

# جیومتریک مفاهیم

او

## فورمولونه



لیکنہ او ترتیب : نعمت اللہ پتا نزی

بِسْمِ اللّٰہِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# دالي

هر هغه چا ته چې تل د ناپوهی د تورتمونو له  
ملامتیا خخه د ڙغورلو هڅي کوي .

پتانزی

د چاپ ټول حقوق یې له لیکوال سره خوندي دي .

## دمطالبولیک

**مخکنہ****سرلیک**

۱۳.....	سریزہ.....
لومری خیرکی : هندسیز(جیومتریک) مفاهیم	
۱۵.....	تعاریف(پیژندنہ).....
۱۶.....	دلیل یا برهان (Logical Reason)
۱۶.....	ہندسی اصول
۱۶.....	موضوعہ اصول
۱۶.....	متعارفہ اصول
۱۷.....	داقلیدس اصول
۱۸.....	قضیہ .....
۱۸.....	موضوعہ اصل اوقضیی توپیر
۱۸.....	فرضیہ یا شرطیہ
۱۸.....	حکم یا مطلوب یا نتیجہ
۱۸.....	دقضیی ثبوت .....
۱۹.....	مستقیم ثبوت.....
۱۹.....	غیرمستقیم ثبوت
۱۹.....	معکوسی(سرچپہ) قضیی .....
۱۹.....	نقطہ(تکی).....
۲۰.....	نقطہ (تکی) په مستوی کی .....
۲۰.....	مستقیم خط .....
۲۰.....	فضاء.....
۲۰.....	دری ارخیزہ فضاء.....
۲۰.....	شکل .....
۲۰.....	مستوی.....

۲۱.....	دمستوی بنودنہ
۲۱.....	سطح
۲۱.....	مساحت
۲۱.....	محیط
۲۲.....	حجم
۲۲.....	ارتفاع(جگوالی)
۲۲.....	قطر
۲۲.....	وتر
۲۲.....	قوس
۲۲.....	قطاع
۲۲.....	قطعہ
۲۳.....	رأس
۲۳.....	میانہ
۲۳.....	قطعہ(توبہ) خط
۲۳.....	نیم خط (شعاع)
۲۳.....	دخط دولونہ
۲۴.....	دمستقیم خط حالتونہ
۲۵.....	شاول (شاقول)
۲۵.....	اوبه لرونکی تله یا آب تراز
۲۶.....	ددوه یا خومستقیم خطونو حالتونہ
۲۷.....	زاویہ
۲۷.....	منفی زاویہ
۲۸.....	مثبتہ زاویہ
۲۸.....	دزاویی بنودنہ
۲۸.....	دزاویی داندازہ کولوواحدونہ

۳۰.....	مثلثاتی دایره (Circle Unite)
۳۰.....	ددرجی، گراد اور ادیان بدلوں پہ یوبل باندی
۳۰.....	د پائی ( $\pi$ ) حیرانوونکی عدد
۳۴.....	دیوی زاویی معیاری حالت (Standard Position of an angle)
۳۴.....	کوت्रمینل زاویی (Conterminal angles)
۳۵.....	نقالہ
۳۵.....	دزاویی ڈلونہ
۳۶.....	مجاوری زاویی
۳۶.....	مکملی زاویی
۳۶.....	متهمی زاویی
۳۷.....	مکملی مجاورہ زاویی
۳۷.....	متهمی مجاوری زاویی
۳۷.....	رأس تہ مخامخ زاویہ
۳۸.....	مستقیمہ زاویہ
۳۸.....	دارتفاع زاویہ (Angle of Elevation)
۳۸.....	دتنزیل زاویہ (Angle of Depression)
۳۸.....	ناصف الزاویہ
۳۹.....	عمودی ناصف
۳۹.....	دوہ مخیزہ یا فرجھے زاویہ
۴۰.....	دیوی دوہ مخیزی مسطحہ زاویہ
۴۰.....	دری مخیزہ
۴۰.....	جامدہ زاویہ یا کنج
۴۱.....	ارتسام
۴۱.....	خومخیزہ (خووجھی)
۴۲.....	محدبہ خومخیزہ

۴۳.....	معقره خومخیزه
۴۳.....	د خومخیزی قطر
۴۳.....	د خومخیزی دنه او بهر
۴۳.....	منظمه خومخیزه
۴۴.....	منظمه شپر مخیزه
۴۴.....	منظمه دولس مخیزه
۴۵.....	مشابهت (ورته والی)، ورته شکلونه
۴۵.....	ورته مثلثونه
۴۵.....	ورته مضلع
۴۶.....	تناظر
۴۶.....	تناظری محور
۴۷.....	محوری تناظر
۴۷.....	مرکزی تناظر
۴۸.....	دقایم مختصات سیستم
	دویم چپرکی : داوردوالی ، سطحی او حجم واحدونه
۴۹.....	داوردوالی (طول) واحدونه
۵۰ .....	د سطحی واحدونه
۵۱.....	د حمکی دپراخوالی داندازه کولو واحدونه
۵۲.....	د حجم واحدونه
۵۳.....	د حجم دواحدونو د تبدیلولو جدول
	دریم چپرکی: مسطح هندسه
	مضلع یا خوپلعي
۵۴.....	دمضلع یا خوپلعي دمساحت او حجم فورمولونه
۵۵.....	دمضلع یا خوپلعي د قطرونوندشميرفورمول
۵۵.....	دهقه منظم مضلع یا خوپلعي د اضلاع او دشميرفورمول چي يوه داخلي زاويه يې معلومه وي

..... ۵۵	دمضلع یا خوپلعي دداخلي او خارجي زاويمجموعه
..... ۵۶	خلورضلعي
..... ۵۶	دخلورضلعي دولونه
..... ۵۶	مربع
..... ۵۷	دمربع قطرونه
..... ۵۷	دمربع دمساحت او حجم فورمولونه
..... ۵۷	مستطيل
..... ۵۷	دمستطيل قطرونه
..... ۵۷	دمستطيل دمساحت او حجم فورمولونه
..... ۵۸	معين يا لوزي
..... ۵۸	دمعين يا لوزي قطرونه
..... ۵۸	دمعين يا لوزي دمساحت او حجم فورمولونه
..... ۵۸	متوازي الاضلاع
..... ۵۹	دمتوازي الاضلاع دمساحت او حجم فورمولونه
..... ۵۹	ذوذنقه يامنحرف
..... ۶۰	ذذوذنقه يامنحرف دمساحت او حجم فورمولونه
..... ۶۰	دمنظم پنهي ضلعي دمساحت فورمول
..... ۶۰	دمنظم شير ضلعي دمساحت فورمول
..... ۶۱	دمنظم اته ضلعي دمساحت فورمول
خلورم خپرکي : مثلث (Triangle)	
..... ۶۲	دمثلث بنودنه
..... ۶۳	دمثلث دولونه
..... ۶۳	ضلعلوله خوادمثلث دولونه
..... ۶۴	دوايواله مخي دمثلث دولونه
..... ۶۴	دمثلث دداخلي او خارجي زاويمجموعه

۶۵.....	دمثلت دا ضلاعو او زاویو خاصیتونه
۶۵.....	دمثلت دا ضلاعو او زاویو ترمنج اریکی
۶۵.....	دمثلت دا ضلاعو خاصیتونه
۶۵.....	دمثلت دداخلي زاویو دپراخوالی مجموعه
۶۵.....	دمثلت دخارجی زاویو خاصیتونه
۶۵.....	دفيثاغورث قضیه
۶۶.....	دقضیي عکس (سرچه)
۶۶.....	دقایم الزاویه مثلث قضیي
۶۷.....	دمثلت دمساحت او حجم فورمولونه
۶۷.....	دمثلت دمساحت عمومي فورمول
۶۷.....	دقایم الزاویه مثلث مساحت
۶۷.....	دمساوي الاضلاع مثلث مساحت
۶۸.....	دمثلت مساحت ددوه ضلую او ددوه ضلوع ترمنج دزاویي له جنسه
۶۸.....	دمثلت مساحت دمثلت دضلую داوردوالی له جنسه
۶۸.....	دمثلت دمساحت پیداکول دریو ضلعلو جنسه (دهیرون فورمول)
۶۹.....	دمثلت دمساحت پیداکول چي درأسونو وضعیه کمیات یې معلوم وي
۶۹.....	دمثلت دمیانی فورمول
۶۹.....	دمثلت دناصف الزاویي فورمول
۷۰.....	دیوه مثلث دمحیطي دائري دشعاع پیداکول
۷۰.....	دیوه مثلث دمحاطي دائري دشعاع پیداکول

### پنځم خپرکی: دائره

۷۲.....	دادایري عناصر (Elements of Circle)
۷۳.....	دادایري زاویي
۷۳.....	دادایري مرکزي زاویه

۷۴.....	دادایری محيطي زاویه (Inscribed Angel)
۷۵.....	دادایری مماسي زاویه
۷۵.....	دادایری داخلی زاویه
۷۶.....	دادایری خارجي زاویه
۷۶.....	دمضلع دایری
۷۶.....	دمضلع محيطي دایره
۷۷.....	دمضلع محاطی دایره
۷۷.....	دمثلث خارجي محاطی دایره
۷۸.....	دادایری د مساحت ، محیط او حجم فورمولونه
۷۸.....	دادایری دقطعی (segment) مساحت
۷۹.....	دادایری دقطاع (sector) مساحت
۷۹.....	دادایری دقوس (arc) اوردوالی
شپرم خپرکی : دفاضایی هندسی جسمونو مساحت او حجمونه	
۸۰.....	مستطیل مکعب (Cuboid)
۸۰.....	د مستطیل معکب دمساحت او حجم فورمولونه
۸۱.....	مربع مکعب (Cube)
۸۱.....	دمربع معکب دمساحت او حجم فورمولونه
۸۱.....	منشور
۸۲.....	دمنشور دلولونه
۸۲.....	قایم منشور
۸۲.....	مايل منشور
۸۲.....	منظم منشور
۸۲.....	ناقص (نیمگری) منشور
۸۳.....	دمنشور دمساحت او حجم فورمولونه
۸۳.....	متوازي السطوح

۸۴.....	هرم
۸۴.....	دهرم دمساحت او حجم فورمولونه
۸۵.....	کره
۸۵.....	دکری و تر
۸۵.....	دکری قطر
۸۵.....	دکری دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکری دخولی (کلاهک) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکری دقتعی دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکری دقطعاع دمساحت او حجم فورمولونه
۸۷.....	الپس(بیضوی)
۸۷.....	دالپس(بیضوی) قطرونه اورأسونه
۸۸.....	دالپس (بیضوی) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۸.....	استوانه
۸۸.....	داستوانی دمساحت او حجم فورمولونه
۸۸.....	احاطه (چمبر)
۸۹.....	داحاطی (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۹.....	مخروط
۸۹.....	مخروطی مقاطع
۹۰.....	دمخروط دمساحت او حجم فورمولونه
۹۱.....	نیمکپی(ناقص) مخروط
۹۱.....	دنیمکپی(ناقص) مخروط دمساحت او حجم فورمولونه
۹۲.....	دھینوہندسی مسطح او فضایی جسمونو دمساحت ، حجم او محیط دفورمولونو جدول
۹۶.....	دھینومنظمو جسمونو ترمنج اریکی
۹۷.....	منابع او مأخذ(References)

۹۸..... دليکوال لنده پيژندنه

## سریزه

**الحمد لله ، والصلوة والسلام على رسول الله ، وعلى آله وصحبه وبعد :**

نوموری کتاب چې دخوپلعي ، منظمو مسطح اوفضایی هندسي جسمونو یاشکلونو دمساحت (پراخوالی) ، محیط (چاپیریال) ، حجم او داسې نورو مسائلو د معلومولپاره ترې کته اخیستل کېږي د جیومتریک مفاهیم او فورمولونه په نوم مې په ډیره خیرکتیا سره دریاضی او هندسې د مختلفو کتابونو خخه راتول کړ ترڅوله دې لارې زده کوونکي ، محصلین او استاذان د نوموره مسائلو د حل لپاره ترې کته واخلي .

بایدې په يادولرو چې نوموری فورمولونه د منظمو هندسي جسمونو یاشکلونو لپاره وراندي شوي دي که چيرته هندسي جسمونه یاشکلونه غیر منظم وي نولازمه ده چې لومړي غیر منظم هندسي شکلونه په منظمو شکلونو واره او بیا وروسته له دې فورمولونو خخه کته واخلو . همدارنګه په دې کتاب کې د دمسائلو د حل لپاره فورمولونه له ثبتو نو پرته وراندي شوي دي ، خرنګه چې دافورمولونه د هندسې په علم کې کره او دقیق ثابت شوي دي نو ؛ دلته یې ثبوت ته اړتیانه لیدل کېږي بلکه فورمولونه د کارونې او کټې اخیستني لپاره واضح بیان شوي دي .

د جیومتریک مفاهیم او فورمولونه د کتاب په لومړي خپرکي کې دارتیا ور هندسیز مفاهیم او پیژندې له لنډو تعریفونو او ځانګړو شکلونو سره بیان شوي دي ترڅولو ستونکي د هفو مفاهیم سره بلدیا و مومي کوم چې د مسطوحی او فضایی هندسې په مختلفو برخوکي د مسائلو په حل کولوکي ورسه مرسته کولای شي .

همدارنګه ددې کتاب په دویم خپرکي کې دا وردوالی ، سطحی او حجم واحدونه په لنډه توګه بیان شوي دي ، کوم چې د هندسي جسمونو یاشکلونو دمساحت ، حجم ، محیط او داسې نورو مهمو مسائلو د لاس ته راولولپاره ډېر اړین او لازمي بلل کېږي .

د جیومتریک مفاهیم او فورمولونه د کتاب په دریم خپرکي کې مضلع یاخوپلعي او په ځانګړې توګه خلورضلعي او دهه ډولونه لکه : (مربع ، مستطیل ، معین یالوزي ، متوازي الاضلاع ، ذوذنقه یا منحرف ) له تعریفونو ، لنډې تشریح او معلوماتو سره بیان شوي دي اوله هغه وروسته یې د نوموره خوپلعي د مساحت ، محیط او حجم لپاره په زره پوري فورمولونه وراندي شوي کوم چې په ورخنیو چاروکې ترې کته اخیستل

کیری لکه دسمو(آبادو) اوناسمو(شارو) ھمکو او داویلودخونو ، هتیو او داسی نورو مسطحو جسمونو دمساحت (پراخوالی) او محیط(چاپیریال) داندازه کولو او دھغه دویشلوپاره چې په کلیوالی او سیمیزو سیمکوکی به پخوانیو خلکودھمکی ویش دېری(رسی) او یادېتکی(لنگی) په زريعه ترسره کاوه چې په او سنیو شرایطوکی زیاتره خلک دپخوانیو خلکودھمکو ، خونو ، هتیو او نورو .. دویش خخه ناخوبن دی ، دې مسئلې دوه اړخه درلودل یوداچې پخوا داوردوالی(طول) داندازه کولولپاره دھغه ارین او هم واحدچې متردی په پراخه کچه په کلیوالی او سیمیزو سیمکوکی موجود نه ؎ ، بل داچې خلکوزیاتی ھمکی درلودی او دوکرو اندازه (نفوس) کم ۽ بر عکس او س چې نفوس زیات شوی دی او دھمکواندازه کمه ده نو خلک دھمکی په ویشنې کې له ډیرپام خخه کاراخلي .

ددې کتاب په خلورم څېرکي کې مثلث او دھغه د مختلف د لوونو د مساحت او دھغی نور اړوند مسائل بیان شوی دي .

همدارنګه ددې کتاب (جیومتریک مفاهیم او فورمولونه) په پنځم څېرکي کې ددایرې دھغه د عناصر او زاویو په اړه ګټور معلومات و راندې شوی دي کوم چې ددایرې دمساحت او حجم دلاس ته راولولپاره ارین بلل کیری اوله هغه وروسته ددایرې دمساحت او حجم د معلومولولپاره فورمولونه و راندې شوی دي .

ددې کتاب (جیومتریک مفاهیم او فورمولونه) په شپږم څېرکي کې د فضایي منظمه هندسي شکلونیا جسمونولپاره لکه : « مستطیل مکعب ، مربع مکعب ، منشور ، متوازی السطوح ، هرم ، کره ، الپس یابیضوی ، استوانه ، احاطه (چمبر) ، مخروط اوناقص (نیمکړی) مخروط » لپاره تعریفونه او دھغه دمساحت او حجم د معلومولولپاره اساسی فورمولونه و راندې شوی دي ترڅو دا زیاپه وخت کې ورڅه ګټه واخیستل شي . ددې لپاره چې په کلیوالی او سیمیزو سیمکوکی دېرته ذکر شویو ستونزولپاره دپای تکی کینبودل شي په همدي منظوري دا کتاب جیومتریک مفاهیم او فورمولونه په نوم تهیه او ترتیب کړ ترڅو لوستونکي یې له ګټوبرخمن شي .

## ربنا قبل منا انك انت السميع العليم

ستاسو د دعاوو په هيله

نعمت الله پتانزی

## لومړۍ خپرکي

### هندسيز(جيومتریک) مفاهیم

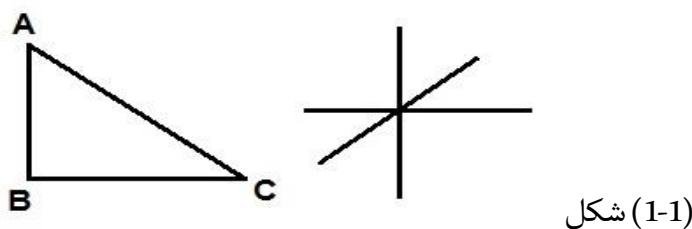
مخکي له دې چې هندسيز (جيومتریک) مفاهیم بیان کړو اړینه ده چې دهندسي دپوهی په اړه عمومي معلومات ولروچې په لاندې کربنکوکي یې په لنډه توګه یادونه کوو : هندسه چې په انگلکلیسي ژبه کې ورته (Geometry) او په یونانی ژبه کې ورته ( $\gamma\mu\epsilon\tau\rho\alpha$ ) وايي چې ژئويا جيوجمکي او متري یې اندازه کولوته وايي. یعنې هندسه دریاضیاتو هغه خانګه ده چې دشکلونو، اندازو، دشکلونونسی موقعيت او د فضاء د ځانګړنو سره سرو کار لري ، دهندسي پوهه په خپلواکه توګه دلومړنيو تمدونونو د عملی پوهه او زده کړو د ملاد تیرحیثیت درلود چې داوردواли ، مساحت ، محیط او حجم او داسې نورو... په اړه خرگښه شوې ده او د هغې بنسټ د تالس په وخت کې (دمیلاد نه شپږیږی مخکي) په لویدیخ کې کېښو دل شو. او د میلاد نه دری پېړی مخکي افلدیس موضوعی اصل په توګه منځ ته راوره او د هغې لپاره یې دا قلیدسي هندسي په نوم ځینې معیارونه و تاکل چې تردیره یې دوام وکړ. ارشمیدس د مساحت او حجم د محاسبې لپاره په دیر ژور ځیرسره ځینې طریقې و راندې کړې چې په دیرو موادر د کې دنوی انتیکرال د حساب و راندوينه بل کیدای شي . خو دلته موږ ځینې مهم هندسيز(جيومتریک) مفاهیم په لنډه بنه په لاندې توګه تشریح کوو:

**تعريف (پېژندنه)<sup>1</sup>:**

د هرشي دې پېژندنې لپاره ده ځې د ځانګړنو او صفاتو مناسب او لازم بیان ته تعريف ويل کېږي . د صفاتو او ځانګړتیاو بیان باید مناسب (نه لړاونه زیات) وي ، دمثال په توګه که ووايوچې : «مثلث هغه شکل دي چې د دریو مستقیمو خطونوله تقاطع خخه منځ ته رائحي ». دغه تعريف پوره نه بشکارېږي امکان لري چې دری خطونه متقطع وي خومثلث جورنې کړای شي . خوکه ووايوچې : «مثلث هغه شکل دي چې له دریو متقطع خطونو خخه چې دوہ پردوه يوله بل سره په دریونقطوکې متمایزوی منځ ته رائحي ».

<sup>1</sup> - اکړچې تعريف (پېژندنه) یو عمومي مفهوم په ګوته کوي خودلته یې دهندسېزو مفاهیم په ټراو یادونه کوو.

چې نوموری تعریف بشپړ (پوره) بسکاریري . لکه په لاندې شکل کې :



(1-1) شکل

- بنه تعریف بايد اضافي توضیحات ونه لري او هیچ یوه برخه یې دله منځه ورلو ورنه وي .
- تعریف بايد پراخه او مانیزوی .

### : (Logical Reason)

هغه ذهنی عمل ته چې له سم (صحیح) مخکینی راپورڅخه راتلونکی راپورته ورسیږي او ده ګه سموالي ده ګه خه په اساس چې مخکی منل شوي دي ومنو دليل یابرهان بلل کیږي .

### هندسي اصول:

دهندسي په علم کې یوشمیرلومړنی ، ساده او بسيط مفاهیم شته چې ده ګوی صحت او حقیقت پرته له کومو دلایلوڅخه دمنلووړدي ، چې دامفاهیم دهندسي اصولو په نوم یادېږي . هندسي اصول دهندسي دعلم اساس او بنست تشکيلووي .

### موضوعه اصول:

هغه فرضيې دی چې درياضي په یوه ځانګړې برخه کې استعمالېږي ، د موضوعه اصولو (postulates) په نوم یادېږي .

### متعارفه اصول:

هغه فرضيې چې درياضي په ټولو برخوکې داستعمال وړوي دمتعارفه اصولو (Axioms) په نوم یادېږي . دمثال په توګه : که وايواچې «ددوو راکړل شویونقطو څخه یوازې او یوازې یومستقيم خط تيرېږي » . دادهندسي یوموضوعه اصل دی حال داچې :

$$a=b \quad \text{که}$$

$$b=c \quad \text{او}$$

وې نو ؛  $a=b$  کېږي . دا یومتعارفه اصل دی . حکه دافرضیه نه یوازې په الجبرکې بلکه درياضي په نورو برخوکې هم صحت لري او استعمالیدلای شي .

### داقلیدس اصول :

دهندسی دعلم خواره واره مفاهیم او مفکوري دلومړي حل لپاره یوناني عالم اقلیدس (Euclid) چې د میلاد څخه مخکې په دريمه پېړی کې یې په اسکندریه کې دهندسی دعلم تدریس کاوه په دیارلسو 13 څېړکوکې ترتیب کړل ، نوځکه داقلیدس دعاصرو یاداقلیدس د مقدماتو په نوم یادېږي .

