسمونو د تنظیم کېدو احتمال لري.

$$P = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4x3x2x1}{2x1x2x1} = 6$$

پنځم مثال:

اوه دانې منې په دریو ماشومانو باندې داسې ووېشئ، چې مشر هلک ته درې دانې او نور ته دوه دانې ورسېږي، په ۲۱۰ بڼو وېشل کېدای شي.

$$P = \frac{7!}{3!2!2!} = \frac{7x6x5x4x3x2x1}{4.3!} = 210$$

تراکیب نه یوازې د پلاټونو په ترکیب، نسل ګیری، د ګرده افشانی لپاره د بوټو د تنظیم د یو شمېر عملیاتو، او به لګولو او نورو په هکله د استفادې وړ دي، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري ګڼ شمېر مسایلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلا د هېواد د ۳۱ ولایتونو ورزشي تیمونه څو څو ځله یو بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لوبې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکیلانو ترکیب، بهر ته د تلونکو هیاتونو د ترکیب په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو ایښودلو شکل، د لویو غونډو لپاره د هر هېواد یا هر هیئت مشر ته یوه ورځ د ریاست سپارل او نورو مسایلو کې هم د پر کارول کېږي.

## ۲، ۳ – تراکیب Combination

ځینې وخت د بېلابېلو اشیاوو، اجزاوو، امکاناتو او شکلونو ترتیب کول په مطلوب شکل هم د تبادیلو او هم د تراکیبو له لارې کېدای شي، مثلا د بېلابېلو ګلانو ګډون، د زینتي ساحې لپاره د بېلابېلو رنګونو غوره کول، د بېلابېلو هېوادونو د بیرغونو داسې ایښودل چې خپل لازم

(c) ketabton.com: The Digital Library



معلومات ترلاسه شي، اما نمونه د نفوس یوه کوچنۍ برخه ده چې په سیده ډول د پام وړ څېړنې په ترڅ کې د مربوطه جمعیت یا نفوس د استازې په توګه کتنې لاندې نیول کېږي په نمونه کې باید د ټول نفوس ټولې برخې راواخیستل شي، یا د غوره شویو نمونو د څېړنې لاندې د واقع کېدو چانس ومونډل شو، نو څکه احتمال د چانس مترادف واقع شو، په دې ډول وایو چې:

د یوې پېښې، عدد، فرد یا شي د واقع کېدو احتمال په ټولو مطالعې یا کتنې لاندې ارقامو کې د هغه د نسبي دفعاتو څخه عبارت دی، نو څکه احتمالات د ارقامو منحني سره ډېره اړه پیدا کوي، چې وروسته به راتلونکي څپرکي کې پوره بحث ورباندې وشي.

څرنګه چې موږ د همدې څپرکي په پیل کې وویل، چې د احتمالاتو برخه کې څو پوښتنې پیښیږي څه به پېښ شي؟ یوې پېښې څخه به څو حادثې رامنځته شي؟ او داسې نور سوالونه د یوه یا څو احتمالاتو راڅرګندېدل په لاندې ډول ښیو:

P(A) - د A حادثې د پېښېدو احتمال

$\bar{P}$ (A) - د A حادثې د نه پېښېدو احتمال

P(AUB) - له دې دوو حادثو د یوې پېښېدل یعنې A یا B حادثه واقع کېدل

P(A^B) - د A او B دواړو پېښېدل

P(A/B) - د A حادثې پېښېدل په داسې حال کې چې B واقع شوې وي، یا موجود وي، خو پاتې د A احتمال مومو.

د احتمالاتو د تیورۍ لپاره څېنې اصلي قوانین یا قواعد په نښه شوي دي، چې موږ سره بېلابېلو مواردو کې کمک کولای شي، په لاندې ډول یې ذکر کوو:

**لومړۍ قاعده:**

په طبیعي پدیده کې یوه پېښه صرف په یوه یا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په یوه وخت کې هیڅ امکان نه لري او که وي هم موږ اړ کېږو چې د یوه حالت د پېښېدو احتمال څرګند کړو، دې ته د جمع قاعده وایي.

په بل عبارت د یوې حادثې پېښېدل تل د 1 : P(A) : 0 یا د یوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدو) ترمنځ وي، یعنې یا به دا پېښه هیڅ نه واقع کېږي، یا به یو ځل واقع شي، نو په دې ډول یو بل سره وتړل شوي، خو د دواړو همزمان پېښېدل هیڅ امکان نه لري، مثلاً که یو شاګرد د کیمیا ازموینه کې یوې پوښتنې ته صرف یو ځواب وایي، یا به سم وي یا غلط، یا د اوربشت ورځ یا د شنه اسمان ورځ، د جمع قاعده به په یو څه تفصیل له مثال سره وڅېړو:

**الف). خصوصي حالت:**

A او B دوه پېښې په نظر کې نیسو، چې په یوه وخت کې د دواړو پېښېدل هیڅ امکان ونه



موقعیت ولري (په هغه صورت کې چې نوم د الفبا یا کوم بل نظم په کې شرط نه وي بدل شوی) د هیئت ترکیب او نور مثالونه، خو بیا هم تراکیب له تبادیلو سره فرق لري، موږ تبادیل داسې تعریف کړي وو:

*تبادیل د اعدادو، اشیاوو او اجزاوو داسې تنظیمول دي، چې د نوبت سلسله په کې رعایت شي، خو تراکیب داسې تعریفیږي:*

تراکیب د اعدادو، *اشیاوو یا اجزاوو داسې ګروپ بندي ده چې هغو کې سلسله مراتب او نوبت نه مراعات کېږي.*

دلته ګورو چې تبادیل او تراکیب ډېر کم فرق لري؛ مثلاً ABC درې حروف په دریو دوه فقره یې ګروپونو وېشلو امکان شته او بس: AB, AC, BC

حال دا چې A, B, C, D په څلورو درې حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي: ABC, ABC, ACD, BCD د تراکیبو لپاره فورمول په لاندې ډول دی:

$$nc_r = \frac{n!}{n!(n-\bar{r})!}$$

لومړی مثال:

A,B,C,D حرفونه په درې فقره یې څلورو ګرپونو وېشلای شو:

$$4c_3 = \frac{4!}{3!(1)!} = 4$$

او که همدا حروف په شپږو دوه حرفي ګروپونو ووېشو کوم احتمال یې شته؟

$$4c_2 = \frac{4!}{2!2!} = 3! = 6$$

دویم مثال:

لس تنه زده کوونکي دي، هغوی په ۲۱۰ بڼو باندې په څلورو کسیزو ګروپونو وېشلای شو:

$$10c_4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

د تبادیلو او تراکیبو اهمیت په دې کې دی، چې د علمي څېړنو لپاره د نمونو Sample غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د اعدادو د یوې مجموعې څخه ټول عدد د نه نمونه کې قرار ونیسي او پرعکس د بېلابېلو افرادو، اشیاوو څخه یو جمعیت یا نفوس (کل Population) ترکیب شي، نو څکه دا دوه ډېر اړخیز اهمیت لري، په احتمالاتو کې موږ هم د جمعیت (نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعریف لرو:

نفوس د هغو اشیاوو، افرادو، پېښو یا امکاناتو مجموعه چې مشترک او ګډ خصوصیات لري، په علمي څېړنه کې عموماً هدف دا وي چې د جمعیت د هر فرد د خصوصیاتو په هکله لازم

(c) ketabton.com: The Digital Library



لري، یعنې که A واقع شي، نو B نه شي واقع کېدای، یا د دې پرعکس، مثلا د یوې سیکې پورته غورځولو څخه وروسته هغه صرف په یو اړخ لوېږي، یا یې د لیکنې (خط) یا یې د نښې (شېر) مخ پورته وي، په داسې حال کې د A یا B پېښې د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

$P(AUB)=P(A)+P(B)$

که چېرې د اسمان د وریځ والي حالت A 50% او شین والی یې 50% وي، نو د سبا ورځې د اسمان شین والی یا وریځ والي احتمال:

$P(AUB)=0,5+0,5=1=100\%$

لومړی مثال:

که چېرې اکرم د لومړي صنف ازموینو کې 60% د کامیابۍ او 10% د مشروطۍ چانس ولري، نو دا احتمال څرګند کړئ، چې دی به دویم صنف ته بریالی شي؟

$P(AUB)=0,6+0,1=0,7$ یا 70%

دویم مثال:

په هېواد کې د بزګر د جشن (د وري لومړۍ) د لمانځلو لپاره یو ننداړتون پرانیستل شوی، ژوري هیئت د بزګرانو ښو محصولاتو او څارویو ته جایزه ورکوي، ګل محمد بزګر خپله یوه غوا ننداړتون ته د جایزې لپاره کاندید کړې، ژوري هیئت د څارویو ښې تغذیې، ښه نسل غوره کولو، په موقع واکسین کولو او نورو بزګرو ته د خپلو تجربو د ورکولو شرایط اعلان کړي، د ټولو راغلو مالدارانو له جملې صرف څلورو تنو ته لومړی، دویم، درېیم او څلورم نمبر جایزه ورکول کېږي، د ژوري هیئت له اعلان وروسته ګل محمد سره د لومړۍ جایزې احتمال 15% د دویمې 12% او د درېیمې 17% او د څلورمې 16% رامنځته شوی، دا چې ګل محمد به له دغو څلورو جایزو یوه واخلي احتمال یې څرګند کړئ.

$P(AUBUCUD)=0,15+0,12+0,17+0,16=60\%$

## ب. عمومي حالت:

دا د هماغه جمع د قاعدې یو داسې حالت دی، چې A او B حالت خو واقع کېږي، خو دا امکان هم شته چې A او B دواړه هم واقع شي، نو په دې حالت کې موږ د AB حالت پرته یوازې د A یا B حالت واقع کېدو د احتمال سنجوو، یعنې:

$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(AB)$

مثال:

د ښه حاصل لرونکو بزګرانو لپاره د ترویج اداري دوه جایزې ټاکلي، که حاصلات ډېر عالي و، نو دواړه جایزې یو تن ته او که متوسط و، اوله یا دویمه جایزه ورکول کېږي، کریم خان د خپلې کروندې حاصل داسې پېش بیني کړي، چې د لومړۍ جایزې احتمال یې 50% او د دویمې 40% په



نظر کې پېش بیني کړي، نو پیدا کړئ چې دی به اقلا یوه جایزه واخلي.

$P(AUB)=0,5+0,4-[(0,5)(0,4)]$

$P(AUB)=70\%$

## دویمه قاعده:

کله چې دوه داسې امکانات پېښېدونکي وي، چې یو بل سره تړاو نه لري، د هغو د احتمال سنجش د ضرب د قاعدې په نوم یادېږي، مثلا دوه بېلابېل امکانات په نظر کې نیسو چې د هغو پېښېدل یو پر بل اغېزه لري، یعنې دا امکانات او پېښې یو بل سره رابطه نه لري، بلکې سره بېل دي، نو د هغو دواړو د پېښېدو احتمال لپاره لرو چې:

$P(A \wedge B) = P(A).P(B)$

لومړی مثال:

یو محصل په یوه سمستر کې د دو مضمونو ازموینه ورکوي، یوه مضمون کې د خپل بري چانس 60% او بل کې 50% اټکلوي، تاسې حل کړئ چې په دواړو کې یې د کامیابۍ چانس څومره دی؟

$P(A \wedge B) = (0,6)(0,5) = 30\%$

دویم مثال:

دوه سیکې پورته اچوو، دا احتمال پیدا کړئ چې دواړه په عین مخ مثلا په خط مخ را څرګند ېږي؟

$(A \wedge B) = (\frac{1}{2}).(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$

درېیم مثال:

یو درجن قطعو کې چې ټولې ۵۲ پرې دي، څلور طوسان دي، دا احتمال څرګند کړئ، چې د هغو له جملې دوه غوره شوي پرې طوس وي؟

$P(A \wedge B) = (\frac{4}{52})(\frac{4}{52}) = \frac{1}{169}$

## څلورمه قاعده:

که چېرې دوه یا څو پېښې یو بل سره اړیکې ولري او د یوې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو چانس یا زیات یا کم کړي، دې حالت کې موږ مثلا په یو درجن قطعو کې د طوس د راوتو احتمال لټوو، په هغه صورت کې چې یو طوس پخوا راوتی وي او بېرته مو له پرو سره نه وي ایښی، نو ددې ساده ارائه داسې ده:

P (د خشت طوس) $= \frac{3}{51}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



په داسې حال کې عمومي فورمول داسې دی:

$P(A_1/A_2)=P(A_1)P(A_2/A_1)$

دا د ضرب قاعدې ته ورته قاعده ده، خو د یوې پېښې واقع کېدل په بلې اغېزه لري

مثال: که چېرې یو محصل د دوو مضامینو د ازموینو په تېرولو لوړ تولګي ته بریالی کېږي، نو یوه مضمون کې یې د کامیابۍ چانس په P(A) او بل مضمون کې یې په P(B) ښکاره کوو او دې په هغه صورت کې د دوهم مضمون د ازموینو د ورکولو مستحق وګرځي، چې لومړي مضمون کې کامیاب شوي وي، نو لیکو: P(A/B)

یعنې د لومړي مضمون ازموینه په هغه صورت کې چې ده هغه مضمون په موفقانه ډول تېر کړی وي

۱. مثال:

په یوه لوښي کې د یوه ماشوم لپاره څلور نارنجه او دوه کینو اېښې، ماشوم یوه دانه را اخلي که سوال وشي چې څومره احتمال لري چې دا به نارنج وي؟ نو لیکو:

$$P(0)=\frac{4}{6}$$

که را اخیستل شوی بېرته لوښي ته وانه چوو، ماشوم بله دانه راپورته کړي، نو دا احتمال وموموئ چې دا به هم نارنج وی.

$$P(0)=\frac{3}{5}$$

ګورو چې دلته د یوې پېښې د واقع کېدو په تول احتمال اغیز وکړ، که چېرې دا احتمال پیدا کوو، چې لومړی او دویمه قوتۍ دواړه نارنج وي، نو لیکو:

$$P(0_1 \wedge 0_2)=P(0_1)P(0_1/0_2)=0,4$$

۲. مثال:

د لوبو د قطعې یو درجن څخه پرله پسې درې پرې را اخلو، چې بېرته یې په پرو کې کېږدو، دا احتمال وموموئ، بیا دویمه او بیا دریمه پره طوس وي؟

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3)=P(A_1)P(A_3/A_1).P(A_3/A_1/A_2)$$

$$P(AAA)=(\frac{4}{52})(\frac{3}{51})(\frac{2}{50})$$

۳. مثال:

یوه توکرۍ کې لس دانې هګۍ اېښې، چې څلور یې د بتکې او نورې یې د چرګې دي، یوه هګۍ را اخلو، ګورو چې هغه د بتکې ده، بله را اخلو دا احتمال به څو فیصده وي، چې همدا به د چرګې وي؟



یا 26,67% یا

$$P(AB)=P(A).P(\frac{B}{A})=0,2667$$

تر اوسه مو د احصایې په تشریحی برخه کې د مقصد په توګه د ارقامو له یوی مجموعی څخه اخستل شوي نمونې صرف کمی خصوصیات تشریح کړل، او وموليدل چې دي مقصد ته د رسیدو لپاره باید دمقیاسونو سنټ تشریح کړو نود دواړو معیاري او مقداري ارقامو ستونو د تشریح لپاره مو ګرافیکي او عددي میتودونو څخه استفاده کوله

اوس د یوې مسلې استنباط جوړولو ته مخه ورګرځوو، څه شي مونږ ته ددی اجازه راکوي چې د یوې نمونې څخه د یو کل لپاره استنباط وکړو او بیا د ذکرشوي استنباط په هکله د اطمینان د قابلیت یو مقیاس اتکل کړو؟ تاسو به وګوري چې ځواب یې احتمالات (probability) دي

احتمالات ، د احصایې یوه څانګه ده چې د نمونې دمعلوماتو پربناء د مطالعې لاندې نفوس لپاره تصمیم نیونه ده کولای شي چې وګوري څرنګه دا کار په اسانۍ سرته ورسوي دا کار دي سره اړه لري چې د نفوس (ګل) او نمونې ترمینځ د رابطې په اړه پوه شو، یعنې د هغې رابطې څخه عبارت ده، چې د احصائیوي طرزالعمل په شکل دیوه کل لپاره د نمونې په اساس د استنباط جوړول دي نو په دې فصل کې مونږ فرض کوو چې جامعه له یو شمیر ډېرو اعدادو څخه د څونمونو د واقع کیدو چانس سنجش کوو. نو په دي وجه مونږ وایو چې احتمال د احصایې برعکس دي، په احتمالاتو کې مونږ د جمیعت معلومات د دې په خاطر په کار وړو چې د نمونې احتمالی ماهیت استنباط کړو.

احتمالات د استنباط په جوړولو کې یو مهم رول لوبوي، فرض کړي، دمثال په ډول، تاسو فرصت لري چې د تیلو د کشف په یو شرکت کې پانګه اچونه وکړي، د شرکت پخواني ریکارډ ښائي چې لس د تیلو برمو (دشرکت د ازمایښت یوه نمونه) صورت نیولي دي چې تولي یې وچې راختلي وې، تاسو څه نتیجه اخلې؟ څه فکر کوي چې شرکت د تیلولاس ته راوړلو چانس د 50:50 څخه ښه دي؟ آیا خامخا په نوموړي شرکت کې پانګه اچونه کوي؟ امکان لري، چې دي سوالونو ته مو ځواب په تاکید سره (نه) وي. که چېرې د شرکت کشفیه مهارت دنفتو یو کوهي 50% ځله باندې کفایت وکړي، نود لسو وچو څاه ګانو د کیندلو ریکارډ د لسو برمه شویو څاګانو یوه نمونه ده چې ډېره زیاته غیر محتمله ده

یا فرض کړي چې تاسو اوس قطعه بازی کوي ستا سی حریفه ډله یقیني شوي ده چې د قطعي لاس مو کاملاً مخلوط شوي دي. درې ځله په پرله پسې ډول پنځه تائي قطعه ښکته شوي ده، ستا ښي طرف کس ته څلور طوسونه ویشل شوي دي. د دې نمونې په اساس دي (درې لاسه قطعه) کې، آیا تاسو فکر کوي چې پرې (قطعې) په مناسبه ډول سره مخلوط شوي دي؟ یو ځل بیا ستاسو ځواب

(c) ketabton.com: The Digital Library



به منفي (نه) وي ځکه چې که چېرې پرې په درست ډول مخلوط شوي واي نود پرو د ویش په صورت کې یو ه لويې کوونکی ته څلور طوسونه ورکول ډېرزيات غیرمحتمل دي

په یادولري، په بالقوه ډول د کامیابي لپاره تصمیم نیونه د نفتو د استخراج د شرکت او د پرو په درست ډول مخلوط والي پورې اړه لري چې دواړه د یوې نمونې له چانس یاد احتمال په نتیجې پورې تړاو لري. دواړه مثالونه په داسې ډول مینځ ته راوړل شوي دي چې په اساني سره کولاي شي چې دا نتیجه تري لاس ته راوړو چې د نمونې څخه لاس ته راغلي احتمال کوچني دي. د بده مرغه، د زیاتو مشاهده شویو نمونو د احتمال نتیجه اخستل دومره اسانه کار نه دي لکه په مستقیم ډول د ارزیابي لاندې نیول، نو ددې ډول قضیو د حل لپاره د احتمالاتو تیوري ته اړتیا لیدل کېږي

## حادثات، د نمونو فضا او احتمال:

راځئ چې خپل بحث د احتمالاتو په داسې مثالونو شروع کړو چې په اساني سره توضیح کېږي، ددې ساده مثالونو په ملتیا سره کولاي شو چې مهم مفاهیم وپیژنو او کېداى شي مونږ سره د احتمالاتو د درک په پرمخ بیولو کي مرسته وکړي

فرض کړي، یوه سکه یو ځل پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ثبتېږي. هغه نتیجه چې مونږ یې وینو ثبتوویې د مشاهدي (observation) یا مقیاس (measurement) په نوم او هغه پروسه چې مشاهده پکې صورت نیسي د تجربې آزمایښت (experiment) په نوم یادېږي، چې په تجاربو کې ډېر استعمالېږي. ددې معنا داده چې احتمالات اصلاً په علمي تجربو کې په کارېږي، زمونږ تعریف د آزمایښتي تجربې په هکله نسبت د فزیک په علم کې استعمالیدونکي تجربې ته زیات پراخوالي لري چیرته چې تیستیوب، میکروسکوپونه او لابراتواري تجهیزات په نظر راځي. لکه د کرنې سکتور او د مالداري او وترنرۍ مطالعات. خو کېداى شي په احصائیوي تجربو کي د ویب بروزر لپاره د یو انټرنیټ استعمالونکي د رجحاناتو ثبت، د ډاوجونز صنعتي اسهامو د وسطي قیمت ورځیني تغییراتو ثبت، د یو کاروباري تصدي د جمعي د ورځې خرڅلاو ثبت او د یو دفتر د محاسبي په یوه پاڼه کې د اشتباهاتو اندازی شاملې شي. یا هم د نباتي یا حیواني ناروغیو ثبت وي او داسې نور مثالونه. مهمه نقطه داده چې کېداى شي احصائیوي تجربه د هر هغه عمل مشاهده وي چې د هغه نتیجه مبهمه وي

1-3 تعریف: یوه تجربه experiment هغه عمل یا د مشاهدي د هغه پروسي څخه عبارت ده چې په هغه کې واحده نتیجه په یقیني ډول پیشبیني کوونکي نه وي، نو ځکه د احتمالاتو له تیوری څخه کار اخلو. یو ساده مثال په نظر کی ونیسي چې په هغه کې یو ګاټي (ډیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې چې را برسیره کېږي هغه ثبتوو. ددې تجربې څخه شپږ ابتدائي نتیجې په لاس



راغلي چې:

1. ۱ مشاهده
2. ۲ مشاهده
3. ۳ مشاهده
4. ۴ مشاهده
5. ۵ مشاهده
6. ۶ مشاهده

په یادولري، که چېرې دغه تجربه یو ځل تکرار کړي نو د دغه شپږ اساسي نتیجو څخه یوه لاس ته راوړاي شي او لاس ته راغلي نتیجه په قطعي ډول نه شي پیشبیني کولاي، همدارنګه دا امکانات کوم چې په لاس راغلي دي په نورو اساسي نتائجو نه شي تجزیه کېداى ځکه چې د یوې تجربه شوي مشاهدي نتیجه د یو جمیعت څخه د نمونې انتخابول دي، او د تجربې ممکنه اساسي نتایج د نمونې د نقاطو (sample points) په نوم یادېږي

2-3 تعریف: د نمونې نقاط (sample point) د تجربې د اساسي ترینو نتایجو څخه عبارت دي

3 ,1 مثال: دوه سکې پورته غورځول کېږي او پورته طرف یې په ثبت رسېږي. د تجربې ټولي نمونوي نقاط لست کړي

حل: حتی که یوه تجربه ډېره جزوي هم وي مونږ باید د نمونې د نقاطو په لست کولو کې دقت وکړو، په اول ځل کتو سره د درې اساسي نتایجو توقع کولاي شو: د دوه شیرمخونو مشاهده، دوه خطه او یا د یوې سکې یو مخ خط او د بلې سکې شیر. سره لدې، د یو شیر او د یو خط مشاهدې د تجزئي څخه دوه نور نتایج لاس ته راځي: د اولی سکې شیر، د دوهمې سکې خط او د اولې سکې خط او د دوهمې سکې شیر، نو ددې څخه څلور د نمونې نقاط لاس ته راځي:

1. شیر او شیر (HH)
2. شیر او خط (HT)
3. خط او شیر (TH)
4. شیر او شیر (TT)

دلته د اول H معني داده چې د اولې سکې شیر او د دوهم H معني (د دوهمې سکې شیر) او داسې نور.

مونږ اکثره په یوه تجربه کې د نمونو د نقاطو د مجموعي سره علاقه لرو چې دې مجموعې ته د تجربې د نمونې فضا (sample space of experiment) ویل کېږي. د مثال په ډول، دلته د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقاط د سکې د غورځولو په تجربه کې ترسره کېږي. په تجربه کې

(c) ketabton.com: The Digital Library



د نمونې فضا به د بحث لاندې ونیول شي چې په 3-1 جدول کې ښودل کېږي

3-3 تعریف: دیوې تجربې د نمونې فضا د هغه تجربې د نمونې د نقاطو د مجموعي څخه عبارت دي

۱-۳ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا    sample spaces

دتجربي عملیه: د سکې د پورته مخ مشاهده

دنمونې فضا :

۱. د سکې د شیرمخ مشاهده

۲. د سکې د خط د مخ مشاهده

دنمونې فضا کولای شي چې د سټ په شکل چې د دوه نمونوي نقاطو لرونکي وړاندې شي.

S: { H,T}

دلته H دنمونې په نقاطو کې دشیر او T د خط څخه نمائینده ګي کوي

۱-۳ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا    sample spaces

دتجربي عملیه کې د ډیس د پورته مخ مشاهده

دنمونې فضا:

1. د ۱ خال مشاهده

2. د ۲ خالونو مشاهده

3. د ۳ خالونو مشاهده

4. د ۴ خالونو مشاهده

5. د ۵ خالونو مشاهده

6. د ۶ خالونو مشاهده

ددې نمونې فضا کېدای شي چې د سټ په شکل په شپږ نمونوي نقاطو کې وړاندې شي.

S: {1,2,3,4,5,6}

دتجربي عملیه: د دواړو سکو د پورته مخونو مشاهده

دنمونې فضا:

1. د HH مشاهده

2. د HT مشاهده

3. د TH مشاهده

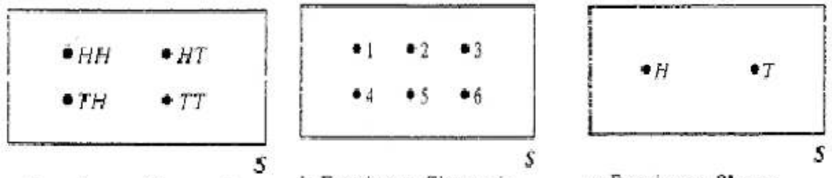


4. د TT مشاهده

ددې نمونې فضا کېدای شي دڅلور نمونې نقاطو د سټ په شکل وړاندې شي.

S: {HH, HT, TH, TT}

دا رقامو د سټ د توضیح لپاره صرف هندسي شکلونه (ګرافونه) زیات ګټور وي، لکه د نمونې د فضا د ښودلو لپاره تصویري (فکتوریل) میتود هم اکثره وخت ګټور وي په 1,3 شکل کې ددې ډول کار د ښودلو لپاره چې په 1,3 جدول کې ذکر شو ښودل کېږي




c. Experiment: Observe the up faces on two coins

b. Experiment: Observe the up face on a die

a. Experiment: Observe the up face on a coin

IGURE 3.1

په هر یو شکل کې د نمونې فضا چې د s پواسطه نشاني شوې ده او د نمونې ټولې ممکنه نقطې (sample points) هم لري ښودل کېږي او د نمونې هره نقطه د یو ټور ټوري (.) په واسطه ښودل کېږي چې دغه ګرافیکي نمایش د وین دیاګرام (venn diagram) په نامه یادېږي

اوس مونږ پوهیږو چې یوه تجربه صرف یوه اساسي نتیجه لري چې د (نمونې د نقطې) په نوم یادېږي او د نمونې فضا د نمونې دټولو ممکنه نقطو د مجموعي څخه عبارت دي اوس چمتو یو چې د نمونې د نقطو احتمال تر بحث لاندې ونیسو او بیشکه تاسو به د احتمال (probability) د اصطلاح په کارولو او په ذهني ډول ددې معنې سره اشنا یاسته

احتمال په عمومي ډول د (چانس) یا (اتفاق) د کلمې سره یوشان په کار وړل کېږي د مثال په توګه، که چېرې یوه سالم سکه پورته وغورځول شي، نو مونږ دې ادعا کولای شو چې د نمونې دواړه نقطې (یو شیر او یو خط) د واقع کیدو یوشان چانس لري نو په دې بناء ویلای شو چې د شیر د واقع کیدو د احتمال چانس 50% یا د شیر لیدو چانس 50:50 دي چې دا دواړه د احتمالاتو د غیر رسمي علم په بناء وړاندې شوي دي خو وروسته به دا واضح شي چې زمونږ مطلب څه دي.

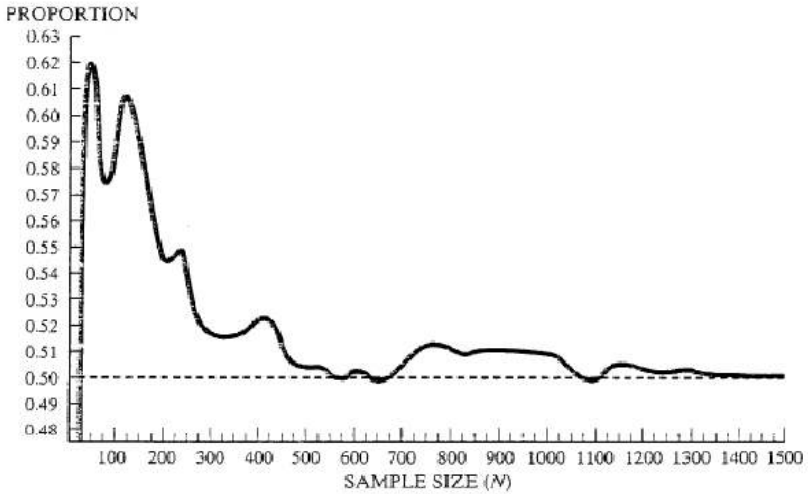
دیوې نمونې د نقطې احتمال یو عدد دی چې د 0 او 1 په مینځ کې ځای لري او دیو نتیجې احتمال هغه وخت کې اندازه کېدای شي کله چې تجربه سرته ورسېږي دا عدد معمولا د نمونې دیوې نقطې د نسبي فریکونسي په ډول چې په یوه اوږده سلسله د تجربې په تکرار کې واقع کېږي نیول کېږي د مثال په توګه، که مونږ د سکې د غورځولو په تجربه کې د نمونې د دوو نقطو (د شیر او خط

(c) ketabton.com: The Digital Library



مشاهد ) احتمال سنجوو، نوزمونږ استدلال به دا وي، که چیرې یو سالمه سکه ډېرځله هم وغورځول شي نود نمونې د نقطو(د یو شیر او یو خط مشاهده) نسبي فریکونسي یې به یوشان یعني 0.5 سره واقع کیږي. چې استلال مو په 3,2 شکل کې ښودل کیږي.

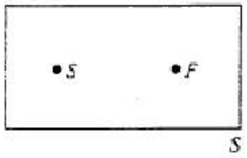
لاندې شکل د هغه دفعاتو شمیرنسبي فریکونسي چې شیر پکې واقع شوي وي راښائي، په هغه وخت کې چې سکه N ځله پورته غورځول (په کمپیوټر) شوي وي په داسې حال کې چې سکې غورځولو N حد اقل 25 او حد اکثر 1500 ځله صورت نیولې وي. کولای شي چې وګورې کله چې N لوی وي (یعني N= 1500) نونسبي فریکونسي یې 0.5 ته تقرب کوي. نود سکې د غورځولو د نمونې د هرې نقطې لپاره احتمال 0.5 دی




کېدای شي چې په ځینو تجربو کې د نمونې د نقاطو د نسبي فریکونسي په اړه لږ او هیڅ معلومات ونه لرو. په نتیجه کې، مونږ باید د عمومي معلوماتو پر بناء د تجربې د نمونې د نقاطو لپاره باید احتمال

تعین کړو.

د مثال په توګه، که چیرې په یو خطري کاروبار کې پانګه اچونه مو د نظر ور تجربه وي او داسې مشاهده کړو چې یا به کامیابي وي او یا به ناکامي، چې د نمونې فضا یې په 3,3 شکل کې ښودل کیږي.






په دې تجربه کې مشکله ده چې د تجربې د نقاطو د واقع کېدو لپاره چې په اوږده تکراري سلسله کې واقع کیږي احتمالات تعین کړو ځکه چې عوامل غیرمشابه او یو عامل(کس) کولای شي چې دا ډول تجربه په خپله سمبال کړي. ددې پرځای باید ځینې فکتورونه (عوامل) لکه د ددې خطر اداري پرسونل، په دې وخت عمومي اقتصادي حالت، ددې ډول خطراتو (په پانګه اچونه کې کامیابي او ناکامي) د کامیابي اندازه او همدې ته ورته معلومات په نظر کې ونیول شي. که په اخره کې مو تصمیم پیدا کړ چې پانګه اچونه 80% د کامیابي چانس لري، نو کولای شو چې د نمونې د نقطې (کامیابي) احتمال 0.8 تعین کړو. او کولای شو چې دا احتمال د خپل باور د مقیاس د درجې په خاطر د دې کاروبار د نتیجې لپاره وکاروو چې دا یو شخصي احتمال دی. په یاد ولرئ چې دا احتمال د هغه معلوماتو په اساس وي چې یو متخصص په ډېر دیقت سره لاس ته راوړي وي. که چیرې داسې نه وي کېدای شي تصمیم مو غلط وي.

نوټ: د نورو موضوعاتو لپاره چې په جزوي ډول شخصي احتمالات د ارزیابي لاندې نیسي Winkler(1972) یا Lindley (1985) ته مراجعه وکړئ.

فرق نه کوي چې تاسو د نمونې د نقطو لپاره څرنګه احتمالات سنجوئ، بلکې تعین شوي احتمالات باید د دوو قاعدو څخه پیروي وکړي:

**د نمونې د نقاطو لپاره د احتمالاتو قواعد**

**Probability Rules for Sample Points**

1. د نمونې د نقاطو احتمالات باید د صفر او یو ترمینځ وجود ولري
2. د یوې نمونې په فضا (sample space) کې د ټولو نمونې نقاطو (sample points) احتمالاتو جمع باید دصفر سره برابره وي.

په ځینې تجربو کې د نمونې د نقاطو په هکله د هغوی احتمال لاس ته راوړل اسانه وي. د مثال په ډول، که چیرې د یوې مناسبې سکې د غورځولو په تجربه کې د هغه مخ مشاهده کوو، نو کېدای شي مونږ ټول ددې خبرې سره چې د نمونې د هرې نقطه (د شیر یا خط مشاهده) د وقوع ½ احتمال لرې موافق او سو. خو بیاهم د ځینو تجربو د نمونې د نقاطو لپاره د احتمال سنجول ډېر مشکل کار دی.

2-3 مثال:

د شخصي کمپیوترونو(pc) د خرڅون یو پلورنځي دوه نوعه شخصي کمپیوترونه یو یې سټنډرډ ډیسکټاپ او بل لیپټاپ په خرڅلاو رسوي، د پلورنځي خاوند ددې تصمیم باید ونیسي چې څومره یې د هر یو قسم څخه د خرڅلاو لپاره ذخیره کړي. یو مهم عامل چې ددې سوال د ځواب په حل کې مرسته کوي د مشتریانو هغه تناسب دی چې غواړي ددې هر نوعه کمپیوترونو څخه یې خریداري کړي. ونښایاست چې څرنګه نوموړې تجربه په خپل چوکاټ کې د نمونې د نقاطو او

(c) ketabton.com: The Digital Library



دنمونې د فضا په لرلو سره تنظیم کولاي شو او همدارنګه د نمونی د نقطو لپاره د هغوی احتمالات تعین کړي

حل:

که چېرې مونږ د مشتري اصطلاح د هغه کس لپاره وکارو چې یو د دغه دوه ډوله کمپیوترونو څخه خریداري کوي او تجربه داسې تعریف کړو، چې یو مشتري دغه تجربې ته ورداخلېږي او مشاهده کوي چې کوم ډول کمپیوټر خریداري کړي نو ددي تجربې د نمونی په فضا کې د نمونې دوه نقاط وجود لري:

D: (مشتري یو دانه ډیسکټاپ کمپیوټر خریداري کوي)

L: (مشتري یو دانه لپ ټاپ کمپیوټر خریداري کوي)

کله چې مونږ ددي دواړو نمونوي نقطو لپاره احتمال سنجوو نو ددي او د سکې د غورځولو تجربې ترمینځ فرق وجود لري نو د D دنمونې نقطې لپاره څومره احتمال تعینولاي شو؟ که چېرې ځواب مو 0.5 وي نو ددي معني داده چې د دواړو نقطو یعني D او L لپاره یو ه اندازه احتمال وجود لري لکه د سکې د غورځولو په تجربه کې چې د نمونی د دواړو نقطو (شیر او خط) لپاره ټاکل شوي وو. ولي د شخصي کمپیوټرونو د خرڅلاو په تجربه کې د نمونې د نقاطو احتمال سنجول اسانه کار نه دي

فرض کړئ چې د پلورنځي د خرڅلاو ریکارد په ګوته کوي چې مشتریان 80% د ډیسکټاپ کمپیوټرونه خریداري کوي. نو په منطقي ډول مناسبه ده چې ووایو د D دنمونې نقطې احتمال 0.8 او د L نقطې احتمال 0.2 دي نو ددي ځایه لیدلاي شو چې دنمونې د نقطو احتمال همیشه لپاره یو شان نه وي او ددي ډول احتمال سنجول پیچیده کار دي او خصوصاً د هغه تجربو لپاره چې د واقعي کړنو لپاره په کار وړل کېږي (برخلاف د سکې د غورځولو د تجربې).

که څه هم د نمونې د نقطو د احتمال ټاکل اکثره د هغوی د اهمیت له پلوه صورت نیسي او دا معمولاً د نمونې د نقطو د احتمالاتو مجموعه ده چې په 3-3 مثال کې په ښه ډول واضح کېږي

3-3 مثال: یو سالم ګاټي (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې تر غور لاندې نیول کېږي که چېرې پورته مخ یې جفت وي نو تاسو یو ډالر ګټې او که نه نو یو ډالر دلاسه ورکوئ د ګټلو احتمال مو څومره دي؟

حل: د بیا ویلو وړ ده چې ددي تجربې د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقطې وجود لري

S :{ 1, 2, 3, 4, 5, 6}

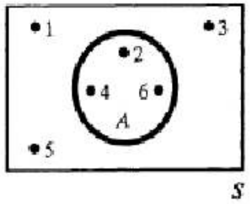
څرنګه چې ګاټي یو سالم ګاټي دي نو د نمونې په فضا کې د نمونې د هر نقطې لپاره 1/6 احتمال وجود لري. که چېرې د نمونې د نقطو څخه لکه د 2 مخ مشاهده، د 4 مخ مشاهده او د 6 مخ مشاهده واقع شي یو جفت عدد به واقع شوي وي چې ددي ډول نمونې د نقطو مجموعه د حادثې



(event) په نوم یادېږي چې مونږ یې د A په توري ښایو او د A حادثه د نمونې د دري نقطو لرونکې ده (هر نقطه یې د 1/6 احتمال لرونکې) په داسې حال کې چې دنمونې یوه نقطه هم په یو وخت نه ده واقع شوي او مونږ استدلال کوو چې د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د شاملو نمونوي نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه عبارت دي نو د A د حادثې احتمال:

1/6+1/6+1/6 = ½

په دې معني چې په اوږده موده کې کولاي شي نیمای ځل کې یو ډالر وګټي او یا یې په بل نیمایي کې دلاسه ورکړي




4-3 شکل یو وین ډیاګرام دي چې د ګاټي د غورځولو په تجربه کې د نمونې فضا او د A حادثه (چې دیو جفت عدد د مشاهده) تشریح کوي. د A حادثه د S د نمونې په فضا کې د یو تړلي شکل په وسیله ښودل کېږي او دا تړلي شکل د ټولو هغه نقطو لرونکي دي چې د A حادثه تشکیلوي

ددي تصمیم نیولو لپاره چې د نمونې کومې نقطې د A په حادثه کې شامل دي نو د S نمونې په فضا کې د نمونې هره نقطه د ازمایښت لاندې نیسو. که چېرې د A حادثه واقع شي بیا هغه نقطې چې د A په حادثه کې شاملې دي (جفت اعداد) چې د ګاټي د غوزولو په تجربه کې صورت نیسي لکه د 2 مشاهده، د 4 مشاهده او همدارنګه د 6 مشاهده د A په حادثه کې شامل دي

په لنډه توګه، مخکې مو څرګنده کړه چې کولاي شو یوه حادثه د الفاظو په واسطه او یا کېداى شي دنمونې د نقاطو د یو معلوم سټ په واسطه یې تعریف کړو. دا مطلب مو د حادثې کلي تعریف ته چې په لاندې ډول دي رسوي

تعریف: یوه حادثه (event) د نمونې د نقاطو د خصوصي مجموعي څخه عبارت دي

4-3 مثال:

د دوه غیرومتوازنو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي څرنګه چې سکه غیرمتوازنه ده نو د هغې د نتیجو (T او H ) احتمال یو شان نه دي فرض کړي، چې د نمونې د نقطو پورې مربوط درست احتمالات په لاندې جدول کې درکړل شوي دي

(نوټ: د نمونې د نقاطو د احتمال د معلومولو لپاره لازم خواص په لاس راوړل شوي دي)

لاندې حادثې په نظر کې ونیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library



A: (واقعاً د یو شیر مشاهده)

B: (حد اقل د یو شیر مشاهده)

د A او B لپاره احتمال(probability) سنجش کړي

| شیر او خط حالات (د نمونې نقاط) | احتمال |
|---|---|
| HH | 4/9 |
| HT | 2/9 |
| TH | 2/9 |
| TT | 1/9 |

حل: د A حادثه چې د HT او TH نمونې د نقاطو لرونکې ده، څرنګه چې دوه یا ډېر د نمونې نقاط په عین وخت کې نه شي واقع کېدای. کولای شو چې د A د حادثې احتمال د نمونې د دوه نقاطو د احتمال د جمع د حاصل څخه په لاس راوړو، نو په دې اساس واقعاً د یو شیر د مشاهدې احتمال (د A حادثه) چې د P(A) سمبول په واسطه ښودل کېږي عبارت دي له:

$$P(A) = P(\text{Observe } HT) + P(\text{Observe } TH) = 2/9+2/9=4/9$$

همدارنګه د B حادثه د HH, HT او TH د نمونې د نقاطو لرونکې دي.

$$P(B) = 4/9+2/9+2/9 = 8/9$$

مخکې مثال مونږ ته د A د حادثې د احتمال د پیدا کولو عمومي طریقه رابښائي.

## ۲،۵- د یوې حادثې احتمال Propability of an Event

دیوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعې څخه په لاس راځي. چې کولای شو د یوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندې توګه خلاصه کړو.

## ۲،۲- د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې

## Steps for Calculating Probabilities of Events

1. د تجربې تعریف، یعنې هغه عملیه چې د یوې مشاهدې د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهدې نوعیت چې باید په ثبت ورسېږي.
2. د نمونې د نقاطو لړلیک کول
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل
4. په نظر کې نیول شوي حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعې په لاس راوړل
5. د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کوو.



5 ,3 مثال: په وروستو کې د امریکا د متحده ایالاتو په کاروبار کې کارمندانو مختلف روزنیز کورسونه اخستي دي. (USA Today (Aug.15.1995 مجله رپورټ ورکوي چې د دې ډول روزنیز کورسونو د جوړولو اساسي دلیل چې کاروبارونه یې پیش کوي د هغوی د ستراتیژیکو پلانونو برخه ده چې دغه دلیلونه په 2,3 جدول کې خلاصه شوي دي. فرض کړئ چې یو کاروبار د متحده ایالاتو د کاروبارونو څخه چې دلایل یې په ګوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

A. هغه تجربه تشریح کړئ چې د 2,3 جدول ارقام یې مینځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لړلیک یې ولیکئ.

2 ,3 جدول: د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلایل

| دلیل | سلنه |
|---|---|
| د غړو د سیاست سره موافق کیدل (CCP) | 7 |
| د مولدیت زیاتوالي (IP) | 47 |
| په رقابت کې پاتې کیدل (SC) | 38 |
| ټولنیز مسولیتونه (SR) | 4 |
| داسې نور موضوعات (O) | 4 |
| مجموعه | %100 |

B: د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعین کړئ؟

C: څومره احتمال لري چې د زده کړې د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلایل د تجارت پورې مربوط دي. یعنې رقابت یا مولدیت پورې مربوط وي؟

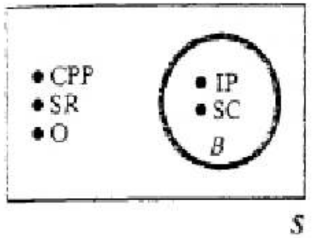
D. د دې څومره احتمال دی چې د ټولنیز مسولیت اساسي دلایل د زده کړې د مختلف کورسونو په هکله صحت ونلري؟

حل:

A. نو مړې تجربه د متحده ایالاتو په کاروبارو کې د کارګرانو د زده کړې مختلف کورسونو لپاره د اساسي دلایلو په عمل کې تعینول دي. د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترین نتایج دي چې 2,3 جدول کې په پنځه کته ګوریو ویشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په 5,3 د وین دیاګرام په شکل کې ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library






B. که چېرې(د 1,3 مثال په شان) په دې تجربه کې هم د ټولو لپاره يو شان مساوي احتمالات وټاکو نو ددې کته ګورې هر جواب يو پر پنځه(1/5) يا 0.2 احتمال لري، ولې 2,3 جدول ته په کتو سره معلومېږي چې د دې سوالونو لپاره يو شان احتمال ټاکل مناسبه نه ده ځکه په دغه پنځه کته ګوريو کې حتی په تقريبي ډول هم د ځواباتو يو شان سلنې (فيصدي) وجود نه لري نو مناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلنې له مخې په لاس راوړو. چې په 3,3 جدول کې ښودل کېږي.

TABLE 3.3 Sample Point Probabilities for Diversity Training Survey

| Sample Point | Probability |
|---|---|
| CPP | .07 |
| IP | .47 |
| SC | .38 |
| SR | .04 |
| O | .04 |

C. راځئ چې د B سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دليل د زده کړې د مختلفو کورسونو لپاره د کاروبار مربوط دي B د نمونې نقطه نه ده ځکه چې د تصنيف شوي(د نمونې نقاط) زياتو ځوابونو څخه تشکيل شوي دي چې په 5,3 شکل کې ښودل کېږي او راښائي چې د B د دوه نقطو ( IP او SC) څخه تشکيل شوي دي. د B د احتمال د پيدا کول د هغې د نمونې د نقاطو ( په B کې شامل ) د احتمالاتو د جمع څخه په لاس راځي.

$$P(B) = P(IP) + P(SC) = 0.47 + 0.38 = 0.85$$

D. راځئ چې د NSR سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې ټولنيز مسوليت د مختلف روزنيز کورسونو لپاره اساسي دليل نه دي. نو د NSR کې د نمونې ټول نقاط په استثنا د SR شامل



دي او د احتمال يې عبارت دي د هغه ټولو نمونو د نقطو د احتمالاتو د مجموعي څخه چې په نوموړي حادثه کې شامل وي.

$$P(NSR) = P(CPP) + P(IP) + P(SC) + P(O)$$
$$= 0.07 + 0.47 + 0.38 + 0.04 = 0.96$$

6-3 مثال:

تاسو يوه اندازه پانګه لرئ او غواړئ چې د څلورو څخه په دوه تصديو کې يې په کار واچوئ په داسې حال کې چې په تقريبي ډول هره تصدي د پانګې اچونې په خاطر د يوې اندازه پانګې غوښتنه کوي. تاسو په دې نه پوهېږئ چې کوم د دواړه پانګې اچونو څخه به بالاخر کاميابي ترلاسه کوي او کومې دوه به ناکامېږي نو په دې اړه مو ځېړنه پيل کړه ځکه چې تاسو فکر کوئ چې ستاسو ځېړنې به د کاميابۍ د احتمال انتخاب چې کاملاً په اتفاقي ډول انتخابېږي زيات کړي او بالاخره په دوه پانګو اچونو اقدام کوئ د څلورو پانګو اچونو د جملې څخه دوه بهترينو پانګه اچونو لپاره ستاسو ټيټ ترين احتمال څه دی؟
يعني که چېرې تاسو کوم معلومات چې تاسو د ځېړې په وسيله راجمعه کړي استعمال نه کړئ او دوه تصدۍ په اتفاقي ډول انتخاب کړئ، نو څومره احتمال دی چې تاسو به دوه کاميابې تصدۍ انتخاب کړئ؟ او د دې څومره احتمال دی چې په انتخاب شوې تصديو کې به يوه کاميابه وي؟

حل:

دوه کاميابې انتخاب شوې تصدۍ د S1 او S2 په واسطه او دوه ناکامې تصدۍ د F1 او F2 په واسطه ښودل کېږي. د څلورو تصديو څخه په اتفاقي ډول د دوو انتخاب د تجربې څخه عبارت دي او د تصديو هره مناسبه جوړه د نمونې يوه نقطه ده. او د نمونې هغه شپږ نقطې چې د نمونې فضا تشکيلوي عبارت دي له:

1. (S1, S2)
2. (S1, F1)
3. (S1, F2)
4. (S2, F1)
5. (S2, F2)
6. (F1, F2)

وروسته مرحله د نمونې د نقاطو د احتمال لاس ته راوړل دي که داسې فرض کړو چې د يوې جوړې د انتخاب احتمال د بلې جوړې د احتمال سره يو شان دي، نو د نمونې د هرې نقطې احتمال 1/6 دي. اوس لټوو چې وګورو د نمونې کومې نقطې په هغه انتخاب کې شاملېږي چې دوه تصدۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library



کامیابي دي. دا ډول صرف د نموني یوه نقطه د S1,S2 په نوم وجود لري، نو د څلورو تصدیو څخه د دوو کامیابو تصدیو د انتخاب احتمال عبارت دي له:

$$P(S1, S2) = 1/6$$

د هغه حادثې انتخاب چې حد اقل یوه یي د دوو څخه کامیابه وي، په استثناء د (F1,F2) د نموني ټول نقاط په بر کي نیسي.

P( حد اقل دیوې کامیابي تصدي انتخاب + ) = P(S1,S2) + P (S1,F1) + P (S1,F2)

$$P(S2, F1) + P(S2, F2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$$

په اتفاقي ډول انتخاب کې، د دوه کامیابو تصدیو د انتخاب احتمال به 1/6 او د دوو کامیابو تصدیو څخه حد اقل د یوې د انتخاب احتمال د 5/6 سره برابر دي.

په تیرو مثالونو کي یو شي مشترک او هغه دا وو چې د هري نموني په فضا کې د نموني نقاط لږ وو نو په دي اساس د نموني د لږو نقاطو تعریف او لیست کول اسانه کار دي. ولي کله چې د نموني نقاط زرګونو یا ملیونو ته ورسیږي بیا څنګه کولاي شو چې دغه کار کنترول کړو. د مثال په ډول، تاسو غواړي چې د یو ګروپ (زرو) کاروباري تصدیو څخه پنځه داني انتخاب کړي، او د پنځه تصدیو هر مختلف ګروپ د نموني دیوه نقطه تشکیل کړي نو څرنګه کولاي شي چې دي تجربې پورې مربوط د نموني نقاط تعین کړي؟

دیوې پیچیده تجربې د نموني د نقاطو د معلومولو لپاره د شمارکولو (counting) میتود په کار وړل کېږي.

د موضوع شروع د تجربې د ساده تعبیر څخه شروع کوو. د مثال په ډول، او ګورو که چېرې غواړی د شمارکولو لپاره یو تعداد لاري په کار یوسي چې د څلورو تصدیو څخه دوه انتخاب کړي (دا ټول هغه څه دي چې په 3-6 مثال کې ترسره شول). که چېرې تصدیګاني د V1,V2,V3 او V4 په سمبولونو وښودل شي نو د نموني نقاط په لاندې توګه لست کېداي شي:

$(V_1, V_2)$ $(V_2, V_3)$ $(V_3, V_4)$

$(V_1, V_3)$ $(V_2, V_4)$

$(V_1, V_4)$

نموني ته پاملرنه وکړي او نور پیچیده مسایل وڅېړي یعني د پنځه تصدیو څخه دري نمونه کړي، د نموني نقاط تعین او ماډل مشاهده کړي او بالاخره وګوري که چېرې کولاي شي قضیه په عمومي ډول استنباط کړي شاید وکولاي شي چې د زردانو د مجموعي څخه پنځه نمونو د شمار کولو او پروګرام کولو په خاطر کمپیوتر په کار یوسي.



