

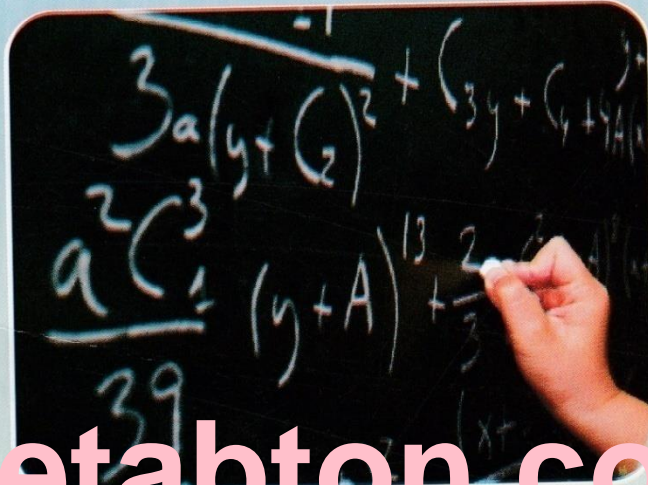


# شمېر پوهنه

## د بنوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

لومړۍ برخه



Ketabton.com

ليکونکي:

برينگمن (له برينگمن ن ج څخه)

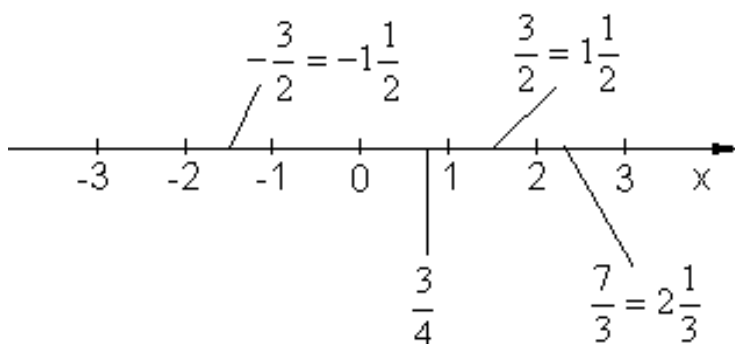
ژباړی: ډاکتر ماخان (مېړی) شينواری



# شمير پوهنه

(رياضي د بنوونځي لپاره)

په درې برخو کې



لومړۍ برخه

ليکونکي: پروفيسر برينکمن (له برينکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (ميری) شينواری

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

## د کتاب پيژند

د کتاب نوم ،،د ښوونځي لپاره شمير پوهنه ،، لومړۍ برخه

ليکونکۍ: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميري شينواری

برېښناپته: [makhanshinwari@gmail.com](mailto:makhanshinwari@gmail.com)

د خپريدو لړۍ

خپرندوی : د افغانستان کلتوري ودې ټولته

جرمني

چاپ نيټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

[Danishe2k2000@yahoo.com](mailto:Danishe2k2000@yahoo.com)

د چاپ حقوق خپرندوي ټولني او ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

## د خپرنډوی ټولني يادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولني د علمي، ساينسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پيل کړې، تراوسه يې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هيواولو ته وړاندې کړي دي.

مور باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په يوه مهمه غني ژبه بدلېدلای شي، چې د پوهې په گاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډميکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بيلابيلو گواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر مور ټولو ده، چې د دغه گواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحاديې له خوا د ډاکټر ماخان شينواري تراوسه زياتو چاپ شويو اثارو په څنگ کې، د ده د پنځه وېښت شمير پوهني نويو ژباړو او ليکنو او دوه ټولنيزو ليکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساينسي اثارو د خپراوي په لړ کې د يوه مهم گام په توگه گڼل کېدای شي او هيله ده، چې د دې برخې مينه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ زک

## د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي گټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهني توانمندي، مگر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانستان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوي ټولني په توگه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملگرو او ملگرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د بناغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، بناغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، بناغلي ډاکتر سردار گانه وال، بناغلي ډاکتر مانوگل گانه وال، بناغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، بناغلي دپلوم انجنیر محمد ایوب بیان، همداسې زما د ملگري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي بناغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحی او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانگي شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن بناپری څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومي مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ زک

## نيوليک

الف	د ژباړې سرريزه
۱	صفر. تکرار
	ماتگونونه يا کسري اعداد
۱	۱ . ۱ . ۰ . ۱ پيليلگه
۲	۲ . ۱ . ۰ - کسر عدد ( مات يا ماتگن):
۲	۳ . ۱ . ۰ منفي (کمیز) کسري عددونه
۳	۴ . ۱ . ۰ گډوله عددونه
۳	۵ . ۱ . ۰ - لسميز اعشاريه کسرونه
۴	۲ . ۰ يو په بل اړونه
۶	۱ . ۲ . ۰ - تمرينونه ( ماتشميرني ته)
۱۴	۳ . ۰ - د ماتونو يا کسرونو قوانين
۱۷	۹ . ۳ . ۰ - تمرينونه
۲۶	۴ . ۰ - درې جملې ته مفصل حل
۲۹	درې جملې ته پوښتنې
۴۰	۵ . ۰ - په سلو کې شميرنه
۴۳	۷ . ۵ . ۰ پوښتنې

۵۲	۰ . ۶ - د گټې شمیرنه
۵۶	۰ . ۶ . ۶ پوښتنې
۶۶	۰ . ۷ - ترمونه او د بیڼوم فرمولونه
۷۰	۰ . ۷ . ۲ - تمرینونه
۸۰	۰ . ۷ . ۳ تمرینونه
۱۳۲	۱ - سم اند یا منطق
۱۳۲	۱ . ۱ وینا
۱۳۳	۱ . ۲ وینا بڼه
۱۳۴	۱ . ۱ . ۱ - تمرینونه
۱۳۵	۱ . ۳ - د ویناو ترڼه
۱۴۳	۲ - ډبرې یا سټ
۱۴۴	۲ . ۱ د ډبرې یا سټ انځورونه
۱۴۵	۲ . ۲ - ډ ډبرې لیکندود په ...
۱۴۶	۲ . ۳ - پوښتنې
۱۵۴	۲ . ۴ - د ډبريو ترڼه ....
۱۵۶	۲ . ۵ - ډبرې او تنروالونه
۱۶۰	۲ . ۶ تمرینونه
۱۶۳	۳ - الجبري کلیبمي

۱۷۲	۴ - ۱ توان او رینه
۱۸۰	۴ . ۲ - پوښتنې
۳۳۸	۵ - کرښیز مساوات
۳۴۶	۶ - مساوات او نامساوات
۳۴۹	۷ - کرښیز مساوات شي پوښتنو ته
۴۱۵	۷ . ۱ پوښتنې
۴۱۹	۸ - مات-یا کسري مساوات
۴۵۶	۹ - لوگارېتم
۴۷۲	۹ . ۱ - پوښتنې
۴۹۲	۱۰ - رینه او اکسپوننشل مساوات
۴۹۹	1.11 مربع مساوات
۵۴۵	12 اکسپوننشل مساوات
۵۶۸	۱۲ . ۱ - پوښتنې
۶۰۸	1.13 کرښیز مساوات سیستم .....
۶۳۷	1.14. اړیکې او فنکشنونه (توابع؟)
۶۴۴	1.15 فنکشنونه توابع
۶۵۹	۱۵ . ۲ پوښتنې
۶۸۸	۱۶ . ۱ فنکشنونه او په څنډه ....



- ۶۹۲ ۱۷. خُمکچپوهنه (هندسه)
- ۶۹۲ ۱۷. ۱ لسز توانونه اوږدوای او سطحه
- ۶۹۴ ۱۷. ۲ - تمرینونه
- ۷۰۶ ۱۷. ۳ د د پیتاگوراس جمله
- ۷۰۷ ۱۷. ۴ تمرینونه
- ۷۱۹ ۱۷. ۵ - د سطحو شمیرنه
- ۷۲۰ ۱۷. ۶ پوښتنې
- ۷۵۸ ۱۷. ۷ ځانگړي کونجونه
- ۷۶۱ ۱۷. ۸ د حجمونو یا ډکیو شمیرنه
- ۸۰۲ ۱۷. ۹ - ۹ د کونج جوړېدنه

## الف

---

### د ژباړې سریزه

گرانو هیوادوالو او د شمیرپوهنې مینه والو!

دا څو کاله د مخه د ځنو شمیرپوهنیزو کلمو په لټه کې د برینکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې لیکنې بڼه خونديونه یا متن درلود او زیات تمرینونه د حل سره، نو ما وپتيله، چې دا په پښتو ته واړوم. دا یوه ډېره بڼه لیکنه ده، چې زده کوونکي ښوونکي او داسې لږ د شمیرپوهنې سره بلد میندې او پلرونه ترې گټه اخستلی شي. په دې لیکنه کې هر څه خورا بڼه روښانه شوي دي او په مختلفو بیلگو سمبال دي د حلونو یا اوبیونو سره، چې لوستنه یې هر د شمیرپوهنې مینه وال لپاره د پیرځویني وړ بولم.

کتاب په درې برخو کې چاپیږي، چې هره برخه یې یوه خپلواکه او د یوې ځانگړې برخې خونديونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شمیرپوهنې مینه وال دا کار داسې لږ په غور وگوري، نو زر به ورسره مینه پیدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ ریاضي او لږ تر لږه دوه سیاسي او ادبي کتابونو لږی ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهیږم، چې څو دا نور به ترې کله چاپ شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره یوځای ن ج ته پورته کړم.

گرانو لوستونکو!

دا زموږ د هیواد اړتیا لپاره په پوهنیزه اړخ کې په سره تیره اوبه تویول دي. دا کتابونه، کوم چې چاپیږي د زر دانو یا پنځه سوه څخه به نه اوري، نو د یوه پنځوس میلیونه کمو زیات ولس لپاره زردانې چې چاپیږي، دا خو اصلاً په شمیر کې نه راځي، خو دا به په خروار گڼو.

په لومړي کتاببرخه کې ځمکچپوهنه یا هندسه ورسره مل ده او په دویمه کتاببرخه کې مې وکتور شمیرنه ورسره زیاته کړي.

ب

---

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیگرال ته ځانگړې شوې.

گرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانگه کې د بنوونځیو لپاره نوره هم پسي غزېدلې، چې ما هغه د گرانو لوستونکو لپاره راژباړلې.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کېږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کېږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه گرانو لوستونکو ته نابلدي وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توگه ورکړل شوي.

گرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هر ورو به ناتیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوي وي، خو دا به داسې ناتیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي.

ډېرو گرانو هیوادوالو!

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنی ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې زموږ ولس ته به د دې کتاب ژباړې لپاره به تفاهم ولري.

0. تکرار

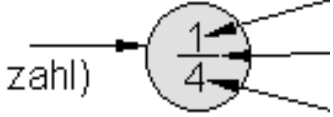
1. 0.1 ماتونه (کسرونه)

0.1.1. پیلینگه

یوه کتره شوکولادی دې په څلورو کسانو و وپشل شي. هر یوه کس ته څلورمه برخه رسیږي..

د دې لپاره لیکو:

$$1:4 = \frac{1}{4}$$

ماتګن (کسری عدد)		صورت (ماتباندي) ماتکرېنه مخرج (ماتلاندي)
------------------	---	--

0. تکرار

۲

د وېشنې بیلگې:

د کسانو تعداد (ګڼون)	د تختو تعداد (ګڼون)	کسر (مات)
4	3	$3:4 = \frac{3}{4}$
9	7	$7:9 = \frac{7}{9}$

د وېشنې بیلگې:

د کسانو تعداد (ګڼون)	د تختو تعداد (ګڼون)	کسر (مات)
4	3	$3:4 = \frac{3}{4}$
9	7	$7:9 = \frac{7}{9}$

0.1.2 کسر یا د کسر عدد (مات یا ماتګڼ):

يو کسر يو عدد دی د دې بڼې سره  $\frac{\text{صورت يا ماتباندي}}{\text{مخرج يا ماتلاندي}} =$

صورت او مخرج تام اعداد (ټولګڼونه) ( $\in Z$ ) او مخرج د صفر سره نامساوي (  $\neq 0$  ) دی

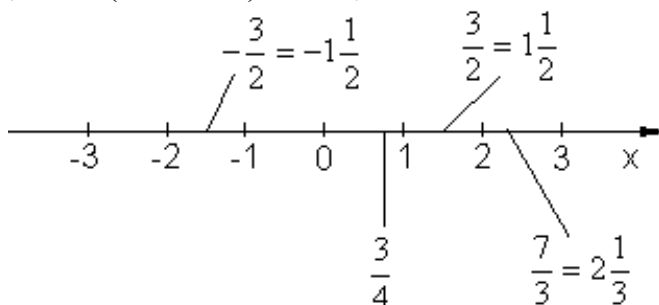
د کسر کرښه یا ماتکرښه د ویش سره په همغه - یا په یوه معنا ده.

0.1.3 -منفي کسری عدد (کمیز ماتګڼ)

د منفی کسری عدد (کمیز ماتگن) بیلگه:

$$(-1): 4 = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

0.1.2- کسرونه د اعدادو په کرښه (کونکرښه) انځور بدلې شي:



### 0.1.4 . گډوله اعداد (گڼونه)

بیلگه:

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \quad \text{باقي } 2 \text{ ، نو } \frac{5}{3} = 5.3 = 1$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{په خټ (برعکس)}$$

لسمیز کسرونه ( اعشاریه که عشاریه؟ کسرونه، لسمیز ماتونه)

لسمیز کسر (لسمیز مات):

	ز س ل ي ل س ز	
	1 3 4 0 , 8 9 5	
زرریز		زرریز
سلریز		سلریز
لسریز		لسریز
یویز		لسریز

### لسمیز مات د کسر ودیزیني د وپشنې له لارې :

$$1340,895 = 1340 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} + \frac{5}{1000}$$

-تعریف (پیژند) لسمیز کسر (لسمیز مات) منح ته راځي، کله چې کسر(مات) ووپشل شي.

که وپشنه پای ته ورسیري، نو پای لسمیز کسر لاس ته اځي .

که وپشنه په یوه ټاکلي قانوندی پرلپسي کي دوام پیدا کړي، نو بیا دا لسمیز کسر ناپای تل بیرته راگرځي دونی - یا ناپای پر یوډیکي لسمیز کسر بلل کیریري

### پای او ناپای پر یوډیکي (تل بیرته راگرځیدونی)

#### لسمیز ماتونه(اعشاریه کسرونه)

$$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25 \quad \frac{12}{5} = 12 : 5 = 2,4$$

دپای لسمیز کسر بیلگه:

د نا پای لسمیز کسر بیلگه :

$$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333... = 0,\overline{3} \quad \frac{8}{11} = 8 : 11 = 0,7272... = 0,\overline{72}$$

### 0-2-یو په بل ارونه :

د لسمیز کسرونو ارونه په کسرونو:

$$2,245 = 2 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} = 2 + \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000} =$$

$$= 2 \frac{200 + 40 + 5}{1000} = 2 \frac{245}{1000} = 2 \frac{49}{200}$$

د ناپا پریودیکی (تل بیرته راگرخیدونی) لسمیز کسرونو اړول په کسرونو :

بیلگه 1 :

$$\begin{array}{r} . \\ 1.\overline{3} = -0.\overline{3} \\ \hline .\overline{3} = 3,0 = 3 \end{array}$$

$$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

په 9 وېشنه

بیلگه ۲ :  $0.\overline{58} = ?$

$$1 \cdot 0,00 = 00,00$$

$$1 \cdot 0,\overline{58} = -0,\overline{58}$$

$$1 \cdot 0,\overline{58} = 58,00 = 58$$

$$\overline{58} = \frac{58}{99}$$

په 99 وېشنه:



بیلگه ۳

$$\begin{array}{r}
 100 \cdot 0,7\bar{4} = 74,\bar{4} \\
 -10 \cdot 0,7\bar{4} = -7,\bar{4} \\
 \hline
 90 \cdot 0,7\bar{4} = 67,0 = 67
 \end{array}$$

$$\bar{4} = \frac{57}{90} \text{ به } 90 \text{ وپښنه:}$$

1 0.2 تمرینونه (ماتشمیرني ته)

لومړی: لاندې 10 کسرونه په لسمیز کسرونو وپرو  
لاندې کسرونه په لسمیز کسرونو وپرو

الف-  $\frac{2}{3}$  ب-  $\frac{8}{9}$  پ-  $5\frac{1}{2}$  ت-  $7\frac{7}{11}$  ټ-  $4\frac{16}{256}$   
دویم: په کیلوگرام یې وپرو او و یې شمیري:

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55kg + 0,25dz + 0,3t + 12,3kg$$

دریم: د سپین کورنی د ورځې  $1\frac{3}{4}$  لیتره شیدې ته اړتیا لری

الف- د کال مصرف یې څومره جگ دی؟  
ب- د کال مصرف یې څومره جگ دی، که یو لیتر شیدې € 0,79 قیمت ولري؟

څلورم: یو د اوبو مرطبان  $43\frac{1}{2}$  لیتره اوبه ځایوي.

له دي 6 خه بوتلونه هر يو 0,75 ليتره او 9 بوتلونه هر يو 0,7 ليترونه ډکيري.  
 په مرطبان کې نورې څو ليتره اوبه پاتې کيږي؟  
 پنځم:  $a < b$ ,  $a > b$ ,  $a = b$  چيرته چې  $a$  او  $b$  دواړه کسرونه انځوروي

الف -  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{2}{9}$  - ب -  $1$ ;  $\frac{1}{2}$  - پ -  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{7}$  - ت -  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{5}$  - ټ -  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{11}{10}$   
 شميرم: وشميری

الف -  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$  - ب -  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$  - پ -  $\frac{1}{4} - \frac{1}{10} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$  - ت -  $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$   
 اوم: وشميری

الف -  $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$  - ب -  $3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9}$  - پ -  $9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6}$   
 اتم: وشميری

الف -  $4 \cdot \frac{1}{8}$  - ب -  $\frac{4}{5} \cdot 2$  - پ -  $1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right)$  - ت -  $4 \cdot \frac{1}{2}$  - ټ -  $4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$   
 نهم: وشميری:

الف -  $\frac{4}{5} - 3\frac{1}{10}$  - ب -  $6\frac{4}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3}$  - پ -  $5\frac{1}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$   
 لسم: وشميری:

الف -  $-19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4$  - ب -  $\left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7$  - پ -  $\frac{3}{4} : \frac{5}{7}$

ت -  $\left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right)$  - ټ -  $12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7$

$$\left(1, \bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) \text{ ث.}$$

مفصل حلونه (اوبیونی)

لومری:

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66666... = \underline{\underline{0, \bar{6}}} \text{ الف -}$$

$$\frac{8}{9} = 8 : 9 = 0,88888... = \underline{\underline{0, \bar{8}}} \text{ ب -}$$

$$5\frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5 + 1 : 2 = 5 + 0,5 = \underline{\underline{5,5}} \text{ پ -}$$

$$7\frac{7}{11} = 7 + \frac{7}{11} = 7 + 7 : 11 = 7 + 0,636363... = 7 + 0, \bar{63} = \underline{\underline{7, \bar{63}}} \text{ ت -}$$

$$4\frac{16}{256} = 4 + \frac{16}{256} = 4 + \frac{1}{16} = 4 + 1 : 16 = 4 + 0,0625 = \underline{\underline{4,0625}} \text{ ث.}$$

دویم:

$$2,5 \text{ t} = 2,5 \cdot 1000 \text{ kg} = 2500 \text{ kg}$$

$$8\frac{1}{2} \text{ dz} = 8,5 \cdot 100 \text{ kg} = 850 \text{ kg}$$

$$0,25 \text{ dz} = 0,25 \cdot 100 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

$$0,3 \text{ t} = 0,3 \cdot 1000 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$$

$$1 \text{ t} = 1 \text{ Tonne} = 1000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ dz} = 1 \text{ Doppelzentner} = 100 \text{ kg}$$

1dz یو دبل لسی (100)

---

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55kg + 0,25dz + 0,3t + 12,3kg$$
$$= 2500kg + 850kg + 1,55kg + 25kg + 300kg + 12,3kg = \underline{\underline{3688,85kg}}$$

یادونه : په پورته کې Doppelzentner د ډبل لسو په معنا دی، یعنی سل.

دریم-

الف-

$$1\frac{3}{4}\text{Liter} = 1,75\text{Liter}$$

یو کال 365 روځي لری

$$t\ 365 \cdot 1,75\text{Liter} = \underline{\underline{638,75\text{Liter}}}$$

د شورو د کال مصرف دی:

ب - یو لیتر شیدي € 0,79 قیمت لری. د شورو قیمت به یو کال کې دی:

$$638,75 \cdot 0,79€ = \underline{\underline{504,61€}}$$

څلورم-

$$43\frac{1}{2}\text{Liter} = 43,5\text{Liter}$$

له دي څخه  $6 \cdot 0,75\text{Liter} = 4,5\text{Liter}$  او

$$19 \cdot 0,7\text{Liter} = 6,3\text{Liter}.$$

کمپری

به مرتبان کې  $43,5\text{Liter} - 4,5\text{Liter} - 6,3\text{Liter} = 32,7\text{Liter}$  اوبه پاتي کیری.

پنجم-

د دې لپاره چې کسرونه سره پرتله کړای شو، باید هغه هغه نومیز کړو یعنې گډ

مخرج (ماتلاندي) یې ونیسو:

غوره یادونه: که ولرو، HN نو د دز لاندي مور تل اصلی مخرج پوهیرو.

$$\frac{2}{6}; \frac{2}{9} \Rightarrow \text{HN} = 36 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 6}; \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 9} \Leftrightarrow \frac{12}{36}; \frac{8}{36} \Rightarrow \frac{12}{36} > \frac{8}{36} \Leftrightarrow \frac{2}{6} > \frac{2}{9}$$

الف -

$$1; \frac{1}{2} \Rightarrow \text{HN} = 2 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}; \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{2}; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 > \frac{1}{2}$$

ب -

$$\frac{3}{4}; \frac{5}{7} \Rightarrow \text{HN} = 28 \Leftrightarrow \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 4}; \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 7} \Leftrightarrow \frac{21}{28}; \frac{20}{28} \Rightarrow \frac{21}{28} > \frac{20}{28} \Leftrightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{7}$$

پ -

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5} \Rightarrow \text{HN} = 10 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 2}; \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} \Leftrightarrow \frac{5}{10}; \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{10} > \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{2} > \frac{2}{5}$$

ت -

ټ-

$$\frac{7}{9}; \frac{11}{10} \Rightarrow \text{HN} = 90 \Leftrightarrow \frac{10 \cdot 7}{10 \cdot 9}; \frac{9 \cdot 11}{9 \cdot 10} \Leftrightarrow \frac{70}{90}; \frac{99}{90} \Rightarrow \frac{70}{90} < \frac{99}{90} \Leftrightarrow \frac{7}{9} < \frac{11}{10}$$

شپږم:

که کسرونه یو په بل زیاتوو یا یو له بل کموو، باید دا مخ له مخه همنومیز شی یعنې د هر

څه لومړی یې باید اصلی مخرج ( اصلی ماتلاندي) و ټاکل شی

په لاندي کې او وروسته په هر ځای کې HN د اصلی مخرج یا اصلی ماتلاندي په معنا دی.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \quad \text{HN} = 12 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{ب -}$$

ب -

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \quad \text{HN} = 40 \Rightarrow \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} - \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4} \\ = \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{5}{40} - \frac{4}{40} = \frac{20-10+5-4}{40} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4} \quad \text{ت -}$$

اصلي مخرج يا ماتلاندي = 56 له دي لاس ته راځي:

$$\Rightarrow \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} - \frac{16}{56} - \frac{14}{56} = \frac{49-16-14}{56} = \frac{19}{56}$$

اوم -

که کسرونه یو په بل زیاتوو یا یو له بل کموو، باید دا مخ له مخه همنومیز شی یعنی د هر څه له مخه یې باید اصلي مخرج (HN اصلی ماتلاندي) و ټاکل شی

$$7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{15}{2} - \frac{13}{4} \quad \text{HN} = 4 \Rightarrow \frac{30}{4} - \frac{13}{4} = \frac{30-13}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} = \frac{11}{3} + \frac{14}{6} - \frac{40}{9} \quad \text{HN} = 18 \Rightarrow \frac{66}{18} + \frac{42}{18} - \frac{80}{18} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$$

ب -

$$9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} = \frac{47}{5} + \frac{4}{3} - \frac{29}{6} \quad \text{HN} = 30 \Rightarrow \frac{282}{30} + \frac{40}{30} - \frac{145}{30} = \frac{177}{30} = \frac{59}{10} = \underline{\underline{5\frac{9}{10}}}$$

تم- مفصل حلونه:

$$4 : \frac{1}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = \underline{\underline{1\frac{3}{5}}} \quad \text{ب -}$$

$$1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{2} = -\frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = -\frac{35}{6} = \underline{\underline{-5\frac{5}{6}}} \quad \text{ب -}$$

$$4 : \frac{1}{2} = \frac{4}{1} : \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8 \quad \text{ت -}$$

$$4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9} = \frac{29}{6} : \frac{11}{9} = \frac{29 \cdot 9}{6 \cdot 11} = \frac{29 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{87}{22} = \underline{\underline{3\frac{21}{22}}} \quad \text{ت -}$$

نهم- مفصل حلونه:

$$\frac{4}{5} - 3\frac{1}{10} = \frac{4}{5} - \frac{31}{10} = \frac{8}{10} - \frac{31}{10} = \frac{8-31}{10} = -\frac{23}{10} = \underline{\underline{-2\frac{3}{10}}} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$6\frac{4}{5} - 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \frac{34}{5} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{204}{30} - \frac{45}{30} + \frac{20}{30} = \frac{204-45+20}{30} = \frac{179}{30} = \underline{\underline{5\frac{29}{30}}}$$

ب-

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} \cdot \frac{3}{7} &= \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 1} + \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9 \cdot 7}{14 \cdot 3} \\ &= \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = \underline{\underline{2\frac{3}{4}}} \end{aligned}$$

لسم-

$$-19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 = -19 + 2,25 \cdot 4 = -19 + 9 = \underline{\underline{-10}} \text{ الف-}$$

ب-

$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(\frac{4}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(4 - \frac{1}{2}\right) : 7 \\ &= \left(\frac{8}{2} - \frac{1}{2}\right) : 7 = \frac{7}{2} : 7 = \frac{7}{2} : \frac{7}{1} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = \underline{\underline{1\frac{1}{20}}} \text{ ب-}$$

ت-

$$\begin{aligned} \left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right) &= \left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{3}{3}\right) = \frac{7}{3} : (-1) = -\frac{7}{3} = \underline{\underline{-2\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

$$12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7 = \frac{12}{3} + \frac{12}{4} - 7 = 4 + 3 - 7 = 0 \text{ ت-}$$

ث-



$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = \left(\frac{4 \cdot 9}{3} - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = (12 - 3) : 3 + \frac{3}{2} \\ &= 9 : 3 + \frac{3}{2} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = \underline{\underline{4\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

## 0.3 د کسرونو قوانین

Kürzen: 0.3.1 لنډونه

لنډونه : کسرونه لنډیږي که صورت او مخرج د همغه عدد سره ووېشل شي.

بیلگه :

$$\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3} \quad \frac{9}{3} = \frac{9:3}{3:3} = \frac{3}{1} = 3$$

## 0.3.2 غزونه :Erweitern

کسرونه غزیږي ، که صورت او مخرج د همغه عدد سره ضرب شي

بیلگه:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{9}{21}$$

برابر – یا همغه نومیز کونه (په یوه مخرج کونه یا د گډ مخرج (ماتلاندي) جوړونه) په گډ مخرج کونه: دوه یا زیات کسرونه (ماتونه) برابر نومیز کیری یا په گډ مخرج کیری، داسه چې دا وغزول شی او دا بالاخره پر اړ مخرج ولری..

دامخرج اصلی مخرج هم بلل کیری او د (HN) سره یې ښایو.

دا د یوگونو مخرجونو اصلی مخرج یا خورا کوچنی گډ زیاتلی یا مضرب (نو الاضعاف الاقل scm) دی.

بیلگه:

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

ځکه چې ذوالاصعاف الاقل scm  $(3; 4) = 12$  ، دی

### 0.3.3 د کسرونو جمعه (زیاتون) :

دوه یا ډېر کسرونه یو په بل زیاتوو داسې چې دا له مخه همنومیز شی یعنی د هر څه له مخه یې باید اصلی مخرج ( اصلی ماتلاندي) و ټاکل شی او په پای کې یې صورتونه سره جمعه شي.

بیلگه:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \Rightarrow HN = 12 \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

په پورته کې هم HN اصلی مخرج دی.

### 0.3.3 د کسرونو تفریقول (د ماتونو کمونه):

تفریق یا کمون: دوه یا زیات کسرونه یو له بل کمیری، داسې چې دا مخ له مخه هم نومیز شی یعنی د هر څه له مخه یې باید اصلی مخرج ( اصلی ماتلاندي) و ټاکل شی او بالاخره صورتونه کم یا منفی کړی.

بیلگه:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \Rightarrow HN = 12 \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

#### 0.3.4 د کسرونو ضرب (ځل)

کسرونه سره ضربیږی، داسې چې صورت له صورت سره او مخرج له مخرج سره ضرب شی.

بیلگه:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

#### 0.3.6 د کسرونو ویش

ویش: دوه کسرونه ویشل کیږی، داسې چې لومړی کسر د دویم کسر د به برعکس ارزښت ( په ځټ ارزښت) سره ضرب شی.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

بیلگه:

## 0.3.7. ډبل کسرونه

ډبل کسر: یو ډبل کسر بل څه نه دی پرته د کسر ویشني څخه.

بیلگه:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{ځکه چې} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{یا} \quad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

ډبل کسرونو ته نورې یادونې یا پاملرنې:

د حل قاعده: یو ډبل کسر په کسر بدلیږي، داسې چې د لومړي کسر صورت د دویم کسر د مخرج سره ضرب شي، چې دا د نوی کسر صورت جوړوي.

د لومړي کسر مخرج د دویم کسر د صورت سره که ضرب شي، نو د دویم کسر مخرج راځي.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

که ډبل مات یا کسر پوره نه وي، نو کیدی شي د 1 عدد په استعمال پوره شي

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{1}} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20} \quad \frac{3}{5} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{6}} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 1} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

## 0.3.9. تمرینونه ۱

لومری- لاندی ماتونه یا کسرونه په لسمیزو کسرونو واری

$$\text{لف- } \frac{2}{3} \text{ ب- } \frac{8}{9} \text{ پ- } 5\frac{1}{2} \text{ ت- } 7\frac{7}{11} \text{ ټ- } 4\frac{16}{256}$$

دویم: په کیلوگرام kg بی واری او وی شمیری

$$2,5t + 8\frac{1}{2}dz + 1,55kg + 0,25dz + 0,3t + 12,3kg$$

دریم: د سپین کورنی د ورځی  $1\frac{3}{4}$  Liter لیتره شودو ته اړتیا لري

الف کلنی مصرف څومره دی

ب: کلنی ارزښت یا قیمت څومره دی، که یو لیتر شوده € 0,79 قیمت ولري؟

څلورم: یو د شودو مرتبان  $43\frac{1}{2}$  Liter لیتره شوده خوندي کولای شي

له دی څخه 6 بوتلونه، چې هر یو 0,75 لیتره دی، 9 بوتلونه، چې هر یو یی 0,7 لیتره دی، ډکیری. نوري په مرطبان کی څومره اوبه پاتي کیری؟

پنځم: - لاندی کسرونه نسبت و لویوالی ته سره پرتله کری. ولیکی  $a < b$  ,  $a > b$  یا ،  $a = b$ ، چیرته چې  $a$  او  $b$  هر یو دواړه کسرونه انځوروی.

$$\text{الف- } \frac{2}{6}, \frac{2}{9} \text{ ب- } 1, \frac{1}{2} \text{ پ- } \frac{3}{4}, \frac{5}{7} \text{ ت- } \frac{1}{2}, \frac{2}{5} \text{ ټ- } \frac{7}{9}, \frac{11}{10}$$

6: وشمیری

$$\text{الف- } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{ ب- } \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \text{ پ- } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \text{ ت- } \frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$$

اوم - و شمیری:

$$\text{الف. } 7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} \text{ ب. } 3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} \text{ پ. } 9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6}$$

اتم - و شمیری

$$\text{الف. } 4 \cdot \frac{1}{8} \text{ ب. } \frac{4}{5} \cdot 2 \text{ پ. } 1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{2}\right) \text{ ت. } 4 : \frac{1}{2} \text{ ث. } 4\frac{5}{6} : 1\frac{2}{9}$$

نهم - و شمیری

$$\text{الف. } \frac{4}{5} - 3\frac{1}{10} \text{ ب. } 6\frac{4}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} \text{ پ. } \frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7}$$

لسم - و شمیری:

$$\text{الف. } -19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 \text{ ب. } \left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 \text{ پ. } \frac{3}{4} : \frac{5}{7}$$

$$\text{ت. } \left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right) \text{ ث. } 12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7$$

$$\text{ث. } \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right)$$

مفصل حلونه

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66666\dots = \underline{\underline{0,\bar{6}}} \text{ لومری - الف.}$$

$$\frac{8}{9} = 8 : 9 = 0,88888... = \underline{\underline{0,8\bar{8}}} \quad \text{ب. -}$$

$$5\frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5 + 1 : 2 = 5 + 0,5 = \underline{\underline{5,5}} \quad \text{پ. -}$$

$$7\frac{7}{11} = 7 + \frac{7}{11} = 7 + 7 : 11 = 7 + 0,636363... = 7 + 0,\bar{63} = \underline{\underline{7,\bar{63}}} \quad \text{ت. -}$$

$$4\frac{16}{256} = 4 + \frac{16}{256} = 4 + \frac{1}{16} = 4 + 1 : 16 = 4 + 0,0625 = \underline{\underline{4,0625}} \quad \text{ث. -}$$

دویم-

	$2,5 \text{ t} = 2,5 \cdot 1000 \text{ kg} = 2500 \text{ kg}$
$1 \text{ t} = 1 \text{ Tonne} = 1000 \text{ kg}$	$8\frac{1}{2} \text{ dz} = 8,5 \cdot 100 \text{ kg} = 850 \text{ kg}$
$1 \text{ dz} = 1 \text{ Doppelzentner} = 100 \text{ kg}$	$0,25 \text{ dz} = 0,25 \cdot 100 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$
	$0,3 \text{ t} = 0,3 \cdot 1000 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$

$$2,5 \text{ t} + 8\frac{1}{2} \text{ dz} + 1,55 \text{ kg} + 0,25 \text{ dz} + 0,3 \text{ t} + 12,3 \text{ kg}$$

$$= 2500 \text{ kg} + 850 \text{ kg} + 1,55 \text{ kg} + 25 \text{ kg} + 300 \text{ kg} + 12,3 \text{ kg} = \underline{\underline{3688,85 \text{ kg}}}$$

پام : په پورته حل کې Doppelzentner د ډبل لسو یعنی 100 په معنا دی.

دریم- مفصل حلونه

الف-  $1\frac{3}{4} \text{ Liter} = 1,75 \text{ Liter}$  ، کال ۳۶۵ روځي لري.

$$365 \cdot 1,75 \text{ Liter} = \underline{\underline{638,75 \text{ Liter}}}$$

د شورو د کال لگښت دی:

ب - د یو لیتر شودو نرخ € 0,79 دی. د شودو قیمت په یوه کال کې دی:

$$638,75 \cdot 0,79€ = \underline{\underline{504,61€}}$$

څلورم-

له دې څخه کم (منفی) کړی:  $43 \frac{1}{2} \text{ Liter} = 43,5 \text{ Lite}$

$$9 \cdot 0,7 \text{ Liter} = 6,3 \text{ Liter.} \quad \text{او} \quad 6 \cdot 0,75 \text{ Liter} = 4,5 \text{ Liter}$$

په مرتبان کې له دې امله  $43,5 \text{ Liter} - 4,5 \text{ Liter} - 6,3 \text{ Liter} = 32,7 \text{ Liter}$  لیتره اوبه پاتې کیږی.

پنځم- مفصل حلونه

د دې لپاره، چې کسرونه سره پرتله کړای شو، باید دا همونیمیز کړو یعنې گډ مخرج (ماتلاندي) یې پیدا کړو.

یادونه: په لاندې کې HN اصلی مخرج یا گډ مخرج دی.

$$\frac{2}{6}; \frac{2}{9} \Rightarrow \text{HN} = 36 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 2}{6 \cdot 6}; \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 9} \Leftrightarrow \frac{12}{36}; \frac{8}{36} \Rightarrow \frac{12}{36} > \frac{8}{36} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{2}{6} > \frac{2}{9}}} \quad \text{الف-}$$

$$1; \frac{1}{2} \Rightarrow \text{HN} = 2 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}; \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{2}; \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\underline{1 > \frac{1}{2}}} \quad \text{ب-}$$

$$\frac{3}{4}; \frac{5}{7} \Rightarrow \text{HN} = 28 \Leftrightarrow \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 4}; \frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 7} \Leftrightarrow \frac{21}{28}; \frac{20}{28} \Rightarrow \frac{21}{28} > \frac{20}{28} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{3}{4} > \frac{5}{7}}} \quad \text{پ-}$$



$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5} \Rightarrow \text{HN} = 10 \Leftrightarrow \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 2}; \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 5} \Leftrightarrow \frac{5}{10}; \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{10} > \frac{4}{10} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{1}{2} > \frac{2}{5}}}$$

ت -

$$\frac{7}{9}; \frac{11}{10} \Rightarrow \text{HN} = 90 \Leftrightarrow \frac{10 \cdot 7}{10 \cdot 9}; \frac{9 \cdot 11}{9 \cdot 10} \Leftrightarrow \frac{70}{90}; \frac{99}{90} \Rightarrow \frac{70}{90} < \frac{99}{90} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{7}{9} < \frac{11}{10}}}$$

ب -

شپږم- مفصل حلونه

که کسرونه سره زیاتیری یا کمیری یعنی جمعه او یا تفریق کیری، باید له هر څه اول گډ مخرج ته راوړل شی یا یې اصلي ماتلاندی (مخرج مشترک) وټاکل شی.

په لاندې کې:  $\text{HN} = \text{اصلي ماتلاندې یا مخرج}$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 6 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = \underline{\underline{1\frac{1}{6}}}$$

الف -

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \quad \text{HN} = 12 \Rightarrow \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{3-2}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{12}}}$$

ب -

پ -

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \quad \text{HN} = 40 \Rightarrow \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} - \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 5}{8 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{10 \cdot 4}$$

$$= \frac{20}{40} - \frac{10}{40} + \frac{5}{40} - \frac{4}{40} = \frac{20-10+5-4}{40} = \underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$$

ت -

$$\text{HN} = 56 \Rightarrow \frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{49}{56} - \frac{16}{56} - \frac{14}{56} = \frac{49-16-14}{56} = \underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

اوم- مفصل حلونه

که کسرونه سره زیاتیری یا کمیری یعنی جمعه او یا تفریق کیری، باید له هر څه اول گډ مخرج ته راول شی یا یې اصلي ماتلاندی (مخرج مشترک) وټاکل شی.

$$\text{الف-} \quad 7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{15}{2} - \frac{13}{4}$$

$$\text{HN} = 4 \Rightarrow \frac{30}{4} - \frac{13}{4} = \frac{30-13}{4} = \frac{17}{4} = \underline{\underline{4\frac{1}{4}}}$$

HN=اصلي ماتلاندی یا -مخرج

ب -

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{6} - 4\frac{4}{9} = \frac{11}{3} + \frac{14}{6} - \frac{40}{9} \quad \text{HN} = 18 \Rightarrow \frac{66}{18} + \frac{42}{18} - \frac{80}{18} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = \underline{\underline{1\frac{5}{9}}}$$

پ -

$$9\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} = \frac{47}{5} + \frac{4}{3} - \frac{29}{6}$$

( اصلي ماتلاندی یا - مخرج HN )

$$\text{HN} = 30 \Rightarrow \frac{282}{30} + \frac{40}{30} - \frac{145}{30} = \frac{177}{30} = \frac{59}{10} = \underline{\underline{5\frac{9}{10}}}$$

اتم-

$$\text{الف-} \quad 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 8} = \frac{4}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5} \quad \text{ب. -}$$

$$1 \frac{2}{3} \cdot \left(-2 \frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{2} = -\frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = -\frac{35}{6} = -5 \frac{5}{6} \quad \text{ب. -}$$

$$4 : \frac{1}{2} = \frac{4}{1} : \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{8}{1} = 8 \quad \text{ت. -}$$

$$4 \frac{5}{6} : 1 \frac{2}{9} = \frac{29}{6} : \frac{11}{9} = \frac{29 \cdot 9}{6 \cdot 11} = \frac{29 \cdot 3}{2 \cdot 11} = \frac{87}{22} = 3 \frac{21}{22} \quad \text{ث. -}$$

نعم-

$$\frac{4}{5} - 3 \frac{1}{10} = \frac{4}{5} - \frac{31}{10} = \frac{8}{10} - \frac{31}{10} = \frac{8-31}{10} = -\frac{23}{10} = -2 \frac{3}{10} \quad \text{الف. -}$$

$$6 \frac{4}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{34}{5} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{204}{30} - \frac{45}{30} + \frac{20}{30} =$$

$$= \frac{204-45+20}{30} = \frac{179}{30} = 5 \frac{29}{30}$$

ب. -

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} : \frac{1}{2} + 1 \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9}{14} : \frac{3}{7} &= \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 1} + \frac{12}{7} \cdot \frac{7}{4} - \frac{9 \cdot 7}{14 \cdot 3} \\ &= \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5}{4} + \frac{12}{4} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4} \end{aligned}$$

لسم-

$$\text{الف- } -19 + (0,5 + 1,75) \cdot 4 = -19 + 2,25 \cdot 4 = -19 + 9 = \underline{\underline{-10}}$$

ب -

$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(\frac{4}{3} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) : 7 = \left(4 - \frac{1}{2}\right) : 7 \\ &= \left(\frac{8}{2} - \frac{1}{2}\right) : 7 = \frac{7}{2} : 7 = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

ب -

ت -

$$\begin{aligned} \left(2\bar{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{3} + 0\bar{3}\right) &= \left(2\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{3}{3}\right) = \frac{7}{3} : (-1) = -\frac{7}{3} = \underline{\underline{-2\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

ت -

$$12 \cdot \frac{1}{3} + 12 \cdot \frac{1}{4} - 7 = \frac{12}{3} + \frac{12}{4} - 7 = 4 + 3 - 7 = \underline{\underline{0}}$$

ث -

$$\begin{aligned} \left(1\bar{3} \cdot 9 - \frac{9}{3}\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + 2\right) &= \left(1\frac{1}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4}{3} \cdot 9 - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = \left(\frac{4 \cdot 9}{3} - 3\right) : 3 + \frac{3}{2} = (12 - 3) : 3 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$= 9 : 3 + \frac{3}{2} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = \underline{\underline{4\frac{1}{2}}}$$

0.4. درېجملې ته مفصل حل

0.4.1. متناسب: proportional

1- یو موټر په سل کیلومتره 100 km کې 9,6 لیتره بنزین مصرفوی. د یوې ډکې ټانکې سره دی 540 km لری وایڼ وهی. دا ټانکې څومره تیل خوندي کولای شي؟ (په پوره لیتر یې راگرد کری)

	$\begin{array}{l} 100 \text{ km} \quad 9,6 \text{ Liter} \\ 540 \text{ km} \quad ? \text{ Liter} \\ \hline 100 \text{ km} \quad 9,6 \text{ Liter} \\ 1 \text{ km} \quad \text{سلمه (100.) برخه} \\ \text{ضرب یې (ځله) 540} \\ \frac{9,6 \text{ Liter} \cdot 540}{100} = 51,84 \text{ Liter} \approx 52 \text{ Liter} \end{array}$
--	---

ځواب: ټانکې 52 Liter تیل خوندي لري

0.4.2. په څټ یا معکوس متناسب Antiproportional

2- د یوه انگر جوړولو لپاره درې کارگر 11,5 ساعته وخت ته اړتیا لری. د دې لپاره به 5 کارگر څومره وخت ته اړتیا ولري.

<p>که کارگر هر خومره زیات شي همغومره وخت کمیری له دی لاس ته راځي (<math>\Leftarrow</math>) بعکس متناسب خواب: پنځه کار گر دا کار په <math>6,9h \approx 7h</math> ساعتونو کې پای ته رسوي</p> $\frac{11,5h \cdot 3}{5} = 6,9h$	<p>3 کارگر 11,5 ساعتونه 5 کارگر ?h ( یادونه: h د ساعت لپاره)</p> <p>-----</p> <p>3 کارگر 11,5 ساعتونه 1- کارگر 3 ځله زیات وخت 5 کارگر د وخت پنځمه برخه:</p> $\frac{11,5h \cdot 3}{5} = 6,9h$ <p>هر څومره چې کارگر ډېر وی همغومره کمو ساعتونو ته ته اړتیا ده. لاس ته راورنه برعکس متناسب ده (په څټ متناسب <math>\Rightarrow</math> antiproportional)</p>
---	---

### 0.4.3. پوښ کونه (لکه په کوټیو کې کینونه یا بندونه I (verschachtelt I

دریم:

یو  $7 \text{ m}^2$  لوي 5 ملی متره پنډ د تیم څادر. 313,6 kg وزن لري.

یو 6 mm ملی متره پنډ تیم به خومره وزن ولري، چې یوه د  $4 \text{ m}^2$  سطحه ولري (په کیلوگرام یې را گرد کری)

په لاندې کې مو. Blech , ( لوستل: بلین) تیم یا د تم څادر ته ویلي.

<p><math>7 \text{ m}^2</math> تیم 5mm پنډ 313,6kg <math>4 \text{ m}^2</math> تیم 6mm پنډ ?kg <math>7 \text{ m}^2</math> تیم 5mm پنډ 313,6kg</p>	<p>هر خومره چې ملی متره mm زیات وی همغومره تیم درنیري لاس ته راورنه سیده متناسب هر خومره چې مربع متر <math>\text{m}^2</math> زیاتیري همغومره تیم دروند وي</p>
---	---

$\frac{313,6 \text{ kg} \cdot 4 \cdot 6}{7 \cdot 5} = 215,04 \text{ kg} \approx 215 \text{ kg}$ <p>1m<sup>2</sup> تیم 5mm پند 7 -مه برخه  4m<sup>2</sup> تیم 5mm پند 4 خله دبر  4m<sup>2</sup> تیم پند 1mm 5 -مه برخه  4m<sup>2</sup> تیم پند 6mm 6 خله دبر</p>	$\Rightarrow$ proportional سیده متناسب
---	---

خواب: تیم  $\underline{215 \text{ kg}}$  وزن لري

#### 0.4.4. پوښن کونه II II verschachtelt

څلورم- د 720 m<sup>2</sup> انگر لپاره اوه خټگر 160 h ساعته وخت ته اړتيا لري.

5 خټگر به د 600 m<sup>2</sup> لپاره څومره وخت ته اړتيا ولري (وخت په ساعتونو او دقیقو وروکړی)

$$\frac{160h \cdot 7.600}{5.720} = 186h = 186\frac{2}{3}h = 186h40 \text{ min}$$

هرڅومره چې خټگر زیات وی همومره لږ وخت نیسي. له دې لاس ته راځي: برعکس متناسب

هرڅومره لږ خټگر همومره زیات ساعتونه. له دې لاس ته راځي مستقیم متناسب  
خواب: پنځه خټگر 186h 40min ته اړتيا لري.

#### 0.4.5. پوښونه III (یوبل کې بندونه یا پوښونه): verschachtelt III

پنځم - دولس کارگرو د په اوه روځو روځي نهه ساعته کار کې 390 m<sup>2</sup> مرته د سیمتو دیوال جوړ کړ.

د برابر زور یا قدرت څو کارگر باید په کار واچول شي، چې په مجموع یووېشت روځو کې 2340 m<sup>2</sup> بیتون (د سیمتو) دیوال جوړ کړي او د روځي د کار وخت یې فقط اته ساعته وي؟

$390 m^2$	$7T$	$9h$	$12E$
$2340 m^2$	$21T$	$8h$	?
$390 m^2$	$7T$	$9h$	$12E$

$1 m^2$	$7T$	$9h$	
$2340 m^2$	$7T$	$9h$	390 - مه برخه
$2340 m^2$	$1T$	$9h$	2340 - ځله زيات
$2340 m^2$	$21T$	$9h$	7 - ځله زيات
$2340 m^2$	$21T$	$9h$	21 - مه برخه
$2340 m^2$	$21T$	$1h$	9 - ځله زيات
$2340 m^2$	$21T$	$8h$	8 - مه برخه

$$\frac{12E \cdot 2340 \cdot 7 \cdot 9}{390 \cdot 21 \cdot 8} = \underline{\underline{27E}}$$

### درېجملي ته پوښتنې:

يادونه: دا دې تل ورسره وليکل شي چې ايا دا اړيکي متناسب او که معکوس متناسب دي.

لومړۍ - يو گړندی موټر د 100 km لپاره 9,6 Liter تيل مصرفوي د 60 Liter ډکې ټانکۍ سره به موټر څو كيلومتره لار ووهي؟ 2- په يوه مارکيټ کې دويم - په دوکان کې 40 دانې بنسلونه € 0,68 قيمت لري.

همدا ډول به 250 پښلونه څو € يورو قيمت ولري؟  
درېم - يو سرک 2,4 km كيلومتره اوږدوال په 8,4 m متره جگيري

څو متره په په برابر پاتې 5 km جگه شي  
څلورم - د يوې گراجي جوړولو لپاره درې کارگر 7,5 ساعتونو ته اړتيا لري.



کار په خومره دوام ولري، که 5 کارگر په کار واچول شي؟ پنځم- يو  $6 \text{ m}^2$  لوی د مسو تيم چې  $4 \text{ mm}$  بند د  $213,6 \text{ kg}$  وزن لري.

يو تيم چې  $3 \text{ mm}$  بند د خومره وزن ولری، که سطحه  $4 \text{ m}^2$  ولري؟ شپږم- يو توريست له يوه پنک څخه د  $€ 400$  لپاره  $432$  ډالر اخلي.

هغه په خومره ډالر لاس ته راوړي وی، که هغه  $€ 2250$  بدلي کړي وی.

اوم- يو دکاندار د مياشتي خرڅلاو کې، چې ټول  $€ 45200$  کيږي  $€ 3164$  گټه تر لاس کوی . که په بله مياشت کې يې گټه  $€ 220,50$  په پخوانۍ گټې زياته وي. خرڅلاو به يې څومره وي؟ اتم- د پنځو خټگرو لخوا ديوال  $616 \text{ m}^2$  په  $154$  ساعتونو کې حور پيري .

خومره ديوال کړی شي په برابر توان شپږ خټگر په  $160 \text{ h}$  کې جوړ کړي. نهم - که  $1800 \text{ m}^3$  متره مکعب اوبه چې  $12 \text{ m}$  متره جگي يووړل شي، يوه څلور کيلووات پمپ ته اړتيا شته

خومره اوپه کيدی شي د اته کيلو واټ پمپ سره  $16$  متره جگي يووړل کيدی شي؟ لسم- د موټر د بادۍ  $1280$  برخو (پرزو) جوړولو لپاره  $4$  مستريان په کار دي، چې هر يو  $8 \text{ h}$  ساعته کار وکړي..

خومره مستريان بايد په کار واچول شي، چې د موټر  $2400$  برخي (پرزۍ) هره روځ جوړي کړي او دوه مستريان نور هم پرې زيات شي؟ يو لسم- په درې اتومات الاتو جوړولو ماشين باندې  $150$  متال پوښونو په يو ساعت او  $15 \text{ min}$  دقيقو کې جوړېدای شي.

خومره پوښونه به په  $2 \text{ h } 30 \text{ min}$  او  $30 \text{ min}$  دقيقو توليد شي، که دوه ماشينونه زيات په کار واچول شي؟

دولسم- د دې لپاره چې  $96 \text{ m}^2$  د چټ سطحه پوښ شي، درې کارگرو ته اړتيا ده چې دوه روځي هره روځ اته ساعته کار وکړي..

څلور کارگر به دا کار په څو روځو کې پای ته ورسوي، چې د چټ سطحه پوښن کړي او د روځي يو ساعت کار زيات کړي؟

ديارلسم- دري روځو کې شپږ ډيزل ماشينونه هره روځ شپاړس ساعتونو کار کې 2016 Liter لیتره ډيزل سوزي. د توليد زياتوالي لپاره په راتلونکي کې اته ماشينونه په کار اچول کيږي او د کار وخت په دوه ساعته جگيږي.

د روځي څومره د ډيزلو مصرف بايد په پام کې ونيول شي؟  
څوارلسم- د اته برېښنا گروپونو لپاره ، چې د روځي اته ساعته سوزي د مياشتي € 18 مصرف راځي.

څومره لگښت راځي، که دولس گروپونه په همغه قدرت د روځي شپږ ساعته وسوزي؟  
پنځلسم- دولس کارگر دروځي نهه ساعته کار باندې په 7 روځو کې 390m<sup>2</sup> د سيمتو ديوال جوړوي. څومره کار د برابر قدرت سره په 21 روځو کې 2340 m<sup>2</sup> د سيمتو ديوال پورته کوي، چې په وخت کار پای کړي او د روځي اته ساعته کار وکړي؟  
د دري جملې د تمرينونو I حل.

### نتيجه:

لومړی - هر څومره ډېر لیترونه، همغومره ډېر کیلومتره (سېه متناسب)

د یوې 60 لیتره ډکې ټانکې سره موټر 625 km کیلو متره لار وهي.

دویم - هر څومره چې پنسلونه ډېر وي، همغومره زاتي پیسې (یا یورو €) (سیده متناسب)

250 همغه ډول پنسلونه € 25 ارزښت (قیمت) لری

دریم - هر څومره زیات کیلومتره په همغه کچه د جگوالي توپیر (سیده متناسب).

د 5 km کیلو متره اوږدوالي سره، سرک 17,5 m متره جگيږي.

څلورم - هر څومره زیات کارگر، همغومره کم ساعتونه (برعکس یا په څټ متناسب)

د 5 کارگرو له خوا کار 4,5 ساعتونه دوام کوي.

پنجم - هرڅومره چې  $m^2$  متره زياتيري، په همغه کچه kg کيلوگرام (سيده متناسب)

هرڅومره کم mm ملي متره ، همغومره کم kg کيلوگرام (سيده متناسب).

يو 3 mm درې ملي متره پنډتيم  $4 m^2$  سطحي سره . 106,8 kg وزن لري..

شپږم - هرڅومره چې € زيات وي، همغومره به \$ زيات وي (سيده متناسب).

د € 2250 لپاره په توريست \$ 2430 لاس ته راږوي واي.

اوم - هرڅومره زياتي پيسي همغومره ډېر گټل (درآمد) (سيده متناسب)

د € 3384,50 گټي يا معاش سره ټول خرڅلاو € 48350 دی.

اتم - هرڅومره ډېر کارگر همغومره ډېر متره مربع  $m^2$  (سيده متناسب)

هرڅومره زيات ساعتونه همغومره ډېر  $m^2$  (سيده متناسب)

شپږم 6 خټگر په 160 ساعتونو کي  $768 m^2$  ديوال جوړوي.

نهم - هرڅومره زيات kW ، همغومره زيات  $m^3$  (متناسب)

هرڅومه زيات m ، همغومره کم  $m^3$  (مخامخ يا برعکس متناسب)

يو 8 kW پمپ کړی شی  $2700 m^3$  اوبه 16 m جگي پمپ کړی.

لسم - هرڅومره چې کارگر زيات وي همغومره لږ کار (معکوس متناسب)

هرڅومره زياتي برخي (ټوټي) و همغومره زيات وخت (متناسب)

روځنی کار بايد په 2 ساعتو وغزيري

يولسم - هرڅومره ډېر ماشينونه، همغوره زيات پوښونه (متناسب)

هرڅومره زيات وخت، هموغمره زيات پوښونه (متناسب)

په 2 h او 30 min کي کيډی شي په 5 د کار الاتو يا ماشينو باندې 500 پوښونه

چمتوش ي.

دولسم - هرڅوره زيات پوښونه، همغومره لږ وخت (معکوس متناسب)

هرڅومره زيات همغومره زيات وخت ( متناسب )  
هر، مره ساعتونه په روځ ( رووځ / ساعت ) ( h/Tag ) ( معكوس متناسب )  
د  $144 \text{ m}^2$  يو چت دورځي 9 ساعته كار سره چې پوښ كړو، څلور پوښوركوونكو ( كارگرو ) ته اړتيا ده او 2 روځو ته.  
ديارلسوم- هرڅومره زيات ماشينونه همغومره زيات ليرونه ( متناسب )  
د روځي هرڅومره زيات ساعتونه، همغومره زيات ليرونه ( متناسب )  
د روځي په 18 ساعته چالان كې 8 ډيزل ماشينونه 1008 ليتره تيل د روځي مصرفوي.  
څوارلسم - هرڅومره زيات څراغونه، همغومره زياتي € ( متناسب )  
هرڅومره د روځي لږ ساعتونه، همغومره دروځي لږ € ( متناسب )  
كه 12 څراغونه د روځي 6 ساعته بل وي، د مياشتي € 20,25 بايد مصرف تاديه شي .  
پنځلسم - هرڅومره زيات همغومره زيات كارگر ( متناسب )  
هرڅومره زياتي روځ ي ، همغومره لږ كارگر ( معكوس متناسب )  
هر څومره د روځي لږ ساعتونه ( h/Tag ) ، همغومره زيات كارگر ( معكوس ياپه څټ متناسب )  
بايد 27 كارگر په كار واچول شي.

## مفصل حلونه يا اوبيوني

لومړۍ-

هرڅومره زيات ليترونه	9,6 Liter 100 km
همغومره زيات كيلومتره	60 Liter ? km
له دې لاس ته راځي:	$\frac{9,6 \text{ Liter } 100 \text{ km}}{9,6}$
متناسب	يو ليتر 9,6-مه برخه
	60 ليتره 60 ځله زيات
	$\frac{100 \text{ km} \cdot 60}{9,6} = 625 \text{ km}$

د 60 ليتره تانكي سره موټر كړي شي 625 كيلو متره واټن ووهي.

دويم- ( په لاندې كې Stahlstift د اوسپني پنسل په معنا دی )

هر څومره زیات د اوسپني قلمونه ، همغومره زیاتي یورو له دي لاس ته راځي : متناسب	40 Stahlstifte 0,68 €
	250 Stahlstifte ? €
	<hr/>
	40 Stahlstifte 0,68 €
	1 پینسل څلویښتمه برخه 250 پینسلونه 250 څله زیات
	$\frac{0,68 \text{ €} \cdot 250}{40} = 4,25 \text{ €}$

د همغه ډول یا تیوپ ۲۵۰ د اوسپني قلمونه ۴ و ۲۵ یورو قیمت لري.  
دریم -

هر څومره زیات کیلو متره همغومره د حگوالي توپیر. له دط لاس ته راځي: متناسب	2,4 km 8,4 m
	5 km ? m
	<hr/>
	2,4 km 8,4 m
	1 کیلومتر 2,4-مه برخه 5 کیلومتره 5-څله زیات
	$\frac{8,4 \text{ m} \cdot 5}{2,4} = 17,5 \text{ m}$

د پنځه کیلو متره اوږده سرک باندې سرک ۱۷،۵ متره جگيري.  
څلورم Pflasterer د پوښوونکي په معنادی

هر څومره زیات کارگر همغومره لږ ساعتونه له دي لاس ته راځي: په څټ متناسب	3 Pflasterer 7,5 h
	5 Pflasterer ? h
	<hr/>
	3 Pflasterer 7,5 h
	1 Pflasterer 3 mal solange 5 Pflasterer den 5. Teil
	$\frac{7,5 \text{ h} \cdot 3}{5} = 4,5 \text{ h}$
	1 پوښوونکی ۳-څله زیات 5 پوښوونکی ۵-مه برخه

د پنځه کارگرو گومارلو سره کار ۴،۵ ساعته دوام کوي.

پنځم - dik د پنډ په مان، mal so viel = ضرب دومره ډېر، ... برخه = de..... tel ;

هرڅومره زيات $m^2$ ، همغومره زيات $kg$ له دې لاس ته راځي: متناسب	6 $m^2$ 4 mm dick 213,6 kg 4 $m^2$ 3 mm dick ? kg
هرڅومره لږ $mm$ همغومره لږ $kg$ له دې لاس ته راځي: متناسب	6 $m^2$ 4 mm dick 213,6 kg 1 $m^2$ 4 mm dick den 6. Teil 4 $m^2$ 4 mm dick 4 mal soviel 4 $m^2$ 1 mm dick den 4. Teil 4 $m^2$ 3 mm dick 3 mal soviel
	$\frac{213,6 \text{ kg} \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 4} = 106,8 \text{ kg}$
	1 متر مربع - مه برخه 4 متره مربع ځله زيات

يو درې ملي متره پنډ د مسو څادر د يوې څلور متره مربع سطحې سره ۱۰۶،۸ کيلوگرامه وزن لري..

شپږم -

هرڅومره ډېرې يورو همغومره زيات ډالر. له دې لاس ته راځي: متناسب	400 € 432 \$ 2250 € ? \$
	400 € 432 \$ 1 € den 400. Teil 2250 € 2250 mal soviel
	$\frac{432 \$ \cdot 2250}{400} = 2430 \$$
	1 کيلومتر - مه برخه 5 کيلومتره ځله زيات

د ۲۲۵۰ يورو به توريست ۲۴۳۰ ډالره اخستي وي.

اوم -

پروويژن Provision له ۲۲۰،۵۰ يورو څخه ۳۳۸۴،۵۰ ته جگيري

هر څومره زیات پروویزیون ، همغومره زیاتي پیسې له دې لاس ته راځي: متناسب	3164 € Provision	45200 € Umsatz
	3384,50 € Provision	? € Umsatz
	3164 € Provision	45200 € Umsatz
	1 € Provision	den 3164. Teil
	3384,50 € Provision	3384,50 mal soviel
	$\frac{45200 \text{ €} \cdot 3384,50}{3164} = 48350 \text{ €}$	
1 کیلومتر -مه برخه 5 کیلومتره ځله زیات		

د یوه ۳۳۸۴،۵۰ یورو پروویزیون سره ټولې پیسې ۴۸۳۵۰ یورو کیږي  
اتم - لاندې کین ۴-مه او ۵-مه لیکه  
1 ځنګرو 5-مه برخه  
۶ کیلومتره ۶ ځله زیات

هر څومره زیات ځنګر همغومره زیات مربع متر له دې لاس ته راځي: متناسب هر څومره زیات ساعتونه، همغومره زیات مربع متره. لاس ته راځي: متناسب	5 Maurer	154 h	616 m <sup>2</sup>
	6 Maurer	160 h	? m <sup>2</sup>
	5 Maurer	154 h	616 m <sup>2</sup>
	1 Maurer	154 h	den 5. Teil
	6 Maurer	154 h	6 mal soviel
	6 Maurer	1 h	den 154. Teil
6 Maurer	160 h	160 mal soviel	
			$\frac{616 \text{ m}^2 \cdot 6 \cdot 160}{5 \cdot 154} = 768 \text{ m}^2$

۶ ځنګر په ۱۶۰ ساعتو کپ ۷۶۸ مربع متره دیوال جوړوي.

نهم -  
لاندې کین ۴-مه او ۵-مه لیکه  
1 کیلوات ۴-مه برخه  
۸ کیلوات ۸ ځله زیات

هرخومره زیات کیلو	4 kW	12 m	1800 m <sup>3</sup>
واته، همغومره زیات	8 kW	12 m	? m <sup>3</sup>
کوبیک متره	4 kW	12 m	1800 m <sup>3</sup>
لاس ته راځي:	1 kW	12 m	den 4. Teil
متناسب	8 kW	12 m	8 mal soviel
هرخومره زیات متره،	8 kW	1 m	12 mal soviel
همغومره کم مربع	8 kW	16 m	den 16. Teil
متره.			
لاس ته راځي:			$\frac{1800 \text{ m}^3 \cdot 8 \cdot 12}{4 \cdot 16} = 2700 \text{ m}^3$
برعکس متناسب			

یو ۸ کیلو واته پمپ کری شي ۲۷۰۰ مکعبمتره اوبه ۱۶ متره جگي کړي.  
— لسم —

هرخومره ډېر ستانځونه،	4 Stanzen	1280 Teile	8 h
همغومره لږ ساعتونه.	6 Stanzen	2400 Teile	? h
لاس ته راځي:	4 Stanzen	1280 Teile	8 h
معکوس متناسب.	1 Stanze	1280 Teile	4 mal solange
هرخومره زیاتي برخي،	6 Stanzen	1280 Teile	den 6. Teil der Zeit
همغومره زیات	6 Stanzen	1 Teil	den 1280. Teil der Zeit
ساعتونه.	6 Stanzen	2400 Teile	2400 mal solange
لاس ته راځي:			$\frac{8 \text{ h} \cdot 4 \cdot 2400}{6 \cdot 1280} = 10 \text{ h} = 8 \text{ h} + 2 \text{ h}$
متناسب			

روځنی کار باید په دوه ساعته جگ یا ډېر شي

یولسم — 1 h 15 min = 75 min      2 h 30 min = 150 min

هرخومره زیات ماشينونه،	3 ماشينه	75min د کارتوسو نري
همغومره زیات کارتوس یا	5 ماشينه	150min د کارتوسو نري؟
پوښونه.	3 ماشينه	75min د کارتوسو نري
لاس ته راځي:	1 ماشينه	75min د کارتوسو نري دريمه برخه
متناسب.	5 ماشينه	75min د کارتوسو نري ۵ ځله زیاتي نري
هرخومره زیات وخت،	5 ماشينه	1min د کارتوسو نري 5 ځله زیاتي نري
همغومره زیات پوښونه.	۵ ماشينه	۱۵۰ د کارتوسو نري ۱۵۰ ځله زیاتي نري
لاس ته راځي:		



$$\frac{150 \text{ Hülsen} \cdot 5 \cdot 150}{3 \cdot 75} = 500 \text{ Hülsen}$$

په 2 h 30 min کې کیدی شي په پنځه الاتماشینونو باندې 500 پوښونه چمتو شي.  
دولسم -

هرڅومره زیات پوښوونې همغومره لږ وخت. لاس ته راځي: معکوس متناسب.	په لاندې tag د ورځ په معنادی 3 پوښوونې 96m <sup>2</sup> 8h/ tag 2 ورځي 4 پوښوونې 144m <sup>2</sup> 8h/tag ؟ ورځي
هرڅومره زیات مربع متره، همغومره زیات وخت. لاسته راځي: متناسب.	3 پوښوونې 96m <sup>2</sup> 8h/tag 2 ورځي 1 پوښوونې 96m <sup>2</sup> 8h/tag 3 ځله اوږد 4 پوښوونې 96m <sup>2</sup> 8h/tag 4 -مه برخه 4 پوښوونې 1m <sup>2</sup> د وخت 96-مه برخه
هرڅومره د ورځي زیات ساعتونه، همغومره لږ وخت. لاس ته راوړنه: معکوس متناسب	4 پوښوونې 144m <sup>2</sup> 8h /tag 144 ځله ډېر اوږد 4 پوښوونې 144m <sup>2</sup> 1h/tag 8 ځله اوږد 4 پوښوونې 144m <sup>2</sup> 9h/tag د وخت 9-مه برخه $\frac{2 \text{ Tage} \cdot 3 \cdot 144 \cdot 8}{4 \cdot 96 \cdot 9} = 2 \text{ Tage}$

د 144 m<sup>2</sup> چت جوړونې ته په ورځني 9 ساعته کار سره، څلور پوښوونې دوه ورځو  
ته اړتیا لري.

دیارلسم -

په یوه ورځ کې 6 ډیزل ماشینونه چې د ورځي 16 ساعته کار وکړي. = 2016:3  
672 لیتره ډیزل مصرفوي.

هرڅومره زیات ماشینونه ، همغوره زیات لیترونه. لاس ته راځي: متناسب.	6 ماشینونه 672Liter 16h/tag 8 ماشینونه ? liter 18h/tag
هرڅومره د ورځي زیات ساعتونه، همغومره زیات لیترونه. لاسته راوړنه: متناسب	6 ماشینونه 672 Liter 16h/tag 1 ماشینونه 16h/tag 6 - مه برخه 8 ماشینونه 16h/tag 8 ځله ډېر 8 ماشینونه 16 1h/tag -مه برخه 8 ماشینونه 18h/tag 18 ځله ډېر $\frac{672 \text{ Liter} \cdot 8 \cdot 18}{6 \cdot 16} = 1008 \text{ Liter}$

که ماشینونه د ورځي 18 ساعته وگرځي، نو 8 ماشینونه 1008 لیتره ډیزل د ورځي مصرفوي.  
ځوارلسم -

هرڅومره زیات څراغونه، همغومره زیات یورو. لاس ته راځي: متناسب. هرڅومره د ورځي لږ ساعتونه، همغومره لږ یورو. متناسب	8 څراغه 8 ساعته د ورځي 18€ 12 څراغه 6 ساعته د ورځي ?
	8 څراغه 8 ساعته د ورځي 18€ 1 څراغه 8 ساعته د ورځي 8 -مه برخه 12 څراغ 8 ساعته د ورځي 12 ځله ډېر 12 څراغه 1 ساعته د ورځي 8-مه برخه 12 څراغه 6 ساعته د ورځي 6 ځله ډېر $\frac{18 \text{ €} \cdot 12 \cdot 6}{8 \cdot 8} = 20,25 \text{ €}$

که 12 څراغونه 6 ساعته وسوزي، نو د میاشتي 20,25 € یورو باید تادیه کړي یا ورکړي.

پنځلسم -

یادونه: په لاندې کې د الماني پښتو:

h/Tag ساعته د ورځي، Tag ورځ، Einschaler پوښوونې، Den teiler ... برخه ، Mal soviel ضرب دومره ډیر

390 m <sup>2</sup>	7 Tage	9 h/Tag	12 Einschaler
2340 m <sup>2</sup>	21 Tage	9 h/Tag	? Einschaler
390 m <sup>2</sup>	7 Tage	9 h/Tag	12 Einschaler
1 m <sup>2</sup>	7 Tage	9 h/Tag	den 390. Teil
2340 m <sup>2</sup>	7 Tage	9 h/Tag	2340 mal soviel
2340 m <sup>2</sup>	1 Tage	9 h/Tag	7 mal soviel
2340 m <sup>2</sup>	21 Tage	9 h/Tag	den 21. Teil
2340 m <sup>2</sup>	21 Tage	1 h/Tag	9 mal soviel
2340 m <sup>2</sup>	21 Tage	8 h/Tag	den 8. Teil
			$\frac{12 \text{ Einschaler} \cdot 2340 \cdot 7 \cdot 9}{390 \cdot 21 \cdot 8} = 27 \text{ Einschaler}$

---

هرڅومره زیات مربع متره ، همغومره زیات پوښوونې.  
لاس ته راوړنه:  
متناسب.  
هرڅومره زیاتې ورځې، همغومره لږ پوښوونې.  
لاس ته راوړنه:  
معکوس متناسب.  
هرڅومره د ورځې لږ ساعتونه، همغومره زیات پوښوونې.  
لاس ته راوړنه :  
معکوس متناسب

27 پوښوونې باید په کار وگومارل شي.

### 0.5. په سلو کې شمیرنه: نمونه یې بیلگه

څوک چې گومان کوي، چې گومان کوي، چې په سلو کې شمیرني ته اړتیا نه شته اشتباه کوي. په ورځني ژوند کې سړی د په سلو کې شمیرني سره پراوکار لري یا مخامخ کیږي. د زیات ارزښت د مالیا سره اخستلو کې بڼه کې گټور دی، چې سړی د په سلو کې شمیرني سره بلد وي، لکه د بیلگې په توگه چې بنزین په څومره په سلو کې گران شوي دي، که د زیاتقیمت والیا جگه شوي وي او که یا څوک د کور اخستلو لپاره پور کوي یا د یوه موټر اخستلو سره مینه لري، نو باید وړاندیزونه سره پرته کړای شي او یا د بانک څخه قرضه اخستل کیږي. دلته م مرسته کیږي، که څوک دا وشمیرلی شي. داښه دی، چې د پیسو په کار وبار کې سړی د په سو کې شمیرني سره بلد وي، (زباری:مگر متأسفانه چې مورن مو په هیواد کې لا تر اوسه دا مسایل داسې په ټولزه توگه نه لرو).

#### 0.5.1. د په سلو کې شمیرلو فرمولونه

$$\left| \begin{array}{l} W = G \cdot \frac{p}{100} \quad p = \frac{W}{G} \cdot 100 \quad G = \frac{W}{p} \cdot 100 \end{array} \right|$$

په سلو کې  $p =$  په سلو کې ارزښت  $W =$  بنسټ ارزښت  $G =$

### 0.5.2. په سلو کې ارزښت شمیرنه

$G = 450000 \text{ €} \quad W = ?$ $p = 3,5\%$ $W = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{450000 \text{ €} \cdot 3,5}{100} = 15750 \text{ €}$ <p style="text-align: right;">د دفتر مزدور 15750 € ده</p>	<p>بناغلی سپین کور د خرڅلاو دفتر له لورې په 450 000 € پلورې. دفتر 3,5% مزدوری اخلي</p>
---	--

### 0.5.3. د په سلو کې پینې یا -ایینوونې شمیرنه

$G = 12400 \text{ €} \quad p = ?$ $W = 13200 \text{ €} - 12400 \text{ €} = 800 \text{ €}$ $p = \frac{W \cdot 100}{G} = \frac{800 \text{ €} \cdot 100}{12400 \text{ €}} = 6,45\%$ <p style="text-align: right;">کټه یې 6,45% وه.</p>	<p>د زرو موټرو یو پلورونکي موټر په راوښو. له یوه وخت وروسته یې وکولای چې موټر په و پلورې. د ده گټه خو په سلو کې وه؟</p>
---	---

## 0.5.4 د بنسټ ارزښت شمیرنه

$p = 30\% \quad G = ?$ $W = 3852 \text{ €}$ $G = \frac{W \cdot 100}{p} = \frac{3852 \text{ €} \cdot 100}{30} = 12840 \text{ €}$ د اخستلو نرخ 12840 € دی	د کو پوي کوتي سامان اخستل 30% به سلو کي ادا کيږي. دا 3852 € دي. د اخستلو نرخ څومره جگ دی؟
--	---

## 0.5.5 د زیاتشویو بنسټ ارزښت شمیرنه:

پیل نوي کرایه د پخوانی کرایي بنسټ ارزنت ده. له دي لاس ته راځي زره کرایه $\Rightarrow 1,04 \cdot G = 473,60 \text{ €}$ $\Leftrightarrow G = \frac{473,60 \text{ €}}{1,04} = \underline{\underline{455,39 \text{ €}}}$ د کرایي جگوالی $473,60 \text{ €} - 455,39 \text{ €} = 18,21 \text{ €}$	د 4% په سلو کي د کرایه جگوني وروسته اوس باید یوه کورنی 473,60 € ورکړی. کرایه پخوا له ي څومره € وه؟
---	--

## 0.5.6. د کم شویو بنسټ ارزښتونو شمیرنه

<p>پیل:</p> <p>نوی قیمت د لورمري یا بنسټ قیمت 90% دی.</p> $\Rightarrow 0,9 \cdot G = 108 \text{ €}$ $\Leftrightarrow G = \frac{108 \text{ €}}{0,9} = 120 \text{ €}$ <p>لومړنی د خرڅلاو قیمت یې 120€ وو.</p>	<p>د 10% کی قیمت کمولو یو جنس فقط 108 € دی. هغه لومړنی د خرڅلاو قیمت یې څومره وو؟</p>
---	---

## 0.5.7. پوښتنې

په سلو کی شمیرنه I

هرې پوښتنې ته یوه ځوابي جمله شتون لري.

لومړی - په یوه ټولګي کی ۱۷ هلکان او ۸ نجونې دي.

په ټولګي کی څومره په سلو کی هلکان او همداسې نجونې جوړوي؟

دویم - د یوه موټر د لیست قیمت (د مسلکې اړخه) 23925 € دی. اخستونکی موټر په

21054 € لاس ته راوړي.

قیمت له لیست قیمت څخه څو په سلو لږ دی؟

دریم - د یوه موټر اخستلو قیمت په 1920,45 € جګیري، ځکه چې په پور یې اخلي.

د موټر لومړنی قیمت به څومره وو، که د موټر ګرانیدل (قیمته کیدل) 10,5% وي؟

څلورم - یو موټر په 400 km کی 47 Liter بنزین مصرفوي، یو بل موټر 65,8 Liter

په 700 km کی.

د یو موټر له بل څخه د لګښت مصرف څو په سلو کی جګ دی؟

پنځم - داچې موټر په برخه تادیه کولو اخلي، نوارزښت یې له 38950 € څخه و 42650

€ ته لوړیږي.

دا ګرانیدل څو په سلو کی جوړوي؟

شپږم - په یوه مغازه کی په 5% کی قیمت جګیدلو سره د ژمي تیرونه په 327,60 €

وړاندې کیږي.

تیرونه له دې د مخه څومره ګران وو؟

اوم - د دفاع وکیل سکرتره د میاشتي 22% مالیه ورکوي، دا 435,60 € کیږي.

د دې بی مالیه معاش به څومره وي؟

اتم - یو خټگر € 11,76 د ساعت معاش لري، ځکه چې زیات کار کوي. دا دده د نورمال معاش څخه چې € 11,20 دی څو په سلو کې جگ دی؟  
 نهم - یوه پلورونکي له % 32,8 معاش کمولو وروسته € 1428 معاش اخلي. د دې به هغه بې کمولو معاش څومره وي؟

لسم - د یوې فابریکې میخانیکي کار گر د ساعت معاش دې له € 11,20 په % 2,5 جگ شي.

دا نوی د ساعت معاش څومره دی؟

یولسم - یو خټگر د کور جوړونکي ته د جوړخت مصارفو % 8,5 خپل معاش ټاکي. دا معاش په د یوفامیلی کور جوړولو مصارفو € 290300 څومره وي؟  
 دولسم - یو کور په € 244750 جوړیږي. مصارف د جوړېدو په وخت کې € 259435 ته جگيږي.

دا قیمت جگیدنه څو % ده؟

دیارلسم - تړده یا بنسټ د یوه کره د خاورو  $400 \text{ m}^3$  حجم (ډکي) سره وهل کيږي. څومره لاریو ته د  $12 \text{ m}^3$  بار سره د ځمکې وهلو د % 14 کې وړلو لپاره اړتیا شته؟  
 څوارلسم - د کور سامان خرڅولو مارکېټ یوه بنارگوتي جوړولو لپاره په ټول مالونو % 6 قیمت پرېږدي.

د یوه وینو رېبلو ماشین لپاره باید یو اوسیدونکی څومره پیسې ورکړي، که عادي قیمت یې € 164,50 وي.

پنځلسم - یوه میرمن د سپورت سامان مغازه کې یو د کور تمرین اله په € 399,50 اخلي. د یوه سپورت اتحاديې د غړي په توگه یې ورته ارزانه کوي او € 367,54 تادیه کوي.

ارزانښت % کې څومره دی؟

شپاړسم - یو باغوان د وینو تراکتور ارزانه شوی اخلي.

دا څومره په سلو کې ارزانتیا لري، که دی د € 1342,50 په ځای فقط € 1261,95 تادیه کړي؟

اولسم - د یوې ځنځیري اړې لپاره یو باغوان په % 3 ارزانښت € 184,30 تادیه کوي. د اړې اصلي قیمت به څومره وو؟

اتلسم - د یوه موټر بنسټ ارزښت € 27500 دی. ځانگړې سنبالونه یې قیمت په € 1000 جگوي. د نغدي تادیه له امله اخستونکی موټر % 12 ارزانه لاس ته راوړي. د بنسټ قیمت لپاره په ریښتوني څومره تادیه شوي دي؟

## خوابونه

په سلو کې شمیرنه I

نتیجې او مفصل خوابونه  
نتیجې

- اول - د خوانانو برخه 68% ده، د نجونو 32% .
- دویم - د اخیستلو قیمت 12% د لیست قیمت لاندې یا کېږدی.
- دریم - د موټر اصلي قیمت € 18290 وو.
- څلورم - د II موټر مصرف د I موټر څخه 20% لږ وو.
- پنځم - د برخ تادېي یا نسیا تادېي زیاتېدنه نږدې 9,5% ده.
- شپږم - د قیمت جگړې پخواني تیرونه € 312 قیمت لرووده.
- اوم - د دفاع وکیل سکرترې معاش € 1980 دی.
- اتم- دا زیات کار کونکي معاش د نور ما معاش څخه 5% پورته دی.
- نهم - د مسلکي پلورونکي بې مالیه معاش € 2125 دی.
- لسم - د فابریکې میخانیکوال معاش € 11,48 دی.
- یولسم - د خټگر معاش € 24675,50 دی.
- دولسم - د قیمت جگړېدنه 6% ده.
- دیارلسم - د خاورو ونې لپاره 38 لاری په کار دي.
- څوارلسم - د بنارگوټي اوسیدونکي د وینو ماشین لپاره € 154,63 تادیه کوي.
- پنځلسم - د قیمت کمونه 8% ده.
- شپاړسم - باغوان 6% ارزانه لاس ته راوړي..
- اولسم - د خنځیری اړي اصلي قیمت € 190 دی.
- اتلسم - د بتسټ قیمت په ریښتوني 91,2% تادیه شوي ده.

مفصل خوابونه:

اول -

17 خوانان + 8 نجوني = 25 زده کوونکي ، چې 100 ~ دي.



$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

په سلو کې پښه (جمله) باید پیدا شي:

$$G = 25 \quad W = 17 \quad p = \frac{17}{25} \cdot 100\% = \underline{\underline{68\%}}$$

: خوانان

$$G = 25 \quad W = 8 \quad p = \frac{8}{25} \cdot 100\% = \underline{\underline{32\%}}$$

: نجوني :

د خوانانو برخه 68% ده، د نجونو برخه 32% ده .

دويم -

د لیست قیمت: 23925 € د اخستلو قیمت: 21054€

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

غواړو پیدا کړو:

$$G = 23925\text{€} \quad W = 23925\text{€} - 21054\text{€} = 2871\text{€}$$

$$p = \frac{2871\text{€}}{23925\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{12\%}}$$

د اخستلو قیمت 12% د اصلي قیمت څخه ټیږدی.

دریم -

د بنسټ قیمت 10,5% کې 1920,45€ دي.

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو:

په سلو کې پښه:  $p=10,5\%$

د په سلو کې ارزښت:  $W1920,45\text{€}$

د موټر اصلی قیمت  $18290\text{€}$  وو.

څلورم –

په مصرف:

$$\frac{65,8}{7} = 9,4 \frac{\text{Liter}}{100\text{km}} \quad \text{موټر ۲} \quad \frac{47}{4} = 11,75 \frac{\text{Liter}}{100\text{km}} \quad \text{موټر ۱}$$

$$\Rightarrow G = 11,75 \quad W = 11,75 - 9,4 = 2,35 \text{ لري مصرف لري}$$

د په سلو کې پښه یا جمله دې پیدا شي:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{2,35}{11,75} \cdot 100\% = \underline{\underline{20\%}}$$

د موټر II مصرف په نسبت و موټر I ته  $20\%$  کم دی.

پنځم –

$$G = 38950\text{€} \quad W = 42650\text{€} - 38950\text{€} = 3700\text{€}$$

د په سلو کې پښه (جمله) غواړو پیدا کړو:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{3700\text{€}}{38950\text{€}} \cdot 100\% \approx \underline{\underline{9,5\%}}$$

د په برخه تادیه کولو کې د قیمت جگړه د  $9,5\%$  ده.

شپږم – بنسټ ارزښت زیاتیدنه:

نوی قیمت 105% د بنسټ ارزښت دی.

$$\Rightarrow 1,05 \cdot G = 327,60 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{327,60 \text{ €}}{1,05} = \underline{\underline{312 \text{ €}}}$$

د قیمت جگیدلو د مخه د تیرونو قیمت 312€ وو.

اوم -

د په سلو کې بنسټ (پښه، جمله)  $p=22\%$

د په سلو کې ارزښت  $W=435,60 \text{ €}$

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100\% = \frac{435,60 \text{ €}}{22\%} \cdot 100\% = \underline{\underline{1980 \text{ €}}}$$

بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو:

د دفاع وکیل سکرټري بی مالیه یا نقد (نقد) معاش 1980 € دی.

اتم -

بنسټ ارزښت  $G=11,20\%$  د په سلو کې ارزښت :  $11,76\text{€}-11,20 = 0,56\text{€}$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,56 \text{ €}}{11,20 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{5\%}}$$

د په سلو کې جمله غواړو پیدا کړو

د د زیات وخت معاش د نورمال معاش څخه 5% جگ دی.

نهم -

د په سلو کې پښه (جمله)  $p=32,8\%$

لږ شوی بنسټ ارزښت غواړو پیدا کړو.

دا د مالی سره معاش د بنسټ معاش 67,2% دی:

$$\Rightarrow 0,672 \cdot G = 1428 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{1428 \text{ €}}{0,672} = \underline{\underline{2125 \text{ €}}}$$

د مسلکي کارگر نغد معاش (بي مالیه) 2125 € دی.

لسم –

بنسټ ارزښت  $G = 11,20 \text{ €}$  د په سلو کې پښه  $p = 2,5\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پیدا کړو:

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{11,20 \text{ €}}{100\%} \cdot 2,5\% = 0,28 \text{ €} \quad (\text{د معاش جگړنده})$$

نوی معاش:  $11,20 \text{ €} + 0,28 \text{ €} = 14,48 \text{ €}$

د فابریکي میخانیکي کارگر د ساعت نوی معاش 11,48 € دی.

یولسم –

بنسټ ارزښت  $G = 290300 \text{ €}$  د په سلو کې پښه  $p = 8,5\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پیدا کړو

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{290300 \text{ €}}{100\%} \cdot 8,5\% = \underline{\underline{24675,50 \text{ €}}}$$

د خټگر معاش 24675,50 € دی.

دولسم –

بنسټ ارزښت  $G = 244750 \text{ €}$  د په سلو کې ارزښت -  $p = 259435 \text{ €}$

$$244750 \text{ €} = 14685 \text{ €}$$

د په سلو کې پښه غواړو پیدا کړو.

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{14685 \text{ €}}{244750 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{6\%}}$$

د قیمت جگوالی . 6% دی .

دیار لسم –

بنسټ ارزښت  $G=400\text{m}^2$  د په سلو کې پښه (جمله)  $p=1\%$

د په سلو کې ارزښت غواړو پيدا کړو

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{400\text{m}^3}{100\%} \cdot 14\% = 56\text{m}^3$$

( د ځکې وهنې یا پورته کونې سره د حجم یا ډکي زیاتوالی )

د وړلو خاوره ده .  $400^3+56\text{m}^3 = 456\text{m}^3$

یوه لاری  $12\text{m}^2$  ځمکه یا خاوره وړي له دې لاس ته راځي : د لاري، تعداد دی .

$$\text{LKW's} = \frac{456\text{m}^3}{12 \frac{\text{m}^3}{\text{LKW}}} = \underline{\underline{38\text{LKW's}}}$$

د خاورې د ترانسپورت لپاره 38 LKW's لاري په کار دي .

څوار لسم – بنسټ ارزښت  $G=164,50\text{€}$  د په سلو کې پښه  $p=6\%$

د په سلو کې ارزښت باید بيدا شي

$$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{164,50\text{€}}{100\%} \cdot 6\% = 9,87 \text{ €}$$

( د قیمت ارزانه کونه )

---

$$164,50\text{€} - 9,87\text{€} = 154,63\text{€} = \text{پای قیمت}$$

د بنارگوتی غری باید د وبنو رپبلو الی لپاره 154,63 € تادیه کړي.

پنځلسم –

$$399,50\text{€} - 367,54\text{€} = 31,96\text{€} \quad G = 399,50\text{€} \quad \text{د په سلو کې ارزښت}$$
$$W =$$

د په سلو کې پینه یا جمله غواړو پیدا مرو

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{31,96\text{€}}{399,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{8\%}}$$

د قیمت کمونه 8% ده.

شپاړسم –

$$G = 132,50\text{€} \quad \text{د ارزښت}$$

$$W = 1342,50\text{€} - 1261,95\text{€} = 88,55\text{€} \quad \text{د په سلو کې ارزښت}$$

غواړو د په سلو کې پینه پیدا کړو

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{88,55\text{€}}{1342,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{6\%}}$$

باغوان 6% کې ارزاني لري.

اولسم –

کم شوی بنسټ قیمت.

دا نوی قیمت د بنسټ بنسټ ارزښت 97% دی.

تکرار 0.

۵۲

$$\Rightarrow 0,97 \cdot G = 184,30 \text{ €} \Leftrightarrow G = \frac{184,30 \text{ €}}{0,97} = \underline{\underline{190 \text{ €}}}$$

د خنځيري اري اصلي يا پخوانی قیمت 190€ وو.

اتلسم-

ارزانښت	27 500 €	بنسټ قیمت:
	+1 000 €	زیات مصارف
	28 500 €	
	-3 420 €	
	25 080 €	ارزانښت
		د ورکړي
$W = \frac{G}{100\%} \cdot p = \frac{28 500 \text{ €}}{100\%} \cdot 12\% =$ $= 3 420 \text{ €}$ <p>د په سلو پښه</p> $p = \frac{W}{G} \cdot 100\%$		

$$W = 27 500 \text{ €} - 25 080 \text{ €} = 2 420 \text{ €} \Rightarrow p = \frac{2 420 \text{ €}}{27 500 \text{ €}} \cdot 100\% = 8,8\%$$

د سره

$$100\% - 8,8\% = \underline{\underline{91,2\%}}$$

د ریښتینو ورکونه:

په حقیقت کې د بنسټ قیمت 91,2% تادیه شو.

0.6 د گټې- یا ربح شمیرنه Zinsrechnung

0.6.1 د شمیرلو فرمول:

د گټې فرمول

$$\left| Z = K \cdot \frac{p}{100} \quad p = \frac{Z}{K} \cdot 100 \quad K = \frac{Z}{p} \cdot 100 \right|$$

سرمايه =  $K$       گټه =  $Z$       د گټې پښه =  $p$

د مياشتې له مخې گټه شميرل شوې ،  $Z = K \cdot \frac{p}{100 \cdot 12} \cdot m$  وخت په مياشتو  $m =$

گټه د ورځې له مخې شميرل شوې  $Z = K \cdot \frac{p}{100 \cdot 360} \cdot t$  وخت په ورځو  $t =$

يو کال 360 د گټې ورځې، يوه مياشت 30 د گټې ورځې.

## 0.6.2 د گټې يا ربح شميرنه

<p>په يو کال کې په 5% گټونه 850 € څومره € گټې؟</p>	<p><math>p = 5\%</math>      <math>Z = ?</math>  <math>K = 850 \text{ €}</math>  <math>Z = \frac{K \cdot p}{100} = \frac{850 \text{ €} \cdot 5}{100} = 42,50 \text{ €}</math>  گټه 42,50 € ده.</p>
<p>په اووه مياشتو کې په 4,3% گټونه 1200 € څومره € گټه راوړي؟</p>	<p><math>p = 4,3\%</math>      <math>Z = ?</math>  <math>K = 1200 \text{ €}</math>  <math>m = 7</math>  <math>Z = \frac{K \cdot p \cdot m}{100 \cdot 12} = \frac{1200 \text{ €} \cdot 4,3 \cdot 7}{100 \cdot 12} = 30,10 \text{ €}</math>  گټې 30,10 € ده.</p>



<p>په 300 ورځو کې په 5,1% گټونه € 950 څومره گټه راوړي؟</p>	<p><math>p = 5,1\%</math>      <math>Z = ?</math>  <math>K = 950 \text{ €}</math>  <math>t = 300</math>  <math display="block">Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{950 \text{ €} \cdot 5,1 \cdot 300}{100 \cdot 360} = 40,38 \text{ €}</math> <p style="text-align: right;">گټي € 40,38 ده.</p> </p>
--	--

### 0.6.3 د کاپیټال یا سرمایي شمیرنه

<p>بناغلی سپین غواړي په یوه بانک کې پیسې واچوي. بانک 4% د کلنی گټي وړاندیز کوي. بناغلی سپین باید په بانک کې څومره پیسې واچوي، چې دی په کال کې 2400 € گټه لاس ته راوړي؟</p>	<p><math>p = 4\%</math>      <math>K = ?</math>  <math>Z = 2400 \text{ €}</math>  <math display="block">K = \frac{Z \cdot 100}{p} = \frac{2400 \text{ €} \cdot 100}{4} = 60000 \text{ €}</math> <p style="text-align: right;">بناغلی سپین باید 60000 € په بانک کې واچوي.</p> </p>
<p>میرمن سپینه له بانک څخه په 10.1.03 په 13,5% گټونه پیسې پور اخلي . په 15.6.03 کردیت بیرته ورکوي. بانک € 581,25 ورته</p>	<p>د پور د وخت شمیرنه: له 10.1 تر 10.6 پورې 150=5.30 ورځي له 10.6 تر 15.6 پورې 5 ورځي ----- له 10.1 تر 15.6 پورې 155 ورځي</p>

د بانک گټه شمیري.  $p = 13,5\%$   $K = ?$   
 پور به څومره وي؟  $Z = 581,25 \text{ €}$   
 $t = 155$   

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$\Rightarrow K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t} = \frac{581,25 \text{ €} \cdot 100 \cdot 360}{13,5 \cdot 155} = 10000 \text{ €}$$
 پور 10000 دی.

## 0.6.4 د گټي پښي شمیرنه

بناغلی برگ بانک ته د 18000 € پور لپاره باید 792 € گټه ورکړي. د گټي پښه به څومره وي؟	$K = 18000 \text{ €}$ $p = ?$ $Z = 792 \text{ €}$ $p = \frac{Z \cdot 100}{K} = \frac{792 \text{ €} \cdot 100}{18000} = 4,4\%$ د گټي پښه 4,4% ده.
---	--

## 0.6.5 د گټي د ورځو شمیرنه

د 19200 € سرمایه په 4,5% گټونه پور اخستل شوی وو. دې 249,60 € گټه وکړه. و شمیره چې دا سرمایه د څومره وخت لپاره پور شوې وه.	$K = 19200 \text{ €}$ $t = ?$ $p = 4,5\%$ $Z = 249,60 \text{ €}$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} \Rightarrow t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot p} =$ $= \frac{249,60 \text{ €} \cdot 100 \cdot 360}{19200 \text{ €} \cdot 4,5} = 104$ سرمایه د 104 ورځو لپاره پور شوې وه.
---	--

---

### 0.6.6. پوښتنې

د په سلو کې – او گټې شمیرنه I

هرې پوښتنې ته یو د ځواب جمله شته

لومړۍ-

د € 22500 پیسو یوه سرمایه په 7,5% گټونه کینول کیري.

د 9 میاشتو او 10 ورځو وروسته گټه څومره ده؟

دویم –

د سپین کور په پور اخستل شوی په 8,5% گټونه د میاشتې € 637,50 گټه ورکوي.

د ده پور څومره لوي دی؟

دریم –

یوه سپماکونکي په € 42500 سرمایه یا بدایی په 6,5% گټونه 552,50 واخستي.

پیسې په بانک کې څومره اوردې پرته وي؟

څلورم - د € 33000 پور لپاره باید په 8% گټې پښه ټوله € 9240 گټه ورکړه.

دا پور له څومره وخت وروسته ادا شو؟

پنځم – ښاغلی برگ یو موټر په € 13750 واخست او دا پیسې یې په گټه وکونې پور

کړي. په یوه کال کې ښاغلي برگ د € 15331,25 پور تادیه کړه.

د گټې پښه به څومره وه؟

شپږم- یو لاسي کارگر دپه € 2300 یوه کار اله اخلي. دی یوه د6% ارزاني لاس ته راوړي، دا چې دی پیسي نغدي ورکوی، نور هم دا اله په 2% ارزانتیا اخلي.

دی باید کوم قیمت تادیه کړي؟

اوم- په یوه مارکیټ کې دوه شیان په ځانګړو قیمتونو € 65 او € 47,50 خرڅلاو ته وړاندې کیږي. دواړه شیان سړی په € 102 لاس ته راوړی شي.

ارزانتیا څومره ده، که په لومړۍ الې لپاره ارزانتیا 2,5 - ځله زیاته وي، لکه د دویمې ارزانتیا؟

اتم- یو رده کوونکی یوه د پیسو بټوه د € 1125 سره میندي. دا ورکونکی قانوني باید د پیداکیډو پیسې د 5% په ګټه ونه دلومړیو € 500 ورکوي او د پاتې پیسو 3% میندونکي ته ورکړي .

د بیامیندلو څومره پیسې باید ورکړل شي؟

نهم – یو کار گر کار ورکونکي ته څومره د کار قیمت کموي، که هغه د € 13700 لپاره € 12604 و شمیري؟

لسم – بناغلی گل غواړي په یوه باغ کې یو ډنډ جوړ کړي. د ډنډ ډکی یا حجم  $15,6 \text{ m}^3$  دی.

بناغلی گل باید څومره کانتینره خاوره یا ځمکه یوسي، که د یوه 15% راپورته کوني سره په شمیرکې راځي؟

یولسم- د یوې مغازي د عکسونو برخه کې عکسونه چې  $20 \times 30 \text{ cm}$  دي ځانګړي خرڅلاو ته په € 0,57 وړاندې کیږي. په عادي ډول دا € 0,95 قیمت لري.

دا اړانونه څو په سلو کې ده؟

دولسم – بناغلی سپین یوه بډایۍ د 5 کالو لپاره په 6% ګټونه رډي. دا بډایۍ به څومره وي، که بناغلی سپین د 5 کاله وروسته € 45500 بیسي واخلي؟

دیار لسم – یو ټیکه لرونکي د موادو راورلو لپاره € 8229 تادیه کوي، چې قیمتونه په 5,5% جگ شوي.

ده به له دي د مخه څومره پیسي ورکړي وی؟

څوالسم – د دې لپاره چې یوه کوټه په لرگي پوښ شي،  $50 \text{ m}^2$  د لرگي تختگی شتون لري. دا پوښ کونکي سطحه  $46,8 \text{ m}^2$  ده.

څو متره مربع  $\text{m}^2$  تختی باید نورې راورل شي، که د تختو 18% غوڅوني یعنی غورځوني سره وگڼل شي؟

پنځلسم – د جمعي بازار کي  $500 \text{ g}$  د ځمکي توتان په € 1,75 خرڅلاو ته وړاندي کيږي.  $1,5 \text{ kg}$  اخستلو سره مشتري فقط € 4,50 ورکوي.

د ده زخیره څو په سلو کي ده؟

شپاړسم - لمرچتری،  $2,70 \text{ m}$  نیمی (قطر) ، چې د الومینیوم توتي جوړه ده په یوه مغازه کي له € 87,50 څخه € 70 ته را ارزانه کيږي.

دا ارزانه کیده څو په سلو کي دي؟

اوه لسم – د یوه یوکورنیز کور جوړولو لپاره د سپین کورنی باید € 150000 پور کړي. د لومړیو پنځو کالو لپاره د کال 6% گټه ورکوي، پرته له دې باید د سپین کورنی په کال کي 1% نورې هم ورکړي.

د سپین د کورني میاشتنی مصرف څومره دی؟

## حلونه یا اوبيوني

د په سلو کي – او گټي شمیرني ته I

نتیجی او مفصل حلونه یا اوبيوني

---

### نتیجی

لومری – 9 میاشتو او 10 ورخو وروسته گټه € 1312,50 ده.  
دویم – قرض € 90000 دی..

دریم – سرمایه 2 میاشتی او 12 ورخی اینولل شوی وه.

خلوم – پور له 42 میاشتو (3,5 کالو) وروسته ورکړ شو.

پنځم – د گټي پښه % 11,5 وه.

شپږم – لاسي کارگر باید € 2118,76 ورکړي.

اوم – په I شي ارزانونه % 12,5 ده او په II دویم % 5 ده.

اتم – د میندلو پیسې € 43,75 دي.

نهم – کارگر و کار ورکونکي ته % 8 قیمت کموي.

لسم – په تولیزه توگه باید  $17,94 \text{ m}^3$  ځمکه یا خاوره یوورل شي.

یولسم – ارزانونه % 40 ده.

دولسم – پنځه کاله تر مخه سرمایه € 35000 وه.

دیارلسم – د ارزانوني د مخه ټیکه دار باید € 7800 تادیه کړي وی.

څوارلسم – د  $5,3 \text{ m}^2$  تختي باید نورې راوړل شي.

بنځلسم – د 1,5 kg ځمکتوتانو اخستلو سپما. % 14,3 ده.

شپاړسم – قیمت ارزانونه % 20 ده.

اولسم – د سپین کورني په لومړیو 5 کالو کي د میاشتي € 875 پیسې ورکوي.

## مفصل حلونه یا اوبیوني

لومړی - سرمایه €22500 = k د گټې پښه %7,5 = P

وخت نهه میاشتې او لس ورځې = 280 = 10 + 9.30

غواړو په دې وخت کې منځ ته راغلي گټه پیدا کړو

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 360 \text{Tage}} \cdot t =$$

$$= 22500 \text{ €} \cdot \frac{7,5\%}{100\% \cdot 360 \text{Tage}} \cdot 280 \text{Tage} = \underline{\underline{1312,50 \text{ €}}}$$

په پورته کې Tage د ورځو په معنا دی.

د ۹ میاشتو او ۱۰ ورځو ورسته گټه €1312,50 ده.

دریم - بډایي €42500 = K د گټې پښه %6,5 = p گټه €552,50 = Z

غواړو وخت پیدا کړو، د کوم لپاره چې پیسې اېښول شوي دي.

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 360 \text{Tage}} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{Z}{K \cdot p} \cdot 100\% \cdot 360 \text{Tage} \quad \text{ایښونه:}$$

$$t = \frac{552,50 \text{ €}}{42500 \text{ €} \cdot 6,5\%} \cdot 100\% \cdot 360 \text{Tage} = 72 \text{Tage}$$

= 2 میاشتې او 12 ورځې

دا بډایي 2 میاشتې او 12 ورځې اېښول شوي .

څلورم- بډایي €33000 = K د گټې پښه %8 = p گټه €9240 = Z

د اینونی وخت غوارو پیدا کرو:

$$Z = K \cdot \frac{p}{100\% \cdot 12\text{Monate}} \cdot m \Leftrightarrow m = \frac{Z}{K \cdot p} \cdot 100\% \cdot 12\text{Monate}$$

اینونه:

$$m = \frac{9240 \text{ €}}{33000 \text{ €} \cdot 8\%} \cdot 100\% \cdot 12\text{Monate} =$$

42 میاشتی یا 3,5 کلونه =

دا پور له 42 میشتو (3,5 کلونه) وروسته تادیه یا ورکول کیری.

پنځم- بدایی  $K = 13750 \text{ €}$  گته:  $Z = 15331,25 \text{ €} - 13750 \text{ €} = 1581,25 \text{ €}$   
 غوارو د گتی پښه پیدا کرو:

$$p = \frac{Z}{K} \cdot 100\% = \frac{1581,25 \text{ €}}{13750 \text{ €}} \cdot 100\% = \underline{\underline{11,5\%}}$$

د گتی پښه 11,5% وه.

شپږم- ارزانونه: نقد قیمت:

نقد قیمت	2300,00€	ارزانونه
6% ارزانونه	-138,00 € <hr/> 2162,00 €	$= \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2300 \text{ €} \cdot 6\%}{100\%} = 138 \text{ €}$
2% نوره ارزانونه	-43,24 € <hr/> <u>2118,76 €</u>	سکونتو (نوره ارزانونه)  $= \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{2162 \text{ €} \cdot 2\%}{100\%} = 43,24 \text{ €}$
تادیه کونی ارزښت		

لاسی کار گر باید 2118,76 € ورکړي یا تادیه کړي.



اوم-

مال ۱ : دیوه قیمت ( بنسټ ارزښت  $G_I = 65$ ;00 )مال ۲ : دیوه قیمت ( بنسټ ارزښت  $G_{II} = 47$ ;50 )

قیمت بی له ارزانونی: 112,50

مال 1 او مال 2 : -102,00

توله ارزانونه ( په سلو کی ارزښت + په سلو کی ارزښت =  $w_1 + w_2$  ) 10,50

باور لری (1)  $p_I = 2,5 \cdot p_{II}$  او (2)  $W_I + W_{II} = 10,50 \text{ €}$ 

د  $W_{II} = \frac{G_{II} \cdot p_{II}}{100\%}$  او  $W_I = \frac{G_I \cdot p_I}{100\%}$  سره سری لاندی نتیجی ته رسیدی:

$$W_I + W_{II} = \frac{G_I \cdot p_I}{100\%} + \frac{G_{II} \cdot p_{II}}{100\%} = \frac{65 \cdot p_I}{100\%} + \frac{47,50 \cdot p_{II}}{100\%} = 10,50 \text{ €}$$

د (۱) باور لری: شمیرنه بی له یونونو (واحدونو)

$$\frac{65 \cdot 2,5 \cdot p_{II}}{100} + \frac{47,50 \cdot p_{II}}{100} = \frac{162,5 \cdot p_{II} + 47,50 \cdot p_{II}}{100} = \frac{210 \cdot p_{II}}{100} = 2,1 \cdot p_{II} = 10,50$$

$$\Leftrightarrow p_{II} = \frac{10,50}{2,1} = 5 \Rightarrow p_{II} = \underline{\underline{5\%}}$$

$$p_I = 2,5 \cdot p_{II} = 2,5 \cdot 5\% = \underline{\underline{12,5\%}}$$

د (۱) سره باور لری:

په مال (۱) ارزاني 12,5% او په مال (۲) ارزاني 5% ده.

اتم- د 1125€ ټول ارزښت وپشل کيږي په

500€ په 5% او  $1125€ - 500€ = 625€$  په 3%

$$\text{د ميندلو معاش} = 500€ \cdot 0,05 + 625€ \cdot 0,03 = \underline{43,75€}$$

نهم: بنسټ ارزښت:  $G = 13700€$

په سلو کي ارزښت:  $W = 13700€ - 12604€ = 1096€$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{1096€}{13700€} \cdot 100\% = \underline{\underline{8\%}}$$

دا د 8% د خپل کارورکونکي لپاره ارزښتونه کوي.

لسم: بنسټ ارزښت  $G = 15,5m^3$  د په سلو کي پښه  $p = 15\%$

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{15,6m^3 \cdot 15\%}{100\%} = 2,34m^3$$

ټول:  $15,6m^3 + 2,34m^3 = 17,94m^3$

په ټوليزه توگه بايد  $17,94m^3$  ځمکه يووړل شي.

يو لسم: بنسټ ارزښت  $G = 0,95€$  په سلو کي ارزښت:

$$W = 0,95€ - 0,57€ = 0,38€$$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,38€}{0,95€} \cdot 100\% = \underline{\underline{40\%}}$$

ارزانو نه 40% ده.

دولسم: د 5 کالو لپاره د گټې پښه یا گټونه په کال  $p=6\%$ ، دا په 5 کالو کې (بې د گټې له گټې)

له 5 کاله وروسته تاد یا ورکول کيږي:

$$K + 0,3K = 45\,500\text{€} \Leftrightarrow 1,3K = 45\,500\text{€} \Leftrightarrow K = \frac{45\,500\text{€}}{1,3} = \underline{\underline{35\,000\text{€}}}$$

د 5 کاله پخوا سرمایه یا بډايي 35000 € وه.

ديارلسم:

د قیمت جگوالی په 5,5% و 8229€ ته د بنسټ ارزښت زیاتوالي په معنا دی

$$1,055 \cdot G = 8229\text{€} \Leftrightarrow G = \frac{8229\text{€}}{1,055} = \underline{\underline{7800\text{€}}}$$

د گرانۍ د مخه بډايي رانیونکي باید 7800 € ورکړي وی.

څوارلسم: بنسټ ارزښت  $G=46,8\text{m}^2$  د په سلو کې پښه  $p=18\%$

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} = \frac{46,8\text{m}^2 \cdot 18\%}{100\%} = 8,424\text{m}^2 \text{ (Verschnitt)}$$

په ټولیزه توګه غوښتونې  $46,8\text{m}^2 + 8,424\text{m}^2 = 55,224\text{m}^2$

$50\text{m}^2$  شتون لري یا موجود دي

کمون یا تفریق  $55,224\text{m}^2 - 50\text{m}^2 = 5,224\text{m}^2 \sim 5,3\text{m}^2$

باید نږدې  $5,3\text{m}^2$  تختې ور پسي یا وروسته وروړل شي.

پنځلسم:  $3.5500\text{g}$  د ځمکې توتان  $3.1,75\text{€} = 5,25$  قیمت لري (بنسټ ارزښت  $G$ )

$1,5\text{kg}$  کیلو 4,5€ قیمت لري.

نتیجه =  $0,75\text{€} - 4,50\text{€} + 5,25\text{€}$  (پہ سلو کی ارزینت W)  
نتیجه %

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{0,75\text{€}}{5,25\text{€}} \cdot 100\% \approx \underline{\underline{14,3\%}}$$

د 1,5 kg کیلو خُمکتوتانو اخستلو سره 1,5 kg سپما کیری.

شپارسم- ارزانونه له 87,50€ و 70€ ته

بنسټ ارزینت  $G=87,50\text{€}$

پہ سلو کی ارزینت  $W=87,50\text{€} - 70\text{€}=17,50\text{€}$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{17,50\text{€}}{87,50\text{€}} \cdot 100\% = \underline{\underline{20\%}}$$

پہ سلو کی پینہ:

ارزانو 20% ده.

اوه لسم- (د کور اخستلو لپاره) قرضی بانک 150000€ (سرمایه K) په لومړیو ۵ کالو کی باور لری:

د گټی پینہ (معلومه گټه ده)  $P_z=6\%$  تیلگونگ  $P_t=1\%$  (Tilgung)

نیونه: د گټی پینہ او تیلگونگ په  $K=150000\text{€}$  په کال کی تادیه کول یا ورکول:

$$Z = \frac{K \cdot p_z}{100\%} + \frac{K \cdot p_t}{100\%} = \frac{K}{100\%} (p_z + p_t) = \frac{150000\text{€}}{100\%} \cdot 7\% = 10500\text{€}$$

$$\frac{10500\text{€}}{12\text{Monate}} = \underline{\underline{875\frac{\text{€}}{\text{Monat}}}}$$

دا په میاشت کی دی.

د کوبن کورنئ په لومړیو پنځه کالونو کې € 875 باید گټه تادیه کړي یا ورکړي.

**Tilgung:**

تیلگونگ هغه ارزښت دی چې یو کرډیت اخستونکی په څو ځله ratenweise پرې کوي.

د کورونو ساحو کې، په کلنی ډول د 1 یا 2% پیل کرډیت بیرته تادیه کونه، پرته له کور جوړولو کرډیت. په کور جوړولو کرډیت کې دا 7% دي.

## 0.7. ترمونه او د بینوم فرمولونه

### 0.7.1. اووښتونې (متحولې)، ترمونه: Variable, Terme

تعریف (پیژند):

په ریاضیاتو کې توری، چې د گڼونو (اعدادو) ځای نیونکو په څیر استعمال مومی اووښتونې، واریابلې یا متحولې بلل کیږي.

دا چې دا توری د حالت سره سم د مختلفو گڼونو (اعدادو) لپاره ځای په ځای کیدای شي، نو له دې امله دا تغیر خوړونکی هم بلل کیږي.

تعریف: افادې چې په هغو کې متحولې او یا عددونه د شمیرنڅښو (گڼونڅښو) سره تړلي وي ترمونه (یو یې: ترم) بلل کیږي

بیلگه:

ترم  $x+5$  اووښتونې (متحوله)  $x$

د ترم ارزښت د بیلگې په توگه په  $x=2$  کې:  $x+5=2+5=7$

ترم:  $x(x+y)$  اووینتونی  $x;y$

د ترم ارزښت د بیلگې په توګه په  $x=5$  او  $y=1$  :  $x.(x+y) = 5.(5+1) = 5.6 = 30$

کموټاتیو (بدلیدونکي یا تبدیلی) ،-، اسوخیاتیو-، دیستریبوتیو قانون

Kommutativ, -Assoziativ,-Distributivgesetz

تبدیلی قانون:

جمعه

ضرب (خُل)

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

بیلګه:

$$3 + 5 = 5 + 3 = \underline{\underline{8}}$$

$$15 \cdot 5 = 5 \cdot 15 = \underline{\underline{75}}$$

اسوخیاتیو قانون:

جمعه

ضرب

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$$

بیلګه:

$$1 + (2 + 3) = (1 + 2) + 3 = 1 + 2 + 3 = \underline{\underline{6}}$$

$$3 \cdot (2 \cdot 4) = (3 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 4 = \underline{\underline{24}}$$

دستریبوتیو قانون:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

بیلگه:

$$2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = \underline{\underline{14}} \quad (2 + 3) \cdot 4 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8 + 12 = \underline{\underline{20}}$$

د برابر و اووښتونو یا متحولو یوځای کونه:

د برابر و متحولو یا اعدادو یوځای کونه

په ضرب کې                      په جمعه کې

$$x + x + x + x = 4 \cdot x = \underline{\underline{4x}} \quad x \cdot x \cdot x \cdot x = \underline{\underline{x^4}}$$

بیلگه:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = \underline{\underline{16}} \quad 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$$

$$x \cdot x \cdot x \cdot x^2 = \underline{\underline{x^5}} \quad a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = a^3 \cdot b^2$$

له نوکانو یا قوسونو (لینډیو) ووتل

د نوکانو یا قوسونو له منځه وړل یا حل کول:

قوسونه له دننه لور څخه دباندې لور ته حل کېږي.

$$a + [b + (c + d)] = a + [b + c + d] = a + b + c + d$$

یو قوس، چې له مخه یې + ده، کیدی شي ترې تیر شو یا ونه لیکو (برېښول شي)

$$5 + \{7 + [2 + (3 - 1)]\} = 5 + \{7 + [2 + 3 - 1]\} =$$

$$= 5 + \{7 + 2 + 3 - 1\} = 5 + 7 + 2 + 3 - 1 = \underline{\underline{16}}$$

$$2 + (+3) = 2 + 3 = \underline{\underline{5}} \quad 2 - (+3) = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$2 - (-3) = 2 + 3 = \underline{\underline{5}} \quad 2 + (-3) = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}}$$

$$2 \cdot (+3) = 2 \cdot 3 = \underline{\underline{6}} \quad 2 \cdot (-3) = -2 \cdot 3 = \underline{\underline{-6}}$$

$$-2 \cdot (-3) = 2 \cdot 3 = \underline{\underline{6}} \quad -2 \cdot (+3) = -2 \cdot 3 = \underline{\underline{-6}}$$

$$a - [b - (c - d)] = a - [b - c + d] = a - b + c - d$$

$$5 - \{7 - [2 + (3 - 1)]\} = 5 - \{7 - [2 + 3 - 1]\} = 5 - \{7 - 2 - 3 + 1\} = 5 - 7 + 2 + 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$$

جمعو ضربول

د جمعو ضربول:

دوه زیاتونونه یا جمعی سره ضربیږي، داسې چې د لومړي زیاتون (جمعی) هر زیاتوني د دویمي جمعی د هر زیاتوني (هر د جمعی غړی) سره ضرب کړي او لاس ته راوړني یې سره جمعه کړی.