**تعريف :** هغه اصول چې اقلیدس ورڅخه دهندسی دعلم په معرفې او پېژندنه کې ورڅخه کاراخیستی داقلیدس داصولو په نوم یادېږي .

دا اصول دمسطحې هندسی په پېژندنه کې داستعمال وردی او په لاندې دول بیانېږي :

- (1) له دوو نقطو (ټکو) څخه یوازې او یوازې یومستقيم خط تیرېږي .
- (2) هرقطعه خط دیوه معین قطعه خط په اندازه دیوه خط پرمخ تولید او غزیدلاي شي .
- (3) هره دائيره دهفي دمرکزاوشاع په وسیله مشخص کیدای شي .
- (4) ټول قایمې زاویې یودبل سره مساوی اوانطباق منونکې دي .
- (5) که چیرې بوقاطع دوه مفروض مستقيمونه قطع کړي که دهفو داخلی زاویو دپراخوالی مجموعه چې دقادع یوې خواهه په لاس راحې له دوو قایموڅخه لړوی ، نو هغه مفروض خطونه دقادع هماغې خواهه یوبل سره قطع کوي (یوځای کېږي) .
- (6) یوهندسی شکل بې دهげ دشکل او اندازې د تغیرڅخه دیوه ځای نه بل ځای ته انتقالیدلاي شي .
- (7) هرقطه خط یوه منځنۍ نقطه لري .
- (8) هره زاویه یوناصلن لري .
- (9) یومستقيم خط په هره اندازه چې وغواړو غزوډلای شو .
- (10) که چیرې دوه شیان (مقداره) ددریم شي سره مساوی وي نو په خپل منځ کې هم سره مساوی دي .
- (11) که دهريوه دوو مساوی شیانوڅخه یودریم شي اضافه شي نو ددوی مجموعې په خپل منځ کې سره مساوی دي .
- (12) که دهريوه دوو مساوی شیانوڅخه یودریم شي طرح (کم) شي نودتقريق حاصلونه یې په خپل منځ کې سره مساوی دي .
- (13) که دهريوه دوو غیر مساوی شیانوڅخه یودریم شي اضافه شي نو ددوی مجموعې سره مساوی نه دي .
- (14) هرکل دخپل جرڅخه لوی وي .



✓ پورتنی انحور دیاپیروس اکسیرینکوس (دهندسی د تاریخ) دی چې داقلیدس حینې اصول را ته بنایي .

**قضیه :**

قضیه یومفهوم یامفکوره ده چې ده گې صحت او حقیقت د موضوعه اصولو به بنسټ دیوراز منطقی دلایلو اوستدالونو په ذریعه حاصلیبی او یاه گه مفاهیم چې ده گوی د صحت او حقیقت لپاره یولې منطقی دلایلو ته ارتیا وی . هره قضیه دوه برخې لري :

لومړی برخه یې فرضیه یا شرطیه او دویمه برخه یې مطلوب یا حکم دی .

**موضوعه اصل او قضیې توپیر:**

- یوم موضوعه اصل هغه ساده مفهوم دی چې ده گه د حقیقت د صحت لپاره دلایلو ته ارتیا نه وي .

- قضیه هغه مفهوم دی چې ده گه د حقیقت د صحت لپاره منطقی دلایلو ته ارتیا وي .

**فرضیه یا شرطیه:** د قضیې هغه برخه چې په عمومی توګه د «که چیرې» په کلمه پیل کیری .

**حکم یا مطلوب یا نتیجه:** د قضیې هغه برخه ده چې د «نو» په کلمه پیل کیری .

**دقضیې ثبوت:** دیوې قضیې د ثبوت خخه مقصد دادی چې : دیولې منطقی دلایلو اوستدالونو په راولوا او دهندسی اصولو خخه په کارا خیستلو سره د قضیې حکم ده گې له فرضیې خخه په لاس راورو . په دغه برخه کې د اصطلاحاتو ، تعریفونو ، موضوعه او متعارفه اصولو او د مخکنیو ثبوتونو له نتیجې خخه کارا خلو . دهندسی مسائلو ثبوت خوب برخې لري چې هر یو یې په لنده توګه بیانوو :

(1) **شکل:** د قضیې په مرسته باید شکل د اسې رسم شي چې په هغه کې شرط او نتیجه دواړه په واضح او خرگنده توګه بنو دل شوي وي ، تولې نقطې ، اضلاع ، زاویې او نور یې په بنکاره ډول د پوهیدو ور وي .

(2) **مفروض:** په دې برخه کې بايد قضيي په غورسره و خيرل شي او د شکل په مرسته د قضيي ټول شرایط واضح او په ساده ډول بيان شي .

(3) **مطلوب:** د قضيي هغه برخه چې غواړو ثبوت یې کړو بايد د شکل په مرسته تحلیل او ساده بيان شي او ټول اهداف یې واضح شي .

(4) **عمل یاترسیم :** د لته بايد هغه موضوعات و خيرل شي او په شکل کې رسم شي د کوموپه واسطه چې مونږ غواړو قضيي ثبوت کړو او کوم چې په ثبوت کې راسره مرسته کوي .

(5) **ثبوت:** د یولې منطقی استدلالونو په راولو او د هندسي اصولو خخه په کاراخیستلو سره بايد د قضيي حکم ده ګې له فرضي خخه په لاس راویل شي .

#### مستقیم ثبوت :

په مستقیم ثبوت کې د قضيي حکم ده ګې د فرضي خخه په مستقیم ډول د یولې منطقی استدلالونو په وسیله لاس ته راحي .

#### غیرمستقیم ثبوت :

په غیرمستقیم ثبوت کې د یوې قضيي د حکم ده ګې د فرضي خخه په منطقی استدلالونو په ثبوت رسیري ، چې په دې صورت کې د یوې قضيي صحت او حقیقت پخپله ثبوت ته رسیري .

#### معکوسی (سرچپه) قضيي :

که چیرې دوې قضيي د داسې خواص ولونکې وي چې د یوې قضيي فرضي د بلي قضيي نتیجه او د بلي قضيي نتیجه دلومړۍ قضيي فرضي وي ، نوداسې قضيوته معکوسی (سرچپه) قضيي وايي . لکه لاندې دووه قضيي :

**لومړۍ قضيي:** که چیرې یو مثالث متساوي الساقین وي نودووه مساوی زاویه لري .

**دویمه قضيي:** که چیرې یو مثالث دوې مساوی زاویه ولري نوموري مثالث متساوي الساقین دي .

#### نقطه (تکی) :

نقطه (تکی) د یوې ذهنی مفهوم په توګه پېژنو او د یوې لومړنۍ اصطلاح «ناشونی تعريف» په توګه یې منو .

یا: د یوې مستوی پرمخ یوې نښې ته نقطه (تکی) ويل کېږي . بآپه بل عبارت: یوې نښه ده چې په کاغذ باندې د پنسل دنري خوکې له اینښو دلوا خخه منځ ته راحي او د یوې توري په واسطه بنو دل کیوې .

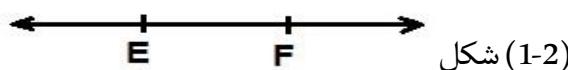
لکه:  $A$  نقطه (.) .

**نقطه (تکی) په مستوی کي :**

دقایم وضعیه کمیاتوپه سیستم کي هغه نقطه چې د  $(x,y)$  دوه مختصوپه واسطه و تاکل شي ، چې  $x$  د نقطې د فاصلې او عدی د ترتیب په نوم یادبری .

**مستقیم خط :**

مستقیم خط هم دیوی لومړنی اصطلاح «ناشونی تعريف» په توګه منو. یا: خط دی چې دواړو خواوو ته امتدادورکول کیدای شي او اوردوالی یې اندازه کیدای نه شي مستقیم خط بلل کیري . لکه په لاندې شکل کي د  $\overleftrightarrow{EF}$  مستقیم خط :



شکل (1-2)

**فضاء:**

فضاء دیوی لومړنی اصطلاح «ناشونی تعريف» په توګه منو.

**لومړی اصل :** فضاء د لایتناهي نقطو یوه مجموعه د .

**دویم اصل :** په فضاء کې لېټرلره خلور نقطې موجودې وي چې په یوه مستوی کي واقع نه وي .

**دری اړخیزه فضاء :**

دری اړخیزه فضاء هم د لوړنیو مفاهیمو (ناشونیو تعريفونو) له دلي خخه ده ، په هغه فضاء کي ژوند کوو دری اړخیزه ده ، خط او مستوی چې هم یواړخیزه اوهم دوه اړخیزه دی د فضاء یوه برخه بلل کیري .

**شکل :**

دنقطو هرې مجموعې ته شکل ويل کیري .

**مستوی :**

مستوی هم د لوړنی اصطلاح «ناشونی تعريف» په توګه منو.

**لومړی اصل :** په هر مستوی کې لېټرلره دری نقطې موجودې دی چې پريوه مستقیم واقع نه دي .

**دویم اصل :** له هرو دریون نقطو خخه چې پريوه مستقیم واقع نه وي یوم مستوی تیرپری .

**دریم اصل :** که چېږي دیوہ مستقیم خط دوه نقطې په یوه مستوی کي واقع وي نو؛ خط هم په مستوی کي واقع دي .

- که چیرې دیو خط تولې نقطې په یوه مستوی کې واقع وي نودسطحې دې شکل ته مستوی ويل کيږي .

**دمستوي بندنه :**

يومستوي په یوه مستطيل او يامتوازي الأضلاع کې چې په یوه خنده کې يې یو تکي لیکل شوي وي بشودل کيږي .



(1-3) شکل

**سطح:**

سطح دهندسي له اساسی مفاهيمو خخه ګنل کيږي چې ده فزيکي او فضايي جسم ترمنځ سرحد او يابوې برخې ته سطح ويل کيږي . لکه د ميز سطح ، د دیوال سطح او داسي نور ..

**مساحت (Area):**

مساحت دیوې دوه اړخیزې سطحې د پراخواли ټاکل کیدلوته وايي ، ده هندسي شکل توله سطح یادهندسي شکل کف ته ده ګه شکل مساحت ويل کيږي . کيدای شي د ګه سطح په یوه دوه اړخیريادري اخیرشکل پوري اړه ولري .

يا په بل عبارت : دیوې شکل یا جسم مساحت (پراخواли) ده ګه جسم یا شکل کو چنيو ثابتو مربعاتو ته په اړولوسره ده ګه د سطحې د مربع دواحد په اساس لاس ته راخي . سطح د فضاء دا بردوالی او سور د حاصل ضرب خخه اطلاقيږي ، سطح یوه دوھ بعدي (دوه اړخیز) کميٽ دي په داسي حال کې چې حجم دری بعدي (دری اړخیز) کميٽ دي .

**محیط (Perimeter):**

دقطعه خط یا قطعه خطونو او مسیره ګه مجموعې ته چې یوشکل یا یوه سطح یې احاطه کړي وي محیط ويل کيږي . دیوې رسی په واسطه کولاي شو دهندسي شکلونو محیط ده ګه د بهرنۍ خنډي داندازه کولو خخه په لاس راورو .

**حجم (Volume):**

هغه دری اړخیزه فضاء چې د ترليو حدودو پواسطه احاطه شوي وي ، یادفضاء هغه اندازه چې ماده اشغالوی حجم بلل کېږي. د سیالیاتوپه برخه کې ویلاي شوچې دجسم حجم دهمه هه لوښی دنیول شوي برخې خخه عبارت دي ، په ریاضیاتوکې دیوه دری اړخیزجسم حجم دفورمولونوپه ذريعه په دیره آسانی سره لاس ته راوړلای شو ، یواړخیز جسم لکه خط او دوه اړخیزجسم لکه مربع دڅپل حجم په فضاء کې صفردي ، دھینو شکلونو یا جسمونو حجمونه چې غیرمنظمه بنه ولري دهغه حجم په یوه سیال کې په دنه (غوته) کولوسره په لاس راورو.

**ارتفاع یا جگوالی (Height):**

دیوه جسم یا شکل دقاعدو یا قاعدو او رأسونو ترمنځ فاصلې ته ارتفاع وايی .

 **$\text{قطر}^2$  (Diameter):**

هغه وترچې دیوه جسم یا شکل له مرکز خخه تیرشی او دهغه شکل د محیط دوه رأسونه سره ونبسلوی ، قطر بلل کېږي .

**وتر:**

هغه توته خط یا کربنه چې دیوه جسم یا شکل د محیط دوی نقطې (تکي) سره ونبسلوی ، وتر بلل کېږي .

**قوس:**

دیوه جسم یا شکل د محیط یوه برخه دقوس په نوم یادېږي .

**قطاع:**

دیوه جسم یا شکل د سطحي یوه برخه چې د دو شعاع ګانوا او روند قوس په واسطه له سطحي بيله شوي وي ، قطاع بلل کېږي .

**قطعه :**

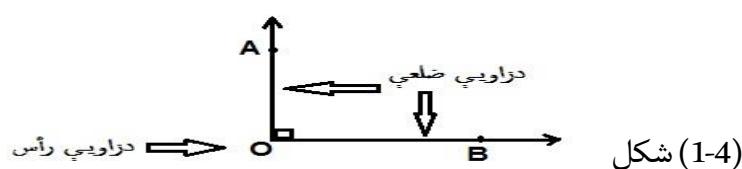
دیوه جسم یا شکل د سطحي یوه برخه چې د وتر په واسطه له سطحي خخه جلاشوی وي دقطعه په نوم یادېږي .

---

<sup>2</sup>- یادېښت : ، قوس ، قطاع او قطعه د (2-5) شکل کې بنوبل شوي دي .

رأس :

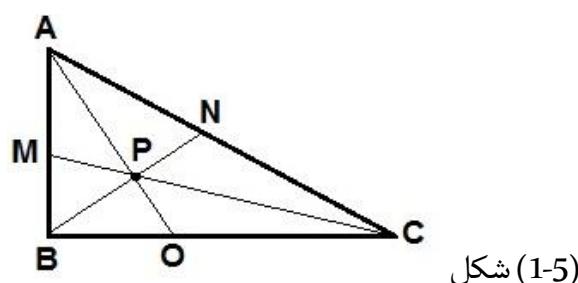
ددوو نیمو خطونومشترکی مبداء ته رأس ویل کیری. لکه په لاندې شکل کې د  $A\hat{O}B$  زاویې رأس :



(1-4) شکل

میانه :

هغه توته خط یاکربنه چې دیوه هندسي شکل رأس له مقابلي ضلعی سره ونبلوی دمیانې په نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د  $\overline{BN}$  ،  $\overline{CM}$  او  $\overline{AO}$  د  $ABC\Delta$  مثلث میانې دي .



(1-5) شکل

قطعه(توته) خط :

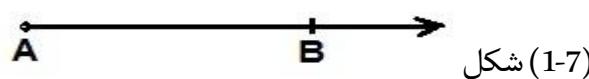
دیوه مستوي پرمخ ددوه نقطولندي فاصلې ته قطعه (توته) خط ویل کیری. لکه په لاندې شکل کې: د  $\overline{AB}$  قطعه خط چې A ته مبداء او B ته یې پای وایي .



(1-6) شکل

نیم خط (شعاع) :

هغه مستقيم خط ته وایي چې له یوې خوا محدود(تلی) او له بلې خوا غيرمحدود(خلاص) وي، خلاص لوړي ته یې په خپله خوبنې امتدادو کولای شو. لکه په لاندې شکل کې: د  $\overline{AB}$  نیم خط .



(1-7) شکل

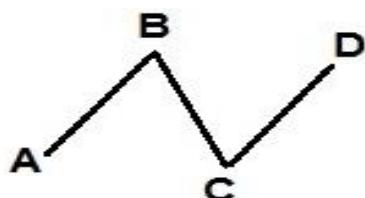
د خط ډولونه: خط په دری ډوله دي :

1. مستقيم خط:

مستقيم خط مو منځ کې ذکر کړ.

## 2. منکسرخط:

هغه توته خطونه چې دیوه مستقیم خط په امتدادنه وي خوله یوبل سره مشترکه نقطه ولري منکسرخط بلل کېږي. لکه داري غابښونه دونو دپابو خندې او داسي نور... يالکه په لاندې شکل کې :



(1-8) شکل

## 3. منحنی خط:

هغه خط چې نه مستقیم وي اونه منکسر منحنی خط بلل کېږي. لکه نوې میاشت، وروځې او یاهم لکه په لاندې شکل کې :



(1-9) شکل

## د مستقیم خط حالتونه :

مستقیم خط دری حالتونه لري : افقی خط ، عمود خط ، مایل خط .

## (1) افقی خط :

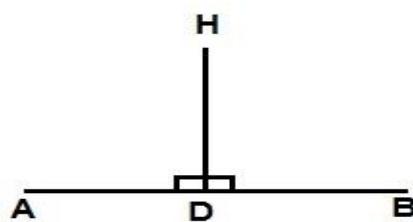
هغه خط چې داوبود سطحې په امتداد پر وړي افقی خط بلل کېږي. لکه د کورد چت خنده، د غالې خنده او یاهم لکه په لاندې شکل کې: د  $\overline{AB}$  خط .

**A****B**

(1-10) شکل

## (2) عمود یا قایم خط :

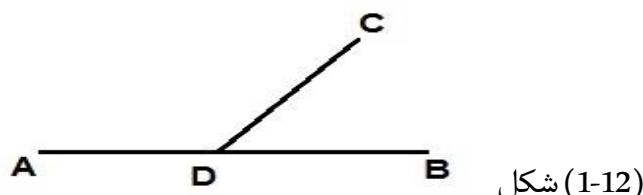
هغه خط چې په افقی خط باندې دووه قایمې زاوې جوړې کړي عمود خط بلل کېږي. لکه په لاندې شکل کې: د  $\overline{HD}$  خط .



(1-11) شکل

## (3) مایل خط :

هغه خط چې نه عمودوي او نه افقی مایل خط بلل کېري . لکه په لاندې شکل کې : د  $\overline{CD}$  خط .



(1-12) شکل

## شاول (شاقول) :

شاول یا شاقول یو گلوله اي ، دبرین او یافلزی جسم دی چې رسی یې په حمکه عموده وي او دسطحې دعمودوالی دښودلولپاره ترې کاراخیستل کېري . معماران یې معمولاً ددیوالونو دکړوالی دمخنیوی لپاره استعمالوي . لکه په لاندې انځورونوکې :



## اوبه لرونکې تله یا آب تراز :

اوبه لرونکې تله یا آب تراز هغه فلزي یادلرګي جسم دی چې په منځ کې یې او به موجودې وي او د حمکې دسطحې هواروالی (افقیت) دښودلولپاره ترې کاراخیستل کېري . دلته یې ځینې انځورونه کتلای شئ :



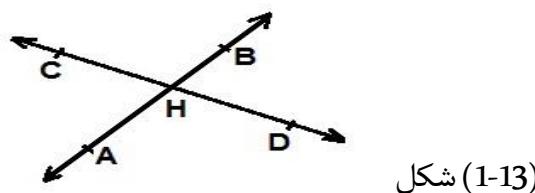


### ددهو یاخومستقیم خطونو حالتونه:

دوه یاخومستقیم خطونه دری حالتونه لري: متقطع خطونه، موازي خطونه، منطبق خطونه.

#### 1. متقطع خطونه :

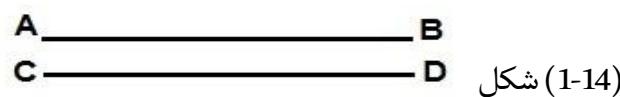
كه چيرې دوه مستقم خطونه يوه گىدە (شرييکە) نقطە ولرى متقطع خطونه بىل كىرىي. لكه پە لاندى شكل كې : د  $\overline{CD}$  او  $\overline{AB}$  متقطع خطونه.



(1-13) شكل

#### 2. موازي خطونه:

ھە خطونه چى مشترىكە (شرييکە) نقطە ونه لرى موازي خطونه بىل كىرىي. لكه پە لاندى شكل كې : د  $\overline{AB}$  او  $\overline{CD}$  موازي خطونه.



(1-14) شكل

#### 3. منطبق خطونه :

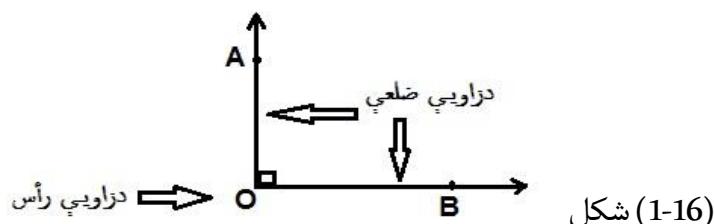
keh چىرې دوه مستقیم خطونه دوه گىدې (شرييکې) نقطې ولرى منطبق خطونه بىل كىرىي. لكه پە لاندى شكل كې : د  $\overline{EF}$  او  $\overline{CD}$  منطبق خطونه.



(1-15) شكل

## زاویه:

زاویه هجه شکل دی چې ددوه نیم خطونو(شعاعو) په واسطه چې مشترکه نقطه ولري منځ ته راخي . ددواړو نیم خطونومشتراكې مبداء ته دزاویې رأس او هرې شعاع ته یې دزاویې ضلع وايی . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-16)

- په هندسه کې زاویه د  $1^{\circ}$  خخه تر  $360^{\circ}$  پوري وي ، خوپه مثلثاتوکې په هره اندازه زاویه درلودلای شو. له بلې خواپه مثلثاتوکې مثبتې او منفي زاویې هم شته دي .

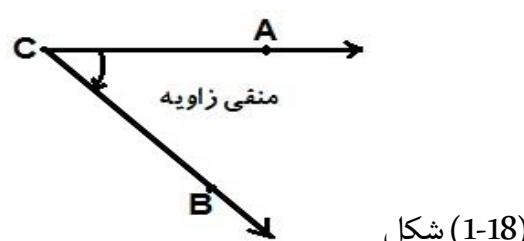
په مثلثاتوکې زاویه دیو خط له دوران خخه په دې دول چې د خط یوانجام ثابت وي لاس ته راخي ، چې دلومړۍ خط دوران ددویمه ضلعې موقعیت اختياروی (یوه ضلعه درأس په نقطه کې دوران کوي) . چې لمړۍ ضلعې ته یې (Initial side) او دوران پای ته یې دویمه ضلعه (Terminal side) وايی . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-17)

## منفي زاویه :

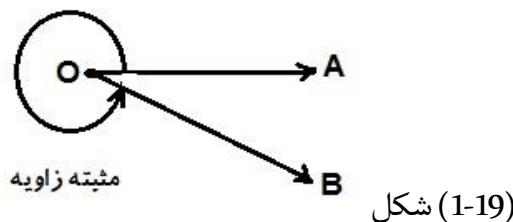
د ساعت دعقربي د حرکت مطابق دوران (Clock wise) ته منفي زاویه ويل کېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-18)

مثبته زاویه :

د ساعت دعقری دحرکت مخالف دوران (Counter clock wise) ته مثبته زاویه وايي . لکه په لاندي شکل کې :



زاویې بنودنه :

زاویه دتوروپه واسطه بنودل کېږي . په دې چول چې دزاویې درأس توري دليکلواولوستلوپه وخت کې دنورو توروپه منځ کې راشي اوپه سريې دا ( ۸ ) علامه ورسره ليکل کېږي .