دوهم میتود چې دیوې تجربې د نموني د نقاطو د تعداد د معلومولو لپاره په کار وړل کېږي ترکیبي ریاضي (combinatorial mathematics) ده. د ریاضي دا ډول د دغسې حساب کولو لپاره د حساب خاص قواعد لري. د مثال په توګه، دلته د پنځه تایي نمونو د تعداد د پیدا کولو لپاره چې د زردانو له مینځه انتخابېږي یوه اسانه قاعده وجود لري چې دا قاعده د ترکیبي قاعدي (combinatorial rule) په نوم یادېږي چې په لاندې فرمول سره ښودل کېږي:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

دلته N په یو جمیعت کې د عناصرو شمیر، n په نمونه کې د عناصرو شمیر او د فکتوریل علامه (!) لاندې معني افاده کوي:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(3)(2)(1)$$

$5! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$,

(د صفر فکتوریل مساوي د یو سره دي)

مثال:

مثال ته وګوري په کوم کې چې مونږ د څلورو څخه دوه تصدي د پانګې اچونې په توګه انتخاب کړي. د شمیر د ترکیبي قاعدي (فکتوریل) په استعمال سره معلومه کړي چې څومره مختلف انتخابه صورت نیسي.

حل: د دي مثال لپاره N=4 ، n=2 نو لیکلاي شو چې:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2\cdot1)(2\cdot1)} = 6$$

څرنګه چې لیدل کېږي دلته د نموني د نقاطو شمیر د هغه تعداد سره یو شان دي چې د پورتنۍ د پانګې اچونې په مثال کې په لاس راوړل شوي وو.

مثال:

فرض کړي چې تاسو پلان لري په هر یو د پنځه کاروباري تصدیو کې یو شان پانګه اچونه وکړي، په داسي حال کې چې د انتخاب لپاره 20 تصدي په اختیار کې لري چې د هغې څخه انتخاب وکړي. څومره د پنځه تایي مختلفي نموني د 20 تصدیو څخه انتخابولي شي؟

حل:

په دي مثال کې 20 =N او 5 =n ، نو د 20 تصدیو څخه د 5 مختلفو نمونه داسي په لاس راوړلاي شو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!}$$

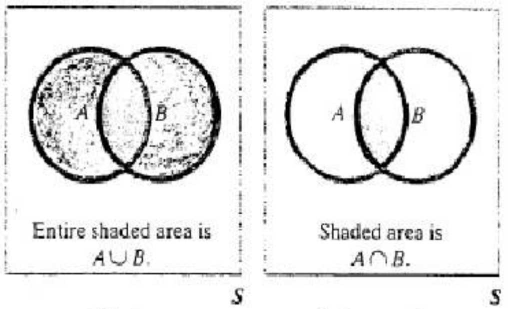
$$= \frac{20\cdot19\cdot18\cdot\cdots\cdot3\cdot2\cdot1}{(5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1)(15\cdot14\cdot13\cdot\cdots\cdot3\cdot2\cdot1)} = 15,504$$

د $\binom{N}{n}$ امعني داده چې د N ترکیبي عناصرو څخه د n په تعداد په نوبت سره اخستل شوي دي چې د ډېرو حسابي قواعدو څخه یوه قاعده ده چې د ترکیبي علم د ریاضي پوهانو په وسیله مینځ ته راغلي دي. د حساب دا قاعده هغه وخت په کار وړل کېږي چې په یوه تجربه کې د N تعداد مجموعي عناصرو څخه د n تعداد عناصر (مخکي له دي چې هرعنصرانتخاب شي) انتخابېږي که چېرې علاقه لري چې په مختلفو تجربو کي د نمونې دنقطو د انتخاب نورمیتودونه زده کړي نویوڅو د حساب کولو قواعد د A په ضمیمه کې موندلاي شي

## ۲- اتحاد او تقاطع Unions and Intersection

کېدای شي اکثره حادثې په ترکیبي ډول د دوه یا زیاتي حادثو څخه لاس ته راغلي وي. داسي حادثې د ترکیبي حادثو (compound events) په نامه یادېږي چې په دوه ډوله جوړیداي شي چې په لاندې ډول سره تعریف کېدای شي.

تعریف: د دوه حادثو A او B اتحاد که چېرې دیوې حادثې د A ، B اویا دواړه وقوع د تجربې دواحد اجراء په صورت کې واقع شي د نو موړې حادثه هم داقع کېږي. مونږ د دوو حادثو اتحاد د AUB سمبول په واسطه ښایو. AUB کې ټول هغه حادثات شامل دي چې د A ، B او یا دواړو پورې تړاو ولري (3,6a شکل کې لیدل کېږي)




a. Union b. Intersection

تعریف: د دوه حادثو A او B تقاطع هغه وخت واقع کېږي کله چې دواړه A او B دیوې تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع کېږي نو موړې حادثه هم واقع کېږي چې د A او B حادثو تقاطع د A∩B



ښودل کېږي A∩B کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې د A او B دواړو پورې تړاو ولري چې په پورتني شکل کې ښودل کېږي

مثال:

د ګاټي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي او لاندې حادثې تعریف کړي:

A: (دیو عدد جفت غورځونه)

B: (د 3 سره مساوي او تري کوچني عدد لپاره غورځونه)

الف: د تجربې لپاره AUB تشریح کړي.

ب: د تجربې لپاره A∩B تشریح کړي

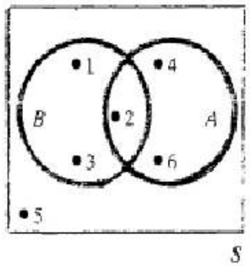
ج: د تجربې لپاره P(AUB) او P(A∩B) محاسبه کړي او داسي فرض کړي چې ګاټي سالم دي.

حل:

وین دیاګرام لکه په لاندیني شکل کې چې ښودل کېږي رسموو.

الف: د A او B د اتحاد حادثه ، که چېرې مونږ یا یو جفت عدد ، کوچني د دري یا مساوي د 3 سره یا دواړه واقع کېږي کوم چې د ګاټي د غورځولو له مخي رامینځ ته کېږي دا حادثه هم رامینځ ته کېږي. په نتیجه کې، د AUB پورې مربوط د نمونې نقاط هغه دي چې د هغې په وسیله A واقع کېږي، B واقع کېږي یا دواړه A او B سره واقع شي. د نمونې په فضا کې د نمونې د ټولو نقاطو د پیدا کولو لپاره مونږ د A او B په اتحاد کې د ټولو نمونوي نقاطو مجموعه پیدا کوو. لکه

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$




ب: د A او B تقاطع هغه حادثه ده که چېرې مونږ دواړه یو جفت عدد او یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د 3 سره مساوي چې دیو واحد ګاټي د غورځولو په نتیجه کې واقع د مشاهدې لاندې ونیسو دا حادثه واقع کېږي.

د نمونې د نقطې د معلومولو لپاره چې وګورو کوم دلایلو په اساس دواړه حادثې A او B واقع شوي دي لیدل کېږي چې دغه تقاطع صرف د نمونې د یوې نقطې لرونکي ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$A \cap B = \{2\}$$

ج: د بیا ویلوورډه چې د یوې حادثې احتمال عبارت د هغه دنمونې د نقاطود احتمالاتو څخه چې نوموړی حادثه تري تشکله شوي وي مونږلرو چې:

$$P(A \cup B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6)$$
$$= \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{6} = \tfrac{5}{6}$$

او

$$P(A \cap B) = P(2) = \tfrac{1}{6}$$

یو بل مثال: زیاتي تصدیگاني د خپلو محصولاتود پرمخ بیولوپه خاطر په مستقیم ډول د بازار موندني په عملیاتو لاس پورې کوي چې داعملیات په نمونوي ډول میلینونو کورنیو ته د برښنا لیک معلوماتو پـه ډول استول کېږي د څـواب ورکوونکـو د ډیمـوګرافیکي خصوصـیاتو دمعلوملو لپاره دځوابونو اندازه په غورسره د ارزیابي لاندې نیول کېږي.
سوالونو تـه دځواب ویلود تمایلاتو د مطالعي پـه اساس تصدیګاني بهتره کولاي شي چې د راتلونکي په خاطر د برښنا لیکونو لپاره دجامعي هغه برخه تعین کړي چې دهغوی د محصولاتو د خریداري احتمال په کې زیات وي.
فرض کړي چې د برښنالیکونو پـه اساس د فرمایشاتو توزیع کوونکي وروستني برښنا لیکونه تحلیلوي. دا باور وجود لري چې د ځوابونو احتمال د خلکو د عاید د سطحي او عمر پورې اړه لري چې د ټولو ځواب ورکوونکو سلني یې چې د برښنا لیکونو په واسطه رسیدلي دي د عمراو عاید په اساس صنف بندي شوي دي چې په 3-4جدول کې ښودل کېږي

TABLE 3.4 Percentage of Respondents in Age-Income Classes

| | Income | | |
|---|---|---|---|
| Age | <$25,000 | $25,000–$50,000 | >$50,000 |
| < 30 yrs | 5% | 12% | 10% |
| 30–50 yrs | 14% | 22% | 16% |
| > 50 yrs | 8% | 10% | 3% |

لاندې حادثات تشریح کړي

A: (دیوځواب ورکونکي عاید د 50000 ډالروڅخه زیات دي)

B: (د یوځواب ورکوونکي عمر 30 یا د 30 څخه زیات دي)



a. p(A) او P(B) پیدا کړي

b. P (AUB) پیدا کړي

c. P (A∩B) پیدا کړي

حل:

دحادثاتود احتمالاتو د سنجولو لپاره لاندې مراحل پـه نظرکي نیول کېږي. اول پـه یاد باید ولروچې د برښنالیک لیږونکو اصلي هدف د ځواب ورکونکو دعاید او عمر مشخص کول دي ددې کار کولو لپاره مونږتجربه دیوانتخاب شوي عنوان چې دټولوځواب ورکونکو دمجموعي څخه یوځواب ورکونکي عمراوعاید په داسې ډول تعریف کوو اومشاهده کوو چې دنوموړي عمر او عاید په کوم کلاس کې قرارلري. دنمونې نقاط د عمر اوعاید د 9 مختلفوصنفونو څخه تشکیل شوي دي

$E_1$: {<30 yrs. <$25.000} $E_4$: {<30 yrs. $25.000–$50.000} $E_7$: {<30 yrs. >$50.000}
$E_2$: {30–50 yrs. <$25.000} $E_5$: {30–50 yrs. $25.000–$50.000} $E_8$: {30–50 yrs. >$50.000}
$E_3$: {>50 yrs. <$25.000} $E_6$: {>50 yrs. $25.000–$50.000} $E_9$: {>50 yrs. >$50.000}

وروسته، دنمونې دنقاطو احتمالات پـه لاس راوړو. کـه چیرې پـه پټو سترګویو دځواب ورکونکو څخه انتخاب کړو، نودهغې احتمال دهغې د عمراو عاید پـه تناسب یا د نسبي فریکونسي پـه اندازه د ځواب ورکونکو پـه صنف بندي کې قرار لري چې دا تناسب د سلنو پـه ډول پـه 4،3 جدول کې ښودل کېږي

P (E1) = د عمر او عاید په کلاس کې د ځواب ورکونکو نسبي فریکونسي

$$\{<30\text{ yrs}, <\$25{,}000\} = .05$$
$$P(E_2) = .14$$
$$P(E_3) = .08$$
$$P(E_4) = .12$$
$$P(E_5) = .22$$
$$P(E_6) = .10$$
$$P(E_7) = .10$$
$$P(E_8) = .16$$
$$P(E_9) = .03$$

شاید ثبوت کړي چې د نمونې دنقطو مجموعي احتمال باید (1) سره مساوي وي.

a. د P(A) د پیدا کولو لپاره د A پـه حادثه کې دموجودو نمونوي نقاطو مجموعه پـه لاس راوړو. ځرنګه چې A داسي {50000 $>}تعریف شوي دي چې د 3،4 جدول په اخرستون کې ښودل کېږي

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې د A حادثه د درې نمونې نقاطو درلودونکې دې په لفظي ډول، د A حادثه د عاید د {>$ 50000} او د ټول عمر په درې صنفونو کې شامل ده او د A د حادثې احتمال د A په حادثه کې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه عبارت دي:

$$P(A) = P(E_7) + P(E_8) + P(E_9) = .10 + .16 + .03 = .29$$

په همدې ترتیب، B = {≥30 yrs} د نمونې د شپږ نقطو لرونکې دې چې د 3-4 جدول په دویم او دریم قطار کې وجود لري.

$$P(B) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_5) + P(E_6) + P(E_8) + P(E_9)$$
$$= .14 + .08 + .22 + .10 + .16 + .03 = .73$$

b. د A او B د حادثو اتحاد، په AUB په حادثه کې د نمونې ټول نقاط که هغه د A سره یا B سره او یا دواړو پورې مربوط وي شامل دي. د A او B په اتحاد کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمریې 30 او یا د 30 څخه زیات وي چې دا ټولې نقطې د 3,4 جدول په دریم کالم یا په اخرني دوه قطارونو کې پیدا کولاي شي. نو په دې ترتیب:

$$P(A \cup B) = .10 + .14 + .22 + .16 + .08 + .10 + .03 = .83$$

c. د a او b د حادثې تقاطع، یعني A∩B حادثه کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې دواړه A او B یې په بر کې نیسي. (یعني د نمونې هغه نقاط چې د A او B په مینځ کې مشترک وي). د A او B تقاطع کې ټول هغه ځواب ورکوونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمریې 30 او یا زیات وي. چې دا د نمونې نقاط د 3,4 جدول په دریم ستون او په اخرنی دوه قطارو کې پیدا کېږي. په دې ترتیب:

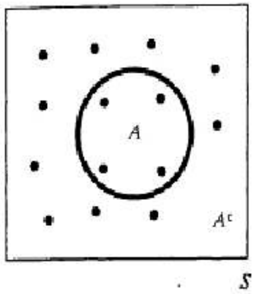
$$P(A \cap B) = .16 + .03 = .19$$

## مکملي حادثې COMPLEMENTARY EVENTS

د حادثاتو د احتمال د سنجولو لپاره یو د پر کټور مفهوم د مکمل حادثاتو څخه عبارت دي.

7,3 تعریف: د A حادثې مکملتیا هغه حادثه ده چې د هغې واقع کیدل د بلې د واقع کیدو پورې اړه ونه لري. یعني د نمونې هغه نقاط په بر کې نیسي چې د A په حادثه کې شامل نه وي. چې مونږ د A د حادثې پشپړتیا په Ac سره ښایو.






د A حادثه د نمونې د نقاطو د یوې مجموعه ده چې په هغې کې د Ac د نمونې د نقاط نه شاملیږي چې په 3,8 شکل کې ښودل کېږي. په یاد ولرئ چې د A او Ac د نمونې د نقاط د S د نمونې نقاط تشکیلوي په داسې حال کې چې A او Ac یو په بل کې مشترکه نقطه نه لري. د دې ځایه پوهیږو چې د یوې حادثې احتمالات او د هغې د مکملي (complement) مجموعه د 1 سره باید مساوي وي.

## ۲،۹- د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل

## Summing Probabilities of Complementary Events

د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل د 1 سره مساوي وي. یعني

$$P(A) + P(A^c) = 1.$$

په زیاتو احتمالي مسائلو کې په نظر کې نیول شوې مکملي حادثې د احتمال سنجول پخپله د هغه حادثې د احتمال د سنجش په نسبت اسانه وي. دا ځکه چې

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

د دې رابطې څخه په استفاده کولاي شو چې P(A) سنجش کړو.

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

11-3 مثال: د دوو سالمو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. د مکمل رابطې څخه په استفاده د A حادثه (حد اقل د یو شیر مشاهده) سنجش کړئ.

حل: پوهیږو چې د A حادثه (حداقل د یو شیر مشاهده) کې لاندې د نمونې نقاط نغښتي دي

$$A: \{HH, HT, TH\}$$

د A مکمله حادثه کله چې د هغې په واقع کیدو سره د A حادثه واقع نه شي نو

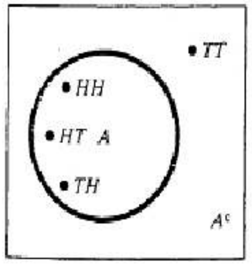
[ Ac: د هیڅ شیر مشاهده نه [TT] = ]

دا مکملي (complementary) دا رابطه په 9,3 شکل کې ښودل کېږي او داسې فرض شوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې سکه منظمه ده




$$P(A^c) = P(TT) = 1/4$$

او همدا رنګه

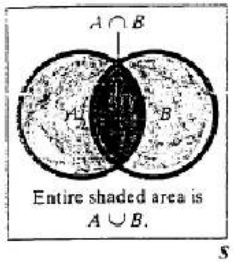
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 1/4 = 3/4.$$

## ۱۰،۲- د جمع قاعده او نا سازګاره حادثات

## THE ADDITIVE RULE AND MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS

په 2,3 برخه کې مو ولیدل چې تعین کړو کوم دنمونې نقاط په یو اتحاد کې شامل دي او څرنګه د یو اتحاد احتمال په هغه کې د شاملو نمونې نقاطو د احتمالاتو دجمع کولو څخه په لاس راوړو. همدا رنګه ممکنه ده چې د دوو اتحادي حادثو احتمال د احتمالاتو دجمع دقاعدي( additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړو.

اکثره وخت د دوو حادثو اتحاد د زیاتو نمونې نقاطو درلودونکي وي. څرنګه چې اتحاد هغه وخت واقع کېږي کله چې یوه یا دواړه دهغه پورې مربوط حادثات واقع شي. وین ډیاګرام( venn diagram) ( شکل 3,10) ته په کتو سره د A او B حادثو اتحاد لیدلای شي چې دهغوی اتحاد د دواړو حادثو یعنې P(A) او P(B) د جمع کولو او A∩B دمنفي کولو څخه لاس ته راځي. نو ددې لپاره، د دوو اتحادي حادثو احتمال د سنجولو لپاره یو فرمول چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.



Entire shaded area is $A \cup B$.



## د احتمال د جمع کولو قاعدي Additive Rule of Probability

د دوو حادثو یعنې A او B د اتحاد احتمال د دې حادثو د احتمال د جمع حاصل منفي د A او B دحادثو تقاطع څخه په لاس راځي.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

12-3 مثال: د یو روغتون د مریضانو ثبت ښائي چې 12% د مریضانو څخه د جراحي تداوي لپاره، 12% د زایمان د تداوي په خاطر او 2% د دواړو د جراحي او زایمان تداوي لپاره داخل شوي دي. که چېرې نوي مریض په روغتون کې داخلېږي، څومره احتمال دي چې نوموړي مریض به د جراحي، زایمان او یا دواړو لپاره داخلېږي؟ دځواب د موندلو لپاره د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده وکړي.

حل: لاندې حادثات په نظر کې ونیسي.

A: (مریض چې د جراحي د تداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

B: (مریض چې د زایمان د تداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

د ورکړل شوي فرمول په اساس،

P (A) = 0.12

P (B) = 0.16

او د هغه حادثې احتمال چې مریض د دواړو یعنې جراحي او زایمان لپاره داخل شوي دي

P (A∩B) = 0.02

هغه حادثه چې مریض یا د جراحي، د زایمان او یا دواړو لپاره داخل شوي وي چې د AUB د اتحاد څخه عبارت دي چې د AUB احتمال د احتمال د جمع دقاعدي(additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړلای شو لکه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .12 + .16 - .02 = .26$$

یعنې 26% دټولو مریضانو چې په روغتون کې د جراحي تداوي لپاره، د زایمان د تداوي او یا دواړو لپاره قبول شوي دي.

د A او B دواړو حادثاتو په مینځ کې یو ه خاصه رابطه وجود لري، کله چې A∩B دنمونې کومه نقطه ونلري، نو په دې وخت کې موږ A او B حادثه د ناسازګارو حادثاتو( mutually exclusive events) په نوم یادوو.

3, 8 تعریف

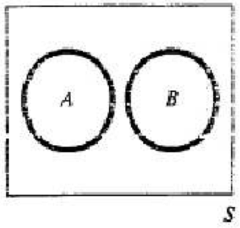
(c) ketabton.com: The Digital Library



د A او B حادثات هغه وخت ناسازګاره(mutually exclusive) حادثې وي کله چې A∩B حادثه د نمونې هیڅ یو نقطه احتوا نکړي یعني په دې شرط چې د A او B حادثه هیڅ یوه مشترکه نقطه ونلري

3 ,11 شکل په یو وین دیاګرام کې دوه ناسازګاره حادثې ښودل کېږي چې دواړه د A او B کومه مشترکه نقطه نلري او همدارنګه A او B دواړه حادثې په یو وخت نه واقع کېږي

نو $P(A \cap B) = 0$ په اړه مونږ مهمې رابطې لرو چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي




## د دوو ناسازګاره حادثو د اتحاد احتمال

### Probability of union of tow Mutually Exclusive events

که چیرې دوه حادثې A او B ناسازګاره حادثې وي نو ددې دواړو حادثو د اتحاد احتمال د A او B دحادثو د احتمالاتو د مجموعې څخه لاس ته راځي. نو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

خبرداری، که چیرته دوه حادثې ناسازګاره نه وي نو په هغه وخت پورته فرمول درست نه دی او په هغه وخت کې چې دوه حادثې سازګاره(nonmutually exclusive) وي نو د احتمال د جمع د قاعدې څخه استفاده کول درته ضروري دي

مثال:

د دوه سالمو سیکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي حداقل د یو شیر دمشاهدې احتمال په لاس راوړي

حل: دا حادثات تعریف کړي

A:(حداقل دیو شیر مشاهده)

B:(واقعاً دیو شیر مشاهده)

C:(واقعاً د دوو شیرونو مشاهده)

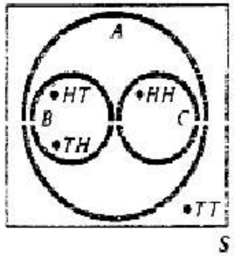
په یاد ولري، چې $A = B \cup C$



په داسې حال کې چې B∩C د نمونې هیڅ یوه نقطه په برکې نه نیسي چې په 12,3 شکل کې ښودل کېږي. پس لهذا B او C حادثې سازګاره یا mutually exclusive حادثې دي. لکه

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

څرنګه چې د دوه سیکو د غورځولو پورتنی مثال ډېر ساده دی، خو دا مونږ ته راښایي چې که چیرې د حادثاتو سره په لفظي ډول دا عبارت(حد اقل) یا (حد اکثر) نود ناسازګاره حادثاتو لپاره ډېر کټور دي. ددې عباراتو استعمال مونږ په دې قادروي چې د احتمالاتو د جمع د قاعدې له لارې د ناسازګاره حادثاتو احتمال په لاس راوړو.




## ۱۱،۲- شرطیه احتمالات CONDITIONAL PROBABILITY

هغه احتمالات ، چې دحادثاتو د واقع کیدو نسبي فریکونسي یې په هغه وخت کې چې تجربه په زیاده اندازه تکرار شي، دبحث لاندې مو ونیول دغه ډول احتمالات د غیرشرطیه (unconditional probabilities) په نوم یادېږي، ځکه چې هیڅ ډول شرط ددې ډول احتمالاتو لپاره نه وي فرض شوي مګر هغه شرایط چې د تجربې پواسطه تعریف شوي وي

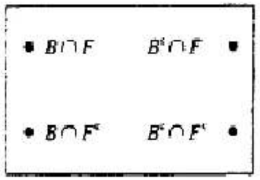
په دې ترتیب، اکثره مونږ زیات علم لرو چې ممکنه ده چې د یوې تجربې د نتایجو احتمال متاثره کړو، او اړتیا لرو چې د نظرورحادثه تعدیله کړو.

هغه احتمال چې دا ډول زیات علم منعکس کړي د حادثې د شرطیه احتمال( conditional probability ) په نوم یادېږي. دمثال په ډول، وموليدل چې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال(د A حادثه) دیو مناسب ګاټې د غورځولو په وخت کې ½ دی بلکې فرض کړي هغه معلومات چې مونږ ته راکړل شوي چې دیو مشخص غورځولو په نتیجه کې یو عدد چې د 3 څخه کوچنی او یا د درو سره مساوي وي په لاس راځي(3 حادثه). آیا اوس هم د هغه ګاټې د غورځولو په صورت کې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال د ½ سره مساوي دی؟ نه داسې نه ده، ځکه چې د یوې فرضیې په توګه که B واقع شي د نمونې فضا د شپږو نقطو څخه درې نقطو ته راکوزوي (په دې معنی چې هغه د B په حادثه کې شامیلېږي) چې دا د نمونې د فضا کموالي په 13,3 شکل کې ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دافرمول د (A∩B) احتمال په خپل اصلي ارزش د نمونې په توله فضا (S ) کې د شرطيه احتمال سره په هغه فضا کې چې تنقص شوي ده B تنظموي که چیرې په توله نموي فضا کې د نمونې د نقاطو احتمال يوشان وي نو نوموړي فرمول به په تنقص شوي فضا کې د نمونې د نقاطو لپاره يو شان احتمال تاکې. لکه د ګاټي دغورځولو په تجربه کې، د بل ارخه، که چیرې د نمونې نقاط يو شان داحتمال اندازه ونلري نو نوموړي فرمول به شرطیه احتمالات د تولي نمونې فضا په تناسب تعينوي چې دا مطلب په لاندې مثال کې په اسانۍ سره واضح کېدای شي.




مثال:

داسي فرض کړي چې تاسو د خاوري دوړلو د يوې لوي برخي د تجهيزاتو د خرڅلاو احتمال په لاس راوړي، يو احتمالي مشتري په اړيکه کې دی راغلی چې د F توري د هغه حادثې لپاره چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره کافی پیسي (يا کریدیت) لري استعمال کړو او Fc د F (هغه حادثه چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره لازم مالي توان نه لري ) تکمیلونکي دي همدا شان، B هغه حادثه ده چې مشتري ددي ارزو لري چې نوموړي جنس لاس ته راوړي او Bc د B د حادثې تکمیلوني ده. نوموړي تجربه د نمونې څلور نقاط لري چې په پورتني شکل کې ښودل کېږي چې احتمالات یې په 5,3 جدول کې ورکړل شوي دي.

د نمونې د نقاطو څخه په استفاده د يو مشتري د اخستلو احتمال پیدا کړي په دي شرط چې نوموړي ددي توان لري چې اجناس راونیسي.

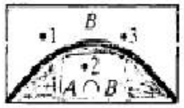
حل:

داسي فرض کړي چې د خپلو تولیداتو د خرڅلاو لپاره مو يوه لويه مجموعه د مشتريانو په نظر کې نيولي ده او بيا ددي مجموعې څخه يو مشتري په اتفاقي ډول انتخابوي ددي احتمال چې انتخاب شوي مشتري به توليدات راونيسي څومره دي؟

ددي لپاره چې مشتري توليدات راونيسي، اړينه ده چې مشتري مالي توان ولري او د رانيولو خواهش يې هم ولري چې دا احتمالات په لاندیني جدول کې لاندې(To buy,B) او وریسي (Yes,F) یا

P (A∩ B) = 0.2 سره مطابقت کوي چې دا B∩F د حادثې د غیرشرطي احتمالاتو ( unconditional






څکه چې د ګاټي د غورځولو په تجربه کې د نمونې نقاط يو شان احتمال لري، او د کمي شوي نمونې فضا پوري مربوط هريو د نمونې نقاط يو شان شرطي احتمال 1/3 تعين شوي دي څرنګه چې صرف جفت عدد د هغه دري عددونو څخه چې د نمونې فضا B يې کمبود مونډلای وو 2 عدد وو.

نو ددي ځايه نتيجه اخستلای شو چې د A د واقع کیدو احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي 1/3 دي نو د A حادثې احتمال کله چې B حادثه واقع شي د ښودلو لپاره P(A/B) سمبول استعمالوو. نو د ګاټي د غورځولو د مثال لپاره لیکو چې:

$$P(A/B) = 1/3$$

نو د A د حادثې داحتمال د لاس ته راوړلو لپاره کله چې B حادثه واقع شي لاندې عملیه اجراء کوو، د A د حادثې احتمال هغه برخه چې د تنقص شوي نمونې فضا B په مینځ کې قرار لري یعنې P(A∩B) پر د تولي تنقص شوي نمونې په مجموعي احتمال باندې یعنې P (B) باندې تقسیموو.

نو، د ګاټي د غورځولو په مثال د A په حادثه کې (د يو جفت عدد مشاهده) او د B په حادثه کې (د هغه عدد مشاهده چې د 3 يا درو سره وي) نو پیدا کوو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(2)}{P(1) + P(2) + P(3)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

په عمومي صورت سره P (A/B) فرمول صدق کوي.

## د شرطیه احتمال فرمول Conditional Probability Formula

د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره په هغه وخت کې چې د A حادثه واقع شي په هغه وخت کې چې د B حادثه ورکړل شوي وي، د A او B دواړو حادثو د واقع کیدو احتمال د B حادثې د واقع کیدو په احتمال باندې ویشو. نو لیکلای شو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(دلته فرض کوو چې $P(B) \neq 0$ )

(c) ketabton.com: The Digital Library



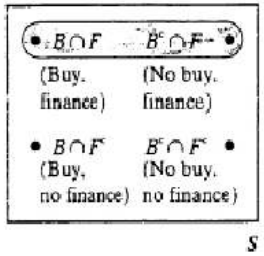
probability په نوم یادیږي

جدول: د مصرف کوونکی د رانیولو تمایل او د هغې د مالي توان احتمال

| مالي توانايي | تمايل | |
|---|---|---|
| | To Buy, B | Not to Buy, B* |
| Yes, F | 2 | 4 |
| No, F* | 4 | 3 |

دبل ارخه، فرض کړي، هغه مشتري چې انتخاب شوي دي د مالي لحاظه ددې توانايي لري چې توليدات راونيسي اوس تاسو هغه احتمال ګوري چې مشتري به خريداري وکړي په دې شرط چې نوموړي مشتري به د تاديې لپاره مالي توان ولري دا احتمال، (د B شرطي احتمال په هغه وخت کې چې F واقع شوي وي چې د P (B/F) سمبول پواسطه ښودل کيږي) صرف د نمونې په هغه نقاطو کې چې په تنقص شوي نمونې فضا کې وجود لري چې د B∩F و Bc∩F نمونې نقاطو لرونکي دي په نظر کې نيولو څخه لاس ته راځي يعني د نمونې هغه نقاط چې نوموړي مشتري په مالي توانايي سره کولاي چې توليدات راونيسي، چې دا فرعي فضا په لاندې شکل کې نشاني شوې ده د شرطي احتمالاتو د تعريف څخه لرو چې:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$




چې دلته P (F) د B∩F او Bc∩F پورې مربوط د دوه نمونې نقطو د احتمالاتو د جمع حاصل څخه عبارت دي چې په 5,3 جدول کې ښودل کيږي پس

$$P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F) = .2 + .1 = .3$$

او شرطيه احتمال چې مشتري به توليدات رانيسي په هغه صورت کې چې مالي توانايي ولري عبارت دي له:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{.2}{.3} = .667$$



څرنګه چې انتظار لرو، چې ددې احتمال چې مشتري به خريداري وکړي په هغه صورت کې چې د رانيولو مالي توان يې ولري ددې غيرشرطي احتمال څخه چې ديو مشتري انتخاب چې هغه به خريداري وکړي زيات دي.

په 14,3 مثال کې د شرطي احتمال فرمول د B∩F حادثې لپاره په تنقص شوي نمونې فضا کې احتمال تاکه چې د نوموړي حادثې د هغه احتمال سره متناسبه دي چې په ټوله نمونې فضا کې موجود و. ددې کارد ليدلو لپاره په ياد ولرئ چې، په تنقص شوي نمونې فضا دوه نمونې نقطې (B∩F) و (Bc∩F) هم په ټوله نمونې فضا (S) کې په ترتيب سره 0.2 او 0.1 احتمال لرونکي دي، ذکرشوي فرمول په تنقص شوي نمونې فضا F کې ددې نقطو لپاره شرطي احتمالات 2/3 او 1/3 تعينوي، نوشرطي احتمال دنمونې نقاطو د احتمال د اصلي ارزش په تناسب سره 2 او 1 په خپل ځاي پاتي کيږي

مثال: د فدرال تجارتي کميسيون (FTC) د مصرف کوونکو د کاليو په هکله د هغوی شکاياتو د څيړنې په منظور د پرشمير توليدونکي د هغوی د توليداتو د کيفيت په ارتباط په نظر کې نيولي دي د اشپزخانې د برقي ظروفو يو توليدونکي په زياته پيمانه د مصرف کوونکو شکايات د تحليل او ارزيابي لاندې نيولي دي چې په شپږو کته ګوريو يې چې په 6,3 جدول کې ښودل کيږي تقسيم کړي دي

که چيرې د يو مشتري شکايات لاس ته راغلي وي، څومره احتمال لري چې د نوموړي د شکايت علت به د توليد خراشيدګي وي په دې شرط چې ذکر شوي شکايت د ګرينتي په موده کې مينځ ته راغلي وي.

حل: راځي چې د A توري د هغه حادثې لپاره چې د شکايت علت د توليد خراشيدګي ده استعمال کړو او B ددې حادثې څخه نمائنده ګي کوي چې شکايت د ګرينتي په موده کې مينځ ته راغلي وي. 6, 3 جدول ته په کتو سره ګوري چې 63% = % (32 + 13 + 18) شکايات د ګرينتي په موده کې مينځ ته راغلي دي په دې اساس P (B) = 0.63 .

د هغه شکاياتو فيصدي چې د هغې سبب خط افتادګي وي او د ګرينتي په موده کې واقع شوي وي (د A∩B حادثه) چې 32% کيږي په دې اساس:

P (A∩B) = 0.32

(c) ketabton.com: The Digital Library



TABLE 3.6 Distribution of Product Complaints

| | Reason for Complaint | | | |
|---|---|---|---|---|
| Complaint Origin | Electrical | Mechanical | Appearance | Totals |
| During Guarantee Period | 18% | 13% | 32% | 63% |
| After Guarantee Period | 12% | 22% | 3% | 37% |
| Totals | 30% | 35% | 35% | 100% |

ددې احتمالي ارزښتونو په استعمال سره کولای شو چې د P (A/B) لپاره شرطیه احتمال سنجش کړو په داسې حال کې چې د شکایت علت یې خط افتادګي ده خو په دې شرط چې شکایت د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

په نتیجه کې، لیدلای شو چې د نیمایي څخه لږ زیات شکایات د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي څکه چې د پخلنځي وسایل کېدای شي چې ګریدلي، غابښ غابښ شوي او یا د نورو نواقص له امله په نښه شوي وي.

په وروستي څپرکو کې به وګورو چې شرطیه احتمالات په احصائیوي کړنو کې مهم رول لوبوي. د مثال په ډول، کېدای شي چې د یو مشخص سهم د احتمال سره چې په راتلونکي کال کې 10% ګټه ولري علاقه مند اوسو او کېدای شي ددې احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د سهم د تیر حالت او یا د اوسني اقتصادي وضعیت د معلوماتو څخه استفاده وکړو. سره له دې، کېدای شي چې احتمال مو په کلي ډول هغه وخت بدلون ومومي که چیرې داسې فرض کړو چې ناخالص داخلي تولید (GDP) به راتلونکي کال ته د % 10 په اندازه زیات شي. نو بیا په دې وخت کې د شرطیه احتمال فرض کوو او وایو ( اسهام مو په راتلونکي کال کې % 10 ګټه لاس ته راوړي په دې شرط چې په همدې کال ناخالص داخلي تولید GDP د % 10 په اندازه زیاتوالي ومومي). نو په دې اساس د هرې حادثې احتمال سنجش که داسې فرض شي چې بله حادثه همزمان ورسره واقع کېږي شوې ده نو دې ته شرطیه احتمال conditional probability ویل کېږي.

## ۱۲،۲- د ضرب قاعده او مستقلې حادثې

### The Multiplicative Rule and Independent Events

د دوه تقاطو حادثو د احتمال د سنجولو لپاره د ضرب د قاعده څخه استفاده کېږي چې د شرطیه احتمال معنی لري کوم چې مو په تیره برخه کې تعریف کړ. او همدارنګه په یوه برخه مو د A شرطیه



احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي د سنجولو یو فرمول په کار واچو چې عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

که چیرې ددې فرمول دواړه خواوي په P (B) کې ضرب شي نو د A او B حادثو د تقاطع احتمال فرمول ترې په لاس راځي چې دې قاعدې ته د احتمال د ضرب قاعده ( multiplicative Rule of Probability ) ویل کېږي نو لیکلای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

په همدې ترتیب

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

3-16 مثال: د غنمو یو پانګه اچونکي په راتلونکي کې د لاندې حادثاتو سره مخ کېږي.

B: (په راتلونکي کال کې به د متحده ایالاتو د غنمو حاصل ګټور وي)

A: (په راتکونکي کال کې به یوه سخته وچکالي واقع کېږي)

د موجودو معلوماتو پر بناء پانګه اچونکي یقین لري چې، 0.01 احتمال ددې شته چې د غنمو حاصل به ګټور وي په داسې حال کې (فرضاً) چې یوه سخته وچکالي به هم په دې کال واقع وي او ددې قسم وچکالۍ د واقع کېدو احتمال 0.05 دی یعني

$$P(B|A) = .01 \text{ and } P(A) = .05$$

د تهیه شوي معلوماتو په اساس، څومره احتمال لري چې سخته وچکالي به واقع شي او ګټه هم لاس ته راغلي وي؟ یعني (A∩B) P پیدا کړي، د A او B حادثو د تقاطع احتمال په لاس راوړي.

حل: مونږ (A∩B) P پیدا کول غواړو، د ضرب د قاعدې د فرمول څخه په استفادې سره لرو چې

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (.05)(.01) = .0005$$

هغه احتمال چې یو سخته وچکالي به واقع او د غنمو حاصل به ګټور وي عبارت له 0.0005 څخه دی. کېدای شي قبوله کړو چې ددې حادثو تقاطع نادره واقع کېدونکي ده.

اکثره تقاطع د نمونې د یو څو نقطو لرونکي وي نو په دې حالت کې د تقاطع د احتمال سنجول اسانه کار دی چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه لاس ته راځي.

کله چې تقاطع د نمونې د څو نقاطو لرونکي وي (لکه په لاندې مثال کې ښودل کېږي) نو د تقاطع د احتمال د سنجولو فرمول زیات ارزښت لري.

3-17مثال: د یو هیواد د هوسایني اداره غواړي چې لس کسه کارمندان د کوپون د غذا د ترلاسه کوونکو سره د مرکې په موخه استخدام کړي په اګاهانه ډول، مربوطه سوپروایزان د غیرقانوني

(c) ketabton.com: The Digital Library



تقسیماتو د تصفیې په موخه د دوه کارمندانو پواسطه ډکې شوي فورمې په اتفاقي ډول انتخابوي، د سوپروېزانو څخه په پټه درې کسه کارمندانو په غیرقانوني ډول د بخششي غوښتونکوته په غیرقانوني ډول ویش کړي دي

څومره احتمال لري چې هغه دوه انتخاب شوي کارمندانو به په غیر قانوني ډول ویش کړي وي؟

حل: لاندې دوه حادثې تعریف کړي.

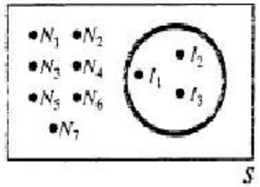
A: (هغه کارمند چې اول انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

B: (هغه کارمند چې دوهم انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

مونږ غواړو چې د هغه حادثې احتمال پیدا کړو چې دوه انتخاب شوي کارمندانو غیرقانوني ویش کړي وي دا حادثه کېدای شي په دې ډول بیا بیان کړو لکه (اولني کارمند د بخششیو غیرقانوني ویش کړي او دوهم کارمند غیرقانوني ویش کړي دي). نوغواړو چې د A∩B د تقاطع احتمال په لاس راوړو. د ضرب د قاعدې په عملي کولو سره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

د P(A) د لاس ته راوړلو لپاره ګتوره ده چې د لسو کسو څخه یو کس انتخاب کړو تجربه په نظر کې ونیسو، نوپدې حالت کې د نمونې فضا د د نمونې د لسو نقاطو لرونکي ده (چې د هوساینې د لس کسو څخه نمائینده ګي کوي) او په دې ځای کې درې کسو کارګرو غیرقانوني ویشنې ترسره ګړي دي چې په I (I1, I2, I3) سمبول سره ښودل کېږي او هغه اوه کسه چې د بخششیو غیرقانوني ویشنې یې نه دي ترسره کړي په N(N7 ,........N1) علامو سره ښودل کېږي. چې حاصل یې په وین دیاګرام (16,3شکل) کې ښودل کېږي.

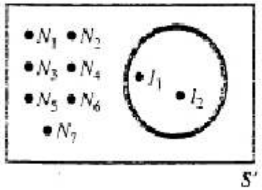



څرنګه چې اولني کارمند دلسو کارمندانو دمینځه په اتفاقي ډول انتخابېږي نو مناسبه ده چې د 10 نمونو نقطو لپاره یوشان د احتمال چانس وجود ولري. نو د نمونې هره نقطه 1/10 احتمال لري. څرنګه چې د A په حادثه کې د نمونې $\{I_1, I_2, I_3\}$ نقطې وجود لري (هغه درې کارمندان چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړي ده). نو

$$P(A) = P(I_1) + P(I_2) + P(I_3) = 1/10 + 1/10 + 1/10 = 3/10$$



د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره P (B/A) ارینه ده چې د نمونې فضا S تعدیل کړو. څرنګه چې پوهیږو A واقع شوې ده یعنې اولني انتخاب شوي کارمند (I3) چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړې ده په دې صورت کې د 9 کسو څخه صرف دوه کسه کارمند چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړه د نمونې په فضا کې پاتې کېږي. نو ددې نوې نمونې فضا (S ضبر) وین دیاګرام په 17,3 شکل کې ښودل کېږي چې د نمونې دا نهه واړه نقاط دیوشان احتمال لرونکي دي.




نو په دې اساس د هرې نقطې لپاره 1/9 احتمال تعینولای شو. څرنګه چې د (B/A) حادثه د (I1, I2) نمونې نقطې لري. نو مونږ لرو چې:

$$P(B|A) = P(I_1) + P(I_2) = 1/9 + 1/9 = 2/9$$

په عوض د P(A) = 3/10 او P(B/A) = 2/9 د ضرب د قواعدو په فرمول کې لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (3/10)(2/9) = 6/90 = 1/15$$

نو په دې اساس، 1 په 15 کې چانس وجود لري چې هغه دوه کسان چې د سوپروایز په وسیله انتخاب شوي دي کوم چې د کوپون بخششي غذا په غیرقانوني ډول توزیع کړي ده.

د نمونې د فضا طریقه د هغه مشکلاتو د حل یوا ځې لار ده چې په 17,3 مثال کې ذکر شوه، یوبل میتود چې ددې په ځای په کاروړل کېږي د شجر دیاګرام (tree diagram) څخه عبارت دې چې د تقاطع د احتمال د سنجولو په خاطر په کاروړل کېږي د تمثیلولو لپاره یې 17,3 مثال په 18,3 شکل کې ښودل کېږي.

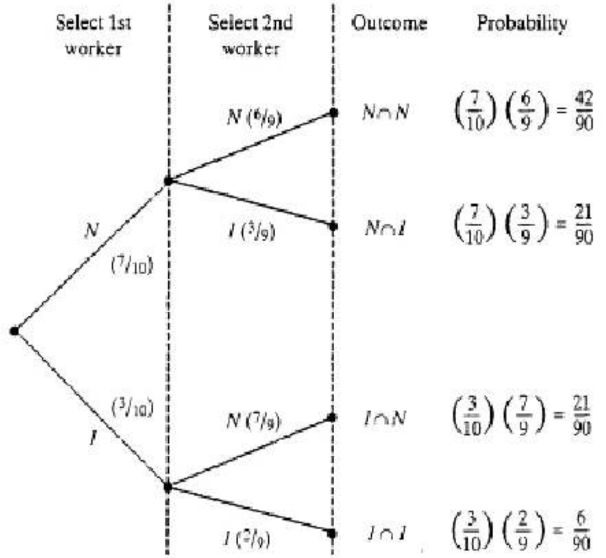
شجره (ونه) د منتها څخه د چپې خوا په طرف د دوه څانګو په لرلو شروع کېږي چې دا دواړه څانګې د اولني انتخاب شوي سړي لپاره دوه ممکنه نتایجو N (هیڅ غیرقانوني ویش نه) او I (غیرقانوني ویشنه) څخه نمائینده ګي کوي. د هرې نتیجې لپاره غیرشرطی احتمال (دقوس په داخل کې) د څانګې د پاسه د هغې په تناسب ورکړل شوي دي یعنې د اولني انتخاب شوي کارګر لپاره P(N) = 7/10 او P (I) = 3/10 (دا ارقام کولای شو چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه لکه په 17,3 مثال کې په لاس راوړو).

د شجر دیاګرام (tree diagram) ورپسې برخه (په ښي طرف حرکت) د دوهم انتخاب شوي کارګر

(c) ketabton.com: The Digital Library



د نتایجو څخه نمائینده ګي کوي کوم احتمالات چې دلته ورکړل شوي دي شرطیه احتمالات دي په داسي حال کې چې د اولني کارګرپورې مربوط نتایج معلوم فرض شوي دي. د مثال په ډول، که چېرې اولني کارمند غیرقانوني توزیع کړي وي(I)، د دي احتمال چې دوهم کارګرهم غیرقانوني ویش(I) کړي دي 2/9 دي. چون نهه کارګر د انتخاب څخه پاتي دي اوصرف دوه کارګر باقي پاتي دي چې غیرقانوني توزیع یې کړي دي. دا شرطي احتمال(2/9 ) د قوسونو په مینځ کې د څانګو په بیخ په 3-8 شکل کې ښودل کېږي




بالاخره، د تجربي څلور ممکنه نتایج د وني د هرڅلورو ځانګو اخرته ښودل کېږي. دا حادثات د دوو حادثو د تقاطع (داولني کارګرنتایج اود دوهم کارګر نتایج ) څخه لاس راځي. په پای کې، د هر احتمال د سنجش لپاره د ضرب دقاعدي څخه استفاده کوو چې په 18,3 شکل کې ښودل کېږي. کولای شي چې وګوري د [I ⊠ I] تقاطع هغه حادثه رابښائي چې دوه انتخاب شوي کارګروغیرقانون بخششي ویشلي دي چې 1/15 = 6/90 احتمال لري او دا احتمال د هغه احتمال سره چې په 17,3 مثال کې لاس ته راغلي وو ورته دي.

په 5,3 برخه کې مو وښودل چې د یوي حادثې A احتمال کېدای شي په پوره ډول هغه وخت تغییر وکړي چې د B حادثه واقع شوي وي خو دا کار د هري قضیې په مورد کې صدق نه شي کولای. ولي په ځینو مواردو کې دا فرضیه چې کله B واقع شوي وي د A د احتمال په بدلون اثر نه شي کولای، که چېرې داسي حالت واقع شي نو د A او B حادثات مستقل حادثات(independent events)



دي

**تعریف:** د A او B حادثات هغه وخت مستقل حادثات(independent events) دي چې د B د حادثې واقع کېدل د A په احتمال چې واقع شوي وي کوم اثر ونه لري. یعني A او B حادثات هغه وخت مستقیل دي چې:

$$P(A/B) = P(A)$$

کله د A او B حادثې مستقلي وي نو لاندې رابطه هم صدق کوي:

$$P(B/A) = P(B)$$

کله چې حادثات مستقل(independent) نه وي نو ورته غیرمستقل(وابسته) dependent حادثات ویل کېږي

**3-18 مثال:** د یو سالم ګاټي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسی او اجازه راکړي:

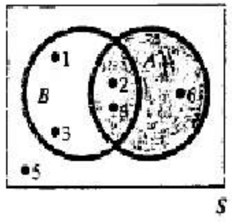
A: (د یو مثبت عدد مشاهده)

B: (د څلور او یا د څلور څخه کوچني عدد مشاهدي)

آیا A او B حادثات مستقیل حادثات دي

**حل:** د دي تجربي لپاره وین ډیاګرام په 19,3 شکل لیدل کېږي نو اول محاسبه کوو چې:

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \tfrac{1}{2}$$
$$P(B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = \tfrac{2}{3}$$
$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \tfrac{1}{3}$$




اوس فرض کوو چې B واقع شوي دي، نو د A شرطیه احتمال په هغه صورت کې چې B واقع شوي وي عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = P(A)$$

نو په فرض کولو دي چې د B حادثه د یو جفت عدد د احتمال په مشاهده کوم اثر نه واردوي او

(c) ketabton.com: The Digital Library

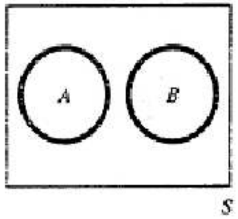


په پاي کې د استقلالیت(independence) په مورد کې دري نقطې مطرح کولاي شو.

اول داچې د د استقلال خاصیت د ناسازګارۍ(mutually exclusive) د خاصیت برخلاف نه شو کولاي چې د وین دیاګرام پواسطه وښایو، په دې معنی چې نه شي کولاي په شعوري ډول (مخکې د واقع کیدو څخه) ځان په اطمینان کې کړو. په عمومي ډول، د حادثو د استقلال (غیروابسته ګي) د پوهیدو لپاره ضروري ده چې د هغوی احتمال وسنجوو.

دوهمه نقطه د ناسازګارۍ او غیروابسته ګي ترمینځ رابطه ده. فرض کړئ چې د A او B حادثې سره ناسازګاره (mutually exclusive) حادثې دي چې په 20,3 شکل کې ښودل کېږي او د دواړو حادثو احتمال د صفر خلاف دي اوس سوال دادي چې آیا دا دواړه حادثې مستقلې حادثې دي که غیرمستقلې؟ معني داچې، دلته دا فرضیه مطرح ده چې د B حادثې واقع کیدل د A د واقع کیدو په احتمال کوم تاثیر غورځوي؟ په یقیني ډول دا مطرح ده، ځکه چې که چېرې داسې فرض کړو که چېرې B واقع شوې وي نو د A لپاره ناممکنه ده چې په عین وخت کې واقع شي یعني P(A/B)=0.

نو ویلاي شوي چې ناسازګاره حادثات(mutually exclusive events) وابسته (تړلي) حادثات دي ځکه چې P(A) ≠ P(A/B)



درېیمه نقطه داده چې د مستقلو حادثو د تقاطع د احتمال سنجول ډېر اسان کار دي د تقاطع د احتمال د سنجش فرمول ته په کتو سره پیدا کولاي شو چې:

$P(A \cap B) = P(A)\, P(B \backslash A)$

نو P(B/A) = P(B) کله چې A او B مستقلې حادثې وي چې په دې اړه لاندې ګټوره قاعده لرو.

## د دوو مستقلو حادثو د تقاطع احتمال

### Probability of Intersection of Tow Independent Events

که چېرې دوه حادثې A او B مستقلې حادثې وي، نو د دې دواړو د تقاطع احتمال د A اوB حادثې د احتمالاتو د ضرب حاصل څخه لاس ته راځي یعني:

$P(A \cap B) = P(A).\, P(B)$

او همدارنګه د دې معکوس هم درست دي، که چېرې P (A∩B) = P (A). P (B) نو د A او B حادثات



P(A) د 1/2 سره معادل په خپل ځاي پاتې کېږي نو ځکه د A او B حادثات مستقل حادثات دي

نوټ، که چېرې د B حادثې شرطیه احتمال په هغه وخت کې چې A واقع شوي وي محاسبه کړو نو نتیجه مو یو شان ده.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = P(B)$$

مثال:

مثال ته چې مستهلکینو د تولیداتو څخه شکایات درلود رجوع وکړې د ګرینتي د مودې په دوران او د هغې څخه وروسته د شکایاتو مختلفې سلنې په 6,3 جدول کې ښودل شوي دي لاندې حادثات تعریف کړئ:

A: [د شکایت علت د تولید ظاهري بڼه ده]

B: [شکایت د ګرینتي په موده کې واقع شوي ده]

آیا د A او B حادثات مستقل(independent) دي؟

حل: که چېرې P(A/B) = P(A) وي نو د A او B حادثات مستقل حادثات دي په 15,3 مثال کې مو P(A/B) سنجش کړچې 0.51 و، او د 6,3 جدول ته په کتو سره لیکو چې:

$$P(A) = .32 + .03 = .35$$

نو په دې اساس، P(A/B) د P(A) سره مساوي نه دي او د A او B حادثات غیرمستقل (وابسته) حادثات دي.

