Set theory د ډېرى پوهنه يا

ليکونکى : ډاکتر ماخان (ميرزى) شينوارى

دلوي ښښتن په نامه

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

smakhan1946@gmail.com

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: ډېرۍ پوهنه

لیکونکی: ډاکتر ماخان،، میرۍ،، شینواری

د خپریدو لړۍ

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ کال ۲۰۱۲

چاپ چارې

دانش خپرندویې ټولنې تخنیکي څانګه

WWW.danishpress.com

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساينسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړي دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدليدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلوګوابښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګوابښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

ذ اتحاديې له حوا د ډاکټر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمير پوهنې نويو ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم ګام په توګه ګڼل کيدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د لیکونکي مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمني، د غړو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوی ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

نه د ټول په پای کې زما له میرمن ښاپرۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

نيوليک

سريزه

ګرانو لوستونکو!

که تاسو د نړۍ د شميرپوهنې بنسټيز کتابونه ګورۍ، نو وبه وينی، چې د شميرپوهنې سم - اند تر څنګ ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري د کتابونو په لومړۍ برخه کې ځای نيولی او وبه ګورو ، چې شميرپوهنه کې د ډېرۍ پوهنې رول غوره دي، چې بې له ډېرۍ پوهنې شميرپوهنه ناشونې ده.

ما دا کتاب د اړتيا څخه زيات غزولی او پوهيږم، چې دا زما له کتابونو پرته يو چاپ ما ليدلی، خو متآسفانه، چې ما نه دی لوستلی، دا په دې معنا چې لاس ته مې نه دی راغلی.

دا موضوع تکرار لري، خوپه بل ډول، چې ګټور به وي او نه ستړی کيدونکي . وايي، چې دوه واره ګنډنه کلکه وي.

دلته هم موږ د عربي داسې کلمو سره ګير يو، چې په شميرپوهنه کې يې کاروو، مګر په معنا يې نه پوهيږو او نه پوهيږو، چې دا عربي به يې ټيک او که ناټيک وي.

پښتو نوموه ونې يې ډېرې ښې ساده او – دا چې خپله ژبه مو ده- زر پوهوږ دي.

له پښتو مه دارېږۍ، خپله ژبه مو ده او هرڅه په خپله ژبه ساده او زر پوهوږ وي.

ما دا نوموني له خپله ځانه نه دي ټاکلي بلکه په ژبه کې مو له شته رانيولي، چې همغه ترې پوهيدنه په ښه توګه روښانه کوي، غوره تعريف دی، چې بايد ټيک وي.

ډېرۍ د ډېر يا ډېرۍ سره توپير لري، چې زيات ورته هم وايو او بايد د ډېر سره بدله نه شي، دا به د ډېرۍ له پيژند څخه جوته شي.

دلته به هم تکرار کړم، چې ما په يوه وار ډېر کار رامخ ته کړي، دا همغه د وړي خبره ده، چې څومره د خوړلو زور وي له هغې سرۍ زيات رااخلي، نو هرو مرو به ناټيکاوي په کې وي، خو دا به مو د شميرپوهنې په اړخ کې د ستونځو سره مخ نه کړي.

ستاسو ماخان شينواری.

۲۰۱۲ ز ک

۲ ۰ ډیرۍ پوهنه Die Mengenlehre, the set theory

سټ تیوري (ډیرۍ پوهني) باید خپل ځاي په شمیرپوهنه او همدا ډول په نورو پیداینتي- یا طبیعی پوهنو کې نیولي وي، نو له دې امله د لنډ تیر وخت را په دې خوا په پرمختللو هیوادونو او اوس هم په افغانستان کي د ښوونځیو په لیکلوست کې پیل شوه، ځکه چي بي له ډیرېپوهني شمیرپوهنه بي مفهومه ده او ناشوني۰ دا به له دې لیکنې څخه همدا اوس څرګنده شي، چي پیداینتي یا طبیعي ګڼونه یا - اعداد او هرڅه د ګڼونو په څیره کي ، چي موږ ته څرګند وي هغه ټولي فقط ډیرۍ یا سټ دي او بل څه نه دي۰

ډیرېپوهني په پرمختللو هیوادونو کي هم په خپلو لومړنیو وختونو کې د میندو او پلرونو لپاره ستونځي پیدا کړي، ځکه، چي دوي د ډیرېپوهني سره بلد نه وو او د خپلو کوچنیانو سره یې مرسته نه شوه کولی۰

د ډیرۍ کلمه له ګڼونو یا اعدادو پخوانۍ ده، که څه هم پخوا انسانانو په خپله خوښه، لکه اوس ، نه ښووله ۰

په تراوس ورسره بلد ډول هم ډیرۍ پیژندل کیږي، لکه د ښوونځی نجوني او هلکان، یا په یوه ټولګی کې میزونه او چوکی، یا لکه هغه نیزوږي، چي نیز راوړي او د سپین په پټي کې یې ډیرۍ ډیرۍ اچولي یا د هسکي مینې د ښوونځي په لسم ټولګی کې د زده کوونکو، کتابونو، کتابچو پنسلونو، څوکیو او میزونو ډیرۍ یا سټ۰

موږ په افغانستان کي هم د ډیرۍ یا سټ له کلیمي سره اوس بلد شوي یو که څه هم د بیلو بیلو پردیو نومونو لاندي، چی زما په اند به زده کوونکو او ښوونکو ته یواځي ذهني غوره والي لري، زه غواړم، چی د ډیرۍ څو مختلف پیژندونه یا تعریفونه ورکړم، چي ښه مو ورته پام راوګرځي، دا له دې امله هم، چی د ډیرېپوهني غوره والی ته مو نور هم پام راوګرځي۰

ډیرئ پوهنه د شمیرپوهنې سته جوړوي او د شمیرپوهنې ټولې څانګې په ډیرئ پوهنه ودانې دي۰ نن شمیرپوهنه بې له ډیرئ پوهنې داسې وده نه شې کولی او سته یې وزي۰

پیژند ۲ ۰ ۱

د الماني شمیرپوه کانتور(George Cantor 1845 – 1918) پیژند:

زموږ د فکر او لید څرګند ټاکلو ، ټیک یو له بل توپیرکیدونکو شیانو ټولګې

(یوځایټولولو یا مجموعې) ته سټ (ډیرئ) وایې او هر شې ته، چې ډیرئ یې جوړه کړې یا سټ (ډیرئ) ترې جوړه شوې وي، د سټ (ډیرئ) توکی وایي.

په پورته کې ټیک یو له بل توپیرېدونکې په دې معنادی، چې د ډېرئ یا سټ توکې یو د بل سره توپیر لري او هیڅ توکی دویم وار په کې په تکرار نه شته.

(Set and elements of set سټ او د سټ توکی)

بیلګه :

عددونه (ګڼونه) ، نومونه، او توري کیدی شې د ډیریو بیلګو په توګه راوړل شي۰

ګورو، چې د ډیرئ کلمه په شمیرپوهنه کې بل ډول ده لکه په ولسې ژبه کې، چې دلته ډیرئ د ځنو شیانو زیات یوځاي کول موخه ده، د ځانګړو شرایطو لاندې.

په شمیرپوهنه کې ډیرئ په لویو لاتین تورو لیکل کیږي لکه ..A,B او یا M,N, ...X,Y د ډیریو توکي د لاتین په کوچنیو تورو لیکل کیږي، لکه ...a,b,c او...m,n,x,v

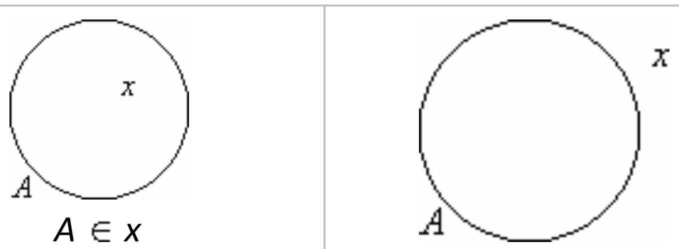
د دې لپاره، چې وپوهیږو، چې ایا توکی a د ډیرئ A توکی دی که نه نو لیکو: $a \in A$

په پورته کې توکی a د ډیرئ A توکی دی

$a \notin A$ دلته a د ډیرئ A توکی نه دی

دا پورته لینکدود له ښی وکیڼ لور ته هم لیکلی شو، چې پرلپسی لړئ یې ساتلې پاتې

شي٠ زه يي په ښتې ليکنو سره ليکنيزې ستونځی لرم٠دا لاندې يی دياګرام دی، خو توکي يې بل ډول ليکل شوي دي، چې ګرانو ستونکو ته به د پوهيدلو ستونځ پيدا نه کړي



$A \notin x$

(x د A توکی نه دی)

$A \in x$

(x د A توکی دی)

ډيری A دې له ,a,b,c,d,e,f,g,h توکو جوړه وي، چې په لاندې توګه يی ليکو

$$A = \{ a,b,c,d,e,f,g,h\}$$

ګورو، چې { } د ډيری نخښه ده

يادونه : دا د ډيری کلمه موږ په افغانستان کې سټ set بولو ، چې انګريزي ده، په فارسي کې يی مجموعه بولي، چې ډيری د شيانو مجموعه يا ټولګه ده او په الماني کې ورته مينګې Die Mengeوايي٠ هغه بنسټيزه خبره يې په پيژند يا تعريف کې ده، که موږ يې هرڅنګه وبولو، خو د يو بل څخه کره توپيرکيدونکو شيانو ټولګی ته ٠٠٠ وايو. د ټکو پر ځاي ، چی هر څه ليکی، خو موږ ګورو، چې په پښتو يی هغهٔ مناسبه نوموه ونه ډيری ده، دا د کوټې کوټی څخه يا راپېڅ او داسې نورو څخه ماته ښه ښکاريږي او زموږ ولس د دې نامه سره بلد دی، چې په پوهنه او لا نور ښه په شميرپوهنه کې بايد وکارول شي٠ زه بيا په دې ټينګار کوم، چې دا خپل ، چې ما ټاکلی يا بل څوک يی که بل ډول بولی د انګريزي يا الماني يا بل پردي نوم څخه ښه او پوهوړ دی٠ د سټ مانا که په ډکشنري کی وګوری ،نو پوه به شو، چې له دې نوم څخه مو خپل د پښتو نوم ښه او مناسب دی. ګوروو‌چې دا نوم اوس ژورنالستان هم زيات کاروي او وايي، چې ډېری يا ډېری خلکو.... وکتل.

- ګون(لکه دوه ګون، درېګون ۰۰۰) او د ډيرئ ترمنځ توپير:

سوچه له دباندې ښخه کړی شو، چې -ګون له ډيری داسې توپير کړو، چې ډيری په راتاو يا مارپيچ نوکانو کې رابندوو او ګون په ګردو نوکانو کې ۰ مګر عيني (ليدوړ) يا شي ډوله توپير يې هم شته:

۱ – په ګون کې د شيانو اينسود ځاي غوره دئ او په ډيری کې بيا دا رول نه لري:
$(a,b) \neq (b,a)$ مګر $\{a,b\} = \{b,a\}$

۲ – په -ګون کې کيدی شي، چې يوه يا زياتې کمپوننتې سره برابرې وي، د ډيری په ليکنه کې کوم توکی دويم وار يا ډبل منځ ته شي راتلی۰ افاده (a,a) موخه وره ده مګر افاده $\{a,a\}$ بې موخې ده

بيلګه ۲ ۰ ۱

الف) M_1 (لوستل Mاينډکس ۱ دا به په لاندې نخښونه کې روښانه شي پام دې وي، چې index(indeces) اينډکس پيژند نخښې ته وايي) دې د لومړنيو اعدادو سټ وي، نو باور لري: $7 \in M_1, 8 \notin M_1$

ب) M_2 دې د لاندې برابرونونو يا مساواتو د اوبيونو(حلونو) ډيری وي

$$(x+1)(x-2) = 0$$

نو باور لري $-1 \in M_2, 2 \in M_2, 1 \notin M_2$

بيلګه ۲ ۰ ۲ :

الف) د برابرون $(x+1)(x-2) = 0$ داوبيونی - يا حل ډيری M_2 ده
$M_2 = \{-1, 2\}$

ب) د جوړه (جفت) ګڼونو ډيری M_3 ده $M_3 = \{0, 2, -2, 4, -4, ...\}$

سټ لکه، چې ومو ويل د توکو د خويونو له لارې هم څرګنديدی شي يا ورکول کيدی شي۰

M = { x | x د خوويونو ۰۰۰ سره}

(لوستل: M د ټولو x ډیرئ ده له خویونو ۰۰۰۰۰ سره)

بیلګه ۲ ۰ ۳

الف) { هلته ، چې x یو لومړنی عدد دی| M = { x

b) $M = \{ x \mid (x+1)(x-2) = 0 \}$

$c)..........M = \{x \mid x \in R, 0 \leq x \leq 1\}$

تشسټ (-ډیرئ): سټ چې کوم توکی ونه لري تشسټ یا خالیسټ بلل کیږي او داسی یې لیکو:

$\{\} = \emptyset$ یا θ

دا دې د یوه سټ سره، چې یواځی له صفر څخه جوړه ده، نه بدلیږي یاني

$\{\} = \emptyset \neq \{0\}$

بیلګه ۲ ۰ ٤

$$\{x \mid x \in Z, x^2 + x - \frac{3}{4} = 0\} = \theta$$

ځکه، چې د برابرون یا مساوات $x^2+x-3/4 = 0$ د حل سټ

$\{x \mid x^2+x-/4= 0 \} = \{ 1 / 2 , -3/2\}$

کوم ټولعدد خوندي نه لري۰

د ټولعددونو پیژند ته دې پام وي، چې د راشنلګښونو برخسټ ده۰ د ریمه برخه دې وکتل شي۰

بیلګه ۲ ۰ ٥ : د ز ۰ کال د دویم نیمايي کال سټ په Ju , aug sep , ok,no, de سره ښایو او دا داسي لیکو: A= { jul,aug,sep.ok,no,de}

نو داسي لرو یا نوره هم ښه داسی لیکلی شو: $jul \in A, jun \notin A$

دا په دې مانا، چې جولای د A توکی دی او جون د A توکی نه دئ

بیلګه ۲ ۰ ٦ : ټول مندیزي، چې نن مازیګر لمانځه ته د غارخلي لمنځتون ته راغلي۰

بیلګه ۲ ۰ ۷ : هغه میرېږ ، غواوې او وزې، چې نن په نخاس کې خرڅې شوې

بیلګه ۲ ۰ ۸ : د ټولو هغه عددونو سټ M، چې ۳۰ ویشي یانې

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۵ ، ٦ ، ۱۰ ، ۱۵ ، ۳۰

او داسې یې لیکو : $M = \{ 1,2,3,5,6,10,15,30\}$

دا سټ پاي سټ ده او داسې وایو، چې سټ M د ټولو هغو توکو x - لکه پورته - جوړه شوي، چې ۳۰ ویشي او داسې یې لیکو:

M ={ x | د ۳۰ پرویشونی(مقسوم علیه) عدد x}

د ټولو طبیعي عددونو سټ N ټاکو او داسې یې لیکو:

$N = \{ 1,2,3,4....\}$

دا نه پای لرونکی یا لایتناهي ډیری ده ، چې په لاندې ډول یې نخښه ده یا په لاندې ډول په نخښه کیږي: ∞

ګورو، چې په شمیرپوهنه کی موږ پر پای ګڼونو برسیره ناپای ګڼونو سره هم مخامخ یو۰

د ډیریو ترمنځ اړیکې relation between sets

د ډیریو ترمنځ غوره اړیکی د برابروالی او خوندیوني یا خوندي لرنې (مساویوالی او یو په بل کې ځاي لرلو) اړیکې دي۰

د یوې ډیری زور یا توان:
داسي په نامه توان (یا کاردینال ګڼ) وایي، چې یوه ډیری څو توکي لري،د بیلګي په توګه لوبي وچې شپږ دي یانې د لویو وچو کاردینال ګڼ ٦ دی۰
د دوه ډیریو برابر توان یا برابر زور: دوه ډیری‌برابرزوریزې دي، که د توکو ګڼون یا تعداد یې برابر وي۰

د دوه ډيريو « برابرزوروالي» يو بل پيژند هم شته، چي دا اوس نه څيړو، څکه چي د دې لپاره مخکينۍپوهنه نه لرو، خو پيژند يي لنډ يادوو:
دوه ډيرۍ همغه – يا برابرزوريزې دي، کهٔ د دې ډيريو د توکو ترمنځ بيجکتيوه څيرونه شته وي. (دا په فنکشنونو کي بيا راځي)
يا

پيژند ۲ . ۲ دوه ستونه M_1 او M_2 يو د بل سره برابرې دي، ياني $M_1 = M_2$

که چيرې د سټ M_1 هر توکی د سټ M_2 توکی هم وي او برعکس (پر څټ) هر د M_2 توکی د M_1 توکی هم وي.

