شمیر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

دويمه برخه

۲

Ketabton.com

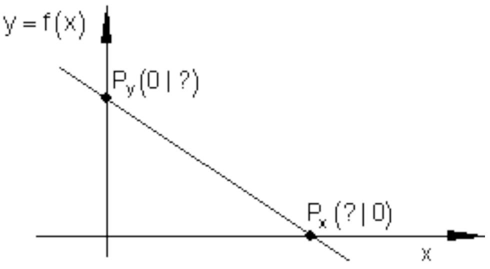
ليکونکی:
برينـــکمن (له برينکمن ن ج څخه)
ژباړې: ډاکتر ماخان (ميرې) شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونځي لپاره شمیرپوهنه

(د المان)

په دري برخو کې



دویمه برخه

لیکونکی: برینکمن(له برینکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (میرړی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلې او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونده اخستې وي.

د کتاب پیژند

د کتاب نوم: شمیرپوهنه دښوونځي لپاره

لیکونکی: پرفیسور برینکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، میږی،، شینواری

بریښنا پته: makhanshinwari@gmail.com

د خپریدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ نبته ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې لیکونکي یا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غنې ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کته ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندۍ ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکې ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپرۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

دویمه برخه

د زباړي سیزه

لومړی: کربنیز فنکشنونه ۱

۲ . ۱ . ۱ کربنیز مساواتو ته پیل ۱

۲ . ۱ . ۲ – د محور د تقاطع ټکي ۶

۲ . ۱ . ۳ - جګیدنه یا میلان ۹

۲ . ۱ . ۴ – د فنکشنونو د ګراف رسمول ۱۳

۲ . ۱ ۵ تمرینونه ۱۵

۲ . ۱ . ۶ – کلیمې او د انځورولو... ۱۶

2.2کربنیز فنکشنونه د ورکړشوو شرایطو سره ۷۵

۲ . ۲ . ۱ – لومړی حالت ۷۵

۲ . ۲ . ۲ دویم حالت ۷۷

۲ . ۲ . ۳ – تمرینونه ۸۱

۲ . ۲ . ۴ - تمرینونه

2.3د دوه کربنو پروتځایونه یو بل ته ۱۶۱

۲ . ۳ . ۱ – د دوه کربنو غوځتکي ۱۶۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ څغلیدونکي کرښې ۱۶۵

2,4د کرښیز مساواو په مرسته دپرابلمونو یا مسألو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۱ – ورځني ستونځوبي یا د ستونځو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۲ د کرښیز مساواتو ټولګه ۲۶۰

۲ . ۶ - مربع توابع ۲۸۲

۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو.... ۴۰۱

۲ . ۸ - د پارابول او کرښې غوڅټکي ۴۳۵

۲ . ۹ - د پاررابول او پارابول غوڅتکي ۴۵۳

۲ . ۱ ۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د ۴۵۶

۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشمیرنه) ۵۵۱

۲ . ۱۴ توانتوابع ۵۵۸

۲ . ۱۳ د ټول راشنل – یا نسبتي توابعو... ۵۹۱

پولینوموېش ۵۹۵

د هورنر شیما ۵۹۸

۲ . ۱۴ د ټولراشنل – یا نسبي توابعو ګراف ۶۴۸

۲ . ۱۵ د ورکړشوو شراطو له مخې د تابع مساواتو لیکل ۶۸۵

۲ . ۱۶ د وکتور شمیرني بنستیزې کلمې ۷۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو هيوادوالو او د شميرپوهنې مينه والو!

د ا څو کاله د مخه د ځنو شميرپوهنيزو کلمو په لټه کې د برينکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې ليکنې ښه خوندويونه يا متن درلود او زيات تمرينونه د حل سره، نو ما وبتيله، چې دا به پښتو ته اړوم. دا يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې زده کوونکې ښوونکې او داسې لړ د شميرپوهنې سره بلد ميندې او پلرونه ترې ګټه اخستلی شي. په دې ليکنه کې هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بيلګو سمبال دي د حلونو يا اوبيونو سره، چې لوستنه يې هر د شميرپوهنې مينه وال لپاره د پيرځوينې وړ بولم.

کتتاب په درې برخو کې چاپيږي، چې هره برخه يې يوه خپلواکه او د يوې ځانګړې برخې خونديونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شميرپوهنې مينه وال دا کارداسې لړ په غور وګوري، نو زر به ورسره مينه پيدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ رياضي کتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهيږم، چې څو دا نور به ترې کله چاب شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره ن ج ته پورته کړم.

ګرانو لوستونکو!

دا زموږ د هيواد اړتيا لپاره په پوهنيزه اړخ کې په سره تيره اوبه تويول دي. دا کتابونو، چې کوم چې چاپيږي د زر دانو يا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د يوه پنځوس ميليونه کمو زيات ولس لپاره زردا نې چې چاپيږي، دا خو اصلاً په شمير کې نه راځي،خو دا به په خروار ګنو.

په لومړي کتاببرخه کې ځمککچپوهنه يا هندسه ورسره مل ده او په دويمه کتاببرخه کې مې وکتور شميرنه ورسره زياته کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیګرال ته ځانګړې شوې.

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالې شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناځه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وې، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هرومرو به ناټیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناټیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوینې په حیث وړاندې وي

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعني ستر پروفیسور برېکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زموږ هیوادول هم ګټه احلې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

1 . 2 - كرښيز- يا خطي فنكشنونو (توابع)

ننوتنه:

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د كرښيزو (لايني) توابعو(فنكشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د كرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبې اړيكي يا تناسب ټولګې يا ا ړيكې د كرښى په څير انځوريدلاى شي.

بيلګه:

په بازار كې د ماهي پلورونكي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړي 3000 g واخلي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا بايد 4,50€.3=13,50E وركړي. ښاغلی سپين 5000 g اخلی او بايد 4,50 € · 5 = 22,50 € : وركړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونكي سټ(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

يعني قيمت K دx په واک کې دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېرۍ يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که د(K(x په ځای y وليکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کې د صفر له ټکي څخه تيرېدونکي يوه کرښه ده.

بيلګه :

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د مياشتې 20 € ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يې 0,2 € دی. پوښتنې.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کې انځور کړئ.

ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کې يې ګراف رسم کړئ.

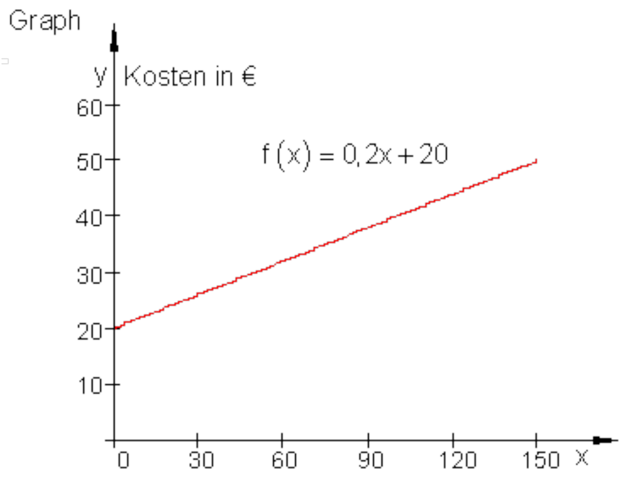
پ: د ارزښتشميرنې لپاره يې د تابع مساوات څنګه دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونى يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دى.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقيقو د خبرو خپلواكه متحوله ده $y = f(x)$ په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواكه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه كي يوونونه(واحدونه) دقيقى او€ يورو نه ليكل كيږي.
داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	$0\ \text{min}:\ y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}:\ y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}:\ y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ ....
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$x\ \text{min}:\ y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګې :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي $f(x) = 100 \cdot x + 1000$:

اباسين هره مياشت 1300 € معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000$

که د تابع متناسب اړيکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دی:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

تر منځ تغير ارزښت څومره دی (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

تغير ارزښت مثبت يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چي کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چي د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا هوښيار توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

سره n -مه درجه ټول راشنل يا ټول نسبتي يا کسري تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوهووني) بلل کيږي.

دا چي دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1-مي درجي ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چي دلته 1 دی، ځکه چي $x = x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 دb يا n لپاره ليکل شوی.

د ،، کرښيز ې يا لاينيز تابع،، اړيکي په دې وداني دي، چي د کرښيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزې تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګې:

$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5$

$f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$

. تمرين ۱ :

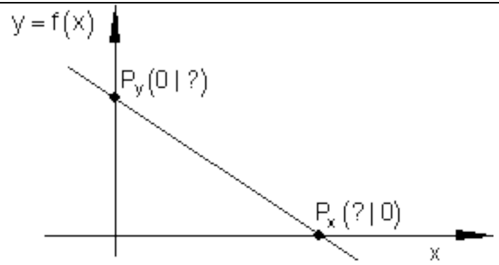
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

2.1.2.د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)

محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي. دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي. زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چي : P_yکواوردينات (0,-3) لري. د دي لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دي څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محوروںو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف یې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

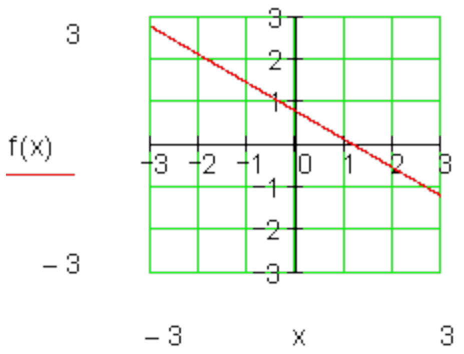
$$f(0) \Rightarrow \underline{P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)}$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)}}$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردینات (پروت سیستم) هم صفرځای بلل کیږي.

ځکه چي د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کي x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرین ۲ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

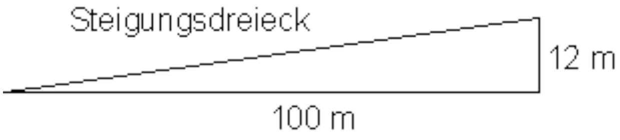
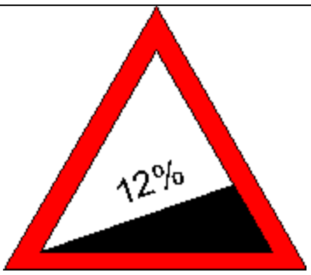
او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

2.1.3.جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړئ شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاخيز ي پټلی يا د پرو (د وسپني پرو) (د جګيدن کوټي لپاره) کيښول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:

<table>
<tr>
<td>د سرکټخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي.

په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدنې درېګوډی يا- مثلث


</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

دجګوالی توپير او افقی کربنې تر منځ تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0,12 \mathrel{\hat{=}} 12\%$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند(تعيف):

جګوالی=m = مخامخ اړخ پر ګاونډي اړخ

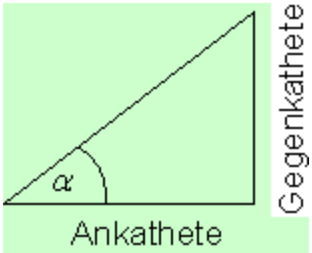
= تانجنت α۱

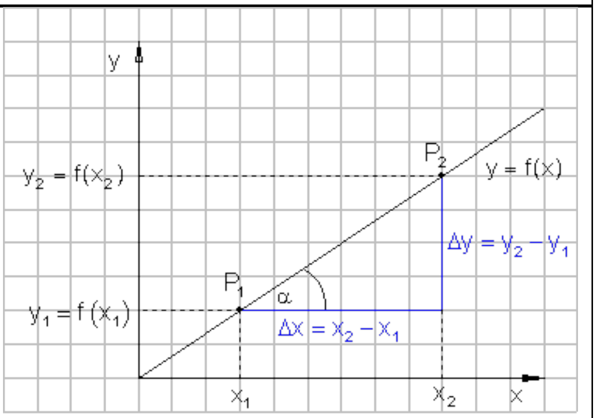
$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α۱ د جګوالي کونج هم بلل کيږي.

لاندې الماني په پښتو:

ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ





په ښکته کې تشکيل ګراف کې يوه سرچينه يزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 څخه تيريږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواورديناتو په مرسته پيدا شي.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د دواړو ټکو د کواورديناتو دکمښت(تفريق) له لارې کره شوی.

د کمښت يا توپير لپاره ليکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قضيه:

د جګيدني مثلث ځخه د کرښي جګوالی شميرل کيدی شي:

$$= m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$ جګوالی

په يوه کواورديناتسيستمم کي د کرښي جګوالی د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چي اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يي د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چي د a_1 ضريب د کرښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضريب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله :

د يوه کرښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تيريږي د ضريب a_1 لخوا ټاکل کيږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

که د يوې کرښې دوه ټکي د کواوررديناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کيدی شي، چې

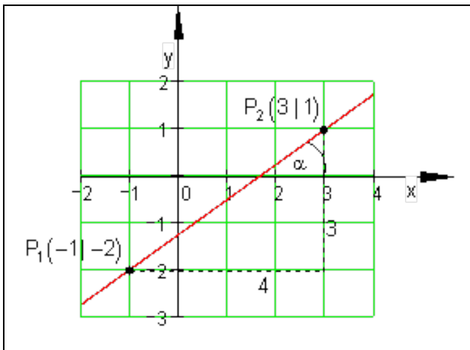
اول . کرښې رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دې د يوې کرښې ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

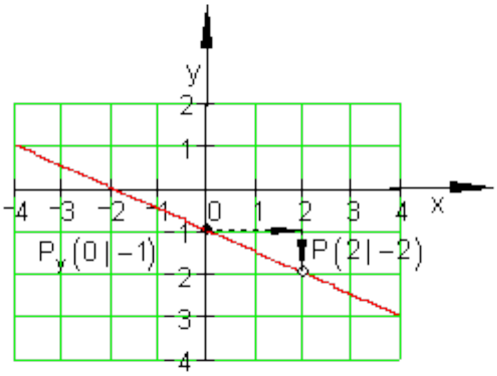
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشمیري په مرسته لرو: $\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^{0}$

2.1.4.د فنکشنونو (توابعو) د ګراف رسمول

د کرښیزې تابع ګراف تل کرښه ده. د یوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅېکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پېژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

بیلګه :	
$f(x) = -0{,}5x - 1$ $a_1 = -0{,}5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$ ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y د P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.	

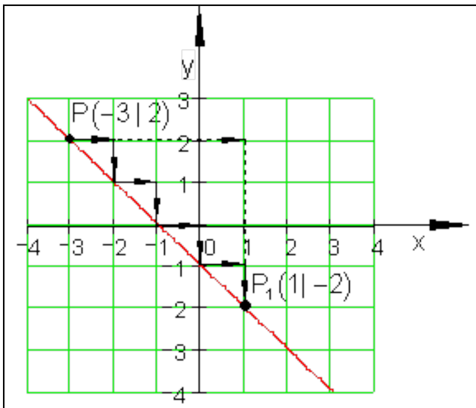
(c) ketabton.com: The Digital Library

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکی ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه د مخنخښې په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېروراه و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

بېلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو. له P څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.	

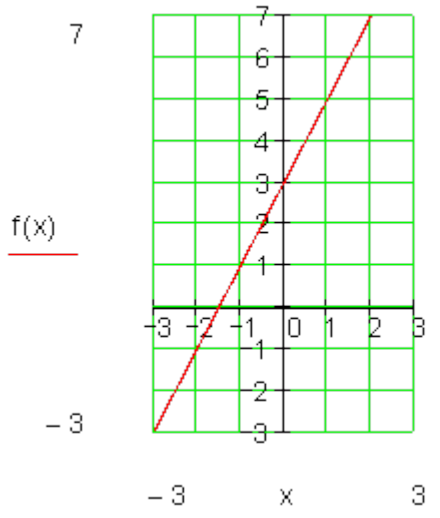
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$y = f(x) = 2x + 3$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \qquad a_0 = 3$$

ګراف د y محور په $P_y(0|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.



2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - $f(x)=-\frac{1}{2}x-2$ پنځم - $f(x)=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

اوم - $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ اتم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

2.1.6.کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x) تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يو x او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$Ax + By + C = 0$

بيلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلګه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ يا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرينونه۳:

f د K_f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1{,}5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدخيره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا تکی $P(2{,}5 \mid 1{,}75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشميرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو يا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لاري ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 | 0)$.

تيريږي.

بيلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په زخيره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په يوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سيستم) کې يې ګراف رسم کړئ.

ب – په زخيره ځای کې د95 kg پاتې غوړيو وروسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

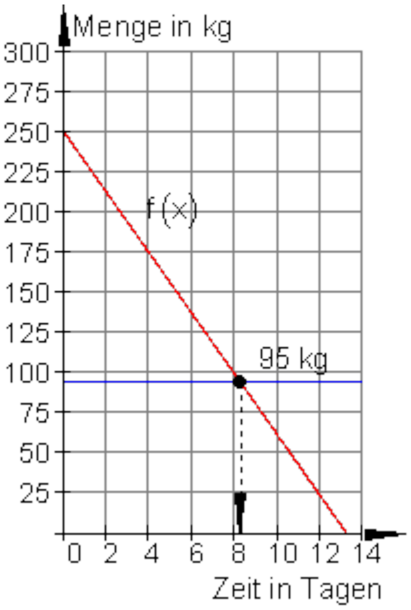
پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسې را ونه غوښتل شي؟
الف ته حل -

خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو يې ښايو.

بلواکه متحوله يا تابع متحوله $f(x)$ د پاتي سټ(ډېرئ) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده.

پيل ارزښت 250 kg دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $\underline{\underline{f(x) = -19x + 250}}$	ولاړ: ډېرئ یا ست په کیلوګرام  وخت په ورځو

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,|\, +250$$

$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|: 19$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوڅتکی دې وټاکل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{aligned}
f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1) \\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250 \\
&\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158
\end{aligned}
$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

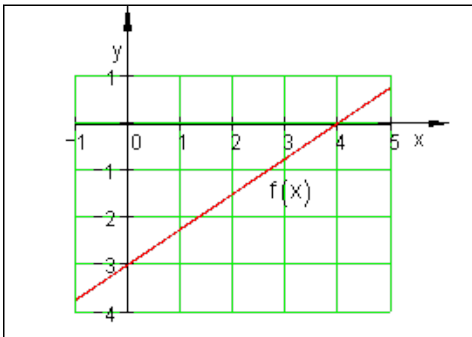
$$
\begin{aligned}
&f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{R}} \\
&f(-1) = \frac{3}{4} \cdot (-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75 \\
&f(0) = \frac{3}{4} \cdot 0 - 3 = -3 \\
&f(1) = \frac{3}{4} \cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25
\end{aligned}
$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$
$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$
$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	−3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$W=\{y\,|\,-3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4|0)$ او $P_y(0|-3)$

تمرین ۲ -

د محورونو سره د تقاطع تکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره گراف و کاږئ.

او په f(x)کي د اینسوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا غوڅتکی:

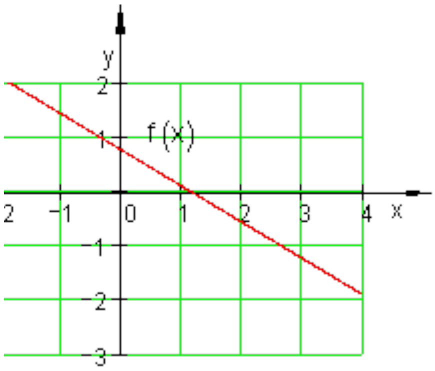
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅتکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\middle|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow-\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\middle|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمايينت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

K_f د f کربنيزې تابع ليدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د يوې f تابع د کربنيز ليدخېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا تکی $P(2{,}5\,|\,1{,}75)$ د K_f په کربنه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو يا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تيرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی يا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}5 \cdot x_A = 6 \,|\, :1{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $0 <$ $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 وg(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

حلونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيز توابعو تمرينونه I

نتيجې او مفصل حلونه

نتيجې :

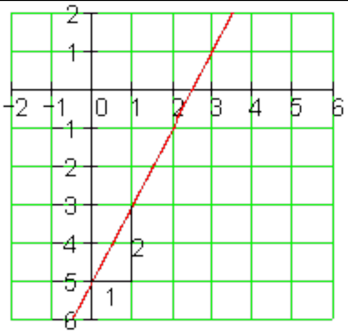
لومړی- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid -5);\ a_1 = \frac{2}{1};\ P_x\left(\frac{5}{2} \middle\vert 0\right)$
دويم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid 3);\ a_1 = -\frac{1}{1};\ P_x(3 \mid 0)$
درم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{1}{2};\ P_x(-1 \mid 0)$
څلورم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid -2);\ a_1 = -\frac{1}{2};\ P_x(-4 \mid 0)$
پنځم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y\left(0 \middle\vert -\frac{1}{2}\right);\ a_1 = \frac{1}{3};\ P_x\left(\frac{3}{2} \middle\vert 0\right)$
شپږم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y\left(0 \middle\vert \frac{3}{2}\right);\ a_1 = -\frac{1}{4};\ P_x(6 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{2}{3};\ P_x(-3 \mid 0)$	اوم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ
$P_y(0 \mid -1);\ a_1 = -\frac{3}{4};\ P_x\left(-\frac{4}{3} \middle\vert 0\right)$	اتم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ
$P_y\left(0 \middle\vert \frac{1}{2}\right);\ a_1 = -\frac{3}{1};\ P_x\left(\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \middle\vert 0\right)$	نهم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ
$P_y(0 \mid -3);\ a_1 = \frac{5}{7};\ P_x\left(\frac{21}{5} = 4{,}2 \middle\vert 0\right)$	لسم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

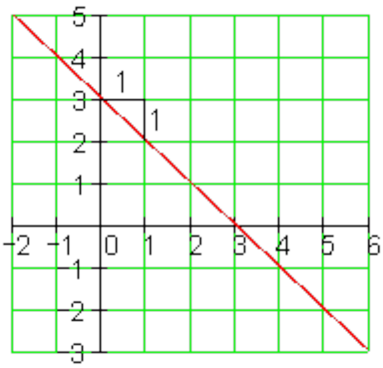
مفصل حلونه:

لومړی

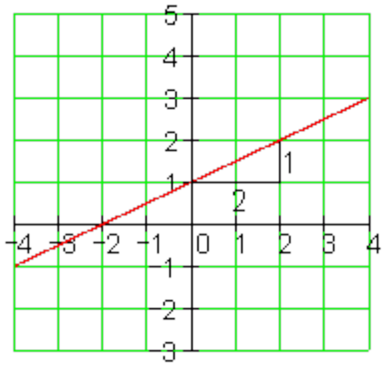
	د تابع مساوات $f(x) = 2x - 5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$ جګوالی $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{5}{2} \middle\vert 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

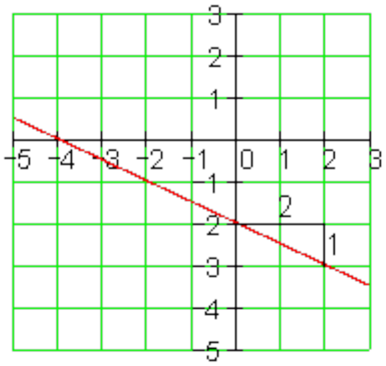
دويم:

د تابع مساوات $f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$ جګوالی: $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$	

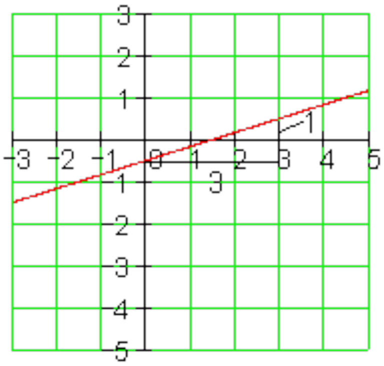
دريم-

د تابع مساوات $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$ جګوالی : $a_1 = \frac{1}{2}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow P_x(-2 \mid 0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	څلورم: د تابع مساوات $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$ جګوالی: $a_1 = -\frac{1}{2}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow P_x(-4 \mid 0)$

پنځم -

	د تابع مساوات $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \middle\vert -\frac{1}{2}\right)$ جګوالی $a_1 = \frac{1}{3}$ د x محور سره د تقاطع ټکی $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \mid + \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \mid \cdot 3$ $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{3}{2} \middle\vert 0\right)$

شپږم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$$

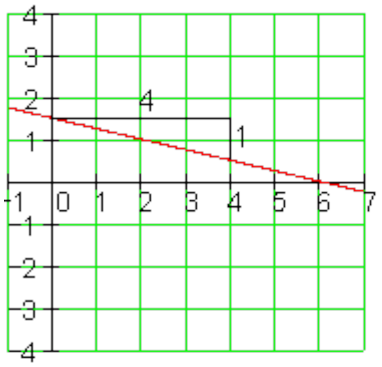
جګوالی $a_1 = -\frac{1}{4}$

د x محور سره د غوځي یا تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \,|\, -\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{3}{2} \,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6 \,|\, 0)}}$$



اوم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \,|\, 2)$$

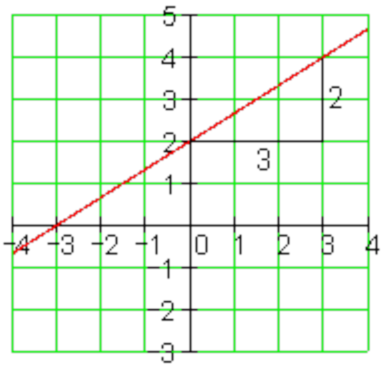
جګوالی $a_1 = \frac{2}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = 0 \,|\, -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -2 \,|\, : \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-3 \,|\, 0)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

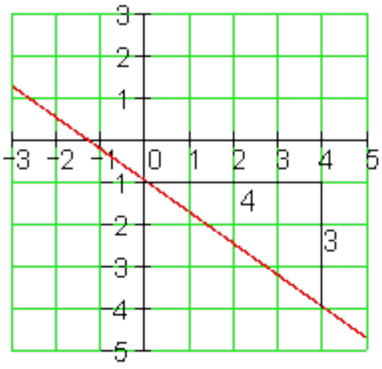
جګوالی $a_1 = -\frac{3}{4}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = 0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = 1 \mid : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{2} \,\middle|\, 0\right)$$



نهم -

د تابع مساوات

$$f(x) = -3x + \frac{5}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

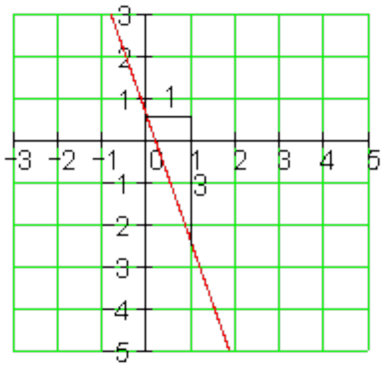
جګوالی $a_1 = -3 = -\frac{3}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -3x = -\frac{1}{2} \mid :(-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \,\middle|\, 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم -

د تابع مساوات

$$f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}\Rightarrow P_y(0|-3)(0|-3)$$

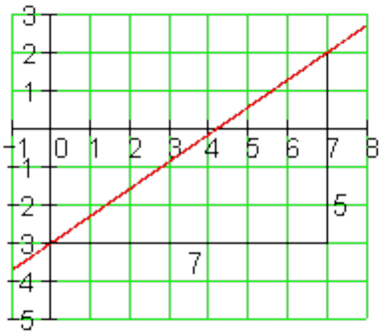
جګوالی $:\ a_1=\frac{5}{7}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{7}x-3=0|+3$$

$$\Leftrightarrow\frac{5}{7}x=3|:\frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{21}{5}\Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5}=4{,}2\,\middle|\,0\right)$$



.2.1پوښتنې

کرښیز مساوات I .

لومړی - د لاندې توابعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږۍ

الف - $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ ب = $f(x)=2x-4$ پ = $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

ت = $f(x)=-4x+5$ ټ = $f(x)=-0{,}3x$ ث - $f(x)=2{,}5$

دویم - و ازمایۍ، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1{,}5|-3)$ ب = $P_1(-1|3{,}5);P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x)>0$ باور لري.؟

الف - $f(x)=0{,}4x+1$ ب = $f(x)=-1{,}5(x-2)$ پ = $f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ايا $P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right)$ يا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

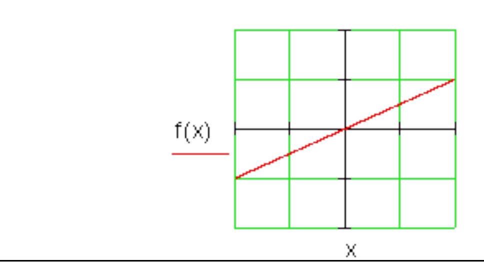
پ = تعريع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

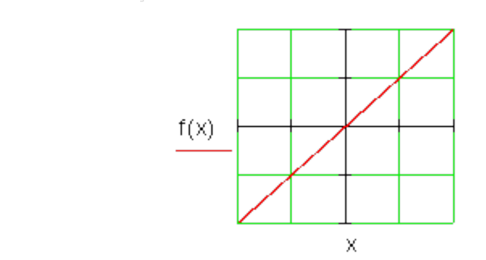
$W_f = \{y \mid 1 \leq y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5$ توابع ورکړ شوي.
کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(يا دې داسې تغير ورکړ شي)، چې g او تغير خوړلي کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغير خوړلي کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی يا پيدا کړی.
اوم - کيدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلايل يې راوړی



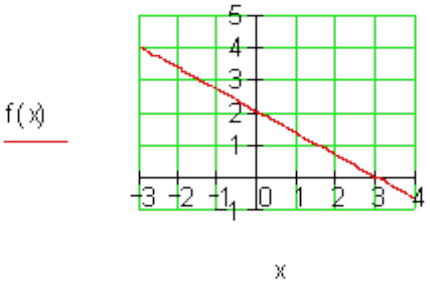
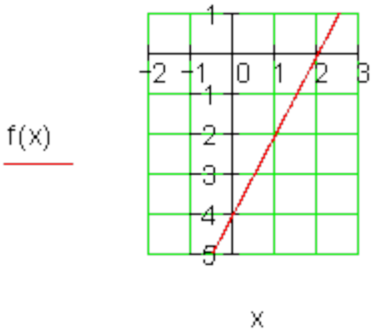
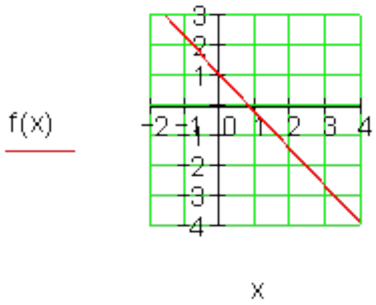
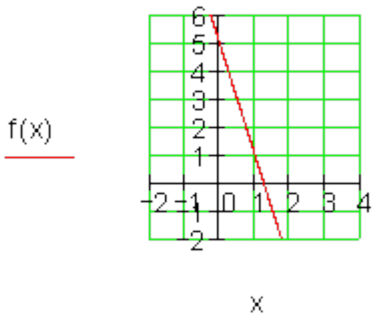


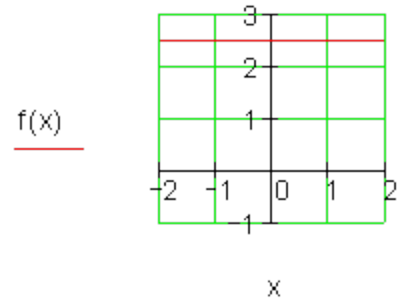
(c) ketabton.com: The Digital Library

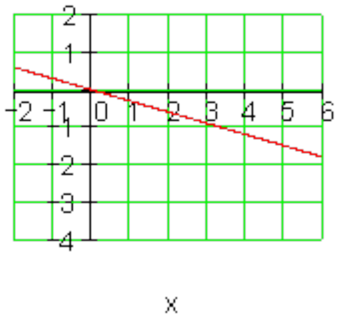
ځوابونه كرښيز مساوات لومړى برخه.

مفصل حلونه

لومړى –

الف- $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ 	ب- $f(x)=2x-4$ 
پ- $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ 	ت- $f(x)=-4x+5$ 
ټ- $f(x)=-0,3x$	ث- $f(x)=2,5$





دويم –

الف –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad P_1(2|4)\,;\,P_2(-2{,}5|-3)$$

جګوالی

$$:\ a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-4}{-1{,}5-2} = \frac{-7}{-3{,}5} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(2|4):\quad f(2) = 2 \cdot 2 + a_0 = 4 \Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x}}$$

سرچينه ييزه کربنه

ب-جګوالی

$$P_2(2|-2):\quad f(2) = -\frac{11}{6} \cdot 2 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{11}{6}x + \frac{5}{3}$$

بي سرچينييزه کربنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

الف –

$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow 0{,}4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -2{,}5$$
$$f(x) = 0{,}4x + 1 > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > -2{,}5}}$$

ب =

$$f(x) = -1{,}5(x-2) = -1{,}5x + 3 > 0$$
$$\Rightarrow -1{,}5x + 3 > 0 \mid -3 \quad \Leftrightarrow \quad -1{,}5x > -3 \mid : (-1{,}5) \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{-3}{-1{,}5} = 2$$
$$f(x) = -1{,}5(x-2) > 0 \text{ für } \underline{\underline{x < 2}}$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0$$
$$\Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \mid \cdot 5 \quad \Leftrightarrow \quad x - 7 > 0 \mid +7 \quad \Leftrightarrow \quad x > 7$$
$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > 7}}$$

څلورم:

الف –

$$\underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}} \Rightarrow a_0 = -2 \quad \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 2}}$$

ب =

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

$\Rightarrow P_y(0\,|\,-1) \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$

$P(1|1): \quad f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$

$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0{,}5 \Rightarrow P_x(0{,}5\,|\,0)$

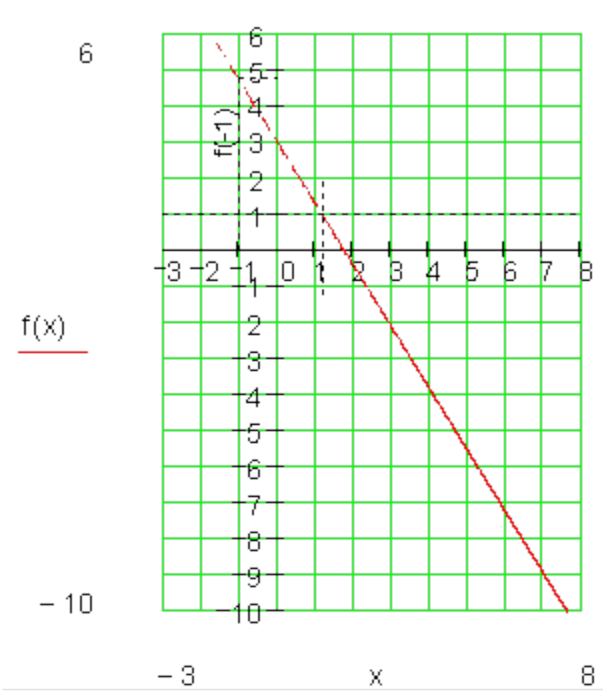
پنځم:

الف –

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4{,}71$$

$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$



ب = $P\left(\sqrt{7}\,|\,-1{,}54\right) \Rightarrow f\left(\sqrt{7}\right) = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$

په دوه لسميزځايونو ګرديږي، بيا P په کرښه پرته ده.

پ =

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\} \Rightarrow f(x) \ge 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \ge 1 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \ge -2 \mid \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \le \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \ge 1$$

د $x \le \frac{7}{6}$: لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \le \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ت =

$$f\left(\sqrt{2k}\right) < 0{,}6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0{,}6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2{,}4 \mid \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16{,}8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1{,}4 \mid$$ مربع کوو

$$\Leftrightarrow 2k > 1{,}96 \Leftrightarrow k > 0{,}98$$

د ! $k > 0{,}98$ لپاره $: f\left(\sqrt{2k}\right) < 0{,}6$ باور لري

شپږم:

دx- محور سره د g(x) غوځيکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): \quad g(x_s) = 0{,}75x_s + 3 = 0$$
$$\Rightarrow x_s = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

h(x) او f(x) برابر جګوالی لري.

$a_{1h} = a_{1f} = -1$

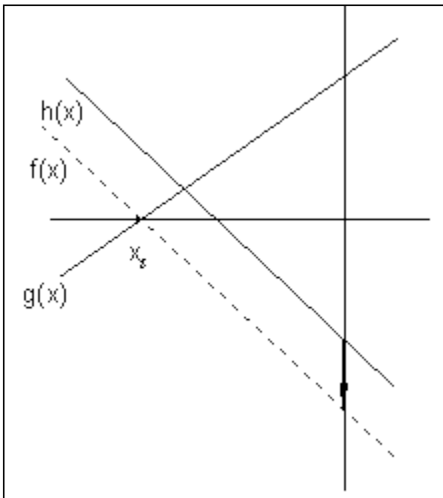
ږدو: $: f(x) = -x + a_{0f}$

$P_{xg} = P_{xf} \quad P_{xf}(-4|0):$

$\Rightarrow f(-4) = -(-4) + a_{0f} = 0 \Rightarrow a_{0f} = -4$

$\Rightarrow f(x) = -x - 4$

h(x) د x په محور په 1,5- کښېنول شوي.



اوم: مفصل حل

دواړه ګرافونه کړی شي همغه يا برابره کرښه انځور کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

پوښتنې

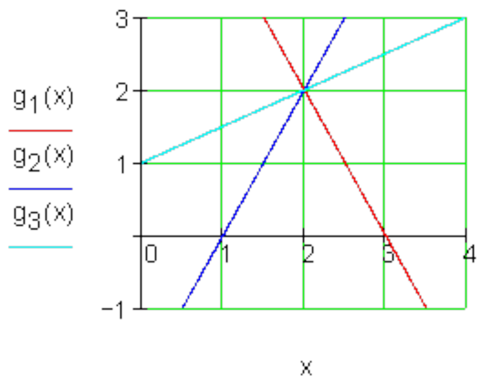
کرښيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې

g(x) = 2x + 8,2

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځنګ ځيري کربنه وټاکی، چې د$g(x)$ سره غبرګه له ټکي$P(2 \mid 2)$ تيريږي. د دې کربنې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.	

دويم –

ټکی $P(4,5; -3)$ په کربنه چې صفر(سرچينه ييزه کربنه) پروت دی.

ټکی $P(3;f(3))$ هم په دې کربنه پروت دی. $f(x)$ وټکی.

دريم –

ټکي $A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کربنې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کربنه پراته دي؟

څلورم –

د کربنې g مساوات وټکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1 \mid -2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1 \mid -0,5)$

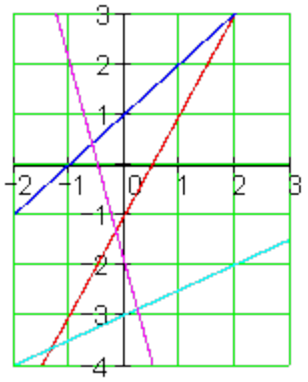
پ - له $P_1(2 \mid -4)$ او $P_2(0 \mid -2)$ ت - له سرچينې او $P(-3 \mid -1)$

ټ – له $P(-3 \mid 3)$ او وکربنې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کربنيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او$f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشميږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	شپږم- له ښکته ښيرې ښخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.

حلونه

کرښيز برابرونونه II

مفصل حلونه

لومړی –

د غوښتونو کرښو ځګيدنه $: a_1 = 2 \Rightarrow g_2$ ده.

کرښه دې له ټکي P(2;2) تيره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دويم –

پيل کرښه $: f(x) = a_1 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(4,5|-3):\quad f(4,5)=a_1\cdot 4,5=-3\Leftrightarrow a_1=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x}}\quad f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3=\underline{\underline{-2}}$$

دریم –

$$f(x)=4x-3$$

$$A(1|3):\qquad f(1)=4\cdot 1-3=1\Rightarrow A(1|3)$$

د کربښې پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7):\quad f(-1)=4\cdot(-1)-3=-7\Rightarrow B(-1|-7)$$

په کربنه پورته ده

$$C(2|-2):\quad f(2)=4\cdot 2-3=5\Rightarrow C(2|-2)$$

د کربښې کښته لور ته پرته ده

$$D(8|7):\quad f(8)=4\cdot 8-3=29\Rightarrow D(8|7)$$

د کربښې کښته لور ته پرته ده

څلورم :

الف-

$$a_1=-\frac{3}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P(1|-2):\quad f(1)=-\frac{3}{4}\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=-\frac{5}{4}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1=1,5=\frac{3}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$$

$$P(-1|-0,5):\quad f(-1)=\frac{3}{2}(-1)+a_0=-\frac{1}{2}\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x+1}}$$

پ –

$$P_2(0|-2)\Rightarrow a_0=-2\quad\Rightarrow f(x)=a_1x-2$$

$$P_1(2|-4):\quad f(2)=a_1\cdot 2-2=-4\Rightarrow a_1=-1\quad\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x-2}}$$

ت - کربنه أه سرچیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$

$P(-3|-1): \quad f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$

ت - و $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ ته غبرگه

$P(-3|3): \quad f(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

پنځم –

$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$

$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$

$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + 5$

$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = 4$

$f(\sqrt{2}) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx -0,657$

شپږم –

a_0 کیدی شي دy محور غوځیکي ځخه ولوستل شي یا لاس ته راشي.

a_1 ، $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ جګیدنه ده ، دا هم لوستل کیدی شي.

$f(x) = 2x - 1; \; g(x) = x + 1; \; h(x) = 0,5x - 3; \; i(x) = -4x - 2$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کرښیز مساوات د تولګي کار چمتووني لپاره

لومړی: وشمیرئ:

الف - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ب - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

دویم: وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}$

دریم: نوکان حل یا لرې کړئ او ساده یې کړئ

الف - $3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7$ ب - $6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]$

څلورم:: سره ضرب یې کړئ او سره یوځای یې کړئ

الف - $\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$ ب - $(4{,}2u-2{,}4v)(5u-10v)$

پنځم: په نوکانو کې یې ګیر کړئ.

الف - $-5xu+15xv-10xz$ ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$

شپږم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمېرئ

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب - $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

پ - $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2$

اوم: لاندې ترمړنه د ضرب په حیث انځور کړئ.

بیلګه: $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2ab+b^2=(2a+b)^2$

الف - $u^2+2uw+w^2$ ب - $4x^2+12xy+9y^2$

پ - $9-48n+64n^2$ ت - m^2+2m+1

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د لادې توابعو ګراف په يوه مناسب پروتولاړ-يا کواوردیناتسیستم کې وکاږئ

الف - $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ ب - $f(x) = -4x + 5$

نهم: يو کرښيز تابع $f(x)$ د $x \in \mathbb{R}$; $f(x)=1,25x+1,5$ سره ورکړ شوې

الف -تابع ارزښتونه وشميرئ:

$f(0)$; $f(-1,5)$; $f(0,7)$; $f(\pi)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $f(u)$:

ب – تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ – د کوم ارګومنت يا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت – و ښايئ، چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

لسم: د لاندې کرښيزو توابعو محورغوځتکي وټاکی او ګراف يې په يوه پروتولاړسيتم کې وکاږئ.

الف - $f(x) = -4x - 3,5$ ب - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

يولسم: کرښيز مساوات $f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$ ورکړ شوی دی.

الف - ګراف يې وکاږئ او $f(-1)$ په نخښه کړئ.

ب – ايا ټکی $P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right)$ د $f(x)$ په ګراف پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د t د کوم ارزښت لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6 ?$ دی ؟

دولسم: د$f(x)$ کرښو مساوات وټاکئ.

الف - $a_1 = -\frac{3}{4}$ د ټکي $P(1|-2)$ له لارې ب- $a_1 = 1,5$ د ټکي $P(-1|-0,5)$ له لارې

پ - د ټکي $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ له لارې ت - د سرچینې $P(-3|-1)$ له لارې.

دیارلسم: د کرښيز تابع f لپاره باور لري: $f(2)=-3$ او $f(0)=5$.

د تابع ترم و ټاکئ او وشميرئ $f(0,25)$ او $f\left(\sqrt{2}\right)$.

څوارلسم: د$f(x)$ کرښو مساوات وټاکئ.

الف - $P_1(-4|2)$ او $P_2(2|0)$ په کرښه پراته دي

ب - $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په کرښه پراه دي.

پ - کرښه محور په $x=2$ او $y=6$ کې غوڅوي.

ت – کرښه له ټکو $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ څخه تيريږي.

ټ - کرښه $a_1 = -4,5$ جګوالی لري او له ټکي $P(2|-3)$ تيريږي.

ث- کرښه جګوالی $a_1 = 3$ لري او له ټکي $P(1|1,5)$ تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځلسم: د کرښیز تابع f(x) تابعترم او صفرځای وټاکئ، که دا لاندې معلوم وي.:

$f(-4) = 2$ او $f(1) = -4$

شپاړس: د کرښیز تابع f(x) تابع ترم پیداکړئ، که باور ولري:

الف - $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 ; f(2a) = -1$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون ښوونکې او ښوونکي یا روزونکي د زړه له کومې ،،بریکمن ۱ ،، مارکې چای څښي. اوسنۍ زخیره 1,8 kg چای دی. په ا ونۍ کې 350 g د چې چاینکې لپاره بسیا کوي.

الف - د تابع مساوات ولیکئ، کوم چې دا کړنه تشریح کوي.

ب – له کوم وخته د کافي زخیره تمامیږي.

پ – د کافي پسې فرمایښ باید ورکړ شي، که د زخیرې کوټۍ پاتې فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت – د تابع ګراف په یوه مناسب پروتولاړ سیستم وکاږئ.

اتلسم: پښتون او هیواد په یوه د بیارغونې کلینیک کې د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنستمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دواړه معاشونه سره پرتله کوي. د\بشتون بې مالليا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کې 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27ساعته زیات کار کړی دی.

بنستمعاش وشمیرئ او د زیات کار تولې پیسې.

نولسم: د 80 kg ګني ښځه کیدی شي 8,5 kg ګوړه جوړه شي.(د ګني او ګوړې ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه نیول (فرض)کیږي). یو فنکشن ترم (x)f ښایي، چې له x کیلوګرام ګني ښځه څومره ګوړه لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - فنکشاترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د تابع f (x) ګراف وکاږي.

شلم: په يوه ملي اقتصادي مودل کي لګښت ورکړه کرښيز د لاس کي لرلي لاس ته راوړني په واک کي دی.

د يوه € 1000 لاس ته راوړني سره لګښت ورګړه € 900 دی. د يوه € 1800 لاس ته راوړني سره لګښت € 1460 دی.

الف - د لګښت (خوراک) تابعK لپاره يو تابع ترم پيدا کړئ.

ب – دلګښت ورکړې جګوالی شميرئ که لاس ته راوړنه € 800, 2500 € همداسې € 4000وي.

پ – د لګښت کچه د معاش هغه برخه ده، چي د لګښت لپاره کارول کيږي يا لګيږي.

معاش: لګښت= د لګښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لګښتکچې او معاش ترمنځ کومې اړيکي شتون لري؟

ت – د معاش زياتوالی dx دی. د معاش څو په سلو کي د لګښت لپاره لګيږي؟

ټ – د زخيرې زورS د معاش په واکوالي کي کوم تابع يا فنکشن تشريح کوي؟ تابع K او S ګرافيکي انځور کړئ . د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

يووېشتم: فيرما،، بيګ بيوتي(Big Beauty)،، د شونډو قلم ،، امور(Amore)،،

توليدوي.

دا په توليد کي منځ ته راغلی لګښتK د توليد شوو دانو يا ټوټو په واک کي دی. د x = 100 د انو توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي د 200 = xدانو وتوليد سره € 410

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت منځ ته راځي. د توليد شوو دانو ګڼون يا تعداد او لګښت ترمنځ يوه کربنيزه اړيکه شتون لري.

الف - د لګښت تابع وټاکئ.

ب – د 140 = x توليد سره د دانئ قيمت څومره لوي دئ؟

پ – د څو دانو تعداد توليد سره د داني قيمت کوم ارزښت ته هڅيږي يا نږدې کيږي؟

ت – د کوم مقدارx سره د ګټې راټلنه لرو، که د يوې داني شوندو قلم € 5,20 قيمت لاس ته راوړی شو؟

ټ – په يوه پروتولاړ سيستم کواوردينات سيسيتم کې د K(x) او E(x) ګراف وکاږئ.

ځوابونه

کسرونه، ترمونه او کربنيز توابع د ټولګي کار چمتووالي لپاره.

نتيجط او مفصل ځوابونه:

نتيجې:

لومړی:

الف - $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$ ب - $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

دويم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=-5\frac{5}{6}$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=3\frac{21}{22}$

دريم:

الف - $3(3u+4)$ ب - $2(5x-3y-2z)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف ـ $-6x-43$ ب ـ $21u^2-54uv+24v^2$

پنځم: الف ـ $-5x(u-3v+2z)$ ب ـ $\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف ـ $\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2$ ب ـ $\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2$

پ ـ $m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2$ ت ـ $\frac{9}{16}a^2-3a+4$

اوم:

الف ـ $(u+w)^2$ ب ـ $(2x+3y)^2$

پ ـ $(3-8n)^2$ ت ـ $(m+1)^2$

اتم:

الف ـ $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب ـ $f(x)=-4x+5$

نهم:

الف ـ

$f(0)=1,5 \qquad f(-1,5)=-0,375 \qquad f(0,7)=3,375$

$f(\pi)\approx 5,427 \qquad f\left(\frac{\pi}{2}\right)\approx 3,463 \qquad f(u)=1,25u+1,5$

ب ـ $f(x)=-5 \text{ für } x=-5,2$

پ ـ $f(x)>0 \text{ für } x>-1,2$

ت ـ $f(u+2)-f(u)=2,5$ له u خپلواک دی.

لسم:

الف ـ $P_x\left(-\frac{7}{8}\,|\,0\right) \qquad P_y(0\,|\,-3,5)$

ب ـ $P_x\left(\frac{15}{32}\,|\,0\right) \qquad P_y\left(0\,|\,\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يولسم:

الف – ګرافونه د مفصل حل لاندې وګورئ.

ب - $f\left(\sqrt{7}\right) = -1,53557... \approx 1,54$

په دوه لسميزو راګرديري، نو P په کرښه پروت دی.

پ – د $t > 0,98$ لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ باور لري.

دولسم:

الف - $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ب - $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

پ - $f(x) = -x - 2$ ت - $f(x) = \frac{1}{3}x$

ديارلسم:

$f(x) = -4x + 5 \quad f(0,25) = 4 \quad f\left(\sqrt{2}\right) \approx -0,657$

څوارلسم:

الف - $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب - $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

پ - $f(x) = -4x + 2$ ت - $f(x) = -3x + 6$

ټ - $f(x) = -4,5x + 6$ ث – $f(x) = 3x - 1,5$

پنځلسم:

$P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right) \qquad f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$

شپاړلسم:

الف - $f(x) = 2x + 5$ ب - $f(x) = -x + a$ پ - $f(x) = -\frac{2}{a}x + 3 \,;\, a \neq 0$

اووه لسم:

الف – تابع مساوات $f(x) = -0,35x + 1,8$

ب –له پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته

پ – له څلورو اونيو فقط نوره 400 g کافې شته دی.

ت - ګراف د مفصل حل لاندې دی.

اتلسم: بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات ساعتون يوځای € 21 .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نولسم: الف - $f(x) = \frac{17}{160}x$

ب –

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563 \qquad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ – گراف په مفصل حل کې میندل کیږي.

شلم:

الف - $K(x) = 0{,}7x + 200$

ب - $P_1(800\,|\,760) \qquad P_2(2500\,|\,1950) \qquad P_3(4000\,|\,3000)$

پ -

د لګښت جګوالی	
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}95 \triangleq 95\%$	معاش ۸۰۰یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}78 \triangleq 78\%$	معاش ۲۵۰۰ یورو
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = 0{,}75 \triangleq 75\%$	معاش۴۰۰۰ یورو

ټولیزه اویکي

د لګښت جګوالی= $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$

ت - په 70%د معاش زیاتیدنه د لګښت یا مصرف لپاره ورکولکیږي.

ټ- $S(x) = 0{,}3x - 200$

د von $S(x)$ صفرځایونه: $S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666{,}\bar{6}$

د صفرځای معنا:

لومړی له € 666,67 معاش څخه کیدی شي زخیره وشي. په دې مودل کې € 666,67 د شتون مینیموم جوړوي. د موجودیت مینیموم کښنته یا لاندې پور شروع کیږي، ځکه چې انسانان له یو څه باید ژوند وکړي. ګراف د مفصل حل لاندې میتدل کیږي.

یوویشتم:

الف - $K(x) = 0{,}25x + 360$

ب – د 140 دانو تولید وروسته د داني قیمت € 2,82 دی.

پ - د جګ دانو تعداد سره د داني قیمت د € 0,25 په لور ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د 73 ډېرئ یا سټ د شونډو رنګ خرڅلاو وروسته کته لاس ته راوړل کیږي یا کیږي.
ټ - ګراف د مفصل حل لاندې میندل کیږي.
ث –

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف –

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\underset{HN=40}{\equiv}\frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$$
$$=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

ب –

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\underset{HN=56}{\equiv}\frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

دویم:

الف -
$$1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{35}{6}=\underline{\underline{-5\frac{5}{6}}}$$

ب -
$$4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{6\cdot 11}=\frac{29\cdot 3}{2\cdot 11}=\frac{87}{22}=\underline{\underline{3\frac{21}{22}}}$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -

$$3u+[4-(2u-1)+8u]+7=3u+[4-2u+1+8u]+7$$
$$=3u+4-2u+1+8u+7=3u-2u+8u+4+1+7$$
$$=9u+12=\underline{\underline{3(3u+4)}}$$

ب –

$$6x-[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)]=6x-[9y-2x-4z-2x-3y+8z]$$
$$=6x-9y+2x+4z+2x+3y-8z=6x+2x+2x-9y+3y+4z-8z$$
$$=10x-6y-4z=\underline{\underline{2(5x-3y-2z)}}$$

څلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2x-\frac{1}{2}\cdot 4-5\cdot 2x-5\cdot 8+\frac{1}{4}\cdot 12x-\frac{1}{4}\cdot 4$$
$$=x-2-10x-40+3x-1$$
$$=x-10x+3x-2-40-1=\underline{\underline{-6x-43}}$$

ب -

$$(4,2u-2,4v)(5u-10v)=4,2u\cdot 5u-4,2u\cdot 10v-2,4v\cdot 5u+2,4v\cdot 10v$$
$$=21u^2-42uv-12uv+24v^2=\underline{\underline{21u^2-54uv+24v^2}}$$

پنځم:

الف -

$$-5xu+15xv-10xz=-5x\cdot u-5x\cdot(-3v)-5x\cdot 2z=\underline{\underline{-5x(u-3v+2z)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{2}x\cdot u+\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{4}v\right)+\frac{1}{2}x\cdot\frac{3}{2}z=\underline{\underline{\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)}}$

شپږم:

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+2\cdot\frac{1}{3}a\cdot b+b^2=\underline{\underline{\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2}}$

ب -

$$\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2=\left(\frac{6}{7}m\right)^2-2\cdot\frac{6}{7}m\cdot\frac{1}{8}n+\left(\frac{1}{8}n\right)^2=\underline{\underline{\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2}}$$

پ –

$$\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{3}{4}n+\left(\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+\frac{3}{2}mn+\frac{9}{16}n^2=\underline{\underline{m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2}}$$

ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}a\cdot 2+2^2=\underline{\underline{\frac{9}{16}a^2-3a+4}}$

اووم: الف - $u^2+2uw+w^2=u^2+2\cdot u\cdot w+w^2=\underline{\underline{(u+w)^2}}$

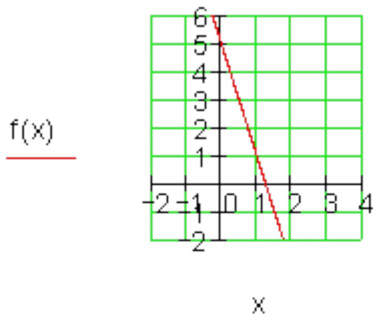
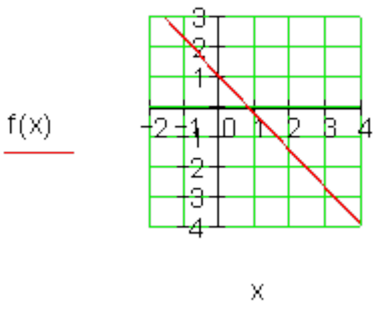
ب - $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\cdot 6x\cdot y+(3y)^2=\underline{\underline{(2x+3y)^2}}$

پ - $9-48n+64n^2=3^2-2\cdot 3\cdot 8n+(8n)^2=\underline{\underline{(3-8n)^2}}$

ت - $m^2+2m+1=m^2+2\cdot m\cdot 1+1^2=\underline{\underline{(m+1)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

ب-	الف-
$f(x) = -4x+5 = -\frac{4}{1}x+5$	$f(x) = -\frac{5}{4}x+1$
له $(0\,|\,5)$	له $(0\,|\,1)$
یو یوون یا واحد ښي لور ته	څلور یوونه ښی لور ته
څلور واحده کښته لور ته	پنځه واحده کښته لر ته
	

نهم:

الف – نتیجه په دري ځایونو راکرد شوی: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f(u) = 1,25u + 1,5$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$

$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$

$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$

$$\Leftrightarrow 1,25x \quad > -1,5 \mid : 1,25 \qquad \underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

$$\Leftrightarrow x \quad > -1,2$$

پ -

ت –

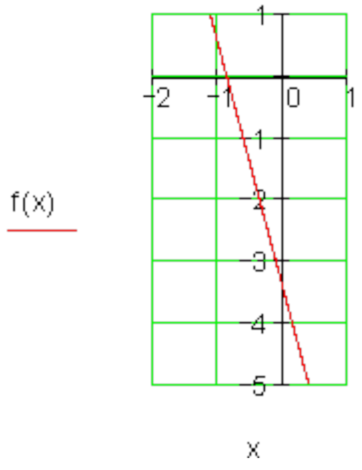
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$

$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

د u په وان کي يا تابع دی.

لسم:



الف-

$$f(x) = -4x - 3,5$$

$$f(0) = -3,5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3,5)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3,5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} = -0,875 \mid 0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

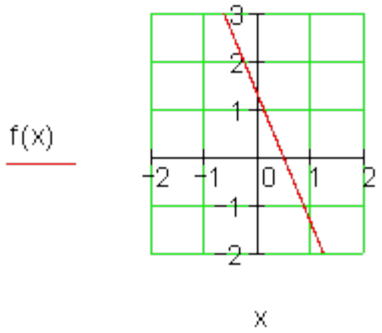
ب-

$$f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$$

$$f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{5}{4} = 1,25\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \approx 0,47 \mid 0\right)$$

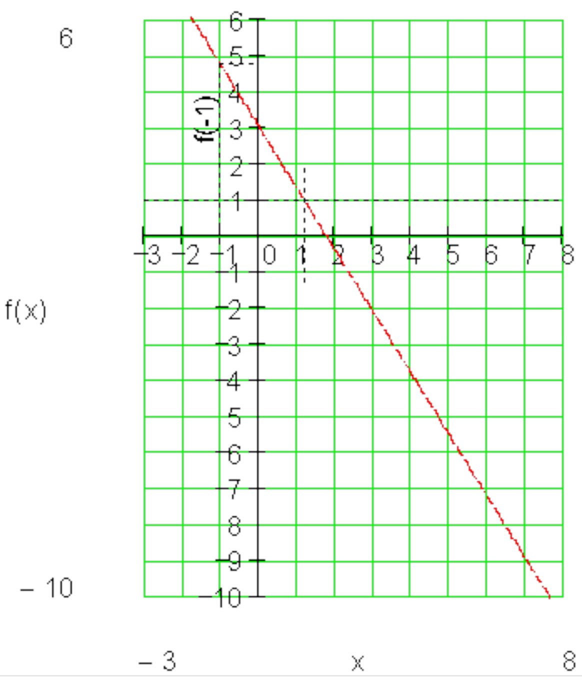


یولسم:

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3 \qquad f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4,71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$

الف –



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P\left(\sqrt{7} \mid -1{,}54\right): \quad f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7} \cdot \sqrt{7} + 3 = -1{,}53557... \approx 1{,}54$$

په دوه لسمیزو راګردیږي، نو P په کرښه پروت دی.

پ-

$$f\left(\sqrt{2t}\right) < 0{,}6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0{,}6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2{,}4 \mid \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2t} < -16{,}8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1{,}4 \mid$$ مربع کونه

$$\Leftrightarrow 2t > 1{,}96 \Leftrightarrow t > 0{,}98$$

د t>0,98 لپاره باور لري $\underline{\underline{f\left(\sqrt{2t}\right) < 0{,}6}}$:

دولسم:

الف -

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(1 \mid -2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$$

ب -

$$a_1 = 1{,}5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1 \mid -0{,}5): \quad f(-1) = -0{,}5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$
$$P_1(2|-4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

ت – کربنه له سرچيني

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$
$$P(-3|-1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

دیارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$
$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \qquad f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

څوارلسم: الف –

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_2(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$
$$P_1(-3|1): \quad f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$

$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-2\Leftrightarrow -4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت -

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$

$$P_1(2|0):\quad f(2)=0\Leftrightarrow a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ -

$$a_1=-4{,}5\Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$$

$$P(2|-3):\quad f(2)=-3\Leftrightarrow -4{,}5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$$

ث –

$$a_1=3;P(1|1{,}5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$

$$P(1|1{,}5):\quad f(1)=1{,}5\Leftrightarrow 3\cdot 1+a_0=1{,}5\Rightarrow a_0=-1{,}5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$$

پنځلم:

$$f(-4)=2\Rightarrow P_1(-4|2);f(1)=-4\Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-4\Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}}}$$

صفرځای:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

شپاړلسم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$
$$P_1(1|7):\quad \Rightarrow f(1)=7 \Leftrightarrow 2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$
$$P_1(a|1):\quad f(a)=1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3}};\ a\neq 0$$

اووه لسم:

الف –

اووښتونې یا متحولې: x د اونۍ په معنا

y=f(x) په دې معنا، ې د کافي زخیره په کیلوګرام

د کرښمساوات یا –برابرون عمومي بڼه $f(x)=a_1x+a_0$

صفر اونۍ:	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
لومړۍ اونۍ:	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
دومکه اونۍ:	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
....	....
x اونۍ:	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

د کافي زخیرې کمیدنې لپاره تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د کافي زخيره لګښت په دې معنا دی:

$f(x)=0 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0|-1{,}8$ مساوات دې د x پسې حل شي

$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}8|:(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5{,}143$$

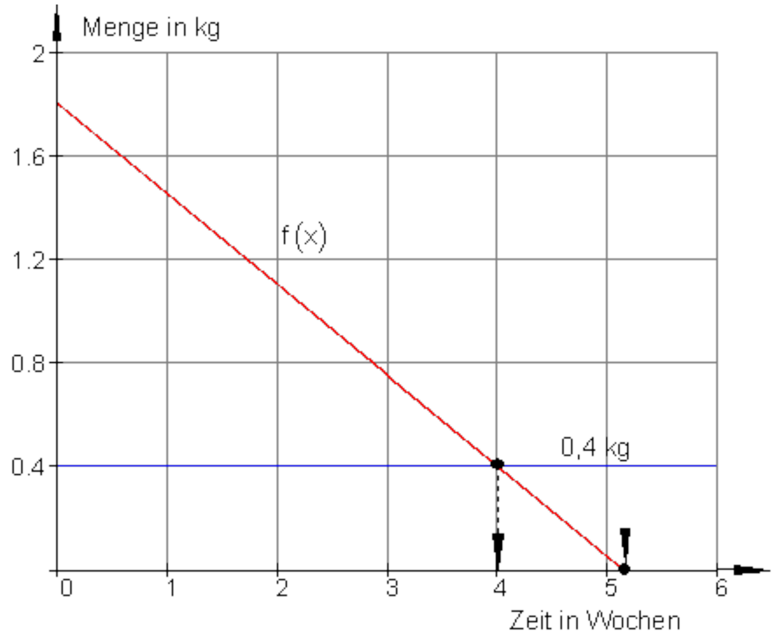
له پنځه اونيو وروسته نوره کافي پاتې نه ده.

پ – فقط 400g کافي نوره پاتې ده په دې معنا، چې:

$$f(x)=0{,}4 \Leftrightarrow -0{,}35x+1{,}8=0{,}4|-1{,}8$$
$$\Leftrightarrow -0{,}35x=-1{,}4|:(-0{,}35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$$

د څلور اونيو وروسته نوره فقط 400 g کافي پاتې ده.

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتلسم: د زياتو ساعتونو ګڼون يا تعداد: x د بې ماليا ور کړ شوی معاش

f(x)دوه ارزښتجوړې ورکړ شوې دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=د زيات کار غونډ معاش a0=بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات کار ټول € 21 .

نولسم:

الف – د x محور کيلوګرام ګڼي y محور کيلوګرام ګڼي

$f(x) = a_1x + a_0$ که 80 کيلوګرام ګڼې، نو ترې لرو8,5 کيلوګرام ګوړه

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کيلوګرام ګڼې، نو ترې لرو 0کيلوګرام ګوړه ، نو لاس ته راځي: $P_2(0|0)$

سرچينه ييزه کرښه او ترې لاس ته راځي: $a_0 = 0$

جګيدنه يا زياتوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x)=\frac{17}{160}x \Rightarrow f(100)=\frac{17}{160}\cdot 100=10,625$$

$$f(250)=\frac{17}{160}\cdot 250=\frac{425}{16}\approx 26,563$$

$$f(x)=25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x=25 \Big|:\frac{17}{160} \Leftrightarrow x=\frac{4000}{17}\approx 235,3$$

له 100kgګنيو څخه 10,625 ګوړه لاس ته راځي يا ګټل کيږي.

له 250kgګنيو نږدې 26,563kg ګوړه ګټو

د 25kgګوړې لپاره نږدې 235,3kgګنيو ته اړتيا شته.

پ – په ګراف کې: پروت: ګني په کيلوګرام. ولاړ: ګوړه په کيلوګرام

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلم:

الف –

خپلواک اووښتوني يا متحوله. x =معاش

بلواک يا تابع متحوله y=K(x) = لګښت تاديه کونه(کربنيزه اړيکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1 x + a_0$$

له ورکړشوو شرايطو لرو:

$$P_1(1000 \mid 900) ; P_2(1800 \mid 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 \mid 900): \quad K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$$

پ –

د لګښت ارزښت= معاش:لګښت = $= \frac{K(x)}{x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راتګ ۸۰۰	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$ کونزوم کووټې=دلګښت کچه

تولیزه اړیکي

$$\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x+200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$$ (د لګښت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسي جګي شي، همغومره د0,7 لګښت کچه ارزښت ته نږدی کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د70% په اختیار کي لرلي لاس ته راوړني د لګښت لپاره ورکول کیږي. دا پاتې زخیره کیدی شي.

ت –

اینبوونه: زوړ خرڅلاو نوی خرڅلاو د خرڅلاو زیاتیدنه	$x \Rightarrow \quad K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x+dx) = 0,7(x+dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x+dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x+dx) + 200 - (0,7x+200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

ترې لا س ته راتلنه : د 70%لاس ته راوړني زیاتوالي یا وده د لګښت پاره ورکول کیږي. دا د K(x) جګوالی ورکوي.

ټ – هر څه، چې نه لګیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x+200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یووپښتم:

الف –

، د لګښت تابع $K(x) = a_1x + a_0$: $P_1(100\,|\,385);\ P_2(200\,|\,410);$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410-385}{200-100} = 0{,}25 \Rightarrow K(x) = 0{,}25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385):\quad K(100) = 385 \Leftrightarrow 0{,}25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي: $K(x) = 0{,}25x + 360$

ب – د 140 دانو قیمت $K(140) = 0{,}25 \cdot 140 + 360 = 395$

دانې:قیمت=د دانې قیمت(قیمت په دانو ویشل) = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2{,}82}}$

د140 دانو تولید سره د دانې قیمت € 2,82 دی.

پ –

داانې:قیمت=د دانې قیمت = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}25x + 360}{x} = 0{,}25 + \frac{360}{x}$

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم 360/x تل کوچنی کيږي، داسې چې د دانې قیمت ځان تل و 0,25€ ته نږدې کوي.

دا سړی شمیرپوهنيز یا ماتماتیکي داسې لیکي: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{K(x)}{x} = 0{,}25$

ت – د ګټې ځای په ځایوالی یا برابروالی په دې معنا، چې دا خرڅلاو(E(x دومره لوي دی، لکه لګښت (K(x .

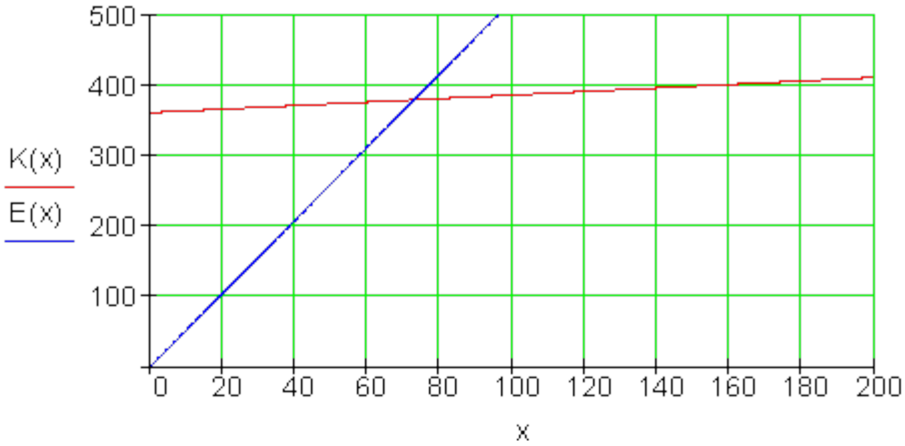
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E(x) = p \cdot x = 5{,}2x \quad K(x) = 0{,}25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5{,}2x = 0{,}25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4{,}95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مګر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کې ګټه کيږي.

ت –



د کرښيز توابعو د حل ستراتيژي:

زه ځنګه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کرښي جګوالیa_1 ، همداسي يو ټکی P_1 ځرګند دي او د تابعمساوات شميرل کيږي.

دويم حالت: دوه ټکي معلوم دي P_1وP_2 د تابع مساوات شميرل کيږي.

دريم: د يوې کرښي د محور غوځتکي P_y او P_x معلوم دي او د تابع مساوات دي وشميرل شي.

ځلورم حالت: د دوه کرښو غوڅټکیS دی، چې له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم حالت: د کربښې تابع مساوات g(x) ، چې له f(x) سره عمود یا ولاړه ده شمیرل کیږي، کومه چې له ټکي P_1 تیریږي.

شپږم حالت: د یوه شي پوښتنې ځخه دې تابعمساوات ولیکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د یوې کربښې جګوالی دی: $a_1 = 0,75 = \frac{3}{4}$.

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

کربښه دې له ټکي $: P_1\left(\underset{x}{2} \middle| \underset{y}{4}\right)$. تیره شي.

لومړی پل : جګوالی کیږدئ $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دویم پل: د P_1 کواوردینات یا پروت ولاړسیستم سره a_0 وټاکی.

$$P_1(2|4): \quad y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ د $P_1(2\|4):$ لپاره ټکی ازماینبت $y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$	$\frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad \| -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم حالت ته تلنلار:

کرښه له ټکو $P_1(-3|2)$ او $P_2(2|4)$. تيريږي.

$f(x) = a_1x + a_0$

لومړی پل جګوالی دې وشميرل شيي $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

دويم پل: جګوالی کيږدی $y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0$

دويم پل: د P_1 يا P_2 کواورديناتونو سره د a_0 لپاره ارزښت وټاکی.

$P_2(2|4):\quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ د ټکي $P_1(-3|2)$ لپاره ازمايښت $y = f(-3) = \frac{2}{5}\cdot(-3) + \frac{16}{5} = 2$	$P_2(2|4):\quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad \vert -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$

دريم حالت ته تلنلار:

تابعمساوات: $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل د y محور سره غوڅتکی وټاکی

$$P_y\,(0\,|\,y_s): \quad y_s = f(0) = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{16}{5}\right)$$

دويم پل: د x محور سره غوڅتکی وټاکی

$$P_x\,(x_s\,|\,0): \quad y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} &= 0 \quad \left|-\frac{16}{5}\right. \\ \Leftrightarrow \frac{2}{5}x_s &= -\frac{16}{5} \quad |\cdot 5 \\ \Leftrightarrow 2x_s &= -16 \quad |:2 \\ \Leftrightarrow x_s &= \underline{\underline{-8}} \end{aligned}$$

Nullstelle:
$\underline{\underline{P_x\,(-8\,|\,0)}}$

Punktprobe für $P_x\,(-8\,|\,0)$

$$y = f(-8) = \frac{2}{5}\cdot(-8) + \frac{16}{5} = 0$$

د الماني پښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازماېښتلت

څلورم حا لت ته تلنلار:

تابع مساوات: $y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

دا چې غوڅتکی $S(x_s\,|\,y_s)$ په دواړو کرښو پروت دی، بايد د دواړو مساواتو د غوڅتکي کواورديناتونه يا پروتولاړ قيمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4\ (I) \qquad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2}\ (II)$$

دا دوه مساوات دي له متحولو يا اووښتونو x_s او y_s سره.

حل د برابراينوونې بلنلار سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)}$$

$$\Rightarrow y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}$$

ازماېښت: $y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$

پنځم حالت ته تلنلار: تابع مساوات: $y = f(x) = 3x - 6$ ټکی: $P_1(-3 \mid 3)$

لومړی پل: د $g(x)$ جګوالی وټاکئ

د f(x) جګوالی: $f(x): \quad a_{1f} = 3 = \frac{3}{1}$

د g(x) جګوالی: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3}$

دویم پل: د g(x)جګوالی کیږدئ $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم پل:د P_1 قيمت يا ارزښت سره د a_{0g} لپاره ارزښت وټاکی.

تابعمساوات: $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ د $P_1(-3\|3)$ لپاره ټکی ازماينت $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + 2 = 3$	$P_1(-3\|3)$: $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 + a_{0g} = 3 \quad \| -1$ $\Leftrightarrow a_{0g} = 3 - 1 = 2$

شپوم حالت ته تلنلار: دلته ټاکلي تلنلار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډېر تمرين غواړي او زيرکوالی. د دي لپاره دلته منطقي يا سم انديز فکر وړاندنيونه(فرضيه) ده،چي ټيک اينوونه پيدا کړو. که لومړی دا اينوونه پيدا شوې وي، نو کيدی شي،چې پوښتنه تل يو له پورته راوړل شوو تلنلارو سره ځواب يا حل شي.

بيلګه ۱: شينخالی ډريوری بريالی ازموينې له امله له ترور څخه € 2510بخشش اخلي. د هغي د خيال او خوب موټر € 6500 قيمت لري. دا د مياشتي € 210 زخيره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پيسي سره يوځای کولای شي؟ اينوونه ، لکه په بيلګه ۱ کي ښوول کيږي، ده.

لومړی مياشت	$y = 2510 + 210\cdot 1 = 2720$
دويمه مياشت:	$y = 2510 + 210\cdot 2 = 2930$
x مياشت:	$y = 2510 + 210\cdot x$
له دي لاس ته راځي د تابع مساوات:	$y = f(x) = 210x + 2510$

غوښتوني يا د پيداکوني هغه مياشتx ده، چې په هغي کي دا €6500سره يوځای کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(x\,|\,6500):\quad y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$$

د مساوات $210x + 2510 = 6500$ حل x=19 ارزښت راکوي.

له 19 میاشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پیسې سره یوځای کوي.

بیلګه ۲:

که سپوږمۍ د میا شتې 100 دقیقې له ملفون سره تلفون وکړي،€ 18 تادیه کوي یا ورکوي. که ۲۰۰ دقیقې تلفون وکړي، نو باید € 26 ورکړي. بنسټ قیمت څومره دی او یوه دقیقه څومره قیمت لري.

اینوونه: بنسټقیمت تل باید ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قیمت راځي. دا قیمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

a_1 په دقیقه قیمت a_0بنسټ قیمت	1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$ 2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$ x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$

له دې لاس ته راځي : $y = f(x) = a_1 x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کرښه پراته دي پیژنو

$$P_1(100\,|\,18)\quad P_2(200\,|\,26) \Rightarrow$$

له دې لاس ته دویم حالت راځي

$$\Rightarrow y = f(x) = 0{,}08x + 10$$

بنسټ قیمت یا نرخ 10€ دی. د خبرو نرخ په دقیقه 0,08€ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

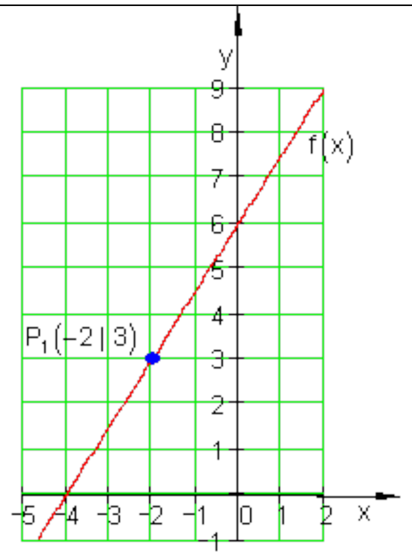
2.2. کرښيز ې توابع د ورکړشوو شرايطو سره

2.2.1.لومړی حالت : د P ټکي څخه تيرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بيلګه:

يوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پيدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی
$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشميرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازماينت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \,|+3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بيلګه:

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځې، له هغې وروسته چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرې به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوي وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7,5x + 340$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخيره دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .
لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې ځګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په داسي حالت کي شميرنه تولیزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه د a_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيريږي.

د کرښمساواتو توليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

بيلګه:

په $a_1 = -2; P_1(-3 \mid 4)$ کي ځا په ځای کړی $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$:

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

2.2.2دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_2(4 \mid 6)$ $\quad\quad$ $P_1(-3 \mid -1)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

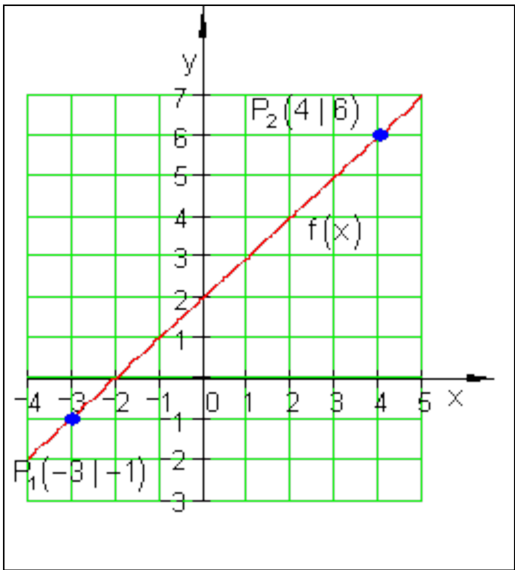
(c) ketabton.com: The Digital Library

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالى وضعه کړى $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دې چې جګيدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسې حل کيږي لکه په لومړي حالت کې.

د ټکو ازمايښت لپاره بې پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چې دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.



د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلوملو (ګرمى کچونى) لپاره مختلفي د تودوخى سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالا Celsiusskala او د فارنهايټ سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابرى دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ى په $32\,^0F$ سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه يا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالى:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 \mid 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کيږدی نتيجه يې ده.

د بيلګې په ډول:

$$x = 20\,^{o}C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^{o}C \triangleq 68\,^{o}F$$

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$= y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښیزړومساواتو یو تولیزه بڼه ده .

په زیاتو ادبیاتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ کې ځای په ځای کړی

$$f(x) = \frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2) + (-1) = \frac{2+1}{-5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} - \frac{5}{5}$$
$$= -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2.3.تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوڅټکي وټاکئ او ګراف يي انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1 = \frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1 = 2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1 = \frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

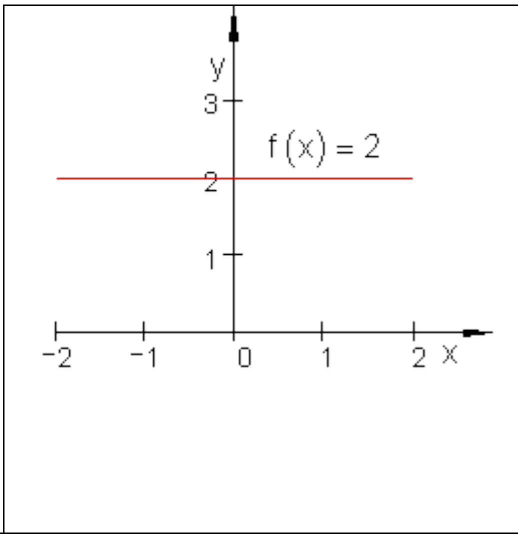
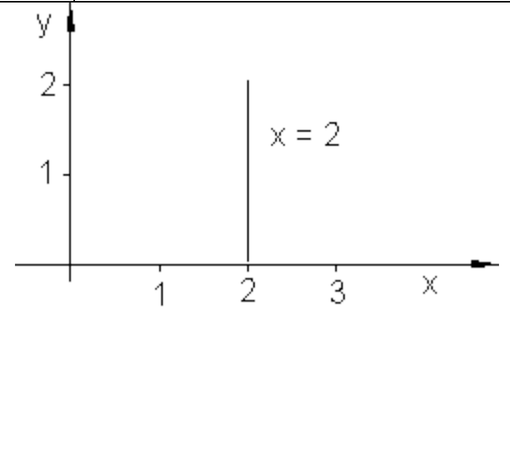
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

نهم - $P_2(4|-1)$ $P_1\left(-3\middle|\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\middle|4\right)$ $P_1(-4|-2)$

2.2.4.د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ يو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کيږي. x- محور هم يوه ثابته تابع ده د تابع مساوات f(x) = 0 سره. د ثابتي تابع جګوالى تل صفر دى.	
د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدى، ځکه چې يواځنى تنظيم نه شته يعنې تابع نه ده. $x = 0$ دy - محور مساوات دي.	

بيلګه:

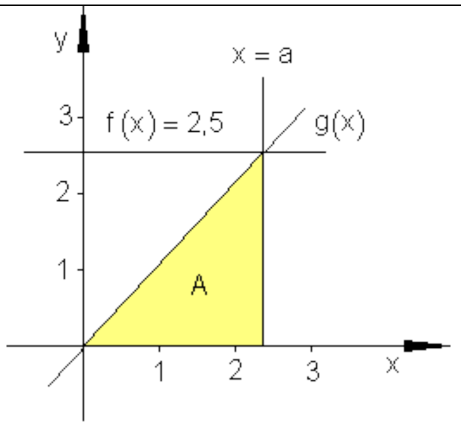
يو f(x) = 2,5 ور کړ شوى او y- محور سره موازي دa واټن د a > 0 سره.

يوه سرچينييزه کرښه g د(P(a | f(x) ټکي څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره يو مثلث جوړوي.

a داسې وټاکئ چې سطحه د مثلث د سطحې څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ | د g = a او h=f(x) = 2,5 سره د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ | $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچينې کرښه $g(x) = a_1 x \; (a_0 = 0$ د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

$$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100) \quad \text{او} \quad 32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$$

دا چې د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه ا ړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 اوP_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بڼه په دې ډول ده:.$f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

د کرښيزو توابعو**II** د تمرينونو حل

نتيجه او مفصل: له <u>01</u> تر <u>10</u> .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 3 ; P_y(0 \mid -3) ; P_x(6 \mid 0)$$

دویم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4} ; P_y\left(0 \mid \frac{15}{4}\right) ; P_x(-5 \mid 0)$$

دریم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = 2x - 7 ; P_y(0 \mid -7) ; P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

څلورم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} ; P_y\left(0 \mid \frac{14}{5}\right) ; P_x\left(-\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

پنځم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = x - 1 ; P_y(0 \mid -1) ; P_x(1 \mid 0)$$

شپږم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = x + 1 ; P_y(0 \mid 1) ; P_x(-1 \mid 0)$$

اوم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} ; P_y\left(0 \mid \frac{5}{3}\right) ; P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$$

اتم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7};P_y\left(0\left|\frac{1}{7}\right.\right);P_x\left(-\frac{1}{2}\left|0\right.\right)$$

نهم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

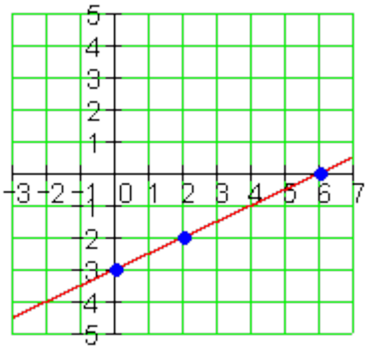
$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7};P_y\left(0\left|\frac{15}{7}\right.\right);P_x\left(\frac{30}{11}\left|0\right.\right)$$

لسم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5};P_y\left(0\left|\frac{6}{5}\right.\right);P_x\left(-\frac{3}{2}\left|0\right.\right)$$

مفصل حلونه:

لومړی:



د $f(x)=\frac{1}{2}x+a_0$ سره $P(2|-2)$

باور لري :

$$f(2)=-2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_0=-2$$

$$\Leftrightarrow a_0=-3$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{1}{2}x-3}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x-3=0$$

$$\Leftrightarrow x=6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

$f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$ د $P(-1|3)$ سره باور لري :

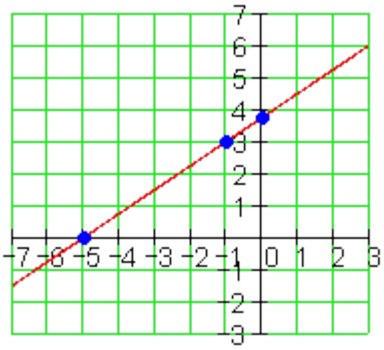
$$f(-1)=3 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot(-1)+a_0=3$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{15}{4}$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{15}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{15}{4}=3{,}75\right)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+\frac{15}{4}=0$$

$$\Leftrightarrow x=-5 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5\,|\,0)}}$$



دريم:

$f(x)=2x+a_0$ د $P(3\,|\,-1)$ سره باور لري :

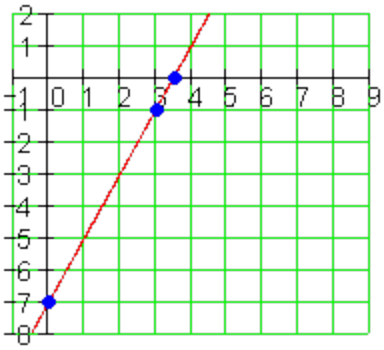
$$f(3)=-1 \Leftrightarrow 2\cdot 3+a_0=-1$$

$$\Leftrightarrow a_0=-7$$

$$\underline{\underline{f(x)=2x-7}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-7)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-7=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{7}{2}=3{,}5\,|\,0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

د $f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$ د $P\left(\frac{3}{2} \middle| 4\right)$: سره باور

لري:

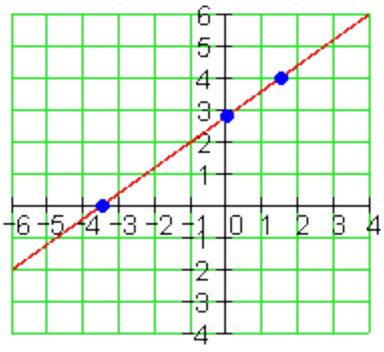
$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{14}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \middle| \frac{14}{5}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{2} = -3{,}5 \middle| 0\right)}}$$



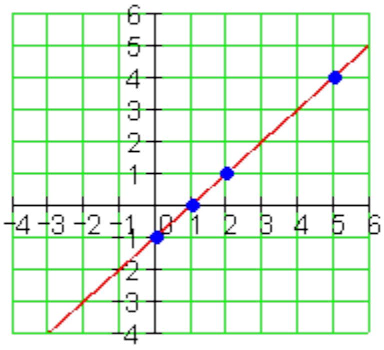
پنځم:

$P_1(2|1)$ $P_2(5|4)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$f(x) = x + a_0$$

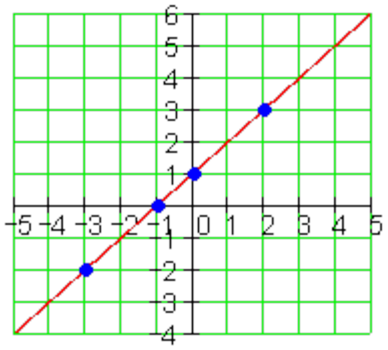
د $P_1(2|1)$ سره باور لري:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=1 \Leftrightarrow 2+a_0=1$$
$$\Leftrightarrow a_0=-1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x-1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0$$
$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1|0)}}$$

شپږم:



$$P_1(-3|-2) \qquad P_2(2|3)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-2)}{2-(-3)}=\frac{5}{5}=1$$

$f(x)=x+a_0$ د $P_2(2|3)$ سره باور لري

$$f(2)=3 \Leftrightarrow 2+a_0=3$$
$$\Leftrightarrow a_0=1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x+1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x+1=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-1|0)}}$$

اوم:

$$P_1(-2|3) \qquad P_2(4|-1)$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{4-(-2)}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$$
$$f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}=0$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2}=2,5\,|\,0\right)}}$$

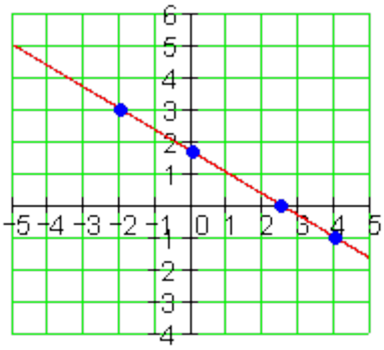
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P_2(4|-1)$ سره باور لري

$$f(4)=-1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\cdot 4+a_0=-1$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{5}{3}$$

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3} \Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{5}{3}\approx 1{,}67\right.\right)$$



اتم:

$$P_1(-4|-1) \qquad P_2(3|1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-(-1)}{3-(-4)}=\frac{2}{7}$$

$$f(x)=\frac{2}{7}x+a_0$$

د $P_2(3|1)$ سره باور لري:

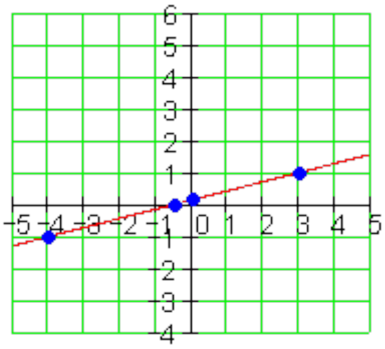
$$f(3)=1 \Leftrightarrow \frac{2}{7}\cdot 3+a_0=1$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{1}{7}$$

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7} \Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{1}{7}\approx 0{,}14\right.\right)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x+\frac{1}{7}=0$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{2}=0{,}5\,|\,0\right)$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4 \mid -1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - \frac{9}{2}}{4 - (-3)} = -\frac{11}{14}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$$

د $P_2(4 \mid -1)$ سره باور لري:

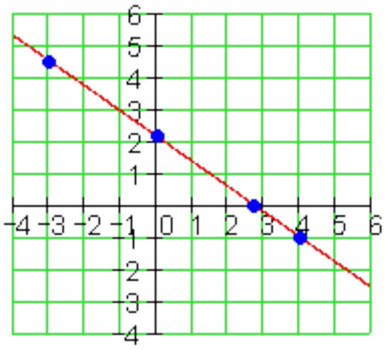
$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14} \cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{15}{7} \approx 2{,}14\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2{,}73 \mid 0\right)$$



لسم:

$P_1(-4 \mid -2) \qquad P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{\frac{7}{2} - (-4)} = \frac{4}{5}$$

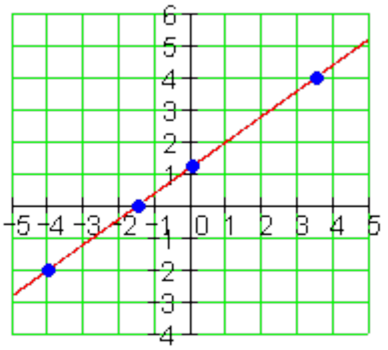
$$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$$

د $P_1(-4 \mid -2)$ سره باور لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{3}{2} = -1{,}5 \mid 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot(-4) + a_0 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{6}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{6}{5} = 1{,}2\right)}}$$

پوښتنې:

کرښیزې توابع III

لومړی: د g کرښو مساوات وټاکی

الف: $P_1(-4|-2)$ او $P_2(2|0)$ په g پراته دي،

ب- g په $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ کې ځغلي

پ- $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په g پراته دي

ت- g محورونه په x = 2 او y = 6 کې غوڅوي(قطع کوي)

ټ-g له ((P(-6;1 تیریږي او له h سره غبرګ دی د $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ مساوات سره

ث- g جګوالی $a_1 = -4{,}5$ لري او له (P(1;1,5 څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج- g جګوالی $a_1 = 3$ لري او له P(1;,1,5) څخه تیریږي

چ- g دx محور په x = 3 کې غوځوي او د hکرښه د h(x) = 4x - 2 سره په x = -1 کې غوځوي.

دویم: د دوه کرښو g او h کرښیز مساوات پیدا کړی، چې له ټکی P(3;-2) تیریږي.

دریم: یوه کرښه g د کرښیز تابع f(x) سره پیدا کړی، چې له ټکو P_1 او P_2 تیریږي او تابع مساوات وټاکۍ.

الف- $P_1(-3|5); P_2(1|2,5)$ ب - $P_1(1,5|3); P_2(3|2,5)$

پ- $P_1(4|0); P_2(-1|-\sqrt{2})$ ت - $P_1(k|3); P_2(2k|-1)$

ټ - $P_1(1|0); P_2(-1|k+1)$ ث - $P_1(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}); P_2(\sqrt{k}|0)$

څلورم: د f(x) کرښیزې تابع مساوات وټاکۍ.که معلوم وي:

الف-کرښه د $a_1 = \frac{5}{4}$ جګیدنې سره له P(4;-1) څخه تیریږي.

ب-کرښه له ټکو $P_1(-5|-3)$ او $P_2(0|3)$ څخه تیریږي.
پ-کرښه له P(4,5;2,7) ټکي تیریږي. او د x محور سره 45° مایله ده.

ت-کرښه له P(-1,5;0) تیریږي او دh(x) = 2x+2 سره غبرګه (موازي) ده.

پنځم: کر ښه g و کاږی او کرښیز مساوات وټاکۍ.

الف- $P(3|-1) \in g$ او g دy محور سره غبر؛(موازي) څغلي.

ب- $P(3,5|2,5) \in g$ او g دx محور سره موازي څغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- g له P(-5;1) تېرېږي او د $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ سره موازي ده.

ت- g له $P\left(1 | \frac{3}{2}\right)$ تیرېږي او د کربنو سره چې له ټکو $P_1(-2 | -3)$ او $P_2\left(\frac{3}{2} | -5\right)$ تیرېږي، موازي څغلي.

د کربنیزو توابعو برخه III

مفصل حلونه

لومړی –

الف-

$$P_1(-4 | 2); P_2(2 | 0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2 | 0): \quad f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3 | 1); P_2\left(1 | \frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3 | 1): \quad f(-3) = \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$
$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت –

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$
$$P_1(2|0):\quad f(2)=a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ - P(-6;1) موازي دی و $h(x)=-\frac{2}{3}x+2\Rightarrow a_1=-\frac{2}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$ ته

$$P(-6|1):\quad f(-6)=-\frac{2}{3}\cdot(-6)+a_0=1\Rightarrow a_0=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x-3}}$$

ث –

$$a_1=-4{,}5\Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$$
$$P(2|-3):\quad f(2)=-4{,}5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$$

ج –

$$a_1=3;P(1|1{,}5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$
$$P(1|1{,}5):\quad f(1)=3\cdot 1+a_0=1{,}5\Rightarrow a_0=-1{,}5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$$

چ $x=3\Rightarrow P_1(3|0)\quad P_2(-1|y_2)$ |

په کرښه د h(x) = 4x-2 سره پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4\cdot(-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1|-6)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-0}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P_1(3|0): \quad f(3) = \frac{3}{2}\cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دويم –

$$P(3|-2);\ g(x) = a_{1g}x + a_{0g};\ h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د يوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کرښې تيرېدلی شي، ځکه نو په خوښه ټاکل کيدی شي د بيلګې په توګه $a_{1g} = 1$.

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

او

$$a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$$

$$P(3|-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$

$$h(3) = 2\cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دريم –

الف-

$$P_1(1{,}5|3);\ P_2(3|2{,}5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}5-3}{3-1{,}5} = -0{,}\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1{,}5|3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}\Big|3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

ب – په لاندې کې oder د يا په معنا دی

پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-2\,|\,5);\ P_2(1|\,2{,}5)\ \text{oder}\ P_2\left(1|\,\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}}=-\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4}=-\frac{5}{6}\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{8}x+a_0$$

$$P_1(4\,|\,0);\ P_2\left(-1|-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4\,|\,0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

ت ــ

$$P_1(k\,|\,3);\ P_2(2k\,|-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$$

$$P_1(k\,|\,3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

ټ ــ

$$P_1(1|\,0);\ P_2(-1\,|\,k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1|\,0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

ث ــ

$$P_1\left(2\sqrt{k}\,|\,\sqrt{2k}\right);\ P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

الف-

$$P(4|-1);\ a_1=\frac{5}{4}\quad \Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P(4|-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1\Rightarrow a_0=-6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{5}{4}x-6}}$$

ب -

$$P_1(-5|-3);\ P_2(0|3)\Rightarrow a_0=3$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{6}{5}x+3}}$$

پ -

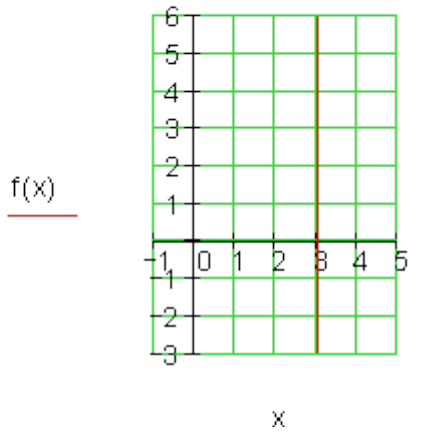
$$45^0 \triangleq a_1=1\Rightarrow f(x)=x+a_0$$

$$P(4{,}5|\ 2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7\Rightarrow a_0=-1{,}8\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=x-1{,}8}}$$

ت - موازي و $h(x)=2x+2\Rightarrow a_1=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$ ته

پنځم –

الف-

$P(3|-1)\in g$ کرښه له y محور سره موازي څغلي او مساوات x = 3 لري. په دې ځای کې دا تابع نه ده، ځکه چې د x ارزښت3 لپاره ناپای زيات دy ارزښتونه شته دی.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$P(3{,}5 \mid 2{,}5) \in g$

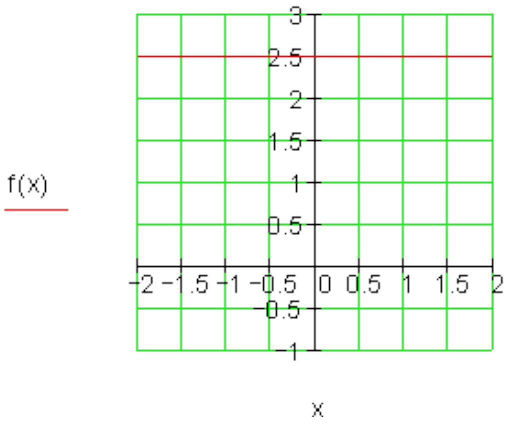
کرښه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندي

مساوات لري:

f(x) = 2,5

دا دلته تابع ده، ځکه چي هر x ارزښت

پورې يو د y ازښت اړه لري.



پ -

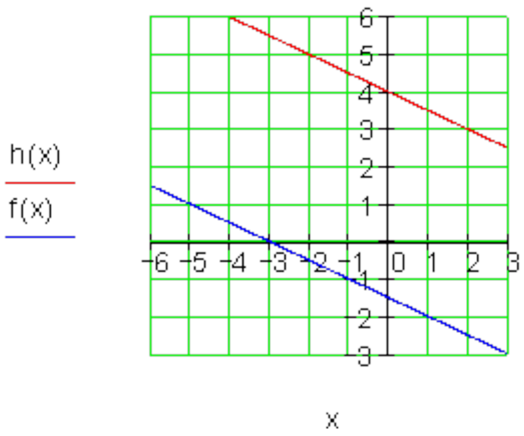
غبرګه و ته $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$$\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$

$P(-5 \mid 1):$

$$\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$$

$$\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

غبرګ وکرښي h(x) ته دا معنا لري، چې

له P1 اوP2 ټکو تېریږي، دا معنا لري،

چې له $P_1(-2|-3)$ او $P_1\left(\frac{3}{2}|-5\right)$

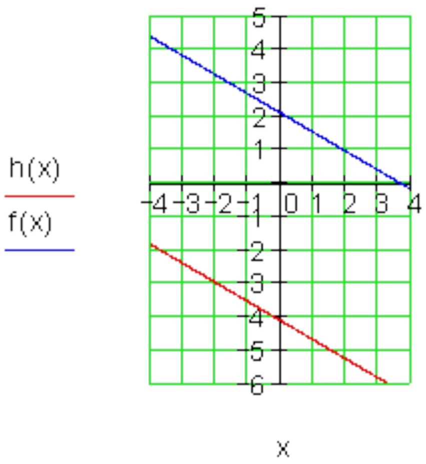
جګوالی a1شمېرل کېدی شي.

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)}=-\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+a_0$$

$$P\left(1|\frac{3}{2}\right):\Rightarrow f(1)=-\frac{4}{7}\cdot 1+a_0=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{19}{14}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+\frac{19}{14}$$



پوښتنې

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت سټ یا – ډېرئ W و ټاکئ

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\,;\, D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3\,;\, D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6\,;\, D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 او P_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د $f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف يې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4)\,;\, P_2(7 \mid -1)\,;\, D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1)\,;\, P_2(2 \mid -3)\,;\, D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3)\,;\, P_2(-7 \mid -1)\,;\, D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4)\,;\, P_2(4 \mid 2)\,;\, D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $x - 5 = 9$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

چ - $9 + (5 - x) = 6$ ح = $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ ځ - $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکئ:

I. $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1); D=\{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3); D=\{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1); D=\{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4); D=\{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدني ضريب.m

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د کرښې تابعمساوات   پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره   ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{array}{l} I \quad 5y-3x=1 \\ II \quad x=y+1 \end{array}$ ب - $\begin{array}{l} I \quad 4x+5y=32 \\ II \quad y=5x-11 \end{array}$ پ - $\begin{array}{l} I \quad 15y-4x=-50 \\ II \quad x=y+7 \end{array}$

ت - $\begin{array}{l} I \quad 3x=y+15 \\ II \quad 2y-10=2x \end{array}$ ټ - $\begin{array}{l} I \quad 2y=2x-40 \\ II \quad 3x=10-2y \end{array}$ ث - $\begin{array}{l} I \quad x+y=a+b \\ II \quad x-y=a-b \end{array}$

حلونه

لاینیز توابع VI

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجه. (د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګورئ)

لومړئ:

الف - $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\{y|-8\le y\le 8\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{11}{4}\le y\le \frac{5}{4}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3\ \ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le \frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = 3x - 6;\ D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y \mid -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم:(د گراف لپاره ،، مفصل حل،، وگورئ)

الف - $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

ب - $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

ت - $P_1(-4 \mid -4);\ P_2(4 \mid 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

دريم:

الف - $x - 5 = 9 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ ب - $8 + x = 25 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{17}{12}}}$

ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{8}{9}}}$ ټ - $88 = 4x - 16 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$

ث- $a + bx = 3b + a \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ج – $8 - (x + 5) = 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

چ - $9 + (5 - x) = 6 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$ ح - $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$

خ - $(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ځ - $\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^*$$

د -

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{1}{c}}}\ \text{mit } c\neq 0$$
$$D=\mathbb{R};\ a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0$$

ډ -

$$\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{a^2-b^2}{2}}}$$
$$D=\mathbb{R};\ a-b\neq 0;\ a+b\neq 0$$

ذ-

$$23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

څلورم:

الف - $f(x)=2x-7\Rightarrow P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,0\right)$

ب - $f(x)=-2x+6\Rightarrow P_y(0\mid 6);\ P_x(3\mid 0)$

پ - $f(x)=3x-3\Rightarrow P_y(0\mid -3);\ P_x(1\mid 0)$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{2}{3}\right);\ P_x\left(-\frac{1}{3}\,\middle|\,0\right)$

ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2\Rightarrow P_y(0\mid 2);\ P_x\left(-\frac{8}{3}\,\middle|\,0\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \left| \frac{4}{5}\right.\right); P_x\left(\frac{16}{15} \left| 0\right.\right)$$

ج - $$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \left| \frac{1}{2}\right.\right); P_x\left(-\frac{1}{7} \left| 0\right.\right)$$

چ - $$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \left| \frac{5}{2}\right.\right); P_x(1 \mid 0)$$

ح - $$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \left| -\frac{11}{3}\right.\right); P_x\left(\frac{44}{21} \left| 0\right.\right)$$

پنځم: نتيجهI الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$ ب - $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

پ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \left| \frac{31}{4}\right.\right)$$

ت – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \left| 0\right.\right)$$

ټ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$
$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګورئ

پنځم: نتيجهII

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow \underline{\underline{a_1 = -\frac{2}{5}}}$ ب - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{5}\right)}}$

ت – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{11}{2} \,\middle|\, 0\right)}}$

ټ –
$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث- د گراف لپاره مفصل حل گورئ

پنځم: نتیجهIII

الف - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \underline{\underline{\frac{4}{11}}}$ ب - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

پ - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)}}$ ت - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)}}$

ټ –
$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث- د گراف لپاره مفصل حل وگورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: نتيجه IV

الف - $P_1(4 \mid 2)\,;\,P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$ ب - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3} \,\middle|\, 0\right)}}$

ټ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$
$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$
$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$ ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

شپږم: نتيجه

الف - $\begin{array}{ll} I & 5y - 3x = 1 \\ II & x = y + 1 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 2)\}}}$ ب - $\begin{array}{ll} I & 4x + 5y = 32 \\ II & y = 5x - 11 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 4)\}}}$

پ - $\begin{array}{ll} I & 15y - 4x = -50 \\ II & x = y + 7 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(5 \mid -2)\}}}$

ت - $\begin{array}{ll} I & 3x = y + 15 \\ II & 2y - 10 = 2x \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid 15)\}}}$

ټ - $\begin{array}{ll} I & 2y = 2x - 40 \\ II & 3x = 10 - 2y \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid -10)\}}}$

ث- $\begin{array}{ll} I & x + y = a + b \\ II & x - y = a - b \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(a \mid b)\}}}$

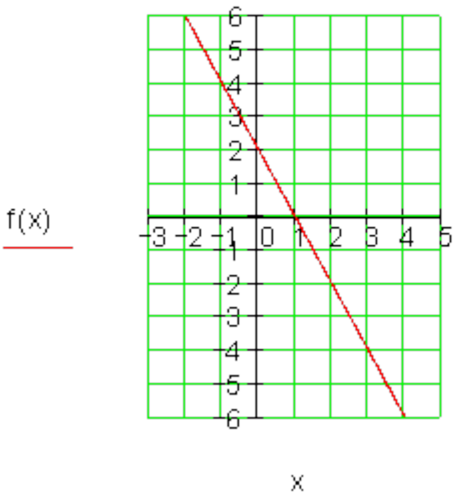
(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

لومړی:

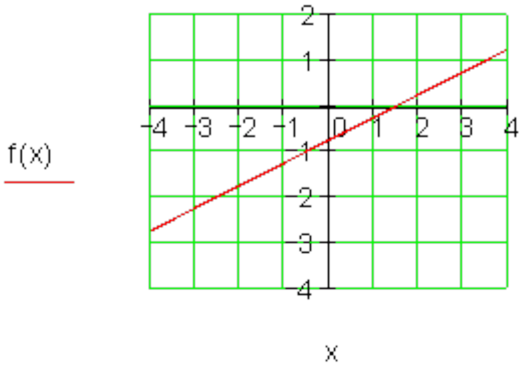
الف-

$$f(x) = -2x + 2$$
$$D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-3) = -2 \cdot (-3) + 2 = 8$$
$$f(5) = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$
$$\Rightarrow W = \{y \mid -8 \le y \le 8\}_{\mathbb{R}}$$



ب-

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$
$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) - \frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$$
$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{11}{4} \le y \le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

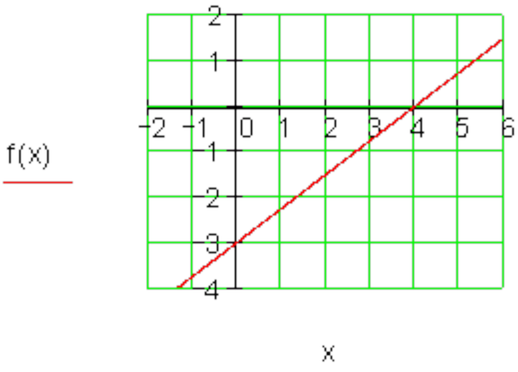
$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2) - 3 = -\frac{9}{2}$$

$$f(6) = \frac{3}{4}\cdot 6 - 3 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{9}{2} \le y \le \frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$$



ت-

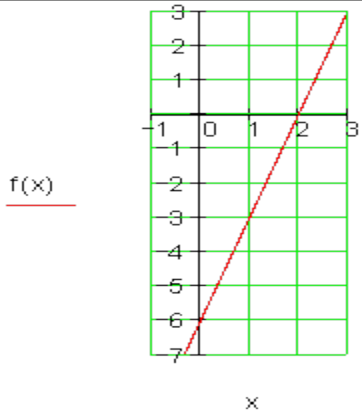
$$f(x) = 3x - 6$$

$$D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = 3\cdot(-1) - 6 = -9$$

$$f(3) = 3\cdot 3 - 6 = 3$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$$



دوی: الف-

$$P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$$

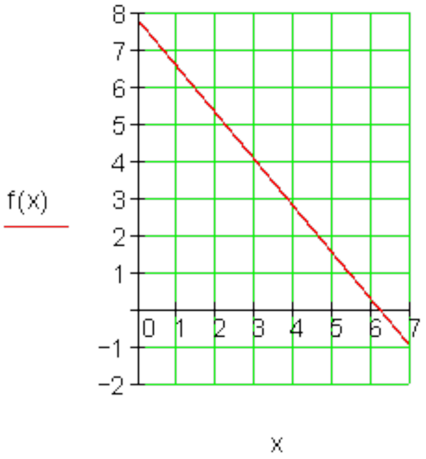
$$f(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3 + a_0 = 4 \mid + \frac{15}{4}$$

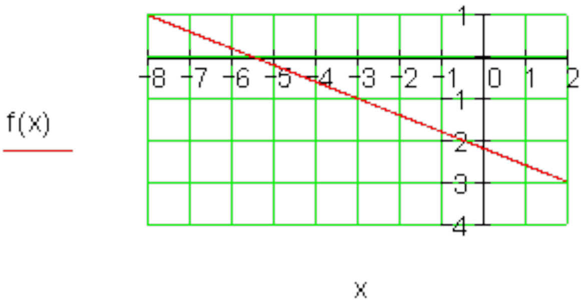


(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

ب-



كرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

$$P_1(-8 \mid 1);\, P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

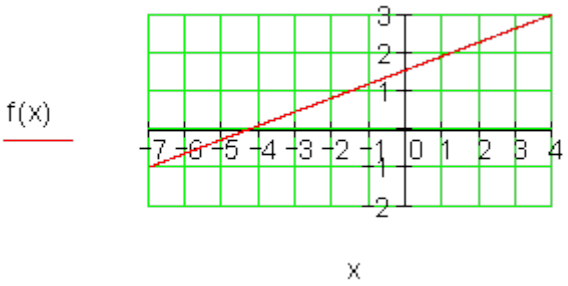
$$P_1(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

پ-



$$P_1(4 \mid 3);\, P_2(-7 \mid -1)$$

$$D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \,|\, -\frac{16}{11}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

ت-

$P_1(-4 \mid -4)\,;\, P_2(4 \mid 2)$

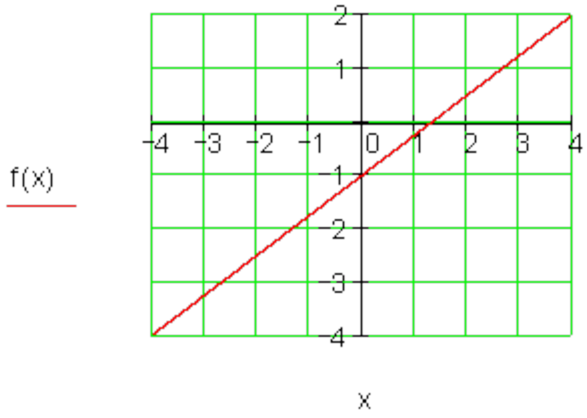
$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1 x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-4)}{4-(-4)} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$



دريم:

الف - $x - 5 = 9 \,|\, +5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$

ب - $8 + x = 25 \,|\, -8 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$

پ -

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \,\Big|\, +\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad HN = 12$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$
$$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{17}{12}}}$$

ت -

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \,\Big|\, +\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \quad HN = 9$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{8}{9}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -
$$88 = 4x - 16 \mid +16$$
$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow 26 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$$

ث-
$$a + bx = 3b + a \mid -a$$
$$\Leftrightarrow bx = 3b \mid : b$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ج -
$$8 - (x + 5) = 2$$
$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2$$
$$\Leftrightarrow 3 - x = 2 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

چ -
$$9 + (5 - x) = 6$$
$$\Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6$$
$$\Leftrightarrow 14 - x = 6 \mid -14$$
$$\Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$$

ح -
$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = x^2 - 7x + 10 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x$$
$$\Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18$$
$$\Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$$

خ -
$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 21 = x^2 + 11x + 18 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x$$
$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21$$
$$\Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ځ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x \quad HN=12$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x}{12}+\frac{10x}{12}+\frac{10}{12}=\frac{6x}{12}+\frac{12x}{12} \,|\cdot 12$$
$$\Leftrightarrow 3x+10x+10=6x+12x$$
$$\Leftrightarrow 13x+10=18x \,|-18x$$
$$\Leftrightarrow -5x+10=0 \,|-10$$
$$\Leftrightarrow -5x=-10 \,|:5$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x} \quad HN=18x$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{18x}+\frac{12}{18x}=\frac{2x}{18x}+\frac{42}{18x} \,|\cdot 18x$$
$$\Leftrightarrow 27+12=2x+42$$
$$\Leftrightarrow 2x+42=27+12 \,|-42$$
$$\Leftrightarrow 2x=-3 \,|:2$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\, D=\mathbb{R}^*$$

خ –

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a} \quad HN=abc$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc}-\frac{b^2}{abc}=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2cx}{abc} \,|\cdot abc$$
$$\Leftrightarrow a^2cx-b^2=a^2-b^2cx \,|+b^2cx$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx-b^2=a^2 \,|+b^2$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx=a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow cx\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2 \,|:\left(a^2+b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow cx=1 \,|\, c$$

د –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$ د $c \neq 0$ سره

$D = \mathbb{R};\ a \neq 0;\ b \neq 0;\ c \neq 0$

ډ –

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad HN = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2-b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a(a^2-b^2)}{a^2-b^2} \mid \cdot (a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x[(a+b)+(a-b)] = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b+a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 2a = a(a^2-b^2) \mid : 2a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2-b^2}{2}$$

$D = \mathbb{R};\ a-b \neq 0;\ a+b \neq 0$

ذ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{10ax - 15a\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow 23a - 10ax + \cancel{15a} - \cancel{15a} = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - 10ax = 5ax - 7a \mid -5ax \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \mid -23a$$

$$\Leftrightarrow -15ax = -30a \mid : (-15a) \Leftrightarrow \underline{x = 2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف –

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \mid +7 \Leftrightarrow 2x = 7 \mid : 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$$

ب –

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow -2x = -6 \mid : (-2) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$

پ –

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 \mid -3)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \mid 0)$$

ت –

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{2}{3}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{2}{3} = 0 \mid -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{2}{3} \mid : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3} \mid 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 2 = 0 \mid -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -2 \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3} \mid 0\right)$$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0 \,|\, -\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{4}{5} \,|\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{16}{15} \Rightarrow P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج –

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \,|\, -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2} \,|\cdot \frac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ -

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \,|\, -\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{5}{2} \,|\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \,|\, 0)$$

ح –

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} = 0 \,|\, +\frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{11}{3} \,|\cdot \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{44}{21} \Rightarrow P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم: مفصل حل

الف –

$$P_1(3 \,|\, 4)\,;\, P_2(7 \,|\, -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = \underline{\underline{-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x) = a_1 x + a_0$ د $a_1 = -\frac{5}{4}$ سره له (a لرو $f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$

$$P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3 + a_0 = 4 \mid +\frac{15}{4} \Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

پ – $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{31}{4}\right)$

ت –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} = 0 \mid -\frac{31}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x = -\frac{31}{4} \mid \cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{31}{5} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \;\middle|\; 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$

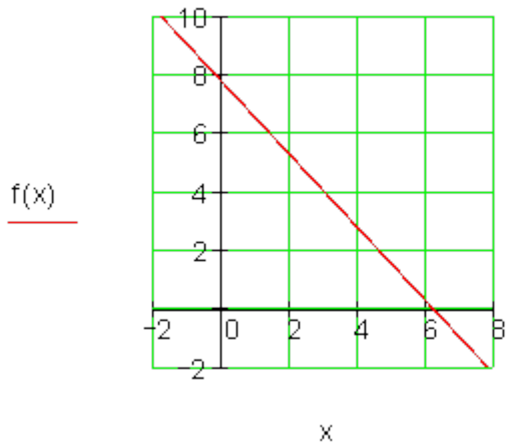
$$f(-2) = -\frac{5}{4}\cdot(-2) + \frac{31}{4} = \frac{41}{4}$$

$$f(7) = -\frac{5}{4}\cdot 8 + \frac{31}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-



پنځم II:مفصل حل

الف –

$$P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=\frac{-4}{10}=-\frac{2}{5}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{2}{5}$ سره له a) دی $f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$

$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$$

پ –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{11}{5}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} = 0 \mid +\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x = \frac{11}{5} \mid \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \middle| 0\right)$$

ټ -

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

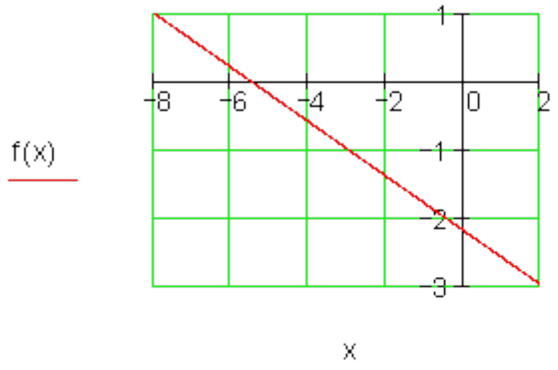
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-8) = -\frac{2}{5}\cdot(-8) - \frac{11}{5} = 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{5}\cdot 2 - \frac{11}{5} = -3$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

ث-



پنځم III: مفصل حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(4 \mid 3)\,;\, P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{-4}{-11} = \underline{\underline{\frac{4}{11}}}$

ب – $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = \frac{4}{11}$ سره له (a څخه لرو: $f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$

$$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11} \Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}}$$

پ – $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{17}{11}\right)}}$

ت –

$$P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}}$$

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} = 0 \mid -\frac{17}{11}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x = -\frac{17}{11} \mid \cdot\frac{11}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{17}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4} \,\middle|\, 0\right)}}$$

ټ –

$$f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

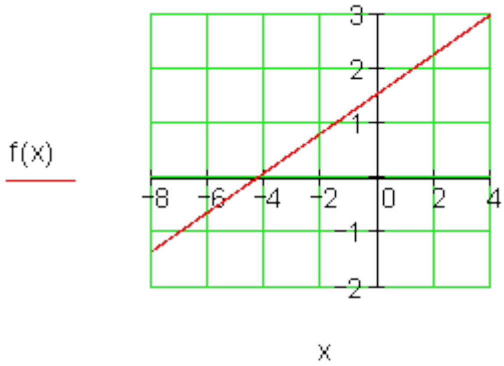
$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-8)=\frac{4}{11}\cdot(-8)+\frac{17}{11}=-\frac{15}{11}$$

$$f(4)=\frac{4}{11}\cdot 4+\frac{17}{11}=3$$

$$\Rightarrow W=\left\{y\,|\,-\frac{15}{11}\le y\le 3\right\}_{\mathbb{R}}$$



ث-

پنځم IV : مفصل حل

الف - $P_1(4\,|\,2);P_2(-4\,|\,-4)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{-4-4}=\frac{-6}{-8}=\frac{3}{4}$

ب -

$f(x)=a_1x+a_0$ n د $a_1=\frac{3}{4}$ سره له a څخه لرو: $f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$

$$P_1(4\,|\,2)\Rightarrow f(4)=2\Leftrightarrow\frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\,|-3\Leftrightarrow a_0=-1$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – $f(x)=\frac{3}{4}x-1 \Rightarrow P_y(0\,|\,-1)$

ت – $f(x)=\frac{3}{4}x-1$

$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-1=0\,|\,+1$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x=1\,|\cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$

$P_2(2\,|-3) \Rightarrow f(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\,|+\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$

$\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$

ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x-1$

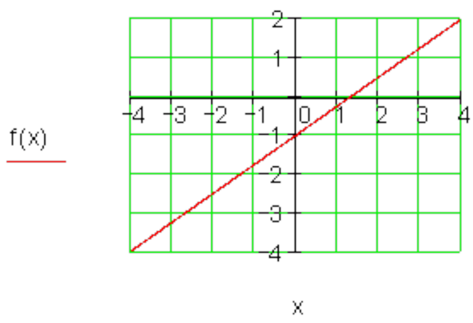
$D=\{x\,|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(-4)=\frac{3}{4}\cdot(-4)-1=-4$

$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-1=2$

$\Rightarrow W=\{y\,|-4\le y\le 2\}_{\mathbb{R}}$

ث-



شپږم: مفصل حل

الف- I $5y-3x=1$ II $x=y+1$ x له II پیدا او په I کې ځای په ځای کړی	ب- I $4x+5y=32$ II $y=5x-11$ y له II پید او په I کې ځای په ځای کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$5y-3(y+1)=1$ $\Leftrightarrow 5y-3y-3=1 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$ په IIکې ځای په ځای کړی: $x=2+1 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 2)\}}}$	$4x+5(5x-11)=32$ $\Leftrightarrow 4x+25x-55=32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x=87 \mid :29 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ په IIکې ځایی په ځای کړی $y=5\cdot 3-11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 4)\}}}$
پ- $\text{I} \quad 15y-4x=-50$ $\text{II} \quad x=y+7$ x له II پیدا او په I کې ځایه ځای کړی $15y-4(y+7)=-50$ $\Leftrightarrow 15y-4y-28=-50 \mid +28$ $\Leftrightarrow 11y=-22 \mid :11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-2}}$ په IIکې ځای په ځای کړی: $x=-2+7 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(5 \mid -2)\}}}$	ت- $\text{I} \quad 3x=y+15$ $\text{II} \quad 2y-10=2x$ yله I پیداکړی او په II کې یې کیږدی $3x=y+15 \mid -15 \Leftrightarrow 3x-15=y \ (1)$ په IIکې یې کیږدی $2(3x-15)-10=2x$ $\Leftrightarrow 6x-30-10=2x \mid -2x$ $\Leftrightarrow 4x-40=0 \mid +40$ $\Leftrightarrow 4x=40 \mid :4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1)کې یې کیږدی $y=3\cdot 10-15 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=15}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid 15)\}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث- $\text{I} \quad x+y=a+b$ $\text{II} \quad x-y=a-b \quad \text{II}+\text{I}$ $2x=2a \mid :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=a}}$ په I اکې ځای په ځای کړی: $a+y=a+b \mid -a$ $\Leftrightarrow y=b$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(a \mid b)\}}}$	ټ- $\text{I} \quad 2y=2x-40$ $\text{II} \quad 3x=10-2y$ په II اکې ځای په ځای کړی: $2y=2x-40 \mid :2 \Leftrightarrow y=x-20 \; (1)$ $3x=10-2(x-20)$ $\Leftrightarrow 3x=10-2x+40 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 5x=50 \mid :5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1) کې یې کیږدی $y=10-20 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-10}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid -10)\}}}$

پوښنتې

کرښیز مساوات IX

لومړی:کرښه g له ټکو P1(4;-3,5) او(1-;P2(2,5 تیرېږي.

کرښه h له ټکو $P_3(5 \mid 2,5)$ او d $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$ تیرېږي.

کرښې یو بل ته څه موقعیت لري یا څنګه پرتې دي؟

دویم:د(f(x کرښیزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه(ارزښتورشو) و ټاکی، که صدق ولري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(0) = 20 ; f(12) = 32 ; x > 0$ ب- $f(-3) = 6 ; f(2) = -8 ; x \in [-3 ; 3]$

دريم:

د f(x)کرښيزې تابع ګراف په 3 LE اوږدوالی واحده کيڼ لور

ته خوزيږي. د راکښل شوې کرښې د f*(x) مساوات څنګه دي؟

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \quad D = \mathbb{R}$$

څلورم: د f(x) او g(x) توابع ورکړ شوې دي. د کوم ارزښت لپاره f(x) > g(x) صدق کوي؟

$$f(x) = 2x - 3 \quad ; \quad g(x) = -0,5x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

پنځم: يوه g(x)کرښه ورکړ شوې.. دا د يوې کرښې h(x) له خوا قطع کيږي. د h(x)مساوات وټاکی، که باور ولري: $g(x) = -3x + 2$

الف- قاطع يا غوڅی دx محور سره . ب - قاطع(غوڅی) په x = -5 کې

شپږم:

يوه د پيل کرښه د $a_1 = -0,125$ جګوالي سره و داسی کښول کيږي. چې کرښه h د مساوات سره دx په محور قطع کوي. راکښنه تشريح کړئ او د راکښل شوې کرښې ګراف و کاږئ.	و $h(x) = -1,5(x - 2)$

اوم: يوه f(x)کرښيزه تابع ورکړ شوې. کرښه د x = u مساوات سره د f(x) ګراف په P کې قطع کوي او د x محور په Q کې قطع کوي. يوه سکيڅې ترتيب کړئ.

الف- د P او Q کواوردينات وټاکئ، که f (x) = 0,75x + 2 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- دu د کوم ارزښت لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

ت- (P(u | f(u) په 1 څلورۍ یا ربع کې پروت دی.R (0 | 0), Q او P د یوه مثلث رآسونه (ککرۍ ټکي)جوړوي. د دې مثلث د مساحت A لپاره ترم وټاکی. u (محیط) داسې وټاکی، چې A(u) = 10 صدق وکړي.

اتم: دg کرښې ته موازي او عمود مساوات داسې وټاکی، چې له P ټکي تیر شي.

الف- $g : x + 2 - 3y = 0 ; P(0|3)$ ب- $g(x) = \frac{2}{3}x - 3 ; P(1|4)$

پ - $g(x) = -1,5kx ; P(1|0)$

نهم: کرښه g له ټکوP_1 اوP_2 تیریږي. دh کرښې ته یې ځای مطالعه کړی او د امکان په حالت کې یې د قاطع ټکی معلوم کړی.

$P_1(-1|1,5) ; P_2(-2|-2,5) \qquad h: \; -x - 6 - 4y = 0$

لسم: و ښایی: کرښه g او کرښه h عمود دي.

$g: \; y - \sqrt{2}x = 1 \qquad h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0$

$g(x) = -3x + 2$

یولسم:

د A, B او C ټکي د یوه مثلث د رآس ټکي دي. د0 < k د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قایم الزاویه (ولاړګوډیز) دی؟ (ښی رآس په C پروت دی)	$A\left(\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k} \mid \frac{k}{3}\right); C(0 \mid k)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

کرښيز ې توابع IX

لومړی:

$$g(x): P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2} \mid -1\right) \quad h(x): P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2}-4} = \frac{-\frac{2}{2}+\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}-\frac{8}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 2} = -\frac{5}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0g}$$

$$P_1\left(4 \mid -\frac{7}{2}\right): \quad g(4) = -\frac{5}{3}\cdot 4 + a_{0g} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{19}{6} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{\frac{25}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}-5} = \frac{\frac{50}{6}-\frac{15}{6}}{\frac{3}{2}-\frac{10}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{35 \cdot 2}{7 \cdot 6} = -\frac{5}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0h}$$

$$P_3\left(5 \mid \frac{5}{2}\right): \quad h(5) = -\frac{5}{3}\cdot 5 + a_{0h} = \frac{5}{2} \Rightarrow a_{0h} = \frac{65}{6} \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{65}{6}}}$$

دويم: کرښې $g(x)$ او $h(x)$ موازي دي مگر توپير لري.

الف-

$$f(0) = 20 \Rightarrow P_1(0 \mid 20) \Rightarrow a_0 = 20;\ f(12) = 32 \Rightarrow P_2(12 \mid 32)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{32-20}{12-0} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x + 20}}$$

د $x > 0$ لپاره ارزښتست(يا ارزښتډېری) $\underline{\underline{W_f = \{y \mid 20 < y < \infty\}_{\mathbb{R}}}}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(-3)=6 \Rightarrow P_1(-3\,|\,6);\ f(2)=-8 \Rightarrow P_2(2\,|-8);\ x\in[-3;3]$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-8-6}{2-(-3)}=-\frac{14}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{14}{5}x+a_0$$

$$P_2(2\,|-8):\quad f(2)=-\frac{14}{5}\cdot 2+a_0=-8 \Rightarrow a_0=-\frac{5}{12} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{14}{5}x-\frac{5}{12}}}$$

د انتروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتسټ:

$$f(-3)=-\frac{14}{5}\cdot(-3)-\frac{5}{12}=6 \quad ; \quad f(3)=-\frac{14}{5}\cdot(3)-\frac{5}{12}=-\frac{54}{5}=-10{,}8$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f=\{y\,|-10{,}8\le y\le 6\}_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

دx راکښنه د کیڼې لور ته په 3کربنيز واحدونو په دې معنا دی:(x+3)

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2 \Rightarrow f^*(x)=\frac{5}{3}(x+3)-2=\underline{\underline{\frac{5}{3}x+3}}$$

څلورم:

$$f(x)=2x-3 \quad : \quad g(x)=-0{,}5x+1 \quad x\in\mathbb{R} \quad f(x)>g(x)$$

$$\Rightarrow 2x-3>-0{,}5x+1\,|+0{,}5x \Leftrightarrow 2{,}5x-3>1\,|+3 \Leftrightarrow 2{,}5x>4\,|:2{,}5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x>1{,}6}}$$

د 16 < x لپاره صدق کوي f(x) > g(x)، دا په دې معنا چې f(x)د g(x) پورته لور ته ځغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- $g(x) = -3x + 2$

صفرځايونه: $g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

کرښه له ټکي: $f(x) = a_1x$

د $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right)$ په اندازه راکښلي: ټولي کرښي له $P\left(\frac{2}{3}\mid 0\right)$ تيرېږي.

د a1 = 1 لپاره د بيلګي په توږه صدق کوی: $g(x) = x - \frac{2}{3}$ له $P\left(\frac{2}{3}\mid 0\right)$ هم تيرېږ.ي.