زاویې داندازه کولوواحدونه :

زاویه درجې ، گراد اوراډیان په واسطه اندازه کېږي .

درجه :

درجه دیوې قایمې زاویې  $\frac{1}{360}$  برخې ته وايې ، ياد یو رادیان  $\frac{1}{90}$  برخې ته درجه ويل کېږي .

درجه ، دقیقه اوثانیه (Degree ,Minute ,Second) یا :DMS

یوه درجه شپیته دقیقې  $60' = 1^\circ$  کېږي .

یا یوه دقیقه دیوې درجې  $(\frac{1}{60})^\circ = 1'$  برخه ده .

یوه دقیقه شپیته ثانیې  $60' = 1''$  کېږي .

یا یوه ثانیه دیوې دقیقې  $(\frac{1}{60})' = 1''$  برخه ده .

یوه درجه دری زره اوشپرسوو ثانیې  $60.60 = 3600'' = 1^\circ$  کېږي .

یوه ثانیه دیوې درجې  $(\frac{1}{3600})^\circ = 1''$  برخه ده .

ددرجی علامه:

ددرجی علامه (°) ده اوداسی بنودل کیری لکه:  $90^\circ$  (نوي درجی)،  $180^\circ$  (یوسل اتیادرجی)،  $360^\circ$  (دری سوه اوشپیته درجی) اوداسی نور..

گراد:

گراد هم دزاویی داندازه کولو واحد دی . دیودوران  $\frac{1}{400}$  برخی ته گرادوایی .

دقیقه گراد :

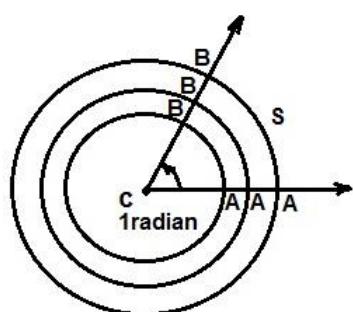
دیوه گراد  $\frac{1}{100}$  برخی ته دقیقه گراد وايی .

ثانیه گراد:

دیوه دقیقه گراد  $\frac{1}{100}$  برخی ته ثانیه گراد وايی .

رادیان :

ددرجی اوکرادسریبره دزاویی داندازه کولوبل واحد رادیان دی . رادیان ده گرایه مرکزی زاویی اندازه ده ، چې دمقابل قوس اوبردوالی یې دشعاع له اوبردوالی سره مساوی وي . رادیان په عالي ریاضیاتوکی ډیرأسعمالپروپری په لاندې شکل کې د  $A\hat{C}B$  مرکزی زاویه چې شعاع یې  $r$  او د قوس اوبردوالی له سره مساوی دی نود زاویه  $A\hat{C}B$  یورادیان ده .



(1-20) شکل

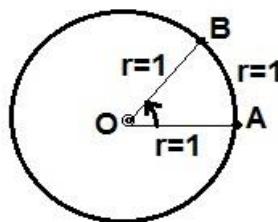
$$\hat{\theta} = \frac{A\hat{B}}{r} = \frac{s}{r}$$

که د  $AB$  قوس ددایری له شعاع  $r$  سره مساوی وي ،  $\theta$  درادیان په حساب مساوی ده په : اویاهم  $\hat{\theta} = \frac{s}{r}$  چې  $s=r$  یې دمرکزی زاویی مقابله قوس او  $r$  یې ددایری شعاع ده .

## ممثلثاتی دایره (Circle Unite) :

هغه دایره چې دشعاع او بدوالي يې داوبدوالي واحد وي دمثلثاتی دایري په نوم یادېږي .

- په مثلثاتی دایره یا واحده دایره (Circle Unite) کې چې شعاع يې داوبدوالي واحد او مرکزې د وضعیه کمیاتو په مبداء کې واقع وي نو درادیان په حساب سره د مرکزی زاویه اندازه له مقابل قوس سره مساوی ده . لکه په لاندې شکل کې :



(1-21) شکل

درجې، گراد او رادیان بدلول په یوبل باندي :

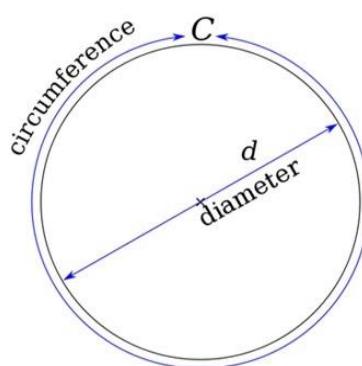
دلاندې فورمول په واسطه په ډیره آسانې سره کولای شو زاویه له یو واحد خخه بل واحدته واروو (درجه په گراد او رادیان، گراد په درجه او رادیان او په همدي ترتیب رادیان په درجه او گراد تبدیل کرو) :

$$\frac{d}{360^\circ} = \frac{g}{400} = \frac{R}{2\pi} \quad \text{یا} \quad \frac{d}{180^\circ} = \frac{g}{200} = \frac{R}{\pi}$$

د پای ( $\pi$ ) حیرانونکی عدد:

پای په نړۍ کې تر ټولو ډېر پېژندل شوی ثابت عدد دی چې د یوې دایري د محیط کچې پر قطر له وېشلو خخه په لاس راخې. دا نسبت د هرې دایري لپاره که خه هم د لاس په اندازه وره او یا د کهکشان په کچه لویه وي؛ ثابت او مساوی دی. د ډې عدد تقریبی کچه (3,14159) ده خو حقیقی او وروستی عدد موندل یې ډېر ستونزمن دی. د ډې عدد د تقریبی شمېرې لپاره بېلاښل فورمولونه او لارې په نښه شوې؛ د بېلګې په ډول د (7/22) د وېش له حاصل خخه هم دا تقریبی ګېه په لاس راتلای شي. پای په  $\pi$  (پای) یا (پای) بنوول کیږي او (PI) تلفظ کیږي. دا عدد په هندسه، فزیک او ریاضی کې ډېر کارول کیږي او د ارشمیدس د ثابت په نوم هم یادېږي.

د ډې عدد نښه یونانیانو وښوده خو کارونه يې له دوی مخکې بابلیانو، هندوانو او تر ټولو مخکې مصریانو کېږي ده. د ځینو څېرنو له مخې په مصر کې د پای کارول شوی عدد له میلاد خخه 1650 کاله د مخه کښل شوی دی.



(1-22) شکل

$$\pi = \frac{c}{d}$$

پای د دایرې د مساحت او د استوانې له حجمه نیولې ، ان د انشتین د عام نسبیت په معادله او د کپلر د قوانینو په شان په مهمو فورمولونو کې کارول کيږي. بشایي تاسې ته په زره پوري وي چې د پای د اعشاري رقم له شمېري خخه حتی د سترو کمپیوترونو د ټواک معلومولو په ازموننه کې کار اخیستل کيږي.

تر او سه د پای عدد وروستی قیمت نه دی موندل شوی خو د تقریبی قیمت موندلو لپاره زیاتې هڅې شوې دی ؛ تر دې چې ځینو کسانو د دې عدد د وروستی حد د موندلو لپاره خپل ټول ژوند وقف کړ خو د کمپیوتر تر پنځبدنې مخکې یې له زرمې اعشاري شمېري هاخوا سم ګنل ونشوای کړای.

لومړنۍ کمپیوتري شمېرنه په 1949 زېرديز کال شوه او دا عدد یې تر دوه زرمې اعشاري وشمېره او بیا په 1999 زېرديز کال د توکيو پوهنتون یوه ستر کمپوټر (206,158,430,000) شمېري ګنل وکړای شوای.

په دې وروستیو کې د پای لپاره تر دوه زره ، اووه سوه میلياردې اعشاري شمېري پوري د فابریس بلارد له لوري د یوه ستر کمپیوتر په مرسته ګنل شوی دی او په 2013 کال کې دا شمېره 13,3 تریلیوننمې اعشاري ته ورسېده.

دلته تر زرمې اعشاري شمېري پوري د پای عدد لیدلی شئ:

3.1415926535	8979323846	2643383279	5028841971
6939937510	5820974944	5923078164	0628620899
8628034825	3421170679	8214808651	3282306647
0938446095	5058223172	5359408128	4811174502
8410270193	8521105559	6446229489	5493038196
4428810975	6659334461	2847564823	3786783165

2712019091	4564856692	3460348610	4543266482
1339360726	0249141273	7245870066	0631558817
4881520920	9628292540	9171536436	7892590360
0113305305	4882046652	1384146951	9415116094
3305727036	5759591953	0921861173	8193261179
3105118548	0744623799	6274956735	1885752724
8912279381	8301194912	9833673362	4406566430
8602139494	6395224737	1907021798	6094370277
0539217176	2931767523	8467481846	7669405132
0005681271	4526356082	7785771342	7577896091
7363717872	1468440901	2249534301	4654958537
1050792279	6892589235	4201995611	2129021960
8640344181	5981362977	4771309960	5187072113
4999999837	2978049951	0597317328	1609631859
5024459455	3469083026	4252230825	3344685035
2619311881	7101000313	7838752886	5875332083
8142061717	7669147303	5982534904	2875546873
1159562863	8823537875	9375195778	1857780532
1712268066	1300192787	6611195909	2164201989

له 1988 زېړدیز کال راهیسې په امریکا کې د مارچ 14مه ورځ د پای عدد په نوم نومول شوې او د دې عدد د ارزښت او پېژندنې لپاره په ډېرو هېوادنو کې بېلاښ مراسم تر سره کېږي. ډېر کسان د پای عدد د اعشاري ګنو د یادولو هڅې کوي ؛ تر او سه د پای د اعشاري ګنو د یادولو ریکارڈ تر 67,000مې اعشاري پوري ثبت شوې دی.

دلنه د پای په مرسته د ټینو شکلونو د حجمونو د پیدا کولو خو بېلکې کتلی شئ:

**Volume**

**NASA**

**Sphere**

$$V = \frac{\pi d^3}{6}$$

**Cylinder**

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

**Volume is the three-dimensional space occupied by an object.**

**Cube**

$$V = a^3$$

**Rectangular Prism**

$$V = a b h$$

**Glenn Research Center**

**Nose Cone Volumes**

**NASA**

**Cone**

$$V = \frac{\pi d^2 h}{12}$$

**Parabolic Cone**

$$V = \frac{2 \pi d^2 h}{15}$$

**Frustum**

$$V = \frac{\pi h}{12} (d^2 + db + b^2)$$

**Elliptical Cone**

$$V = \frac{\pi d^2 h}{6}$$

**Volume is the three-dimensional space occupied by an object.**

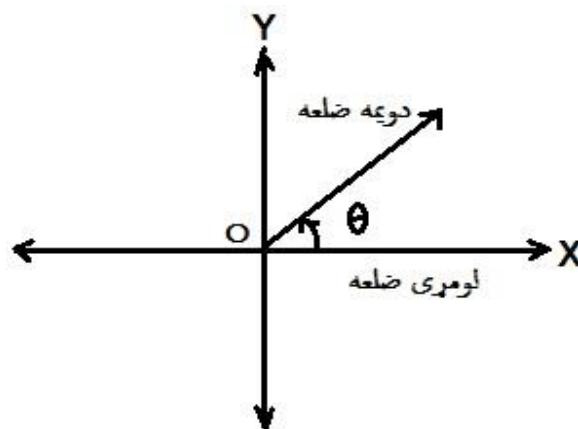
**Glenn Research Center**

### Basic shapes & their volumes

<b>Sphere</b>	<b>Cylinder</b>	<b>Cone</b>
$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

### دیوپی زاویې معياري حالت (Standard Position of an angle)

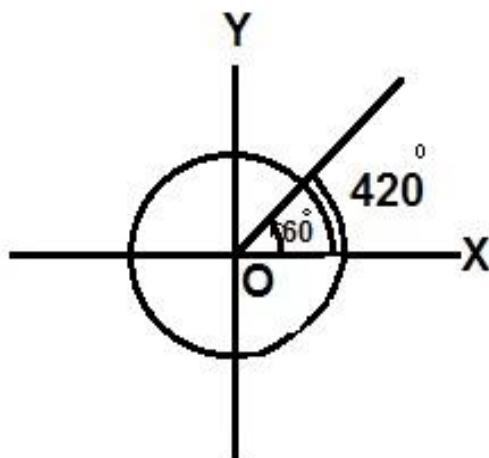
که دیوپی زاویې رأس دوضعیه کمیاتوپه مبداء کې اولومړنی ضلعه یې د X دمحورپه مثبت جهت (لوري) منطبق وي، زاویه په معياري حالت کې ده. لکه په لاندې شکل کې:



(1-23) شکل

### کوتريمینل زاویې (Conterminal angles)

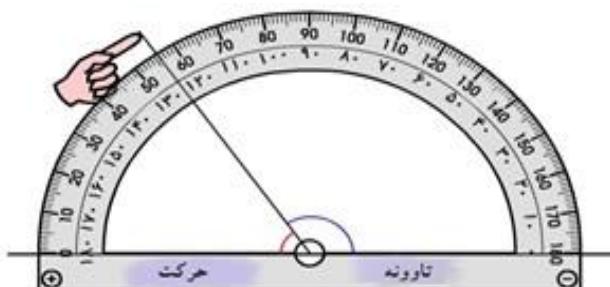
که په معياري حالت کې ددوو یاخوزاویدویمي ضلعي یوپربل منطبقي وي دا زاویې کوتريمینل زاویې بلل کېږي. لک په لاندې شکل کې ليدل کېږي چې  $60^\circ$  او  $120^\circ$  زاویدویمي ضلعي یوپربل منطبق دي نو؛ دتعريف په اساس دا دواړه زاویې سره کوتريمینل دي:



(1-24) شکل

نقاله:

هغه آله چې زاویې ورباندې اندازه کیري نقاله بلل کیري . نقاله نيمه دایروي شکل لري چې محیط یې په 180 برابرو(مساوي) برخووویشل شوی وي . دنقالې شکل په لاندې توګه بنودل شوی دی :

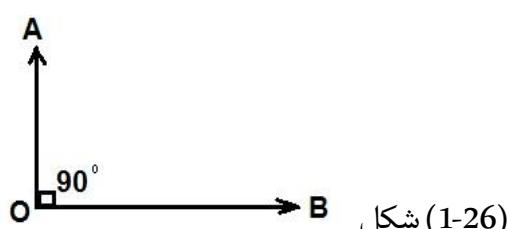


شکل (1-25)

**دزاویې دولونه:** زاویه په دری دوله ده : قایمه زاویه ، حاده زاویه ، منفرجه زاویه.

#### 1. قایمه زاویه:

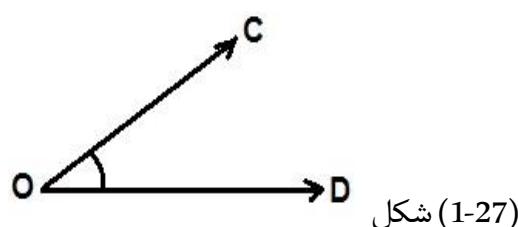
هغه زاویه ده چې پراخوالی یې  $90^\circ$  درجي وي . لکه په لاندې شکل کې: د  $A\hat{O}B$  زاویه .



شکل (1-26)

#### 2. حاده زاویه :

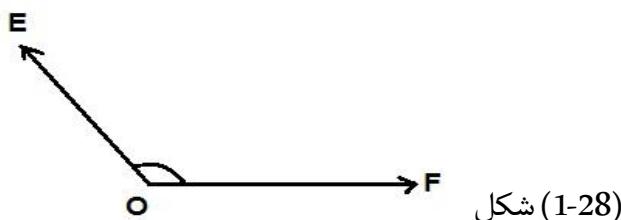
هغه زاویه چې له  $90^\circ$  درجي خخه کوچنۍ وي حاده زاویه بلل کیري . لکه په لاندې شکل کې: د  $C\hat{O}D$  زاویه .



شکل (1-27)

**3. منفرجه زاویه:**

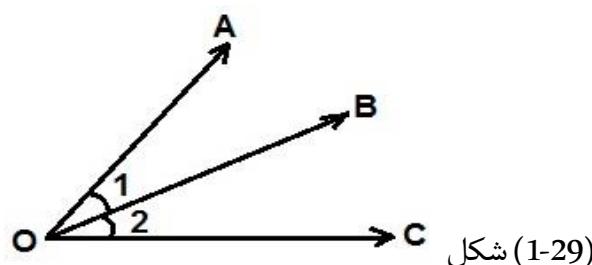
هغه زاویه چې پراخوالی یې له  $90^\circ$  درجې خخه لوی وی یاله یوې قایمې زاویې خخه لویه وی منفرجه زاویه بلل کیري. لکه په لاندې شکل کې: د  $E\hat{O}F$  زاویه.



شکل (1-28)

**مجاوری زاویې :**

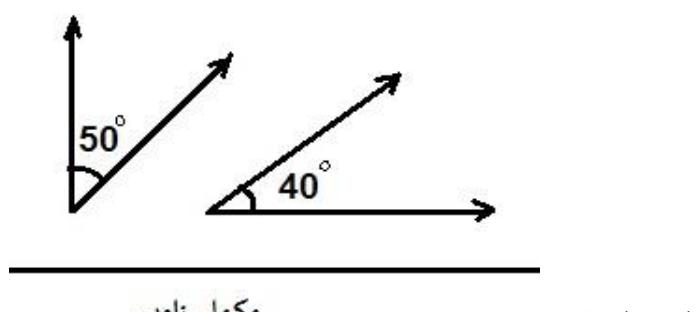
دوه زاویې چې مشترک رأس، مشترکه ضلع ولري او د مشترکې ضلعې دواړه خواوو ته پرتې وی د مجاورو دوه زاویو په نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د  $B\hat{O}C$  ،  $A\hat{O}B$  زاویې.



شکل (1-29)

**مکملې زاویې :**

دوه زاویې چې د زاویو داندازې مجموعه یې  $90^\circ$  وی د مکملو زاویو په نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې:



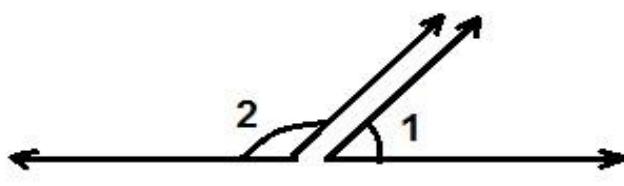
مکملې زاویې

شکل (1-30)

**متهمې زاویې:**

هغه دوه زاویې چې مجاوري نه وی خو مجموعه یې  $180^\circ$  درجې وی د متمم زاویو په نوم یادېږي.

لکه په لاندې شکل کې: د  $1$  او  $2$  زاویې .

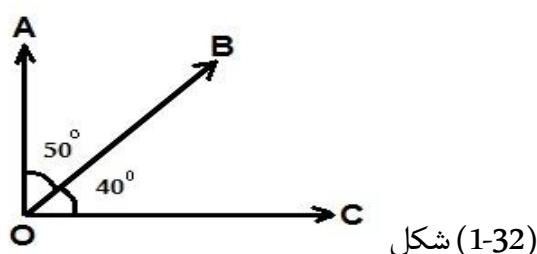


(1-31) شکل

### مکملې مجاوري زاویې:

دوه مجاوري زاویې چې دزاویو دپراخوايی مجموعه يې  $90^\circ$  درجې وي دمکملو مجاورو دزاویو په نوم يادېږي

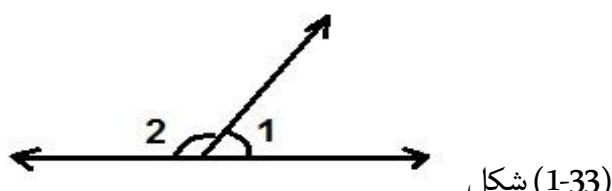
لکه په لاندې شکل کې :



(1-32) شکل

### متهمې مجاوري زاویې :

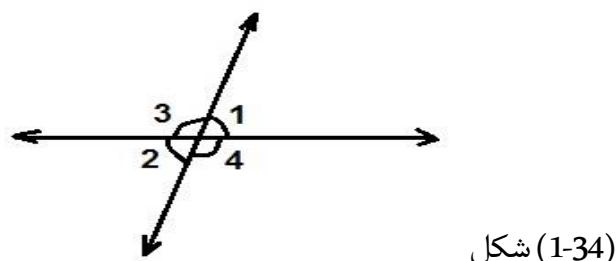
دوه مجاوري زاویې چې دزاویو مجموعه يې  $180^\circ$  درجې وي ، مشترک رأس او مشترکه ضلعه ولري دمتممو مجاورو دزاویو په نوم يادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



(1-33) شکل

### رأس ته مخامنځ زاویې :

دوه زاویې چې مشترک رأس ولري دیوبول په امتدادو اقع وي درأس ته مخامنځ زاویو (متقابل به رأس زاویو ) په نوم يادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



(1-34) شکل

## مستقیمه زاویه :

هغه زاویه چې دمستقیم خط یوې خوانه پرته وي او داندازه يې  $180^\circ$  درجې وي دمستقیمي زاویې په نوم یادیږي لکه په لاندې شکل کې :



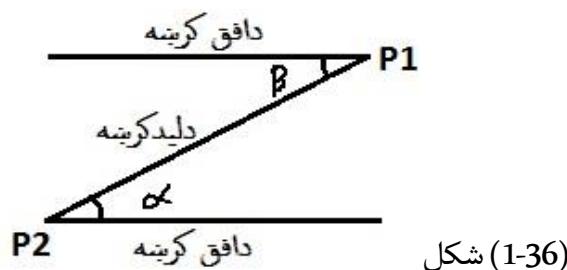
شکل (1-35)

## دارتفاع زاویه (Angle of Elevation) :

که یوشی په یوه ارتفاع پروت وي نو؛ دلیدکربنه له افق سره یوه زاویه جوروی چې د جګوالې زاویه بلل کېږي لکه د (1-36) شکل کې د  $\hat{\alpha}$  زاویه .

## دتنزیل زاویه (Angle of Depression) :

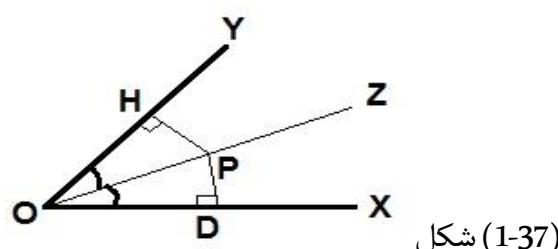
که یوشی په تیټ ځای کې پروت وي دلیدکربنه له نوموري شي سره یوه زاویه جوروی چې دتنزیل زاویې په نوم یادیږي . لکه په لاندې شکل کې : د  $\hat{\beta}$  زاویه .