برابر ستونه برابر توکي هم لري

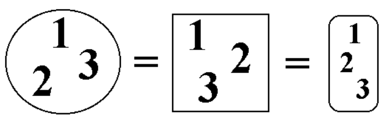
د بيلګی په توګه

$$M_1 = \{x \mid (x+1)(x-2)(x+3) = 0\}$$
$$M_2 = \{-1, 2, -3\}$$
$$\Leftrightarrow M_1 = M_2$$

ګورو، چي M_1 د M_2 سره برابر دئ

د ون دياګرام انځورونه

تر مخ پاملرنه: ډيرۍ په بل ډول ياني د ون دياګرام له مخيهم انځوريدلی شي، چي کله کله د اويلر دياګرام هم بلل کيږي
Venn-Diagramm د ون-دياګرام:
د ډيرۍ M={1, 2, 3} د ون- دياګرام دالانديدی



څه غواړو:
تراوسه مو د ډيرۍ دوه ډوله انځورونه زده کړه: ګڼنيزه انځورونه او د ون-دياګرام له لارې. دريم ډول انځورونه يي داسي په نامه « شننيزه يا تشريحي انځورونه» ده. رانيوونکي بيلګه:

« شننیزه انځورونه» یې د یوې بیلګي له لارې روښانه کوو یا تشریح کوو:
A={x ∈N |
x>0 او /\ x<4}
لومړی راوړو x ∈ N
دا افاده یا وبینه دا مانا لري، چې ډیری A د ټولو هغو توکوx څخه جوړه ده، چې په ډیری N پورې هم اړه ولري. داسې لوستل کیږي:
«x دN توکی دی» یا لنډ « د توکی »
اوس دا افاده راوړو:
x>0 | او x<4 دا ولاړه کرښه | لوستل کیږي « دکوم لپاره، چې باور لري. په دې ولاړه کرښه پسې کره روښاینیږي، چې ډیری A له کومو توکو څخه جوړه ده

په راټول ډول زموږ بیلګه داسې لولو "

$$A = \{x \mid x \in N 0 < x \wedge x < 4\}$$

یادونه : په پورته کې ∧ د او په مانا دی.
ډیری A د N له توکو x جوړه ده، چې x له صفر لوي او له ٤ کوچنی دی
یانې ډیری له ټولو توکو A={1,2,3} جوړه ده

په نخښه ونه:
موږ همدا اوس زده کړل

دا نخښه ∈ : توکی دی له :
د دې مخامخ، چې له توکی نه دی ده: ∉

برخه سټ (برخډیری) sub set

پیژند : یو سټ M_1 د سټ M_2 برخه سټ (لاندې سټ، خوندي سټ) بلل کیږي یا M_1 په M_2 کې ځای ده یا نوره هم ښه M_1 په M_2 کې خوندي دی، لیکندود یا لیکندول:

$M_1 \subseteq M_2$ که د سټ M_1 هر توګی د سټ M_2 توکی هم وي.

کیدی شي، چې M_1 د M_2 سره برابر هم وي، که برابرون نا شوني وي نو بیا د اصلي برخه سټ څخه غږیږو.

پیژند ۲ ۰ ٤ :

یو سټ M_1 د M_2 اصلي برخه سټ دی او داسې یې لیکو: $M_1 \subset M_2$

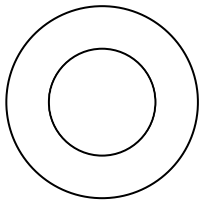
که $M_1 \subseteq M_2$ باور ولري او کم له کمه د M_2 یو توکی د M_1 توکی نه وي.

بیلګې:

الف) که ولرو $M_1 = \{-1,1\}, M_2 = \{-1,0,1\}$ نو M_1 په M_2 کې اصلی خوندي دی

ب) د ټولو څلوریو (مربعو) ډیری د ټولوڅلورګوډیو(څلور اضلاعو) اصلي برخډیری ده.

پ) څیره ۱ ۰ ۱ په هواره یا سطحه کې ټکوډیری ښايي، د کومو لپاره چې باور لري، که M یو M_1 او M_2 ټکو ډیری وي $M_1 \subset M_2$



که په پورته څیره کې وګورو، نو یوه ګردۍ(دایره) M_1 په بله لویه M_2 دایره کې خوندي ده.

تش سټ په هر سټ کې خوندي دی. هر سټ په خپل ځان کې د نااصلي برخه سټ په څیر خوندي دی.

یا دا پیژند :

$B \subseteq A$ که باور ولري : $x \in B \Rightarrow x \in A$

بیلګه:

$B \subseteq A$ $A=\{1,2,3,4,5\}$ $B=\{3,4,5\}$

پيژند :   هغه سټ، چې هيڅ توکی ونه لري تشډيرى بلل کيږي او داسې يی ليکو:
$M=\theta=\{\}$

يادونه : پام دې وي، چې صفر ډيرى او تشډيرى سره بدلي نه شي ياني لاندې ته دې پام وي:

$$\{\}=\theta\neq\{0\}$$

پيژند ٢ ۰ ٦ :

د يو ه سټ M د ټولو برخه سټونو سټ پوټنځ سټ يا په توان سټ بلل کيږي او داسې يې ليکو:(P(M په توان سټ توکي لري، چې هر يو يی بيا خپله سټ دی۰

بيلګه : د {M = { a,b.c ډيرى دا لاندې په توانډيرى لري

P(M) = { {a},{b},{c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

هره ډيرى چې د توکو ځغه جوړه وي هغه ټيک n جګ 2n توکى لري يانى : n^{2n}

دا پورته د جملي په ځير د پوره ايندکشن له لارې اوبی (حل-) کيدی شي(لومړى برخه دې وکتل شي)۰ دا دنده د ګرانو لوستونکو د خوښې کار دی، که کوي يې۰

پيژند ٢ ۰ ٧ : د سټM زور يا توان |M| لاندې د سټ د توکو تعداد پوهيږو۰ که دوه ډيرى M اوN همغه توان يا زور ولري هغه ته يوزوريزه – يا برابرزوريزه سټونه وايو او داسې يې ليکو: |M| = |N|

د برابرونونو او خوندي ساتنو خويونه

الف) رفلکسيو- يا هنداروزنيزې اړيکيreflexivity

هغه اړیکي، چې د هغه او د هغه دخپل ځان ترمنځ ریښتوني ویناوې ورکړ شوي وي رفلیکسیو اړیکي بلل کیږي لکه: $M = M, M \subseteq M$

خوندي لرل اړیکي رفلکسیو نه دي $M \not\subset M$

دا په دې مانا، چې هیڅ ډیرۍ د خپل ځان اصلي برخډیرۍ نه شي کیدی۰

ب) سیومتریکي اړیکي Symetric relation

هغه اړیکي سیومتریک بلل کیږي، چې د شیانو ترمنځ چې کارول کیږي یا استعمالیږي یو له بل سره بدلیدلی شي۰

لکه $M_1 = M_2 \Leftrightarrow M_2 = M_1$

خوندي لرل سیومتریکي اړیکي نه دي:

که وي $M_1 \subseteq M_2$ نو اړیکی $M_2 \subset M_1$ نارښتیا یا ناتیک دي

دا هلته چې وي: $M_1 \neq M_2$

پ) ترانزیتیویتي Transitivity

ترانزیتیویتي هغه اړیکي دي، چې له یوه نه وبل ته یي د وړلو امکان شته وي۰

له M = L او M = N څخه لاس ته راځي L = N

او

$$M_1 \subseteq M_2 \wedge M_2 \subseteq M_3 \Rightarrow M_1 \subseteq M_3$$

پورته داسې لولو: که M_1 د M_2 برخډیرۍ او M_2 د M درې برخډیرۍ وي، نوله دې څخه لاس ته راځی، چې M_1 د M_3 برخه ست دی.

برابرونونه او په بل کې ځایه ونه یا خوندي ساتنه ترانزیتیو اړیکي یا خویونه دي

په ستونو یا ډېریو کې کاروني یا عملیې

ټولنډيرى يا سېټ اتحاد:

پيژند۲ ۰ ۸ :

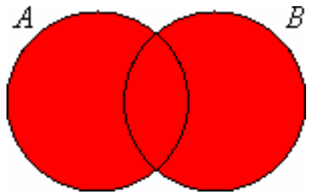
د دوه ډېريو M_1 او M_2 د اتحاد سټ يا ټولنډيرى (union)، چي د ډيريو ټولنه ورته وايو ده:

$$M = M_1 \cup M_2$$

دلته داسى پوهيږو، چي M د ټولو هغو توکو څخه جوړه شوې ډېرىده، چۀ کم له کمه د M_1 او M_2 توکي هم خوندي ولري۰

د ټولني $M = M_1 \cup M_2$ هر توکى د M_1 يا M_2 توکى هم دى (پرتله ۱ ــمه برخه د يا سره پرتله) ياني دا د ټولنډيرى توکى د M_1 يا M_2 او يا د دواړو توکي دي۰

يا لاندې دياګرام



A ? B

A) ټولنه B) $A \cup B$

(x د A سره B اړيکې لري

يا دا لاندپيژند:

پيژند (ټولنډيرى)

د دوه ډيريو A او B يوه ټولنډيرى (ټولنه)، د ټولو هغو توکو جوړه ده، چي يا د A توکي وي يا د B توکي وي۰

ليکندود

$$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \vee (or) x \in B\}$$

لوستل:
د A ټولنه B د ټولو x توکو ډېرۍ ده، چې x یا د A توکی وي او یا د B توکی

بیلګې

الف) M_1 دې د ځوانانو سټ وي، چې بکلوریا لري او M_2 دې د هغو ځوانانوسټ وي، چې مسلکي شهادتنامې لري، نو $M = M_1 \cup M_2$ د ټولو هغو ځوانانو سټ دی، چې بکلوریا یا مسلکي شهادتنامې ولري او یا دواړه شهادتنامې ولري۰

ب)

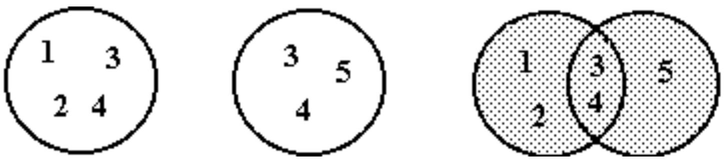
$$M_1 = \{k, a, r\}, M_2 = \{u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 \cup M_2 = \{k, a, r, u, s, e, l\}$$

یا په لاندی توګه پېژند او بیلګه: Aاو B دې دوه ډیرۍ وي د دې ډیریو ټولنه داسې لیکو

A⋃B = {x | x∈A ∨x∈B}

A={1,2,3,4}　B={3,4,5}

A⋃B={1,2,3,4,5}



تل په ټکو ټکي شوې ټکي سټ ټولن سټ (اتحاد سټ) په ګوته کوي۰

د بیلګې روښانه ونه :
ډیرۍ A له توکو1,2,3,4 جوړه ده۰ ډیرۍ B له توکو3,4,5 څخه جوړه ده
نو ټولنډېرۍ A⋃B د ټولو هغو توکو څخه جوړه ده، چې په A کې وي او د B په ډیرۍ کې منځ ته راځي، یانې د دوه ډېریو ټولنه وي یانې له توکو ۱ ، ۲ ، ۳، ٤ او ٥ ۰
پ – څیره ۲ ۰ ۲ دوه په هواره کې ټکي سټ په ګوته کوي، چې

الف) ټکیپردی دي٠   ب) ګډ ټکی لري٠

پ) اړیکي $M_1 \subset M_2$ پوره کوي:

د دې لپاره شکلونه په لاندې کې په بیلګو کې راغلي دي٠

د ټولني لپاره کموتاتیو قانون باور لري» $M_1 \cup M_2 = M_2 \cup M_1$ دا په دې مانا، چې د لړۍپرلپسي دلته(لنډ: لړۍ) د ستونو په ټولنه یا اتحاد کی رول نه لوبوي

یادونه : که ګڼونه ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ، ۰۰۰ ولرو، نو دا پرلپسي بولو او که بیا دا سره زیات کړو لګۀ

1 , 1+2,1+2+3,1+2+3+4+,1+2+3+4++..+....

نو دا لړیپرلپسي یا لنډ: لړۍ بولو(پرلپسی برخه کې دې وکتل شي) دا په دې مانا، چې له دوو څخه د زیاتو ستونو ټولنه لړۍپرلپسی(لنډ: لړۍ) رول نه لري٠

اسوښیاتیو قانون باور لري٠

$$(M_1 \cup M_2) \cup M \ = M_1 \cup (M_2 \cup M_3) = M_1 \cup M_2 \cup M_3$$

غوڅدېرۍ (د ډېريو غوڅی یا ـتقاطع سټ) intersection

یادونه : کړی شو، چې دا د ډیریو ګډغوڅی وبولو(دا د ګرانو لوستونکو خوښه ده،کوم ناټیکوالی په کې نه شته)

پیژند: سټ یا ډېری M د ډېری یا سټ M_1 او ډیرۍ M_2 د ګډغوڅي ډېرئ یا د (ګډ)تقاطع سټ دی (لوستل: M_1 غوخ(پرې د بل څه لپاره کارول شوی ی) په M_2) لنډ: (ګډ)غوڅی یا تقاطع) که د ډېرئ یا سټ M ټول توکي د سټ M_1 او ډیرۍ M_2 توکی وي او داسي يې لیکو: $M = M_1 \cap M_2$.

د غوڅسټ یا تقاطع سټ $M = M_1 \cap M_2$

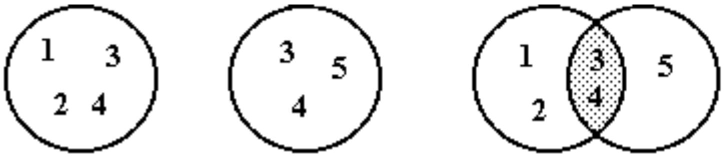
هرتوکی د سټ M_1 او سټ M_2 توکي دي (د ۱ ـمې برخی د هم او هم په مانا یا د «او» په مانا)

یا دا پیژند :

د ډیریوA او B غوڅی یا تقاطع $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

بیلګه:

$A \cap B = \{3,4\}$ A = { 1,2,3,4}, B = { 3,4,5} =>



یادونه: دې پورته ډول دیاګرام ته د ون دیاګرام Venn-Diagram یا Euler-Venn-Diagram وایی

بیلګې :

لومړی : یوه ډله زده کوونکي له ننګرهار او پکتیا څخه راځي، چې په M_1 یې په نخښه کوو. یوه بله ډله ، چې په M_2 یې په نخښه کوود کندهار او همغه د پکتیا زده کوونکي، چې په M سره یې ښایو، دي. د دې دواړو ډلو غوڅ سټ یا د تقاطع سټ

$$M = M_1 \cap M_2$$

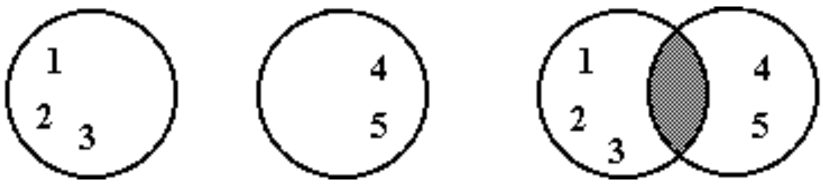
د پکتیا زده کوونکي دي.

دویم:

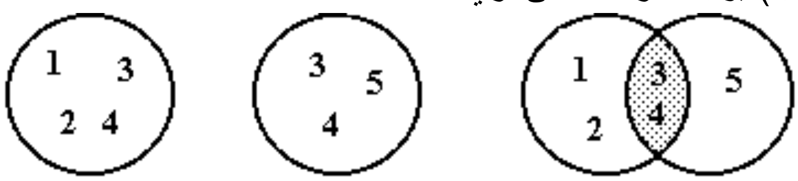
$$M_1 = \{k,a,r\}, M_2 = \{u,r,s,e,l\},$$
$$M = M_1 \cap M = \{r,l\}$$

دریم شکل په هواره یا سطحه کې ښایي، چې :

الف) عدد پردي دي



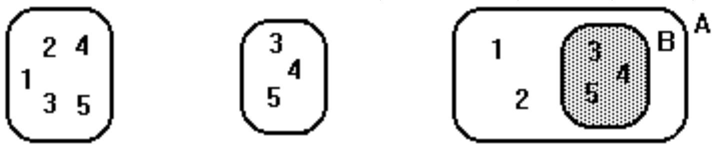
ب) یو بل سره ګډ ټکی لري



پ) اړیکی $M_1 \subset M_2$ پوره کوي

بیلګه:

A={1,2,3,4,5} B={3,4,5} B⊆A



هغه ټکو باندې ټکي شوی سټ اصلي برخه سټ دی.

