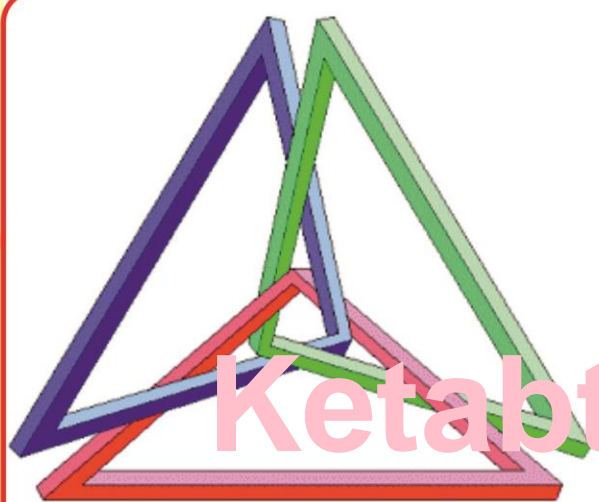


جیومیٹریک مفاهیم

او

فورمولونہ



Ketabton.com

لیکنہ او ترتیب : نعمت اللہ پٹانزی

کال : ۱۳۹۵ ہش

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دالی

هرهغه چاته چې تل دناپوهی د تورتمونو له
ملامتیاخه دژغورلوهڅې کوي .

پتانزی

دمطالبولرلیک

مخکنه	سرلیک
۱۳.....	سریزه.....
لومری خپرکی : هندسیز(جیومیتریک) مفاهیم	
۱۵.....	تعریف(پیژندنه).....
۱۶.....	دلیل یابرهان (Logical Reason).....
۱۶.....	هندسی اصول.....
۱۶.....	موضوعه اصول.....
۱۶.....	متعارفه اصول.....
۱۷.....	داقلیدس اصول.....
۱۸.....	قضیه.....
۱۸.....	دموضوعه اصل اوقضیې توپیر.....
۱۸.....	فرضیه یاشرطیه.....
۱۸.....	حکم یا مطلوب یا نتیجه.....
۱۸.....	دقضیې ثبوت.....
۱۹.....	مستقیم ثبوت.....
۱۹.....	غیرمستقیم ثبوت.....
۱۹.....	معکوسی(سرچپه) قضیې.....
۱۹.....	نقطه(تکی).....
۲۰.....	نقطه (تکی) په مستوي کې.....
۲۰.....	مستقیم خط.....
۲۰.....	فضاء.....
۲۰.....	دری اړخیزه فضاء.....
۲۰.....	شکل.....
۲۰.....	مستوي.....

- ۲۱.....دمستوي ښودنه.....
- ۲۱.....سطح.....
- ۲۱.....مساحت.....
- ۲۱.....محيط.....
- ۲۲.....حجم.....
- ۲۲.....ارتفاع(جگوالی).....
- ۲۲.....قطر.....
- ۲۲.....وتر.....
- ۲۲.....قوس.....
- ۲۲.....قطاع.....
- ۲۲.....قطعه.....
- ۲۳.....رأس.....
- ۲۳.....ميانه.....
- ۲۳.....قطعه(توپه) خط.....
- ۲۳.....نیم خط(شعاع).....
- ۲۳.....دخط ډولونه.....
- ۲۴.....دمستقیم خط حالتونه.....
- ۲۵.....شاول(شاقول).....
- ۲۵.....اوبه لرونکې تله یا آب تراز.....
- ۲۶.....ددوه یاخومستقیم خطونو حالتونه.....
- ۲۷.....زاویه.....
- ۲۷.....منفي زاویه.....
- ۲۸.....مثبتہ زاویه.....
- ۲۸.....دزاویې ښودنه.....
- ۲۸.....دزاویې داندازه کولوواحدونه.....

- ۳۰.....(Circle Unite) دایره مثلثاتی
- ۳۰..... گراد اورادیان بدلول په یوبل باندې درجې
- ۳۰..... د پای (π) حیرانوونکی عدد
- ۳۴.....(Standard Position of an angle) د یوې زاوې معیاري حالت
- ۳۴.....(Conterminal angles) کوترمینل زاوې
- ۳۵..... نقاله
- ۳۵..... د زاوې ډولونه
- ۳۶..... مجاورې زاوې
- ۳۶..... مکملې زاوې
- ۳۶..... متممې زاوې
- ۳۷..... مکملې مجاوره زاوې
- ۳۷..... متممې مجاورې زاوې
- ۳۷..... رأس ته مخامخ زاویه
- ۳۸..... مستقیمه زاویه
- ۳۸.....(Angle of Elevation) دارتفاع زاویه
- ۳۸.....(Angle of Depression) دتنزیل زاویه
- ۳۸..... ناصف الزاویه
- ۳۹..... عمودي ناصف
- ۳۹..... دوه مخیزه یافرجه زاویه
- ۴۰..... دیوې دوه مخیزې مسطحه زاویه
- ۴۰..... دری مخیزه
- ۴۰..... جامده زاویه یاکنج
- ۴۱..... ارتسام
- ۴۱.....(خووجهی) خومخیزه
- ۴۲..... محده خومخیزه

- ۴۳..... معقره څومخیزه
- ۴۳..... دڅومخیزې قطر
- ۴۳..... دڅومخیزې دننه اوبهر
- ۴۳..... منظمه څومخیزه
- ۴۴..... منظمه شپږمخیزه
- ۴۴..... منظمه دولس مخیزه
- ۴۵..... مشابهت (ورته والی)، ورته شکلونه
- ۴۵..... ورته مثلثونه
- ۴۵..... ورته مضلع
- ۴۶..... تناظر
- ۴۶..... تناظري محور
- ۴۷..... محوري تناظر
- ۴۷..... مرکزي تناظر
- ۴۸..... دقایم مختصات سیستم

دویم څپرکی : داوردوالي ، سطحې او حجم واحدونه

- ۴۹..... داوردوالي (طول) واحدونه
- ۵۰..... دسطحې واحدونه
- ۵۱..... دځمکې دپراخوالي داندازه کولو واحدونه
- ۵۲..... دحجم واحدونه
- ۵۳..... دحجم دواحدونو دتبدیلولو جدول

دریم څپرکی : مسطح هندسه

مضلع یاخوضلعي

- ۵۴..... دمضلع یاخوضلعي دمساحت او حجم فورمولونه
- ۵۵..... دمضلع یاخوضلعي دقطرونو دشمیر فورمول
- ۵۵..... دهغه منظم مضلع یاخوضلعي داضلاعو دشمیر فورمول چې یوه داخلي زاویه یې معلومه وي

- ۵۵..... دمضلع یاخوضلعي دداخلي اوخارجي زاويومجموعه
- ۵۶..... خلورضلعي
- ۵۶..... دخلورضلعي ډولونه
- ۵۶..... مربع
- ۵۷..... دمربع قطرونه
- ۵۷..... دمربع دمساحت او حجم فورمولونه
- ۵۷..... مستطيل
- ۵۷..... دمستطيل قطرونه
- ۵۷..... دمستطيل دمساحت او حجم فورمولونه
- ۵۸..... معين يا لوزي
- ۵۸..... دمعين يالوزي قطرونه
- ۵۸..... دمعين يالوزي دمساحت او حجم فورمولونه
- ۵۸..... متوازی الاضلاع
- ۵۹..... دمتوازی الاضلاع دمساحت او حجم فورمولونه
- ۵۹..... ذوذتقه يامنحرف
- ۶۰..... دذوذتقي يامنحرف دمساحت او حجم فورمولونه
- ۶۰..... دمنظم پنځه ضلعي دمساحت فورمول
- ۶۰..... دمنظم شپږ ضلعي دمساحت فورمول
- ۶۱..... دمنظم اته ضلعي دمساحت فورمول
- خلورم خپرکی : مثلث (Triangle)
- ۶۲..... دمثلث ښودنه
- ۶۳..... دمثلث ډولونه
- ۶۳..... دضلعوله خوادمثلث ډولونه
- ۶۴..... دزاويوله مخي دمثلث ډولونه
- ۶۴..... دمثلث دداخلي اوخارجي زاويومجموعه

- ۶۵..... دمثلث داضلاعو اوزاویو خاصیتونه
- ۶۵..... دمثلث داضلاعو اوزاویو ترمنځ اړیکې
- ۶۵..... دمثلث داضلاعو خاصیتونه
- ۶۵..... دمثلث دداخلي زاویو دپراخوالي مجموعه
- ۶۵..... دمثلث دخارجي زاویو خاصیتونه
- ۶۵..... دفیثاغورث قضیه
- ۶۶..... دقضیې عکس (سرچپه)
- ۶۶..... دقایم الزاویه مثلث قضیې
- ۶۷..... دمثلث دمساحت او حجم فورمولونه
- ۶۷..... دمثلث دمساحت عمومي فورمول
- ۶۷..... دقایم الزاویه مثلث مساحت
- ۶۷..... دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت
- ۶۸..... دمثلث مساحت ددوه ضلعو اوددوه ضلعو ترمنځ دزاویې له جنسه
- ۶۸..... دمثلث مساحت دمثلث دضلعو داوردوالي له جنسه
- ۶۸..... دمثلث دمساحت پیداکول ددریوضلعوله جنسه (دهیرون فورمول)
- ۶۹..... دمثلث دمساحت پیداکول چې درآسونو وضعیه کمیات یې معلوم وي
- ۶۹..... دمثلث دمیاني فورمول
- ۶۹..... دمثلث دناصف الزاویې فورمول
- ۷۰..... دیوه مثلث دمحیطي دایرې دشعاع پیداکول
- ۷۰..... دیوه مثلث دمحايطي دایرې دشعاع پیداکول

پنځم څپرکی: دایره

- ۷۲..... ددایرې عناصر (Elements of Circle)
- ۷۳..... ددایرې زاویې
- ۷۳..... ددایرې مرکزي زاویه

- ۷۴.....(Inscribed Angel) ددایرې محیطي زاویه
- ۷۵..... ددایرې مماسي زاویه
- ۷۵..... ددایرې داخلي زاویې
- ۷۶..... ددایرې خارجي زاویې
- ۷۶..... دمضلع دایرې
- ۷۶..... دمضلع محیطي دایره
- ۷۷..... دمضلع محاطي دایره
- ۷۷..... دمثالث خارجي محاطي دایره
- ۷۸..... ددایرې د مساحت، محیط او حجم فورمولونه
- ۷۸..... ددایرې دقطعي (segment) مساحت
- ۷۹..... ددایرې دقطاع (sector) مساحت
- ۷۹..... ددایرې دقوس (arc) اوردوالی

شپږم څپرکی : دفضایي هندسي جسمونو مساحت او حجمونه

- ۸۰..... مستطیل مکعب (Cuboid)
- ۸۰..... د مستطیل مکعب دمساحت او حجم فورمولونه
- ۸۱..... مربع مکعب (Cube)
- ۸۱..... دمربع مکعب دمساحت او حجم فورمولونه
- ۸۱..... منشور
- ۸۲..... دمنشوردولونه
- ۸۲..... قایم منشور
- ۸۲..... مایل منشور
- ۸۲..... منظم منشور
- ۸۲..... ناقص (نیمګړی) منشور
- ۸۳..... دمنشوردمساحت او حجم فورمولونه
- ۸۳..... متوازي السطوح

۸۴.....	هرم
۸۴.....	دهرم دمساحت او حجم فورمولونه
۸۵.....	کره
۸۵.....	دکرې وتر
۸۵.....	دکرې قطر
۸۵.....	دکرې دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکرې دخولې (کلاهدک) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکرې دقطعي دمساحت او حجم فورمولونه
۸۶.....	دکرې دقطاع دمساحت او حجم فورمولونه
۸۷.....	الپس (بيضوي)
۸۷.....	دالپس (بيضوي) قطرونه اورأسونه
۸۸.....	دالپس (بيضوي) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۸.....	استوانه
۸۸.....	داستوانې دمساحت او حجم فورمولونه
۸۸.....	احاطه (چمبر)
۸۹.....	داحاطې (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه
۸۹.....	مخروط
۸۹.....	مخروطي مقاطع
۹۰.....	دمخروط دمساحت او حجم فورمولونه
۹۱.....	نیمکړې (ناقص) مخروط
۹۱.....	د نیمکړې (ناقص) مخروط دمساحت او حجم فورمولونه
۹۲.....	دځینوهندسي مسطح اوفضايي جسمونو دمساحت ، حجم اومحيط دفورمولونو جدول
۹۶.....	دځینونومنظمو جسمونوترمنځ اړیکې
۹۷.....	منابع اوماخذ (References)

دليکوال لنډه پيژندنه ۹۸

سريزه

الحمد لله، والصلاة والسلام على رسول الله، وعلى آله وصحبه وبعد:

نوموړی کتاب چې د خوضلي، منظمو مسطح اوفضایي هندسي جسمونو یا شکلونو د مساحت (پراخوالی)، محیط (چاپیریال)، حجم اوداسې نورو مسائلو د معلومولو لپاره ترې گټه اخیستل کیږي د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه په نوم مې په ډیره ځیرکتیا سره دریاضي او هندسي د مختلفو کتابونو څخه راټول کړ ترڅوله دې لارې زده کوونکي، محصلین او استاذان دنوموړو مسائلو د حل لپاره ترې گټه واخلي.

باید په یادولو چې نوموړي فورمولونه د منظمو هندسي جسمونو یا شکلونو لپاره وړاندې شوي دي که چیرته هندسي جسمونه یا شکلونه غیرمنظم وي نولازمه ده چې لومړی غیرمنظم هندسي شکلونه په منظمو شکلونو واړو او بیا وروسته له دې فورمولونو څخه گټه واخلو. همدارنگه په دې کتاب کې د مسائلو د حل لپاره فورمولونه له ثبوتونو پرته وړاندې شوي دي، څرنگه چې د فورمولونو د هندسي په علم کې کره اودقیق ثابت شوي دي نو؛ دلته یې ثبوت ته اړتیا نه لیدل کیږي بلکه فورمولونه دکارونې او گټې اخیستنې لپاره واضح بیان شوي دي.

د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه دکتاب په لومړي څپرکي کې د اړتیا وړ هندسي مفاهيم او پیژندنې له لندو تعریفونو او ځانگړو شکلونو سره بیان شوي دي ترڅولو ستونگي د هغو مفاهيمو سره بلدتیا ومومي کوم چې د مسطحې اوفضایي هندسي په مختلفو برخو کې د مسائلو په حل کولو کې ورسره مرسته کولای شي.

همدارنگه ددې کتاب په دویم څپرکي کې داوردوالي، سطحې او حجم واحدونه په لنډه توگه بیان شوي دي، کوم چې د هندسي جسمونو یا شکلونو د مساحت، حجم، محیط اوداسې نورو مهمو مسائلو د حل ته راوړلو لپاره ډیر اړین اولازمي بلل کیږي.

د جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه دکتاب په دریم څپرکي کې مضع یا خوضلي او په ځانگړې توگه څلورضلي اودهغه ډولونه لکه: (مربع، مستطیل، معین یا لوزي، متوازي الاضلاع، ذوزنقه یا منحرف) له تعریفونو، لنډې تشریح او معلوماتو سره بیان شوي دي اوله هغه وروسته یې دنوموړو خوضليو د مساحت، محیط او حجم لپاره په زړه پورې فورمولونه وړاندې شوي کوم چې په ورځنیو چارو کې ترې گټه اخیستل

کیري لکه دسمو (آبادو) اونا سمو (شارو) ځمکو او داوسیدلو دخونو ، هټیو اوداسې نورو مسطحو جسمونو دمساحت (پراخوالی) اومحیط (چاپیریال) داندازه کولو اودهغه دویشلولپاره چې په کلیوالي او سیمیزو سیمو کې به پخوانیو خلکو دځمکې ویش دپړي (رسی) اویادپټکي (لنگی) په زریعه ترسره کاوه چې په اوسنیو شرایطو کې زیاتره خلک دپخوانیو خلکو دځمکو ، خونو ، هټیو اونورو.. دویش څخه ناخوښ دي ، دې مسئلې دوه اړخه درلودل یودا چې پخوا داوردوالي (طول) داندازه کولولپاره دهغه اړین اومهم واحد چې متردی په پراخه کچه په کلیوالي اوسیمیزو سیمو کې موجود نه ؤ ، بل دا چې خلکو زیاتې ځمکې درلودې اودوگړو اندازه (نفوس) کم ؤ برعکس اوس چې نفوس زیات شوی دی اودځمکواندازه کمه ده نو خلک دځمکې په ویشنه کې له دپیرپام څخه کاراخلي .

ددې کتاب په څلورم څپرکي کې مثلث او دهغه دمختلفوډولونود مساحت اودهغې نور اړوند مسائل بیان شوي دي .

همدارنگه ددې کتاب (جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه) په پنځم څپرکي کې ددایرې دهغه دعناصرو اوزاویوپه اړه گټور معلومات وړاندې شوي دي کوم چې ددایرې دمساحت اوحجم دلاس ته راوړلولپاره اړین بلل کیري اوله هغه وروسته ددایرې دمساحت اوحجم دمعلومولولپاره فورمولونه وړاندې شوي دي .

ددې کتاب (جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه) په شپږم څپرکي کې دفضایي منظموهندسي شکلونویاجسمونولپاره لکه : « مستطیل مکعب ، مربع مکعب ، منشور ، متوازي السطوح ، هرم ، کره ، الپس یا بیضوي ، استوانه ، احاطه (چمبر) ، مخروط اوناقص (نیمکړی) مخروط » لپاره تعریفونه اودهغه دمساحت اوحجم دمعلومولولپاره اساسي فورمولونه وړاندې شوي دي ترڅوداړتیاپه وخت کې ورڅخه گټه واخیستل شي . ددې لپاره چې په کلیوالي اوسیمیزو سیمو کې دپورته ذکرشویو ستونزولپاره دپای ټکی کینودل شي په همدې منظورمې دا کتاب جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه په نوم تهیه اوترتیب کړ ترڅو لوستونکي یې له گټوبرخمن شي .

رَبَّنَا قَبَلْ مَنَّا نِكَ اَنْتَ السَّمِيعُ الْعَلِيمُ

ستاسو ددعاوو په هیله

نعمت الله پټانزی

لومړی څپرکی

هندسیز (جیومتريک) مفاهيم

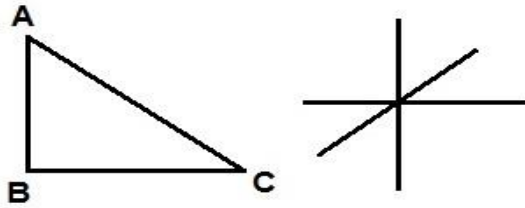
مخکې له دې چې هندسیز (جیومتريک) مفاهيم بيان کړو اړینه ده چې د هندسې د پوهې په اړه عمومي معلومات ولرو چې په لاندې کرښوکې یې په لنډه توګه یادونه کوو: هندسه چې په انګلیسي ژبه کې ورته (Geometry) او په یوناني ژبه کې ورته (γεωμετρία) وایي چې ژتویاجیوخمکې او متري یې اندازه کولو ته وایي. یعنې هندسه دریاضیاتوهغه څانګه ده چې د شکلونو، اندازو، د شکلونونسې موقعیت او د فضاء د ځانګړنوسره سرو کار لري، د هندسې پوهه په خپلواکه توګه د لومړنیو تمدونونو د عملي پوهې اوزده کړو د ملاد تیر حیثیت درلود چې داوردوالي، مساحت، محیط او حجم اوداسې نورو... په اړه څرګنده شوې ده اودهغې بنسټ دتالس په وخت کې (دمیلاد نه شپږ پېړۍ مخکې) په لویدیځ کې کینسودل شو. اودمیلادنه درې پېړۍ مخکې اقلیدیس د موضوعي اصل په توګه منځ ته راوړه اودهغې لپاره یې د اقلیدسي هندسې په نوم ځینې معیارونه وټاکل چې ترډیره یې دوام وکړ. ارشمیدس د مساحت او حجم د محاسبې لپاره په ډیر ژور ځیرسره ځینې طریقې وړاندې کړې چې په دیرو مواردو کې دنوي انټیګرال د حساب وړاندوینه بلل کیدای شي. خو دلته مونږ ځینې مهم هندسیز (جیومتريک) مفاهيم په لنډه بڼه په لاندې توګه تشریح کوو:

تعريف (پېژندنه)¹:

دهرشي دپېژندنې لپاره دهغه شي دځانګړنو اوصفاتو مناسب اولازم بيان ته تعريف ويل کيږي. دصفتو اوځانګړتياو بيان بايد مناسب (نه لږاونه زيات) وي، دمثال په توګه که ووايو چې: «مثلث هغه شکل دي چې ددریومستقیموخطونوله تقاطع څخه منځ ته راځي.» دغه تعريف پوره نه ښکارېږي امکان لري چې درې خطونه متقاطع وي خومثلث جوړنه کړای شي. خوکه ووايو چې: «مثلث هغه شکل دی چې له دریومتقاطعوخطونوڅخه چې دوه پردوه یوله بل سره په دریونقطوکې متمایزوي منځ ته راځي.»

¹ - اگرچې تعريف (پېژندنه) یوعمومي مفهوم په ګوته کوي خودلته یې د هندسېزو مفاهيمو په تړاو یادونه کوو.

چې نوموړی تعريف بشپړ (پوره) ښکارېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-1)

- ښه تعريف بايد اضافي توضيحات ونه لري او هيڅ يوه برخه يې دله منځه وړلو وړ نه وي .
- تعريف بايد پراخه او مانيزوي .

دليل يابرهان (Logical Reason) :

هغه ذهني عمل ته چې له سم (صحيح) مخکيني راپورڅخه راتلونکي راپورته ورسېږي اودهغه سموالی دهغه څه په اساس چې مخکې منل شوي دي ومنو دليل يابرهان بلل کېږي .