شکل (1-36)

## ناصف الزاویه :

هغه توته خط چې یوه زاویه په دوه مساوی برخووویشي دناصف الزاویې په نوم یادیږي . او دناصف الزاویې هرېکی دزاویې له دوه ضلعو خڅه مساوی فاصله لري . لکه په لاندې شکل کې : د  $\overline{OZ}$  د  $X\hat{O}Y$  زاویې ناصف الزاویه دي .

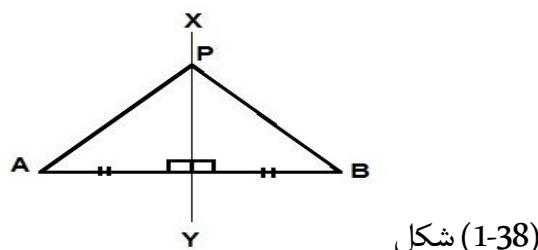


شکل (1-37)

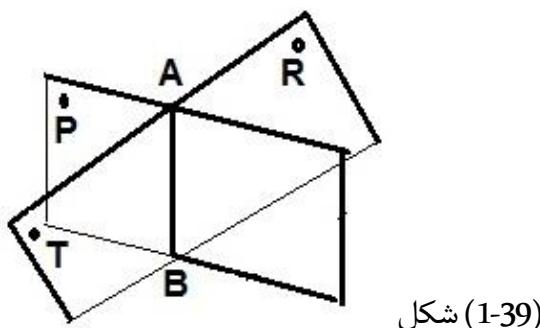
**عمودی ناصل :**

هغه توته خط چې یوهندسي شکل په عموده توګه سره وویشي او دهمندی عمودی ناصل هر تکی دهندسي شکل له دوه سرونوڅخه مساوی فاصله ولري دعمودی ناصل په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :

• د مثلث  $PAB\Delta$  مثلاع  $\overline{XY}$  د عمودی ناصل جوروی .

**دوه مخیزه یافرجه زاویه :**

که دوه مستوي په فضاء کې یوبل قطع کړي یو دوه مخیزه یافرجه زاویه جوروی . ددهو وجهې دزاویې مشترک خپرکې ته خط الرأس وايی او دمستوي ګانو ته ددهو مخیزه وجوده یا اضلاع وايی . لکه په لاندې شکل کې :

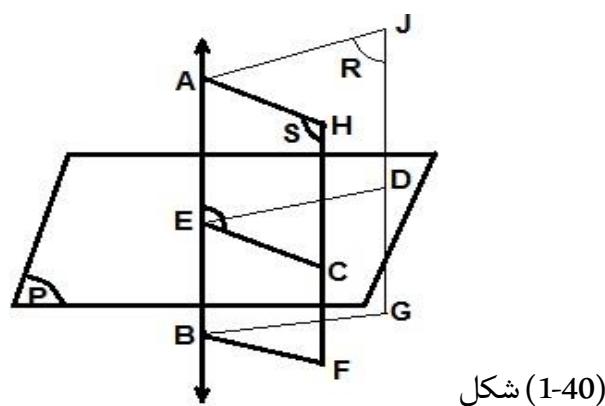


• هره دوه مخیزه د  $180^\circ$  نه تر پوري قيمتونه اختيارستاني شي .

• ديوی دوه مخیزه یافرجه زاویې تولې مسطوحې زاویې مساوی دي .

**دیو پ دوه مخیزې مسطحه زاویه:**

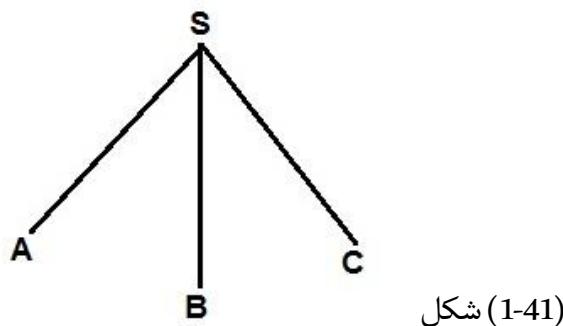
هغه زاویه چې دیو عمودي مستوي او دیو دوه مخیزه زاویې دمشترک خپرکی یا خط الرأس له تقاطع خخه منځ ته راخې د دوه مخیزه مسطحه زاویه بلل کیري .



(1-40) شکل

**دری مخیزه:**

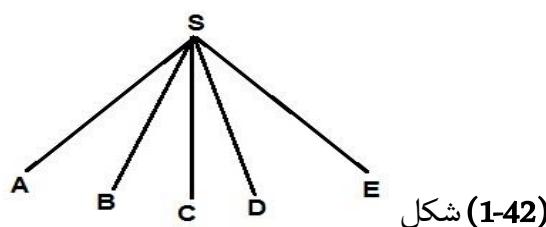
هغه شکل چې د دریو مستقیم خطونو خخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي جورشو وي دری مخیزه بلل کیري . لکه په لاندې شکل کې :



(1-41) شکل

**جامده زاویه یا کنج:**

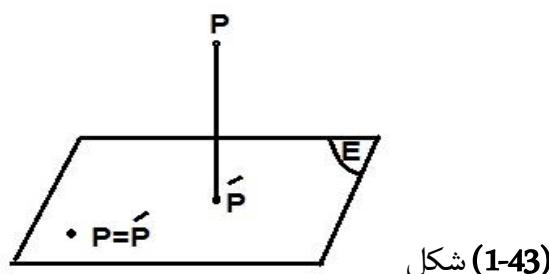
د خومستقیمو خطونو خخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي منځ ته راخې . لکه په لاندې شکل کې :



(1-42) شکل

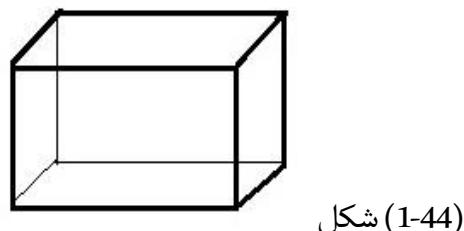
## ارتسام:

په یومستوي دیوی نقطي قايم ارتسام دهغی عمودي پایې وروستي برخې ته وايې چې له نقطي خخه پرمستوي واقع کېږي . یاپه بل عبارت : پريومستوي ديو خط قايم ارتسام دنوموري مستوي د مختلفو نقطو سیت دی چې د خط د تولونقطو خخه پرمستوي عموداً رسم شي . لکه په لاندې شکل کې :



## خومخیزه (خووجې):

هغه جسم چې له هرارخ خخه مسطح خوپلعي محدود کړي وي ، خومخیزه بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې :



- هريوضلعي ته د خومخیزې مخ (وجه) وايې.
- دمخ (وجه) اضلاعوته د خومخیزې ضلع وايې .
- دمخونو(وجوه) هر يورأس ته دمخ(وجه) رأس وايې.
- ددوه مخونو(وجوه) ترمنځ زاويې ته د خومخیزې زاویه وايې.
- اوهرکونج چې دمخونو(وجوه) خخه تیراو په رأس کې وموندل شي د خومخیزې يو کونج بلل کېږي .
- د خومخیزې له هرکونج خخه لېټلېه دری خط الرأسونه تیرېږي .
- د خومخیزې دوہ مجاوري وجه مشترک خط الرأس لري او ده خط الرأس دوہ انجامونه د خومخیزې دوہ رأسونه دي .

د خومخیزی شمیریوازی پنچه ډوله دی چې هغو ته اپلاتونی اجسام وايی . لاندې جدول دیو منظم خومخیزه مشخصات رابنیي :

د خط الرأسونو شمیر	درأسونو شمیر	د خط الرأسونو شمیر بورأس ته منتهي	د هرې مخیزې (وجهې) د ضلعو شمیر	دجسم نوم
6	4	3	3	څلورمخیزه
12	8	3	4	شپرمخیزه
12	6	4	3	اټه مخیزه
35	25	3	5	دولس مخیزه
35	120	5	3	شل مخیزه

پوهیرو چې د هرمتساوي الاپلاع مثلث هره زاویه  $60^\circ$  درجی وي نو ؛ د دریو، څلورو او پنځو مثلثونو تقاطع په یوه رأس کې امکان لري خوله دې خخه د دیرو امکان حکه نشته چې :

$$3.60^\circ = 180^\circ \angle 360^\circ .1$$

$$4.60^\circ = 240^\circ \angle 360^\circ .2$$

$$5.60^\circ = 300^\circ \angle 360^\circ .3$$

$$6.60^\circ = 360^\circ = 360^\circ .4$$

وروستئ رابطه امکان نه لري حکه که شپرمخیزه  $60^\circ$  درجی زاویې په یوه رأس کې تقاطع وکړي مستوي تشکیلېږي خو خومخیزه لاس ته نه رائې . همدي استدلال ته په کتوسره د متوازي الاپلاع له مساوي مثلثونو خخه دری ډوله منظمې خومخیزې جوړې کړو:

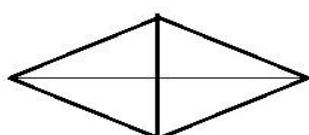
1. منظمه څلورمخیزه.

2. منظمه اټه مخیزه .

3. منظمه شل مخیزه .

محدبه خومخیزه :

هغه خومخیزه چې د خپلو هریووجوه ګانو په یوې خواکې واقع وي . لکه په لاندې شکل کې :



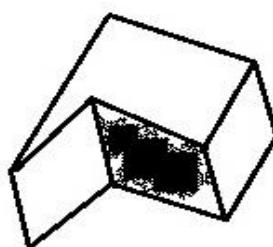
(1-45) شکل

**(داولرفورمول):**

$$t=p+t-2$$

**معقره خومخیزه:**

هغه خومخیزه چې دیوه یاخو وجوه گانوپه یوه خواکې واقع وي معقره خومخیزه بلل کیري . لکه په لاندې شکل کې :



(1-46) شکل

**دصومخیزی قطر:**

هغه قطعه خط چې دوه رأسونه چې په یوه وجه کې واقع نه وي ونبلوی دصومخیزی قطر بلل کیري .

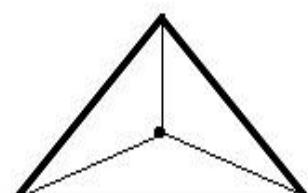
**دصومخیزی دنه او بهر:**

هرصومخیزی فضاء په دریوبیلا بلوبخو ويши :

1. هغه نقطې چې دصومخیزی پروجهې واقع وي .
2. هغه نقطې چې دصومخیزی دنه واقع وي .
3. هغه نقطې چې دصومخیزی خخه دېھر واقع وي .

**منظمه خومخیزه:**

يو منظې خومخیزی ته محدبه خومخیزه وايي یا هغه خومخیزه چې تولې سطحې يې له منظمو او مساوي مضلعاتو خخه جورشوی وي او زاویې يې هم سره مساوي وي دمنظم خومخیزه په نوم یادیوی . لکه په لاندې شکل کې :



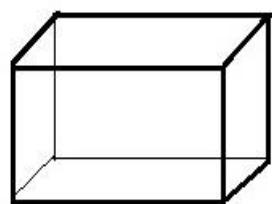
(1-47) شکل

**منظمه شپر مخیزه:**

دغه خومخیزه له شپرو مساوی مربعو خخه جورپیوی ، چې هغې ته مکعب هم وايی ، دمکعب په هرکونج

$$3.90^\circ = 270^\circ \angle 360^\circ$$

شکل یې دادی :



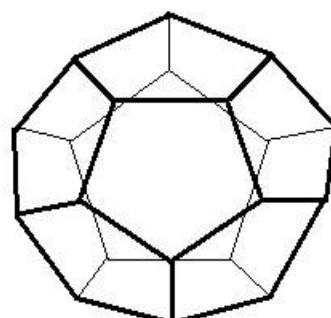
شکل (1-48)

**منظمه دولس مخیزه :**

دغه منظمه خومخیزه ددولسو منظمو مساوی پنځه ضلعو خخه لاس ته راخي ، او په هرکونج کې یې دری

$$3.108^\circ = 324^\circ \angle 360^\circ$$

شکل یې دادی :

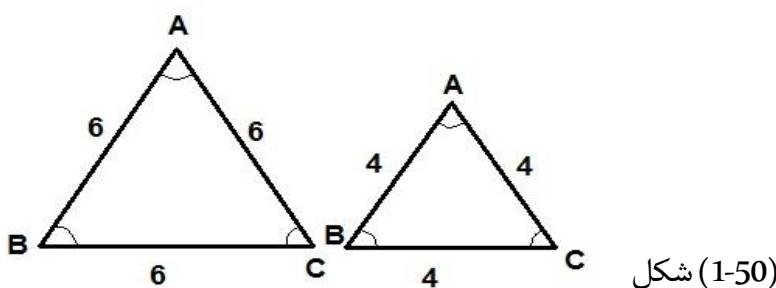


شکل (1-49)

## مشابهت (ورته والی)

ورته شکلونه :

که چیرې په دوه شکلونوکی هم ډوله زاویې یوله بل سره مساوی وي او ډوله ضلعونسبت یې یو ثابت مقدارولري دورته شکلونوبه نوم یادېږي . ثابت مقدارتنه یې دورته والي نسبت وايي . دورته والي نښه داده (~) . لکه په لاندې شکل کې : د  $ABC\Delta$  او  $A'B'C'\Delta$  مثلثونه چې زاویې یې یوله بل سره انطباق منونکي دی او د ضلعو ترمنځ یې هم تناسب موجود دي .



$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$ABC\Delta \cong A'B'C'\Delta$$

ورته مثلثونه :

مثلثونه په درېوحالاتوکي یوبل ته ورته دي :

**لومړۍ حالت:** که چیرې دیوه مثلث دوه زاویې دبل مثلث له دوه زاویو سره مساوی وي نو ؛ دا مثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

**دویم حالت:** که چیرې دیوه مثلث دوه ضلعي دبل مثلث له دوه ضلعيو سره متناسب او د ضلعيو په منځ کې زاویې یې مساوی وي نو ؛ دا مثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

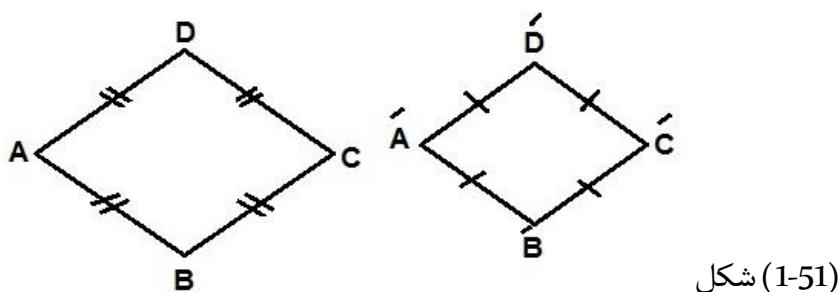
**درېيم حالت:** که چیرې دیوه مثلث درې ضلعي دبل مثلث له درې ضلعيو سره متناسبې وي نو ؛ دا دو ه مثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

ورته مضلع :

دوه مضلع ګاني یاخو ضلعي هغه وخت یوبل ته ورته دي چې :

1. درأسونو شميرې بې سره مساوی وي .

2. ټولې زاویې یې یوله بل سره انطباق منونکي وي .
3. هم ډوله ضلعي یې یوله بل سره متناسبې وي .
- لکه په لاندې شکل کې  $A'B'C'D'$  او  $ABCD$  مضلع گانې چې زاویې یې یوله بل سره برابرې او ضلعي یې سره متناسبې دي :



(1-51) شکل

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}', \hat{D} \cong \hat{D}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{2}{2} = 2$$

دپورتنيو مضلع گانو دورته والي نسبت 2 دي ، يعني دمضلع د ضلую دوه برابره ده نو:

$$A'B'C'D' \approx ABCD$$

متناظر:

که چيرې ديو خط په امتداد سره يوشکل داسي قات کړو چې دشکل دوه برخې یو پربل باندې منطبقې شي ، دي شکل ته متناظر نسبت خط ته وايي . لکه په لاندې شکل کې :



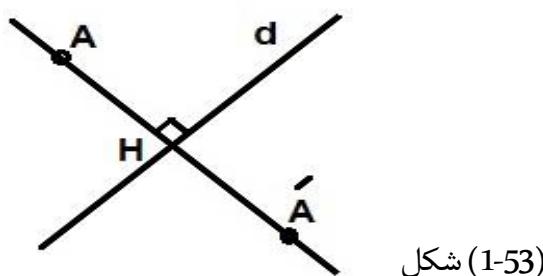
(1-52) شکل

متناظري محور:

هغه خط چې شکل یې پرمخ باندې قاتېري دشکل متناظري محور بلل کېږي .

## محوري تناظر:

دھرشکل محوري تناظرلہ هغه هندسي شکل خخه عبارت دی چې هرہ نقطه یې نسبت دلومړي شکل یوې نقطې ته متناظره وي . لکه په لاندې شکل کې :

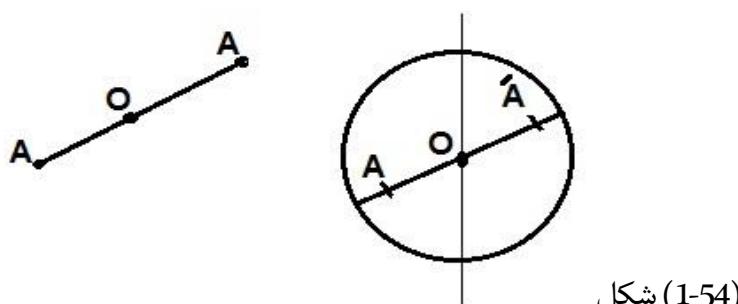


(1-53) شکل

د'  $A'$  تکي  $dA$  تکي متناظر نسبت  $d$  خط ته وايو که چيرې  $dA$  و  $A'$  ترمنځ د توته خط عمودي ناصف وي .

- که چيرې  $dA$  تکي  $d$  خط پرمخ باندې وي ، متناظريې نسبت  $d$  خط ته په خپله همغه تکي دی .

## مرکزي تناظر:



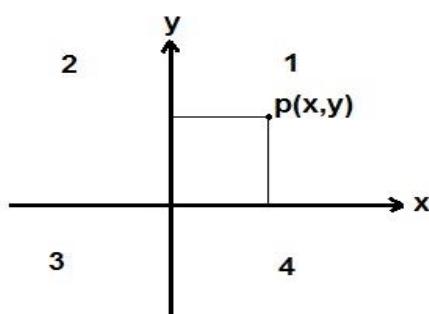
(1-54) شکل

دپورته شکل په اساس :  $d' A'$  تکي  $dA$  تکي متناظر نسبت  $dO$  تکي ته بولي .

که چيرې  $O$  د  $\overline{AA'}$  د توته خط منځنۍ تکي وي ، په دي حالت کې  $O$  ته مرکزي تناظر وايي او وايو چې  $A$  او  $A'$  نسبت  $dO$  تکي ته متناظر دي .

## دقایم مختصات سیستم :

دوه عمودمحورونه د'  $xx'$  او '  $yy'$  چې د  $O$  په ټکي کې قطع کوي دقایم مختصات سیستم په نامه یادیږي ، دهغود  $(x,y)$  هرې مرتبې جوړې سره دمستوي یو تکی اړیکې لري. د تکی دفاصلې او د ترتیب په نوم یادیږي . دهغوى قیمتونه دمحورونو له مخې چې په مساوی واحدونوسره ويشن شوي دي ټاکل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



(1-55) شکل

## دویم خپرکی

### داوردوالي ، سطحي او حجم واحدونه

**الف - داوردوالي (طول) واحدونه:** SI په سیستم کي داوردوالي واحد متري. دمتريه خنگ داوردوالي نور واحدونه هم شته. لکه :

«اینج، فوت، یارد، میل، ذرع، چارک، گره(غوطه)، بر(بهر)، فرسنگ(فرسخ)» چې هریوی په لنډه توګه تشریح کړو:

A. **متري(metter)**<sup>3</sup>: متريه درجه بندی شوي فитеه ده چې له فلز، توکر یا کوم بل جنس خخه جوروی اودشيانو داوردوالي او سور د معلومول پاره استعمالیوري. یا په بل عبارت مترا داوردوالي هغه واحددي چې د حمکي د نصف النهار د دايرې دخلويښت ميليونې برخې سره مساوي وي .

**دمترا جزاء :** دمтраوند هغه واحدونه چې له متري خخه کوچني وي دمтра جزاء بلل کېږي . دمтра جزاء خلور دي چې په لاندې توګه بیانیوري :

- a. **میکرون:** دیوه ملي متراه زرمې 1000 برخې سره برابردي.
- b.  **ملي مترا:** یو ملي مترا 1000 میکرون سره برابردي .
- c.  **سانتي مترا:** 10 ملي متراه یوسانتي متسره برابردي .
- d.  **دسي مترا:** 10 سانتي متري و دسي متراكېري .

**دمtrap اسعاf :** دمtrapوند هغه واحدونه چې له متري خخه لوی وي دمtrap اسعاf بلل کېږي . دمtrap اسعاf دری دي چې په لاندې توګه بیانیوري :

- a.  **دکامتر:** یو دکامتر له 10 متراو سره برابردي .
- b.  **هکتومتر:** یو هکتومتر له 100 متراو سره برابردي .

<sup>3</sup>- نظام الاطباء

- c. کیلومتر: یوکیلومتر له 1000 مترو سره برابر دی .
- B. اینچ (inches): دا وردوالی دا واحد (یو اینچ) له 2.54 سانتی متر سره برابر دی .  
(1inches= 2.54 centimeter)
- C. فوت (feet): دا وردوالی دا واحد (یوفوت) له 30.5 سانتی متر سره برابر دی .  
(1feet = 30.5 centimeter)
- D. یارڈ (Yard): دا وردوالی دا واحد (یو یارڈ) له 91.44 سانتی متر سره برابر دی .  
(Yard = 91.44centimeter)
- E. میل (mile): دا وردوالی دا واحد (یومیل) له 1.6 کیلومتر سره برابر دی .  
(1mile = 1.6 kilometer )
- F. ذرع: دا وردوالی یو پخوانی واحد دی چې 104 سانتی متر سره برابر دی .
- G. گز: دا وردوالی هغه واحد دی چې تقریبا له 90 سانتی متر سره برابر دی .
- H. زراع: دا وردوالی یو پخوانی واحد دی چې دیوه منځنی سړی د خنکلې خخه د ګوت توترخوکې پوري بنودل شوی دی .
- I. چارک: چارک یا چاریک دوزن او وردوالی پخوانی واحد دی چې دچارک کلمه په دوه مفهومونو سره کارول کیږي : ده رشی خلورمه برخه . دویم : دوزن په مقیاس کې دمن خلورمه برخه ده او وردوالی په مقیاس کې ذرع خلورمه برخه یا خلورغوتې (گره) بنودل شوې دی .
- J. گره (غوته): دا وردوالی پخوانی واحد دی چې یوه غوته 6.5 سانتی متر سره برابر ده .
- K. بر(بهر)<sup>4</sup>: دا وردوالی پخوانی واحد دی چې دیو چارک له خلورمې او یادیوی ذرع له 16 برخې سره برابر دی .
- L. فرسنگ(فرسخ): دا وردوالی هغه پخوانی واحد دی چې نړدې 6 کیلومترو ، 3 میله او یا 12000 ذراع سره برابر دی ، او په پخواختونوکې به دا واحد دمسافرت دواحد په توګه استعمالیده .