دوه ستونه ، چې غوڅ سټ یا د تقاطع سټ یې تش سټ وي

$$M_1 \cap M_2 = \theta$$

لکه د مخه مو چې ګوته ورته ونیوله پردي بلل کیږي

د غوڅ سټ لپاره ، لکه څنګه د ټولن سټ لپاره کموتاتیو قانون باور لري

$$M_1 \cap M_2 = M_2 \cap M_1$$

او اسوشیاتیو قانون

$$(M_1 \cap M_2) \cap M_3 = M_1 \cap (M_2 \cap M_3) = M_1 \cap M_2 \cap M_3$$

ددواړو د سټونوکارونو یا سټ عملیو یانی ټولن سټ او تقاطع سټ (غوڅډیری) لپاره دواړه دیستریبوتیو قانونونه پوره کیږي یا باور لري

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3)$$

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

(د ګڼونو د شمیرکارونو یا عملیو لپاره یواځي یو دستریبوتیو قانون شته والی لري:

$$a_1.(a_2 + a_3) = a_1.a_2 + a_1.a_3$$

مګر په ټولیزه توګه باور نه لري

$$a_1 + (a_2.a_3) = (a_1 + a_2).(a_1 + a_3)$$

پیژند :

کمون ډېری یا تفریق ست M_2 د سټ M_1 او سټ M کموالی یا فرق دی او

داسې یې لیکو: $M_2 = M / M_1 = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M_1\}$

له M څخه د M_1 ډیری کمه شوې یا کله چې د M_2 توکي د M هغه توکي وي، چې هغه دسټ M_1 توکي نه وي٠

لیکندود یالیکندول :

$$A / B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

لوستل : د A اوB توپیرسټ یاکمون سټ یا تفریق سټ له ټولو هغو توکوx جوړه ده، د کومو لپاره، چې باور لري : x د A توکی دی او x د B توکی نه دی

بیلګې :

لومړی : په یوه ټولګي کې M_1 د ټولو نارینه وو زده کړو ډیری ده او M_2 دټولو زده کړو ډیری (د نارینه وو او ښځینه وو) ، چې په شمیرپوهنه کې لس نمرې وړي٠

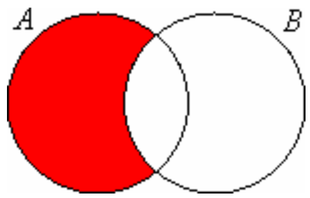
$$M_1 / M_2$$

د هغو زده کړو ډيرۍ ده، چي ۲ ، ۳ ، ٤ ، ٥ ، ٦، ۷ ، ۸ ، ۹، نمرې وړي او ټول د هغو نجونو ډيرۍ ده، چي په شميرپوهنه کي يې لس نمرې وړي٠

که په ټولګي کي يواځې نارينه زده کړي وي، نو باور لري

$$M_1 / M_2 = \theta$$

يا دا لاندې :



$A \backslash B$

(A بې له B)

(x له A سره B اړيکې لري)

دويم :

$$M_1 = \{k, r, a, i\}, M_2 = u, r, s, e, l\}$$
$$M_1 / M_2 = \{k, a\}, M_2 / M_1 = \{u, s, a\}$$

لکه څنګه، چي د کمون پيژند او بيلګي را په ګوته کوي په ټوليزه توګه باور نه لري:

$$M_1 / M_2 \neq M_2 / M_1$$

د يوې ډيرۍتوان يا زور
پايډيرۍ: يوه پای ډيرۍ پای ډير توکي لري٠ بيلګه يې د مخه ورکړ شوه:
E = {Europa, Asien, Afrika, Amerika, Australien, Antarktis}
ناپاي ډيرۍ :
يوه ناپاډيرۍ د بيلګي په توګه د پيداينتي ګڼونو ډيرۍ ده:
N = {1, 2, 3, 4, ...}
ډيرۍ ناپای ډير توکي لري.
د يوې ډيرۍ زور يا توان:

داسي په نامه توان (یا کاردینال ګڼ) ته وایي، چې یوه ډیری څو توکي لري،د بیلګي په توګه لویي وچې شپږ دي یاني د لویو وچو کاردینال ګڼ ٦ دی٠

د دوه ډیریو برابر توان یا برابر زور:

دوه ډیری‌برابرزوریزې دي، که د توکو ګڼون یا تعداد یې برابر وي٠
د دوه ډیریو « برابرزوروالي» یو بل پیژند هم شته، چې دا اوس نه څیرو، ځکه چې د دې لپاره مخکینی‌پوهنه نه لرو، خو پیژند یې لنډ یادوو:
دوه ډیری همغه – یا برابرزوریزې دي، کۀ د دې ډیریو د توکو ترمنځ بیجکتیوه څیرونه شته وي٠ (دا په فنکشنونو کې بیا راځي)

د یوې ډیری کمپلمنت یا پوره کوونکی complementary set

دا کارونه یا عملیه د نورو کارونو څخه توپیر لري، چې په سټ کی مو څیرلي٠ دا یوه یوځاییزه کارونه ده او دا نورې دوه ځایزې کارونی یا عملیي دي٠

موږ بنسټ سټ په U او د ټولو هغو توکو سټ، چې U کې پراته دي یاني د U توکي دي او هغه په M کې نه دي پراته یاني د M توکي نه دي پوره ډیری یا کمپلیمنت بولو او د $\bar{M}$ سره یې په نخښه کوو٠

پیژند: پوره کوونکی- یا تکمیلډیری (یا د یوې ډیری کمپلیمنت) د یوې ډیری M پوره کوونکې ډیری $\bar{M}$ ټیک هغه توکي لري(بنسټډیری U څخه) ، چې د M توکي نه وي٠

دوه ځله کمپلیمنتډیری جوړول خپلې لومړنی وینا ته ځي ، یاني $\bar{\bar{M}} = M$

دلته یواځې یوه ساده بیلګه راوړو: په یوه کلي کې دوه کورنی د توپیر او برګ کورنی اوسیږي٠ که دا دوه کورنی یو له بل سره خپلوي ونه لري، نو دوي یو له بل سره پوره ډیری یا تکمیلډیری بلل کیږي یاني دا کلی پوره کوي٠

څیرونه mapping یا اړیکي:

یادونه : پام دې وي، چې دا هغه ورسره بلد تابع کلمه نه ده، چې وروسته به ورسره بلد شو٠ په دې برخه کې لومړی د ډیری ضرب کلمه پیژنو یا تعریفوو او بیا د ضرب کلمې کارونه څیړو٠

پيژند ۲ ۰ ۹ : د دواړو ډيريو M يو او2 M ډيريضرب(اتيرانضرب) هم ورته وايي، يانې په x سره ځليږي يا ضربيږي

$M = M_2 \times M_2$

د ټولو تنظيم يا ترتيب شويو توکو $x \in M_1, y \in M_2$ جوړو (x,y) ډيرۍ ده۰

بيلګې

$$M_1 = (a,b\}, M_2 = \{1,2,3\}$$
$$M_1 \times M_2 = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$

د جوړو د غوښتل شوي تنظيم له مخې ځل په ډيريو کې کموتاتيو نه دئ دا په دې مانا، چې په ټوليزه توګه باور نه لري: $M_1 \times M_2 \neq M_2 \times M_1$

۲ – R دې د ټولو ريېلګنونو ډيرۍ وي۰ په هندسي مانا د کرښې د ټولو ټکو ډيرۍ۰ RxR د ټولو ريېلګنونو جوړو ډيرۍ ده، په هندسي مانا د هوارې يا سطحې د ټولو ټکو ډيرۍ ده۰

پيژند : د څېرونې F لاندې د دوه ډيريو د ضربډيرۍ $M_2 \times M_2$ برخډيرۍ پوهيږو۰

پس د جوړه تنظيم شوو توکو ډيرۍ، چې $x \in M_1$ له يوه يا ډيرو توکو $y \in M_2$ سره تنظيم يا بهتره په باندې څېره شي۰

داسې هم ويلې شو: د1 M توکي د2 M په يوه يا ډيرو توکو تنظيميږي يا څېره کيږي۰

که $(x.y) \in F \subseteq M_1 \times M_2$ وي، نو x اوريجنل يا اصلي توکی او y څېره توکی بلل کيږي۰

د ټولو اصلي توکو ډيرۍ پيژندورشو يا تعريفورشو يا پيژندډيرۍ يا تعريفډيرۍ بلل کيږي او د ټولو څېره توکو ډيرۍ د څېرونې ډېرۍ، ارزښتورشو يا ارزښتډيرۍ بلل کيږي۰

بيلګی : $M_1 = \{a,b,c,d\}, M_2 = \{1,2,3,4\}$

د جدول په توګه دM یو توکو څېرونه ونه یا څېره کوونه د M دوه په توکو

څېره توکی اصلي توکه یا څیره کوونکی توکی

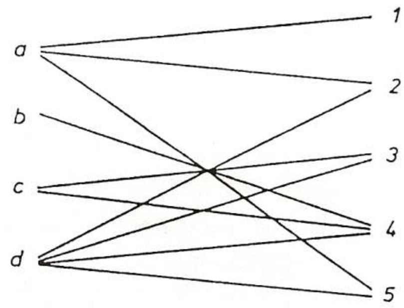
a ----------------------→ 1 , 2 ,5

b ----------------------→ 4

c ----------------------→ 3,4

d ----------------------→ 2,3,4,5

یا دا لاندې:



څیرونه:

F = { (a,1),(a,2),(a,5),(b,4),(c,3),(c,4),(d,2),(d,3),(d,4),(d,5)}

(د M یو او M دوه ډیریو د ټولو توکو جوړو ډیری)

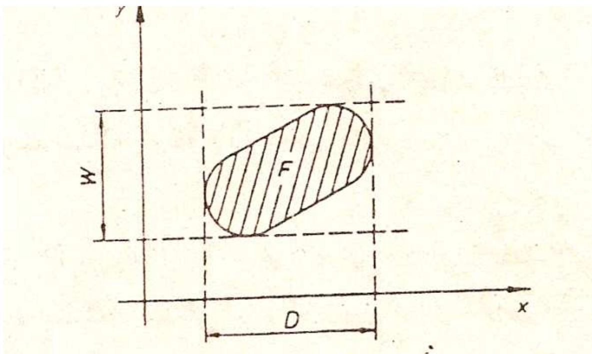


Bild 9.6 څیره

دریم : هر پیداینښتي یا طبیعي ګڼ a د هغه په دوه ځله b=2a باندې ځیره کیږي٠ داسې

پیژند شوې یا تعریف شوې ځیره ونه په لاندې بڼه هم انځوریدلی شي٠

$$F = \{(a,b) \mid a \in N, b = 2a\}$$

دلته هم N د پیداینښتي یا طبیعي ګڼونو ډیرۍ٠ پیژندډیرۍ یا تعریف- د ټولو پیداینښتي ګڼونوډیرۍ ده او ارزښتډیرۍ د ټولو جوړه ګڼونو ډیرۍ ده٠

ځلورم : که M یو په یوه ښوونځي کې د ښوونکو ډیرۍ وي او M دوه په ښوونځي کې د ځانګړو ټولګیو ډیرۍ وي نو ښوونکي، چې په ټولګیو کې درس ورکوي دا یوه ځېرونه ده٠ د ښوونکو ډیرۍ د ځانګړو ټولګیو په ډیرۍ کې

موږ د ځېره ونې ځلور حالتونه توپیروو:

پیژندونه(دې ته دې ګران لوستونکي ښه پام وکړي): لکه په لومړۍ بیلګه کې په ځیره ونه F کې د1 M ، چې تعریفډیرۍ D سره برابر دئ او M2 ، چې له ځیره ډیرۍ , W سره برابر دئ ، توکي مو مخ ته پراته دي٠

له یوې ځیرونې Fغړیږو د1 M په M2 باندې٠ دلته دې « د » او « په » ته پام وي)

وي دې: $D \subset M_1, W \subset M_2$

لکه په دویمه بیلګه کې ، نو د یوې ځیره ونې F غړیږو له M1 په M2 کې (دلته دې

« په » او ,په کې » ته پام ور واړول شي)

وي دې : $D = M_1 \wedge W \subset M_2$

دلته د یوې ځیره ونې غړیږو د1 M په M2 کې دلته دې دریمه بیلګه په پام کې راواړل شي٠

وي دې: $D \subset M_1 \wedge W = M_2$

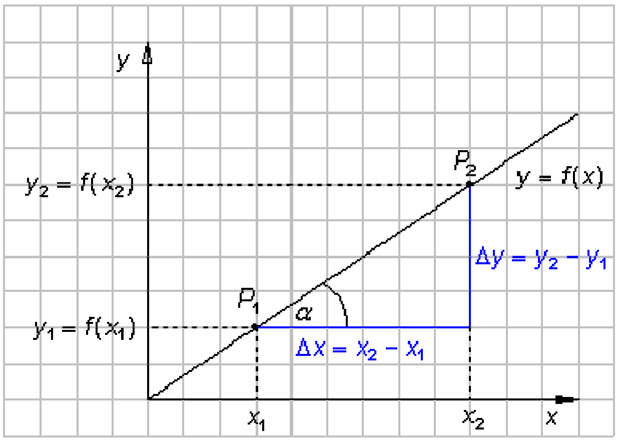
نو د یوې ځیره ونې غړیږو له M1 په M2 باندې٠ دلته ځلورمه بیلګه د بیلګي په توګه راوړو٠ د دې نیونې لاندې چې ټول ښوونکی ځانګړي ټولګیو ته درس ورکوي٠

يادونه : دا لاندي برخه دي ګران لوستونكي وګوري، خو د دې اوس وخت لپاره لږ ستونځمنه ده او شايد ځيرې هم رانه شي، خو كه لږ د شميرپوهني سره بلد شو، بيا پرې پوهيدل ساده دي. زه مخ ته لرم، چې په دې هكله ليكلى كتاب، چې چاپ شوى نه دى دلته پر ليكه كړم، چې هلته بيا دا موضوع لږ غزيدلي ده.

بيلګه ۲ . ۵ : موږ په هواره يا سطحه كې ځرګند شوي كږى د ډيريځل RxR په ځير د برابرونونو له لارې رانيسو(R د رييلګنونو ډيرى د ګنكربنې ټكي دي(ګنونه دې وكتل شي)).

الف) $y = 2x$ يوه ځيره ونه ده د R په R باندې ، ځكه چې باور لري

D=W=R

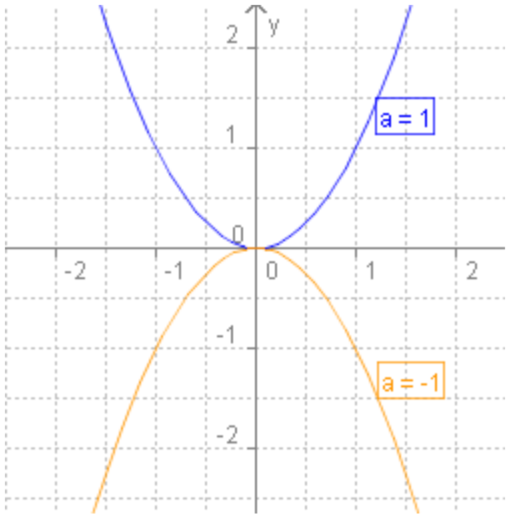


يادونه : په پورته ځيره كې برابرون $y = ax+b$ دى.

ب) $y = x^2$

يوه ځيره ونه ده د R په R كې ، ځكه چې باور لري

$D = R$, $W = [0, \infty]$



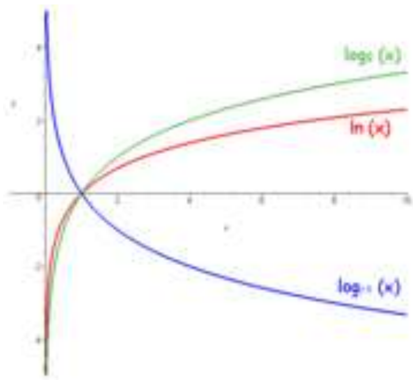
يادونه :

پوته بلواک د $x \mapsto ax^2 + bx + c$ دول دی، چې b = 0 , c = 0 او a = 1 , a = -1 اينول شوي دي.

پ) y = log x

يوه خيره ونه ده له R په R باندي » څکه چې باور لري.

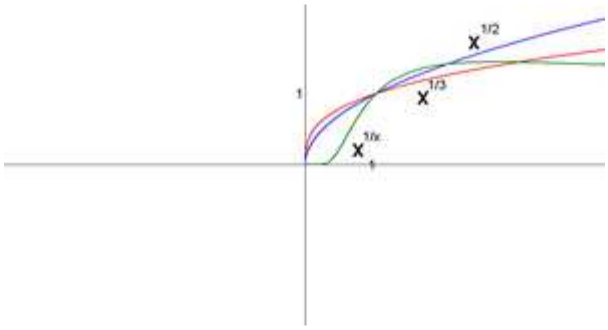
$D = (0, \infty) \wedge W = R$



ت) $y = +\sqrt{x}$

یوه ښیرونه ده له R په R ، ځکه چې باور لري

$D = W[0, \infty]$



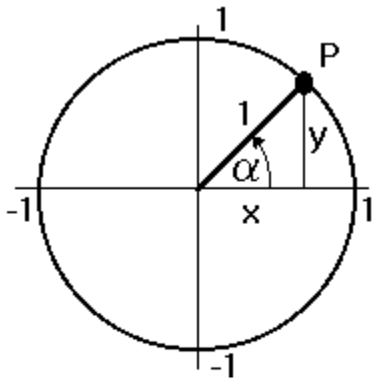
یادونه : پورته د دویې ،دریمې او په x -مې ریښې په مانا دی

ښیرې له ویکي ښخه په مننه راکښته شوي دي٠

پیژند ۲ :یوه ښیره ونه E یواځنی بلل کیږي٠ که هر $x \in D$ په تیک یوه $y \in W$ باندې ښیره شي٠ دا په دې مانا، چې هر $x \in D$ تیک یووار په $y \in W$ تنظیمدیری یا جوړه دیری کې رامنځ ته کیږي٠ یوه یواځنی ښیره ونه فنکشن یا« بلواک» بلل کیږي او یا لکه تراوسه ورسره بلد یو یوه تابع بلل کیږي٠

پام:

دا دې دلته کره په ګوته شوې وي، چې زه « یوازنی ښیره ونه » بلواک یا فنکشن بولم٠



بیلګه ۲ ۰ ٦

په بیلګه ۲ ۰ ٥ کې له الف تر ت پورې ټولې څیرونې فنکشنونه یا بلواک دي۰ د دې پر ځتې لاندې

برابرون (یوونګردی یاني ګردی، چې وړانګه یې یو یوون یا واحد وي څیره ۰)

انځور شوې څیره ونه له R په R کې [-1,1]) D=W) فنکشن یا بلواک نه دی ، ځکه چې اصل دوه څیرې لري یاني که په تنظیمجوړه کې د څیره ونې لړي پرلپسي(لنډ:لړی) بدله شي، نو یوې پرځتې څیره ونې ته راځو:

پیژند ۲ :

څیره ونې F ته پرځتې څیرونه F^{-1} د ټولو جوړو (x,y) ډیری ده له $(x,y)\in F$ سره ۰

پیژند ۲ ۰

یوه څیره ونه یویواځنی بلل کیږي، که یواځنیF او F^{-1} یوازنی څیروه ونې وي، دا په دې مانا، چې که هر $x\in D$ او $y\in W$ ټیک یو ځل په تنظیم کې منځ ته راشي۰

پام : یادونه : د څیرونې نوم څخه باید ونه ډار شو دا څیره ونې څیرې کوونې (که څوک یو کالی یا رخت څیرېکوي)او څیره کوونې توپیر، ځکه سره کیدی شي، چې هغه منځپانګه یې یو له بل توپیر لري۰ موږ پښتو کې نږدې یو ډول لیکونکې ویونه (لغات) لرو، خو دا هغې منځپانګې له مخې توپیریږي۰

ډیری پوهنه د شمیرپوهنې سټه ده، نو په راتلونکې کې به یې نوره هم ژوره وڅیړو او همدا اوس هم نور ګران هیوادوال دې ته رابولم، چې له ما سره ګډ کار یا خپلواک دې کار ته ملا راوتړي۰

ما دا برخه غزولې، چې په خپل شووني وخت کې به ګرانو لوستونکو ته په ځانله توګه د یوه کتاب په څیر هم وړاندې شي۰

۹ . ۵ تمرینونه

۱ – د لاندې ډیري د توکو د شمیرنې له لارې انځور کړې

$\{x < 20$ [illegible]

الف) $\{x \mid x$ لمړی ګڼ او $x < 20\}$ (لوستل: د ټولو ګنو x ډېرل چې x لمړني [illegible] "

ب) $\{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$,

پ) $\{x^2 + x - 6 = 0$ او $x > 0\}$ $\{x \mid$

ت) $\{x \mid x$ رییلګڼ او $x^2 + 1 = 0\}$ [illegible]

۲ – د توکو x, y, z اړلرونوالی و ډیري M ته وڅیړی !