ب- g(x) = -3x + 2دx = -5 سره ِغوڅوي

د قطع کيدو ټکی: g(5) = -3.(-5)+2 = 17 => P(-5;17)

کرښه له صفرټکي : f(x) = a1x

راکښنه په x = -5 او y = 17 له دې لاس ته راځي: f'(x) = a1(x+5) + 17

ټولي کرښي له تيرېږي.

د بيلګي په توګه د a1 = 1 لپاره صدق کوي: g(x) = x + 22

له ټکي P(-5;17) ilتيرېږي

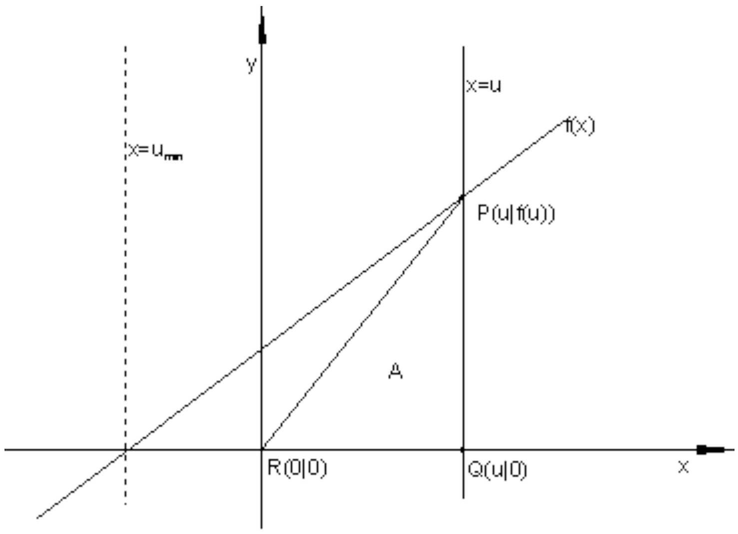
شپږم: f(x) = -(1/8)x د h(x) = -15(x-2) صفرځای x1 = 2 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

f(x) د x1 = 2 په اندازه راکښل کیږي

$$\Rightarrow f^{*}(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$$

اوم:



الف- Q(u;0) د f(x) قاطع د x = u سره : $f(u) = \frac{3}{4}u + 2$ $: P(u \mid f(u))$

ب- شرط: د f(u) > 0 لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه: $A = \frac{1}{2} g \cdot h = \frac{1}{2} u \cdot f(u) = \frac{1}{2} u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow A(u)=\frac{3}{8}u^2+u$$

$$A(u)=10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2+u=10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2+u-10=0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2+\frac{8}{3}u-\frac{80}{3}=0 \quad p=\frac{8}{3};\ q=-\frac{80}{3} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{4}{3}\right)^2+\frac{80}{3}=\frac{256}{9}$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow u_1=-\frac{4}{3}+\sqrt{\frac{256}{9}}=-\frac{4}{3}+\frac{16}{3}=\frac{12}{3}=4$$

$$u_2=-\frac{4}{3}-\frac{16}{3}=-\frac{20}{3}$$

$A(u)=10$ د $\underline{u_1=4}$ لپاره یا د $u_2=-\frac{20}{3}$ لپاره.

اتم:

الف- $g:\quad x+2-3y=0 \Rightarrow g(x)=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3} \quad P(0\,|\,3) \Rightarrow a_0=3$

د g سره موازي له P څخه تیریږي، له دې لاس ته راځي $\underline{\underline{g_{\parallel}(x)=\frac{1}{3}x+3}}$

د g سره عمود له P تیریږي:

د $g_{\perp}$ میل یا جګوالی:

$$a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{\frac{1}{3}}=-3 \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=-3x+3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $g(x) = \frac{2}{3}x - 3 \quad P(1|4)$

د g سره موازي له P ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{1\|} = a_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow g_{\|}(x) = \frac{2}{3}x + a_{0\|}$$

$$P(1|4): \quad g_{\|}(1) = \frac{2}{3}\cdot 1 + a_{0\|} = 4 \Rightarrow a_{0\|} = \frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\|}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}}}$$

د P له ټکي د g سره عمود:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + a_{0\perp}$$

د $g_{\perp}$ جګوالی

$$P(1|4): \quad g_{\perp}(1) = -\frac{3}{2}\cdot 1 + a_{0\perp} = 4 \Rightarrow a_{0\perp} = \frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}}}$$

پ- $g(x) = -\frac{3}{2}kx \quad P(1|0)$

د g سره غبرګ له P :

$$P: \Rightarrow a_{1\|} = a_1 = -\frac{3}{2}k \Rightarrow g_{\|}(x) = -\frac{3}{2}kx + a_{0\|}$$

$$P(1|0): \quad g_{\|}(1) = -\frac{3}{3}k\cdot 1 + a_{0\|} = 0 \Rightarrow a_{0\|} = \frac{3}{2}k \Rightarrow \underline{g_{\|}(x) = -\frac{3}{2}kx + \frac{3}{2}k}$$

د g سره اورتوګونال (عمود) له P څخه : د $g_{\perp}$ جګوالی

$$g_{\perp}: \quad a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}k} = \frac{2}{3k} \Rightarrow g_{\perp}(x) = \frac{2}{3k}x + a_{0\perp}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(1|0):\quad g_{\perp}(1)=\frac{2}{3k}\cdot 1+a_{0\perp}=0\Rightarrow a_{0\perp}=-\frac{2}{3k}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x-\frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right);P_2\left(-2|-\frac{5}{2}\right)\qquad h:\quad -x-6-4y=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$$

$$a_{1g}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{-2-(-1)}=4\Rightarrow g(x)=4x+a_{0g}$$

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right):\quad g(-1)=4\cdot(-1)+a_{0g}=\frac{3}{2}\Rightarrow a_{0g}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=4x+\frac{11}{2}}}$$

کرښې g او h اورتوګونال دي، ځکه چې $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}=-\frac{1}{-\frac{1}{4}}=4$ دی.

غوڅټکي: $g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow 4x_s+\frac{11}{2}=-\frac{1}{4}x_s-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x_s=-\frac{28}{17}$

$$y_s=g(x_s)=4\cdot\left(-\frac{28}{17}\right)+\frac{11}{2}=-\frac{37}{34}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17}|-\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم:مفصل حل

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1\qquad\Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$

$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیتي لپاره شرایط: $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ \text{q.e.d}$$

یولسم:

د $\overline{AC}$ جګوالی

$$a_{1\,\overline{AC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\sqrt{3k}} = -\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د$\overline{BC}$ جګوالی

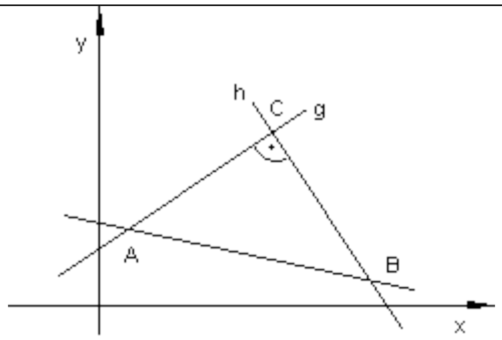
$$a_{1\,\overline{BC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\left(-\sqrt{3k}\right)} = \frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = \frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د دوه عمود کرښو g اوh چګوالي لپاره

صدق کوي:

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \Leftrightarrow a_{1g}\cdot a_{1h} = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}\cdot\frac{2k}{3\sqrt{3k}} = -1 \Leftrightarrow k = \frac{27}{4}$$



$$A\left(\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);\ B\left(-\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);\ C(0\,|\,k)$$

شرایط: $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x \mid -9 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دويمې کرښې د تابعf_2 (x) سره غوڅيږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره په ټکي ($S (3 \mid y_s)$ کې د تابع f_2 (x) سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع .f_2 (x) .

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم: $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

څلورم –

د يوه دربېکوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د دربېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې يو پلان- نقشه ترتيب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوڅټکي.

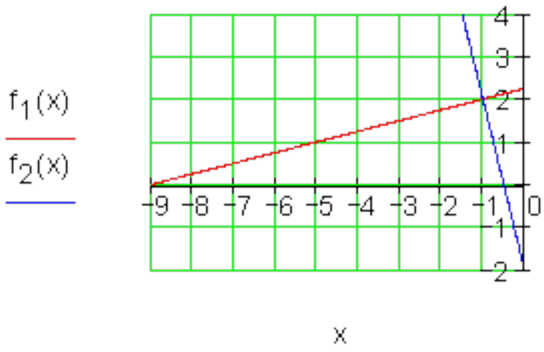
ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

حلونه

کرښيز توابع XI

نتيجي

لومړی:

الف-	ت-
$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$ $f_2(x)=-4x-2$ $D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S(-1\mid 2)$ ب- $P_{y1}\left(0\mid\frac{5}{4}\right);P_{y2}(0\mid -2)$ پ- $P_{x1}(-9\mid 0);P_{x2}\left(-\frac{1}{2}\mid 0\right)$	

دويم:

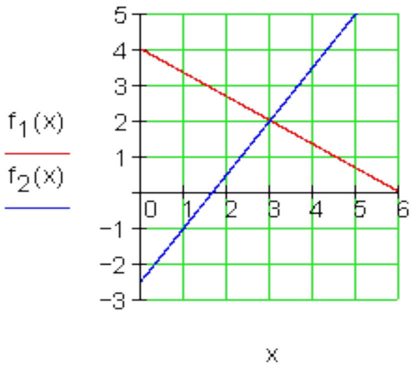
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-
$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$
$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow S(3 \mid 2)$$

ب-
$$f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

پ-
$$P_{y_1}(0 \mid 4);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$$
$$P_{x_1}(6 \mid 0);\ P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

ت-



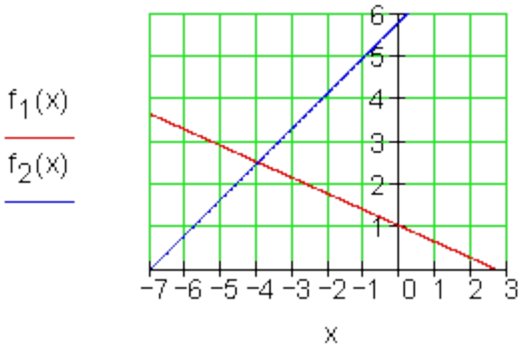
دريم:

الف-
$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$$
$$D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$
$$S\left(-4 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$$

ب-
$$f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$$

پ-
$$P_{y_1}(0 \mid 1);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{35}{6}\right)$$
$$P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \,\middle|\, 0\right);\ P_{x_2}(-7 \mid 0)$$

ت-



څلورم:

الف-

$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

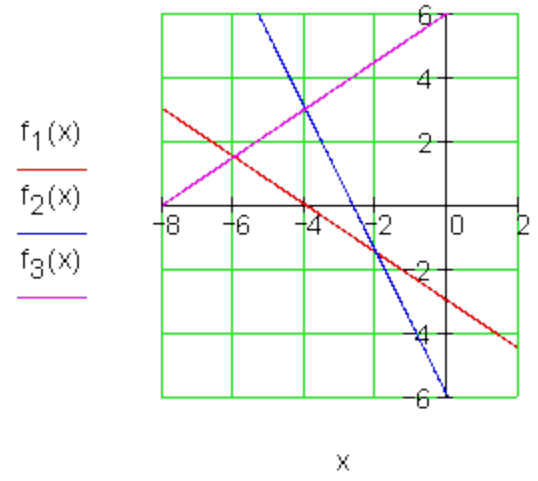
$P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(-4 \mid 3)$

$f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$



ب-

$P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

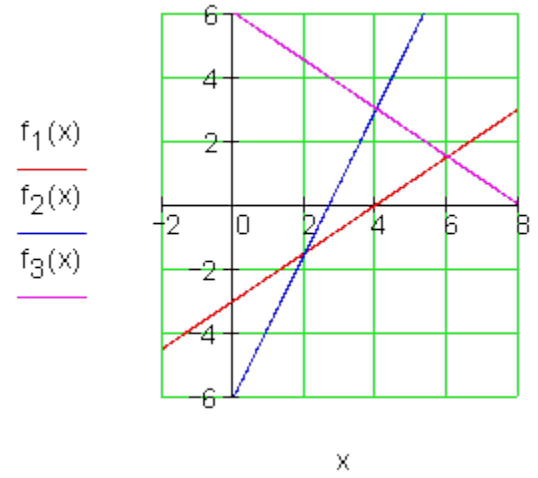
$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(4 \mid 3)$

$f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$



پنځم:

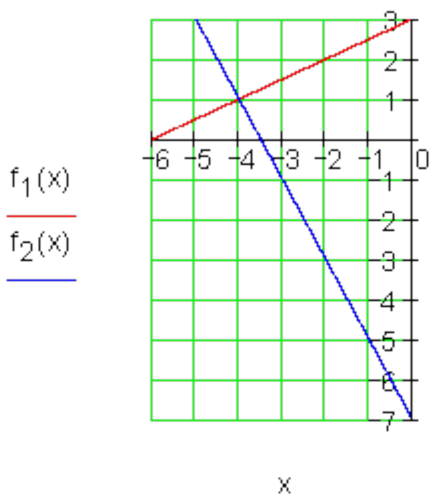
$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_2(-2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

الف- $\Rightarrow m_2 = -2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $f_2(x) = -2x - 7$ پ- $S(-4\|1)$ $P_{y_1}(0\|3); P_{y_2}(0\|-7)$ ت- $P_{x_1}(-6\|0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{2}\|0\right)$	ټ- 

پوښتني

کرښيز توبع XII

لومړی -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3; P_2(2|-3); D = \{x | 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له يوې دويمي کرښي د تابع $f_2(x)$ سره، چې له ټکي P_2 تيريږي په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

وټاکی.

لومړی:

الف – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب – تابع $f_2(x)$.

پ - د دواړو کرښو غوڅټکی S .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د دواړو کرښو د محور غوڅټکي.
ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.
دويم –

د کرښې تابع $f_2(x)$ وټاکی، چې پروتمحور په P_{x2} کې غوڅوي او له کرښې څخه د تابع $f_1(x)$ سره په S کې غوڅيږي. د واړو کرښو غوڅټکي وشميرئ او د دواړو کرښو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف- $f_1(x)=\frac{3}{2}x+6;\ P_{x2}(-6\,|\,0)$; $S\left(x_s\,\middle|\,\frac{3}{2}\right);\ D=\{x\,|\,-6\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=\frac{1}{2}x-3;\ P_{x2}(4\,|\,0)$; $S(3\,|\,y_s);\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

دريم - $P_1(-5\,|\,5);\ P_2(-1\,|\,-1);\ S(x_s\,|\,2);\ D=\{x\,|\,-6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 تيريږي او په ټکي S کې ولاړکونجيز له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

الف- د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب – تابع $f_1(x)$.

پ – دS پوره کواوردينات. ت – د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ – تابع$f_2(x)$. ث – د $f_1(x)$ او$f_2(x)$ ګرافونه

څلورم –

$P_1(5\,|\,5);\ P_2(1\,|\,-1);\ S(3\,|\,y_s);\ D=\{x\,|\,0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 څخه تيريږي او په ټکي S کې ولاړکونجيزه له کرښې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅيږي.

وټاکئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب - تابع $f_1(x)$.

پ - د S پوره کواوردیناتونه ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ - تابع $f_2(x)$. د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3\,;\, S\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{3}{2}\right);\, D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکی:

الف - تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګراف په D کې.

حلونه

کرښیز توابع **XII**

نتیجې:

لومړی: لف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$f_2(x) = 2x - 7$

پ-

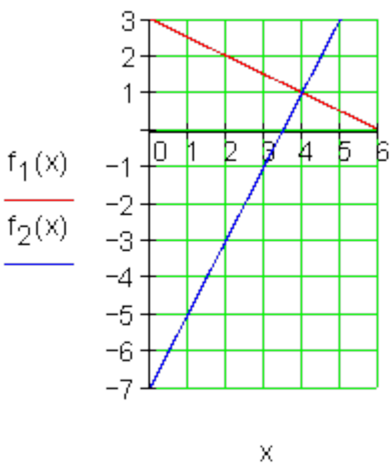
$S(4 \mid 1)$

ت-

$P_{y_1}(0 \mid 3) : P_{y_2}(0 \mid -7)$

$P_{x_1}(6 \mid 0) ; P_{x_2}\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$

ټ-



دويم:

الف-

$f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6 ; P_{x_2}(-6 \mid 0)$

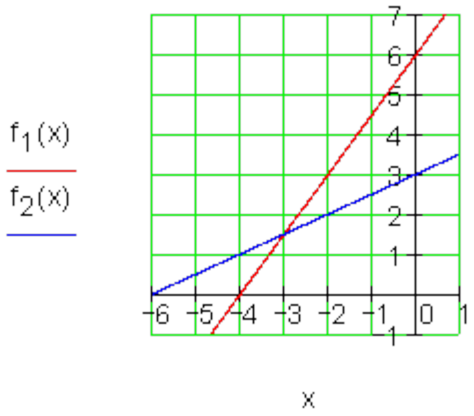
$S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-3 \mid \frac{3}{2}\right) ; m_2 = \frac{1}{2}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_{y_1}(0 \mid 6) ; P_{y_2}(0 \mid 3)$

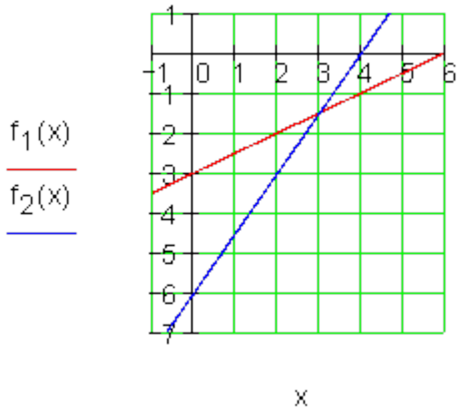
$P_{x_1}(-4 \mid 0) \quad P_{x_2}(-6 \mid 0)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3;\ P_{x_2}(4\,|\,0)$$
$$S(3\,|\,y_s);\ D = \{x\,|\,-1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$S\left(3\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\ m_2 = \frac{3}{2}$$
$$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 6$$
$$P_{y_1}(0\,|\,-3);\ P_{y_2}(0\,|\,-6)$$
$$P_{x_1}(6\,|\,0);\ P_{x_2}(4\,|\,0)$$



دریم:

الف-

$$P_1(-5\,|\,5);\ P_2(-1\,|\,-1)$$
$$S(x_s\,|\,2);\ D = \{x\,|\,-6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}$$

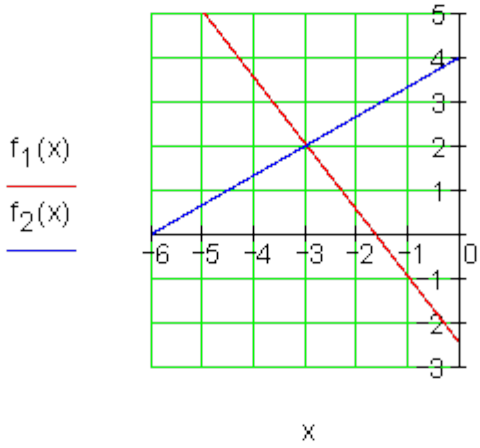
ب- $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $S(-3\,|\,2)$

ت- $m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$

ث- $f_2(x) = \frac{2}{3}x + 4$

ج-



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$P_1(5|5); P_2(1|-1)$

$S(3|y_s); D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$

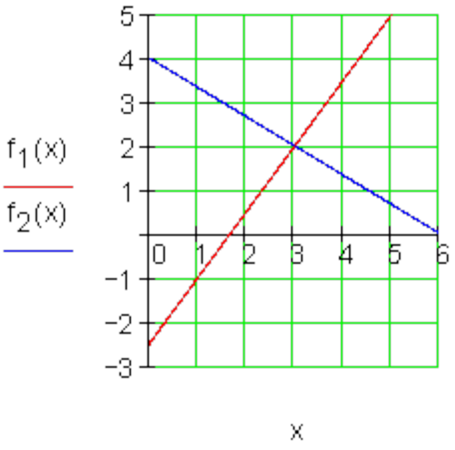
ب- $f_1(x)=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(3|2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=-\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=-\frac{2}{3}x+4$

ج-



پنځم:

الف-

$f_2(x)=3x-3; S\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{3}{2}\right)$

$D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

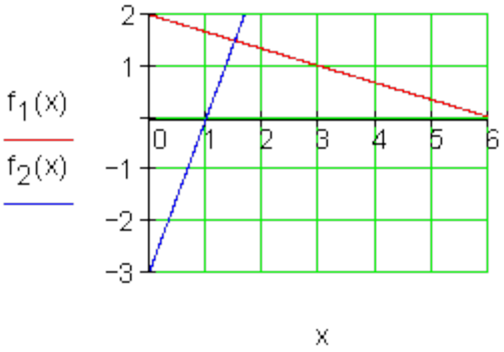
$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{1}{3}$

$f_1(x)=-\frac{1}{3}x+2$

ب- $P_{y_1}(0|2); P_{y_2}(0|-3)$

$P_{x_1}(6|0); P_{x_2}(1|0)$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

كربنيزي توابع برخه XIII

لومړی -

$$f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10};\ S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ D = \{x \mid -1 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع(x) f_1 ګراف په ټكي S كې د تابع (x) f_2 له ګراف څخه ولاړكونجيز(قايم الزاويه) غوځيږي.

وټاكی:

الف: تابع (x) f_1 .

ب – د دواړو كرښو د محوررونو غوڅټكي.

پ – د دواړو توابعو ګرافونه په D كې.

$$g:\quad y - \sqrt{2}x = 1 \qquad \Rightarrow g(x) = \sqrt{2}x + 1$$

$$h: -2y - \sqrt{2}x + 6 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}x + 3$$

د اورتوګوناليټي شرايط: $a_{1g} = -\dfrac{1}{a_{1h}}$

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad q.e.d$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

د دوه کرښو توابع $f_1(x)$ او$f_2(x)$ ورکړشوي او د يوې دريمې کرښې جګوالی m_3 د تابع $f_3(x)$ سره. تابع $f_3(x)$ داسې وټاکئ، چې ګراف يې د نورو دواړو کرښو غوڅټکي څخه تير شي. د درېواړو کرښو محور غوڅټکي وټاکئ او د درېواړو توابعو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف- $f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

دريم: کرښه دتابع $f_1(x)$ سره له ټکيP_1 تيېږي او له يوې دويمې کرښې چې له ټکي P_2 تيرېږي په ټکي S کې غوڅېږي. توابع $f_1(x)$او $f_2(x)$ وټاکئ د هغو محورغوڅټکي اوپه D کې يې ګراف وکاږئ.

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_2(3 \mid 5);\ S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم:

$$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);\ D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره محور په 8- کې غوڅوي. $f_1(x)$ ته غبرګه يوه دويمه کرښه د تابع $f_2(x)$ سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له يوې دريمې کرښې چې تابع $f_3(x)$ لري او له ټکو P_1 او P_2 تيرېږي په ټکو P_3 او P_4 کې ولاړکونجيزه(قايوم الزاويه) غوڅوي. وټاکئ:

الف- تابع $f_1(x)$ ب - تابع $f_3(x)$

پ – تابع $f_2(x)$ ت – د درېواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right); B(3\,|\,2); D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د يوه قايوم الزاويه مثلث(ولاړکونجيز درې ګوډي) څخه، چې ولاړ کونج(قايم الزاويه) يې په C کې پرته ده، ټکي A او B ورکړ شوي. د مثلث اړخ يا ضلع [BC] د تابع $f_3(x)$ سره د اوردينات يا ولاړ محور په 3 کې غوڅوي.

وټاکئ:

الف- د اړخ [AB] تابع $f_1(x)$ ب- د اړخ يا ضلعې [BC]تابع $f_3(x)$

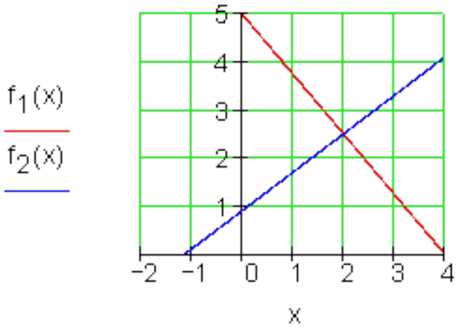
پ- د اړخ [AC] تابع $f_2(x)$ ت- د ټکي C کواوردیناتونه

ټ په D کې ګرافونه.

ځوابونه يا حلونه

کرښيزې توابع **XIII**

نتيجې لومړی:

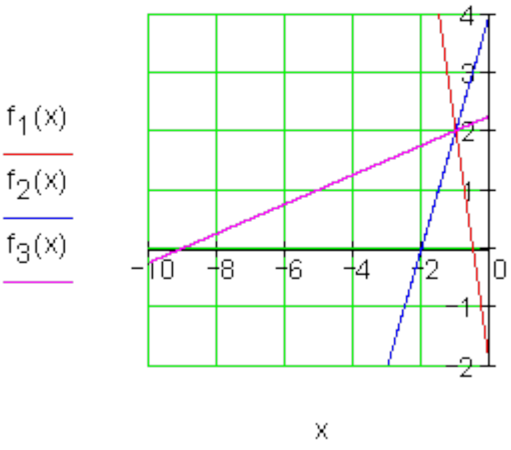
الف- $f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}; S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$ $D=\{x\,\vert\,-1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{5}{4}$ $f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5$	پ- 

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{y_1}(0 \mid 5);\ P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{10}\right)$

$P_{x_1}(4 \mid 0);\ P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$ ب-

دويم: الف-



$f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

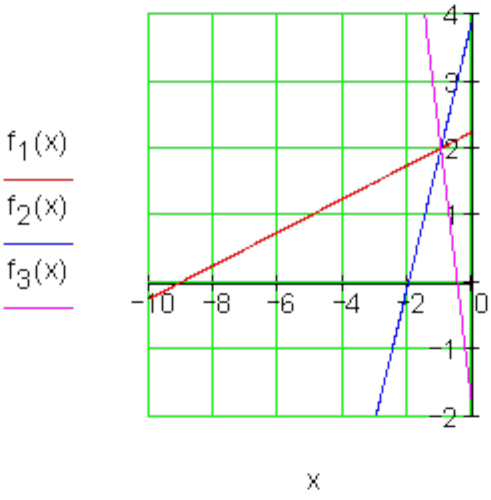
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

$P_{y_1}(0 \mid -2);\ P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\ P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0);\ P_{x_3}(-9 \mid 0)$



ب-

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = -4x - 2$

$P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\ P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}(0 \mid -2);\ P_{x_1}(-9 \mid 0)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0);\ P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

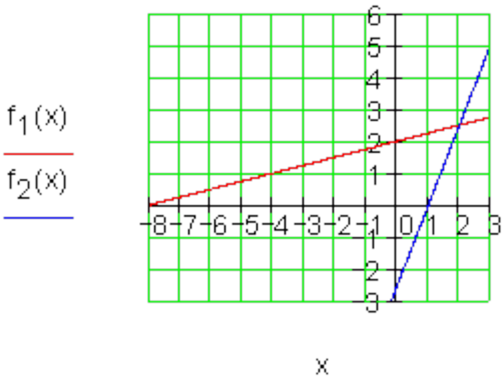
$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D=\{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_1=\frac{1}{4}; f_1(x)=\frac{1}{4}x+2$

$m_2=\frac{5}{2}; f_2(x)=\frac{5}{2}x-\frac{5}{2}$

$P_{y_1}(0 \mid 2); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(-8 \mid 0); P_{x_2}(1 \mid 0)$



څلورم:

الف-

$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);$

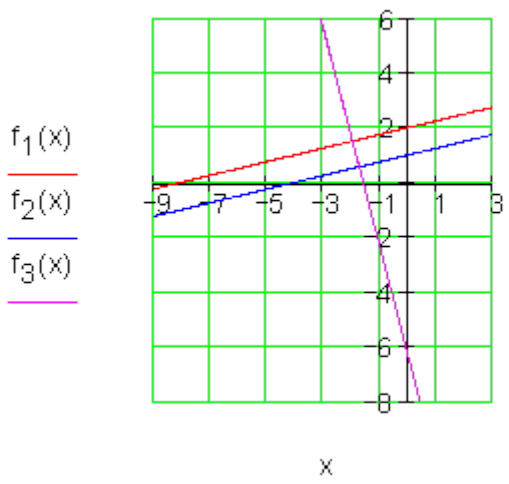
$D=\{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_3=-4; f_3(x)=-4x-\frac{13}{2}$

ب-

$m_1=\frac{1}{4}=-\frac{1}{m_3}; f_1(x)=\frac{1}{4}x+2$

ت-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$m_2 = \frac{1}{4};\ f_2(x) = \frac{1}{4}x + 1$$

$$P_3\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_4\left(-\frac{30}{17} \,\middle|\, \frac{19}{34}\right)$$

پنځم:

الف-

$$A\left(-\frac{13}{2} \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);\ B(3 \mid 2)$$

$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$m_1 = \frac{7}{19};\ f_1(x) = \frac{7}{19}x + 19$$

ب-

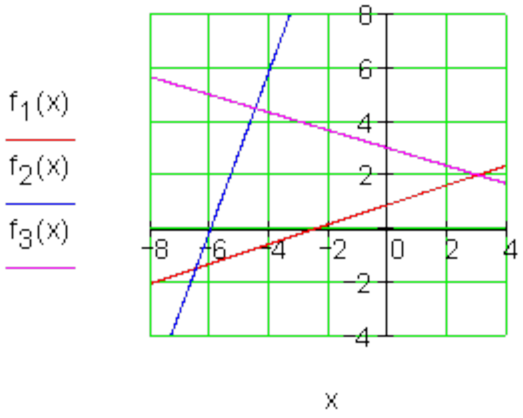
$$m_3 = -\frac{1}{3}\quad f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

پ-

$$m_2 = -\frac{1}{m_3} = 3;\ f_2(x) = 3x + 18$$

ت- $$C\left(-\frac{9}{2} \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$$

ټ-



پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودينات يا وضعيه قيمت کي د ټکي B محورونه

پ -په D کي ګراف.

دويم:

$A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

د يوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کي قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع f_1 (x) ضلع .[AB] قطع کوي ب - تابع f_2 (x) ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع f_3 (x) ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$ کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسي وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کي دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمي کرښي د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپيړم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف يې وکاږی.

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\,f_2(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

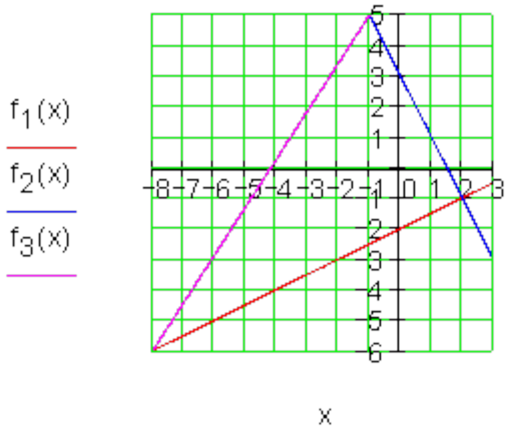
پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\,f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\,f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\,D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ځوابونه يا حلونه

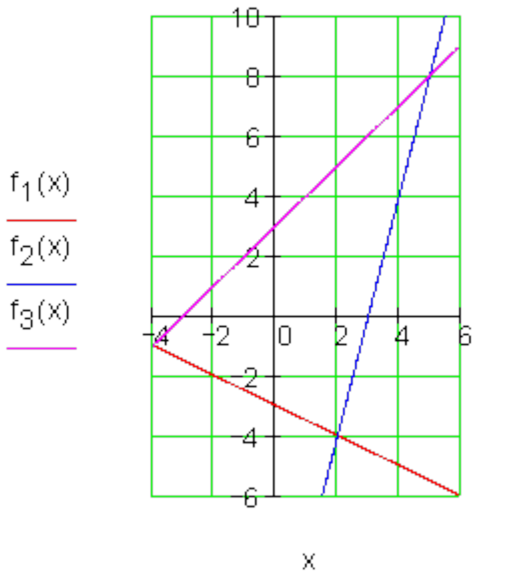
کرښيز توابع يا بلواک **XIV**

نتيجه : لومړی:

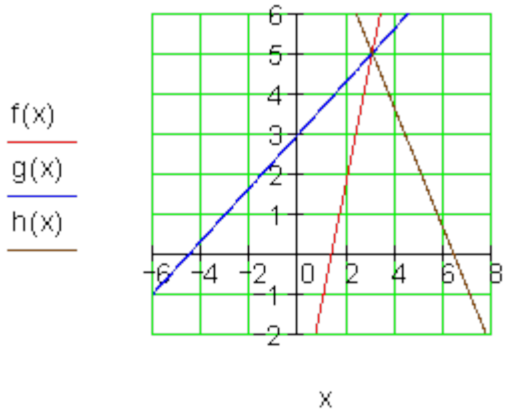
الف-	پ-
$A(-8\,|\,-6)\,;\,C(-1\,|\,5)\,;$ $D=\{x\,|\,-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$ $m_3=\frac{11}{7}\,;\,f_3(x)=\frac{11}{7}x+\frac{46}{7}$ $m_2=-2\,;\,f_2(x)=-2x+3$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=\frac{1}{2}\,;\,f_1(x)=\frac{1}{2}x-2$ ب- $B(2\,|\,-1)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

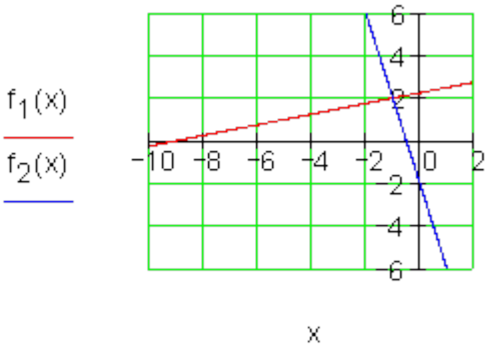
ت-	
	$A(-4\mid-1);B(2\mid-4)$ $D=\{x\mid-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ الف- $m_1=-\frac{1}{2};f_1(x)=-\frac{1}{2}x-3$ ب- $m_2=4;f_2(x)=4x-12$ پ- $m_3=1;f_3(x)=x+3$ ت- $C(5\mid 8)$

دريم:

	$f(x)=3x-4$ $g(x)=ax+3$ $S(3\mid 5)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$ $g(x)=\frac{2}{3}x+3$ $h(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{19}{2}$

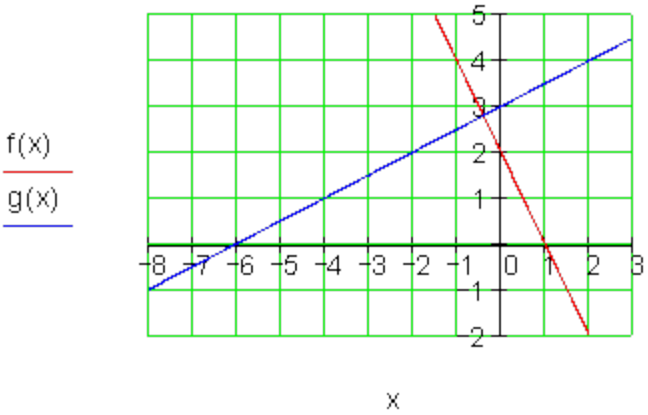
څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-	ت-
$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; f_2(x) = -4x - 2;$ $D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S(-1 \mid 2)$ ب- $P_{y1}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{y2}(0 \mid -2)$ پ- $P_{x1}(-9 \mid 0); P_{x2}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$	

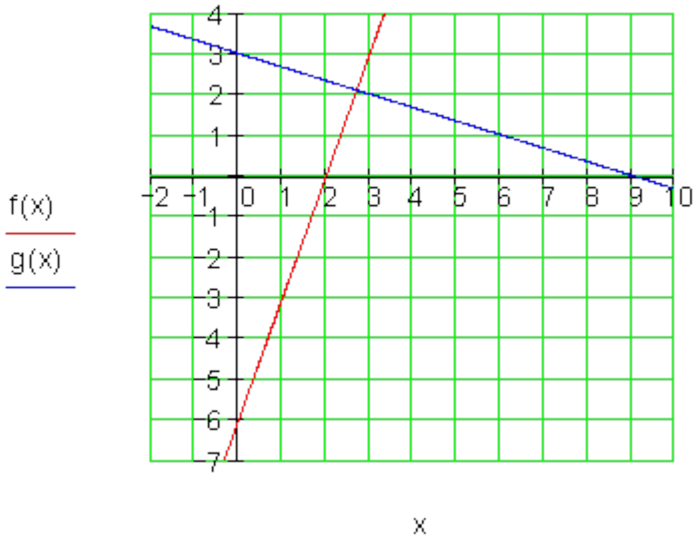
پنځم:

الف-

	$f(x) = -2x + 2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$

ب-
$$f(x) = 3x - 6$$
$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

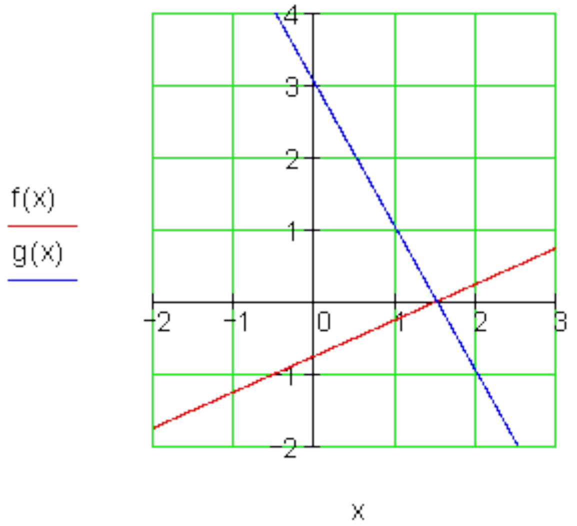
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = 3x - 6$$

$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

پ-



$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

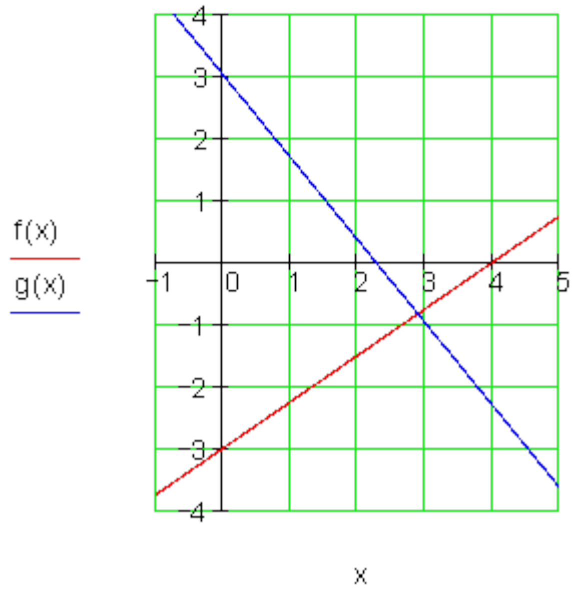
$$g(x) = -2x + 3$$

ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$g(x) = -\frac{4}{3}x + 3$$



شیرم:

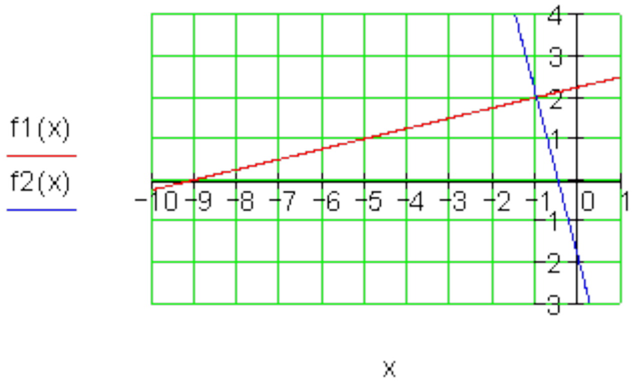
الف-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}$$

$$f_2(x) = -4x - 2$$

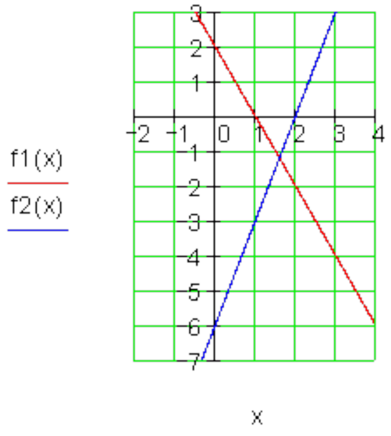
$$D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



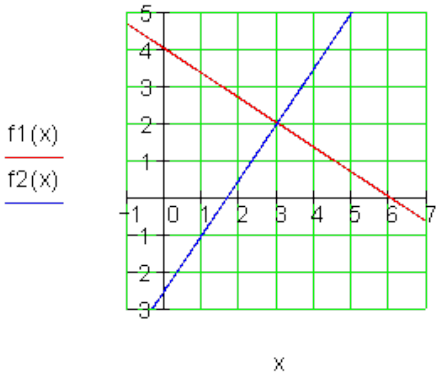
$f_1(x) = -2x + 2$

$f_2(x) = 3x - 6$

$D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \middle| -\frac{6}{5}\right)$

پ-



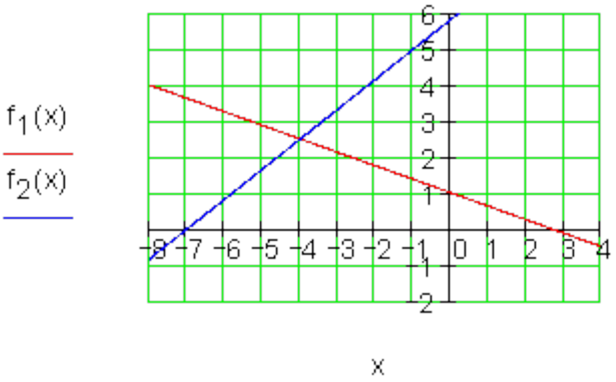
$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$

$D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

$S(3 \mid 2)$

ت-



$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-4 \middle| \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.3.د دوه کرښو موقعیت(پروتځایونه) نسبت یو بل ته

2.3.1.د دوه کرښو غوځښکي(تقاطع ټکي)

د دوه کرښو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای ډېر حلونه لري.

د ا د دوه کرښو یو بل ته د پروت ځای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟

یوه حالت بیلګه دې دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی (یخچال) (1) په بازار کې 400 € قیمت لري او هره میاشت د 20 €. انررژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازرا کې€ 200 قیمت لري او د میاشتې 40 € د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمته یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګران یخووني د قیمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1)\ K_1(x) = 20x + 400$$

(x= وخت په میاشتو، K1(x) قیمت په یورو)

د دویم ارزانه یخووني لپاره:

$$(2)\ K_2(x) = 40x + 200$$

(x= وخت په میاشتو، K2(x) قیمت په یورو)

د قیمته یخووني اخستل هلته ښه دي، که چېرې ټول قیمت (د اخستلو او د میاشتې د مصرف قیمتونه) د ارزانه یخووني سره یا برابر او یا تر ي کم شي،

د قیمت مساوات لیکو، که K1(x) = K2(x) وي.

$$K_1(x) = K_2(x)$$

$$\Leftrightarrow 20x + 400 = 40x + 200 \mid -400$$

$$\Leftrightarrow 20x = 40x - 200 \mid -40x$$

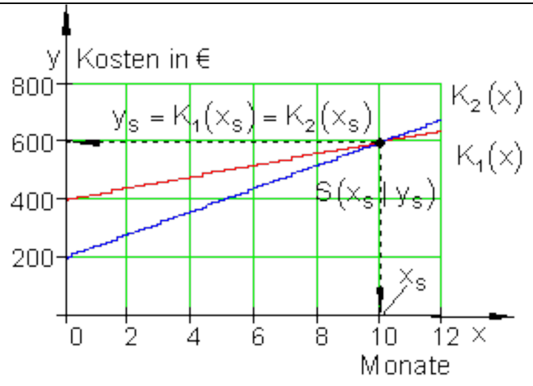
$$\Leftrightarrow -20x = -200 \mid : (-20) \Leftrightarrow x = 10$$

په K1 (x)کي کیږدی

$$\Rightarrow K_1(10) = 20 \cdot 10 + 400 = 600$$

په K2 (x)کي کیږدی

K2(10) = 40.10+200 = 600



پورته: kosten in Euro په یورو قیمت،

پروت: Monate د میاشتې په معنا

نتیجه: مساواتسیستم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_1(x) = 20x + 400$ او $K_2(x) = 40x + 200$

د مساوي سیستم د مساوي اینووني له لارې حل شو.

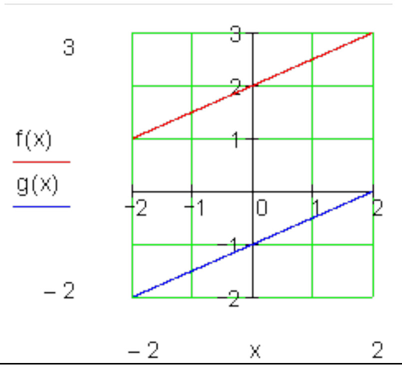
ارزښت 10 = x په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمته یخوونی ارزي، یعني خپل قیمت راباسي.

ارزښت $y = 600$ په دې معنا دی، چې دواړه یخووني له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیږي یعني .(€ 600).

سملاسي د اوکولوجي یخوونو ټول لګښت کم دی.

د دوه کرښو د غوځتکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم د د وه اوبښتونو یا متحولو سره باید حل شي.

بیلګه:

$\Leftrightarrow 2 = -1$ تضاد حل مو یوه تضاد ته بیایي. دا په دې معنا چې، دا مساواتسیستم حل نه لري.	$f(x) = 0,5x + 2 \quad g(x) = 0,5x - 1$ 

د$g(x)$ تابع مساوات له $f(x)$ څخه داسي منځ ته راځي چې په دري واحدونو کښته لورته راکښل شي.
دا په دې معنا چې د $g(x)$ ګراف و $f(x)$ ته موازي یا غبرګ دی.

دوه غبرګي کرښي په روښانه توګه ګډ غوځتکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 \; ; \; g(x) = \frac{1}{2}(x+2) + 1$$

د تقاطع ټکی $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}(x+2) + 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 1 + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2$$

د $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 2$ د $\ni x \in \mathbb{R}$ لپاره رښتیا وینا ده.

دواړه کرښې ناپای زیات ګډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کېمټې یا ایدنتیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دې لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات ، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي اینښوولو له لارې کیدونکي دي.

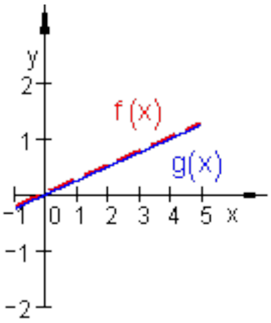
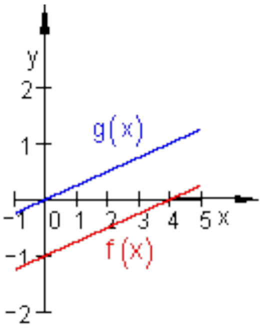
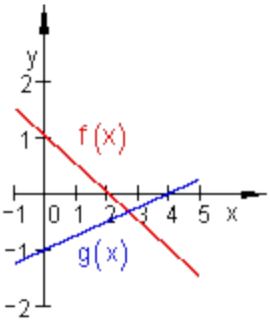
په یاد ولری:

که $f(x) = g(x)$ ټیک یو حل لري، نو کرښه($g(x)$ کرښه $f(x)$ په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالی یا میلان لري.

که $f(x) = g(x)$ کوم حل نه لري، نو کرښې ګډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

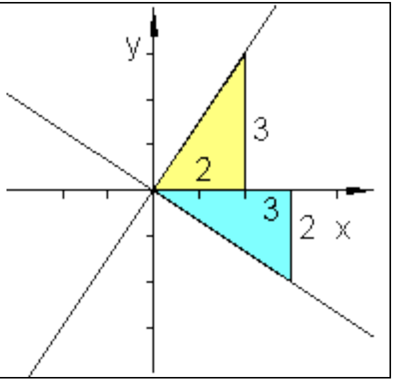
که $f(x) = g(x)$ ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنتیک یا کېمټ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناپای ډېر حلونه لري	کوم حل نه لري	تیک یو حل
		

2.3.2.یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو ترمنځ اړیکي شته.

Vorübung: له مخه تمرین: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعیه قیمتسیستم کي وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.	

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$. ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته د يوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غربيږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ يا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه يو په بل عمودو يا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g} = -1 \quad \text{يا} \quad a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښې يو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي ليکل کيدی شي:

$$a_{1g} = \frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h} = -\frac{p}{h}$$

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = \frac{q}{h} \cdot \left(-\frac{p}{h}\right) = -\frac{q \cdot p}{h^2} \quad (1)$$

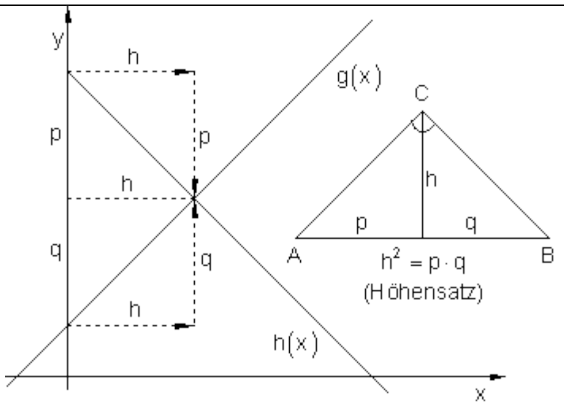
د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کيږدی

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = -\frac{q \cdot p}{h^2} = -\frac{h^2}{h^2} = -1$$

$$\Rightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه يو بل ته ولاړګونجيز يا قايم الزاويه يي ځغلنده کرښي g او h غوځېکی يا د قطعه کيدو ټکی(3 | 2)S ورکړ شوي، چيرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لرو $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2 \text{ und } h(x) = -2x + 7$	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښي تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

دا مخ نور تش دی:

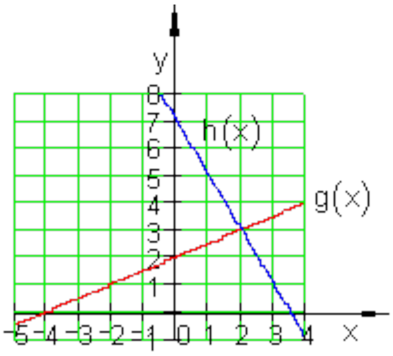
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

او $h(x) = -2x + 7$



2.3.3تمرينونه:

د دوه کرښو غوڅېدنې (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کيدو(غوڅيدو) ټکی و ښايې او کرښې په يوه افقی-عمودي سيستم کې وښاياست.

اول - $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \qquad g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2$

دويم - $g_2(x) = -2x + 1 \qquad g_1(x) = 2x - 1$

دريم - $g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \qquad g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوځتکی‌د دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅتکې وشميرئ او کرښې په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) کې وکاږئ(رسم کړئ)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تيره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی يا غوڅتکی وشميرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سيستم قيمت وضعيه سيستم کې رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم — $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم — $g_1(x) = 2x - 1g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم — $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم — $g_1(x) = 2x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

و 1 - 6 ته مفصلې بیلګې

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

د ثابتو توکو سره د(K(x مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

يادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په يوه فابريکه کې دx تولید د ډیرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يي قيمت k ټول قيمت دی د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځای په ځای يا فيکس قيمتونهK_f هغه قيمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که توليد ونه شي (ګټه ورکونه، کرايه، بيمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع (E(x په ثابت قيمت باور لري:

دخرڅلاو پيسي(E(x= قيمتP . ډيرىx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوې ډېرى يا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټي تابع (G(x لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام (یادونه) :

که د(G(x نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که(G(x زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع: $E(x) = 40x$

ګټه تابع :

$$
\begin{aligned}
G(x) &= E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000 \\
&= 20x - 60000
\end{aligned}
$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \,|\, +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \,|\, : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

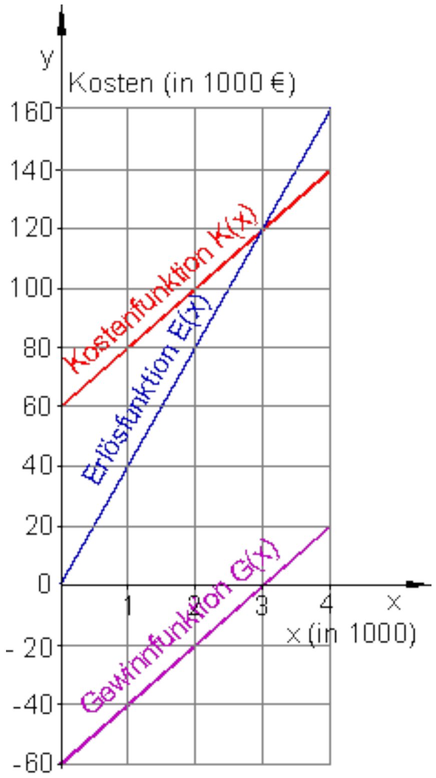
د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځي تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.
په x = 3000 تولید سره ګټه(E(x دومره ده لکه لګښت(K(x .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

ب - په عظمي تولیدډېری یا – سټ کي د ګټي پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټي تابع
د ګټي شولېیا پوله کیدی شي د ګټي په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوښتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوښتکی x کواوردینات د ګټي شولي یا هغه ورشو چي ګټه به کي صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کي لګښت ورکوي.
د ډېرۍ - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کي د تولید ډېرۍ د لویو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بیلګي په توګه د ورځي 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسي ستر ګڼونه یا اعداد تل داسي ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېرۍ یوون یا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلګي په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستوواحدونو(ډېرۍ یوونویاME 10) کي سره راټول کړو، چیرته چي د ډېرۍ واحد د 000 100 دانو لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګي په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلي تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0{,}3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1{,}1x$د ګټي په پولیBreak-even-Point کي ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1{,}1x - 0{,}3x - 4 = 0{,}8x - 4$$

د لړ : Break-even-Point

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0{,}8x > 4 \mid : 0{,}8 \Leftrightarrow x = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

ځوابونه:

تمرین د کرښیز مساواتو III

نتیجې:

لومړی -

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 \mid 3)$ د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دویم - $g_1(x) = 2x - 1;\ g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \middle| -\frac{11}{5}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

پنځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2\,;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S(6 \mid 6)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

شپږم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow S(4 \mid 4)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

اوم - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2};\ P_1(3 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 : S(1 \mid 2)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

اتم - $g_1(x) = 2x - 1;\ P_1(-2 \mid 5) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 : S(2 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

نهم - $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3\,;\ P_1(-4 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3 : S(0 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

لسم - $g_1(x) = 2x + 3\,;\ P_1(2 \mid -3) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2 : S(-2 \mid -1)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګوری

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حل:

لومړی:

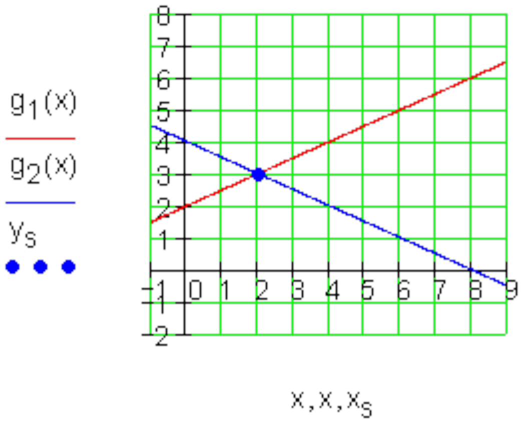
$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|3)}}$$



دویم:

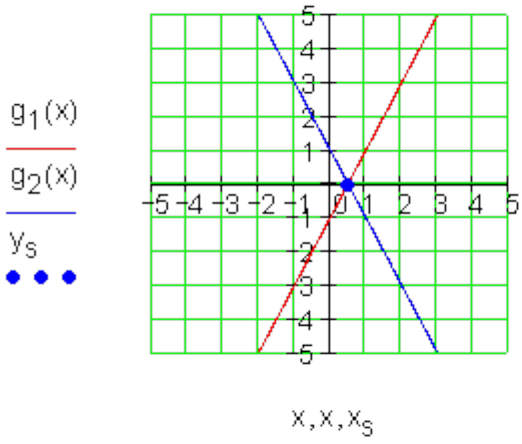
$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{1}{2}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} = 0{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

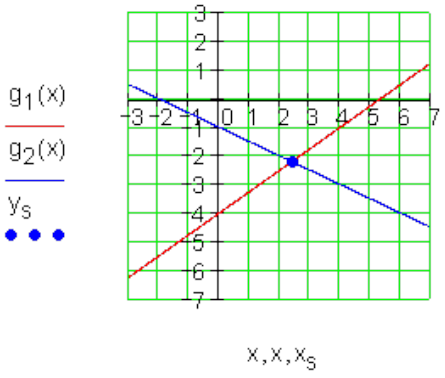
$$g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{3}{4}x-4=-\frac{1}{2}x-1$$

$$\Leftrightarrow x_s=\frac{12}{5}$$

$$y_s=g_1(x_s)=g_1\left(\frac{12}{5}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}-4=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{12}{5}=2{,}4\,\middle|\,-\frac{11}{5}=-2{,}2\right)}}$$



ځلورم:

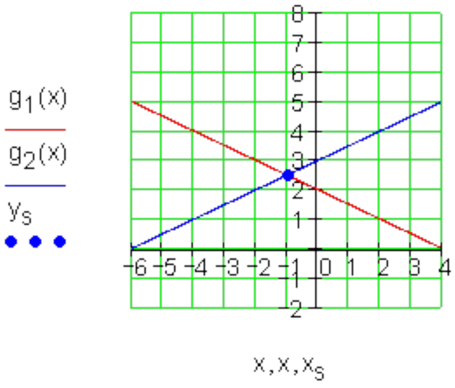
$$g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=-1$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(-1)=\frac{1}{2}\cdot(-1)+3=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-1\,\middle|\,\frac{5}{2}=2{,}5\right)}}$$



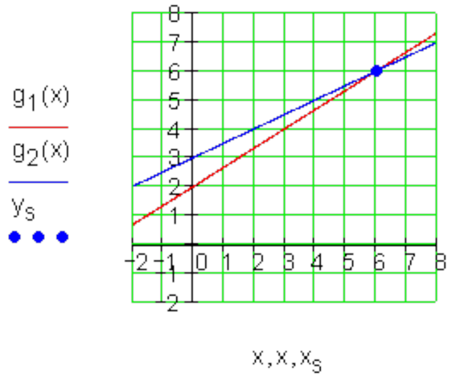
$$g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{2}{3}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=6$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(6)=\frac{1}{2}\cdot 6+3=6$$

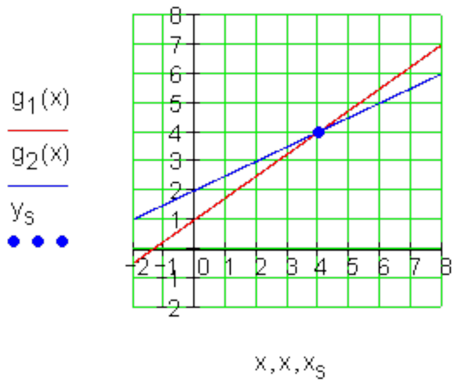
$$\Rightarrow \underline{\underline{S(6\,|\,6)}}$$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



$$g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$$

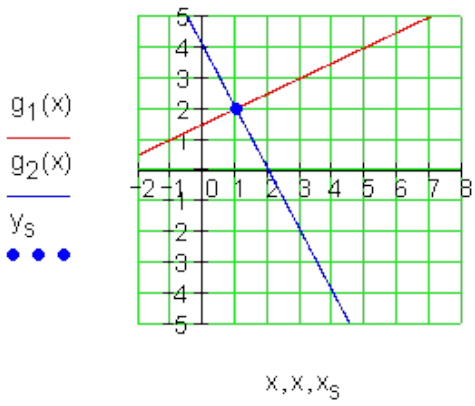
$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2}x+2$$

$$\Leftrightarrow x_s=4$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(4)=\frac{1}{2}\cdot 4+2=4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

اووم:



$$g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \qquad P_1(3|-2)$$

$$a_{1g1}=\frac{1}{2}\Rightarrow a_{1g2}=-\frac{1}{a_{1g1}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}}=-2$$

ر $g_2(x)=-2x+a_{0g2}$ د $P_1(3|-2)$ سره صدق کوي:

$$g_2(3)=-2\Leftrightarrow -2\cdot 3+a_{0g2}=-2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2}=4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x)=-2x+4}}$$

$$g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \qquad g_2(x)=-2x+4$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=-2x+4$$

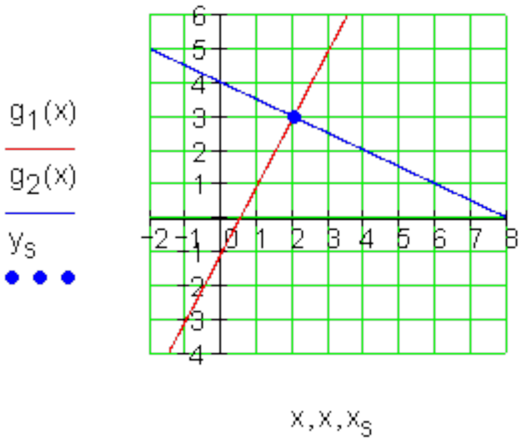
$$\Leftrightarrow x_s=1$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(1)=-2\cdot 1+4=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1|2)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad P_1(-2\,|\,5)$$

$$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$P_1(-2\,|\,5)$ د $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$

سره صدق کوي:

$$g_2(-2) = 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-2) + a_{0g2} = 5$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow S(2\,|\,3)$$

نهم:

$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad P_1(-4\,|\,-2)$$

$$a_{1g1} = -\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{-\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$$

$P_1(-4\,|\,-2)$ د $g_2(x) = \frac{5}{4}x + a_{0g2}$ ا

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره   باور لري:

$$g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4) + a_{0\,g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0\,g2} = 3$$

$$\Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

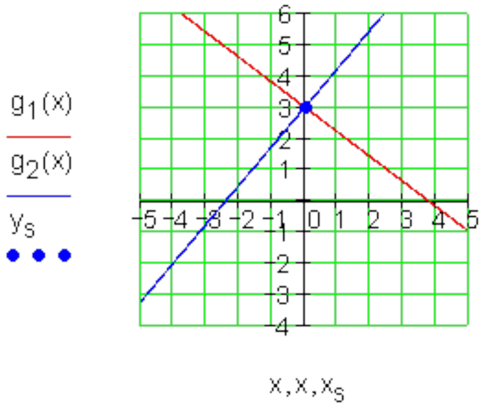
$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 0$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4}\cdot 0 + 3 = 3$$

$$\Rightarrow S(0\,|\,3)$$



لسم:

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad P_1(2\,|\,-3)$$

$$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$$

سره $P_1(2\,|\,-3)$ د $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$

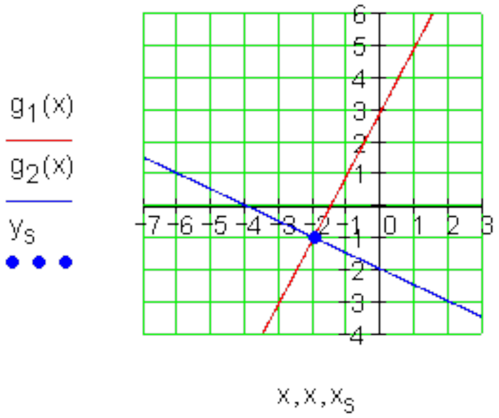
باور لري:

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$$

$$\Rightarrow S(-2 \mid -1)$$

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی – د کرښيزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دويم – کرښه وښايی، چې له $P_1(\sqrt{k} \mid k)$ او $P_2(1 \mid 1)$ تيرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او دy محور په $P_y(0 \mid -\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دريم – وښايئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېرېږي د کواوردينات د محورونو سره يو درېګودی يا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پينيز(مساوی الاضلاع) دی؟

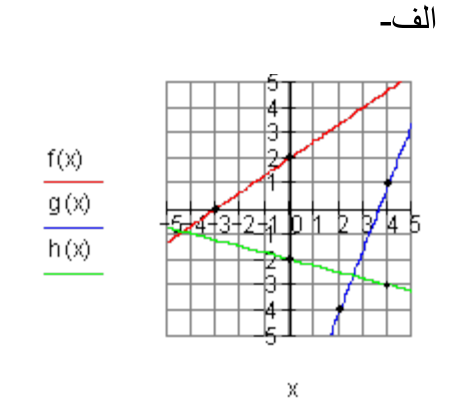
پنځم – تابع $f(x) = 3e^{-0,5x} \quad x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوی.

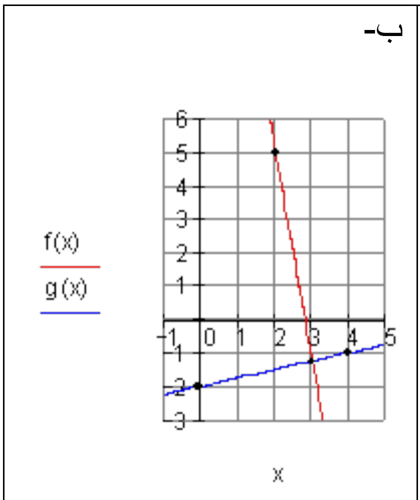
د يوه کرښيز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0) = f(0)$ او $h(-2) = f(-2)$. h(x) و ټاکی.

شپږم – لاندې ځيرې د کرښيزو توابعو ګرافونه ښودي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.





اوم – د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکی او دا په يوه پروتولاړسيستم کې رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوځوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکی.

مفصل ځوبونه

کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

الف -

$$f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1|\,7)\,;\, f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1|\,3)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{3-7}{-1-1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(1|\,7): \quad \Rightarrow f(1) = 2\cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x+5}}$$

ب -

$$f(a) = 0 \Rightarrow P_1(a\,|\,0)\,;\, f(0) = a \Rightarrow P_2(0\,|\,a) \Rightarrow a_0 = a \Rightarrow f(x) = a_1x + a$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a-0}{0-a} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x+a}}$$

پ -

$$f(a) = 1 \Rightarrow P_1(a\,|\,1)\,;\, f(2a) = -1 \Rightarrow P_1(2a\,|\,-1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-1}{2a-a} = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{a}x + a_0$$

$$P_1(a\,|\,1): \quad f(a) = -\frac{2}{a}\cdot a + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{a}x+3}}\,;\, a \neq 0$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو و ښایو $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right); P_2\left(1|\,1\right)$ $a_1=\sqrt{k}+1 \text{ und } P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)\Rightarrow a_0=-\sqrt{k}$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-k}{1-\sqrt{k}}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{\left(1-\sqrt{k}\right)\left(1+\sqrt{k}\right)}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{(1-k)}=1+\sqrt{k}=\underline{\underline{\sqrt{k}+1}}$$

$$\Rightarrow f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x+a_0$$

$$P_2(1|\,1):\quad f(1)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 1+a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{a_0=-\sqrt{k}}}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x-\sqrt{k}}}$$

$$f(0)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 0-\sqrt{k}=-\sqrt{k}\Rightarrow P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$$

دریم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,|\,k\right)\Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right)\Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2}\,|\,k_2\right)\Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k_2-k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2}-\frac{k_1}{2}\sqrt{2}}=\frac{(t_2-t_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}\,(k_2-k_1)}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right):\quad f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1$$

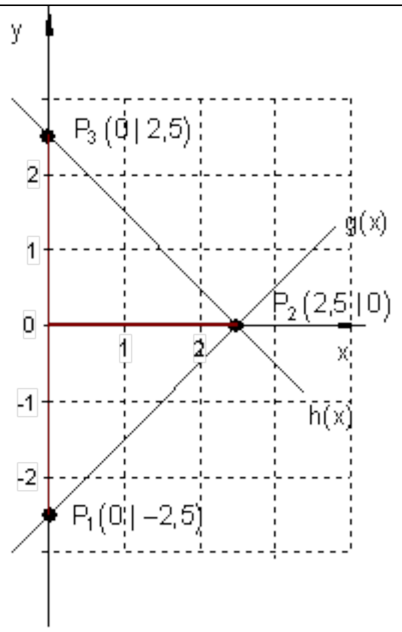
$$\Rightarrow\sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{k_1}{2}+a_0=k_1\Leftrightarrow k_1+a_0=k_1\Rightarrow a_0=0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right):\quad f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=k_3$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د g(x) جګوالی

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2,5)}{2,5-0} = 1$$

د h(x) جګوالی

$$a_{1h} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2,5-0}{0-2,5} = -1$$

درګوډی(مثلث) د a1=+ 1 لپاره برابر پښيز (برابرضلعيز) دی

پنځم:

لاندې الماني په پښتو: يادونه يا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0\,|\,3) \Rightarrow a_0 = 3 \qquad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5\cdot(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2\,|\,3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e-3}{-2-0} = \frac{3e-3}{-2} = -\frac{3}{2}(e-1) \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{3}{2}(e-1)x+3}}$$

شپږم:

الف-

$$\underline{h(x) = -\frac{1}{4}x - 2} \qquad \underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 2}$$ سيده لوستل کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $g(x)=\frac{5}{2}x+a_0$ سره $P(4|1)$:

$$g(4)=\frac{5}{2}\cdot 4+a_0=1\Rightarrow a_0=-9\Rightarrow g(x)=\frac{5}{2}x-9$$

ب – د g(x) لپاره ترم له ګراف $g(x)=\frac{1}{4}x-2$ څخه لوستل کېدی شي .

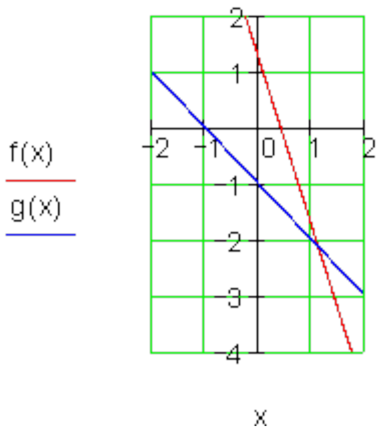
له $f(x)$ څخه پېژنو $P_1(2|5)$ او $P_2(3|g(3))$

$$g(3)=\frac{1}{4}\cdot 3-2=-\frac{5}{4}\Rightarrow P_2\left(3|-\frac{5}{4}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{4}-5}{3-2}=\frac{-\frac{5}{4}-\frac{20}{4}}{1}=-\frac{25}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+a_0$$

$$P_1(2|5):\quad f(2)=-\frac{25}{4}\cdot 2+a_0=5\Rightarrow a_0=\frac{35}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+\frac{35}{2}$$

اوم: الف-



$$f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$$

$$f(x_s)=g(x_s)$$

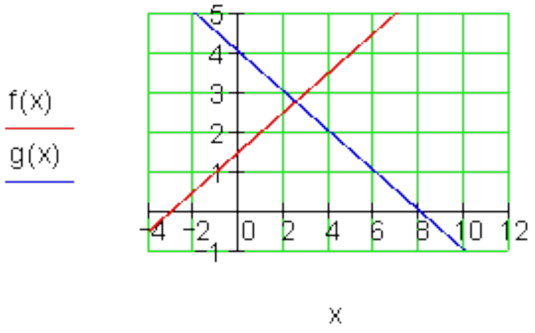
$$\Rightarrow -3x_s+\frac{5}{4}=-x_s-1\Leftrightarrow x_s=\frac{9}{8}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{9}{8}-1=-\frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{9}{8}|-\frac{17}{8}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –



$$f : 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$f(x_s) = g(x_s)$$

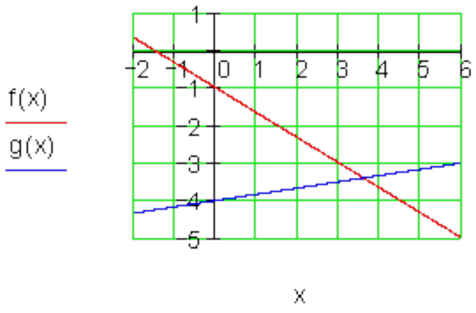
$$\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{11}{4}\right)$$

پ –



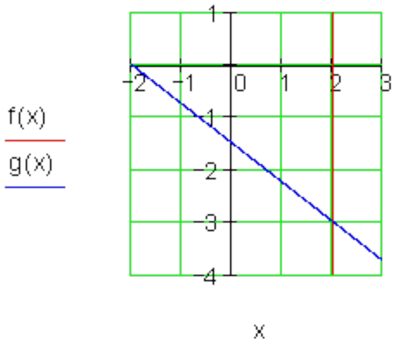
$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{18}{5} \middle| -\frac{17}{5}\right)$$

ت –



$$x = 2 \Rightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$$

$$\Rightarrow S(2|-3)$$

اتم – كرښه چې له صفرتكي تيريږي: $f(x) = a_1 x \quad a_1 \in \mathbb{R}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سره راکښل شوې $a_1 \in \mathbb{R}$ $x = 4 \Rightarrow f^*(x) = a_1(x-4)$

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

و ازمايئ چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \;;\; h: 2y + x + 4 = 0 \;;\; i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \;;\; h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \;;\; i: 2x - y = 3$

دويم – د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړل شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

(c) ketabton.com: The Digital Library

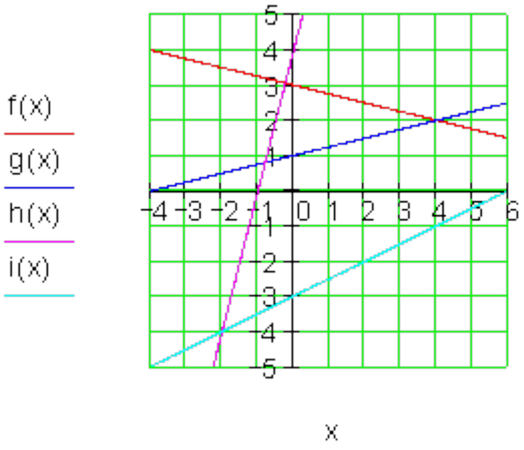
دریم –

د دواړو توابعو غوښتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړی.

$$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.

 	الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوښتکي وشمیری ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښي د کښلی شکل دباندې غوښوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوښتکي لري؟

پنځم – دوه یو په بل نیغي ولاړي کرښي یو بل په (1- \| 2-)S کې غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم – کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 000 120 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د000 140 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خوني انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه V

لومړی:

الف-

$$g(x)=x+1;\ h:2y+x+4=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}x-2;\ i:3y-5x=7\Rightarrow i(x)=\frac{5}{3}x+\frac{7}{3}$$

$$g(x_s)=h(x_2)\Leftrightarrow x_s+1=-\frac{1}{2}x_s-2\Rightarrow x_s=-2$$

$$y_s=g(x_s)=g(-2)=-1$$

د $i(x_s)$ لپاره ازناښت: $i(-2)=-1\Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې درې کرښې له ټکي S(-2;-1) تیریږي.

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x)=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}\quad;\quad h(x)=-\frac{2}{3}x+2\quad;\quad i:2x-y=3\Rightarrow i(x)=i(x)=2x-3$$

$$g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow\frac{1}{6}x_s+\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}x_s+2\Rightarrow x_s=\frac{3}{5}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{8}{5}\Rightarrow$$

د g(x) او h(x) لپاره باور لري $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$.

د i(x) لپاره ازماېښت: $i(x_s)=i\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{9}{5}\Rightarrow i(x)$

له دې لاس ته راځي، چې i(x) له ټکي $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$ څخه نه تیریږي.

دا درې کرښې ګډ ټکي نه لري.

دویم -

$$f(x):\quad P_1(0|0)\Rightarrow a_{0f}=0\quad P_2(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1f}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x}}$$

$$g(x):\quad P_3(1|1)\quad P_4(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1g}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{3-1}{2-1}=2\Rightarrow g(x)=2x+a_{0g}$$

$$P_3(1|1):\quad g(1)=2\cdot1+a_{0g}=1\Rightarrow a_{0g}=-1\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=2x-1}}$$

دا چې $P_2(2|3)$ په f او $P_4(2|3)$ په g پرته ده او کواوردیناتونه برابر دي، دا S(2;3) د دواړو کرښو غوڅټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

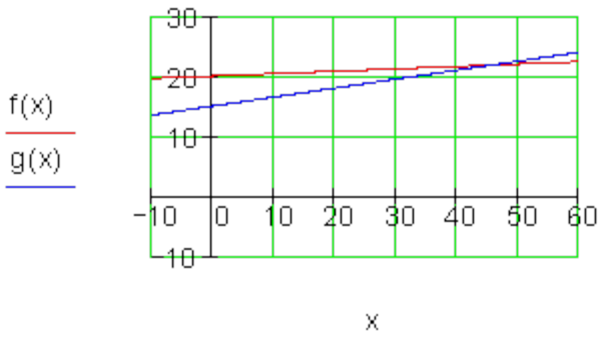
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x-1| - 2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1 \,|:\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د $x > 2$ لپاره $f(x) < g(x)$ باور لري، $f(x)$ د $g(x)$ لاندې يا كښته خواته ځغلي.

دريم:

$$f(x) = 0,04x + 20$$
$$g(x) = 0,15x + 15$$
$$g(x_s) = f(x_s)$$
$$\Leftrightarrow 0,15x + 15 = 0,04x + 20$$
$$\Rightarrow x_s = \frac{500}{11}$$
$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{500}{11}\right) = \frac{240}{11}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{500}{11}\middle|\frac{240}{11}\right)$$
$$\approx S(45,45\,|\,21,82)$$



څلورم: الف- $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3\,;\; g(x) = \frac{1}{4}x + 1\,;\; h(x) = 4x + 4\,;\; i(x) = \frac{1}{2}x - 3$

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$
$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4\,|\,2)}}$$
$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$
$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2\,|\,-4)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$i(x_s) = f(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8$$
$$y_s = i(x_s) = i(8) = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8|1)}}$$

$$i(x_s) = g(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16$$
$$y_s = g(x_s) = g(16) = 5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16|5)}}$$

ت –

د څلور کرښو چې جوړه غبرګې نه وي، زیات له زیات شپږ ګډ غوڅټکي لري.

دلیل:

کرښه ۱ کړی شي له ۲،۳او څلور سره غوڅه کړي(درې شونوالی یا شوونتوب).

کرښه ۲ کړی شي له کرښې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کرښه ۲ له ۱ سره په پام کې نیول شوې وه.(۲ شوونتوب).

کرښه ۳ کیدی شي له کرښې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوڅي شووتوب د مخه په پام کې نیول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم –

پیل کرښه : g(x) = a1x دې ته عمود یا ولاړه سرچینه ییزه کرښه: $: h(x) = -\frac{1}{a_1}x$

دواړه کرښې په ټکي (1-;2-)Sکې راکښل شوې دي.

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow g^*(x) = a_1(x+2) - 1$ او $h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1$

د a1=4 لپاره بېلګه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g^*(x)=4(x+2)-1=\underline{\underline{4x+7}} \qquad h^*(x)=-\frac{1}{4}(x+2)-1=\underline{\underline{-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}}}$$

شپږم:

الف -
$$a_{1g}=-\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}e}=\frac{2}{e}=\underline{\underline{2e^{-1}}}$$

ب -
$$a_{1g}=2e^{-2} \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{2e^{-2}}=\underline{\underline{-\frac{1}{2}e^{2}}}$$

پ -
$$a_{1g}=\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}=\underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$$

اوم -

الف -

چاپ ګڼه یا – تعداد د قیوت په واک کي دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتونې یا متحولهx ده ، چاپ ګڼه بلواک-یا تابع اووښتونېy ده.

قیمت 2,20€چاپ ګڼون 000 120لاس ته راځي P1(2,2 ; 120000)

قیمت 2,00€چاپ ګڼون 000 125لاس ته راځي P2(2 ; 125000)

قیمت 2,40€چاپ ګڼون 000 115لاس ته راځي P3(2,4 ; 115000)

که ټو ل درې ټکي په یوه کرښه پراته وي، نو د قیمت ا و چاپګڼې یا تعدا ترمنځ اړیکې کرښیزې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2{,}2} = \frac{5000}{-0{,}2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$

$$P_2(2|125000): \quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$$

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د (P3(2,4 ; 115000 لپاره ازماېښت:

$$f(2{,}4) = -25000 \cdot 2{,}4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قیمت او چاپګښون یا تعداد ترمنځ اړیکې کرښیزه دي.

قیمت د چاپ ګڼې y=140000 سره . <= (P(x;140000

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1{,}4 \Rightarrow \underline{\text{Preis } 1{,}40\text{ €}}$$

قیمت دy چاپګڼ یا - تعداد سره : <= (P(x;y

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د1,50E قیمت لاس ته راځي:(P(1,5;y

$$y = f(1{,}5) = -25000 \cdot 1{,}5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د€ 1,50 قیمت سره دې د zu 137500 چاپګښون سره و شمیرل یا وګڼل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.4-د کرښیزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

2.4.1د ورځنی ستونځوبي یا د پرابلمونو حل:

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایئ.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 \mid 3559)$ او $P_2(27 \mid 3223)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پيسي   a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بيلګهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته برېښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يوkWh   کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتې په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکئ.

په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh   پورې د برق مصرف ګراف وکاږئ.

ب - د برېښنا د ځلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره   برېښنا لګول شوې؟

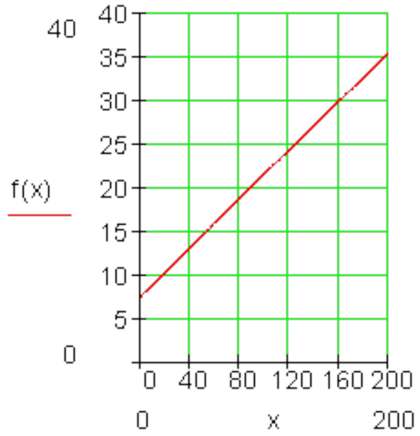
پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په€ 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-



اينوونه:

$1\,kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$

$2\,kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$

....

$x\,kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$

د تابع ترم:

$$f(x)=0,14\cdot x+7,50$$

$x \triangleq kWh\,;\ f(x)\triangleq €$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د مياشتنى شميرني لپاره باور لري.

د څلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسي 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په څلورو مياشتو کې860kWh وو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

پ-لومړی پلورونکی: $f(x) = 0,14x+7,50$

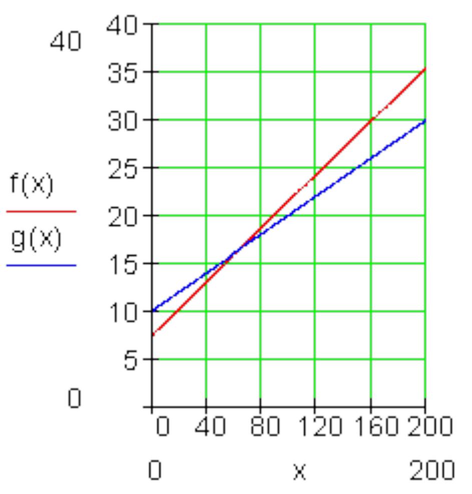
دويم پلورونکی: $g(x) = 0,1x+10$

په غوڅټکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x$$
$$\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 ; -7,5$$
$$\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$$
$$\Leftrightarrow x = 62,5$$

د 62,5kWh سره لګښت پرتله کونه.

د مياشتي د برېښنا لګښت سره دويم پلورونکی ارزان دی نسبت لومړي ته.



بيلګه III

د وښو(د حيواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابير،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتيا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخيره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

يو د تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخيره ډکه شوې وه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو يا خوراکي مواد پهkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکونې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$

$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندي کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتي بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرايط دي : هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتي بنسټ قيمت .€ 5 سره. (يوه سکيڅ ترتيب کړئ)

الف – په څومره دقيقو کي دواړه قيمتونه برابردي؟

ب – ته د مياشت د تلفون لپاره لري(پيسي نيا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکي او د ټاکلي شکت سره به څومره خبري وکړې؟

پ – د الف او ب- نتيجي په يوه پروت ولاړ – يا کواوردينات سيستم کي انځور کړئ.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅي کي شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | - 0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | - 5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقيقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

HB:

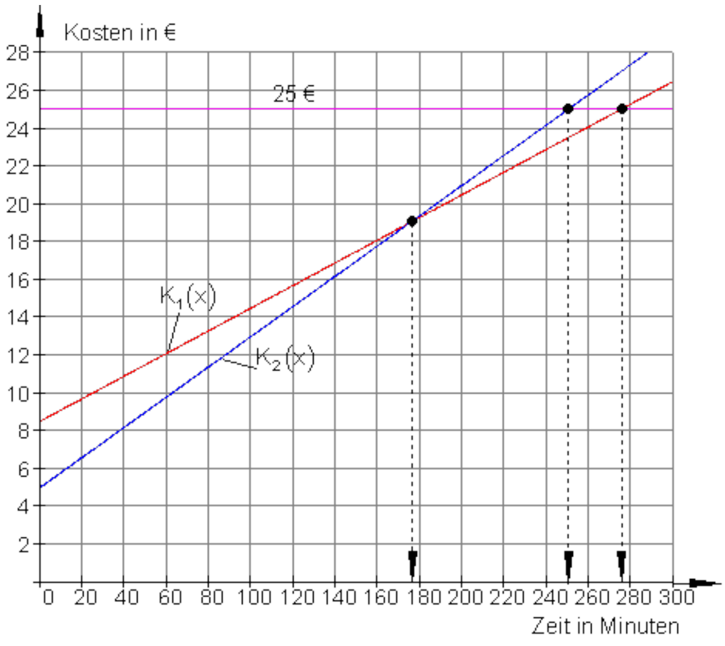
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 | -8{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 | :0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 | :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چي د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقيقي تلفون وشي. برعکس يا په ښت د HP 25 € فقط د250قيقو لپاره بسيا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقيقه، ولاړ لګښت په يورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۷

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ځیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او $k_v = 300$ €. دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع$K(x)$ پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې $E(x)$ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم تولیدډېری سره به د ګټې پولې یا ورشو<u>breakeven point</u> یا Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف ځومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې ګټه ځورمه لویه ده؟

حل-

الف- ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 تولیدډېری سره فابریکهګټه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولې ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د مياشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

نرخ : د مياشتې ټولې پيسې ياFlatrate د مياشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپين دوه نيم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات وليکئ.

ب – په يوه مناسب پروت ولاړ سيستم يا کواوردينات سيستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کيږي(انترپريتيشن يا تشريح)

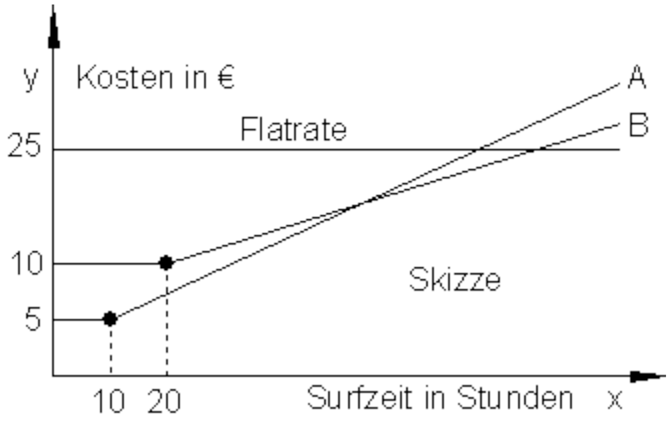
ت – د سپين لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپين فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –

(c) ketabton.com: The Digital Library



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په يورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقيقې دي. $0{,}5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0{,}3\ €/h$ (Steigung

(جګوالی)

$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يواځې 5€ د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ B :

$0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی)

$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړیو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ یورو بنستپیسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \,|\, -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

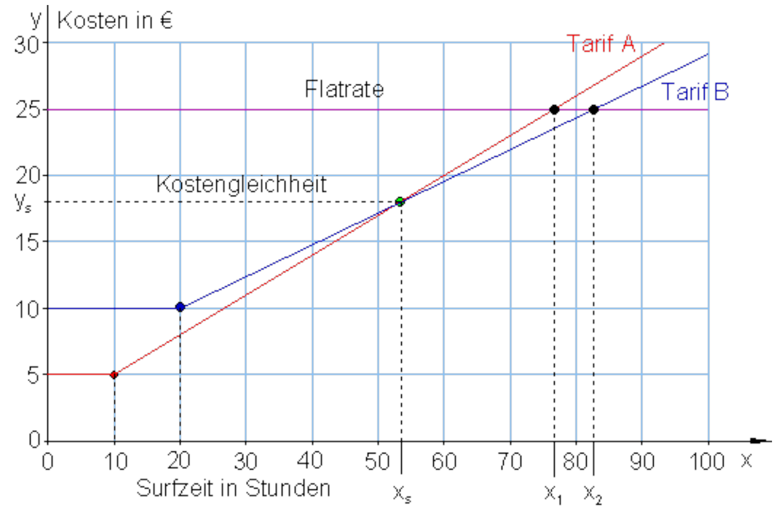
دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب - ځیره د پ کښته لور ته

پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.
تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې خيره ب ته



ت - سپين د مياشتې 75 ساعته سرف كوي. په دې سرف نرخ كې د ده لپاره B مساعد دى:

د مياشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

ټ - په دواړو كربنو كې دA او B نرخ برابروالى پيدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقيقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د 53 h ساعتونو او 20 min دقيقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره € 18 دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کيږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د مياشتې د 82,5 سرف دوام وروسته بايد په فلېټ ېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښيز توابع VII

لومړی – د لاندې کرښيزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

الف- $f(x) = -2x + 2$ ب- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ پ- $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ ت- $f(x) = 3x - 6$

د ويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې يو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دريم –

په يوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې يې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = x - 5$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ت - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشين لپاره اړتيا شته.

الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي.

پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په يوه مناسب پروتولاړ سيستم کې د تابع ګراف رسم کړی.

شپږم –

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)

(c) ketabton.com: The Digital Library

موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چيرته سره مخامخ کيږي؟
د دې حالت ځخه يوه سکيڅې جوړه کړه او وشميره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د يوه بارانمرتبان چې توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 ليتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه يا تشريح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) ليتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړيکې کرښيزې دي، که مرتبان خيټور يا د غوندوسکې په بڼه وي، نو؟

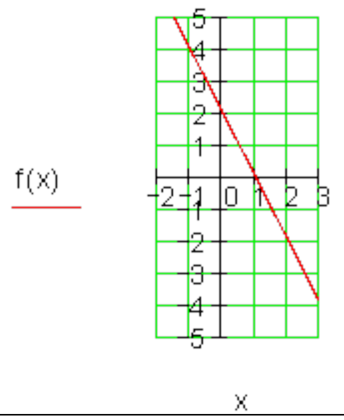
ځوابونه

کرښيز توابع VII

مفصل ځوابونه يا حلونه
لومړی::

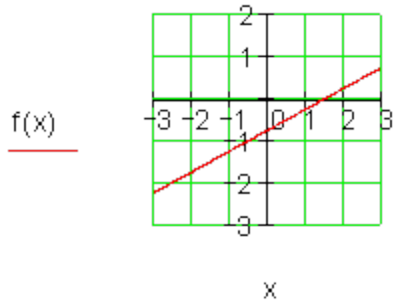
الف-

$f(x) = -2x + 2$



ب-

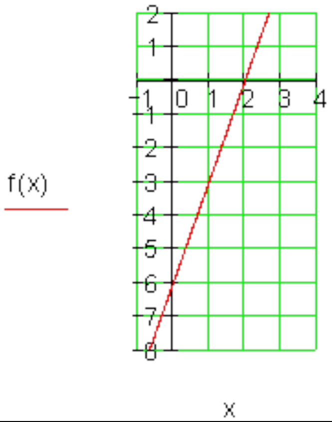
$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

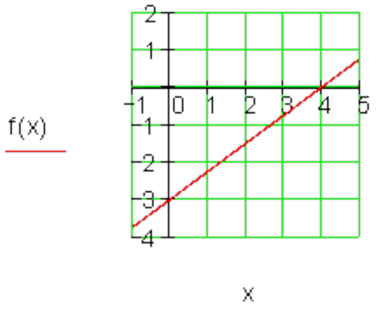
ت

$f(x) = 3x - 6$

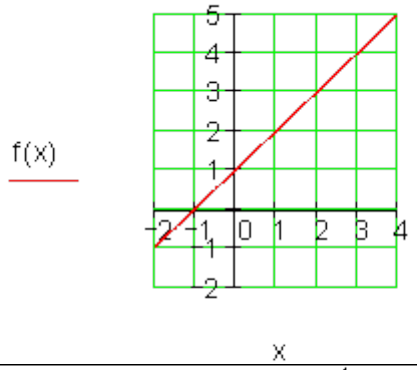


پ

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$



دویم: الف-



$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = 1$

$\Rightarrow f(x) = x + a_0$

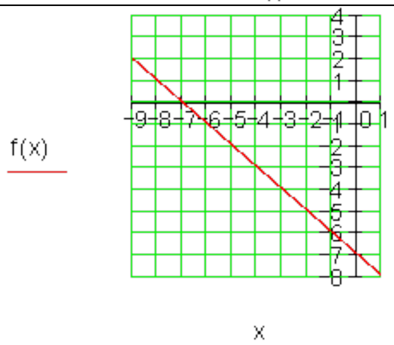
$P(3|4): f(3) = 4$

$\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 | -3$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$

ب-



$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = -1$

$\Rightarrow f(x) = -x + a_0$

$P(-8|1): f(-8) = 1$

$\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 | -8$

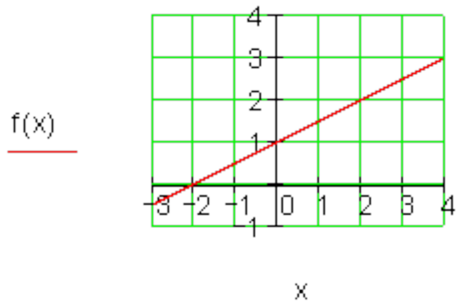
$\Leftrightarrow a_0 = -7$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

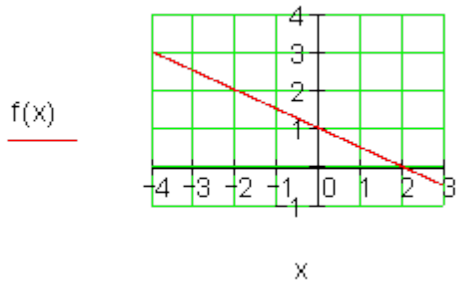
پ -

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(4|3): f(4) = 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 4 + a_0 = 3 \,|-2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$$



ت –

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(-4|3): f(-4) = 3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-4) + a_0 = 3 \,|-2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$



دریم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{3}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{4}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{7}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

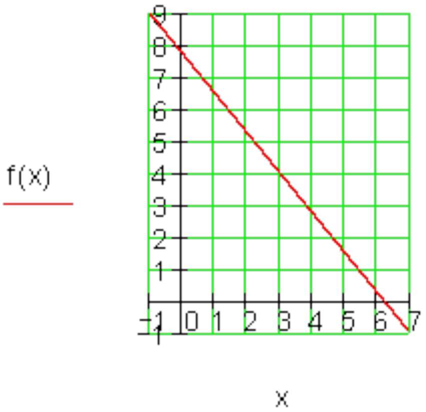
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3 \mid 4) : f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \,\Big|\, + \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}}$$

ب-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{-8}_{x_1} \,\middle|\, \underbrace{1}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{2}_{x_2} \,\middle|\, \underbrace{-3}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

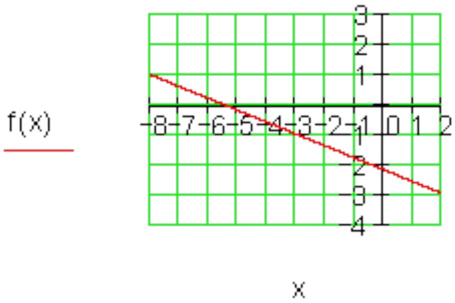
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

$$P_2(2 \mid -3) : f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \,\Big|\, + \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \,|\, \underbrace{3}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{-7}_{x_2} \,|\, \underbrace{-1}_{y_2}\right)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$

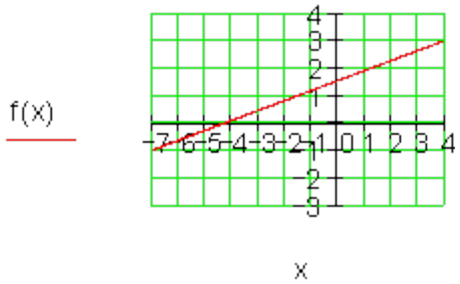
$\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$

$P_1(4|3) : f(4) = 3$

$\Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \,|\, -\frac{16}{11}$

$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$



$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}$

ت-

$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underbrace{4}_{x_1} \,|\, \underbrace{2}_{y_1}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{-4}_{x_2} \,|\, \underbrace{-4}_{y_2}\right)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{3}{4}$

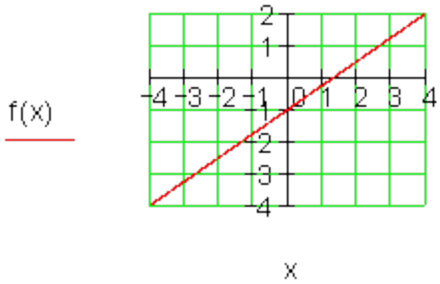
$\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$

$P_1(4|2) : f(4) = 2$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot 4 + a_0 = 2 \,|\, -3$

$\Leftrightarrow a_0 = -1$



$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{4}x - 1}$

ځلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -
$$x-5=9\,|+5$$
$$\Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}}$$

ب -
$$8+x=25\,|-8$$
$$\Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}}$$

پ -
$$x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$$

ت -
$$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$$

ټ -
$$88=4x-16\,|+16$$
$$\Leftrightarrow 104=4x\,|:4$$
$$\Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$$

ث –
$$a+bx=3b+a\,|-a$$
$$\Leftrightarrow bx=3b\,|\,b$$
$$\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$$

ج-
$$8-(x+5)=2\,|-8$$
$$\Leftrightarrow -(x+5)=-6\,|:(-1)$$
$$\Leftrightarrow x+5=6\,|-5$$
$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$$

ح -
$$9+(5-x)=6\,|-9$$
$$\Leftrightarrow 5-x=-3\,|-5$$
$$\Leftrightarrow -x=-8\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$$

پنځم – الف - اووښتونې يا متحوله x د اونۍ په معنا ده

y=f(x) د کافي ذخيرې په معنا ده.

/ $f(x)=a_1x+a_0$ د کرښيز مساوات ټوليزه بڼه

اونۍ 0 :	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
اونۍ1 :	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
اونۍ2 :	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
....	....
اونۍx :	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کافي ذخيرې د کميدو لپاره تابعمساوات
ب - د کافي ذخيره لګيدلې معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 | -1,8$$

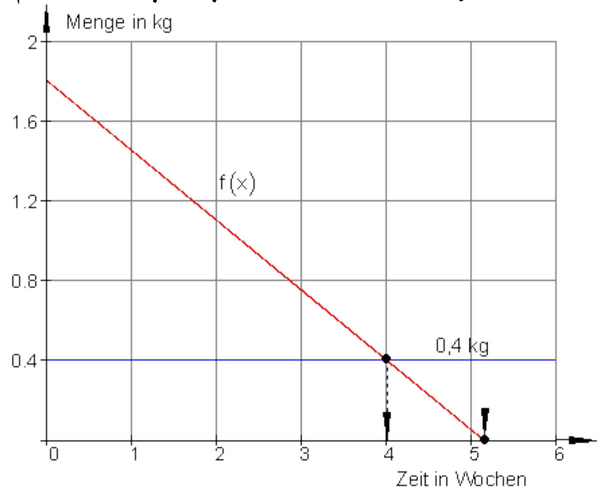
مساوات دې د x پسې حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

د نږدې ۵ اونيو وروسته نوره کافي نه شته.
پ – فقط 400g کافي پاتې ده په دې معنا چې:

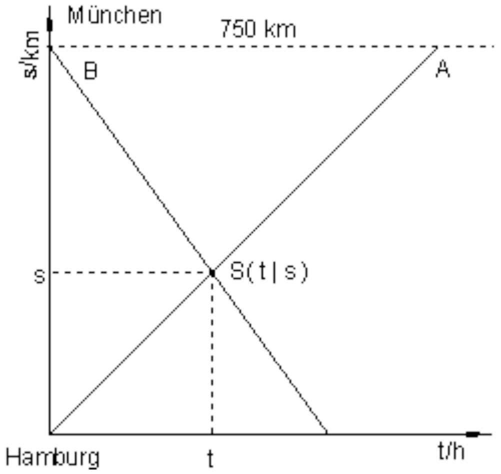
$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 | -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 | : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونيو ورسته نوره فقط 400g کافي پاتې ده.
ت- د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېرۍ په کيلو ګرام، وخت په اونۍ



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



پروتولاړ سيستم کي:کندهار او ننګرهار د مونشن او هامبورګ لپاره ليکل شوي دي.

د يوه نږدې 2,77 ساعته تلنوخت وروسته دواړه موټرونه د 333,333 km کندهار ښخه لرې او 416,666 km د ننګرهار ښخه په واټن کې سره مخامخ کيږي

موټروان A: SA(t) = VA.t

کرښه له VA جګوالي سره

موټروان : دلته د لار-وخت قانون يوه کرښه ده د کميز يا منفي جګوالي سره چټکتيا هم د جګوالي لپاره يوه کچوني اندازه ده.

$$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$$

د دواړو ګرافونو غوڅټکی نتيجه راکوي.

$$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$$

$$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\bar{7}\ h}}$$

A لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\bar{3}\ (km)}}$$

B لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\bar{6}\ (km)}}$$

اوم –

الف- د توتې ډکی یا حجم : $V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1m^2 = 100\ dm^2 \quad 1Liter \triangleq 1dm^3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات د ډکي تغير لپاره: $V(t) = 80\,\frac{dm^3}{h} \cdot t + 150\,dm^3$

شمېرنه بې له يوونون يا واحدونو صوررت نيسي، نتيجې په ديسي متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80 \cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0{,}8 \cdot t + 1{,}5}}$$

ب - د پېرسيدلي يا غونډوسکې ډوله ډکوالي جګوالی د وخت سره کرښيز تغير نه خوري.

پوښتنې

کرښيز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينکمن نمره 1 ،،
کافي چې. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشين
لپاره اړتيا شته.
الف – د تابع برابرون وليکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي؟
پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا
حالت به کله وي؟
ت ـ په يوه مناسب پروتولاړ سيستم (کواوردينات سيستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: توبي او مري په يوه بيارغړنې روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې بايد دواړه زيا تکاري وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له ماليا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په رواني مياشت کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.

دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډيری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د برېښنايي تيلګرمۍ ماشين ايښنرل شوی. € 25000 د نرژۍ کلني لګښت راځي. د لرګرمۍ له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژۍ لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

ب – د دې ګراف وکاږۍ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوږې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکۍ.

ب – وشميرۍ: f (100) ; f (250) ; f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږۍ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^0$C د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0$C د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړۍ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړی، چې له^0F ^0C څخه په ^0F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^0F 95 ده، دا څومره^0C وه؟

ت – د د يوه تن تودوخی^0C 40 تبه ټيټېدونکي کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^0F کومه تودوخي ده؟

حلونه

کرښيز توابع XV

نتيجې او مفصل حلونه

نتيجې:

لومړی:

الف- تابعمساوات:

ب – د څه پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونيو وروسته کافي پاتې ده.

ت- ګراف د مفصل حل لاندې وګورئ.

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنستیمعاش دی، د زیاتوخت ټولې .

دریم:

الف- $f(x) = -7,5x + 340$

ګراف په مفصل حل کې دی.

ب- د وښو زخیره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نږدې 38,7 ورځو وروستهد وښو ګودام بیرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقیقووروسته نرخمساوات واک لري (€ 19).

ب- دHB چوپیر مساعد دی، ځکه چې په € 25 کیدی شي 275 دقیقي تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د250 قیقو لپاره بسیا کوي. ګراف د مفصل حل لاندې میندلی شئ.

پنځم:

الف-دا د پیسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته ګټوره وه. په داوړو حالتونو کڅ دا تراوسه په جریان کې لګښت € 62500 دی.

ب- ګراف په مفصل ځواب کڅ میدل کیږي.

شپږم:

الف- تابعترم: $f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(100) = 10{,}625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26{,}563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$$

پ- ګراف تر مفصل ځواب لاندې وکورئ

اوم:

الف-

$$f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$$

د °F په°C اړونې لپاره باور لري: xپه °F او f(x) په °C

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخي $35\,^0C$ ده.

ت-په یوه $104\,^0F$ تودوخې سره باید د تبې ټیټیدنې لپاره تیاری ونیول شي.

مفصل حلونه

لومړی:

الف- متحولي یا اووښتوني : xد اونۍ په معنا دي

y=f(x) په کیلوګرام د کافي زخیره ډېرئ یا سټ ده .

$f(x) = a_1x + a_0$ د کرښیز مساوات عمومي بڼه.

اونۍ0 : f(0) = -0,35.0+1,8=1,8

(c) ketabton.com: The Digital Library

اونۍ1: f(1) = -0,35.1+1,8=1,45

اونۍ2: f(2) = -0,35.2+1.8=1.1

....

اونۍ x:f(x) = -0,35.x+1,8=

د کافي کمښت زخيرې لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخيره مصرف شوې په دې معنا دی، چې:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0|-1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x=-1,8|:(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5,143$$

مساوات دې د x پسې حل شي.

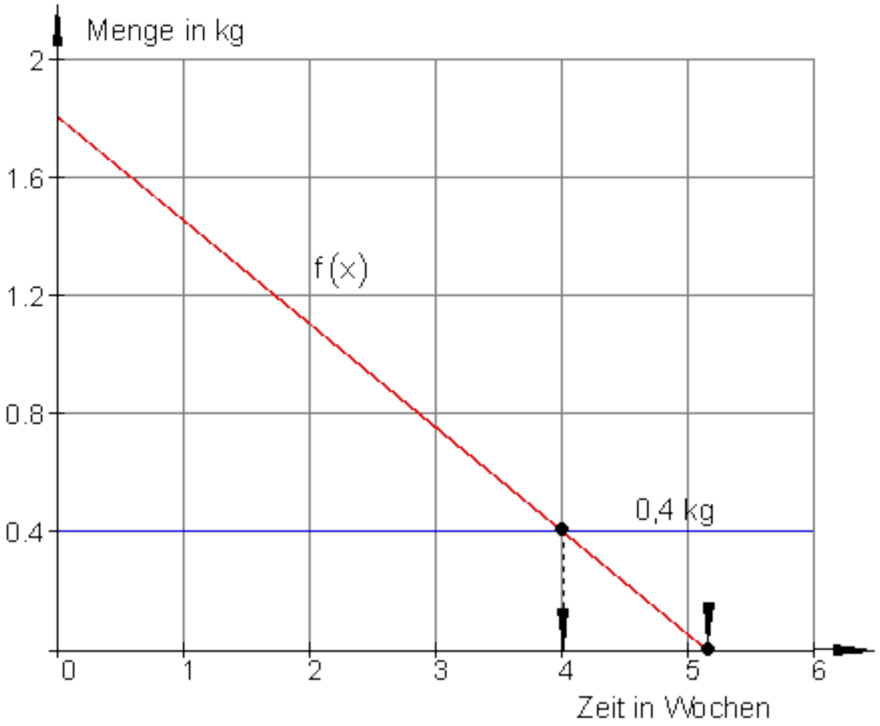
د نږدې پنځه اونيووروسته نوره کافي يا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دې معنا، چې :

$$f(x)=0,4 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0,4|-1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x=-1,4|:(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$$

د څلور اونيووروسته فقط 4g کافي پاتې ده

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: د زيات کار ساعتو تعداد x ورکړشوی نغد معاش f(x) دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1 د زيات کار ټول معاش a0 بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعت کار معاش€ 21 دی.

دریم:

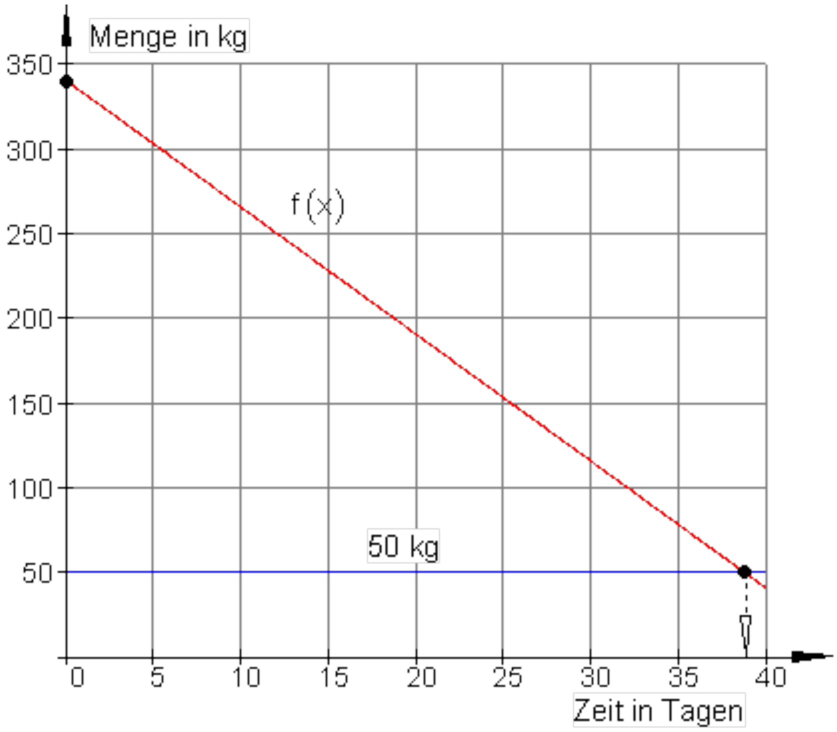
الف-

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7,5x + 340$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېرى (مقدار) په کیلوګرام

ب ـ د ډکولو وخت په x = 0 کې دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښوزخیره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډکه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7{,}5x + 340 = 50 | -340$$
$$\Leftrightarrow -7{,}5x = -290 | : (-7{,}5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38{,}7$$

له 38,7 ورځو وروسته دې د وښو زخیره بیرته ډکه شي.

ځلورم: الف-

$$HB : K_1(x) = 0{,}06x + 8{,}5 \qquad HP : K_2(x) = 0{,}08x + 5$$

د قیمت مساوات د دواړو کرښو په غوځي(تقاطع) کې پروت دی.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 0{,}06x + 8{,}5 | -0{,}06x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}02x + 5 = 8{,}5 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}02x = 3{,}5 | : 0{,}02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0{,}06 \cdot 175 + 8{,}5 = 19$$
$$K_2(175) = 0{,}08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175دقیقو وروسته دد قیمت مساوات برقرار دي(€ 19).

ب-

$$HB:$$
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 | -8{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 | : 0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

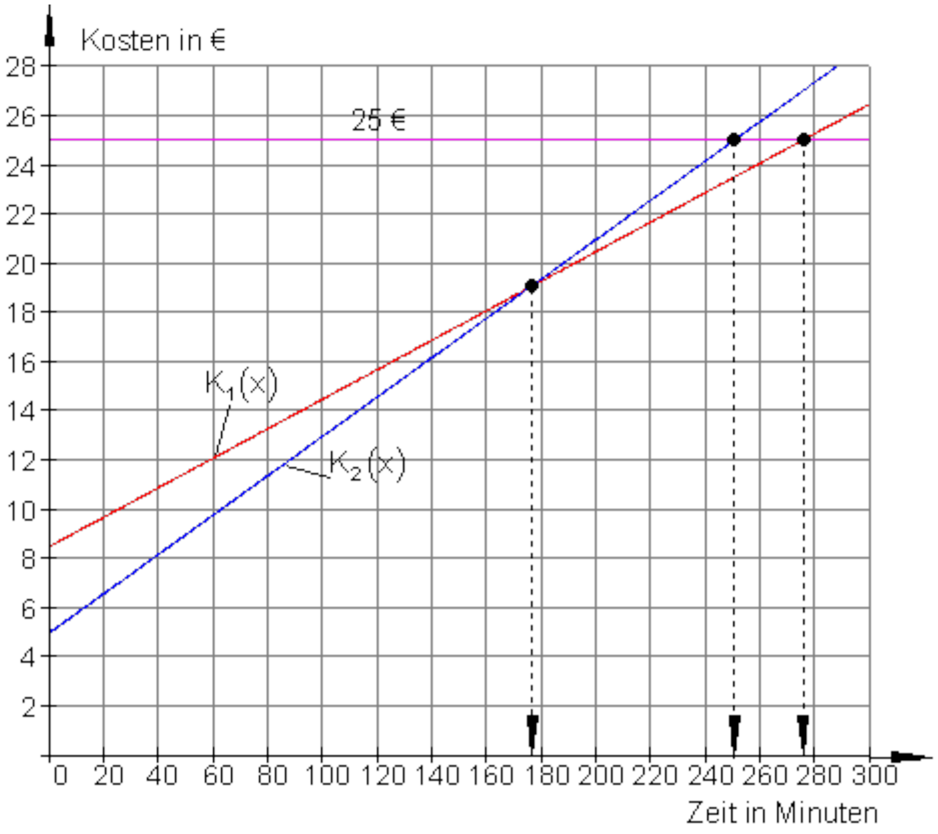
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 | :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د€ 25 لپاره سړی کړی شي 275 دقيقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره € 25 فقط د 250 دقيقو لپاره بسيا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقيقو. ولاړ:نرخ ا قيمت په يورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: الف- y- محور : لګښت x-محور: کلونه

ګرمووني يا بخارئ: f(x) = 25000x

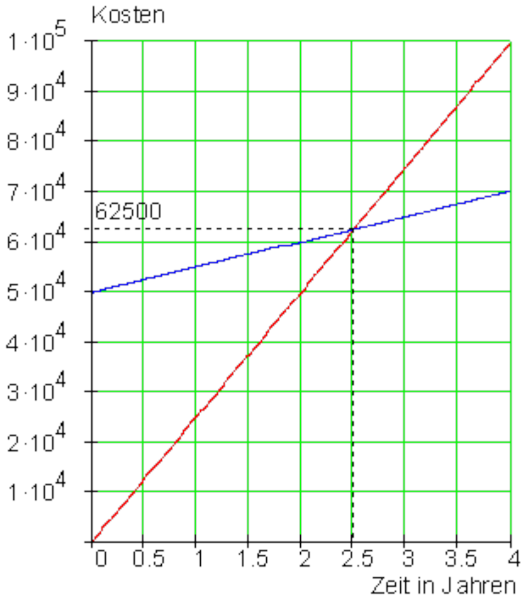
له لرې تودوخي: g(x) = 5000x+50000

د لګښت مساوات د دواړو کرښو غوڅي(تقامطع) کې واک لري.

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 25000x=5000x+50000|-5000x$$
$$\Leftrightarrow 20000x=50000|:20000$$
$$\Leftrightarrow x=2,5$$
$$f(2,5)=25000\cdot 2,5=62500$$
$$g(2,5)=5000\cdot 2,5+50000=62500$$

پانګونه له دوه نيم کالو وروسته ګټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې ترديې وخت لګښتونه € 62500 دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولاړ: قيمت يا لګښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپړم: الف- y-محور خوږه(بوره) x -محور ګني

80kg ګني لرو 8,5kg بوره یا ګوړه لاس ته راځي P1(80;8,5)

0kg ګني 0kg خوږه لاس ته راځي P2(0;0) پیلکرښه a0=0لاس ته راځي

جګوالی:

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

ب-

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \bigg| : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

له 100 kg ګنیو څخه 10,625 kg خوږه ګټل کیږي. له ګنیو څخه کیدی شي نږدې خوږه وګټل شي. د 25 kg حوږې لپاره نږدې 235,3 kg ګنیو ته اړتیا شته.

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

پروت: ګني په کيلوګرام. ړلاړ: ګوړه په کيلوګرام

اوم:

الف- y-محوړ : °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(32|0) \quad P_2(212|100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32|0): f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 | -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د °F اړول يا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په °F او y په °C

ب- y-محور: °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(0|32) \quad P_2(100|212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32): f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

x په °C او f(x) په°F

$$95\,^0F=?^0\,C \quad f(x)=\frac{5}{9}(x-32)\Rightarrow f(95)=\frac{5}{9}(95-32)=\frac{5}{9}\cdot 63=\underline{\underline{35\,^0C}}$$

د اخورمینځي تودوخي $35\ ^0C$ ده.

ت –

$$40\,^0C=?^0\,F \quad f(x)=\frac{9}{5}x+32\Rightarrow f(40)=\frac{9}{5}\cdot 40+32=\underline{\underline{104\,^0F}}$$

د $104\ ^0F$ تودوخئ سره باید د تبې تیتیدونکي لارې چارې ونیول شي یا اقدام وشي.

پوښتني

کرښيز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستني فابریکه په خپل موټر د ښباک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارتنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارتنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښباک موادو رسولو لپاره په هر کارتن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارتنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د ميوې فاربريکې ته يو وړانديز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دويم –

په يوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کربنيز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د يوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم وليکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشميرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ-

د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف يا لګښت لپاره کارول کيږي معاش: لګښت = د لګښت کووتې ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکئ. کومې تړليزې اړيکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زياتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زياتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشريح کوي. تابعK اوS ګرافيکي انځور کړئ. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دريم –

يو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدني ضريب يې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکې د تابع ترم ورکړئ

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د25 K تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

حلونه

کرښیز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

الف- $K_1(x) = 0,8x + 840$

2500 کارتونونه: $K_1(x) = 0,8 \cdot 2500 + 840 = 2840$

د 2500 کاتونونو وړنه $\underline{\underline{2840\ €}}$ قیمت لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $K_1(x) = 0,8x + 840$ فابريکه $K_2(x) = 1,15x$ لوګيستيکي فيرما

د نرخ توپير: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - 1,15x = -0,35x + 840$

د فابريکې لپاره ګټه که U(x) > 0

=>-0,35x+840>0 ⇔ -0,35x>-840⇔x<240

تر 2400 پورې کارتونونه لوګيتيکي فيرما مساعد قيمت لري.

پ – نوی لګښت تابع د لوګيتيکي فيرما لپاره: $K_2(x) = a_1x$

د لګښت توپير: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - a_1x = (0,8 - a_1)x + 840$

په 4000 کارتونونو کې ګټه 680€ ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000) = (0,8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0,8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0,84$$

$$\Rightarrow K_2(x) = 0,84x$$

دا په دې معنا دی چې 0,84€ په يوه کارتون.

دويم:

الف- خپلواکه اووښتونې(متحوله) معاش=x

بلواک متحوله y=K(x)= د خوراک لګښت(کرښيزه اړيکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ورکو شویو شرایطو لرو: $P_1(1000\,|\,900)\,;\,P_2(1800\,|\,1460)$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460-900}{1800-1000} = \frac{560}{800} = 0{,}7 \Rightarrow K(x) = 0{,}7x + a_0$$

$$P_1(1000\,|\,900):\quad K(1000) = 0{,}7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0{,}7x + 200}}$$

ب-

$$K(800) = 0{,}7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800\,|\,760)}}$$

$$K(2500) = 0{,}7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500\,|\,1950)}}$$

$$K(4000) = 0{,}7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000\,|\,3000)}}$$

پ-

د لګښت کچه $= \frac{\text{لګښت}}{\text{معاش}} = K(x)/x$	
معاش 800€ له دې لاس ته راځي	$= \frac{760}{800} = 0{,}95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$
معاش 2500€ له دې لاس ته راځي	$= \frac{1950}{2500} = 0{,}78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$
معاش 400€ لاس ته راځي	$= \frac{3000}{4000} = 0{,}75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$
تولیزې اړیکې:	
د لګښت کچه=	$= \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$

پام: هرڅومره چې معاش جګ وي، همغومره لګښت ارزښت 0,7 ته نږدې کیږي، داپه دې معنا، چې لږترلږه 70% دا په واک کې معاش د مصرف یا خوراک لپاره لګیږي. دا پاتې کیدی شي سپما شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

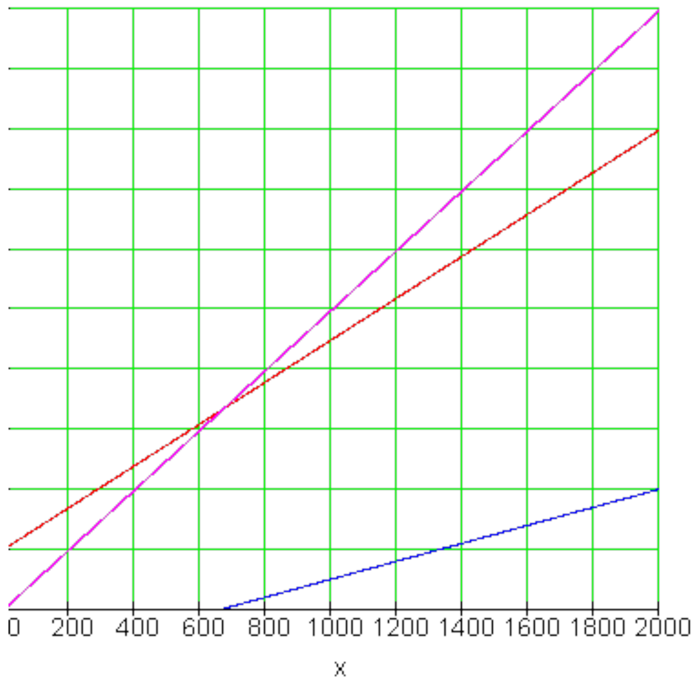
ت- اېنونه:	
زوړ معاش	$x \Rightarrow \quad K(x) = 0,7x + 200$
نوی معاش	$x + dx \Rightarrow K(x+dx) = 0,7(x+dx) + 200$
د معاش زیاتوالی	$x + dx - x \Rightarrow K(x+dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x+dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

ترې لاس ته راتلنه: په تعقیب یا ترې لاس ته راتلنه: 70% د معاش زیلتوالی د خوراک یا لګښت لپاره لګیري. دا د K(x) جګوالی په ګوته کوي.

ټ- هرڅه چې نه لرېږي هغه سپما کیږي:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د لګښت تابع: S(x)=د سپما تابع ، E(x)=معاش.

د S(x) صفرځای:

$$S(x)=0 \Leftrightarrow 0{,}3x-200=0 \Leftrightarrow x=666{,}\overline{6}$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له یوه معاش وروسته کیدی شي زخیره یا سپما شي. په دې مودل کې د شتون مینیموم جوړوي. د شتون مینیمومو کښته پوروړی کیږي، ځکه چې انسان له یوه څه څخه باید ژوند وکړي.

دریم:

الف-
$$l(\Delta t)=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t=85\,m+\frac{12\cdot10^{6}}{K}\cdot 85\,m\cdot\Delta t=\underline{\underline{85\,m+0{,}00102\cdot\Delta t\cdot\frac{m}{K}}}$$

ب -
$$\Delta t=30\,K:\quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0{,}00102\cdot30\cdot m=\underline{\underline{85{,}0306\,m}}$$
$$\Delta t=60\,K:\quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0{,}00102\cdot60\cdot m=\underline{\underline{85{,}0612\,m}}$$
$$\Delta t=40\,K:\quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0{,}00102\cdot40\cdot m=\underline{\underline{85{,}0408\,m}}$$

$$\Delta t=30\,K:\quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0{,}00102\cdot30\cdot m=\underline{\underline{85{,}0306\,m}}$$
$$\Delta t=60\,K:\quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0{,}00102\cdot60\cdot m=\underline{\underline{85{,}0612\,m}}$$
$$\Delta t=40\,K:\quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0{,}00102\cdot40\cdot m=\underline{\underline{85{,}0408\,m}}$$

پ- د اوږدوالي تغیر: $\Delta l=25\,mm=0{,}025\,m$ د تودوخې تغیر: $\Delta t=25\,K$

$$l(\Delta t)=l_0+0{,}025\,m$$

$$l(\Delta t)=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t\quad\Rightarrow l_0+0{,}025\,m=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t\Leftrightarrow l_0=\frac{0{,}025\,m}{\alpha\cdot\Delta t}$$

$$l_0=\frac{0{,}025\,m}{\alpha\cdot\Delta t}=\frac{0{,}025\,m}{12\cdot10^{-6}\cdot25}=\frac{25\cdot10^{-3}\,m}{12\cdot10^{-6}\cdot25}=\frac{10^{-3}\,m}{12\cdot10^{-6}}=\frac{1}{12}\cdot10^{3}=\underline{\underline{83{,}\overline{3}\,m}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو باروړونکي اوسپنه چې 83,33 mاوږده ده د يوې K 25 تودوخې سره 25 mm اوږديږي يا غزيږي.

پوښتني

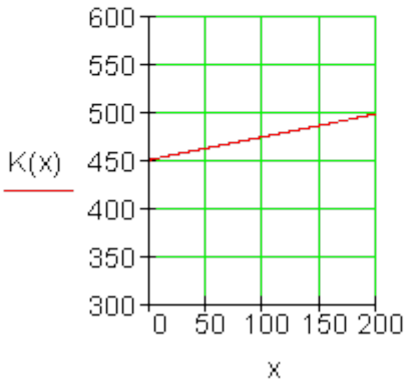
کربنيز توابع برخه XVII

لومړی: ځيره د يوه کربنيز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا سټ واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ.

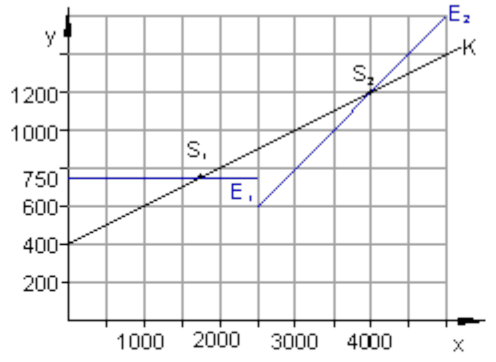
الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا سټ واحدونو(ME) توليد سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقيمت په هر ME کې لاس ته راوړل کيږي، که 175 ME توليد شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.



دويم: د تنيس توپونو توليد لپاره لګښت K کربنيز د توليد شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

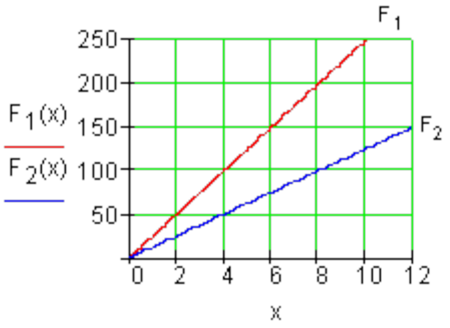
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- د 1000 همداسيِ3000 د توپونو يا غونډوسکو(کرو) توليدد څومره ګران دی؟ د لګښت تابع K لپاره يو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې يو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو يا توپونو پورته ګټه يا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښيز جګيږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅټکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دريم: د دې لپاره چې يوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څير وکارولی شو، په فنر باندې اغيزمنه وزنزور F_G (په نيوټون N) او د فنر تغيرx (په cm) تر منځ اړيکو څخه کره يا ټاکل کيږي.



الف- په فنر F_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کربنیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکي د لګښتشمیرني کلیمو تعریفونه:

ځای په ځاي لګښت	ټول لګښت
دا هغه لګښت دی، چې تولید ونه شي	د فابریکي ټول هغه لګښت دی، چې
هلته هم رامنځ ته کیږي(ګټه (ورکونه)،	د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرایه،بیمه، معاشونه او نور) K(x) .

$$K_f(x) = K(0)$$

د یوې دانې متحول ارزښتونه د متحولې ټول ارزښتونه

د متحولې لګښت دی په هره دانه ټول لګښت بې له ځا په ځای لګښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

د ګټې تابع کربښیزه خرڅلاو تابع

د خرڅلاو- ټول لګښت د قیمت ضرب منځ ته راوړې دېرئ یا سټ x

$$G(x) = E(x) - K(x) \qquad E(x) = p \cdot x$$

الف- دلته د لګښت تابع یو کربښیز مساوات دی:K(x)=a1x+a0

ځا په ځاي لګښتونه K(0)=a0=450€ دي (له ګراف څخه لوستل شوی)

متحول لګښتونه دي: $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1x + a_0 - a_0}{x} = a_1$

دا تیک د K(x) د کربښي جګوالی دی

ټکي $P_1(0|450)$ او $P_1(200|500)$ لوستل کیږي

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ له دې لاس ته راځي د متحولې

یا اووښتوني د داني قیمت $k_v = 0,25\ €$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت تابع: $\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې داني قيمت بايد لږ ترلږه 2,821€ وي، چې له دې سره کوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

ثابت لګښت:K(0) = a0 =400€

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = \underline{\underline{0,2\ €}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چيرته زيان رامنځ ته نه شي، بايد ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د يوې دانې قيمت بايد لږ ترلږه €2,821وي، چې له دې سره کوم زيان رامنځ ته نه شي.

دويم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = \underline{\underline{0,2\ €}}$

ب- د $x < 2500$ لپاره خرڅلاو تابع: $E(x) = 750$

د $x > 2500$: لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500\,|\,600);\ P_2(4000\,|\,1200) \quad E_2(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{1200 - 600}{4000 - 2500} = 0,4 \Rightarrow E_2(x) = 0,4x + a_0$$

$$P_2(4000\,|\,1200): \quad E_2(4000) = 0,4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0,4x - 400}}$$

غوڅټکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$

$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750\,|\,750)}}$$

غوڅټکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 0,2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$

$$K(4000) = 0,2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000\,|\,1200)}}$$

روښانه ونه: د 1750<x<4500لپاره يو زيان منځ ته راځي، ځکه چې(x)K > E(x)
د (x)E1غوڅټکی د (x)E2 سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$

$$E_2(2875) = 0,4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875\,|\,750)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مشتري لپاره ورشو2875 > x > 2500 ډېره راکښړنکې يا د پام وړ ده.

دی د بيلګي په توګه 2800 توپونه د مساعده قيمت په حيث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دريم:

الف- د فنر F2 د فنر ثابته: $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\,N}{4\,cm} = 12{,}5\,\frac{N}{cm}$

د فنرثابته د کرښي د جګيدني لپاره يوه کچونه ده.

ب –

$$D_1 = \frac{100\,N}{4\,cm} = 25\,\frac{N}{cm} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{N}{cm}\cdot x}}$$

پ- نظري يا تيورتيکي : $F_1(100) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot 100\,cm = 2500\,N$

په رښتيا چې فنر د يومتر په ګګونه غزيږي.

ت- د فنرونو مختلفې ثابتې د دواړو فنرونو کلکوالی ښايي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقيقو، لګښت € 27,50

له دې لاس ته راځي په دقيقه لګښت:

$$\frac{27{,}50\,€}{3000} = \frac{11}{1200}\,€ \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092\cdot x}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- € 8 بنسټ تاديه ونه، د 3000 دقيقو لپاره نورې .€ 19,5 پاتې کيږي.

لاس ته راځي چې:

لګښت په دقيقه: $\frac{19,50\ €}{3000} = \frac{13}{2000}\ €$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0,0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دويم تاريفت يا نرخ د ۵۰ ساعته زيات استعمال څخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسې دقيقه فقط 0,65سنت لګښت لري.

پوښتنې

کرښيز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره ياپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښې لپاره هره ورځ تازه غوړيو ته اړتيا لري. تر اوسه په زخيره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات وليکئ او په يوه مناسب پروت-ولاړ- يا کواوردينات سيستم کې يې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخيرې وروسته د رستورانت مشر بايد د نورو فرمايش وکړي. له څومره ورځووروسته بايد فرمايش صورت ونيسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،ارزان سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنئ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- (Interpretation)ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي.