### ب- دسطحي واحدونه :

- A. مترمربع (m2): ده ګه مربع مساحت چې ده رې ضلعی او وردوالی یې یومتروي ، مترمربع بلل کیږي .
- B. اینچ مربع (in2): یو اینچ مربع له 2.54 سانتی متر مربع سره برابر دی .
- C. فوت مربع (ft2): یو فوت مربع له 30.5 سانتی متر مربع سره برابر دی .
- D. یارڈ مربع (yd2): یو یارڈ مربع له 91.44 سانتی متر مربع سره برابر دی .
- E. میل مربع (ml2): یو میل مربع له 1.6 کیلومتر مربع سره برابر دی .

<sup>4</sup>- گره (غوته) او بر(بهر) په حقیقت کې یوشان دی مګرنومونه یې په ځینو سیموکې توپیرلري .

دسطحی دانگلسي واحدونو دتبیلولو دضرایبو جدول دلته کتلای شی:

### دسطح د واحدونو دتبیلولو ضرایب

Unit	$m^2$	$in^2$	$ft^2$	$yd^2$	$mile^2$
$m^2$	1	1550	10.764	1.196	$3.861 \times 10^{-7}$
$in^2$	$6.452 \times 10^{-4}$	1	$6.944 \times 10^{-3}$	$7.716 \times 10^{-4}$	$2.491 \times 10^{-10}$
$ft^2$	$9.290 \times 10^{-2}$	144	1	0.111	$3.587 \times 10^{-8}$
$yd^2$	$8.361 \times 10^{-1}$	1296	9	1	$3.228 \times 10^{-7}$
$mile^2$	$2.58999 \times 10^6$	$4.01448 \times 10^9$	$27.8784 \times 10^6$	$3.097 \times 10^6$	1

### ج- دھمکی دپراخوالی داندازه کولو واحدونه :

A. مترمربع :

دھفه مربع دمساحت خخه عبارت دی چې دھری ضلعی او بدوالی یې 1 متروی دسطحی دواحد تر نورو واحدونو زیات داستعمال وردی.

B. جریب:

دسطحی دمساحت داندازه کولوهغه واحد دی چې 2000 مترمربع سره مساوی کیری.

C. هكتار:

دسطحی دمساحت داندازه کولوهغه واحد دی چې 10000 مترمربع سره مساوی کیری. یا په بل عبارت هكتار دھفه مربع مساحت دی چې دیوی ضلعی او بدوالی یې 100 متره وي.

D. بسوه(آر):

دسطحی داندازه کولوهغه واحد دی چې 100 مترمربع سره مساوی کیری. او عمولا دودانيو دسطحی داندازه کولولپاره تری کاراخیستل کیري.

E. بسواسه:

دسطحی داندازه کولوهغه واحد دی چې له 5 مترمربع سره مساوی کیری. او داهم دبسوی په خيردو دانيو دسطحی داندازه کولولپاره زیات استعمال يې.

F. من :

من هم دھمکی دپراخوالی داندازه کولو یو واحد دی چې تقریبا له 166.66 مترمربع سره برابردي.

G. چارک:

چارک یا چاریک چې مخکې یې هم یادونه وشوه دیوه من خلورمه برخه تشکيلوي.

**H. قفیز:**

<sup>5</sup> دھمکی دسطحی داندازه کولو یوپخوانی واحد دی چې د 360 زراع مربع سره برابردي .

**عشیر(لسيز):**

I. عشیرهم دھمکی دپاخوالی داندازه کولو یوپخوانی واحد دی چې تقریبا د 11.62 مترمربع سره مساوی دی .

**د- دحجم واحدونه**

دS1 په سیستم کې معمولا حجم په مترمکعب (M3) اندازه کيږي . خوئینې نور واحدونه هم شته چې هريو یې په لنده توګه تshireح کړو:

**A. مترمکعب:**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې یومتروي ، مترمکعب بلل کيږي .

**B. ملي مترمکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې یوملى متروي ، ملي مترمکعب بلل کيږي .

**C. سانتي مترمکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد (ارخ) اوبدوالی یې یوسانتي متروي ، سانتي مترمکعب بلل کيږي .

**D. دسي مترمکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې 10 سانتي متراه وي ، دسي مترمکعب بلل کيږي .

**E. اينچ مکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې یواينچ وي . اينچ مکعب بلل کيږي

**F. فوت مکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې یوفوت وي . فوت مکعب بلل کيږي .

**G. يارد مکعب :**

دھغه مکعب حجم چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې یويارد وي . يارد مکعب بلل کيږي .

**H. ليتر:**

دھغه مکعبی خالي جسم ظرفیت چې دھربعد(ارخ) اوبدوالی یې 10 سانتي متراه وي . یا یولیت رد 1000 سی سی سره برابردي .

## I. سی سی :

یوسى سی دیوسانتي مترمکعب سره برابردي .

## دحجم دواحدونو دتبديلولو جدول :

دحجم دواحدونو دتبديلولو جدول	
1000 mm <sup>3</sup>	1 cm <sup>3</sup>
1000 cm <sup>3</sup>	1 dm <sup>3</sup>
1000 dm <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup>
0.001 m <sup>3</sup>	1 liter
10 dlit	1 liter
10 clit	1 dlit
10 mlit	1 clit
1000 cc	1liter
1728 in <sup>3</sup>	1 ft <sup>3</sup>
27 ft <sup>3</sup>	1 yd <sup>3</sup>

## دریم خپرکی

### مسطح هندسه

#### : (Regular Polygon of Sides)

**تعریف :** هغه هندسی شکلونه چې لېټلړه دریو یازیاتو ټوټه خطونوپه واسطه احاطه شوي وي د مضلع یاخوپلعي په نوم یادېږي ، په دې شرط چې :

- دوه ضلعي یې یوازې په خپلوا نجامونوکې سره قطع کړي .
- دوه ګاوندئ ضلعي یې دیوپی مستقیمي کربنې په امتداد واقع نه وي .

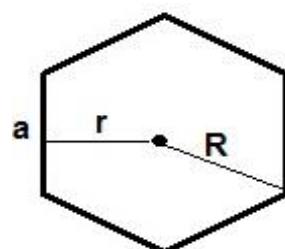
**منظمه مضلع :** هغه مضلع چې ضلعي اوزاویې یې سره مساوي وي ، منظمه مضلع بلل کېږي .

**دمضلع رأس :** هر توهه خط ته د مضلع ضلעה او د دوه ټوټو خطونو دیو ځای کیدو نقطې ته د مضلع رأس وايي .

**دمضلع قطر :** هغه ټوټه خط چې دیوہ مضلع دوه غیر مجاور رأسونه (کونجونه) سره نښلوی د مضلع قطر بلل کېږي . خلور ضلعي یې مهمه برخه تشکيلوی چې دلته یې ترڅيرني لاندې نيسو :

#### دمضلع یاخوپلعي دمساحت او حجم فورمولونه :

که چېږي د مضلع یاخوپلعي مساحت په  $A$  ، حجم یې په  $V$  ، د ضلعلو شمیرې په  $n$  او یوه ضلעה یې په  $a$  سره وښيونو؛ لروچې :



(3-1) شکل

$$A = \frac{R^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{2}$$

$$P = a \cdot n$$

$$r = \frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

دمضلع یاخو خوپلعي دقطرونو دشمیرفورمول :

$$sn = \frac{n(n-3)}{2}$$

دهغه منظم مضلع خوپلعي داضلاعو دشمیرفورمول چي يوه داخلي زاويه بي معلومه وي :

$$n = \frac{360}{180^\circ - D}$$

دمضلع یاخو ضلعي دداخلي اوخارجي زاويه مجموعه :

A. ديوهي مضلع دداخلي زاويه مجموعه دمضلع دضلуюهه شميرپوري اره لري ، دمضلع دداخلي زاويه مجموعي دپيداکولولپاره له لاندي فورمول خخه گته اخيستل كيري :

$$Sn = (n-2) \cdot 180^\circ$$

دمضلع دداخلي زاويه مجموعه  $Sn =$

دمضلع دضلуюشمير  $n =$

B. ديوه منظم خوپلعي يوه داخلي زاويه دلاندي فورمول په کمک لاس ته راهي :

$$D = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

C. ديوهي مضلع دخارجي زاويه مجموعه  $360^\circ$  درجي ده او دمضلع دضلуюهه شميرپوري اره نه لري .

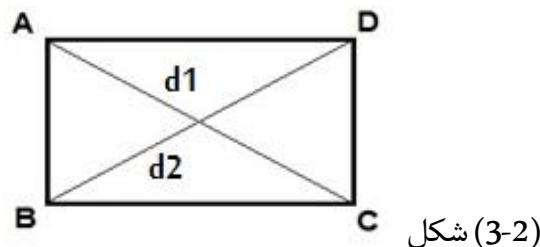
D. ديوه منظم  $n$  ضلعي مضلع دهري ضلعي مخامخ دمرکزي زاويه پراخوالی مساوي دي په :

$$\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$$

## خلورضلعي (Quadrilaterals)

**دخلورضلعي تعريف:** هغه شکل چې د خلورقطعه خطونو به واسطه محدود شوي وي د خلورضلعي په نوم یادېږي.

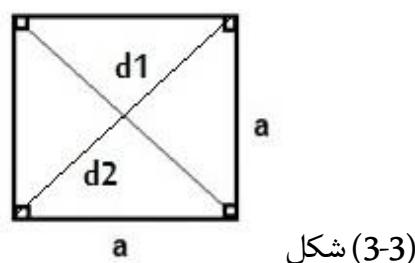
- **دخلورضلعي اضلاع:** خلورقطعه خطونه چې خلورضلعي يې منح ته راوري دي، د خلورضلعي اضلاع بلل کېږي.
- **دخلورضلعي رأس:** د دوه ضلعو ترمنځ مشترکه نقطه د خلورضلعي رأس بلل کېږي.
- **دخلورضلعي زاویه:** د دوه ضلعو ترمنځ زاویه د خلورضلعي زاویه بلل کېږي.
- **دخلورضلعي قطرونه:** د خلورضلعي د مخامخ رأسونو ترمنځ دقطعه خطونو اوږدوالي د خلورضلعي قطرونه بلل کېږي.
- **دخلورضلعي بشونه:** خلورضلعي معمولا ده ګه درأسونو په توروښو دل کېږي. لکه په لاندې شکل کې: د ABCD خلورضلعي.



### دخلورضلعي دولونه:

#### 1. مربع (Square):

**تعريف:** مربع هغه خلورضلعي ده چې د خلور واره ضلعو اوږدوالي يې سره مساوي وي او خلورواړه زاویې يې قایمې وي. لکه په لاندې شکل کې:



**دمربع قطرونه :**

دمربع قطرونه سره مساوي دي ، يوپرعموداويبل سره نيمائي کوي . دمربع قطرونه درأس زاويي نيمائي کوي اودقطرونوله تقاطع خخه يې خلورانطباق منونکي مثلثونه جوريږي .

**دمربع دمحيط ، مساحت او قطر فورمولونه :**

که چيرې دمربع محيط په  $P$  ، مساحت په  $A$  او قطر په  $d$  سره وبنيو ؛ نولروچي :

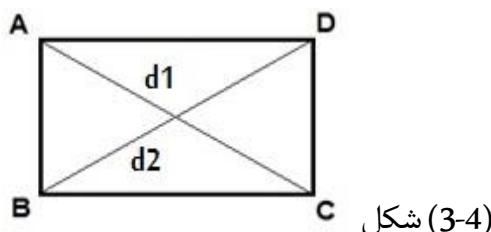
$$\text{محيط (چاپيريال)} P = 4a$$

$$\text{مساحت (پراخوالى)} A = a^2$$

$$\text{قطر } d = \sqrt{2}a$$

**: (Rectangle) 2. مستطيل**

تعريف : مستطيل هفه خلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه سره موازي او مساوي دي او خلورواره زاويي يې قاييمې دي . لکه په لاندي شکل کې :

**مستطيل قطرونه :**

دھرمستطيل قطرونه سره مساوي او بول سره نيمائي کوي اودمستطيل دقطرونوله تقاطع خخه دوي جوري انطباق منونکي مثلثونه جوريږي اودمستطيل خلورواره زاويي قاييمې دي .

**مستطيل دمحيط ، مساحت او قطر فورمولونه :**

که چيرې دمستطيل محيط په  $P$  ، مساحت په  $A$  او قطر په  $d$  سره وبنيو ؛ نولروچي :

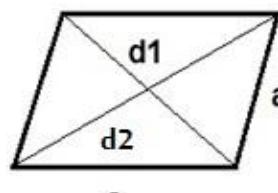
$$\text{محيط (چاپيريال)} P = 2(a+b)$$

$$\text{مساحت (پراخوالى)} A = a.b$$

$$\text{قطر } d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

## 3. معین یا لوزی (Rhombus):

تعريف: معین یا لوزی هجه خلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي یې دوه په دوه موازي، خلورواړه ضلعي یې مساوي او مخامخ زاوې یې يوله بل سره مساوي وي. لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-5)

## ダメین یا لوزی قطرونه :

ダメین یا لوزی قطرونه یو پر عمود او بول سره نیمايی کوي. همدارنګه دقطرونوله تقاطع شخه یې خلورانطباق منوونکي مثلثونه جو رېروي او هم یې قطرونه درأسونو زاوې یې نیمايی کوي.

## ダメین یا لوزی محیط او مساحت فورمولونه :

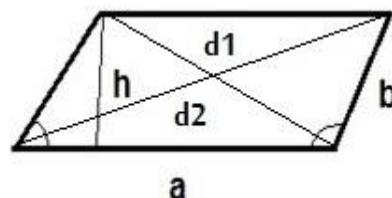
که چېږيダメین یا لوزی محیط په  $P$  او مساحت یې په  $A$  سره وښيو؛ نولرو چې :

$$\text{محیط } P = 4a$$

$$A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \quad \text{مساحت (پراخوالی)}$$

## 4. متوازی الاضلاع (Parallelogram):

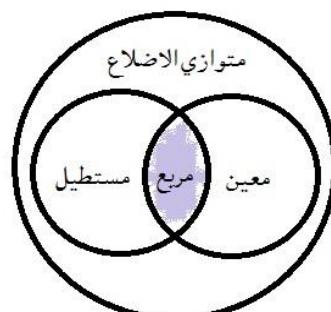
تعريف: متوازی الاضلاع هجه خلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي یې دوه په دوه سره موازي او مساوي دي. لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-6)

• دمتوازی الاضلاع قطرونه: دمتوازی الاضلاع قطرونه یو بل سره نیمايی کوي او مقابلي زاوې یې دوه په دوه سره مساوي دي.

- دمتوازی الاصلاء ، مستطیل ، معین یالوزی او مریع دخاصلیتونو شریکوالی ددستونو دتقاطع په دول په وین دیاگرام کې بنودل شوی دي:



(3-7) شکل

دمتوازی الاصلاء دمحیط او مساحت فورمولونه :

که چیرې دمتوازی الاصلاء محیط په  $P$  ، مساحت په  $A$  او ارتفاع یې په  $h$  سره ونبیو ؛ نولروچې :

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$h = a \cdot \sin \alpha$$

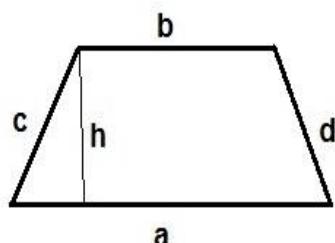
$$h = a \cdot \sin \beta$$

$$\text{محیط} P = 2(a+b)$$

$$\text{مساحت } A = b \cdot h = ab \cdot \sin \alpha = a \cdot b \cdot \sin \beta$$

### 5. ذوذنقه یا منحرف (Trapezoid) :

تعريف : ذوذنقه یامنحرف هغه خلورضلعي ده چې یوازې دوې مخامخ ضلعي یې سره موازي دي . لکه په لاندې شکل کې :



(3-8) شکل

## دڏوڏنقي دمحيط او مساحت فورمولونه :

که چيري دڏوڏنقي محيط په  $P$ ، مساحت په  $A$  سره ونبيو؛ نولروچي :

$$\text{محيط } P = a+b+c+d$$

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h \quad \text{مساحت (پراخوالی)}$$

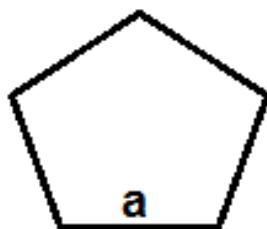
$$d = \sqrt{ab + c^2}$$

يادونه : په پورتنیو تولو خلور ضلعی گانوکي له ذوڏنقي پرته دنورو تولو مخامخ ضلعی دوه په دوه سره موازي دي ، البته په ذوڏنقه کي يوازي دوه مخامخ ضلعی سره موازي دي .

## دمنظم پنجه ضلعی دمساحت فورمول :

دمنظم پنجه ضلعی دمساحت فورمول په لاندي دول دي:

$$A = (a2.5)(4 \cdot \tan(\Pi) / 5)$$

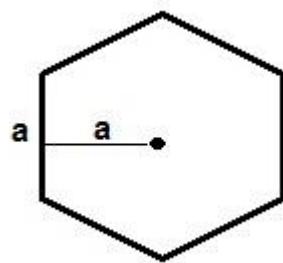


شكل (3-9)

## دمنظم شپر ضلعی (Hexagon) دمساحت فورمول :

دمنظم شپر ضلعی دمساحت فورمول په لاندي ڊول دي :

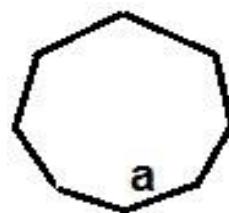
$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$



شكل (3-10)

دمنظم اته ضلعي دمساحت فورمول :

$$A = 2(1 + \sqrt{2})a^2$$



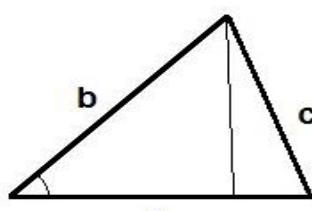
شكل (3-11)

## خلورم خپرکی

### مثلث (Triangle)

**تعريف :** مثلث هجه سطحه ده چې دریو توته خطونو په واسطه احاطه شوي وي .

- **دمثلث ضلعه :** دمثلث هر خط ته دمثلث ضلعه وايي .
- **دمثلث رأس :** دمثلث دده ضلعونبليدونقطي ته دمثلث رأس وايي .
- **دمثلث ميانه :** هجه توته خط چې دمثلث مرکزله مقابل ضلعوسره ونبليوي دمثلث دمياني په نوم يادېږي . ده مثلث ميانې په یوه تکي کې قطع کوي ، دميانيو دتقاطع تکي دتقل دمرکز په نوم يادېږي .
- **دمثلث ناصل الزاويه :** هجه توته خط چې دمثلث یوه زاويه په دوه مساوي برخوو یشي دناصف الزاويبي په نوم يادېږي . او دناصف الزاويبي هرتکي دزاويي له دوه ضلую خخه مساوي فاصله لري .
- هرمثلث دری ارتقاوې ، دری رأسه ، دری ميانې او دری ناصل الزاويي لري چې داتول په یوه نقطه کې قطع کوي . لکه په لاندې شکل کې :



(4-1) شکل

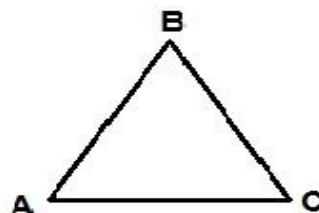
**دمثلث بشودنه :** مثلث درأسونو د دریو تورو په واسطه بشودل کېږي لکه د  $\Delta ABC$  مثلث . (دمثلث دعلامې شکل  $\Delta$  دی ) .

## دمثلث ډولونه :

الف - دضلعلو له خواه دمثلث ډولونه : مثلثونه دضلعلو له خواپه دری ډوله دي :

## (1) متساوي الاضلاع مثلث :

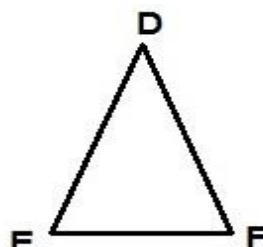
هغه مثلث چې دری واره ضلعي یې سره مساوي وي متساوي الاضلاع مثلث نوميری به هر متساوي الاضلاع مثلث کې دری واره زاوي ھم سره مساوي وي ; لکه په لاندې شکل کې :



(4-2) شکل

## (2) متساوي الساقين مثلث :

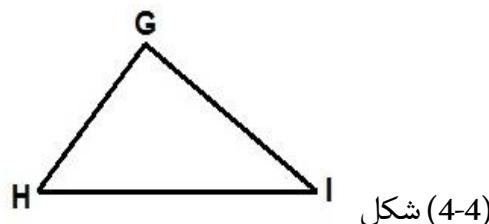
هغه مثلث چې دوې ضلعي یې سره مساوي وي متساوي الساقين مثلث نوميری ، په متساوي الساقين مثلث کې ددواړو مساوي ضلعلو خخه هرې یوې ته دمثلث ساق او دريمې ضلعي ته یې قاعده وايې ، په متساوي الساقين مثلث کې دساقونو مجاوري زاوي یې سره مساوي وي . لکه په لاندې شکل کې :



(4-3) شکل

## (3) مختلف الاضلاع مثلث :

هغه مثلث چې دری واره ضلعلو او بدواړي مختلف الاضلاع مثلث نوميری . لکه په لاندې شکل کې :

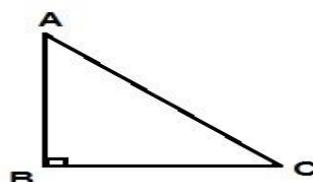


(4-4) شکل

**ب - دزاویوله خوا دمئلث دولونه :** مثلثونه دزاویوله خواهم په دری چوله دي :

### (1) قایم الزاویه مثلث :

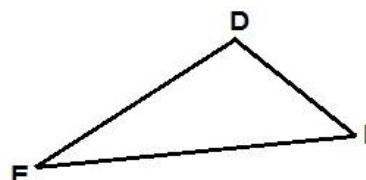
هغه مثلث چې یوه زاویه بې قایمه وي ، قایم الزاویه مثلث نومیري . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-5)

### (2) منفرج الزاویه مثلث :

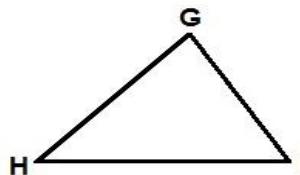
هغه مثلث چې یوه زاویه بې له قایمې زاویې خخه لویه وي ، منفرج الزاویه مثلث نومیري . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-6)

### (3) حاده الزاویه مثلث :

هغه مثلث چې دری واره زاویې بې له  $90^\circ$  خخه کوچنۍ وي ، حاده الزاویه مثلث نومیري . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-7)

### دمثلث دداخلي او خارجي زاویومجموعه :

- دهرمثلث دداخلي زاویومجموعه  $180^\circ$  درجي ده .
- دمثلث هريوي داخلي زاویې ته په لنډول دمثلث زاویه وايي .
- دهرمثلث دخارجي زاویومجموعه  $360^\circ$  درجي ده .
- په هرمثلث کې هفي زاویې ته چې دمثلث ديوې ضلعي له امتداد خخه دمثلث له بلې ضلعي سره جورېوري ، دمثلث خارجي زاویه وايي .
- ديوه مثلث دخارجي زاویې اندازه دمثلث ددوه نورو داخلي غيرمجاورو زاویوله مجموعي سره مساوي ده .