الف) M د لمړنیو ګنونو ډیری

$$x = 4,\ y = 5,\ z = 6$$

ب) M د لاندې مساواتو حلډیری (اوبیډیری)

$$x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$x = 0,\ y = 2,\ z = 3$$

پ) M د ریشنلګنونو ډیری چې په اینتروال $[-3, 3]$ کی پراته دي

$$x = -2,\quad y = \sqrt{2},\quad z = 1/3$$

ت) M د رییلګنونو ډیری چی په اینتروال $[-3, 3]$ کي پراته دي

$$x = -4,\quad y = \sqrt{2},\quad z = 3$$

۳ – د لاندې ډیریو ترمنځ کومی اړیکی پرتی دي

الف) M_1 د ټول جفت ګنونو ډیری

او M_2 د ټولو ټولګنونو ډیری

ب) د ټولو مساواتو $x^2 + 2x - 3 = 0$, حلونو (اوبیو‾) ډیری

$$M_2 = \{-3, 1\}$$

پ) M_1 د ټولو ګنو ډیری چې پر ۶ ویشل کیږي.

او M_2 د ټولو ګنونو ډيری چي په ۳ ويشل کيږي !

او M_3 د ټولو ګنو ډيری چی په ۱۲ ويشل کيږي!

۴ – د ډيری { a,u,t,o } ټول برخډيري ورکړی !

۵ – د لاندې ډيريو څخه ټولنډيری ، غوڅډيري او دواړه ټوټډيري جوړ کړی !

الف) $M_1 = \{ k,a,m,e,l\}$, $M_2 = \{m,a,u,l,t,i,e,r\}$

ب) $M_1 = \{ 2,4,6,.. \}$, $M_2 = \{ 3 ,6 ,9,\dots \}$

پ) $M_1 = \{ x \mid x^2 + x +- 2 = 0\}$, $M_2 = \{x \mid x^2-3x+2 = 0\}$

۶ – د يوه ډيری M او د تشډيري $\emptyset$ ټولنډيری، غوڅډيری او توپيرډيری جوړ کړی !

۷ – د يوه ډيری M او خپل همدې ډيری ټولنډيری ، غوڅډيری او توپيرډيری جوړ کړی !

۸ – وي دي $M_1 = \{ 4 , 8 , 12 \}$ $M_2 = \{ 3 , 6 , 8\}$

$M_3 = \{0 , 2 ,4 ,6 \}$,$M_4 = \{ 6 , 12 , 18 \}$

جوړ کړی : $M = [(M_1 \cup M_2) \cap M_3] \setminus M_4$!

۹ – جوړ کړی

الف) $M_1 \cup (M_1 \cap M_2)$ پ) $M \setminus \emptyset$

پ) $M_1 \cap (M_1 \cup M_2)$ ت) $\emptyset \setminus M$

۱۰ – وي دي

$M_1 \cup M_2 = \{ 1,2,3,4,5\}$,

$M_1 \cap M_2 = 71,3,5\}$

$M_1 \setminus M_2 = \{ 2,4\}$, $M_1 \setminus M_2 = \emptyset$

له دې پورته څخه M_1 او M_2 وټاکی !

۱۱ – وي دي

الف) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ ب) $M_1 \subset M_2$,

وټاکئ: $M_1 \setminus M_2$!

۱۲ – وي دی M_1 , M_2 (د نیمواز) اینتروال ټکي دیري:

$$M_1 = [-3 , 3] , M_2 = [1 , 7]$$

وټاکئ

الف) $M_1 \cup M_2$ ب) $M_1 \cap M_2$ پ) $M_1 \setminus M_2$

ت) $M_2 \setminus M_1$ ټ) $M_1 \times M_2$

۱۳ – وي دي $M_1 = \{ 1 , 2 , 3 \}$, $M_2 = \{ \{ a , b\}$

الف) د $M_1 \times M_2$ ځل جوړ کړئ

ددې لاندې ب) تر ت) برخی تمرین لپاره دي ۹ الف برخه وکتل شي.

ب) دا لاندې کوم ډول څیرونی دي

$F_1 = \{(1,a),(1,b)\}$

$F_2 = \{(1,a),(3,a)\}$,

$F_3 = \{(1,a),(2,b),(3,b)\}$,

$F_4 = \{(1,a),(2,a),3,a)\}$,

$F_5 = \{(1,a),(2b)\}$

په ټولو حلمونو (اوبیو) کی F_1 تر F_5 ورکړئ .

پ) په څې څیرونه ورکړئ

ت) د څیرونو F_1 څخه تر F_5 پورې، کوم یواځنی او کوم حتی یویواځني دي ؟

نښلونه ۱

د اړیکو څخه و فنکشن (تابع) ته د ناپاي ډېریو ترمنځ ناشوني ده چې ټول ټکي په یوه ارزښت سیستم کې رسم شي. د دې لپاره یوڅو مناسب ټکي ټاکل کیږي. څیرونکی باید دا نور پاتې جریان په خیال کې راولي.

د دې لپاره جي لومړی لید پیداکړی شو، یوه ارزښتجدول کاږو.

بېلگه:

اړيکې(د اړيکو ليکدود)

$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \wedge x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \}$

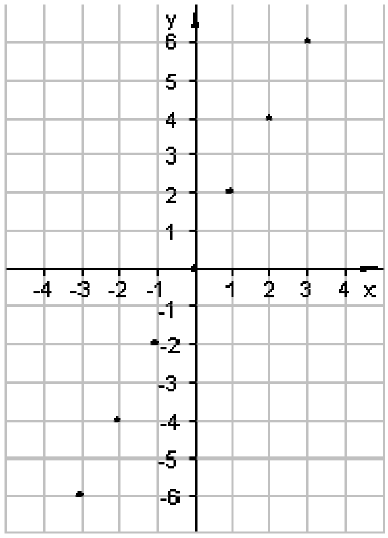
يا

$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}}$

باور لري $R \subset \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

اړېنت جدول او مخامخ گراف

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
y	...	−6	−4	−2	0	2	4	6	...

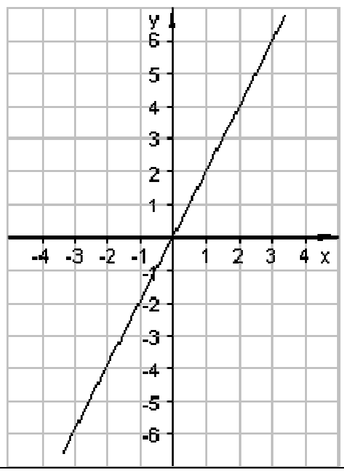


بېلگه:

که اړيکې y = 2x د ريل اعدادو په سټ يا ډېرى شته وي، نو په دې پورې تنها ځانله اعداد اړه نه لري بلکه ټولې جوړې چې د دوي ترمنځ پرتې دي هم.

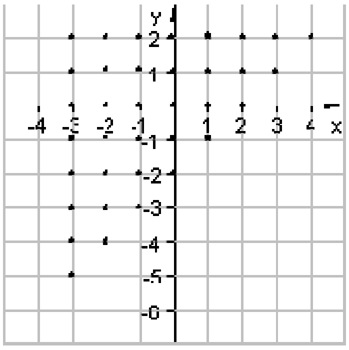
گراف د ناپاي ډيرو ټکو څخه جوړ دی، چي يو د بل سره کښ (ټينگ يا يو د بل سره نږدې) پراته دي. له دې امله دا د کرښې په څېر برېښيز

$R = \{ (x|y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$ $R \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$



$$R=\{(x,y),y\geq x-2\}_{RxR}$$

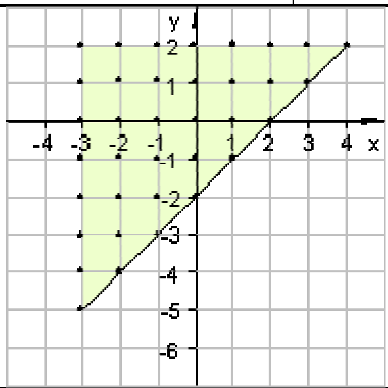
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y		-5								
		-4	-4							
		-3	-3	-3						
		-2	-2	-2	-2					
		-2	-1	-1	-1	-1				
		0	0	0	0	0	0			
		1	1	1	1	1	1	1		
		2	2	2	2	2	2	2	2	
		...	...	...	...	...	...	...	...	



گورور چې :

د $R=\{(x,y),y\geq x-2\}_{RxR}$ لپاره د

اړيکو ټول منځټکي هم په اړيکو پورې اړه لري. ګراف د مثلث (درېګوډي) د سطحې(منځهوارې)ټول ټکي په بر کې نيسي



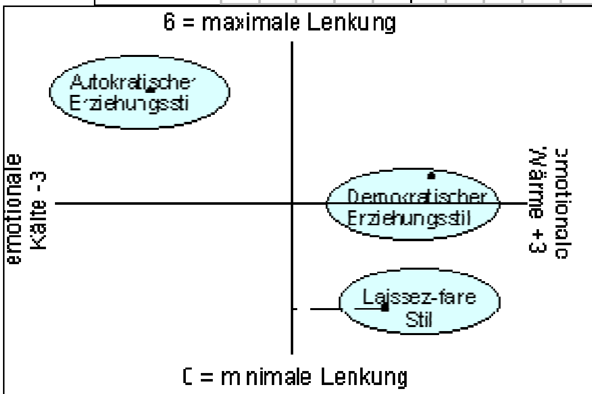
د روځني هر ډول د پام اړوني او د احساساتی ګرمی؟؟ ترمنځ اړيکه ده. که له دواړو سکالو څخه يو کواوردينات سيستم جوړ شي، نو د روځني ستايل ترې انځوريدلای شي.

Skala: Lenkung

0	1	2	3	4	5	6

Skala: Wärme, Rücksichtsnahme, Achtung

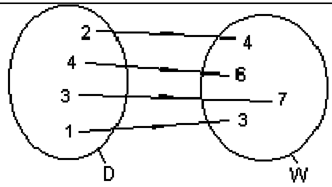
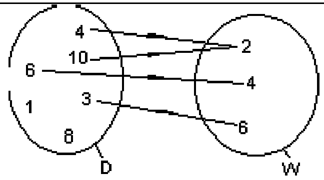
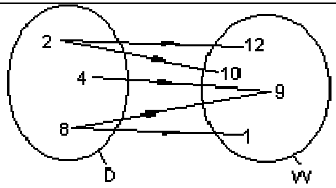
-3	-2	-1	0	1	2	3



ځانګړې د پاملرنې اړيکې، هغه اړيکې دي، چې د هغې له لارې د هر ارزښت سره يو د ارزښت ترتيب شي. داسې اړيکې فنکشنونه يا تابع بولو.

فنکشن(تابع) : تابع یوه اړیکه ده، چې د هغې له لارې د x ارزښت سره، چې له تعریفسټ(-ډېرۍ) څخه دی یو د y ارزښتسټ(ارزښت ډېرۍ) ترتیب یا تنظیم شی.

بیلګې:

 فنکشنن(تابع)، چې هر ارزښت په یوه ارزښت تنظیم شوی وي.	 اړیکي، چې ځنې بې جوړه لري.	 اړیکې، چې یو یې ډېر جوړه ولري

د فنکشن یا تابع لپاره بیلګې: په روغتون کې د تبې اندازه کونه:

اندازه شوې ارزښت جوړې(وخت(وختېکی)، حرارت)، په یوه حرارتي منحني انځورېږي. د په وحت کې ناروغ ټیک یو ټاکلي د حرارت درجه لري.

د یوه کوجني لوئیدل: دلته (وخت، لویوالی) د ارزښت جوړې دي. په هر ټاکلي وخت کې کوچنی یو ټاکلی لویوالی لري.

د ریاضي ابموینه: (د ټکو تعداد، نمرې) یوه اربښت جوړه جوړوي. د یوه ټاکلي ټکوتعداد لپاره یوه نمره شته.

د باندنی ګرمي د یوه ګرمۍ لیکونې(په میزان الحراره) سره په نخښنه کیږي.

(وخت، ګرمي) ارزښت جوړې جوړوي.

یوه ټاکلي وخت ته به یو ټاکلی تودوخي یاحرارت(ګرمۍ) وکښل شي.

د y جوړه چې په هغه یو د x ارزښت ترتیب یا تنظیم شوی وي، د x **فنکشن ارزښت** یا تابع ارزښت بلل کیږي.

دا د f(x) سره په نخښنه کوو(لوستل: د x تابع f یا د x f)

(3) f په دې معنا دی، چې د ا د تابع ارزښت دی، چې د x ارزښت 3 پورې اړه لري.

(4 -) f په دې معنا دی، چې دا د تابع ارزښت دی، چې د x -ارزښت 4 - پورې اړه لري.

تعریف سټ(-ډېری)، ارزښت سټ(-ډېری): .

تعریف سټ (ارزښتډېری) او ارزښت سټ(ارزښت ډېری)   هغه سټ (ډېری)، چې له هغې څخه د x ارزښتونه را نیول کیږي، تعریف سټ(تعریفډېری) بلل کیږي.   هغه سټ(ډېری) چې د فنکشن ارزښتونه y خوندي لري ارزښتسټ(ارزښتډېری) بلل کیږي. دا لنډ د D او W سره په نخښه کوو

په فنکشنونو یا توابعوکي د تنظیم یا نظم قانون په ځاي د یوه فنکشن مساوات کلمه کارول کیږي.

د بیلگې په توگه.3 + y = 2x
د دې لپاره لیکو: $f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x+3\}_{RxR}$

د ارزښتونو د شمیرلو د ارزښت جدول لپاره لیک: $y = f(x) = 2x + 3$

په فنکشن یا تابع کېx خپلواکه اووښتوني یا متحوله بلل کیږي او y بلواکه یا تابع متحوله بلل کیږي. گورو چې دا عمل یا کارونه یو فنکشن دی، چې یو څه په یو بل څه تنظیموي یا ترتیبوي، له دې امله زه د تابع په ځاي زیات وخت د فنکشن کلمه- چې مناسب ده- کاروم.

بیلگه؛

الف: یو ارزښتجدول وکاږئ	$f(x) = \{(x,y), y = f(x) \geq 2x+3\}_{RxR}$
ب) د فنکشن گراف انځور کړئ	تعریف سټ یا تعریفډېری

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \,\}_{\mathbb{Z}}$

$D_f = \{\, -3\,;\,-2\,;\,-1;\,0;\,1;\,2\,;\,3\,;\,4 \,\}$

د فنکشن ارزښتونو شمېرنه:

$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$

$y = f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$

$y = f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$

$y = f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$

$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$

$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5$

$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

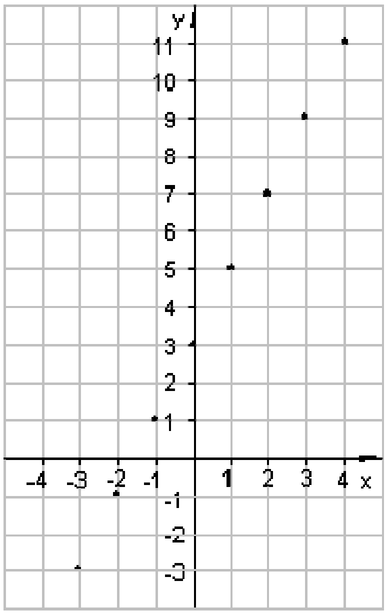
$y = f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 9$

$y = f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

د ارزښتونو جدول:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7	9	11

پ) ارزښت سټ(دېرى) ترتيب کړى



ارزښت سټ(-دېرى) د فنکشنگراف څخه لوستل کېدي شي

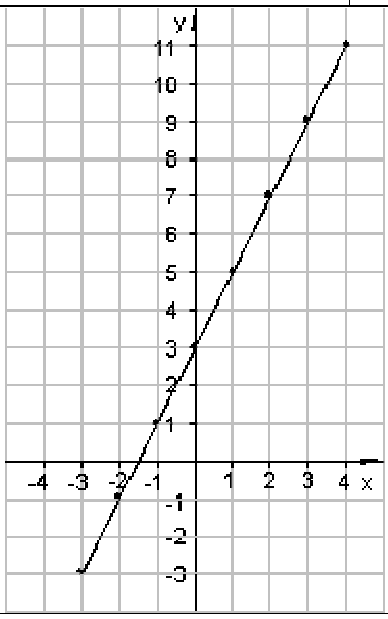
$W_f = \{\, y \mid -3 \le y \le 11 \}_{\mathbb{Z}}$

د فنکشنگراف فقط له ټکو جوړ دي.