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

$$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$$

یا

یا

یا

بیلگه:

$$(x - y)(3 - 2a) = \underline{\underline{3x - 2ax - 3y + 2ay}}$$

$$(2x - 7)(3x + 4) = 6x^2 + 8x - 21x - 28 = \underline{\underline{6x^2 - 13x - 28}}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = \underline{\underline{a^2 - b^2}}$$



د بیټومفرمولونه د جمو د ضرب ځانګړی حالت

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	د بیټوم لومړی فرمول
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	د ب دویم فرمول
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	د ب دریم فرمول

$$(x + 2)^2 = \underline{x^2 + 4x + 4}$$

$$(3x + 2y)^2 = \underline{9x^2 + 12xy + 4y^2}$$

$$(x - 3)^2 = \underline{x^2 - 6x + 9}$$

$$(2x - 3y)^2 = \underline{4x^2 - 12xy + 9y^2}$$

$$(x + 4)(x - 4) = \underline{x^2 - 16}$$

$$(4x + 3y)(4x - 3y) = \underline{16x^2 - 9y^2}$$

## 0.7.2 تمرینونه:

ترمونو ۱ : ته :

1- ترمونه راټول (یوځای) کړی او ساده یې کړی:

الف-  $5x + 7y - x + 13y$

ب-  $\frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a$

پ-  $10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n$

ت-  $4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v$

ت۔  $1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z$

ث۔  $7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx$

2 - قوسونہ حل کریں او سادہ یی کریں

الف:  $3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7$

ب۔  $6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)]$

پ۔  $37s - [2s - (25s + 12t) + (37t - 15s)]$

ت۔  $8\frac{1}{2}x - \left[ \left( 3\frac{1}{3}y - 2z \right) - 4x \right] - [4x - (3x - z)]$

ث۔  $(u + 2v - 3w) - [4v - (3u + 2v - 3w)]$

ث۔  $(x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)]$

دریم۔ زیاتونو یا جمعی سرہ ضرب کریں۔

الف۔  $x(m + n) - 20(-5u + 3v - 1,5w)$  ب۔

پ۔  $2,5(4x + 2y)$  ت۔  $6m(3m - 1,5n - 4mn)$

ت۔  $-3m(-m - n)$  ث۔  $\frac{3}{4} \left( \frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right)$  خلورم۔ سرہ ضرب کریں او سرہ

یوخای یی کریں۔

الف۔  $2(2x - 3y) - 6x + y$  ب۔  $-3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3)$

پ۔  $9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x)$  ت۔  $\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$

ب۔  $(a+b)(m-n)$  ت۔  $(4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v)$   
 پنجم۔ سره ضرب کری او سره یو خای بی کری

الف۔  $(x+2y)(3a+b+2c)$  ب۔  $16n^2 + (2+2n)(8n+5) + 4n^2 - 15$

پ۔  $(2a+5b-c)(3a-b)$  ت۔  $(4x-3y)(y+x) + (8x+2y)(3x+4y)$

ب۔  $2r^2 + (2r-2s)(4r+3) + s^2 - 6rs$  ت۔  $(4x+2y)(x-y) - 2(x+y)(x-y)$

حلونہ:

ترمونو ۱ ته

لندی نتیجی

لومری

الف۔  $5x + 7y - x + 13y = 4(x + 5y)$

ب۔  $\frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a = \frac{1}{3}(4a + 5b)$

پ۔  $10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n = 5(3k + m - 2n)$

ت۔  $4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v = \frac{1}{12}(22u - 36v - 9z)$

ب۔  $1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z = 0,9x + 1,2y + 1,8z$

ت۔  $7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx = \left(\frac{41}{8}a + \frac{8}{6}b + \frac{32}{9}c\right) \cdot x$

دویم-

$$3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 = 3(3u + 4) \text{ - الف}$$

$$6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)] = 2(5x - 3y - 2z) \text{ - ب}$$

$$37s - [2s - (25s + 12t) + (37t - 15s)] = 25(3s - t) \text{ - پ}$$

$$8\frac{1}{2}x - \left[ \left( 3\frac{1}{3}y - 2z \right) - 4x \right] - [4x - (3x - z)] = 11\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{3}y + z \text{ - ت}$$

$$(u + 2v - 3w) - [4v - (3u + 2v - 3w)] = 2(2u - 3w) \text{ - ث}$$

$$(x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)] = 8(x - 3) \text{ - ث}$$

دریم:

$$x(m + n) = mx + nx \text{ - الف}$$

$$-20(-5u + 3v - 1,5w) = 100u - 60v + 30w \text{ - ب}$$

$$2,5(4x + 2y) = 10x + 5y \text{ - پ}$$

$$6m(3m - 1,5n - 4mn) = 18m^2 - 9mn - 24m^2n \text{ - ت}$$

$$-3m(-m - n) = 3m^2 + 3mn \text{ - ث}$$

$$\frac{3}{4} \left( \frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right) = \frac{27}{32}a - \frac{5}{8}b - \frac{1}{16}c \text{ - ث}$$

خلورم:

$$\text{الف - } 2(2x - 3y) - 6x + y = -2x - 5y$$

$$\text{ب - } -3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3) = -11m^2 - 48m - 29mn$$

$$\text{پ - } 9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x) = 23x + 10y$$

$$\text{ت - } \frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4) = -6x - 43$$

$$\text{ث - } (a + b)(m - n) = am - an + bm - bn$$

$$\text{ث - } (4, 2u - 2, 4v)(5u - 10v) = 21u^2 - 54uv + 24v^2$$

پنجم- لندي نتيجي

$$\text{الف - } (x + 2y)(3a + b + 2c) = 3ax + 6ay + bx + 2by + 2cx + 4cy$$

$$\text{ب - } 16n^2 + (2 + 2n)(8n + 5) + 4n^2 - 15 = 36n^2 + 26n - 5$$

$$\text{پ - } (2a + 5b - c)(3a - b) = 6a^2 + 13ab - 3ac + bc - 5b^2$$

$$\text{ت - } (4x - 3y)(y + x) + (8x + 2y)(3x + 4y) = 28x^2 + 39xy + 5y^2$$

$$\text{ث - } 2r^2 + (2r - 2s)(4r + 3) + s^2 - 6rs = 10r^2 - 14rs + 6r - 6s + s^2$$

$$\text{ث - } (4x + 2y)(x - y) - 2(x + y)(x - y) = 2x^2 - 2xy$$

## مفصل حلونه

لومړی:

$  \begin{aligned}  &5x + 7y - x + 13y \\  &= 5x - x + 7y + 13y \\  &= 4x + 20y \\  &= \underline{\underline{4(x + 5y)}}  \end{aligned}  $	<p>الف- سره بیل یې کړی</p> <p>سره راټول یا یوځای یې کړی</p> <p>ضریب 4 له نوکانو د باندې کړی</p>
$  \begin{aligned}  &\frac{1}{3}a + \frac{4}{9}b + \frac{5}{6}a + \frac{11}{9}b + \frac{1}{6}a \\  &= \frac{1}{3}a + \frac{5}{6}a + \frac{1}{6}a + \frac{4}{9}b + \frac{11}{9}b \\  &= \frac{2}{6}a + \frac{5}{6}a + \frac{1}{6}a + \frac{4}{9}b + \frac{11}{9}b \\  &= \frac{8}{6}a + \frac{15}{9}b \\  &= \frac{4}{3}a + \frac{5}{3}b \\  &= \underline{\underline{\frac{1}{3}(4a + 5b)}}  \end{aligned}  $	<p>ب- سره بیل یې کړی</p> <p>په خپلو همغو اصلي مخرجونو یې ولیکي</p> <p>سره را یوځای کړی</p> <p>لنډ یې کړی</p> <p>یو په درې له نوکانو د باندې کړی</p>
$  \begin{aligned}  &10k + 6m - 8n + 5k - m - 2n \\  &= 10k + 5k + 6m - m - 8n - 2n \\  &= 15k + 5m - 10n \\  &= \underline{\underline{5(3k + m - 2n)}}  \end{aligned}  $	<p>پ- سره بیل یې کړی</p> <p>را یوځای یې کړی</p> <p>ضریب 5 له نوکانو د باندې کړی</p>

ت-

$4\frac{1}{3}u + 1\frac{1}{2}v - 4z - 2\frac{1}{2}u + 3\frac{1}{4}z - 4\frac{1}{2}v$ $= \frac{13}{3}u - \frac{5}{2}u + \frac{3}{2}v - \frac{9}{2}v - 4z + \frac{13}{4}z$ $= \frac{52}{12}u - \frac{30}{12}u + \frac{18}{12}v - \frac{54}{12}v - \frac{48}{12}z + \frac{39}{12}z$ $= \frac{22}{12}u - \frac{36}{12}v - \frac{9}{12}z$ $= \frac{1}{12}(22u - 36v - 9z)$	<p>سرہ بیل بی کری او پہ کسرونو بی ولیکی پہ اصلی مخرج 12 بی راوری. را تول بی کوی یو پہ دولس له نوکانو دبندي ولیکی</p>
---	--

ب -

$1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z$ $= 1,8x - 0,9x + 2,3y - 1,1y + 3,2z - 1,4z$ $= 0,9x + 1,2y + 1,8z$	<p>سرہ بیل بی کری سرہ اتول بی کری</p>
--	---

ث -

$7\frac{1}{4}ax - 3\frac{1}{2}bx + 5\frac{2}{3}cx - 2\frac{1}{8}ax + 4\frac{5}{6}bx - 2\frac{1}{9}cx$ $= \frac{29}{4}ax - \frac{17}{8}ax - \frac{7}{2}bx + \frac{29}{6}bx + \frac{17}{3}cx - \frac{19}{9}cx$ $= \frac{58}{8}ax - \frac{17}{8}ax - \frac{21}{6}bx + \frac{29}{6}bx + \frac{51}{9}cx - \frac{19}{9}cx$ $= \frac{41}{8}ax + \frac{8}{6}bx + \frac{32}{9}cx$ $= \left(\frac{41}{8}a + \frac{8}{6}b + \frac{32}{9}c\right) \cdot x$	<p>بیل بی کری او پہ کسری اعدادو بی ولیکی هر یو پہ اصلی مخرج ولیکی سرہ راتول بی کری ضریب x له نوکانو (قوسونو) دباندي کری</p>
--	---

## 2 مفصل حلونه

$  \begin{aligned}  & 3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 \\  & = 3u + [4 - 2u + 1 + 8u] + 7 \\  & = 3u + [5 + 6u] + 7 \\  & = 3u + 5 + 6u + 7 \\  & = 9u + 12 \\  & = \underline{\underline{3(3u + 4)}}  \end{aligned}  $	
---	--

## 3- مفصل حلونه:

$  \begin{aligned}  & x(m+n) \\  & = x \cdot m + x \cdot n \\  & = \underline{\underline{mx + nx}}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & -20(-5u + 3v - 1,5w) \\  & = (-20) \cdot (-5u) + (-20) \cdot 3v + (-20) \cdot (-1,5w) \\  & = \underline{\underline{100u - 60v + 30w}}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & 2,5(4x + 2y) \\  & = 2,5 \cdot 4x + 2,5 \cdot 2y \\  & = \underline{\underline{10x + 5y}}  \end{aligned}  $	
$  \begin{aligned}  & 6m(3m - 1,5n - 4mn) \\  & = 6m \cdot 3m - 6m \cdot 1,5n - 6m \cdot 4mn \\  & = \underline{\underline{18m^2 - 9mn - 24m^2n}}  \end{aligned}  $	

$$\begin{aligned}
 & -3m(-m - n) \\
 & = (-3m) \cdot (-m) + (-3m) \cdot (-n) \\
 & = \underline{\underline{3m^2 + 3mn}}
 \end{aligned}$$



$\frac{3}{4} \left( \frac{9}{8}a - \frac{5}{6}b - \frac{1}{12}c \right)$ $= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8}a - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}b - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{12}c$ $= \frac{27}{32}a - \frac{5}{8}b - \frac{1}{16}c$	
--	--

خلورم-مفصل حلونه  
الف

$2(2x - 3y) - 6x + y$ $= 4x - 6y - 6x + y$ $= \underline{\underline{-2x - 5y}}$	
---	--

ب -

$-3m(m - n + 20) - 4m(2m + 8n - 3)$ $= -3m^2 + 3mn - 60m - 8m^2 - 32mn + 12m$ $= \underline{\underline{-11m^2 - 48m - 29mn}}$	(b) سره ضرب يې کړی سره راټول يې کړی
---	--

پ -

$9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x)$ $= 9x - 2x + 6y + 4y + 16x$ $= \underline{\underline{23x + 10y}}$	سره ضرب کړی سره يوځای کړی
--	------------------------------

ت -

$\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$ $= x - 2 - 10x - 40 + 3x - 1$ $= \underline{\underline{-6x - 43}}$	سره ضرب کړی سره يوځای کړی
---	------------------------------

ت -

$\begin{aligned} & (a+b)(m-n) \\ & = a \cdot m - a \cdot n + b \cdot m - b \cdot n \\ & = \underline{\underline{am - an + bm - bn}} \end{aligned}$	<p>سره ضرب کړي، د جمعي ضرب</p> <p>د ضرب له نختني صرف نظر شي</p>
--	---

ث -

$\begin{aligned} & (4,2u - 2,4v)(5u - 10v) \\ & = 4,2u \cdot 5u - 4,2u \cdot 10v - 2,4v \cdot 5u + 2,4v \cdot 10v \\ & = 21u^2 - 42uv - 12uv + 24v^2 \\ & = \underline{\underline{21u^2 - 54uv + 24v^2}} \end{aligned}$	<p>د جمعي ضرب</p> <p>د ضرب جوړول</p> <p>سره يوځای کول</p>
---	---

پنځم - مفصل حلونه الف -

$\begin{aligned} & (x+2y)(3a+b+2c) \\ & = 3ax + bx + 2cx + 6ay + 2by + 4cy \\ & = \underline{\underline{3ax + 6ay + bx + 2by + 2cx + 4cy}} \end{aligned}$	<p>سره ضرب کړي</p> <p>د الفبا په څېر يې سره بېل کړي</p>
---	---

ب -

$\begin{aligned} & 16n^2 + (2+2n)(8n+5) + 4n^2 - 15 \\ & = 16n^2 + 16n + 10 + 16n^2 + 10n + 4n^2 - 15 \\ & = \underline{\underline{36n^2 + 26n - 5}} \end{aligned}$	<p>سره ضرب کړي</p> <p>سره يوځای کړي</p>
---	---

پ -

$\begin{aligned} & (2a+5b-c)(3a-b) \\ & = 6a^2 - 2ab + 15ab - 5b^2 - 3ac + bc \\ & = \underline{\underline{6a^2 + 13ab - 3ac + bc - 5b^2}} \end{aligned}$	<p>سره ضرب کړي</p> <p>سره يوځای کړي او سره</p> <p>ترتیب (بېل) کړي</p>
---	---

ت -

$(4x - 3y)(y + x) + (8x + 2y)(3x + 4y)$ $= 4xy + 4x^2 - 3y^2 - 3xy + 24x^2 + 32xy + 6xy + 8y^2$ $4x^2 + 24x^2 + 4xy - 3xy + 32xy + 6xy - 3y^2 + 8y^2$ $= \underline{\underline{28x^2 + 39xy + 5y^2}}$	سره ضرب کری سره بیل کری سره یوځای کری
---	---

ب -

$2r^2 + (2r - 2s)(4r + 3) + s^2 - 6rs$ $= 2r^2 + 8r^2 + 6r - 8rs - 6s + s^2 - 6rs$ $= \underline{\underline{10r^2 - 14rs + 6r - 6s + s^2}}$	سره ضرب کری سره بیل سره یوځای کری
---	--------------------------------------

ث -

$(4x + 2y)(x - y) - 2(x + y)(x - y)$ $= (4x + 2y)(x - y) - 2 \left[ \underbrace{(x + y)(x - y)}_{\text{3. bin. Formel}} \right]$ $= 4x^2 - 4xy + 2xy - 2y^2 - 2[x^2 - y^2]$ $= 4x^2 - 2x^2 - 4xy + 2xy - 2y^2 + 2y^2$ $= \underline{\underline{2x^2 - 2xy}}$	د ( ) ( ) -2 له امله [ کپړدی ( ) ضرب کری [ حل کری او بیل کری سره یوځای کری
--	---

## 0.7.3 د ترمونو لپاره تمرینونه II

لومړۍ په نوکانو یا قوسونو کې ولیکئ

الف -  $2x - 2y$  ب -  $26xy - 13xz$  پ -  $-5xu + 15xv - 10xz$

$$\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz \quad \text{ث} \quad 7x - 7y + 7z \quad \text{ب} \quad \frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz \quad \text{ت}$$

دویم- د ضربیونو په ډول یې ولیکی

$$\text{بیلگه:} \quad 3(a+b) - x(a+b) = (a+b)(3-x)$$

$$\text{الف} \quad 8(a+b) + (a+b) \quad \text{ب} \quad x(u-v) - y(u-v)$$

$$\text{پ} \quad x(3-r) - (3-r) \quad \text{ت} \quad a(3m-n) - b(3m-n)$$

$$\text{ث} \quad 2x(3u+v) - (3u+v) \quad \text{ب} \quad 5u(a-2b) + v(a-2b)$$

دریم: د ضربیونو په ډول یې ولیکی

بیلگه:

$$ab + ac + mb + mc = a(b+c) + m(b+c) = (b+c)(a+m)$$

$$\text{الف} \quad ax + ay + bx + by \quad \text{ب} \quad 2m + 2n + 3m + 3n$$

$$\text{پ} \quad 3am - mv + 3a - v \quad \text{ت} \quad 4uv - u + 12vy - 3y$$

څلورم: ساده یې کړی

$$\text{الف} \quad 18a - 3x + 6a - 3(x+a) - 5(a-2x) \quad \text{ب} \quad 15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x)$$

$$\text{پ} \quad 2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab \quad \text{ت} \quad -3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2)$$

$$\text{ب} \quad 6,5x^2 - [5x - x(3-4x) + 2] \cdot (-0,5) \quad \text{ث} \quad x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2$$

پنجم- ساده یی کری

الف -  $5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax$  ب -  $(2 - 3x)x - x \cdot (-14)$

پ -  $1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x$  ت -  $-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2)$   
شپیرم-د نوکانویا قوسونو افاده وتاکئی.

الف -  $-7x + 14xy = -7x(\dots)$  ب -  $ax^2 - 6x^3 = x^2(\dots)$

پ -  $\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a(\dots)$  ت -  $1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(\dots)$   
اوم- ساده یی کری

الف -  $\frac{1}{2}(2x - 2) - \frac{3}{8}(4x - 4)$  ب -  $4kx^2 - 8kx + 4k$

پ -  $xk_1 - xk_2 + k_1 - k_2$  ت -  $\frac{1}{2}(x - 2) - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$

ب -  $\frac{3x - 6}{3} - 2\frac{5x - 10}{5}$  ث -  $\frac{1}{4} \cdot \frac{8x - 4y}{5}$

د ترمونو حلونه II

نتیجی:

لومری-نتیجی

الف -  $2x - 2y = 2(x - y)$

$$\text{ب۔} \quad -5xu + 15xv - 10xz = -5x(u - 3v + 2z)$$

$$\text{پ۔} \quad 26xy - 13xz = 13x(2y - z)$$

$$\text{ت۔} \quad \frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz = \frac{3}{4}b(x - y + z)$$

$$\text{ث۔} \quad 7x - 7y + 7z = 7(x - y + z)$$

$$\text{ج۔} \quad \frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz = \frac{1}{2}x\left(u - \frac{1}{4}v + \frac{3}{2}z\right)$$

دویم-نتیجی

$$\text{الف۔} \quad 8(a+b) + (a+b) = 9(a+b)$$

$$\text{ب۔} \quad x(u-v) - y(u-v) = (u-v)(x-y)$$

$$\text{پ۔} \quad a(3m-n) - b(3m-n) = (3m-n)(a-b)$$

$$\text{ت۔} \quad x(3-r) - (3-r) = (3-r)(x-1)$$

$$\text{ث۔} \quad 5u(a-2b) + v(a-2b) = (a-2b)(5u+v)$$

$$\text{ج۔} \quad 2x(3u+v) - (3u+v) = (3u+v)(2x-1)$$

دریم: نتیجی

$$\text{الف۔} \quad ax + ay + bx + by = (a+b)(x+y)$$

$$\text{ب۔} \quad 2m + 2n + 3m + 3n = 5(m+n)$$

---

$$3am - mv + 3a - v = (3a - v)(m + 1) \quad \text{پ۔}$$

$$4uv - u + 12vy - 3y = (4v - 1)(u + 3y) \quad \text{ت۔}$$

خلورم: نتیجی

$$18a - 3x + 6a - 3(x + a) - 5(a - 2x) = 16a + 4x \quad \text{الف۔}$$

$$15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x) = 32ax \quad \text{ب۔}$$

$$2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab = 16ab \quad \text{پ۔}$$

$$-3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2) = -5x^2 + 7x - 6 \quad \text{ت۔}$$

$$6,5x^2 - [5x - x(3 - 4x) + 2] \cdot (-0,5) = 8,5x^2 + x + 1 \quad \text{ث۔}$$

$$x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2 = 20x^3 - 65x^2 + x \quad \text{ث۔}$$

پنجم:

$$5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax = -10x - 10ax \quad \text{الف۔}$$

$$(2 - 3x)x - x \cdot (-14) = -3x^2 + 16x \quad \text{ب۔}$$

$$1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x = 3,255x \quad \text{پ۔}$$

$$-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2) = \frac{1}{2} - \frac{13a^2}{4} \quad \text{ت۔}$$

شیرم: نتیجی

$$\text{الف - } -7x + 14xy = -7x(1 - 2y)$$

$$\text{ب - } ax^2 - 6x^3 = x^2(a - 6x)$$

$$\text{پ - } \frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a\left(\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2\right)$$

$$\text{ت - } 1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(3 - 5b + a)$$

مفصل حلونه:

لومری

$\begin{aligned} 2x - 2y \\ = \underline{\underline{2(x - y)}} \end{aligned}$	<p>الف- ضریب 2 له قوسونو راوځي</p>
---	------------------------------------

$$\text{ب - } -5xu + 15xv - 10xz$$

ضریب  $-5x$  له قوسونو دباندې لیکو

$$= \underline{\underline{-5x(u - 3v + 2z)}}$$

$$\text{پ - لرو } 26xy - 13xz$$

ضریب  $13x$  له نوکانو دباندې لیکو

$$= \underline{\underline{13x(2y - z)}}$$



$\frac{3}{4}bx - \frac{3}{4}by + \frac{3}{4}bz$ $= \underline{\underline{\frac{3}{4}b(x-y+z)}}$	ت - ضریب $\frac{3}{4}b$ له نوکانو دباندي لیکو
---	---

$7x - 7y + 7z$ $= \underline{\underline{7(x-y+z)}}$	ت-ضریب 7 له نوکانو دباندي لیکو
$\frac{1}{2}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{3}{4}xz$ $= \frac{4}{8}xu - \frac{1}{8}xv + \frac{6}{8}xz$ $= \underline{\underline{\frac{1}{8}x(4u-v+6z)}}$	ت- په اصلي مخرج يي راوړو ضریب $\frac{1}{8}x$ له نوکانو دباندي لیک

دویم-

$8(a+b) + (a+b)$ $= 8(a+b) + 1 \cdot (a+b)$ $= (a+b)(8+1)$ $= \underline{\underline{9(a+b)}}$	الف- پام: $(a+b) = 1 \cdot (a+b)$ ضریب $(a+b)$ له نوکانو دباندي لیک ساده کری
---	---

ب-ضریب  $(u-v)$  له نوکانو دباندي لیک

$$x(u-v) - y(u-v)$$

$$= \underline{\underline{(u-v)(x-y)}}$$

$a(3m-n) - b(3m-n)$ $= \underline{\underline{(3m-n)(a-b)}}$	پ- ضریب $(3m-n)$ له نوکانو دباندې لیک
$x(3-r) - (3-r)$ $= x(3-r) - 1 \cdot (3-r)$ $= \underline{\underline{(3-r)(x-1)}}$	ت- پام: $(3-r) = 1 \cdot (3-r)$ ضریب $(3-r)$ له نوکانو دباندې لیکو

$5u(a-2b) + v(a-2b)$ $= \underline{\underline{(a-2b)(5u+v)}}$	ب- ضریب $(a-2b)$ له نوکانو دباندې راځی
$2x(3u+v) - (3u+v)$ $= 2x(3u+v) - 1 \cdot (3u+v)$ $= (3u+v)(2x-1)$	ت- پام: $(3u+v) = 1 \cdot (3u+v)$ ضریب $(3u+v)$ له نوکانو دباندې راځی

دریم:

$ax + ay + bx + by$ $= ax + ay + bx + by$ $= a(x+y) + b(x+y)$ $= (x+y)(a+b)$ $= \underline{\underline{(a+b)(x+y)}}$	الف- د جمع گډې برخې سره په نڅېنه کړی ضریبونه او $a$ د $b$ برخ زاتونو له ضوسونو دباندې ولیکی. ضریب $(x+y)$ له ضوسونو دباندې ولیکی ضریبونه بدل کړی
---	---

$  \begin{aligned}  &2m + 2n + 3m + 3n \\  &= 5m + 5n \\  &= \underline{\underline{5(m+n)}}  \end{aligned}  $	ب - سره یوځای کړی ضرب 5 له ضوس دباندې ولیکی
$  \begin{aligned}  &3am - mv + 3a - v \\  &= 3am - mv + 3a - v \\  &= m(3a - v) + 1 \cdot (3a - v) \\  &= \underline{\underline{(3a - v)(m + 1)}}  \end{aligned}  $	پ-برخه زیاتونی په نخبه کړی m له نوکانو دباندې ولیکی، $3a - v = 1 \cdot (3 - v)$ ضریب (a - v) له قوسونو دباندې ولیکی
$  \begin{aligned}  &4uv - u + 12vy - 3y \\  &= 4uv - 1 \cdot u + 4v \cdot 3y - 1 \cdot 3y \\  &= u(4v - 1) + 3y(4v - 1) \\  &= \underline{\underline{(4v - 1)(u + 3y)}}  \end{aligned}  $	ت - برخزیاتیدونی په نخبه کړی u او 3y له قوسونو دباندې کوی ضریب (4v - 1) له نوکانو دباندې کړی

څلورم:

الف-

$$18a - 3x + 6a - 3(x + a) - 5(a - 2x) = 24a - 3x - 3x - 3a - 5a + 10x = \underline{\underline{16a + 4x}}$$

$$15ax + 3ax - 7a \cdot (-2x) = 18ax + 14ax = \underline{\underline{32ax}} \quad \text{ب -}$$

$$2 \cdot 4a \cdot 3b + 5a \cdot 2b - 18ab = 24ab + 10ab - 18ab = \underline{\underline{16ab}} \quad \text{پ-}$$

ت -

$$-3(x^2 - x) + (x^2 - 2x + 3) \cdot (-2) = -3x^2 + 3x - 2x^2 + 4x - 6 = \underline{\underline{-5x^2 + 7x - 6}}$$

ت -

$$6,5x^2 - [5x - x(3 - 4x) + 2] \cdot (-0,5) = 6,5x^2 - [5x - 3x + 4x^2 + 2] \cdot (-0,5)$$

$$= 6,5x^2 - [-2,5x + 1,5x - 2x^2 - 1] = 6,5x^2 + 2,5x - 1,5x + 2x^2 + 1 = \underline{\underline{8,5x^2 + x + 1}}$$

$$x - 5x(x^2 - 3x) \cdot (-4) - 5x^2 = x - (-5x^3 + 15x^2) \cdot (-4) - 5x^2$$

$$= x - (20x^3 + 60x^2) - 5x^2 = x - 20x^3 - 60x^2 - 5x^2 = \underline{\underline{20x^3 - 65x^2 + x}} \quad \text{ث -}$$

پنجم:

$$5 \cdot (2x - ax) - 5 \cdot 4x - 5ax = 10x - 5ax - 20x - 5ax = \underline{\underline{-10x - 10ax}} \quad \text{الف -}$$

$$(2 - 3x)x - x \cdot (-14) = 2x - 3x^2 + 14x = \underline{\underline{-3x^2 + 16x}} \quad \text{ب -}$$

$$1,05 \cdot (x + x \cdot 1,05) + 1,05^2 \cdot x = 1,05 \cdot (2,05x) + 1,05^2 \cdot x$$

$$= 2,1525x + 1,1025x = \underline{\underline{3,255x}} \quad \text{پ -}$$

ت -

$$-\frac{a^2}{2} - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}(2 - 2a^2) = -\frac{a^2}{2} - \frac{9}{4}a^2 + \frac{2}{4} - \frac{2}{4}a^2$$

$$= -\frac{2a^2}{4} - \frac{9}{4}a^2 + \frac{2}{4} - \frac{2}{4}a^2 = -\frac{2}{4}a^2 - \frac{9}{4}a^2 - \frac{2}{4}a^2 + \frac{1}{2} = \underline{\underline{-\frac{13}{4}a^2 + \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{2a^2}{4} = \frac{2}{4}a^2 \quad \text{پہ پام کی ولرہ:}$$

شپیرم:

$$\text{الف- } -7x + 14xy = -7x(\dots)$$

$-7x$  له قوسونو دباندي را وځي

$$-7x \cdot 1 - 7x \cdot (-2y) = -7x(1 - 2y) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{1 - 2y}}$$

$$\text{ب- } ax^2 - 6x^2 = x^2(\dots)$$

$x^2$  له نوکان باسو يا دباندي ليکو

$$x^2 \cdot a - x^2 \cdot 6x = x^2(a - 6x) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{a - 6x}}$$

$$\text{پ- } \frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a(\dots)$$

$5a$  له نوکانو باسو يا دباندي ليکو

$$\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = \frac{1}{3} \cdot 5a + 5a \cdot a - \frac{2}{3} \cdot 5a \cdot a^2$$

$$= 5a \cdot \frac{1}{3} + 5a \cdot a - 5a \cdot \frac{2}{3}a^2 = 5a \left( \frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2 \right) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2}}$$

ت -

$$1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a(\dots) \quad 0,5a$$

$0,5a$  له نوکانو دباندي ليکو

$$1,5a - 2,5ab + 0,5a^2 = 0,5a \cdot 3 - 0,5a \cdot 5b + 0,5a \cdot a = 0,5a(3 - 5b + a)$$

$$\Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{3 - 5b + a}}$$

اوم:

الف-

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(2x-2) - \frac{3}{8}(4x-4) &= x-1 - \frac{3}{8} \cdot 4x + \frac{3}{8} \cdot 4 = x-1 - \frac{3}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \\ &= \frac{2}{2}x - \frac{3}{2} \cdot x - \frac{2}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(-x+1) = \frac{-x+1}{2} = \underline{\underline{\frac{1-x}{2}}} \end{aligned}$$

$$4kx^2 - 8kx + 4k \quad 4k \text{ - ب}$$

4k له نوکانو دباندي لیکو

$$4kx^2 - 8kx + 4k = 4k \left( \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} \right) = \underline{\underline{4k(x-1)^2}}$$

پ - په لاندې کې: **ausklammern**، یعنی له قوسونو را وباسی

$$\underbrace{(k_1 - xk_2)}_{\text{ausklammern}} + k_1 - k_2 = \underbrace{x(k_1 - k_2) + (k_1 - k_2) \cdot 1}_{k_1 - k_2 \text{ ausklammern}} = (k_1 - k_2)(x+1) = \underline{\underline{(x+1)(k_1 - k_2)}}$$

ت -

$$\frac{1}{2}(x-2) - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - 1 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x - 1 + \frac{3}{4} = -\frac{2}{2}x - \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \underline{\underline{-x - \frac{1}{4}}}$$

$$\frac{3x-6}{3} - 2\frac{5x-10}{5} = \frac{3x-6}{3} - \frac{10x-20}{5} \quad \text{HN} = 15$$

$$\frac{5(3x-6)}{5 \cdot 3} - \frac{3(10x-20)}{3 \cdot 5} = \frac{15x-30}{15} - \frac{30x-60}{15}$$

$$= \frac{15x-30 - (30x-60)}{15} = \frac{15x-30-30x+60}{15}$$

$$= \frac{-15x+30}{15} = \frac{15(-x+2)}{15} = \underline{\underline{-x+2}}$$

ب -

ث -

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{8x-4y}{5} = \frac{8x-4y}{4 \cdot 5} = \frac{4(2x-y)}{4 \cdot 5} = \frac{1 \cdot (2x-y)}{5} = \underline{\underline{\frac{1}{5}(2x-y)}}$$

## تمرینونه ترم III ته:

لومړی: ساده کړی

$$\frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4) \quad \text{پ.} \quad 3kx - (3-k)x \quad \text{ب.} \quad -\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5} \quad \text{الف.}$$

دویم: ساده کړی

$$x^2(x-6) - 2x^2(x-2) \quad \text{ب.} \quad \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} \quad \text{الف.}$$

$$(-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3) \quad \text{پ.} \quad x(2-x) + 5(2-x) \quad \text{ت.}$$

$$30sx - 5kx - 6sy + ky \quad \text{ث.} \quad 6ax - 3ay + 4bx - 2by \quad \text{ب.}$$

دریم: سره ضرب یې کړی

$$\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)(x+5) \quad \text{پ.} \quad \left(\frac{2}{3}x - 2\right)(x+3) \quad \text{ب.} \quad (x-5)\left(x + \frac{3}{2}\right) \quad \text{الف.}$$

$$\frac{x-5}{2}(2x+8) \quad \text{ث.} \quad (3-2x)(-2x+3) \quad \text{ب.} \quad \frac{3}{2}(x+4)(x+4) \quad \text{ت.}$$

څلورم: سره ضرب یې کړی

$$\frac{x}{2}(2x-k)^2 \quad \text{پ.} \quad \left(1 - \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x+2\right) \quad \text{ب.} \quad (x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right) \quad \text{الف.}$$

$$(x-1)^3 \quad \text{ث.} \quad x(x+3)(2x-5) \quad \text{ب.} \quad -\frac{1}{8}(4-2x)^2 \quad \text{ت.}$$

پنجم: د ضرب په بڼه یې رلیکی

الف -  $x^2 + 14x + 49$  ب -  $4x^2 - 8x + 4$  پ -  $\frac{1}{2}x^2 - 8$

ت -  $x^2 - 2x + 1$  ث -  $x^2 - \frac{1}{4}$  ج -  $-x^2 + 6x - 9$

ج -  $\frac{1}{5}x^2 + 2x + 5$  چ -  $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$  خ -  $\frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2}$

شپږم: د ضرب په بڼه یې رلیکی

الف -  $a^2 - 4b^2$  ب -  $4k^2 - 4k + 1$  پ -  $25x^2 - 9$

ت -  $x^4 + 2x^2 + 1$  ث -  $u^4 - 4u^3 + 4u^2$  ج -  $x^3 - 7x^2$

اوم: ساده یې کړی

الف -  $3\left(\frac{2-3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2-3k}{3}$  ب -  $7(b+1) + 5(b+1)^2$

پ -  $(k-1)^2 - (k+1)^2 - (k^2 + 4)$  ت -  $(1-x)^3 + 3(1-x)(1+x)^2$

د تمرینونو III ځوابونه:

لومړی: نتیجه

الف -  $-\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5} = 9\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}x\right)$  ب -  $3kx - (3-k)x = x(4k-3)$

پ -  $\frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4) = \frac{1}{2}(5x+1)$



دویم: نتیجہ

$$\frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = -2x+2 \quad \text{الف -}$$

$$x^2(x-6) - 2x^2(x-2) = -x^3 - 2x^2 \quad \text{ب -}$$

$$x(2-x) + 5(2-x) = (2-x)(x+5) \quad \text{پ -}$$

$$(-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x \quad \text{ت -}$$

$$6ax - 3ay + 4bx - 2by = (3a+2b)(2x-y) \quad \text{ث -}$$

$$30sx - 5kx - 6sy + ky = (5x-y)(6s-k) \quad \text{ث -}$$

$$(x-5)\left(x + \frac{3}{2}\right) = x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} \quad \text{الف - دریم: نتیجہ}$$

$$\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(x+3) = \frac{2}{3}x^2 - 6 \quad \text{ب -}$$

$$\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)(x+5) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{2} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{3}{2}(x+4)(x+4) = \frac{3}{2}x^2 + 12x + 24 \quad \text{ت -}$$

$$(3-2x)(-2x+3) = 9 - 12x + 4x^2 \quad \text{ث -}$$

$$\frac{x-5}{2}(2x+8) = x^2 - x - 20 \quad \text{ث -}$$

خلورم: نتیجه :

$$(x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right) = \frac{1}{4}x^2 + 3x + 8 \quad \text{الف -}$$

$$\left(1 - \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x + 2\right) = -\frac{2}{25}x^2 + 2 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x}{2}(2x - k)^2 = 2x^3 - 2kx^2 + \frac{k^2}{2}x \quad \text{پ -}$$

$$-\frac{1}{8}(4 - 2x)^2 = -2 + 2x - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{ت -}$$

$$x(x+3)(2x-5) = 2x^3 + x^2 - 15x \quad \text{ث -}$$

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \quad \text{ث -}$$

پنجم: نتیجه

$$x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2 \quad \text{الف -}$$

$$4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 8 = \frac{1}{2}(x-4)(x+4) \quad \text{پ -}$$

$$1 - 2x + x^2 = (1-x)^2 \quad \text{ت -}$$

$$-\frac{1}{4} + x^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) \quad \text{ث -}$$

$$\text{ث} - x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$$

$$\text{ج} - \frac{1}{5}x^2 + 2x + 5 = \frac{1}{5}(x + 5)^2$$

$$\text{چ} - \frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \frac{1}{4}(x - 6)^2$$

$$\text{خ} - \frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2}(x - k)^2$$

شیرم: نتیجہ

$$\text{الف} - a^2 - 4b^2 = (a - 2b)(a + 2b) \quad \text{ب} - 4k^2 - 4k + 1 = (2k - 1)^2$$

$$\text{پ} - 25x^2 - 9 = (5x - 3)(5x + 3) \quad \text{ت} - x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$$

$$\text{ب} - u^4 - 4u^3 + 4u^2 = u^2(u - 2)^2 \quad \text{ث} - x^3 - 7x^2 = x^2(x - 7)$$

اوم: نتیجہ

$$\text{الف} - 3\left(\frac{2 - 3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2 - 3k}{3} = 3k^2 - 2k$$

$$\text{ب} - 7(b + 1) + 5(b + 1)^2 = (5b + 12)(b + 1)$$

$$\text{پ} - (k - 1)^2 - (k + 1)^2 - (k^2 + 4) = -(k + 2)^2$$

$$\text{ت} - (1 - x)^3 + 3(1 - x)(1 + x)^2 = -4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

## مفصل حل

لومری:

الف -

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2x-7}{2} + \frac{5-4x}{5} \quad \text{HN} = 10 \\
 & -\frac{5(2x-7)}{5 \cdot 2} + \frac{2(5-4x)}{2 \cdot 5} = -\frac{10x-35}{10} + \frac{10-8x}{10} \\
 & = \frac{-(10x-35)+10-8x}{10} = \frac{-10x+35+10-8x}{10} \\
 & = \frac{-18x+45}{10} = \frac{9(-2x+5)}{10} = 9 \cdot \frac{5-2x}{10} = 9 \left( \frac{5}{10} - \frac{2x}{10} \right) = \underline{\underline{9 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5}x \right)}}
 \end{aligned}$$

$$3kx - (3-k)x = 3kx - 3x + kx = 4kx - 3x = \underline{\underline{x(4k-3)}} \quad \text{ب -}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 & \frac{8x-2}{2} - \frac{3}{8}(4x-4) = \frac{8x-2}{2} - \frac{12x-12}{8} = \frac{8x-2}{2} - \frac{4(3x-3)}{8} \\
 & = \frac{8x-2}{2} - \frac{3x-3}{2} = \frac{8x-2-(3x-3)}{2} = \frac{8x-2-3x+3}{2} = \frac{5x+1}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(5x+1)}}
 \end{aligned}$$

دویم: مفصل حل

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = \frac{-2x+4}{3} - \frac{4x-2}{3} = \frac{-2x+4-(4x-2)}{3} \\
 & = \frac{-2x+4-4x+2}{3} = \frac{-6x+6}{3} = \frac{3(-2x+2)}{3} = \underline{\underline{-2x+2}}
 \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned}x^2(x-6) - 2x^2(x-2) &= x^3 - 6x^2 - 2x^3 + 4x^2 = \\ &= x^3 - 2x^3 - 6x^2 + 4x^2 = \underline{\underline{-x^3 - 2x^2}} \\ &= x(2-x) + 5(2-x) \text{ - پ}\end{aligned}$$

(2 - x) له نوکانو دباندې لیکو، نو لرو:

$$x(2-x) + 5(2-x) = \underline{\underline{(2-x)(x+5)}}$$

ت

$$\begin{aligned}(-x+2)(x-3) - \left(2 - \frac{1}{2}x\right)(x-3) &= -x^2 + 3x + 2x - 6 - \left[2x - 6 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x\right] \\ &= -x^2 + 5x - 6 - 2x + 6 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x = -x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}x = \underline{\underline{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x}}\end{aligned}$$

ت - په لاندې کې: ausklammern، له قوسونو (له نوکانو) را وباسی

$$\begin{aligned}\underbrace{6ax - 3ay}_{3a \text{ ausklammern}} + \underbrace{4bx - 2by}_{2b \text{ ausklammern}} &= \underbrace{3a(2x - y) + 2b(2x - y)}_{(2x-y) \text{ ausklammern}} \\ &= \underline{\underline{(2x - y)(3a + 2b) = (3a + 2b)(2x - y)}}$$

ث - په لاندې کې: ausklammern، له قوسو (نوکانو) نو را وباسی

$$\begin{aligned}30sx - 5tx - 6sy + ty &= \underbrace{30sx - 6sy}_{6s \text{ ausklammern}} - \underbrace{5tx + ty}_{t \text{ ausklammern}} \\ \underbrace{6s(5x - y) - t(5x - y)}_{(5x-y) \text{ ausklammern}} &= \underline{\underline{(5x - y)(6s - t)}}$$

دریم: مفصل حل

که لاندې ولرو 1. bin. Formel نو د بینوم د لومړني فرمول په معنا به وی.

$$(x-5)\left(x+\frac{3}{2}\right) = x^2 + \frac{3}{2}x - 5x - 5 \cdot \frac{3}{2} = x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2} \quad \text{الف -}$$

$$\left(\frac{2}{3}x-2\right)(x+3) = \frac{2}{3}x^2 + 3 \cdot \frac{2}{3}x - 2x - 6 = \frac{2}{3}x^2 + 2x - 2x - 6 = \frac{2}{3}x^2 - 6 \quad \text{ب -}$$

پ -

$$\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)(x+5) = \frac{1}{2}x^2 + 5 \cdot \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}x - 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}x - \frac{25}{2} = \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{2}$$

ت - د بینوم لومړی فرمول 1. bin. formel

$$\frac{3}{2}\underbrace{(x+4)(x+4)}_{1. \text{ bin. Formel}} = \frac{3}{2}(x^2 + 8x + 16) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2} \cdot 8x + \frac{3}{2} \cdot 16 = \frac{3}{2}x^2 + 12x + 24$$

$$(3-2x)(-2x+3) = -6x + 9 + 4x^2 - 6x = \underline{4x^2 - 12x + 9} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{2}(2x+8) &= \frac{(x-5)(2x+8)}{2} = \frac{2x^2 + 8x - 10x - 40}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 2x - 40}{2} = \frac{2(x^2 - x - 20)}{2} = \underline{x^2 - x - 20} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

څلورم: مفصل حل

که لاندې ولرو 2.. bin. Formel نو د بینوم د دویم فرمول په معنا به وی

$$(x+8)\left(\frac{1}{4}x+1\right) = \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{8}{4}x + 8 = \frac{1}{4}x^2 + x + 2x + 8 = \underline{\underline{\frac{1}{4}x^2 + 3x + 8}} \quad \text{الف -}$$

$$\left(1 - \frac{1}{5}x\right)\left(\frac{2}{5}x + 2\right) = \frac{2}{5}x + 2 - \frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x = \underline{\underline{-\frac{2}{25}x^2 + 2}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x}{2} \underbrace{(2x - k)^2}_{\text{2. bin. Formel}} = \frac{x}{2} (4x^2 - 4kx + k^2) = \underline{\underline{2x^3 - 2kx^2 + \frac{k^2}{2}x}} \quad \text{ب-پ}$$

$$-\frac{1}{8} \underbrace{(4 - 2x)^2}_{\text{2. bin. Formel}} = -\frac{1}{8} (16 - 16x + 4x^2) = -2 + 2x - \frac{1}{2}x^2 = \underline{\underline{-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2}} \quad \text{ت -}$$

ت-ب

$$x(x+3)(2x-5) = x(2x^2 - 5x + 6x - 15) = x(2x^2 + x - 15) = \underline{\underline{2x^3 + x^2 - 15x}}$$

ث-

$$\begin{aligned} (x-1)^3 &= (x-1)(x-1)^2 = (x-1)(x^2 - 2x + 1) \\ &= x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1 = \underline{\underline{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}} \end{aligned}$$

پنجم: مفصل حل

په یاد یې ولری: د بینوم لومړنی، دویم او دریم فرمول لکه پورته همداسې لاندې هم په همدې معنا دي

$$\underbrace{x^2 + 14x + 49}_{\text{1. bin. Formel}} = \underline{\underline{(x+7)^2}} \quad \text{الف -}$$

$$4x^2 - 8x + 4 = 4 \underbrace{(x^2 - 2x + 1)}_{\text{2. bin. Formel}} = \underline{\underline{4(x-1)^2}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 8 = \frac{1}{2} \underbrace{(x^2 - 16)}_{\text{3. bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(x-4)(x+4)}}$$

$$1 - 2x + x^2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(x-1)^2}} \quad \text{ت -}$$

پام :  $(1-x)^2 = (x-1)^2$  چي خڪه چي

$$(1-x)^2 = [(-1) \cdot (x-1)]^2 = (-1)^2 \cdot (x-1)^2 = 1 \cdot (x-1)^2 = \underline{\underline{(x-1)^2}} \quad \text{ت -}$$

$$-\frac{1}{4} + x^2 = \underbrace{x^2 - \frac{1}{4}}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)}} \quad \text{ث -}$$

$$-x^2 + 6x - 9 = -\underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{-(x-3)^2}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{1}{5}x^2 + 2x + 5 = \frac{1}{5}\underbrace{(x^2 + 10x + 25)}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{5}(x+5)^2}} \quad \text{چ -}$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \frac{1}{4}\underbrace{(x^2 - 12x + 36)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}(x-6)^2}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{x^2}{2} - kx + \frac{k^2}{2} = \frac{1}{2}\underbrace{(x^2 - 2kx + k^2)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(x-k)^2}} \quad \text{ح -}$$

شپيرم: مفصل حل

$$\underbrace{a^2 - 4b^2}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(a-2b)(a+2b)}} \quad \text{الف -}$$

$$\underbrace{4k^2 - 4k + 1}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(2k-1)^2}} \quad \text{ب -}$$



$$\underbrace{25x^2 - 9}_{3. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(5x - 3)(5x + 3)}} \quad \text{پ-}$$

$$\underbrace{x^4 + 2x^2 + 1}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{(x^2 + 1)^2}} \quad \text{ت-}$$

$$u^4 - 4u^3 + 4u^2 = u^2 \underbrace{(u^2 - 4u + 4)}_{2. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{u^2 (u - 2)^2}} \quad \text{ب-}$$

$$x^3 - 7x^2 = \underline{\underline{x^2 (x - 7)}} \quad \text{ث-}$$

اوم: مفصل حل

الف -

$$\begin{aligned} 3\left(\frac{2-3k}{3}\right)^2 - 2\frac{2-3k}{3} &= \frac{3[(2-3k)^2]}{9} - \frac{2(2-3k)}{3} \\ &= \frac{(2-3k)^2}{3} - \frac{4-6k}{3} = \frac{4-12k+9k^2 - (4-6k)}{3} = \frac{4-12k+9k^2 - 4+6k}{3} \\ &= \frac{9k^2 - 6k}{3} = \frac{3(3k^2 - 2k)}{3} = \underline{\underline{3k^2 - 2k}} \end{aligned}$$

$$7(b+1) + 5(b+1)^2 = (b+1)[7 + 5(b+1)]$$

$$= (b+1)[7 + 5b + 5] = \underline{\underline{(b+1)(5b+12)}} \quad \text{ب-}$$

پ-

$$(k-1)^2 - (k+1)^2 - (k^2+4) = k^2 - 2k + 1 - (k^2 + 2k + 1) - k^2 - 4$$

$$= k^2 - 2k + 1 - k^2 - 2k - 1 - k^2 - 4 = -k^2 - 4k - 4 = -\underline{\underline{(k^2 + 4k + 4)}} = \underline{\underline{-(k+2)^2}}$$

ت-

$$\begin{aligned}
 (1-x)^3 + 3(1-x)(1+x)^2 &= (1-x) \left[ (1-x)^2 + 3 \cdot (1+x)^2 \right] \\
 &= (1-x) \left[ 1 - 2x + x^2 + 3(1 + 2x + x^2) \right] = (1-x) \left[ 1 - 2x + x^2 + 3 + 6x + 3x^2 \right] \\
 &= (1-x)(4x^2 + 4x + 4) = 4(1-x)(x^2 + x + 1) = \underline{\underline{-4(x-1)(x^2 + x + 1)}}
 \end{aligned}$$

## تمرینونه ترمونو IV ته

لومړی: ساده یې کړی

$$\text{الف - } \frac{1}{4k^2} \left( -\frac{k}{2} + k \right) \left( -\frac{k}{2} - k \right)^2 \quad \text{ب - } (2-x)^2 (x+2)^2$$

دویم: ترمونه  $6x(x^2-4)$  او  $2ax(x-2)^2$  گډ ضریب لري.برېکړه وکړی، چې  $2x(x-2)$  او که  $x(x^2-4)$  دی.

دریم: د یو په بل پسې راتلونکو طبیعي اعدادو مربعگانو ترمونو و ټاکي او ساده یې کړی.

څلورم: و بنایي:  $T(x) = (n+1)^2 - (n+1)$  د هر طبیعي عدد  $n$  لپاره یو جفت (جوړه) عدد دی.

دا د جفت (جوړه) او طاق (ناجوړه) حالتونه په پام کې و نیسي.

پنځم: ساده یې کړی

$$\text{الف - } 6 \left( \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}x \right) \quad \text{ب - } x - \frac{1-x}{3} + \frac{2x}{3}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{1-x}{2} + 5\left(\frac{1}{4} + x\right) \quad \text{ت} \quad \frac{4}{9}k^2 \left(-\frac{27}{8k}\right) + \frac{4}{9}k \quad \text{پ}$$

$$1 - \frac{4}{7}(3x+1) - \frac{2}{7}(1-3x) \quad \text{ث} \quad -3 \frac{2x-8}{4} - 3 \quad \text{ب}$$

$$\frac{x}{3} - x - 3 + \frac{3x-6}{4} - \frac{x-2}{3} \quad \text{ب} \quad x - \frac{10x-5}{5} \quad \text{شیرم: الف}$$

$$5x - 2 - \frac{8x-6}{2} \quad \text{ت} \quad \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} \quad \text{پ}$$

$$\frac{3x+8}{x-2} + \frac{2+6x}{2-x} - 1; \quad x \neq 2 \quad \text{ث} \quad \frac{3}{7-21k} \cdot \frac{5-15k}{2}; \quad k \neq \frac{1}{3} \quad \text{ب}$$

اوم: د ترمونو تعریفډېری یا ورشو و ټاکي او د امکان تر پولې یې لنډ (اختصار) مری

$$\frac{4x^3 - 12x^2}{8x^3 - 72x} \quad \text{ب} \quad \frac{2x^2 - 5x}{5 - 2x} \quad \text{الف}$$

$$\frac{(k+5)^2}{2k} \cdot \frac{3k^2}{2k^2 + 10k} \quad \text{ت} \quad \frac{k^2 - 6k + 9}{9 - k^2} \quad \text{پ}$$

اتم: را یوځای یې کړي (د مخرج ترمونه صفر نه دي)

$$\frac{2a+b}{a-b} - \frac{3b}{a+b} \quad \text{ت} \quad a - \frac{a^2}{a-x} \quad \text{پ} \quad \frac{15a}{4b} \cdot \frac{25ak}{36bs} \quad \text{ب} \quad \frac{6}{7} + \frac{9}{14kx} - 1 \quad \text{الف}$$

نهم: خورا ستره تعریف ست و ټاکي او ساده یې کړی.

$$\frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} \quad \text{پ} \quad \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} + 1 \quad \text{ب} \quad \frac{2-x}{x+2} - 3 \quad \text{الف}$$

حلونه و IV ته

نتیجی:

لومړی: نتیجی

$$\frac{1}{4k^2} \left( -\frac{k}{2} + k \right) \left( -\frac{k}{2} - k \right)^2 = \frac{9k}{32} \quad \text{الف -}$$

$$(2-x)^2 (x+2)^2 = x^4 - 8x^2 + 16 = (4-x^2)^2 \quad \text{ب -}$$

دویم: نتیجی

گډ ضربیب  $2x(x-2)$  دی

دریم: نتیجی

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 2(2n^2 + 6n + 7)$$

څلورم: نتیجی

$T(n) = n(n+1)(n+2)$  د  $n \in \mathbb{N}$  سره د هر  $n$  لپاره په 2 وېشور ده.

که  $n$  جوړه وي لرو  $n$  او  $n+2$  په 2 وېشور دي

که  $n$  ناجوړه وي لرو  $n+1$  جوړه دی، نو په 2 وېشور دی.

پنځم: نتیجی

$$x - \frac{1-x}{3} + \frac{2x}{3} = 2x - \frac{1}{3} \quad \text{ب -} \quad 6 \left( \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}x \right) = \frac{13x}{2} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{1-x}{2} + 5 \left( \frac{1}{4} + x \right) = \frac{1}{2}(13x+1) \quad \text{ت -} \quad \frac{4}{9}k^2 \left( -\frac{27}{8k} \right) + \frac{4}{9}k = -\frac{19k}{18} \quad \text{پ -}$$

$$1 - \frac{4}{7}(3x+1) - \frac{2}{7}(1-3x) = \frac{1}{7}(1-6x) \quad \text{ب۔} \quad -3 \frac{2x-8}{4} - 3 = 3 - \frac{3x}{2}$$

شیرم: نتیجی

$$\frac{x}{3} - x - 3 + \frac{3x-6}{4} - \frac{x-2}{3} = -\frac{x}{4} - \frac{23}{6} \quad \text{ب۔} \quad x - \frac{10x-5}{5} = 1-x \quad \text{الف۔}$$

$$5x - 2 - \frac{8x-6}{2} = x+1 \quad \text{ب۔} \quad \frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = 2(1-x) \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{3x+8}{x-2} + \frac{2+6x}{2-x} - 1 = -3 \quad \text{ب۔} \quad \frac{3}{7-21k} \cdot \frac{5-15k}{2} = \frac{15}{14}$$

اوم: نتیجی

$$\frac{2x^2 - 5x}{5 - 2x} = -x; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\} \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{4x^3 - 12x^2}{8x^3 - 72x} = \frac{x}{2(x+3)}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 0; 3 \} \quad \text{ب۔}$$

$$\frac{k^2 - 6k + 9}{9 - k^2} = \frac{3 - k}{k + 3}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 3 \} \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{(k+5)^2}{2k} \cdot \frac{3k^2}{2k^2 + 10k} = \frac{3}{4}(k+5); D = \mathbb{R} \setminus \{ -5; 0 \} \quad \text{ت۔}$$

$$\frac{15a}{4b} \cdot \frac{25ak}{36bs} = \frac{27s}{5k} \quad \text{ب۔} \quad \frac{6}{7} + \frac{9}{14kx} - 1 = \frac{-2kx - 9}{14kx} \quad \text{اتم: الف۔}$$

$$\frac{2a+b}{a-b} - \frac{3b}{a+b} = \frac{2a^2 + 4b^2}{a^2 - b^2} \quad \text{ب۔} \quad a - \frac{a^2}{a-x} = \frac{ax}{-a+x} \quad \text{پ۔}$$

نهم: نتیجی

$$\frac{2-x}{x+2} - 3 = \frac{-4(x+1)}{x+2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} + 1 = \frac{k^2-3}{k^2-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} = \frac{2ax}{x^2-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{پ -}$$

مفصل حلونه:

لومری: الف -

$$\begin{aligned} \frac{1}{4k^2} \left(-\frac{k}{2} + k\right) \left(-\frac{k}{2} - k\right)^2 &= \frac{1}{4k^2} \left(k - \frac{k}{2}\right) \cdot (-1) \left(k + \frac{k}{2}\right) \cdot (-1) \left(k + \frac{k}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4k^2} \underbrace{\left(k - \frac{k}{2}\right) \cdot \left(k + \frac{k}{2}\right)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \left(k + \frac{k}{2}\right) = \frac{1}{4k^2} \left(k^2 - \frac{k^2}{4}\right) \cdot \left(k + \frac{k}{2}\right) \\ \frac{1}{4k^2} \left(k^3 + \frac{k^3}{2} - \frac{k^3}{4} - \frac{k^3}{8}\right) &= \frac{1}{4k^2} \left(\frac{8k^3}{8} + \frac{4k^3}{8} - \frac{2k^3}{8} - \frac{k^3}{8}\right) = \frac{1}{4k^2} \cdot \frac{9k^3}{8} = \underline{\underline{\frac{9k}{32}}} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} (2-x)^2 (x+2)^2 &= (2-x) \cdot (2-x) \cdot (x+2) \cdot (x+2) \\ &= \underbrace{(2-x) \cdot (2+x)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \underbrace{(2-x) \cdot (x+2)}_{\text{3. bin. Formel}} \\ &= (4-x^2) \cdot (4-x^2) = \underline{\underline{(4-x^2)^2}} \end{aligned}$$

دویم: مفصل حلونه

$$\begin{aligned} \text{Term I: } & 6x(x^2 - 4) & \text{Term II: } & 2ax(x - 2)^2 \\ \text{Faktor I: } & 2x(x - 2) & \text{Faktor II: } & x(x^2 - 4) \\ 6x(x^2 - 4) &= 6x(x - 2)(x + 2) = 3 \cdot 2x(x - 2)(x + 2) \\ 2ax(x - 2)^2 &= 2ax(x - 2)(x - 2) = a \cdot 2x(x - 2)(x - 2) \end{aligned}$$

ګډ ضریب یا ځلونی یې  $2x(x-2)$  دی.

دریم: طبیعي عدد دې  $n$  وي، چې مربع یې  $n^2$  ده.  
پسې طبیعي عدد  $n+1$  دی او مربع یې  $(n+1)^2$

پسې طبیعي عدد  $n+2$  دی او مربع یې  $(n+2)^2$

پسې طبیعي عدد  $n+3$  دی او مربع یې  $(n+3)^2$

زیاتون یا جمعه یې ده:  $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2$

ساده کونه یې:

$$\begin{aligned} & \underbrace{n^2}_1 + \underbrace{(n+1)^2}_2 + \underbrace{(n+2)^2}_3 + \underbrace{(n+3)^2}_4 \\ &= \underbrace{n^2}_1 + \underbrace{n^2 + 2n + 1}_2 + \underbrace{n^2 + 4n + 4}_3 + \underbrace{n^2 + 6n + 9}_4 = 4n^2 + 12n + 14 = \underline{\underline{2(2n^2 + 6n + 7)}} \end{aligned}$$

ځلورم: مفصل حلونه

$$\begin{aligned} T(n) &= (n+1)^3 - (n+1) = (n+1) \left[ (n+1)^2 - 1 \right] \\ &= (n+1) \left[ n^2 + 2n + 1 - 1 \right] = (n+1) (n^2 + 2n) = n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

$T(n) = n(n+1)(n+2)$  د  $n \in \mathbb{N}$  سره د هر  $n$  لپاره په 2 وېشور ده.

که  $n$  جوړه وي لرو  $n$  او  $n+2$  په 2 وېشور دي

که  $n$  ناجوړه وي لرو  $n+1$  جوړه دی، نو په 2 وېشور دی.

له دي سره  $T(n) = (n+1)^3 - (n+1)$  دی، د هر طبيعي عد يا گن لپاره  $n$  يو جوړه يا جفت عدد دی  
د پاتي تمرینونو مفصل ځوابونه نه دي راغلي.

### تمرینونه تر مونو $V$ ته

لومړی: ماکسیمال (خورا لویه) تعریف سټ (-ډېری) و ټاکی او ساده یې کړی .

$$\text{الف - } \frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} \quad \text{ب - } \frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{پ - } k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} \quad \text{ت - } \frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx}$$

$$\text{ب - } \frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \quad \text{ث - } \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2}$$

دویم: ماکسیمال (خورا لویه) تعریف ډېری (-سټ) و ټاکی او ساده یې کړی، تر هغې چې شونې وي.

$$\text{الف - } \frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} \quad \text{ب - } \frac{x}{2} + \frac{3}{k}$$

$$\text{پ - } \frac{\frac{x}{k} + \frac{4x}{k^2}}{2k}$$

$$\text{ت - } \frac{\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x^2-x}}{\frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2}} \quad \text{ث - } \frac{1}{2} - \frac{1}{2}k + \frac{1}{k-1}$$

دریم: مساوات وښایی



$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1 \quad \frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k} \text{ für } k \neq 1 \quad \text{الف -}$$

خلورم: د اووښتونې يا متحولې  $x$  لپاره ماكسيمال (خورا لويه) تعريف سټ (ډېرې) وټاكې او ساده يې كړې

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2}; \quad a \neq 0 \quad \text{پ-} \quad (x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x+1}{2x+2} \quad \text{الف -} \quad \frac{3x^2 - 3}{x^2 + 3x} - \frac{2x-2}{x+3}$$

پنځم: د دواړو ترمونو مساوات وښايې

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x-2}; \quad 2x + 1 + \frac{3}{x-2} \quad \text{الف -}$$

$$x^2 - x + 1 - \frac{3}{x+1}; \quad \frac{x^3 - 2}{x+1} \quad \text{ب -}$$

شپږم: كوم ترمونه اكوپوالنت يا برابرزښته دي؟

$$\frac{x^2 - 8x}{x-3}; \quad \frac{3x(2x+1)}{12x^2 - 3}; \quad \frac{4}{3}x^2(3 - 6x^2) \quad \text{اول:}$$

$$(4-x)x + x^2; \quad (3a+5)^2; \quad 9xy^2 - 18x^2y \quad \text{خلورم: پنځم: شپږم:}$$

$$9x^2 - x^4; \quad x^2(3-x)(x+3); \quad 9a^2 + 30a + 25 \quad \text{اوم: اتم: نهم:}$$

$$9xy(y-2x); \quad \frac{x}{2x-1}; \quad x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 \quad \text{لسم: يولسم: دولسم:}$$

$$x-5 - \frac{15}{x-3}; \quad (xy+x)^2; \quad 4x^2 - 8x^4 \quad \text{ديارلسم: خوارلسم: پنځلسم:}$$

شپارسم:  $4x$  اوہ لسم:  $x^2(4+x)$  اتلسم:  $x^2(y+1)^2$

د ترمونو  $V$  حلونه

نتیجی:

لومری:

$$\frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab} = -\frac{4a+5b}{4ba}; a, b \neq 0 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} = \frac{2x(7x-9)}{(x-2)(x-1)}; D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx} = 0; k, x \neq 0 \quad \text{پ -}$$

$$k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} = \frac{-3(k+3)}{k-3}; D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2} = \frac{1}{x-2}; D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 = -4; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ث -}$$

دویم: نتیجی

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3}} = -\frac{1}{5}; k \neq 0 \quad \frac{\frac{x}{2} + 3}{k} = \frac{x+6}{2k}; k \neq 0$$

الف -

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} = \frac{-1}{k-1}; k \neq 1 \quad \frac{\frac{x}{k} + 4x}{2k} = \frac{9x}{2k^2}; k \neq 0$$

ب -

$$\frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} = -\frac{k+2}{2(k-1)}; k \neq 1$$

ت -

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} = x^2; k \neq 0; 1$$

ث -

دریم: نتیجی

الف -

$$\frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k}$$

پاره  $k \neq 1$  د

$$\Leftrightarrow \frac{-k^2 + 2k - 2}{k-1} = \frac{-k^2 + 2k - 2}{k-1}$$

$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\right) = 1$$

ب -

څلورم: نتیجی

$$\frac{3x^2-3}{x^2+3x} - \frac{2x-2}{x+3} = \frac{x-1}{x}; D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$$

الف -

$$(x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x+1}{2x+2} = \frac{(x+1)(2x+1)}{2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2} = \frac{ax+2}{a+2x}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{a}{2}; 0 \right\} \quad \text{پ.}$$

پنجم: نتیجی

$$2x+1 + \frac{3}{x-2} = \frac{(x-2)(2x+1)}{x-2} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x-2} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{x^2(x+1)}{(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x+1)} + \frac{1(x+1)}{(x+1)} - \frac{3}{x+1} = \frac{x^3 - 2}{x+1} \quad \text{ب.}$$

شیرم: لاندی ترمونه برابرازینته دی

1 ⇔ 13	2 ⇔ 11	3 ⇔ 15	4 ⇔ 12	5 ⇔ 7	6 ⇔ 16	8 ⇔ 9	10 ⇔ 17	14 ⇔ 18
--------	--------	--------	--------	-------	--------	-------	---------	---------

$$1 \Leftrightarrow 13: \quad \frac{4}{3}x^2(3 - 6x^2) \Leftrightarrow 4x^2 - 8x^4$$

$$2 \Leftrightarrow 11: \quad \frac{3x(2x+1)}{12x^2-3} \Leftrightarrow \frac{x}{2x-1}$$

$$3 \Leftrightarrow 15: \quad \frac{x^2-8x}{x-3} \Leftrightarrow x-5 - \frac{15}{x-3}$$

$$4 \Leftrightarrow 12: \quad 9xy^2 - 18x^2y \Leftrightarrow 9xy(y - 2x)$$

$$5 \Leftrightarrow 7: \quad (3a+5)^2 \Leftrightarrow 9a^2 + 30a + 25$$

$$6 \Leftrightarrow 16: \quad (4-x)x + x^2 \Leftrightarrow 4x$$

$$8 \Leftrightarrow 9: \quad x^2(3-x)(x+3) \Leftrightarrow 9x^2 - x^4$$

$$10 \Leftrightarrow 17: \quad x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 \Leftrightarrow x^2(4+x)$$

$$14 \Leftrightarrow 18: (xy + x)^2 \Leftrightarrow x^2 (y + 1)^2$$

مفصل جوابونه:

لومړی:

$$\text{الف. } \frac{1}{2a} - \frac{3}{4a} - \frac{a+b}{ab} \quad \text{مخرج اجازه نه لى صفر شي يعنې } ab \neq 0$$

اصلي مخرج :  $4ab$

$$\Rightarrow \frac{1 \cdot 2b}{2a \cdot 2b} - \frac{3 \cdot b}{4ab} - \frac{4(a+b)}{4ab} = \frac{2b}{4ab} - \frac{3b}{4ab} - \frac{4a+4b}{4ab}$$

د کسر کرښه د قوسونو (نوکان) په ځای راځی.

$$= \frac{2b - 3b - (4a + 4b)}{4ab} = \frac{2b - 3b - 4a - 4b}{4ab} = \frac{-5b - 4a}{4ab} = -\frac{4a + 5b}{4ab}$$

$$\text{ب. } \frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x}$$

مخرج اجازه نه لري، چي صفر شي. له دې لاس ته راي:  $x \neq 1; x \neq 2$

په لاندې کې HN د اصلي مخرج په نامه دي.

$$\frac{4x}{x-1} - \frac{10x}{2-x} \text{ HN} = (x-1)(2-x)$$

$$\Rightarrow \frac{4x(2-x)}{(x-1)(2-x)} - \frac{10x(x-1)}{(x-1)(2-x)} = \frac{8x - 4x^2 - (10x^2 - 10x)}{(x-1)(2-x)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8x - 4x^2 - 10x^2 + 10x}{(x-1)(2-x)} = \frac{-14x^2 + 18x}{(x-1)(2-x)} = \frac{(-1)(14x^2 - 18x)}{(-1)(x-2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x(7x-9)}{(x-2)(x-1)}; D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}
 \end{aligned}$$

پ۔ په لاندې الماني Hauptnenner: اصلي مخرج يا ماتلاندې

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{k} - \frac{2}{x} + \frac{2k-x}{kx} &\Rightarrow k, x \neq 0 \text{ Hauptnenner: } kx \\
 \Rightarrow \frac{1x}{kx} - \frac{2k}{kx} + \frac{2k-x}{kx} &= \frac{x-2k+2k-x}{kx} = \frac{0}{kx} = 0
 \end{aligned}$$

ت۔

$$\begin{aligned}
 k+3 - \frac{k(k+3)}{k-3} &\Rightarrow k \neq 3 \text{ Hauptnenner: } k-3 \\
 \Rightarrow \frac{(k+3)(k-3)}{k-3} - \frac{k(k+3)}{k-3} &= \frac{(k+3)(k-3) - k(k+3)}{k-3} \\
 = \frac{(k+3)[(k-3) - k]}{k-3} &= \frac{(k+3)[k-3-k]}{k-3} = \frac{(k+3)[-3]}{k-3} \\
 = \frac{-3(k+3)}{k-3}; D = \mathbb{R} \setminus \{3\}
 \end{aligned}$$

ت۔

$$\frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} - \frac{6}{(2-x)^2} \Rightarrow x \neq 2 \text{ Hauptnenner: } (x-2)^2$$

خکه چي  $(2-x)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2$

$$(2-x)^2 = [-1(x-2)]^2 = (-1)^2(x-2)^2 = (x-2)^2 \quad \text{خکھ چي}$$

$$\begin{aligned} \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{2(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{6}{(x-2)^2} &= \frac{3x-2(x-2)-6}{(x-2)^2} \\ &= \frac{3x-2x+4-6}{(x-2)^2} = \frac{x-2}{(x-2)^2} = \frac{1}{\underline{\underline{x-2}}}; D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \end{aligned}$$

ث

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-k} + \frac{1}{1+k} + \frac{2}{k^2-1} - 4 &\Rightarrow k \neq \pm 1 \text{ HN } = k^2 - 1 = (k-1)(k+1) \\ \Rightarrow -\frac{1}{(k-1)} + \frac{1}{(k+1)} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \\ &= -\frac{1(k+1)}{(k-1)(k+1)} + \frac{1(k-1)}{(k+1)(k-1)} + \frac{2}{k^2-1} - 4 \frac{k^2-1}{k^2-1} \\ &= \frac{-(k+1) + (k-1) + 2 - 4(k^2-1)}{k^2-1} = \frac{-k-1+k-1+2-4k^2+4}{k^2-1} \\ &= \frac{-4k^2+4}{k^2-1} = \frac{-4(k^2-1)}{k^2-1} = \underline{\underline{-4}}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \end{aligned}$$

دویم: مفصل حلونہ:

الف -

$$\frac{x}{2} + \frac{3}{k} \Rightarrow k \neq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

د ډبل مخرج یا مات لپاره لرو:

دلته دې دې ته پام وي، چې ټول مخرجونه د صفر سره برابر نه دي.

$$\frac{\frac{x}{2}}{k} + \frac{3}{k} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{1}{k}} + \frac{3}{k} = \frac{x \cdot 1}{2 \cdot k} + \frac{3}{k} \quad \text{HN} = 2k \Rightarrow \frac{x}{2 \cdot k} + \frac{3 \cdot 2}{2k} = \frac{x+6}{2k}$$

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3}}{3k - \frac{k}{4} - \frac{3}{3}} \Rightarrow k \neq 0$$

ب -

ځکه چې مخرج اجازه نه لري صفر شي

$$\frac{\frac{k}{4} - \frac{k}{3} \quad \text{HN} = 12}{\frac{3k}{4} - \frac{k}{3} \quad \text{HN} = 12} = \frac{\frac{3k}{12} - \frac{4k}{12}}{\frac{9k}{12} - \frac{4k}{12}} = \frac{\frac{-k}{12}}{\frac{5k}{12}} = \frac{-12k}{12 \cdot 5k} = \underline{\underline{-\frac{1}{5}}}$$

$$\frac{\frac{x}{k}}{2k} + \frac{4x}{k^2} \Rightarrow k \neq 0$$

پ -

$$\frac{\frac{x}{k}}{\frac{1}{1}} + \frac{4x}{k^2} = \frac{x}{2k^2} + \frac{4x}{k^2} \quad \text{HN} = 2k^2$$

ډبل کسر یا مات:



$$\Rightarrow \frac{x}{2k^2} + \frac{2 \cdot 4x}{2k^2} = \frac{x+8x}{2k^2} = \underline{\underline{\frac{9x}{2k^2}}}$$

ت.

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} \Rightarrow k \neq 1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}k} + \frac{1}{k-1} &= \frac{1}{\frac{1-k}{2}} + \frac{1}{k-1} = \frac{1}{\frac{1}{1-k}} + \frac{1}{k-1} \\ &= \frac{2}{1-k} + \frac{1}{k-1} = -\frac{2}{k-1} + \frac{1}{k-1} = \frac{-2+1}{k-1} = \underline{\underline{\frac{-1}{k-1}}} \end{aligned}$$

ت.

$$\begin{aligned} k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1} &\Rightarrow k \neq 1 \\ \frac{k+2 - \frac{k(k+2)}{k-1}}{2} &= \frac{\frac{(k+2)(k-1) - k(k+2)}{k-1}}{2} \\ &= \frac{\frac{(k+2)(k-1) - k(k+2)}{\frac{2}{1}}}{2(k-1)} \\ &= \frac{(k+2)[(k-1) - k]}{2(k-1)} = \frac{(k+2)(-1)}{2(k-1)} = \underline{\underline{-\frac{k+2}{2(k-1)}}} \end{aligned}$$

ث-

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} \Rightarrow k \neq 0; 1$$

$$\frac{x}{x-1} : \frac{1}{x^2-x} = \frac{x(x^2-x)}{x-1} = \frac{x^2(x-1)}{x-1} = \underline{\underline{x^2}}$$

دریم الف -  $\frac{2-k}{1-k} - k = 1 - k + \frac{1}{1-k}$  د  $k \neq 1$  لپاره

$$\begin{aligned} & \frac{2-k}{1-k} - k \\ &= \frac{2-k}{1-k} - \frac{k(1-k)}{1-k} \\ &= \frac{2-k-k(1-k)}{1-k} \\ &= \frac{2-k-k+k^2}{1-k} \\ &= \frac{k^2-2k+2}{1-k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1 - k + \frac{1}{1-k} \\ &= \frac{(1-k)(1-k)}{1-k} + \frac{1}{1-k} \\ &= \frac{(1-k)(1-k)+1}{1-k} \\ &= \frac{1-2k+k^2+1}{1-k} \\ &= \frac{k^2-2k+2}{1-k} \end{aligned}$$

$$\left(1 + \frac{k-1}{2}\right) : \left(k - \frac{k-1}{2}\right) = 1$$

$$\left(\frac{2}{2} + \frac{k-1}{2}\right) : \left(\frac{2k}{2} - \frac{k-1}{2}\right) = \frac{2+k-1}{2} : \frac{2k-(k-1)}{2}$$

$$= \frac{k+1}{2} : \frac{k+1}{2} = \underline{\underline{1}}$$

ب-

خلورم: مفصل حلونه

الف -

$$\frac{3x^2 - 3}{x^2 + 3x} - \frac{2x - 2}{x + 3} = \frac{3x^2 - 3}{x(x + 3)} - \frac{2x - 2}{x + 3} \Rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$$

$$\frac{3x^2 - 3}{x(x + 3)} - \frac{2x - 2}{x + 3} = \frac{3x^2 - 3}{x(x + 3)} - \frac{x(2x - 2)}{x(x + 3)}$$

$$= \frac{3x^2 - 3 - x(2x - 2)}{x(x + 3)} = \frac{3x^2 - 3 - 2x^2 + 2x}{x(x + 3)} =$$

Polynomdivision:  $(x^2 + 2x - 3) : (x + 3) = x - 1$

$$-\underline{(x^2 + 3x)}$$

$$-x - 3$$

$$-\underline{-(-x - 3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{x(x + 3)} = \frac{(x - 1)(x + 3)}{x(x + 3)} = \underline{\underline{\frac{x - 1}{x}}}$$

د پورته پښتو: د پولینوم وېش

ب-

$$(x^2 + 2x + 1) \cdot \frac{2x + 1}{2x + 2} \Rightarrow x \neq -1$$

$$= \frac{(x + 1)^2 (2x + 1)}{2x + 2} = \frac{(x + 1)^2 (2x + 1)}{2(x + 1)} = \underline{\underline{\frac{(x + 1)(2x + 1)}{2}}}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2} \text{ -پ}$$

ماتلاندي يا مخرج اجازه نه لري صفر شي

$$ax + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x(a + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ und } a + 2x = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{a}{2}; 0 \right\}$$

$$\frac{ax^2 + 2x}{ax + 2x^2} = \frac{x(ax + 2)}{x(a + 2x)} = \frac{ax + 2}{a + 2x}$$

پنجم: الف -

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2}$$

$$\begin{aligned} & 2x + 1 + \frac{3}{x - 2} \\ &= \frac{(2x + 1)(x - 2)}{x - 2} + \frac{3}{x - 2} \\ &= \frac{2x^2 - 4x + x + 3}{x - 2} \\ &= \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 2} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & x^2 - x + 1 - \frac{3}{x + 1} \\ &= \frac{(x^2 - x + 1)(x + 1)}{x + 1} - \frac{3}{x + 1} \\ &= \frac{(x^2 - x + 1)(x + 1) - 3}{x + 1} \\ &= \frac{x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1 - 3}{x + 1} \end{aligned}$$

$$\frac{x^3 - 2}{x + 1}$$

$$= \frac{x^3 - 2}{x + 1}$$

شپیرم: مفصل حلونه

$$(1): \frac{4}{3}x^2(3 - 6x^2) = 4x^2 - 8x^4 \quad (13) \Downarrow$$

$$(2): \frac{3x(2x+1)}{12x^2-3} = \frac{3x(2x+1)}{3(4x^2-1)} = \frac{2x^2+x}{4x^2-1} = \frac{x(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{x}{2x-1} \quad (11) \Downarrow$$

$$(3): \frac{x^2-8x}{x-3} \quad (15) \Downarrow$$

$$(4): 9xy^2 - 18x^2y \quad (12) \Downarrow$$

$$(5): (3a+5)^2 = 9a^2 + 30a + 25 \quad (7) \Downarrow$$

$$(6): (4-x)x + x^2 = 4x - x^2 + x^2 = 4x \quad (16) \Downarrow$$

$$(7): 9a^2 + 30a + 25 \quad (5) \Uparrow$$

$$(8): x^2(3-x)(x+3) = x^2 \cdot (-1)(x-3)(x+3) = -x^2(x^2-9) = -x^4 + 9x^2 \quad (9) \Downarrow$$

$$(9): 9x^2 - x^4 = -x^4 + 9x^2 \quad (8) \Uparrow$$

$$(10): x^2(3-x) + 2x^3 + x^2 = 3x^2 - x^3 + 2x^3 + x^2 = 4x^2 + x^3 \quad (17) \Downarrow$$

$$(11): \frac{x}{2x-1} \quad (2) \Uparrow$$

$$(12): 9xy(y-2x) = 9xy^2 - 18x^2y \quad (4) \Uparrow$$

$$(13): 4x^2 - 8x^4 \quad (1) \Uparrow$$

$$(14): (xy+x)^2 = [x(y+1)]^2 = x^2(y+1)^2 \quad (18) \Downarrow$$

$$(15): x - 5 - \frac{15}{x-3} = \frac{(x-3)(x-5) - 15}{x-3} = \frac{x^2 - 8x + 15 - 15}{x-3} = \frac{x^2 - 8x}{x-3} \quad (3) \Uparrow$$

$$(16): 4x \quad (6) \Uparrow$$

$$(17): x^2(4+x) = 4x^2 + x^3 \quad (10) \Uparrow$$

$$(18): x^2(y+1)^2 \quad (14) \Uparrow$$

لاندي ترمونه اكيواننت يا برابرارزبنته دي

1 ⇔ 13	2 ⇔ 11	3 ⇔ 15	4 ⇔ 12	5 ⇔ 7	6 ⇔ 16	8 ⇔ 9	10 ⇔ 17	14 ⇔ 18
--------	--------	--------	--------	-------	--------	-------	---------	---------

تمرینونه د بینوم فرمولونو I ته (د بینوم فرمولونه دې راوړل شي)

لومړی:

د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف -  $(x+2)^2$  - ب -  $(2a+3)^2$  - پ -  $(4-3u)^2$

ت -  $(1+5x)^2$  - ټ -  $(4+2m)^2$

ث -  $(1-8u)^2$

دویم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف -  $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$  - ب -  $\left(\frac{1}{4}c-\frac{1}{4}d\right)^2$  - پ -  $\left(\frac{3}{4}m-2n\right)^2$

ت -  $\left(\frac{1}{2}u+3v\right)^2$  - ټ -  $\left(\frac{2}{5}c+\frac{3}{4}d\right)^2$  - ث -  $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

دریم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمیری

الف -  $(a-3b)^2$  - ب -  $\left(\frac{4}{5}b-c\right)^2$

پ -  $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$  - ت -  $\left(8x+\frac{1}{2}y\right)^2$

$$\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 \quad \text{ب} \quad \left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 \quad \text{ت}$$

څلروم: د بڼوم برمول په مرسته يې وشميرئ

$$(a+1)(a-1) \quad \text{ب} \quad (x-y)(x+y) \quad \text{الف}$$

$$(5u-2v)(5u+2v) \quad \text{ت} \quad (4a-2u)(4a+2u) \quad \text{پ}$$

$$(5x+2b)^2 \quad \text{ب} \quad (7r+2s)(7r-2s) \quad \text{ت}$$

پنځم: لاندې ترمونه د ضرب په څير انځور کړئ

بيلگه:

$$4a^2 + 4ab + b^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2ab + b^2 = \underline{\underline{(2a+b)^2}}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{ب} \quad u^2 + 2uw + w^2 \quad \text{الف}$$

$$m^2 + 2m + 1 \quad \text{ت} \quad 9 - 48n + 64n^2 \quad \text{پ}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 \quad \text{ب} \quad 9a^2 - 6ab + b^2 \quad \text{ت}$$

شپږم: لاندې ترمونه د ضرب په څير انځور کړئ

$$y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy \quad \text{ب} \quad 5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 \quad \text{الف}$$

$$a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab \quad \text{ت} \quad 2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 \quad \text{پ}$$

$$5b^2 + 1 - 9b^2 \quad \text{ب} \quad n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn \quad \text{ت}$$

## د بینوم تمرینونو حل

نتیجی

لومری:

$$\text{الف - } (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \quad \text{ب - } (2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$$

$$\text{پ - } (4-3u)^2 = 16 - 24u + 9u^2 \quad \text{ت - } (1+5x)^2 = 1 + 10x + 25x^2$$

$$\text{ث - } (4+2m)^2 = 16 + 16m + 4m^2 \quad \text{ج - } (1-8u)^2 = 1 - 16u + 64u^2$$

$$\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2 \quad \text{دویم: الف -}$$

$$\left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{4}d\right)^2 = \frac{1}{16}c^2 - \frac{1}{8}cd + \frac{1}{16}d^2 \quad \text{ب -}$$

$$\left(\frac{3}{4}m - 2n\right)^2 = \frac{9}{16}m^2 - 3mn + 4n^2 \quad \text{پ -}$$

$$\left(\frac{1}{2}u + 3v\right)^2 = \frac{1}{4}u^2 + 3uv + 9v^2 \quad \text{ت -}$$

$$\left(\frac{2}{5}c + \frac{3}{4}d\right)^2 = \frac{4}{25}c^2 + \frac{3}{5}cd + \frac{9}{16}d^2 \quad \text{ث -}$$

$$\left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2 = \frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2 \quad \text{ج -}$$

دریم: نتیجی



$\left(\frac{4}{5}b - c\right)^2 = \frac{16}{25}b^2 - \frac{8}{5}bc + c^2$ <p>-ب</p> $\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2 = 64x^2 + 8xy + \frac{1}{4}y^2$ <p>-ت</p> $\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2 = \frac{9}{16}a^2 - 3a + 4$ <p>-ث</p>	<p>الف- <math>(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2</math></p> <p>پ- <math>\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + \frac{3}{2}mn + \frac{9}{16}n^2</math></p> <p>ب- <math>\left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 = \frac{49}{64}u^2 + \frac{21}{20}uv + \frac{9}{25}v^2</math></p>
---	--

خلورم: نتیجی

$$(a+1)(a-1) = a^2 - 1 \quad \text{ب۔}$$

$$(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 \quad \text{الف۔}$$

-ت

-پ

$$(5u-2v)(5u+2v) = 25u^2 - 4v^2$$

$$(4a-2u)(4a+2u) = 16a^2 - 4u^2$$

$$(a+1)(a-1) = a^2 - 1 \quad \text{ب۔} \quad (x-y)(x+y) = x^2 - y^2 \quad \text{الف۔}$$

$$(4a-2u)(4a+2u) = 16a^2 - 4u^2 \quad \text{پ۔}$$

$$(5u-2v)(5u+2v) = 25u^2 - 4v^2 \quad \text{ت۔}$$

$$(7r+2s)(7r-2s) = 49r^2 - 4s^2 \quad \text{ب۔}$$

$$(5x+2b)^2 = 25x^2 + 20bx + 4b^2 \quad \text{ث۔}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 \quad \text{ب۔} \quad u^2 + 2uw + w^2 = (u+w)^2 \quad \text{الف۔ پنجم:}$$

$$m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2 \quad \text{ت۔} \quad 9 - 48n + 64n^2 = (3-8n)^2 \quad \text{پ۔}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2 \quad \text{ث} \quad 9a^2 - 6ab + b^2 = (3a - b)^2 \quad \text{ب} -$$

$$5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 = (2x + y)^2 \quad \text{الف} - \text{شپیرم:}$$

$$y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy = (x - 3y)^2 \quad \text{ب} -$$

$$2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 = (2u + 3v)^2 \quad \text{پ} -$$

$$a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab = (a - 7b)^2 \quad \text{ت} -$$

$$n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn = (3m - n)^2 \quad \text{ب} -$$

$$5b^2 + 1 - 9b^2 = (1 - 2b)(1 + 2b) \quad \text{ث} -$$

مفصل حُوابونه:

لومری: مفصل حلونه

$$(x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}} \quad \text{الف} -$$

$$(2a + 3)^2 = 4a^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3 + 9 = \underline{\underline{4a^2 + 12a + 9}} \quad \text{ب} -$$

$$(4 - 3u)^2 = 16 - 2 \cdot 4 \cdot 3u + 9u^2 = \underline{\underline{16 - 24u + 9u^2}} \quad \text{پ} -$$

$$(1 + 5x)^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 5x + 25x^2 = \underline{\underline{1 + 10x + 25x^2}} \quad \text{ت} -$$

$$(4 + 2m)^2 = 16 + 2 \cdot 4 \cdot 2m + 4m^2 = \underline{\underline{16 + 16m + 4m^2}} \quad \text{ب} -$$

$$(1 - 8u)^2 = 1 - 2 \cdot 1 \cdot 8u + 64u^2 = \underline{\underline{1 - 16u + 64u^2}} \quad \text{ث} -$$

دویم: مفصل حلونه

$$\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}a \cdot b + b^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{3}ab + b^2 \quad \text{الف -}$$

ب -

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{4}d\right)^2 &= \frac{1}{16}c^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}c \cdot \frac{1}{4}d + \frac{1}{16}d^2 \\ &= \frac{1}{16}c^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}cd + \frac{1}{16}d^2 = \frac{1}{16}c^2 - \frac{1}{8}cd + \frac{1}{16}d^2 \end{aligned}$$

ب-ب

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}m - 2n\right)^2 &= \frac{9}{16}m^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}m \cdot 2n + 4n^2 \\ &= \frac{9}{16}m^2 - 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2mn + 4n^2 = \frac{9}{16}m^2 - 3mn + 4n^2 \end{aligned}$$

ت-ت

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}u + 3v\right)^2 &= \frac{1}{4}u^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}u \cdot 3v + 9v^2 \\ &= \frac{1}{4}u^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3uv + 9v^2 = \frac{1}{4}u^2 + 3uv + 9v^2 \end{aligned}$$

ت-ب

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}c + \frac{3}{4}d\right)^2 &= \frac{4}{25}c^2 + 2 \cdot \frac{2}{5}c \cdot \frac{3}{4}d + \frac{9}{16}d^2 \\ &= \frac{4}{25}c^2 + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}cd + \frac{9}{16}d^2 = \frac{4}{25}c^2 + \frac{3}{5}cd + \frac{9}{16}d^2 \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned}\left(\frac{6}{7}m - \frac{1}{8}n\right)^2 &= \frac{36}{49}m^2 - 2 \cdot \frac{6}{7}m \cdot \frac{1}{8}n + \frac{1}{64}n^2 \\ &= \frac{36}{49}m^2 - 2 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{8}mn + \frac{1}{64}n^2 = \frac{36}{49}m^2 - \frac{3}{14}mn + \frac{1}{64}n^2\end{aligned}$$

دریم: مفصل حلونه

$$(a - 3b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 3b + 9b^2 = \underline{\underline{a^2 - 6ab + 9b^2}} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$\left(\frac{4}{5}b - c\right)^2 = \frac{16}{25}b^2 - 2 \cdot \frac{4}{5}bc + c^2 = \underline{\underline{\frac{16}{25}b^2 - \frac{8}{5}bc + c^2}}$$

$$\left(m + \frac{3}{4}n\right)^2 = m^2 + 2 \cdot m \cdot \frac{3}{4}n + \frac{9}{16}n^2 = \underline{\underline{m^2 + \frac{3}{2}mn + \frac{9}{16}n^2}} \quad \text{ب -}$$

$$\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2 = 64x^2 + 2 \cdot 8x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2 = \underline{\underline{64x^2 + 8xy + \frac{1}{4}y^2}} \quad \text{ت}$$

ث -

$$\begin{aligned}\left(\frac{7}{8}u + \frac{3}{5}v\right)^2 &= \frac{49}{64}u^2 + 2 \cdot \frac{7}{8}u \cdot \frac{3}{5}v + \frac{9}{25}v^2 \\ &= \frac{49}{64}u^2 + 2 \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}uv + \frac{9}{25}v^2 = \underline{\underline{\frac{49}{64}u^2 + \frac{21}{20}uv + \frac{9}{25}v^2}}\end{aligned}$$

$$\left(\frac{3}{4}a - 2\right)^2 = \frac{9}{16}a^2 - 2 \cdot \frac{3}{4}a \cdot 2 + 4 = \underline{\underline{\frac{9}{16}a^2 - 3a + 4}} \quad \text{ث -}$$

څلورم: په لاندې ې د الماني پښتو: د بېنوم دريم فرمول

$$(x-y)(x+y) = \underline{\underline{x^2 - y^2}} \quad \text{الف - 3. binomische Formel}$$

$$(a+1)(a-1) = \underline{\underline{a^2 - 1}} \quad \text{ب - 3. binomische Formel}$$

$$(4a-2u)(4a+2u) = \underline{\underline{16a^2 - 4u^2}} \quad \text{پ - 3. binomische Formel}$$

$$(5u-2v)(5u+2v) = \underline{\underline{25u^2 - 4v^2}} \quad \text{ت - 3. binomische Formel}$$

$$(7r+2s)(7r-2s) = \underline{\underline{49r^2 - 4s^2}} \quad \text{ټ - 3. binomische Formel}$$

$$(5x+2b)^2 = 25x^2 + 2 \cdot 5x \cdot 2b + 4b^2 = \underline{\underline{25x^2 + 20bx + 4b^2}} \quad \text{ث - 3. binomische Formel}$$

$$u^2 + 2uw + w^2 = (u)^2 + 2 \cdot uw + (w)^2 = \underline{\underline{(u+w)^2}} \quad \text{الف پنځم: - 3. binomische Formel}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot y + (y)^2 = \underline{\underline{(x-y)^2}} \quad \text{ب - 3. binomische Formel}$$

$$9 - 48n + 64n^2 = (3)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8n + (8n)^2 = \underline{\underline{(3-8n)^2}} \quad \text{پ - 3. binomische Formel}$$

$$m^2 + 2m + 1 = (m)^2 + 2 \cdot m \cdot 1 + (1)^2 = \underline{\underline{(m+1)^2}} \quad \text{ت - 3. binomische Formel}$$

$$9a^2 - 6ab + b^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot b + (b)^2 = \underline{\underline{(3a-b)^2}} \quad \text{ټ - 3. binomische Formel}$$

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = \underline{\underline{(2x+3y)^2}} \quad \text{ث - 3. binomische Formel}$$

شپږم: لاندې الماني: سره يوځای کړی

په لاندې کې Zusammenfassen د سره یوځای کړی په معنادی.

الف –

$$\begin{aligned} 5x^2 + 3xy + y^2 + xy - x^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + (y)^2 & = \underline{\underline{(2x + y)^2}} \end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned} y^2 - 4xy + x^2 + 8y^2 - 2xy & \quad \text{zusammenfassen} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 & = \underline{\underline{(x - 3y)^2}} \end{aligned}$$

پ –

$$\begin{aligned} 2u^2 + 3uv + 7v^2 + 2u^2 + 9uv + 2v^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 4u^2 + 12uv + 9v^2 = (2u)^2 + 2 \cdot 2u \cdot 3v + (3v)^2 & = \underline{\underline{(2u + 3v)^2}} \end{aligned}$$

ت –

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - 9ab + 50b^2 - 5ab & \quad \text{zusammenfassen} \\ = a^2 - 14ab + 49b^2 = (a)^2 - 2 \cdot a \cdot 7b + (7b)^2 & = \underline{\underline{(a - 7b)^2}} \end{aligned}$$

ث –

$$\begin{aligned} n^2 + 6m^2 - 7mn + 3m^2 + mn & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 9m^2 - 6mn + n^2 = (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot n + (n)^2 & = \underline{\underline{(3m - n)^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5b^2 + 1 - 9b^2 & \quad \text{zusammenfassen} \\ = 1 - 4b^2 = (1)^2 - (2b)^2 = \underline{\underline{(1 - 2b)(1 + 2b)}} & \quad \text{3. binomische Formel} \end{aligned}$$

ث –

## 1.1 منطق یا سم اند (logic)

### ۱.۱ وینا

په شمیرپوهنه یا ریاضیاتوکې له وینا غږیږو، که په یوه شي حالت پریکړه کیري، چې ایا دا شي حالت رښتیا یا نارښتیا دی. دا شي- حالت د یوې جملې په بڼه انځوریري، مگر کیدی شي، چې سوچه شمیرپوهنیز هم د مساوات یا نامساوات له لارې ورکړ شي.

د شي حالت د یوې جملې په بڼه:

A: کابل د افغانستان پلازمینه ده،

B: ماسکو د چین پلازمینه ده.

د A وینا رښتیا ده، مورن وایو د A،، رښتیا ارزښت،، رښتیا دی.

د B وینا نارښتیا یا دروغ ده یا غلطه ده، مورن وایو د B،، رښتیا ارزښت،، نارښتیا دی.

مورن په لنډه بڼه لیکو: د رښتیا لپاره  $w(A) = W$  او د نارښتیا لپاره  $w(B) = F$ .

د شي حالت په شمیرنیزه بڼه:

$$A: 12 < 7 \quad w(A) = F$$

$$B: 3 + 4 = 7 \quad w(A) = W$$

یوه وینا یو شي حالت دی، چې د هغه رښتیا ارزښت یواځنی ټاکلی دی (دا په دې معنا، چې دوه ارزښته یازیات نه شي نیولی یعنې یواځنی دی).

د تعریف له موخې ویناوې نه دي:

- بڼه ورځ
- اولمیر درباندي گران دی؟
- د افغانستان د خلکو ژوند په دې تیرو لسو کالونو کې.

### ۱. ۲ - وینا بڼې

وینا بڼې: که په وینا کې اووښتونې یا متحولې (ځای نیونکې) رامنځ ته شي او رښتیا ارزښت د مناسبو کلیمو له لارې انځوروي، نو د وینا بڼې څخه غږیږو.

بیلگه:

وینابڼه:  $A(\Delta)$  :  $\Delta$  یو غږلرونکی توری دی.

که د ځای نیونکې لپاره یو توری کیږدو نو وینا بڼه یوه ویناکیري، چې د هغې رښتیا ارزښت ازمايل کیدی شي.

مور ږدو:  $\Delta = m$  :

وینا داسې ده:  $A(m)$  :  $m$  یو غږلرونکی توری دی. رښتیا ارزښت دی  $w(A) = F$

مور ږدو:  $\Delta = i$  :

وینا داسې ده:  $A(i)$  :  $i$  یو غږلرونکی توری دی. رښتیا ارزښت دی:  $w(A) = W$

بیلگه:

یو ټاکنمسوات یوه وینابڼه  $A(x)$  ده. د ځای نیونکې لپاره د یوه عدد ایښونې له لارې کیدی شي د وینا بڼې رښتیا ارزښت پیدا کړی شو.



وینا بڼه:  $A(x): x+7=15$

د  $x=8$  لپاره باور لري:  $A(8): 8+7=15$  رښتیا ارزښت  $w(A) = W$

د  $x=6$  لپاره باور لري:  $A(6): 6+7=15$  رښتیا ارزښت  $w(A) = F$ .

په پام کې ولرئ: یوه وینا یوښي حالت دی، چې هغه لږ تر لږه یوه اوښتوني یا متحوله لري او د ځای نیونکي په ځای د مناسبو کلمو ایښولو له لارې یوه ویناکیري (یا مویي وینا ته لارښودوي یا بیایي)

تمرین:

لومړی: د لاندې ویناوو رښتیا ارزښت ورکړئ  
الف - A: کابل د افغانستان پلازمینه ده.

ب - B: ځني کسان له نورو لوی دي.

پ - C: فبروري له جنوري څخه زیاتې ورځې لري.

ت - D:  $5 + 7 + 8 = 20$

دویم: وینا بڼې د یوې مناسبې متحولې ایښوونې له لارې په یوه وینا اوړي:

الف - A(x): x د ایټالیا پلازمینه ده.

ب - B(y): y له 25 کوچنی دی.

پ - C(x,y): x او y زموږ د رسمي مضامینو د ساعتونو پلان دی.

ت - D(x,y): y ډبل یا دوه واره دومره لوی دی، لکه x،

د لومړۍ پوښتنې ځواب:

a) $w(A = W)$	b) $w(B) = W$	c) $w(C) = F$	d) $w(D) = W$
---------------	---------------	---------------	---------------

د دویمې پوښتنې ځواب:

الف - A : روم د ایټایي پلازمینه ده.

ب - 7 له 25 کوچنی دی.

پ - C : زموږ د ساعت پلان مضامین انگرېزي او شمیرپوهنه دي.

ت - D : 4 د 2 دوه برابره دي.

### ۱ . ۳ د ویناو ترنه

د ، او (and)، ترنه (Konjunktion یا Conjunction)

که دوه ویناوې یو له بل سره وتړل شي، نو یوه یوځای شوي یا مرکبه وینا ترې منځ ته راځي، چې د هغې رښتیا رازښت یه تړلو یا یوځای شوو ویناوو کې بیرته ازمایل کیدی شي.

یو تریزور یا د پیسو سایف په دوه قلفونو سره متمأن شوی یا تړل شوی دی. دا څنگه وازوو؟ کوم شرایط باید پوره شي، چې دا قلف واز شي؟

سایف وازیري، که دواړه قلفونه واز یا بیرته شي.

شرایط: قلف ۱ او قلف ۲ باید واز شي.

کونجکشن یا د ، او، ترنه: دوه ویناوې  $A_1$  او  $A_2$  داسې یو د بل سره تړلي دي، چې سره یوځای شوي یا مرکبه وینا ټیک هلته رښتیا ده، چې هم  $A_1$  او هم  $A_2$  رښتیا وي.

ترنځښنه او:  $\wedge$  (منطقي او).

بیلگه:

A : جلالاباد د کابل پر سین پروت دی.  $w(A) = w$

B : سروبی د کابل پر سین پروت دی.  $w(B) = w$

یعني  $C = A \wedge B$ :

جلالاباد د کابل پر سین پروت دی  $\wedge$  (او) سروبی د کابل په سین پروتدی.  $w(C) = w$

X : ټول موټرونه تیرونه یا گادیلونه لري  $w(X) = w$

Y : ټول هغه څه چې په تیرونو ځي موټر دي:  $w(y)$

یعني  $Z = X \wedge Y$ :

ټول موټر تیرونه لري  $\wedge$  ټول څه چې په تیرونو ځي موټر دي.  $w(Z) = F$

بیلگه:

$A_1$ : 4 یو جوړه عدد دی ،  $A_2 : 4 > 2$

$$\Rightarrow w(A_1) = W \quad w(A_2) = W$$

ترنه:  $A_1$  او  $A_2$

$A_{12}$  : 4 یو جوړه عدد دی او  $4 > 2$  دی

$$\Rightarrow w(A_{12}) = W$$

بیلگه:

$$A_1(x) : x - 3 = 5 \quad A_2(x) : x < 10$$

د  $x=9$  لپاره باور لري:

$$A_1 : 9 - 3 = 5 \quad A_2 : 9 < 10 \Rightarrow w(A_1) = F \quad w(A_2) = W$$

ترنه:

$$A_{12} := A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A_{12} : 9 - 3 = 5 \wedge 9 < 10 \\ \Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{F}}$$

ارزښت جدول:

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

په پام کې ولرئ: د دوه ویناو  $A_1$  او  $A_2$  کنجکشن (د او ترنه) ټیک هلته رښتیا دی، که دواړه ویناوې رښتیا وي.

تمرین

د کنجکشن یا د ،، او،، ترني رښتیا ارزښت ورکړئ:

الف - A : سروبی په کابل سین پروت دی او اسدآباد د کونړ په سین پروت دی.

ب - B : نن دوشنبه ده او لمر خلیږي.

پ - C : کله کله باران ووري او ځني زده کوونکي د شمیرپوهني سره مینه لري.

ت - D : 4 یو جوړه عدد دی او له 7 لوی دی.

د ،، یا،، ترنه (disjunction Disjunktion)

سایف هلته هم د پردیو لپاره نه وازیږي، که له  $x$  دوه قلفونو څخه یو یې واز وي، یعنی

قلف ۱ یا قلف ۲. دواړه قلفونه ساتنه متمانې کوي.

پیژند(تعریف) disjunctio یا د ،، یا،، ترنه:

د ،، یا ،، تراو یا : که دوه ویناوې  $A_1$  او  $A_2$  داسې یو له بل سره تړلې وي، چې یوځای شوي یا ترکیبي وینا تیک هلته رښتیا وي، چې یا یوه او یا دا بله او یا دواړه ویناوې رښتیا وي او دا دا ترنه بیا دیسجنکشن یا د ،، یا ،، ترنه بلل کیري. ترنځبڼه یا :  $\vee$  (منطقي ،، یا،،)

بیلگه:

$A$  : جلالاباد د کابل په سین پروت دی  $w(A) = W$

$B$  : کابل د کونړ په سین  $w(B) = F$

$$C = A \vee B$$

جلالاباد د کابل په سین پروت دی  $\vee$  کابل د کونړ په سین پروت دی.  $w(C) = W$

$X$  : ټول موټرونه ټیرونه لري  $w(X) = W$

$Y$  : ټول په تیرونو ټلونی شیان موټر دي.  $w(Y) = F$

$$Z = X \vee Y$$

ټول موټر ټیرونه لري ( $\vee$ ) یا ټول په تیرونو ټلونی موټر دی.  $w(Z) = W$

بیلگه:

رښتیاخته یا -جدول

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

بیلگه:

$$A_1(x) : 2x = 14 \quad A_2(x) : x \geq 8$$

د  $x=7$  لپاره باور لري:

$$A_1 : 2 \cdot 7 = 14 \quad A_2 : 7 \geq 8 \Rightarrow w(A_1) = W \quad w(A_2) = F$$

ترنه:

$$A_{12} := A_1 \vee A_2 \Rightarrow A_{12} : 2 \cdot 7 = 14 \vee 7 \geq 8$$

$$\Rightarrow w(A_{12}) = \underline{\underline{W}}$$

په پام کې ولره: د دوه ویناو  $A_1$  او  $A_2$  دیسجټکشن یا د ،، یا ،، ترنه ټیک هلته رښتیا ده، چې له دې ویناو څخه یې لږ تر لږه یوه رښتیا وینا وي.

تمرین:

د ،، یا،، ترنو یا دیسجټکشن رښتیا ارزښت ورکړی:

الف - A: جلالاباد په کابل سین پروت دی.

ب - B: نن دوشنبه ده یا لمر ځلیري.

پ- C: نن باران ووري یا ځني زده کونکي د شمیر پوهني سره مینه لري.

ت D: 4 یو جوړه عدد دی یا له 7 لوی دی.

په لاندې کې oder د یا په معنا دی.

a) $w(A) = W$	b) $w(B) = W \text{ oder } F$	c) $w(C) = W$	d) $w(D) = W$
---------------	-------------------------------	---------------	---------------

ترې لاس ته راتلنه

د ترني نخبه: که... نو ←

پیژندنه Implication: که دوه ویناوې  $A_1$  او  $A_2$  یو له بل سره داسې تړلي وي، چې له وینا څخه  $A_1$  وینا  $A_2$  منطقي لاس ته راشي، نو دا ترنه ترې لاس ته راتلنه (-) - راورنه یا Implication) بلل کیږي.

رښتیا جدول یا -تخته:

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	W
F	F	W

په پام کې لره: د دوه ویناو ،، ترې لاس ته راورنه،، ټیک هلته نارښتیا ده، که  $A_1$  رښتیا او  $A_2$  نارښتیا وي.

## ورته یا برابر ارزښته Equivalent

ترننځبڼه: ټیک هلته... که  $\Leftrightarrow$

پېژند: Äquivalenz : ردبل ترې لاس ته راوړنه بیجنکشن یا اکویواننت یا ورته ترون بلل کیږي.

رښتیا جدول

$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	W

رښتیا ارزښت جدول ترې لاس ته راوړنه په گوته کوي، له دې سره کیدی شي ویناوي  $A_1$  او  $A_2$  سره بدلې شي. په ورته والي د دواړو ویناوو ترنه مو ټیک هلته رښتیا ارزښت ته بیایي، که د دواړو ویناوو رښتیا ارزښت (برابر ارزښت) (اکویواننت) وي.

بیلگه:

یوه شمیرپوهنیزه جمله ده:

که د یوه عدد پروت زیاتون یا پرته جمعه په ۳ وپشور وي، نو پخپله عدد هم په ۳ وپور دی.

$A_1$  : د عدد  $x$  پرته جمعه په ۳ وپشور ده.

$A_2$  : عدد  $x$  په ۳ وپشور دی.

$x=39$  پرته جمعه = 12 ;  $12 \mid 39$  او  $3 \mid 39$

$A_1$  د عدد 39 پرته جمعه 12 په 3 وپشور ده

له دې لاس ته راځي، چې  $A_2$  : عدد 39 په ۳ وېشور ده.

$A_1$  : عدد  $x$  په ۳ وېور دی.

$A_2$  : عدد  $x$  په ۳ وېور دی

له دې لاس ته راځي او معکوس  $A_2$  : عدد 39 په ۳ وېشور دی.

### نفي يا نه والی Negation

ترننځبڼه يا عمليه نه  $\neg$  يا د نه ترننځبڼه

پېژند : Negation : د يوې وينا نه والی تل هلته رښتيا دی، که وينا نارښتيا وي، او تل نارښتيا ده، که وينا رښتيا وي.

بيلگه:

رښتيا ارزښت جدول

$w(A)$	$w(\neg A)$
W	F
F	W

$A_1$  : ۵ يو ناجوره يا طاق عدد دی له دې لاس ته راځي  $\Rightarrow w(A) = W$

$A_1$  : ۵ ناجوره عدد نه دی له دې لاس ته راځي  $\Rightarrow w(A) = F$

د يوې وينا ډبل نه والی موسرچينيزې وينا ته بيايي يا لارښودوي .

بيلگه:



زده کوونکی توان لري، چې پوښتنې حل کړي.	$A$ :
زده کوونکی ناتوانه دی، چې پوښتنې حل کړي	$\neg A$ :
زده کوونکی ناتوانه نه دی چې پوښتنې حل کړي.	$\neg(\neg A)$ :

ټولګه:

<b>Konjunktion</b> د او ترڼه			<b>Disjunktion</b> د یا ترڼه		
$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \wedge A_2)$	$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \vee A_2)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	F	W
F	W	F	F	W	W
F	F	F	F	F	F

<b>Implikation</b> ترې لاس ته راتلنه			<b>Äquivalenz</b> ورته یا برابر ارزښته		
$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \rightarrow A_2)$	$w(A_1)$	$w(A_2)$	$w(A_1 \Leftrightarrow A_2)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	F	F
F	W	W	F	W	F
F	F	W	F	F	W

**Negation** نه والی

$w(A)$	$w(\neg A)$
W	F
F	W

## 1.2-د ډېری- یا ست کلمه(ډېری - یا ستپوهنه)

د ست تعريف : د ډېری تعريف د الماني شمير پوه جورج کانتور - (1845 G. Cantor  
, 1918 له خوا :

یوه ډېری یا ست زموږ د لید او فکر د ټاکلو، کره توپیرېدونکو( یو له بل مختلفو) شیانو  
- کوم چې د ډېری توکي بلل کیږي- ټولګه ده و یوه ټول ته.

دا د ډېری کلمه دې د ورځنۍ ورسره بلدې ډېری کلمې سره ، چې ډېر ترې لاندې  
پوهیږو، نه بدلېږي.

په تعريف کې ټاکلي توکي په دې معنا دي، چې ټیک پرېکره باید وشي، چې ایا دا توکی  
په ډېری(ست ) پورې اړه لري.

کره یو له بل توپیرېدونکي په دې معنا، چې هر توکی ټیک یو وار په ډېری کې خوندي  
دی، یعنی همغه توکی څو ځله په ډېری یا ست کې نه شي خوندي کیدی یا همغه توکی د  
ډېری څو واره توکی نه شي کیدی. یعنی په یوه ډېری کې ډېر واره منځ ته راغلی توکی  
یو ځل لیکل کیږي.

یوه ډېری، چې توکي ونه لري تشدېری یا تشست بلل کیږي.

په لاندې کې به د سټ يا ډبرې کلمې او ډبرې يا سټ خويونه تر څيرني لاندې ونيول شي يا روښانه شي، په هغو کې چې توکي د شميرپوهنې قوانينو لاندې تشریح شوي، يعنې په اصل کې د اعدادو سټ يا ډبرې.

ډبرې د ډبرې نوکانو په مرسته، په کومو کې چې توکي په تعداد را منځ ته کيږي ياتشریح کيږي، ليکل کيږي.

يوه بله انځورونه يې د ډبرې دياگرام دی (د اوپلر- يا د ون-دياگرام Euler - oder Venn - Diagramm). په دې کې توکي په دياگرام کې کاکل کيږي.

## ۲ . ۱ د ډبرې يا سټ انځورونه

د ډبرې لپاره سومبولونه د لاتين لوی توري دي، د بيلگې په تگه

A, B, M, .....

د توکو لپاره سومبولونه د بيلگې په توگه کوچني توري دي يا هم عددونه

a, b, c, x, y, ...1, 2, 3, 99, .....

په شميرنيزه ډول د ډبرې يا سټ ليکنډود:  $A = \{a; b; c; d\}$

لوستل: A ډبرې ده له توکو a,b,c,d څخه.

$a \in A$  ويل: a د A توکی دی.

$b \notin A$  ويل: b د A توکی نه دی.

$B = \{a; b; c; a; d\}$  ډبرې يا سټ نه ده، ځکه چې توکی a په دې کې دوه ځله يا دوه واره

راغلی دی.

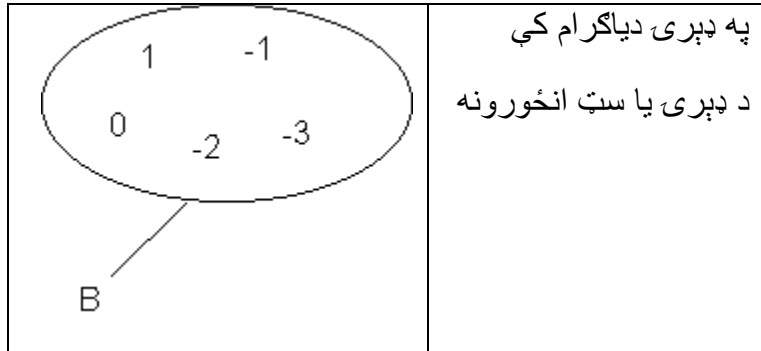
تيك (صحيح)دی:  $B = \{a, b, c, d\}$

$C = \{ \}$  تشدېری بلل کيږي، دا کوم توکی نه لري؟

۲ . ۲ د ډېری ليکنود په تشریحي ډول:

$$B = \{x \mid -3 \leq x \leq 1 \wedge x \text{ ټول (تام) عدد دی}\}$$

ویل: B د ټولو توکو x ډېری یا ست ډه; د کومو لپاه چي باور لري: x له 3-لوی یا برابر اوله ۱ کوچنی یا د ۱ سره برابر دی او x یو ټول عدد (تام عدد) دی.



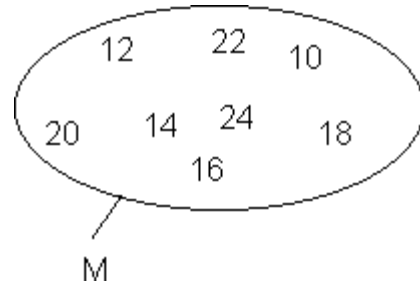
بیلگه:  $\wedge$

د 9 او 25 ترمنځ جوړه طبیعي اعدادو ست یا ډېری M د ی په شمیرنیزه او تشریحي بڼه او همداسي په ډېری یا په ست (ډېری-) دیاگرام ورکړ شي.

په شمیرنیزه بڼه:  $M = \{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, \}$

$$M = \{x \mid 9 < x < 25, x = 2n \wedge n \text{ طبیعي اعدادو ست}\}$$

په ډېری یا ست دیاگرام:



بیلگه:

ډېری په شمیرنیزه بڼه لیکل شوی. یو تشریحي بڼې ته دې وده ورکړ شي.

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

دا د 1 او 25 ترمنځ مربع اعدادو ډېری ده.

$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 25 \wedge x = n^2 \wedge n \text{ یو طبیعي عدد دی}\}$$

۲ . ۳ - پوښتنې:

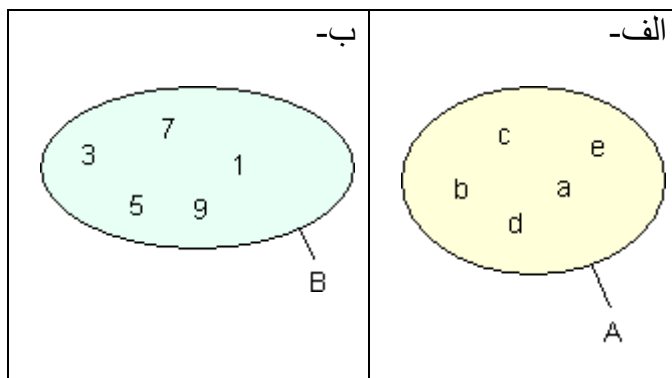
ډېری I

د ډېریو او ډېریو سومبولونو انځورونه:

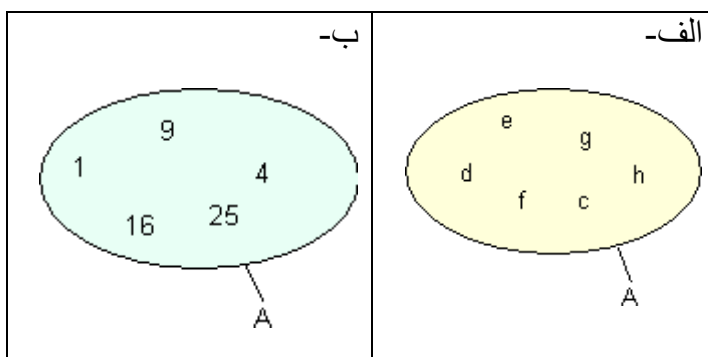
لومړی: د ډېری سومبول سره یې ولیکی

الف-  $x$  د ډېری  $A$  توکی دی. ب -  $y$  د ډېری  $B$  توکی نه دی.

دویم: ډېری  $A$  او  $B$  په شمیرنیزه بڼه ورکړی.



دریم: ډبرې A او B په تشریحي بڼه ورکړی.



څلورم: P دې د لومړنیو عددونو ډبرې یا سټ وي:

د ډبرې سومبولونو سره ورکړی، چې د نومولو اعدادو کوم یې لومړني ګڼونه یا اعداد دي!

{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 111 }.

پنځم: خپل اند ووايي، چې ایا لاندي ويناوي رښتيا دي يا نا رښتيا.

$2 \in \{1; \{1; 2\}\}$  |  $2 \in \{1; 2; \{1; 2\}\}$  |  $\{x; y; z\} = \{x; \{y; z\}\}$  |  $\emptyset = \{0\}$  |  $\{\} = \emptyset$

شپږم: د ډبرې يا ست سوميول سره يې وليکئ:

الف -  $A$  د  $B$  پروېشونى دى ب -  $C$  د  $A$  پروېشونى يا مقسوم عليه نه دى.

اووم:  $M_1 = \{x \mid x \in P \wedge x < 10\}$   $M_2 = \{2; 3; 5\}$

د لومړيو اعدادو ډبرې يا ست  $P =$

الف- د  $M_1$  ډبرې په شميرنيزه بڼه ورکړئ.

ب - د ډبرې سوميولونو سره يې وليکئ چې ايا  $M_2$  د  $M_1$  برخېږي يا سبست ده يا نه.

اتم: د ډبرې سوميول سره يې وليکئ

الف- د برخېږي يا سبست تعريف ورکړئ.

ب- ورکړئ، چې د کومو شرايطو لاندې دوه ډبرې يا ستونه  $A$  او  $B$  برابري دي.

نهم: د معيارى يا ستاندارد ډبرې يا ست کلمې لاندې څه پوهيږئ؟

لسم: د لاندې په نخونو يا نخبنو معنا ورکړئ.

الف-  $\mathbb{R}$  ب-  $\mathbb{N}^*$  پ-  $\mathbb{Z}$  ت-  $\mathbb{Q}$  ټ-  $\mathbb{R}^*$  ټ-  $\mathbb{C}$  ج-  $\mathbb{Z}^*$  چ-  $\mathbb{Q}^*$

خوابونه:

نتيجه

لومړى:

الف -  $x \in A$  ب-  $y \notin B$

دویم: الف -  $A = \{a; b; c; d; e\}$  ب -  $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$

دریم: الف-

$A = \{x \mid x = c \text{ تر } x = h \text{ پورې د توکو ډبرې یا ست ډه}\}$

ب -  $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 25 \wedge x = n^2 \wedge n \in \mathbb{N}\}$

څلورم::

$1 \notin P$      $2 \in P$      $3 \in P$      $4 \notin P$      $5 \in P$      $43 \in P$      $111 \notin P$

پنځم:

$2 \in \{1; \{1; 2\}\}$	$2 \in \{1; 2; \{1; 2\}\}$	$\{x; y; z\} = \{x; \{y; z\}\}$	$\emptyset = \{0\}$	$\{\} = \emptyset$
F	W	F	F	W

شپږم:

الف-  $B \supset A$  برخډبرې یا سبست ډه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow A \subset B$$

ب-  $A \supset C$  برخډبرې یا سبست نه ډه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow C \not\subset A$$

اووم:

الف-  $M_1 = \{2; 3; 5; 7\}$  ب -  $M_2 \subset M_1$

اتم: الف - یوه ډبرې یا ست  $A$  د یوې ډبرې یا سبست ډه، که د  $A$  هر توکی د  $B$  توکی وي.



ب – یوه ډېری A د یوې ډېری یا ست B سره برابره ده، که د A هر توکی د B توکی وي او د B هر توکی د A توکی وي.

نهم: یوه معیاري یا ستاندارد ډېری یا ست د تعریف له مخې یوه کره شوي د اعدادو ډېری یا ست ده. (که ممکن وي) د ا ډبلکرښې سره په نخبه کیري(د بیلگې په توگه IR )

لسم:

الف – IR د حقیقی اعدادو ډېری په نخبه کوي.

ب-  $N^*$  د طبیعی اعدادو ډېری یا ست بی له صفر په نخبه کوي.

پ – Z د ټول اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي.

ت- Q د راشنل اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي.

ټ-  $IR^*$  د حقیقی اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي، بی له صفر څخه.

ث – C د کمپلکس یا گډوله یا مرکب اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي.

ج –  $Z_-^*$  د کمیز یا منفي ټول اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي.

چ-  $Q_+^*$  د مثبت هوبنیار یا راشنل اعدادو ډېری یا ست په نخبه کوي بی له صفر.

ستپونه(ډېری)، تړونونه یې(عمليې) او انټروالونه

د اعدادو(گنونو) ډېری

د اعدادو ست د یو له بل څخه د مختلفو اعدادو ټولگه ده. ستپونه یا ډېری د لاتین لویو تورو سره په دخبه کیري.

بیلگه

$$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

2 د M توکی دی  $2 \in M$

6 د M توکی دی  $6 \in M$

3 د M توکی نه دی  $3 \notin M$

د ستونو (ډبريو) لپاره لیکنود

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{گڼیزه (شمیرنیزه) انځورونه}$$

$$A = \{x | 1 \leq x \leq 5\} \quad \text{تشریحی انځورونه}$$

په جلمو: A د ټولو x ست ډبرې (ډبرې) د کومو لپاره چې صدق کوی: x یو طبیعي عدد دی له 1 تر 5 پورې.

تشت (تشدېری)

$$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \}$$

$$\{ \} = \emptyset$$

سومبول یا نخبه

دا نخبه  $\wedge$  منطقي او دی.

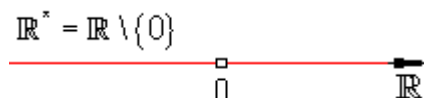
د ډبريو ( ستونو ) لپاره لیکنډول  
د اعدادو ځانگړي (مخصوص) ستونه ( د گڼونو ځانگړي ډبرې )

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \dots\}$	د طبيعي اعدادو سټ (ډبرې)
$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3 \dots\}$	د طبيعي اعدادو سټ بي له صفر
$\mathbb{Z} = \{\dots - 2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}$	د ټولګونو ډبرې (د ټول اعدادو سټ)
$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^* \right\}$	د راشنل (هوبنيار) اعدادو يا کسري اعداد ډبرې
په جمله کې: $\mathbb{Q}$ د ټولو کسري اعدادو $p/q$ ډبرې يا سټ دی، د کومو لپاره چې صدق کوي: $p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^*$	
$\sqrt{3}; \sqrt[5]{7}; \pi; e; \log_3(2); \sin(27^\circ)$	د ايراشنل اعدادو توکي سټ د کسر په څير نه انځوريري
د ناهوبنيار اعدادو سټ لپاره سومبول نه شته دا د راشنل او ايراشنل اعدادو له ستونو جوړه ده.	د ريل يا حقيقي اعداد ډبرې يا سټ
سومبول يي: $\mathbb{R}$ يا $\mathbb{IR}$	

يادونه: اوس طبيعي اعداد ټول له صفر سره دي، که مور وليکل،  $\mathbb{N}$  نو دا به دا معنا ولري، چې صفر ورسره دي.

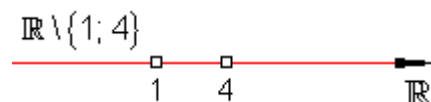
اينټروالونه د ريل يا ريښتونو اعدادو د برخه ډبرې (د برخه ډبرې لنډيز اويا سبسټ) په څير:

د حقيقي يا ريښتوني اعدادو سټ بي له  
صفره.



د حقيقي اعداد سټ بي له 1 او 4

د مثبت حقيقي اعدادو سټ

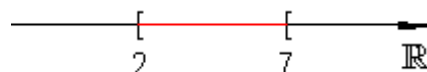


د صفر سره	$\mathbb{R}_+$ 
بې له صفره	$\mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$ 
د کمیزو یا منفي ریل اعدادو سټ	$\mathbb{R}_-$ 
د صفر سره	$\mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}_- \setminus \{0\}$ 
A د حقيقي اعدادو سټ چې له 7,8 کوجنې ده څخه.	$A = \{x \mid x < 7,8\}_{\mathbb{R}} = ]-\infty; 7,8[$ واز انتروال 
B د حقيقي اعدادو سټ یا ډبرې، چې له 4,5 لوي دی.	$C = \{x \mid 3,5 < x < 9,7\}_{\mathbb{R}} = ]3,5; 9,7[$ واز انتروال 
C د حقيقي اعدادو سټ چې د 3,5 او 9,7 ترمنځ پرته ده.	$D = \{x \mid 3 \leq x \leq 9\}_{\mathbb{R}} = [3; 9]$ بند انتروال 
D اعداد 3,5 او 9,7 د C توکی نه دي.	
D	
له 3 تر 9 د حقيقي اعدادو ډبرې یا سټ دی.	
اعداد 3 او 9 د D توکی دي.	

$$E = \{x \mid 2 \leq x < 7\}_{\mathbb{R}} = [2; 7[$$

E د حقيقي اعدادو ست، چې له 7 کوچنی او له 2 لويه يا برابره ده.