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی. دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي: لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقي تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپيته دقيقي تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقي تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقي تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

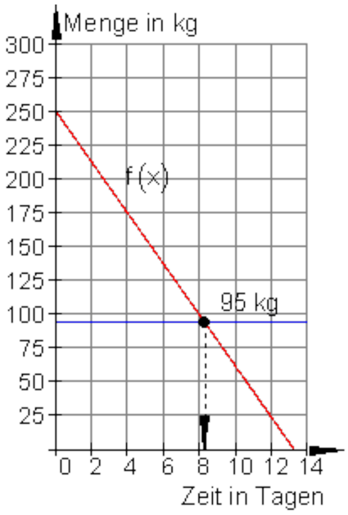
نرخ	د مياشتنی لګښت په يورو	يو کيلوواټ قيمت په يورو
Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات وليکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم وکاوئ.
ب- د 800 kWh (۸۰۰ کيلږواټ په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ مياشتني لګښت مساعد پلورونکی پيداکړئ.
پ- په پروتولاړ-يا کواوردينات سيستم کې د کرښو غوځېکي څه مفهوم لري؟
شپږم: کرښيزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زياتيز يا مثبت لور په ۴ يوونونو يا واحدونو راکښل کيږي. د راکښلي کربښي تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کرښيز مساوات برخه XVIII

ستې يا ډېرئيا مقدار په کيلوګرام ا  وخت په ورځو	الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ځاپه ځای شوي. بلواک متحوله f(x) د په کيلوګرام د پاتي غوړيو لپاره اينسوول شوی پيل ارزښت 250 kg دی. تغيرکچه منفي يا کميزه ده او 19 kg/Tag ده. $f(x) = a_1 x + a_0$ mit $a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird $f(x) = -19x + 250$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمايش ورکول کيږي، دا ايښوونه باور لري:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 95 &\Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1) \\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250 \\
&\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8,156
\end{aligned}
$$

فرمايش بايد له اته ورځو وروسته صورت ونيسي.

پ – د ګراف غوځټکی y –محور سره بايد وټاکل شي:

$$
\begin{aligned}
f(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1) \\
&\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250 \\
&\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13,158
\end{aligned}
$$

غوړي نور هم د 13 ورځ، لپاره بسيا کوي.

دويم:

الف- الف- خپلواک اووښتوني يا متحوله x د وخت لپاره ځای په ځای شوی.

بلواک متحوله f(x) د په m^3 د پاتې سرې لپاره ايښوول شوی

پيل ارزښت $11\ m^3$ دی.

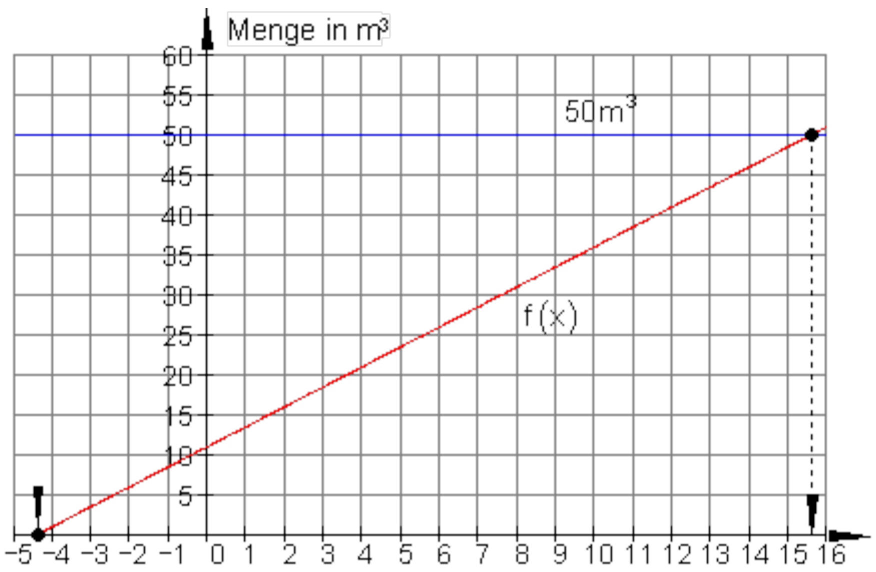
تغيرکچه مثبت يا زياتيزه ده او$2,5\ m^3/Tag$ ده.

دا چې کرښيزه اړيکې شتون لري:

$f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = 2,5$ او د $a_0 = 11$ سره کيږي $\underline{\underline{f(x) = 2,5x + 11}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېرې يا مقدار په m^3



وخت په ورځو

ب – وخت ټاکل کيږي له کوم وروسته چې سره $50\ m^3$ ته جګيږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 50 \,|\, -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = 39 \,|\, : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15,6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته بايد دا ناولتوب يووړل شي.

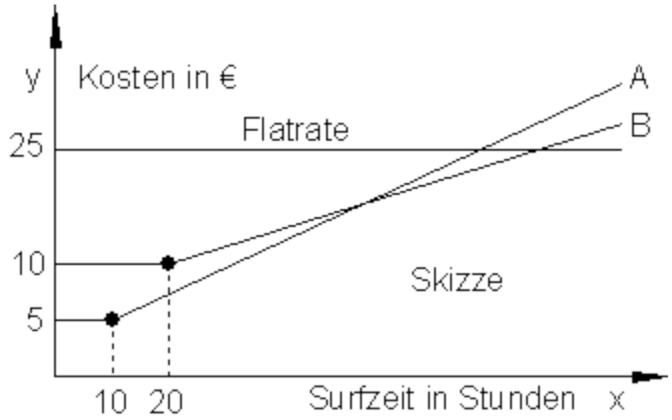
پ- د x محور سره د ګراف د غوڅيکي د x –ارزښت په کميزه ورشو کي ورکو چي کله اخرنۍ ناپاکي وړل شوې ده.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 0 \,|\, -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = -11 \,|\, : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نږدې له ۴ ورځو زيات دا ا خرنئ ناپاکي وړل شوې ده

دريم: الف- د الماني متن معنا،، له پورتهکښته لور ته: قيمت په يورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



y محور قيمت په يورو xمحور وخت په ساعتونو

نرخ A : که $0,5\ Ct/min$ وي، نو لرو:

دقيقې

$60\ min \cdot 0,5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0,3\ €/h$ (جګيدنه)

$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$

10 ازاده ساعتونه په دې معنادي، چې په لومړنيو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لګښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي (10|5)P له دې ټکي د $K_A(x)$ ګراف ځغلي.

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نرخ $K_A(x)$ لپاره د تابع مساوات: $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B : y محور قثمت په يورو xمحور وخت په ساعتونو

0,5Ct/min (10Ct په دقيقه دقيقي دي:

$60\,min \cdot 0,4\,Ct/min = 24\,Ct/h = 0,24\,€/h$ (جګيدنه)

$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$

شل ازاد ساعتونه په دي معنا دي، چي په اولنيو شل ساعتونو كي د 10€ بنسټ كرايه لويږي.له د ي لاس ته راځي P(20|10)

له دي ټكي د $K_B(x)$ ګراف تيريږي.

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \mid -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات: B: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C : فليت ريټ يا تولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره: F(x) =25 (د x -محور سره غبرګ)

په كواورديناتسيستم كي له پورته كښته او پښتو: قيمت په يورو، نرخ A فليټ، نرخ B ، دقيمت برابروالی.

ب- په نږدي 53 ساعتونو كي دواړه كربنې سره غوڅوي، په ټكي 53 كي قيمتبرابروالی واک لري. تر نږدي سلو پوري نرخ مساعد ی. د نږدي 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد دی. له 82 ساعته وروسته فليټ ريټ يا تولنرخ ګټور تماميږي.

ت – ارمين په مياشت كي نږي 75 ساعته سرف كوي. د ده لپاره د دي سرف وخت لپاره نرخ مساعد وی. يو عساب به دا تاييد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مياشتنی د سرفدوام:	2,5h.30=75 ساعته
د نرخ A قيمت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
د نرخ B قيمت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
د نرخ C قيمت	$F(75) = 25$

ټ – د نرخ A اوB نرخ د قيمتبرابروالی د دواړو کرښو د غوځېکو څخه پيدا کيږي.

لاندې په پښتو:(۵۳ساعتونه او ۲۰ دقيقې)

$$
\begin{aligned}
K_A(x) = K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x \\
&\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2 \\
&\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06 \\
&\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3} \\
&= 53\frac{1}{3} \text{ (53 Stunden und 20 Minuten)}
\end{aligned}
$$

$$
K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18
$$

د قيمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقيقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قيمت د دواړو نرخونو لپاره€ 18 دی.

ث- له ګراف څخه لوسل کيږي، چې د $K_B(x)$ غوځېکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، له کوم چې فليټ ريټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$
\begin{aligned}
K_B(x) = F(x) &\Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2 \\
&\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24 \\
&\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5
\end{aligned}
$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ساعته د مياشتي د صرف له وخت څخه دې سړی فليټ ريټ ته بدل کړي.

څلورم: الف- yمحور د يورو xمحور په دقيقو

علي 40 دقيقي 10,80 يورو لوګر: 30 دقيقي 10,10 يورو

80 min 15,20 €

$K_2(x) = a_1x + a_0$

$P_1(40 | 10,8) \quad P_2(80 | 15,2)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$

$K_2(x) = 0,11x + a_0 \text{ mit } P_1(40 | 10,8)$

$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$

$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8 | -4,4$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$

$K_2(x) = 0,11x + 6,4$

60 min 13,70 €

$K_1(x) = a_1x + a_0$

$P_1(30 | 10,1) \quad P_2(60 | 13,7)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$

$K_1(x) = 0,12x + a_0 \text{ mit } P_1(30 | 10,1)$

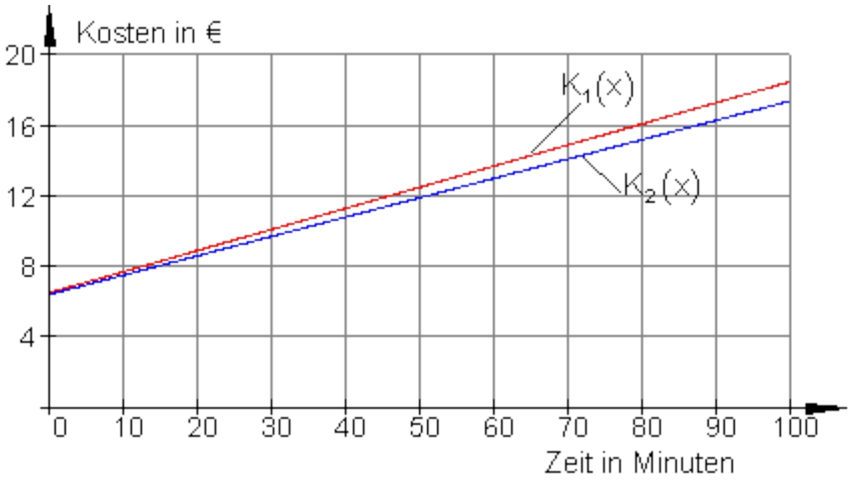
$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$

$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1 | -3,6$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$

$K_1(x) = 0,12x + 6,5$

ب- ولاړ: قيمت په يورو. پروت: وخت په دقيقو



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چي د قيمت کرښه يا منحني $K_2(x)$ د لوګر د کرښي څخه لاندې لور ته پرته ده.

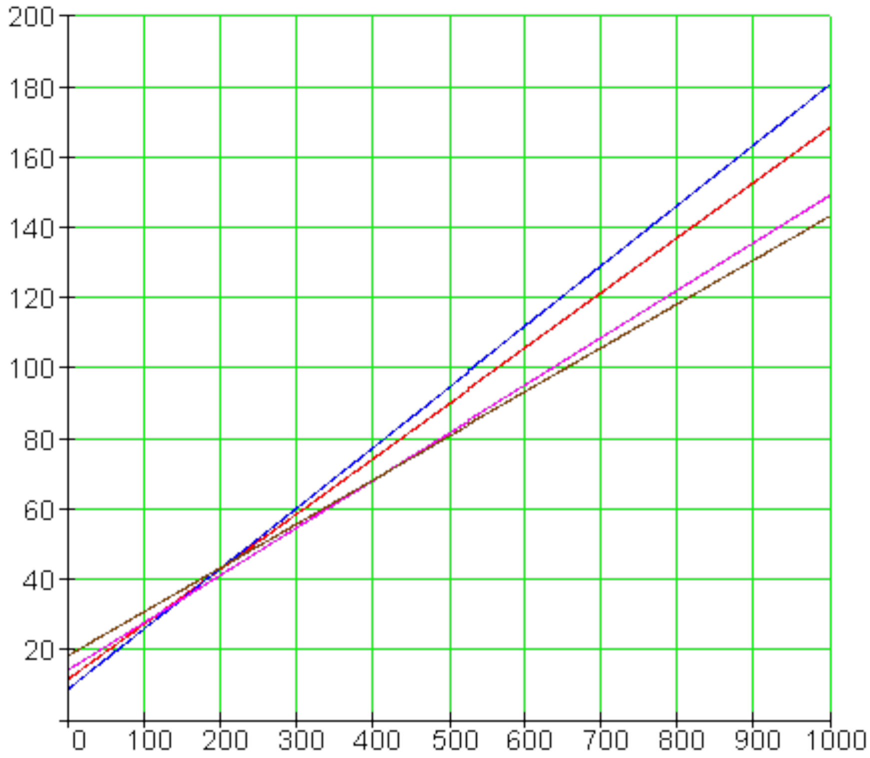
دواړه کرښي هم د x په مثبت يا زياتيزه ساحه کي نه سره غوڅوي ، ځکه چي د $K_2(x)$ جګوالى د $K_1(x)$ له جګوالي کم دى او د خبرو زياتوالي سره د قيمت توپير لوييږي.

د کرښو غوڅټکى د x په کميزه يا منفي ساحه کي پروت دى او نسبت پوښتني کولو ته کومه معنا يا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاريف د نرخ په معنا دى.

Tarif I:	Tarif II:
$K_1(x) = 0,157x + 11,80$	$K_2(x) = 0,172x + 9,00$

Tarif III:	Tarif IV:
$K_3(x) = 0,135x + 14,40$	$K_4(x) = 0,125x + 18,50$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$\text{Tarif I:} \quad K_1(800) = 0{,}157 \cdot 800 + 11{,}80 = \underline{\underline{137{,}40}}$$

$$\text{Tarif II:} \quad K_2(800) = 0{,}172 \cdot 800 + 9{,}00 = \underline{\underline{146{,}60}}$$

$$\text{Tarif III:} \quad K_3(800) = 0{,}135 \cdot 800 + 14{,}40 = \underline{\underline{122{,}40}}$$

$$\text{Tarif IV:} \quad K_4(800) = 0{,}125 \cdot 800 + 18{,}50 = \underline{\underline{118{,}50}}$$

د مياشتې د 800 kWh لګښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هرچيرته چې دوه ګرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لګښت د نرخبرابروالی منځ ت ه راځي

شپږم:

$f(x) = 0{,}4x - 2$ د ۴ يوونونو يا واحدونو په شاو خوا راکښنه

$$g(x) = 0{,}4\,(x-4) - 2 = \underline{\underline{0{,}4x - 3{,}6}}$$

برابره نتيجه د 1,6په شاوخوا کښته لور ته راکښنې له لارې لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:

کرښنيزې توابع

د کرښې عمومي مساوات.

$f(x) = a_1x + a_0$ ا د کرښنيزې تابع ګراف يوه کرښه ده.

محورغوڅتکي: $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 \mid y_s)$

$f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s \mid 0)$ د xs سره د صفرځای په حيث

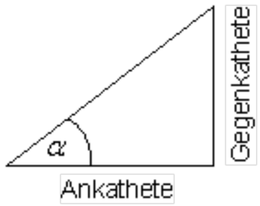
وګورئ

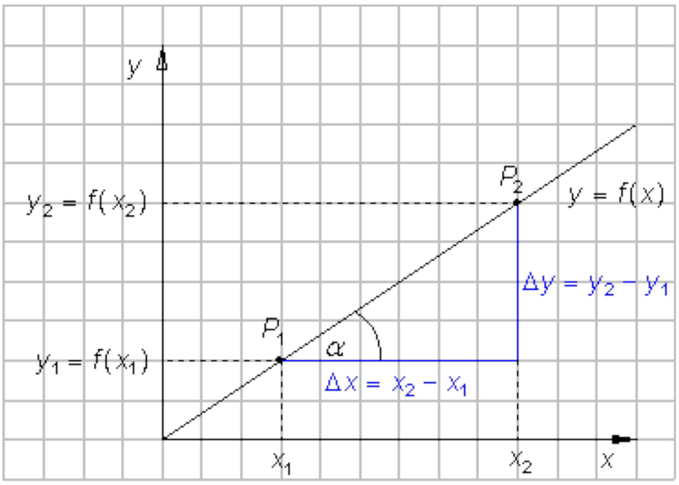
د جګوالي درېګودی يا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ= جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Steigung} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$





په کيڼ مثلث کي:په پروت اړخ|مخامخ اړخ=جګوالی

<u>هم</u> وګورئ:

د يوي کربني جګوالی چي له ټکو $P_1 (x_1 | y_1)$ او $P_2 (x_2 | y_2)$ تيريږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشوو شرايطو سره .

لومړی حالت: يوه کربنه د a_1 جګوالي سره له ټکي $P_1(x_1 | y_1)$ تيريږي

تولیز حل	بیلګه:
$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1$	جګوالی $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$
$\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1$	وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$
$\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$	جګوالی کیږدئ: $f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$
$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1$	د a_0 ارزښت د شمیرلو دی
$= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$=a_1(x-x_1)+y_1$ د ټکي-جګوالي بڼه $f(x)=a_1(x-x_1)+y_1$	ټکی ازماینت د $P_1(-2\|3)$ لپاره. $f(-2)=3 \Leftrightarrow 1{,}5\cdot(-2)+a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3+a_0 = 3\|+3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x)=1{,}5\cdot x+6$

دِ هم وګورئ.

دويم حالت: دوه ټکي $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

بيلګه:

$P_1(-3\mid -1)$ $P_2(4\mid 6)$ وتونمساوات: $P_1(-3\mid -1)$ $P_2(4\mid 6)$

دجګوالي ټاکنه: $f(x)=a_1x+a_0$

جګوالی کيږدئ $f(x)=1\cdot x+a_0$ او د ټکي ازماینت د $P_2(4\mid 6)$ او يا د P_1 لپاره

$P_2(4\mid 6)\Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\mid -4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$

يا د کرښيزمساوات توليزه بڼه د دوه ټکو له لارې و کاروئ

$$f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$$

دا هم وګورئ

د کرښيزمساوات ځانګړی حالت.

په واټن a_0 د x محور ته غبرګ: د y محور ته غبرګ په واټن a .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = a$	$f(x) = a_0$

دا هم وګورئ.

د دوه کرښو پروتځای نسبت یو بل ته.

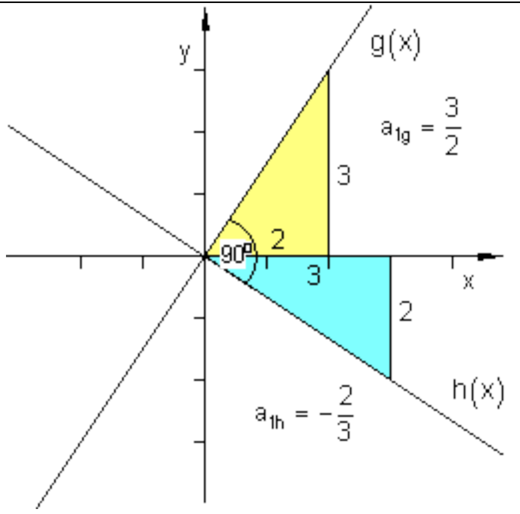
دوه کرښې f او g کیدی شي یو بل سره غوځي کړي، یو بل سره غبرګې یا کټمټ وي.

د حل اینونه د توابعمساواتو د برابراینووني f(x) = g(x)له لارې.

که f(x) = g(x) ټیک یو حل ولري، نو د f اوg ګرافونه سره په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالي لري.

که f(x) = g(x) کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې ګډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرګې ځغلي

که f(x) = g(x) ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمټ دي.
اوتوګونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولاړې) ولاړې دي).

د دوه یو په بل ولاړو عمود(ولاړو) کرښو g او h لپاره باور لري: $a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$ همدلسې $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$ یا $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

ت - $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x - 2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1{,}25x + 1{,}5 \quad x \in \mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب - $f(x) = -4x - 3{,}5$ پ - $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت - $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ - $f(x) = 2(x + 1{,}25)$ ث - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1,5x$ سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1{,}5(x-2)\ ;\ h(x) = 1{,}5x-2\ ;\ i(x) = 1{,}5(-x)\ ;\ j(x) = 1{,}5(2x)$$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښتونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د $x = 100$ دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د $x = 200$ دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف- د لګښت تابع ولیکئ.
ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی
پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟
ت- په کوم ډېرئ یا ستړx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت € 5,20 لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

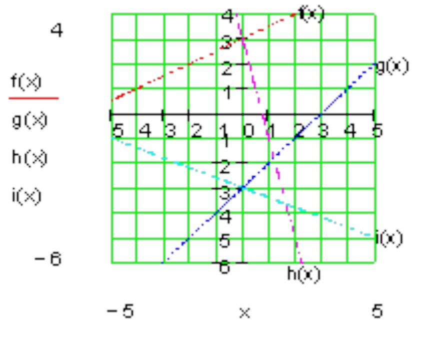
اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1:\quad f(x) = -4x+3$

$g_2:\quad 5y-2x+15=0$

$g_3:\quad f(x) = x-3$

$g_4:\quad f(x) = 0{,}5x+3$



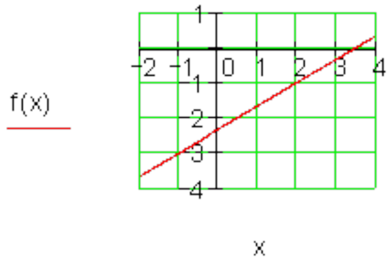
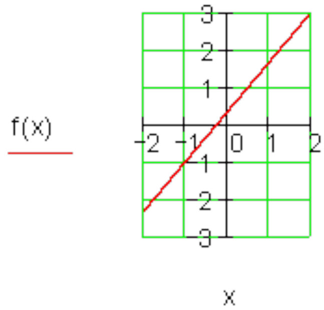
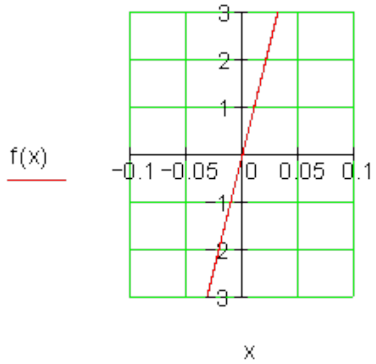
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

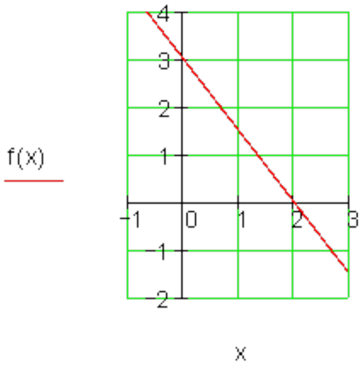
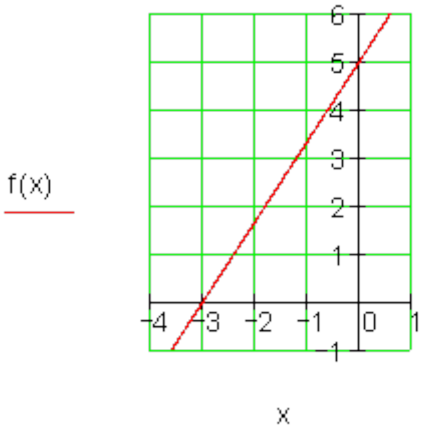
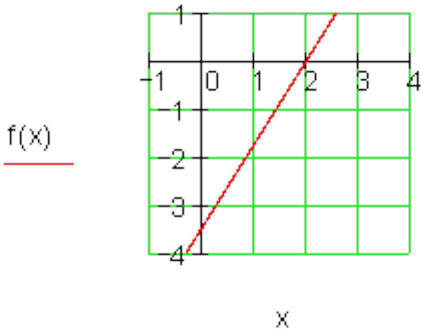
کرښيز توابع VIII

مفصل حلونه

لومړی:

$K_f: 2x-3y=7$ $\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$	
$K_f: 3y-4x-1=0$ $\Rightarrow f(x)=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$	
$K_f: y-95x=0$ $\Rightarrow f(x)=95x$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x+3$
	$K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ $\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x+5$ دلته
	$K_f : y = \sqrt{3}\,(x-2)$ $\Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- نتیجې په درې ځایونو راتوأ شوې دي: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5 \qquad f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$$

$$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375 \qquad f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463 \qquad f(u) = 1,25u + 1,5$$

ب-

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$

$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ –

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$

$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$

$$\Leftrightarrow 1,25x \quad > -1,5 \mid : 1,25 \qquad \underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

$$\Leftrightarrow x \quad > -1,2$$

ت -

$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$

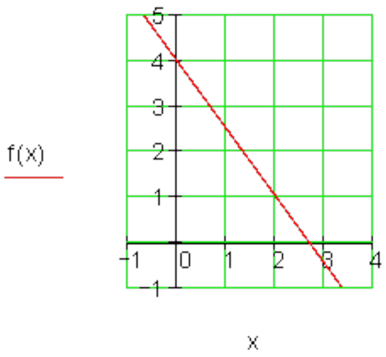
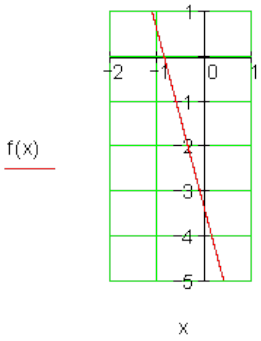
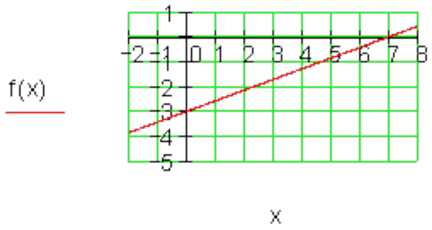
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$

$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

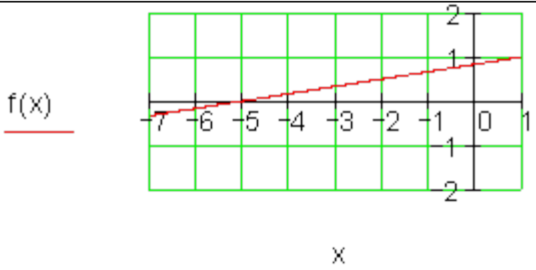
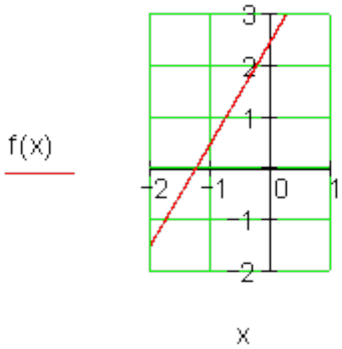
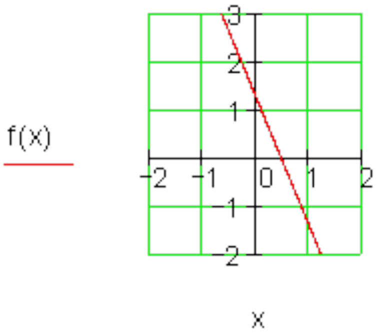
له u خپلواک دی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4$ $\Rightarrow P_y(0 \mid 4)$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0$ $\Rightarrow x_s = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{8}{3} \mid 0\right)$	
$f(x) = -4x - 3{,}5$ $f(0) = -3{,}5$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3{,}5)$ $f(x_s) = -4x - 3{,}5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{7}{8} \mid 0\right)$	
$f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3$ $\Rightarrow P_y(0 \mid -3)$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x - 3 = 0$ $\Rightarrow x_s = 7$ $\Rightarrow P_x(7 \mid 0)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ $f(0)=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{6}\right)$ $f(x_s)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=0$ $\Rightarrow x_s=-5$ $\Rightarrow P_x(-5\mid 0)$
	$f(x)=2(x+1,25)=2x+2,5$ $f(0)=2,5$ $\Rightarrow P_y(0\mid 2,5)$ $f(x_s)=2x+2,5=0$ $\Rightarrow x_s=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right)$
$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$ $f(0)=\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{4}\right)$ $f(x_s)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32}\mid 0\right)$	

ځلورم:

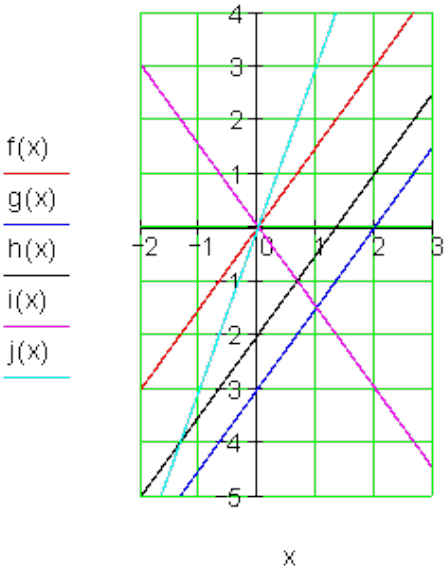
$g(x) = -2x+4$ غبرګه $h(x)$له $P(-3|1)$ څخه تیبري.

غبرګه همغه یا برابر جګوالی لري.

$h(x) = -2x+a0$

$$P(-3\mid 1):\quad h(-3) = -2\cdot(-3)+a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow h(x) = -2x-5$$

پنځم:

$f(x) = 1,5x$ $g(x)=1,5(x-2)$ په 2 ښي لورته کښنونه $h(x)=1,5x-2$ په 2 کښته لور ته کښنونه$i(x)=1,5(-x)=-x$ په y -محور هدنارونه $j(x)=1,5(2x)=3x$ دبل جګوالی	

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $K(x) = a_1x + a_0$:قيمتتابع ، $P_1(100\,|\,385); P_2(200\,|\,410)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410-385}{200-100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385): \quad K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قيمت تابع راځي: K(x) = 0,25x+360

ب-

د140 دانو لپاره قيمت: K(140)=0,25.140+360=395

د داني قيمت= دانه/قيمت=

$$\cdot = \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140دانو توليد سره د داني لګښت € 2,82 دی..

پ- د داني لګښت يا قيمت= دانه/ لګښت=

$$= \frac{Kosten}{Stück} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x+360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

د ډېرو لويو دانوګڼون يا –تعداد سره ترم $\frac{360}{x}$ تل کوچنی کيږي.، داسې چې د دانو قيمت يا لګښت تل زيات د0,25€ ارزښت ته نږدې کيږي.

دا شميرپوهنيز يا رياضيکي داسې ليکل کيږي::

$$o: \lim_{x\to\infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- ګټه ځای په ځایوالی په دې معنا، چې خرڅلاو E(x) دومره لوي دی لکه لګښت K(x)

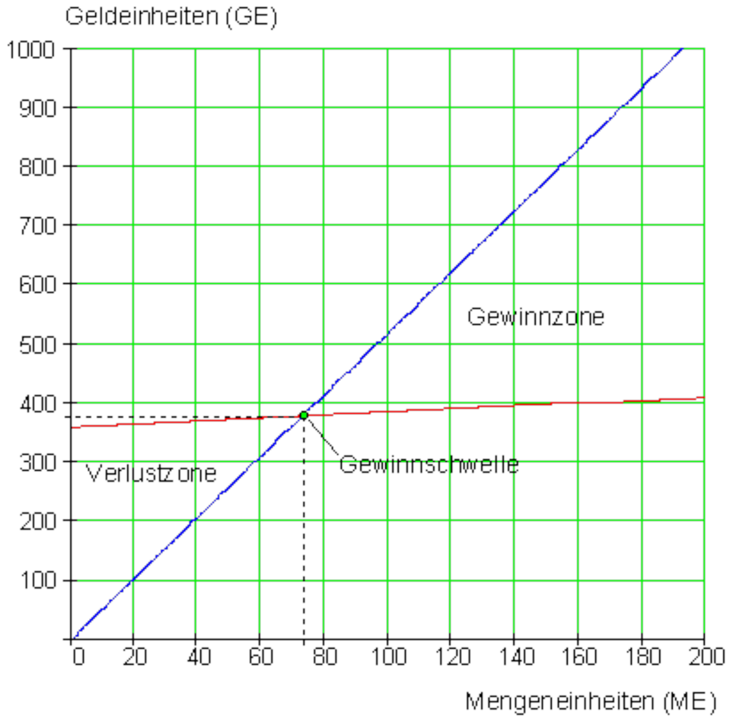
$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

د 73 دانو ډېری یا سټ د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته ګټه کیږي.

ټ-

اسعارواحدونه



سټ واحدونه

پروت محور: د ډېری یا سټ یوون یا واحد. ولاړ: د پیسوواحد. په منځ کط له کښته پورته لور تّ: د تاوان ورشو یا ساحه، د برابروالي ورشو، د ګټط ورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم:

$g_1: h(x) = -4x + 3$ w د $P_y(0|3)$ او $a_1 = -4$ له امله

$g_2: y = \frac{2}{5}x - 3$ په ګرافيک کې نه راځي

$g_{3:}\ g(x) = x - 3$ د $P_y(0|-3)$ ا و d $a_1 = 1$ له امله

$g_{4:}\ f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = \frac{1}{2}$ له ا مله

کرښيزمساوات

برخه X

لومړی: د يوه کرښيز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځايونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) < 1 ؟

ت -د f(x) ارزښتډيری يا –سټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: دوه توابع $f(x)$ او $h(x)$ ورکړی. د کرښيز تابع $h(x)$ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

$h(x)$ وټاکی، که $h(x)=f(0)$ او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع $f(x)$سفرځايونه او وټاکی، که لاندظ اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} | -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} | -5\right)$ او $| P_3\left(-\frac{\pi}{2} | 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکابنل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکی.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 | 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 | 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} | 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- $f(x) = 0,5x-3$. د $f(x)>o$ لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- $f(x) = 0,5x-3 \quad ; \quad g(x) = 1,25x$. غوڅټکی وټاکئ.

اتم: په يوه زخيره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې يا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 ليتره اوبه وېستل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشيږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کې دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيږي.

بايسکلځغاستیB 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزي او يو منځنۍ چټکتيا 45 km/h ته رسيږي.

چيرته او کله بايسکلځغاتی B وA ته رسيږي؟ يوه سکيڅې چمتو کړئ.

ځوابونه:

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې :

لومړی:

الف- $u = \frac{3}{4}$ ب - $P_x\left(\frac{3}{2} | 0\right)$ پ - $f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$

ت - $W_f = \left\{y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}$ ټ - $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

دويم:

$h(x) = 2x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: $P_x\left(-\frac{7}{3}\,|\,0\right)$ $f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$

څلروم: له P1 اوP2 څخه لرويا ترې لاس ته راځي $f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}\,|\,3\right)$ لپاره ټکی ازماېښت راکوي، P3په f(x) پرته.ه د

پنځم:: $h(x)=-0{,}25x+4{,}75$

شپږم: $k=12$

اوم: الف - $f(x)>0 \text{ für } x>6$ ب - $S(-4\,|\,-5)$

اتم: الف - $f(x)=-160x+9500$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – ګراف د مفل ځواب سره کښل شوی دی.

نهم: بايسکلځغاستی A له بايسکلځغاستي B څخه د45 دقيقو وروسته نيول کيږي. نو B 25 دقيقي په لار وو. دواړو ځغاستو يوه د 18,75 km لار وهلي ده.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف -

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u\,|\,-1): \quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1\,|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1\,|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{u=\frac{3}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\middle|0\right)}}$$

پ –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$$

ت –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\,\middle|\,-2\le y\le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ټ –

د xs=-2 g(x) صفرځای دې وي، نو

$P_x(-2|0)$

جګيدنه ساتلې پاتيږي

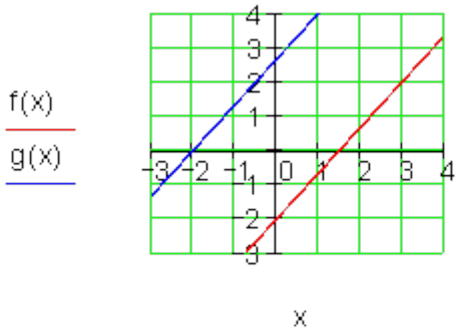
$$g(x)=\frac{4}{3}x+a_0$$

$$\Rightarrow g(x_s)=g(-2)=\frac{4}{3}(-2)+a_0=0$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}}}$$

په 14/3 پورته لور ته راکښنه

يا په 3,5 کين لور ته راکښنه



$$f(x)=2e^x \quad h(x)=a_1x$$

$$h(1)=f(0) \Rightarrow a_1=2e^0=2\cdot 1=2 \Rightarrow a_1=2$$

دويم:

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x}}$$

دريم:

$$f(-4)=2 \Rightarrow P_1(-4\,|\,2);\ f(1)=-4 \Rightarrow P_2(1\,|-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

ځلورم: د المانط پښتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2}|-5\right); P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right); f(x)=a_1x+a_0$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازماېښت:

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)}}$$

په $f(x)$ پروت دی.

پنځم: $g(x)=-0,25x+1$ $h(x)$له $P(3|4)$ څخه تیریږي.

د $h(x)$راکښل کرښي لپاره جګيدنه برابره پاتي کيږي.

$$\Rightarrow h(x)=-0,25x+a_0$$

$$P(3|4):\quad h(3)=-0,25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4,75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0,25x+4,75}}$$

شپږم:

$$P_1(0|1,5k); P_2\left(\sqrt{3k}|2k\right); a_1=1$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1,5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0,5k}{\sqrt{3k}}=1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0,25k^2=3k\Leftrightarrow 0,25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: الف – $f(x)=\frac{1}{2}x-3 \quad f(x)>0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x-3>0 \Leftrightarrow x>6$ نو $f(x)>0$ د $x>6$ لپاره

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-3;\ g(x)=\frac{5}{4}x$

د غوځېکي لپاره شرطونه: $g(x_s)=f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s=\frac{1}{2}x_s-3 \Leftrightarrow x_s=-4$$

$$y_s=g(x_s)=g(-4)=\frac{5}{4}\cdot(-4)=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,|\,-5)}}$$

اتم: الف- x =ورځې: f(x) = د ټانک خونديونه

$\Rightarrow f(x)=-160x+9500$

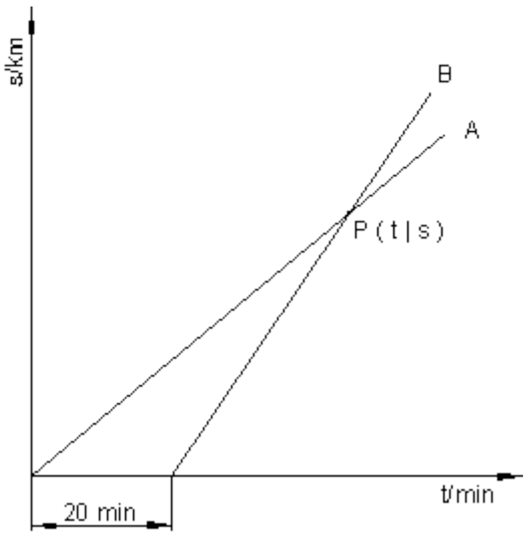
ب = اينبوونه: $f(x)=0 \Leftrightarrow -160x+9500=0 \Leftrightarrow x=\frac{9500}{160}\approx 59{,}4$

ټانک له 59,4ورځو څخه وروسته تش دی.

ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:



$A: \quad s_A = v_A \cdot t$

$B: \quad s_B = v_B (t - 20)$

B لهA څخه 20 دقيقې وروسته په خوزښت پيل کوي

د دواړو کرښو غوڅټکی نتيجه راکوي:

$$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B (t - 20) = v_A t$$

له t ساعته وروسته

$$\Rightarrow t = \frac{20\, v_B}{v_B - v_A}$$

بايسکل څغلونکی A له ۴۵ دقيقو تلنې وروسته له بايسکل څغلونکې B څخه رانيول کيږي.

بايسکل څغلونکی B بيا له ۲۵ دقيقو په لار وو. دواړو څغلونکو يوه د ۱۸،۷۵ کيلو متره لار وهلې .

که سزعت يا چټکتيا په km/min واړول شي، سړی کړی شي په شميرلو کې په واحد سرف نظر وکړي.

$$v_A = 25\,\frac{km}{h} = \frac{25}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{5}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$v_B = 45\,\frac{km}{h} = \frac{45}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{9}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}}\ (min)$$

$$s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}}\ (km)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.6 مربع توابع

2 . 6.1 څلورۍ- یا مربع توابعو ته ننوتنه یا پیل

ننوتنه یا پیل

هرڅوک چې موټر زده کوي، باید پوه وي، جې د بریک په وخت کې په پاخه سرک د بریک نیولو او د موټر دریدځای ترمنځ څنګه سره یوځای کیدی شي یا جمعه کیدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتیا(سرعت) v په km/h (کیلومتر په ساعت) د عکس العمل لار r د بریک لار b په متر شمیرلکیدی شي.

پام (خبرداری) : د بیلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بریکلار سره شمیرل کیږي.

د بریک لار $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ د عکس العمل لار $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: د څه وخت را په دی خوا په جرمني کي د بريکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

$b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2$

د بريک همدا ډول د عکس العمل لار په متر (m) راوځي، که چټکتيا يا سرعت په کيلومتر په ساعت (km/h)وي.

الف – د دواړو حالتونو لپاره د s = f(v) تابع مساوات   و ټاکی ، د کوم لپاره چې په هره تللي چټکتيا يا سرعت تملار شميرل کيدی شي.

ب - د تابع مشاوات s = f(v) د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوی سرعت   ,v = 0 10, 20, 30, ... 100 km/h سره د ه يوه   د توقف لار چې شميرل کيږي.

پ : په کواورديناتسيستم کې يا د وضعيه قيمتسيستم کې ګراف رسم کړی.

ت: ټوله لاس ته راوړي نتيجه تشريح کړی.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

زوړ قانون:	$f(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100} v^2 + \frac{3}{10} v$
نوی قانون:	$f(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200} v^2 + \frac{3}{10} v$

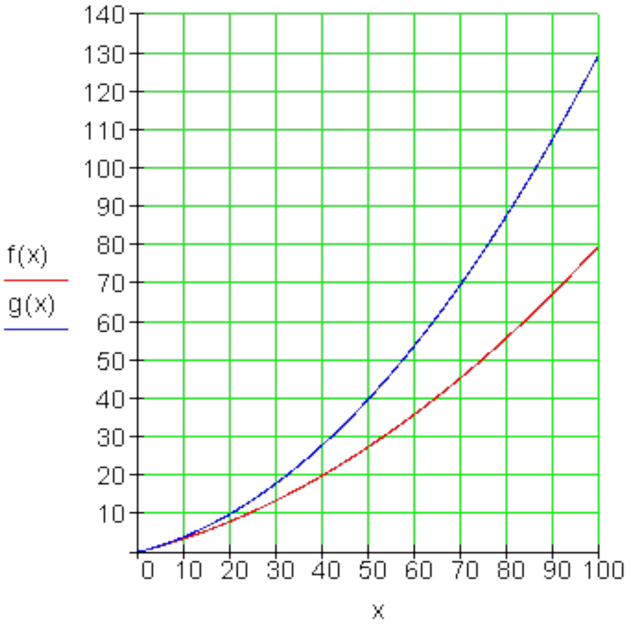
ب - : ارزښتجدول(په کيلو متر په ساعت کې)

v (in km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
f(v) (in m)	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
f(v) (in m)	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - ګرافون

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10} \qquad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10}$$



د x محور هر ه وهل شوي لار په km/h په ګوته کوي.

د y - محور د هر همغه د توقفلار په m په ګوته کوي.

ت – کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتيا(سرعت) زياتيدنې توپير تل زياتيږي. د 50 km/h چټکتيا سره نوی د تم کيدلو لار 27,5 m ده، دا د زړې لار 40 m نږدې 69% ده. په 100 km/h دا نوې لار نوره فقط ده، دا د زړې 130 m لارېا نږدې 61% ده. د برېک نيولو لار کمېدنه د برېک ښه کيدو(ABS) سره موخه وره ده.

د تابع مساوات د تيک پامورتيا او ګراف له امله مور کره کوو، چې دا نه کرښيز مساوات دی او نه يوه کرښه. انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات لاندې بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع بولو او یا هم د2 –مې درجې ټول(تام) راشنل توابع.

ګرافونه یې پارابول بلل کیږي.

تمرینونه:

د لاندې پارابولونو ګرافونه وکاږئ.

د دې لپاره ارزښت جدول ولیکئ

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5$ دویم $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دریم - $f(x) = -x^2 + x + 6$

څلورم - $f(x) = x^2 - x$ پنځم - $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$ شپږم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ اتم - $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م- $f(x) = 3x^2 - 3x$ لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

نورمال پارابل، بڼه ضریب او راکښنې

د کار قرارداد:

د a2 د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = a_2x^2$ وڅیړئ او ګراف په وضعیه قیمت سیستم کې وکاږئ:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انځور شوي پارابل تابع مساوات يو له بل د x^2 ضريب a_2 له امله توپيروي.

$$f_1(x) = x^2$$

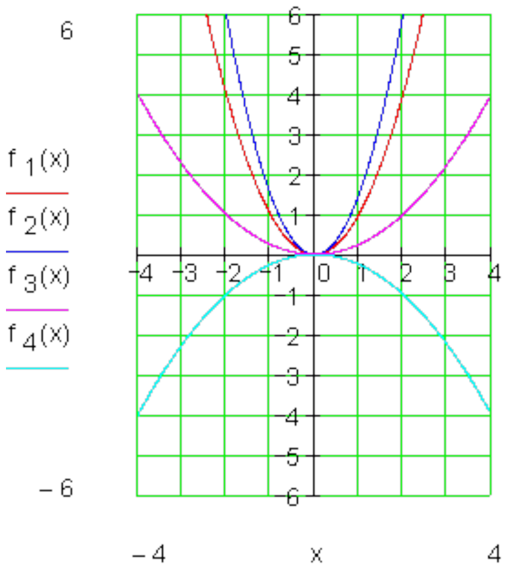
$$f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

دا ضريب a_2 د پارابل د بنې لپاره مسول او له دې امله د بنې ضريب بلل کيږي.

د تقاطع ټکی S وضعيه قيمتونه S (0 | 0) لري.



بنه ضريب د پارابل قواري يا شکل ته څنګه تغير ورکوي؟

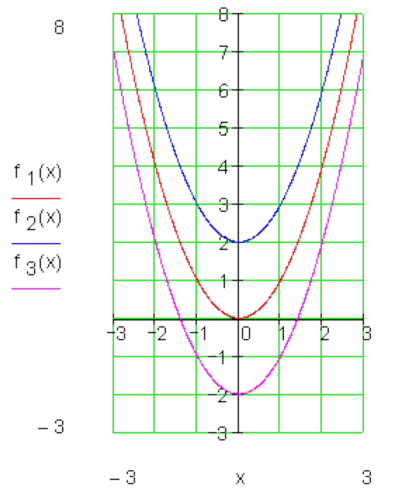
د پارابول په نخښه ونه	ضريب بنې	
نورمال پارابو ل غزېدلی پارابول کېکارلی پارابول پهx محور هنداره شوی نورمال پارابول غزېدلی پارابول، په x -محور هنداره شوی کيکارلی پاربول، په x –محور هنداره شوی	$a = 1$	→
	$a > 1$	→
	$0 < a < 1$	→
	$a = -1$	→
	$a < -1$	→
	$-1 < a < 0$	→

د کار قرارداد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a_0 د مختلفو ارزښتونو لپاره د $f(x) = x^2 + a_n$ تابع مطالع کړی او په وضعيه قيمتسيستم کي يي ګراف رسم کړی:

$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = x^2 + 2 \quad f_3(x) = x^2 - 2$

دا يو راکښلی نورمال پارابل دی، چي ککرئ ټکی(د ر آس نقطه) S دa_0 په واحدونو راکښل شوي ده. $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$ راکښنه د y محور په اوږدوالي باندي صورت نيسي ، چېرته چي د راکښني لور د a_0 د مخنښي له لاري ټاکل کيدی شي. د تقاطع ټکی S کواوردينات $S (0 \mid a_0)$ لري. $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$	

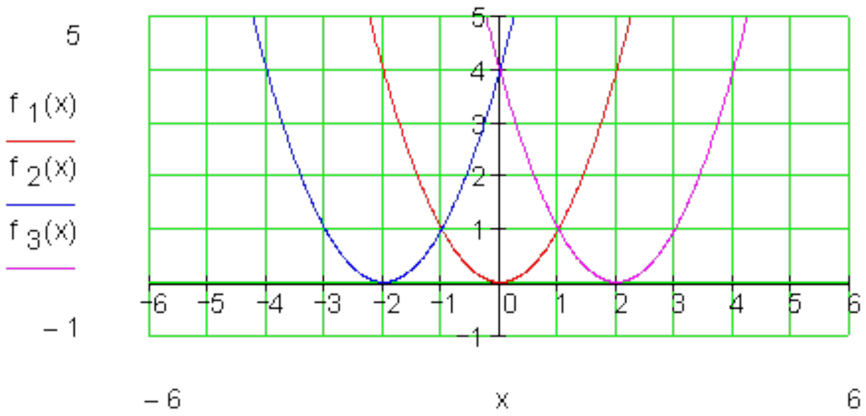
د کار ورکوني قرارداد:

د $f(x) = (x+u)^2$ تابع د u د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وځيرئ او ګراف يي په وضعيه قيمتسيستم کي x رسم کړی

$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = (x + 2)^2 \quad f_3(x) = (x - 2)^2$

د ارزښت جدول:

f_1	x	−2	−1	0	1	2	f_2	x	−4	−3	−2	−1	0	f_3	x	0	1	2	3	4
	y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4



د ا يو راكښلى (چې ځاى ته يې تغير وركړ شوى وي) نورمال پارابول دى، چې ككرئ ټكى(د رأس نقطه) S يې د u په واحدونو(يوونونو) دx په محور راكښل يا كښول شوي ده. دS غوڅټكى(نقطه تقاطع) يې كواوردينات S(-u | 0) لري.

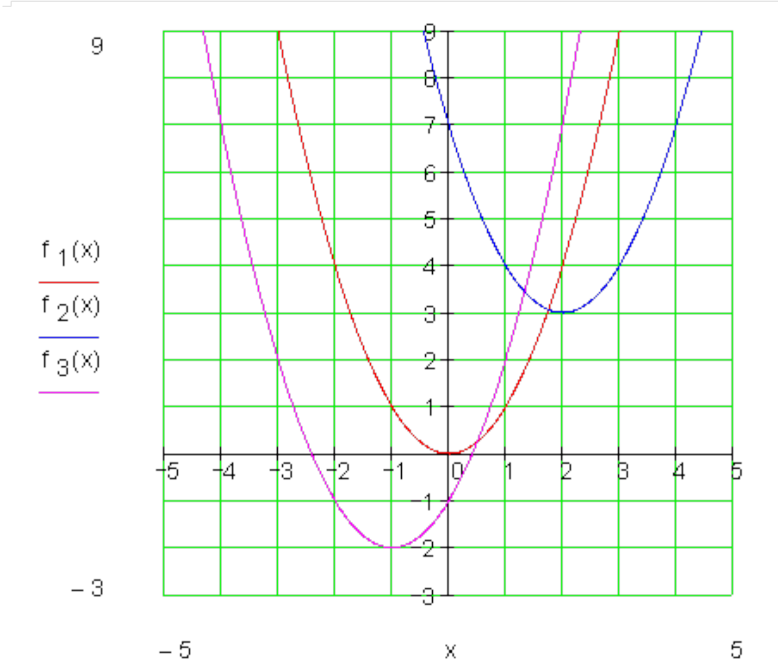
كيڼي لور ته ښرخون يا ښرخول، ككرئ ټكىS په u واحدونو يا يوونوو د پيل يا سرچيني كيڼ لورت پروت دى.	u>0 =>
ښى ښرخون يا ښرخول، ككرټكى S په u واحدونو د پيل يا سرچيني ښى لورته پروت دى.	u<0 =>

د كار (وركوني) قرارداد:

د u اوa0 دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع f(x) = (x+u)² + a0 وڅيرى او ګراف يې په يوه كواوردينات(پروت ولاړ) سيستم كي انځور كړى.

$f_1(x) = x^2$ $\quad f_2(x) = (x-2)^2 + 3$ $\quad f_3(x) = (x+1)^2 - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د (x) f_2 ګراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چې ککرئ ټکی S يي په دوه واحده ښی لور ته او په دريِ واحده پورته لور ته راکښلی دی.
د (x) f_3 ګراف هم یو نورمال پارابول دی، چې ککرټکی (د رأسټکی) S په یوه واحد(یوون) کيڼ او په دريِ واحده لاندې لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د $f(x) = (x + u)^2 + a_0$ ډول تابع د مربع تابع د ککرئ ټکي(رأس ټکي) بڼې تابع بلل کیږي.

د تابع ګراف نورمال پاربول دی، چې په u ارزښت دx محور په لور او په a_0 د yمحور په لور راکښل شوی دی.

که ککرټکی د $S(x_s | y_s)$ سره په نخښه کړو، نو د ککرټکي بڼي مربع تابع په دې ډول ده: $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډه بڼه:	$S(x_s \mid y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$
بېلګه:	$S(3 \mid -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (را کش شوی) وو.

همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي.

دلته دې بیا فاکتور a_2 په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:

د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) دی، چې ککرټکی (د $Ist\ f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ رأس ټکی) $S(x_s \mid y_s)$ لری، نو $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د ککرټکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرۍ ټکي) ټاکل

مونږ پوهیږو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s \mid y_s)$$

په ککرټکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرټکی (د ککرۍ ټکی) وشمیرل شي.

بېلګه:

$F(x) = 3x^2 - 12x + 15$ دې په ککرۍ ټکي مساوات واړول شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوړمی پل(قدم) : د x^2 تر مخه ضریب دې له نوکانو راوه وېستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2-4x+5]$$

دویم پل : مربع تکمیلونه [ ] او بنه بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x +(2)^2 -(2)^2 +5] = 3.[(x-2)^2+1]=3.(x-2)^2 +3 \Rightarrow S(2;3)$$

بیلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 8\right] = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)}}$$

بیلګه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{3}{4} \mid -\frac{9}{16}\right)}}$$

تمرینونه: د مربع تکمیلوني له لارې د رآس ټکي(ککرۍټکي) تاکل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابل تابع مساوات ورکړشوي دي(د دویمي درجي ټول راشنل تابع). د لاندې بارابولونو لپاره رآسټکو بنه او رآسټکي پیدا کړی.

ګرافونه یې وکاږی:

لومړی: $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دویم: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ دریم: $f(x) = x^2 - 4x + 1$

څلورم: $f(x) = x^2 - 3x + 3{,}5$ پنځم: $f(x) = x^2 + x - 3$ شپږم: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

اووم: $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ اتم: $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

نهم: $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$ لسم: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

نتیجې

تمرینونه مربع مساوات I

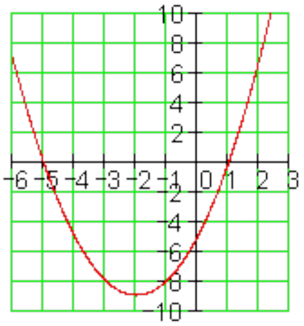
نتیجې د ارزښت جدول او ګراف سره I

لومړی:

تابعمساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$

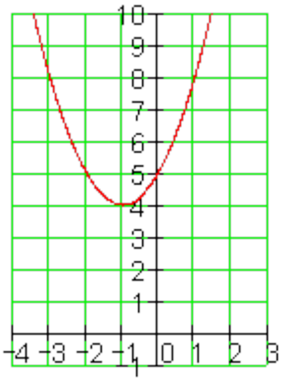
ارزښتجدول

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	7	0	−5	−8	−9
x	−1	0	1	2	3
f(x)	−8	−5	0	7	16



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:



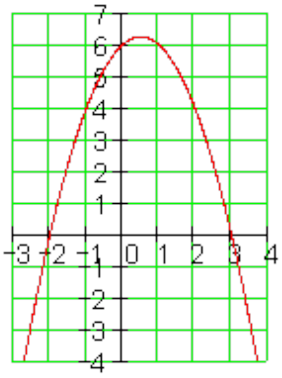
تابعمساوات

$f(x) = x^2 + 2x + 5$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1
f (x)	13	8	5	4
x	0	1	2	3
f (x)	5	8	13	20

دیم:



تابعمساوات

$- x^2 + x + 6\ f(x) =$

ارزښتجدول

x	−3	−2	−1	0
f (x)	−6	0	4	6
x	1	2	3	4
f (x)	6	4	0	−6

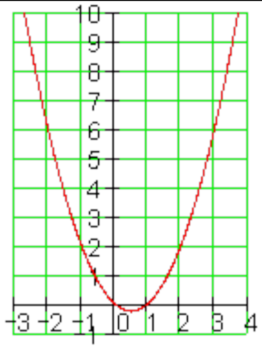
څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: x^2 - x f(x) =

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	12	6	2	0
x	1	2	3	4
f (x)	0	2	6	12

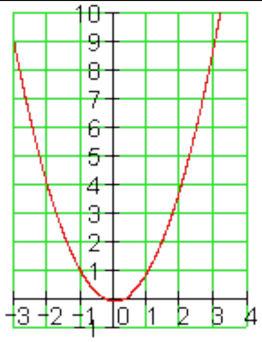


پنځم:

تابعمساوات: x^2 - x f(x) =

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	8,9	3,9	0,9	−0,1
x	1	2	3	4
f (x)	0,9	3,9	8,9	15,9

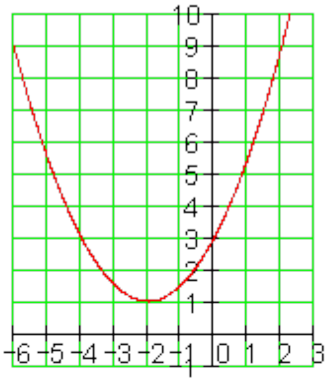


شپږم:

تابعمساوات: x^2 +2x+3 f(x) = (½)

ارزښتجدول:

x	−6	−5	−4	−3	−2
f (x)	9	5,5	3	1,5	1
x	−1	0	1	2	3
f (x)	1,5	3	5,5	9	13,5



(c) ketabton.com: The Digital Library

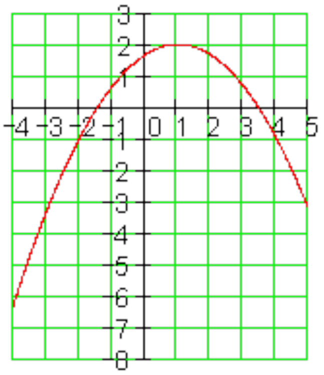
اووم:

تابعمساوات

$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1	0
f (x)	−6,3	−3,3	−1	0,7	1,7
x	1	2	3	4	5
f (x)	2	1,7	0,7	−1	−3,3



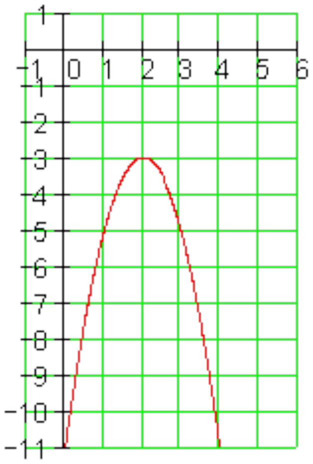
اتم:

تابعمساوات

$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

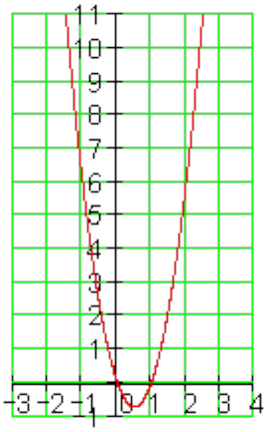
ارزښتجدول:

x	−1	0	1	2
f (x)	−21	−11	−5	−3
x	3	4	5	6
f (x)	−5	−11	−21	−35



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

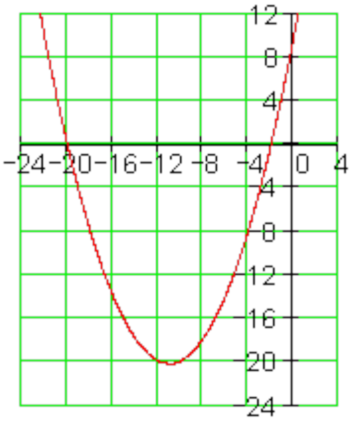


تابعمساوات: $f(x) = 3x^2 - 3x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f (x)	36	18	6	0
x	1	2	3	4
f (x)	0	6	18	36

لسم:



تابعمساوات

$f(x) = 1/4\, x^2 + (11/2)x + 10$

ارزښتجدول:

x	−24	−20	−16	−12
f (x)	22	0	−14	−20
x	−8	−4	0	4
f (x)	−18	−8	10	36

بیلګه 1 :

د ټول راشنل تابع ګراف چې رسم کړای شو،په زیاتو حالتونو کې اړیند دی، چې ارزښتجدول وپیژنو. د دې لپاره جبشمیري له لارې کیدی شي. خو دا هم تل اړیین دی.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري ښخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ د تحولي $x = 0$ څخه پيل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې کښل کيږي.

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کېدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm ½$

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$
$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څوک له جبشميري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوټر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي ګډ مرج (ماتلاندې) پ همعنا دی.

يوه غوره بېلګه، چې ځنې برخې يې د جبشمېري په مرسته حل شوي دي

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

يادونه: په لاندې زيات ځايونه HN راغلي، دا د اصلی مخرج په مانا دي.

موږ د x = 0 سره پيل کوو

$$x=0:\ f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}\ =0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3{,}5$$

$$x=1:\ f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}\ =\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3{,}45$$

$$x=2:\ f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}\ =\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}$$

$$=-1{,}8$$

$$x=3:\ f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}\ =\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1{,}45$$

$$x=4:\ f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}\ =\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5:\ f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}\ =20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

اوس د تابع ارزښتونه د   منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې لیکل کیږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کیدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بیا پسې شمیرل کیدی شي

د بیلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په پورته کې HN(Hauptnenner) داصلي مخرج(ماتلاندې) یا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول رینتوني یا تام راشنل تابع ګراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیین دی، چې ارزښت جدول وکاږو. د دې لپاره یو جبشمیروني ته اړتیا لرو.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

موږ د تحولې $x = 0$ څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له ± 10 لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کیږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دي ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کي نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسي شمېرل کيدی شي

د بېلګي په توګه $x = \pm ½$

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5{,}25$$

$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1{,}25$$

هر څوک له جبشمېري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کي کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوتر څخه کار واخلي.

يوه غوره بيلګه، چي ځني برخي يې د جبشميري په مرسته حل شوي دي:

د تابع مساوات $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

موږ د $x = 0$ سره بيل کوو

$$x = 0: f(0) = \frac{4}{5}\cdot 0^2 - \frac{3}{4}\cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3{,}5$$

$$x = 1: f(1) = \frac{4}{5}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{\overset{\text{↑}}{=}} \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3{,}45$$

$$x = 2: f(2) = \frac{4}{5}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \underset{HN=10}{\overset{\text{↑}}{=}} \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5} = -1{,}8$$

$$x = 3: f(3) = \frac{4}{5}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{\overset{\text{↑}}{=}} \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1{,}45$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=4:\ f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5:\ f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

ااوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د

دي ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بېلګې په توګه $x=\pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

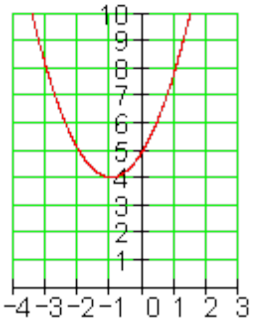
(c) ketabton.com: The Digital Library

نتيجې

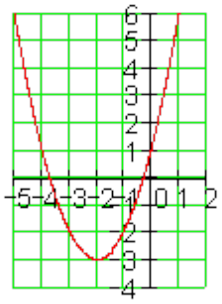
د مربع توابعو تمرينونه II

د مربع تابع د رآس ټکی فرمول د ګراف او د مربع(ثلورئ) تکمیلوني له لارې

لومړی:

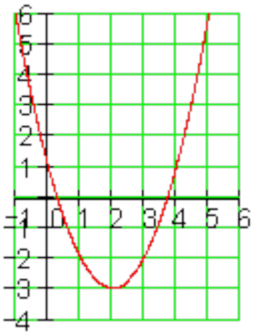
تابع مساوات : $F(x)=x^2+2x+5$ د رآستکي بنه: $F(x+1)^2+4$ رآستکی S(-1;4)	

دويم:

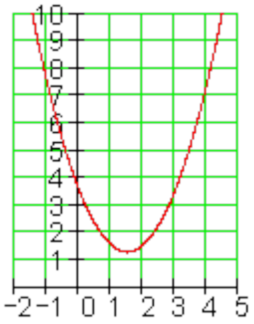
تابع مساوات : $f(x)=x^2+4x+1$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=(x+2)^2-3$ رآس يا ککرئ ټکی S(-2|-3)	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 1$ د رآسټکي فرمول: $f(x) = (x-2)^2 - 3$ رآس يا ککرئ ټکی $S(2 \mid -3)$	

ځلورم:

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 3x + 3,5$ د رآس – يا ککرئ ټکي فرمول: $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$ رآس- يا ککرئ ټکی $S\left(\frac{3}{2} \mid \frac{5}{4}\right)$	

پنځم:

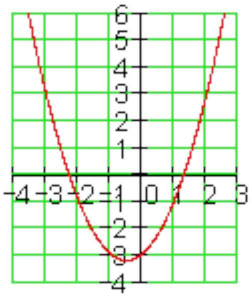
(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x) = x^2 + x - 3$

د رآستېکي فرمول:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رآستېکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{13}{4}\right)$

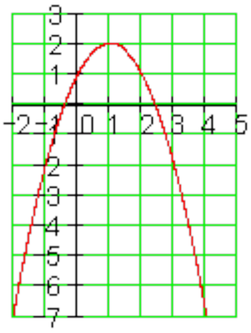


تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

د رآستېکي فرمول:

$$f(x) = -(x-1)^2 + 2$$

رآس- یا ککرۍ تکی: $S(1|2)$



شپیږم:

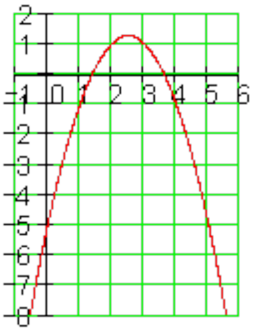
اووم:

تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

د رآستېکي فرمول:

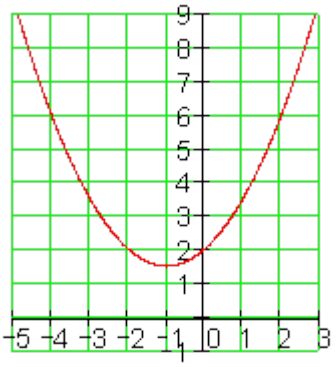
$$f(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

رآس-یا ککرۍ تکی: $S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{5}{4}\right)$

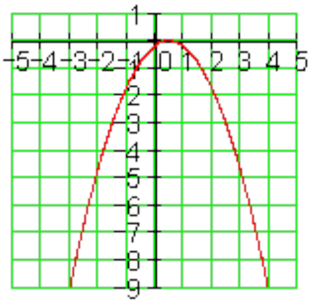


(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

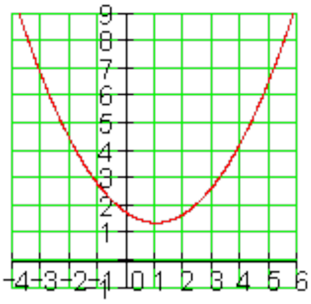
تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$ د رآسټکي فرمول: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{3}{2}$ رآسټکی $S\left(-1 \mid \frac{3}{2}\right)$	

نهم:

تابع مساوات : $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$ د رآسټکي فرمول: $f(x) = -\frac{3}{4}\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 - \frac{1}{54}$ رآسټکی(ککرټکی) $S\left(\frac{4}{9} \mid -\frac{1}{54}\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:

	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}$ رآسټکی: $S\left(1\middle\|\frac{4}{3}\right)$

بیلګه:

د ککرۍ ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$f(x) = -(1/2)x^2 -2x +6$

د واریابلي x^2 ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$f(x).=(½)[x^2+4x-12]$

د مربع تکمیلیدنه په ګوډېزه (کونجزه) نوکانو کي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16}\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

د بیرته یا په څټ ضرب له لارې د مربع تابع د ککرۍ ټکي بڼه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)}\ S$$

S(-2;8)ککرۍ ټکی

د نوکانو راوتنې لپاره يادونه :

لومړی حالت: که د متحولېx مخ ته څه نه وي، يعنې $f(x) = x^2-2x+6$

په دې حالت کې سملاسي په مربع تکمیلوني پیل کیدی شي.

دويم حالت : که د نوکانن رمخ منفي نخښه وي، يعنې $f(x) = -x^2-2x+6$

په دې حالت کې باید -1 همداسي - له نوکانو را وه وپستل شي، يعي $f(x)=-[x^2+2-6]$

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه

لومړی- د لاندې توابعو ګرافونه رسم کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x)=-3x^2$ ب - $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ پ - $f(x)=4x$

ت - $f(x)=x^2-2$ ټ - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$ ث - $f(x)=2x^2+4$

ج - $f(x)=-x^2+4$ چ - $f(x)=-x^2+1$ ح - $f(x)=x^2+2$

دویم - د پارابولو صفرځایونه، محورغوڅتکي، او ککرۍ ټکي وټاکی او ګرافونه یې رسم کړئ

الف - $f(x)=(x-1)^2-1$ ب - $f(x)=(x-2)^2-1$ پ- $f(x)=-(x+1)^2$

ت - $f(x)=(x+2)^2-3$ ټ - $f(x)=-\frac{1}{3}(x-1)^2+2$

ث - $f(x)=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

ج- $f(x)=-(x+2)^2$ چ - $f(x)=(x-2)^2\cdot(-4)$ ح - $f(x)=-(x-1)^2-1$

دریم - د لاندې توابعو صفرځایونه، محورغوڅتکي، او ککرۍ ټکي وټاکی او ګرافونه یې رسم کړئ

الف= $f(x)=-x^2-2x-1$ ب ــ $f(x)=x^2-6x+8$ پ- $f(x)=-\frac{x^2}{2}-2x-1$

ت - $f(x)=x^2-4x+9$ ټ - $f(x)=-x^2+4x-9$ ث - $f(x)=2x^2-2x+2$

ج - $f(x)=x^2+6x+4$ چ $f(x)=-3x^2+12x-9$ ح - $f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړی د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړی ګرافونه یې پرتله کړی.

$f(x) = x^2 + x - 3$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

پنځم – یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاګل کیږي (کښکودل کیږي)او په 4 واحده ښی لور ته راکښل کیږي.

د تابع مساوات وټاکی.

شپږم- دد تابع مساوات f(x) سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د y په محور پارابول داسې و کښوی ، چې له ټکي P (0 | 2) څخه تیر شي. دواړه ګرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواودینات سیستم کې و کاږی او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات g(x) وټاکی.

الف - $f(x) = -(x-1)^2$ ب - $f(x) = 3x^2 - 1$ پ - $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اوم - یوه فزیکی تجربه لاندې ارزښتونه ښایي:

اړین وخت پهS	0	2	4	6	8
وهل شوې لار پهcm	0	6	24	54	96

ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیسم کې وکاږی او محورونه په لیک وښایی تابع مساوات وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

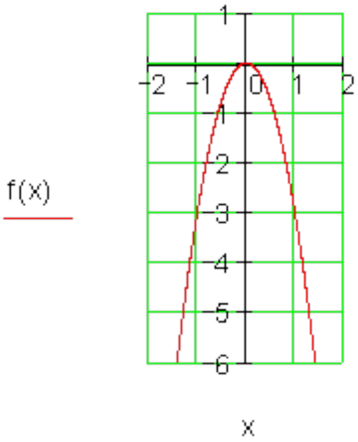
ځوابونه:

مربع توابع برخه ۱

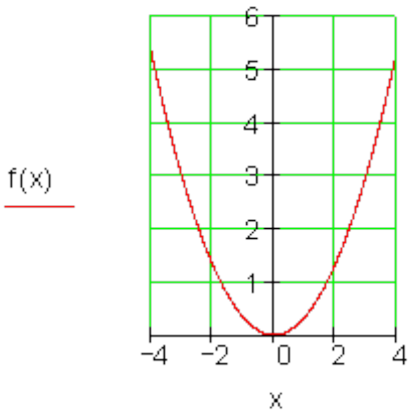
نتيجې:

لومړی-

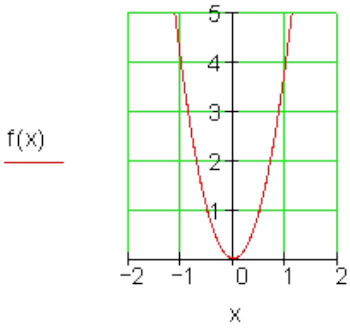
الف- $f(x) = -3x^2$



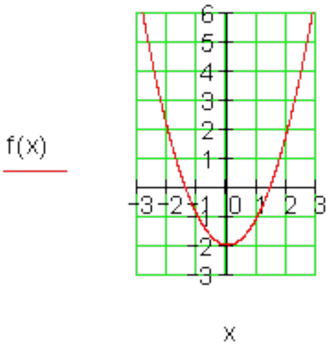
ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$



پ - $f(x) = 4x$

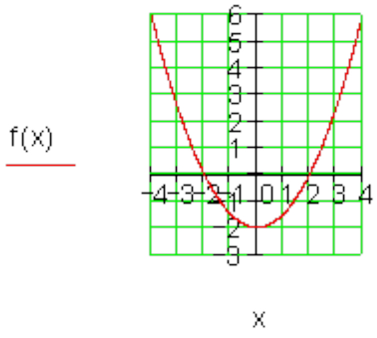


ت - $f(x) = x^2 - 2$

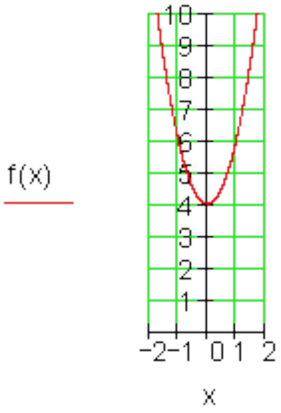


(c) ketabton.com: The Digital Library

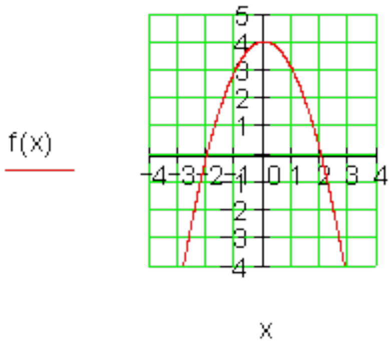
ټ - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$



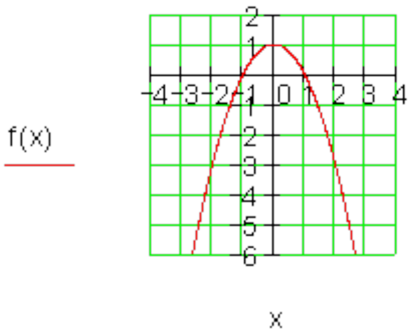
ث - $f(x) = 2x^2 + 4$



ج - $f(x) = -x^2 + 4$

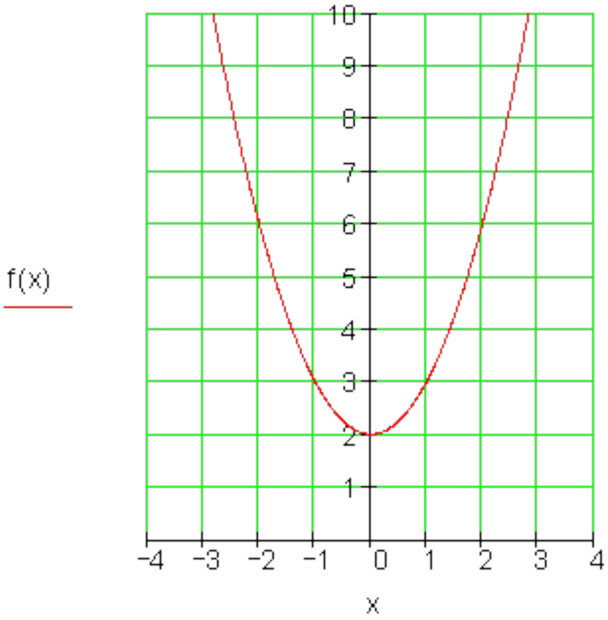


چ - $f(x) = -x^2 + 1$



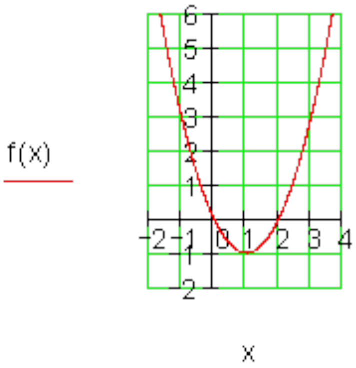
ح - $f(x) = x^2 + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف-

$f(x) = (x-1)^2 - 1$ ککره یا رأس: $S(1 \mid -1)$ صفرځایونه $P_{x_1}(0 \mid 0)$ $P_{x_2}(2 \mid 0)$ د y– غوڅی یا تقاطع $P_y(0 \mid 0)$	

ب –

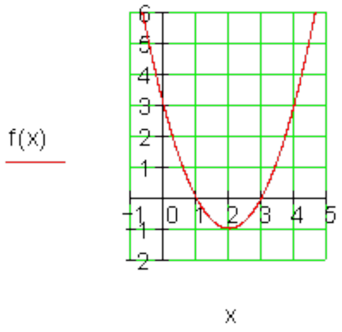
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

ککری : $S(2\,|-1)$

صفرځایونه: $P_{x_1}(1\,|\,0)$ $P_{x_2}(3\,|\,0)$

د y– غوځی یا تقاطع: $P_y(0\,|\,3)$

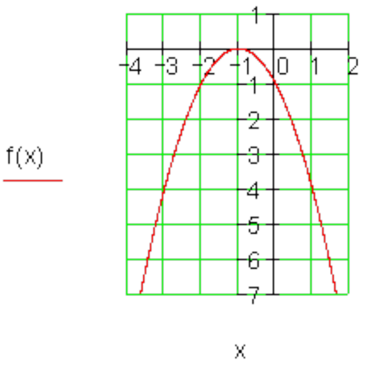


$f(x) = -(x+1)^2$

ککره : $S(-1\,|\,0)$

صفرځایونه: $P_x(-1\,|\,0)$

د y– غوځی: $P_y(0\,|-1)$



پ –

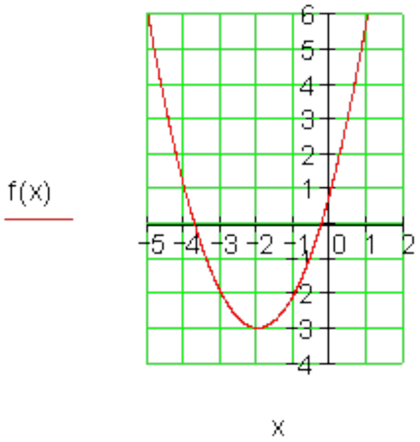
ت -

$f(x) = (x+2)^2 - 3$

ککری $S(-2\,|-3)$

صفرځایونه $P_{x_1}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)$ $P_{x_2}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right)$

د y– غوځی یا تقاطع $P_y(0\,|\,1)$



ټ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$$

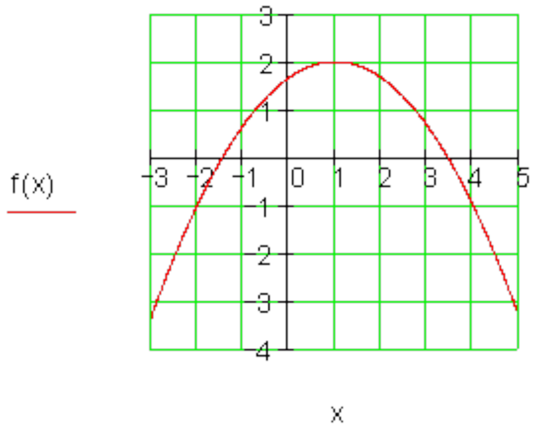
ککره یا رأس: $S(1|2)$

صفرځایونه:

$P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1,45 \middle| 0\right)$

$P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3,45 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y\left(0 \middle| \frac{5}{3}\right)$



ث –

$$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

د رأس ټکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}\right)$

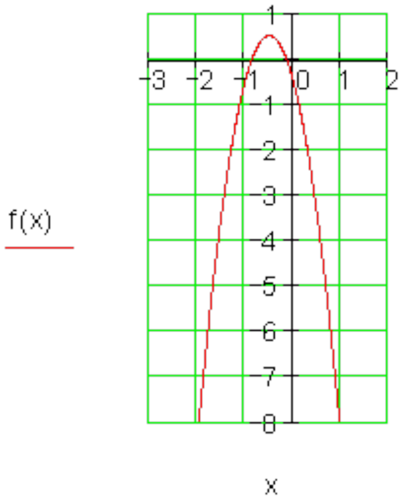
صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,85 \middle| 0\right)$

$P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,15 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی :

$P_y\left(0 \middle| -\frac{1}{2}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

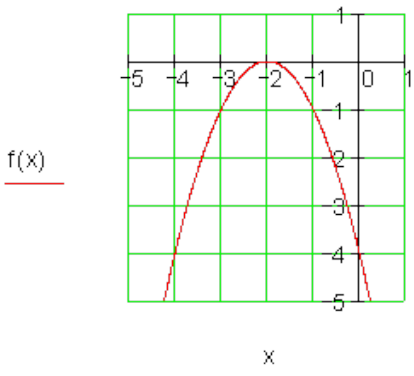
ج –

$f(x) = -(x+2)^2$

رأس : $S(-2\,|\,0)$

صفرځایونه : $P_x(-2\,|\,0)$

د y– غوڅی: $P_y(0\,|\,-4)$



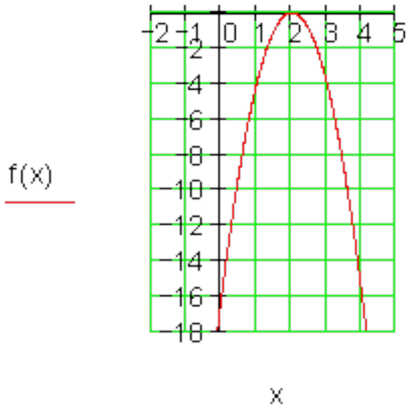
چ –

$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$

د رأس : $S(2\,|\,0)$

صفرځایونه : $P_x(2\,|\,0)$

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,-16)$



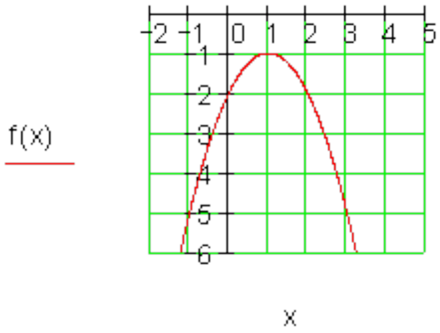
ح-

$f(x) = -(x-1)^2 - 1$

رأس –یا ککری : $S(1\,|\,-1)$

صفرځایونه :نه شته

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,-2)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

الف-

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$

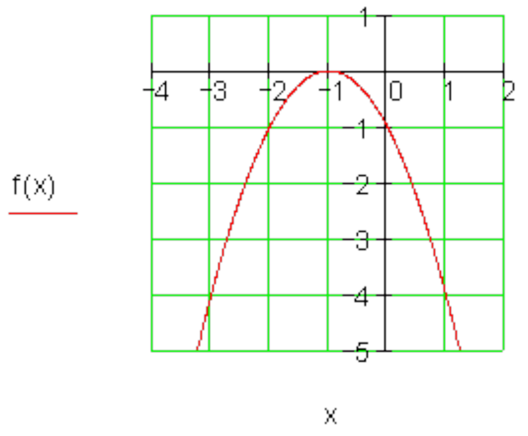
ککرئ بڼه:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

رأس یا ککرئ : $S(-1\,|\,0)$

صفرځایونه : $P_x(-1\,|\,0)$

د y–تقاطع: $P_y(0\,|-1)$



ب –

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

د ککرۍ بڼه

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

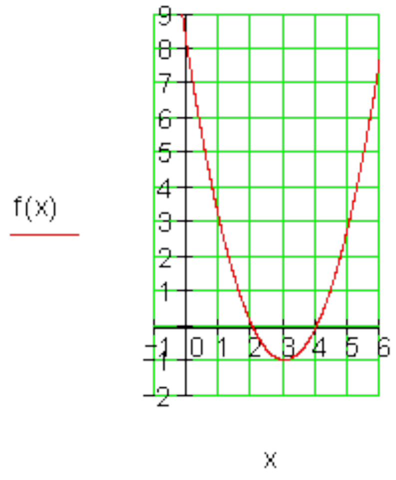
د ککرۍ : $S(3\,|-1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}(2\,|\,0); P_{x_2}(4\,|\,0)$

د y– غوڅې یا تقاطع

$P_y(0\,|\,8)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

د $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

رأس بڼه:

$y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

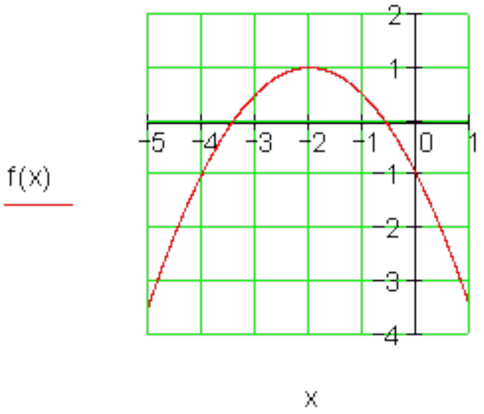
ککرئ : $S(-2\,|\,1)$

صفرځايونه :

$P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}41 \,\middle|\, 0\right)$

$P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}59 \,\middle|\, 0\right)$

د y– غوڅى : $P_y(0\,|-1)$



ت

د $f(x) = x^2 - 4x + 9$

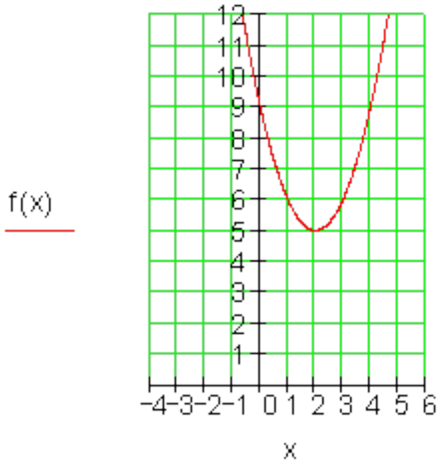
رأس –يا ککر تکى بڼه

$y = f(x) = (x-2)^2 + 5$

ککرئ يا رآس: $S(2\,|\,5)$

صفرځايونه : شتون نه لري

د y– غوڅى : $P_y(0\,|\,9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

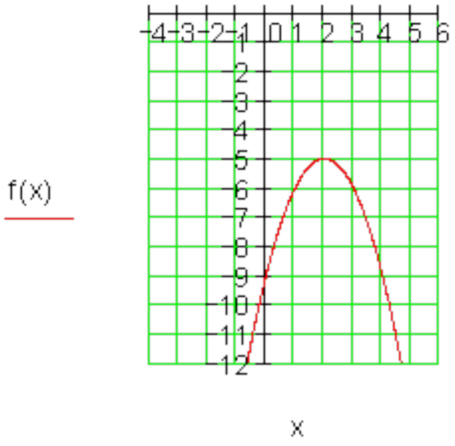
$f(x) = -x^2 + 4x - 9$

د رأس ــیا ککر ټکی بڼه

$y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$

صفرځایونه:نه شته

د y– غوڅی : $P_y(0|-9)$



ث –

$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

د رأس ــیا ککر ی بڼه

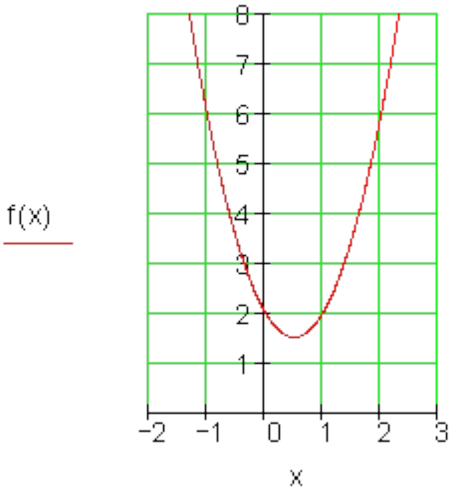
$y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$

صفرځایونه

نه شته

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0|2)$



ج –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

د رأس بڼه

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

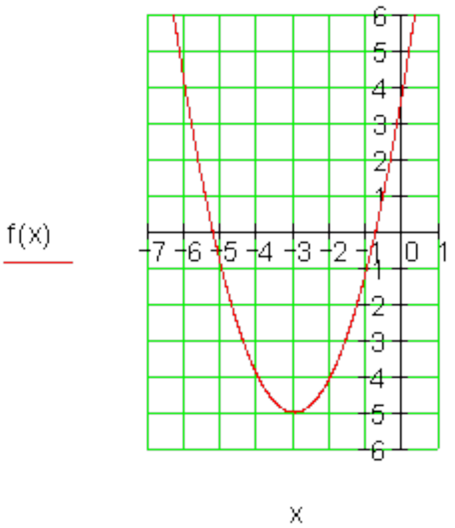
ککرئ : $S(-3 \mid -5)$

صفرځايونه :

$P_{x_1}\left(-3-\sqrt{5} \approx -7{,}24 \mid 0\right)$

$P_{x_2}\left(-3+\sqrt{5} \approx -0{,}76 \mid 0\right)$

د y–تقاطع: $P_y(0 \mid 4)$



چ –

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

د رأس ــيا ککرئ بڼه

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

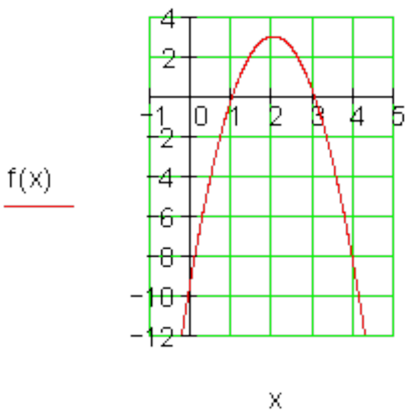
ککرئ : $S(2 \mid 3)$

صفرځايونه

$P_{x_1}(1 \mid 0);\ P_{x_2}(3 \mid 0)$

د y– غوڅی يا تقاطع

$P_y(0 \mid -9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$$

د رأس ـيا ككرئ بنه

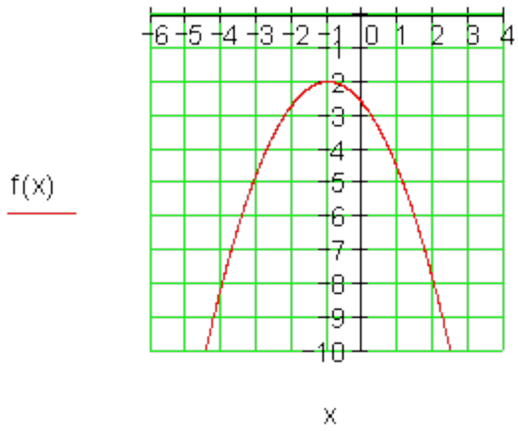
$$y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$$

ككرئ : $S(-1|-2)$

صفرځايونه :نه شته

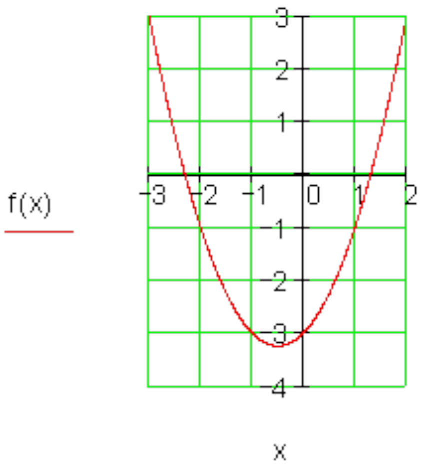
د y– غوڅى : $P_y\left(0\middle|-\frac{8}{3}\right)$

ح-



$$f(x) = x^2 + x - 3$$

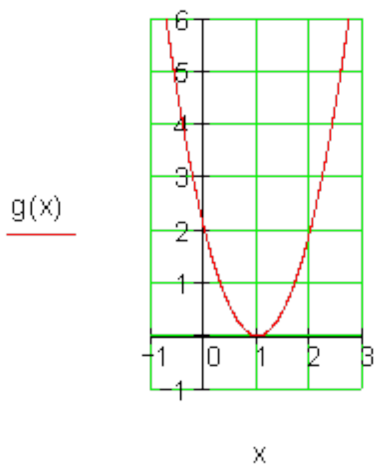
x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



خلورم –

$$g(x) = 2x^2 - 4x + 2$$

x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګرافونه په برتله کونه کي

د f(x) او g(x) ګرافونه پورته لور ته واز دي.

د h(x) ګراف کښته لور ته واز دی.

د g(x) او h(x) ګراف خوار یا نری دی نسبت .f(x) ته.

دا د بنې فاکتور سره سر او کار لري.

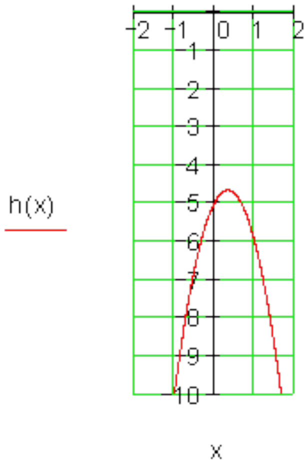
د f(x)ګراف دوه صفرځایونه لري،

د g(x)ګرف ډبل صفرځای لري،

او د h(x) صفرځای نه لري.

$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



پنځم -

نورمال پارابول: $f(x) = x^2$

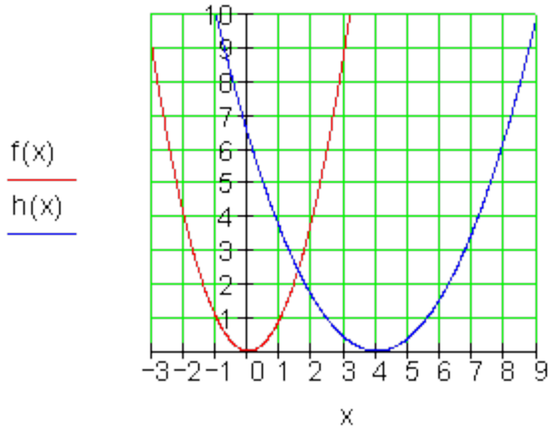
د بنې ضریب 0,4 سره:

$g(x) = 0,4x^2$

راکښنه په څلور یوونه

یا واحدونو ښي لور ته

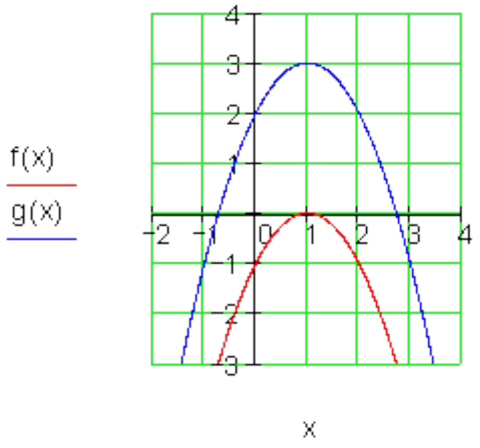
$h(x) = 0,4(x-4)^2$



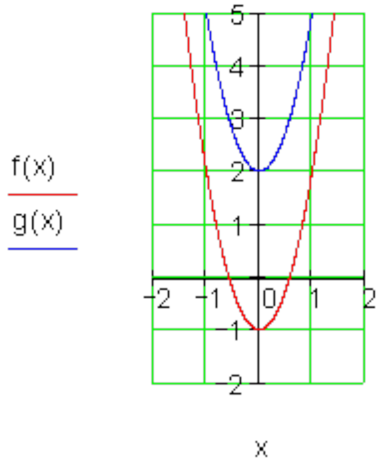
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف-

	$f(x) = -(x-1)^2$ اینوونه: $g(x) = f(x) + u$ $g(x) = -(x-1)^2 + u$ $P(0\mid 2): g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$ $\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$ $\Rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 3$ ککرتکی $S(1;0)$ په درې یوونو(واحدونو) پورته لور ته راکښل کیږي.

ب –

	$f(x) = 3x^2 - 1$ اینوونه: $g(x) = f(x) + u$ $g(x) = 3x^2 - 1 + u$ $P(0\mid 2): g(0) = -1 + u = 2$ $\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$ $\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2$ پارابول په درې واحدونو پورته لور ته راکښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اینوونه: $g(x) = f(x) + u$

$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$

$P(0|2): g(0) = 1 + u = 2$

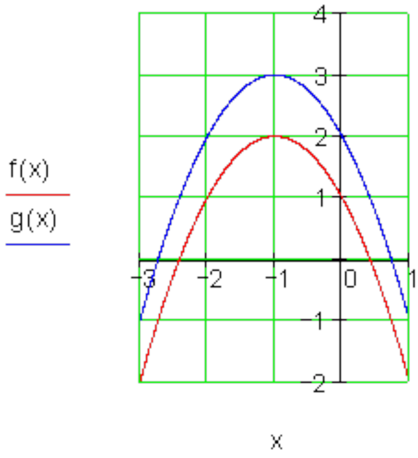
$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$

$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$

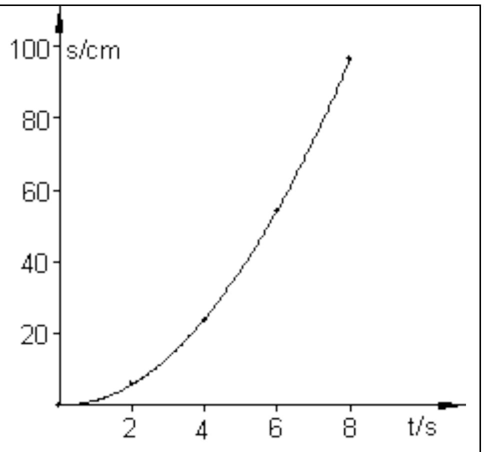
$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 2$

پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشأ کیږي.

پ –



اوم –



اینوونه: $f(x) = a_2 x^2$

$P(2|6): f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$

نیونه: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

تکی ازماینت:

$P(4|24): f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24 \; (w)$

$P(6|54): f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54 \; (w)$

$P(8|96): f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96 \; (w)$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

بنسټونه مربع توابع II

لومړی - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړی:

الف- $f(x)=x^2-4x+2$ ب ــ $f(x)=x^2+4x+2$

پ ــ $f(x)=-x^2-4x+3$ ت- $f(x)=-x^2+8x-9$

ټ- $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ ث ــ $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

ج ــ $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ چ ــ $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$

ح- $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ خ - $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

(۱) د ککرئ ټکي بڼه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیری.

(۳) پل په پل تشریح کړی، چی f(x) د نورمال پارابول حخه څنګه منځ ته راځي او دا څنګه واز دی.

(۴) په یوه مناسب پروتولاړسیستم کې د f(x) ګراف وکاږئ

دویم – سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښني له لارې او د پېرسېډنې یا غزونې له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا دx محور باندې هنداره کیږي یا منعکس کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابول په هکله لاندې ټکي پيژنو:

بنه ضریب	د x په لور راکښنه یا ځای بدلون	د y په لور راکښنه یا ځای بدلون
$a_2 = 1$	په 2 واحدونو ښي لورته	-۱په 2 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۲ - په 4 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{1}{2}$	په 2 واحدونو کيڼ لورته	۳ -په 4 واحدونو کښته لور ته
$a_2 = -2$	په 1 واحد ښي لورته	۴ – په 5 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = -\frac{1}{4}$	په 4 واحدونو کيڼ لورته	۵ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{3}{2}$	په 2,5 واحدونو ښي لورته	۶ - په 6 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{3}{4}$	په 3 واحدونو کيڼ لورته	۷ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = 2$	په 3,5 واحدونو ښي لورته	۸ - په 4,5 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = \frac{1}{3}$	په 2 واحدونو یا یوونونو ښي لورته	۹ - ه 3 واحدونو یا یوونونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{2}{3}$	په 4 واحدونو ښي لورته	۱۰ - په3 واحدونو پورته لور ته

(۱) د ککرئ ټکي بنه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوځټکي وشميرئ.

(۳) د تابع مساوات په پولينوم بنه $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$? ځنګه دي؟

(۴) په يو مناسب کواوردينات سيسم کې د f(x) ګراف وکاږئ.

حلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنستونه مربع توابع II

نتيجي او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

∩: كښته لور ته واز U: پورته لور ته واز

-> n په n واحدونو ښي لورته راكښلی --> n په n يونونو كيڼ لور ته راكښل

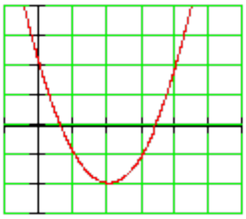
n↑ په n يوونونو پورته لور ته ركښل شوی

n↓ په n يوونونو كښته لور ته راكښل شوی.

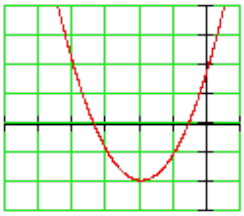
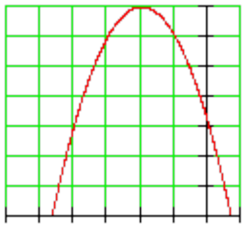
نتيجي

لومړی –

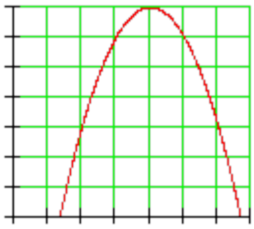
الف-

۱ - $f(x) = (x-2)^2 - 2; S(2\|-2)$ ۲ – $P_y(0\|2)$ $P_{x1}(2+\sqrt{2} \approx 3,414 \| 0)$ $P_{x2}(2-\sqrt{2} \approx 0,586 \| 0)$ ۳ – NP: U: 2→; 2↓	۴ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

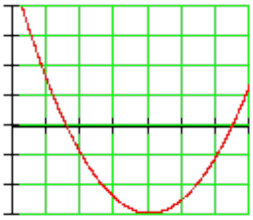
ب ـ ۴ 	۱ - $f(x)=(x+2)^2-2; S(-2\mid-2)$ $P_y(0\mid 2)$ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{2}\approx -0,586 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{2}\approx -3,414 \mid 0\right)$ ـ ۲ $NP:\ U: 2\leftarrow; 2\downarrow$ ـ ۳
پ ـ۴ 	۱ - $f(x)=-(x+2)^2+7; S(-2\mid 7)$ $P_y(0\mid 3)$ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{7}\approx 0,646 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{7}\approx -4,646 \mid 0\right)$ ـ ۲ $NP:\ \cap: 2\leftarrow; 7\uparrow$ ـ ۳

ت

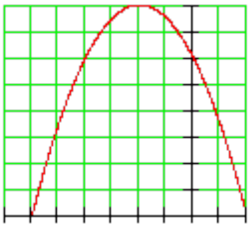
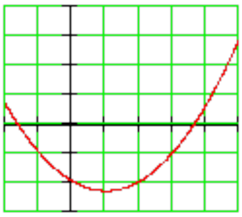
۴ 	۱ - $f(x)=-(x-4)^2+7; S(4\mid 7)$ $P_y(0\mid -9)$ $P_{x1}\left(4+\sqrt{7}\approx 6,646 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{7}\approx 1,354 \mid 0\right)$ ـ ۲ $NP:\ \cap: 4\rightarrow; 7\uparrow$ ـ ۳

ټ- په لاندې کې:Gestaucht mit کیکارل شوی د ... سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ۴	۱ - $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3;\ S(4\|-3)$ ۲ – $P_y(0\|5)$ $P_{x1}\left(4+\sqrt{6}\approx 6{,}449\ \|\ 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{6}\approx 1{,}551\ \|\ 0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: U: 4 →; 3 ↓

ث – په لاندې کي:Gestaucht mit کيکارِل شوی د ... سره.

	۱ - $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8;\ S(-2\|8)$ ۲ – $P_y(0\|6)$ $P_{x1}(2\ \|\ 0);\ P_{x2}(-6\ \|\ 0)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: ∩: 2 ←; 8 ↑
ج – ۴ 	۱ - $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3};\ S\left(1\ \middle\|\ -\frac{7}{3}\right)$ ۲ – $P_y(0\|-2)$ $P_{x1}\left(1+\sqrt{7}\approx 3{,}646\ \|\ 0\right)$ $P_{x2}\left(1-\sqrt{7}\approx -1{,}646\ \|\ 0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{1}{3}$: U: 1 →; $\frac{7}{3}$ ↓

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

۱ – $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128};\ S\left(\frac{9}{16} \middle| \frac{795}{128}\right)$

۲ –

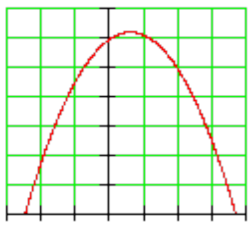
$P_y(0|6)$

$P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle| 0\right)$

$P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle| 0\right)$

۳ – NP gestaucht mit $\frac{2}{3}$; $\cap$: $\frac{9}{16} \rightarrow$; $\frac{795}{128} \uparrow$

۴



ح-

۱ – $f(x) = \frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48};\ S\left(-\frac{1}{6} \middle| -\frac{337}{48}\right)$

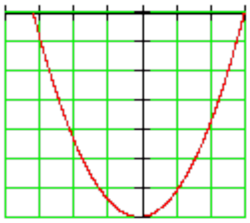
۲ –

$P_y(0|-7)$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \middle| 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \middle| 0\right)$

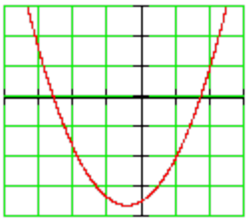
۳ – NP gestaucht mit $\frac{3}{4}$: U: $\frac{1}{6} \leftarrow$; $\frac{337}{48} \downarrow$

۴



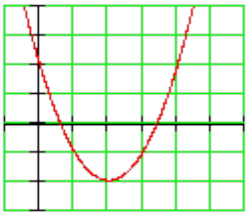
(c) ketabton.com: The Digital Library

خ-

۱ـ $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256};\ S\left(-\frac{15}{32}\,\middle|\,-\frac{941}{256}\right)$ $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{7}{2}\right)$ $P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle|\,0\right)$ ۲ـ $P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle|\,0\right)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{4}{5}$; U: $\frac{15}{32}\leftarrow;\ \frac{941}{256}\downarrow$	۴ 

دویم ـ

الف ـ

۱ـ $S(2\,\vert\,-2)\Rightarrow f(x)=(x-2)^2-2$ $P_y(0\,\vert\,-2)$ $P_{x1}(2+\sqrt{2}\approx 3{,}414\,\vert\,0)$ ۲ـ $P_{x2}(2-\sqrt{2}\approx 0{,}586\,\vert\,0)$ ۳ـ $f(x)=x^2-4x+2$	

ب ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

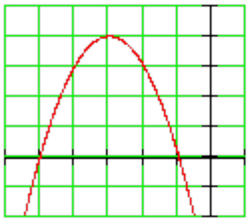
---

۱ - $S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$

۲ – $P_y(0 \mid -5)$

$P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$

۳ – $f(x) = -x^2 - 6x - 5$



پ –

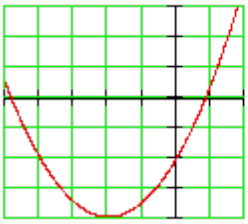
۱ - $S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$

۲ – $P_y(0 \mid -2)$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8} \approx 0{,}828 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{8} \approx -4{,}828 \mid 0\right)$

۳ – $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$



ت-

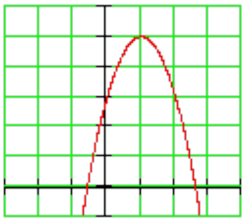
۱ - $S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$

۲ – $P_y(0 \mid 3)$

$P_{x1}\left(1+\sqrt{2{,}5} \approx 2{,}581 \mid 0\right)$

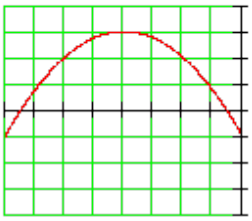
$P_{x2}\left(1-\sqrt{2{,}5} \approx -0{,}581 \mid 0\right)$

۳ – $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$



ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



١ ـ $S(-4\mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2+3$

$P_y(0\mid -1)$

$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12} \approx -0{,}536 \mid 0\right)$

٢ ـ $P_{x2}\left(-4-\sqrt{12} \approx -7{,}464 \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2-2x-1$

ث ـ

١ ـ $S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$

$P_y\left(0 \mid \frac{27}{8}=3{,}375\right)$

٢ ـ $P_{x1}\left(\frac{9}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

٣ ـ $f(x) = \frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$

ج ـ

١ ـ $S(-3\mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2+3$

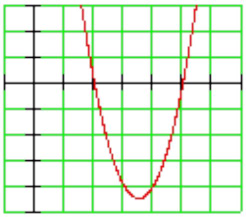
$P_y\left(0 \mid -\frac{15}{4}=3{,}75\right)$

٢ ـ $P_{x1}(-1\mid 0); P_{x2}(-5\mid 0)$

٣ ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

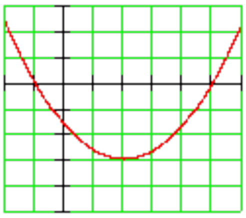


۱ - $S\left(\frac{7}{2}\middle|-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$

۲ – $P_y(0 \mid 20)$
$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

۳ – $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$

ح -



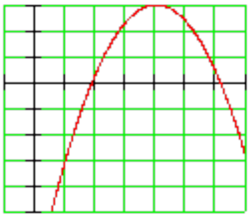
۳

۱ - $S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

۲ - $P_y\left(0 \middle| -\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$
$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$

خ -



۱ - $S(4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$

۲ - $P_y\left(0 \middle| -\frac{23}{3} \approx -7{,}667\right)$
$P_{x1}\left(4+\sqrt{4{,}5} \approx 6{,}121 \mid 0\right)$
$P_{x2}\left(4-\sqrt{4{,}5} \approx 1{,}879 \mid 0\right)$

۳ - $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی-الف1a

(1) د ککرۍ ټکی

ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لاري

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 4 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2 \mid -2)$$

(2) د $f(x) = x^2 - 4x + 2$ همداسي د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ محورغوڅتکی

د لاندي پېنتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$$

$$\text{falls } x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$$

$$\text{falls } x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2$$

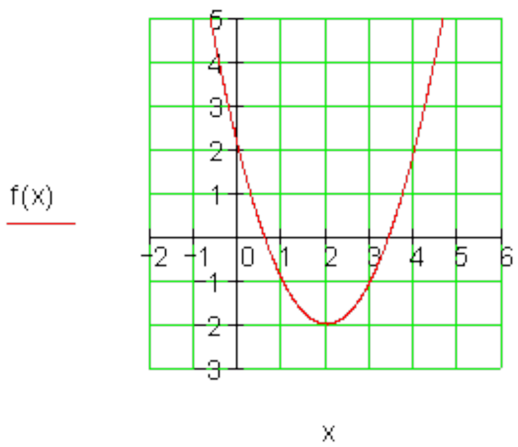
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2 + \sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(2 - \sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو ښي لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

1b الف-

(1) د ګکرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=x^2+4x+2 \Leftrightarrow f(x)=x^2+4x+2^2-2^2+2$$

$$\Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-2 \quad \Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-2^2+2 \Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-4+2$$

ګکرۍ ټکی $S(-2\mid-2)$

(2) د $f(x)=x^2+4x+2$ او $f(x)=(x+2)^2-2$ همداسې د محورغوڅتکي

د لاندې پېښتو له کيڼ کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mot der y – Achse :

$y_s=f(0)=2 \Rightarrow P_y(0\mid 2)$

Nullstellen:

$f(x)=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-2=0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2=2 \mid \sqrt{\ }$

falls $x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{2}$

falls $x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+2=-\sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

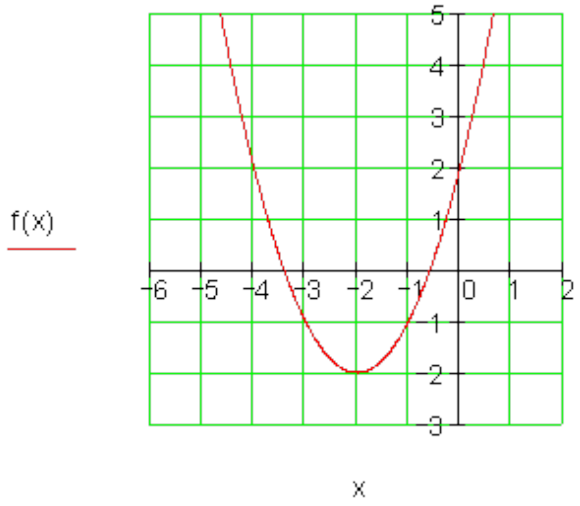
$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{2}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}586 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}414 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونوکيڼ لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښنول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



1c (Scheitelpunkt=ککرۍ ټکی)

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$f(x) = -x^2 - 4x + 3$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2+4x-3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2+4x+2^2-2^2-3\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2-4-3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2-7\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2+7$ Scheitelpunkt: $S(-2 \mid 7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(2) د $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ همداسي $f(x) = -(x+2)^2 + 7$. محور غوښتکی

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$

falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$

falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

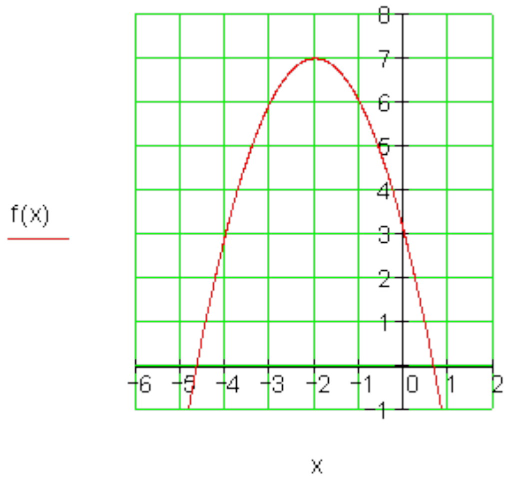
$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646 \mid 0\right)$

(3)د نورمال پارابول غوښتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د منفي مخنښبي له امله په a_2 د x په محور هنداره کيږي او له دي امله کښته لور ته واز دی.



(۴)

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ت - د ککرټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

(1)

$$f(x) = -x^2 + 8x - 9$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 - 8x + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x-4)^2 - 16 + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x-4)^2 - 7\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 \mid +7)$$

پورته الماني= ککری ټکی

(2) د $f(x) = -x^2 + 8x - 9$ همداسې $f(x) = -(x-4)^2 + 7$. محور غوڅ ټکي

د لاندې پېښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0 \mid -9)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{7}$$

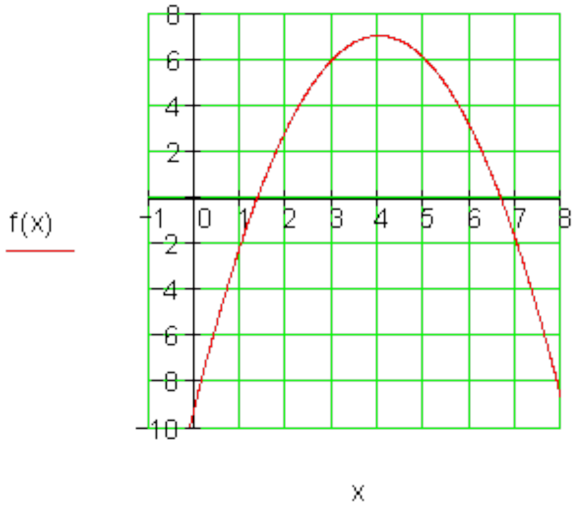
$$\text{falls } x - 4 > 0 \Rightarrow x - 4 = \sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$$
$$\text{falls } x - 4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{7} \mid +4$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$$
$$P_{x1}\left(4 + \sqrt{7} \approx 6,646 \mid 0\right)$$
$$P_{x2}\left(4 - \sqrt{7} \approx 1,354 \mid 0\right)$$

(3) د نورمال پارابول غوڅټکی په 4واحدونو ښي لور ته او په7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د a_2 د کميزې مخنښې له امله د x په محور هنداره کيږي او له دې امله پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۴)



:1e

۱) د ککرۍټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 10\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 16 + 10\right] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2 - 6\right]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $f(x) = (1/2)(x-4)^2 - 3$ ککرې ټکی S(4;-3)

۲) د $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ همداسي $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$. محور تقاطع ټکي

د لاندې پېنتو له کېن کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$

falls $x - 4 > 0 \Rightarrow x - 4 = \sqrt{6} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{6}$

falls $x - 4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{6} \mid +4$

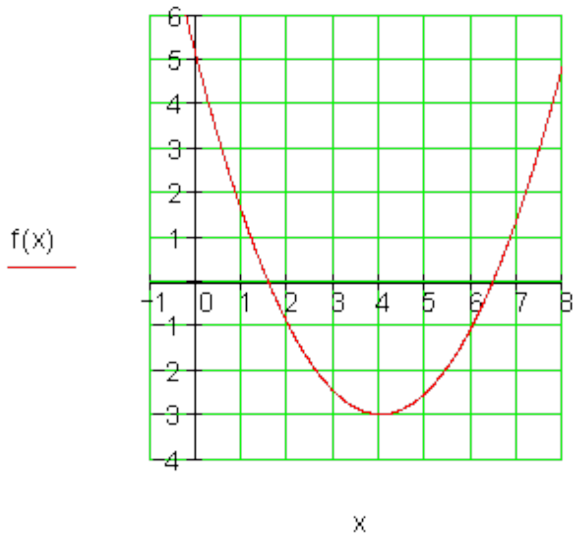
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{6}$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{6} \approx 6{,}449 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{6} \approx 1{,}551 \mid 0\right)$

)۳(د نورمال پارابول غوڅتکی په4 واحدونو ښي لور ته او په دري واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول د ضريب ½ سره پرسيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

)۴(



:1f

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ککرټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$$

رأس - یا ککری ټکی S(-2;8)

۲) د $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 \mid$ همداسي $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0 \mid -8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16}$$

falls $x + 2 > 0 \Rightarrow x + 2 = 4 \mid -2$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = 2$$

falls $x + 2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4 \mid \cdot(-1)$

$$\Leftrightarrow x + 2 = -4 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = -6$$

$P_{x1}(2 \mid 0)$

und

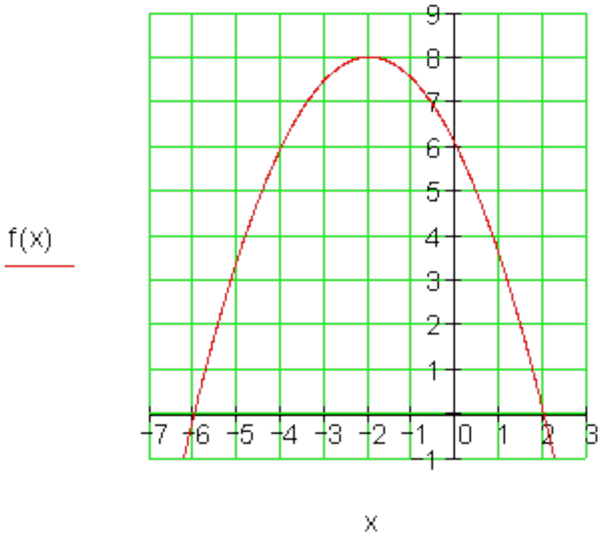
$P_{x2}(-6 \mid 0)$

(۳) د نورمال پارابول غوځټکی په 2 واحدونو کيڼ لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول په ½ضربيونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي،پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۴)



:1g

(۱) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x+1^2-1^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-1-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-7\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$$

ککرۍ ټکی: $: S\left(1\,\middle|\,-\frac{7}{3}\right)$

(۲) د $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ همداسې $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$ محور غوڅ ټکي

د لاندې پېښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$

falls $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{7}$

falls $x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{7}$

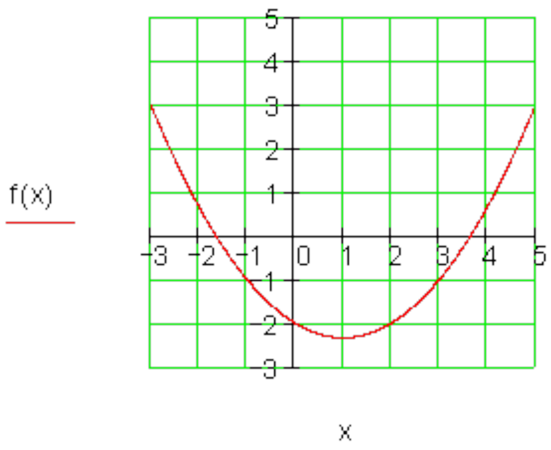
$P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx 1{,}646 \mid 0\right)$

(۳) د نورمال پارابول غوښتکی په 1 واحدونو ښي لور ته او په 7/3 واحدونو کښته لور ته کښنول کيږي.