**دمثلث دا ضلاعو او زاویو خاصیتونه :****الف . دمثلث دا ضلاعو او زاویو ترمنج اړیکې :**

- که دیوه مثلث دوې ضلعي سره مساوي وي ؛ نوده ګه ضلعومخامنځ زاويې هم سره مساوي دي .
- که دیوه مثلث دوہ زاويې سره مساوي ده ګه دمساوي زاویو ضلعي هم سره مساوي دي .
- په هرمثلث کې هغه زاویه چې دلویې ضلعي مخ ته واقع وي له هغې زاویې خخه چې دکوچنی ضلعي مخ ته واقع وي لویه ده .
- په هرمثلث کې هغه ضلعيه چې دلویې زاویې مخ ته واقع وي ده ګي ضلعي خخه چې دکوچنی زاویې مخ ته واقع وي لویه ده .

**ب - دمثلث دا ضلاعو خاصیتونه :**

- په هرمثلث کې ددوه ضلعوداړدوالی مجموعه ددریې ضلعي له اوړدوالی خخه لویه وي .

**ج- دمثلث دداخلي زاویو دپراخوالی مجموعه :**

- دیوه مثلث دداخلي زاویو دپراخوالی مجموعه دوہ قایمې یا  $180^\circ$  درجي ده .

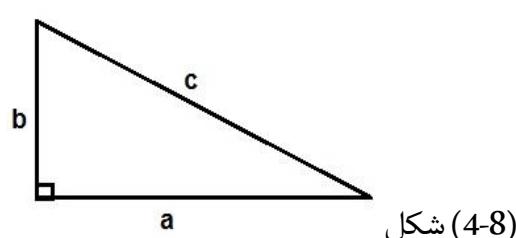
**د- دمثلث دخارجي زاویو خاصیتونه :**

- دیوه مثلث دهري خارجي زاویې پراخوالی ده ګه دمثلث دداخلي غیرمجاورو زاویو دپراخوالی له مجموعې سره مساوي دي .
- که دیوه مثلث دخارجي زاویو مجموعه خلورقایمې یا  $360^\circ$  درجي ده .

**دفيثاغورث قضیه :**

په هرقایم الزاویه مثلث کې دو تر مربع ده ګه دقایمې ضلую دمربع له مجموعې سره مساوي ده :

$$\vec{a}^2 + \vec{b}^2 = \vec{c}^2$$



(4-8) شکل

**دقضیي عکس (سرچپه) :**

که چیرې په یوه مثلث کې ددوو ضلعو دمربعاتو مجموعه دهغه دریمي ضلعي له مربع سره مساوي وي، نوهغه مثلث قایم الزاویه دی .

**دقایم الزاویه مثلث قضیي :**

- په هرقایم الزاویه مثلث کې دقایمو ضلую دضرب حاصل دوتراودهغې ارتقاع دضرب له حاصل سره مساوي دی چې پرنوموري وترباندي پرته ده .

- په هرقایم الزاویه مثلث کې دهغې میانې اوبدوالى چې له قایم رأس خخه رسم کیږي، دقایمو ضلعودهندسي وسط خخه عبارت دي کوم چې دنوموري مثلث په وترپروت دي .

- په هرقایم الزاویه مثلث کې دهغې ارتقاع اوبدوالى چې له قایم رأس خخه دهغه پروترباندي رسميري دوترا اوبدوالى دنيمايي سره مساوي دی .

- که چیرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې چې یوه حاده زاویه يې  $30^\circ$  درجي وي دمخامخ ضلعي اوبدوالى يې دوترا اوبدوالى دنيمايي دی .

### دمثلث دمحیط او مساحت فورمولونه

.i. دمثلث دمساحت عمومی فورمول :

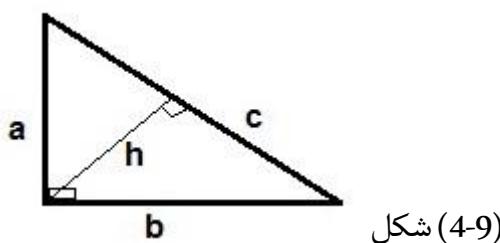
که چیری دمثلث محیط په  $P$ ، مساحت یې په  $A$  سره ونبیو؛ نولروچي :

(چاپیریال) محيط  $P = a+b+c$

$$A = \frac{1}{2} a.h \quad \text{مساحت (پراخوالی)}$$

.ii. دقایم الزاویه مثلث مساحت :

دقایم الزاویه مثلث مساحت دلاندی فورمول په واسطه لاس ته راوللای شو:



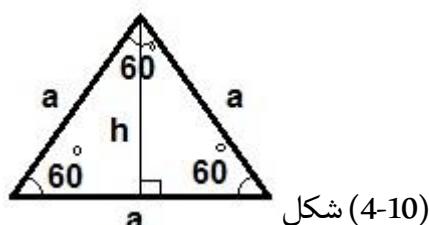
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$A = \frac{1}{2} a.b = \frac{1}{2} a.h$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

.iii. دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت :

دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت او حجم دلاندی فورمولونوچه واسطه په لاس راخي :

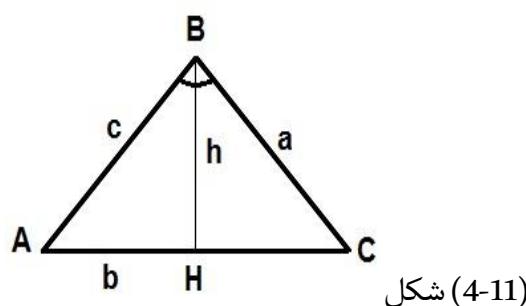


$$A = \frac{a.h}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P = 3.a$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

.iv دمئلث مساحت ددوه ضلعو اوددوه ضلعوتمنخ دزاویي له جنسه :



شکل (4-11)

$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} \quad \text{او } S_{ABC} = \frac{a \cdot h}{2}$$

ارتفاع . قاعده

پوهیروچی دیومئلث مساحت : ) نو لروچی : (  $h = c \sin A$  )

$$S = \frac{1}{2} a c \sin B, S = \frac{1}{2} b c \sin A, S = \frac{1}{2} a b \sin C$$

.v دمئلث مساحت دمئلث دصلعو داوردوالی له جنسه :

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

په داسې حال کې چې  $p$  دمحیط(چاپیریال) نمایي دی .

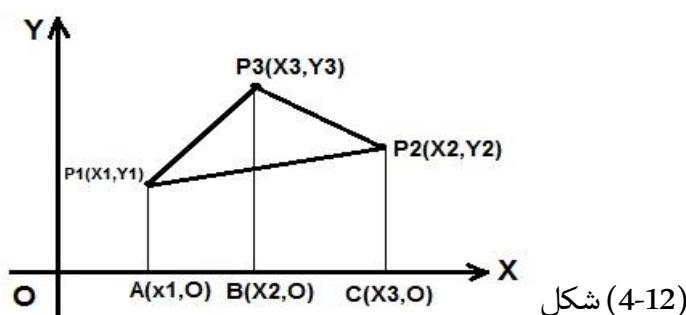
$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{مساحت (پراخوالی)}$$

.vi دمئلث دمساحت پیداکول ددریو ضلعوله جنسه (دھیرون فورمول) :

ددی لپاره دیوی زاویي دنیمايی  $\sin$  دمئلث دصلعو داوردوالی له جنسه په لاس راورو  $ABC$  په هرمئلث کې لاندې اړیکې صدق کوي :

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}, \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$$

.vii دمئلت دمساحت پیداکول چي درأسونو وضعیه کمیات یې معلوم وي :



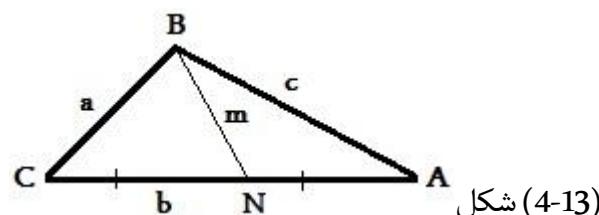
شکل (4-12)

که دیوه مثلث  $p1p2p3\Delta$  رأسونه وي، نود  $p1(x1,y1)$ ,  $p2(x2,y2)$ ,  $p3(x3,y3)$  مثلث مساحت دلاندی فورمول خخه په لاس راھي :

$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

.viii دمئلت دمیانی فورمول:

لاندنی شکل ته په کتوسره دمئلت میانی دلاندی فورمول په واسطه په لاس راھي :



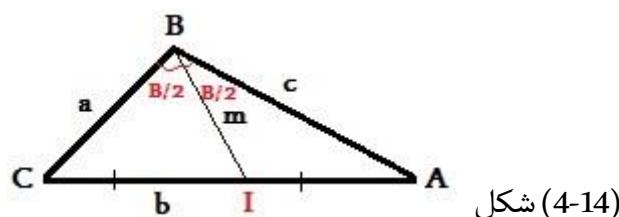
شکل (4-13)

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$CN = AN$$

.ix دمئلت دناصف الزاویې فورمول:

لاندنی شکل ته په کتوسره دمئلت ناصف الزاویه دلاندی فورمول په اساس په لاس راوړلای شو:

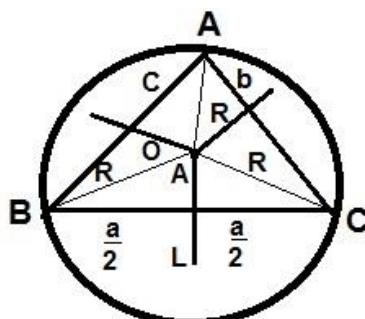


شکل (4-14)

$$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{ac(p-b)}$$

$$\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$$

دیوه مثلث دمحيطي<sup>6</sup> دايرې دشاع پيداکول: .x



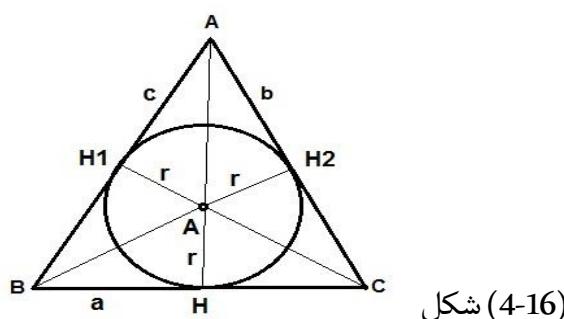
شكل (4-15)

دیوه مثلث دمحيطي دايرې شعاع (R) مساوي ده په :

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}, 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

دیوه مثلث دمحاطي دايرې دشاع پيداکول : .xi



شكل (4-16)

دیوه مثلث دمحاطي دايرې شعاع د لاندي فورمول په مرسته لاس ته رائي :

$$r = \sqrt{\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \text{ يا } r = \frac{s}{p}$$

<sup>6</sup>- یادونه : دمحيطي او محاطي دايروتعريفونه ددايرې په مبحث کې ذكرشوي دي .

## پنجم خبرکی

### : دایره (Circle)

**تعريف:** دایره دهجه نقطوست یا هندسی محل چی دیوه تاکلی نقطی خخه مساوی فاصله ولری دایره بلل کیری . یا په بل عبارت: دایره دیوه ترلی منحنی خخه عبارت ده چی له یوی تاکلی نقطی خخه مساوی فاصله ولری .

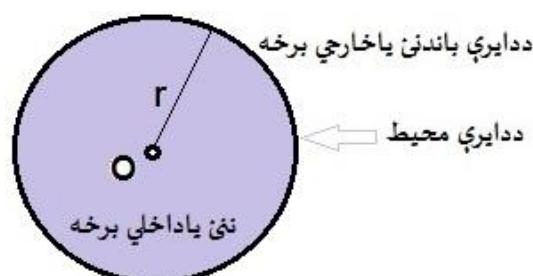
**دادایری داخلی برخه:** دادایری مرکزاودهجه نقطوست چی فاصلی یې له مرکز خخه دادایری ترشاع کوچنی وی دادایری داخلی برخه بلل کیری .

**دادایری خارجی برخه:** دهجه نقطوست چی فاصلی یې له مرکز خخه دادایری ترشاع لویې وی دادایری خارجی برخه بلل کیری .

**دادایری محیط:** دهجه نقطوست چی فاصلی یې دادایری له شعاع سره مساوی وی دادایری محیط بلل کیری .

**دادایری سطحه:** دمستوی هغه برخه چی دادایری دمحیط او دهه ی دداخلي سطحی په واسطه جلاشوی وی دادایری سطحه بلل کیری .

دادایری مرکز  $O$  او شعاع  $r$  په تورو بنودل کیری، لکه په لاندی شکل کې: د  $(O, r)$  دایره .



شکل (5-1)

**دادایری عناصر (Elements of Circle)****1. دادایری شعاع (Radius)**

هغه کربنه چې ددایری مرکزدھیط له یوې نقطې سره ونبليوي ددایری شعاع بلل کيږي .

**2. ددایری وتر (Chard)**

هغه توټه کربنه چې ددایری دمحیط دوه نقطې سره ونبليوي ددایری وتر بلل کيږي .

**3. ددایری قطر (Diameter)**

هغه وترچې ددایری دمرکزخنه تیرشي ددایری قطر بلل کيږي او اوردوالي يې دشاع دوه برابره وي .

**4. ددایری قوس (Arc)**

دادایری دمحیط یوه برخه ده ددایری قوس بلل کيږي .

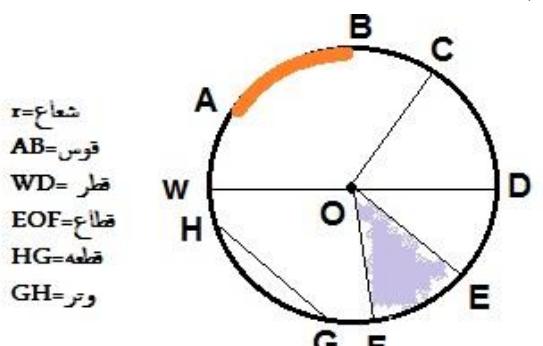
**5. ددایری قطعه (Segment)**

دادایری دسطحې یوه برخه چې دوتړه واسطه ددایری له سطحې خخه جلاشوې وي ددایری قطعه بلل کيږي .

**6. ددایری قطاع (Sector)**

دادایری دسطحې یوه برخه چې ددوه شعاع کانو او اړوندقوس په واسطه له سطحې خخه بیل شوی وي ددایری قطاع بلل کيږي .

**دادایری عناصر په لاندې شکل کې بنودل شوي دي :**



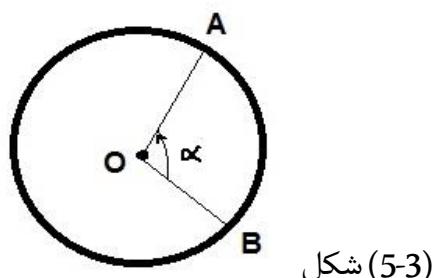
شكل (5-2)

**بایدپه یاد و لروچي :**

- په هره دایره کې تربولو لوی وتر، ددایري قطردي چې دشعاع دوه برابره دي .
- دیوی دایري هرقطر وتردي ؛اماھر وترقطرنه دي .
- هغه قوس چې دیوی دایري د محیط له نیمايی خخه کوچنۍ وي د کوچنۍ قوس (Minor Arc) په نوم یادېږي .
- هغه قوس چې دیوی دایري دمحیط له نیمايی خخه لوی وي دلوی قوس (Major Arc) په نوم یادېږي .

**دادایري زاویه (Angle of Circle)****لومړۍ: ددایري مرکزي زاویه :**

**تعريف :** هغه زاویه چې رأس یې ددایري په مرکزپروت او ضلعې یې ددایري شعاعګانې وي ددایري مرکزي زاویه بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې: د  $\hat{AOB}$  زاویه .

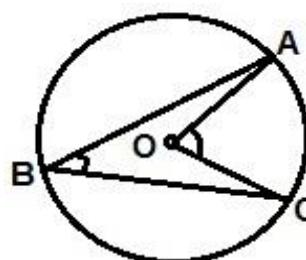


شکل (5-3)

- دهري مرکزي زاویې اندازه دهه ډمخامخ قوس سره مساوي ده .
- دمرکزي زاویې ډمخامخ قوس او بردوالې دلاندې رابطي خخه لاس ته راخي :

$$\frac{\text{دقوس طول}}{\text{دادایري محیط}} = \frac{\widehat{AOB}}{360^\circ}$$

- هغه مرکزی او محیطي زاویه چې ضلعي بې د محیط له یوې نقطې خخه تیرې وي:

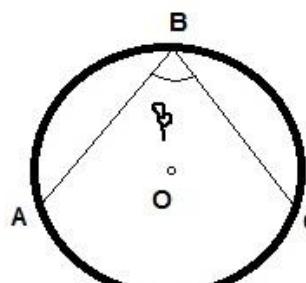


شکل (5-4)

$$\hat{A}BC = \frac{1}{2} \hat{A}OC$$

#### دویم: د دایرې محیطي زاویه (Inscribed Angel):

**تعريف:** هغه زاویه ده چې رأس بې د دایرې پرمحيط او ضلعي بې د دایرې وترونه وي محیطي زاویه بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



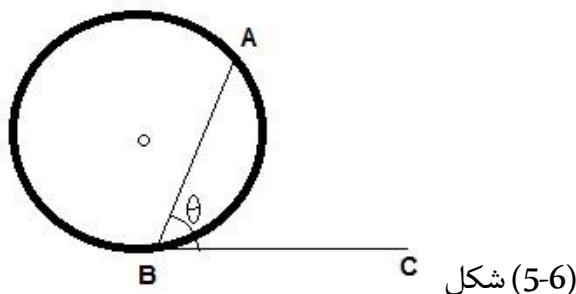
شکل (5-5)

- د هرې محیطي زاویې پراخوالی ده گې د مخامنځ قوس له نیمايی سره مساوی دی .
- هرې محیطي زاویه ده گې د مرکزی زاویې نیمايی ده چې دعين قوس په مخامنځ واقع وي .

$$\hat{A}BC = \frac{1}{2} AC$$

## دریم: ددایری مماسی زاویه:

**تعريف:** هغه زاویه ده چې یوه ضلعه یې په دایري مماس اوبله ضلعه یې ددایري وتروا رأس دتماس په نقطه کي ددایري پرمحيط پروت وي مماسي زاویه بلل کيري. لکه په لاندي شکل کي:  $d^\theta$  زاویه.

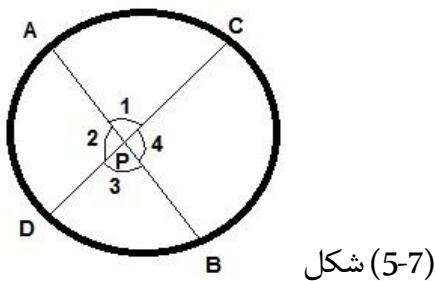


- هرہ مماسی زاویہ دھفی دمکرzi زاویی نیمایی دھ چی دعین قوس به مخامخ پرته وي .
  - محیطی اومماسی زاویی چی دعین قوس په مقابل کی پرتی وي ، سره مساوی دي .

$$A\hat{B}C = \frac{1}{2}AB$$

## خلورم : ددايری داخلی زاويي :

**تعريف :** هغه زاويې چې دقاطع کربنوبه مرسته ددایري په دنه کې منځ ته راخي ددایري دداخلي زاويې په نوم پادیري. لکه په لاندي شکل کې: د  $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$  زاويي.

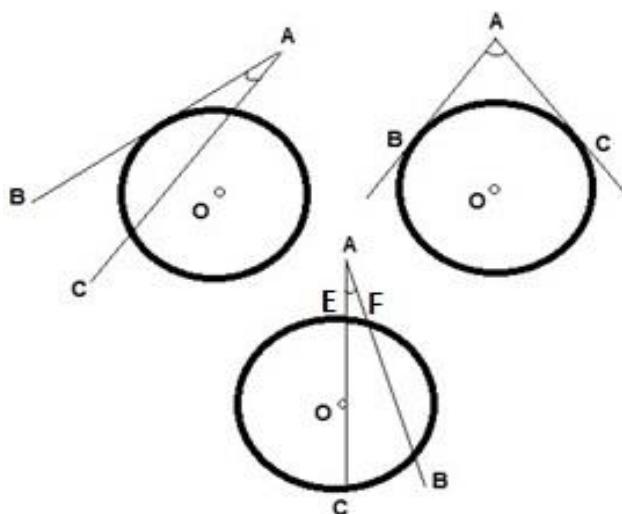


- دیوپی دايرې دهري داخلی زاويې پراخوالی دهغې دمخامخ قوسونو دمجموعې له نيمائي سره مساوي دي .  
فورمول يې دادئ :

$$APC = \frac{1}{2}(AC + DB)$$

## پنجم: ددایری خارجي زاويي:

تعريف: هغه زاويي چي دده قاطع کربنو، دوه مماسونو، یا یوقاطع او یومماس دتقاطع خخه ددایري په بېرکي منح ته راخي ددایري خارجي زاويي بلل کيري. لكه په لاندي شکلونوکي: د ABC زاويي.