نیم واز انټروال

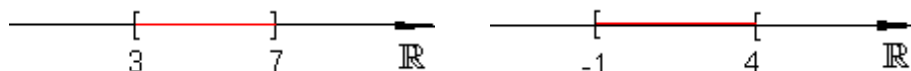


۲ . ۴ - د ستونو ( ډبريو ) ترنه يا په ډبريو (ستونو) کې عمليي

د A او B ستونو د تقاطع ست يا غوڅ ډبري

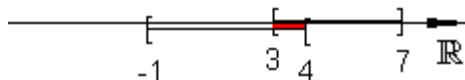
د A او B ستونه دې ورکړ شوي وي.

$$A = \{x \mid 3 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}} = [3; 7] \quad B = \{x \mid -1 \leq x < 4\}_{\mathbb{R}} = [-1; 4[$$



د A او B ډبري يا ست

$A \cap B$  (A غوڅ B)



$A \cap B$  ټول توکي لری، کوم چې

په A او B کې پراته دي.

$$A \cap B = [3; 4[$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

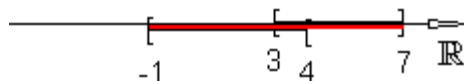
$x \in A \cap B$  په دې معناچې: x په

A او B کې پروت دی.

د A او B ټولنډبرۍ (د اتحاد ست unit)

ټولنډبرۍ (د اتحاد ست)

( A ټولنه (اتحاد) B )  
A ∪ B



A ∪ B ټول توکي خوندي

لري،

کوم چې په A او B کې پراتع دي.

$$A \cup B = [-1; 7]$$

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

$x \in A \cup B$  په دې معنا چې: x په A يا B او يا دواړو کې پروت

دی (توکی دی)

غوڅی یا تقاطع  $\cap$

د دوه ستونو ترمنځ د ستونو نڅبنه

ټولنه یا اتحاد  $\cup$

منطقی او  $\wedge$

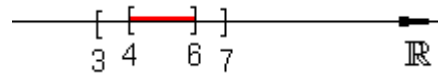
د دوه ویناو ترمنځ

منطقی یا  $\vee$

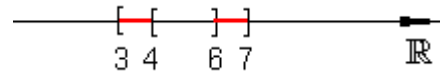
منطقي یا سم اندیزې نڅبنې

د  $A$  سبست یا برخدېری

د  $A = [3; 7]$  ور کړ شوي ست  $C$  د  
 $A$  سبست (برخدېری)  $C = \{x \mid 4 \leq x \leq 6\}$   $C \subseteq A$   
 ده، ځکه چې د  $C$  هر  
 توکی په  $A$  کې هم  
 پروت دی.

د دوه ستونو  $A$  او  $C$  کمنبت یا تفریق

د دوه ستونو  $A$  او  $C$   
 کمنبت د  $A$  ټول توکی  
 خوندي لري، کوم چې په  $C$   
 کې نه دي پراته.  
 $A \setminus C = [3; 7] \setminus [4; 6] = [3; 4] \cup [6; 7]$   
 $A \setminus C$  په لغاتو :  $A$  بې  
 له  $C$ .



## ډېری او انتروالونه I

ډېریو ( ستونو ) او انتروالونو ته تمرینونه

اول: ست یا ډېری په شمېرنیز ډول یا کنډوله انځورونه ورکړی

$$\text{الف - } A = \{ x \mid x^2 \leq 5,5 \}_{\mathbb{Z}}$$

$$\text{ب - } B = \{ n \mid n \text{ د } 12 \text{ پروېشونې دى} \} \mathbb{N}$$

دویم - ست په تحلیلي ډول ورکړی

$$\text{الف - } A = \{ 0; 3; 6; 9; 12; \dots \} \quad \text{ب - } B = \{ 1; 2; 4; 8; 16; \dots \}$$

دریم - د  $\{ (x|y) \mid x+y \leq 2; x, y \in \mathbb{N} \}$  ست یا ډبرې توکي و ټاکى

څلورم - د کومو طبیعي اعدادو  $n$  لپاره صدق  $n^2 \geq n$ ؟ د  $n \in \mathbb{Z}$  لپاره څه تغیر خوري؟

پنځم: وښایئ، چې د درې یو په بل پسې طبیعي اعدادو جمعه (زیاتون) تل په درې ویشونى دى.

شپږم: د اعدادو په وړانگه اعداد په نڅښه کړئ او د انټروال په څېر یې ولیکئ

$$\text{الف - } A = \{ x \mid 2 \leq x < 6 \}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب - } B = \{ x \mid x \leq -1 \}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{پ - } C = \{ x \mid x > 2,5 \}_{\mathbb{R}} \quad \text{ت - } D = \{ x \mid -2 \leq x \leq -1 \}_{\mathbb{R}}$$

اوم: د حقیقي اعدادو  $\mathbb{R}$  سبست په گنورانگه (د اعدادو په وړانگه) یا کرښه د انټروال په څېر ولیکئ



## 1.2-د ډبرې کلمه (ستپوهنه)

الف -  $\{x \mid -3 \leq x < 2\}_{\mathbb{R}}$  ب -  $\{x \mid x \leq 4\}_{\mathbb{R}_+}$

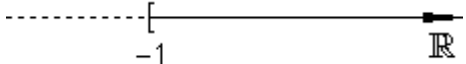
پ -  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$  ت -  $\{x \mid x \geq -1\}_{\mathbb{R}_*}$


ټ -  $\{x \mid x \geq 3\}_{\mathbb{R}}$  ټ -  $\{x \mid 0 < x < 0,5\}_{\mathbb{R}}$

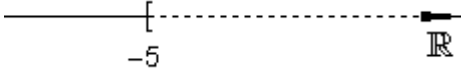
اتم : د ست ( ډبرې - ) لیکنود په ډول یې ولیکي

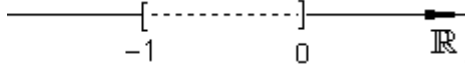
الف -  $]2; 5[$  ب -  $[-1; 2,5[$  پ -  $]-3; 3[$

نهم : په نخبه شوي ست یا ډبرې تشریح کړي

الف -  $\mathbb{R}$  

ب -  $\mathbb{R}$  

پ -  $\mathbb{R}$  

ت -  $\mathbb{R}$  

د ست او انټروال تمرینونو حل یا اوبیونه

اول :

الف -  $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$  ب -  $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

دویم - الف -  $A = \{x \mid x = 3n \wedge n \in \mathbb{N}\}$  ب -  $B = \{x \mid x = 2^n \wedge n \in \mathbb{N}\}$

دریم -

$$\{ (0|0); (0|1); (0|2); (1|0); (1|1); (1|2) \}$$

څلورم -

$n^2 > n$  د ټولو  $n \in \mathbb{Z}$  لپاره یوه رښتیا افاده ورکوي او له دې سره د  $n \in \mathbb{N}$  لپاره هم.

د په خوښه یو په بل پسې گڼونو (اعدادو- جمع په لاندې ډول ده

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

پنځم -

د په خوښه یو په بل پسې گڼونو (اعدادو- جمع په لاندې ډول ده

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

$3(n+1)$  په 3 ویشور دی یا د ویشني قابلیت لری.

شپږم -

$$A = [2; 6[$$

الف -  $\mathbb{R}$

$$B = ]-\infty; -1]$$

ب -  $\mathbb{R}$

$$C = ]2,5; \infty[$$

پ -  $\mathbb{R}$

$$D = [-2; -1]$$

ت -  $\mathbb{R}$

اوم - لف -  $[-3; 2[$  - ب -  $[0; 4]$  - پ -  $[-2; 2]$

ت -  $[-1; 0[$  - ب -  $[3; \infty[$  - ث -  $]0; 0,5[$

اتم - لف -  $\{x \mid 2 < x \leq 5\}_{\mathbb{R}}$  - ب -  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ -  $\{x \mid -3 < x < 3\}_{\mathbb{R}}$

نهم -

لف -  $\{x \mid -1 \leq x < \infty\}_{\mathbb{R}}$  - ب -  $\{x \mid -4 \leq x \leq 2\}_{\mathbb{R}}$

پ -  $\{x \mid -\infty < x < 5\}_{\mathbb{R}}$  - ت -  $\{x \mid x < -1 \vee x > 0\}_{\mathbb{R}}$

## ۲ . ۶ تمرینونه :

ستونه (ډبرې) او انتروالونه ||

لومړۍ - ستونه  $A = [-2; 5]$ ;  $B = [1; 8]$ ;  $C = [-10; 3]$  ورکړ شوي:

لاندي ستونه وټاکي

الف -  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $A \setminus B$ ;  $B \setminus A$

ب -  $B \cap C$ ;  $A \cup C$ ;  $A \setminus C$ ;  $B \setminus C$

$$\text{پ - } (A \cup B) \cap C; C \setminus (A \cap B)$$

$$\text{ت - } \mathbb{R}_+^* \cap A; \mathbb{R}_+ \cap A \quad \mathbb{R}_- \cap B$$

دویم - د سبست یا برخدېری د انټروال په څیر یې ولیکی

$$\text{الف - } \{x | x \leq 3 \wedge x \neq 0\} \quad \text{ب - } \{x | x \leq -3 \vee x \geq 2\}$$

$$\text{پ - } \{x | x - 2 \leq 0 \wedge x \geq 0\} \quad \text{ت - } \{x | x \geq -5 \wedge x \geq -1\}$$

دریم - د دېری یا د ست لیکدود باندې یې ولیکی

$$\text{الف - } \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 3\} \quad \text{ب - } \mathbb{R} \setminus [-1; 1] \quad \text{پ - } ]-\infty; -2] \cup [0; \infty[$$

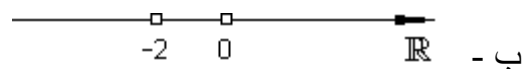
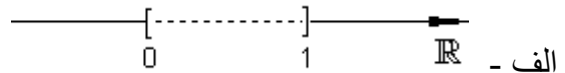
$$\text{ت - } ]-2; 4[ \cap \mathbb{R}_+^* \quad \text{ب - } [2; 8[ \cap ]1; 5; \infty[ \quad \text{ث - } ]-5; 1[ \cup \mathbb{R}_+$$

څلورم - انټروال لیکدود باندې یې ولیکی

$$\text{الف - } ]3; 5; 5[ \setminus ]2; 5[ \quad \text{ب - } ]0; 7[ \setminus [0; 3[$$

$$\text{پ - } [0; 3[ \cup ]-10; 2[ \quad \text{ت - } [-1; 3[ \cap ]1; 5; \infty[$$

پنځم - په نڅبنه شوي ست تشریح کړی یا په تشریحی توگه ولیکی



د تمرینونو حلونه ||

لومړی - الف -

$$A \cap B = [1; 5]; \quad A \cup B = [-2; 8];$$

$$A \setminus B = [-2; 1[; \quad B \setminus A = ]5; 8]$$

$$B \cap C = [1; 3]; \quad A \cup C = [-10; 5]; \quad \text{ب -}$$

$$A \setminus C = ]3; 5]; \quad B \setminus C = ]3; 8]$$

$$(A \cup B) \cap C = [2; 3]; \quad C \setminus (A \cap B) = [-10; 1[ \quad \text{پ -}$$

$$\mathbb{R}_+^* \cap A = ]0; 5]; \quad \mathbb{R}_+ \cap A = [0; 5]; \quad \mathbb{R}_- \cap B = \emptyset \quad \text{ت -}$$

دویم -

$$\text{الف - } ]-\infty; 3] \setminus \{0\} \quad \text{ب - } ]-3; 2[ \quad \mathbb{R} \setminus ]-3; 2[ \quad \text{پ - } [0; 2[ \quad \text{ت - } [-1; \infty[$$

$$\text{دریم - الف - } \{x \mid x \neq -1 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 3\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ب - } \{x \mid x < -1 \vee x > 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{پ - } \{x \mid x \leq -2 \vee x \geq 0\}_{\mathbb{R}} \quad \text{ت - } \{x \mid 0 < x < 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$\text{ب - } [2; 8[ \quad \text{ت - } \{x \mid x > -5\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم -

$$\text{الف - } ]2; 3, 5] \quad \text{ب - } [3; 7] \quad \text{پ - } [-10; 3[ \quad \text{ت - } ]1, 5; 3[$$

پنځم -

$$\text{الف - } \mathbb{R} \setminus [0; 1] \quad \text{ب - } \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$$

### ۳ . ۱ - الجبري کلمی

جمعہ (زیاتون) : a او b او a+b  
تفریق (کمون) a او b a-

ضرب (خُل) :  $3x = x+x+x$  توان (پوتنخ یا طاقت)  $x^3 = x \cdot x \cdot x$

وېش ( مات یا کسر) :  $\frac{a}{b}$   $b \neq 0$   
a صورت b مخرج

د a په خت ازبنت یا معکوس  $\frac{1}{a}$   $a \neq 0$

د زیاتون (جمعی) او کمون (تفریق) سره شمیرنه

$$\begin{aligned} 1. \quad & 32x + 12y - 4x - 5y - 14x + 2y \\ & = 32x - 4x - 14x + 12y - 5y + 2y \\ & = \underline{\underline{14x + 9y}} \end{aligned}$$

لومړی:

برابردولیز زیاتوني (زیاته ووني)  
یا زیاتي دوني ( د جمعی برخي یا  
اجزا) سره یوځای راټولیزې.

<p>2. <math>3a + (4a - 2b) - 8(b - a)</math>  <math>= 3a + 4a - 2b - 8b + 8a</math>  <math>= \underline{\underline{15a - 10b}}</math></p> <p>3. <math>3(2x - 4y) - 4(3 - 4x - 2y)</math>  <math>= 6x - 12y - 12 + 16x + 8y</math>  <math>= \underline{\underline{22x - 4y - 12}}</math></p> <p>4. <math>8xy \cdot (-3x) = 8 \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y</math>  <math>= \underline{\underline{-24x^2y}}</math></p> <p>5. <math>9a - [5a - (b - 8a)] = 9a - [5a - b + 8a]</math>  <math>= 9a - 5a + b - 8a = \underline{\underline{-4a + b}}</math></p>	<p>دويم:  د نوکانو يا قوسونو له  مخه مخنځينه دي په  پام کې وى.</p> <p>دريم:  د زياتون (جمعي) هر  غړی د ضريب ( ځله  ووني) سره ضربيري  څلورم:  دضريبونو ( ځله  وونو)  ځايونه سره بدلیدلای  شي  پنځم:  قوسونه له دننه دباندي  لور ته حل يا له منځه  وړل کيري</p>
---	---

### د کسرونو(ماتونو) سره شميرنه

برابرنوميز يا د برابر مخرج کسرونو جمعه داسې ده چې مخرج ساتلی  
پاتيږي او صورتونه سره جمعه کيري.

$$\frac{x}{3} - \frac{2x}{3} = \frac{x-2x}{3} = \underline{\underline{-\frac{x}{3}}} \quad \text{الف.} \quad \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \underline{\underline{\frac{7}{5}}}$$

نا برابر نامیز یا د مختلفو مخرجونو سره نه برابر نامیز په برار مخرج (ماتلاندي) کيږي او بيا سره جمعه کيږي

$$\frac{x}{4} + \frac{3x}{2} = \frac{x}{4} + \frac{6x}{4} = \frac{7x}{4} = \underline{\underline{\frac{7}{4}x}} \quad \text{ب.} \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \underline{\underline{\frac{11}{10}}}$$

کسرونه سره ضربیږي، داسې چې صورت د صورت او مخرج د مخرج سره ضرب شي:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{5} = \frac{3 \cdot x}{4 \cdot 5} = \frac{3x}{20} = \underline{\underline{\frac{3}{20}x}} \quad \text{ب.} \quad \frac{4}{7} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \underline{\underline{\frac{12}{7}}}$$

$$\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{12} = \frac{x^2}{36} \quad \text{ت.} \quad \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{1} = \underline{\underline{\frac{x}{2}}}$$

کسرونه ویشل کيږي، داسې چې د په ځنډ یا معکوس ارزښت سره ضرب کړی شي

$\frac{3}{8} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$	$\frac{3a}{8b} = \frac{3a}{8b} \cdot \frac{9c}{2b} = \frac{3a \cdot 2b}{8b \cdot 9c} = \frac{a}{4 \cdot 3c} = \underline{\underline{\frac{a}{12c}}}$
---	--

کسرویشني ته یوڅو بیلگي

$$1. \quad \text{a) } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{15}}} \quad \text{b) } \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{t} = \underline{\underline{\frac{3}{7t}}} \quad \text{c) } \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$



$$2. \quad a) \frac{1}{\frac{t}{4}} = \frac{4}{t} \quad b) \frac{1}{\frac{t}{2}+1} = \frac{1}{\frac{t+2}{2}} = \frac{2}{t+2} \quad c) \frac{-1+8t}{8} = \underline{\underline{-\frac{1}{8}+t}}$$

$$3. \quad a) \frac{-4}{2} = -\frac{4}{2} = \frac{4}{-2} = \underline{\underline{-2}} \quad b) \frac{-x}{-a} = \underline{\underline{\frac{x}{a}}}$$

پام:  $\frac{0}{3} = 0$  مگر  $\frac{3}{0}$  تعريف نه دی

### اووښتونې يا متحولې او ترمونه

متحولې:

په شميرپوهنه يا رياضيات کې توري (لاتين) چې د اعدادو لپاره ځا په ځاى شوي يا د اعدادو ځاى نيوونکي متحولې يا اووښتونې بللکيږي.

دا چې د دې عددونو پاره په مختلفو حالتونو کې مختلف اعداد ځاه ځاى کولى شي، نو متحولې تغيرخوړونکې هم بلل کيږي.

ترمونه:

افادې چې په هغو کې متحولې او او يا عددونه د شميرنځېنو سره تړل کيږي، او ترمونه بلل کيږي.

د يو ترم ارزښت داسې لاس ته راځي، چې د هرې متحولې لپاره يو عدد کيښوول شي.

بیلگه:

ترم:  $x+5$  متحوله:  $x$

د بیلگي په توگه د  $x=2$  لپاره د ترم ارزښت:  $x+5=2+5=7$

ترم:  $x \cdot (x+y)$  اووښتوني:  $x, y$

د بیلگي په توگه د  $x=5$  او  $y=1$  سره د ترم ارزښت:  $x \cdot (x+y) = 5 \cdot (5+1) = 5 \cdot 6 = 30$

د نوکانو وتلو له لارې د ترمونو ساده کونه.

سړی ټولې زیاتیدونې یا د جمعي اعضاوي په ضریبونو (خله وونو) ټوټه یا تجزیه کوي.

بیا هغه خورا لوي گډ ضریب (گډ څلورنۍ) له نوکانو وځي:

بیلگه:

$$27x - 27 = 27x - 27 \cdot 1 = \underline{\underline{27(x - 1)}} \quad 8x + 24 = 8x + 8 \cdot 3 = \underline{\underline{8(x + 3)}}$$

$$15x + 9y - 21 = 3 \cdot 5x + 3 \cdot 3y - 3 \cdot 7 = \underline{\underline{3(5x + 3y - 7)}}$$

د ضربولو له لارې یې ازماښت:

$$3(5x + 3y - 7) = 15x + 9y - 21$$

که کمیز یا منفي ضريب له نوکانو ووځي، نو د مخنځې قانون دي په پام کې ونيول شي.

بيلگه:

$$a) \quad -\frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{8}x - 3 = -\frac{6}{8}x^2 + \frac{5}{8}x - \frac{24}{8} = \underline{\underline{-\frac{1}{8}(6x^2 - 5x + 24)}}$$

$$b) \quad -\frac{3}{5} - x + \frac{8}{5}y = -\frac{3}{5} - \frac{5}{5}x + \frac{8}{5}y = \underline{\underline{-\frac{1}{5}(3 + 5x - 8y)}}$$

د نوکانو څخه وتننه د زياتون يا جمعي څخه ضرب جوړوي، دا مخته تلنه يا عمليه ضريبونه هم بلل کيږي

بيلگه:

$$1.) \quad ab + ac + mb + mc = a(b + c) + m(b + c) = \underline{\underline{(b + c)(a + m)}}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad & -6am + 12an - 2ap + 3bm - 6bn + bp \\ & = -2a(3m - 6n + p) + b(3m - 6n + p) \\ & = \underline{\underline{(3m - 6n + p)(b - 2a)}} \end{aligned}$$

د زياتيدونو يا د جمعي اعضاوو ضرب

سره ضربونه بلکيږي، داسي چې د يوې جمعي يا زياتون هر زياتيدونی يا د جمعي غړی د بلې جمعي د هر غړي سره ضريږي .

$$(x - 2)(x - 5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = \underline{\underline{x^2 - 7x + 10}}$$

بیلگه:

$$1.) (2x - 3)(1 - bx) = 2x - 2bx^2 - 3 + 3bx = \underline{\underline{-2bx^2 + 3bx + 2x - 3}}$$

$$2.) (x - 2)(x - 3)(2x + 1) = (x^2 - 5x + 6)(2x + 1) \\ = 2x^3 + x^2 - 10x^2 - 5x + 12x + 6 = \underline{\underline{2x^3 - 9x^2 + 7x + 6}}$$

د بینوم فرمولونه:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	د بینوم لومړی فرمول:
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	د بینوم دویم فرمول:
	د بینوم دریم فرمول:

بیلگه:

$$1.) (2x + 1)^2 = 4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1 = \underline{\underline{4x^2 + 4x + 1}}$$

$$2.) \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3x + 9 = \underline{\underline{\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9}}$$

$$3.) \left(u - \frac{1}{2}v\right)\left(u + \frac{1}{2}v\right) = \underline{\underline{u^2 - \frac{1}{4}v^2}}$$

د کسرونو ترمونه:

لومړی: دا لاندې ترم لرو:

$$\frac{3x-3}{2(1-x)}$$

د کوم  $x$ -ارزښت لپاره ترم تعریف دی؟

حل یا اوبی:

په پام کې ولری: په صفر وېشنه اجازه نه شته.

ترم د ټولو اعدادو لپاره تعریف دی پرته  $x=1$  څخه.

نو د دې ترم لپاره تعریف  $Y$  یا  $-$  سټ ده:  $D=R \setminus \{1\}$

د ترم بڼه د  $x \neq 1$  لپاره بدلیږي:

$$\frac{3x-3}{2(1-x)} = \frac{3(x-1)}{2(1-x)} = \frac{3(x-1)}{-2(x-1)} = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}}$$

دویم: د تعریف سټ (بیژندېږی)  $D$  وټاکئ

او دا ترم ساده کړئ

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

حل: لومړی کسر د ضربیونې په ډول ولیکئ:  $x^2-4=(x+2)(x-2)$

د  $x=2$  یا  $x=-2$  لپاره به مخرج صفر شي.

له دې لاس ته راځي:  $D=R \setminus \{2, -2\}$

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2)}{(x-2)}$$

دریم:

$$\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2x-6} \quad D \text{ وتائی او ساده کری:}$$

دواړه کسرونه صفر کوي. له دې لاس ته راځي:  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2x-6} = \frac{x-2}{x-3} - \frac{x+2}{2(x-3)} = \frac{2(x-2) - (x+2)}{2(x-3)} = \frac{x-6}{2x-6}$$

څلورم:

$$\frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4x-8} \quad D \text{ وتاکئ او ساده کری:}$$

صفر ځایونه دي:  $x=0 \vee x=2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

$$\begin{aligned} \frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4x-8} &= \frac{2x-4}{x} - \frac{8x}{4(x-2)} = \frac{4(x-2)(2x-4) - 8x^2}{4x(x-2)} \\ &= \frac{8x^2 - 16x - 16x + 32 - 8x^2}{4x(x-2)} = \frac{-32x + 32}{4x(x-2)} = \frac{-32(x-1)}{4x(x-2)} = \frac{-8(x-1)}{x(x-2)} \end{aligned}$$

## 1.4-توان، رېښه(جذر) او د هغوي د شميرني قوانين

### 1.4.1-د توان کلمه

پيژند(تعريف) :

توان د برابر و ضربونو (بنسټونو) ضرب دی، چې جگړي يا اکسپوننت د ضربونو گڼون يا تعداد ورکوي. يادونه(ژباړه): مور به په خپلو ليکنو کې د جگړد يا اکسپوننت وليکو، بل ډول ليکنه مو د ناتيکاوې سره مخامخ کوي.

د  $x=4/3$  لپاره ازمايښت

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 9^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^2 - 9^2 - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$$

۱۷۳ 4. 1- توان، ریشه او د هغوي ...

$a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = c$	$a \triangleq$	بنسټ
$a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^+, c \in \mathbb{R}$	$n \triangleq$	جگعدد یا اکسپوننت
	$c \triangleq$	توان ارزښت

بیلګې:

الف -  $a^3 = a \cdot a \cdot a$  ب  $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  پ  $x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$

ت -  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$  پ  $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

ث -  $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$

2-4-1-د توان قوانین

د توان زیاتون او کمون (جمع او تفریق):

توانونه د برابر بنسټ او د برابر جگ عدد سره کیدی شي سره زیات یا سره کم شي یعنی جمع او افریق شي.

بیلګې:

الف -  $3x^4 - 5x^2 + 6x^4 + 3x^2 = 9x^4 - 2x^2$

ب -  $-x^2 - 2(x^4 + x^2) + 2 = -2x^4 - 3x^2 + 2$



## د توانونو ضرب د برابر بنسټ سره

د برابر بنسټ سره توانونه سره ضربیږي، داسې چې جگڼونه یا — عددونه یې سره زیات یا جمع شي.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{N}^*$$

بیلگې:

الف -  $4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$  - ب.  $e^3 \cdot e^x = e^{3+x} = e^{x+3}$

پ -  $-u^2 \cdot u^3 = -u^{2+3} = -u^5$

په پام کې ولږه:

$(-a)^n = \begin{cases} a^n \\ -a^n \end{cases}$	که $n$ جوړه وي	$(-2)^4 = 2^4 = 16$
	که $n$ ناجوړه وي	$(-2)^3 = -2^3 = -8$

## د توانونو وېش د برابر بنسټ سره

توانونه د برابر جگعدد سره وېشل کېږي، داسې چې سړی د صورت جگعدد څخه د مخرج جگعدد کم کړي او بنسټ ساتلی پاتېږي.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \in \mathbb{R}^* \quad m, n \in \mathbb{N}^* \wedge m > n$$

دا جمله ټیک هلته باور لري، چې  $m > n$  وي.

مور له دې امله د  $m = n$  او  $m < n$  حالت څیړو

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 \Rightarrow a^0 := 1$$

که  $m = n$  وي:

د برابر توان د وېش څخه جگعدد يا امسپوننت صفر 0 راكوي.

د برابر عددونو وېش څخه 1 لاس ته راځي.

له دې امله موخه ور دی، چې  $a^0 = 1$  تعريف كړو.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m-n) \in \mathbb{Z}_-$$

که  $m < n$  وي:

که په صورت کې جگعدد د مخرج د جگگڼ يا جگ عدد څخه کوچنی وي، نو د وېش د قانون د استعمال سره سم يو کميز يا منفي جگ عدد لاس ته راځي.

د دې لپاره چې د قاعدې ټوليز باور والی لاس ته راوړو، بايد د توان کلیمې تعريف و غزو او د توان د کميز يا منفي جگ عدد سره موخه ور مخ ته بوزو.

که په صورت کې توان مخرج ته راوړو او يا په څنټ، نو د جگگڼ يا اکسپوننت مخخښه بدليري..

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

تعريف:

1. د غزېدلي توان تعريف:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \wedge a^0 = 1 \wedge a^{-n} = \frac{1}{a^n} \wedge a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

$$a \in \mathbb{R}^* \quad n \in \mathbb{Z} \quad a^n \in \mathbb{R}$$

په پورته کې  $n$ -mal د  $n$ -ځله په معنا دی.

د دې تعريف د مرستي سره د ضرب او وېش قوانين بي بنديزه باور لري.

بيلگي:

$$\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = a^2 \quad \text{الف -} \quad \frac{x^7}{x^7} = x^{7-7} = x^0 = 1 \quad \text{ب -}$$

$$\frac{e^5}{e^7} = e^{5-7} = e^{-2} = \frac{1}{e^2} \quad \text{پ -} \quad \frac{x^{n-1}}{x^n} = x^{n-1-n} = x^{-1} = \frac{1}{x} \quad \text{ت -}$$

د توانونو ضرب د نابرابر بنسټ مگر د برابر جگعدد يا اکسپوننت سره.

توانونه د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره ضربيري، داسي چي د هغوي بنسټونه سره ضرب کړي او اکسپوننت وساتي.

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n \quad a, b \in \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

بيلگي:

$$12^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(12 \cdot \frac{1}{4}\right)^3 = 3^3 = 27 \quad \text{الف -}$$

$$(x+1)^2 (x-1)^2 = [(x+1)(x-1)]^2 = (x^2-1)^2 \quad \text{ب -}$$

وېش د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره

## 1.4 -توان، ريښه او د هغوي ... ۱۷۷

د نابرابر بنسټ مگر د برابر اکسپوننت سره وپښنه کيږي، داسې چې د هغو بنسټونه و وپشل شي او اکسپوننت همغه يا ساتلی پاتې شي.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad b \in \mathbb{R}^* \quad n \in \mathbb{N}^*$$

بيلگي:

$$\frac{25^3}{5^3} = \left(\frac{25}{5}\right)^3 = 5^3 = 125 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{(u^2 - 1)^2}{(u + 1)^2} = \left[\frac{(u^2 - 1)}{u + 1}\right]^2 = \left[\frac{(u - 1)(u + 1)}{(u + 1)}\right]^2 = (u - 1)^2 \quad \text{ب -}$$

## د توانونو په توانونه

توانونه په توانيزي، که د هغوي اکسپوننتونه سره ضرب شي.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

بيلگي:

$$\left(x^{n-2}\right)^3 = x^{(n-2) \cdot 3} = x^{3n-6} \quad \text{ب -} \quad \left(4^3\right)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6 \quad \text{الف -}$$

## د توان ريښه نيونه

د توانونو ریشه داسې نیول کيږي، چې توان اکسپوننت د رېښې اکسپوننت باندې و وېشل شي او بنسټ ساتلی پاتې شي،

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{د } a \in \mathbb{R}^+ \text{ او } m \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{N}^+ \text{ لپاره}$$

له دې سره کیدی شي ټولې رېښې د راشنل گڼونو د اکسپوننت په ډول ولیکل شي. دا د رېښې سره شمېرنه ساده کوي، ځکه چې سړی په معلومو توان قواعدو تکیه کولی شي.

بیلگې

$$\text{الف - } \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\text{ب - } \sqrt[4]{x^{6n+2}} \cdot x^{-n} = x^{\frac{6n+2}{4}} \cdot x^{-n} = x^{\frac{n+1}{2}} = \sqrt{x^{n+1}}$$

د توان قوانینو ټولگه

ضرب او وېش

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

د برابر بنسټ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a \in \mathbb{R}^+ \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

سره

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a, b \in \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{Q}$$

د برابر جگعدد

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a, b \in \mathbb{R}^+ \quad n \in \mathbb{Q}$$

سره

د توان په

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a \in \mathbb{R} \quad m, n \in \mathbb{Q}$$

توانونه

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	د توانونو ریشه نیونه
$a \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}^*$	
$a^0 = 1 \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$	دا د توان قانون څخه
$a \in \mathbb{R}^+ \quad n \in \mathbb{Q}$	

۴ . ۲ - د رېښې سره د شمېرنې ډول يا تپ او چلول

ضريب له رېښې و باسی

بیلگی:

الف-  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

ب-  $\frac{\sqrt{28}}{2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$

ماتلاندي يا مخرج له صفر ازاد کړی

بیلگی:

۱۸۰ 1.4-توان، ریشه او د هغوي ...

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad \text{الف-}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{2}-2} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = \frac{-2(\sqrt{2}+2)}{2-4} = \sqrt{2}+2 \quad \text{ب-}$$

## پوښتنې

توان |

توان ساده کړی

لومړی -

پرتله کړی:

$$(-3)^2 ; (-3)^3 ; (-3)^4 ; \left(\frac{1}{3}\right)^3 ; \left(-\frac{1}{3}\right)^2 ; -3^3 ;$$

$$-3^2 ; -(-3)^3$$

دویم - ساده کړی

## 1.4 -توان، ریننه او د هغوي ... ۱۸۱

الف -  $3x^4 - x^4 - x^3(x+2)$  ب -  $-12a^2 + 3a(a+1)$

پ -  $ax^n + 4x^n$  ت -  $(1-u)^2 - \frac{1}{2}(1-u)^2$

ت -  $a(x+u)^k - b(x+u)^k$  ث -  $ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2$

دریم - ساده کری

الف -  $3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a$  ب -  $\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2$  پ -  $u^3 \cdot u^4 - u^5 \cdot (u^2 + 1)$

ت -  $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$  ب -  $a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3}$  ث -  $u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1}$

ج -  $b^n \cdot b^{2n+1}$  چ -  $(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n}$  خ -  $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1}$

څلورم - ساده کری

الف -  $0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6$  ب -  $2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5$  پ -  $2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

ت -  $\left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6$  ب -  $(x-3)^n \cdot (x+3)^n$  ث -  $2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x$

ج -  $9 \cdot 3^{n+1}$  چ -  $(a-b)^9 \cdot (a-b)$  خ -  $\left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k}$

پنځم - د حالت د توپیر په مرستی سره یې ساده کری.



$$\text{الف - } (a-b)^n + (b-a)^n \text{ ب - } (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n$$

شپږم- لاندې غوښتنې وازمایي.

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 \text{ د ټولو } a, b \in \mathbb{R} \text{ لپاره}$$

خپل ځواب مدلل کړی.

عدونه  $a$  او  $b$  ورکړی، داسې چې یوه ریښتیا وینا منځ ته راشي.

$a^3 + b^3 = (a+b)^3$	کوم شرایط باید $a$ او $b$ پوره کړي، چې باور ولري:
-----------------------	---

اتم -

داسې یو په بل پسې  $a, b$  او  $c$  طبیعي اعداد شته، چې دا  $a^2 + b^2 = c^2$  مساوات پوره کړي؟

که هو نو یوه بیلگه یې ورکړی.

نهم - د یوه ښار نفوس په کال کې 1,5% زیاتیري. د 2020 کال پورې نفوس څومره زیاتیري، که نننۍ گڼون یا تعداد 45,6 (2003) میلیونه وي.

ځوابونه

**I** پوښتنې

نتیجې او مفصل ځوابونه

دپوښتنې قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجی

لومړی -

$$(-3)^2 = 9 \quad ; \quad (-3)^3 = -27 \quad ; \quad (-3)^4 = 81 \quad ; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} ;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad ; \quad -3^3 = -27 \quad ; \quad -3^2 = -9 \quad ; \quad -(-3)^3 = 27$$

دویم -

الف -  $3x^4 - x^4 - x^3(x+2) = x^4 - 2x^3$  - ب

$$-12a^2 + 3a(a+1) = -9a^2 + 3a$$

پ -  $(1-u)^2 - \frac{1}{2}(1-u)^2 = \frac{1}{2}(1-u)^2$  - ت  $ax^n + 4x^n = (a+4)x^n$

ب -  $a(x+u)^k - b(x+u)^k = (a-b)(x+u)^k$

ث -  $ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2 = 3ux^3 - 7x^2$

دریم -

الف -  $\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^6$  - ب  $3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a = 3a^{2k}$

پ -  $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = x^9$  - ت  $u^3 \cdot u^4 - u^5 \cdot (u^2 + 1) = -u^5$

ب -  $a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3} = a^{2n+1} \cdot b^{2k-3}$  - ث

$$u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1} = u^{n+2} \cdot x^{n+1}$$

ج -  $(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = x-2$  - ج  $b^n \cdot b^{2n+1} = b^{3n+1}$

خ -  $(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{2n}$

څلورم -

## 1.4 -توان، ريڻه او د هغوي ... ۱۸۴

$$\text{الف - } 0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = 1 \quad \text{ب - } 2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = 5^{x+1} \quad \text{پ - } 2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2$$

$$\text{ت - } \left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6 = 16x^4 \quad \text{ټ - } (x-3)^n \cdot (x+3)^n = (x^2-9)^n$$

$$\text{ٺ - } 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = x^{n+1} \quad \text{ج - } 9 \cdot 3^{n+1} = 3^{n+3}$$

$$\text{چ - } (a-b)^9 \cdot (a-b) = (a-b)^{10} \quad \text{څ - } \left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k} = 1$$

پنځم -  
الف -

ب -  $(2x-4)^n$  که  $n$  جوړه وي  
 ا -  $2(a-b)^n$  که  $n$  جوړه وي  
 ج -  $(x-2)^n \cdot (2+2^n)$  د ناچوړه  $n$  لپاره

شپږم -

غوښتنه (ثبوت) ناتيک ده، د بېلگې په توگه

$$a=1; b=1; 1+1 \neq (1+1)^2$$

يوه ريښتونې وينا د  $a=0 \vee b=0$  لپاره لاس ته راوړو

اوم -

شرایط  $a = -b$  يا  $b = -a$  ، ځکه چې

$$\underbrace{(-b)^3}_{-b^3} + b^3 = (-b+b)^3 = 0^3$$

$$\text{اتم - } a^2 + b^2 = c^2 \text{ für } a = 3, b = 4, c = 5 \quad 3^2 + 4^2 = 5^2$$

نهم -

$$n = 17 \quad q = 1 + \frac{1,5}{100} = 1,015$$

$$Z = Z_0 \cdot q^n = 45,6 \text{ Mio} \cdot 1,015^{17} \approx 58,7 \text{ Mio} \Rightarrow \Delta Z \approx 13,1 \text{ Mio}$$

## مفصل حلونه

لومړۍ-

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = \underline{9} \quad (-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = \underline{-27}$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = \underline{81}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} \quad \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

$$-3^3 = -3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{-27} \quad -3^2 = -3 \cdot 3 = \underline{-9}$$

$$-(-3)^3 = -(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -(-27) = \underline{27}$$

دویم-

$$\begin{aligned} & -12a^2 + 3a(a+1) & 3x^4 - x^4 - x^3(x+2) \\ = & -12a^2 + 3a^2 + 3a & = 3x^4 - x^4 - x^4 - 2x^3 \\ = & \underline{-9a^2 + 3a} & \text{الف - } = \underline{x^4 - 2x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1-u)^2 - \frac{1}{3}(1-u)^2 \\ = & \underline{\frac{1}{2}(1-u)^2} & \text{ب - } = \underline{(a+4)x^n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ux^3 - 3x^2 + 2ux^3 - 4x^2 & a(x+u)^k - b(x+u)^k \\ = & \underline{3ux^3 - 7x^2} & \text{ت - } = \underline{(a-b)(x+u)^k} \end{aligned}$$

دریم-

$$\left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^{4+2} = \left(\frac{x}{3}\right)^6 \quad \text{الف - } \underline{\underline{3a^k \cdot a^{k-1} \cdot a = 3a^{k+k-1+1} = 3a^{2k}}}$$

$$x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = x^{2+3+4} = x^9 \quad \text{ب - } \underline{\underline{u^3 \cdot u^4 - u^5 (u^2 + 1) = u^7 - u^7 - u^5 = -u^5}}$$

ب -

$$a \cdot b^k \cdot a^{2n} \cdot b^{k-3} = a \cdot a^{2n} \cdot b^k \cdot b^{k-3} = a^{1+2n} \cdot b^{k+k-3} = \underline{\underline{a^{2n+1} \cdot b^{2k-3}}}$$

$$u^2 \cdot x^2 \cdot u^n \cdot x^{n-1} = u^2 \cdot u^n \cdot x^2 \cdot x^{n-1} = u^{2+n} \cdot x^{2+n-1} = \underline{\underline{u^{2+n} \cdot x^{n+1}}}$$

ج -

$$b^n \cdot b^{2n+1} = b^{n+2n+1} = \underline{\underline{b^{3n+1}}}$$

د -

$$(x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = (x-2)^{n+1-n} = (x-2)^1 = \underline{\underline{x-2}} \quad \text{ه -}$$

$$(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{n-1+n+1} = \underline{\underline{(x+1)^{2n}}} \quad \text{و -}$$

څلورم -

$$0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{10}\right)^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6 = \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{3}}\right)^6 = 1^6 = 1 \quad \text{الف -}$$

$$2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = \left(\cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{2}}\right)^x \cdot 5 = 5^x \cdot 5 = \underline{\underline{5^{x+1}}} \quad \text{ب -}$$

$$2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2 \cdot \left(\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}\right)^4 = 2 \cdot 1^4 = \underline{\underline{2}} \quad \text{پ -}$$

## 1.4-توان، رېښه او د هغوي ... ۱۸۷

$$\left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^6 = \left(\frac{x}{4}\right)^4 \cdot 4^4 \cdot 4^2 = \left(\frac{x}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4}\right)^4 \cdot 4^2 = x^4 \cdot 4^2 = \underline{16x^4} \quad \text{ت -}$$

$$(x-3)^n \cdot (x+3)^n = [(x-3)(x+3)]^n = \underline{(x^2-9)^n} \quad \text{تب -}$$

$$2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = \left(\cancel{2} \cdot \frac{x}{\cancel{2}}\right)^n \cdot x = x^n \cdot x = \underline{x^{n+1}} \quad \text{تث -}$$

$$9 \cdot 3^{n+1} = 3^2 \cdot 3^{n+1} = 3^{2+n+1} = \underline{3^{n+3}} \quad \text{ج -}$$

$$(a-b)^9 (a-b) = (a-b)^{9+1} = \underline{(a-b)^{10}} \quad \text{چ -}$$

خ -

$$\left(\frac{a-b}{c}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2k} = \left(\frac{a-b}{c} \cdot \frac{c}{b-a}\right)^{2k} = \left(\frac{\cancel{a-b}}{\cancel{c}} \cdot \frac{\cancel{c}}{-(\cancel{a-b})}\right)^{2k} = (-1)^{2k} = \underline{1}$$

که  $k \in \mathbb{Z}$  وي.

پنځم- الف-

$$(a-b)^n + (b-a)^n = (a-b)^n + [(-1)(a-b)]^n = (a-b)^n + (-1)^n (a-b)^n$$

که $n$ جوړه وي	که $n$ ناچوړه وي
$(a-b)^n + \underbrace{(-1)^n}_{1} (a-b)^n$	$(a-b)^n + \underbrace{(-1)^n}_{-1} (a-b)^n$
$= (a-b)^n + (a-b)^n = \underline{2(a-b)^n}$	$= (a-b)^n - (a-b)^n = \underline{0}$

ب-

که  $n$  ناخوره وي      که  $n$  جوړه وي

$$\begin{aligned}
 & (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\
 &= (x-2)^n + [2 \cdot (x-2)]^n - [(-1)(x-2)]^n \\
 &= (x-2)^n + 2^n (x-2)^n - (-1)^n (x-2)^n \\
 &= [1 + 2^n - (-1)^n] (x-2)^n = [1 - (-1)^n + 2^n] (x-2)^n
 \end{aligned}$$

ب-

که  $n$  ناخوره بيبيا طاق وي      که  $n$  جوړه ياجفت وي

$  \begin{aligned}  & \left[ 1 - \frac{(-1)^n}{1} + 2^n \right] (x-2)^n \\  &= [1 - 1 + 2^n] (x-2)^n \\  &= 2^n (x-2)^n \\  &= [2(x-2)]^n = (2x-4)^n \\  &\Rightarrow (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\  &= \underline{\underline{(2x-4)^n}}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  & \left[ 1 - \frac{(-1)^n}{-1} + 2^n \right] (x-2)^n \\  &= [1 - (-1) + 2^n] (x-2)^n \\  &= [1 + 1 + 2^n] (x-2)^n \\  &= (2 + 2^n) (x-2)^n \\  &\Rightarrow (x-2)^n + (2x-4)^n - (2-x)^n \\  &= \underline{\underline{(2 + 2^n) (x-2)^n}}  \end{aligned}  $
--	---

شپږم: که غوښتنه يا ثبوت د ټول  $a, b \in \mathbb{R}$  لپاره باور ولري، بايد د  $a=1$  او  $b=1$  لپاره

$$\frac{1^2 + 1^2}{2} \neq \frac{(1+1)^2}{4}$$

هم باور ولري:

دا په روښانه توگه دا حالت نه دی.

## 1.4-توان، ريښه او د هغوي ... ۱۸۹

غوښتنه د ټولو  $a, b$  لپاره باور نه لري.

مگر اعداد شته دی، هغه چې رښتیا وینا ته مو بیایي:

$$d \quad a=0 \text{ لپاره باور لري: } b^2=b^2 \Leftrightarrow (0+b)^2=0^2+b^2$$

$$d \quad b=0 \text{ لپاره باور لري: } a^2=a^2 \Leftrightarrow a^2+0^2=(a+)^2$$

اوم:

$a$  د او  $b$  لپاره شرایط ږدو، له هغو سره باور لري:  $a^3+b^3=(a+b)^3$

که  $b=-a$  وي، نو باور لري: که  $a=-b$  وي، نو باور لري:

$$\begin{array}{l} (-b)^3 + (b^3) = (-b+b)^3 \\ \Leftrightarrow -b^3 + b^3 = 0^3 \\ \Leftrightarrow 0 = 0 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} (a)^3 + (-a^3) = (a-a)^3 \\ \Leftrightarrow a^3 - a^3 = 0^3 \\ \Leftrightarrow 0 = 0 \end{array} \right.$$

اتم:

د سیستماتیک کتنې سره سری میندي یا پیدا کوي:

$$\begin{array}{l} a^2 + b^2 \quad \boxed{?} \quad c^2 \\ a = 1; b = 2; c = 3 \Rightarrow 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 \quad \neq \quad 3^2 = 9 \\ a = 2; b = 3; c = 4 \Rightarrow 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \quad \neq \quad 4^2 = 16 \\ a = 3; b = 4; c = 5 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \quad = \quad 5^2 = 25 \end{array}$$

نهم:

د 2020 پوري د کالونو گنون يا تعداد:  $n=17$

د 1,5% په سلو کې iv کال د اوسیدونکو زیاتوالی



۱۹۰ 1.4 توان، ریننه او د هغوي ...

$$\Rightarrow q = 1 + \frac{1,5}{100} = 1,015$$

اکسیوننشل زیاتوالی:  $Z = Z_0 \cdot q^n$

$$Z = Z_0 \cdot q^n = 45,6 \text{ Mio} \cdot 1,015^{17} \approx 58,7 \text{ Mio} \Rightarrow \Delta Z \approx 13,1 \text{ Mio}$$

پوښتنې

توان

توانونه وشمیرئ

لاندي توانونه وشمیرئ

لومړی:

الف -  $(ab)^2$  - ب -  $(ab)^2$  - پ -  $(ac)^3$

ت -  $(2cd)^3$  - ټ -  $(-2ad)^3$  - ټ -  $(-2bc)^3$

دویم:

الف -  $(2ab \cdot 2cd)^2$  - ب -  $[(ab)(-cd)]^3$  - پ -  $(-ab)^{3xy}$

دریم:

الف -  $[a \cdot (-b)]^5$  ب -  $2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a$

څلورم:

الف -  $3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3$  ب -  $8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5$

پ -  $5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m$  ت -  $7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5$

پنجم: الف -  $a^8 \cdot a^2$  ب -  $b^7 \cdot b^5$  پ -  $x^9 \cdot x$  ت -  $a^3 \cdot a^n$

ت -  $a^n \cdot a$  ٹ -  $b^{x-1} \cdot b^x$  ج -  $x^3 \cdot x^{n-1}$  چ -  $c^x \cdot c^{2x}$

شبرم: الف -  $d^{x+1} \cdot d^{x-1}$  ب -  $p^n \cdot p^{5-n}$  پ -  $2a^5 \cdot 5a$  ت -  $5b^7 \cdot 4b^2$

ت -  $3x^2 \cdot 2x^3$  ٹ -  $7v^{-3}8v^2$  ج -  $a^2b \cdot ab^3$  چ -  $b^3c \cdot 2c^4$

اوم:

الف -  $2a^4y \cdot 4y^3$  ب -  $\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a$  پ -  $\frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4$  ت -

$\frac{5}{8}ab^3 \cdot 1\frac{2}{3}a^4$

اتم:

الف -  $\frac{1}{4}x^4 \cdot 8xy^2$  ب -  $b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n}$  پ -  $c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3}$

ت -  $128 \cdot 2^{n-7}$  ٹ -  $243 \cdot 3^{n-5}$  ٹ -  $256 \cdot 4^{x-4}$

نہم:

$$\text{الف - } \frac{a^5b^7}{a^2b^4} \text{ ب - } \frac{3b^7}{5b^3} \text{ پ - } \frac{a^{n+1}}{a^n} \text{ ت - } \frac{c^{3+x}}{c^{3-x}}$$

$$\text{ب - } \frac{a^7}{a^3} \text{ ث - } \frac{a^3x^5}{ax^4} \text{ ج - } \frac{a^n}{a^{n-1}} \text{ چ - } \frac{c^{3x}}{c^{x-3}}$$

لسم:

$$\text{الف - } \frac{b^9}{b^5} \text{ ب - } \frac{a^7b^7}{a^5b^5} \text{ پ - } \frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} \text{ ت - } \frac{x^{n-4}}{x^{n-5}}$$

توان ||

نتيجي او مفصل حلونه

د تون قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتيجي

لومړی:

1.4-توان، رينه او د هغوي ... 193

الف -  $-(ab)^2 = -a^2b^2$  ب -  $(ab)^2 = a^2b^2$  پ -  $-(ac)^3 = -a^3c^3$

ت -  $(2cd)^3 = 8c^3d^3$  پ -  $-(-2ad)^3 = 8a^3d^3$  ن -  $(-2bc)^3 = -8b^3c^3$

دويم:

الف -  $(2ab \cdot 2cd)^2 = 16a^2b^2c^2d^2$  ب -  $[(ab)(-cd)]^3 = -a^3b^3c^3d^3$

پ -  $(-ab)^{3xy} = -a^{3xy}b^{3xy}$

دريم:

الف -  $[a \cdot (-b)]^5 = -a^5b^5$

ب -  $2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a = 6a^3 + 2a^2 - 2a$

څلورم:

الف -  $3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3 = 84$

ب -  $8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 = 10(x^4 - x^5)$

پ -  $7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 = 8x^5 - 5y^5$

ت -  $5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m = 9a^m - 5a^n$

پنځم:

الف -  $a^8 \cdot a^2 = a^{10}$  ب -  $b^7 \cdot b^5 = b^{12}$  پ -  $x^9 \cdot x = x^{10}$  ت -  $a^3 \cdot a^n = a^{3+n}$

$$\text{ت. } a^n \cdot a = a^{n+1} \quad \text{ث. } b^{x-1} \cdot b^x = b^{2x-1} \quad \text{ج. } x^3 \cdot x^{n-1} = x^{n+2}$$

$$\text{چ. } c^x \cdot c^{2x} = c^{3x}$$

شپږم:

$$\text{الف. } d^{x+1} \cdot d^{x-1} = d^{2x} \quad \text{ب. } p^n \cdot p^{5-n} = p^5 \quad \text{پ. } 2a^5 \cdot 5a = 10a^6$$

$$\text{ت. } 5b^7 \cdot 4b^2 = 20b^9 \quad \text{ث. } 3x^2 \cdot 2x^3 = 6x^5 \quad \text{ج. } 7v^{-3}8v^2 = 56v^{-1}$$

$$\text{د. } a^2b \cdot ab^3 = a^3b^4 \quad \text{ه. } b^3c \cdot 2c^4 = 2b^3c^5$$

اوم:

$$\text{الف. } 2a^4y \cdot 4y^3 = 8a^4y^4 \quad \text{ب. } \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a = \frac{1}{6}a^3$$

$$\text{پ. } \frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4 = \frac{1}{8}c^7 \quad \text{ت. } \frac{5}{8}ab^3 \cdot \frac{2}{3}a^4 = \frac{25}{24}a^5b^3$$

اتم:

$$\text{الف. } \frac{1}{4}x^4 \cdot 8xy^2 = 14x^5y^2 \quad \text{ب. } b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n} = b^3$$

$$\text{پ. } c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3} = c^{3x}$$

$$\text{ت. } 128 \cdot 2^{n-7} = 2^n \quad \text{ث. } 243 \cdot 3^{n-5} = 3^n \quad \text{د. } 256 \cdot 4^{x-4} = 4^x$$

نهم:

## 1.4-توان، ریننه او د هغوي ... 195

$$\frac{c^{3+x}}{c^{3-x}} = c^{2x} \quad \text{ت} - \quad \frac{a^{n+1}}{a^n} = a \quad \text{پ} - \quad \frac{3b^7}{5b^3} = \frac{3}{5}b^4 \quad \text{ب} - \quad \frac{a^5b^7}{a^2b^4} = a^3b^3 \quad \text{الف} -$$

$$\frac{c^{3x}}{c^{x-3}} = c^{2x+3} \quad \text{چ} - \quad \frac{a^n}{a^{n-1}} = a \quad \text{ج} - \quad \frac{a^3x^5}{ax^4} = a^2x \quad \text{ث} - \quad \frac{a^7}{a^3} = a^4 \quad \text{ت} -$$

لسم:

$$\frac{x^{n-4}}{x^{n-6}} = x \quad \text{ت} - \quad \frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} = a^2 \quad \text{پ} - \quad \frac{a^7b^7}{a^5b^5} = a^2b^2 \quad \text{ب} - \quad \frac{b^9}{b^5} = b^4 \quad \text{الف} -$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} (ab)^2 &= (ab) \cdot (ab) & -(ab)^2 &= -(ab) \cdot (ab) \\ &= a \cdot a \cdot b \cdot b & &= -(a \cdot a \cdot b \cdot b) \\ &= \underline{a^2b^2} & \text{ب} - & & &= -(a^2b^2) \\ & & & & &= \underline{-a^2b^2} & \text{الف} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2cd)^3 &= 2^3c^3d^3 & -(ac)^3 &= -(a^3c^3) \\ &= \underline{8c^3d^3} & \text{ت} - & & &= \underline{-a^3c^3} & \text{پ} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (-2bc)^3 &= [(-1) \cdot 2bc]^3 & -(-2ad)^3 &= -[(-1) \cdot 2ad]^3 \\
 &= [(-1)^3 \cdot 2^3 b^3 c^3] & &= -[(-1)^3 \cdot 2^3 a^3 d^3] \\
 &= [-1 \cdot 8b^3 c^3] & &= -[-1 \cdot 8a^3 d^3] \\
 &= \underline{\underline{-8b^3 c^3}} & \text{ب -} &= \underline{\underline{8a^3 d^3}}
 \end{aligned}$$

دویم:

$$(2ab \cdot 2cd)^2 = (4abcd)^2 = \underline{\underline{16a^2 b^2 c^2 d^2}} \quad \text{الف -}$$

$$[(ab)(-cd)]^3 = [-abcd]^3 = \underline{\underline{-a^3 b^3 c^3 d^3}} \quad \text{ب -}$$

$$(-ab)^{3xy} = [(-ab)^3]^{xy} = [-a^3 b^3]^{xy} = \underline{\underline{-a^{3xy} b^{3xy}}} \quad \text{پ -}$$

دریم:

$$\begin{aligned}
 &2a^3 + 3a^2 - a^2 + 4a^3 - 2a & [a \cdot (-b)]^5 &= [-ab]^5 \\
 &= 2a^3 + 4a^3 + 3a^2 - a^2 - 2a & &= [(-1)^5 a^5 b^5] \\
 &= \underline{\underline{6a^3 + 2a^2 - 2a}} & \text{ب -} &= [-a^5 b^5] \\
 & & &= \underline{\underline{-a^5 b^5}} & \text{الف -}
 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned}
 & 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 \\
 &= -7x^5 - 3x^5 + 8x^4 + 2x^4 \\
 &= -10x^5 + 10x^4 \\
 &= \underline{\underline{-10(x^5 - x^4)}}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 & 3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 2^2 - 2^3 \\
 &= 3 \cdot 64 - 4 \cdot 27 + 2 \cdot 4 - 8 \\
 &= 192 - 108 + 8 - 8 \\
 &= \underline{\underline{84}}
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 & 5a^m - 2a^n - 3a^n + 4a^m \\
 &= 5a^m + 4a^m - 2a^n - 3a^n \\
 &= \underline{\underline{9a^m - 5a^n}}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 & 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 \\
 &= 7x^5 + x^5 - 3y^5 - 2y^5 \\
 &= \underline{\underline{8x^5 - 5y^5}}
 \end{aligned}$$

پ -

پنجم:

$$b^7 \cdot b^5 = b^{7+5} = \underline{\underline{b^{12}}} \quad \text{ب -} \quad a^8 \cdot a^2 = a^{8+2} = \underline{\underline{a^{10}}} \quad \text{الف -}$$

$$a^3 \cdot a^n = a^{3+n} = \underline{\underline{a^{n+3}}} \quad \text{ت -} \quad x^9 \cdot x = x^{9+1} = \underline{\underline{x^{10}}} \quad \text{پ -}$$

$$b^{x-1} \cdot b^x = b^{x-1+x} = \underline{\underline{b^{2x-1}}} \quad \text{ث -} \quad a^n \cdot a = a^n \cdot a^1 = \underline{\underline{a^{n+1}}} \quad \text{ب -}$$

$$c^x \cdot c^{2x} = c^{x+2x} = \underline{\underline{c^{3x}}} \quad \text{ج -} \quad x^3 \cdot x^{n-1} = x^{3+n-1} = \underline{\underline{x^{n+2}}} \quad \text{ج -}$$

شپږم:

$$p^n \cdot p^{5-n} = p^{n+5-n} = \underline{\underline{p^5}} \quad \text{ب -} \quad d^{x+1} \cdot d^{x-1} = d^{x+1+x-1} = \underline{\underline{d^{2x}}} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned}
 & 5b^7 \cdot 4b^2 = 5 \cdot 4 \cdot b^7 \cdot b^2 \\
 &= 20 \cdot b^{7+2} \\
 &= \underline{\underline{20 \cdot b^9}} \quad \text{ت -}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 & 2a^5 \cdot 5a = 2 \cdot 5 \cdot a^5 \cdot a \\
 &= 10a^{5+1} \\
 &= \underline{\underline{10a^6}} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 7v^{-3}8v^2 &= 7 \cdot 8 \cdot v^{-3} \cdot v^2 \\ &= 56 \cdot v^{-3+2} \\ &= \underline{\underline{56v^{-1}}} \end{aligned}$$

- ث

$$\begin{aligned} 3x^2 \cdot 2x^3 &= 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x^3 \\ &= 6 \cdot x^{2+3} \\ &= \underline{\underline{6x^5}} \end{aligned}$$

- ب

$$\begin{aligned} b^3c \cdot 2c^4 &= 2 \cdot b^3 \cdot c \cdot c^4 \\ &= 2 \cdot b^3 \cdot c^{1+4} \\ &= \underline{\underline{2 \cdot b^3 \cdot c^5}} \end{aligned}$$

- ج

$$\begin{aligned} a^2b \cdot ab^3 &= a^2 \cdot a \cdot b \cdot b^3 \\ &= a^{2+1} \cdot b^{1+3} \\ &= \underline{\underline{a^3 \cdot b^4}} \end{aligned}$$

- ج

اوم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}a &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{6}a^3}} \end{aligned}$$

- ب

$$\begin{aligned} 2a^4y \cdot 4y^3 &= 2 \cdot 4 \cdot a^4 \cdot y \cdot y^3 \\ &= \underline{\underline{8a^4y^4}} \end{aligned}$$

- الف

$$\begin{aligned} \frac{5}{8}ab^3 \cdot 1\frac{2}{3}a^4 &= \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{3} \cdot a \cdot a^4 \cdot b^3 \\ &= \frac{25}{24} \cdot a^{1+4} \cdot b^3 \\ &= \underline{\underline{\frac{25}{24}a^5b^3}} \end{aligned}$$

- ت

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot c^3 \cdot c^4 \\ &= \frac{3}{24}c^7 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{8}c^7}} \end{aligned}$$

- پ

اتم:

$$\begin{aligned} b^{n-1} \cdot b^{n+1} \cdot b^{3-2n} \\ &= b^{n-1+n+1+3-2n} \\ &= b^{n+n-2n-1+1+3} \\ &= \underline{\underline{b^3}} \end{aligned}$$

- ب

$$\begin{aligned} 1\frac{3}{4}x^4 \cdot 8xy^2 &= \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{1} \cdot x^4 \cdot x \cdot y^2 \\ &= \frac{56}{4}x^5y^2 \\ &= \underline{\underline{14x^5y^2}} \end{aligned}$$

- الف

1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 199

$$\begin{aligned} & 128 \cdot 2^{n-7} \\ &= 2^7 \cdot 2^{n-7} \\ &= 2^{7+n-7} \\ &= \underline{\underline{2^n}} \quad \text{ت -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & c^{4x-5} \cdot c^{8-3x} \cdot c^{2x-3} \\ &= c^{4x-5+8-3x+2x-3} \\ &= c^{4x-3x+2x-5+8-3} \\ &= \underline{\underline{c^{3x}}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 256 \cdot 4^{x-4} \\ &= 4^4 \cdot 4^{x-4} \\ &= 4^{4+x-4} \\ &= \underline{\underline{4^x}} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 243 \cdot 3^{n-5} \\ &= 3^5 \cdot 3^{n-5} \\ &= 3^{5+n-5} \\ &= \underline{\underline{3^n}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

نهم:

$$\begin{aligned} \frac{3b^7}{5b^3} &= \frac{3}{5} \cdot b^7 \cdot b^{-3} \\ &= \frac{3}{5} \cdot b^{7-3} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{5}b^4}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^5b^7}{a^2b^4} &= a^5b^7a^{-2}b^{-4} \\ &= a^5 \cdot a^{-2} \cdot b^7 \cdot b^{-4} \\ &= a^{5-2} \cdot b^{7-4} \\ &= \underline{\underline{a^3 \cdot b^3}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{c^{3+x}}{c^{3-x}} &= c^{3+x} \cdot c^{-(3-x)} \\ &= c^{3+x} \cdot c^{-3+x} \\ &= c^{3+x-3+x} \\ &= \underline{\underline{c^{2x}}} \quad \text{ت -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^{n+1}}{a^n} &= a^{n+1} \cdot a^{-n} \\ &= a^{n+1-n} \\ &= a^1 \\ &= \underline{\underline{a}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{a^3x^5}{ax^4} &= a^3 \cdot x^5 \cdot a^{-1} \cdot x^{-4} \\ &= a^3 \cdot a^{-1} \cdot x^5 \cdot x^{-4} \\ &= \underline{\underline{a^2x}}\end{aligned}$$

- ث

$$\begin{aligned}\frac{a^7}{a^3} &= a^7 \cdot a^{-3} \\ &= a^{7-3} \\ &= \underline{\underline{a^4}}\end{aligned}$$

- ت

$$\begin{aligned}\frac{c^{3x}}{c^{x-3}} &= c^{3x} \cdot c^{-(x-3)} \\ &= c^{3x} \cdot c^{-x+3} \\ &= c^{3x-x+3} \\ &= \underline{\underline{c^{2x+3}}}\end{aligned}$$

- ج

$$\begin{aligned}\frac{a^n}{a^{n-1}} &= a^n \cdot a^{-(n-1)} \\ &= a^n \cdot a^{-n+1} \\ &= a^{n-n+1} \\ &= \underline{\underline{a}}\end{aligned}$$

- ج

لسم:

$$\begin{aligned}\frac{a^7b^7}{a^5b^5} &= a^7 \cdot b^7 \cdot a^{-5} \cdot b^{-5} \\ &= a^{7-5} \cdot b^{7-5} \\ &= \underline{\underline{a^2b^2}} = (ab)^2\end{aligned}$$

- ب

$$\begin{aligned}\frac{b^9}{b^5} &= b^9 \cdot b^{-5} \\ &= b^{9-5} \\ &= \underline{\underline{b^4}}\end{aligned}$$

- الف

$$\begin{aligned}\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}} &= x^{n-4} \cdot x^{-(n-5)} \\ &= x^{n-4} \cdot x^{-n+5} \\ &= x^{n-4-n+5} \\ &= \underline{\underline{x^1}} = x\end{aligned}$$

- ت

$$\begin{aligned}\frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} &= a^{n+1} \cdot a^{-(n-1)} \\ &= a^{n+1} \cdot a^{-n+1} \\ &= a^{n+1-1+1} \\ &= \underline{\underline{a^2}}\end{aligned}$$

- پ

پوښتنې

## 1.4-توان، ريښه او د هغوي ... 201

## توانونه III

د توان ماتونه ساده کړي

$$\frac{x^{2n+1}}{x^n} \quad \text{پ} - \quad \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} \quad \text{ب} - \quad \frac{a^6}{a^3} \quad \text{الف} - \quad \text{لومړی:}$$

$$\frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} \quad \text{ث} - \quad \frac{x^4}{x^7} \quad \text{ب} - \quad \frac{15e^{x+1}}{5e^x} \quad \text{ت} -$$

دویم:

$$\frac{81}{3^{x+3}} \quad \text{پ} - \quad \frac{4^{x+2}}{16} \quad \text{ب} - \quad \frac{a^4b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{a^{n+1}}{a^n} \quad \text{ث} - \quad \frac{(ab)^3 \cdot (xy)^2}{x^2y \cdot a^4b^2} \quad \text{ب} - \quad \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} \quad \text{ت} -$$

دریم:

$$\frac{(10ab)^k}{(4b)^k} \quad \text{پ} - \quad \frac{2,5^4}{0,5^4} \quad \text{ب} - \quad \frac{10^3}{2^3} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{(a^2 - b^2)^3}{(a-b)^3} \quad \text{ث} - \quad \frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} \quad \text{ب} - \quad \frac{5^3}{(-0,2)^3} \quad \text{ت} -$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b} \quad \text{پ} - \quad \frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} \quad \text{ب} - \quad \frac{c^6}{(-c)^6} + 1 \quad \text{الف} - \quad \text{څلورم:}$$

$$\frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^2} \text{ - ټ.} \quad \left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right) \text{ - ټ.} \quad \left(\frac{-1}{a-b}\right)^3 \text{ - ټ.}$$

پنځم:

$$(3b^2c^{n-1})^4 \text{ - پ.} \quad 3(c^4)^3 - 6c^{12} \text{ - ب.} \quad (-5^2)^3 \text{ - الف.}$$

$$(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 \text{ - ټ.} \quad \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} \text{ - ټ.} \quad \left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 \text{ - ټ.}$$

شپږم:

$$(0,5e^{x+2})^2 \text{ - ب.} \quad (x^2y^3z^2)^5 \text{ - الف.} \quad (a^3 - ab^2)(a+b)^2 \text{ - پ.}$$

$$\frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} \text{ - ټ.} \quad \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} \text{ - ټ.} \quad \frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} \text{ - ټ.}$$

حلونه

توانونه

نتيجي او مفصل حلونه

د توان قوانین

## 1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 203

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجی:

لومړی:

$$\frac{x^{2n+1}}{x^n} = x^{n+1} \quad \text{پ -} \quad \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} = 3-k \quad \text{ب -} \quad \frac{a^6}{a^3} = a^3 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} = \frac{1}{2}a^{-3n} \quad \text{ث -} \quad \frac{x^4}{x^7} = x^{-3} \quad \text{ج -} \quad \frac{15e^{x+1}}{5e^x} = 3e \quad \text{ت -}$$

دویم:

$$\frac{81}{3^{x+3}} = 3^{1-x} \quad \text{پ -} \quad \frac{4^{x+2}}{16} = 4^x \quad \text{ب -} \quad \frac{a^4b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} = (ab)^{4-n} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a^n} = a \quad \text{ث -} \quad \frac{(ab)^3}{x^2y} \cdot \frac{(xy)^2}{a^4b^2} = a^{-1}by \quad \text{ج -} \quad \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} = (a-b)^{4-n} \quad \text{ت -}$$

دریم:

$$\frac{(10ab)^k}{(4b)^k} = \left(\frac{5}{2}a\right)^k \quad \text{پ -} \quad \frac{2,5^4}{0,5^4} = 5^4 \quad \text{ب -} \quad \frac{10^3}{2^3} = 5^3 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{(a^2 - b^2)^3}{(a-b)^3} = (a+b)^3 \quad \text{ث-} \quad \frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} = (2+x)^n \quad \text{ب-} \quad \frac{5^3}{(-0,2)^3} = -25^3 \quad \text{ت-}$$

څلورم:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+1} \quad \text{پ-} \quad \frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} = \frac{1}{(c+1)^{n-1}} \quad \text{ب-} \quad \frac{c^6}{(-c)^6} + 1 = 2 \quad \text{الف-}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 : \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{3}{8}x^2 \quad \text{ب-} \quad \left(\frac{-1}{a-b}\right)^3 = -(a-b)^{-3} \quad \text{ت-}$$

$$\frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^2} = (a^n + b^n)^2 \quad \text{ث-}$$

پنځم:

$$3(c^4)^3 - 6c^{12} = -3c^{12} \quad \text{ب-} \quad (-5^2)^3 = -5^6 \quad \text{الف-}$$

$$\left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 = \frac{a^4}{49b^6} \quad \text{ت-} \quad (3b^2c^{n-1})^4 = 81b^8c^{4n-4} \quad \text{پ-}$$

$$(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 = 9b^{2n+2}c^{2n-2} \quad \text{ث-} \quad \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} = \frac{1}{c^{6n}} \quad \text{ب-}$$

$$(0,5e^{x+2})^2 = 0,25e^{2x+4} \quad \text{ب-} \quad (x^2y^3z^2)^5 = x^{10}y^{15}z^{10} \quad \text{الف-} \quad \text{شپږم:}$$

$$\frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} = -32(x-2)^2 \quad \text{پ - } (a^3 - ab^2)(a+b)^2 = (a-b) \cdot a \cdot (a+b)^3 \quad \text{ت -}$$

$$\frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} = \frac{80}{81a^4} \quad \text{ث -} \quad \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} = \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^k \quad \text{ب -}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} \frac{(k-3)^4}{(3-k)^3} &= \frac{[(-1)(3-k)]^4}{(3-k)^3} \\ &= \frac{[(-1)^4(3-k)^4]}{(3-k)^3} \\ &= \frac{(3-k)^4}{(3-k)^3} \\ &= (3-k)^{4-3} \\ &= \underline{\underline{3-k}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{a^6}{a^3} &= a^{6-3} \\ &= \underline{\underline{a^3}} \end{aligned} \quad \text{الف -} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} \frac{15e^{x+1}}{5e^x} &= \frac{15}{5} \cdot \frac{e^{x+1}}{e^x} \\ &= 3 \cdot e^{x+1-x} \\ &= \underline{\underline{3e}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{x^{2n+1}}{x^n} &= x^{2n+1-n} \\ &= \underline{\underline{x^{n+1}}} \end{aligned} \quad \text{پ -} \quad \text{ت -}$$



$$\begin{aligned} \frac{2a^{1-2n}}{4a^{n+1}} &= \frac{1}{2} \cdot a^{1-2n-(n+1)} \\ &= \frac{1}{2} a^{1-2n-n-1} & \frac{x^4}{x^7} &= x^{4-7} \\ &= \frac{1}{2} a^{-3n} & &= x^{-3} \\ &= \frac{1}{\underline{\underline{2a^{3n}}}} & &= \frac{1}{\underline{\underline{x^3}}} \end{aligned}$$

ت - ث

دويم:

$$\begin{aligned} \frac{4^{x+2}}{16} &= \frac{4^{x+2}}{4^2} \\ &= 4^{x+2-2} \\ &= \underline{\underline{4^x}} & \text{ب -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^4 b^{n+3}}{a^n b^{2n-1}} &= a^4 \cdot b^{n+3} \cdot a^{-n} \cdot b^{-(2n-1)} \\ &= a^{4-n} \cdot b^{n+3-2n+1} \\ &= a^{4-n} \cdot b^{4-n} \\ &= \underline{\underline{(ab)^{4-n}}} & \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(a-b)^3}{(a-b)^{n-1}} &= (a-b)^3 \cdot (a-b)^{-(n-1)} \\ &= (a-b)^3 \cdot (a-b)^{-n+1} \\ &= (a-b)^{3-n+1} \\ &= \underline{\underline{(a-b)^{4-n}}} & \text{ت -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{81}{3^{x+3}} &= \frac{3^4}{3^{x+3}} \\ &= 3^{4-(x+3)} \\ &= 3^{4-x-3} \\ &= \underline{\underline{3^{1-x}}} & \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(ab)^3 \cdot (xy)^2}{x^2y \cdot a^4b^2} &= \frac{a^3 \cdot b^3 \cdot x^2 \cdot y^2}{x^2 \cdot y \cdot a^4 \cdot b^2} \\
 \frac{a^{n+1}}{a^n} &= a^{n+1-n} = a^3 \cdot b^3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot x^{-2} \cdot y^{-1} \cdot a^{-4} \cdot b^{-2} \\
 &= a^1 = a^{3-4} \cdot b^{3-2} \cdot x^{2-2} \cdot y^{2-1} \\
 &= a = a^{-1} \cdot b^1 \cdot x^0 \cdot y^1 \\
 &= \underline{a} \quad \text{ت -} \quad \underline{a^{-1}by} \quad \text{ث -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{2,5^4}{0,5^4} &= \left(\frac{2,5}{0,5}\right)^4 = 5^4 = \underline{625} \quad \text{ب -} \\
 \frac{10^3}{2^3} &= \left(\frac{10}{2}\right)^3 = 5^3 = \underline{125} \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

درېم:

$$\begin{aligned}
 \frac{5^3}{(-0,2)^3} &= \left(\frac{5}{-0,2}\right)^3 = (-25)^3 = \underline{-25^3} \quad \text{ت -} \\
 \frac{(10ab)^k}{(4b)^k} &= \left(\frac{10ab}{4b}\right)^k = \left(\frac{5}{2}a\right)^k \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(a^2 - b^2)^3}{(a - b)^3} &= \left(\frac{a^2 - b^2}{a - b}\right)^3 = \left[\frac{\cancel{(a-b)}(a+b)}{\cancel{(a-b)}}\right]^3 = \underline{(a+b)^3} \quad \text{ث -} \\
 \frac{(4 - x^2)^n}{(2 - x)^n} &= \left(\frac{4 - x^2}{2 - x}\right)^n = \left[\frac{\cancel{(2-x)}(2+x)}{\cancel{(2-x)}}\right]^n = \underline{(2+x)^n} \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\frac{(c-1)^{n-1}}{(c^2-1)^{n-1}} = \left(\frac{c-1}{c^2-1}\right)^{n-1}$$

$$= \left[ \frac{1 \cdot \cancel{(c-1)}}{\cancel{(c-1)}(c+1)} \right]^{n-1}$$

$$= \left(\frac{1}{c+1}\right)^{n-1} = \frac{1}{(c+1)^{n-1}}$$

$$\frac{c^6}{(-c)^6} + 1 = \left(\frac{c}{-c}\right)^6 + 1$$

$$= (-1)^6 + 1$$

$$= 1 + 1$$

$$= \underline{\underline{2}}$$

الف -

ب -

$$\left(\frac{-1}{a-b}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{(a-b)^3}$$

$$= \frac{-1}{(a-b)^3}$$

$$= \underline{\underline{-(a-b)^{-3}}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^1$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$$

ب -

ت -

$$\frac{(a^{2n} - b^{2n})^2}{(a^n - b^n)^2} = \left(\frac{a^{2n} - b^{2n}}{a^n - b^n}\right)^2$$

$$= \left[ \frac{\cancel{(a^n - b^n)}(a^n + b^n)}{\cancel{(a^n - b^n)}} \right]^2$$

$$= \underline{\underline{(a^n + b^n)^2}}$$

ث -

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{x^3}{2^3} \cdot \frac{x}{3}$$

$$= \frac{3x^3}{8x}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{8}x^2}}$$

ج -

پنجم:

$$\begin{aligned} 3(c^4)^3 - 6c^{12} &= 3 \cdot c^{12} - 6c^{12} \\ &= \underline{\underline{-3c^{12}}} \quad \text{ب -} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (-5^2)^3 &= [(-1) \cdot 5^2]^3 \\ &= [(-1)^3 \cdot 5^{2 \cdot 3}] \\ &= -1 \cdot 5^6 \\ &= \underline{\underline{-5^6}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{7a^2}{49b^3}\right)^2 &= \left(\frac{a^2}{7b^3}\right)^2 \\ &= \frac{a^4}{7^2 \cdot b^6} \\ &= \underline{\underline{\frac{a^4}{49b^6}}} \quad \text{ت -} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (3b^2c^{n-1})^4 &= 3^4 \cdot b^{2 \cdot 4} \cdot c^{(n-1) \cdot 4} \\ &= 3^4 \cdot b^8 \cdot c^{4n-4} \\ &= \underline{\underline{81b^8c^{4n-4}}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 &= 3^2 \cdot b^{2(n+1)} \cdot c^{2(n-1)} \\ &= \underline{\underline{9b^{2n+2}c^{2n-2}}} \quad \text{ث -} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \left(\frac{-1}{c^3}\right)^{2n} &= \frac{(-1)^{2n}}{c^{3 \cdot 2n}} \\ &= \frac{1}{c^{6n}} = \underline{\underline{c^{-6n}}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

شپږم:

$$\begin{aligned} (0,5e^{x+2})^2 &= 0,5^2 \cdot e^{2(x+2)} \\ &= \underline{\underline{0,25e^{2x+4}}} \quad \text{ب -} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (x^2y^3z^2)^5 &= x^{2 \cdot 5} \cdot y^{3 \cdot 5} \cdot z^{2 \cdot 5} \\ &= \underline{\underline{x^{10}y^{15}z^{10}}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(2x-4)^5}{(2-x)^3} &= \frac{[2(x-2)]^5}{(2-x)^3} \\ &= \frac{[2(x-2)]^5}{[(-1)(x-2)]^3} && (a^3 - ab^2)(a+b)^2 \\ &= \frac{2^5(x-2)^5}{-1(x-2)^3} && = a(a^2 - b^2)(a+b)^2 \\ &= \underline{\underline{-32(x-2)^2}} && = a(a-b)(a+b)(a+b)^2 \\ &&& = \underline{\underline{a(a-b)(a+b)^3}} \end{aligned}$$

- ت - پ -

$$\begin{aligned} \frac{(4ab)^4}{(6a^2)^4} \cdot \frac{5}{b^4} &= \frac{4^4 \cdot a^4 \cdot b^4 \cdot 5}{6^4 \cdot a^8 \cdot b^4} \\ &= \frac{(2 \cdot 2)^4 \cdot 5}{(2 \cdot 3)^4 \cdot a^4} \\ &= \left(\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3}\right)^4 \cdot \frac{5}{a^4} \\ &= \frac{2^4 \cdot 5}{3^4 \cdot a^4} \\ &= \underline{\underline{\frac{80}{81a^4}}} \end{aligned}$$

- ث -

$$\begin{aligned} \frac{[(x-y)^2]^k}{(x^2-y^2)^k} &= \left[\frac{(x-y)^2}{(x^2-y^2)}\right]^k \\ &= \left[\frac{\cancel{(x-y)}(x-y)}{\cancel{(x-y)}(x+y)}\right]^k \\ &= \underline{\underline{\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^k}} \end{aligned}$$

- ب -

پوښتنې

د توانماتونو یا کسرونو ضرب او وېش

لاندې توانونه وشمیرئ:

لومړی:

$$\text{الف - } \frac{c^6}{c^5} \text{ ب - } \frac{b^3x^3}{b^4x^4} \text{ پ - } \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} \text{ ت - } \frac{x^n}{x^{n-2}}$$

$$\text{ب - } \frac{a^6}{a} \text{ ث - } \frac{c^n y^3}{c^3 y} \text{ ج - } \frac{b^{2x-1}}{b} \text{ چ - } \frac{x^n}{x^5}$$

دویم:

$$\text{الف - } \frac{a^n x}{a^x n} \text{ ب - } \frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} \text{ پ - } \frac{a^3}{2a} \text{ ت - } \frac{c^{x+1}}{c^{x-2}}$$

دریم:

$$\text{الف - } \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} \text{ ب - } \left(\frac{3ab}{14xy^5}\right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab}\right)$$

$$\text{پ - } \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} \text{ ت - } \frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3}$$

څلورم:

$$\text{الف - } \left(\frac{3y}{2x}\right)^m \cdot \left(\frac{6x}{5y}\right)^m \text{ ب - } \frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5}$$

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 \quad \text{پ} - \left(\frac{2x}{3y}\right)^m \cdot \left(\frac{5y}{6x}\right)^m \quad \text{ت} -$$

پنجم:

$$\left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m \quad \text{پ} - \left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b \quad \text{الف} -$$

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n \quad \text{پ} - \left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m \quad \text{ت} -$$

شپږم:

$$\frac{3^{2n+4}}{81} \quad \text{پ} - \frac{2^{2n+4}}{16} \quad \text{الف} -$$

$$\frac{15x^3y^3}{8a^4b^5} \cdot \frac{16a^5b^4}{45x^4y^2} \quad \text{پ} - \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{27a^4b^{10}}{84bx^3y^5} \quad \text{ت} -$$

اویم:

$$(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 \quad \text{پ} - (8x^5 - 6x^7 + 2x^2) : 2x^2 \quad \text{الف} -$$

خوابونه

توانونه **IV**

## 1.4-توان، رينه او د هغوي ... 213

نتيجي او مفصل حلونه

## Potenzgesetze توانقوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتيجي

لومړی:

$$\frac{x^n}{x^{n-2}} = x^2 \quad - \quad \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} = b^{x-1} \quad - \quad \frac{b^3x^3}{b^4x^4} = \frac{1}{bx} \quad - \quad \frac{c^6}{c^5} = c \quad - \quad \text{ف}$$

$$\frac{x^n}{x^5} = x^{n-5} \quad - \quad \frac{b^{2x-1}}{b} = b^{2x-2} \quad - \quad \frac{c^ny^3}{c^3y} = c^{n-3} \cdot y^2 \quad - \quad \frac{a^6}{a} = a^5 \quad - \quad \text{ب}$$

دویم:

$$\frac{c^{x+1}}{c^{x-2}} = c^3 \quad - \quad \frac{a^3}{2a} = \frac{1}{2}a^2 \quad - \quad \frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} = c^2 \quad - \quad \frac{a^nx}{a^xn} = \frac{x}{n} \cdot a^{n-x} \quad - \quad \text{الف}$$

دریم:

$$\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} = 343x \quad - \quad \text{الف}$$

$$\left(\frac{3ab}{14xy^5}\right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab}\right) = \frac{1}{2}y \quad - \quad \text{ب}$$

$$\frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3} = \frac{2x}{3a} \quad - \quad \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} = 5 \quad - \quad \text{پ}$$



څلورم:

$$\frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5} = \frac{3axy}{5} \quad \text{ب.} \quad \left(\frac{3y}{2x}\right)^m \cdot \left(\frac{6x}{5y}\right)^m = \left(\frac{9}{5}\right)^m \quad \text{الف.}$$

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 = 3^5 = 243 \quad \text{ت.} \quad \left(\frac{2x}{3y}\right)^m \cdot \left(\frac{5y}{6x}\right)^m = \left(\frac{5}{9}\right)^m \quad \text{پ.}$$

پنځم:

$$\left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m = \left(\frac{1}{2}\right)^m \quad \text{ب.} \quad \left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b = 1 \quad \text{الف.}$$

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{ت.} \quad \left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m = \left(\frac{1}{6}\right)^m \quad \text{پ.}$$

شپږم:

$$\frac{3^{2n+4}}{81} = 3^{2n} \quad \text{ب.} \quad \frac{2^{2n+4}}{16} = 2^{2n} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{15x^3y^3}{8a^4b^5} \cdot \frac{16a^5b^4}{45x^4y^2} = \frac{2ay}{3bx} \quad \text{ت.} \quad \frac{45a^{11}b^9 \cdot x^4}{28a^7x^7y^5} \cdot \frac{27a^4b^{10}}{84bx^3y^5} = 5 \quad \text{پ.}$$

اوم:

$$(8x^5 - 6x^7 + 2x^2) : 2x^2 = 4x^3 - 3x^5 + 1 \quad \text{الف.}$$

$$(9a^5b^3 - 12a^3b^5) : 3a^3b^3 = 3a^2 - 4b^2 \quad \text{ب.}$$

مفصل حلونه

لومړي:

$$\frac{b^3x^3}{b^4x^4} = b^3 \cdot x^3 \cdot b^{-4} \cdot x^{-4} \quad \frac{c^6}{c^5} = c^6 \cdot c^{-5}$$

$$= b^{-1} \cdot c^{-1} \quad = c^{6-5}$$

$$= \frac{1}{bx} \quad = c^1$$

الف -  $= c$  - ب

$$\frac{x^n}{x^{n-2}} = x^n \cdot x^{-(n-2)} \quad \frac{b^{2x}}{b^{x+1}} = b^{2x} \cdot b^{-(x+1)}$$

$$= x^n \cdot x^{-n+2} \quad = b^{2x} \cdot b^{-x-1}$$

$$= x^{n-n+2} \quad = b^{2x-x-1}$$

$$= \underline{x^2} \quad - \text{ت} \quad = \underline{b^{x-1}} \quad - \text{ب}$$

$$\frac{c^ny^3}{c^3y} = c^ny^3 \cdot c^{-3}y^{-1} \quad \frac{a^6}{a} = a^6 \cdot a^{-1}$$

$$= c^n \cdot c^{-3} \cdot y^3 \cdot y^{-1} \quad = a^{6-1}$$

$$= \underline{c^{n-3} \cdot y^2} \quad - \text{ث} \quad = \underline{a^5} \quad - \text{ب}$$

$$\frac{x^n}{x^5} = x^n \cdot x^{-5} \quad \frac{b^{2x-1}}{b} = b^{2x-1} \cdot b^{-1}$$

$$= x^{n-5} \quad - \text{ج} \quad = b^{2x-1-1}$$

$$= \underline{b^{2x-2}} \quad - \text{ج}$$

دويم:

$$\frac{c^{x+3}}{c^{x+1}} = c^{x+3} \cdot c^{-(x+1)} = c^{x+3-x-1} = c^2$$

ب -

$$\frac{a^nx}{a^xn} = a^n x \cdot a^{-xn-1} = a^{n-x} \cdot n^{-1} \cdot x = \frac{x}{n} \cdot a^{n-x} = \frac{a^{n-x}}{n} \cdot x$$

الف -

$$\frac{c^{x+1}}{c^{x-2}} = c^{x+1} \cdot c^{-(x-2)} = c^{x+1-x+2} = c^3$$

ت -

$$\frac{a^3}{2a} = \frac{1}{2} a^3 \cdot a^{-1} = \frac{1}{2} a^{3-1} = \frac{1}{2} a^2$$

پ -

دریم:

$$\left(\frac{3ab}{14xy^5}\right) \cdot \left(\frac{28xy^6}{12ab}\right) = \frac{3ab \cdot 28xy^6}{14xy^5 \cdot 12ab} = \frac{3\cancel{a}\cancel{b} \cdot 28xy^6}{14x\cancel{y}^5 \cdot 12\cancel{a}\cancel{b}} = \frac{3 \cdot 28}{14 \cdot 12} \cdot y = \frac{1}{2} y$$

ب -

$$\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} = \frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{49ab^2}{x^3y^9} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot a^{12} \cdot b^5 \cdot x^4 \cdot y^9}{26 \cdot a^{12} \cdot b^5 \cdot x^3 \cdot y^9} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot \cancel{a^{12}} \cdot \cancel{b^5} \cdot x^4 \cdot \cancel{y^9}}{26 \cdot \cancel{a^{12}} \cdot \cancel{b^5} \cdot x^3 \cdot \cancel{y^9}} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 49}{26} \cdot x = 343x$$

الف -

پ -

$$\begin{aligned} & \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{9a^4 \cdot 3b^{10}}{12b \cdot 7x^3y^5} \\ &= \frac{3a^{11}b^9 \cdot 15x^4}{4a^7x^7 \cdot 7y^5} \cdot \frac{12b \cdot 7x^3y^5}{9a^4 \cdot 3b^{10}} \\ &= \frac{3 \cdot 15 \cdot 12 \cdot 7 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5}{4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot a^{11} \cdot b^{10} \cdot x^7 \cdot y^5} \\ &= \frac{\cancel{3} \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}}{4 \cdot \cancel{7} \cdot 9 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{a^{11}} \cdot \cancel{b^{10}} \cdot \cancel{x^7} \cdot \cancel{y^5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{6x^4y^3}{7a^3b^4} \cdot \frac{14a^2b^4}{18x^3y^3} \\ &= \frac{6 \cdot 14 \cdot a^2 \cdot b^4 \cdot x^4 \cdot y^3}{7 \cdot 18 \cdot a^3 \cdot b^4 \cdot x^3 \cdot y^3} \\ &= \frac{6 \cdot 14 \cdot a^2 \cdot \cancel{b^4} \cdot x^4 \cdot \cancel{y^3}}{7 \cdot 18 \cdot a^3 \cdot \cancel{b^4} \cdot x^3 \cdot \cancel{y^3}} \\ &= \frac{6 \cdot 14}{7 \cdot 18} \cdot \frac{x}{a} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{a} \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} &= \frac{15 \cdot 12}{4 \cdot 9} \\ &= 5 \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned} & \frac{4a^2y^6}{5n^3x^2} \cdot \frac{15n^3x^3}{20ay^5} \\ &= \frac{4 \cdot 15 \cdot a^2 \cdot n^3 \cdot x^3 \cdot y^6}{5 \cdot 20 \cdot a \cdot n^3 \cdot x^2 \cdot y^5} \\ &= \frac{4 \cdot 15 \cdot a^2 \cdot \cancel{n^3} \cdot x^3 \cdot y^6}{5 \cdot 20 \cdot a \cdot \cancel{n^3} \cdot x^2 \cdot y^5} \\ &= \frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 20} \cdot a \cdot x \cdot y \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{5} \cdot axy}} \end{aligned}$$

ب -

ت -

$$\begin{aligned} & \left( \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left( \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 \\ &= \left( \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \cdot \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 \\ &= \left( \frac{7 \cdot 18 \cdot p^2 \cdot q^2 \cdot x \cdot y^2}{3 \cdot 14 \cdot p^2 \cdot q^2 \cdot x \cdot y^2} \right)^5 \\ &= \left( \frac{7 \cdot 18 \cdot \cancel{p^2} \cdot \cancel{q^2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y^2}}{3 \cdot 14 \cdot \cancel{p^2} \cdot \cancel{q^2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y^2}} \right)^5 \\ &= \left( \frac{7 \cdot 18}{3 \cdot 14} \right)^5 \\ &= \underline{\underline{3^5 = 243}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{3y}{2x} \right)^m \cdot \left( \frac{6x}{5y} \right)^m &= \left( \frac{3y \cdot 6x}{2x \cdot 5y} \right)^m \\ &= \left( \frac{\cancel{3y} \cdot \cancel{6x}}{\cancel{2x} \cdot \cancel{5y}} \right)^m \\ &= \left( \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 5} \right)^m \\ &= \underline{\underline{\left( \frac{9}{5} \right)^m}} \end{aligned}$$

الف -

ب -

$$\begin{aligned} \left( \frac{2x}{3y} \right)^m \cdot \left( \frac{5y}{6x} \right)^m &= \left( \frac{2x \cdot 5y}{3y \cdot 6x} \right)^m \\ &= \left( \frac{\cancel{2x} \cdot \cancel{5y}}{\cancel{3y} \cdot \cancel{6x}} \right)^m \\ &= \left( \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} \right)^m \\ &= \underline{\underline{\left( \frac{5}{9} \right)^m}} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & \left(\frac{9ax}{8bx}\right)^m \cdot \left(\frac{4x \cdot 2b}{6x \cdot 3a}\right)^m & \left(\frac{4y}{5x}\right)^b \cdot \left(\frac{10x}{8y}\right)^b \\ & = \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot x^2}{8 \cdot 6 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot x^2}\right)^m & = \left(\frac{4y \cdot 10x}{5x \cdot 8y}\right)^b \\ & = \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x^2}}{8 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x^2}}\right)^m & = \left(\frac{4\cancel{y} \cdot 10\cancel{x}}{5\cancel{x} \cdot 8\cancel{y}}\right)^b \\ & = \underline{\underline{\left(\frac{1}{2}\right)^m}} & - \text{ب} \quad = \left(\frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 8}\right)^b = 1 \quad - \text{الف} \end{aligned}$$

- ت

- پ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5y \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n & \left(\frac{3a}{4}\right)^m \cdot \left(\frac{2}{9a}\right)^m \\ & = \left(\frac{25ab \cdot 5y \cdot 3x}{15xy \cdot 5b \cdot 10a}\right)^n & = \left(\frac{3a \cdot 2}{4 \cdot 9a}\right)^m \\ & = \left(\frac{25 \cdot 5 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot x \cdot y}{15 \cdot 5 \cdot 10 \cdot a \cdot b \cdot x \cdot y}\right)^n & = \left(\frac{\cancel{3} \cdot 2}{4 \cdot 9\cancel{a}}\right)^m \\ & = \left(\frac{25 \cdot \cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x \cdot y}}{15 \cdot \cancel{5} \cdot 10 \cdot \cancel{a \cdot b \cdot x \cdot y}}\right)^n & = \left(\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 9}\right)^m \\ & = \left(\frac{25 \cdot 3}{15 \cdot 10}\right)^n = \underline{\underline{\left(\frac{1}{2}\right)^n}} & = \underline{\underline{\left(\frac{1}{6}\right)^m}} \end{aligned}$$

شپږم:



## توانونہ v

د توان ترمونہ، فاکتوریزه کونہ (ضریب ډوله لیکنه)، له نوکانو وپستنه ساده یې کړئ:

لومړی:

$$\text{الف - } \frac{(4-12x)^3}{64} \text{ ب - } \left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2$$

$$\text{پ - } \frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b} \text{ ت - } \left(\left(-\frac{3}{k}\right)^3\right)^4 \cdot \frac{k^9}{81}$$

دویم:

$$\text{الف - } \frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 \text{ ب - } (3^{n+1})^2 \text{ پ - } (4x+3y^3)^2$$

$$\text{ت - } -(x^4-2)^2 \text{ ډ - } (x^2-x^3)(x^2+x^3) \text{ ټ - } (3x^2+2k)^2$$

$$\text{ج - } -\frac{1}{2}(x^2-4)^2 \text{ ځ - } \left(-\frac{1}{2}(x^2-4)\right)^2 \text{ څ - } x^2y^2(x^4+2x^2y+y^2)$$

$$\text{دریم: الف - } (3x^2-5x)(1-x^3) + (x^2+3x^4)x^3$$

$$\text{ب - } a^{2r}b^r(a^{2r}-a^rb^{r+1}+b^{2r+2})$$



څلورم:

الف -  $3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4$  - ب -  $4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2}$

پ -  $2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2$  -  $\frac{4x^5 + 6x^4 - 12x^2}{2x^2}$

ت -  $\frac{a^2}{2} (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n})$  - ټ -  $(9 \cdot 3^n - 3^{n+1}) : 3^{n-1}$

پنځم: له نوکانوڅخه وېستو له لارې یې ساده کړئ

الف -  $(2x+6)^2 + (x+3)^2$  - ب -  $\frac{5a-20}{4a-16}$  - پ -  $(3k^2 - 3k^3)^2$

ت -  $\frac{x(5a+15)}{a+3}$  - ټ -  $\frac{(2x-6)^2}{4}$  - ټ -  $\frac{(-2a-4)^3}{a+2}$

شپږم: د ضربونو په توګه یې ولیکئ

الف -  $3a^2 + 6a^3$  - ب -  $2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5$  - پ -  $2^x + 2^{x+1}$

ت -  $\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1}$  - ټ -  $(3x-6)\left(\frac{1}{4}x^2 - x + 1\right)$  - ټ -  $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$

ج -  $a^{5b} + 3a^b$  - چ -  $3x^4 - 12x^2$  - څ -  $a^2 - 2a^3 + a^4$

اوم: د ضربونو (څلونو) په توګه یې ولیکئ:

الف -  $x^4 + 2x^3$  - ب -  $x^2e^x + 2xe^x + e^x$  - پ -  $x^{n+3} - 4x^{n+2}$

## 223 1.4-توان، ريڻه او د هغوي ...

$$\text{ت} - 3a^3 - 12a^9 \quad \text{ب} - x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n \quad \text{ث} - x^2 - 3$$

$$\text{ج} - x^4 - a^2 \quad \text{چ} - 6k^{n+2} + 18k^{2-n} \quad \text{خ} - x^4 - 8x^2 + 12$$

$$\text{خ} - e^x - e^{3x} \quad \text{ح} - x^{2n} + 4x^n + 4 \quad \text{خ} - e^{2x} - 1$$

حلونه

توانونه **V**

نتيجي افضل حلونه

Potenzgesetze د توان قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتيجي

لومړی:

$$\left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2 = \frac{23}{x^{10}} \quad \text{ب.} \quad \frac{(4-12x)^3}{64} = (1-3x)^3 \quad \text{الف.}$$

$$\frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b} = bx^2y \quad \text{ت.} \quad \left(\left(-\frac{3}{k}\right)^3\right)^4 \cdot \frac{k^9}{81} = \frac{6561}{k^3} \quad \text{پ.}$$

دويم:

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = 256 = 2^8 \quad \text{الف.}$$

$$(3^{n+1})^2 = 3^{2n+2} \quad \text{ب.}$$

$$(4x + 3y^3)^2 = 16x^2 + 24xy^3 + 9y^6 \quad \text{پ.}$$

$$-(x^4 - 2)^2 = -x^8 + 4x^4 - 4 \quad \text{ت.}$$

$$(x^2 - x^3)(x^2 + x^3) = x^4 - x^6 \quad \text{ث.}$$

$$(3x^2 + 2k)^2 = 9x^4 + 12kx^2 + 4k^2 \quad \text{ث.}$$

$$-\frac{1}{2}(x^2 - 4)^2 = -\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 8 \quad \text{ج.}$$

$$\left(-\frac{1}{2}(x^2 - 4)\right)^2 = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4 \quad \text{چ.}$$

$$x^2y^2(x^4 + 2x^2y + y^2) = x^6y^2 + 2x^4y^3 + x^2y^4 \quad \text{خ.}$$

دريم:

الف.

$$(3x^2 - 5x)(1 - x^3) + (x^2 + 3x^4)x^3 = 3x^7 - 2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 5x$$

$$a^{2r}b^r(a^{2r} - a^rb^{r+1} + b^{2r+2}) = a^{4r}b^r - a^{3r}b^{2r+1} + a^{2r}b^{3r+2} \quad \text{ب.}$$

څلورم:

## 225 1.4-توان، رینه او د هغوي ...

$$\text{الف - } -3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4 = 2x^5$$

$$\text{ب - } 4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2} = 3k^{n-1}$$

$$\text{پ - } 2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2 = -2x^5y^4$$

$$\text{ت - } \frac{4x^5 + 6x^4 - 12x^2}{2x^2} = 2x^3 + 3x^2 - 6$$

$$\text{ث - } (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2}(a^{n+4} - 4a^{n+2} - 2a^{4-n})$$

$$\text{ث - } (9 \cdot 3^n - 3^{n+1}) : 3^{n-1} = 18$$

پنجم:

$$\text{الف - } \frac{5a-20}{4a-16} = \frac{5}{4} \quad \text{ب - } (2x+6)^2 + (x+3)^2 = 5(x+3)^2$$

$$\text{پ - } \frac{x(5a+15)}{a+3} = 5x \quad \text{ت - } (3k^2 - 3k^3)^2 = 9k^4(k-1)^2$$

$$\text{ث - } \frac{(-2a-4)^3}{a+2} = -8(a+2)^2 \quad \text{ث - } \frac{(2x-6)^2}{4} = (x-3)^2$$

شپږم:

$$\text{الف - } 3a^2 + 6a^3 = 3a^2(1+2a)$$

$$\text{ب - } 2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5 = 2a^2(1 - 3a + 2a^2 - 4a^3)$$

$$\text{پ - } 2^x + 2^{x+1} = 3 \cdot 2^x$$

$$\text{ت - } \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4}(2-e)$$

$$\text{ث - } (3x-6) \left( \frac{1}{4}x^2 - x + 1 \right) = \frac{3(x-2)^3}{4}$$

$$a^{5b} + 3a^b = a^b(3 + a^{4b}) \quad \text{ج -} \quad \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x = \frac{x(x-3)^2}{3} \quad \text{ث -}$$

$$a^2 - 2a^3 + a^4 = a^2(a-1)^2 \quad \text{خ -} \quad 3x^4 - 12x^2 = 3x^2(x-2)(x+2) \quad \text{چ -}$$

اوم:

$$x^2e^x + 2xe^x + e^x = e^x(x+1)^2 \quad \text{ب -} \quad x^4 + 2x^3 = x^3(x+2) \quad \text{الف -}$$

$$3a^3 - 12a^9 = 3a^3(1-2a^3)(1+2a^3) \quad \text{ت -} \quad x^{n+3} - 4x^{n+2} = x^{n+2}(x-4) \quad \text{پ -}$$

$$3 - x^2 = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) \quad \text{ث -} \quad x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n(x-3)^2 \quad \text{ب -}$$

$$-6k^{n+2} + 18k^{2-n} = -6k^2(k^n - 3k^{-n}) \quad \text{ج -} \quad x^4 - a^2 = (x^2 - a)(x^2 + a) \quad \text{ج -}$$

$$e^x - e^{3x} = e^x(1 - e^{2x}) \quad \text{خ -} \quad x^4 - 8x^2 + 12 = (x^2 - 6)(x^2 - 2) \quad \text{ح -}$$

$$e^{2x} - 1 = (e^x - 1)(e^x + 1) \quad \text{خ -} \quad x^{2n} + 4x^n + 4 = (x^n + 2)^2 \quad \text{خ -}$$

### مفضل حلونه

لومړی:

$$\left(\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(\frac{3}{x^5}\right)^2 = \frac{2^5}{x^{10}} - \frac{3^2}{x^{10}} = \frac{2^5 - 3^2}{x^{10}} = \frac{32 - 9}{x^{10}} = \frac{23}{x^{10}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{(4-12x)^3}{64} = \frac{[4(1-3x)]^3}{4^3} = \frac{4^3(1-3x)^3}{4^3} = (1-3x)^3 \quad \text{الف -}$$

## 227 1.4-توان، ریشه او د هغوي ...

$$\frac{(ab)^2}{x^3y} \cdot \frac{x^5y^2}{a^2b} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot x^5 \cdot y^2}{a^2 \cdot b \cdot x^3 \cdot y}$$

$$= \frac{\cancel{a^2} \cdot b^2 \cdot x^5 \cdot y^2}{\cancel{a^2} \cdot b \cdot x^3 \cdot y}$$

$$= \underline{\underline{bx^2y}} \quad \text{- ت}$$

$$\left(\left(-\frac{3}{k}\right)^3\right)^4 \cdot \frac{k^9}{81} = \left[(-1)^3 \frac{3^3}{k^3}\right]^4 \cdot \frac{k^9}{81}$$

$$= (-1)^{12} \cdot \frac{3^{12}}{k^{12}} \cdot \frac{k^9}{3^4}$$

$$= 1 \cdot \frac{3^8}{k^3} = \underline{\underline{\frac{6561}{k^3}}} \quad \text{- پ}$$

دويم:

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^8 = \underline{\underline{256}} \quad \text{- الف}$$

$$(3^{n+1})^2 = 3^{2(n+1)} = \underline{\underline{3^{2n+2}}} \quad \text{- ب}$$

$$\underbrace{(4x + 3y^3)^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{16x^2 + 24xy^3 + 9y^6}} \quad \text{- پ}$$

$$- \underbrace{(x^4 - 2)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = (-1) \cdot (x^8 - 4x^4 + 4) = \underline{\underline{-x^8 + 4x^4 - 4}} \quad \text{- ت}$$

- ب

$$\underbrace{(3x^2 + 2k)^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = \underline{\underline{9x^4 + 12kx^2 + 4k^2}} \quad \text{- ث}$$

$$- \frac{1}{2} \underbrace{(x^2 - 4)^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = -\frac{1}{2}(x^4 - 8x^2 + 16) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}x^4 + 4x^2 - 8}} \quad \text{- ج}$$

ج -

$$\left(-\frac{1}{2}(x^2-4)\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \underbrace{(x^2-4)^2}_{\text{2. bin. Formel}} = \frac{1}{4}(x^4 - 8x^2 + 16) = \underline{\underline{\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4}}$$

$$x^2y^2(x^4 + 2x^2y + y^2) = \underline{\underline{x^6y^2 + 2x^4y^3 + x^2y^4}} \quad \text{ح -}$$

$$\begin{aligned} & (3x^2 - 5x)(1 - x^3) + (x^2 + 3x^4)x^3 \\ &= 3x^2 - 3x^5 - 5x + 5x^4 + x^5 + 3x^7 \\ &= 3x^7 - 3x^5 + x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 5x \\ &= \underline{\underline{3x^7 - 2x^5 + 5x^4 + 3x^2 - 5x}} \quad \text{دریم: الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^{2r}b^r(a^{2r} - a^rb^{r+1} + b^{2r+2}) \\ &= a^{2r} \cdot a^{2r}b^r - a^{2r} \cdot a^rb^r \cdot b^{r+1} + a^{2r}b^r \cdot b^{2r+2} \\ &= \underline{\underline{a^{4r}b^r - a^{3r}b^{2r+1} + a^{2r}b^{3r+2}}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned} & 4k^{n-4} \cdot k^3 - k \cdot k^{n-2} & - 3x^3 \cdot x^2 + 5x \cdot x^4 \\ &= 4k^{n-1} - k^{n-1} &= -3x^5 + 5x^5 \\ &= \underline{\underline{3k^{n-1}}} & \text{ب -} = \underline{\underline{2x^5}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{4x^5 + 6x^4 - 12x^2}{2x^2} & 2x^5y^3 \cdot y - 4x^3y^2 \cdot x^2y^2 \\ &= \frac{4x^5}{2x^2} + \frac{6x^4}{2x^2} - \frac{12x^2}{2x^2} &= 2x^5y^4 - 4x^5y^4 \\ &= \underline{\underline{2x^3 + 3x^2 - 6}} & \text{ت -} = \underline{\underline{-2x^5y^4}} \quad \text{پ -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (9 \cdot 3^n - 3^{n+1}) : 3^{n-1} & (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \frac{a^2}{2} \\ & = \frac{9 \cdot 3^n}{3^{n-1}} - \frac{3^{n+1}}{3^{n-1}} & = \frac{1}{2} a^2 (a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \\ & = 3^2 \cdot 3^n \cdot 3^{-n+1} - 3^{n+1-n+1} & = \frac{1}{2} (a^{n+4} - 4a^{n+2} - 2a^{4-n}) \\ & = 3^3 - 3^2 = \underline{\underline{18}} & \text{ب -} \end{aligned}$$

پنځم:

$$\begin{aligned} & \frac{5a-20}{4a-16} & (2x+6)^2 + (x+3)^2 \\ & = \frac{5(a-4)}{4(a-4)} & = [2(x+3)]^2 + (x+3)^2 \\ & = \frac{5(\cancel{a-4})}{4(\cancel{a-4})} = \frac{5}{4} & = 2^2(x+3)^2 + (x+3)^2 \\ & \text{ب -} & = \underline{\underline{5(x+3)^2}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x(5a+15)}{a+3} = \frac{5x(a+3)}{(a+3)} & (3k^2 - 3k^3)^2 = [3k^2(1-k)]^2 \\ & = \underline{\underline{5x}} & = \underline{\underline{9k^4(k-1)^2}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(-2a-4)^3}{a+2} = \frac{[(-2)(a+2)]^3}{(a+2)} & \frac{(2x-6)^2}{4} = \frac{[2(x-3)]^2}{4} \\ & = \frac{(-2)^3(a+2)^3}{(a+2)} & = \frac{2^2(x-3)^2}{4} \\ & = \underline{\underline{-8(a+2)^2}} & \text{ب -} \end{aligned}$$

شپږم:



$$3a^2 + 6a^3 = 3a^1 \cdot 1 + 3a^2 \cdot 2a = \underline{\underline{3a^2(1+2a)}} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned} 2a^2 - 6a^3 + 4a^4 - 8a^5 &= 2a^2 \cdot 1 - 2a^2 \cdot 3a + 2a^2 \cdot 2a^2 - 2a^2 \cdot 4a^3 \\ &= \underline{\underline{2a^2(1-3a+2a^2-4a^3)}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot 1 + 2^x \cdot 2^1 = 2^x(1+2) = \underline{\underline{3 \cdot 2^x}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{1}{4}e^x \cdot 2 - \frac{1}{4}e^x \cdot e = \underline{\underline{\frac{1}{4}e^x(2-e)}} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} (3x-6)\left(\frac{1}{4}x^2-x+1\right) &= 3(x-2) \cdot \frac{1}{4}\underbrace{(x^2-4x+4)}_{\text{2. bin. Formel}} \\ &= 3(x-2) \cdot \frac{1}{4}(x-2)^2 \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{4}(x-2)^3}} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x &= \frac{1}{3}x \cdot x^2 - \frac{1}{3}x \cdot 6x + \frac{1}{3}x \cdot 9 \\ &= \frac{1}{3}x \underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{\text{2. bin. Formel}} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{3}x(x-3)^2}} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$a^{5b} + 3a^b = a^b \cdot a^{4b} + a^b \cdot 3 = \underline{\underline{a^b(a^{4b} + 3)}} \quad \text{ج -}$$

## 1.4-توان، ریننه او د هغوي ... 231

$$3x^4 - 12x^2 = 3x^2 \underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{3. bin. Formel}} = \underline{\underline{3x^2(x-2)(x+2)}} \quad \text{- چ}$$

$$a^2 - 2a^3 + a^4 = a^2(1 - 2a + a^2) = a^2 \underbrace{(a^2 - 2a + 1)}_{\text{2. bin. Formel}} = \underline{\underline{a^2(a-1)^2}} \quad \text{- ح}$$

اوم:

$$x^2e^x + 2xe^x + e^x = e^x \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{\text{1. bin. Formel}} = \underline{\underline{e^x(x+1)^2}} \quad \text{- ب}$$

$$x^4 + 2x^3 = x^3 \cdot x + x^3 \cdot 2$$

$$= x^3(x+2) \quad \text{- الف}$$

$$x^{n+3} - 4x^{n+2} = x^{n+2} \cdot x - x^{n+2} \cdot 4$$

$$= \underline{\underline{x^{n+2}(x-4)}} \quad \text{- پ}$$

$$3a^3 - 12a^9 = 3a^3 \cdot 1 - 3a^3 \cdot 4a^6$$

$$= 3a^3 \underbrace{(1 - 4a^6)}_{\text{3. bin. Formel}}$$

$$= \underline{\underline{3a^3(1-2a^3)(1+2a^3)}} \quad \text{- ت}$$

$$x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{\text{2. bin. Formel}}$$

$$= \underline{\underline{x^n(x-3)^2}} \quad \text{- ث}$$

$$\underbrace{3-x^2}_{\text{3. bin. Formel}} = \underline{\underline{(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)}} \quad \text{- ث}$$

$$\underbrace{x^4 - a^2}_{\text{3. bin. Formel}} = \underline{\underline{(x^2 - a)(x^2 + a)}} \quad \text{- ج}$$

$$\begin{aligned}
 & -6k^{n+2} + 18k^{2-n} = -6k^2 \cdot k^n - 6k^2 \cdot (-3k^{-n}) \\
 & \qquad \qquad \qquad = -6k^2(k^n - 3k^{-n}) \quad \text{ج} \\
 e^x - e^{3x} &= e^x \cdot 1 - e^x \cdot e^{2x} \quad x^4 - 8x^2 + 12 = x^4 - 2x^2 - 6x^2 + 2 \cdot 6 \\
 &= e^x(1 - e^{2x}) \quad = (x^2 - 6)(x^2 - 2) \quad \text{ح} \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{خ} \quad \qquad \qquad \text{ح} \\
 \underbrace{e^{2x} - 1}_{3. \text{ bin. Formel}} &= (e^x - 1)(e^x + 1) \quad \underbrace{x^{2n} + 4x^n + 4}_{1. \text{ bin. Formel}} = (x^n + 2)^2 \quad \text{خ} \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{خ} \quad \qquad \qquad \text{خ}
 \end{aligned}$$

پوښتنې

## توانونه VI

توانشمیرنه ساده کریئ

ساده بی کریئ

لومری:

$$\begin{aligned}
 & \frac{5x+15}{x+3} \quad \text{پ} \quad \frac{(3x^2-6x^3)^2}{9x^4} \quad \text{ب} \quad \frac{x^4-x^3}{x^2-x} \quad \text{الف} \\
 & \frac{e^{3x}+e^{2x}}{e^{2x}} \quad \text{ث} \quad \frac{a^4-a^2b^2}{ab-a^2} \quad \text{ت} \quad \frac{a^3+2a^2b+ab^2}{(a+b)^2} \quad \text{ت}
 \end{aligned}$$

## 233 1.4-توان، ریننه او د هغوي ...

دویم:

$$\frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} \text{ پ - } \frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} \text{ ب - } \frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} \text{ الف -}$$

$$\frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} \text{ ث - } \frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} \text{ ب - } \frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} \text{ ت -}$$

دریم:

$$\frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} \text{ ب - } \frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} \text{ الف -}$$

$$\frac{3 + 6x^2}{2x} - \frac{6x^3 - 5}{3x^2} - \frac{2x^4 - 2}{2x^3} \text{ ت - } \frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} \text{ پ -}$$

$$\frac{2(a^2 + b^2)^2}{a^5 - ab^4} \text{ ث - } \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} \text{ ب -}$$

څلورم:

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} \text{ پ - } \frac{x^3y - xy^5}{x^3y^2 - x^2y^4} \text{ ب - } \frac{x^4 - x^3}{x^4 - x^2} \text{ الف -}$$

پنځم: y و شمیری:

$$y = \frac{kx^3}{2(x+k)^2} \text{ für } x = -3k \text{ ب - } y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2 \text{ für } x = 3k \text{ الف -}$$

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4} \text{ für } x = -\frac{1}{k} \text{ ت - } y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4 \text{ für } x = \frac{1}{3}k \text{ پ -}$$

ب. -  $y = e^{x^2-k^2} + 3e^{5k-(k-x)}$  für  $x = -k$  -  $y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3}$  für  $x = \frac{3}{2k}$  -  
 شپږم: په نوکانو کې افادې وټاکئ

الف -  $a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (\dots)$  - ب.  $a^{k-2} + a^{3k} + a^{-k-1} = a^{-k} (\dots)$  -  
 پ.  $a^3 + a^{1-n} + a^{n+4} = a^{n+3} (\dots)$  - ت.  $\frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{8}x^2 = \frac{1}{8}x^2 (\dots)$  -  
 ب.  $e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (\dots)$  -  $ke^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (\dots)$  -

حلونه

توانونه VI

نتیجې او مفصل حلونه:

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

لومړی:

$$\frac{(3x^2 - 6x^3)^2}{9x^4} = (1 - 2x)^2 \quad \text{ب} \quad \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = x^2 \quad \text{الف}$$

$$\frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{(a+b)^2} = a \quad \text{ت} \quad \frac{5x+15}{x+3} = 5 \quad \text{پ}$$

$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} = e^x + 1 \quad \text{ث} \quad \frac{a^4 - a^2b^2}{ab - a^2} = -a(a+b) \quad \text{ب}$$

دویم:

$$\frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} = \frac{k(k+3)}{k-3} \quad \text{ب} \quad \frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} = \frac{1}{5}x^3 \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} = \frac{x^n - 5}{x^n + 5} \quad \text{ت} \quad \frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} = \frac{a^6b^2 - b^6}{a^4 - ab^3} \quad \text{پ}$$

$$\frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} = x(x-1) \quad \text{ث} \quad \frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} = \frac{x^3 - k}{x} \quad \text{ب}$$

دریم:

$$\frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} : \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} = \frac{x+4y}{x-4y} (2x - 3y)^3 \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} = \frac{1}{x(x+1)} \quad \text{پ} \quad \frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} = \frac{4(k-1)}{k+1} \quad \text{ب}$$

$$\frac{3+6x^2}{2x} - \frac{6x^3-5}{3x^2} - \frac{2x^4-2}{2x^3} = \frac{9x^2+10x+6}{6x^3} \quad \text{ت}$$

$$\frac{2(a^2+b^2)^2}{a^5-ab^4} = \frac{2(a^2+b^2)}{a(a^2-b^2)} \quad \text{ث} \quad \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} = 2^{1-n} \quad \text{ب}$$

څلورم:

$$\frac{x^4 - x^3}{x^4 - x^2} = \frac{x}{x+1} \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^3y - xy^5}{x^3y^2 - x^2y^4} = \frac{x+y^2}{xy} \quad \text{ب}$$

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} = \frac{m-n}{a-b} \quad \text{پ}$$

پنځم:

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2 \quad \text{für } x = 3k \Rightarrow y = \frac{27k^4}{4} \quad \text{الف}$$

$$y = \frac{kx^3}{2(x+k)^2} \quad \text{für } x = -3k \Rightarrow y = -\frac{27k^2}{8} \quad \text{ب}$$

$$y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4 \quad \text{für } x = \frac{1}{3}k \Rightarrow y = \frac{11k^2}{54} - 4 \quad \text{پ}$$

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4} \quad \text{für } x = -\frac{1}{k} \Rightarrow y = -\frac{e^{-3} + 4e^3}{5} \quad \text{ت}$$

$$y = e^{x^2 - k^2} + 3e^{5k - (k-x)} \quad \text{für } x = -k \Rightarrow y = 1 + 3e^{3k} \quad \text{ټ}$$

$$y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3} \quad \text{für } x = \frac{3}{2k} \Rightarrow 1 - \frac{4k^3}{27} \quad \text{ث}$$

شپږم:

$$a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (a^{-n} + a^{4-3n} + 1) \quad \text{الف}$$

$$a^{k-2} + a^{3k} + a^{-k-1} = a^{-k} (a^{2k-2} + a^{4k} + a^{-1}) \quad \text{ب}$$

$$a^3 + a^{1-n} + a^{n+4} = a^{n+3} (a^{-n} + a^{-2n-2} + a) \quad \text{پ}$$

$$\frac{3}{2}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{8}x^2 = \frac{1}{8}x^2 (12x^2 + 6x + 1) \quad \text{ت}$$

$$e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (e^{4x} - 2) \quad \text{ب. ت}$$

$$ke^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (ke^x - 2e) \quad \text{ب. ث}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\frac{(3x^2 - 6x^3)^2}{9x^4} = \frac{[3x^2(1-2x)]^2}{9x^4}$$

$$= \frac{9x^4(1-2x)^2}{9x^4}$$

$$= \frac{\cancel{9x^4}(1-2x)^2}{\cancel{9x^4}} = \underline{\underline{(1-2x)^2}} \quad \text{ب. ب}$$

$$\frac{x^4 - x^3}{x^2 - x} = \frac{x^3(x-1)}{x(x-1)}$$

$$= \frac{\cancel{x^3}(x-1)}{x\cancel{(x-1)}}$$

$$= \frac{x^3}{x} = x^2 \quad \text{الف. ب}$$

$$\frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{(a+b)^2} = \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{a\cancel{(a+b)^2}}{\cancel{(a+b)^2}}$$

$$= \frac{a(a+b)^2}{(a+b)^2} = a \quad \text{ت. ب}$$

$$\frac{5x+15}{x+3} = \frac{5(x+3)}{(x+3)}$$

$$= \frac{5\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}}$$

$$= 5 \quad \text{پ. ب}$$



$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}}$$

$$= e^{3x-2x} + e^{2x-2x}$$

$$= e^x + \underbrace{e^0}_1$$

$$= \underline{\underline{e^x + 1}} \quad \text{-ث}$$

$$\frac{a^4 - a^2b^2}{ab - a^2} = \frac{a^2(a^2 - b^2)}{a(b - a)}$$

$$= \frac{a(a-b)(a+b)}{-(a-b)}$$

$$= \frac{\cancel{a(a-b)}(a+b)}{-1\cancel{(a-b)}}$$

$$= \underline{\underline{-a(a+b)}} \quad \text{-ب}$$

دويم:

$$\frac{k^3 + 6k^2 + 9k}{k^2 - 9} = \frac{k(k^2 + 6k + 9)}{(k-3)(k+3)}$$

$$= \frac{k(k+3)^2}{(k-3)(k+3)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{k(k+3)}{k-3}}} \quad \text{-ب}$$

$$\frac{x^4 - 6x^3}{5x - 30} = \frac{x^3(x-6)}{5(x-6)}$$

$$= \frac{\cancel{x^3(x-6)}}{5\cancel{(x-6)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{5}x^3}}} \quad \text{-الف}$$

$$\frac{x^{2n} - 10x^n + 25}{x^{2n} - 25} = \frac{(x^n - 5)^2}{(x^n - 5)(x^n + 5)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{x^n - 5}{x^n + 5}}} \quad \text{-ت}$$

$$\frac{a^7b^3 - ab^7}{a^5b - a^2b^4} = \frac{ab(a^6b^2 - b^6)}{ab(a^4 - ab^3)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{a^6b^2 - b^6}{a^4 - ab^3}}} \quad \text{-پ}$$

$$\frac{x^{n+3} - x^{n+1}}{x^{n+1} + x^n} = \frac{x^n \cdot x(x^2 - 1)}{x^n(x+1)} = \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+1)} = \underline{\underline{x(x-1)}}$$

- ث

$$\frac{x^6 - k^2}{x^4 + kx} = \frac{(x^3 - k)(x^3 + k)}{x(x^3 + k)} = \frac{x^3 - k}{x}$$

- ب

دریم:

$$\frac{4k^2 - 4}{k^2 + 2k + 1} = \frac{4(k^2 - 1)}{(k+1)^2} = \frac{4(k-1)(k+1)}{(k+1)(k+1)} = \frac{4(k-1) \cancel{(k+1)}}{(k+1) \cancel{(k+1)}} = \underline{\underline{\frac{4(k-1)}{k+1}}}$$

- ب

$$\frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)}{(2x - 3y)^{-2}} \cdot \frac{x^2 - 16y^2}{2x - 3y} = \frac{(x^2 + 8xy + 16y^2)(2x - 3y)}{(2x - 3y)^{-2}(x^2 - 16y^2)} = \frac{(x + 4y)^2(2x - 3y)^3}{(x - 4)(x + 4)} = \underline{\underline{\frac{x + 4y}{x - 4y}(2x - 3y)^3}}$$

- الف

$$\frac{x^{n-1} - x^n}{x^n - x^{n+2}} = \frac{x^{n-1}(1-x)}{x^n(1-x^2)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{(1-x)}{(1-x)(1+x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{\cancel{(1-x)}}{\cancel{(1-x)}(1+x)} = \underline{\underline{\frac{1}{x(x+1)}}}$$

- ب

$$\begin{aligned} & \frac{3+6x^2}{2x} - \frac{6x^3-5}{3x^2} - \frac{2x^4-2}{2x^3} \quad \text{HN} = 6x^3 \\ \Rightarrow & \frac{3x^2(3+6x^2)}{6x^3} - \frac{2x(6x^3-5)}{6x^3} - \frac{3(2x^4-2)}{6x^3} \\ = & \frac{9x^2+18x^4-12x^4+10x-6x^4+6}{6x^3} \\ = & \frac{9x^2+10x+6}{6x^3} \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} \frac{2(a^2+b^2)^2}{a^5-ab^4} &= \frac{2(a^2+b^2)^2}{a(a^4-b^4)} \\ &= \frac{2(a^2+b^2)^2}{a(a^2-b^2)(a^2+b^2)} \\ &= \frac{2(a^2+b^2)}{a(a^2-b^2)} \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned} \frac{32}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{8} &= \frac{2^5}{2^{n+5}} + \frac{2^{-n+3}}{2^3} \\ &= 2^{5-(n+5)} + 2^{-n+3-3} \\ &= 2^{5-n-5} + 2^{-n} \\ &= 2^{-n} + 2^{-n} \\ &= 2 \cdot 2^{-n} = \underline{\underline{2^{1-n}}} \end{aligned}$$

ب -

څلورم:

$$\frac{x^4-x^3}{x^4-x^2} = \frac{x^3(x-1)}{x^2(x^2-1)} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{\cancel{x(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \underline{\underline{\frac{x}{x+1}}}$$

الف -

ب -

$$\frac{x^3y-xy^5}{x^3y^2-x^2y^4} = \frac{xy(x^2-y^4)}{x^2y^2} = \frac{1}{xy} \cdot \frac{(x-y^2)(x+y^2)}{(x-y^2)} =$$

$$= \frac{1}{xy} \cdot \frac{\cancel{(x-y^2)}(x+y^2)}{\cancel{(x-y^2)}} = \frac{x+y^2}{xy}$$

$$\frac{am - an + bm - bn}{a^2 - b^2} = \frac{a(m-n) + b(m-n)}{(a-b)(a+b)} = \frac{(m-n)(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{m-n}{a-b} \text{ - پ}$$

پنځم:

لاندې د الماني پښتو: د... لپاره باور لري.