هندسي اصول:

دهندسې په علم کې يوشمير لومړني ، ساده اوبسيط مفاهيم شته چې دهغوی صحت اوحقيقت پرته له کومو دلايلوڅخه دمنلووړدي ، چې دامفاهيم دهندسي اصولوپه نوم ياديږي . هندسي اصول دهندسې دعلم اساس اوبنسټ تشکيلوي .

موضوعه اصول:

هغه فرضيې دي چې درياضي په يوه ځانگړې برخه کې استعمالېږي ، دموضوعه اصولو (postulates) په نوم ياديږي .

متعارفه اصول:

هغه فرضيې چې درياضي په ټولو برخو کې استعمال وړ وي دمتعارفه اصولو (Axioms) په نوم ياديږي . دمثال په توگه : که ووايو چې «د دوو راکرل شويونقطو څخه يوازې اويوازې يومستقيم خط تيريږي » . دادهندسي يوموضوعه اصل دی حال داچې :

$$a=b \quad \text{که}$$

$$b=c \quad \text{او}$$

وي نو ؛ $a=b$ کيږي . دا يومتعارفه اصل دی . ځکه دافرضيه نه يوازې په الجبرکې بلکه درياضي په نورو برخو کې هم صحت لري اواستعماليدلای شي .

داقليدس اصول :

دهندسي دعلم خواره واره مفاهيم اومفکورې دلومرې ځل لپاره يوناني عالم اقليدس (Euclid) چې دمیلاد څخه مخکې په دريمه پېړۍ کې يې په اسکندريه کې دهندي دعلم تدريس کاوه په ديارلسو 13 څپرکيو کې ترتيب کړل ، نوځکه داقليدس دعناسرو ياداقليدس دمقدماتوپه نوم ياديږي .

تعريف : هغه اصول چې اقليدس ورڅخه دهندي دعلم په معرفي اوپيژندنه کې ورڅخه کاراخيستی داقليدس داصولوپه نوم ياديږي .

دا اصول دمسطحي هندسي په پيژندنه کې داستعمال وړدي اوپه لاندې ډول بيانېږي :

- (1) له دوو نقطو (ټکو) څخه يوازې اويوازې يومستقيم خط تيرېږي .
- (2) هرقطعه خط ديوه معين قطعه خط په اندازه ديوه خط پرمخ توليد اوغزیدلای شي .
- (3) هره دايره دهغې دمرکزاوشعاع په وسيله مشخص کيدای شي .
- (4) ټول قايمي زاويې يودبل سره مساوي اوانطباق منونکې دي .
- (5) که چيرې يوقاطع دوه مفروض مستقيمونه قطع کړي که دهغو داخلي زاويو دپراخوالي مجموعه چې دقاطع يوې خواته په لاس راځي له دوو قايموڅخه لږوي ، نو هغه مفروض خطونه دقاطع هماغې خواته يوبل سره قطع کوي (يوځای کيږي).
- (6) يوهندي شکل بې دهغه د شکل اواندازې دتغيرڅخه ديوه ځای نه بل ځای ته انتقاليدلای شي .
- (7) هرقطه خط يوه منځنۍ نقطه لري .
- (8) هره زاويه يوناصف لري .
- (9) يومستقيم خط په هره اندازه چې وغواړو غزولای شو .
- (10) که چيرې دوه شيان (مقداره) ددريم شي سره مساوي وي نوپه خپل منځ کې هم سره مساوي دي .
- (11) که دهریوه دوو مساوي شيانوڅخه يودريم شی اضافه شي نو ددوی مجموعې په خپل منځ کې سره مساوي دي .
- (12) که دهریوه دوو مساوي شيانوڅخه يودريم شي طرح (کم) شي نودتفريق حاصلونه يې په خپل منځ کې سره مساوي دي .
- (13) که دهریوه دوو غير مساوي شيانوڅخه يودريم شی اضافه شي نوددوی مجموعې سره مساوي نه دي .
- (14) هرکل دخپل جزڅخه لوی وي .



✓ پورتنی انخوردپایروس اکسیرینکوس (دهندسي د تاريخ) دی چې د اقلیدس ځینې اصول راته ښایي .

قضیه :

قضیه یومفهوم یا مفکوره ده چې دهغې صحت او حقیقت د موضوعه اصولوپه بنسټ دیورازمنطقي دلایلواو استدلالونو په ذریعه حاصلیږي اویاهغه مفاهیم چې دهغوی دصحت او حقیقت لپاره یولرمنطقي دلایلوته اړتیاوي . هره قضیه دوه برخې لري :

لومړی برخه یې فرضیه یا شرطیه اودویمه برخه یې مطلوب یا حکم دي .

دموضوعه اصل اوقضیې توپیر:

- یوموضوعه اصل هغه ساده مفهوم دی چې دهغه دحقیقت دصحت لپاره دلایلوته اړتیا نه وي .
 - قضیه هغه مفهوم دی چې دهغه دحقیقت دصحت لپاره منطقي دلایلوته اړتیا وي .
- فرضیه یا شرطیه:** دقضیې هغه برخه چې په عمومي توګه د«که چیرې» په کلمه پیل کیږي .
- حکم یا مطلوب یا نتیجه:** دقضیې هغه برخه ده چې د«نو» په کلمه پیل کیږي .

دقضیې ثبوت : دیوې قضیې دثبوت څخه مقصد دادی چې : دیولرمنطقي دلایلو اوستدلالونو په راوړلو اودهندسي اصولوڅخه په کاراخیستلوسره دقضیې حکم دهغې له فرضیې څخه په لاس راوړو . په دغه برخه کې داصطلاحاتو ، تعریفونو ، موضوعه اومتعارفه اصولو اودمخکینو ثبوتونو له نتیجې څخه کاراخلو . ددهندسي مسائلو ثبوت خو برځي لري چې هریوه یې په لنډه توګه بیانوو :

(1) شکل : دقضیې په مرسته باید شکل داسې رسم شي چې په هغه کې شرط اونتیجه دواړه په واضح اوڅرګنده توګه ښودل شوي وي ، ټولې نقطې ، اضلاع ، زاویې اونور یې په ښکاره ډول د پوهیدو وړ وي .

- (2) **مفروض:** په دې برخه کې باید قضیه په غورسره وڅیړل شي اود شکل په مرسته د قضیې ټول شرایط واضح او په ساده ډول بیان شي .
- (3) **مطلوب:** د قضیې هغه برخه چې غواړو ثبوت یې کړو باید د شکل په مرسته تحلیل اوساده بیان شي اوتول اهداف یې واضح شي .
- (4) **عمل یا ترسیم:** دلته باید هغه موضوعات وڅیړل شي او په شکل کې رسم شي دکومو په واسطه چې مونږ غواړو قضیه ثبوت کړو او کوم چې په ثبوت کې راسره مرسته کوي .
- (5) **ثبوت:** دیولر منطقي استدلالونو په راوړلو اود هندسي اصولو څخه په کار اخیستلو سره باید د قضیې حکم دهغې له فرضیې څخه په لاس راوړل شي .

مستقیم ثبوت :

په مستقیم ثبوت کې د قضیې حکم دهغې د فرضیې څخه په مستقیم ډول دیولر منطقي استدلالونو په وسیله لاس ته راځي .

غیر مستقیم ثبوت:

په غیر مستقیم ثبوت کې دیوې قضیې د حکم د نفې امکان نه لرل په منطقي استدلالونو په ثبوت رسیږي ، چې په دې صورت کې دیوې قضیې صحت او حقیقت پخپله ثبوت ته رسیږي .

معکوسې (سرچپه) قضیې :

که چیرې دوې قضیې دداسې خواص لرونکې وي چې دیوې قضیې فرضیه د بلې قضیې نتیجه اود بلې قضیې نتیجه دلومړۍ قضیې فرضیه وي ، نوداسې قضیو ته معکوسې (سرچپه) قضیې وایي . لکه لاندې دوه قضیې :

لومړۍ قضیه: که چیرې یو مثلث متساوي الساقين وي نودوه مساوي زاويې لري .

دویمه قضیه: که چیرې یو مثلث دوې مساوي زاويې ولري نوموړی مثلث متساوي الساقين دي .

نقطه (ټکی) :

نقطه (ټکی) دیوه ذهني مفهوم په توگه پیژنواو دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توگه یې منو .

یا: دیوې مستوي پرمخ یوې نښې ته نقطه (ټکی) ویل کیږي . یا په بل عبارت: یوه نښه ده چې په کاغذ باندې د پنسل دنړۍ څوکي له ایښودلو څخه منځ ته راځي اودیوه توري په واسطه بنودل کیږي .

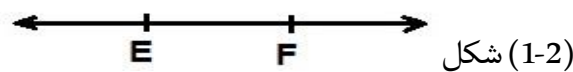
لکه: A د نقطه (A) .

نقطه (ټکی) په مستوي کې :

دقائم وضعیه کمیاتوپه سیستم کې هغه نقطه چې د (x,y) دوه مختصوبه واسطه وټاکل شي ، چې x دنقطې دفاصلې او y دترتیب په نوم یادېږي .

مستقیم خط :

مستقیم خط هم دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.یا: خط دي چې دواړوخواوو ته امتدادورکول کیدای شي اووردوالی یې اندازه کیدای نه شي مستقیم خط بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې د \overline{EF} مستقیم خط :

**فضاء:**

فضاء دیوې لومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.

لومړی اصل : فضاء دلایتناهي نقطو یوه مجموعه ده .

دویم اصل : په فضاء کې لږترلږه څلورنقطې موجودې وي چې په یوه مستوي کې واقع نه وي .

دری اړخیزه فضاء :

دری اړخیزه فضاء هم دلومړنیو مفاهیمو (ناشونیوتعریفونو) له ډلې څخه ده ، په هغه فضاء کې ژوند کوو دری اړخیزه ده ، خط اومستوي چې هم یواړخیزه اوهم دوه اړخیزه دي دفضاء یوه برخه بلل کېږي .

شکل :

دنقطو هرې مجموعې ته شکل ویل کېږي .

مستوي :

مستوي هم دلومړنۍ اصطلاح «ناشوني تعریف» په توګه منو.

لومړی اصل : په هر مستوي کې لږترلږه دری نقطې موجودې دي چې پریوه مستقیم واقع نه دي .

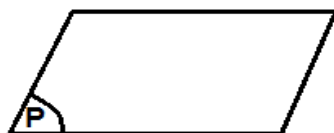
دویم اصل : له هرو دریونقطو څخه چې پریوه مستقیم واقع نه وي یومستوي تیرېږي .

دریم اصل : که چیرې دیوه مستقیم خط دوه نقطې په یوه مستوي کې واقع وي نو ؛خط هم په مستوي کې واقع دی .

● که چیرې د یو خط ټولې نقطې په یوه مستوي کې واقع وي نودسطحې دې شکل ته مستوي ویل کیږي .

دمستوي بنودنه :

یومستوي په یوه مستطیل اویامتوازي الاضلاع کې چې په یوه څنډه کې یې یو ټکی لیکل شوی وي بنودل کیږي .



شکل (1-3)

سطح:

سطح دهنديسي له اساسي مفاهيموڅخه گڼل کیږي چې دهرفيزيکي اوفضايي جسم ترمنځ سرحد اویایوې برخې ته سطح ویل کیږي . لکه دمیزسطح ، ددیوال سطح اوداسې نور..

مساحت (Area):

مساحت دیوې دوه اړخیزې سطحې دپراخوالي ټاکل کیدلوته وایي ، دهرهنديسي شکل ټوله سطح یادهنديسي شکل کف ته دهغه شکل مساحت ویل کیږي . کیدای شي دغه سطح په یوه دوه اړخیزیا درې اړخیزشکل پورې اړه ولري .

یابه بل عبارت : دیوه شکل یاجسم مساحت (پراخوالی) دهغه جسم یاشکل کوچنیو ثابتو مربعاتو ته په اړولوسره دهغه دسطحې دمربع دواحد په اساس لاس ته راځي . سطح دفضاء داوردوالي اوسور دحاصل ضرب څخه اطلاقیږي ، سطح یوه دوه بعدی (دوه اړخیز) کمیت دي په داسې حال کې چې حجم درې بعدی (درې اړخیز) کمیت دی .

محیط (Perimeter):

دقطعه خط یاقطعه خطونو اومسیرهغه مجموعې ته چې یوشکل یایوه سطح یې احاطه کړی وي محیط ویل کیږي . دیوه رسی په واسطه کولای شو دهنديسي شکلونو محیط دهغه د بهرنۍ څنډې داندازه کولو څخه په لاس راوړو .

حجم (Volume) :

هغه درى اړخيزه فضاء چې د ټرليو حدودو پواسطه احاطه شوې وي ، يادفضاء هغه اندازه چې ماده اشغالوي حجم بلل کيږي . د سيالياتوپه برخه کې ويلای شو چې د جسم حجم د هغه لويديځې دنيول شوې برخې څخه عبارت دي ، په رياضياتوکې ديوه درى اړخيزجسم حجم د فورمولونوپه ذريعه په ډيره آسانۍ سره لاس ته راوړلای شو ، يواړخيز جسم لکه خط اودوه اړخيزجسم لکه مربع دخپل حجم په فضاء کې صفردي ، د ځينو شکلونو يا جسمونو حجمونه چې غيرمنظمه بڼه ولري دهغه حجم په يوه سيال کې په دننه (غوټه) کولوسره په لاس راوړو .

ارتفاع يا جگوالی (Height) :

د يوه جسم ياشکل د قاعدو يا قاعدو او رأسونو ترمنځ فاصلې ته ارتفاع وايي .

قطر² (Diameter) :

هغه وترچې ديوه جسم ياشکل له مرکزڅخه تير شي اودهغه شکل دمحيط دوه رأسونه سره ونښلوي ، قطر بلل کيږي .

وتر:

هغه ټوټه خط يا کرښه چې ديوه جسم ياشکل دمحيط دوي نقطې (ټکي) سره ونښلوي ، وتر بلل کيږي .

قوس:

د يوه جسم ياشکل دمحيط يوه برخه د قوس په نوم ياديږي .

قطاع:

د يوه جسم ياشکل د سطحې يوه برخه چې ددوه شعاع گانواواروند قوس په واسطه له سطحې بيله شوې وي ، قطاع بلل کيږي .

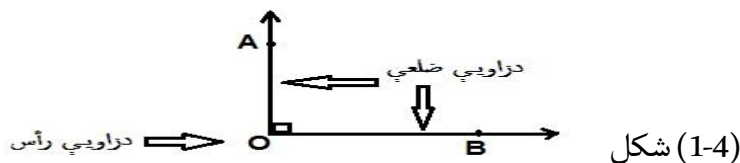
قطعه :

د يوه جسم ياشکل د سطحې يوه برخه چې دوترپه واسطه له سطحې څخه جلا شوی وي دقطعي په نوم ياديږي .

²- يادښت : ، قوس ، قطاع او قطعه د (2-5) شکل کې ښودل شوي دي .

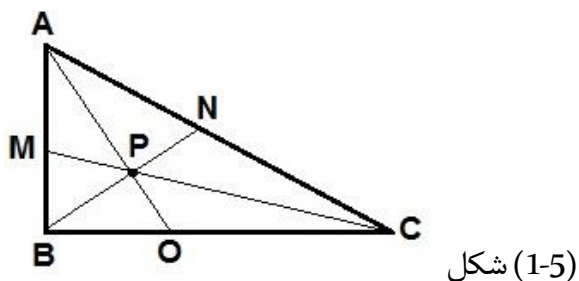
رأس :

د دوو نیمو خطونو مشترکې مبداء ته رأس ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې د $\hat{A}OB$ زاویې رأس :



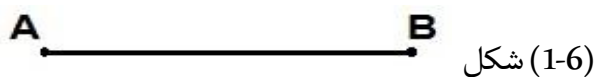
میانه :

هغه ټوټه خط یا کرښه چې د یوه هندسي شکل رأس له مقابلې ضلعي سره ونښلوي د میانې په نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AO} ، \overline{CM} او \overline{BN} د $\triangle ABC$ مثلث میانې دي .



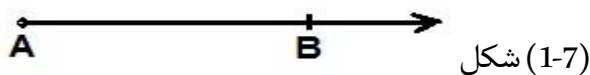
قطعه (ټوټه) خط :

د یوې مستوي پرمخ د دوه نقطو لاندې فاصلې ته قطعه (ټوټه) خط ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AB} قطعه خط چې A ته مبداء او B ته پای وایي .



نیم خط (شعاع) :

هغه مستقیم خط ته وایي چې له یوې خوا محدود (تړلی) (اوله بلې خوا غیر محدود) (خلاص) وي ، خلاص لوري ته یې په خپله خوښه امتداد ورکولای شو. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AB} نیم خط .



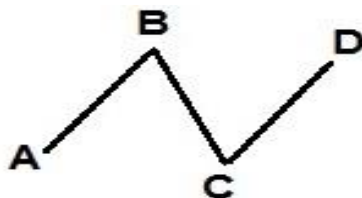
د خط ډولونه: خط په درې ډوله دي :

1. مستقیم خط:

مستقیم خط مومخکې ذکر کړ.

2. منکسرخط:

هغه ټوټه خطونه چې دیوه مستقیم خط په امتدادنه وي خوله یوبل سره مشترکه نقطه ولري منکسرخط بلل کیږي. لکه داري غاښونه دونودپانوڅنډې اوداسې نور... یالکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-8)

3. منحنی خط:

هغه خط چې نه مستقیم وي اونه منکسرمنحنی خط بلل کیږي. لکه نوې میاشت، وروځې اویاهم لکه په لاندې شکل کې:



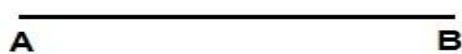
شکل (1-9)

دمستقیم خط حالتونه:

مستقیم خط درې حالتونه لري: افقي خط، عمودخط، مایل خط.

(1) افقي خط:

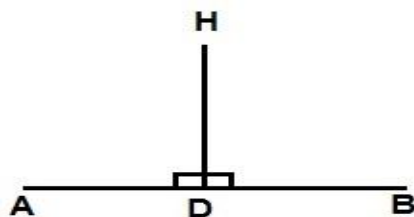
هغه خط چې داوډوسطحې په امتدادپروت وي افقي خط بلل کیږي. لکه دکوردچت څنډه، دغالی څنډه اویاهم لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AB} خط.



شکل (1-10)

(2) عمود یا قایم خط:

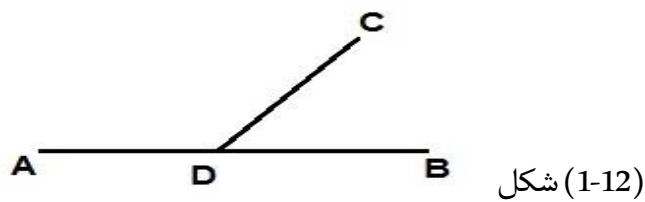
هغه خط چې په افقي خط باندې دوه قایمې زاویې جوړې کړي عمودخط بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{HD} خط.



شکل (1-11)

(3) مایل خط :

هغه خط چې نه عمودوي او نه افقي مایل خط بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې : د \overline{CD} خط .



شاول (شاقول) :

شاول یا شاقول یو کلوله ای ، ډبرین اوبافلزي جسم دی چې رسی یې په ځمکه عموده وي اودسطحي دعمودوالي دښودلولپاره ترې کاراخیستل کیږي . معماران یې معمولا ددیوالونو دکړوالي دمخنیوي لپاره استعمالوي . لکه په لاندې انځورونوکې :



اوبه لرونکې تله یا آب تراز :

اوبه لرونکې تله یا آب تراز هغه فلزي یادلرکي جسم دی چې په منځ کې یې اوبه موجودې وي اودځمکې دسطحي هواروالي (افقیته) دښودلولپاره ترې کاراخیستل کیږي . دلته یې ځینې انځورونه کتلای شئ :



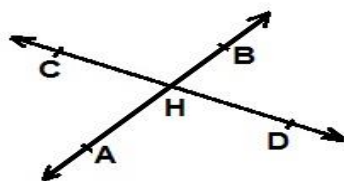


د دوه یاخو مستقیم خطونو حالتونه:

دوه یاخو مستقیم خطونه درې حالتونه لري: متقاطع خطونه، موازي خطونه، منطبق خطونه.

1. متقاطع خطونه :

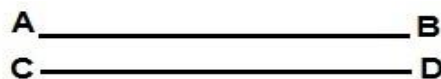
که چیرې دوه مستقیم خطونه یوه گډه (شریکه) نقطه ولري متقاطع خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AB} او \overline{CD} متقاطع خطونه.



شکل (1-13)

2. موازي خطونه:

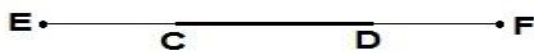
هغه خطونه چې مشترکه (شریکه) نقطه ونه لري موازي خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{AB} او \overline{CD} موازي خطونه.



شکل (1-14)

3. منطبق خطونه :

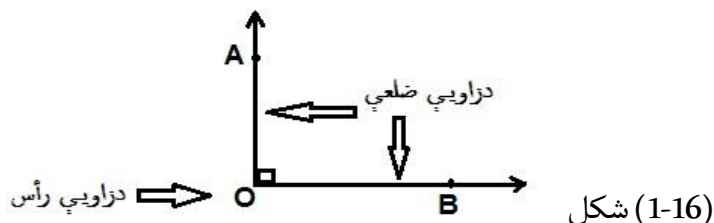
که چیرې دوه مستقیم خطونه دوه گډې (شریکې) نقطې ولري منطبق خطونه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د \overline{EF} او \overline{CD} منطبق خطونه.