پارابول په 1/3ضریبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

(۴)



:1h

(c) ketabton.com: The Digital Library

----

(۱) د ګکرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x - 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x + \left(\frac{9}{16}\right)^2 - \left(\frac{9}{16}\right)^2 - 9\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{81}{256} - \frac{2304}{256}\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{2385}{256}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} \Rightarrow S\left(\frac{9}{16} \approx 0{,}56 \,\middle|\, \frac{795}{128} \approx 6{,}21\right)$$

(۲) د $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$ ا همداسي $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}$ محور غوځ ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ښخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکې، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y − Achse:

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} = 0 \,\Big|\, -\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = -\frac{795}{128} \,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = \frac{2385}{256} \,\Big|\, \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \left|x - \frac{9}{16}\right| = \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} > 0 \Rightarrow x - \frac{9}{16} = \sqrt{\frac{2385}{256}} \,\Big|\, + \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$\text{falls } x - \frac{9}{16} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{9}{16}\right) = \sqrt{\frac{2385}{256}} \,\Big|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{9}{16} = -\sqrt{\frac{2385}{256}} \,\Big|\, + \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx 3{,}615 \,\middle|\, 0\right)$$

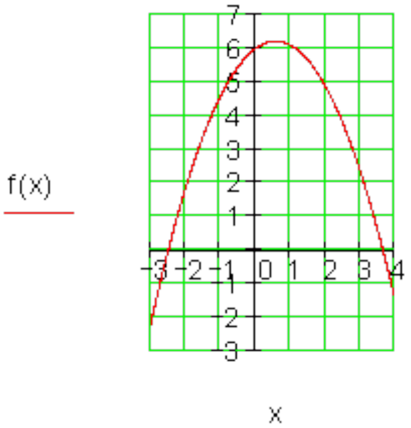
$$P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx -2{,}49 \,\middle|\, 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(3) د نورمال پارابول غوښتکی په 9/1واحدونو ښي لور ته او په 795/128واحدونوپوته لور ته کښول کيږي. پارابول په 2/3 ضريبونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



:1i (1) د ککری ټکي شميرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{28}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{36}-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{36}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{6}\approx-0{,}17\;\middle|\;-\frac{337}{48}\approx-7{,}02\right)$$

د $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ همداسي $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}$ محور غوخ تکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ځخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوښتکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$

Nullstellen:

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid + \frac{337}{48}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot \frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \left|x+\frac{1}{6}\right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x+\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$

$\text{falls } x+\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left(x+\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

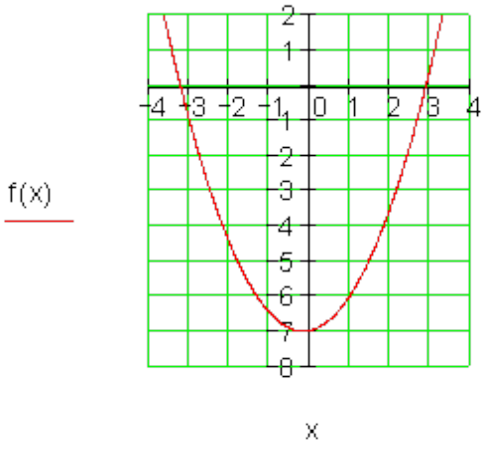
$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2{,}893 \;\middle|\; 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3{,}226 \;\middle|\; 0\right)$

3)د نورمال پارابول غوځټکی په 1/6 واحدونو ښي لور ته او په337/48واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 3/4ضربيونو پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

1j

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x+\left(\frac{15}{32}\right)^2-\left(\frac{15}{32}\right)^2-\frac{35}{8}\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{225}{1024}-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{4705}{1024}\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}\Rightarrow S\left(-\frac{15}{32}\approx-0,47\ \middle|\ -\frac{941}{256}\approx-3,68\right)$$

(2)د $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$ ا همداسي $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}$ محور غوڅ ټکي

د y محور سره غوڅټکی:

$$y_s=f(0)=-\frac{7}{2}\Rightarrow P_y\left(0\ \middle|\ -\frac{7}{2}\right)$$

، صفرځایونه ، حالت

$$f(x)=0$$
$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}=0\ \left|\ +\frac{941}{256}\right.$$
$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{941}{256}\ \left|\ \cdot\frac{5}{4}\right.$$
$$\Leftrightarrow\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{4705}{1024}\ \left|\ \sqrt{\ }\right.$$
$$\Leftrightarrow\left|x+\frac{15}{32}\right|=\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که=falls

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}>0 \Rightarrow x+\frac{15}{32}=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|-\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x=x_1=-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}<0 \Rightarrow -\left(x+\frac{15}{32}\right)=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{15}{32}=-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \,\Big|-\frac{15}{32}$$

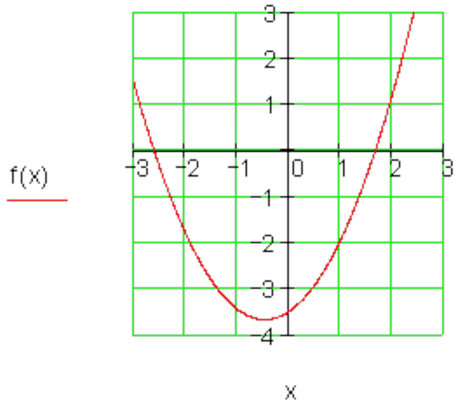
$$\Leftrightarrow x=x_2=-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx 1{,}675 \,\Big|\, 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\approx -2{,}612 \,\Big|\, 0\right)$$

د(3)

نورمال پارابول غوځتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 941/256 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 4/5ضريبونو پړسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

2a: (1) $a_2 = 1$ په ۲واحدونو ښي لورته په۲ واحدونو كښته لور ته

$$\Rightarrow S(2\,|\,-2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د $f(x) = (x\ \ 2)^2 - 2$ محور سره غوڅتكى

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0\,|\,2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0\,|+2$$

صفرځايونه : $\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

حالت: $x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = \sqrt{2}\,|+2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2+\sqrt{2}$

حالت:

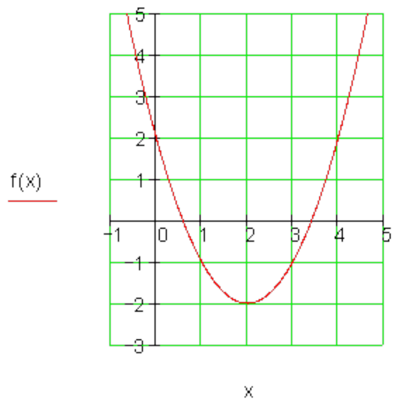
$$; x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-2 = -\sqrt{2}\,|+2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2-\sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414\,|\,0\right); P_{x2}\left(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586\,|\,0\right)$$

(3)د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ ٦ پولينوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

:2b

(1) 3 E $a_2 = -1$ په3 واحدونو كين لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)د $f(x) = -(x+3)^2 + 4$ محور غوخ – يا تقاطع تكي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x + 3 > 0 \Rightarrow x + 3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

حالت:

$$x + 3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x + 3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$

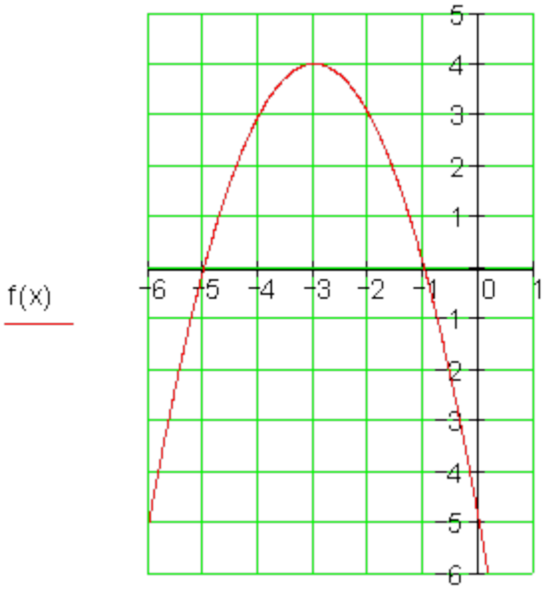
$$\Rightarrow P_{x1}(-1 \mid 0) \text{ und } P_{x2}(-5 \mid 0)$$

(3) د $f(x) = -(x+3)+4$ پولينوم

$$f(x) = -(x^2 + 6x + 9) + 4$$
$$= -x^2 - 6x - 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

2c: لومړل: $a_2 = \frac{1}{2}$ (1) په ۲ واحدونو کيڼ لورته په ۴ واحدونو كښته لور ته

$$\Rightarrow S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

دويم: د $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ محور غوخ – يا تقاطع ټكي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 \mid +4$$

صفرځايونه: $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حالت:

$$;x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{8}\mid -2 \Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{8}\mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{8}\mid -2 \Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{8}$$

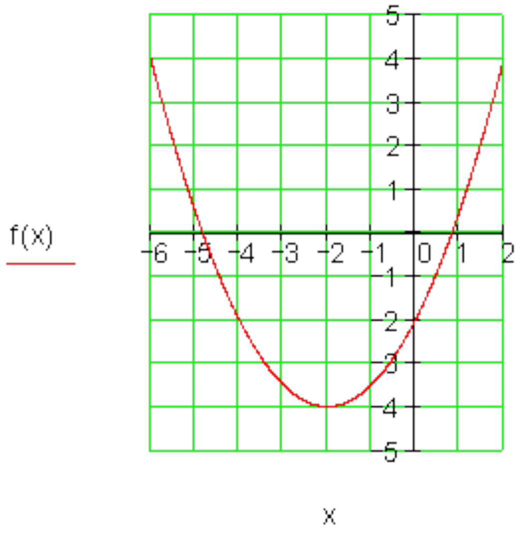
$$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0,828 \mid 0\right); P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4,828 \mid 0\right)$$

دریم: د $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$ پولینوم

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4\right)-4$$
$$=\frac{1}{2}x^2+2x+2-4$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

څلورم:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2d: لومړی: $a_2 = -2$ په1 واح د بني لورته په 5يونونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

دويم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -2(0-1)^2 + 5 = -2 \cdot (-1)^2 + 5 = -2 \cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 + 5 = 0 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2 = -5 \mid : (-2) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت: $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$

حالت:

$$; x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

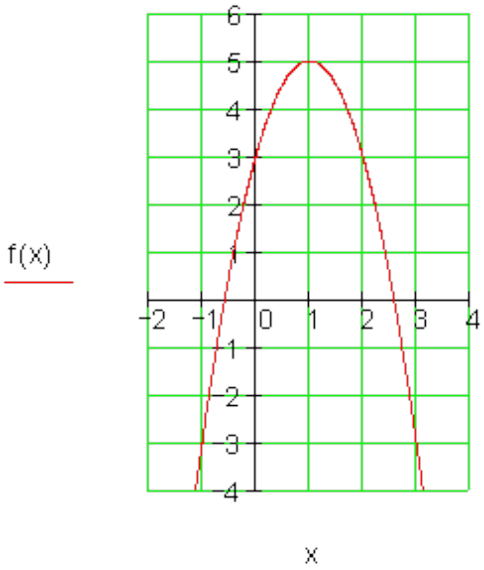
$$P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 2{,}581 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \approx -0{,}581 \,\middle|\, 0\right)$$

دريم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ پولينوم

$$f(x) = -2\left(x^2 - 2x + 1\right) + 5$$
$$= -2x^2 + 4x - 2 + 5$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -2x^2 + 4x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:



:2e (1) $a_2 = -\frac{1}{4}$ په ۴ واحدونو کيڼ لور ته   په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

صفرځايونه: $\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 \mid \cdot(-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي:

$$;x+4>0 \Rightarrow x+4=\sqrt{12}\mid -4 \Leftrightarrow x=x_1=-4+\sqrt{12}$$

که وي:

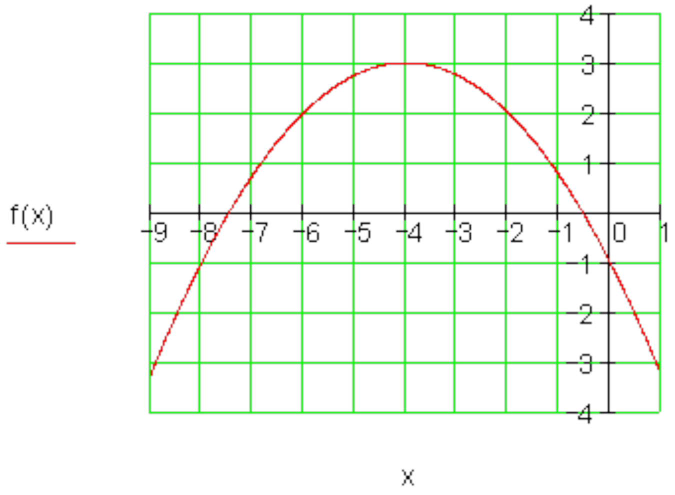
$$x+4<0 \Rightarrow -(x+4)=\sqrt{12}\mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{12}\mid -4 \Leftrightarrow x=x_2=-4-\sqrt{12}$$

$$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12}\approx -0{,}536 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-4-\sqrt{12}\approx -7{,}464 \mid 0\right)$$

(3) د $f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$ پولينوم

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$$
$$=-\frac{1}{4}\left(x^2+8x+16\right)+3$$
$$=-\frac{1}{4}x^2-2x-4+3$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-1$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

2f

لومړی: $a_2 = \frac{3}{2}$ په دوه نیم واحدونو ښي لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دویم: د $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6 \mid \cdot\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \left|x - \frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$x - \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{5}{2} = 2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$x - \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{5}{2}\right) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = -2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

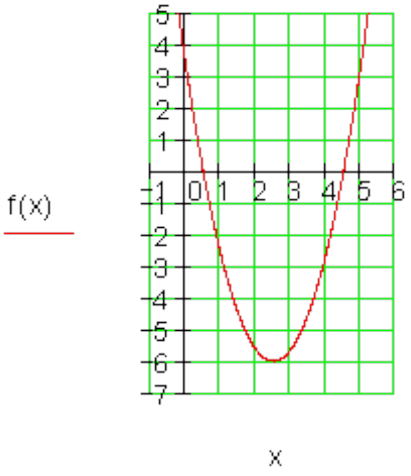
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{x1}\left(\frac{9}{2}=4{,}5 \;\middle|\; 0\right);\; P_{x2}\left(\frac{1}{2}=0{,}5 \;\middle|\; 0\right)$$

(3) د $f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ پولینوم

$$f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$$
$$=\frac{3}{2}\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)-6$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-6$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-\frac{48}{8}$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$

څلورم؛



2g

(1) $a_2=-\frac{3}{4}$ په دري واحدونو کيڼ لور ته   په دري واحدونو پورته لوړ ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow S(-3\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

دیوم:د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{3}{4}(0+3)^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 3^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 9+3=-\frac{27}{4}+3=-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\ \middle|\ -\frac{15}{4}=-3{,}75\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2+3=0\mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2=-3\mid\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow (x+3)^2=4\mid\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x+3|=2$$

$$\text{falls } x+3>0\Rightarrow x+3=2\mid -3\Leftrightarrow x=x_1=2-3=-1$$

$$\text{falls } x+3<0\Rightarrow -(x+3)=2\mid\cdot(-1)\Leftrightarrow x+3=-2\mid -3\Leftrightarrow x=x_2=-2-3=-5$$

$$P_{x1}(-1\mid 0);\ P_{x2}(-5\mid 0)$$

دریم: د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

$$=-\frac{3}{4}\left(x^2+6x+9\right)+3$$

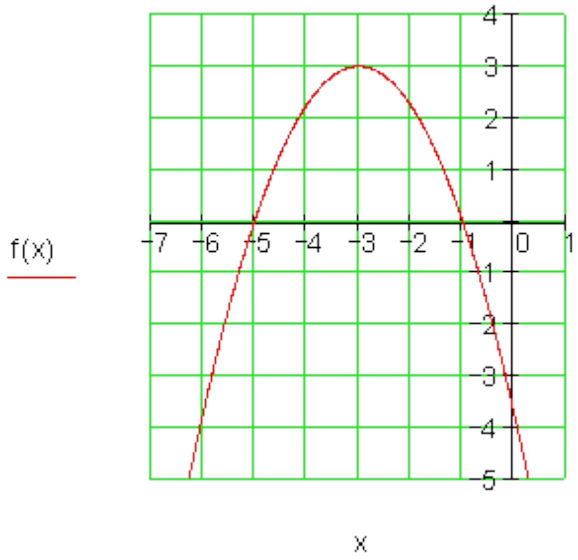
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+3$$

$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}$$

$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

څلورم:



2h

لومړی: $a_2 = 2 \quad 3,5$ په درې نيم ږاحدونو ښي لورته په څلورنيم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دويم: د $f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0\,|\,20)$$

صفرځايونه: په لاني کي د الماني پښتو: که(د يوه شي حالت)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}=0\,|+\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{2}\,|\cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x-\frac{7}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}>0 \Rightarrow x-\frac{7}{2}=\frac{3}{2}\,|+\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_1=5$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}<0 \Rightarrow -\left(x-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2}\,|+\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_2=2$$

$P_{x1}(5\,|\,0);\,P_{x2}(2\,|\,0)$

دریم: د $f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ پولینوم

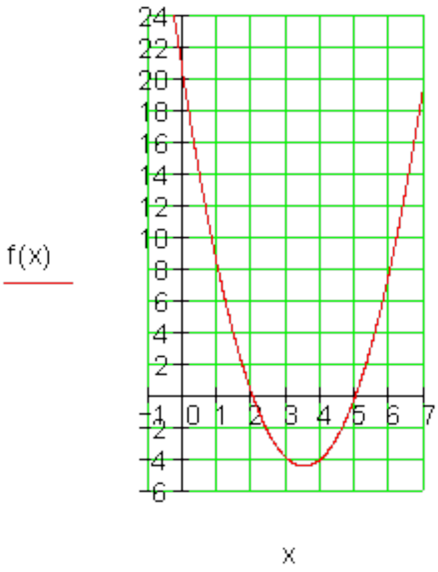
$$f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$

$$=2\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+\frac{49}{2}-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+20$$

$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2-14x+20$$



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ح:

(۱) $a_2 = \frac{1}{3}$ په دوه واحدونو ښي لور ته په دري واحدونو كښته لور ته

$\Rightarrow S(2\mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

(۲) د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ محور غوڅ – يا تقاطع تکي

$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$

$\Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$

صفرځايونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3 \mid \cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = 3$

$\text{falls } x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = 3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$

$\text{falls } x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-2 = -3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$

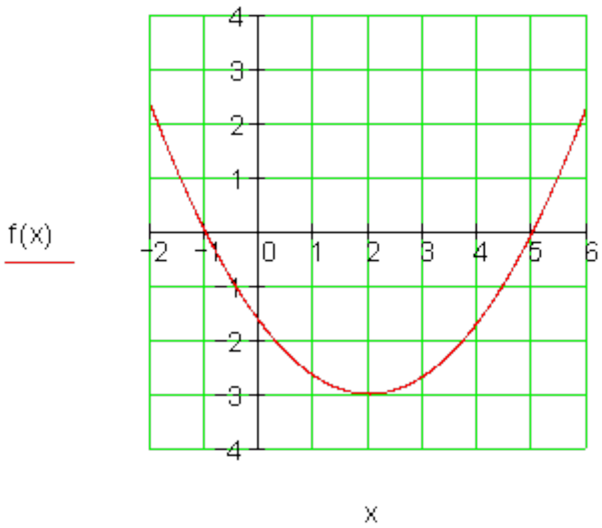
$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(۳)د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ پولينوم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$
$$= \frac{1}{3}\left(x^2 - 4x + 4\right) - 3$$
$$= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} - 3$$
$$= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} - \frac{9}{3}$$
$$= \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

ځلورم:



دويم خ:

(۱) $a_2 = -\frac{2}{3}$ په ځلور واحدونو ښي لور ته په دري واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(4\mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۲)د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{2}{3}\cdot(0-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot(-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot 16 + 3$$
$$= -\frac{32}{3} + 3 = -\frac{32}{3} + \frac{9}{3} = -\frac{23}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{23}{3} \approx -7{,}667\right)$$

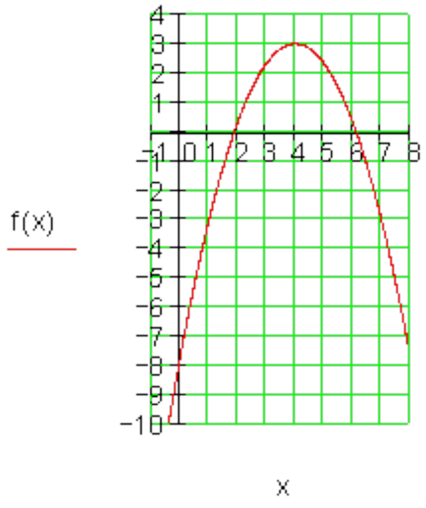
صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 = -3 \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow (x-4)^2 = \frac{9}{2} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{\frac{9}{2}} \mid +4 \Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{\frac{9}{2}} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{\frac{9}{2}} \mid +4 \Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$P_{x1}\left(4 + \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 6{,}121 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(4 - \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 1{,}879 \,\middle|\, 0\right)$$

(۳) د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ پولینوم

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$$
$$= -\frac{2}{3}\left(x^2 - 8x + 16\right) + 3$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + 3$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + \frac{9}{3}$$
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

پوښتنې

د مربع توابعو ښستونه III

لومړی –

د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوڅتکي او ککرۍ ټکي وټاکۍ او ګراف رسم کړۍ.

الف- $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ ب – $f(x)=-\frac{x^2}{2}+4x-4$ پ – $f(x)=(x-1)^2-2$

ت- $f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}$ ټ- $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$ ث – $f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x$

ج – $f(x)=2x^2+x-1$ چ – $f(x)=0,5\left(x^2-5\right)$ ح- $f(x)=-0,25x^2-x-1$

دویم –

دککرۍ ټکي د کواوردینات د ټاکنې تلنلار روښانه کړۍ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دط لپاره د تابع مساوات $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$ وکاروی.

دریم –

د یوه مربع تابع .f(x) لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د .f(x) په ګراف یوه وینا ورکړئ ککري ټکي، سیمتري محور، وازوالی. د x کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیږي؟

الف-

x	−1	0	1	2	3
f(x)	5,5	3	1,5	1	1,5

ب-

x	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3	−1,5	−1	−1,5	−3

څلورم –

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د f(x) او g(x) د ګرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنګه توپیر کیږي؟

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−6	−1	2	3	2	−1	−6
g(x)	−3,5	−1	0,5	1	0,5	−1	−3,5

پنځم –

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیږي. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتې کیږي، کوم یې تغیر خوري.

شپږم –

یو مربع تابع د تابع مساوات $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$ لري.

الف – و ښایی، چې د f(x) ګراف سیومتریک دی د مساوات $x = 2$ سره کرښې ته.

ب – ګراف په دوه وحدونو کیڼ لور ته راکښل کیږي. د راکښل شوي پارابول تابعمساوات g(x) وټاکئ.

هر پارابول کیدی شي د ځایبدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا ګټلی شي. په پروتولاړسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې ګرافونه وکاږې او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کره کړي.

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

اتم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د توابعو د ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي و بنایاست

$$f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 3;\ x \in \mathbb{R} \text{ und } g(x) = 0{,}5x(x-12);\ x \in \mathbb{R}.$$

حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوښتکې :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 = 0 \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -6$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 = \frac{25}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3;\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-2|0)}}$$

ککرۍ ټکی

د ککرۍ x کواوردينات:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

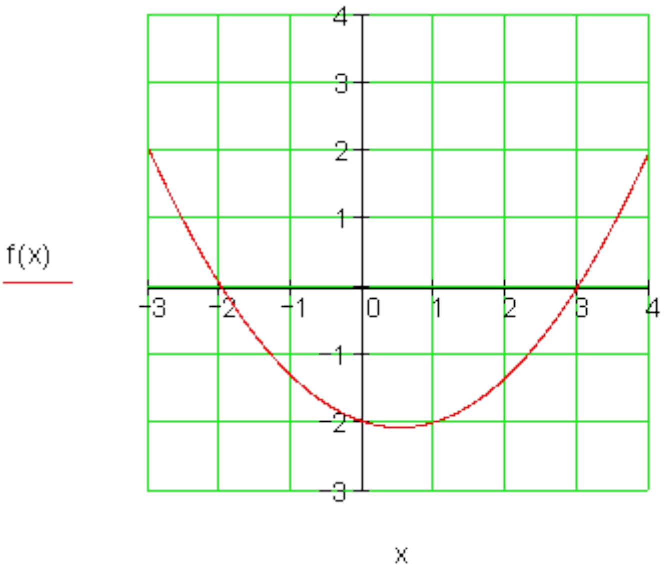
د ککرۍ y کواوردينات:

$$y_s = f(x_s)$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 2 = -\frac{25}{12} \approx -2{,}08 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{25}{12}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



لومړی ب- محور غوڅتکي:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-4)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,83;\, x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,17$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(4 + \sqrt{8} \approx 6,83\,|\,0\right);\, P_{x2}\left(4 - \sqrt{8} \approx 1,17\,|\,0\right)}}$$

ککری ټکی

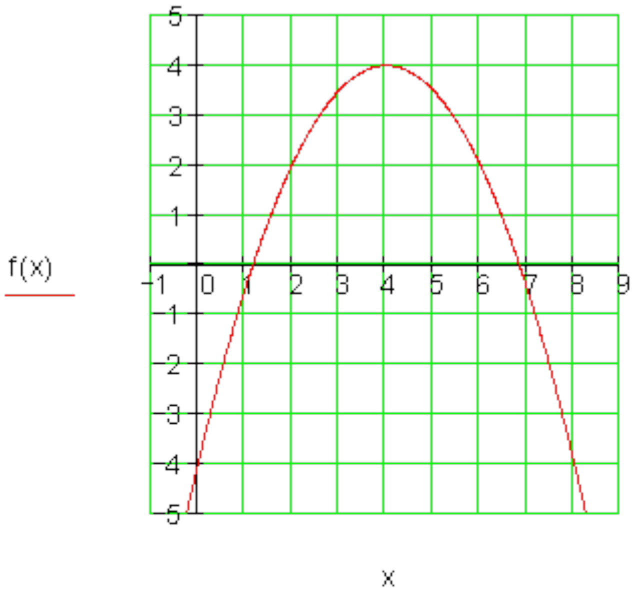
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ککرۍ x کواوردينات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+\sqrt{8}+4-\sqrt{8}}{2} = 4$

د ککرۍ y کواوردينات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

ګراف-



لومړی پ-

محور غوڅتکي::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځايونه: شرطونه $f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 2| + 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2 | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{2}$$

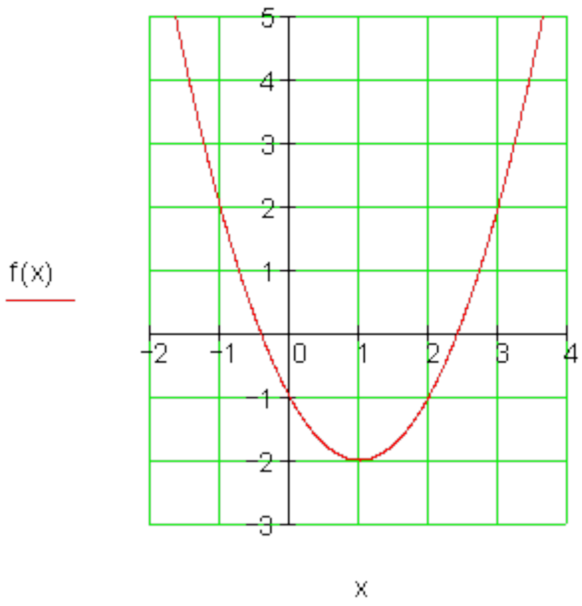
$$\Rightarrow x-1 = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = 1+\sqrt{2}$$

$$x-1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x_2 = 1-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(1+\sqrt{2} \,|\, 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{2} \,|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی: $f(x) = (x-1)^2 - 2 \Rightarrow S(1|-2)$

ګراف-



لومړی ت-

د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: شرطونه $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-5$

$$\Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=0 \Rightarrow p=-5\,;\,q=\frac{25}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)E$$

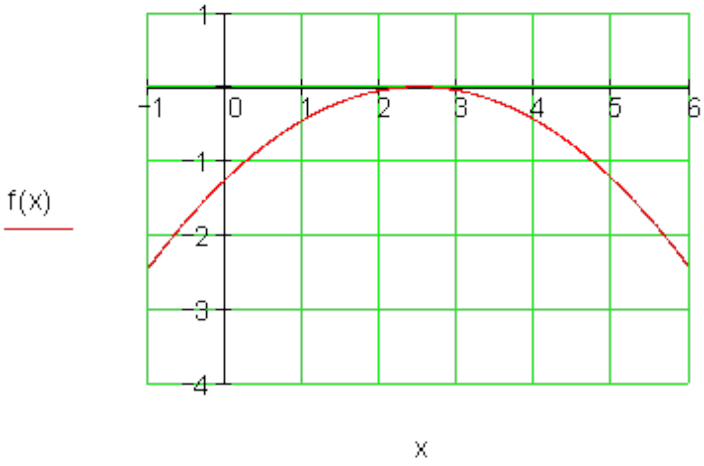
لمستکی

ککرۍ ټکی

لمس ټکی ککرۍټکی دی

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ګراف-



لومړی ټ –

د y محور غوځ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

د py لپار شرايط: $f(0) \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}(-3)(4) = -6 \Rightarrow P_y(0|-6)$

صفرځايونه: شرايط $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = -4$ د صفر ضرب چملي له مخي

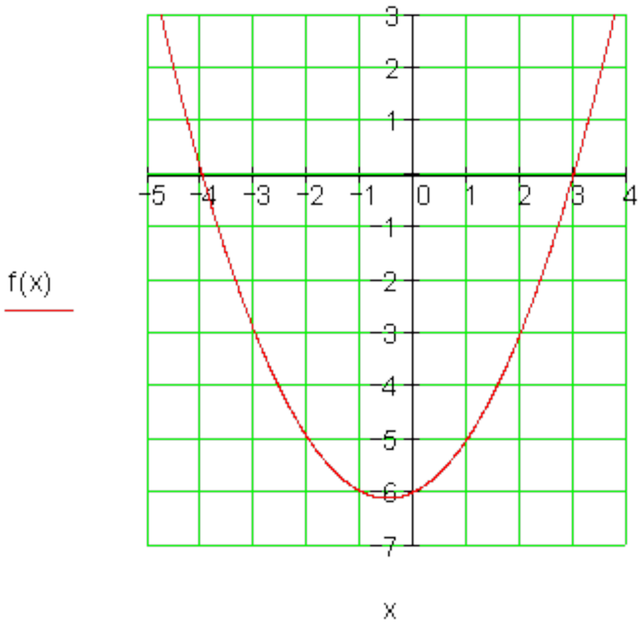
$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-4|0)$

ککرئ کی

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-3\right)\left(-\frac{1}{2}+4\right) = -\frac{49}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle| -\frac{49}{8}\right)$$

ګراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ث-
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x \Rightarrow P_y(0|0)$$

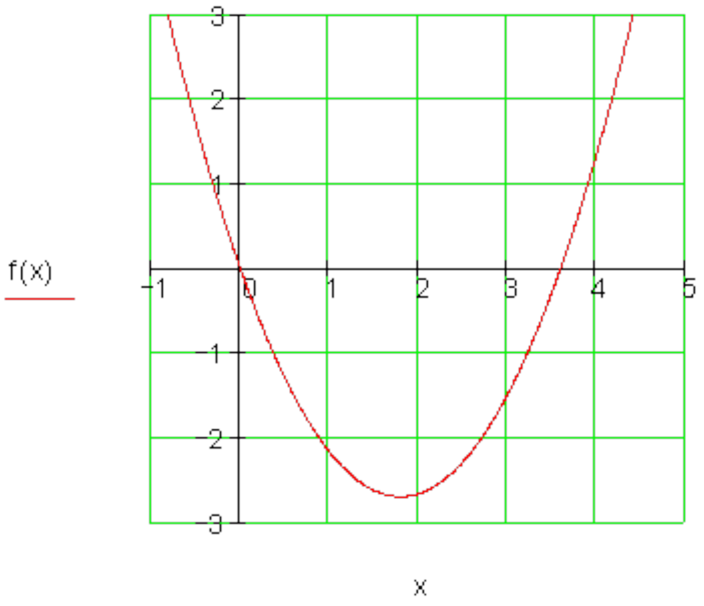
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2-3x=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_2=\frac{18}{5}=3{,}6 \Rightarrow P_{x1}(0|0);P_{x2}\left(\frac{18}{5}\middle|0\right)$$

ککرئ ټکی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+\frac{18}{5}}{2}=\frac{9}{5}$$

$$y_s=f\left(\frac{9}{5}\right)=-\frac{27}{10}=-2{,}7 \Rightarrow S\left(\frac{9}{5}\middle|-\frac{27}{10}\right)$$



ګراف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ج – :

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow P_y(0|-1)$$

پښتو: صفرځایونه: شرایط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 | : 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{1}{2};\ x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{9}{16}} = -1 \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2}|0\right);\ P_{x2}(-1|0)$$

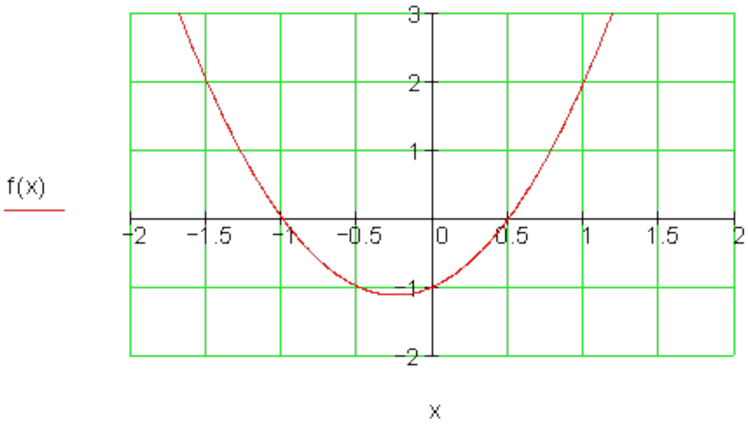
ککرۍ ټکی:

د ککرۍ x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{1}{4}$

د ککرۍ y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{8} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{8}\right)$$

ګراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی چ-

د محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = 0{,}5\left(x^2 - 5\right) = 0{,}5x^2 - 2{,}5 \Rightarrow P_y(0 \mid -2{,}5)$$

صفرځایونه: شرطونه .2 | $f(x) = 0 \Rightarrow 0{,}5x^2 - 2{,}5$

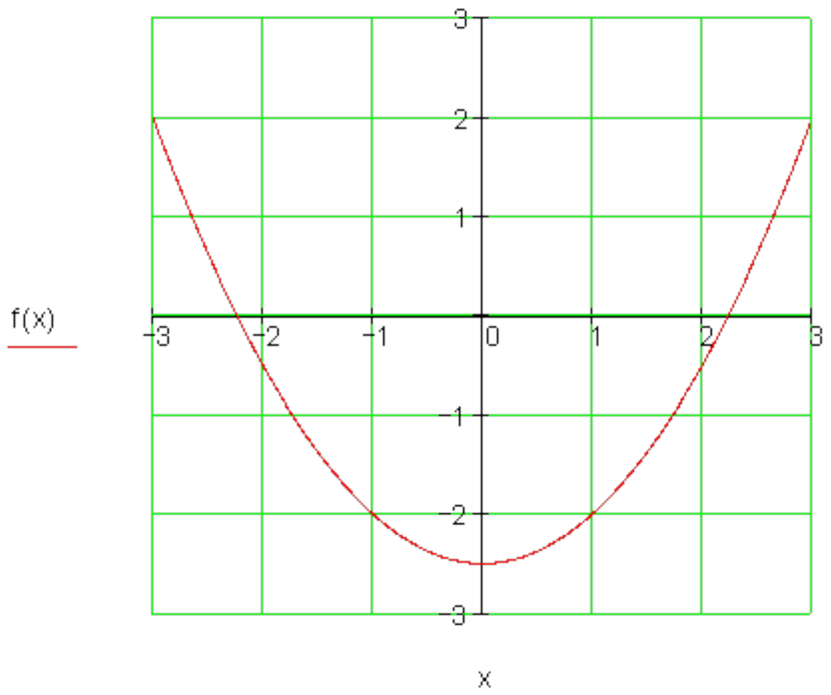
$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\,;\, x_2 = -\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(\sqrt{5} \mid 0\right);\, P_{x2}\left(-\sqrt{5} \mid 0\right)$$

ککرئ ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2{,}5 \Rightarrow S(0 \mid -2{,}5)$$

ګراف-



لومړی ح –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 \mid \cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

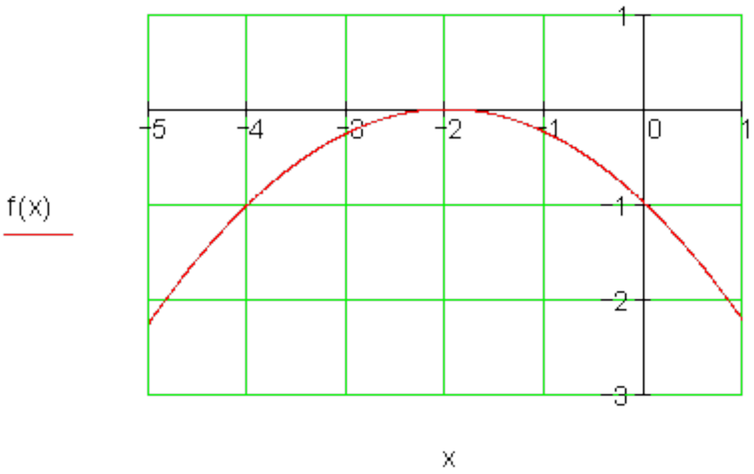
$$\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}$$

مماس یا لمسټکی

$$t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$$

ککری ټکی

ګراف-



دویم:

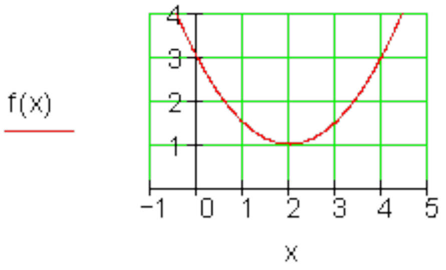
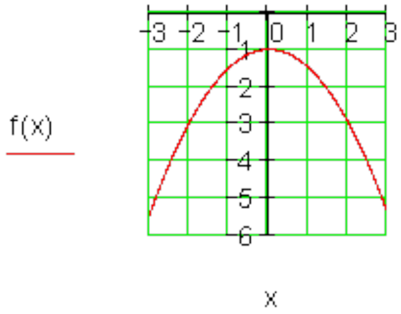
f(x)=2x²-4x+4

اول. ضریب له نوکانو وباسي: f(x)=2[x²-2x+2]

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه: مربع پوره کیدنه:

$f(x)=2[x^2-2x+1^2 - 1^2 +2]$
$f(x)=2[(x-1)^2+1]$
دري:سره ضرب کړی $f(x)=2(x-1)^2+2$ککری ټکی یا د رأس ټکی ځلور. د ککری ټکي کواوردیناتونه ولولی یا ولیکی.$S(1|2)$
دریم: الف-

اینونه: $f(x)=a_2(x-2)^2+1$ $P(1\|1,5): f(1)=a_2(-1)^2+1=1,5$ $\Rightarrow a_2+1=1,5 \Leftrightarrow a_2=0,5$ $\Rightarrow f(x)=0,5(x-2)^2+1$ $P(-1\|5,5): f(-1)=0,5\cdot 9+1=5,5$ (w) ککری ټکی:$S(2\|1)$ سیمتري:$x=2$ د $a_2=0,5>0$ له امله پورته لور ته وازونه تابع ارزښت د$x<2$ لپاره لویږي(کمیږي)	 یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه($S(2\|1)$ و لوستل شي. دا اینونه زاکوي.
اینوونه یاپه ځای کونه:$f(x)=a2x^2-1$ $P(1\|-1,5): f(1)=a_2 1^2-1=-1,5$ $\Rightarrow a_2=-1,5+1=-0,5$ $\Rightarrow f(x)=-0,5x^2-1$ $P(2\|-3): f(2)=-0,5\cdot 4-1=-3$ (w) ککری ټکی یا رأس:$S(0\|-1)$ سیمتري$x=0$ د $a2=-0,5<0$ له امله کښته لور ته وازیدنه د $x>0$ لپاره د تابع ارزښتونه کیمیږي.	 ب- یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه($S(0\|-1)$ و لوستل شي. دا اینونه زاکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

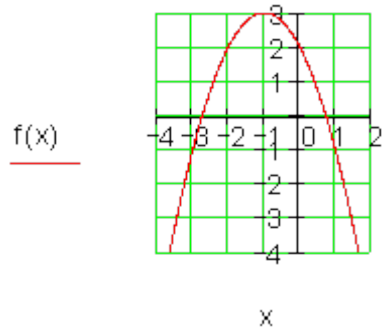
$S(-1|3): f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$

$P(2|-6): f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$

$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$

$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$

پورته لور ته وازېدنه



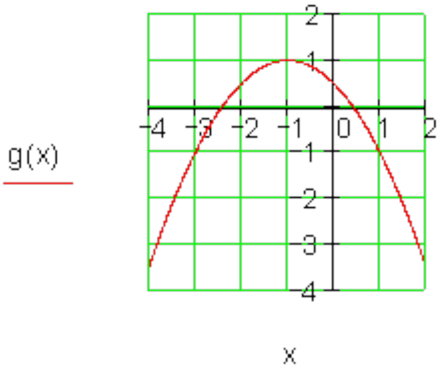
$S(-1|1): g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$

$P(1|-1): g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a_{2g} = -0{,}5$

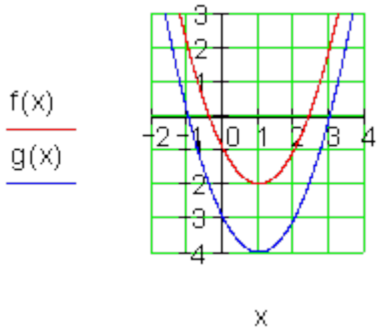
$\Rightarrow g(x) = -0{,}5(x+1)^2 + 1$

کښته لور ته وازېدنه .   د ککرۍ ټکو
مختلف د بني ضریبونه او ځایونه

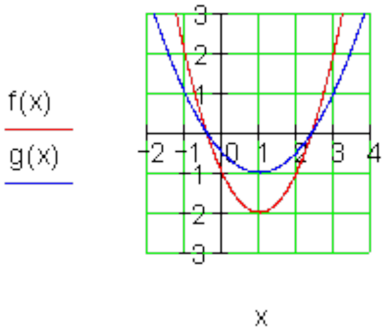


پنځم:

$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = f(x) - 2$



$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = 0{,}5 \cdot f(x)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لور راکښنه:	د y په لور غزونه:
بنه ساتلي پتيږي، د ککرى د y ارزښت تغير خوري. د محور غوځتکي تغير خوري.	د x محور سره غوځتکي ساتلي پاتيږي. بنه او د yارزښتونه تغير خوري. د y محور سره غوځتکي تغير خوري.

شيږم:

الف-

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$

د $x = 2$ سره کرښې ته سيمتريک په دې معنا دى،چې ککى تکي دx کواورديناتونه بايد 2 وي.

$$f(x) = 0,5\left[x^2 - 4x - 5\right]$$

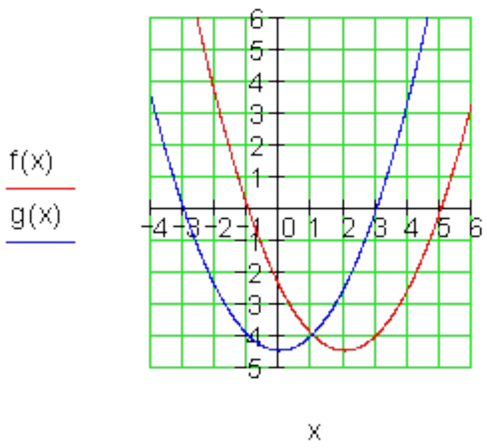
$$= 0,5\left[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5\right]$$

$$= 0,5(x-2)^2 - 4,5 \Rightarrow S(2|-4,5)$$

ب- په2 يوونه يا واحده کيڼ لور ته غزونه:

$$g(x) = 0,5(x - 2 + 2)^2 - 4,5$$

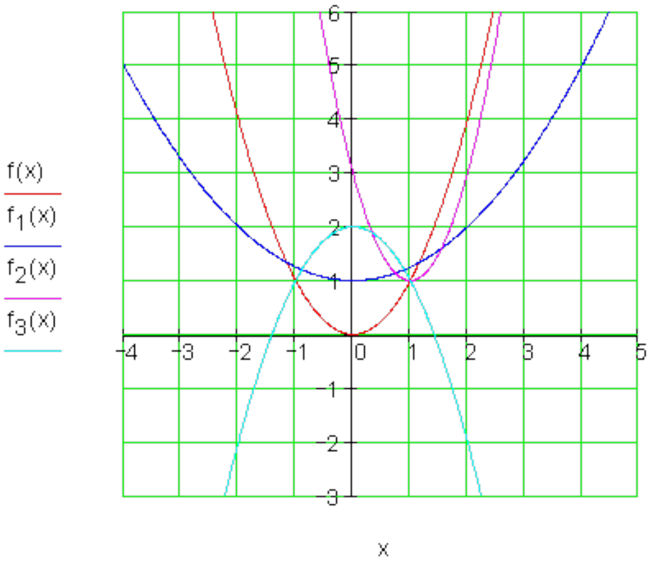
$$= 0,5x^2 - 4,5$$



اوم:

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

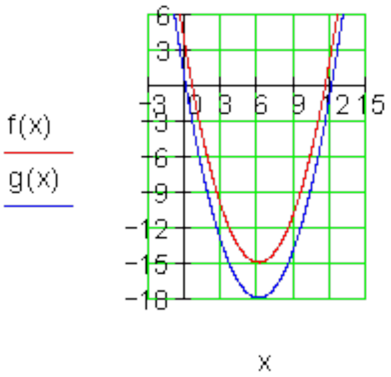
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)$: د y په لور په ضریب 0,25غزونه او دy په لور په.1 LE (د اوږدوالي واحد) راکښنه

$f_2(x)$: د y په لور په ضریب 2 راکښنه په.1 LE (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لور ته.

$f_3(x)$: د x محور باندې هنداورنه او په2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحده) پورته لور ته راکښنه.

<table>
<tr>
<td>$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$
$g(x) = 0,5x(x - 12) = 0,5x^2 - 6x$
oder
$g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$
g(x) له f(x) منځ ته راځي په 3 LE
د اوږدوالي واحده ښي لورته د راکښني
له امله</td>
<td>اتم:

</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتني

د مربع توابعو بنستونه IV

لومړی:

تابع f(x) ورکړ شوی دی. د شمېرني له لارې وښايی، چې گراف تابع په x محور کې لمسوي. گراف وکاږئ.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دويم: د تابع مساوات f(x) د محور غوځېکي وشميرئ، او ککرئ ټکي. گراف يې رسم کړئ.

الف- $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$ ب - $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ پ- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت - $f(x) = -0{,}25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ ټ ــ $f(x) = 3x(1-x)$ ث- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دريم: د U = 18 cm محيط سره کوم مستطيل(ولاړکوډيز) خورا لويه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو f(x) او g(x) گرافونه چيرته د x محورغوڅوي؟ ککرئ چيرته پرتي دي؟ د دواړو گرافونو ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتني ځواب کړئ.

الف ــ

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3,5	0,5	2,5	2,5	0,5	−3,5
g(x)	4	0	−2	−2	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−12	−5	0	3	4	3
g(x)	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4

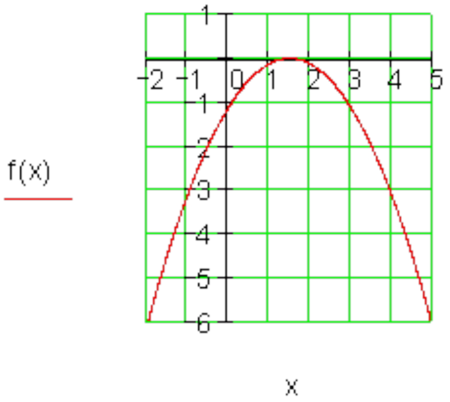
پنځم: د اړونده ګراف کوم خویونه د تابع مساوات څخه سیده لوستل کیدی شي؟

$$f(x) = -x^2 - x + 6; \quad g(x) = (2-x)(x+3); \quad h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4}$$

ځوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \mid \cdot (-2)$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow p = -3;\ q = \frac{9}{4}$

له

دي لاس ته راځي D=0 لمسټکی = ککری ټکی.

$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$

ککری ټکی: $S\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$

</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه الف-

$$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|0)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$$

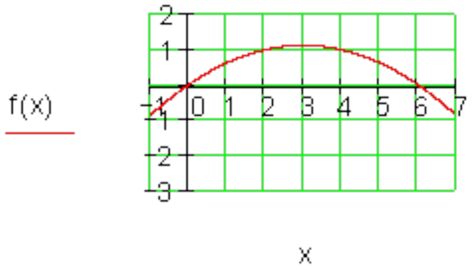
$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(0|0)}}$$

$$-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(6|0)}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$y_s = f(x_s) = f(3) = \frac{9}{8} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3\left|\frac{9}{8}\right.\right)}}$$



دوه ب -

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$$

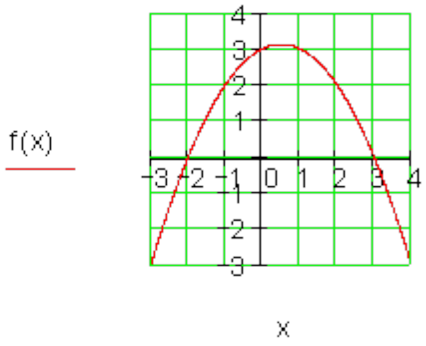
$$f(0) = -\frac{1}{2}(-3)(2) = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|3)}}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3|0) ; P_{x2}(-2|0)}}$$

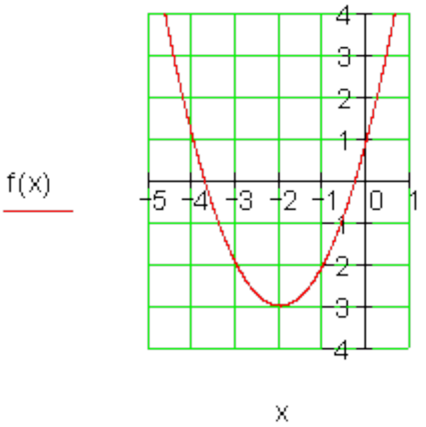
$$x_s = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2} ; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\left|\frac{25}{8}\right.\right)}}$$



دوه پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x)=x^2+4x+1 \Rightarrow P_y(0|1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2+4x+1=0$$

$$\Rightarrow p=4;\ q=1 \Rightarrow D=3$$

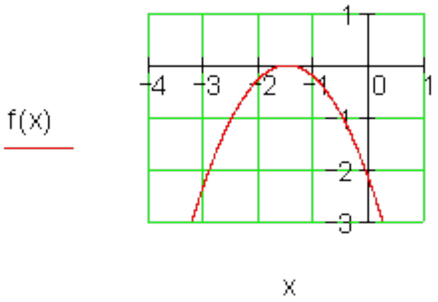
$$x_1=-2+\sqrt{3};\ x_1=-2-\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+\sqrt{3}+\left(-2+\sqrt{3}\right)}{2}=-2$$

$$y_s=f(x_s)=f(-2)=-3 \Rightarrow S(-2|-3)$$



د لاندي الماني پينتو: لمستکی

$$f(x)=-0,25\left(4x^2+12x+9\right)$$

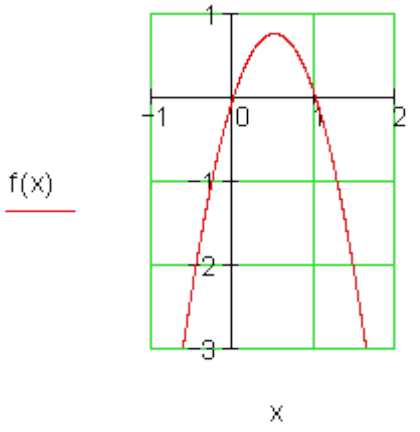
$$=-x^2-3x-\frac{9}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\frac{9}{4}\right)$$

$$f(x)=0 \Rightarrow P_{x1/2}\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

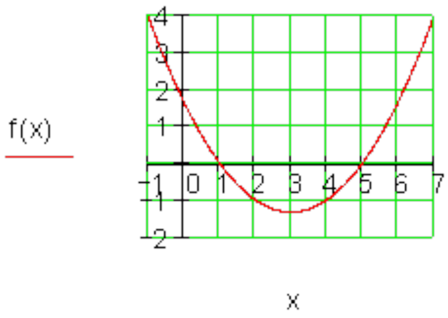
Da $P_{x1/2}$ Berührungspunkt:

$$\Rightarrow S\left(-\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

دوه ت-

	$f(x)=3x(1-x)$ $f(0)=0\Rightarrow P_y(0\|0)$ $f(x)=0\Leftrightarrow 3x(1-x)=0$ $\Rightarrow x_1=0;(1-x)=0\Leftrightarrow x_2=1$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);P_{x2}(1\|0)$ $x_s=\frac{1}{2};y_s=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\|\frac{3}{4}\right)$

دوه ث-

	$f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3}\Rightarrow P_y\left(0\|\frac{5}{3}\right)$ $f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3}=0\|\cdot 3$ $\Leftrightarrow x^2-6x+5=0\Rightarrow x_1=1;\ x_2=5$ $\Rightarrow P_{x1}(1\|0);P_{x2}(5\|0)$ $S\left(3\|-\frac{4}{3}\right)$

دریم:

د یوه ولاړګوديز يا مستطيل چاپريال ياا محيط: U=2a+2a

د مستطيل سطحه:A=a.b

ردو: $U=2a+2b\Rightarrow b=\frac{U}{2}-a$ په سطحه فرمول کې يې ځا ي په ځای کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(a) = a\left(\frac{U}{2} - a\right) = \frac{U}{2}a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2}a$$

پارابول کښته لور ته واز دی

د سطحي لپاره د ککرې کواوردیناتونه ماکسیموم راکوي.

$$A(a) = -1\left[a^2 - \frac{U}{2}a + \left(\frac{U}{4}\right)^2 - \left(\frac{U}{4}\right)^2\right] = -\left(a - \frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د ککرې

تکي بنه:

$$\Rightarrow S\left(\frac{U}{4} \mid \left(\frac{U}{4}\right)^2\right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د سطحط ماکسیموم

د U=18cm لپاره باور لري: a=18cm/4 =4,5 او b=(U/2)-a=9cm-4,5cm=4,5cm

د a=4,5cm او b=4,5cm لپاره مستطیل خورا غټه سطحخوندیونه لري.

$A = a \cdot b = 4{,}5\ cm \cdot 4{,}5\ cm = 20{,}25\ cm^2$ دا توکلي یوه مربع یا څلورې ده.

هیله ده د U=30cm سره یې وازمایی.

څلورم:

ب-	الف-
f(x) : ککرې S(2|4)	f(x)
$\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$	صفرځایونه
$f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$	-3<x1<-2 او
$\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$	1<x2<2 سیمتري

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- f(x) : ککری S(2|4) $\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$ صفرځایونه: $(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$ پارابول کښته لور ته واز دی g(x) ککری S(2|-4,5) $\Rightarrow g(x) = a_2 (x-2)^2 - 4,5$ $g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0,5$ $\Rightarrow g(x) = 0,5(x-2)^2 - 4,5$ پارابول پورته لور ته واز دی صفرځایونه $0,5(x-2)^2 = 4,5 \Rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1$ f(x)او g(x) وx=2 ته سیومتریک دي	پارابول لاندې لور ته واز دی د سیمتري له لامله $x_s = -0,5$ $g(x):$ $P_{x1}(-2 \| 0) ; P_{x2}(1 \| 0)$ د ارزښت جدول څخه ولولی پارابول پورته لور ته واز دی. $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -0,5$ f(x) اوg(x) سیمتریک دي و x=-0,5 ته.

پنځم:

د نورمال پاربابول بڼه پورته لور ته واز $f(x) = -x^2 - x + 6$ $P_y(0 \| 6)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=(2-x)(x+3)$

د نورمال پاربابول بنه کښته لور ته واز $P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$

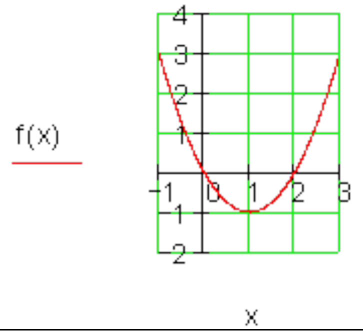
$h(x)=-(x+0,5)^2+\frac{25}{4}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

د نورمال پاربول بنه کښته لور ته واز

پوښتني

د مربع توابعو ګرافونه

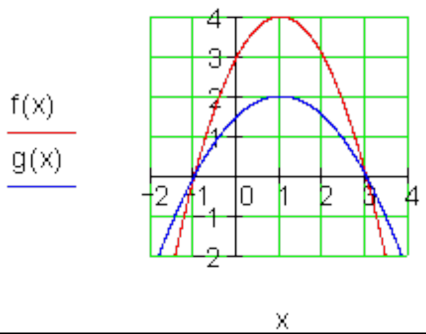
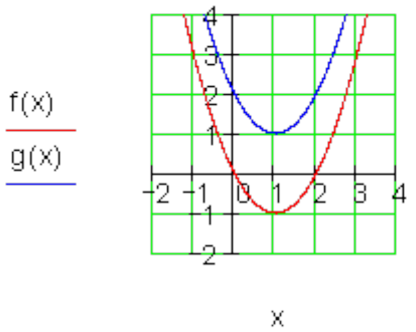
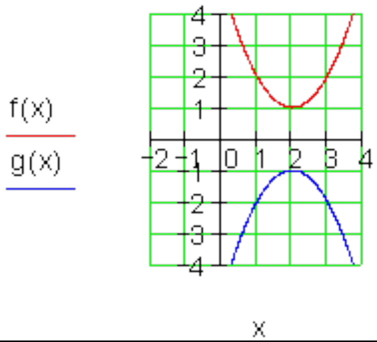
لومړی: دتابع (f(x ګراف ورکړ شوی دی. د (g(x ګراف وکاږی.

الف- $g(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$ ب- $g(x)=-2\cdot f(x)$ پ- $g(x)=f(x)+1,5$ ت- $g(x)=[f(x)]^2$	

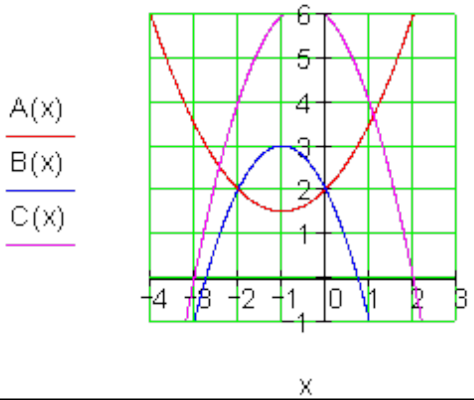
دویم:

د ګراف(f(x او (g(x ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ککرۍ ټکي مساوات ولیکی او سره	الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	پرتله يې کړی
ب- 	پ- 

دريم:

	کوم ګراف په کوم تابع پورې اړه لري؟ خپله پرېکړه مدلله کړه. $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$ $h(x) = (2-x)(x+3)$

ځوابونه

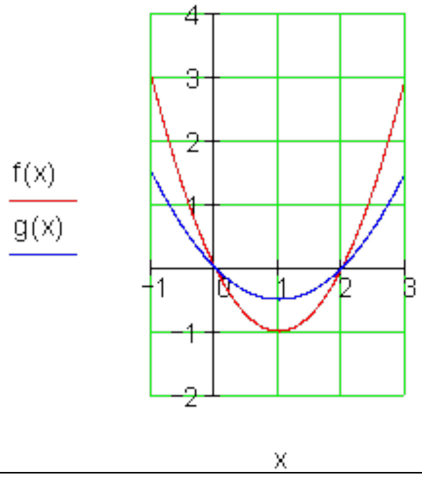
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی:

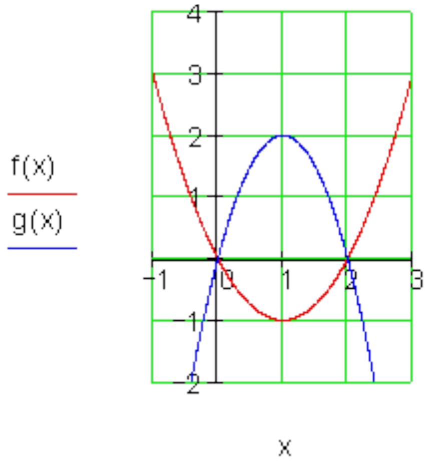
الف-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$



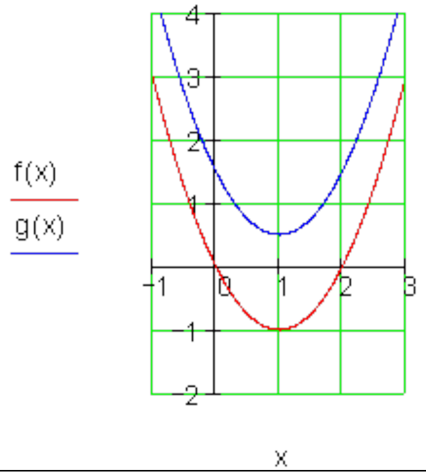
ب-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=-2\cdot f(x)$



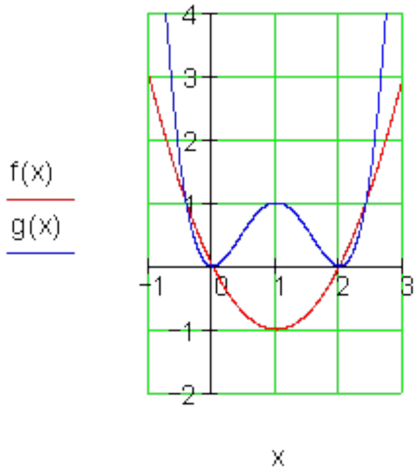
پ-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=f(x)+1,5$



ت-

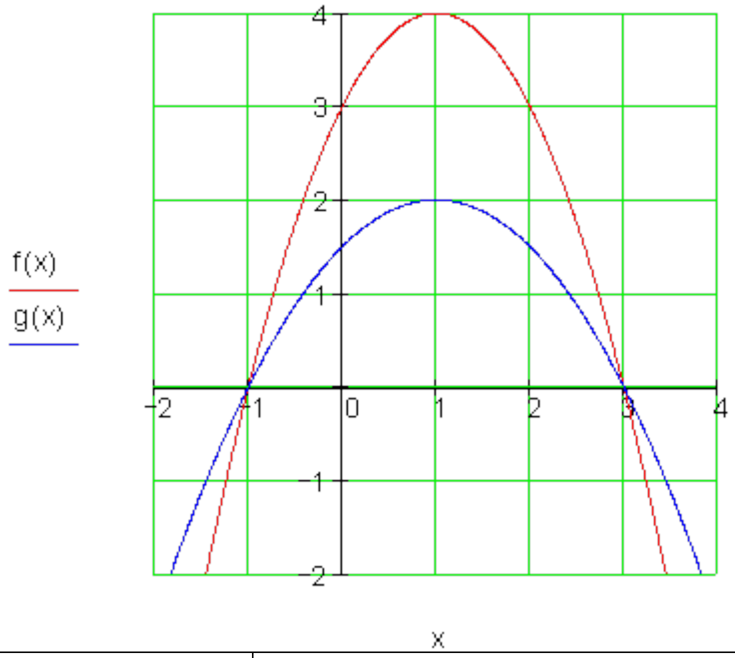
$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=\left[f(x)\right]^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم الف-

يادوه: پورته او کښته کې Scheitelpunkt ککی ټکي دی.

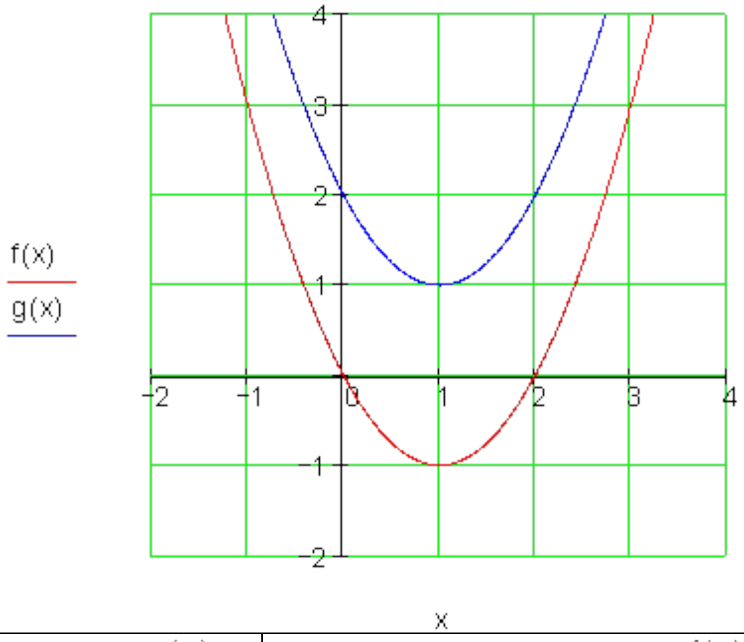


د الماني پینتو: ککرئ ټکی: g(x): Scheitelpunkt: S(1|2) $\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2$ $P(3\|0): g(3) = a_{2g} \cdot 1 + 4 = 0$ $\Rightarrow a_{2g} = -0,5$ $\Rightarrow g(x) = -0,5(x-1)^2 + 2$	f(x): Scheitelpunkt: S(1|4) $\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4$ $P(0\|3): f(0) = a_{2f} \cdot 1 + 4 = 3$ $\Rightarrow a_{2f} = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 4$

توپير د ککرى ټکي په ځاى او بنه ضريب کې پروت دى

دويم ب –

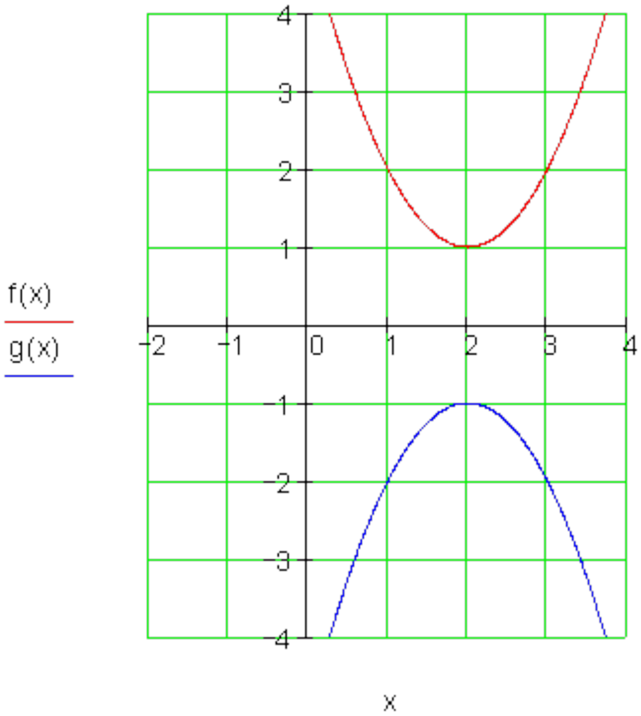
(c) ketabton.com: The Digital Library



g(x):	f(x):
کكري ټکی $S(1\|1)$	کكری ټکی $S(1\|-1)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 1$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 - 1$
$P(0\|2): g(0) = a_{2g} \cdot 1 + 1 = 2$	$P(0\|0): f(0) = a_{2f} \cdot 1 - 1 = 0$
$\Rightarrow a_{2g} = 1$	$\Rightarrow a_{2f} = 1$
$\Rightarrow g(x) = (x-1)^2 + 1$	$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$

فقط کكرئ ټكي په ۲ واحدونو یا یوونونو یو له بل لرې پراته دي
دویم پ:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$g(x):$	$f(x):$
Scheitelpunkt: $S(2\|-1)$	Scheitelpunkt: $S(2\|1)$
$\Rightarrow g(x)=a_{2g}(x-2)^2-1$	$\Rightarrow f(x)=a_{2f}(x-2)^2+1$
$P(1\|-2): g(1)=a_{2g}\cdot 1-1=-2$	$P(1\|2): f(1)=a_{2f}\cdot 1+1=2$
$\Rightarrow a_{2g}=-1$	$\Rightarrow a_{2f}=1$
$\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-(x-2)^2-1}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=(x-3)^2+1}}$

g(x) د x په محور د f(x) هندارونه(انعکاس) ده
دريم:

$f(x)=-(x+1)^2+3$ د $S(-1|3)$ له امله په $\underline{\underline{B(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $g(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ $P_y(0|2)$ له امله په $\underline{\underline{A(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول پورته لور ته واز دی.

د $h(x)=(2-x)(x+3)$ $P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$ له امله په $C(x)$ پورې اړه لري.

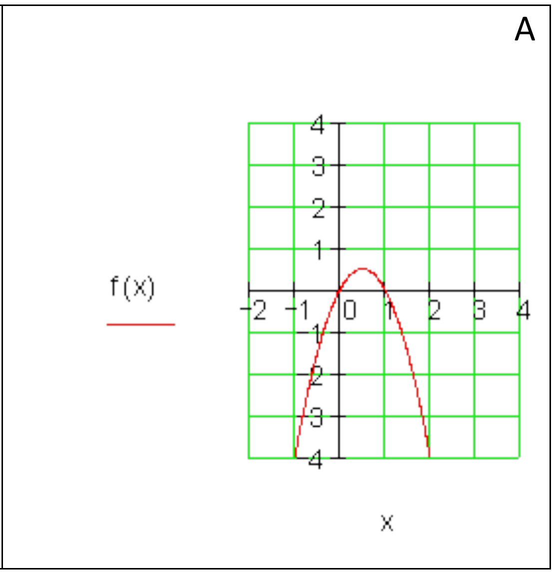
پوښتني

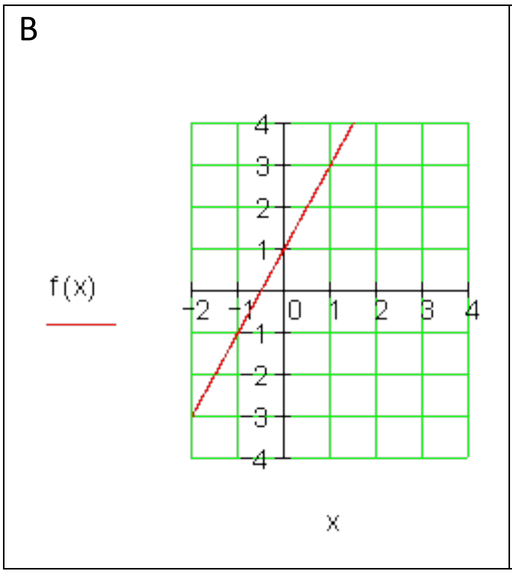
د مربع مساواتو ګرافونه II

هر د تابع ګراف سره يوه تابع تنظيم يا ترتيب کړئ

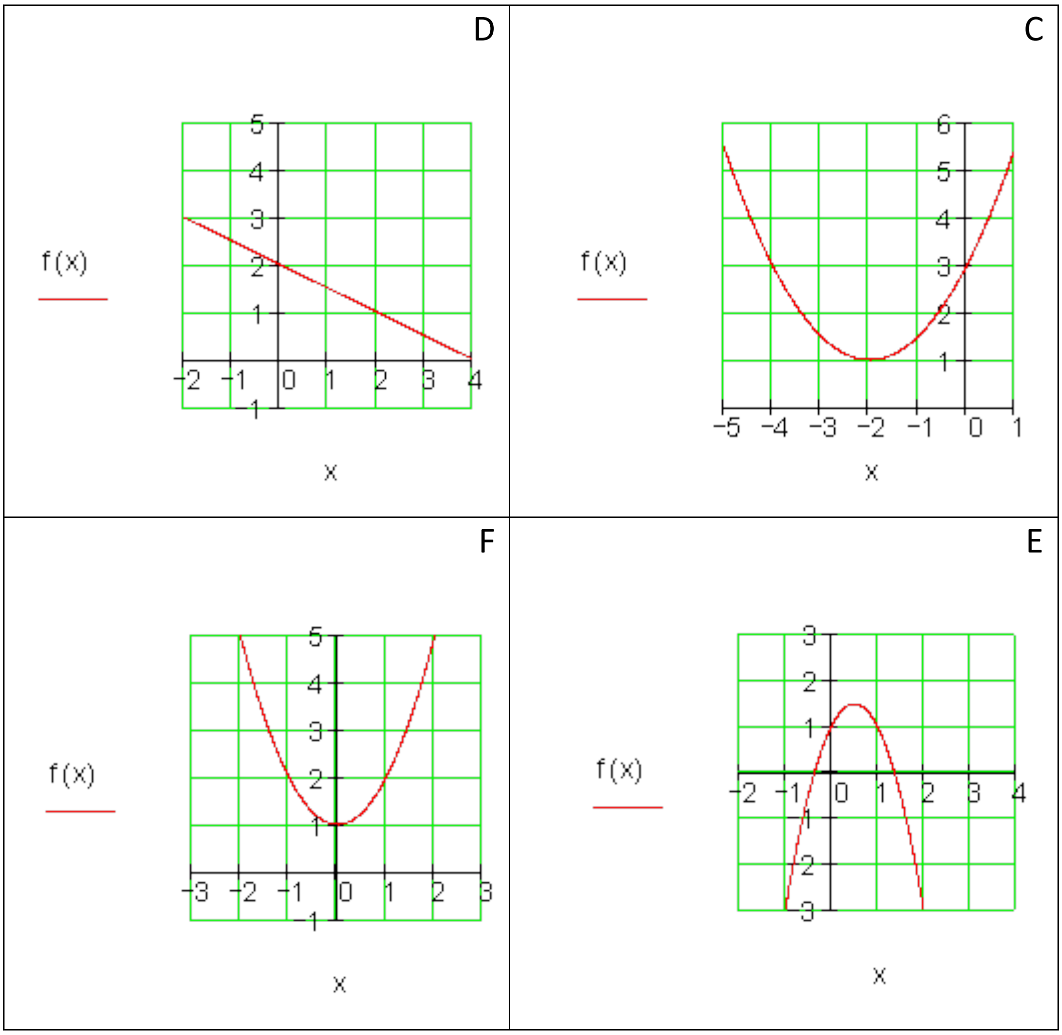
$f_1(x)=x^2+1$ $f_2(x)=-2x^2+2x$ $f_3(x)=2x+1$

$f_4(x)=-2x^2+2x+1$ $f_5(x)=2-0{,}5x$ $f_6(x)=0{,}5(x+2)^2+1$





(c) ketabton.com: The Digital Library

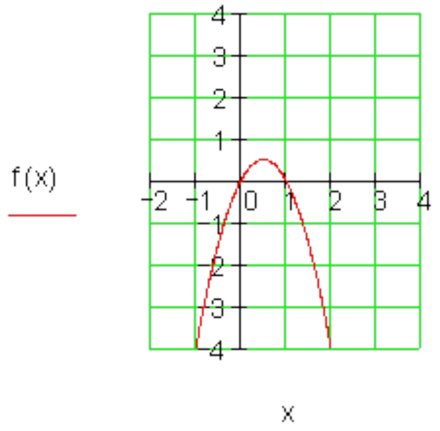


حلونه

د ځلورى – يامربع توابعو گرافونه||

(c) ketabton.com: The Digital Library

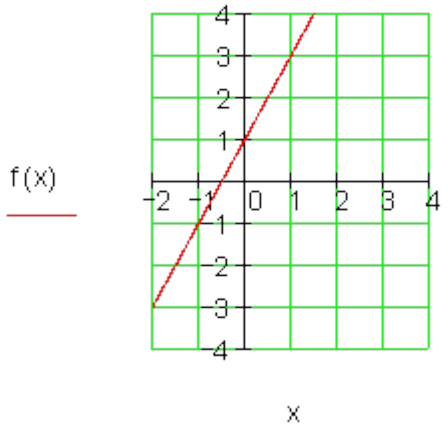
A



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_2(x) = -2x^2 + 2x$

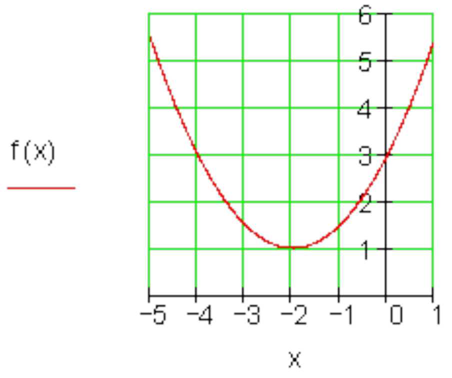
B



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_3(x) = 2x + 1$

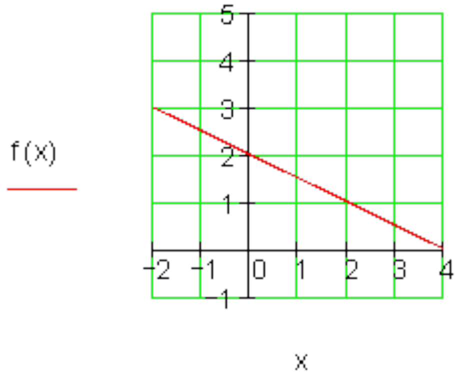
C



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_6(x) = 0,5(x+2)^2 + 1$

D

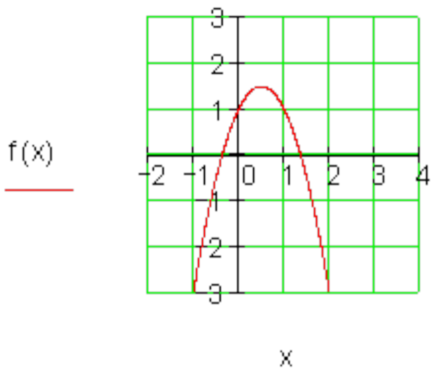


تابع مساوات یا - برابرون:

$f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

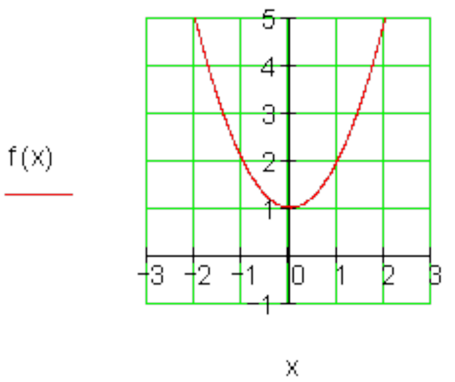
E



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$

F



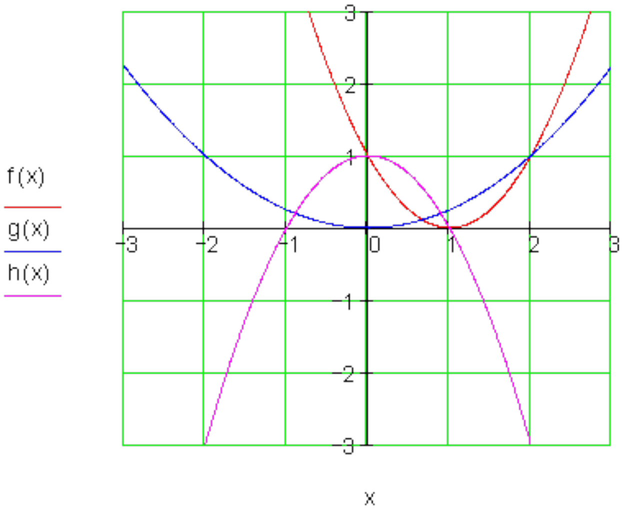
تابع مساوات یا - برابرون:

$f_1(x) = x^2 + 1$

پوښتنې

د مربع توابعو ګرافونه III

لومړی – هر یو اړونده تابع ترم وټاکی.



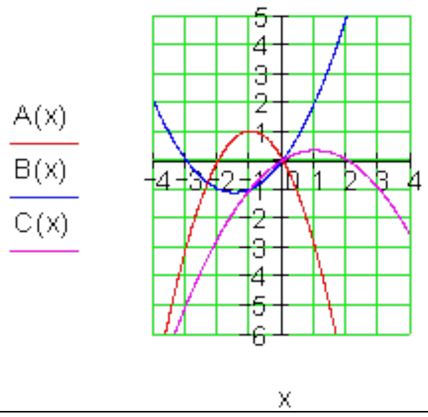
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوی:

هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی.

ضریبونه a_2 او a_1 هم وټاکی.

$$f(x) = a_2x^2 - 2x$$
$$g(x) = 0{,}5x^2 + a_1x$$
$$h(x) = a_2x(x-2)$$

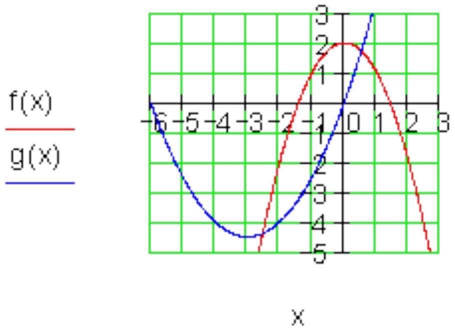


دریم:

مربع توابع f(x) او g(x) ورکړ شوي دي

$g(x)$ د y په لور داسي و کښوی چي کښول شوي کړه یا منحني $g^*(x)$ او $f(x)$ ګډ ټکي ونه لري.

$$f(x) = -x^2 + 2 \,;\, x \in \mathbb{R}$$
$$g(x) = 0{,}5x^2 + 3x \,;\, x \in \mathbb{R}$$



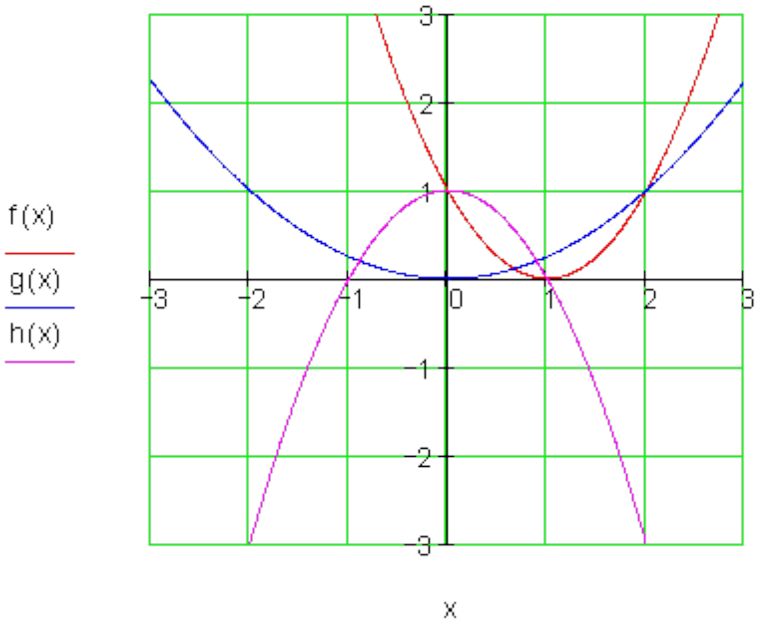
حلونه

د څلوری یا مربع تابعو ګرافونه III

نتیجي

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی:



$f(x) = (x-1)^2$ $\quad$ $g(x) = 0,5x^2$ $\quad$ $h(x) = -x^2 + 1$

دویم: $h(x) = a_2 x (x-2)$ په C(x) اړه لري

$$h(3) = -1 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{3} x (x-2)$$

$f(x) = a_2 x^2 - 2x$ په A(x) اړه لري

صفرځایونه

$$x(a_2 x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = \frac{2}{a_2} = -2 \Rightarrow a_2 = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ په B(x) پورې اړه لري

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دريم:

د دې لپاره چې غوڅتکیشتون ونه لري , باید g(x) پورته لور ته و کښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوڅتکو لپاره اړین شرطونه: g*(x) = f(x)

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

غوڅتکی نه شته که وي: D<0

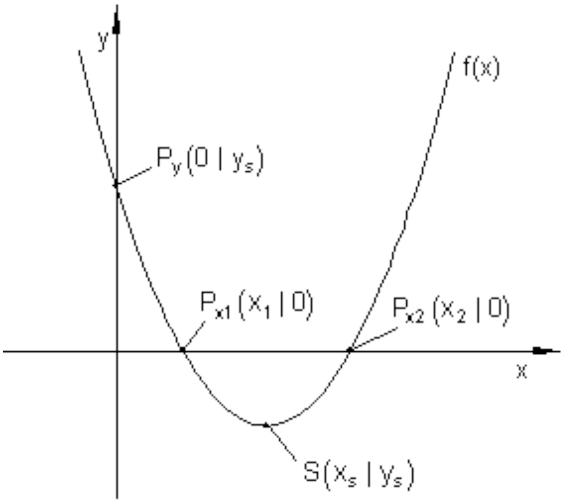
$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که a0 > 7/2 وي نو f(x) او g*(x) ګډ غوڅتکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2-7د مربع توابعو د محورونو غوځتکي

د محورونو غوځتکي

	په ځنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې یوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره غوځټکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوځټکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرټکی** $S(x_s \mid y_s)$

ځېرنبېلګه:

د ځېرنبېلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د **y** -محور سره غوڅټکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردينات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانيدلي وی، چې د y -کواوردينات سيده د تابع مساوات څخه ولولو.

بيلګه:

f(x) = (x-3)³ - 4 (ککرټکی يا د رأس ټکی)S(3;4)

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي f(x) = (x-3)³ - 4 = 0 اينبونه مو مربع مساوات 0 = 4 - ³(x-3) ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2-6x+3^2-3^2+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2=4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3|=\sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x-3=\pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1=\sqrt{4}+3=2+3=5 \quad \vee \quad x_2=-\sqrt{4}+3=-2+3=1$$
$$P_{x1}(5|0);P_{x2}(1|0)$$

تمرینونه :
د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\Big|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\Big|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\Big|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\Big|\frac{81}{16}\right)$

لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\Big|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت) یادونه:
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کس € 120 گټي، مور هم وايو چي هغه د€ 120 ارزښت گټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر گوتو کوي، مور وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کي مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخي کټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخي تل مثبت دی.

د دي لپاره چي د يوي متحولي ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$|x| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلگه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x+2| = \sqrt{3}$ دي حل کړای شي.
د شميرني قانون:

$|x+2| = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

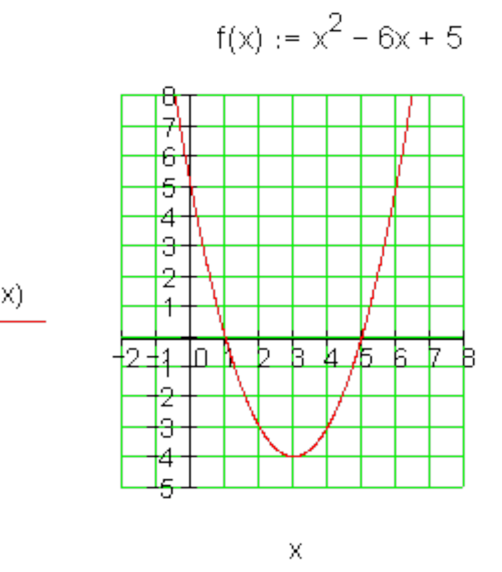
دويم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نورو څېرنو لپاره د بېلګې ګراف کاږو: $|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$



دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرټکی یي په ټکی S (3 | - 4) راکښل شوی دی.
دy محور سره یي عوخښتکی P_y (0 | 5) دی.
دx محور سره یي غوخښتکي P_{x1} (1 | 0) او P_{x2} (5 | 0) دي.
د محور سره غوخښتکي یي د تابع f(x) صفرځایونه بولو، چخه چې هلته باور لري: f (1) = او f (5) = 0

د تعریف او ارزښت سټ(ډېری)
زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کې تر څېړنې نیول کیږي.
دا مو تعریفډېری او ارزښت ډېری ته لاربنودوي.
څموږ د بېلګې تابع دي فقط له x = -1 تر x = +6 دx ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کیدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

تعریف سټ(-ډېری): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې لهx=-1 تر x=6 پورې
دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس x min=-4 .
اوس د انتروال پولې x=-1 اوx=6 څېړل کیږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

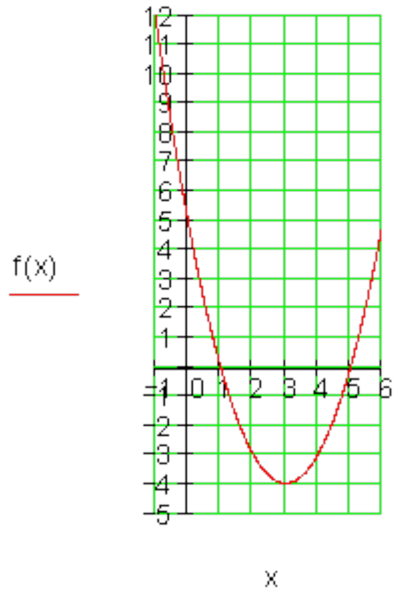
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره ارزښت سټ دی:

$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

د ارزښت دېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې خیرنې لپاره ځمور د بیلګې تاب ګراف ترخیرنې لاندې نیسو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 	دا ترخنګ خیره تیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورږ شوي ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

د سیومتري خیرنه:

دا خیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې دy محور سره غبرګ

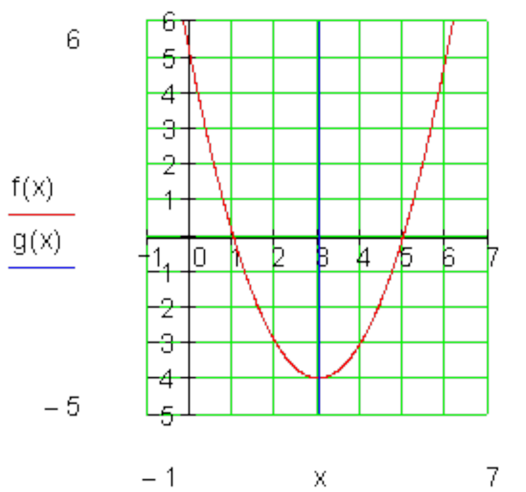
د ککرټکي ځخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.

د سیومتري محور مساوات چې د

$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي ځخه تیر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	صفرځایونه هم سیومتري محور ته سیومتریک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځایونو څخه د ککرۍ ټکي x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

له صفرځایونو څخه د ککرۍټکي شمیرنه

صفرځایونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بیلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځایونه معلوم وي، نو د دې اریتمیتیکي منځ د ککرۍ ټکي د x کواوردینات دی.

د _p - q- فرمول پیداکونه

د یوه مربع تابع د صفرځایونو پیداکولو امکانات د مربع تکمیلیدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نیسي. د دې لپاره یو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښې لاندې افاده(ويينه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $=D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ
مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:

حل نه لري.

كه دېسكريمينات منفی(كميزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځكه چې ريښي فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات كيدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $: x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:

دېسكريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاكي

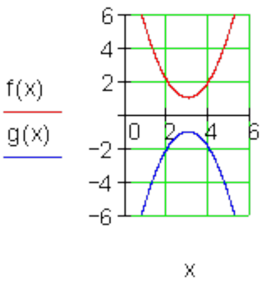
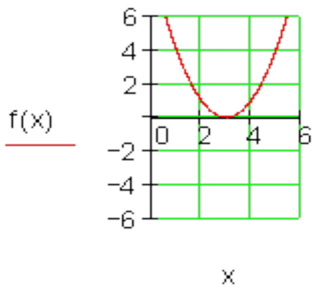
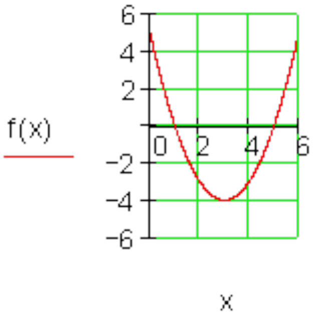
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

د دوه حلونو ډېری(سټ) د يوه حل سټ د حلونو سټ نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ يا ډېرى باندې څه مانا لري؟
زموږ په بيلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هيڅ او فقط يوه حل سره.
موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  يو صفرځاى	$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځايونه

که دوه صفرځايونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د يوه صفرځاى سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځاى مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکى د x محور پورته لور ته پروت دى، کښته لور ته واز پارابول ککر ټکى د x محور کښته لور ته پروت دى.

د ويتا Vieta جمله:

جمله:
او د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ويتا د ريښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيېده شميېرنې له لارې صورت نيسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی
$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$	$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځايونه او کرښيز ضريبونه(فاکتورونه)

د ويتا جملې له مخې باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه يې د $p = -x_1 - x_2$ سره کيږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2)\cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: کرښیز ضربیونه
یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضربیونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
یو ضرب تیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

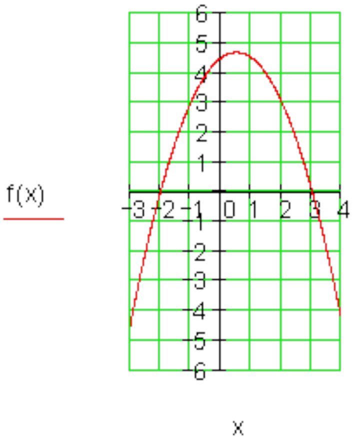
$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:
یو مربع مساوات دې د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



$$x_1 = -2 ; x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{75}{16}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

د مربع توابعو تمرینونه **III**

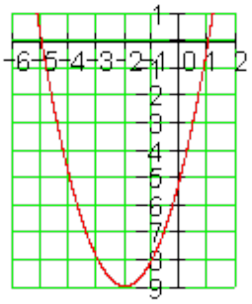
د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لارې

نتیجې

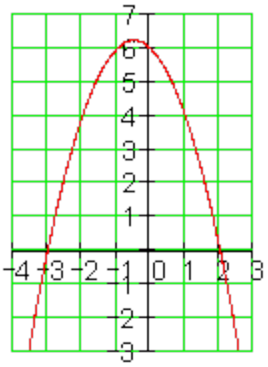
د مربع توابعو تمرینونه **III**

د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلېدني له لارې:

لومړی:

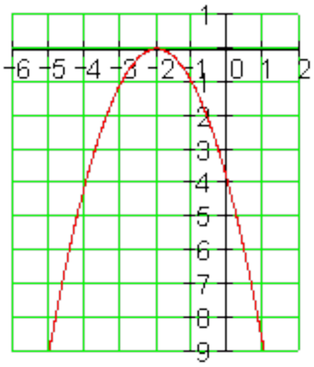
تابع مساوات: $f(x) = x^2+4x-5$ صفرځایونه: $X1=-5;x2=1$ د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-5\|0);P_{x2}(1\|0)$ دy محور سره غوڅتکی. $P_y(0\|-5)$	

دویم:

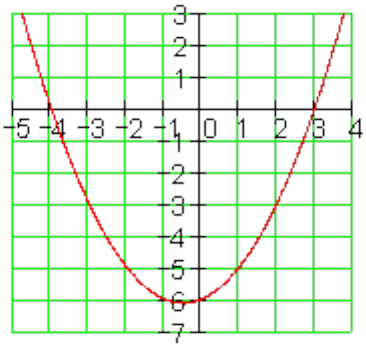
تابع مساوات : $f(x) = -x^2 - x + 6$ صفرځیونه: $x_1 = -3 ; x_2 = 2$ د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-3\|0);P_{x2}(2\|0)$ دy محور سره غوڅتکی: $P_y(0\|6)$	

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

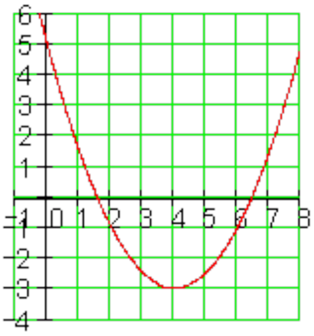
	تابع مساوات : $F(x) = -x^2 -4x-4$ صفرځیونه: x1=-2 ; x2=-2(دبل صفرځای) دx محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-2\|0); P_{x2}(-2\|0)$ دy محور سره غوڅتکی: $P_y(0\|-4)$

ځلورم:

	تابع مساوات : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$ صفرځایونه: $x_1 = -4; x_2 = 3$ د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}(-4\|0); P_{x2}(3\|0)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\|-6)$

پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$

صفرځيونه:

$x_1=4-\sqrt{6}\approx 1,55$

$x_2=4+\sqrt{6}\approx 6,45$

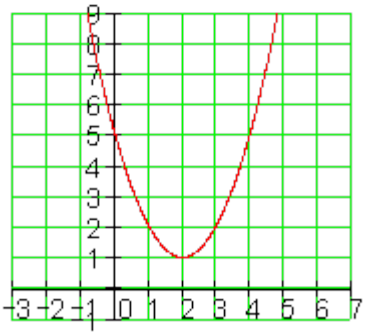
د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(4-\sqrt{6}\,|\,0\right);\,P_{x2}\left(4+\sqrt{6}\,|\,0\right)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$

شپږم:



تابع مساوات :

$f(x) = x^2 -4x+5$

صفرځايونه:

نه شته

د x محور سره غوڅتکی:

شتون نه لري

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\,|\,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

تابع مساوات :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

صفرځیونه:

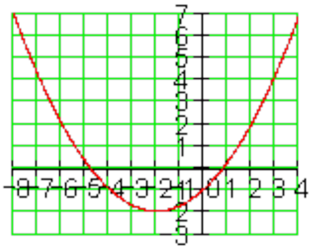
$$x_1 = -2 - \sqrt{8} \approx -4,83$$
$$x_2 = -2 + \sqrt{8} \approx 0,83$$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(-2-\sqrt{8} \mid 0\right); P_{x2}\left(-2+\sqrt{8} \mid 0\right)$$

د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0 \mid -1)$$



اتم:

تابع مساوات: $f(x)=4x^2+x-5$

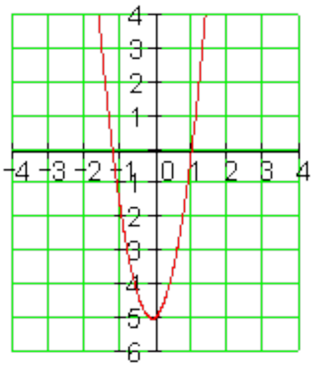
صفرځیونه: $x_1 = -\frac{5}{4}; x_2 = 1$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x2}(1 \mid 0)$$

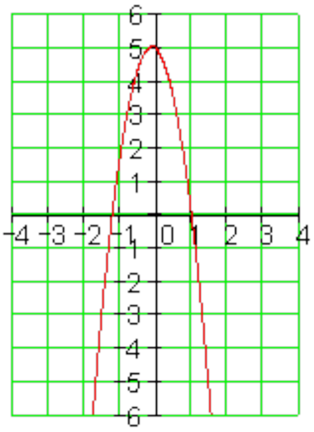
د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0 \mid -5)$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

تابع مساوات: $f(x)=-4x^2-x+5$

صفرځایونه: $x_1=-\frac{5}{4}; x_2=1$

دx محور سره غوځتکی:

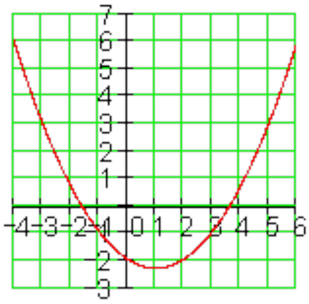
$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}|0\right); P_{x2}(1|0)$

د y محور سره غوځتکی:

$P_y(0|5)$

</td>
</tr>
</table>

لسم:

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

تابع مساوات :

$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$

صفرځیونه:

$x_1=1-\sqrt{7}\approx-1,65$

$x_2=1+\sqrt{7}\approx 3,65$

د x محور سره غوځتکی:

$P_{x1}\left(1-\sqrt{7}|0\right); P_{x2}\left(1+\sqrt{7}|0\right)$

د y محور سره غوځتکی:

$P_y(0|-2)$

</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

په ټوليزه بڼه د پارابول تابع مساوات $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

د صفرځايونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

بايد اوس د مربع تکميليدني له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	مربع تکميلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

رينه وپستنه يا رينه نيونه - - ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حالت دويم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅټکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6\mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s=f(0)=-\frac{1}{2}\cdot 0^2-2\cdot 0+6=6 \Rightarrow \boxed{P_y(0\mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

دويم – دf(x) اوg(x) برعکس ځايونه د x په واکوالي (تابعيت) کې و څيړی، که باور ولري:

$$f(x)=-x^2+1; x\in\mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x)=ax^2-a; x\in\mathbb{R}; a\in\mathbb{R}^*$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x \,;\, x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) \,;\, x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردينات – يا پروتولاړ سيستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شميرنې دليل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوځوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړئ.

ب – کرښه د x=u سره د -3< u <0 لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوځوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوډيز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د u = -1 لپاره او چاپيريال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښنوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردينات وشميرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

a داسې وټاکئ، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې د a داسې ارزښت نه شته، چې د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x) کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه a1 او a2 داسې پیدا کړئ، چې تابع f(x) = a2x² + a1x + 3 په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع g(x) = 2x - 1 .

ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره I

مفصل حلونه

لومړی – F(x) = x² + a1x + a0

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط: D < 0

$$p = a_1\ ;\ q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \,|\, + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \,|\, \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم –

$$f(x) = -x^2 + 1;\ g(x) = ax^2 - a$$
$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

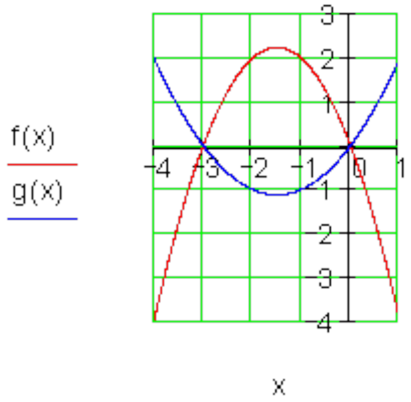
د a په پام کې نيول :

$\underline{\underline{a = -1}} \Rightarrow f(x) = g(x)$ i کتمت يا ايدنتيک پارابول د ناپای ډيرو غوڅتکو سره.

$$\underline{\underline{a \neq -1}} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوڅتکي.

دريم - الف -

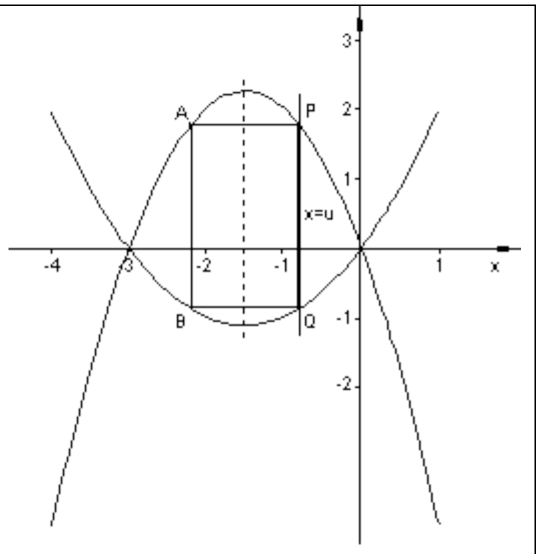
	$f(x) = -x^2 - 3x = -x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ $g(x) = 0,5x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ f(x) او g(x) همغه يا برابر صفرځايونه لري. $f(x):\ S(-1,5\|2,25)$ $g(x) = -0,5 \cdot f(x)$ $\Rightarrow y_s = -0,5 \cdot 2,25 = -1,125$ $\Rightarrow S(-1,5\|-1,125)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د $x = u$ ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د y ارزښت راکوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \quad \Rightarrow P\left(u \mid -u^2 - 3u\right)$$
$$g(u) = 0{,}5u(u+3) \Rightarrow Q\left(u \mid 0{,}5u(u+3)\right)$$

پ -

<table>
<tr>
<td>
له b) لاس ته راځي
P(u;-u²-3u) یا P(u;-u(u+3)
Q(u;0,5u(u+3))
x - کواوردیناتونه
xs= 1,5
دu لپاره باور لري
-3 ≤ u ≤ 0 له دې لاس ته راځي u منفي دی.
$$\overline{PQ} = \left|\underbrace{-u}_{+}\underbrace{(u+3)}_{+}\right| + \left|\underbrace{0{,}5u}_{-}\underbrace{(u+3)}_{+}\right|$$
$$\Rightarrow \overline{PQ} = -u(u+3) - 0{,}5u(u+3)$$
$$\overline{PQ} = -1{,}5u(u+3)$$
</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

AP=BQ

که $0 \geq u \geq -1,5$ (x=u د ککرۍ ښي لور ته پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$ (دا چې u منفي ده) له دې لاس ته راځي

=> AP)2(1,5+u)

په ځانګړي توګه د u=-1 لپاره باور لري :A=-1,5.(-1)(-1+3).2(1,5-1)=3FE

د مستطیل (ولاړګوډیز) سطحه: $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپېریال (محیط) د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 5u + 6}}$$

که $-1,5 \geq u \geq -3$ (x=u د ککرۍ کیڼ لور ه پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$

(دا چې u منفي) له دې لاس ته راځي:AP=2(-u-1,5)

د مستطیل محیط د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 13u - 6}}$$

ټ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -x^2 - 3x$$
$$f(a) = -a^2 - 3a$$
$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$
$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - \left(-a^2 - 5a - 4\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

ځلورم –

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2\,;\ g(x) = ax^2$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0\,;\ \text{mit } a \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a}\,;\ q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه :D=0

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$ لمسوي f(x).

پنځم –   نورمال پارابول : $g(x)=x^2;f(x)=ax^2+1$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$ د $a \neq 1$ لپاره

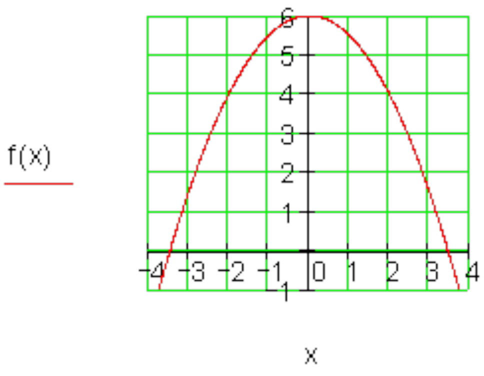
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a > 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} < 0 \Rightarrow$ ا له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.

د $a < 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} > 0 \Rightarrow$ لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -



$$S(0|6) \Rightarrow f(x) = a_2x^2 + 6$$
$$P_x(2\sqrt{3}|0)$$
$$\Rightarrow f(2\sqrt{3}) = a_2(2\sqrt{3})^2 + 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6$$

اوم –

$$f(x) = a_2(x-k)(x+2)$$

کربنيز ضريبونه

$$f(0) = -k \Leftrightarrow a_2(-k)(2) = -k \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x-k)(x+2) = \frac{1}{2}\left[x^2 + (2-k)x - 2k\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -

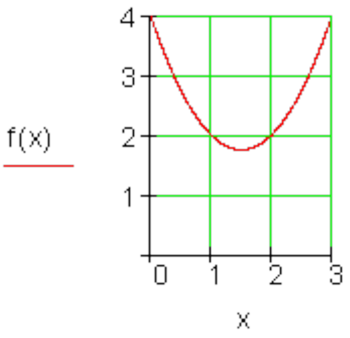
$$f(x)=a_2x^2+a_1x+3\,;\ g(x)=2x-1$$
$$g(-1)=-2-1=-3\Rightarrow f(-1)=-3\Leftrightarrow a_2-a_1+3=-3$$
$$g(0{,}5)=1-1=0\Rightarrow f(0{,}5)=0\Leftrightarrow 0{,}25a_2+0{,}5a_1+3=0$$
$$\Rightarrow a_2=-8\,;\ a_1=-2$$
$$\underline{\underline{f(x)=-8x^2-2x+3}}$$

پوښتنې

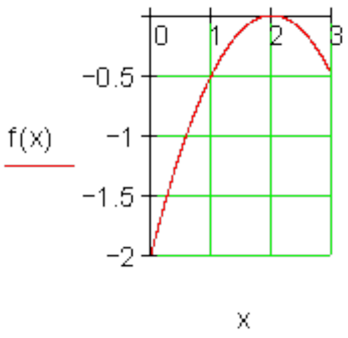
پارابولونه د ورکړو شرطونو سره II

لومړی- د ځیرنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

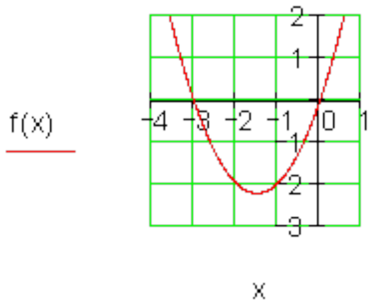
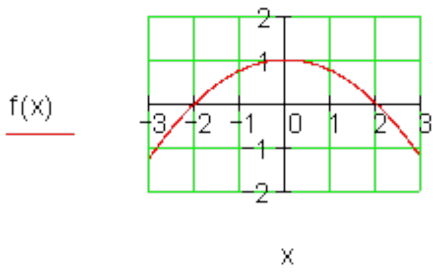
الف



ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت	پ
	

دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ كراف د x محور په $x=-3$كې غوڅوي. د تابع ترم وټاكئ.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه -2 او 3 لري او خورا كوچني تابع ارزښت - 1 لري. $f(x)$ وټاكئ.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هكله كومې ويناوې (د رياضي منطق وكورئ) كېدی شي؟

الف – $f(x)$يو صفرځای $x = 0$ لري

ب – د $f(x)$ صفرځايونه په مخنښه كې يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ كومې اړيكې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د كومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د وركړشوو شرايطو له مخې.

الف – د شميرنې له لارې وښايئ، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅتكی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2$ 1,5x + 2 سره يو ټکی، نه کوم ټکی يا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرطونه پوره وي، چي د هغو له مخي$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی يا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

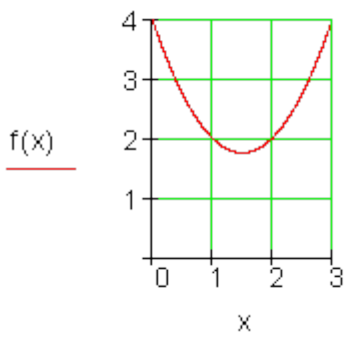
ځوابونه

پارابول د ورکړ شوو شرطونو له مخیII

مفصل ځوابونه

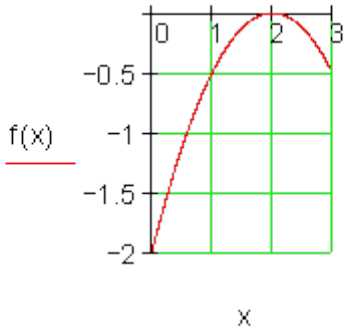
لومړی-

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$$
$$f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$$
$$f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$$
$$\Rightarrow a_2 = 1;\ a_1 = -3$$
$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 4$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری:

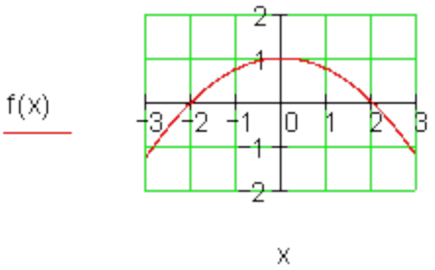


$$S(2\,|\,0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$$

$$f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

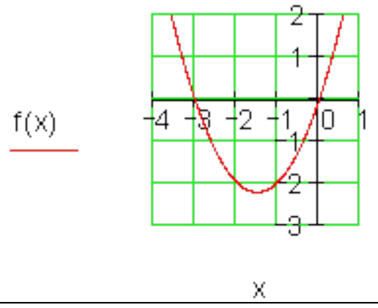


$$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$$

$$= a_2\left(x^2-4\right)$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$



$$f(x) = a_2(x+3)x$$

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(x) = (x+3)x = x^2 + 3x$$

دويم :

$f(x) = 3x^2 - bx + b$ او $P_x(-3\,|\,0)$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(3|0) \Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی–ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s = -1 \Rightarrow f(x) = a_2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{25}$$

$$f(x) = \frac{4}{25}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{25}x - \frac{24}{25}$$

څلورم:

الف- که $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$ وي، نو لاس ته راځي او a_1 په خوښه

ب- که صفرځايونه فقط د مخنخښي له امله سره توپير ولري، نو د f(x) ګراف بايد محور سيومتريک وي. دا په دې معنا، چې د ککرۍ ټکي يا رأس دx کواوردينات يا محور صفر دی.

$f(x) = x^2 + a_0 \Rightarrow a_1 = 0$ او $a_0 < 0$ له دې سره $f(x)$ صفرځايونه لري.

پنځم: الف –

$$f(0) = 5 \Rightarrow \underline{\underline{a_0 = 5}}$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 + 5 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{a_2 + a_1 = -3}} \text{ oder } a_1 = -3 - a_2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-لاندې له کينې وښي لورته په ترتيب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3 - a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3 - a_2)\cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

او له دې $a_1 = -3 - a_2$ سره لرو: $; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

شپږم:

الف –

$f(x) = x^2-1,5x+2$ بې له صفرځای په دې معنا چې $D<0$

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}; q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط $D<0$ پوره دی.

ب – کښته لور ته په ترتيب په پښتو:

له $f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ $f(x) = 0$ لاس ته راځي:

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \,|\, : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوصفرځای: D=0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} = 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}}} = a$$

، صفرځای نه شته :D<0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} < 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a < 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} < 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} < a}}$$

دوه صفرځایونه :D>0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} > 0 \mid \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} > 2a \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} > a}}$$

اووم:

د $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ نه صفرځای لپاره شرطونه: D<0

$$p = a_1 ; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

اتم:

الف –

$$f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$$
$$= x^2 - 6x + 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول پورته لور ته واز دی، ککری یل رأس مینیموم ده.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$$
$$= (x-3)^2 - 7$$
$$\Rightarrow S(3|-7)$$

$$\Rightarrow f(3) = -7$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب –

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککری یا رأس مینیموم دی.

$$f(x) = -0,5\left[x^2 - x + 12\right]$$
$$= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$$
$$= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$$
$$= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{47}{8}\right)$$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.8 -د پارابول او کربنې غوځتکي

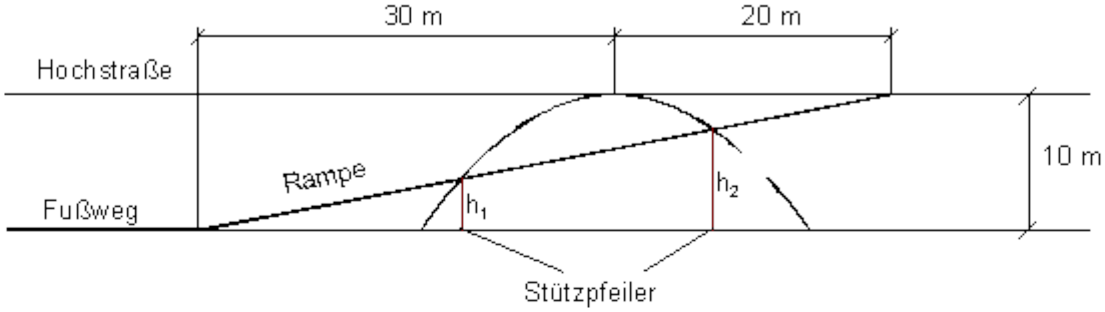
بیلبیلګه:

یوه د پلو لار د یوېه جګ سرک لاندې تللي او هغې ته غبرګه.

د یوه پله په پښه چې د پارابول بڼې په ډول لیندې دې د پلو لار د یوې مایلسطحې جوړه شي، چې سرک ته پورته ځي.

د دې مایل سطحې د په ولاړو پښو جګوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پو هیږو، چې د بڼې ضریب $a_2 = 1/20$ لري.



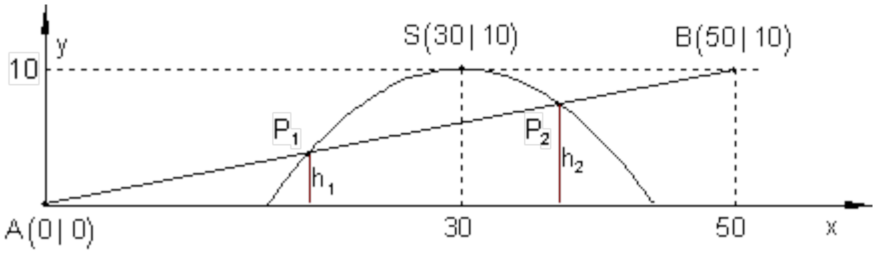
(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Hochstrasse جګ سرک

Fussweg د پلو لار

Stützpfeiler (د درېدو یا تکیه) ستنې یا متې

Modellierung د مودل جوړونه



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه(د کربنې په ډول) په سرجینه او P(50;10) کې.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لینده یا که غواړی قوس(پارابول) د ککری $S(30|10)$ او $a_2 = -\frac{1}{20}$ سره .

ککری تېکي بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$
تولیزه بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$

د دې پاره چې د د په ولاړو ستنو جګوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کربنې غوښتکو ته اړتیا لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غوڅېټکو شمیرنه؛

اینبووونه: $f(x)=g(x)$ یا $f(x)-g(x)=0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2+3x-35-\frac{1}{5}x=-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0$$

ڠلوریز یا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0\,|\cdot(-20)$$
$$\Leftrightarrow x^2-56x+700=0\Rightarrow p=-56\,;\,q=700$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-28)^2-700=84$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$
$$\Rightarrow x_1=28+\sqrt{84}\quad\vee\quad x_2=28-\sqrt{84}$$

د مټو یا ستنو جګوالی د اړونده y ارزښتونه دي.

$$y_1=g(x_1)=g\left(28+\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28+\sqrt{84}\right)\approx\underline{\underline{7{,}433}}$$
$$y_2=g(x_2)=g\left(28-\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28-\sqrt{84}\right)\approx\underline{\underline{3{,}767}}$$

د مټې h_1 جګوالی 3,764 m دی، د ستنې h_2 جګوالی 7,433 m دی.

که د یوې کربښې غوڅېټکی د پارابول سره ټاکل کیږي، دا مو تل یوه مربع مساوات ته بیایي.

غوڅوونې یا قطاع، مماس، تیرېدونې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کارقرارداد:

د پارابول f(x) غوښتکي د يوي کرښي g(x) سره وټاکی او هر دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولاړسيستم کي وکاږی.

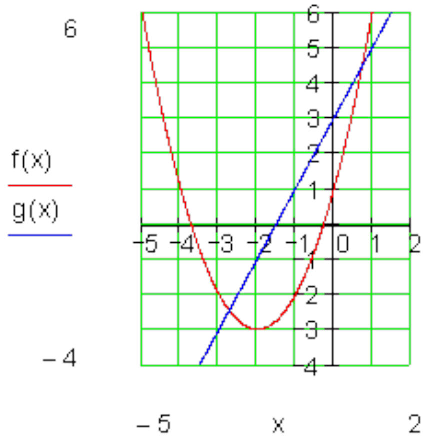
د پارابول د رسمولو لپاره د ککری ټکي بنه وکاروی.

$f(x)=x^2+4x+1$ همداسي د ککری‌ټکي بنه کي : $f(x)=(x+2)^2-3$

a) $g(x)=2x+3$ b) $g(x)=2x$ c) $g(x)=2x-2$

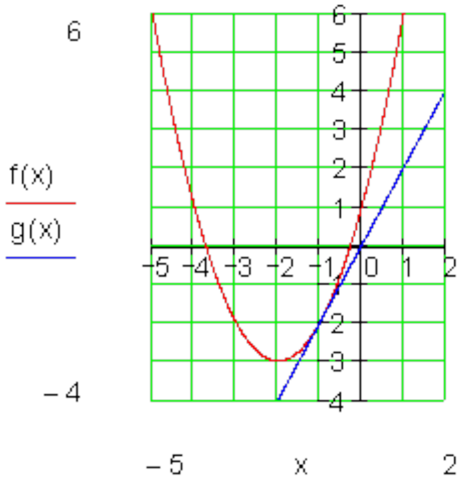
د پارابول او کرښي غوښتکي
د دارو مساواتو د ضريبونو د ورکړي وروسته، غوښتکي شميرل کيږي، بيا کېدی شي دواړه ګرافونه وکښل شي؟

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+4x+1-2x-3=0 \Leftrightarrow x^2+2x-2=0$$
$$\Rightarrow p=2;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+2=3$$
$$\Rightarrow x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{D}=-1+\sqrt{3}\approx 0{,}73$$
$$x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{D}=-1-\sqrt{3}\approx -2{,}73$$
$$g(x_1)=2\cdot\left(-1+\sqrt{3}\right)+3=1+2\sqrt{3}\approx 4{,}46$$
$$g(x_2)=2\cdot\left(-1-\sqrt{3}\right)+3=1-2\sqrt{3}\approx -2{,}46$$
$$\Rightarrow P_1\left(-1+\sqrt{3}\,|\,1+2\sqrt{3}\right)\approx \underline{\underline{P_1(0{,}73\,|\,4{,}46)}}$$
$$P_2\left(-1-\sqrt{3}\,|\,1-2\sqrt{3}\right)\approx \underline{\underline{P_1(-2{,}73\,|\,-2{,}46)}}$$



د g(x) کرښه د f(x) ګراف په دوه ټکو کي غوڅوي. غوڅووني بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د g(x) کربنه د f(x) گراف په یوه تکي کې لمسوي.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$

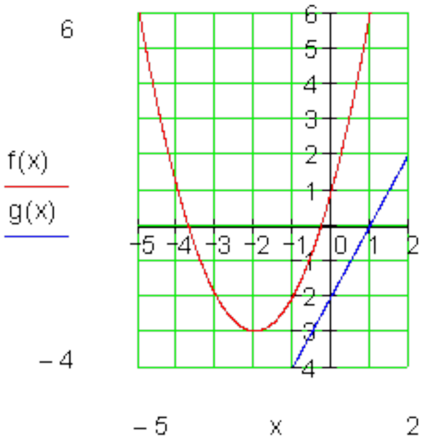
$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$

$g(x_{1/2}) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{P_{1/2}(-1|-2)}}$ Berührungspunkt

پورته: د لمسټکی یا مماس

یوه کربنه چې گراف په تیک یوه تکي کې لسري تانجنت یا لمسووني بلل کیږي



$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = 3$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2$ keine Lösung

کربنه g(x) د f(x) سره ګډ ټکی نه لري.

داسي یوه کربنه تیرېدونی بلل کیږي.

د تمرین بیلګو څخه پېژندل کیږي، چې غوڅټکو ګنون یا تعداد، چې یوه کربنه یې له پارابول سره لري د دیسکریمینانت څخه سیده لوستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول او کربښه په دوه ټکو کې سره غوڅوي	$D > 0: \Rightarrow$
پارابول او کربښه سره په یوه ټکي کې	$D = 0: \Rightarrow$
لمسوي. پارابول او کبنه ګډ ټکی نه لري.	$D < 0: \Rightarrow$

پوښتنې

پارابول او کربښه **II**

لومړی:

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کربښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چېرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کربښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کربښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = x + \frac{7}{2}$

وشمیری:

الف- د کربښې او پارابول غوځېتکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږی.

دویم: پارابول $f(x)$ د y په لور داسې راکاږی، چې کربښهg لمس کړي.

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 3x\ ; \qquad g: 2y - 4x + 8 = 0$$

د $f(x)$ راکښنه وشمیریاو لمس ټکی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چیرته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = -x + \frac{7}{2}$

وشمیرئ: الف- د کرښې او پارابول غوڅتکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته گرافونه وکاږئ.

ځلورم: یو تابع $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2};\ x \in \mathbb{R}$ ورکړ شوی

الف- سچینیزه کرښه $g(x)$ د $A(\ 1 \mid 6\ )$ له لارې ځغلي.

د غوڅتکي$f(x)$ د $g(x)$ سره وشمیرئ.

ب- د $g(x)$ سره کومه غبرگه $f(x)$ لمسوئ؟

لمستکی و شمیرئ.

د $g(x)$ سره کومه غبرگه د $f(x)$ سره غوڅتکی نه لري.

پنځم: یو پارابول د اوردینات محور(y –محور) په P_1 کې غوڅوي او په ټکو P_2 او P_3 کې له یوې کرښې د تابع$f_1(x)$ سره غوڅوي. دا وشمیرئ:

الف- ټکيP_2 اوP_3 ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ-د $f_2(x)$ ککرئ ټکی. ت-ککرئ ټکی. ټ- د محور غوڅتکي	$f_1(x) = \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}$ $P_1\left(0 \mid -\frac{25}{9}\right); P_2(2 \mid y_2); P_3(-3 \mid y_3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپېرم:

يو پارابول او يوه کرښه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کرښه يو بل سره څنګه پراته دي؟

په کومه ورشو يا ساحه کې پارابول د کرښي پورته لور ته ځغلي؟

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f_1(x)$	−6	0	4	6	6	4	0
$f_2(x)$	−1	0	1	2	3	4	5

ځوابونه

پارابول او کرښه II

نتيجي او مفصل حلونه نتيجي

لومړی: الف- د پارابول او کرښي غوښتکي P_1 او P_2 .

$$P_1\left(-\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(-\frac{11}{2}\middle|-2\right)$$

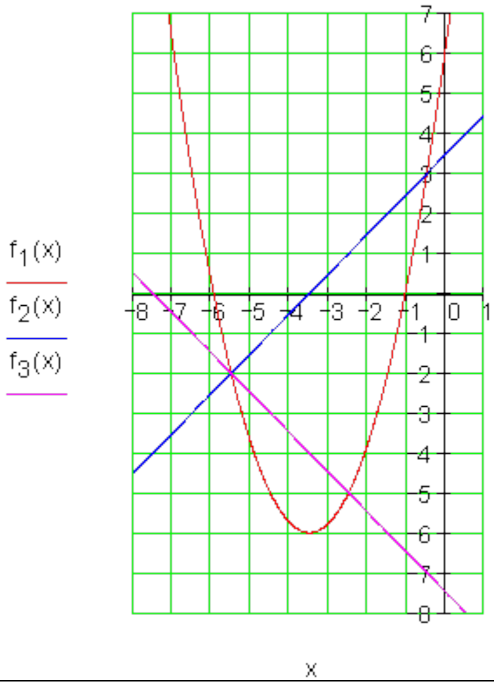
ب- تابع چي $f_3(x)$ و$f_2(x)$ ته ولاړګوډېزه يا قايمالزاويه ځغلي:

$$f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

د پارابول ککرۍ تکي کواوردينات:

$$S\left(-\frac{7}{2}\middle|-6\right)$$

ګرافونه ترڅنګ دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: مفصل ځواب: $f(x)=0,5x^2+3x\,;\ g:\ 2y-4x+8=0 \Leftrightarrow g(x)=2x-4$

د y په لور د $f(x)$ راکښنه:

$$f^*(x)=0,5x^2+3x+a_0$$

$$f^*(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+2x+2a_0+8=0$$

$$\Rightarrow p=2\,;\ q=2a_0+8 \Rightarrow D=-2a_0-7 \qquad g(-1)=-6 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|-6)}}$$

د $D=0$ لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0-7=0 \Leftrightarrow a_0=-3,5 \Rightarrow f^*(x)=0,5x^2+3x-3,5$$

مماس: د $D=0$ لپاره باور لري: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}=-1$

پارابول په3,5 یونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل کیږي.

دریم: نتیجه: الف- د پارابول او کربني غوڅتکي P_1 او P_2 .

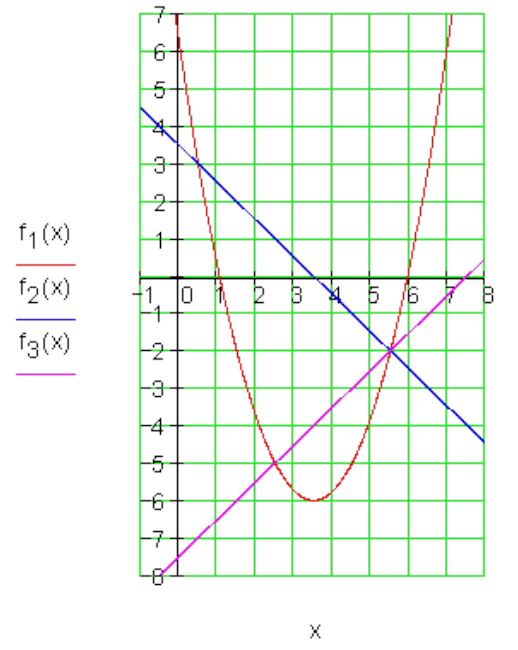
$$P_1\left(\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(\frac{11}{2}\middle|-2\right)$$

ب- تابع چې $f_3(x)$ او $f_2(x)$ ته ولاړګوډیزه یا قایمالزاویه ځغلي:

$$f_3(x)=x-\frac{15}{2}$$

پ-د پارابول ککرۍ ټکي کواوردیناتونه:

$$S\left(\frac{7}{2}\middle|-6\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}$; ،

پیلکرښه: $g(x) = a_1 x$

$A(1|6) : g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$p = 2 ; q = -3 \Rightarrow D = 4$

$\Rightarrow x_1 = 1; g(1) = 6 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$

$x_2 = -3 ; g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$

غبرګ و$g(x)$ ته: $g^*(x) = 6x + a_0$

$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$

$p = 2 ; q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$

د مماس لپاره شرطونه: $D=0 \Leftrightarrow 4-(2/3)a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0=6$

$\Rightarrow g^*(x)=6x+6$

د $D=0$ له امله مماسټکی دی:

$x_{1/2} = -1; g^*(-1) = 0 \Rightarrow \overline{\overline{S_{1/2}(-1|0)}}$

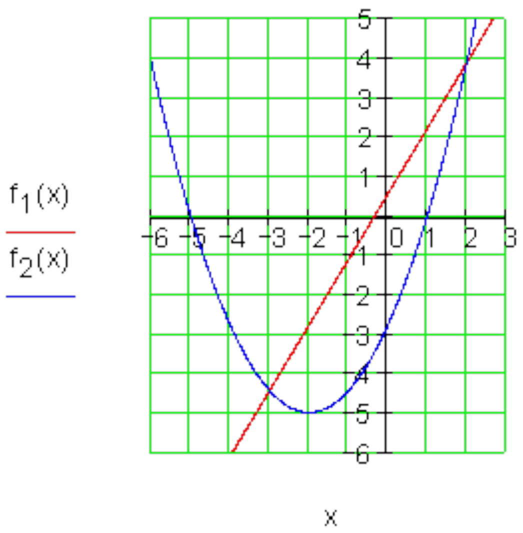
د $D < 0$ لپاره لمسټکی نه شته.

$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$

ټولې غبرګې و $g(x)$ ته د $g^*(x)=6x+a_0$ سره

د $a>0$ سره د $f(x)$ سره لمسټکی نه لري.پنځم نتیجې:

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف – ټکي   او   .

$P_3\left(-3\,\middle|\,-\frac{40}{9}\right)$ $P_2\left(2\,\middle|\,\frac{35}{9}\right)$

ب-د پارابول تابع:

$$f_2(x)=\frac{5}{9}x^2+\frac{20}{9}x-\frac{25}{9}$$

پ- د ککرۍ ټکی:

$$f_2(x)=\frac{5}{9}(x+2)^2-5$$

ت- ککرۍ ټکی:

$$S(-2|-5)$$

محور غوځتکي:

$P_{x_1}(-5|0)$ $P_{x_2}(1|0)$

$$P_y=P_1\left(0\,\middle|\,-\frac{25}{9}\right)$$

شپږم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کیږي:

$f_1(x)$ دپارابول تابعمساوات دی.

$f_2(x)$ د کرښي تابع مساوات دی.

پارابول او کرښه په(9 | 2-) S_1 او (4 | 2) S_2 کې سره غوځوي.

پارابول کښته لور ت واز دی.

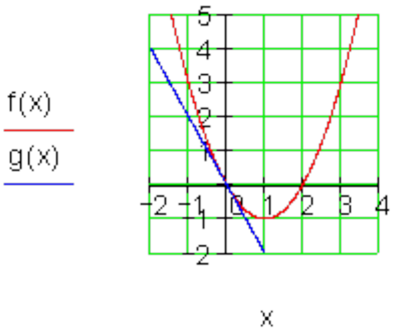
پارابول په انتروال $I=\{x \mid -2<x<4\}_R$ کې د کرښي پورته لور ته ځغلي.

پوښتني

پارابول او کرښهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>کربنه $g(x)$ د مساوات

$$g(x) = -2x$$

سره پارابول $f(x)$ په سرچینه کې لمسوي.

د a_1 د کومو ارزښتونو لپاره سرچینه پېژه

کربنه د مساوات $g(x) = a_1 x$ سره د $f(x)$

سره دوه همداسې یو ګډ ټکی لري؟</td>
</tr>
</table>

دویم: د دواړو پارابولونو د غوښتکو کواوردیناتونه وټاکئ.

الف- $f(x) = x^2 + 3x;\quad g(x) = 0{,}5x^2$

ب - $f(x) = 2x^2 - 4x + 8;\quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ - $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x - 1;\quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت - $f(x) = -x^2 + 3x - 1{,}5;\quad g(x) = -x^2 - x + 2{,}5$

دریم: دوه پارابولونونه د توابعو $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5};\ f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

وشمیرئ:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ-یامحور ارزښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د ترونکربښي [$P_1 P_2$] تابع. پ – د دواړو پارابولونو صفرځایونه.

ت – د پارابولونو غوځېټکي د y محور سره.

ټ – د پارابول$f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ث – د پارابول$f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ج – په یوه پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم د درې توابعو ګرافونه رسم کړئ.

څلورم: د $f(x)$ او $g(x)$ د ګډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه یا کواوردیناتونه وشمیرئ.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R}$$

الف- $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ ب - $g(x) = -x(x-2)$

پ - $g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ ت - $g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$

پنځم:

دوه پارابولونه د تابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 اوP_2 کې سره غوځوي. دا وشمیرئ؛	$f_1(x) = (x+1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$

الف- غوځېټکي P_1 او P_2 .

ب – د غوځکربښي [$P_1 P_2$] تابعمساوات د$y = f_3(x)$ سره.

پ – ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

ت – په یوه پروت ولاړسیستم یا کوبوردیناتسیستم کې د تابع ګراف وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پارابول او کرښه III
نتيجي او ځني مفصل

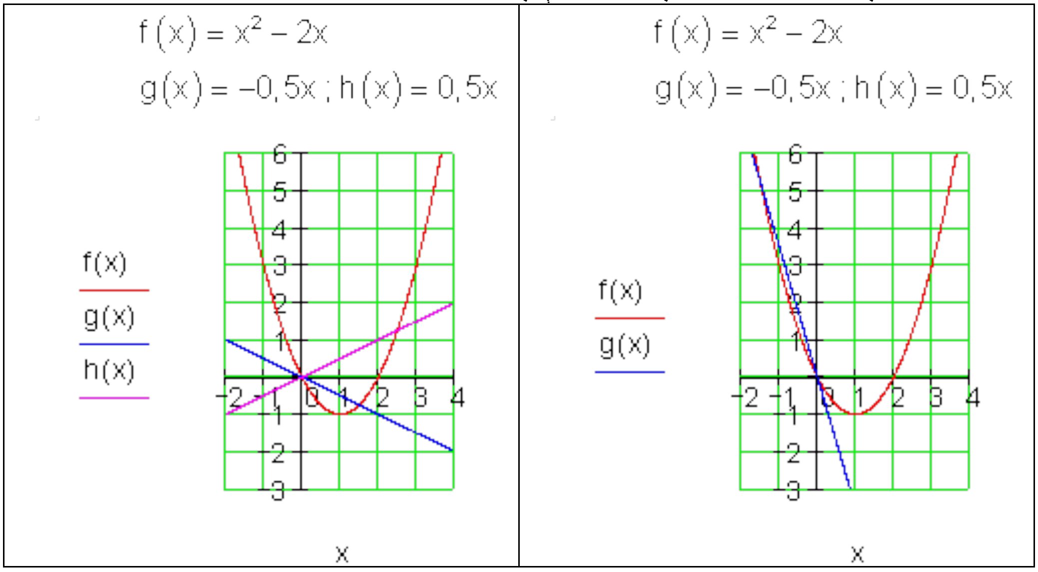
لومړی- مفصل ځواب:

له ګراف څخه لوستل کيږي: a1=-2 يو مماستکی P(0|0) .

د a|=-2|لپاره دوه غوځتکي، يو له دوی تل S1(0|0) دی.

