له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شميرپوهنې کتابونو ته يو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخيزه دي، چې زه يې دلته په ټولو اړخونو نه غږيږم، داسې لنډ ليکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه يې په نور منځ پانګې برسيره، چې ګوته ورته نيسم په ياد راوړم، چې د ټولو ټولګيو په کتابونو کې د احصايې او احتمالاتي برخه باندې نه ليکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې بايد ترې لرې شي .

زه به لاندې کې يواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نيسم. د هر کتاب څخه داسې د نمونې په څير څه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب يوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعريف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب ليکونکي تعريف سره يو څه د پرتلې ولرو:

تعريف: سټ د ځرګند ټاکلو يو له بل کره توپيرېدونکو شيانو ټولګه ده. شيان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي يا غړي او که غوارې عناصر بللکيږي.

انګريزي پيژند يې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې ليکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې يې ليکو: $2 \in A$ **(ويل 2 له A څخه يا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې يې ليکو:** $6 \notin A$ **(ويل: 6 له Aڅخه نه يا 6 په A کې نه).**

يا دالاندې د کانتور تعريف، چې غوره يې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

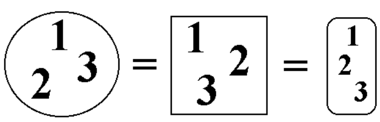
Ketabton.com

سټ په درې ډوله ليکل کيږي:

۱ - شميرنيزه ليکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننيز ليکنډول: **A={x|** $x \in N \wedge$ **1< x<6}**

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x سټ دی، چې x يو طبيعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دياګرام سره سټ آنځوريږي:



تشسټ: تشسټ يو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکندود:

❶ تشسټ په ښوونځي کې داسی لیکل، کیږي : { }

❷ بل ډول لیکندود یې داسې دی$\emptyset$

پام : دا مخامخ لیکندود د تش سټ لپاره ناسم یا ناتیک دی : $\{\emptyset\}$

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دئ)

هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارهٔ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه تري نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعني څه؟ او دا چي ،،سټ جوړوي،، یعني سټ څه شي دی؟ تراوسه د سټ تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعنې د سټ د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د سټ د لیکلو څخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند. طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، سټها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د سټ یو ډول لیکندول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکي غواړي ولیکي، پا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله تري پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولي- دا لاندې د سټ تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

یو شمیر ځانګړو شیانو ته سټ او یخپله شیانو ته د سټ عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دي تعریف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چي د سټ تعریف کوم دی؟

هودا اخر یي باید تعریف وي، چي له دې د مخه یې تش سټ په ګوته کړي او د سټ لیکل هم. دا هرڅه سره کېږد او هم ناسم دي.

۵ ــ مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کي لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کي لیکلي، چي موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسي هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پوري نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د سټ د لیکلو طریقي دوه ښايي او موږ وښوده چي په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چي دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهیږو، چي داپورته عنوان داسي لیکلی شو:

مساوي ستونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنت ستونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وایو. په پورته تعریف کي یې د سټ د توکو تعداد لیکلی او یا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسي یې زور بللی شو او داسي یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چي ویې لیکو، خو د لږ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه ستونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایي هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کي دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چي زه یې د روښانه وني لپاره راوړم. د دې تولګي لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the function*f*(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ــم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندې پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 ترمنځ د طبیعي طاقو عددونو سټ په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګلیسي ژبې د غږ لرونکو تورو سټ یو معین سټ دی.

چې عناصر یې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبیعي عددونو سټ یو غیر معین سټ دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر یې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دی لیکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نمیباشد،، یا چې ،، عناصر یې د شمیر وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم یې: عناصر یې د شمیر وړ دي، خو پای نه لري یعنې ناپای دي، یعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي یعنې معین دي، شمیرل یې پای ته نه رسیږي.

ناشمیرنوړ هم شته، خو هغه بیا بله موضوع ده، دومره به یې یاد کړم، چې ریل عددونه ناشمیرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کیږي.

دوه څه ته ګوته ونیول شوه، چې:

۱ ـ ،، چې عناصر یې د شمیرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ـ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه یا متناهي او نا متناهي ده او یا معین او ِنا معین ده، دواړه نه شي کیدی. معین او نامعین لیکنه ورته ناسمه ده.