شکل (1-15)

زاویه:

زاویه هغه شکل دي چې ددوه نیم خطونو(شعاعو) په واسطه چې مشترکه نقطه ولري منځ ته راځي . ددواړو نیم خطونومشترکې مبداء ته دزاویې رأس اوهرې شعاع ته یې دزاویې ضلع وايي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-16)

● په هندسه کې زاویه د 1° څخه تر 360° پورې وي ،خوپه مثلثاتوکې په هره اندازه زاویه درلودلای شو. له بلې خواپه مثلثاتوکې مثبتې اومنفي زاویې هم شته دي .

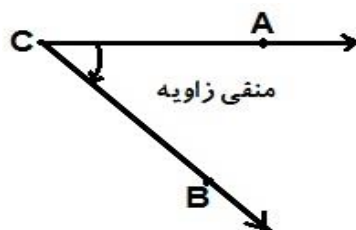
په مثلثاتوکې زاویه دیوخط له دوران څخه په دې ډول چې دخط یوانجام ثابت وي لاس ته راځي ، چې دلومړی خط دوران ددویمې ضلعي موقعیت اختیاروي (یوه ضلعه درأس په نقطه کې دوران کوي) . چې لمړی ضلعي ته یې (Initial side) او ددوران پای ته یې دویمه ضلعه (Terminal side) وايي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-17)

منفي زاویه :

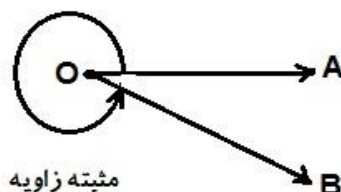
دساعت دغزبې دحرکت مطابق دوران (Clock wise) ته منفي زاویه ويل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-18)

مثبتہ زاویہ :

د ساعت د عقربې د حرکت مخالف دوران (Counter clock wise) ته مثبتہ زاویہ وایي. لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-19)

د زاویې بنودنه :

زاویہ د توروپه واسطه بنودل کیږي. په دې ډول چې د زاویې درأس توری د لیکلواو لوستلوپه وخت کې دنورو توروپه منځ کې راشي او په سړيې دا (∧) علامه ورسره لیکل کیږي .

د زاویې داندازه کولو واحدونه :

زاویہ د درجې ، گراد اوراډیان په واسطه اندازه کیږي.

درجه :

درجه دیوې قایمې زاویې $\frac{1}{90}$ برخې ته وایي ، یاد یو راډیان $\frac{1}{360}$ برخې ته درجه ویل کیږي .

درجه ، دقیقه او ثانیہ (Degree , Minute , Second) یا DMS:

یوه درجه شپيته دقیقه $1^\circ = 60'$ کیږي .

یا یوه دقیقه دیوې درجې $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ$ برخه ده .

یوه دقیقه شپيته ثانیې $1' = 60''$ کیږي .

یا یوه ثانیہ دیوې دقیقه $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$ برخه ده .

یوه درجه درې زره او شپړسوه ثانیې $1^\circ = 60.60 = 3600''$ کیږي .

یوه ثانیہ دیوې درجې $1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ$ برخه ده .

ددرجې علامه:

ددرجې علامه ($^{\circ}$) ده اوداسې بنودل کیږي لکه: 90° (نوي درجې)، 180° (یوسل اتیادرجې)، 360° (دری سوه او شپيته درجې) اوداسې نور..

گراد:

گراد هم دزاويې داندازه کولو واحد دي. دیودوران $\frac{1}{400}$ برخې ته گرادوایې .

دقیقه گراد :

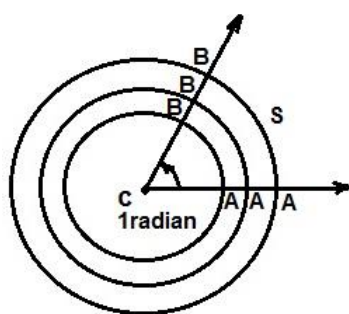
دیوه گراد $\frac{1}{100}$ برخې ته دقیقه گراد وایي .

ثانیه گراد:

دیوه دقیقه گراد $\frac{1}{100}$ برخې ته ثانیه گراد وایي .

رادیان :

ددرجې او گرادسربیره دزاويې داندازه کولوبل واحد رادیان دي. رادیان دهغه مرکزي زاويې اندازه ده، چې دمقابل قوس اوږدوالی یې دشعاع له اوږدوالي سره مساوي وي. رادیان په عالي ریاضیاتوکې ډیر استعمالیږي. په لاندې شکل کې د \hat{ACB} مرکزي زاویه چې شعاع یې r او د AB قوس اوږدوالی له r سره مساوي دی نود \hat{ACB} زاویه یورادیان ده.



شکل (1-20)

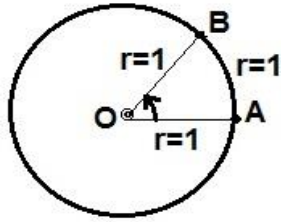
$$\hat{ACB} = 1\text{radian} = 1R$$

که د AB قوس ددایرې له شعاع r سره مساوي وي، θ درادیان په حساب مساوي ده په: $\hat{\theta} = \frac{AB}{r} = \frac{s}{r}$ اویاهم $\hat{\theta} = s=r$ چې $s=r$ یې دمرکزي زاويې مقابل قوس او r یې ددایرې شعاع ده.

مثلثاتي دایره (Circle Unite) :

هغه دایره چې شعاع اوږدوالی یې داوږدوالي واحد وي دمثلثاتي دایرې په نوم یادېږي .

- په مثلثاتي دایره یاواحد دایره (Circle Unite) کې چې شعاع یې داوږدوالي واحد او مرکزي دوضعیه کمیاتوپه مبداء کې واقع وي نو درادبان په حساب سره دمرکزي زاویې اندازه له مقابل قوس سره مساوي ده . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-21)

درجې، گراد اورادبان بدلول په یوبل باندې :

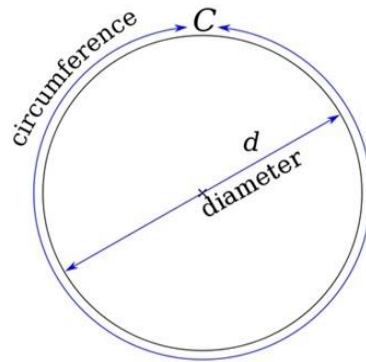
دلاندې فورمول په واسطه په ډیره آسانی سره کولای شو زاویه له یوواحدخه بل واحدته واروو(درجه په گراد او رادبان ، گراپه درجه اورادبان اوپه همدې ترتیب رادبان په درجه اوگراد تبدیل کړو) :

$$\frac{d}{360^\circ} = \frac{g}{400} = \frac{R}{2\pi} \quad \text{یا} \quad \frac{d}{180^\circ} = \frac{g}{200} = \frac{R}{\pi}$$

د پای (π) حیرانوونکی عدد:

پای په نړۍ کې تر ټولو ډېر پېژندل شوی ثابت عدد دی چې د یوې دایرې د محیط کچې پر قطر له وپشلو څخه په لاس راځي. دا نسبت د هرې دایرې لپاره که څه هم د لاس په اندازه وړه او یا د کهکشان په کچه لویه وي ؛ ثابت او مساوي دی. د دې عدد تقریبي کچه (3,14159) ده خو حقیقي او وروستی عدد موندل یې ډېر ستونزمن دي. د دې عدد د تقریبي شمېرې لپاره بېلابېل فورمولونه او لارې په نښه شوې ؛ د بېلګې په ډول د (7/22) د وېش له حاصل څخه هم دا تقریبي گڼه په لاس راتلای شي. پای په (π) یا (Π) ښوول کېږي او (PI (paI تلفظ کېږي. دا عدد په هندسه ، فزیک او ریاضي کې ډېر کارول کېږي او د ارشمیدس د ثابت په نوم هم یادېږي.

د دې عدد نښه یونانیانو وښوده خو کارونه یې له دوی مخکې بابلیانو ، هندوانو او تر ټولو مخکې مصریانو کړي ده. د ځینو څېړنو له مخې په مصر کې د پای کارول شوی عدد له میلاد څخه 1650 کاله د مخه کښل شوی دی.



شکل (1-22)

$$\pi = \frac{c}{d}$$

پای د دایرې د مساحت او د استوانې له حجمه نیولې ، ان د انشتین د عام نسبیت په معادله او د کپلر د قوانینو په شان په مهمو فورمولونو کې کارول کیږي. بنایي تاسې ته په زړه پورې وي چې د پای د اعشاري رقم له شمېرې څخه حتی د سترو کمپیوټرونو د ځواک معلومولو په ازموینه کې کار اخیستل کیږي.

تر اوسه د پای عدد وروستی قیمت نه دی موندل شوی خو د تقریبي قیمت موندلو لپاره زیاتې هڅې شوې دي ؛ تر دې چې ځینو کسانو د دې عدد د وروستي حد د موندلو لپاره خپل ټول ژوند وقف کړ خو د کمپیوټر تر پنځېدنې مخکې یې له زرمې اعشاري شمېرې هاخوا سم گڼل ونشوای کړای.

لومړنۍ کمپیوټري شمېرنه په 1949 زېږدیز کال شوه او دا عدد یې تر دوه زرمې اعشاریې وشمېره او بیا په 1999 زېږدیز کال د توکیو پوهنتون یوه ستر کمپوټر تر (206,158,430,000) شمېرې گڼل وکړای شوای.

په دې وروستیو کې د پای لپاره تر دوه زره ، اووه سوه میلیاردمې اعشاري شمېرې پورې د فابریس بلارډ له لوري د یوه ستر کمپیوټر په مرسته گڼل شوی دی او په 2013 کال کې دا شمېره 13,3 تریلیونمې اعشاریې ته ورسېده.

دلته تر زرمې اعشاري شمېرې پورې د پای عدد لیدلی شئ:

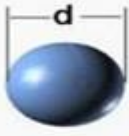
3.1415926535	8979323846	2643383279	5028841971
6939937510	5820974944	5923078164	0628620899
8628034825	3421170679	8214808651	3282306647
0938446095	5058223172	5359408128	4811174502
8410270193	8521105559	6446229489	5493038196
4428810975	6659334461	2847564823	3786783165

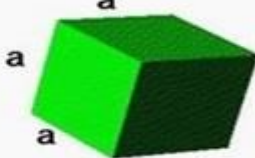
2712019091	4564856692	3460348610	4543266482
1339360726	0249141273	7245870066	0631558817
4881520920	9628292540	9171536436	7892590360
0113305305	4882046652	1384146951	9415116094
3305727036	5759591953	0921861173	8193261179
3105118548	0744623799	6274956735	1885752724
8912279381	8301194912	9833673362	4406566430
8602139494	6395224737	1907021798	6094370277
0539217176	2931767523	8467481846	7669405132
0005681271	4526356082	7785771342	7577896091
7363717872	1468440901	2249534301	4654958537
1050792279	6892589235	4201995611	2129021960
8640344181	5981362977	4771309960	5187072113
4999999837	2978049951	0597317328	1609631859
5024459455	3469083026	4252230825	3344685035
2619311881	7101000313	7838752886	5875332083
8142061717	7669147303	5982534904	2875546873
1159562863	8823537875	9375195778	1857780532
1712268066	1300192787	6611195909	2164201989

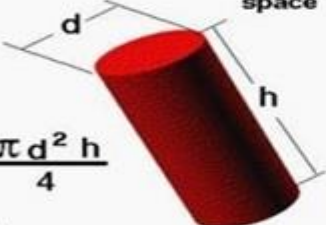
له 1988 زېږديز کال راهيسې په امريکا کې د مارچ 14مه ورځ د پای عدد په نوم نومول شوې او د دې عدد د ارزښت او پېژندنې لپاره په ډېرو هېوادونو کې بېلابېل مراسم تر سره کېږي. ډېر کسان د پای عدد د اعشاري گڼو د يادولو هڅې کوي؛ تر اوسه د پای د اعشاري گڼې د يادولو ريكارډ تر 67,000مې اعشاريې پورې ثبت شوی دی.


دلته د پای په مرسته د ځينو شکلونو د حجمونو د پيدا کولو خو بېلگې کتلې شئ:

Volume Glenn Research Center

Sphere  $V = \frac{\pi d^3}{6}$

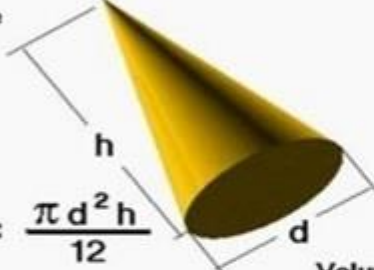
Cube  $V = a^3$

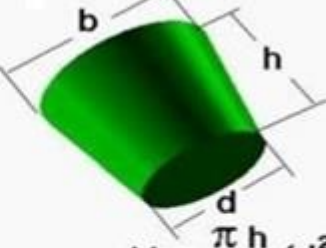
Cylinder  $V = \frac{\pi d^2 h}{4}$

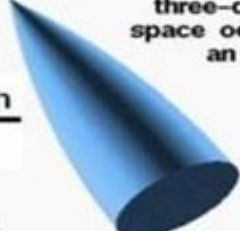
Rectangular Prism  $V = a b h$


Volume is the three-dimensional space occupied by an object.

Nose Cone Volumes Glenn Research Center

Cone  $V = \frac{\pi d^2 h}{12}$




Frustum  $V = \frac{\pi h}{12} (d^2 + db + b^2)$

Parabolic Cone  $V = \frac{2 \pi d^2 h}{15}$

Elliptical Cone  $V = \frac{\pi d^2 h}{6}$

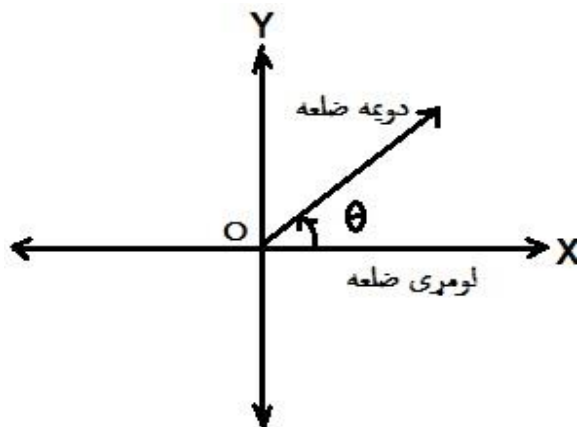
Volume is the three-dimensional space occupied by an object.

Basic shapes & their volumes

Sphere	Cylinder	Cone
		
$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

دیوی زاویہ معیاری حالت (Standard Position of an angle):

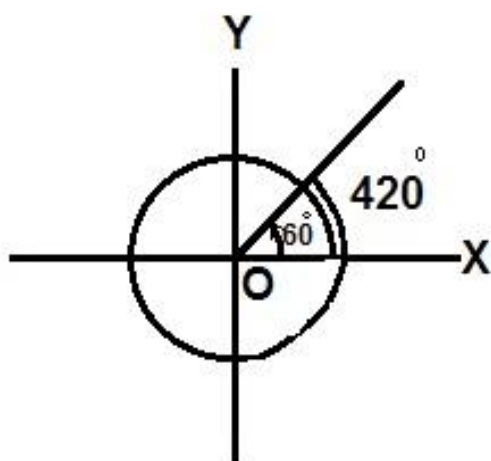
کہ دیوی زاویہ راس دوضعیہ کمیاتوپہ مبداء کی اولومرنی ضلعہ یی د X دمحورپہ مثبت جہت (لوری) منطبق وی، زاویہ پہ معیاری حالت کی ده . لکہ پہ لاندی شکل کی :



شکل (1-23)

کوٹرمینل زاویہ (Conterminal angles):

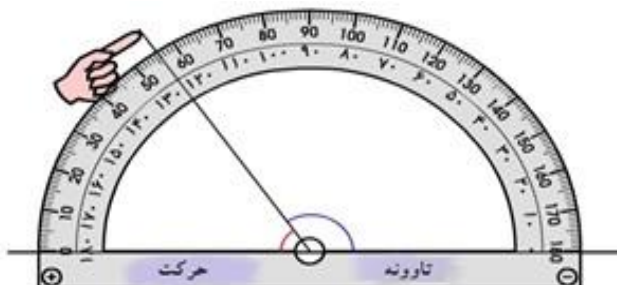
کہ پہ معیاری حالت کی ددوو یاخوزاویودویہی ضلعی یوپربل منطبقی وی دازاویہی کوٹرمینل زاویہی بلل کیبری . لک پہ لاندی شکل کی لیدل کیبری چہ 60° او 120° زاویودویہی ضلعی یوپربل منطبق دی نو؛ دتعریف پہ اساس دا دواړه زاویہ سره کوٹرمینل دی :



شکل (1-24)

نقاله:

هغه آله چې زاویې ورباندې اندازه کيږي نقاله بلل کيږي. نقاله نیمه دایروي شکل لري چې محیط یې په 180 برابرو (مساوي) برخوویشل شوی وي. دنقالي شکل په لاندې توگه ښودل شوی دی :

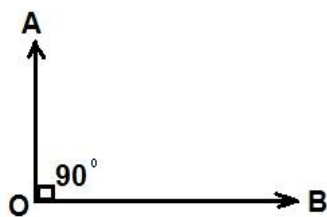


شکل (1-25)

دزاویې ډولونه: زاویه په درې ډوله ده : قائمه زاویه ، حاده زاویه ، منفرجه زاویه .

1. قائمه زاویه:

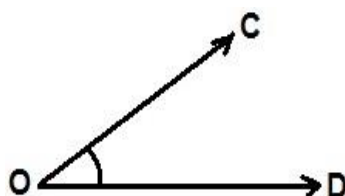
هغه زاویه ده چې پراخوالی یې 90° درجې وي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{A}OB$ زاویه .



شکل (1-26)

2. حاده زاویه :

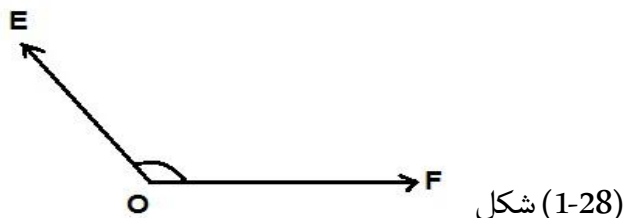
هغه زاویه چې له 90° درجې څخه کوچنۍ وي حاده زاویه بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{C}OD$ زاویه .



شکل (1-27)

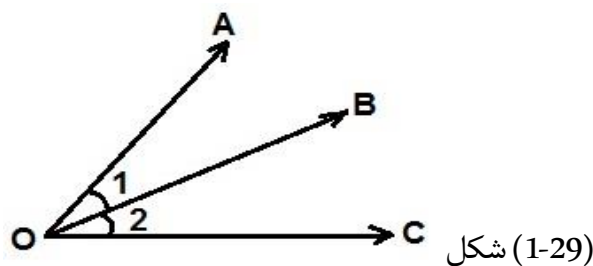
3. منفرجه زاویه:

هغه زاویه چې پراخوالی یې له 90° درجې څخه لوی وي یا له یوې قایمې زاویې څخه لویه وي منفرجه زاویه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{E}OF$ زاویه .



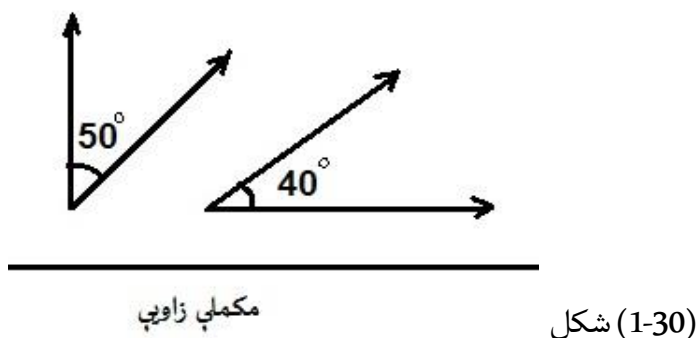
مجاورې زاویې :

دوه زاویې چې مشترک رأس، مشترکه ضلع ولري اودمشترکې ضلعې دواړه خواوو ته پرتې وي دمجاورو زاویوپه نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{A}OB$ ، $\hat{B}OC$ زاویې .



مکملې زاویې :

دوه زاویې چې دزاویوداندازې مجموعه یې 90° وي دمکملوزاویوپه نوم یادېږي. لکه په لاندې شکل کې :



متمې زاویې:

هغه دوه زاویې چې مجاورې نه وي خومجموعه یې 180° درجې وي دتمموزاویوپه نوم یادېږي .

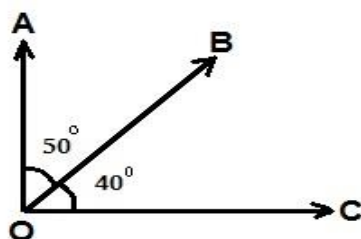
لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{1}$ او $\hat{2}$ زاویې .