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2kx^3 + \frac{9}{2}k^2x^2$$

für  $x = 3k$  gilt:

$$y = \frac{1}{4}(3k)^4 - 2k(3k)^3 + \frac{9}{2}k^2(3k)^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 3^4 \cdot k^4 - 2 \cdot 3^3 \cdot k^4 + \frac{3^2 \cdot 3^2}{2} k$$

$$= \left( \frac{1}{4} \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 + \frac{1}{2} \cdot 3^4 \right) k^4$$

$$= 3^3 \left( \frac{1}{4} \cdot 3 - 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \right) k^4$$

$$= 27 \left( \frac{3}{4} - \frac{8}{4} + \frac{6}{4} \right) k^4$$

$$= 27 \cdot \left( \frac{1}{4} \right) k^4 = \frac{27k^4}{4}$$

الف -

$$y = \frac{kx^3}{2(x+k)^2}$$

für  $x = -3k$  gilt:

$$y = \frac{k(-3k)^3}{2(-3k+k)^2}$$

$$= \frac{-27k^4}{2 \cdot (-2k)^2}$$

$$= \frac{-27k^4}{2 \cdot 4k^2}$$

$$= \frac{-27}{8} k^2$$

ب -

$$y = \frac{e^{3kx} + 4e^3}{kx - 4}$$

für  $x = -\frac{1}{k}$  gilt:

$$y = \frac{e^{3k\left(-\frac{1}{k}\right)} + 4e^3}{k\left(-\frac{1}{k}\right) - 4}$$

$$= \frac{e^{-3} + 4e^3}{-1 - 4}$$

$$= \frac{e^{-3} + 4e^3}{-5}$$

$$= \underline{\underline{-\frac{e^{-3} + 4e^3}{5}}}$$

ت -

$$y = \frac{3}{2k^2}x^4 - \frac{4}{k}x^3 + 3x^2 - 4$$

für  $x = \frac{1}{3}k = \frac{k}{3}$  gilt:

$$y = \frac{3}{2k^2}\left(\frac{k}{3}\right)^4 - \frac{4}{k}\left(\frac{k}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{k}{3}\right)^2 - 4$$

$$= \frac{3 \cdot k^4}{2 \cdot 3^4 k^2} - \frac{4k^3}{k \cdot 3^3} + 3 \cdot \frac{k^2}{3^2} - 4$$

$$= \frac{1}{54}k^2 - \frac{4}{27}k^2 + \frac{1}{3}k^2 - 4$$

$$= \frac{1}{54}k - \frac{8}{54}k^2 + \frac{18}{54}k^2 - 4$$

$$= \underline{\underline{\frac{11k^2}{54} - 4}}$$

پ -

لاندي د الماني پښتو: د... لپاره باور لري.

$$y = e^{x^2 - k^2} + 3e^{5k - (k - x)}$$

für  $x = -k$  gilt:

$$y = e^{(-k)^2 - k^2} + 3e^{5k - (k - (-k))}$$

$$= e^{k^2 - k^2} + 3e^{5k - (k + k)}$$

$$= \underbrace{e^0}_1 + 3e^{5k - 2k}$$

$$= \underline{\underline{1 + 3e^{3k}}}$$

ت -

ث -

$$y = \frac{x^3 - kx + 1}{x^3}$$

د  $x = \frac{3}{2k}$  لپاره باور لري



پوښتنې

## توانونه VII

پولینومویش

لاندې ترمونه وشمیرئ:

لومړی:

$$\text{الف - } (6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b)$$

$$\text{ب - } (15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b)$$

$$\text{پ - } (14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1)$$

دویم:

$$\text{الف - } (a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3)$$

$$\text{ب - } (a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b)$$

$$\text{پ - } (a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b)$$

دریم:

## 1.4-توان، ريڻه او د هغوي ... 245

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} \quad \text{پ -}$$

څلورم:

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{24a^{c+x} + 28a^xb^x - 36a^cb^r - 42b^{x+r}}{6a^c + 7b^x} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{24a^{m+1}b^{m+2} - 28a^mb^{m+3} - 6a^{m+3}b^m + 7a^{m+2}b^{m+1}}{4a^mb^{m+2} - a^{m+2}b^m} \quad \text{پ -}$$

پنځم:

$$\left(\frac{a^{-2}b^3}{c^4d^{-6}}\right)^{-3} \quad \text{پ -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 \quad \text{ب -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{[(-a^m)^2]^3}{a^{4m}} \quad \text{ث -} \quad \frac{[(-a)^2]^{2n} \cdot a^6}{a^4} \quad \text{ب -} \quad \left(\frac{a^0b^{-2}}{c^3d^{-4}}\right)^{-2} \quad \text{ت -}$$

شپږم:

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 \quad \text{ب -} \quad (5x^{-1}y^2z) : \frac{(2x^2y)^4}{(3yz^3)^8} \quad \text{الف -}$$



## حلونه

## توانونه VII (پولینوم ویش)

نتیجی او مفصل حلونه

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

## نتیجی

لومړی:

$$(6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b) = 2a^4 - 3a^2b + 5b^2 \quad \text{الف -}$$

$$(15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b) = 5a^6 - 6a^3b + 4b^2 \quad \text{ب -}$$

$$(14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = 2a^2 + a + 1 \quad \text{پ -}$$

دویم:

$$(a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3) = a^3 + 3a^2 - 5a + 7 \quad \text{الف -}$$

$$(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b) = a^2 - ab + b^2 \quad \text{ب -}$$

$$(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b) = a^2 + ab + b^2 \quad \text{پ -}$$

## 1.4-توان، رینہ او د هغوي ... 247

دریم:

$$\frac{3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}}{x^3 + y^{2n}} = 3x^2y^{n+2} - 2x^my^{n+3} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{48a^{n+x} + 56a^xb^x - 72a^nb^c - 84b^{x+c}}{12a^n + 14b^x} = 4a^x - 6b^c \quad \text{ب -}$$

$$\frac{8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}}{2a^{2n} - 3a^{3n-2}} = 4a - 5b \quad \text{پ -}$$

خلورم:

$$\frac{2a^5b^{x+2} - 2a^3b^{x+5} + 3a^4b^{2x-1} - 3a^2b^{2x+2}}{a^2 - b^3} = 2a^3b^{x+2} + 3a^2b^{2x-1} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{24a^{c+x} + 28a^xb^x - 36a^cb^r - 42b^{x+r}}{6a^c + 7b^x} = 4a^x - 6b^r \quad \text{ب -}$$

$$\frac{24a^{m+1}b^{m+2} - 28a^mb^{m+3} - 6a^{m+3}b^m + 7a^{m+2}b^{m+1}}{4a^mb^{m+2} - a^{m+2}b^m} = 6a - 7b \quad \text{پ -}$$

پنجم:

$$\left(\frac{a^{-2}b^3}{c^4d^{-5}}\right)^{-3} = \frac{a^6c^{12}}{b^9d^{15}} \quad \text{پ -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \frac{1}{64} \quad \text{ب -} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \frac{1}{64} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{[(-a^m)^2]^{-9}}{a^{4m}} = a^{2m} \quad \text{ث -} \quad \frac{[(-a)^2]^{2n} \cdot a^6}{a^4} = a^{4n+2} \quad \text{ت -} \quad \left(\frac{a^0b^{-2}}{c^3d^{-4}}\right)^{-2} = \frac{b^4c^6}{d^8} \quad \text{ت -}$$

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 = x^{19} \quad \text{ب -} \quad (5x^{-1}y^2z) \cdot \frac{(2x^2y)^4}{(3yz^3)^8} = \frac{5 \cdot 3^8 y^6 z^{25}}{16x^9} \quad \text{الف -} \quad \text{شپورم:}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} (6a^6 + a^4b + 25b^3) : (3a^2 + 5b) &= \underline{\underline{2a^4 - 3a^2b + 5b^2}} \\ - (6a^6 + 10a^4b) & \\ \hline - 9a^4b & \\ - (-9a^4b - 15a^2b^2) & \\ \hline 15a^2b^2 + 25b^3 & \\ - (15a^2b^2 + 25b^3) & \\ \hline & \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned} (15a^9 - 8a^6b + 8b^3) : (3a^3 + 2b) &= \underline{\underline{5a^6 - 6a^3b + 4b^2}} \\ - (15a^9 + 10a^6b) & \\ \hline - 18a^6b & \\ - (-18a^6b - 12a^3b^2) & \\ \hline - 12a^3b^2 + 8b^3 & \\ - (12a^3b^2 + 8b^3) & \\ \hline & \end{aligned}$$

ب -

پ -

$$\begin{aligned} (14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) &= \underline{\underline{2a^2 + a + 1}} \\ - (14a^4 - 8a^3 + 2a^2) & \end{aligned}$$

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 249

$$\begin{array}{r}
 7a^3 + 3a^2 - 3a \\
 - (7a^3 - 4a^2 + a) \\
 \hline
 7a^2 - 4a + 1 \\
 - (7a^2 - 4a + 1) \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (14a^4 - a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (7a^2 - 4a + 1) = \underline{\underline{2a^2 + a + 1}} \\
 - (14a^4 - 8a^3 + 2a^2) \\
 \hline
 7a^3 + 3a^2 - 3a \\
 - (7a^3 - 4a^2 + a) \\
 \hline
 7a^2 - 4a + 1 \\
 - (7a^2 - 4a + 1) \\
 \hline
 \end{array}$$

دويم: الف -

$$\begin{array}{r}
 (a^5 + a^4 - 8a^3 + 26a^2 - 29a + 21) : (a^2 - 2a + 3) = \underline{\underline{a^3 + 3a^2 - 5a + 7}} \\
 - (a^5 - 2a^4 + 3a^3) \\
 \hline
 3a^4 - 11a^3 + 26a^2 \\
 - (3a^4 - 6a^3 + 9a^2) \\
 \hline
 - 5a^3 + 17a^2 - 29a \\
 - (-5a^3 + 10a^2 - 15a) \\
 \hline
 7a^2 - 14a + 21 \\
 - (7a^2 - 14a + 21) \\
 \hline
 \end{array}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3) : (a - b) &= \underline{\underline{a^2 - ab + b^2}} \\
 \underline{-(a^3 - a^2b)} & \\
 -a^2b + 2ab^2 & \\
 \underline{-(-a^2b + ab^2)} & \\
 ab^2 - b^3 & \\
 \underline{-(ab^2 - b^3)} &
 \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 (a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) : (a + b) &= \underline{\underline{a^2 + ab + b^2}} \\
 \underline{-(a^3 + a^2b)} & \\
 a^2b + 2ab^2 & \\
 \underline{-(a^2b + ab^2)} & \\
 ab^2 + b^3 & \\
 \underline{-(ab^2 + b^3)} &
 \end{aligned}$$

دریم: الف -

$$\begin{aligned}
 (3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2} - 2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3}) : (x^3 + y^{2n}) &= \underline{\underline{3x^2y^{n+2} - 2x^my^{n+3}}} \\
 \underline{-(3x^5y^{n+2} + 3x^2y^{3n+2})} & \\
 -2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3} & \\
 \underline{-(-2x^{m+3}y^{n+3} - 2x^my^{3n+3})} &
 \end{aligned}$$

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 251

ب -

$$\begin{aligned} (48a^{n+x} + 56a^x b^x - 72a^n b^c - 84b^{x+c}) : (12a^n + 14b^x) &= \underline{4a^x - 6b^c} \\ - (48a^{n+x} + 56a^x b^x) & \\ \hline & - 72a^n b^c - 84b^{x+c} \\ - (-72a^n b^c - 84b^{x+c}) & \\ \hline & \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} (8a^{2n+1} - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b - 12a^{3n-1}) : (2a^{2n} - 3a^{3n-2}) &= \underline{4a - 5b} \\ - (8a^{2n+1} \quad \quad \quad - 12a^{3n-1}) & \\ \hline & - 10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b \\ - (-10a^{2n}b + 15a^{3n-2}b) & \\ \hline & \end{aligned}$$

څلورم: الف -

$$\begin{aligned} (2a^5 b^{x+2} - 2a^3 b^{x+5} + 3a^4 b^{2x-1} - 3a^2 b^{2x+2}) : (a^2 - b^3) &= \underline{2a^3 b^{x+2} + 3a^2 b^{2x-1}} \\ - (2a^5 b^{x+2} - 2a^3 b^{x+5}) & \\ \hline & 3a^4 b^{2x-1} - 3a^2 b^{2x+2} \\ - (3a^4 b^{2x-1} - 3a^2 b^{2x+2}) & \\ \hline & \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & (24a^{o+x} + 28a^x b^x - 36a^o b^r - 42b^{x+r}) : (6a^o + 7b^x) = \underline{\underline{4a^x - 6b^r}} \\ & \underline{-(24a^{o+x} + 28a^x b^x)} \\ & \quad -36a^o b^r - 42b^{x+r} \\ & \quad \underline{-(-36a^o b^r - 42b^{x+r})} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & (24a^{m+1} b^{m+2} - 28a^m b^{m+3} - 6a^{m+3} b^m + 7a^{m+2} b^{m+1}) : (4a^m b^{m+2} - a^{m+2} b^m) = \underline{\underline{6a - 7b}} \\ & \underline{-(24a^{m+1} b^{m+2} \quad - 6a^{m+3} b^m)} \\ & \quad -28a^m b^{m+3} \quad + 7a^{m+2} b^{m+1} \\ & \quad \underline{-(-28a^m b^{m+3} \quad + 7a^{m+2} b^{m+1})} \end{aligned}$$

پنجم:

$$\begin{aligned} \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 &= \left( \frac{1}{2} \right)^{3 \cdot 2} & \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 &= \left( \frac{1}{2} \right)^{2 \cdot 3} \\ &= \left( \frac{1}{2} \right)^6 & &= \left( \frac{1}{2} \right)^6 \\ &= \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{\underline{\underline{64}}} \quad \text{ب -} & &= \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{\underline{\underline{64}}} \quad \text{الف -} \end{aligned}$$





## پوښتنې

## توانونه VIII

توانونه د **e** -توابعو سره

لومړی: سره ضرب یې کړئ او ساده یې کړئ

$$\text{الف - } \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 \quad \text{ب - } (e^x + e^{-x})^2 \quad \text{پ - } (e^x - e^{-x} + 5)e^x$$

دویم: سره ضرب یې کړئ او ساده یې کړئ

$$\text{الف - } 2^x (2^{-1} + 2^x) \quad \text{ب - } (x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3})$$

$$\text{پ - } (a^2 - a^{-2})^2 \quad \text{ت - } (x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x)$$

$$\text{ټ - } (2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x) \quad \text{ث - } (3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n}$$

دریم: ساده یې کړئ او سره یوځای یې کړئ

$$\text{الف - } a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 \quad \text{ب - } \frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{پ - } (x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} \quad \text{ت - } a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a$$

## 1.4-توان، رینہ او د هغوي ... 255

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \quad \text{ب۔ } a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 \quad \text{ث۔}$$

خلورم: ساده يي کړئ او سره يوځای يي کړئ

$$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} \quad \text{پ۔ } \frac{(1-x)^2}{x-1} \quad \text{ب۔ } \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} \quad \text{الف۔}$$

$$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} \quad \text{ث۔ } e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} \quad \text{ب۔ } \frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 \quad \text{ت۔}$$

پنځم: ساده يي کړئ او سره يوځای يي کړئ

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} \quad \text{ب۔ } 6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} \quad \text{ت۔ } 4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{15} \quad \text{پ۔}$$

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} \quad \text{ث۔ } (k^7 - k^4) \cdot k^{-3} \quad \text{ب۔}$$

شپږم: ساده يي کړئ او سره يوځای يي کړئ

$$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} \quad \text{ب۔ } 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} \quad \text{ت۔ } \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} \quad \text{پ۔}$$

اوم: ويي شميرئ

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} ; \frac{3^{-2}}{5} ; \frac{3}{5^{-2}} \quad \text{الف۔}$$

$$(-3^2)^{-1} ; -(3^2)^{-1} ; [(-3)^2]^{-1} \quad \text{ب۔}$$

## حلونه

توانونه ( توانونه د توابعو سره )

نتيجي او مفصل حلونه

د توان قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

## نتيجي

لومړی: الف -  $\frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 = 1$  ب -  $(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + e^{-2x} + 2$

پ -  $(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^{2x} + 5e^x - 1$

دویم:

الف -  $2^x(2^{-1} + 2^x) = 2^{x-1} + 2^{2x}$  ب -  $(x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3}) = x^7 - x^{-5}$

پ -  $(a^2 - a^{-2})^2 = a^4 + a^{-4} - 2$  ت -  $(x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x) = x^{-4} - 9x^2$

ت -  $(2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x) = 2^{-2x} - 2^{2x}$

ث -  $(3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n} = 3 + 6x + 2x^{-2}$

## 1.4-توان، رینہ او د هغوي ... 257

دریم:

$$\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \quad \text{ب۔} \quad a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = 4a^{-2} \quad \text{الف۔}$$

$$a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a = 5a^3 \quad \text{ت۔} \quad (x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = \frac{4}{3}x^2 \quad \text{پ۔}$$

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{9}{x^3} \quad \text{ث۔} \quad a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-6} + a^2 = -2a^{-2} + a^2 \quad \text{ب۔}$$

خلیرم:

$$\frac{(1-x)^2}{x-1} = x-1 \quad \text{ب۔} \quad \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} = -1 \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = 0 \quad \text{ت۔} \quad \frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{4x-1} \quad \text{پ۔}$$

$$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} = \frac{3}{k} \quad \text{ث۔} \quad e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = \frac{1}{e} \quad \text{ب۔}$$

پنجم:

$$6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = -2x^2 \quad \text{الف۔}$$

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2}a^n - 2a^{n-2} - a^{-n} \quad \text{ب۔}$$

$$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{15} = 3,5x^3 + x^{-3} \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = 2a^n + a^{n-3} \quad \text{ت -}$$

$$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^4 - k \quad \text{ت -}$$

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3} \quad \text{ث -}$$

شپږم:

$$5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n \quad \text{الف -}$$

$$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} = 2^{k+1} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x} \quad \text{ت -} \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = e^x + e^{-x} \quad \text{پ -}$$

لوم:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} ; \frac{3^{-2}}{5} ; \frac{3}{5^{-2}} \Rightarrow \frac{25}{9} ; \frac{1}{45} ; 75 \quad \text{الف -}$$

$$(-3^2)^{-1} ; -(3^2)^{-1} ; [(-3)^2]^{-1} \Rightarrow -\frac{1}{9} ; -\frac{1}{9} ; \frac{1}{9} \quad \text{ب -}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 &= \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 \\ &= 2^{-2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = 2^{-2-4+6} = 2^0 = 1 \quad \text{الف -} \end{aligned}$$

## 259 1.4-توان، رینه او د هغوي ...

$$\underbrace{(e^x + e^{-x})^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = (e^x)^2 + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + (e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^{x-x} + e^{-2x}$$

$$= e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}} \quad \text{ب -}$$

$$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^x \cdot e^x - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x = e^{x+x} - e^{x-x} + 5e^x$$

$$= e^{2x} - 1 + 5e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5e^x - 1}} \quad \text{پ -}$$

دویم:

$$(x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3})$$

$$= x^4 \cdot x^3 - x^4 \cdot x^{-3} + x^{-2} \cdot x^3 - x^{-2} \cdot x^{-3} \quad 2^x(2^{-1} + 2^x) = 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^x$$

$$= x^7 - x^1 + x^1 - x^5 \quad = 2^{x-1} + 2^{x+x}$$

$$= \underline{\underline{x^7 - x^{-5}}} \quad = \underline{\underline{2^{x-1} + 2^{2x}}} \quad \text{الف -}$$

$$\underbrace{(a^2 - a^{-2})^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = (a^2)^2 - 2a^2 \cdot a^{-2} + (a^{-2})^2$$

$$= a^4 - 2a^0 + a^{-4}$$

$$= \underline{\underline{a^4 + a^{-4} - 2}} \quad \text{پ -}$$

$$\underbrace{(x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x)}_{3. \text{ bin. Formel}} = (x^{-2})^2 - (3x)^2$$

$$= x^{-2-2} - 3^2 x^2$$

$$= \underline{\underline{x^{-4} - 9x^2}} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{(2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x)}_{\text{3. bin. Formel}} &= (2^{-x})^2 - (2^x)^2 \\ &= 2^{-x \cdot 2} - 2^{x \cdot 2} \\ &= \underline{\underline{2^{-2x} - 2^{2x}}} \quad \text{ب-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n} \\ &= 3x^n \cdot x^{-n} + 6x^{n+1} \cdot x^{-n} + 2x^{n-2} \cdot x^{-n} \\ &= 3^0 + 6x^1 + 2x^{-2} \\ &= \underline{\underline{3 + 6x + 2x^{-2}}} \quad \text{ث-} \\ &\text{درېم:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2 \cdot 3^2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \frac{1^2}{3^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot 3^{-2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 3 = 6 \quad \text{ب-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 &= a^2 \cdot a^{-4} + 3a \cdot \frac{1^3}{a^3} \\ &= a^{-2} + 3a \cdot a^{-3} \\ &= a^{-2} + 3a^{-2} \\ &= 4a^{-2} = \underline{\underline{\frac{4}{a^2}}} \quad \text{الف-} \end{aligned}$$

$$(x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = (x^{-1})^{-2} + \frac{3^{-1}}{x^{-2}}$$

$$\begin{aligned} a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a &= a^{5-2} + 4a^{2+1} \\ &= a^3 + 4a^3 \\ &= \underline{\underline{5a^3}} \quad \text{ت-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= x^2 + \frac{x^2}{3} \\ &= \underline{\underline{\frac{4}{3}x^2}} \quad \text{ب-} \end{aligned}$$

## 1.4-توان، ریننه او د هغوي ... 261

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 &= \frac{2^3}{x^3} + \frac{1^3}{x^3} \\ &= \frac{2^3 + 1^3}{x^3} & a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 &= a^{4-6} - 3a^{3-5} + a^2 \\ &= \frac{9}{x^3} \quad \text{ث.} & &= a^{-2} - 3a^{-2} + a^2 \\ & & &= \underline{\underline{-2a^{-2} + a^2}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

څلورم:

$$\begin{aligned} \frac{(1-x)^2}{x-1} &= \frac{(1-x)(1-x)}{(-1)(1-x)} \\ &= \frac{(1-x)\cancel{(1-x)}}{(-1)\cancel{(1-x)}} \\ &= -(1-x) \\ &= \underline{\underline{x-1}} \quad \text{ب.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} &= \frac{-2^3 - 2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^3} \\ &= \frac{-2^3 - 2^3}{2^4} \\ &= \frac{-2 \cdot 2^3}{2^4} = \underline{\underline{-1}} \quad \text{الف.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 &= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - \frac{2^2}{e^{2x}} \\ &= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} \\ &= 4 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{0}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} &= e^{3x+1-(-x+2)} \\ &= e^{3x+1+x-2} \\ &= \underline{\underline{e^{4x-1}}} \quad \text{پ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} &= 4k^{2-3} - k^{1-2} \\ &= 4k^{-1} - k^{-1} \\ &= \underline{\underline{3k^{-1} = \frac{3}{k}}} \quad \text{ث.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} &= e^{-x-x+2+2x-3} \\ &= e^{-1} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{e}}} \quad \text{ت.} \end{aligned}$$

$$6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = 6x^{3-1} - 8x^{4-2} = 6x^2 - 8x^2 = \underline{\underline{-2x^2}} \quad \text{الف. پنجم:}$$



ب -

$$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2} a^{n+2-2} - \frac{1}{2} \cdot 4a^{n-2} - \frac{1}{2} \cdot 2a^{2-n-2} = \frac{1}{2} a^n - 2a^{n-2} - a^{-n}$$

$$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1,5} = 4x^{-4+7} - 0,5x^{4-1} + \frac{1^{1,5}}{x^{2 \cdot 1,5}}$$

$$= 4x^3 - 0,5x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{3,5x^3 + x^{-3}}{x^3} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = a^{n+1} \cdot a^{-1} + a^{2n-1} \cdot a^{-(n+2)} + a^{2n-2} \cdot a^{2-n}$$

$$= a^{n+1-1} + a^{2n-1-n-2} + a^{2n-2+2-n}$$

$$= a^n + a^{n-3} + a^n$$

$$= \frac{2a^n + a^{n-3}}{1} \quad \text{ت -}$$

$$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^7 \cdot k^{-3} - k^4 \cdot k^{-3}$$

$$= k^{7-3} - k^{4-3}$$

$$= \frac{k^4 - k}{1} \quad \text{ب -}$$

$$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \frac{5^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{(a-b)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{5^2 (a-b)^2 (x-y)^5}{(a-b)^5 (x-y)^3 (x+y)}$$

$$= \frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3} \quad \text{ث -}$$

شپږم:

الف -

## 1.4-توان، ریننه او د هغوي ... 263

$$\begin{aligned}
 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^3 \cdot 2^{n-2} - 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{n-1} \\
 &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n-2+3} - 3 \cdot 2^{n-1+2} \\
 &= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+1} \\
 &= 5 \cdot 2 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 3 \cdot 2 \cdot 2^n \\
 &= 10 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 6 \cdot 2^n \\
 &= \underline{\underline{5 \cdot 2^n}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} &= \frac{2^{2k}}{2^3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1} \\
 &= 2^{2k} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1} \\
 &= 2^{2k-3+3-k} + 2^{k-1+1} \\
 &= 2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k \\
 &= \underline{\underline{2^{k+1}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})}{e^x - e^{-x}} = \frac{\cancel{(e^x - e^{-x})} (e^x + e^{-x})}{\cancel{(e^x - e^{-x})}} = \underline{\underline{e^x + e^{-x}}}$$

ت -

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = \frac{1,5e^{3x}}{1,5e^{3x}} - \frac{e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{e^x}{\frac{3}{2}e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^x \cdot e^{-3x} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$$

$$(-3^2)^{-1} = \frac{1}{-3^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{9}}} \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{25}{9}}}$$

$$-(3^2)^{-1} = -3^{-2} = \underline{\underline{-\frac{1}{9}}} \quad \frac{3^{-2}}{5} = \frac{1}{5 \cdot 3^2} = \underline{\underline{\frac{1}{45}}}$$

$$[(-3)^2]^{-1} = [3^2]^{-1} = \frac{1}{9} \quad \frac{3}{5^{-2}} = 3 \cdot 5^2 = \underline{\underline{75}}$$

اوم: الف -

## پوښتنې

## IX توانونه

توانونه او د جملو پوښتنې، همداسې گډوډي

لومړۍ: سره ضرب يې کړئ

الف -  $(x^7 + x^5)x^8$  ب -  $4ab^2(2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b)$

پ -  $(a^3 + a^5)a^{n+3}$  ت -  $3x^2y^3(5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4)$

ب -  $(2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b)$  ث -  $(4x^2 - 5x^3 + 2x^5) \cdot 3x^2$

ج -  $2y^4(3y^5 - 7y^6)$  چ -  $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

دويم:

$0,25^3$	$5^{-3}$	$5^{-4}$	$3^{-3}$
----------	----------	----------	----------

درېم:

$$(a^2)^n ; a \cdot a^n ; a^{n-1} ; a^{n-1} \cdot a^{n+1} ; \frac{1}{a^n} ; \frac{a^n}{a^k} ; (-a^2)^n ; \frac{a^k}{a^n} ; a^0$$

$$a^{2n} ; a^{n+1} ; a^{n-k} ; \frac{1}{a^{1-n}} ; a^{-n} ; 1$$

څلورم: له لاندو کومې افادې يا وپيني رښتيا دي؟ دلایل يې راوړئ

الف-  $a^k$  د  $a \in \mathbb{R}$  او  $k \in \mathbb{Z}$  لپاره تعريف دی

ب-  $a^k$  د  $a \in \mathbb{R}_+^*$  او  $k \in \mathbb{Z}$  لپاره تعريف دی

پنځم:

ترم  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$  ورکړ شوی

ترم بي له ماتکړبني وليکئ.

د کوم  $a, b$  او  $n$  لپاره ترم تعريف دی؟

شپږم: ميرمن لرليده د لور زيرورخ لپاره پيسي په شمير حساب کي اچوي. دا د 3,5% کلني گټي سره اټکل کوي. لور په اتلسمه زير ورخ باندي خومره پيسي په شمير حساب لرودی شي

اوم: يوه غونډوسکه يا کره له متره جگوالي په ځمکه رالويږي. د هر ځل ځمکي لگيدني سره هغه خپل د وتون جگوالي ته رسيزي. له ضپو ځمکي سره لگيدني وروسته د غونډوسکي جگوالی خومره دی؟

اتم: لاندي غوښتنو يا ثبوت ته خپل اند څرگند کړئ

$a^n > 0$ ، که  $n$  جوړه وي  $\wedge n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$

$a^n < 0$ ، که  $n$  ناجوړه وي او  $\wedge n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$

نهم: حيوانسانوکي ډار لري، چي د يوه کمپيدا حيوان نسل کيدی شي په لسو لکلونو کي د اوسني حالت دوه پر دري ته لويږي. يو مخترع غوښتنه لري، چي دا پوپوليشن هر کال 4 % کميږي. دواړه ويناوي داسي کړئ، چي سر سره وخوري.

## خوابونه

توان ( جمله بيزي پوښتنې او گډې وډې )

نتيجي او مفصل حلونه

### Potenzgesetze-د توان قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتيجي:

لومړی:

$$(x^7 + x^5)x^8 = x^{15} + x^{13} \quad \text{الف -}$$

$$4ab^2(2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b) = 8a^3b^5 + 20a^2b^7 - 12a^3b^3 \quad \text{ب -}$$

$$(a^3 + a^5)a^{n+3} = a^{n+6} + a^{n+8} \quad \text{پ -}$$

$$3x^2y^3(5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4) = 15x^3y^4 - 9x^4y^7 + 6x^5y^7 \quad \text{ت -}$$

$$(4x^2 - 5x^3 + 2x^5) \cdot 3x^2 = 12x^4 - 15x^5 + 6x^7 \quad \text{ټ -}$$

$$(2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b) = 8a^8 - 12a^3b^2 + 4a^5b - 6b^3 \quad \text{ټ -}$$

$$2y^4(3y^5 - 7y^6) = 6y^9 - 14y^{10} \quad \text{ج -}$$

## 1.4-توان، رېښه او د هغوي ... 267

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3 \quad \text{چ -}$$

$$5^{-4} < 5^{-3} < 0,25^3 < 3^{-3} \quad \text{دويم:}$$

درېم:

$$(a^2)^n = a^{2n} = a^{n+1} \cdot a^{n-1} \quad ; \quad (-a^2)^n = a^{2n}$$

د ناجوره يا طاق  $n$  لپاره

$$a \cdot a^n = a^{n+1} \quad ; \quad a^{n-1} = \frac{1}{a^{1-n}} \quad ; \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad ; \quad \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k} \quad ; \quad a^0 = 1$$

څلورم:

الف- د  $0^{-2}$  له امله ناتيک او نه دی تعريف

ب - رېښتيا، ځکه چې  $a > 0$  پنځم:

الف-  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = b^n a^{-n}$  ب- تعريف نه دی د  $a \neq 0$  او  $b \neq 0$  او  $n \in \mathbb{Z}$  لپاره.

$$q = 1 + \frac{3,5}{100} = 1,035 \quad K = K_0 \cdot q^{18} = 2000 \text{ €} \cdot 1,035^{18} = 3714,98 \text{ €}$$

شپږم:

$$q = \frac{75}{100} = 0,75 \quad h = h_0 \cdot q^8 = 4,5 \text{ m} \cdot 0,75^8 \approx 0,801 \text{ m} \approx 0,8 \text{ m}$$

اتم:

$a^n > 0$  ، که  $n$  جوړه او  $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$  رېښتيا وينا وي.

$a^n < 0$  ، که  $n$  ناجوره  $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$  نارېښتيا وينا، د بيلگي په توگه  $3^7 > 0$  نهم:

$$q = 1 - \frac{4}{100} = 0,96 \quad N = N_0 \cdot q^{10} = 1 \cdot 0,96^{10} \approx 0,665$$

په لسو کالو کې دا شتون 66,5% ، یعنی نږدې ۲ پر درې شاته لویږي. دواړه ویناوي یو بل پټوي یا سره برابري دي.  
مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\begin{aligned}(x^7 + x^5)x^8 &= x^7 \cdot x^8 + x^5 \cdot x^8 \\ &= x^{7+8} + x^{5+8} \\ &= \underline{x^{15} + x^{13}}\end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}4ab^2(2a^2b^3 + 5ab^5 - 3a^2b) \\ &= 4ab^2 \cdot 2a^2b^3 + 4ab^2 \cdot 5ab^5 - 4ab^2 \cdot 3a^2b \\ &= \underline{8a^3b^5 + 20a^2b^7 - 12a^3b^3}\end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}(a^3 + a^5)a^{n+3} &= a^3 \cdot a^{n+3} + a^5 \cdot a^{n+3} \\ &= a^{3+n+3} + a^{5+n+3} \\ &= \underline{a^{n+6} + a^{n+8}}\end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}3x^2y^3(5xy - 3x^2y^4 + 2x^3y^4) \\ &= 3x^2y^3 \cdot 5xy - 3x^2y^3 \cdot 3x^2y^4 + 3x^2y^3 \cdot 2x^3y^4 \\ &= \underline{15x^3y^4 - 9x^4y^7 + 6x^5y^7}\end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}(4x^2 - 5x^3 + 2x^5) \cdot 3x^2 \\ &= 4x^2 \cdot 3x^2 - 5x^3 \cdot 3x^2 + 2x^5 \cdot 3x^2 \\ &= \underline{12x^4 - 15x^5 + 6x^7}\end{aligned}$$

ټ -

$$\begin{aligned} & (2a^5 - 3b^2)(4a^3 + 2b) \\ &= 2a^5 \cdot 4a^3 + 2a^5 \cdot 2b - 3b^2 \cdot 4a^3 - 3b^2 \cdot 2b \\ &= \underline{8a^8 + 4a^5b - 12a^3b^2 - 6b^3} \end{aligned}$$

ث-

$$\begin{aligned} & (x - y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 \qquad 2y^4(3y^5 - 7y^8) \\ &= x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} - y^3 \qquad = 2y^4 \cdot 3y^5 - 2y^4 \cdot 7y^8 \\ &= \underline{x^3 - y^3} \qquad \qquad \qquad = \underline{6y^9 - 14y^{10}} \end{aligned}$$

ج -

ج -

نویم:

$$0,25^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4^3}; 5^{-3} = \frac{1}{5^3}; 5^{-4} = \frac{1}{5^4}; 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$\frac{1}{5^4} < \frac{1}{5^3} < \frac{1}{4^3} < \frac{1}{3^3}$$

$$\underline{\underline{5^{-4} < 5^{-3} < 0,25^3 < 3^{-3}}}$$

دریم:

له مخه ورکړه:

$$\begin{aligned} & (a^2)^n ; a \cdot a^n ; a^{n-1} ; a^{n-1} \cdot a^{n+1} ; \frac{1}{a^n} ; \frac{a^n}{a^k} ; (-a^2)^n ; \frac{a^k}{a^n} ; a^0 \\ & a^{2n} ; a^{n+1} ; a^{n-k} ; \frac{1}{a^{1-n}} ; a^{-n} ; 1 \end{aligned}$$

بڼه بدلون:

$$(a^2)^n = a^{2n}; a \cdot a^n = a^{n+1}; a^{n-1} \cdot a^{n+1} = a^{2n}; \frac{1}{a^n} = a^{-n}; \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$

$$(-a^2)^n = a^{2n} \text{ که } n \text{ جوړه، } (-a^2)^n = -a^{2n} \text{ که } n \text{ ناچوړه}$$



$$\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}; a^0 = 1; \frac{1}{a^{1-n}} = a^{n-1}$$

يو بل سره سرخوړنه:

$$(a^2)^n = a^{2n} = a^{n+1} \cdot a^{n-1}; (-a^2)^n = a^{2n}$$

د جوړه  $n$  لپاره.

$$a \cdot a^n = a^{n+1}; a^{n-1} = \frac{1}{a^{1-n}}; \frac{1}{a^n} = a^{-n}; \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}; a^0 = 1$$

څلورم:

الف- وينا  $a^k$  دا  $a \in \mathbb{R}$  او  $k \in \mathbb{Z}$  لپاره تعريف ده

ناتيک يا نارښتيا ده، دا چې د بيلگي په توگه  $0^{-2}$  تعريف نه دی، ځکه چې د توان قانون له مخي  $0^{-2} = 1/0^2$  دی. دا چې سړی په صفر وېشي اجازه نه لري، نو له دې سره  $0^{-2}$  تعريف نه دی. د دې لپاره چې يوه وينا نفي کړو، بسيا کوي، چې يو معکوسه بيلگه يي پيدا کړو.

ب- وينا  $a^k$  د  $a \in \mathbb{R}_+^*$  او  $k \in \mathbb{Z}$  ( $\mathbb{R}_+^* = \{x | x > 0\}_{\mathbb{R}}$ ) لپاره تعريف ده

رښتيا ده، ځکه چې بنسټ  $a$  له صفر لوي دی او له دې سره هم هر توان ارزښت  $a^k$  له صفر لوی دی پنځم:

$$\text{الف- } a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ د } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \underline{\underline{a^{-n}b^n}}$$

له امله

$$\text{ب- } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = a^{-n}b^n = \frac{b^n}{a^n} \Rightarrow a \neq 0 \text{ او } b \neq 0 \text{ او } n \in \mathbb{Z}$$

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 271

یعني د  $a \neq 0$  او  $b \neq 0$  او  $n \in \mathbb{Z}$  لپاره تعريف دی.

شپږم: دلته د گټې گټې مسئله مخ ته لرو، چې د هغو لپاره باور لري:

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \text{د} \quad q = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \quad \text{سره. چې}$$

$K_n$  : له  $n$  کالو وروسته بډايي(اخرنی ارزښت)

$K_0$  : پیل بډايي( بنسټ ارزښت یا هم نغد ارزښت بلل کيږي)

$q$  : د گټې پینه او  $p$  د گټې ضریب، همداسې د  $n$  سره د تیریدو وخت.

$$K_0 = 2000 \text{ €}; p = 3,5\% \text{ und } n = 18$$

$$K_{18} = 2000 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^{18} = 2000 \cdot 1,035^{18} = \underline{\underline{3714,98}}$$

د هغې په ۱۸-م زیږکال کړی شي لور  $3714,98 \text{ €}$  ته انتظار وباسي.  
اوم: پیل جگوالی  $h_0 = 4,5 \text{ m}$ .

د لومړي ځکې وهلو سره 75% د وتتجگوالی

$$h_1 = h_0 \cdot 0,75$$

د دویم ځکې سره تماس وروسته نور هم فقط 75% د  $h_1$ .

$$h_2 = h_1 \cdot 0,75 = h_0 \cdot 0,75 \cdot 0,75 = h_0 \cdot 0,75^2$$

د شپږم ځمکې تماس څخه روسته لرو

$$h_8 = h_0 \cdot 0,75^8 = 4,5m \cdot 0,75^8 \approx \underline{\underline{0,801m}}$$

د شیرم ځمکې تماس څخه وروسته بالون فقط 0,8 m له ځمکې جگ دی. اتم:

$a^n > 0$ ، که  $n$  جوړه وي او  $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$ . یوه رښتیا وینا وي.

که  $a > 0$  وي، نو  $a^n > 0$  هم.

$a^n < 0$ ، که  $n$  ناچوره (طاق) او  $n \in \mathbb{N} \wedge a \neq 0$  ناتیکی یا نارښتیا وینا وي، د

بیلگې په توگه  $3^7 > 0$ .

د دې لپاره چې یوه وینا رد کړو، په ډېرو حالتونو کې بسیا کوي، لږ تر لږه یوه مخامخ یا معکوسه بیلگه پیدا کړو.

نهم: په کال کې د نفوسو یا پیداېښت په 4% کمښت یا شاته تگ په دې معنا دی:

$$N_1 = N_0 \left(1 - \frac{4}{100}\right) = N_0 \cdot 0,96$$

د لومړي کال وروسته

$$N_2 = N_1 \cdot 0,96 = N_0 \cdot 0,96 \cdot 0,96 = N_0 \cdot 0,96^2$$

د دویم کال وروسته

$$N_{10} = N_0 \cdot 0,96^{10}$$

د لسم کال وروسته

$$N_{10} = N_0 \cdot 0,96^{10} \Rightarrow \frac{N_{10}}{N_0} = \frac{N_0 \cdot 0,96^{10}}{N_0} = 0,96^{10} \approx \underline{\underline{0,665}}$$

د لسو کالو وروسته دا شتون 66,5% باندې شاته ځي، دا نږدې د اوسني حالت دوه دریم یا دوه پر درې دي

پوښتنې

توانونه X

د ستونځمنو توان ترمونو شمیرل

لاندې ترمونه وشمیرئ

لومړی:

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} \quad \text{ب -} \quad \frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} \quad \text{الف -} \quad \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)}$$

$$\frac{am+bm-an-bn}{a^2-b^2} \quad \text{ت -} \quad \frac{(a^2+2ab+b^2) \cdot a^2}{a^2-b^2} \quad \text{پ -} \quad \frac{a^2}{(a+b)(a-b)}$$

دویم:

$$\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} \quad \text{ب -} \quad \frac{ac-bc+ad-bd}{(c+d)^2} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^3-b^3} \quad \text{ت -} \quad \left( \frac{a^5b^{-2}c^7}{d^6c^9} \right)^{10} : (a^2b^4c^5d^6)^{12} \quad \text{پ -}$$

$$(x^2-2x+1) \cdot \frac{x^2+x}{x^2-1} \quad \text{ب -} \quad \left[ (x^2-y^2)^3 \right]^4 : (x-y)^{12} \quad \text{الف -} \quad \text{دریم:}$$

$$\left[ (m+n)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ (m+n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} - \frac{ax+bx-am-bm}{a^2-b^2} \text{ ت - پ}$$

څلورم:

$$\left( \frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left( \frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left( \frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 \text{ ب - } [(a+b)^2]^3 : (a+b)^5 \text{ الف}$$

$$\left( \frac{2a^3b^6}{c^6} \right)^2 : \left( \frac{c^4d^{-4}}{4a^4b^5} \right)^{-3} : \left( \frac{4a^3d^6}{b^{-2}} \right)^{-2} - \frac{[(-x^2)^2]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} \text{ ت - پ}$$

پنجم:

$$\left[ (a^2 - x^2)^{-3} \right]^{-2} \cdot [(a+x)(a-x)]^{-5} - \left( \frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7} \right)^u : \left( \frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8} \right)^u \text{ الف}$$

شپږم:

$$\left( \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left( \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 - \left[ (x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x-y)^{12} \text{ الف}$$

$$\left( \frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} - \left( \frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x : \left( \frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x \text{ ب - پ}$$

ځوابونه

توان ( د توان ستونځمن ترمونه وشميرئ )

نتیجی او مفصل خُوابونہ خُوابونہ

نتیجی او مفصل خُوابونہ

توان ( د توان ستونُخن ترمونہ وشمیرئ)

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجی:

لومری:

$$\frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} \cdot \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)} = \frac{1}{x+y} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} = \frac{x+1}{a-1} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{(a^2+2ab+b^2) \cdot a^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} = (a+b)^2 \quad \text{پ -}$$

$$\frac{am+bm-an-bn}{a^2-b^2} = \frac{m-n}{a-b} \quad \text{ت - دویم:}$$

$$\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \frac{x+y}{x-y} \quad \text{ب -} \quad \frac{ac-bc+ad-bd}{(c+d)^2} = \frac{a-b}{c+d} \quad \text{الف -}$$

پ -

$$\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^3-b^3} = \frac{1}{a+b} \quad \text{ت -} \quad \left(\frac{a^5b^{-2}c^7}{d^8c^9}\right)^{10} : (a^2b^4c^5d^6)^{12} = \frac{a^{26}}{b^{68}c^{80}d^{152}}$$

دریم:

$$\text{الف - } \left[ (x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} = (x + y)^{12} \quad \text{ب - } (x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = x^2 - x$$

$$\text{پ - } \frac{ax + bx - am - bm}{a^2 - b^2} = \frac{x - m}{a - b} \quad \text{ت - } \left[ (m + n)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[ (m + n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} = (m + n)^{\frac{1}{4}}$$

څلورم:

$$\text{الف - } \left[ (a + b)^2 \right]^3 : (a + b)^5 = a + b \quad \text{ب - } \left( \frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left( \frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left( \frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 = c^2$$

$$\text{پ - } \frac{\left[ (-x^2)^2 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^{2a+2} \quad \text{ت - } \left( \frac{2a^3b^6}{c^6} \right)^2 : \left( \frac{c^4d^{-4}}{4a^4b^5} \right)^{-3} : \left( \frac{4a^3d^6}{b^{-2}} \right)^{-2} = b$$

پنځم:

$$\text{الف - } \left( \frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7} \right)^u : \left( \frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8} \right)^u = \left( \frac{2bxz}{3} \right)^u$$

$$\text{ب - } \left[ (a^2 - x^2)^{-3} \right]^{-2} \cdot [(a + x)(a - x)]^5 = a^2 - x^2$$

شپږم:

$$\text{الف - } \left[ (x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} = (x + y)^{12} \quad \text{ب - } \left( \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left( \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 = 243$$

$$\text{پ - } \left( \frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = 5 \quad \text{ت - } \left( \frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x : \left( \frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x = \left( \frac{5nr}{p} \right)^x$$

مفصل خوابونه

لومړی:

الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{(x-y)(x^2+2xy+y^2)}{x^4-y^4} \cdot \frac{(x^2-y^2)(x+y)}{(x-y)(x^2+y^2)} &= \frac{(x-y)(x+y)^2 \cdot (x-y)(x^2+y^2)}{(x^4-y^4)(x^2-y^2)(x+y)} \\
 &= \frac{(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x-y)(x+y)(x+y)} \\
 &= \frac{(x-y)^2 \cancel{(x+y)^2} \cancel{(x^2+y^2)}}{(x^2-y^2) \cancel{(x^2+y^2)} (x-y) \cancel{(x+y)} \cancel{(x+y)}} \\
 &= \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)(x-y)} \\
 &= \frac{\cancel{(x-y)}^2}{\cancel{(x-y)} \cancel{(x-y)} (x+y)} = \underline{\underline{\frac{1}{x+y}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{ax+a+x+1}{a^2-1} &= \frac{a(x+1)+1(x+1)}{(a-1)(a+1)} \\
 &= \frac{(x+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)} \\
 &= \frac{(x+1) \cancel{(a+1)}}{(a-1) \cancel{(a+1)}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{x+1}{a-1}}}
 \end{aligned}$$

ج -



$$\begin{aligned}
 \frac{(a^2 + 2ab + b^2) \cdot a^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^2}{(a+b)(a-b)} &= \frac{(a+b)^2 \cdot a^2 (a+b)(a-b)}{(a^2 - b^2) \cdot a^2} \\
 &= \frac{(a+b)^2 \cdot \cancel{a^2} (a+b)(a-b)}{(a^2 - b^2) \cdot \cancel{a^2}} \\
 &= \frac{(a+b)^2 (a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)} \\
 &= \frac{(a+b)^2 \cancel{(a^2 - b^2)}}{\cancel{(a^2 - b^2)}} \\
 &= \underline{\underline{(a+b)^2}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{am + bm - an - bn}{a^2 - b^2} &= \frac{m(a+b) - n(a+b)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{(a+b)(m-n)}{(a-b)(a+b)} \\
 &= \frac{\cancel{(a+b)}(m-n)}{(a-b)\cancel{(a+b)}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{m-n}{a-b}}}
 \end{aligned}$$

دويم: الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{ac - bc + ad - bd}{(c+d)^2} &= \frac{c(a-b) + d(a-b)}{(c+d)^2} \\
 &= \frac{(a-b)(c+d)}{(c+d)(c+d)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(a-b) \cancel{(c+d)}}{(c+d) \cancel{(c+d)}} \\
 &= \frac{a-b}{\underline{\underline{c+d}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{x^3+y^3}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2} &= \frac{(x^3+y^3)(x+y)}{(x^2-y^2)(x^2-xy+y^2)} \\
 &= \frac{(x^3+y^3)(x+y)}{(x-y)(x+y) \cdot (x^2-xy+y^2)} \\
 &= \frac{(x^3+y^3)(x+y)}{(x-y)(x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3)} \\
 &= \frac{(x^3+y^3)(x+y)}{(x-y)(x^3-\cancel{x^2y}+\cancel{xy^2}+\cancel{x^2y}-\cancel{xy^2}+y^3)} \\
 &= \frac{(x^3+y^3)(x+y)}{(x-y)(x^3+y^3)} \\
 &= \frac{\cancel{(x^3+y^3)}(x+y)}{(x-y)\cancel{(x^3+y^3)}} \\
 &= \frac{x+y}{\underline{\underline{x-y}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{a^5 b^{-2} c^7}{d^6 c^9}\right)^{10} : (a^2 b^4 c^5 d^6)^{12} &= \frac{a^{50} b^{-20} c^{70}}{d^{60} c^{90}} : \frac{a^{24} b^{48} c^{60} d^{72}}{1} \\
 &= \frac{a^{50} b^{-20} c^{70} \cdot 1}{d^{60} c^{90} \cdot a^{24} b^{48} c^{60} d^{72}} \\
 &= \frac{a^{50} c^{70}}{a^{24} b^{48} b^{20} c^{90} c^{60} d^{60} d^{72}} \\
 &= \frac{a^{50-24}}{b^{48+20} c^{90+60-70} d^{60+72}} \\
 &= \frac{a^{26}}{b^{68} c^{80} d^{152}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 \frac{a^2 + ab + b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^3 - b^3} &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - b^2)}{(a+b)^2 (a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a-b)(a+b)}{(a+b)(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a-b) \cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)}(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 + ab^2 - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + \cancel{ab^2} - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)} \\
 &= \frac{a^3 - b^3}{(a+b)(a^3 - b^3)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\cancel{(a^3 - b^3)}}{(a+b) \cancel{(a^3 - b^3)}}$$

$$= \frac{1}{\underline{\underline{a+b}}}$$

دریم:

الف -

$$\left[ (x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x-y)^{12} = \frac{\left[ (x-y)^3 (x+y)^3 \right]^4}{(x-y)^{12}}$$

$$= \frac{(x-y)^{12} (x+y)^{12}}{(x-y)^{12}}$$

$$= \frac{\cancel{(x-y)^{12}} (x+y)^{12}}{\cancel{(x-y)^{12}}}$$

$$= \underline{\underline{(x+y)^{12}}}$$

$$(x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)^2 \cdot x(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1) \cdot x(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-1)} (x-1) \cdot x \cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-1)} \cancel{(x+1)}}$$

$$= \underline{\underline{x(x-1) = x^2 - x}}$$

ب -

$$\begin{aligned} \frac{ax+bx-am-bm}{a^2-b^2} &= \frac{x(a+b)-m(a+b)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{(a+b)(x-m)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{\cancel{(a+b)}(x-m)}{(a-b)\cancel{(a+b)}} \\ &= \frac{x-m}{a-b} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} \left[ (m+n)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[ (m+n)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{4}} &= (m+n)^{\frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right)} \cdot (m+n)^{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}} \\ &= (m+n)^{-\frac{1}{4}} \cdot (m+n)^{\frac{9}{8}} \\ &= (m+n)^{-\frac{1}{4} + \frac{9}{8}} \\ &= \underline{\underline{(m+n)^{\frac{1}{4}}}} \end{aligned}$$

ت -

درېم:

$$\left[ (a+b)^2 \right]^3 : (a+b)^5 = \frac{(a+b)^6}{(a+b)^5} = \underline{\underline{a+b}} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{a^{-2}c^4}{b^4} \right)^{-3} : \left( \frac{2a^{-3}}{b^2c^{-5}} \right)^{-4} : \left( \frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 &= \left( \frac{b^4}{a^{-2}c^4} \right)^3 : \left( \frac{b^2c^{-5}}{2a^{-3}} \right)^4 : \left( \frac{4b^2c^3}{a^3} \right)^2 \\ &= \frac{b^{12}}{a^{-6}c^{12}} : \frac{b^8c^{-20}}{2^4a^{-12}} : \frac{4^2b^4c^6}{a^6} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b^{12} \cdot 2^4 a^{-12}}{a^{-6} c^{12} \cdot b^8 c^{-20}} \cdot \frac{2^4 b^4 c^6}{a^6} \\
 &= \frac{b^{12} \cdot 2^4 a^{-12} \cdot a^{-6}}{a^{-6} c^{12} \cdot b^8 c^{-20} \cdot 2^4 b^4 c^6} \\
 &= \frac{2^4 \cdot a^{-6} b^{12}}{2^4 \cdot a^{-6} b^{12} c^{-2}} \\
 &= \frac{\cancel{2^4} \cdot \cancel{a^{-6} b^{12}}}{\cancel{2^4} \cdot \cancel{a^{-6} b^{12}} c^{-2}} = \frac{1}{c^{-2}} = c^2
 \end{aligned}$$

بـ -

$$\frac{\left[(-x^2)^2\right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{\left[x^4\right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{x^8 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^2 \cdot x^{2a} = x^{2a+2}$$

تـ -

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{2a^3 b^6}{c^6}\right)^2 \cdot \left(\frac{c^4 d^{-4}}{4a^4 b^5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4a^3 d^6}{b^{-2}}\right)^{-2} &= \left(\frac{2a^3 b^6}{c^6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4a^4 b^5}{c^4 d^{-4}}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^{-2}}{4a^3 d^6}\right)^2 \\
 &= \frac{2^2 a^6 b^{12}}{c^{12}} \cdot \frac{2^6 a^{12} b^{15}}{c^{12} d^{-12}} \cdot \frac{b^{-4}}{2^4 a^6 d^{12}} \\
 &= \frac{2^2 a^6 b^{12} \cdot c^{12} d^{-12}}{c^{12} \cdot 2^6 a^{12} b^{15}} \cdot \frac{1}{2^4 a^6 b^4 d^{12}} \\
 &= \frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot a^6 \cdot a^6 \cdot b^{12} \cdot b^4 \cdot c^{12} \cdot d^{-12} \cdot d^{12}}{c^{12} \cdot 2^6 a^{12} b^{15}} \\
 &= \frac{2^6 \cdot a^{12} \cdot b^{16} \cdot c^{12} \cdot d^0}{2^6 \cdot a^{12} \cdot b^{15} \cdot c^{12}} \\
 &= \frac{\cancel{2^6} \cdot \cancel{a^{12}} \cdot b^{16} \cdot \cancel{c^{12}} \cdot 1}{\cancel{2^6} \cdot \cancel{a^{12}} \cdot b^{15} \cdot \cancel{c^{12}}} \\
 &= \frac{b^{16}}{b^{15}} = b
 \end{aligned}$$

پنجم:

الف –

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{7a^2b^3c^4}{8x^5y^7z^7}\right)^u \cdot \left(\frac{21a^2b^2c^4}{16x^6y^7z^8}\right)^u &= \frac{(7a^2b^3c^4)^u (16x^6y^7z^8)^u}{(8x^5y^7z^7)^u (21a^2b^2c^4)^u} \\
 &= \frac{[(7a^2b^3c^4)(16x^6y^7z^8)]^u}{[(8x^5y^7z^7)(21a^2b^2c^4)]^u} \\
 &= \left[\frac{7a^2b^3c^4 \cdot 16x^6y^7z^8}{8x^5y^7z^7 \cdot 21a^2b^2c^4}\right]^u \\
 &= \left[\frac{7 \cdot 2 \cdot 8a^2b^3c^4x^6y^7z^8}{7 \cdot 3 \cdot 8a^2b^2c^4x^5y^7z^7}\right]^u \\
 &= \left[\frac{\cancel{7} \cdot 2 \cdot \cancel{8}a^{\cancel{2}}b^3 \cancel{c^4} x^6 y^{\cancel{7}} z^8}{\cancel{7} \cdot 3 \cdot \cancel{8}a^{\cancel{2}}b^2 \cancel{c^4} x^5 y^{\cancel{7}} z^7}\right]^u \\
 &= \left(\frac{2b^3x^6z^8}{3b^2x^5z^7}\right)^u = \underline{\underline{\left(\frac{2bxz}{3}\right)^u}}
 \end{aligned}$$

ب –

$$\begin{aligned}
 [(a^2 - x^2)^{-3}]^{-2} \cdot [(a+x)(a-x)]^{-5} &= (a^2 - x^2)^6 \cdot [a^2 - x^2]^{-5} \\
 &= \frac{(a^2 - x^2)^6}{(a^2 - x^2)^5} \\
 &= \underline{\underline{a^2 - x^2}}
 \end{aligned}$$

شپږم:

الف –

$$\begin{aligned}
 \left[ (x^2 - y^2)^3 \right]^4 : (x - y)^{12} &= \frac{(x^2 - y^2)^{12}}{(x - y)^{12}} \\
 &= \frac{[(x - y)(x + y)]^{12}}{(x - y)^{12}} \\
 &= \left[ \frac{(x - y)(x + y)}{(x - y)} \right]^{12} \\
 &= \left[ \frac{\cancel{(x - y)}(x + y)}{\cancel{(x - y)}} \right]^{12} \\
 &= \underline{\underline{(x + y)^{12}}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \right)^5 \cdot \left( \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right)^5 &= \left[ \frac{7xy^2}{3p^2q^2} \cdot \frac{18p^2q^2}{14xy^2} \right]^5 \\
 &= \left[ \frac{7 \cdot 3 \cdot 6xy^2p^2q^2}{3 \cdot 2 \cdot 7p^2q^2xy^2} \right]^5 \\
 &= \left[ \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{3} \cdot 6 \cancel{xy^2} \cancel{p^2q^2}}{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{7} \cancel{p^2q^2} \cancel{xy^2}} \right]^5 \\
 &= \underline{\underline{3^5 = 243}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{4m^7n^8p^5}{28rs^2} \right)^x \cdot \left( \frac{m^7n^7p^6}{35r^2s^2} \right)^x &= \left( \frac{4m^7n^8p^5 \cdot 35r^2s^2}{28rs^2 \cdot m^7n^7p^6} \right)^x \\
 &= \left( \frac{4 \cdot 5 \cdot 7m^7n^8p^5r^2s^2}{4 \cdot 7rs^2m^7n^7p^6} \right)^x
 \end{aligned}$$



$$= \left( \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 m^7 n^8 p^5 r^2 s^2}{4 \cdot 7 r s^2 m^7 n^7 p^6} \right)^x$$

$$= \left( \frac{5n^8 p^5 r^2}{m^7 p^6} \right)^x = \underline{\underline{\left( \frac{5nr}{p} \right)^x}}$$

ت -

$$\left( \frac{a^2}{x^3} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{2x^2}{5a^3} \right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = \left( \frac{x^3}{a^2} \right)^2 \cdot \left( \frac{5a^3}{2x^2} \right)^1 \cdot \frac{2a}{x^4}$$

$$= \frac{x^6}{a^4} \cdot \frac{5a^3}{2x^2} \cdot \frac{2a}{x^4}$$

$$= \frac{x^6}{a^4} \cdot \frac{5a^3}{\cancel{2}x^2} \cdot \frac{\cancel{2}a}{x^4}$$

$$= \frac{5a^4 x^6}{a^4 x^6} = \frac{\cancel{5a^4 x^6}}{\cancel{a^4 x^6}} = 5$$

پوښتنې

توان XI

لسميز توانونه

لومړۍ: جدول پک کړئ

$10^0$	$10^{-3}$		$10^{-x}$	$10^3$		$10^6$	$3,4 \cdot 10^9$
		$\frac{1}{100}$			10000		

دويم: ګڼونه يا اعداد د حقيقي اعدادو د ضرب په څير په لسم توان وليکئ

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 287

الف - 7 000 000 ب - 725 000 000 000 پ - 0,000 07

ت - 0,000 32 ت -  $\frac{1}{0,004}$  ث - 0,072

دریم:

تر مخ سیلابونه Kilo-, Mega-, Milli-, Mikro-, Nano-, Dezi-, Zenti- په لاندې ورکړ شوي کچوني سره تنظیم کړئ.

4 MHz      35 kJ      5 GW      17 mg  
8 dl      75,4 cm      6  $\mu\text{m}$       5,4 ns

څلورم: لاندې د یون- یا واحد تر مونه ساده کړئ

الف -  $\frac{\text{m}}{\text{m s}^{-2}}$  ب -  $\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}}$  پ -  $\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$

ت -  $\sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$  ب -  $\frac{4 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}}$  ث -  $\frac{24 \text{ m}^2}{8 \text{ mm}}$

ج -  $\frac{10^{-2} \text{m}^{-2}}{10^{-3} \text{cm}}$  چ -  $\frac{\text{kg m}}{\text{m s}^{-2}}$  ح -  $\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{C}}{\text{m}}}$

پنځم: په متر ( ) یې وپروئ او نتیجه یې په لسم توان ولیکئ.

الف - 0,004 mm ب - 5 nm پ -  $7,2 \cdot 10^{-6}$  mm ت -  $2,42 \cdot 10^{-5}$  cm شپږم:

د لمر ډکي يا حجم څومره د ځمکې غونډارو يا غونډوسکو يا کرو ډکي ورکوي؟

د ځمکې ډکي =  $1,08 \cdot 10^{21} \text{m}^3$  د لمر ډکي يا حجم =  $1,41 \cdot 10^{18} \text{km}^3$  = اوم: د  
ځمکې او لمر ترمنځ واټن یواسترونومي یون یا واحد astronomischen Einheit

دی. Quasar RD J030117 + 002025 له ۱۳ میلیارده نور کلونونه لري  
دی. دا څومره استرونومي واحدونه یا یونونه دي؟

$1 \text{AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{km}$  یو نوري ثانيه =  $3 \cdot 10^5 \text{km}$   
اتم: لاندې لويې په لسميز لیکدود ورکړئ

د لمر او ځمکې ترمنځ منځنی واټن  $d = 15 \cdot 10^{10} \text{m}$

ځوابونه

توان XI ( لسميز توان )

نتیجې او مفصل ځوابونه  
Potenzgesetze د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

نتیجې:

## 289 1.4-توان، ریننه او د هغوي ...

لومړی:

$10^{-1}$	$10^0$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-x}$	$10^3$	$10^4$	$10^6$	$3,4 \cdot 10^9$
0,1	1	0,001	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10^x}$	1000	10000	1000000	3400000000

دویم:

$$725\,000\,000\,000 = 7,25 \cdot 10^{11} \quad \text{الف} \quad 7\,000\,000 = 7 \cdot 10^6 \quad \text{ب}$$

$$0,000\,32 = 32 \cdot 10^{-5} \quad \text{ت} \quad 0,000\,07 = 7 \cdot 10^{-5} \quad \text{پ}$$

$$\frac{1}{0,004} = 2,5 \cdot 10^{-2} \quad \text{ب} \quad -0,072 = -72 \cdot 10^{-3} \quad \text{ث}$$

په لاندې الماني بنه لیکل شوي، سری ترې پوهیدلی شي.

$$4 \text{ MHz (Mega)} \quad 35 \text{ kJ (Kilo)} \quad 5 \text{ GW (Giga)} \quad 17 \text{ mg (Milli)}$$

$$8 \text{ dl (Dezi)} \quad 75,4 \text{ cm (Zenti)} \quad 6 \mu\text{m (Mikro)} \quad 5,4 \text{ ns (Nano)}$$

څلورم:

$$\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{10^2 \text{ As}}{\text{V}} \quad \text{پ} \quad \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{V s}^2} \quad \text{ب} \quad \frac{\text{m}}{\text{m s}^{-2}} = \text{s}^2 \quad \text{الف}$$

$$\frac{24 \text{ m}^2}{8 \text{ mm}} = 3 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{ث} \quad \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} = \frac{4 \cdot 10^{20}}{\text{s}^4} \quad \text{ب} \quad \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \text{m} \cdot \text{s} = \text{m} \quad \text{ت}$$

$$\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{C s}} \quad \text{ح} \quad \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = \text{kg} \quad \text{چ} \quad \frac{10^{-2} \text{ m}^{-2}}{10^{-3} \text{ cm}} = 10^3 \text{ m}^{-3} \quad \text{ج}$$

پنځم:

الف -  $0,004 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  ب -  $5 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$   
 پ -  $7,2 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 7,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  ت -  $2,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ m}$   
شیرم:

$$\frac{1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41 \cdot 10^{18} \cdot 10^9 \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = 1,3 \cdot 10^6$$

د ځمکې غونډاری

اوم:

$$\frac{13 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km}}{149,6 \cdot 10^6 \text{ km}} = \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^{21} \text{ km}}{149,6 \cdot 10^6 \text{ km}} \approx$$

$$\approx 0,8 \cdot 10^{15} \text{ AE}$$

اتم:

$$d = 15 \cdot 10^{10} \text{ m} = 150 \ 000 \ 000 \ 000 \text{ m}$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$0,1 = 10^{-1} = \frac{1}{10}$	$10^{-x} = \frac{1}{\underline{\underline{10^x}}}$
$10^0 = \underline{\underline{1}}$	$10^3 = \underline{\underline{1000}}$
هر بنسټ په توان د 0 دا ارزښت لري	$10 \ 000 = \underline{\underline{10^4}}$
$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}}$	$10^6 = \underline{\underline{1000 \ 000}}$
$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = \underline{\underline{0,01}}$	$3,4 \cdot 10^9 = \underline{\underline{3 \ 400 \ 000 \ 000}}$

## 1.4-توان، ريښه او د هغوي ... 291

دويم:

$$725\,000\,000\,000 = 7,25 \cdot 10^{11}$$

$$7\,000\,000 = \underline{7 \cdot 10^6} \text{ - الف} \quad \text{ب - } \underline{725 \cdot 10^9}$$

$$0,000\,32 = 32 \cdot 10^{-5} \quad 0,000\,07 = 7 \cdot 10^{-5}$$

$$= \underline{320 \cdot 10^{-6}} \text{ - ت} \quad = \underline{70 \cdot 10^{-6}} \text{ - پ}$$

$$\frac{1}{0,004} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$-0,072 = \underline{-72 \cdot 10^{-3}} \text{ - ث} \quad = 0,25 \cdot 10^{-3} = \underline{2,5 \cdot 10^{-2}} \text{ - ب}$$

دريم: لاندې کي دې فکر وشي!!

4 MHz = 4 Megahertz Vorsilbel "Mega". (Frequenz)

35 kJ = 35 Kilojoule Vorsilbe "Kilo". (د تودخي انرژي واحد يا )  
Wärmeenergieeinheit)

5 GW = 5 Gigawatt "Giga". (،،مختاری،، Leistungseinheit د توان واحد)

17 mg = 17 Milligramm "Milli". (د کتلي واحد)

8 dl = Deziliter Vorsilbe "Dezi". (Volumeneinheit)

75,4 cm = 75,4 Zentimeter "Zenti". (اوردوالي واحد)

6 μm = 6 Mikrometer "Mikro". (اوردوالي واحد)

5,4 ns = 5,4 Nanosekunden "Nano". (وخت واحد)

څلورم:

$$\frac{m}{m \cdot s^{-2}} = \frac{m}{m} \cdot s^2 = \frac{m}{m} \cdot s^2 = s^2 \text{ - الف}$$

$$\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{V m}^{-1}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{V s}^2} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot 100 \text{ cm}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot 100 \cancel{\text{cm}}}{\text{V} \cdot \cancel{\text{cm}}} = \frac{10^2 \text{As}}{\text{V}} \quad \text{پ -}$$

$$\sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \text{m} \cdot \text{s} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \cdot \text{s} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \cancel{\text{s}} = \text{m} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{m}^{-1} \cdot 10^{19} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} &= \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{19} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{4 \cdot 10^{19-3} \cdot \text{m}^{-1+1} \cdot 1}{\text{s}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{4 \cdot 10^{16} \cdot 1 \cdot 1}{\text{s}^4 \cdot 10^{-4}} = \frac{4 \cdot 10^{20}}{\text{s}^4} \quad \text{ث -} \end{aligned}$$

$$\frac{24 \text{ m}^2}{8 \text{ mm}} = \frac{24}{8} \cdot \frac{(10^3 \text{ mm})^2}{\text{mm}} = 3 \cdot \frac{10^6 \text{ mm}^2}{\text{mm}} = 3 \cdot 10^6 \text{ mm} = \underline{\underline{3 \cdot 10^3 \text{ m}}} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{10^{-2} \text{m}^{-2}}{10^{-3} \text{cm}} = \frac{10^3}{10^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{cm}} = \frac{10^3}{10^2 \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-2} \text{m}} = \frac{10^3}{\text{m}^3} = \underline{\underline{10^3 \text{ m}^{-3}}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\text{m s}^{-2}} = \frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m s}^{-2}}{1}} = \frac{\text{kg m} \cdot 1}{\text{s}^2 \cdot \text{m s}^{-2}} = \frac{\text{kg} \cancel{\text{m}}}{\text{s}^2 \cdot \cancel{\text{m}} \text{s}^{-2}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^{2-2}} = \frac{\text{kg}}{1} = \underline{\underline{\text{kg}}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{C}}{\text{m}}} = \frac{\text{kg m} \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cancel{\text{m}} \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{C} \cdot \cancel{\text{m}}} = \frac{\text{kg}}{\text{C s}} - \text{ح}$$

پنځم:

$$0,004 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}} - \text{الف}$$

$$5 \text{ nm} = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-9} \text{ m}}} \text{ (Nano} = 10^{-9}) - \text{ب}$$

$$\begin{aligned} 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ mm} &= 7,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ &= \underline{\underline{7,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}}} - \text{پ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm} &= 2,42 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ &= \underline{\underline{2,42 \cdot 10^{-7} \text{ m}}} - \text{ت} \end{aligned}$$

شپږم:

$$= 1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3 = \text{د ځمکې ډکۍ يا حجم}$$

$$= 1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3 = 1,41 \cdot 10^{18} \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3 = \text{د لمر ډکۍ}$$

$$\text{ځمکغونډاری} \quad n = \frac{1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^3}{1,08 \cdot 10^{21} \text{ m}^3} = \frac{1,41}{1,08} \cdot 10^6 \text{ m}^3 \approx \underline{\underline{1,306 \cdot 10^6}}$$

نږدې 1,3 میلیونه د ځمکې غونډاري يا غونډوسکې د لمر ډکۍ راکوي.

اوم:



$$\begin{aligned} \text{يو استرونومي يون يا واحد} \quad (AE) &= 149,6 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km} \\ &= 3 \cdot 10^5 \text{ km} = \text{يونورثانيه} \end{aligned}$$

ديارلس ميليارده لمر کلونه دي:

$$13 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km} = 1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 10^9 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3 \cdot 10^{21} \text{ km}}{1,496 \cdot 10^8 \text{ km}} \\ &= \frac{1,3 \cdot 3,65 \cdot 2,4 \cdot 3,6 \cdot 3}{1,496} \cdot 10^{13} \approx 82,213 \cdot 10^{13} = \underline{\underline{822,13 \cdot 10^{12}}} = \text{واتن} \end{aligned}$$

کوازار Quasar نږدې 822 بيليونه له ځمکې لرې دی.

اتم:

$$d = 15 \cdot 10^{10} \text{ m} = 150\,000\,000\,000 \text{ m} \quad (\text{يعني لس صفرونه پسي وټړی})$$

پوښتنې

توان او رینه |

د توان او رینه شمیرنه

## 1.4-توان، رینہ او د ہغوی ... 295

لانڈی ترمونہ وشمیری:

لومری:

$$\text{الف - } (a+b)^2 \text{ ب - } (a+x)^2 \text{ پ - } (a-b)^2 \text{ ت - } (x-y)^2$$

$$\text{ت - } (a+b)^3 \text{ ٹ - } \frac{ax^9+bx^7}{x^5} \text{ ج - } \frac{(4a^2+4a+1)^x}{(2a+1)^x} \text{ چ - } \frac{49z^2-1}{7z-1} \text{ دویم:}$$

$$\text{الف - } \frac{ma^5-ma^3b^2}{ma^2} \text{ ب - } \frac{25x^2-100y^2}{5x+10y} \text{ پ - } \frac{(a^2+2ab+b^2)^3}{(a+b)^3} \text{ دریم:}$$

$$\text{الف - } \frac{(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^m}{(a-b)^m} \text{ ب - } \frac{x^4y^5-x^3y^4+x^2y^3}{x^2y^2} \text{ خلورم:}$$

$$\text{الف - } \sqrt{x^2y^2} \text{ ب - } \sqrt{a^2b^2c^2} \text{ پ - } \sqrt{4x^2y^2} \text{ ت - } \sqrt[3]{u^3v^3w^3}$$

$$\text{ت - } \sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} \text{ ٹ - } \sqrt[4]{a^2b^4c^6} \text{ ج - } (x^4y^4)^{\frac{3}{2}} \text{ چ - } (27a^3b^6)^{\frac{1}{3}} \text{ پنجم:}$$

$$\text{الف - } \sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{2}+4\sqrt{3} \text{ ب - } \sqrt[3]{y}-\sqrt[3]{b}+2\sqrt[3]{y}-3\sqrt[3]{b}$$

$$\text{پ - } \left[ (a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[ (a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{ت - } \frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}}$$

$$\text{ت - } (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} \text{ ٹ - } x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$$

$$\frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} \quad \frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}}$$

$$\text{الف - } x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3} \text{ ب - } a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3} \text{ شپیرم:}$$

اوم:

$$\text{الف - } x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{ب - } (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{پ - } \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}$$

خوابونه

توان او رينه |

نتيجي او مفصل خوابونه

د توان او ريني قوانين

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{a^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

## 1.4-توان، ريښه او د هغوي ... 297

دا چې هره ريښه د ت وان پېڅير ليكل كيدى شي، دا پېڅيرو حالتونو كې كټوره ده، چې ريښه په توان وليكل شي او بيا شميرنه د توان قوانينو له مخې مخ ته بوځو. د اړتيا په وخت كې مېدى شي بو ما-يا مسري اكسپوننت بيرته په ريښه واړول شي.

ننيجي:

لومړى:

$$\text{الف - } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ ب - } (a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$$

$$\text{پ - } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ ت - } (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$\text{ټ - } (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ ټ - } \frac{ax^9 + bx^7}{x^5} = ax^4 + bx^2$$

$$\text{ج - } \frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} = (2a + 1)^x \text{ چ - } \frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = 7z + 1$$

$$\text{دويم: الف - } \frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = a^3 - ab^2$$

$$\text{ب - } \frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = 5x - 10y$$

$$\text{پ - } \frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a+b)^3} = (a+b)^3$$

درېم:

$$\frac{(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^m}{(a-b)^m} = (a-b)^{2m} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x^4y^5 - x^3y^4 + x^2y^3}{x^2y^2} = x^2y^3 - xy^2 + y \quad \text{ب -}$$

څلورم:

$$\sqrt{a^2b^2c^2} = abc \quad \text{ب -} \quad \sqrt{x^2y^2} = xy \quad \text{الف -}$$

$$\sqrt[3]{u^3v^3w^3} = uvw \quad \text{ت -} \quad \sqrt{4x^2y^2} = 2xy \quad \text{پ -}$$

$$\sqrt[4]{a^2b^4c^6} = \sqrt{a} \cdot bc \cdot \sqrt{c} \quad \text{ث -} \quad \sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} = x^2yz^3 \quad \text{ت -}$$

$$(27a^3b^6)^{\frac{1}{3}} = 3ab^2 \quad \text{ج -} \quad (x^4y^4)^{\frac{3}{2}} = (xy)^6 \quad \text{ج -}$$

پنجم:

$$\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad \text{الف -}$$

$$\sqrt[3]{y} - \sqrt[4]{b} + 2\sqrt[3]{y} - 3\sqrt[4]{b} = 3\sqrt[3]{y} - 4\sqrt[4]{b} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}} = 6a^3 \quad \text{ت -} \quad \left[ (a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[ (a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = (a+b)^{\frac{1}{2}}$$

$$(n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} = (n+x)^2 \quad \text{ث -} \quad x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} = 1 \quad \text{ت -}$$

$$\frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} = a^2 \quad \text{ب -} \quad \frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}} = 10x^3 \quad \text{الف -}$$

شپږم:

$$x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} = 6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{2}} \quad \text{اوم: الف -}$$

$$(a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} = 2(a+b)^{\frac{2}{3}} \quad \text{ب۔}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} \\ & = 3\sqrt{a+b} - 2\sqrt[3]{a+b} + \sqrt[3]{a-b} \quad \text{ب۔} \end{aligned}$$

مفصل جوابونه:

لومړی: (لاندي الماني: د بينوم جمله)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{الف۔ 1. binomische Formel}$$

$$(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2 \quad \text{ب۔ 1. binomische Formel}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{پ۔ 2. binomische Formel}$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{ت۔ 2. binomische Formel}$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \underline{\underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}} \quad \text{ت۔}$$

$$\frac{ax^9 + bx^7}{x^5} = \frac{x^5(ax^4 + bx^2)}{x^5} = \underline{\underline{ax^4 + bx^2}} \quad \text{ث۔}$$

$$\begin{aligned} \frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} &= \left[ \frac{(4a^2 + 4a + 1)}{2a + 1} \right]^x \\ &= \left[ \frac{(2a + 1)^2}{2a + 1} \right]^x = \underline{\underline{(2a + 1)^x}} \quad \text{ج۔} \end{aligned}$$

$$\frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = \frac{(7z + 1)(7z - 1)}{7z - 1} = \underline{\underline{7z + 1}} \quad \text{چ۔}$$

$$\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = \frac{ma^2(a^3 - ab^2)}{ma^2} = \underline{a^3 - ab^2} \quad \text{دویم: الف -}$$

$$\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = \frac{(5x - 10y)(5x + 10y)}{5x + 10y} = \underline{5x - 10y} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a+b)^3} = \left[ \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b} \right]^3 = \left[ \frac{(a+b)^2}{a+b} \right]^3 = \underline{(a+b)^3} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^m}{(a-b)^m} = \left[ \frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a-b} \right]^m \quad \text{دریم:}$$

برخه ځواب د پو لښوم وپش له لارې

$$(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) : (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\underline{-(a^3 - a^2b)}$$

$$- 2a^2b + 3ab^2$$

$$\underline{-(-2a^2b + 2ab^2)}$$

$$ab^2 - b^3$$

$$\underline{-(ab^2 - b^3)}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a-b} \right]^m = \left( \frac{a^2 - 2ab + b^2}{\text{2. bin. Formel}} \right)^m$$

$$= \left[ (a-b)^2 \right]^m = \underline{(a-b)^{2m}} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x^4y^5 - x^3y^4 + x^2y^3}{x^2y^2} = \frac{x^2y^2(x^2y^3 - xy^2 + y)}{x^2y^2} = \underline{x^2y^3 - xy^2 + y} \quad \text{ب -}$$

## 1.4-توان، ریشه او د هغوي ... 301

$$\sqrt{x^2y^2} = (x^2y^2)^{\frac{1}{2}} = x^{2 \cdot \frac{1}{2}} y^{2 \cdot \frac{1}{2}} = xy \quad \underline{\underline{=}} \quad \text{څلورم: الف -}$$

$$\sqrt{4x^2y^2} = (2^2x^2y^2)^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{2xy}} \quad \text{پ -} \quad \sqrt{a^2b^2c^2} = (a^2b^2c^2)^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{abc}} \quad \text{ب -}$$

$$\sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} = (x^{10}y^5z^{15})^{\frac{1}{5}} = \underline{\underline{x^2yz^3}} \quad \text{ت -} \quad \sqrt[3]{u^3v^3w^3} = (u^3v^3w^3)^{\frac{1}{3}} = \underline{\underline{uvw}} \quad \text{ب -}$$

$$\sqrt[4]{a^2b^4c^6} = (a^2b^4c^6)^{\frac{1}{4}}$$

$$(x^4y^4)^{\frac{3}{2}} = x^{4 \cdot \frac{3}{2}} y^{4 \cdot \frac{3}{2}} = x^6y^6 = \underline{\underline{(xy)^6}} \quad \text{ج -} \quad = \underline{\underline{a^{\frac{1}{2}}bc^{\frac{3}{2}}}} = \underline{\underline{\sqrt{a} \cdot bc \cdot \sqrt{c}}} \quad \text{ث -}$$

$$(27a^3b^6)^{\frac{1}{3}} = (3^3a^3b^6)^{\frac{1}{3}} = \underline{\underline{3ab^2}} \quad \text{چ -}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{b} + 2\sqrt[3]{y} - 3\sqrt[3]{b} &= \sqrt[3]{y} + 2\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{b} - 3\sqrt[3]{b} \\ &= \underline{\underline{3\sqrt[3]{y} - 4\sqrt[3]{b}}} \quad \text{ب -} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= \underline{\underline{5\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}} \quad \text{الف - پنځم:}$$

$$\begin{aligned} &\frac{3\sqrt{a^3} \cdot 2\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= \frac{3a^{\frac{3}{2}} \cdot 2a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= \frac{6a^{\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} \stackrel{\text{HN-6}}{=} \frac{6a^{\frac{9}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}}}{a} \\ &= \frac{6a^{\frac{24}{6}}}{a} = \frac{6a^4}{a} = \underline{\underline{6a^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left[ (a+b)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[ (a+b)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left( a+b^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}} \right) (a+b)^{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}} \\ &= (a+b)(a+b)^{-\frac{1}{2}} \\ &= (a+b)^{1-\frac{1}{2}} \\ &= \underline{\underline{(a+b)^{\frac{1}{2}}}} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

ت -



$$\begin{aligned}
 x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} &= x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{18}{12}} \text{HN-6} \\
 &= x^{\frac{4}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{9}{6}} \\
 &= x^{\frac{4}{6} + \frac{5}{6} - \frac{9}{6}} \\
 &= \underline{\underline{x^0 = 1}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{(n+x)^5} &= (n+x)^{\frac{3}{4}} \cdot (n+x)^{\frac{5}{4}} \\
 &= (n+x)^{\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} \\
 &= (n+x)^{\frac{8}{4}} \\
 &= \underline{\underline{(n+x)^2}}
 \end{aligned}$$

ث

$$\begin{aligned}
 \frac{a^4 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot \sqrt[3]{a^7}}{a^4 \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^3}} \\
 &= \frac{a^{\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{a^{\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{7}{3}} \text{HN-15}}{a^{\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}} \text{HN-4}} \\
 &= \frac{a^{\frac{12}{15} + \frac{10}{15} + \frac{9}{15} + \frac{9}{15} + \frac{35}{15}}}{a^{\frac{3}{4} + \frac{6}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{a^{\frac{75}{15}}}{a^{\frac{12}{4}}} \\
 &= \underline{\underline{\frac{a^5}{a^3} = a^2}}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 \frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot 2x^{\frac{2}{3}} \cdot 5\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{x^3}} \\
 &= \frac{2 \cdot 5x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \text{HN-6}}{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{10x^{\frac{9}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6}}}{x^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} \\
 &= \frac{10x^{\frac{24}{6}}}{x^1} \\
 &= \underline{\underline{\frac{10x^4}{x} = 10x^3}}
 \end{aligned}$$

شپږم: الف -

اوم:

په لاندې کې:  $\text{sortieren} =$  سره یوځای کړئ یا په ترتیب کړئ.

$$\begin{aligned} & x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} \text{ sortieren} \\ & = x^{\frac{1}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} - 2x^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{6x^{\frac{1}{3}} - 4x^{\frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

الف -  
ب -

$$\begin{aligned} & (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} \text{ sortieren} \\ & = (a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}} - (a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} + (a+b)^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{2(a+b)^{\frac{2}{3}}}} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} & \sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} - 3\sqrt[3]{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} \text{ sortieren} \\ & = \sqrt{a+b} + 2\sqrt{a+b} + \sqrt[3]{a+b} - 3\sqrt[3]{a+b} - \sqrt{a-b} + \sqrt{a-b} + \sqrt[3]{a-b} \\ & = \underline{\underline{3\sqrt{a+b} - 2 \cdot \sqrt[3]{a+b} + \sqrt[3]{a-b}}} \end{aligned}$$

پوښتنې

رینہ او توان

رینہ او توان |

لومړۍ: ساده یې کړئ

$$\text{الف - } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27t} \text{ ب - } (3\sqrt{a} + x\sqrt{a})\sqrt{a} \text{ پ - } (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$\text{ت - } (\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2}) \text{ ب - } (\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} \text{ ث - } (\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x}$$

$$\text{ج - } (e^{0.5} - e^{-0.5})\sqrt{2e} \text{ چ - } (0.5x^{0.5})^3 + 3x\sqrt{x} \text{ ح - } 0.5e\sqrt{e^{-2}} + 2e$$

دویم: سادہ بی کریئ

الف -  $\sqrt{50}$  - ب -  $\sqrt{112} - 3\sqrt{7}$  - پ -  $\sqrt{8x^2} + \frac{x}{2}\sqrt{2}$

ت -  $\sqrt{a^7} - \sqrt{9a^3}$  - ب -  $\sqrt{8t^2 - 16t + 8}$  - ٹ -  $(1 + \sqrt{t})^2$

ج -  $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})^2$  - چ -  $\sqrt{0,25t} - \sqrt{\frac{t}{25}} + 3\sqrt{t}$  - ح -

خلورم: سادہ بی کریئ

دریم: مخرج راشنل یا ہونبیار کریئ

$$\sqrt{xy^2} - 5\sqrt{x^2y} + 8x\sqrt{y} - 10y\sqrt{x}$$

الف -  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  - ب -  $\frac{x}{2\sqrt{x}}$  - پ -  $\frac{1 + \sqrt{t}}{1 - \sqrt{t}}$

ت -  $\frac{t}{\sqrt{5t} - \sqrt{3t}}$  - ب -  $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-1}$  - ٹ -  $\frac{a}{\sqrt{a} + 1 + a}$

خلورم: سادہ بی کریئ

الف -  $\frac{1}{9t}(\sqrt{t})^5 + \frac{1}{9}(\sqrt{t})^3 + \frac{3}{2}t\sqrt{t}$  - ب -  $-\frac{1}{2t} \left[ (-\sqrt{t})^4 + t(-\sqrt{t})^2 \right]$

پ -  $\frac{t}{2} \cdot \left( \frac{6}{\sqrt{t}} \right) - \frac{t^2}{144} \cdot \left( \frac{6}{\sqrt{t}} \right)^3$  - ٹ -  $\frac{1}{t^2}(\sqrt{0,5t})^3 - \frac{3}{2t}(\sqrt{0,5t})^2 + 2$

پنجم: سرہ یوخی بی کریئ:

الف -  $\sqrt{8} - 3\sqrt{2}$  - ب -  $\sqrt{18} - 3\sqrt{8}$

پ -  $\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{25}$  - ٹ -  $\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

ب -  $2\sqrt{3} - \sqrt{27} + 4\sqrt{9}$  - ٹ -  $4(\sqrt{2})^3 - 5\sqrt{2} + \sqrt{18}$

ج -  $(\sqrt{5})^3 3\sqrt{5^2} - (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}\sqrt{5^3}$

چ -  $\sqrt{3^4} + (-2\sqrt{3})^4 + (\sqrt{3^2})^3 - 5\sqrt{3}\sqrt{3^3}$

شپږم: ساده یې کړئ

الف -  $(\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^5$  - ب -  $4\sqrt{2} + 3\sqrt{0,5} - 2\sqrt{4,5}$  - پ -  $(\sqrt{t})^4 + \frac{1}{2}(\sqrt{t})^2$

ت -  $(\sqrt{8} - \sqrt{2})\sqrt{2}$  - ب -  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  - ث -  $(\sqrt{8} - \sqrt{7})^2$

ج -  $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x^5}$  - چ -  $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a^5}$  - ح -  $\sqrt{\frac{2x}{3y}} \cdot \sqrt{\frac{4x}{3y^2}}$

خ -  $(\sqrt{t})^3 + t\sqrt{t} - \sqrt{4t^3}$  - غ -  $(\sqrt{2t})^3 - t + (2\sqrt{t})^2 - \sqrt{2t^3}$  - ځ -  $\sqrt{(1,5t)^2} - 0,5t$   
اوم: ساده یې کړئ، که شوني وي

الف -  $\sqrt{4t^2 + 8t + 4}$  - ب -  $\frac{\sqrt{3t^2 - 3}}{\sqrt{t-1}}$  - پ -  $\frac{\sqrt{t^2 - 16}}{t-4}$

ت -  $\sqrt{x-y} \cdot \sqrt{x+y}$  - ب -  $\frac{(\sqrt{2t})^5 + (2\sqrt{t})^3}{4\sqrt{t}}$  - ث -  $(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})^2$

اتم: وشمیرئ

الف -  $y = \frac{1}{2t}x^4 - x^2 + 3t$  für  $x = \sqrt{t}$  - ب -  $y = \frac{2}{3}x^3 - tx + 5t\sqrt{t}$  für  $x = -\frac{1}{2}\sqrt{t}$

نهم: مخرج يا ماتلاندي راشنل کړئ.

الف -  $\frac{3}{\sqrt{12}}$  - ب -  $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$  - پ -  $\frac{3}{\sqrt{3}}$

ت -  $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  - ب -  $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}}$  - ث -  $\frac{t}{\sqrt{t}-1}$

لسم: کوم ترمونه د  $a > 1$  لپاره خورا کوچنی ارزښت ورکوي؟

$\sqrt{a^2+1}$	$\sqrt{a(a+1)}$	$\sqrt{a^2\left(1+\frac{1}{a}\right)}$
----------------	-----------------	--

خپله پرېکړه وشمیرئ.

یولسم:

$$\sqrt{a^2+b^2} = a+b \qquad \sqrt{(a+b)^2} = a+b$$

ایا دا دواړه غوښتنې د  $a, b \in \mathbb{R}$  لپاره باور لري. خپله پرېکړه په دلیل ودانه کړئ.

کیدې شي یوه غوښتنه داسې بدله شي، چې د ټولو  $a, b \in \mathbb{R}$  لپاره باوري وي؟

دولسم: د  $a > 0$  لپاره رینه په اړونده توان باندې تنظیم کړئ.

$$a\sqrt{a} \quad a^2\sqrt{a} \quad \frac{a}{\sqrt{a}} \quad \frac{\sqrt{a}}{a} \quad \left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2 \quad \frac{\sqrt{a}}{a^2} \quad \sqrt{\frac{1}{a^2}}$$

$$a^{2.5} \quad a^{-1} \quad a^{1.5} \quad a^{-1.5} \quad a \quad a^{-0.5} \quad a^{0.5}$$

$$5t\sqrt{\frac{1}{2t}}e^{-0.5} = 5\sqrt{\frac{t}{2e}} \text{ für } t > 0$$

دیارلسم: مساوات وښایست

څوارلسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل  $a=2$  او  $id\ b = \sqrt{2}$  اړخونه لري. دوه کونجترې یا قطر څومره اوږد دی؟

ځوابونه رینه او توان

رینه او توان |

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 307

نتیجی:

لومړی:

$$\text{الف - } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27t} = 9\sqrt{t} \quad \text{ب - } (3\sqrt{a} + x\sqrt{a})\sqrt{a} = a(3+x)$$

$$\text{پ - } (\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2}) = x - 2 \quad \text{ت - } (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 8 - 2\sqrt{15}$$

$$\text{ث - } (\sqrt{50} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} = 8 \quad \text{ج - } (\sqrt{3x} - \sqrt{12x}) : \sqrt{x} = -\sqrt{3}$$

$$\text{د - } (0,5x^{0,5})^3 + 3x\sqrt{x} = \frac{25}{8}x\sqrt{x} \quad \text{ه - } (e^{0,5} - e^{-0,5})\sqrt{2e} = (e-1)\sqrt{2}$$

$$\text{و - } 0,5e\sqrt{e^{-2}} + 2e = \frac{1}{2} + 2e$$

دویم:

$$\text{الف - } 5\sqrt{2} \quad \text{ب - } -\sqrt{7} \quad \text{پ - } 2,5x\sqrt{2} \quad \text{ت - } (a^3 - 3a)\sqrt{a}$$

$$\text{ث - } 2(t-1)\sqrt{2} \text{ für } t \geq 1 \quad \text{ج - } a + 4\sqrt{ab} + 4b \quad \text{د - } t + 2\sqrt{t} + 1$$

$$\text{ه - } 3,3\sqrt{t} \quad \text{و - } 3(x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x})$$

دریم:

$$\text{الف - } \frac{2}{5}\sqrt{5} \quad \text{ب - } \frac{1}{2}\sqrt{x} \quad \text{پ - } \frac{1+2\sqrt{t}+t}{1-t}$$

$$\text{ت - } \frac{1}{2}(\sqrt{5t} + \sqrt{3t}) \quad \text{ث - } \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \quad \text{د - } 1+a$$

$$\text{ه - } \frac{31}{18}t\sqrt{t} \quad \text{و - } t^2 - \frac{t}{2} \quad \text{ز - } \frac{3}{2}\sqrt{t} \quad \text{ح - } \frac{5}{4} + \frac{1}{2t}\sqrt{0,5t}$$

څلورم:

پنځم:

الف -  $\sqrt{2}$  - ب -  $-3\sqrt{2}$  - پ -  $5 - 3\sqrt{5}$  - ت -  $2 + 7\sqrt{2}$

ب -  $\sqrt{3} - 12$  - ث -  $6\sqrt{2}$  - ج -  $5\sqrt{5} - 40$  - چ - 135

شپږم:

الف -  $6\sqrt{2} + 4$  - ب -  $\frac{5}{2}\sqrt{2}$  - پ -  $t^2 + 0,5t$  - ت - 2 - ث - 1 - ج -  $15 - 4\sqrt{14}$

ج -  $x^4$  - چ -  $a^4\sqrt{a}$  - ح -  $\frac{2x}{3y} \cdot \sqrt{\frac{2}{y}}$  - خ - 0 - ځ -  $t\sqrt{2t} + 3t$  - ځ - t

اوم:

الف -  $t \geq -1$  - ب -  $\sqrt{3(t+1)}$  - پ -  $\sqrt{\frac{t^2-16}{(t-4)^2}} = \sqrt{\frac{t+4}{t-4}}$  - ت -  $2(t+1)$

ت -  $\sqrt{x^2 - y^2}$  - ث -  $t^2\sqrt{2} + 2t$  - ج -  $x^2y + 2xy\sqrt{xy} + xy^2$

اتم:

الف -  $y = \frac{3t}{2}$  - ب -  $y = \frac{65}{12}t\sqrt{t}$

نهم:

الف -  $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$  - ب -  $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -(\sqrt{2}+2)$  - پ -  $\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

ت -  $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4 - \sqrt{15}$  - ث -  $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)$  - ج -  $\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1}$

لسم:  $a > 1$  لپاره خورا کوچنی ارزښت راکوي، ځکه چې

$$a^2 + 1 < a(a+1) = a^2 \left(1 + \frac{1}{a}\right)$$

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 309

یولسم: د  $a, b \in \mathbb{R}$  لپاره داړه غوښتنې یا ثبوتونه ناتیګ دي.

د بیلګې په توګه:  $\sqrt{(1-2)^2} = 1 \neq 1-2$   $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \neq 1+2$ .

د ټول  $a, b \in \mathbb{R}$  لپاره مګر باور لري:  $\sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$

$a\sqrt{a}$	$a^2\sqrt{a}$	$\frac{a}{\sqrt{a}}$	$\frac{\sqrt{a}}{a}$	$\left(\frac{a}{\sqrt{a}}\right)^2$	$\frac{\sqrt{a}}{a^2}$	$\sqrt{\frac{1}{a^2}}$
$a^{1.5}$	$a^{2.5}$	$a^{0.5}$	$a^{-0.5}$	$a$	$a^{-1.5}$	$a^{-1}$

دولسم: ديارلسم:

$$e^{-0.5} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \sqrt{\frac{1}{e}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t\sqrt{\frac{1}{2t}}e^{-0.5} = 5t\sqrt{\frac{1}{2t}} \cdot \sqrt{\frac{1}{e}} = 5t\sqrt{\frac{1}{2te}} = 5\sqrt{\frac{t^2}{2te}} = 5\sqrt{\frac{t}{2e}}$$

څوارلسم:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4+2} = \sqrt{6} : \text{دوه کونجترې يا قطر } c$$

پوښتنې رینه او توان

توان او رینه II

لومړي: ساده يې کړئ.

$$\text{الف - } \sqrt[3]{24} \text{ - ب - } \sqrt[4]{32} \text{ - پ - } \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} \text{ - ت - } \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{t^5}$$



$$\text{ټ} - \sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2} \quad \text{ث} - (\sqrt[4]{6})^8$$

دويم:مخرج راشنلکړئ

$$\text{الف} - \sqrt[3]{2} \quad \text{ب} - \sqrt[3]{t} \quad \text{پ} - \frac{1}{\sqrt{t}-1}$$

درېم: د توان په څير يې وليکئ.

$$\text{الف} - (\sqrt{5})^3 \quad \text{ب} - \sqrt[3]{t} \quad \text{پ} - \sqrt[3]{4}$$

$$\text{ت} - \sqrt[4]{t^3} \quad \text{ث} - \sqrt[3]{t^3+1} \quad \text{ډ} - \sqrt[4]{t^2} : \sqrt[3]{t}$$

څلورم: ساده يې کړئ او توان يې د رېښې په توگه وليکئ

$$\text{الف} - \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 \quad \text{ب} - a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} \quad \text{پ} - a^{-\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{ت} - \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} \quad \text{ث} - \frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-1.5} \quad \text{ډ} - \frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b}$$

$$\text{ج} - a^2\sqrt{a} + 4a\sqrt{a^3} + a^{2.5} \quad \text{چ} - \sqrt{a} : (\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) \quad \text{ح} - \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{2t}$$

پنځم: ساده يې کړئ

$$\text{الف} - (x^2 + 2x + 1)^{0.5} \quad \text{ب} - (9t^2 + 36)^{0.5} \quad \text{پ} - 3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$$

$$\text{ت} - 4 \cdot 2^{0.25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 \quad \text{ث} - \sqrt{a^3} + (2a)^{0.5} + 5a^{1.5} \quad \text{ډ} - (9t^4 + 12t^2 + 4)^{0.5}$$

شپږم: بي د جشميري استعمال څخه د لويوالي له لوري سره يا پسي ترتيب کړئ:

$0,5^{2.4}$	$3^{-3.2}$	$2^{-3.2}$	$3^{-4.2}$	$5^{-3.2}$
-------------	------------	------------	------------	------------

اوم: د x او n کومو شرايطو لپاره باور لري:

## 1.4-توان، ريڻه او د هغوي ... 311

اتم: د لاندې ويناو څخه کومې رښتيا يا نارښتيا دي. دليل يې رارئ.

الف: د  $x \geq 0$  ټولو لپاره تعريف دى ب - د ټولو  $x \in \mathbb{N}$  لپاره تعريف دى. پ - مساوي په  $\frac{1}{x^2}$  دى.

الف- د  $x \in \mathbb{R}$  ټولو لپاره تعريف دى ب- 5 د  $x^2$  ريڻه ده. پ مربع ريڻه د  $x^3$

الف- د ټولو  $x \in \mathbb{Q}$  لپاره تعريف دى. ب - مساوي په  $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$  پ- مساوي په  $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$  نهم: د خپل جېشميرى سره  $\sqrt[8]{200}$  وشميرئ: د يوې دانې يا غورځونې (جې شپير خواوې لري) ژئ (په cm) څومره اوړې دي د 15 ليتر ډکي يا حجم سره؟ د هغه پورته سطحه يا ټوله سطحه څومره لويه ده؟ يولسم: يوه بډايط په برابر پاتي گټي سره په پنځه کاله کې په 30% زياتيري. کلنى گټه به څومره وي؟

پوښتنې ريڻه او توان

توان اوريننه ||

نتيجي:

لومړى:

الف -  $2\sqrt[3]{3}$  ب -  $2\sqrt[4]{2}$  پ - 5 ت -  $t^3$  ټ -  $5^2$  ث - 36

دويم:

الف -  $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$  ب -  $\sqrt[3]{t} = \sqrt[3]{t^2}$  پ -  $\frac{1}{\sqrt{t}-1} = \frac{\sqrt{t}+1}{t-1}$

دريم: الف -  $(\sqrt{5})^3 = 5\sqrt[3]{5}$  ب -  $\sqrt[3]{t} = t^{\frac{1}{3}}$  پ -  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = 4^{-\frac{1}{3}}$

$$t. \quad 4\sqrt[4]{t^3} = t^{\frac{3}{4}} \quad \text{ب.} \quad \sqrt[3]{t^3+1} = (t^3+1)^{\frac{1}{3}} \quad \text{ث.} \quad \sqrt[4]{t^2} : \sqrt[3]{t} = t^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-\frac{1}{3}} = t^{\frac{1}{6}}$$

څلورم:

$$\text{الف.} \quad \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 = x^2 \sqrt{x} \quad \text{ب.} \quad a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(ab)^3} \quad \text{پ.} \quad a^{-\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[6]{a^5}}$$

$$\text{ت.} \quad \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^{25}} \quad \text{ث.} \quad \frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-1.5} = \frac{2}{\sqrt{a^3}} \quad \text{ب.} \quad \frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b} = \sqrt[4]{\frac{a}{b^2}}$$

$$\text{ج.} \quad a^2 \sqrt{a} + 4a \sqrt{a^3} + a^{2.5} = 6\sqrt{a^5} \quad \text{چ.} \quad (\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) : \sqrt{a} = 1 - a$$

$$\text{ح.} \quad \sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[3]{2t} = t\sqrt[3]{2}$$

پنځم:

$$\text{الف.} \quad x+1 \text{ für } x \geq -1 \quad \text{ب.} \quad 3(t^2+4)^{0.5} \quad \text{پ.} \quad \frac{1}{3}$$

$$\text{ت.} \quad 8 \cdot 8^{0.25} = 2^{3.75} \quad \text{ب.} \quad 6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a} = \sqrt{a}(6a + \sqrt{2}) \quad \text{ث.} \quad 3t^2 + 2 \text{ شپږم:}$$

$$0.5^{2.4} < 2^{-3.2} < 3^{-3.2} < 3^{-4.2} < 5^{-3.2}$$

اوم:  $x \geq 0$  د  $n \in \mathbb{N}$  لپاره؛  $x \in \mathbb{R}$  د جوړه  $n$  لپاره او  $n \in \mathbb{N}$

اتم:

$$x^{-0.5} = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{د } x > 0 \text{ لپاره تعريف دى له دې لاس ته راځي چې ټولې ويناوې ناتيک دي}$$

$$\text{الف او ب.} \quad \text{تيک دې ځکه چې } x^2 \geq 0 \text{ دى.} \quad x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2}$$

$$\text{پ.} \quad \text{تيک دى.} \quad \text{د } x > 0 \text{ لپاره تعريف دى،} \quad x^{-1.5} = \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

نهم:

## 1.4-توان، رینه او د هغوي ... 313

دري ځله د رینهي تکمه راکوي 1,939227447  
لسم:

$$a = \sqrt[3]{15 \text{ dm}^3} \approx 2,466 \text{ dm} = 24,66 \text{ cm}$$

$$O = 6 \cdot a^2 \approx 3649,32 \text{ cm}^2$$

پاس یا پورته سطحه:  
یولسم:

$$K_5 = 1,3K_0 = K_0 (1+i)^5 \Rightarrow 1+i = \sqrt[5]{1,3} \Rightarrow i \approx 0,05387$$

د گټې پینه ده  $\approx 5,4\%$

## 1.5-د کار لومړۍ پانه: توان، رینه او لوگاریتم

د توان قانون

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قانون د e په بنسټ

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

دا چې د جشمیري سره فقط لسيز او طبیعي لوگاریتم شمیرل کیدی شي، د حلت و حالت ته اړین ده چې د لوگاریتم په بله بڼه وارو یا شمیر بدل کړو.

$$\log_3 5 = \frac{\lg 5}{\lg 3} = \frac{\ln 5}{\ln 3} \approx 1,465$$

د بیلگې په توگه:  $\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$

لومړۍ: ساده یې کړی

$$\text{الف - } a(x+t)^k - b(x+t)^k \quad \text{ب - } (1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2$$

$$\text{پ - } tx^3 - 3x^2 + 2tx^3 - 4x^2 \quad \text{ت - } (x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1}$$

$$\text{ث - } \left(\frac{x}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 \quad \text{ڈ - } (x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n}$$

$$\text{ج - } 2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 \quad \text{چ - } (x-3)^n \cdot (x+3)^n$$

$$\text{خ - } 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x \quad \text{ڈ - } 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5$$

$$\text{ح - } 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 \quad \text{خ - } 5a^m - 2a^n + 4a^m - 3a^n$$

دویم: سادہ پی کری

$$\text{الف - } \frac{x^{2n+1}}{x^n} \quad \text{ب - } \frac{15e^{x+1}}{5e^x} \quad \text{پ - } \frac{4^{x+2}}{16}$$

$$\text{ت - } \frac{10^3}{2^3} \quad \text{ث - } \frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} \quad \text{ڈ - } \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\text{ج - } (3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 \quad \text{چ - } (0,5e^{x+2})^2 \quad \text{خ - } \frac{x^{n-4}}{x^{n-5}}$$

$$\text{ڈ - } \frac{x^n}{x^{n-2}} \quad \text{ج - } \left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5x \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n \quad \text{خ - } \left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4$$

دریم: ساده یې کری

$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} \quad \text{پ} \quad -(x^4 - 2)^2 \quad \text{ب} \quad \frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 \quad \text{الف}$$

$$\frac{3^{2n+4}}{81} \quad \text{ت} \quad 128 \cdot 2^{n-7} \quad \text{ب} \quad 243 \cdot 3^{n-5} \quad \text{ث}$$

څلوم -

د نوکانو منځ وټاکي

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (\dots) \quad \text{ب} \quad \frac{1}{2} e^x - \frac{1}{4} e^{x+1} = \frac{e^x}{4} \cdot (\dots) \quad \text{الف}$$

$$e^x - e^{3x} = e^x \cdot (\dots) \quad \text{ت} \quad x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot (\dots) \quad \text{پ}$$

$$x^2 e^x + 2x e^x + e^x = e^x \cdot (\dots) \quad \text{ث} \quad e^{2x} - 1 = (e^x - 1) \cdot (\dots) \quad \text{ب}$$

$$e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} \cdot (\dots) \quad \text{ج} \quad a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} \cdot (\dots) \quad \text{ج}$$

$$te^{2x} - 2e^{x+1} = e^x \cdot (\dots) \quad \text{څ}$$

پنځم -

سره ضرب یې او ساده یې کری.

$$2^x (2^{-1} + 2^x) \quad \text{پ} \quad (e^x - e^{-x} + 5) e^x \quad \text{ب} \quad (e^x + e^{-x})^2 \quad \text{الف}$$

شپږم - ساده یې کری او سره یوځای یې کری.

الف -  $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$  ب -  $\left(\frac{2}{e^x}\right)^2 - 3(e^{-x})^2 + \frac{1}{e^{2x}}$  پ -  $e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3}$

ت -  $4t^2 \cdot t^{-3} - t \cdot t^{-2}$  ب -  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}}$  ث -  $\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}}$

ج -  $\frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x}$  چ -  $\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2}$  خ -  $\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y}$

خ -  $\frac{(a^2 + 2ab + b^2)}{(a+b)^3}$  ح -  $\frac{49z^2 - 1}{7z - 1}$  خ -  $\frac{[(-x^2)^2]^2 \cdot x^{2a}}{x^6}$

اوم: گڼونه يا اعداد د يو حقيقي عدد ضرب د يوه لسيز توان سره وليکئ (چې يو حقيقي عدد د يوه لسيز توان سره ضرب شوي وي)

الف - 6 000 000 ب - 445 000 000 000 پ - 0,000 04

ت - 0,000 52 ب -  $\frac{1}{0,005}$  ث - -0,052

اتم -

لاندي ترمونه وشميرئ.

د اړتيا په وخت کې د مات - يا کسري اکسپوننت سره رېښه په توان واړوئ.

له دې لومړی دوه بيلگې:

بيلگه ۱:  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$$\text{بیلگہ ۲: } \sqrt[4]{a \cdot \sqrt{bc}} = \sqrt[4]{a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}}} = \left[ a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{الف - } \sqrt[5]{x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15}} \quad \text{ب - } \sqrt{\frac{5a+b}{a-b}} \cdot \sqrt{a^2-b^2} \quad \text{پ - } \sqrt[3]{\sqrt{216}}$$

$$\text{ت - } \sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} \quad \text{ث - } \sqrt[4]{3\sqrt{x^4}} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{x^3}} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot 12\sqrt{x} \quad \text{ج - } \sqrt[4]{625a^3} \cdot \sqrt[3]{4^6} \cdot \sqrt{a^4}$$

نہم - مخرج راشنل کری.

$$\text{الف - } \frac{3}{\sqrt{3}} \quad \text{ب - } \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \quad \text{پ - } \frac{3}{\sqrt{12}}$$

$$\text{ت - } \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \quad \text{ث - } \frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} \quad \text{ج - } \frac{t}{\sqrt{t}-1}$$

لسم - لاندی لوکاریتمونہ وٹاکی.

$$\text{الف - } \ln 8 \quad \text{ب - } \ln(2+e) \quad \text{پ - } 3\ln e^{-2}$$

$$\text{ت - } \left[ \ln(1-e^{-1}) \right]^2 \quad \text{ث - } \ln 2 - \ln \sqrt{e} \quad \text{ج - } \ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2)$$

$$\text{ج - } \frac{\ln 2}{3} - 1 \quad \text{چ - } \frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}} \quad \text{خ - } \ln \frac{2}{e} - 1$$

یولسم - سادہ بی کری

$$\text{الف - } (t - e^{\ln 2t})^2 \quad \text{ب - } \ln \sqrt{e^{2t}} \quad \text{پ - } e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2}$$



دولسم – بڼه بدل یې کړی

الف -  $\log \sqrt{2xy}$  - ب  $\ln u + 2 \ln v$  - پ  $-\lg \frac{1}{u}$

ت -  $\lg x - \lg y + \frac{1}{2} \lg z$  - ب  $\ln e^2 - 3 \ln \frac{e}{2}$  - ث  $\ln \frac{1-x}{1+x}$

دیارلسم – ساده یې کړی

الف -  $\ln(2e^2) + \ln \frac{e}{2}$  - ب  $\ln\left(\frac{4}{3}t\right) - \ln \frac{4}{t}; t > 0$  - پ  $\ln(1-x^2) - \ln(1+x)$

ت -  $\ln x - \ln 4 + \ln \frac{4y}{x}$  - ب  $\ln \frac{1}{a^2} - \ln(2a) - \ln \frac{1}{a}$  - ث  $\ln \frac{1+x}{2+x} - \ln(x+1)$

څوارلسم – وټاکي

a)  $e^{2 \ln t}$    b)  $e^{\ln t^2}$    c)  $\frac{1}{2} e^{\frac{\ln t}{2}}$    d)  $e^{-\frac{\ln t}{3}}$    e)  $2e^{\ln t^2}$

f)  $e^{\ln t - 1}$    g)  $e^{\ln(t-1)}$

پنځلسم – گډوله پوښتنې

الف -  $\sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^5}$  - ب  $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$  - پ  $\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

ت -  $\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2}$  - ب  $\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5$

1.4 توان، رینه او د هغوي.... 319

$$\text{ث - } \frac{ax+a+x+1}{a^2-1} \quad \text{ج - } \frac{1}{2} \cdot \ln a - 2 \cdot \ln b^2 + \ln c \quad \text{چ - } 2 \cdot \ln \frac{p}{q} + \frac{1}{2} \cdot \ln q^2 - \ln p^3$$

$$\text{خ - } x \cdot \ln y - y \cdot \ln x \quad \text{خ - } 5 \cdot \ln x + \frac{1}{4} \cdot \ln y + \frac{3}{2} \cdot \ln z$$

$$\text{ح - } 4 \cdot \ln a - \frac{3}{2} \cdot \ln b^2 - \frac{2}{3} \cdot \ln \sqrt{a^3} \quad \text{خ - } \ln x^5 - \ln x^2 + \ln 4x^3$$

$$\text{د - } \ln \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x} - \ln x^3 \quad \text{ذ - } \ln \frac{5}{x} + \ln \frac{x}{5} - \ln \sqrt[3]{x^2} \quad \text{ر - } \ln \frac{e}{a} + \ln a^2 - \ln a\sqrt{e}$$

$$\text{ز - } \ln e^3 - \ln b^2 + 2 \cdot \ln \frac{b}{e} \quad \text{ز - } \ln \sqrt{e \cdot b} + \ln \frac{b}{e^2} - \frac{3}{2} \cdot \ln (eb)$$

$$\text{ژ - } \frac{\ln u^2 - \ln u + \ln \sqrt{u}}{\ln u^3}$$

خوابونه

توان، رینه او لوګاریتم |

نتیجې

لومړی:

$$\text{الف - } \frac{1}{2}(1-t)^2 \quad \text{ب - } (x+t)^k (a-b) \quad \text{پ - } 3tx^3 - 7x^2$$

ت -  $(x+1)^{2n}$  - ب  $\left(\frac{x}{3}\right)^6$  - ٹ -  $x-2$  - ج -  $5^{x+1}$  - چ -  $(x^2-9)^n$  -  
 خ -  $x^{n+1}$  - غ -  $-10(x^5-x^4)$  - د -  $8x^5-5y^5$  - ذ -  $9a^m-5a^n$

دویم:

الف -  $x^{n+1}$  - ب -  $3e$  - پ -  $4^x$  - ت -  $5^3$  - ٹ -  $(2+x)^n$  - ث -  $\frac{3}{8}x^2$   
 ج -  $9b^{2n+2}c^{2n-2}$  - چ -  $0,25e^{2x+4}$  - غ -  $x$  - خ -  $x^2$  - ح -  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  - خ -  $x^{19}$

دریم:

الف -  $2^8 = 256$  - ب -  $-x^8 + 4x^4 - 4$  - پ -  $e^x + 1$   
 ت -  $2^n$  - ب -  $3^n$  - ٹ -  $3^{2n}$

خلورم:

الف -  $\frac{e^x}{4}(2-e)$  - ب -  $3 \cdot 2^x$  - پ -  $x^n(x-3)^2$  - ت -  $e^x(1-e^{2x})$   
 ب -  $(e^x-1)(e^x+1)$  - ٹ -  $e^x(x+1)^2$  - ج -  $a^{2n}(a^{-n}+a^{4-3n}+1)$   
 چ -  $e^{-x}(e^{4x}-2)$  - خ -  $e^x(te^x-2e)$

پنجم:

الف -  $e^{2x} + e^{-2x} + 2$  - ب -  $e^{2x} + 5e^x - 1$  - پ -  $2^{x-1} + 2^{2x}$

شیرم:

الف -  $e^{4x-1}$  ب - 0 پ -  $\frac{1}{e}$  ت -  $\frac{3}{t}$  ث -  $e^x + e^{-x}$  ج -  $1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$

ج -  $(2a+1)^x$  چ -  $a^3 - ab^2$  خ -  $5x - 10y$  ح -  $(a+b)^3$  ز -  $7z+1$  خ -  $x^{2a+2}$

اوم:

الف -  $6\,000\,000 = 6 \cdot 10^6$  ب -  $445\,000\,000\,000 = 4,45 \cdot 10^{11}$

پ -  $0,000\,04 = 4 \cdot 10^{-5}$  ت -  $0,000\,52 = 5,2 \cdot 10^{-4}$

ب -  $\frac{1}{0,005} = 2 \cdot 10^2$  ث -  $-0,052 = -5,2 \cdot 10^{-2}$

اتم:

الف -  $x^2 \cdot y \cdot z^3$  ب -  $(a+b)\sqrt{5}$  پ -  $\sqrt{6}$

ت -  $\sqrt[3]{a^2}$  ث -  $x^2$  ج -  $10a$

نهم:

الف -  $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$  ب -  $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -(\sqrt{2}+2)$  پ -  $\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

ت -  $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4-\sqrt{15}$  ث -  $\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)$

$$\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1} \quad \text{ث -}$$

لسم:

الف - 2,07944    ب - 1,55144    پ - 6 - ت - 0,21038  
 ب - 0,193    ث - 0,693    ج - 0,768950    چ - 1,58496    خ - 1,30685

یولسم:

$$e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2} = -2t \quad \text{پ -} \quad \ln \sqrt{e^{2t}} = t \quad \text{ب -} \quad (t - e^{\ln 2t})^2 = t^2 \quad \text{الف -}$$

دولسم:

$$\lg u \quad \text{پ -} \quad \ln(uv^2) \quad \text{ب -} \quad \frac{1}{2}(\log 2 + \log x + \log y) \quad \text{الف -}$$

$$\ln(1-x) - \ln(1+x) \quad \text{ث -} \quad 3\ln 2 - 1 \quad \text{ب -} \quad \lg \frac{x\sqrt{z}}{y} \quad \text{ت -}$$

دیارلسم:

$$\ln(1-x) \quad \text{پ -} \quad 2\ln t - \ln 3 \quad \text{ب -} \quad 3 \quad \text{الف -}$$

$$-\ln(2+x) \quad \text{ث -} \quad -2\ln a - \ln 2 \quad \text{ب -} \quad \ln y \quad \text{ت -}$$

a)  $t^2$     b)  $\frac{t}{2}$     c)  $\frac{1}{2}\sqrt{t}$     d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{t}}$     e)  $2t^2$     خوارلسم:

f)  $t \cdot e^{-1}$     g)  $t-1$

پنځلسم:

$$\frac{x+1}{a-1} \quad \text{الف} - u^3 \quad \text{ب} - \frac{1}{3} \quad \text{پ} - 2+7\sqrt{2} \quad \text{ت} - 343x \quad \text{ټ} - 3^5 = 243 \quad \text{ث} - \frac{x+1}{a-1}$$

$$\ln \left( x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z} \right) \quad \text{خ} - \ln \frac{y^x}{x^y} \quad \text{ځ} - \ln \left( \frac{1}{pq} \right) \quad \text{چ} - \ln \frac{c \cdot \sqrt{a}}{b^4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{د} - \ln \left( \frac{a}{b} \right)^3 \quad \text{ډ} - \ln 4x^6 \quad \text{ذ} - \frac{7}{2} \ln x \quad \text{ر} - \frac{2}{3} \ln x \quad \text{ز} - \frac{1}{2} \quad \text{ز} - \frac{1}{2} \quad \text{ن} - 1 \quad \text{ژ} - 3 \quad \text{س} - \frac{1}{2}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$(1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2 = 1 \cdot (1-t)^2 - \frac{1}{2}(1-t)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{2}(1-t)^2}} \quad \text{الف}$$

$$a(x+t)^k - b(x+t)^k = \underline{\underline{(x+t)^k (a-b)}} \quad \text{ب}$$

$$tx^3 - 3x^2 + 2tx^3 - 4x^2 = tx^3 + 2tx^3 - 3x^2 - 4x^2 = \underline{\underline{3tx^3 - 7x^2}} \quad \text{پ}$$

$$(x+1)^{n-1} \cdot (x+1)^{n+1} = (x+1)^{n-1+n+1} = \underline{\underline{(x+1)^{2n}}} \quad \text{ت}$$

$$\left( \frac{x}{3} \right)^4 \cdot \left( \frac{x}{3} \right)^2 = \left( \frac{x}{3} \right)^{4+2} = \underline{\underline{\left( \frac{x}{3} \right)^6}} \quad \text{ټ}$$

$$\text{ث.} \quad (x-2)^n \cdot (x-2)^{1-n} = (x-2)^{n+1-n} = (x-2)^1 = \underline{\underline{x-2}}$$

$$\text{ج.} \quad 2^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot 5 = 2^x \cdot \frac{5^x}{2^x} \cdot 5 = 5^x \cdot 5 = \underline{\underline{5^{x+1}}}$$

$$\text{چ.} \quad (x-3)^n \cdot (x+3)^n = [(x-3)(x+3)]^n = \underline{\underline{(x^2-9)^n}}$$

$$\text{خ.} \quad 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x = 2^n \cdot \frac{x^n}{2^n} \cdot x = x^n \cdot x = \underline{\underline{x^{n+1}}}$$

ـ خ

$$\begin{aligned} 8x^4 - 7x^5 + 2x^4 - 3x^5 &= -7x^5 - 3x^5 + 8x^4 + 2x^4 = -10x^5 + 10x^4 = \\ &= \underline{\underline{-10(x^5 - x^4)}} \end{aligned}$$

$$\text{ح.} \quad 7x^5 - 3y^5 + x^5 - 2y^5 = 7x^5 + x^5 - 3y^5 - 2y^5 = \underline{\underline{8x^5 - 5y^5}}$$

$$\text{خ.} \quad 5a^m - 2a^n + 4a^m - 3a^n = 5a^m + 4a^m - 2a^n - 3a^n = \underline{\underline{9a^m - 5a^n}}$$

$$\text{دویم: الف.} \quad \frac{x^{2n+1}}{x^n} = x^{2n+1-n} = \underline{\underline{x^{n+1}}}$$

$$\text{ب.} \quad \frac{15e^{x+1}}{5e^x} = 3 \cdot \frac{e^{x+1}}{e^x} = 3 \cdot e^{x+1-x} = 3 \cdot e^1 = \underline{\underline{3e}}$$

$$\text{ب.} \quad \frac{4^{x+2}}{16} = \frac{4^{x+2}}{4^2} = 4^{x+2-2} = \underline{\underline{4^x}}$$

$$\frac{10^3}{2^3} = \left(\frac{10}{2}\right)^3 = \underline{\underline{5^3}} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{(4-x^2)^n}{(2-x)^n} = \frac{[(2+x)(2-x)]^n}{(2-x)^n} = \left[\frac{(2+x)(2-x)}{2-x}\right]^n = \underline{\underline{(2+x)^n}} \quad \text{ب -}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right) = \frac{x^3}{2^3} \cdot \frac{x}{3} = \frac{3x^3}{2^3 \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{3}{8}x^2}} \quad \text{ث -}$$

$$(3b^{n+1} \cdot c^{n-1})^2 = 9b^{2(n+1)} \cdot c^{2(n-1)} = \underline{\underline{9b^{2n+2} \cdot c^{2n-2}}} \quad \text{ج -}$$

$$(0,5e^{x+2})^2 = 0,5^2 e^{2x+4} = \underline{\underline{0,25e^{2x+4}}} \quad \text{چ -}$$

$$\frac{x^{n-4}}{x^{n-5}} = x^{n-4-(n-5)} = x^{n-4-n+5} = \underline{\underline{x}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{x^n}{x^{n-2}} = x^{n-(n-2)} = x^{n-n+2} = \underline{\underline{x^2}} \quad \text{ح -}$$

- خ

$$\left(\frac{25ab}{15xy}\right)^n \cdot \left(\frac{5x \cdot 3x}{5b \cdot 10a}\right)^n = \left[\frac{25ab \cdot 5y \cdot 3x}{15xy \cdot 5b \cdot 10a}\right]^n = \left(\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3abxy}{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5abxy}\right)^n = \underline{\underline{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$$

$$\left(\frac{x^7}{y^4}\right) \cdot \left(\frac{y}{x^{-3}}\right)^4 = \frac{x^7}{y^4} \cdot \frac{y^4}{x^{-3 \cdot 4}} = \frac{x^7}{x^{-12}} = x^7 \cdot x^{12} = \underline{\underline{x^{19}}} \quad \text{د -}$$

دریم:



$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^{-2} = \underline{\underline{2^8}} \quad \text{الف -}$$

$$-(x^4 - 2)^2 = -[x^8 - 4x^4 + 4] = \underline{\underline{-x^8 + 4x^4 - 4}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x}} = \frac{e^{3x}}{e^{2x}} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}} = \underline{\underline{e^x + 1}} \quad \text{پ -}$$

$$128 \cdot 2^{n-7} = 2^7 \cdot 2^{n-7} = 2^{n-7+7} = \underline{\underline{2^n}} \quad \text{ت -}$$

$$243 \cdot 3^{n-5} = 3^5 \cdot 3^{n-5} = 3^{n-5+5} = \underline{\underline{3^n}} \quad \text{ټ -}$$

$$\frac{3^{2n+4}}{81} = \frac{3^{2n+4}}{3^4} = 3^{2n+4-4} = \underline{\underline{3^{2n}}} \quad \text{ث -}$$

څلورم:

لار بنود: له یوې جمعې یا زیاتون څخه یو ضریب له نوکانو راوځي، داسې چې هره جمع د دې ضریب سره و پشل شي د ازماښت لپاره دې له نوکانو راوستلو ورسته ضرب جوړ کړي، داسې چې بیرته دا و توانم رامنځ ته شي. په زیاتو حالتونو کې ازماښتونه په سر(فکر) کې شمیرني له لارې سرته رسیدای شي.