په شعوري ډول د حادثاتو په استقلالیت د پوهیدلو لپاره هغه حالت په نظر کې ونیسئ چې د یوې حادثې واقع کیدل د دوهمې حادثې د واقع په احتمال کوم تاثیر ونلري. د مثال په ډول، د مالي چارو یو متخصص دوه ورې کمپنۍ د مناسبو پانګو اچونو لپاره ارزیابي کړې دي، که چېرې دواړه کاروبارونه مختلف صنعتونه وي او د نورو اړخونو له مخې هم ارتباط ونلري نو د یوې کمپنۍ کامیابي او ناکامي د بلې کمپنۍ د کامیابي او ناکامي څخه مستقل(independent) دي یعنی کېداي شي دا حادثه چې د A کمپنۍ ناکامه شي د B کمپنۍ په ناکامي کوم تاثیر نه لري.

دوهم مثال، د انتخاباتو یو پوښتنه کوونکي په نظر کې ونیسې هغه انتخابات چې په هغې کې 1000 کسو رایه ورکونکو نوم ثبت کړي دي، پوښتنه کېږي چې د دوو نوماندو ترمینځ کوم یو ته برتري ورکوې پوښتنه کوونکي کوشش کوي چې د رایو ورکونکو څخه د یوې نمونې د انتخاب لپاره داسې یو رویش په کار واچوي چې ځوابونه یې مستقل وي یعني د پوښتنه کوونکي مقصد دا دي چې نمونه په داسې ډول انتخاب کړي چې یو رایې ورکونکي د A نوماند ته د رایې ورکولو رجحان لري د دوهم رایې ورکونکي چې A نوماند ته هم رایه ورکوي په احتمال کوم تاثیر ونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



مستقل حادثات دي.

د ګاټي د غورځولو په تجربه کې چې په 18,3 مثال کې مو وښودله چې د A: [دیو جفت عدد مشاهده] او B: [4 یا د 4 څخه کوچنې عدد مشاهده] حادثات مستقل حادثات دي که چیرې ګاټي یو متوازن ګاټي وي نو

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = (^1/_2)(^2/_3) = {^1/_3}$$

دا د هغه نتیجې سره چې په ذکرشوي مثال کې مولاس ته راوړ مطابقت کوي.

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = {^2/_6} = {^1/_3}$$

20-3 مثال:

زیاتره وخت د پرچون کاروبار لرونکي د دې مشکل سره مخامخ وي چې څومره مقدار اجناس د ذخیرې په خاطر راونیسي. ناکافي ذخیره کېدای شي چې کاروبار ناکام کړي او اضافي ذخیره کېدای شي د زیان تاثیر په ګټه کې وي.

فرض کړئ د کمپیوټرونو د پلورنځي یو مالک د شخصي کمپیوټرونو د یو فرمایش په ځای کولو لپاره پلان جوړوي، هغه کوشش کوي او تصمیم نیسي چې په کومه اندازه ډیسک ټاپ کمپیوټرونو او په کومه اندازه لپ ټاپ کمپیوټرونو فرمایش ورکړي.

د پلورنځي ریکارډ په ګوته کوي چې په مخکې وخت کې % 80 د ډیسک ټاپ کمپیوټرونه او % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه د مشتریانو له خوا خریداري شوي دي.

a. څومره احتمال لري چې دوه راتلونکی مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راونیسي؟

b. څومره احتمال لري چې راتلونکی لس مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راونیسي؟

حل:

a. راځې داسې فرض کړو چې L1 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي کوي چې اولنی مشتري به لپ ټاپ خریداري کوي او همدارنګه L2 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي کوي چې دوهم مشتري به لپ ټاپ خریداري کوي. هغه حادثه چې دواړه مشتریان لپ ټاپ خریداری کوي د دواړو حادثو تقاطع ده، یعني L1∩ L2.

د پلورنځي ریکارډ څخه د پلورنځي خاوند نتیجه اخستلای شي چې P(L1) = 0.2 (د مشتریانو د پخوانې خریداري په اساس چې % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه یې خریداري کړي دي). د P(L2) لپاره هم عین ځواب دي.

ددې لپاره چې د دواړو حادثو تقاطع L1∩ L2 محاسبه کړو، نورو معلوماتو ته ارتیا لیدل کېږي. یا خو ذکرشوي ریکارډ په پرله پسې دول د لپ ټاپ د خریداري د واقع کیدو لپاره په نظر کې نیول کېږي، یا کومه فرضیه باید جوړه شي چې د P(L1∩ L2) سنجش د ضرب د قاعدې له مخې اجازه



ورکړل شي.

دا مناسبه ښکاري چې داسې فرضیه جوړه شي چې پورته دوه حادثې مستقلې (ازادې) حادثې دي نو ددې ځایه، ددې احتمال نشته چې د اولني مشتري تصمیم د دوهم مشتري په تصمیم کوم تاثیر ولري. د مستقلیت (independence) فرضیې په اساس لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2) = (.2)(.2) = .04$$

b. ددې لپاره چې ددې احتمال محاسبه کړو چې راتلونکي پرله پسې 10 کمپیوټرونه به لپ ټاپ خریداري شي. اولنی حادثه په نظر کې ونیسي چې درې پرله پسې لپ ټاپ کمپیوټرونه خریداري شوي دي. که چیرې L3 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي وکړي چې دریم مشتري یو لپ ټاپ خریداري کوي، نو بیا مونږ باید L1∩ L2 د تقاطع احتمال د L3 سره سنجش کړو. بیا هم په دې فرضیه چې د رانیولو (خریداري) تصمیمات مستقل وي لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap L_3) = P(L_1 \cap L_2)P(L_3) = (.2)^2(.2) = .008$$

ددې دلیل په اساس ګولای شو چې د 10 داسې حادثو د تقاطع احتمال محاسبه کړو:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap \cdots \cap L_{10}) = P(L_1)P(L_2)\cdots P(L_{10}) = (.2)^{10} = .0000001024$$

نو ددې احتمال چې راتلونکي لس پرله پسې مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه خریداري کړي په اندازه د 1 په 10 میلیون کې دي په دې فرضیه چې د هر مشتري پواسطه د لپ ټاپ د خریداري احتمال 0.2 دي په داسې حال کې چې د خریداري تصامیم مستقل وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات

۱. د !5 حل څو دی؟

۲. لاندې نسبتونه حل کړئ؟

$\frac{10!}{5!}$ او $\frac{12!}{4!}$

۳. دوه تنه محصلین یو د بل خوا کې کېنوو، په څو شکلونو د هغوی کېنول ممکن دي؟

۴. اته تنه په یو گردي مېز کېني څو، څو مرکې کوي، غواړو په تلویزیون کې د هغوی په هر ځل مرکه کې ځایونه بدل کړو په څو شکلونو یې کېناستل او مرکې ممکن دي؟

۵. یوه توکره کې څلور نارنجه، پینځه کینو او شپږ مالتې دي، یوه دانه په تصادفي ډول را اخلو، حل کړئ چې:

الف). څومره احتمال لري، چې دا به نارنج یا کینو وي؟

ب). څومره احتمال لري چې دا به مالته وي؟

۲. که چېرې یو درجن پرو څخه درې را واخلو، یو یې شاه او دوه نور یې غلامان وي، په بل ځل د یوه غلام د راوتلو احتمال سنجش کړئ؟

۷. په علمي څېړنو کې د احتمالاتو رول په څه کې دی؟

۸. د کرنې په سکتور او زراعتي څېړنو کې د تبادیلو اهمیت د مثال سره واضح کړئ؟



## اووم څپرکی

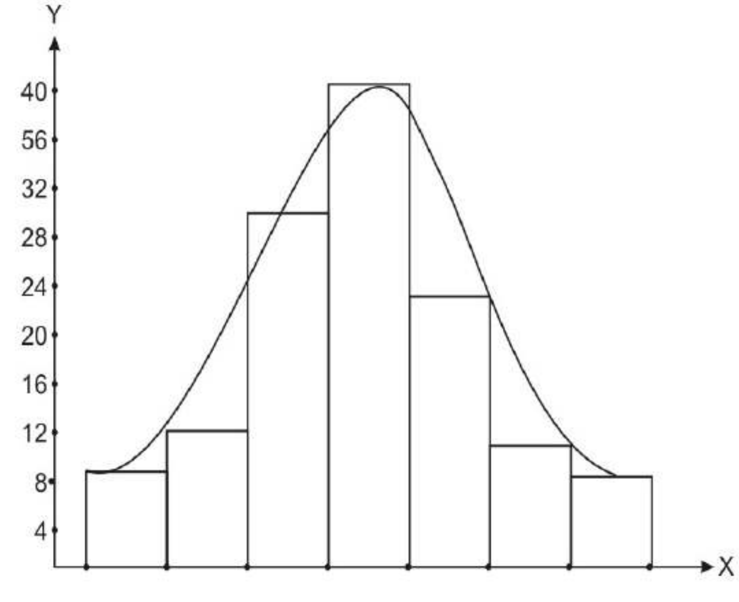
### ۷، ۱- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني Frequency Curve

پخوانیو څپرکیو کې ولیدل شول، چې ارقام وروسته له ترتیب او جدول بندي په صنفونو کې تنظیم او بیا یې دفعات شمېرل کېږي، د دفعاتو شمېر په عمودي (Y) محور باندې او صنفونه (X) په افقي محور ښیو، وروسته د دواړو محورونو په حدودو کې د ټنه د مربوطه قیمتونو موقعیت په نښه کوو، که چېرې د دغو ارقامو Bar Chart گراف رسم کړو، یعنې هستوگرام یې وکاږو او بیا د هر رسم شوي مستطیل پورته ضلع په وسط کې نښه او د ټولو مستطیلونو دغه په نښه شوي نقاط وصل کړو، نو د پولیگان منحني په لاس راځي.

مثلا: (۱،۷) جدول- په یوه کلي کې د ۱۲۰ بزگرانو ورځني عواید

| X | Y |
|---|---|
| 31-40 | 7 |
| 41-50 | 11 |
| 51-60 | 35 |
| 61-70 | 37 |
| 71-80 | 17 |
| 81-90 | 8 |
| 91-100 | 5 |

د (۱،۷) جدول د ارقامو گراف په لاندې ډول دی:

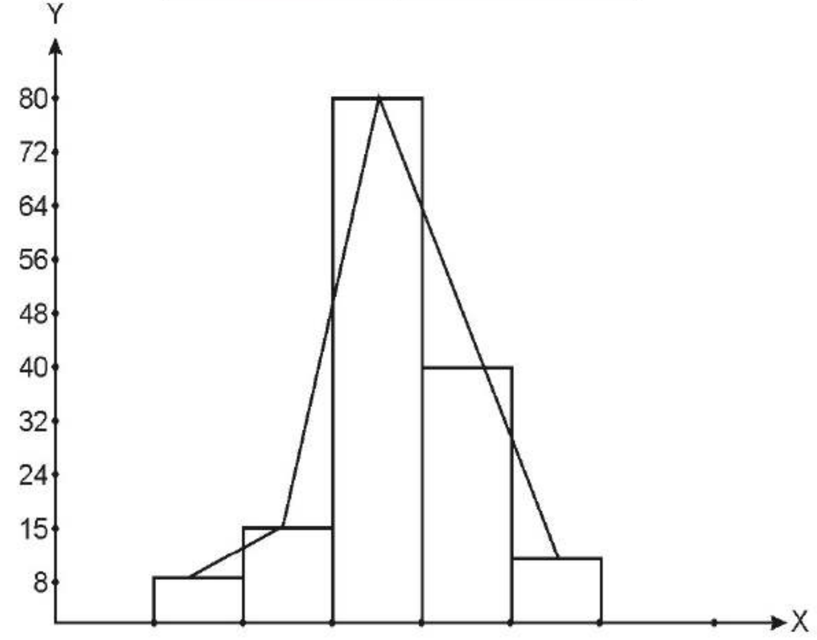


(c) ketabton.com: The Digital Library



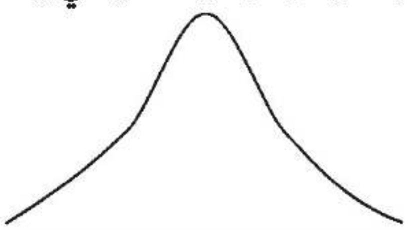
(۲،۷) جدول: د ۱۵۰ کورنيو د ورځني عايد طبقه بندي

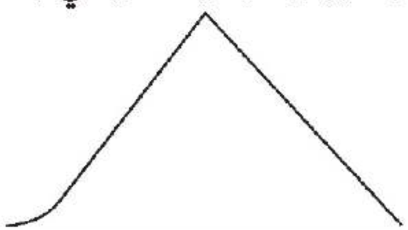
| X | F |
|---|---|
| 0-20 | 5 |
| 20-40 | 10 |
| 40-60 | 80 |
| 60-80 | 40 |
| 80-100 | 5 |




د پورته دواړو جدولونو ګرافونه یا د ارقامو د وېش پولیګان داسې مقایسه کېږي

(۷، ۳) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي ګراف (۲،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي ګراف





د پورته تشریحاتو او شکلونو مقایسې څخه په مقدماتي توګه ډېره په اسانۍ او په ډېر واضحه ډول پوهېږو، چې د ارقامو د وېش منحني بڼه یعنې څه او په څه ډول؟

پورته جوته شوه چې پولیګان د ارقامو د وېش خطي ګراف څخه عبارت دی، څومره چې



صنفي عرض کوچنی وي او د صنفونو شمېر زیات وي، هغومره د مستطیلونو شمېر زیات، خو پلنوالی یې کم وي، نو ځکه خطي ګراف لږ څه هوار برېښي (لکه ۷، ۱ شکل). دغه شکل د زنګ بڼه لري، نو ځکه ورته زنګ ډوله منحني هم وایي، خو که چېرې د صنفونو شمېر کم، مګر عرض یې زیات وي، بر خلاف منحني یا خطي ګراف څو څو ځایه مات والی لري او ناهمواره برېښي (۷، ۲ جدول او شکل).

پورته ذکر شوي توضیحات د دفعاتو د وېش د منحني ګانو د ډولونو او څرنګوالي په هکله کلیدي پوهنه راکوي

د مرکزي میلان د مقیاسونو په برخه کې چې موږ وویل، چې د زنګ ډوله منحني میانه، موډ او اوسط یو بل سره نژدې او آن یو پر بل منطبق وي، مطلب مو همدا و.

په څلورم څپرکي کې موږ په ۴۸ او ۴۹ مخ کې درې ډوله منحني ډوله منحني ګان ښودلي وو او بیا مو وویل چې په راتلونکي فصل کې به خبرې وړاندې وشي دا دی دلته همدا موضوع روښانه کوو.

Frequency Curve په احصاییوي تیوریو کې ډېر مهم ځای لري، د هغه په اړانې سره موږ د ډېرو ګنو ارقامو ډېر شمېر خصوصیات په ډېر کم وخت او کم ځای کې پېژندلای شو، اوس د ذکر شویو ډېرو لنډو خو ډېرو واضحو او آسانه تشریحاتو له مخې موږ د هر ډول منحنیګانو په ځانګړنو محض د هغو په لیدلو سره پوهېدلای شو، د ارقامو د وېش منحني بېلابېل شکلونه ځان ته غوره کوي، چې عموماً په دوو برخو وېشل کېږي:

**الف. د منحني هغه ډول چې له زنګ سره ورته والی نه لري:**

دا ډول منحني ګان د پدیدو ارقامو د وېش د ځانګړنو له مخې بېلابېل شکلونه لري، مثلا U ډوله منحني، د بېلګې په ډول که چېرې د رومي بانجانو د قیمتونو سلسله د هغو د حاصلدهي له پیل څخه تر پای پورې درج او ثبت کړو او د هغو ګراف ترسیم کړو، دا ډول شکل لري، یعنې د حاصل په پیل کې نرخونه لوړ وي، خو کله چې د حاصل دهی د موسم منځ کې حاصلات د کمیت له پلوه ډېر زیات شي (عرضه زیاته شي) نرخونه کم یا مخ په زوړ شي، خو کله چې د حاصل دهی موسم مخ په ختمېدو شي، عرضه بېرته کمه شي، نو نرخونه بېرته لوړ شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



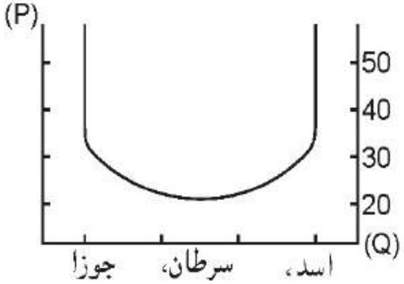
مثال:

د درېیو میاشتو په جریان کې د رومي بانجانو نرخونه (ارقام فرضي دي).

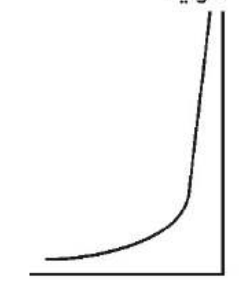
| نرخونه (Afg/Kg) | وخت (T) |
|---|---|
| 50 | د جوزا لومړۍ اوونۍ |
| 45 | د جوزا دویمه اوونۍ |
| 40 | د جوزا درېیمه اوونۍ |
| 35 | د جوزا څلورمه اوونۍ |
| 30 | د سرطان لومړۍ اوونۍ |
| 40 | د سرطان دویمه اوونۍ |
| 45 | د سرطان درېیمه اوونۍ |
| 50 | د سرطان څلورمه اوونۍ |
| 50 | د اسد لومړۍ اوونۍ |
| 50 | د اسد دویمه اوونۍ |

(۷، ۳) شکل:

د رومــي بانجــانو د نرخونــو د فرضي ارقامو خطي ګراف چې U ډوله ګراف شکل لري.




ځینې وخت کېدای شي ذکر شوي منحني ډوله وي، مثلاً د مرکزي مارکیټ څخه د ځمکو د استعمال ډولونه او فاصله چې په لاندې شکل ښودل کېږي:



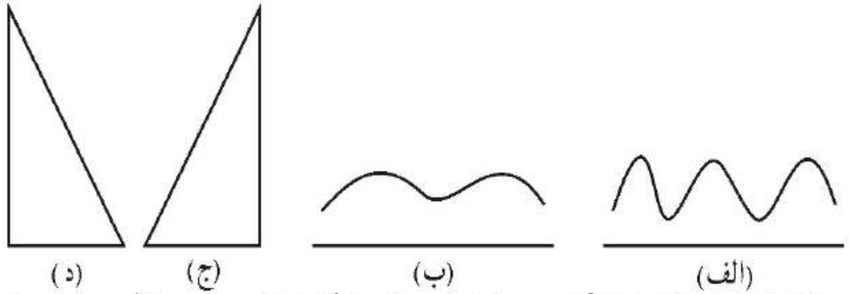

څومره چې د ځمکو استعمال مرکزي مارکیټ څخه او یا له ښارونو څخه شاوخوا لیرې کېږي، عواید یې کمېږي، مرکزي شغلونه لکه صنعتي او تجارتي استعمال ډېر لوړ عاید لري، بیا رهایش سیمې لږ څه کم نور هم کم او وروسته باغونه بیا د مالدارۍ او ځنګل ساحې... همداسې وار په وار.

همدارنګه ځینې وخت ذکر شوي منحني مثلث ډوله شکلونه لرلای شي. لکه لاندې مثالونو



کې:

(۷، ۴) شکل:

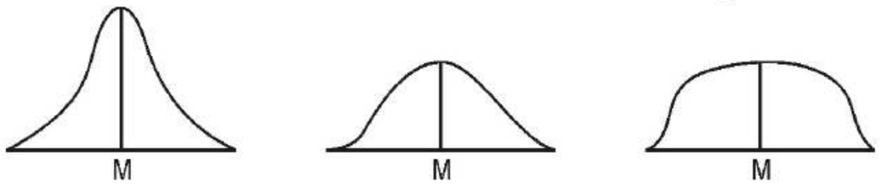



دا ټول منحني ګانې له زنګ سره مشابه او موافق شکلونه نلري، غیر منظم دي او له هغو ارقامو څخه نمایندګي کوي، چې د هغو وېش او توزیع د (۷، ۱) او (۷، ۲) د جدولونو د ارقامو په شان نه دي.

**ب. د ارقامو د وېش هغه منحني ګانې چې د زنګ په ډول دي:**

دا ډول خطي ګرافونه زنګ ډوله یا یوه څوکه یې ډېره لوړه، خو دوو خواوو ته یې لمن لږ څه راټوله وي، کېدای شي پورته برخه یې لږ څه هموار او د دوو خواوو لمن یې لږ څه هموار وي، یا هم کېدای شي، څوکه یې ډېره پلنه او لمن یې دوو خواوو ته پلنې وي، لکه لاندې شکلونه:

(۷، ۵) شکل:




ج — Lepto-Kurtic | ب — Meso-Kurtic | الف — Platy-Kurtic

په (۷، ۵) شکل کې درې ډوله منحني ګانې ګورو، (الف) ډول ته یې Platy-Kurtic، (ب) ته یې Meso-Kurtic او (ج) ډول ته یې Lepto-Kurtic وایي. دغو درېواړو کې میانه په منځ کې قرار لري، بل ډول هغه منحني ګان دي، چې لمنې یې پوره پلنې وي، خو یا دواړو خواوو ته په مساوي اندازه یا یوازې ښي خوا ته ډېرې پلنې او یا هم یوازې کیڼې خوا ته پلنې وي، مثلاً: لاندېنۍ درې شکلونه وګورئ.

لکه څرنګه چې موږ څلورم څپرکي کې ولیدل، د ارقامو خپوروالي معیارونه (Median. Mo او `X) یو بل سره د لاندې رابطو په ذریعه اړیکې لري. دغې موضوع باندې لږ وروسته یو ځل بیا هم بحث کوو او درې ډوله تناظرونو یادونه کوو. دلته د یوې نتیجې په توګه په ګوته کوو چې:

Mean-Mede=3(Mean-Median)

دغه مساوات موږ په څلورم څپرکي کې وښودل، د ارقامو د وېش منحني کې دغه اړیکې دي، پیرسن (1930) Karl Pearson له خوا څېړل شوي دي، په یوه کاملاً متناظر منحني کې چې Skewness بلل کېږي، میانه، اوسط او موډ یو برابر وي، خو په Positiveskewness کې Mo⟨Median⟨Mean او په کیڼ لوري لمن لرونکي منحني Negativelyskewes کې Mean⟨Median⟨Mode ډول روابطو موجود وي

**کارل پیرسن د متناظر ضریب داسې محاسبه کړ:**

Mode=3Median-2Mean

خو موږ تېر بحث کې ولیدل چې موډ په آسانۍ محاسبه کېږي، خو په ډېر مشکل د هغه واقعین موقعیت څرګند پدای شي، دا هغه وخت د هغې معادلې په واسطه چې د موډ معادل د موډ پرځای د کاروو، نو موډ یې ورباندې بېځایه کېدای هم شي، نو د پیرسن معادله په لاندې شکل ده

$$\text{Co}-\text{efficient of skewness} = \frac{3(\text{Mean - Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

برتانوي نامتو احصایه پوه (Lyon Bowly)(1866-1957) هم د کارتیل د انحراف په سنجش کې د تناظر په برخه کې ځینې معادلې وضع کړې، خو د کارتیل انحراف د ځینو نیمګړتیاوو له کبله د کارل پیرسن فورمولونه غوره بریښي، خو په هغو کې که چېرې کومه صنف بندي کې پرانستي صنفونه یا خلاص صنفونه موجود وي، نو بیا د کوارتیل طریقه کارول کېږي.

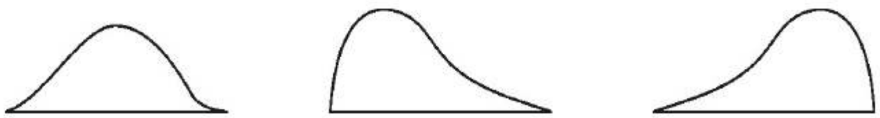
د ارقامو د وېش منحني ګان د نورمال منحني په مقایسه په څو ډوله وي:

کېدای شي د هغه په مقایسه یې څوکه ډېره لوړه وي، مګر لمنې یې راټولې وي، کېدای شي د هموارې او د غونډې په ډول وي، خو لمنې دوو خواوو ته ډېرې پلنې وي، دې ته د عدم تناظر مقیاس هم ویل کېږي

د همدغې ذکر شوې موضوع د سنجش لپاره ځینې معیارونه وضع شوي، خو اکثره احصایېوي تیوري ګانې د نورمال وېش (طبیعي منحني) په فرضیې ولاړې دي، چې د عدم تناظر اندازه کول او مطالعه کول هم له همدې نقطې نظره مهم بریښي. دلته د یو نورمال منحني په مقایسه دوه ډوله حالات راڅرګندېږي: یو یې د نورمال منحني په مقایسه لوړوای یاد څوکې موجودیت چې دې ته د Kurtosis اندازه وایي او بل یې د نورمال منحني په مقایسه د پلنوالي یاد لمنو د خپوروالي درجه چې دې ته Skewness وایي، یعنې:



(۷، ۲) شکل:

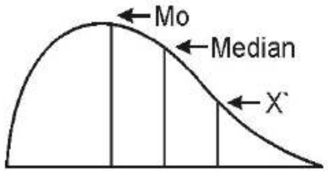


| ج | ب | الف |
| --- | --- | --- |
| Skewness | Positive-Skewness | Negative-Skewness |

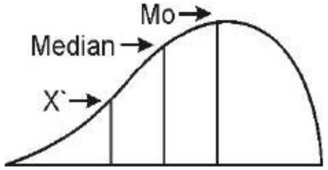
په (۷، ۲) شکل کې، الف ډول منحني کیڼ لوري ته لمن لرونکي او (ب) شکل منحني ښي لوري ته لمن لرونکی بریښي، خو (ج) ډول منحني دواړو خواوو ته متناظر دی، چې د منحني په نوم پېژندل کېږي، دا کاملاً متناظر منحني دی، چې طبیعي منحني یا Normal Curve هم بلل کېږي.

په دغو ټولو منحني ګانو کې د Median, Mo او `X موقعیتونه فرق کوي، یو Lepto Kurtic منحني دا ښکاره کوي، چې د مشاهدو تراکم اکثراً د مرکز خواته ورټول وي، خو په Platy-Kurtic ډول منحني کې ارقام د لمنو خواته په دوه طرفه پراګنده وي او میزوکرتیک د ارقامو هغه وېش (پخش) ښیي، چې د مشاهدو تمرکز نسبتاً لوړې شکل ته، مرکز ته لږ څه کم متراکم وي، دې ته په احصایه کې Kurtosis یا د ارقامو د وېش څرنګوالي یا خپوروالی وایي. د ارقامو تناظر او ښي یا کیڼې خواته د لمنو خپوروالي کې معمولاً دغه مشخصات لیدل کېږي، کله چې د ارقامو وېش ښي خواته ډېر متمایل وي، نو.

Mo⟨Medi⟨`X یعنې:



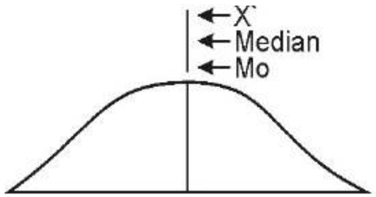

اما که د ارقامو د وېش تمایل کیڼې خواته زیات وي، نو: `X⟨Medi⟨Mo




یعنې برعکس:

اما په متناظر حالت کې متمرکز وي:

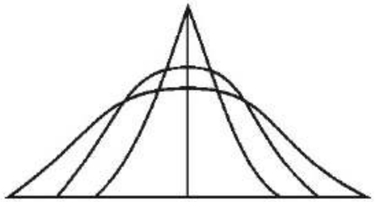
یعنې:



(c) ketabton.com: The Digital Library



(۷،۷) شکل:



د څوکو اود لمنو د پراخوالي (عدم تناظر) مقایسه د نورمال منحني سره (نورمال منحني په تور رنګ ښودل شوی).

په دې ډول موږ دوه ضریبونه پېژندلای شو: یو دوو خواو ته د لمنو پلنوالی یا د عدم تناظر ضریب او بلې کشیدګي یا د منحني د څوکې د څرنګوالي ضریب

دلته به اول د عدم تناظر مسله وڅېړو:

ددغه ضریب لپاره لاندې معادله موجوده ده.

$$Sk=\frac{3(X`-Md)}{S}$$

مثال:

که چېرې د ارقامو په یوه وېش کې X`=25 ,Medi=26 او میزاني انحراف (S=2) وي، نو لیکو چې:

$$Sk=\frac{3(25-26)}{2}=\frac{3(-1)}{2}=\frac{-3}{2}=-1,5$$

له دې کبله چې Median ⟩X` دی، نو څکه عدم تناظر د درجې ضریب 1,5- محاسبه شو، چې د منفي د علامې موجودیت دا ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش کیڼې خواته تمایل لري، یعنې د منحني د لمنې پراخوالي چپ لوري ته زیاته ده، خو برعکس که چېرې Median⟨X وي، نو ښکاره خبره ده چې ځواب یا (Sk) یو مثبت عدد لاس ته راځي او ښیي چې ښي لاس ته د ارقامو وېش میلان لري، د څوکې یا کشیده ګي او د تناظر معیارونه د کوچني الفا (∝) په واسطه ښیو، دلته به موږ د عدم تناظر د معیار لپاره ($∝_4$) غوره کړو، دغه دواړه په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې بېلابېل فورمولونه لري:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$∝_3=\frac{\frac{\Sigma(xi-x)^3}{n}}{S^3}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:



$$∝_3=\frac{\frac{\Sigma fi(xi-x`)^3}{n}}{S^3}$$

دلته په نوموړو فورمولو کې فرق همدومره دی، لکه څومره چې د صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو د اوسط په سنجش او د وسطي انحراف په سنجش کې و، یعنې fi دخل پیدا کوي او بیا په غیر صنف بندي شویو کې xi د هرې مشاهدې، اما په صنف بندي شویو کې xi د صنفي وسطونو څخه نمایندګي کوي او په غیر صنف بندي شویو کې (n) ټول مشاهدات دي، اما په صنف بندي شویو کې (n) د دفعاتو مجموعه ده، خو $(S)^3$ د Standard Deviation څخه عبارت ده، چې د (3) به طاعت ده، کله چې $∝_3$ مثبت وي، د ارقامو د وېش لمنې ښې خوا ته ډېرې پلنې وي، خو کله چې $∝_3$ یو منفي عدد وي، د ارقامو د وېش پراخوالی کیڼې خواته وي، خو که $∝_3=0$ وي، ددې مانا دا ده چې X=Median دی، یعنې منطبق دي، نو حاصل تفریق چې فورمول کې صفر کېږي، دا ډول وېش متناظر وېش دی، چې کاملاً نورمال یا طبیعي منحني جوړوي، د څوکې د لوړوالي معیار لپاره هم $∝_4$ کاروو او هم په عین ترتیب فورمول لري، خو طاقت یې یو عدد زیات دی.

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د ضریب د موندلو فورمول:

$$∝_4=\frac{\frac{\Sigma(xi-\Sigma)^4}{n}}{S^4}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د فرېب د موندلو فورمول:

$$∝_4=\frac{\frac{\Sigma fi(xi-x`)^4}{n}}{S^4}$$

که چېرې د $∝_4$ ضریب له (3) څخه لوړ وي، نو دا ددې مانا لري چې ډېر زیات مشاهدات د وېش منځنیو برخو کې راټول دي، یعنې د منحني څوکه ډېره لوړه، خو د دوو خواوو نه یې لمنې ډېرې پلنې نه دي، بلکې راټولې دي، که چېرې $∝_4$ د ضریب له (3) څخه کوچنی عدد وي، نو دا ښیي چې د ارقامو د وېش منحني یو داسې شکل لري، چې د یوې هوارې غونډۍ بڼه لري، یعنې څوکه یې ډېره لوړه نه، بلکې ل څه پلنه او لمنې یې هم هوارې دي، خو هغه ارقام چې د هغو منحني نه ډېر پلن او هوار وي او نه ډېره تېره لوړه څوکه لري، د هغو لپاره د $∝_4$ د ضریب قیمت (3) بلل کېږي. دا موضع په (۷،۷) شکل کې ښه څرګنده شوي، هغه د دفعاتو شمېر منحني چې تور رنګ شوي د هغه د ضریب قیمت (3) دی، اما هغه چې ډېره لوړه څوکه لري، د هغه ضریب هرومرو له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی، چې لمنې یې ډېرې خورې دي، مګر پلنه څوکه لري،

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې د $\propto_3$ ضریب یې له (3) لوړ عدد دی، خو دریېم امکان یې هغه دی چې لمنې یې د ډېرې خورې وي، مګر پلنه څوکه لري، چې د $\propto_3$ ضریب یې له (3) کوچنې راځي.

## ۲،۷ - یو طبیعي منحني او د هغه ځانګړنې:

## The Normal Curve & Its Characteristics

د ارقامو د وېش یو طبیعي منحني چې د خپلو مربوطو ارقامو او یا د دفعاتو د نقاطو له قیمت ګذارۍ څخه ترسیم کېږي، دا ډول منحني خپلو دوو خواوو ته په متوازن ډول نه ډېرې پلنې او نه ډېرې راټولې لمنې لري او څوکه یې هم ډېره لوړه نه وي، پرته له هغه ډېر پلن یا د ډېرو څوکو لرونکو ټول طبیعي منحني ګان دي، مګر ډېره لوړه څوکه لرونکي یا ډېر پلن یې غیر طبیعي منحني ګان دي، لکه چې پخوا وویل شول، دا د Median او X د قیمتونو له مخې لاس ته راځي، د دې لپاره یو ارزش یا معیاري واحد Standard Unit هم ټاکل شوی، چې په Z سره ښودل کېږي، د محاسبې په ترڅ کې دغه واحد د Z جدول څخه چې د کتاب په پای کې راغلی او د نورمال یا طبیعي وېش د جدول په نوم یادېږي، په لاس راځي، د ارقامو د نورمال وېش منحني ځینې ځانګړنې لري، چې هغه په لاندې ډول پېژنو:

**لومړی:**

باید یوه شو، چې طبیعي منحني یا د ارقامو طبیعي او نورمال وېش یو متناظر وېش دی، چې یو او بل لوري ته د ارقامو د تمرکز او ثقلت له مخې د Meso-Kurtic شکل لري، نو په هغه کې:

$\propto_3=0$

$\propto_4=3$

او $X`=Mo=Median$ وي.

**دویم:**

طبیعي منحني د مسلسلو او پر له پسې ارقامو طبیعي وېش ښکاره کوي، چې په لاندې ریاضیکي معادله کې ښودل کېږي:

$$Y=\frac{N}{\propto\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

پورته فورمول کې:

Y- مستقل متحول چې له اوسط څخه د انحراف بڼه یې څرګندېږي

X- تابع متحول چې د هغه پر اساس د Y ارزښ څرګندېږي

M- د نفوس یا ټولو مشاهدو اوسط چې سنجش شوی دی.

$\delta$ - میزاني انحراف (کوم چې موږ په کم شمېر مشاهدو کې پخوا ښودلی و).



$\Pi$ - ثابت (چې دغه فورمول کې یې قیمت 3,1415 دی).

e- ثابت چې دغه فورمول کې یې قیمت 2,7182 دی.

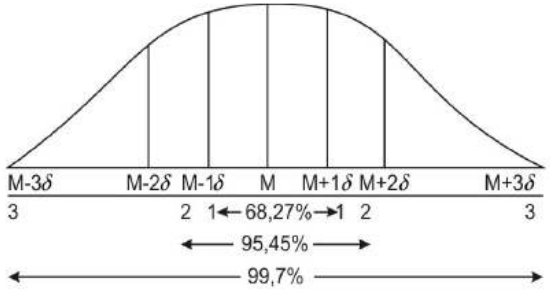
N- هغه ټول مشاهدات چې د طبیعي منحني ساحه کې راغلي او دغه ساحه یې 100% نیولې، کېدای شي موږ دغه ساحه واحد (۱) وبولو، نو له همدې کبله د هغې پر اساس د منحني ساحه کې د نورو برخو محاسبات ترسره کوو، نو موږ ویلای شو چې:

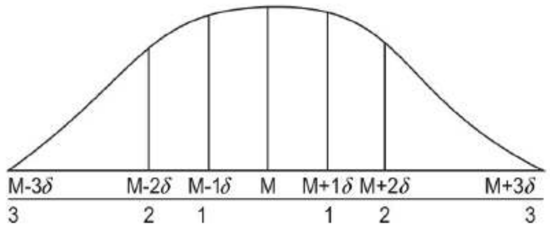
N=100%=1 یا ټول مشاهدات او د منحني ټوله ساحه چې په دې کې بیا هر صنف خپله فیصدي لري، کوم چې پخوا مطالعه شوې.

**درېیم:**

د پورته فورمول مطابق له تیوریکي پلوه داسې ګڼلای شو، چې طبیعي منحني هیڅکله د X محور سره نه نښلي، بلکې داسې اټکل کوو، چې مثلاً د یوه تحقیق د ترسره کولو لپاره راټول شوي مشاهدات چې ټول په عین توګه له ساحې راټول شوي او هر یو معین عدد او رقم دی او ځان ته خپل قیمت، وزن، اندازه او مقیاس لري، نو په دې کې د وېش له ساحې لاندې، له ټولو مشاهدو څخه د 68,27% په اندازه یې د $\mu \pm 1\delta$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه یې لرې واقع دی، خو که فاصله $\mu \pm 3\delta$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه 99,73% ټول مشاهدات ډکوي، دا فیصدي ګاني ټولې د میزاني انحراف د واحدونو په اساس اټکل شوي دي، چې وروسته به د ارقامو له مخې وښودل شي.

(۷، ۸) شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته مطلب دا دی چې: په یوه کاملاً نورمال منحني کې Mo ، Med او X مساوي یا یو په بل منطبق وي، نو دا موږ 100% ګڼو، خو په طبیعي منحني کې په لږ لږ بدلون د هغو ترمنځ فاصله ایجادېږي

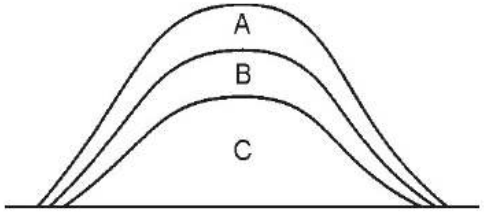
**څلورم:**

له دې کبله چې موږ د طبیعي منحني تر پوښښ لاندې ساحه 100% یا (۱) فرض کړه، نو د X د دوو ارزښتونو ترمنځ ساحه یعنې د X=a او X=b ترمنځ برخه چې (a)b) وي او د ارقامو اوسط (M) او میزاني انحراف (δ) هم معلوم وي، بالکل د محاسبې وړ ده، دغه ساحه موږ د (μ) او (δ) له مخې ټاکلای شو.

لکه چې موږ د ارقامو د صنف بندۍ په برخه کې ویلي و، د هستوګرام هر مستطیل د مربوطه دفعاتو فیصدي ښکاره کوي، نو دلته هم چې د منحني لاندې پوښل شوي هر څومره برخه چې جلا کوو، هغه هرو مرو د همدغې 100% برخې یوه معینه فیصدي را اخلي او طبعاً چې هغې برخې پورې معین شمېر دفعات اړه لري، نو جلا شوې ساحه د معین تعداد مشاهدو احتمال ښیي، نو ځکه نورمال منحني ته د احتمالاتو منحني هم ویل کېږي.

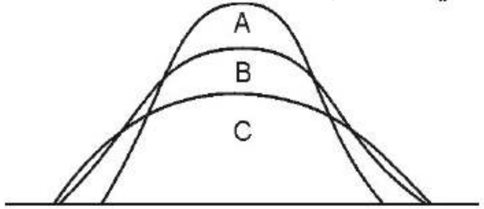
**پینځم:**

د نورمال وېش د خطي ګراف یا طبیعي منحني هغه معیارونه چې دا ډول منحني ګان د هغو پر اساس مقایسه کېږي، د S,M او N څخه عبارت دي او څومره چې د مشاهدو شمېر زیات وي، هغومره د منحني څوکه تېره او لوړه وي، خو څومره چې د مشاهدو یا دفعاتو شمېر (N) کمېږي، هومره منحني پلنوالی مومي.




(۷، ۹ الف) شکل: د N د شمېر له مخې د طبیعي منحني ګانو شکلونه
په A منحني کې N=300، په B منحني کې N=200 او په C منحني کې N=100.

پورته درې واړو شکلونو کې اوسط او میزاني انحراف یو بل سره مساوي دي، خو د مشاهدو شمېر یا د دفعاتو مجموعه (N) فرق کوي، حال دا چې په لاندې منحني ګانو یا میزاني انحراف هم فرق لري.

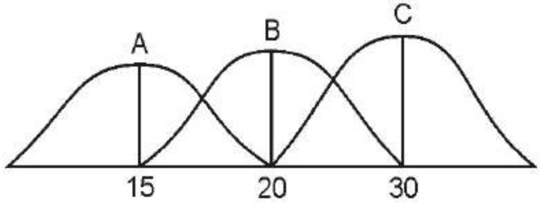



په A منحني کې $\delta=1$
په B منحني کې $\delta=2$
په C منحني کې $\delta=3$

(۷، ۹ ب) شکل:



پورته شکل کې په میزاني انحراف کې بدلون او توپیر د دې سبب شوی، چې د ارقامو د وېش منحني شکل توپیر سره ولري، سره له دې چې (اوسط M) په هغه پخواني قیمت سره دی، د N او میزاني انحراف (S.D) اغیزې معکوسې دي، ځکه چې هر څومره چې لوړ قیمت غوره کوي، هغومره دا ښکاره کوي، چې ارقام دوو خواوو ته ډېر پراګنده دي، یعنې مرکز ته تمایل یا متمرکز والی کم دی، د ګراف لوړوالی د ارقامو راټولوالی ښکاره کوي، حال دا چې د ګراف پلنوالي دوو خواوو ته د ارقامو خوروالی ښیي، خو په اوسط شکل کې ګورو چې د اوسط په بدلون منحني څومره بدلون مومي:




په A منحني کې M=15
په B منحني کې M=20
په C منحني کې M=30

په M کې زیاتوالی، منحني د X په محور له یوه ټیټ معیار څخه لوړ معیار ته خوځوي.

**شپږم:**

د (Z) یا د میزاني انحراف واحد د طبیعي منحني یو بل خصوصیت دی، د دې لپاره چې زموږ د (X) په افقي محور باندې د یوې مشاهدې ارزښ او موقعیت د میزاني انحراف په واحد وپېژنو او د طبیعي منحني په ساحه کې موږد میزاني انحراف (δ) او اوسط (M) ارزښ او موقعیت وټاکلای شو، نو موږ لومړی دا مشاهده د (Z) په واحد تبدیلوو، Z داسې مونډل کېږي

$$Z=\frac{X-\mu}{\delta}$$

دلته:

X- مشاهده یا هر عدد.

μ- د نفوس اوسط.

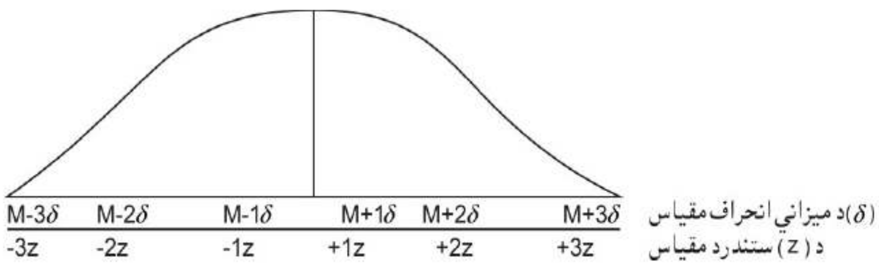
δ- میزاني انحراف.

که چېرې د طبیعي منحني مشاهدات په (Z) واړول شي، نو له طبیعي منحني کاملاً یو نورمال او متناظر منحني جوړېږي، په لاندې شکل کې ګورو چې (Z) د هر میزاني انحراف د موقعیت او ارزښ سره معادل شوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

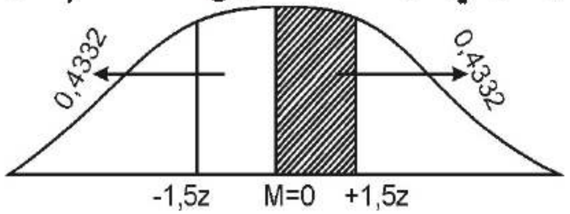


(۱۱،۷) شکل:




په ستندرد طبیعي منحني کې اوسط (M) صفر وي او میزاني انحراف (۱) وي، نو څکه (Z=1.5) په افقي محور هغه نقطه ښکاره کوي، چې د میزاني انحراف (1,5) په اندازه د ارقامو وېش له اوسط لوړه واقع وي، همدارنګه Z=-1,5 ددې برعکس نقطه ښکاره کوي، چې د ارقامو د وېش له اوسط څخه د (1,5) په اندازه د میزاني انحراف څخه ښکته واقع ده، مثلاً لاندې شکل کې:

(۱۲،۷) شکل:




د M=0 او Z=1,5 ترمنځ ساحه

د طبیعي منحني لاندې ساحه کې د (Z) مثبتو ارزښتونو یا اعدادو او قیمتونو لپاره چې د M سره یې پیدا کوي، د کتاب ضمیمه کې د (Z) جدول د عنوان لاندې راغلی دی، دا د منحني د ټولې ساحې په نسبت محاسبه او سنجول شوي، له دې کبله چې موږ د طبیعي منحني ټوله ساحه (۱) یا 100% فرض کوو، نو د M=0 څخه ښي خوا هم 10,5 او د M=0 څخه کیڼه خوا هم 0,5 راځي، چې دواړه یې بېرته 0,5+0,5=1 کېږي، نو له دې کبله چې طبیعي منحني متناظر شکل لري، د M=0 څخه ښي خوا هر ارزښ د هغه څخه د کیڼې خوا ارزښ سره مساوي دی، یعنې د (Z) مثبت قیمت عین د هغه منفي قیمت کېږي، نو په دې ډول که چېرې د M او Z لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحني د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې Z=1,5 لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحني د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلا پورته مثال کې چې Z=1,5 قیمت راکړل شوی، په جدول کې د 1,5 لپاره 0,43% او همدومره کیڼې خواته دی، نو ټوله ساحه 86,64 فیصده اشغالوي، په دې ډول موږ ګڼ شمېر علمي او تحقیقاتي مسایلو کې د سنجش له دغه مېتود څخه کار اخلو.

لکه چې د احتمالاتو تیوري او قواعدو کې ولیدل شول، چې د یوې پېښې د واقع کېدو او نه



واقع کېدو احتمال یو (۱) دی؛ مثلا د یوې هګۍ څخه د چرګ یا چرګې پیدا کېدل، چې صرف د یوې هګۍ څخه یو چرګوری راوځي، یا به چرګ وي او یا به چرګه، یا مثلا د یوې سیکې په غورځولو کې یا هغه د شېر پرمخ رالوېږي یا د خط پرمخ، نو: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

او بالعکس د دواړو مجموعه یا ځواب صرف (۱) کېږي، نو د پېښېدلو یا نه پېښېدلو احتمال هم یو احتمال دی، هیڅکله امکان نه لري یوه سیکه په دواړو مخونو عین وخت کې راولوېږي او نه هم د عین هګۍ څخه دوه چرګوري راووځي.

په طبیعي منحني کې د ګراف لاندې ساحه د ټولو دفعاتو د مجموعې (Σfi) څخه عبارت ده، کوم چې د (X) په محور واقع دی، له دې کبله چې دا ټول مشاهدات په بر کې نیسي، نو څکه هغه 100% یا (۱) بولو او له همدې امله چې د احتمال پېښېدل مو هم (۱) بللی، نو د الف واقع کېدل ممکن کېږي، کوم چې د دغو دوو ارزښتونو ترمنځ قرار لري، نو له همدې امله طبیعي منحني ته د احتمالاتو منحني وایي.

ددې لپاره چې د یوې مشاهدې د پېښېدو یا واقع کېدلو امکان یا چانس وپېژنو یا د دفعاتو او مشاهداتو په یوه مجموعه کې د یوې ټاکلې مشاهدې فیصدي او امکان پېش بیني کړای شو، نو باید د منحني لاندې ساحه کې د هغې مربوطه مساحت د ('X) څخه ښکته او پورته قیمتونو په حدودو کې پیدا کړو.