د a1>-2 لپاره يو غوځتکی په J يا IV کي پروت دی:

د a1<-2 لپاره يو غوځتکی په II کي پروت دی:



دويم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0,5x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad \Rightarrow g(0) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0|0)}}$$

$$(0,5x+3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6|18)}}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 \,;\, q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3|14)}} \text{ Berührungspunkt}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لمس ټکی

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0\Rightarrow p=\frac{8}{3};\ q=\frac{4}{3}\Rightarrow D=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}\Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{9}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3}\,\middle|\,\frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=-2\ \Rightarrow g(-2)=5\ \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2\,|\,5)}}$$

کرښيزمساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوڅټکی

$$4x-4=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow f(1)=0{,}5\Rightarrow \underline{\underline{S(1\,|\,0{,}5)}}$$

دریم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ ارزښتونه:

$$P_1(-6\,|\,2);\ P_2(-1\,|\,-2)$$

ب- د ټرونکرښو[$P_1\ P_2$] تابع:

$$f(x)=-\frac{4}{5}x-\frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6{,}75\,|\,0);\ P_{x_2}(-1{,}58\,|\,0);\ P_{x_3}(-5{,}6\,|\,0);\ P_{x_4}(-0{,}5\,|\,0)$$

ت - د پارابولونو غوڅټکی د y محور سره:

$$P_{y_1}\left(0\,\middle|\,-\frac{32}{5}\right);\ P_{y_2}\left(0\,\middle|\,\frac{14}{5}\right)$$

ټ- د پارابول $f_1(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

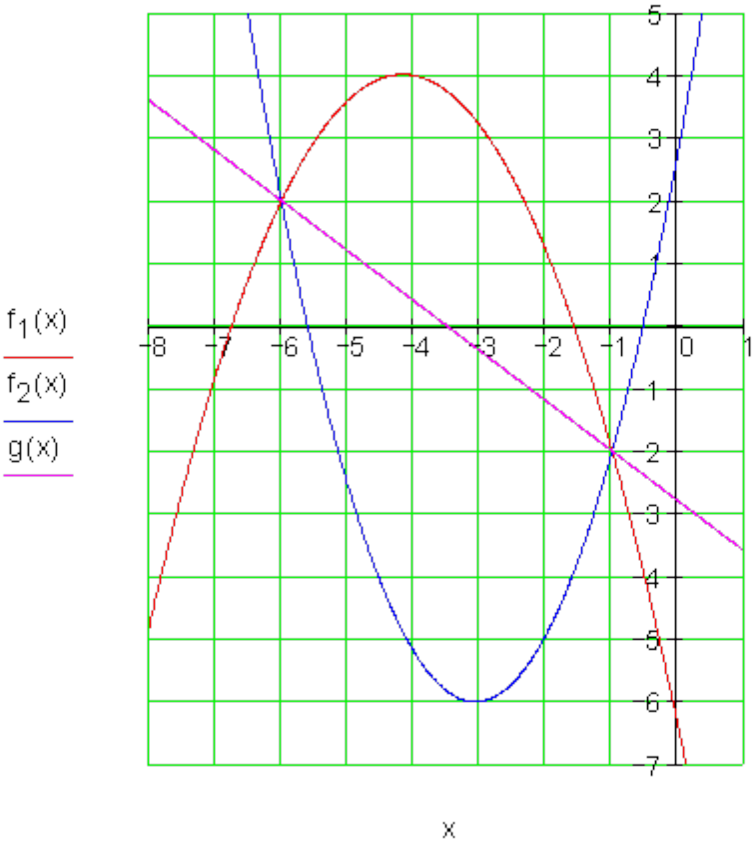
$$f_1(x)=-\frac{3}{5}\left(x+\frac{25}{6}\right)^2+\frac{241}{60}\Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6}\,\middle|\,\frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول $f_2(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_2(x)=\frac{14}{15}\left(x+\frac{43}{14}\right)^2-\frac{1261}{210}\Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14}\,\middle|\,-\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



خلورم: مفصل ځواب:

الف –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\; x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow S_{1/2}\,(1|\,1,5)$$

لمستکی

ب – لمسېکی

پ –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\; x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,\middle|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

$$f(x)=-0,5x^2+2;\ x\in\mathbb{R}\quad g(x)=\frac{1}{4}\left(x^2-3x+2\right)$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-1;\ q=-2\Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2\qquad \Rightarrow f(2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2|\,0)}}$$

$$x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1\qquad \Rightarrow f(-1)=1,5\Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1|\,1,5)}}$$

ت -

پنځم: مفصل ځواب:

الف – غوښتکي P_1 او P_2 . $P_1(1|8)\quad P_2(-5|8)$

ب – د $y=f_3(x)$ سره د غوڅکرښې[$P_1\,P_2$] تابع مساوات

$$f_3(x)=8$$

پ - ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

$$f(x)=-0,5x^2+2;\ x\in\mathbb{R}\quad g(x)=-\frac{1}{9}(x-1)^2+1$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{4}{7}x-\frac{20}{7}=0$$

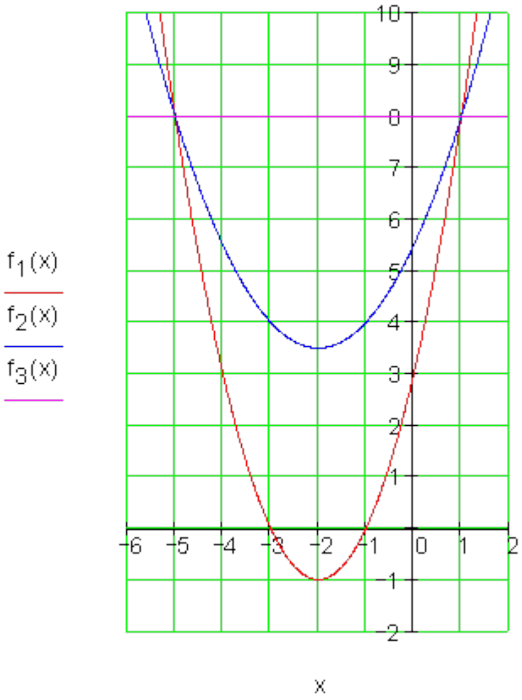
$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,\middle|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.9 د پارابل او پارابل غوښتکي(د تقاطع ټکي)

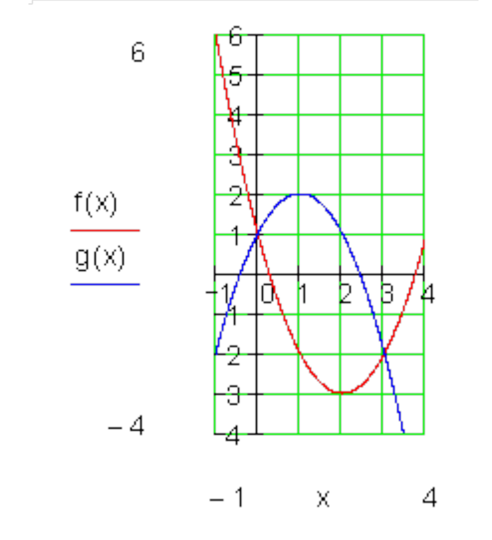
تمرينيزه بيلګه:

د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غښتکي غواړو پيدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$
$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

که د توابعو غوښتکي غواړو پيدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کربښي او پارابول لپاره هم همداسي وو. دا تګلار د پارابولونو لپاره هم کارول کيږي.

$$f(x) = g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \,|\, : 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$
$$(x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$
$$f(x_1) = f(0) = 1$$
$$f(x_2) = f(3) = -2$$
$$\Rightarrow P_1(0|1); P_2(3|-2)$$



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوښتکي وټاکی او پاربولونه رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: bzwپ لاندي کي د همداسي په معنا دی

a) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3$ bzw. $f(x) = \frac{3}{2}(x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ bzw. $g(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 \Rightarrow S(2|-2)$

b) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

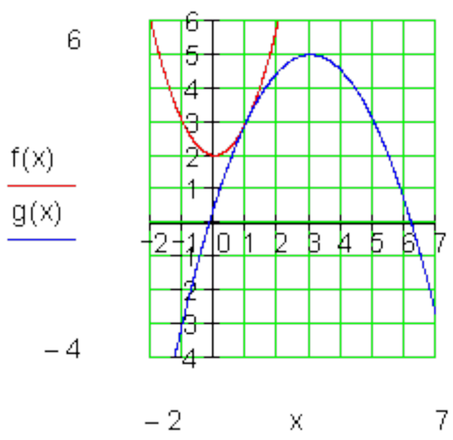
$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$ bzw. $g(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5 \Rightarrow S(-3|5)$

c) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ bzw. $g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$

d) $f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow S(0|1)$

$g(x) = x^2 + 2x - 1$ bzw. $g(x) = (x+1)^2 - 2 \Rightarrow S(-1|-2)$



فقط یو لمسېکی شتون لري، ځکه چې $D = 0$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0 \,|\cdot \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow p = -2;\ q = 1$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-1)^2 - 1 = 0$

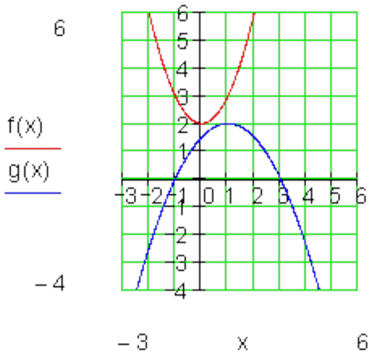
$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = 1$

$f(1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P(1|3)}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

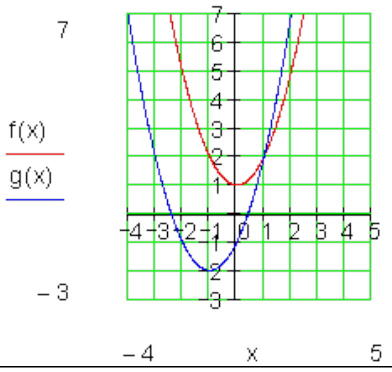
$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2-x+\frac{1}{2}=0\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0\Rightarrow p=-\frac{2}{3};\ q=\frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}=\frac{1}{9}-\frac{1}{3}<0$$

له دي لاس ته راځي، چې حل نه شته.



غوښتکی شتون نه لري، ځکه چې $D < 0$.

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+1-x^2-2x+1=0$$
$$\Leftrightarrow -2x+2=0$$
$$\Leftrightarrow x=1$$
$$\Rightarrow f(x)=f(1)=1+1=2$$
$$\Rightarrow P(1|2)$$



که د f(x) او g(x) برابر اینوونه مو یو کرښیز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه یو غوځتکی لري.
د تمرین بیلګي څخه پیژندل کیږي، چي د غوښتکو تعداد(ګنون) ، چي دوه پارابولونه یې یو له بل سره لري د دبسکریمینانتي په واک کي دي.

$D>0:\ \Rightarrow$ Di	پارابولونه په دوه ټکو کي غوځوي
$D=0:\ \Rightarrow$ Di	پارابولونه په یوه ټکي کي سره لمسوي.
$D<0:\ \Rightarrow$ Di	پاربولونه ګډ ټکی نه لري
$f(x)-g(x)\Rightarrow$ l	کرښیزمساوات له دي لاس ته راځي پاربولونه یو غوښتکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.10-د ورکړ شوو شرايطو له مخې د توابع مساواتو ترتيبونه

له مخه د دري ټکو ورکونه (درې ټکي ورکړل شوي دي).

درې مختلف ټکي، چې ټول په يوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دې څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$P_1(1|2);P_2(5|4);P_3(3|-1)$ ټوليز تابع مساوات $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره بايد د ټوليزو ضريبونو a_2, a_1 او a_0 لپاره اړونده عددې کمپوننتونه (برخې) وټاکل شي. دا چې درېواړه ټکي P_1 , P_2 او P_3 د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کيدی شي د ټوليز مساواتسيستم په پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې د x او y ځايونو کې د دې ټکو د درېواره اينوونو له لارې دې مساوات سيستمونه له درې ناټاکلو سره جوړ شي ، چې له هغو ضريبونه a_0, a_1 او a_2 ټاکل کيدی شي

د مساوات سيستم اينوونه:

$P(x\|y)$	$f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$	$=y$	دا د درې کربنيز مساواتو څخه جوړ مساوات سيستم دی د درې ناپيژندونکو سره. د جمعي قانون له مخې حل پيداکيدی شي.
$P_1(1\|2)$	$f(1)=1a_2+1a_1+1a_0$	$=2$	
$P_2(5\|4)$	$f(5)=25a_2+5a_1+1a_0$	$=-4$	
$P_3(3\|-1)$	$f(3)=9a_2+3a_1+1a_0$	$=-1$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمعي تلنلار :

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ 25a_2 + 5a_1 + a_0 &= 4 \mid II - 25 \cdot I \\ 9a_2 + 3a_1 + a_0 &= -1 \mid III - 9 \cdot I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -20a_1 - 24a_0 &= -46 \mid II - 3 \cdot III \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -2a_1 &= 11 \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$-2a_1 = 11 \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{2}$$

$$-6a_1 - 8a_0 = -19 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{11}{2}\right) - 8a_0 = -19$$

$$\Leftrightarrow 33 - 8a_0 = -19 \mid -33$$

$$\Leftrightarrow -8a_0 = -52 \mid : (-8) \Leftrightarrow a_0 = \frac{-52}{-8} = \frac{13}{2}$$

$$a_2 + a_1 + a_0 = 2 \Leftrightarrow a_2 - \frac{11}{2} + \frac{13}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 2 - 1 = 1$$

له دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

ټکي ازماېښت:

$$P_1(1 \mid 2): \quad f(1) = 1^2 - \frac{11}{2} \cdot 1 + \frac{13}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2 \; (w)$$

$$P_2(5 \mid 4): \quad f(5) = 5^2 - \frac{11}{2} \cdot 5 + \frac{13}{2} = 25 - \frac{55}{2} + \frac{13}{2} = 25 - \frac{42}{2} = 25 - 21 = 4 \; (w)$$

$$P_3(3 \mid -1): \quad f(3) = 3^2 - \frac{11}{2} \cdot 3 + \frac{13}{2} = 9 - \frac{33}{2} + \frac{13}{2} = 9 - \frac{20}{2} = 9 - 10 = -1 \; (w)$$

د جمعي سيستم كيدى شي . دا مو د ګاوس الګوريتم ته لارښودوي.

د ګاوس الګوريتم له لاري فقط له ضريبونو سره شميرل كيږي.

د ګاوس الګوريتم؛

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګاوس الګوریتم سره د لیکو له لارې کار کیږي.

لیکي کړی شو:

- بدلي کړو

- د یوه عددد سره ضرب کړو.

-د یوه عدد سره و وېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

که درځونه (ولاړې لیکي) بدلي شي، نو باید ضریبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دې د یوه مثلث په بنه راوړل شي.

x	x	x	x
0	x	x	x
0	0	x	x

د په ځای اینوونې له لارې حل:

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	2	
1	5	25	4	II − I
1	3	9	−1	III − I
1	1	1	2	
0	4	24	2	: 2
0	2	8	−3	
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	2	8	−3	III − II
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	0	−4	−4	

$$-4a_2 = -4 \mid (-4) \Leftrightarrow \underline{a_2 = 1}$$

$$2a_1 + 12a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \mid -12$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_1 = -\frac{11}{2}}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \mid + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_0 = \frac{13}{2}}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{\text{I}: f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}}$

دتابع ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library

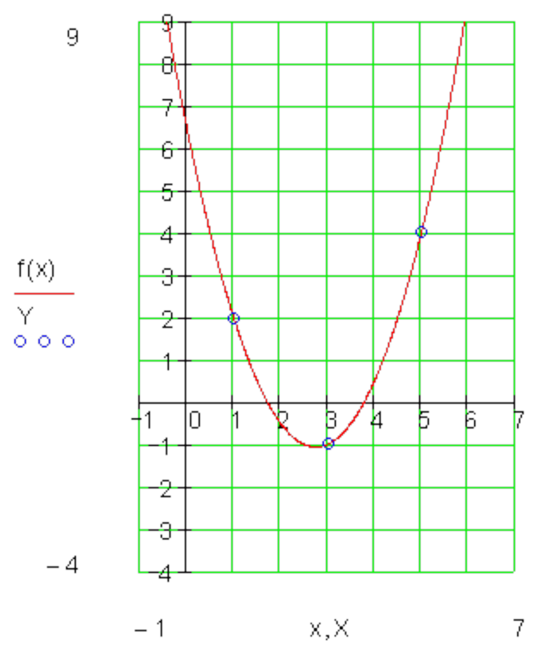
د دې لپاره چې د يوې مربع تابع د تابع مساوات لاس ته راوړل شو درې ټکي اړيين دي.

په ياد رلوړو:

د کرښيزې تابع (کرښې) لپاره درې ټکي وو.

د دې لپاره چې د يوه پارابول ګراف پاک و کښلې شو، له دې درې ټکو سربېره ککرټکی او د محور غوښتکي اړيين دي.

که په ککرټکي عمود يا ولاړې ته سيمترى هم په پام کې ونيسو ، نو په زياتو حالتونو کې نورو ټکو ته اړتيا نه لرو.



په پارابول کې ځانګړي حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدى شي تابعمساوات د د لړو ورکړو سره وټکلى شو.

بيلګه:

يو پارابول د yمحور ته محور سيومتريک دى چې له ټکو $P_1(-1|-2)$ او $P_2(2|7)$ تېرېږي.

تابعمساوات $f(x)$ وټاکۍ او ګرافونه و کاږى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ککری تکي بنه ليکو :

$f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$

د محور سيومتري له امله x0=0 دی او ys=a0

$\Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_0$

مساوات سيستم:

$P_1(-1|-2): \quad f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$

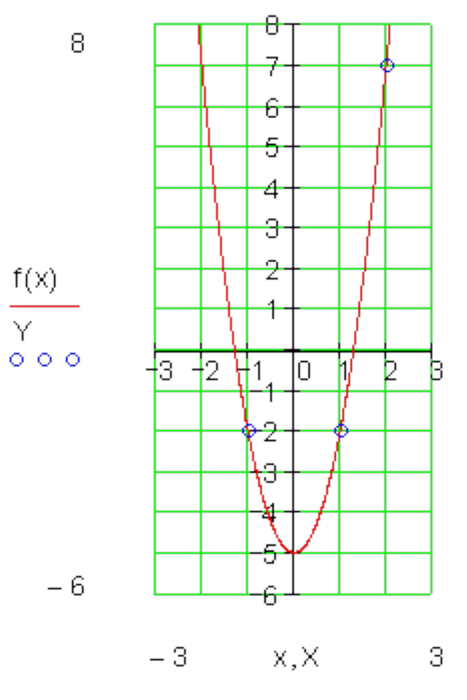
$P_2(2|7): \quad f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$

a_0	a_2		
1	1	−2	
1	4	7	II−I
1	1	−2	
0	3	9	

$3a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = 3$

$a_0 + 3 = -2 \Rightarrow a_0 = -5$

$f(x) = 3x^2 - 5$



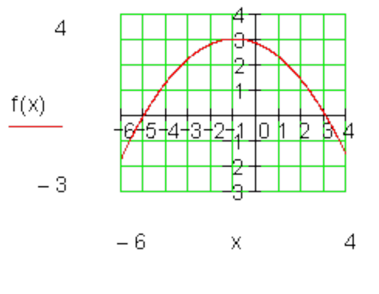
بېيلګه: د يوه پارابول صفرتکي $P_{x1}(3|0)$ او $P_{x2}(-5|0)$ دي. د هغه خورا لوي تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات f(x) وټاکی او ګ رافونه رسم کړی.

په کرښېزضريبونو کې ايښوونه: x1=3;x2=-5

$f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2) = a_2 (x - 3)(x + 5)$

د تابع خورا لوی ار ښت په ککرتکي S(xs;3) پروت دی



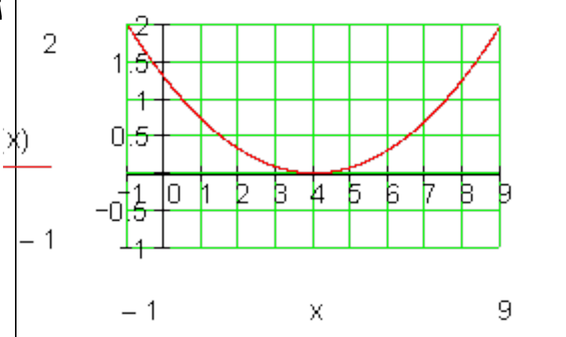
(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3+(-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2+2x-15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$	د ورکړې له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، کېدی شي پای کړو، چې پارابول کښته لو رته واز دی. څه چې شمېرنه هم تصديقوي.

بیلګه:

د دويمې درجې د ټول راشنل تابع ګراف د xمحور په x=4 ځای کې لمسوي او له ټکي P(-1;2) تېرېږي.

د تابع ترم وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

لمستڼی = ککری ټکی S(4;0) $= a_2(x-x_s)+y_s = a_2(x-4)^2$ $(-1\|2):\quad f(-1) = a_2(-1-4)^2 = 2$ $a_2(-5)^2 = 25a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{25}$ $= \frac{2}{25}(x-4)^2 = \frac{2}{25}(x^2-8x+16)$ $= \frac{2}{25}x^2 - \frac{16}{25}x + \frac{32}{25}$	

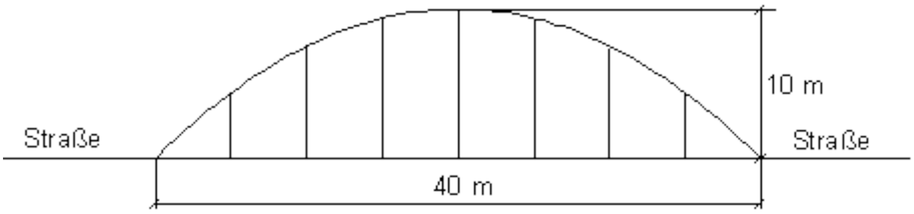
د استعمال بیلګه:

د يوه پله پارابول شکله لينده(قوس) ورکړ شوی دی د40 m غزوني اوږدوالي او يوه خورا (ماکسيمال) جګوالي 10 m سره.

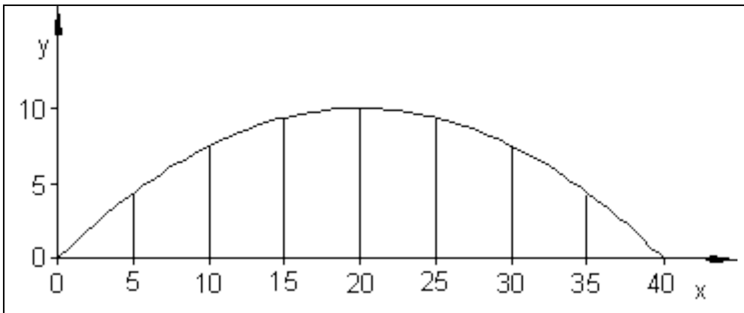
(c) ketabton.com: The Digital Library

د7 عمود یا ولاړ ایینول شوو برابرو اوږدو غزون ستنو یا غزونمټو واټن وشمیرئ.

په لاندې الماني=کوڅه یا سرک



مودل کونه یا د مودل ورکونه:

	که کواوردینات سیستمم داسې وټاکل شي، نو لاندې ټکي څرګند دي. صفرځایونه $P_{x1}(0\|0)\ ;\ P_{x2}(40\|0)$ ککرئ: S(20;10)

ښوونه: ککرئ ټکي بڼه: $f(x) = a_2(x-20)^2 + 10$

$$P_{x1}(0|0): f(0) = a_2(-20)^2 + 10 = 0$$
$$\Leftrightarrow 400a_2 = -10 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{400} = -\frac{1}{40}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{40}(x-20)^2 + 10 = -\frac{1}{40}x^2 + x$$

دx ارزښتونو له لارې د کچوني اوږدوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(5) = -\frac{1}{40}\cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4,375}}$$

$$f(10) = -\frac{1}{40}\cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

$$f(15) = -\frac{1}{40}\cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9,375}}$$

د ککری کواوردینات له امله: $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له امله: $f(25) = f(15) = 9,375$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(30) = f(10) = 7,5$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(35) = 4,375$

پوښتني

پا ربول چې له در ې ټکو تیریږي **I**

لومړی – د پارابول د $f(x)$ تابع مساوات وټاکی،که لاندې معلوم وي. .

الف – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(2\,|\,-1);\ P_2(-1\,|\,0,5);\ P_3(4\,|\,3)$ تیریږي.

ب – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1\left(-2\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right);\ P_2\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_3\left(1\,\middle|\,\frac{7}{4}\right)$ تیریږي.

پ –د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(1|\,0,5)$ او $P_2(-2\,|\,-5,5)$. دy محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د $f(x)$ ګراف دx محور په $x1=-3$ کې لمسوي او له ټکي$P(-5;-7)$ تېریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ – د f(x) ګراف د x محور په 2 = x1 او -1 = x2 کې غوځوي او له P(1;-2) ټکي څخه تيريږي.

ث – يو راکښلی نورمال پارابول د x محورم په x = -2 کې لمسوي.

دويم – درې غوڅې شوې کرښې د يوه درېګوډي(مثلث) اړخونه (ضلعې) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمېرئ:

الف – د پارابول تابع د دې مثلث له ګوډونو(کونجونو) تېريږي.

ب – ټول ګرافونه په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې و کاږئ.

دريم – د تابع مساوات وشمېرئ، محورر غوښتکي، ککرټکي او اود ککرټکوبنه. ګراف يې په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

الف - $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$ ب - $P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$

پ - $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$ ت - $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ټ - $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$ ث - $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم – د تابع مساوات وشميرئ، د محور غوښتکي، د ککرټکيبنه وشميرئ. په يوه مناسب کواوردينات‌سيستم کې يې ګراف وکاږئ.

الف - $P_1(-4\,|\,2); P_2\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right); P_3(2\,|\,-4)$

ب - $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{5}{4}\right); P_2\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right); P_3\left(3 \,\middle|\, \frac{41}{4}\right)$

ت - $P_1(-2 \mid 2); P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_3\left(1 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$

ټ - $P_1\left(-1 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right); P_2(2 \mid 2); P_3\left(3 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right)$

ث - $P_1(-2 \mid -1); P_2\left(-1 \,\middle|\, -\frac{7}{3}\right); P_3(1 \mid -3)$

پنځم – د تابع مساوات وشمېرئ، د محور غوځېدکي، د ککرۍټکي بڼه وشميرئ. په يوه متاسب کواوردیناتسيستم کې يې ګراف وکاږئ.

الف - $P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_2(1 \mid 4); P_3\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

ب - $P_1\left(-\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{19}{4}\right); P_2(1 \mid 1); P_3\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)$

پ - $P_1(-1 \mid 2); P_2\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{13}{4}\right); P_3(2 \mid 2)$

ت - $P_1(-3 \mid 2); P_2(1 \mid -3); P_3(3 \mid 4)$

ټ - $P_1(-2 \mid -2); P_2(-1 \mid 2); P_3(3 \mid 1)$

ث - $P_1(-1 \mid 3); P_2(1 \mid 1); P_3(3 \mid 4)$

ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي I

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی-

الف - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$ ب - $f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}$

پ - $f(x)=-2x^2+\frac{5}{2}$ ت - $f(x)=-\frac{7}{2}(x+3)^2$

ټ - $f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$ ث - $f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$

دويم

الف -

د درې کرښو غوښتکی: $P_1\left(-3\,\middle|\,-\frac{15}{4}\right)\ \ P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{9}{4}\right)\ \ P_3\left(-5\,\middle|\,-\frac{7}{4}\right)$

له درې ټکو تير پارابول تابع مساوات: $f(x)=x^2+7x+\frac{33}{4}$

محورغوښتکي: $P_y\left(0\,\middle|\,\frac{33}{4}\right);P_{x1}\left(-\frac{11}{2}\,\middle|\,0\right);P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$

د پارابول ککرټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\,\middle|\,-4\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – مفصل حل وکورئ.

دريم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محورغوخڼکي: $P_y(0 \mid -6); P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,65 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx -1,65 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}(1 \mid -7); f(x) = (x-1)^2 - 7$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورئ

ب –

تابع مساوات: $f(x) = x^2 + x - 2$

محورغوخڼکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-2 \mid 0)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورئ

پ –تابع مساوات: $f(x) = x^2 - x - 2$

محورغوخڼکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍټکی\ ککرۍټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت –

تابع مساوات: $f(x) = -x^2 - x + 6$

محورغوڅټکي: $P_y(0 \mid 6); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-3 \mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right); f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x) = -x^2 + 3x + 4$

محورغوڅټکي: $P_y(0 \mid 4); P_{x1}(4 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{25}{4}\right); f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوښتکي:

$$P_y(0\mid -2);\ P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2\mid -4);\ f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم-

الف -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+2$

محور غوښتکي:

$$P_y(0\mid 2);\ P_{x1}\left(-2+2\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2\mid 4);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$

محور غوښتکي:

$$P_y(0\mid -1);\ P_{x1}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx 0,31\,\middle|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx -4,31\,\middle|\,0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}(-2 \mid 4);\ f(x) = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

محور غوځېتکي:

$$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{105} \approx 0{,}16 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{105} \approx -2{,}41 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, -\frac{35}{32}\right);\ f(x) = \frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2 - \frac{35}{32}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$

محور غوځېتکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5} \approx 1{,}24 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5} \approx -3{,}24 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محورغوخښتکي: $P_y(0 \mid 2); P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(1 \mid \frac{17}{6}\right); f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$

محورغوخښتکي:

$P_y(0 \mid -3); P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3,54 \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2,54 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{37}{12}\right); f(x) = \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$

محورغوخښتکي:

$P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right); P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1,68 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2,07 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{9}{46}\;\middle|\;\frac{7441}{1104}\right);\ f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=-x^2-2x+4$

محورغوښتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1{,}24\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3{,}24\mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}(-1\mid 5);\ f(x)=-(x+1)^2+5$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=-x^2+x+4$

محورغوښتکي:

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx 2{,}56\;\middle|\;0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx -1{,}56\;\middle|\;0\right)$$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2}\;\middle|\;\frac{17}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$

محورغوښتکي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{33}{8}\right); P_{x1}\left(-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx 2{,}08\;\middle|\;0\right); P_{x2}\left(-\frac{4}{19}-\frac{1}{19}\sqrt{1897}\approx -2{,}5\;\middle|\;0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{4}{19}\;\middle|\;-\frac{1897}{456}\right); f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

ټ - تابع مساوات: $f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x-\frac{43}{10}$

محورغوڅټکي:

$$P_y\left(0\;\middle|\;\frac{43}{10}\right); P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx 3{,}26\;\middle|\;0\right); P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\sqrt{6689}\approx -1{,}55\;\middle|\;0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{29}{34}\;\middle|\;\frac{6689}{1360}\right); f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$

محورغوڅټکي: $P_y\left(0\;\middle|\;\frac{11}{8}\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{4}{5}\;\middle|\;\frac{39}{40}\right); f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وگورۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی-

الف - د یوه دویمې درجې ټولیز ټول راشنل-یا هوښیار تابع (پارابول) د تابع مساوات ټولیزه بڼه یا فورم : $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$
که د درې ورکړ شوو ټکو کواوردینات په ټولیز تابع مساوات کې کېښول شي یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له درې مساواتو سره لاس ته راځي له درې متحولو a_2 ; a_1 او a_0 او د لاندې سره.

$$P_1(2|-1):\quad f(2) = a_2\cdot 2^2 + a_1\cdot 2 + a_0 = -1 \Leftrightarrow \quad 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1\left|\frac{1}{2}\right.\right):\quad f(-1) = a_2\cdot(-1)^2 + a_1\cdot(-1) + a_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_3(4|3):\quad f(4) = a_2\cdot 4^2 + a_1\cdot 4 + a_0 = 3 \Leftrightarrow \quad 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 3$$

:

د جمعې لارې او یا د ګاوس له لارې(طریقې) :

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	−1	
1	−1	1	1/2	$\|\cdot 2$
1	4	16	3	
1	2	4	−1	
2	−2	2	1	II − 2·I
1	4	16	3	III − I
1	2	4	−1	
0	−6	−6	3	$\|:3$
0	2	12	4	
1	2	4	−1	
0	−2	−2	1	
0	2	12	4	III + II
1	2	4	−1	

د ضریبونو شمیرنه:

$$10a_2 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$-2a_1 - 2a_2 = 1 \Leftrightarrow -2a_1 - 2\cdot\frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$1a_0 + 2a_1 + 4a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2\cdot(-1) + 4\cdot\frac{1}{2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0	−2	−2	1	
	0	0	10	5	

ب – د لاندې الماني پښتو: د ضریبونو شمیرنه:

$$P_1\left(-2 \mid -\frac{5}{4}\right): \quad f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(\frac{1}{2} \mid 0\right): \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3\left(1 \mid \frac{7}{4}\right): \quad f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{7}{4}$$

a_0	a_1	a_2		
1	−2	4	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\mid \cdot 4$
4	−8	16	−5	
4	2	1	0	II − I
4	4	4	7	III − I
4	−8	16	−5	
0	10	−15	5	$\mid : 5$
0	12	−12	12	$\mid : 6$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	2	−2	2	III − II
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	0	1	1	

Berechnung der Koeffizienten:

$$\boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 3a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 - 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = 1+3 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$4a_0 - 8a_1 + 16a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 16 + 16 = -5$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{5}{4}}$$

$$f(x) = x^2 + 2x - \frac{5}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د محورسیومتري څخه لاس ته راځي: ککره په y محور پرته ده.
ت – د محور سره غوښتکی = ککری ټکی.
د پاربول د ککرټکي بڼه (فورم): $: f(x) = a_2(x+3)^2$

$$P(-5|-7):\quad f(-5) = a_2(-5+3)^2 = 7 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ټ –

$$P_{x1}(2|0);\, P(-1|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)(x+1)$$

$$P(1|-2):\quad f(1) = a_2(-1)(2) = -2 \Leftrightarrow a_2 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

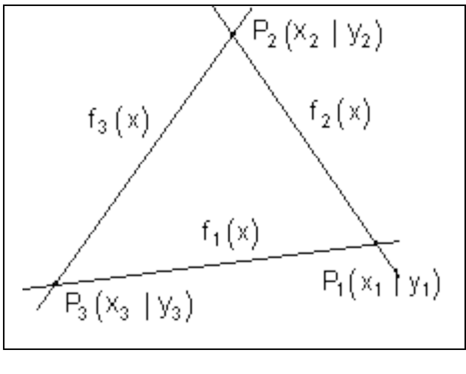
ث – لمسټکی = ککرئ ټکی

راکښل شوې نورمال بڼه: $I: \Rightarrow f(x) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

دویم –

الف – لاندې کرښې یو درېگودی یا مثلث جوړوي:

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

 	د درېگودي د گوټونو د شمیرنې لپاره د غوښتکو تعریف P_1 : f_1 (x) غوښشوی د f_2 (x) سره P_2: f_2 (x) غوښشوی د f_3 (x) سره P_3 : f_1 (x) غوښشوی د f_3 (x) سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(x_1 \mid y_1): f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{31}{4} \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{21}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \mid : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 \mid y_2): f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \mid -\frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3 \cdot (-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 \mid y_3): f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \mid + \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابول د تابعمساوات شمیرنه، چې ګراف يې د درېګوډي له ګوډونو تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینبونه: $f(x) = a_1x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right) \quad \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right) \quad \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right) \quad \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د ګاوس- الګوریتم له لارې.

a_0	a_1	a_2		
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
1	−1	1	$\frac{9}{4}$	II − I
1	−5	25	$-\frac{7}{4}$	III − I
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	$\frac{24}{4}$	
0	−2	16	$\frac{8}{4}$	III + II
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	6	
0	0	8	8	

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \,|\, +8$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \,|\, : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \,|\, +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابول رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوښتکي او ککرۍ ټکی وشمیرو.

د محور غوښتکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{49}{4} - \frac{33}{4} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

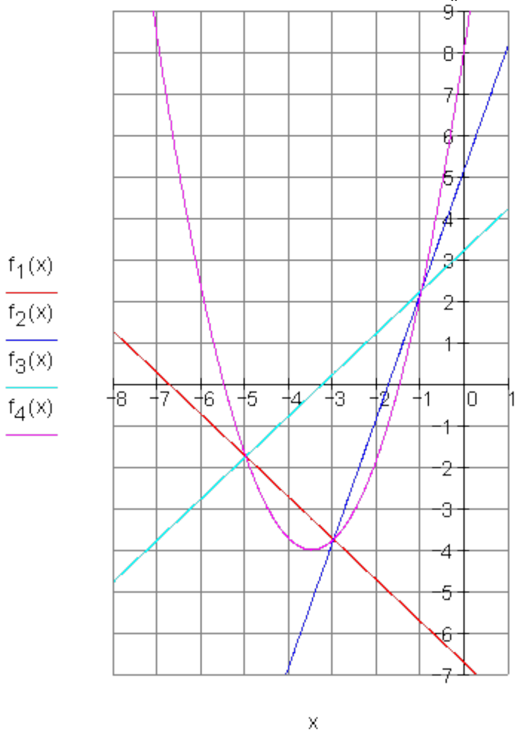
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{7}{2} + 2 = -\frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{7}{2} - 2 = -\frac{11}{2} \end{array} \right. \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{3}{2} \middle| 0\right) \text{ und } P_{x2}\left(-\frac{11}{2} \middle| 0\right)$$

د ککرۍ ټکي شمیرنه د صفرځایونو له لارې

$$x_{Sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + \left(-\frac{11}{2}\right)}{2} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{11}{2}}{2} = \frac{-\frac{14}{2}}{2} = \frac{-7}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$y_{Sp} = f_4(x_{Sp}) = f_4\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{49}{4} + 7 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) + \frac{33}{4} = \frac{49}{4} - \frac{98}{4} + \frac{33}{4} = -\frac{16}{4} = -4$$

له دې لاس ته راځي ککرۍ ټکی: $S\left(-\frac{7}{2} \middle| -4\right)$



ب – ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – الف – د تابع مساوات شميرنه:

$P_1(-2|2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$

$P_2(3|-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	2
1	1	1	−7 II − I
1	3	9	−3 III − I
1	−2	4	2
0	3	−3	−9 | : 3
0	5	5	−5 | : (−5)
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	−1	−1	1III + II
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	0	−2	−2

$-2a_2 = -2 \,|: (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot 1 = -3$

$\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = 2$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x - 6}}$

$P_1(-2|2): f(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$

$P_2(1|-7): f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$

$P_3(3|-3): f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$

د محور غوښتکي شميرنه:

$f(x) = x^2 - 2x - 6 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-6)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -2; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3,65 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1 + \sqrt{7} \approx 3,65 | 0)}}$

$x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1,65 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(1 - \sqrt{7} \approx -1,65 | 0)}}$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

الف-

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$f(x) = x^2 - 2x - 6$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+\sqrt{7}+1-\sqrt{7}}{2} = 1$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$

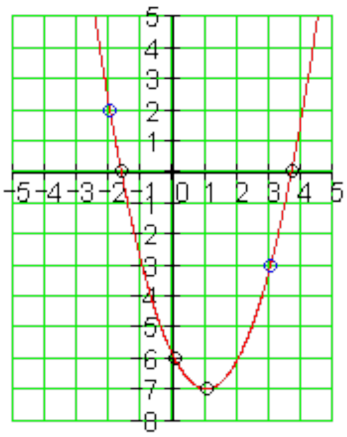
$= 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}(1|-7)$

د ککرۍ ټکي بڼه:

$f(x) = (x-1)^2 - 7$

ګراف :



ب- د تابع مساوات شمېرنه:

$P_1(-1|-2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(1|0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$

$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	−2
1	1	1	0 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−1	1	−2
0	2	0	2
0	3	3	6

$2a_1 = 2 \mid :2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$

$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$f(x) = x^2 + x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1\cdot(-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1\cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$

$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1\cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$

د محور غوڅتکو شمیرنه: $f(x) = x^2 + x - 2 \quad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$

دا د مربع مساوات نورمال بنه ده $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2|0)}} \end{array} \right.$$

<table>
<tr>
<td>

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بنه:

$f(x) = x^2 + x - 2$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$

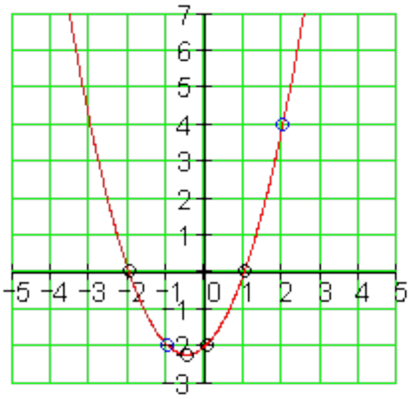
$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$

ککرۍ ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2}\Big|-\frac{9}{4}\right)}}$

ککرۍ ټکی بنه : $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

</td>
<td>

ګراف



</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د تابع مساواتو شمېرنه

$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	10
1	1	1	−2 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	10
0	4	−8	−12
0	6	0	−6

$6a_1 = -6 \,|\, : 6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) - 8a_2 = -12$

$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot(-1) + 9\cdot 1 = 10$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$

$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1\cdot(-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1\cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_3(3|4): f(2) = 3^2 - 1\cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = x^2 - x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

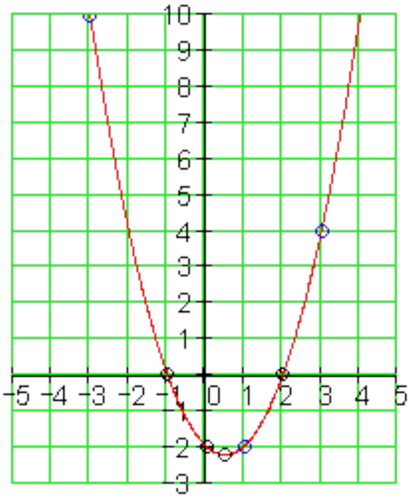
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \middle| -\frac{9}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$



ت- د تابع مساواتو شمیرنه:

$P_1(-2|4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(3|-6): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	4
1	1	1	4 II − I
1	3	9	−6 III − I
1	−2	4	4
0	3	−3	0 | : 3
0	5	5	−10 | : (−5)
1	−2	4	4

$-2a_2 = 2 \,|: (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1\cdot(-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot(-1) + 4\cdot(-1) = 4$

$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−1	0
0	−1	−1	2III+II
1	−2	4	4
0	1	−1	0
0	0	−2	2

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$P_1(-2|4): f(-2) = -(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 6 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = -1^2 - 1\cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$

$P_3(3|-6): f(3) = -3^2 - 1\cdot 3 + 6 = -6$

$f(x) = -x^2 - x + 6 \qquad f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$

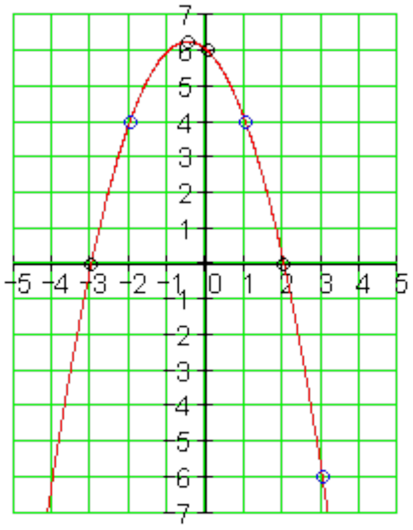
د محور غوښتکو شمیرنه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$

دمربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 & \Rightarrow P_{x1}(2|0) \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 & \Rightarrow P_{x2}(-3|0) \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی بڼه: $f(x)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$	

ټ- د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1(-1|0): f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=0$$
$$P_2(1|6): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=6$$
$$P_2(3|4): f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	0
1	1	1	6 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	0
0	2	0	6
0	4	8	4

$$2a_1=6\,|:2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1=3}$$
$$4a_1+8a_2=4 \Leftrightarrow 4\cdot 3+8a_2=4$$
$$\Leftrightarrow 8a_2+12=4 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$$
$$a_0-a_1+a_2=0 \Leftrightarrow a_0-1\cdot 3+1\cdot(-1)=0$$
$$\Leftrightarrow a_0-3-1=0 \Leftrightarrow \boxed{a_0=4}$$
$$\underline{\underline{f(x)=-x^2+3x+4}}$$

$$P_1(-1|0): f(-1)=-(-1)^2+3\cdot(-1)+4=-1-3+4=0$$
$$P_2(1|6): f(1)=-1^2+3\cdot 1+4=-1+3+4=6$$
$$P_3(3|4): f(2)=-3^2+3\cdot 3+4=-9+9+4=4$$

د محور غوڅټکو شميرنه:

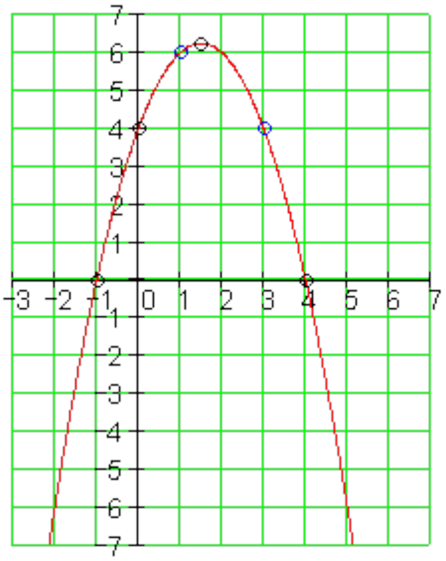
$$f(x)=-x^2+3x+4 \qquad f(0)=4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|4)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+3x+4=0$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-3;\ q=-4 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}+4=\frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(4|0)}} \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بنه

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

ککری ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)}}$

ککری ټکی بنه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}}}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-4|-2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(-2|-4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$

$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	−2
1	−2	4	−4 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−4	16	−2

$$-4a_2 = -2 \,|\, :(-4)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 6 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	2	−12	−2 | : 2
0	6	−12	6 | : (−6)
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	−1	2	−1 III + II
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	0	−4	−2

$\Leftrightarrow a_1 - 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 4 \cdot 2 + 16 \cdot \frac{1}{2} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 8 + 8 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

$P_1(-4 \mid -2): f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$

$P_2(-2 \mid -4): f(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 2 - 4 - 2 = -4$

$P_3(2 \mid 4): f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83 \\ x_2 = -2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83 \mid 0\right) \\ \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83 \mid 0\right) \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2}=-2$$

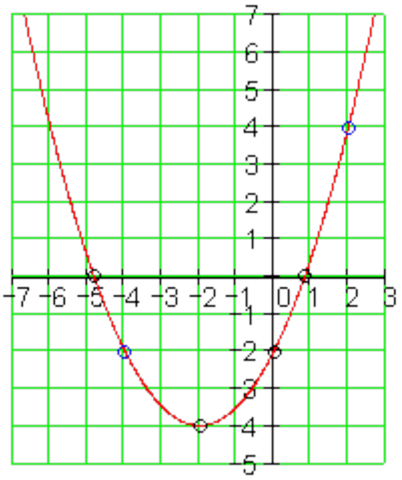
$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f(-2)$$

$$=\frac{1}{2}(-2)^2+2\cdot(-2)-2=-4$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}(-2\mid-4)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$$



ځلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4\mid 2): f(-4)=16a_2-4a_1+1a_0=2$$

$$P_2\left(1\mid-\frac{1}{2}\right): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=-\frac{1}{2}$$

$$P_2(2\mid-4): f(2)=4a_2+2a_1+1a_0=-4$$

a_0	a_1	a_2	
1	-4	16	$2 \mid \cdot 2$
1	1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
1	2	4	$-4 \mid \cdot(-2)$
2	-8	32	4
-2	-2	-2	$1II+I$

$$-2a_2=1\mid:(-2)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2=-\frac{1}{2}}$$

$$2a_1-6a_2=-1\Leftrightarrow 2a_1-6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1+3=-1\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 8\cdot(-2) + 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2}}$$

$$P_1(-4|2): f(-4) = -\frac{1}{2}\cdot(-4)^2 - 2\cdot(-4) + 2 = 2$$

$$P_2\left(1|-\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(2|-4): f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 2 = -4$$

-2	-4	-8	$8\,|\,III+I$
12	-8	32	4
0	-10	30	$5\,|:(-5)$
0	-12	24	$12\,|:6$
2	-8	32	4
0	2	-6	-1
0	-2	4	$2\,|\,III+II$
2	-8	32	4
0	2	-6	-1
0	0	-2	1

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$

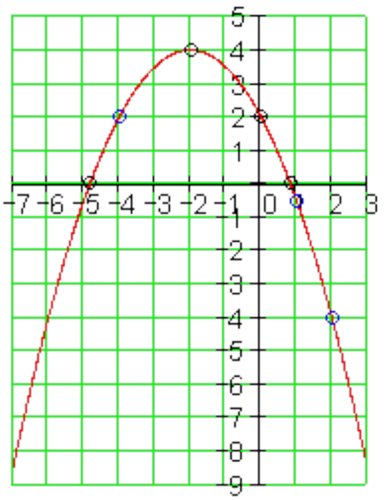
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

	ککری ټکی او دککری ټکی بنه $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $= \frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$ $y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$ $= -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2\cdot(-2) + 2 = 4$ ککری ټکی : $P_{sp}(-2\mid 4)$ ککری ټکی بنه: $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$

ب – د تابع مساواتو شمیرنه

$\cdot 1) : f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$

$\cdot 4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$

$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$

a_2	
16	−1
4	−4 II − I
4	8 III − I
16	−1
−12	−3
−12	9 | : (−3)
16	−1

$-8a_2 = -6 \mid : (-8)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{4}}$

$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12\cdot\frac{3}{4} = -3$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$

$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 3 + 16\cdot\frac{3}{4} = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-12	-3
4	$-3 \; III + II$
16	-1
-12	-3
-8	-6

$$\Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 3\cdot(-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$: f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوڅټکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4;\, q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 | 0\right)}} \\ x_2 = -2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 | 0\right)}} \end{array} \right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی اوککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} - 2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = -2$$

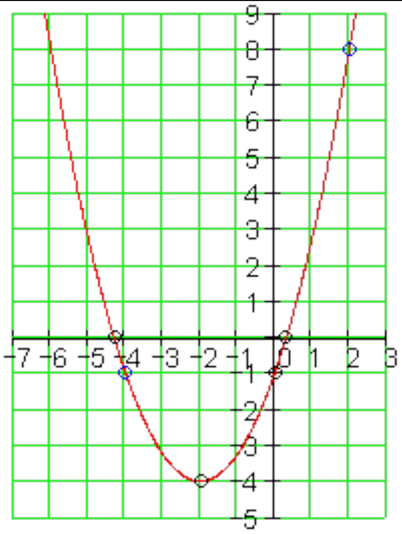
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = -4$$

ککرۍ ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}(-2 \mid -4)}}$

ککرۍ ټکی بڼه :

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4}}$$



پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right): f(0) = 0a_2 + 0a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{1}{4}}$$

$$P_2\left(3 \mid \frac{41}{4}\right): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = \frac{41}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4} \mid \cdot 4$
1	0	0	$-\frac{1}{4}$

$$-24a_1 = -36 \mid :(-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{3}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	$\frac{41}{4}$ | $\cdot(-4)$
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
−4	−12	−36	−41 | III+II
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
0	−24	0	−36

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - 12\cdot\frac{3}{2} + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 36a_2 - 1 - 18 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{2}{3}}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3)^2 + \frac{3}{2}\cdot(-3) - \frac{1}{4} = 6 - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(0) = \frac{2}{3}\cdot 0^2 + \frac{3}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3\left(3\,|\,\frac{41}{4}\right): f(3) = \frac{2}{3}\cdot 3^2 + \frac{3}{2}\cdot 3 - \frac{1}{4} = 6 + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \qquad f(0) = -\frac{1}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{3}{8} = 0 \qquad f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{9}{4};\, q = -\frac{3}{8} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{64} + \frac{3}{8} = \frac{105}{64} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{105}{64}} = \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = -\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 \qquad \Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16\,|\,0\right)$$

$$x_2 = -\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 \qquad \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41\,|\,0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} - \frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}}{2} = -\frac{9}{8}$$

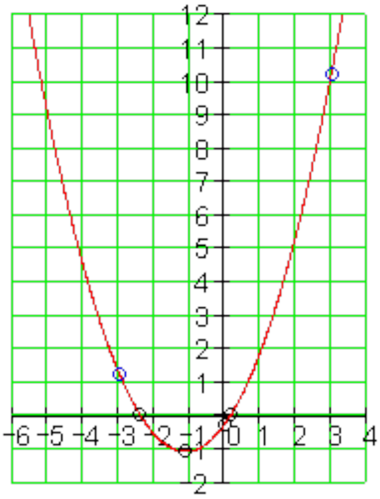
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{9}{8}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)^2 + \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{35}{32}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{9}{8} \middle| -\frac{35}{32}\right)$

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x) = \frac{2}{3}\left(x + \frac{9}{8}\right)^2 - \frac{35}{32}$$



ت – د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2|2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(-1\middle|\frac{5}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1\middle|\frac{1}{2}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$2 \mid \cdot 2$
1	−1	1	$\frac{5}{2} \mid \cdot(-2)$
1	1	1	$\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−4	8	4

$$-12a_2 = 6 \mid :(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$6a_1 - 18a_2 = 3 \Leftrightarrow 6a_1 - 18\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1 + 9 = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-2	2	-2	$-5 \| II + I$
-2	-2	-2	$-1 \| III + I$
2	-4	8	4
0	-2	6	$-1 \| \cdot (-3)$
0	-6	6	3
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	-6	6	$3 \| III + II$
2	-4	8	4
0	6	-18	3
0	0	-12	6

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot(-1) + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2}}$$

$$P_1(-2|2): f(-2) = -\frac{1}{2}\cdot(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1\middle|\frac{5}{2}\right): f(-1) = -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - 1\cdot(-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1\middle|\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 1\cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$

$$p = 2; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1+\sqrt{5} \approx 1,24 \,|\, 0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1-\sqrt{5} \approx -3,24 \,|\, 0\right)}} \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککړی ټکی ا و د ککړی ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5} - 1 - \sqrt{5}}{2} = -1$$

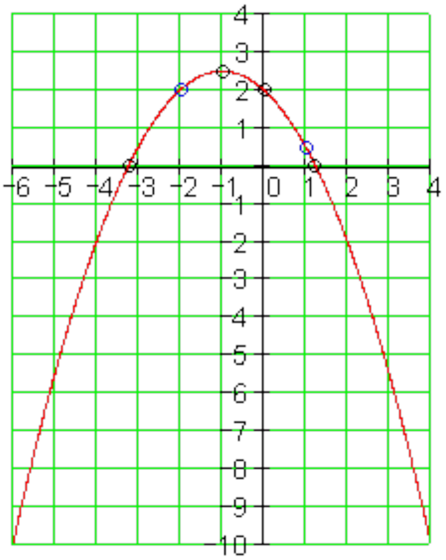
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککړی ټکی : $P_{sp}\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

ککړی ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$



ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-1 \middle| -\frac{1}{2}\right) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2\,(2 \mid 2) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(3 \middle| -\frac{1}{2}\right) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	2	4	$2 \mid \cdot(-2)$
1	3	9	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−2	2	−1
−2	−4	−8	$-4 \mid II + I$
−2	−6	−18	$1 \mid III + I$
2	−2	2	1
0	−6	−6	$-5 \mid \cdot(-4)$
0	−8	−16	$0 \mid \cdot 3$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	−24	−48	$0 \mid III + II$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	0	−24	20

$$24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$$

$$2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right): f(-1) = -\frac{5}{6} \cdot (-1)^2 + \frac{5}{3} \cdot (-1) + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2): f(2) = -\frac{5}{6} \cdot 2^2 + \frac{5}{3} \cdot 2 + 2 = 2$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right): f(3) = -\frac{5}{6} \cdot 3^2 + \frac{5}{3} \cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

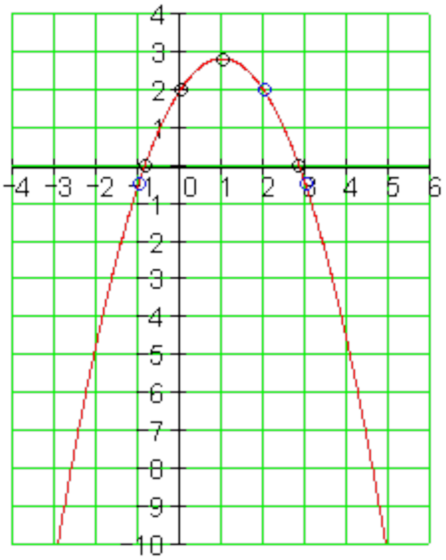
$$p = -2; q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \qquad \Rightarrow P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \mid 0\right)$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \qquad \Rightarrow P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \mid 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{\frac{17}{5}} + 1 - \sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6}\cdot 1^2 + \frac{5}{3}\cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(1 \middle| \frac{17}{6}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1\middle| -\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$$

$$P_2(1|-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$-1 \mid \cdot 3$
1	−1	1	$-\frac{7}{3} \mid \cdot(-3)$
1	1	1	$-3 \mid \cdot(-3)$
3	−6	12	−3

$$-18a_2 = -6 \mid :(-18)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$$

$$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27\cdot\frac{1}{3} = -12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−3	3	−3	7 II + I
−3	−3	−3	9 III + I
3	−6	12	−3
0	−3	9	4 I · (−3)
0	−9	9	6
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	−9	9	6 | III + II
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	0	−18	−6

$$\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$$

$$3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 12\cdot\frac{1}{3} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3}}$$

$P_1(-2|-1)$:

$$f(-2) = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$$

$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right)$:

$$f(-1) = \frac{1}{3}\cdot(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$P_3(1|-3)$:

$$f(1) = \frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{1}{3}\cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \qquad f(0) = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0$

$$p = -1; q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3,54 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3,54 \mid 0\right)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2,54 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2,54 \mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

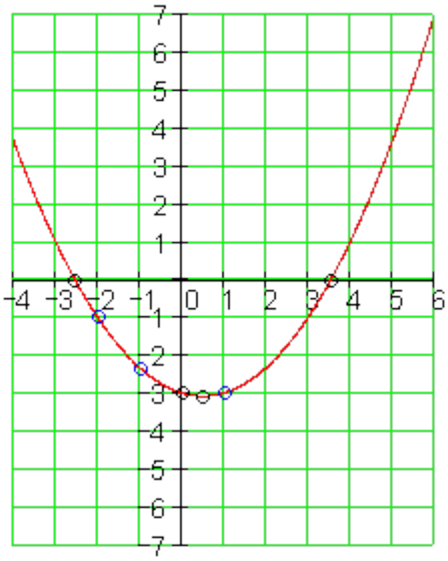
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$



الف- د تابع مساواتو شميرنه:

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$\frac{1}{2} \mid \cdot 2$
1	1	1	$4 \mid \cdot(-2)$
1	2	4	$-\frac{5}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−4	8	1
−2	−2	−2	−8 II + I
−2	−4	−8	5 III + I
2	−4	8	1
0	−6	6	−7
0	−8	0	6

$$-8a_1 = 6 \mid :(-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 8\cdot\left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right): f(-2) = -\frac{23}{12}\cdot(-2)^2 - \frac{3}{4}\cdot(-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4): f(1) = -\frac{23}{12}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right): f(2) = -\frac{23}{12}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوخښکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \qquad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=\frac{9}{23};\ q=-\frac{80}{23}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{2116}+\frac{80}{23}=\frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{7441}{2116}}=\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68 \\ x_2=-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\end{array}\right.$$

$$P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\,|\,0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\,|\,0\right)$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{23}{12}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{20}{3}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}}{2}=-\frac{9}{46}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{9}{46}\right)=-\frac{23}{12}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)+\frac{20}{3}=\frac{7441}{1104}$$

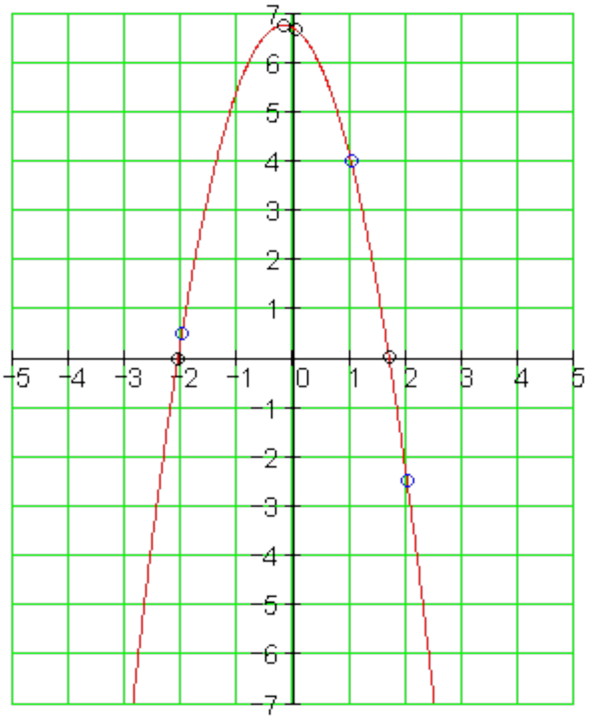
ککری ټکی : $P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\ \Big|\ \frac{7441}{1104}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



ب- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2-\frac{3}{2}a_1+1a_0=\frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2+\frac{3}{2}a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{4}\,\vert\cdot 4$
1	1	1	$1\,\vert\cdot(-4)$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{5}{4}\,\vert\cdot(-4)$

$$-12a_1=24\,|:(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

$$-10a_1+5a_2=15\Leftrightarrow -10\cdot(-2)+5a_2=15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2+20=15\Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−6	9	19
−4	−4	−4	−4 II + I
−4	−6	−9	5 III + I
4	−6	9	19
0	−10	5	15
0	−12	0	24

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6\cdot(-2) + 9\cdot(-1) = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$
$$P_2(1 \mid 1): f(1) = -1^2 - 2\cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$
$$P_3\left(\frac{3}{2} \mid -\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوڅټکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 4)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$f(x) = -x^2 - 2x + 4$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-1+\sqrt{5} - 1 + \sqrt{5}}{2} = -1$

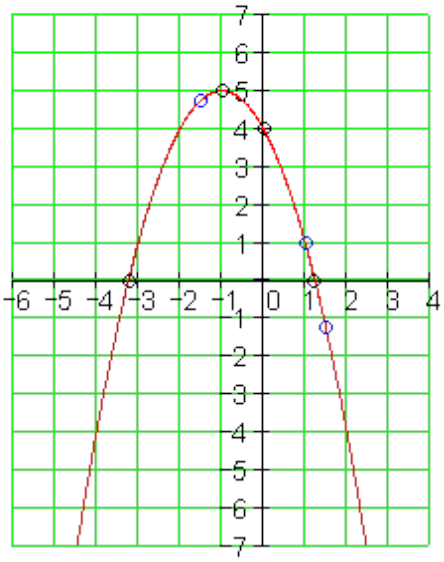
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$

$= -(-1)^2 - 2\cdot(-1) + 4 = 5$

ککری ټکی : $\therefore P_{sp}(-1|5)$

ککری ټکی بڼه:

$f(x) = -(x+1)^2 + 5$



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(\frac{3}{2}|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$

$P_2(2|2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	2| ·4
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4}$ | ·(−4)
1	2	4	2| ·(−4)
4	−4	4	8
−4	−6	−9	−13 II+I
−4	−8	−16	−8 III+I

$-a_2 = 1 \,|:(-1)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4\cdot 1 + 4\cdot(-1) = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−4	4	8
0	−10	−5	−5 | : (−5)
0	−12	−12	0 | : 6
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	−2	−2	0 | III + II
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	0	−1	1

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 + x + 4}}$$

$$P_1(-1|\,2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$$

$$= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$$

$$P_3(2|\,2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 + x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|4)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$$

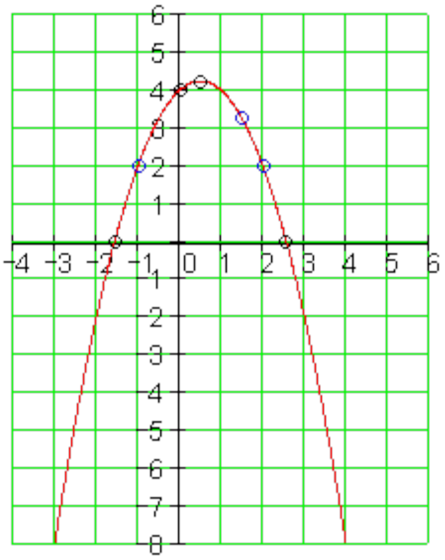
د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$

$$p = -1;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{17}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\; \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56\,|\,0\right)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بڼه $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = \frac{17}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{17}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$

ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3\,|\,4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \,|\, :6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

$$4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4\cdot\frac{1}{3} - 8a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot\frac{1}{3} + 9\cdot\frac{19}{24} = 2$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	2
1	1	1	−3 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	2
0	4	−8	−5
0	6	0	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}}}$$

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = \frac{19}{24}\cdot(-3)^2 + \frac{1}{3}\cdot(-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = \frac{19}{24}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3\,|\,4): f(3) = \frac{19}{24}\cdot 3^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \qquad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{8}{19};\, q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19}\cdot\sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2,08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2,5 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2,08\,|\,0\right)}};\; \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2,5\,|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2}=-\frac{4}{19}$$

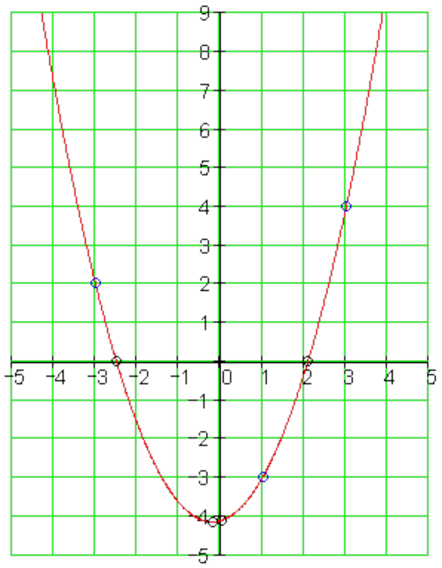
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{4}{19}\right)=\frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{19}\right)-\frac{33}{8}=-\frac{1897}{456}$$

ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$

ککرۍ ټکی

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19}\,\middle|\,-\frac{1897}{456}\right)$$



ګراف :

ټ – د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2\,|\,-2): f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-2$$

$$P_2(-1\,|\,2): f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=2$$

$$P_2(3\,|\,1): f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−2
1	−1	1	2 II − I
1	3	9	1 III − I
1	−2	4	−2
0	1	−3	4 | ·5
0	5	5	3
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	5	5	3 III − II
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	0	20	−17

$$20a_2 = -17 \,|\, : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{29}{20} + 4 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}$$

$P_1(-2\,|-2)$:

$$f(-2) = -\frac{17}{20}\cdot(-2)^2 + \frac{29}{20}\cdot(-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$P_2(-1\,|\,2)$:

$$f(-1) = -\frac{17}{20}\cdot(-1)^2 + \frac{29}{20}\cdot(-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$P_3(3\,|\,1)$:

$$f(3) = -\frac{17}{20}\cdot 3^2 + \frac{29}{20}\cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوښتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \qquad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{43}{10}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{29}{17}x-\frac{86}{17}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{29}{17};\ q=-\frac{86}{17} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{841}{1156}+\frac{86}{17}=\frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D}=\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \\ x_2=\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26\,|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x+\frac{43}{10}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}+\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}}{2}=\frac{29}{34}$$

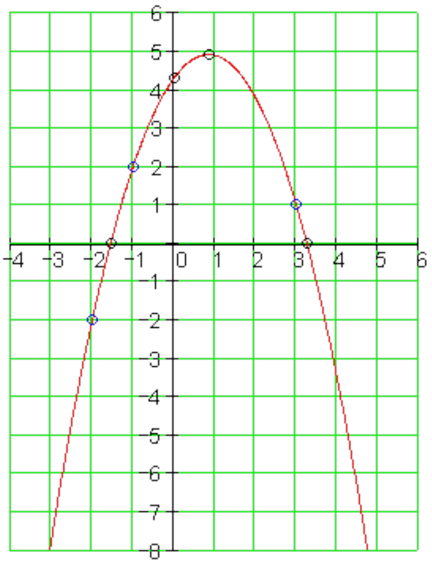
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{29}{34}\right)=-\frac{17}{20}\cdot\left(\frac{29}{34}\right)^2+\frac{29}{20}\cdot\frac{29}{34}+\frac{43}{10}=\frac{6689}{1360}$$

ککرۍ ټکی بڼه ککرۍ ټکی

$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}}} \qquad \underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{29}{34}\,|\,\frac{6689}{1360}\right)}}$$

ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library



ث - د تابع مساواتو شميرنه

$P_1(-1|3): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$

$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	3
1	1	1	1 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	3
0	2	0	−2
0	4	8	1

$$2a_1 = -2 \,|:2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|3): f(-1)=\frac{5}{8}\cdot(-1)^2-(-1)+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}+1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}+1=2+1=3$$

$$P_2(1|1): f(1)=\frac{5}{8}\cdot 1^2-1+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}-1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}-1=2-1=1$$

$$P_3(3|4): f(2)=\frac{5}{8}\cdot 3^2-3+\frac{11}{8}=\frac{45}{8}-3+\frac{11}{8}=\frac{56}{8}-3=7-3=4$$

د محور غوښتکو شميرنه:

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8} \qquad f(0)=\frac{11}{8}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{11}{8}\right.\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}=0$$

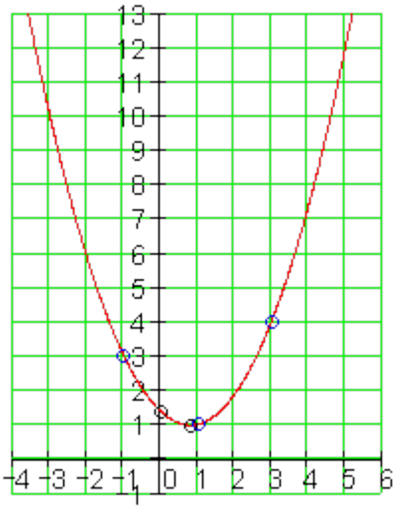
$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=-\frac{8}{5};q=\frac{11}{5}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-\frac{11}{5}<0$$

f(x) صفرځای نه لري

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه



$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left[\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{25}\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$= \frac{5}{8}\left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی بڼه: $f(x) = \frac{5}{8}\left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{4}{5} \middle\vert \frac{39}{40}\right)$

پوښتنې

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي II

لومړی-

یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرئ، د محور غوڅټکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کي ګراف رسم کړئ.

الف- $P_1(-2 \mid -3); P_2(1 \mid -1); P_3(3 \mid -4)$

ب - $P_1\left(-\frac{1}{2} \middle\vert -2\right); P_2\left(2 \middle\vert -\frac{1}{2}\right); P_3(3 \mid 2)$

پ - $P_1\left(-3 \middle\vert \frac{5}{4}\right); P_2\left(1 \middle\vert -\frac{1}{4}\right); P_3(3 \mid 9)$

ت ــ $P_1(-3 \mid -4); P_2(2 \mid -4); P_3(3 \mid -10)$

ټ - $P_1\left(2 \middle\vert 3\frac{1}{4}\right); P_2\left(1 \middle\vert 1\frac{1}{4}\right); P_3\left(0 \middle\vert 1\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دویم –

یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅېږي، چې د یوه درېګوټي یا مثلث ګوډونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍ ټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍ ټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوڅټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

دریم – یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅېږي، چې د یوه درېګوټي ګوډونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍټکي بنه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوښتکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږۍ.

ځلورم – یوه فزیکي تجربه لاندې کچ ارزوني ښايي:

اړین وخت په ثانی S	2 | 4 | 6
وهل شوې لار په cm	4 | 5 | 8

الف - د تابع مساوت وشمېرۍ.
ب – وهل شوې لار د 3 ;0 او 5 ثنیو ترمنځ وشمیرۍ
پ – د کوم وخت وروسته وهل شوې لار 10 cm ده؟
پنځم –
یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرۍ، د محور غوښتکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بنه هم. په یوه مناسب پروټولاړ سیستم کې ګراف رسم کړۍ.

$\ldots \left| -1\frac{3}{4}\right); P_2\left(3 \left| -3\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(1 \left| 2\frac{1}{4}\right.\right)$ b) $1 \left| 3\frac{1}{4}\right); P_2\left(-3 \left| -2\frac{3}{4}\right.\right); P_3\left(-5 \left| -\frac{3}{4}\right.\right)$

$P_1(-2 | -5); P_2(-5 | -2); P_3(0 | -17)$

حلونه
پارابول له درې ټکو **II**

نتيجي او ځني برخي مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شميرنه

$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$

$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$

$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−3
1	1	1	−1 II − I
1	3	9	−4 III − I
1	−2	4	−3
0	3	−3	2 | · 5
0	5	5	−1 | · (−3)
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	−15	−15	3 III + II
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	0	−30	13

$-30a_2 = 13 \,|\, :(-13)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{13}{30}}$

$15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = 10$

$\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{7}{30}}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot\frac{7}{30} + 4\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = -3$

$\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{4}{5}}$

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}$$

$$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30}\cdot(-2)^2 + \frac{7}{30}\cdot(-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$$

$$P_2(1|-1): f(-1) = -\frac{13}{30}\cdot 1^2 + \frac{7}{30}\cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30}\cdot 3^2 + \frac{7}{30}\cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$$

د محور غوښتکو شميرنه

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13}\right)$$

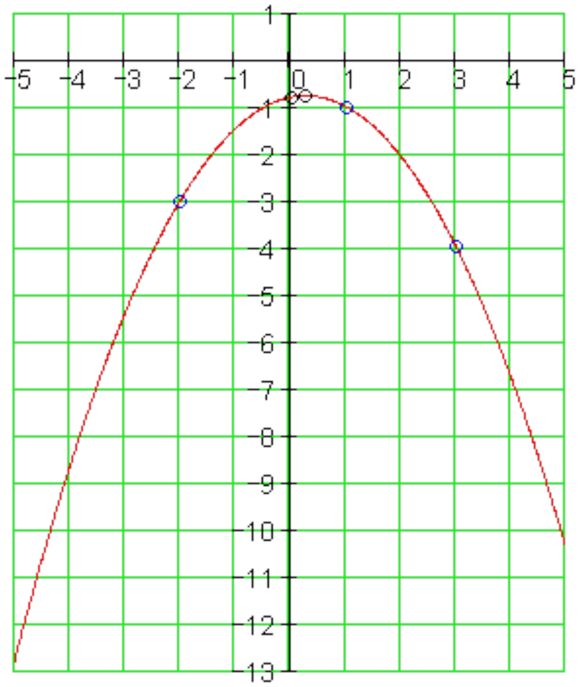
$$= -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \left(\frac{7}{26}\right)^2 - \left(\frac{7}{26}\right)^2 + \frac{24}{13}\right) = -\frac{13}{30}\left[\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 + \frac{1199}{676}\right]$$

$$= -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی بڼه: $f(x) = -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{7}{26} \mid -\frac{1199}{1560}\right)$



گراف-

ب - د تابع مساواتو شميرنه

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right): f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(3 \mid 2): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-2 \mid \cdot 4$
1	2	4	$-\frac{1}{2} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$2 \mid \cdot (-4)$
4	−2	1	−8
−4	−8	−16	2 II + I
−4	−12	−36	−8 III + I
4	−2	1	−8
0	−10	−15	$-6 \mid \cdot (-14)$
0	−14	−35	$-16 \mid \cdot 10$
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	−140	−350	−160 | III + II
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	0	−140	−76

$$-140a_2 = -76 \mid : (-140)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{35}}$$
$$-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15\cdot\frac{19}{35} = -6$$
$$\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{14}}$$
$$4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2\cdot\left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{157}{70}}$$
$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$
$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$
$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = \frac{19}{35}\cdot 2^2 - \frac{3}{14}\cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$
$$P_3(3 \mid 2) : f(3) = \frac{19}{35}\cdot 3^2 - \frac{3}{14}\cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محورغوښتکو شميرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \qquad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{38}x - \frac{157}{38} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -\frac{15}{38}; q = -\frac{157}{38} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{225}{5776} + \frac{157}{38} = \frac{24089}{5776} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{24089}{5776}} = \frac{1}{76} \cdot \surd$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1 = \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2{,}24 & \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx 2{,}24 \mid 0\right. \\ x_2 = \frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1{,}84 & \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{15}{76} - \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} \approx -1{,}84 \mid\right. \end{vmatrix}$$

ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089} + \frac{15}{76} + \frac{1}{76} \cdot \sqrt{24089}}{2} = \frac{15}{76}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{15}{76}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(\frac{15}{76}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(\frac{15}{76}\right) - \frac{157}{70} = -\frac{24089}{10640}$$

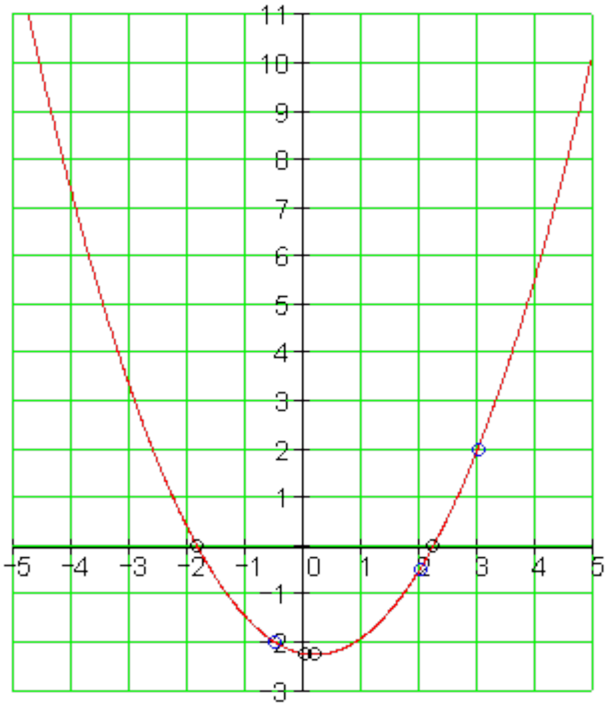
ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{15}{76} \mid -\frac{24089}{10640}\right)$

ککری ټکي بڼه:

$$f(x) = \frac{19}{35}\left(x - \frac{15}{76}\right)^2 - \frac{24089}{10640}$$

ګراف :

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3\,|\,9): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}\,|\cdot 4$
1	1	1	$-\frac{1}{4}\,|\cdot(-4)$
1	3	9	$9\,|\cdot(-4)$
4	−12	36	5

$$-24a_1 = -31\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{31}{24}}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16\cdot\frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-4	-4	-4	$1\,II+I$
-4	-12	-36	$-36\,III+I$
4	-12	36	5
0	-16	32	6
0	-24	0	-31

$$4a_0-12a_1+36a_2=5\Leftrightarrow 4a_0-12\cdot\frac{31}{24}+36\cdot\frac{5}{6}=5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0-\frac{31}{2}+30=5\Leftrightarrow \boxed{a_0=-\frac{19}{8}}$$

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3)=\frac{5}{6}\cdot(-3)^2+\frac{31}{24}\cdot(-3)-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}-\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}-\frac{50}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|-\frac{1}{4}\right): f(1)=\frac{5}{6}\cdot 1^2+\frac{31}{24}\cdot 1-\frac{19}{8}=\frac{5}{6}+\frac{31}{24}-\frac{19}{8}=\frac{20}{24}+\frac{31}{24}-\frac{57}{24}=-\frac{6}{24}=-\frac{1}{4}$$

$$P_3(3\,|\,9): f(3)=\frac{5}{6}\cdot 3^2+\frac{31}{24}\cdot 3-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{72}{8}=9$$

د محور غوښتكو شميرنه :

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}\qquad f(0)=-\frac{19}{8}\Rightarrow P_y\left(0\,|-\frac{19}{8}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}=0$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2+\frac{31}{20}x-\frac{57}{20}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=\frac{31}{20};q=-\frac{57}{20}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{961}{1600}+\frac{57}{20}=\frac{5521}{1600}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{5521}{1600}}=\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\begin{array}{|l}x_1=-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx 1{,}08\quad\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx 1{,}08\,|\,0\right)\\ x_2=-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx -2{,}63\quad\Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx -2{,}63\,|\,0\right)\end{array}$$

ككرۍ ټكى او ككرۍ ټكى بنه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

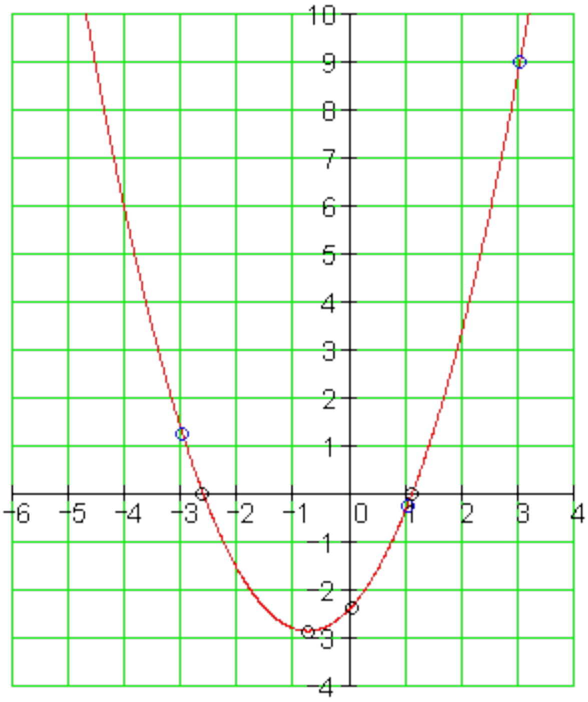
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}}{2}=-\frac{31}{40}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{31}{40}\right)=\frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)^2+\frac{31}{24}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)-\frac{19}{8}=-\frac{5521}{1920}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{31}{40}\,\middle|\,-\frac{5521}{1920}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه: $f(x)=\frac{19}{35}\left(x+\frac{31}{40}\right)^2-\frac{5521}{1920}$

ګراف :



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ

تابع:

$$y = f(x) = -x^2 - x + 2$$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

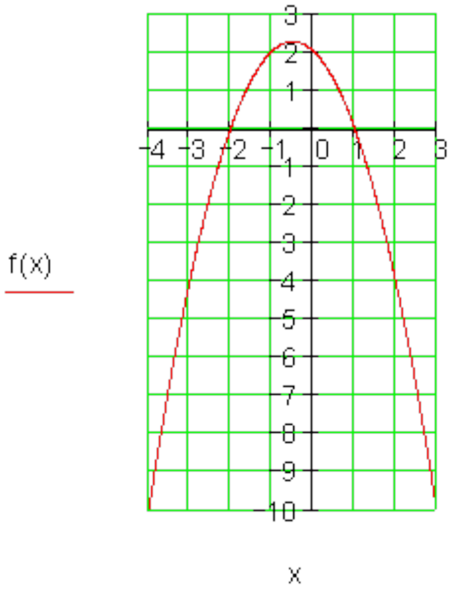
$$y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

ککرۍ: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| 2\frac{1}{4}\right)$

صفرځایونه:

$$P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-2|0)$$

د y برخه: $P_y(0|2)$



ټ ـ

تابع:

$$y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$$

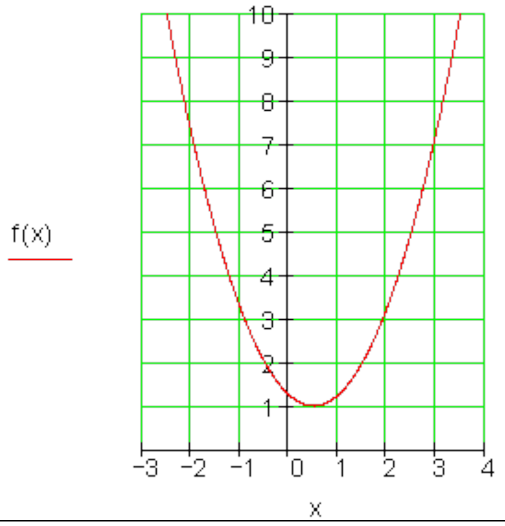
ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

$$y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

ککرۍ $S\left(\frac{1}{2} \middle| 1\right)$

صفرځایونه: شتون نه لري

د y برخه: $P_y\left(0 \middle| 1\frac{1}{4}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –

تابع:

$y = f(x) = -x^2 + 1$

ګکربنه یا د رأس بنه:

$y = f(x) = -(x+0)^2 + 1$

ګکرئ:

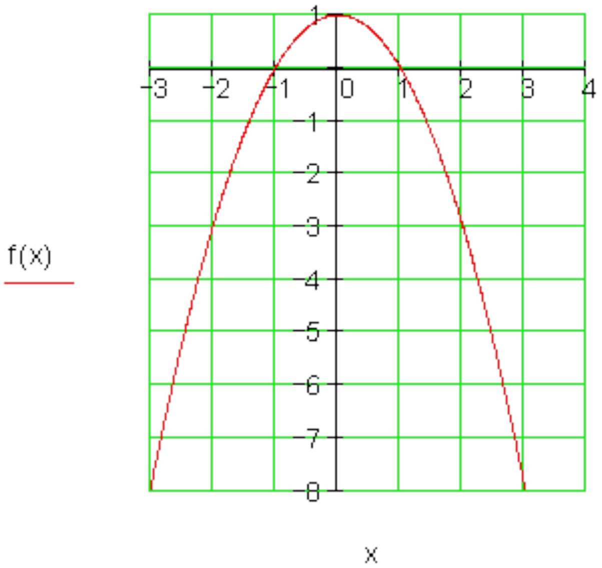
$S(0 \mid 1)$

صفرځايونه:

$P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

د برخه:

$P_y(0 \mid 1) = S$



دويم:

الف- $P_1\left(-\frac{1}{2} \mid 3\right); P_2\left(-5\frac{1}{2} \mid -2\right); P_3\left(-2\frac{1}{2} \mid -5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4}$ پ - $f_4(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ ت - $S\left(-\frac{7}{2} \mid -6\right)$

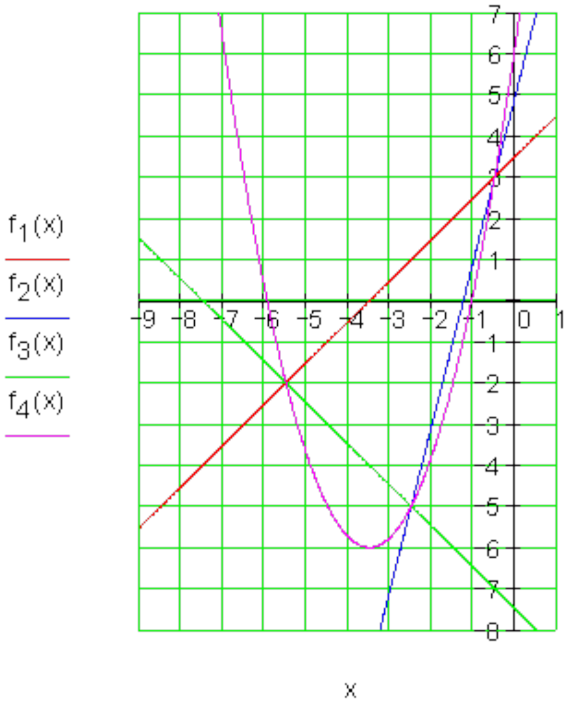
ټ –

$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x3}\left(-7\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x4}\left(-3,5-\sqrt{6} \mid 0\right); P_{x5}\left(-3,5+\sqrt{6} \mid 0\right)$

$P_{y1}\left(0 \mid 3\frac{1}{2}\right); P_{y2}(0 \mid 5); P_{y3}\left(0 \mid -7\frac{1}{2}\right); P_{y4}\left(0 \mid 6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث -



دريم:

الف- $P_1\left(\frac{1}{3}|3\right); P_2\left(5\frac{1}{2}|-2\right); P_3\left(2\frac{1}{2}|-5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 - 7x + 6\frac{1}{4}$

پ - $f_4(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 6$

ت - $S\left(\frac{7}{2}|-6\right)$

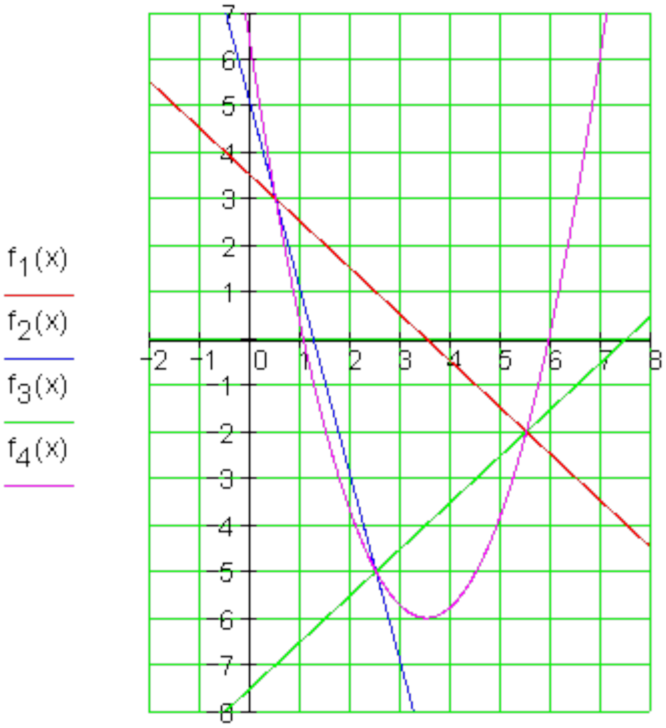
ټ –

$P_{x_1}\left(3\frac{1}{2}|0\right); P_{x_2}\left(\frac{5}{4}|0\right); P_{x_3}\left(7\frac{1}{2}|0\right); P_{x_4}\left(3,5-\sqrt{6}|0\right); P_{x_5}\left(3,5+\sqrt{6}|0\right)$

$P_{y_1}\left(0|3\frac{1}{2}\right); P_{y_2}(0|5); P_{y_3}\left(0|-7\frac{1}{2}\right); P_{y_4}\left(0|6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –



خلورم:تابعمساوات: $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکی: $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساواتسیستم ولیکی:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$
$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د ګاوس-الګوریتم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

a_0	a_1	a_2	
1	2	4	4
1	4	16	5
1	6	36	8

$a_0 = 5 \qquad a_1 = -1 \qquad a_2 = \frac{1}{4}$

$$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$$

ب-

$s(5) = \frac{25}{4} = 6{,}25 \qquad s(3) = \frac{17}{4} = 4{,}25 \qquad s(0) = 5$

وخت $t = 0$ کې پیل لار یا $s = 5$ cm ده.

د t وروسته وهل شوې لار $3 =$ s دی $s = 4{,}25$cm

وهل شوې لار وروسته له t $= 5$ s دی $s = 6{,}25$cm

پ- ایښونه: $s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10$

د مربع مساوات حل : $t_1 = 2 + 2\cdot\sqrt{6} \approx 6{,}899$

$t_2 = 2 - 2\cdot\sqrt{6} \approx -2{,}899$ د حل په حیث یې نه لرو

د $t = 6{,}899$ وروسته s وهل شوې لار 10 cm ده.

پنځم: الف-

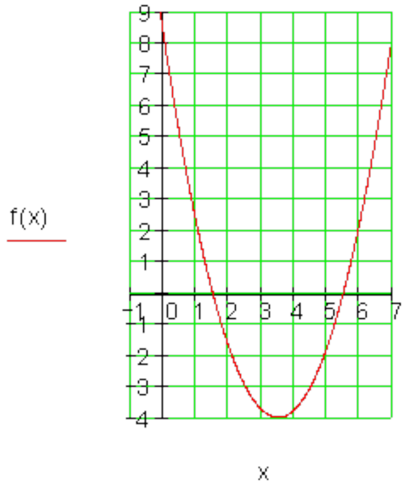
تابع : $y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4}$

ککرۍ بڼه $y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4$

ککرۍ $S\left(3\frac{1}{2}\middle|-4\right)$

صفرځایونه: $P_{x1}\left(1\frac{1}{2}\middle|0\right); P_{x2}\left(5\frac{1}{2}\middle|0\right)$

د y غوڅی. $P_y\left(0\middle|8\frac{1}{4}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

تابع : $y = f(x) = x^2 + 7x + 9\frac{1}{4}$

$$y = f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 3$$

ککری بڼه

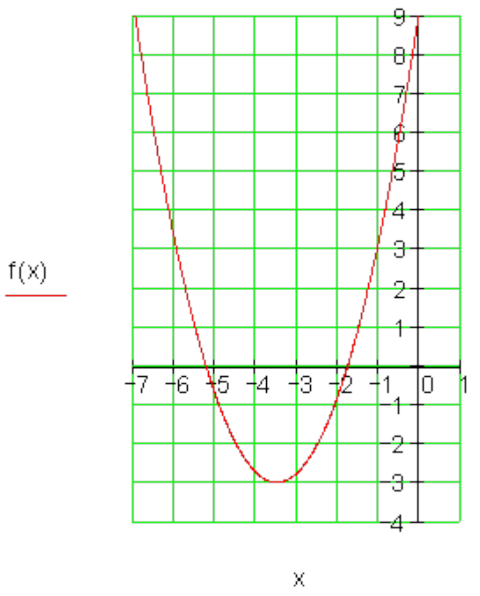
ککری $S\left(-3\frac{1}{2} \middle| -3\right)$

$$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} - \sqrt{3} \middle| 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-3\frac{1}{2} + \sqrt{3} \middle| 0\right)$$

صفرځایونه:

د y غوڅی. $P_y\left(0 \middle| 9\frac{1}{4}\right)$



تابع : $y = f(x) = -x^2 - 8x - 17$

ککری بڼه :

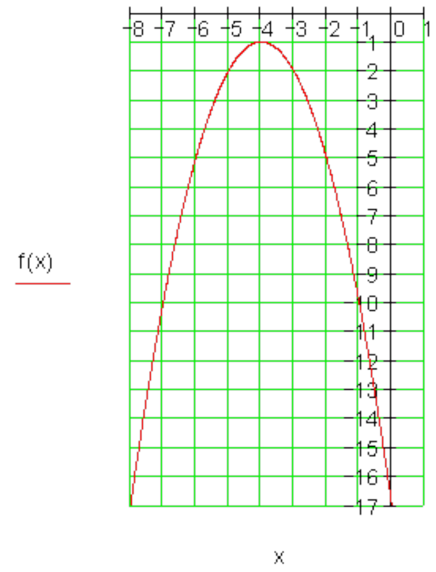
$$y = f(x) = -(x+4)^2 - 1$$

ککری: $S(-4\,|-1)$

صفرځایونه: نه شته

د y غوڅی.

$$P_y(0\,|-17)$$



پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګې برخه I

لومړی –

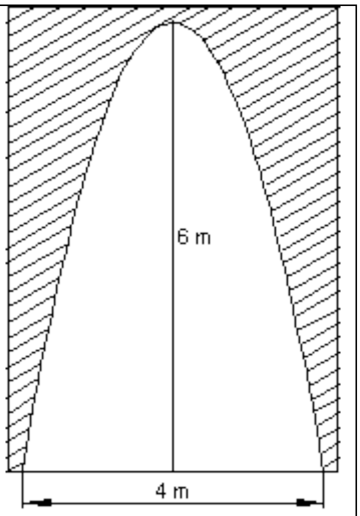
یوه د ننوتلو دروازه د پارابول بڼه لري

هغه 6 m جګه او 4 m سروره ده

یو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جګ

کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟

پام اړونه: لومړی د پارابول د لیندۍ فرمول وشمېری.



دویم –

یو غشیویشتونکی غشی نیغولاړ پورته لور ته ولي. د غشي جګوالی h د وخت t په واکوالي کې داسي لیکل کیږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر او t په ثانیو

الف – مساوات $h(t) = 0$ حل کړی او د حل معنا روښانه کړی.

ب- د $h(t)$ ګراف وکاږی.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بیرته وېشتلجګوالي (h = 0) ته رسیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –خورا لوی جګوال پیدا کړی، چې غشی ورته سيږي.

دريم – يو د تابع مساوات $f(x)=0,1.x^2$ سره پارابول جوړيږي.

له دې سره يو نوی پارابول منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې څيرونه يا تابع (ژباړونکی:په متن Abbildung د mapping په معنا دی، نو له دې امله زه ورته څيرونه ليکم) وي:

الف – د x محور باندې هندارونه.

ب- د y محور باندې هندارونه.

پ – د مثبتx محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت – د کميز يا منفي y محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ – د4 ضريب سره د y په لور غزونه.

څلورم – د يوه فابريکوال ګټه د منځ ته راوړې ډېرى يا سټ په واک کې يو 2.درجه ټول راشنل يا هوښيار تابع دی.

په 50 ME (ډېری يوون يا سټواحد) توليد سره ګټه صفر دی، د 150 ME لپاره ګټه ماکسيمال ده.

دا € 60000 ده.

د ګټه ترم د ګټې تابع وټاکی.

پنځم – يوه پارابول ډوله کوږ(منحني ډوله) پول يوه د غزيدا اوږدوالی 223 متره لري. يو ګرځنده غواړي د پول جګوال پيداکړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پښنه ټکي يا پيلټکي(د پښو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کږه يا منحني2,0 متره جګ دی(د بدن د لويوالي کچې سره پرتله شوی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د پول کږه څومره خورالوی جګوالی لري؟

ب ـ دا پیدا شوی جګوالی په څو په سلو کې تغیر خوري، که ګرځنده د پښوپل اندازه کونې سره10 سانتي متره کم یا لږ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه I

نتیجې او ځنې مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړی-د کواوردینات سرچینه یا پیل د پولکږې یا منحني په کښته کیڼ ګوټ اینبول کیږي.

$$S(2|6) \Rightarrow f(x) = a_2\left(x-2\right)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کې تیریږي، نو دا واټن د کیڼ لاندې ګوټ سره تر اوسه0,5 m دی. د پول د کږې یا منحني جګوال په دې ورشو کې پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$$

موټر مګر فقط 2,2 m جګ دی. دا د پله لاندې ځاییږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم - مفصل ځوابونه

الف -

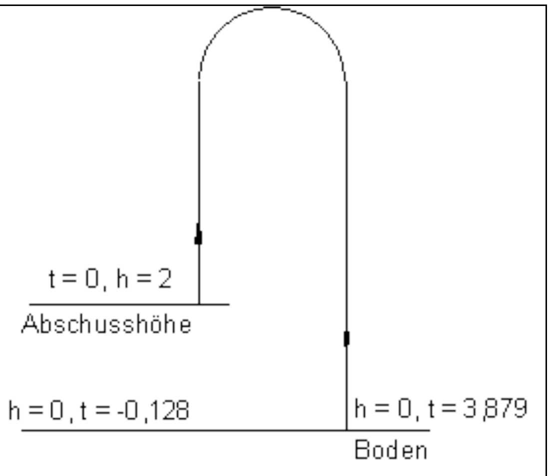
$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$$

$$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3{,}879$$

$$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0{,}129$$

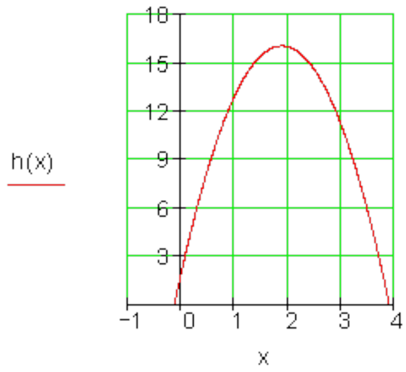


د دوارو ځوابونو غوره والی:

په t = 0 وخت کي غشی له يوه h = 2 m جګوالي څخه ويشتل کيږي.

له t = 3,879 s وخت وروسته غشی په ځمکه لويږي h = 0 .
که سړي دا غشی له ځمکي له سر h = 0 څخه ويشتلی وی، نو ده به د لومړي 2 m لپاره 0,128 s وخت اړتيا لرلی.

ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

اېښوونه: h(t)= 2

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t + 2 = 2$$
$$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t = 0$$
$$\Leftrightarrow t(-4t + 15) = 0$$
$$\Rightarrow t_1 = 0;\ t_2 = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3,75}}$$

له t = 3,75 s وخت وروسته غشی د 2 m متره وېشتلجګوالي څخه بیرته په ځمکه پروت دی

خورا لويجګوالی په ککرۍ ټکي یا رأس کې.

ت -
$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{15}{8} = 1,875 \qquad h(t_s) = h\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{257}{16} \approx 16,063$$

له 1,875 s څخه وروسته خورا لوی جګوالي16,063 m ته رسيږي.

درېم - نتيجې

الف – f(x)=0,1.x² د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

g(x)=-0,1.x²

ب –f(x)=o,1.x² د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 0,1 \cdot x^2$$

له دې امله چې محور سیومتریک دی.

پ - (x)=o,1.x² په 3Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه .له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0,1 \cdot (x-3)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=0,1.x^2$ په 2Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په کمیز یا منفي y . له دې لاس

ته راځي: $\Rightarrow g(x) = -0,1 \cdot x^2 - 2$

ټ – $f(x)=0,1.x^2$ په y په 4 ضریب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 4 \cdot f(x) = \underline{\underline{0,4 \cdot x^2}}$$

څلورم - (لاندې الماني:)

ماکسیموم د $S(150|60000)$ سره په ککرۍ ټکي پروت دی

(ککرۍ ټکیینه) $\Rightarrow G(x) = a_2 (x-150)^2 + 60000$

$$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$$

$$G(x) = -6(x-150)^2 + 60000 = \underline{\underline{-6x^2 + 1800x - 75000}}$$

پنځم –

الف - د پله د کږې یا منحني ټول اوږدوالی s = 223 m دی.

د y محور پول په دوه برابرو نیمو وېشي، داسې چې ښی پښنه ټکی یا د ځمکې د سر ټکی په

v = 111, 5 m پروت دی.

په لومړي حالت کې د پښنه – یا ځمکې ټکي څخه واټن 1,2 m دی، دا نو په

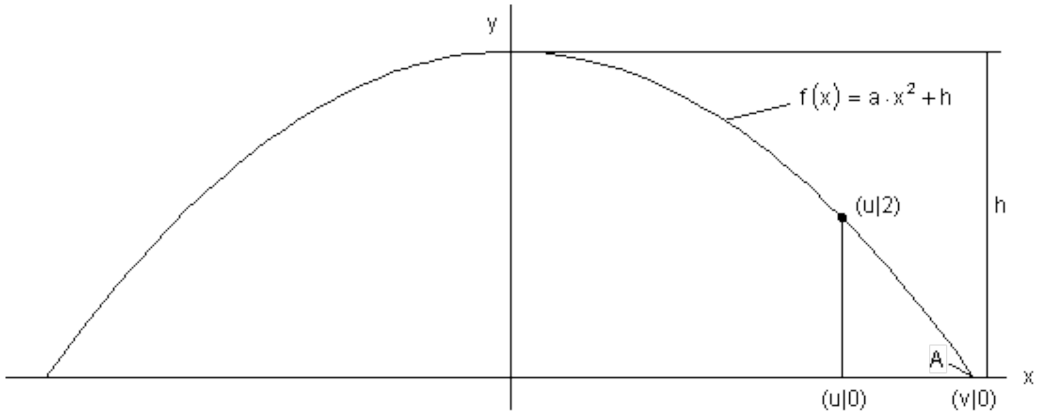
u = 111,5 m - 1,2 m = 110,3 m

کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هلته د پول کږه 2 m جګوالی لري.

داچې د ځمکې سر ټکي په دويم حالت کې لويدنه فقط1,1 m بايد وي، نو موخه ور دی، چې شميرنه د متحولې يا اووښتوني u اوv سره په ټوليزه توګه مخ ته بوځو. دا ټيک يا روښانه ارزښت وروسته کيښوول کيږي.



د پارابول تابعمساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$
$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$
$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

له (1) لاس ته راځي: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

ارزښت په(2) کې ځای په ځای کړی

د a پسې حل کړی $a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$

ضريبa له نوکانو وباسی $a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a\cdot\left(u^2-v^2\right)=2\Leftrightarrow a=\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}$$

په (3) کې کیږدئ

$$h=2-\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}\cdot u^2=\frac{2v^2}{v^2-u^2}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}3 \quad v=111{,}5$$

$$h_I=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}3^2\right)}\approx 93{,}419$$

ب –

Fall= حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}4 \quad v=111{,}5$$

$$h_{II}=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}4^2\right)}\approx 101{,}886$$

کم زیاتیدنه په% نسبت و hi ته

$$h_{II}-h_I=101{,}886-93{,}419=8{,}467\Rightarrow p=\frac{8{,}467}{93{,}419}\cdot 100\approx 9{,}06\%$$

د پله کږه یا منحني په لومړي حالت کې څه ناڅه h_I = 93,419 m جګوالی لري

په دویم حالت کې جګوالی څه نا څه h_{II} = 101,886 m دی.

د په سلو کې توپیر نسبت و h_I ته څه ناڅه 9,06% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات متني یا تکست او د استعمال بېلګې

برخهII

لومړی: د یوه پارامتر تابعمساوات داسي ورکړل شوي دي: $:: f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

الف- د ککری ټکي بنه وشمیری.

ب- د محور غوڅېکي وشمیری.

پ پارابول دې داسي راکښل شي، چې هغه ټکی چې دy محور باندې د پارابول پروت ټکی له ټکي (1- | 3-) Pتير شي.

د راکښل شوې پارابل تابعمساوات g(x) څنګه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چیرته غوڅوي؟

ټ-دواړه پارابولونه په یوه مناسب کواوردیناتسیتم کې وکاږئ.

دویم: د یوې حجرې(کوټه ګی) کلتور په یوه بیالوژیکي معاینه کونه یا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

اړین وخت په	0	2	4	6	8
د حجرې تجزیې تعداد	0	2	8	18	32

الف- تابعمساوات وشمیری

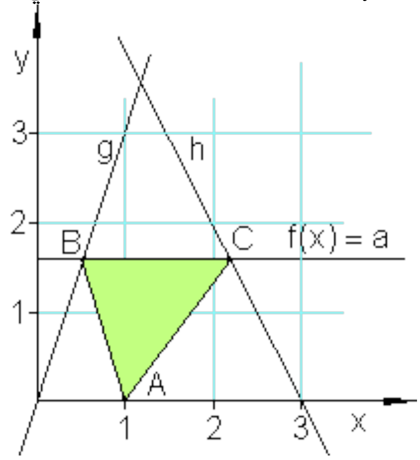
ب-ګراف يې په وه متاسب پروتولاړسیستم کې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

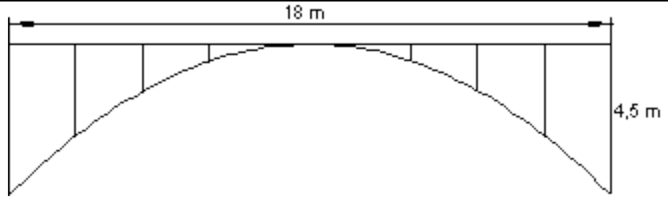
پ-له کو وخت وروسته 200 حجرې وېشني صورت مېندلی؟

ت- څومره وخت پهبر کې نیسي، تر هغې چې1800 وېشنو صورت نیولی وي؟

وx محور ته غبرګه کرښه د $0 < a < 3$ لپاره د تابع مساووات$f(x) = a$ سره کرښه g په ټکي B او کرښه h په ټکي C کې غوڅوي.
دA کواوردیناتونه $A(1|0)$ دي.
ټکی A, B اوC د یوه درېګوډي یا مثلث د ګوډونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.
a څنګه وټاکل شي، چې د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟
د دواړو کرښو د کواوردینات ټکي کیدی شي ولوستل شي.



څلورم: په څرګنده توګه د یوه ګرندي موټر د تیلو لګښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کې دی. د کچړني له لارې تابعییزی - یا فنکشنالي اړیکي پیداکیږي.
باور لري: $K(v) = 0{,}002\ v^2 - 0{,}18\ v + 8{,}55$ د$v > 40$ لپاره.
دلته په دې معنا دي: $K(v)$ د تیلو لګښت په Liter/100 km اوv چټکتیا په km/h .
الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره ټیک اوه لیتره تیل لګیږي یا مصرفیږي.
ب- په کومه چټیا د تیلو لګښت خورا لږ دی؟
پنځم:

 	د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متې یا- پښې په کار دي. د ټولو متو یا پښو اوږدوالی وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بېلګي برخه II

مفصل حلونه

لومړی:

الف-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x-2\right)$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x+2^2-2^2-2\right) \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-4-2\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3 \Rightarrow S(2|3)$$

ب-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Rightarrow f(0)=1 \Rightarrow P_y(0|1)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+1=0 \,|\cdot(-2)$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x-2=0$$
$$\Rightarrow p=-4;\ q=-2$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2+2=4+2=6$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \quad x_1=2+\sqrt{6},\ x_2=2-\sqrt{6}\right.$$
$$\Rightarrow P_{x_1}\left(2+\sqrt{6}\approx 4,45\,|\,0\right)$$
$$P_{x_2}\left(2-\sqrt{6}\approx -0,45\,|\,0\right)$$

پ-د پارابول ټکی، چي د محور باندي پروت دی، (1 | 0)Pyدی. دا دي ټکي - | 3-) P (1 ته راکښل شي.

$$P_y(0|1) \underset{\text{Verschiebung}}{\rightleftarrows} P(-3|-1)$$

3-<-0 په دري یونه یا واحده کین لور ته راکښل شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

1->1   په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.
که د پارابول یو ټکی دا رکښنه ولري، نو بیا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککرۍ ټکی. د پارابول ککرۍ ټکی د تابع مساوات f(x) سره په درې واحده کيڼ لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کيږي، داسي چي له دې دراکښل شوي پارابول ککرۍ ټکی کيږي.
د پارابول ټکی، چي د y محور باندي پروت دی، Py(0 | 1) دی.
دا دي ټکي (1- | 3-) P ته راکښل شي.

$$S(2|3) \underset{\text{3 EH nach links und 2 EH nach unten}}{\rightleftarrows} S(-1|1)$$

د پورته الماني پېنتو: په درې واحده کيڼ او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2+2x+1\right)+1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \,\Big|\, +\frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \,\Big|\, +x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \,\Big|\, -1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \,\Big|\, :3$$

$$\Leftrightarrow x = x_S = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_S) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

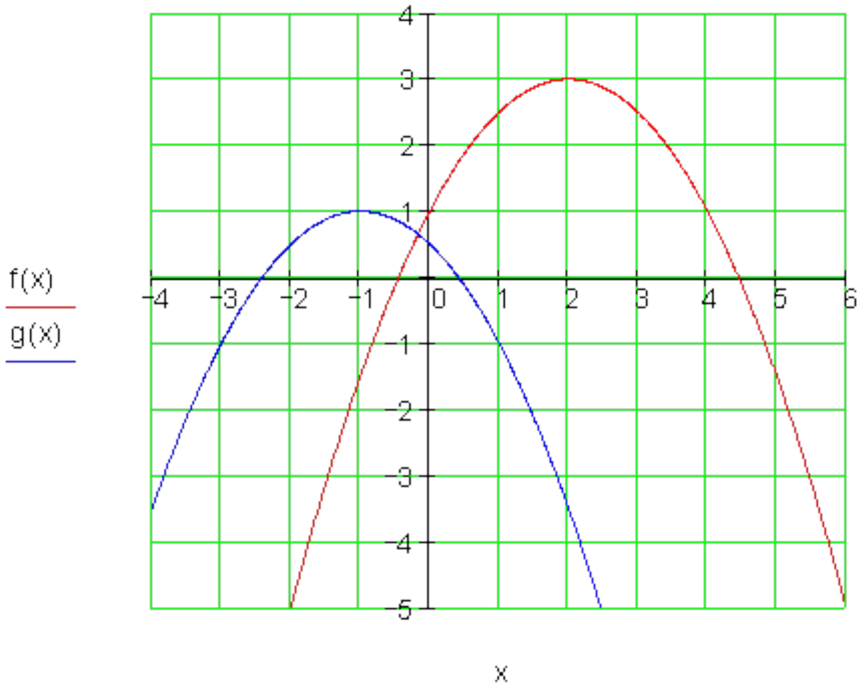
$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

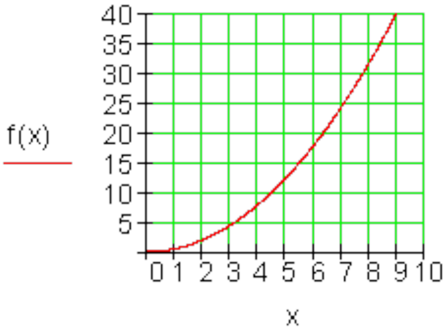
دپارابول غوښتکی: $S\left(-\frac{1}{6} \approx -0{,}17 \,\Big|\, \frac{47}{72} \approx 0{,}65\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم:



وخت په	0	2	4	6	8
د حجرې وېشنه	0	2	8	18	32

د تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

د تابع مساوات د ازمايښت له لارې پداکيدی شي.

$$f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 \,|\cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 3600$$
$$\Leftrightarrow x = 60$$
$\Rightarrow$ 1800 Teilungen nach 60 h

$$f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 \,|\cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 400$$
$$\Leftrightarrow x = 20$$
$\Rightarrow$ 200 Teilungen nach 20 h

د الماني پښتو: د پسي وېشنه. مخامخ هم

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

$$g(x) = 3x\,;\; h(x) = -2x + a_0$$

$$P(3\,|\,0): h(3) = -2\cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow h(x) = -2x + 6$$

د مثلث يا درېګوډي سطحه: $A = \frac{g\cdot h}{2} = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2}$

د ټکو B او C د x کواوردیناتو ټکي ټاکل کيږي.

B : د g(x) غوځی د f(x) سره: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow B\left(\frac{a}{3}\,\middle|\,a\right)$

C : د h(x)غوځی د f(x) سره :

$$: h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{a}{2}\,\middle|\,a\right)$$

واټن BC: $: 3 - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 3 - \frac{5a}{6}$

سطحه: $A = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right)\cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$

پارابول کښته لور ته واز دی.

صفرځایونه: $: a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0\,;\; a_2 = \frac{18}{5}$

لومړی: ککری ټکي کواوردینات $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = 1{,}8$:

دويمه د ککری ټکي کواوردينات: $A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = 1{,}35$

د a=18 لپاره د درېګوډي يامثلث سطحه خورالويه (maxiaml) او په رښتيا 1,35FE د سطحي يونونه يا واحدونه ده.

څلورم:

الف- د المانيپښتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v) = 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 \text{ für } v > 40$$

$$K(v) = 7 \Leftrightarrow 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -90\,;\ q = 775 \Rightarrow D = 1250$$

$$v_1 = 45 + \sqrt{1250} \approx 80{,}36$$

$v_2 = 45 - \sqrt{1250} \approx 9{,}6$ د v>40 له امله په پوښتنه کي نه راځي .

د یوې چېکتیا 80,36 km/hi سره د لګښت 7 Liter/100 km. دی.

ب –

ککرۍ ټکی خورا لوی یا ماکسیمال دی.

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{45 + \sqrt{1250} + 45 - \sqrt{1250}}{2} = \underline{\underline{45}}$$

$$K(45) = 0{,}02 \cdot 45^2 - 0{,}18 \cdot 45 + 8{,}55 = \underline{\underline{4{,}5}}$$

د یوې چېکتیا 45 km/h سره دا لګښت خورا لږ او 4,5 Liter/ 100 km دی.د کواوردینات سرچینه د پول کږې یا منحني په ککره کې پرته ده.

$f(x) = a_2x^2$ د P(9|-4,5) سره لاس ته راځي:

$$f(9) = 81a_2 = -4{,}5 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{18}$$

او

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{18}x^2}}$$

د مېو یا ستنو واټن له ککرۍ ټکي دي: $\pm1\,;\ \pm3\,;\ \pm5\,;\ \pm7\,;\ \pm9$

$$f(1) = f(-1) = -0{,}056\,;\ f(3) = f(-3) = -0{,}5\,;\ f(5) = f(-5) = -1{,}389$$

$$f(7) = f(-7) = -2{,}722\,;\ f(9) = f(-9) = -4{,}5$$

د مېو اوږدوالی د هر ۲ مېو لپاره:

0,056m; 0,5 m ; 1,389m ; 2,722m ; 4,5m

پوښتني

د مربع مساوات تکست او د اسعمال بیلګې برخهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترخنګ جدول ته داتا:

پارابول: $f(x) = -x^2 + 4$

y محور ته غبرګ:

x=u د $(-1 \leq u \leq 2)$ سره

کرښه g له:

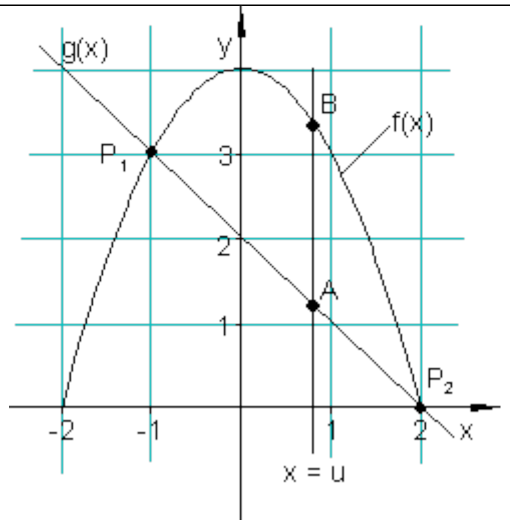
$P_1(-1|3); P_2(2|0)$

د u = 1 لپاره د A او B واټن

وشميرئ

u ځنګه وټاکو، چې د A او B

ترمنځ واټن خورا لوی شي؟



دويم: د يوه مال د توليد سره د ورځي ټول ارزښتونه د توليد شوې ډېرئ x په واکوالي يا تابعيت کي په لاندې ډول کره شوې:

$$K(x) = 0{,}125x^2 + 1{,}5x + 200;\ 0 \leq x \leq 90$$

فابريکه په هره دانه د خرڅلاو يو ثابت قيمت د € 14 پلان کړی.

الف- د ټول لګښت کره ړکاړئ او د خرڅلاو کرښه. $E(x) = 14x$

ب-شميرنيز او ګرافيکي وټاکئ، چې د کوم نرخ لپاره د توليد او خرڅلاو لګښت مساوي دی.

(د ګټي ځای په ځايوالی او د ګټي پوبې).$G(x) = E(x)$

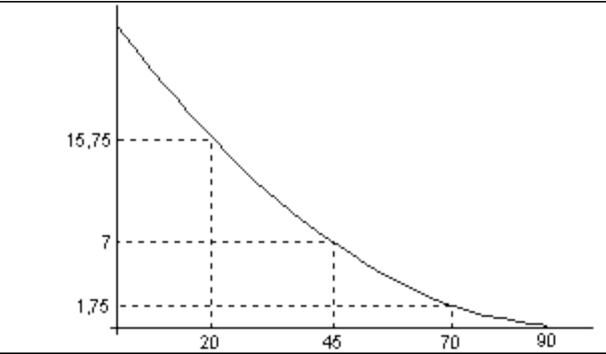
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره ګټه خورا لویه ده؟ G(x) = E(x) - K(x)

په پورته کې: ګټه G(x) ، خرڅلاوE(x) ، ټول لګښت K(x)

دریم: ځېره د ټوپ مایله(د واورو د ټوپ لپاره، چې مایله جوړیږي Sprungschanze) ښایي. کچاندازه په m له ځیرې راونیسئ

الف- د منډې نخښې(کرږې) تابع مساوات پیدا کړئ
ب- د منډېځای د خورا ټیټ او خورا جګ ټکي کمښت یا فرق وټاکئ.



ځلورم:

v	30	40	80
BV	6,25	6,2	7,0

V چټکتیا او په V چټکتیا د تیلو لګښتB

په یوه ازماېښت کرښه(سرک یا لار) کچیري، چې یوه لارې په برابره پاتې چټکتیا لږوي یا مصرفوي. د تیلو لګښت BV (بنزین لګښت Benzinverbrauch BV) په Liter / 100 km) په واک کې یا تابع دی.

الف- د بنزین لګښت(BV(v (دا په دې معنا، چې د بنزین لګښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکئ.
ب- که منځنۍ چټکتیا 120 km / h وي، نو څومره تیل به ولږیږي؟
پ- په کومه چټکتیا لګښت ټیک 8 Liter / 100 km دی.
ت- په کومه چټکتیا لګښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسعمعال بېلګې برخه **III**

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی:

$f(x)=-x^2+4;g(x)=-x+2$

د ټکو A او B کواوردیناتونه: $A(u|g(u);B(u|f(u))$

د ټکو A او B ترمنځ واټن:

$A(u)=f(u)-g(u)=-u^2+4-(-u+2)=-u^2+u+2$

د u=1 لپاره باور لري: $A(1)=-1^2+1+2=2$

خورا لوی واټن د $A(u)$ د ککری ټکي له لارې ټاکل کیږي

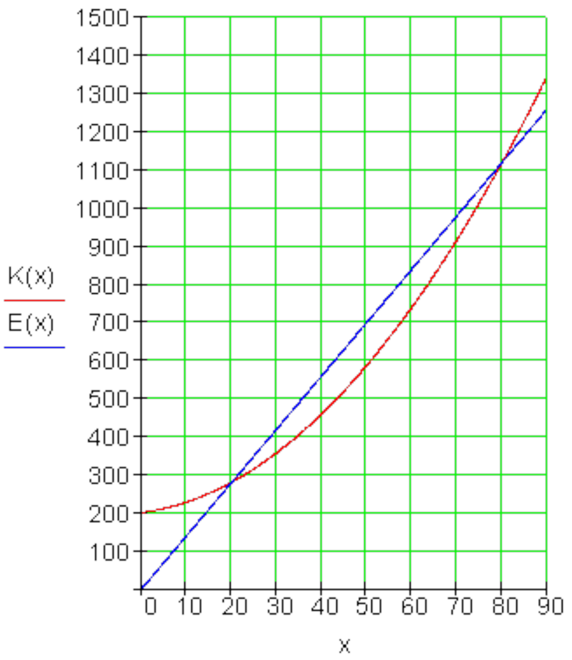
$$A(u)=-u^2+u+2=-\left[u^2-u-2\right]=-\left[u^2-u+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\right]$$

$$=-\left[\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]=-\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}=0,5\;\middle|\;\frac{9}{4}=2,25\right)$$

د u=0 لپاره خورا لوی واټن 2,25LE (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

الف- $K(x)=0,125x^2+1,5x+200;\;0\le x\le 90;\;E(x)=14x$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –
د ګټې ځای په ځایوالیNS له ګراف څخه ولولئ:NS(20|280)
د ګټې پوله له ګرافیک څخه ولولئ:NS(80|1120)
شمیرنیز ځواب:

$$K(x) = E(x) \Leftrightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 80\,;\, E(80) = 1120 \Rightarrow NG(80\,|\,1120)$$
$$x_2 = 20\,;\, E(20) = 1120 \Rightarrow NS(20\,|\,280)$$

پ – ګټه:

$$G(x) = E(x) - K(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200$$

G(x) یو کښته لوِر ته واز پارابول دی.

$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 = -\frac{1}{8}\left[x^2 - 100x + 1600\right] = -0{,}125(x-50)^2 + 112{,}5$$

د یوه x=50 دانوتعداد لپاره ګټه خورا لویه یا ماکسیمال(112,50€) ده.
دریم: الف –

$$P_1(20\,|\,15{,}75):\quad f(20) = 400a_2 + 20a_1 + 1a_0 = 15{,}75$$
$$P_2(45\,|\,7):\quad f(45) = 2025a_2 + 45a_1 + 1a_0 = 7$$
$$P_3(70\,|\,1{,}75):\quad f(70) = 4900a_2 + 70a_1 + 1a_0 = 1{,}75$$

a_0	a_1	a_2	
1	20	400	15,75
1	45	2025	7 II−I
1	70	4900	1,75 III−I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	50	4500	−14 III−2·I
1	20	400	15,75
0	25	1625	−8,75
0	0	1250	3,5

$$1250a_2 = 3{,}5 \Rightarrow a_2 = \underline{0{,}0028}$$
$$25a_1 + 1625 \cdot 0{,}0028 = -8{,}75$$
$$\Rightarrow a_1 = \underline{-0{,}532}$$
$$a_0 + 20\cdot(-0{,}532) + 400\cdot 0{,}0028 = 15{,}75$$
$$\Rightarrow a_0 = \underline{25{,}27}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 0{,}0028x^2 - 0{,}532x + 25{,}27}}$$

ب – د جګوالي توپیر:

$$f(0) - f(90) = 25{,}27 - 0{,}07 = \underline{\underline{25{,}2}}$$

د منډې ځای د خوراجګ او خورا ټیټ ټکي کمښت یا فرق 25,2 m دی.
څلورم: الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30|6,25); P_2(40|6,2); P_3(80|7)$

$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$

$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$

$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$

a_0	a_1	a_2	
1	30	900	6,25
1	40	1600	6,2 II − I
1	80	6400	7 III − I
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	50	5500	0,75 III − 5 · II
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	0	2000	1

$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0,0005}$

$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -0,04}$

$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 7}$

$BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7$

ب-

$v = 120: \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$

د 120 km/h چټکتیا سره لګښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

اینبوونه: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$

$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$

$\Rightarrow v_1 = 100; v_2 = -20$

د v = 100 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لګښت په غوخښتکي کې دی.

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$

د ککرۍ x کواوردینات:

$BV(40) = 6,2$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لګښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.11-اقتصادي توابع يا بلواک (لګښتشميرنه)
اقتصادي توابع

د يوه تيوپيکي يا نمونه ييزې بيلګې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کرښيزو او مربعيزو يا څلورئ يزو توابعو سره حل شي.

لګښتتابع: $K(x)=0,2x+1,6$ کرښه.

خرڅلاوتابع: $E(x)=-0,2x^2+2x$ پارابول، پورته لور ته واز.

ګټه تابع دئ: $G(x) = E(x) – K(x)$ خرڅلاو تابع – لګښتتابع

ګټه تابع: $G(x)= -0,2x^2+1,8x-1,6$

ماکسيما يا خورا زيات خرڅلاو:

$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 + 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[\left(x - 5\right)^2 - 25\right]$ $= -0,2\left(x - 5\right)^2 + 5$ (Scheitelpunktform) ککرئ ټکي بڼه	د خورا جګ خرڅلاو ډېرئ يا ستړ او دا ماکسيمال خرڅلاو لاس ته راوړل کيږي، که خرڅلاو تابع**E(x)** ترم ککرئ ټکي بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککرئ ټکی لوستل کيږي.

د توليد-يامنځته راوړنې ډېرئ5 ME (د ډېرئ يوون يا واحد) سره د 5 GE(ګټه تابع) سره خرڅلاو ماکسيمال دئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتي کیدنه او د خرڅلاو پوله:

$E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0,2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5 \rvert = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ یا $x = 10$	د یوې فابریکي د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتي کیدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي. یعني مساوات $E(x) = 0$ حل کیږي.

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځای پاتي کیدنه په 0 ME (ډېرئ واحد) کې ده او د خرڅلاو پوله په 10 ME (ډېرئ واحد) کې ده.

د ګټي درېدنه او د ګټي پوله:

$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 1,8x - 1,6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9 ; q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$	$x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8$, $x_1 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$	د یوې فابریکي د ګټي درېدنه او د ګټي پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې ګټه صفر دی. نو مساوات$G(x) = 0$ حل کیږي.

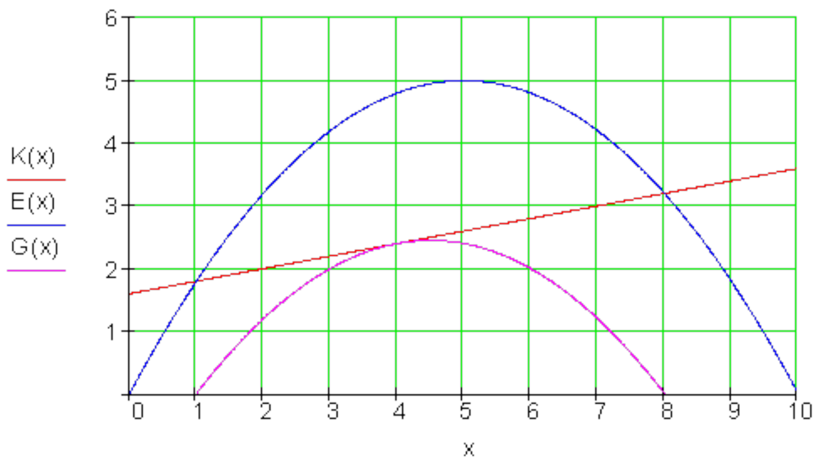
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټي دربدنه په 1 ME (دېرى يوون) كي او د ګټي پوله په 8 ME كي.

$G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5}\cdot\frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform) ککرى ټکي بنه	دګټي ماکسیموم: د منځ ته راوړې دېرى خورا لویه ګټه لاس ته راړل کیږي، چي د ګټي تابع ترم په ککرى ټکي بنې ته یوورل شي چي له هغې ککرى ټکى لوستل کیږي.

د 4,5 ME (دېرى واحد) دېرى توليد سره ګټه د 2,45 GE (د ګټط يوونو يا واحد)سره خورا لويه ياماکسيما ده.

ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د نتیجو ټولګه:

د ME 5 (ډېرئ واحد) لرلو ډېرئ سره د GE 5 سره خرڅلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو دربدنه په ME 1 کې پرته ده او خرڅلاو په ME 10 کې.

د ګټې دربدنه په ME 1 کې پرته ده او د ګټې پوله په ME 8 کې.

د ME 4,5 ډېرئ لرلو سره ګټه د GE 2,45 سره خورالویه ده.

ټولګه:

تابعمساوات

د تابع مساوات دا بنه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

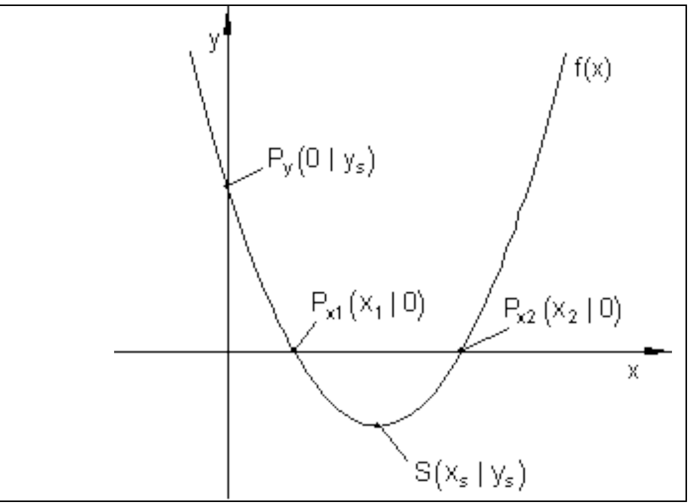
داسې تابع مربع تابع یا څلورئ بلواک بلل کیږي او یا هم د دویمې درجې ټول هوښیار تابع. ګرافونه یې پارابولونه بلل کیږي.

ککرئ ټکي ککرې ټکي بڼه

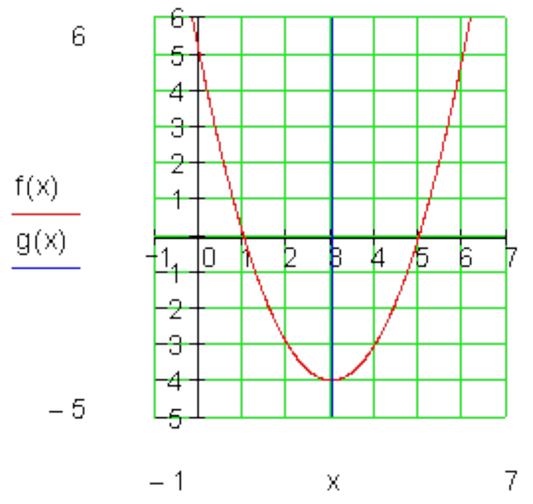
په ټولیزه توګه باور لري:

د یوه پارابول $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ ، تابعمساوات یا برابرون دی، چې ککرئ ټکی $S(x_s \mid y_s)$ لري،داسې چې $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د تابعمساوات ککرئ ټکی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

 	**محور غوښتکي:** $P_y(0 \mid y_s) \Rightarrow y_s = f(0)$ $P_{x_i}(x_i \mid 0) \Rightarrow f(x_i) = 0$

د سیومتري ښیرنه په ښیره شوي پارابول کې جې د محورونو سیومتریک دي ، د y

 	په ښیره شوي پارابول کې جې د محورونو سیومتریک دي ، د y محور سره غبرګ د ککرۍ ټکي له لاري تیریږي. دا د ټول غبرګو لپاره باور لري. د سیمترۍ محور مساوات چې د ککرۍ ټکي ښخه تیریږي $S(x_s \mid y_s)$ دي $x = x_s$ دلته $x = 3$. صفرځایونه هم سیمتري محور ته سیمتریک دي. دا په دې معنا چې د څرګند صرځایونو ښخه د x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له صفر ځایو څخه د ککرۍ ټکي شمیرنه

صفرځایونه $x_1; x_2$ څرګند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، دیسکریمینانتونه او د حلونو ډېرۍ یا سټ

د مربع مساوات نورمال بڼه: $f(x) = x^2+px+q$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ دیسکریمینانت: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د D دیسکریمینانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په ګوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

دوه د حلونو توکي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$
یو د حل توکی(ډبل حل)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
کوم حل توکی نه شته	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د ویتا جمله **Der Satz von Vieta**

که x1 او x2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه وي، نو ویيتا د ریښي جمله باور لري:
$x1+x2=-p$ او $x1.x2=q$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه

x1 او x2 د مربع تابع صفرځایونه د لاندې تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نو کیدی شي چې سرۍ د تابع مساوات د کرښیزو صریبونو په ډول ولیکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کرښیز ضریب

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرضرب جمله
ضرب ټیک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یې صفر وي.
$(x+a)(x+b)=0 \Leftrightarrow x_1=-a$ او $x_2=-b$
بیلګه:
$(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x_1=0;$ له دې لاس ته راځي او پهښت یا برعکس $x_1=2$ او $x_2=-1$
$x(x+3)=0$ له دې لاس ته راځي او په ښت $x_1=0$ او $x_2=-3$

د کربنې او پارابول غوځښتکی

اینبوونه: د تابع مساواتو برابراینبوونه $(x)=g(x)$ له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

پارابول او کربنهپه دوه ټکو کې سره غوځوي	$D>0: \Rightarrow$
پارابول او کربنهسره په یوه ټکي کې لمسوي.	$D=0: \Rightarrow$
پارابول او کربنه سره ګډ ټکي نه لري.	$D<0: \Rightarrow$

$f(x)-g(x) \Rightarrow$
له دې لاسته راځي کربنیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوځښتکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.12-توان- یا پوتنځ توابع

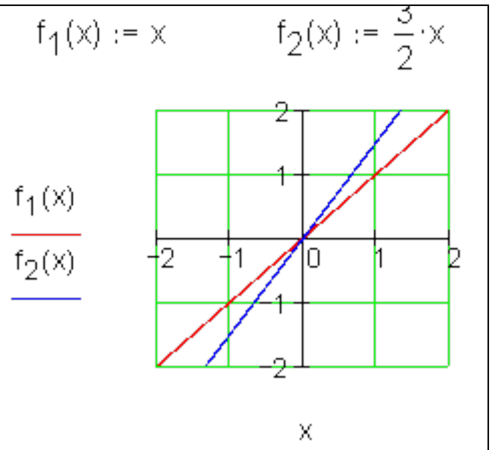
توان توابع

تعریف:

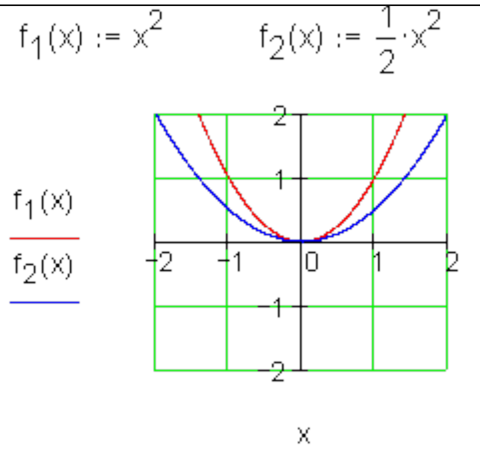
یوه تابع د تابع مساوات $f(x) = a_n x^n \quad ; n \in \mathbb{N} \quad ; a_n \in \mathbb{R}$ سره پوتنځ تابع بلل کیږي.