که تعريفدېرى و R ته وغزيږي، نو دا په لاندې ډول ليکل کيږي:

$D_f = \{\, x \mid -3 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$

گراف اوس د راکښلي کرښې جوړ دي، چې دا هم کرښه بلل کيږي.



څه مو زده کړي؟ نومونه:

د ټولو نومونو ټولګه

اړیکي	جوړه سټ(-دېرۍ)
غشیدیاګرام	په څت اړیکي
پروت ولاړ یا کواوردینات سیستم	د اړیکو ګراف

د دوي نومونه

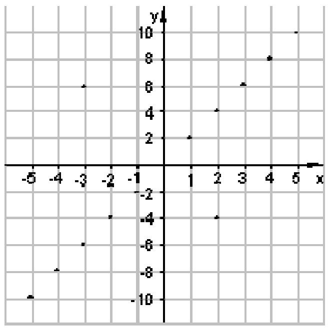
ارزښتجدول	فنکشن(تابع)
فنکشن ارزښت f (x)	خپلواکه اووښتونې(-متحوله Variable x (
بلواکه اووښتونې(تابعمتحوله) y	

د اړیکو پوښتنې

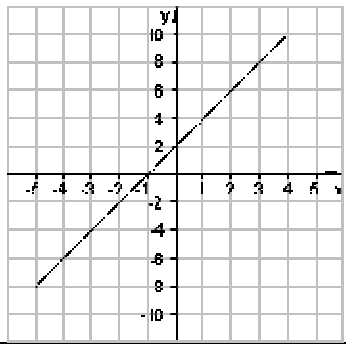
1- د څیره شوو ګرافونو کوم یو د فنکشن ګرافونه دي؟

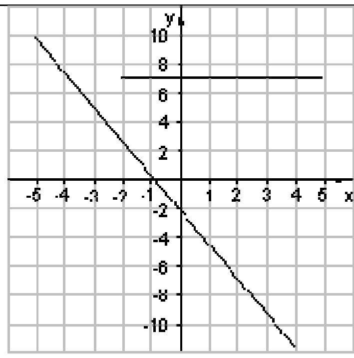
د خپلو اندونو دلایل راوړئ

الف-

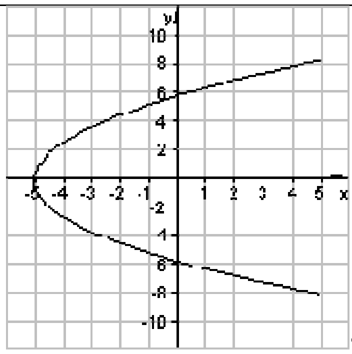


ب-

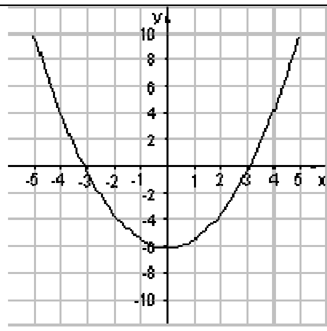




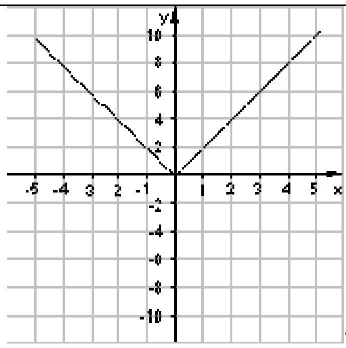
پ-



ت-



ټ-



ث-

2- دلاندې نظم قوانینو څخه يې کوم يو فنکشن مساوات کېدي شي؟

الف- $y^2 = x$ ب - $y = x^2 - 1$ پ - $y = -x^2 + 1$ ت - $y = \frac{1}{x^2} - 1$

3- د فنکشن گراف د ور کړ شوو فنکشنمساواتو سره انځور کړی او په ارزښتست(-ډېرۍ) وټاکۍ.

(a $y = \frac{4}{x}$ $D = \{ x \mid 0 < x \leq 10 \}_{\mathbb{R}}$ (b , $y = \frac{x^2}{4}$ $D = \{ x \mid 0 < x \leq 10 \}_{\mathbb{R}}$

4- فنکشنونه د فنکشن مساوات $y = 4x - 2$ سره په پام کې ونیسی

a) د ټکو ازمایښت سره وازمایی، چې ایا لاندې ټکي د فنکشن په گراف پراته دي که نه؟

P (- 3 | - 14) ; Q (2 | 6) ; R (0 | - 1) ; S (0,5 | 0,25) ; T (10 | 37) ; U (- 5 | -22)

b) د شميرنې په مرسته لاندې پاتې وضعيه قيمتونه وټاکئ، د کومو سره چې لاندې ټکي د فنکشنګراف باندې پراته وي.

P (3 |) ; Q (-1 |) ; R (0,75 |) ; S (22 |) ; T (| -10) ; U (| 0) ; V (| 13) ; W (0 |)

5) $f(x) = 2x - 6$, $f(x) = -4x + 4$

$f(1)$ $f(0)$ $f(-2)$ $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ $f\left(4\frac{1}{2}\right)$ $f(a)$

6) د لاندې ورکړ شوو ټکو لپاره د ټکو ازماينت وليکئ.

(a

$$y = f(x) = \frac{x^2+3}{2}$$

$$P\left(0\,|\,\frac{3}{2}\right) \quad Q(1\,|\,2) \quad R\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3\,|\,6) \quad T(5\,|\,13) \quad U\left(-\frac{5}{3}\,|\,\frac{17}{9}\right)$$

(b

$$y = f(x) = \frac{x^2+3}{2}$$

$$P\left(0\,|\,\frac{3}{2}\right) \quad Q(1\,|\,2) \quad R\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{15}{8}\right)$$

$$S(-3\,|\,6) \quad T(5\,|\,13) \quad U\left(-\frac{5}{3}\,|\,\frac{17}{9}\right)$$

III ځوابونه اړيکي

د **1** حل:

الف-تابع نه ده، ځکه چې زياتو **x** ارزښتونو ته دوه **y** -ارزښونه اړه لري.

ب- تابع، ځکه چې يوه -ارزښت ته ټيک يو –ارزښت اړه لري.

پ-تابع نه ده، ځکه چې ډیرو x -ارزښتونو ته دوه y -ارزښتونه اړه لري.

ت- تابع نه ده، ځکه چې هر x–ارزښت ته دوه y– ارزښتونه اړه لري.

ټ-تابع ځکه چې هر x-ارزښت ته ټیک یو y–ارزښت اړه لري

ث- تابع، ځکه چې هر x ارزښت ته ټیک یو y -ارزښت اړه لري

دویم:

الف- تابعمساوات نه دی. ب- تابع مساوات، پ - تابع مساوات ، ت- تابع مساوات.

تړنه ۲ :

د ډیریو ترمنځ اړیکي

د ډیریو ترمنځ اړیکی دومه برخه Relations دلته هغه د اړیکو په برخه، لکه وعده مو چی کړی وه ، پیل کوو او دا هغه په نامه ناساده اړیکی دي، یانی دا ړیکی د نابرابرو ډیریو ترمنځ هم اړیکي نیسی.

بنسټیزه ریلیشن یا اړیکی:

په ورځنی ژبه کي ،،اړیکي،، په همغه ورسره بلده معنادی. کیدی شي، شیان لیدونکي، واقعیتونه، پیښي او داسې نور یو له بل سره په یوه ریلیشن یا اړیکه کې ودریږي. د دې لپاره چې د داشي شي ځان نیوني یا حالتلپاره شمیرپو هنیز مودل لاس ته راوړو، غواړو چې لومړی یوه څرګنده بیلګه وڅیړو:

بیلګه: دلته دې M د انسانانو یو ډیری او S د ښارونو یوه ډیری وي.

د اړیکو لپاره ټاکو: چی شخص $x \in M$ ښار $y \in S$ کم له کمه یو وار لیدلی دی. دا د M او S توکو ترمنځ اړیکی کیدی شي چې اوس د ټولو جوړو (x,y) له لاري ورکړ شي، د کوم لپاره چی x کم له کمه y یو وار لیدلی دی. دا جوړي د ډیریو M , S د کارتیزي ځل M×S توکي دي. د شمیرپوهنی له مخه دا ځمور د علاقي وړ نه دی چی دا لیدنه دڅه لپاره وه یا ځومره مهم یا زړه پوري وه یا نه. ځمور د علاقي وړ یواځي دا دی

چی کوم توکی $x \in M$ د کوم توکي $y \in S$ سره اړیکو کی ولاړ دی. په دې توګه یواځی د جوړو $(x, y) \in M \times S$ ډیری ده، د کومو لپاره چی x او y یو له بل سره په اړیکو کی ولاړ دي یا شمیرپوهنیزې څیړنی ته یی لار خلاصه ده. د M×S برخه ډیری کړی شي چی ډیر متنیزه اړیکی یو له بل سره ولري. دا مو لاندې تعریف ته لاراښودوي یا رابولي .

پیژند:

د ډیریو یا ستونو M او N ترمنځ اړیکی R لاندې د کارتیزي ضرب یا ځل M×N یوه برخه ډیری پوهیږو، یعني . $R \subset M \times N$ که $(x, y) \in R$ وي، نو داسی هم لیکو xRy او وایو: x او y په اړیکو R کی یو د بل سره ولاړ دي یا یو له بل سره اړیکی R لري .په دې تعریف کی ورکړ شوې اړیکی بینیر binär (یا دوه ځاییزې اړیکی دي، چی دوه ځایزوالی یی دا راپه ګوته کوي، چی هر واري دوه توکی یو له بل سره په اړیکوکی پراته یا ولاړ دی او یا نه. په شمیرپوهنه کی داسي حالتونه هم را منځ ته کیږي چی له دوه زیات توکي یو له بل سره په اړیکو کی پراته او یاپراته نه وي یا اړیکي لري یا اړیکي نه لري، چی دا مو لاندې تعریف ته راهځوي:

پیژند: د M1, M2 , M3 ...Mn ډیریو ترمنځ n-ځاییزې د اړیکی R د کارتیزې ضرب یا ځل , M1×M2×M3...×Mn د n > 1 لپاره، یوه برخډیری ده، دا په دې مانا، چی دا داسی یو ډیری ده چی n –توپل یا ګون (x1,x2,...,xn) چی $x_i \in M_i$ توکی دي. که ټول Mi = M وي د i = 1,2, ...,n لپاره، نو په ډیری M کی له n -ځاییزواړیکو غړیږو یا داn -ځاییزې اړیکي بولو.

بیلګه: موږ په لاندې کی غواړو چی یواځی شمیرپوهنیزې بیلګي راوړو.د دوه ځاییزو اړیکو لپاره بیلګي په لاندې ډول دي:

الف: M=د ریبل اعدادو یا حقیقي ګنونوپه ډیری او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که x < y وي .

ب: لکه په الف) کی او $(x, y) \in R \subset M \times M$ ، که $x = y^2$ وي.

پ: M =د ټولګڼونو ډیری، $(x, y) \in R$ که د x د y یو پرویشونی(مقسوم علیه) وي.

د ترنار یا درې ځاییزو اړیکو (n=3) لپاره لاندې بیلګه راوړو:

وي دې M =د ریيلګڼونو ډیری او $(x, y) \in R$ ، که z = xy (z = x+y)وي. دا چې په شمیرپوهنه کی د اړیکو لاندې د ډیریو کارتیزي ضرب یا ځل برخډیری پو هیږو، هدفمند دئ چی، د ټولنډیری، غوڅډیرئ او کومپلمنت(تکمیل-) ډیری، دډیریو تر منځ اړیکو باندې وغږیږو(دا مو ترمخه څیړلي). په دې ډول کمپلمنت یو دوه ځاییزه اړیکه R ده د ټولوجوړو (x,y) لپاره، د کومو لپاره چی x او y یو د بل سره په اړیکو R کې نه دې ولاړ یا قرار نه لري. غوڅډیری $R_1 \cap R_2$ د ټولو جوړو(همداسی n- -ځاییز) ډیری ده چی په دواړو اړیکو R1 او R2 کی خوندي ده یا ځای لري .لوستونکی دې په بیلګو کی فکر وکړي، په کومو کی چی دا کلمي راځي. بر سیره پر دې د ډیریو ترمنځ له تش اړیکو هم غږیږو. د دې اړیکو لاندې د کارتیزي ضرب یاځل تش برخډیرئ پو هیږو .

بالاخره دا هم ګټور دی که له دې وغږیږو چی ایا R1 اړیکه په R2 اړیکه کی ځاي ده یعني R1 اړیکی د اړیکیR2 رخډیرئ ده، که نه ، د لیکلو دود $R_1 \subseteq R_2$ اوس دې M د انسانانو ډیرئ وي او R1 دې اړیکه » پلار د »او R2 اړیکه » واده له « وي. که $(x, y) \in R_1$ او $(y,z) \in R_2$ وي، نو x د z د میرمنی پلار، یعني د z خوسر دئ. که R3اړیکه » د... خوسر « وي، نو لرو : له $(x, y) \in R_1$)او $(y,z) \in R_2$ لاس ته راځي: $(x,z) \in R_3$

دا مو لاندې تعریف ته رابولي:

تعریف : وې دې $R_1 \subset M_1 \times M_2$ او $R_2 \subset M_2 \times M_3$ دوه ځاییزې اړیکی. نو د R1° R2ځل یا یوځایوالی (کمپو زیشن) په لاندې ډول د M1 او M2 ترمنځ اړیکی دي: (پام دې وي چی په دې تعریف او لاندې بیلګه کی له کیڼ و ښي لور ته لوستل کیږي)، داسی حالتونو ته دې د لوستونکو تل پام وي.

$R_1{}^oR_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \ , z \in M_3$ ، .

$R_1{}^oR_2 = \{[x,z] \mid x \in M_1 \ , z \in M_3$ ، سره (x,z)€R2 او (x,y)€R1 شتون لري، د y€M1 یو }

پس لرو $x(R_1 \circ R_2)z$ هلته او هلته كه د يوه y لپاره xR_1y او yR_2z باور ولري.

بېلګه: وي دې:

$$M_1 = \{a,b,c\}, \quad M_2 = \{\alpha, \beta, \gamma\}, \quad M_3 = \{1,2\}$$

او

$$R_1 = \{(a,\alpha),(a,\beta),(b,\alpha),(c,\beta)\}$$
$$R_2 = \{(\alpha,1),(\alpha,2),(\beta,2),(\gamma,1)\}.$$

نو لرو

$$R_1 \circ R_2 = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2),(c,2)\}$$

دبېلګي په توګه لرو $(b,1) \in R_1 \circ R_2$ ، ځکه چې $(b,\alpha) \in R_1$ او $(\alpha,1) \in R_2$

يادونه : كيدی شي چي R1 ° R2 تش اړيكي هم وي. دا حالت يوائې او يوائې هلته مخ ته پروت دئ ، كه د كومی جوړې $(x,y) \in M_1 \times M_2$ لپاره يو $y \in M_2$ د پورته تعريف د خويونو سره سم شتون ونه لري يا موجود نه وي.

كه R1 , R2 , R3 .:د ډيريو M2 , M1 همداسیM3 , M2 او M3 , M4 تر منځ اړيکی وي نو د يوځايوالی يا ځنځيروني لپاره لاندې اسوشياتيو قانون باور لري:

(R1 ° R2) ° R3 = R1 ° (R2 ° R3)

ښوونه يی د ضرب يا ځل تعريف د استعمال له لارې ساده ده. د اسوشياتيو قانون اجازه راكوي چي له ډير واره ضربولو يا ځلولو وغږيږو چی جوړول يی د نوكان ايښولو خپلواك دي. د ساده والی له دې Rm ، ...,R 2 ، R1 په ډيری M کی ۲ - ئيزې اړيكي وي .نو Rm °..... ° R1 ° R2 له ټولو هغو جوړو (x,y)جوړ دئ، د كومو لپاره چی غړي x = x0 , x1 ,..., xm-1 , xm = y موجود وي $(x_{i-1};x_i) \in R_i$ د سره د i = 1 , m , ...لپاره. موږ دې ته پام راګرځو، چی په ډيری M کی د اړيكو R2 , R1 يوځايوالی کی كموتاتيو قانون باور نه لري يعنی

$$R_1 \circ R_2 \neq R_2 \circ R_1$$

پیژند: وي دې $R \subset M \times N$ یوه دوه ئیزه اړیکه. د R په څټ اړیکه R-1 R^{-1} بیا لاندې دوه ئیزه اړیکه د $R^{-1} \subset N \times M$ د N او M ترمنځ ده:

$$R^{-1} = \{(y,x) \mid y \in N,\ x \in M,\ (x,y) \in R\}$$

د بیلګي په توګه اړیکه »کوچنی له « د ټولو ریبلو ګنونو سټ یا ډیری کی د» لوي له « په څټ یا چپه یا مخامخ اړیکه ده .