### ۷، ۲، ۱ – د طبیعي منحني په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش:

که چېرې د څو شاهدو یا د ارقامو د یوې مجموعې یا یوې پېښې د واقع کېدو د احتمال څرګندول منظور وي او وغواړو هغه د طبیعي منحني په ټولې ساحې کې وښیو، ددې مقصد لپاره لومړی یو طبیعي منحني ترسیم او بیا د X قیمت (د خپل پام وړ قیمتونو له مخې) په هغه کې په نښه کوو، بیا وروسته ګورو چې د Z قیمت څو دی؟ د هغه فیصدي د کتاب په پای کې راغلې ضمیمې د (Z) جدول له مخې مومو، وروسته همدا ساحه په فیصدي اړوو او په تور شوي رنګ یې د طبیعي منحني پرمخ په نښه کوو؛ دا هم یو څو بېلګې:

لومړی مثال: په مارکېټ کې د ۳۰۰ قلمونو موادو او اجناسو نرخونه چې یو طبیعي وېش لري، اوسط یې ۴۰ او میزاني انحراف یې ۲۰ دی، ددغو معلوماتو له مخې دا احتمال څرګند کړئ، چې منې یو من په ۲۰-۴۰ افغانیو دی؟

M=60
$\delta$=20
$X_1$=60
$X_2$=20

په لومړي قدم کې یو طبیعي منحني ترسیم او د X مربوطه قیمتونه وربانډې ښکاره کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



یا $Z=37,21$

دریم مثال:

که چیرې له یوې کروندې څخه ۳۰۰ رومي بانجان راټول شوي وي او د هغو اوسط وزن 16gr وي او د دغو ټولو ۳۰۰ رومي بانجانو ترمنځ میزاني انحراف 2,5gr سنجول شوي وي، نو څو فیصده رومي بانجان 13,5-16gr وزن لري؟

حل:

$M=16$
$\delta=2,5$
$X_1=13,5$
$X_2=16$

لرو چې: $Z=\dfrac{X-M}{\delta}$

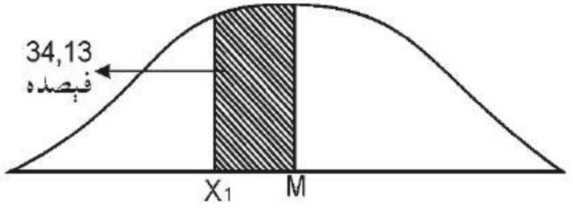
نو د فورمول له مخې لیکو چې:

$$Z_1=\frac{13,5-16}{2,5}=\frac{-2,5}{2,5}=-1$$

$$Z_2=\frac{16-16}{2,5}=\frac{0}{2,5}=0$$

په Z جدول کې د ۱ قیمت 0,3413 سره برابر دی، نو:

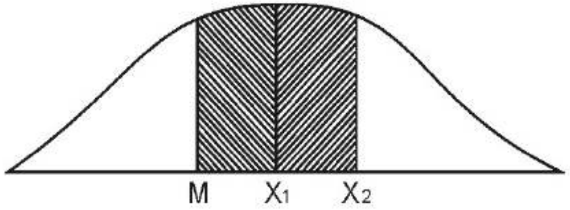
$Z_1+Z_2=0+0,3413=0,3413$ د ټولې ساحې مجموعه یا Z یا 34,13 فیصده




## ۷، ۳- دارقامو باینومیل وېش او د طبیعي منحني له مخې د هغو تخمین:

باینومیل هره هغه ریاضیکي افاده ده، چې دوه حده ولري، خو د عین طاقت یا توان لرونکی وي، مثلاً $(a+b)^2$ دلته a د افادې یو حد او b دویم حد دی، چې د دواړو طاقت (2) دی، د a او b مربوط قیمتونو په اېښودلو سره دا افاده انکشاف موندلی شي، طبعاً د هغې څخه یو ځواب راوځي او هم هغه تجزیه کېدای شي، کېدای شي هر حد بېل طاقت ولري، خو د ټولو طاقت بیا یو واحد عدد وي، خو په احصایه کې معمولاً طاقت مثبت عدد وي، مثلاً:






$$Z_1=\frac{60-60}{20}=\frac{0}{20}=0$$

$$Z_2=\frac{20-10}{20}=\frac{10}{20}=0,5$$

په دې ډول Z ساحه صفر او Z ساحه 0,5 عدد ښکاره کوي، چې ټوله ساحه یې $Z=Z_1+Z_2$ ده، نو د صفر څخه صرف نظر کوو، ځکه په (Z) جدول کې د هغه قیمت 0,0 دی، اما د 0,5 ځواب په Z جدول کې 0,1915 دی، نو لرو چې:

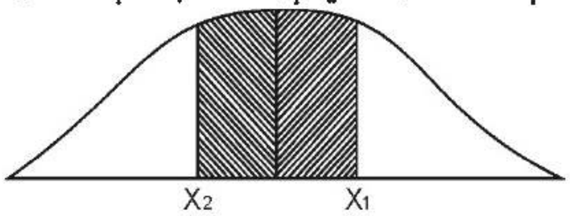
$Z=Z_1+Z_2=0+0$ , 1915% دی، نو لرو چې:

$Z=Z_1+Z_2=0+0$ , 1915=0,1915 یا ټوله ساحه یا 19,15%

دویم مثال: په لاندې ډول د یو علمي تحقیق د ترسره کولو په ترځ کې د راټولو شویو مشاهدو د وېش طبیعي منحني چې د یوې سیمې څخه د جوارو د حاصلاتو د اندازې ښکارندوی ده، په دغو ارقامو کې $\delta=10$ ده، په منحني کې په نښه شوې ساحې ښکاره کړئ؟

حل:

$M=100$
$X_1=10,5$
$X_2=97,5$
$\delta=10$




فورمول لرو چې: $Z=\dfrac{X-M}{\delta}$

نو لیکو چې:

$$Z_1=\frac{X_1-M}{\delta}=\frac{10,5-100}{10}=0,75$$

$$Z_2=\frac{X_2-M}{\delta}=\frac{97,5-100}{10}=0,25$$

د (Z) جدول له مخې $Z_1=0,2734$ ساحه او $Z_2=0,0987$ ساحه

ټوله ساحه

$Z=Z_1+Z_2=0,2734+0,0987=0,3721$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$(X-3y)^2$ یا $(2a+3b)^3$ او نور.

همدارنګه پوهېږو چې طاقت لرونکي فورمولونه په خپلو مضروباتو تجزیه کولای شو، مثلا:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

او یا هم:

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

او هم:

$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

یا

$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

په احصائیې کې باینومیل هغه وخت کارول کېږي، چې کله موږ دوه مشاهدې سره یوځای لیکو، خصوصاً دا د احتمالاتو په سنجش کې ډېرې معمول دي، مثلاً که چېرې یوه سیکه څلور ځله پورته اچوو، د هغې د شېر یا خط احتمال داسې دی.

$(\text{خط}+\text{شېر})^4$

که چېرې شېر په H حرف او خط په T حرف وښیو، نو د احتمالاتو د قاعدې مطابق چې موږ پخوا ورته اشاره وکړه، دواړه حوادث یوه ریاضیکي افاده کې لیکو: $(H+H)^4$

وروسته هغو ته د ریاضیکي فورمول مطابق انکشاف ورکوو.

$(H+H)^4=H^4+4H^3T+6H^2T^2+4HT^2+4HT^3+T^4$

په دې ډول سره د نوموړو ریاضیکي افادې له انکشاف څخه داسې یوه معادله لاس ته راځي، چې د هغې ښي خوا د (H) او (T) د ترکیب څرنګوالي ښکاره کوي او همدې خواته د هر حد موجود ضریبونه هغه تکرار ښکاره کوي، هر ترکیب یا خاصه نتیجه واقع کېدای شي، مثلا (H) حادثه په څلور ځله پورته غورځولو ۱۲ ځله تکرارېږي، ځکه د هغو د حدونو د ضریبونو مجموع چې د معادلې ښي خواته واقع دی ۱۲ کېږي.

په دغه باینومیل کې د هغې په انکشاف ورکولو سره دا ممکنه کېږي، چې موږ وکولای شو د یوې خاصې پېښې د واقع کېدو احتمال وسنجوو، مثلاً د معادلې ښي خواته د (HH)، (H) یا هم (HHH) د پېښو د احتمال نتایج.

کله چې د همدې باینومیل څخه وغواړو د هغو د دفعاتو ګراف رسم کړو، نو د معادلې ښي خوا حدونو طاقتونه چې هر یو یې د H د واقع کېدو احتمال ښیي، ددې شمېر ترستون لاندې او په خپله ضریبونه یعنې د هر حد ضریب د دفعاتو ستون لاندې لیکو، په ګراف کې ضریبونه د (X) په محور او دفعات یا توانونه د (Y) په محور ښکاره کوو، له دې څخه چې کوم Histogram په لاس راځي، هغه په خطي ګراف Polygon اړوو، نو دا یو طبیعي منحني ښکاره کوي، نو ځکه د



باینومیل معادلې له مخې ترسیم شوي دي، که چېرې موږ وغواړو د یوې سیکې څلور ځله پورته غورځولو کې درې ځله د شېر اړخ (H) واقع کېدو او یو ځل د خط (T) واقع کېدو احتمال لاس ته راوړو، نو د شېر احتمال (HHH) او د خط احتمال (T) څخه عبادت دی یا $H^3T$ کوم چې د معادلې ښي خواته د افادې دویم حد څخه عبارت ده، د ریاضیکي افادې دغه حد ضریب څلور دی، یعنې څلور ځله تکرارېږي، د احتمالاتو د تیوري او قواعدو سره سم په څلور ځله د سیکې غورځول او د درې وارو د شېر احتمال داسې سنجوو:

[د مطلوبې حادثې د نه واقع کېدو احتمال] [د مطلوبې حادثې د واقع کېدو احتمال] 4= د درې H احتمال $[P(HHH)XP(T)]$ یا $4[(H)^3X(T)]=$

له دې کبله چې په هر ځل غورځولو پنځوس فیصده د شېر او پنځوس فیصده د خط امکان شته، نو لیکو:

په څلور ځله د سکې غورځولو کې درې ځله د H د وقوع احتمال $=4\left[(\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2})X(\frac{1}{2})\right]=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

په دې ډول باینومویل معادلات ټول همدا خاصیت لري، نو ځکه هغو ته یو واحد فورمول غوره کولای شو او هغه دا دی، چې:

په دې فورمول کې:

$P(x,n,p)=(x)\overset{x}{P}(1-p)^{n-x}$

P- د پام وړ پېښې دواقع کېدو احتمال

X- د پام وړ حادثه یا پېښه

n- د نمونو اندازه (یعنې څو ځله یوه حادثه تکرارېږي).

p- په هر ځل یا په هره نمونه کې د پام وړ پېښې دواقع کېدو احتمال

$(X)=\frac{n!}{x!(n-x)!}$ – دا د پام وړ پېښې د دفعاتو څخه عبارت دی، یعنې د ضریب هغه عدد دی، چې موږ د مثال په ډول تېره شوې یوه ریاضیکي معادله کې د معادلې ښي خواته ښودلې و، یو ځل بیا هم همدا تېر مثال د پورتني معادلې په بڼه توضیح کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(3,4,\frac{1}{2})=(3)^4(\frac{1}{2})^3(1-\frac{1}{2})$$

$$P(3,4,\frac{1}{2})=\frac{4!}{3!(4-3)!}(\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2})(\frac{1}{2})$$

$$=4(\frac{1}{16})=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

مثال:

که چیرې په شپږو دانو هګیو کې د څلورو چرګانو او دوو چرګو د راوتلو احتمال سنجوو، نو په شپږو وارو کې د ښځینه چرګورو احتمال داسې محاسبه کېږي:

$$P(x,n,p)=(x)^n(p)^x(1-p)^{n-x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}=(P)^x(1-P)^{n-x}$$

دلته:

X=4 ټول حادثات

n=6 ټولې هګۍ

$P=\frac{1}{2}$ د چرګې یا چرګ د وتلو احتمال یا په یوه هګۍ کې د هر احتمال پېښېدل (50% د چرګې او 50% د چرګ احتمال).

فکتوریل داسې انکشاف مومي:

$$P(4,6,\frac{1}{2})=(4)^6(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2=\frac{61}{4!(6-4)!}.(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2$$

$$\frac{6x5x4x3x2x1}{4x3x2x1(2x1)}(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})=\frac{30}{2}(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})15(\frac{1}{16})=\frac{15}{64}$$

که د پورته ځواب حل وښیو، نو: $\frac{15}{64}=0{,}23$

خو د هغه فیصدي داسې محاسبه کېږي: $\frac{15}{64}.100=23\%$

موږ کولای شو دغه فیصدي د دفعاتو د وېش په یو طبیعي یا نورمال منحني کې هم ښکاره کړو، دلته لومړی موږ دوه محورونه ترسیم او بیا وروسته د باینومیل د انکشاف موندلي حدونو ضریبونه په (X) یا افقي محور او د هر حد طاقت یا توان د (Y) یا په عمودي محور ښکاره کوو، د موضوع د ښه روښانه کولو لپاره یوه باینومیل ته انکشاف ورکوو او بیا یې په (X) محور او (Y) محور یا متحولینو قیمت ګذاري او طبیعي منحني یې ترسیموو، فرضاً $(a+b)^4$ باینومیل لرو:

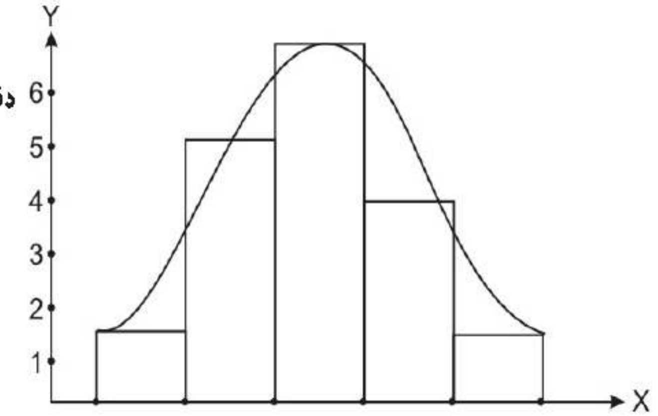
$$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

که دلته وغواړو د (a) دفعاتو وېش په ګراف کې رسم کړو، نو د پورته شرحې سره سم د a

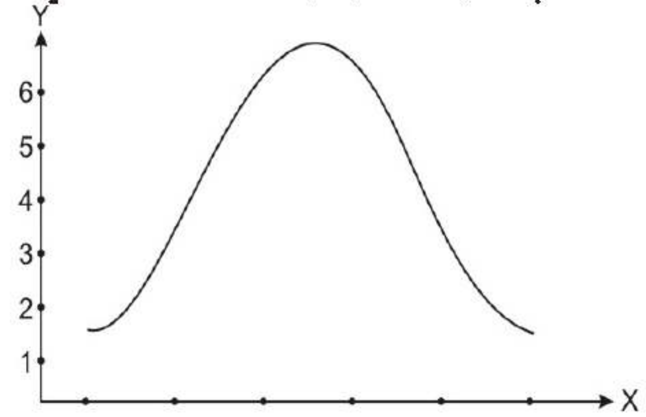


ضریبونه ښکته خوا په بېل ستون کې لیکو؛ ګورو چې د باینومیل د انکشاف موندلي معادلې اخري حد کې a نشته، یعنې طاقت یې صفر ګڼو، هغه ته صفر قیمت ورکوو، بیا د مساوات ښي لاس ته په څلورم حد کې یې طاقت (۱) دی، نو ضریب یې 4 په دریم حد کې چې طاقت 2 دی، نو ضریب یې 6 دی، لومړی د هغه یو ساده جدول ترتیب او بیا په انکشاف ورکړل شوي باینومیل کې د معادلې ښي خواته پینځه حدونه دي، نو د X په محور پینځه استوانې رسموو؛ داسې چې:

| a | دفعات(ضریبونه |
|---|---|
| 0 | 1 |
| a | 4 |
| aa | 6 |
| aaa | 4 |
| aaa | 1 |




که پورته ګراف یو ازې د هغه په Polygon ښه وښیو، کاملاً یو نورمال منحني دی؛ داسې چې:




نو په هغه صورت کې چې د ارقامو وېش کې د هغو اوسط (M) میزاني انحراف (δ) او طبعاً د هغو مجموعه (n) ټول سنجش شوي وي، نو په طبیعي منحني یا د احتمالاتو منحني کې د یوې مشخصې حادثې یا معینې مشاهدې احتمال سنجوو، د باینومیل M او δ د سنجش فورمول دا دی:

$$M=np$$

$$\delta=\sqrt{np(1-p)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته

n- ټول حادثات.

p- د پام وړ حادثې پېښېدلو احتمال.

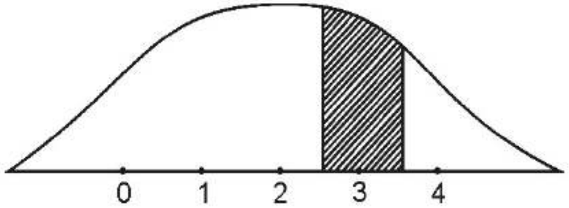
مثلاً د يوې سيکې په څلور ځله پورته غورځولو سره درې ځله شېر واقع کېدلو احتمال کې چې ټول حادثات (4) وي، يعنې (n=4) او په هر ځل د مطلوبه حادثې د پېښېدو احتمال يعنې $(p=\frac{1}{2})$ فرض کوو، نو څکه M او داسې محاسبه کوو:

$$\mu=4(\frac{1}{2})=2$$

$$\delta=\sqrt{2(1-\frac{1}{2})}=\sqrt{2-1}=1$$

که چېرې په شکل کې د طبيعي منحنی تر ساحې لاندې د شېر درې ځله واقع کېدو احتمال وښيو، نو لاندې ډول باندې مربوطه ساحه په نښه کولای شو:

(۷، ۱۵) شکل:




دلته گورو چې M او قيمتونه هم موجود دي او په افقي محور د مستطيل قيمتونه هم شته، يعنې پورته شکل کې د مستطيل قاعده له 2,5-3,5 قيمت لري.

يعنې:

X=2,5

X=3

X=3,5

لکه چې مخوا ووېل شول، د (Z) جدول څخه په استفادې په طبيعي منحنی د يوې معينې ساحې د احتمال معلومولو لپاره د نوموړي قيمتونو څخه يعنې د 2,5-3,5 ترمنځ ساحه داسې ټاکو:

$$Z_1=\frac{X_1-M}{1}=\frac{2,5-2}{1}=0,5$$

$$Z_2=\frac{X_1-M}{1}=\frac{3,5-2}{1}=\frac{1,5}{1}=1,5$$

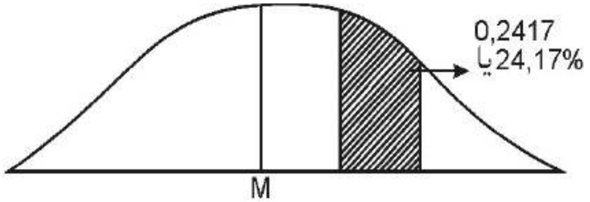
له M څخه تر Z=0,5 ساحه د جدول له مخې پيدا کوو، گورو چې د (Z) د جدول مخې Z=0,5



ساحه له 0,1915 سره مطابقت لري، همدا راز له M څخه تر 1,5 يا کله چې Z=1,5 وي، دغه ساحه له 0,4332 سره مطابقت لري، نو کله چې د $Z_2=Z_1$ قاعدې له مخې د مربوطه ساحې قيمتونه يو بل څخه منفي کړو لرو چې:

0,4332-0,1915=0,2417

په دې توگه په شکل کې ښودل شوې ساحه تو له 0,2417 يا 24,17% ده، يعنې:




په دې ډول د يوې سيکې په څلور ځله پورته غورځولو کې درې ځله د شېر په اړخ د راڅرگندېدو احتمال 24,17% فيصده دی.

اوس دا دی د دې بحث په پای کې په لنډ ډول وايو، چې کله د يوې علمي څېړنې د ترسره کولو يا د ارقامو د صنف بندې او د منحنی د ترسيم وروسته چې کوم د منحنی شکلونه په لاس راځي دا ببلا بېلې بڼې لرلای شي، يو يې هغه منحنی گانې دي، چې J ډوله، مثلث ډوله، U ډوله، څو څوکې لرونکي او داسې نور ډولونه لري، بل يې هغه منحنی گانې دي، چې د زنگ بڼه لري، هغه منحنی چې غونډې ډوله وي او لمنې يې دواړو خواوو ته په متناظر ډول هموارې وي، دې ته متناظر يا طبيعي منحنی وايي، په دغه منحنی کې ميانه، اوسط او موډ د پېژندلو وړ دي، په علمي تحقيق او احصاييوي تحليلونو کې متناظر يا نورمال منحنی د فرضيو لپاره يو معيار په نظر کې نيول کېږي، په خپله د طبيعي منحنی ساحه 100% يا يو فرض شوی چې د راټولو شويو مشاهدو څخه نمايندگي کوي، څو که چېرې وغواړو د يوې معينې مشاهدې يا په صنف بندې شويو ارقامو کې د يوه معين صنف د مشاهدو فيصدي او د هغو احتمال ومومو، نو د دې لپاره يو واحد معيار Standard Unit په نظر کې نيول شوی، چې په Z سره ښودل کېږي او په خپله Z چې د X قيمتونو معيار دی، په جدول کې قيمتونه لري او د افقي محور په سر د X هر دوو ارزښتونو ترمنځ د يوې پېښې واقع کېدل ښکاره کوي.

کله که يوه ښکارنده څو څو ځله پېښېږي، نو د تکرارونو او څو ځله پېښېدو شمېر يې په طاقت ارايه کېږي او دا چې څومره امکانات لري، هغه يې د رياضيکي افادې حدونه جوړوي، په دې ډول يوه څو حده رياضيکي معادله چې د طاقت لرونکي وي لاس ته راځي چې دې ته باينوميل وايي د باينوميلونو تجزيه د هغو په متشکله عناصرو (ضريبونو) د سره د خاصو رياضيکي فورمولونو او مېتودونو له مخې صورت نيسي. د افادې د تجزيې د واحدونو ضريبونه د دفعاتو

(c) ketabton.com: The Digital Library

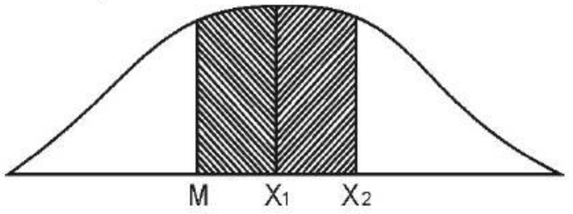


ستون لاندې او طاقتونه یې د بېل ستون لاندې ښیو، وروسته هغه د X او Y په محورونو رسمو، داسې چې ضریبونه په عمودي محور او طاقتونه په افقي محور ځای نیسي، دې پسې منحني ترسیم او له ورکړل شوي قیمت څخه یې د احتمال ساحه په نښه کوو.

مثالونه:

۱. د چرګانو د یوه فارم د هګیو ورکولو اندازې په پر له پسې ډول ثبت شوې، بیا د هغو منحني ترسیم شوی، چې د یو ځانګړي نسل هګۍ د ګراف ساحه کې په نښه شوې، تاسې د هغه فیصدي پیدا کړئ؟

(۷، ۱۷) شکل:




قیمتونه:

M=100
$X_1$=113
$X_2$=116
ع =10

$$Z_1=\frac{113-100}{10}=\frac{13}{10}=1,3$$

ساحه یې $Z_1$ 0,4032

$$Z_2=\frac{116-100}{10}=\frac{16}{10}=1,6$$ او:

ساحه یې=$Z_2$=0,4452

یا ټوله ساحه $Z=Z_2-Z_1$

یا Z=0,4032-0,4452=0,0420=4,20%

۲. یو کروندګر د خپلو بادرنګو د کروندې حاصلات څېد جوزا له نیمایي یې حاصل ټولول پیل او د سرطان تر پای پورې یې تثبیت کړي، د خامو ارقامو په بڼه یې یادداشت کړي او هیله لري چې صرف د سرطان له شملې د حاصل تر پای پورې یې یې چې کوم حاصلات کړي، آیا د ټولو حاصلاتو څو فیصده برخه جوړوي؟

حل:

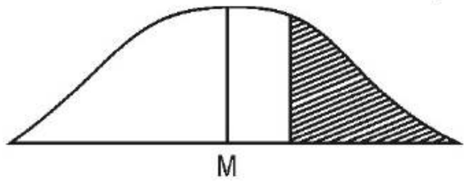
د ټولو ارقامو جدول ترتیب او بیا یې منحني ترسیموو، د ارقامو له تحلیل څخه طبیعي منحني او مربوط قیمتونه داسې ترلاسه شول:



(۷، ۱۸) شکل:

M=60
ع =20
X=80

$$Z=\frac{80-60}{20}=\frac{20}{20}=1$$




15,87% یا مطلوبه ساحه Z=0,5000-0,3414=0,1587

۳. که چېرې د حمل د میاشتې له لومړۍ تر اتمې پورې د اقلیم پېښ بیني او احتمال مد نظر وي او داسې فرض کړو، چې د شنه آسمن او باران احتمال بالکل مساوي وي، یعنې $\frac{1}{2}$ احتمال د وریځ اسمان او $\frac{1}{2}$ احتمال د شنه آسمان د پېښېدو وي، نو په دغو اتو ورځو کې صرف د درېیو ورځو احتمال سنجش کړئ؟

X=3
N=8
$P=\frac{1}{2}$
P=?

$$P(X,N,P)=\overset{n}{X}.\overset{x}{P}(1-P)^{n-x}$$

$$P(3,8,\frac{1}{2})=(3)^8(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^5$$

$$P=\frac{8!}{3!(8-3)!}(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^5$$

$$P=\frac{8x7x6x5x4x3x2x1}{3x23x1(5x4x3x2x1)}(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^5$$

$$P=56(\frac{1}{8})=\frac{1}{32}$$

$$P=56(\frac{1}{256})=\frac{56}{256}$$

P=0,21187

یا P=21,87%

که چېرې وغواړو دا ډول مسایل د طبیعي منحني په ساحه ښکاره کړو، نو په داسې حالت کې

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې د حادثاتو د واقع کېدو احتمال 50% یا $\frac{1}{2}$ وي، لکه له هګۍ، چرګ یا چرګې پیدا کېدل، د یوې سبکې شېر یا خط ارخ څرګندېدل، د وریځ یا شنه آسمان احتمال او داسې نور...، نو طبیعي منحني له (M) څخه ښي خوا یو احتمال (مثلاً شېر ارخ یا د چرګې راوتل) فرض کړو، وروسته راکړل شویو ارقامو څخه میزاني انحراف ( δ ) $N, N_2, N_1$ او نور پیدا کوو او مربوطه فورمول کې یې وضع کوو، مثلاً همدا پورته مثال کې داسې عمل کوو:

فورمول لرو چې:

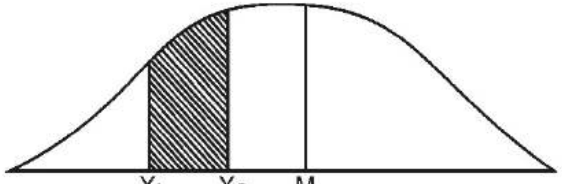
$$M = N.P = 8(\frac{1}{2}) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4(1-P)}$$

$$\delta = \sqrt{4(\frac{1}{2})} = \sqrt{2} = 1{,}4$$

$$X_1 = 2{,}5$$

$$X_2 = 3{,}5$$




$Z_1 = \frac{2{,}5 - 4}{4} = -1{,}06$ ساحه $Z_1 = 0{,}3554$

$Z_2 = \frac{3{,}5 - 4}{1{,}4} = -1{,}35$ ساحه $Z_2 = 0{,}1368$

ټوله ساحه $Z = Z1 + Z2 = 0{,}3554 - 0{,}1368$

21,8% یا

که چېرې وغواړو د همدغو اتو ورځو د شنه آسمان احتمال څرګند کړو، نو هغه د M ښي خوا ته ښکاره کېږي، مثلاً په دغو اتو ورځو کې د پینځه ورځو آسمان احتمال وموميء؟

حل:

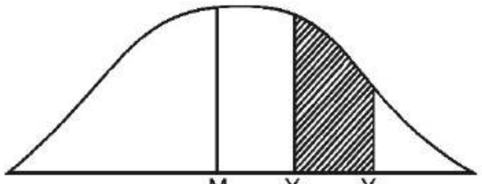
$$M = NP = 8.(\frac{1}{2}) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4(\frac{1}{2})} = \sqrt{2} = 1{,}4$$

$$\delta = 1{,}4$$

$$X = 4{,}5$$

$$X = 5{,}5$$






$$Z_1 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{4{,}5 - 4}{1{,}4} = \frac{0{,}5}{1{,}4} = 0{,}35$$

$$Z_2 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{5{,}5 - 4}{1{,}4} = \frac{1{,}5}{1{,}4} = 1{,}06$$

$Z_1 = 0{,}1368$

$Z_2 = 0{,}3554$

ټوله ساحه $= 0{,}3554 - 0{,}1368 = 0{,}2186 = 21{,}9\%$

دلته ګورو نیم احتمالات (وریځ) د M یوې خواته او نیم نور (شین آسمان) د M بلې خواته څرګند شول، فورمول او د قیمتونو وضع کلي طریقه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



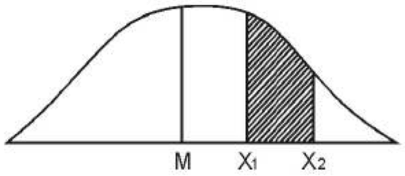
## تمرینات

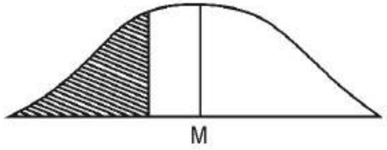
۱. د ارقامو د وېش بېلابېل شکلونه شرحه کړئ؟

۲. د متناظر منحني خصوصیات ولیکئ؟

۳. د قطعو په ۱۳ قره پرو کې د طوس، لس خال او اته خال د پېښېدو احتمال څرګند کړئ او د هغو د احتمال ساحه په طبیعي منحني کې ښکاره کړئ؟

۴. یوه پاراویت د یوې اونۍ په جریان کې بېلابېل څاروي واکسین کړي، د هغو د ارقامو څخه لاندې منحني ګانې ترلاسه شوې دي، د هغو د خصوصیاتو له مخې د نورې شوې ساحې فیصدي معلومه کړئ؟






# اتم څپرکی

## شاخصونه

## (Index Number)

### ۸، ۱– د شاخص مفهوم:

شاخص عدد هغه دی چې د مرکبو ښکارندو، ارقامو، مشاهدو او اعدادو تناسب په انډولیز ډول ښکاره کوي، یا په بله وینا: د هغو بېلابېلو ټولنیزو، اقتصادي او چاپېریالي پدیدو د مقایسې نسبي ښوونه ده، چې مقایسه یې مد نظر وي

شاخص نمبر یا Index Number چې وورسته له دې به یې په لنډیز سره شاخص بولو، یو احصایوي مقیاس دی، چې په دوو یا له هغو زیات متحولینو کې بدلونونه د سیمې، وخت او یو شمېر نورو ځانګړنو (عاید، لګښت، بیو، جوړښت او نورو...) په پرتله ښکاره کوي

د طب او عامه روغتیا په برخو کی ډیر مثالونه شته چې بای به مقایسوی توګه وڅیړل شی. د فارمسی په چارو کی د ادویه جاتو مقایسوی موثریت، له یوی سیمی څخه بلی سیمی ته د امراضو شیوع، د ارګانیزمونو مقاومت یا عدم مقاومت، د سن او عمر پرتله کول او داسی نور ټول مسایل چی کوم بل مشخص مقیاس و نه لری د شاحص په واسطه په نسبی توګه ښودل کیږی.

د کرنې او مالدارۍ په برخه کې د څارویو، د کروندو د حاصلاتو، ونو-بوټو تکثورونو، تولیدي عواملو او نورو هغه نسبي ښودنه او مقایسه ده چې د سیمو، خت، فارمونو، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، البته د کرنې او مالدارۍ اکثره عناصر په سیده ډول یو بل سره د اعدادو د ساده جمع کولو په قاعدو نه شو ترسره کولای، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، د بېلګې په ډول کرنیز محصولات سابه (چې بېلابېل ډولونه لري)، مېوې (بېلابېل ډولونه یې)، غلې دانې، د څارویو محصولات او نور چې د دغو هر یو عناصر په انفرادي ډول نه شي سره جمع کېدای، خو د هغو عمومیت همدا دی، چې ټول کرنیز محصول او د کار ثمر دی، په شاخص کې دا بلابېل اقلام په مجموعي او عمومي ډول مقایسه کېږي؛ مثلا په ۱۳۷۹ل کال کې د ۱۳۸۸ل کال په پرتله د غلو دانو په تولید کې زیات والی یا کموالی، د پروان ولایت کې د لوګر د څرخ په مقاسه د یو واحد ځمکې د انګورو حاصل مقایسه، د یو شمېر محصلینو د نمرو شاخص، د لغمان ولایت په مقایسه د کندوز په ولایت کېد وریجو د یو جریب د حاصل پرتله کول او داسې نور.

د لومړي ځل لپاره شاخص د یوه انګلیسي عالم (1845-1920) F.Y Edgeworgh له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library



تعریف او وښودل شو، ده د لومړي ځل لپاره وویل: چې شاخص هغه عدد دی، چې موږ عملاً هغه په کومه بله طریقه یا مقیاس نه شو ښودلای، پرته له دې چې یو کمیت د ځای، وخت یا نورو په مقایسه وښیو، په لنډ ډول دا چې شاخص وخت په وخت او له یو ځایه تر بله په ارقامو کې د پېښو شویو بدلونو مقیاس دی.



## ۸، ۲- د شاخص اهمیت:

سره له دې چې د شاخص، سنجش او ارایه د څېړنې په پراخ ډگر کې د استعمال ډېر موارد لري، بېلابېلو اقتصادي، ټولنیزو ډگرونو کې خپل ځانگړی اهمیت او ارزښت لري، لکه د عامې روغتیا، صنایعو، سوداگرۍ، ښوونې او روزنې او نورو کې خو بیا هم په دې هکله یوه اشاره کول په کار دي، ځکه مقایسه کول هغه ډېره واضحه ارایه ده، چې د یوې پدیدې وده یا وروسته پاتې والی وریاندې ښه ښودل کېږي، مثلاً که چېرې ووایې چې د مالدارۍ یو فارم کې د غوښې د تولید اندازه له یوه کاله تر بل کال پورې له ۵۰ ټنه ۷۵ ټنه ته لوړه شوې، نو ددې فارم په حاصل کې زیات والی د فارم د کامیابۍ ننښه ده، یا کله چې وایو په هېواد کې د منو د چنجیو د ناروغۍ خساره د لسو پخوا کلونو په مقایسه 20% راکمه شوې، دا هم اغېزمنوالی ښکاره کوي، یاد میدان ولایت کې د غواگانو د طاعون د واکسین له کبله د لوگر ولایت په مقایسه طاعون 50% کم شوی دی، په دې ډول شاخص یا د ارقامو کمښت او یا تولید په فیصدي ارایه کولای شو، چې د تزئید یا تنقیص ارایه په خپله د علمي څېړنې یو مهم هدف دی، په ذکر شوي ډول سره د غو هر یوه مثالونو کې دوه پدیدې سره پرتله شوي دي، چې د تحلیل یو ډېر ښه اصل دی.

په لږ څه لویه کچه، د شاخصونو په واسطه موږ د څو څو کلونو په موده کې بېلابېل ارقام پرتله کوو، چې د شاخصونو یوه مجموعه یا سلسله رامنځته کوي، د ارقامو پرځای د هغو نسبي بدلونونه مطالعه کېږي، نو په دې ډول دا پرتله د اصلي ارقامو د مقایسې په پرتله ډېر روښانه او اسانه ده، دا نه یوازې د تېر وخت، بلکې د دورنما پلانونو او پالیسیو په برخه کې هم ترسره کولای شو.

موږ د راتلونکي بدلونونه هم په نسبي ښه په فیصدي په نظر کې نیسو، چې د پېښېدونکي بدلون د افادې لپاره یو واحد عدد او مقیاس په لاس راځي، په تېره بیا په هغه حالت کې چې ارقام ډېر گڼ او پېچلي وي یا تاکلی وزن، ثقلت او ارزښ ولري، نو په داسې حالت کې د شاخص اهمیت نور هم زیات او لوړېږي.

## ۸، ۳- د شاخصونو د سنجش طریقې:

شاخصونه په بېلابېلو روشونو او طریقو سنجش او محاسبه کېږي، چې دا روشونه نظر هدف، ارقامو او امکاناتو ته فرق کوي؛ مثلاً:

### عمومي او انفرادي شاخصونه:

عمومي شاخصونه هغه دي، چې په مرکبو پدیدو کې بدلون ښکاره کوي، د بېلگې په ډول په عمومي ډول د هېواد د مالدارۍ په سکتور کې نظر یوه پخواني کال ته په بل کال کې بدلون یا د یو هېواد د ټول ملي عاید زیاتوالی د یوه پینځه کلن پلان په پای کې چې د غو بېلگو کې ټول

(c) ketabton.com: The Digital Library



عناصر او اجزا شامل دي، حال دا چې په انفرادي شاخصونو کې د مرکبو پدیدو په بېلابېلو عناصرو کې بدلون؛ لکه هر بېل بېل جز په ځانګړي ډول سنجش کېږي؛ مثلاً د مالدارۍ په ټول سکتور کې صرفاً د غواګانو د روزنې شاخص، یا په ټول ملي اقتصاد کې د کرنې د برخې د پومبې د تولید او صادرولو د شاخص سنجش او داسې نور...

همدارنګه د شاخصونو د سنجش روش او طریقې د اساس دورې له مخې هم فرق کوي، د بېلګې په ډول که چېرې مخکې یوه دوره هر ځل د اساس د دورې په توګه سنجول کېږي، دې ته زنځیري یا (Chain Base Method Index) یا سلسلوي سنجش وایي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د ۱۳۷۸ کال پر اساس بدلون، په ۱۳۸۱ کال کې د ۱۳۸۰ کال پر اساس بدلون او همداسې پسې ادامه لري، یعني:

خو ددې برخلاف بله طریقه د شاخص د سنجش مبنایي یا د ثابتې دورې اساس یا Fixed Base Method یا Link Index ده، چې په دې طریقه کې صرف یو ټاکلی وخت یا کال د اساس کال په ډول په نظر کې نیول شوی وي او نور ټول کلونه د هماغه یو کال پر اساس سنجول کېږي، مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د مالدارۍ په برخه کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه، بیا په ۱۳۸۰ کال کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه، بیا په ۱۳۸۱ کال کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه او همداسې وروسته نور کلونه، یعني:

شاخصونه دواړو طریقو کې ځینې نیمګړتیاوې او ښېګڼې لري، مثلاً د سلسلوي طریقې ښېګڼې دا دي چې هغې کې مستقیما بدلون په هر هر کال کې مطالعه کېږي او مولد ته خوښي ور په برخه کېږي، دویم دا چې کېدای شي په یوه کال کې نظر بل ته نوي اجناس شاخص کې داخل



شوي وي او ځینې زاړه ایستل شوي وي، نو دلته دا د سنجولو ور ګرځي، دریيم دا چې هندسي اوسط یې سنجولای شو.

دیر حله موږ ار یاستو چی طبی واقعیتونه، صحی راپورونه، د کال او میاشتو حوادث یو د بل په پرتله او نظر یوه وخت ته په بل وخت کی په هغو کی بدلون له مخی وښیو.

مبنایي روش کې د اوږدې مودې بدلون نظر یوه ډېر پخواني (اساس) کال ته امکان لري، په یوه اوږده سلسله کې ناڅاپي یا غیر عادي ارقام لرې کولای شو او یو نوع تعدیل په کې ممکن دی.

دلته د مثال په ډول له ۱۹۷۵-۱۹۸۴ پورې یو بدلون هم زنځیري او هم په مبنایي طریقو سنجش شوي (وګورئ لاندې جدول).

(۱،۸) جدول- د اساس دورې له مخې د شاخص د سنجش دوه طریقې

| Year | Price($) | (i) Index No.% $=(\frac{pn}{po}100)$ (1948 asbase) | (ii) Index No (Xhain Base) % |
|---|---|---|---|
| 1948 | 5,25 | 100 | Base |
| 1949 | 5,87 | 112 | 111,8 |
| 1950 | 6,12 | 117 | 104,2 |
| 1951 | 5,50 | 105 | 89,8 |
| 1952 | 6,25 | 119 | 113,6 |
| 1953 | 6,62 | 126 | 105,9 |
| 1954 | 6,75 | 129 | 101,9 |
| 1955 | 7,12 | 136 | 105,4 |
| 1956 | 6,50 | 129 | 91,2 |
| 1957 | 7,50 | 143 | 114,9 |

شاخصونه د سنجش د تخنیک او طرله پلوه په بېلابېلو لارو محاسبه کېږي، چې هر یو یې په تفصیل سره تر بحث لاندې نیسو:

### ۸، ۳، ۱ - د حقیقي مقدار د نسبي شاخص د سنجش طریقه:

دېته د حقیقي مقدار ساده نسبي سنجش هم وایي، دلته د شاخص نمبر عمومي افاده داسې ده، چې نظر یوه اساس یا معیار وخت ته د یوه بل معیار او وخت په مقایسه مطلوبه پدیده کې بدلون؛ مثلاً د استهلاکي امتعو او اجناسو بیه کې نظر یوه پخواني وخت ته بدلون داسې افاده کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$I=\frac{P_n}{P_o}X100$$

دلته:

I- شاخص

Pn- مورد نظر وخت کې قیمتونه

Po- اساس یا مخکینې وخت کې قیمتونه چې په فیصدۍ ارایه کېږي.

په دې ډول د شاخص عمومي افاده داسې خلاصه کوو:

دا یو احصایوي تحلیل دی، چې یو (۷) متحول نظر یوه پخواني وخت ته مقایسه او مطالعه کوي، په پورته طریقه کې صرف یو جنس یا یوه پدیده د بلې په مقایسه په اوس وخت کې یا د راتلونکي لپاره نظر یوه معین اساس وخت ته مقایسه کېږي او د هغې افزایش یا تنقیص په فیصدۍ ښودل کېږي.

لومړی مثال:

د یوې کروندې د غنمو حاصل په ۱۳۷۹ کال کې ۲۰ منه وو، همدې کروندې په ۱۳۸۰ کال کې د غنمو ۸۵ منه حاصل درلود، د ۱۳۸۰ کال شاخص د ۱۳۷۹ کال په اساس محاسبه کړئ؟

$$Qi=\frac{q_n}{q_o}x100=\frac{85}{60}x100=141,66\%$$ یا د مقدار شاخص

دویم مثال:

د یوه کلیوال د چرګانو شمېر دده د کورنۍ فارم د تاسیس لومړي کال کې ۱۴۰ او په دویم کال کې ۷۰ و، د هغو بدلون د لومړي کال په مقایسه په دویم کال کې وښایاست؟

$$Qi=\frac{q_n}{q_o}x100 \quad Qi=\frac{70}{140}x100=50\%$$

دریم مثال:

د یوه حیواني کلنیک د راجستر د کتاب له مخې دې کلنیک د ۱۳۷۹ کال د اسد په لومړۍ ۹۷۰ څارویو او د اسد په دویمه کې هم ۹۷۰ څارویو واکسین کړي، آیا دواړو دورو کې څومره زیاتوالی راغلی؟

$$Qi=\frac{970}{970}x100=100\%$$

لکه چې ولیدل شول دغو مثالونو کې دوه ټاکلي ارقام بېلابېلو دورو کې یو بل سره مقایسه شوي، هغه دوره کې چې د هغې درجه یا رقم یا عدد او مقدار محاسبه کېږي، د راپورډهۍ یا مورد نظر یا جاري دورې په نوم یادېږي، هغه دوره، وخت یا موده چې د هغې له رقم (عدد) سره مقایسه صورت نیسي، د اساس دورې، اساس وخت یا اساس مودې په نوم یادېږي.



مثلاً په لومړي مثال کې ۱۳۷۹ کال د اساس کال او ۱۳۸۰ کال د جاري یا مورد نظر کال څخه عبارت دی، شاخص په سلو اله ښیو، که چېرې شاخص واحد (100%) وي، نو دا مانا لري، چې مقدار او ارقامو کې هیڅ بدلون (کمښت او زیادت) نه دی راغلی؛ لکه دریم مثال کې، خو که له واحد (100%) زیات و، نو ددې مانا داده چې د راپورډهۍ زمان کې نظر اساس زمان ته زیاتوالی راغلی، مثلاً که د شاخص ځواب 150% و، نو یو نیم ځل زیاتوالی ښکاره کوي او که 200% و، نو دوه ځله زیاتوالی ښیي، په دې برخلاف که شاخص له واحد څخه کم و، نو دا کمښت ښکاره کوي، لکه دویم مثال کې، چې 50% یا سم نیم کموالی راغلی دی، پورته درې واړه مثالونه د مبنایي سنجش بېلګې دي، چې صرف یو یو عنصر په کې په انفرادي ډول مطالعه شوی، ددغه روش ښېګڼه داده چې مقایسه کې ډېر ژر او اسانه او واضحه صورت نیسي او اصل فیصدي او جنس په کې شامل وي، خو نیمګړتیا یې داده چې قیمت یې ورسره نشو سنجولای او بعضې وخت د یوه پرځای څو څو عناصر یعنې مرکب شاخص مطالعې لاندې په کې نیول کېدای شي، چې که دا اجزاء او اقلام قیمت ولرېو نو د ارزش لرونکو ارقامو د شاخص د سنجش لپاره لاندې نورې طریقې لرو:

## ۸، ۳، ۲- د قیمتونو غیر وزن شوي شاخص د سنجش طریقې:

له دې کبله چې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې ګڼ شمېر محصولات خپل ټاکلي ارزش لري او د مقدار او حجم ترڅنګ په ټاکلو واحدونو د هغو ارزش هم محاسبه کېږي، نو باید د شاخص په سنجش کې یې قیمت او د ټولو اراقمو یا محصول مجموعه وسنجول شي، ددغه روش مطابق د اصلي محصول یا ارقامو قیمتونه په سیده ډول یا په نسبي ډول په نظر کې نیول کېږي، خو د محصولاتو مشخص وزن یا اهمیت په نظر کې نه نیول کېږي، نو ځکه ورته غیر وزن شوي روش وایي، چې یو یې د حقیقي قیمتونو مجموعي مېتود او بل یې د حقیقي قیمتونو د سنجش اوسط مېتود دی، دواړه به وګورو:

**الف- د حقیقي قیمتونو غیروزن شوي مجموعي طریقه:**

په دې کې پرته له دې چې د هر رقم او قلم نسبي ارزش وټاکو، صرف د هغو مجموعه د راپورډهۍ یا مورد نظر دورې لپاره په لاس راوړو، بیا یې د اساس دورې په مجموعه وېشو، د اساس رقم یا دوره 100% فرض کوو، په پای کې مورد نظر مقایسه په لاس راځي، فورمول یې دا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library



- تول اجناس د اهمیت له پلوه مساي وي
- که چېر د اجناسو مقدار په یوه واحد واړول شي، ممکن په شاخص کې لوڅه بدلون راشي، مثلاً که چېرې یو جنس په من وي، نور په کیلو، نو که دا یو من په (۷کیلو) یا د نورا جناسو ۷ کیلو به په یو من اړوو، په محاسبه کې لوڅه بدلون راځي، خو په دې طریقه کې اکثره د واحدونو بدلولو ته ضرورت نشته



$$(pi)=\frac{\Sigma p_n}{\Sigma p_o}x100$$ د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص

دلته

$P_n$- د راپوردهی یا جاري مودې قیمتونه

$P_o$- د اساس دورې قیمتونه

$\Sigma$- مجموعه

$Pi$- د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص

په ۱۳۷۰ کال کې د یو من غنمو بیه ۱۱۰، یو کیلو غوښه ۲۰ او یو لیتر شیدې ۱۲ افغانۍ وې، په ۱۳۸۰ کال کې د دغو اجناسو قیمت په وار سره ۶۵۰۰۰، ۲۵۰۰۰ او ۸۰۰۰ افغانۍ شوې، د هغو شاخص وسنجوئ؟

(۲،۸) جدول په ۱۳۸۰ کال کې د درې قلمو اجناسو قیمتونو شاخص نظر ۱۳۷۰ کال ته

| Commodity | Unit | Prices (Afg) in | |
|---|---|---|---|
| | | 1370 | 1380 |
| Wheat | Sir | 110 | 65000 |
| Meat | Kgr | 60 | 25000 |
| Milk | Lit | 12 | 8000 |
| Totla | | 182 | 98000 |
| Index No. | | 100% | 538,4% |

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص $(Pi)=\frac{98000}{182}x100=538,4\%$

## ښېګنې او نیمګړتیاوې:

**الف- ښېګنې:**

- دا طریقه اسانه او ساده ده.
- په مجموع کې د یو شمېر محصولاتو د قیمتونو شاخص ښکاره کوي.
- که د اجناسو اندازه په بېلابېلو واحدونو وښیو، یا یې واحد هیڅ نه وي ورکړل شوی بیا هم د محاسبې وړ ده.

**ب- نیمګړتیاوې:**

- په هر بېلابېل محصول او رقم کې بدلون نشو ښکاره کولای.
- که چېرې په یو محصول کې ډېر زیات فرق راشي او نور باقي محصولات د پخوا په شان واحد (ثابت) وي، بیا هم هم دا یو قلم تفاوت په مجموع کې د شاخص په مجموعه اغېزه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



**ب: د نسبي قیمتونو د اوسط سنجش طریقه:**

په دغه طریقه کې لکه پخوا په شان لومړی د اساس کال د اجناسو قیمتونه هر یو يې 100% فرض کوو، وروسته بیا د جاري یا راپور دهي د کال قیمتونه د اساس کال د قیمتونو په مقایسه د فیصدي په بڼه په نسبي ډول اړوو، بیا له یوه وسطي وزن (معمولا ساده حسابي اوسط، هندسي یا هم میانې) څخه استفاده کوو، په اوسط ډول يې شاخصونه سنجوو، عمومي فورمول يې دا دی:

$$\text{د نسبي قیمتونو شاخص په اوسط طریقه} = \frac{\Sigma(\frac{P_n}{P_o}).100}{N}$$

دلته:

$P_n$- مورد نظر کال د اجناسو قیمتونه

$P_o$- اساس کال کې د اجناسو قیمتونه

$\Sigma$- مجموعه

N- د ټولو اجناسو شمېر.

مثال: د اوو قلمو اجناسو ورکړل شوي قیمتو د ۱۹۵۷ کال د بیو په اساس لرو، په ۱۹۵۸ م کال کې قیمتونو کې يې بدلون محاسبه کړئ؟

(۳، ۸)- د اوو قلمو اجناسو د شاخص محاسبه

| Commdity | Unit | Prices ($) in: | | Priceesrelatives | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1957 | 1958 | 1957 | 1958 |
| Wheat | Ton | 351,00 | 335,0 | 100 | 95,44 |
| Rice | Kgr | 35,00 | 32,0 | 100 | 91,43 |
| Salt | Kgr | 1,25 | 1,40 | 100 | 110,00 |
| Sugar | Kgr | 2,25 | 2,60 | 100 | 115,56 |
| Cloth | Yard | 0,75 | 0,85 | 100 | 113,33 |
| Milk | Lit | 1,25 | 1,35 | 100 | 108,00 |
| Oil | Gall | 10,00 | 11,00 | 100 | 110,00 |
| Total | | | | 700 | 745,76% |
| Index No. | | | | 100% | 106,5% |

$$P_{on} = \frac{\Sigma(\frac{P_n}{P_o})x100}{n} = \frac{745,76}{7} = 106,5$$

**۸، ۳، ۳- وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش طریقه:**

ډېرې وخت اړیو، چې د محصولاتو د قیمتونو ترڅنګ د هغو د حجم او مقدار وزن هم



محاسبه کې شامل کړو، چې هم يې د قیمت او هم يې د مصرف یا لګښت یا تولید د وزن او اندازې (حجم) د بدلون په هکله معلومات برابر شي، دغې طریقې ته Wighted Aggregativ Price Index Numbers وايي، چې د یو معین جنس د بيې سره یو ځای يې وزن د مربوطه مقیاس د واحد په ارایه کولو محاسبه کېږي، دلته په اساس زمان کې قیمت او جاري یا مورد نظر د وخت قیمت د یوه ثابت وزن سره ضرب کېږي، نو څکه دلته له وزن سره د حقیقي قیمتونو شاخص ورته وايي او بیا يې په دواړو وختونو کې د وزن شویو قیمتونو مجموعه په لاس راځي په دریم ګام کې د اساس و زمان وزن شوې مجموعه (100%) قیاس او د جاري یا پام وړ وخت وزن شوې مجموعه د اساس زمان په پرتله په فیصدي سره ښیو او سنجوو يې، د مصرفي اجناسو د قیمتونو د وزن شوي شاخص په برخه کې معمولاً په یوه برخه کې معمولا په یوه ټاکلي وخت کې د اجناسو د مصرف مقدار او حجم د وزن په ډول کارول کېږي، ددې لپاره چې په حاصله شوې مجموعه کې صرف د قیمتونو بدلونونه محاسبه شوي اوسي او د اجناسو د مصرف مقدار په کې ډېر منعکس نه شي، نو باید په دواړو وختونو کې (هم اساس او هم جاري زمان) کې باید ثابت شي، نو څکه د وزن په توګه د اساس زمان مصرف د حجم د وزن په ډول په دواړو وختونو کې کارول کېږي.

دې برخه کې لومړی ځل جرمني عالم Etienne Laspeyres په ۱۸۲۴ م کال کې یوه طریقه او فورمول وړاندې کړ، چې بیا د یوه بل جرمني عالم او اقتصاد پوه Herman Paasche لخوا په ۱۸۷۴ م کال کې دغه طریقه نوره هم بشپړه شوه، چې اوس دا دواړه طریقې د همدې عالمانو په نوم کار لاندې نیول کېږي او احصایوي تحلیلونو کې په کار ځي، وروسته بیا د انګلیسي اقتصاد پوه Irving Fisher (Dr. of Eco. Sci.) (1867-1947) او Alfred Marchall (1845-1926) او Walsh لخوا په ډېر لږ تفسیر او اصلاح د لاسپرس او پاچ طریقې وکارول شوې، اوس د وزن لرونکو حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش لپاره همدا بېلابېلې طریقې معمولي او دود دي، دلته به يې لږ څه په تفصیل سره د ځینو بېلګو سره وګورو.

**الف: د لاسپرس د قیمتونو شاخص (Lasppyress Price Index):**

دغه نامتو جرمني اقتصاد پوه د شاخص د محاسبې لپاره لاندې فورمول وړاندې کړ:

$$P_{on} = \frac{\Sigma p_n.q_o}{\Sigma p_o.q_o} x100$$

دلته:

$P_n$- په جاري زمان کې قیمت.