شکل (5-8)

دیوی دایري دهري خارجي زاويي پراخوالی دهفي دمخامخ قوسونو دتفاضل له نیمايي سره مساوي دى.

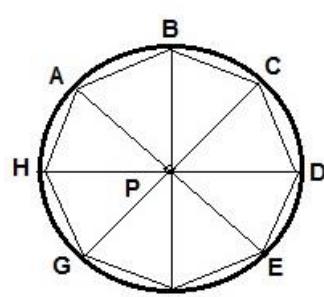
فورمول يې دادئ:

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}(BC - EF)$$

## دمضلع دایري

## دمضلع محیطي دایره:

تعريف: هغه دایره چي دمزلع درأسونو خخه تیره شي دمزلع محیطي دایره بلل کيري او مزلع مرسوم په دایره بلل کيري. لكه په لاندي شکل کې :

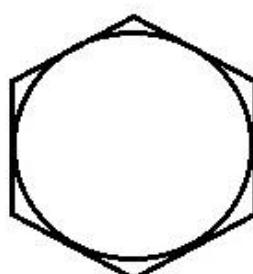


شکل (5-9)

- دیوه مثلث دا ضلاعو دمنځنی (وسطي) عمودونو دقاطع تکي دمثلث دمحطي دايرې مرکز دي .
- هر منظم مضلع محطي او محاطي دايره لري .
- که چيرې يوه خلورضلي مرسوم په دايره وي ، ده ګي دمخامخ زاویومجموعه  $180^\circ$  درجي ده .

### دمثلع محاطي دايره :

**تعريف :** هغه دايره چې دمثلع پر ضلعو مماس وي دمثلع محاطي دايره بلل کيږي . لکه په لاندي شکل کې :



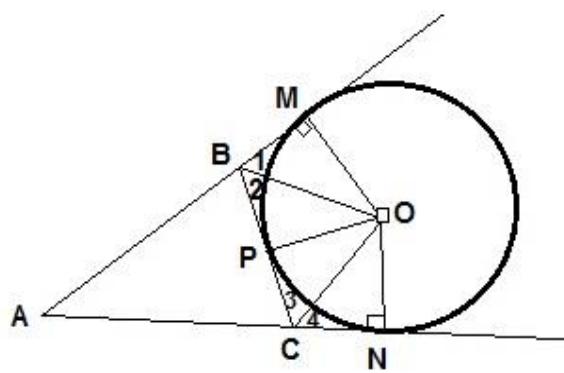
(5-10) شکل

### دمثلث خارجي محاطي دايره :

لومړۍ باید دمثلث محاطي دايره تعريف کړو: هغه دايره چې دیومثلث په دریو ضلعو مماس وي دمثلث محاطي دايره بلل کيږي .

- دهرمثلث دنني ناصف الزاويه ترمنځ دېرې کېږي نقطه دمثلث دمحاطي دايرې له مرکز خخه عبارت دي

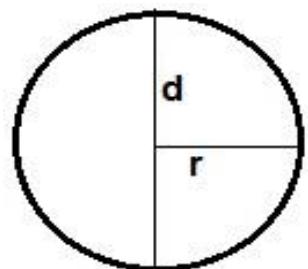
**دمثلث دخارجي محاطي دايرې تعريف :** هغه دايره چې دمثلث پريوه ضلعه او د دوه نورو ضلعو په امتداد مماس وي دمثلث خارجي یا بهرنې محاطي دايره بلل کيږي ؛ لکه په لاندي شکل کې :



(5-11) شکل

## دادایری د مساحت ، محیط او حجم فورمولونه :

که چیری ددایری محیط په  $P$ ، مساحت په  $A$  او قطر په  $d$  سره و بنیو؛ نولروچی :



شکل (5-12)

$$\text{محیط} p = 2\pi r = \pi d$$

$$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

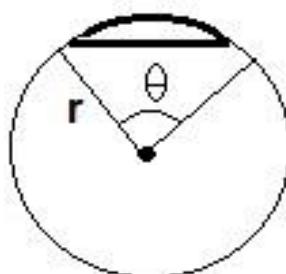
مساحت (پراخوالی)

$$d = \overrightarrow{AB} = 2R \quad \text{قطر}$$

$$\pi = 3.14\dots$$

## دادایری دقطعي (segment) مساحت :

که چیری ددایری دقطعي مساحت په  $A$ ، شعاع يې په  $r$  او ددایری مرکزي زاویه په  $\theta$  سره و بنیونو؛ لاندی  
شکل ته په کتوسره ددایری دقطعي مساحت دلاندی فورمول په اساس لاس ته راخي:

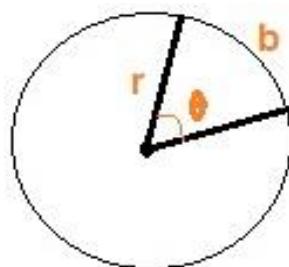


شکل (5-13)

$$A, \text{segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

## دادایری دقطع (sector) مساحت :

که چیرې ددایری دقطع مساحت په  $A$ ، شعاع يې په  $r$  او د مقابل قوس او بردوالی يې په  $b$  سره ونبیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره ددایری دقطع مساحت دلاندې فورمول په اساس لاس ته راخی :



(5-14) شکل

$$A, \text{sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta, b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$$

## دادایری دقوس (arc) او بردوالی :

✓  $r$  په شعاع ددایری دمرکزی زاویې ( $\hat{\theta}$ ) د مقابل قوس او بردوالی مساوی دي په :

$$l = \pi r \frac{\hat{\theta}}{180^\circ}$$

✓  $r$  په شعاع ددایری دمرکزی زاویې ( $\hat{\theta}$ ) رادیان د مقابل قوس او بردوالی مساوی دي په :

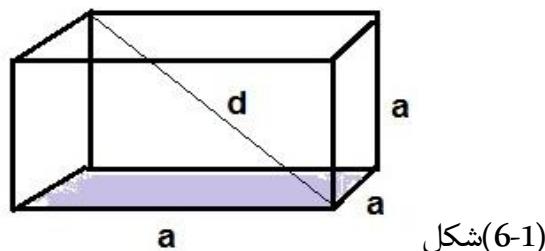
$$l = r\theta$$

## شپرم خپرکی

### دفاضایي هندسي جسمونو مساحت او حجمونه

• I. مستطيل مكعب (Cuboid) :

تعريف : مستطيل مكعب یومنظم شپرمخیزه (سطحی) جسم دی چې ټولی سطحی یې دمستطيل شکل ولري او دسطحو مخامن زاویې یې قايمې وي . لکه په لاندې شکل کې :



• كتاب ، خښته ، دکوګړو قطی او داسې نور... د دمستطيل مكعب مثالونه دي .

د مستطيل مكعب دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې د مستطيل مكعب محیط په  $P$  ، جانبي مساحت په  $S$  ، کلي مساحت په  $A$  او قطر په  $d$  سره وبنیو ؛ نولروچی :

جانبي مساحت (پراخوالی)  $S=2(ab+bc)$

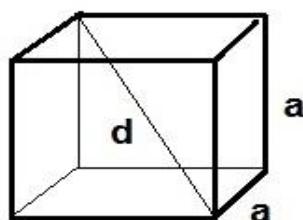
مساحت (پراخوالی)  $A=2(ab+bc+ac)$

حجم  $V=a.b.c$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} , R = \frac{a\sqrt{3}}{2} , r = \frac{a}{2}$$

## .II مربع مکعب (Cube):

تعريف: هغه شپږ مخیزه (سطحی) چې ده ګه تولې سطحی یوله بل سره مساوی وي مربع مکعب بدل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



(6-2) شکل

## دمربع مکعب دمساحت او حجم فورمولونه :

که چېړي دمربع مکعب جانبي مساحت په  $S$  او کلی مساحت په  $A$  ، حجم یې په  $V$  او قطري په سره وشيو ؛ نولروچي :

$$\text{جانبي مساحت (پراخوالی)} S=4a^2$$

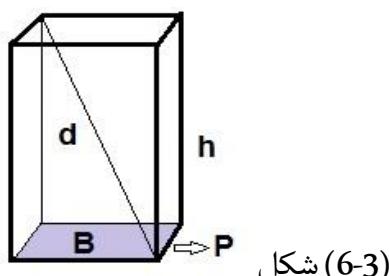
$$\text{کلی مساحت (پراخوالی)} A=6a^2$$

$$\text{حجم } V=a^3$$

$$\text{قطر } d = \sqrt{3} \cdot a$$

## .III منشور :

تعريف: منشور یو منظم هندسي جسم دی چې مخامنځ جانبي سطحی یې یوله بل سره مساوی او موازي دی او د مخامنځ جانبي سطحوزاوې یې یو پرېبل باندې انطباق منونکې دی . خرنګه چې جانبي مخونه یې مستطيلونه دی نومجموعه یې د منشور جانبي مساحت بدل کيږي په یوه منشورکې د جانبي سطحونه د مساحت له جمع کولو خخه تول جانبي مساحت په لاس راخي او د تول جانبي مساحت او د وه قاعده د مساحت له جمع کولو خخه د منشورکلي مساحت لاس ته راخي . که چېړي د منشور سطحی پر قاعده باندې عمود وي هغه ته قايم منشور ويل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



(6-3) شکل

- منشور و نوته دقاعد و خوپلی شکل له مخی نوم ورکول کیری لکه: 3 ضلعی منشور، 4 ضلعی منشور، 5 ضلعی منشور، 6 ضلعی منشور او داسی نور..

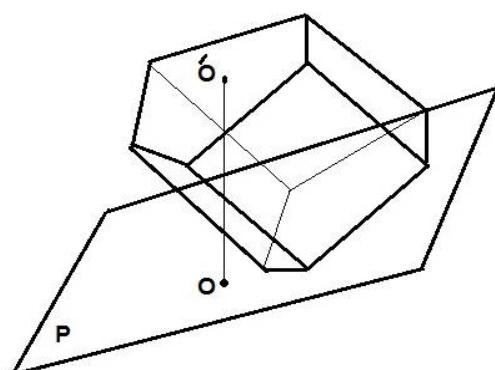
**دمنشور دولونه:**

**قايم منشور:**

که دمنشور خط الرأسونه پر قاعدوی مستوی عمود وي نو؛ دغه دول منشورته قايم منشور وايی. په دي دول منشور کي دمنشور جانبي وجوه ته مستطيل وايی او دمنشور ارتفاع دمنشور دهريو خط الرأس له او بدواли سره مساوي وي.

**مايل منشور:**

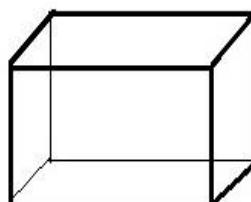
که منشور قايم نه وي نو؛ مايل منشور بلل کيری. لکه په لاندي شکل کي:  $OO' \perp P$  دمايل منشور ارتفاع جوروی.



(6-4) شکل

**منظم منشور:**

هجه قايم منشور چې قاعده يې يوه منظمه خوپلی وي، منظم منشور بلل کيری. دمنظم منشور جانبي وجوه مساوي مستطيلونه جوروی. لکه په لاندي شکل کي:



(6-5) شکل

**ناقص (نیمکری) منشور:** که دوه غیرموازي مستویگان دیوې منشوری سطحې تول خط الرأسونه قطع کړي نوبوڅو مخیزه ګانې لاس ته راخې، چې هغې ته ناقص منشور ویل کيری.

## دمنشور دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیری دمنشور جانبی مساحت په  $A$  او کلی مساحت په  $S$  او حجم په  $V$  سره او دقاعدي مساحت په  $B$  و بنیو؛ نولروچی :

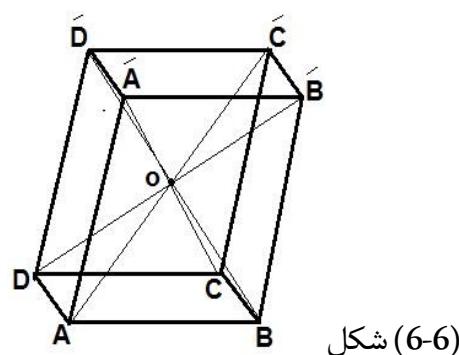
(ضلع ضرب ضلع = دمستطیل مساحت) جانبی مساحت (پراخوالی)  $S=p.h$

تول مساحت  $A=S+2B$

حجم  $V=B.h$

## IV. متوازی السطوح :

تعريف : هغه منشورچی قاعدي يې متوازی الاصلاء وي دمتوازی السطوح په نوم يادیري . لکه په لاندې شکل کې :

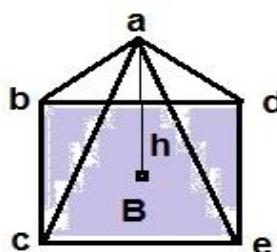


بايدپه يادولروچي :

- هرمتوازی السطوح شپروجهی، آته رأسونه، دولس خط الرأسونه او خلورو قطرونه لري.
- په هرمتوازی السطوح کې هرې دوي سطحي چې مشترکه نقطه ونه لري دمتوازی السطوح متقابلي سطحي جورووي .
- په هرمتوازی السطوح کې دوي متقابلي سطحي قاعده فرض کولی شو.
- په هرمتوازی السطوح کې خط الرأسونه خلورپه خلوره مساوي او موازي دي.
- دمتوازی السطوح خلورو قطرونه ديوې نقطې خخه تيرېري او يوبل قطع کوي .
- دخلورو قطرونو دتقاطع نقطې ته دمتوازی السطوح مرکزوايي .

## .V هرم (Pyramid)

تعريف: هرم یو منظم هندسی خومخیزه شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع او جانبی سطحی یې مثلثونه دی او یو گدراًس ولري. لکه په لاندې شکل کې :



(6-7) شکل

## د هرم د مساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې د هرم جانبی مساحت په  $S$  (د ضلعو شمیرپه  $n$  د مثلث قاعده په  $b$  او ارتفاع یې په 'سره ) او کلی مساحت په  $A$  حجم په  $V$  او ارتفاع یې په  $h$  او دقاعدې مساحت یې په  $B$  سره وبنيو؛ ولرو چې :

$$S = n \cdot \frac{1}{2} b \cdot h \quad \text{جانبی مساحت (پراخوالی)}$$

● جانبی سطحی یې مثلثونه دی .

$$A = B + S$$

د جانبی سطحومساحت + دقاعدي مساحت = د هرم کلي مساحت

● که چیرې  $B$  د مربع شکل درلود د مربع د مساحت په فورمول یې مساحت معلومولی شو او که  $B$  د مستطيل شکل درلود نوبایا یې د مستطيل د فورمول له مخي مساحت په لاس راخي ...

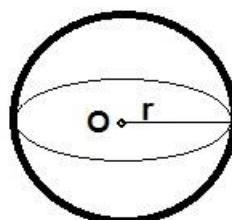
$$V = \frac{1}{3} B \cdot h \quad \text{حجم}$$

● د مکعب مستطيل حجم د هرم د حجم 3 برابره دی؛ نو د هرم حجم د مکعب مستطيل د حجم یو په

$$\frac{1}{3} \text{ دريمه دی .}$$

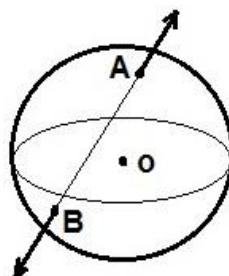
## کره (Sphere) .VI

تعريف : کره هجه جسم دی چې دهه ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې خخه مساوی فاصلې ولري ، ثابتې نقطې ته دکړي مرکز ( $O$ ) وايې ، له مرکزخه تردده ټرسطحې پورې ثابتې فاصلې ته دکړي شعاع ( $r$ ) وايې . لکه په لاندې شکل کې :



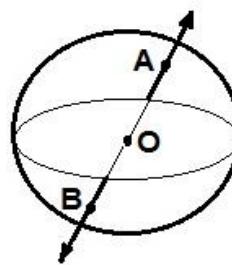
(6-8) شکل

دکړي وتر: هجه مستقیم قطعه خط چې دکړي دسطحې دوه نقطې يوله بل سره ونبليو دکړي وتربلل کېږي. لکه په لاندې شکل کې :



(6-9) شکل

دکړي قطر: هجه وترچې دکړي له مرکزخه تیرشی دکړي قطربلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې :



(6-10) شکل

دکړي دمساحت او حجم فورمولونه :

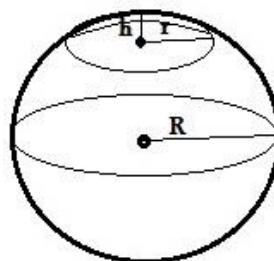
که چېړي دکړي مساحت په  $A$  او حجم یې په  $V$  سره وښيو ؛ نولیکلی شوچې :

$$\text{مساحت (پراخوالی)} = A = 4\pi r^2$$

$$\text{حجم} = V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

### دکری دخولی (کلاهک) دمساحت او حجم فورمولونه:

که چیری دکری دخولی یا کلاهک مساحت په  $A$ ، حجم یې په  $V$ ، شعاع یې په  $r$ ، ارتفاع یې په  $h$  او دکری شعاع په  $R$  سره و بیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې :

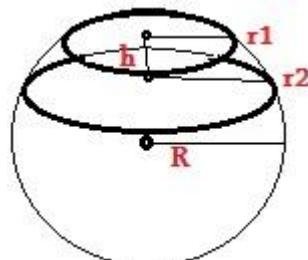


شکل (6-11)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ &= \pi(r^2 + h^2) \\ V &= \pi h^2 (R - \frac{h}{3}) \\ &= \frac{1}{6} \pi h (h^2 + 3r^2) \end{aligned}$$

### دکری دقاطی دمساحت او حجم فورمولونه:

که چیری دکری دقاطی مساحت په  $A$ ، حجم یې په  $V$ ، شعاع یې په  $r$ ، ارتفاع یې په  $h$  او دکری شعاع په  $R$  سره و بیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې :

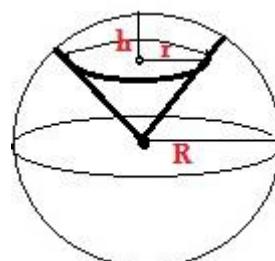


شکل (6-12)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ V &= \frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) h \end{aligned}$$

### دکری دقاطی دمساحت او حجم فورمولونه:

که چیری دکری دقاطی مساحت په  $A$ ، حجم یې په  $V$ ، شعاع یې په  $r$ ، ارتفاع یې په  $h$  او دکری شعاع په  $R$  سره و بیونو؛ (6-13) شکل ته په کتو سره لروچې :



(6-13) شکل

$$A = \pi R(r + 2h)$$

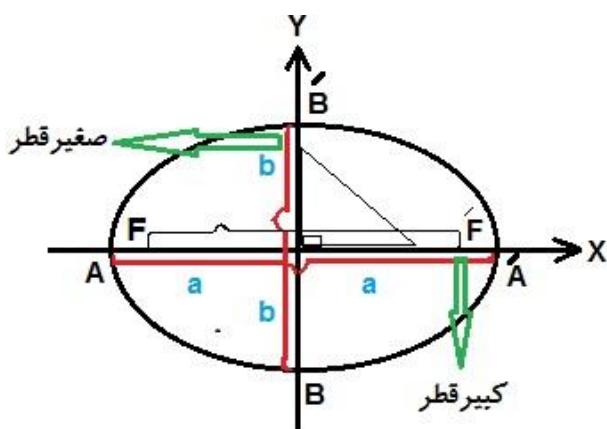
$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 \cdot h$$

### . VII. الپس (بیضوی) :

**تعريف :** په یوه مستوی کې د تولو هغون نقطو هندسي محل چې د دوه ځای پرخای نقطو خخه يې د فاصلو د جمعي حاصل يې تل مساوي یا ثابت او بدوا لري ، دالپس یا بیضوی په نوم یادېږي . په (6-12) شکل کې مستقرتکی چې په  $F$  او  $F'$  تورښودل شوي دي دالپس محراxonه او  $A, A'$  دالپس راسونه دي چې  $AA' = 2a$  ثابت او بدوا لري .

### دالپس(بیضوی) قطرونه اور راسونه :

الپس بې شمیره قطرونه لري ، لوی يې کبیرقطريا او بدقطرچې له محراxonو خخه تيرېږي او بیضوی په دوو ټکو کې قطع کوي ، د کبیرقطريا Major axis په نامه او کوچنۍ قطرې د  $FF'$  نیمايې په ټکي عمود دی چې د صغیرقطريا Minor axis په نامه یادېږي . د  $A, A'$  او  $B, B'$  تکي دالپس راسونه دي کبیرقطره په  $A, A'$  چې او بدوا لري يې  $AA' = 2a$  یعنې او صغیرقطره په  $B, B'$  چې او بدوا لري يې  $BB' = 2b$  دی ، سودل شوي دي لکه په لاندې شکل کې :



(6-14) شکل

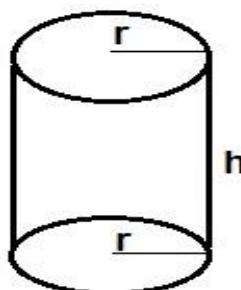
## دالپس (بیضوی) دمساحت او محیط فورمولونه :

$$P = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$\text{مساحت} A = \pi \cdot a \cdot b$$

## استوانه (Cylinder) . VIII

**تعريف :** قایمه استوانه له دوه انطباق منونکو دایروي قاعدو او بیوی جانبي سطحی خخه چې پر قاعدو باندي عموده وي جوره شوې ده . لکه په لاندې شکل کې :



(6-15) شکل

● استوانه یې شکلونه لکه : داوبوکیلاس ، داوبونل او داسي نور...