شکل (1-31)

مکملې مجاورې زاویې:

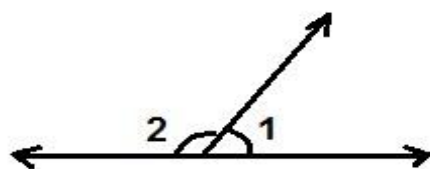
دوه مجاورې زاویې چې د زاویو د پراخوالي مجموعه یې 90° درجې وي دمکملو مجاورو زاویو په نوم یادېږي لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-32)

متممې مجاورې زاویې :

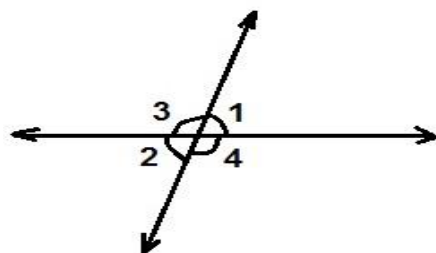
دوه مجاورې زاویې چې د زاویو مجموعه یې 180° درجې وي ، مشترک رأس اومشترکه ضلعه ولري دمتممو مجاورو زاویو په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-33)

رأس ته مخامخ زاویې :

دوه زاویې چې مشترک رأس ولري دیوبل په امتداد واقع وي درأس ته مخامخ زاویو (متقابل به رأس زاویو) په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-34)

مستقیمه زاویه :

هغه زاویه چې دمستقیم خط یوې خوا ته پرته وي اوداندازه یې 180° درجې وي دمستقیمې زاویې په نوم یادېږي لکه په لاندې شکل کې :



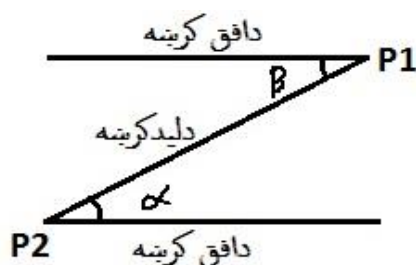
شکل (1-35)

دارتفاع زاویه (Angle of Elevation) :

که یوشی په یوه ارتفاع پروت وي نو؛ د لیدکرنه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالې زاویه بلل کیږي لکه د (1-36) شکل کې د $\hat{\alpha}$ زاویه .

دتنزیل زاویه (Angle of Depression) :

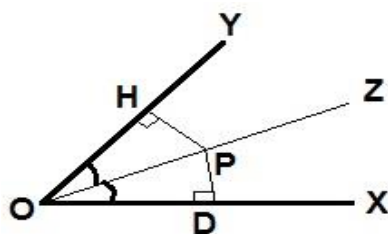
که یوشی په ټیټ ځای کې پروت وي د لیدکرنه له نوموړي شي سره یوه زاویه جوړوي چې دتنزیل زاویې په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې : د $\hat{\beta}$ زاویه .



شکل (1-36)

ناصف الزاویه :

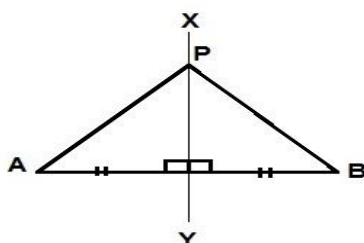
هغه ټوټه خط چې یوه زاویه په دوه مساوي برخوویشي دناصف الزاویې په نوم یادېږي . اودناصف الزاویې هرټکی دزاویې له دوه ضلعوڅخه مساوي فاصله لري . لکه په لاندې شکل کې : د \overline{OZ} د \hat{XOY} زاویې ناصف الزاویه دي .



شکل (1-37)

عمودي ناصف :

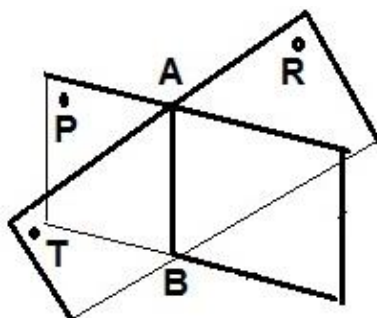
هغه ټوټه خط چې یوه هندسي شکل په عموده توګه سره وويشي او د همدې عمودي ناصف هر ټکی د هندسي شکل له دوه سرو نوڅخه مساوي فاصله ولري د عمودي ناصف په نوم يادېږي . لکه په لاندې شکل کې : \overline{XY} د $PAB\Delta$ مثلث عمودي ناصف جوړوي .



شکل (1-38)

دوه مخيزه يافرجه زاويه :

که دوه مستوي په فضاء کې يو بل قطع کړي يودوه مخيزه يافرجه زاويه جوړوي . ددوه وجهې د زاويې مشترک څپرکي ته خط الرأس وايي او دمستوي گانو ته ددوه مخيزه وجوه يا اضلاع وايي . لکه په لاندې شکل کې :

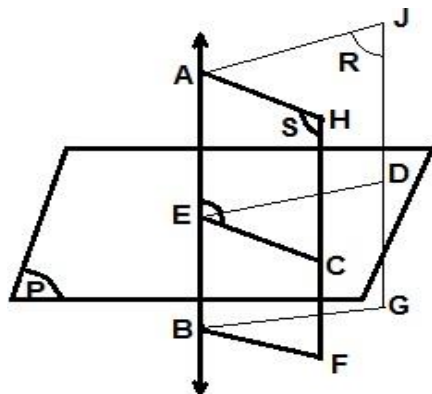


شکل (1-39)

- هره دوه مخيزه د 0° نه تر 180° پورې قيمتونه اخيستلای شي .
- ديوې دوه مخيزه يافرجې زاويې ټولې مسطحې زاويې مساوي دي .

دیوې دوه مخیزې مسطحه زاویه:

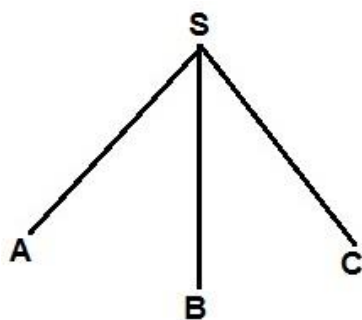
هغه زاویه چې دیوعمودي مستوي اودیو دوه مخیزه زاویې د مشترک خپرکی یا خط الرأس له تقاطع څخه منځ ته راځي ددوه مخیزه مسطحه زاویه بلل کیږي .



شکل (1-40)

دری مخیزه:

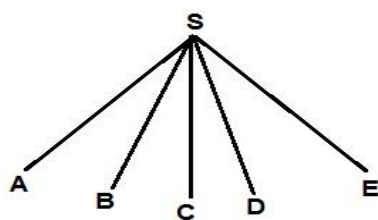
هغه شکل چې ددریومستقیم خطونو څخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي جوړشوی وي دری مخیزه بلل کیږی . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-41)

جامده زاویه پاکنج:

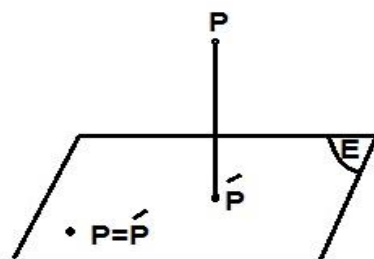
دخومستقیمو خطونوڅخه چې دری په دری په یوه مستوي کې واقع نه وي منځ ته راځي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-42)

ارتسام:

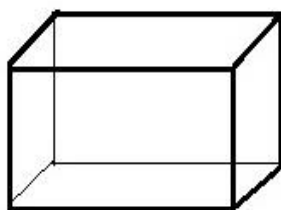
په یومستوي ديوې نقطې قاييم ارتسام دهغې عمودي پایې وروستی برخې ته وايې چې له نقطې څخه پرمستوي واقع کيږي. یا په بل عبارت: پریومستوي دیوخط قاييم ارتسام دنوموړي مستوي دمختلفو نقطو سیټ دی چې دخط دټولونقطو څخه پرمستوي عموداً رسم شي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-43)

څومخیزه (څووجهي):

هغه جسم چې له هراړخ څخه مسطح څو ضلعي محدود کړی وي، څومخیزه بلل کيږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-44)

- هریو ضلعي ته دڅومخیزې مخ (وجه) وايي.
- دمخ (وجه) اضلاعوته دڅومخیزې ضلع وايي.
- دمخونو (وجه) هر یو رأس ته دمخ (وجه) رأس وايي.
- ددوه مخونو (وجه) ترمنځ زاويې ته دڅومخیزې زاويه وايي.
- اوهرکونج چې دمخونو (وجه) څخه تیراو په رأس کې وموندل شي دڅومخیزې یو کونج بلل کيږي.
- دڅومخیزې له هرکونج څخه لږترلږه درې خط الرأسونه تیريږي.
- دڅومخیزې دوه مجاورې وجه مشترک خط الرأس لري اودهرخط الرأس دوه انجامونه دڅومخیزې دوه رأسونه دي.

دڅومخیزې شمیر یوازې پنځه ډوله دی چې هغو ته اپلاتوني اجسام وايي. لاندې جدول دیومنظم څومخیزه مشخصات رابښيي:

د جسم نوم	دهرې مخیزې (وجهې) دضلعو شمیر	دخط الرأسونو شمیر یورأس ته منتهي	د رأسونو شمیر	دخط الرأسونو شمیر
څلورمخیزه	3	3	4	6
شپږمخیزه	4	3	8	12
اته مخیزه	3	4	6	12
دولس مخیزه	5	3	25	35
شل مخیزه	3	5	120	35

پوهیرو چې دهرمتساوي الاضلاع مثلث هره زاویه ۶۰ درجې وي نو؛ ددریو، څلورو او پنځو مثلثونو تقاطع په یوه رأس کې امکان لري خوله دې څخه دډیرو امکان ځکه نشته چې:

1. درې مثلثه: $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ < 360^\circ$

2. څلورمثلثه: $4 \cdot 60^\circ = 240^\circ < 360^\circ$

3. پنځه مثلثه: $5 \cdot 60^\circ = 300^\circ < 360^\circ$

4. شپږمثلثه: $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ = 360^\circ$

وروستی رابطه امکان نه لري ځکه که شپږ ۶۰ درجې زاویې په یوه رأس کې تقاطع وکړي مستوي تشکیلیږي خو څومخیزه لاس ته نه راځي. همدې استدلال ته په کتوسره دمتوازي الاضلاع له مساوي مثلثونو څخه درې ډوله منظمې څومخیزې جوړې کړو:

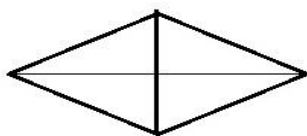
1. منظمه څلورمخیزه.

2. منظمه اته مخیزه.

3. منظمه شل مخیزه.

محدبه څومخیزه:

هغه څومخیزه چې دڅپلوهریووجه گانو په یوې خوا کې واقع وي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (1-45)

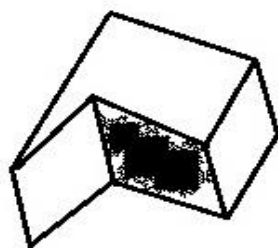
(داولرفورمول):

$$S=p+t-2$$

محده څومخیزه ، دمخونوشمیر $P=$ ، درسونوشمیر $t=$

معقره څومخیزه:

هغه څو مخیزه چې د یوه یا څو وجوه گانوپه یوه خوا کې واقع وي معقره څومخیزه بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-46)

دڅومخیزې قطر:

هغه قطعه خط چې دوه رأسونه چې په یوه وجه کې واقع نه وي ونښلوي دڅومخیزې قطر بلل کیږي .

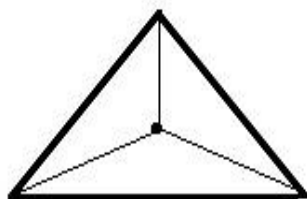
دڅومخیزې دننه اوبهر:

هرڅومخیزې فضاء په دریو بیلابیلو برخو ویشي :

1. هغه نقطې چې دڅومخیزې پروجې واقع وي .
2. هغه نقطې چې دڅومخیزې دننه واقع وي .
3. هغه نقطې چې دڅومخیزې څخه دبهر واقع وي .

منظمه څومخیزه:

یو منظم څومخیزې ته محده څومخیزه وايي یا هغه څومخیزه چې ټولې سطحې یې له منظمو اومساوي مضلعاتو څخه جوړشوی وي او زاوې یې هم سره مساوي وي دمنظم څومخیزه په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې :



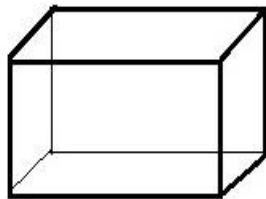
شکل (1-47)

منظمه شپږمخیزه:

دغه شومخیزه له شپږو مساوي مربعو څخه جوړېږي ، چې هغې ته مکعب هم وايي ، دمکعب په هرکونج

کې درې مربع وجود لري داځکه چې : $3 \times 90^\circ = 270^\circ < 360^\circ$

شکل يې دادی :



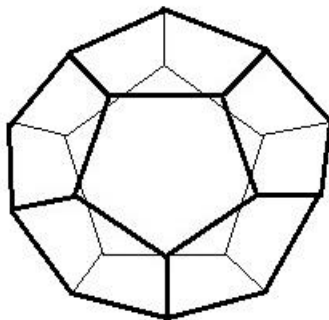
شکل (1-48)

منظمه دولس مخیزه :

دغه منظمه شومخیزه ددولسو منظمو مساوي پنځه ضلعو څخه لاس ته راځي ، اوپه هرکونج کې يې درې

پنځه ضلعي موجود دي داځکه چې : $3 \times 108^\circ = 324^\circ < 360^\circ$

شکل يې دادی :

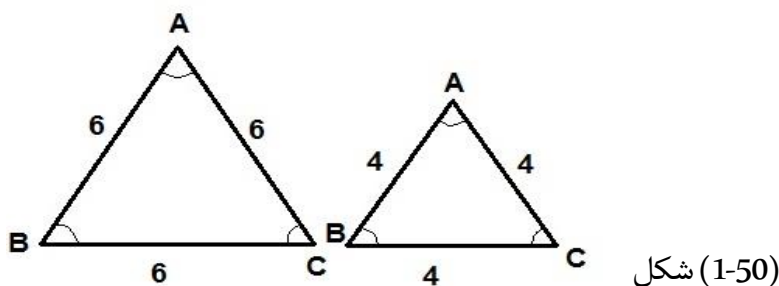


شکل (1-49)

مشابهت (ورته والی)

ورته شکلونه :

که چیرې په دوه شکلونو کې هم ډوله زاویې یوله بل سره مساوي وي اودهم ډوله ضلعونسبت یې یو ثابت مقدارولري دورته شکلونوپه نوم یادیري . ثابت مقدارته یې دورته والي نسبت وایي . دورته والي نښه داده (\sim) . لکه په لاندې شکل کې : د $ABC\Delta$ او $A'B'C'\Delta$ مثلثونه چې زاویې یې یوله بل سره انطباق منونکې دي اودضلعوترمنځ یې هم تناسب موجود دي .



$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$ABC\Delta \cong A'B'C'\Delta$$

ورته مثلثونه :

مثلثونه په دريو حالاتو کې یوبل ته ورته دي :

لومړی حالت : که چیرې دیوه مثلث دوه زاویې دبل مثلث له دوه زاویوسره مساوي وي نو ؛ دامثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

دویم حالت : که چیرې دیوه مثلث دوه ضلعي دبل مثلث له دوه ضلعوسره متناسب اودضلعوپه منځ کې زاویې یې مساوي وي نو ؛ دامثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

دریم حالت : که چیرې دیوه مثلث دری ضلعي دبل مثلث له دریو ضلعوسره متناسبې وي نو ؛ دادوه مثلثونه یوبل ته ورته (مشابه) دي .

ورته مضلع:

دوه مضلع گانې یاخوضلعي هغه وخت یوبل ته ورته دي چې :

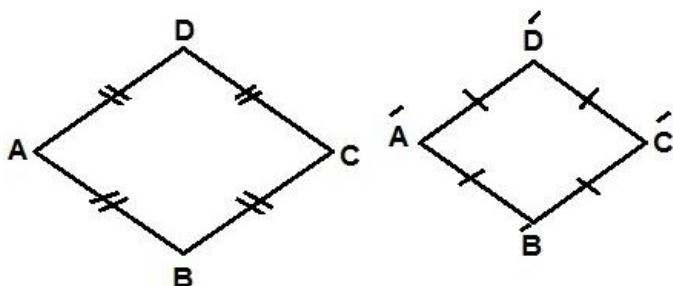
1. درآسونوشمیريې سره مساوي وي .

2. ټولې زاوېې یې یوله بل سره انطباق منونکې وي .

3. هم ډوله ضلعې یې یوله بل سره متناسبې وي .

لکه په لاندې شکل کې د ABCD او A'B'C'D' مضلع گانې چې زاوېې یې یوله بل سره برابرې

اوضلعې یې سره متناسبې دي :



شکل (1-51)

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}', \hat{D} \cong \hat{D}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$$

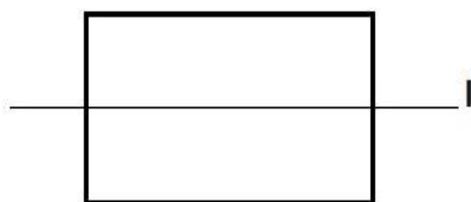
$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{2}{2} = 2$$

ډیورټنیومضلع گانو دورته والي نسبت 2 دي ، یعنی د ABCD مضلع د A'B'C'D' دمضلع د ضلعو دوه برابره ده نو:

$$A'B'C'D' \approx ABCD$$

تناظر:

که چیرې دیوخط په امتدادسره یوشکل داسې قات کړوچې د شکل دوه برخې یوپربل باندې منطبقې شي ، دې شکل ته متناظر نسبت خط ته وایي . لکه په لاندې شکل کې :



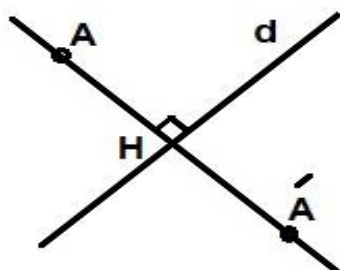
شکل (1-52)

تناظري محور:

هغه خط چې شکل یې پرمخ باندې قاتیږي د شکل تناظري محور بلل کیږي .

محوري تناظر:

دهر شکل محوري تناظرله هغه هندسي شکل څخه عبارت دي چې هره نقطه يې نسبت دلومړي شکل يوې نقطې ته متناظره وي . لکه په لاندې شکل کې :

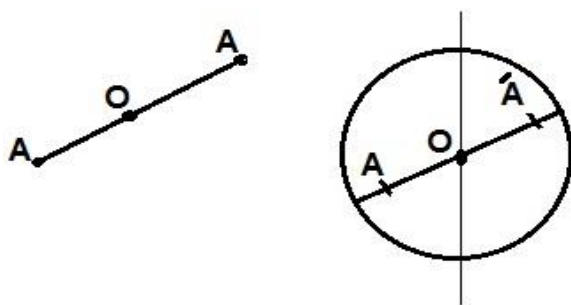


شکل (1-53)

د A' ټکی د A ټکي متناظر نسبت د d خط ته وايو که چيرې د d خط د A او A' ترمنځ د ټوټه خط عمودي ناصف وي .

- که چيرې د A ټکی د d خط پرمخ باندې وي ، متناظريې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکی دی .

مركزي تناظر:



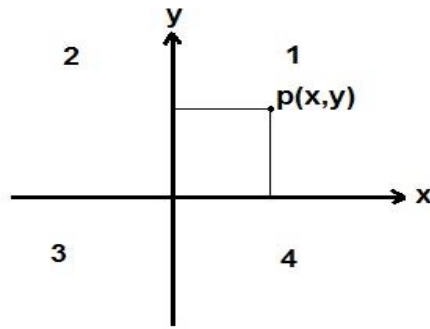
شکل (1-54)

دپورته شکل په اساس : د A' ټکی د A ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته بولي .

که چيرې O د $\overline{AA'}$ د ټوټه خط منځنی ټکی وي ، په دې حالت کې O ته مركزي تناظر وايي او وايوچې A او A' نسبت د O ټکي ته متناظر دي .

دقايم مختصات سيستم :

دوه عمودمحورونه د xx' او yy' چې د O په ټکي کې قطع کوي دقايم مختصات سيستم په نامه ياديږي، دهغود (x,y) هرې مرتبې جوړې سره دمستوي يونکي اړيکې لري. دټکي دفاصلې او دترتيب په نوم ياديږي. دهغوی قيمتونه دمحورونو له مخې چې په مساوي واحدونوسره ويشل شوي دي ټاکل کيږي. لکه په لاندې شکل کې :



شکل (1-55)

دویم څپرکی

داوردوالي، سطحې او حجم واحدونه

الف - داوردوالي (طول) واحدونه: په SI په سیستم کې داوردوالي واحد متر دی. د متر په څنګ داوردوالي نور واحدونه هم شته. لکه:

«اینچ، فوت، یارد، میل، ذرع، چارک، کره (غوټه)، بر (بهر)، فرسنگ (فرسخ)» چې هر یو یې په لنډه توګه تشریح کوو:

A. **متر (meter):**³ متر هغه درجه بندي شوې فیته ده چې له فلز، ټوکر یا کوم بل جنس څخه جوړوي او د شیانو داوردوالي اوسور د معلومولو لپاره استعمالیږي. یاپه بل عبارت متر داوردوالي هغه واحد دی چې د ځمکې د نصف النهار د دایرې د څلویښت میلیونمې برخې سره مساوي وي.

دمتراجزاء: د متر اړوند هغه واحدونه چې له متر څخه کوچني وي د متراجزاء بلل کیږي. د متراجزاء څلور دي چې په لاندې توګه بیانېږي:

- a. **میکرون:** د یوه ملي متر له زرمې 1000 برخې سره برابر دی.
- b. **ملي متر:** یو ملي متر د 1000 میکرون سره برابر دی.
- c. **سانتي متر:** 10 ملي متر له یو سانتي متر سره برابر دی.
- d. **دسي متر:** 10 سانتي متر یو دسي متر کیږي.

دمتراضعاف: د متر اړوند هغه واحدونه چې له متر څخه لوی وي د متراضعاف بلل کیږي. د متراضعاف درې دي چې په لاندې توګه بیانېږي:

- a. **دکامتر:** یو دکامتر له 10 مترو سره برابر دی.
- b. **هکتومتر:** یوه هکتومتر له 100 مترو سره برابر دی.