$P_o$- اساس زمان کې قیمت.

$q_0$- اساس زمان کې مقدار یا حجم.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Σ-مجموعه

مثال: په ۱۳۷۹ او ۱۳۸۰ کلونو کې یوه سیمه کې د هرې اونۍ لپاره د پینځه ډوله کرنیزو محصولاتو مصرف او قیمت په لاندې ډول وو: (قیمتونه په افغانۍ).

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹ | | ۱۳۸۰ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | دمصرف حجم | بیه | د مصرف حجم | بیه |
| اوړه | تن | ۱۰ | ۱۰۰ | ۱۴ | ۱۴۰ |
| وریجې | تن | ۱۲ | ۸۰ | ۱۴ | ۱۰۰ |
| شیدې | لیتر | ۱۲۰ | ۴۰ | ۱۸۰ | ۸۰ |
| بوره | من | ۴ | ۹۰ | ۲ | ۱۲۰ |
| چای | کیلو | ۲ | ۲۰ | ۳ | ۳۰ |

یادونه: ارقام فرضي دي

د پورته اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص حاسبه کړئ؟

حل:

(۴، ۸) جدول: د لاسپریس په طریقه د وزن شویو قیمتونو شاخص سنجش.

| Commodity | Unit | 1379 (Base) | | | 1380 (The Given Year) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $q_o$ | $p_o$ | $p_oq_o$ | $q_1$ | $p_1$ | $p_1q_o$ |
| Flour | Ton | 10 | 100 | 1000 | 14 | 140 | 1400 |
| Rice | Ton | 12 | 80 | 960 | 14 | 100 | 1200 |
| Milk | Lit | 120 | 40 | 4800 | 80 | 80 | 9600 |
| Sugar | Kgr | 4 | 90 | 360 | 120 | 120 | 480 |
| Tea | Kgr | 2 | 20 | 40 | 30 | 30 | 60 |
| Total | | | | 7160 | | | 12740 |
| Index No. | | | | 100% | | | 171% |

$$(P_{on})=\frac{\Sigma p_n.q_o}{\Sigma p_o.q_o}x100$$ یا د لاسپرس په طریقې وزن د قیمتونو شاخص

$$.(P_{on})=\frac{12740}{7160}x100=17\%$$

**ب: د پاچ د قیمتونو شاخص (Paasches Price Index):**

د لاسپریس طریقه یوه ښه طریقه ده، خو په هغې کې د اصلي زمان مقدار او حجم یعنې ($q_0$) دوه ځله راغلي، هم په صورت او هم په مخرج کې نو طبعاً د محاسبې په پایله اغېزه لري، حال دا چې پاچ الماني عالم دغه طریقه یو څه اصلاح کړه او د اساس زمان د مقدار په عوض یې د جاري زمان مقدار ته اهمیت ورکړ، دا له دې کبله چې د وخت په تېرېدو سره د اجناسو مقدار او حجم



د اجناسو د قیمت بدلون په ښه ډول نه شي منعکس کولی، نو د جاري زمان یا د راپور دهي مودې مقدار استفادې لاندې نیول کېږي، فورمول یې دا دی:

$$(p_{on})=\frac{\Sigma p_n.q_n}{\Sigma p_o.q_n}.100$$ د پاچ د قیمتونو وزن شوی شاخص

مثال: د یوې کورنۍ د ۱۹۹۹ م کال د جون او جولای د میاشتو مصارف او مقدار په لاندې ډول وو:

| اجناس | واحد | جون | | جولای | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | د مصرف مقدار | بیه | د مصرف مقدار | (حجم) په |
| شیدې | لیتر | ۱۰ | ۵ | ۱۲ | ۴ |
| اوړه | من | ۴ | ۲۰ | ۳ | ۲۰ |
| توکر | متر | ۴ | ۱۰ | ۴ | ۱۰ |
| چای | کیلو | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ |
| هګۍ | داني | ۲۰ | ۲ | ۲۲ | ۴ |

یادونه: ارقام فرضي دي

د دغو ذکر شویو اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص د پاچ په طریقې د جولای د میاشتې لپاره د جون د میاشتې پر اساس حل کړئ.

(۵، ۸) جدول- د پاچ په طریقې د وزن شویو قیمتونو د شاخص سنجش.

| Commodity | Unit | Jun (Base) | | | July (The given Price) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $q_o$ | $p_o$ | $p_oq_1$ | $q_1$ | $p_1$ | $q_1p_1$ |
| Milk | Lit. | 10 | 5 | 60 | 12 | 6 | 72 |
| Flower | Seer | 4 | 20 | 80 | 4 | 30 | 120 |
| Cloth | Meter | 4 | 10 | 40 | 4 | 10 | 40 |
| Eggs | Kgr | 2 | 2 | 8 | 4 | 4 | 16 |
| | Dozen | 6 | 2 | 44 | 22 | 4 | 88 |
| Total | | | | 232 | | | 336 |
| Index No. | | | | 100% | | | 145% |

$$(p_{on})=\frac{336}{232}x100=145\%$$ د پاچ په طریقه

**ج: د فیشر ایدیال شاخص Fisters Ideal Index:**

لکه چې موږ ولیدل د لاسپرس په طریقه او فورمول کې په جاري یا مورد نظر زمان کې ($p_n.q_o$) د اساس کال ($P_0xQ_0$) سره مقایسه کېدل، دلته له دې امله چې د اساس کال د ارقامو رول زیات دی، نو ممکن د هغو ارزش له هغه حقیقي ارزش څخه لوړ منعکس شي، اما د فورمول په صورت

(c) ketabton.com: The Digital Library



کې د مورد نظر کال قیمتونه د اساس کال مقدار سره ښودل شوي او د پاچ په طریقه کې هم د مورد نظر زمان د مقدار په مقایسه محاسبات صورت نیسي، نو ددغو دواړو ترمنځ د یوه تعادل د راوستو لپاره فیشر یو ډول هندسي اوسط څخه کار واخیست او د لاسپرس او پاچ دواړو طریقو فورمولونه یې ضرب او بیا یې مربع جذر استخراج کړ، په لاندې ډول:

$$P_{on}(\text{Fisher}) = \sqrt{P_{on}(\text{Laspyres}) x P_{on}(\text{Passches})}$$

$$\text{فیشر ایدیال شاخص} = \sqrt{\frac{\Sigma p_n . q_n}{\Sigma p_o . q_o} x \frac{\Sigma p_n . q_n}{\Sigma p_o . q_n}}$$

**د: د حقیقي قیمتونو د وزن شوې مجموعې شاخص د سنجش لپاره د مارشال او وایجورت طریقه:**

ددې لپاره چې د لاسپریس او پاچ په طریقه کې د بحث وړ تکي بالکل حل شوي او سي، دوه تنو انګلیسي پوهانو Alfred Marshall (1842-1920) او F.Y. Edgeworth (1845-1926) د شاخص ذکر شویو فورمولونو ته لېږ نور هم انکشاف ورکړ، دې ته یوه موافقه د حل طریقه Acompromise Slution ویل شوي، چې هغه داده:

$$P_{on} = \frac{\Sigma p_n (q_o . q_n)}{\Sigma p_o (q_0 + q_n)}$$

مثال: په لاندې جدول کې د درې ډولو اجناسو قیمتونه او مقدار په 1960 او 1964 کلونو کې ورکړل شوي، د 1960 پر اساس یې په 1964 کې شاخص د مارشال – ایجورت په طریقه ومومئ؟

(۸، ۲) جدول- د درې ډوله اجناسو د قیمتونو شاخص سنجش د مارشال – ایجورت په طریقه

| Commodity | 1960 | | 1964 | | $(q_0+q_1)$ | $p_1(q_0+q_1)$ | $p_0(q_1+q_1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $p_o$ | $q_o$ | $p_1$ | $q_1$ | | | |
| A | 3,95 | 9,67 | 4,25 | 10,4 | 20,11 | 85,47 | 79,438 |
| B | 34,8 | 78 | 38,9 | 83 | 161 | 6,269 | 5,602 |
| C | 61,5 | 118 | 59,7 | 116 | 234 | 13,96 | 14,405 |

$$\text{The Marshall – Edgewerth Price in Index} = \frac{\Sigma p_1 (q_o + q_1)}{\Sigma p_o (q_o + q_1)} x100$$

$$= \frac{105,710}{99,446} x100 = 106,3\%$$

**۸، ۴ - د شاخصونو په برخه کې د پام وړ تکي او ځینې پرابلمونه:**

د شاخصونو په ټولو ډولونو یعنې هم عمومي، هم انفرادي، هم زنځیري او هم ربطي ډولونو کې د ریاضیاتي ځانګړنو برسېره، ځینې نظري او عملي پرابلمونه او د پام وړ مسایل شته، چې



باید په پام کې ونیول شي، دا پرابلمونه په لاندې ډول دي:

a. له دې کبله چې د شاخص لپاره اعداد د مقایسې په خاطر غوره کېږي، نو باید دقت وشي، چې نمونې او مشاهدې باید تصادفي Random Sample ونه اوسي، بلکې دا باید انتخاب شوي او سنجول شوي ارقام اوسي.

b. باید د اساس کال یو نورمال او عادي کال وي، نه دا چې د ناروغیو، وچکالیو یا جګړو زمان او کال وي، طبعاً په هغو کې ارقام، تولیدات، قیمتونه او محصولات غیرعادي وي، باید داسې اساس کال غوره نه شي.

c. باید اساس کال ډېر لرې نه وي، بلکې یو نژدې او تازه کال وي.

d. د شاخص لپاره غوره شوي ارقام باید ډېر اعظمي او ډېر اصغري نه وي، که داسې وو، نو ښه به وي، چې د مقایسې لپاره د څو کلونو اوسط ونیول شي، بیا د شاخص محاسبه ترسره شي.

e. باید په شاخصونو کې داسې ثقلت په کار یوړل شي، چې د هغو اقتصادي اهمیت مهم وي.

f. باید د شاخصونو د معلومولو لپاره نظر هدف او مقصد ته لازم اجناس او ارقام راټول شي، کله چې موږ د کرنې او مالدارۍ برخه کې د قیمتونو شاخص ټاکو، باید هغه کې کافي اندازه محصولات راولو؛ لکه غلې، دانې، سابه، لبنیات او نور.

د فیشر له نظره دا اجناس باید اقلا ۵۰-۲۰ پورې وي.

g. په یوه دینامیک اقتصاد کې نه یوازې د اجناسو کمیت، بلکې مقدار او حجم بدلېږي، بلکې وخت په وخت د هغو کیفیت کې هم بدلون راځي، نو ځکه په بېلابېلو وختونو کې د شاخصونو مقایسه کې د هغو نظر کې نه نیول یا د ډېرو اوږدو فاصلو کې د شاخص سنجش ممکن ګټور تمام نه شي، داسې حالت کې زنځیري شاخص ډېر ارزښت پیدا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Compute the seasonal indices by using the ratio to moving average method for the data in example:

| Year and quarter (1) | Y- Values TCSI (2) | 4-quarter centred moving averages TC (3) | Seasonal relatives TCSI÷TCx100=SI (4) |
|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | - | - |
| II | 98 | - | - |
| III | 79 | 89,6 | 88,2 |
| IV | 106 | 93,5 | 113,4 |
| 1980-I | 79 | 99,2 | 79,6 |
| II | 122 | 106,6 | 114,4 |
| III | 101 | 119,1 | 89,3 |
| IV | 143 | 117,4 | 121,8 |
| 1981-I | 94 | 123,1 | 76,4 |
| II | 141 | 128,6 | 109,6 |
| III | 128 | 134,6 | 95,1 |
| IV | 160 | 138,8 | 115,3 |
| 1982-I | 125 | 139,9 | 89,3 |
| II | 143 | 144,1 | 99,2 |
| III | 135 | - | - |
| IV | 187 | - | - |

يو حل شوی مثال:

د څلورو اجناسو (ABC او D) ځنځيري شاخص د هر کال لپاره پيدا کړئ؟

| Year | Commodity | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D |
| 1951 | 81 | 77 | 119 | 55 |
| 1952 | 62 | 54 | 128 | 82 |
| 1953 | 104 | 87 | 111 | 100 |
| 1954 | 93 | 75 | 154 | 96 |
| 1955 | 60 | 43 | 165 | 88 |

د پورتني مثال د حل لپاره لومړی د هر کال مربوطه ارقام پيدا کوو:



$$\text{Link relative for 1952} = \frac{62}{81} x100 = 76$$

$$\text{Link relative for 1953} = \frac{104}{62} x100 = 68$$

$$\text{Link relative for 1954} = \frac{93}{104} x100 = 89$$

$$\text{Link relative for 1955} = \frac{60}{93} x100 = 65$$

## تمرينات

۱. په ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴ او ۱۳۷۵ کلونو کې په يوه فارم کې په وار سره ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۱۰، ۲۲۰ او ۳۰ منو په اندازه توليد صورت نيولی و، لومړی د توليد د مقدار شاخص د ۱۳۷۰ کال په اساس په مبنايي طريقه او بيا يې هر کال د مخکني کال پر اساس په زنځيري طريقه پيدا کړئ؟

۲. درې دوله اجناس (جوار، وريشې او مېږ) لرو، په ۱۳۷۹ کال کې يې د هر يو من بيه په ۸۰، ۲۰ او ۲۵ وه، په ۱۳۸۰ کال کې يې بيه ۱۰۰، ۱۲۰ او ۱۲۵ شوې، د حقيقي قيمتونو شاخص يې پيدا کړئ؟

۳. لاندې ارقام لرو:

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹ | | ۱۳۸۰ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | مصرف | بيه | مصرف | بيه |
| غوړي | کيلو | ۱۱ | ۱۰ | ۱۵ | ۱۴ |
| وريجې | من | ۲۲ | ۱۰ | ۲۵ | ۱۲ |
| شيدې | ليتر | ۳۰ | ۱۰ | ۳۰ | ۱۰ |

د پاچ او لاسپيريس په طريقه يې شاخص پيدا کړئ؟

۴. فيشر څوک وو او څه يې وکړل، فورمول يې د څه په نوم يادېږي او چېرې استعمال لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



# نهم څپرکی
## زماني سلسلې
## Time Series

### ۹، ۱ – تعریف او مفهوم:

زماني سلسلې د وخت په اوږدو کې د لومړنیو ارقامو یو سیټ او سلسله ده، چې د وخت د بېلابېلو مقیاسونو لکه ساعت، ورځ، میاشت یا کال په ټاکلو واټنونو کې ثبت شوي وي، د ارقامو سلسلې نظر وخت ته له کرونولوژیکي پلوه مشاهده، ترتیب او تنظیم کېږي.

په دې توګه په زماني سلسلو کې بېلابېل متحولین یوازې او یوازې د وخت تابع دي، نو څکه موږ نور عوامل په زماني سلسلو کې قطعاً د خیل او اغېزمن نه ګڼو؛ په بله وینا: که چېرې د (Y) بېلابېلو قیمتونه $(Y_1, Y_2, Y_3, \ldots Y_n)$ بېلابېلو زماني فاصلو کې $(t_1, t_2, t_3 \ldots t_n)$ په نظر کې ونیسو، نو (Y) صرفاً د (t) تابع ده، یعنې:

$$Y=f(t)$$

زماني سلسلې نه یوازې ګڼ شمېر تولنیزې ښکارندې را اخلي، بلکې د چاپېریال په اړه هم هغه ارقام چې د وخت په ټاکلي واټن کې یې د ثبت او تحلیل اړتیا وي، را اخلي کوم چې په کرنه کې او د مالدارۍ په برخه کې اهمیت لري؛ لکه د وخت په بېلابېلو فاصلو کې د حرارت درجه، په یوه سیمه کې د رطوبت بدلون او مسلسلې ریکارډ یې د کلیزې د نېټوله مخې، د نمویي فصل په دوران کې له پیل تر پایه د یوه بوټي وده، د شیدې ورکولو Lactation یوه دوره کې د یوې غوا د شیدو د اندازې ثبت او نور.

که چېرې موږ د زماني سلسلو تحلیل ترسره کوو، په اول سر کې ورکړل شوې سلسله په یوه ګراف کې رسموو، داسې چې د وخت انټروال (t) په افقي (مستقل) محور باندې او مربوطه قیمتونه په عمودي (تابع) محور باندې ښیو، ګراف ښه ښکلې بڼې غوره کوي

### ۹، ۲- د زماني سلسلو اهمیت:

زیاتره وخت موږ د یوې علمي څېړنې د چلند ښکلې په ترڅ کې اړ کېږو چې د وخت په موازاتو کې یو متحول وڅېړو، یعنې د هغه رابطه له وخت سره ومومو، دا په یوه ټاکلي وخت کې د ارقامو مطالعه نه ده، بلکې د ستاتیک (ولاړ) حالت برخلاف یوه دینامیکه (خوځنده) چلند ښکلګه ده، دا د اهمیت وړ خبره ده چې یادداشت شي، د مثال په ډول د یو کال د جون له لومړۍ څخه د جولای تر



پایه د ارقامو ثبت دا څکه چې په کرنه کې ګڼ شمېر ښکارندې د وخت په موازاتو کې د حرارت، تغذیې او نورو فکتورونو تر اغیزې لاندې کمي او کیفي بدلونونه مومي.

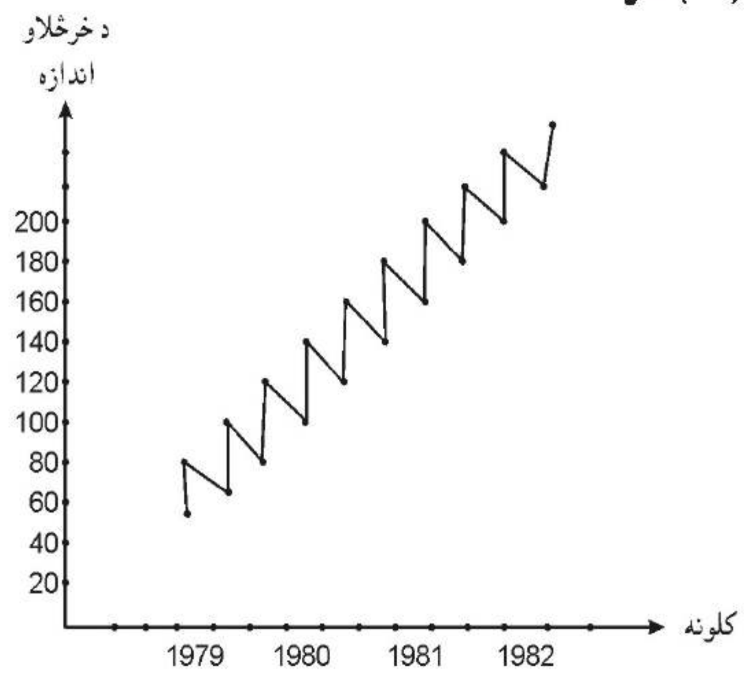
مثال: په لاندې جدول کې په یو کلي کې د کېمیاوي سرې د خرڅلاو اندازه ښودل شوې.

(۹، ۱) جدول- د بېلابېلو کلونو په هره ربع (فصل) کې د پلورل شوې سرې اندازې (شمېر په بوریو).

| کلونه | پسرلی | اوړی | منی | ژمی |
|---|---|---|---|---|
| ۱۹۷۹ | ۷۲ | ۹۸ | ۷۹ | ۱۰۲ |
| ۱۹۸۰ | ۷۹ | ۱۳۲ | ۱۰۱ | ۱۴۳ |
| ۱۹۸۱ | ۹۴ | ۱۴۱ | ۱۲۸ | ۱۲۰ |
| ۱۹۸۲ | ۱۲۵ | ۱۴۳ | ۱۳۵ | ۱۷۸ |

دغه لومړني ارقام تحلیل او په ګراف کې یې وښیئ؟

(۹، ۱) شکل:




پورته هستوګرام د وخت په اوږدو کې د ارقامو څرنګوالی ښکاره کوي، چې په هغه کې د خرڅلاو د پرلوړ او هم یې ټیټ حد ښکاره کېږي

## ۹ ، ۳- د زماني سلسلو توکي یا اجزا:

یوه تاکلي زماني سلسله د حرکت څلور اساسي ډولونه لري، چې همېشه د زماني سلسلو د اجزاوو په نوم یادېږي، چې هغه عبارت دي له:

۱. Secular Trend د یوې اوږدې مودې میلان (T).
۲. Seasonal Variations فصلي یا موسمي بدلونه (S).
۳. Cyclical Fluctuation دوراني نوسانات (C).
۴. Irregular or Random Variations غیر منظم یا تصادفي او ناڅاپي بدلونونه (I).

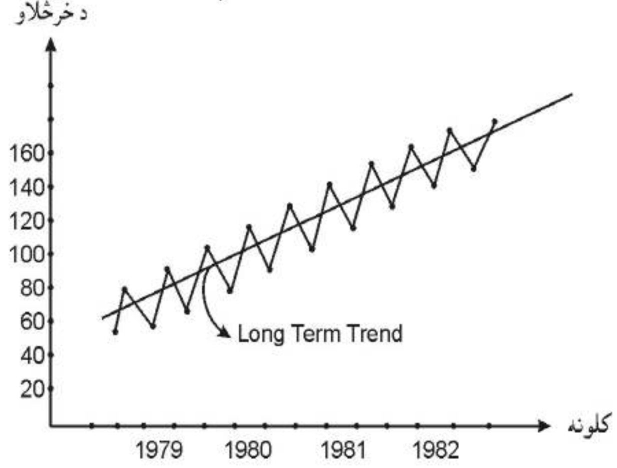
## دلته به د زماني سلسلو څلور واړه حرکات مطالعه کوو:

**۱. Secular Trend:**

دا د یوې اوږدې مودې په مسیر کې یو حرکت Along-Term Movement دی، چې کېدای شي ان د څو څو کلونو په ترڅ کې رامنځته شي، چې د هغو عمومي نما او معلومات یو تقریباً مخ پورته خواته ساتل شوی ارزښت او بدلون یا تدریجي تغیر ښکاره کوي، دا یوه پراخه، منظمه ثابته زماني سلسله ده، کېدای شي نزولي سیر هم ولري، په دې ډول په دغه حرکت کې د لومړنیو ارقامو څخه په لاس راغلې کرښه په یوې اوږدې موده کې یو صعودي یا نزولي مسیر تعقیبوي او دا په خپل اوږده مسیر کې په نورو بدلونونو او حرکاتو نفوذ او غېزه لري، د اکثرو احصایه پوهانو په نظر د دې لپاره چې ښه یې تحلیل کړای شو، نو وخت یې باید له (۱۰) کالو کم نه وي، په تېره بیا د زماني سلسلې (T) حرکت د محصولاتو د تولید څرنګوالي، خرڅلاو، د قیمتونو مشاهدو او داسې نورو مواردو کې.

د زماني سلسلې د دغه جز څخه د آینده پالیسیو او پلانونو جوړلو کې ډېره استفاده کېږي او د تجارت او نورو پدیدو د مطالعې او تحلیل لپاره کارول کېږي، مثلاً: د (۱،۹) جـــدول د ارقامو لپاره دغه عمومي مسیر تاکلی شو:

(۲،۹) شکل:






## ۲- Seasonal Variation موسمي بدلونونه:

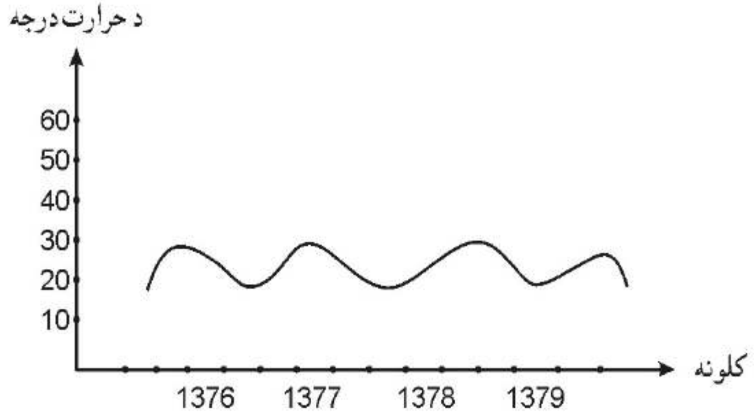
دا په یوه زماني سلسله کې هغه بدلونونه دي، چې هر کال په ټاکلو موسمونو کې په معینو فاصلو کې تکرارېږي، دا یو ډول پر له پسې او منظم حرکت دی، چې د ارقامو د مشخصاتو له مخې هره دوره کې منظما واقع کېږي، نو ځکه ورته موده ییز Pereodic Movement حرکت هم وایي؛ مثلاً که چېرې د جلال آباد ښار د ورځې د حرارت درجې اوسط هر کال ثبت شوي وي، دا شکل غوره کوي:

(۲،۹) جدول- د جلال آباد ښار د حرارت د درجو ریکارډ (په سانتي ګراد).

| کلونه | پسرلی | اوړی | منی | ژمی | کتني |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱۳۷۶ | ۲۴ | ۳۵ | ۳۱ | ۱۴ | ارقـام د هـرې ورځـې |
| ۱۳۷۷ | ۲۲ | ۴۰ | ۳۲ | ۱۳ | نیـــولي شـــوي او |
| ۱۳۷۸ | ۲۴ | ۳۹ | ۳۱ | ۱۳ | عمـومي اوسـطـیـې |
| ۱۳۷۹ | ۲۳ | ۳۷ | ۳۲ | ۱۲ | ښودل شوي. |

که په ګراف کې یې وښیو، لاندې شکل نیسي.

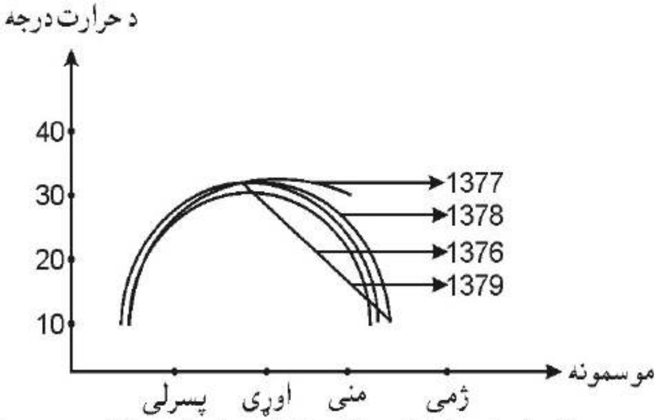
(۳،۹) شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library



(۴،۹) شکل:




البته د موسم یا فصل یا دوران کلمه پراخه مانا لري، دا یوازې د کال موسمونه او فصلونه نه را اخلي، بلکې کېدای شي د یوې ورځې ۲۴ ساعتونه حرارت، د یوه پلورنځي د هرې اونۍ خرڅلاو، د یوه بوټي له کرلو بیا د حاصل تر وخت، د یوه فارم د مهال وېش له مخې د هګیو او غوښې ریکارډ او داسې نور ارقام را واخلي، چې دا هر یو د خپل خصوصیت له مخې یو بل سره فرق لري، خو نوسانات په کې د کال د موسمونو په شان تکرارېږي، خو بیا هم اکثراً دا ډول حرکات د کال له فصلونو سره اړه پیدا کوي، ان دا چې یو شمېر د پلورلو اجناس لکه کوټ، وړین جاکټ، ډبلې جرابې او نور چې د صنعت محصول بلل کېږي، د منی او ژمي موسم کې یې عرضه او تقاضا لوړېږي، خصوصاً په کرنه او مالداری کې آب او هوا، اقلیم او عادات د بدلونو مهم عوامل دي، په ځانګړي ډول د کرنې په برخه کې د ښوې وضعې بدلونونه د موسمي بدلونو ښه مثالونه دي، چې دا په تولید او بیا دا په خپله په مارکېټ او قیمت اغېزه لري، البته د کال په موده کې ځینې رسوم او عادات لکه نوروز، اخترونه او جشنونه هم هر کال د خرڅلاو، عرضې او قیمت په اندازه اغېزه لري او کا په کال تکرارېږي سره له دې چې د یوې زماني سلسلې د اجزاوو په ډله کې د موسمي بدلونونو پېژندنه اسانه ده، خود هغې مطالعه، سنجش او پېش بیني زښت ډېر اهمیت لري او ځینې وخت د غه بدلون او حرکت د نورو حرکاتو د څرنګوالي لپاره هم اهمیت پیدا کوي.

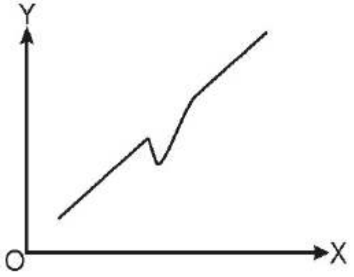
### ۳- Irregular or Random Variation ناڅاپي یا غیر منظم بدلونونه:

د یوې زماني سلسلې غیر منظم یا ناڅاپي بدلون هغه دی، چې د ځانګړو او تصادفي پېښو؛ لکه سېلاوونو، جګړو، زلزلو، وچکالي، اعتصاباتو، د امراضو شیوع او نورو له کبله پېښېږي او د ارقامو سلسله له اصلي مسیر څخه په یو مخیز ډول کږه کړي، وروسته د عامل له رفع



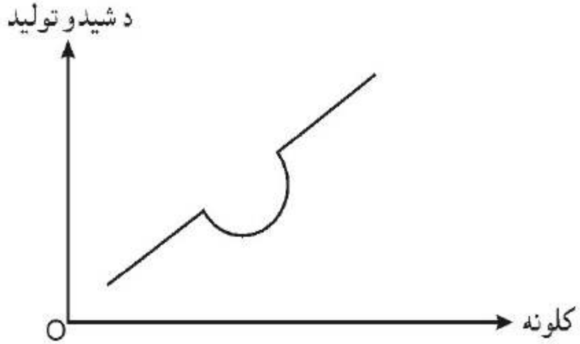
کېدو بېرته خپل اصلي مسیر ته وروګرځي، یعنې ناڅاپي حرکت دائمي بڼه نه خپلوي، د بېلګې په ډول کېدای شي دا ناڅاپي بدلون نزولي مسیر لرونکي کرښه کې هم واقع شي، دا هم کېدای شي د داسې یو عامل له کبله چې مثبت اغېز ولري، ناڅاپي حرکت صعودي وي او بېرته مخ کښته راشي.

(۵،۹) شکل:



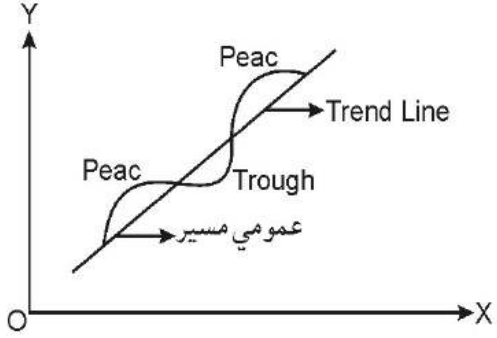

### ۴. Cyclical Fluctuations دوراني نوسان:

دا د ترند یا عمومي مسیر پر خوا او شا د اوږدې مودې تموجات دي، کېدای شي د یو ځل لپاره واقع شي، مثلاً په لاندې فرضي مثال کې د مالداری په سکتور کې د یوه مرض له امله ګڼ شمېر غواګانې ضایع شوي وي، چې وروسته تر ۵-۳ کلونو د غواګانو تولیدات بېرته خپل اصلي مسیر ته ورګرځي.




(۶،۹) شکل: د دوراني نوسان(حرکت) یو فرضي مثال.

۵-۳ کلونه هغه موده فرض شوې، چې د غواګانو د نوې نسلونو خوسکیان د تولید مرحلې ته ورسېږي، ځینې وخت کېدای شي دا ډول حرکات او تموجات څو څو ځله پېښ شي او د عمومي ترند دوو خواوو ته نیم دایروي شکلونه ونیسي، چې دا له یوه کاله زیات مدت وي، د بېلګې په ډول په (۷،۹) شکل کې همداسې یو مثال ښودل شوی دی.




(۷،۹) شکل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



## ۹ ، ۴- د زماني سلسلو تحليل (Analysis of time Series):

د زماني سلسلو تحليل د ځانګړو څېړنو په خاطر په بېلابېلو اجزاوو سره د زماني سلسلې وېشل مطالعه کوي، د دغو اجزاوو د تحليل لپاره موږ اړ يو چې د هغو ترمنځ اړيکې وپېژنو، د زماني سلسلې په تحليل کې داسې فرض کېږي، چې عمومي مسير له ذکر شويو څلورو واړو اجزاوو (توکيو ) يعنې (C,S,T او I ) مشتمل او جوړ دی، د دغې فرضيې لپاره دوه مودلونه پېژندل شوی، يو يې د حاصل ضرب موډل (Multiplicative Model) او بل يې د جمع د حاصل مودل (Additive Relationship Model) دی، د ضرب حاصل موډل کې د هرې مشاهدې ارزش په هر زمان او وخت کې تو له سلسله ($Y_t$) جوړوي، يعنې:

$Y_t=T \times S \times C \times I$

په پورته شکل مودل کې عمومي ترند يا مسير په اصلي واحد محاسبه او نور په نسبي بڼه ښودل کېږي، حال دا چې د جمع په موډل کې هر جز د مستقل متحول په توګه متقابله اغېزه لري او سره جمع کېږي، چې:

$Y_t=T+S+C+I$

په هر ترتيب؛ دا دواړه موډلونه فرضي بڼه لري، احصايه پوهان دواړو موډلونو ته عين ارزش ورکوي، خو د ضرب د حاصل موډل د يو کلاسيک موډل په توګه ډېر عموميت لري، چې موږ هم هماغه موډل کاروو.

### ۹ ، ۴ ، ۱ – د زماني سلسلو تعديل او په تحليل کې اصلاحات:

اصلاً سلسلې څلور ډوله دي، يو يې توصيفي سلسلې يعنې هغه چې صرف د يوې پديدې وصفي خصوصيت لکه جنس، وزن، قد او نور ښيي دويم ارتباطي سلسلې دي، يعنې هغه چې د دوو متحولينو ترمنځ يوه کيفي رابطه ښيي، مثلاً د يوه نيالګي د عمر او مېوې ترمنځ رابطه دريم جغرافياوي سلسلې دي، يعنې هغه چې د مشخص جغرافيايي وېش او سيمو په ارتباط د ارقامو تسلسل ښکاره کوي، لکه بېلابېلاې سيمې او نفوس يې، بېلابېل ولايات او د مالدارۍ شمېر يې او نور.

څلورم همدا زماني سلسلې دي، چې په هغې کې ارقام د وخت په اړه څېړل کېږي، نو له دې کبله چې په زماني سلسلو کې زموږ د کار اساسي خام يا لومړي اعداد هغه ثبت شوي مشاهدې دي، چې د وخت په اوږدو کې ريکارډ شوي، نو بايد د يوې دادمنې پايلې د موندلو لپاره د غو اعدادو او ارقامو او ارقامو کې لازم تعديلات او اصلاحات راوستل شي، د ارقامو د اصلاح او تعديل څو مهم ضرورتونه دا دي، چې:

ارقام له تقويمي بدلونو سره برابر شي، يعنې له زمان سره تطبيق شي او که کوم تفاوت موجود



وي، هغه له منځه يووړل شي.

ځينې مياشتې ۳۱ ورځې، ځينې ۳۰ او ځينې ۲۹ ورځې وي، ځينو کې د جمعې او رخصتيو ترڅنګ اعتصابات او ناڅاپي پېښې شوي وي، چې دا هم زماني سلسلې اغېزمنې کوي، مثلاً دا ښکاره خبره ده، چې د حوت د مياشتې توليد نظر د حمل مشياشتې ته کم دی، د اوړي او ژمي د ورځو توليد فرق کوي، ځينې وخت په داسې مواردو کې توليد د ساعتونو په شمېر وېشي ، چې پايله يې ښه روښانه شي.

ځينې وخت لومړي ارقام د قيمت د بدلونو له مخې بايد تعديل شي، مثلا هغه وخت چې موږ يوه اوږده موده کې د قيمت بدلون څېړو، نو که چېرې صرف په قيمت کې زياتوالی راغلی وي، حال دا چې د خرڅلاو مقدار کم شوی وي، شاخص ممکن لوړ عدد وښيي، نو دې مورد کې افزايش د قيمتونو د لوړېدو (صعود ) له کبله دی؛ نه د خرڅلاو د زياتوالي يا د توليد د حجم د افزايش له امله

په داسې مواردو کې بايد د ارزش هر عدد د يو مناسب قيمت شاخص باندې ووېشل (تقسيم) شي، ترڅو مبالغه امېز اعداد حذف شي.

دا يو حقيقت دی چې د وخت په ګذشت نفوس زيات او دا د لګښت، عايد او توليد په ارقامو فوق العاده اغېز لري، نو داسې حالت کې بايد اعداد همېشه په نفوسو تقسيم شي.

ځينې وخت ډېرې اوږدې مودې په تېرېدو سره معيارونه او دا مقياسونه بدلېږيو اصلاح کېږي او فرق په کې راځي، د اعدادو تعريف او کوم تصنيف چې د بېلابېلو اشخاصو له خوا شوي وي توپير په کې راځي، ځينې وخت نوعيت او جنسيت کې فرق راځي، نو دا مسايل بايد په کلکه په نظر کې ونيول شي، ممکن په دغو ذکر شويو حالاتو کې د زماني سلسلو د اعدادو مقايسه ډېره مشکله او ناممکنه شي، خو بيا هم تحليل کوونکي بايد د امکان تر حده لازم تعديلات راولي، ترڅو يوه ګټوره نتيجه ترلاسه شي.

## ۹ ، ۵- د اوږدې مودې (ترند) خطي ميلاني حرکت سنجش:

د زماني سلسلو د اوږدې مودې د عمومي تګلارې يا مسير ميلاني حرکت کې يو مهم ډول يې د مستقيمې کرښې مسير دی، تقريباً د يوې اوږدې مودې په ترڅ کې کم او زيات بدلونونه چندان ژورې اغېزې نه لري، بلکې دا يو مستقيم خط او حرکت ګڼلای شو، داسې چې د اهر يو يې خپلې خپلې لارې چارې او طريقې لري، که چېرې موږ په يوه اوږده موده (T) کې د (Y) د متحول مطالعه کوو، نو د هغې ساده خطي معادله تشکيل او قيمت ګذاري کوو يې، دا ډېره ساده خبره ده، خو د هغې د ميلان د رسمولو لپاره موږ د بېلابېلو لارو چارو څخه استفاده کولای شو.

الف- د رسمولو ازاده يا اختياري طريقه The Method of Free hand Curve.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو ټکیو طریقه یا the Method of Selected Points.

ج- د نیمه اوسط طریقه The Methode of Simi Averages.

د- د خوځېدونکي اوسط طریقه The Method of Moving Averages.

هـ- د کوچنیو (ټیټو) مربع ګانو طریقه The Method of Least-Squares.

پورته طریقې د بسیط والي، وضاحت، ثقه یې والی او بېلابېلو څېړنو د خصوصیت له مخې فرق کوي، دلته به هره یوه توضیح کړو.

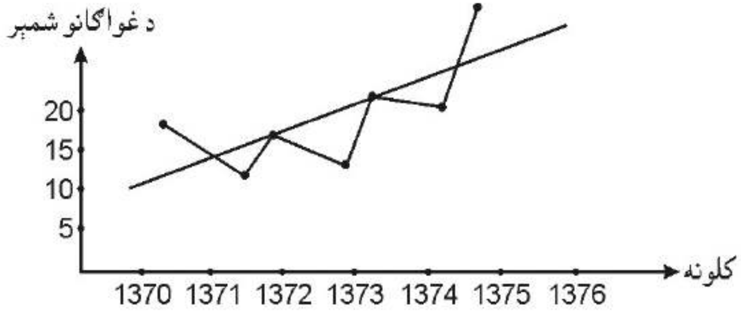
**الف- د عمومي مسیر (ترند) د رسمولو ازاده طریقه:**

په دغه طریقه کې تابع متحول د (Y) په محور او مستقل متحول (T یا زمان) د (X) په محور رسموو، له دې امله چې موږ یې ریاضیکي افاده داسې لیکو: $Y=a+bx$، دلته د X او Y قیمتونه ټاکو او د ګراف ساحه کې یې قیمت ګذاري کوو، بیا په نښه شوي قیمتونه یا نقاط د اعظمي او اصغري ځنډو څخه صرف نظر کوو، د نقاطو څخه د ترلاسه شوې کرښې پر سر یو خطکش ږدو او یو مستقیم خط چې په ازاد ډول رسم شوی رامنځته کېږي، مثلاً:

(۹، ۳) جدول- د یو بزګر د غوا او شمېر په بېلابېلو کلونو کې:

| Year | No. of Cows |
|---|---|
| 1370 | 13 |
| 1371 | 10 |
| 1372 | 14 |
| 1373 | 12 |
| 1374 | 16 |
| 1375 | 15 |
| 1376 | 19 |

د نوموړي جدول ارقام لاندې ګراف په لاس راکوي، چې د غواګانو په شمېر کې د زیاتوالي عمومي مسیر ښکاره کوي:






**ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو ټکیو طریقه:**

ممکن په پورته ډول ترسیم کې د خط کش په ذریعه د عمومي مسیر یا د میلاني کرښې د (ترند) ارایه ډېره دقیقه نه وي، ځکه دا یوه ازاده اختیاري طریقه وه، ددې لپاره چې دا طریقه لږ څه مقیده شي او د اعظمي او اصغري نقاطو تابع شوي اوسي، یعنې عمومي مسیر یا د میلاني کرښې تګلوری داسې یو مسیر تعقیب کړي، چې نهایت اعتدال په کې تطبیق شي، نو د نقطه ګذاري شوو نښو څخه په لاس راغلی منکسر خط اعظمي او اصغري نقطې سره وصلوو، دلته یوه لویه چاپېروونکې کرښه رامنځته کېږي، بیا په وار سره له هرې اعظمي نقطې د X پر محور عمود پورته خوا کاږو، چې له لویې چاپېروونکې کرښې څخه ونه وځي، طبعاً دا عمودونه د Y سره موازي دي، د همدغو عمودونو د منځ ټکی (وسط) په روښانه ټکو په نښه کوو، بیا د ټولو عمودونو وسطي نښه شوې نقطې یو بل سره نښلوو، یوه عمومي تګلاره (ترند) په لاس راځي.

(۹،۴) جدول ارقام په دې طریقه کې داسې رسموو:

(۹، ۴) جدول- د یو هټیوال د ورځنیو پلورل شویو پیالو اندازې.

(پیالې په درجن)

| نېټې | د پیالو د درجنونو پلورل شوې شمېره |
|---|---|
| د غبرګولي لومړۍ | ۳ |
| د غبرګولي دویمه | ۴ |
| د غبرګولي درېیمه | ۲ |
| د غبرګولي څلورمه | ۵ |
| د غبرګولي شپږمه | ۴ |
| د غبرګولي اوومه | ۳ |

(c) ketabton.com: The Digital Library



څخه لومړي منفي کوو، د لومړي اوسط مربوطه کال څخه نیولې، د دوېم اوسط مربوطه کال پورې فاصله د ارقامو زیاتوالی یا کموالی ښکاره کوي، کله چې د دې دواړو قیمت یو بل څخه منفي او د دواړو دغو اوسطونو ترمنځ د کلونو په شمېر یې وویشو، دا کلنی افزایش یا کمښت ښکاره کوي، دا قیمت د میلاني کرښې د میلان څخه عبارت دی، یعنې:

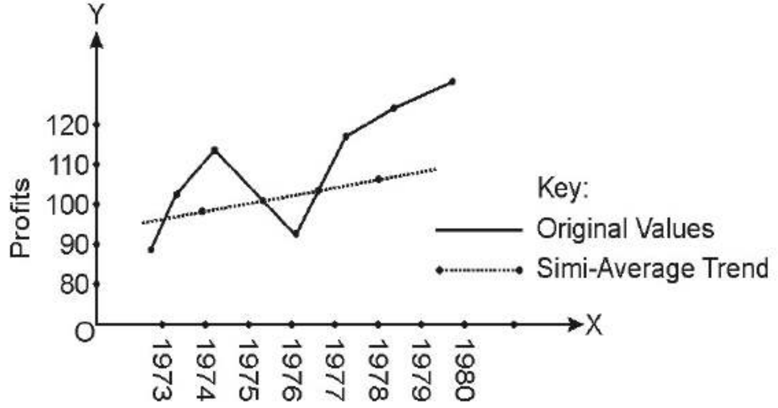
$$b = \frac{X'_2 - X'_1}{t}$$

مثال:

(۵، ۹) جدول- په خو بېلا بېلو کلونو کې د ورکړل شویو قیمتونو پر اساس د نیمه اوسط په طریقه د ترند سنجش:

| Year | Profit | Total | Averages |
|---|---|---|---|
| 1973 | 85 | | |
| 1974 | 97 | 327 | 327 ÷ 4=93 |
| 1975 | 100 | | |
| 1976 | 90 | | |
| 1977 | 83 | | |
| 1978 | 105 | 420 | 420 ÷ 4=105 |
| 17979 | 112 | | |
| 1980 | 120 | | |

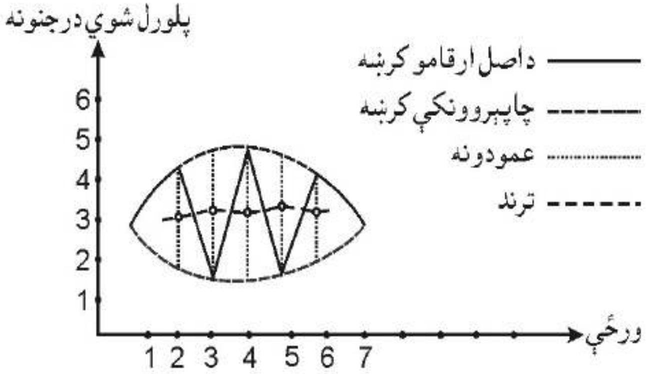
GRAPH SHO WING ANNUAL PROFITS
AND THE SEMT-AVERAGE TREND




12=105-93 دا شاخص ښکاره کوي، چې د ۱۹۷۴ د جون څخه د ۱۹۷۸ تر جون پورې تول زیاتوالی ۱۲ دی، خو:

12 ÷ 4=3






ممکن په دغه طریقه کې لاسته راغلې د عمومي مسیر کرښه (ترند) مستقیم خط ونه اوسي، بلکې کېدی شي لږ څه کوږوالی ولري، خو بیا هم یو عمومي مسیر او تګلوري په ښه شان ښکاره کوي، دغه دواړه طریقې د خپل ترسیم د تخنیک له پلوه ساده دي او د ډېرو پېچلو روشونو په ځای کار ورکوي، خو د هر تخمین کوونکي او څېړونکي د ترسیم عمومي قضاوت ممکن یو له بل سره فرق ولري، باید په یاد ولرو، چې دا طریقه د ګراف رسمولو پوره مشق او پرکټس غواړي، تر څو په مهارت ګراف رسم او نقاط په نښه شي او بله دا چې په هغو مواردو کې کارول کېږي، چې زموږ منظور یوه عمومي مقایسه یا یوه عمومي مطالعه وي، نه د جزیاتو تحلیل.

**ج- نیمه اوسط طریقه:**

په دې طریقه کې لومړی په اصل ارقامو کې یو شمېر محاسبات اجرا کېږي، یعنې ارقام په دوو برخو وېشو، دویم ګام کې د لومړي نیمایي ارقامو اوسط پیدا او وروسته د دویمو نیمایي ارقامو اوسط پیدا کوو، د اصل ارقامو نښه د ګراف په ساحه کې ږدو، چې مربوط کرښه په لاس راځي، وروسته د دواړو دغو اوسطونو قیمتونه د مربوطه کال مقابل کې په نښه کوو، دواړه اوسطونه سره نښلوو، یو مستقیم خط په لاس راځي، همدا مستقیم خط د اوږدې مودې عمومي مسیر دی، که چېرې ارقام جفت وي او سم نیم یو خوا سم نیم بله خوا ته بېلېدل، نو د یوه کال عدد څخه صرف نظر کوو، دا په تول له پایله دومره اغېزه نه کوي، یا هم دغه یو کال د لومړیو نیمایي کلونو یا هم د دویمو نیمایي کلونو سره یو ځای کوو، کېدای شي ځینې وخت ارقام په څو جفتو برخو لکه په څلورو، شپږو یا (۸) برخو سره بېل بیایې اوسطونه پیدا او د دغو ۴، ۲ یا ۸ اوسطونو نښه شوي ټکي د ګراف ساحه کې سره ونښلوو او ترند په لاس راشي.

کله چې ارقام نیم یو خوا نیم بله خوا بېل او اوسطونه یې د مربوط زمان مقابل کې په نښه شول، د لومړۍ برخې اوسط په ($X'_1$) او د دویمې برخې اوسط په ($X'_2$) ښکاره کوو، د دویم اوسط

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا (۳) په حقیقت کې کلنۍ افزایش دی.

باید ووایو چې دا هم یو ساده او اسانه سنجش دی او هیڅ ډول اختیار، ازادي او قیاس یا تصادفي اود خپلې خوښې قضاوت په کې دخیل نه دی، بلکې کاملاً په ارقامو متکي دی، خو له دې کبله چې په دې کې اوسط رول لري، اوسط معمولاً د ډېرو لویو او یا هم د ډېرو کوچنیو اعدادو تابع وي، نو ځکه ممکن لږ څه غولوونکی وي، په دې روش کې موږ د عمومي مسیر کرښه صرف په مستقیم خط ښودلای شو، یعنې په منحني شکل یې ارایه ممکنه نه ده.

## د- د خوځېدونکي اوسط طریقه:

د ارقامو یوه سلسله په نظر کې نیسو، په دې کې نظر د ارقامو د زیاتوالي، ارتیا، د څېړنې د خصوصیت، د سنجش توانایي، په سلسله کې د شاملو ارقامو او نورو له مخې درې کلن، څلور کلن یا پینځه کلن اوسطونه ترلاسه کوو، داسې چې که وغواړو فرضاً د څلور کلن متحرک اوسط له مخې د اوږدې مودې میلاني کرښه رسم کړو، نود ارقامو له سلسلې څخه لومړني څلور ارقام را اخلو اوسط یې محاسبه کوو، بیا د همدغو کلو ارقامو لومړنی عدد پرېږدو، د سلسلې بعدي عدد ورسره یوځای کوو، بیا د دویم عدد څخه صرف نظر کوو، یو بل ور اضافه کوو، څو چې تول ارقام خلاص شي، دا په حقیقت کې د ارقامو په سلسله کې توپ وهل دي او یو داسې حرکت دی، چې وار په وار له یوه یوه عدد څخه اوړو او دا حرکت له پیل تر پای ترسره کېږي، که چېرې په لاندې ډول ارقام او مشاهدات ولرو، چې هره یوه یې په یوه معین وخت کې (میاشت، کال...) ښودل شوي وي، نو:

$Y_1, Y_2, Y_3 \ldots Y_n$ مشاهدې

$T_1, T_2, T_3 \ldots T_n$ وخت

په پورته مشاهدو کې د متحرک اوسط سلسله د (n) مشاهدو پر اساس داسې جوړېږي

$$\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 \ldots Y_n}{n}, \quad \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 \ldots Y_n}{n}, \quad \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 \ldots Y_n}{n}$$

له هر یو څخه یو اوسط چې کېدای شي، په (a) یې وښیو، په لاس راځي، داسې:

$a`_1 \qquad a`_2 \qquad a`_3$

د ارقامو او مشاهدو د اوږدې مودې کرښې د رسمولو لپاره لومړی د اصلي مشاهدو د قیمتونو له مخې د هغو څرنګوالی ګورو، بیا یې د ترلاسه شویو متحرکو اوسطونو کرښه رسموو، په پورته عملیه کې د سلسلې صورت د اعدادو مجموعه خوځېدونکي مجموعه پېژندل شوې او n د مورد نظر ورځو او اوونیو، میاشتو یا کلونو څخه عبارت ده، ددې ساده ارایه داسې ده.



$$a=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Yt \quad , \quad a=\frac{1}{n}\sum_{t=2}^{n+1} Yt \quad , \quad a=\frac{1}{n}\sum_{t=3}^{n+2} Yt$$

پورته فورمول کې:

a- اوسطونه

n- د مشاهدو شمېر.