جمله: که R2 , R1 په M کی اړیکي وي ، نو لرو:

$$(R1 \circ R2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$$

او

$$(R_1^{-1})^{-1} = R_1$$

حل(اوبی) : دویمه غوښتنه د تعریف پسی ترلی لاس ته راځي. ددې لپاره چی لومړی مساوات حل یا ابی کړای شو، لیکو، چی $R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ څه مانا لري:

R2- ² °R1-1 = { (x,y) |

$$R_2^{-2} \circ R_1^{-1} = \{ (x,y) \mid \text{یو موجود دی } y \text{ د دې سره } (x,y) \in R_1 \text{ او } (y,x) \in R_2 \}$$
$$= \{ (x,z) \mid \text{موجو د دی } y \text{ د } (y,x) \in R_1 \text{ او } (z,y) \in R_2 \}$$
$$= \{ (x,z) \mid \text{دی } (z,x) \in R_1 \circ R_2 \}$$
$$= (R_1 \circ R_2)^{-1}$$

پای

په دې برخه کی د اړیکو انځورولو غړیرو چی لیدوړ وي . دا طبعآ د پای سټ یا ډیریو لپاره کړای شو او چی نسبتآ کم غړي ولري. لومړی امکان یی د ماتریکس په څیر انځورونه ده(دا دې زما د شمیرپوهنی کتاب) بنسټونه (۱۱ الف برخه کی وکتل شي(او یا د یوه جدول له لارې. وي دی R M×N یوه اړیکه |M| = m او . |N| = n موړ د Rاړیکو ماتریکس لاس ته راوړو، په کوم کی چی موړ ته یو دوه دیمنزیونال) دوه

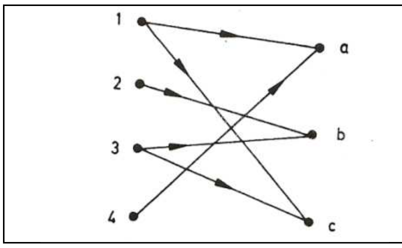
اړخیز یعنی جدول په هواره کی . یادونه : کربښه یو اړخ، هواره دوه اړخه او هوا یا فضا دریږ اړخیز بلل کیږی (Dimension پراخیدونی، دا په دې مانا، چی د بیلګي په توګه یو تن یا بدن یا هغه په ورسره بلد نامه جسم دریږ دیمنزینال دئ یانی دریږ لورو ته پراخیدئ شي جدول په لاس راځي چی m لیکي او n درځونه ولري او هره لیکه همداسی درځ یو د M توکی همداسی د N توکی باندې تنظیم شي)

دلته باید هر توکی تیك یوځل رامنځ ته شي(. د x € M لیکی یا کیلي د y€N د درځ غوځي په ځاي 1 لیکو، که x,y) € R) وي په غیر له دې0 . په دې ډول R پوره تشریح شو. په M کی د یوې اړیکی لپاره جدول یو څلوری - بیزي - یا مربع ماتریکس د ی د | M |لیکو اودرځونو سره

بیلګه: وي دې M = {1,2,3,4}; N={a,b,c,d} او

R={(1,a);(1,c);(2,b);(3,b);(3,c); 4,a)}

نو د ماتریکس یا جدول په لاندې شیما کي ورکړ شوی دی



	a	b	c
1	1	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0

یا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

»پورته او د راتلونکی مخ)

بل امکان یی د غشو دیاګرام انځورونه ده (لور لرونکی کربښی). د لته د M او N توکی یو په بل ولاړ انځوریږي او x څخه و y ته »غشی وکاږي که $(x, y) \in R$ وي .دا

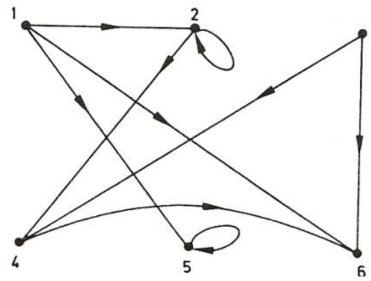
اړيکي په ش ؟؟؟ کي ليدل کيږي دا انځورونه داسی په نامه جوړه لورلرنکی ګراف ورکوي. که بالاخره R يو دوه ځاييزه اړيکه په M کي وي نو ګراف کيدی شي نور هم ساده وليکو.

د M هر توکی په يوه ټکي يا » غوټه « تنظيميږي او د M تنظيم شوي توکی سره په نخښه کيږي. نو بيا له x څخه و y ته بيا يو غشی کاږو، که R € (x,y) وي. يو لور لرونکی ګراف لاس ته راځي .

بيلګه : وي دې{1,2,3,4,5,6} = M { ،او

R={(1,2),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(3,4),(3,6),(4,6),(5,5)}

د R ګراف په لاندې ځيره کی انځور شوې



ځيره ۶

دا څرګنده ده ، چی لکه څنګه چيه، داسی لوريز ګراف يوه اړيکه انځوروي. که وي) x,x(C R، نود R ګراف په x کی يوه راګردونکی يا کړی لري.

د اړيکو لپاره ټاکلی کارونی يا کاروايي يا عمليي له دې انځوروني سره ښه بيانيدلی شي. د R لپاره جدول څخه د R د کمليمنت جدول لاس ته راځي، که د هر 0 په ځاي 1 او د هر 1 په ځاي 0 وليکل شي، په څټ اړيکي R^{-1} هغه جدول دی، چی ليکه) دا ما زياتو ځايونو کی کيله لکلی(د درځ) درځ يانی ولاړه کيله يا ليکه (په ځاي او درځ د ليکی په ځاي ځاي په ځاي شي) زما د شميرپوهنی کتاب۱۱ الف برخه دې پرتله شي(، نو ترانسپوني ماتريکس لاس ته راځي. جدول و R2 ° R1 ته د ماتريکسونو د ځل څخه لاس ته راځي) زما د شميرپوهنی کتاب ۶ الف برخه دې وکتل شي (د R1 او R2 جدولونو) په همدې لړبيرليسی)که په ځل ماتريکس کی له 0 نابرابر په ځاي 1 ځاي

کړي. د R-1 ګراف د R له کراف څخه داسی لاس ته راځي چی د R ګراف کی « غشی راچپه یا راوګرځول شي«. د R1 ° R2 په ګراف کی د x څخه و z ته غشي شته که y لپاره یو غشی د x څخه و yته غشی موجود او له y ځخه و z ته یو غشی موجود وي.

د دې ګراف سره د جملی ۹ الف ۱ ښوونه او د اسوښاتیو قانون په ساده توګه لیدل کیدی شي. لوستونکی دې داجملي د ګراف په مرسته فرمول بندي کړي .

د اړیکو ځانګړي ټولګي

په ډیری M کی دوه ځاییزې اړیکی د M×M برخډیری په څیر ګڼو. په M کي یوه ځانګړې اړیکه کټمټوالی اړیکه په M کی ده او په لاندې ډول یې پیژنو یا تعریفوو

$$I = \{(x,x) \mid x \in M\}$$

د I سره هر توکی خپل ځان سره په اړیکو کی ولاړ دی، مګر دوه توپیریدونکی توکی یو د بل سره په اړیکی I کی نه دي ولاړ. په څرګنده توګه باور لري .I = I-1 د I ګراف په هره غوټه کی یوه ګردونکي) کړۍ(لري. او په غیر له دې بل غشی نه لري. د I جدول یوونماتریکس دئ

پیژند: اړیکه R په M کی رفلکسیو (reflexive)بلل کیږي، که باور ولري: $I_, \subset R$
دا په دې مانا چی د ټول x € M لپاره لروR € (x,y) د یوه رفلکسیو اړیکی ګرافیکي انځورونه کی ګراف په هر ټکي یوه کړۍ راګرځوي. د یوه رفلکسیو آړیکي بیلګه د رییل ګڼونو په ډیری کی د » کوچني یا لوي « اړیکي دي او په یوه هواره کی د غبرګو کرښو ډیری .د یوه رفلیکسیو اړیکی له مخه یو څو لاس ته راوړنی راوړو چی لوستونکی دی د ګراف له لارې و ازمایي

۱) که R رفلکسیو وي نو R^{-1}هم

۲) که R 2, R1 رفلکسیو وي نو R1 ° R2 هم

۳) که R رفلکسیو وي نو لرو $R_, \subset R \circ R$ که یوه اړیکه R کومه جوړه (x,x),x € Mونه لري نو R ایرفلکسیو دی. دلته R ټیك هلته یعني هلته او هلته رفلکسیو دی چی د R کمپلمنت ایرفلکسیو وي. اړیګي » و... ته اورتوګونال« یو ایرفلکسیواړیکه ده د

يوې هوارې د کرښو ډيرۍ کی ، ځکه چی کرښي د خپل ځان سره پخپله اورتوګونال نه دي يا په بل عبارت : هيڅ کرښه د ځان سره اورتوګونال ده يانی په ځان نيغه نه شی دريدلی. په ايرفلکسيو ګراف کی کوم تکی ګردۍ يا کړۍ نه لري.

دا په ګوته کوو چی، يوه اړيکه هم نه رفلکسيو او هم ايرفلکسيو کيدی شي. ددې سره سم د ا دا مانا لري چی R «رفلکسيو نه دی«، نو يو x شته د کوم لپاره چی لرو (x,x) € M

پيژند: يوه اړيکه R په ډيرۍ M کی سيومتري بلل کيږي، که له) x,y) C R څخه لاس ته راشی .) y,x) € R) په نورو کليمو: دۍ x,y)€ R) تيك هلته يا هلته او هلته يا هلته اوپه څټ، که) y,x) C R وي او همداسی که R = R-1 وي.

د يوه سيومتري اړيکی ګراف اړيکي کی تيك هلته له x و y ته غشی شته که له y و x ته هم يو غشی موجود وي. سړی واي چي لوريز ګراف سيومتريك دۍ. د سيومتري اړيکو ماتريکس سيومتريك دی، په دې ډول چی په اصلي نيمي) قطر(يوه هندارونه) له کيڼ پورته و ښي لور کښته ته (په خپل ځان پريوزي.

بيلګه : اړيکي » غبرګ و... ته«) يا » اورتوګونال Orthogonal و... ته «(د يوې هوارې کرښي يو سيومتري اړيکه ده. اړيکی » ورونه د« په همدې ډول د انسانانو په ډيري کی سيومتريك اړيکي دي .

پيژند : يوه اړيکه R په ډيرۍ M کي اسيومتريك، که له (x,y) € R څخه لاس ته راشی y,x) € R (.

د دې سره يوارزښته دا هم دۍ.

په اسيومتري اړيکو کی زيات تر زيات يوائي د يوې لورې يو غشی شته او له دواړو خواوو دا ناشونی يا ناممکن دی. ددې په څټ مانا لري R «نا سيومتري دی« تيك هلته چی يو غشی) x,y(موجود وي، په کوم کی چی په څټ يا چپه لورکی دا غشي « (y,x)نه وي موجود.

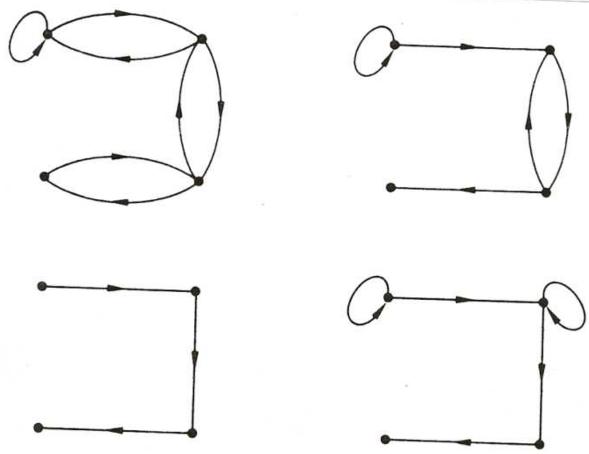
د بیلګي په توګه اړیکی » لور د« یا »ځوي د «اسیومتري دی د ټولو انسانانو په ډیري کی. یو اسیومتري اړیکه حمتي ایرفلکسیو ده) په ګراف کی ګردی یا کړی نه شته .)ځګه چی له R € (x,x) لاس ته راځي R € (x,x) ، نو یو مخامخوالی یا تضاد دی. که R اسیومتري وي، نو-۱ R هم .بیرته اړیکي شته چی نه سیومتري وي او نه اسیومتري. د اړیکي د » وررور د « د ټولو انسانانو په ډیری کی دا حالت دی. سری د نا سیومتري او اسیومتري اړیکو ترمنځ توپیر   باید وکړای شي. بالاخره یوه دریمه کلیمه هم شته، کومه   چی له دواړو توپیر لري

پیژند : یوه اړیکه R په ډیری M کی انتیسیومتري بلل کیږي، که له R € (x,y) او(R € (y,x څخه لاس ته راشی x = y .

له دې سره ورته (اکویوالنت) دی. I ⊂, R^{-1} R∩

په یوه انتیسیومتري اړیکی کی کیدی شي ددوه مختلفو ټکو   ترمنځ زیات تر زیات یو غشی) یواځي په یوه له دې دوه لورووجود ولري(چی د اسیومتري اړیکو په خلاف ګردوني) کړی   )هم وجود لري.

بیلګه   : اړیکی » کوچنی یا مساوي «(≤)د طبیعي اعدادو یا -ګنونو ډیری کی انتیسیومتري) او رفلکسیو(دی همدا ډول د یوې ځای په ځای ډیری برخدیریو اړیکيA B ⊂,د برخدیریو A,B لپاره انتیسیومتري دي .په لاندې څیرو کی لومړی ګراف یو سیومتري ښایي، دوهم   نه سیومتریکي) مګر نه اسیومتریکي(، دریم یو اسیومتریکي او څلورم یو انتیسیومتریکي اړیکي په ګوته کوي .څیره ۷



پیژند : یوه اړیکه R په یوې ډیرۍ کي ترانسیتیو ده،که له R € (x,y) او R € (y,z)څخه لاس ته راشي R € (x,z) د دي سره مساوي ارزښته لاندې شرایط R ° R R هم دي

څیره ۸

د Rاړیکی ګراف لپاره ترانسیتیویتيTransitivity په دې مانا دی، چی د x څخه و yته د غشي موجودیت او له y څخه و z ته د غشي موجودیت څخه د غشي موجودیت له x څخه و z ته لاس ته راځي .

بیلګه : اړیکی » یو سرك د .. په منځ کی موجود دی « د یوه هیواد ښارونو په ډیری کی ترانسیتیو دی، اړیکی ≤ په R کي ترانسزیتیو دي، همداډول ترانسیتیواړیکه ده، د ډیری M په پوتنځډیری P(M)کی

هرې اړیکی R ته په M کي یو یواځنی تاکلی » کوچنی » ترانزیتیو اړیکه T په M کی موجود ده د T ⊂, R سره .دلته » کوچنی « په دې مانادی، چی S « ترانسیتیو

دی او له » S ⊂, R لاس ته S ⊂, T راځي. نو Tداسی لاس ته راځي

T = {(x,y)| (x,y) € R او یا غړي z0 , z1 ....zm شته د

(x,z0) € R, (zi-1,zi) € R , i = 1,...,m او { (zm,y) € R } د R اړیکی ګراف کی، دا په دې مانا دی، چی د x څخه و y ته یو غشي کښل کیږي که څوك د یوه تاکلي غشي) د Rپه اوږدوالي له x څخه و y ته راتلی شي. اړیکي T د اړیکی R ترانسیتیو پټونی، پوښ یا(سمځ) بلل کږي.

بیلګه : په مخ ته تیر سیومتریك لپاره پیژند کی ښی ګراف د کیڼ ګراف انځوروني لپاره یو ترانسیتیو پټوني دی یا سمځ ده .

ایکویوالنتریلیشن یا برابرې اړیکيیادونه

دې ته که هم ارزښته - یا همغه ارزښته اړیکی وو ایو ښه به وي، خو ما دا په کتاب کی برابرې اړیکی بللي . د اکو -یوالنت مانا هم ارزښته ده .

پیژند یا تعریف :

په ډیری M کی یوه اړیکه R برابر اړیکه یا هم ارزښت اړیکه بلل کیږي، که هغه رفلکسیو، سیومتري او ترانزیتیو وي. که xRy وي نو وایو چی x : و y سره برابر دی) د اړیکی R لاندې)

بیلګه :

د مساوات (برابرون) اړیکه یوه برابر اړیکه ده (هر توکی یوائي و خپل ځان سره برابر یا د ځان سره اکویولیت دی(. اړیکه » غبرګ و....ته « په هواره کی د کرښو ډیری کی برابر اړیکه ده. په Z کی د xRy اړیکه ، که x او y د 5 باندې ویش سره همغه پاتی) باقي(ولري، برابر اړیکه ده .په M کی دې R یو برابر اړیکه وي او x € M, نو لیکو: $R[x] = \{ y \mid (x,y) \in R \}$

او R[x] د x برابر ټولګي و R ته بولو R[x] .د ټولو x څخه د R لاندې د M توکو څخه جوړ دی.

جمله : دوه هم ارزښته یا برابر ټولګي R[x] او R[y] د R هم ارزښته اړیکو له مخی یا کټمټی دي او یا پردی..