په سټ کې مهمې عملیې دي، چې لیکونکي یې څنې یادي کړي، خو نه په ترتیب.

۱۲ ـ م مخ

اګر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می ګوییم که این دو ست با همدیګر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته لیکنه باید داسې وي::

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ لیکل کیږي: که د A توکي په B کې خوندي وي یا د B توکي وي او د B توکي د A توکي وي، نو A او B سره مساوي دي یا A=B او په څټ یا برعکس..

هر سټ د خپل ځان برخسټ یا سبسټ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ ــ م مخ

قیمت مطلقه یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لوبوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:
• هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
• قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:
$|-7| = |+7| = 7$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ــم مخ

دا لاندې يوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اګر......،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوي؟

اګر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمي دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږېږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:
د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعي) اوږدوالی د دریمي ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعي څخه د دریمي ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.
یا که غواړی، نو داسې ولیکی:
که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمي کرښې له اوږدوالي کوچنۍ وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي څېرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعي سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعنې هغه عدد، چې د جذر نیوني څخه لاس ته راغلی وي. دي ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ ....

زه پوهیږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبرې په ریاضي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځي چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهیږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد؟ یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعنې $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوی وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چي هرڅه ګډ وډ دي او نه پوهيږم، چي دا څه به ده ولې ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيداى شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.
په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دي لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلاً څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعي- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

.

په داسي موضوعاتو کې ډيرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ـــم مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه ښايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چې هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدنې يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ـــ م مخ

په ياد ولرئ: که چېرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\pm 2 = \sqrt{4}$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\pm 2 = \sqrt{4}$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړی. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چې لیکو، نو د سمون په هکله یې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهنې ستر کتاب کتلی شی.

۳۰ – مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5^3
III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې وېلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:
$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښې درس پوره نه دی لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسې لیکل کیږي:
$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$
۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت وایي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښیي.

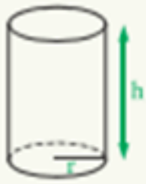
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوې، چې همډوله زاویې یا همډوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همډوله دي. همداسې پڅکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همډوله دي او له دي.
سم: ورته - یا برابرارزښته درېګوټي ځیرلي. دوه درېګوټي ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قليمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او يوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چیرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

پورته له دويمې کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښايو.،،
دا د يوې وينا نتيجه نه ده.
که يو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. يعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران ليکونکي سم نه ليکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دايرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښايو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$

د استوانې کلي مساحت

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$$

$$A = 2\pi r(r + h)$$

$\pi = 3.14$

د دايرې مساخت چيرته تعريف شوي؟؟؟؟
دايره په نهم ټولګي کې لوستل کيږي.

۱۵۹

له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو ځرنګه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کيږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بيانول يي او داسي ليکل يي چي له تورو څخه په کي کار اخلي؟

ګران ليکونکي غواړي، چې د واريابل يا متحول يا تغيرخوړونکي تعريف وکړي، خو ترې پيچلی کيږي او لار ترې ورکيږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ ليکو:

پيژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نيونکي وي يا د اعدادو په ځای ليکل کيږي، متحول يا تغير خوړونکي يا مجهول يا واريابل بلل کيږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کيږي.

۱۸۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلو ګرام بوري د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې
د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله
بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل
کیږي.
• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه
په X سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي ښه نه وایي او په ښه ویلو هم نه پوهیږي. پېنتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره تړلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم ځپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننبیو ادباتو کې د مربع مساوات (څلورې برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولي یا متحولي x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ سره $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$:

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دئ نیولی، بواځې دریمه بڼه یې تر ځیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړئ بیلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړئ؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته ځیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړې معادلې عبړیږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ ـم مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دئ نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کېږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلېږي چې د تجزیې پړاوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکميل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول ليکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضريب نيمايي په لاس راوړو، مربع يې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې ليکي.

يادونه: ټولې دويمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو څکه دا لاره هندسي تعبير ته ارتيا لري؛ نو څکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د ليکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نيمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحيح کيږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د ليکونکي د ليکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بيا: مربع مساوات دوه حله يا يو ډبل حل لري او يا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
ليکونکي پورته د مربعتکميل څخه غږيږي او دلته يې په حل پيل کوي او دابيا نيمګړي پرېږدي.
ليکونکي ليکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاڼوو د x د ضریب د نیمایي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکوکنی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړی پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، ....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي تل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښایي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دي څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لوري ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمې په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابيل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادوکې حل نه لري.