- c. **کیلومتر:** یو کیلومتر له 1000 متروسره برابر دی .
- B. **اینچ (inches):** داوردوالي داواحد (یو اینچ) له 2.54 سانتي مترسره برابر دی .
(1 inches = 2.54 centimeter)
- C. **فوت (feet):** داوردوالي داواحد (یو فوت) له 30.5 سانتي مترسره برابر دي.
(1 feet = 30.5 centimeter)
- D. **یارد (Yard):** داوردوالي داواحد (یو یارد) له 91.44 سانتي مترسره برابر دي.
(Yard = 91.44 centimeter)
- E. **میل (mile):** داوردوالي داواحد (یو میل) له 1.6 کیلومترسره برابر دي .
(1 mile = 1.6 kilometer)
- F. **ذرع:** داوردوالي یوپخوانی واحد دی چې د 104 سانتي مترسره برابر دي .
- G. **گز:** داوردوالي هغه واحد دی چې تقریبا له 90 سانتي مترسره برابر دي .
- H. **زرع:** داوردوالي یوپخوانی واحد دی چې دیوه منځني سړي دڅنگلې څخه دگوتوترڅوکې پورې بنودل شوی دی .
- I. **چارک:** چارک یا چاریک دوزن او اوردوالي پخوانی واحد دی چې د چارک کلمه په دوه مفهومونو سره کارول کیږي: لومړي: دهرشي څلورمه برخه . دویم: دوزن په مقیاس کې دمن څلورمه برخه ده او داوردوالي په مقیاس کې دذرع څلورمه برخه یا څلورغوتي (گره) بنودل شوې دي .
- J. **گره (غوټه):** داوردوالي پخوانی واحد دی چې یوه غوټه د 6.5 سانتي مترسره برابره ده .
- K. **بر (بهر):** ⁴ داوردوالي پخوانی واحد دی چې دیو چارک له څلورمې اویا دیوې ذرع له 16 برخې سره برابر دي .
- L. **فرسنگ (فرسخ):** داوردوالي هغه پخوانی واحد دی چې نږدې د 6 کیلومترو ، 3 میله اویا 12000 ذراع سره برابر دي ، او په پخواوختونوکې به دا واحد دمسافت دواحد په توگه استعمالیده .

ب- دسطحې واحدونه :

- A. **مترمربع (m²):** دهغه مربع مساحت چې دهرې ضلعې اوردوالی یې یومتروي ، مترمربع بلل کیږي .
- B. **اینچ مربع (in²):** یو اینچ مربع له 2.54 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- C. **فوت مربع (ft²):** یو فوت مربع له 30.5 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- D. **یارد مربع (yd²):** یو یارد مربع له 91.44 سانتي متر مربع سره برابر دی .
- E. **میل مربع (ml²):** یو میل مربع له 1.6 کیلومتر مربع سره برابر دی .

⁴ - گره (غوټه) او بر (بهر) په حقیقت کې یوشان دي مگر نمونه یې په ځینو سیمو کې توپیر لري .

دسطحې دانگلسي واحدونو دتبدیلولو دضرایبو جدول دلته کتلاى شی:

دسطح دواحدونو دتبدیلولو ضرایب

Unit	m ²	in ²	ft ²	yd ²	mile ²
m ²	1	1550	10.764	1.196	3.861*10 ⁻⁷
in ²	6.452*10 ⁻⁴	1	6.944*10 ⁻³	7.716*10 ⁻⁴	2.491*10 ⁻¹⁰
ft ²	9.290*10 ⁻²	144	1	0.111	3.587*10 ⁻⁸
yd ²	8.361*10 ⁻¹	1296	9	1	3.228*10 ⁻⁷
mile ²	2.58999*10 ⁶	4.01448*10 ⁹	27.8784*10 ⁶	3.097*10 ⁶	1

ج- دځمکې دپراخوالي داندازه کولو واحدونه :

A. مترمربع :

دهغه مربع دمساحت څخه عبارت دی چې دهرې ضلعې اوږدوالی یې 1 متروي . دسطحې دواحد تر نورو واحدونو زیات داستعمال وردی .

B. جریب:

دسطحې دمساحت داندازه کولو هغه واحد دی چې د2000 مترمربع سره مساوي کیږي .

C. هکتار:

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دي چې 10000 مترمربع سره مساوي کیږي . یاپه بل عبارت هکتاردهغه مربع مساحت دي چې ديوې ضلعې اوږدوالی یې 100متره وي .

D. بسوه(آر) :

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دی چې د100 مترمربع سره مساوي کیږي . اومعمولا دودانیو دسطحې داندازه کولو لپاره ترې کاراخیستل کیږي .

E. بسواسه:

دسطحې داندازه کولو هغه واحد دي چې له 5 مترمربع سره مساوي کیږي . اوداهم دبسوې په خیردودانیو دسطحې داندازه کولو لپاره زیات استعمالیږي .

F. من :

من هم دځمکې دپراخوالي داندازه کولو یو واحد دي چې تقریبا له 166.66 مترمربع سره برابردی .

G. چارک:

چارک یا چاریک چې مخکې یې هم یادونه وشوه دیوه من څلورمه برخه تشکیلوي .

H. قفیز:

دځمکې دسطحې داندازه کولو یوپخوانی واحد دی چې د360 زراع مربع سره برابر دی .⁵

عشیر(لسیز):

I. عشیرهم دځمکې دپراخوالي داندازه کولو یوپخوانی واحد دی چې تقریباً د11.62 مترمربع سره

مساوي دی .

د- دحجم واحدونه

SI په سیستم کې معمولاً حجم په مترمکعب (M3) اندازه کیږي . خوځینې نور واحدونه هم شته چې هر یو یې په لنډه توګه تشریح کوو:

A. مترمکعب:

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې یو متروي ، مترمکعب بلل کیږي .

B. ملی مترمکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې یو ملی متروي ، ملی مترمکعب بلل کیږي .

C. سانتي مترمکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد (اړخ) اوږدوالی یې یو سانتي متروي ، سانتي مترمکعب بلل کیږي .

D. دسي مترمکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې 10 سانتي متره وي ، دسي مترمکعب بلل کیږي .

E. اینچ مکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې یو اینچ وي . اینچ مکعب بلل کیږي

F. فوت مکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې یو فوت وي . فوت مکعب بلل کیږي .

G. یاردمکعب :

دهغه مکعب حجم چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې یو یارد وي . یارد مکعب بلل کیږي .

H. لیتر:

دهغه مکعبي خالي جسم ظرفیت چې دهر بعد(اړخ) اوږدوالی یې 10 سانتي متره وی . یابولیترد 1000 سی سی سره برابر دی .

⁵- (خوارزمی، ۱۸۹۵، مخ ۲۰۰)

I. سی سی :

یوسی سی دیوسانتی مترمکعب سره برابردی .

دحجم دواحدونو دتبدیلولو جدول :

دحجم دواحدونو دتبدیلولو جدول	
1000 mm ³	1 cm ³
1000 cm ³	1 dm ³
1000 dm ³	1 m ³
0.001 m ³	1 liter
10 dlit	1 liter
10 clit	1 dlit
10 mlit	1 clit
1000 cc	1 liter
1728 in ³	1 ft ³
27 ft ³	1 yd ³

دریم څپرکی

مسطح هندسه

مضلع ياخوضلعي (Regular Polygon of Sides):

تعريف: هغه هندسي شكلونه چې لږترلږه د دريو يا زياتو ټوټه خطونوپه واسطه احاطه شوی وي دمضلع ياخوضلعي په نوم ياديږي ، په دې شرط چې :

- دوه ضلعي يې يوازې په خپلوانجامونوکې سره قطع کړي .
- دوه گاونډي ضلعي يې د يوې مستقيمې کرنيې په امتداد واقع نه وي .

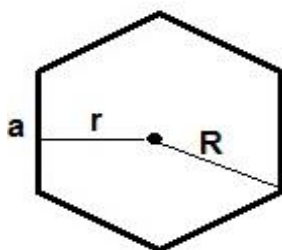
منظمه مضلع: هغه مضلع چې ضلعي اوزاوي يې سره مساوي وي ، منظمه مضلع بلل کيږي .

دمضلع رأس: هر ټوټه خط ته دمضلع ضلعه اوددوه ټوټوخطونوديوځای کيدو نقطې ته دمضلع رأس وايي .

دمضلع قطر: هغه ټوټه خط چې د يوه مضلع دوه غيرمجاوررأسونه (کونجونه) سره نښلوي دمضلع قطر بلل کيږي . څلورضلعي يې مهمه برخه تشکيلوي چې دلته يې ترڅپرني لاندې نيسو :

دمضلع ياخوضلعي دمساحت اوحجم فورمولونه :

که چيرې دمضلع ياخوضلعي مساحت په A ، حجم يې په V ، دضلعوشمير يې په n او يوه ضلعه يې په a سره وښوونو؛ لروچې :



شکل (3-1)

$$A = \frac{R2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{2}$$

$$P = a \cdot n$$

$$r = \frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

دمضلع یاخوضلعي دقطرونو دشمیرفورمول :

$$sn = \frac{n(n-3)}{2}$$

دهغه منظم مضلع خوضلعي داضلاعودشمیرفورمول چې یوه داخلي زاویه یې معلومه وي :

$$n = \frac{360}{180^\circ - D}$$

دمضلع یاخوضلعي دداخلي اوخارجي زاویو مجموعه :

A. دیوې مضلع دداخلي زاویومجموعه دمضلع دضلعوپه شمیرپورې اړه لري ، دمضلع دداخلي زاویو دمجموعې دپیداکولولپاره له لاندي فورمول څخه گټه اخیستل کيږي :

$$S_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

دمضلع دداخلي زاویومجموعه $S_n =$

دمضلع دضلعوشمیر $n =$

B. دیوه منظم خوضلعي یوه داخلي زاویه دلاندې فورمول په کمک لاس ته راځي :

$$D = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

C. دیوې مضلع دخارجي زاویومجموعه 360° درجې ده اودمضلع دضلعوپه شمیرپورې اړه نه لري .

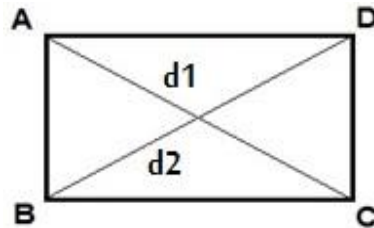
D. دیومنظم n ضلعي مضلع دهرې ضلعي مخامخ دمرکزي زاویې پراخوالی مساوي دی په :

$$\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$$

څلورضلي (Quadrilaterals)

دڅلورضلي تعريف: هغه شكل چې دڅلوروقطعه خطونوپه واسطه محدود شوی وي دڅلورضلي په نوم ياديږي .

- دڅلورضلي اضلاع: څلورقطعه خطونه چې څلورضلي يې منځ ته راوړې دی ، دڅلورضلي اضلاع بلل کيږي .
- دڅلورضلي رأس: ددوه ضلعوترمنځ مشترکه نقطه دڅلورضلي رأس بلل کيږي .
- دڅلورضلي زاويه: ددوه ضلعوترمنځ زاويه دڅلورضلي زاويه بلل کيږي .
- دڅلورضلي قطرونه: دڅلورضلي دمخامخ رأسونو ترمنځ دقطعه خطونواوردوالی دڅلورضلي قطرونه بلل کيږي .
- دڅلورضلي ښودنه: څلورضلي معمولاً دهغه درأسونو په توروښودل کيږي . لکه په لاندې شکل کې : د ABCD څلورضلي .

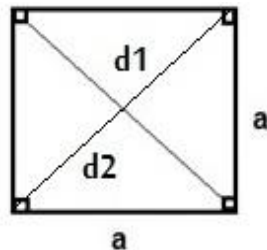


شکل (3-2)

دڅلورضلي ډولونه :

1. مربع (Square):

تعريف: مربع هغه څلورضلي ده چې دڅلور واړه ضلعو اوږدوالی يې سره مساوي وي اوڅلورواړه زاويې يې قايمې وي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (3-3)

دمربع قطرونه :

دمربع قطرونه سره مساوي دي ، یو پرموداویوبل سره نیمايي کوي .دمربع قطرونه درأس زاويې نیمايي کوي اودقطرونوله تقاطع څخه یې څلورانطباق منونکې مثلثونه جوړیږي .

دمربع دمحيط ، مساحت اوقطر فورمولونه :

که چیرې د مربع دمحيط په P ، مساحت په A اوقطر په d سره وښیو ؛ نولروچې :

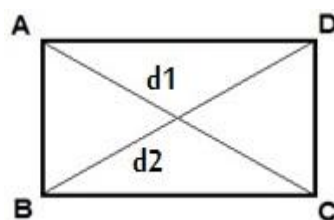
$$P = 4a \text{ (چاپیریال محيظ)}$$

$$A = a^2 \text{ (پراخوالی مساحت)}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a \text{ قطر}$$

2. مستطیل (Rectangle):

تعريف: مستطیل هغه څلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي یې دوه په دوه سره موازي اومساوي دي اوڅلورواړه زاويې یې قايمې دي . لکه په لاندې شکل کې :



(3-4) شکل

دمستطیل قطرونه :

دهرمستطیل قطرونه سره مساوي اویوبل سره نیمايي کوي اودمستطیل دقطرونو له تقاطع څخه دوي جوړې انطباق منونکې مثلثونه جوړیږي اودمستطیل څلورواړه زاويې قايمې دي .

دمستطیل دمحيط ، مساحت اوقطر فورمولونه :

که چیرې دمستطیل دمحيط په P ، مساحت په A اوقطر په d سره وښیو ؛ نولروچې :

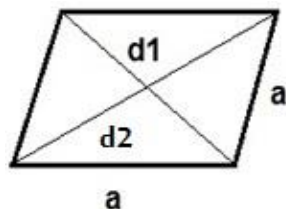
$$P = 2(a+b) \text{ (چاپیریال محيظ)}$$

$$A = a \cdot b \text{ (پراخوالی مساحت)}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ قطر}$$

3. معین یا لوزی (Rhombus):

تعریف: معین یا لوزی هغه څلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه موازي، څلورواړه ضلعي يې مساوي اومخامخ زاويې يې يوله بل سره مساوي وي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (3-5)

دمعین یا لوزی قطرونه:

دمعین یا لوزی قطرونه یو پرعمود او یو بل سره نیمایي کوي. همدارنگه د قطرونوله تقاطع څخه يې څلورانطباق منوونکي مثلثونه جوړیږي او هم يې قطرونه درأسونو زاويې نیمایي کوي.

دمعین یا لوزی دمحیط اومساحت فورمولونه:

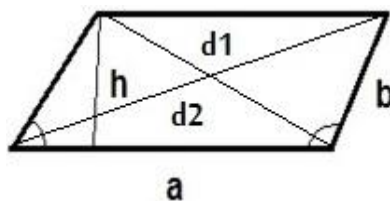
که چیرې د معین یا لوزی محیط په P او مساحت يې په A سره وښيو؛ نولروچې:

$$P = 4a \text{ (چاپیریال)}$$

$$A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \text{ (پراخوالی)}$$

4. متوازی الاضلاع (Parallelogram):

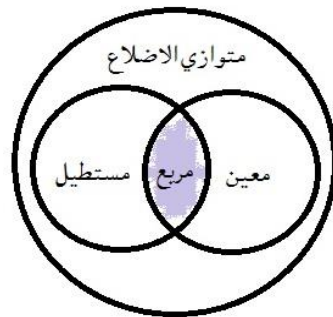
تعریف: متوازی الاضلاع هغه څلورضلعي ده چې مخامخ ضلعي يې دوه په دوه سره موازي اومساوي دي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (3-6)

- د متوازي الاضلاع قطرونه: د متوازي الاضلاع قطرونه یو بل سره نیمایي کوي اومقابلې زاويې يې دوه په دوه سره مساوي دي.

- دمتوازي الاضلاع، مستطیل، معین یا لوزي او مربع د خاصیتونو شریکوالی د دستونو د تقاطع په ډول په وین دیاگرام کې بنودل شوی دی:



شکل (3-7)

دمتوازي الاضلاع د محیط او مساحت فورمولونه :

که چیرې دمتوازي الاضلاع محیط په P ، مساحت په A او ارتفاع یې په h سره وښیو؛ نولروچې :

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$h = a \cdot \sin \alpha$$

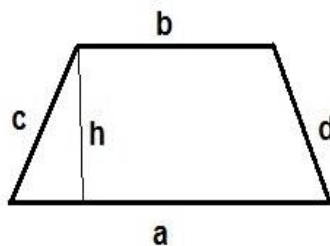
$$h = a \cdot \sin \beta$$

$$P = 2(a+b) \text{ (چاپیریال)}$$

$$A = b \cdot h = ab \cdot \sin \alpha = a \cdot b \cdot \sin \beta \text{ (پراخوالی)}$$

5. ذوزنقه یا منحرف (Trapezoid):

تعریف: ذوزنقه یا منحرف هغه څلورضلعي ده چې یوازې دوې مخامخ ضلعې یې سره موازي دي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (3-8)

دذوښقي دمحيط اومساحت فورمولونه :

که چيرې دذوښقي محيط په P ، مساحت په A سره وښيو؛ نولوچې :

$$P = a+b+c+d \text{ (چاپيريال)}$$

$$A = \frac{1}{2}(a+b)h \text{ (پراخوالي)}$$

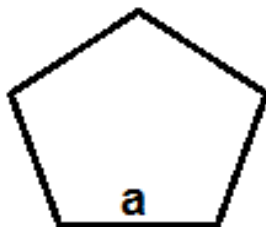
$$d = \sqrt{a \cdot b + c^2}$$

يادونه : په پورتنیو ټولو څلورضلعي گانو کې له ذوښقي پرته دنورو ټولو مخامخ ضلعي دوه په دوه سره موازي دي ، البته په ذوښقي کې يوازې دوه مخامخ ضلعي سره موازي دي .

دمنظم پنځه ضلعي دمساحت فورمول :

دمنظم پنځه ضلعي دمساحت فورمول په لاندې ډول دی :

$$A = (a^2 \cdot 5)(4 \cdot \tan(\pi) / 5)$$

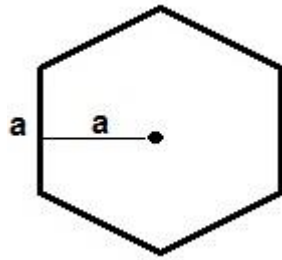


شکل (3-9)

دمنظم شپږضلعي (Hexagon) دمساحت فورمول :

دمنظم شپږضلعي دمساحت فورمول په لاندې ډول دی :

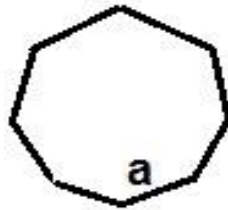
$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$



شکل (3-10)

دمنظم اته ضلعي دمساحت فورمول :

$$A = 2(1 + \sqrt{2})a^2$$



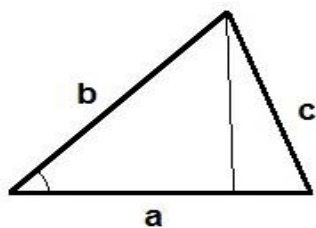
شکل (3-11)

څلورم څپرکی

مثلث (Triangle)

تعریف: مثلث هغه سطحه ده چې د دريو ټوټه خطونوپه واسطه احاطه شوې وي .

- **دمثلث ضلعه:** دمثلث هرخط ته دمثلث ضلعه وايي .
- **دمثلث رأس:** ددوه ضلعودنښلیدونقطې ته دمثلث رأس وايي .
- **دمثلث میانه:** هغه ټوټه خط چې دمثلث مرکزله مقابلو ضلعوسره ونښلوي دمثلث دمیاني په نوم یادېږي . دهرمثلث میاني په یوه ټکي کې قطع کوي ، دمیانودتقاطع ټکی دثقل دمرکزپه نوم یادېږي .
- **دمثلث ناصف الزاویه:** هغه ټوټه خط چې دمثلث یوه زاویه په دوه مساوي برخوویشي دناصف الزاويې په نوم یادېږي . اودناصف الزاويې هرټکی دزاويې له دوه ضلعوڅخه مساوي فاصله لري .
- هرمثلث درې ارتفاعې ، درې رأسه ، درې میاني اودرې ناصف الزاويې لري چې داتول په یوه نقطه کې قطع کوي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-1)

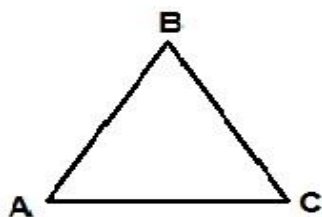
دمثلث ښودنه: مثلث د رأسونو د دريو تورو په واسطه ښودل کېږي لکه د $ABC\Delta$ مثلث . (دمثلث دعلامي شکل Δ دی .)