حل یا اوبی: R[x] او R[y] دې بیګانه نه وي. موږ ښایو چی دانو ګټمټی دي. موږ یو غړی z له R[x] ∩ R[y] ټاکو، چی باور لري (R € (x,z) او R € (y,z) پس (z,y)€R هم. له دې سملاسي لاس ته راځيR € (x,y) ، ويدې v R[x] €په خوښه،

نو R(€ v,x) لرو. د R € (x,y) له امله لاس ته راځي R € (v,y) او له دې امله v € R[y], باور لري :

R[x] ,⊂ R[y]

په ورته ډول ښايو چې R[x] ⊂, R[y] او له دواړو لاس ته راځي R[y] = R[x] .

پيژند : وي دې M يو ډيرى او Ai , i € I يود ناتشو د M برخډيريو ډيرى Ai.د M ډيرى پارتيشن (Partition(تجزيه يا ټوټونه جوړوي، که له i ≠ j ځخه $Aj = \theta$ Ai ∩ لاس ته راشي او که ولرو

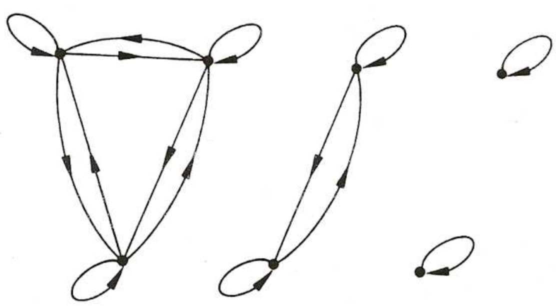
$$\bigcup_{i \in I} A_i = M$$

وايو: ډيرى M د Ai ځخه پردى ټولنه ده.

جمله : په M کى د يوه ورته اړيکى پسى Ai ورته ټولګي د M يوه تجزيه يا ټوټونه جوړوي.

حل (اوبى) : دا يو شرط د اخرنى جملى ځخه لاس ته ائي. دا چى يو ورته اړيکه رفلکسيو ده، نو تل باور لري x € R[x] او له دې امله هر د M توکى په يوه برابر ټولګي کي پروت دى*.

په ګراف کى په ساده توګه پيژندل کيږي چى برابر اړيکى ورته ټولګي دي. دا په ګراف کى د ټکو هغه ډيرى ده، په کومو چى. دوه ټکي په يوه غشي سره تړلي دي. د بلى ځيرې ګراف (لاندې ځيره(يو ورته اړيکه انځوروي.



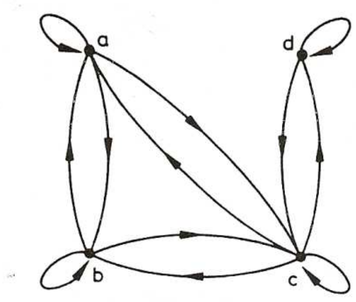
موږ وليدل چې د ډېرۍ M هر ورته اړيکې پوري په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه اړه لري. له دې يې په څټ هم باوري کيږي. وې دې Ai , i € I په M کې يوه تجزيه يا ټوټونه ده، نو کيدی شي چې په M کې يوه اړيکه R په لاندې ډول تشريح شي.

دا چې (x,y) € R هلته او هلته باور لري، کله چې يو i € R شتون ولري د x€ Ai او y € Ai سره. په ساده ډول ليدل کيږي چې داسی اړيکه R يوه برابرون - يا مساوات اړيکه ده او د هغي ورته ټولګي همدا د Ai ډيرۍ دي. د تجزيي څيرنه په همغه مانا ده لکه د برابر اړيکو څيرنه کيدی چې برابرون اړيکی R د برابرون نخښونی ټوليزوالی ياعموميت په توګه ونيول شي. اړيکه R وايي يا افاده کوي، چې توکي x,y د xRy سره، د يوه ځانګړي ليددود له مخی »برابر يا مساوي« وليدل شي. دا ډيرواره د x او y لپاره دمساوي ارزښت « نخښنو يا علامو« د M توکو خويونو په څير افاده کيدی شي يا ويلکيدی شي. دوه نفره ورته بلل کيږي، که يو ډول سترګي يا همغه تابيعيت يا يو ډول غوږونه اوداسی نور ولري. دوه ټولګنونه ورته دي، که د يوه ټولګې سره په ويشلو وروسته همغه پاتی ولري .يو ورته ټولګي د دې نخښنو يو ټاکلی ارزښت په ګوته کوي.

حالت په بل ډول دی، که اړيکی S سره د انسانانو په ډيرۍ کي xSy وي، داسي چې x او yپه يوه شريکه ژبه باندې واك ولري S .رفلکسيو او سيومتريك دی ، مګر په ټوليزه يا عمومي توګه ترانزيتيو نه دی. داسی اړيکي زغموالي اړيکی يا زغموږ اړيکی (تحميلکيدونکي اړيکي) بلل کيږي. څکه چې x او y يو بل »زغمی« يا»تحمل« کوي، په داسی توګه چې يو له بل سره په خبرو پوهيږي. دلته د ورته ټولګي په ځاي د زغم - يا تحمل ټولګي منځ ته راځي، د جوړه زغموږ يا تحمل کيدونکو توکو , x,y دا په دې مانا د توکوسره .xSy دا په ټوليزه - ياعمومي توګه نور جوړه ډوله بيګانه نه دي. يو غوره بيلګه يې په ډيرۍ M کې داسی لاس ته راځي چې د توکو لپاره يې واټن d ټاکلی وي .
اړيکه R داسي پيژندلکيږي xSy :هلته او هلته، که d(x,y) ≤ a د يوه کره څرګند a > 0 لپاره باور ولري. دا توکي يو له بل سره د زغموږ يا تحملوږ دي، که د هغو واټن يا فاصله زيات تر زيات مساوي a وي، يعني که دا توکي زيات تر زيات يو له بل څخه aتوپير ولري. که M = R وي، نو د بيلګي په توګه |d(x,y) = |x-y يو ناسب واټن دی. لاندې ځايره ديوه تحملووالي اړيکه په ګوته کوي، که کوم کی چې {a,b,c} او { {c,dزغملوالی - ياتحملوالي ټولګي دي.

نظم اړیکی

په ډیرو حالتونو کی ، له شمیرپوهنی دباندې کیدی شي د ځانګړو ډیریو توکو ترمنځ اړیکی لکه » کوچنی له » ، «کم له « ، »کمزورله «، » خوندور له« او داسی نور ، ولیدل شي. د ټولو دا ډول اړیکو ترمنځ شریکخویونه شته، چی په ګنپوهنه کی د اړیکو د بنسټ په توګه ټاکل کیدی شي،



پیژند: په ډیری M کي یو نظم اړیکه یا لنډ نظم، رفلکسیو، انتیسیومتري او ترانزیریتیو آړیکه R ده.

که R یو نظم وي او R € (x,y)، نو زیات وخته داسي هم لیکو x ≤R y یا x ≤ y .

که R € (x,y) او x≠ y وي، نو ددې لپاره لیکو x <R y ، په داوړو حالتونو کی ایندکس یا پیژند نخښه نه لیکو، که څرګند وي چي کوم نظم مو غوښتنه یا مطلب دئ .

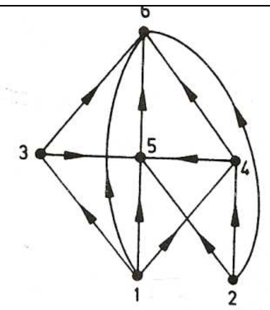
بیلګه : اړیکه » کوچنئ یا برابره« د ریيلو ګڼونو ډیری کی یو نظم دئ. اړیکی » په کی ځاي ده یا په بر کی نیولی ده یا خوندې ساتي« د هره ډیری توان)پوتنځ(ډیری کی نظم دی. اړیکه y x ویشي » د طبیعي ګڼونوډیری کی نظم دئ .د پورته کلیمي تر څنګ د کلك نظم کلیمه هم موجود ده. یو کلك نظم په M کی یوه اسیومتري او ترانزیتیو اړیکه ده. اړیکي R ته د S € (x,y) سره S هلته او هلته یو کلك نظم اړیکه ده، که وي . x <R y ددې په څټ هم باور لري

پيژند: دوه د ډيرئ M توکي x , y په M کی د اړيکی R په نسبت يو بل سره پرتله وړ يا مقايسه وړ دي که R ∋ (x,y) او R ∋ (y,x) باور ولري..

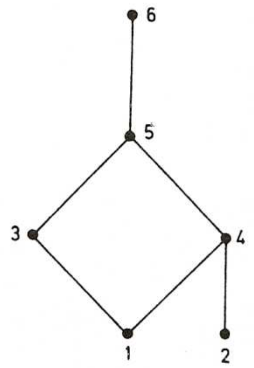
په دې ډول هر توکی د خپل ځان سره پرتله کيدونکی دئ. مګر په ټوليزه توګه نسبت و نظم R ته هر دوه توکي پرتله کيدونکي نه دي. لکه په يوه توان ډيري M کی M | < 2 |تل يو برخه ډيری په بل برخه ډيري کی خوندي نه دی.. په طبعي يا پيدايښتي ګڼونو ډيري N کي نسبت و نظم x y « ويشي » هم دوه طبيعي ګڼونه د پرتلي وړ نه دي. دا مو لاندې ته راهځوي.

پيژند : يو نظم R په ډيری M کی توتال يا پوره بلل کيږي، که د M هر دوه توکي نسبت و R ته پرتله وړ وي. په بل ډول R ټوټه نظم يا برخه نظم ويل کيږي) په انګليسي کی) poset for partially orderd set

بيلګه : نظم » کوچني يا برابر« په رييلو ګڼونو کی يو توتال يا ټول يا مکمل نظم دی. د M توان ډيری | 2 > | M کي خوندې ساتنه يا ځايونه يو برخه نظم دی، همدا ډول اړيکي x « ويشي » y په(Z د ټولګڼونو ډيری(کی دا به داسی ګرامري ټيك ووايو :په Z کی په x باندې y ويشلی(. موږ يی داسی لولو y,x ويشي، خو ما ځکه بيل سره وليکل چی اشتباه منځ ته رانه شي:



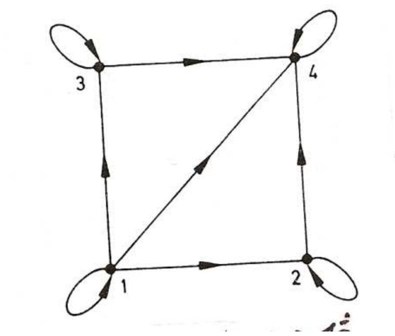
.4.1



د نظم اړيکو انځورونه په يوه پای ډيری M کی کيدی شي د په نامه هازې Hase دياګرام نظم له لارې ساده شي. دا په دې ډول لاس ته راځي : د M هر توکي لپاره يو ټکی ټاکي او د همغه ټکی سره يې په نخښه کوي. ټکی a , b ټيك هلته په يوه پای کرښي سره تړل کيږي، که a , b يو له بل سره پرتله کيدونکي وي او » ګاونډي« وي. دلته b د a پورته ګاونډی دئ) په انګليسي کی ,)" b covers a " که a < b او کوم c موجود نه وي، د کوم لپاره چی باور لری (a < c < b د a او b ترمنځ کومه c نه شته(. که b

د a پورته ګاو ندی وي نو aد b ښکته یا کښته ګاونډی دی ، یعني a او b ګاونډي دي یا څنګ په څنګ. ددې لپاره چی نظم د هازې-دیاګرام څخه په یواځنی توګه بیرته جوړ کړو، نو په دې پریکړه کوو چی b له a پورته کاږو،که a < b صدق ولري. اړیکی R په ساده ډول اوس د هازی-دیاګرام څخه بیرته جوړولی (recunstruction) شو a < : bهلته او هلته که له هازې-دیاګرام څخه د کرښو یوې پرلپسی) له لاندې و پورته لور ته (له لارې له a څخه و ټکي b ته راشو. د هازې-دیاګرام کی ټولی کړی، د غشو لورې او ټول غشي، کوم چی ترانزیتیو -یتي له لارېلاس ته راځي، د R ګراف څخه لرې پریښوول کیري .

بیلګه : په ډیري {M = { 1,2,3,4,5,6 کی یو نظم د هغه ګراف له لارې ورکړ شوې،)لاندې ځیره دې وکتل شي(. هازې-ډیاګرام له دپامله لاندې ځیره لري، ځیره دې وکتل شي) ځیره دې وکتل شي



د نظم شوو ډیریو لپاره نورې کلیمي چی زیاتی استعمالیږي هم راوړو. وي دې M یو ډیري د اړیکی R سره او M ⊂, A دې یود M برخه ډیری وي. یو توکی a € A د A لوي توکی یا ماکسزیموم بلل کیږي، که د ټولو x € A لپاره باور ولري .x < a نو a په Aکی او له ټولو x € A سره پرتله کیدو -نکي ده او داسی نور، لویه یا برابره د هر x € Aسره. په همدې ډول د A مینیموم یا کوچنی توکی هم توضیح شوی دی. موږ په دې ټینګار کوو چی په عمومي توګه د یوه منظم ډیري هر برخه ډیري ماکسیموم یامینیموم نه لري .لوستونکي دې بیلګي ورکړي. ګورو چی که ماکسیموم یا مینیموم موجود وي نو یواځنی موجود دی.

که M ⊂, A وي، نو a € A د A ماکسیمال توکی نومیږي، که له x € M او a ≤ x لاس ته راشي .a = x په نورو خبرو سره: د هیڅ x€ M لپاره باور لري .a < x دلته دا نه دي غوښتل شوي چی a د A د ټولو توکو سره پرتله کیدونکی وي، مګر a د ټولو x € Aڅخه لویه ده، د کومو سره چی پرتله کیدونکی ده .طبعآ ماکسیموم یو مکسیمال توکی دی، مګر نه په څټ یا بر -عکس. په ځانګړي توګه کیدی شي یو برخه ډیری A ماکسیمال توکی ونه لري یا ډیر ماکسیمال غړي ولري، یو ساده بیلګه دا څرګند کړي . R دې په M={1,2,3,4} کی یو نظم وي، چی د لاندې ځیرې) ځیره (په ګراف کی ورکړ شوی دی. نو بیا د A= {1,2,3} ډیری دوه ماکسیمال توکي لري، په نامه 2 او 3 مګر ماکسیموم نه لري.

یو مینیمال یا کوچنی توکی m د یوه m له A څخه توکي په څیر، په ورته توګه څر ګندیږي، د کوم لپاره چی x C A د x < m سره نه شته. که A پایډیری وي، نو تل ماکسیمال یا لوي او مینیمال یا کوچنی توکي شته.

که M ⊂, A وي، نو یو g € M (نه حتمآ په A کی) شته چی د A لاندې پوله یا اینفیموم)Infimum (بلل کیږي، که g ≤ x وي د ټولو x € M لپاره او کوم g1 > g وجود ونه لري، چی هغه هم دا خویونه ولري(gله دې خویونو سره لوي یا ماکسیمال توکی دی).

په ورته توګه د A پورته پوله یا سوپریموم (Supremum) هم ورکړ شوی، د یوه مینیمال یا واړه یا کوچني توکی G € M په څیر د لاندې خویونو سره، چی G≤ x د ټولو x € Aلپاره.

یو مینیموم تل اینفیموم Infimum وي او ماکسیموم تل یو سوپریموم Supremum وي. په ټولیزه توګه حتمي نه ده چی یو اینفیموم یا سوپریموم دې موجود وي، او په ټولیزهتوګه یواځنی ټاکلي نه دي، دا په دې مانا چی کیدی شي زیات اینفیمومه یا

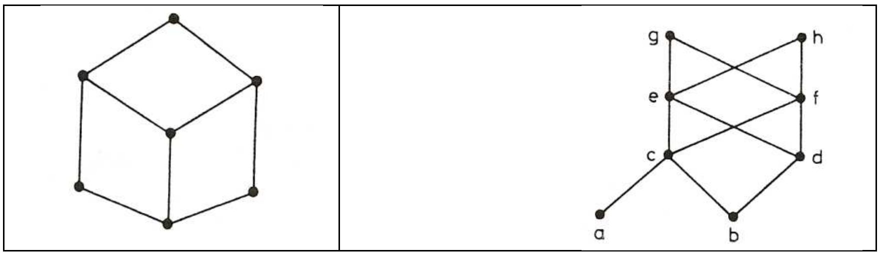
سوپریمومه موجود وي.

یادونه : د دې د A د پورته پولي یا کښته پولي تعریف تر څنګ یو بل امکان هم شته. دا په دې کی نغښتی چی نه ماکسیمال توکي) همداسی نه مینیمال توکي (بلکه ماکسیموم) همداسی مینیموم (کلیمي وکارول شي. د M ⊂, A لاندې پوله به ماکسیموم (که

موجود وي) د ټولو توکو M € x ډیری وي د کوم لپاره چي x ≤ a د ټولو a € A لپاره باور لري. په ورته ډول د پورته پولی لپاره هم. له دې پیژند یا تعریف سره هم په ټولیزه یا عمومي توګه برخډیری A بی له پورته یا کښته پولی) او حتی د پاي ډیریو لپاره هم (، مګر پورته یا کښته پوله یواځنی ټاکلی، که موجود وي .د لاندې لاتیس) (english: lattice, Deutsch:Verband ما په خپلو کتابونو کی د ترنی یا تړاو په نامه نومولی دی -پیژند یا تعریف لپاره دا بی تاثیره ده چی کوم تعریف ټاکل شوی دی .