دويمه پايله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهيږم، چې ليکونکي، دا پورته جمله ولې ليکلې؟ دا يې بايد روښانه کړې وی چې څنګه؟

پايله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نورې هم که وغيږو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې ليکل شوي.

د مربع مساوات د شميرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، نو بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې [ملې سره.

د ويتا **Vieta** جمله :

که مربعيز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

١٢٧ مخ کې عنوان: داچې ليکونکی ولې داسې عنوان د خپلو ليکنو له پاره راوړی نه پوهيږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه يم مخامخ شوی او يا شايد دی د څو جمله يې لاندې بل څه وپوهيږي. په دې هکله يې بيا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ويلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکونکي دا پورته عنوان چي ليکي باور وکړی، چي داسي څه په رياضي کې نه شته او دا سي څه چي په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنوولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عددونه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چي ګران ليکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ويل غواړي، خو باور وکړی، چي داسي وېينه هيڅ ژبه کي نه شته او موږ په رياضي کې د جملې لاندې يو ځانګړي څه پوهيږو. په شميرپوهنه کې هر نوم يو ځل کارول کيږي او جمله يو ځانګړی تعريف لري.

په نورو ادبياتو کې لومړی پولينوم تعريفيږي او بيا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعريفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګڼه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګڼه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چي ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چي د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتووني ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسي يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسي دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چي دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چي دی حل ورکوي، بايد وليکي چي مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساواتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګورئ، چې دې ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکی د الجبري افادي او ثابتي تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولی بلل کیږي، چې د x,y,z,... سره ښول کیږي. نورې نومونې یې : مجهولی واریابلې، تغیرخوړونکې او اوښتونکي دي.

ثابته یا تل همغه: ثابت یا تل همغه: هغه اعداد چې تل همغه وي ، نو ثابتې یا تل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې کې به ترم يا افاده لږ زوره وڅیړو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړۍ کې، يواځې ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولې، واريابلي) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښې (نوکانو يا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، ياني اړيکي نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ويل کيږي٠ ګورو چې په پیژند کې د جذر عمليه نه راځي، نو له دې امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونکي ادا سم نه دي ليکلي، چې جذر کې متحولي نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کې نيولکيږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بيلګه
الف : ترم $126 + 3/4$ ، چې اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
$T=126 + 3/4$
$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم $10 + 2x$ چې اووښتوني x لري ياني $T(x) = 10 + 2x$ ٠ د اووښتونو بنسټيزی دي د پيدايښتې ګنونو- يا د طبيعي اعدادو ډيرېN°وي
تعريفديرى د بنسټيزى سره برابره ده، که په ترم کې د اووښتوني يا واريابلی x پۀ ځاي يو پيدايښتي ګڼ 2 کيږدو، نو د
پ : $(x+2y)/x$ يا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې يا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ يا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشميرنه د $x=2$ او $y= 3$ لپاره په دې ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندې د پورته تعريف سره پرتله کړی، وبه ګورې، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سټ تشريحي ليکنډول دی د متحولي.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادې

ليکونکی لاندې د متحول او ثابت تعريف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې
د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که
$A = \{x / x \in IN$ او $x \le 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشوي - تعريف سره يې پرتله کړی. دا ده چې څه ليکلي، دا د سټ شننيز ليکنډول دی.
بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چې د عددونو ځاينيونکې وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه الجبري افاده كيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعریف کې به وګورئ، چې غیرناطقه الجبري افاده - د لیکونکي په موخه - نه شته، یعنې داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولینوم لپاره دا لاندې انګریزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or 9y - $2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or 9y - $2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

Example:

$$x^2 - 7x - 6$$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	Numerical Coefficient
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2$ -3x -2	Polynomial	
$8x^{-3}$ +7y -2	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2$ +8x - 2/3	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په ځګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه
:(Descending and ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسې عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعنې د پولینوم لیکنه د

ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادیږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وایي. $x-4$ یا $ab-y$ ته
باینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وایي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترینوم (Trinomial) (درې حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتینوم (Multinomial) وایي.
خینې وختونه پولینوم له یو، دوه، درې او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.
د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم د یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم د دوه متحولونو او
$x+y+z$ د دریو متحولونو لرونکی پولینوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبیاتو کې د مولتینوم څخه په دې موخه لکه چې لیکونکی ترې غږېږي نه شته او د دې په ځای یې هغه غوره پولینوم دی، چې مونوم، بینوم او ترینوم هم په دې بنسټ تعریف شوي دي.
زموږ لیکونکي د ډېرو شیانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وایو، چې زموږ ادیبان ورته په ډېره مینه برید وایي. مونوم هغه پولینوم دی، چې یو غړی ولري. یا په بل عبارت مونوم هغه لویه ده، چې له یوه غړي جوړه وي. یعني ثابتي، ثابتي او واریابلي یا متحولي او .... څخه د یو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لویه. دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم یوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

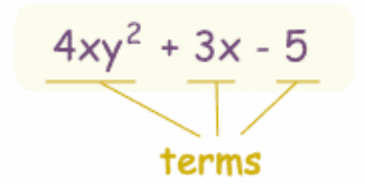
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: **$4x^2 - 2x + 1$** *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

يو مولتينوميال لکه ګران ليکونکي، چې ليکلی د مونوميال او... کورنی سره څه اړيکه نه لري.
پولينوميال، چې يو غړی ولري مونوميال بلل کيږي او داسي نور.

مور چې پولينومونه راوړو، نو يوه واريابله به لري او نه زياتې.

اوو لسم مخ

که پولينوم له يوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولينوم درجه ده او که پولينوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولينوم درجه ده. هغه پولينومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومو په نامه يادېږي. او هغه پولينوم چې د ټولو حدونو توانونه يې سره مساوي وي، متجانس پولينوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولينوم له يوه توري يا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم ليکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، يعنې که يوه – يا دوه - او يا ... متحولې ولري، توري خو ضريبونه هم کيدی شي، چې متحول نه دي.
ليکونکي د ليکنې له لارې د ليکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي بايد د رياضي فرمول له لارې ګوته ونيسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهيږم، چې محترم ليکونکي دلته د دايرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولينومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعريف او تشريح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعريف شوي. بيا هم دلته متحولې کومې دي او پولينوم دلته څنګه تعريف شوی. په پولينوم کې خو جذر نه دی تعريف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنگه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12cm, a = 9cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که گران لیکونکی دا پورته بیلگې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي.
سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا
۹ندسې بیلگې ناسمې دي.
د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوې.
داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$
داسې دی.
پوښتنه فقط داسې ده: که وړانگه ... وي، نو د گردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولگیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړې؟
۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د تورې (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به ښه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کې(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غږیږي او په رښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څیرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دایرې مساحت (A)، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري ($A=\pi r^2$)

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

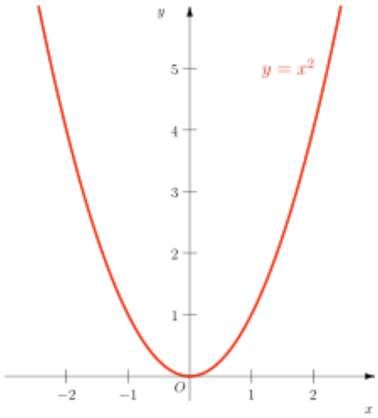
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسې ليکل کيږي

$f(x) = x^2 \;;\; f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسې ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحې څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيرلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه سېټ هر توکي د يوه بل سېټ ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګوری، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د سېټ تعريف دی او نه متحولي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in \mathbb{N}$ او $x \le 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له يوه څخه تر 10 پورې د طبيعي عددونو قيمتونه اخيستلای شي. x، ته متحول(Variable) وايي. عموماً متحولونه د انګليسي ژبې د کوچنيو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کيږي.