د n اکپوننت یا جګعدد د پوتنځ تابع درجه ټاکي او ضریب anد ګراف بڼه یا فورم او هغه د بڼي ضریب بلل کیږي.

بیلګي:

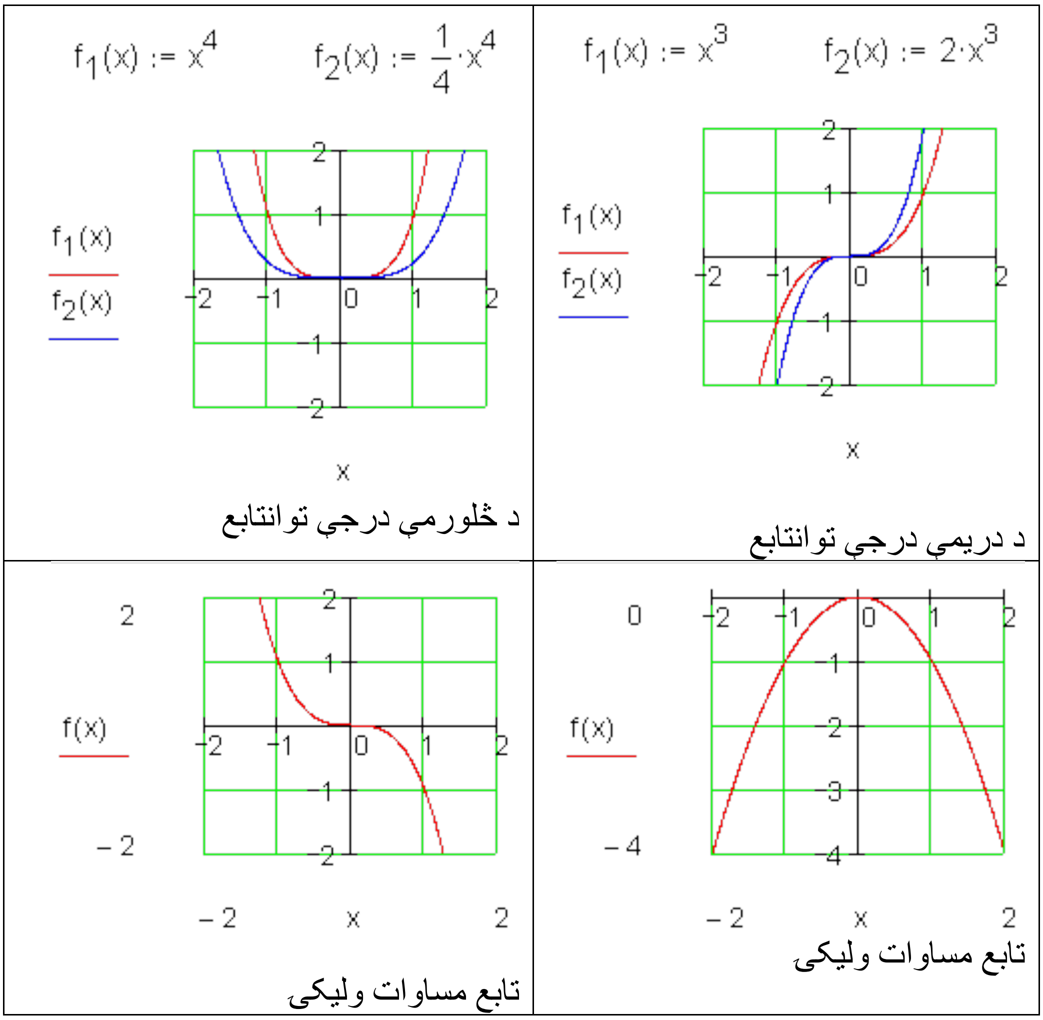


د لومړی دزجي توان تابع(کربنه)



د دویمي درجي توان تابع (پارابول)

(c) ketabton.com: The Digital Library



لاندې پوښتنې ځواب کړی:

ب – دn درجه او د a_n مخنخښه د ګراف په تلنه کومه اغیزه لري؟

پ – د پوتنخ تابع n درجه د ګراف په سیومتري کومه اغیزه لري؟

ت – د پوتنخ تابع د n په واکولي او د a_n مخنخښي له امله کوم ارزښتست(ارزښتدېرى) لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - د a_n مطلق ارزښت د ګراف په تلنه کوم اِیز لري؟

ځوابونه لړ وروسته راځي.

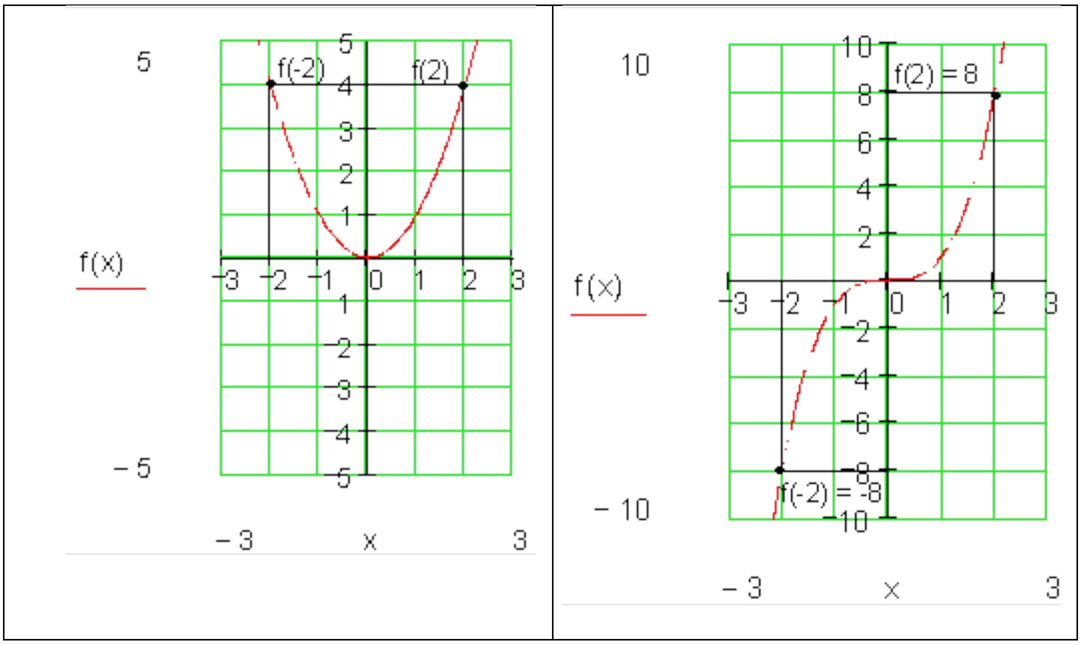
سیومتري

په سیومتري ښکه قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان(پوتنځ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو ګرافونه کاږو:

$f(x)=x^2$ او $f(x) = x^3$

او تابع د $x=-2$ او $x=2$ په ځایونو کې تر ښیرنې لاندې نیسو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان مو نږدې دی چې لاندې باور لري:

دx د جوړه جګعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې :

محورسيمتريک، نو $f(-x) = f(x)$

د x ناجوړه(طاقو) جګعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قيمت لري، مګر متضادې مخنخښې لري.

دا په دې معنا جې:

ټکی سيومتريک، نو $f(-x) = -f(x)$

دا اړيکې د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بې له ښوونې).

د يوه توان - يا طاقت تابع محورسيومتريک دی، که د ټولو ؛$x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x)=f(x)$

د يوه توانتابع ګراف ټکی سيمتريک دی،که د ټولو ؛$x \in D$ لپاره باور ولري $f(-x)= - f(x)$

ټولګه:

د $a_n > 0$ لپاره باور لري:

ټول توان توابع د جوړه جګعدد سره محور سيومتريک دي. دا له II د .I ځلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکيسيومتريک دي. دوی له .IIIو .I ځلورمې(ربع) ته ځغلې(خوزي).

د ټولو $0 >$ لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول توان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له III د IV.
څلورمي ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له .IIو IV.
څلورمي(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : ټول ګرافونه له ټکي (0 | 0) تیریږي.

و ب ته : n جوړه او $an > 0$: ګراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او $an > 0$: ګراف له III و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له II وIV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: ګراف محور ته سیمتریک دی.

n ناجوړه: ګراف د کواوردینات بیل یاسچېنې ته سیومتریک دی(ټکی سیمتریک).

و ت ته: n جوړه او $a_n > 0$: $f(x) \geq 0$ فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او $a_n < 0$: $f(x) \leq 0$ فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

د n ناجوړه او $a_n > 0$: ارزښتدېری $W = IR$

n ناجوړه او $a_n < 0$: ارزښت دېری $W = IR$.

و ټ ته : ضریبan د همغه د ګراف بڼه ټاکي(غزېدلی یا کیکاګل شوی)له دې امله دا د بڼې صریب هم بلل کیږي. د مخنخښې تغیر د x محور باندې د هنداروني یا منعکسونې اغیزه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه:

د توان تابع خویونه.

د لاندې توانتوابعو درجه وټاکی، په سیمتریکي حالت، د ګراف په تلنه او او ارزښت دېرئ يې يوه وينا وکړئ د د هر ګراف يې په پروت ولاړسیستم (کواوردینات سیستم) کې رسم کړئ.

لومړی - $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ دویم - $f(x)=\frac{1}{4}x$

دريم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^4$ څلورم - $f(x)=\frac{1}{5}x^3$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^5$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{2}x$

اوم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^3$ اتم - $f(x)=2x^2$

نهم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4$ لسم - $f(x)=-\frac{2}{5}x^4$

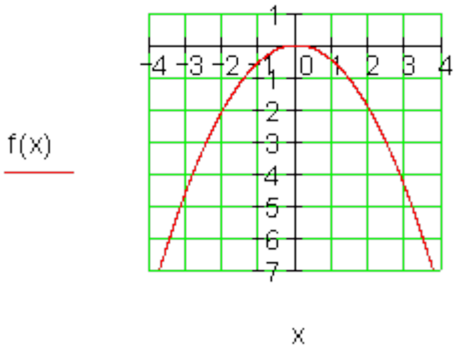
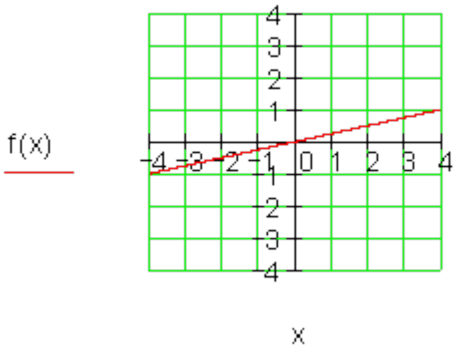
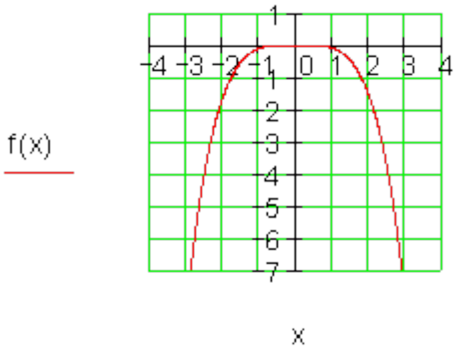
ځوابونه :

د ټول هوښيار يا راشنل اعدادو توابع **I (د توان توابع)**

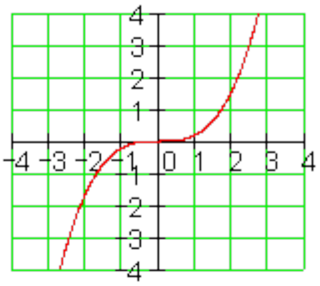
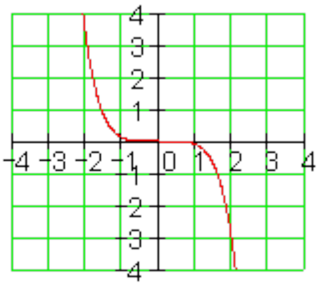
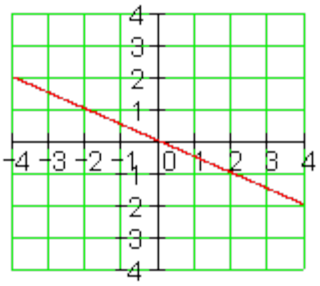
نتيجې:

لومړی:

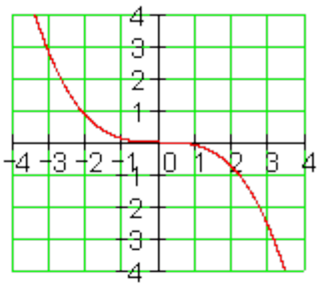
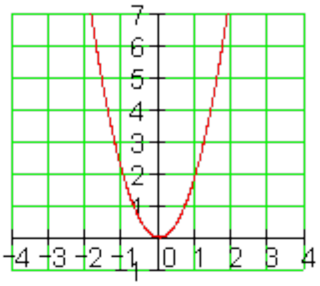
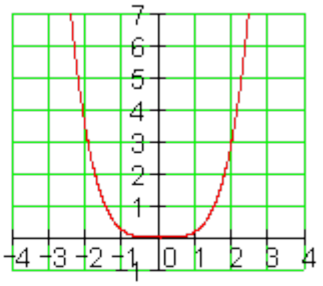
(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ درجه=۲ تکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$
دویم: 	$f(x)=\frac{1}{4}x$ درجه=1 تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(سټ):R
دریم: 	$f(x)=-\frac{1}{10}x^4$ درجه=۴ تکی سیمتریک تلنه له III وIV ته ارزښتپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$

(c) ketabton.com: The Digital Library

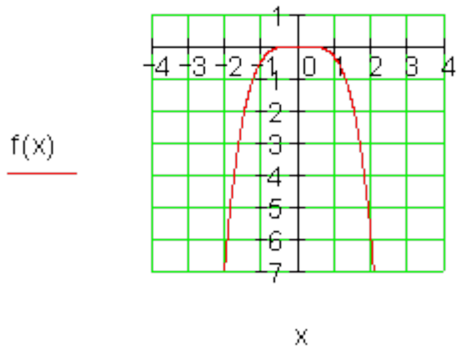
ځلورم:  	$f(x) = \frac{1}{5}x^3$ درجه=۳ تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(سټ):R
پنځم:  	$f(x) = -\frac{1}{10}x^5$ درجه=۵ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتپئس(سټ):R
شپږم:  	$f(x) = -\frac{1}{2}x$ درجه= ۱ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتپرئ(سټ):R

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: 	$f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ درجه= ۳ تکی سیمتریک تلنه له II و IV ته ارزښتدپرس(ست): R
اتم: 	$f(x) = 2x^2$ درجه=۲ تکی سیمتریک تلنه له II و I ته ارزښتدپرس(ست): $\mathbb{R}^+$
نهم: 	$f(x) = \frac{1}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له II و I ته ارزښتدپرس(ست): $\mathbb{R}^+$

لسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{2}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتدپرس(سټ): $\mathbb{R}^-$	

n -مه درجه ټولنسبتي يا راشنل اعداد

يو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

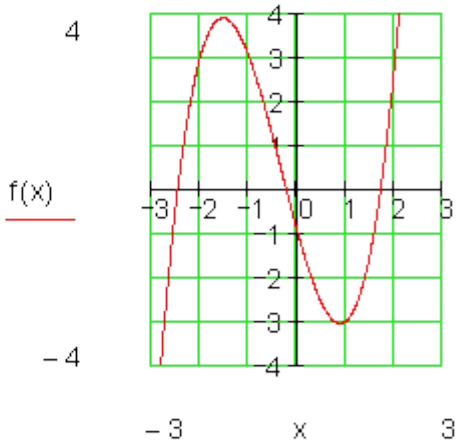
سره n -مه درجه ټول راشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

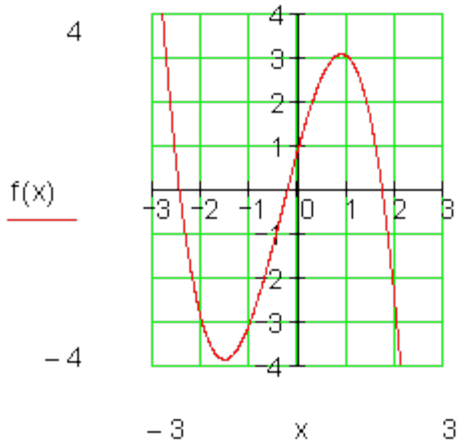
ټول راشنل يا هوښيار توابع د توان توابعو يوځای اينوولو له لارې لاس ته راځي.

بيلګې:

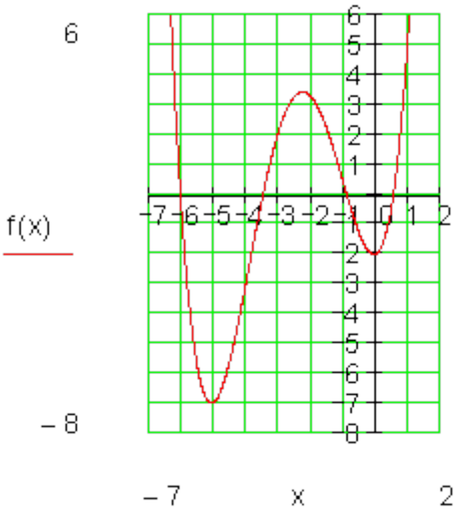
(c) ketabton.com: The Digital Library



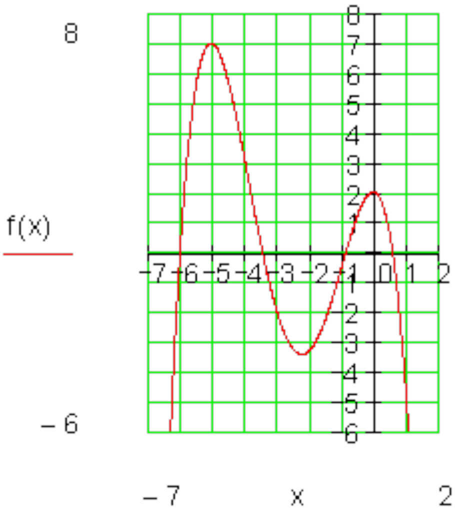
$f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$



$f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 1$



$f(x) = 0,2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + x - 2$



$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - x + 2$

د ګراف تلنه

جمله:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول راشنل تابع ګراف تلنه د خورا جګ توان زیاته وونې (د جمعي غړي) سره ټاکل کیږي.

	n جوړه	n ناجوړه(طاق)
$a_n>0$	تلنه له II و I ته.	تلنه له III و I ته.
$a_n<0$	تلنه له III و IV ته.	تلنه له II و IV ته.

بیلګه: د الماي پېښتو: ناجوړه(طاق) جوړه (جفت) ناجوړه

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

سیومتري

ګومان مو نږدې دی،   هغه توابع، چې فقط د جوړه جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، محور سیومتریک دي او توابع چې فقط د ناجوړه(طاقو) جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، ټکی سیومتریک دي.

جمله

د یوه ټولراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جګعددونه ولري.

د یوه ټولراشنل تابع ګراف ټیک هلته ټکیسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط ناجوړه (طاق) جګعددونه ولري.

بیلګه:

$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$

$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$

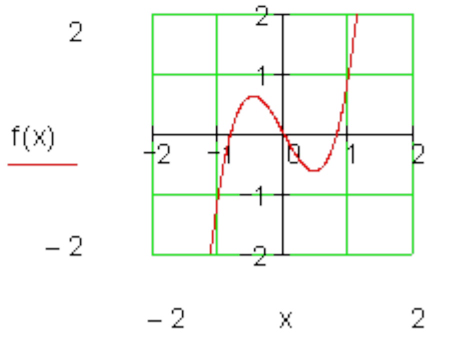
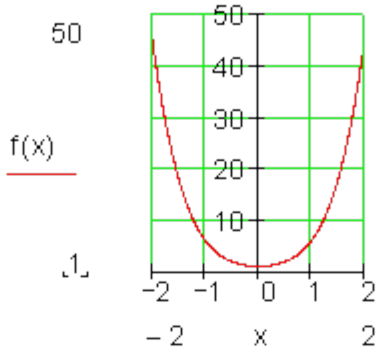
(c) ketabton.com: The Digital Library

محورسیومتریک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -\left(3x^3 - 2x\right) = -f(x) \Rightarrow$$

تکی سیومتریک

 $f(x) = 3x^3 - 2x$ سرچینی ته سیومتریک دی (تکی سیومتري)	 $f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$ yمحور ته سیومتریک دی (محورسیومتریک)

تمرینونه:

د تول هوښیارو توابعو خویونه.

د لاندې تاوبعو په سیمترى، تلنه او د صفرځایونو تعداد یا ګنون باندې ویناوې وکړى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - $f(x)=2x^2-1$ دویم - $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$

ریم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$ څلورم - $f(x)=-x^5-x^3+x$

پنځم - $f(x)=x^6-x^4+1$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^5+x^2-2x$

اوم - $f(x)=\frac{1}{10}x^7+\frac{1}{8}x^5-\frac{1}{6}x^3+x$ اتم - $f(x)=\frac{1}{100}x^{10}-\frac{1}{50}x^6+\frac{1}{10}x^2$

نهم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{2}{5}x-1$ لسم - $f(x)=\frac{3}{4}x^5-\frac{1}{2}x$ په یوه خوښه ټکي ته سیومتریک

که د یوه ټکي سیومستري تابع ګراف په خوښه راکښل شي، نو سیومتري سرچینې ته ځي، چې مورږ یې ټکی سیومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخېټکی ته دا ساتلې پاتې کيږي.

بیلګه:

د $f(x)=0,5x^3-1,5x$ تابع ګراف ټکی سیومتریک دی، یعني سرچینې ته سیومتریک.

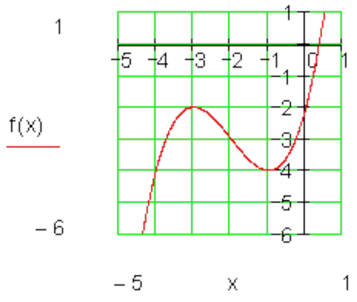
دا ګراف دې په ۲ واحدونو یا یوونونو کیڼ لور ته او په ۳ یوونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل شي.

د راکښلشوي ګراف تابع مسساوات دي:

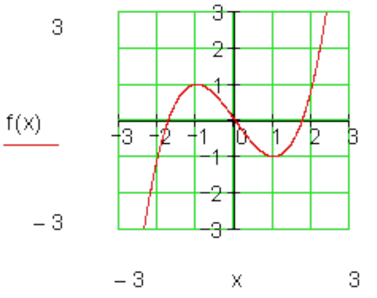
$$g(x)=0,5(x+2)^3-1,5(x+2)-3=0,5x^3+3x^2+4,5x-2$$

$g(x)$ و ټکی $P_0(-2|-3)$ ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x) = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$



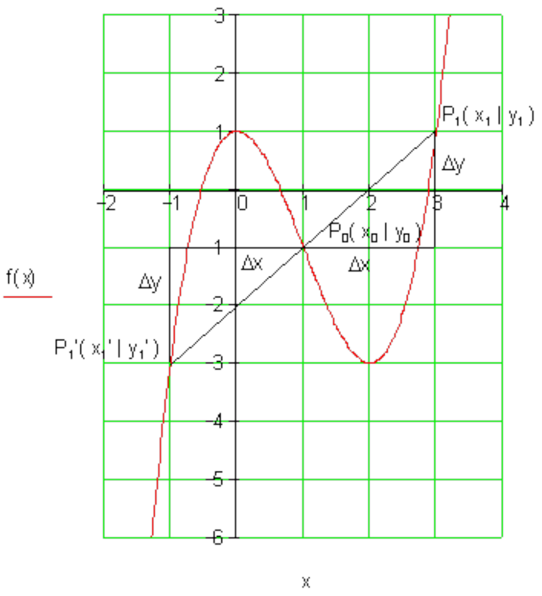
$f(x) = 0,5x^3 - 1,5x$

کواوردیناتسیستم د ګراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلګه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمې درجې د یوه تول هوښیار تابع ګراف یوه ټاکلي ټکی ته ټکی سیومتریک دی.

ترمخ راوړنه.

چمتووالی:



د ټکو کواوردینات لپاره باور لري:

$$x_1 = x_0 + \Delta x$$
$$y_1 = y_0 + \Delta y$$
$$x_1' = x_0' - \Delta x$$
$$y_1' = y_0' - \Delta y$$
$$\Delta x = x_1 - x_0$$
$$\Delta y = y_1 - y_0$$

د هنداره-یا منعکس شوي ټکو کواوردیناتونه:

$$x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$$
$$y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې قاعدې يا لار سره تل کېدی شي پهP_0 و P_1 ته يوه هنداونه يا انعکاسونه کې اړونده هندارونه P_1' وټاکل شي.

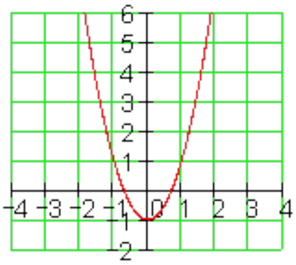
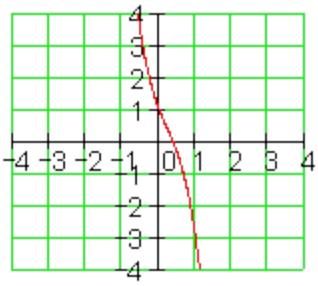
بيلګه:

که هنداورنه په ګراف نه وي پرته ، نو ګراف وP_0 ته ټکی سيومتريک نه دی.

ځوابونه:

د ټولراسلتوابعو **II**   (سيمتري، تلنه)

نتيجې:

لومړی:$f(x)=2x^2-1$ محورسيومتريک تلنه: له او II ته دوه صفرځايونه	
دويم: $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$ نا سيومتريک تلنه له II و IV ته لږ ترلږه يو صفرځای.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

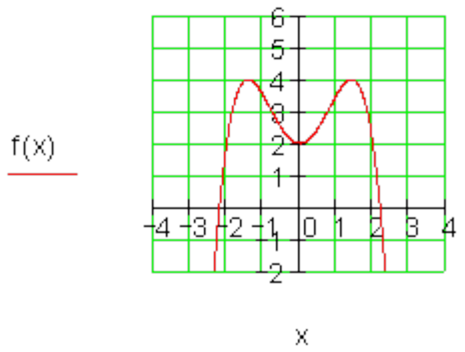
دریم: $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$

محور سیمتري

تلنه له III و IV ته

زیات له زیاته

څلور صفرځایونه



څلورم:

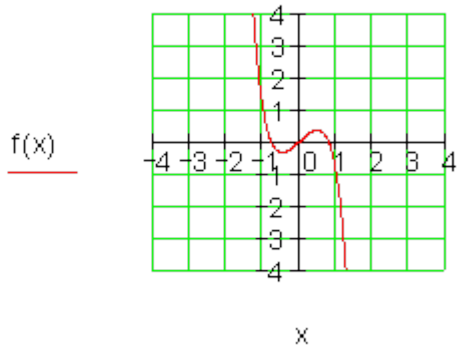
$f(x)=-x^5-x^3+x$

تکی سیومتري

تلنه له II و IV ته

لږترلږه

یو صفرځای



پنځم:

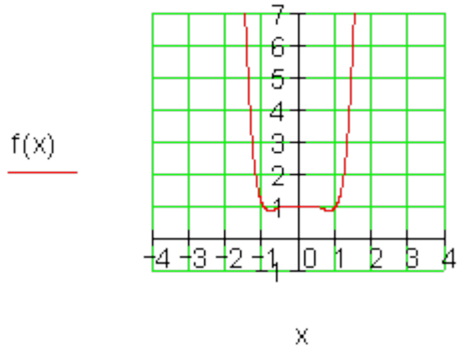
$f(x)=x^6-x^4+1$

محور سیمتري

تلنه له II و I ته

زیات له زیاته

شپږ صفرځایونه



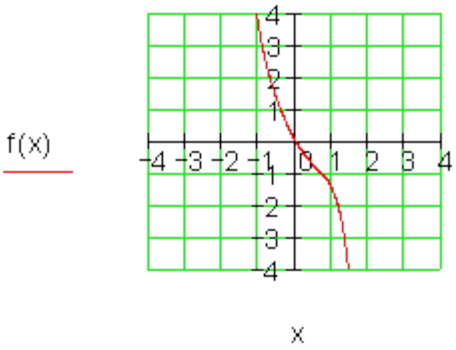
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: $f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$

سيمتري نه شته

تلنه له II و IV ته

لږترلږه یو صفرځای



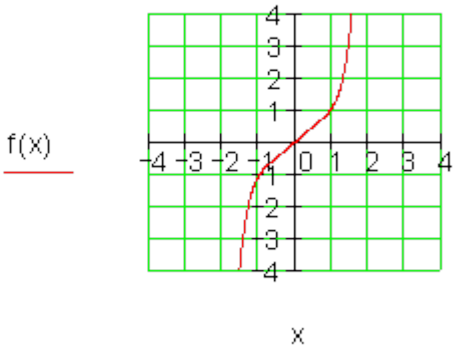
اووم:

$f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$

تکی سیومتري

تلنه له III و I ته

لږترلږهیو صفرځای



اتم:

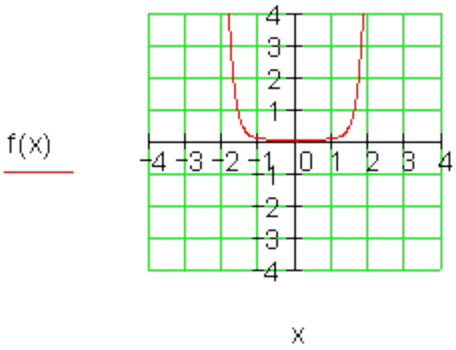
$f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$

محوسيمتري

تلنه له II و I ته

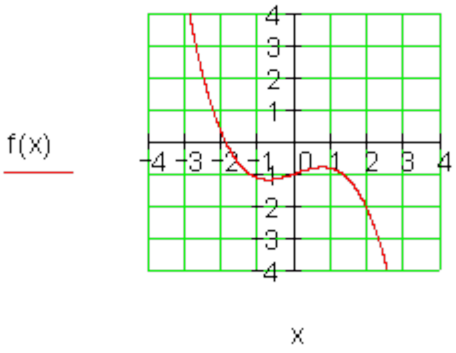
زیات له زیاته

لس صفرځایونه

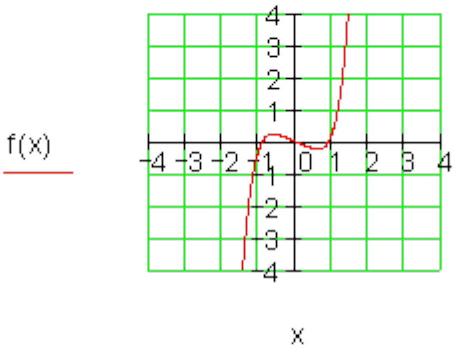


(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1$ سيمتري نه شته تلنه له II و IVته لرترلږه يو صفرځای	

لسم:

$f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x$ تکی سيمتري تلنه له III و I ته لرترلږه يو صفرځای	

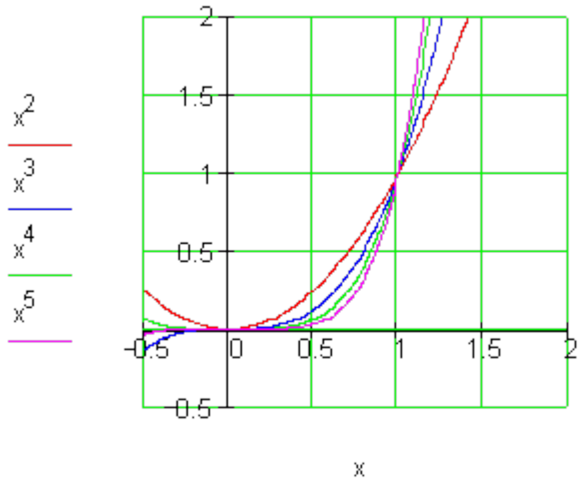
پوښتني

تول نسبتي- يا راشنل توابع

د توانتوابعو خويونه

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ترڅنګ په 1 . څلورمه کې ګراف تر څيرني لاندي ونيسی د x ارزښتونو لپاره د 0 او 1 ترمنځ دڅګو درجو يو د توان تابع ګراف پروت دی د يوه توان تابع د ګراف لاندي يا کښته د ټيټي درجي. د1 < x لپاره دا ټيک په ځټ – يا برعکس کېدونکي دي. د دې حالت لپاره لايل راوړی.	

دويم – د دريمي درجي توان تابع کراف دي په دوه واحده کيني لور ته او ترلی په دري واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوي تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.

دريم –

د څلورمي درجي توان تابع ګراف دي په دري واحده ښی لور ته او پسي ترلی دي په دوه ضربيه وغزول شي.

الف – د راکشل شوي ګراف لپاره تابع مساوات ورکړی

ب – وښايی، چي ګراف نه محور – او نه ټکی سيومتريک دی.

څلورم – په کوم توان تابع $f(x) = x^n$ کې ټکی په ګراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P(-3\mid-27)$ ب - $P(-2\mid16)$ پ - $P(0{,}5\mid0{,}25)$ ت - $P\left(\frac{1}{3}\mid\frac{1}{27}\right)$

ټ - $P(0{,}1\mid0{,}0001)$ ث - $P(-1\mid1)$ ج - $P(-2\mid8)$ چ - $P\left(\frac{3}{4}\mid\frac{81}{256}\right)$

پنځم –

د لاندې توان توابعو سیومتري او د ګراف تلنه وټاکی او د هر یوه ارزښتډېری(ارزشتستې) او درجه ورکړې.

الف - $f(x)=4x^3$ ب - $f(x)=-160x^2$ پ - $f(x)=-1500x$

ت - $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ ټ- $f(x)=5$ ث - $f(x)=-25x^5$

شپږم –

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړی.

هر ځل یې درجه ورکړی.

الف - $f(x)=(x-2)^2-4x^3$ ب- $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)$

پ- $f(x)=2x^3-(x-1)^2$ ت - $f(x)=(x-4)(x+1)^2$

ټ - $f(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)$ ث - $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ناجوړه(طاق) درجې پولراشنل تابع ګراف دx محور لږ ترلږه په یوه ځل غوڅوي.

دا هلته هم باور لري که درجه جوړه یا جفتوي؟

ځوابونه:

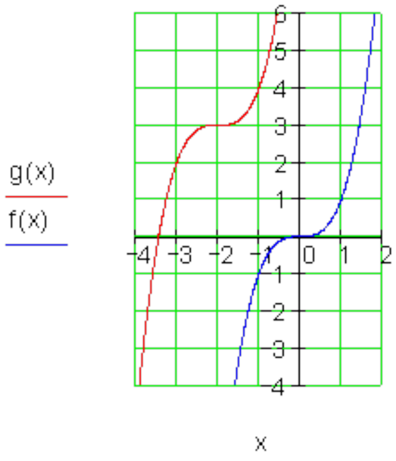
د توان تابع خویونه

نتیجې او ځنې مفصل حلونه:

لومړی نتیجه :

که یو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل ځان سره ضرب شي، نو نتیجه یې تل کوچنی کیږي.

که یو عدد د یوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتیجه یې تل لوییږي

دویم:	وتون تابع: $f(x)=x^3$
	$f_1(x)=(x+2)^3$ په ددرې واحده پورته لورته راکښنه. $g(x)=(x+2)^3+3$ نوی تابع مساوات: $g(x)=x^3+6x^2+12x+11$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

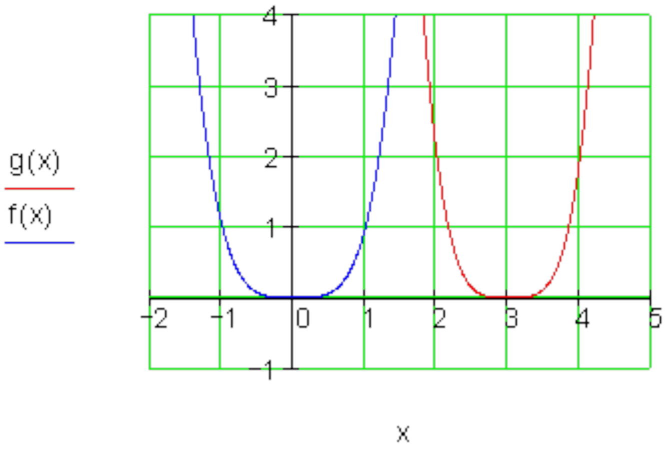
الف - وتونتابع: $f(x)=x^4$

په دريِ واحده ښي لورته راکښنه: $f_1(x)=(x-3)^4$

په ۲ ضريب غزونه: $g(x)=2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x)=2x^4-24x^3+108x^2-216x+162$$



ب – محورسيومتريک: $g(-x)=g(x)$

$$g(x)=2x^4-24x^3+108x^2-216x+162$$
$$g(-x)=2(-x)^4-24(-x)^3+108(-x)^2-216(-x)+162$$
$$=2x^4+24x^3+108x^2+216x+162$$

$$\Rightarrow g(-x)\neq g(x)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راوړنه: ګراف محور سیومتریک نه دی.

ټکی سیومتریک: $g(-x)=-g(x)$ ($g(-x)$ پورته دې وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راوړنه: ګراف ټکی سیومتریک نه دی.څلورم:

الف - $P(-3|-27)$ د $f(x)=x^3$ په ګراف پروت دی.، ځکه چې $f(-3)=(-3)^3=-27$

ب – $P(-2|16)$ د $f(x)=x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(-2)=(-2)^4=16$

پ – $P(0,5|0,25)$د $fx)=x^2$ په ګراف پروت دی،ځکه چې$f(0,5)=0,25$

ت – $P\left(\frac{1}{3}\,\middle|\,\frac{1}{27}\right)$ د $f(x) = x^3$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$

ټ – $P(0,1|0,0001)$ د $f(x)=x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,1)=0,0001$

ث – $P(-1|1)$د $f(x)=x^n$ په ګراف پروت دی، د جوړه n سره

ج – $P(-2|8)$توان تابع نه شته، چې ګراف یې په دې ټکي کې وځغلي، ځکه چې$(-2)^3 = -8$

چ – $P\left(\frac{3}{4}\,\middle|\,\frac{81}{256}\right)$ د $f(x)=x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د الماني پښتو: ټکی سیومتریک، محور سیومتریک

الف - $f(x)=4x^3$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R}\,;\,n=3$ $III \rightarrow I$

ب - $f(x)=-160x^2$ محور سیومتریک $W=\mathbb{R}_-\,;\,n=2$ $III \rightarrow IV$

پ - $f(x)=-1500x$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R}\,;\,n=1$ $II \rightarrow I$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ محور سیومتریک $W=\mathbb{R}^+ ; n=6$ $II \to I$

ټ ـ $f(x)=5$ محور سیومتریک $W=\{5\} ; n=0$ $II \to I$

ث ـ $f(x)=-25x^5$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R} ; n=5$ $II \to IV$

شپږم - نتیجي:د الماني پښتو: درجه

الف ـ $f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$

دریمه درجه n=3

ب ـ $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$

دریمه درجه n=3

پ ـ $f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ دریمه درجه n=3

ت ـ $f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ دریمه درجه n=3

ټ ـ $f(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)=x^5-x^4-4x^3+16$ پنځمه درجه n=5

ث ـ $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ دویمه درجه n=2

اوم – مفصل ځواب:

د یو ناجوړه درجي ټولراشنل تابع ګراف له III و I ته یا له II و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په هرحالت د x محور لږ ترلږه یو ځل غوځیږي(لږ ترلږه یو صفرځای)
د یوه جوړه درجي ټولراسنل تابع د ګراف تلنه له II وI ته یا له III و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په اړیینه توګه د x محور نه غوځیږي (صفرځای نه شته)

پوښتنې

ټول راشنل توابع II

(c) ketabton.com: The Digital Library

سیومتری او تلنه

لومړی – و څېړی، چې ایا f(x) یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع ګراف، درجه او د ضریبونو $a_0; a_1; a_2; \ldots an$ ارزښتونه ورکړی.

الف - $f(x)=2$ ب - $f(x)=4x$ پ - $f(x)=2^x$ ت - $f(x)=\frac{x^3-4x}{8}$

ټ - $f(x)=\sqrt{3}x^4$ ث - $f(x)=\frac{1}{x}$ ج - $f(x)=\sqrt{x}$ چ - $f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2$

ح - $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$ خ - $f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4$

دویم – د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف - $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب - $f(x)=x^3+3x+1$ پ - $f(x)=(x-2)(x+2)$

ت - $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ ټ - $f(x)=(x-2)^3(x-1)$ ث - $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$

ج - $f(x)=\left(2x^4+2x^2+5\right)x$ چ - $f(x)=\left(x^2-2x+3\right)(x+1)(x-1)$

ح - $f(x)=1-3x^2+x^6$

دریم – دc متحوله داسی وټاکی، چې د تابع ګراف ټکی سیومتریک او همداسې محورسیومتریک شي.

الف - $f(x)=x^3+4x+c$ ب - $f(x)=(x-c)(x+4)$ پ - $f(x)=x^5+x^c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$ ټ - $f(x)=c+x^3$ ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

څلورم : د لاندې توابعو د گراف تلنه معلومه کړی.

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$ ب - $f(x)=-4x^4+3$ پ - $f(x)=2x-5$

ت - $f(x)=-2x^2$ ټ - $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ ث - $f(x)=-6x+3$

ج - $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$ چ - $f(x)=-2x^5+6x^3$

پنځم - د لاندې توابعو د گراف تلنه او سیومتري ورکړی.

الف - $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$ ب - $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

پ - $f(x)=5x^6-4x^4+5$ ت - $f(x)=x^5+x^3-2x$

ټ - $f(x)=5$ ث - $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

ج - $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ چ - $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

ح - $f(x)=-3$ خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمېرئ:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$ ب - $f(x)=(x-4)(-x+2)$

پ - $f(x)=x(x+5)^2$ ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$ ث - $f(x)=x^3-2x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

د ټولراشنل توابعوو سیومتري او تلنه

نتیجې

لومړی –

الف - $f(x) = 2 \quad n = 0 \quad a_0 = 2$ ب - $f(x) = 4x \quad n = 1 \quad a_1 = 4$

پ - $f(x) = 2^x$ ټول راشنل تابع نه دی (اکسپوننسل تابع)

ت - $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8} = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x \quad n = 3 \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad a_1 = \frac{1}{2}$

ټ - $f(x) = \sqrt{3}x^4 \quad n = 4 \quad a_4 = \sqrt{3}$

ث – $f(x) = \frac{1}{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (مات یا کسري راشنلتابع)

ج – $f(x) = \sqrt{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (ریښه تابع)

چ -

$$f(x) = \left(x - \sqrt{3}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot \sqrt{3}x + 3 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_1 = -2 \cdot \sqrt{3} \quad a_0 = 3$$

ح - $f(x) = \left(x + \sqrt{2}\right)\left(x - \sqrt{2}\right) = x^2 - 2 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_0 = -2$

خ -

$$f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4 = 16x^3 + 3x^2 - 4 \quad n = 3 \quad a_3 = 16 \quad a_2 = 3 \quad a_0 = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم : نتیجې:

الف – $f(x)=x^4-6x^2+5$ محور سیومتریک، n جوړه.

ب – $f(x)=x^3+3x+1$ سیومتري نه شته

پ – $f(x)=(x-2)(x+2)=x^2-4$ محور سیموتریک n جوړه.

ت - $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ محورسیومتیک n جوړه

ټ - $f(x)=(x-2)^3(x-1)=x^4-7x^3+18x^2-20x+8$ سیومتري نه شته

ث - $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$ مورسیومتری n جوړه

ج - $f(x)=(2x^4+2x^2+5)x=2x^5+2x^3+5x$ ټکی سیومتری n ناجوړه یا طاق.

چ - $f(x)=(x^2-2x+3)(x+1)(x-1)=x^4-2x^3+2x^2+2x-3$ سیومتري نه شته

ح - $f(x)=1-3x^2+x^6=x^6-3x^2+1$ محورسیومتریک nجوړه.

دریم : نتیجې : الف - $f(x)=x^3+4x+c$

$c=0$ $f(x)=x^3+4x+c$ د ټکي سیومتري لپاره c=0 . ب - $f(x)=(x-c)(x+4)$

$f(x)=(x-c)(x+4)=x^2+4x-cx+4c$ د محور سیومتری لپاره c=4

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x)=x^5+x^c$

$f(x)=x^5+x^c$ c ناجوړه يا طاق د ټکي سيومتري لپاره.

ت - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$

$f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)=x^5-cx^4$ د ټکي سيومترى پاره c=0 .

ټ – $f(x)=c+x^3$

$f(x)=c+x^3$ د ټکي سيومترى لپاره c= 0

ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

$f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$ د ټکي سى,متري لپاره c=-1.

څلورم – بنوونه:

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$

$f(x)=2x^5-6x^3$ له III و I ته

ب - $f(x)=-4x^4+3$

$f(x)=-4x^4+3$ له III و IV ته

پ - $f(x)=2x-5$

$f(x)=2x-5$ له III وا ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = -2x^2$

$f(x) = -2x^2$ له III و IV ته

ټ - $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ث - $f(x) = -6x + 3$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ج - $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$

$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3$ له II و IV ته

چ - $f(x) = -2x^5 + 6x^3$

$f(x) = -2x^5 + 6x^3$ له II و IV ته

پنځم - نتیجې: الف - $f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$

$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2$ محور سیومتري له III و IV ته

ب - $f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right)$

$f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$ سیومتري نه شته له II و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$

$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$ محور سیومتري له II و I ته

ت - $f(x) = x^5 + x^3 - 2x$

$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$ تکی سیومتریم له III و I ته

ټ - $f(x) = 5$

$f(x) = 5$ محور سیومتري له II و I ته

ث - $f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9)$

$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) = x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225$ سیومتري نه شته له II و I ته

ج - $f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$

$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$ سیومتري نه شته له III و I ته

چ - $f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$

$$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$$
$$= 4x^8 + 32x^7 + 60x^6 + 76x^5 + 800x^4 + 1620x^3 - 864x^2 - 1728x$$
سیومتري نه شته له II و I ته

ح - $f(x) = -3$ ، $f(x) = -3$ محور سیومتري له III و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$ ، $f(x)=-x^5+x^3-2$ سيومتري نه شته له II و IV ته

شپږم : نتيجې:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$

$$f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)\Rightarrow P_{x_1}(4|0);P_{x_2}(2|0);P_{x_3}(-1|0)$$

ب - $f(x)=(x-4)(-x+2)\Rightarrow P_{x_1}(4|0);P_{x_2}(2|0)$

پ - $f(x)=x(x+5)^2=x(x+5)(x+5)\Rightarrow P_{x_1}(0|0);P_{x_{2/3}}(-5|0)$

ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

$$f(x)=3(x-4)^3(x+2)=(x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4|0);P_{x_4}(-2|0)$$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$

$$f(x)=(2x-4)(x+3)x^3\Rightarrow P_{x_1}(2|0);P_{x_2}(-3|0);P_{x_{3/4/5}}(0|0)$$

ث - $f(x)=x^3-2x^2$

$$f(x)=x^3-2x^2=x^2(x-2)\Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0);P_{x_3}(2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوځښتكي (د محور د تقاطع نقطى)

د ټولراسنل توابعو محور غوځښتكي (د محور د تقاطع نقطى)

د y محور سره غوځښتكى $P_y(0|y_s)$: $P_y(0|y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0|-3) \text{ oder } P_y(0|f(0))$$

د P_y د y کواوردینات تل د ضریبونو a_0 سره کتمت ده.

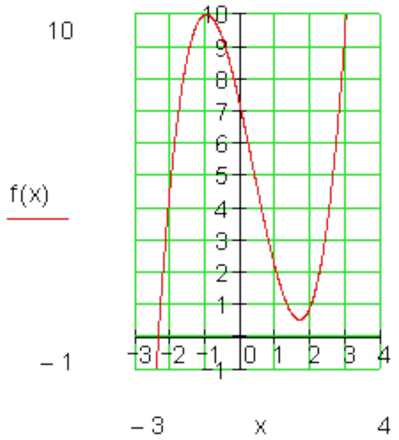
دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅتکی $P_y(x_s|0)$ صفرځای : شرط: $f(x) = 0$

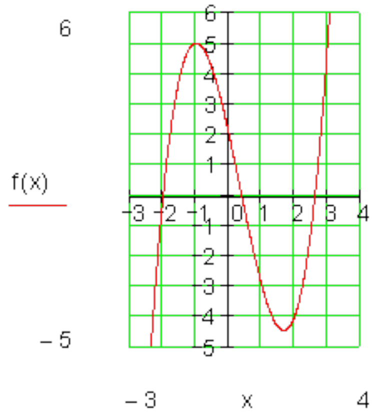
د مربع تابع (د دويمي درجي تولراشنلتابع) خخه بوهيږو، چي دا دوه ، يو ، يا هيڅ صفرځايونه لرودی شي. دا د جګ درجو تول راشنلتابع سره څنګه دی؟

بيلګه:



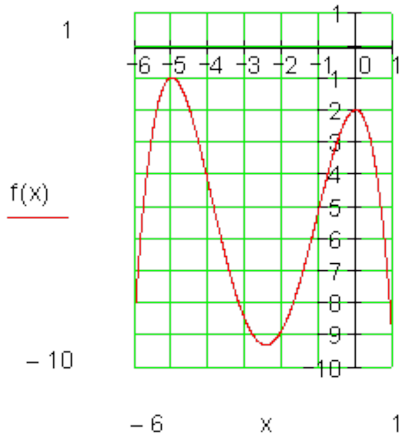
$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$

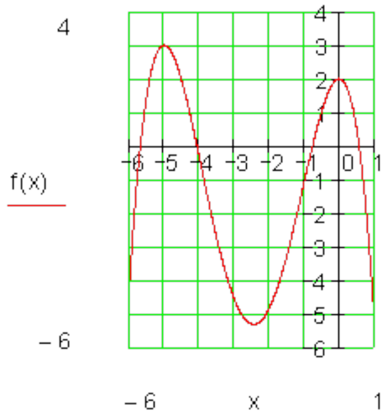
صفرځای نه لري



$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

درې صفرځايونه لري





(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$ د صفرځای نه شتون	$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$ څلور صفرځایونه لري.

جمله:

يو د n -مې درجې ټولراشنل تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري.

کهn جوړه وي، نو دا لږترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځايونو شميرنې لار(تګلار)

د فکتوري کونو يا صربيونو تګلار: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاکتور x له نوکانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 2x - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوکانو کې افاده يا وينه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه :

$$x_1 = 0\,;\, x_2 = 2\,;\, x_3 = -1$$

د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(0|0);\, P_{x2}(2|0);\, P_{x3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کرښیز ضریبونو ضرب

د بدلون قانون:

یادونه: په دې معنا چې د یوې اووښتونې یا متحولې لپاره بله متحوله ځا په ځای کوو.

بې مربعیز(بې ځلوریز) مساوات $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلون په څټ- یا بیرته ګرځوو:

$$x^2 = z_1 = 9 \mid \sqrt{\ } \qquad x^2 = z_2 = 4 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Rightarrow \ |x| = \sqrt{9} \qquad |x| = \sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \qquad x_3 = 2 \quad x_4 = -2$$

د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-3|0); P_{x3}(2|0); P_{x4}(-2|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کرښيز ضريبونو ضرب

پولینوم وېش:

که د یوه پولینوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولینوم وېش له لارې د پولینوم درجه یه یوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لاربنود کړي یا بوځیو نو ساده دی، چې نور صفرځایونه بیدا کړو. لاندې بېلګې دې د پولینوم وېش روښانه کړي.

د بیلګې په توګه د دریمې درجې ټولراشنل تابع صفرځایونه معلوم دي، نو کیدی شي چې د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونوپه څېر ولیکلی شو:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - \bar{x}_3)$$

چیرته چې $x_1; x_2; x_3$ صفرځایونه دي.

موږ اوس په څرګنده توکه تابع تر څیړنې لاندې نیسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چيرته چې $x1=2$ يو صفرځاى دى، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدى شي د تابع مساوات د $x1=2$ صفرځآى لاندې (له امله) په پام کې ونيسو او لکه چې لاس ته راځي و ليکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\ldots\ldots\ldots)(x-2)$$

د صفرځاى ټاکلو لپاره ايښووڼه : $f(x)= 0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$
دا افاده $x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$ څېړو

د نوکانو افادې يا ويينې $(\ldots)$ټاکو

دواړه لورې په $(x-2)$وېشو

$$(x^3-x^2-5x+6) :(x-2)=(\ldots)$$

په دې توګه د نوکانو افاده $(\ldots)$لاس ته راځي.

وېش د ليکنيز وېش قانون سره سم مخ ته بيايو

$$\begin{array}{l} (x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x-2) = x^2 + x - 3 \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ \quad x^2 - 5x \\ \quad \underline{-(x^2 - 2x)} \\ \qquad -3x + 6 \\ \qquad \underline{-(-3x + 6)} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نوکانو افاده (...) اوسx^2+x-3 بڼه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ایښوونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات x^2+x-3 اوس حل کوو.

دا د p-q- فرمول سره ځوابوو:

$$p=1;\ q=-3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}} \\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}} \end{array}\right.$$

صفرځایونه:

$$x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}};\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}$$

د x محور سره غوڅېکي:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\right) \Leftrightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما Horner- Schema

د پولینوم وېشنې پر ځای کیدی شي د تولراشنل تابع درجه د هورنر شیما له لارې هم کمه شي.
موږ د هورنر شیما څیرو:

موږ بیرته تابع ترڅیرنې لاندې نیسو

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

چیرته چې $x_1=2$ یو صفرځای دی.

د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ لپاره د هورن شیما د $x1=2$ سره

په دریمه لیکه کې درې عددونه د وېش نتیجو لپاره هم د پاتې پولینوم ضریبونه بللکیږي. $f(x) = \underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(1\cdot x^2 + 1\cdot x - 3)}_{\text{Restpolynom}}$ پاتې پولینوم کربنیز ضریب	موخه د ضریب (x-2) له نوکانو وتنه ده. $\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x=2 & \downarrow & 2 & 2 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$

د $f(x)$ د نورو صفرځایونو لپاره د پاتې یا باقي پولینوم صفرځایونه شمیرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې کیږي.

نتیجه یې د لاندې پولینوم وېش بیلګې سره وګورئ.

بیلګه:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - x - 4$ چیرته چې $x_1 = -2$ یو صفرځای دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باقي يا پاتي پولينوم: $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$ $f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2\right)$ د مربع مساوت حل $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0$ له دي لاس ته راځي او معکوس: x2=2 او x3=-4	$\begin{array}{c\|cccc} & \frac{1}{4} & 1 & -1 & -4 \\ x=-2 & \downarrow & -\frac{1}{2} & -1 & 4 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{array}$

بیلګه:

$f(x)=-x^3+7x-6=-x^3+0\cdot x^2+7x-6$ چیرته چي $x_1=1$ یو صفرځای دی

باقي پولينوم:-1.x-1.x+6 f(x)=(x-1)(.x²-x+6) د مربعیز مساوات حل: له دي لاس تره اوپه.x²-x+6 ځت یا برعکس x2=2 او x3=-3	$\begin{array}{c\|cccc} & -1 & 0 & 7 & -6 \\ x=1 & \downarrow & -1 & -1 & 6 \\ \hline & -1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$

لکه بیلګه چي ښايي، د هورن شيما سره د پاتي پولينوم تاکنه ساده ده نسبت د پولينوم وېش ته.

دا تولي پورته تلنلاري مو د مربع مساوات حل ته لاربنودوي. که دا ونه توانيږو، نو د نومریکي تلنلارو څخه کار اخستل کيږي، چي دا دلته نه څېړل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لندې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروئ:

لومړی - $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)$ دیم - $\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)$

دریم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)$ څلورم - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)$

پنځم - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)$ شپږم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)$

اوم - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)$ اتم - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x+3)$

نهم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)$ لسم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)$

ځوابونه

ټولراشنل تابع **III** (پولینوموېش)

نتیجې او مفصل ځوابونه

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$

$$\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x-7\right)=3x^2+6x-9$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x+2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):\left(x+2\right)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x-2\right)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-3\right)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):\left(x+3\right)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+3\right)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x-1\right)=3x^2-12x-63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):\left(x+1\right)=x^2+x-6$$

$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$

$$x^2-5x$$

$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$

$$-6x-6$$

$$\underline{-\left(-6x-6\right)}$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(2x^3 \qquad -14x-12\right):\left(x-3\right)=2x^2+6x+4$$
$$\underline{-\left(2x^3-6x^2\right)}$$
$$6x^2-14x$$
$$\underline{-\left(6x^2-18x\right)}$$
$$4x-12$$
$$\underline{-\left(4x-12\right)}$$

دريم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):\left(x-7\right)=3x^2+6x-9$$
$$\underline{-\left(3x^3-21x^2\right)}$$
$$6x^2-51x$$
$$\underline{-\left(6x^2-42x\right)}$$
$$-9x+63$$
$$\underline{-\left(-9x+63\right)}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):\left(x+2\right)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$
$$\underline{-\left(\frac{1}{2}x^3+x^2\right)}$$
$$-\frac{5}{2}x^2-2x$$
$$\underline{-\left(-\frac{5}{2}x^2-5x\right)}$$
$$3x+6$$
$$\underline{-\left(3x+6\right)}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\underline{-\left(x^3+2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2+5x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2+7x\right)}$$

$$-2x-4$$

$$\underline{-(-2x-4)}$$

شپږم:

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-\frac{14}{2}x\right)}$$

$$\frac{3}{2}x-3$$

$$\underline{-\left(\frac{3}{2}x-3\right)}$$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-3x^2\right)}$$

$$\frac{7}{4}x^2-\frac{23}{4}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{4}x^2-\frac{21}{4}x\right)}$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)}$$

اتم:

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{14}{3}x^2-\frac{47}{3}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2-\frac{42}{3}x\right)}$$

$$-\frac{5}{3}x-5$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{3}x-5\right)}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$
$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$
$$\underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x\right)}$$
$$-x-3$$
$$\underline{-(-x-3)}$$

لسم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$
$$\underline{-\left(3x^3-3x^2\right)}$$
$$-12x^2-51x$$
$$\underline{-\left(-12x^2+12x\right)}$$
$$-63x+63$$
$$\underline{-(-63x+63)}$$

تمرینونه: د ټول راشنل توابعو صفرځایونه.

تمرین ټولراشنل تابع **IV**

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د یوه تاسو ته مناسب قانو له مخې د ټولراشنل توابعو صفرځایونه وټاکی. د x محور سره د ګراف غوڅټکي و ټاکې او د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونو د ضرب په څیر انځور کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18$ دويم - $f(x)=x^3-4x^2+x+6$

دريم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1$ څلورم - $f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3$ شپږم - $f(x)=-\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x$

اوم - $f(x)=3x^4-3$ اتم - $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2$

نهم - $f(x)=2x^3-4x^2-16x$ لسم - $f(x)=2x^3+4x^2-26x+20$

نتيجي:

د ټولراشنل توابعو تمرين **IV** ته.

د صفرځايونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18=0 \quad x^2=z$$

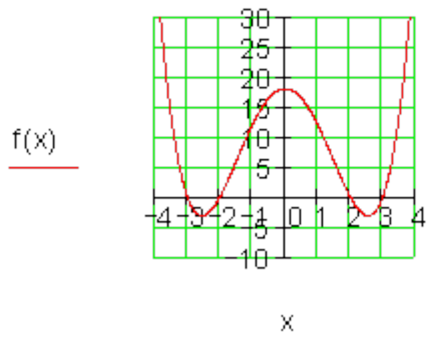
$$\frac{1}{2}z^2-\frac{13}{2}x+18=0 \Leftrightarrow z^2-13z+36=0$$

$$z_1=9\,;\,z_2=4 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 3\,;\,x_{3/4}=\pm 2$$

$$P_{x1}(3\,|\,0);\,P_{x2}(-3\,|\,0)$$

$$P_{x3}(2\,|\,0);\,P_{x4}(-2\,|\,0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$$



$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-4x^2+x+6=0$$

د اتکل له مخي د صفرځاى تاکنه x1=2

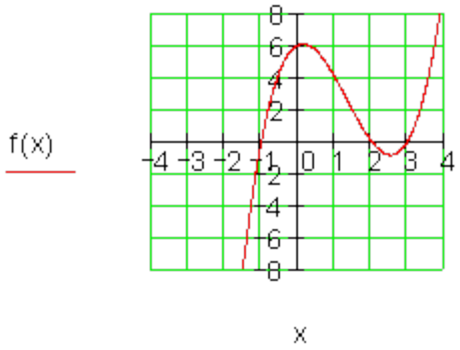
$$(x^3-4x^2+x+6):(x-2)=x^2-2x-3$$

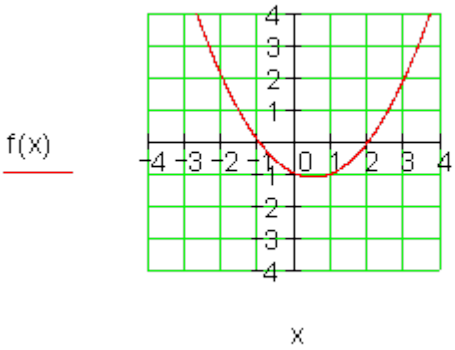
$$p=-2;\ q=-3\Rightarrow D=4$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l}x_2=1+2=3\\ x_3=1-2=-1\end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(3|0);P_{x3}(-1|0)$$

$$f(x)=(x-2)(x-3)(x+1)$$





$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$p=-1;\ q=-2\Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l}x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2\\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1\end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2|0);P_{x2}(-1|0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x+1)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216=0$$

$$x^2=z\Rightarrow -\frac{3}{2}z^2+\frac{75}{2}z-216=0$$

$$\Leftrightarrow z^2-25z+144=0$$

$$z_1=16;\ z_2=9\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm4;\ x_{3/4}=\pm3$$

$$P_{x1}(4|0);P_{x2}(-4|0)$$

$$P_{x3}(3|0);P_{x4}(-3|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 = 0$$

صفرځای تو کلي نیسو x1=3

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$p = 5;\ q = 4 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(3\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0);\ P_{x3}(-4\,|\,0)$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$$

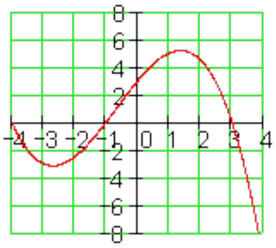
بنوونه د هورنر- شیما سره

	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	
$x = 3$	$\downarrow$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3	
	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	-1	0	$= f(3)$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1 = 0$$

پاتي - یا باقي پولینوم

f(x)



x

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x = 0$$

x له نوکانو وباسو

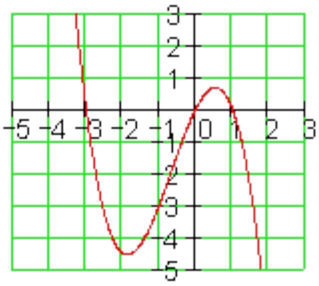
$$x\left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$

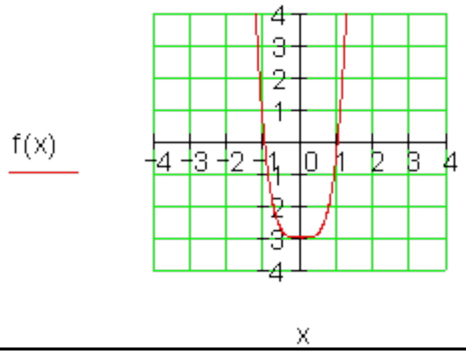
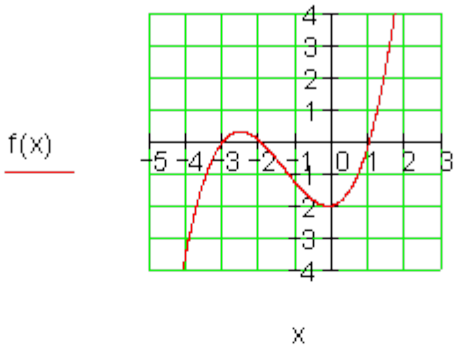
$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + 2 = 1 \\ x_3 = -1 - 2 = -3 \end{array} \right.$$

f(x)



x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{x1}(0\mid 0);P_{x2}(1\mid 0);P_{x3}(-3\mid 0)$ $f(x)=-\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$	
$f(x)=0\Leftrightarrow 3x^4-3=0$ $x^2=z$ $3z^2-3=0\Leftrightarrow z^2-1=0$ $z_1=1;z_2=-1\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 1$ $P_{x1}(1\mid 0);P_{x2}(-1\mid 0)$	
$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2=0$ د صفرځای اتکلونه x1=1 $\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2\right):(x-1)$ $=\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2$ $x^2+5x+6=0$ $p=5;q=6\Rightarrow D=\frac{1}{4}$ $x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \begin{array}{l} x_2=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2 \\ x_3=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3 \end{array}$ $P_{x1}(1\mid 0);P_{x2}(-2\mid 0);P_{x3}(-3\mid 0)$ $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$	شوونه د هورنر- شیما سره $\begin{array}{cccccc} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -2 & \\ x=1 & \downarrow & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 & \\ & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 & 0 & =f(1) \end{array}$ پاتي پولينوم $\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2=0$ 

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-4x^2-16x=0$$

x له نوکانو وباسو

$$x\left(2x^2-4x-16\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

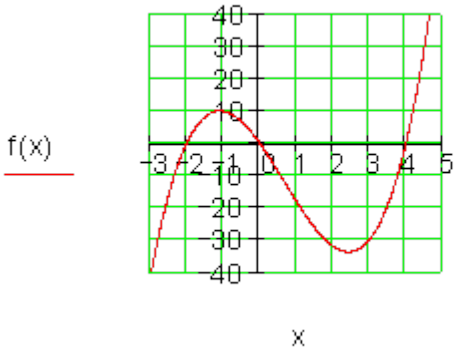
$$2x^2-4x-16=0 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$$

$$p=-2;\ q=-8 \Rightarrow D=9$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \left|\begin{array}{l} x_2=1+3=4 \\ x_3=1-3=-2\end{array}\right.$$

$$P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(4\,|\,0);\ P_{x3}(-2\,|\,0)$$

$$f(x)=2x(x-4)(x+2)$$

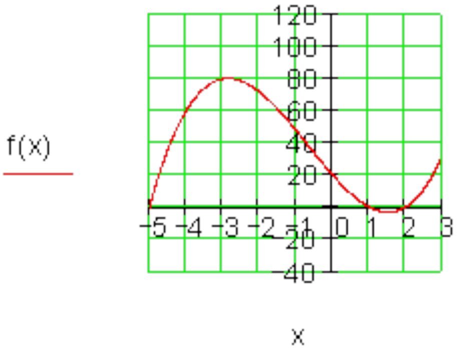


لسم:

بنوونه د هورنر- شیما سره

	2	4	−26	20	
$x=1$	↓	2	6	−20	
	2	6	−20	0	$=f(1)$

2x²+6x-20 پاتې پولينوم



$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3+4x^2-26x+20=0$$

صفرځای د اټکل له مخې x1=1

$$\left(2x^3+4x^2-26x+20\right):(x-1)$$

$$=2x^2+6x-20$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$p=3;\ q=-10 \Rightarrow D=\frac{49}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=2 \\ x_3=-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=-5\end{array}\right.$$

$$P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(2\,|\,0);\ P_{x3}(-5\,|\,0)$$

$$f(x)=2(x-1)(x-2)(x+5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د ټول هوښيار يا راشنل توابعو محورغوڅېکي ګرافونه

صفرځايونه وشميرئ او ګرافونه وکاږئ

لومړی: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$ ب - $f(x) = x^2 - 6x + 9$

پ - $f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$ ت - $f(x) = x^6 - x^4$

ټ - $f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3)$ ث - $f(x) = 3\left(x^2 + 4\right)\left(x^2 - 4x + 10\right)$

دويم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ ب - $f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4}$ پ - $f(x) = x^6 - 8x^4 + 20x^2$

دريم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$ ب - $f(x) = x^3 - 12x + 16$

پ - $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$ ت - $f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20$

ټ - $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}$ ث - $f(x) = -3x^3 + 3x^2 - 3x + 3$

ج - $f(x) = -5x^3 - 10x^2 - \frac{5}{2}x - 5$ چ - $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 9x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x)=-3x^4+15x^2-12$ ب - $f(x)=x^4-x^3-2x^2$

پ - $f(x)=-2x^3+2x^2+16x-24$ ت - $f(x)=\left(x^2-6x+9\right)(x-4)$

ټ - $f(x)=x^6-3x^4-4x^2$ ث - $f(x)=x^4-25x^2-60x-36$

پنځم: د لاندې ټولراشنل توبعو ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړ یا کواودینات سیتم کې وکاږئ. د دې لپاره یو ارزښت جدول واچوئ او محور غوڅېټكي وټاکئ

الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad D_f=\{x\mid -0,5\le x\le 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2 \quad D_f=\{x\mid -3,5\le x\le 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=x^3-6x^2+9x-2 \quad D_f=\{x\mid -0,2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad D_f=\{x\mid -3\le x\le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ - $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2 \quad D_f=\{x\mid -2,5\le x\le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ث - ج - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x \quad D_f=\{x\mid -0,2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځایونه وټاکئ او ګراف یې تر شونې پولې پورې ښه وکاږئ. ارزښتجدول کیږدئ او ځنې ارزښتونه د جبشمیري سره وشمیرئ. ځنې صفرځایونه اټکل کړئ او که شوني وي، صفرځایونه وشمیرئ.

الف- $f(x)=x^3-\frac{2}{3}x^2-\frac{10}{3}x-1$ ب - $f(x)=0,01\left(x^3-x^2-x+1\right)$

پ - $f(x)=0,1x^3-0,3x^2-9x-10$ ت - $f(x)=(x-1,7)\left(x^2-3\right)$

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولراشنل توابعو صفرځايونو شميرنه او د ګراف کښنه

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی:

الف-

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2\left(x^2 + 2x + 1\right) = x^2(x+1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0);\, P_{x_{3/4}}(-1|0)$$

ب –

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) \Rightarrow P_{x_{1/2}}(3|0)$$

پ –

$$f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = (x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(5|0);\, P_{x_2}(-5|0);\, P_{x_3}(-8|0)$$

ت –

$$f(x) = x^6 - x^4 = x^4\left(x^2 - 1\right) = x^4(x-1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3/4}}(0|0);\, P_{x_5}(1|0);\, P_{x_6}(-1|0)$$

ټ

$$f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x + 3) \Rightarrow P_{x_1}(0|0);\, P_{x_2}(3|0);\, P_{x_3}\left(\frac{3}{2}|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث – د الماني پښتو:

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

$$x^2+4=0 \Leftrightarrow x^2=-4 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$x^2-4x+10=0 \Rightarrow p=-4\,;\, q=10$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2-10=4-10<0 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

صفرځایونه نه لري

دویم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x)=x^4-6x^2+5 \text{ Substitution } x^2=z \Rightarrow f(z)=z^2-6z+5$$
$$p=-6\,;\, q=5 \Rightarrow D=(-3)^2-5=9-5=4$$
$$z_{1/2}=3\pm 2 \Rightarrow z_1=5 \text{ und } z_2=1$$
$$z_1=5=x^2 \Rightarrow |x|=5 \Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{5} \quad z_2=1=x^2 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x_{3/4}=\pm 1$$
$$P_{x_1}\left(\sqrt{5}\,|\,0\right);\, P_{x_2}\left(-\sqrt{5}\,|\,0\right);\, P_{x_3}\,(-1|\,0);\, P_{x_4}\,(1|\,0)$$
$$f(x)=\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)(x+1)(x-1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4} \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 6z - \frac{7}{4}$$

$$4z^2 + 6z - \frac{7}{4} = 0 \Leftrightarrow z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow p = \frac{3}{2};\ q = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow z_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm 1$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{4};\ z_2 = -\frac{7}{4}$$

$$z_1 = \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

حل نه لري $z_2 = -\frac{7}{4} = x^2 \Rightarrow$

$$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$$

پ –

دريم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه، پولینوم وېش. او

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

raten der 1. Nullstelle: $x_1 = 1$: $1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$

Polynomdivision: $\left(x^3 + 2x^2 - x - 2\right) : (x - 1) = x^2 + 3x + 2$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow p = 3;\ q = 2 \Rightarrow D = 1{,}5^2 - 2 = 0{,}25$$

$$x_{2/3} = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -1{,}5 \pm 0{,}5 \Rightarrow x_2 = -1 \text{ und } x_3 = -2$$

$$P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(-2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x) = x^3 - 12x + 16 \Rightarrow x^3 - 12x + 16$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه $x_1 = 2$ ، ځکه چې $2^3 - 12 \cdot 2 + 16 = 0$

پولینوم وېش: $\left(x^3 - 12x + 16\right) : (x - 2) = x^2 + 2x - 8$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow p = 2 ; q = -8 \Rightarrow D = 1^2 + 8 = 9$$

، $x_{2/3} = -1 \pm 3 \Rightarrow x_2 = 2$ او $x_3 = -4$

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-4|0)$

پ – $f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = 0$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه،

$$x_1 = 2 : 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 4 = 16 - 16 - 12 + 8 + 4 = 0$$

پولینوم وېش. $\left(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4\right) : (x - 2) = x^3 - 3x - 2$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

د دویم صفرځای له ګومانه ټاکنه $x_2 = -1 : (-1)^3 - 3 \cdot (-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$

، پولینوم وېش $\left(x^3 - 3x - 2\right) : (x + 1) = x^2 - x - 2$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow p = -1 ; q = -2 \Rightarrow D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4}$$

$x_{3/4} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow x_3 = 2$ او. $x_4 = -1$

، $\underline{P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-1|0)}$ یا $\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_{3/4}}(-1|0)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 \Rightarrow 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 = 0 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1 = 5 \quad 5^3 - 5 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 10 = 0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - 5x^2 - 2x + 10\right) : (x - 5) = x^2 - 2$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}\,;\, x_3 = -\sqrt{2}$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(5 \mid 0)\,;\, P_{x_2}\left(-\sqrt{2} \mid 0\right);\, P_{x_3}\left(\sqrt{2} \mid 0\right)}}$$

ټ – $$f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_1 = 2 \quad 2^4 - \frac{11}{4} \cdot 2^2 - \frac{9}{4} \cdot 2 - \frac{1}{2} = 16 - 11 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x - 2) = x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = 0$$

د دویم صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_2 = -1 \quad (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + \frac{5}{4} \cdot (-1) + \frac{1}{4} = -1 + 2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

پولینوم وېش.: $\left(x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right) : (x + 1) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=0 \quad p=1;\, q=\frac{1}{4}\Rightarrow D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow x_{3/4}=-\frac{1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0);\, P_{x_2}(-1|0);\, P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3\Rightarrow -3x^3+3x^2-3x+3=0\,|:(-3)$$

$$\Leftrightarrow x^3-x^2+x-1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1=1 \quad 1^3-1^2+1-1=0$

، پولينوم وېش: $(x^3-x^2+x-1):(x-1)=x^2+1$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1\Rightarrow$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$$

ج –

$$f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5\Rightarrow -5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5=0\,|:(-5)$$

$$\Leftrightarrow x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_1=-2 \quad (-2)^3+2\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)+1=-8+8-1+1=0$$

، پولينوم وېش: $\left(x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1\right):(x+2)=x^2+\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل نه شته $\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$

چ – $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6 \Rightarrow x^4+3x^3+5x^2+9x+6=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$x_1=-1 \quad (-1)^4+3\cdot(-1)^3+5\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)+6=0$

، پولينوم وېش: $\left(x^4+3x^3+5x^2+9x+6\right):(x+1)=x^3+2x^2+3x+6$

$\Rightarrow x^3+2x^2+3x+6=0$

د دويم صفرځآی له ګومانهټاکنه،:

$x_1=-2 \quad (-2)^4+3\cdot(-2)^3+5\cdot(-2)^2+9\cdot(-2)+6=0$

پولينوم وېش: $\left(x^3+2x^2+3x+6\right):(x+2)=x^2+3$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+3=0 \Leftrightarrow x^2=-3 \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0);P_{x_2}(-2|0)}}$

څلورم:

الف- د الماني: بدلون، او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12 \Rightarrow -3x^4 + 15x^2 - 12 = 0 \,;|\,(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0$$
$$\Rightarrow p = -5\,;\, q = 4 \Rightarrow D = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_1 = 2\,;\, x_2 = -2$$
$$z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_3 = 1;\, x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(2\,|\,0)\,;\, P_{x_2}(-2\,|\,0)\,;\, P_{x_3}(1|\,0)\,;\, P_{x_4}(-1|\,0)}}$$

ب – او=und

$$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2\left(x^2 - x - 2\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0 \quad p = -1;\, q = -2 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 2 = 2{,}25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$$
$$\Rightarrow x_{3/4} = 0{,}5 \pm 1{,}5 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0\,|\,0);\, P_{x_3}(2\,|\,0);\, P_{x_4}(-1|\,0)}}$$

پ –

$$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0\,|:(-2)$$
$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$(-24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0\,|:(-2)$$
$$)$$
$$: x_1 = 2 \quad 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 8 - 4 - 16 + 12 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - x^2 - 8x + 12\right) : (x-2) = x^2 + x - 6$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad p = 1; q = -6 \Rightarrow D = 0,5^2 + 6 = 6,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$x_{2/3} = -0,5 \pm 2,5 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ und } x_3 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(2|0); P_{x_3}(-3|0)}}$$

ت –

$$f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) \Rightarrow \left(x^2 - 6x + 9\right)(x-4) = 0$$
$$\Rightarrow (x-4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4$$
$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6; q = 9 \Rightarrow D = (-3)^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow x_{2/3} = 3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(4|0); P_{x_{2/3}}(3|0)}}$$

ټ – په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو:: بدلون، حل نه شته

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2 \Rightarrow x^6 - 3x^4 - 4x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x^4 - 3x^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z$$
$$\Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0 \quad p = -3; q = -4 \Rightarrow D = (-1,5)^2 + 4 = 6,25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$z_{1/2} = 1,5 \pm 2,5 \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = -1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -2$$
$$z_2 = -1 = x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ــ

$$f(x)=x^4-25x^2-60x-36 \Rightarrow x^4-25x^2-60x-36=0$$

د لومړي صفرځای په ګومان پيداکونه:

$$x_1=-1 \quad (-1)^4-25\cdot(-1)^2-60\cdot(-1)-36=0$$

پولينوموېش:

$$\left(x^4-25x^2-60x-36\right):(x+1)=x^3-x^2-24x-36$$

د دويم صفرځای په ګومان پيداکونه:

$$x_2=-2 \quad (-2)^3-(-2)^2-24\cdot(-2)-36=0$$

پولينوموېش:

$$\left(x^3-x^2-24x-36\right):(x+2)=x^2-3x-18$$

$$\Rightarrow x^2-3x-18=0 \quad p=-3\,;\, q=-18 \Rightarrow D=(-1{,}5)^2+18=20{,}25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{20{,}25}=4{,}5$$

$$x_{3/4}=1{,}5\pm 4{,}5 \Rightarrow x_3=6 \text{ und } x_4=-3$$

$$P_{x_1}(-1|0);P_{x_1}(-2|0);P_{x_3}(6|0);P_{x_4}(-3|0)$$

پنځم:
پام: په لاندې پوښتنو کې د الماني پښتو: ارزښتجدول، محور غوځېټکي.
الف ــ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

ارزښتجدول

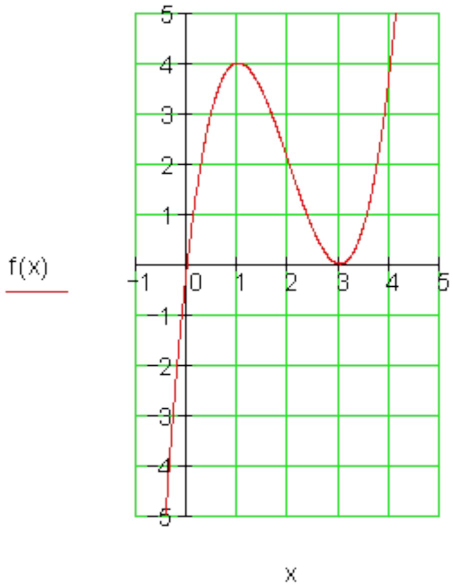
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,63	0
x	3,5	4	4,5	
f(x)	0,88	4	10,13	

محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$



ب –

$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$

ارزښتجدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2	
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	
x	−1,5	−1	−0,5	0	
f(x)	7	4,5	1,25	−2	
x	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

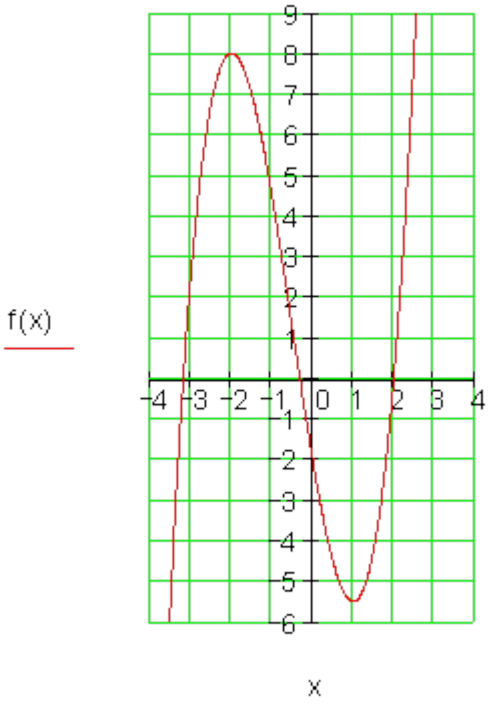
محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -0,31|0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -3,19|0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f (x)	−8,13	−2	1,13	2
x	1,5	2	2,5	3
f (x)	1,38	0	−1,38	−2
x	3,5	4		−0,2
f (x)	−1,13	2		−4,05

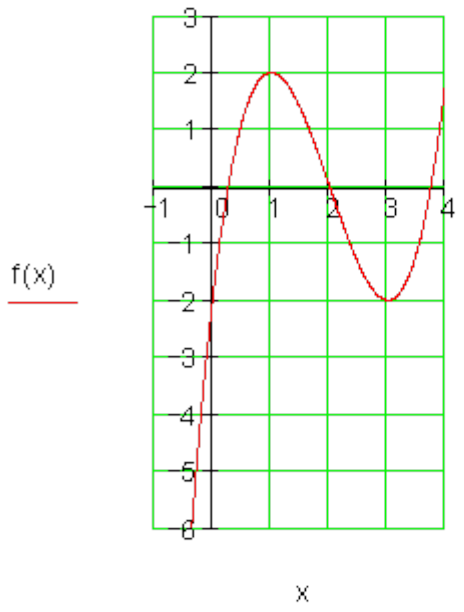
محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(2+\sqrt{3} \approx 3,73|0\right)$

$P_{x2}\left(2-\sqrt{3} \approx 0,27|0\right)$



ت –

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

ارزښتجدول

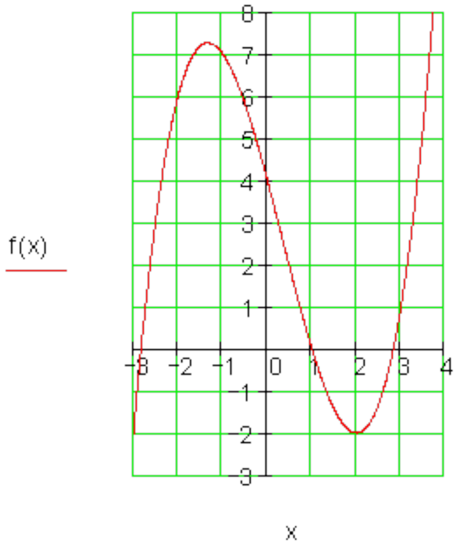
x	−3	−2,5	−2	−1,5
f (x)	−2	3,06	6	7,19
x	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	7	5,81	4	1,94
x	1	1,5	2	2,5
f (x)	0	−1,44	−2	−1,31

محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|4)$

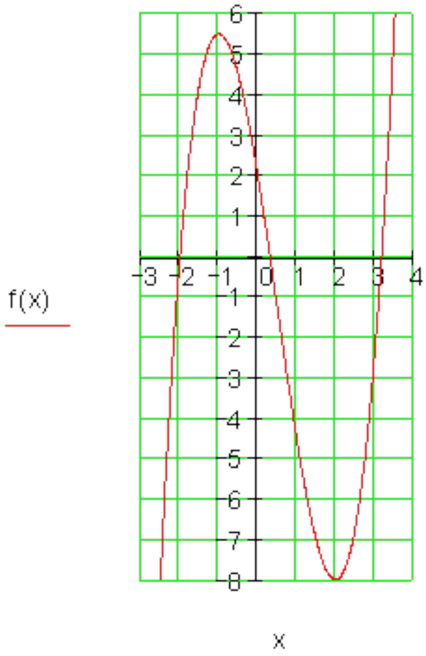
$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2/3}\left(\pm 2\cdot\sqrt{2} \approx \pm 2,83|0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –



$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

ارزښتجدول

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−8
x	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	2	−1,25	−4,5	−7	−8
x	2,5	3	3,5		
f(x)	−6,75	−2,5	5,5		

محورغوڅتكي يا نقاط تقاطع محور

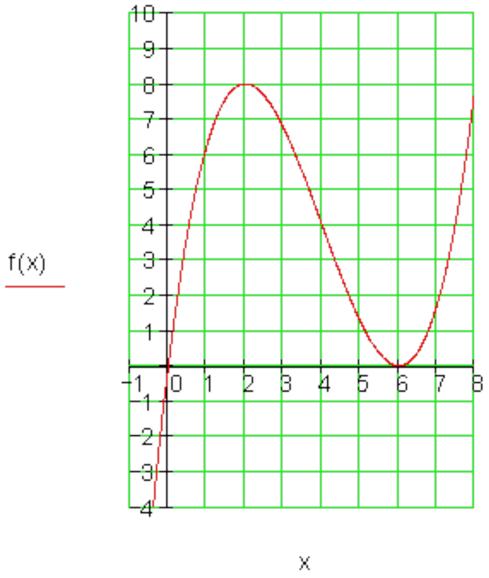
$P_y(0|2)$

$P_{x1}(-2|0)$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 3,19|0\right)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 0,31|0\right)$$

ث –



$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−5,28	0	3,78	0,25
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	7,59	8	7,66	6,75
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	5,47	4	2,53	1,25
x	5,5	6	6,5	7
f(x)	0,34	0	0,41	1,75

محورغوڅتكى:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(6\|0)$	

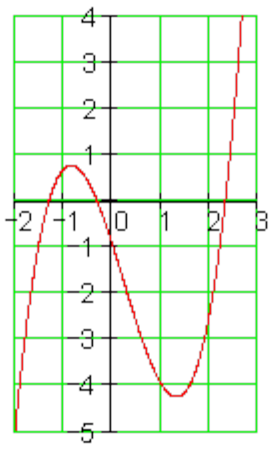
شیړم:

الف-

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−24	−5	$\frac{2}{3}$	−1	−4	$-2\frac{1}{3}$	10

لومړی صفرځای	$-2 < x_1 < -1$
دویم صفرځای	$-1 < x_2 < 0$
دریم صفرځای	$2 < x_3 < 3$

انټروالونه چې د هغو په دننه کې صفرځایونه شتون لري، د توابعو د مختخښو له لارې میندل کیږي.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−0,32	−0,09	0	0,01	0	0,03	0,16

ب – 1. Nullstelle: $P_{x1}(-1|0)$ 2. Nullstelle: $P_{x2}(1|0)$

په پورته کې المانیـ صفرځای.

ګومان نږدې دی، چې ګراف د x محور د P_{x2} په ټکي کې لمسوي.

دا ګومان ازماېښتوړ دی.

نیونه یا فرضیه:

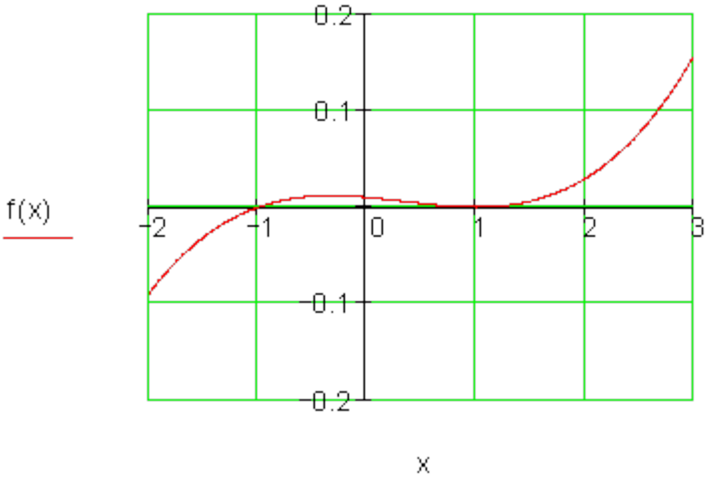
$$f(x) = 0{,}01\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}}(x+1)$$

دبل صفرځایونه

$$= 0{,}01(x-1)^2(x+1) = 0{,}01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) \Rightarrow P_{x2/3}(1|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیونه یا فرضیه تیک وه.

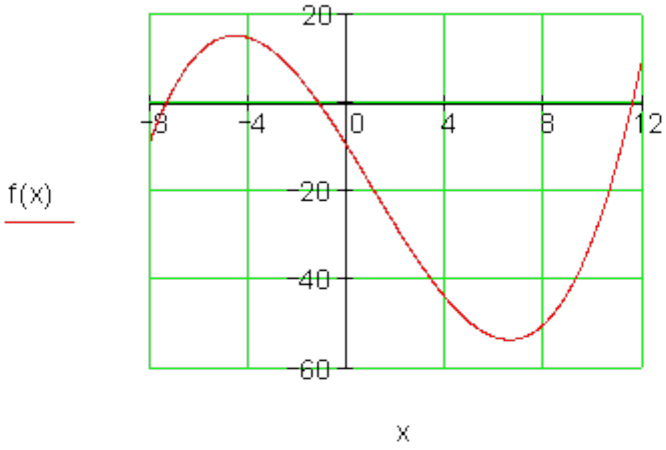


پ –

x	−8	−4	0	4	8	12
f(x)	−8,4	14,8	−10	−44,4	−50	11,6

لومړی صفرځای:	$-8 < x_1 < -4$
دویم صفرځای:	$-4 < x_2 < 0$
دریم صفرځای:	$8 < x_3 < 12$

د دې پوښتنې د ځواب لپاره باید ګرافیکي وړ جبشمیرونی وکارول شي.



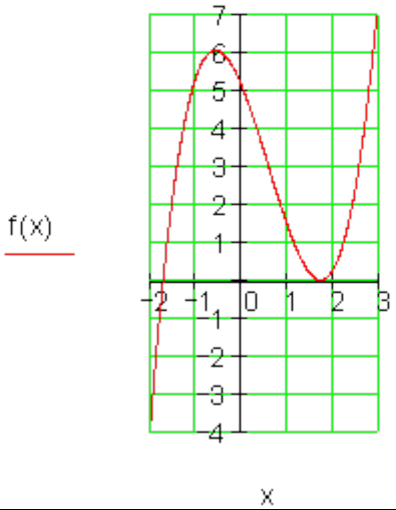
(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

$$f(x) = (x-1{,}7)\left(x^2-3\right)$$
$$f(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x-1{,}7=0 \Rightarrow x_1 = 1{,}7$$
$$x^2-3=0 \Rightarrow x_2=\sqrt{3}\,;\, x_3=-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}\left(-\sqrt{3}\,|\,0\right); P_{x2}(1{,}7\,|\,0); P_{x1}\left(\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,7	5,4	5,1	1,4	0,3	7,8

له ګرافه نه پېژندل کیږي، چې په انتروال (1 ; 2) کې دوه صفرځایونه شتون لري. دا ټیکه شمیرنه بنایي.



محور غوښتکي او د ټولراشنل یا نسبتي توابعو ګرافونه II

لومړی: د دریمې درجې یو ټولهوښیار یا –راشنل تابع سرچیني سره سیومتریک ده، که
الف- له ټکو $P_1(1|2)$ او $P_2(3|-2)$ څخه تیره شي.
ب- که کرښهg د g(x)=3x سره پارابول په P(0|0) کې لمس کړي.
دویم: تابع f(x) د پېژندورشو یا تعریف ساحې D = IR سره ورکړ شوې ده. تابع f(x) په سیومتري وڅیړی، صفرځایونه وشمیری او ګراف وکاږی.

الف – $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2$ ب – $f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$

پ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$ ت - $f(x)=\frac{1}{48}x^3-x$

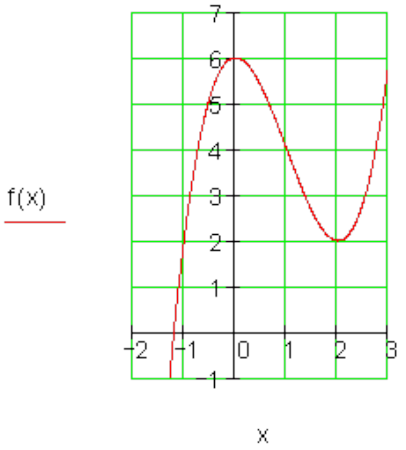
ټ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x$ ث - $f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$

ج - $f(x)=\frac{1}{2}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ چ = $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}$

دریم: تابع $f(x)=x^3-3x^2+6\,;\,D=\mathbb{R}$ ورکړشوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - وښايی: د f(x) صفرځای د (1- ; 2-) ترمنځ پروت دی. مدلل کړی، چې f(x) تیک يو صفرځای لري، دا ګراف بايد څنګه راکښل شي، چي له هغي سره دا تیک دوه صفرځايونه ولري؟
ب- کرښه x = u د f(x) ګراف په ټکي Q او د x محور په P کي غوځوي.
د لاندي درېګوډي يا مثلث 0PQ سطحه د2 u = لپاره وښايی.
د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د u په واکوالي کي د 0 < u لپاره ورکړی.
g(x) څومره صفرځايونه د g(x)=3.f(x) سره لري؟ دلايل يي راوړی.



څلورم: تابع $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ ورکړ شوي ده. وښاى: x=0,4 يو صفرځای دی. پسي نور صفرځايونه وشميرى.

$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 ; D = \mathbb{R}$

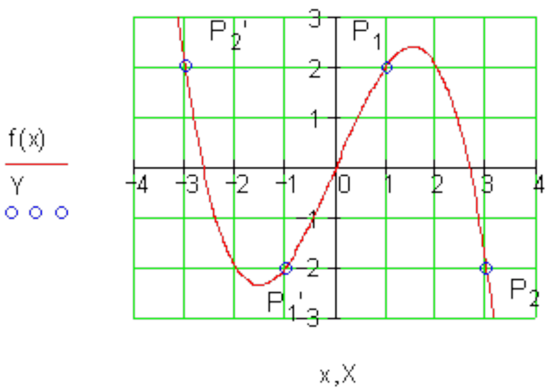
پنځم: د اووښتوني يا متحولي c په واکوالي کي د صفرځايونو تعداد وټاکی.

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx ; D = \mathbb{R}$

ځوابونه

د صفرځايونو شميرنه او تولهوښيارو توابعو ګرافونو کښل.

مفصل حلونه: لومړی: الف-



سرچيني ته سيومتري په دي معنا ده چي ټکي سيومتري دی.

$f(-x) = -f(x)$

$P_1(1|2): f(-1) = -f(1) = -2$

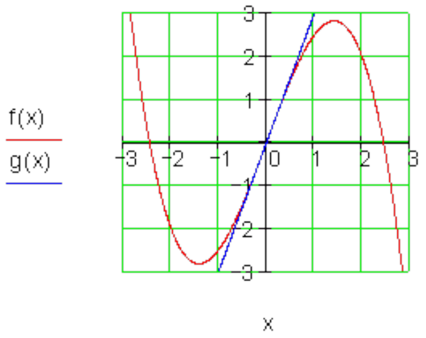
$\Rightarrow P_1'(-1|-2)$

$P_2(3|-2): f(-3) = -f(3) = 2$

$\Rightarrow P_2'(-3|2)$

د دي څلور ټکو سره ګراف کښل کيدی شي.

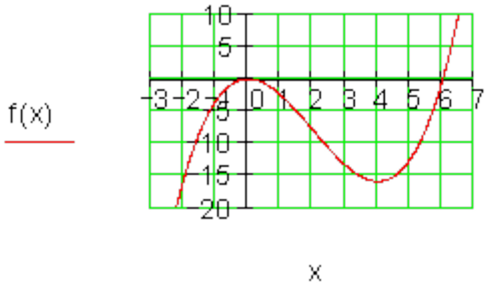
ب –



ګراف ټکی سیمتریک دی. په صفر ټکي کي جګوالي د کرښي g(x) = 3x جګوالي سره برابر دی
ګراف څلورمي(ربعي) په ترتیب داسي ده: ځغاسته له کيڼ و ښي لورته:

II - III - I - IV

دويم: لف-



$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 \Rightarrow$$

لاس ته راځي،چي سيومتی نه شته

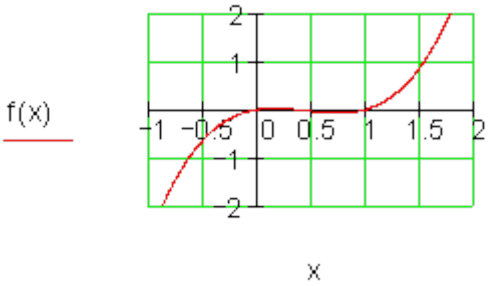
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x - 3\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 0;\ x_3 = 6$$

لمستکی: $P_{x1/2}(0|0)$ ، $P_{x3}(6|0)$

ځغاسته له کيڼ ښي لورته: I - IV - III

ب –



$$f(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x$$

له دي لاس ته راځي، چي سيومتری نه شته،

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

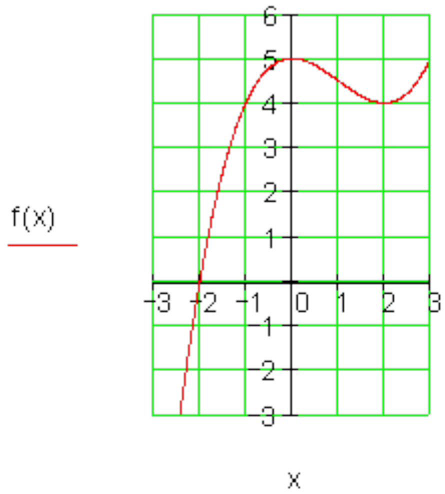
$$\Rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = \frac{1}{3};\ x_3 = 1$$

$$P_x(0|0);\ P_{x2}\left(\frac{1}{3}|0\right);\ P_{x3}(1|0)$$

ځغاسته له کيڼ ښي لورته: I - IV - I - III

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



ځغاسته له کيڼ و ښي لورته: I - II - III

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$$

لاس ته راځي، چي سيومترى نه شته،

لومړى صفرځاى و ازمايى:

$$f(-2)=-\frac{8}{4}-\frac{12}{4}+5=0$$
$$\Rightarrow x_1=-2$$

پولينوموېش

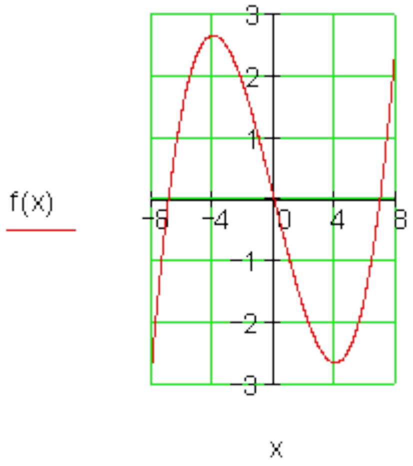
$$\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right):(x+1)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(x+2)\left(x^2-5x+10\right)$$
$$x^2-5x+10=0$$
$$\Rightarrow p=-5;\ q=10$$
$$\Rightarrow D=6,25-10<0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځايونه هم نه شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –



$f(x) = \frac{1}{48}x^3 - x \Rightarrow$

تکی سیومتریک

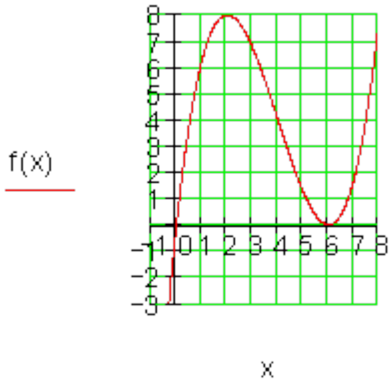
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{48}x^2 - 1\right) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0;\, x_2 = \sqrt{48};\, x_3 = -\sqrt{48}$

$P_x(0|0);\, P_{x2}(\sqrt{48}|0);\, P_{x3}(-\sqrt{48}|0)$

ځغاسته له کين بني لورته: I - IV - II - III

ټ –



$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \Rightarrow$

سيمتري نه شته، لمستکی

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$

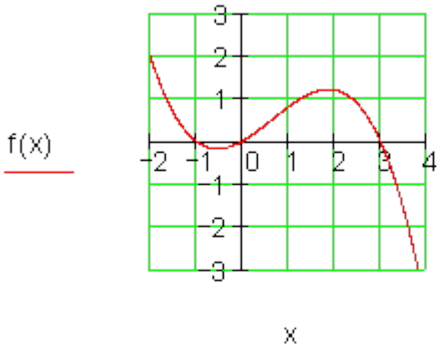
$\Rightarrow p = -12;\, q = 36 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow x_{2/3} = 6$

لمسکی: $P_{x1}(0|0);\, P_{x2/3}(6|0)$

ځغاسته له کين وبنی لور ته: I - III

ث –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = \frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$$

$$= -\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{5}x$$

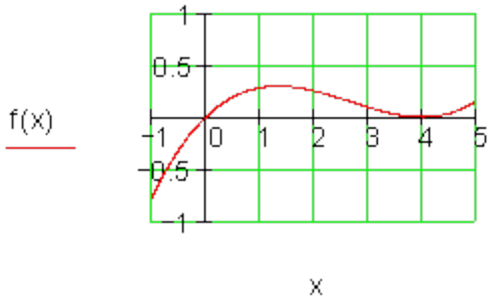
لاس ته راځي،چي سيومتري نه شته

$x_1 = -1; x_2 = 0; x_3 = 3$

$P_{x1}(-1|0); P_{x2}(0|0); P_{x3}(3|0)$

ځغاسته له کيڼ بني لورته: IV - I - III - II

ج –



$$f(x) = \frac{1}{5}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$$

$$= -\frac{1}{32}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$$

لاس ته راځي،چي سيومتري نه شته،

$x_1 = 0; x_{2/3} = 4$

$P_{x1}(0|0)$

لمستکی

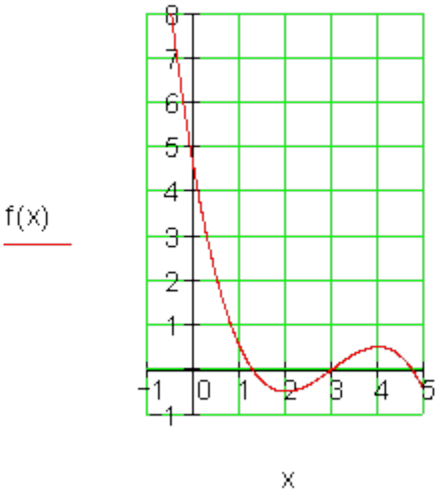
$P_{x2/3}(4|0)$

ځغاسته له کيڼ وبنی لور ته:I - III

چ

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>



</td>
<td>

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي،چې سيومتري نه شته

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

$$f(3) = -\frac{27}{4} + \frac{81}{4} - 18 + \frac{9}{2} = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 3$$

پولينوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}\right) : (x-3)$$
$$= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = (x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{4}(x-3)\left(x^2 - 6x + 6\right)$$
$$x^2 - 6x + 6 = 0$$
$$\Rightarrow p = -6 ; q = 6 \Rightarrow D = 3$$
$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3} ; x_3 = 3 - \sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}(3 \mid 0)$$
$$P_{x2}\left(3 + \sqrt{3} \mid 0\right); P_{x3}\left(3 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

ځغاسته له کيڼ وښی لور ته:

II - I - IV - I - IV

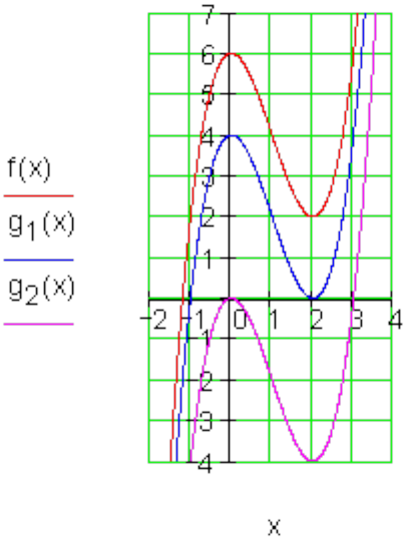
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

لف-

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 6$$
$$g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4$$
$$g_2(x) := x^3 - 3x^2$$



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$$
$$f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14$$
$$f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2$$

د تابع ارزښتونو کې د مختخښي بدلون په دې معنا دی، چې په انټروال (1- ; 2-)کې بايد يو صفرځای وي. د درېمي درجي تولهوښيار- يا راشنل تابع ډېر تر ډېره يو صفرځای لري. دا چې د f(x) د ګراف ټيټ ځای دx محور پورته لور ته پروت دی، کيدی شي دا فقط يو صفرځای ولري. که ګراف(x)g ټيک دوه صفرځايونه ولري، نو دا بايد نو بايد د f(x) ګراف په 2 LE د اوږدوالي يونونو يا واحدونو يا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:

$$1.\ g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4$$
$$2.\ g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2$$

ب – د درېکوډي يا مثلث سطحه:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

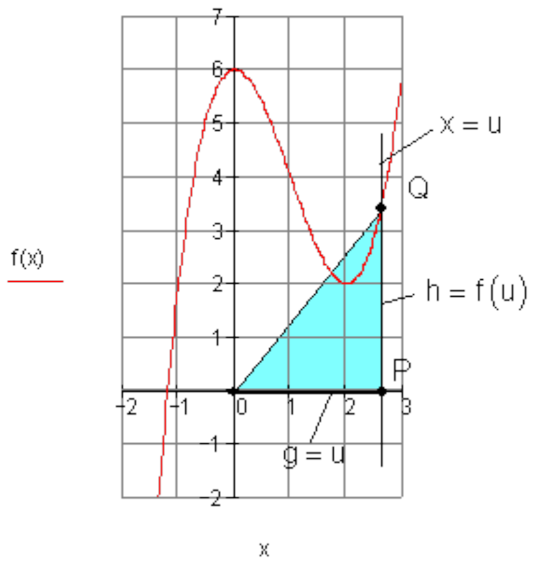
د u په واکولي کي د g=u او h=f(u)

سره باور لري: $A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$

د u=2 لپاره2=f(u)=f(2) دی

$$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = \underline{\underline{2\,FE}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	په تولیزه توګه د u>0 لپاره باور لري: $A(u)=\frac{1}{2}u\cdot f(u)$ $=\frac{1}{2}u\left(u^3-3u^2+6\right)$ $=\frac{1}{2}u^4-\frac{3}{2}u^3+3u$

پ – تابع $g(x)=3f(x)$همغه یا برابر صفرځایونه لري لکه$f(x)$. دلیل راوړنه:

$$f(x)=0\Rightarrow \underbrace{3\cdot f(x)}_{g(x)}=0\Rightarrow g(x)=0$$

ځلورم: $f(x)=5x^3-10,8x+4$ غوښتنه(ثبوت):x=0,4 يو صفرځای ورکوي،

نو f(0,4)=0

ښوونه: $f(0,4)=5\cdot 0,4^3-10,8\cdot 0,4+4=0,32-4,32+4=0$

پولينوموېش: $\left(5x^3-10,8x+4\right):(x-0,4)=5x^2+2x-10$

$-\left(5x^3-2x^2\right)$ $2x^2-10,8x$ $-\left(2x^2-0,8x\right)$ $-10x+4$ $-(-10x+4)$	$\Rightarrow 5x^2+2x-10=0\Leftrightarrow x^2+0,4x-2=0$ $p=0,4\,;\,q=-2\Rightarrow D=2,04$ $\Rightarrow x_2=-0,2+\sqrt{2,04}\approx 1,23$ $\Rightarrow x_3=-0,2-\sqrt{2,04}\approx -1,63$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x\left(x^2 + 2x + 2c\right)$$

کيدی شي زيات له زيات دري صفرځايونه منځ ته راشي.
($P(0 \mid 0)$ له c خپلواک (تابع نه) تل يو صفرځای دی. د نوکانو دننه افاده د ښيرني ده.)
د الماني für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$

$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0{,}5$$

$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0{,}5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$

$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0{,}5$$

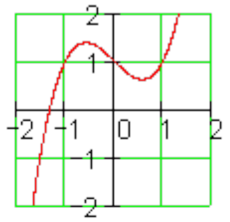
$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0;\ x_3 = -2$$

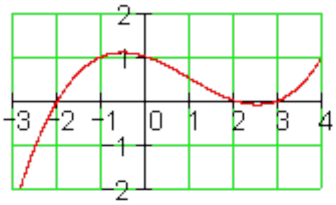
اړيکي:
د $c > 0{,}5$ لپاره $f(x)$ تيک يو صفرځای لري: $P_x(0 \mid 0)$
د $c = 0{,}5$ يا د $c = 0$ لپاره $f(x)$ تيک دوه صفرځايونه لري.
د $c < 0{,}5$ او د c د صفر سره نامساوي لپاره $f(x)$ تيک دريې صفرځايونه لري.

پوښتني
د تول راشنل توابعو محور غوښتکي او ګرافونهIII
تابع په يوه ګراف تنظيميږي.

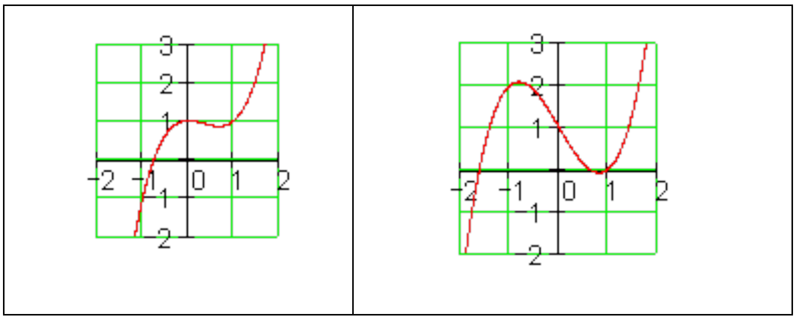
لومړی: هر د يوه تابع ترم سره تنظيم کړی او خپله پرېکړه په دليل کلکه کړی.

$$f_1(x) = x^3 - x + 1;\ f_2(x) = x^3 - 2x + 1;\ f_3(x) = x^3 - x^2 + 1;\ f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$





(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: هر هغه څوک چي د لايسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، بايد وپوهيږي، چي د يوه بريک وهونکي موټر تمکيدني واټن په يوه وچ پاخه سرک)چي طبعاً بايد هوار وي) د عکسالعمل لار او د بريک لار څخه يوځای جوړه ده. د لاندي د موټي قانون يا لار(د دري ګوتو) څخه کيدی شي د چټکتيا v په km/h د عکسالعمل لار r او د بريک لار b په متر وشميرل شي.

د بريک لار: $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ همداسي $b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2}$ ، د عکس العمل لار: $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

د المان د3.3.04 راين اخبار د اول له جولای2004 1. Juli په وچ سره د تمځای لار په بل بريکلار شميرل کيږي.(په افغانستن کي به داځنګه وي ؟نه پوهيږم)

الف- تابع مساوات $s = f(v)$ وټاکی، د کوم سره چي د هري تلني د چټکتيا يا سرعت تملار شميرل کيدی شي.

ب – د لاندي تلل شوی چټکتيا $v = 0, 10, 20, 30, \ldots 50$ km/h لپاره په يوه ارزښت جدول کي د هغه هر يوه تمځای s سره يوځای کړی

پ – له دي سره د (60 ... 100 km/h) لپاره دs يو څونور ارزښتونه وشميری او د دي تابع ګراف وکاږی.

ت – د نوي بريک نيولو قانون(المانی) سره دا تراوسه شميرل شوي ارزښتونه وشميری او دا په همغه کواودينات سيستم کي وکاږی او تولله نتيجه په شننه يا کومنتار سره روښانه کړی.

دريم: داتابعورکړ شوی: $f(x) = x^3 - 0{,}5x^2 - 3x + 1{,}5\,;\ D = \mathbb{R}$

الف- وښايی: $f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3)$

ب –ګراف د شوونتيا تر پولي تيک وکاږی.

پ – د x د کوم ارزښتونو لپاره $f(x)>0$ باور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

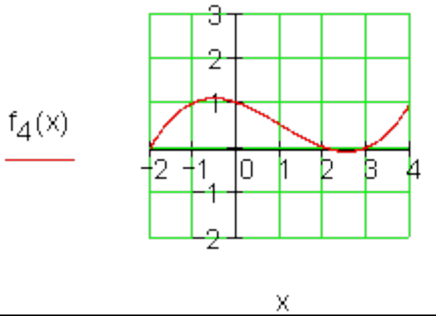
حلونه

د صفرځايونو شميرنه او د تول هوښيار تابع ګراف رسمونه.

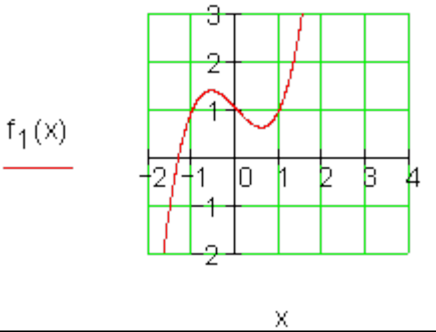
مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف-

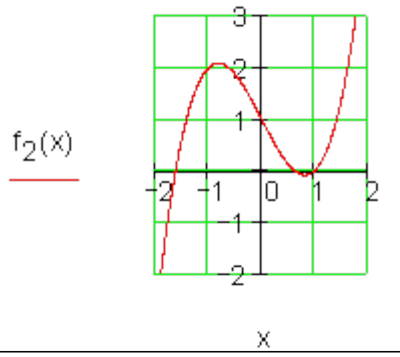
$f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ 	د تابعمساوات څخه لوستل کيږي، چې و تکي P(0 | 1) ته مو سيومتر مخ ته پرته ده. $f_4(x)$ صفرځايونه لري P_{x1}(-2 | 0) ; P_{x2}(2 | 0) او P_{x3}(3 | 0)

ب –

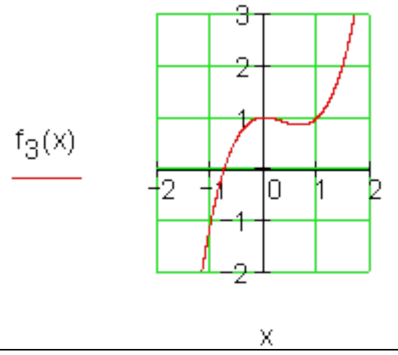
$f_1(x) = x^3 - x + 1$ 	حل ته د سيومتري څيرني څخه راځو. $f_1(x)$ و تکي(P(0 | 1 ته سيومتريک دی او له تکي (Q(1 | 0 څخه تيريږي. په يوه اوږدوالی واحد باندي راکښني سره به دا ګراف حتی تکی سيومتريک وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

حل ته د سیومتري خیرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته سیومتریک دی او له ټکي $Q(1 \mid 1)$ څخه تیریږي. په یوه اوږدوالی واحد باندې کښته لورته راکښني سره به دا ګراف حتی ټکی سیومتریک وی.	$f_2(x) = x^3 - 2x + 1$ 

ت-

د تابع مساوات څخه لوستل کیږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سیومتې مخ ته ده پرته. $f_3(x)$ د ټکو $Q(1 \mid 1)$ او $R(-1 \mid -1)$ له لارې تیریږي.	$f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$ 

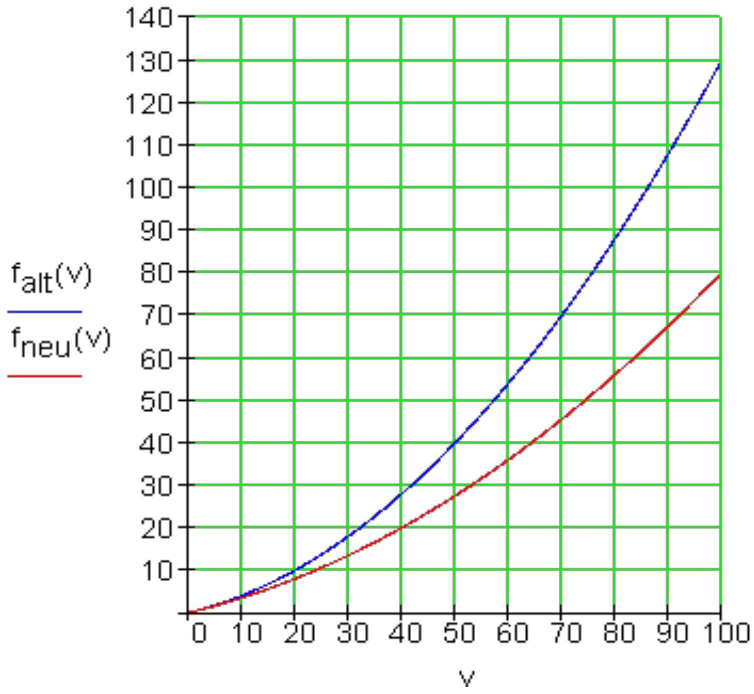
دویم:

الف-

زوړ قانون:	$f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$
نوی قانون:	$f_{neu}(v) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ – د نوي نظم وروسته د چټکتیا زیاتیدو سره توپیر تل لوییږي.

د 50 km/h سره تملار(د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوې تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړې لارې نږدې 61% ده.

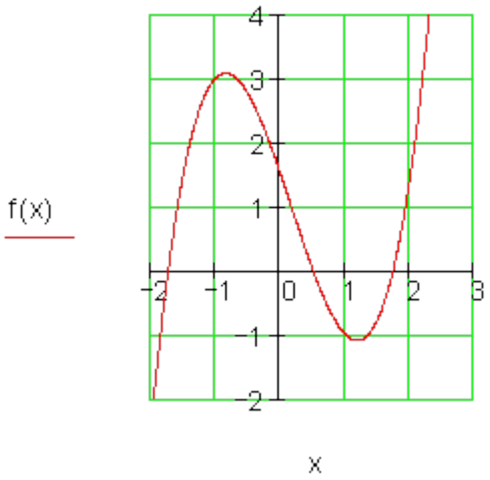
د بریکلار کمښت د ښه بریک (ABS)له امله موخه وره ده.

دریم:

الف-

$$f(x) = 0,5(2x-1)\left(x^2-3\right) = 0,5\left[(2x-1)\left(x^2-3\right)\right]$$
$$= 0,5\left[2x^3-6x-x^2+3\right] = x^3-0,5x^2-3x+1,5$$

ب –

 	د لاندې صفرځايونه $f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3):$ $2x-1=0$ $\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} \middle\| 0\right)$ $x^2-3=0$ $\Leftrightarrow x_2 = \sqrt{3}\ ;\ x_3 = -\sqrt{3}$ $\Rightarrow P_{x2}(\sqrt{3} \mid 0);\ P_{x3}(-\sqrt{3} \mid 0)$

پ –

د ګراف څغاستي څخه ساده لوستل کيږي: $f(x) > 0$

د $I_1 = \left\{x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$ او $I_2 = \left\{x \mid \sqrt{3} < x < \infty\right\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

پوښتنې

پولينوم وېش ته I

لومړی: لاندې پولينوموېش سرته ورسوی.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$
$$x^2-5x$$
$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$
$$-6x-6$$
$$\underline{-(-6x-6)}$$

$$\text{Probe}:(x+1)\left(x^2+x-6\right)=x^3+x^2-6x+x^2+x-6=\underline{\underline{x^3+2x^2-5x-6}}$$

الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)$ ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)$ ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)$ ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)$ چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$ خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)$

ځ - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)$ څ – $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)$

د = $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):(x-1)$ ډ - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)$

دویم: لاندې پولینوموېش سرته ورسوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $(x^3 - 3x^2 - 6x + 8):(x+1)$

ب - $(2x^3 - x^2 - 8x + 4):(x^2 - 4)$

پ - $(2x^3 - 3x + 1):(2x - 1)$

ت - $(x^3 - tx^2 - 2x + 2t):(x^2 - 2)$

دريم: لاندې پولينوموېش سرته ورسوئ.

الف- $(8x^5 - 6x^7 + 2x): 2x^2$

ب - $(9a^5b^3 - 12a^3b^5): 3a^3b^3$

پ - $(6a^6 + a^4b + 25b^3):(3a^2 + 5b)$

ت - $(15a^9 - 8a^6b + 8b^3):(3a^3 + 2b)$

ټ - $(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1):(7a^2 - 4a + 1)$

ث - $(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21):(a^2 - 2a + 3)$

ج - $(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3):(a - b)$

چ - $(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3):(a + b)$

څلورم: لاندې پولينوموېش سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}$

ځوابونه

پولینوموېش نتیجې

لومړی: الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)=x^2-x-2$

ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)=2x^2-4x-6$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)=3x^2-24x+21$

ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+x-6$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-x-6$

چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-2x-15$

ځ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

ح - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

خ- $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)=x^2-\frac{13}{4}x+\frac{3}{4}$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)=x^2+\frac{10}{3}x+1$

ځ – د- $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2$

دویم: الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)=x^2-4x-2+\frac{10}{x+1}$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)=2x-1$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}-\frac{1}{4(2x-1)}$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)=x-t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: الف- $(8x^5-6x^7+2x):2x^2=4x^3-3x^5+\frac{1}{x}$

ب - $(9a^5b^3-12a^3b^5):3a^3b^3=3a^2-4b^2$

پ - $(6a^6+a^4b+25b^3):(3a^2+5b)=2a^4-3a^2b+5b^2$

ت - $(15a^9-8a^6b+8b^3):(3a^3+2b)=5a^6-6a^3b+4b^2$

ټ - $(14a^4-a^3+5a^2-3a+1):(7a^2-4a+1)=2a^2+a+1$

ث - $(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21):(a^2-2a+3)=a^3+3a^2-5a+7$

ج - $(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3):(a-b)=a^2-ab+b^2$

چ - $(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3):(a+b)=a^2+ab+b^2$

څلورم: الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}=3x^2y^{n+2}-2x^my^{n+3}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}=4a^x-6b^c$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}=4a-5b$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}=2a^3b^{x+2}+3a^2b^{2x-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.14 د ټول راشنل(نسبتي) توابعو ګراف

د ګراف رسمول

د دې لپاره چې د یوه ټولراشنل تابع ګراف رسم کړای شو، نو یوه ارزښت جدول او محورغوځېدکو ته اړتیا لرو.

ارزښت جدول.

یو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتیا وړ تابع ارزښتونه د جب شمیري سره وشمیرو.

یو بل امکان ، زیات وخت ساده لاریې د **هورنر -شیما** راته راکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د تابع د تابع ارزښت د ټاکلو لپاره

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$

د $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	$\Rightarrow f(-4) = -33$
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	$\Rightarrow f(-3) = 0$ Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	$\Rightarrow f(-2) = 13$
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	$\Rightarrow f(-1) = 12$
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	$\Rightarrow f(1) = -8$
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	$\Rightarrow f(2) = -15$
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	$f(3) = -12$
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	$f(x) = 7$

د yمحور سره غوڅتکی:

f(0)=3

د تابع تلنه له II و I ته

له شیما څخه پیژنو:

د x=-3;f(-3)=0 سره صفرځایونه.