## داستوانې دمساحت او حجم فورمولونه :

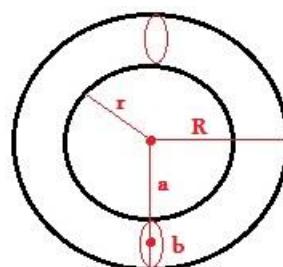
که چیرې داستوانې ارتفاع په  $h$  شعاع یې په  $r$  ، حجم یې په  $V$  ، مساحت یې په  $A$  او جانبي مساحت په  $S$  سره وبنيو ؛ نولروچې :

$$S = 2\pi r \cdot h \quad \text{جانبي مساحت (پراخوالی)}$$

$$A = 2\pi \cdot r \cdot (h+r) \quad \text{مساحت (پراخوالی)}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h \quad \text{حجم}$$

. IX **احاطه (چمبر) :** هغه استوانه اي جسم چې یوه استوانه یې په منظمي او مساوي فاصلې سره احاطه کړي وي احاطه (چمبر) بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې :



(6-16) شکل

### داحاطی (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیری مساحت په  $A$  ، حجم په  $V$  ، داستواني شعاع په  $r$  او داحاطی شعاع په  $R$  سره و بنیونو ؛ لروچی :

$$A = \pi 2(R^2 - r^2)$$

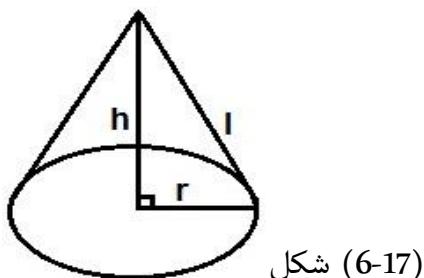
$$= 4\pi b.a$$

$$V = \frac{1}{4} \pi 2(R+r)(R-R^2)$$

$$= 2\pi b^2 a$$

### X مخروط (Cone) :

تعريف : قایم مخروط هغه جسم دی چې په یوه قایمه ضلعه یې دیوه قایم الزاویه مثلث له دوران خخه لاس ته راخي ، هغه توته چې دمخروط رأس دهغه دقاعدي له مرکزسره نبلوی دمخروط محوربلل کیوري که چیری محورپه قاعده باندی عمودوي ، قایم مخروط اوله هغه پرته مايل مخروط بلل کيوري . لکه په لاندی شکل کې :



(6-17) شکل

### مخروطي مقاطع (Sections of Conic)

تعريف : دیوی مستوی په واسطه دیوه مخروط قطع کول مختلفی منحنی کانی منح ته راوري چې دمخروطي مقاطو په نامه يادیږي .

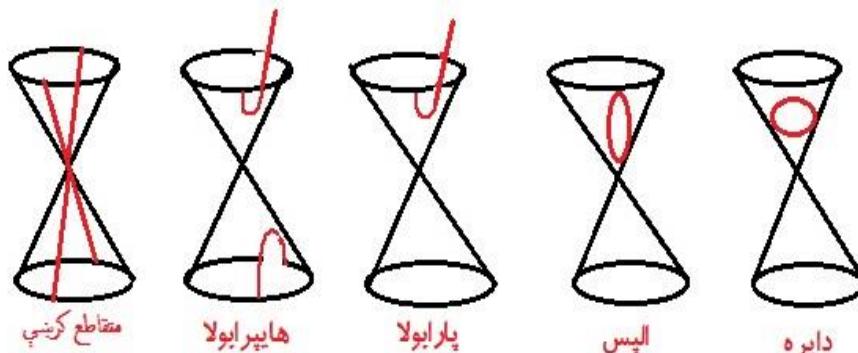
- که چیری یومستوی یومخروط داسې قطع کړي چې مستوی دمخروط په اصلی محورعموداویاماوزی له قاعدوسره وي نو؛ ګدڅېرکی یې یوه دایره (Circle) ده .

- که چیری مستوی مخروط داسې قطع کړي چې د مستوی او مخروط له اصلی محورسره زاویه قایمه نه وي (مايل) لاس ته راغلی شکل الپس (Ellipse) یا یضوی ده .

- که چیری یوه مستوی یومخروط داسې قطع کړي وي چې اصلی محورته موازي او هغه په برکې ونه لري نو؛ په دي حالت کې دهغوي له ګدڅېرکی خخه پارابولا (Parabola) په لاس راخي .

- که چیری یوې مستوی دوہ سرپه سریاخوکه په خوکه مخروطونه چې اصلی محورته موازي وي قطع کړي وي نو؛ له ګدڅېرکی خخه یې هایپربولا (Hyperbola) په لاس راخي .

- که چیرې بوه مستوی اصلی محوریه برکی ولري نو؛ گدڅرکی بې له دوو متقاطع کربنوشخه عبارت دی چې هر یوې په لاندې شکلونوکې بنودل شوي دي :



(6-18) شکل

### د مخروط د مساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې د مخروط جانبي مساحت په  $S$  او کلی مساحت په  $A$  سره او حجم يې په  $V$  سره ونبیو؛ نولروچې :

$$\text{جانبي مساحت} S = \pi r l$$

$$\text{دقاعدي مساحت} B = \pi r^2$$

$$A = B + S$$

$$A = \pi r^2 + \pi r l$$

$$\text{مساحت (پراخوالی)} A = \pi r(r+l)$$

خرنګه چې داستوانې حجم د مخروط 3 برابره دی، نو د مخروط حجم داستوانې د حجم يو په  $\frac{1}{3}$  دی.

$$\text{داستوانې حجم} V = \pi r^2 h$$

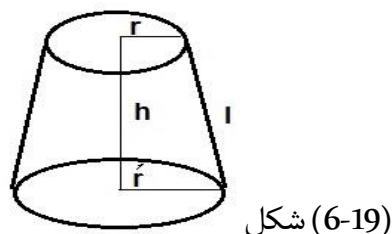
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad \text{نومخروط حجم}$$

$$\pi = 3.14..$$

## XI نیمکری (ناقص) مخروط :

تعريف : که چیری دم خروط در اس یوه برخه قطع شی یون نیمکری (ناقص) مخروط لاس ته را حی ، چې دوې دایروي قاعدي یې موازي شکل اختياروي .

لکه په لاندې شکل کې :



(6-19) شکل

دنیمکری (ناقص) مخروط دمساحت او حجم فورمولونه :

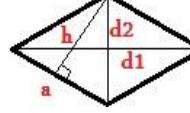
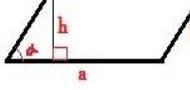
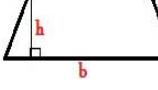
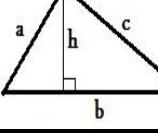
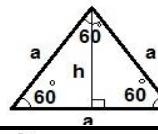
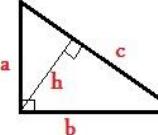
$$\text{دنیمکری مخروط جانبی مساحت } S = \pi l(r+r')$$

$$\text{دنیمکری مخروط کلی مساحت } A = \pi [l(r+r') + (r^2 + r'^2)]$$

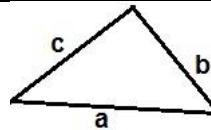
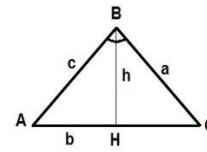
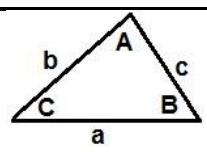
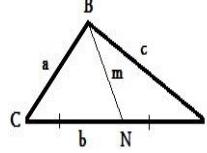
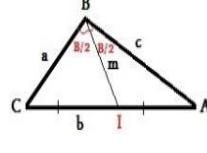
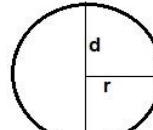
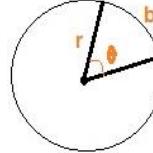
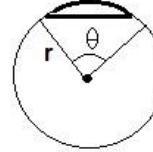
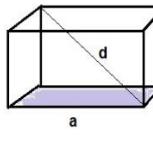
$$\text{دنیمکری مخروط حجم } V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r \cdot r')$$

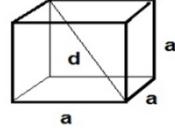
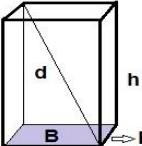
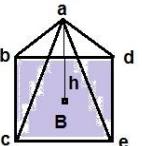
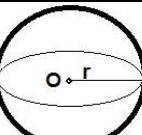
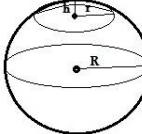
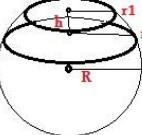
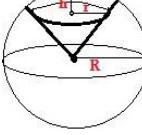
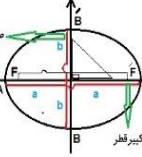
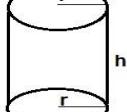
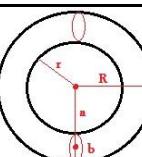
$$\pi = 3.14..$$

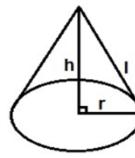
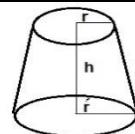
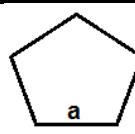
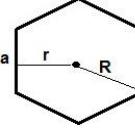
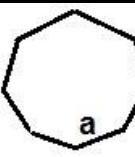
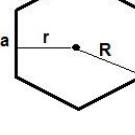
## دھینوہندسی مسطح اوفضایی جسمونو دمساحت، حجم او محیط دفورمولونو جدول<sup>(7)</sup>:

متغیرات	قطر	محیط	حجم	مساحت	دهندسی جسم شکل	نوم	کنه
دمربع دیوی ضلعی او بدوالی دی.	$d = \sqrt{2}.a$	$P=a+b+c+d=$ $4.a$		$A=a^2$		مربع	1
او a b په ترتیب سره دمستطیل دسور او بدوالی اندازه دہ.	$d = \sqrt{a^2 + b^2}$	$P=a+b+a+b$ $=2a+2b$ $= 2(a+b)$		$A= a.b$		مستطیل	2
d1 او d2 دمعین یا بوزی دقطرونو او بدوالی دی بی ارتفاع ده.		$P = 4.$ دیوی ضلعی اندازه 4.a		$A = \frac{1}{2} d_1.d_2 = a.h$ $a = \sqrt{(d_1)^2 + (d_2)^2}$		معین یا بوزی	3
دقاعدي b بی دسور او h بی دعموڈی ارتفاع اور بدوالی دی.		$P=2.$ دمنوالی ضلوع مجموعه $=2(a+b)$		$A = a.h = ab.\sin \alpha$ $h = a.\sin \alpha$ $= a.b.\sin \beta$		متوازی الاضلاع	4
او بی په ترتیب سره دده مو azi ضلع او بدوالی او بی ددوی ترمنخ فاصله (ارتفاع) ده.	$d = \sqrt{a.b + c^2}$	$P=$ دخلور ضلع مجموعه $(a+b+c+d)$		$A = \frac{1}{2}(a+b)h$		ذو ذنقہ یا منحرف	5
او h په ترتیب سره قاعده او ارتفاع راته بنایی.		$P= a+b+c$		$A = \frac{1}{2} b.h$		مختلف الاضلاع مثلث	6
دیوی ضلعی اور بدوالی او بی ارتفاع ده.		$P=3.a$ یا $2\sqrt{3}.a$		$A = \frac{a.h}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$		مساوی الاضلاع مثلث	7
دیوی ضلعی او بدوالی او بی ارتفاع ده.		$P= a+b+c$		$A = \frac{1}{2} a.b = \frac{1}{2} c.h$		قائم الزاویہ مثلث	8

<sup>(7)</sup> - یادونه: دھندسی جسمونو دمساحت، حجم او محیط دفورمولونو په جدول کی مساحت (کلی مساحت) په A، جانبی مساحت په S=Side، دقاعدي مساحت په B=Base، V=Volume، محیط P=Perimeter په، قطر په d=diameter او ارتفاع په h=height سره نبیو.

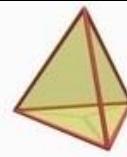
دمنٹ دھیط نیاں، a، b، دمنٹ دھلے او بدوالی دی.	$P = a+b+c$		$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{P}{2}$		دمنٹ دھلے له جنسه	9
دمنٹ c,b,a اصل اوا بدوالی او دمنٹ C,B,A زاویہ را په کوئه کوی.	$P = a+b+c$		$5\sqrt{3}.12$		دمنٹ (ددوہ ضلع او ددوہ ضلعو تر منخ زاویہ له جنسه)	10
دمنٹ c,b,a اصل اوا بدوالی او دمنٹ محیط را په کوئه کوی.	$P = a+b+c$		$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}},$ $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}},$ $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$		دمنٹ (ددرو پلے عولہ جنسه) (دهیرون فورمول)	11
دمنٹ c,b,a دھلے او بدوالی دی.			$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $CN = AN$		دمنٹ میانہ	12
دمنٹ c,b,a دھلے او بدوالی او پی محیط p			$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{ac(p-b)}$ $\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$		دمنٹ ناصف الزاویہ	13
او r په ترتیب سرہ دادی شعاع او قطر دی.	$p = 2\pi r = \pi d$		$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$		دایرہ	14
او r په ترتیب سرہ شعاع او درادیان په حساب زاویہ ده			$A, \text{sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta$ $b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$		دادیری قطاع	15
او r په ترتیب سرہ شعاع او درادیان په حساب زاویہ ده			$A, \text{segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$		دادیری قطعہ	16
دمنٹ c,b,a مکعب سطحی پا لخونه دی.	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	$V = a \cdot b \cdot c$	$S = 2(ab+bc+ac)$ $A = 2(ab+bc+ac)$		مستطیل مکعب	17

<p><math>a</math> دمربع مکعب پوه سطحه باخ تشکیلوي.</p>	$d = a\sqrt{3}$	$V=a^3$	$S=4a^2$ $A=6a^2$		مربع مکعب	18
<p><math>B</math> دمنشور دقادعی مساحت، پی <math>P</math>، دقادعی سوراندازه او <math>h</math> پی ارتفاع ده.</p>		$V=B.h$	$S=p.h$ $A=S+2B$		منشور	19
<p><math>B</math> دقادعی مساحت <math>p</math>، دقادعی محیط او <math>h</math> په قاعده باندی عموده ارتفاع ده.</p>		$V= \frac{1}{3} B.h$	$B + \frac{ph}{2}$ $A = B + S$		هرم	20
<p><math>d</math> او <math>r</math> په ترتیب سره دکری شعاع او قطر تشکیلوي.</p>		$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	$A = 4\pi r^2 = \pi d^2$		کره	21
<p><math>R</math> دکری شعاع دکری دخولی (کلاهک) شعاع او <math>h</math> په هفه باندی عموده ارتفاع ده.</p>		$V = \pi h^2 (R - \frac{h}{3})$ $= \frac{1}{6} \pi h (h^2 + 3R^2)$	$A = 2\pi Rh$ $= \pi(r^2 + h^2)$		دکری خولی (کلاهک)	22
<p><math>R</math> دکری شعاع دکری قطعی شعاع او <math>h</math> په هفه باندی عموده ارتفاع ده.</p>		$V = \frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_{12}^2 + r_{22}^2)h$	$A = 2\pi R.h$		دکری قطعه	23
<p><math>R</math> دکری شعاع دکری قطعه شعاع او <math>h</math> په هفه باندی عموده ارتفاع ده.</p>		$V = \frac{2}{3} \pi R^2.h$	$A = \pi R(r + 2h)$		دکری قطاع	24
<p><math>a</math> او <math>b</math> دی قطرونے دو.</p>	$P = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$		$A = \pi.a.b$		البس (بیضوی)	25
<p><math>r</math> او <math>h</math> په ترتیب سره داستوانی شعاع او ارتفاع ده.</p>		$V = \pi r^2.h$	$S = 2\pi r.h$ $A = 2\pi.r(h+r)$		استوانه	26
<p><math>r</math> او <math>R</math> په ترتیب سره داستوانی او احاطه شعاع کانپی دی.</p>		$V = \frac{1}{4} \pi 2(R+r)(R-R^2)$ $= 2\pi 2.b.a$	$A = \pi 2(R^2 - r^2)$ $= 4\pi 2.b.a$		احاطه (چبر)	27

<p><math>r</math> او <math>l</math> په ترتیب سره دخروط شعاع او مولد دي.</p>		$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$S = \pi r l$ $A = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(r+l)$		مخروط	28
<p><math>r'</math> او <math>r</math> په ترتیب سره دنافق (نیمکړي) مخروط دقاعدې او د مقطع شعاع کانې او یې مولد دي.</p>		$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r \cdot r')$	$S = \pi l(r+r')$ $A = \pi [l(r+r') + (r^2 + r'^2)]$		ناقص (نیمکړي) مخروط	29
<p>دمنظم پنځه ضلعي دیوې ضلعي او د دوالۍ دي</p>			$A = (a/2.5)(4 \cdot \tan(\Pi)/5)$		منظم پنځه ضلعي	30
<p>دمنظم شپږ ضلعي ضلعي او د دوالۍ دي</p>		$2\sqrt{3}.a$	$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$		منظم شپږ ضلعي	31
<p><math>a</math> دیوې ضلعي او د دوالۍ دي</p>			$2(1 + \sqrt{2})a^2$		منظم انه ضلعي	32
<p><math>n</math> او <math>a</math> په ترتیب سره دمنظم خوب ضلعي او د دوالۍ او د اضلاعو شمیرې کوته کوي.</p>	$Sn = \frac{n(n-3)}{2}$ $P=a.n$		$A = \frac{R^2 \cdot n \cdot \sin(\frac{2\pi}{n})}{2}$ یا $\frac{n \cdot a^2}{4 \cdot \tan(\pi/n)}$		منظم خوب ضلعي	33

## دھینو منظمه جسمونو ترمنج اريکي :

په لاندي جدول کي دھينودري ارجيز ومنظمه هندسي جسمونو ترمنج اريکي کتلاي شو.

كئه	نوم	شكل	مخ (وجه)	راسونه	خط الراسونه	دمحاطي دايرې شعاع	دمحاطي دايرې شعاع	مساحت	حجم
1	منظمه خلور مخيزه		4	4	6	$r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$	$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	$A = \sqrt{3}a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$
2	منظمه شپور مخيزه (مربع مکعب)		6	8	12	$r = \frac{a}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	$A = 6a^2$	$V = a^3$
3	منظمه آنه مخيزه		8	6	12	$r = \frac{a\sqrt{6}}{7}$	$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$A = 2\sqrt{3}a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a^3$
4	منظمه دولس مخيزه		12	20	30	$r = \frac{a\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{5})$	$A = 3\sqrt{25+10\sqrt{5}}a^2$	$V = \frac{15+7\sqrt{5}}{4} \cdot a^3$
5	منظمه شل مخيزه		20	12	30	$r = \frac{a\sqrt{2}}{12}(3+\sqrt{5})$	$R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$	$A = 5\sqrt{3}a^2$	$V = \frac{5(3+\sqrt{5})}{12}a^3$

## منابع اولمأخذ (References)

1. ضیایی، پوهاند اکتر عبدالعظیم، دیولسم تولگی فضایی هندسه، کابل ۱۳۵۷ هش.
2. هندسه سال سوم آموزش متوسطه عمومی، تبریز پوهنتون، ایران ۱۳۶۱ هش.
3. هندسه داتم تولگی لپاره، چاپ ۱۳۸۳ هش، دپوھنی وزارت.
4. خاموش، استاذ محمد عظیم، ریاضیات امید پیروزی در امتحان کانکور پوهنتون، پیښور ۱۳۸۱ هش.
5. باورزی، ژبارن: شمس خان، مؤلفان Reimand, K. Velsker: دریاضیات فورمولونه، پیښور ۱۳۸۵ هش.
6. ریاضی ۱۱ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ هش، دپوھنی وزارت.
7. ریاضی ۱۰ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ هش، دپوھنی وزارت.
8. ریاضی ۹ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ هش، دپوھنی وزارت.
9. ریاضی ۸ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ هش، دپوھنی وزارت.
10. ریاضی ۷ تولگی، چاپ ۱۳۸۹ هش، دپوھنی وزارت.
11. ریاضی ۵ تولگی، چاپ ۱۳۹۰ هش، دپوھنی وزارت.

12. Molise, E .Edwin and Floyd L .downs Jr. geometry .Menlo park,  
Addison-Wesley publishing company, 1982.

13. Goodwin, A. Wilson, Glen D Annatto and F .Joe Gross white geometry  
Columbus: Charles E Merrill publishing co, 1970.

### دانشنیت و بانی:

14. [www.math.com](http://www.math.com)
15. [www.math.about.com](http://www.math.about.com)
16. [www.kipedia.org/wiki](http://www.kipedia.org/wiki)
17. [www.easycalculation.com](http://www.easycalculation.com)
18. [www.ganjinedanesh.ir/seventh/seventh-math](http://www.ganjinedanesh.ir/seventh/seventh-math)
19. [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)
20. [www.lomritob.com](http://www.lomritob.com)
21. [www.bestiwall.com](http://www.bestiwall.com)

## دلیکوال لنده پیژندنه :

نوم او تخلص : نعمت الله پیانزی دپلارنوم : شهید اسدالله صدیقی دنیکه نوم : عبدالغیاث

### زوکره :

نعمت الله پیانزی په (۱۳۶۷ هـ / ۱۹۸۸ م) کال کې دوردگو ولايت دسيدآباد ولسوالۍ دشنیز درې دېتاخيلو په کلې کې په يوه درنه او دينداره کورني کې زېردي دی .

### زده کړي :

■ لومړنې زدکړې یې ترشیرم تولګي پوري دوردگو ولايت دسيدآباد ولسوالۍ دسعدي په لومړنې بنوونځی کې ترسره کړي دي .

■ منځنی اوثانوي زده کړي یې هم دوردگو ولايت سيدآباد ولسوالۍ دحضرت خالدبن ولید (رض) تکې په عالي ليسه کې ترسره کړي اوله نوموري ليسي خخه په (۱۳۸۶ هـ) کال کې په اعلی درجه (اول نومره) فارغ شو .

■ دکانکورله آزمونې وروسته دهرات پوهنتون داقتصاد او مدیریتی علومو پوهنځی ته بريالي شو ، اکړچې یوکال یې په دې تحصيلي دوره کې د حینوستونزوله امله ځندراغی خوله نوموري پوهنځی خخه په (۱۳۹۱ هـ) کال کې په پوره برياليتوب سره فارغ التحصيل شو .

■ نعمت الله پیانزی په (۱۳۹۰ هـ) کال کې مدیریت او تجارت (Business Administration) په خانکه کې د جرماني ددوست هيواو دهانس بنیاد (Hones Foundation) لخوادادغستان دسوداکړئ او صنایعوله خونې خخه ترشیرمیاشتنيو عملی اونظری زده کړو وروسته تصدیق نامه لاس ته راوري ده .

■ نعمت الله پیانزی په (۱۳۸۸ هـ) کال کې د جمعیت اصلاح افغانستان داسلامي معارف له کورس خخه هم تصدیق نامه ترلاسه کړي ده .

### آثار اولیکنې :

1. جیومتریک مفاهیم او فورمولونه (همدا اثر) .
2. په اسلام کې درېرې حکم (ژباره ، ناچاپ اثر) .
3. دلمانځه په قعدوکې دشهادت په ګوته اشاره (ژباره ، ناچاپ اثر) .
4. دېتان ننګ (شعری تولکه ، ناچاپ اثر) .
5. ترمې اوښکې (د حمدونو او نعتونو شعری تولکه ، ناچاپ اثر) .
6. دغیرت خيره (دغاري شيرخان وردګ په ژوند او خاطرو هر اړخیزه خیرنه ، ناچاپ اثر) .
7. رنګينې کربنې (د پوهنتون خاطري ، ناچاپ اثر) .
8. ګن شميرنورې مقالې چې د هيواو په بیلایيلو مجلو ، ورڅانو او ویب پانو کې خپرې شوې دي .

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)**  
**Ketabton.com: The Digital Library**