د يوه عدد قيمت تغير نه کوي، لکه د 4 عدد هيڅکله له 5 يا 3 او يا کوم بل عدد سره مساوي کيدای نه شي، نو ټول حقيقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقيقي عددونو سربيره د انګليسي د ژبې توري لکه $a, bc...$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کيږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کيدای شي الجبري افاده له يوه ثابت، يو متحول او يا د ثابتو او متحولونو له ترکيب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نيول يې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضريب** (Coefficient) وايي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضريب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي تواڼونه لري، يوازې عددي ضريبونه يې سره توپير لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک

شامل وي، پولينوم نوميږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ

$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$ ، $b)2\sqrt{x}$ ، $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، $d)x^{\frac{1}{2}}$ ، $e)x^{-3}+x^2$

$f)8p^2+p^{2.2}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، $h)88$ ، $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h،a او i پولينومونه دي، خو b، c، d، e، f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو

يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شا

دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-

د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کيږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

۵ او ۶ مخونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضريبونه دي چې حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولينوم درجه ده.

فعاليت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8}x^3$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}\ (q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، څکه چې $x^2-1=\frac{x^2-1}{1}$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې ویشو. ددې لپاره چې ښي خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي ونیول شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40' + y\sin 123^\circ 40' - \frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

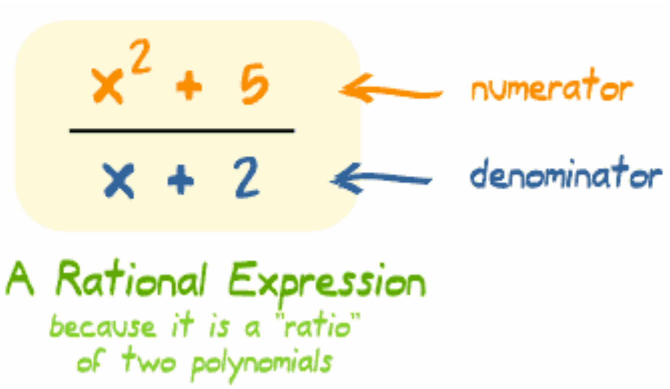
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3 + 2x - 1}{6x^2} \qquad \frac{2x + 9}{x^4 - x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2 + 3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپيوټر(شميروني) کې ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کې پيدا نه کړی. نه پوهيږم، چې ليکونکي به دا له کومه ځايه ليکلي وي. دا مې په ډېرو کتابونو او نت کې وکتل.
ما په انګليس ادبياتو کې يوځای ولوستل چې: ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولينوم وېش له لارې نه شي ليکل کېدی. بيلګه يې هم نه وه او په پورته له ماخخه راوړ شوي تعريف کې هم نه شته.
الجبري

يوه الجبري افاده کیدای شي چي ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چي د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په لاندې به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم يو به د پولينوم درجه وي؟ رياضي يو ډېر څرګند علم دی او بايد هر څه يې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ رياضي کې اوس له ځانه څه نه ليکو، دا مو يا بايد له نورو کتابونو زده کړي وي او يا مو له نورو کتابون را اخستي وي................

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پورې

د رياضي منطق

دا لاندې درې مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کې نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسې د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال:

پخوا تر ډیسر و پیړیو پورې خلکو فکر کاوه چې ځمکه هواره ده او ستورې د ځمکې پر شاوخوا څرخیږي.

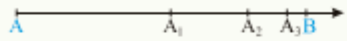
ایا پوهیږي چې ځمکه کروي ده؟

ایا لمر دځمکې پر شاوخوا او که ځمکه د لمر پرشاوخوا څرخیږي؟

تعریف: هغه طبیعي یا حسي پوهه چې دهغې په مرسته دیوې موضوع سموالی یا حقیقت او یا یو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کیدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې یوله بله سره توپیر ولري.

فعالیت

د لاندې شکل په نظر کې نیولو سره د مستقیم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونیسئ:



یو سړی غواړي چې ددې مستقیم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړ شي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنۍ نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسیدلی دي، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسیږي، بیاد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصیف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته ځوابونه ورکړئ:

- ایا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنۍ نقطه کې توقف وکړي، پای لري؟
- که په همدې ډول تر پایه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطې ته ورسیږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او یا له لارې بیرته راونه ګرځي، نو نه یوازې چې د B نقطې ته به ورسیږي، بلکې ترې تیر به هم شي. په دې اساس ددې مسلئې د واقعیت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپیر شته؟

- دویم زده کوونکي هم شوخي کړې ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چې په ټولګی کې واوسي.