دمثلث ډولونه :

الف - دضلعوله خوادمثلث ډولونه :مثلثونه دضلعوله خواپه درى ډوله دي :

(1) متساوي الاضلاع مثلث :

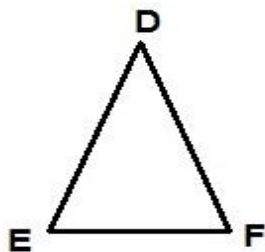
هغه مثلث چې درى واړه ضلعي يې سره مساوي وي متساوي الاضلاع مثلث نومېږي .په هرمتساوي الاضلاع مثلث كې درى واړه زاويې هم سره مساوي وي ؛لكه په لاندې شكل كې :



شكل (4-2)

(2) متساوي الساقين مثلث :

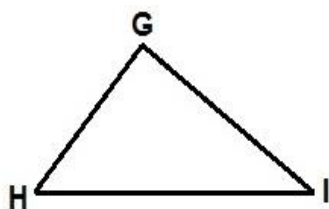
هغه مثلث چې دوې ضلعي يې سره مساوي وي متساوي الساقين مثلث نومېږي ،په متساوي الساقين مثلث كې ددواړومساوي ضلعوڅخه هرې يوې ته دمثلث ساق اودریمې ضلعي ته يې قاعده وايي ،په متساوي الساقين مثلث كې دساقونومجاورې زاويې سره مساوي وي .لكه په لاندې شكل كې :



شكل (4-3)

(3) مختلف الاضلاع مثلث :

هغه مثلث چې درى واړو ضلعو اوډوالى يې توپيرونلري مختلف الاضلاع مثلث نومېږي . لكه په لاندې شكل كې :

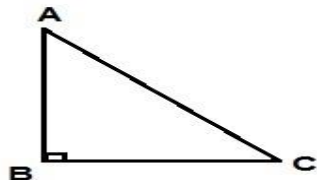


شكل (4-4)

ب — دزوايو له خوا دمثلث ډولونه : مثلثونه دزوايو له خوا هم په درې ډوله دي :

(1) قایم الزاویه مثلث :

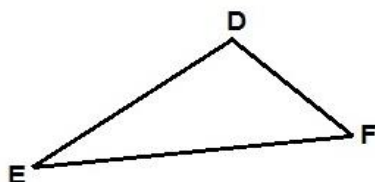
هغه مثلث چې یوه زاویه یې قایمه وي ، قایم الزاویه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-5)

(2) منفرج الزاویه مثلث :

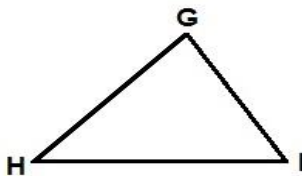
هغه مثلث چې یوه زاویه یې له قایمې زاویې څخه لویه وي ، منفرج الزاویه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-6)

(3) حاده الزاویه مثلث :

هغه مثلث چې درې واړه زاویې یې له 90° څخه کوچنۍ وي ، حاده الزاویه مثلث نومېږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (4-7)

دمثلث دداخلي اوخارجي زاویومجموعه :

- دهرمثلث دداخلي زاویومجموعه 180° درجې ده .
- دمثلث هر یوې داخلي زاویې ته په لندډول دمثلث زاویه وايي .
- دهرمثلث دخارجي زاویومجموعه 360° درجې ده .
- په هر مثلث کې هغې زاویې ته چې دمثلث د یوې ضلعې له امتداد څخه دمثلث له بلې ضلعې سره جوړېږي ، دمثلث خارجي زاویه وايي .
- د یوه مثلث دخارجي زاویې اندازه دمثلث ددوه نورو داخلي غیرمجاورو زاویو له مجموعې سره مساوي ده .

دمثلث دا ضلعو اوزاویو خاصیتونه :

الف. دمثلث دا ضلعو اوزاویو ترمنځ اړیکې :

- که دیوه مثلث دوی ضلعې سره مساوي وي ؛ نو دهغه ضلعومخامخ زاویې هم سره مساوي دي .
- که دیوه مثلث دوه زاویې سره مساوي دهغه د مساوي زاویو ضلعې هم سره مساوي دي .
- په هر مثلث کې هغه زاویه چې دلویې ضلعې مخ ته واقع وي له هغې زاویې څخه چې د کوچنۍ ضلعې مخ ته واقع وي لویه ده .
- په هر مثلث کې هغه ضلعو چې دلویې زاویې مخ ته واقع وي دهغې ضلعې څخه چې د کوچنۍ زاویې مخ ته واقع وي لویه ده .

ب - دمثلث دا ضلعو خاصیتونه :

- په هر مثلث کې د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعه د دریمې ضلعې له اوږدوالي څخه لویه وي .

ج- دمثلث د داخلي زاویو د پراخوالي مجموعه :

- دیوه مثلث د داخلي زاویو د پراخوالي مجموعه دوه قایمې یا 180° درجې ده .

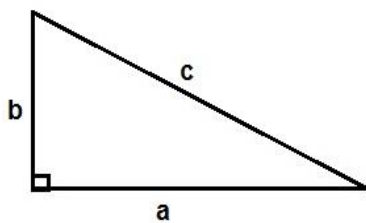
د- دمثلث د خارجي زاویو خاصیتونه :

- دیوه مثلث د هرې خارجي زاویې پراخوالی دهغه د مثلث د داخلي غیرمجاورو زاویو د پراخوالي له مجموعې سره مساوي دی .
- که دیوه مثلث د خارجي زاویو مجموعه څلور قایمې یا 360° درجې ده .

د فیثاغورث قضیه :

په هر قایم الزاویه مثلث کې دوتر مربع دهغه د قایمو ضلعو د مربع له مجموعې سره مساوي ده :

$$a^2 + b^2 = c^2$$



شکل (4-8)

دقضيي عکس (سرچپه):

که چيرې په يوه مثلث کې ددوو ضلعو د مربعاتو مجموعې دهغه د دريمې ضلعي له مربع سره مساوي وي ،نوهغه مثلث قايم الزاويه دی .

دقايم الزاويه مثلث قضيي :

- په هر قايم الزاويه مثلث کې دقايمو ضلعو د ضرب حاصل دوتر اودهغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي دی چې پرنوموري وتر باندې پرته ده .
- په هر قايم الزاويه مثلث کې دهغې ميانې اوږدوالی چې له قايم رأس څخه رسم کيږي ،دقايمو ضلعو د هندسي وسط څخه عبارت دي کوم چې دنوموري مثلث په وتر پروت دي .
- په هر قايم الزاويه مثلث کې دهغې ارتفاع اوږدوالی چې له قايم رأس څخه دهغه پروترباندې رسميږي دوتر د اوږدوالي د نيمايي سره مساوي دی .
- که چيرې په يوه قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې 30° درجې وي دمخامخ ضلعي اوږدوالی يې دوتر د اوږدوالي نيمايي دی .

دمثلث دمحيط اومساحت فورمولونه

i. دمثلث دمساحت عمومي فورمول :

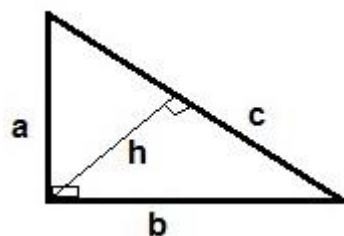
که چيرې دمثلث محيط په P ، مساحت يې په A سره وښيو؛ نولروچې :

$$P = a + b + c \text{ (چاپيريال)}$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot h \text{ (پراخوالی)}$$

ii. دقايم الزاويه مثلث مساحت :

دقايم الزاويه مثلث مساحت دلاندې فورمول په واسطه لاس ته راوړلای شو:



شکل (4-9)

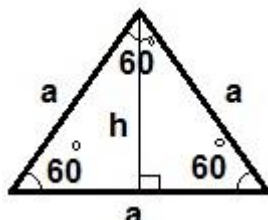
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

iii. دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت :

دمتساوي الاضلاع مثلث مساحت اوحجم دلاندې فورمولونوپه واسطه په لاس راځي :



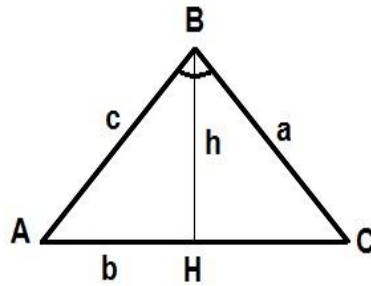
شکل (4-10)

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$P = 3 \cdot a$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

iv. دمثلث مساحت ددوہ ضلعو اوددوہ ضلعوترمنخ دزاویہی لہ جنسہ :



شکل (4-11)

پوهیروچی دیومثلث مساحت: $S = \frac{\text{ارتفاع} \cdot \text{قاعدہ}}{2}$ دی، $S, ABC = \frac{b \cdot h}{2}$ او $(h = c \sin A)$ نو لروچی :

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B, S = \frac{1}{2} bc \sin A, S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

v. دمثلث مساحت دمثلث دضلعو داوردوالی لہ جنسہ :

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

پہ داسی حال کی چي p دمحیط (چاپیریال) نمایی دی .

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

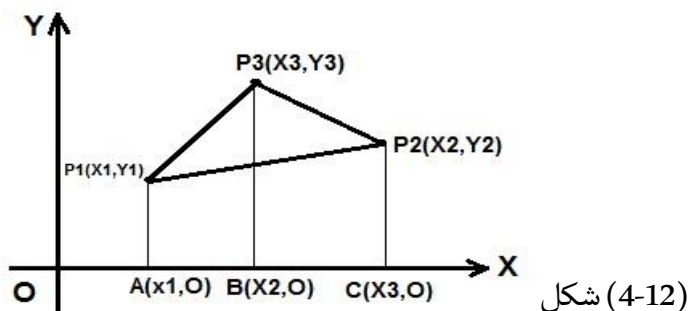
مساحت (پراخوالی)

vi. دمثلث دمساحت پیداکول ددریوضلعولہ جنسہ (دهیرون فورمول):

ددی لپارہ دیوی زاویہی دنیمایي sin دمثلث دضلعو داوردوالی لہ جنسہ پہ لاس راورو دABC پہ هرمثلث کی لاندی اریکی صدق کوی :

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}, \sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$$

vii. دمثلث دمساحت پیدا کول چې درآسونو وضعیه کمیات یې معلوم وي :

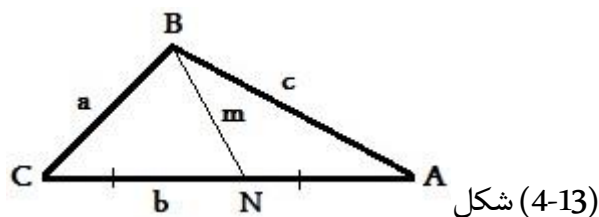


که دیوه مثلث $p_1(x_1, y_1)$ ، $p_2(x_2, y_2)$ او $p_3(x_3, y_3)$ رأسونه وي ،نود $p_1 p_2 p_3 \Delta$ مثلث مساحت دلاندې فورمول څخه په لاس راځي :

$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

viii. دمثلث دمیاني فورمول:

لاندني شکل ته په کتوسره دمثلث میاني دلاندې فورمول په واسطه په لاس راځي :

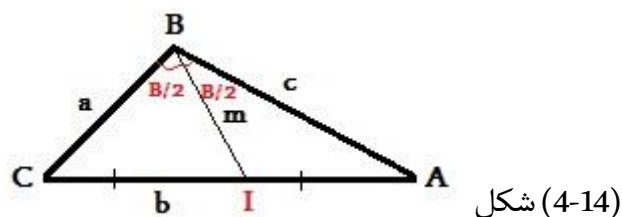


$$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$CN = AN$$

ix. دمثلث دناصف الزاويې فورمول:

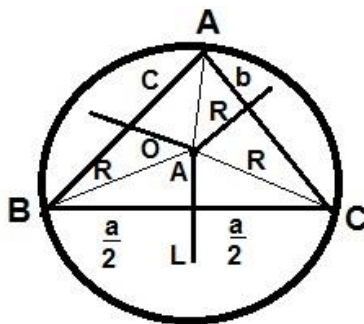
لاندې شکل ته په کتوسره دمثلث ناصف الزاويه دلاندې فورمول په اساس په لاس راوړلای شو:



$$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)}$$

$$\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$$

.x دیوه مثلث دمحيطي⁶ دایرې دشعاع پیداکول:



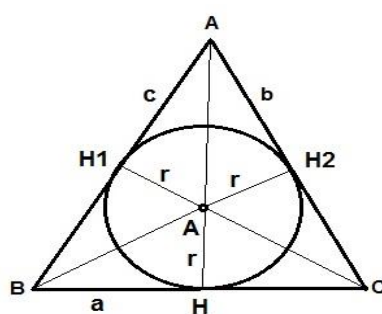
شکل (4-15)

دیوه مثلث دمحيطي دایرې شعاع (R) مساوي ده په :

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}, 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

.xi دیوه مثلث دمحايطي دایرې دشعاع پیداکول:



شکل (4-16)

دیوه مثلث دمحايطي دایرې شعاع دلاندې فورمول په مرسته لاس ته راځي :

$$r = \sqrt{\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} \text{ یا } r = \frac{s}{p}$$

⁶ - یادونه : دمحيطي اومحايطي دایرو تعريفونه ددایرې په مبحث کې ذکرشوی دي .

پنځم څپرکی

دایره (Circle):

تعریف: دایره دهغه نقطوسټ یا هندسي محل چې دیوه ټاکلې نقطې څخه مساوي فاصله ولري دایره بلل کیږي. یاپه بل عبارت: دایره دیوې تړلې منحنی څخه عبارت ده چې له یوې ټاکلې نقطې څخه مساوي فاصله ولري.

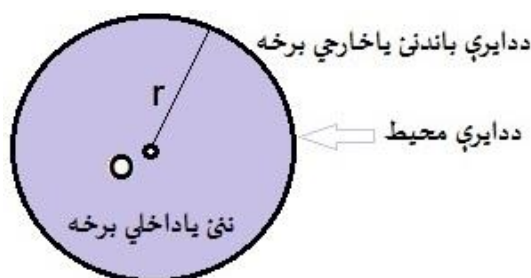
ددايرې داخلي برخه: ددايرې مرکز اودهغه نقطوسټ چې فاصلې يې له مرکز څخه ددايرې ترشعاع کوچنۍ وي ددايرې داخلي برخه بلل کیږي.

ددايرې خارجي برخه: دهغه نقطوسټ چې فاصلې يې له مرکز څخه ددايرې ترشعاع لویې وي ددايرې خارجي برخه بلل کیږي.

ددايرې محيط: دهغه نقطوسټ چې فاصلې يې ددايرې له مرکز څخه ددايرې له شعاع سره مساوي وي ددايرې محيط بلل کیږي.

ددايرې سطحه: دمستوي هغه برخه چې ددايرې دمحيط اودهغې دداخلي سطحې په واسطه جلاشوې وي ددايرې سطحه بلل کیږي.

ددايرې مرکز O اوشعاع يې r په تورو بنودل کیږي، لکه په لاندې شکل کې: $C(O, r)$ دایره.



شکل (5-1)

ددایرې عناصر (Elements of Circle):

1. ددایرې شعاع (Radius):

هغه کرښه چې ددایرې مرکز دمحیط له یوې نقطې سره ونښلوي ددایرې شعاع بلل کیږي .

2. ددایرې وتر (Chord):

هغه ټوټه کرښه چې ددایرې دمحیط دوه نقطې سره ونښلوي ددایرې وتر بلل کیږي .

3. ددایرې قطر (Diameter):

هغه وتر چې ددایرې دمركزخه تیرشي ددایرې قطر بلل کیږي او اوږدوالی یې د شعاع دوه برابره وي .

4. ددایرې قوس (Arc):

ددایرې دمحیط یوه برخه ده ددایرې قوس بلل کیږي .

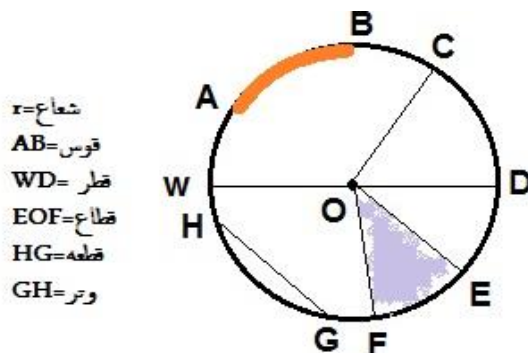
5. ددایرې قطعه (Segment):

ددایرې دسطحې یوه برخه چې دوترپه واسطه ددایرې له سطحې څخه جلاشوې وي ددایرې قطعه بلل کیږي .

6. ددایرې قطاع (Sector):

ددایرې دسطحې یوه برخه چې ددوه شعاع گانو او اوږندقوس په واسطه له سطحې څخه بیل شوی وي ددایرې قطاع بلل کیږي .

ددایرې عناصر په لاندې شکل کې ښودل شوي دي :



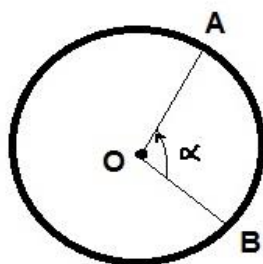
شکل (5-2)

بایدپه یاد ولروچې :

- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، ددایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی .
- دیوې دایرې هر قطر وتر دی ؛ اما هر وتر قطر نه دی .
- هغه قوس چې دیوې دایرې د محیط له نیمايي څخه کوچنی وي د کوچني قوس (Minor Arc) په نوم یادېږي .
- هغه قوس چې دیوې دایرې د محیط له نیمايي څخه لوی وي د لوی قوس (Major Arc) په نوم یادېږي .

ددایرې زاویې (Angle of Circle):**لومړی: ددایرې مرکزي زاویه :**

تعریف : هغه زاویه چې رأس یې ددایرې په مرکز پروت اوضلعې یې ددایرې شعاعگانې وي ددایرې مرکزي زاویه بلل کېږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{\alpha}$ زاویه .

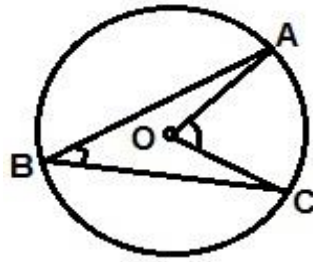


شکل (5-3)

- دهرې مرکزي زاویې اندازه دهغې دمخامخ قوس سره مساوي ده .
- دمرکزي زاویې دمخامخ قوس اوږدوالی دلاندې رابطې څخه لاس ته راځي :

$$\frac{\text{دقوس طول}}{\text{ددایرې محیط}} = \frac{\widehat{AOB}}{360^\circ}$$

- هغه مرکزي اومحيطي زاويې چې ضلعي يې دمحيط له يوې نقطې څخه تيرې وي:

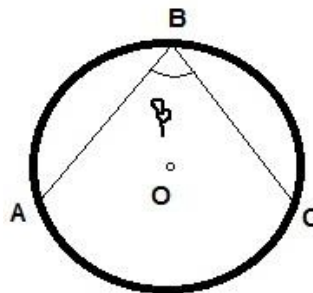


شکل (5-4)

$$\hat{A}BC = \frac{1}{2} \hat{A}OC$$

دويم : ددايرې محيطي زاويه (Inscribed Angel):

تعريف : هغه زاويه ده چې رأس يې ددايرې پرمحيط اوضلعي يې ددايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



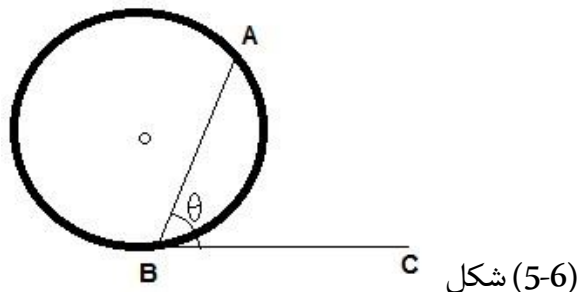
شکل (5-5)

- دهرې محيطي زاويې پراخوالی دهغې دمخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی .
- هره محيطي زاويه دهغې دمرکزي زاويې نيمايي ده چې دعين قوس په مخامخ واقع وي .

$$\hat{A}BC = \frac{1}{2} \hat{A}OC$$

دریم: ددایرې مماسي زاویه :

تعریف: هغه زاویه ده چې یوه ضلعه یې په دایرې مماس او بله ضلعه یې ددایرې وتراو رأس دتماس په نقطه کې ددایرې پرمحیط پروت وي مماسي زاویه بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{\theta}$ زاویه .



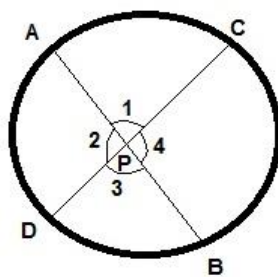
شکل (5-6)

- هره مماسي زاویه دهغې دمرکزي زاویې نیمایي ده چې دعین قوس به مخامخ پرته وي .
- محیطي اومماسي زاویې چې دعین قوس په مقابل کې پرتې وي ، سره مساوي دي .

$$\hat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

خلورم: ددایرې داخلي زاویې :

تعریف: هغه زاویې چې دقاطع کرښوپه مرسته ددایرې په دننه کې منځ ته راځي ددایرې داخلي زاویې په نوم یادېږي . لکه په لاندې شکل کې: د $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}$ زاویې .



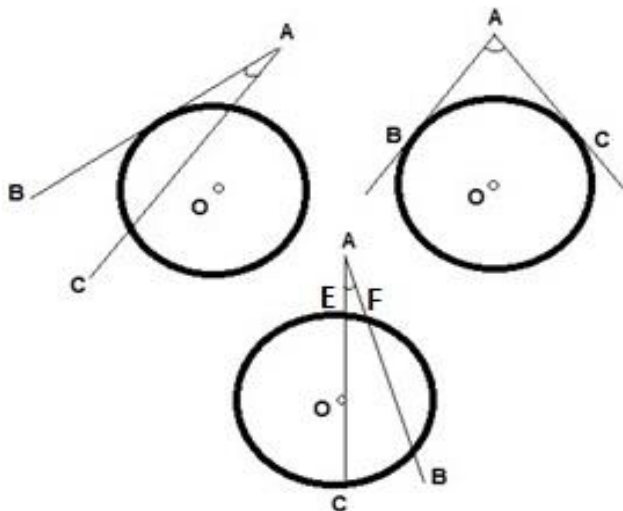
شکل (5-7)

- دیوې دایرې دهرې داخلي زاویې پراخوالی دهغې دمخامخ قوسونودمجموعې له نیمایي سره مساوي دی .
- فورمول یې دادی:

$$\hat{APC} = \frac{1}{2} (\widehat{AC} + \widehat{DB})$$

پنځم : ددایرې خارجي زاویې :

تعریف : هغه زاویې چې ددوه قاطع کرښو ، دوه مماسونو ، یا یوقاطع او یومماس دتقاطع څخه ددایرې په بهرکې منځ ته راځي ددایرې خارجي زاویې بلل کیږي . لکه په لاندې شکلونوکې : دABC زاویې .