∑- مجموعه

t- د هر ځل خوځېدونکي اوسط نښه یا جنس

yt- د ارقامو سلسله

په عمل کې خوځېدونکی اوسط داسې هم قیاس کولای شو:

$$a_2 = a_1 + \frac{yk + 1 - y1}{n}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{yk + 2 - y2}{n}$$

تر پایه...

مثال: په بېلابېلو کلونو کې د یو فارم حاصلات په (تن):

| Quantity of Production | Year |
|---|---|
| 5 | 1370 |
| 4 | 1371 |
| 6 | 1372 |
| 8 | 1373 |
| 7 | 1374 |
| 3 | 1375 |
| 11 | 1376 |

د درې کلن اوسط په طریقه یې عمومي مسیر پیدا کړئ؟

حل:

د خوځېدونکو اوسطونو ($a`_1, a`_2, a`_3, a`_4, a`_5$) لپاره لیکو:

$$\frac{5+4+6}{3}, \quad \frac{4+6+8}{3}, \quad \frac{6+8+7}{3}, \quad \frac{8+7+3}{3}, \quad \frac{7+3+11}{3}$$

$a`_1=5 \qquad a`_2=6 \qquad a`_3=7 \qquad a`_4=6 \qquad a`_5=7$

د میلانـي کرښـې د رسـمولو لپـاره اصـل ارقـام، د خوځېـدونکي اوسـط مجموعـه او خوځېدونکی اوسط جدول بشپړوو.

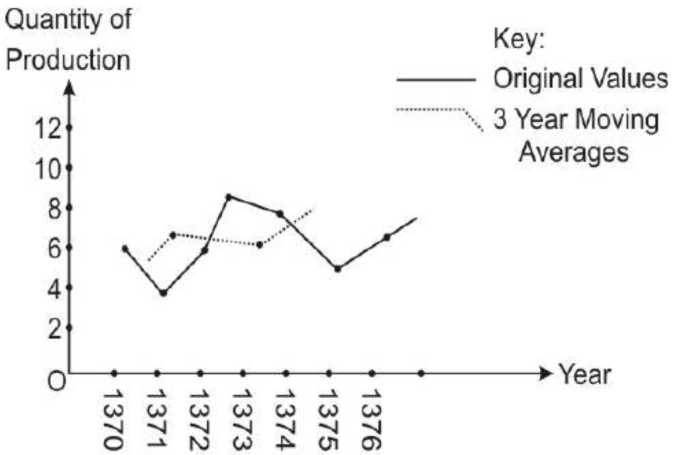
(۲، ۹) جدول- د اوو کلونو لپاره د یو فارم د حاصلاتو د درې کلن اوسط سنجش جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library



| Year | Qu. Of Production | 3 Year Moving | |
|---|---|---|---|
| | | Total | Average (Tend) |
| 1370 | 5 | | |
| 1371 | 4 | 15 | 5 |
| 1372 | 6 | 18 | 6 |
| 1373 | 8 | 21 | 7 |
| 1374 | 7 | 18 | 6 |
| 1375 | 3 | 21 | 7 |
| 1376 | 4 | | |

د پورته جدول د ارقامو له مخې د میلانې کرښې ترسیم داسې دی:




لکه چې لیدل کېږي د اصل ارقامو د کرښې په مقایسه د درې کلن خوځېدونکي یا متحرک اوسط کرښه وضاحت لري، هواره ده، معتدله برېښي او عمومي مسیر (Trend) ورڅخه ښکاره کېدای شي، تر دې هم دقیقه او کره لاره متمرکز خوځېدونکی اوسط فورمول (Centred Moving Average) طریقه ده، چې وار په وار میلاني کرښه (Trend) یا عمومي مسیر روښانه کوي، مثلاً



(۹-۷) جدول: په بېلابېلو کلونو کې د یوه معین جنس د قیمت ارقام

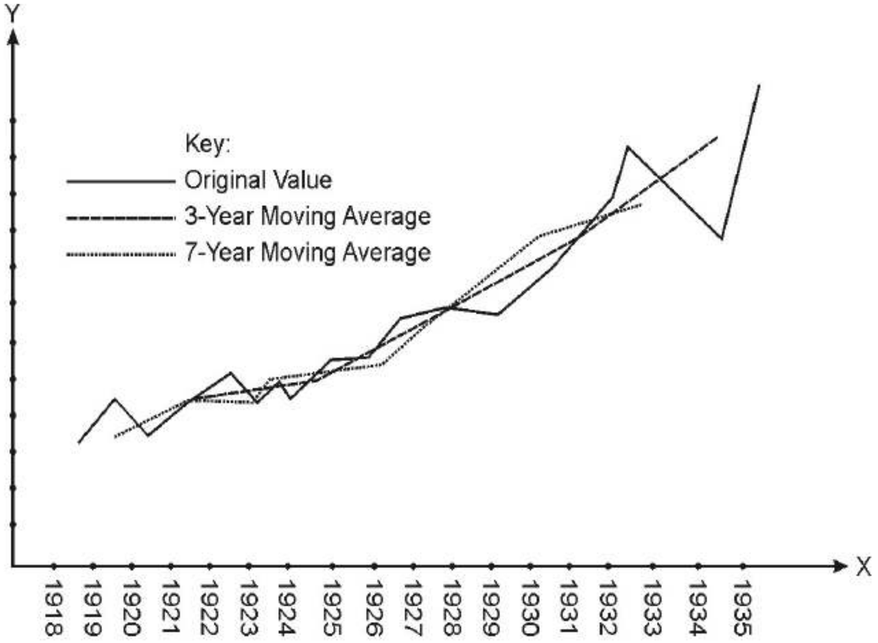
| Year | Values | 3-Year Moving | | 5-Year Moving | | 7-Year Movnig | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Total Average (Trend) | | Total Average (Trend) | | Total Average(*) (Trend) | |
| 1980 | 18.0 | - | - | - | - | - | - |
| 1981 | 20.0 | 581.1 | 19.4 | - | - | - | - |
| 1982 | 19.6 | 64.3 | 21.4 | 110.1 | 22.0 | - | - |
| 1983 | 24.2 | 71.6 | 23.9 | 117.2 | 23.4 | 161.1 | 23.0 |
| 1984 | 27.8 | 77.1 | 25.7 | 122.6 | 24.5 | 173.3 | 24.8 |
| 1985 | 25.1 | 78.8 | 26.3 | 133.2 | 26.6 | 186.8 | 26.7 |
| 1986 | 25.9 | 81.2 | 27.1 | 143.0 | 28.6 | 203.2 | 29.0 |
| 1987 | 30.2 | 90.1 | 30.0 | 151.2 | 30.2 | 214.0 | 30.6 |
| 1988 | 34.0 | 100.2 | 33.4 | 161.1 | 32.2 | 222.2 | 31.7 |
| 1989 | 36.0 | 105.0 | 35.0 | 171.0 | 34.2 | 237.8 | 34.0 |
| 1990 | 35.0 | 106.8 | 35.2 | 181.7 | 36.3 | 260.3 | 37.2 |
| 1991 | 35.8 | 117.7 | 37.2 | 196.1 | 39.2 | 358.7 | 40.8 |
| 1992 | 40.9 | 125.1 | 41.7 | 215.7 | 43.1 | 312.1 | 44.6 |
| 1993 | 48.4 | 144.9 | 48.3 | 241.1 | 48.2 | 324.7 | 46.4 |
| 1994 | 55.6 | 164.4 | 54.8 | 253.9 | 50.8 | 358.4 | 51.2 |
| 1995 | 60.4 | 164.6 | 59.9 | 281.7 | 56.3 | - | - |
| 1996 | 48.6 | 177.7 | 59.2 | - | - | - | - |
| 1997 | 68.7 | - | - | - | - | - | - |

دلته پورته تحلیلي احصایوي جدول کې درج شوي ارقامو څخه او د هغو خوځېدونکي اوسط ترند (عمومي) مسیر T په یوه ګراف کې په لاندې ډول سره رسموو، چې د ارقامو عمومي خط السیر او څرنګوالي ورڅخه په ډېر خاص، اسانه، بې لوست او بې شرحې جوت او اثابت کېدای شي:

(*)There ar: col 4 ÷ 8

(c) ketabton.com: The Digital Library






د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه چې جفت کلونو لپاره او د هغو د هر يوه فصل (موسم) لپاره ډېره اغېزمنه ښودل شوې؛ هم دې بحث کې راځي، مثال يې دا دی:

| Year | Quarters | | | | | Annual or Yearly | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | | II | III | IV | Total | Average |
| 1979 | 72 | | 98 | 79 | 106 | 355 | 88,78 |
| 1980 | 79 | | 122 | 101 | 143 | 445 | 111,25 |
| 1981 | 94 | | 141 | 128 | 160 | 523 | 130,75 |
| 1982 | 125 | | 143 | 135 | 187 | 590 | 147,50 |



The Percentages So Obtained Appear Below:

| Year | I | II | III | IV | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| 1979 | 81,13 | 110,42 | 89,1 | 119,44 | |
| 1980 | 71,01 | 109,66 | 90,7 | 128,54 | |
| 1981 | 71,01 | 107,84 | 97,9 | 122,37 | |
| 1982 | 84,75 | 96,95 | 95,53 | 126,78 | |
| Total | 308,78 | 424,87 | 369,2 | 497,13 | |
| Mean | 77,20 | 106,22 | 92,31 | 124 | 400,01 |

د پورته ارقامو په اساس به په وروستيو مخونو کې هم تحليل وشي، خو مخکې له هغه به د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه او د هغو د هر يو فصل لپاره اغېزمنه بحث يو مثال په همدې مخ کې راوړو، د راتلونکي جدول او ګرافونو ارقام همدا پورته جدول دی (۹، ۸)

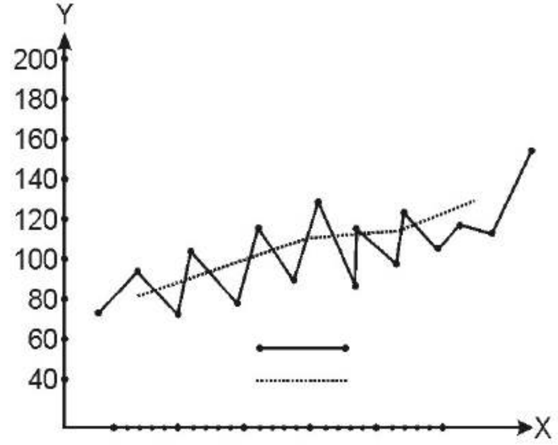
جدول- د بېلابېلو کلونو په هر فصل کې د يو معين جنس د قيمت ارقام:

| Year and Quarter (1) | Y-Values (2) | 4-Quarter Moving Totals (4) | 4-Quarter Centeed Moving Totals (4) | 4-Quarter Centered Moving Average (5) |
|---|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | | - | - |
| II | 98 | | - | - |
| III | 79 | 355 | 717 | 89,6 |
| IV | 106 | 362 | 748 | 93,5 |
| 1980-I | 79 | 386 | 794 | 99,2 |
| II | 122 | 408 | 853 | 106,6 |
| III | 101 | 445 | 905 | 113,1 |
| IV | 143 | 460 | 939 | 117,6 |
| 1981-I | 94 | 479 | 985 | 123,1 |
| II | 141 | 506 | 1026 | 134,6 |
| III | 128 | 253 | 1077 | 139,8 |
| IV | 160 | 554 | 1110 | 139,9 |
| 1982-I | 125 | 556 | 1119 | 144,1 |
| II | 143 | 563 | 1153 | - |
| III | 135 | 590 | - | - |
| IV | 187 | | - | - |

GRAPH SHOWING 4 –QUARTER
CENTERED MOVING AVERAGE TREND

(c) ketabton.com: The Digital Library



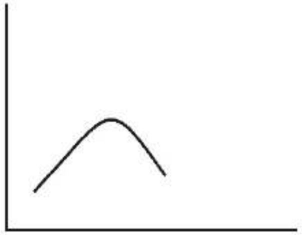



## هـ - د کوچنیو یا اصغري مربع ګانو طریقه:

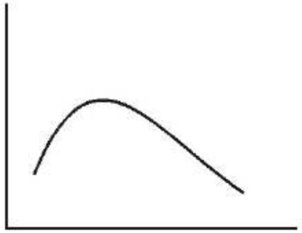
په دې طریقه کې د زماني سلسلو میلاني حرکت اکثراً د غیر خطي بڼه غوره کوي، (ځینې وخت کېدای شي خطي هم وي) ، دغه حرکت د مربوطه څېړنې لاندې موضوع خصوصیت پورې اړه لري او دا چې هغه اساسي معادله کوم شکل لري؟ ددې لپاره مو Y د X او دوو ثابتو قیمتونو (a او b) تابع ګڼلی، چې د همدې له مخې:

$$Y=a+bx$$

پورته معادله کې د زماني سلسلې میلاني خط یو مستقیم خط دی، مروږد ریاضي د قاعدو له مخې په اټکلي ډول د سلسلو نورو معادلو ته بېلابېل ګرافونه رسمولای شو:

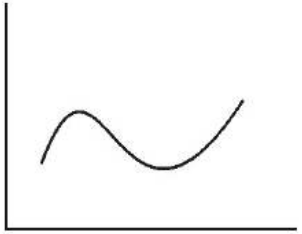


$$Y=a+bx+cx^2$$

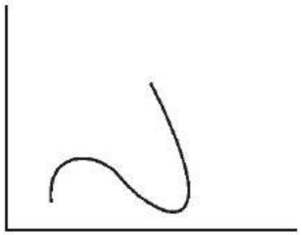


$$Logy=a+b\log x+c\log x^2$$





$$Log\ y=a+b(\log x)+c(\log x^2)+d(\log x^3)$$



$$Logy=a+bx+cx^2+dx^3$$

او داسې نور.

دا پورته هر یوه معادله او د هغو ګراف مربوطه قیمتونو پورې اړه لري.

## ۹ ، ۲- د زماني سلسلو موسمي حرکاتو سنجش:

د زماني سلسلو موسمي حرکات هغه دي، چې د یو کال په بېلابېلو فصلونو او میاشتو کې رامنځته کېږي او تقریباً په منظم ډول هر کال کې واقع کېږي، لکه د حرارت منظم زیاتوالی او کموالی، د ورځو اوږدېدل او لنډېدل، د جوزا له میاشتې د اسد تر میاشتې د رومي باجان د ګل او مېوې نیولو پیل او پای، د شیدو ورکولو یوه دوره کې د یوه غوا د شیدو د پیل او پای اندازې او نور.. د دا ډول حرکت د ترسیم لپاره د ټول کال د میاشتو مربوط ارقام په ۲،۳ یا له هغو زیاتو برخو باندې وېشلای شو، وروسته له هغه د ۲،۳ یا څو څو ټاکلو میاشتو اوسطونه موندل کېږي، چې د هغو له مخې د X او Y محورونو په حدودو کې قیمتګذاري صورت نیسي، په پای کې د حرکت کرښه په لاس راځي، ددې یوع مومي بېلګه داده:

| کال او میاشتې | اصلي ارقام | ۱۲ میاشتې خوځېدونکې اوسط | مجموعي دوه میاشتنی اوسط |
|---|---|---|---|
| ۱۳۵۰I- کال | | | |
| حمل | | | |
| ثور | | | |
| جوزا | | | |
| II-۱۳۵۱ کال | | | |

(c) ketabton.com: The Digital Library



| | | | |
|---|---|---|---|
| حمل | | | |
| ثور | | | |
| جوزا | | | |
| III-۱۳۵۲ کال | | | |

د یادولو وړ ده، چې د کال په اوږدو کې د هرې میاشتې ارقام په جدول کې ځای پرځای او له هرې میاشتې چې پیل شوی وي، بېرته په هماغه میاشت پای ته رسېږي، که چېرې د څه اضافي توضیحاتو ضرورت و، نو باید د توضیحاتو لپاره هم جدول کې ځای پرېښودل شي، ښه به وي چې په جدول کې د مجموعې (Total) او شاخص لپاره هم ځای پرېښودل شي.

د موسمي حرکت لپاره د ترتیب کېدونکي جدول یوه بېلگه:

| کال | میاشتې کلونه | حمل | ثور | جوزا | سرطان | اسد | سنبله | میزان | عقرب | قوس | جدي | دلو | حوت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| مجموعه | | | | | | | | | | | | | |
| شاخص | | | | | | | | | | | | | |

البته دا د خوځېدونکي اوسط سنجش شاخص او نور مېتودونه پخوا مطالعه شوي، له هماغو طریقو په استفادې دا ډول سوالونه حل کېدای شي کوم بل مهم تکی چې د موسمي حرکاتو سنجش باید په پام کې وي، هغه دا دی چې د حرکت له پیل څخه تر پای پورې بېلابېلو مدو جذرونو کې زیاتوالی او کموالی یا د اصغري او اعظمي نقطو ترمنځ د بدلونونو فیصدي په واضحه ډول وښودل شي.



(۸،۹) جدول- د موسمي تحلیل ارقام د هغو له طریقې سره:

| Year & Quarter (1) | Y-Values TCSI (2) | 4-Quarter Centered Moving Average TC (3) | Seasonal Relativ TCSI-TC100 (4) |
|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | - | - |
| II | 98 | - | - |
| III | 79 | 89,6 | 88,2 |
| IV | 106 | 93,5 | 113,4 |
| 1980-I | 79 | 99,2 | 79,6 |
| II | 122 | 106,6 | 114,4 |
| III | 101 | 113,1 | 89,3 |
| IV | 143 | 117,4 | 121,8 |
| 1981-I | 94 | 123,1 | 76,4 |
| II | 141 | 128,6 | 109,6 |
| III | 128 | 134,6 | 95,1 |
| IV | 160 | 138,8 | 115,3 |
| 1982-I | 125 | 139,9 | 89,3 |
| II | 143 | 144,1 | 99,2 |
| III | 135 | - | - |
| IV | 187 | - | - |

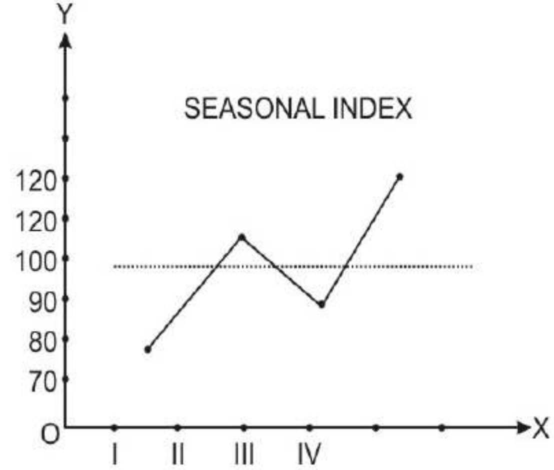
(۹،۹) جدول (Computation of Seasonal Index)

موسمي شاخص سنجش

| Year | Quarters | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | |
| 1979 | - | - | 88,2 | 113,4 | |
| 1980 | 79,6 | 114,1 | 89,3 | 121,8 | |
| 1981 | 76,4 | 109,6 | 95,1 | 115,3 | |
| 1982 | 89,3 | 99,2 | - | | |
| Total | 1560 | 224,0 | 272,6 | 350,5 | |
| Seasonal Index | 78,45 | 12,65 | 91,4 | 117,5 | 400,1 |
| Mean | 78,0 | 112,0 | 90,87 | 116,8 | 397,7 |

(c) ketabton.com: The Digital Library






### ۹، ۲، ۱ - د موسمي شاخصونو او حرکاتو څخه د استفادې مهم ځایونه:

له موسمي حرکاتو څخه ډېرو مواردو کې کار اخلو، د بېلګې په ډول موږ پوهېږو چې کرنیز محصولات خصوصاً سابه او مېوې د حاصل د پیل او پای وختونو کې په لوړه بیه پلورل کېږي، په جشنونو کې ځینو اجناسو ته تقاضا زیاته او په ژمي کې ایس کریم ته تقاضا کمېږي او داسې نور مثالونه چې دا حرکات په عاید او د کار په حجم او ساعاتو او نورو مسایلو اغېزه لري او په کې منعکسه کېږي، که چېرې (C) داسې یوه ورایتي وي، چې نظر D,B,A ورایتیو ته مخکې پخېږي او زیات وخت پورې حاصل ورکوي او د حاصل مقدار یې هم نورو سره فرق ولري، دا د موسمي شاخص څخه معلومېږي، مثلا له یو واحد څخه د هرې ورځې راټولېدونکي حاصل د همدې ډول مقایسو له مخې، هغه مورد نظر پدیده په ښه کولای شو، سره له دې چې کېدای شي، ممکن ځنې شمېر کلونو کې مورد نظر پدیدې او ارقام یو پر بل منطبق یا د پر لپ توپیر ولري، اکثراً طبیعي ښکارندې هر کال په عین ډول، په عین موده، مقدار، کمیت او کیفیت تکرارېږي، نو ځکه موږ په اسانۍ کولای شو د یوې زماني سلسلې له اصلي اعدادو موسمي بدلونونه حذف کړو، یا د موسمي ارقامو په مقایسه اصلي نور ټول اعداد اصلاح کړو، دا په دې ډول چې په ذکر شوي د مورد نظر زماني سلسلې اصلي اعداد څخه موسمي تغیرات یوې خواته کړو، یا هم د پېش بیني او پېشګویۍ په خاطر د موسمي شاخصونو څخه کار واخلو، یا هم د موسمي بدلونو له مخې اصلي اعدادو باندې لازم حکم وکړو، ددې خبرې د توضیح لپاره باید ووایو چې که د ارقامو یوه مجموعه څېړو او په هغو کې زماني سلسلې ډېر رول ولري، نو لومړی د اخېره ښکاره کول په کار دي، چې ووایو: که چېرې موسمي بدلونونه نه وای، آیا موضوع به څرنګه واقع شوې وای؟ مثلاً د مني او د پسرلي کښت په موسم کې د ټراکتور د کار د حجم زیاتوالی یا فی ساعت



موتوري کار کې افزایش نظر د کال په اوږدو کې.

موسمي تغیرات ځینې وخت یو معیار هم ګرځېدای شي، په دې ډول چې فرضاً د پیازو یا غنمو بیه د هغو د حاصل دهۍ او درمند په موسم کې: که چېرې د غنمو بیه د درمند موسم کې ۸۰ افغانۍ وي، نو له هغې مخکې او وروسته مقایسه د همدې موسم په اساس ترسره کولای شو، داسې چې اصلي اعداد د موسمي شاخص په عدد تقسیم او (۱۰۰) سره یې ضرب کوو، نو یو داسې بدلون راښیي چې د مشاهدې وړ رقم فیصدي ده، مثلاً د غنمو په بیه کې حقیقي افزایش نظر د درمند وخت ته، که چېرې په ۱۳۷۹ کال کې د یو من غنمو بیه کې د درمند له وخت (سرطان او اسد) څخه د حوت تر میاشتې پورې له فی سېر 50000Afg څخه 80000Afg زیاتوالی راغلی وي، داسې محاسبه کوو:

$$\frac{80000-50000}{50000}=\frac{30000}{50000}=0,6$$

یا 60%

د کرنې او مالدارۍ په سکتورونو کې د نوساناتو یو علت موسمي حرکت دی، همدا موسمي حرکت د موسمي نوساناتو سبب کېږي، دا نوسانات هر کال منظم او د تکراري بدلونو سبب کېږي، له هر اورې، هر پسرلي، هر ژمي او داسې نور... چې بېې استقرار نه مومي، موسمي نوسانات د وګړو په لګښت پوره اغېزه لري، د بېلګې په ډول د موسمي بدلونونو له کبله په نرخ کې زیاتوالی مجموعي عرضه کې کمښت راولي، ځکه چې د پېرېدلو توان کمېږي، د بېلګې په ډول همدا پورته مثال کې د حوت په میاشت کې د غنمو بیه کې 60% زیاتوالی ددې سبب شوی، چې خلک وریجو، جوارو او نورو خوراکي موادو ته مخه کړي، که چېرې یو مامور د خپل معاش 30% په غنمو ورکوي، نو دا موسمي حرکت ددې لامل ګرځي، چې د پېرېدلو توان کې یې کمښت راشي، دده د پېرېدلو توان باندې یې منفي اغېزه داسې سنجولای شو: (*)

0,3X0,6=0,18%

په دې ډول موسمي حرکت د کرنې په سکتور کې نه یوازې د لګښت په برخه کې، بلکې د تولید عرضې، مزدونو او نورو برخو کې هم مهم اهمیت لري.

### ۹، ۷ - د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش:

د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د طبیعي ناڅاپي پېښو له کبله غیر منظم حرکات رامنځته کېدای شي، موږ پخوا وویل چې د میلاني حرکت عمومي مسیر له څلورو اجزاوو جوړ دی، یعنې Y=T.C.I.S دا یو فرضي معادله ده، خو کله هم په عمومي مسیر (T) کې (S او I) نغښتلې شوي

---

(*) اعداد او ارقام فرضي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



فرض شوي وي، خوځينې وخت يو له د يو څخه تبارز مومي، يعنې د عمومي مسير (T) څخه ښکته يا پورته اعظمي او اصغري نقاطو سره يې فرق دا دی، چې دوراني حرکت د څو کلونو لپاره وي، ترڅو بېرته عادي مسير ته ور وګرځي، دې حالت ته عادي مسير ته د ترند ګرځېدل ويل کېږي، مثلاً د باغونو د حاصل کمښت يا د مالدارۍ د حاصل بدلون له عادي مسير څخه چې ممکن د نويو ونو او د خوسکيانو د نسل تر رسېدو يې دوراني حرکت دوام وکړي، چې بيا بېرته خپل اصلي مسير ته راګرځي (عارضه رفع کېږي) دا حرکت په ګڼو اعدادو ډېره کمه اغېزه لري، ان دا چې نا منظم اعداد په يوه عمومي مسير کې يو بل خنثی کوي هم چې د ټولو پايله دوراني حرکات کېدای شي.

تيره هره برخه د هغو معلوماتو د تشريح سره اړه لرله کوم چې د ارقامو د نمونې يا جميعت سره يې تړاو درلود، د ډېرځلي دغه ارقام د وخت په عين مرحله کې رامينځ ته کېږي. دهندسي ميتودونو په تشريح کې چې تر اوسه ذکر شول وخت د يو فکتور په شکل نه دی مطرح شوي اکثره وخت منيجران د نظرور ارقام د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيابي کوي. داشان مثالونه لکه په ورځيني ډول د شرکتونو د عادي اسهامو نهائي قيمت.

د شرکت د يوې هفتې خرڅلاو اندازه او د هغې ربعي مفاد او همدا رنګه مشخصات لکه د توليداتو وزن او اوږدوالي چې د کمپني پواسطه توليد ېږي

**تعريف:** هغه ارقام چې د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيابي کېږي د زماني سلسلي ارقامو (time series data) په نامه يادېږي

د مخکې برخې څخه په ياد راوړلو سره، پروسس د عمل د سلسلي څخه عبارت دي يا هغه اجراءت دي چې د وخت په تيريدو سره محصول په لاس راوړي په دي اساس زماني سلسلي ارقام د هغه مقياسونو څخه عبارت دي چې يوه سلسله واحدات چې د يوې عملي (لکه د توليد عمليه) پواسطه توليد شي په عمومي ډول، دا عدادو يوه سلسله چې د وخت تيريدو سره لاس ته راغلي وي د هغه پروسي د عنوان په نوم ياد کړو د کومي په وسيله چې مينځ ته راغلي وي

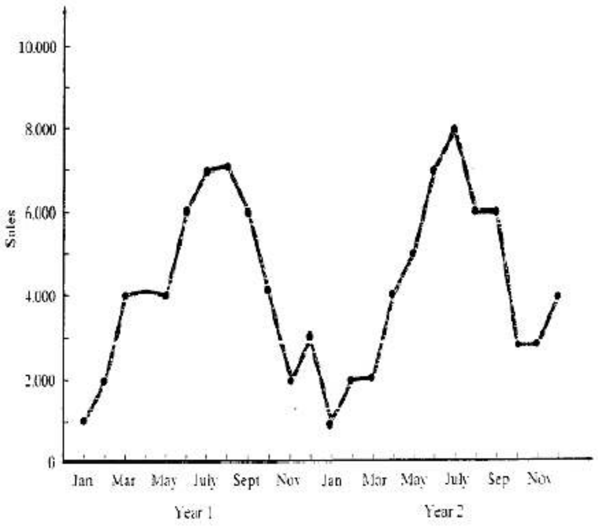
کله چې مقياسونه د وخت په تيريدو سره مينځ ته راځي نو مهمه ده چې دواړه يعني عدد ي ارزښت او وخت يعني هغه وخت يې چې هر مقياس پورې اړه ولري ثبت شي. نو د زماني سلسلي ارقامو د تشريح او هغه پروسه چې دا ارقام پکي مينځ ته راغلي وي د ښودلو لپاره يو زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) چې ځيني وخت د رن چارټ (run chart) په نوم يادېږي په کار وړل کېږي



زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) يو ساده سکټرګرام دي چې مقياسونه يې په عمودي محور او وخت (time) يا هغه ترتيب چې مقياسونه پکي مينځ ته راغلي وي په افقي محور قرارلري او اکثره تعين شوي نقطې د يو مستقيم خط پواسطه نښلول کېږي چې وخت په تيريدو سره په مقياسونو کې تغيرات او حرکات په اسانۍ سره وښودل شي. د مثال په ډول، په 34,2 شکل کې د يو مشخص شرکت مياشتني خرڅلاو (د هغه واحداتو اندازه چې په يو مياشت کې خرڅ شوي وي) ښودل کېږي او 35,2 زماني سلسلي هندسي شکل چې د 30 قطعيو د وزن په اړه چې په پرله پسي ډول د يو شان ډکوونکي پائيپ په واسطه ډک شوي دي راښائي، په يادولري، د وخت د واحد په ځاي د قطعيو د وزنونو د ډکوالي ترتيب په نظر کې نيول شوي دي.

کله چې د توليد د پروسي دوران ترارزيابي لاندې کې نيول کېږي، اکثره د اسانتيا په لحاظ مقياسونه د توليد د ترتيب په اساس ثبتېږي څکه چې د توليدي ترتيب په اساس د مقياسونو ثبت د هغې د توليد واقعي وخت په نسبت اسانه وي.

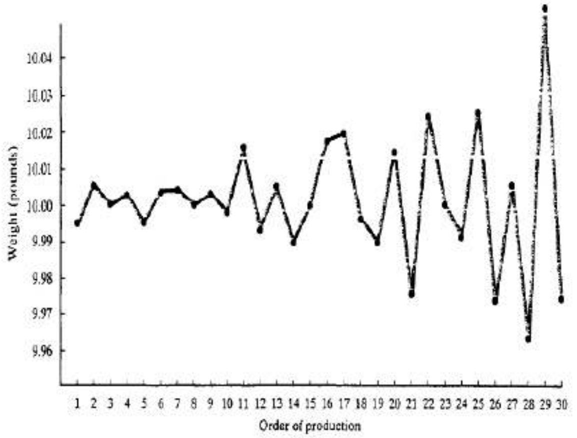
FIGURE 2.34
Time series plot of company sales



(c) ketabton.com: The Digital Library



FIGURE 2.35
Time series plot of paint can weights




سلسلي هندسي شکل، سلسلي زماني حرکت(میلان) او تغیرات(پراگنده گي) چې په ارزیابي کې دمتحولینو په ډول په نظرکې نیول شوی دي ښکاره کوي. په نظر کې ونیسي چې څومره خرخلاو داوړي په موسم کې صعودي حالت لري اود وخت په تیریدوسره د رنګ دقطعیو په وزنونو کې څومره تغییر راغلي دي.

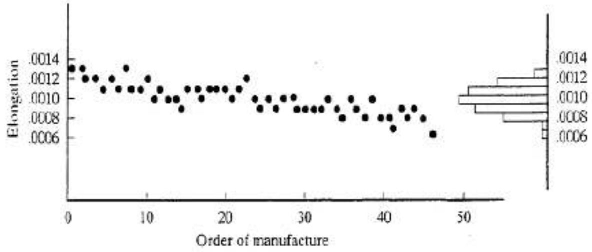
دغه ډول معلومات به د (stem-and-leaf) یا هستوګرام شکلونو پواسطه واضیح نه شي، لکه چې په لاندې مثال کې ښودل کېږي.

مثال: ادواردز ډیمینګ یو مشهورامریکایي احصائیه دان و. وروسته ددوهم جنګ جهاني څخه یې په جاپان کې د تدریس په دې برخه کې چې څرنګه د خپلو تولیداتو کیفیت د ارزیابي (تفتیش) له مخې اصلاح او دتولید پروسې ته په دوام داره ډول بهبود ورکړو ښه شهرت وموند.هغه په خپل کتاب(دبحران څخه بهر1986 ) کې د تاوخوړونکي –زنګون(یوه خودکاره آله ده) په مقابل کې د هستوګرام د څخه د معلوماتو د درست ښودلو لپاره چې دا تا څخه لاس ته راځي استفاده وکړه. د بیلګې په ډول یې لاندې مثال وړاندې کړي دي.



پنځوس دکمري فنرونه یې د تولیدي ترتیب په اساس د ازمویني لاندې ونیول او هر فنر یې دشل ګرام په اندازه شک کړ. دواړه د زماني سلسلي هندسي شکل او هستوګرام یې د یادو ارقام

FIGURE 2.36
Deming's time series plot and histogram




په اساس جوړکړ چې په 36,2 شکل ښودل کېږي کوم یو چې د ډیمینګ د کتاب څخه اقتباس شوي دي. که چېرې د وروسته تولیدیدونکي فنر(مثلاً د یوپنځوستم ) دکشوالي مقیاس تخمینول غواړي او ددې د تخمین د ښودلو لپاره صرف یو هندسي شکل استعمال کړې کوم یو شکل به استعمال کړې؟ او ولې؟

**حل:**

صرف د زماني سلسلي هندسي شکل(time series plot ) د زماني عملیې حرکت چې په هغه کې فنر تولیدېږي تشریح کوي. هغه حقیقت چې په هغې کې د کش کولو مقیاس د وخت په تیریدو سره کمېږي صرف د زمانی سلسلي په هندسي شکل کې ښودل کېږي. څکه چې هستوګرام هغه ترتیب نه شي ښودلاي په کوم کې چې فنر تولید شوي دي. د یو پنځوستم فنر د کشوالی د تخمین لپاره دهستوګرام استعمال کېدای شي یو لوړ احتمال (غیرواقعي) احتمال لاس ته راوړي.

د ډیمینګ د مثال څخه داسي درس لاس ته راځي چې: دهغه ارقامو دتحلیل او څرګندولو لپاره چې دوخت په تیریدو سره دیوې عملیې په نتیجه کې لاس ته راځي ابتدائي ګرافیکي وسیله زماني سلسلي هندسي شکل(time series plot ) دي نه هستوګرام.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات

۱. په لاندې څو کلونو کې یو شمېر ارقام لرو:

Year = 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375
Date = 6 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9

درې کلن خوځېدونکي اوسط په طریقه یې ترند رسم کړئ؟

۲. لاندې ارقام وررکل شوي

| کلونه | واحدات | دتولید اندازه |
|---|---|---|
| ۱۳۷۵ | کیلو گرام | ۱۲ |
| ۱۳۷۶ | کیلو گرام | ۱۸ |
| ۱۳۷۷ | کیلو گرام | ۲۰ |
| ۱۳۷۸ | کیلو گرام | ۱۴ |
| ۱۳۷۹ | کیلو گرام | ۱۲ |
| ۱۳۸۰ | کیلو گرام | ۳۲ |

۳. په لاندې جدول د کال ۱۲ میاشتو کې د یوې کیلو غوښې بیه ثبت شوې.

| میاشت | بیې |
|---|---|
| حمل | ۱۰ |
| ثور | ۱۲ |
| جوزا | ۱۴ |
| سرطان | ۱۲ |
| اسد | ۱۸ |
| سنبله | ۲۲ |
| میزان | ۲۵ |
| عقرب | ۲۵ |
| قوس | ۲۵ |
| جدي | ۲۷ |
| دلو | ۲۲ |
| حوت | ۲۲ |



نیمه اوسط روش باندې یې ترند رسم کړئ؟

۴. موسمي حرکات تعریف کړئ؟

۵. د کرنې په سکتور کې د موسمي حرکاتو د پېښېدو مهم لاملونه کوم دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



# لسم څپرکی

## د نمونې اخیستلو تیوري

## (Sampling)

د علمي څېړنې روش (Scientific Method of Research) اساساً د هغو قواعدو او طرز العملونو له مجموعې څخه عبارت دی، چې د علمي څېړنې عملیه د هغې له مخې اجراء کېږي، په دې کې یوه قاعده له جز څخه د کل په هکله استنباط ده، چې همدې کې د نمونو څېړنه راځي، د نمونې څېړل د خپل ثقه والي، د تطبیق د ساحې، د فرضیو د ازمایلو، د نمونې د خصوصیت او نورو له کبله ډېر توپیر مومي او دا په خاص ثابت شوي حالت کې تعمیم کېږي، نو له دې کبله چې یې موږ تیوریکي اړخ ډېر په نظر کې نیسو، نو تیوري څه ده؟

په یوه موضوع کې تیوري هغه علمي اصطلاح ده، چې د شیانو او پدیدو ترمنځ د هغوی خپل منځي اړیکې تشریح کوي، دا په ټاکلي موضوع او ځانګړي سکالو کې د ژورو تصوراتو او تفکراتو د یوه پاخه اند پایله ده، چې اوږدو ازمایښتونو او تجاربو او پر له پسې زیار هغه ثابته کړې وي.

### ۱۰، ۱- نمونه او د نمونې اخیستل؛ یعنې څه؟

د نمونې (Sample) اصطلاح سره موږ هره ورځ مخامخ کېږو او ډېر ژر یې په مانا پوهېږو، چې دا د یو لوی شي، ډېرو شیانو، ګڼو پېښو او ښکارندو له مجموعې څخه یوه کوچنۍ برخه یا کم شمېر یا یو د مرکزي میلان رقم دی، چې د هغه ټول شي یا شیانو او مشاهدو ځانګړنه ښکاره کوي او دا عیناً اصل شی وي، دا ډېره معموله ده، چې د غلې لوی مارکیټ څخه پېردونکي یو څه دانې را اخلي او په غور یې ګوري، همدا دزیات مقدار څخه د یوه کم شي رااخیستنه د کتلو او پلټلو په خاطر د هغو کتل چې د ټول مقدار مشخصات ورڅخه څرګند شي، د Sample یا نمونې اخیستو په نوم یادېږي او را اخیستل شوې برخه د نمونې په نوم بلل کېږي او ټول مقدار یا ټول شی چې نمونه یا Sample ورڅخه اخیستل شوی د نفوس Papolation او Univerre په نوم یادېږي، (1.P-248) موږ نمونې اخیستو ته ځکه ضرورت لرو، چې:

که چېرې یو ګڼ شمېر اشیاء، اقلام او مشاهدې ولرو او وغواړو د هغو څرنګوالی وڅېړو، نو د ټولو مطالعه شویو نمونو مطالعه کفایت کوي، چې د کل په خواصو هم پوه شو، اما د ټول کل یا ټول نفوس څېړل ډېر وخت، پیسې او انرژي غواړي، خو که د دغه لوی مقدار څخه صرف یوه کمه برخه یې د څېړلو لپاره را واخلو، نو وخت مصرف او انرژي به کمه ولږېږي او د ټولو ارقامو



خصوصیات به ورڅخه څرګند شي، همدې ډول یوې پروسې ته Sampling وایي.

د نمونې اخیستو ګټه دا ده، چې په دې ډول سره له جز (نمونې) څخه د کل په هکله بشپړ معلومات استنباط کېږي، نمونه اخیستل د قسمي احصایه ګیرۍ په توګه د لومړي ځل لپاره د فرانسوي عالم (لیپ لای) له خوا ترسره شوه، وروسته په المان کې شنا پر ارند (۱۸۴۷-۱۹۰۴) د کرنې په سکتور کې د څېړنو په خاطر د (Taunus) په سیمه کې د بزګرانو د ټولنیزې او اقتصادي وضع او د کرنیزو فېصدیو د مطالعې لپاره پنځو کلیو کې نمونوي احصایه ګیري ترسره کړه.

### ۱۰، ۲- نمونوي مشاهدات:

هغه ارقام چې د نمونې په ډول د څېړنې لپاره راټولېږي، نمونوي مشاهدات بلل کېږي، د نمونې غوره کول دوه ډوله دي: لومړی یې دا چې موږ پرته له دې چې د نمونې لپاره کومې ځانګړتیاوې په نظر کې ونیسو د ټول نفوس (کل) څخه یې د څېړنې لپاره را اخلو، دېته Random یا تصادفي یا احتمالي نمونه غوره کول وایي؛ لکه د غنمو له یوه ګودام څخه د یو موټي غنمو را اخیستل، دویم ډول سهمیوي، یا قضاوتي Quota نمونه ګیري ده، چې دلته د ځانګړې موخې لپاره نمونه غوره کېږي؛ لکه د درې ډولو خاورو مطالعه او مقایسه، لومړی نمونه د لوم Loum او دریمه یې د بېلګې په ډول Sandy-Loam یعنې، مټ، شګلنه او ګډه خاوره سره مقایسه کوو، نو دلته په قصدي ډول موږ د خاورې بېلابېل ډولونه لومړی په نښه، بیا یې را اخلو، یا د میدان ولایت د منو د غذایي ارزښت د مطالعې لپاره یوه نمونه د سرو منو څخه او بله د ژېړو منو څخه غوره کوو، یا د یوې مرکې لپاره د داسې بزګرانو غوره کول چې هغوی سره په دوامداره ډول د ترویج کارکوونکو او مامورینو روزنیز کار کړی وي او داسې نورې بېلګې په لومړي ډول نمونه غوره کولو کې کوم مخکیني قضاوت او انتخاب او معیار موجود نه وي، خو په دویم ډول کې نمونه د یوه ځانګړي قضاوت او معیار له مخې غوره او اخیستل کېږي، په احصایوي څېړنو کې کوم مشاهدات چې د نمونو په توګه راټول شوي وي (هم Random او هم Qouta) د نمونوي مشاهدو په نوم یادېږي، نمونوي مشاهدې د ټولنیزو (همه ګاني) مشاهدو سره فرق لري، یعنې نمونوي مشاهدې صرف ددې لپاره څېړل کېږي، چې وروسته د هغو پایله په کل تعمیم شي، د نمونوي مشاهدو یو ځانګړنه دا ده، چې د ټولو مشاهدو یوه برخه تشکیلوي؛ لکه $\frac{1}{20}$ مه برخه، $\frac{1}{10}$ مه برخه یا $\frac{1}{5}$ مه برخه او داسې نور چې دلته د ټولنیزو مشاهدو برخلاف زموږ له هیڅ یوې مشاهدې څخه صرف نظر نشو کولای، خو یوه عمومي نظریه دا ده؛ څومره چې نمونې زیاتې وي، هومره هغو کې خطا او تېروتنه کمېږي.

د تحقیق او علمي تجربو په ترڅ کې موږ معمولاً د ډېرو مشاهدو او ارقامو څخه نمونه غوره

(c) ketabton.com: The Digital Library



کوو، یا د ارقامو اوسط، میانه او یا هم مود ځېرو. وروسته بیا د نمونې څخه اخیستل شوې نتیجه په ټول نفوس باندې تعمیم کوو، یعنې د Sample له مخې Universe باندې حکم کولی شو، پوهان وایي چې نمونه باید د ځېړنې د خصوصیت له مخې او د هغې د هدف سره مطابق او مناسبه غوره شي، د نمونې د غوره کولو لپاره بېلابېلې لارې شته؛ لکه:

الف- Deliberate Sampling: دلته ځېړونکی له یو زیات شمېر مشاهدو څخه صرف یو څو مشاهدې په قصدي توګه غوره کوي، د بېلګې په توګه د یو ښوونځي څخه صرف د ممتازو زده کوونکو غوره کول او د هغوی د ذهني ودې مطالعه یا په انګورو کې د قند د فیصدۍ د معلومولو لپاره یوازې د پروان ولایت د کشمشي انګورو غوره کول او داسې نور مثالونه دغه ډول نمونه اخیستلو ته Deliberate Selective Method ویل کېږي، دغه مېتود خصوصاً هغه وخت ډېر تر استفادې لاندې نیول کېږي، چې نفوس مشابه خصوصیات ونلري او ټول سره یو شانته (Homogenous) نه وي؛ لکه د زده کوونکو بېلابېلې کتګورۍ.

ب – Simple Random Sampling: تصادفي ساده نمونه اخیستل د مخکیني مېتود برخلاف نمونه په تصادفي یا چانسي ډول په ډېر ساده ډول غوره کېږي، یانې له ګڼ شمېر نفوس څخه په تصادفي توګه او پرته له دې چې مخکې له مخکې یې سنجش کړی وي، څو نمونې را اخلي لکه د یوه ګودام له غنمو چې موږ یو موټی غنم د بېلګې په توګه په تصادفي ډول را اخلو، دلته مهمه خبره دا ده چې ټول نفوس (ټول مشاهدات) همجنس (یو شانته Homogenous) وي، دلته د ټول نفوس هرې برخې څخه نمونه په مساوي ډول غوره کېږي، یانې نمونه کې اخیستل شوي ارقام د ټول نفوس څخه د غوره کېدو چانس لري، د بېلګې په توګه د یوې کروندې د بوټو د قد د معلومولو لپاره د ټولې کروندې د زرګونو بوټو څخه صرف د ۲۰-۵۰ بوټو غوره کول، یا هم د پچې په اساس د ګڼ شمېر بزګرانو څخه د هغو څو بزګرانو احتمالي یا چانسي غوره کول چې غواړو د هغوی ورځنی عاید او عمده محصولات معلوم کړو.

ج- Systemic Sampling: ځینې وخت د ځېړنې خصوصیت ایجابوي چې نمونه په سیستماتیک ډول غوره شي؛ مثلاً له یوه اوږده لست څه د هرې لسمې شمارې غوره کول، یا د بېلابېلو کلیو له کورنو څخه د هر یوه کلي د لومړي کور غوره کول، یا روغتون ته د راتلونکو ناروغانو له هرو پنځو تنو څخه د یو تن غوره کول او داسې نور مثالونه په دې مېتود کې هر څوم (nth) عدد تر هغه وخته غوره کېږي، تر څو چې ټول مشاهدات یا نفوس بالکل ختم شي.

د- Stratified Sampling: دلته د ځېړنې لاندې موضوع له هرې طبقې څخه یوه یوه نمونه یا دوه دوه نمونې را اخیستل کېږي، چې طبقه یې نمونه ګیري ورته وایي، دلته طبقات یو بل څخه فرق لري، یانې ټول طبقات یو شانته نه وي، په دغه ډول نمونه اخیستو کې باید د هرې طبقې څخه



ارقام موجود وي.

هـ - Quota Sampling: قضاوتي یا سهمیوي نمونه اخیستل هغه حالت دی، چې د تجربې یا ځېړنې لپاره د ځانګړې موخې او مشخص مقصد لپاره اصلي نفوس یا (کُل) په نښه کېږي، بیا یې له مورد نظر هغه قضاوت شوې برخې څخه چې د تجربې لپاره انتخاب شوې نمونه اخلو؛ لکه د درې ډوله خاورې د تجزیه کولو لپاره لومړی نمونه د Loam، دویمه د Sandy، درېیمه د Sandy Loam یا د بېلابېلو انواعو د مڼو کیفیت، وزن، خوند، د پخېدو مودې او نورو تجربه کولو لپاره یوه منه ژېړو مڼو څخه او یوه له سرو مڼو څخه را اخلو او بیا یې تجربه کوو.

همدا رنګه یو شمېر نور مېتودونه هم شته، چې دلته یې صرف نوم اخلو؛ لکه Cluster Sampling یا ډله ایزه نمونه ګیري Area Sampling یا ساحوي نمونه ګیري (Multi-Stage Sampling) یا څو مرحله یي نمونه ګیري (Sequential Sampling) یا پر له پسې او دوامداره نمونه ګیري، چې دا هره یوه یې د تجربې د خصوصیت سره سم غوره کېږي، عملاً له پورته ډولونو څخه صرف څو محدودې یې عملي کېږي، ځینې وخت له څو څو مېتودونو څخه یو ځای کار اخیستل کېږي، چې دې ته Mixed Sampling ویل کېږي، خو مهمه دا ده چې دغه مېتودونه په خپله ځېړونکی غوره کوي.

## ۱۰، ۳- د نمونوي مشاهدو د راټولولو لارې:

۱. د نمونوي مشاهدو تصادفي یا له ټول نفوس څخه په پټو سترګو غوره کول.

۲. میخانیکي غوره کول: دلته لومړی د ځېړنې د موخې پر بنا ارقام او شیان د اندازې، وزن او درجې له مخې په بېلابېلو مساوي برخو وېشل کېږي؛ لکه د زیاتو عضوي موادو لرونکي خاورې د منځنۍ اندازې عضوي موادو لرونکي خاورې او خوارو خاورو سره بېلول او بیا له هرې یوې څخه یوه یوه نمونه را اخیستل، یا هم د انګورو له بېلابېلو ډولونو د ۱۰، ۱۰ بوټو غوره کو، بیا له هرو ۱۰ بوټو یو یو بوټی غوره کول او پر هغو د ځېړنو سرته رسول.

۳. منطقوي (سیمه ایزه) یو ډولیزه نمونه ګیري: البته لومړی بېلابېلې سیمې په نښه کېږي؛ مثلاً د وریجو د کیفیت، فی واحد حاصل دهي، کمي او کیفي ځرنګوالی او نورو د معلومولو لپاره لومړی په هېواد کې د وریجو د تولید سیمې په نښه کوو، چې عبارت له بغلان، کندز، لغمان او ننګرهار څخه دي، خو په ځینو مواردو کې چې د کیفیت تر څنګ د مربوطه سیمې د حاصلدهی کمیت هم مطرح وي، نو په ټوله نمونوي مشاهده کې د سیمو نسبي سهم ښکاره شي، مثلاً: که چېرې د کرنې وزارت په نظر کې ولري د انګورو د کوپراتیفونو لپاره نمونوي مشاهدې جوړې کړي، نو د پروان څخه به زیات شمېر، بیا له کندهار او بیا د لوګر له څرخ او د کابل د ده سبز، میر بچه کوټ یا نورو سیمو چې مناسب دي، نظر د هغو د تولید د تناسب له مخې غوره

(c) ketabton.com: The Digital Library



کړي، که چېرې وغواړو د ځنګلونو د افتونو نمونوي مشاهدې ولرو، نو طبعاً زیات شمېر نمونې به د کونړ، بیا پکتیا، نورستان او ننګرهار وي، بیا د شمالي ولایاتو د پستې د ځنګلونو او ورپسې نورې ځنګل لرونکې سیمې.

۴. سریالي (سلسلوي) نمونه اخیستل: په دې ډول نمونه غوره کولو کې د مورد نظر پدیدې بېل بېل واحدونه، نه؛ بلکې د هغې د ټولو واحدونو ټوله سلسله په نظر کې نیول کېږي، بیا په هره بېله بېله سلسله کې بشپړ مشاهدات ترسره کېږي، یعنې د یوه کل د ټولو واحدونو (برخو) غوره کړای شوې سروې صورت نیسي، داسې چې د سروې ټول واحدونه د مطالعې لاندې پدیدې په اډانه کې د سلسلې (سریال) په بڼه سروی کېږي، دا د سیمه ایزې یا منطقوي نمونه غوره کولو سره یو څه شباهت لري، خو ډېر فرق هم ورسره نه لري، په سریالي نمونه اخیستو کې ټول واحدونه د سلسلې په بڼه راځي، خو سیمه ایزه کې بیا د هرې سیمې (مکرر) او غیر تکراري (غیر مکررو) نمونو اخیستو موضوع په هکله نظر کې ونیول شي. غیر مکرره نمونه ګیري هغه ده چې غوره شوی واحد په ثبت کې صرف یو ځل ګډون کوي، کله چې له مربوطه سیمې او سلسلې څخه دغه واحد واخیستل شو، بېرته د سیمې په مشاهدو یا د واحدونو سلسله کې نه کېښودل کېږي، حال دا چې په مکرره کې یو ځل بیا کېښودل کېږي، کېدای شي د بیا غوره کولو پر وخت عین مشاهده بیا راووځي، خو غیر مکرره طریقه په تحقیق کې غوره بریښي.