له تعریف او د زده کوونکو له فعالیت څخه لاندې نتیجه پلاس راځي:

نتیجه: قیاس یا تمثیل په حقیقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پیداکول دي. له دې سببه تمثیلونه کیدای شي، د ډیرو مفهومونو یا درباضي د قضیو د درک کولو لپاره شهودي زمینه پیداکړي. تمثیلي استدلال د ثبوت په حیث نه شمارل کیږي، بلکې د ثبوت لپاره زمینه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخوړلی له برګ پرې څخه داریږي) دا یو قیاسي استدلال دی، څکه چې برګ پړی د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کې ورته والی لیدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال:

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموینه کې 100 نمري اخلي او په دویم او دریم صنفي ازموینوکې هم 100 نمري اخلي.
په اخرني ازموینه کې څه نتیجه اخیستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمري واخلي؟

فعالیت

د مسلسلو طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نیسو، ددې کار لپاره د یو 1 له عدد څخه پیل وکړئ او خالي خایونه ډک کړئ.

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنیو پوښتنو ته په پاملرنې سره لیدل کیږي چې د طاقو طبیعي عددونو د جمعې حاصل د طبیعي عددونو د شمیر له پوره مربع سره مساوي دی.
- آیا کولای شو نتیجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمیر له مربع سره مساوي دی؟
- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعالیت د سرته رسولو په اساس لاندې نتیجه په لاس راځي.

نتیجه : استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتیجې اخیستنې طریقه ده. په حقیقت کې یوې کوچنی نمونې ته په لویه نمونه عمومیت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ، د خروار تمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهیدلو لپاره پوره ستونځې لري. د ریاضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړاندیز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

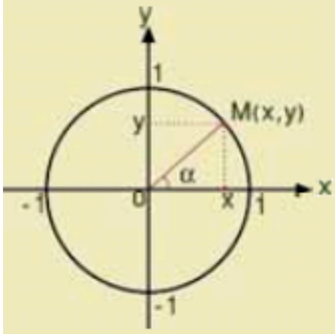
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم ټولګی
د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د څېړني موخه یي د ترادفونو پولي ته تلنه یا نه تلنه یا په انګریزي یي کونورګنت او دیوګنت دي، چي محترم لیکونکي دا هلته نه دي څېړلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پوهېږو چي $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ یو الجبري مطابقت دی، ځکه د a او b په ټولو قیمتونو سره د مساوات داوړه خواوي برابرېږي.

آیا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ یو مثلثاتي مطابقت کیدلی شي؟

فعالیت

- په لاندې جدول کي د α د مختلفو قیمتونو لپاره د A او B افادو قیمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \frac{\cot\alpha}{\csc - 1}$	$B = \frac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چي د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوي برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کیږي،لکه: $\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \frac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

دا برخه یي پوره نیمګړي پرېښودي ده.
د وکتور شمیرنه یي هم پوره او مناسب نه ده څېړلې.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کي هندسي برخي ته داسي لړ ګوته نیسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

  _ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

  _ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کېدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعاً مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړې. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي. روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلې وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښودـ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دي لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تريگونومتريکي مساوات:
يو تريگونومتريکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکيدو متحوله د تريگونومتريکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بيلگه:
تريگونومتريکي مساوات
$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کيدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړيکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$
واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو
$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$
نو دئ
$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$
د دې حل سره
$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې
$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بنه بدلون ورته یا اکویوالنت بنه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کې ربښتيا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ بنه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسی.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوي مساوي وي. ،،. دا خو هیح نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.

بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایی، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

۷۰ ـــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیداکولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه ویني بیلګې دي.

۹۸ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ ــ م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هرگاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړی ته نه دي رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟
۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دوارو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضاکې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ گران لیکونکی د هندسئ څیرو غړیږي، مگر عکس یې هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضیې پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې گرام لیکونکی دي د دې څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې څیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمگړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ــم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعـددونو په مرسته نامعلوم عدد پیداکړو، په دې صورت کې نوموړې طریقه د خطي انټرپولېشن په نامه یادیږي.
که یو څلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه پـه لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پیداکولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص پـه لانـدې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوپه یو (injective) ده یعنې د هر

$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایې.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په ځټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، څکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

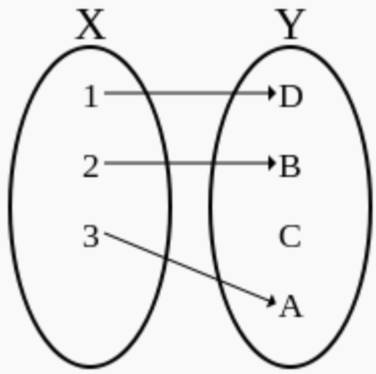
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