شکل (5-8)

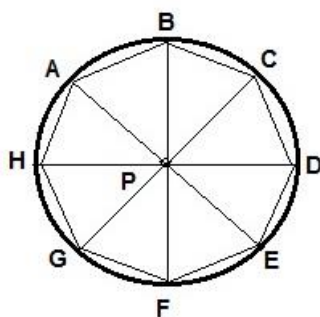
- دیوې دایرې دهرې خارجي زاویې پراخوالی دهغې دمخامخ قوسونو دتفاضل له نیمايي سره مساوي دی .
فورمول یې دادی :

$$\hat{BAC} = \frac{1}{2}(\widehat{BC} - \widehat{EF})$$

دمضلع دایرې

دمضلع محیطي دایره :

تعریف : هغه دایره چې دمضلع درآسونو څخه تیره شي دمضلع محیطي دایره بلل کیږي اومضلع مرسوم په دایره بلل کیږي . لکه په لاندې شکل کې :

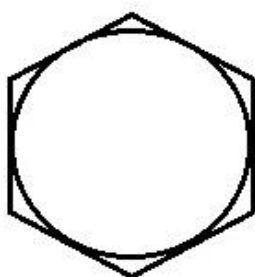


شکل (5-9)

- دیوه مثلث داضلاعودمنځني (وسطي) عمودونو دتقاطع ټکی دمثلث دمحيطي دایرې مرکز دی .
- هرمنظم مضلع محيطي اومحاطي دایره لري .
- که چیرې یوه څلورضلعي مرسوم په دایره وي ، دهغې دمخامخ زاویومجموعه 180° درجې ده .

دمضلع محاطي دایره :

تعريف : هغه دایره چې دمضلع پر ضلعو مماس وي دمضلع محاطي دایره بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



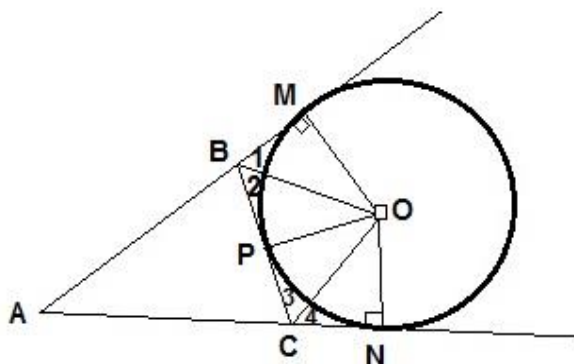
شکل (5-10)

دمثلث خارجي محاطي دایره :

لومړی باید دمثلث محاطي دایره تعريف کړو: هغه دایره چې ديومثلث په دريوضلعو مماس وي دمثلث محاطي دایره بلل کيږي .

- دهرمثلث دننی ناصف الزاویوترمنځ دپریکړې نقطه دمثلث دمحاطي دایرې له مرکزڅخه عبارت دی

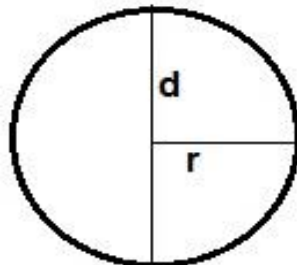
دمثلث دخارجي محاطي دایرې تعريف : هغه دایره چې دمثلث پریوه ضلعه اود دوه نوروضلعو په امتدادمماس وي دمثلث خارجي یابهرني محاطي دایره بلل کيږي ؛ لکه په لاندې شکل کې :



شکل (5-11)

ددایرې د مساحت ، محیط او حجم فورمولونه :

که چیرې ددایرې محیط په P ، مساحت په A او قطر په d سره وښیو ؛ نولوچې :



شکل (5-12)

$$p = 2\pi r = \pi d \quad (\text{چاپیریال محیط})$$

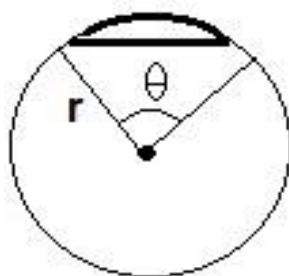
$$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} \quad (\text{پراخوالی مساحت})$$

$$d = \overline{AB} = 2R \quad (\text{قطر})$$

$$\pi = 3.14\dots$$

ددایرې دقطعي (segment) مساحت :

که چیرې ددایرې دقطعي مساحت په A ، شعاع یې په r او ددایرې مرکزي زاویه په θ سره وښیو نو ؛ لاندې شکل ته په کتوسره ددایرې دقطعي مساحت د لاندې فورمول په اساس لاس ته راځي :

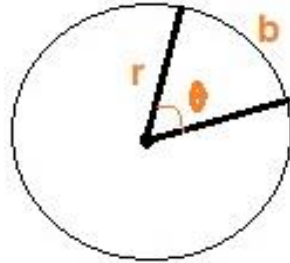


شکل (5-13)

$$A, \text{segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$$

ددایرې دقطاع (sector) مساحت :

که چیرې ددایرې دقطاع مساحت په A ، شعاع یې په r او دمقابل قوس اوږدوالی یې په b سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتوسره ددایرې دقطاع مساحت د لاندې فورمول په اساس لاس ته راځي :



شکل (5-14)

$$A, \text{ sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta \quad , \quad b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$$

ددایرې دقوس (arc) اوږدوالی:

✓ د r په شعاع ددایرې دمرکزي زاویې ($\hat{\theta}^\circ$) دمقابل قوس اوږدوالی مساوي دي په :

$$l = \pi r \frac{\hat{\theta}}{180^\circ}$$

✓ د r په شعاع ددایرې دمرکزي زاویې ($\hat{\theta}$) رادینان دمقابل قوس اوږدوالی مساوي دي په :

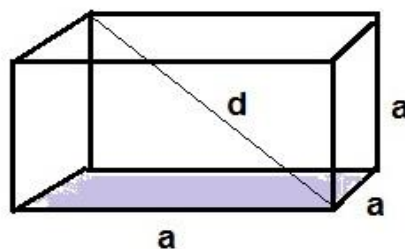
$$l = r\theta$$

شپږم څپرکی

د فضايي هندسي جسمونو مساحت او حجمونه

I. مستطیل مکعب (Cuboid):

تعريف: مستطیل مکعب یو منظم شپږمخیزه (سطحي) جسم دی چې ټولې سطحې یې دمستطیل شکل ولري او د سطحو مخامخ زاويې یې قائمې وي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-1)

● کتاب، خښته، دگوکړو قطی اوداسې نور... ددمستطیل مکعب مثالونه دي.

د مستطیل مکعب د مساحت او حجم فورمولونه:

که چیرې د مستطیل مکعب محیط په P ، جانبي مساحت په S ، کلي مساحت په A او قطر په d سره وښو: نولوچي:

$$S = 2(ab + bc) \text{ (پراخوالی)}$$

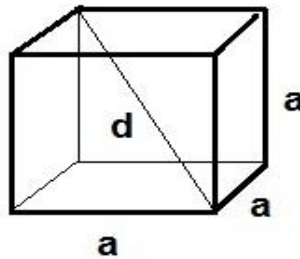
$$A = 2(ab + bc + ac) \text{ (پراخوالی)}$$

$$V = a \cdot b \cdot c \text{ (حجم)}$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ قطر}, R = \frac{a\sqrt{3}}{2}, r = \frac{a}{2}$$

.II مربع مکعب (Cube):

تعریف: هغه شپږ مخیزه (سطحې) چې دهغه ټولې سطحې یوله بل سره مساوي وي مربع مکعب بلل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-2)

دمربع مکعب دمساحت او حجم فورمولونه:

که چیرې د مربع مکعب جانبي مساحت په S اوکلي مساحت په A ، حجم یې په V او قطريې په d سره وښو؛ نولروچې:

$$S=4a^2 \text{ (پراخوالی)}$$

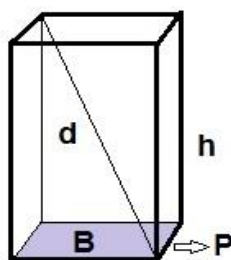
$$A=6a^2 \text{ (کلي مساحت)}$$

$$V=a^3 \text{ حجم}$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a \text{ قطر}$$

.III منشور:

تعریف: منشوريومنظم هندسي جسم دی چې مخامخ جانبي سطحې یې یوله بل سره مساوي اوموازي دي اودمخامخ جانبي سطحوزاويې یې یوپر بل باندې انطباق منونکې دي. څرنګه چې جانبي مخونه یې مستطیلونه دي نومجموعه یې دمنشورجانبي مساحت بلل کیږي په یوه منشورکې دجانبي سطحو دمساحت له جمع کولو څخه ټول جانبي مساحت په لاس راځي اودټول جانبي مساحت اودوه قاعدو دمساحت له جمع کولو څخه دمنشورکلي مساحت لاس ته راځي. که چیرې دمنشورسطحې پرقاعده باندې عمود وي هغه ته قایم منشور ویل کیږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-3)

- منشورونو ته دقاعدو دڅو ضلعي شکل له مخې نوم ورکول کېږي لکه: 3 ضلعي منشور، 4 ضلعي منشور، 5 ضلعي منشور، 6 ضلعي منشور اوداسې نور..

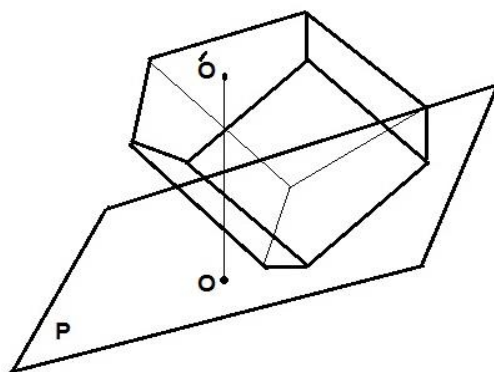
د منشور ډولونه:

قایم منشور:

که د منشور خط الرأسونه پرقاعدوي مستوي عمود وي نو؛ دغه ډول منشور ته قایم منشور وایي. په دې ډول منشور کې د منشور جانبې وجوه ته مستطیل وایي اود منشور ارتفاع د منشور د هر یو خط الرأس له اوږدوالي سره مساوي وي.

مایل منشور:

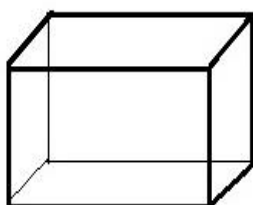
که منشور قایم نه وي نو؛ مایل منشور بلل کېږي. لکه په لاندې شکل کې: $OO' \perp P$ د مایل منشور ارتفاع جوړوي.



شکل (6-4)

منظم منشور:

هغه قایم منشور چې قاعده یې یوه منظمه څو ضلعي وي، منظم منشور بلل کېږي. د منظم منشور جانبې وجوه مساوي مستطیلونه جوړوي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-5)

ناقص (نیمګړی) منشور: که دوه غیر موازي مستویګان د یوې منشوري سطحې ټول خط الرأسونه قطع کړي نو یو څو مخیزه ګانې لاس ته راځي، چې هغې ته ناقص منشور ویل کېږي.

دمنشوردمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې دمنشورجانبی مساحت په S اوکلي مساحت په A او حجم په V سره او دقاعدې مساحت په B وښیو؛ نولروچې :

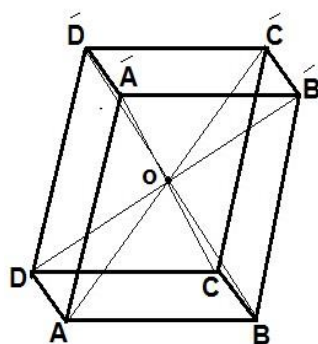
$$S = p \cdot h \text{ (ضلع ضرب ضلع = دمستطیل مساحت) (جانبی مساحت) (پراخوالی)}$$

$$A = S + 2B \text{ (پراخوالی) (تول مساحت)}$$

$$V = B \cdot h \text{ (حجم)}$$

.IV متوازي السطوح :

تعريف : هغه منشورچې قاعدې يې متوازي الاضلاع وي دمتوازي السطوح په نوم ياديږي . لکه په لاندې شکل کې :



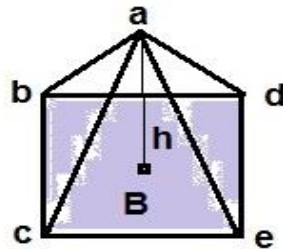
شکل (6-6)

بايد په يادولروچې :

- هرمتوازي السطوح شپږ وجهې، اته رأسونه، دولس خط الرأسونه اوخلوروقطرونه لري.
- په هرمتوازي السطوح کې هرې دوې سطحې چې مشترکه نقطه ونه لري دمتوازي السطوح متقابلې سطحې جوړوي .
- په هرمتوازي السطوح کې دوې متقابلې سطحې قاعده فرض کولی شو.
- په هرمتوازي السطوح کې خط الرأسونه څلورپه څلوره مساوي اومتوازي دي.
- دمتوازي السطوح څلورقطرونه ديوې نقطې څخه تيريږي اويوبل قطع کوي .
- دڅلورو قطرونو دتقاطع نقطې ته دمتوازي السطوح مرکزويي .

.V هرم (Pyramid):

تعريف: هرم یومنظم هندسي څومخیزه شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع اوجانبي سطحې یې مثلثونه دي اویو گدرأس ولري. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-7)

دهرم دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دهرم جانبي مساحت په S (دضلعو شمیر په n دمثلث قاعده په b اوارتفاع یې په h' سره) اوکلي مساحت په A حجم په V اوارتفاع یې په h اودقاعدې مساحت یې په B سره وښیو؛ ولروچې:

$$S = n \cdot \frac{1}{2} b \cdot h' \quad (\text{پراخوالی})$$

- جانبي سطحې یې مثلثونه دي .

$$A = B + S$$

دجانبي سطحو مساحت + دقاعدې مساحت = دهرم کلي مساحت

- که چیرې B د مربع شکل درلود د مربع دمساحت په فورمول یې مساحت معلومولی شو اوکه B دمستطیل شکل درلود نو بیا یې دمستطیل د فورمول له مخې مساحت په لاس راځي ...

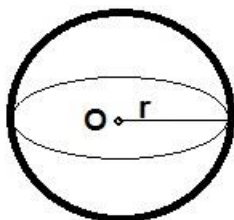
$$V = \frac{1}{3} B \cdot h \quad \text{حجم}$$

- دمکعب مستطیل حجم دهرم د حجم 3 برابره دی؛ نو دهرم حجم دمکعب مستطیل د حجم یو په

$$\frac{1}{3} \text{ دریمه دی .}$$

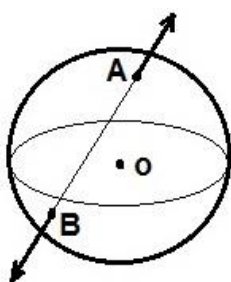
.VI کره (Sphere):

تعریف: کره هغه جسم دی چې دهغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري، ثابتې نقطې ته دکرې مرکز (O) وایي، له مرکزڅخه تردهغې ترسطحې پورې ثابتې فاصلې ته دکرې شعاع (r) وایي. لکه په لاندې شکل کې:



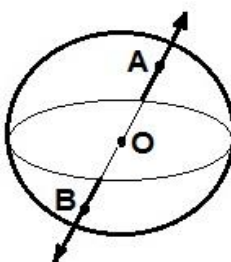
شکل (6-8)

دکرې وتر: هغه مستقیم قطعه خط چې دکرې دسطحې دوه نقطې یوله بل سره ونښلوي دکرې وتر بلل کېږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-9)

دکرې قطر: هغه وتر چې دکرې له مرکزڅخه تیرشي دکرې قطر بلل کېږي. لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-10)

دکرې دمساحت او حجم فورمولونه:

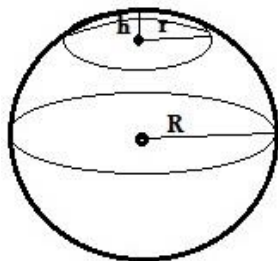
که چېرې دکرې مساحت په A او حجم یې په V سره ونښو؛ نو لیکلی شو چې:

$$A = 4\pi r^2 \text{ (پراخوالی) مساحت}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ حجم}$$

دکری دخولی (کلاھک) دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکری دخولی یا کلاھک مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکری شعاع په R سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې:

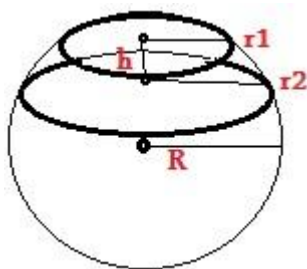


شکل (6-11)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ &= \pi(r^2 + h^2) \\ V &= \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) \\ &= \frac{1}{6} \pi h (h^2 + 3r^2) \end{aligned}$$

دکری دقطعي دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکری دقطعي مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکری شعاع په R سره وښیونو؛ لاندې شکل ته په کتو سره لروچې:

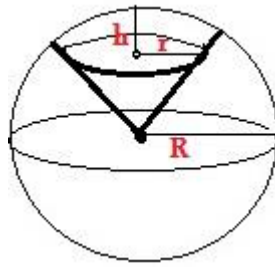


شکل (6-12)

$$\begin{aligned} A &= 2\pi Rh \\ v &= \frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2) h \end{aligned}$$

دکری دقطاع دمساحت اوحجم فورمولونه:

که چیرې دکری دقطاع مساحت په A ، حجم یې په V ، شعاع یې په r ، ارتفاع یې په h اودکری شعاع په R سره وښیونو؛ (6-13) شکل ته په کتو سره لروچې:



شکل (6-13)

$$A = \pi R(r + 2h)$$

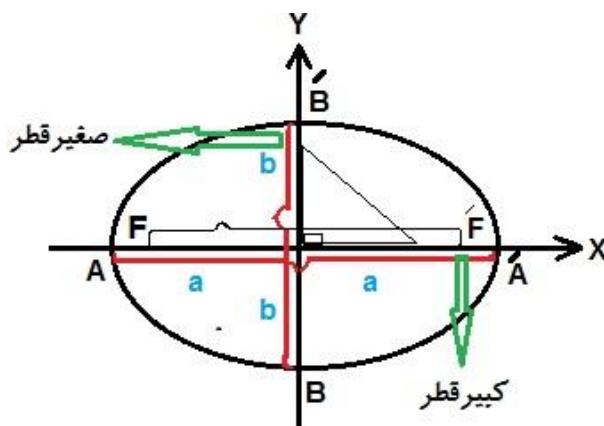
$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

VII. الپس (بيضوي):

تعريف: په يوه مستوي کې د ټولو هغونو نقطو هندسي محل چې د دوه ځاي پرځاي نقطو څخه يې د فاصلو د جمعې حاصل يې تل مساوي يا ثابت اوږدوالی ولري، د الپس يا بيضوي په نوم يادېږي. په (6-12) شکل کې مستقرتکي چې په F او F' تورېنودل شوی دي د الپس محراقونه او A, A' د الپس راسونه دي چې $AA' = 2a$ ثابت اوږدوالی لري.

د الپس (بيضوي) قطرونه او راسونه:

الپس بې شمېره قطرونه لري، لوی يې کبير قطر يا اوږد قطر چې له محراقونو څخه تيرېږي او بيضوي په دوو ټکو A, A' کې قطع کوي، د کبير قطر يا Major axis په نامه او کوچنی قطر يې د FF' نيمایي په ټکي عمود دی چې د صغیر قطر يا Minor axis په نامه يادېږي. د A, A' او B, B' ټکي د الپس راسونه دي کبير قطر په A, A' چې اوږدوالی يې $AA' = 2a$ يعنې او صغیر قطر په B, B' چې اوږدوالی يې $BB' = 2b$ دی، ښودل شوي دي لکه په لاندې شکل کې:



شکل (6-14)

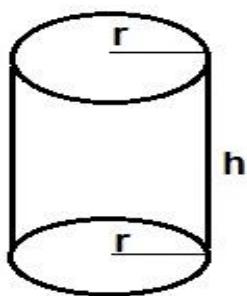
دالپس (بیضوي) دمساحت اومحیط فورمولونه :

$$P = \sqrt{2(a^2 + b^2)} \text{ محیط (چاپیریال)}$$

$$A = \pi \cdot a \cdot b \text{ مساحت (پراخوالی)}$$

VIII. استوانه (Cylinder):

تعریف: قائمه استوانه له دوه انطباق منونکو دایروي قاعدو اویوې جانبي سطحې څخه چې پرقاعدوباندې عموده وي جوړه شوې ده . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (6-15)

• استوانه يې شکلونه لکه: داوبوگیلاس ، داوبونل اوداسې نور...