الف – لاندې په پښتو: ازماښت:

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4} \cdot (\dots) \quad \frac{e^x}{2} : \frac{e^x}{4} = \frac{4 \cdot e^x}{2 \cdot e^x} = 2 \quad \frac{1 \cdot e^{x+1}}{4} : \frac{e^x}{4} = \frac{4 \cdot e^{x+1}}{4 \cdot e^x} = e$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1} = \frac{e^x}{4} \cdot (2 - e)}} \quad \text{Probe: } \frac{e^x}{4} \cdot 2 - \frac{e^x}{4} \cdot e = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{4}e^{x+1}$$

ب –

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (\dots) \quad \frac{2^x}{2^x} = 1 \quad \frac{2^{x+1}}{2^x} = 2$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{x+1} = 2^x \cdot (1+2) = 2^x \cdot 3 = \underline{\underline{3 \cdot 2^x}}$$

پ -

$$x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot (\dots) \quad \frac{x^{n+2}}{x^n} = x^2 \quad \frac{6x^{n+1}}{x^n} = 6x \quad \frac{9x^n}{x^n} = 9$$

$$\Rightarrow x^{n+2} - 6x^{n+1} + 9x^n = x^n \cdot \underbrace{(x^2 - 6x + 9)}_{\text{2. bin. Formel}} = \underline{\underline{x^n (x-3)^2}}$$

ت -

$$e^x - e^{3x} = e^x \cdot (\dots) \quad \frac{e^x}{e^x} = 1 \quad \frac{e^{3x}}{e^x} = e^{2x}$$

$$\Rightarrow e^x - e^{3x} = \underline{\underline{e^x \cdot (1 - e^{2x})}}$$

$$e^{2x} - 1 = (e^x - 1) \cdot (\dots) \quad \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1} = \underline{\underline{(e^x - 1)(e^x + 1)}} \quad \text{3. bin. Formel} \quad \text{ب -}$$

$$x^2 e^x + 2x e^x + e^x = e^x \cdot (\dots)$$

$$\Rightarrow x^2 e^x + 2x e^x + e^x = e^x \cdot \underbrace{(x^2 + 2x + 1)}_{\text{1. bin. Formel}} = \underline{\underline{e^x (x+1)^2}} \quad \text{ث -}$$

ج -

$$a^n + a^{4-n} + a^{2n} = a^{2n} (\dots) \quad \frac{a^n}{a^{2n}} = a^{-n} \quad \frac{a^{4-n}}{a^{2n}} = a^{4-3n} \quad \frac{a^{2n}}{a^{2n}} = 1$$

$$\Rightarrow a^n + a^{4-n} + a^{2n} = \underline{\underline{a^{2n} (a^{-n} + a^{4-3n} + 1)}}$$

چ -

$$e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} (\dots) \quad \frac{e^{3x}}{e^{-x}} = e^{4x} \quad \frac{2e^{-x}}{e^{-x}} = 2$$

$$\Rightarrow e^{3x} - 2e^{-x} = \underline{\underline{e^{-x}(e^{4x} - 2)}}$$

خ -

$$te^{2x} - 2e^{x+1} = e^x (\dots) \quad \frac{te^{2x}}{e^x} = t \cdot e^x \quad \frac{2e^{x+1}}{e^x} = 2e^1 = 2e$$

$$\Rightarrow te^{2x} - 2e^{x+1} = \underline{\underline{e^x(t \cdot e^x - 2e)}}$$

پنځم:

$$(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + e^{-2x} = e^{2x} + 2 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}} \quad \text{الف -}$$

$$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^{2x} - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x = e^{2x} - 1 + 5 \cdot e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5 \cdot e^x - 1}} \quad \text{ب -}$$

$$2^x (2^{-1} + 2^x) = \underline{\underline{2^{x-1} + 2^{2x}}} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{3x+1-(-x+2)} = e^{3x+1+x-2} = \underline{\underline{e^{4x-1}}} \quad \text{شپږم: الف -}$$

$$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = e^{-2x} + 3e^{-2x} - 4e^{-2x} = 0 \quad \text{ب -}$$

$$e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = e^{-x-x+2+2x-3} = e^{-1} = \frac{1}{e} \quad \text{ج -}$$

$$4t^2 \cdot t^{-3} - t \cdot t^{-2} = 4t^{-1} - t^{-1} = 3t^{-1} = \frac{3}{t} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})}{e^x - e^{-x}} = \underline{\underline{e^x + e^{-x}}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{e^x}{1,5 \cdot e^{3x}} = 1 - \frac{3}{2}e^{-2x} \quad \text{ث -}$$

$$\frac{(4a^2 + 4a + 1)^x}{(2a + 1)^x} = \left( \frac{4a^2 + 4a + 1}{2a + 1} \right)^x = \left[ \frac{(2a + 1)^2}{2a + 1} \right]^x = \underline{\underline{(2a + 1)^x}} \quad \text{ج -}$$

$$\frac{ma^5 - ma^3b^2}{ma^2} = \frac{ma^2(a^3 - ab^2)}{ma^2} = \underline{\underline{a^3 - ab^2}} \quad \text{چ -}$$

$$\frac{25x^2 - 100y^2}{5x + 10y} = \frac{(5x + 10y)(5x - 10y)}{5x + 10y} = \underline{\underline{5x - 10y}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{(a^2 + 2ab + b^2)^3}{(a + b)^3} = \left( \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b} \right)^3 = \left[ \frac{(a + b)^2}{a + b} \right]^3 = \underline{\underline{(a + b)^3}} \quad \text{خ -}$$

$$\frac{49z^2 - 1}{7z - 1} = \frac{(7z + 1)(7z - 1)}{7z - 1} = \underline{\underline{7z + 1}} \quad \text{ح -}$$

$$\frac{\left[ (-x^2)^2 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{\left[ x^4 \right]^2 \cdot x^{2a}}{x^6} = \frac{x^8 \cdot x^{2a}}{x^6} = x^2 \cdot x^{2a} = \underline{\underline{x^{2a+2}}} \quad \text{خ -}$$

$$\text{اووم: الف - } 6\,000\,000 = \underline{\underline{6 \cdot 10^6}}$$

$$\text{ب - } 445\,000\,000\,000 = 445 \cdot 10^9 = \underline{\underline{4,45 \cdot 10^{11}}}$$

$$\text{پ - } 0,000\,04 = \frac{4}{100\,000} = \frac{4}{10^5} = \underline{\underline{4 \cdot 10^{-5}}}$$

$$\text{ت - } 0,000\,52 = \frac{52}{100\,000} = \frac{52}{10^5} = 52 \cdot 10^{-5} = \underline{\underline{5,2 \cdot 10^{-4}}}$$

$$\text{ټ - } -0,052 = \underline{\underline{-5,2 \cdot 10^{-2}}} \quad \text{ث - } \frac{1}{0,005} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{5} \cdot 10^3 = \frac{10}{5} \cdot 10^2 = \underline{\underline{2 \cdot 10^2}}$$

اتم - لارښود: د اړتیا په وخت کې ریشه د توان او مات اکپوننت سره و کاروی.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{بېلګه ۱:}$$

$$\sqrt[4]{a \cdot \sqrt{bc}} = \sqrt[4]{a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}}} = \left[ a \cdot (bc)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{4}} \quad \text{بېلګه ۲:}$$

$$\sqrt[5]{x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15}} = (x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15})^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{10}{5}} \cdot y^{\frac{5}{5}} \cdot z^{\frac{15}{5}} = \underline{\underline{x^2 \cdot y \cdot z^3}} \quad \text{الف -}$$

ب -

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 - b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+b}{a-b}} &= \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)(5a+b)}{a-b}} = \sqrt{\frac{(a+b)(a-b) \cdot 5 \cdot (a+b)}{a-b}} \\ &= \sqrt{5(a+b)^2} = (a+b) \cdot \sqrt{5} = \underline{\underline{\sqrt{5}(a+b)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{216}} = \sqrt[3]{216^{\frac{1}{2}}} = \left(216^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(216^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[(6^3)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{6}}} \quad \text{ب.}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = \sqrt[4]{a^{\frac{8}{3}}} = \left(a^{\frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{8}{3} \cdot \frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{a^2}}} \quad \text{ت.}$$

- ت.

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}} \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x} &= \left(x^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} \\ &= x^{\frac{4}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{4}{12}} \cdot x^{\frac{3}{12}} \cdot x^{\frac{16}{12}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{16}{12} + \frac{1}{12}} = x^{\frac{24}{12}} = \underline{\underline{x^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{625a^3} \cdot \sqrt[3]{4^6} \cdot \sqrt{a^4} &= \sqrt[4]{5^4 \cdot a^3} \cdot \sqrt[3]{2^{12}} \cdot a \cdot a^2 = \sqrt[4]{5^4 \cdot a^3} \cdot a \cdot \sqrt[3]{2^{12}} \\ &= \sqrt[4]{5^4 \cdot a^4 \cdot 2^{\frac{12}{3}}} = (5^4 \cdot a^4 \cdot 2^4)^{\frac{1}{4}} = 5 \cdot a \cdot 2 = \underline{\underline{10a}} \quad \text{ث.} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{3} = \underline{\underline{\sqrt{3}}} \quad \text{نهم: الف.}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}+2}{1-2} = \frac{2+\sqrt{2}}{-1} = \underline{\underline{-(2+\sqrt{2})}} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{3 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{3 \cdot \sqrt{12}}{12} = \frac{1}{4} \sqrt{12} = \frac{1}{4} \sqrt{3 \cdot 4} = \frac{2}{4} \sqrt{3} = \underline{\underline{\frac{1}{2} \sqrt{3}}} \quad \text{ب.}$$

- ت.

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{5-3} = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{1}{2}[5-2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}+3] = \frac{1}{2}[5-2\cdot\sqrt{15}+3] = \frac{1}{2}(8-2\cdot\sqrt{15}) = \underline{\underline{4-\sqrt{15}}}$$

$$\frac{t+\sqrt{t}}{2\sqrt{t}} = \frac{(t+\sqrt{t})\cdot\sqrt{t}}{2\sqrt{t}\cdot\sqrt{t}} = \frac{t\cdot\sqrt{t}+t}{2t} = \frac{t\cdot(\sqrt{t}+1)}{2t} = \underline{\underline{\frac{1}{2}(\sqrt{t}+1)}} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{t}{\sqrt{t}-1} = \frac{t(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}-1)(\sqrt{t}+1)} = \underline{\underline{\frac{t(\sqrt{t}+1)}{t-1}}} \quad \text{ث -}$$

لسم: الف -  $\ln 8 \approx \underline{\underline{2,07944}}$     ب -  $\ln(2+e) \approx \underline{\underline{1,55144}}$

پ -  $3\ln e^{-2} = 3 \cdot (-2) \cdot \ln e = \underline{\underline{-6}}$     ت -  $[\ln(1-e^{-1})]^2 \approx \underline{\underline{0,21038}}$

ب -  $\ln 2 - \ln \sqrt{e} = \ln 2 - \ln e^{\frac{1}{2}} = \ln 2 - \frac{1}{2} \ln e = \ln 2 - \frac{1}{2} \approx \underline{\underline{0,193}}$

ث -  $\ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2) = \ln 2 \cdot (3 \cdot \ln e - 2) = \ln 2 \cdot (3 - 2) = \ln 2 \approx \underline{\underline{0,693}}$

ج -  $\frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}} = \frac{\ln 3^{\frac{1}{2}}}{\ln 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2} \ln 3}{\frac{1}{2} \ln 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx \underline{\underline{1,58496}}$     ج -  $\frac{\ln 2}{3} - 1 \approx \underline{\underline{-0,76895}}$

خ -  $\ln \frac{2}{e} - 1 = \ln 2 - \ln e - 1 = \ln 2 - 1 - 1 = \ln 2 - 2 \approx \underline{\underline{-1,30685}}$

$$(t - e^{\ln 2t})^2 \text{ aus } e^{\ln a} = a \text{ folgt } e^{\ln 2t} = 2t$$

$$\Rightarrow (t - e^{\ln 2t})^2 = (t - 2t)^2 = (-t)^2 = \underline{t^2} \quad \text{پولسم: الف -}$$

$$\ln \sqrt{e^{2t}} = \ln (e^{2t})^{\frac{1}{2}} = \ln e^t = t \cdot \ln e = \underline{t} \quad \text{ب -}$$

$$e^{\ln(2t)} - 2te^{\ln 2} = 2t - 2t \cdot 2 = 2t - 4t = \underline{\underline{-2t}} \quad \text{پ -}$$

$$\log \sqrt{2xy} = \log (2xy)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log 2xy = \frac{1}{2} (\log 2 + \log x + \log y) \quad \text{دولسم: الف -}$$

$$\ln u + 2 \ln v = \ln u + \ln (v)^2 = \ln (uv^2) \quad \text{ب -}$$

$$-\lg \frac{1}{u} = -\lg u^{-1} = -(-1) \cdot \lg u = \underline{\underline{\lg u}} \quad \text{پ -}$$

$$\lg x - \lg y + \frac{1}{2} \lg z = \lg x - \lg y + \lg \sqrt{z} = \lg \left( \frac{x \cdot \sqrt{z}}{y} \right) \quad \text{ت -}$$

$$\ln e^2 - 3 \ln \frac{e}{2} = 2 \cdot \ln e - 3(\ln e - \ln 2) = 2 - 3 + 3 \cdot \ln 2 = -1 + 3 \cdot \ln 2 = \underline{\quad} \quad \text{ب -}$$

$$= 3 \cdot \ln 2 - 1$$

$$\ln \frac{1-x}{1+x} = \ln (1-x) - \ln (1+x) \quad \text{ث -}$$

ديارلسم: الف -

$$\ln (2e^2) + \ln \frac{e}{2} = \ln 2 + 2 \cdot \ln e + \ln e - \ln 2 = \ln 2 - \ln 2 + 2 \cdot \ln e + \ln e = 2 + 1 = \underline{\underline{3}}$$



$$\ln\left(\frac{4}{3}t\right) - \ln\frac{4}{t}; t > 0$$

$$= \ln\left(\frac{\frac{4}{3}t}{\frac{4}{t}}\right) = \ln\left(\frac{4t \cdot t}{3 \cdot 4}\right) = \ln\left(\frac{t^2}{3}\right) = \underline{\underline{2\ln t - \ln 3}}$$

ب -

$$\ln(1-x^2) - \ln(1+x) = \ln\left(\frac{1-x^2}{1+x}\right) = \ln\frac{(1-x)(1+x)}{1+x} = \underline{\underline{\ln(1-x)}}$$

پ -

$$\ln x - \ln 4 + \ln\frac{4y}{x} = \ln\left(\frac{x}{4} \cdot \frac{4y}{x}\right) = \underline{\underline{\ln y}}$$

ت -

$$\begin{aligned} \ln\frac{1}{a^2} - \ln(2a) - \ln\frac{1}{a} &= \ln a^{-2} - (\ln 2 + \ln a) - \left(\underbrace{\ln 1}_{0} - \ln a\right) \\ &= -2 \cdot \ln a - \ln 2 - \ln a + \ln a = \underline{\underline{-2 \cdot \ln a - \ln 2}} \end{aligned}$$

ب -

ث -

$$\ln\frac{1+x}{2+x} - \ln(x+1) = \ln\frac{1+x}{(2+x)(x+1)} = \ln\frac{1}{2+x} = \ln 1 - \ln(2+x) = \underline{\underline{-\ln(2+x)}}$$

$$e^{\ln\frac{t}{2}} = \frac{t}{2} \quad \text{ب -} \quad e^{2\ln t} = (e^{\ln t})^2 = t^2 \quad \text{الف -}$$

څوارلسم:

$$\frac{1}{2}e^{\frac{\ln t}{2}} = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}\ln t} = \frac{1}{2}(e^{\ln t})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}\sqrt{t}}}$$

پ -

$$2 \cdot e^{\ln(t^2)} = 2 \cdot t^2 \quad \text{ب -} \quad e^{-\frac{\ln t}{3}} = \frac{1}{e^{\frac{\ln t}{3}}} = \frac{1}{e^{\frac{1}{3}\ln t}} = \frac{1}{(e^{\ln t})^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{t^{\frac{1}{3}}} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt[3]{t}}}}$$

ت -

$$e^{\ln(t-1)} = \underline{\underline{t-1}} \quad \text{ج} \quad e^{\ln t-1} = \frac{e^{\ln t}}{e} = \frac{t}{e} = \underline{\underline{t \cdot e^{-1}}} \quad \text{ث}$$

$$\sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^2} \cdot \sqrt[3]{u^5} = u^{\frac{2}{3}} \cdot u^{\frac{2}{3}} \cdot u^{\frac{5}{3}} = u^{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3}} = u^{\frac{9}{3}} = \underline{\underline{u^3}} \quad \text{پنځلسم: الف}$$

$$3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9} = 3^{-3} \cdot 3^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-2} = 3^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} - \frac{6}{3}} = 3^{-\frac{3}{3}} = 3^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{8} + 3\sqrt{18} = 2 - \sqrt{2 \cdot 4} + 3\sqrt{2 \cdot 9} = 2 - 2\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = \underline{\underline{2 + 7\sqrt{2}}} \quad \text{پ}$$

$$\frac{13a^{11}b^3 \cdot 14x^4y^9}{26a^{12}b^5} \cdot \frac{x^3y^9}{49ab^2} = \frac{13a^4b^3 \cdot 14x^4y^9 \cdot 49ab^2}{26a^{12}b^5 \cdot x^3y^9}$$

$$= \frac{13 \cdot 14 \cdot 49 \cdot \cancel{a^{12}} b^5 x^4}{26 \cdot \cancel{a^{12}} b^5 x^3} = \frac{\cancel{13} \cdot \cancel{2} \cdot 7 \cdot 49 \cdot x^4}{\cancel{2} \cdot \cancel{13} \cdot x^3} = \underline{\underline{343x}} \quad \text{ت}$$

ب

$$\left(\frac{7xy^2}{3p^2q^2}\right)^5 \cdot \left(\frac{18p^2q^2}{14xy^2}\right)^5 = \left(\frac{7xy^2 \cdot 18p^2q^2}{3p^2q^2 \cdot 14xy^2}\right)^5 = \left(\frac{\cancel{7xy^2} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 3p^2q^2}{3p^2q^2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{7xy^2}}\right)^5 =$$

$$= 3^5 = \underline{\underline{243}}$$

$$\frac{ax+a+x+1}{a^2-1} = \frac{a(x+1)+1 \cdot (x+1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{(x+1)(a+1)}{(a+1)(a-1)} = \underline{\underline{\frac{x+1}{a-1}}} \quad \text{ث}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln a - 2 \cdot \ln b^2 + \ln c = \ln a^{\frac{1}{2}} - \ln b^4 + \ln c = \ln \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot c}{b^4} = \ln \underline{\underline{\frac{c \cdot \sqrt{a}}{b^4}}} \quad \text{ج}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot \ln \frac{p}{q} + \frac{1}{2} \cdot \ln q^2 - \ln p^3 &= \ln \left( \frac{p}{q} \right)^2 + \ln (q^2)^{\frac{1}{2}} - \ln p^3 \\
 &= \ln \left( \frac{p}{q} \right)^2 + \ln q - \ln p^3 = \ln \frac{p^2 \cdot q}{q \cdot p^3} = \underline{\underline{\ln \left( \frac{1}{pq} \right)}}
 \end{aligned}$$

- ج

$$x \cdot \ln y - y \cdot \ln x = \ln y^x - \ln x^y = \ln \frac{y^x}{x^y}$$

- خ

$$\begin{aligned}
 5 \cdot \ln x + \frac{1}{4} \cdot \ln y + \frac{3}{2} \cdot \ln z &= \ln x^5 + \ln y^{\frac{1}{4}} + \ln z^{\frac{3}{2}} = \ln \left( x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot \sqrt{z^3} \right) = \\
 &= \ln \left( x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z} \right)
 \end{aligned}$$

- ح

$$\begin{aligned}
 4 \cdot \ln a - \frac{3}{2} \cdot \ln b^2 - \frac{2}{3} \cdot \ln \sqrt{a^3} &= \ln a^4 - \ln (b^2)^{\frac{3}{2}} - \ln \left( a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} \\
 &= \ln a^4 - \ln b^3 - \ln a = \ln \frac{a^4}{b^3 a} = \ln \frac{a^3}{b^3} = \underline{\underline{\ln \left( \frac{a}{b} \right)^3}}
 \end{aligned}$$

- ح

$$\ln x^5 - \ln x^2 + \ln 4x^3 = \ln \frac{x^5 \cdot 4x^3}{x^2} = \ln \frac{4x^8}{x^2} = \underline{\underline{\ln 4x^6}}$$

- خ

$$\begin{aligned}
 \ln \frac{1}{x} + \ln \sqrt{x} - \ln x^3 &= \ln x^{-1} + \ln x^{\frac{1}{2}} - \ln x^3 = \ln \left( \frac{\sqrt{x}}{x \cdot x^3} \right) \\
 &= \ln \frac{\sqrt{x}}{x^4} = \ln x^{\frac{1}{2}-4} = \ln x^{-\frac{7}{2}} = \underline{\underline{-\frac{7}{2} \ln x}}
 \end{aligned}$$

- د

$$\ln \frac{5}{x} + \ln \frac{x}{5} - \ln \sqrt[3]{x^2} = \ln \frac{5x}{x \cdot 5x^{\frac{2}{3}}} = \ln \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \ln x^{-\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3} \ln x \quad \underline{\underline{- د}}$$

$$\ln \frac{e}{a} + \ln a^2 - \ln a\sqrt{e} = \ln \frac{e \cdot a^2}{a \cdot a \cdot e^{\frac{1}{2}}} = \ln \frac{e}{e^{\frac{1}{2}}} = \ln e^{1-\frac{1}{2}} = \ln e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \ln e = \frac{1}{2} \quad \underline{\underline{- د}}$$

$$\ln e^3 - \ln b^2 + 2 \cdot \ln \frac{b}{e} = \ln e^3 - \ln b^2 + \ln \left(\frac{b}{e}\right)^2 = \ln \frac{e^3 \cdot \left(\frac{b}{e}\right)^2}{b^2} = \quad \underline{\underline{- ج}}$$

$$= \ln \frac{e^3 \cdot b^2}{e^2 \cdot b^2} = \ln e = \underline{\underline{1}}$$

- ز

$$\begin{aligned} \ln \sqrt{e \cdot b} + \ln \frac{b}{e^2} - \frac{3}{2} \cdot \ln (eb) &= \ln (eb)^{\frac{1}{2}} + \ln b \cdot e^{-2} - \ln (eb)^{\frac{3}{2}} \\ &= \ln \frac{e^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot b \cdot e^{-2}}{e^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}} = \ln e^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-2} \cdot e^{-\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot b \cdot b^{-\frac{3}{2}} = \ln e^{\frac{1}{2}-2-\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}+1-\frac{3}{2}} \\ &= \ln e^{-3} \cdot b^0 = \ln e^{-3} \cdot 1 = -3 \cdot \ln e = \underline{\underline{-3}} \end{aligned}$$

- د

$$\frac{\ln u^2 - \ln u + \ln \sqrt{u}}{\ln u^3} = \frac{\ln \frac{u^2 \cdot u^{\frac{1}{2}}}{u}}{\ln u^3} = \frac{\ln u \cdot u^{\frac{1}{2}}}{\ln u^3} = \frac{\ln u^{\frac{3}{2}}}{\ln u^3} = \frac{\frac{3}{2} \ln u}{3 \ln u} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

## 1.5- کړننيز مساوات

که دوه ترمونه د برابرښې له لارې يو بل سره وتړل شي، نو يو مساوات يا برابرېون منځ ته راځي. که مساوات د  $x$  اووښتوني يا متحوله په فقط ۱. توان ولري، نو سړی د يوه کړننيز مساوات څخه غږيري.

د کړننيز مساوات بيلگه د حمتحولي يا -اووښتوني  $x$  سره.

1.	$x + 7 = 9$
2.	$12x - 4 = 16 + 2x$
3.	$m + n = x + m - a$
4.	$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$
5.	$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$
6.	$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$
7.	$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$
8.	$a^2b + b^2c - \left\{ bx - \left[ (a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b \right] + bx \right\} = 0$

دا له مور څخه انځور شوي مساوات ډولونه په پوښتنو کې زيات منځ ته راتلونکي مساوات دي. د دې لپاره يوه لنډه تشریح:

لومړی: ساده مساوات په کين اړخ د متحولي  $x$  سره.

دویم: ساده مساوات په دواړو لورو د متحولي  $x$  سره .

دریم: کرښيز مساوات د متحولي  $x$  سره او بڼه متحولي  $m, n$  او  $a$  سره.

څلورم: ساده کرښيز مساوات د ماتونو يا کسرونو سره او په بني لور د متحولي سره.

پنځم: کرښيز مساوات د کسرونو سره، په کوم کې چې اووښتوني يا متحوله  $x$  په دواړو خواوو منځ ته راځي.

شپږم: کرښيز مساوات د نوکانو يا قوسونو افادو سره.

اوم: کرښيز مساواه د کونجيزو او گردو نوکانو يا قوسونو سره (دوه واره قوسونه)

اتم: مساوات د مارډوله کوډيزو او گردو نوکانو سره (دریواره قوسونه).

د مخه له دې چې کرښيز مساوات حل شي، يو څو غوره کلیمي، چې د کرښيز مساواتو اړوند زيات رامنځ ته کيږي.

په یاد ولرئ: حلډبرئ يا -سټ (  $L$  ) ټول ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې اووښتوني يا متحوله  $x$  ځای په ځای کیدی شي. په عادي توگه دا د کرښيز مساواتو لپاره ټيک يو ارزښت دی. دا ارزښت د بنسټډبرئ (  $G$  ) څخه رانيول کيږي.

مساوات حلکيدنه په دې معنا، چې ،، د مساواتو حلډبرئ يا - سټ ټاکنه،.

په یاد ولرئ: تعريف ورشو يا -ساحه (  $D$  ) چې په مساوات کې منځ ته راځي هغه سټ ده، چې د هغې لپاره د رياضي ترمونه تعريف دي.

د کرښيز مساواتو حلډبرئ يا حلست سړی په ورته بڼه بدلون  
 $\text{Äquivalenzumformung}$  کې پيدا کوي.

اجازه شته، چي:

- د مساوات په دواړو لورو همغه عدد يا همغه ترم زیات يا کم شي يعني ورسره جمعه يا تري تفريق شي.

- د مساوات دواړه لوري د همغه يا برابر عدد يا برابر ترم سره ضرب شي يا په برابر عدد يا برابر ترم وه وپشل شي.

اجازه نه شته:

د صفر سره ضربونه، په صفر باندي وپشنه، همداسي د مساوات دواړه خواوي مربع کونه.

بيلگه:

کرښيز مساوات، چي په دواړو خواوي يي متحوله  $x$  منځ ته راځي.

$$12x - 4 = 16 + 2x \quad \text{تعريفست } D=R, \text{ بنسټست } G=R$$

حل د ورته بڼه بدلونن له لاري منځ ته راځي

$12x - 4 = 16 + 2x \quad   +4$	په دواړو خواو 4 جمعه کړئ.
$\Leftrightarrow 12x = 20 + 2x \quad   - 2x$	له دواړو لورو 2x کم کړئ
$\Leftrightarrow 10x = 20 \quad   :10$	دواړه خواوي په 10 وپشئ
$\Leftrightarrow x = 2$	له دي لاس ته راځي، چي $L = \{2\}$ حلست ده.

بيلگه:

کرښيز مساوات د بڼه واريابلي سره

$$Ux - 2 = 8 - 2x \quad \text{د } G=R \text{ سره يو پارامتر مساوات دی.}$$

د  $u$  اووښتونوي يا متحوله پارامتر بلل کيږي. متحوله  $x$  د حل متحوله ده.

حلسټ د  $u$  په واکوالي يا تابعيت کې پيدا کړئ.

پارامتر يا بڼه متحوله (بڼه اووښتونې) فقط يا ځانله د تعريف سټ څخه د يوه په خوښه توکي لپاره يو ځاينونکي ده.

بيلگه:

مساوات د ماتونو يا کسرونو سره، چې په هغه کې متحوله  $x$  په دواړو خواو کې منځ ته راځي.

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$$

د  $x$  سره زياتوونې يا د جمعي برخه کين لور ته راوړي

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \quad | -\frac{4}{5}x$$

د جمعي برخه يا زياتوونې بې له متحولي  $x$  ښي خوا ته راوړئ

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x - \frac{5}{6} - \frac{3}{8} = -\frac{3}{4} \quad | +\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

دواړو خواو کې اصلي مخرج يا ماتلاندي پيدا کړئ

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x}_{30} = \underbrace{-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8}}_{\text{HN}=48}$$

دواړه خواوې په اصلي مخرج راوړئ

$$\Leftrightarrow \frac{20}{30}x + \frac{15}{30}x - \frac{24}{30}x = -\frac{36}{48} + \frac{40}{48} + \frac{18}{48}$$

دواړه خواوې سره يوځای کړئ او سره ضرب يې کړئ.

$$\Leftrightarrow \frac{11}{30}x = \frac{22}{48} \quad | \cdot \frac{30}{11}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{22 \cdot 30}{48 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 30}{4 \cdot 12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \Rightarrow L = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

بيلگه:

کرښيز مساوات د نوکانو افادو سره



$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$$

نوکان حل يا لري کړئ او له دې سره د مخخښي قانون په پام کې ولرئ.

$$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$$

تنظيم او سره يوځای کړئ.

$$\Leftrightarrow -7x + 65 = 5x - 7 \quad | -5x$$

$$\Leftrightarrow -12x + 65 = -7 \quad | -65$$

$$\Leftrightarrow -12x = -72 \quad | :(-12)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

بيلگه: کرښيز مساوات د گوډيزو يا زاويه يي قوسونو او گردو قوسونو يا نوکانو سره (دوه ځله نوکان)

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

لومړی گرد قوسونه يا نوکن حل کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x + 3x - 1] = 6 + 2x - 5$$

سره يوځای کړئ او تنظيم يې کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - [10x + 15] = 2x + 1$$

کونجيزه قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow 12 - 10x - 15 = 2x + 1$$

سره يوځای او تنظيم کړئ

$$\Leftrightarrow -10x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow -12x - 3 = 1 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow -12x = 4 \quad | :(-12)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

بيلگه: کرښيز مساوات د مارپیچ، کونجيزې او گردو نوکانو يا قوسونو سره. (درې واره قوسونه)

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0$$

گردقوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [a^2b - bx - b^2c - bx - a^2b] + bx\} = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [-2bx - b^2c] + bx\} = 0 \quad \text{سره يوځای کړئ:}$$

کونجيز قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx + 2bx + b^2c + bx\} = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{4bx + b^2c\} = 0 \quad \text{سره يوځای کړئ:}$$

مارپیچه قوسونه حل کړئ

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - 4bx - b^2c = 0$$

سره يوځای او تنظيم کړئ

$$\Leftrightarrow -4bx + a^2b = 0 \quad | -a^2b$$

$$\Leftrightarrow -4bx = -a^2b \quad | : (-4b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-a^2b}{-4b} = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{4}a^2 \right\}$$

مساوات کړی شي چې د حل متحوله په مخرج کې هم ولري. داسې مساوات کسري مساوات بلل کيږي. کيدی شي دا زیات وخت په کرښيزو مساواتو وړول شي.

بیلگه:

یو کسري مساوات کرښيز مساوات کيږي.

$$\frac{2x}{x-1} = 3$$

تعريف سټ  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ; بدسټ سټ  $G = \mathbb{R}$

$\begin{aligned} \frac{2x}{x-1} &= 3 &   \cdot (x-1) \\ \Leftrightarrow 2x &= 3x-3 &   -3x \\ \Leftrightarrow -x &= -3 &   : (-1) \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$	<p>دواړه خواوې له <math>x-1</math> سره ضربیږي</p> <p>له دواړو لورو <math>3x</math> کميږي</p> <p>دواړه خواوې په <math>-1</math> وپشل کيږي</p> <p><math>\Rightarrow L = \{3\}</math>  <u>حلسټ ده، ځکه چې <math>3 \in D</math></u>  دې.</p>
--	--

د کرښيزو مساوتو ځانگړي حالتونه:

په زیاتو حالتونو کې کرښيز مساوات ټیک یو حل لري، لکه پورته بیلگو چې په گوته کرل. دا کیدی شي چې کرښيز مساوات یا هیڅ حل ونه لري او یا ناپای ډېر حلونه ولري.

بیلگه: دا کرښيز مساوات حل نه لري.

$$\begin{aligned} 2x + 3 + x &= 4 + 3x & | -3x \\ \Leftrightarrow 2x + x - 3x + 3 &= 4 & | -3 \\ \Leftrightarrow 3x - 3x &= 1 \end{aligned}$$

له دې لاس ته راځي او برعکس  $0x=1$   
مساوات حل نه لري له دې لاس ته راځي  $L = \{\}$

بیلگه:

دا کرینیز مساوات ناپای زیات حلونه لري

$$\begin{aligned}
 4u + 2 - 4(2u - 2) + 8(0,5u - 4) &= -22 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R} \\
 \Leftrightarrow 4u + 2 - 8u + 8 + 4u - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow 4u - 8u + 4u + 2 + 8 - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow 2 + 8 - 32 &= -22 \\
 \Leftrightarrow -22 &= -22
 \end{aligned}$$

له دي لاس ته راځي  $L=R$  مساوات ناپای زیات حلونه لري.ځکه چې هر  $u \in \mathbb{R}$  مو ریښتونوي وینا ته بیایي او له دي امله یا له دي سره یو حل دی.

پای یادونه:

د نوو زده کوونکو لپاره مشوره ده چې د مساوات حل لپاره د کوچنیو پلونو یا قدمونو سره مخ ته ولاړ شي. څوک چې زیات په دي کار کې تجربه لري، کیدی شي په همدې یا یوه وخت کې زیات پلونه مخ ته یوسي. دا به په یوه مفصله بیلگه کې وښوول شي.

مفصله بیلگه په لنډه توگه:

$$\begin{aligned}
 5(3x + 10) - (5 + 4x)(5 - 4x) - (2x + 3)(8x - 2) + 20 &= (x + 1)^2 - x^2 - 2x \\
 \Leftrightarrow 15x + 50 - [25 - 16x^2] - [16x^2 + 20x - 6] + 20 &= x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x \\
 \Leftrightarrow 15x + 70 - 25 + \cancel{16x^2} - \cancel{16x^2} - 20x + 6 &= 1 \\
 \Leftrightarrow -5x + 51 &= 1 \quad | -51 \\
 \Leftrightarrow -5x &= -50 \quad | : (-5) \\
 \Leftrightarrow x &= 10 \Rightarrow L = \{10\}
 \end{aligned}$$

## 1.6 مساوات او نامساوات (برابرونونه او نابرابرونونه)

## 1.6.1 مساوات او نامساوات د وينا په بڼه

د اعدادو مساوات يا نامساوات د اعدادو سره لاندې افادې دي		ټاکنمساوات يا نامساوات لاندې وينا بڼې دي	
مساوات $3 + 7 = 2 + 8$	نامساوات $3 + 7 < 3 + 8$	مساوات $8x + 2 = 18$	نامساوات $32 - x > 19$

برابرونونه او نابرابرونونه يا مساوات او نامساوات له دوه ترمونو جوړ دي، چې د اړيکنځينو کيڼ او ښي لور ته پراته دي.

تعريف: د توکو  $x$  سټ (ډېرې)، چې مساوات په همدې توگه نامساوات د رښتيا وينا په لور بيايي، د حلډېرې (L) يا د پوره کيدونکو ډېرې يا سټ بلل کيږي..

د مساواتو او نامساواتو حل کيدنه دا معنا لري، چې د حلونو ډېرې و ټاکل شي.

تعريف: هغه ډېرې (سټ)، چې له هغې څخه د مساوات يا نا مساوات توکي راښکته کيږي بنسټيز (بنسټيز ډېرې) بلل کيږي

تعريف: ډېرې د کومو لپاره چې شميرپوځنيز يا رياضيکي ترمونه -، چې په مساواتو يا نامساواتو کې منځ ته راځي- تعريف وي تعريفډېرې (D) بلل کيږي.

بلگه:

د  $12x - 4 = 16 + 2x$  تعريف سټ  $D=R$  او  $G=R$  ب سټ سټ ده

حلونه د برابرزښت بڼې په څير منځ ته راځي.

$\begin{aligned} 12x - 4 &= 16 + 2x &   +4 \\ \Leftrightarrow 12x &= 20 + 2x &   -2x \\ \Leftrightarrow 10x &= 20 &   :10 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$	<p>په دواړو لورو 4 زیاتوو</p> <p>له دواړو لورو 2x کموو</p> <p>دواړه لوري په 10 ویشو</p> <p>د حلونو سټ <math>\Rightarrow L = \{2\}</math></p>
--	--

$$\frac{1}{2}x^2 + 6 = 0 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R} \quad \text{بیلگه:}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = -12 \quad \Rightarrow L = \{ \}$$

$$4u + 2 - 4(2u - 2) + 8(0,5u - 4) = -22 \quad D = \mathbb{R}, G = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -22 = -22 \quad \Rightarrow L = \mathbb{R}$$

مساوات ناپای ډېر حلونه لري، ځکه چې هر  $u \in \mathbb{R}$  مو یوې رېښتیا وینات ته لارښودوي او له دې امله یو حل دی.

بیلگه:

$\frac{2x}{x-1} = 3$ $\begin{aligned} \frac{2x}{x-1} &= 3 &   \cdot (x-1) \\ \Leftrightarrow 2x &= 3x - 3 &   -3x \\ \Leftrightarrow -x &= -3 &   :(-1) \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$	<p>تعریفډیرئ (- سټ) <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math></p> <p>د عکس یا څیرې ډیرې (-سټ) <math>G = \mathbb{R}</math></p> <p>دواړه خواوې د <math>x - 1</math> سره ضرب کړی</p> <p>له دواړو لورو x کم کړی. دواړه لوري په 1- وویښی</p> <p>له دې لاس ته رځي، <math>L = \{3\}</math> ځکه چې <math>3 \in D</math> حل ی</p>
--	--

بیلگه:

$$15x + 14 = 0 \quad 5x - 2x + 8 \quad \mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{G} = \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow L = \{ \}$$

$$ux - 2 = 8 - 2x$$

$$ux - 2 = 8 - 2x \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow ux + 2x - 2 = 8 \quad | +2$$

$$\Leftrightarrow ux + 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x(u+2) = 10 \quad | :u+2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{u+2}$$

په  $u+2$  سره ویشنه ټیک هلته اجازه لری، چې  $u \neq -2$  وی، پس  $x = \frac{10}{u+2}$  لری.

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{10}{u+2} \wedge u \in \mathbb{R} \setminus \{-2\} \right\}$$

$$\begin{array}{l} 3x+4 > 6 \quad | -4 \\ \Leftrightarrow 3x > 2 \quad | :3 \\ \Leftrightarrow x > \frac{2}{3} \end{array} \left| \Rightarrow L = \left\{ x \mid x > \frac{2}{3} \right\}_{\mathbb{R}} = \left] \frac{2}{3}; \infty \right[ \right.$$

$I \subset \mathbb{R}$  لپاره صدق کوی  $-3x+8 < 2$  ؟

$$\begin{array}{l} -3x+8 < 2 \quad | -8 \\ \Leftrightarrow -3x < -6 \quad | :(-3) \\ \Leftrightarrow x > 2 \end{array} \left| L = \{x \mid x > 2\}_{\mathbb{R}} \right.$$

$I = ]2; \infty[$  د حل انټروال دی

په یاد ولری: که په برابر ارزښت بڼه بدلون کی د یو نامساوات دواړه لوری د کمیز یا منفی عدد سره ضرب شي او یا یوه منفی عدد باندي ووبشل شي اړیکنځبڼه بدلیږي.

## 1.7- کرښيز مساوات شي پوښتنو ته

کرښيز مساوات شي پوښتنو متن- ته

شي پوښتنې څه شي دي؟

د ورځني ژوند څخه د زياتو پرابلمونو راورنه يا منځ ته رااچونه همداسي د مختلفو پوهنو(علومو) دسيپلين څخه په رياضيکي مساوتو سره نه دي ورکړ شوي، بلکه د داسي شي حالت د پرابلمونو د تشریح له لارې ورکول کيږي. دا پرابلم رياضيکي کيږي. د دې لپاره کره قوا نين نه شته. د داسي پوښتنو په سوالونو حل تمرين غواړي او لږ بخت. دلته سماندیز فکر وړاندنيول کيږي د دې لپاره چې ټيکه پيل وميندل شي. په عمل کي زيات وخت ميندل کيږي، چې پرابلم ليکنه په رياضيکي ډول سره ورته دي او له دې سره دا ليکنه اړونده مساوات زيات اسانه وي.

لاندي پلونه يا قدمونه د شي پوښتنو لپاره اخلو:

لومړی: متن په غور ولولئ، که ممکن وي يو جدول جمته کړئ.



دويم: د غوښتونې لويې لپاره يوه متحوله کيږدئ.

دریم: یو مساوات ولیکئ، چې شي حالت تشریح کوي.

څلورم: د اړونده متحولي سره مساوات حل کړئ.

پنځم: حل د ایښوونې له لارې و آزمایئ.

شپږم: یوه په وینا تکیه یا ولاړ ځواب ولیکئ.

په دې مخ شي پوښتنې چې متن پوښتنې هم بلل کيږي تر څیرني لاندې نیول کيږي، چې ریاضیکي والی یې کرښيزو مساواتو ته لارښودوي یا بیایي.

بیلگه ۱: عدد غواړو پیدا کړو.

د یوه عدد لښراښه چې ۱۰ ترې کم شي د عدد شپږواړه کيږي د ۲ پر ورزیات سره.

دا عدد څه بلل کيږي یا کوم دی؟

ایښوونه یا پیل:

غوښتونې عدد  $x$  دی، د دې لښ برابرې  $10x$  دی.

په ۱۰ ترې کم په دې معنا چې ۱۰ ترې تفریق کيږي یا کميږي.

دوه پرې زیات په دې معنا چې ۲ ور جمعه کيږي یا ورزیات کيږي

د دې پیل سره برابرې داسې لیکل کيږي

$$\begin{aligned}
 10x - 10 &= 6x + 2 \quad | -6x && \text{ازماښت:} \\
 \Leftrightarrow 4x - 10 &= 2 \quad | +10 \\
 \Leftrightarrow 4x &= 12 \quad | : 4 \\
 \Leftrightarrow x &= 3 \Rightarrow L = \{3\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10 \cdot 3 - 10 &= 6 \cdot 3 + 2 \\
 \Leftrightarrow 30 - 10 &= 18 + 2 \\
 \Leftrightarrow 20 &= 20 \quad (w)
 \end{aligned}$$

خواب:

غوښتونى عدد 3 دى.

بيلگه ۲: د پلار او د خوي د عمر ټاکنه

پلار ۳۸ کاله عمر لري او خوي ۱۱ کاله.

خو کاله وروسته به پلار دوه واره دومره عمر ولري لکه د هغه خوي؟

پيل: د  $x$  متحوله د هغو کلونو تعداد دى، تر هغې چې پلار دوه واره دومره عمر ولري لکه د هغه خوي.

دا دې په پام کې ونيول شي، چې خوي هم  $x$  کلونه زور شوى دى.

دا مو لاندې مساوات ته لارښودوي:

$$\begin{aligned}
 38 + x &= 2(11 + x) && \text{ازماښت:} \\
 \Leftrightarrow 38 + x &= 22 + 2x \\
 \Leftrightarrow 22 + 2x &= 38 + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow 22 + x &= 38 \quad | -22 \\
 \Leftrightarrow x &= 16 \Rightarrow L = \{16\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 38 + 16 &= 2(11 + 16) \\
 \Leftrightarrow 54 &= 2 \cdot 27 \\
 \Leftrightarrow 54 &= 54 \quad (w)
 \end{aligned}$$

خواب: له ۱۶ کاله وروسته پلار د خوي دوه برابره عمر ته رسيږي (پلار ۵۴ کاله او خوي ۲۷ کاله).

بيلگه ۳: د يوه بايسکل خغولو تور يا لار:

يو بايسکلوال په دوه ورځني يوه بايسکلسيالى وځي

په لومړۍ ورځ 1/5 ليکه (لار) او 60 km متره په ورزيات وهي.

دویمه ورځ د فاصلې  $1/4$  او  $50 \text{ km}$  په ورزیات وهي.

مگر په دواړو ورځو برابر ډیر کیلومتره لار وهي.

دا بایسکلځلونکی باید په دواړه ورځو کې څومرځ لار ووهي؟

پیل:

متحوله  $x$  د ټولې لار لپاره ږدو، چې بایسکلوال یې په دواړه ورځو کې وهي.

له دې مساوات څخه لاس ته راځي:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}x + 60 &= \frac{1}{4}x + 50 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4}x + 50 &= \frac{1}{5}x + 60 \quad | -\frac{1}{5}x - 50 \\ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x}_{\text{HN}=20} &= 60 - 50 \\ \Leftrightarrow \frac{5}{20}x - \frac{4}{20}x &= 10 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{20}x &= 10 \quad | \cdot 20 \\ \Leftrightarrow x = 200 &\Rightarrow L = \{200\} \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \cdot 200 + 60 &= \frac{1}{4} \cdot 200 + 50 \\ \Leftrightarrow 40 + 60 &= 50 + 50 \\ \Leftrightarrow 100 &= 100 \quad (w) \end{aligned}$$

ځواب:

بایسکلوال باید ټوله  $200 \text{ km}$  لار ووهي.

بیلگه ۴:

د (د شگو) پاشلو موټر توان يا استعداد

درې د پاشلو موټرونو A, B او C په يوه شپه کې 360 km سرک وپاشه، A دوه واره ډير لکه B او C 40 km لږ لکه A.

هر موټر څومره کيلو متره سرک وپاشه؟

پيل يا ايښوونه يا ږدو:

درې د پاشلو موټرونو A, B او C په يوه شپه کې 360 km سرک وپاشه:

$$A + B + C = 360$$

دوه واره دومره لکه

$$A = 2B$$

C له A څخه 40 km کمه پاشلی

$$C = 2B - 40 \text{ يا } C = A - 40$$

له دې امله B د متحولي په څير ټاکل کيږي او لاندي مساوات ليکل کيږي:

$$\begin{aligned} 2B + B + 2B - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 5B - 40 &= 360 \quad | +40 \\ \Leftrightarrow 5B &= 400 \quad | :5 \\ \Leftrightarrow B &= 80 \\ A = 2B &\Leftrightarrow A = 2 \cdot 80 = 160 \\ C = A - 40 &\Leftrightarrow C = 160 - 40 = 120 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 80 + 80 + 2 \cdot 80 - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 160 + 80 + 160 - 40 &= 360 \\ \Leftrightarrow 360 &= 360 \text{ (w)} \end{aligned}$$

خواب:

پاشلي:  $B = 80 \text{ km}, A = 160 \text{ km}, C = 120 \text{ km}.$   
د متحولي متحولي دنخبو د ټاکلو انتخاب ته يادونه.

په زياتو حالتونو کې  $x$  يا متحوله نامعلومه ده. سړی کړی شي نورې نخبې هم وټاکي، لکه د بيلگي په توگه  $B$  د پورته متحولي لپاره.

بيلگه ۵:

يوه د بايسکل لار  $4000\text{m}$  اوږده ده. دا په يوه غونډۍ او په يوه پله په يوه کړه تللي ده. غونډۍ  $28\text{m}$  اوږده ده او کړه د پول  $11$  څخه اوږده ده. پول څومره اوږد دی؟

پيل:

اووښتونې يا متحوله  $x$  پول اوږدوالي بڼايي. دا چې د لارې ټول اوږدوالي په پول کچيري، نو له  $28$  څخه پول جمعه  $1$  ځل پول څخه د لار اوږدوالی جوړ دی. له دې مساوات څخه لاس ته راځي

ازمايښت:

$$11x + 28x + x = 4000$$

$$\Leftrightarrow 40x = 4000 \quad | : 40$$

$$\Leftrightarrow x = 100$$

$$11 \cdot 100 + 28 \cdot 100 + 100 = 4000$$

$$\Leftrightarrow 1100 + 2800 + 100 = 4000$$

$$\Leftrightarrow 4000 = 4000 \quad (w)$$

خواب: پول سل متره اوږد دی.

بيلگه ۶: دوه موټر سره مخامخ کيږي.

دوه د بنوونځي زده کوونکي له همغه يوځای کور څخه بنوونځي ته په موټر کې ځي.

$A$  په ساعت کې  $60 \text{ km}$  ځي،  $B$  بيا  $45 \text{ km}$ .

B زده کوونکي له حرکت یا له تگ څخه څومره وروسته به دوی سره یوځای شي، که B پنځه دقیقې له A څخه وروسته حرکت وکړي یا وخوزي؟  
ایښوونه یا پیل:

په مخامخ ځای کې دواړو زده کوونکو برابره لار وهلي.

$$A: s = v_A \cdot t \quad B: s = v_B \cdot t_1 + v_B \cdot t \quad t_1 = 5 \text{ min}$$

زده کوونکی B  $t_B = t + t_1$  دقیقې په لار دی.

دا چې وخت په دقیقو پوښتل شوی دی، نو چټکتیا یا سرعت په  $\text{km/min}$  شمیرل کيږي.

$$v_A = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = 1 \frac{\text{km}}{\text{min}}; \quad v_B = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{45 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = \frac{3}{4} \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

مساوات

د زده کوونکي B لپاره باور لري:

$$t_B = t_1 + t = 5 \text{ min} + 15 \text{ min} = 20 \text{ min}$$

ځواب:

د زده کوونکي A موټر 15 دقیقې هغه د B موټر 20 دقیقې دی، ځکه چې پنځه دقیقې دمخه یې حرکت کړی دی.

بیلگه: یو اوښی یا اوبه ساتونی (ابدان) وتون - او ننوتون نل لري

یو اوښی (ابدان) دوه ننوتونونه A او B لري او یو وتون نل C لري.

A خانله اوښی په ۹۰ دقیقو کې ډکوي، B خانله دا په ۶۰ دقیقو کې ډکوي او خانله د C له لارې دا کیدی شي په ۴۵ دقیقو کې تش شي.

په کوم وخت (ساعتونو) دا اوښی ډکيري، که دريواره نلونه په همغه يو وخت کې په کار لويديلي وي؟

پیل: A خانله اوښي په ۱ دقیقه کې  $1/90$  ډکوي.

B خانله اوښی په ۱ دقیقه کې  $1/60$  ډکوي.

C خانله اوښي په ۱ دقیقه کې  $1/45$  تشوي.

$A + B - C$  اوښي په ۱ دقیقه کې  $1/90 + 1/60 - 1/45$  ډکوي.

$A + B - C$  په  $x$  دقیقو کې ټول اوښی ډکوي.

د متحولي  $x$  سره مساوات لیکل کيري:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{90} + \frac{1}{60} - \frac{1}{45} \right) x = 1 \\ & \Leftrightarrow \left( \frac{2}{180} + \frac{3}{180} - \frac{4}{180} \right) x = 1 \\ & \Leftrightarrow \frac{1}{180} x = 1 \mid \cdot 180 \\ & \Leftrightarrow x = 180 \Rightarrow L = \{180\} \end{aligned}$$

خواب: اوښی به په درې ساعته کې ډک شي.

بیلگه ۸: دوه موټره (براري او بي ام وي Ferrari او BMW) په يه يا همغه وخت کې په دويسبورگ او برلين کې حرکت کوي او يو بل ته مخامخ شي. فراري په منځني ډول

160 km/h ځي، BMW 140 km/h . د دویسبورگ او برلین ترمنځ واټن 600 km دی؟ دا د مخامخ کیدو ځای له دویسبورگ څخه څومره لرې دی؟

پیل:

په برابر وخت کې د موټرو حرکت دا معنا لري، چې دواړه برابر اوږده په لار دي.

برابر واټن  $s_F = v_F \cdot t$  ضرب  $t$  وهي.

د BMW وهمې لار  $s_B = v_B \cdot t$  ضرب  $t$  ده.

د دواړو واټونو سره زیاتول یا جمعه کول د دویسبورگ او برلین ترمنځ لریوالی دی.

$$\begin{array}{l|l} v_F \cdot t + v_B \cdot t = 600 & \\ \Leftrightarrow (v_F + v_B) \cdot t = 600 \quad | : (v_F + v_B) & \\ \Leftrightarrow t = \frac{600}{(v_F + v_B)} & \left. \begin{array}{l} s_F = v_F \cdot t = 160 \cdot 2 = 320 \\ s_B = v_B \cdot t = 140 \cdot 2 = 280 \\ \text{Probe:} \\ 160 \cdot 2 + 140 \cdot 2 = 600 \\ \Leftrightarrow 320 + 280 = 600 \end{array} \right\} \\ \Leftrightarrow t = \frac{600}{(160 + 140)} = \frac{600}{300} = 2 \Rightarrow L = \{2\} & \end{array}$$

ځواب:

له دوه ساعته وروسته دواړه موټرونه سره مخامخ کېږي. فراري 320 km له دویسبورگ لرې او 280 km له برلین لرې پروت دی.

بیلگه ۹: په زیروړځي میله کې ۴ کلن داریوس، لس کلن لوبیز او ۱۴ کلن په یوه کاسه شوکولادو په خوړلو پیلکوي. داریوس ځانله دا کاسه په ۳۶ دقیقو کې تشوي، لوبیز داپه ۱۸ دقیقو کې تشوي او تیل داپه ۶ دقیقو کې کاسه تشوي.

څومره وخت نیسي که دریاوړه یو ځای کاسه تشه کړي؟



پیل:

د ریوړه یوځای  $x$  دقیقو ته اړتیا لري.

دلته برخې په لاندې توګه وېشلکیري:

$$\left( \underbrace{\frac{1}{36} \cdot x}_{\text{Darius}} + \underbrace{\frac{1}{18} \cdot x}_{\text{Luise}} + \underbrace{\frac{1}{6} \cdot x}_{\text{Till}} \right) = 1$$

د مساوات کینه لور په ګډمخرج ۳۶ راوړل.

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{36}x + \frac{2}{36}x + \frac{6}{36}x \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{36}x = 1 \mid \cdot \frac{36}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

ځواب:

په ۴ دقیقو کې د شوکولادو پودینګ د ریوړو خوړلی.

1.7 - کرینیز مساوات ..... ۳۵۹

---

مساوتونو ته تمرینونه

لومړۍ - لاندې مساوات حل کړئ او حلېږئ یې وټاکئ

الف - 
$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9$$

ب - 
$$20(a + 6b) + 24(40 - 2a - 5b) + 7(4a) - 960 = 0$$

پ - 
$$2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0$$

دویم - تعریف ستونه او حلستونه ( حلېږئ ) وټاکئ

$$\frac{2k}{k+4} [4+k(4+k)] + \frac{k}{4} (-4-8k) = \frac{4k-k^2}{k+4}$$

دریم - و بنایئ

$x = \ln 2$  د  $e^{2x} - 4e^x + 4 = 0$  حل دی.

څلورم - و بنایئ

$x = t$  د  $x^3 - tx^2 + 3tx - 3t^2 = 0$  حل دی

پنځم - لاندې مساوات حلونه نه لري. د دې لپاره دلایل راوړئ.

الف -  $\sqrt{2x+4} + 1 = 0$  ب -  $2^x + 2^{-x} = 1$

شپږم - مساوات  $5x = x; G = R$  ورکړ شوی.

سبب ځوابوی  $5 = 1 : x \Leftrightarrow 5x = x$  وینا ناتیګ ده

سپين ثبوتوی: مساوات حل نه لري. اتباه چپرته پټه ده؟

دي ته موقف ونيسی.

$$\text{اوم - مساوات ورکړشوی } \sqrt{-2x} = -1; x < 0$$

$$\text{سپينه د حل لاندې لار وړاندیزوي: مربع کړی } -2x = 1 \Leftrightarrow x = -0.5$$

د دي په هکله خپل نظر ووايي

مساوتونو ته ځوابونه |

نتیجې

لومړی -

$$\text{الف - } L = \emptyset \quad \text{ب - } L = \mathbb{R} \quad \text{پ - } L = \emptyset$$

$$\text{دویم - تعريف ست } D = \{-4\} \quad \text{حلډېری } L = \mathbb{R}$$

دریم - د ځای په ځای کولو له لارې ازمايننت

$$e^{2 \ln 2} - 4e^{\ln 2} + 4 = 0 \Leftrightarrow 4 - 8 + 4 = 0$$

$$\text{څلورم - د ځای په ځای کولو له لارې ازمايننت } t^3 - t \cdot t^2 + 3t \cdot t - 3t^2 = 0$$

پنځم -

الف -  $\sqrt{2x+4} = -1$  حل نه لري، ځکه چې رېښه تل زیاتيزه (مثبت) وي.

$$\text{ب - } 2^x + \frac{1}{2^x} - 1 = 0 \mid \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^{2x} + 1 - 2^x = 0$$

بدلون  $2^x = z$  له دې لاس ته راځي:  $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow$

له دې لاس ته راځي او برعکس، مربعيزه تکميلونه

$$z^2 - z + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \quad \text{حل نه لري، ځکه چې د } -\frac{3}{4} \text{ ريښه نه نشي نيول کېدای}$$

يا د  $x > 0$  لپاره  $2^x > 1$  دی يا د  $x < 0$  لپاره دی:  $2^{-x} > 1 \Rightarrow 2^x + 2^{-x} > 1$

$$5x = x \Leftrightarrow 5x - x = 0 \Leftrightarrow x(5-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{شپږم-}$$

$x = 0$  . د  $x$  سره ویش هلته اجازه لري، چې  $x \neq 0$  وي.

اوم -  $L = \emptyset$  ځکه چې د یوې ریښې يا جذر نتيجه تل مثبت وی.

مربع کول برابر ارزښته بڼه بدلون نه دی

**پوښتنې (نامساواتو ته):**

لومړی: لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - } \frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -\frac{1}{2}(x-6) < 6 \quad \text{پ - } 3(x-3) \geq 5\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

$$\text{ت۔ } \frac{1}{3}x - 5 \leq \frac{1}{4}x + 3 \quad \text{ب۔ } \frac{1}{2}(x-5) > 0 \quad \text{ث۔ } 2x + \frac{5}{2} < -(3+4x) - 3$$

$$\text{ج۔ } \frac{x}{5} + 3 \geq \frac{x}{2} \quad \text{چ۔ } -3 < 2(x-2) < 5 \quad \text{خ۔ } x \cdot e - x > 100$$

$$\text{خ۔ } 3(1-2x) - 2 > 2(x-3) - (3x+5) \quad \text{ح۔ } \frac{2x-3}{2} - \frac{1}{4}(3x-5) \leq -1$$

$$\text{خ۔ } 4 - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{4} \quad \text{د۔ } \frac{3}{4}(2x-4) + \frac{3}{2}x - 4 < 5(1-x) - 2x - 6$$

دویم: د a په واکوالي یا تابعیت کی حلونه وټاکی.

$$\text{الف۔ } ax + 3 < 7 - a \quad \text{ب۔ } a(x-3) > 2x \quad \text{پ۔ } a - 4(x-2) < 2(a-3)$$

دریم: بیمه A داد € 300 ټول ټاوان څخه %90 ورکوی، د B بیمه د ټول € 200 ټاوان څخه %85 په غاړه اخلی. د کومی کچی ټول د کال ټاوان ورکولو له امله بیمه B مساعده ده؟

$$\text{څلورم: یو زده کوونکی نامساوات } \frac{1+x}{-2} > 1 \text{ په لاندې ډول حل کوی:}$$

$$1 + x > -2 \Leftrightarrow x > -3$$

د  $x = -1$  سره ازماښت ناتیکه افاده ورکوی.

ناتیکاو ی غلطی چیرته پرته ده یا چیرته ده؟

$$\frac{2x+1}{x} < 2,001 \quad ?$$

پنځم: د x د کوم مثبت ازښت لپاره صدق کوی

شپږم: دیوه دانو یا ټوټو د جنس تولید لگښت لپاه ترم  $K = 0,85x + 24$  راکوی.

خرڅلاو يې د مساوات  $E = 1,45x$  سره شمېرل کيږي.

له څو دانو توليد وروسته فيرما گټه کوي؟

اوم: د برېښنا خرڅوونکي  $A$  د مياشتې په په يورو د  $k$  x کيلوواټ په ساعت، له لارې شمېرني په بنسټ بازار ته د خرڅلاو لپاره وړاندې، چې فرمول يې دی

$$KA(x) = 0,195x + 21,35,$$

او سيال  $B$  يې د داسې شمېرني له مخې وړاندې کوي:  $KB(x) = 0,265x + 18,45.$

د کوم مصرف سره برېښنا خرڅوونکي  $B$  ارزان يا مساعد دی.

ځوابونه: نابرابرونه يا نامساوات

نامساوات |

نتيجه

اول -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq \frac{34}{5} \quad \text{ب - } -6 < x < \infty \quad \text{پ - } \frac{1}{2} \leq x < \infty$$

$$\text{ت - } -\infty < x \leq 96 \quad \text{ټ - } 5 < x < \infty \quad \text{ج - } -\infty < x < -\frac{17}{12}$$

$$\text{ح - } -\infty < x \leq 10 \quad \text{خ - } \frac{1}{2} < x < \frac{9}{2} \quad \text{ځ - } \frac{100}{e-1} < x < \infty$$

$$\text{ځ - } -\infty < x \leq -3 \quad \text{چ - } -\infty < x < \frac{12}{5} \quad \text{د - } -\infty < x < \frac{3}{5}$$

$$-\infty < x \leq \frac{48}{11} \quad \text{د -}$$

دویم -

$$\text{الف - } \quad \begin{array}{l} \text{د } a > 0 \text{ لپاره،} \\ \text{د } a < 0 \text{ لپاره،} \end{array} \quad \begin{array}{l} -\infty < x < \frac{4-a}{a} \\ \frac{4-a}{a} < x < \infty \end{array}$$

$$L = \mathbb{R} \quad \text{د } a = 0 \text{ لپاره}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب -} \\ \text{راځي، چي د } a=2 \text{ لپاره حل نه شته.} \end{array} \quad \begin{array}{l} x < \frac{3a}{a-2} \text{ für } a < 2 \\ x > \frac{3a}{a-2} \text{ für } a > 2 \end{array}$$

له دې لاس ته

$$\text{پ -} \quad x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2} \text{ für } a \in \mathbb{R}$$

دریم - ټول تاوان  $x$  :

$$0,9(x - 300) < 0,85(x - 200) \Rightarrow \underline{\underline{x < 2000}}$$

B- یوه 2000€ تاوان پورې په نرخ بڼه ده.

څلورم - دا باید وي

$$1+x < -2 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{x \mid -\infty < x < -3\}_{\mathbb{R}}}}$$

له 2- سره ضربونې له لارې دا نامساوات نخښه په څت ګرځي یا معکوس کيږي.

$$\text{پنځم - } \quad x > 1000 \vee x < 0$$

شپږم - ږدو یا لرو:

$$G = E - K \Leftrightarrow 1,45x - 0,85x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 40$$

فیرما یوه د  $x > 40$  گټه لاس ته راوړي.

اوم - تر 41,4 kWh کیلو واټ ساعت پورې B ارزشانه ده.

تمرینونه ( مساوات II ته )

لومړی - مساوات په  $x$  پسې حل کړی

الف -  $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x)$  ب -  $5x - (8 + 9x) = 12$

پ -  $(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6$  ت -  $6x + 5t = 4x + 9t$

ټ -  $t^2x = -x + t^2 + 3 - 6$   $\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x + 5}{8} - 6$

ج -  $\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2$  چ -  $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3$

ح -  $4 - \frac{x - 5}{4} = \frac{x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3}$  خ -  $\frac{x}{t} + tx = 5; t \neq 0$

دویم-  $t$  په واکوالی یا تابعیت کې د حلونو گڼون یا تعداد و ټاکي.

الف -  $3t(x - 2) + t - 2x = 3t + 2$  ب -  $2(tx - 2) - 2(x - 2) = t^2 - 1$

پ -  $\frac{t}{2}x + 2t + 1 = \frac{1}{2}x + 4$  ت -  $2t(x - t) - (t - x) = 0$  ټ -  $t^2x + 1 = 2 - x$

ټ -  $\frac{tx + 1}{2} - \frac{t(x - 2)}{3} + \frac{x(2 - 3t)}{6} = 1$



دریم-  $a$  د کومې ټاکنې لپاره مساوات یو یا زیات حلونه یا کوم حل نه لري؟

$$\text{الف- } \frac{ax+2}{2} = 3x \quad \text{ب- } ax-3 = 2x+1$$

$$\text{پ- } 6 - ax = 2 - (a-3)x \quad \text{ت- } -2x + 9 + 2ax = 1 + 8a$$

څلورم-  $x$  د پسي حل کړی.

$$(1-a)x = b-2$$

$a$  او  $b$  ترمنځ کومې اړیکې شته دی، که  $x = 2$  حل وي؟

پنځم- د لاندې مساواتو څخه نور مختلف مساوات جوړ کړی، کوم چي همغه حل ولري.

$$2x - \frac{1}{3} = 0$$

شپږم- د 5 یو په بل پسي اعدادو (گڼونو) جمعه 460 ده. د دې څخه هغه لوی عدد وشمیری.

اوم- د دوه یو په بل پسي اعدادو د مربع تفریق (کمون) 55 دی دواړه اعداد پیدا کړی.

اتم- یو خټگر د 54 لری خښتو څخه د  $x$  جگوالی جوړوي. که خټگر په 1,6 cm جگي خښتې وکاروي، نو دی فقط 45 لری ته اړتیا لري.

د  $x$  جگوالی وشمیری

نهم- د A نل یو د لمبا ډنډ په یوه ساعت کې ډکوي. د B نل یې په دوه ساعته کې ډکوي، C نل په درې او د D نل په څلور ساعته کې.

که ټول نلونه په همغه وخت کې په کار واچول شي، د ډنډ ډکول به څومره وخت ونیسي؟

367 1.7- کرښيز مساوات .....

لسم- به يوه ولاړکوډيز (مستطیل) يوه ضلعه (اړخ) 10 m متره اوږد دی. اوږد اړخ يا ضلعه 25 m او وړه ضلعه 15 m لنډيری. له دې سره سطحه  $1000 \text{ m}^2$  کوچنی کیري.

دا پیل مسطیل به څومره لوي وو؟

یولسم- یو دوکانوال په درې د مارکیټ ورځو  $1/4$ ;  $1/8$ ; همداسې  $1/3$  کې ممکنه خرڅلاو کوی.

د بازار خرڅلاو په اخر دی تر اوسه د € 875 پیسو سامان لري.

ده به د څومره پیسو خرڅلاو کړی وی، که ټول سامان یې خرڅ شوی وی؟

دولسم- د جملو تمرینونه پیدا کړی، چې د یوه کرښيز مساوات په مرسته حل کیدی شي.

تمرینونه (ساده کرښيز مساوات) |

ساده کرښيز مساوات

لومړی:

الف-  $x - 5 = 9$  ب-  $35 + x = 84$  پ-  $x - 6 = 13$  ت-  $8 + x = 25$

دویم-

الف-  $x + 28 = 46$  ب-  $125 + x = 264$  پ-  $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$  ت-  $25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6}$

دریم-

الف-  $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$  ب-  $1,2 - x = 0,75$  پ-  $u = v + x$  ت-  $m = x - b$

څلورم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $a+b+x = a+p$  ب-  $m+n = x+m-a$

پ-  $5a^2 + 2a + x = 6a^2 + 3a$  ت-  $0,4a + x - 1,2b = 0,8a - 0,8b - 0,4a$

پنځم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $3x = 3$  ب-  $3x = \frac{3}{5}$  پ-  $\frac{4}{5}x = 2,4$  ت-  $88 = 4x - 16$

شپږم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $mx = m$  ب-  $px - p = p$  پ-  $a + bx = 3b + a$

اوم-

الف-  $3n - 4mx = 3n - 2m$  ب-  $6a - 5b = 8a - 3b - ax$

اتم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $5a^2b^3 - a^2b + a^2bx = 6a^2b^3 + a^2b$

ب-  $6abc - 5rst - 4a^2b^2cx = 5abc - 3rst - 3a^2b^2cx - 2rst$  ت- .

نهم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $\frac{x}{4} = 5$  ب-  $\frac{2x}{3} = 4$  پ-  $\frac{b^2m^3x}{n} = m^3$  ت-  $\frac{a^2bc}{x} = ac$

لسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $\frac{x}{a^2b} = ab^2$  ب-  $\frac{a^2bc}{x} = ac$  پ-  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x = \frac{4}{5}$  ت-  $\frac{3}{8} = \frac{4}{5} - x$

یولسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$  ب-  $\frac{2a^2bx}{3bx} = a^2x$  پ-  $\frac{1}{6}x - 4 = 2$

دولسم- د حلونو سټ (ډېری) وټاکی

الف-  $\frac{3}{4}x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10}$  ب-  $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{5}{12}$

پ-  $\frac{2ax}{3} + \frac{a}{2} = \frac{ax}{4} - \frac{3a}{4}$  ت-  $\frac{abx}{2} + \frac{7a}{12} = \frac{2abx}{3} + \frac{5a}{12}$

د کرینیز مساواتو حل |

لاس ته راورنی (نتیجی)

لومری-

$$\text{الف۔ } x - 5 = 9 \Rightarrow L = \{14\} \quad \text{ب۔ } 35 + x = 84 \Rightarrow L = \{49\}$$

$$\text{پ۔ } x - 6 = 13 \Rightarrow L = \{19\} \quad \text{ت۔ } 8 + x = 25 \Rightarrow L = \{17\}$$

دویم :

$$\text{الف۔ } x + 28 = 46 \Rightarrow L = \{18\} \quad \text{ب۔ } 125 + x = 264 \Rightarrow L = \{139\}$$

$$\text{پ۔ } x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow L = \left\{\frac{17}{12}\right\} \quad \text{ت۔ } 25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6} \Rightarrow L = \left\{\frac{33}{2}\right\}$$

دریم :

$$\text{الف۔ } \frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{\frac{8}{9}\right\} \quad \text{ب۔ } 1,2 - x = 0,75 \Rightarrow L = \{0,45\}$$

$$\text{پ۔ } u = v + x \Rightarrow L = \{u - v\} \quad \text{ت۔ } m = x - b \Rightarrow L = \{m + b\}$$

خلورم-

$$\text{الف۔ } a + b + x = a + p \Rightarrow L = \{p - b\}$$

$$\text{ب۔ } m + n = x + m - a \Rightarrow L = \{a + n\}$$

$$\text{پ۔ } 5a^2 + 2a + x = 6a^2 + 3a \Rightarrow L = \{a^2 + a\}$$

$$\text{ت۔ } 0,4a + x - 1,2b = 0,8a - 0,8b - 0,4a \Rightarrow L = \{0,4b\}$$

پنجم-

$$\text{الف۔ } 3x = 3 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ب۔ } 3x = \frac{3}{5} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

$$\text{پ۔ } \frac{4}{5}x = 2,4 \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{ت۔ } 88 = 4x - 16 \Rightarrow L = \{26\}$$

شپیرم-

$$\text{الف۔ } mx = m \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{ب۔ } px - p = p \Rightarrow L = \{2\}$$

$$a + bx = 3b + a \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{پ - اوم-}$$

$$3n - 4mx = 3n - 2m \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad \text{الف-}$$

$$6a - 5b = 8a - 3b - ax \Rightarrow L = \left\{ \frac{2a + 2b}{a} \right\}; a \neq 0 \quad \text{ب - اتم-}$$

$$5a^2b^3 - a^2b + a^2bx = 6a^2b^3 + a^2b \Rightarrow L = \{b^2 + 2\} \quad \text{الف-}$$

$$6abc - 5rst - 4a^2b^2cx = 5abc - 3rst - 3a^2b^2cx - 2rst \\ \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{ab} \right\}; a \neq 0, b \neq 0 \quad \text{ب - نهم-}$$

$$\frac{2x}{3} = 4 \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{ب - الف-} \quad \frac{x}{4} = 5 \Rightarrow L = \{20\}$$

$$\frac{b^2m^3x}{n} = m^3 \Rightarrow L = \left\{ \frac{n}{b^2} \right\}; D = \mathbb{R}; n \neq 0; b \neq 0 \quad \text{پ -}$$

$$\frac{a^2bc}{x} = ac \Rightarrow L = \{ab^2\}; D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{ت - لسم-}$$

$$\frac{x}{a^2b} = ab^2 \Rightarrow L = \{a^3b^3\}; D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{الف-}$$

$$\frac{a^2bc}{x} = ac \Rightarrow L = \{ab\}; D = \mathbb{R}^* \quad \text{ب -}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x = \frac{4}{5} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{5} \right\} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{4}{5} - x \Rightarrow L = \left\{ \frac{17}{40} \right\} \quad \text{ت -}$$

یولسم-

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \Rightarrow L = \left\{1\frac{1}{4}\right\} \text{ الف -}$$

$$\frac{1}{6}x - 4 = 2 \Rightarrow L = \{36\} \text{ پ -} \quad \frac{2a^2bx}{3bx} = a^2x \Rightarrow L = \left\{\frac{2}{3}\right\}; D = \mathbb{R}^+; b \neq 0 \text{ ب -}$$

دولسم -

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{5}{12} \Rightarrow L = \{-2\} \text{ ب -} \quad \frac{3}{4}x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10} \Rightarrow L = \{6\} \text{ الف -}$$

$$\frac{2ax}{3} + \frac{a}{2} = \frac{ax}{4} - \frac{3a}{4} \Rightarrow L = \{-3\} \text{ پ -}$$

$$\frac{abx}{2} + \frac{7a}{12} = \frac{2abx}{3} + \frac{5a}{12} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{b}\right\}; b \neq 0 \text{ ت -}$$

مفصل حلونه:

لومړی -

$$\begin{array}{ll} 35 + x = 84 \mid -35 & x - 5 = 9 \mid +5 \\ \Leftrightarrow x = 49 & \Leftrightarrow x = 14 \\ \Rightarrow L = \{49\} & \Rightarrow L = \{14\} \text{ الف -} \end{array} \text{ ب -}$$

$$\begin{array}{ll} 8 + x = 25 \mid -8 & x - 6 = 13 \mid +6 \\ \Leftrightarrow x = 17 & \Leftrightarrow x = 19 \\ \Rightarrow L = \{17\} & \Rightarrow L = \{19\} \text{ پ -} \end{array} \text{ ت -}$$

دویم -

$$125 + x = 264 \mid -125$$

$$\Leftrightarrow x = 139$$

$$\Rightarrow L = \{139\}$$

$$x + 28 = 46 \mid -28$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

$$\Rightarrow L = \{18\} \text{ ب -}$$

الف -

$$25\frac{1}{3} - x = 8\frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{76}{3} - x = \frac{53}{6} \mid -\frac{76}{3}$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{53}{6} - \frac{76}{3} \quad \text{HN} = 6$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{53}{6} - \frac{152}{6} = -\frac{99}{6} \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{99}{6} = \frac{33}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{33}{2} \right\}$$

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad \text{HN} = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{17}{12} \right\} \text{ ت -}$$

ب -  
دریم:

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \quad \text{HN: 9}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow L = \left\{ \frac{8}{9} \right\} \text{ الف -}$$

$$1,2 - x = 0,75 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 1,2 = x + 0,75 \mid -0,75$$

$$\Leftrightarrow 0,45 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 0,45$$

$$\Rightarrow L = \{0,45\} \text{ ب -}$$

$$m = x - b \mid +b$$

$$\Leftrightarrow m + b = x$$

$$\Leftrightarrow x = m + b$$

$$\Rightarrow L = \{m + b\} \text{ ت -}$$

$$u = v + x \mid -v$$

$$\Leftrightarrow u - v = x$$

$$\Leftrightarrow x = u - v$$

$$\Rightarrow L = \{u - v\} \text{ ب -}$$

خلورم:

$$m+n = x+m-a \mid -m$$

$$\Leftrightarrow n = x-a \mid +a$$

$$\Leftrightarrow n+a = x$$

$$\Leftrightarrow x = a+n$$

$$\Rightarrow L = \{a+n\}$$

$$0,4a+x-1,2b = 0,8a-0,8b-0,4a$$

$$\Leftrightarrow 0,4a+x-1,2b = 0,4a-0,8b \mid -0,4a$$

$$\Leftrightarrow x-1,2b = -0,8a \mid +1,2b$$

$$\Leftrightarrow x = 0,4b$$

$$\Rightarrow L = \{0,4b\}$$

$$a+b+x = a+p \mid -a$$

$$\Leftrightarrow b+x = p \mid -b$$

$$\Leftrightarrow x = p-b$$

$$\Rightarrow L = \{p-b\} \quad \text{ب۔}$$

الف۔

$$5a^2+2a+x = 6a^2+3a \mid -5a^2$$

$$\Leftrightarrow 2a+x = a^2+3a \mid -2a$$

$$\Leftrightarrow x = a^2-a$$

$$\Rightarrow L = \{a^2+a\} \quad \text{ت۔}$$

ج۔

$$3x = \frac{3}{5} \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{5} \right\} \quad \text{ب۔}$$

$$88 = 4x-16 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow 26 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 26$$

$$\Rightarrow L = \{26\}$$

ت۔

$$3x = 3 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{4}{5}x = 2,4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \mid \cdot \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\Rightarrow L = \{3\}$$

پ۔

شیرم:

$$mx = m \mid : m \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف۔}$$

$$px - p = p \mid +p \Leftrightarrow px = 2p \mid : p \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow L = \{2\} \quad \text{ب۔}$$

$$a+bx = 3b+a \mid -a \Leftrightarrow bx = 3b \mid : b \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{پ۔}$$

اوم:



$$6a - 5b = 8a - 3b - ax \quad | -8a$$

$$\Leftrightarrow -2a - 5b = -3b - ax \quad | +3b$$

$$\Leftrightarrow -2a - 2b = -ax \quad | : (-a)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2a - 2b}{-a} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a + 2b}{a}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{2a + 2b}{a} \right\}; a \neq 0$$

$$3n - 4mx = 3n - 2m \quad | -3n$$

$$\Leftrightarrow -4mx = -2m \quad | : m$$

$$\Leftrightarrow -4x = -2 \quad | : (-4)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ب -

الف-  
اتم:

$$5a^2b^3 - a^2b + a^2bx = 6a^2b^3 + a^2b \quad | -5a^2b^3$$

$$\Leftrightarrow -a^2b + a^2bx = a^2b^3 + a^2b \quad | +a^2b$$

$$\Leftrightarrow a^2bx = a^2b^3 + 2a^2b \quad | : a^2b$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2b^3 + 2a^2b}{a^2b} = \frac{\cancel{a^2b} (b^2 + 2)}{\cancel{a^2b}} = b^2 + 2$$

$$\Rightarrow L = \{b^2 + 2\}$$

الف-

$$\underbrace{6abc - 5rst - 4a^2b^2cx}_{\text{ordnen}} = \underbrace{5abc - 3rst - 3a^2b^2cx - 2rst}_{\text{ordnen und zusammenfassen}}$$

$$\Leftrightarrow -4a^2b^2cx + 6abc - 5rst = -3a^2b^2cx + 5abc - 5rst \quad | +3a^2b^2cx$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx + 6abc - 5rst = 5abc - 5rst \quad | +5rst$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx + 6abc = 5abc \quad | -6abc$$

$$\Leftrightarrow -a^2b^2cx = -abc \quad | : -a^2b^2c$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-abc}{-a^2b^2c} = \frac{\cancel{-abc} (1)}{\cancel{-abc} (ab)} = \frac{1}{ab}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{ab} \right\}; a \neq 0; b \neq 0$$

ب-  
نعم:

$$\frac{2x}{3} = 4 \mid \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\Rightarrow L = \{6\}$$

$$\frac{x}{4} = 5 \mid \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x = 20$$

$$\Rightarrow L = \{20\} \quad \text{الف- ب-}$$

$$\frac{a^2bc}{x} = ac \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow a^2bc = acx$$

$$\Leftrightarrow acx = a^2bc \mid : ac$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2bc}{ac} = ab$$

$$\Rightarrow L = \{ab\}; \quad a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{ت-}$$

$$\frac{b^2m^3x}{n} = m^3 \mid \cdot n$$

$$\Leftrightarrow b^2m^3x = m^3n \mid : b^2m^3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{m^3n}{b^2m^3} = \frac{n}{b^2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{n}{b^2} \right\}; \quad n \neq 0; b \neq 0 \quad \text{ب-}$$

لسم :

$$\frac{x}{a^2b} = ab^2 \mid \cdot a^2b$$

$$\Leftrightarrow x = ab^2 \cdot a^2b$$

$$\Leftrightarrow x = a^3b^3$$

$$\Rightarrow L = \{a^3b^3\}; \quad a \neq 0; b \neq 0 \quad \text{الف-}$$

$$\frac{abc^2}{x} = ac \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow abc^2 = acx$$

$$\Leftrightarrow acx = abc^2 \mid : ac$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{abc^2}{ac} = bc$$

$$\Rightarrow L = \{bc\} \quad \text{ب-}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{8} &= \frac{4}{5} - x \quad | +x & \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x &= \frac{4}{5} \quad | - \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow x + \frac{3}{8} &= \frac{4}{5} \quad | - \frac{3}{8} & \Leftrightarrow \frac{1}{3}x &= \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \quad | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{4}{5} - \frac{3}{8} \quad | \text{HN} = 40 & \Leftrightarrow x &= \frac{12}{5} - \frac{6}{3} = \frac{12}{5} - 2 \quad | \text{HN} = 5 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{32}{40} - \frac{15}{40} = \frac{17}{40} & \Leftrightarrow x &= \frac{12}{5} - \frac{10}{5} = \frac{2}{5} \\ \Rightarrow L &= \left\{ \frac{17}{40} \right\} & \Rightarrow L &= \left\{ \frac{2}{5} \right\} \end{aligned}$$

ت -

پ -

بولسم:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8} &= \frac{4}{5}x - \frac{3}{4} \quad | - \frac{4}{5}x \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x - \frac{4}{5}x - \frac{5}{6} - \frac{3}{8} &= -\frac{3}{4} \quad | + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{HN}=30} & & \Leftrightarrow \frac{20}{30}x + \frac{15}{30}x - \frac{24}{30}x &= -\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \\ \Leftrightarrow \frac{20}{30}x + \frac{15}{30}x - \frac{24}{30}x &= \underbrace{-\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8}}_{\text{HN}=48} \\ \Leftrightarrow \frac{11}{30}x &= -\frac{36}{48} + \frac{40}{48} + \frac{18}{48} = \frac{22}{48} \quad | \cdot \frac{30}{11} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{22 \cdot 30}{48 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 30}{4 \cdot 12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \\ \Rightarrow L &= \left\{ \frac{5}{4} \right\} \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned} \frac{2a^2 \cancel{b} \cancel{x}}{3 \cancel{b} \cancel{x}} &= a^2x \Leftrightarrow \frac{2a^2}{3} = a^2x \\ \Leftrightarrow a^2x &= \frac{2a^2}{3} \quad | : a^2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}; \quad b \neq 0 \end{aligned}$$

ب -

$$\frac{1}{6}x - 4 = 2 \mid +4 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x = 6 \mid \cdot 6 \Leftrightarrow x = 36 \Rightarrow L = \{36\}$$

پ -  
دولسم:

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{5}{12} \mid - \frac{2x}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{x}{2} - \frac{2x}{3}}_{\text{HN}=6} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{12} \mid + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{6} - \frac{4x}{6} = -\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-\frac{x}{6}}_{\text{HN}=12} = -\frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \mid \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{6} = -\frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \mid \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{3} = -3 \Rightarrow L = \{-2\}$$

$$\frac{abx}{2} + \frac{7a}{12} = \frac{2abx}{3} + \frac{5a}{12} \mid - \frac{2abx}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{abx}{2} - \frac{2abx}{3}}_{\text{HN}=6} + \frac{7a}{12} = \frac{5a}{12} \mid - \frac{7a}{12}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3abx}{6} - \frac{4abx}{6} = \frac{5a}{12} - \frac{7a}{12}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{abx}{6} = -\frac{2a}{12} = -\frac{a}{6} \mid \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow abx = a \mid : (ab)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a}{ab} = \frac{1}{b} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{b} \right\}; b \neq 0$$

$$\frac{3}{4}x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{1}{10} \mid - \frac{2}{5}x$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}x}_{\text{HN}=20} - 2 = \frac{1}{10} \mid + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{20}x - \frac{8}{20}x = \frac{1}{10} + \frac{20}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{20}x = \frac{21}{10} \mid \cdot \frac{20}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{10} \cdot \frac{20}{7} = 6$$

ب -  $\Rightarrow L = \{6\}$  الف -

$$\frac{2ax}{3} + \frac{a}{2} = \frac{ax}{4} - \frac{3a}{4} \mid - \frac{ax}{4}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{2ax}{3} - \frac{ax}{4}}_{\text{HN}=12} + \frac{a}{2} = -\frac{3a}{4} \mid - \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8ax}{12} - \frac{3ax}{12} = -\frac{3a}{4} - \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{5ax}{12}}_{\text{HN}=4} = -\frac{3a}{4} - \frac{2a}{4} = -\frac{5a}{4} \mid \cdot 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{5ax}{12} = -\frac{3a}{4} - \frac{2a}{4} = -\frac{5a}{4} \mid \cdot 12$$

$$\Leftrightarrow 5ax = -\frac{60a}{4} = -15a \mid : 5a$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow L = \{-3\}$$

ت - ب -

## پوښتنې

## ساده کرینیز مساوات II

کرینیز مساوات د ماتونو (کسرونو) او نوکانو (قوسونو) سره

لومړۍ: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\text{الف - } 8 - (x + 5) = 2 \quad \text{ب - } 9 + (5 - x) = 6$$

$$\text{پ - } (x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \quad \text{ت - } (x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$

دویم: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي الف -  $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$

$$\text{ب - } (2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1)$$

$$\text{پ - } \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \quad \text{ت - } \frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} = 4\frac{2}{3}$$

$$\text{الف - } \frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} = 4\frac{1}{2} + x \quad \text{ب - } \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x}$$

$$\text{پ - } \frac{2x - 3}{11} + 2 = \frac{3x - 4}{10}$$

څلورم: د حلونو سټ (ډېری) وټاکي

$$\text{الف - } 12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

$$\text{ب - } x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x)$$

$$\text{پ - } 23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0 \quad \text{ت}$$

پنجم- د حلونو ست (دېری) وټاکی

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2) \quad \text{الف}$$

$$(4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2)(x - 5) + 4 \quad \text{ب}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) \quad \text{پ}$$

$$(2a + x)(x + 2b) = (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \quad \text{ت}$$

$$(x + a^2)(b^2 - c^2) = a^2(2b^2 - c^2) - c^2x \quad \text{ت}$$

شپږم- د حلونو ست (دېری) وټاکی

$$\frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \quad \text{الف}$$

$$\frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \quad \text{ب}$$

اوم- د حلونو ست (دېری) وټاکی

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \quad \text{ب} \quad \frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \quad \text{الف}$$

$$\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} \quad \text{ت} \quad \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \quad \text{پ}$$

خوابونه ( اوبیوني )

کرئیز مساوات ||

نتیجی

لومری- لاس ته راوړنی (نتیجی)

$$8 - (x + 5) = 2 \Rightarrow L = \{1\} \quad \text{الف}$$

$$9 + (5 - x) = 6 \Rightarrow L = \{8\} \quad \text{ب -}$$

$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Rightarrow L = \{7\} \quad \text{پ -}$$

$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Rightarrow L = \{3\} \quad \text{ت -}$$

دویم-لاس ته راوڻي (نتیجی)

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13) \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{الف -}$$

$$(2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1) \Rightarrow L = \{5\} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \Rightarrow L = \{2\} \quad \text{پ -}$$

$$\frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} = 4\frac{2}{3} \Rightarrow L = \{6\} \quad \text{ت -}$$

دریم: لاس ته راوڻي (نتیجی)

$$\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} = 4\frac{1}{2} + x \Rightarrow L = \{5\} \quad \text{الف -}$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \Rightarrow L = \left\{-1\frac{1}{2}\right\}; \quad D = \mathbb{R}^* \quad \text{ب -}$$

$$\frac{2x - 3}{11} + 2 = \frac{3x - 4}{10} \Rightarrow L = \{18\} \quad \text{پ -}$$

څلروم: لاس ته راوڻي (نتیجی)

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5) \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\} \quad \text{الف -}$$

$$x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x) \Rightarrow L = \{-1\} \quad \text{ب -}$$

پ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a \Rightarrow L = \{2\}$$

ت -

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0 \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{4}a^2\right\}$$

پنجم: لاس ته راوڻي (نتیجی)

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2) \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \text{ الف}$$

$$(4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2)(x - 5) + 4 \Rightarrow L = \left\{ -1\frac{1}{2} \right\} \text{ ب}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) \Rightarrow L = \{-3\} \text{ پ}$$

$$(2a + x)(x + 2b) = (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \Rightarrow L = \{b\} \text{ ت}$$

$$(x + a^2)(b^2 - c^2) = a^2(2b^2 - c^2) - c^2x \Rightarrow L = \{a^2\} \text{ ث}$$

شپڙم: لاس ته راوئي (نتيجي)  
الف-

$$\frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \Rightarrow L = \{3\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

ب-

$$\frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \Rightarrow L = \{5\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$$

لاس ته راوئي (نتيجي)

$$\frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \Rightarrow L = \{7\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1; -2\} \text{ الف}$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \Rightarrow L = \{-2\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \text{ ب}$$

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{5} \right\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\} \text{ پ}$$

$$\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} \Rightarrow L = \{1\}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 5; \frac{5}{2}; \frac{5}{3} \right\} \text{ ت}$$

مفصل حلونه:

لومري:



الف-  $8 - (x + 5) = 2$  نوکان حل یا لری کری

$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2 \mid +5$$

$$\Leftrightarrow 8 - x = 7 \mid -8$$

$$\Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow L = \{1\}$$

نوکان واز کری

ب -

$9 + (5 - x) = 6$  Klammer auflösen

$$\Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow 9 - x = 1 \mid -9$$

$$\Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \Rightarrow L = \{8\}$$

نوکان واز کری

پ -

نوکان یا قوسونه سره ضرب کری  $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \mid$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10 \mid -x^2$$

سره یوځای کری  $\Leftrightarrow 3x - 6x - 18 = -2x - 5x + 10 \mid$

$$\Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x$$

$$\Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18$$

$$\Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow L = \{7\}$$

ت -

$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \mid$$

نوکان ضرب کری

383 7.1- کرئیز مساوات .....  
-----

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18 \quad | -x^2$$

$$\Leftrightarrow 7x + 3x + 21 = 9x + 2x + 18$$

سرہ یوځای کړی

$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \quad | -11x$$

$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \quad | -21$$

$$\Leftrightarrow -x = -3 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13) \quad \text{دویم: الف-}$$

نوکان حل کړی، دلته مخنځنه په پام کې ونیسی

$$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$$

تنظیم کړی او سره یوځای کړی

$$\Leftrightarrow -7x + 65 = 5x - 7 \quad | -5x$$

$$\Leftrightarrow -12x + 65 = -7 \quad | -65$$

$$\Leftrightarrow -12x = -72 \quad | : (-12)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

ب-

$$(2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 2x - 15x - 5 = 6x^2 - 6x - 10x + 10 \quad | -6x^2$$

$$\Leftrightarrow -13x - 5 = -16x + 10 \quad | +16x$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5 = 10 \quad | +5$$

$$\Leftrightarrow 3x = 15 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow L = \{5\}$$

ب۔

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} &= \frac{x}{2} + x \mid -\frac{x}{2} - x \\ \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} - \frac{x}{1} + \frac{5}{6} &= 0 \mid -\frac{5}{6} \\ &\text{HN-24} \\ \Leftrightarrow \frac{6x}{24} + \frac{20x}{24} - \frac{12x}{24} - \frac{24x}{24} &= -\frac{5}{6} \\ \Leftrightarrow -\frac{10x}{24} &= -\frac{5}{6} \mid \left(-\frac{24}{10}\right) \\ \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \cdot \frac{24}{10} = 2 &\Rightarrow L = \{2\} \end{aligned}$$

ت۔

$$\begin{aligned} \frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} &= 4\frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{5x}{3} - \frac{8x}{9} &= \frac{14}{3} \\ &\text{HN-9} \\ \Leftrightarrow \frac{15x}{9} - \frac{8x}{9} &= \frac{14}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{7x}{9} &= \frac{14}{3} \mid \cdot \frac{9}{7} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{14}{3} \cdot \frac{9}{7} = 6 \Rightarrow L = \{6\} \end{aligned}$$

دریم:

الف۔

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} &= 4\frac{1}{2} + x \quad | -x \\ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} - \frac{x}{1}}_{\text{HN}=10} &= \frac{9}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{4x}{10} + \frac{15x}{10} - \frac{10x}{10} &= \frac{9}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{9x}{10} &= \frac{9}{2} \quad | \cdot \frac{10}{9} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{9} = 5 \Rightarrow L = \{5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} &= \frac{1}{9} + \frac{7}{3x} \quad | - \frac{7}{3x} \\ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{3}{2x} + \frac{2}{3x} - \frac{7}{3x}}_{\text{HN}=6x} &= \frac{1}{9} \\ \Leftrightarrow \frac{9}{6x} + \frac{4}{6x} - \frac{14}{6x} &= \frac{1}{9} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{6x} &= \frac{1}{9} \quad | \cdot x \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{6} &= \frac{x}{9} \quad | \cdot 9 \\ \Leftrightarrow -\frac{9}{6} = x &\Leftrightarrow x = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}; \quad D = \mathbb{R}^* \end{aligned}$$

-ج

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{2x-3}{11}}_{\text{HN}=11} + 2 &= \frac{3x-4}{10} \\ \Leftrightarrow \frac{2x-3}{11} + \frac{22}{11} &= \frac{3x-4}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{2x - 3 + 22}{11} &= \frac{3x - 4}{10} \quad | \cdot 11 \cdot 10 \\ \Leftrightarrow 10(2x + 19) &= 11(3x - 4) \\ \Leftrightarrow 20x + 190 &= 33x - 44 \quad | -33x - 190 \\ \Leftrightarrow -13x &= -234 \quad | : (-13) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-234}{-13} = 18 \Rightarrow L = \{18\} \end{aligned}$$

خلوم- الف-

$$12 - [(16 + 7x) + (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$$

لومری گرد نوکان واز کری یا حل کری

$$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x + 3x - 1] = 6 + 2x - 5$$

سره یوخیای کری او تنظیم کری

$$\Leftrightarrow 12 - [10x + 15] = 2x + 1$$

گودیزه نوکان واز یا حل کری

$$\Leftrightarrow 12 - 10x - 15 = 2x + 1$$

سره یوخیای کری او تنظیم کری

$$\Leftrightarrow -10x - 3 = 2x + 1 \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow -12x - 3 = 1 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow -12x = 4 \quad | : (-12)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 x - [(4x + 4,5) + 3,5] &= 2,5 - (3,5 - 4x) \\
 \Leftrightarrow x - [4x + 4,5 + 3,5] &= 2,5 - 3,5 + 4x \\
 \Leftrightarrow x - 4x - 4,5 - 3,5 &= -1 + 4x \quad | -4x \\
 \Leftrightarrow -7x - 8 &= -1 + 8 \\
 \Leftrightarrow & -7x = 7 \quad | : (-7) \\
 \Leftrightarrow & x = -1 \Rightarrow L = \{-1\}
 \end{aligned}$$

پ-

$$\begin{aligned}
 23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a &= 5ax - 7a \\
 \Leftrightarrow 8a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} &= 5ax - 7a \\
 \Leftrightarrow 8a - 5ax + 9ax + 12a - 6ax + 3a - 8ax &= 5ax - 7a \quad | -5ax \\
 \Leftrightarrow -15ax + 23a = -7a \quad | -23a \\
 \Leftrightarrow -15ax &= -30a \quad | : (-15a) \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-30a}{-15a} = 2 \Rightarrow L = \{2\}
 \end{aligned}$$

ت -

$$a^2b + b^2c - \{bx - [(a^2b - bx) - (b^2c + bx) - a^2b] + bx\} = 0$$

گرد نوکان واز کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [a^2b - bx - b^2c - bx - a^2b] + bx\} = 0$$

سرہ یوخای کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx - [-2bx - b^2c] + bx\} = 0$$

کوڈیز نوکان حل کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{bx + 2bx + b^2c + bx\} = 0$$

سره یوځای کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - \{4bx + b^2c\} = 0$$

ماریچ نوکان واز کری یا حل کری

$$\Leftrightarrow a^2b + b^2c - 4bx - b^2c = 0$$

سره یوځای کری او تنظیم کری

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -4bx + a^2b &= 0 \quad | -a^2b \\ \Leftrightarrow -4bx &= -a^2b \quad | :(-4b) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-a^2b}{-4b} = \frac{a^2}{4} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{4}a^2 \right\} \end{aligned}$$

پنجم:  
الف

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2)$$

$$\Leftrightarrow 48x^2 - 24x - 160x + 80 = 48x^2 - 24x - 80x + 40 \quad | -48x^2$$

$$\Leftrightarrow -184x + 80 = -104x + 40 \quad | +104x$$

$$\Leftrightarrow -80x + 80 = 40 \quad | -80$$

$$\Leftrightarrow -80x = -40 \quad | :(-80)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-40}{-80} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 (4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) &= (8x + 2)(x - 5) + 4 \\
 \Leftrightarrow 12x^2 - 16x - 18x + 24 - 4x^2 + 16x &= 8x^2 - 40x + 2x - 10 + 4 \\
 \Leftrightarrow 8x^2 - 18x + 24 &= 8x^2 - 38x - 6 \quad | -8x^2 \\
 \Leftrightarrow -18x + 24 &= -38x - 6 \quad | +38x \\
 \Leftrightarrow 20x + 24 &= -6 \quad | -24 \\
 \Leftrightarrow 20x &= -30 \quad | : 20 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-30}{20} = -\frac{3}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{3}{2} \right\}
 \end{aligned}$$

$$22 - (2x - 10)(2x + 9) = 2x^2 - (6x - 8)(x + 5) = \text{پ}$$

که د ضرب مخ ته یوه کمیزه یا منفي نخبه وي (-)، نو ضرب په نوکانو کې ولیکی

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow 22 - [4x^2 + 18x - 20x - 90] &= 2x^2 - [6x^2 + 30x - 8x - 40] \\
 \Leftrightarrow 22 - [4x^2 - 2x - 90] &= 2x^2 - [6x^2 + 22x - 40] \\
 \Leftrightarrow 22 - 4x^2 + 2x + 90 &= 2x^2 - 6x^2 - 22x + 40 \\
 \Leftrightarrow -4x^2 + 2x + 112 &= -4x^2 - 22x + 40 \quad | +4x^2 \\
 \Leftrightarrow 2x + 112 &= -22x + 40 \quad | +22x \\
 \Leftrightarrow 24x + 112 &= 40 \quad | -112 \\
 \Leftrightarrow 24x &= -72 \quad | : 24 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-72}{24} = -3 \Rightarrow L = \{-3\}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 (2a + x)(x + 2b) &= (x - 3a)(x - 3b) + 5bx \\
 \Leftrightarrow 2ax + 4ab + x^2 + 2bx &= x^2 - 3bx - 3ax + 9ab + 5bx \quad | -x^2 \\
 \Leftrightarrow 2ax + 2bx + 4ab &= -3ax + 2bx + 9ab \quad | +3ax - 2bx \\
 \Leftrightarrow 5ax + 4bx &= 9ab \quad | -4ab \\
 \Leftrightarrow 5ax &= 5ab \quad | : 5a
 \end{aligned}$$



$$\Leftrightarrow x = \frac{5ab}{5a} = b \Rightarrow L = \{b\}$$

ب

$$(x + a^2)(b^2 - c^2) = a^2(2b^2 - c^2) - c^2x$$

$$\Leftrightarrow b^2x - c^2x + a^2b^2 - a^2c^2 = 2a^2b^2 - a^2c^2 - c^2x \quad | +c^2x$$

$$\Leftrightarrow b^2x + a^2b^2 - a^2c^2 = 2a^2b^2 - a^2c^2 \quad | -a^2b^2$$

$$\Leftrightarrow b^2x - a^2c^2 = a^2b^2 - a^2c^2 \quad | +a^2c^2$$

$$\Leftrightarrow b^2x = a^2b^2 \quad | : b^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2b^2}{b^2} = a^2 \Rightarrow L = \{a^2\}$$

شپيرم:

الف -

$$\frac{5}{4(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{x}{4(x+2)} + \frac{1}{3(x+2)} \quad | \text{HN} = 12(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{12(x+2)} - \frac{2}{12(x+2)} = \frac{3x}{12(x+2)} + \frac{4}{12(x+2)} \quad | \cdot 12(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 15 - 2 = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 = 13 \quad | -4$$

$$\Leftrightarrow 3x = 9 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

ب -

$$\frac{2x}{4(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{45}{6(x+10)} \quad | \text{ kürzen}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2(x+10)} + \frac{3x}{2(x+10)} = \frac{5}{2(x+10)} + \frac{15}{2(x+10)} \quad | \cdot 2(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x + 3x = 5 + 15$$

$$\Leftrightarrow 4x = 20 \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow L = \{5\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-10\}$$

اوم:

الف -

$$\frac{5}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{6}{x+2} = 0 \mid \text{HN} = (x+3)(x-1)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x-1)(x+2)}{(x+3)(x-1)(x+2)} + \frac{1(x+3)(x+2)}{(x+3)(x-1)(x+2)} - \frac{6(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-1)(x+2)} = 0 \mid \cdot \text{HN}$$

$$\Leftrightarrow 5(x-1)(x+2) + (x+3)(x+2) - 6(x+3)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5[x^2 + x - 2] + [x^2 + 5x + 6] - 6[x^2 + 2x - 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5x - 10 + x^2 + 5x + 6 - 6x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + 14 = 0 \mid -14$$

$$\Leftrightarrow -2x = -14 \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow L = \{7\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1; -2\}$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \mid \text{HN} = (x+1)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \mid \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 4(x+1) = x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 4x + 4 = x^2 + x \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 = x \mid -x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow L = \{-2\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ب -}$$

ب -

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \mid \text{HN} = (x-1)\underbrace{(x+2)(x-2)}_{\text{3. bin. Formel}} = (x-1)(x^2-4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x^2-4)}{(x-1)(x^2-4)} + \frac{3(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2-4)} = \frac{5(x-1)(x+2)}{(x-1)(x^2-4)} - \frac{4(x-1)}{(x-1)(x^2-4)} \mid \cdot \text{HN}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2-4) + 3(x-1)(x-2) = 5(x-1)(x+2) - 4(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8 + 3[x^2 - 3x + 2] = 5[x^2 + x - 2] - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8 + 3x^2 - 9x + 6 = 5x^2 + 5x - 10 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 9x - 2 = 5x^2 + x - 6 \mid -5x^2$$

$$\Leftrightarrow -9x - 2 = x - 6 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -10x = -4 \mid : (-10)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{-10} = \frac{2}{5} \Rightarrow L = \left\{ \frac{2}{5} \right\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\}$$

ت -

$$\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5} \mid - \frac{1}{3x-5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{3}{3x-5} = 0 \mid \text{HN} = (x-5)(2x-5)(3x-5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2x-5)(3x-5)}{\text{HN}} - \frac{6(x-5)(3x-5)}{\text{HN}} + \frac{3(x-5)(2x-5)}{\text{HN}} = 0 \mid \cdot \text{HN}$$

$$\Leftrightarrow 2(2x-5)(3x-5) - 6(x-5)(3x-5) + 3(x-5)(2x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2[6x^2 - 10x - 15x + 25] - 6[3x^2 - 5x - 15x + 25] + 3[2x^2 - 5x - 10x + 25]$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2[6x^2 - 25x + 25] - 6[3x^2 - 20x + 25] + 3[2x^2 - 15x + 25] = 0 \\
&\Leftrightarrow 12x^2 - 50x + 50 - 18x^2 + 120x - 150 + 6x^2 - 45x + 75 = 0 \\
&\Leftrightarrow 12x^2 - 18x^2 + 6x^2 - 50x + 120x - 45x + 50 - 150 + 75 = 0 \\
&\Leftrightarrow 25x - 25 = 0 \quad | +25 \\
&\Leftrightarrow 25x = 25 \quad | : 25 \\
&\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow L = \{1\}; \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{5; \frac{5}{2}; \frac{5}{3}\right\}
\end{aligned}$$

پوښتنې

کر بنیز مساوات

کر بنیز مساوات د شي او تکست پوښتنو سره

تمرینونه:

III کر بنیز مساوات

لومړۍ - تعریفېږئ (- ست) او حلست و ټاکي یا معلومه کړئ

$$\frac{x}{a} - \frac{x}{2a} = m \quad \text{ب -} \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{x} = m \quad \text{الف -}$$

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad \text{ت -} \quad \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a}$$

دویم - تعریف ست او حلست و ټاکي یا معلوم کړئ

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \quad \text{ب -} \quad \frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} = 0 \quad \text{الف -}$$

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab - ax + bx - x^2} \quad \text{پ -}$$

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9 \quad \text{ت -}$$

دریم - درې خویندې وروڼه یوځای 21 کاله دي A دوه واړه د B او C د نیم عمر لري. هر یو یا هره یوه له دوی څومره عمر لري؟

څلورم - یو اوبه ساتونکی د دوه نلونو له لارې ډمېدی شي. لومړی یې په 10 min دقیقو او دویم یې په 15 min دقیقو کې ډکوی. په حو دقیقو کې به دا اوبه ساتی ډک شي، که دواړه نلونه په همغه وخت کې په کار واچول شي؟

پنځم - یوه کیشتی له بار څخه د 9 کارگرو له خوا په 5 ورځو کې تشیري. په څو ورځو کې به دا کینستی د 15 کارگرو څخه د برابر کار سره تشه شي؟

شپږم - پلار او زوی خوځړه زاړه دی، که لار نن د زوی دوه برابره وی او 15 کاله پخوا دې ځله دومره زور وو لکه زوی؟

اوم - درې ملگرو په گډه 350 € سپما کړي. A د B دوه ځل زاتي سپما کړي او C فقط د B نیمایي سپما کړي. هر یوه له دوی څومره € بیسي سپما کړي؟

اتم - یو ولاړگودیز یا مستطیل 24 cm محیط لري، که ضلعي یې دوه برابری لوي شوی وي. د اصلي مستطیل ضلعي یا اړخونه څومره لوی دي؟

نهم - که د یوې مربع یو اړخ 6 cm لند او بل یې 5 cm سانتی متره اوږد شی، نو د منځ ته راغلي مستطیل سطحه  $45 \text{ cm}^2$  کوچنی کیري، نسبت مربع ته. د مربع اړخ څومره لوي دی؟

لسم - يو ٽانڪ دوه نلونه A او B ڊڪوى او يونل C يي تشوى. دا ٽانڪ خانله A په 80 min دقيقو كي ڊڪوي، B خانله په 90 min كي. C دا ٽانڪ به 60 min دقيقو تشولاى شي. كه دريواره نلونه په همغه وخت كي په كار پيل وكري. ٽانڪ به په ڇو دقيقو كي ڊڪ شي؟

يولسم - دوه موٽروالا A او B د كار ڇاى ته په موٽر كي ڇي. A په ساعت كي په منڇنى (متوسط) ڊول 54 km لا په ساعت كي وهي او B په ساعت كي 72 km لار وهي. كله به A او B سره يوڇاى شي، كه A له B په همغه لار 7 min دقيقي د مخه حرڪت وكري؟

ڇوابونه

کربنيز مساوات (برابرونونه) III پايلي يا لاس ته راورني (نتيجي)

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = m \Rightarrow L = \left\{ \frac{a+b}{m} \right\}; \quad m \neq 0; \quad D = \mathbb{R}^* \quad \text{لومري: الف-}$$

$$\frac{x}{a} - \frac{x}{2a} = m \Rightarrow L = \{2am\}; \quad D = \mathbb{R}; \quad a \neq 0 \quad \text{ب-}$$

$$\frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} = \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{c} \right\}; \quad c \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; \quad a \neq 0; \quad b \neq 0; \quad c \neq 0 \quad \text{پ-}$$

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 - b^2}{2} \right\}; \quad D = \mathbb{R}; \quad a-b \neq 0; \quad a+b \neq 0 \quad \text{ت-}$$

دويم: الف-

$$\frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{bm}{a} \right\}; \quad a \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; \quad a-b \neq 0; \quad a+b \neq 0 \quad \text{ب-}$$

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; \quad b \neq 0; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x=b\}; \quad a+b \neq 0 \quad \text{پ-}$$

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab - ax + bx - x^2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a-b}{2} \right\}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{x = -a; x = b\}; a+b \neq 0$$

ت -

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9 \Rightarrow L = \emptyset$$

دریم:

$$x + 2x + 4x = 21 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

خویندی (ورونه) درې، شیر او دولس کاله عمر لري.

څلورم:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د اوبو لوبنی به 6 دقیقو کې ډکيري

پنځم:

$$\frac{x}{5} = \frac{9}{15} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

کیشتی په درې روځو کې ډکيري.

شپږم:

$$x - 15 = 3\left(\frac{x}{2} - 15\right) \Leftrightarrow x = 60 \Rightarrow L = \{60\}$$

پلار 60 کلن او زوی 30 کلن دی.

اوم:

$$4x + 2x + x = 350 \Leftrightarrow x = 50 \Rightarrow L = \{50\}$$

A په 200 €، B په 100 € او C په 50 € ادعالي.

اتم:

$$24 = 2(b + 2b) \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

د مسطیل ضلعي (ارخونه) 8 cm او 4 cm دي.

$$(a-6)(a+5) = a^2 - 45 \Leftrightarrow a = 15 \Rightarrow L = \{15\} \quad \text{نهم:}$$

د مربع اړخ یا ضلعہ 15 cm اورده ده.

$$\frac{1}{80}x + \frac{1}{90}x - \frac{1}{60}x = 1 \Leftrightarrow x = 144 \Rightarrow L = \{144\} \quad \text{لسم:}$$

تټانک به په 144 دقیقو کې ډک شي.

$$\frac{54}{60} \cdot 7 + \frac{9}{10}x = \frac{72}{60}x \Leftrightarrow x = 21 \Rightarrow L = \{21\} \quad \text{یولسم:}$$

دوی له 21 دقیقو وروسته سره مخامخ کیږي.