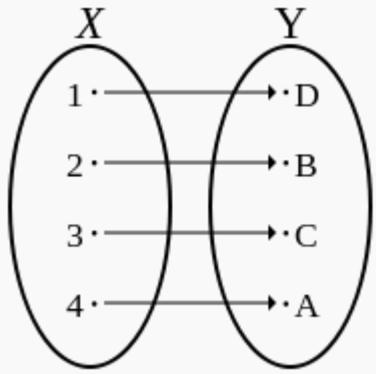
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټې د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړې، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي
او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څېړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو
څېړنه ځکه اړينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې
پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه
دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـم ټلګې کتاب ته.

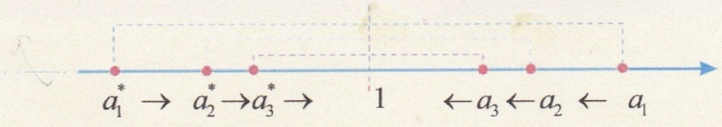
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګې کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا
کرښه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کیڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زیاتېدو سره نږدې کېږي، یعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهایت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ ام حد که n بې نهایت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېمیټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړي پړاو کې هغه په خو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نیولو سره تر څېړنې لاندې نیسو.

زه پوهیږم، چې دا کار دې درنو لیکوالانو ولې کړی؟
له همدې پیله روښانیږي، چې محترم لیکونکي د درس سره کومه بلدتیا نه لري.
په پورته کي دا دوه پرلپسي هیڅکله له) ۱ « سره نه برابریږي، لکه ښاغلی لیکوال چې لیکي.
پسي یي بیا د پرلپسي یا ردیفونو لپاره بیل بیل ګرافونه کښلي.
په پرلپسیو یا ردیفونکي چې موږ لیمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسي کونورګنت او ډیورګنت دي. په پرلپسي کي اړین نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسي له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسي پرلپسي شته او هغه یو ترادف دی نه دوه.
دویم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه یې لیکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسي داسي یوې موضوع ته راغلی او بیا د ښي او کیڼ لوري لیمیټ ته راځي او که وکتل شي، نو په لیکنو کې کوم توپیر نه شته. دلته د زده کړې څه نه لیدل کیږي او دا اخره کرښه یې داسي ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چیرې دا ټیک هم وي، نو ځای یې بې ځایه څکه راوړي، چې د ښي او کیڼي لور لیمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څیړل(که چیرې څیړنه یې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، یعني څه؟ دا هیڅ مفهوم یا ترې پوهیدنه نه لري. که ... ترادف وي هم باید د ترادف په ډول ولیکل شي او که تابع وي هم باید د تابع په ډول ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچنی دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \dots \to a^+$$

له کيڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \dots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \ \Leftrightarrow\ (x \to a^+\ ,\ x \to a^-)$$

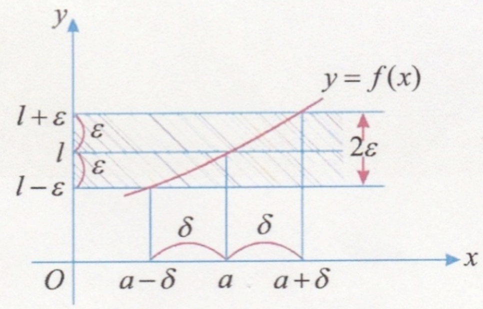
د

$$\forall \delta > 0: |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوې وي
داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکې هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولي.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، خکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوی. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x\to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0\ :\ |x-a| < \delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = l \ \Leftrightarrow\ \ (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$، او $\exists$ نه دې ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کيږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کې بيلګه راوړي او بيا دا ښايي، ښي او کيڼې لورې ليميټ يې شميري.

بايد د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$، لپاره $x \neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کې ليکي. دا چې دا بايد څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کې شته.

دويمه بېلګه: و ښيئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کيڼې خوا لېميټونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

ليدل کېږي چې د ښی خوا او کيڼې خوا لېميټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لورې او نه د کيڼې لورې دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکې خبره ده.........