داستوانې دمساحت اوحجم فورمولونه :

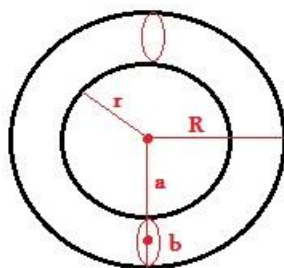
که چیرې داستوانې ارتفاع په h شعاع يې په r ، حجم يې په V ، مساحت يې په A اوجانبي مساحت په S سره ونښو ؛ نولروچې :

$$S = 2 \pi r \cdot h \text{ جانبي مساحت (پراخوالی)}$$

$$A = 2 \pi \cdot r \cdot (h+r) \text{ مساحت (پراخوالی)}$$

$$V = \pi r^2 \cdot h \text{ حجم}$$

IX. **احاطه (چمبر):** هغه استوانه اي جسم چې يوه استوانه يې په منظمې اومساوي فاصلې سره احاطه کړې وي احاطه (چمبر) بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



شکل (6-16)

داحاطي (چمبر) دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې مساحت په A ، حجم په V ، داستواني شعاع په r اوداحاطي شعاع په R سره وښوونو؛ لروچې :

$$A = \pi 2(R^2 - r^2)$$

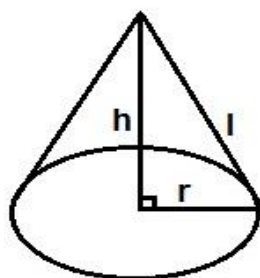
$$= 4\pi 2.b.a$$

$$V = \frac{1}{4} \pi 2(R+r)(R-r)$$

$$= 2\pi 2.b 2.a$$

X. مخروط (Cone):

تعريف: قاييم مخروط هغه جسم دی چې په يوه قاييمه ضلعه يې ديوه قاييم الزاويه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي ، هغه ټوټه چې دمخروط رأس دهغه دقاعدي له مرکز سره نښلوي دمخروط محور بلل کيږي که چيرې محوريه قاعده باندې عمودوي ، قاييم مخروط اوله هغه پرته مایل مخروط بلل کيږي . لکه په لاندې شکل کې :



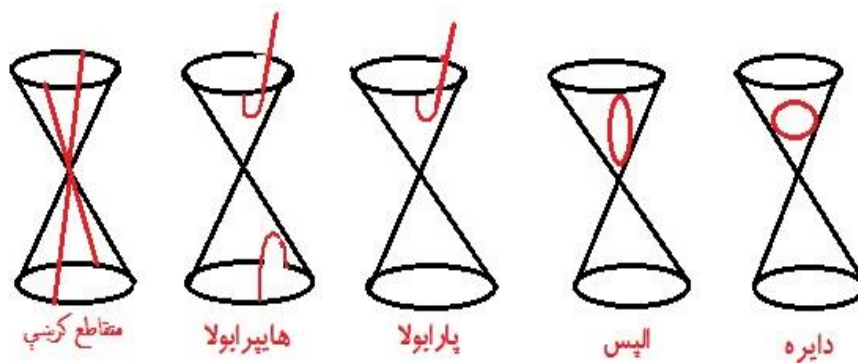
شکل (6-17)

مخروطي مقاطع (Sections of Conic):

تعريف: ديوې مستوي په واسطه ديوه مخروط قطع کول مختلفې منحنې گانې منځ ته راوړي چې دمخروطي مقاطو په نامه يادېږي .

- که چيرې يومستوي يومخروط داسې قطع کړي چې مستوي دمخروط په اصلي محور عموداوياموازي له قاعدوسره وي نو؛ گدڅپرکی يې يوه دايره (Circle) ده .
- که چيرې مستوي مخروط داسې قطع کړي چې د مستوي اومخروط له اصلي محور سره زاويه قاييمه نه وي (مايل) لاس ته راغلی شکل الپس (Ellipse) يا بيضوي ده .
- که چيرې يوه مستوي يومخروط داسې قطع کړي وي چې اصلي محورته موازي او هغه په برکې ونه لري نو؛ په دې حالت کې دهغوی له گدڅپرکی څخه پارابولا (Parabola) په لاس راځي .
- که چيرې يوې مستوي دوه سرپه سر يا څوکه په څوکه مخروطونه چې اصلي محورته موازي وي قطع کړي وي نو؛ له گدڅپرکی څخه يې هايپربول (Hyperbola) په لاس راځي .

- که چیرې یوه مستوي اصلي محور په برکې ولري نو؛ گدخپرکی یې له دوو متقاطع کرنشوڅخه عبارت دي چې هر یو یې په لاندې شکلونو کې ښودل شوي دي :



شکل (6-18)

دمخروط دمساحت او حجم فورمولونه :

که چیرې دمخروط جاني مساحت په S او کلی مساحت په A سره او حجم یې په V سره وښیو؛ نولوچې :

$$S = \pi r.l \text{ (پراخوالی)}$$

$$B = \pi r^2 \text{ دقاعدي مساحت}$$

$$A = B + S$$

$$A = \pi r^2 + \pi r.l$$

$$A = \pi r(r+l) \text{ (پراخوالی)}$$

څرنګه چې داستواني حجم دمخروط 3 برابره دی، نودمخروط حجم داستواني دحجم یو په $\frac{1}{3}$ دی.

$$V = \pi r^2.h \text{ داستواني حجم}$$

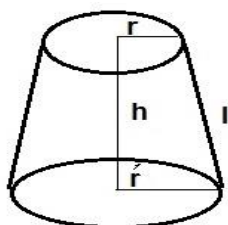
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2.h \text{ نودمخروط حجم}$$

$$\pi = 3.14..$$

.XI نیمګړی (ناقص) مخروط :

تعریف : که چیرې دمخروط دراس یوه برخه قطع شي یونیمګړی (ناقص) مخروط لاس ته راځي ، چې دوی دایروي قاعدې یې موازي شکل اختیاري .

لکه په لاندې شکل کې :



شکل (6-19)

د نیمګړي (ناقص) مخروط دمساحت او حجم فورمولونه :


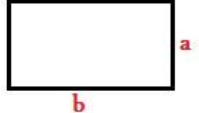
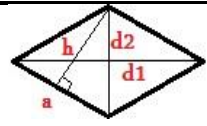
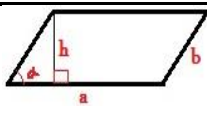
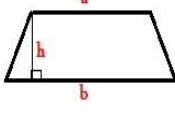
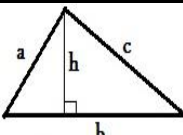
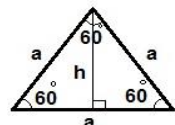
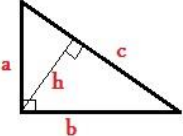
$$S = \pi l(r+r')$$

$$A = \pi [l(r+r') + (r^2+r'^2)]$$

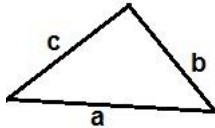
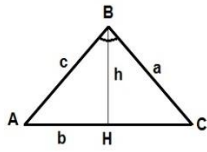
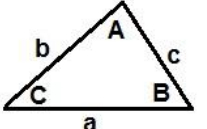
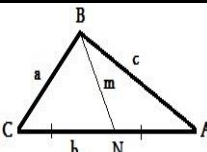
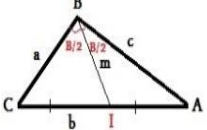
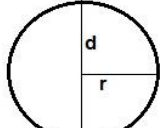
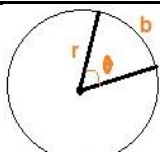
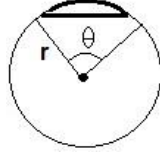
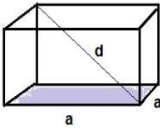
$$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2+r'^2+r.r')$$

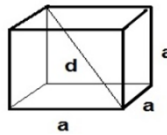
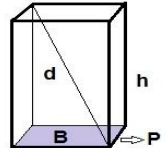
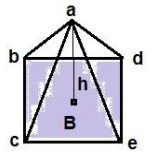
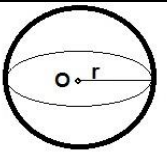
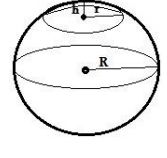
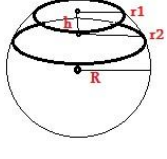
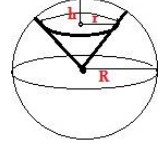
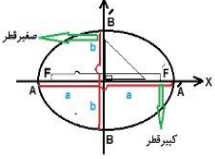
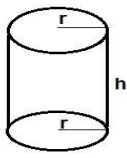
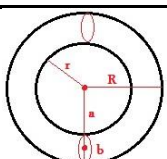
$$\pi = 3.14..$$

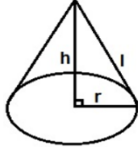
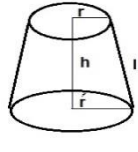
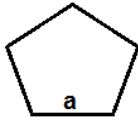
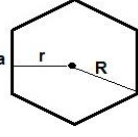
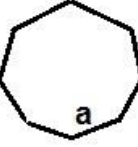
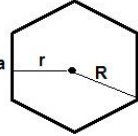
دځینوهندسي مسطح اوفضایي جسمونو دمساحت، حجم اومحیط دفورمولونو جدول⁽⁷⁾:

گڼه	نوم	دهندسي جسم شکل	مساحت	حجم	محیط	قطر	متغیرات
1	مربع		$A=a^2$		$P=a+b+c+d=4.a$	$d = \sqrt{2}.a$	a د مربع د یوې ضلعي اوږدوالی دی.
2	مستطیل		$A= a.b$		$P=a+b+a+b=2a+2b=2(a+b)$	$d = \sqrt{a^2 + b^2}$	a او b په ترتیب سره د مستطیل د سر او اوږدوالی اندازه ده.
3	معین یا لوزي		$A = \frac{1}{2} d1.d2=a.h$ $a = \frac{\sqrt{(d1)^2 + (d2)^2}}{2}$		$P = 4.a$		د یوې 4. د معین یا لوزي د قطر د اوږدوالی دی، h یې ارتفاع ده.
4	متوازي الاضلاع		$A = a.h=ab.\sin \alpha$ $h = a.\sin \alpha$ $=a.b.\sin \beta$		$P=2.a+b$		A د قاعدې b یې د سر او اوږدوالی د مجموعې ارتفاع اوږدوالی دی.
5	ذوذنقه یا منحرف		$A = \frac{1}{2} (a+b) h$		$P = a+b+c+d$	$d = \sqrt{a.b + c^2}$	A او B په ترتیب سره د دوو موازي ضلعو اوږدوالی او h یې د دوی ترمنځ فاصله (ارتفاع) ده.
6	مختلف الاضلاع مثلث		$A = \frac{1}{2} b.h$		$P = a+b+c$		a او b په ترتیب سره قاعده او ارتفاع راته بڼایي.
7	متساوي الاضلاع مثلث		$A = \frac{a.h}{2} = \frac{a^2.\sqrt{3}}{4}$		$P = 3.a$ یا $2\sqrt{3}.a$		a د یوې ضلعي اوږدوالی او h یې ارتفاع ده.
8	قائم الزاويه مثلث		$A = \frac{1}{2} a.b = \frac{1}{2} c.h$		$P = a+b+c$		a، b، c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او h یې ارتفاع ده.

⁽⁷⁾ - یادونه: د هندسي جسمونو دمساحت، حجم اومحیط دفورمولونو په جدول کې مساحت (کلي مساحت) په A=Area، جاني مساحت په S=Side، قاعدې مساحت په B=Base، حجم په V=Volume، محیط په P=Perimeter، قطر په d=diameter او ارتفاع په h=height سره نښو.


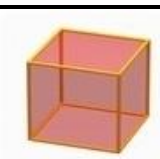



9	مثلث دضلعو له جنسه		$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{P}{2}$	$P = a+b+c$	S د مثلث د محیط نمایی a، b او c د مثلث د ضلعو او بردوالی دی.
10	مثلث (د دوه ضلعو او د دوه ضلعو ترمنځ د زاویې له جنسه)		$5\sqrt{3}.12$	$P = a+b+c$	c, b, a د مثلث اضلاع او بردوالی او C, B, A د مثلث زاویې راپه گوته کوي.
11	مثلث (د دريو ضلعو له جنسه) (دهیرون فورمول)		$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$ $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}$ $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$	$P = a+b+c$	c, b, a د مثلث اضلاع او بردوالی او P د مثلث محیط راپه گوته کوي.
12	د مثلث میانه		$m = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $CN = AN$		c, b, a د مثلث د ضلعو او بردوالی دی.
13	د مثلث ناصف الزاویه		$g = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)}$ $\frac{CI}{CB} = \frac{AI}{AB}$		c, b, a د مثلث د ضلعو او بردوالی او p محیط دی.
14	دایره		$A = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$	$p = 2\pi r = \pi d$	r او d په ترتیب سره د دایرې شعاع او قطر دي.
15	د دایرې قطاع		$A, \text{sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta$ $b = 2\pi r \frac{\theta}{360}$		r او theta په ترتیب سره شعاع او درادیان په حساب زاویه ده.
16	د دایرې قطعه		$A, \text{segment} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta)$		r او theta په ترتیب سره شعاع او درادیان په حساب زاویه ده.
17	مستطیل مکعب		$S = 2(ab+bc)$ $A = 2(ab+bc+ac)$	$V = a.b.c$	c, b, a د مستطیل مکعب یا رځونه دي.

18	مربع مکعب		$V=a^3$ $S=4a^2$ $A=6a^2$	$d = a\sqrt{3}$	a د مربع مکعب یوه سطحه یا اړخ تشکیلوي.
19	منشور		$V=B.h$ $S=p.h$ $A=S+2B$		B د منشور د قاعدې مساحت P، یې د قاعدې سورا اندازه او h یې ارتفاع ده.
20	هرم		$V = \frac{1}{3} B.h$ $B + \frac{ph}{2}$ $A = B + S$		B د قاعدې مساحت p، د قاعدې محیط او h په قاعده باندې عموده ارتفاع ده.
21	کره		$V = \frac{4}{3} \pi r^3$ $A = 4\pi r^2 = \pi d^2$		r او d په ترتیب سره د کرې شعاع او قطر تشکیلوي.
22	د کرې خولی (کلاهک)		V $= \pi h^2(R - \frac{h}{3})$ $= \frac{1}{6} \pi h(h^2 + 3r^2)$		R د کرې شعاع r، د کرې دخولی (کلاهک) شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
23	د کرې قطعه		$A = 2\pi R.h$	$v =$ $\frac{1}{6} \pi h^3 + \frac{1}{2} \pi (r_1^2 + r_2^2)h$	R د کرې شعاع r، د کرې قطعي شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
24	د کرې قطاع		$A = \pi R(r + 2h)$	$V = \frac{2}{3} \pi R^2.h$	R د کرې شعاع r، د کرې د قطاع شعاع او h په هغه باندې عموده ارتفاع ده.
25	الپس (بیضوي)		$A = \pi .a.b$	$P =$ $\sqrt{2(a^2 + b^2)}$	a او b د بیضوي دوه قطرونه دي .
26	استوانه		$S = 2 \pi r.h$ $A = 2 \pi .r (h+r)$	$V = \pi r^2.h$	r او h په ترتیب سره داستوانې شعاع او ارتفاع ده.
27	احاطه (چمبر)		$A = \pi^2(R^2 - r^2)$ $= 4\pi^2 .b .a$	$V =$ $\frac{1}{4} \pi^2 (R+r)(R-r)$ $= 2\pi^2 .b .a$	r او R په ترتیب سره داستوانې او احاطې شعاع کانې دي.

28	مخروط		$S = \pi r.l$ $A = \pi r^2 + \pi r.l = \pi r(r+l)$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2.h$	<p>r او l په ترتيب سره دمخروط شعاع اومولد دي .</p>
29	ناقص (نيمکړي) مخروط		$S = \pi l(r+r')$ $A = \pi [l(r+r') + (r^2+r'^2)]$	$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2+r'^2+r.r')$	<p>r' او r په ترتيب سره دناقص (نيمکړي) مخروط دفاعدي اودمقطع شعاع کانې او l يې مولد دی.</p>
30	منظم پنځه ضلعي		$A = (a^2.5)(4. \tan(\pi) / 5)$		<p>a دمنظم پنځه ضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی دی</p>
31	منظم شپږضلعي		$A = \frac{3\sqrt{3}}{2}.a^2$	$2\sqrt{3}.a$	<p>a دمنظم شپږضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی دی</p>
32	منظم اته ضلعي		$2(1+\sqrt{2})a^2$		<p>a ديوې ضلعي اوږدوالی دی</p>
33	منظم خوځضلعي		$A = \frac{R^2.n.\sin(\frac{2\pi}{n})}{2}$ <p>يا</p> $\frac{n.a^2}{4.\tan(\pi/n)}$	$sn = \frac{n(n-3)}{2}$	<p>a او n په ترتيب سره دمنظم خوځضلعي ديوې ضلعي اوږدوالی اوداضلاعوشميرپه گوته کوي.</p>

دځینو منظمو جسمونو ترمنځ اړیکې :

په لاندې جدول کې دځینو درې اړخیزو منظمو هندسي جسمونو ترمنځ اړیکې کتلای شو.

کټه	نوم	شکل	مخ (وجه)	راسونه	خط الرأسونه	دمحاطي دایرې شعاع	دمحيطي دایرې شعاع	مساحت	حجم
1	منظمه څلورمخیزه		4	4	6	$r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$	$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	$A = \sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{12}.a^3$
2	منظمه شپږمخیزه (مربع مکعب)		6	8	12	$r = \frac{a}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	$A = 6.a^2$	$V = a^3$
3	منظمه اته مخیزه		8	6	12	$r = \frac{a\sqrt{6}}{7}$	$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$A = 2.\sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{3}.a^3$
4	منظم دولس مخیزه		12	20	30	$r = \frac{a\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{2}$	$R = \frac{a\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{5})$	$A = 3\sqrt{25+10\sqrt{5}}.a^2$	$V = \frac{15+7\sqrt{5}}{4}.a^3$
5	منظم شل مخیزه		20	12	30	$r = \frac{a\sqrt{2}}{12}(3+\sqrt{5})$	$R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$	$A = 5\sqrt{3}.a^2$	$V = \frac{5(3+\sqrt{5})}{12}.a^3$

منابع اوماخذ(References):

1. ضیایی ، پوهاند داکتر عبدالعظیم ، دیولسم تولگی فضایی هندسه ، کابل ۱۳۵۷ هـ ش .
2. هندسه سال سوم آموزش متوسطه عمومی ، تبریز پوهنتون ، ایران ۱۳۶۱ هـ ش .
3. هندسه داتم تولگی لپاره ، چاپ ۱۳۸۳ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
4. خاموش ، استاذ محمدعظیم ، ریاضیات امیدپیروزی در امتحان کانکور پوهنتون ، پېښور ۱۳۸۱ هـ ش .
5. باورزی ، ژباړن: شماس خان ، مؤلفان: J.Reimand, K.Velsker در ریاضیات فورمولونه ، پېښور ۱۳۸۵ هـ ش .
6. ریاضی ۱۱ تولگی ، چاپ ۱۳۹۰ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
7. ریاضی ۱۰ تولگی ، چاپ ۱۳۹۰ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
8. ریاضی ۹ تولگی ، چاپ ۱۳۸۹ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
9. ریاضی ۸ تولگی ، چاپ ۱۳۸۹ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
10. ریاضی ۷ تولگی ، چاپ ۱۳۸۹ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
11. ریاضی ۵ تولگی ، چاپ ۱۳۹۰ هـ ش ، دیوهنی وزارت .
12. Molise, E .Edwin and Floyd L .downs Jr. geometry .Menlo park, Addison-Wesley publishing company, 1982.
13. Goodwin, A. Wilson, Glen D Annatto and F .Joe Gross white geometry Columbus: Charles E Merrill publishing co, 1970.

دانترنت وب بانی:

14. www.math.com
15. www.math.about.com
16. www.kipedia.org/wiki
17. www.easycalculation.com
18. www.ganjinedanesh.ir/seventh/seventh-math
19. www.riazisara.ir
20. www.lomritob.com
21. www.bestiwall.com

دلیکوال لنډه پیژندنه :

نوم اوتخلص : نعمت الله پټانزی | دیپلارنوم : شهید اسدالله صدیقی | دنیکه نوم : عبدالغیاث

زوکړه :

نعمت الله پټانزی په (۱۳۶۷ هـ ش / ۱۹۸۸ م) کال کې دوردگو ولایت دسیدآباد ولسوالی دشینز د درې دپټانخیلو په کلي کې په یوه درنه اودینداره کورنۍ کې زیږدلی دی .

زده کړې :

- لومړنۍ زدکړې یې ترشپږم ټولګي پورې دوردگو ولایت دسیدآباد ولسوالی دسعديې په لومړنۍ ښوونځي کې ترسره کړې دي .
- منځنۍ او ثانوي زده کړې یې هم دوردگو ولایت سیدآباد ولسوالی دحضرت خالدبن ولید (رض) تکې په عالي لیسې کې ترسره کړې اوله نوموړې لیسې څخه په (۱۳۸۶ هـ ش) کال کې په اعلی درجه (اول نومره) فارغ شو .
- دکانکورله آزمويڼې وروسته دهرات پوهنتون داقتصادومديريتي علوموپوهنځي ته بريالی شو ،اگرچې يوکال یې په دې تحصيلي دوره کې دځینوستونزوله امله ځنډراغی خوله نوموړې پوهنځي څخه په (۱۳۹۱ هـ ش) کال کې په پوره بريالیتوب سره فارغ التحصيل شو .
- نعمت الله پټانزي په (۱۳۹۰ هـ ش) کال کې دمديريت او تجارت (Business Administration) په څانګه کې دجرمني ددوست هیواد دهانس بنیاد (Hones Foundation) لخوا دافغانستان دسوداګرۍ اوصنایعوله خونې څخه ترشپږمياشتنيوعلمي اونظري زده کړو وروسته تصدیق نامه لاس ته راوړې ده .
- نعمت الله پټانزي په (۱۳۸۸ هـ ش) کال کې دجمعیت اصلاح افغانستان داسلامي معارف له کورس څخه هم تصدیق نامه ترلاسه کړې ده .

آثار اولیکني :

1. جیومتريک مفاهيم اوفورمولونه (همدا اثر) .
2. په اسلام کې دبرې حکم (ژباړه ،ناچاپ اثر) .
3. دلمانځه په قعدوکې دشهادت په گوته اشاره (ژباړه ،ناچاپ اثر) .
4. دپټان ننگ (شعري ټولګه ،ناچاپ اثر) .
5. ترمې اوبنکې (دحمدونو او نعتونو شعري ټولګه ،ناچاپ اثر) .
6. دغيرت خیره (دغازي شیرخان وردګ په ژوند او خاطرو هر اړخیزه څیړنه ، ناچاپ اثر) .
7. رنگينې کرښې (دپوهنتون خاطرې ،ناچاپ اثر) .
8. ګڼ شميرنورې مقالې چې د هیواد په بيلايلو مجلو ،ورځپاڼو او ويب پاڼو کې خپرې شوې دي .

**Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library**