مفصل حلونه:

لومړی:

$$\begin{aligned} \frac{a}{x} + \frac{b}{x} &= m \mid \cdot x \\ \Leftrightarrow a + b &= mx \\ \Leftrightarrow mx &= a + b \mid : m \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a+b}{m} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a+b}{m} \right\}; \quad m \neq 0; \quad D = \mathbb{R}^* \end{aligned} \quad \text{الف-}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} - \frac{x}{2a} &= m \mid \text{HN} = 2a \\ \Leftrightarrow \frac{2x}{2a} - \frac{x}{2a} &= m \mid \cdot 2a \\ \Leftrightarrow 2x - x &= 2am \\ \Leftrightarrow x &= 2am \Rightarrow L = \{2am\}; \quad D = \mathbb{R}; \quad a \neq 0 \end{aligned} \quad \text{ب -}$$

پ -



$$\begin{aligned} \frac{ax}{b} - \frac{b}{ac} &= \frac{a}{bc} - \frac{bx}{a} \quad | + \frac{bx}{a} + \frac{b}{ac} \\ \Leftrightarrow \underbrace{\frac{ax}{b} + \frac{bx}{a}}_{\text{HN} = ab} &= \underbrace{\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac}}_{\text{HN} = abc} \\ \Leftrightarrow \frac{a^2x}{ab} + \frac{b^2x}{ab} &= \frac{a^2}{abc} + \frac{b^2}{abc} \quad | \cdot ab \\ \Leftrightarrow a^2x + b^2x &= \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} \\ \Leftrightarrow (a^2 + b^2)x &= \frac{a^2 + b^2}{c} \quad | : (a^2 + b^2) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1(a^2 + b^2)}{c(a^2 + b^2)} = \frac{1}{c} \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{c} \right\}; \quad c \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} \frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} &= a \quad | \text{HN} = (a-b)(a+b) \\ \Leftrightarrow \frac{(a+b)x}{(a-b)(a+b)} + \frac{(a-b)x}{(a-b)(a+b)} &= \frac{a(a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)} \quad | \cdot (a-b)(a+b) \\ \Leftrightarrow (a+b)x + (a-b)x &= a \underbrace{(a-b)(a+b)}_{\text{3. binomische Formel}} \\ \Leftrightarrow x[(a+b) + (a-b)] &= a(a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow x[a+b+a-b] &= a(a^2 - b^2) \\ \Leftrightarrow 2ax &= a(a^2 - b^2) \quad | : 2a \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2 - b^2}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 - b^2}{2} \right\}; \end{aligned}$$

$$D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0$$

د بینوم دریم فرمول

دویم: الف-

$$\begin{aligned}
\frac{m-x}{a-b} - \frac{m+x}{a+b} &= 0 \mid \text{HN} = (a-b)(a+b) \\
\Leftrightarrow \frac{(m-x)(a+b) - (a-b)(m+x)}{(a-b)(a+b)} &= 0 \mid \cdot (a-b)(a+b) \\
\Leftrightarrow (m-x)(a+b) - (a-b)(m+x) &= 0 \\
\Leftrightarrow am - ax + bm - bx - [am + ax - bm - bx] &= 0 \\
\Leftrightarrow \cancel{am} - ax + bm - \cancel{bx} - \cancel{am} - ax + bm + \cancel{bx} &= 0 \\
\Leftrightarrow -2ax + 2bm = 0 \\
\Leftrightarrow 2ax &= 2bm \mid 2a \\
\Leftrightarrow x = \frac{2bm}{2a} = \frac{bm}{a} \Rightarrow L = \left\{ \frac{bm}{a} \right\}; & a \neq 0; \quad D = \mathbb{R}; a-b \neq 0; a+b \neq 0 \\
\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} &= 0 \mid + \frac{a-b}{a+b} \\
\Leftrightarrow \frac{a-x}{b-x} &= \frac{a-b}{a+b} \mid \cdot (b-x) \\
\Leftrightarrow a-x &= \frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)} \mid \cdot (a+b) \\
\Leftrightarrow (a-x)(a+b) &= (a-b)(b-x) \\
\Leftrightarrow a^2 - \cancel{ax} + \cancel{ab} - bx &= \cancel{ab} - \cancel{ax} - b^2 + bx \\
\Leftrightarrow a^2 - bx &= -b^2 + bx \mid -a^2 \\
\Leftrightarrow -bx &= -b^2 - a^2 \mid : (-2b) \\
\Leftrightarrow x &= \frac{-a^2 - b^2}{-2b} = \frac{-(a^2 + b^2)}{-2b} = \frac{a^2 + b^2}{2b} \\
\Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; & b \neq 0; \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x = b\}; a+b \neq 0
\end{aligned}$$

- ب

پ -

$$\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{\underbrace{ab - ax + bx - x^2}_{(b-x)(a+x)}} \cdot (b-x)(a+x)$$

$$\Leftrightarrow (a+x)(a+x) - (b-x)(b-x) = 2a^2 - 2b^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ax + \cancel{x^2} - b^2 + 2bx - \cancel{x^2} = 2a^2 - 2b^2 \quad | -a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow 2ax + 2bx = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow (2a + 2b)x = a^2 - b^2 \quad | : 2(a+b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2 - b^2}{2(a+b)} = \frac{(a-b)\cancel{(a+b)}}{2\cancel{(a+b)}} = \frac{a-b}{2}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{a-b}{2} \right\} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x = -a; x = b\}; a+b \neq 0$$

ت -

$$2\left(\frac{7}{3} + 4a\right) - 4\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right) - 6a = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{3} + 8a + \frac{16}{3} - 2a - 6a = 9$$

$$\Leftrightarrow 8a - 2a - 6a + \frac{14}{3} + \frac{16}{3} = 9$$

$$\Leftrightarrow 0 \cdot a + \frac{30}{3} = 9 \quad | -10$$

$$L = \{ \} \Leftrightarrow 0 \cdot a = -1 \quad \text{تضاد. له دي لاس ته راځي}$$

دریم -

درې خویندې او وروڼه گډ 21 کاله عمر لري. A دوه واره دومره عمر لري لکه B او C فقط نیم دومره عمر لري لکه B. دا خویندې وروڼه هر یو څومره عمر لري؟

ایښوونه:

## 401 7. 1- کرښيز مساوات .....

درې خویندې ورنه گډ 21 کاله عمر لري:

$$A + B + C = 21 \quad (1)$$

A دوه واه و مره عمر لري لکه B :

$$A = 2B \quad (2)$$

C فقط نیم دومره عمر لري لکه B ؛

$$C = B/2 \quad (3)$$

له دې سره دا نامعلومه اووښتونې یا متحوله B ده.

له مساوات (1) څخه لرو:

$$A = 2B \quad (2):$$

$$2B + B + \frac{B}{2} = 21$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}B = 21 \quad | \cdot \frac{2}{7}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{21 \cdot 2}{7} = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

له (2) او (3) څخه لاس ته راځي:

$$C = B/2 = 3 \text{ و شمیرل شو: } A = 2B = 12, B = 6$$

خویندې ورونه 12 ، 6 او 3 کاله عمر لري.

څلورم -

يو د اوبو لوبښی د دوه نلونو سره ډک شي. لومړی دا په لس دقیقو کې ډکوي او دویم یې په ۱۵ دقیقو کې. دا به کله ډک شي که دواړه نلونه په یوه وخت کې واز شي؟

ایښوونه:

لومړی ډنډ په یوه دقیقه کې  $1/10$  ډکوي.

دویم نل دا لوبڼی په یوه دقیقه کې  $1/15$  ډکوي.

وخت په دقیقه غواړو پیدا کړو، نو اووښتونې یا متحوله  $x$ .

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right)x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{30} + \frac{2}{35}\right)x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{30}x = 1 \mid \cdot \frac{30}{5} \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د اوبو لوبڼی په 6 دقیقو کې ډکيږي.

پنځم -

یوه کیشتی د نهو کښتی کارگرو څخه په پنځه ورځو کې تشیږي. ۵ کسان به د همغه کار ساعتونو کې څو ورځو ته اړتیا ولري

د درې جملې له لارې حل:

۹ کارگر ۵ ورځو ته اړتیا لري

۱۵ کارگر  $x$  ورځو ته اړتیا لري

۹ کارگر ۵ ورځو ته اړتیا لري

۱ کارگر ۹ - ځله زیات وخت

۱۵ کارگر ۱۵-مه برخه وخت ته اړتیا لري. یعنې

$$x = \frac{5 \text{Tage} \cdot 9}{15} = 3 \text{Tage}$$

ورځې

کينډۍ په ۳ ورځو کې تشيرې.  
شپږم -

پلار او ځوی څومره عمر لري که پلار د ځوي دوه واره زيات عمر ولري او 15 کاله پخوا يې درې واره دومره عمر لاره لکه ځوي؟  
ايښوونه:

پلار  $y$  کاله عمر لري او ځوي  $x$  کاله عمر.

پلار ن دوه واره دومره لوی دی لکه ځوي:  $y = 2x$

۱۵ کاله د مخه پلار ۳ واره ډېر عمر لاره لکه ځوي:

$$y - 15 = 3(x - 15) |$$

د  $y$  لپاره  $2x$  ځای په ځای کيږي

$$\Leftrightarrow 2x - 15 = 3(x - 15)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 15 = 3x - 45 | -2x + 45$$

$$\Leftrightarrow 30 = x \Leftrightarrow x = 30 \Leftrightarrow L = \{30\}$$

متحوله  $x$  د ځوی د عمر لپاره دی.

ځوی ۳۰ کلن دی، پلار ۶۰ کاله عمر لري.

اوم:

درې ملگري په گډه €- 350 سپما کړي. A دوه واره دومره لکه B او C د B نیمایي.  
له دوی هر یوه څو سپما کړي؟

ردو: دا ملگري په گډه: € 350 لري .

$$A + B + C = 350 \quad (1)$$

A دوه واره دومره لکه B:

---

$$A = 2B \quad (2)$$

C نیم دومره لکه B :

$$C = B/2 \quad (3)$$

مساوات داسې لیکل کیږي، چې B د حل متحوله وي.

$$2B + B + \frac{B}{2} = 350$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}B = 350 \quad | \cdot \frac{2}{7}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{350 \cdot 2}{7} = 100 \Rightarrow L = \{100\}$$

$$A = 2B = 200 \text{ €}, B = 100 \text{ €}, C = B/2 = 50 \text{ €}.$$

A 200,- €، B 100,- € او C 50,- € سپما کړي دي.

اتم –

د یوه ولاړګودیز اړخونه څومره لوی دي، که چاپیری یا محیط یې 24 cm وي، او یو اړخ یې نسبت بل اړخ ته دوه واړه لوی وي؟

ردو:

د یوه ولاړګودیز یا مستطیل محیط

$$U = 2a + 2b = 24$$

یو اړخ نسبت بل ته دوه واړه لوی دی:

$$a = 2b$$

له دې څخه لاندې برابرونه منځ ته راتلای شي:

$$U=2a+2b \quad U=24 \quad \text{او} \quad 2=2b \quad \text{سره}$$

$$\Leftrightarrow 24 = 2 \cdot 2b + 2b$$

$$\Leftrightarrow 6b = 24 \quad | : 6$$

$$\Rightarrow b = 4 \Rightarrow L = \{4\}$$

د  $b$  اړخ  $4 \text{ cm}$  اوږد دی. د  $a = 2b$  له امله د  $a$  اړخ  $8 \text{ cm}$  اوږد دی.

د ولاړ ګوډيز اړخونه  $8 \text{ cm}$  او  $4 \text{ cm}$  دي.  
نهم -

د یوې څلورۍ یا مربع یو اړخ په  $6 \text{ cm}$  کوچنی کيږي او بل اړخ په  $5 \text{ cm}$  لویيږي، د منځ ته راغلي مستطیل سطحه په  $45 \text{ cm}^2$  نسبت مربع ته کوچنی کيږي. د څلورۍ اړخونه څومره لوی دي؟

ردو:

د مربع یا څلورۍ سطحه ده:

$$A_Q = a^2$$

د ولاړ ګوډيز یا مستطیل سطحه ده:

$$A_R = ab$$

د مربع اړخ په  $4 \text{ cm}$  لږيږي. او په ولاړ ګوډي کې باید وي:

$$a - 4$$

د مربع اړخ  $a$  په  $5 \text{ cm}$  اوږديږي او په ولاړ ګوډيز یا مستطیل کې باید  $5 \text{ cm}$  وي.

د مستطیل سطحه نسبت مربع ته په  $45 \text{ cm}^2$  کوچنی شوی.



$$A_R = A_Q - 45$$

د حل متحوله يا اوښتوني  $a$  ده. له دې سره لاندې برابرونه ليکلی شو:

$$A_Q - 45 = (a - 6)(a + 5) \text{ mit } A_Q = a^2 \text{ wird:}$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 45 = (a - 6)(a + 5)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 45 = a^2 + 5a - 6a - 30$$

$$\Leftrightarrow -45 = -a - 30 \quad | +a + 45$$

$$\Leftrightarrow a = 15 \Rightarrow L = \{15\}$$

دا چې د  $a$  متحوله د مربع لپاره ده، باور لري:

د مبع اړخ 15 cm دی.  
لسم-

يو ټانک دوه دنوتو نلونه A او B او يو د وتونل C لري. A ځانله ټانک په 80 min کې ډکوي، B ځانله په 90 min. C سره ځاله ټانک په 60 min کې تشييري. دا ټانک په څومره وخت کې ډکيږي، که دريواره نلونه په همغه يو وخت کې په کار واچول شي يعني واز وي؟

ردو يا ليکو:

لومړی نل (A) په يوه دقيقه کې ټانک  $1/80$  ډکوي

دويم نل (B) په يوه دقيقه کې ټانک  $1/90$  ډکوي

دريم نل (C) په يوه دقيقه کې ټانک  $1/60$  تشوي.

وخت په دقيقه غواړو بيدا کړو، چې په هغه کې ټانک ډکيږي يعني اوښتوني يا متحوله  $x$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{\frac{80}{\text{HN}} + \frac{1}{90} - \frac{1}{60}} \right) x = 1 \\ \Leftrightarrow & \left( \frac{9}{720} + \frac{8}{720} - \frac{12}{720} \right) x = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{5}{720} x = 1 \quad | \cdot \frac{720}{5} \\ \Leftrightarrow & x = 144 \Rightarrow L = \{144\} \end{aligned}$$

دا ټانک په 144 دقیقو کې ډکیري.  
یولسم -

دوه درپوران A او B هرا ورځ کار ته په موټرو کې ځي. A په ساعت کې په منځنۍ توګه 54 km لار وهی او B 72 km . د روانیدو څو دقیقې روسته به دواړه موټر یوځای شي، که A 7 min د مخه خوزیدلې وي او دواړه همغه لار باید ووهي؟

ردو یا لیکو:

دا چې د دقیقو پوښتل شوي دي، مګر چېکتیا یا سرعت په km/h ورکړ شوی دی، دا به په km/Minute وارول شي:

موټر A د لاندې چېکتیا سره ځي.

$$V_A = 54/60 = 0,9 \text{ (in km/Minute)}$$

موټر B د لاندې چېکتیا سره ځي.

$$V_B = 72/60 = 1,2 \text{ (in km/Minute)}$$

غواړو د درپور B په دقیقو د تګ وخت  $t_B$  پیدا کړو

د رپور A د B څخه 7 Minuten دقیقې له مخه خوزي، دا نو له دې امله اوه دقیقې زیات په لار دی یعنی  $t_B + 7$ .

موخه ټکي ته لار د دواړو لپاره برابره ده.

$A: s_A = V_A (t_B + 7)$ $B: s_B = V_B \cdot t_B !$	<p>د A لپاره د لار برابرون:</p> <p>د B لپاره د لار برابرون:</p>
---	---

پورته سره برابر کیردی

د  $V_A = 0,9 \frac{\text{km}}{\text{Minute}}$  او  $V_B = 1,2 \frac{\text{km}}{\text{Minute}}$  سره لرو:

$$1,2 \cdot t_B = 0,9 \cdot (t_B + 7)$$

$$\Leftrightarrow 1,2 \cdot t_B = 0,9t_B + 6,3 \quad | -0,9t_B$$

$$\Leftrightarrow 0,3t_B = 6,3 \quad | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow t_B = 21 \Rightarrow L = \{21\}$$

دا د 21 دقیقو وروسته سره یوځای کیري

پوښتنې

کرښيز مساوات IV

کرښيز مساواتو ته گډوله پوښتنې

لومړی - دا مساوات x پسي حل کړی.

الف -  $20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x)$  ب -  $5x - (8 + 9x) = 12$

پ -  $(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6$  ت -  $6x + 5k = 4x + 9k$

ب -  $k^2x = -x + k^2 + 3$  ٹ -  $\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x + 5}{8} - 6$

دویم -

د ا مساوات x پسی حل کری.

الف -  $\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2$  ب -  $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3$

پ -  $4 - \frac{x - 5}{4} = \frac{x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3}$  ت -  $\frac{x}{k} + kx = 5; k \neq 0$

دریم - k په واکوالی یا تابعیت کی د خوابونو تعداد و ټاکی.

الف -  $3k(x - 2) + k - 2x = 3k + 2$  ب -  $2(kx - 2) - 2(x - 2) = k^2 - 1$

پ -  $\frac{k}{2}x + 2k + 1 = \frac{1}{2}x + 4$  ت -  $2k(x - k) - (k - x) = 0$

ب -  $k^2x + 1 = 2 - x$  ٹ -  $\frac{kx + 1}{2} - \frac{k(x - 2)}{3} + \frac{x(2 - 3k)}{6} = 1$

څلورم - د a د کومی ټاکنی لپاره مساوات ټیک یو، هیخ، او یا زیات حلونه لري؟

الف -  $\frac{ax + 2}{2} = 3x$  ب -  $ax - 3 = 2x + 1$

پ -  $6 - ax = 2 - (a - 3)x$  ت -  $-2x + 9 + 2ax = 1 + 8a$

پنځم - د  $x$  پسې يې حل کړی:  $(1-a)x = b-2$

د  $a$  او  $b$  ترمنځ به کومې اړیکې شتون ولري يا اړیکې ټينگې وي، که  $x = 2$  حل وي؟  
شپږم -

$2x - \frac{1}{3} = 0$	د دې ترڅنګ مساوات څخه نور مختلف مساوات(برابرونه) جوړ کړی، چې همدا حل ولري.
------------------------	--

اوم - د یو بل پسې 5 طبيعي اعدادو جمع(زیاتون) 460 دی. لوی عدد پیدا کړی.

اتم - د دوه یو بل پسې طبيعي اعدادو د مربعو کمون یا تفریق 55 دی. دواړه عددونه پیدا کړی.

نهم - یو دیوال کیدی شي د 54 لړیو (یو بل باندي قطار) خښتو څخه چې جگوالی یې  $x$  دی جوړیږي. یو خټگر که په 1,6 cm جگي خښتې وکاروي، نو دی فقط 45 د خښتو لړیو (یو په بل د خښتو قطارونو) ته اړ دی. د  $x$  جگوالی وشمېری.

لسم - یو شي پوښتنې پیدا کړی، چې د کرښيز مساوات په مرسته حل کيږي.

خوابونه

کرښيز مساوات ۱۷

کرښيز مساواتو گډوله پوښتنو ته خولابونه  
نتیجې

لومړی -

$$\text{الف - } 20x - 3(5x + 7) = -2(3 - x) \Rightarrow x = 5$$

$$5x - (8 + 9x) = 12 \Rightarrow x = -5 \quad \text{ب۔}$$

$$(2x - 3)(x - 3) = (x - 1)(2x - 8) + 6 \Rightarrow x = 5 \quad \text{پ۔}$$

$$6x + 5k = 4x + 9k \Rightarrow x = 2k \quad \text{ت۔}$$

$$k^2x = -x + k^2 + 3 \Rightarrow x = \frac{k^2 + 3}{k^2 + 1} \quad \text{ث۔}$$

$$\frac{x}{18} - \frac{5}{2} = \frac{3x + 5}{8} - 6 \Rightarrow x = 9 \quad \text{ث۔}$$

دویم۔

$$\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{5x}{6} - 2 \Rightarrow x = 2 \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{5} - 3 \Rightarrow x = 15 \quad \text{ب۔}$$

$$4 - \frac{x - 5}{4} = \frac{x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3} \Rightarrow x = 9 \quad \text{پ۔}$$

$$\frac{x}{k} + kx = 5; k \neq 0 \Rightarrow x = \frac{5k}{k^2 + 1} \quad \text{ت۔}$$

دریم۔

$$3k(x - 2) + k - 2x = 3k + 2 \Rightarrow x = \frac{8k + 2}{3k - 2} \quad \text{الف۔}$$

لپارہ  $k = \frac{2}{3}$  د لپارہ او د  $k \neq \frac{2}{3}$  د لپارہ حل نہ شته۔

$$2(kx - 2) - 2(x - 2) = k^2 - 1 \Rightarrow x = \frac{k + 1}{2} \quad \text{ب۔}$$

für  $k \neq 1$   $x \in \mathbb{R}$  für  $k = 1$

لپارہ او د لپارہ حل نہ شته۔

$$\frac{k}{2}x + 2k + 1 = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow x = \frac{6 - 4k}{k - 1} \quad \text{پ۔}$$

د لپارہ  $k \neq 1$  د لپارہ او د  $k = 1$  لپارہ حل نہ شته۔

$$2k(x - k) - (k - x) = 0 \Rightarrow x = k \quad \text{ت۔}$$

für  $k \neq -\frac{1}{2}$   $x \in \mathbb{R}$  für  $k = -\frac{1}{2}$

د لپارہ

او د لپارہ حل نہ شته۔

ت -  $k^2x + 1 = 2 - x \Rightarrow x = \frac{1}{k^2 + 1}$  für  $k \in \mathbb{R}$   
 د لپاره او د لپاره حل نه شته.

ث -  $\frac{kx+1}{2} - \frac{k(x-2)}{3} + \frac{x(2-3k)}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{4k-3}{2k-2}$   
 د لپاره او د  $k \neq 1$  لپاره او د  $k=1$  لپاره حل نه شته.

څلورم -

الف -  $\frac{ax+2}{2} = 3x \Rightarrow$   
 له دې لاس ته راځي، چې ټیک یو حل  $x = -\frac{2}{a-6}$  د  
 $a \in \mathbb{R} \setminus \{6\}$  لپاره او د  $a=6$  لپاره حل نه شته.

ب -  $ax - 3 = 2x + 1$  له دې لاس ته راځي ټیک یو حل  $x = \frac{4}{a-2}$  د  
 $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  لپاره  
 او د  $a=2$  لپاره حل نه شته.

پ -  $6 - ax = 2 - (a-3)x \Rightarrow x = \frac{4}{3}$  د لپاره  $a \in \mathbb{R}$   
 ت -  $-2x + 9 + ax = 1 + 8a$  له دې لاس ته راځي، چې د  $x=4$  لپاره ټیک یو حل او  
 ناپای ډېر حلونه د  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ;  $a=1$  لپاره .

پنځم -  $x = \frac{b-2}{1-a}$  د لپاره  $a \neq 1$  د  $x=2$  لپاره لاس ته راځي  
 $2 = \frac{b-2}{1-a} \Leftrightarrow 2(1-a) = b-2 \Rightarrow a = 2 - \frac{b}{2}$   
 شپږم -  $\left(2x - \frac{1}{3}\right)a = 0$  د لپاره  $a \neq 0$  .

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 460 \Leftrightarrow 5x + 10 = 460 \Rightarrow x = 90$$

$$\Rightarrow x + 4 = 94$$

اوم -

$$\text{اتم - } (n+1)^2 - n^2 = 55 \Rightarrow n = 27 \text{ او } n+1 = 28$$

$$\text{نهم - } 54x = 45(x+1,6) \Rightarrow x = 8$$

لسم -

بي لگه :

- په کوم صفرواټن کې يا صفر لار کې موټر له گاډي ارزان دی؟
  - د صفر لار او مصرف کې دې شي په يوه کرښيزو اړيکو کې يو بل سره راشي.
  - کرښيز Abschreibung يا د برېښنا لگښت.
- پوښتنې

### V کرښيز مساواوات

په جملو او شي پوښتنې

لومړی - لاندې مساوات حل کړی او د حل سټ (ډېری) يې وټاکي.

$$\text{الف - } 20(a+6b) + 24(40-2a-5b) + 7(4a) - 960 = 0$$

$$\text{ب - } 2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0$$

دویم - د تعريفست (-ورشو) او حلست (حلډېری) وټاکي.

$$\frac{2k}{k+4} [4+k(4+k)] + \frac{k}{4} (-4-8k) = \frac{4k-k^2}{k+4}$$

دریم - مساوات ورکړ شوي دي:  $\sqrt{-2x} = -1; x < 0$

دریا لاندې د حل لار وړاندې کوي: مربع کړی:

$$\Rightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -0,5$$

خپل موقف دي ته څرگند کړه.

څلورم - مساوات  $5x=x; G=R$  ورکړ شوي دي.

لاروی حل کوي:  $5x = x \mid x \Leftrightarrow 5=1$  وينا ناتيک ده.

لاروی کره کوي: مساوات حل نه لري. ناتيکاوی چېرته غلی دی؟ د دې لپاره مو مقف روښانه کړ.



پنځم - د پمپ A سره ډنډ په يوه ساعت کې ډکيري. د پمپ B سره په دوه ساعته کې، بپمپ C سره په درې ساعته او پمپ D سره په څلور ساعته کې. که ټول نلونه يو ځای واز شي، نو دا ډنډ به په څومره وخت کې ډک شي؟

شپږم - په يوه ولاړکوډيز (مستطيل) کې يو اړخ (ضلع) له بل اړخ (ضلع) 10 m اوږد دی. اوږد اړخ په 25 m او لنډ اړخ په 15 m لنډيږي. له دې سره د مستطيل سطحه په  $1000 \text{ m}^2$  کوچنۍ کيږي. دا لومړی مستطيل څومره لوی وو؟  
اوم - يو انټيکپلورونکې په درې روځو کې  $1/4$ ;  $1/8$ ; همداسې  $1/3$  ممکنه خرڅلاو کړی دی. د بازار پای کې د  $€ 875$  پيسو مال ورسره پاتې کيږي. که چېرې ټول مال يې خرڅ شوی وی، نو

ده به د څومره پيسو مال خرڅ کړی وی؟  
اتم - يوه کوڅه اوږده ده. دا د يوه پيچومي (جگوالي)، يوه ونوکوڅي او يوه پله څخه جوړه ده. د ونو کوڅه پنځه ځله او پيچرمی 14,5 ځله دومره اوږد دی لکه پل. پل څومره اوږد دی؟

نهم - يو درېگودي (مثلث) 43 cm محيط (چاپيري) لري. د b اړخ 2 cm اوږد دی نسبت د a اړخ ته او د c اړخ نسبت د b اړخ ته 12 cm اوږد دی. هر اړخ (هره ضلع) څومره اوږد دی؟

لسم - يوه ولاړکوډيز يا مستطيل ډوله کوټه د نامعلوم اوږدوالي a سره يوه د 10 m سروره b لري. که a او b په 1 m لنډ شي، نو د متطيل سطحه به  $15 \text{ m}^2$  کمه شي. د a اوږدوالي څومره دی؟

ځوابونه

V کرښيز مساوات

نتيجه

لومړۍ -

$$20(a+6b) + 24(40-2a-5b) + 7(4a) - 960 = 0 \Rightarrow L = \mathbb{R} \quad \text{الف}$$

$$2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0 \Rightarrow L = \emptyset \quad \text{ب}$$

دويم - تعريف ست (-ډبري) :  $D = \{-4\}$  حلډبري :  $L = \mathbb{R}$

دریم -  $L = \emptyset$  ځکه چې درینې نتیجه تل مثبت (زیاتیزه) ده  
مربع کونه ورته بڼه بدلون نه دی.

$$5x = x \Leftrightarrow 5x - x = 0 \Leftrightarrow x(5 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$x = 0$  حل دی. په  $x$  وپشنه هلته ممکنه ده چې  $x \neq 0$  وي.

پنځم -

$$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 60 \Rightarrow x = 28,8 \text{ min}$$

شپږم -

$$x(x + 10) - 1000 = (x - 15)^2 \Rightarrow x = 30,625 \text{ m} \Rightarrow A = 1244,14 \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + 875 = x \Rightarrow x = 3000$$

اوم -

اتم -

$$14,5x + 5x + x = 984 \Leftrightarrow x = 48 \Rightarrow L = \{48\}$$

پول 48 m اوږد دی.

نهم -

$$a + (a + 2) + (a + 2 + 12) = 43 \Leftrightarrow a = 9 \Rightarrow L = \{9\}$$

د مثلث اړخونه 9cm, 11 cm او 23 cm اوږده دي.

لسم -

$$a \cdot 10 = (a - 1)(10 - 1) + 15 \Leftrightarrow a = 6 \Rightarrow L = \{6\}$$

د  $a$  اړخ یا ضلع 6 m دی.

پوښتنې

## I کرښيز نامساوات

ګډوله او شي ډوله پوښتنې

لومړۍ - لاندې نامساوات حل کړی.

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad \frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -\frac{1}{2}(x-6) < 6 \quad \text{پ - } 3(x-3) \geq 5\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

دویم - لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad \frac{1}{3}x - 5 \leq \frac{1}{4}x + 3 \quad \text{ب - } \frac{1}{2}(x-5) > 0 \quad \text{پ - } 2x + \frac{5}{2} < -(3+4x) - 3$$

دریم - لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad \frac{x}{5} + 3 \geq \frac{x}{2} \quad \text{ب - } -3 < 2(x-2) < 5 \quad \text{پ - } x \cdot e - x > 100$$

څلورم - لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad 3(1-2x) - 2 > 2(x-3) - (3x+5) \quad \text{ب - } \frac{2x-3}{2} - \frac{1}{4}(3x-5) \leq -1$$

پنځم - لاندې نامساوات حل کړی

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad \frac{3}{4}(2x-4) + \frac{3}{2}x - 4 < 5(1-x) - 2x - 6 \quad \text{ب - } 4 - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{4}$$

شپږم - د a په واکوالي (تابعیت) کې ځوابونه وټاکي.

$$\text{الف - لاندې نامساوات حل کړی} \quad ax + 3 < 7 - a \quad \text{ب - } a(x-3) > 2x \quad \text{پ - } a - 4(x-2) < 2(a-3)$$

اوم - بیمه A هغه 90% تاوان ورکوي، چې په 300 € کم شوی، د بیمه B بیمه 85% تاوان په غاړه اخلي چې په 200 € کم شوی وي. د برابري کلنی جایزې سره د B بیمه څومره ارزانه ده؟

$$\text{اتم - یو زده کوونکی نامساوات} \quad \frac{1+x}{-2} > 1 \quad \text{په لاندې ډول حل کوي:}$$

$$x > -3 \Leftrightarrow 1+x > -2 \quad \text{د } x=-1 \text{ سره ازماښت یوه ناتیګ وینا ورکوي. ناتیګاوی}$$

چیرته پروت دی؟

$$\text{نهم - د کوم مثبت } x \text{ - ارزښت لپاره} \quad \frac{2x+1}{x} < 2,001? \quad \text{باور لري؟}$$

لسم - ترم  $K = 0,85x + 24$  د یوه جنس د x دانو یا ټوټو تولید قیمت راګوي. خرڅلاوي د مساوات  $E = 1,45x$  سره شمېرل کیږي. د کوم ټوټه تعداد د خرڅلاو سره فیږما ګټه کوي؟

یولسم - د برېښنا پلورونکی A د kWh x لپاره میاشتني مصارف په € کې دی شي د  $K_A(x) = 0,195x + 21,35$  له لارې کېدی شي وشمېرل شي، د B پلورونکي د

$K_B(x) = 0,265x + 18,45$  مساوات له لارې شمېرل کيږي. د کوم مصرف لپاره د B برېښنا پلورونکی ارزانه دی؟

خوابونه

کرینیز نامساوات I

نتیجې

لومړۍ -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq \frac{34}{5} \quad \text{ب - } -6 < x < \infty \quad \text{پ - } x \geq \frac{28}{11}$$

دویم -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq 96 \quad \text{ب - } 5 < x < \infty \quad \text{پ - } -\infty < x < -\frac{17}{12}$$

دریم -

$$\text{الف - } -\infty < x \leq 10 \quad \text{ب - } \frac{1}{2} < x < \frac{9}{2} \quad \text{پ - } \frac{100}{e-1} < x < \infty$$

څلورم -

$$\text{الف - } -\infty < x < \frac{12}{5} \quad \text{ب - } -\infty < x \leq -3$$

پنځم -

$$\text{الف - } -\infty < x < \frac{3}{5} \quad \text{ب - } -\infty < x \leq \frac{48}{11}$$

شپږم -

الف -

$$L = \mathbb{R} \text{ für } a = 0$$

$$\text{د } a > 0 \text{ لپاره } -\infty < x < \frac{4-a}{a} \quad \text{د } a < 0 \text{ لپاره } \frac{4-a}{a} < x < \infty$$

$$L=R \text{ د } a=0 \text{ لپاره}$$

ب -

$$x > \frac{3a}{a-2} \text{ د } a > 2 \text{ لپاره} \quad x < \frac{3a}{a-2} \text{ د } a < 0 \text{ لپاره} \quad \text{د } a=2 \text{ لپاره حل نه شته}$$

$$x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2} \text{ د } a \in \mathbb{R} \text{ لپاره} \quad \text{پ -}$$

اوم - د زیان جمعه x:

$$0,9(x-300) < 0,85(x-200) \Rightarrow x < 2000$$

B د یوه زیان تر 2000 € پورې ښه دی.

$$1+x < -2 \Rightarrow L = \{x \mid -\infty < x < -3\} \mathbb{R} \text{ اتم - دا باید وي}$$

د 2- سره ضرب دا د نامساوات نڅښه گرځوي یا په څت کوي

$$x > 1000 \vee x < 0 \quad \text{نهم -}$$

$$G = E - K \Leftrightarrow 1,45x - 0,85x - 24 > 0 \Leftrightarrow x > 40 \quad \text{لسم - ایښونه:}$$

له  $x > 40$  وروسته فیما گټه کری شي

یولسم - تر 41,4 kWh B ارزان دی.

## 1.8 مات – يا کسري مساوات

د کسري مساواتو حلونه

کسري مساوات ټيک همدا سي لکه کرښيز مساوات د بڼه بدلون له لاري حل کيږي. مگر لومړی له هر څه بايد تعريفورشو وټاکل شي. بنسټ دې - که بله نه وي ورکړ شوي- IR وي. تعريف ورشو د متحولي ارزښتونه په بر کي لري، د کومو لپاره چي مساوات

اعتبار لري. د تعريف ورشو د ټاکلو لپاره دې توپير وشي، چي د کوم ارزښت لپاره مخرج(ماتلاندي) صفر کيږي. ټيک همدا ارزښتونه تعريفورشو پوري اړه نه لري.

$$\frac{4+x}{x-2} = 6 \Rightarrow \text{بيلگه:}$$

له دې لاس ته راځي تعريفورشو:  $D=R \setminus \{2\}$ ، ځکه چي په صفر سره وېشنه اجازه نه لري.

بيلگه:

$$\begin{aligned} \frac{4+x}{x-2} &= 6 && | \cdot (x-2) \\ \Leftrightarrow 4+x &= 6 \cdot (x-2) \\ \Leftrightarrow 4+x &= 6x-12 && | -6x \\ \Leftrightarrow 4-5x &= -12 && | -4 \\ \Leftrightarrow -5x &= -16 && | : (-5) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{16}{5} && \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\left\{ \frac{16}{5} \right\}}} \end{aligned}$$

بيلگه: ڇڪه ڇي د  $x = -3$  لپاره لومړي مخرج صفر کيڙي، د  $x = 1$  لپاره دويم مخرج صفر کيڙي.

اصلي مخرج  $(x+3)(x-1)$

$$\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)} + \frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} = 0 \quad | \cdot (x+3)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 5(x-1) + (x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x - 5 + x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$\Leftrightarrow 6x = 2 \quad | :6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\left\{ \frac{1}{3} \right\}}}$$

بيلگه:  $\frac{x}{x+1} + \frac{4}{x-1} = \frac{x}{x-1} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$   
اصلي مخرج  $(x+1)(x-1)$

$$\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \quad | \cdot (x-1)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 4x + 4 = x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 = x \quad -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + 4 = 0 \quad | -4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \quad | :2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\{-2\}}}$$

وروسته له دې ڇي دواړه مساوات په اصلي مخرج راوړل شوي دي، نو په پای کې د اصلي مخرج سره ضرب مو دې ته بيايي، ڇي نور نو کسرونه نه لرو.

بيلگه:

$$\frac{a-x}{b-x} - \frac{a-b}{a+b} = 0 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{x = b\}; a+b \neq 0$$

اصلي مخرج:  $(b-x)(a+b)$

$$\begin{aligned} \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)} - \frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &= 0 && | \cdot (b-x)(a+b) \\ \Leftrightarrow (a-x)(a+b) - (a-b)(b-x) &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 + ab - ax - bx - [ab - ax - b^2 + bx] &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ax} - bx - \cancel{ab} + \cancel{ax} + b^2 - bx &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 - 2bx + b^2 &= 0 && | -a^2 - b^2 \\ \Leftrightarrow -2bx &= -a^2 - b^2 && | : (-2b) \\ &= \frac{a^2 + b^2}{2b} \Rightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \frac{a^2 + b^2}{2b} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ \frac{a^2 + b^2}{2b} \right\}; b \neq 0$$

که بنی اړخ فقط له ارزښت صفر څخه جوړ وي، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړو. دلته مو هم د اصلي مخرج سره ضربونه دي ته بیايي، چې نور نو کسرونه نه لرو. مگر دا دي په پام کې نیول شوي وي، چې ماتکرښه په نوکانو کې ولیکل شي. که د کسر وړاندي یوه منفي یا کمیزه نڅښه شتون ولري، نو د کسرونو د له منځه تللي سره دي د صورت ترم د منفي نوکانو یا قوسونو سره ولیکل شي. د معکوس ارزښتجوړلو سره چلول:

$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \quad  $ <p>د معکوس ارزښت جوړول <math>D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}</math></p> $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \quad \text{HN} = 4$	<p>په ځنو حالتونو کېدی شي د معکوس ارزښت جوړولو له لارې شمیرنه ساده شي.</p>
--	--



$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4} = \frac{x-2}{4} \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow 2x+2 = x-2 \Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow L = \{-4\} \in D$ $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -2; \frac{4}{5} \right\}$ $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4}$ <p style="text-align: center;">ردبندل يا اٽيران ضرب</p> $\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2)$ $\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \quad   -3x + 16$ $\Leftrightarrow 17x = 22 \quad   : 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17}$ $\Rightarrow L = \left\{ \frac{22}{17} \right\}$ $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4}$	<p>دا په ځانگړې توگه هلته باورلري، چې د کسرونو صورتونه يا ماتباندي له اعدادو جوړ وي</p> <p>ردبندل ضرب سره چلول:</p> <p>ضرب کيدی شي د اټيران نخښي - يا ردبندل ضرب سره هم لنډ شي.</p> <p>له دې سره د لومړي کسر مخرج د دويم کسر له صورت سره ضربیږي او همداسې د دويم کسر مخرج د لومړي مسر د صورت سره ضربیږي.</p> <p>ضرب کيدی شي د اټيران نخښي - يا ردبندل ضرب سره هم لنډ شي. دا مگر ټيک هلته شونې دی، که کسري مساوات دا په څنگ کې لرلي بڼه ولري</p>
--	---

د معکوس ارزښت جوړولو لپاره ساده بڼونه:

غوښتنه(ثبوت): بڼونه د ساده ورته بڼه بدلون له لارې صورت نیسي.

$$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \quad | \cdot (x+1) \Leftrightarrow 2 = \frac{4(x+1)}{x-2} \quad | \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2) = 4(x+1) \quad | : 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \quad | \cdot 4$$

څه مو چې بڼول.

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \Rightarrow \text{بيلگه:}$$

تعريفورشو:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \mid -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -\frac{2}{x-2} \mid$$

د معکوس ارزښت جوړونه

$$\Leftrightarrow x = -\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x = -(x-2) \Leftrightarrow 2x = -x+2 \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ \frac{2}{3} \right\}}}}$$

بيلگه: تعريفورشو:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

اصلي مخرج:  $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \mid \cdot (x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+x-6 \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3 = x-6 \mid -x \Leftrightarrow 3x+3 = -6 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow 3x = -9 \mid : 3 \Leftrightarrow x = -3 \text{ da } x \notin D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$$

دا بيلگه ښايي، چې د تعريفورشو ټاکل څومره غوره يا مهم دي. ورته ښه بدلون مو په حقيقت کې يوې نتيجه ته ښايي، مگر وتون مساوات د دي ارزښت لپاره تعريف نه دی.

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

بيلگه:

$$\frac{1-2x}{1-x^2} = -\frac{1-2x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x^2-1}$$

چلول:

له دي سره اصلي مخرج دی:  $x^2-1=(x+1)(x-1)$  د بينوم ۳-مه جمله

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}} = \frac{2x-1}{x^2-1} \cdot (x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{(x-1)(x-1)}{2. \text{ binomische Formel}} = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 2x - 1$$

دا مساوات د هر  $x \in D$  لپاره پوره دی، له دې لاس ته راځي يا

$$\Rightarrow L = D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

دا مساوات ناپای ډیر حلونه يا ځوابونه لري، ځکه چې مساواتشرایط د هر  $x$  لپاره پوره دي.

تعريف سټ ته یادونه :

تعريف ورشو د متحولي  $x$  ټول ارزښتونه خوندي لري، د هغو لپاره چې مساوات باور لري. دا چې د یوه مات مخرج باید صفر نه وي، باید د تعريفورشو يا ډېری د ټاکلو لپاره و نه ځي چې ل شي، چې د متحولي  $x$  د کوم ارزښت لپاره مخرج صفر کيږي.

د مات-يا کسر مساواتو د تعريفورشو لپاره بېلگي

بیلگه ۱ :

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \frac{2}{x} + 7 = 3 \quad \text{له دې لاس ته راځي:}$$

د متحولي  $x$  د ټول ارزښتونو پاره مات مساوات باور لري، پرته له صفر.

بیلگه ۲ :

$$x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{7\} \quad \frac{3}{x-7} = 2 \quad \text{له دې لاس ته راځي:}$$

مات مساوات د متحولي د ټول  $x$  ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له ۷ څخه.

خُکه چي د  $x = 7$  لپاره مخرج صفر کيږي.

بیلگه ۳:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -2; \frac{4}{5} \right\}, \quad \frac{4}{x+2} + \frac{3}{5x-4} = 1$$

له دې لاس ته راځي:

$$5x - 4 = 0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x = 4 \mid :5 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \quad \text{او} \quad 1 \cdot x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

خُکه چي

په اول کسر کې د  $x = -2$  لپاره مخرج صفر کيږي.  
په دویمه کسر کې د  $x = 4/5$  لپاره مخرج صفر دی.

د یوې لورو بلي ته ورلو له امله چلول

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -2; \frac{4}{5} \right\}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2) \quad \text{درد بدلولو له لارې ضرب} \quad \frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4}$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \mid -3x + 16 \Leftrightarrow 17x = 22 \mid :17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17} \Rightarrow L = \left\{ \frac{22}{17} \right\}$$

پوښتنې

کسر - يا ماتشمېرنه I دا دې له پورته سره بدل شي

لومړی -

تعريف ورشو وټاکي او مساوات حل کړي

الف -  $\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2}$  ب -  $\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8}$  پ -  $\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1}$

ت -  $\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1$  ټ -  $\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2$  ٺ -  $\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6}$

$$\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} \quad \text{ح} \quad x + \frac{2x}{x-1} = 0 \quad \text{چ} \quad \frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \quad \text{ج}$$

دويم –

تعريفبرئ وټاکي او مساوات حل کړي:

$$\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 \quad \text{ب} \quad \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \quad \text{الف}$$

$$\frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 \quad \text{ت} \quad \frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \quad \text{پ}$$

$$3u^2 + 6u = \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} \quad \text{ث} \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \quad \text{بټ}$$

دريم –

لاندي غوښتنې يا ثبوتونه وازمايي؟

$$\frac{2x^2 + 4x - 30}{2x - 6} = x + 5 \quad \text{د ټولو } x \in \mathbb{R} \text{ لپارمڅلورم –}$$

تعريف ورشو وټاکي او مساوات حل کړي

$$ux + (u+3)\frac{u}{u-3} = -u \quad \text{ب} \quad 2x + (4-2u)\frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \quad \text{الف}$$

پنځم –

و بنايي:

$$(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1; a \in \mathbb{D} \quad \text{کوم حل نه لري. شپږم –}$$

مساوات سيستمونه حل کړي

$$\text{I: } \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2} \quad \text{II: } \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

اوم –

يوه کوچني لاري يو  $405 \text{ m}^3$  بار زخيري ته په  $x$  واره کي وړي، يوه لويه لاري د دي لپاره 9 واره کم تگ کي دا بار وړي. دواړه لاري دا بار په هر يو 20 واره کي وړي .

هره يوه ځانله به دا بار په څو تلو کې يوسي او د هرې لارې کاپڅېبتي يا خونديونه به څومره وي؟

اتم –

کوم پيداېښتي يا طبيعي گڼ(گڼونه) يا عددونه کېدې شي د  $2/5$  مخرج يا ماتلاندي ته ورزيات کړي او په همغه وخت کې يې له صورت يا ماتباندي څخه کم کړي چې  $-2$  لاس ته ترې راوړي؟

نهم –

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2} \quad \text{مساوات يا برابرېون ورکړ شوی.}$$

الف - تعريف ورشو او حل ورشو وټاکي

ب -  $3/2$  په داسې يو بل عدد بدل کړي، چې دا ناتغير شوی مساوات حل  $x = -1$  ولري.

نتيجه:

لومړی:

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad L = \{-4\} \quad \text{الف}$$

$$\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\} \quad L = \{-2\} \quad \text{ب}$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = \left\{ \frac{5}{3} \right\} \quad \text{پ}$$

$$\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = \{-2\} \quad \text{ت}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\} \quad L = \{\} \quad \text{ټ}$$

$$\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad L = \{-1\} \quad \text{ث}$$

$$\frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{6\} \quad \text{ج}$$

$$\begin{aligned} \text{ج - } x + \frac{2x}{x-1} = 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{-1; 0\} \\ \text{خ - } \frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad L = \left\{ \frac{8}{5} \right\} \\ \text{دويم: الف - } \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad L = D \\ \text{ب - } \frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\} \quad L = \{ \} \\ \text{پ - } \frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad L = \{1\} \\ \text{ت - } \frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad L = \left\{ -\frac{1}{5} \right\} \\ \text{ث - } \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\} \quad L = \left\{ \frac{2}{3} \right\} \\ \text{دريم - } 3u^2 + 6u = \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^* \quad L = \left\{ \pm \frac{2}{3}; -2 \right\} \end{aligned}$$

غوښتنه ناتيک ده، رښتيا وينا د ټولو  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$  لپاره.

$$2x + (4 - 2u) \frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \Rightarrow x = \frac{5u-9}{u-1} \text{ für } u \neq 1 \quad \text{څلورم: الف -}$$

$$ux + (u+3) \frac{u}{u-3} = -u \Rightarrow x = -\frac{2u}{u-3} \text{ für } u \neq 3 \quad \text{ب -}$$

پنځم -

$\frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\} \quad  $ $a^2 + a + 1 = 0 \Rightarrow$	<p>له بني بدلون لرو</p> <p>لاس ته راځي، چي د ديسکريمينانت</p> <p><math>D &lt; 0</math> له امله حل نه شته</p>
--	--

شپږم-

بڼه بدلون راکوي:

$$3y + 2x = 40 \wedge -2y + 3x = 16 \Rightarrow L = \left\{ \frac{128}{13}, \frac{88}{13} \right\}$$

اوم –

کوچنی لاری 45 واره تلني ته اړتيا لري او  $9 \text{ m}^3$  د خونديوني توان لري يا پکی لري.

لويه لاری 36 واره تلني ته اړتيا لري او د  $11,25 \text{ m}^3$  خونديوني توان لري.  
اتم –

طبيعي گڼ يا عدد  $n = 12$  دی.

نهم:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{ \pm 3 \}; x = -\frac{13}{3} (x = 3 \notin D) \text{ الف-}$$

ب-  $x = -1$  خای په خای کول د بڼی اړخ لپاره 1- ورکوي.

مفصل حلونه:

لومړی:

الف-

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\frac{2}{x} + 3 = \frac{5}{2} \mid -3 \Leftrightarrow \frac{2}{x} - \frac{6}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot 2 = -x \Leftrightarrow x = -4$$

$$\text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-4\}}}$$



ب -

$$\frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{6x-8} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

$$3x-4=0 \Leftrightarrow 3x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \quad \text{خکه چي}$$

$$6x-8=0 \Leftrightarrow 6x=8 \Leftrightarrow x=\frac{8}{6} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$$

چلول: د دريم کسر له مخرج څخه 2 له نوکانو وباسی

$$\begin{aligned} \frac{2}{3x-4} - \frac{1}{20} &= \frac{5}{2(3x-4)} \quad | \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} - \frac{1}{10} = \frac{5}{3x-4} \quad | + \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} &= \frac{5}{3x-4} + \frac{1}{10} \quad | - \frac{5}{3x-4} \Leftrightarrow \frac{4}{3x-4} - \frac{5}{3x-4} = \frac{1}{10} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{3x-4} &= \frac{1}{10} \Leftrightarrow -1 \cdot 10 = 1 \cdot (3x-4) \Leftrightarrow -10 = 3x-4 \quad | +4 \\ \Leftrightarrow -6 &= 3x \quad | :3 \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-2\}} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{پ -}$$

$$\text{د (د بېنوم دريمه جمله) اصلی مخرج} \quad (x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x}{x+1} - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \quad \text{ت -}$$

$$\text{اصلی مخرج: } (x-1)(x+1) = x^2 - 1 \quad \text{د (د بېنوم دريمه جمله)}$$

$$\begin{aligned} \frac{(2+x)(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{(3+2x)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{1 \cdot (x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \quad | \cdot (x-1)(x+1) \\ \Leftrightarrow (2+x)(x+1) &= (3+2x)(x-1) - (x-1)(x+1) \\ \Leftrightarrow 2x+2+x^2+x &= 3x-3+2x^2-2x-(x^2-1) \\ \Leftrightarrow x^2+3x+2 &= 2x^2+x-3-x^2+1 \Leftrightarrow x^2+3x+2 = x^2+x-2 \quad | -x^2 \\ \Leftrightarrow 3x+2 &= x-2 \quad | -2 \Leftrightarrow 3x = x-4 \quad | -x \\ \Leftrightarrow 2x &= -4 \quad | : 2 \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-2\}} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3} = x-2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

-ب-

اصلى مخرج :  $x+3$ 

$$\begin{aligned} \frac{x^2+4x+3}{x+3} &= \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \quad | \cdot (x+3) \\ \Leftrightarrow x^2+4x+3 &= x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3 = x^2+x-6 \quad | -x^2 \\ \Leftrightarrow 4x+3 &= x-6 \quad | -x \Leftrightarrow 3x+3 = -6 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow 3x &= -9 \quad | : 3 \Leftrightarrow x = -3 \quad \text{da } x \notin D \Rightarrow \underline{L = \{ \}} \end{aligned}$$

-ث-

$$\frac{-3x+6}{2x-4} + \frac{x}{x-2} = -\frac{7}{6} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\text{Hauptnenner : } 2x-4 = 2(x-2)$$

$$\frac{-3x+6}{2(x-2)} + \frac{2 \cdot x}{2 \cdot (x-2)} = -\frac{7}{6} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow -3x+6+2x = -\frac{7 \cdot 2(x-2)}{6} \Leftrightarrow -x+6 = -\frac{7x-14}{3} \quad | \cdot (-3)$$

$$\Leftrightarrow 3x-18 = 7x-14 \quad | -7x \Leftrightarrow -4x-18 = -14 \quad | +18$$

$$\Leftrightarrow -4x = 4 \quad | : (-4) \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \{-1\}}$$

اصلي مخرج

- ج

$$\frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = \frac{3}{1-x} + \frac{8}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{3}{1-x} = -\frac{3}{x-1}$$

چلول (لنڊ: چل): د دريم مات لپاره باور لري

له مخرج څخه ضرب (-1) له نوکانو ووت

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x-1} + \frac{1}{5} = -\frac{3}{x-1} + \frac{8}{5} \quad | -\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{4}{x-1} = -\frac{3}{x-1} + \frac{7}{5} \quad | +\frac{3}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{x-1} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow 7 \cdot 5 = 7(x-1) \Leftrightarrow 35 = 7x - 7 \quad | +7$$

$$\Leftrightarrow 42 = 7x \Leftrightarrow 7x = 42 \quad | :7 \Leftrightarrow x = 6 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{6\}}}$$

$$x + \frac{2x}{x-1} = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

- ج

اصلي مخرج: x-1

$$x + \frac{2x}{x-1} = 0 \quad | \cdot (x-1) \Leftrightarrow x(x-1) + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \quad (\text{صفر سره د ضرب جمله})$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x_2 = -1 \quad \text{da } x_{1/2} \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1; 0\}}}$$

$$\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

- ج

HN اصلی مخرج يا ماتلاندي:  $4(2x+4)$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{4(2x+4)} = \frac{4 \cdot 5x}{4(2x+4)} \mid \cdot 4(2x+4) \Leftrightarrow 32 = 20x \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow \frac{32}{20} = x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ \frac{8}{5} \right\}}}$$

دويم:  
الف-

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

$$\therefore \frac{1-2x}{1-x^2} = -\frac{1-2x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x^2-1} \quad \text{چلول:}$$

له دي سره اصلی مخرج د بينومي دريم فرمول له مخي دی:  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}} = \frac{2x-1}{x^2-1} \mid \cdot (x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}} = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 2x-1$$

2. binomische Formel

$$\Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 2x - 1$$

دا مساوات د هر  $\in D$ : پوره دی له دي لاس ته راخييا

$$\Rightarrow \underline{\underline{L = D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}}}$$

دا مساوات ناپای ډېر حلونه لري، ځکه چې د مساوات شرایط د تعريفور شو د هر  $x$  لپاره پوره دي.

ب –

$$\frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{6x-3}{2x-1} + 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\}$$

چلول: د دويم كسر صورت د مخرج څو برابره دی.

ضريب ۳ له نوكانو راوځي

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = \frac{3(2x-1)}{2x-1} + 4 \Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = 3 + 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} + 2 = 7 \quad | -2 \Leftrightarrow \frac{5x-5}{x+1} = 5 \quad | \cdot (x+1)$$

$$\Leftrightarrow 5x - 5 = 5x + 5 \quad | -5x \Leftrightarrow -5 = 5$$

تضاد

$$\Rightarrow L = \{ \}$$

له دې لاسته راځي په برابر ارزښته بڼه بدلون کي يو تضاد منځ ته راځي، نو له دې امله برابرون يا مساوات حل نه لري.

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4} \quad | + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{3}{2x-4} + \frac{1}{2} \quad | - \frac{3}{2x-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x-2} - \frac{3}{2x-4} = \frac{1}{2}$$

اصلي مخرج:  $2x-4$ 

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{2(x-2)} - \frac{3}{2x-4} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2x-4 \Leftrightarrow 2x-3 = \frac{2x-4}{2} \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 4x-6 = 2x-4 \quad | -2x \Leftrightarrow 2x-6 = -4 \quad | +6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2 \quad | : 2 \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{da } x \in D \Rightarrow L = \{1\}$$

ت –

$$\begin{aligned} \frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \frac{3-x}{x+1} - 4 = 0 \mid +4 &\Leftrightarrow \frac{3-x}{x+1} = 4 \mid \cdot x+1 \Leftrightarrow 3-x = 4x+4 \mid -4x \\ &\Leftrightarrow -5x+3 = 4 \mid -3 \Leftrightarrow -5x = 1 \mid : (-5) \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \left\{-\frac{1}{5}\right\}} \end{aligned}$$

ب

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = 0 \mid -\frac{2}{x-2} &\Leftrightarrow \frac{1}{x} = -\frac{2}{x-2} \mid \\ &\text{د معکوس- يا د په څنډ ارزښت جوړول} \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{x-2}{2} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 2x = -(x-2) \Leftrightarrow 2x = -x+2 \mid +x \\ &\Leftrightarrow 3x = 2 \mid : 3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \quad \text{da } x \in D \Rightarrow \underline{L = \left\{\frac{2}{3}\right\}} \end{aligned}$$

ث -

$$\begin{aligned} 3u^2 + 6u = \frac{4}{3} + \frac{8}{3u} &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 3u^2 + 6u = \frac{4u}{3u} + \frac{8}{3u} \mid \cdot 3u &\Leftrightarrow 9u^3 + 18u^2 = 4u + 8 \mid -4u \\ &\Leftrightarrow 9u^3 + 18u - 4u = 8 \mid -8 \Leftrightarrow 9u^3 + 18u - 4u - 8 = 0 \end{aligned}$$

(د دريمي درجي پولينوم)

لومړی حل د هورنر شيما له لارې ازمايو

$  \begin{array}{r}  \begin{array}{cccc}  9 & 18 & -4 & -8 \\  u = 1 \downarrow & 9 & 27 & 23 \\  \hline  9 & 27 & 23 & 15 \\  \hline  9 & 18 & -4 & -8 \\  u = -1 \downarrow & -9 & -9 & 13 \\  \hline  9 & 9 & -13 & 5 \\  \hline  9 & 18 & -4 & -8 \\  u = -2 \downarrow & -18 & 0 & 8 \\  \hline  9 & 0 & -4 & 0 \Rightarrow u_1 = -2  \end{array}  \end{array}  $	<p>باقي يا پاتي پولينوم:</p> $9u^2 - 4 = 0 \mid +4$ $\Leftrightarrow 9u^2 = 4 \mid :9$ $\Leftrightarrow u^2 = \frac{4}{9} \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow  u  = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow u_{2/3} = \pm \frac{2}{3}$
--	---

$$\text{da } u_{1/2/3} \in D \Rightarrow L = \underline{\underline{\left\{ -2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right\}}}$$

دریم -

$$\frac{2x^2 + 4x - 30}{2x - 6} = x + 5 \quad \text{د ٽولو } x \in \mathbb{R} \text{ لپاره.}$$

دلته موخه دانه ده، چې مساوات حل کړو، بلکه ازمايو چې ايا غوښتنه يا ثبوت ټيک دی. مساوات په څرگنده توگه کېدی شي يو، زيات، ناپای ډير حلونه ولري او يا کوم حل ونه لري. په پام کې راځي، چې تعريف ورشو ناټيک ده.

$x \in \mathbb{R}$  په دې معنا دی، چې برابرېون د هر  $x$  متحولي لپاره تعريف دی. د  $x=3$  لپاره مخرج صفر کيږي، د دې اجازه نه شته.

تعريف ورشو په تعقيب بايد په لاندې ډول وي:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad \text{لپاره يا } x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

څلورم-

الف-

د داسې مساواتو ځانگړوالی په دې کې پروت دی، چې خپله متحوله بڼه لري.

په دې حالت کې  $u$  . سری کړی شي  $u$  د کوم یوه گڼ يا عدد لپاره ځاینيوونکې په پام کې ونیسي، چې په مساوات کې ځای په ځای کېدی شي. د بڼې متحوله  $u$  پارامتر بلل کېږي.. متحوله، چې هغې پسې مساوات حل کېږي ، نامعلومه  $x$  پاتې کېږي.

$$2x + (4 - 2u) \frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \Rightarrow D = \mathbb{R} \text{ für } u \neq 1$$

$$2x + (4 - 2u) \frac{u+3}{u-1} = -2u + 6 \Leftrightarrow 2x + \frac{(4 - 2u)(u+3)}{u-1} = -2u + 6$$

څنگیز يا فرعي شرطونه

$$(4 - 2u)(u + 3) = 4u - 12 - 2u^2 - 6u \Leftrightarrow -2u^2 - 2u + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1} = -2u + 6 \mid - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -2u + 6 - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{(-2u + 6)(u - 1)}{u - 1} - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u - 1}$$

څنگیز يا فرعي شرطونه

$$(-2u + 6)(u - 1) = -2u^2 + 2u + 6u - 6 \Leftrightarrow -2u^2 + 8u - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6}{u - 1} - \frac{-2u^2 - 2u + 12}{u - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6 - (-2u^2 - 2u + 12)}{u - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{-2u^2 + 8u - 6 + 2u^2 + 2u - 12}{u - 1} \Leftrightarrow 2x = \frac{10u - 18}{u - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{2(5u - 9)}{u - 1} \mid : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{5u - 9}{u - 1} \text{ für } u \neq 1}}$$



ب – لاندې کي: für = لپاره.

$$ux + (u+3) \frac{u}{u-3} = -u \text{ für } u \neq 3$$

$$ux + (u+3) \frac{u}{u-3} = -u \Leftrightarrow ux + \frac{u(u+3)}{u-3} = -u \mid : u$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{u+3}{u-3} = -1 \mid - \frac{u+3}{u-3} \Leftrightarrow x = -1 - \frac{u+3}{u-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1(u-3)}{u-3} - \frac{u+3}{u-3} \Leftrightarrow \frac{-u+3-u-3}{u-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2u}{u-3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = -\frac{2u}{u-3} \text{ für } u \neq 3}}$$

$$(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1 \quad \text{پنجم:}$$

بنايو، چي برابر ويا مساوات حل نه لري.

$$(a+1)^{-1} = a^{-1} + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$$

اصلي مخرج:  $a(a+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{1a}{a(a+1)} = \frac{1(a+1)}{a(a+1)} + \frac{1a(a+1)}{a(a+1)} \mid \cdot a(a+1)$$

$$\Leftrightarrow a = a+1+a^2+a \mid -a \Leftrightarrow 0 = a^2+a+1$$

(مربع مساوات)

$$p=1 \quad q=1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} < 0$$

$$D < 0 \Rightarrow$$

مربع مساوات حل نه لري

له دي سره توانمساوات هم حل نه لري. څه مو چي بنوول.

$$\text{I: } \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2} \quad \text{شپږم:}$$

د  $x \neq 23$  او  $y \neq -2$  لپاره

$$\text{II: } \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

د  $y \neq -5$  او  $y \neq -2$  لپاره

له دي سره د مساواتسيستم تعريفېږي ده:

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{23\} \text{ und } y \in \mathbb{R} \setminus \{-5; -2\}$$

$$\text{I: } \frac{3}{x-23} = \frac{-2}{y+2}$$

$$\Leftrightarrow 3(y+2) = -2(x-23)$$

$$\Leftrightarrow 3y+6 = -2x+46 \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow 2x+3y+6 = 46 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow 2x+3y = 40$$

$$\text{II: } \frac{x-4}{y+2} = \frac{x-2}{y+5}$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(y+5) = (x-2)(y+2)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{xy} + 5x - 4y - 20 = \cancel{xy} + 2x - 2y - 4 \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4y - 20 = -2y - 4 \quad | +2y$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - 20 = -4 \quad | +20$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y = 16$$

حل د جمعي طريقي سره I:  $2x + 3y = 40$  II:  $3x - 2y = 16$

$$\begin{array}{l|l}
 \text{I} & 2x + 3y = 40 & \cdot 3 \\
 \text{II} & 3x - 2y = 16 & \cdot (-2) \\
 \hline
 \text{I} & 6x + 9y = 120 & \\
 \text{II} & -6x + 4y = -32 & \text{II} + \text{I} \\
 \hline
 \text{I} & 6x + 9y = 120 & \\
 \text{II} & 13y = 88 & 
 \end{array}$$

$$13y = 88 \mid 13 \Leftrightarrow y = \frac{88}{13}$$

$$6x + 9y = 120 \Leftrightarrow 6x + 9 \cdot \frac{88}{13} = 120 \mid -\frac{792}{13}$$

$$\Leftrightarrow 6x = -\frac{792}{13} + \frac{1560}{13} \Leftrightarrow 6x = \frac{768}{13} \mid : 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{128}{13}$$

$$x, y \in D \Rightarrow L = \left\{ \frac{128}{13}, \frac{88}{13} \right\}$$

ځکه چې

اوم – کوچنی لاری د  $405 \text{ m}^3$  بار وړلو لپاره  $x$  واره ته اړتیا لري.

لویه لاری د دې لپاره 9 واره کم ته اړتیا لري، یعنی  $x - 9$  واره ته.

کوچنی لاری په یو ځل  $\frac{405}{x} \text{ m}^3$  بار وړي.

لویه لاری په یو ځل  $\frac{405}{x-9} \text{ m}^3$  بار وړي.

دواړه لاری په یو ځل  $\frac{405}{x}m^3 + \frac{405}{x-9}m^3$  بار وړي..

د دواړو لاریو لپاره د ۲۰ واړه خوزبنت لپاره چې  $405 m^3$  بار یوسي لاندې باور لري:

$$20\left(\frac{405}{x}m^3 + \frac{405}{x-9}m^3\right) = 405m^3 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0; 9\}$$

په لاندې شمېرنه کې بی له یونونو یا واحدونو شمېرل کېږي:

په لاندې کې Hauptnenner د اصلي مخرج په معنادی.

$$\Leftrightarrow 20\left(\frac{405}{x} + \frac{405}{x-9}\right) = 405 \Leftrightarrow 20 \cdot 405\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) = 405 \mid : 405$$

$$\Leftrightarrow 20\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{x} + \frac{20}{x-9} = 1 \text{ Hauptnenner: } x(x-9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{20(x-9)}{x(x-9)} + \frac{20x}{(x-9)x} = 1 \cdot \frac{x(x-9)}{x(x-9)} \mid \cdot x(x-9)$$

$$\Leftrightarrow 20x - 180 + 20x = x^2 - 9x \Leftrightarrow 40x - 180 = x^2 - 9x \mid -x^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 40x - 180 = -9x \mid +9x \Leftrightarrow -x^2 + 49x - 180 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 49x + 180 = 0 \Rightarrow p = -49 \quad q = 180$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{2401}{4} - \frac{720}{4} = \frac{1681}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1681}{4}} = \frac{41}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{49}{2} + \frac{41}{2} = \frac{90}{2} = 45 \\ x_2 = \frac{49}{2} - \frac{41}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{array} \right. \Rightarrow L = \{4; 45\}$$

کوچنی لاری خانله 45 تلو ته اړتیا لري.

لويه لاری خانله  $36 = 45 - 9$  تلو ته اړتيا لري.

د کوچنی لاری خونديوني توان  $9 \text{ m}^3 = 405 \text{ m}^3 / 45$  دی.

د لوی لاری د خونديوني توان  $11,25 \text{ m}^3 = 405 \text{ m}^3 / 36$  دی.

د مربع مساوات دويم حل په دې اړوند د مساوات لپاره د دې پوښتنې کوني سره موخه وړ نه دی، ځکه چې دواړه لاری په گډه 20 ځله ځي.

اتم –

طبيعي عدد دې  $n$  وي، مات  $2/5$  دی.

عدد  $n$  مخرج ته زیاتيري او له صورت څخه کميري.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} \Rightarrow D = \mathbb{N} \setminus \{5\}$$

د مات ارزښت دې  $-2$  وي.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} = -2 \mid \cdot (5-n) \Leftrightarrow 2+n = -10+2n \mid -2n$$

$$\Leftrightarrow 2-n = -10 \mid -2 \Leftrightarrow -n = -12 \mid : (-1) \Leftrightarrow \underline{n = 12}$$

طبيعي عدد  $n = 12$  دی.

نهم –

الف –

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2}$$

د ماتلاندي يا مخرج صفر ځايونه:

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 3 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$$

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2(6-2x) = 3(x^2-9) \Leftrightarrow 12-4x = 3x^2-27 \quad | -3x^2$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 4x + 12 = -27 \quad | +27 \Leftrightarrow -3x^2 - 4x + 39 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 39 = 0 \quad | : 3 \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{39}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3} \quad q = -\frac{39}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{117}{9} = \frac{121}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{11}{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} = \frac{9}{3} = 3 \\ x_2 = -\frac{2}{3} - \frac{11}{3} = -\frac{13}{3} \end{array} \right. \quad \text{da } x_1 = 3 \notin D \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{13}{3} \right\}}}$$

ب-

$$\frac{6-2x}{x^2-9} = z \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\} \quad \text{ردو:}$$

دا چي د مساوات حل دي 1- وي، نو 1- په مساوات کي کيږدی.

$$x = -1 \Rightarrow \frac{6-2(-1)}{(-1)^2-9} = z \Leftrightarrow \frac{6+2}{1-9} = z \Leftrightarrow \frac{8}{-8} = z \Leftrightarrow -1 = z \Leftrightarrow \underline{\underline{z = -1}}$$

پوښتنې

### ماتشمېرنه |

تعريفورشو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

لومړۍ- تعريفورشو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad \text{پ-} \quad \frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \quad \text{ب-} \quad \frac{3}{x+4} < 0 \quad \text{الف-}$$

دويم – تعريفور شو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\text{الف- } 4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \quad \text{ب- } \frac{x-2}{x-5} \geq 0 \quad \text{پ- } \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$$

دريم –

تعريفور شو وټاکي او نابرابرونونه حل کړي.

$$\text{الف- } \frac{x}{x-1} < 1 \quad \text{ب- } \frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \quad \text{پ- } \frac{x-2}{x^2} \geq 0$$

څلورم –

کوم طبيعي عدد(عددونه) دي د  $2/5$  مخرج ته ورزيات او په همغه وخت کي له صورت څخه کم شي، داسي چي له 4 لوي عدد ورکړي؟

پنځم: وښايي:

$$د \quad ux^3 - (4u+1)x^2 = 0 \quad \text{حل}$$

د  $u > 0$  لپاره په انټروال  $[1/2; 2]$  کي پروت نه دی.

شپږم: وښايي:

$$د \quad u > 0 \quad \text{لپاره باور لري: } \frac{-1-8u}{-2u} > 4$$

حلونه

ماتشمېرنه |

نتيجي او مفصل حلونه

نامساناتو يا نابرابرونو ته يادونه:

نامساوت په ورته توگه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. مگر دلته بايد په پام کې ونیول شي، چې د یوه کمیز یا منفي عدد سره ضرب همداسې وېش له لارې اړیکنځېنه راگرځي (په څټ کيږي یا معکوس کيږي). که یو کسر مساوات د یوې اووښتونې یا متحولې سره ضربیږي همداسې په هغې وېشل کيږي. نوحالت وپيږي و شي. لومړی حالت: د متحولې ارزښت زیاتیز یا مثبت دی. دویم حالت: د متحولې ارزښت کمیز یا منفي دی.

بیلگه:

$$-x+2 > 1 \mid -2 \Leftrightarrow -x > -1 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow x < 1$$

$$\frac{1}{x} < 4 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

لومړی حالت

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} < 4 \mid \cdot x &\Leftrightarrow 1 < 4x \mid : 4 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x &\Leftrightarrow x > \frac{1}{4} \end{aligned}$$

دویم حالت

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} < 4 \mid \cdot x &\Leftrightarrow 1 > 4x \mid : 4 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4} > x &\Leftrightarrow x < \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L = \left\{ x \mid x < 0 \text{ oder } x > \frac{1}{4} \right\}$$

په لاندې und د او په معنا دی.

له شرایطو څخه

$$x > 0 \text{ und } x > \frac{1}{4} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

له شرایطو څخه

$$x < 0 \text{ und } x < \frac{1}{4} \Rightarrow x < 0$$

نتیجې:

لومړی:



$$\frac{3}{x+4} < 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-4\} \quad L = \{x \mid x < -4\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^* \quad L = \left\{x \mid x < -\frac{1}{12} \text{ oder } x > 0\right\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad L = \left\{x \mid \frac{2}{3} < x < 2\right\}_D \text{ پ-}$$

دويم:

$$4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \left\{x \mid x \leq \frac{1}{6} \text{ oder } x > 1\right\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{x-2}{x-5} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{5\} \quad L = \{x \mid x \leq 2 \text{ oder } x > 5\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\} \quad L = \{x \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}_D \text{ پ-}$$

دريم:

$$\frac{x}{x-1} < 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad L = \{x \mid x < 1\}_D \text{ الف-}$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{5}\right\} \quad L = \left\{x \mid x < -\frac{2}{5} \text{ oder } x \geq \frac{1}{7}\right\}_D \text{ ب-}$$

$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \text{ wegen } x^2 \geq 0: L = \{x \mid x \geq 2\}_D \text{ پ-}$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \text{ für } n \in ]3,6; 5[ \text{ also } n = 4 \text{ خلورم:}$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{4u+1}{u} = 4 + \frac{1}{u} > 4 \text{ für } u > 0 \text{ پنجم:}$$

$$\text{Für } u > 0 \text{ gilt: } \frac{-1-8u}{-2u} = 4 + \frac{1}{2u} > 4 \text{ شيرم: د } u > 0 \text{ لپاره باورلري:}$$

مفصل حلونه:

لومری:

$$\frac{3}{x+4} < 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-4\} \quad \text{الف-}$$

لومری حالت  $x > -4$  له دي لاس ته راځي مخرج مثبت

$$\begin{aligned} \frac{3}{x+4} < 0 &| \cdot (x+4) \\ \Leftrightarrow 3 < 0 & \text{Widerspruch!} \\ \Rightarrow x > -4 & \notin L \\ \Rightarrow L = \{x \mid x < -4\}_D & \end{aligned}$$

په پورته کې widerspruch تضاد په معنا دی.

دویم حالت  $x < -4$  له دي لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned} \frac{3}{x+4} < 0 &| \cdot (x+4) \\ \Leftrightarrow 3 > 0 & \\ \Rightarrow x < -4 & \subset L \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{ب-}$$

لومری حالت  $x > 0$  له دي لاس ته راځي چې مخرج زیاتیز یا مثبت دی

$$\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2x} &> \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3x} - \frac{2 \cdot 6x}{6x} \quad | \cdot 6x \\ \Leftrightarrow 3 &> 2 - 12x \quad | +12x \\ \Leftrightarrow 12x + 3 &> 2 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow 12x &> -1 \quad | :12 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{12} \\ x > 0 \wedge x &> -\frac{1}{12} \Rightarrow x > 0 \end{aligned}$$

دويم حالت  $x < 0$  له دي لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x} &> \frac{1}{3x} - 2 \\ \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 2x} &> \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3x} - \frac{2 \cdot 6x}{6x} \quad | \cdot 6x \\ \Leftrightarrow 3 &< 2 - 12x \quad | +12x \\ \Leftrightarrow 12x + 3 &< 2 \quad | -3 \\ \Leftrightarrow 12x &< -1 \quad | :12 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{12} \\ x < 0 \wedge x &< -\frac{1}{12} \Rightarrow x < -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

حلديږئ:

په لاندي oder د يا په معنا دی

$$\underline{\underline{L = \left\{ x \mid x < -\frac{1}{12} \text{ oder } x > 0 \right\}}}$$

$$\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

پ-

گڊ ماتلاندي (اصلي مخرج)  $2(x-2)$  له دي لاس ته راڻي:

$$\Rightarrow \frac{2(3-x)}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)}$$

لومري حالت  $x > 2$  لاس ته راڻي چي مخرج مثبت دي

$$\frac{6-2x}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 6-2x > x+4 \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 6-3x > 4 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow -3x > -2 \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

$$x > 2 \text{ und } x < \frac{2}{3} \Rightarrow x \notin L$$

دويم حالت  $x < 2$  له دي لاس ته راڻي چي مخرج منفي دي

$$\frac{6-2x}{2(x-2)} > \frac{x+4}{2(x-2)} \quad | \cdot 2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 6-2x < x+4 \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow 6-3x < 4 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow -3x < -2 \quad | : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$x < 2 \text{ und } x > \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} < x < 2$$

$$L = \left\{ x \mid \frac{2}{3} < x < 2 \right\}_D$$

حلديري:

دويم:

الف-

$$4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\frac{4(1-x)}{1-x} - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0 \mid + \frac{3+2x}{1-x} \Leftrightarrow \frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x}$$

لومړی حالت  $x > 1$  مخرج منفي دی

$$\frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x} \mid \cdot (1-x)$$

$$\Leftrightarrow 4-4x \leq 3+2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow 4-6x \leq 3 \mid -4 \Leftrightarrow -6x \leq -1 \mid : (-6)$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$$

$$x > 1 \text{ und } x \geq \frac{1}{6} \Rightarrow x > 1$$

دويم حالت  $x < 1$  مخرج مثبت دی

$$\frac{4-4x}{1-x} \geq \frac{3+2x}{1-x} \mid \cdot (1-x)$$

$$\Leftrightarrow 4-4x \geq 3+2x \mid -2x$$

$$\Leftrightarrow 4-6x \geq 3 \mid -4 \Leftrightarrow -6x \geq -1 \mid : (-6)$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{6}$$

$$x < 1 \text{ und } x \leq \frac{1}{6} \Rightarrow x \leq \frac{1}{6}$$

او = und

$$L = \left\{ x \mid x \leq \frac{1}{6} \text{ oder } x > 1 \right\}_D$$

د حلونو ډېری:

$$\frac{x-2}{x-5} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{5\} \quad \text{ب -}$$

لومړی حالت  $x > 5$  له دې لاس ته راځي مخرج مثبت

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x-5} \geq 0 \mid \cdot (x-5) &\Leftrightarrow x-2 \geq 0 \mid +2 \\ &\Leftrightarrow x \geq 2 \end{aligned}$$

$x > 5$  او  $x \geq 2$  له دې لاس ته راځي  $x > 5$ .

دویم حالت  $x < 5$  له دې لاس ته راځي مخرج منفي

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x-5} \leq 0 \mid \cdot (x-5) &\Leftrightarrow x-2 \leq 0 \mid +2 \\ &\Leftrightarrow x \leq 2 \\ x < 5 \text{ und } x \leq 2 &\Rightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$

حل ډېری: (د يا په معنا oder)

$$L = \left\{ x \mid x \leq 2 \text{ oder } x > 5 \right\}_D$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 &\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\} \\ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0 \mid + \frac{1}{x} &\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \quad \text{ب -} \end{aligned}$$

لومړی حالت  $x < -1$  دواړه مخرجونه منفي دي

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \leq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \leq 1$$

رېښتيا دی

$$\Rightarrow x < -1 \subset L$$

دويم حالت  $-1 < x < 0$  له دې لاس ته راځي  $x+1 > 1$  او  $x < 0$

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \geq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \geq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \geq 1$$

نارېښتيا يا ناتيک

$$\Rightarrow -1 < x < 0 \not\subset L$$

درېم حالت  $x > 0$  له دې لاس ته راځي  $x+1 > 0$  او  $x > 0$

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{x} \mid \cdot x \Rightarrow \frac{x}{x+1} \leq 1 \mid \cdot (x+1) \Leftrightarrow x \leq x+1 \mid -x \Leftrightarrow 0 \leq 1$$

رېښتيا. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow x > 0 \subset L$$

حلېږئ:

$$\underline{\underline{L = \{x \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}_D}}$$

درېم:

الف- د المانيپېنتو له کين بني لورته: دويمه ليکه حالت ۱ حالت ۲

څلورمه ليکه ناتيک تيک

$$\frac{x}{x-1} < 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\text{Fall I } x > 1 \Rightarrow x - 1 > 0$$

$$\frac{x}{x-1} < 1 \mid \cdot (x-1) \Leftrightarrow x < x-1 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 0 < -1 \text{ falsch}$$

$$\Rightarrow L = \{x \mid x < 1\}_D$$

$$\text{Fall II } x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0$$

$$\frac{x}{x-1} < 1 \mid \cdot (x-1) \Leftrightarrow x > x-1 \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 0 > -1 \text{ wahr}$$

-ب

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \quad 5x+2=0 \mid -2 \Leftrightarrow 5x=-2 \mid 5 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{5} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{5}\right\}$$

$$\text{Fall I } x > -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x+2 > 0$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \mid \cdot (5x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3-2x \leq 5x+2 \mid -5x$$

$$\Leftrightarrow -7x+3 \leq 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -7x \leq -1 \mid : (-7) \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{7}$$

$$x > -\frac{2}{5} \text{ und } x \geq \frac{1}{7} \Rightarrow x \geq \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow L = \left\{x \mid x < -\frac{2}{5} \text{ oder } x \geq \frac{1}{7}\right\}_D$$

$$\text{Fall II } x < -\frac{2}{5} \Rightarrow 5x+2 < 0$$

$$\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1 \mid \cdot (5x+2)$$

$$\Leftrightarrow 3-2x \geq 5x+2 \mid -5x$$

$$\Leftrightarrow -7x+3 \geq 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -7x \geq -1 \mid : (-7) \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{7}$$

$$x < -\frac{2}{5} \text{ und } x \leq \frac{1}{7} \Rightarrow x < -\frac{2}{5}$$

-ب

$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

د  $x < 0$  او  $x > 0$  لپاره  $x^2 > 0$  دی، له دې امله د حالت توپیر اړین نه دی.



$$\frac{x-2}{x^2} \geq 0 \mid \cdot x^2 \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \mid +2 \Leftrightarrow x \geq 2 \Rightarrow \underline{L = \{x \mid x \geq 2\}}$$

څلورم:

طبيعي عدد دې  $n \in \mathbb{N}$  وي، مات يا كسر  $2/3$  دې

عدد يا گڼ  $n$  صورت ته زياتيري (جمعه كيري) او له مخرج كميري.

$$\Rightarrow \frac{2+n}{5-n} \Rightarrow D = \mathbb{N} \setminus \{5\}$$

د مات يا كسر ارزښت دې  $< 4$  وي .

$$\text{Fall I } n > 5 \Rightarrow 5 - n < 0$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \mid \cdot (5-n)$$

$$\Leftrightarrow 2+n < 20-4n \mid +4n$$

$$\Leftrightarrow 5n+2 < 20 \mid -2 \Leftrightarrow 5n < 18 \mid : 5$$

$$\Leftrightarrow n < \frac{18}{5} \Leftrightarrow n < 3,6$$

$$n > 5 \text{ او } n < 3,6 \Rightarrow \text{حل نه شته}$$

$$\text{Fall II } n < 5 \Rightarrow 5 - n > 0$$

$$\frac{2+n}{5-n} > 4 \mid \cdot (5-n)$$

$$\Leftrightarrow 2+n > 20-4n \mid +4n$$

$$\Leftrightarrow 5n+2 > 20 \mid -2 \Leftrightarrow 5n > 18 \mid : 5$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{18}{5} \Leftrightarrow n > 3,6$$

$$n < 5 \text{ او } n > 3 \Rightarrow n = 4$$

دا چې غوښتونى عدد به يو طبيعي عدد وي او حل به د  $3,6$  او  $5$  ترمنځ وي، نو فقط طبيعي عدد  $n = 4$  د حل په حيث په پوښتنه كې راځي.

پنځم:

$$u > 0 \Rightarrow L \notin \left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \right\} \text{ او } ux^3 - (4u+1)x^2 = 0$$

$$ux^3 - (4u+1)x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(ux - 4u - 1) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ (صفر ضرب)}$$

$$ux - 4u - 1 = 0 \mid +4u \Leftrightarrow ux - 1 = 4u \mid +1 \Leftrightarrow ux = 4u + 1 \mid : u$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4u+1}{u} \Leftrightarrow x_3 = 4 + \frac{1}{u} \text{ für } u \neq 0$$

$$: x_3 = 4 + \frac{1}{u} > 4 \text{ دا چي } u > 0 \text{ بايد وي، باور لري}$$

له دي سره  $x_{1/2} = 0$  او  $x_3 > 4$  په انټروال  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$  کې نه ي پراته.

شپږم:

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4 \text{ د } u > 0 \text{ لپاره باور لري:}$$

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{(-1) \cdot (1+8u)}{(-1) \cdot 2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{1+8u}{2u} > 4 \mid \cdot 2u$$

$$\Leftrightarrow 1+8u > 8u \mid -8u \Leftrightarrow 1 > 0 \text{ رښتيا دی.}$$

له دي سره پورتنی غوښتنه صدق کوي، څه چي د ښوولو ووو. يا:

$$\frac{-1-8u}{-2u} > 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2u} + 4 > 4 \Leftrightarrow 4 + \frac{1}{2u} > 4$$

## 1.9- لوگارېتم او د لوگارېم قوانین

### 1.9.1- د لوگارېم کلمه

مور مساوات  $5^3 = 125$  را اخلو .

کین لور ته توان دی 5 په بنسټ او 3 اکسپوننت یا جگړن (-عدد) سره.

بني لور ته اړونده توان ارزښت 125 ځای په ځای دی.

که بنسټ، اکسپوننت یا توان ارزښت په ځای اووښتوني یا متحوله  $x$  کینوول شي، نو لاندې پرابلم- انځوروني مخ ته لرو.

$5^3 = x$ توان ارزښت غوښتل شوی دی	د توانونو له لارې یې حل $x = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \Rightarrow L = \{125\}$
$x^3 = 125$ بنسټ غواړو پیدا کړو	حل د ریښې نیونې له لارې $x = \sqrt[3]{125} = 5 \quad L = \{5\}$
$5^x = 125$ (اکسپوننشل مساوات) اکسپوننت یا جگړد غواړو پیدا کړو	حل؟

د اکسپوننت یا جگگن (- عدد) ټاکنه لوگارېم بلل کېږي.

سری وایي:  $x$  برابر دی د 125 لوگارېم سره 5 په بنسټ. او د دې لپاره لنډ لیکو:

مور کړی شو برابرېون:  $x = \log_5(125)$  لومړی د ازماينې له لارې حل کړو:

$$5^x = 125 \Leftrightarrow x = \log_5(125) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow L = \{3\}$$

خکه چې  $x = \log_5(125)$

پېژند(تعريف):

$$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

د  $x \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}; a \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0; 1\}$  لپاره.

لوگارېتم اکسپوننت ( $x$ ) دی، د کوم سره چې بنسټ ( $a$ ) په توان شي، چې د توان ارزښت ( $b$ ) ترې لاس ته راشي.

سری وایي:  $x$  د  $b$  لوگارېتم دی د  $a$  په بنسټ

بیلگي:

	$2^3 = 8$	خکه چې	$\log_2(8) = 3$
	$4^2 = 16$	خکه چې	$\log_4(16) = 2$
	$5^4 = 625$	خکه چې	$\log_5(625) = 4$
	$10^3 = 1000$	خکه چې	$\log_{10}(1000) = 3$
	$a^0 = 1$	خکه چې	$\log_a(1) = 0$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$	خُکِه چي	$\log_{10}(0,1) = -1$
$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$	خُکِه چي	$\log_4(2) = \frac{1}{2}$
$4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$	خُکِه چي	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$
$2^3 = 8$	خُکِه چي	$\log_2(8)$
$4^2 = 16$	خُکِه چي	$\log_4(16)$
$5^4 = 625$	خُکِه چي	$\log_5(625)$
$10^3 = 1000$	خُکِه چي	$\log_{10}(1000)$
$a^0 = 1$	خُکِه چي	$\log_a(1)$
$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$	خُکِه چي	$\log_{10}(0,1) = -1$
$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$	خُکِه چي	$\log_4(2) = \frac{1}{2}$
$4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$	خُکِه چي	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

### لوگارېټم د استعماليدونکو بنسټونو سره

د جبشميرې سره کيدی شي لوگارتمونه د 10 په بنسټ او د e په بنسټ (طبيعي لوگاريت ( وشميرل شي.

طبيعي د ديروالی تعاملونه زيات وخت د شميرپوهنيزو ترمونو له لارې شميرل کيږي يا څيرل کيږي، په کومو کې چې د عدد e توانونه خوندي دي. طبيعي لوگاريتم په

طبیعی پوهنو (علومو) او تخنیک کې کارول کېږي. له دې امله د دې لپاره ځانگړی لیکندود منځ ته راوړل شوی.

لوگارېټم په 10 بنسټ (لسیز لوگارېټم)	$\log_{10}(a) := \lg(a)$
لوگارېټم په بنسټ e (طبیعی لوگارېټم)	$\log_e(a) := \ln(a)$

ځانگړي حالتونه.

د لوگارېټم له تعریف  $x = \log_a(b) = a^x = b$  څخه ترلي لاس ته راځي

د لوگارتم لپاره د a په بنسټ د لسمیز لوگارتم لپاره د طبیعی لوگارتم لپاره	$1 = \log_a(a) \Leftrightarrow a^1 = a$ $1 = \lg \Leftrightarrow 10^1 = 10$ $1 = \ln \Leftrightarrow e^1 = e$	ځکه چې ځکه چې ځکه چې	$\log_a(a) = 1$ $\lg(10) = 1$ $\ln(e) = 1$
د لوگارتم لپاره د a په بنسټ د لسمیز لوگارتم لپاره د طبیعی لوگارتم لپاره	$0 = \log_a(1) \Leftrightarrow a^0 = 1$ $0 = \lg \Leftrightarrow 10^0 = 1$ $0 = \ln \Leftrightarrow e^0 = 1$	ځکه چې ځکه چې ځکه چې	$\log_a(1) = 0$ $\lg(1) = 0$ $\ln(1) = 0$

لوگارېټم په اکسپوننت کې

زیات وخت د ترم بڼه بدلون لپاره لاندې اړیکې گټورې دي:

$2 = a^{\log_a(2)}$	د اعدادو بېلگه:	$x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b \Leftrightarrow a^{\log_a(b)} = b$
$5 = 10^{\lg(5)}$	د اعدادو بېلگه:	$x = \lg(b) \Leftrightarrow 10^x = b \Leftrightarrow 10^{\lg(b)} = b$
$9 = e^{\ln(9)}$	د اعدادو بېلگه:	$x = \ln(b) \Leftrightarrow e^x = b \Leftrightarrow e^{\ln(b)} = b$

### 460 -1.9 لوگارېتم او د لوگارېم قوانین

$$2 = a^{-\log_a(2)}$$

$$5 = 10^{\lg(5)}$$

$$9 = e^{\ln(9)}$$

### د لوگارېتم قوانین

د یوه ضرب یا خُل لوگارېتم

د ضرب لوگارېتم د د یوگونو ضربیونو د لوگارېتمونو د جمعې سره برابر دی.

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

بېلگه:

$$\lg(500) = \lg(5 \cdot 100) = \lg(5) + \lg(100) = \lg(5) + 2$$

د یوه وېش لوگارېتم

د یوه وېش لوگارېتم برابر دی د مخرج (د وېشونې) د لوگارېتم کمول د صورت (د وېشونې) د لوگارېتم څخه.

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

بېلگه:

$$\log_7\left(\frac{343}{7}\right) = \log_7(343) - \log_7(7) = \log_7(7)^3 - \log_7(7)^1 = 3 - 1 = 2$$

د یوه توان لوگارېتم

د توان لوگارېتم برابر دی د بنسټ د لوگارېم سره ضرب یې اکسپوننت.

$$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$$

$$\log_3 (3)^5 = 5 \cdot \log_3 (3)^1 = 5 \cdot 1 = 5$$

بېلگه:

په پام کې ولرئ:

$$\log_a (\sqrt[c]{b}) = \log_a (b)^{\frac{1}{c}} = \frac{1}{c} \cdot \log_a b$$

د ریښې لپاره باور لري

بېلگه:

$$\ln (\sqrt[3]{e}) = \ln \left( e^{\frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{3} \ln (e) = \frac{1}{3}$$

### د لوگارېټمونو ترمنځ شمېر بدلون

دا چې په جېشمیري سره فقط لسمیز او طبیعي لوگارېټم شمېرل کېدی شي، دا کله د یوه حالت و بل ته اړینه ده چې لوگارېټم شمېر بدل (یعني د شمېرلو لپاره یې په بله بڼه واړولی شي) کړي.

$$\log_a (b) = \frac{\lg (b)}{\lg (a)} = \frac{\ln (b)}{\ln (a)}$$

$$\log_3 (5) = \frac{\lg (5)}{\lg (3)} \approx 1,4649735 \quad \text{oder} \quad \log_3 (5) = \frac{\ln (5)}{\ln (3)} \approx 1,4649735$$

بېلگه:

بڼونه:

$$\begin{aligned} x = \log_a (b) &\Leftrightarrow a^x = b \\ y = \log_c (b) &\Leftrightarrow c^y = b \end{aligned} \quad \left| \Leftrightarrow a^x = c^y \mid \log_c ( ) \right.$$

$$\Leftrightarrow \log_c (a^x) = \log_c (c^y) \Leftrightarrow x \cdot \log_c (a) = y \cdot \log_c (c) \Leftrightarrow x \cdot \log_c (a) = y$$



## 462 - 1.9 لوگاریتم او د لوگاریتم قوانین

د  $x$  او  $y$  لپاره لوگاریتمونه ځای په ځای کړی او د  $\log_a(b)$  پسي يې بڼه بدل کړی.

$$\log_a(b) \cdot \log_c(a) = \log_c(b) \mid : \log_c(a)$$

$$\Leftrightarrow \log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)} = \frac{\lg(b)}{\lg(c)} = \frac{\ln(b)}{\ln(c)}$$

د استعمال بیلگه:

د ماتونو یا کسرونو ترمونه د **10** په بنسټ لوگاریتم شي یا دې لوگاریتم ونيول شي.

$$\frac{a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{c}}{d \cdot \sqrt{e^3}}$$

$$\lg\left(\frac{a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{c}}{d \cdot \sqrt{e^3}}\right) = \lg\left(\frac{a^2 \cdot b \cdot c^{\frac{1}{3}}}{d \cdot e^{\frac{3}{2}}}\right) = 2 \cdot \lg(a) + \lg(b) + \frac{1}{3} \cdot \lg(c) - \lg(d) - \frac{3}{2} \cdot \lg(e)$$

د لوگاریتم ترمونه دې یوه لوگاریتم ترم ته سره رايوځای شي.

$$\ln x - \frac{1}{2} \ln y + \frac{4}{5} \ln z$$

$$\ln(x) - \frac{1}{2} \cdot \ln(y) + \frac{4}{5} \cdot \ln(z) = \ln\left(\frac{x \cdot z^{\frac{4}{5}}}{y^{\frac{1}{2}}}\right) = \ln\left(\frac{x \cdot \sqrt[5]{z^4}}{\sqrt{y}}\right)$$

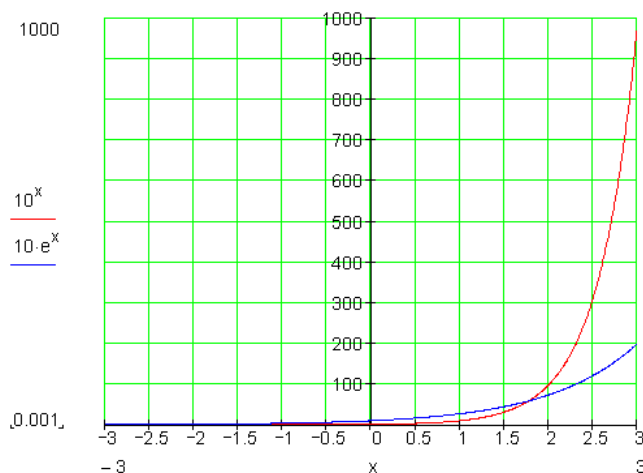
په اکسیوننت کې دلوگاریتمونو بڼه بدلون

$$2^x = e^{\ln(2^x)} = e^{\ln(2) \cdot x} \qquad 4^x = 10^{\lg(4^x)} = 10^{\lg(4) \cdot x}$$

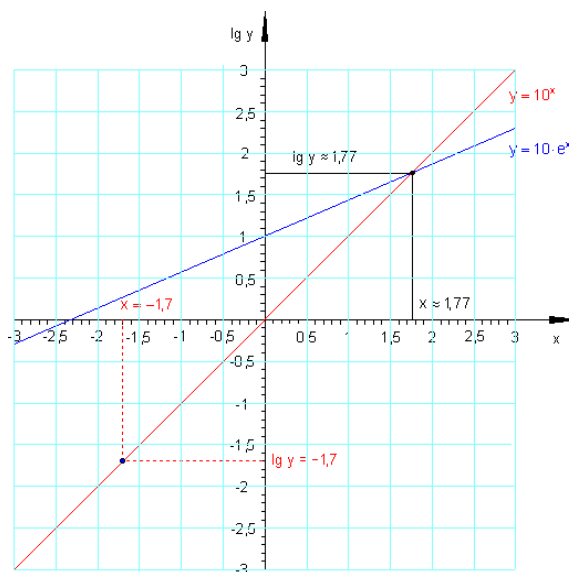
$$e^{\ln(10) \cdot x} = e^{\ln(10^x)} = 10^x \qquad 10^{\lg(e) \cdot x} = 10^{\lg(e^x)} = e^x$$

د لوگارېټم سکالاکونه يا گراف کېښه

بيلگه: د تابع  $f(x) = 10^x$  او  $g(x) = 10 \cdot e^x$  گرافونه دي په يوه کواورډينات-يا پروټ ولاړ سيستم کې انځور شي.



د دې انځورونې زيان په دې کې دی، چې د کوچنيو  $x$  ارزښتونه نه شي لوستل کېدی.



د یوه لوگارېتم د  $y$  محور باندې سکالا کونې یا ارزښت ټاکنې باندې ګراف په کرښه کېږي. په  $y$  محور باندې د تابع ارزښتونو لوگارېتمونه لیکل کېږي.

$$y = 10^x \Leftrightarrow \lg(y) = \lg(10^x) = x \cdot \lg(10) = x$$

له دې لاس ته راځي  $\lg(y) = x$  کرښه چې له سرچینې تیرېږي د جګوالي 1 سره

$$y = 10 \cdot e^x \Leftrightarrow \lg(y) = \lg(10 \cdot e^x) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) = 1 + x \cdot \lg(e)$$

له دې لاس ته راځي  $\lg(y) = \lg(e) \cdot x + 1$ . کرښه د جګوالي  $\lg(e)$  سره.

ریښتوني ارزښتونه باید وشمیرل شي.

په  $y$  محور ارزښت -1,7 دا معنا لري چې  $\lg(y) = -1,7 \Rightarrow y = 10^{-1,7} \approx 0,02$

د تابع  $f(x) = 10^x$  د ګراف غوڅتګی د تابع  $g(x) = 10 \cdot e^x$  سره د  $y$  محور لوگارېتمیکي سکالا کولو د دوه کرښو غوڅتګو باندې بیرته اړول کېږي.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 10^x = 10 \cdot e^x \quad (\text{اکسپوننشل مساوات})$$

د لوگارېتم له لارې حل:

$$\Rightarrow \lg(10^x) = \lg(10 \cdot e^x) \Leftrightarrow x \cdot \lg(10) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) \Leftrightarrow x \cdot 1 = 1 + x \cdot \lg(e)$$

$$\Leftrightarrow x - x \cdot \lg(e) = 1 \Leftrightarrow x(1 - \lg(e)) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{1 - \lg(e)} \approx 1,77$$

$$\lg(y) = \lg(10^x) = x \cdot \lg(10) = x \approx 1,77$$

$$\lg(y) = \lg(10 \cdot e^x) = \lg(10) + x \cdot \lg(e) = 1 + x \cdot 0,434 \approx 1,77$$

$$f(x) \approx 10^{1,77} \approx 58,88 \Rightarrow S(1,77 | 58,88)$$

د دواړو گرافونو غوڅتکي

کنترول:

$$g(x) \approx 10 \cdot e^{1,77} \approx 58,70$$

(د راگردونې له لارې د اصل څخه سره په څنګینه)

بیلګه:

د یوه طبیوا له مخې یو د باکتریا نسل د یوه تابع  $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$  وروسته مري.

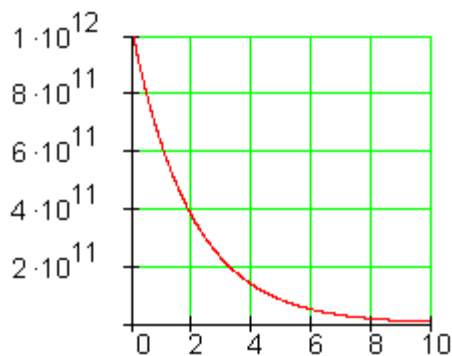
دلته په معنا دي:  $N(t)$  د باکتریاګانو تعداد د وخت  $t$  وروسته.

$N_0$  د باکتریاګانو تعداد له وخت  $t=0$  وروسته.

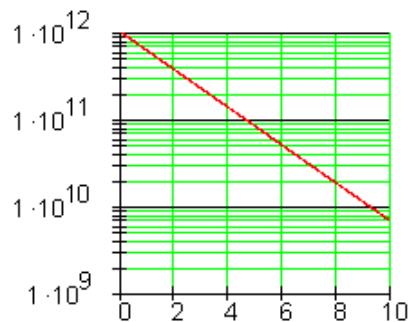
$\lambda$  د کمیدو ثابت

هغه وخت، چې وروسته له هغه نیمې باکتریاګانې مری شوي دي، نیموخت ارزښت  $\tau$  بلل کیږي.

دا تئلار گرافیکي لکه چې لرو په لاندې ډول انځورېږي



لوگارېټمیکي د سکالا برخه



کرښیزه د سکالا برخه

د بڼه کیدنې ثابتې  $\lambda$  او د نیموخت ارزښت  $\tau$  تر منځ اړیکې انځور کړئ.  
نیموخت ارزښت:

$$N(\tau) = \frac{1}{2} \cdot N_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$e^{-\lambda \cdot \tau} = \frac{1}{2} \quad \text{لوگارېتمول}$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-\lambda \cdot \tau}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{بڼه بدلون:}$$

$$\Leftrightarrow -\lambda \cdot \tau \cdot \underbrace{\ln e}_1 = \ln(1) - \ln(2) \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \lambda \cdot \tau = \ln(2) - \ln(1) \quad | : \tau$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(2) - \ln(1)}{\tau}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{\tau}$$

$$\underline{\underline{V(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{\tau} t}}}$$

له دې سره سرې هم لیکلی شي:

یادونه: نیم ارزښت وخت هغه وخت دي، په کوم کې چې اکسپوننشل د وخت سره د کمیدنې ارزښت نیموي

د لوگاریتم خورا غوره قوانین

ټولګه:

$$\log_e(b) = \ln(b) \quad \log_{10}(b) = \lg(b) \quad x = \log_a(b) \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\lg(10) = 1 \quad \lg(1) = 0 \quad \log_a(a) = 1 \quad \log_a(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1 \quad \ln(1) = 0$$

$$b = a^{\log_a(b)} = 10^{\lg(b)} = e^{\ln(b)} \quad b^x = a^{\log_a(b) \cdot x} = 10^{\lg(b) \cdot x} = e^{\ln(b) \cdot x}$$

$$\lg(b \cdot c) = \lg(b) + \lg(c) \quad \log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$$

$$\lg\left(\frac{b}{c}\right) = \lg(b) - \lg(c) \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

$$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$$

$$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b) \quad \lg(b^c) = c \cdot \lg(b) \quad \log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$$

د لوگاریتم پوښتنې

**لوگاریتمونه** |

لومړۍ: جدول پک کړئ

468 1.9 - لوگاريتم او د لوگاريم قوانين

$10^x$	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x						

دويم: په توانبنه يې وليکئ.

الف -  $\log_2(7) = x$  ب -  $\log_3(x) = y$  پ -  $\log_a(y) = x$  ت -  $\log_e(b) = 1 - x$

دريم: د لوگاريتم تعريف وروسته يې وټاکئ

الف -  $\log_2(16)$  ب -  $\log_5(0,2)$  پ -  $\log_5(5)$  ت -  $\log_a(\sqrt{a})$

ب -  $\log_2(2^{15})$  ث -  $\log_2(4^{-2})$  ج -  $\lg(\sqrt[3]{10})$  چ -  $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$

ح -  $\log_2(0,125)$  خ -  $\log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right)$  ځ -  $\log_{32}(2)$  ځ -  $\log_{\sqrt{5}}(125)$

څلورم: د متحولو يا اووښتونو ارزښتونه ورکړئ.

الف -  $\log_a(5) = 1$  ب -  $\log_4(y) = -2$  پ -  $\log_3(1) = x$  ت -  $\log_3(\sqrt{b}) = 1,5$

پنځم: وټاکئ  $\log_a(81)$  که باور ولري:  $\log_a(3) = 0,25$

د لوگاريتم پوښتنې

د لوگاريتم | نتيجه

نتیجې

لومړی:

$10^x$	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x	0	2	-1	0,5	-0,5	$\emptyset$

$2^x$	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

دویم: الف -  $2^x = 7$  - ب -  $3^y = x$  - پ -  $a^x = y$  - ت -  $e^{1-x} = b$

دریم: الف - 4 - ب - 1 - پ - 1 - ت - 0,5

ټ - 1,5 - ث - 4 - ج -  $\frac{1}{3}$  - چ - 1,5

ح - 3 - خ - 3 - 0,2 - ځ - 6

څلورم: الف -  $a = 5$  - ب -  $y = \frac{1}{16}$  - پ -  $x = 0$  - ت -  $b = 27$

پنځم:

$$\log_a(3) = 0,25 \Leftrightarrow a^{0,25} = 3; \text{ mit } 81 = 3^4 \text{ folgt } (a^{0,25})^4 = 3^4 \Rightarrow a = 81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_{81}(81) = 1$$



## مفصل حلونه:

لومړۍ: په لاندې کې  $denn$  څکه چې او  $keine Lösung$  حل نه شته.

$$10^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ denn } 10^0 = 1$$

$$10^x = 100 \Rightarrow x = 2 \text{ denn } 10^2 = 100$$

$$10^x = 0,1 \Rightarrow x = -1 \text{ denn } 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$10^x = \sqrt{10} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ denn } 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

$$10^x = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ denn } 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$10^x = -1 \Rightarrow x = \emptyset \text{ keine Lösung}$$

$$2^x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ denn } 2^0 = 1$$

$$2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ denn } 2^1 = 2$$

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \text{ denn } 2^3 = 8$$

$$2^x = 1024 \Rightarrow x = 10 \text{ denn } 2^{10} = 1024$$

$$2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1 \text{ denn } 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^x = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ denn } 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$2^x = \sqrt[3]{4} \cdot 2 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ denn } 2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot 2$$

$$\sqrt[3]{4} \cdot 2 = \sqrt[3]{2 \cdot 2} \cdot 2 = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2 = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^1 = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1} = 2^{\frac{5}{3}}$$

$10^x$	1	100	0,1	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	-1
x	0	2	-1	0,5	-0,5	$\emptyset$

$2^x$	1	2	8	1024	0,5	$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{4} \cdot 2$
x	0	1	3	10	-1	0,5	$\frac{5}{3}$

دویم:

الف -  $\log_2(7) = x \Leftrightarrow 2^x = 7$  - ب  $\log_3(x) = y \Leftrightarrow 3^y = x$

پ -  $\log_a(y) = x \Leftrightarrow a^x = y$  - ت  $\log_e(b) = 1-x \Leftrightarrow e^{1-x} = b$

درېم:

$$\log_5(0,2) = x \Leftrightarrow 5^x = 0,2$$

$$5^x = 0,2 = \frac{1}{5} = 5^{-1} \Leftrightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \log_5(0,2) = -1$$

$$\log_2(16) = x \Leftrightarrow 2^x = 16$$

$$2^x = 16 = 2^4 \Leftrightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow \log_2(16) = 4$$

الف - ب

$$\log_a(\sqrt{a}) = x \Leftrightarrow a^x = \sqrt{a}$$

$$a^x = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_a(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}$$

$$\log_5(5) = x \Leftrightarrow 5^x = 5$$

$$5^x = 5 = 5^1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \log_5(5) = 1 \quad \text{ب - ت -}$$

$$\log_2(4^{-2}) = x \Leftrightarrow 2^x = 4^{-2}$$

$$2^x = 4^{-2} = (2 \cdot 2)^{-2} = 2^{-2} \cdot 2^{-2} = 2^{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow \log_2(4^{-2}) = -4$$

$$\log_2(2^{15}) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{15}$$

$$2^x = 2^{15} = 2^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \log_2(2^{15}) = \frac{3}{2} \quad \text{ب - ث -}$$

$$\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = x \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$2^x = \frac{1}{\sqrt{8}} = 8^{-\frac{1}{2}} = (2^3)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \log_2\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{3}{2} \quad \text{ج - ث -}$$

$$\lg(\sqrt[3]{10}) = x \Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10}$$

$$\Leftrightarrow 10^x = \sqrt[3]{10} = 10^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \lg(\sqrt[3]{10}) = \frac{1}{3} \quad \text{ج - ث -}$$

$$\log_{0.5}\left(\frac{1}{8}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \log_{0.5}\left(\frac{1}{8}\right) = 3 \quad \text{خ - ث -}$$

$$\log_2(0,125) = x \Leftrightarrow 2^x = 0,125$$

$$2^x = 0,125 = \frac{1}{8} = 8^{-1} = (2^3)^{-1} = 2^{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \log_2(0,125) = -3 \quad \text{ح - ث -}$$

$$\log_{\sqrt{5}}(125) = x \Leftrightarrow (\sqrt{5})^x = 125$$

$$\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = 125 = 5^3 \Leftrightarrow (5^x)^{\frac{1}{2}} = 5^3 \mid^2$$

$$\Leftrightarrow 5^x = 5^6 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}(125) = 6 \quad \text{خ -}$$

$$\log_{32}(2) = x \Leftrightarrow 32^x = 2$$

$$32^x = 2 \Leftrightarrow (2^5)^x = 2$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^5 = 2 \mid \sqrt[5]{\phantom{x}} \Leftrightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{5}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \Rightarrow \log_{32}(2) = \frac{1}{5} \quad \text{خ -}$$

څلورم:

$$\log_4(y) = -2 \Leftrightarrow 4^{-2} = y$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

$$\log_a(5) = 1 \Leftrightarrow a^1 = 5$$

$$\Leftrightarrow a = 5 \quad \text{الف -}$$

$$\log_3(\sqrt{b}) = 1,5 \Leftrightarrow 3^{1,5} = \sqrt{b}$$

$$3^{1,5} = \sqrt{b} \mid^2 \Leftrightarrow (3^{1,5})^2 = b$$

$$\Leftrightarrow 3^3 = b \Leftrightarrow b = 27$$

$$\log_3(1) = x \Leftrightarrow 3^x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{پ -}$$

پنجم:

$$\log_a(81) = x \text{ es gilt: } \log_a(3) = 0,25 \Leftrightarrow a^{0,25} = 3$$

$$a^{0,25} = 3 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{4}} = 3 \mid^4 \Leftrightarrow \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 3^4 \Leftrightarrow a = 81$$

$$\log_{81}(81) = x \Leftrightarrow 81^x = 81 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_{81}(81) = 1$$

د لوگارېتم پوښتنې

## لوگاریتم II

لومړی: لاندې لوگاریتمونه وټاکئ.

الف -  $\ln 8$  - ب -  $\ln(2+e)$  - پ -  $3 \ln e^{-2}$

ت -  $[\ln(1-e^{-1})]^2$  - ب -  $\ln 2 - \ln \sqrt{e}$  - ث -  $\ln 2 \cdot (\ln e^3 - 2)$

ج -  $\frac{\ln 2}{3} - 1$  - ج -  $\frac{\ln \sqrt{3}}{\ln \sqrt{2}}$  - ح -  $\ln \frac{2}{e} - 1$

دویم: د کوم حقیقي عدد لپاره لوگاریتم تعریف دی؟

الف -  $\ln(-x)$  - ب -  $\ln(x-2)$  - پ -  $\ln(\ln x)$

دریم: پرېکړه وکړئ، چې ایا ترم یو زیاتیز یا مثبت، منفي یا کمیز ارزښت نیسي که یا ارزښت صفر نیسي.

الف -  $\ln \frac{2}{3}$  - ب -  $\ln 1,085$  - پ -  $\ln \frac{4}{\sqrt{18}}$

ت -  $\ln(\ln e)$  - ب -  $\ln \frac{2^6}{32}$  - ث -  $\ln(x^2 + 2)$   
für  $x \in \mathbb{R}$

څلورم: ساده یې کړئ. الف -  $(u - e^{\ln 2u})^2$  - ب -  $\ln \sqrt{e^{2u}}$  - پ -  $e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln 2}$

توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین و بنسټ  $e$  ته یا د  $e$  په بنسټ

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

د لوگاریتم پوښتنې

## لوگاریتم ||

نتیجې:

لومړۍ:

الف - 2,07944 ب - 1,55144 پ - 6 -  
ت - 0,21038 ټ - 0,193 ټ - 0,693  
ج - -0,768950 چ - 1,58496 ح - -1,30685  
دویم:

په لاندې کې Für : د ... لپاره او wegen له امله

الف -  $\ln(-x)$  für  $x < 0$  ب -  $\ln(x-2)$  für  $x > 2$  پ -  $\ln(\ln x)$  für  $x > 1$

دریم:

$\ln x > 0$  für  $x > 1$

$\ln x < 0$  für  $0 < x < 1$

الف - 0,4054 - ب - 0,08158 - پ - 0,05889

$$\ln(x^2 + 2) > 0 \text{ für } x \in \mathbb{R}$$

ت - 0 - ب - 0,69314 - ث - wegen  $x^2 + 2 > 1$

څلورم:

$$\text{الف - } (u - e^{\ln 2u})^2 = u^2 \text{ - ب - } \ln \sqrt{e^{2u}} = u \text{ - پ - } e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln 2} = -2u$$

مفصل حلونه:

د توان او لوگاریتم قوانین:

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین د e په بنسټ:

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$

$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

د شمیرني لپاره د تکزاس د Ti- 30 eco RS of Texas جېشمیری اله کارول کيږي. د استعمال تر مخه د توان او لوگاریتم ترمونه ساده کيږي.

لومړی:

$$\ln(2+e) \approx 1,551$$

$$\ln(8) \approx 2,079$$

الف -  $(\ln 8)$  ب -  $(2 + 1 \cdot 2^{\text{nd}} e^x)$

$$[\ln(1-e^{-1})]^2 \approx 0,210$$

$$3 \ln(e^{-2}) = -2 \cdot 3 \ln(e) \\ = -6 \cdot 1$$

پ -  $(-6)$  ت -  $(\ln x^2)$   $(1 - 1 \pm 2^{\text{nd}} e^x)$

$$\ln(2) - \ln(\sqrt{e}) = \ln(2) - \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$= \ln(2) - \frac{1}{2} \ln(e)$$

$$= \ln(2) - \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$\approx 0,193 \quad \text{ب -}$$

$$\ln(2) \cdot (\ln(e^3) - 2) = \ln(2) \cdot (3 \cdot \ln(e) - 2)$$

$$= \ln(2) \cdot (3 \cdot 1 - 2)$$

$$= \ln(2) \cdot (1)$$

$$= \ln(2)$$

$$\approx 0,193 \quad \text{ث -}$$

$$\frac{\ln(\sqrt{3})}{\ln(\sqrt{2})} = \frac{\ln\left(3^{\frac{1}{2}}\right)}{\ln\left(2^{\frac{1}{2}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\ln(3)}{\frac{1}{2}\ln(2)}$$

$$= \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \quad \frac{\ln(2)}{3} - 1 \approx -0,769$$

$$\approx 1,585 \quad \text{ج} \quad \boxed{2 \ln : 3 - 1 =}$$

$$\ln\left(\frac{e}{2}\right) - 1 = \ln(e) - \ln(2) - 1 \quad \ln\left(\frac{2}{e}\right) - 1 = \ln(2) - \ln(e) - 1$$

$$= 1 - \ln(2) - 1$$

$$= \ln(2) - 1 - 1$$

$$= -\ln(2)$$

$$= \ln(2) - 2$$

$$\approx -0,693$$

خ -

$$\approx 1,307$$

ح -

دویم:

الف -  $\ln(-x)$  لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیونې متحولې لپاره تعریف دی.

$$x > 0 \Leftrightarrow x > 0 \mid +2 \quad \text{له دې لرو } \ln(-x) \text{ د } x < 0 \text{ لپاره تعریف دی.}$$

ب -  $\ln(x-2)$  لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیونې متحولې لپاره تعریف دی.

$$x > 2 \Leftrightarrow x > 2 \mid +2 \text{ د } x - 2 > 0 \text{ لپاره تعریف دی.}$$

پ -  $\ln(\ln(x))$  لوگاریتم ځانله د زیاتیزو ارگومنټونو یا لوگاریتم نیونې متحولې لپاره تعریف دی.



$\ln(x) > 0$  که  $x > 1$  وي، نو لاس ته راځي  $\ln(\ln(x))$  د  $x > 1$  لپاره تعریف دی

دریم

$$\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0 \text{ da } \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2}{3}\right) \approx -0,405 \quad \text{الف -}$$

$$\ln(1,0085) > 0 \text{ da } 1,0085 > 1 \Rightarrow \ln(1,0085) \approx 0,082 \quad \text{ب -}$$

$$\ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) < 0 \text{ da } \frac{4}{\sqrt{18}} \approx 0,942 < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) \approx -0,059 \quad \text{پ -}$$

ت -  $\ln(\ln(e)) = 0$  ځکه چې  $\ln(e) = 1$  او  $\ln(1) = 0$  دي

$$\ln\left(\frac{2^6}{32}\right) > 0 \quad \text{ب - دا چې}$$

$$\frac{2^6}{32} = \frac{2^6}{2^5} = 2 > 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2^6}{32}\right) = \ln(2) \approx 0,693$$

ث -  $\ln(x^2+2) > 0$  د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره دا چې  $x^2+2 > 1$  دی.

څلورم:

$$\left(u - e^{\ln(2u)}\right)^2 = (u - 2u)^2 = (-u)^2 = u^2 \quad \text{الف -}$$

$$\ln\left(\sqrt{e^{2u}}\right) = \ln\left(e^{\frac{2u}{2}}\right) = u \cdot \ln(e) = u \quad \text{ب -}$$

$$e^{\ln(2u)} - 2u \cdot e^{\ln(2)} = 2u - 2u \cdot 2 = 2u - 4u = -2u \quad \text{پ -}$$

د لوگاریتم پوښتنې

### لوگاریتمونه III

لومړی: لوگاریتمونه وټاکئ

الف -  $\log_3 (9) + \log_3 \left( \frac{1}{243} \right)$  - ب -  $\log_9 (3^4)$  - پ -  $\log_5 (\sqrt{125})$

ت -  $\log_a \left( \frac{1}{a^2} \right)$  - ټ -  $\log_8 (2)$  - ټ -  $\log_a (\sqrt{a^k})$

ج -  $\ln(e^{-3}) + \ln \left( \frac{1}{\sqrt{e}} \right)$  - ځ -  $\log_5 (0,04)$  - ح -  $\log_2 (\sqrt{8})$

دویم: لوگاریتمونه وټاکئ

الف -  $\log_3 (x) = 3$  - ب -  $\log_x (3) = -2$  - پ -  $\log_2 (5) = x$

ت -  $\log_4 (x-1) = -1,5$  - ټ -  $\log_x (3) = 0$  - ټ -  $\lg(x) = -\frac{1}{2}$

ج -  $\ln(x) = -1$  - ځ -  $\lg(2x) = 0,5$  - ح -  $\log_x(4) = \frac{1}{3}$

خ -  $\log_4(x) + \log_4(2) = \log_4(12)$  - ځ -  $\log_3(x) - \log_3(5) = 3$

خ -  $\log_5(12) = x$

دریم: بڼه بدل کړئ

الف -  $\log(xy)$  - ب -  $\log\left(\frac{1}{ab}\right)$  - پ -  $\log(3x-3) - \log(x-1)$

ت -  $\log(\sqrt{2xy})$  - ټ -  $\ln(u) + 2\ln(v)$  - ټ -  $-\lg\left(\frac{1}{u}\right)$

$$\text{ج} - \lg(x) - \lg(y) + \frac{1}{2}\lg(z) \quad \text{چ} - \ln\left(\frac{e}{2}\right) - 3\ln(e^2) \quad \text{ح} - \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

$$\text{خ} - \log(x^3) - \log(x) \quad \text{خ} - \lg(uv) + \lg\left(\frac{1}{v^2}\right) \quad \text{خ} - \log(\sqrt{x}) + 1,5\log(x)$$

څلورم: ساده کړئ

$$\text{الف} - \ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) \quad \text{ب} - \ln\left(\frac{4}{3}u\right) - \ln\left(\frac{4}{u}\right); u > 0$$

$$\text{پ} - \ln(1-x^2) - \ln(1+x) \quad \text{ت} - \ln(x) - \ln(4) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right)$$

$$\text{ت} - \ln\left(\frac{1}{a^2}\right) - \ln(2a) - \ln\left(\frac{1}{a}\right) \quad \text{ث} - \ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right) - \ln(x+1)$$

پنځم: پرېکړه وکړئ، چې ایا لاندې افادې یا وینني رښتیا (W) یا نارښتیا (F) دي.

$$\text{الف} - \log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \quad \text{ب} - \log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)} \quad \text{پ} - \log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)}$$

ښپږم: پرېکړه وکړئ، چې د  $\log_a(b)$  او  $\log_b(a)$  ترمنځ کومې اړیکې شتون لري.

الف- برابر ب- یو بل ته کمیز یا منفي پ- یو بل ته معکوس

اوم:  $\ln(x) = 0,25$  ورکړئ. له دې سره  $\ln(\sqrt{x})$ ;  $\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ ;  $\ln(x^2)$ ;  $\ln^2(x)$  وټاکئ.  
 اتم: جېشمیری راکوي  $\lg(4)$ : بې له نور استعمال جېشمیری وکاروي  $\lg(4000)$  او  $\lg(0,25)$  وټاکئ. دلته کوم قانونونه کارول کيږي.