له دې امله چې لومړی ډول یعنې اتفاقي نمونه اخیستل ډېر مروج دي او ارزښت لري، هغه به په تفصیل توضیح شي.

**اتفاقي نمونه اخستنه RANDOM SAMPLING**

په احصائیوي استنباط (Statistical inference) کې له ارقامو څخه نمونه تاکنه حیاتي ارزښت لري ځکه د مشاهده شوي نمونې احتمال د نمونه شویو ارقامو د مشخصاتو د استنباط لپاره په کارورل کېږي.

د مثال په توګه، که چېرې د 52 قطعو د بنډل څخه څلور قطعي وغورځوې او څلور واړه توسان وي. آیا تاسو دا نتیجه ګیري کوي چې د قطعو بنډل مو یو عادي بنډل دي چې صرف څلور توسه لري، او یا آیا فکر کوي چې نو موړي بنډل د څلورو څخه زیات توسان لري؟ دا موضوع دې پورې مربوطېږي چې څرنګه قطعې راویستل شوي دي. که چیری څلور توسان د ستنډر قطعي بنډل د پاسه قرار لرلاي وي، نو بیا معلوم دا ده او غیر عادي نه دي چې څلور توسان غورځول شوي دي. یا په بل عبارت که چېرې د قطعو بنډل په بشپړه توګه سره ګډ شوي وي نو بلکل احتمال نه لري چې د هغې څخه په یوه نمونه کې (چې څلور قطعي په کې شاملې وي) تري څلور توسان راویستل شي.



البته مهمه نقطه داده چې د مشاهده شوي څلور نمونې قطعو څخه د جمیعت (د 52 قطعو بنډل) د استنباط په هکله استفاده وکړو، او ستاسو لپاره اړینه ده چې په دې وپوهېږې چې څرنګه نوموړي نمونه (sample) انتخاب شوي ده.

یو ډېر ساده او زیات استعمالیدونکي طریقه چې د نمونه اخستني لپاره په کارورل کېږي او په ضمني ډول یې په تیرو مثالونو او تمریناتو کې مفهوم بیان شوي دي چې دا طریقه د اتفاقي نمونه اخستني (random sampling) په نوم یادېږي او هغه څه چې په لاس تري راځي د اتفاقي نمونې (random sample) په نوم پیژندل کېږي.

**تعریف:** که چېرې د یو کُل یا نُفوس څخه د n په اندازه عناصر په داسې ډول انتخاب شي چې د n د عناصرو د هرستې انتخاب په جمیعت کې د انتخابولو مساوي چانس ولري. نو ویلای شو چې د n عناصر یوه اتفاقي نمونه (random sampale) ده.

که چېرې جمیعت ډېر لوی نه وي او عناصر یې د کاغذ په ټوټو، د قطعو په ټوټو او نورو د شمار وروي، نو په فزیکي ډول کولای شي چې د کاغذ ټوټې او یا قطعې په ښه ډول ګډې کړي او د مجموعې څخه یې د n اندازه عناصر وباسي. هغه اعداد چې د ټوټو (برخو) په مخ ښکاري داسې ښائي چې د جمیعت عناصر په نمونه کې شامل دي ولې په اکثره وخت د دې ډول مخلوط په لاس راوړل ګران کار دي خو دا طریقه په تقریبي د اتفاقي نمونه اخستنی یو شکل ارائه کوي.

اکثره څېړونکي د خپل کار لپاره د تصادفي اعدادو په تولیدونکو random number generators چې اتفاقي نمونې تولیدوي اعتماد لري. د تصادفي اعدادو تولیدونکي اعداد د جدول په شکل د ځان سره ساتي او د احصائیوي سافټ ویئرونو په جوړولو کې تري هم استفاده کېږي.

**مثال:**

فرض کړئ چې په یوه مطالعه کې د برخه اخستلو لپاره د 100.000 کورنیو د جمیعت څخه پنځه کورني په اتفاقي ډول په نمونه کې اخلي.

a. څو مره مختلفي نمونې انتخابولای شي؟

b. د یو اتفاقي نمونې د انتخاب لپاره د تصادفي اعدادو د تولیدونکي څخه استفاده وکړي؟

**حل:** د نمونو د تعداد د معلوم لپاره د 1,3 برخې د ترکیبي قاعدې (combinatotial rule) څخه استفاده کوو، مونږ لرو چې $N = 100000$ او $n = 5$. نو

$$\binom{N}{n} = \binom{100{,}000}{5} = \frac{100{,}000!}{5!99{,}995!}$$

$$= \frac{100.000 \cdot 99.999 \cdot 99.998 \cdot 99.997 \cdot 99.996}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 8.33 \times 10^{22}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



نو 83.3 بيليون ټريليون په اندازه دپنځيو کورنو مختلفي نمونې د 100.000 ټول نفوس څخه انتخابېدای شي

b. ددي لپاره چې اطمينان حاصل شي چې هره ممکنه نمونه د انتخاب مساوي چانس لري، نوهرهغه څه چې د اتفاقي نمونه اخستني لپاره په کار ورل کېږي کولاي شوي چې د اتفاقي اعدادو د جدول(random number table) څخه (چې په I جدول په B ضميمه کې ارأيه شوي دي) په استفاده تعين کړو.

د تصادفي اعدادو جدول په داسي شکل جوړشوي دي چې د هرعدد د واقع کيدو(تقريباً) مساوي احتمال لري برسيره پردي، د هر عدد واقع کيدل په يو موقعيت کې په جدول کې د نورو اعدادو څخه مستقل دی.

د اتفاقي اعدادو د جدول د استعمال لپاره، د ټول نفوس د N اندازه عناصر د 1 څخه تر N پورې شمارل کېږي اوبيا 1جدول ته مخ گرزول کېږي او په جدول کې د شروع عدد انتخابېږي اوددي عدد په دوام يا د قطار په امتداد يا د کالم لاندې طرف ته N عدد د جدول څخه انتخاب او په ثبت رسېږي.

د عملي مثال لپاره، اول هغه کورني چې په ټول نفوس کې شاملي دي د 1 څخه تر 100.000 پورې شمارو. د راتلونکي مخ (۳، ۷ جدول)

اوس په خپله خوښه د شروع عدد انتخابو فرضاً دا اتفاقي عدد په دريم قطار او دويم کالم کې ليدل کېږي چې دا عدد 48.360 دي، بيا د پاتي څلورو اتفاقي عددونو د لاس ته راوړلو لپاره دويم کالم لاندې خوا ته ادامه ورکوو. په دي اساس مونږ پنځه اتفاقي اعداد انتخاب کړي چې په 7,3 جدول کې په نښه شوي دي. د 1 څخه تر 99.999 کورنيو د ښودلو لپاره د اولني پنځه رقمونو څخه استفاده کېږي او 00000 عدد د 100.000 کورنيو څخه نمائنده گي کوي. کولاي شو چې وگورو چې کورني شماره گذاري شوي دي

48,360
93,093
39,975
6,907
72,905

چې بايد زمونږ په نمونه کې شاملې وي

نوټ، په نمونه کې د شامل عنصر د ښودلو لپاره صرف لازم تعداد ارقام په هر اتفاقی عدد کې استعماليږي. که چېرې د ثبت په وخت کې د n عداد د جدول څخه، هغه عدد انتخابوي چې مخکې ترمخکې مو انتخاب کړي وي په ساده ډول ويلاي شو چې تکراري عدد لري کوو او پرځاي يې د سلسلي په پاي کې جانيشين ټاکو. نو کېدای شي چې د n اعدادو د نمونې د لاس ته



راوړلو لپاره د جدول څخه د n څخه زيات اعداد ريکارډ کړي.

TABLE 3.7 Partial Reproduction of Table I in Appendix B

| Row \ Column | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10480 | 15011 | 01536 | 02011 | 81647 | 91646 |
| 2 | 22368 | 46573 | 25595 | 85393 | 30995 | 89198 |
| 3 | 24130 | 48360 | 22527 | 97265 | 76393 | 64809 |
| 4 | 42167 | 93093 | 06243 | 61680 | 07856 | 16376 |
| 5 | 37570 | 39975 | 81837 | 16656 | 06121 | 91782 |
| 6 | 77921 | 06907 | 11008 | 42751 | 27756 | 53498 |
| 7 | 99562 | 72905 | 56420 | 69994 | 98872 | 31016 |
| 8 | 96301 | 91977 | 05463 | 07972 | 18876 | 20922 |
| 9 | 89579 | 14342 | 63661 | 10281 | 17453 | 18103 |
| 10 | 85475 | 36857 | 53342 | 53988 | 53060 | 59533 |
| 11 | 28918 | 69578 | 88231 | 33276 | 70997 | 79936 |
| 12 | 63553 | 40961 | 48235 | 03427 | 49626 | 69445 |
| 13 | 09429 | 93969 | 52636 | 92737 | 88974 | 33488 |

آيا په پشپړډول دا يقين کولاي شو چې ټول 83.3 بيليون ټريليون نمونې د انتخاب مساوي چانس ولري ولي واقيعت دادي چې مونږ يې نه شو کولاي

ترهغه ځايه چې د اتفاقي اعدادو جدول د اتفاقي سلسلي ارقام احتوا کوي، نمونه بايد ډېره زياته اتفاقي وي.

دا جدول د B ضميمه صرف د اتفاقي عدد د توليدونکي يو مثال دي او په زياتو علمي مطالعاتو کې چې په هغې کې يوې وسيع اتفاقي نمونې ته ضرورت ليدل کېږي د اتفاقي نمونو د جوړولو لپاره د کمپيوټر څخه استفاده صورت نيسي، لکه د MINITAB ,SPSS او د SAS احصائيوي سافټويرونه په اساني سره اتفاقي نمونې جوړوي

دمثال په توگه د پورته مثال په شان د 100000 کورنيو نفوس دنمونې څخه n = 50 کورنيو نمونې ته اړتيا لري.

کولاي شو چې ددي اتفاقي نمونې د جوړولو لپاره د SAS اتفاقي نمونو توليدونکي څخه استفاده وکړو.

په 21,3 شکل کې د SAS کاپي ليدل کېږي چې 50 اتفاقي اعداد لري(د 100000 ټولو اعدادو څخه). په دي تشخص شوي اعداد کې د کورنيو نمونې شاملي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



| OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 47122 | 14 | 47271 | 27 | 17098 | 40 | 4260 |
| 2 | 94231 | 15 | 3642 | 28 | 23259 | 41 | 58140 |
| 3 | 95531 | 16 | 7611 | 29 | 30512 | 42 | 22903 |
| 4 | 41445 | 17 | 81646 | 30 | 91548 | 43 | 65959 |
| 5 | 80287 | 18 | 92158 | 31 | 7673 | 44 | 13962 |
| 6 | 11731 | 19 | 36667 | 32 | 68549 | 45 | 25819 |
| 7 | 47523 | 20 | 71811 | 33 | 85433 | 46 | 66497 |
| 8 | 84847 | 21 | 78988 | 34 | 5231 | 47 | 79559 |
| 9 | 69822 | 22 | 3819 | 35 | 13455 | 48 | 87017 |
| 10 | 18270 | 23 | 21873 | 36 | 71666 | 49 | 28483 |
| 11 | 52636 | 24 | 74938 | 37 | 66280 | 50 | 91806 |
| 12 | 21750 | 25 | 23635 | 38 | 66210 | | |
| 13 | 63363 | 26 | 35807 | 39 | 21998 | | |

## تمرینات

۱. په علمي څېړنه کې د نمونې ارزښت وواییٔ؟
۲. سریالي نمونه اخیستل وښایاست؟
۳. کل یعنې څه؟
۴. نمونوي مشاهدات، یعنې څه؟



# یوولسم څپرکی

## میلان او پیوستون

## (Regression & Correlation)

### ۱۱، ۱- د میلان او پیوستون مفهوم او ارزښت:

د احصاییوي څېړنو په برخه کې بېلا بېلې ښکارندې چې یو پر بل اغېزه لري، نظر بېلا بېلو فکتورونو ته فرق کوي، نو په علمي څېړنه کې ضروري ده چې د متحولینو ترمنځ اړیکې او د هغو څرنګوالی روښانه شي، په څېړنیزو مسایلو کې اکثراً دوه متحولین مطالعه کېږي، چې په یوه کې بدلون په بل کومه اغېزه لري؟ خصوصاً موږ په کرنه او مالدارۍ برخه کې په حاصل باندې د سرې، تغذیې، ابیارۍ، د لمر وړانګو، حرارت او نورو څخه خبرې کوو، اوس نو دا ډېره مهمه ده چې اصلي پرابلم له دغو لاندې دوو پوښتنو حل کړو:

۱. ایا د یوه متحول بدلونونه په بل متحول باندې څرنګه او څومره اغیزې لري او د پر له پسې څېړنو له مخې د دواړو ترمنځ د پیوستون او د دویم متحول عکس العمل پېښ بیني.

ګڼ شمېر ښکارندې په تېره بیا ژوندیو اجسامو کې څو، څو فکتورونه یو په بل اغېز لري، د بېلګې په ډول په خاوره کې د عضوي موادو زیاتوالی او د نبات، د ونې عمر او د مېوې اندازه، د جیرې څرنګوالی او د څاروي حاصل دهي، هورمونونه او فزیالوجیکي فعالیت او داسې نور...

۲. د دوو متحولینو ترمنځ د پیوستون د رابطې لپاره د یوه معیار تاکل د دغو دوو مسئلو حل، خصوصاً بایومتري کې موږ ته ډېر مهم دی، د Regression (میلان) اصطلاح د لومړي ځل لپاره Francic Gal (۱۸۲۲-۱۹۱۱) له خوا شرحه او وپېژندل شوه، کوم چې ده د اولادونو او والدینو د قدونو د افادې موضوع څېړله، ده دا وموندله چې د لوړ قد لرونکو والدینو اولادونه لوړ قد او د ټیټ قد لرونکي والدین د ټیټ قد اولادونه لري، دغه پېښه یې د اوسط خواته د میلان یا Regress Toward the Average په نوم یاده کړه، دغه مرکزي اوزانونه میلان د ګالټن له خوا د یو تمایل په نوم ونومول شوه.

ځیني وخت یو تابع متحول Dependent Variable او یو مستقل Independent Variable وي، دېته ساده یا یو اړخیز میلان Simple Regression ویل کېږي، که تابع یا مستقل متحولین څو څو وي؛ مثلاً د بوټو وده د غنمکې د حاصل خېزۍ، د سرو تطبیق، وربښت د تخم کیفیت او نورو پورې اړه لري، یا د یوه تن د وینې فشار د هغه وزن، عمر او نورو پورې اړه لري، په داسې حالت کې د څو مستقلو متحولینو لرونکي میلانونه د څو ګوني یا څو اړخیز میلان Multiple

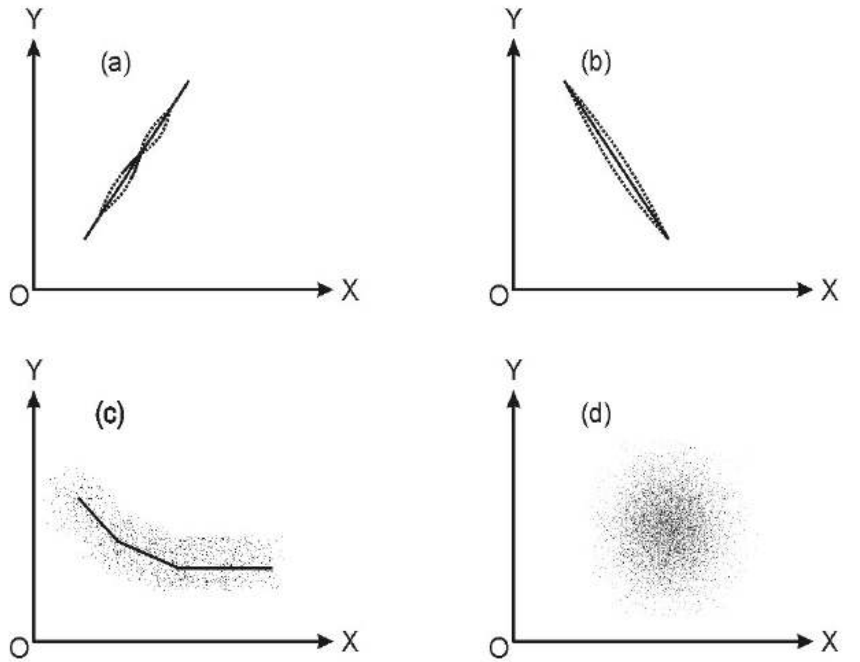
(c) ketabton.com: The Digital Library



د ماشيني كارونو مصارف (حرارت وركول، هوا كشي او نلدواني) ده، (۲) او پورته چت يې چې 26 نمونه فابريكو او دګودام د ساختمان څخه تشكيل شوي دي په ياد ولري چې سكترګرام د ماشيني مصارفو زياتوالي او همدارنګه د ساختمان د ساحي زياتوالي راښيي. په عمومي توګه كله چې يو متحول زياتوالي مومي د دوهم متحول زياتوالي سره مرسته كوي، نو مونږ ويلاي شو چې دا دواړه متحولين يو د بل سره سيده رابطه لري يا يو بل سره يا مرتبط دي نو پورتنی شكل راښيي چې ماشيني مصارف او د ساختمان پورته ساحه يو د بل سره سيده مثبته رابطه لري په نوبت سره، كه چيرې يو متحول د كموالي طرف ته ميلان ولري او بل متحول د زياتوالي طرف ته ميلان ولري مونږ وايو چې نوموړي متحولين يو د بل سره منفي رابطه لري.

2 ، شكل په ښكاره ډول د سكترګرام څو فرضيي چې د دوه متحولينو مثبته رابطه او 2 ، ) دمتحولينو دوه اړخيزه منفي رابطه په (وروستی شكل) او دوه متحولين چې يو د بل سره رابطه و نه لري په (32منحني) شكلونو كې ښودلي شو .

كه څه هم عمومي طريقې او د سنجش طريقې او چارې دواړو كې يو شان دي، خو د دويم ډول لپاره د اصغري مربع ګانو محاسبات د نفوس او پارامتر $a$ او B او نور كارول كيږي، د B1 او b1 پارامترونو محاسبه د قسمي ميلان ضريب د B1 لپاره بلل كيږي، خو دلته موږ په عمومي ډول د ميلان په هكله عام مفاهيم او د سنجش تو له نظريه وړاندې كوو، موضوع د ساده كولو لپاره






Regression په نوم باندې يادېږي.

په ساده ميلان كې لاندې معادله صدق كوي: $Y_1=a+bx_n$، دلته Y د X تابع او b د كرښې ميلان څخه عبارت دی، خو د څو ګوني يا څو اړخيز تمايل يا ميلان لپاره لاندې معادله صدق كوي:

$$y=a+b_1x_{1i}+b_2x_{2i}+b_3x_{3i}+\dots b_nx_{ni}$$

**د دوو متحولينو د روابطو ګرافيكي ښودنه:**

ځيني وخت داسي ادعا كيږي چې وه ښكارندی يو بل سره رابطه لري، مثلاً د جرايمو اندازه او د بيكارۍ اندازه يو د بل سره (تړلي، مرتبط) رابطه لري يوه بله مشهوره عقيده داده چې داخلي ناخالص توليد (GDP) او د انفلاسيون اندازه يو بل سره رابطه لري او حتی ځيني خلك دا عقيده لري چې دا وجونژد صنعتي اسهامو اوسط او د فيشني لمنو اوږدوالي يو له بل سره تړلي دي(دا په متحده ايالاتو كې د جامو د توليد يوه كمپني ده).

دا اصطلاحات يعني: مرتبط (correlate)، رابطه (relate) او تړلي (associate) ټول د دوو متحولينو ترمينځ د اړيكو په معني استعمالېږي لكه په پورته مثالونو كې دوه مقداري متحولين.

د دوه مقداري متحولينو په مينځ كې د تشريح كولو يوه لار د دوه متحوله رابطي

FIGURE 2.31
Scattergram of cost vs. floor area

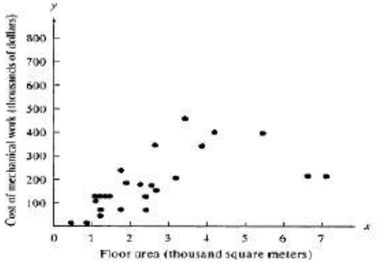
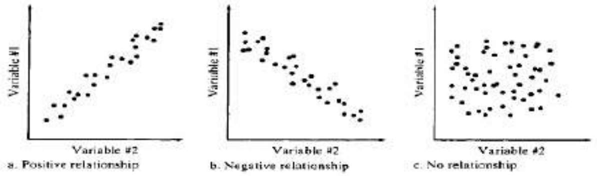



FIGURE 2.32
Hypothetical bivariate relationship




(Varible relationship) په نوم يادېږي چې د ارقامو هندسي شكل يې په سكترګرام (scattergram) يا سكترپلاټ (scatterplop) كې ښودل كيږي.

سكترګرام دوه بعدي هندسي جوړښت دي چې يو متحول يې د عمودي محور په امتداد او بل متحول يې د افقي محور په امتداد قرار لري دمثال په ډول، پورته شكل كې يو سكترګرام چې(۱)

(c) ketabton.com: The Digital Library



لیکو، چې که چېرې راکول شوې معادله کې موږ قیمت وضع او له څو نقطو څخه عبارت وي او هغه سره وصل کړو، نو یو خطي ګراف په لاس راځي، خو که چېرې پراګنده نقاط په لاس راشي، بیا د هغو یو ګډ تمایل ومومو او خطي ګراف یې رسم کړو، دې ته Scatter Diagram ویل کېږي، دلته کېدای شي د میلان کرښه څو بېلابېلې بڼې ولري؛ لکه پورته شکلونه.

(a) شکل کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه مثبت او مستقیم کرښه ده، په (b) کې رابطه منفي او خطي او په (c) کې یو منحني ډوله خط دی او په (d) کې هیڅ ډول رابطه نشته، مثلاً د یو بزګر ورځني حاصلات په مارکیټ کې په مجموعي عرضه او شخصاً د بزګر په عاید مستقیمه اغېزه لري، څکه حاصل او عاید هغه متحولین فرض شوي، چې یو بل سره یو ځای تحول کوي، څکه چې یو متحول لوېږي، نو بل متحول هم لوېږي، یا برعکس کله چې یو کوچنی کېږي، هغه بل هم کوچنی کېږي، کله چې د حاصلدهۍ موسم کې بزګر ښه حاصلات اخیستي وي، نو عاید یې هم لوړ ځي، دېته وایي چې یو بل سره مثبت ارتباط لري، خو که داسې حالت واقع کېږي، چې حاصلات کم شي نو عاید هم کمېږي، نو وایي چې:

دا دواړه یو بل سره منفي ارتباط لري، د ارتباط ضریب د دوو متحولینو د میلان په هکله یو ډول شاخص رامنځته کوي، چې دا د خپلې بڼې له مخې فرق کوي، خو بیا هم د دوو متحولینو ترمنځ د ارتباط ضریب یو شمېر منفي خصوصیات لري.

## ۱۱، ۲- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب:

د پیوستون ضریب د دوو (X) او (Y) متحولینو ترمنځ د رابطې د یوه معیار څخه عبارت دی، د پیوستون د ضریب ارزش همېشه یا منفي یا له هغه لوی او یا هم مثبت یو یا له هغه کوچني وي، یعنې مثبت یو او منفي یو ترمنځ وي، یعنې 1+ :r :1 - د r د ارتباط ضریب دی، خو د میلان ضریب له $a$ - تر $a$ + قیمت موندلای شي، د میلان او پیوستون علامې همېشه یو د بل په شان وي، یعنې که یو یې منفي وي، بل یې هم منفي او که یوه یې مثبت وي، بله یې هم مثبت وي، که چېرې دوه متحولین خپل منځ کې مثبته رابطه ولري، نو د ارتباط ضریب یې (۱+) او که رابطه یې منفي وي، نو ضریب یې (۱-) وي، که هیڅ رابطه ونه لري، نو ضریب یې صفر دی.

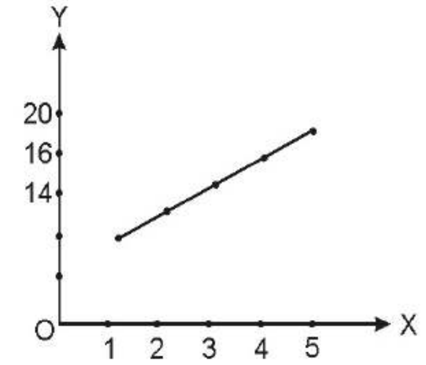
نو څکه 1+≥ r :1 - کېږي.

دلته د مثال په ډول (X او Y) محورونو ته قیمتونه ورکوو:

۱۱، ۱ جدول - د دوو متحولینو بېلابېل قیمتونه (فرضي).



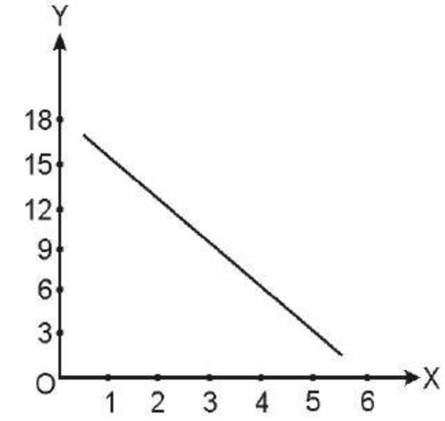
| X | Y |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 8 |
| 3 | 10 |
| 4 | 14 |
| 5 | 18 |




رابطه مثبت او r=+1 دی

خو که د فرضي ارقامو یو بل مثال د X او Y لپاره ولرو؛ یعنې:

| X | Y |
|---|---|
| 1 | 18 |
| 2 | 16 |
| 3 | 12 |
| 4 | 10 |
| 5 | 8 |
| 6 | 4 |




دلته د دوو متحولینو X او Y ترمنځ منفي رابطه لیدل کېږي، یعنې:

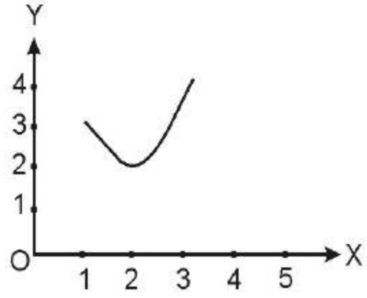
r=-1

کېدای شي، ځینو حالتو کې د X او Y قیمتونو د خصوصیت له مخې مربوطه ګراف خطي نه بکلې یو منحني وي، دغه منحني هم مثبت یا منفي رابطه ښکاره کوي؛ لکه

(c) ketabton.com: The Digital Library



| X | Y |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 2 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |




ترسیم شوې کرښه چې هر څومره مستقیمه وي، یا مستقیم والي ته نژدې وي، د ارتباط د درجې لوړوالی ښکاره کوي، که چېرې د دوو متحولینو ترمنځ د بشپړوالي رابطه وجود ولري Scatter Diagram ټولې نقطې (قیمتونه) په یو مستقیم خط قرار نیسي، په داسې حالت کې د مستقل متحول له مخې د تابع متحول د تګلورې او قیمتونو بېشګویي ډېره اسانه ده، یعنې د بعدي قیمتونو د پېش بیني لپاره صرف له Y سره د یوه موازي په رسمولو موږ د X مربوطه قیمت پیدا کولای شو، مګر په عمل کې د کرنې په سکتور کې ځینې وخت د دوو متحولینو ترمنځ رابطه بعضاً مکمله نه وي، یعنې ټول نقاط په یوه Scatter Diagram نه واقع کېږي، نو په داسې مواردو کې د پېشګویي لپاره مهمه خبره دا ده چې موږ داسې نقاط په نښه کړای شو، چې تر ممکنه حده د X د قیمتونو له مخې د Y لپاره د پېشګویي خطا اصغري وي، نو که چېرې داسې فرض کړو، چې $\hat{Y}$ پېشګویي شوي قیمتونه (نقاط) موجود وي، نو د واقعي (Y) قیمتونو او (Y) ترمنځ تفاوت ته د پېشګویي خطا ویل کېږي، چې هغه په لاندې ډول پیدا کوو:

$$e = y - \hat{y}$$

کله چې له $\hat{Y}$ څخه Y کوچنی وي، نو د پېشګویي خطا منفي ځواب ورکوي، خو ددې برعکس مثبت ځواب راوځي او که دواړه قیمتونه برابر وي، ځواب صفر یعنې خطا هیڅ وجود نه لري، دلته په لاندې مثال کې د Y او X بېلابېلو قیمتونو لپاره یو ځل ګورو:



۲،۱۱ جدول - د یو زده کوونکي د نمرو پېش بیني د ورکړل شویو معلوماتو پر اساس

| X | Y | $X^2$ | $Y^2$ | X.Y | $\hat{Y}$ | e یا Y-Y | $(Y-\hat{Y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 19 | 49 | 369 | 133 | 18,4 | 0,6 | 36 |
| 6 | 15 | 36 | 225 | 90 | 16,6 | -1,6 | 2,56 |
| 5 | 17 | 25 | 289 | 850 | 14,8 | 2,2 | 4,84 |
| 4 | 13 | 16 | 169 | 52 | 13,0 | 0 | 0 |
| 4 | 11 | 16 | 121 | 44 | 13,0 | -2,2 | 4 |
| 3 | 13 | 9 | 169 | 39 | 11,2 | 1,8 | 3,24 |
| 2 | 7 | 4 | 49 | 14 | 9,4 | -2,4 | 5,76 |
| 1 | 9 | 1 | 81 | 9 | 7,6 | 1,4 | 1,96 |
| 32 | 104 | 156 | 1446 | 466 | | 0 | 22,72 |

دلته یوه مشاهده چې د X نمره یې 4 ده، د $Y-\hat{Y}=0$ شوی، چې هیڅ خطا نه بلل کېږي، یوه بله مشاهده چې هلته هم X=4 خو Y=11 دی، د هغې پېشګویي شوې نمره 13 ده، په دې ځای کې دلته د ارتباط ضریب د موندلو لپاره فورمول لرو.

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma X^2 \Sigma Y^2}}$$

مثال:

۱۱، ۳ جدول- د X او Y لپاره یو شمېر فرضي ارقام

| X | Y | X-X | $Y-\hat{Y}$ | $(X-X)^2$ | $Y^2$ | XY |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 9 | 0 | 3 | 0 | 9 | 0 |
| 10 | 8 | 5 | 2 | 25 | 4 | 10 |
| 2 | 6 | -3 | 1 | 9 | 0 | 0 |
| 3 | 7 | -2 | 1 | 4 | 1 | -2 |
| 1 | 3 | -4 | -3 | 16 | 9 | 12 |
| 2 | 3 | -3 | -3 | 9 | 9 | 9 |
| 4 | 6 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 4 | 3 | -2 | 9 | 4 | -6 |
| 6 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 8 | 4 | 2 | 16 | 4 | 8 |
| 50 | 60 | 0 | 0 | 90 | 40 | 31 |
| X`=5 | Y`=6 | | | | | |

فورمول سره سم لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r=\frac{31}{\sqrt{90+40}}=\frac{31}{\sqrt{3600}}=0,86$$

د ذکر شویو تولو توضیحاتو او مثالونو له مخې په لنډیزه سره وایو، چې پیوستون Correlation د دوو هغو متحولینو د ارتباط څرنګوالی او د درجې یو معیار ته ویل کېږي، چې یو پر بل اغېزه لري او د ي،ء بدلونو له مخې په بل کې بدلونونه همدې معیار او درجې د مخې د پېشبیني کېدو وړ دي، د همدې ترڅنګ میلان Regression د دوو متحولینو هغه خصوصیات دي، چې د همدغو متحولینو ترمنځ د ارتباط د نه بشپړوالي درجه ښیي.

## ۱۱، ۳ – د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله:

لکه چې پوهېږو که Y د X تابع وي او a یو ثابت قیمت ولري، نو دهغو د مستقیم خط معادله داسې ده: y=a+bx همدا ددوو متحولینو ترمنځ یوه خطي رابطه بلل کېږي، چې د مستقیم خط شکل ځانته غوره کوي، په دې ډول که چېرې موږ د x د بدلونو له مخې y پېش بیني کولای شو.

که چېرې X=0 شي، نو Y=a کېږي، a د ګراف په ساحه کې د y د محور په امتداد قیمتونه اخلي او د نقاطو موقعیت په لاس راځي او b بیا د رسم شوي خط میلان دی، چې همدې ته د میلان ضریب وای، ددغه ډول خط په لاس راوړلو لپاره صرف د دوو نقطو د قیمت موجودیت کفایت کوي، په دې ډول روابطو کې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط یا Liner Correlation بلل کېږي.

## د پیوستون ضریب THE COEFFICIENT OF CORRELATION

د یادولو وړ ده ،چې دوه متحوله رابطه Bivariate relationship هغه رابطه ده، چې د x او y دوه متحولینو ترمینځ اړیکی تشریح کوي او ددې دوه متحوله تشریح لپاره زیاتره سکترګرام په کارورل کېږي په دې برخه کې به د پیوستون correlation په هکله بحث وکړو او وبه ښایو چې څرنګه ددې په استعمال سره د x او y دوه متحولینو ترمینځ خطي رابطه linear relationship اندازه کېږي. د پیوستون د عددي تشریح اندازه ګیري د پیرسن د تولید دمومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r په واسطه صورت نیسي.

**تعریف:**

د پیرسن د تولید دمومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r د دوو متحولینو ( x او y ) ترمینځ د خطي رابطي دقوت اندازه ګیري څخه عبارت دي چې په (د n مقیاسونو د نمونې لپاره د x او y له مخې) په لاندې ډول محاسبه کېږي.



$$r=\frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}$$

په یاد ولرئ د پیوستون د ضریب د محاسبې لپاره فرمول په مخکنی بحث کې ورکړل شوي دي چې په کې د حداقل مربعاتو د پیش بیني دمعادلې least squares prediction equation سره مشابه ارقام کارول شوي دي په حقیقت کې د $\hat{\beta}_1$ او r لپاره د نورمیراتو اصطلاح کتې متې او یو شان ده، لکه چې لیدل کېږي، کله چې $\hat{\beta}_1 = 0$ نو r = 0 (په داسې حالت کې چې x د y د پیش بیني په هکله هیڅ معلومات په اختیار کې نه لري) او کله چې میلان مثبت وي نو r هم مثبت او کله چې میلان منفی نو r هم منفي وي برخلاف $\hat{\beta}_1$، د r د پیوستون ضریب د تخمین څخه پرته (په صرف نظر د x او y واحداتو ) د 1- او 1+ قیمتونو په مینځ کې قرار لري.

د r یو قیمت چې صفرته نژدې او یا مساوي د صفر سره وي په دې دلالت کوي چې x او y ترمینځ یا په ډېره لږه اندازه او یا هیڅ خطی رابطه وجود نه لري، په مقابل کې، که چېرې r د 1+ او یا 1- سره نژدې واقع شي نو د x او y ترمینځ یوه قوي خطي رابطه موجوده ده او که چېرې r = +1 او r = -1 سره وي نو د نمونې ټول نقاط دقیقاً د حد اقل مربعاتو په خط (least squares line) قرار لري. د r مثبت قیمت د x او y ترمینځ په مثبته خطی رابطه دلالت کوي او برخلاف د r منفی قیمت د x او y ترمینځ په منفی خطي رابطه دلالت کوي، په دې معنا چې د y په کمیدو سره x ډېرېږي چې ددې ټولو حالتونو تصویرونه په لاندې 9, 13 شکل کې ښودل کېږي.

شکل: د r قیمتونه او د هغوی غبرګون

اوس د 1 ,9 جدول د ارقامو څخه په استفاده د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو دمثال لپاره د پیوستون د ضریب r محاسبه تمثیلوو. د r د سنجش لپاره د اړتیا وړ مقدارونه عبارت دي له: SSxy ، SSxx او SSyy اولني دوه مقدارونه مخکې محاسبه شوي هم وو خو یوځل بیا یې تکرارو.

اوس د پیوستون (همبستګي ) ضریب په لاس راوړو:

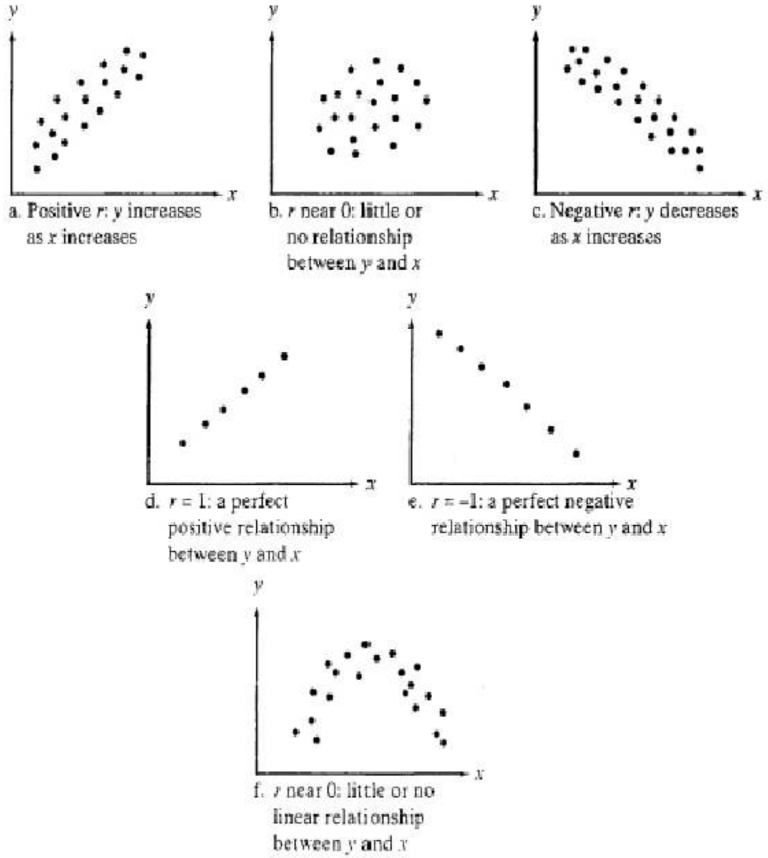
$$SS_{xy}=7 \qquad SS_{xx}=10 \qquad SS_{yy}=\sum y^2-\frac{(\sum y)^2}{n}$$

$$=26-\frac{(10)^2}{5}=26-20=6$$

$$r=\frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}=\frac{7}{\sqrt{(10)(6)}}=\frac{7}{\sqrt{60}}=.904$$

(c) ketabton.com: The Digital Library






په حقيقت کې r مثبت او يو ته نژدې عدد دی او په دې دلالت کوي چې د خرڅلاو له درکه عايد y په هغه وخت کې زياتوالي مومي کله چې د اشتهاراتو مصارف x زياتوالي بيامومي (د دې پينځه مياشتني نمونې لپاره). دا سنجش مو د حداقل مربعاتو د ميلان سره چې مثبت وو مساوي دی.

9, 1 مثال:

د قمار قانوني لوبه د ميسيسي د ښار کښتو په هره قمارخانه کې وجود لري، د نوموړي ښار ښاروال غواړي چې د قمارخانو د تعداد او د کلني جرايمو د تعداد ترمينځ پيوستون correlation باندې وپوهېږي. د دې مسئلې د لسو کالو ريکارډ د ازمايش لاندې نيول شوی دی چې نتايج يې په 5 ,9 جدول لسټ شوي دي. د نوموړي ارقامو لپاره د پيوستون ضريب r (coefficient of correlation) محاسبه کړئ.



| Year | Number of Casino Employees, x (thousands) | Crime Rate, y (number of crimes per 1,000 population) |
|---|---|---|
| 1991 | 15 | 1.35 |
| 1992 | 18 | 1.63 |
| 1993 | 24 | 2.33 |
| 1994 | 22 | 2.41 |
| 1995 | 25 | 2.63 |
| 1996 | 29 | 2.93 |
| 1997 | 30 | 3.41 |
| 1998 | 32 | 3.26 |
| 1999 | 35 | 3.63 |
| 2000 | 38 | 4.15 |

جدول: د قمارخانو تعداد او د جرايمو اندازې ارقام

حل:

علاوه پر دې چې د هغه محاسباتي فرمول څخه چې په 2 ,9 تعريف کې ورکول شوی وو استفاده وکړو کولای شو چې يو احصايوي نرم کالي ته مراجعه وکړو. د 5 ,9 جدول ارقام په يو کمپيوټر کې داخلو او د MINITAB نرم کالي (سافټ وير) څخه د r د محاسبې لپاره استفاده کوو. د MINITAB پواسطه توليد شوی يو کاپي په 14 ,9 شکل کې ليدل کېږي

14 ,9 شکل: د 1 ,9 مثال لپاره د MINITAB پواسطه توليد شوې کاپي

```
Correlation of NOEMPLOY and CRIMERAT = 0.987
```

د پيوستون ضريب په ښکاره توګه په شکل کې ليدل کېږي چې د 0.987 = r سره مساوي دی نو ويلای شو چې په دې ښار کې د قمارخانو د کارقوت او د جرايمو تعداد د تيرو لسو کلونو په اوږدو کې په ډېر لوړه اندازه سره پيوسته دي. بايد ډېره توجو وکړو او هره غير تضمين شوې نتيجه قبوله نه کړو. د مثال په ډول، کېدای شي چې ښاروال وانګري چې د کازينو (قمارخانو) د نورو نورو کارمندانو ګمارل به د جرايمو په زياتوالي کې مرسته وکړي، په دې معنا چې دلته يو علتي رابطه causal relationship د دوه متحولينو ترمينځ وجود لري. په هر ترتيب د پراخه پيوستون شتون په دې علت دلالت نه کوي. حقيقت دا دی چې په قيمارخانو د جرايمو د زياتوالي سره کېدای شي ډېر نورشيان په احتمالي ډول مرسته کړې وي. همدارنګه د ښار توريستي سوداګرۍ بيشکه د ښار د قمارخانو د پرمختګ سره مرسته کړې ده.

موږ نه شو کولای چې د يوې لوې نمونې د پيوستون په سطحه علتي رابطه استنباط کړو. کله چې د ارقامو په نمونه کې په لوړه اندازه پيوستون مشاهده کېږي، يوازې د ډاډ وړ او مطمئينه نتيجه

(c) ketabton.com: The Digital Library



مربعاتو least squares د استفادې لپاره تهيه کېږي يوه اندازه پراخه وي په دې اساس به د دوه متحولينو ترمينځ د مثبې او منفي خطي رابطې د استنباط جوړولو لپاره د ميلان slope څخه استفاده کوو.

## د تشخيص ضريب THE COEFFICIENT OF DETERMINATION

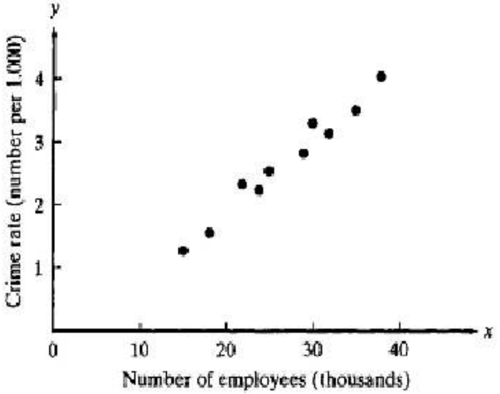
د ماډل د ګټورتوب د اندازه کولو لپاره يو بله لار د y په تخمين او ثبوت کې د x د مرستې اندازه کول دي. د دې کار لپاره لازمه ده معلومه کړو چې د x پوسيله د تهيه شوو معلوماتو څخه په استفاده د y په تخمين کې اشتباهاتو په کومه اندازه کمبود موندلای دي. د زيات وضاحت لپاره هغه نمونه چې 9, 16a شکل کې ښودل شوي ده په پام کې ونيسې. که چېرې فرض کړو چې د x معلوماتو د y په تخمين کې هيڅ ډول مرسته نه ده کړې، نو y لپاره يو بهترين تخمين يا prediction د نمونې اوسط $\overline{y}$ دي چې په 9, 16b شکل کې په دافقي خط په ډول ښودل کېږي چې د عمودي خط برخه يې د اوسط $\overline{y}$ څخه انحرافات راښايي.

په ياد ولرئ، د تخمين د مساوات $\hat{y} = \overline{y}$ لپاره د انحرافاتو د مربعاتو جمع sum of squares of deviations عبارت ده له:

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \overline{y})^2$$



داده چې د x او y ترمينځ شايد يو خطي ميلان وجود ولري يو بل متحول، لکه په توريزيم کې زياتوالي، کېداى شي چې ملاحظې وړ اثر کوونکي عامل په توګه د x او y ترمينځ د لوړ پيوستون سبب وګرځي




*د پورتني مثال لپاره سکيټرګرام*

په ياد ولرئ چې د پيوستون ضريب r په يوه نمونه کې د x او y ترمينځ يوه خطي رابطه اندازه کوي، ولي د هغه جميت لپاره چې د ارقامو نقاط ترې انتخاب شوي وي يو مشابې د پيوستون ضريب د جميعت د پيوستون ضريب population correlation coefficient چې په ρ (rho) سمبول سره ښودل کېږي، په نامه يادېږي. کيداې شي چې دا قبوله کړې چې ρ د دې د مربوط احصائيوې نمونې r پوسيله تخمين شي يا د ρ د تخمين کولو په ځاې کيداې شي چې د Ha: ρ ≠ 0 برخلاف د صفر فرضيبه H0: ρ = 0 ازمايش کړو، په دې معنا کولاې شو په هغه فرضيبه کې چې د مستقيم خط د ماډل څخه په استفاده x د y په تخمينولو کې د هيڅ ډول معلوماتو مرسته نه شي کولاې، برخلاف د هغه فرضيبه څخه استفاده کوو چې دوه متحولين حداقل يوه خطي رابطه په خپل مينځ کې لري.

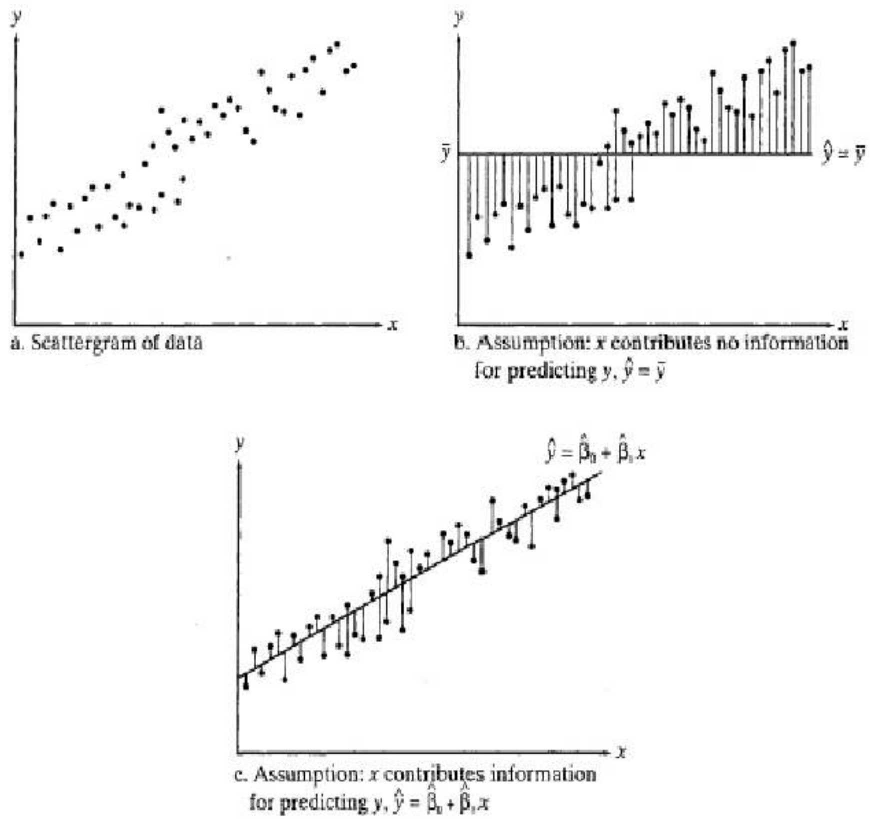
کله چې مونږ د H0: β1 = 0 صفر فرضيبه د اشتهاراتو –له اثره خرڅلاو د مثال په ارتباط امتحان کوو نو د ارقامو څخه معلومېږي چې د α = 0.05 سطحې په لرلو سره کولاې شو چې د صفر فرضيبه رد کړو او دا رد کونه په دې دلالت کوي چې صفر فرضيبه د دوه متحولينو (د خرڅلاو عايد او د اشتهاراتو مصارف) ترمينځ صفر خطي پيوستون linear correlation 0 هم د α = 0.05 د سطحې په درلودلو سره رد کېداى شي.

د حد اقل مربعاتو د ميلان $\hat{\beta}_1$ او د پيوستون د ضريب r ترمينځ حقيقي توپير د اندازه ګيري مقياس يا measurement scale دي په دې اساس، هغه معلومات چې د دې په وسيله د حد اقل

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل: د دوه ماډلونو لپاره د اختلافاتو د مربعاتو د جمع حاصل مقايسه




اوس فرض کړئ چې د حد اقل مربعاتو خط least squares line د عين شان ارقامو سټ لپاره ترتيبوي او د خط څخه د انحرافاتو نقطې لکه چې په 9, 16c شکل کې ښودل کېږي تعيينوي، که چېرې په 9, 16b او 9, 16c شکلونو کې د پيش بيني شوي خط په اړه انحرافات سره مقايسه کړي نو وبه وينې چې:

که چېرې x د y د تخمين لپاره په لږه اندازه او يا هيڅ د معلومات مرسته ونه کړي، نو د دوارو خطونو لپاره د انحرافاتو د مربعاتو د جمع حاصل sum of squares of deviations عبارت دي له، چې تقريباً سره مساوي دي

$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$ and $SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$

د چېرې x د y د تخمين لپاره د معلوماتو په تهيه کولو کې مرسته وکړي، نو SSE به د SSyy په



نسبت کوچني وي په حقيقت کې که چېرې ټولي نقطې د حد اقل مربعاتو په خط وغورځېږي، نو SSE = 0

نو د انحرافاتو د مربعاتو په جمع حاصل کې تخفيف کېداى شي چې x ته منسوب کړاى شي، چې د SSyy په شکل اظهار کېداى شي چې عبارت دي له:

$$\frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ياد ولرئ چې د SSyy د "نموني د انحرافاتو مجموعه" اوسط په شاوخوا کې د مشاهداتو څخه عبارت دي او SSE د $\hat{y}$ خط د ترتيب او تنظيم څخه وروسته باقيمانده" د وضاحت څخه پاتي د نموني اختلافات" دي، نو د (SSyy – SSE) حاصل تفريق عبارت دي له:

$$\frac{\text{د تشريح شوي نموني انحراف}}{\text{د نموني د انحرافاتو مجموعه}} = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ساده خطي ريګريشن کې کيداې شي چې ولېدل شي چې دا نسبت (د تشخيص ضريب) د ساده خطي پيوستون د ضريب r (د پيرسن د توليد د مومينټ د پيوستون ضريب) د مربع سره مساوي وي.