دويمه طريقه: د لېميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعنې دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د لېميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېميټ لري، يعنې: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او تيکاوی:

د کتاب په پيل کې راوړل شوې د ترادف يا پرلپسې موضوع بايد د يوولسم ټولګې کتاب کې پوره څېړل شوې وی، مګر هلته يې يوائې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه يا کونورګنت او له پولې اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتيا کې د ترادف يا پرلپسې څيړنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

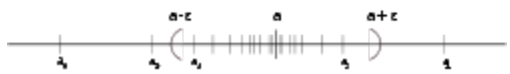
(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د یوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتیا کې خپل غوره والی او اړینوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته یې ګوته نه نسم، همدا بسیا کوي، چې څه په کې نه دي ویل شوي یا لیکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

یادونه: دا چې ګومان کیږي د داسې لیکنو سره به بلدتیا لږ وي، نو تشریح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څېره کې ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقیقي اعدادو (ګڼونو) ترادف یا پرلپسي وي، نو عدد $a\in\mathbb{R}$ د دې ترادف یا پرلپسي پوله ارزښت بلل کیږي او پرلپسي a ته کونورګیر کیږي یا a ته هڅیږي یا نږدې کیږي، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره په انټروال $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ کې له یوه اندکس یا پیژند نخښې اخوا یا وروسته یا پسې د پرلپسي یا ترادف ټول غړي(دوي یې حدونه یا جملې بولي، نه پوهیږم ولې؟) د انټروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انټروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکي شننې څخه تیریږم)

لنډ پیژند یې:

عدد $a\in\mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کیږي، که د ټولو $\varepsilon > 0$ لپاره یو طبیعي یا پیداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n - a| < \varepsilon$ باور ولري، که $n \geq N.$ وي.

دا پیژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو اینډکس N شته، داسې چې له دې اینډکس یا پیژندنخښې وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړې د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي یعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت لیکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

د دې لیکدود سره سم د یوې پرلپسي پوله ارزښت تعریف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad \Longleftrightarrow \quad \forall\varepsilon > 0\ \exists N\in\mathbb{N}\ \forall n\geq N:\ |a_n - a| < \varepsilon$$

د داسې لیکنو لپاره د ε (لوستل: ایپسیلون) توری ورځنی یا مروج شوی.

بېلګه:

په یوه بېلګه کې یې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د$\frac{1}{n}$ پرلپسي یا ردیف و 0 ته کونورګنت وښایو، یو د مخه ورکړ شوي ε ته یوه په خوښه طبیعي عدد یا ګڼN ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n > N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پیژنو یا تعریفوو:

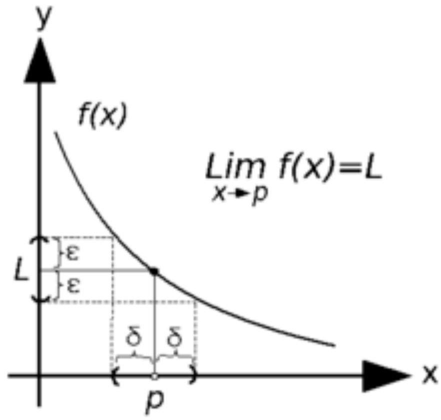
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې یې لیکو: $\lim_{x \to p} f(x)=L$

لوستل یې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې یې شمیرپوهنیز لیک دود باندې تعریفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $0 < \varepsilon$ لپاره یو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شمیرپوهنیز یا ریاضیکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځیره



پورته دوه تعریفونه برابر ارزښته دي یعني له یوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ یا برعکس یعني لیکو:
تعریف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کیږي، L دی، ټیک هلته یا هلته یا هلته او هلته یا هلته او په څټ، یا له دې لاس ته راځي او په څټ یا برعکس چې د هر $0 < \varepsilon$ لپاره یو $0 < \delta$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسیا کوو، که څه هم روښانه کیدل نوري شنني ته هم اړتیا لري.

دې ته دلته په اخر کې بیا ګوته نیسم، چې دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي ډول لیکني ستونځمني دي او باید ترې تیر شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتیب ګران لیکونکي لیکلی چې زه نور پرې نه غږیږم.
دا بسیا کوي، چې کتاب د ښوونځیو څخه راټول شي او له سره ولیکل شي.

ستاسو له سرې سینې څخه – که ومو لوسته- ډیره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شینواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library