---

$e^{2\ln(u)}$	$e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)}$	$\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(u)}{2}}$	$e^{-\frac{\ln(u)}{3}}$	$2e^{\ln(u^2)}$	$e^{\ln(u)-1}$	$e^{\ln(u-1)}$
---------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------	-----------------	----------------	----------------

نهم:

لسم: وښايئ: الف  $e^{\ln(u)+1} = u \cdot e$  - ب  $\frac{2}{3}e^{-\ln(0,75u)} = \frac{8}{9u}$

د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین و بنسټ  $e$  ته  $\ln(b) = c \Leftrightarrow e^c = b$ 

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$

$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

## د لوگاریتم III نتیجې

## نتیجې

لومړی:

$$\log_5(\sqrt{125}) = \frac{3}{2} \quad \text{پ} \quad \log_9(3^4) = 2 \quad \text{ب} \quad \log_3(9) + \log_3\left(\frac{1}{243}\right) = -3 \quad \text{الف}$$

$$\log_a(\sqrt{a^k}) = \frac{k}{2} \quad \text{ث} \quad \log_8(2) = \frac{1}{3} \quad \text{ت} \quad \log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2 \quad \text{د}$$

$$\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2} \quad \text{ح} \quad \log_5(0,04) = -2 \quad \text{ج} \quad \ln(e^{-3}) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -3,5 \quad \text{ج}$$

$$\log_x(3) = -2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad \log_3(x) = 3$$

دویم: الف -  $\Rightarrow x = 27$  ب -

$$\log_x(3) = 0 \quad \log_4(x-1) = -1,5 \quad \log_2(5) = x$$

$$\Rightarrow x = \{ \} \quad \text{ب} \quad \Rightarrow x = \frac{9}{8} \quad \text{ت} \quad \Rightarrow x = \frac{\ln(5)}{\ln(2)} \approx 2,322 \quad \text{پ}$$

$$\lg(2x) = 0,5 \quad \ln(x) = -1 \quad \lg(x) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\sqrt{10} \approx 1,581 \quad \text{ج} \quad \Rightarrow x = \frac{1}{e} \quad \text{ج} \quad \Rightarrow x = \frac{1}{10}\sqrt{10} \quad \text{ث}$$

$$\log_4(x) + \log_4(2) = \log_4(12) \quad \log_x(4) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = 6 \quad \text{ح} \quad \Rightarrow x = 64 \quad \text{خ}$$

$$\log_5(12) = x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln(12)}{\ln(5)} \approx 1,544 \quad \log_3(x) - \log_3(5) = 3$$

$$\text{خ} \quad \Rightarrow x = 135 \quad \text{خ}$$

دریم

$$\text{الف - } \log(x) + \log(y) \text{ - ب - } \log(a) - \log(b) \text{ - پ - } \log(3)$$

$$\text{ت - } \frac{1}{2} [\log(2) + \log(x) + \log(y)] \text{ - ب - } \ln(uv^2) \text{ - ث - } \lg(u)$$

$$\text{ج - } \lg\left(\frac{x\sqrt{z}}{y}\right) \text{ - ج - } 3\ln(2) - 1 \text{ - ح - } \ln(1-x) - \ln(1+x)$$

$$\text{خ - } 2\log(x) \text{ - خ - } \lg(u) - \lg(v) \text{ - ح - } 2\log(x)$$

څلورم:

$$\text{الف - } 3 \text{ - ب - } 2\ln(u) - \ln(3) \text{ - پ - } \ln(1-x)$$

$$\text{ت - } \ln(y) \text{ - ب - } -2\ln(a) - \ln(2) \text{ - ث - } -\ln(2+x)$$

پنځم:

$$\text{الف - } \log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \text{ (W) - ب - } \log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)} \text{ (F) - پ - } \log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)} \text{ (W)}$$

شپږم:  $\log_a(b)$  او  $\log_b(a)$  یو بل سره معکوس دي.

$$\left( \log_5(25) = 2; \log_{25}(5) = \frac{1}{2} \right) \text{ (د بیلګې په توګه)}$$

اوم:

$$\ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \ln(x) = \frac{1}{8}$$

$$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x) = -\frac{1}{4}$$

$$\ln(x^2) = 2\ln(x) = \frac{1}{2}$$

$$\ln^2(x) = (\ln x)^2 = \frac{1}{16}$$

$\lg(4000) = \lg(4 \cdot 1000) = \lg(4) + 3$ $\lg(0,25) = \lg(1) - \lg(4) = -\lg(4)$	د لوگاریتم لومړی قانون د لوگاریتم دویم قانون
--	---

$e^{2\ln(u)}$	$e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)}$	$\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(u)}{2}}$	$e^{-\frac{\ln(u)}{3}}$	$2e^{\ln(u^2)}$	$e^{\ln(u)-1}$	$e^{\ln(t-1)}$
$u^2$	$\frac{u}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{u}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{u}}$	$2u^2$	$u \cdot e^{-1}$	$u - 1$

نهم:

لسم:

$$\frac{2}{3}e^{-\ln(0,75u)} = \frac{2}{3 \cdot e^{\ln\left(\frac{3}{4}u\right)}} = \frac{2}{3 \cdot \frac{3}{4}u} = \frac{8}{9u}$$

الف -  $e^{\ln(u)+1} = e^{\ln(u)} \cdot e = u \cdot e$  - ب

د توان او لوگاریتم قوانین

د توان قوانین د توان قوانین

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

د لوگاریتم قوانین و بنسټ  $e$  ته  $\ln(b) = c \Leftrightarrow e^c = b$ 

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

## مصل حلونه

لومړی:

$$\begin{aligned} \log_9(3^4) &= \log_9(3^2 \cdot 3^2) & \log_3(9) + \log_3\left(\frac{1}{243}\right) \\ &= \log_9(9^2) &= \log_3(3^2) + \log_3(1) - \log_3(143) \\ &= 2 \cdot \log_9(9) &= 2 \cdot \log_3(3) + 0 - \log_3(3^5) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 &= 2 - 5 \cdot \log_3(3) = 2 - 5 = -3 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{الف -} \\ \text{ب -} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) &= \log_a(a^{-2}) & \log_5(\sqrt{125}) &= \log_5\left(5^{\frac{3}{2}}\right) \\ &= -2 \cdot \log_a(a) & &= \frac{3}{2} \cdot \log_5(5) = \frac{3}{2} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{پ -} \\ \text{ت -} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \log_a(\sqrt{a^k}) &= \log_a\left(a^{\frac{k}{2}}\right) & \log_8(2) &= \log_8\left(8^{\frac{1}{3}}\right) \\ &= \frac{k}{2} \cdot \log_a(a) = \frac{k}{2} & &= \frac{1}{3} \cdot \log_8(8) = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{ب -} \\ \text{ث -} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \log_5(0,04) &= \log_5\left(\frac{4}{100}\right) & \ln(e^{-3}) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) \\ &= \log_5\left(\frac{4}{4 \cdot 25}\right) & &= -3 \cdot \ln(e) + \ln(1) - \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right) \\ &= \log_5\left(\frac{1}{5^2}\right) & &= -3 \cdot 1 + 0 - \frac{1}{2} \cdot \ln(e) \\ &= \log_5(1) - \log_5(5^2) & &= -3 - \frac{1}{2} = -3,5 \\ &= 0 - 2 \cdot \log_5(5) = -2 & \text{ج -} \end{aligned}$$



$$\log_2(\sqrt{8}) = \log_2(\sqrt{2^3}) = \log_2\left(2^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2} \cdot \log_2(2) = \frac{3}{2}$$

-ح  
نویم:

$$\log_x(3) = -2 \Leftrightarrow x^{-2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = 3 \mid \cdot x^2 \Leftrightarrow 1 = 3x^2 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = x^2 \mid \sqrt{\quad} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{3}} = |x|$$

$$|x| = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ da } x > 0 \text{ (Definition)}$$

$$\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_3(x) = 3$$

$$\Leftrightarrow 3^3 = x$$

$$\Leftrightarrow x = 27$$

الف

$$\log_4(x-1) = -1,5 \Leftrightarrow 4^{-\frac{3}{2}} = x-1$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \frac{1}{4^{\frac{3}{2}}} \mid +1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{(2^2)^{\frac{3}{2}}} + 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{(2^3)} + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8} + \frac{8}{8} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$\log_2(5) = x \Leftrightarrow 2^x = 5 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(2^x) = \ln(5)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln(2) = \ln(5) \mid : \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(5)}{\ln(2)} \approx 2,322$$

ت -

پ -

$$\log_x(3) = 0 \Leftrightarrow x^0 = 3$$

خکه چی تضاد،

$$x^0 = 1 \Rightarrow x = \{ \}$$

$$\lg(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 10^{-\frac{1}{2}} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10} \sqrt{10}$$

ث -

$$\lg(2x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 10^{\frac{1}{2}} = 2x \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \approx 1,581$$

$$\log_4(x) + \log_4(2) = \log_4(12)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(2x) = \log_4(12)$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12 \mid : 2 \Leftrightarrow x = 6$$

$$\log_5(12) = x \Leftrightarrow 5^x = 12 \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(5^x) = \ln(12)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln(5) = \ln(12) \mid : \ln(5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(12)}{\ln(5)} \approx 1,544$$

$$\ln(x) = -1 \Leftrightarrow e^{-1} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \approx 0,368$$

$$\log_x(4) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}} = 4 \mid ^3$$

$$\Leftrightarrow x = 4^3 \Leftrightarrow x = 64$$

$$\log_3(x) - \log_3(5) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x}{5}\right) = 3 \Leftrightarrow 3^3 = \frac{x}{5} \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot 3^3 = x \Leftrightarrow x = 135$$

دریم:

$$\log\left(\frac{1}{ab}\right) = \log(1) - \log(ab)$$

$$= -[\log(a) + \log(b)]$$

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y) \quad \text{الف - ب}$$

$$\log(\sqrt{2xy}) = \log\left[(2xy)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= \frac{1}{2}[\log(2) + \log(x) + \log(y)]$$

$$\log(3x-3) - \log(x-1)$$

$$= \log\left(\frac{3x-3}{x-1}\right) = \log\left[\frac{3(x-1)}{x-1}\right]$$

$$= \log(3)$$

پ -

$$-\lg\left(\frac{1}{u}\right) = -[\lg(1) - \lg(u)]$$

$$= -[0 - \lg(u)] = \lg(u)$$

$$\ln(u) + 2\ln(v) = \ln(u) + \ln(v^2)$$

$$= \ln(uv^2)$$

ت -

$$\begin{aligned} & \lg(x) - \lg(y) + \frac{1}{2}\lg(z) \\ &= \lg\left(\frac{x}{y}\right) + \lg\left(z^{\frac{1}{2}}\right) = \lg\left(\frac{x\sqrt{z}}{y}\right) \end{aligned} \quad \text{- ج}$$

$$\begin{aligned} \ln(e^2) - 3\ln\left(\frac{e}{2}\right) &= 2\ln(e) - 3[\ln(e) - \ln(2)] \\ &= 2 \cdot 1 - 3[1 - \ln(2)] = 2 - 3 + 3\ln(2) \\ &= 3\ln(2) - 1 \end{aligned} \quad \text{- ج}$$

$$\begin{aligned} \log(x^3) - \log(x) &= \log\left(\frac{x^3}{x}\right) \quad \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \\ &= \log(x^2) = 2\log(x) \quad \text{- ج} \end{aligned} \quad \text{- خ}$$

$$\begin{aligned} \lg(uv) + \lg\left(\frac{1}{v^2}\right) &= \lg\left(uv \cdot \frac{1}{v^2}\right) \\ &= \lg\left(\frac{u}{v}\right) = \lg(u) - \lg(v) \end{aligned} \quad \text{- خ}$$

$$\begin{aligned} \log(\sqrt{x}) + 1,5\log(x) &= \log\left(x^{\frac{1}{2}}\right) + \frac{3}{2}\log(x) \\ &= \frac{1}{2}\log(x) + \frac{3}{2}\log(x) = 2\log(x) \end{aligned}$$

څلورم:

$$\ln\left(\frac{4}{3}u\right) - \ln\left(\frac{4}{u}\right); u > 0$$

$$= \ln\left(\frac{4u}{3}\right) = \ln\left(\frac{4u \cdot u}{3 \cdot 4}\right) = \ln\left(\frac{u^2}{3}\right)$$

$$= \ln(u^2) - \ln(3) = 2\ln(u) - \ln(3)$$

$$\ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right)$$

$$= \ln(2) + \ln(e^2) + \ln(e) - \ln(2)$$

$$= 2\ln(e) + \ln(e)$$

$$= 2 + 1 = 3$$

الف -

$$\ln(1-x^2) - \ln(1+x)$$

$$= \ln\left(\frac{1-x^2}{1+x}\right) = \ln\left[\frac{(1-x)(1+x)}{1+x}\right]$$

$$= \ln(1-x)$$

ب -

$$\ln(x) - \ln(4) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{x}{4}\right) + \ln\left(\frac{4y}{x}\right) = \ln\left(\frac{x}{4} \cdot \frac{4y}{x}\right) = \ln(y)$$

ت -

$$\ln\left(\frac{1+x}{2+x}\right) - \ln(x+1)$$

$$= \ln\left(\frac{1+x}{2+x} \cdot \frac{1}{x+1}\right) = \ln\left(\frac{1}{2+x}\right)$$

$$= \ln(1) - \ln(2+x)$$

$$= \ln(2+x)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a^2}\right) - \ln(2a) - \ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{2a} \cdot a\right) = \ln\left(\frac{1}{2a^2}\right)$$

$$= \ln(1) - \ln(2a^2) = -[\ln(2) + 2\ln(a)]$$

$$= -2\ln(a) - \ln(2)$$

ث -

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$$

رشتیا، ځکه چې

$$\log_3(4) = \frac{\ln(4)}{\ln(3)}$$

الف: پنځم -

$$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)}$$

نارشتیا، ځکه چې

$$\log_3(4) = \frac{\lg(3)}{\lg(4)}$$

ب -

$$\log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} \quad \log_3(4) = \frac{\lg(4)}{\lg(3)}$$

پ - رښتیا، ځکه چې

$$\log_b(a) = c \Leftrightarrow b^c = a \quad \text{او} \quad \log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$$

شپږم:

یو بل ته معکوس دي

$$\log_5(25) = x \Leftrightarrow 5^x = 25 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\log_{25}(5) = x \Leftrightarrow 25^x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

بیلگه:

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln(\sqrt{x}) = \ln\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \ln\left[\left(e^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \ln\left(e^{\frac{1}{8}}\right) = \frac{1}{8}\ln(e) = \frac{1}{8}$$

اوم: الف -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{x}\right) = \ln\left(\frac{1}{e^{\frac{1}{4}}}\right) = \ln\left(e^{-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{4}\ln(e) = -\frac{1}{4}$$

ب -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln(x^2) = \ln\left[\left(e^{\frac{1}{4}}\right)^2\right] = \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\ln(e) = \frac{1}{2}$$

پ -  
ن -

$$x = e^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \ln^2(x) = \ln(x) \cdot \ln(x) = \ln\left(e^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \ln\left(e^{\frac{1}{4}}\right) = \frac{1}{4}\ln(e) \cdot \frac{1}{4}\ln(e) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

اتم:

الف -

$$\lg(4) \approx 0,602 \Rightarrow \lg(4000) = \lg(4 \cdot 1000) = \lg(4 \cdot 10^3) = \lg(4) + 3\lg(10) = \\ = \lg(4) + 3$$

ب -

$$\lg(0,25) = \lg\left(\frac{1}{4}\right) = \lg(1) - \lg(4) = -\lg(4)$$

نهم: الف -  $e^{\ln(b)} = b$  له امله  $e^{2\ln(u)} = e^{\ln(u^2)} = u^2$

ب -  $e^{\ln\left(\frac{u}{2}\right)} = \frac{u}{2}$  له امله  $e^{\ln(b)} = b$

پ -  $\frac{1}{2} e^{\frac{\ln(u)}{2}} = \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}\ln(u)} = \frac{1}{2} e^{\ln\left(u^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{1}{2} u^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{u}$

ت -  $e^{-\frac{\ln(u)}{3}} = e^{-\frac{1}{3}\ln(u)} = e^{-\ln\left(u^{\frac{1}{3}}\right)} = \frac{1}{e^{\ln\left(u^{\frac{1}{3}}\right)}} = \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{u}}$

ب -  $2e^{\ln(u^2)} = 2u^2$

ث -  $e^{\ln(u)-1} = e^{\ln(u)} \cdot e^{-1} = u \cdot e^{-1}$   
ج -  $e^{\ln(u-1)} = u-1$

لسم: الف -  $e^{\ln(u)+1} = e^{\ln(u)} \cdot e = u \cdot e$   
ب - غوښتنه (ثبوت):  $\frac{2}{3} e^{-\ln(0,75u)} = \frac{8}{9u}$

$$\frac{2}{3} e^{-\ln\left(\frac{3}{4}u\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}u\right)}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}u} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3u} = \frac{8}{9u}$$

## 1.10-ریښه- او اکسپوننشل مساوات

ریښه مساوات:

مساوات، په کومو کې چې ریښه - یا جذر نمونه منځ ته راځي،، ریښه مساوات،، یا ،، جذر مساوات،، یې بولو. په لاندې بیلگه کې به د حل تگلار پوره وڅیړل شي.

$$3 \cdot \sqrt{5x+1} = 4 \cdot \sqrt{2x+3}$$

د مخامخ مساوات د حلست غواړو پیدا کړو: لکه په ټولو مساواتو کې همداسې د ریښه مساوات حلست (اوبې ډېرې) پورې فقط د تعریف ډېرې D توکي اړه لري، چې دا دهر مساوات لپاره ټاکل کيږي.

شمیرنه: کینه ریښه د  $T_1$  او بنی ریښه د  $T_2$  سره په نڅنه کوو

$$T_1 = \sqrt{5x+1} \quad T_2 = \sqrt{2x+3}$$

<p>لاندې یا تر څنګ پر اېلم که منځ ته راتلی شي: ایا د مربع ریښې په توان کونه یوه ورته بڼه بدلون دی، که کیدی شي له دې لارې یو بل توکی هم دې ته راشي، چې بیخي دې سرچینه ییز مساوات پورې اړه نه لري؟</p>	<p>بیلگه:</p> $x = 3$ $\Leftrightarrow x^2 = 9 \quad   \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow  x  = 3 \Rightarrow x = 3 \vee -x = 3$ $\Rightarrow x = 3 \vee x = -3$ $\Rightarrow L = \{-3; 3\}$
--	--

په پورته بیلگه کې د مربع کوني له لارې یو توکی 3- ورزیات توکی ورته راغلی. له دې امله دا نه تنها غوره یا مهم دی، بلکه بیخي غوښتونې، چې د په توان کوني وروسته په دواړو خواو ازماښت وکړو.

## 493 1.10-رینه- او اکسیوننشل مساوات

$$\sqrt{x^2-1} = x-3 \quad \text{بیلگه:}$$

$$x^2 - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1$$

$$\Rightarrow x \geq 1 \vee x \leq -1 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \{x \mid -1 < x < 1\}}}$$

تعریفورشو:

د ایشوونې له لارې ازمایښت	حل:
$\sqrt{x^2-1} = x-3$	$\sqrt{x^2-1} = x-3$
$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25-9}{9} - \frac{9}{9}} = \frac{5}{3} - \frac{9}{3}$	$\Leftrightarrow x^2 - 1 = x^2 - 6x + 9$
$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{16}{9}} = -\frac{4}{3}$	$\Leftrightarrow 6x = 10$
$\Leftrightarrow \frac{4}{3} = -\frac{4}{3} (f) \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$	$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{5}{3}}} \wedge x \in D$

دا په دې معنا، چې د  $x$  لپاره کوم ارزښت نه شته چې پورته مساوات پوره کړي .

خواب یا حل

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2 \quad \text{بیلگه:}$$

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2$$

$$7x+8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 7x+8 = (2x-2)^2$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq -8$$

تعریفورشو:

$$\Leftrightarrow 7x+8 = 4x^2 - 8x + 4$$



$$\Leftrightarrow 4x^2 - 15x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{4}x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4} \quad q = -1$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow D = \left\{ x \mid x \geq -\frac{8}{7} \right\}_{\mathbb{R}}$$

$x_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{225}{64} + \frac{64}{64}} = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{289}{64}}$ $= \frac{15}{8} + \frac{17}{8} = \frac{32}{8} = 4$ $x_2 = \frac{15}{8} - \frac{17}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$	<p>ازمایننت د <math>x_2 = -\frac{1}{4}</math> لپاره</p>
<p>ازمایننت د <math>x_1 = 4</math> لپاره</p> $\sqrt{7x+8} = 2x-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot 4+8} = 2 \cdot 4-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{36} = 6$ $\Leftrightarrow 6 = 6 \quad (w)$	$\sqrt{7x+8} = 2x-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot (-\frac{1}{4})+8} = 2 \cdot (-\frac{1}{4})-2$ $\Leftrightarrow \sqrt{-\frac{7}{4} + \frac{32}{4}} = -\frac{2}{4} - \frac{8}{4}$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{10}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \quad (f) \Rightarrow -\frac{1}{4} \notin L$

خواب یا حل (اوبی):  $L = \{4\} \Rightarrow \sqrt{7x+8} = 2x-2$

بیلگه:  $3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$

$$\Rightarrow x-2 \geq 0 \quad \wedge \quad x+5 \geq 0 \quad \wedge \quad 2x+3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2 \quad \wedge \quad x \geq -5 \quad \wedge \quad x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{D = \{x \mid x \geq 2\}_{\mathbb{R}}}}$$

تعریفور شو:

حل یا خواب یا اوبیونه:

$$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$$

$$\Leftrightarrow (3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5})^2 = (\sqrt{2x+3})^2$$

$$\Leftrightarrow 9 \cdot (x-2) - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} + x+5 = 2x+3$$

$$\Leftrightarrow 9x - 18 - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} + x+5 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x - 16 - 6\sqrt{(x-2)(x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 - 3\sqrt{(x-2)(x+5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 8 = 3\sqrt{(x-2)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow (4x - 8)^2 = [3\sqrt{(x-2)(x+5)}]^2$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9(x-2)(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9(x^2 + 5x - 2x - 10)$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 64x + 64 = 9x^2 + 27x - 90$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 91x + 154 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 13x + 22 = 0$$

$$\Rightarrow p = -13 \quad q = 22$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{88}{4}}$$

$$= \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{13}{2} + \frac{9}{2} = \frac{22}{2} = \underline{\underline{11}}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{13}{2} - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

د $x=2$ لپاره ازماښت	د $x=11$ لپاره ازماښت
$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{2-2} - \sqrt{2+5} = \sqrt{2 \cdot 2 + 3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 0 - \sqrt{7} = \sqrt{7}$ $\Leftrightarrow -\sqrt{7} = \sqrt{7} \quad (f)$ $\Rightarrow 2 \notin L$	$3 \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5} = \sqrt{2x+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{11-2} - \sqrt{11+5} = \sqrt{22+3}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{16} = \sqrt{25}$ $\Leftrightarrow 9 - 4 = 5 \quad (w) \Rightarrow 11 \in L$ $L = \{11\}$ <p>له دې سره حلست دی: <math>\underline{\underline{11}}</math></p>

### اکسپوننشل مساوات

ویناښي، په کومو کې چې د حل متحولي یا د حل اووښتونې د رینښی یا توان په جگعدد یا اکسپوننت کې منځ ته راشي، اکسپوننشل مساوات یا - نامساوات بلل کيږي (دې ته د بل وی یا لغات استعمال مو ناتیګ پوهاوي ته لارښودوي یا بیایي).

د داسې ویناښو د حل ست زیات وخت د لوګاریتموني یا لوګاریتم کوني له لارې پیدا کیدی شي یا منځ ته راتلی شي.

بیلګه:

<p>د (په ځای) ایښوني له لارې ازماښت:</p> $2^{3x+4} = 1024$ $\Leftrightarrow 2^{3 \cdot 2 + 4} = 2^{10}$ $\Leftrightarrow 2^{10} = 2^{10} \quad (w)$ $\underline{\underline{L = \{2\}}}$	$2^{3x+4} = 1024$ $\Leftrightarrow 2^{3x+4} = 2^{10} \quad   \lg$ $\Leftrightarrow \lg(2^{3x+4}) = \lg(2^{10})$ $\Leftrightarrow (3x+4) \cdot \lg 2 = 10 \cdot \lg 2 \quad   : \lg 2$ $\Leftrightarrow 3x+4 = 10 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$
---	---

د اکسپوننشل مساوات له لارې حل:  $2^{3x+4} = 2^{10} \Leftrightarrow 3x+4 = 10$  د اکسپوننشنونو د پرتلې کونې له لارې یو حل ټیک هلته شونی دی، که وموګر ایشو، چې په دواړو لور د وینا بڼې ترمونه داسې بڼه بدل کړو، چې د مساوي بنسټ سره توان ترې لاس ته راشي.

بیلګه:

<p>د (په ځای) ایښونې له لارې ازماښت:</p> $3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^{3+3} = 64 \cdot 3^{3-2}$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^6 = 64 \cdot 3$ $\Leftrightarrow 3 \cdot 64 = 64 \cdot 3 \quad (w)$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{3\}}}$	$3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2} \quad   \lg$ $\Leftrightarrow \lg(3 \cdot 2^{x+3}) = \lg(64 \cdot 3^{x-2})$ $\Leftrightarrow \lg 3 + (x+3) \cdot \lg 2 = \lg 64 + (x-2) \cdot \lg 3$ $\Leftrightarrow (x+3) \cdot \lg 2 - (x-2) \cdot \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$ $\Leftrightarrow x \lg 2 + 3 \lg 2 - x \lg 3 + 2 \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$ $\Leftrightarrow x \lg 2 - x \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 - 3 \lg 2 - 2 \lg 3$ $\Leftrightarrow x(\lg 2 - \lg 3) = \lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2$ $\Leftrightarrow x = \frac{\lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} = 3$
---	--

اکسپوننشل مساوات، چې په هغو کې جمعه یا تفریق منځ ته راشي، نه شي کیدی لوګاریم یې و نیول شي. سری هڅه کولی شي، چې دا د بدلون یا سبټجیوشن (د یوې بلې متحولې په ځای کونه) له لارې حل شي.

د  $x_1 = 4/3$  لپاره ازماښت

بیلګه:

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 9^{3 \cdot \frac{4}{3} - 2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3x-2} - (3^2)^{3x-2} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^2 - 9^2 - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3x-2} - 3^{2(3x-2)} - 729 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$$

بدلون:

<p>د <math>x=2</math> لپاره ازماښت</p> $0 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 90 \cdot 3^{3 \cdot 2 - 2} - 9^{3 \cdot 2 - 2} - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 90 \cdot 3^4 - 9^4 - 729 = 0$ $\Leftrightarrow 0 = 0 \quad (w)$ $L = \left\{ \frac{4}{3}; 2 \right\}$	$3^{3x-2} = z \quad 3^{2(3x-2)} = z^2$ $\Rightarrow 90 \cdot z - z^2 - 729 = 0 \quad (\text{quadr. Gl.})$ $\Rightarrow z_1 = 9 \quad \vee \quad z_2 = 81$ <p>د <math>z_1</math> همداسې <math>z_2</math> ایښوونه په بدلوننرم <math>z</math> کې</p> $3^{3x-2} = z_1 \quad 3^{3x-2} = z_2$ $\Leftrightarrow 3^{3x-2} = 9 \quad 3^{3x-2} = 81$ $\Leftrightarrow 3^{3x-2} = 3^2 \quad 3^{3x-2} = 3^4$ $\Leftrightarrow 3x - 2 = 2 \quad 3x - 2 = 4$ $\Leftrightarrow x_1 = \frac{4}{3} \quad x_2 = 2$
--	--

## 1.11- مربع مساوات ( خلوری برابرونونه )

### سوچه مربع مساوات

مساوات  $x^2=25$  حل کری

د ازماښت سره حل  $x_1=5$  یا  $x_2=-5$  لاس ته راځي

ځکه چې  $(x_1)^2 = 5^2 = 25$  یا  $(x_2)^2 = (-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$  په دواړو لورو ریښه ونیسی

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5 \quad \text{ارزښت حل کړی}$$

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$

$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی 120 € گټي، مور داسې هم وايو چې يو سړی 120 € د پيسو ارزښت گټي.

يو سړی د 120 € جزا پانه اخلي، مور وايو چې دی بايد د 120 € پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې گټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو: گټل 120 €+, د جزا پانه 120 €-

په دواړو حالتونو کې دا 120 € دي.

د يوه حقيقي گڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخخښه + بدله شوه.

بيلگي:

$$\begin{array}{llll} |4| = 4 & |5,12| = 5,12 & |\sqrt{3}| = \sqrt{3} & |\pi| = \pi \\ |-4| = 4 & |-5,12| = 5,12 & |-\sqrt{3}| = \sqrt{3} & |-\pi| = \pi \end{array}$$

دا دومه ساده هم نه دی، که مور د يوې اووښتوني  $x$  ارزښت غواړو وټاکو  $|x| = x$  تل د ټولو حقيقي گڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بیلگه:

$ 5  = 5$ ist wahr	خُکِه چي	$x = 5 \Rightarrow  x  = x$
$ \underbrace{-5}_5  = -5$ ist falsch	خُکِه چي	$x = -5 \Rightarrow  x  = x$

گومان  $|x| = x$  فقط هلته ټيک دی، چي  $x \geq 0$  وي.

د  $x < 0$  لپاره ناټيک دی..

مور دا رزبنت ټاکلو کي بايد دوه حالتونه سره توپير کړو:

لومړی حالت که  $x \geq 0$  وي  $|x| = x$

دويم حالت که  $x < 0$  وي  $|x| = -x$

بیلگه:

$x = 5$  دا چي  $x > 0$  دی باور لري  $|x| = x$  خُکِه چي  $|5| = 5$  (لومړی حالت)

$x = -5$  داچي  $x < 0$  دی باور لري  $|x| = -x$  خُکِه چي  $|-5| = 5$  (دويم حالت)

د يوه حقيقي عدد ارزبنت تل مثبت دی.

ارزبنت د يوه عدد لويوالی ورکوي، بي له دې چي مخ نخبنه په پام کي ونيل شي.

د حل بدیل I

د بني  $ax^2 = b$  يا  $ax^2 = +c$  برابر ونونه سوچه مربعيز بلل کيږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ريښه نيوني له لاري حل کيږي.



$$\begin{aligned}
 2x^2 - 8 &= 0 & | +8 \\
 \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 & | :2 \\
 \Leftrightarrow x^2 &= 4 & | \sqrt{\phantom{x}} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\
 \Leftrightarrow |x| &= 2
 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0:  x  = x = 2 \Rightarrow \underline{x_1 = 2}$
دویم حالت	$x < 0:  x  = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$

بیلگه:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}x^2 &= 9 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow x^2 &= 18 & | \sqrt{\phantom{x}} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} & | \\
 \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18}
 \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0:  x  = x = \sqrt{18} \Rightarrow \underline{x_1 = \sqrt{18}}$
دویم حالت:	$x < 0:  x  = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\sqrt{18}}}$

د حل بدیل II

د مساوات  $x^2+2x=0$  حل

د از میلو له لارې لرو :  $x_1=1$  یا  $x_2=-2$

$$x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0 \quad \text{خکه چي}$$

$$x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0 \quad \text{يا}$$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)} = 0$$

ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

$$x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

دویم حالت:  $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$  دا په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام:

د بڼې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اووښتونې یا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلگه:

Probe از مابینت mit...سره. ausklammern د نوکانو وباسی،  
Nullprodukt صفر ضرب

$$\begin{aligned}
 3x^2 + 2x &= 0 && | x \text{ ausklammern} \\
 \Leftrightarrow x(3x + 2) &= 0 && | \text{Nullprodukt} \\
 \text{Fall 1: } x &= 0 && \Rightarrow \underline{x_1 = 0} \\
 \text{Fall 2: } 3x + 2 &= 0 && | -2 \\
 \Leftrightarrow 3x &= -2 && | :3 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{2}{3} && \Rightarrow \underline{x_2 = -\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

بیلگه:

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{3}x^2 &= \frac{3}{4}x && | -\frac{3}{4}x \\
 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x &= 0 && | x \text{ نوکانو وباسی} \\
 \Leftrightarrow x \left( \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} \right) &= 0 && | \text{صفر ضرب} \\
 x &= 0 && \Rightarrow \underline{x_1 = 0} && \text{لومری حالت:} \\
 \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} &= 0 && | +\frac{3}{4} && \text{دویم حالت:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x &= \frac{3}{4} && | \cdot \frac{3}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{9}{8} && \Rightarrow \underline{x_2 = \frac{9}{8}}
 \end{aligned}$$

از مابینت: د  $x = \frac{9}{8}$  سره

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x^2 &= \frac{3}{4}x \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{8} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{9 \cdot 9}{8 \cdot 8} &= \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 8} \\ \Leftrightarrow \frac{27}{32} &= \frac{27}{32} \end{aligned}$$

### د مربع مساوات عمومي بڼه

د مربع مساواتو عمومي يا توليزه بڼه ده:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بيلگه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شميرني لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرې دواړه خواوې په  $a$  وپشو او په دې توگه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

د مربع تکمیلوني په مرسته د حل تکلنار

بیلگه:

$$2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad | : 2$$

په نورمال بڼه راوړنه:

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \quad | \text{مربع تکمیلنه}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{2. \text{ binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | +4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1: } (x-4) \geq 0 \Rightarrow x-4 = 6 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2: } (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x-4 = -6 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلوني له لارې یټا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلوني ته یادونه:

$x$  د ضربیونه نیمیری، مربع کیری، جمعہ کیری او بیټه منفي کیری.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیری.

د  $p-q$  فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکميلیدني تڼلار وکارول شي، نو د  $p - q$  - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کيږي.

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \underbrace{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{1. \text{ binomische Formel}} + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$-\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{يا} \quad \Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{يا} \quad \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه لیکو:

دلته د ریښې لاندې  $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$  ځانگړې معنا لري.

دا دیسکریمینانت  $D$  بلل کیري

له دي سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول ولیکل شي

$$x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D} \quad \text{یا} \quad x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D}$$

دوه حلټوکي يو حلټوکي (ډبل حل) حلټوکي نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{ \}$	که وي که وي که وي
---	--	-------------------------

د مربع مساوات د حل سره دي لومړی دیسکریمینانتي وټاکل - یا معلومه شي، چې د حلونو گڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دي سره شمېرکار کميري.

بیلگه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دي لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلگه:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \quad \Rightarrow p = -\frac{5}{3}; q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

،، یعنی

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

### د مربع توابعو صفرخايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرخايونه پيدا كړو، تل بايد يو مربع مساوات حل كړو.

كه دا دوه حلتوكي لري، نو مربع تابع د گراف د  $x$  - محور په دوه ټكو كې غوڅوي..

كه يو حلتوكی لري، نو دا گراف د  $x$  محور په يوه ټكي كې لمسوي (د خپل ككر ټكي سره).

كه حل ونه لري، نو گراف د  $x$  محور پورته لور ته يا كښته لور ته ځغلي او غوڅتكي نه لري.

### د حل كنترول

لكه په هر مساوات كې كېدی شي حل داسې كنترول شي، چې د حلتوكي په سرچينيز مساوات كې ځايه ځای شي، يعنې كنترول وكړي.

په مربع مساواتو كې دا ساده دی، د ویتا د ریښې [ملي سره].

د ویتا **Vieta** جمله :



که مربعیز مساوات  $x^2 + px + q = 0$  دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 \cdot x_2 = q \quad \text{او} \quad -x_1 - x_2 = p$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سری دا ثبوتولی شي.

$x_1$  او  $x_2$  سره جمعہ کریئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

$x_1$  او  $x_2$  سره ضرب کریئ

$$\left| \begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + \underbrace{\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_0 - D \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\ \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}} \end{aligned} \right.$$

بیلگه:

غوبښتنه یا ثبوت:

مربع مساوات  $x^2+x-6=0$  او  $x_1 = 2$  او  $x_2 = -3$  حلونه لري.

$$p = 1 \text{ او } q = -6$$

ازماښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په څنډ د وینا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلگه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنگه باید وبریښي، چې د هغه حلونه  $L = \{-2; 1\}$  وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې  $x^2+x-2=0$  اړونده مربع مساوات دی.

پام: دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلونه سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلگه: یو مربع مساوات دې څنگه وي، که د هغه حلېږئ (حلست)  $L = \{-2; 1\}$  وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

(له دې لاس ته راځي) د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه: دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتخه یا هم همدا حلېږئ لري.

کرښیز ضریبونه (خلونوي) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بیلگه:  $L = \{x_1 | x_2\}$  د دې یو مربع مساوات حل وي،

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

(ضرب) نو باور لري.

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یږ له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$	<p>ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي</p> <p>ضریب ۲ صفر دی: لاس ته راځي</p>
---	---

بیلگه:  $x_1=3$  یا  $x_2=-2$  دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښیزه بڼه بدلون:  $(x-3)(x+2)=0$

مربع:  $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړ کړو.

بیلگه:

$L=\{x_1;x_2\}$  دې د یوه مربع مساوات حلډېرئ وي.

نو باور لري:  $(x-x_1) \cdot (x-x_2) = 0$   
 (ضریب: faktor)      Faktor 1      Faktor 2

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلگه:  $x_1=3$  یا  $x_2=-2$  دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرنیزه بیه:  $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات:  $x^2-x-6=0$

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0,5)^2 + 6 = 6,25$$

$$x_1 = 0,5 + \sqrt{6,25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0,5 - \sqrt{6,25} = -2$$

تولگه:

لومری بیه:  $ax^2 + c = 0$

بیه بدلون و  $x^2 = ?$  ته او د ریینه نیونی له لاری حل

دویم بیه یا دول:  $ax^2 + bx = 0$

د اووبنتونی یا ماحولی  $x$  له نوکانو اېستلو له لاری حل.

$x(ax + b) = 0$  او د صفر ضرب جمله و کاروی.

دریمه بیه:  $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بیه راوری

$x^2+px+q = 0$  او د  $P-q$ -فرمول سره حل کری.

$$\text{سره} \quad D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{د} \quad x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

د  $D > 0$  لپاره دوه حلونه شتون لري.  $L = \{x_1; x_2\}$

د  $D = 0$  لپاره ډبل حل شتون لري  $\{x_1 = x_2\} \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د  $D < 0$  لپاره حل شتون نه لري.  $L = \{ \} = \emptyset$

د ویتا د ریښې جمله (موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات  $ax^2 + bx = 0$  دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

د  $L = \{x_1 | x_2\}$  د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري:  $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{faktor 2}} = 0$  (ضرب)

یا  $a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

لاندې مربع مساوات حل کړی.

د دې لپاره اړونده هغه بڼه تڼلار و کاروی او د خای په خای کولو له لارې یې و آزمای.

$$1. \quad 4x^2 = 1, \quad 2. \quad x^2 + 4x = 0, \quad 3. \quad 2x^2 - 16x + 14 = 0, \quad 4. \quad (x+2)^2 = 16$$

$$5. \quad 4x^2 - 16 = 0, \quad 6. \quad x^2 - 8x + 7 = 0, \quad 7. \quad x^2 + \pi x = 0$$

$$8. \quad 2(x+3)^2 - 18 = 0, \quad 9. \quad -x^2 + x = -\frac{1}{2}, \quad 10. \quad 3x^2 + 12x + 3 = 0$$

$$11. \quad -x^2 + 8x - 8 = 0, \quad 12. \quad 4(x-4)^2 = 32, \quad 13. \quad \frac{1}{12}x^2 - x = 0$$

$$14. \quad \frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0, \quad 15. \quad \frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0, \quad 16. \quad -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \quad ۱۸ \quad \frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \quad ۱۷$$

$$\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \quad ۲۰ \quad 2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \quad ۱۹$$

بیلگه ۱:

په لاندې کې Probe ازماښت.

$$8x^2 = 2 | : 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Probe: } x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲:

(د صفر ضرب جمله)، Satz von Nullprodukt

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x + 8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$2x + 8 = 0 | -8 \Leftrightarrow 2x = -8 | : 2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 + 8 \cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow \text{ازماښت:}$$

$$2 \cdot (-4)^2 + 8 \cdot (-4) = 2 \cdot 16 - 32 = 0$$

$$4x^2 - 32x + 28 = 0 | : 4 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow p = -8 \quad q = 7 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right. \quad \text{Probe: } \begin{array}{l} 4 \cdot 49 - 32 \cdot 7 + 28 = 0 \\ 4 \cdot 1 - 32 \cdot 1 + 28 = 0 \end{array} \quad \text{بیلگه ۳:}$$

بیلگه ۴:

$$2(x+2)^2 = 32 \mid :2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\phantom{x}} \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = 2 \\ x+2 = -4 \Leftrightarrow x_2 = -6 \end{array} \quad \text{Probe: } \begin{array}{l} 2(2+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \\ 2(-6+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array}$$

حلونه

د مربع مساوات تمرینونو حل

نتیجی او مفصل حلونه

$$4x^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{لومړی -}$$

$$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -4 \quad \text{دویم -}$$

$$2x^2 - 16x + 14 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1 \quad \text{دریم -}$$

$$(x+2)^2 = 16 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -6 \quad \text{څلورم -}$$

$$4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -2 \quad \text{پنځم -}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1 \quad \text{شپږم -}$$

$$x^2 + \pi x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -\pi \quad \text{اوم -}$$

$$2(x+3)^2 - 18 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6 \quad \text{تم -}$$



$$-x^2 + x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \vee x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \text{- نهـم}$$

$$3x^2 + 12x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3} \vee x_2 = -2 - \sqrt{3} \quad \text{- لسم}$$

$$-x^2 + 8x - 8 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8} \quad \text{- يولسم}$$

$$4(x-4)^2 = 32 \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8} \quad \text{- دولسم}$$

$$\frac{1}{12}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 12 \quad \text{- ديارلسم}$$

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0 \Leftrightarrow x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \vee x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \quad \text{- خوارلسم}$$

$$\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 4 \quad \text{- پنخلسم}$$

$$-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 6 \vee x_2 = -2 \quad \text{- سپارسم}$$

$$\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{4}{3} \quad \text{- اوہ لسم}$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{4}{9} \quad \text{- اته لسم}$$

$$2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{1}{3} \quad \text{- نولسم}$$

$$\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6 \quad \text{- ثلم}$$

## مفصل حلونه:

دا دوه کلیمې په دې درس کې خُغاستی . پښتو یې: د صفر ضرب جمله Satz von Nullprodukt او ازماښت Probe

$$4x^2 = 1 | : 4 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{2}$$

Probe:

$$x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

لومړی -

$$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x+4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$x+4 = 0 | -4 \Leftrightarrow x_2 = -4$$

Probe:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0^2 + 4 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -4 \Rightarrow (-4)^2 + 4 \cdot (-4) = 16 - 16 = 0$$

دویم -

دریم -

$$2x^2 - 16x + 14 = 0 | : 2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 7 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = 7 \Rightarrow 2 \cdot 49 - 16 \cdot 7 + 14 = 98 - 112 + 14 = 0$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 16 \cdot 1 + 14 = 2 - 16 + 14 = 0$$

خلورم -

$$(x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\phantom{x}} \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$x+2 = 4 \mid -2 \Leftrightarrow x_1 = 2$$

$$x+2 = -4 \mid -2 \Leftrightarrow x_2 = -6 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -6$$

Probe:

$$x_1 = 2 \Rightarrow (2+2)^2 = 4^2 = 16$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow (-6+2)^2 = (-4)^2 = 16$$

پنجم -

$$4x^2 - 16 = 0 \mid :4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \mid +4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \mid \sqrt{\phantom{x}} \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -2$$

Probe:

$$x_1 = 2 \Rightarrow 4 \cdot (2)^2 - 16 = 4 \cdot 4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow 4 \cdot (-2)^2 - 16 = 4 \cdot 4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

شپيرم -

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 7 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 7 \vee x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = 7 \Rightarrow 2 \cdot 49 - 16 \cdot 7 + 14 = 98 - 112 + 14 = 0$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 16 \cdot 1 + 14 = 2 - 16 + 14 = 0$$

اوم -

$$x^2 + \pi x = 0 \Leftrightarrow x(x + \pi) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$x + \pi = 0 | -\pi \Leftrightarrow x_2 = -\pi$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 0^2 + \pi \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -\pi \Rightarrow (-\pi)^2 + \pi \cdot (-\pi) = \pi^2 - \pi^2 = 0$$

اتم -

$$2(x+3)^2 - 18 = 0 | :2 \Leftrightarrow (x+3)^2 - 9 = 0 | +9 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 9 | \sqrt{\phantom{x}} \Leftrightarrow |x+3| = 3$$

$$x+3 = 3 | -3 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$x+3 = -3 | -3 \Leftrightarrow x_2 = -6 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -6$$

Probe:

$$x_1 = 0 \Rightarrow 2(0+3)^2 - 18 = 2 \cdot 3^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 18 - 18 = 0$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow 2(-6+3)^2 - 18 = 2 \cdot (-3)^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 18 - 18 = 0$$

نهم -

$$-x^2 + x = -\frac{1}{2} | +\frac{1}{2} \Leftrightarrow -x^2 + x + \frac{1}{2} | \cdot (-1) \Leftrightarrow x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$$

$$p = -1 \quad q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \vee x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}$$

از مابینت:

$$x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow -\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = -\left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow -\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{3}{4} + \frac{2}{4} - \sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$3x^2 + 12x + 3 = 0 | : 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$p = 4 \quad q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + \sqrt{3} \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{3} \vee x_2 = -2 - \sqrt{3}$$

لسم -

از ماڀنڀت:

$$x_1 = -2 + \sqrt{3} \Rightarrow 3 \cdot (-2 + \sqrt{3})^2 + 12 \cdot (-2 + \sqrt{3}) + 3 = 3 \cdot (4 - 4 \cdot \sqrt{3} + 3) + 12 \cdot (-2 + \sqrt{3}) + 3$$

$$= 12 - 12 \cdot \sqrt{3} + 9 - 24 + 12 \cdot \sqrt{3} + 3 = 12 + 9 - 24 + 3 - 12 \cdot \sqrt{3} + 12 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{3} \Rightarrow 3 \cdot (-2 - \sqrt{3})^2 + 12 \cdot (-2 - \sqrt{3}) + 3 = 3 \cdot (4 + 4 \cdot \sqrt{3} + 3) + 12 \cdot (-2 - \sqrt{3}) + 3$$

$$= 12 + 12 \cdot \sqrt{3} + 9 - 24 - 12 \cdot \sqrt{3} + 3 = 12 + 9 - 24 + 3 + 12 \cdot \sqrt{3} - 12 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$-x^2 + 8x - 8 = 0 | \cdot (-1) \Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$p = -8 \quad q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 8 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + \sqrt{8} \\ x_2 = 4 - \sqrt{8} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8}$$

يولسم -

از مابینت:

$$\begin{aligned}x_1 = 4 + \sqrt{8} &\Rightarrow -(4 + \sqrt{8})^2 + 8 \cdot (4 + \sqrt{8}) - 8 = -(16 + 8 \cdot \sqrt{8} + 8) + 8 \cdot (4 + \sqrt{8}) - 8 \\ &= -16 - 8 \cdot \sqrt{8} - 8 + 32 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 = -16 - 8 + 32 - 8 - 8 \cdot \sqrt{8} + 8 \cdot \sqrt{8} = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 = 4 - \sqrt{8} &\Rightarrow -(4 - \sqrt{8})^2 + 8 \cdot (4 - \sqrt{8}) - 8 = -(16 - 8 \cdot \sqrt{8} + 8) + 8 \cdot (4 - \sqrt{8}) - 8 \\ &= -16 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 + 32 - 8 \cdot \sqrt{8} - 8 = -16 - 8 + 32 - 8 + 8 \cdot \sqrt{8} - 8 \cdot \sqrt{8} = 0\end{aligned}$$

دولسم -

$$\begin{aligned}4(x-4)^2 = 32 | :4 &\Leftrightarrow (x-4)^2 = 8 | \sqrt{\quad} \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{8} \\ x-4 = \sqrt{8} | +4 &\Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \\ x-4 = -\sqrt{8} | +4 &\Leftrightarrow x_2 = 4 - \sqrt{8} \Leftrightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \vee x_2 = 4 - \sqrt{8}\end{aligned}$$

زماپینت:

$$x_1 = 4 + \sqrt{8} \Rightarrow 4(4 + \sqrt{8} - 4)^2 = 4(\sqrt{8})^2 = 4 \cdot 8 = 32$$

$$x_2 = 4 - \sqrt{8} \Rightarrow 4(4 - \sqrt{8} - 4)^2 = 4(-\sqrt{8})^2 = 4 \cdot 8 = 32$$

دیارلسم - لاندی : د صفر پولینوم جمله، از مابینت

$$\frac{1}{12}x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{12}x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{1}{12}x - 1 = 0 | +1 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x = 1 | \cdot 12 \Leftrightarrow x_2 = 12$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 0^2 - 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = 12 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 12^2 - 12 = 12 - 12 = 0$$

از مابینت:

خوارلسم -

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow x^2 + 8x - \frac{8}{5} = 0$$

$$p = 8 \quad q = -\frac{8}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 + \frac{8}{5} = \frac{88}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{88}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \\ x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} \vee x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}}$$

از مابینت:

$$\begin{aligned} x_1 = -4 + \sqrt{\frac{88}{5}} &\Rightarrow \frac{1}{4} \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}}\right)^2 + 2 \cdot \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}}\right) - \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{4} \left(16 - 8 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{88}{5}\right) + 2 \cdot \left(-4 + \sqrt{\frac{88}{5}}\right) - \frac{2}{5} \\ &= 4 - 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{22}{5} - 8 + 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} - \frac{2}{5} = -4 + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{20}{5} + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 = -4 - \sqrt{\frac{88}{5}} &\Rightarrow \frac{1}{4} \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}}\right)^2 + 2 \cdot \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}}\right) - \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{4} \left(16 + 8 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{88}{5}\right) + 2 \cdot \left(-4 - \sqrt{\frac{88}{5}}\right) - \frac{2}{5} \\ &= 4 + 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} + \frac{22}{5} - 8 - 2 \cdot \sqrt{\frac{88}{5}} - \frac{2}{5} = -4 + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{20}{5} + \frac{22}{5} - \frac{2}{5} = 0 \end{aligned}$$

پنخلم - لاندی : د صفرپولینوم جمله، از مابینت

$$\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x \left(\frac{3}{16}x - \frac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{3}{16}x - \frac{3}{4} = 0 \mid + \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{16}x = \frac{3}{4} \mid \cdot \frac{16}{3} \Leftrightarrow x_2 = 4$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{3}{16} \cdot 0^2 - \frac{3}{4} \cdot 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow \frac{3}{16} \cdot 4^2 - \frac{3}{4} \cdot 4 = 3 - 3 = 0$$

سپارسم -

$$-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0 \mid \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$p = -4 \quad q = -12 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 12 = 16 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 2 + 4 = 6 \\ x_2 = 2 - 4 = -2 \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 6 \vee x_2 = -2$$

$$x_1 = 6 \Rightarrow -\frac{3}{4} \cdot 36 + 3 \cdot 6 + 9 = -27 + 18 + 9 = 0$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow -\frac{3}{4} \cdot 4 + 3 \cdot (-2) + 9 = -3 - 6 + 9 = 0$$

از مابینت:

اوه لسم -

$$\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0 \mid \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} = 0$$

$$p = -\frac{2}{3} \quad q = -\frac{8}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{9} + \frac{8}{3} = \frac{1}{9} + \frac{24}{9} = \frac{25}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 \\ x_2 = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{4}{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{4}{3}$$



از مابینت:

$$x_1 = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 - 2 - 4 = 6 - 2 - 4 = 0$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left(-\frac{4}{3}\right) - 4 = \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9} + \frac{4}{3} - 4 = \frac{8}{3} + \frac{4}{3} - \frac{12}{3} = 0$$

اته لسم - (د صفر ضرب جمله)، از مابینت.

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} = 0 \mid + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{3} \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x_2 = \frac{4}{9}$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot 0^2 - \frac{1}{3} \cdot 0 = 0 - 0 = 0$$

$$x_2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{81} - \frac{4}{27} = \frac{4}{27} - \frac{4}{27} = 0$$

نولسم -

$$2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$p = -\frac{5}{3} \quad q = -\frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{36} + \frac{2}{3} = \frac{25}{36} + \frac{24}{36} = \frac{49}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{5}{6} + \frac{7}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{5}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{1}{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{1}{3}$$

از مابینت:

$$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot 4 - \frac{10}{3} \cdot 2 - \frac{4}{3} = \frac{24}{3} - \frac{20}{3} - \frac{4}{3} = 0$$

$$x_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{10}{9} - \frac{12}{9} = 0$$

شلم - لاندې: د صفرپولینوم جمله، از مابینت

$$\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{2}{3}x + 4\right) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ (Satz vom Nullprodukt)}$$

$$\frac{2}{3}x + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -4 \mid \cdot \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_2 = -6$$

از مابینت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$$

$$x_2 = -6 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot (-6)^2 + 4 \cdot (-6) = 24 - 24 = 0$$

مربع مساوات ته پوښتنې

**I** څلوریز (مربع) مساواتلومړۍ - لاندې مربع مساوات په  $x$  پسې حل کړی

$$\text{الف. } 4 - x^2 = 0 \text{ ب. } \frac{4}{5}(x^2 - 3) = 0 \text{ پ. } \frac{5}{4} - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\text{ت. } 3x^2 + 8 = 5 \text{ ت. } \frac{1}{2}x^2 - 2t^2 = 0 \text{ ت. } x^2 - \frac{a^2}{2} = 0$$

دويم -

جانان غواړي خپله بډايی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.  
گټه بايد څومره وي، که گټه هم ورسره په گټه وي.  
دريم -

200 باکتریاگانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.  
دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنی % کې زیاتوي.  
څلورم -

د یوه مربع دوه کونجترې یا قطر 8 cm اوږد دی..  
د مربع اړخ څومره اوږد دی؟  
پنځم -

یو ولاړکوډیز یا مستطیل  $60,75 \text{ m}^2$  سطحه لري.  
د اړخونو اوږدوالی وټاکي، که  
الف - یو اړخ درېواړه دومره اوږد وي لکه دا بل.  
ب - اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.  
شپږم -

دوه گڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.  
دواړه اعداد وټاکي. اوم -

دوه گڼونه وټاکي، چې زیاتون یا جمع یې 4,1 او ضرب یې 4 وي.

اتم -

$t$  په واکوالي کې حلونو گڼون يا تعداد او ځای وټاکي

الف-  $tx^2 + 1 = 0; t \neq 0$  ب-  $x^2 + t - 2 = 0$  پ-  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0; t > 1$   
 نهم-

مربع مساوات په  $x$  پسې حل کړی.

الف-  $2x^2 + 2x - 24 = 0$  ب-  $-3x^2 - 5x + 8 = 0$  پ-  $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$   
 ت-  $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$  ث-  $x(x+t) = 1$  څ-  $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$   
 ج-  $(x+2)^2 - 2 = 0$  چ-  $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$  ح-  $2tx^2 + tx - t = 0; t \neq 0$   
 خ-  $x^2 - 2bx + 6t = 3x$  ځ-  $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$  ځ-  $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0; t \neq 0$   
 لسم -

ډیسکریمینانتي Diskriminante وټاکي

الف-  $ax^2 + ax - 2 = 0; a \neq 0$  ب-  $(a+1)x^2 - x + a = 0; a \neq -1$   
 پ-  $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$  ت-  $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0; a > 0$   
 بولسم -

وښایي، چې برابرې  $x^2 + ax - 1 = 0$  د هر  $a \in \mathbb{R}$  لپاره دوه حلونه لري.  
 دولسم -

$a$  په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایي يا وټاکي.

الف.  $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0; a > 0$  ب.  $x^2 - 2ax - 6a = -3x$  پ.

$$x^2 - ax + a = x$$

ت.  $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$  ب.  $ax^2 + 2x - 3 = 0$  ث.  $-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0$

ج.  $2x^2 + x - 3a = 0$  چ.  $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0; a \neq 0$  ح.  $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$   
ديارلسم -

وښايي چي  $L = \{1 + \sqrt{2-3t}; 1 - \sqrt{2-3t}\}$  د ټول  $t \leq \frac{2}{3}$  لپاره

د  $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0$ .  
حلونه دي.

څوارلسم -

وښايي چي  $t$  د کومو ارزښتونو لپاره  $x = t$  د  $x^2 - 5x + t = 0$  حل دی.  
پنځلسم -

وښايي:  $x^2 - 2x - t^2 = 0$  د ټولو  $t \in \mathbb{R}$  لپاره دوه حلونه لري.

## د مربع مساوات |

نتيجي

لومړی -

الف.  $L = \{-2, 2\}; L = \{-1; 1\}$  ب.  $L = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$  پ.  $L = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

ت.  $L = \emptyset$  ب.  $L = \{-2t; 2t\}$  ث.  $L = \left\{-\frac{a}{2}\sqrt{2}; \frac{a}{2}\sqrt{2}\right\}$

دويم -

$$K_2 = K_0 \cdot (1+i)^2 = 2K_0 \Rightarrow (1+i)^2 = 2 \Leftrightarrow (1+i) = \sqrt{2} \Rightarrow i = \sqrt{2} - 1 \approx 0,414$$

د کټي پښه بايد 41% وي.

دريم -

$$N_2 = N_0 \cdot (1+i)^2 \Rightarrow (1+i)^2 = \frac{N_2}{N_0} = 2,25 \Leftrightarrow (1+i) = \sqrt{2,25} \Rightarrow i = 1,5 - 1 \approx 0,5$$

د کټي زاتيدنه په ساعت 50% ده.

څلورم -

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} d\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot \sqrt{2} \approx 5,66 \text{ cm}$$

مربع د 5,66cm په اندازه د ژئ وړدوالي لري.

پنځم -

الف -

$$a \cdot b = a \cdot 3a = 3a^2 = 60,75 \text{ m}^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{60,75 \text{ m}^2}{3}} = 4,5 \text{ m} \Rightarrow b = 13,5 \text{ m}$$

ب -

$$a \cdot b = a(a+3) = a^2 + 3a = 60,75 \Rightarrow a^2 + 3a - 60,75 = 0$$

د مربع مساوات حل دی:  $\underline{\underline{a \approx 6,44 \text{ m} \Rightarrow b \approx 9,44 \text{ m}}}$ 

$$x(x+4) = 480 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 = 0 \Rightarrow x_1 = 20 \quad x_2 = -24 \quad \text{شپږم -}$$

دواړه د اعدادو جوړې  $(-24;20);(20,24)$  شرایط پوره کوي.

$$a+b=4,1 \wedge a \cdot b=4 \Leftrightarrow a(4,1-a)=4 \Rightarrow \underline{\underline{a=1,6 \text{ und } b=2,5}} \text{ - اوم}$$

- اتم

für... لپاره په معنا دی

- الف

$$tx^2+1=0; t \neq 0 \Rightarrow \text{für } t < 0: L = \left\{ -\frac{\sqrt{-t}}{t}; \frac{\sqrt{-t}}{t} \right\} \quad \text{für } t > 0: L = \emptyset$$

- ب

$$x^2+t-2=0 \Rightarrow \text{für } t \leq 2: L = \left\{ -\sqrt{2-t}; \sqrt{2-t} \right\} \quad \text{für } t > 2: L = \emptyset$$

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t\right)x^2+2t=0; t > 1 \Rightarrow L = \left\{ -\sqrt{\frac{2t}{t-1}}; \sqrt{\frac{2t}{t-1}} \right\} \text{ - پ}$$

- نهم

$$L = \{4\} \text{ - پ} \quad L = \left\{ -\frac{8}{3}; 1 \right\} \text{ - ب} \quad L = \{-4; 3\} \text{ - الف}$$

$$L = \left\{ -\frac{t+\sqrt{t^2+4}}{2}; -\frac{t-\sqrt{t^2+4}}{2} \right\} \text{ - ت} \quad L = \{3\} \text{ - ب} \quad L = \emptyset \text{ - ث}$$

$$L = \left\{ -1; \frac{1}{2} \right\} \text{ - ح} \quad L = \{2a\} \text{ - ج} \quad L = \{-\sqrt{2}-2; \sqrt{2}-2\} \text{ - ج}$$

$$L = \{-2t; 2t\} \text{ - خ} \quad L = \{t; 3t\} \text{ - خ} \quad L = \{3; 2t\} \text{ - خ}$$

لسم - الف -  $D = a^2 + 8a$  ب -  $D = -4a^2 - 4a + 1$

پ -  $D = 3a^2 - 8a + 12$  ت -  $D = -3a$

یولسم -

$$L = \left\{ -\frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}; -\frac{a - \sqrt{a^2 + 4}}{2} \right\}$$

د  $a^2 + 4 > 0$  له امله دوه حلونه

دولسم - الف -  $L = \left\{ \frac{a + \sqrt{a}}{a}; \frac{a - \sqrt{a}}{a} \right\}$  ب -  $L = \{3; 2a\}$  پ -  $L = \{a; 1\}$

ت -  $L = \{-a; 3a\}$  ب -  $L = \left\{ -\frac{1 + \sqrt{3a+1}}{a}; -\frac{1 - \sqrt{3a+1}}{a} \right\}$  ث -

$L = \{0, 5a; a\}$

ج -  $L = \left\{ -\frac{1 + \sqrt{24a+1}}{4}; -\frac{1 - \sqrt{24a+1}}{4} \right\}$  د  $a > -1/24$  لپاره د  $a > -1/24$  لپاره حل ده شته

چ -  $L = \{0; 5\}$  ح -  $L = \{-a; 3a\}$

دیارلسم - د فرمول  $x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{8 - 12t}}{2} = 1 \pm \sqrt{2 - 3t}$  سره.

څوارلسم -  $t^2 - 5t + t = t^2 - 4t = 0$  د  $t_1 = 0$  او  $t_2 = 4$  لپاره.

پنځلسم -  $L = \left\{ 1 + \sqrt{t^2 + 1}; 1 - \sqrt{t^2 + 1} \right\}$  د  $t^2 + 1 > 0$  له امله دوه حلونه.



پوښتنې

## مربع مساوات ||

لومړۍ: مربع مساوات  $x$  پسي حل کړئ.

$$\text{الف- } 8x^2 + 3x = 0 \quad \text{ب- } x^2 - x = 0 \quad \text{پ- } \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{ت- } -\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0 \quad \text{ټ- } \frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0 \quad \text{ث- } \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$$

$$\text{ج- } -\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0 \quad \text{چ- } \frac{x^2}{t} - tx = 0; t \neq 0 \quad \text{ح- } \frac{t}{2}x - tx^2 = 0; t \neq 0$$

دويم:  $a$  په واکوالي کې د حلونو تعداد يا گڼون وټاکئ.

$$\text{الف- } ax^2 - 6x = 0 \quad \text{ب- } x^2 - 2x = (2 - a)x^2$$

درېم: مساوات  $4x^2 = 12x$  دې ورکړ شوی وي. سپينگل دواړه اړخونه د  $x$  سره ويشي او لاس ته د حل په څېر  $x = 3$  راوړو. په دې هکله مو موقف څرگند کړئ.

## د مربع مساوات ||

نتیجې

لومړۍ:

$$\text{الف- } L = \left\{ -\frac{3}{8}; 0 \right\} \quad \text{ب- } L = \{0; 1\} \quad \text{پ- } L = \{0; 3\}$$

$$L = \left\{ -\frac{2}{5}; 0 \right\} \text{ - ت } \quad L = \{0; 4\} \text{ - ب } \quad L = \{-1; 0\} \text{ - ث }$$

$$L = \{0; 0,5\} \text{ - خ } \quad L = \{0; t^2\} \text{ - ح } \quad L = \{0; 16t\} \text{ - ج }$$

دويم:

$$ax^2 - 6x = 0 \Rightarrow \text{für } a = 0: L = \{0\} \quad \text{für } a \neq 0: L = \left\{ 0; \frac{6}{a} \right\} \text{ - الف}$$

$$x^2 - 2x = (2-a)x^2 \Rightarrow \text{für } a = 1: L = \{0\} \quad \text{für } a \neq 1: L = \left\{ 0; \frac{2}{a-1} \right\} \text{ - ب}$$

$$4x^2 = 12x \Rightarrow 4x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-3) = 0 \Rightarrow L = \{0; 3\} \text{ دريم:}$$

په  $x \neq 0$  وېشنه هلته اجازه لري، چې  $x \neq 0$  وي.

مربع مساوات ته پوښتنې

### مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزیې) له لارې حل کړئ.

$$\text{الف - } x^2 + 8x + 16 = 0 \text{ - ب - } x^2 + 5x - 24 = 0 \text{ - پ - } -2x^2 + 4x + 30 = 0$$

دويم:

$$\text{الف - } (x+4)(x-5) = 0 \text{ -ب- } (2x+7)(4x-1) = 0 \text{ -پ- } (x+t)(x-2t) = 0$$

$$\text{ت - } 0,5x^2 - 3x + 4 = 0 \text{ -ث - } -0,5x^2 - x + 1,5 = 0$$

$$\frac{1}{3a}(2x - x^2) = 0; a \neq 0$$

### مربع مساوات III

نتیجی:

لومری:

$$\text{الف - } x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x+4) = 0 \Rightarrow L = \{-4\}$$

$$\text{ب - } x^2 + 5x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x+8)(x-3) = 0 \Rightarrow L = \{-8; 3\}$$

$$\text{پ - } -2x^2 + 4x + 30 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-5) = 0 \Rightarrow L = \{-3; 5\}$$

دویم:

$$\text{الف - } L = \{-4; 5\} \text{ -ب- } L = \{-3, 5; 0, 25\} \text{ -پ- } L = \{-t; 2t\}$$

$$\text{ت - } 0,5(x-4)(x-2) = 0 \Rightarrow L = \{2; 4\}$$

$$\text{ث - } -0,5(x-1)(x+3) = 0 \Rightarrow L = \{-3; 1\} \text{ -ث - } L = \{0; 2\}$$

## د مربع مساوات پوښتنې

مربع - يا څلوريز مساوات **IV**

لومړۍ: بي له فرمول څخه يې حل كړئ.

الف-  $(x-5)^2 = 49$  ب-  $(3x+4)^2 = 1$  پ-  $9 - (2x+5)^2 = 0$

ت-  $\frac{3}{4}(x-2)^2 = 12$  ب-  $\frac{1}{12}x^2 = x$  ث-  $\frac{4x}{t^2}(2t+x) = 0; t \neq 0$

ج-  $2tx - (t-1)x^2 = 0; t \neq 1$  چ-  $1,5(x-0,5a)^2 = 0$  ح-  $(x-1)^2 - t = 0; t > 0$

دويم: لاندې برابرونه يا مساوات حل كړئ

الف-  $-2x(x-5) = 0$  ب-  $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$  پ-  $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$  دريم: د a

د كومو ارزښتونو لپاره مساوات  $(x+2)(x-a)=0$  ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلېږئ وشميرئ.

الف-  $436x^2 + 18x - 12 = 0$  ب-  $x^2 + 6x - 1024 = 0$  پ-  $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت-  $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$  ب-  $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$  ث-  $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$

پنجم: وڻايئ:  $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$  د ٽول  $a, b \neq 0$  لپاره يو ناتيڪ حل لري.

### مربع مساوات **IV** نتيجي

نتيجي:

لومري:

$$\text{الف- } L = \{-2; 12\} \quad \text{ب- } L = \left\{-1; -\frac{5}{3}\right\} \quad \text{پ- } L = \{-4; -1\}$$

$$\text{ت- } L = \{-2; 6\} \quad \text{ٺ- } L = \{0; 12\} \quad \text{ث- } L = \{0; -2t\}$$

$$\text{ج- } L = \left\{0; \frac{2t}{t-1}\right\} \quad \text{ڇ- } L = \{0, 5a\} \quad \text{ح- } L = \{1+\sqrt{t}; 1-\sqrt{t}\}$$

دويم:

$$\text{الف- } L = \{0; 5\} \quad \text{ب- } L = \{0, 5; 5\} \quad \text{پ- } L = \{0; 2\}$$

دريم:

$$(x+2)(x-a) = 0 \quad \text{د } a=-1 \quad \text{لپاره ٽيڪ يو حل لري. څلورم:}$$

$$\text{الف- } L = \{-0, 18; 0, 14\} \quad \text{ب- } L = \{-35, 14; 29, 14\} \quad \text{پ- } L = \{-155, 50; 63, 50\}$$

$$\text{ت- } L = \{-5, 69; 10, 49\} \quad \text{ٺ- } L = \{-2, 30; 0, 30\} \quad \text{ث- } L = \{-80, 12; 0, 12\}$$

پنجم:

$$(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1} \Leftrightarrow \frac{1}{(a+b)} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} \Leftrightarrow (a+b)^2 = ab$$

يوه ناتيک يا ناسمه وينا ده، ځکه چې  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مربع مساوات ته پوښتنې

مربع مساوات **v**

لومړۍ: لاندې مربع مساوات حل کړئ

الف-  $\frac{x}{3} - x^2 = 0$  ب-  $73 - 52s + 14s^2 = 25$  پ-  $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت-  $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$  ب-  $2a^2 + 7a + 3 = 0$  ټ-

$$8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$$

دويم: مساوات  $2x + \frac{2}{x} = 5$  ورکړ شوي دي.

الف- تعريفورشو او حلديږئ يې وټاکئ.

د مساوت په بني لور د 5 په ځای کوم عدد بايد ځای ونيسي، له کومې سره چې دا ناتغيره مساوات حل  $2^{1/2}$  ولري؟

دريم: د پارامتر د کومې ټاکنې لپاره مساوات ټيک يو حل لري؟

الف-  $3x^2 + ax - a = 0$  ب-  $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$  پ-  $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: يو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل  $L = \{-5; 3\}$  سره، ب- له حل  $L = \{-2, 5\}$  سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چي د  $x^2 - 5x - 24 = 0$  د حل سره برابر حل ولري.  
پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

$$\text{الف- } \left| (x+2)^2 \right| = 2 \quad \text{ب- } |x^2 - x + 3| = 1 \quad \text{پ- } |x+1| = x^2$$

شپږم: د ولاړکوديز يا مستطيل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوديز

الف- يو چاپيريال د  $U = 38 \text{ m}$  او يو مساحت د  $A = 88 \text{ m}^2$  ولري.

ب- يو مساحت د  $A = 16 \text{ m}^2$  ولري او د سور اوږدوالی يې  $4/3$  وي.

اوم: وښايئ: که د دوه حقيقي عددونو کمښت يا تفريق د ضرب په څلور ځله زيات شي، نو سړی د دواړو حقيقي عددونو مربع زياتون يا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د يوه ديوال په اوږدوالي يو ولاړکوديز پتي د  $A = 800 \text{ m}^2$  سطحې سره د يوه ټول  $100 \text{ m}$  متره سيم سره رابنديږي. د اړخونو اوږدوالي څنگه ټاکل کيږي؟ کوم ماکسيمال يا خورا لويه سطحه له دې سره رابنديږي؟

نهم: د  $x$  د جوړښت ټوټو قيمت  $K(x)$  دی. يو جوړښت ټوټه يا برخه په  $E(x)$  پلورل کيږي. څومره جوړښت ټوټې بايد توليد شي، چي د  $200 \text{ €}$  يوه گټه لاس ته راوړل شي؟

$$K(x) = x^2 + 100x + 80 \quad (\text{د ارزښت تابع يا فنکشن})$$

$$E(x) = 160 - 2x \quad (\text{د خرڅلاو تابع})$$

لسم: يوه فابريکه مواد توليدوي، چي ارزښت يې په هره دانه  $65 \text{ €}$  دی. د  $x$  توليدولو دانو ټول قيمت يا لگښت  $E(x)$  دی. کوم تعداد دا داني بايد توليد شي، چي گټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره يوه گټه د  $1500 \text{ €}$  لاس ته راځي.

$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$

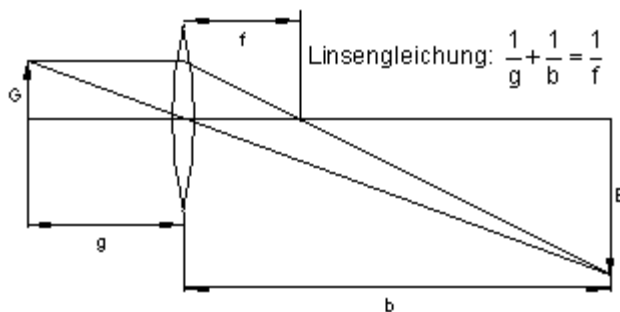
( لگڻت فنڪشن )

بولسم: يو شي G د عدسي له لاري، چي د سوزونٽيکي ا وړدوالی يې  $f = 0,2 \text{ m}$  دی په يو اوپټيکي څيره B باندي پريوخي يا څيره کيږي. د شي او څيري ترمنځ واټن يې 1 m دی.

الف- دا شي G او همداسي څيره B يې د عدسي څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه بايد ماکسيمال څومره د سوزونٽيکي واټن ولري؟

په لاندي څيره کې: Linsengleichung د عدسي مساوات.



د مربع مساوات **V**

د پوښتنو نتيجي

لومړی:



$$\text{الف- } L = \left\{0; \frac{1}{3}\right\} \quad \text{ب- } L = \left\{\frac{12}{7}; 2\right\} \quad \text{پ- } L = \left\{\frac{\sqrt{a}}{e}\right\}; a > 0$$

$$\text{ت- } L = \{-306, 91; 46, 91\} \quad \text{ب- } L = \left\{-3; -\frac{1}{2}\right\} \quad \text{ث- } L = \{34, 06; 93, 93\} \text{ دویم:}$$

$$\text{الف- } D = \mathbb{R}^* \quad L = \{0, 5; 2\} \quad \text{ب- } 2\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

دریم:

$$\text{الف- } L = \{-12; 0\} \quad \text{ب- } L = \{-16; 0\} \quad \text{پ- } L = \left\{\frac{a-1}{2}\right\}; a \in \mathbb{R} \text{ خورم:}$$

$$\text{الف- } (x-3)(x+5) = 0 \quad \text{ب- } (x+2,5)^2 = 0$$

$$\text{پ- } 2x^2 + 3x + 5 = 0 \quad \text{ت- } -2x^2 + 10x + 48 = 0 \text{ پنجم:}$$

$$\text{الف- } L = \{-\sqrt{2} - 2; \sqrt{2} - 2\}$$

$$\text{ب- } x^2 - x + 3 > 0 \text{ ار زینت اغیز نه بنیایی، حتی باور لری: } L = \emptyset \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0$$

$$\text{پ- د } x > 1 \text{ لپاره: } L = \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\} \quad \text{د } x < 1 \text{ لپاره: } L = \{\emptyset\} \text{ شیرم:}$$

Und د او په معنا

$$\text{الف- } a \cdot b = 88 \text{ und } 2a + 2b = 38 \Rightarrow \frac{176}{b} + 2b = 38 \Rightarrow \underline{\underline{b = 8 \text{ m}}} \quad \underline{\underline{a = 11 \text{ m}}}$$

$$\text{ب- } a \cdot b = 16 \text{ und } a = \frac{4}{3}b \Rightarrow \underline{\underline{b = 2\sqrt{3} \text{ m}}} \quad \underline{\underline{a = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ m}}}$$

$$\text{اوم: } (a-b)^2 + 4ab = (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

اتم:

$$a \cdot b = 800 \text{ und } 2a + b = 100 \Rightarrow b \left( -\frac{b}{2} + 50 \right) = 800 \Rightarrow b = 80 \text{ m} \quad a = 10 \text{ m}$$

b	80	70	60	50	40
A	800	1050	1200	1250	1200

$$A = b \left( -\frac{b}{2} + 50 \right)$$

ارزبنتجدول:

د اوه ودانئ برخو سره يا 13 ودانئ برخو سره گټه 200€ ده. لياره ماكسيمال سطحه منځ يا لاس ته زاځي.

نهم: گټه = خرځلاو - لگښت له دې لاس ته راځي

$$G(x) = E(x) - K(x) = x(160 - 2x) - (x^2 + 100x + 80) = 200$$

$$\Rightarrow L = \{7,42; 12,58\}$$

د اوه ودانئ برخو سره يا 13 ودانئ برخو سره گټه 200€ ده. لاسم:

$$E(x) = 65x; \quad 65x \geq \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000 \text{ für } 25 \leq x \leq 200$$

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1500 \text{ für } x_1 = 100; x_2 = 125$$

يولسم-

يولسم: G د عدسي واټن  $f = 0,2 \text{ m}$ .

د شي او څيري يا عكس ترمنځ واټن:  $g+f=1\text{m}$

بي له يونونو يا واحدونو شميرل كيږي (تولي ورکړي په متر دي)

$$g+b=1 \Leftrightarrow b=1-g$$

په عدسي بڼه کې ځای په ځای کړی.

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{1-g} = \frac{1}{f}$$

وروسته له ډېرو بڼه بدلونونو:

-----  
 $g^2 - g = -f$  مربع مساوات، چي ٽوليز حل يي دي

$$g_2 = 0,5 - \sqrt{0,25 - f} \quad \text{يا} \quad g_1 = 0,5 + \sqrt{0,25 - f}$$

ريبنه فقط د  $f \leq 25$  لپاره حلور ده

الف- د  $f = 0,2$  لپاره باور لري  $g_1 \approx 0,73$  يا  $g_2 \approx 0,27$

دا په دي معنا، چي د شي واټن  $m \approx 0,73$  د څپرې واټن  $b \approx 0,27$ .

ب - د  $f > 0; 25$  لپاره مربع مساوات حل نه لري.

تزيكي روښانونه: د  $f > 0; 25$  لپاره  $g + b > 1$  دي ، دا په دي معنا، چي څيره تيزه كيږي.

د  $f = 0,25$  لپاره فقط ي، حل شته:  $g = 0,5 \text{ m}$  او  $b = 0,5 \text{ m}$

## ۱۲ - اکسپوننشل برابرونونه یا مساوات

### ننوته

پیژند(تعریف):

مساوات، چي لږ تر لږه یو ځل یې متحولي یا اووښتوني د توان په یوه اکسپوننت کي رامنځ ته شي، اکسپوننشل مساوات بلل کيږي.

	بیلگي:
اکسپوننشل مساوات د $e \sim 2,718$ بنسټ ته	$\frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} - 2 \cdot e^{x+1} = 0$
( د اویلر عدد.	$3^x + 3^{x+1} - 3^{x-1} = 4$
اکسپوننشل مساوات بنسټ 3 ته.	$a^{2x} + a^x - a^{x+1} = b$
اکسپوننشل مساوات بنسټ a ته.	$a^x - b^{2x} + c^{x+1} = d$
اکسپوننشل مساوات د مختلفو بنسټونو سره	

په زیاتو ځایونو کې اکسپوننشل مساوات په وړ نږدې توګه ، چې دلته یې نه څیړو، حل کیږي. اکسپوننشل مساوات، چې د اکسپوننشل توابعو سره په اړوندوالي رامنځ ته کیږي، په زیات وخت کې په مناسبه بڼه بدلون او د توان او لوګاریتم د استعمال له لارې حل وړدي.

په لاندې کې به غوره د حل امکانات انځور شي. دا چې په طبیعي پوهنو او تخنیک کې زیات وخت بنسټ  $e$  د ودې پروسې په هکله یو ځانګړی معنا لري، دلته له دې امله فقط اکسپوننشل توابع  $de$  بنسټ سره څیړو.

### د اکسپوننشل مساوات د حل متودونه

د اکسپوننشل مساوات له لارې حل

$$e^{2x+4} - e^{x-1} = 0$$

یو اکسپوننشل مساوات دی، چې د لاندې بڼه بدلیدو

$$e^{2x+4} = e^{x-1}$$

د اکسپوننشل پرتله ونې له لارې حل کیدی شي.

$$e^{2x+4} = e^{x-1} \Leftrightarrow 2x+4 = x-1 \quad | -x \Leftrightarrow x+4 = -1 \quad | -4 \Rightarrow x = -5$$

$$e^{-10+4} - e^{-5-1} = e^{-6} - e^{-6} = 0 \quad \text{ازمایښت}$$

د اکسپوننشل پرتله کونې له لارې یو حل هلته ممکن دی، چې وګرځای شو د مساوات داړه لورو ته ترمونه داسې بڼه بدل کړو، چې د برابر بنسټ سره توان راکړي. دا متأسفانه تل ممکن نه دی. لکه لاندې بیلګې یې چې راښايي.

د لوګاریتم له لارې حل

$$\frac{1}{2e^x} - 3 = 0 \quad | +3 \Leftrightarrow \frac{1}{2e^x} = 3 \quad | \cdot 2e^x \Leftrightarrow 1 = 6 \cdot e^x \quad | :6 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{6}$$

دلته اکسیوننشل پرته کونه شوني نه ده.

دا اینیونه د لوگاریتم کوني سره صورت نیسي:

$$\ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \Leftrightarrow x \cdot \underbrace{\ln(e)}_1 = \underbrace{\ln(1)}_0 - \ln(6) \Leftrightarrow x = -\ln(6)$$

داسې لیکنه مو په ډېرو حالتونو کې بریالیتوب ته بیایي. سره له دې هم اکسیوننشل مساوات، په کومو کې چې زیاتون (جمع) یا کمون (تفریق) منځ ته راځي، لوگاریتمي کیدی نه شي. کیدی شي سری هڅه وکړي، چې دا د بدلون (د یوې ځای نیونکې متحولي سره بدلیدني) له لارې دا حل کړي.

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{بدلون: } e^x = u \quad \text{او } e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$

دا یو مربع مساوات دی د متحولي  $u$  سره.

$$p = -5; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

بیرته بدلیدنه او د لوگاریتم کوني سره حل

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\ ) \Rightarrow x_1 = \ln(4) \approx 1,386$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\ ) \Rightarrow x_2 = \ln(1) = 0$$

## د مفصل حل بیلگه:

بیلگه: په لاندې Probe ازماښت; Lösung durch Logarithmieren د لوگاریم له لارې حل

$$\begin{aligned}
 2e^{3x} - 6e^x &= 0 \quad | +6e^x \\
 \Leftrightarrow 2e^{3x} &= 6e^x \quad | :2 \\
 \text{Lösung durch Logarithmieren} \\
 \Leftrightarrow e^{3x} &= 3e^x \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{3x}) &= \ln(3 \cdot e^x) \\
 \Leftrightarrow 3x \cdot \ln(e) &= \ln(3) + \ln(e^x) \\
 \Leftrightarrow 3x \cdot \ln(e) &= \ln(3) + x \cdot \ln(e) \\
 \Leftrightarrow 3x &= \ln(3) + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln(3) \quad | :2 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \ln(3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x \cdot e^x - 3x &= 0 \\
 \Leftrightarrow x(e^x - 3) &= 0 \\
 \Rightarrow x_1 &= 0 \text{ und} \\
 e^x - 3 &= 0 \quad | +3 \\
 \text{Lösung durch Logarithmieren} \\
 \Leftrightarrow e^x &= 3 \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^x) &= \ln(3) \\
 \Leftrightarrow x \cdot \ln(e) &= \ln(3) \\
 \Leftrightarrow x_2 &= \ln(3)
 \end{aligned}$$

Probe:

$$\begin{aligned}
 2e^{3 \cdot \frac{1}{2} \ln(3)} - 6e^{\frac{1}{2} \ln(3)} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2e^{\frac{3}{2} \ln(3)} - 6e^{\frac{1}{2} \ln(3)} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2(e^{\ln(3)})^{\frac{3}{2}} - 6(e^{\ln(3)})^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 6 \cdot 3^{\frac{1}{2}} &= 0 \quad (w)
 \end{aligned}$$

بیلگه:

Probe:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 \\
 0 \cdot e^0 - 3 \cdot 0 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 \cdot 1 = 3 \cdot 0 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 &= 0 \quad (w) \\
 x_2 &= \ln(3) \\
 \ln(3) \cdot e^{\ln(3)} - 3 \cdot \ln(3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \ln(3) \cdot 3 - 3 \cdot \ln(3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot \ln(3) - 3 \cdot \ln(3) &= 0 \quad (w)
 \end{aligned}$$

بیلکه:

$$\begin{aligned} \frac{2}{1+e^x} = -2 \frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \quad | : 2 &\Leftrightarrow \frac{1}{1+e^x} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1 \cdot (1+e^x)}{(1+e^x)(1+e^x)} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} &\Leftrightarrow \frac{(1+e^x)}{(1+e^x)^2} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \cdot (1+e^x)^2 \\ \Leftrightarrow 1+e^x = -(e^x - 4) &\Leftrightarrow 1+e^x = -e^x + 4 \quad | +e^x - 1 \\ \Leftrightarrow 2e^x = 3 \quad | \ln(\ ) &\Leftrightarrow \ln(2 \cdot e^x) = \ln(3) \\ \Leftrightarrow \ln(2) + \ln(e^x) = \ln(3) &\Leftrightarrow \ln(2) + x \cdot \ln(e) = \ln(3) \\ \Leftrightarrow \ln(2) + x = \ln(3) \quad | -\ln(2) &\Leftrightarrow x = \ln(3) - \ln(2) \\ \Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

$$e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0 \Leftrightarrow e^{2(x+2)} - 3e^{x+2} + 2 = 0$$

$$\text{Substitution: } u = e^{x+2} \Rightarrow u^2 - 3u + 2 = 0$$

بیلکه:

د لوگاریتمی مساواتو له لارې حل

په څټ بدلون

$$p = -3; q = 2;$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{8}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$u_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$u_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x+2} = 2 \quad | \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow (x+2)\ln(e) = \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = \ln(2) \quad | -2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -2 + \ln(2)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x+2} = 1 \quad | \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow (x+2)\ln(e) = \ln(1)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = 0 \quad | -2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$



## تمرین: اکسیوننشیل مساوات

لاندي اکسیوننشیل مساوات تاسو ته د معلومو متودونو له لاري حل کړی

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \quad \text{دویم:} \quad 6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \quad \text{لومړی:}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \quad \text{څلورم:} \quad \frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \quad \text{دریم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \quad \text{پنځم:} \quad -2x^2e^{-x+2} = 0 \quad \text{شپږم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{اووم:} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{اتم:}$$

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \quad \text{لسم:} \quad \frac{2x}{e^x + 1} = 0 \quad \text{نهم:}$$

## حلونه

د اکسیوننشیل مساواتو د تمرینونو حل

نتیجې او مفصل حلونه:

نتیجې:

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \Rightarrow x = 1 - \ln(2) \quad \text{لومړی:}$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ln(4+2e) \quad \text{دویم:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \Rightarrow \quad \text{دریم:}$$

حل نه لري

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \quad \text{څلورم:}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پنځم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(5) \quad \text{شپږم:}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{او} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow x_1 = 2\ln(3) \quad \text{اوم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow x_1 = -\ln(2) \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x+1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{نههم:}$$

$$(2-e^x)^2 = (e^x-3)^2 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{5}{2}\right) \quad \text{لسم:}$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}e^{2-2x} = 6 \quad | : \frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad e^{2-2x} = 4 \quad | \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2x = \ln(4) \quad | -2 \quad \Leftrightarrow \quad -2x = \ln(4) - 2 \quad | : (-2) \quad \Leftrightarrow \quad x = 1 - \frac{1}{2}\ln(4)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \ln\left(4^{\frac{1}{2}}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1 - \ln(2)}}$$

دویم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}e^{4x} - \frac{1}{2}e = 1 \mid + \frac{1}{2}e &\Leftrightarrow \frac{1}{4}e^{4x} = 1 + \frac{1}{2}e \mid \cdot 4 &\Leftrightarrow e^{4x} = 4 + 2e \mid \ln( ) \\ \Leftrightarrow 4x = \ln(4 + 2e) \mid : 4 &\Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{4}\ln(4 + 2e)}} \end{aligned}$$

دریم:

په لاندې کې : WEDERSPRUCH تضاد او keine Lösung حل نه شته

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \mid \cdot 2 &\Leftrightarrow e^x - 2e^{x+1} = 0 \mid + 2e^{x+1} &\Leftrightarrow e^x = 2e^{x+1} \mid \ln( ) \\ \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(2e^{x+1}) &\Leftrightarrow x = \ln(2) + \ln(e^{x+1}) &\Leftrightarrow x = \ln(2) + x + 1 \mid - x \\ \Leftrightarrow 0 = \ln(2) + 1 \mid - 1 &\Leftrightarrow \ln(2) = -1 \text{ widerspruch} &\Leftrightarrow \text{keine Lösung} \\ &(3 + 2x)e^{x-1} = 0 &\Leftrightarrow 3 + 2x = 0 \mid - 3 \\ &\Leftrightarrow 2x = -3 \mid : 2 &\Leftrightarrow x = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

څلورم:

$e^{x-1}$  تابع  $1x^x$  ده چې د  $x$  په محور په 1EH یوون (واحد) بڼې لور ته راکښل شوی.

تابع  $e^x$  حل نه لري.  
پنځم:

$$\begin{aligned} -2x^2e^{-x+2} &= 0 \\ -2x^2e^{-x+2} = 0 &\Leftrightarrow -2x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 0}} \end{aligned}$$

$e^{-x+2}$  تابع  $e^{-x}$  ده چې د  $x$  په محور په 2EH یوون (واحد) بڼې لور ته راکښل شوی.

تابع  $e^{-x}$  صفرځای نه لري.  
شپږم:

په لاندې کې substitutions بدلون یا تعویض او keine Lösung حل نه شته.

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \text{ Substitution } u = e^x \Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \mid \cdot (-5) \Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0$$

$$p = 5; q = -50 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = \ln(5)}}$$

$$u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x = -10 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

اوم:

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \text{ Substitution } u = e^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow 4 - \frac{3}{u} = u \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 4u - 3 = u^2 \mid -u^2 \Leftrightarrow -u^2 + 4u - 3 = 0 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$p = -4; q = 3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(3) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 2\ln(3)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = \underbrace{2\ln(1)}_0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 0}}$$

اتم:

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{Substitution } u = e^{-x} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 + 5 = u \quad | -u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 - u + 5 = 0 \quad | : \left(-\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow u^2 + \frac{4}{3}u - \frac{20}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3}; q = -\frac{20}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{60}{9} = \frac{64}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2 \\ u_2 = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{11}{3} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{-x} = 2 \Leftrightarrow -x = \ln(2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\ln(2)}}$$

$$u_2 = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow e^{-x} = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow -x = \underbrace{\ln\left(-\frac{11}{3}\right)}_{\text{nicht definiert}} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

د د پورته پښتو: تعريف نه دی، حل نه لري.

نهم:

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \quad | \cdot (e^x + 1) \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 0}}$$

لسم:

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Leftrightarrow 4 - 4e^x + e^{2x} = e^{2x} - 6e^x + 9 \quad | -e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4e^x = -6e^x + 9 \quad | +6e^x \Leftrightarrow 4 + 2e^x = 9 \quad | -4 \Leftrightarrow 2e^x = 5 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = \frac{5}{2} \quad | \ln(\ ) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)}}$$

کارپاڼه اکسیوننشل مساوات |

## پویننتی

لانڈی اکسیوننشل مساوات حل کری

لومری -

$$\text{الف۔ } \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \quad \text{ب۔ } 2e^{x+1} - 6 = 0$$

$$\text{پ۔ } 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \quad \text{ت۔ } (2+3x)e^{x-1} = 0$$

دویم -

$$\text{الف۔ } 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب۔ } \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0$$

$$\text{پ۔ } 3e^{2-x} = 4 \quad \text{ت۔ } 2x \cdot e^x - 4x = 0$$

دریم -

$$\text{الف۔ } 2e^x - e^{2x} = 0 \quad \text{ب۔ } 4e^{2x} - 3e^x = 0$$

خلورم -

$$\text{الف۔ } \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{ب۔ } -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0$$

$$\text{پ۔ } e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{ت۔ } 2e^x + 8e^{-x} = 10$$

پنجم -

$$\text{الف۔ } 3e^{2x} - 6e^x = 0 \quad \text{ب۔ } 4e^{-3x} - 2 = 0$$

$$\text{پ - } \frac{5x}{e^{2x}+1} = 0 \text{ ت - } e^x(e^x - 3) = 0$$

شپڙم -

$$\text{الف - } (x-3)e^x - e^x = 0 \text{ ب - } e^{x+1} - 3 = 0$$

$$\text{پ - } e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \text{ ت - }$$

اوم -

$$\text{الف - } \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \text{ ب - } 8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0$$

$$\text{پ - } \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \text{ ت - } e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0$$

$$\text{ب - } -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \text{ ت - } \frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

اتم -

$$\text{الف - } 2e^{-x} - 3e^x = 0 \text{ ب - } (e^{2x+1} - 1)(e+1) = 0$$

$$\text{پ - } 4e^x + 2x \cdot e^x = 0 \text{ ت - } (e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0$$

نتيجي او مفصل حلونه

نتيجي

لومری -

$$2e^{x+1} - 6 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1 \quad \text{ب۔} \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\ln(6) \quad \text{الف۔}$$

$$(2 + 3x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \quad \text{ت۔} \quad 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \quad \text{پ۔}$$

دویم:

$$\frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right) \quad \text{ب۔} \quad 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{الف۔}$$

$$2x \cdot e^x - 4x = 0 \\ \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \ln(2) \quad \text{ت۔} \quad 3e^{2-x} = 4 \Rightarrow x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{پ۔}$$

دریم:

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{ب۔} \quad 2e^x - e^{2x} = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{الف۔}$$

پ۔ ت۔ ت۔ ت۔ ٹ۔ خلورم:

$$\frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(4) \quad \text{الف۔}$$

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \Rightarrow x = \ln(5) \quad \text{ب۔}$$

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{پ۔}$$

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{ت۔}$$

پنجم:



$$4e^{-3x} - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2) \quad \text{الف۔} \quad 3e^{2x} - 6e^x = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{ب۔}$$

$$e^x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow x = \ln(3) \quad \text{ت۔} \quad \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پ۔}$$

شپیرم:

$$e^{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1 \quad \text{ب۔} \quad (x-3)e^x - e^x = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \text{الف۔}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{5} \quad \text{ت۔} \quad e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{پ۔}$$

اوم:

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 \cdot \ln(3); x_2 = 0 \quad \text{ب۔} \quad \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\ln(9) \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(8) \quad \text{پ۔}$$

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(2); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت۔}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت۔} \quad -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\ln(2) \quad \text{ب۔}$$

اتم:

$$(e^{2x+1}-1)(e+1)=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ - ب } \quad 2e^{-x}-3e^x=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right) \text{ الف-}$$

$$(e^{x+1}-2)(e^{2x}-4)=0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(2)-1; x_2 = \ln(2) \text{ - ت } \quad 4e^x+2x \cdot e^x=0 \Rightarrow x = -2 \text{ - پ}$$

### مفصل حلونه

لومري:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}e^{-2x}-2=0 & | +2 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{3}e^{-2x}=2 & | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow e^{-2x}=6 & | \ln(\ ) \\ \Leftrightarrow \ln(e^{-2x})=\ln(6) & \\ \Leftrightarrow -2x=\ln(6) & | : (-2) \\ \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(6) & \text{ الف-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e^{x+1}-6=0 & | +6 \\ \Leftrightarrow 2e^{x+1}=6 & | : 2 \\ \Leftrightarrow e^{x+1}=3 & | \ln(\ ) \\ \Leftrightarrow \ln(e^{x+1})=\ln(3) & \\ \Leftrightarrow x+1=\ln(3) & | -1 \\ \Leftrightarrow x=\ln(3)-1 & \text{ ب-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2+3x)e^{x-1}=0 \text{ mit } e^{x-1} \neq 0 & \Leftrightarrow (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0 \\ \Leftrightarrow 2+3x=0 & | -2 \\ \Leftrightarrow 3x=-2 & | : 3 \\ \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} & \text{ ت-} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2e^x+3x \cdot e^x=0 & \\ \Leftrightarrow (2+3x)e^x=0 \text{ mit } e^x \neq 0 & \\ \Leftrightarrow 2+3x=0 & | -2 \\ \Leftrightarrow 3x=-2 & | : 3 \\ \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3} & \text{ پ-} \end{aligned}$$

دويم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \quad | +2 \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} = 2 \quad | +\frac{e}{4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2}e^x = \frac{e}{4} + 2 \quad | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & e^x = \frac{e}{2} + 4 \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^x) = \ln\left(\frac{e}{2} + 4\right) \\
 \Leftrightarrow & x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right) \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad | +3e^x \\
 \Leftrightarrow & 4e^{2x} = 3e^x \quad | : 4 \\
 \Leftrightarrow & e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right) \\
 \Leftrightarrow & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \cdot \ln(e) \\
 \Leftrightarrow & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow & x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x \cdot e^x - 4x = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2x(e^x - 2) = 0 \\
 \Rightarrow & x_1 = 0 \\
 & e^x - 2 = 0 \quad | +2 \\
 \Leftrightarrow & e^x = 2 \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^x) = \ln(2) \\
 \Leftrightarrow & x = x_2 = \ln(2) \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3e^{2-x} = 4 \quad | : 3 \\
 \Leftrightarrow & e^{2-x} = \frac{4}{3} \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^{2-x}) = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\
 \Leftrightarrow & 2-x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad | -2 \\
 \Leftrightarrow & -x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2 \quad | \cdot (-1) \\
 \Leftrightarrow & x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{پ -}
 \end{aligned}$$

درېم:

$$\begin{aligned}
 4e^{2x} - 3e^x &= 0 \quad | +3e^x \\
 \Leftrightarrow 4e^{2x} &= 3e^x \quad | : 4 \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= \frac{3}{4}e^x \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) &= \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln(e^x) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow x &= \ln\left(\frac{3}{4}\right)
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 2e^x - e^{2x} &= 0 \quad | +e^{2x} \\
 \Leftrightarrow 2e^x &= e^{2x} \quad | : 2 \\
 \Leftrightarrow e^x &= \frac{1}{2}e^{2x} \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^x) &= \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right) \\
 \Leftrightarrow x &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(e^{2x}) \\
 \Leftrightarrow x &= \ln(1) - \ln(2) + 2x \quad | -2x \\
 \Leftrightarrow -x &= -\ln(2) \quad | \cdot (-1) \\
 \Leftrightarrow x &= \ln(2)
 \end{aligned}$$

الف -

خلورم:

الف -

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} &= 0 \quad | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow e^x - 20e^{-x} + 1 &= 0 \quad | \cdot e^x \\
 \Leftrightarrow e^{2x} - 20 + e^x &= 0 \\
 \text{Substitution: } e^x = u &\Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 \Leftrightarrow u^2 + u - 20 &= 0 \\
 \Rightarrow p = 1; q = -20 \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20 = \frac{1}{4} + \frac{80}{4} = \frac{81}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \sqrt{D} &= \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} \\
 u_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4 \\ u_2 = -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -5 \end{array} \right. \\
 u_1 = 4 &\Leftrightarrow e^x = 4 \quad | \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^x) &= \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4) \\
 u_2 = -5 &\Leftrightarrow e^x = -5 \text{ keine Lösung}
 \end{aligned}$$

حل نه شتسه

ب -

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \mid \cdot (-10)e^x \\
 \Leftrightarrow & e^{2x} + 5e^x - 50 = 0 \\
 \text{Substitution: } & e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 \Leftrightarrow & u^2 + 5u - 50 = 0 \\
 \Rightarrow & p = 5; q = -50 \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = & \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 50 = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(5) \Leftrightarrow x = \ln(5)$$

$$u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x = -10 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

پ -

$$\begin{aligned}
 & e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 \text{Substitution: } & e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 \Leftrightarrow & u^2 - 5u + 4 = 0 \\
 \Rightarrow & p = -5; q = 4 \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = & \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \\
 \Rightarrow \sqrt{D} = & \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

ت -

$$\begin{aligned}
 & 2e^x + 8e^{-x} = 10 \mid \cdot e^x \\
 \Leftrightarrow & 2e^{2x} + 8 = 10e^x \mid -10e^x \\
 \Leftrightarrow & 2e^{2x} - 10e^x + 8 = 0 \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow & e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\
 \text{Substitution: } & e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2 \\
 \Leftrightarrow & u^2 - 5u + 4 = 0 \\
 \Rightarrow & p = -5; q = 4 \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = & \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \quad | +2$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-3x} = 2 \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow e^{-3x} = \frac{1}{2} \quad | \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-3x}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -3x = \ln(1) - \ln(2) \quad | :(-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2)$$

$$3e^{2x} - 6e^x = 0 \quad | +6e^x$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} = 6e^x \quad | :3$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 2e^x \quad | \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(2e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + x \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

پنجم: الف-

$$e^x(e^x - 3) = 0 \quad \text{mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow e^x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow e^x = 3 \quad | \ln(\quad) \Leftrightarrow x = \ln(3)$$

$$\frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \quad | \cdot (e^{2x} + 1)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

ب -

$$e^{x+1} - 3 = 0 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 3 \quad | \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(3)$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \ln(3) \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(3) - 1$$

ب -

$$(x-3)e^x - e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x-3) - 1]e^x = 0$$

$$\text{mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow x - 4 = 0 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

شپڻم: الف-

$$e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \quad | +\frac{3}{2}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0$$

$$e^{3-4x} \neq 0$$

$$\Rightarrow 3+5x = 0 \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow 5x = -3 \quad | :5$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$$

ت -

$$\Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = \frac{3}{2} \quad | \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(e^{\frac{1}{2}x}\right) = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad | \cdot 2 \Leftrightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

ب -

اوم -

الف -

$$\frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \mid \cdot 3e^{2x}$$

$$\Rightarrow 1 - 10e^x + 9e^{2x} = 0 \mid : 9$$

$$\Rightarrow e^{2x} - \frac{10}{9}e^x + \frac{1}{9} = 0$$

$$\text{ubstitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow u^2 - \frac{10}{9}u + \frac{1}{9} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{10}{9}; q = \frac{1}{9}$$

$$= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{9}\right)^2 - \frac{1}{9} = \frac{25}{81} - \frac{9}{81} = \frac{16}{81}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1 \\ u_2 = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 1 \Leftrightarrow e^{x_1} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$u_2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{9} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(9)$$

ب -

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \mid \cdot e^{\frac{1}{4}x}$$

$$\Leftrightarrow 8e^{\frac{1}{4}x} - 6 - 2e^{2\frac{1}{4}x} = 0 \mid : (-2)$$

$$\Leftrightarrow e^{2\frac{1}{4}x} - 4e^{\frac{1}{4}x} + 3 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^{\frac{1}{4}x} = u \Leftrightarrow e^{2\frac{1}{4}x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4; q = 3$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_1} = 3 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 = \ln(3) \Leftrightarrow x_1 = 4\ln(3)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_2 = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

ب -

$$\frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot 4e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 16 - 6e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 6u - 16 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6; q = -16$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 + 16 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 3 + 5 = 8 \\ u_2 = 3 - 5 = -2 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 8 \Leftrightarrow e^x = 8 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(8) \Leftrightarrow x = \ln(8)$$

$$u_2 = -2 \Leftrightarrow e^x = -2 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ت -

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 1 - \frac{5}{2}e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{2}u + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{5}{2}; q = 1$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1 = \frac{25}{16} - \frac{16}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2 \\ u_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x_1} = 2 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(2) \Leftrightarrow x_1 = \ln(2)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

ت -

$$-3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \mid \cdot e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -3 + 20e^{2x} - 4e^x = 0 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - \frac{1}{5}e^x - \frac{3}{20} = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{4}{10}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{1}{10} - \frac{4}{10} = -\frac{3}{10} \end{array} \right.$$



$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{5}u - \frac{3}{20} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{5}; q = -\frac{3}{20}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{15}{100} = \frac{16}{100}$$

$$u_1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\ln(2)$$

$$u_2 = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow e^x = -\frac{3}{10} \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

- ث

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + \frac{9}{4} = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = \frac{9}{4}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2} \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow e^{x_1} = \frac{9}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln\left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

- اتم

$$\begin{aligned}
 (e^{2x+1} - 1)(e + 1) &= 0 \\
 \text{wegen } e + 1 &\neq 0 \\
 \Rightarrow e^{2x+1} - 1 &= 0 \mid +1 \\
 \Leftrightarrow e^{2x+1} &= 1 \mid \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x+1}) &= \ln(1) \\
 \Leftrightarrow 2x + 1 &= 0 \mid -1 \\
 \Leftrightarrow 2x &= -1 \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned}
 2e^{-x} - 3e^x &= 0 \mid \cdot e^x \\
 \Leftrightarrow 2 - 3e^{2x} &= 0 \mid -2 \\
 \Leftrightarrow -3e^{2x} &= -2 \mid : (-3) \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= \frac{2}{3} \mid \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) &= \ln\left(\frac{2}{3}\right) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln\left(\frac{2}{3}\right) \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right)
 \end{aligned}$$

الف -

$$\begin{aligned}
 (e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) &= 0 \text{ Nullprodukt} \\
 \Rightarrow e^{x+1} - 2 &= 0 \mid +2 \\
 \Leftrightarrow e^{x+1} &= 2 \mid \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow x + 1 &= \ln(2) \mid -1 \Leftrightarrow x_1 = \ln(2) - 1 \\
 e^{2x} - 4 &= 0 \mid +4 \\
 \Leftrightarrow e^{2x} &= 4 \mid \ln(\ ) \\
 \Leftrightarrow 2x &= \ln(4) \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} \ln(4)
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 4e^x + 2x \cdot e^x &= 0 \\
 e^x \text{ ausklammern} \\
 \Rightarrow (4 + 2x)e^x &= 0 \\
 \text{wegen } e^x &\neq 0 \\
 \Rightarrow 4 + 2x &= 0 \mid -4 \\
 \Leftrightarrow 2x &= -4 \mid : 2 \\
 \Leftrightarrow x &= -2
 \end{aligned}$$

پ -

پورته بنی لور ته : له نوکاتو وباسئ، له امله کین لور ته : صفر ضرب.

## اکسیوننشیل مساوات |

ساده اکسیوننشیل مساوات حل کری

لانڈی مساوات حل کری

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0$$

لومری:

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1$$

دویم:

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0$$

دریم:

$$(3+2x)e^{x-1} = 0$$

خلورم:

$$-2x^2e^{-x+2} = 0$$

پنجم:

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0$$

شیرم:

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x}$$

اوم:

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x}$$

اتم:

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0$$

نهم:

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2$$

لسم:

حل

سده اکسیوننشیل مساوات |

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجی

$$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 \Rightarrow x = 1 - \ln(2) \quad \text{لومری:}$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ln(4+2e) \quad \text{دویم:}$$

$$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \Rightarrow \text{keine Lösung} \quad \text{دریم: حل نه شته}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \quad \text{څلورم:}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{پنځم:}$$

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \Rightarrow x_1 = \ln(5) \quad \text{شپږم:}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{او} \quad 4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow x_1 = 2\ln(3) \quad \text{اووم:}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow x_1 = -\ln(2) \quad \text{اتم:}$$

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{نهم:}$$

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{5}{2}\right) \quad \text{لسم:}$$

## مفضل حلونه

لومری:

$$\begin{aligned}
 6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0 &\Leftrightarrow \frac{3}{2}e^{2-2x} = 6 \mid : \frac{3}{2} &\Leftrightarrow e^{2-2x} = 4 \mid \ln( ) \\
 \Leftrightarrow 2 - 2x = \ln(4) \mid -2 &\Leftrightarrow -2x = \ln(4) - 2 \mid : (-2) &\Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{2}\ln(4) \\
 \Leftrightarrow x = 1 - \ln\left(4^{\frac{1}{2}}\right) &\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1 - \ln(2)}}
 \end{aligned}$$

دویم:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}e^{4x} - \frac{1}{2}e = 1 \mid + \frac{1}{2}e &\Leftrightarrow \frac{1}{4}e^{4x} = 1 + \frac{1}{2}e \mid \cdot 4 &\Leftrightarrow e^{4x} = 4 + 2e \mid \ln( ) \\
 \Leftrightarrow 4x = \ln(4 + 2e) \mid : 4 &\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{1}{4}\ln(4 + 2e)}}
 \end{aligned}$$

دریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0 \mid \cdot 2 &\Leftrightarrow e^x - 2e^{x+1} = 0 \mid + 2e^{x+1} &\Leftrightarrow e^x = 2e^{x+1} \mid \ln( ) \\
 \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(2e^{x+1}) &\Leftrightarrow x = \ln(2) + \ln(e^{x+1}) &\Leftrightarrow x = \ln(2) + x + 1 \mid -x \\
 \Leftrightarrow 0 = \ln(2) + 1 \mid -1 &\Leftrightarrow \ln(2) = -1 \text{ widerspruch} &\Leftrightarrow \text{keine Lösung}
 \end{aligned}$$

د پورته المانی پښتو: له کین و بنی لورته تضاد، حل نه شته

$$\begin{aligned}
 (3 + 2x)e^{x-1} = 0 &\Leftrightarrow 3 + 2x = 0 \mid -3 \\
 \Leftrightarrow 2x = -3 \mid : 2 &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

څلورم:

$e^{x-1}$  د  $e^x$  تابع دی چې یو یوون یا واحد د  $x$  محور بني لورته راکنبل شوی. تابع  $e^x$  صفرخای نه لري.

پنځم:

$$\begin{aligned} -2x^2 e^{-x+2} &= 0 \\ -2x^2 e^{-x+2} = 0 &\Leftrightarrow -2x^2 = 0 \\ \Leftrightarrow \underline{x=0} \end{aligned}$$

$e^{-x+2}$  تابع  $e^{-x}$  ده چې د یوه واحده د  $x$  محور باندي کين لور ته راکنبل شوي. تابع  $e^{-x}$  صفرخای نه لري.

شپږم:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \quad \text{Substitution } u = e^x &\Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \quad | \cdot u \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{5}u - 1 + \frac{10}{u} = 0 \quad | \cdot (-5) &\Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0 \\ p = 5; q = -50 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4} &\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} \\ u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right. & \\ u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \Leftrightarrow \underline{x_1 = \ln(5)} & \\ u_2 = -10 \Leftrightarrow e^x = -10 \Rightarrow \text{keine Lösung} & \end{aligned}$$

حل نه شته

اووم:

$$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad \text{Substitution } u = e^{\frac{1}{2}x} \Leftrightarrow 4 - \frac{3}{u} = u \mid \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 4u - 3 = u^2 \mid -u^2 \Leftrightarrow -u^2 + 4u - 3 = 0 \mid \cdot (-1) \Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$p = -4; q = 3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 3 = 1 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2 + 1 = 3 \\ u_2 = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(3) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 2\ln(3)}}$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = \underbrace{2\ln(1)}_0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = 0}}$$

نتیجه:

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \quad \text{Substitution } u = e^{-x} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 + 5 = u \mid -u$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}u^2 - u + 5 = 0 \mid \left(-\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow u^2 + \frac{4}{3}u - \frac{20}{3} = 0$$

$$p = \frac{4}{3}; q = -\frac{20}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{4}{9} + \frac{60}{9} = \frac{64}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = 2 \\ u_2 = -\frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{11}{3} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{-x} = 2 \Leftrightarrow -x = \ln(2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\ln(2)}}$$

$$u_2 = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow e^{-x} = -\frac{11}{3} \Leftrightarrow -x = \underbrace{\ln\left(-\frac{11}{3}\right)}_{\text{nicht definiert}} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

له کڼ بني لور ته: معریف نه دی، حل نه شه

$$\frac{2x}{e^x+1} = 0 \mid \cdot (e^x+1) \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=0}} \quad \text{نهم:}$$

لسم:

$$\begin{aligned} (2-e^x)^2 &= (e^x-3)^2 \Leftrightarrow 4-4e^x+e^{2x} = e^{2x}-6e^x+9 \mid -e^{2x} \\ \Leftrightarrow 4-4e^x &= -6e^x+9 \mid +6e^x \Leftrightarrow 4+2e^x = 9 \mid -4 \Leftrightarrow 2e^x = 5 \mid :2 \\ \Leftrightarrow e^x &= \frac{5}{2} \mid \ln(\ ) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)}} \end{aligned}$$

پوښتنې

## اکسیوننشل مساوات II

اکسیوننشل مساوات د  $e^x$  سره حل کړی.