بیلګه : ډیری M = { a,b,c,d,e,f,g,h} د نظم ≤ سره د هازې-دیاګرام سره ورکړ شوی. (ښیره) ، نو e او f هر یو د A = {c,d} سوپریموم دی،دلته A = { g,,h} سوپریموم نه لري ، A = { a,b} اینفیموم نه لري او A = { c,d} یواځنی اینفیموم b لري . یو مهم د برخه ئیزې نظم شوې ډیر ټولګی داسی په نامه تړونی (Verbände , lattice)دی. په لاتیس کی هر له دوه توکو جوړه شوې ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په لاندې ښیره کی)ښیره (د هازې-دیاګرام لاتیس انځوروي) د تړونی یا لاتیس لپاره دې زما د الجرونو کتاب وکتل شي .)

یو مهم د برخه ئیزنظم شوي ډیري ټولګي داسی په نامه تړونی(Verbände , lattice) دی. په لاتیس کی هر له دوه غړو جوړ شوی ډیری یواځني وي اینفیموم او ماکسیموم لري. په ښیره ، ۴ . ۴ کي د هازې-دیاګرام لاتیس انځوروي(که چیرې مو لاتیس په دې کتاب کی ونه ښیره نو دا د نورو ژبو په بنسټیزو کتابونو کی شته).



د بیلګي په توکه د N ځخه لاتیس جوړیږي د نظم اړیکو R سره، دی xRy که x باندېy وویشل شي. د x او y سوپریمومو ك ګ ځ دی او اینفیموم یی غ ګ و.

خیرونه

د ډیریو M او N ترمنځ ډیري اړیکي متني دا مانا لري چی د M توکی د N توکو

ترنه ۳ :

د کلیمي «اړیکي»(روابط) "Relation"پیژند:

یوه اړیکه له دوه شیانو څخه جوړه ده:

۱ – یوه وینابنه

۲ – یوه جوړه، چې دا وینا یې پوره کوي(چې وینابنه یوه رښتیا وینا کوي)۰

بیلګه :

دیوې کورنی د توکو(غړو) سټ A دې ورکړ شوې وي او B د لوبو سټ۰

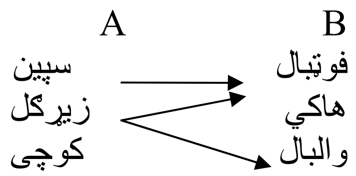
B	A
فوټبال	سپین
هاکي	زیرګل
والبال	کوچی

د دواړو ستونو ترمنځ یوه بینار(دوه ځایزه) وینابنه دی یوه وینابنه وي، چې سړی A د Bلوبی کوي۰

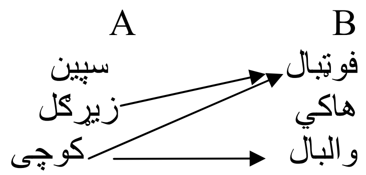
سپین فوټبال لوبه کوي، زیرګل فوټبال او والیبال لوبي کوي

B	A
فوټبال	سپین
هاکي	زیرګل
والبال	کوچی

نوري بيلګې
ترمخه موږ لاندې ستونه منځ ته ر اوړي اودرلوده مو:



موږ اوس دواړه ډېرى يا ستونه A او B ساتو ، مګر د دوي ترمنځ نوې اړيکې غواړو وپيژنو يا تعريف کړو:
بينار(دوه بيزې) اړيکې دې اوس داسې وي، چې « لوبه کوي» او « دا لوبه کوي» نور نه وي٠
د دې برسيره دې اړيکې « لوبه کوي » لاندې درې جوړې ولرى :
زيرګل د فوټبال لوبه کوي
کوچى د واليبال لوبه کوي
کوچى د فوټبال لوبه کوي
د خيرې په ځير انځور يږي:



ياني A د B لوبه کوي
ليدلکيږي، چې د دوه ډيريو ترمنځ مختلفې اړيکې منځ ته راتللى شي يا ټينګيدلى شي٠

شننيزه انځورونه
مخ ته تيرو مخونوکې مو زده کړل، چې يوې اړيکې پورې دوه شيان اړه لري: يوه وينا بنه او يوه جوړه، چې دا وينابنه پوره کوي٠
کله اړيين نه دي يا نه شي کيدى، چې ټولې جوړې ورکړاى شو، کومې چې په يوه اړيکې پورې اړه لري٠

بيلګه ١

سټ $A = \{1,2,3\}$ او سټ $B=\{1,2,3\}$ دې ورکړ شوي وي٠ وينابڼه کوچنی له يا لنډ <

هر زده کوونکی پوهيږي، چي جوړې (1/3),(1/2) او (2/3) دا وينابڼه پوره کوي٠ جوړو ګڼلو ته اړنه يو، بلکي دا د وينابڼي مخ ته پرتي سټ A او B ته٠

بيلګه ۲

په ځانګړې توګه دا هلته له پامه غورځول کيږي، چي ټولي جوړې وشميري، کله چي وينابڼو ته مخ ته پراته سټونه يا د سټونو لويي وي او يا ناپای٠

بيلګه : سټ : $A = B = \{1, 2, 3, \ ... \}$

وينابڼه: له پورته ليدل کيږي چي بيخي ناشوني ده، چي ټولي جوړې وشميرل شي، چي دا وينابڼه پوره کوي٠

بيلګه ۳

کله کله اړيکه بيخي نه شي انځوريدلی٠

بيلګه : که ډېرى يا سټونه نارينه $M=$ او ښځينه $F=$ وينابڼه کي راوستل شي، څۀ « واده له سره »٠

دا څوک نه شي شميرلی(ګڼلی)، چي څوک له چا سره واده دی او دا نه په برخه اخستونکو سټونو M او F کي ورکړ شوي٠

د يوې اړيکي تيوپ يا ډول

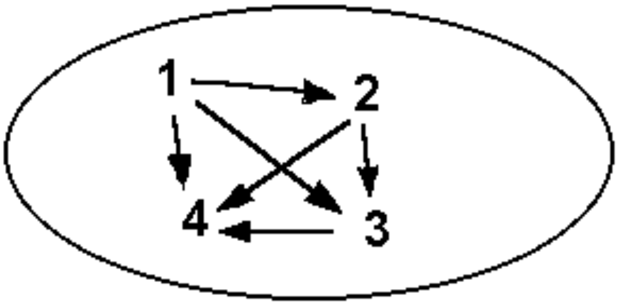
اړيکه په دوه ګروپونو ويشل کيدی شي٠

۱ – ددوه ډېريو ترمنځ اړيکي

۲ – د يو ه سټ په دننه کي اړيکي

تيوپ ۱ – مور وپيژند

د تيوپ ۲ - لپاره بيلګه لاندي اړيکي دي(چي په ځيره کي کښل شوي دي):



x له y څخه کوچنی دې

د مخ ته تیرو بیلګو په مخامخوالي یا تضاد دلته د سېټونو د توکو ترمنځ اړیکی پرتې دي بنسټ سټ ، موخه سټ

Erklärungروښانه ونه

د سټ A (بنسټسټ) او B (موخه ډیری) په اړیکو کې په ریښتوني د مخ ته ورشو (کوچی ، زېرګل) همداسي ورپسي ورشو (فوټبال، واليبال) اړیکي هغه توکي جوړوي، چې په کارونه کي ونده لري٠

A د لوبغاړو نومونه دي او B د لوبو نومونه دي

A		B
سپین	→	فوټبال
زیرګل	→	هاکي
کوچی		والبال

بنسټډیری یا - سټ Universal set(domain): {سپین ، زېړ، کوچی }
موخه سټcoddomain : { فوټبال ، هاکي ، وليبال }

domain ترمخورشو : { زېرګل ، کوچی}
codomain ورپسي ورشو :{ واليبال ، فوټبال}
څني شمیرپوهان دا مخورشو او همداسي پسي ورشو، تعریفسټ ، ارزښت سټ یا تعریفورشو همداسي ارزښتورشو بولي

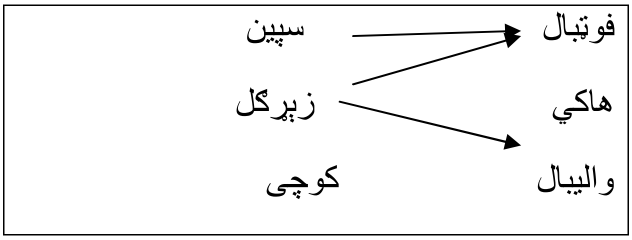
Relationstafelد اړیکو تخته

تراوسه مو تولي اړیکي د غشيدياګرام له لارې انځور کړې٠ یو بل شونوالی یا امکانات یې د اړیکو تختې له لارې انځورونه ده:

د دې لپاره د بنسټ سټ او موخه سټ توکي په یوه جدول کي لیکو٠ د بنسټ سټ توکي په پورته لیکه کې لیکو اود موخه سټ توکي په کیڼ درځ یا کینه متّه کې لیکو٠

په صلیبونو(x)سره هغه پیژند یا تعریف ورکول کیږي، چې د موخه سټ په توکي باندې د بنسټ سټ یو توکی تنظیم شوی وي٠

د بیلګي په توګه بیرته همغه د لوبو سره بیلګه راوړو



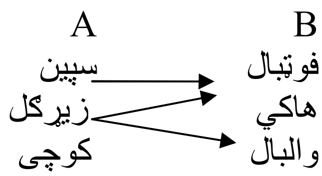
په دې پورې اړونده اړیکتخته په لاندې ډول لیدل کیږي

	سپین	زیړګل	کوچی
فوټبال	x	x	
هاکي			
والیبال		x	

د کواوردینات سیستم انځوربنه
تراوسه مو اړیکي د غشیدیاګرام او اړیکتختو له لارې انځور کړې· اوس یو دریم شوونوالی یا دریمه شوونتیا یا امکان غواړو وپیژنو:
انځورونه په یوه کواوردیناتسیستم کې :

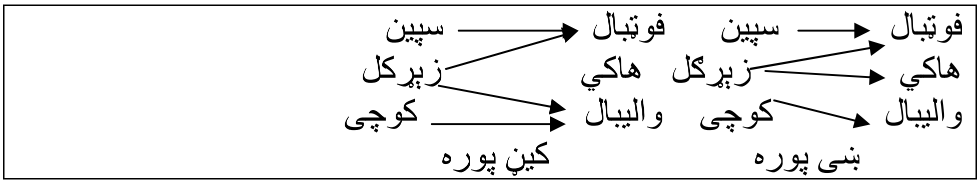
د بنسټ سټ توکي په پروتمحور (x -محور)په نخښه کوو او د موخه سټ توکي په ولاړ (x- محور)محور په نخښه کوو·
د ټکو سره هغه د بنسټیزی توکي او ورسره د تنظیمدیزی تنظیم توکو ټاکلي وي

بیلګه
د بیلګی په توګه بیرته هغه بیلګه د لوبو سره بيلګه ټاکو:



په کواوردیناتسیستم کې انځورونه داسې لیدل کیږي

کښې پوره کیدونکی اړیکې :
د Aڅخه هرتوکی کم له کمه د B په یوه توکي تنظیمیږي(پیژندورشو یا مخ ته ورشو او بنستیزه سټ کټمټ دي)
ښي پوره اړیکې : دB هر توکی کم له کمه د څیرې په توگه منځ ته راځي (پسې ورشو او موخه سټ کټمټ دي)



ښیِ یواځنی اړیکې

د بنسټدیری (کیڼ) هر توکی په زیات ترزیاته د موخه دیری (ښی) باندې تنظیمیږي٠

پام مرسته : غشي ښي « ښیلوریز) یواځنی دي٠

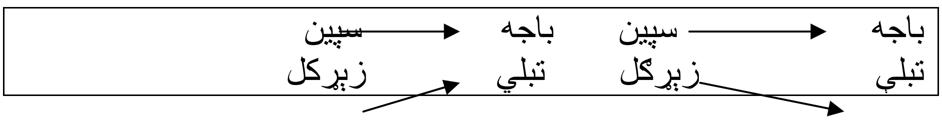
کیڼ یواځنی اړیکې :

د ښیِ دیری هر توکی زیات ترزیاته یو وار د یوې دیری (کینډیریِ) د څیرې په ډول منځ ته راځي٠

پام مرسته : غشي ښي لورته یواځني دي٠

ناټیکوالی!

یا دا لاندې، چې د توپونو(غونډوسکو) په ځای موزیک الې ورکړ شوي دي



رباب ← کوچی   رباب ← کوچی
کیڼ یواځنی   ښی یواځنی

تابع یا فنکشنونه د اړیکو ځانګړی حالت:
یو کینپوره کیدونکی او ښی یواځنی اړیکې یواځنی اړیکې بلل کیږي (فنکشن او یا ځیروني)

په غشیدیاګرام کې یوه تابع یا فنکشن په دې پیژندل کیږي ، چې د په هر توکی ټیک یو غشی پیل کیږي

په ځټ اړیکې : په ځټ اړیکو کې

۱ – مخ – او پسي ورشوګاني سره بدلیږي(پیژنددیری او ارزښتدیری)

۲ – وابیابلې یا اوښتوني سره بدلیږي

رفلکسیو اړیکې یابیرته راګرځیدوني reflexive relations

دیاګرام : په هرتوکي یوکړئ غشی شته

رفلکسیو اړیکې :

د رفلیکسو اړیکو پیژند : د هرو برابرو توکو جوړه اړیکو پورې اړ ج لري

د فرمو په ځیر یې لیکنه : د ټولو a لپاره باور لري:
aRa

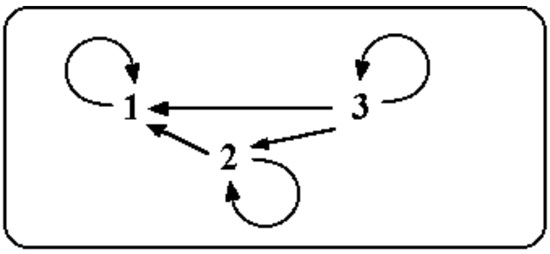
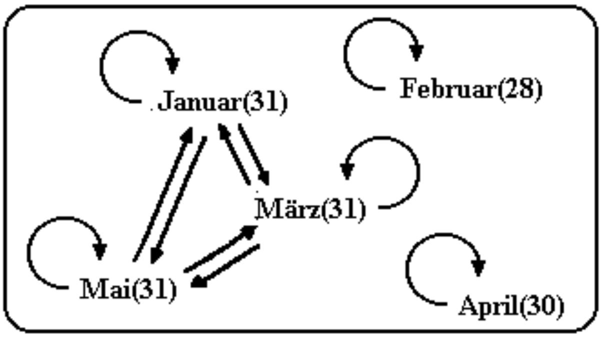


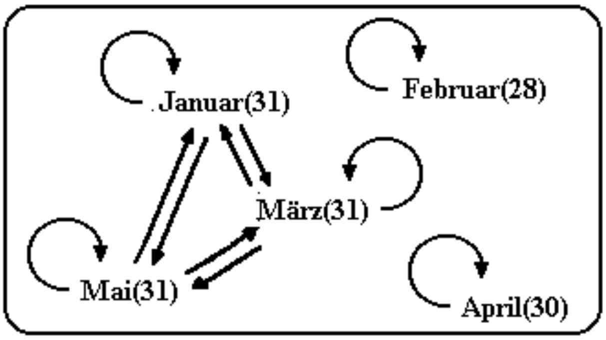
Bild: Die reflexive Relation ≥

ځیره: ≥هندارونیزې اړیکې

انتيرفلکسيو (ايرفلکسيو اړيکې
Antireflexive
(irreflexive)
Relationen
پيژند : په انتيرفلکسيو اړيکو کې په هيڅ توکي کړۍ غشی نه شته
د همغه توکي جوړه اړيکو پورې اړوند نه دی، يا په اړيکو ونده نه لري٠
د فرمول په توګه ليکل يې : $\neg(aRa)$

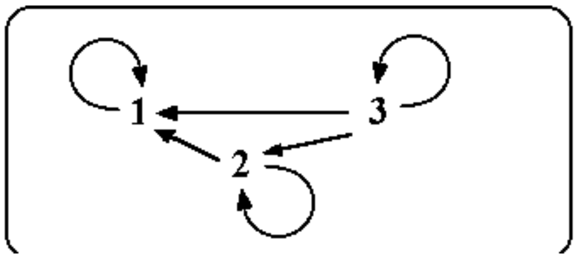


سيومتريکې اړيکې : symetric relations
هر غشي ته په څټ غشی شته
که (a,b) اړيکو پورې اړه ولري ، نو (b,a) هم په اړيکو پورې اړه لري٠



د سيومري اړيکو ځيره: « همغومره ورځې لري لکه»
انتيسيومتري اړيکې: Antiasymetric reltions
د انتيسيومتري اړيکو دياګرام : په څټ غشی نه شته ٠
که (a,b) په اړيکو اړه ولري،نو (b,a) په اړيکو اړه نه لري، مګر که $a = b$ وي٠

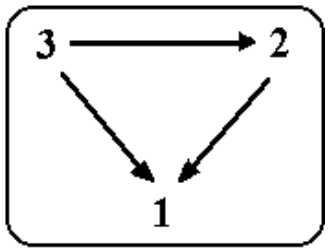
فرمول: $a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$



$\geq$ Antiasymetric reltions : ناسیومتریک اړیکې پورته ځیره

اسیومتریکي اړیکې
asymetric relations (Asymmetrische Relationen)

د اسیومتریکي اړیکو دیاګرام نه په ځتې غشی لري او نه کړۍ غشی لري۰
د اسیومتریکي اړیکو پیژند: انتیرفلیکسیو او انتیسیومتریکې اړیکې
فرمول : $aRb \Rightarrow \neg(bRa$

ځیره: اسیومتري اړیکې	

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکټر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکټر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهني ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویپونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)