د [-2;-1] ترمنځ جګتکی

د [0;1] ترمنځ صفرتلنه

د [2;3] ترمنځ ټیټکی

د[3;4] ترمنځ صفرتلنه

ارزښت جدول:

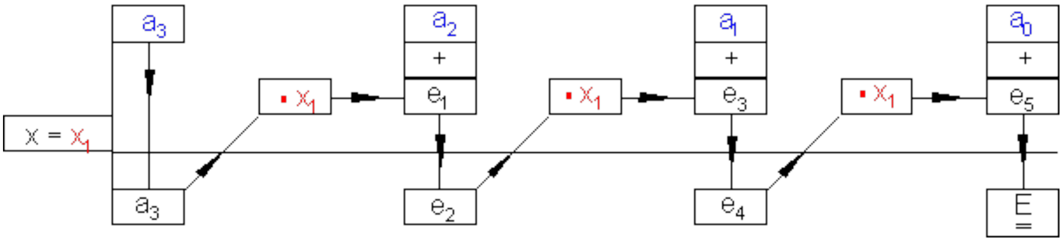
x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

پورته په ترتیب د الماني پښتو:صفرځای،جګټکی، له صفر تیریدنه،ټیټ ټکی، له صفر تیرېدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندي کي د هورن-شيما ګرافيکی انځور شوي ده:

$$y = f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$



د صفرځای شميرنه

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د x1=-3 سره معلوم صفرځای په ځېر

له دي لاس ته راځي : د پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x+3) = x^2 - 4x + 1$$

$$-\left(x^3 + 3x\right)$$

$$-4x^2 - 11x$$

$$-\left(-4x^2 - 12x\right)$$

$$x + 3$$

$$-(x+3)$$

$$0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$

$$D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$

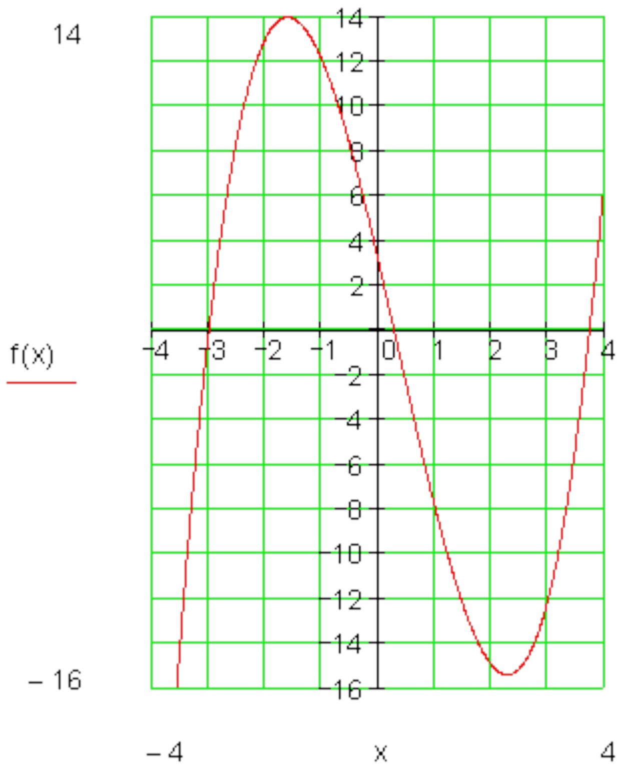
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73$$

$$x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(-3 \mid 0); P_{x_2}\left(2 + \sqrt{3} \mid 0\right); P_{x_3}\left(2 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

اوس د ټولو معلومو داتايو سره کيدی شي د تابع ګراف و ګښل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هغه څه چي تر اوسه يي تيک نه شو پيژندلای، د ګراف جګتيکي او ټيټتيکي دي. د دې لپاره مشتقشميرني ته اړتيا ده، چي په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جګو درجو راشنل توابع کي پرابلم چي چي يوه يا زيات صفرځايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخې ته هڅونکي ګومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي a_0 ضريب پوره مرستندوي وي. دa_0 پر وېشونې(مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلګه:

(د ۸ برخه ډ برئ) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$

ازماينښت له x=1 سره: f(1)=1-5+2+8=6

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت له $x=2$ سره:$f(2)=8-20+4+8=0$ له دې لاس ته راځي $x1=2$ صفرځای دی.
پولينوموېش: $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$
د $x^2-3x-4=0$ حل څخه لرو: $x2=4;x3=-1$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0);P_{x2}(4|0);P_{x3}(-1|0)}}$$

تمرين **I :**

د هورنر-شيما، محورغوڅټکي، ارزښت جدول، ګرافونه

د تابع په سويمتری حالت وينا وکړی. د هورنر-شيما سره په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅتکي پيدا کړی يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړی(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

لومړی - $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \quad [-1,5;3,5]$

دويم - $f(x)=x^3-x^2-5x+2 \quad [-2,5;3]$

دريم - $f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

څلورم - $f(x)=x^3-3x^2 \quad [-1;3,5]$

پنځم - $f(x)=x^3-3x^2+4 \quad [-1,5;3]$

شپږم - $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad [-0,5;4]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5\,;\,4,5]$

اتم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3\,;\,3,5]$

نهم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3\,;\,3,5]$

لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5\,;\,8]$

تمرينونه II : محورغوڅټکي، ارزښتجدول، ګرافونه

د تابع په سيومتری حالت وينا وکړی. په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅټکي پيدا کړئ يو ارزښت جدول وکاږئ اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړئ(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

اول - $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5\,;\,3,5]$

دويم - $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x \quad [-0,5\,;\,5,5]$

دريم - $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} \quad [-4\,;\,4]$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 \quad [-1\,;\,5]$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2} \quad [-1,5\,;\,3,5]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{4}{5}x^3 \quad [-1{,}5\,;\,4{,}5]$$

شپږم -

اوم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{12}{5}x^3+\frac{48}{5}x^2-\frac{64}{5}x \quad [-0{,}5\,;\,5{,}5]$

اتم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{8}{5}x^3+\frac{18}{5}x^2-\frac{27}{5} \quad [-1{,}5\,;\,4{,}5]$

نهم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5} \quad [-4\,;\,4]$

لسم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{8}{5}x^3+8x^2-\frac{64}{5}x+\frac{3}{2} \quad [-0{,}5\,;\,8{,}5]$

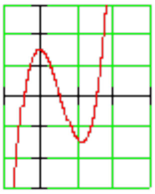
ځوابونه:

تولراشنل يا - هوښيار توابع **V** (د هورنر-شيما)

نتيجي او مفصل ځوابونه

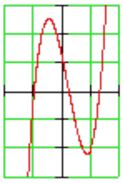
لومړی – نتيجه

سيومتري شتون نه لري

	محور غوڅتکي $P_y(0\mid 3)$ $P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(1\mid 0);P_{x3}(3\mid 0)$

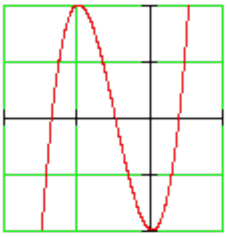
دويم - نتيجه

سيومتري نه شته

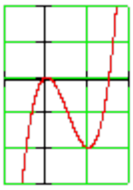
	محور غوڅتکي $P_y(0\mid 3)\ \ P_{x1}(-2\mid 0)$ $P_{x2}\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\approx 2{,}62\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\approx 0{,}38\mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

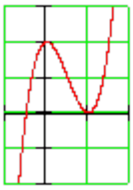
دريم – نتيجه

	سيومتري : نهشته محور غوڅتکي: $P_y(0\|-4); P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0,73 \| 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2,73 \| 0\right)$

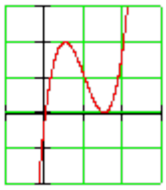
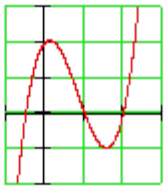
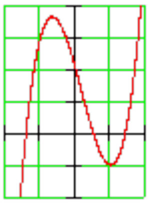
ځلورم – نتيجه

	سيومتري نه شته محور غوڅتکي: $P_y(0\|0); P_{x1/2}(0\|0); P_{x3}(3\|0)$

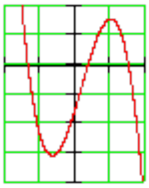
پنځم – نتيجه :

سيومتري : نه شته	
محور غوڅتکي: $P_y(0\|4); P_{x1}(-1\|0)$ $P_{x2/3}(2\|0)$ډبل صفرځای	

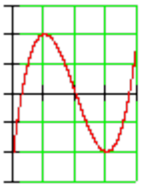
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – نتيجه	سيومتري : نه شته
	محورغوڅتکی $P_y(0\mid 0); P_{x1}(0\mid 0)$ $P_{x2/3}(3\mid 0)$ دبل صفرځای
اوم:	سيومتري : نه شته
	محورغوڅتكي: $P_y(0\mid 4)$ $P_{x1}(-1\mid 0); P_{x2}(2\mid 0); P_{x3}(4\mid 0)$
اتم:	سيومتري : نه شته
	محورغوڅتكي: $P_y(0\mid 4); P_{x1}(1\mid 0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx 2{,}83\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8}\approx -2{,}83\mid 0\right)$

نهم:

	سيومتري : نه شته محورغوڅتكي: $P_y(0\mid -3); P_{x1}(3\mid 0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0{,}73\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2{,}73\mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:	سيومتري : نه شته
	محورغوڅتکي: $P_y(0 \mid -4)\,;\,P_{x1}(4 \mid 0)$ $P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\approx 7,46 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\approx 0,54 \mid 0\right)$

مفصل ځوابونه:

لومړي

	1	−3	−1	3
x = 1	↓	1	−2	−3
	1	−2	−3	0
	1	−3	−1	3
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−4,875
	1	−1,5	−3,25	−1,875
	1	−3	−1	3
x = 2	↓	2	−2	−6
	1	−1	−3	−3
	1	−3	−1	3
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−5,625
	1	−0,5	−2,25	−2,625
	1	−3	−1	3
x = 3	↓	3	0	−3
	1	0	−1	0
	1	−3	−1	3
x = 3,5	↓	3,5	1,75	2,625
	1	0,5	0,75	5,625

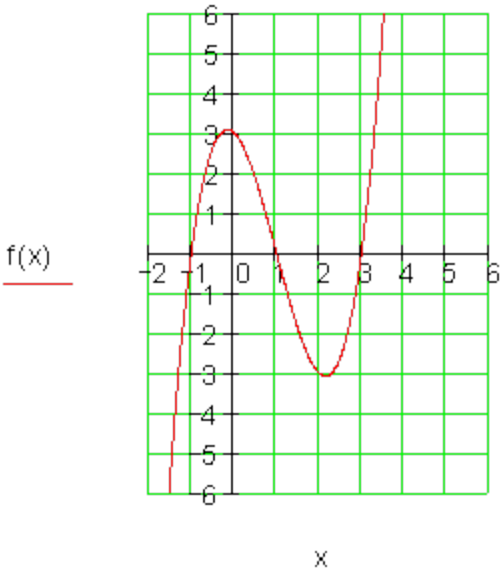
$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \qquad [-1,5\,;\,3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	−1	3
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
x = −1	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$



د محورغوښتکي

هورنر شيما څخه لوستلوړ دي:

$P_y(0|3)$
$P_{x1}(-1|0)$
$P_{x2}(1|0)$
$P_{x3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

دويم:

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5\,;\,3]$

سيومتري نه شته

	1	−1	−5	2
x = 0,5	↓	0,5	−0,25	−2,625
	1	−0,5	−5,25	−0,625
	1	−1	−5	2
x = 1	↓	1	0	−5
	1	0	−5	−3
	1	−1	−5	2

	1	−1	−5	2
x = −2,5	↓	−2,5	8,75	−9,375
	1	−3,5	3,75	−7,375
	1	−1	−5	2
x = −2	↓	−2	6	−2
	1	−3	1	0
	1	−1	−5	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = 1{,}5$	$\downarrow$	$1{,}5$	$0{,}75$	$-6{,}375$
	1	$0{,}5$	$-4{,}25$	$-4{,}375$
	1	-1	-5	2
$x = 2$	$\downarrow$	2	2	-6
	1	1	-3	-4
	1	-1	-5	2
$x = 2{,}5$	$\downarrow$	$2{,}5$	$3{,}75$	-3.125
	1	$1{,}5$	$-1{,}25$	$-1{,}125$
	1	-1	-5	2
$x = 3$	$\downarrow$	3	6	3
	1	2	1	5

$x = -1{,}5$	$\downarrow$	$-1{,}5$	$3{,}75$	$1{,}875$
	1	$-2{,}5$	$-1{,}25$	$3{,}875$
	1	-1	-5	2
$x = -1$	$\downarrow$	-1	2	3
	1	-2	-3	5
	1	-1	-5	2
$x = -0{,}5$	$\downarrow$	$-0{,}5$	$0{,}75$	$2{,}125$
	1	$-1{,}5$	$-4{,}25$	$4{,}125$
	1	-1	-5	2
$x = 0$	$\downarrow$	0	0	0
	1	-1	-5	2

مربع(ځلوري) مساوات:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$p = -3\,;\ q = 1$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}618 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}382 \end{cases}$$

خرګند صفرځايونه: $x_1 = -2$ پولينوموېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 2\right) : (x + 2) = x^2 - 3x + 1$$

$$-\left(x^3 + 2x^2\right)$$

$$-3x^2 - 5x$$

$$-\left(-3x^2 - 6x\right)$$

$$x + 2$$

$$-\left(x + 2\right)$$

محور غوڅتيکي

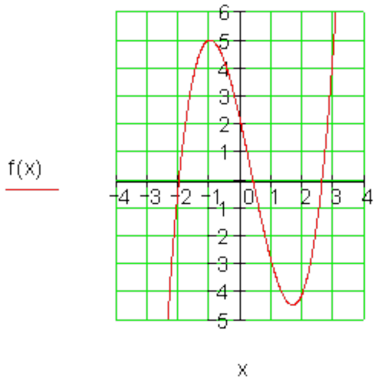
$$P_y(0\,|\,3)\,;\ P_{x1}(-2\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(1{,}5 + \sqrt{1{,}25}\,|\,0\right) \approx (2{,}62\,|\,0)$$

$$P_{x3}\left(1{,}5 - \sqrt{1{,}25}\,|\,0\right) \approx (0{,}38\,|\,0)$$

$$f(x) := x^3 - x^2 - 5x + 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



لرزښتجدول:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	

دريم: ځرګند صفرځايونه$x1=-1$

د ګراد کمه ونه

د هورنر شيما سره

	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

مربع مساوات

$2x^2 + 4x - 4 = 0 \mid :2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

$p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0,732$; $x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2,732$

محور غوځتکي:

$P_y(0 \mid -4)$

$P_{x1}(-1 \mid 0)$

$P_{x2}(-1 + \sqrt{3} \mid 0) \approx (0,73 \mid 0)$

$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4 \qquad [-3;1]$

Symmetrie: keine

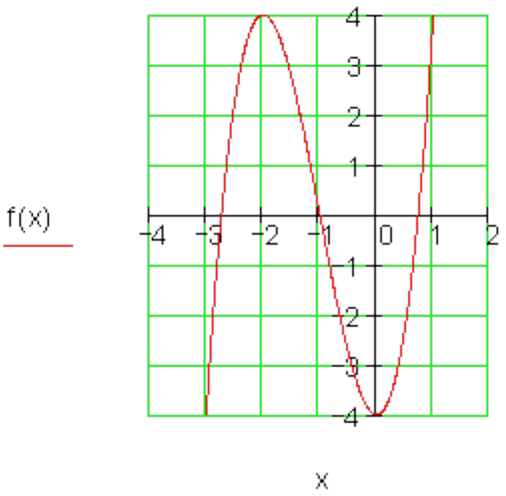
	2	6	0	−4
x = −3	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
x = −2,5	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
x = −2	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
x = −1,5	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx \left(-2{,}73\,|\,0\right)$

x = −0,5	↓	−1	−2,5	1,25
	2	5	−2,5	−2,75
	2	6	0	−4
x = 0	↓	0	0	0
	2	6	0	−4
	2	6	0	−4
x = 0,5	↓	1	3,5	1,75
	2	7	3,5	−2,25
	2	6	0	−4
x = 1	↓	2	8	8
	2	8	8	4

$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$



رزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f (x)	−4	0	2,25	4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	2,75	0	−2,75	−4
x	0,5	0,73	1	
f (x)	−2,25	0	4	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

د ضريبوني له لارې د صفرځايونوتاکل:

$$x^3 - 3x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ doppelte Nullstelle}$$
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$$

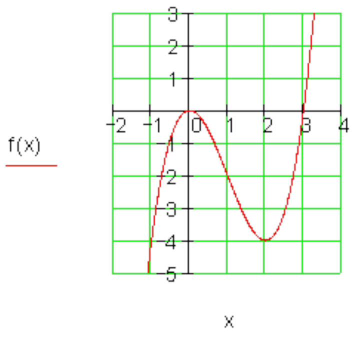
محورغوڅتکي:

$$P_y(0|0); P_{x1/2}(0|0); P_{x3}(3|0)$$

ارزښتجدول:

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
f(x)	0	6,13		

$(x) := x^3 - 3x^2$



$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	0	0
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	−4
	1	−3	0	0
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	−0,875
	1	−3	0	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	0
	1	−3	0	0
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−6,25
	1	−2,5	−1,25	−6,25
	1	−3	0	0
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	−2
	1	−3	0	0
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	−3,375
	1	−3	0	0
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	−4
	1	−3	0	0
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	−3,125
	1	−3	0	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1,5;\ 3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
x = 3	↓	3	0	0
	1	0	0	4

پنځم: څرګندد صفرځایونه:

$x_1 = -1;\ x_2 = 2$

پولينوموېش:

$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x+1)(x-2)$

$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$

$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 2x + x - 2) = x - 2$

$-(x^3 - x^2 - 2x)$

$-2x^2 + 2x + 4$

$-(-2x^2 + 2x + 4)$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$

محورغوڅتکي: $P_y(0|4);\ P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2/3}(2|0)$ دبل صفرځای

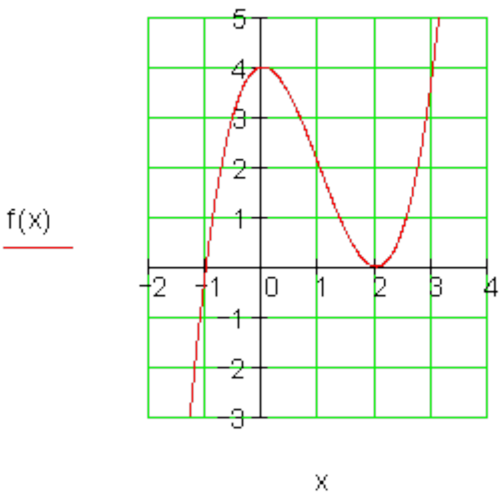
ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	3,375	2	0,63	0
x	2,5	3		
f(x)	0,875	4		

څيره لاندې مخ کې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 + 4$



شپږم:

د ضربیوني له لارې د صفرځایونو تاکنه:	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5; 4]$
$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$	Symmetrie: keine
$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0$	
$\Rightarrow x_1 = 0$	
مربع مساوات	
$x^2 - 6x + 9 = 0$	
$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$	
$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$	

	1	−6	9	0
x = −0,5	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
x = 0,5	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
x = 1	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = 1,5$	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375
	1	−6	9	0
$x = 2$	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2
	1	−6	9	0
$x = 2,5$	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625
	1	−6	9	0
$x = 3$	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0
	1	−6	9	0
$x = 3,5$	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875
	1	−6	9	0
$x = 4$	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

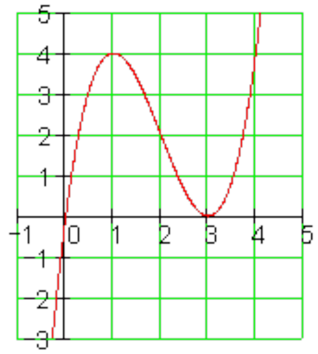
محور غوڅتکي $P_y(0|0); P_{x1}(0|0)$

دبل غوڅتکی $P_{x2/3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

$$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$$



$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$$

سيومتري: نه شته

	0,5	−2,5	1	4
$x = -1,5$	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125

اوو

	0,5	−2,5	1	4
$x = 1,5$	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625
	0,5	−2,5	1	4
$x = 2$	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

x					
		0,5	−2,5	1	4
x = −1	↓		−0,5	3	−4
		0,5	−3	4	0
		0,5	−2,5	1	4
x = −0,5	↓		−0,25	1,375	−1,1875
		0,5	−2,75	2,375	2,8125
		0,5	−2,5	1	4
x = 0	↓		0	0	0
		0,5	−2,5	1	4
		0,5	−2,5	1	4
x = 0,5	↓		0,25	−1,125	−0,0625
		0,5	−1,5	−4,25	3,9375
		0,5	−2,5	1	4
x = 1	↓		0,5	−2	−1
		0,5	−2	−1	3

x					
		0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓		1,25	−3,125	−5,3125
		0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
		0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓		1,5	−3	−6
		0,5	−1	−2	−2
		0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓		1,75	−2,625	−5,6875
		0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
		0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓		2	−2	−4
		0,5	−0,5	−1	0
		0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓		2,25	−1,125	−0,5625
		0,5	−0,25	−0,125	3,4375

محورغوڅتکي

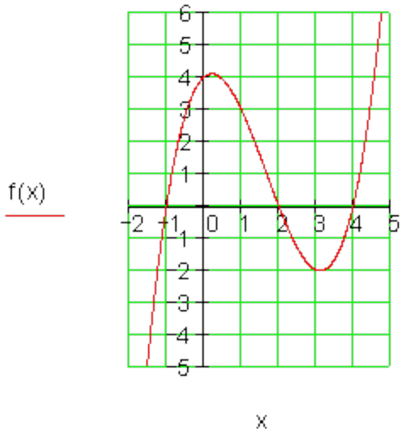
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0)$; $P_{x2}(2|0)$; $P_{x3}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f(x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \qquad [-3;\,3{,}5]$

Symmetrie: keine

	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

مربع مساوات

x1=1 خرګند صفرځايونه

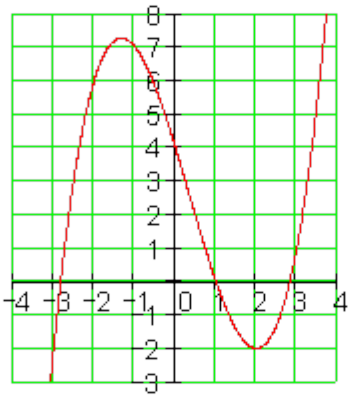
د درجي كمونه د هورنر شيما سره

۶۶۸ 1.14د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\begin{array}{r\|rrrr} & 1/2 & -1/2 & -4 & 4 \\ x=1 & \downarrow & 1/2 & 0 & -4 \\ \hline & 1/2 & 0 & -4 & 0 \end{array}$	$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$ $\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow \|x\| = \sqrt{8}$ $\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$



محور غوڅتکي:

$P_y(0\mid 4)$

$P_{x1}(1\mid 0)$

$P_{x2}(\sqrt{8}\mid 0) \approx (2{,}83\mid 0)$

$P_{x3}(-\sqrt{8}\mid 0) \approx (-2{,}83\mid 0)$

ارزښت جدول:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

نهم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3\,;3{,}5]$$

$$\begin{array}{r\|rrrr} & -1/2 & 1/2 & 4 & -3 \\ x=1/2 & \downarrow & -1/4 & 1/8 & 33/16 \\ \hline & -1/2 & 1/4 & 33/8 & -15/16 \\ \hline & -1/2 & 1/2 & 4 & -3 \end{array}$$

سيومتري نه شه

(c) ketabton.com: The Digital Library

	−1/2	1/2	4	−3
x = −3	↓	3/2	−6	6
	−1/2	2	−2	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = −5/2	↓	5/4	−35/8	15/16
	−1/2	7/4	−3/8	−33/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −2	↓	1	−3	−2
	−1/2	3/2	1	−5
	−1/2	1/2	4	−3
x = −3/2	↓	3/4	−15/8	−51/16
	−1/2	5/4	17/8	−99/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −1	↓	1/2	−1	−3
	−1/2	1	3	−6
	−1/2	1/2	−4	−3
x = −1/2	↓	1/4	−3/8	−29/16
	−1/2	3/4	29/8	−77/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 0	↓	0	0	0
	−1/2	1/2	4	−3

x = 1	↓	−1/2	0	4
	−1/2	0	4	1
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3/2	↓	−3/4	−3/8	87/16
	−1/2	−1/4	29/8	39/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 2	↓	−1	−1	6
	−1/2	−1/2	3	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = 5/2	↓	−5/4	−15/8	85/16
	−1/2	−3/4	17/8	37/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0
	−1/2	1/2	4	−3
x = 7/2	↓	−7/4	−35/8	−21/16
	−1/2	−5/4	−3/8	−69/16

ځرګند صفرځايونه x1=3

د درجې کمونه د هورنر شيما سره

	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0

مربع مساوات

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \,\big|\cdot(-2)$$

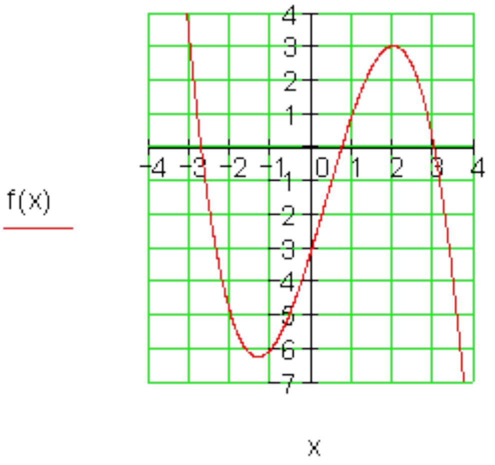
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Bigg|\ \begin{matrix} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0,732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2,732 \end{matrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + 4\cdot x - 3$$



محور غوڅتکی

$P_y(0\,|\,-3)$

$P_{x1}(3\,|\,0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (0{,}73\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (-2{,}73\,|\,0)$

ارزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

لسم:

ځرګند یا معلوم صفرځایونه x1=4

د درجي کمونه د هورنر شیماپه مرسته

	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0\,|\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0{,}5\,;\,8]$$

سومتري: نه شته

	1/4	−3	9	−4
x = −1	↓	−1/4	13/4	−49/4
	1/4	−13/4	49/4	−65/4
	1/4	−3	9	−4
x = 0	↓	0	0	0
	1/4	−3	9	−4
	1/4	−3	9	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=1$	↓	$1/4$	$-11/4$	$25/4$
	$1/4$	$-11/4$	$25/4$	$9/4$
	$1/4$	-3	9	-4
$x=2$	↓	$1/2$	-5	8
	$1/4$	$-5/2$	4	4
	$1/4$	-3	9	-4
$x=3$	↓	$3/4$	$27/4$	$27/4$
	$1/4$	$9/4$	$9/4$	$11/4$
	$1/4$	-3	9	-4
$x=4$	↓	1	-8	4
	$1/4$	-2	1	0
	$1/4$	-3	9	-4
$x=5$	↓	$5/4$	$-35/4$	$5/4$
	$1/4$	$-7/4$	$1/4$	$-11/4$
	$1/4$	-3	9	-4
$x=6$	↓	$3/2$	-9	0
	$1/4$	$-3/2$	0	-4
	$1/4$	-3	9	-4
$x=7$	↓	$7/4$	$-35/4$	$7/4$
	$1/4$	$-5/4$	$1/4$	$-9/4$
	$1/4$	-3	9	-4
$x=8$	↓	2	-8	8
	$1/4$	-1	1	4

$$p=-8;\ q=4 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-4=12$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=4+\sqrt{12}\approx 7{,}46\\ x_3=4-\sqrt{12}\approx 0{,}54\end{array}\right.$$

محورغوڅتکي

$P_y(0\,|-4)$

$P_{x1}(4\,|\,0)$

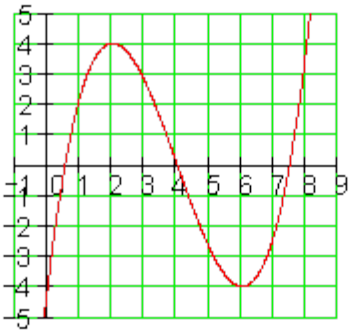
$P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\,|\,0\right)\approx(7{,}46\,|\,0)$

$P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\,|\,0\right)\approx(0{,}54\,|\,0)$

ګراف:

$$x) := \frac{1}{4}\cdot x^3-3\cdot x^2+9\cdot x-4$$

f(x)



x

ارزښتجدول:

x	−1	0	0,54	1
f (x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f (x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f (x)	−4	−2,25	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

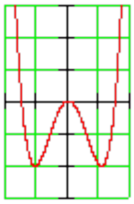
تولراشنل يا نسبتي توابع **VI** (محورغوڅټکي، ارزښتجدول او ګراف)

نتيجي او مفصل حلونه:((پوښتني چيرته دي؟)

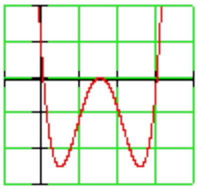
نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړی:

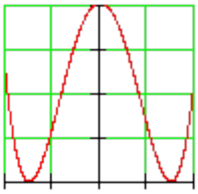
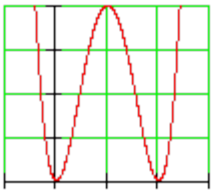
	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅټکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3}(3\|0); P_{x4}(-3\|0)$

دويم

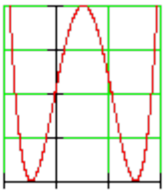
	سيومتري: نه شته محورغوڅټکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0); P_{x2}(3\|0); P_{x3}(6\|0); P_{x4}(3\|0)$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

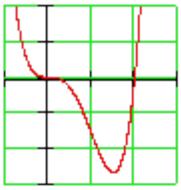
	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي: $P_y\left(0 \middle\| \frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3\|0); P_{x2/4}(-3\|0)$
ځلورم: 	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3/4}(4\|0)$

پنځم:

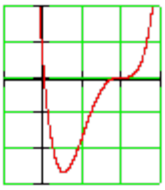
	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y\left(0 \middle\| \frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3\|0); P_{x2/4}(-1\|0)$

شپږم:

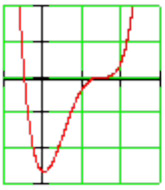
(c) ketabton.com: The Digital Library

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي، پوړۍ تکی $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2/3}(0\|0)$ Terrassenpunkt $P_{x4}(4\|0)$

اوم:

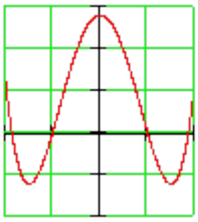
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3/4}(4\|0)$ زینه تکی

اتم:

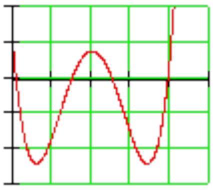
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0\,\middle\|\,-\frac{27}{5}\right)$ $P_{x1/2/3}(3\|0)$ دپورته پښتو:زینه تکی $P_{x4}(-1\|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

	سيومتري: محورسيومتريک محورغوښتکي $P_y\left(0 \mid \frac{28}{5}\right)$ $P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \approx \pm 3,74 \mid 0\right)$ $P_{x3/4}\left(\pm 2 \mid 0\right)$

لسم:

	سيومتري: نه شته محورغوښتکي $P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}(5 \mid 0)$ $P_{x3}\left(4+\sqrt{15} \approx 7,87 \mid 0\right); P_{x4}\left(4-\sqrt{15} \approx 0,13 \mid 0\right)$

مفصل ځوابونه:

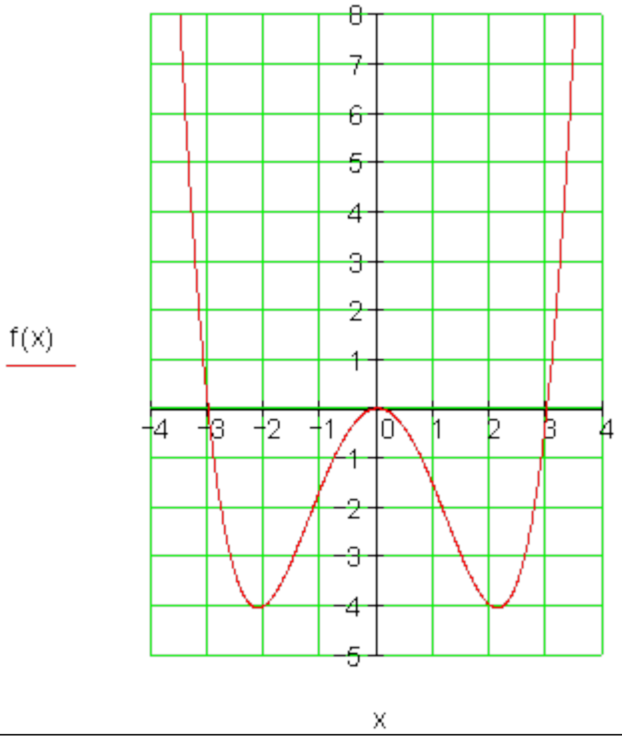
لومړی: د y محور سره غوښتکی: $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

د xمحور سره غوښتکی: $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3}(3 \mid 0); P_{x4}(-3 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت جدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2
f (x)	7,96	0	−3,44	−4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	−3,04	−1,6	−0,44	0
x	0,5	1	1,5	2
f (x)	−0,44	−1,6	−3,04	−4
x	2,5	3	3,5	
f (x)	−3,44	0	7,96	



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 = 0$$

ضريبونه يا ضريب دوله ليکنه

$$x^2\left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \mid +9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x| = 3 \Rightarrow x_3 = 3\,;\, x_4 = -3$$

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د yمحور سره غوڅټکی

$f(0)=0 \Rightarrow P_y(0|0)$

د xمحور سره غوڅټکی

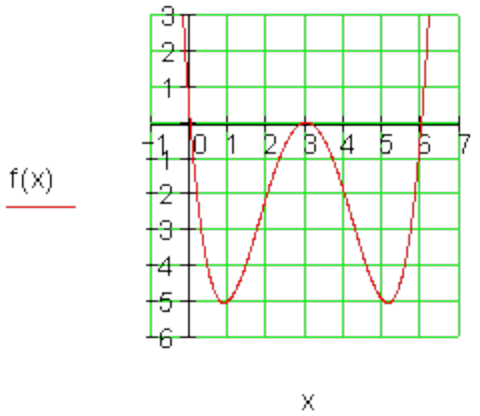
$(0|0); P_{x2}(3|0); P_{x3}(6|0); P_{x4}(3|0)$

$P(3|0)$ دبل صفرځای دی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,95	0	−4,3	−5
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,8	−2	−0,55	0
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,55	−2	−3,8	−5
x	5,5			
f(x)	−4,3			

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - 3\cdot x^3 + \frac{45}{4}\cdot x^2 - \frac{27}{2}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x = 0$$

د ضربيونه

$$x\left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2} = 0$$

د صفرځايونو پلټنه د هورنر شيما په مرسته

	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 1	↓	1/4	−11/4	17/2
	1/4	−11/4	17/2	−5
	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 2	↓	2/4	−20/4	25/2
	1/4	−10/4	25/4	−1
	1/4	−3	45/4	−27/2
x = 3	↓	3/4	−27/4	27/2
	1/4	−9/4	9/2	0

$x_2 = 3$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0 \mid \cdot 4$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x_3 = 6;\ x_4 = 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$

Symmetrie:

achsensymmetrisch $f(-x) = f(x)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} = 0$

Substitution: $z = x^2$

$\Rightarrow \frac{1}{10}z^2 - \frac{9}{5}z + \frac{81}{10} = 0 \mid \cdot 10$

$\Leftrightarrow z^2 - 18z + 81 = 0$

$p = -18;\ q = 81$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 81 = 0$

$z_{1/2} = -\frac{p}{2} = 9$

$z_1 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 3$

$z_2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{3/4} = \pm 3$

$x_1 = x_3 = 3$ doppelte Nullstelle

$x_2 = x_4 = -3$ doppelte Nullstelle

دریم: د yمحور سره غوڅتکی

$f(0) = \frac{81}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$

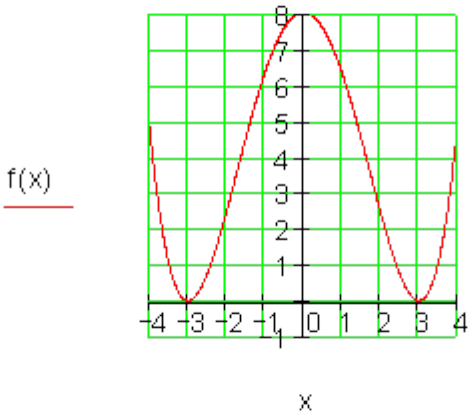
د xمحور سره غوڅتکی

$P_{x1/3}(3 \mid 0);\ P_{x2/4}(-3 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−4	−3,5	−3	−2,5	−2
f (x)	4,9	1,06	0	0,76	2,5
x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f (x)	4,56	6,4	7,66	8,1	7,66
x	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	6,4	4,56	2,5	0,76	0
x	3,5	4			
f (x)	1,06	4,9			

$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{9}{5}\cdot x^2 + \frac{81}{10}$



ځلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2$

Symmetrie: keine

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 0$

faktorisieren:

$x^2\left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8\right) = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = 0$

$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$p = -8;\ q = 16$

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$

$x_{3/4} = -\frac{p}{2} = 4$

د yمحور سره غوڅتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

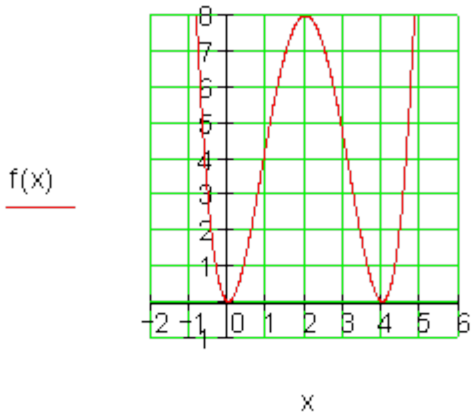
د xمحور سره غوڅتکی

$P_{x1/2}(0 \mid 0);\ P_{x3/4}(4 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	12,5	2,53	0	1,53
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	4,5	7,03	8	7,03
x	3	3,5	4	4,5
f(x)	4,5	1,53	0	2,53
x	5			
f(x)	12,5			

$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^4 - 4\cdot x^3 + 8\cdot x^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2}$$

سيومتري: نه شته

د صفرځايونو پيدا کونه د هورنر له مخي

	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 1	↓	1/2	−3/2	−5/2	7/2
	1/2	−3/2	−5/2	7/2	8
	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 2	↓	1	−2	−6	0
	1/2	−1	−3	0	9/2
	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 3	↓	3/2	−3/2	−15/2	−9/2
	1/2	−1/2	−5/2	−3/2	0

$\Rightarrow x_1=3$

	1/2	−1/2	−5/2	−3/2
x = −1	↓	−1/2	1	3/2
	1/2	−1	−3/2	0

$\Rightarrow x_2=-1$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0\mid\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow p=-2\,;\,q=-3$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4\Rightarrow\sqrt{D}=2$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_3=1+2=3\\x_4=1-2=-1\end{array}\right.$$

$$x_1=x_3=3\,;\,x_2=x_4=-1$$

پنځم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{9}{2}\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{9}{2}\right)$$

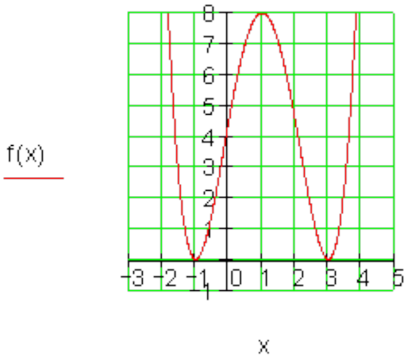
د xمحور سره غوڅتکی

$$P_{x1/3}(3\mid 0)\,;\,P_{x2/4}(-1\mid 0)$$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	2,53	0	1,53	4,5
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	7,03	8	7,03	4,5
x	2,5	3	3,5	
f(x)	1,53	0	2,53	

$$f(x):=\frac{1}{2}\cdot x^4-2\cdot x^3-x^2+6\cdot x+\frac{9}{2}$$



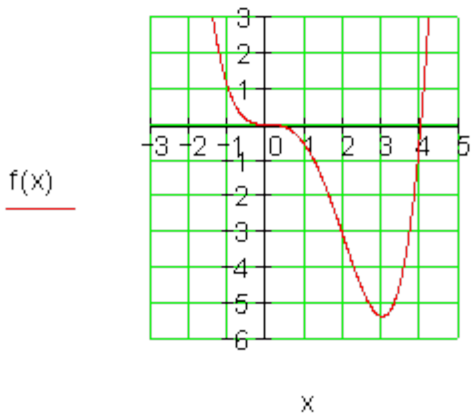
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

ارزښتجدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f (x)	3,71	1	0,11	0
x	0,5	1	1,5	2
f (x)	−0,09	−0,6	−1,69	−3,2
x	2,5	3	3,5	4
f (x)	−4,69	−5,4	−4,29	0
x	4,5			
f (x)	9,11			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{4}{5}\cdot x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سيومتري: نه شته

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضريبونه:

$$x^3\left(\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د y-محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

د x-محور سره غوڅتکی

$$P_{x1/2/3}(0|0)$$

زينه تابع $P_{x4}(4|0)$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د yمحور سره غوڅتکی:

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

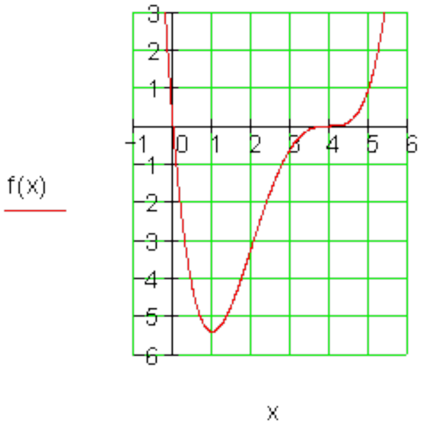
د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1}(0|0)$

د زيني تکی $P_{x2/3/4}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	5,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{12}{5}\cdot x^3 + \frac{48}{5}\cdot x^2 - \frac{64}{5}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځای:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x = 0$$

ضريبونه يا په ضريبي ډول يکنه

$$\frac{1}{5}x\left(x^3 - 12x^2 + 48x - 64\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0$$

د ازمايښت له لارې ځواب

$$\Rightarrow x_2 = 4$$

	1	−12	48	−64
x = 4	↓	4	−32	64
	1	−8	16	0

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8;\ q = 16$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_{3/4} - \frac{p}{2} = 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د yمحور سره غوځتکی:

$$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \middle| -\frac{27}{5}\right)$$

د xمحور سره غوځتکی

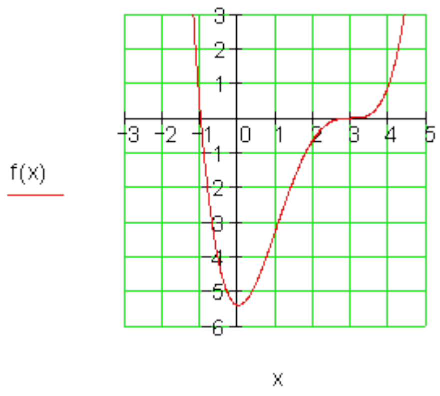
د زيني تکی $P_{x1/2/3}(3|0)$

$P_{x4}(-1|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	4,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{8}{5}\cdot x^3 + \frac{18}{5}\cdot x^2 - \frac{27}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$$

سيومتري: نه شته　　　　صفرځای

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \,|\cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$$

د ازماېښت له لارې ځواب: x=3

	1	−8	18	0	−27
x = 3	↓	3	−15	9	27
	1	−5	3	9	0

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

له 3 سره ازماېښت:

	1	−5	3	9
x = 3	↓	3	−6	−9
	1	−2	−3	9

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$p = -2\,;\, q = -3$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Bigg| \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array}$$

2.16د تول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه　　　

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5}$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5}=0\,|\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4-18x^2+56=0$$

بدلون: $z=x^2$

$$\Rightarrow z^2-18z+56=0$$

$$p=-18;\ q=56$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=81-56=25$$

$$\sqrt{D}=\sqrt{25}=5$$

$$z_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{array}{|l} z_1=9+5=14 \\ z_2=9-5=4 \end{array}$$

$$z_1=x^2=14 \Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{14}$$

$$z_2=x^2=4 \Rightarrow x_{2/3}=\pm 2$$

د y- محور سره غوخښکی

$$f(0)=\frac{28}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{28}{5}\right)$$

د xمحور سره غوخښکی:

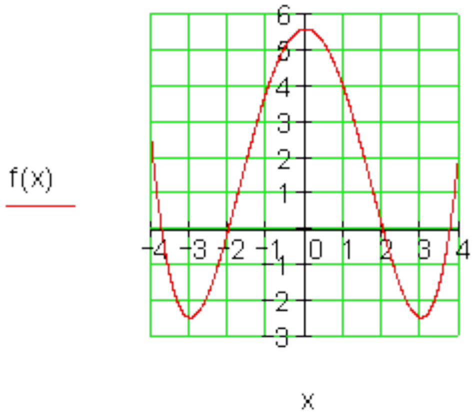
$$P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14}\,|\,0\right)$$

$$P_{x3/4}\left(\pm 2\,|\,0\right)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,74	−3,5	−3
f(x)	2,4	0	−1,44	−2,5
x	−2,5	−2	−1,5	−1
f(x)	−1,74	0	2,06	3,9
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	5,16	5,6	5,16	3,9
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	2,06	0	−1,74	−2,5
x	3,5	3,74	4	
f(x)	−1,44	0	2,4	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4-\frac{9}{5}\cdot x^2+\frac{28}{5}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15د ورکړشوو شرايطو له مخې د تابع مساواتو ليکل

دتابع مساواتو ليکل:

موږ په ياد راوړو، چې د يوه پارابول د تابعمساوو ټاکلو لپاره د کواوردينات درې ټکي اړين وو، چې ضريبونه a_2 , a_1 او a_0 وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)
د دريمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې ډولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو a_3 ، a_2 ، a_1 ، a_0 لپاره سرى څلورو شرايطو ته اړ دى او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټوليزه توګه کره کيدى شي، چې د n –مې درجې ټول راشنل تابع لپاره n + 1 شرايطو ته اړتيا شتون لري او له دې سره n + 1 ټاکنمساوات اړين دي.

دريمه درجه ټول راشنل- يا هوښيار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردينااتونه، چې د تابعو ګراف باندې بايد پراته وي، لکه چې ترې لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$P_1(-1 \mid 2)$; $P_2(2 \mid -1)$; $P_3(-3 \mid 44)$ او $P_4(1 \mid 0)$

لومړى د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{array}{l|lllllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_2(2|-1): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = & 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0
\end{array}
$$

د شا- يا په څټ ځاي په ځای کوني څخه د ضريبونو ټاکل:

$$-a_3 = 1 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$$

$$a_2 - 2a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow \boxed{a_2 = 2}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3\cdot(-1) = a_1 + 2 - 3$$
$$= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$$
$$= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1}}$ ازماېښت:

$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 - 1 = 2$

$P_2(2|-1): f(2) = -2^3 + 2\cdot 2^2 - 1 = -1$

د مساوات سيستم حل

د ګاوس-الګوريتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I
1	−1	1	−1	2	
0	3	3	9	−3	|: 3
0	−2	8	−26	42	|: 2
0	2	0	2	−2	|: 2
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	−1	4	−13	21	III + II
0	1	0	1	−1	IV + III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	5	−10	20	|: 5
0	0	4	−12	20	|: 4
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	0	1	−3	5	IV − III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	
0	0	0	−1	1	

$P_3(-3|44): f(-3) = -(-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - 1 = 44$

$P_2(1|0): f(1) = -1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 = 0$

تمرينونه: د ټول هوښيار اعدادو توابعVII

ټول هوښيار توابع د څلورو ټکو له لارې(تابعمساوات وليکئ)

1. $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2. $P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right)$
3. $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4. $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5. $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6. $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7. $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8. $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{45}{8}\right.\right); P_4\left(-\frac{3}{2}\left|-\frac{77}{8}\right.\right)$
9. $P_1\left(1\left|-\frac{9}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{11}{2}\right.\right); P_3\left(3\left|-\frac{5}{2}\right.\right); P_4\left(-\frac{5}{2}\left|-8\right.\right)$
10. $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دريمې درجې ټول هوښيار يا راشنل تابع چې له څلور ټکو تيريږي.

د څلورمې درجې ټول هوښيار توابع چې له پنځه ټکو څخه تيريږي.
د پنځه ټکو کواورديناتونه، چې د توابع ګراف باندې بايد پراته وي، په لاندې توګه د مخه ورکړ شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-2 \mid 2)$; $P_2(-1 \mid 0)$; $P_3(1 \mid 0)$; $P_4(2 \mid 2)$ und $P_5(3 \mid 3)$.

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوو ټکو لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{l|lllllllll}
P_1(-2|2): & f(-2) & = & 16a_4 & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_2(-1|0): & f(-1) & = & 1a_4 & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 0 \\
P_3(1|0): & f(1) & = & 1a_4 & +1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0 \\
P_4(2|2): & f(2) & = & 16a_4 & +8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_5(3|3): & f(3) & = & 81a_4 & +37a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = & 3
\end{array}$$

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب:

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	2	4	−8	16	2
1	−1	1	−1	1	0 II − I
1	1	1	1	1	0 III − I
1	2	4	8	16	2 IV − I
1	3	9	27	81	3 V − I
1	3	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	−1	−3	9	−15	−2 | ·(−3)
0	0	0	16	0	0 | : 16
0	1	5	35	65	1 | · 3
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	3	9	−27	45	6 III + II
0	0	0	1	0	0
0	3	15	105	195	3 V + II
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	6	−20	30	5
0	0	0	1	0	0
0	0	12	112	180	1 V − 2·III
1	2	4	−8	16	2

$$\boxed{a_3 = 0}$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = \boxed{-\frac{7}{120}}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{23}{24}}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3 \cdot \frac{23}{24} - 15 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 \cdot \frac{23}{24} + 16 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{9}{10}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کيږ: تابعمساوات:

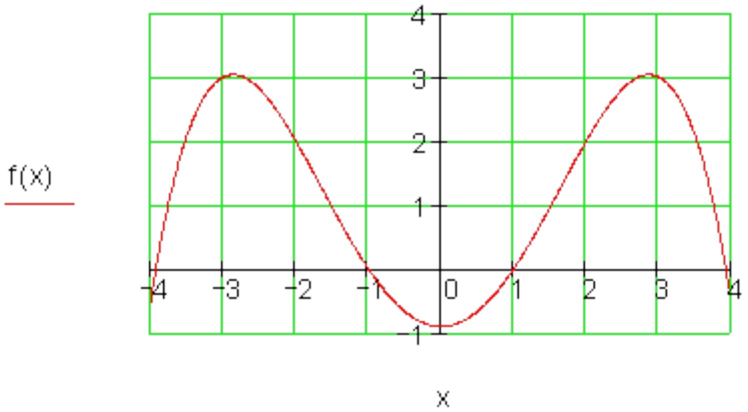
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	8	−20	30	4
0	0	0	1	0	0
0	0	0	152	120	−7

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع ګراف کيدی شي په يوه جدول ارزښت پيدا شي او لاندې تلنلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120}\cdot x^4 + \frac{23}{24}\cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع ګراف نور خويونه څرګند وي، نو کيدی شي د ټاکنمساواتو تعدا يا ګنون راکم شي.

د دريمي درجې ټول هوښيار توابع ، چې له دوه ټکو تيريږي

د دريمي درجې ټول راشنل – يا هوښيار توابع ټکی سيومتريک دی او د لاندې ټکو څخه تيريږي: $P_1(1|2)$ او $P_2\left(\sqrt{2}\,|\,\sqrt{2}\right)$

د ټکي سيومتري له امله تابع مساوات فقط د ناجوړه يا طاق جګګښ يا جګعدد(اکسپوننت) څخه د زياتيدونو يا د جمعي اعضاو څخه جوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لاندې الماني پښتو:اېښوونه ، تابع مساوات.

$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(1|2): \quad f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$

$P_2\left(\sqrt{2}\,|\,\sqrt{2}\right): \quad f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$

a_3	a_1	
1	1	2
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$ | : $\sqrt{2}$
1	1	2
2	1	$1II - 2\cdot I$
1	1	2
0	−1	−3

$\boxed{a_1 = 3}$

$a_3 + a_1 = 2$

$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = -x^3 + 3x$

څلورمه درجه ټول هوښيار تابع چې له **(0 | 0)** او څلور ټکو تیریږي.

د څلور ټکو کواوردينات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پیلټکی دی. د دې لارې یا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د الماني پښتو په ترتیب: د ټکو له مخه ورکړه، ټولیز تابع مساوات، اېښوونه، تابع مساوات

$\text{Punktvorgabe: } P_1(-1|2);\ P_2(1|-2);\ P_3(2|-4);\ P_4(3|18)$

$\text{Allgemeine Funktionsgleichung: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P(0|0): \quad f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_0 = 0} \Rightarrow \text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(-1|2): \quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$

$P_2(1|-2): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$

$P_3(2|-4): \quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$

$P_3(3|18): \quad f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	−1	1	−1	2
1	1	1	1	−2 II − I
16	8	4	2	−4 III − 16·I
81	27	9	3	18 IV − 81·I
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	24	−12	18	−36 III − 12·II
0	108	−72	84	−144 IV − 4,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	−18	3	18 IV − 1,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	0	12	0

$\boxed{a_1 = 0}$

$2a_3 = -4 \Rightarrow \boxed{a_3 = -2}$

$-12a_2 = 12 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_4 - a_3 + a_2 = 2$

$\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^4 - 2x^3 - x$

د ځلورمې درجې ټول هوښيار اعداد د درې ټکوله لارې محور سيومتريک دي.

د ځلورمې درجې ټول هوښيار تابع محور سيمتريک دی او د لاندې ټکو د يوه ځخه تيرېږي:

$P_1\,(0|4)$ $P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$ او $P_3\,(2\,|\,2)$

اينبوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ د محور سيومتريک له امله فقط جوړه اکسپوننت(جګعدد)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1\,(0|4):\quad f(0) = a_0 = 4 \Rightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$P_2\left(1|\frac{25}{8}\right):\quad f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 4 = \frac{25}{8} \Leftrightarrow 1a_4 + 1a_2 = -\frac{7}{8}$$
$$P_3\,(2|2):\quad f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 4 = 2 \Leftrightarrow 16a_4 + 4a_2 = -2$$

a_4	a_2	
1	1	$-\frac{7}{8} \mid \cdot 8$
16	4	$-2 \mid : 2$
8	8	-7
8	2	$-1 \mid\mid -I$
1	1	-7
0	-6	6

$$-6a_2 = -6 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$$
$$8a_4 + 8a_2 = -7$$
$$\Leftrightarrow 8a_4 - 8 = -7 \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{1}{8}}$$
$$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 4$$

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمې درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3\,|\,0);\, P_{x2}(-1\,|\,0);\, P_{x3}(1\,|\,0);\, P(0\,|\,-2)$$

په کرښیز ضریبونو اېښوونه:

$$f(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$$
$$P(0\,|\,-2):\quad f(0) = a\cdot 3\cdot 1\cdot(-1) = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$
$$f(x) = \frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - 2$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2\,|\,0);\, P_{x2}(-2\,|\,0);\, P_{x3}(-2\,|\,0);\, P_4\,(3\,|\,0);\, P(0\,|\,1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اېښوونه په کرښېزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1{,}5): \quad f(0) = a\cdot 8\cdot(-3) = 1{,}5 \Leftrightarrow -24a = 1{,}5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتریک $P_1(2|3)\ \ P_2(-3|-2)$

دویم:دریمه درجه، صفرځایونه $x_1=-3;\ x_2=-1;\ x_3=2;\ \ P(-2|2)$

دریم:دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2}=0;\ x_3=2;\ \ P(1|5)$

څلورم: دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2}=-2;\ x_3=1;\ \ P(2|4)$

پنځم: دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3}=3;\ \ P(-1|8)$

شپږم:څلورمه درجه، محورسیمتریک $P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$

اوم:څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2/3}=-2;\ x_4=2;\ \ P(1|3)$

اتم:څلورمه درجه، له سرچینې $P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم: څلورمه درجه، $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$ صفرځایونه $x_1=-3; x_2=-1; x_3=2; x_4=5;\ P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2}=-3; x_{3/4}=2;\ P(1|4)$

نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونوVII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع(تابع مساوات ولیکی)

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې

لومړی :

$$P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20) \Rightarrow f(x)=x^3-6x^2+9x$$

x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

$P_y(0|0); P_{x1}(0|0); P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

دویم:

$$P_1\left(1\,\middle|\,-\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{9}{2}\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\,\middle|\,\frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

$$P_y(0|0); P_{x1}(2|0); P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx -0,31\,\middle|\,0\right); P_{x2}\left(-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx -3,186\,\middle|\,0\right)$$

دریم :

$$P_1(-1 \mid -16);P_2(2 \mid 11);P_3(4 \mid -11);P_4(6 \mid -9) \Rightarrow f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

$$P_y(0 \mid 9);P_{x1}(3 \mid 0);P_{x2}\left(3+\sqrt{12} \approx 6{,}46 \mid 0\right);P_{x3}\left(3-\sqrt{12} \approx -0{,}46 \mid 0\right)$$

څلورم:

$$P_1(-1 \mid 7);P_2(-2 \mid 6);P_3(3 \mid 1);P_4(-3 \mid -2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

$$P_y(0 \mid 4);P_{x1}(1 \mid 0);P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right);P_{x2}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$$

پنځم:

$$P_1(2 \mid 22);P_2(4 \mid 44);P_3(-4 \mid 4);P_4(8 \mid 40) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

$$P_y(0 \mid 0);P_{x1}(0 \mid 0);P_{x2}\left(3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \mid 0\right);P_{x2}\left(3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \mid 0\right)$$

شپږم:

$$P_1(1 \mid 0);P_2(-1 \mid -2);P_3(2 \mid 16);P_4(-3 \mid -4) \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

$P_y(0 \mid -4);P_{x1}(1 \mid 0);P_{x2/3}(-2 \mid 0)$ doppelte Nullstelle

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپورته پښتو: ډبل صفرځايونه

اوم:

$P_1(1 \mid 1)\,;\,P_2(2 \mid 0)\,;\,P_3(-2 \mid 4)\,;\,P_4(3 \mid 9) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f (x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

$P_y(0 \mid 6)\,;\,P_{x1}(2 \mid 0)\,;\,P_{x2}\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \;\middle|\; 0\right);\,P_{x3}\left(-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \;\middle|\; 0\right)$

اتم:

$P_1(1 \mid 6)\,;\,P_2(3 \mid -4)\,;\,P_3\left(-\frac{1}{2} \;\middle|\; \frac{45}{8}\right);\,P_4\left(-\frac{3}{2} \;\middle|\; -\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f (x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

$P_y(0 \mid 8)\,;\,P_{x1}(-1 \mid 0)\,;\,P_{x2}(2 \mid 0)\,;\,P_{x3}(4 \mid 0)$

نهم:

$P_1\left(1 \;\middle|\; -\frac{9}{2}\right);\,P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{11}{2}\right);\,P_3\left(3 \;\middle|\; -\frac{5}{2}\right);\,P_4\left(-\frac{5}{2} \;\middle|\; -8\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f (x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

$P_y(0 \mid 2)\,;\,P_{x1}(-2 \mid 0)\,;\,P_{x2}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3{,}19 \;\middle|\; 0\right);\,P_{x3}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0{,}31 \;\middle|\; 0\right)$

لسم:د لاندې پښتو: ډبل صفرځايونه

$P_1(1 \mid 25)\,;\,P_2(-1 \mid 49)\,;\,P_3(3 \mid 27)\,;\,P_4(5 \mid 5) \Rightarrow f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f (x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

$P_y(0 \mid 0)\,;\,P_{x1/2}(6 \mid 0)$ doppelte Nullstelle ; $P_{x2}(0 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه:

لومړی:

د مساوات سیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|4) \Rightarrow \quad & f(1) &=& \ 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 &=& \ 4 \\
P_2(2|2) \Rightarrow \quad & f(2) &=& \ 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 &=& \ 2 \\
P_3(4|4) \Rightarrow \quad & f(4) &=& \ 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 &=& \ 4 \\
P_4(5|20) \Rightarrow \quad & f(5) &=& \ 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 &=& \ 20
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	4
1	2	4	8	2
1	4	16	64	4
1	5	25	125	20

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -6$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتني ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل ځواب

<table>
<tr>
<td>

محور غوښتکي:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

د y– محور سره غوښتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

ضریب ډول لیکنه:

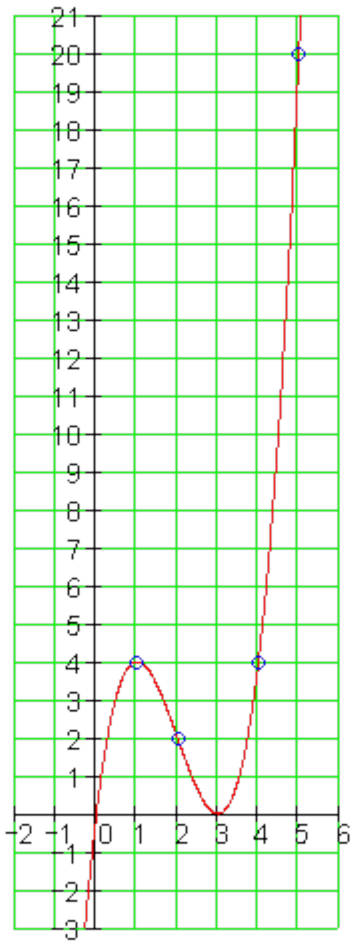
$x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$x^2 - 6x + 9 = 0$
$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = 0$
$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$

$P_{x1}(0|0)$
$P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

پورته الماني: ډبل صفرځایونه

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

دویم:

د مساواتسیستم لیکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2 \mid 8) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−11/2
1	−1	1	−1	9/2
1	−2	4	−8	8
1	−3	9	−27	5/2

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = -2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

رزښت جدول.

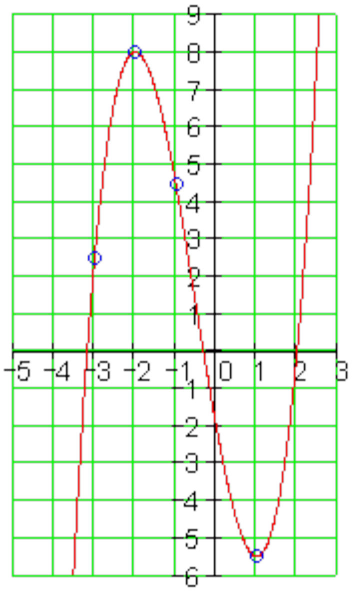
x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل.د ګاوس- الګوریتم

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$



د x-محور سره غوڅتکی

$$P_{x1}(2|0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-0,31|\,0)$$

$$P_{x3}\left(-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right) \approx (-3,186\,|\,0)$$

محور غوڅتکي

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$$

صفرځایونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 = 0$$

له ارزښتجدول څخه:x1=2

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 3/2 & -6 & -2 \\ x = 2 & \downarrow & & \underline{2} & \underline{7} & \underline{2} \\ & & 1 & 7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$p = \frac{7}{2};\ q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,314 \\ x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,168 \end{array} \right.$$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساوات ليکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-1|-16) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -16$$

$$P_2(2|11) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 11$$

$$P_3(4|-11) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = -11$$

$$P_4(6|-9) \Rightarrow \quad f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -9$$

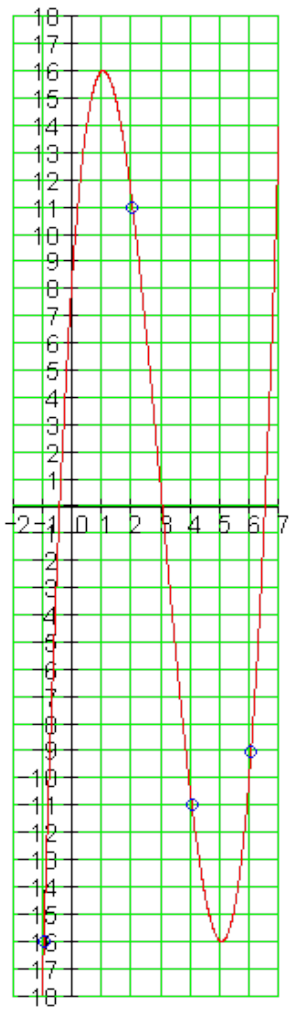
لاس ته راوړنه:	د ګاوس الګوريتم
$a_3 = 1$ $a_2 = -9$ $a_1 = 15$ $a_0 = 9$ تابعمساوات: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$	$\begin{array}{cccc\|c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 & -16 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 11 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & -11 \\ 1 & 6 & 36 & 216 & -9 \end{array}$ $\Rightarrow$ ....

ارزښت جدولي

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$



$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$

د y– محور سره غوڅټکی:

$f(0) = 9 \Rightarrow P_y(0|9)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 9 = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=3

	1	−9	15	9
x = 3	↓	3	−18	−9
	1	−6	−3	0

$\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$

$p = -6;\ q = -3 \Rightarrow D = 12$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46 \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46 \end{array} \right.$

دx – محور سره غوڅټکي

$P_{x1}(3|0)$

$P_{x2}\left(3 + \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (6,46|0)$

$P_{x3}\left(3 - \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (-0,46|0)$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llll} P_1(-1|7) \Rightarrow & f(-1) & = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = 7 \\ P_2(-2|6) \Rightarrow & f(-2) & = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = 6 \\ P_3(3|1) \Rightarrow & f(3) & = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 1 \\ P_4(-3|-2) \Rightarrow & f(-3) & = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 & = -2 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	7
1	−2	4	−8	6
1	3	9	27	1
1	−3	9	−27	−2

....
....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = \frac{1}{2}$

$a_2 = -\frac{1}{2}$

$a_1 = -4$

$a_0 = 4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

ارزښت جدول.

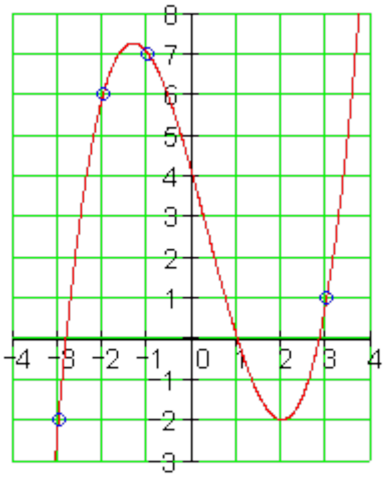
x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$



محورغوښتکي :

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

د y– محور سره غوښتکی

$$f(0)=4\Rightarrow P_y(0|4)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4=0$$

د ارزښت جدول ښخه:x1=1

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

$$\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-4=0\,|+4$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=4\,|\cdot 2\Leftrightarrow x^2=8$$

$$\Rightarrow x_{2/3}=\pm\sqrt{8}\approx\pm 2,83$$

د x- محور سره غوښتکي

$$P_{x1}(1|0)$$

$$P_{x2}(\sqrt{8}\,|\,0)\approx(2,83\,|\,0)$$

$$P_{x3}(-\sqrt{8}\,|\,0)\approx(-2,83\,|\,0)$$

پنځم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(2|22) \Rightarrow \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 22$$
$$P_2(4|44) \Rightarrow \quad f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 44$$
$$P_3(-4|4) \Rightarrow \quad f(-4) = -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_4(8|40) \Rightarrow \quad f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 40$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	2	4	8	22
1	4	16	64	44
1	−4	16	−64	4
1	8	64	512	40

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$$a_3 = -\frac{1}{4}$$
$$a_2 = \frac{3}{2}$$
$$a_1 = 9$$
$$a_0 = 0$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

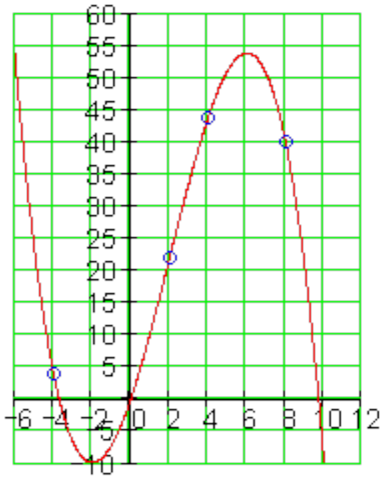
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 . د ګاوس- الګرريتم مفصل

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$



د x- محور سره غوڅېدکي:

$$P_{x1}(0|0)$$

$$P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (9{,}71|\,0)$$

$$P_{x3}\left(3-\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (-3{,}71|\,0)$$

محورغوڅېدکي :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅېدکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x = 0$$

ضريبوني ډوله ليکنه

$$x\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 = 0\,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$p = -6\,;\ q = -36 \Rightarrow D = 45$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = 3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \\ x_3 = 3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \end{array}\right.$$

شيرِم:

د مساواتسيستم ليکنه:

د مساواتسيستم ليکنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llll} P_1(1|0) \Rightarrow & f(1) = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 0 \\ P_2(-1|-2) \Rightarrow & f(-1) = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -2 \\ P_3(2|16) \Rightarrow & f(2) = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 16 \\ P_4(-3|-4) \Rightarrow & f(-3) = & -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 & = -4 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	0
1	−1	1	−1	−2
1	2	4	8	16
1	−3	9	−27	−4

$\Rightarrow$

....

....

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = 3$

$a_1 = 0$

$a_0 = -4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

Wertetabelle:

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

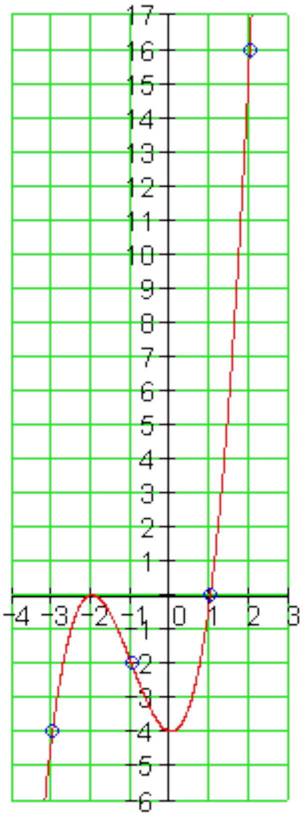
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګرريتم مفصل

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	محورغوڅټکي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0)=-4 \Rightarrow P_y(0|-4)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3+3x^2-4=0$$

د ارزښت جدول څخه: x1=1

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 3 & 0 & -4 \\ x=1 & \downarrow & & 1 & 4 & 4 \\ & & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$x^2+4x+4=0$$

$$p=4\,;\ q=4 \Rightarrow D=0$$

$$x_{2/3}=-2$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(1|0)$$

$P_{x2/3}(-2|0)$ دبل صفرځایونه

اوم:

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$$

$$\begin{array}{llll} P_1(1|1)\Rightarrow & f(1) & = 1a_3+1a_2+1a_1+1a_0 & = 1 \\ P_2(2|0)\Rightarrow & f(2) & = 8a_3+4a_2+2a_1+1a_0 & = 0 \\ P_3(-2|4)\Rightarrow & f(-2) & = -8a_3+4a_2-2a_1+1a_0 & = 4 \\ P_4(3|9)\Rightarrow & f(3) & = 27a_3+9a_2+3a_1+1a_0 & = 9 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|1) \Rightarrow \quad & f(1) &= 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 &= 1 \\
P_2(2|0) \Rightarrow \quad & f(2) &= 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 &= 0 \\
P_3(-2|4) \Rightarrow \quad & f(-2) &= -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 &= 4 \\
P_4(3|9) \Rightarrow \quad & f(3) &= 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 &= 9
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	1
1	2	4	8	0
1	−2	4	−8	4
1	3	9	27	9

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -1$

$a_1 = -5$

$a_0 = 6$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

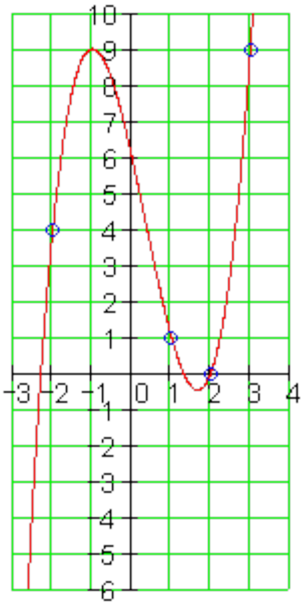
G3 .د ګاوس- الګرريتم مفصل

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

محورغوڅيکي :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x –محور سره غوڅېدنکي:

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right) \approx (1,303\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right) \approx (-2,303\,|\,0)$

د y– محور سره غوڅېدنکی

$f(0)=6 \Rightarrow P_y(0|6)$

صفرځايونه:

$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=0$

د ارزښت جدول ځخه:x1=2

	1	−1	−5	6
x = 2	↓	2	2	−6
	1	1	−3	0

$x^2+x-3=0$

$p=1;\ q=-3 \Rightarrow D=\frac{13}{4}$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

$x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1,303$

$x_2=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2,303$

اتم:

مساواتسيستم ليکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|6) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|-4) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2}|\frac{45}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2}|-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	6
1	3	9	27	−4
1	−1/2	1/4	−1/8	45/8
1	−3/2	9/4	−27/8	−77/8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -5$

$a_1 = 2$

$a_0 = 8$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

Wertetabelle:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

محورغوځتکي :

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 8 \Rightarrow P_y(0 \mid 8)$$

صفرځایونه:

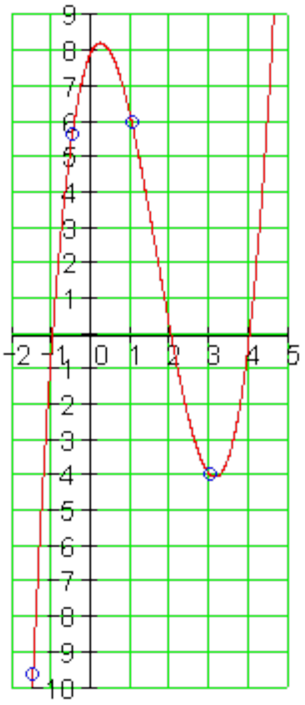
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:

$$x_1 = -1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 4$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(-1 \mid 0);\ P_{x2}(2 \mid 0);\ P_{x3}(4 \mid 0)$$



نهم:

د مساواتسیستم: لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3 \mid -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2} \mid -8\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{125}{8}a_3 + \frac{25}{4}a_2 - \frac{5}{2}a_1 + 1a_0 = -8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−9/2
1	−1	1	−1	11/2
1	3	9	27	−5/2
1	−5/2	25/4	−125/8	−8

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګرږیتم مفصل

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

محورغوڅټکي :

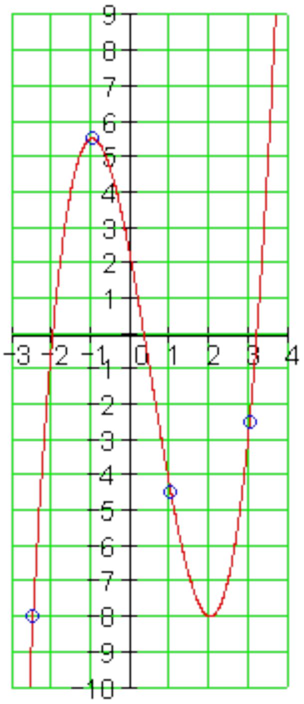
$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د y– محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x-محور سره غوڅتکي:

$$P_{x1}(-2|\,0)$$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(3{,}19|\,0)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(0{,}31|\,0)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2=0$$

د ارزښت جدول څخه: x1= -2

	1	$-3/2$	-6	2
$x=-2$	$\downarrow$	$-4/2$	7	-2
	1	$-7/2$	1	0

$$x^2-\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=-\frac{7}{2};\ q=1\Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_2=\dfrac{7}{4}+\sqrt{\dfrac{33}{16}}\approx 3{,}19\\ x_2=\dfrac{7}{2}-\sqrt{\dfrac{33}{16}}\approx 0{,}31\end{array}\right.$$

لسم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|25) \Rightarrow \quad & f(1) &=& \; 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 &=& \; 25 \\
P_2(-1|-49) \Rightarrow \quad & f(-1) &=& \; -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 &=& \; -49 \\
P_3(3|27) \Rightarrow \quad & f(3) &=& \; 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 &=& \; 27 \\
P_4(5|5) \Rightarrow \quad & f(5) &=& \; 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 &=& \; 5
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	25
1	−1	1	−1	−49
1	3	9	27	27
1	5	25	125	5

....

....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -12$

$a_1 = 36$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

....

Wertetabelle:

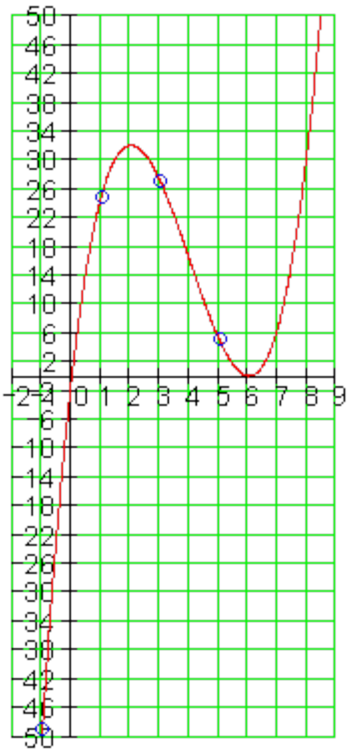
x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

پورته الماني کیڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ 	محورغوڅېکي : $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ د y– محور سره غوڅېکی $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0\|0)$ صفرځایونه: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x^2 + 36x = 0$ د ارزښت جدول څخه:x1=6 $\begin{array}{cccccc} & & 1 & -12 & 36 & 0 \\ x=6 & \downarrow & & 6 & -36 & 0 \\ & & 1 & -6 & 0 & 0 \end{array}$ $x^2 - 6x = 0$ $\Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x_2 = 6;\ x_3 = 0$ د x– محور سره غوڅېکي لاندې : دېل صفرځای دېل صفرځلی: $P_{x1/2}(6\|0)$ $P_{x3}(0\|0)$

G1 د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	4	
1	2	4	8	2	II − I
1	4	16	64	4	III − I
1	5	25	125	20	IV − I
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	3	15	63	0	III − 3·II
0	4	24	124	16	IV − 4·II
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	12	96	24	IV − 2·III
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	0	12	12	

$\Rightarrow$

$$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$6a_2 + 42a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid : 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

بيرته پوښتني ته

G2. د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−2	4	−8	8	$\mid \cdot 2$
1	−3	9	−27	$\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 2$
2	2	2	2	−11	

$$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 - 4a_3 = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2	−2	2	−2	9	II − I
2	−4	8	−16	16	III − I
2	−6	18	−54	5	IV − I
2	2	2	2	−11	
0	−4	0	−4	20	|: (−2)
0	−6	6	−18	27	|: 3
0	−8	16	−56	16	|: 4
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	−2	2	−6	9	III + II
0	−2	4	−14	4	IV + II
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	4	−12	−6	IV − 2·III
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	0	−4	−4	

$\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \mid +4$

$\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$

$\Rightarrow$

$2a_1 + 2a_3 = -10$

$\Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \mid -2$

$\Leftrightarrow 2a_1 = -12 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$

$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \mid +7$

$\Leftrightarrow 2a_0 = -4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	−16	
1	2	4	8	11	II − I
1	4	16	64	−11	III − I
1	6	36	216	−9	IV − I
1	−1	1	−1	−16	

$8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$2a_2 + 10a_3 = -8$

$\Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \mid -10$

~~0~~	~~3~~	~~3~~	~~9~~	~~27~~	~~|: 3~~
0	5	15	65	5	|: 5
0	7	35	217	7	|: 7
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	1	3	13	1	III − II
0	1	5	31	1	IV − II
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	4	28	−8	IV − 2·III
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	0	8	8	

$\Rightarrow$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -18 \,|:2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -9}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9 \,|+6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 15}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16 \,|+25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 9}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9}}$$

بيرته پوښتنې ته

G4 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	7	
1	−2	4	−8	6	II − I
1	3	9	27	1	III − I
1	−3	9	−27	−2	IV − I
1	−1	1	−1	7	
0	−1	3	−7	−1	
0	4	8	28	−6	III + 4·II
0	−2	8	−26	−9	IV − 2·II
1	−1	1	−1	7	

$\Rightarrow$

$$20a_2 = -10 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$
$$2a_2 - 12a_3 = -7$$
$$\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 \,|+1$$
$$\Leftrightarrow -12a_3 = -6 \,|:(-12) \Leftrightarrow \boxed{a_3 = \frac{1}{2}}$$
$$-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1$$
$$\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 \,|+5$$
$$\Leftrightarrow -a_1 = 4 \,|:(-1) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	−1	3	−7	−1
0	0	20	0	−10
0	0	2	−12	−7

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \,|\, -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

تابعمساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

بیرته پوښتنې ته

G5 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	2	4	8	22	
1	4	16	64	44	II − I
1	−4	16	−64	4	III − I
1	8	64	512	40	IV − I
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	−6	12	−72	−18	III + 3·II
0	6	60	504	18	IV − 3·II
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	24	336	−48	$IV - \frac{1}{2}\cdot III$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	0	288	−72	

$\Rightarrow$

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \,|\, +24$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \,|: 48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \,|\, -4$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \,|: 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \,|\, -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

بیرته پوښتنې ته

.G6د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	0	
1	−1	1	−1	−2	II − I
1	2	4	8	16	III − I
1	−3	9	−27	−4	IV − I
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	1	3	7	16	$III + \frac{1}{2}\cdot II$
0	−4	8	−28	−4	
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	3	6	15	|: 3
0	0	8	−24	1	|: 8
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	1	−3	0	IV − III
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	0	−5	−5	

$$\Rightarrow$$

$$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$a_2 + 2a_3 = 5$$
$$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \mid -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G7 .د ګاوس- الګړریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	$III + 3 \cdot II$
0	2	8	26	8	$IV - 2 \cdot II$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	2	12	10	$IV - \frac{1}{6} \cdot III$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	0	10	10	

$\Rightarrow$

$$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$12a_2 + 12a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$$
$$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid : 12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

بيرته پوښتنې ته

G8 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	6	
1	3	9	27	−4	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{45}{8}$	$\mid \cdot 8$
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{77}{8}$	$\mid \cdot 8$

$$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	6	
2	3	9	27	−4	II − I
8	−4	2	−1	45	III − 8·I
8	−12	18	−27	−77	IV − 8·I
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	−12	−6	−9	−3	III + 6·II
0	−20	10	−35	−125	IV + 10·II
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	42	147	−63	|: 21
0	0	90	225	−225	|: 45
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	2	5	−5	IV − III
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	0	−2	−2	

$\Rightarrow$

$2a_2 - 7a_3 = -3$
$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \mid -7$
$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$

$2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$
$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$
$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \mid +14$
$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$
$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$
$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \mid +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

بیرته پوښتنې ته

G9 .د گاوس- الگریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 8$
1	−1	1	−1	$\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	27	$-\frac{5}{2}$	$\vert\cdot 8$
1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$-\frac{125}{8}$	-8	$\vert\cdot 8$
8	8	8	8	-36	
8	-8	8	-8	44	$II-I$
8	24	72	216	-20	$III-I$
8	-20	50	-125	-64	$IV-I$
8	8	8	8	-36	$\vert:4$
0	-16	0	-16	80	$\vert:4$
0	16	64	208	16	$\vert:4$
0	-28	42	-133	-28	$\vert:7$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	4	16	52	4	$III+II$
0	-4	6	-19	-4	$IV-II$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	16	48	24	$\vert:8$
0	0	6	-15	-24	$\vert:3$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	2	-5	-8	$IV-III$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	0	-11	-11	

$\Rightarrow$

$$-11a_3 = -11 \mid :(-11)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 6a_3 = 3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -3 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{3}{2}}$$

$$-4a_1 - 4a_3 = 20$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20 \mid +4$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 = 24 \mid :(-4)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9 \mid +13$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 = 4 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G10. د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	25	
1	−1	1	−1	−49	II − I
1	3	9	27	27	III − I
1	5	25	125	5	IV − I
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	2	8	26	2	III + II
0	4	24	124	−20	IV + 2·II
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	24	120	−168	IV − 3·III
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	0	48	48	

$\Rightarrow$

$$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$8a_2 + 24a_3 = -72$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \mid -24$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \mid : 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -74$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \mid : (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \mid -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$$

ځوابونه

تمرين ټول هوښيار يا- راشنل توابع **VIII**

تابع مساوات د ورکړشوو شرايطو څخه

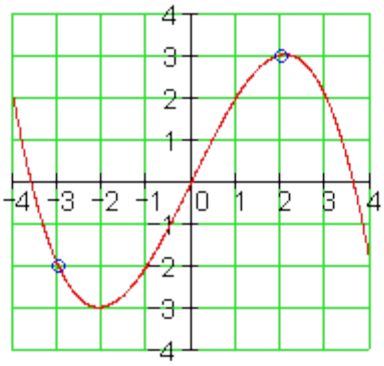
مفصل ځوابونه

لومړی: درجه ۳، ټکی سيمتريک له

$P_1(2|3)\ \ P_2(-3|-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := \frac{-1}{6} \cdot x^3 + \frac{13}{6} \cdot x$



د ټکي سيمتري له امله تابع مساوات فقط ناجوړه يا طاق اکسپوننت لري.

اينسوونه:

$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(2|3) \quad \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 2a_1 = 3$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 - 3a_1 = -2$

a_1	a_3		
2	8	3	$\mid \cdot 3$
−3	−27	−2	$\mid \cdot 2$
6	24	9	
−6	−54	−4	$\mid\mid + \mid$
6	24	9	
0	−30	5	

$-30a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{6}$

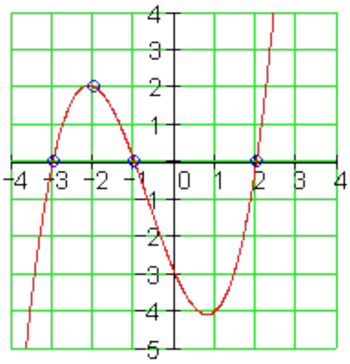
$6a_1 + 24a_3 = 9$

$\Leftrightarrow 6a_1 - 4 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 = \frac{13}{6}$

$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x$

$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^3 + x^2 - \frac{5}{2} \cdot x - 3$



دويم:

دريمه درجه، صفرځايونه

$x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2$

ټکی P(-2|2)

کرښيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاپه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(x) = a_3(x + 3)(x + 1)(x - 2)$

ازمايښت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-2) = 2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow 4a_3 = 2 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x - 3}}$$

دریم:

<table>
<tr>
<td>

$x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;$ دریمه درجه، صفرځایونه

تکی $P(1|5)$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x) = a_3x^2(x - x_3)$$

$$f(x) = a_3x^2(x-2)$$

ازماېښت:

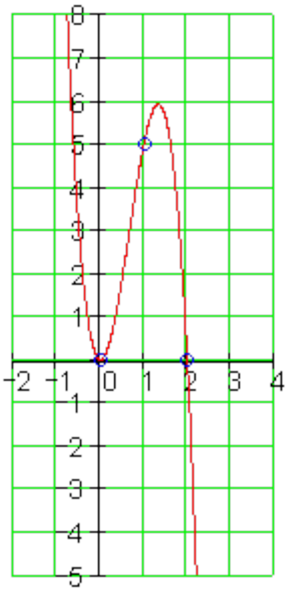
$$f(1) = 5 \Leftrightarrow a_3 \cdot 1^2(1-2) = 5$$

$$\Leftrightarrow -a_3 = 5 \Leftrightarrow a_3 = -5$$

$$f(x) = -5x^2(x-2) = \underline{\underline{-5x^3 + 10x^2}}$$

</td>
<td>

$f(x) := -5 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2$



</td>
</tr>
</table>

څلورم: دریمه درجه، صفرځایونه

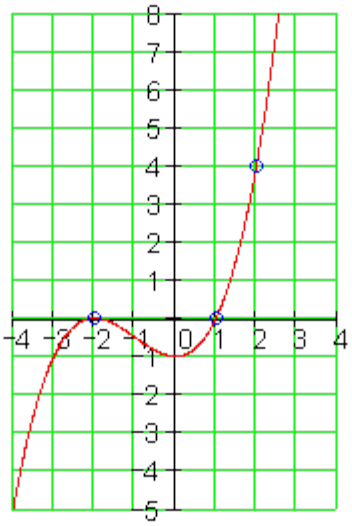
$x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1$

تکی$P(2|4)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>

$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 + \frac{3}{4}\cdot x^2 - 1$



</td>
<td>

کرښيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاپيه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_{1/2})^2(x - x_3)$

$f(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$

ازمايښت:

$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3\cdot(2+2)^2(2-1) = 4$

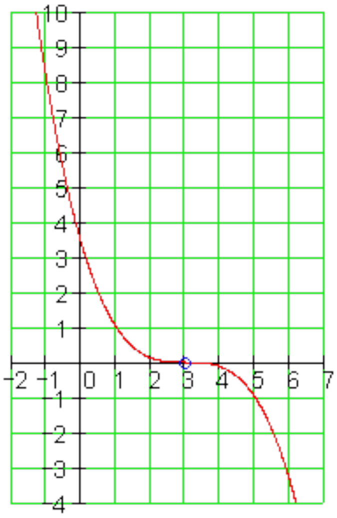
$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$

$f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)$

$= \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

$f(x) := \frac{-1}{8}\cdot x^3 + \frac{9}{8}\cdot x^2 - \frac{27}{8}\cdot x + \frac{27}{8}$



پنځم:

</td>
<td>

دريمه درجه، صفرځايونه $x_{1/2/3} = 3$

تکی P(-1|8)

کرښيز ضريبونو سره اينسوونه يا ځاپيه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_{1/2/3})^3$

$f(x) = a_3(x-3)^2$

ازمايښت:

$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3\cdot(-1-3)^3 = 8$

$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$

</td>
</tr>
</table>

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$
$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شپږم:

خلورمه درجه، محورسیومتریک

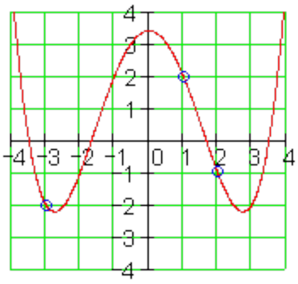
$P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$

د محورسیومتري له امله تابع مساوات فقط جوړه اکسپوننتونه لري. لاندې الماني: اینوونه

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$
$$P_1(1|2) \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$$
$$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$$
$$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$$

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	2	
1	4	16	−1	II − I
1	9	81	−2	III − I
1	1	1	2	
0	3	15	−3	| : 3
0	8	80	−4	| : 8
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	1	10	− 1/2	III − II
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	0	5	1/2	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + \frac{17}{5}$$

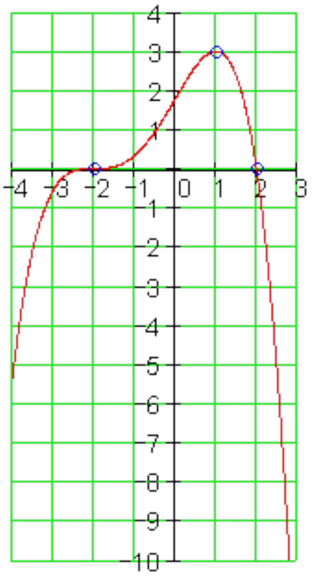


$$5a_4 = \frac{1}{2} \,|:5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$
$$a_2 + 5a_4 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} \,\Big|-\frac{5}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$
$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} \,\Big| + \frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$
$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

$f(x) := \frac{-1}{9}\cdot x^4 - \frac{4}{9}\cdot x^3 + \frac{16}{9}\cdot x + \frac{16}{9}$



دریمه درجه، صفرځایونه

$x_{1/2/3} = -2;\ x_4 = 2$

ټکی$P(1|3)$

کرښیز ضریبونو سره اینوونه یا ځاېه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_{1/2/3})^3(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4(x+2)^3(x-2)$$

ازماېښت:

$$f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4(1+2)^3(1-2) = 3$$

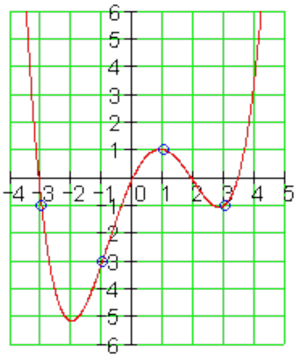
$$\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}$$

$$f(x) = -\frac{1}{9}(x+2)^3(x-2)$$

$$= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}$$

اتم:

$f(x) := \frac{1}{9}\cdot x^4 - \frac{1}{4}\cdot x^3 - \frac{10}{9}\cdot x^2 + \frac{9}{4}\cdot x$



خلورمه درجه، د سرچینې (a0=0)له لارې

$P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$

اینوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(1|1)\quad : f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1$

$P_1(-1|3)\quad : f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3$

$P_1(3|-1)\quad : f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1$

$P_1(-3|-1): f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	a_2	a_3	a_4		
1	1	1	1	1	
1	1	−1	1	−3	II + I
3	9	27	81	−1	III − 3 · I
3	9	−27	81	−1	IV + 3 · I
1	1	1	1	1	
0	2	0	2	−2	
0	6	24	78	−4	III − 3 · II
0	12	−24	84	2	IV − 6 · II
1	1	1	1	1	
0	2	0	2	−2	
0	0	24	72	2	
0	0	−24	72	14	IV + III
1	1	1	1	1	
0	2	0	2	−2	
0	0	24	72	2	
0	0	0	144	16	

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$ څلورمه درجه پولینوم

صفرځایونه : $x_1 = -3 ; x_2 = -1 ; x_3 = 2 ; x_4 = 5$

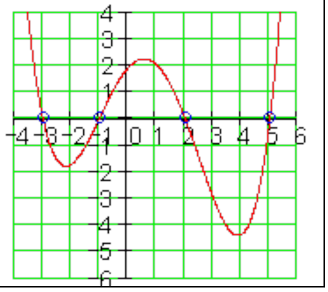
تکی $P(1|2)$

کربنیز ضربیونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 5)$$

ازمایښت:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1) = 2$$

$$\Leftrightarrow a_4 (1+3)(1+1)(1-2)(1-5) = 2$$

$$\Leftrightarrow 32a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16}$$

$$f(x) = \frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$

$$= \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$$

لسم:

ځلورمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2} = -3\,;\, x_{3/4} = 2\,;\;\; P(1|4)$$

کربنیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x) = a_4 (x - x_{1/2})^2 (x - x_{3/4})^2$$

$$f(x) = a_4 (x+3)^2 (x-2)^2$$

ازمايښت:

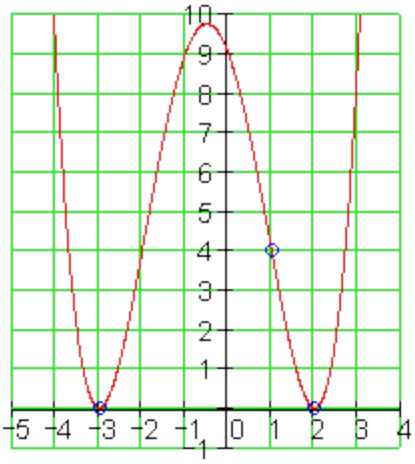
$$f(1) = 4 \Leftrightarrow a_4 (1+3)^2 (1+2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 16a_4 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2 (x-2)^2$$

$$= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$$

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 + \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{11}{4}\cdot x^2 - 3\cdot x + 9$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

ټول هوښيار – يا راشنل توابع د ورکړ شوو شرايطو سره l .

لومړی:

د يوه دريمې درجې ټول هوښيار تابع ارزښت-
جدول دې ورکړ شوی وي.
ګراف يې وکاږئ او د تابع په هکله يوه وينا وکړئ.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f (x)	4	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{8}{3}$	$\frac{7}{3}$	-2

دويم: يو د دريمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تيرېږي. د تابع مساوات او غوڅټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکاږئ او ګراف رسم کړئ.

الف – $P_1(-3\,|\,0,5)\,;\,P_2(0\,|-4)\,;\,P_3(1|-1,5)\,;\,P_4(2|-2)$

ب- $P_1(-3\,|\,44)\,;\,P_2(-1|\,2)\,;\,P_3(1|\,0)\,;\,P_4(2|-1)$

دريم:د څلورمې درجې يوه و y- محور ته سيومتريک ځغلنده له ورکړ شوو ټکو تيريدونکې يوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف- $P_1(0\,|\,2)\,;\,P_2(-2|\,0)\,;\,P_3\left(1\,\middle|\,\frac{57}{40}\right)$

ب- $P_1\left(1\,\middle|\,\frac{1}{16}\right);\,P_2(2\,|-2)\,;\,P_3(-4\,|\,1)$

پ - $P_1\left(\sqrt{3}\,\middle|-\frac{9}{4}\right);\,P_2(\sqrt{2}\,|-2);\,P_3\left(-1\,\middle|-\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $P_1\left(0\ \middle|\ \frac{3}{2}k\right); P_2\left(\sqrt{k}\ \middle|\ \frac{16}{9}k\right); P_3\left(\sqrt{3k}\ \middle|\ 2k\right)$

ځلورم: يو n ځلورمې درجې ټول هوښيار يا – راشنل تابع له لاندې ټکو تيرېږي.

الف- $P_1(0|0); P_2(1|2,5); P_3(-2|-14); P_4(2|6); P_5(-1|-8,5)$ ب –

$P_1(0|-4); P_2(-2|-4); P_3(2|12); P_4\left(1\ \middle|\ -\frac{5}{2}\right); P_5\left(-1\ \middle|\ -\frac{9}{2}\right)$

پنځم: يو دځلورمې درجې ټول هوښيار تابع په ټکيP_1 کې يو زينټکی(د أس زين)لري، د x – محور په P_x کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکي.

ور کوشوې داتا: $\text{Daten}: P_1(0|0); P_x(3|0); P_2(2|-2)$

شپږم: د ځلورمې درجې يوه ټول هوښيار يا ټول-راشنل تابع د y –محور په P_y کې غوڅوي. پسې دا د P_1او P_2 ټکو څخه تيرېږي. د f(x) تابع مساوات وټاکئ. سرې g(x) له f(x) څخه څنګه لاس ته راوړي؟

داتا: $\text{Daten}: P_y(0|2); P_1\left(\sqrt{6}\ |\ 2\right); P_2(1|0,75); g(x) = 0,25x^2\left(x^2-6\right)$

اوم:د تابع f(x)ګراف د x – محور سره غبرګه د ۳ په واټن په x = 0او x =2 کې غوڅوي. x = 0 درې واره صفرځای دی. يو ممکن د تابع ترم وټاکي.

داتا: $\text{Daten}: f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$

اتم: تابع ورکړ شوې ده.

الف: وښايئ: د f(x) ګراف و P(0|2= ته سيومتريک دی

ب- ګرافيکي خل کړئ: $-x^2+3x+2>0$

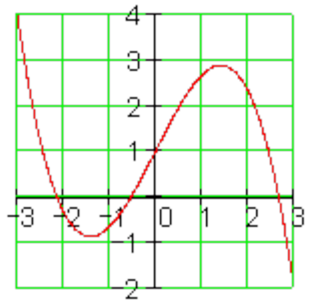
ځوابونه

ټول هوښيار توابع له و رکړ شوو شرايطو سره I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی:

	دري صفرځايونه شتون لري(ارزښتجدول). ګراف له(له کيڼ و ښي لور ته) - II III - I – IV ته ځغلي. د y - محور سره وښتکی: $P_y(0 \mid 1)$. و $P(0 \mid 1)$ ته ټکی سیومتريک. ټکي سيمتري ته يادونه: دوه ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ او $P_1(x_1 \mid y_1)$ د $f(x)$ په ګراف پراته دي. که هنداره- ټکی $P_1'(x_1' \mid y_1')$ هم په ګراف پروت وي، نو د $f(x)$ګراف و ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ ته سيومتريک دی.

دويم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سيستم ليکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندي:

$$P_1(-3 \mid 0,5): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_2(0 \mid -4): \quad f(0) = \quad a_0 = \underline{\underline{-4}}$$
$$P_3(1 \mid -1,5): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_4(2 \mid -2): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = 4{,}5$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 2$$

د $a_0 = -4$ له امله مساواتسيستم ساده کيږي:

د ګاوس –الګوريتم له لارې ځواب. لاندې بنې لور ته الماني پښتو:د ضريبونو شميرنه:

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	2,5
8	4	2	2 II − 8·I
−27	9	−3	4,5 III + 27·I
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	36	24	72 III + 9·II
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	0	−30	−90

Berechnung der Koeffizienten:

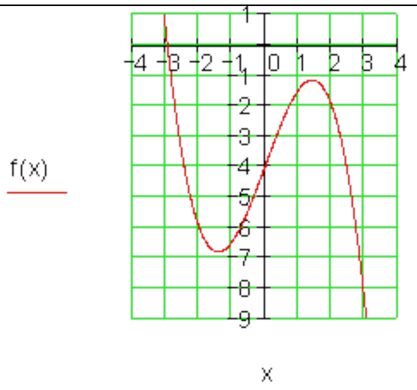
$$-30a_1 = -90$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = \underline{\underline{3}}$$
$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$
$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = \underline{\underline{0}}$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 2{,}5 - 3 = \underline{\underline{-0{,}5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = -0{,}5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالى شو، په تومرين کي ورکړ شوو ټکو برسيره ور زياتو ټکو ته اړتيا شته. دا موږ د هورنر شيما له لارې ټاکلى شو

هورنر شيما:

x = −2	−0,5	0	3	−4
		1	−2	−2
	−0,5	1	1	−6
x = −1	−0,5	0	3	−4
		0,5	−0,5	−2,5
	−0,5	0,5	2,5	−6,5
	−0,5	0	3	−4



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوځېکی:- $P_1(0 \mid 4)$

فقط يو صفرځای شتون ري، دا د - x = 3 په نږدې

کې پروت دی.

x = 3		−1,5	−4,5	−4,5
	−0,5	−1,5	−1,5	−8,5

رزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	0,5	−6	−6,5	−4
x	1	2	3	
f(x)	−1,5	−2	−8,5	

مساواتسيستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(-3 \mid 44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$
$$P_2(-1 \mid 2): f(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 2$$
$$P_3(1 \mid 0): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$$
$$P_4(2 \mid -1): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -1$$

د ګاوس-الګوريتم او بنې لور ته د ضريبونو شميرنه:

Der Gauss – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−3	9	−27	44
1	−1	1	−1	2 II − I
1	1	1	1	0 II − I
1	2	4	8	−1 II − I
1	−3	9	−27	44
0	2	−8	26	−42 | : 2
0	4	−8	28	−44 | : 4
0	5	−5	35	−45 : 5
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21

Die Koeffizienten:

$a_3 = -1$

$a_2 - 3a_3 = 5$
$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$
$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−2	7	−11 III − II
0	1	−1	7	−9 IV − II
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	2	−6	10 | : 2
0	0	3	−6	12 | : 3
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	1	−2	4 IV − III
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	0	1	−1

$$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$$
$$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$$

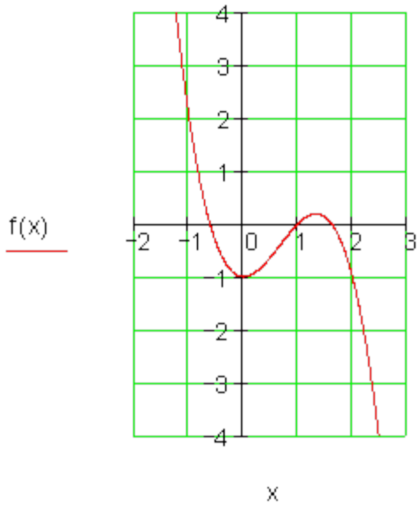
Die Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1}}$$

$x = -2$	−1	2	0	−1
		2	−8	+16
	−1	4	−8	$\underline{\underline{15}}$
$x = 1,5$	−1	2	0	−1
		−1,5	0,75	+1,125
	−1	0,5	0,75	$\underline{\underline{0,125}}$
$x = 3$	−1	2	0	−1
		−3	−3	−9
	−1	−1	−3	$\underline{\underline{-10}}$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	44	15	2	−1
x	1	1,5	2	3
f(x)	0	0,125	−1	−10



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅټکی:(-1 | 0)P_y

یو صفرځای له ارزښتجدول څخه را اخلو یا رانیسو: (0 | 1)P_{x1} .

د پولینوم وېش په ځای کیدی شي نور صفرځایونه د هورنرشما له لارې وټاکو. که سړی شمیرنه د یوه صفرځای د x – ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سړی د پولینوموېش نتیجو لپاره ضریبونه لاس ته راوړي.

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ خرګند صفرځای: $P_{x1}(1|0)$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{1} \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \qquad \left(-x^3 + 2x^2 - 1\right) : (x-1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -1 \Rightarrow D = 0{,}25 + 1 = 1{,}25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0{,}5 + \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}62;\ x_3 = 0{,}5 - \sqrt{1{,}25} \approx -0{,}62$$

دریم: الف- د کیڼي لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

$$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_1(0|2):\quad f(0) = a_0 = \underline{2}$$

$$P_2(-2|0):\quad f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$$

$$P_3\left(1\left|\frac{57}{40}\right.\right):\ f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow\ 16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$1a_4 + 1a_2 = -\frac{23}{40}$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
16	4	-2	
1	1	$-\frac{23}{40}$	$\mid \cdot 40$
16	4	-2	
40	40	-23	$\mid\mid -10 \cdot \mid$

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{40}}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

16	4	−2
−120	0	−3

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$$

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$

ب- کینې لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

$$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_1\left(1\left|\frac{1}{16}\right.\right):\quad f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$

$$P_2(2|-2):\quad f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$

$$P_3(-4|1):\quad f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

$$\Rightarrow$$

Gleichungssystem

$$1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$

$$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$

$$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
1	4	16	−2	II − I
1	16	256	1	III − I
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	15	255	$\frac{15}{16}$	III − 5 · II
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	0	180	$\frac{180}{16}$	

Berechnung der Koeffizienten

$$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{16}}$$

$$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = \underline{-1}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = \underline{1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - x^2 + 1$

پ- کينې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(\sqrt{3} \mid -\frac{9}{4}\right)$: $f(\sqrt{3}) = 9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$

$P_2\left(\sqrt{2} \mid -2\right)$: $f(\sqrt{2}) = 4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$

$P_3\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right)$: $f(-1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow$

Gleichungssystem

$9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$

$4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$

$1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	2	4	-2	
1	3	9	$-\frac{9}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	2	4	-2	
4	12	36	-9	$II - 4 \cdot I$
4	4	4	-5	$III - 4 \cdot I$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	-4	-12	3	$III + II$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	0	8	2	

Berechnung der Koeffizienten

$8a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{4}}$

$4a_2 + 20a_4 = -1$

$\Leftrightarrow 4a_2 + \frac{20}{4} = -1$

$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-1-5}{5} = \underline{-\frac{3}{2}}$

$a_0 + 2a_2 + 4a_4 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 = -2 + 3 - 1 = \underline{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2$

ت- کيڼې لور معنا: محورسيومتريک، د ګاو-الګوريت. د ښي لور:مساواتسيتم، د ضريبونو شميرنه.

$\text{Achsensymmetrie} \Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$	
$P_1\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}k\right):\quad f(0)=a_0=\frac{3}{2}k$	Gleichungssystem
$P_2\left(\sqrt{k} \,\middle|\, \frac{16}{9}k\right):\ f(\sqrt{k})=k^2a_4+ka_2+\frac{3}{2}k=\frac{16}{9}k$	$\Rightarrow\ k^2a_4+ka_2=\frac{5}{18}k$
$P_3\left(\sqrt{3k} \,\middle|\, 2k\right):\ f(\sqrt{3k})=9k^2a_4+3ka_2+\frac{3}{2}k=2k$	$9k^2a_4+3ka_2=\frac{1}{2}k$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
k^2	k	$\frac{5}{18}k$	$\mid\cdot 18$
$9k^2$	$3k$	$\frac{1}{2}k$	$\mid\cdot 2$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
$18k^2$	$6k$	k	$II-I$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
0	$-12k$	$-4k$	

Berechnung der Koeffizienten

$$-12ka_2=-4k \Leftrightarrow a_2=\frac{-4k}{-12k}=\underline{\frac{1}{3}}$$

$$18k^2a_4+18ka_2=5k$$

$$\Leftrightarrow 18k^2a_4+6k=5k$$

$$\Leftrightarrow a_4=\frac{5k-6k}{18k^2}=-\frac{1}{18k}$$

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{18k}x^4+\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{2}k$

ځلورم:

الف- مساواتسيستم
د ګاوس الګوريتم

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	2,5
16	−8	4	−2	$-14 \mid II - 16 \cdot I$
16	8	4	2	$6 \mid III - 16 \cdot I$
1	−1	1	−1	$-8{,}5 \mid IV - I$
1	1	1	1	2,5
0	−24	−12	−18	−54
0	−8	−12	−14	−34
0	−2	0	−2	$-11 \mid \cdot(-1)$ $z_2 \rightleftarrows z_4$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	−8	−12	−14	$-34 \mid III + 4 \cdot II$
0	−24	−12	−18	$-54 \mid IV + 12 \cdot II$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	−12	6	$78 \mid IV - III$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	0	12	68

$$12a_1 = 68$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \underline{\frac{17}{3}}$$

$$-12a_2 - 6a_1 = 10$$
$$\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6 \cdot 17}{3} = 44$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = \underline{-\frac{11}{3}}$$

$$2a_3 + 2a_1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2 \cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \underline{-\frac{11}{6}}$$

$$a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$$

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$P_1(0 \mid -4)$: $f(0) = \boxed{a_0 = -4}$

$P_2(-2 \mid -4)$: $f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$

$P_3(2 \mid 12)$: $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$

$P_4(1 \mid -2{,}5)$: $f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2{,}5$

$P_5(-1 \mid -4{,}5)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$
$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$
$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1{,}5$$
$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0{,}5$$

مساواتسيستم:

د ګاوس الګوريتم

مساوات کيدی په مختلفو لړئ پرلپسې ډول وليکل شي

الماني په پښتو: د تابع مساوات:

a_4	a_3	a_2	a_1		
1	1	1	1	$1{,}5 \mid \cdot 2$	
1	−1	1	−1	$-0{,}5 \mid \cdot 2$	
16	8	4	2	$16 \mid : 2$	
16	−8	4	−2	$0 \mid : 2$	$6a_1 = 0$
2	2	2	2	3	$\Leftrightarrow a_1 = 0$
2	−2	2	−2	$-1\, II - I$	
8	4	2	1	$8\, III - I$	$-6a_2 = 0$
8	−4	2	−1	$0\, IV - I$	$\Leftrightarrow a_2 = 0$
2	2	2	2	3	
0	−4	0	−4	−4	$-4a_3 = -4$
0	−4	−6	−7	$-4\, III - II$	$\Leftrightarrow a_3 = 1$
0	−12	−6	−9	$-12\, IV - 3 \cdot II$	
2	2	2	2	3	$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$
0	−4	0	−4	−4	$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$
0	0	−6	−3	0	
0	0	−6	3	$0\, IV - III$	Funktionsgleichung:
2	2	2	2	3	$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$
0	−4	0	−4	−4	
0	0	−6	−3	0	
0	0	0	6	0	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$P_1(0|0)$ زینتکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واره صفرځاي

$P_x(3|0)$ ساده صفر ځای دی.

له دې لاس ته راځي ۱ یېنوونه: $f(x) = a_4 x^3 (x-3)$

$$P_2(2|-2): f(2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 2^3(2-3) = -2 \Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

تابعمساوات: $: f(x) = \frac{1}{4}x^3(x-3) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^3$

شپږم: محورسیومتریک:

$$\Rightarrow f(x) = a_4 x^4 + a_2 x^2 + a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$P_1(\sqrt{6}|2): f(\sqrt{6}) = 35a_4 + 6a_2 + 2 = 2 \quad \Rightarrow \quad 36a_4 + 6a_2 = 0$$

$$P_1(1|0,75): f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 2 = 0,75 \quad \quad 1a_4 + 1a_2 = -1,25$$

a_4	a_2		
36	6	0	
1	1	−1,25	$\| \cdot (-36)$
36	6	0	
−36	−36	45	II+I
36	6	0	
0	−30	45	

$$-30a_2 = 45 \Leftrightarrow a_2 = \frac{45}{-30} = -\frac{3}{2} = \underline{-1,5}$$

$$36a_4 + 6a_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4 = -6a_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0,25}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2 + 2}}$$

$$g(x) = 0,25x^2(x^2 - 6) = 0,25x^4 - 1,5x^2$$

$$g(x) = f(x) - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د g(x) تابع له f(x) څخه کښته لور ته د دوه اوږدوالي یوونونو یا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

موږ د f*(x) لپاره تابعمساوات ټاکو ، د شرایطو سره،، چې په $x_1 = 0$ کې دریواره صفرځای او په $x_2 = 2$کې یو ځل یا ساده صفرځای ولري.

له دې وروسته ګراف په درې د ا وږدوالي واحدونو یا یوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، ځکه چې د x –محور ته غبرګه د درې واټن په کچه کیدی شي د x –محور پورته او هم کښته لور ته وځغلي.

ایښونه: $f^*(x) = a_4 x^3 (x-2)$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4 x^3 (x-2) + 3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4 x^3 (x-2) - 3$

د بیلګې په توګه د$a4=1$ لپاره باور لري :

$$f_1(x) = x^3 (x-2) + 3 = x^4 - 2x^3 + 3$$

$$f_2(x) = x^3 (x-2) - 3 = x^4 - 2x^3 - 3$$

اتم:

الف- د تابع $g(x)= -x^3+3x$ ګراف سرچینې سره سیومتریک دی

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي یوونونو یا واحدونو راکښنه راکوي

$F(x)=g(x)+2=-x^3+3x+2$

له دې لاس ته راځي، چې f(x) و P(0|2) ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-د $f(x)=-x^3+3x+2$ صفرځايونه:

يو صفرځای توکلي ټاکو يا د ازماېښت له لاري

$$f(2)=-8+6+2=0\Rightarrow P_{x1}(2|0)$$

پولينوموېش:

$$\left(-x^3+3x+2\right):(x-2)=-x^2-2x-1$$

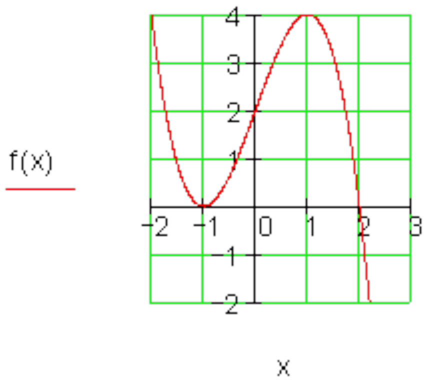
$$\Rightarrow x^2+2x+1=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2=0 \quad \text{I. binomische Formel}$$

$$\Rightarrow x_{2/3}=-1\Rightarrow P_{x2/3}(-1|0)\ \text{ist}$$

د مماس- يا لمستيکي

$$f(x)>0 \text{ für } I=\{x\,|\,-1<x<2\}_{\mathbb{R}}$$



پوښتني

تول هوښيار – يا تولراشنل توابع له ورکړشووشرياطو II

لومړی:ټکی $P(0\,|\,f(0))$ د تابع $f(x)$ په ګراف پروت دی.

په $W(1\,|\,1,5)$ هندارونه يا انعکاس کې ټکی P و ټکي Q ته ځي يا په Q پرېږ ځي.

د Q کواوردينات يا پروتولاړارزښتونه وښاياست، چي Q د $f(x)$ په ګراف پروت وي.

دا نتيجه څه معنا لري؟

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+2;\, D=\mathbb{R}$$

دویم: د څه له - یا له کومې لارې د $f(x), g(x)$ او $h(x)$ ګرافونه یو له بل توپیرږي؟

$$f(x)=x(x-4)^2 \quad g(x)=0{,}25x^3-2x^2+4x \quad h(x)=0{,}25\left(x^3-8x^2+16x+1\right)$$

دریم: د دریمې درجې دیوه ټول نسبتي تابع سرچینې ته سیومتریک دی. د تابع ترم صریبونه باید کوم شرایط پوره کړي، چې ګراف د x - محور سره درې غوڅټکي ولري؟ ایا داسې یو تابع له دوه صفرځایونو سره هم شته؟

څلورم: یو د دریمې درجې ټولراشنل تابع له ټکو P_1 او P_2 څخه تیریږي او د x - محور په سرچینه یا پیلټکي کې لمسوي. د تابع مساوات واټکئ. $f(x)$ څنګه د تابع $f(x)$ له ګراف څخه منځ ته راځي؟

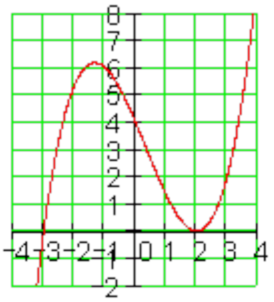
داتا:

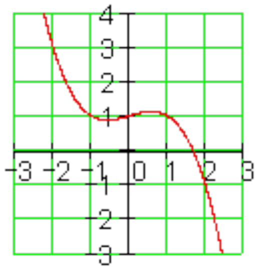
$$P_1(2\,|\,0);\, P_2(1\,|\,-5);\, g(x)=5x(x+2)^2,\, x\in\mathbb{R}$$

پنځم: د دریمې درجې یو ټول راشنل تابع ګراف په ټکي $P_{x1}(-2\,|\,0)$ کې یو زینټکی لري او له $P(-4\,|\,6)$ څخه تیریږي. دتابع ترم ولیکئ او ګراف وکاږئ.

شپږم: د دریمې درجې د یو ټولراشنل تابع ګراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: د تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d$ ګراف کرښه (g(x)=-3(x-3 د y–محور باندې او په x=-4 کې غوڅوي. f(x)و ټاکې.

اتم: یو د دریمې درجې تابع ټکی سیوسمتریک دی او د x –محور په x = 3 کې غوڅوي.

الف- د ضریبونو ترمنځ کومې اړیکې شتون لري؟

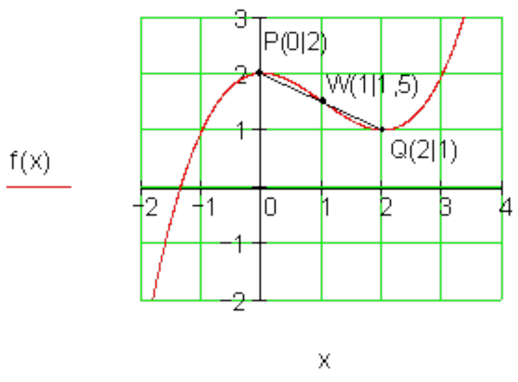
ب - یو د تابع ترم وټاکی که $P\left(2 \mid \frac{32}{9}\right)$ په ګراف پروت وي.

ځوابونه

تولنسبتي –یا راشنل توابع له ورکړشوو شریطوII

مفصل ځوبونه:

لومړی:

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2$

x	−1	0	1	2	3
f(x)	1	2	1,5	1	2

د Q پروت-ولاړ ارزښتونه یا کواورد-ینات ګرافیکي پیدا کړئ.دا کیدی شي و Q(2 | 1) ته له پروت-ولاړسیستم څخه ولوستل شي. په ارزښت جدول یو نظر غورځولو سره تصدیقیږي، چې Q په ګراف پروت دی. نتیجه دا معنا لري: د f(x) ګراف و ټکي W ته ټکی سیومتریک دی.
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

g(x) له f(x) څخه د y په لور په ضريب 0,25 د کيکاږلو له لارې منځ ته راځي.
h(x) له g(x) د y په لور د راکښنې له لارې په 0,25 LE (د اوږدوالي يوون يا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$

$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$

$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دريم:

د الماني پښتو: ټکی سيومتريک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x\left(a_3x^2 + a_1\right) \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{a_1}{a_3} < 0}}$$

دa_3 اوa_1 مختښنه بايد يو لهبل توپير ولري. داسې يو تابع د دوه صفرځيونو سره نه شي کيدی شتون ولري، ځکه چې داسي توابع به و سرچينې (ټکيسيومتريک) ته سيومتريک توابع وای. داپه بيا په ټوليزه توګه درې صفرځايونه وای.

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمستکی $P_{x1/2}(0|0)$ ډبل صفرځای دی،

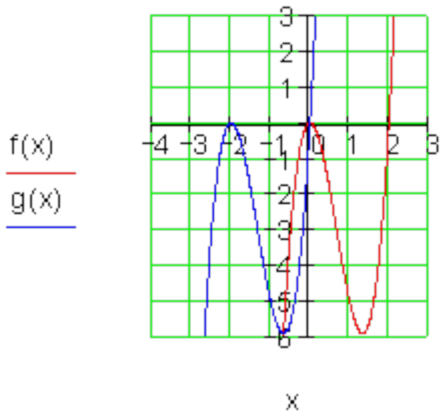
$P_1(2|0)=P_{x3}(2|0)$ دریم صفرځای دی

اینوونه: $f(x)=a_3x^2(x-2)$

f(x) د g(x) د راکښنې له لارې لاس ته راځي په دوه د اوږدوالي واحده وښي لور ته.

$x \to x-2$

$f(x)=g(x-2)=5(x-2)x^2=5x^2(x-2)$



پنځم:

$P_{x1}(-2|0)$ د زین ټکي په توګه په دې معنا ده، چې $P_{x1/2/3}(-2|0)$ دریواره صفرځای.

اینوونه: $f(x)=a_3(x+2)^3$

$P(-4|6): f(-4)=a_3(-2)^3=6$

$\Leftrightarrow a_3=-\frac{3}{4}$

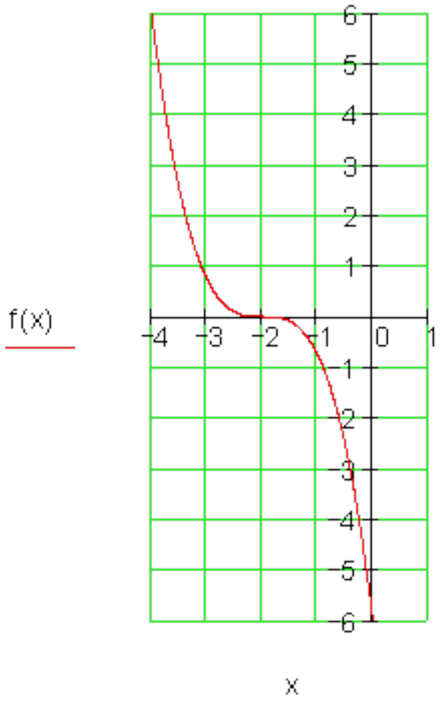
$\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+2)^3$

$=-\frac{3}{4}x^3-\frac{9}{2}x^2-9x-6$

$f(-3)=-0,75\cdot(-1)^3=0,75$

$f(-1)=-0,75\cdot 1^3=-0,75$

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	6	0,75	0	−0,75	−6



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

الف- الماني: صفرځای، اينسوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3\,|\,0);\, P_{x2/3}(2\,|\,0) \qquad P_y(0\,|\,4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3\,(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0\,|\,4): f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په يوه د اوږدوالي يوون يا – واحد ټکی سيمتري او دري صفرځايونه راکوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3 x(x+1)(x-1)$$

$$P(2\,|\,-2): f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1}}$$

يوه پراخه متود يا لار به د 4 د کواوبديناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه يو مساوات سيستم وليکل شي او دا بيا د ګاس الګوريتم سره حل کړي.

اوم: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d;\; g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$

g(x)اوf(x) د y-محور په $P_y(0\,|\,9) \Rightarrow d = 9$ کې غوڅوي.

يو بل د g(x) غوڅټکی د f(x) سره په x=-4کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4\,|\,21)$$

د f(x)په ګراف پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(-4|21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

ټکی سیومتریک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3|0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

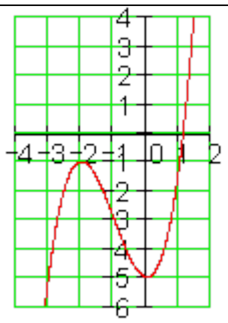
$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

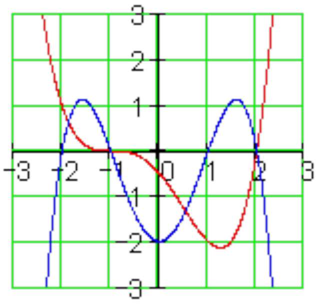
پوښتني

ټول هوښیارتوابع د ورکړ شوو شرایطو څخهIII

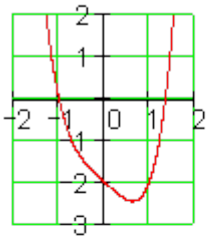
لومړی: 	د دریمي درجي یو ټول هوښیار یا – راشنل تابع ورکړشوی. د تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

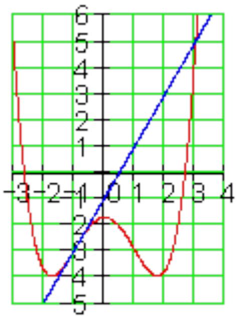
دويم:

خيره ونه يا mappingد ځلورمي درجي د دوه تول هوښيار توابعو ګراف ښنايي د هريوه د تابعترم وټاکئ.	

دريم:

$f(x) = a_4x^4 + a_1x + a_0$ وټاکئ a4;a1 او a0 زياتيز يا مثبت صفرځايونه وټاکئ	

ځلورم:

$f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 - \frac{7}{4}$ کرښه g(x) په دوه ټکو کي غوځوي. وټاکئ a4;a1 او g(x).	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

ټول هوښيار توابع له ورکړشوو سرايطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:

پورته لور ته په يوه د اوږدوالي يوون يا واحد دري صفرځايونه راکوي.

$f^*(x) = f(x) + 1$ صفرټکي $P_{x1/2}(-2|0); P_{x3}(1|0)$ او $P_y(0|-4)$ لري.

$$\Rightarrow f^*(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$
$$P(0|-4): f^*(0) = a_3 \cdot 4 \cdot (-1) = -4 \Leftrightarrow a_3 = 1$$
$$f^*(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) - 1$$
$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x-1) - 1 = \underline{\underline{x^3 + 3x^2 - 5}}$$

يوه پراخه متود يا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه يو مساوات سيستم وليکل شي او دا بيا د ګاس الګوريتم سره حل کړی شي.

دويم: $f(x)$ په $x_1 = -1$ کې دريواره صفرځای لري(زينټکی) او په $x_2 = 2$ کې يوساده صفرځای لري. پرته له دې ګراف د ټکي $P(1 | -2)$ له لارې ځغلي.

اينبوونه: $f(x) = a_4(x+1)^3(x-2)$

$$P(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 8 \cdot (-1) = -2$$
$$\Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^3(x-2) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

$g(x)$ څلور صفرځايونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$ او $x_4 = 2$ او د y محور په $y = -2$ کې غوڅوي

اینوونه: $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}(x^2-4)(x^2-1) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دریم:

a0=-2 له ګراف څخه لوستل کیږي

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$
$$P_1(-1|0): f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$
$$P_2(1|-2): f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د a4 مساوي اینوونې له لارې $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

له a4=-a1 => a4=1

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفرټاکنه د د (قطئ(کوتئ)) بندولو له لارې

$$f(1,3) \approx -0,444 \,;\, f(1,4) \approx 0,442 \,;\, f(1,35) \approx -0,028 \,;\, f(1,36) \approx 0,061$$
$$f(1,355) \approx 0,016 \,;\, f(1,353) \approx -0,002 \text{ gute Näherung}$$

پورته الماني: ښه نږدېوونه

صفرځای نږدې په x = 1,353 پروت دي

څلورم: د ریښو سره غوڅټکي به له ګراف څخه ولوستل شي. همداسي د کربني غوڅټکی د y -محور سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې الماني: جګوالي، د لپاره ټکی ازمایښتراکوي، مساواتسیستم:

$$P_1(-1|-3);\ P_2(3|5):\ P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{1}{2}x - 1}}$$

Punktprobe für f(x) ergibt:		Gleichungssystem:
$P_1(-1\|-3):\ f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$	$\Rightarrow$	$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$
$P_2(3\|5):\ \ f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$		$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$

a_4	a_2		
1	1	$-\frac{5}{4}$	
81	9	$\frac{27}{4}$	$II - 81\cdot I$
1	1	$-\frac{5}{4}$	
0	−72	$\frac{432}{4}$	

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4\cdot 72} = \underline{-\frac{3}{2}}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}}}$$

پوښتنې

ټولهوښیارتوابع له ورکړ شوو شرایطو څخهIV

لومړی: د یوه دریمې درجې ټوالهوښیار تابع څخه درې صفرځایونه او بل ټکی څرګند(معلوم) دي. ګراف وکاږئ او د تابعترم وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0);\ P_{x_2}(1|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: یو د دریمي درجي ټولهوښیار تابع سرچیني ته سیومتریک دی او له ټکو $P_1(3 \mid 0)$ او $P_2(5 \mid 5)$ څخه تیریږي.

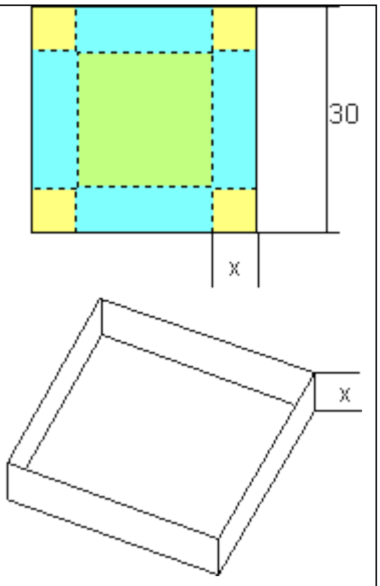
تابع مساوات او محورغوښتکي وټاکی.

یو ارزښت جدول جوړ کوئ او ګراف یې وکاږئ.

دریم: د دریمي درجي یوټولهوښیار یا – راشنل تابع f(x)دري صفرځایونه P_{x1}, P_{x2} او P_{x3} لري. د تابع f(x) ګراف له ټکي P تیریږي. f(x) وټاکئ. د f(x) ګراف د g(x) د ګراف سره څه اړیکي لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10 \mid 0); P_{x_2}(-1 \mid 0); P_{x_3}(1 \mid 0); P(2 \mid 6); g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x \, , x \in \mathbb{R}$$

څلورم: د یوه څلوریز یا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی یې 30 cm دی د x جګوالي سره یوه کوټئ بې له سرپوښ جوړیږي. الف- و ښایئ، چې سرې فقط د 0 < x < 15 لپاره یوه داسي کوټئ یا صددق جوړولي شي. ب- یو د تابعترم وټاکئ، چې د V ډکی یا حجم د x په واکوالي کي وښوولای شي. پ-ګراف یې وکاږئ او په نږدې توګه یې ماکسیما یا خورا لوي ډکی(حجم) وټاکئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

Jahr	2002	2003	2004	2005
Leistung	12	14,825	17,2	19,275

د توان ورکړه په ګیګاوات سره

(Gigawatt (GW))

الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي.

ب- یوه وړاندوویینه ورکړئ د 2006 او 2010 کلونو لپاره

پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006 کې او موخه د 30 GW په 2010 کې جوړشوي توان سره پرتله کړئ.

په المان کې برقي قوت په حیث جوړ زورکونج کیدی شي د څنګ جدول څخه راونیول شي

ځوابونه

ټولهوښیار تابع له ورکړشوو شرایطو څخه

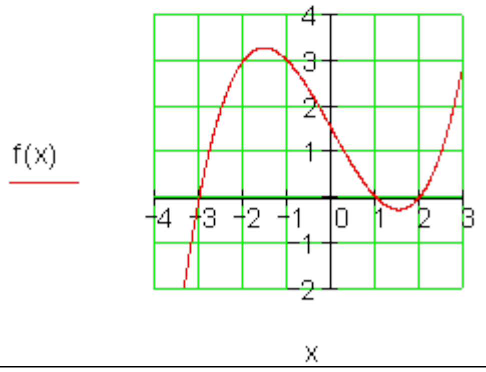
مفصل ځوابونه

لومړی:تیریدونکي:

یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع کړی شي خورا زیاتې(ماکسیمال) دري صفرځایونه ولري . د صفرځای P_{x1} او ټکي P ترمنځ باید یو جګ ټکی شتونولري. د صفر ځایونو P_{x2} اوP_{x3} ترمنځ باید یو ټیټټکی پروت وي.له مخه یا وړاندې فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$f(0) = 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-2) = 1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \frac{1{,}5}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}$$



دويم:

د تابع مساوات:

د ټکي سيمترى له امله کيدى شي لاندي ايښوونه وشي:

لاندې الماني: تابعمساوات:

$$f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(3|0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0$$
$$P_2(5|5): f(3) = 125a_3 + 5a_1 = 5$$

a_1	a_3	
3	27	0 | : 3
5	125	5 | 5
1	9	0
1	25	1 II − I
1	9	0
0	16	1

$$16a_3 = 1 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{16}$$

$$a_1 + 9a_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 + \frac{9}{16} = 0 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{9}{16}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$$

محور غوڅتکي:

لومړى صفرځاى $P_y(0|0) = P_{x1}(0|0)$

دويم صفرځاى $P_2(3|0) = P_{x2}(3|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow |x|=3$$

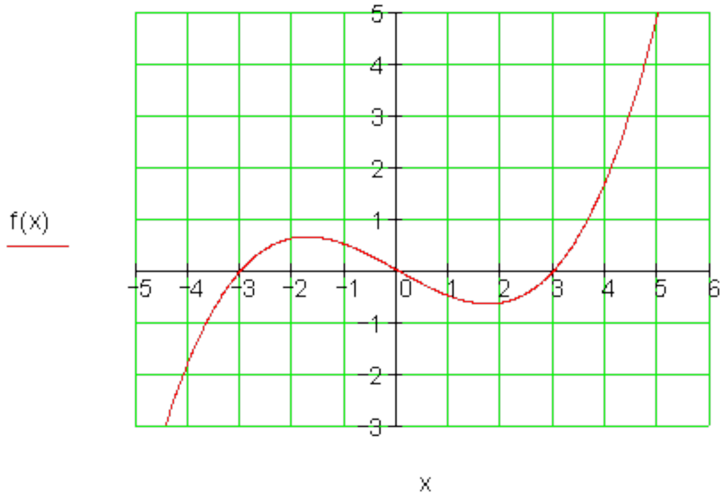
$$\Rightarrow x_2=3\,;\,x_3=-3 \Rightarrow P_{x3}(-3\,|\,0)\ \text{3. Nullstelle}$$

پورته الماني: دريم صفرځاى
د ارزښت جدول لپاره ا رزښتونه لاسي شميرل کيږي:

لاندي په پښتو:

$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$ $f(1)=\frac{1}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{8}{16}=-0{,}5$ $f(2)=\frac{8}{16}-\frac{18}{16}=-\frac{10}{16}=-0{,}625$ $f(4)=\frac{64}{16}-\frac{36}{16}=-\frac{28}{16}=1{,}75$	د ټکي سيومتري له امله باور لري: $f(-x)=-f(x)$ $f(-1)=-f(1)=0{,}5$ $f(-2)=-f(2)=0{,}625$ $f(-4)=-f(4)=-1{,}75$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	−1,75	0	0,65	0,5	0	−0,5	−0,625	0	1,75	5



(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

په کرښيزضريبونو اينوونه:

$$f(x) = a_3(x+10)(x+1)(x-1)$$

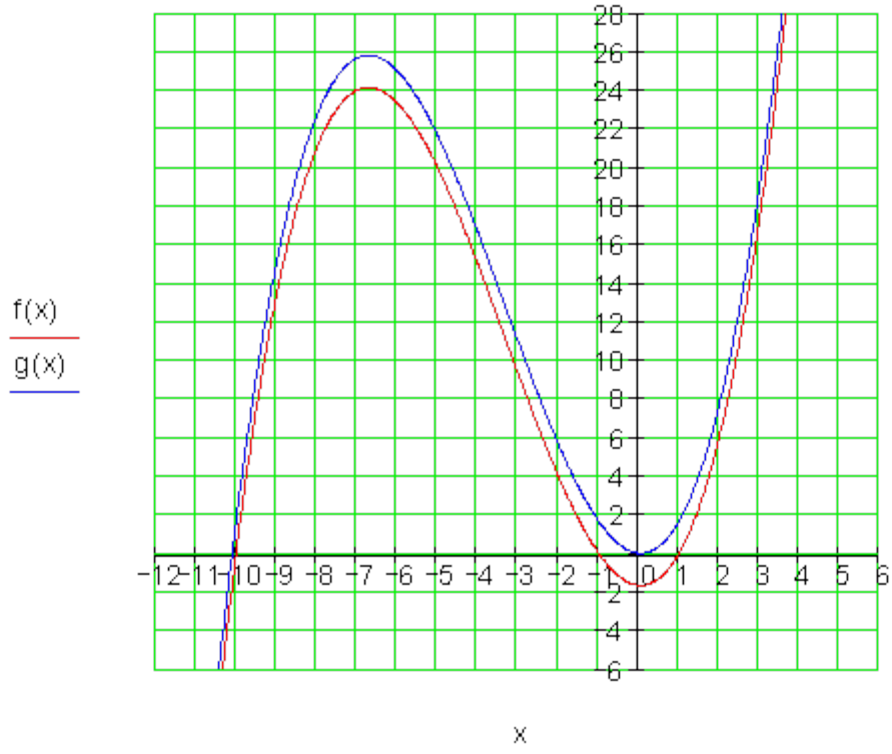
$$P(2|6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابعمساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}$$

f(x) د g(x) کښته لورته يوه راکښنه ده په5/3 اوږدوالي يوون يا ـــواحد، يعني

f(x)= g(x) – 5/3



(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:

الف-   x باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي: $x>0$

2x باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي: $2x < 30 \Leftrightarrow x < 15$

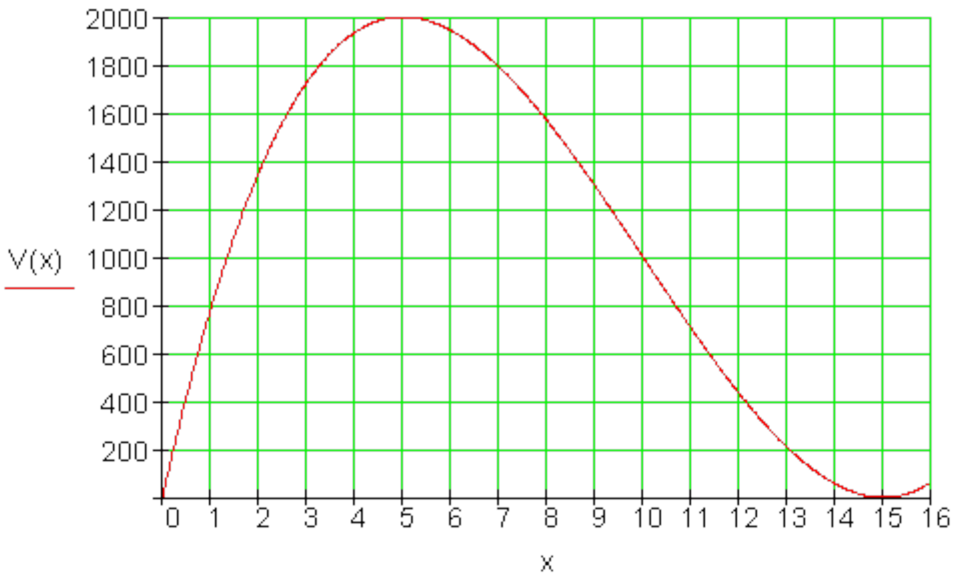
له پورته دواړو لرو: $0 < x < 15$

ب- $V=a.b.h$ د $h=x$ او $a=30-2x$ او $b=30-2x$ سره، نو باور لري:

$$V(x) = (30-2x)(30-2x)x = \underline{\underline{4x^3 - 120x^2 + 900x}}$$

ارزښتجدول

x	0	2	4	6	8	10	12	14	15
V(x)	0	1353	1936	1944	1568	1000	432	56	0



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې $2000\ cm^3$ دی او دا د x برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې 5 cm دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- ایښوونه:

د دریمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریږي.