**تعريف**

د تشخيص ضريب coefficient of determination عبارت دي له:

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}}$$

دا فرمول د $\bar{y}$ په شاوخوا کې د ټولي نموني د انحرافاتو ښودونکي دي چې د x او y ترمينځ د خطي رابطې په وسيله تشريح کېږي (په ساده خطي ريګريشن کې، دا فرمول کيداې شي د پيوستون د ضريب مربع square of the coefficient of correlation r په شکل محاسبه شي)

په ياد ولرئ چې r2 هميشه د 0 او 1 ترمينځ وي ځکه چې r د 1+ او 1- په مينځ کې قرار لري. نو د r2 ، 0.60 معنا د y د انحرافاتو د مربعاتو مجموعه د هغوی د پيش بيني شوي قيمت مطابق، د $\bar{y}$ په ځاي د حداقل مربعاتو د مساوات $\hat{y}$ څخه په استفاده د y د تخمين لپاره، 60 سلنه کموالي

(c) ketabton.com: The Digital Library



مومي

مثال:

د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د تشخيص ضريب coefficient of determination محاسبه او نتيجه يي تفسير او تعبيير کړئ د اسانتيا په خاطر د نوموړي مثال ارقام په 6 ,9 جدول کې تکرار شوي دي

جدول: د اشتهاراتي مصارفو له اثره د خرڅلاو د عوايد ارقام

| Advertising Expenditure, $x$ (\$100s) | Sales Revenue, $y$ (\$1,000s) |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 4 | 2 |
| 5 | 4 |

حل: د مخکني محاسبي په اساس، او

$$SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = 1.10$$

نو د تعريف په اساس، د تشخيص ضريب په لاندې ډول ارايه شوي دي،

$$SS_{yy} = 6$$

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = \frac{6.0 - 1.1}{6.0} = \frac{4.9}{6.0} = .82$$

د r2 د محاسبي لپاره يو بله طريقه د کتاب د 6 ,9 برخي په ياد راوړلو له مخي، يعني r = 0.904 نو د r2 لروي 0.82 = 2(0.904) = r2 . او د r2 د لاس ته راوړلو لپاره دريمه لار د کمپيوټري پروګرامونو استعمال دي، چې دا قيمت په 17 ,9 شکل کې د SAS په واسطه په توليد شوي نشريه کې په رنګه شوي دول ښودل کېږي چې د R-square په نوم عنوان شوي دي، او نتيجه مو داده چې د حداقل مربعاتو د خط له مخي پوهيږو چې د y د تخمين لپاره د x څخه استفاده کوو،

$$\bar{y} = -0.1 + 0.7x$$

د يا بلې طريقي په اساس، د خرڅلاو په عوايدو y کې 82% د نمونې انحرافات کېداى شي چې د اشتهاراتو د مصارفو x څخه په استفاده د يو مستقيم خط په ماډل کې تشريح شي.

17 ,9 شکل: د SAS نشريه د اشتهاراتو له اثره د خرڅلاو د مثال لپاره



```
Dependent Variable: Y

                    Analysis of Variance

                           Sum of         Mean
      Source       DF     Squares        Square    F Value    Prob>F

      Model         1     4.90000       4.90000     13.364    0.0354
      Error         3     1.10000       0.36667
      C Total       4     6.00000

         Root MSE       0.60553      R-square     0.8167
         Dep Mean       2.00000      Adj R-sq     0.7556
         C.V.          30.27650

                    Parameter Estimates

                      Parameter      Standard     T for H0:
   Variable   DF       Estimate         Error   Parameter=0   Prob > |T|

   INTERCEP    1      -0.100000    0.63508530        -0.157       0.8849
   X           1       0.700000    0.19148542         3.656       0.0354
```

د تشخيص د ضريب لپاره عملي تفسير

Practical Interpretation of the Coefficient of Determination, r2

په y کې د 100(r2)% په اندازه د نمونې انحراف ( measured by the total sum of squares of deviations of the sample y values about $\bar{y}$ ) کېداى شي چې د x څخه په استفاده د مستقيم خط په ماډل کې (straight- line model) د y د اټکل لپاره په کار وړل شوى دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات:

۱. میلان او پیوستون په هکله د لومړي ځل لپاره کوم عالم کار وکړ؟
۲. لاندې سوال کې میلان حل کړئ؟ (ارقام فرضي دي)؟

| X | Y |
|---|---|
| 5 | 16 |
| 6 | 19 |
| 8 | 23 |
| 10 | 28 |
| 12 | 36 |
| 13 | 41 |
| 15 | 44 |
| 16 | 45 |
| 17 | 50 |
| $\Sigma X = 102$ | $\Sigma Y = 302$ |



## ماخذونه Reffrence

1. Bhatti, Iqbal. A. (1990): Statistics Made Easy. Bhatti Publishers. Lahore-Pakistan.
2. Chaudhry. Sher M. (1995): Introduction to Statist. ical Theory: Ilmi Kitabkhana, Lahore-Pakistan.
3. Clark, James. R. (1988): Study Guid for Biometry. Taxas Toch University, Lubbock, Texas.
4. Dospekhov. B. A. (1984): Field Experimentation: Mir Publishers Moscow.
5. Hotch, Evelyn and H. Farhady; (1982), Research Design and Statistics for Appliedingustics: University of Xalifornia, Los Angeles, USA.
6. Kalra, K.B.(1991): Academic's Dictionary of Economics: Academic (India) Publisher New Delhi.
7. Lehmann. E. L. (1991) Testing Statistical Hypo theses (Second Edition) University of California, USA.
8. Losch, Manfred. (2009) Satistics and Econometrics: Institute of Development Research and policy, Ruher-Bochum University.
9. Main. M.Anwar (1988), Intermediate Statistics Ilmi Kitavkhana, Lahore.

۱۰. اتوموست (ژباړونکی: دوکتور (مو یحیی امیرابوي) (۱۹۷۰) احصایه عمومي (طبع ۸) مطبعه گودرلن.
۱۱. اصیل، مراد علي، (۱۳۲۵) مبادي تیوري عمومی تیوری احصایه و تطبیق ان ها در اقتصاد پوهنځی اقتصاد، پوهنتون کابل، مطبعه وزارت تحصیلات عالی و مسلکي.
۱۲. ا.م پورپا کین (ژباړونکی: خ قربان بای) (۱۳۵۹)، برخی از مسایل نظریه عمومی احصایه کمیته، دولتی پلانگذاری، اداره مرکزی احصایه، کابل.
۱۳. دولتي، خیراله (۱۳۲۰) مبادی احصایه در زراعت، پوهنځی زراعت، پوهنتون کابل
۱۴. عمید، حسن، (۱۳۷۴)، فرهنگ عمید، تهران، ایران
۱۵. ناصر شفیع و نکلاییف (۱۳۵۲)، ریاضیات ابتدائي، انستیتیوت پولیتخنیک کابل
۱۲. سالنامه احصایه (۱۳۲۸)، اداره مرکزی احصایه
۱۷. معلومات احصایوی افغانستان (۱۳۵۴-۱۳۵۲)، سال چاپ ۱۳۵۵ صدارت عظمی، اداره مرکزي احصایه افغانستان، کابل.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## لومړی ضمیمه:

یو شمیر مخففات اوسمبولونه چې په متن کې راغلي او د هغو لنډه توضیح

الف- یوناني الفبا:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aα | Alpha | ΘΘ | Theta | PP | Rho |
| Bβ | Beta | Ir | Lota | Σδ | Sigma |
| Yγ | Gamma | Kχ | Kappa | Tλ | Tau |
| Δδ | Delta | Aa | Lamda | rv | Upsilon |
| Eε | Epsilon | Mμ | Mu | φφ | Pi |
| Zξ | Zeta | Nv | Nu | Xχ | Chi |
| Hη | Eta | Oo | Lmicron | ΨΨ | Psi |
| | | Ππ | Pi | Ωω | Omega |

ب- د انګلیسي حروفو د مخففاتو اوسمبولونو شرحه

K- د صنفونو شمیر.

N- د مشاهدو ټول شمیر Total Number of Observation Subject or Paird Obsevation.

n- په وړ نمونو کې مشاهدې Number of Observation or Subect in Particular Sample.

Xi- صنفي وسطونه

f- دفعات (Frequency) fi or F.

X- ساده حسابي اوسط (Sample Mean).

G- هندسي اوسط.

Xw- وزن لرونکی اوسط.

Mean- یعنې د اعدادو اوسط (لغت).

Med- میانه (Median).

Mo- موډ (د ېر پېښېدونکی، کثیر الوقوع یا د زیات واقع کېدونکي عدد څخه عبارت دی).

R- فاصله

Q.D- کارتیل انحراف



A.D- وسطي انحراف

S.D- میزاني انحراف

S- ورینس

B- میلان The Slope of Regressoin line.

P- احتمال

M- د نفوس اوسط – میزاني انحراف – په ګڼو مشاهدو کې (په لوی نفوس کې).

Z- په طبیعي منحني کې معینه ساحه

I- شاخص

P- قیمتونه

q- قیمتونه

r- د نمونې د ارتباط ضریب (Correlation Coefficient of Sample).

Y- په میلان او پیوستون کې واقعي قیمتونه

$\hat{Y}$- په میلان او پیوستون کې پېش بیني کېدونکي قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



## دویمه ضمیمه:

| Z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | .0000 | .0040 | .0080 | .0120 | .0160 | .0190 | .0239 | .0259 | .0359 | .0359 |
| 0.1 | .0390 | .0438 | .0478 | .0517 | .0557 | .0596 | .0636 | .0675 | .0714 | .0753 |
| 0.2 | .0793 | .0832 | .0871 | .0910 | .0948 | .0987 | .1026 | .1064 | .1103 | .1141 |
| 0.3 | .1179 | .1217 | .1255 | .1293 | .1331 | .1368 | .1406 | .1443 | .1480 | .1517 |
| 0.4 | .1554 | .1591 | .1628 | .1664 | .1700 | .1736 | .1772 | .1802 | .1844 | .1879 |
| 0.5 | .1915 | .1950 | .1985 | .2019 | .2054 | .2088 | .2123 | .2157 | ,2190 | .2224 |
| 0.6 | .2258 | .2291 | .2324 | .2357 | .2389 | .2422 | .2454 | .2486 | .2517 | .2549 |
| 0.7 | .2280 | .2611 | .2682 | .2673 | .2704 | .2734 | .2464 | .2794 | .2823 | .2852 |
| 0.8 | .2861 | .2910 | .2939 | .2967 | .2995 | .3023 | .3051 | .3078 | .3106 | .3133 |
| 0.9 | .3159 | .3186 | .3212 | .3238 | .3264 | .3269 | .3315 | .3340 | .3365 | .3389 |
| 1.0 | .4313 | .3438 | .3261 | ,3485 | .3503 | .3531 | .3554 | .3577 | .3599 | .3621 |
| 1.1 | .3643 | .3665 | .3686 | .3708 | .3729 | .3749 | .3770 | .3790 | .3810 | .3830 |
| 1.2 | .3849 | .3869 | .3888 | .3907 | .3925 | .3944 | .3962 | .3980 | .3997 | .4015 |
| 1.3 | .4032 | .4049 | .4066 | .4082 | .4099 | .4115 | .4131 | .4147 | .4162 | .4177 |
| 1.4 | .4192 | .4207 | .4222 | .4236 | .4251 | .4265 | .4279 | .4292 | .4306 | .4319 |
| 1.5 | .4332 | .4345 | .4357 | .4370 | .4382 | .4394 | .4406 | .4418 | .4429 | .4441 |
| 1.6 | .4452 | .4463 | .4474 | .4484 | .4495 | .4505 | .4515 | .4525 | .4535 | .4545 |
| 1.7 | .4554 | .4565 | .4573 | .4582 | .4591 | .4699 | .4608 | .4616 | .4625 | .4633 |
| 1.8 | .4641 | .4649 | .4656 | .4664 | .4671 | .4678 | .4686 | .4693 | .4699 | .4706 |
| 1.9 | .4713 | .4719 | .4726 | .4732 | .4738 | .4744 | .4750 | .4756 | .4761 | .4767 |
| 2.0 | .4772 | .4778 | .4783 | .4788 | .4793 | .4798 | .4803 | .4808 | .4812 | .4817 |
| 2.1 | .4821 | .4826 | .4830 | .4834 | .4838 | .4842 | .4846 | .4950 | .4854 | .4857 |
| 2.2 | .4861 | .4864 | .4868 | .4877 | .4875 | .4878 | .4881 | .4884 | .4887 | .4890 |
| 2.3 | .4893 | .4896 | .4898 | .4901 | .4904 | .4906 | .4909 | .4901 | .4913 | .4916 |
| 2.4 | .4918 | .4920 | .4922 | .4925 | .4927 | .4929 | .4931 | .4932 | .4934 | .4936 |
| 2.5 | .4938 | .4940 | .4941 | .4943 | .4942 | .4946 | .4948 | .4949 | .4951 | .4952 |
| 2.6 | .4953 | .4955 | .4956 | .4957 | .4960 | .4961 | .4962 | .4962 | .4963 | .4964 |
| 2.7 | .4965 | .4966 | .4967 | .4969 | .4970 | .4971 | .4972 | .4972 | .4973 | .4974 |
| 2.8 | .4974 | .4975 | .4976 | .4977 | .4977 | .4978 | .4979 | .4979 | .4980 | .4981 |
| 2.9 | .4981 | .4982 | .4982 | .4983 | .4984 | .4984 | .4985 | .4985 | .4986 | .4986 |
| 3.0 | .4987 | .4987 | .4981 | .4988 | .4988 | .4989 | .4989 | .4989 | .4990 | .4990 |

Areas Under The Normal Curve.

The areas are measured from the Mean, Zero to any ordinate.

د کتاب د اووم څپرکي مسایل په تېره هغه بحث چې له ۱۵۲ مخ څخه وروسته راغلی، تول طبیعي منحني پورې اړه لري، چې په ۱۳۵ - ۱۵۲ مخونو کې مشخصې عنوان (د طبیعي منحني ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش) د همدې جدول له مخې صورت مومي، چې کینه خوا د Z ساحه بېیې له صفر څخه نیولی؛ تر پوره ۳ پورې ښودل شوي دي



## دریمه ضمیمه: (الف)

## Logarithms

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 123 | 456 | 789 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 017 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 5913<br>4812 | 172126<br>162024 | 303438<br>283236 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 | 4812<br>4711 | 162023<br>151822 | 273135<br>262933 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 3711<br>3710 | 141821<br>141720 | 252832<br>242731 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3610<br>3710 | 131619<br>131619 | 232629<br>222529 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 | 369<br>369 | 121519<br>121417 | 222528<br>202326 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 369<br>368 | 111417<br>111417 | 202326<br>192225 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 368<br>358 | 111416<br>101316 | 192224<br>182123 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 358<br>358 | 101315<br>101215 | 182023<br>172022 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 257<br>247 | 91214<br>91114 | 171921<br>161821 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2478 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 247<br>246 | 01113<br>81113 | 161820<br>151719 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 246 | 81113 | 151719 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3265 | 3385 | 3404 | 246 | 81012 | 141618 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 246 | 81012 | 141517 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 246 | 7911 | 131517 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 245 | 7911 | 121416 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 235 | 7910 | 121415 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 235 | 7810 | 111315 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 235 | 689 | 111314 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 235 | 689 | 111214 |
| 29 | 4024 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 134 | 679 | 101213 |
| 30 | 4771 | 4786 | 5800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 134 | 679 | 101113 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4669 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 134 | 678 | 101112 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 134 | 578 | 91112 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 134 | 568 | 91012 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 134 | 568 | 91011 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 124 | 567 | 91011 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 124 | 567 | 81011 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 123 | 567 | 8910 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 123 | 567 | 8910 |
| 39 | 6911 | 5922 | 5933 | 5944 | 59565 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 123 | 457 | 8910 |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 123 | 456 | 8910 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 123 | 456 | 789 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 123 | 456 | 789 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 123 | 456 | 789 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 123 | 456 | 789 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 123 | 456 | 789 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 123 | 456 | 778 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 123 | 455 | 678 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 7893 | 123 | 445 | 678 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6982 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 698 | 123 | 445 | 678 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



## درېیمه ضمیمه: (ب) Logarithms

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 123 | 456 | 789 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 123 | 345 | 678 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 123 | 345 | 678 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7238 | 7226 | 7235 | 122 | 345 | 677 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 122 | 345 | 667 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 122 | 345 | 667 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7459 | 7459 | 7466 | 7474 | 122 | 345 | 567 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7536 | 7536 | 7543 | 7551 | 122 | 345 | 567 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7612 | 7612 | 7619 | 7627 | 122 | 345 | 567 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7686 | 7686 | 7694 | 7701 | 122 | 344 | 567 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7732 | 7738 | 7745 | 7760 | 7760 | 7767 | 7774 | 122 | 344 | 567 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7832 | 7832 | 7839 | 7846 | 122 | 344 | 566 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7903 | 7903 | 7910 | 7917 | 122 | 344 | 566 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7973 | 7973 | 7980 | 7987 | 122 | 334 | 566 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8621 | 8028 | 8041 | 8041 | 8048 | 8055 | 122 | 334 | 556 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8109 | 8109 | 8116 | 8122 | 122 | 334 | 556 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8176 | 8176 | 8182 | 8189 | 122 | 334 | 556 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8223 | 8228 | 8241 | 8241 | 8248 | 8254 | 122 | 334 | 556 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8306 | 8306 | 8312 | 8319 | 122 | 334 | 566 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8370 | 8370 | 8376 | 8382 | 122 | 334 | 466 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8432 | 8432 | 8439 | 8445 | 122 | 234 | 466 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8494 | 8494 | 8500 | 8506 | 122 | 234 | 456 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 7537 | 8543 | 8555 | 8555 | 8561 | 8567 | 122 | 234 | 455 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8519 | 8597 | 8603 | 8615 | 8615 | 8621 | 8627 | 122 | 234 | 455 |
| 73 | 8633 | 8636 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8675 | 8675 | 8681 | 8686 | 122 | 234 | 455 |
| 74 | 86922 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8733 | 8733 | 8739 | 8745 | 122 | 234 | 455 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 7874 | 8779 | 8791 | 8791 | 8797 | 8802 | 122 | 233 | 455 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8848 | 8848 | 8854 | 8859 | 122 | 233 | 455 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8904 | 8904 | 8910 | 8915 | 122 | 233 | 445 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8960 | 8960 | 8965 | 8971 | 122 | 233 | 445 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9015 | 9015 | 9020 | 9025 | 122 | 233 | 445 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9069 | 9069 | 9074 | 9079 | 122 | 233 | 445 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9122 | 9122 | 9128 | 9133 | 122 | 233 | 445 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9140 | 9154 | 9156 | 9165 | 9175 | 9175 | 9180 | 9186 | 122 | 233 | 445 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9227 | 9227 | 9232 | 9238 | 122 | 233 | 445 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9279 | 9279 | 9335 | 9289 | 122 | 233 | 445 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9404 | 9309 | 9315 | 9320 | 9330 | 9330 | 9385 | 9340 | 112 | 233 | 445 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9380 | 9380 | 9435 | 9390 | 112 | 233 | 445 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9430 | 9430 | 9484 | 9440 | 011 | 223 | 344 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9479 | 9479 | 9533 | 9480 | 011 | 223 | 344 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9528 | 9528 | 9581 | 9538 | 011 | 223 | 344 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9576 | 9576 | 9628 | 9586 | 011 | 223 | 344 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9624 | 9624 | 9675 | 9633 | 011 | 223 | 344 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9617 | 9671 | 9722 | 9680 | 011 | 223 | 344 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9717 | 9717 | 9768 | 9727 | 011 | 223 | 344 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9763 | 9763 | 9814 | 9773 | 011 | 223 | 344 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9809 | 9809 | 9814 | 9818 | 011 | 223 | 434 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9854 | 9854 | 9859 | 9863 | 011 | 223 | 344 |
| 97 | 9868 | 9827 | 9877 | 9881 | 9868 | 9890 | 9899 | 9899 | 9903 | 9908 | 011 | 223 | 344 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9943 | 9943 | 9948 | 9952 | 011 | 223 | 344 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9947 | 9978 | 9987 | 9987 | 9991 | 9996 | 011 | 223 | 334 |



د لو په قاعده د اعدادو ساده لوګارتیک جدول د کتاب د درېیم څپرکي د (۳۰) مخ کې د ستد چې راول فورمول کې لوګارتم کارول کېږي او د زماني سلسو په کوچنیو مربع ګانو کې د معادلو د لوګارتم د حل لپاره راوړل شوي دي.

### څلورم ضمیمه:

## د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د علمي څېړنې چلند بېلګه:

د احصایې خاص رول په علمي څېړنه کې دی، د (A.T.Mosher) په وینا: عصري کرنه بې له علمـي څېړنـې نـه شـي رامنځتـه کېـداى، مـوږ د تولیـد د فـي واحـد د مؤلـدیت د لوړتیـا، د تکنالوژیکي سطحې یا د زراعت د تخنیک د درجې د لوړېدو، د کرنیزو ناروغیو او افاتو د بنه مخنیوي، په څارویو کې واکسین او د هغو ښې پایلې موندل، د اوبو لګولو د مؤثریت، د خاورې حاصل خېزه کولو، د ښو ورایتیو اصلاح او معرفي، د کرنیزو اغېزمنو پلانونو د جوړولو، د کلیو د پراختیـا، د موجـوده منـابعو ښـه کـارول او دېتـه ورتـه ګڼ شـمېر چـارو لپـاره علمـي څېړنـو تـه ضرورت لرو، تحقیق (ریسـرچ)، نن ورځ لـه پرمختیـا سره یو تړلی مفهوم دی، د معاصرې نړۍ او سني پرمختګونه د علمي تحقیق ثمره ده.

**څېړنه (Research):** د یوې تاکلې موضوع په باب رېښتینې، ژوره عالمانه پلټنه ده چې په هغې کې حقایق، د بېلو بېلو متحولینو ترمنځ د روابطو څرنګوالی او واقعیتونو او ګڼ شمېر مسایل تحلیل او تفسیر کوي، پروفیسور E.Hetch په خپل مشهور اثر:

(Linguistics Research Design and Statistics for Applied) کې وایي: څېړنه د پوښتنو د حل لپاره په سیستماتیکو وسایلو د ځواب موندل دي، نن ورځ پـه ټولو سکتورونو کې د ریسـرچ او پرمختیا (R&D) ترمنځ اړیکې ورځ په ورځ زیاتوالی مومي او دولتونو د علمي څېړنو د ترسره کولو لپاره ډېر لګښتونه په غاړه اخیستي، په متحده ایاتو کې د (R&D) لپاره لګښت په کال ۱۹۲۱ کې د ټولو دولتي مصارفو څخه ۲۵٪ وو، له همدې نېټې وروسته دغه پاملرنه نوره هم زیاته شوه.

په فرانسه کې ۷۸، په جاپان کې ۳۲٪ او په برېتانیا کې ۲۱٪ ته رسېدل، ارقامو ښوده چې په متحده ایالاتو کې د علمي څېړنې له امله له (۱۸۷۵ څخه تر ۱۹۵۰ پورې) سرانه عاید کې څلور ځله زیاتوالی راغلی و، کرنیزو علومو کې څېړنه تر هغو بشپړه نه ده، ترڅو د احصایوي معلوماتو او طریقو په واسطه ارایه او تنظیم نه شي او د احصایوي تحلیل په واسطه ثابت نه شي او تفسیر یې

(c) ketabton.com: The Digital Library



ونه شي، له همدې امله نن ورځ د علمي څېړنې لپاره لویې لویې ادارې، مؤسسات او اساسي تاسیسات ایجاد شوي، احصایه د علمي څېړنې په ټوله چلند بهلګه (Research's Procedure) په هر تحلیل او مېتود لکه سروې، تاریخي مېتود، تجربوي مېتود، تشریحي تحلیل، د عواملو تحلیل، پېشګویي، د حالاتو کتنې او نورو کې خپله دنده لري، د کرنې په سکتور کې علمي څېړنه د خپل ماهیت له مخې دوه ډوله ده، یو یې نوښتي او بله یې تفصیلي، نوښتي څېړنه هغه ده، چې د کرنې یو متخصص او څېړونکی د خپل مسلک ساحه کې یوې نوې موضوع باندې پلټنه کوي او د هغې په پایله کې چې کوم اثر لیکي، هغه ته بکر اثر وایي او تفصیلي څېړنه چې تائیدي څېړنه یې هم بولي، هغه ده چې څېړونکی د پخوانیو څېړنو په ادامه تفصیلي کتنې کوي، کېدای شي په موضوع کې غوره زیاتوالی هم راولي، پخوانس تېروتنې اصلاح او خپل نوي نظریات وړاندې علاوه کړي، مګر کاملاً ابتکاري (بکر) څېړنه یې نشو بللای، په کرنه کې علمي څېړنې له تطبیقي پلوه دوه ډوله دي:

**الف- خالصه څېړنه (Pure Research):** مثلاً په دفتر، ساحه، کرونده یا فارم او نورو ځایونو کې د سروې په ترسره کولو او مشاهدوي نمونو په راټولولو یو تحلیل ترسره کوي، یا له کنیزو تولیدي واحدونو او تصدیو، سیمو یا فارمونو څخه د ځینو راپورونو بشپړول او داسې نور چې هغه صرف د رسالې، کتاب، علمي راپور او نورو په بڼه یې نتایج نشر کېږي او عام شکل لري، یعنې خالص د فوري تطبیق لپاره نه وي، خالصه څېړنه ډېره مقیده هم نه وي، څکه چې د تولید د ځانګړي ډګر لپاره نه وي، دا تیوریکي اړخ لري او له ډېرې ساده څېړنې (د کتابخانې تحقیق) څخه پیل کېږي او په نورو بڼو هم وي، په دې کې لومړی موضوع غوره کېږي، بیا د ببلیوګرافي (د هغو کتابونو فهرست چې د موضوع په اړه معلومات په کې وي) اماده کېږي، بیا د موادو په ټولولو پیل کېږي او یو عمومي اوټلاین جوړېږي، چې دا له څېړونکي سره کمک کوي، چې څېړنې لاندې موضوع باندې بشپړه احاطه ومومي او خواره واره معلومات منظم شي، وروسته بیا مسوده لیکل کېږي، دې مرحله کې د اوټلاین موادو ته پراختیا ورکول کېږي او په سیستماتیکه توګه د رسالې په بڼه اوړي، بیا لازمه اسناد، ضمایم، شکلونه، جدولونه، لمن لیکونه، نقل قولونه، علایم او سمبولونه او نور په کې درج کېږي، په پای کې ي، ځل بیا د رسالې مطالب سره مقابله او مقایسه کېږي، ښه به وي د کرنې او وترنري علومو د پوهنځیو محصلین د خپل اخري کال د سیمینارونو د پاڼو د چمتو کولو لپاره دا مراحل په نظر کې ولري، دا چې د یوې رسالې او علمي اثر لیکل کوم پړاوونه لري، هغه به لږ وروسته بیان شي، دلته باید څېړونکي د کتابخانې له کتابونو چې د احصایوي تحلیل لپاره کوم ارقام را اخلي، د هغو ماخذ وښیي کېدای شي ارقام د تشریحي هدف لپاره غوره شي، یا هم د استنباط لپاره البته دا د دویم لاس معلومات



ګڼل کېږي، کېدای شي څېړونکي په دغو ارقامو د احصایوي مېتودونو په واسطه ځینې عملیات ترسره او له هغو یوه غوڅه پایله ښکاره کړي، باید له کتابونو رااخیستل شوي ارقام د موضوع په اړه وي او د جدول اصولو مطابق رساله کې درج شي، که چېرې د ارقامو تحلیل ته د زماني سلسلو، د طبیعي منحني، شاخصونو او نورو په واسطه ضرورت و، د ښودل شویو طریقو مطابق دې مطلب د هغو په واسطه ثابت شي، له ګرافونو څخه دې د یوې تشریحي غوره وسیلې په توګه کار واخیستل شي.

**ب- تطبیقي څېړنه (Applied Research):** دا کاملاً عملي جنبه لري، یعنې د هغې نتایج د تطبیق کېدو په خاطر ترلاسه کېږي، مثلا په لابراتوار کې د یو فنګس اغېز په یو نبات یا یوه مېوه او په هغه د یوه معین ډوز دوا تطبیق، وروسته بیا د دغې پایلې پراخه تطبیق او ټولو فارمونو یاد ټول هېواد د کرنې د سکتور په سطحه سپارښت کېږي، همدارنګه په لابراتوار کې د خاورې د (PH) عضوي موادو، ضروري عناصرو او نورو باندې څېړنه او بیا په عملي ساحه کې د هغو په هکله د سپارښتنو ورکول چې دغه لابراتواري څېړنې د تولید په اصلي ډګر (کروندہ) کې د تطبیق لپاره ترسره کېږي، باید ووایو چې کرنه کې دغه ټول تحقیقات، تجربه او ثابت او بیا ځانګړې ارزښت لري، دا هم باید ووایو چې کرنیزو څېړنو کې د ساحو، خاورې او نورو توپیرونو له امله Survey او Experimental Method ډېر مهم دي، دلته باید اصلي پرابلم په نښه شوی او سي، پخوانۍ مطالعات هېر نه شي او د تحقیق موډل او روش معرفي شي، د کار طرز وښودل شي، څکه کرنه او مالداري د صنعت، کانونو، بریښنا، جوړښتونو او نورو اقتصادي سکتورونو سره ځینې اساسي توپیرونه لري؛ لکه:

- کرنیز تولیدات عموما موسمي ځانګړنه لري.
- د طبیعي پېښو؛ لکه باران، ګرمي، یخني، لمر، باد او نورو څخه اغېزمن وي.
- کرنیز فعالیت او حاصل له ناڅاپي پېښو او طبیعي افاتو ډېر ژر اغېزمن وي.
- کرنیز محصولات عمدتا ډېر ژر فاسدېدونکي وي.
- د مارکیټ تقاضا او بیو د بدلونو په مقابل کې په لږ وخت کې نه شي عیارېدای.
- د Risk احتمال په کې زیات دی.
- د کرنیزو فعالیتونو له پیل څخه بیا تر حاصل اخیستو پورې مبهموالی یا Uncertainty د هغو اصلي جز دی.
- په کرنه کې ګڼ شمېر محصولات مشترک یا متمم شکل لري؛ لکه بوس او غنم...، نو څکه باید څېړنه کې په پام کې ولرو؛ چې:

۱. ښه به وي د څېړنې لپاره مد نظر ساحې څخه اقلا د هغې ۱۰٪ د څېړنې د پوښښ لاندې

(c) ketabton.com: The Digital Library



راشي، د ټول برخو نمونې او سمپلونه باید موجود وي، باید د نمونوي مشاهدو د برابرولو لپاره عین چارې چې په لسم څپرکي کې ښودل شوي، ساحې کې دې په کار یووړل شي، د اثر د برابرولو وخت کې دې نقشه ارایه او د څېړنې لاندې ساحې دې په رنګ شي، چې د ټولې نقشې څخه د هغو تشخیص صورت ونیولای شي.

۲. د څېړنو لپاره نباید د ډېر مساعد یا ډېر غیر عادي کال، رقم او نمونه غوره شي، د کرنې او مالدارۍ لپاره باید اقلاً د لسو پر له پسې کلونو مشاهدات راټول شي.

۳. غیر عادي ارقام هرومرو تعدیل کړئ او په تحلیل کې اقلا ۵۰-۲۰۰ ډوله کرنیز محصولات شامل کړئ، خصوصا د مارکیټ او قیمتونو د شاخصونو د موندلو لپاره.

۴. دا چې کرنه برسېره پر دې چې یو شغل (د ملي اقتصاد یو مؤلد سکتور) دی، د خلکو د ژوند یو طرز هم دی، یعنې د خلکو د رسم او رواج، کلتور، حکومتي پالیسي، پلانونو، سیاسي بدلونو او نورو سره ډېر تړاو لري، نو کله چې د پېشګویۍ موضوع مطرح وي، باید په نمونو کې د شاملو احصایوي ارقامو ترڅنګ اقتصادي، ټولنیز، کلتوري، سیاسي او نور خصوصیات او معلومات هم نظر کې ولرئ، که چېرې څېړونکي د پوښتنلیکونو د مېتود پر اساس تحقیق ترسره کوي، باید پوښتنې د پراخې ساحې له هرې برخې څخه ځواب شي او د هغو د پراګندګۍ درجه نظر کې ونیول شي، کله چې څېړونکي پوره تجربه نه لري یا موضوع ځوا ړخیزه وي، پوښتنلیک باید د مربوطه شعبې مؤسسې یا سازمان له مشورتي علمي بورد څخه تېره شي، پرته له هغه دې پوښتنلیک د رسالې، رپورټ یا ګزارش په پای کې ضمیمه شي.

د مشاهدو د تنظیم او په ساحه کې د مکملې سروې لپاره لاندې ټکي مهم دي:

الف- ایا مشاهدات باید په کومه طریقه او طرز ترسره شي؟ (مستقیماً د کروندې لیدل، له بزګرو د نمونې غوښتل او بیا مطالعه کول، صرف د درمند یا حاصل د نمونې مطالعه د هغو عکس برابرول، د خاورې نمونه لابراتوار ته راوړل، ازاد مشاهدات یا کنترول شوي مشاهدات، خو باید هېره دې نه شي، چې ازاد مشاهدات هغه دي، چې څېړونکي هر وخت چې وغواړي ساحې ته حاضر شي؛ لکه د مېوو د قطر اندازې مشاده کول، خو کنترول شوي مشاهدات صرف یوه خاصه لحظه او معین وخت کې ترسره کېږي؛ لکه د تخم د شنه کېدو مشاهده د کرل کېدو څخه د معین وخت په تېرېدو یا له هګۍ څخه د بچي د راوتو معینه شېبه یا د خاورې د رطوبت معلومول له ابیارۍ د معین وخت تېرېدو وروسته، څکه که دا ډول معین وختونه او لحظات تېر شول، بیا مشاهده فایده نه لري او ځینې مشاهدې لکه د بزغلي کرل، شنه کېدل، د لومړنیو پاڼو تشکیل، لازم حد پورې د ساقې نمو او نور باید وخت په وخت ثبت او کنترول شي، نو څکه ازاد مشاهدات او کنترول شوي توپیر سره لري )



ب- مشاهدات باید څه وخت (د موسم په لحاظ، سهار، غرمه، ګرمۍ، یخنۍ او نورو له لحاظه) او د څو ځلو او څه مودې لپاره ترسره شي؟

ج- ایا کوم عمده علایم او مشخصات باید ثبت شي؟

د- ترلاسه شوي ارقام او نمونې باید څرنګه نظارت او څېړنې لاندې ونیول شي؟ په تېره بیا که نمونې ژوندۍ، نازکې یا خرابېدونکي وي؛ لکه حشرات، بوټي، مېوې یا د هغو ځینې برخې (ریښه، ښاخ، پاڼه او نور...)، یا کوم ځانګړی آفت او نور د مشاهدو د کتلو او څېړلو لپاره باید هېره نه شي، چې ځینې نمونې ممکن له کروندې یا فارم څخه تر لابراتوار پورې بدلون ومومي؛ لکه د خاورې نمونه ممکن یو اندازه رطوبت له لاسه ورکړي، یا یې فایلونه لاندې باندې شي، یا ممکن د مېوې یا نبات تازګي او وزن کې کمښت راشي او داسې نور... نو څکه ایجاب کوي، چې بعضې وسایل؛ لکه کمره، قلم، لټمس کاغذ، ترمامیتر د لابراتو تله او نور د اندازه ګیرۍ وسایل ځان سره یوسو، که منظور د یوه ځانګړي آفت په نښه کول وي، نو باید صرف هغه نمونې چې په مرض اخته دې راوړل شي، که ځینې پروسې او مراحل د پنډک د جوړېدو ګرده افشاني او نور غواړو ثبت او وڅېړو، نو دا د کنټرول شویو مشاهدو غوښتنه کوي، که آزاد او کنټرول شوي مشاهدات سره ګډ شي، نو د خطا امکان زیات او د پېشبینۍ ثقه والی کمېږي.

**د علمي اثر بشپړول:** کله چې د یوې علمي څېړنې په جریان کې د احصایوي کړنو تیوري، احصایوي تصامیم، فرضیې، ازماینښت، د خطا موندل او واقعي پایله موندل بشپړ شول، نو محقق علمي راپور یا علمي اثر لیکي، چې په هغه کې لاندې ټکي مهم دي:

باید پر اثر د مربوطه ارګان، اداري یا موسسې نوم موجود وي، محقق یا لیکوونکی او بشپړوونکی او نېټه باید روښانه وي، ورپسې د اثر لپاره د محتویاتو یو فهرست برابر شي، یوه لنډه سریزه، چې د موضوع لپاره یوه پېژندنه او مدخل وي او د موضوع اهمیت ورڅخه روښانه شي او د څېړنې اهداف څه دي؟ آیا څېړنه په کوم مېتود اجرا شوي او د کار وسایل کوم او څومره ساحه یې نیولې او د کارولو دوام او ساحات به یې کوم وي، ضرور ده چې دې ټکي ته نغوته وشي، چې آیا پخوا په عین موضوع کې څېړنه شوې کنه؟ یعنې د موضوع لنډ پس منظر (شالید) باید روښانه شي، باید علمي اثر په ځانګړیو څپرکو ووېشل شي، کوم ټکي چې فرعي حیثیت لري او روښانه کول یې ضروري وي، لمن لیک کې هېره نه شي، باید مقایسو لپاره احصایوي جدولونه او ګرافونه، چې د علمي څېړنې پر وخت بشپړ شوي هرومرو د علمي اثر متن کې د پر له پسې ګڼو په لړلو راوستل شي، په پای کې یو لنډیز او پایلیکونه او که اړتیا وه، د څېړونکي له خوا لازمې سپارښتنې هم وشي او ماخذونه دې وښودل شي، په دې ډول علمي اثر معیاري بڼه غوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

| | |
|---|---|
| Book Name | Statistics |
| Author | Prof. M. Bashir Doudiyal |
| Publisher | Nangarhar Medical Faculty |
| Website | www.nu.edu.af |
| Number | 1000 |
| Published | 2013, First Edition |
| Download | www.ecampus-afghanistan.org |

This Publication was financed by German Aid for Afghan Children (www.kinderhilfe-Afghanistan) a private initiative of the Eroes family in Germany.
The administrative and technical affaires of this publication have been supported by Afghanic (www.afghanic.org).
The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.org

All rights are reserved with the author.

ISBN: 978 993 6200 227

## Message from the Ministry of Higher Education

In the history, book has played a very important role in gaining knowledge and science and it is the fundamental unit of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of Higher Education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers of Higher Education Institutions and I am very thankful to them who have worked for many years and have written or translated textbooks.

I also warmly welcome more lecturers to prepare textbooks in their respective fields. So, that they should be published and distributed among the students to take full advantage of them.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and updated learning materials in order to better educate our students.

At the end, I am very grateful to German Committee for Afghan Children and all those institutions and people who have provided opportunities for publishing medical textbooks.

I am hopeful that this project should be continued and publish textbooks in other subjects too.

Sincerely,
Prof. Dr. Obaidullah Obaid
Minister of Higher Education
Kabul, 2013

(c) ketabton.com: The Digital Library

## Publishing Medical Textbooks

Honorable lecturers and dear students,

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging the students and teachers alike. To tackle this issue we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. In the past two years we have successfully published and delivered copies of 116 different books to the medical colleges across the country.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-1014) states:

*"Funds will be made ensured to encourage the writing and publication of text books in Dari and Pashto, especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state-of- the-art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this, it would not be possible for university students and faculty to acquire updated and accurate knowledge"*

The medical colleges' students and lecturers in Afghanistan are facing multiple challenges. The out-dated method of lecture and no accessibility to update and new teaching materials are main problems. The students use low quality and cheap study materials (copied notes & papers), hence the Afghan students are deprived of modern knowledge and developments in their respective



subjects. It is vital to compose and print the books that have been written by lecturers. Taking the situation of the country into consideration, we need desperately capable and professional medical experts. Those, who can contribute in improving standard of medical education and Public Health throughout Afghanistan, thus enough attention, should be given to the medical colleges.

For this reason, we have published 116 different medical textbooks from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh and Kapisa medical colleges and Kabul Medical University. Currently we are working to publish 20 more medical textbooks for Nangarhar Medical Faculty. It is to be mentioned that all these books have been distributed among the medical colleges of the country free of cost.

All published medical textbooks can be downloadable from www.ecampus-afghanistan.org

The book in your hand is a sample of printed textbook. We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of Higher Education Institutions, there is need to publish about 100 different textbooks each year.

As requested by the Ministry of Higher Education, the Afghan universities, lecturers & students they want to extend this project to the non-medical subjects e.g. Science, Engineering, Agriculture, Economics, Literature and Social Science. It is reminded that we publish textbooks for different colleges of the country who are in need.

(c) ketabton.com: The Digital Library

**I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We assure them quality composition, printing and free of cost distribution to the medical colleges.**

**I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.**

It is mentionable that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or authors to in order to be corrected in the future.

We are very thankful to German Aid for Afghan Children its director Dr. Eroes, who has provided funds for this book. To be mentioned in Past two years he also Provided funds for 20 medical textbooks which are being used by the students of Nangarhar and others medical colleges of the country.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me during the past three years in Afghanistan.

In Afghanistan, I would like cordially to thank His Excellency the Minister of Higher Education, Prof. Dr. Obaidullah Obaid, Academic Deputy Minister Prof. Mohammad Osman Babury and Deputy



Minister for Administrative & Financial Affairs Prof. Dr. Gul Hassan Walizai as well as the chancellor of Nangarhar University Dr. Mohammad Saber for their cooperation and support for this project. I am also thankful to all those lecturers that encouraged us and gave all these books to be published. At the end I appreciate the efforts of my colleagues in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak
CIM-Expert at the Ministry of Higher Education, March, 2013
Karte 4, Kabul, Afghanistan
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.org
wardak@afghanic.org

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۰.د تصوف حقیقت، ۱۳۸۹ ش. د میوند خپرندویه ټولنه.
۲۱.اداره، ګودر خپرندویه ټولنه ۱۳۸۸ش. (په پښتو اودري ژبودري ځله چاپ شوی دی).
۲۲.غزنوي سلطان محمود (ژوند او پېښلیک) د میوند خپروندیې ټولنې چاپ.
۲۳.د علمي تجربو طرح او دیزاین، ګودر خپرندویه ټولنه، ۱۳۸۴ش.، درسي کتاب.
۲۴.په پینځه ټوکو کې د یو شمېر سبو تولید او روزنه (له پوهنمل سیداجان عبدیاني او پوهنیار محمد اسماعیل سعادت سره په ګډه).۱۳۸۵ش. کال. او دیو شمیر سبومارکیټنګ
۲۵.د ننګرهار ولایت او جلال اباد ښار پېژندنه (له اسدالله حصارشاهیوال او سیدپاچا باور سره په ګډه).
۲۶.مرکه (د لنډو کیسو ټولګه)، (امین افغانپور، ډاکتراسدالله حبیب او ببرک ارغند سره په ګډه).
۲۷.سرګرمي بااعداد (د able د اداري چاپ-۱۳۸۹ کال)
۲۸.سوداګري دټولو لپاره (ژباړه، ۱۳۸۸ش. کال- کابل)
۲۹.دخریداری هیات( دطنزونو مجموعه ۱۳۸۲ ش.کال، سبا خپرندویه ټولنه.
۳۰.پښتو ریاضي(ژباړه، ۱۳۸۲ ش.کال- پېښور)
۳۱.د طبیعي منابعو اقتصاد( دپوهنتونو لپاره درسي کتاب- لومړی چاپ۱۳۸۴ ش.کال، دویم چاپ ۱۳۸۲ ش. کال. دریېم ځل ۱۳۸۹ ش.کال).
۳۲.نباتات او د هغو ارزښت زموږ په ژوند کې.
۳۳. په افغانستان کې هنر اوښکلي هنرونه.
۳۴.د اقتصادي پروژو تحلیل او مدیریت.
۳۵.د وزو روزنه او ساتنه.
۳۶.د مدیریت علم (ژباړه).
۳۷.اسانه محاسبه.
۳۸.ولایتي شوراګانې (ژباړه).
۳۹.حکایتونه او په زړه پوري مطالب (ژباړه)
۴۰. د ژویو او ځارویو په زړه پوري نړۍ.
۴۱. کوچنی او تطبیقي اقتصاد(ژباړه)
۴۲. عامه اقتصاد( ژباړه)
۴۳. بزنس انفارماتیک(ژباړه)۱۳۹۱له دوه تنو نورو استادانو سره په ګډه
۴۴. د افغانستان لومړنی اقتصادي پینځه کلن پلانونه او...۱۳۹۱ څېړنیز اثر
۴۵. وګړنیزه او عنعنوی تکنالوژی(په کابل پوهنتون کی د افغانستان د معلوماتو د مرکز چاپ ۱۳۹۲

همدارنګه پوهاند محمد بشیر دودیال د یو شمېر علمي اثارو لپاره تقریظونه لیکلي او د افغانستان د علومو د اکاډمۍ، د اقتصاد پوهنځي او د کرنې پوهنځیو د یو شمېر استادانو لاربښود استاد او د دفاع وزارت دستر درستیز د قوماندانیت او قرارګاه د کورس د عالي رتبه افسرانو لاربښود استادپاتې شوی دی، تراوسه یې دایرة المعارف ته۳۲ ارتیکلونه او دولسو کتابونوته تقریظونه لیکلي او د هېوادپه نورو مطبوعاتو کې یې ۲۹۷ مقالې چاپ او خپرې شوې دي. باید ووایم چې محترم پوهاند صاحب د معارف د وزارت دنشراتی ارګان (عرفان مجلې) قلمی همکـــــــار پاتی شوی ، د معارف د نـــــــوی نصاب دکتابونو په پروژه کی یی هم ځان ستومانه کړی او په ژباړه کی یی برخه اخیستی اودهیوا ټولو فرهنګي مرکزونو او اکاډمیکو اداراتوسره یی پوره معنوي مرستې کړي دي او ځان یې دځوان نسل په روزنه او هغو ته د تدریس په برخه کې پوره ستومانه کړی دی. عرفان مجله یې له دغې پاملرنې څخه مننه کوي اوراتلونکي کې ورته دلوی خدای له دربار څخه لا زیات بریالیتوبونه غواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

# لنډه پېژند ګلوي

پوهاندمحمد بشير دودیال د علي محمد خان حسين خېل زوی، په ۱۳۴۰ ش. کال د کابل په ولایت کې زیږېدلی دی. لومړنۍ زده کړې یې د کابل ښار د سردارمحمدجانخان په لومړني ښوونځي کې او منځنۍ او متوسط زده کړې یې د حبیبیې په عالي لېسه کې پای ته رسولي دي. لوړې زده کړې یې د ماسترۍ (M sc.(Hons)) په سویه د کرنیز اقتصاد او توسعې په پوهنځي کې بشپړې کړې دي. د افغانستان دلیکوالو او ژورنالستانو د اتحاد یې غړی، د ننګرهار پوهنتون کې د کرنې،د وترنرۍ دعلومو او اقتصاد پوهنځیو کې استاد، د افغانستان د علومو د اکاډمۍ علمي غړی او د اریانا دایرة المعارف انستیتوت مشر، د وترنرۍ علومو د پوهنځي مرستیال، په GTZ/PAL کې ترینر، د اداري اصلاحاتو په کمېسون کې د اداري د کورس استاد، په پېښور کې د افغانانو د پوهنتون استاد، د ننګرهار پوهنتون کې د تقرر او د انفکاک د کمېټې غړی، د علمي ترفیعاتو د کمېټې غړی، د کانکور د کمېټې غړی،دپوهنتون د اعتبارموندنې دتضمین اوځان ارزونې دکیمټې غړی، د نشراتو د بورډ او د یو شمېر مجلو او اخبارونو (پوهه، انګازه، ارزښت، ننداره او افغان یووالي) د لیکنې د هئیت غړي په توګه یې دندې ترسره کړي دي. څه موده د اقتصاد پوهنځي تدریسي مدیر او دوه دورې د پوهنتون د علمي شورا غړی ؤ.څه موده یې د( A.H.F) ددفتر فرهنګي څانګه کې،دوه کاله یې داریانا خصوصي پوهنتون دعلمي مرستیال په توګه او یوکال یې د جامعه العلوم الاسلامیه دمشاور په توګه کارکړی دی. اوس څه موده دننګرهار پوهنتون داقتصاد دپوهنځي مرستیال او ددغه پوهنځي استادو اوس دپالیسې او عامه اداری د پوهنځی رییس دی. د خپل خدمت په دوره کې یې په ۱۳۶۹ش. کال کې د اسد د ۲۸ مې په مناسبت د استقلال ستاینلیک، په ۱۳۷۴ش. کال کې یې د غوره خدمت ستاینلیک او په ۱۳۸۸ش. کال کې یې دربیمه درجه ستاینلیک ترلاسه کړی دی. دوه ځله یې د کال ادبي جایزې، پینځه ځله د ادبي کانکورونو د جایزو ګټونکی شو. په ۱۳۸۹ کال کې یې د ادبي کانکور لومړۍ جایزه ترلاسه کړېده. په رادیو، تلویزیون کې یې یو شمېر مقالې خپرې شوي دي. محترم استاد یو شمیر بهرنیو هیوادو لکه جرمني ، هندوستان،ا یران،ترکیې او پاکستان ته رسمي او علمي سفرونه کړي دي.د یو شمېر چاپ اوخپرو شویو اثارو نومونه یې دا دي:

۱. Constraint in Adoption of Technology د ماسترۍ تیزس.
۲. اقتصادي پلان جوړونه د پوهنیار علمي رتبې ته ژباړل شوی اثر.
۳. د کرنیزې مناسبې تکنالوژۍ ستونزې اود حل لارې ( د پوهنمل علمي رتبې لپاره څېړنیز اثر ).
۴. د کرنې او صنعت متوازنه وده ( د پوهندوی عملي رتبې ته څېړنیز اثر ).
۵. تانده غوټۍ (لنډې کیسې) د افغانستان د لیکوالو ټولنه ۱۳۵۲- کابل دولتي مطبعه.
۲. د کرنې پلان جوړونه( علمي- مسلکي ژباړه ) د کرنې وزارت، د کرنیز تبلیغ ترویج او زده کړو ریاست خپرونه۱۳۲۲- کال- کابل.
۷. ؛په کرنه کې د طبیعي منابعو پلان جوړونه ( دغه کوچنۍ رساله دمنې د کښت د کمپاین په مناسبت) په ۱۳۲۸- کال کې د کرنې وزارت د ترویج د ریاست له خوا خپره شوې وه.
۸. شاهین ( د لنډو کیسو مجموعه )- اردو مطبعه- کابل ۱۳۲۷ ل.هـ
۹. د مینې دالۍ (ناول) د لیکوالو ټولنه- کابل ۱۳۲۷ ، دولتي مطبعه.
۱۰.دشواریهای بازګشت اواره ګان افغان، مرکز مطالعات افغانستان (ASC) پېښور ۱۳۷۷ کال- تاپ پرنټز- پاکستان.
۱۱.د افغانستان د طبیعي سرچینو پېژندنه- د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه- جرمني- کولن ۱۳۷۹ ( ۲۰۰۰ م)
۱۲.حیات وحش افغانستان- چاپ مرکز منابع نشراتی واطلاعاتی اکبر (ARIC) پېښور- پاکستان. ۱۳۸۱ش. کال.
۱۳.د اقتصادي پرمختا تیوري او پلان جوړونه- د ختیځ بیارغاونه د خپرونو څانګه.
۱۴.ضایع در افغانستان ونقش انها در اقتصاد ملی، چاپ کتابخانه های اریک نمبر مسلسل۱۳۸۲،۱۲۲ ش. کال، پېښور-پاکستان.
۱۵.دیموګرافي او د نفوسو تحلیل( د پوهنتون درسي کتاب )- دانش خپرندویه ټولنه ۱۳۸۲ ش. کال.
۱۲.نباتات طبی-چاپ دفتر اکبر- انتشارات الازهر- پېښور- پاکستان (۲۰۰۴)، ۱۳۸۴ش. کال.
۱۷.احصائیه (لومړی، دویم، دریم چاپ) خپروونکې ساپي د پښتو څېړنو او پراختیا مرکز، پېښور (۸۱، ۸۴، ۱۳۸۷ش.) درسي کتاب.
۱۸.اصل خلجی های افغانی (ژباړه) ۱۳۸۹ش. د میوند کتاب چاپولو مؤسسه.
۱۹.پښتو ریاضي ۱۳۸۸ ش. د سبا نشراتي مؤسسه.

**Get more e-books from www.ketabton.com**
**Ketabton.com: The Digital Library**