د 2002 ګڼلو پیل به له صفرټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(0|12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$
$$P_2(1|14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$
$$P_3(2|17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$
$$P_4(3|19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بڼه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825 \,|-12 \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2 \,|-12 \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$
$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275 \,|-12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

a_1	a_2	a_3		
1	1	1	2,825	
2	4	8	5,2	$II - 2 \cdot I$
3	9	27	7,275	$III - 3 \cdot I$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−045	
0	6	24	−1,2	$III - 3 \cdot II$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−0,45	
0	0	6	0,15	

$$6a_3 = 0,15 \Leftrightarrow a_3 = 0,025$$
$$2a_2 + 6a_3 = -045 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$$
$$a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$$
$$\underline{\underline{f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12}}$$

ب – وړاندوییینه په ګیګاواټGW .

$$2006: \quad f(4) = 0,025 \cdot 64 - 0,3 \cdot 16 + 3,1 \cdot 4 + 12 = 21,2$$
$$2010: \quad f(8) = 0,025 \cdot 512 - 0,3 \cdot 64 + 3,1 \cdot 8 + 12 = 30,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – په ریښتوني ډا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړیدني سره د 21,2 GW وړاندوینه په ډیره کمه کچه زیاتیري یا ځگیږي.

د 2010 لپاره وړاندوینه د 30,4 GW سره ترهغي ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوینه زیاته ده.

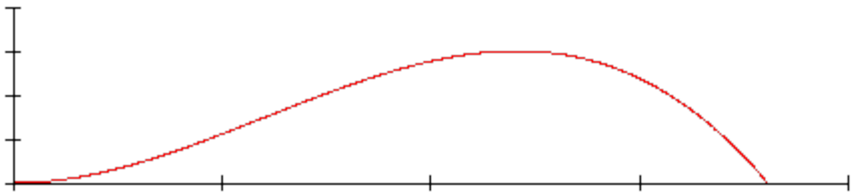
پوښتني

د متن – او استعمال پوښتني و تولهوښیار یا – راشنل توابعو ته I

له تخنیک او اقتصاد څخه

لومړی: د x دانو ګنون یا تعداد په واکوالي کي د یوه مال په جوړولوله امله تول لګښت	<table><tr><td>x</td><td>5</td><td>10</td><td>20</td><td>35</td></tr><tr><td>K(x)</td><td>915</td><td>1035</td><td>1140</td><td>1185</td></tr></table>

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 ; x > 0$$



د تول لګښتتابع K(x) لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هري داني د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیږي، چي له دي سره د x = 15 لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت ګرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کي د تابع f(x) ګراف په نږدې توګه د توپ د الوتني کړه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

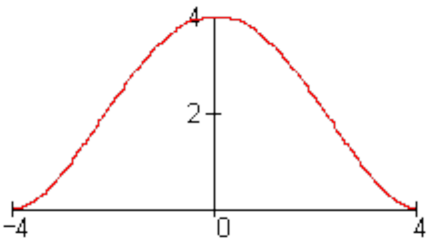
الف- توپ کوم ماکسيمال يا خورا جګ جګوالي ته رسيږي؟

ب-ايا توپ په 9,15 m کې د دفاع ديوال(دوه متره جګ) څخه اوړي؟

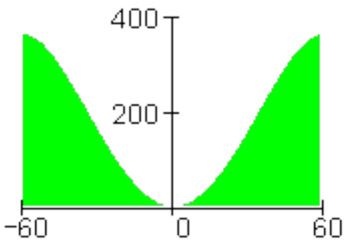
پ-توپ څنګه بيرتهځمکې ته راکښته کيږي؟

ت- دا ازاده وهنه له ګول څخه څومره لرې وهل شوې، که دا توپ په دوه متره جګوالي د ګول له کرښې جګ والوزي؟

دريم: څيره يو باروک - کور ښايي (کچه په متر)

	الف- دليل راوړئ، چې دا ژئ تابع يو د څلورمې درجې تولهوښيار يا – راشنل تابع دی. ب- د تابعترم وټاکئ پ- يوه کرکئ چې 2,25 m جګه ده بايد په دې ساحه کې جوړه يا ځای شي. دا زيات له زياته بايد څومره سرووره وي؟

څلورم: د يوه غره درې د پرتې غوڅې سطحه (سطحه، چې پرته يا افقي غوڅه شوې وي(ژباړی)) کيدی شي د يوه څلورمې درجې تول راشنل تابع سره وليکل شي. دا دره يو ماکسيمال سور120 m لرې او360 m ژوره ده. د 60 m په سور د درې له بيښ يا تلې څخه يو د 157,5 m جګوالی کچيرې يا اندازه کيږي.

	الف- د تابع ترم وټاکئ. ب- يو ډنډ يا د اوبو ډب بايد جوړ شي. د ډنډ تاج څومره سور لرې؟ دا د يوه دېسيمالځاي پورې تيک شميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

متن- او استعمالپوښتنې و ټولهوښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل ځرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم: $K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730$

د په دانه د خرڅلاوقیمت باید لږ تر لږه $73\frac{2}{3}$ € وي

ګرافیک لپاره مفصل ځواب وګورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جګ جګوالی کیدی شي له ۳ متره ګرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوړي(2,573 m > 2 m)

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لریوالي د ګول څخه په 2 m (دوه متره) جګوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفرځایونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کړکۍ کېدی شي زيات له زياته ۴ متره سروره وي

ځلروم:

الف- تابع ترم: $\text{Funktionsterm: } f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ يا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسيستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(5|915): \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$
$$P_2(10|1035): \quad f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$
$$P_3(20|1140): \quad f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$
$$P_4(35|1185): \quad f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د ګاوس الګوريتم:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	5	25	125	915	
1	10	100	1000	1035	II − I
1	20	400	8000	1140	III − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	35	1225	42875	1185	IV − I
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	15	375	7875	225	III − 3 · II
0	30	1200	42750	270	IV − 6 · II
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	750	37500	−450	IV − 5 · III
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	−135	
0	0	0	11250	225	

ضريبونه او د تابعمساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0{,}02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0{,}02}{150} = -1{,}6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1{,}6) - 875 \cdot 0{,}02}{5} = 44{,}5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44{,}5 - 25 \cdot (-1{,}6) - 125 \cdot 0{,}02 = 730$$

د تابع مساوات: $K(x) = 0{,}02x^3 - 1{,}6x^2 + 44{,}5x + 730$

د x=15 دانو د جوړولو لپاره لګښت:

$K(15)=0{,}02.15^3-1{,}6.15^2+44{,}5.15+730=1105$

(c) ketabton.com: The Digital Library

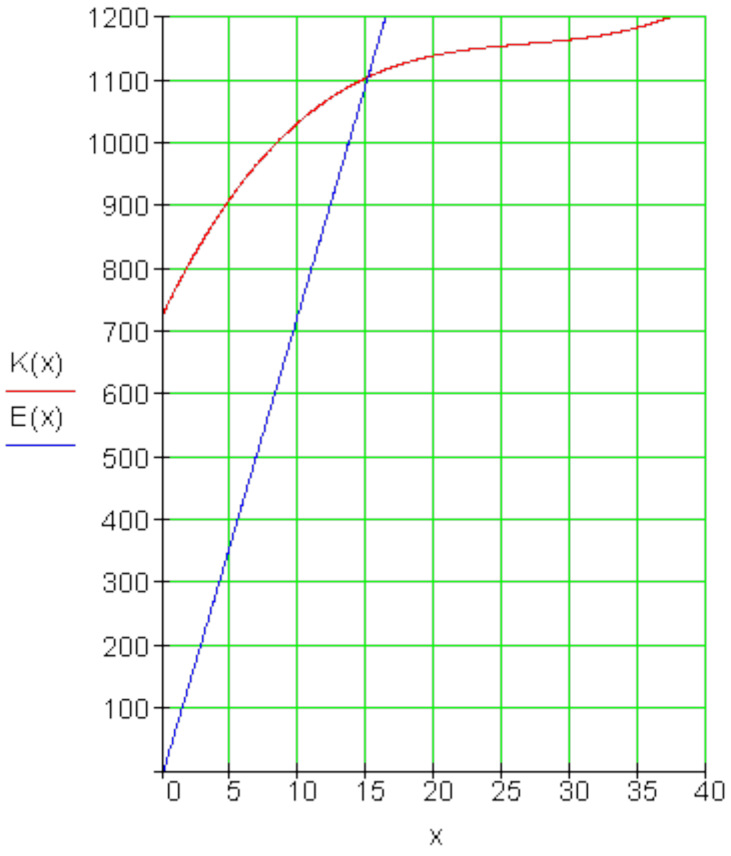
د خرڅلاو تابع:

E(x)=p.xد p سره د د يوې دانې د خرڅلاو قيمت

لږ ترلږه قيمت په يوه دانه:

$$p = \frac{1105}{15} = 73\frac{2}{3} \Rightarrow E(x) = 73\frac{2}{3}x$$

د دانې په سر دخرڅلاو قيمت بايد لږترلږه $73\frac{2}{3}$ € وي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- د غونډوسکې ماکسیما یا خورا جګ جګوالی د 3 m ګرافیک څخه لوستل کیدی شي. د وهلټکي څخه لرېوالی نږدې 12 m دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتقشمیرنې سره شونې ده. موږ دا اټکل د شمیرنې له لارې ازمایو. د دې لپاره موږ د x = 12 په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترځیرنې لاندې نیسو.

$$f(11,5) = -\frac{1}{288} \cdot 11,5^3 + \frac{1}{16} \cdot 11,5^2 \approx 2,985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288} \cdot 12^3 + \frac{1}{16} \cdot 12^2 = 3$$

$$f(12,5) = -\frac{1}{288} \cdot 12,5^3 + \frac{1}{16} \cdot 12,5^2 \approx 2,894$$

$$f(11,75) = -\frac{1}{288} \cdot 11,75^3 + \frac{1}{16} \cdot 11,75^2 \approx 2,996$$

$$f(12,25) = -\frac{1}{288} \cdot 12,25^3 + \frac{1}{16} \cdot 12,25^2 \approx 2,996$$

موږ کړی شو چې انټروالونه تل کوچني کړو او له دې لارې به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کږې جګوالی د وهلټکي څخه پیدا کړو، ځکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع دیوال ولاړ دی.

$$f(9,15) = -\frac{1}{288} \cdot 9,15^3 + \frac{1}{16} \cdot 9,15^2 \approx 2,573$$

غونډوسکه د دفاعدیوال څخه جګ الوزي(2,573 m > 2 m)

پ – د دې لپاره چې د غونډوسکې د لویدو ټکی وټاکو، باید د تابع ګراف صفرټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلټکي څخه په لرېوالي په ځمکه لږیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – غواړو د وهلټکي حخه لريوالی پيداکړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جګوالی لري. له ګرافيک څخه دوه ارزښتونه لوستل کيږي، دا نږدي په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکي د الوتنې لار له مخې موږ د 16 m چاپيريال څيړو.

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 576 = 0$$
$$x = 16 \Rightarrow 16^3 - 18 \cdot 16^2 + 576 = 64 > 0$$
$$x = 15{,}5 \Rightarrow 15{,}5^3 - 18 \cdot 15{,}5^2 + 576 \approx -24 < 0$$
$$x = 15{,}75 \Rightarrow 15{,}75^3 - 18 \cdot 15{,}75^2 + 576 \approx 18 > 0$$
$$x = 15{,}7 \Rightarrow 15{,}7^3 - 18 \cdot 15{,}7^2 + 576 \approx 9 > 0$$
$$x = 15{,}65 \Rightarrow 15{,}65^3 - 18 \cdot 15{,}65^2 + 576 \approx 0{,}4 > 0$$

د وهلټکي څخه د نږدې 15,65 m په لريوالي غونډوسکه په 2 m جګوالي له ګول څخه اوړي.

دريم:

الف- ژئ تابع د څلورمې درجې ټولراشنل تابع دی، ځکه چې دا دوه ډبل صفرځايونه لري: $(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- ايښوونه يا ږدو:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4 (x+4)^2 (x-4)^2$$
$$P(0|4): f(0) = a_4 (4)^2 (-4)^2 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{64}(x+4)^2 (x-4)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4}}$$

پ – د الماني پښتو په ترتيب: دوه يا بيمربع مساوات، کيرده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1,75 = 0$$

$\Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 112 = 0$ biquadratische Gleichung

setze $x^2 = z :\Rightarrow z^2 - 32z + 112 = 0 \Rightarrow p = -32;\ q = 112 \Rightarrow D = 144$

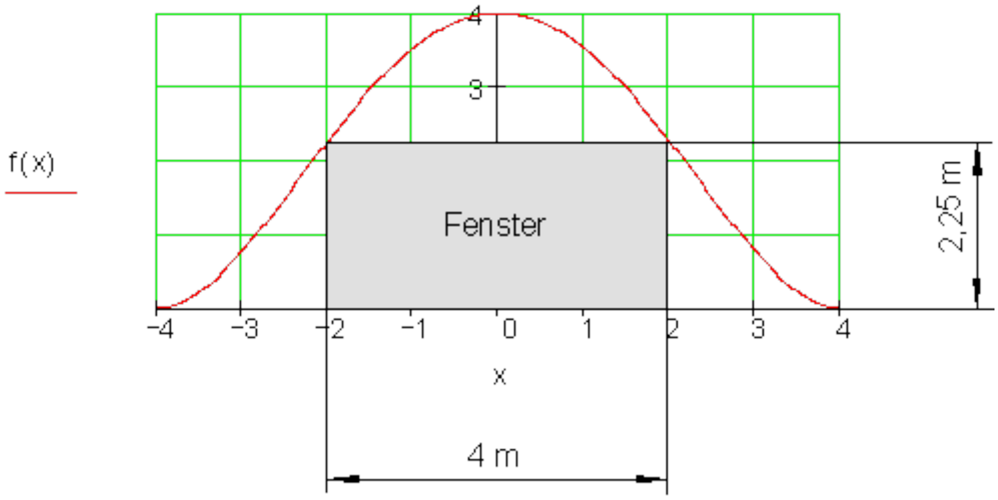
$$z_1 = 16 + \sqrt{144} = 16 + 12 = 28$$

$$z_2 = 16 - \sqrt{144} = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 28 \Rightarrow |x_1| = \sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1} \approx 5,29;\ x_{1-2} \approx -5,29 \\ x_2^2 = 4 \Rightarrow |x_2| = \sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1} = 2;\ x_{2-2} = -2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2\,m =$$

له دې لاس ته راځي، چې کړکۍ زیات له زیاته 4m سور لري.



ځلورم: الف –

$$\text{Ansatz}: f(x) = a_4x^4 + a_2x^2$$

$$P_1(60\,|\,360): \quad f(60) = 12\,960\,000\,a_4 + 3\,600a_2 = 360$$

$$P_2(30\,|\,157,5): f(30) = 810\,000\,a_4 + 900a_2 = 157,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_2		
810000	900	157,5	
12960000	3600	360	$II - 16 \cdot I$
810000	900	157,5	
0	−10800	−2160	

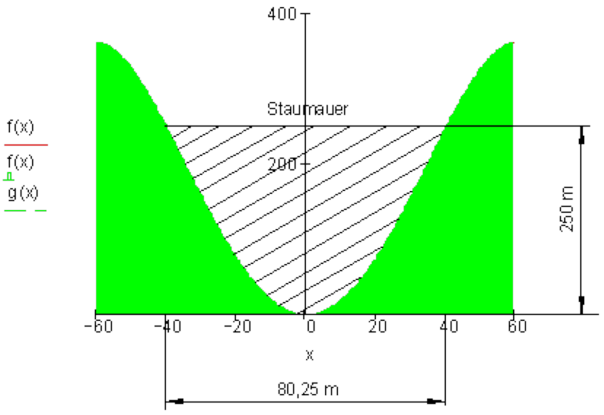
$$-10800a_2 = -2160 \Leftrightarrow a_2 = \underline{0,2}$$
$$810000a_4 + 900a_2 = 157,5$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{157,5-180}{810000} = \underline{-\frac{1}{36000}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2}}$$

ب – پښتو: كيږده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 250 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 7\,200x^2 + 9\,000\,000 = 0$$

$$\text{setze } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 7\,200z + 9\,000\,000 = 0$$
$$\Rightarrow p = -7\,200\,;\ q = 9\,000\,000 \Rightarrow D = 3\,960\,000$$
$$z_1 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \approx 5\,589{,}975$$
$$z_2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \approx -1\,610{,}025$$
$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{1-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 + \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 74{,}766 \\ x_2^2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{2-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 - \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 40{,}125 \end{array}$$
$$\frac{b}{2} \approx 40{,}125\,\text{m} \Rightarrow \text{Breite der Dammkrone } \underline{\underline{80{,}25\,\text{m}}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.18د ټول راشنل توابعو ټولګه

ټولګه :

تابعمساوات

يو تابع (x)f د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره n-مه درجه ټولهوبنيار يا ـــراشنل تابع بلل کيږي.

ګنونه يا عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

سيومتري:

د يوه ټولهوبنيار تابع ګراف تيک هلته محورسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط له زياتيد ونو يا د جمعي له اعضاو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره يا محور سيومتريک، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ۹۷۶۵-ولري: f(-x)=fx)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګراف تلنه

د يوه ټولهوښيار تابع ګراف تلنه د خوراجګ توان سره زياتيدوني يا د جمعي جز له لارې ټاکل کيږي

n ناجوړه يا طاق	n جوړه n gerade	
تلنه لهIII واI ته	تلنه له II و I ته.	$a_n>0$
تلنه لهII و IV ته	تلنه له III وIV ته.	$a_n<0$

محور غوڅټکی

د y-محور سره غوڅټکی $P_y(0 \mid y_s)$ شراط : $y_s = f(0)$

دx– محور سره غوڅټکی $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځايونه: شرط: $f(x) = 0$ د n درجي يوټول راشنل تابع زيات له زياته n فصرځايونه لري.

که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

پوښتنې

د ټولګې ازموينې جمتووالي ته ټواراشنل توابع I

د ټولکې ازموېنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \ ?$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ديو ټولراشنل تابع له سيومتري څخه څه پوهيږئ؟

دريم: دلاندې توابعو سيومتري خويونو باندې يوه ويناوکړې او دا وينا په دليلونو اباده کړئ.

الف - $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ ب - $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$

پ - $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$ ت - $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کيدی شي؟

پنځم: د لاندې توابعو ګرافونه څنګه ځغلي؟الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

پ - $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1$ ت - $f(x) = -2x^2 + x + 1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځايونو ګڼون يا تعداد په هکله څه پوهيږئ؟

اوم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ او د تابع مساوات د کرښيزو ضريبونو د ضرب يا ځل په څير انځور کړئ. صفرځايونه له کوم ډول دي(ساده ، ډبل يا درې واره)الف - $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ب - $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$

اتم: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ. د ګراف په تلنه يوه وينا وکړئ. د لويو همداسې د کوچنيو x -ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هحيرې؟

الف - $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$, $f(x) \to ?\quad \text{für } |x| \to \infty$ ب - $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$, $f(x) \to ?\quad \text{für } |x| \to \infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شيما له مخې ارزښتجدول وشميرئ، صفرځايونه وشميرئ او ګراف د شونې پولې پورې تيک وکارئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2{,}5 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

لاربښودنه: د پله سور 0,5 د هورنر شیما لپاره $x: -2{,}5; -2 \ldots 2{,}5; 3$

لسم: د دریمې درجې ټولراشنل تابع ګراف له لاندې ټکو څخه ت یریږي

$P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$

الف- د تابعمساوات وټاکئ. ب- د محورغوڅټکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شیما سره د تابع ارزښتونه پیدا کړئ.

$x = -1{,}5; x = -0{,}5; x = 0{,}5; x = 1{,}5; x = 2{,}5$

ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه ولیکئ.

ټ- ګراف د $1 = 1$ cm یون یا واحد سره وکاږئ.

جګټکی $P_{max}(-1|9)$ ټیټ ټکی $t\ P_{min}(1{,}7|-0{,}5)$

ث- د لوی او کوچني x -ارزښت لپاره دګراف په تلنه یوه وینا وکړئ

(ژ. وینا زما د سم آند یا منطق په درسونو کې وګورئ)

ج- سیمتري راوړنې وکړئ. نتیجې یې مددلې کړئ.

ځوابونه

د تولګۍ کار لپاره ټولراشنلتوابع I

مفصل خوابونه

لومړی: f(x)د n -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جګ جګګړ یا –عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضریبونه $a_n; a_{n-1}; \ldots a_2; a_1; a_0$ سړی کوایفسنتونه بولي.

دویم: د یوه ټواراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات ټیک له جوړه جګګړنو یا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا که باور ولري: f(-x)=f(x) د بیلګې په توګه(2)f(-2)=f

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوړه یا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

یا که باور ولري: f(-x) = -f(x) ، د بیلګې په توګه f(-3) = -f(3)

دریم:

الف- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ له دې لاس ته راځي: ټکی سیومتریک، ځکه چې ټول اکسپونتونه ناجوړه دي.

ب- $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$ له دې لاس ته راځي چې محور سیومتریک دی،، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ- $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

ت- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زیاتیدونو یا د جمعي غړو له لارې چې خورا جګ توان ولري ، معلومیږي، یعنې د $a_n x^n$ له لارې.

پنځم: د الماني پښتون: ناجوړه یا طاق، جوړه

الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4 \quad n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1 \quad n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - I}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1 \quad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

ت - $f(x) = -2x^2 + x + 1 \quad n = 2\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

شپږم: د n –مې درجې يو ټولهوښيار تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري. که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ رلږه يو صفرځای لري.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$ ضريب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

مربع مساوات $$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

ډبل صفرځای $$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

د کرښيز ضريبونو د ضرب په څير انځورونه

$$f(x) = x(x-3)(x-3) = x(x-3)^2$$

ګراف په $x_1 = 0$ کې ساده صفرځای لري

ډبل صفرځای په $x_{2/3} = 3$ کې (لمستکی)

ب-

$$f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 + 8x = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(-4x^2+4x+8\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$
$$-4x^2+4x+8=0 \mid :(-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعیز مسساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$
$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array} \right.$$

د ضرب په څیر د کرښیز ضریبونو انځورونه: $f(x)=x(x-2)(x+1)$

ګراف درې ساده صفرځایونه لري په $x_1=0;\ x_2=2$ او په $x_3=-1$

اتم: الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ صفرځایونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-2=0$$

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

	1	–6	9	–2	
x = 1 ↓		1	–5	4	
	1	–5	4	2	keine NS für x = 1
	1	–6	9	–2	
x = 2 ↓		2	–8	2	
	1	–4	1	0	NS für $x_1 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راټیتون

$$\left(x^3 - 6x^2 + 9x - 2\right) : (x - 2) = x^2 - 4x + 1$$
$$\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)}$$
$$-4x^2 + 9x$$
$$\underline{-\left(-4x^2 + 8x\right)}$$
$$x - 2$$
$$\underline{-(x - 2)}$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \qquad p = -4\,;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = 2 + \sqrt{3} \\ x_3 = 2 - \sqrt{3} \end{array}\right.$$

صفرځایونه: $x_1 = 2\,;\ x_2 = 2 + \sqrt{3}\,;\ x_3 = 2 - \sqrt{3}$

د گراف تلنه: له $\text{I} \rightarrow \text{III}$

تابع ارزښتونه:

د $x \to -\infty$ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

ب- $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$ صفرځایونه $f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

	1	3/2	−8	2	
x = 1	↓	1	5/2	−11/2	
	1	5/2	−11/2	−7/2	keine NS für x = 1
	1	3/2	−8	2	
x = 2	↓	2	7	−2	
	1	7/2	−1	0	NS für $x_1 = 2$

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

دپولینوم په راکمې شوې درجې

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-8x+2\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x-1$$

$$\frac{-\left(x^3-2x^2\right)}{}$$

$$\frac{7}{2}x^2-8x$$

$$\frac{-\left(\frac{7}{2}x^2-7x\right)}{}$$

$$-x+2$$

$$\frac{-(-x+2)}{}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x-1=0 \qquad p=\frac{7}{2};\ q=-1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{16}+1=\frac{65}{16}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \qquad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{65}{16}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځايونه: $x_1 = 2\,;\, x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}}\,;\, x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}}$

د ګراف تلنه: له $II \to IV$

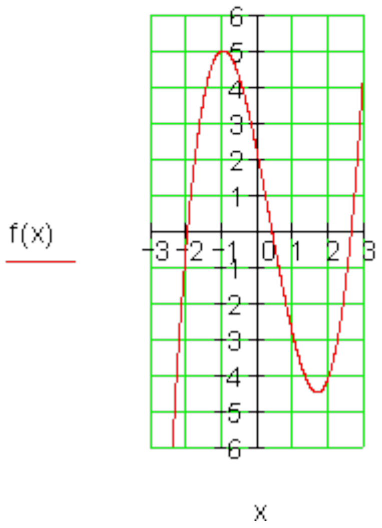
تابع ارزښتونه:

د ؛ $x \to -\infty$ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

نهم:

x =	f(x) =
-2.5	-7.375
-2	0
-1.5	3.875
-1	5
-0.5	4.125
0	2
0.5	-0.625
1	-3
1.5	-4.375
2	-4
2.5	-1.125
3	5



صفرځايونه: $x_1 = -2\,;\, x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}62;\, x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}38$

لسم:

الف- د دريمي درجې ټولراشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مساواتسیستم د ورکړشوی ټکي لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{l|lllllll}
P_1(1|1): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 1 \\
P_2(2|0): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_3(-2|4): & f(-2) & = & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = 4 \\
P_4(3|9): & f(3) & = & 27a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = 9
\end{array}$$

د بیرته په څټ اینونې سره د ضریبونو ټاکل	د مسواتسیستم څواب د ګاوس-الګوریتم سره
$5a_3 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$ $a_2 + a_3 = 0$ $\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$ $a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$ $\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$ $\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$ تابع مساوات: $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$	$\begin{array}{cccc\|cl} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 0 & II-I \\ 1 & -2 & 4 & -8 & 4 & III-I \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 9 & IV-I \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 & \\ 0 & -3 & 3 & -9 & 3 & \|:3 \\ 0 & 2 & 8 & 26 & 8 & \|:2 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 & \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 1 & III+II \\ 0 & 1 & 4 & 13 & 4 & IV-II \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 & \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & \|:4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 5 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -1 & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 5 & IV-III \end{array}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	1
0	1	3	7	−1
0	0	1	1	0
0	0	0	5	5

ب- د $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ محورغوڅټکي

د تابعمساوات څخه لوستل کيږي $\underline{P_y(0|6)}$

لومړی صفرځای له $P_2(2|0) \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}}$

پولينوموېش

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 6\right) : (x - 2) = x^2 + x - 3$$

$$\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)}$$

$$x^2 - 5x$$

$$\underline{-\left(x^2 - 2x\right)}$$

$$-3x + 6$$

$$\underline{-(-3x + 6)}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$p = 1;\ q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوځېکی:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

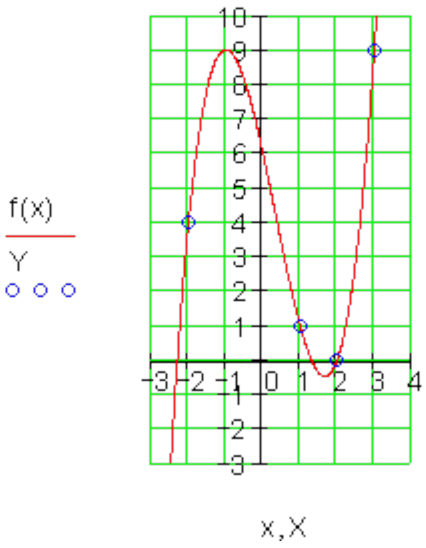
$$x=-1{,}5;\ x=-0{,}5;\ x=0{,}5;\ x=1{,}5;\ x=2{,}5$$

$$\begin{array}{c|ccccl}
 & 1 & -1 & -5 & 6 & \\
x=-3/2 & \downarrow & -3/2 & 15/4 & 15/8 & \\
 & 1 & -5/2 & -5/4 & 63/8 & =f(-1{,}5)\approx 7{,}9 \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 6 & \\
x=-1/2 & \downarrow & -1/2 & 3/4 & 17/8 & \\
 & 1 & -3/2 & -17/4 & 65/8 & =f(-0{,}5)\approx 8{,}1 \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 6 & \\
x=1/2 & \downarrow & 1/2 & -1/4 & -21/8 & \\
 & 1 & -1/2 & -21/4 & 27/8 & =f(0{,}5)\approx 3{,}4 \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 6 & \\
x=3/2 & \downarrow & 3/2 & 3/4 & -51/8 & \\
 & 1 & 1/2 & -17/4 & -3/8 & =f(1{,}5)\approx -0{,}4 \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 6 & \\
x=5/2 & \downarrow & 5/2 & 15/4 & 25/8 & \\
 & 1 & 3/2 & -5/4 & 23/8 & =f(2{,}5)\approx 2{,}9
\end{array}$$

ت-

x	$-2{,}3$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}3$	$1{,}5$	$1{,}7$	2	$2{,}5$
$f(x)$	0	4	$7{,}9$	9	$8{,}1$	6	$3{,}4$	1	0	$-0{,}4$	$-0{,}5$	0	$2{,}9$
	P_{x3}	P_3		P_{max}		P_y		P_1	P_{x2}		P_{min}	P_{x1}	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ-  	ث- ګراف له III و I ته ځغلي ج- سیومتري نه شته، ځکهچي هم جوړه یا حفت او هم ناجوړه یا طاق اکسپوننت مخ ته لرو خوراجګټکی $P_{Max}(-1\|9)$ خورا ټیټکی $P_{Min}(1,7\|-0,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.19 د ټول رښتیا توابعو تکرار

تعریف:

تعریف: یو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره د n–مې درجې ټولرښتیا یا ټولراشنل تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

بیلګه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \quad \text{(3. Grades)}$$
$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \quad \text{(4. Grades)}$$

د ګراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د ګراف تلنه د زیاتیدونکو یا جمعه اجزاوو د خورا جګ توان له لارې ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناجوړه يا طاق n ungerade جوړه n gerade

ته III و I تلنه له ته II و I تلنه له $a_n>0$

ته IV و تلنه له II و ته. ته III IV و تلنه له $a_n<0$

بيلګه:(لاندط الماني په ترتيب: ناجوړهو جوړهو ناجوړه)

$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$$

$$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4 \text{ (gerade)} \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$$

$$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5 \text{ (ungerade)} \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که د تابع مساوات د جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محورسيومتري که د ټول $x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x) = f(x)$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته ټکی سيومتريک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سيومتري که د ټوی x€D لپاره f(-x)=-f(x)باور ولري.

يادونه:

د محور سيومتريک لاندې تل د y محور سره سيمتري پوخيږو.

ټکی سيومترک که د کواوردينات پيل – سرچينې ټکي سره سيومتريک وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Achsenschnittpunkte محور غوځېکي

د y– محور سره غوځېکی : $P_y(0 \mid y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0 \mid -3) \text{ oder } P_y(0 \mid f(0))$$

له دې لاس ته راځي يا

د P_y د y–کواوردينات تل د a_0 ضريب سره کتمټ دي.

دا تلل د تابع مساوات څخه لوستل کيدی شي.

دx –محور سره غوځېکی : $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځای: شرط: $f(x) = 0$

جمله: د درجې ټولربنتيا – يا راشنل تابع زيات له زيات صفرځايونه لري. که د ورجه ناجوړه يا طاق وي، نو نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځای شميرنې ته تلنلار

د ضريبونو تلنلار

$f(x)=2x^3-2x^2-4x=0$ ضريب x کيدی شي له نوکانو دباندې وليکل شي

$\Leftrightarrow x(x^2-2x-4)=0 \Rightarrow x1=0$ او په نوکانو افاده يا وييته صفر ده

$\Rightarrow 2x^2-2x-4=0$

يومربع مساوات دی د $x_2 = -1$ $x_3 = 2$ سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

{L={0;-1;2<= حلډېرئ په توګه ليکل شوې

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(-1|0); P_{x_3}(2|0)}}$$

د x محور سره د غوڅېکي کواورديناتونه

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)x}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

Substitutionsverfahren د بدلون تلنلار

$$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

دوه مربع (دوه څلوري) مساوات

بدلون:$x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بيرته ګرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \quad \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(3|0); P_{x_2}(-3|0); P_{x_3}(2|0); P_{x_4}(-2|0)}}$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو:د کرښيز ضريبونو ضرب

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polynomdivision پولينوموېش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 2\,i$$

صفرځای د ازماېښت له لارې پيدا شوی

پولينوموېش:

$$\begin{aligned}(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x - 2) &= x^2 + 5x + 6 \\ -(x^3 - 2x^2) & \\ 5x^2 - 4x & \\ -(5x^2 - 10x) & \\ 6x - 12 & \\ -(6x - 12) & \\ 0 &\end{aligned}$$

اوس بايد فقط مربع مساوات $x^2+5x+6=0$ حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2{,}5^2 - 6 = 6{,}25 - 6 = 0{,}25$$
$$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -2{,}5 \pm 0{,}5$$
$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x1}(2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-3|0) \quad f((x)) = (x-2)(x+2)(x+3)$$

هورنر:

	1	3	-4	12
$x_1 = 2$	↓	2	+10	+12
	1	5	6	0

$$\Rightarrow 1x^2 - 5x + 6 = 0$$

گراف کښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

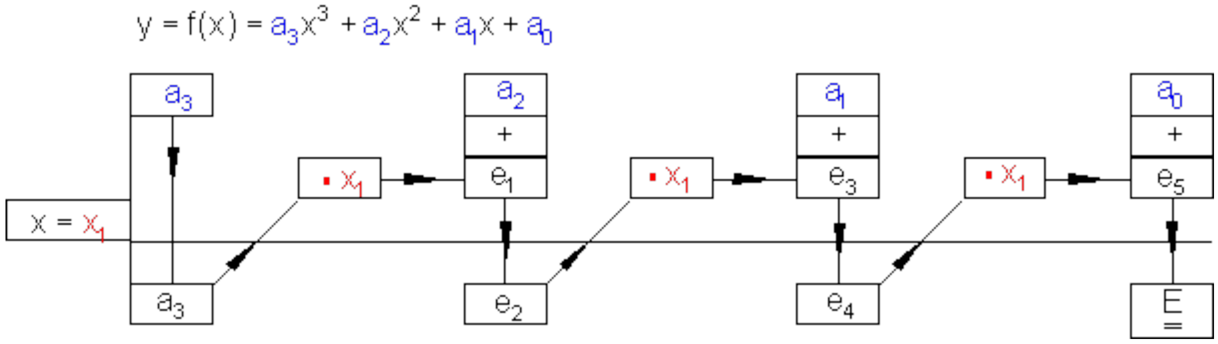
د دې لپاره چې د يوه ټول راشنل تابع گراف وکښلی شو، يوه ارزښت جدول او محور غوښتکو ته

ته اړتيا لرو .

ارزښت جدول:

يو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړين تابع ارزښتونه د جبشميري سره وشميرو. يو بل، خوراه ساده متود يا لار د هورنر شيما Hornerschema راکوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شيما گرافيکي انځور شوې ده.



بيلګه:

د هورنر شيما د ت ابع$f(x)= x^3-x^2-11x+3$ د تابع ارزښت د ټاکلو ته

د $D = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ für $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

د y محور سره غوڅټکی

f(0)=3

د تابع تلنه له I و II ته یا ترمنځ

دشیما څخه پیژنو:

صفرځای په x=-3 کې f(-3)=0 ;

جګټکی د [-2;-1] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [0;1] ترمنځ

ټیټټکی د [2;3] ترمځ

د صفر له لارې تلنه د [3;4] ترمنځ.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدوول

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرځایونو شمیرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $x_1 = -3$ سره د معلوم صفرځاي په څیر

له دې لاس ته راځي: پولینوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

د صفرځایونو شمیرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $: x_1 = -3$ سره معلوم صفرځایونه

له دې لاس ته راځي د پولینوم ویش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

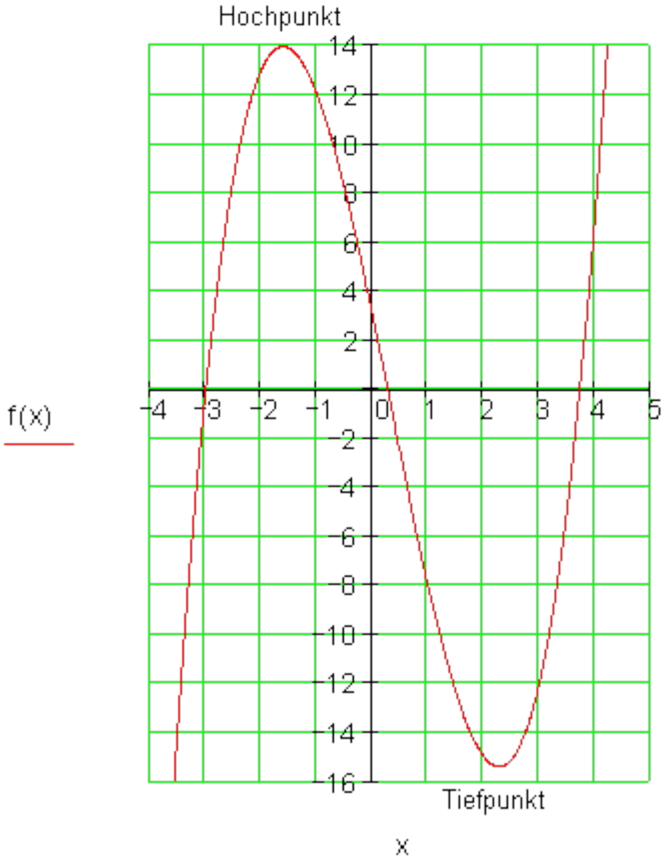
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	0,27	1	2	3	3,73	4
f(x)	−33	0	13	12	3	0	−8	−15	−12	0	7

اوس د ټولو معلومو داتا سره کیدی شي د تابع ګراف وکښل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

جګټکی



سره له دې هغه څه چې موږ تراوسه نه شو ټاکلی، د ګراف جګټکی او ټيټ ټکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنځيالميرني ته اړتيا ده.

تابع مساوات و ليکئ

بيلګه: د يوه دريمې درجې ټول ربنتوني يا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردينات يا پروت ولاړ سيستم، چې د تابع ګراف باندې بايد پراته وي، لکه چې ترې لرو له مخه ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسيستم ليکل کيږي

$$\begin{array}{l|lllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(2|-1): & f((2)) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0
\end{array}$$

د مساوات سيستم حل د ګاوس الګوريتم سره مو ضريبونو ته لاربنودوي:

$a_3 = -1, a_2 = 2, a_1 = 0, a_0 = -1$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.16-د وکتور شميرنې بنسټيزې کلمې

وکتور او سکالار:

په طبيعت او تخنيک کې رامنځ ته کيدونکې لويې د يوه کره شوي کچيوونونو يا اندازه واحدونو سره د يوه کچګڼ يا اندازه عدد له لارې پوره يا مکمل ټاکل شوي د بيلګې په توګه داسې لويې دي:

اوږدوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنشيال. داسې لويې کيدی شي په يوه سکالا (شميرپ,هنيزې لويې، چې د ګڼون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لويې يا سکالار بلل کيږي.

لويې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسيره يا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتيا ولري ، دا وکتوری لويې يا وکتورونه بلل کيږي. چټکتيا يا سرعت او بيړه يا تعجيل داسې لويې دي.

وکتورونه د غشو سره انځوريږي. د غشو اوږدوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښايي. وکتور د سکالار سره پر پرتله يوه لوريزه لويه ده.

ازاد وکتورونه، کرښه تړلي وکتورونه او ځايتړلي وکتورونه سره توپير کيږي.

د يوه ازادوکتور غوره خوي دی، چې اغيز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کيدی شي. د برابر اوږدوالي او برابرې لورې وکتورونه يو بل سره برابر يا مساوي دي.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \text{ und } \overrightarrow{CD} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = |\vec{a}| = a$$

$$\overline{CD} = |\vec{b}| = b$$

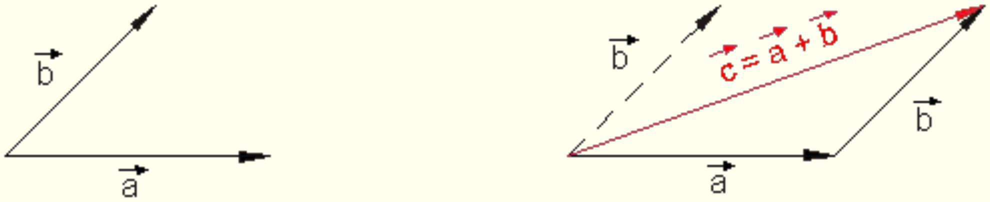
(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه يا زور چې په يوه تن برید کوي، يو کرښه تړلی وکتور انځوروي. داکړی شي د
خپل برید کرښې په خوښه يووړل شي يا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه.
يوځای تړلی وکتور، چې ځايوکتور هم بلل کيږي يو کره ټاکلی برید ټکی لري او
راکښل کيدی نه شي.

د وکتورونو زياتون يا جمع
که يو وکتورb و وکتور a سره زيات کړو، په دې معنا چې وکتورb د ځان سره
داسې غبرګ يا موازي راکښل شي، چې پيل ټکی يې د وکتور a په پای ټکي
پريوځي.
يادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنخښه يعنې غشي نخښه نهشم باسليو دا به راته
ګران لوستونکي وبښي(ژباړي).
د وکتور a د پيل ټکي تړل د وکتور b د پای ټکي سره وکتور c ورکوي او د دې
لپاره ليکو:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

د دوه وکتورونو زياتون يا جمع



د دوه وکتورونو د جمعې يا زياتون لپاره د بدلون يا کموتاتيو قانون صدق کوي يا
باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د درې وکتورونو د زياتو سره اړين نه دئ، چې دا دې په يوه سطحه کې پراته ويد له
دې درې وکتورونو يې هر يو يوه په فضا کې لوريزه کرښه ده دا درې
وکتورونهکړی شي په فضا کې يو جوړښت وغزوي. اسوځياتيو قانون باور لري:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ايښول شوې لور سره په فضا کې مخامخ لوريز
يو بل سره معکوس يا په ځت وکتورونه بلل کيږي. که سره زيات يا جمع شيو نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

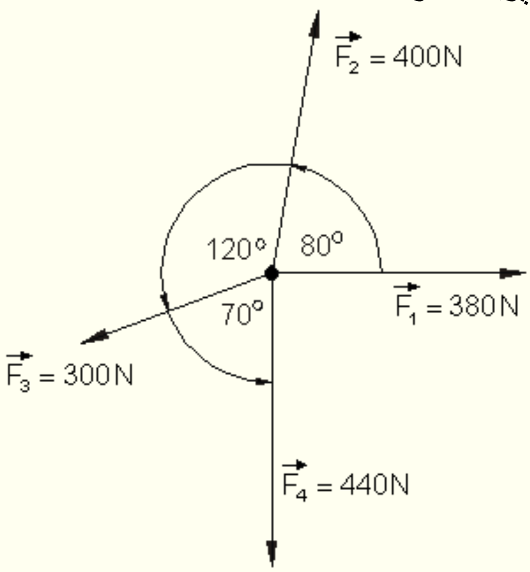
زیاتون یا جمعې په حیث یو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پیل ټکي د موخې ټکي سره یوځای پریوځي.
دا چې د ي جمعي وکتور ارزښت صفر دی، دا صفروکتور بلل کیږي. دا ټاکلې لور نه لري.

د وکتورونو کمون یا تفریق
د دوه وکتورونو کمون یا تفریق
د وکتور کمون کیدی شي بیرته د وکتور پهزیاتون یا جمع واړول شي.
یو وکتور کمیږي یا تفریقیږي،که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کاروني یا استعمال بیلګه:

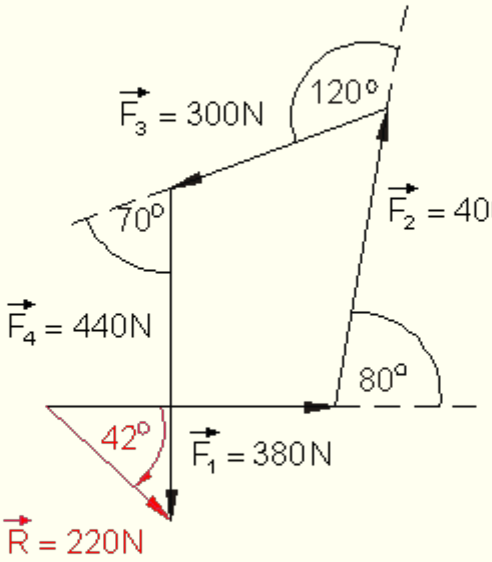
بیلګه ۱ :
د وکتور جمع رسمیزه.
دیوه برقوېشني متّ باندې پهیوه ټکي څلور قوې برید کوي، چې په یوه سطحه دې پرتې وي. رسمیز د دې وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچي یا د کچونې اله یا د کچونې لرګی(؟):1 cm د N 100 سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسمیز حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Rightarrow \left|\vec{R}\right| = 220N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -42^0$$

د لاس ته راغلې ارزښت N 220 دی. دا په دې معنا، چې د وېشوني په مټه یو لاس ته راوړې قوه د N 220 اغیز کوي.

نسبت $\vec{F}_1$ اغیزلور -42^0 یا 318^0 دی

یادونه:

د ساعت ځرغون په مخامخ یا معکوس (کیڼ راتاو) د نسبت کرښې څخه په وتو مثبت ګڼل کیږي، د ساعت ځرخون په لور (ښي راتاو) د دې په عکس منفي.

رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داتیک دومره تیک دی، چې څنګه رسم کیدی شي.

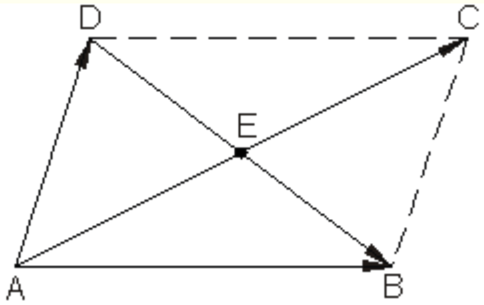
یو شمیرنیز حل ، چې دا به وروسته تر ځیرنې ونیول شي یو تیک حل راکوي:

$$\left|\vec{R}\right| = 224{,}009N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -41{,}585^0$$

بیلګه ۲:

غوښتنه د کرښې DB د نیمونکې ټکې Eواټن دی له ټکيAڅخه، که B د وکتور AB پای ټکی اوD د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$$

دا چېټک E د کرښې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\overrightarrow{DE}=\frac{\overrightarrow{DB}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}$$

دوکتور AB لپاره نو باور لري

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{2}$$

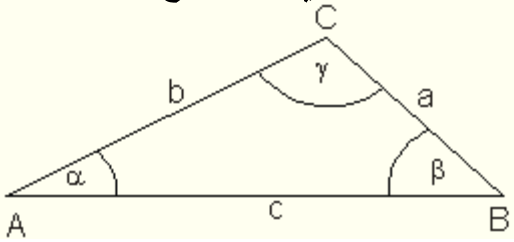
د کرښې AE لپاره باور لري:

$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$$

دا چې $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ دی، باید E د کرښې AC نیمونکی ټکی هم وي.
له دې سره مو وښوول، چې په غبرګ اړخیز کې دوه کونجترې(قطرونه) د هغو د غوڅټکي له لارې نیمیرې.

د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرنې لپاره مرستندوی ماود
تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

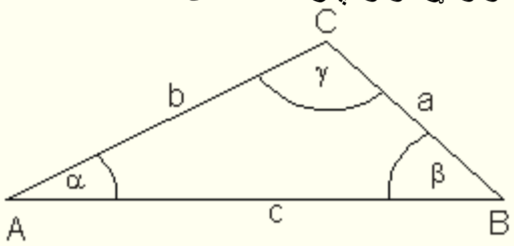
دکوساین جمله:
په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع(څلورئ) له دواړو نورو اړخونو او له دوي رابند کونج څخه وشمیرل شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot \cos(\gamma)$$

د ساین جمله؛
په هر مثلث یا درېګوډي کې د اړخونو د اودوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساین او کوساین جملو ته تمرینونه:

دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره یو د $\alpha = 50^0$ کونج رابندوي .

دا د نتیجې قوه $\vec{R}$ څومره لویه ده؟ د $\vec{R}$ د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي.

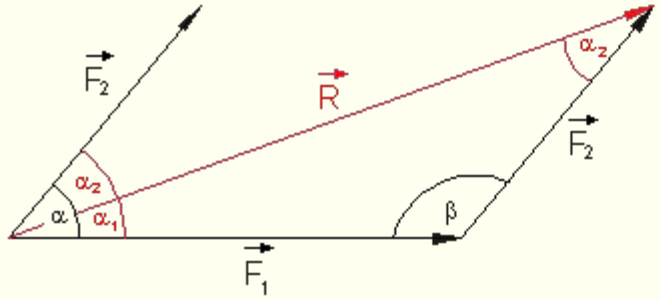
$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2}) \text{ ist } \alpha = 50^0$$

$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملې له مخه باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2\cdot F_1\cdot F_2\cdot \cos(\beta)}$$
$$= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2\cdot 60\cdot 40\cdot \cos(130^0))N^2}$$
$$\approx 91{,}024N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سان جملي پسي يا په تعقيب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91{,}024} \cdot \sin\left(130^0\right) \approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}337) \approx 19{,}672^0$$

له R او F1 رابند کونج دی.

دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ ته پوره کوي، نو د F2 او R تر منځ کونج کيږي

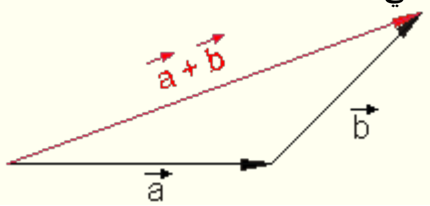
$$\alpha_2 = 50^0 - \alpha_1 = 50^0 - 19{,}672^0 \approx 30{,}328^0$$

تولګه:

لومړی: يو وکتور په فضا کي يوه لوريزه، اوريتي شوې کربنه ده؟

دويم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کي سره برابر وي يا يو پهبل پريوځي.

دريم:دوه وکتورونه سره جمع کيږي، که د يوهوکتور په پای د بل وکتور پيل کيښول شي.



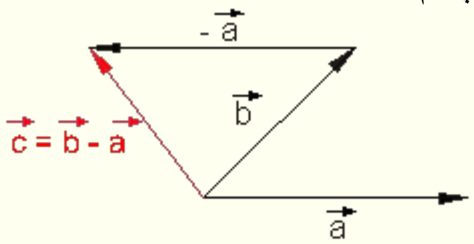
(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمع وکتور: Der Summenvektor $\vec{a}+\vec{b}$

وکتور چې لاس ته راځي، پیل یې د لومړي وکتور او پای یې د دویم وکتور دي.

ځلورم: وکتور او معکوس یا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مګر معکوس یا مخمخ ایښول شوی Orientierung لري.

پنځم:



$\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$

کمونوکتور

داسې لاس ته راځي، چې سړی وکتور b ته د مخامخ یا برعکس وکتور a جمع کړي:

$\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+\left(-\vec{a}\right)$

پوښتنې

د وکتورونو زیاتون اوو کمون(د وکمتورونو جمع او تفریق)

لومړی: دوه وکتورونه a او b په خپلو منځو کې یو کونج α جوړوي.

وکتورونه $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ او $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ دې رسمیز او شمیرنیز وټاکل شي.

نور یا پسې دې د رسم سطحې څخه د β همداسې γ کونجونه، چې وکتورونه c او d یې د وکتور a سره جوړوي ولوستل شي او ودې شمیرل شي.

کچوونی: د اوږدوالي یوون یا واحد په cm (د بیلګې په توګه a = 4,6 په دې معنا چې 4,6 cm)

الف - $|\vec{a}|=a=4{,}6 \quad |\vec{b}|=b=4{,}0 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60^{0}$

ب - $|\vec{a}|=a=4{,}2 \quad |\vec{b}|=b=3{,}8 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^{0}$

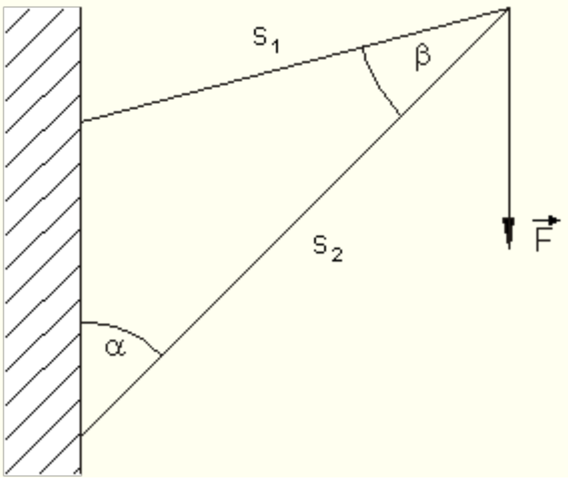
پ - $|\vec{a}|=a=4{,}7 \quad |\vec{b}|=b=3{,}2 \quad \alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=250^{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$

دویم: د یوه کران په ستنو s_1 او s_2 باندې څومره زور پرېوځي، که کران یو 18 kN بار وړي؟

$\vec{F} = 18\,kN \quad \alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$



لارښوونه:
دا د باروکتور د ستنو یا مټو په دواړو لور ټوټه (تجزیه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشمیرئ. پام وکړئ چې په ستنو یا مټو په کومو لورو قوه اغیزه کوي(کیکاږل زور یا قوه(فشار)Dru.kraft که راکښل زور.Zugkr؟)
دریم: دوه برابر لویې قوې په یوه ټکي برید کوي یا پرېوځي یا زور اچوي.
د دوي ترمنځ کونج باید څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 = 60N$ او $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 = 40N$ سره یو له بل سره یوکونج $\alpha = 50^0$ تړي یا جوړوي.

دا نتیجهزوق یا قوه $\vec{R}$: څومره لویه ده؟ $\vec{R}$: د $\vec{F_1}$؛ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: یوه د کانتینرو کیشتئ ټیک په ختیځ لور په حرکت راوړل کیږي.
د هغه خپله چټکتیا (سرعت) ۲۴ غوټې(Knoten د چټکتیا د شمیرلو یوون یا واحد دی).
د شمال له لور یو په ۹ غوټو د اوبو زوریزه بهیدنه د کیښتئ خوزښت اغیز من کوي یا د کیښتئ په خوزښتاغیز کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و کورس تغیر(په درجو(څومره لوي دید او دا په کومه لور صورت نیسي؟
کیښتۍ د بحر په لینده کومه [تکتیا لري؟
یه غوټه = ۱ بحري مایل په ساعت کې، چې دا 1,852 km/h دی.
شپږم:یوه الوتکه د 10 kN د ټیلوهل زور سره په همغه یا ثابت جګوالي سیده کرښیزه ټیلوهل کیږي. یو باد د6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.
په دې الوتکه ټول څومره زور یا قوه پرېوځي؟
د غوښتوني الوتني لار د کوم کونج لاندې باید تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای ته ورسیږو؟

حلونه
نتیجې
لومړی:
الف –

$|\vec{a}| = a = 4,6 \quad |\vec{b}| = b = 4,0 \quad \alpha = \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$

$|c| = c = 7,454 \quad |\vec{d}| = d = 4,331 \quad \beta = \measuredangle(\vec{a},\vec{c}) = 27,693^0 \quad \gamma = \measuredangle(\vec{a},\vec{d}) = 53,11^0$

ب –

$|\vec{a}| = a = 4,2 \quad |\vec{b}| = b = 3,8 \quad \alpha = \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = 120^0$

$|c| = c = 4,015 \quad |\vec{d}| = d = 6,931 \quad \beta = \measuredangle(\vec{a},\vec{c}) = 55,05^0 \quad \gamma = \measuredangle(\vec{a},\vec{d}) = 28,346^0$

پ –

$|\vec{a}| = a = 4,7 \quad |\vec{b}| = b = 3,2 \quad \alpha = \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$

$|c| = c = 4,695 \quad |\vec{d}| = d = 6,528 \quad \beta = \measuredangle(\vec{a},\vec{c}) = 39,828^0 \quad \gamma = \measuredangle(\vec{a},\vec{d}) = 27,427^0$

ت -

$|\vec{a}| = a = 3,5 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad \alpha = \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = 290^0$

$|c| = c = 6,32 \quad |\vec{d}| = d = 4,454 \quad \beta = \measuredangle(\vec{a},\vec{c}) = 38,642^0 \quad \gamma = \measuredangle(\vec{a},\vec{d}) = 62,397^0$

دویم:

$|\vec{F_1}| = F_1 \approx 25,456\,kN \quad |\vec{F_2}| = F_2 \approx 34,773\,kN$

په مټه s_1 راکښلو زور او په مټه s_2 د فشار زور باندې باریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: د دواړو وكتورونو ترمنځ كونج بايد120^0 وي.

څلورم:

$\left|\vec{R}\right| \approx 91{,}023N \quad \alpha_1 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_1}\right) \approx 19{,}672^0 \quad \alpha_2 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_2}\right) \approx 30{,}328^0$

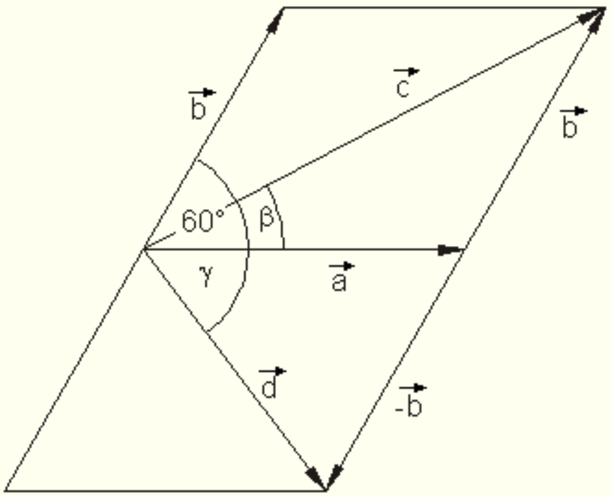
پنځم: د لارې انحراف پهجنوب لور نږدې 11,837 درجې دی.د بحرسطحه باندې چټكتيا نږدې 31,024 غوټې يا ګنډې ده، نږدې57,456 km/h كيږي.

شپږم: په الوتكه يوه د 12,523 kN قوه پرېوزي. غوښتوني الوتنلار ته كونج $28{,}153^0$ دی.

مفصل حلونه:

لومړی: الف-

$\left|\vec{a}\right| = a = 4{,}6 \quad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}0 \quad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 60^0$



د رسم له ارې حل راكوي:

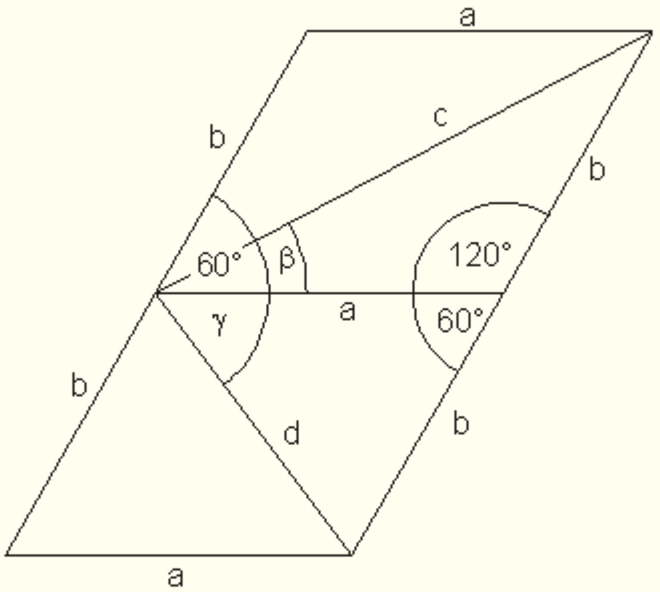
$\left|\vec{c}\right| \approx 7{,}4$

$\left|\vec{d}\right| \approx 4{,}3$

$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 27{,}7^0$

$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 53{,}1^0$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(120^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(60^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos\left(120^0\right) \approx 55,56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx \underline{\underline{7,454}}$$

$$d^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos\left(60^0\right) \approx 18,76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx \underline{\underline{4,331}}$$

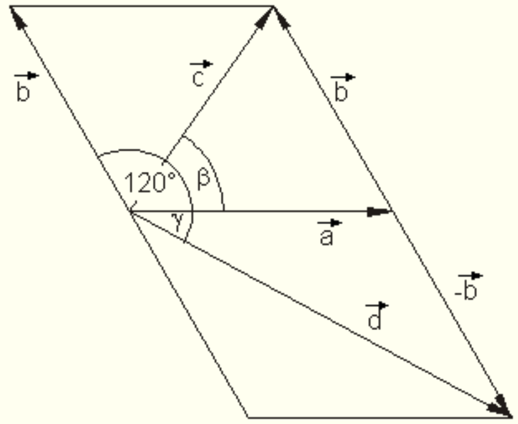
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{27,693^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

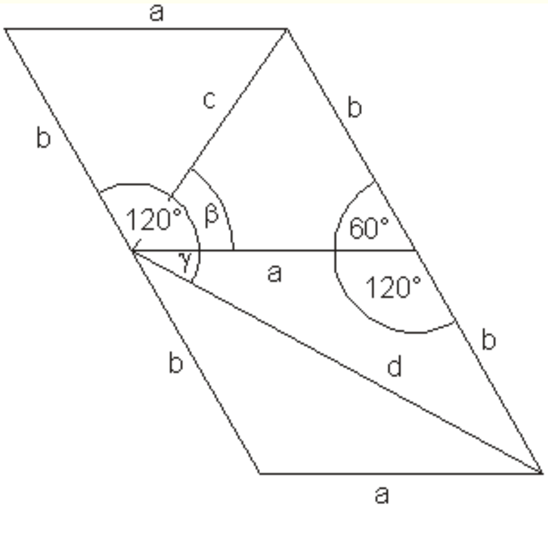
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{53,11^0}}$$

لومړی ب:

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4,2 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0$$



شمیرنیز حل راکوي:



$$\left|\vec{c}\right| \approx 4,0$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6,9$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 54,9^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 28,3^0$$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

اینبوونه:

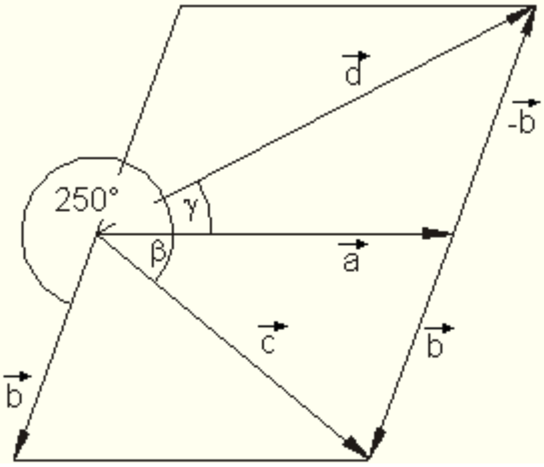
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(60^0)$$
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(120^0)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$
$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos(60^0) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = |\vec{c}| \approx 4,015$$
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2 \cdot 4,2 \cdot 3,8 \cdot \cos(120^0) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = |\vec{d}| \approx 6,931$$
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 55,05^0$$
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 28,346^0$$

لومړی پ-

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \qquad |\vec{b}| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

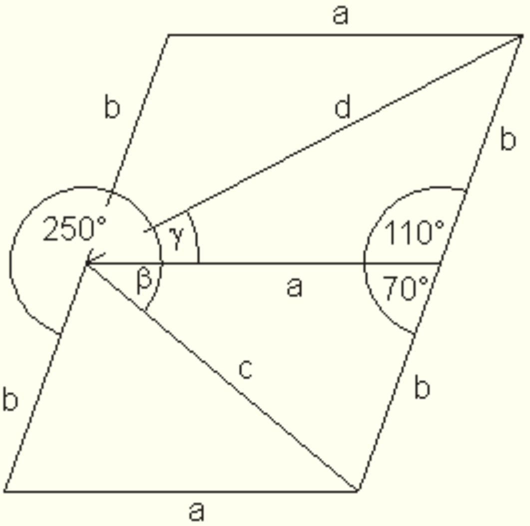
د رسم له اړې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 4{,}7$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6{,}5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 39{,}8^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 27{,}4^0$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(70^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(110^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(70^0\right) \approx 22,042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4,695$$

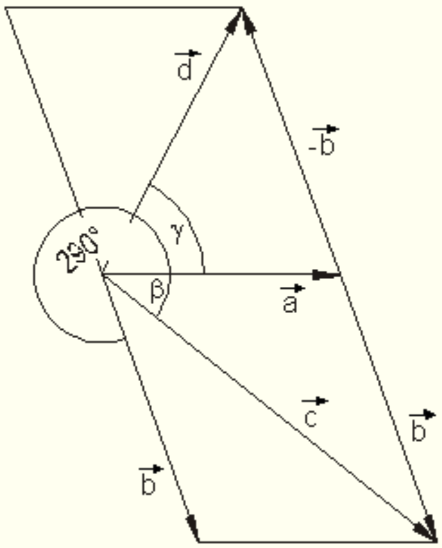
$$d^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(110^0\right) \approx 42,618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6,528$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,768 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 39,828^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,888 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 27,427^0$$

لومړی ت –

$$\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$$



د رسم له لارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 6,3$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 38,6^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 62,3^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

اینوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(110^0)$$

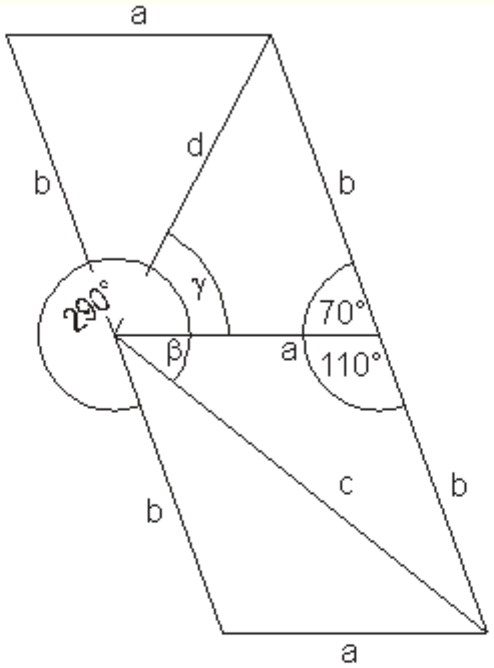
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(70^0)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$



$$c^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot \cos(110^0) \approx 39{,}945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx \underline{\underline{6{,}32}}$$

$$d^2 = 3{,}5^2 + 4{,}2^2 - 2 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot \cos(70^0) \approx 19{,}835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx \underline{\underline{4{,}454}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0{,}7{,}81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{38{,}642^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0{,}4{,}63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{62{,}397^0}}$$

دویم:

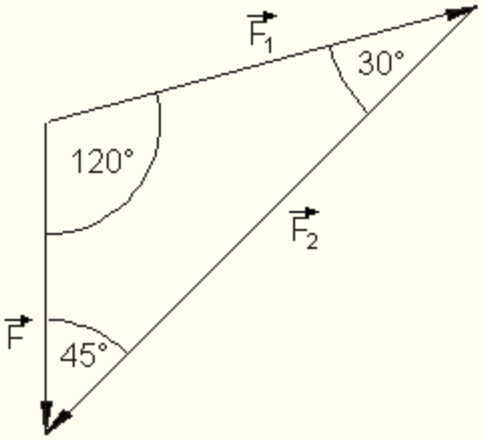
$$\left|\vec{F}\right| = F = 18\,kN$$

$$\alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$$

$$= 180^0 - 45^0 - 30^0 = 105^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرل د ارزښتونو سره کیږي

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_1}{\sin(45^0)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) \approx 25{,}456\,kN$$

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_2}{\sin(105^0)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) \approx 34{,}773\,kN$$

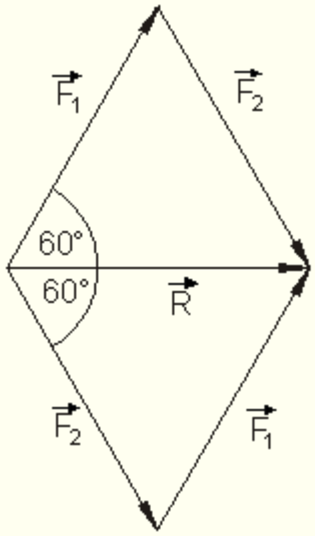
مټه s1 د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 \approx 25{,}456\,kN$ سره په راکښلو په کار راځي

مټه s2 د $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 \approx 34{,}773\,kN$ سره سر فشار په کار راځي

په مټه s_1 باندې د راکښلو زور او په مټه s2 باندې د فشار زور باریږي.

دریم: که جمعه یا نتیجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په یوه ټکي برید کوونکي قوه، نو باید وکتور د درېګوډی یا مثلث هر یو کودج 60^0 درجې دي.
په غبرګ اړخیز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج 120^0 دی. په یوه ټکي برید کوونکي برابر لوي قوې یو له بل سره یو د 120^0 درجو کونج جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځلورم:

$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2})$ ist $\alpha = 50^0$

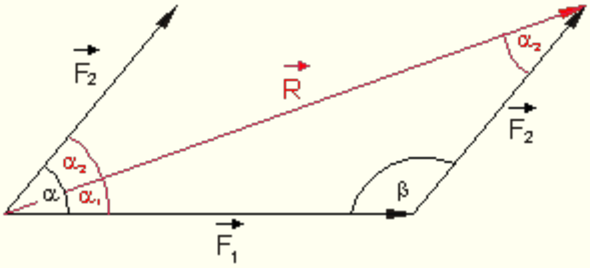
$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$

د کوساین جملې له مخې باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos(130^0))N^2}$$

$$\approx 91{,}024N$$



د کوساین جملې له مخه باور لري

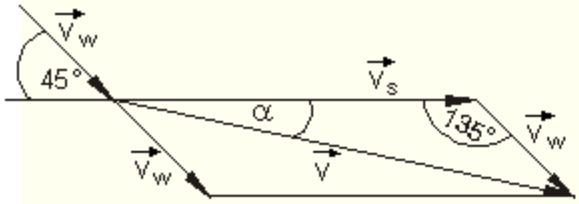
(c) ketabton.com: The Digital Library

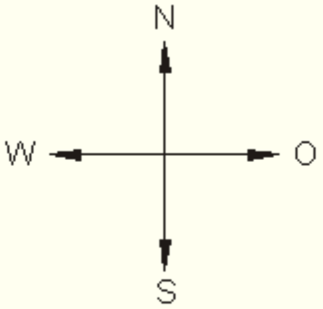
$$\frac{R}{F_2}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1)=\frac{F_2}{R}\cdot\sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1)=\frac{40}{91{,}024}\cdot\sin(130^0)\approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1=\arcsin(0{,}337)\approx \underline{19{,}672^0}$$

له R او F_1 رابند کون دی.
دا چي α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ کونج ته پوره کوي،نو د R او F2 ترمنځ کونج به شي.
پنځم:یو رسم تناسب روښانه کوي.





د کیشتئ د وتونکونج ارزښت د v_s سره په نخښه کیږي، د اوبو د جریان چټکتیا د v_w سره. تري راوتلی یا نتیجه چټکتیا د v سره. دا ترخنګ بوړبوړکئ د اسمان لور ښايي.
له $\vec{v}_s$ او $\vec{v}_w$ رابند کونج130° دی. د vد لپاره د کوساین جملې سره باور لري:

$$v=\sqrt{v_s^2+v_w^2-2v_s\cdot v_w\cdot\cos(135^0)}=\sqrt{657-432\cdot\cos(135^0)}\approx\sqrt{962{,}476}\approx\underline{\underline{31{,}024}}$$

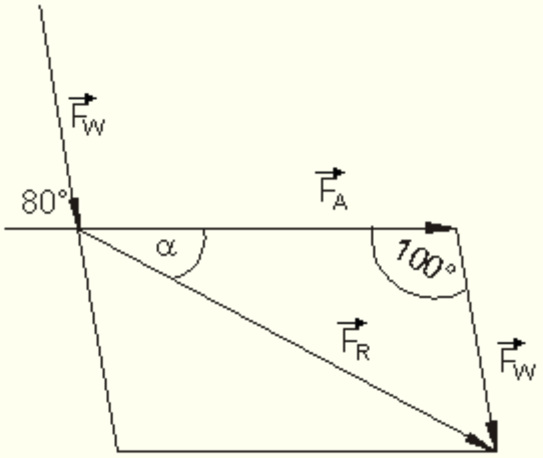
د ساین له جملې سره لاس ته راځي:

$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)}=\frac{v}{\sin(135^0)}\Leftrightarrow\sin(\alpha)=\frac{v_w\cdot\sin(135^0)}{v}\approx 0{,}205$$

$$\Rightarrow \alpha=\arcsin\left(\frac{v_w\cdot\sin(135^0)}{v}\right)\approx\underline{\underline{11{,}837^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سمندر په سر د کیشتئ چټتیا ,31,024 Knoten غوټې ده، دا نږدې 57,456 km/h کیږي. په جنوبې لور د لار یا د تګ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نخښه کیږي.
شپږم: یو رسم اړیکې سره روښان کوي



د الوتکې د ټیلوهلو زور ارزښت د F_A سره په نخښه کوو، دا د باد زور د F_W سره.
ترې لاس ته راغلی زور دې F_R وي.

د $\vec{F}_A$ او $\vec{F}_w$ څخه رابند کونج 100° دی.
د F_R لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_w^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_w \cdot \cos\left(100^0\right)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos\left(100^0\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{156,838} \approx 12,523$$

د ساین د جملې سره لاس تهترې راځي:

$$\frac{F_w}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin\left(100^0\right)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R} \approx 0,472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28,153^0}}$$

په ټولیزه توګه یا ټولټال په الوتکه د 12,523 kN زور پرېوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسيږو، باید یو د$28,153^0$ کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

د S -ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره
د 4a بڼې الجبري ترم په دې معنا دی:. $4a = a + a + a + a$
د $\frac{3}{4}a$ لاندې سړی په ورته توګه $\frac{3}{4}$ د a پوهیږي.
دا لیکندول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سړی د وکتورشمیرنې لپاره هم ترې ونیسي.
د $4\vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$ لاندې سړی یو وکتور پوهیږي د $\vec{a}$ د لور او لوریزوالي سر او ۴ واره یا ځله د $\vec{a}$ داوږدوالي سره.

د $\frac{3}{4}\vec{a}$ لاندې یو وکتور پوهیږو د $\vec{a}$ د لور سره او 3/4 د $\vec{a}$ اوږدوالی سره.
پیژند(تعریف): kدې یو مثبت حقیقیی عدد وي او $\vec{a}$ یووکتور .
د $k \cdot \vec{a} = k\vec{a}$ لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینټیشن ولري، لکه $\vec{a}$ او k ځله دومره اوږد دی لکه $\vec{a}$ ،
پسې دې باور ولري: $0\vec{a} = \vec{0}$ (صفر وکتور)
او $-k\vec{a} = (-k)\vec{a} = -(k\vec{a})$ (د $k\vec{a}$ معکوس یا په ځټ وکتور)
د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S -ضرب بلل کیږي.
د S -ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:
جمله: د هر k, k_1, k_2 عدد او $\vec{a}, \vec{b}$ وکتورونو لپاره باور لري:

$k_1(k_2\vec{a}) = k_1 \cdot k_2\vec{a}$	اسوشیاتیو قانو
$(k_1 + k_2)\vec{a} = k_1\vec{a} + k_2\vec{a}$	لومړی دیستریبوتیو قانون
$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$	دویم دیستریبوتیو قانون
$1\vec{a} = \vec{a}$	واحدقانون یا یوون قانون

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

واحد وکتور(یوونوکتور)

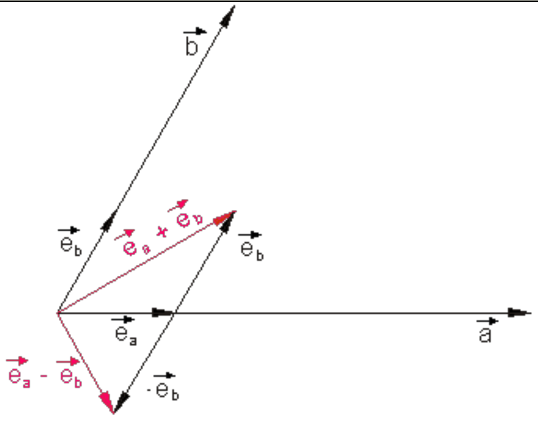
پیژند(تعریف)موږ دوه وکتورنه (یو بل سره) غبرگ (یا کولینیار **kollinear**)بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یاځوځله وي.

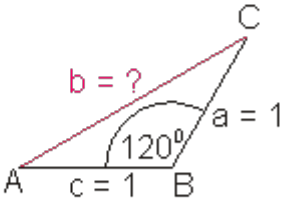
پیژند(تعریف):که د ټولو کولینیارو(غبرگو) وکتورونو انځوروني ته یو بنسټوکتو $\vec{a}$ د اوږدوالي ۱ سره(یعني $|\vec{a}| = 1$) وکاروو، نو سرې دا د وکتور $\vec{a}$ په لور واحدوکتور یا یوون وکتور $\overrightarrow{e_a}$ بولي.

د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي.

ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه(یوونوکتورونه) بلل کیږي.

هر په خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یوونوکتور د څو ځله په حیث انحور کړی شي.





بیلګه ۱ : لاندې وکتورونه ورکړ شوي

$\vec{a} = 4\overrightarrow{e_a}$ او

$\vec{b} = 3\overrightarrow{e_b}$; $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^0$

وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$

او همداسې $\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}$

رسم کړئ $\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}$

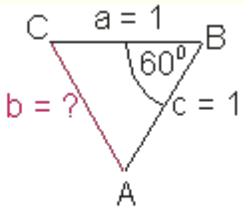
او وشمیرئ $|\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$ او

همداشې $|\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}|$

د اړخ یا ضلعې b شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.

$b = |\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}|$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0{,}5)} = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} + \vec{e_b}\right| = \sqrt{3} \approx 1{,}734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره کیدی شي.

$$b = \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right|$$

$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0{,}5} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right| = \sqrt{1} = 1$$

وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کرښیزه فضایو الجبري جوړښت دی، چې توکي یې وکتورونه بلل کیږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو(سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بیرته د همغې وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضا V کې، دا یو هه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اسوښياتيو قانون	$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$
په V د صفر توکی يا بې اغيزه يا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په V کې نسبت جمعي ته په ښټ يا معکوس توکی	$\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$
بدليدونکی يا کموتاتيو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوښياتيو قانون	$k_1\left(k_2\,\vec{a}\right)=k_1\cdot k_2\,\vec{a}$
د سکالار د جمعي ديستريبوتيو قانون	$\left(k_1+k_2\right)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي ديستريبوتيو قانون	$k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون يا يوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

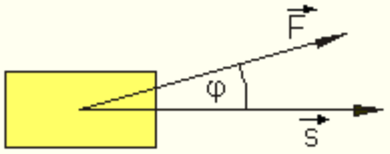
پورته تعريف په حقيقي ومتور فضا رابند يا محدود دی، ځکه چئ په لاندې فقط د داسې جوړختونو سره کار کيږي.

سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعريف(پيژند):

د فزيکي موخه د کار تعريف د دوه وکتورونو ترمنځ يوه تړنه(نښلونه، عمليه) ده، چې نتيجه يې يو حقيقي عدد دی.

$$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=\left|\vec{F}\right|\cdot\left|\vec{s}\right|\cdot\cos(\varphi)$$



پيژند(تعريف):

د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ سکالار ضرب $\vec{a}\cdot\vec{b}$ شميرل کې ، چې د دواړو وکتورونو سکالار له د وي ښخه رابند کونج يا زاويې د کوساين سره ضر ب شي:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$$

په پام کې ولره: د دوه وکتورونو سکارضرب صفر کيږي، که لږ تر لږه له دې دواړو وکتورونو يو صفر وي، يا دواړه وکتورونه يو پر بل ولاړ يا عمود وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $\vec{a}=\vec{0}$ یا $\vec{b}=\vec{0}$ او یا $\vec{a}\perp\vec{b}$. وي.

ځکه چې له $\vec{a}\perp\vec{b}$ لرو $\cos(\vec{a},\vec{b})=0$ دا په دې معناچې $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=90^0$ یا $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=270^0$

د دوه برابرو وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:

$$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos(0^0)=a\cdot a\cdot 1=a^2 \quad (\text{Bemerkung: } |\vec{a}|=a)$$

د سکالار ضرب په مرستهکیدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.

د یوه وکتور ارزښت(مطلق ارزښت): $a=|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ او $k\in\mathbb{R}$ لپاره باور لري:

بدلید قانون $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

اسوسیاتیو قانون $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

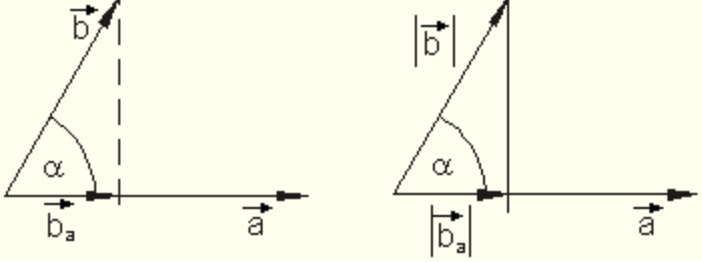
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

دیستریبوتیو قانون

بیلګه ۱ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$. او $\vec{b}$ ورکړ شوي دی، چې مختلف لورې لري.

غوښتونی د وکتور $\vec{b}$ پریسوتون(پریوتل) دي په وکتور $\vec{a}$. باندې، همداسې د $\vec{b}$ وکتور کمپوننت د $\vec{a}$ وکتور په لور یعنې وکتور $\vec{b_a}$.



(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري $\overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \overrightarrow{e_a}$ ، چیرته چئ $\overrightarrow{e_a}$ د $\vec{a}$ واحد یا یوونوکتور دی. دی
$\overrightarrow{e_a} = \dfrac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}$
.

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} \qquad (1)$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha) \qquad (2)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\left|\overrightarrow{b_a}\right|}{\left|\vec{b}\right|} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

پسې د کوساین لپاره باور ري:
په (۲) کې کیږدئ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (3)$$

وکتور $\overrightarrow{b_a}$ د وکتور $\vec{b}$ پرېوستون (پروجکشن) په وکتور $\vec{a}$ دی.
دا چې دواړه همغه لور لري، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دسکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \cos(0^0) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{array}{l}\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \vec{b} \\ \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}\end{array}\right. \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دبدلون لپاره همداسې $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overrightarrow{a_b} \cdot \vec{b}$ باور لري.

پسې له (۳) څخه لاس ته راځي: $\left|\overrightarrow{b_a}\right| = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|}$ په (۱) د اینسولو سره راکوي:

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|} \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

د وکتورونوود بدلون سره راکوي: $\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$ همداسې $\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$.

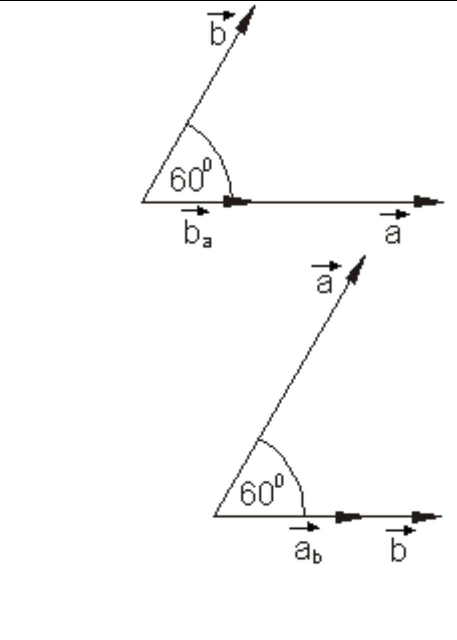
په ټولیزه توګه کړی شو ووایو:
د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پهځای کیږدي.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\overrightarrow{b_a} = \overrightarrow{a_b}\cdot\vec{b}$$

داچې د دوه وکتورونو وېش نه دی تعریف، کیدی کلهکله لاندې اړیکې مرسته وکړي.

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a} \text{ bzw. } \overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

بیلګه ۲ :
دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او د ارزښت a=4LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)او b=3LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)سره یو د 60° کونج جوړوي.
$\overrightarrow{b_a}$ او $\overrightarrow{a_b}$ وشمیرئ. نتیجه یې انځوریز و ازمایئ.



$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(60^0) = 4\cdot3\cdot0{,}5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = 4\cdot4 = 16$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \frac{6}{16}\cdot\vec{a} = \frac{3}{8}\cdot\vec{a}$$

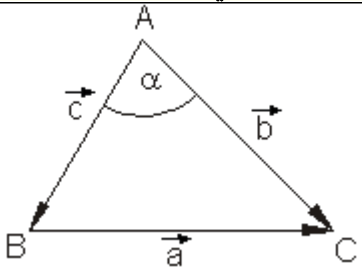
$$\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

$$b^2 = |\vec{b}|\cdot|\vec{b}| = 3\cdot3 = 9$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_b} = \frac{6}{9}\cdot\vec{b} = \frac{2}{3}\cdot\vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۳:
د سطحې تریګونومتري (مثلثاتو) دکوساین جمله دې وکارول شي.



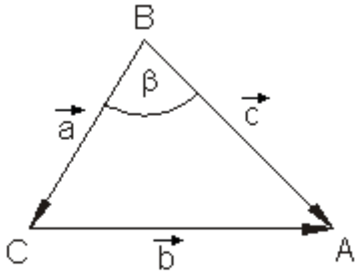
$$\vec a - \vec b + \vec c = \vec 0 \mid +\vec b - \vec c$$

$$\Leftrightarrow \vec a = \vec b - \vec c \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow a^2 = \vec a \cdot \vec a = \left(\vec b - \vec c\right)^2 = b^2 - 2\vec b \cdot \vec c + c^2$$

$$= b^2 + c^2 - 2\vec b \cdot \vec c$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$



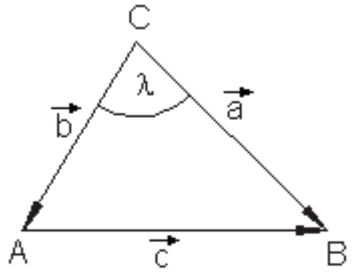
$$\vec b - \vec c + \vec a = \vec 0 \mid +\vec c - \vec a$$

$$\Leftrightarrow \vec b = \vec c - \vec a \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow b^2 = \vec b \cdot \vec b = \left(\vec c - \vec a\right)^2 = c^2 - 2\vec a \cdot \vec c + a^2$$

$$= a^2 + c^2 - 2\vec a \cdot \vec c$$

$$= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$



$$\vec c - \vec a + \vec b = \vec 0 \mid +\vec a - \vec b$$

$$\Leftrightarrow \vec c = \vec a - \vec b \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow c^2 = \vec c \cdot \vec c = \left(\vec a - \vec b\right)^2 = a^2 - 2\vec a \cdot \vec b + b^2$$

$$= a^2 + b^2 - 2\vec a \cdot \vec b$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

د یوه ولاړګوډیز یا قایم الزاویه مثلث(درېګوډي) ځانګړنوالي:

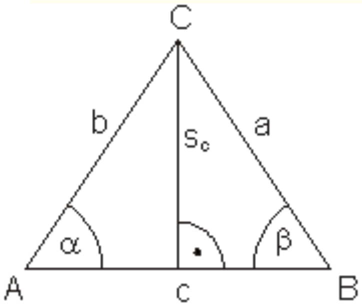
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سړی د پورته جملې لپاره د پیتاگوراس(فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

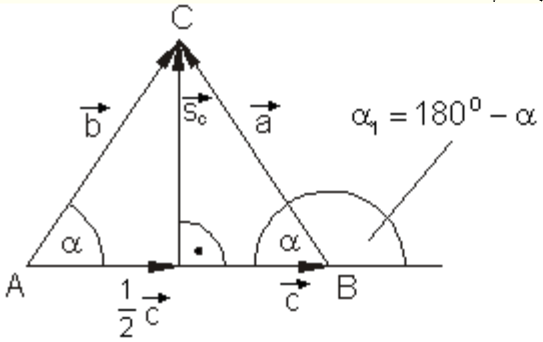
$$c^2 = a^2 + b^2$$

بیلگه ۴

وښایئ چې د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخنیمئ(نا صف الاضلاع) پهدې نیغه ولاړه یاقایمه ده.



$a = b$ und $\alpha = \beta$



$$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \triangleq a = b \text{ und } \cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$$

وکتور مساوات یا برابرون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \overrightarrow{s_c} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \qquad (2)$$

د (۱) سره کیږي

$$\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\vec{b} - \vec{a}\right) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$$

د دې لپاره وښایو چې $\overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$ دی، باید باور ولري: $\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = 0$

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos\left(180^0 - \alpha\right) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د $b = a$ او $\cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$ سره دی:

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$$

څه چې د ښوولووو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اوکلید یا اقلیدس وکتورفضا

د اویکلید وکتورفضا پیژند(تعریف):
که د یوه حقیقي کتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

اسوشیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په V د صفر توکی یا بیاغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په V کې نسبت جمعې ته په ځت یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوشیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعې دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعې دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

لاندې قوانین هم باور ولري
د هر عدد $\{k; a\} \in \mathbb{R}$ او $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ دوکتور په حیث لپاره باور لري:

د سکالار ضرب بدلید قانون	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
ګډوله اسوشایاتیو قانون	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
د وکتور (مطلق) ارزښت	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\lvert a\rvert^2=a^2$

نو سړی د اویکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په ښت توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وېشنه نه شي کولی.
د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلی توکی نه شته، حکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

وکتوري ضرب

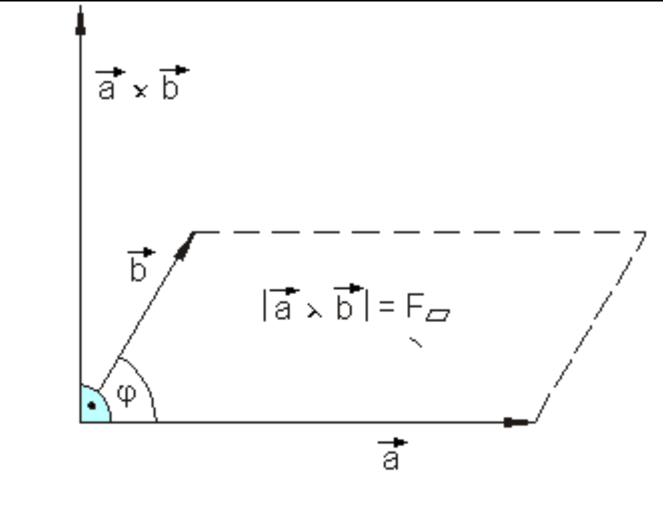
د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:
که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول S –ضرب بلل کیږي.
که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.
برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور دیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اتیران ضرب یا صلیبي ضرب(زه صلیبیي ضرب ته اتیران ضرب وایم اتران د لوبو هغه څیره ده، چې دوه کربنې سره په کې پریکوي).
پخوا له دې چې موږ د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنګه تعریف دی.

پیژند(تعریف):
د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکتري شوی دی:
لومړی: $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.
دویم: $\vec{b}$ ، $\vec{a}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.
دریم: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \leq \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \leq \pi$.
له پورته تعریف څخه سیده لرو:
د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرګ یا موازي وي.
معکوس یا په ښت هم باور لري:
که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفروکتور نه وي، نو دا غبرګ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تعریف د دریم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجې وي.

ترڅنګ ولاره څیره دې وکتوري ضرب ګرافیکي روښانه کړي.
$\vec{a}\times\vec{b}$ یو وکتوري ضرب دی، کوم چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ یا قایم دی، داسې چې: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.



د دې ارزښت له دې دواړو وکتورونو غزیدلې غبرګ اړخیز یا موازی الاضلاع سطحې خوندیونه ده.

ښی سیستم په دې معنا دی:
که لومړی وکتور د ساعت څرخوني(لړمک ورته وایي که څنګه؟) په موخه د دویم وکتور په لور وڅرخیږي، نو دا دریم داسې څرخي لکه یو پیچي میخ په ښئ اوړېدني سره د مخ لور ته.
د وکتوري ضر بونو لپاره ښی سیستم.

جمله :
د هر $\{k\}\in\mathbb{R}$ عدد او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ د وکتور په حیث لپاره باور لري:

التر ناتیو قانون $\vec{a}\times\vec{b} = -(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوځیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b} = k(\vec{a}\times\vec{b})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې شمير قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:

بيلګه۱:

وشميرئ: $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

حل يا اوبي:

$$\vec{u}+\vec{v})\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

د دې لپاره وکارول شو $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ او $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$.

بيلګه ۲ : ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بيلګه ۳ :

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشميرئ

وشميرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل يا اوبي:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

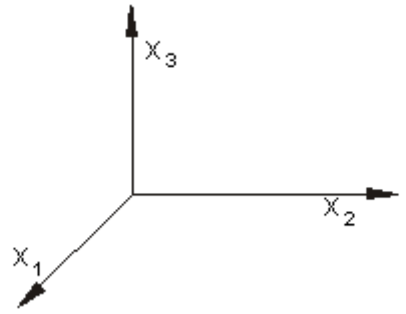
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

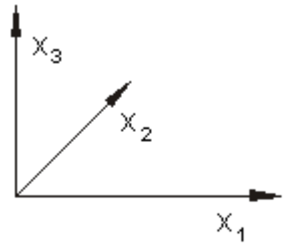
د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)
شمیرنه کې تر اوسه تنها یا ځانله د برخلرونکو وکتورونو یو بل ته ترتیب یا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضایي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړنې ته اجازه ورکوي، چې وکتورشمیرنه د کواوردینات- یا پروتولاړسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابیاهم ډېر ګټور دی، که سرې د وکتور انځوروني لپاره یو پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم په بنسټ کې کېښولی شي یا ولري.
د پسې شمیرنو لپاره کارتیزي پروتولاړ- یا کارتیزي کواوردینات سیستم پهبنسټ کې اېښولکیږي. دا درې یو په بل ولاړ یا قایم محورونه دي، چې په ترتیب د x_1, x_2 او x_3 سره په نخښه کیږي.
یادونه: د x_1, x_2 او x_3 لپاره یا پرځای کیدی شي دا د x, y او y محورونه هم وبلل شي، مګر د n بعدي یا n پراخیدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.
د کارتیزي کواوردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځوروني، لکه په عمل کې چې ډېر کار ترې اخستل کیږي.



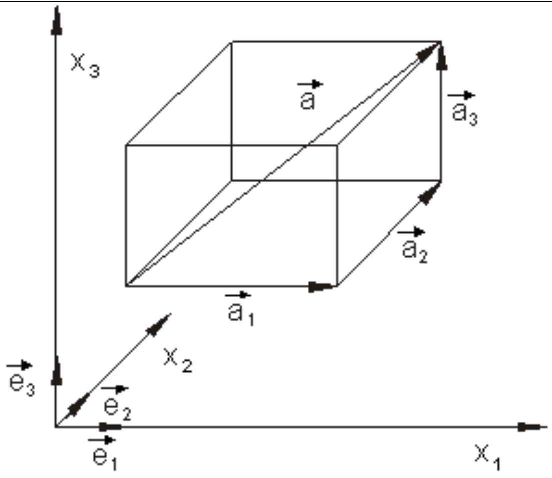
د x_2او x_3 محورونه په رسمسطحه



د x_1 اوx_3 محورونه په رسمسطحه کې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې پراته دي. مثبت x_1 محوردمخ لور ته ښايي.	مثبت x_2محور د شالور ته ښايي

وکتور $\vec{a}$ په یوه فضايي کارتيزي کواودیناتسيتم کې ا نځوريږي. دا د کواوردیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرګ تونه کيږي. $\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3}$ هره د دې درې کواوردیناتونو کيدی شي ځان د همغه اړونده واحد وکتور څو ځله انځور کړي: $\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$ درې سکالار a_1 , a_2 او a_3 هغه چې د کواوردینات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواوردینات په نوم بلل کيږي.	

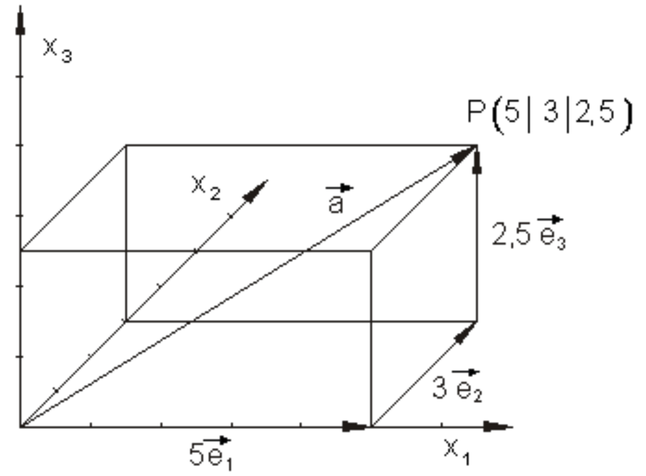
بيلګه ۱

وکتور $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2{,}5\vec{e_3}$

دې په فضايي کارتيزي کواوردیناتسیستمکې رسم شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پیل ټکی په د کواوردینات په پیل ټکي کې اېښول کیږي.وکتور بیا له یوه کمپوننت څخه د وکتور جمعي قا نون له مخې سره یوځای کیږي. په دې بیلګه کې دا رسم شوی وکتور د P په ټکي کې پای مومي، چې کواوردیناتونه (5, 2| 3 |5)P يې لري



بیلګه ښايي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- یا پراخیدونې فضا کې له کواوردینات پیل څخه راوځي، هلته په یوه ټکي کې پای مومي. همداسي هر ټکي په درې بعدې فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې یواځنی ټاکلی، دا کیدی شي د وکتورونو له لارې هم پیښه شي، چې د کواوردینات له پیله مو دې ټکي ته لارښودوي یا بیايي. داسي وکتورونه سړي ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور $\vec{r} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$ په ټکي $P(5|3|2,5)$ کې پای کیږي

ټولیز باور لري: $\vec{r} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ په ټکي $P(x_1|x_2|x_3)$ کې پیا کیږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لویوالی او لور د کواوردینات د ورکړې سره یواځنی ټاکلی دی، سړی کړی شي د وکتور په لیکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

(c) ketabton.com: The Digital Library

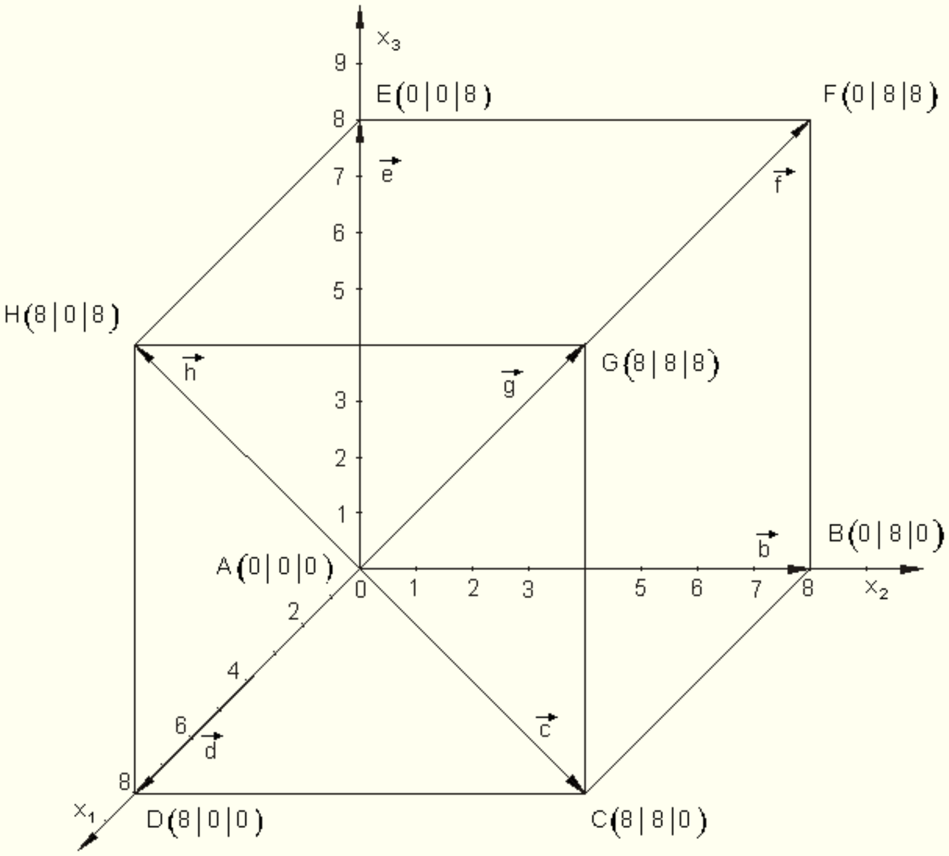
صرف نظر وکړي. يو وکتور کيدی د دې نيونو يافرضيو لاندې ځان د درځ يا متې متريکی په توګه همم وليکي.

د کمپوننت انځورونه او کواوردينات انځورونه دوه مختلفي مګر برابر ارزښته ليکنډولونه دي.	الماني له کينې ښي لورته: کمپوننتونو انځورونه، کواوردیناتونو انځورونه $\underbrace{\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}}_{\text{Komponentendarstellung}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{\text{Koordinatendarstellung}}$ ځانګړی: $\vec{a} = 5\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2{,}5\overrightarrow{e_3} \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$
يو وکتور چې ټکي P ته مو بيايي، لکه چې ترې لاس ته راځي ا نځوريږي: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ په $P(x_1 \| x_2 \| x_3)$ تنظيم دی.	

په پام بدې ونيول شي، چې ځايوکتور، ي له ترلو وکتورونو په حيث د کواوردينات يا پروتولاړ سيستم له سرچينې څخه يوه ټکي ته لارښودوي يا بيايي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په يوه فضا کې غبرګ راکښل کيږي بدل نه شي.

بيلګه ۲
يو سترګی يا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو يا يوونونو سره داسې په يوه کارتيزي (ديسکارتي) کواوردیناتسيستم کې ر سم شي، چې يو ګوډ يا کونج يې د کواوردينات په سرچينه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې مور ورته دانه وايو) ټولو ګوډونو يا کونجونو کې دې ځايوکتورونه وکښل شي. ځايوکتورونه دې په کواوردينات سيستم کې ورکړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځايوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

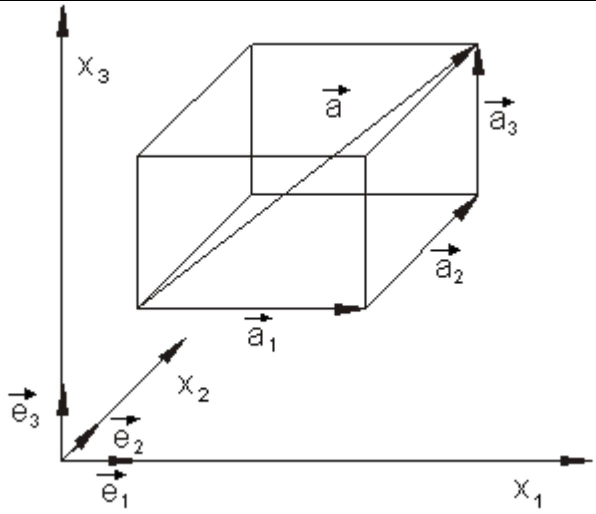
دا پورته انځورونه له ډېرو ښخه یوه ده. دا مکعب یه لومړئ اتمه (1. Oktanten) کې پروت دی. یوه بله انځورونه کیدی شي په کوورديناتسیستم یا پروتولاړ سیستم کې صورت ونیسي(ځان جوړ کړي)، په کوم کې چې د x_1-محور د شا ته په لور ښایي. د هرګرډ-یا کونجټکو د په نخښه کوني ا و د دوي د ترتیبوني وروسته کیدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونیول شي او هم نور کواوردیناتونه ولري.

د وکتورونو ارزښت او لوریز کوساین

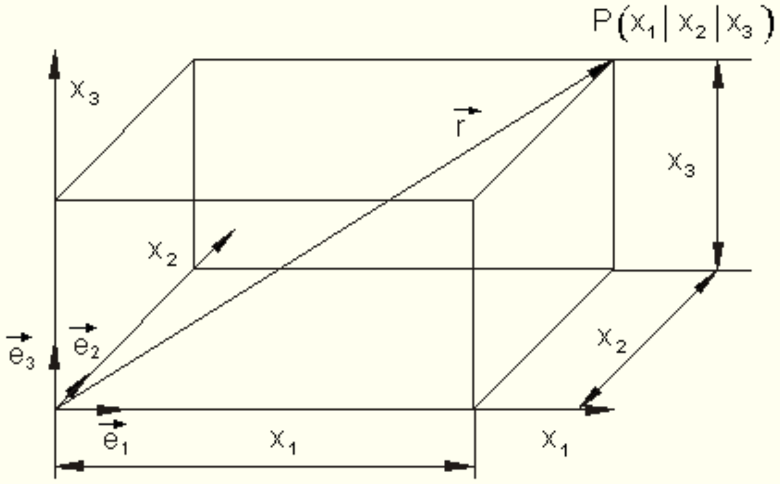
دیوه وکتور ارزښت
د یوه وکتور ارزښت دې وشمیرل شي، که دا په کمپننت ډوله یا کواوردینات ډوله ورکړ شوی وي

تر ښنګ انځورونه را اخلو، نو پیژنوو چې وکتور
$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} =$$
$$= a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$
د یوه کوادر لوریزې فضا دوه کونترې(قطر) ده، چې د ژیو اوږدوالی یې $a_1, a_2,$ او a_3 دي.
دوکتور ارزښت له دې امله د فضا دوه کونترې سره سر خوري. د پیتاګوراس له جملې سره سم د وکتور د ارزښت لپاره لاس ته راځي:

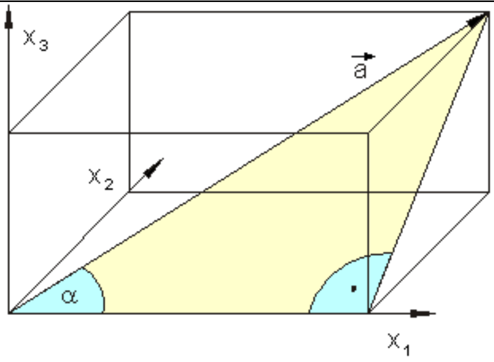
$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$
$$\text{Betrag: } \left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library



د یویه وکتور د لور کوساین(لنډ: لورکوساین)
په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کواوردیناتونو بڼه ورکړشوي وکتور د لور ټاکنه ښایي، چې سرې کونج کاروي یا استعمالوي، کوم چې دا وکتور یې د یوون-یا واحد وکتور سره جوړوي.

	کونج، چې د فضا دوه کونجتړې (قطر که وتر؟)همداسې د دوه کونجتړې یا قطروکتور یې دx_1 محور سره او له دې سره د واحدوکتور سره هم جوړوي، په یوه درېګوډي یامثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کوجتړې)،د کوادر د ښي اړخ سطحه لکه څنګه د قطر یا دوه کونجتړې وکتور x_1کمپوننتونه یا اجزاوې یې چې جوړیدی شي. $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\lvert\vec{a}\rvert} = \frac{x_1}{\lvert\vec{a}\rvert}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته نخښوني د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسې چې سړی لیکلی شي:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{x_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د درې کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لورکوساین بلل کیږي.

د لور کوساین دجمعې لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$$

داپهدې معنا: د لور کوساین مربع جمعه(څلورئ زیاتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کیدی شي د یوې ساده شمیرنې له لارئ وښوول شي:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = \frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

د $|\vec{a}|^2 = \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\right)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ سره ترې لرو

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$$

له $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|}$ څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتور $\vec{a}$ کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha), \qquad a_2 = \left|\vec{a}\right|\cos(\beta), \qquad a_3 = \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونی دی چې یو وکتور د هغه د ټاکونکو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \left|\vec{a}\right|\cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$$

$\left|\vec{a}\right|$ له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په $\left|\vec{a}\right|$ باندې وېشل کیږي

$$\Rightarrow \vec{a} = \left|\vec{a}\right|\left(\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}\right) \mid : \left|\vec{a}\right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix}$$

په پام ولره: د یوه واحدوکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix} \text{ mit } \left|\overrightarrow{a_e}\right| = 1$$

د شمیرنې بیلګې

بیلګه ۱ :

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لورکوساین وشمیرل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} = 4\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$ الف-

ب –

$$\vec{b} = 2\vec{e_1} - 3\vec{e_2} - 1\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتيجې له لسميز(عشاريه) څخه وروسته د درې ځايونو په تيکوالي سره ورکړئ.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت: لورکوساين:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9 + 4}$$
$$= \sqrt{29} \approx 5{,}385$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0{,}743 \Rightarrow \alpha \approx 42{,}031^0$$

$$\cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0{,}557 \Rightarrow \beta \approx 56{,}145^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0{,}317 \Rightarrow \gamma \approx 68{,}199^0$$

وکتور د نږدې
5,385 LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی لري

د ب حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت: لورکوساین:

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \alpha \approx 57,688^0$$

$$\cos(\beta) = \frac{b_2}{|b|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \beta \approx 143,301^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \gamma \approx 105,501^0$$

وکتور د نږدې 3,742
LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی

لري

یادونه: که د یوه کونج کوساین کمیز یا منفي وي، نو د کونج ارزښتونه د 90^0 او 180^0 ترمنځ پراته دي.

بیلګه ۲: د ځا ی وکتور، چې اوږدوا لی یې ۲ دی، غواړو پید کړو، چې د x_1 محور سره 60^0کونج، دx_2 محور سره 135^0 کونج جوړوي او د x_3 محور سره یو تیره کونج (حاده زاویه؟؟) جوړوي.

حل: ځا وکتور $\vec{r}$ د اوږدوالي 2 په دې معنا دی، چې $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^0 \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(60^0) = \frac{1}{2}, \quad \beta = 135^0 \Rightarrow \cos(\beta) = \cos(135^0) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1 \Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\alpha)-\cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

دا چې γ دې تیره کونج وي ، باور لري: $\cos(\gamma)=\frac{1}{2}\Rightarrow \gamma=60^0$

یوونوکتور یا واحد وکتور دی: $\overrightarrow{e_r}=\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1}+\cos(\beta)\overrightarrow{e_2}+\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$

$$=\cos(60^0)\overrightarrow{e_1}+\cos(135^0)\overrightarrow{e_2}+\cos(60^0)\overrightarrow{e_3}=\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}$$

او دا وکتور پخپله: $\vec{r}=|\vec{r}|\overrightarrow{e_r}=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}\right)$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r}=\overrightarrow{e_1}-\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\overrightarrow{e_3}}}$$

تولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زیاتیږي یا جمعه کیږي همداسې کمیږي یا منفي کیږي، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه یا سره منفي شي.

$$\vec{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \vec{b}=b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور ټو ل کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u\cdot\vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cdot a_1 \\ u\cdot a_2 \\ u\cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلګه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

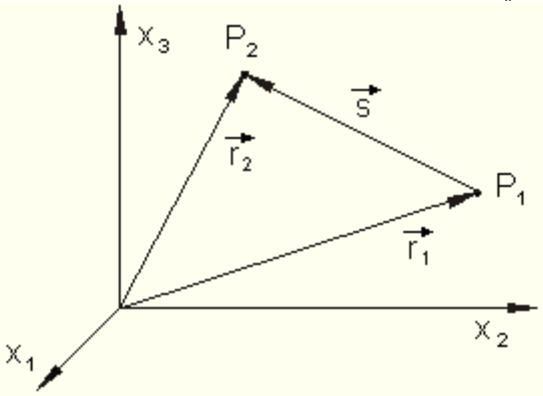
لاندې وکتور وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{d} = \overrightarrow{3a} - \overrightarrow{2b} + \overrightarrow{4c}$$

$$\vec{d} = 3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix} + 4\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\6\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\-2\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\8\\16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9-8-4\\6+2+8\\3-6+16\end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-3\\16\\13\end{pmatrix}}}$$

بیلگه: په دوه پراخيدوني- يا بعدي فضا کې دې د دوه ټکو P_1 او P_2 واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11} \mid x_{12} \mid x_{13}) \Rightarrow r_1 = \begin{pmatrix}x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21} \mid x_{22} \mid x_{23}) \Rightarrow r_2 = \begin{pmatrix}x_{21}\\x_{22}\\x_{23}\end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو ترون وکتور دې s وي.

$$\vec{r_1} + \vec{s} = \vec{r_2} \,|\, -\vec{r_1} \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \begin{pmatrix}x_{21}-x_{11}\\x_{22}-x_{12}\\x_{23}-x_{13}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دواړو ټکو ترنوکتور ارزښت یو د بل څخهواټن یه ګوته کوي او دا په درې بعدي (درې پراخیدوني) فضا کې.

$$\text{Wegen } \left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \text{ gilt:}$$

$$\left|\vec{s}\right| = s = \sqrt{\left(x_{21} - x_{11}\right)^2 + \left(x_{22} - x_{12}\right)^2 + \left(x_{23} - x_{13}\right)^2} = \overline{P_1P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په اینډکس یا پیژندنخښهباندي x_{ij} سمبالولو سره دا لومړی اینډکی د ټکي P_i لپاره ولاړ دی او دویم اینډکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندې وکتورونه دې ورکړ شویوي

$$\vec{b} = b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \text{ او } \vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \left(a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}\right)\cdot\left(b_1\overrightarrow{e_1} + b_2\overrightarrow{e_2} + b_3\overrightarrow{e_3}\right)\\ &= a_1b_1\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_1b_2\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_1b_3\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3}\\ &+ a_2b_1\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_2b_2\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_2b_3\overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3}\\ &+ a_3b_1\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} + a_3b_2\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} + a_3b_3\overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3}\end{aligned}$$

په پام کې دې وي، چې د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربع ۱ دی،پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_2}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right) = 1\cdot1\cdot\cos\left(90^0\right) = 1\cdot1\cdot0 = 0 \text{ da } \overrightarrow{e_1}\perp\overrightarrow{e_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_1} = 0 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_3} = \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_2} = 0}$$

$$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = \left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_1}\right) = 1\cdot1\cdot\cos\left(0^0\right) = 1\cdot1\cdot1 = 1 \text{ da } \overrightarrow{e_1} \text{ parallel zu } \overrightarrow{e_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_1} = 1 \quad \overrightarrow{e_2}\cdot\overrightarrow{e_2} = 1 \quad \overrightarrow{e_3}\cdot\overrightarrow{e_3} = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

------ --

له دې سره کيږي:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

سکالار ضرب هم کيدی شي ددرځ- يا متې يا ستن - يا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \quad \text{او} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بيلګه۱ :

دواړه وکتورونه يو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (3 \mid -2 \mid 1)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} \approx 3{,}742$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} \approx 5{,}099$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{17}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} \approx 0{,}891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26{,}996^0}}$$

وکتوري ضرب
لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضر بيږي. له د ې وروسته ساده کيږي. د دې لپاره دې د سليب يا ا ټيران ضرب قوانين بيا وکتل شي.
باور لري:

$\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ ‌ا او $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b} = -\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$ نيغ ولاړ يا قايم دی

ب $\vec{a},\vec{b}$ او ا $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې يو ښی سيستم

$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چيرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی

د کارتيزي کواوردیناتسیستم وکتورونو لپاره په ځانګړې توګه باور ري:

$$|e_1 \times e_1| = |e_1|\cdot|e_1|\cdot\sin(e_1,e_1) = 1\cdot1\cdot\sin\left(0^0\right) = 1\cdot1\cdot0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3} = \vec{0}}$$

$$|e_1 \times e_2| = |e_1|\cdot|e_2|\cdot\sin(e_1,e_2) = 1\cdot1\cdot\sin\left(90^0\right) = 1\cdot1\cdot1 = 1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_3}$$

دا چې $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_3}$ ا او $\overrightarrow{e_2}$ (يعني $\overrightarrow{e_3}$ ا په $\overrightarrow{e_1}$. او $\overrightarrow{e_2}$ عمود يا ولاړ) دی اوو ارزښت ۱ لري.
لاندې اړيکې شتون لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{e_1}\times\vec{e_2}=\vec{e_3}$	$\vec{e_2}\times\vec{e_3}=\vec{e_1}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_1}=\vec{e_2}$
$\vec{e_2}\times\vec{e_1}=-\vec{e_3}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_2}=-\vec{e_1}$	$\vec{e_1}\times\vec{e_3}=-\vec{e_2}$

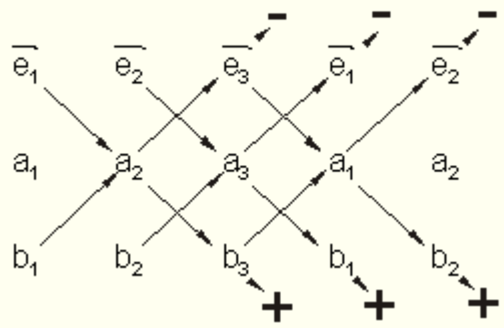
فورمال ضرب:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}+a_3\vec{e_3}\right)\times\left(b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}+b_3\vec{e_3}\right)$$
$$=a_1b_1\left(\vec{e_1}\times\vec{e_1}\right)+a_1b_2\left(\vec{e_1}\times\vec{e_2}\right)+a_1b_3\left(\vec{e_1}\times\vec{e_3}\right)$$
$$+a_2b_1\left(\vec{e_2}\times\vec{e_1}\right)+a_2b_2\left(\vec{e_2}\times\vec{e_2}\right)+a_2b_3\left(\vec{e_2}\times\vec{e_3}\right)$$
$$+a_3b_1\left(\vec{e_3}\times\vec{e_1}\right)+a_3b_2\left(\vec{e_3}\times\vec{e_2}\right)+a_3b_3\left(\vec{e_3}\times\vec{e_3}\right)$$
$$=0+a_1b_2\vec{e_3}-a_1b_3\vec{e_2}-a_2b_1\vec{e_3}+0+a_2b_3\vec{e_1}+a_3b_1\vec{e_2}-a_3b_2\vec{e_1}+0$$
$$=\underline{\underline{\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\vec{e_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\vec{e_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\vec{e_3}}}$$

د فرمول جوړول کیدی شي د درې لړئ بیزې دیترمینانت په څیر انځور شي. دا کیدی شي د ساروس قا نون یا لار له مخې وشمیرل شي داسې چې دا د شمیرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، باید لومړئ او دویمه د دیترمینانتې درځونه یا متې یو بل پسې ولیکل شي. بالاخره ټول قطرونه یا دوه کونجتړې تړنې او دا درې واره له کیڼې پورته لور ښې کښته خوا ته، همداسې درې ځله له کیڼ کښته خوا ته ښې پورته خوا ته.دا ډول ضربونه د جمعې په ډول سره یوځای کیږي او په حقیقت کې داسې چې ضربونه له کیڼ کښته ښی پورته کمیز یا منفي ګڼ یا شمیرل کیږي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \vec{e_1} a_2 b_3 + \vec{e_2} a_3 b_1 + \vec{e_3} a_1 b_2 - b_1 a_2 \vec{e_3} - b_2 a_3 \vec{e_1} - b_3 a_1 \vec{e_2}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e_3}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دې جوړ شي.

نتیجه دې د مناسب شمیرنې سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازماېښت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغې سطحې باندې، چې له دواړو و کتورونو غزېدلې عمود دی. د دې په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

بیلګه: د یوه مثلث ګوډټکي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردبناتونه لري

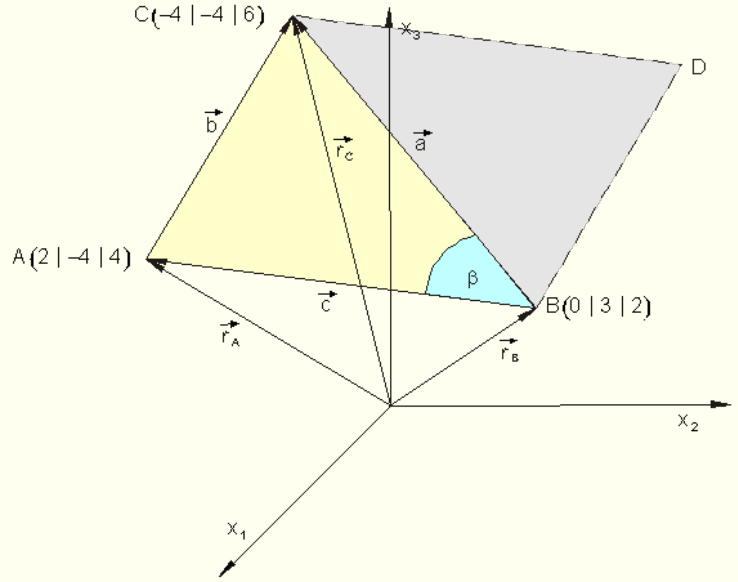
A(2 | -4 | 4); B(0 | 3 | 2) او C(-4 | -4 | 6). د مثلث سطحه دې وشمیرل شي.نتیجه دې د سطحې مثلثاتو یا درېګوډیکچ فرمول سره و ازمایل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمخ پام:

یو رسم دې هندسي(ځمککچیز) ا نځور وښا يي.

د دوه وکتورونو وکتوري ضرب یا x ضرب یو وکتور دی، چې هغه له دې دواړو وکتورونو غزيذلې سطحې ته عمود یا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحې خوندیونه له دوي جوړ غبرګ اړخيز یا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرګ اړخيز دوهکونجتړې یا که غواړئ قطر دا په یو بل پټیونې مساوي برخو وېشي. له دې سره د دربېکوډي سطحه د وکتورې ضرب ارزښت نیمايي سره برابره ده.



ځای اړوند وکتور او د دري ګوډې یا مثلث اړخونو وکتورونه داسې لاس ته راځي:

$$\vec{r_A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r_C} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \quad \vec{r_B} + \vec{a} = \vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r_C} - \vec{r_B} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{b}:\quad \vec{r_A}+\vec{b}=\vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{b}=\vec{r_C}-\vec{r_A}=\begin{pmatrix}-4\\-4\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4-2\\-4+4\\6-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\0\\2\end{pmatrix}$$

$$\vec{c}:\quad \vec{r_B}+\vec{c}=\vec{r_A} \Leftrightarrow \vec{c}=\vec{r_A}-\vec{r_B}=\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-0\\-4-3\\4-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-7\\2\end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرک اړخيز(موازيالا ضلاع) سطحه د سکالار يا صليب يا اتيرن ضرب سره سړی لاس ته راوړي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}\begin{matrix}\vec{e_1} & \vec{e_2}\\ a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{matrix}$$

$$=(a_2b_3-a_3b_2)\vec{e_1}+(a_3b_1-a_1b_3)\vec{e_2}+(a_1b_2-a_2b_1)\vec{e_3}$$

نورپسې بارور لري: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ -4 & -7 & 4\\ 2 & -7 & 2\end{vmatrix}\begin{matrix}\vec{e_1} & \vec{e_2}\\ -4 & -7\\ 2 & -7\end{matrix}=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}-\left(-14\vec{e_3}-28\vec{e_1}-8\vec{e_2}\right)$$

$$=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}+14\vec{e_3}+28\vec{e_1}+8\vec{e_2}$$

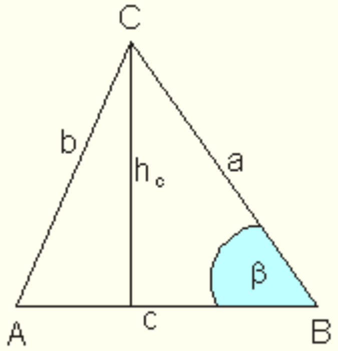
$$=14\vec{e_1}+16\vec{e_2}+42\vec{e_3}=\begin{pmatrix}14\\16\\42\end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|=\sqrt{14^2+16^2+42^2}=\sqrt{2216}\approx 47{,}074$$

ددرې ګوډي يا مثلث سطحه: $A=\dfrac{\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|}{2}=\dfrac{\sqrt{2216}}{2}\approx 23{,}537$

د نتيجې کنترول

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ د $c = |\vec{c}|$ او $a = |\vec{a}|$ سره.

h_c د β کونج د ساین سره شمیرل کیږي

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16+49+16} = \sqrt{81} = 9 \qquad |\vec{c}| = \sqrt{4+49+4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8+49+8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0{,}712 \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right) \approx 43{,}852^0$$

$$\sin(\beta) = \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right) \approx 0{,}693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right)}{2} \approx \underline{\underline{23{,}537}}$$

ازماېښت لومړی شمیرنه تصدیقوي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د وکتورونو جمعه او تفریق(زیاتون او کمون):

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره:

$$u \cdot \vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \text{ und } a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

نور پسې باور لري:

وکتوري ضرب:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\overrightarrow{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\overrightarrow{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\overrightarrow{e_3}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$$

نور پسې باور لري:

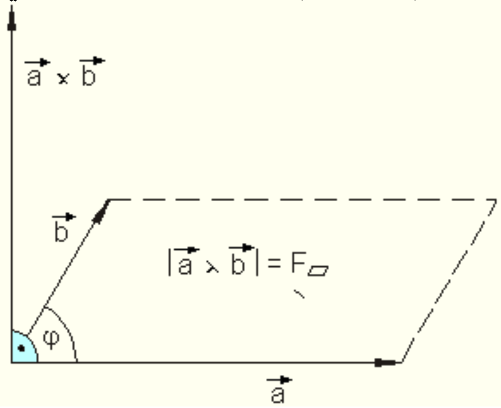
وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پیژند(تعریف):

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شیو نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سرې د S - ضر ب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، چې سکالار نومیږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کیږي.
په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دیږ د ضرب داډول وکتوري ضرب بلل کیږي،کله کله سلیبي یا اتیران ضرب بلل کیږي.

د مخه له دې چې موږ د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي،چې دا ډول ضرب څنګه تعریف شوی دی.
تعریف یا پیژند: د دوهوکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې سرې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خوییز یا کرکتري شوی دی.
۱. $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ عمود یا سیخخ ولاړ دی.
۲. $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.
۳. $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi$ دی.
په یاد ولره: د پورته پیژند څخه سیده لاس ته راځي:
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرګ وي.
په څټ یا معکوس هم باور لري:
که د دوه وکتورونوضرب، چې هیڅ یو یې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرګ دي.
له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.
دا لاندې څیره دې وکتور ضر ب ګرافیکي روښانه کړي



(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{a}\times\vec{b}$ یووکتور دی،
هغه چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی،
داسې چې $\vec{a}.\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلي موازی الاضلاغ (غبرګ اړخیزې) سطحې مساحت دی.
ښی په دې معنا، چې:
که سړی لومړی وکتور د سا عتڅرخوني په لور (د ساعت ستنې لور) د دویم وکتور په لور وڅرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچتاو میخ دښي کړون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره ښی سیستم:

جمله:
د هر عدد $\{k\}\in\mathbb{R}$ او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ لپاره د وکتور په حیث باور لري:

بدیلیدن قانون $\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوشیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

شمیرقوانینو استعمال ته بیلګې:

بیلګه ۱: وشمیرئ: $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})$
حل یا اوبي:

$$(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-(\vec{v}\times\vec{u})+(\vec{v}\times\vec{u})+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

دلته وکارول شو: $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ und $\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبې یا ځواب:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولي اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

بن- المان، کابل – افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه

۵ – احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلې

۱۶ - څمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

-۲۲   داهم ژباړه ده، خو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د گروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولگي څخه تر اووم ټولگې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات گټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرِي شینواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړنې ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپمتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

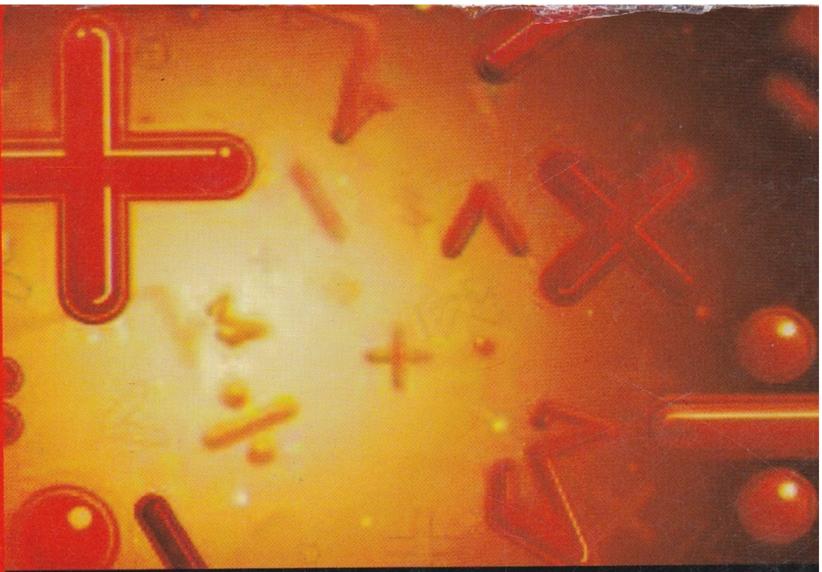
د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرِي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغۍ. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي ښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرِي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹ ۹۷ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ډاکتر ماخان (میړی) شینواری

د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه _ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library