لاندي اکسیوننشل مساوات حل کړی

لومړی: لاندي اکسیوننشل مساوات حل کړی

$$\text{الف - } \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \quad \text{ب - } 2e^{x+1} - 6 = 0$$

$$\text{پ - } 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \quad \text{ت - } (2+3x)e^{x-1} = 0$$

دویم: لاندي اکسیوننشل مساوات حل کړی



$$\frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \quad \text{الف} - 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب}$$

$$2x \cdot e^x - 4x = 0 \quad \text{ت} - 3e^{2-x} = 4 \quad \text{پ}$$

دریم:

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad \text{ب} - 2e^x - e^{2x} = 0 \quad \text{الف}$$

څلورم: لاندې اکسیوننشیل مساوات حل کری

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \quad \text{ب} - \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{الف}$$

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \quad \text{ت} - e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \quad \text{پ}$$

پنځم: لاندې اکسیوننشیل مساوات حل کری

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \quad \text{ب} - 3e^{2x} - 6e^x = 0 \quad \text{الف}$$

$$e^x(e^x - 3) = 0 \quad \text{ت} - \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \quad \text{پ}$$

شپږم: لاندې اکسیوننشیل مساوات حل کری

$$e^{x+1} - 3 = 0 \quad \text{ب} - (x-3)e^x - e^x = 0 \quad \text{الف}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0 \quad \text{ت} - e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{پ}$$

اوم: لاندې اکسیوننشیل مساوات حل کری

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \quad \text{ب} - \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0 \quad \text{الف}$$

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \quad \text{ت} - \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \quad \text{پ}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \quad \text{ت} - 3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \quad \text{ب}$$

اتم: لاندې اکسیوننشیل مساوات حل کری

$$\begin{aligned} \text{الف} - 2e^{-x} - 3e^x = 0 \text{ ب} - (e^{2x+1} - 1)(e+1) = 0 \\ \text{پ} - 4e^x + 2x \cdot e^x = 0 \text{ ت} - (e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0 \end{aligned}$$

خوابونه

اکسیوننشل مساوات ||

نتیجی او مفصل حلونه

نتیجی

لومری:

$$\text{الف} - \frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\ln(6) \text{ ب} - 2e^{x+1} - 6 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1$$

$$\text{پ} - 2e^x + 3x \cdot e^x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ ت} - (2+3x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

دویم:

$$\text{الف} - 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \text{ ب} - \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right)$$

$$\text{پ} - 3e^{2-x} = 4 \Rightarrow x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \text{ ت} - 2x \cdot e^x - 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \ln(2)$$

دریم:

$$\text{الف} - 2e^x - e^{2x} = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \text{ ب} - 4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

خلورم:

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \quad \frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = \ln(5) \quad \text{ب.} \quad \Rightarrow x = \ln(4) \quad \text{الف.}$$

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \quad e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{ت.} \quad \Rightarrow x_1 = \ln(4); x_2 = 0 \quad \text{پ.}$$

پنجم:

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}\ln(2) \quad \text{ب.} \quad 3e^{2x} - 6e^x = 0 \Rightarrow x = \ln(2) \quad \text{الف.}$$

$$e^x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow x = \ln(3) \quad \text{ت.} \quad \frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{ب.}$$

شپريم:

$$e^{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln(3) - 1 \quad \text{ب.} \quad (x-3)e^x - e^x = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \text{الف.}$$

$$(3+5x)e^{3-4x} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{5} \quad \text{ت.} \quad e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{پ.}$$

اوم:

$$8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} = 0 \quad \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 \cdot \ln(3); x_2 = 0 \quad \text{ب.} \quad \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\ln(9) \quad \text{الف.}$$

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(2); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت.} \quad \frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \ln(8) \quad \text{پ.}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right); x_2 = -\ln(2) \quad \text{ت.} \quad -3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -\ln(2) \quad \text{ب.}$$

اتم:

$$(e^{2x+1} - 1)(e + 1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ - ب } \quad 2e^{-x} - 3e^x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right) \text{ - الف}$$

$$(e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \ln(2) - 1; x_2 = \ln(2) \text{ - ت } \quad 4e^x + 2x \cdot e^x = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ - پ}$$

مفصل ڄوابونه:

لومري:

$$\frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0 \mid +2$$

$$2e^{x+1} - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow 2e^{x+1} = 6 \mid :2$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 3 \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(3)$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \ln(3) \mid -1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(3) - 1 \text{ - ب}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}e^{-2x} = 2 \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow e^{-2x} = 6 \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-2x}) = \ln(6)$$

$$\Leftrightarrow -2x = \ln(6) \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln(6) \text{ - الف}$$

$$2e^x + 3x \cdot e^x = 0$$

$$(2 + 3x)e^{x-1} = 0 \text{ mit } e^{x-1} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 3x = 0 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 3x = -2 \mid :3$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ - ت}$$

$$\Leftrightarrow (2 + 3x)e^x = 0 \text{ mit } e^x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 3x = 0 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 3x = -2 \mid :3$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ - پ}$$

دويم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} - 2 = 0 \quad | +2 \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2}e^x - \frac{e}{4} = 2 \quad | +\frac{e}{4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2}e^x = \frac{e}{4} + 2 \quad | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & e^x = \frac{e}{2} + 4 \quad | \ln( ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^x) = \ln\left(\frac{e}{2} + 4\right) \\
 \Leftrightarrow & x = \ln\left(\frac{1}{2}e + 4\right) \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad | +3e^x \\
 \Leftrightarrow & 4e^{2x} = 3e^x \quad | : 4 \\
 \Leftrightarrow & e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \quad | \ln( ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right) \\
 \Leftrightarrow & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \cdot \ln(e) \\
 \Leftrightarrow & 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \quad | -x \\
 \Leftrightarrow & x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \quad \text{الف -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x \cdot e^x - 4x = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2x(e^x - 2) = 0 \\
 \Rightarrow & x_1 = 0 \\
 & e^x - 2 = 0 \quad | +2 \\
 \Leftrightarrow & e^x = 2 \quad | \ln( ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^x) = \ln(2) \\
 \Leftrightarrow & x = x_2 = \ln(2) \quad \text{ت -}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3e^{2-x} = 4 \quad | : 3 \\
 \Leftrightarrow & e^{2-x} = \frac{4}{3} \quad | \ln( ) \\
 \Leftrightarrow & \ln(e^{2-x}) = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \\
 \Leftrightarrow & 2-x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad | -2 \\
 \Leftrightarrow & -x = \ln\left(\frac{4}{3}\right) - 2 \quad | \cdot (-1) \\
 \Leftrightarrow & x = 2 - \ln\left(\frac{4}{3}\right) \quad \text{ب -}
 \end{aligned}$$

ب -  
درج:

$$4e^{2x} - 3e^x = 0 \quad | +3e^x$$

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} = 3e^x \quad | : 4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{3}{4}e^x \quad | \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{3}{4}e^x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + x \quad | -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$2e^x - e^{2x} = 0 \quad | +e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 2e^x = e^{2x} \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2}e^{2x} \quad | \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(e^{2x})$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(1) - \ln(2) + 2x \quad | -2x$$

$$\Leftrightarrow -x = -\ln(2) \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

الف -

خلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}e^x - 10e^{-x} + \frac{1}{2} = 0 \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow e^x - 20e^{-x} + 1 = 0 \quad | \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 20 + e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 + u - 20 = 0$$

$$\Rightarrow p = 1; q = -20$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{80}{4} = \frac{81}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 4 \\ u_2 = -\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -5 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^x = 4 \quad | \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4)$$

$$u_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow e^x = -5 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ب -

$$-\frac{1}{10}e^x - \frac{1}{2} + 5e^{-x} = 0 \mid \cdot (-10)e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 5e^x - 50 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 + 5u - 50 = 0$$

$$\Rightarrow p = 5; q = -50$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$$= \frac{25}{4} + \frac{200}{4} = \frac{225}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = -\frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 5 \\ u_2 = -\frac{5}{2} - \frac{15}{2} = -10 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 5 \Leftrightarrow e^x = 5 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(5) \Leftrightarrow x = \ln(5)$$

$$u_2 = -10$$

$$\Leftrightarrow e^x = -10 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

- پ

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = 4$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

- ت

$$2e^x + 8e^{-x} = 10 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow 2e^{2x} + 8 = 10e^x \mid -10e^x$$

$$\Leftrightarrow 2e^{2x} - 10e^x + 8 = 0 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = 4$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}$$

$$u_1 = 4 \Leftrightarrow e^{x_1} = 4 \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(4) \Leftrightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{x_2} = 1 \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

پنجم:

$$4e^{-3x} - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow 4e^{-3x} = 2 \mid : 4$$

$$\Leftrightarrow e^{-3x} = \frac{1}{2} \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{-3x}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -3x = \ln(1) - \ln(2) \mid : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln(2)$$

ب -

$$3e^{2x} - 6e^x = 0 \mid +6e^x$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} = 6e^x \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 2e^x \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(2e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + \ln(e^x)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(2) + x \mid -x$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

الف -

$$e^x(e^x - 3) = 0 \text{ mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow e^x - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^x = 3 \mid \ln( ) \Leftrightarrow x = \ln(3)$$

ت -

$$\frac{5x}{e^{2x} + 1} = 0 \mid \cdot (e^{2x} + 1)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

پ -

شپيرم: لاندې : ... سره

$$e^{x+1} - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 3 \mid \ln( )$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(3)$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \ln(3) \mid -1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(3) - 1$$

ب -

$$(x-3)e^x - e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x-3) - 1]e^x = 0$$

$$\text{mit } e^x \neq 0$$

$$\Rightarrow x - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

الف -



$$\begin{aligned}
 e^{\frac{1}{2}x} - \frac{3}{2} &= 0 \quad | +\frac{3}{2} \\
 (3+5x)e^{3-4x} &= 0 & \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} &= \frac{3}{2} \quad | \ln(\ ) \\
 e^{3-4x} &\neq 0 & \Leftrightarrow \ln\left(e^{\frac{1}{2}x}\right) &= \ln\left(\frac{3}{2}\right) \\
 \Rightarrow 3+5x &= 0 \quad | -3 & \Leftrightarrow \frac{1}{2}x &= \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow 5x &= -3 \quad | : 5 & \Leftrightarrow x &= 2 \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right)
 \end{aligned}$$

- ت

- ب  
اوم:

- الف

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{10}{3}e^{-x} + 3 &= 0 \quad | \cdot 3e^{2x} & \Rightarrow \sqrt{D} &= \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9} \\
 \Leftrightarrow 1 - 10e^x + 9e^{2x} &= 0 \quad | : 9 & u_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1 \\ u_2 = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \end{array} \right. \\
 \Leftrightarrow e^{2x} - \frac{10}{9}e^x + \frac{1}{9} &= 0 & u_1 = 1 &\Leftrightarrow e^{x_1} = 1 \quad | \ln(\ ) \\
 \text{Substitution: } e^x = u &\Leftrightarrow e^{2x} = u^2 & \Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) &= \ln(1) \Leftrightarrow x_1 = 0 \\
 \Leftrightarrow u^2 - \frac{10}{9}u + \frac{1}{9} &= 0 & u_2 = \frac{1}{9} &\Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{9} \quad | \ln(\ ) \\
 \Rightarrow p = -\frac{10}{9}; q = \frac{1}{9} & & \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) &= \ln\left(\frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(9) \\
 D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q &= \left(-\frac{5}{9}\right)^2 - \frac{1}{9} & & \\
 = \frac{25}{81} - \frac{9}{81} &= \frac{16}{81} & &
 \end{aligned}$$

- ب

$$\begin{aligned}
 8 - 6e^{-\frac{1}{4}x} - 2e^{\frac{1}{4}x} &= 0 \quad | \cdot e^{\frac{1}{4}x} & \Rightarrow \sqrt{D} &= \sqrt{1} = 1 \\
 \Leftrightarrow 8e^{\frac{1}{4}x} - 6 - 2e^{\frac{1}{4}x} &= 0 \quad | : (-2) & u_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 2+1=3 \\ u_2 = 2-1=1 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow e^{2 \cdot \frac{1}{4}x} - 4e^{\frac{1}{4}x} + 3 = 0$$

$$\text{Substitution: } e^{\frac{1}{4}x} = u \Leftrightarrow e^{2 \cdot \frac{1}{4}x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4; q = 3$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 - 3$$

$$= 4 - 3 = 1$$

$$u_1 = 3 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_1} = 3 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1 = \ln(3) \Leftrightarrow x_1 = 4 \ln(3)$$

$$u_2 = 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{4}x_2} = 1 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_2 = \ln(1) \Leftrightarrow x_2 = 0$$

- پ

$$\frac{1}{4}e^x - 4e^{-x} - \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot 4e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 16 - 6e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 6u - 16 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6; q = -16$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 + 16$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = 3 + 5 = 8 \\ u_2 = 3 - 5 = -2 \end{array} \right.$$

$$u_1 = 8 \Leftrightarrow e^x = 8 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(8) \Leftrightarrow x = \ln(8)$$

$$u_2 = -2 \Leftrightarrow e^x = -2 \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

- ت

$$e^x + e^{-x} - \frac{5}{2} = 0 \mid \cdot e^x$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} + 1 - \frac{5}{2}e^x = 0$$

$$\text{Substitution: } e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{2}u + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{5}{2}; q = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2 \\ u_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = 2 \Leftrightarrow e^{x_1} = 2 \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln(2) \Leftrightarrow x_1 = \ln(2)$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 1$$

$$= \frac{25}{16} - \frac{16}{16} = \frac{9}{16}$$

$$-3e^{-2x} + 20 - 4e^{-x} = 0 \mid \cdot e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -3 + 20e^{2x} - 4e^x = 0 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - \frac{1}{5}e^x - \frac{3}{20} = 0$$

Substitution:  $e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{5}u - \frac{3}{20} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{5}; q = -\frac{3}{20}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{1}{100} + \frac{15}{100} = \frac{16}{100}$$

$$\frac{3}{2}e^{2x} - \frac{15}{2}e^x + \frac{27}{8} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + \frac{9}{4} = 0$$

Substitution:  $e^x = u \Leftrightarrow e^{2x} = u^2$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u + \frac{9}{4} = 0$$

$$\Rightarrow p = -5; q = \frac{9}{4}$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

ب -

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{4}{10}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{1}{10} - \frac{4}{10} = -\frac{3}{10} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\ln(2)$$

$$u_2 = -\frac{3}{10} \Leftrightarrow e^x = -\frac{3}{10} \text{ keine Lösung}$$

حل نه شته

ث -

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} u_1 = \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2} \\ u_2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$u_1 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow e^{x_1} = \frac{9}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{x_1}) = \ln\left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x_1 = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{x_2} = \frac{1}{2} \mid \ln(\quad)$$

$$= \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} \quad \Leftrightarrow \ln(e^{x_2}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x_2 = -\ln(2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

اتم: لاندی ب: له امله، پ- له نوکاو وباسی، له ... امله، ت: صفر ضرب

$$2e^{-x} - 3e^x = 0 \mid \cdot e^x$$

$$(e^{2x+1} - 1)(e+1) = 0 \quad \Leftrightarrow 2 - 3e^{2x} = 0 \mid -2$$

wegen  $e+1 \neq 0$   $\Leftrightarrow -3e^{2x} = -2 \mid : (-3)$

$$\Rightarrow e^{2x+1} - 1 = 0 \mid +1 \quad \Leftrightarrow e^{2x} = \frac{2}{3} \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow e^{2x+1} = 1 \mid \ln(\ ) \quad \Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2x+1}) = \ln(1) \quad \Leftrightarrow 2x = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 2x = -1 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ب -} \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad \text{الف -}$$

$$(e^{x+1} - 2)(e^{2x} - 4) = 0 \text{ Nullprodukt}$$

$$\Rightarrow e^{x+1} - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 2 \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \ln(2) \mid -1 \Leftrightarrow x_1 = \ln(2) - 1$$

$$e^{2x} - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} = 4 \mid \ln(\ )$$

$$\Leftrightarrow 2x = \ln(4) \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} \ln(4) \quad \text{ت -}$$

$$4e^x + 2x \cdot e^x = 0$$

$e^x$  ausklammern

$$\Rightarrow (4 + 2x)e^x = 0$$

wegen  $e^x \neq 0$

$$\Rightarrow 4 + 2x = 0 \mid -4$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \quad \text{پ -}$$

پوښتنې

## اکسیوننشیل مساوات III

اکسیوننشیل مساوات د ریښې سره

ویې شمیرئ

لومړی:

$$\text{الف - } 3^{2x+1} = 243 \quad \text{ب - } 5^{2x+3} = 15625 \quad \text{پ - } 2^{4x+3} = 128$$

$$\text{ت - } 4^{3x-2} = 16414 \quad \text{ټ - } 6^{5x-2} = 1296 \quad \text{څ - } 4 \cdot 3 \cdot 2^{2x-3} = 131$$

دویم:

$$\text{الف - } 5 \cdot 18^{4x-3} = 29,16 \quad \text{ب - } 8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450 \quad \text{پ - } 2,5 \cdot 40^{-x} = 342$$

$$\text{ت - } 3,8 \cdot 5^{5-x} = 475 \quad \text{ټ - } 2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048 \quad \text{څ - } 5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007$$

دریم:

$$\text{الف - } 7,2 \cdot 9^{4-3x} = \frac{8}{9} \quad \text{ب - } 3^{2x-1} = 9^{2x-3} \quad \text{پ - } 2^{3x+1,6} = 4^{2x-0,1}$$

$$\text{ت - } 16^{2x+1} = 4^{2x+3} \quad \text{ټ - } 3,5^{x-1} = 12,25^{x-2} \quad \text{څ - } 2 \cdot 4^{x+1} = 1,6 \cdot 20^{2x-1}$$

څلورم:

$$\text{الف - } \sqrt[3]{38416} = 14 \quad \text{ب - } \sqrt[3]{1764} = 42 \quad \text{پ - } \sqrt[3]{83521} = 17$$

$$\text{ت - } \sqrt[4]{29791} = 31 \quad \text{ټ - } \sqrt[4]{117649} = 49 \quad \text{څ - } \sqrt[2x+1]{27} = 3^x$$

پنجم:

الف -  $x\sqrt[3]{64} = 2^x$  - ب -  $x+2\sqrt[3]{243} = 3^{x-4}$  - پ -  $x+1\sqrt[3]{125} = 2,5 \cdot 2^{x-1}$   
 ت -  $2^{x-3}\sqrt[3]{512} = 2 \cdot 2^{x-1}$  - ث -  $5^{x-7}\sqrt[3]{389} = 3^{x-4}\sqrt[3]{53,29}$  - ج -  $2^{x-1}\sqrt[3]{578} = 8,33$   
 شپيرم:

الف -  $3^{x-2}\sqrt[3]{24,6} = 2,227$  - ب -  $2^{x+1}\sqrt[3]{42,875} = 3,5$  - پ -  $x+1\sqrt[3]{81} = 2^x$   
 اوم:

الف -  $4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1}$  - ب -  $2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4}$   
 پ -  $2^{2(x+1)} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1}$  - ت -  $16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0$   
 اتم:

الف -  $5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0$  - ب -  $90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0$   
 پ -  $2^{5x+2} + 3^{2x+2} = 2^{5x+1} + 3^{2x+4}$  - ت -  $36^{4x-3} - 8 \cdot 6^{4x-3} + 12 = 0$   
 بيلگه

$$3 \cdot 2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-2} \quad || \lg$$

$$\Leftrightarrow \lg(3 \cdot 2^{x+3}) = \lg(64 \cdot 3^{x-2})$$

$$\Leftrightarrow \lg 3 + (x+3) \cdot \lg 2 = \lg 64 + (x-2) \cdot \lg 3$$

$$\Leftrightarrow (x+3) \cdot \lg 2 - (x-2) \cdot \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$$

$$\Leftrightarrow x \lg 2 + 3 \lg 2 - x \lg 3 + 2 \lg 3 = \lg 64 - \lg 3$$

$$\Leftrightarrow x \lg 2 - x \lg 3 = \lg 64 - \lg 3 - 3 \lg 2 - 2 \lg 3$$

$$\Leftrightarrow x(\lg 2 - \lg 3) = \lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\lg 64 - 3 \lg 3 - 3 \lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} = 3$$

حلونه

## اکسیوننشیل مساوات III

نتیجی

لومری:

---

الف -  $3^{2x+1} = 243 \Rightarrow L = \{2\}$  ب -  $5^{2x+3} = 15625 \Rightarrow L = \{1,5\}$   
پ -  $2^{4x+3} = 128 \Rightarrow L = \{1\}$  ت -  $4^{3x-2} = 16414 \Rightarrow L = \{3,0\dots\}$   
ث -  $6^{5x-2} = 1296 \Rightarrow L = \{1,2\}$  ج -  $4 \cdot 3 \cdot 2^{2x-3} = 131 \Rightarrow L = \{2,99\dots\}$

دویم:

الف -  $5 \cdot 1,8^{4x-3} = 29,16 \Rightarrow L = \{1,5\}$  ب -  $8 \cdot 7,5^{5x-8} = 450 \Rightarrow L = \{2\}$   
پ -  $2,5 \cdot 40^{-x} = 342 \Rightarrow L = \left\{-\frac{4}{3}\right\}$  ت -  $3,8 \cdot 5^{5-x} = 475 \Rightarrow L = \{2\}$   
ث -  $2,4 \cdot 50^{3-x} = 0,048 \Rightarrow L = \{4\}$  ج -  $5,6 \cdot 20^{2-x} = 0,0007 \Rightarrow L = \{5\}$

دریم:

الف -  $7,2 \cdot 9^{4-3x} = \frac{8}{9} \Rightarrow L = \{1,65\}$  ب -  $3^{2x-1} = 9^{2x-3} \Rightarrow L = \{2,5\}$   
پ -  $2^{3x+1,6} = 4^{2x-0,1} \Rightarrow L = \{1,8\}$  ت -  $16^{2x+1} = 4^{2x+3} \Rightarrow L = \{0,5\}$   
ث -  $3,5^{x-1} = 12,25^{x-2} \Rightarrow L = \{3\}$  ج -  $2 \cdot 4^{x+1} = 1,6 \cdot 20^{2x-1} \Rightarrow L = \{1\}$

چلورم:

الف -  $\sqrt[3]{1764} = 42 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{2\}$  ب -  $\sqrt[3]{38416} = 14 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{4\}$   
پ -  $\sqrt[3]{83521} = 17 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} ; L = \{6\}$  ت -  $\sqrt[3]{29791} = 31 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; L = \{4\}$   
ث -  $\sqrt[3]{117649} = 49 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\} ; L = \{7\}$   
ج -  $\sqrt[3]{27} = 3^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} ; L = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$

پنجم:

$$x^{-1}\sqrt{64} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}; L = \{3; -2\} \text{ - الف}$$

$$x+2\sqrt{243} = 3^{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; L = \{-2, 7, \dots; 4, 7, \dots\} \text{ - ب}$$

$$x+\sqrt[3]{125} = 2,5 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}; L = \{2; -3, 32, \dots\} \text{ - پ}$$

$$2^{x-3}\sqrt[5]{12} = 2 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}; L = \left\{3; -\frac{3}{2}\right\} \text{ - ت}$$

$$5^{x-7}\sqrt[3]{389} = 3^{x-4}\sqrt[4]{53,29} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\}; L = \{2\} \text{ - ث}$$

$$2^{x-1}\sqrt{578} = 8,33 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}; L = \{2\} \text{ - ج}$$

شپڙم:

$$3^{x-2}\sqrt[2]{24,6} = 2,227 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}; L = \{2\} \text{ - الف}$$

$$2^{x+1}\sqrt[4]{42,875} = 3,5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}; L = \{1\} \text{ - ب}$$

$$x+\sqrt[3]{81} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}; L = \{-3, 0, 67, \dots; 2, 0, 67, \dots\} \text{ - پ}$$

اوم:

$$4 \cdot 5^{2x-3} = 5 \cdot 10^{x-1} \Rightarrow L = \{3\} \text{ - الف}$$

$$2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4} \Rightarrow L = \{1\} \text{ - ب}$$

$$2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1} \Rightarrow L = \{3, 82, \dots\} \text{ - پ}$$

$$16^{x-2} - 18 \cdot 4^{x-2} + 32 = 0 \Rightarrow L = \{4; 2,5\} \text{ - ت}$$

اتم:

$$5^{2x-4} - 8 \cdot 5^{x-2} + 15 = 0 \Rightarrow L = \{3; 2,682\} \text{ - الف}$$

$$90 \cdot 3^{3x-2} - 9^{3x-2} - 729 = 0 \Rightarrow L = \left\{2; \frac{4}{3}\right\} \text{ - ب}$$



$$2^{5x+2} + 3^{2x+2} = 2^{5x+1} + 3^{2x+4} \Rightarrow L = \{2, 82, \dots\} \text{ پ۔}$$

$$36^{4x-3} - 8 \cdot 6^{4x-3} + 12 = 0 \Rightarrow L = \{1; 0, 8466\} \text{ ت۔}$$

پوہنتی

#### اکسیوننشیل مساوات IV

اکسیوننشیل مساوات د  $e$  -تابع سرہ۔

مساوات یا برابر ونونہ حل کری

لومری:

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \text{ پ۔} \quad 3e^{x-1} = 4 \text{ ب۔} \quad \frac{e^{-x}}{2} - 3 = 0 \text{ الف۔}$$

$$1 - ke^{k-x} = 0; k > 0 \text{ ٹ۔} \quad 2,5e^{kx} = 12; k \neq 0 \text{ ب۔} \quad 6 - 1,5e^{2-2x} = 0 \text{ ت۔}$$

$$12e^{-2,487x} = 10^9 \text{ ح۔} \quad 2,078e^{-0,0128x} = 1,5 \text{ ج۔} \quad 250e^{\ln 2x} = 1200$$

$$\frac{e^x}{2} - e^{x+1} = 0 \text{ ب۔} \quad 2e^{3x} - 6e^x = 0 \text{ الف۔} \quad (x-2)e^{2x} - e^{2x} = 0 \text{ پ۔}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \text{ ب۔} \quad xe^x - 3x = 0 \text{ ٹ۔} \quad (3+2x)e^{x-1} = 0 \text{ ت۔}$$

دریم:

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0 \text{ ب۔} \quad e^{2x} - \frac{17}{2}e^x + 4 = 0 \text{ الف۔}$$

$$(e^{-x} - 2k)^2 = 0; k > 0 \text{ ب۔} \quad e^{-2x} - 10e^{-x} + 9 = 0 \text{ ت۔}$$

$$10e^{-0,1x} - 20e^{-0,1x+1} = 0,2 \text{ ٹ۔} \quad 0,5e^{kx}(kx-2) = 0; k \neq 0 \text{ ب۔}$$

خلورم:

$$\frac{e^{0,5x}}{2} - \frac{3}{4} = 0 \quad \text{الف} - e^{-4x} + 5 = 0 \quad \text{ب} - 2e^{x-1} = 8 \quad \text{پ} - \frac{e^{0,5x}}{2} - \frac{3}{4} = 0$$

$$-\frac{1}{4}e^{1,5x+1} + 2 = 0 \quad \text{ت} - 3e^{-2x} - 3 = 0 \quad \text{ث} - 4e^{0,4x+2} = 6$$

پنجم:

$$3e^{-x} - 2e^x = 0 \quad \text{الف} - 5e^{2x} - 2e^x = 0 \quad \text{ب} - 1 - e^{2-x} = 0 \quad \text{پ} - 3e^{-x} - 2e^x = 0$$

$$(3+x)e^{0,5x} = e^{0,5x} \quad \text{ت} - (1+2x)e^{1-2x} = 0 \quad \text{ث} - (1-2e^x)(e^{-x}-4) = 0$$

شپيرم:

$$e - 2e^{\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{الف} - 2xe^{-x} - 7e^{-x} = 0 \quad \text{ب} - \frac{e^x}{4} - \frac{3}{e^x} = 0 \quad \text{پ} - e - 2e^{\frac{x}{2}} = 0$$

$$\frac{x}{2}e^{-x} - e^{-x} = 0 \quad \text{ت} - e^x + 1 = 12e^{-x} \quad \text{ث} - e^{0,5x} - 2e^{-x} = 0$$

$$\frac{e}{2} - e^{kx} = 0; k \neq 0 \quad \text{ج} - 600e^{-0,2x} = 125 \quad \text{چ} - 2k - ke^{4x} = 0; k \neq 0 \quad \text{ح} - \frac{e}{2} - e^{kx} = 0; k \neq 0$$

اووم:

$$9e^{-x} + 9e^x - 82 = 0 \quad \text{الف} - e^{2x} - 4e^x + 3 = 0 \quad \text{ب} - e^{0,5x} + e^{0,25x} - 12 = 0 \quad \text{پ} - 9e^{-x} + 9e^x - 82 = 0$$

$$5e^x + 25e^{-x} - 126 = 0 \quad \text{ت} - e^{2x} + 3e^x - 40 = 0 \quad \text{ث} - 2e^x - 3e^{-x} + 5 = 0 \quad \text{پ} - 5e^x + 25e^{-x} - 126 = 0$$

خوابونه

اکسیوننشل مساوات

نتیجی

لومری:

$$\frac{e^{-x}}{2} - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\ln 6 \approx -1,79 \quad \text{الف} -$$

$$3e^{x-1} = 4 \Leftrightarrow x = \ln \frac{4}{3} + 1 \approx 1,29 \quad \text{ب} -$$

$$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \ln(4 + 2e) \approx 0,56 \quad \text{پ۔}$$

$$6 - 1,5e^{2-2x} = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \ln 2 \approx -0,31 \quad \text{ت۔}$$

$$2,5e^{kx} = 12; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{k} \ln 4,8 \quad \text{ب۔}$$

$$1 - ke^{k-x} = 0; k > 0 \Leftrightarrow x = k - \ln \frac{1}{k} \quad \text{ث۔}$$

$$250e^{\ln 2x} = 1200 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 4,8}{\ln 2} \approx 2,26 \quad \text{ج۔}$$

$$2,078e^{-0,0128x} = 1,5 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 0,722}{-0,0128} \approx 25,46 \quad \text{چ۔}$$

$$12e^{2,487x} = 10^9 \Leftrightarrow x \approx 7,33 \quad \text{ح۔}$$

دویم:

$$2e^{3x} - 6e^x = 0 \Leftrightarrow 2e^x(e^{2x} - 3) = 0 \text{ für } x = \frac{1}{2} \ln 3 \quad \text{الف۔}$$

$$\frac{e^x}{2} - e^{x+1} = 0 \Leftrightarrow e^x(1 - 2e) = 0 \Rightarrow L = \emptyset \quad \text{ب۔}$$

$$(x-2)e^{2x} - e^{2x} = 0 \Leftrightarrow (x-3)e^{2x} = 0 \text{ für } x = 3 \quad \text{پ۔}$$

$$-2x^2e^{-x+2} = 0 \Leftrightarrow -2x^2e^{-x+2} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{ت۔}$$

$$xe^x - 3x = 0 \Leftrightarrow x(e^x - 3) = 0 \Rightarrow L = \{0; \ln 3\} \quad \text{ب۔}$$

$$(3+2x)e^{x-1} = 0 \Leftrightarrow (3+2x)e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = -1,5 \quad \text{ث۔}$$

دریم:

subst=بدلون... ergibt=راکوی...

$$e^{2x} - \frac{17}{2}e^x + 4 = 0$$

Substitution  $u = e^x$  ergibt  $u_1 = 8$ ;  $u_2 = 0,5 \Rightarrow x_1 = \ln 8$  und  $x_2 = \ln 0,5$  - الف  
- ب

$$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0$$

$e^{2x} + 5e^x - 50 = 0$ ; Substitution:  $u = e^x$  ergibt  $u_1 = 5$ ;  $u_2 = -10 \Rightarrow x_1 = \ln 5$

$$e^{-2x} - 10e^{-x} + 9 = 0$$

Substitution:  $u = e^{-x}$  ergibt  $u_1 = 9$ ;  $u_2 = 1 \Rightarrow x_1 = -\ln 9$ ;  $x_2 = \ln 1 = 0$  - پ

$$(e^{-x} - 2k)^2 = 0; k > 0$$

Nullprodukt  $(e^{-x} - 2k) = 0$  für  $x_{1/2} = -\ln 2k$  - ت

$$0,5e^{kx} (kx - 2) = 0; k \neq 0 \Rightarrow \text{Nullprodukt}; x = \frac{2}{k}$$

- ث

$$10e^{-0,1x} - 20e^{-0,1x+1} = 0,2$$

$$10e^{-0,1x} - 20e \cdot e^{-0,1x} = (10 - 20e) \cdot e^{-0,1x} = 0,2$$

د  $10 - 20e > 0$  له امله حل یا خواب نه دی.  
خلوم:

$$2e^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x = 1 + \ln 4 \quad \text{ب} \quad -e^{4x} + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 5}{\ln 4} \quad \text{الف}$$

$$3e^{-2x} - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ت} \quad \frac{e^{0,5x}}{2} - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \ln \frac{3}{2} \quad \text{پ}$$

$$4e^{0,4x+2} = 6 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \ln \frac{3}{2} - 5 \quad \text{ب}$$

$$-\frac{1}{4}e^{1,5x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1 + \ln 8) \approx 0,72 \quad \text{ث}$$

پنجم:

$$5e^{2x} - 2e^x = 0 \Leftrightarrow x = \ln \frac{2}{5} \quad \text{الف}$$

$$1 - e^{2-x} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ب}$$

$$3e^{-x} - 2e^x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2} \quad \text{پ}$$

$$(1+2x)e^{1-2x} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ت}$$

$$(1-2e^x)(e^{-x}-4) = 0 \Leftrightarrow x = -\ln 4; -\ln 2 \quad \text{ث}$$

$$(3+x)e^{0.5x} = e^{0.5x} \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ث}$$

شپڙم:

$$2xe^{-x} - 7e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = 3,5 \quad \text{الف}$$

$$\frac{e^x}{4} - \frac{3}{e^x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln 12 \quad \text{ب}$$

$$e - 2e^{\frac{x}{2}} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \ln \frac{e}{2} \quad \text{پ}$$

$$e^x + 1 = 12e^{-x} \Leftrightarrow x = \ln 3 \quad \text{ت}$$

$$e^{0.5x} - 2e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \ln 2 \quad \text{ث}$$

$$\frac{x}{2}e^{-x} - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ث}$$

$$600e^{-0.2x} = 125 \Leftrightarrow x = 5 \ln 4 \quad \text{ج}$$

$$2k - ke^{4x} = 0; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \ln 2 \quad \text{چ}$$

$$\frac{e}{2} - e^{kx} = 0; k \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{k} \ln \frac{e}{2} \quad \text{ح}$$

اووم:

$$e^{2x} - 4e^x + 3 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 3; 0 \} \quad \text{الف}$$

$$e^{0.5x} + e^{0.25x} - 12 = 0 \Leftrightarrow L = \{ 4 \ln 3 \} \quad \text{ب}$$

$$\text{پ۔ } 9e^{-x} + 9e^x - 82 = 0 \Leftrightarrow L = \{ 2\ln 3; -2\ln 3 \}$$

$$\text{ت۔ } 2e^x - 3e^{-x} + 5 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 0,5 \}$$

$$\text{ب۔ } e^{2x} + 3e^x - 40 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 5 \}$$

$$\text{ث۔ } 5e^x + 25e^{-x} - 126 = 0 \Leftrightarrow L = \{ \ln 25; -\ln 5 \}$$

پوڻيٽي

اکسیپوننشل مساوات **V**

اکسیپوننشل مساوات د **e** -تابع او کسرونو یا ماتونو سره

مساوات حل کری:

لومری:

$$\text{الف۔ } e^{3x} - 3e^x + 4 = 0 \quad \text{ب۔ } 4 - 3e^{-0,5x} = e^{0,5x}$$

دویم:

$$\text{الف۔ } e^{2x} - 2e^{-x} = 0 \quad \text{ب۔ } 4e^x - \frac{e^{-x}}{3} = 0$$

$$\text{پ۔ } (e^{-x} - 1)^2 = 9 \quad \text{ت۔ } -\frac{2}{5}e^{0,5x} + e^{-x} = 0$$

دریم:

$$\text{الف۔ } 2^{2x-2} = 23 \quad \text{ب۔ } 5^{x+3} - 5^{3x-5} = 0 \quad \text{پ۔ } 2^x - 3^{x-1} = 3^x - 2^{x+2}$$

$$\text{ت۔ } 2^{2x-2} - 2^x = 8 \quad \text{ب۔ } 0,5 \cdot 2^{2+x} - 0,25 = 0 \quad \text{ث۔ } 3^x + 9 \cdot 3^{-x} = 10$$

خلورم:

$$\text{الف۔ } xe^{kx} - kx = 0 \quad \text{ب۔ } ke^{kx} - ke^x = 0 \quad \text{پ۔ } -2e^{-x} + 2ke^{-2x} = 0$$

پنجم:

$$\text{الف - } \frac{3}{2}e - \frac{1}{4}e^{-x} = 0 \text{ ب - } 2e^x - \frac{1}{2}e^{3x} = 0 \text{ پ - } ke^{\frac{1}{k}x} - 4k = 0$$

$$\text{ت - } 2xe^x = 7x \text{ ث - } e^x - 20e^{-x} = 1 \text{ ج - } \frac{1}{2}e^{2x} + 18e^{-2x} = \frac{13}{2}$$

شپڙم:

$$\text{الف - } \left(-\frac{4}{5}e^{2x} + 4\right)(x^2 + 1) = 0 \text{ ب - } \frac{1}{2}(2 - e^x)^2 = 0 \text{ پ - } e^x(4 - 2e^x) = 0$$

$$\text{ت - } -ex + 3x^2 = 0 \text{ ث - } xe^{-x} - ke^{-x} = e^{-x} \text{ ج - } \frac{1}{2}(2k - e^x)^2 = 2k^2; k > 0$$

اووم:

$$\text{الف - } (2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \text{ ب - } \left(\frac{x}{2} + 1\right)e^{2-x} = 0 \text{ پ - } \frac{1}{2}e^x - 8e^{-x} = 3$$

$$\text{ت - } 1 - \frac{2e^x}{e^x + 3} = 0 \text{ ث - } -\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \text{ ج - } \frac{2}{1+e^x} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2}$$

اتم:

$$\text{الف - } \frac{2x}{e^x + 1} = 0 \text{ ب - } e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0 \text{ پ - } \frac{e^x}{e^x - 2} = e^x; x \neq \ln 2$$

$$\text{ت - } -2e^x - 2e^{-x} + 5 = 0 \text{ ث - } (x - k)e^{x+k} = 0 \text{ ج - } \frac{e^x - k}{e^x + k} = 0; k > 0$$

خوابونه

اکسیوننشیل مساوات **V**

نتیجی

لومری:

الف -

$$e^{3x} - 3e^x + 4 = 0$$

Substitution:  $u = e^x$  ergibt  $u^3 - 3u + 4 = 0$  für  $u_1 = -2,195 < 0 \Rightarrow L = \emptyset$

ب -

$$4 - 3e^{-0,5x} = e^{0,5x}$$

$4e^{0,5x} - 3 - e^x = 0$  Substitution:  $u = e^{0,5x}$  ergibt  $4u - 3 - u^2 = 0$

Lösungen in  $u$ :  $u_1 = 3$ ;  $u_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \ln 3$ ;  $x_2 = 0$

دويم:

$$4e^x - \frac{e^{-x}}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln 12 \quad \text{ب -} \quad e^{2x} - 2e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \ln 2 \quad \text{الف -}$$

$$-\frac{2}{5}e^{0,5x} + e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x \approx 0,611 \quad \text{ت -} \quad (e^{-x} - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow x = -\ln 4 \quad \text{ب -}$$

ديم:

$$2^{x-2} = 23 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 23}{\ln 2} + 2 \approx 6,52 \quad \text{الف -}$$

$$5^{x+3} - 5^{3x-5} = 0 \Leftrightarrow 5^{x+3}(1 - 5^{2x-8}) = 0 \text{ für } x = 4 \quad \text{ب -}$$

ب -

$$2^x - 3^{x-1} = 3^x - 2^{x+2} \Leftrightarrow 2^x + 4 \cdot 2^x = 3^x \left(1 + \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow 5 \cdot 2^x = \frac{4}{3} \cdot 3^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^x \Leftrightarrow x = \frac{\ln 3,75}{\ln 1,5} \approx 3,26$$

ت -

$$2^{2x-2} - 2^x = 8; u = 2^x$$

راكوي

$$0,25u^2 - u - 8 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8; u_2 = -4 \Rightarrow x = 3$$

$$0,5 \cdot 2^{2+x} - 0,25 = 0 \Leftrightarrow 2^{2+x} = 0,5 \Rightarrow x = \frac{\ln 0,5}{\ln 2} - 2 = -3 \quad \text{ت -}$$



ث -

$$3^x + 9 \cdot 3^{-x} = 10; u = 3^x$$

$$u^2 - 10u + 9 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 9; u_2 = 1 \text{ راکوي}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 0$$

څلورم:

الف -

$$xe^{kx} - kx = 0$$

$$x(e^{kx} - k) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$\text{له } k \text{ خپلواک } x_2 = \frac{\ln k}{k} \text{ د } k > 0 \text{ لپاره}$$

ب -

$$e^{kx} - ke^x = 0$$

$$e^{kx} - ke^x = 0 \mid : e^x \Rightarrow e^{(k-1)x} = k \Leftrightarrow x = \frac{\ln k}{k-1}$$

د  $k > 0$  او  $k \neq 1$  لپاره

پ -

$$-2e^{-x} + 2ke^{-2x} = 0$$

$$-2e^{-2x}(e^x - 2k) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 2k$$

د  $k > 0$  لپاره.

پنځم:

$$\frac{3}{2}e - \frac{1}{4}e^{-x} = 0 \Rightarrow L = \{-\ln 6 - 1\} \text{ الف}$$

$$2e^x - \frac{1}{2}e^{3x} = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \ln 4 \right\} \text{ ب}$$

$$ke^{\frac{1}{x}} - 4k = 0 \Rightarrow L = \{k \cdot \ln 4\} \text{ پ}$$

$$2xe^x = 7x \Rightarrow L = \left\{ 0; \ln \frac{7}{2} \right\} \text{ ت}$$

$$e^x - 20e^{-x} = 1 \Rightarrow L = \{ \ln 5 \} \text{ - ت}$$

$$\frac{1}{2}e^{2x} + 18e^{-2x} = \frac{13}{2} \Rightarrow L = \{ \ln 3; \ln 2 \} \text{ - ث}$$

شپيرم:

$$\left(-\frac{4}{5}e^{2x} + 4\right)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2} \ln 5 \right\} \text{ - الف}$$

$$\frac{1}{2}(2 - e^x)^2 = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 2 \} \text{ - ب}$$

$$e^x(4 - 2e^x) = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 2 \} \text{ - پ}$$

$$-ex + 3x^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{ 0; \frac{e}{3} \right\} \text{ - ت}$$

$$xe^{-x} - ke^{-x} = e^{-x} \Rightarrow L = \{ k+1 \} \text{ - ث}$$

$$\frac{1}{2}(2k - e^x)^2 = 2k^2; k > 0 \Rightarrow L = \{ \ln 4k \} \text{ - ث}$$

اوم:

$$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2 \Rightarrow L = \left\{ \ln \frac{5}{2} \right\} \text{ - الف}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 1\right)e^{2-x} = 0 \Rightarrow L = \{ -2 \} \text{ - ب}$$

$$\frac{1}{2}e^x - 8e^{-x} = 3 \Rightarrow L = \{ \ln 8 \} \text{ - پ}$$

$$1 - \frac{2e^x}{e^x + 3} = 0 \Rightarrow L = \{ \ln 3 \} \text{ - ت}$$

$$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x} \Rightarrow L = \{ -\ln 2 \} \text{ - ث}$$

$$\frac{2}{1+e^x} = -\frac{e^x - 4}{(1+e^x)^2} \Rightarrow L = \left\{ \ln \frac{3}{2} \right\} \text{ - ث}$$

اتم:

$$\frac{2x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow L = \{ 0 \} \quad \text{الف -}$$

$$e^{2x+4} - 3e^{x+2} + 2 = 0 \Rightarrow L = \{ -2 + \ln 2; -2 \} \quad \text{ب -}$$

$$\frac{e^x}{e^x - 2} = e^x; x \neq \ln 2 \Rightarrow L = \{ \ln 3 \} \quad \text{پ -}$$

$$-2e^x - 2e^{-x} + 5 = 0 \Rightarrow L = \{ -\ln 2; \ln 2 \} \quad \text{ت -}$$

$$(x - k)e^{x+k} = 0 \Rightarrow L = \{ k \} \quad \text{ت -}$$

$$\frac{e^x - k}{e^x + k} = 0; k > 0 \Rightarrow L = \{ \ln k \} \quad \text{ث -}$$

پوښتنې

## اکسیوننشیل مساوات VI

اکسیوننشیل مساوات د پارامتر سره

$$\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0$$

لومړی: د جېشمیري سره یې شمېری:

دویم:  $k$  داسې وټاکي، چې  $x = \ln 2$  د  $4x^2e^{-x} = kx$  حل وي.

دریم: د  $k$  د کومو ارزښتونو لپاره مساوات  $(e^{2x} - 3)^2 + k - 1 = 0$  حل نه لري؟

څلورم: د  $e$  په بنسټ یې د اکسیوننشیا تابع په څیر ولیکي.

$$\text{الف - } 2 = 1,075^x \quad \text{ب - } 1000 = 2500 \cdot 0,855^x \quad \text{پ - } 20 = 60 \cdot 10^{-0,025^x}$$

پنځم: د  $a$  او  $b$  لپاره ممکنه ارزښتونه ورکړي، داسې چې مساوات  $a^x = b$  حلونه  $x=2; x=0$  ولري یا همداسې حل ونه لري.

دلیل راوړی، چې مساوات  $2^x = b$  زیات له زیاته یو حل لري. لري.

شپږم: وښایئ: مساوات  $(e^x - k)^2 = k^2$  د  $k > 0$  لپاره ټیک یو حل لري.  
 اوم: د  $k$  د کومو ارزښتونو لپاره لاندې مساوات  $ke^{2x} - e^{3x} = 0$  حلونه لري؟  
 تم: د  $k$  د کومو ارزښتونو لپاره  $kx^2 = x^2 e^{0.5x}$  مساوات یو مثبت یا زیاتیز حل لري؟  
 نهم: مساوات سیستم حل کړئ:  $x - ye^{-0.5} = 0,5 \wedge x - ye^{-0.4} = 1,05$   
 لسم: وښایئ:  $e^x + e^{-x} \geq 1$  د  $x \in \mathbb{R}$  لپاره.  
 یولسم: وښایئ:  
 الف –  $e^{2x} + ke^x - 1 = 0$  د  $k > 0$  لپاره ټیک یو حل لري.

ب –  $\left(2k - 6x + \frac{2x^2}{k}\right) \cdot e^{kx} = 0$  د  $k > 0$  لپاره دوه حلونه یا ځوابونه لري.  
 دولسم: د باکتریانو یو کلچر یا روزنه په دې وخت کې  $N = 118$  باکتریاوې لري. دا هره ورځ په 18% وده کوي یا زیاتیري.

الف – د څو ورځو وروسته د باکتریاو زیاتیدنه د میلیونو پولې څخه اوري؟  
 ب – د کتلو پیل وخن کې 6 باکتریاوو شتون درلوده، څومره ورځې تیرې شوي دي؟  
 دیارلسم: یوه رادیو اکتیو ماده تجزیه کیږي. دا هره ورځ خپله کتله په 8% کموي.  
 الف – د 14 ورځو نورې څومره g لا پاتې دي، که دا له پیل یا سرچینې څخه 250 g وو؟  
 ب – له کوم وخته وروسته په 95% د هغه کتله تجزیه شوي ده؟  
 پ – نیموخت ازښت څو ورځې په بر کې نیسي؟

ځوابونه:

اکسیوننشل مساوات یا برابر ونونه

نتیجې:

$$\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0 \mid \cdot e^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

لومری:

دویم:  $x = \ln 2$  له ایښوونې یې لرو:  $2(\ln 2)^c = a(\ln 2) \Leftrightarrow a = 2\ln 2$

دریم:  $(e^{2x} - 3)^2 = 1 - k$  د  $k > 1$  لپاره حل نه شت

څلورم: für ... د لپاره

الف -  $1,075^x = 2 \Leftrightarrow e^{0,072x} = 2$  für  $x = 9,627$

ب -  $2500 \cdot 0,855^x = 1000 \Leftrightarrow e^{-0,1567x} = 0,4$  für  $x = 5,847$

پ -  $60 \cdot 10^{-0,025x} = 20 \Leftrightarrow 10^{-0,025x} = \frac{1}{3}$  für  $x = 19,08$

پنځم:  $a^x = b$  د  $a = 2; b = 4$  لپاره حل  $x = 2$  لري

$a^x = b$  د  $a = 2; b = 1$  لپاره حل  $x = 0$  لري

$a^x = b$  د  $a > 0$  او  $b < 0$  لپاره حل نه لري

د هر  $b > 0$  لپاره ټیک یو حل لري  $2^x = b \Leftrightarrow x = \frac{\ln b}{\ln 2}$

شپږم:  $(e^x - k) = k \vee (e^x - k) = -k \Leftrightarrow e^x = 2k \vee e^x = 0$

یا د ضرر بولو له لارې:  $e^{2x} - 2ke^x = e^x(e^x - 2k) = 0$

اووم:  $e^{2x}(k - e^x) = 0$  د  $k > 0$  لپاره یو حل لري

اتم:  $x^2(k - e^{0,5x}) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 0 \vee x_3 = 2 \ln k > 0$  د  $k > 1$  لپاره

نهم:  $x - ye^{-0,5} = 0,5 \wedge x - ye^{-0,4} = 1,05 \Rightarrow L = \{-4,73; -8,62\}$

لسم: د  $x \geq 0$ : لپاره:  $e^x \geq 1$  او  $e^{-x} > 0$ : د  $x < 0$ : لپاره  $e^{-x} > 1$  او د  $x \in \mathbb{R}$  لپاره.

یولسم: بدللو:  $u = e^x$  راکوي  $u^2 + ku - 1 = 0 \Leftrightarrow u_{1/2} = -0,5(k \pm \sqrt{k^2 + 4})$

$u_1 = -0,5(k - \sqrt{k^2 + 4}) > 0$ ;  $u_2 < 0$  یعنی د  $k > 0$  لپاره ټیک یو حل:  $x = \ln u_1$

دولسم:  $N = 118; 18\%$  د  $1,18$  یو وډې ضریب ورکوي

الف -  $10^6 = 118 \cdot 1,18^x = 10^6$  د لپاره (ورځي)  $x = 56,65$

ب -  $6 = 118 \cdot 1,18^x = 6$  د  $x = -18$  لپاره (ورځي)، یعنی ۱۸ ورځي له هغه وخته تیري شوي.

دیارلسم:

الف - د تجزیې ضریب

$0; 92 \Rightarrow$

$y$  د وخت  $x$  (په ورځو کې) کې موجودیت دی یعنی  $y = 250 \text{ g} \cdot 0,92^x$

د ۱۴ ورځو وروسته:  $y = 250 \text{ g} \cdot 0,92^{14} \approx 77,8 \text{ g}$

ب - ۹۵% تجزیه کیږي: نور لا پاتې  $x = 35,93 \text{ d}$   $\Rightarrow 0,92^x = 0,05$  ۵%

پ - نیم وخت:  $0,92^x = 0,5$  د  $t_H = 8,31 d$  لپاره  $x = t_H$

پوښتنې

## VII اکسیوننشیل مساوات

اکسیوننشیل برابر ونونه د متن پوښتنو سره:

لومړی:

$$\text{الف - } 14 = \sqrt[3]{38416} = \text{ب - } 42 = \sqrt{1764} = \text{پ - } 17 = \sqrt[2]{83521} = x^{-2}$$

$$\text{ت - } 31 = \sqrt[3]{29791} = x^{-1} = \text{ب - } 49 = \sqrt[4]{117649} = x^{-4} = \text{ث - } 3^x = \sqrt[2]{27} = 2^{x+1}$$

$$\text{ج - } 2^x = \sqrt[3]{64} = x^{-1} = \text{چ - } 3^{x-4} = \sqrt[2]{243} = x^{+2} = \text{ح - } 2,5 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[3]{125} = x^{+1}$$

دویم:

$$\text{الف - } 2 \cdot 2^{x-1} = \sqrt[3]{512} = 2^{x-3} = \text{ب - } 3^{x-4} \sqrt[3]{53,29} = \sqrt[3]{389} = 5^{x-1} = \text{پ - } 8,33 = \sqrt[2]{578} = 2^{x-1}$$

$$\text{ت - } 2,227 = \sqrt[2]{24,6} = 3^{x-2} = \text{ب - } 3,5 = \sqrt[2]{42,875} = 2^{x+1} = \text{ث - } 2^x = \sqrt[3]{81} = x^{+1}$$

دریم: د مربعو یوه لړۍ ورکړ شوی ده.

لومړۍ مربع د اړخ اوږدوالی  $a = 1$  لري.

دویمه مربع د اړخ اوږدوالی  $a = 2$  لري.

د هرې اړخونه دوه واره یا دوه ځله کيږي.

الف - د 10 ; 5 او n - مې مربعو یا مربعگانو (څلوریو) سطحه، او چاپیریال وشمیرئ

ب – د کومی مربع لپاره به د لومړي ځل لپاره یا په لومړي ځل چاپیریال د ځمکې له چاپیریال لوی شي؟ ( د ځمکې چاپیریال نږدې 40000 km دی )  
 څلورم: بناغلی سپین یوه د € 4000 سرمایه په بانک کې په 3,5% گټه ږدي.

الف – د ده سرمایه له ۵ همداسې لس کاله وروسته څومره ستره شوي؟

ب – له څو کاله وریته داسره سرمایه دوه برابره کيږي؟

پ – گټه به په 8 کاله کې څومره جگه وي، که دا سرمایه یابدایي دوه برابره شي؟

پنځم: که د منځ کرښې په غزونې یا امتداد یوه پاڼه کاغذ زیاتواره غبرگ یا قات شي، نو یو په بل پسې لومړی دوه، بیا څلور، بیا اته او داسې یو په بل نورې پسې طبقې .  
 یو د 0,3 mm پنډ کاغذ باید څو واره یو په بل پسې قات شي، چې یو برج د ایفل برج (318 m) په جگوالي لاس ته راوړل شي؟

شپږم: په اتموسفیر کې د هوا فشار p د یوه زیاتیدونکي جگوالي x سره کميږي:

$$p(x) = p_0 \cdot e^{-0,37x}$$

دلته x د بحر سطحه باندې جگوالی دی په کیلومتر او  $p_0$  د بحر سطحه جگوالي باندې د هوا فشار دی. په N.N ( یو ځای دې وي) باندې د کوم جگوالي سره د هوا فشار 25% کې کم شوی؟

اووم: د مچانو تعداد د وخت t (په ورځو) په واکوالي کې د  $t \geq 0$  لپاره کیدی شي د

مساوات  $y = 100e^{0,143t}$  سره روښانه یا تشریح کړای شي.

الف- له څو ورځو وروسته همدا اوس 300 مچان شتون لري؟

ب – څومره وخت په بر کې نیسي، چې د مچانو تعداد دوه برابره شي؟

اتم: د رایډیو اکتیو پرپارات (په g) د تجزیې د لاندې ورکړ شوي قانون سره صورت

$$y = e^{-0,032t+4} ; t \text{ in Tagen, } t \geq 0$$

نیسي:

الف – د کچونې پیل کې کتله په g څومره جگه یا لویه ده؟

ب – د څو ورځو وروسته د سرچینیزې کتلې فقط 2% پاتې ده یا شتون لري؟

حلونه یا ځوابونه

اکسیوننشل مساوات یا برابر ونونه VII

نتیجې

لومړی:



$$\sqrt[4]{1764} = 42 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{2\} \quad \text{ب۔} \quad \sqrt[4]{38416} = 14 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ ; L = \{4\} \quad \text{الف۔}$$

$$x^{-2}\sqrt[3]{83521} = 17 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2\} ; L = \{6\} \quad \text{پ۔}$$

$$x^{-1}\sqrt[4]{29791} = 31 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; L = \{4\} \quad \text{ت۔}$$

$$x^{-4}\sqrt[3]{117649} = 49 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{4\} ; L = \{7\} \quad \text{ث۔}$$

$$2^{x+1}\sqrt{27} = 3^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} ; L = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\} \quad \text{ث۔}$$

$$x^{-1}\sqrt{64} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; L = \{3; -2\} \quad \text{ج۔}$$

$$x^{+2}\sqrt[3]{243} = 3^{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} ; L = \{-2, 7, \dots; 4, 7, \dots\} \quad \text{چ۔}$$

$$x^{+1}\sqrt[3]{125} = 2,5 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} ; L = \{2; -3, 32, \dots\} \quad \text{ح۔}$$

$$2^{x-3}\sqrt[3]{512} = 2 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} ; L = \left\{3; -\frac{3}{2}\right\} \quad \text{دویم: الف۔}$$

$$5^{x-7}\sqrt[3]{389} = 3^{x-4}\sqrt[3]{53,29} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{ب۔}$$

$$2^{x-1}\sqrt{578} = 8,33 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{پ۔}$$

$$3^{x-2}\sqrt[3]{24,6} = 2,227 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\} ; L = \{2\} \quad \text{ت۔}$$

$$2^{x+1}\sqrt[3]{42,875} = 3,5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} ; L = \{1\} \quad \text{ث۔}$$

$$x^{+1}\sqrt{81} = 2^x \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} ; L = \{-3, 0, 67, \dots; 2, 0, 67, \dots\} \quad \text{ث۔}$$

دریم: الف۔

n	1	2	3	4	5	...	n
د اړخ اوږدوالي	1	2	4	8	16	...	$2^{n-1}$
پرلپسي	1	4	16	64	256	...	$2^{2(n-1)}$
د منځپانگ پرلپسي	4	8	16	32	64	...	$4 \cdot 2^{n-1}$
منځ پانگه	$A_5 = 2^{2 \cdot 4} = 256$ ; $A_{10} = 2^{2 \cdot 9} = 262144$ ; $A_n = 2^{2(n-1)}$						
چاپيريال	$U_5 = 4 \cdot 2^4 = 64$ ; $U_{10} = 4 \cdot 2^9 = 2048$ ; $U_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1}$						

ب - د اړخ اوږدوالي په متر ټاکنې ته باور لري:  $40000 \text{ km} = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$\text{شرط: } 2^{n+1} > 4 \cdot 10^7 \Leftrightarrow n > 13$$

څلورم:

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n; K_0 = 4000 \text{ €}; p = 3,5\%$$

$$K_5 = 4000 \text{ €} \cdot 1,035^5 = 4750,75 \text{ €}; K_{10} = 4000 \text{ €} \cdot 1,035^{10} = 5642,40 \text{ €} \quad \text{الف -}$$

$$K_n = 3K_0 \Rightarrow 1,035^n = 3 \Leftrightarrow n = 31,9 \text{ (Jahre)} \quad \text{ب -}$$

پ -

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n; K_8 = 2 \cdot K_0 \Rightarrow 2 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^8 \Rightarrow p = 100 \cdot (\sqrt[8]{2} - 1) \approx 9,05\%$$

پنځم: (د کاغذ) طبقې  $1; 2; 4; 8; 16; \dots; 2^n$

د کاغذ پندوالی  $0,3 \text{ mm}$ ، جگوالی په ميلي اتر:  $0,3; 0,6; 1,2; \dots; 0,3 \cdot 2^n$

$$318 \text{ m} = 318000 \text{ mm} \Rightarrow 0,3 \cdot 2^n = 318000$$

د  $n=20$  لپاره (20 واره يا خله غبرگول اريين دي)

$$p(x) = p_0 e^{-0,137x} = 0,75 \text{ für } x = 2,1 \text{ km} \quad \text{شپږم:}$$

$$100e^{0,143t} = 300 \text{ für } t = 7,68 \text{ (Tage)} \quad \text{اوم: الف -}$$

$$e^{0,143t} = 2 \text{ für } t = 4,85 \text{ (Tage)} \quad \text{ب -}$$

اتم:

$$y = e^{-0,032t+4} \text{ für } t = 0: y = e^4 \approx 54,6 \text{ (g)} \quad \text{الف -}$$

$$e^{-0,032t} = 0,02 \text{ für } t = 122,25 \text{ Tage} \quad \text{ب -}$$

### 1.13 کربنیز مساواتسیستم د ۲ مساواتو او ۲ متحولو سره.

داسې سیستم له دوه مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونې د دواړو مساواتو گډ حل دی. مختلفي تڼلارې شته، چې سړی حل ته ورسیري

په لاندې einsetzen in = په ... کې ایښوول.

د جمعي تڼلار:

د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعہ؟) د جمعي تڼلار ته لومړی امکان یا واریانت	مساواتسیستم: (I) $5x - 2y = 1$ (II) $3x + 3y = 9$
لومړی: مساوات ورته داسې بڼه بدل کړی، چې ضریبونه (ترمخ عددونه) د $y$ متحولي تر منځښي پورې سره سروخوري.	(I) $5x - 2y = 1 \mid \cdot 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ <hr style="width: 100%;"/> (I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$
دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د $x$ - متحولي پسي یې حل کړی	(I) $7,5x - 3y = 1,5$ (II) $3x + 3y = 9$ } + <hr style="width: 100%;"/> $10,5x = 10,5 \mid : 10,5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

<p>دریم: د <math>x</math> لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کې کیردی او <math>y</math> پسي یې حل کړی.</p> <p>څلورم: حلست یا حلډبرئ ولیکئ</p>	<p>په <math>3x + 3y = 9</math> کې ایښوونه:</p> $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \quad   -3$ $\Leftrightarrow 3y = 6 \quad   :3$ $\Leftrightarrow \underline{y = 2}$ $L = \{(1   2)\}$
---	---

پنځم: ازماښت د ایښوونې له لارې

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پلونه قدمونه د جمعې تڼلار لپاره

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

دویم واریانت

لومړی: مساوات داسې ورته بڼه بدل کړئ،

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | \cdot 3$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | \cdot (-5)$$

چې د  $x$  ضریبونه (ترمخددونه) تر

$$(I) \quad 15x - 6y = 3$$

مخښی پورې سره یوځیریز شي.

$$(II) \quad -15x - 15y = -45$$

دویم: منځ ته راغلی مساوات سره جمع

$$\left. \begin{array}{l} (I) \quad 15x - 6y = 3 \\ (II) \quad -15x - 15y = -45 \end{array} \right\} +$$

کړئ او متحولي  $y$  پسي یې حل کړئ.

$$-21y = -42 \quad | :(-21)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

<p>دریم: د <math>x</math> لپاره میندل شوي ارزښتونه له دې دوه پهیوه مساوات کې کیردی او د متحولي <math>x</math> پسې یې حال کړی.</p> <p>څلروم: حلست یا د حلډبرئ ولیکئ</p>	$3x+3y=9$ $3x + 3 \cdot 2 = 9$ $\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \quad   -6$ $\Leftrightarrow 3x = 3 \quad   : 3$ $\Leftrightarrow \underline{x = 1}$ $\underline{L = \{(1   2)\}}$
--	---

پنځم: د ایښوونې له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د برابر ایښوونې تڼلار

د حل پل د برابر ایښوونې تڼلار ته

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

واریانت 1

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | +2y$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | -3y$$

$$(I) \quad 5x = 1 + 2y \quad | : 5$$

$$(II) \quad 3x = 9 - 3y \quad | : 3$$

لومړی: دواړه مساوات د اووښتونې یا متحولي  $x$  پسې حل کیري.

$$(I) \quad x = \frac{1 + 2y}{5}$$

$$(II) \quad x = \frac{9 - 3y}{3}$$

:

دویم: د مساوات بنی اړخونه برابر  
ایښوول کیري او د متحولې  $y$  پسې حل  
کیري.

$$(I) \quad x = \frac{1+2y}{5}$$

$$(II) \quad x = 3 - y$$

$$\frac{1+2y}{5} = 3 - y \quad | \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2y = 15 - 5y \quad | +5y$$

$$\Leftrightarrow 1 + 7y = 15 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow 7y = 14 \quad | :7$$

$$\Leftrightarrow \underline{y = 2}$$

$y=2$  ایښوول په (II) کې:

دریم: (د کین لور المانی په پښتو: ایښوول  
په .. کې)

د  $y$  میندل شوی ارزښت د دواړو څخه په  
یوه وتون مساوات کې ایښوول کیري، او دا  
بیا د متحولې  $x$  پسې حل کیري.

$$3x + 3y = 9$$

$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \quad | :3$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 1}$$

څلورم: حلست یا -ډبرئ ولیکئ

$$\underline{L = \{(1 | 2)\}}$$

پنځم: د ځا په ځای کولو یا ایښوولو له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پل د برابر ایښوولو له لارې

مساوات سیستم

$$(I) \quad 5x - 2y = 1$$

واریانت 2

$$(II) \quad 3x + 3y = 9$$

لومړی: دواړه مساوات د اووښتونې یا متحولې  $y$  پسې حل کیري.

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad | -5x$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \quad | -3x$$

$$(I) \quad -2y = 1 - 5x \quad | : (-2)$$

$$(II) \quad 3y = 9 - 3x \quad | : 3$$

$$(I) \quad y = \frac{1-5x}{-2}$$

$$(II) \quad y = \frac{9-3x}{3}$$

$$(I) \quad y = \frac{5x-1}{2}$$

$$(II) \quad y = 3-x$$

دویم: د دواړو مساواتو ښی خوا برابره لیکل یا ایښوول کیري او د متحولې  $x$  پسې حل کیري.

$$\frac{5x-1}{2} = 3-x \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 5x-1 = 6-2x \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow 7x-1 = 6 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow 7x = 7 \quad | : 7$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 1}$$

دریم (ښی الماني: ایښوول په ... کې)

د  $x$  میندل شوی ارزښت د دواړو

وتونمساواتو څخه په یوه کې ایښوول

کیري، دا بیا د متحولې  $y$  پسې حل کیري.

په  $x=1$  کې ایښوونه (II):  $3x + 3y = 9$

$$3 \cdot 1 + 3y = 9$$

$$\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow 3y = 6 \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow \underline{y = 2}$$

څلورم: د حلست ولیکی

$$\underline{\underline{L = \{(1|2)\}}}$$

پنځم د ایښوونې له لارې ازماښت

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

<p>د ایښوونې تڼلار: د ایښوونې تڼلار لپاره د حل پلونه (قدمونه)</p> <p>وارینت 1</p> <p>لومړی: مساوات (I) د <math>x</math> پسې حل کړي.</p> <p>دویم: د <math>y</math> په اړخ میندل شوی ترم په مساوات (II) کې ایښوول کړي او د <math>y</math> پسې حل کړي.</p>	<p>مساوات سیستم</p> $(I) \quad 5x - 2y = 1$ $(II) \quad 3x + 3y = 9$ $(I) \quad 5x - 2y = 1 \quad   +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \quad   :5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ $3x + 3y = 9 \quad   \text{ په (II) } x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ $3 \left( \frac{2}{5}y + \frac{1}{5} \right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \quad   -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \quad   \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \quad   :21$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$
---	--



<p>د حل پلونه (قدمونه) د اینیوولو تئلار لپاره واریانت 2</p> <p>لومړی: مساوات (II) د متحولې <math>y</math> پسې حل کیري.</p> <p>دویم: دینې لور میندل سوی ترم په مساوات (I) کې کیردی او په <math>x</math> پسې یې حل کړی. دریم: د <math>x</math> لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې اینیوول کیري، او دا بیا د متحولې <math>y</math> پسې حل کیري.</p> <p>څلورم: حلست: <math>L = \{(1   2)\}</math></p>	<p>مساواتسیستم</p> <p>(I) <math>5x - 2y = 1</math></p> <p>(II) <math>3x + 3y = 9</math></p> <p>(II) <math>3x + 3y = 9   -3x</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 3y = 9 - 3x   : 3</math></p> <p><math>\Leftrightarrow y = 3 - x</math></p> <p>(I) <math>5x - 2y = 1</math></p> <p>(II) <math>3x + 3y = 9</math></p> <p><math>y = 3 - x</math> په <math>5x - 2y = 1</math> کې کیردی</p> <p><math>5x - 2(3 - x) = 1</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 5x - 6 + 2x = 1   +6</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 7x = 7   : 7</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \underline{x = 1}</math></p> <p><math>x = 1</math> په (II) کې کیردی <math>3x + 3y = 9</math></p> <p><math>3 \cdot 1 + 3y = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 3 + 3y = 9   -3</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 3y = 6   : 3</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \underline{y = 2}</math></p>
---	--

پنځم: ازماښت د اینیوولو له لارې

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تئلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلي مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوگونی تئلارې ټیک وگوري، پیژني، چې په واریانت 2 کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلي تئلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکي مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تئلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو

یو څو بیلگو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا ځواب تڼلار پیداشي.

د مناسب ځواب تڼلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

$(I) \ y = 7x + 8$ $(II) \ y = -2x - 1$ <p>د برابر اینونو لار</p> $7x + 8 = -2x - 1 \quad   +2x$ $\Leftrightarrow 9x + 8 = -1 \quad   -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \quad   :9$ $\Leftrightarrow \underline{x = -1}$	$x=1$ په (1) کې اینونو نه $y=7x+8$ $\left  \begin{array}{l} y = 7 \cdot (-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y = -7 + 8 \\ \Leftrightarrow \underline{y = 1} \end{array} \right.$ <p>حل: <math>L = \{(-1   1)\}</math></p> <p>ازماښت</p> $\left  \begin{array}{l} (I) \ y = 7x + 8 \Rightarrow y = 7 \cdot (-1) + 8 \\ \Leftrightarrow y = -7 + 8 \Leftrightarrow y = 1 \ (w) \\ (II) \ y = -2x - 1 \Rightarrow y = -2 \cdot (-1) - 1 \\ \Leftrightarrow y = 2 - 1 \Leftrightarrow y = 1 \ (w) \end{array} \right.$
---	--

بیلګه ۲:

$(I) \ 2x + 4y = 8$ $(II) \ 2x - 5y = 35$ <p>د جمعې لار:</p> $L = \{(10   -3)\}$ <p>حل:</p>	$Y=3$ اینونو نه په (1) کې $(I) \ 2x + 4y = 8$ $2x - 12 = 8 \quad   +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{x = 10}$
---	---

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \\ \text{(II)} \quad 2x - 5y = 35 \quad   \cdot (-1) \\ \hline \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \\ \text{(II)} \quad -2x + 5y = -35 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{array}} \right\} + \\ \hline \qquad \qquad 9y = -27 \quad   : 9 \\ \Leftrightarrow \qquad \qquad \underline{\underline{y = -3}} \end{array}$	<p style="text-align: right;">از ماہینت</p> $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x + 4y = 8 \Rightarrow 2 \cdot 10 + 4 \cdot (-3) = 8 \\ \Leftrightarrow 20 - 12 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad 2x - 5y = 35 \Rightarrow 2 \cdot 10 - 5 \cdot (-3) = 35 \\ \Leftrightarrow 20 + 15 = 35 \Leftrightarrow 35 = 35 \quad (w) \end{array}$
--	---

بیلگه ۳ :

$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \\ \text{(II)} \quad -x + y = 1 \\ \text{د اینوونی لار;} \\ \text{(II) په } y \text{ پسی حل کری} \\ -x + y = 1 \quad   +x \\ \Leftrightarrow \quad y = x + 1 \\ \text{په (I) کی کیردی } x + 2y = 5 \\ x + 2(x + 1) = 5 \\ \Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \quad   -2 \\ \Leftrightarrow \quad 3x = 3 \quad   : 3 \\ \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1}} \end{array}$	<p style="text-align: right;">X=1 په (1) کی کیردی <math>x+2y=5</math></p> $\begin{array}{l} 1 + 2y = 5 \quad   -1 \\ \Leftrightarrow 2y = 4 \quad   : 2 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}} \end{array}$ <p style="text-align: right;">حل: <math>L = \{(1 2)\}</math></p> <p style="text-align: right;">از ماہینت</p> $\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5 \\ \Leftrightarrow 5 = 5 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad -x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35 \\ \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w) \end{array}$ <p style="text-align: right;">د ربتیا لپاره w</p>
---	---

$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ <p>د زیاتون یا جمعی لار:</p> $(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \quad   \cdot 2$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \quad   \cdot (-2)$ <hr/> $(I) \quad \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ $(II) \quad -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ <hr/> $-\frac{10}{y} = 2 \quad   \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \quad   : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -5}}$	<p>بیلگه ۴:</p> <p><math>Y = -5</math> ایښوونه په (1) کې</p> $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \quad   -\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \quad   \cdot x$ $\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \quad   \cdot \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$ <p>حل: <math>L = \{(2   -5)\} \quad x, y \neq 0</math></p> <p>ازماښت</p> $(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \quad (w)$ $(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$ $\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \quad (w)$
---	---

یادونه:

مساوات سیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج دد صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفست ابید ورکړ شي. داسی مساوات سیستم کرنبیز نه دی.

د رسموني لار

$$(I) \quad x - y = -2 \quad L_I = \{(-2|0); (-1|1); (0|2); (1|3); \dots\}$$

$$(II) \quad -2x - y = 1 \quad L_{II} = \{(-2|3); (-1|1); (0|-1); (1|-3); \dots\}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل سټ دواړه مساوات د  $y$  پسې حل کيږي. په گوته کوي.

$$(I) \quad x - y = -2 | +y$$

$$(II) \quad -2x - y = 1 | +y$$

$$(I) \quad x = -2 + y | +2$$

$$(II) \quad -2x = 1 + y | -1$$

$$(I) \quad x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2$$

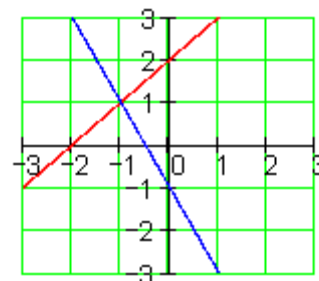
$$(II) \quad -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1$$

کا دا په يوه کواورديناټسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې ترې لاس ته راځي. د کرښو په غوڅکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلست پروت دی.

$$L = \{(-1|1)\}$$

په هر مساوات کې د  $x$  لپاره عددونه اېښوول کيږي.

$x$	-2	-1	0	1
$y_I$	0	1	2	3
$y_{II}$	3	1	-1	-3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي (ځمککچيزي) اړيکي ليدور کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د گډغوڅکي کواورديناټ په گرافیک کې ناتيک لوستل کیدی شي.

مساواتسيستم بي له يواځني - يا يوگونې حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې ترمنځ هندسي اړيکي ليدور کوي.

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت يو بل ته مختلف پروتځايونه ولري.

دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوڅي کړي، لکه پورته بیلگه چې لیدور کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرگي وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښي یې یو له بل سره گډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتي وي، یعنی کټمټ وي، نو هر ټکی د یوې کرښي به د بلې کرښي ټکی هم وي. نو له دې امله به دا اړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

### مساوات سیستم حل نه لري

$$(I) \quad 10x + 4y = 4$$

$$(II) \quad 5x + 2y = 1 \quad | \cdot (-2)$$

$$(I) \quad 10x + 4y = 4$$

$$(II) \quad -10x - 4y = -2 \quad | \quad +$$

دا د حل پیل مو یوه ناتیکی وینا ته بیایي.

دا په دې معنا، چې مساوات سیستم ته حل شتون نه لري.. لیدور دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښي یو بل ته غبرگي ځغلي او کوم گډ ټکی نه لري.

$0=2$  نو دا ناتیکی وینا ده، له دې لاس ته

را ځي  $L=\{\}$

دا مساوات سیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه لري

$(I) \quad 10x + 4y = 2$ $(II) \quad 5x + 2y = 1 \quad   \cdot (-2)$ $(I) \quad 10x + 4y = 2$ $(II) \quad -10x - 4y = -2 \quad   \quad +$	<p>د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمع کونې یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي، دا مساوات (II) هم پوره کوي. لیدور دا په دې معنا دی، چې کرښي یو په بل پرتي دي.</p>
<p><math>0=0</math> له دې لاس ته راځي رښتیا وینا</p>	

## پوښتنې

## مساوات سیستم

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره گډوله پوښتنې، کرینیز مساوات سیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې (د متن سره پ، بنننې)

لومړی: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$(I) \quad 4x + 5y = 32 \quad (I) \quad 5y - 3x = 1$$

$$(II) \quad y = 5x - 11 \quad \text{ب -} \quad (II) \quad x = y + 1 \quad \text{الف -}$$

$$(I) \quad 3x = y + 15 \quad (I) \quad 15y - 4x = -50$$

$$(II) \quad 2y - 10 = 2x \quad \text{ت -} \quad (II) \quad x = y + 7 \quad \text{پ -}$$

د ویم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$(I) \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$$

$$(I) \quad 2y = 2x - 40$$

$$(II) \quad \frac{x}{4} + y = 8 \quad \text{ب -} \quad (II) \quad 3x = 10 - 2y \quad \text{الف -}$$

$$(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \quad (I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$$

$$(II) \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \quad \text{ت -} \quad (II) \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \quad \text{پ -}$$

دریم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$(I) \quad \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \quad (I) \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$$

$$(II) \quad \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad \text{ب -} \quad (II) \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \quad \text{الف -}$$

$$(I) \quad \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \quad (I) \quad \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$$

$$(II) \quad \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad (II) \quad \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad \text{پ - ت}$$

څلورم: د لاندې مساوات سیستم حلست وټاکئ

$$(I) \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad (II) \quad \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$$

پنځم: یو پلار په دې لحظه کې څلورواړه دومره عمر لري لکه څوې یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واړه دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخت کې به یو (اوبه) ساتونې (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمه ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتونې د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستطیل یا ولاړکونجیز چاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخ a څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتخايزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد 9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه څا ارزښتونه څومره دي؟

ځوابونه:

نتیجې:

لومړی:



$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 5y - 3x &= 1 \\ \text{(II)} \quad x &= y + 1 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 2)\} \quad \text{الف -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 4x + 5y &= 32 \\ \text{(II)} \quad y &= 5x - 11 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 4)\} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 15y - 4x &= -50 \\ \text{(II)} \quad x &= y + 7 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(5 | -2)\} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 3x &= y + 15 \\ \text{(II)} \quad 2y - 10 &= 2x \end{aligned} \Rightarrow L = \{(10 | 15)\} \quad \text{ت -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 2y &= 2x - 40 \\ \text{(II)} \quad 3x &= 10 - 2y \end{aligned} \Rightarrow L = \{(10 | -10)\} \quad \text{دویم: الف -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} &= 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{x}{4} + y &= 8 \end{aligned} \Rightarrow L = \{(12 | 5)\} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} &= 3 \\ \text{(II)} \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} &= \frac{3}{20} \end{aligned} \Rightarrow L = \{(5 | 4)\} \quad \text{ب -}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{x+5}{y-7} &= \frac{4}{3} \\ \text{(II)} \quad \frac{x+2}{y-5} &= \frac{5}{8} \end{aligned} \Rightarrow L = \{(3 | 13)\} \quad \text{ت -}$$

دریم:

$$(I) \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow L = \{(7|8)\}$$

$$(II) \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \quad \text{الف -}$$

$$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow L = \{(3|8)\}$$

$$(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad \text{ب -}$$

$$(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow L = \{(6|8)\}$$

$$(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad \text{پ -}$$

$$(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow L = \{(8|6)\}$$

$$(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad \text{ت -}$$

I

څلورم:

$$(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad (II) \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow L = \{(4|-2)\}$$

$$x = 4y \quad \wedge \quad (x+5) = 3(y+5) \Rightarrow L = \{40|10\} \quad \text{پنځم:}$$

پلار 40 او ځوي 10 کاله عمر لري.

شپږم:

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{22} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$$

خونډیونی (اوبنی) یا بیلر په ۴ دقیقو او ۵۷ ثانیو کې نیم ډکیري.

$$2a + 2b = 180 \quad \wedge \quad b = 30 \Rightarrow L = \{60 | 30\}$$

د مستطیل یا ولاړگودیز اړخ 60 cm اوږد دی.

اتم:

$$x + y = 9 \quad \wedge \quad 10y + x = \frac{7}{4} \cdot (10x + y) \Rightarrow L = \{3 | 6\}$$

د عدد ځای ارزښت 3 او 6 دي. عدد 36 دی.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف- مفصل ځواب د په ځای ایښوونې تلنلار سره

$(I) \quad 5y - 3x = 1$ $(II) \quad x = y + 1$ $x = y + 2 \text{ په (I) کې کیردئ}$ $5y - 3(y + 1) = 1$ $\Leftrightarrow 5y - 3y - 3 = 1 \quad   +3$ $\Leftrightarrow 2y = 4 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 2}}$	$y = 2 \text{ په (II) کې کیردئ}$ $x = 2 + 1$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ $L = \{(3   2)\}$ <p>حل:</p> <p>ازماښت</p> $(I) \quad 5y - 3x = 1 \Rightarrow 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$ $\Leftrightarrow 10 - 9 = 1 \quad (w)$ $(II) \quad x = y + 1 \Rightarrow 3 = 2 + 1 \quad (w)$
---	---

ب- مفصل جواب د په خای ایینوونی تلنلار سره

$(I) \quad 4x + 5y = 32$ $(II) \quad y = 5x - 11$ <p>په <math>y = 5x - 11</math> کې کیردی</p> $4x + 5(5x - 11) = 32$ $\Leftrightarrow 4x + 25x - 55 = 32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x = 87 \mid : 29$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$	<p><math>x=3</math> په (II) کې کیردی</p> $y = 15 - 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 4}}$ <p><math>L = \{(3 \mid 4)\}</math> حل:</p> <p>ازماپنت:</p> $(I) \quad 4x + 5y = 32 \Rightarrow 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 32$ $\Leftrightarrow 12 + 20 = 32 \quad (w)$ $(II) \quad y = 5x - 11 \Rightarrow 4 = 5 \cdot 3 - 11$ $\Leftrightarrow 4 = 15 - 11 \quad (w)$
---	--

ب- مفصل جواب د په خای ایینوونی تلنلار سره

$(I) \quad 15y - 4x = -50$ $(II) \quad x = y + 7$ <p>په <math>x = y + 7</math> کې کیردی</p> $15y - 4(y + 7) = -50$ $\Leftrightarrow 15y - 4y - 28 = -50 \mid +28$ $\Leftrightarrow 11y = -22 \mid : 11$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = -2}}$	<p><math>y=-2</math> په (II) کې کیردی</p> $x = -2 + 7$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 5}}$ <p><math>L = \{(5 \mid -2)\}</math> حل:</p> <p>ازماپنت:</p> $(I) \quad 15y - 4x = -50 \Rightarrow 15 \cdot (-2) - 4 \cdot 5 = -50$ $\Leftrightarrow -30 - 20 = -50 \quad (w)$ $(II) \quad x = y + 7 \Rightarrow 5 = -2 + 7 \quad (w)$
--	--

$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 3x = y + 15 \mid -15 \\ \text{(II)} \quad & 2y - 10 = 2x \mid +10 \\ \hline \text{(I)} \quad & 3x - 15 = y \\ \text{(II)} \quad & 2y = 2x + 10 \mid : 2 \\ \hline \text{(I)} \quad & y = 3x - 15 \\ \text{(II)} \quad & y = x + 5 \end{aligned}$ <p>بنی اړخ برابر کیردی</p> $\begin{aligned} 3x - 15 = x + 5 \mid -x \\ \Leftrightarrow 2x - 15 = 5 \mid +15 \\ \Leftrightarrow 2x = 20 \mid : 2 \\ \Leftrightarrow \underline{x = 10} \end{aligned}$	<p>ت- ځواب د برابر ایشوونې تئلار سره <math>x=10</math> په (II) کې کیردی</p> $\begin{aligned} \text{(II)} \quad & y = x + 5 \\ & y = 10 + 5 \\ & \Leftrightarrow \underline{y = 15} \end{aligned}$ <p>حل: <math>L = \{(10 \mid 15)\}</math></p> <p>ازماښت:</p> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 3x = y + 15 \Rightarrow 3 \cdot 10 = 15 + 15 \\ & \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad & 2y - 10 = 2x \Rightarrow 2 \cdot 15 - 10 = 2 \cdot 10 \\ & \Leftrightarrow 30 - 10 = 20 \quad (w) \end{aligned}$
---	---

دویم: الف- مفصل ځواب د جمعی تئلار سره  $x=10$

$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 2y = 2x - 40 \mid -2x \\ \text{(II)} \quad & 3x = 10 - 2y \mid +2y \\ \hline \text{(I)} \quad & 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad & 2y + 3x = 10 \mid \cdot (-1) \\ \hline \text{(I)} \quad & 2y - 2x = -40 \\ \text{(II)} \quad & -2y - 3x = -10 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{aligned}} \right\} +$ $\begin{aligned} -5x = -50 \mid : (-5) \\ \Leftrightarrow \underline{x = 10} \end{aligned}$	<p>په (I) کې کیردی</p> $\begin{aligned} 2y = 2 \cdot 10 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = 20 - 40 \\ \Leftrightarrow 2y = -20 \mid : 2 \\ \Leftrightarrow \underline{y = -10} \end{aligned}$ <p>حل: <math>L = \{(10 \mid -10)\}</math></p> <p>ازماښت:</p> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 2y = 2x - 40 \Rightarrow 2 \cdot (-10) = 2 \cdot 10 - 40 \\ & \Leftrightarrow -20 = 20 - 40 \Leftrightarrow -20 = -20 \quad (w) \\ \text{(II)} \quad & 3x = 10 - 2y \Rightarrow 3 \cdot 10 = 10 - 2 \cdot (-10) \\ & \Leftrightarrow 30 = 10 + 20 \Leftrightarrow 30 = 30 \quad (w) \end{aligned}$
--	---

ب - مفصل خواب د برابر اینیوونی تئلار ه

$(I) \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \mid + \frac{3y}{5}$ $(II) \quad \frac{x}{4} + y = 8 \mid -y$ <hr/> $(I) \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3$ $(II) \quad \frac{x}{4} = 8 - y \mid \cdot 2$ <hr/> $(I) \quad \frac{x}{2} = \frac{3y}{5} + 3$ $(II) \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y$ <p>بنی اړخ برابر کیردی</p> $\frac{3y}{5} + 3 = 16 - 2y \mid +2y$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + 2y + 3 = 16 \mid -3$ $\Leftrightarrow \frac{3y}{5} + \frac{10y}{5} = 13 \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 3y + 10y = 65$ $\Leftrightarrow 13y = 65 \mid : 13$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 5}}$	$(II) \quad \frac{x}{2} = 16 - 2y$ <p>په <math>y=5</math> کې کیردی</p> $\frac{x}{2} = 16 - 10$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 12}}$ <p>حل: <math>L = \{(12 5)\}</math> ازماښت:</p> $(I) \quad \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \Rightarrow \frac{12}{2} - \frac{3 \cdot 5}{5} = 3$ $\Leftrightarrow 6 - 3 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$ $(II) \quad \frac{x}{4} + y = 8 \Rightarrow \frac{12}{4} + 5 = 8$ $\Leftrightarrow 3 + 5 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (w)$
--	---

ب- مفصل خواب د جمعی تئلار سره

$(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$ $(II) \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$ <hr/> $(I) \quad \frac{8x}{60} + \frac{35y}{60} = 3 \quad   \cdot 60$ $(II) \quad \frac{112x}{400} - \frac{125y}{400} = \frac{3}{20} \quad   \cdot 400$ $(I) \quad 8x + 35y = 180 \quad   \cdot 14$ $(II) \quad 112x - 125y = 60 \quad   \cdot (-1)$ <hr/> $(I) \quad 112x + 490y = 2520$ $(II) \quad -112x + 125y = -60$ <hr/> $615y = 2460 \quad   : 615$ $\Leftrightarrow y = 4$ $(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \quad   \cdot 3 \cdot (y-7)$ $(II) \quad \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \quad   \cdot 8 \cdot (y-5)$ <hr/>	$(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$ <p>کی اینیونہ <math>y=4</math></p> $\frac{2x}{15} + \frac{28}{12} = 3 \quad   - \frac{28}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{36}{12} - \frac{28}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{2x}{15} = \frac{8}{12} \quad   \cdot \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{12 \cdot 2} \quad \Leftrightarrow x = 5$ <p><b>L = {(5 4)}</b> حل: ازماہنت</p> $(I) \quad \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{7 \cdot 4}{12} = 3$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = 3 \Leftrightarrow \frac{9}{3} = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (w)$ $(II) \quad \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{7 \cdot 5}{25} - \frac{5 \cdot 4}{16} = \frac{3}{20}$ $\Leftrightarrow \frac{7}{5} - \frac{5}{4} = \frac{3}{20} \Leftrightarrow \frac{28}{20} - \frac{25}{20} = \frac{3}{20}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \quad (w)$ <p><b>ت۔ مفصل خواب د جمعہ تئلار سرہ</b></p> $(I) \quad \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$ <p>کی کیردی <b>y=13</b></p> $\frac{x+5}{6} = \frac{4}{3} \quad   \cdot 6$ $\Leftrightarrow x+5 = 8 \quad   -5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$
---	--

$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 3(x+5) = 4(y-7) \\ \text{(II)} \quad & 8(x+2) = 5(y-5) \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 3x + 15 = 4y - 28 \quad   -4y - 15 \\ \text{(II)} \quad & 8x + 16 = 5y - 25 \quad   -5y - 16 \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 3x - 4y = -43 \quad   \cdot 8 \\ \text{(II)} \quad & 8x - 5y = -41 \quad   \cdot (-3) \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 24x - 32y = -344 \\ \text{(II)} \quad & -24x + 15y = 123 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{aligned}} \right\} +$ <hr/> $-17y = -121 \quad   : (-17)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 13}}$	<p><b>حل:</b> <math>L = \{(3 13)\} \quad y \notin \{5,7\}</math>  <b>ازماہنت</b></p> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3+5}{13-7} = \frac{4}{3} \\ & \Leftrightarrow \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad (w) \\ \text{(II)} \quad & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3+2}{13-5} = \frac{5}{8} \\ & \Leftrightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \quad (w) \end{aligned}$
$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \\ \text{(II)} \quad & \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 4(3y-13) = 2(3x+1) \quad   : 2 \\ \text{(II)} \quad & 2(7y-6) = 4(5x-10) \quad   : 2 \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 2(3y-13) = 3x+1 \\ \text{(II)} \quad & 7y-6 = 2(5x-10) \end{aligned}$ <hr/> $\begin{aligned} \text{(I)} \quad & 6y-26 = 3x+1 \quad   -3x+26 \\ \text{(II)} \quad & 7y-6 = 10x-20 \quad   -10x+6 \end{aligned}$	<p><b>دریم:</b>  <b>الف- مفصل خواب د جمعی تئلار سره</b>  <b><math>Y=8</math> پہ (I) کی ایپوونہ</b></p> $\text{(I)} \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$ <hr/> $\begin{aligned} \frac{4}{3x+1} &= \frac{2}{11} \\ \Leftrightarrow 4 \cdot 11 &= 2(3x+1) \\ \Leftrightarrow 44 &= 6x+2 \quad   -2 \\ \Leftrightarrow 42 &= 6x \quad   : 6 \\ \Leftrightarrow 7 &= x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}} \end{aligned}$ <p><b>حل:</b>  <math>L = \{(7 8)\} \quad x \notin \left\{-\frac{1}{3}, 2\right\} \quad y \notin \left\{\frac{6}{7}, \frac{13}{3}\right\}</math>  <b>ازماہنت</b></p>



$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad -3x + 6y = 27 \quad   \cdot (-10) \\ \text{(II)} \quad -10x + 7y = -14 \quad   \cdot 3 \\ \hline \text{(I)} \quad 30x - 60y = -270 \\ \text{(II)} \quad -30x + 21y = -42 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{array}} \right\} + \\ \hline \phantom{\text{(I)}} \phantom{\text{(II)}} \quad -39y = -312 \quad   : (-39) \\ \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y = 8}} \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13} \Rightarrow \frac{4}{3 \cdot 7+1} = \frac{2}{3 \cdot 8-13} \\ \Leftrightarrow \frac{4}{22} = \frac{2}{11} \Leftrightarrow \frac{2}{11} = \frac{2}{11} \text{ (w)} \\ \text{(II)} \quad \frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6} \Rightarrow \frac{2}{5 \cdot 7-10} = \frac{4}{7 \cdot 8-6} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{4}{50} \Leftrightarrow \frac{2}{25} = \frac{2}{25} \text{ (w)} \end{array}$
--	--

$(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \quad   -\frac{9}{x} - \frac{5}{2}$ <hr/> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{9}{x} + \frac{4}{y} = -\frac{5}{2} \quad   \cdot 3$ <hr/> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$ $(II) -\frac{27}{x} + \frac{12}{y} = -\frac{15}{2}$ <hr/> $\frac{7}{x} - \frac{27}{x} = \frac{5}{6} - \frac{15}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{20}{x} = -\frac{40}{6}$ $\Leftrightarrow -\frac{x}{20} = -\frac{6}{40} \quad   \cdot (-20)$ $\Leftrightarrow \underline{x = 3}$	<p><b>ب۔ مفصل خواب د جمعې تئلا سره <math>x=3</math> په</b></p> <p><b>II کي کيردئ</b></p> $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$ $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = 3 \quad   -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{y} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{4} = 2 \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow \underline{y = 8}$ <p><b>حل: <math>L = \{(3 8)\} x, y \neq 0</math></b></p> <p><b>ازمايښت</b></p> $(I) \frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{12}{8} = \frac{5}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{56}{24} - \frac{36}{24} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \quad (w)$ $(II) \frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x} \Rightarrow \frac{4}{8} + \frac{5}{2} = \frac{9}{3}$
---	---

631

1.13 کرښيز مساوات سيستم د...

	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{6}{2} = 3 \quad (w)$ <p><b>پ۔ مفصل خواب د جمعې تئلا سره</b></p> <p><b><math>x=6</math> په (I) کي ايښوونه</b></p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$
--	---

$(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \quad   \cdot 2$ <hr style="width: 100%;"/> $(I) \left. \begin{array}{l} \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \\ \frac{4}{x} - \frac{8}{y} = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} +$ $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{x}{8} = \frac{3}{4} \quad   \cdot 8$ $\Leftrightarrow x = \frac{3 \cdot 8}{4}$ $\Leftrightarrow x = \frac{24}{4}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6}}$ $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$	$\frac{4}{6} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \quad   -\frac{4}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{y}{8} = 1 \quad   \cdot 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 8}}$ <p style="text-align: center; color: red;"><math>L = \{(6 8)\} \quad x, y \neq 0</math> حل:</p> <p style="text-align: right;">از مابینت:</p> $(I) \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{4}{6} + \frac{8}{8} = \frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad (w)$ $(II) \frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \quad (w)$ <p>ت- مفصل خواب د جمعې تئلار سره</p> <p style="text-align: right;"><math>x = 8</math> په کې کېردی</p> $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$
--	--

$(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad   \cdot 2$ <hr style="width: 100%;"/> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$ $(II) \frac{10}{2x-1} + \frac{8}{3y+2} = \frac{16}{15}$ $\left. \begin{array}{l} (I) \\ (II) \end{array} \right\} +$ $\frac{13}{2x-1} = \frac{13}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{13} = \frac{15}{13} \quad   \cdot 13$ $\Leftrightarrow 2x-1 = 15 \quad   +1$ $\Leftrightarrow 2x = 16 \quad   :2$ $\Leftrightarrow \underline{x = 8}$	$\frac{5}{15} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \quad   - \frac{5}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{3y+2} = \frac{3}{15}$ $\Leftrightarrow \frac{3y+2}{4} = \frac{15}{3} \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow 3y+2 = 20 \quad   -2$ $\Leftrightarrow 3y = 18 \quad   :3$ $\Leftrightarrow \underline{y = 6}$ <p style="text-align: center; color: red; font-weight: bold;"> <math>L = \{(8 6)\} \quad x \neq \frac{1}{2}; y \neq -\frac{2}{3}</math> </p> <p style="text-align: right;">حل: از مابینت</p> $(I) \frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{15} - \frac{8}{20} = -\frac{1}{5} \quad (w)$ $(II) \frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{5}{15} + \frac{4}{20} = \frac{8}{15} \quad (w)$ <p style="text-align: right;">خُورم:</p>
--	--

$(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad   \cdot 5$ $(II) \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \quad   \cdot 3$ <hr style="width: 100%;"/> $(I) \frac{35}{2x-5} - \frac{45}{7y+5} = \frac{50}{3}$ $(II) \frac{72}{2x-5} + \frac{45}{7y+5} = \frac{57}{3}$ $\left. \begin{array}{l} (I) \\ (II) \end{array} \right\} +$	<p style="text-align: center;">مفصل خُواب د جمعی تَنلار سره</p> <p style="text-align: center;">x=4 په (1) کي کيردئ</p> $(I) \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ $\frac{7}{3} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \quad   -\frac{7}{3}$ $\Leftrightarrow -\frac{9}{7y+5} = \frac{3}{3}$
---	--

$$\begin{aligned} \frac{107}{2x-5} &= \frac{107}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{2x-5}{107} &= \frac{3}{107} \quad | \cdot 107 \\ \Leftrightarrow 2x-5 &= 3 \quad | +5 \\ \Leftrightarrow 2x &= 8 \quad | :2 \\ \Leftrightarrow \underline{x} &= \underline{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} &= \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow -\frac{7y+5}{9} &= \frac{3}{3} \quad | \cdot (-9) \\ \Leftrightarrow 7y+5 &= -9 \quad | -5 \\ \Leftrightarrow 7y &= -14 \quad | :7 \\ \Leftrightarrow \underline{y} &= \underline{-2} \end{aligned}$$

$$L = \{(4 | -2)\} \quad x \neq \frac{5}{2}, y \neq -\frac{5}{7} \quad \text{حل:}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} - \frac{9}{-9} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{3} + \frac{3}{3} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \quad (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3} \Rightarrow \frac{24}{3} + \frac{15}{-9} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{24}{3} - \frac{5}{3} = \frac{19}{3} \Leftrightarrow \frac{19}{3} = \frac{19}{3} \quad (w)$$

پنځم: يو پلار په دې سترگورپ کې څلور ځله دومره عمر لري لکه د ده ځوي او په پنځه کاله کې به يې عمر فقط درې واړه دومره عمر ولري. په دې اوس وخت کې دواړه څومره عمر لري يا څومره زاړه دي؟

اووښتوني يا متحولي: پلار  $x$  ځوي  $y$

يو پلار په دې سترگورپ کې د ځوي په څلور براره زور دی

$$x = 4y$$

پلار په 5 کالو فقط درې واړه دومره زور دی لکه ځوي يې

$$x + 5 = 3(y + 5)$$

<p>مسواتسيستم:</p> $(I) \quad x = 4y$ $(II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ <p>د اېنوني تگلار سره حل\</p> <p><math>x=4y</math> په (II) کې کيردئ</p> $i \quad (II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ $4y + 5 = 3(y + 5)$ $\Leftrightarrow 4y + 5 = 3y + 15 \quad   \quad -3y - 5$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 10}}$ <p><math>y=10</math> په (I) کې کيردئ</p> $(I) \quad x = 4y$ $x = 40$	<p>حل: <math>L = \{(40   10)\}</math></p> <p>ازماېنت:</p> $(I) \quad x = 4y$ $\Rightarrow 40 = 4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 40 = 40 (w)$ $(II) \quad x + 5 = 3(y + 5)$ $\Rightarrow 40 + 5 = 3(10 + 5)$ $\Leftrightarrow 45 = 3 \cdot 15$ $\Leftrightarrow 45 = 45 (w)$
--	---

پلار ۴۰ کلن او ځوي ۱۰ کلن دی.

شپږم: یو اوبه ساتی به له دوه نلونو څخه په کوم وخت کې نیم ډک شي، که د ټول اوبه ساتي ډکلو لپاره ۱۸ دقیقې او دویم ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري؟

ایښوونه: لومړی نل اوبنی (ابدان) په یوه دقیقه کې  $1/18$  ډکوي.

دویم نل دا اوبنی یا ابدان په یوه دقیقه کې  $1/22$  ډکوي.

غوښتونۍ وخت دی په دقیقو، یعنی اووښتونۍ یا متحوله  $x$ .

$$\left( \frac{1}{18} + \frac{1}{22} \right) x = \frac{1}{2} \cdot 2 \Leftrightarrow \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) x = 1$$

HN=99

$$\Leftrightarrow \left( \frac{11}{99} + \frac{9}{99} \right) x = 1 \Leftrightarrow \frac{20}{99} x = 1 \quad | \cdot \frac{99}{20}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{99}{20} \Rightarrow L = \left\{ \frac{99}{20} \right\}$$

$$\frac{99}{20} \text{ دقيقې } 4 \frac{19}{20} \text{ دي يا } 4 \text{ دقيقې او } 57 \text{ ثانيې}$$

اوبنی یا ابدان یا اوبساتی په 4 دقیقو او 57 ثانیو کې نیم ډکیري.

دا پوښتنه کیدی شي د یوه ساده مساوات سره حل شي.

اووم: د یوه ولاړگودیز یا مستطیل چاپیریال 180 cm دی. اړخ څومره اوږد دی، که د b اړخ 30 cm وي؟

د ولاړگودیز یا مستطیل دی:  $2a + 2b = 180$

د b اړخ 30 cm وي:  $b = 30$

مساوات سیستم

$$(I) \quad 2a + 2b = 180$$

$$(II) \quad b = 30$$

د ایښوونې تڼلار سره حل:  $b = 30$  په (I) کې کیردی

$$(I) \quad 2a + 2b = 180$$

$$2a + 2 \cdot 30 = 180$$

$$\Leftrightarrow 2a + 60 = 180 \quad | -60$$

$$\Leftrightarrow 2a = 120 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a = 60} \Rightarrow L = \{(60 | 30)\}$$

$$a + 2b = 180 \Rightarrow 2 \cdot 60 + 3 \cdot 30 = 180 \Leftrightarrow 120 + 60 = 180 \quad (w)$$

د a اړخ 60 cm وږدی.

اتم: د دوه ځایزو عدد پروتزیاتو یا پرته جمعه 9 ده. که ځای ارزښتونه سره بدل شي، نو نوی عدد  $7/4$  دومره لوی دی، لکه دا زوړ. دواړه اعداد څه نومیري؟



عدد د خای  $x$  او  $y$  څخه جوړ دی او ارزښت  $10x + y$  لري.

د عدد پروت زیاتون (پرته جمعه) دی:  $x + y = 9$

که خای ارزښتونه سره بدل شي، نو سړی نوی عدد د ارزښت  $10y + x$  سره لاس ته راوړي.

نوی عدد  $7/4$  ځله لوي دی، لکه دازور:  $10y + x = 7/4(10x + y)$

مساوات سیستم دی:

$(I) \quad x + y = 9 \quad   -y$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> $(I) \quad x = 9 - y$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ <p>د ایښوونې تڼلاري پسي حل  <math>X = 9 - y</math> په (II) کې کیدی</p> $10y + 9 - y = \frac{7}{4}(90 - 10y + y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{7}{4}(90 - 9y)$ $\Leftrightarrow 9y + 9 = \frac{630}{4} - \frac{63}{4}y \quad   + \frac{63}{4}y - 9$ $\Leftrightarrow \frac{36}{4}y + \frac{63}{4}y = \frac{630}{4} - \frac{36}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{99}{4}y = \frac{594}{4} \quad   \cdot 4$ $\Leftrightarrow 99y = 594 \quad   : 99$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 6}}$	<p>د <math>y = 6</math> په <math>x + y = 9</math> (I) کې کیردی</p> $x + 6 = 9 \quad   -6$ $\Leftrightarrow x = 3$ <p>حل: <math>L = \{(3   6)\}</math>  ازماښت:</p> $(I) \quad x + y = 9$ $\Rightarrow 3 + 6 = 9$ $\Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$ $(II) \quad 10y + x = \frac{7}{4}(10x + y)$ $\Rightarrow 60 + 3 = \frac{7}{4} \cdot 36$ $\Leftrightarrow 63 = 7 \cdot 9$ $\Leftrightarrow 63 = 63$
--	---

د عدد نڅښې 3 او 6 دي. عدد 36 دی.



### 1.14- اړیکې او فنکشن (تابع)

د ،، اړیکه،، کلمه یا وی

یوه کورنۍ چې له مور پلار او ځوي څخه جوړه ده د رسختۍ په سفر ځي.

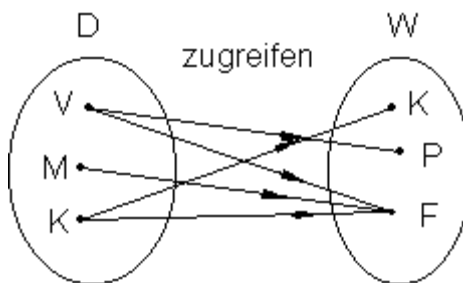
د الوتنې څخه لنډ یوه سټیوارډس ډپټوس سره هرې لور ته ځي، چې زاوې  $k$ ، شوکولادې ټوټه  $P$  او چاکلیټ  $F$  په کې مسافرو ته وړاندې کيږي.

د غشي ډیاگرام له لارې بنوول کيږي، چې له دې درې کومو خوږو ته څه ته لاس اچوي

پلار  $P$  او  $F$  ته لاس اچوي، مور  
 $K$  ته لاس اچوي، کوچۍ  $K$  او  $F$   
را اخلې.

$D =$   
Definitionsmenge تعریفسډېرۍ

ارزبنسډېرۍ  $W = W$ rtmenge



په پورته شکل کې الماني په پښتو: را اخستل.

په دې توگه منظمې جوړې منځ ته راځي، چې یوې اړیکې  $R$  ته سره راټولیدي شي.

$$R = \{(V|P); (V|F); (M|F); (K|K); (K|F)\}$$

### اړيکي Relation :

يو جوړه سټ، چې د هغې توکي د يوه نظمقانون سره جوړيزي، اړيکي يا ريليشن بلل کيږي.

که کور، پلار ا خوي د هر توليد څخه يوه يوه دانه واخلي، نو يوه ځانگړې اړيکه منځ ته راځي، و

داسې په نامه د ضرب اړيکي  $D \times W$ .

$$D \times W = \{(V|K); (V|P); (V|F); (M|K); (M|P); (M|F); (K|K); (K|P); (K|F)\}$$

د ضرب سټ يا-ډېرې  $D \times W$  ټول ممکنه نظمونه په برکي نيسي ( هر يو له هر يوه څخه احلي). له دې سره هره برخډېرې هم يوه اړيکه دهده

ضربډېرې: ضربسټ  $D \times W$  د ټولو منظمو جوړو ډېرې سا سټ ده.

$$(x | y) \text{ د } x \in D \text{ او } y \in W \text{ سره.}$$

د پورته بيلگي لپاره باور لري:  $R \subset D \times W$

د اړيکو انځورونه:

سړی کړی شي يو عدد په يوه عددکربنه انځور کړي. د يوه عددونو جوړې لپاره د اعدادو سطحه کارول کيږي. دوه د اعدادوکربني يو بل غوڅوي او دا په حقيقت کي عمود يا ولاړ او يو د غوتو يا گنډو جال جوړوي. د دې لپاره اوس نوې کلمې راوړل کيږي.

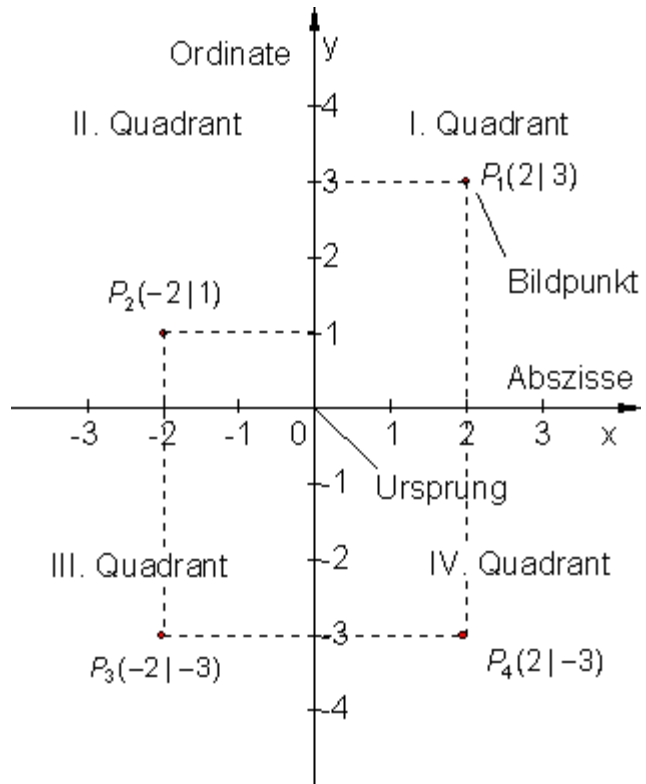


دا پرته يا افقي د اعدادو کرښه  $x$  محور د محور يا د اېسڅيز محور *Abszissenachse* او د  $y$  محور يا اورډيناتمحور *Ordinatenachse* بلل کيږي.

د  $-x$  او  $y$  -محورونو غوڅتکي  $0$ -ضرب يا پېل يا سرچينه بلل کيږي. په واحددايره (پيونگردي) کيدی شي په دواړو محورونو د اعدادوبرخي مختلفي وي.

د يوې اعدادو جوړې يا ټوليز د يوې متحولې يا اووښتونې جوړې  $(x | y)$  کمپوننتونه کواورډينات با پروت ولاړ محور يا .... بلل کيږي.

له دې سره اېسڅيزا ( $x$  -محور يا د  $x$  - کواورډينات) په لومړي ځای کې قرار لري او اورډينات ( $y$  - محور يا  $y$  - کواورډينات) د متحولو جوړو په دويم ځای کې پروت دی. هرې د اعدادو جوړې  $(x | y)$  پورې يوه څيره ټکی يا عکستکی  $(x | y)$  اړه لري.



دا لاندې د غوتوچال د فرانسوي شميرپوه او فيلسوف رني دسکارتس

Rene Descartes قايمالزاويه (پروت ولاړ) يا کارتيزي کواورديناتونوسيسټم بلل کيږي.

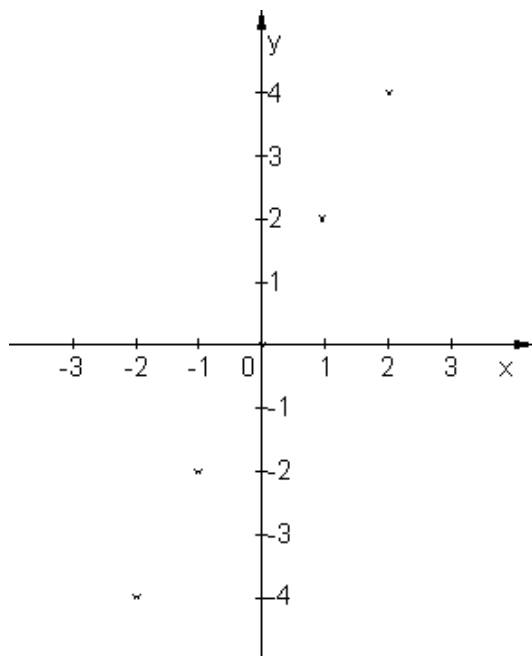
محورونه کواورديناټسيسټم په څلورو برخو ( څلورمو يا ربعو Quadranten ) I., II., III., او IV وېشي. د کواورديناټ له مخخېني څخه پيژندل کيږي، چې ټکي په کومه څلورمه يا ربع کې پروت دی. ټکي  $P_1 (2 | 3)$  په I-مه څلورمه کې، ټکي  $P_2 (-2 | -3)$  په II-مه څلورمه کې پروت دی، ټکي  $P_3 (-2 | -3)$  په III-مه څلورمه کې او ټکي  $P_4 (2 | -3)$  په IV-مه څلورمه کې پروت دی.

Ursprung = پيل يا سرچينه

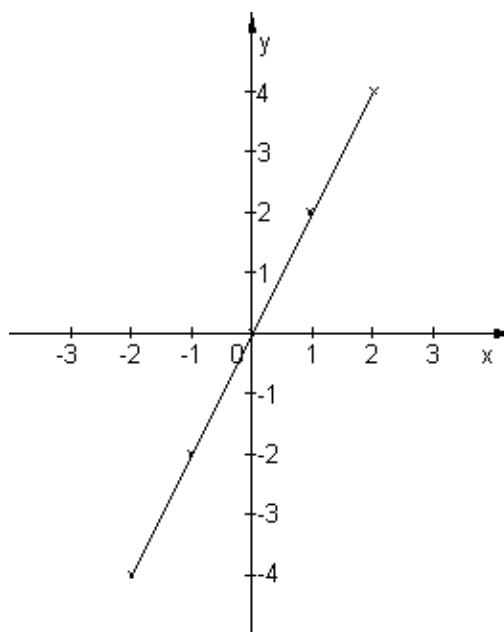
کارتيزي کواورديناټ-يا پروتولاړسيسټم

<p>حل:</p> <p>د منظمو جوړو ست لپاره</p> $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ $W = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ $y = 2x$ <p>دی:</p> $R = \{(-3   -6); (-2   -4); (-1   -2); (0   0); (1   2); (2   4); (3   6)\}$ <p>ارزښتست</p> $W_R = \{-4; -2; 0; 2; 4\}$ <p>تعريف ست</p> $D_R = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$	<p>بيلگه ۱ : لاندې اړيکه ورکړ شوي</p> $R = \{ (x   y) \mid y = 2x \}_{D \times W}$ <p>د <math>D = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{Z}}</math> او <math>W = \{y \mid -4 \leq y \leq 4\}_{\mathbb{Z}}</math> لپاره</p> <p>غوښتونې:</p> <p>الف- د منظمو حورو ست يا ډبرئ</p> <p>ب- د اړيکو ارزښتست يا ډبرئ.</p> <p>پ- د اړيکي تعريفست</p> <p>ت- د اړيکي گراف</p> <p>ټ- د اړيکاف په <math>R \times R</math> کې</p> <p>د <math>R = \{ (x   y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}</math> او <math>D = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}</math></p> <p>سره <math>R = \{ (x   y) \mid y = 2x \}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}</math></p>
---	--

ت - د اړیکو گراف فقط له ټکو جوړ دی



ټ-د اړیکو گراف په  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  کې د یوه سراسرې راکښل شوي کرني څخه جوړ دی.



## د فنکشن (تابع - یا بلواک) کلمه

نیم ساعت وروسته ستواردس بیرته د یوه پتنوس سره ګرځي او اخبارونه وړاندې کوي.

په پتنوس یو F اخبار یو د مودې اخبار P او د کومیک اخبار C پراته دي.

پلار F تر لاسه کوي، مور د مودي  
اخبار P او ځوي C تر لاسه کوي.

په دې توگه يو يواځني اړيکه منځ ته  
راځي.

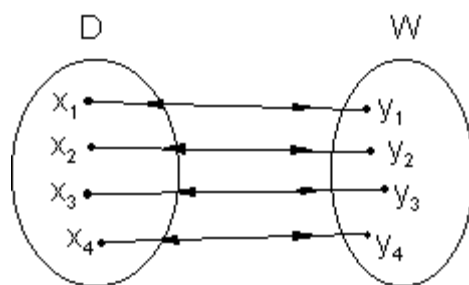
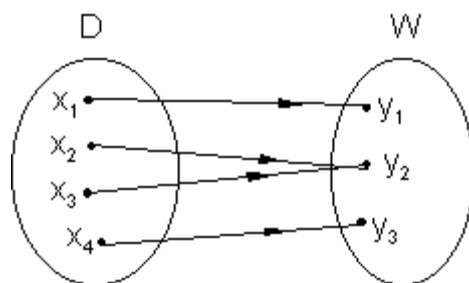
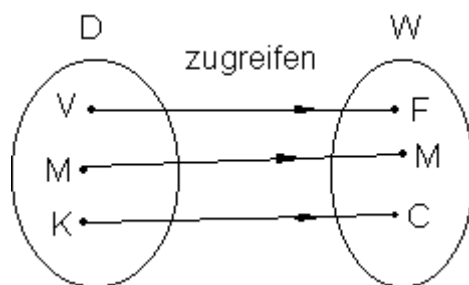
$$R = \{(V|F); (M|M); (K|C)\}$$

يواځني اړيکه:

يوه اړيکه يواځني بلل کيږي، که د  
تعريف ورشو هر توکي سره د  
ارزښتست ټيک يو توکي تنظيم  
شوی وي.

يو يواځني اړيکه:

يوه اړيکه يو يواځني بلل کيږي، که  
نظم معکوس يا په څټکيدونکي هم  
وي، دا په دې معنا که د D هر  
توکي د W توکي يو توکي تنظيم  
وي او په څټ له W هر توکي د D  
د ټيک يوه توکي سره تنظيم وي  
يعني اړيکي په څټکيدونکي يا  
معکوس کيدونکي دي.



### تابع:

يو لرتزلره يواځنى اړيکه R تابع بللکيري او په لاندې توگه يې ليکو:

$$R = f = \{(x | y) | (x_1 | y_1); (x_2 | y_2); (x_3 | y_2); (x_4 | y_3)\}_{D \times W}$$

### د توابعو انځورونه

د ستډوله يا ډبرئ ډوله ليکنود:  $f = \{(x | y) | y = f(x)\}_{D \times W}$

تابع د ټولو هغو منظمو جوړو  $(x | y)$  ډبرئ يا ستډ ده، د کومو لپاره چې تابع مساوات  $y = f(x)$  باور لري په بنسټډبرئ  $D \times W$  کې.

د نظم ليکنود:  $f: X \mapsto f(x)$  د  $f(x) = y$  سره په  $D \times W$  کې.

$$f = \{(x | y) | y = f(x) = 2x + 3\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

تابع  $f$  د نظم په حيث تعريف ده:  $x$  د يوه  $f(x)$  سره تنظيميري د تابع مساوات  $f(x) = y$  سره په بنسټ  $f(x) = y$  کې. دا لاندې د سيټ ليکنود غوره گڼو بيلگه:

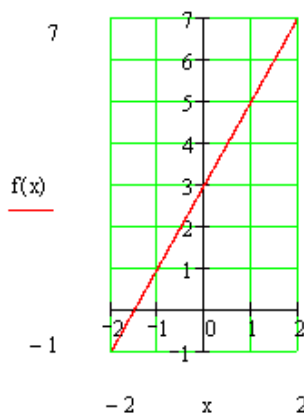
د ارزښتونو شميرنه

د بيلگې په توگه د  $x_1 = -2$  لپاره.

$$\begin{aligned} x_1 = -2 &\Rightarrow y_1 = f(x_1) = 2x_1 + 3 \\ &= f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -1 \end{aligned}$$

ارزښتجدول:

x	-2	-1	0	2
y = f(x)	-1	1	3	7



## ۱۶ . ۱ فنکشنرهنه (توابع يا بلواک) Functions

### په رياضي يا شميرپوهنه کې توابع

په شميرپوهنيزه د طبيعي اعدادو شميرنه، تخنيکي يا هم ورځنئ کارونو کې زيات وخت يوه لويه د بلې لوي په واک کې وي يا که غواړئ د هغې تابع وي، لکه د بيلگې په توگه د يوه موټر د بنزين خوړل يا استعمالول د هغه د تللي چټکتيا يا سرعت په واک کې يا تابع دی. دا ډول ساده اړيکي مو پخوا هم لوستلي او گرافيکي مو په يوه کواورديناټ – يا پروتولارسيستم کې انځور کړي.

بيلگي:

د يوه جنس قيمت د هغه د خرڅ شوي ډيرئ يا سټ په واک کې دی يا تابع دی.

ټوله دبانډنئ تودوخي د ورځي د وخت په واک کې ده.

د يوه بايسکلځلونکي وهلي لار په مساوي چټکتيا يا سرعت د تلني وخت په واک کې ده.

د موټر د بريک لار په روښانه توگه د هغه د چټکتيا په واک کې ده.

د يوه کوچني لوډنه د هغه د عمر په واک ده.



د یوه ریاضي ازموښې نمرې د لاس ته راوړول ټکو په لاس کې ده.

د یوې بډایې د گټې قیمت یا لاس ته راوړنه د په د مخه ټاکلې گټې سره دوخت تیرېدني په واک کې ده.

تمرین ۱ : د داسې یو په واکوالي یا تابعیت لپاره نورې بیلگې هم پیدا کړئ.

له پورته بیلگې څخه لیدل کېږي، چې هر دوه لویې سره تنظیمېږي.

ډېرې یا ست ← وخت خرڅشوي ست په قیمت اغیزه لري.

د ورځې وخت ← تودوخي. د ورځې وخت په اندازه شوي تودوخي اغیز لري.

د لاس ته راړلو ټکو تعداد یا گڼون ← نمرې د یوې ازموښې نمرې د لاس ته راړلو ټکو اغیزمن کېږي.

تمرین ۲ : د پاتې بیلگو لپاره او د هغو لپاره چې په تمرین ۱ کې مو میندلي اړیکې پیدا کړئ.

دا یو له بل سره تنظیم شوي لویې متحولې (اووښتونې یا **Variablen**) بلل کېږي.

دلته دې دې ته پام وشي، چې کوم په واکوالی یا تابعیت د دوي په منځ کې شتون لري.

د ریاضي نمرې د ښوونکي له نظره د لاس ته راوړو ټکو په واک کې دي، مگر نه د نمرې د ټکو په واک کې.

سړی نمرې د بلواک یا تابع متحولو په حیث هم ښایي او د ټکو تعداد د خپلواک متحولو په حیث ښایي.

د ټکو او نمرې ترمنځ یو فنکشن یا خپلواکیزې یا که غواړئ تابعیتي اړیکې شتون لري.

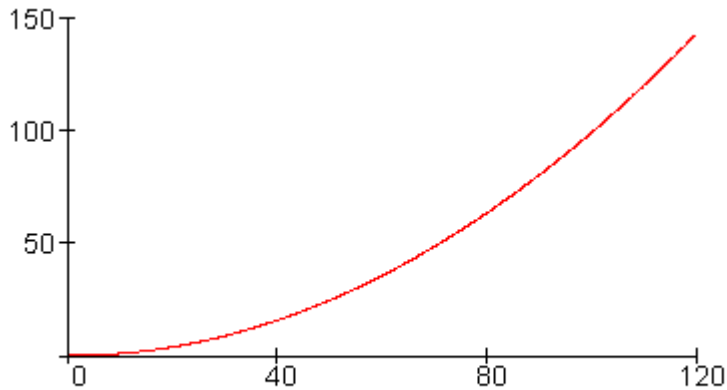
لکه د مخه درسونو څخه چې پوهیږو، ډېر امکانات شتون لري چې د دوه متحولو ترمنځ تابعیتي اړیکې تشریح کړو یا انځور کړو.

د مختلفو چټکتیاو لپاره د بریک لار اندازه کیري او یو ارزښت جدول ترتیبیري.

چټکتیا په km/h(x)	20	40	60	80	100	120
د برېکنيولو لار په m(y)	4	16	36	64	100	144

که د جدول ارزښتونه په یوه کواورډینات سیستم کې وکښل شي، نو سړی گراف لاس ته راوړي وروسته له هغې چې ټکي یو له بل سره وتړل شي کوم چې د چټکتیا او بریکلار ترمنځ اړیکې تشریح کوي.

د پراته محور ، چې اېسټیز هم بلل کیري د خپلواکي متحولي x ارزښتونه پیدا کیري، په ولاړ محور چې اورډینات هم بل کیري د بلواک متحولي  $y = f(x)$  ارزښتونه میندل کیري.



تمرین ۳ : د ارزښت جدول سره سم په یوه مناسب کواورډیناتسیستم کې اړونده ټکي وکارئ او دا په یوه گراف کې سره ونښلوئ.

د بریکلار د چټکتیا 90 ; 70 ; 50 ; 30 او 110 km/h لپاره د لوستلو له لارې وټاکئ.

پولیس یوه 90 m د بریک لار اندازه کوي؟

دا موټر د کومې چټکتیا یا سرعت سره خغلي؟

زیات وخت دا هم شوني ده چې فنکشنال یا تابعي اړیکې د تابع مساوات له لارې انځور شي.

د بریکلار لپاره باور لري:  $y = f(x) = 0,01 x^2$

دلته  $y = f(x)$  د بریکلار لپاره ایښوول شوی او دا وایي، چې  $y$  -کواوردینات په کواوردیناتسیستم کې د متحولي  $x$  په واک کې دی، یعنی د خپلواک متحولي  $x$  یو تابع دی یا په واک کې دی. تابع مساوات دی، کوم چې هغه قانون ورکوي، چې ارزښتونه د  $f(x)$  تابع یا بلواک متحولي جوړوي.

د تابع مساوات په ځای هم وایو چې  $f(x) = 0,01 x^2$  د تابع قانون دی.

تمرین ۴ : که تابع مساوات  $f(x) = 0,01 x^2$  وي، نو لوستل شوي ارزښتونه وشمیرئ؟

له دا تراوسه شوي کار څخه کیدی شي ووايو:

تعریف:

د یوه تابع سره د خپلواک متحولي  $x$  هر ارزښت ټیک یو تابع ارزښت  $f(x)$  باندې- یا سره تنظیمیږي. سری دا هم وایي چې یوه تابع یو یواځنی نظم دی.

$$f : x \rightarrow \underbrace{f(x) = x - 1}_{\text{Funktionsgleichung}}$$

Funktionsgleichung  
Funktion

لیکنډول: f

که په راتلونکې کې له یوه تابع غبرېږو، نو د دې تشریح لپاره فقط تابع مساوات ورکوو، یعنی فقط  $f(x) = \dots$  . ی.

د تابع نوم  $f$  دی.

دا  $f(x) \rightarrow x$  لیکنډود روښانه کوي، د هر  $x$  -ارزښت سره یو ټاکلی تابع ارزښت  $f(x)$  لري.

تابع مساوات  $f(x) = x - 1$  د شمیرلو قاعده یا قانون راکوي، چې تابع ارزښت څنگه جوړیږي.

د دې لپاره چې د نظم یواځنوالی بیا وښایو، لاندې بیلگه راوړو:

هر زده کوونکی یو ټاکلی د بوتانو لویوالی لري. دلته حتمي ده چې زیات زده کوونکي به یو - یا هماغه د بوتانو لویوالی ولري.

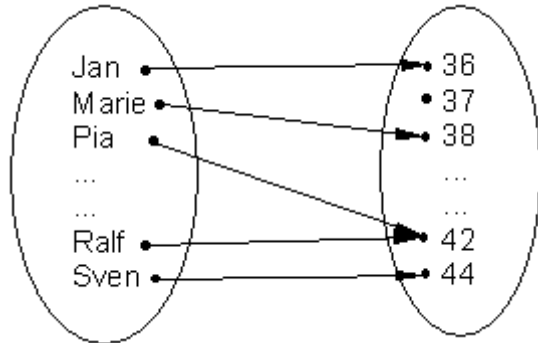
یواځنوالی په زده کوونکو اړه لري ← د بوتانو لویوالی.

د متحولو سره کښلی یا لیکلي دا په دې معنا دی، چې د زده کوونکي نوم خپلواکه متحوله په گوته کوي او هغه سره تنظیم شوي د بوتانو لویوالی بلواکه یا تابع متحوله جوړوي.

معکوس یا په څنډ د زده کوونکو تنظیم یواځنی نه دی، ځکه چې ډېر زده کوونکي د بیلگې په توگه ۴۲ نمري د بوتانو لویوالی لروډی شي.

دا ډول تابع د تابع مساوات نه لري، دا کیدی شي چې د ډېرئ څیري یا ستعکس په څیر انځور شي.

یواځنی نظم(تابع یا فنکشن)

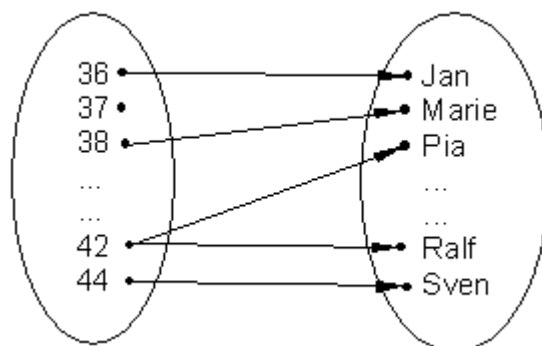


د بوتانولویوالی ډېرئ یاست د زده کوونکو ست

(تعریفډېرئ)

(ارزښت ډېرئ)

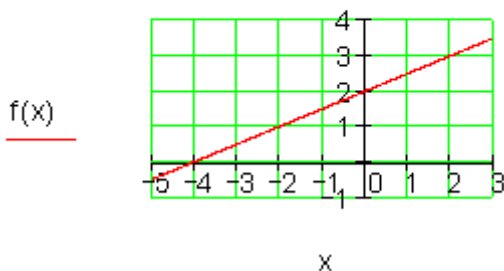
نظم یواځنی نه دی (تابع نه دی)



د دواړو ستونو بدلول

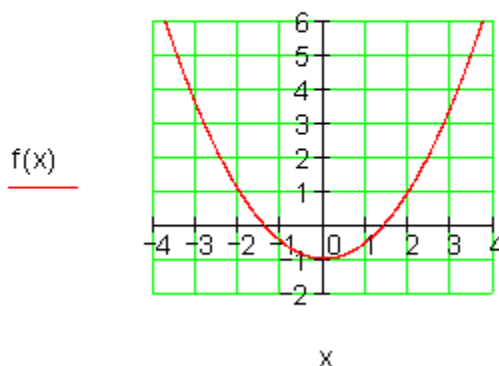
د ریاضیکي توابعو او تابع مساواتو بیلگي (له کین و ښي لورته)

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x + 2$$



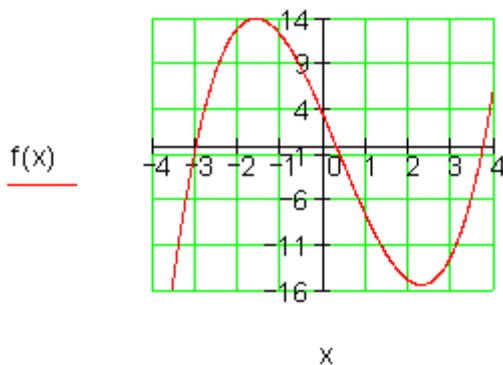
کرنیز مساوات (گرښه)

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^2 - 1$$



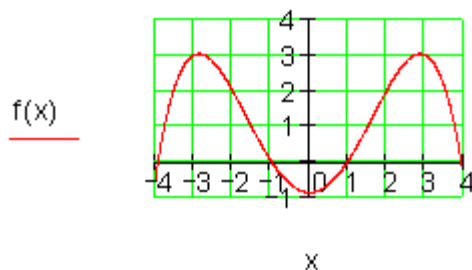
مربع مساوات (پارا بول)

$$f(x) := x^3 - x^2 - 11x + 3$$



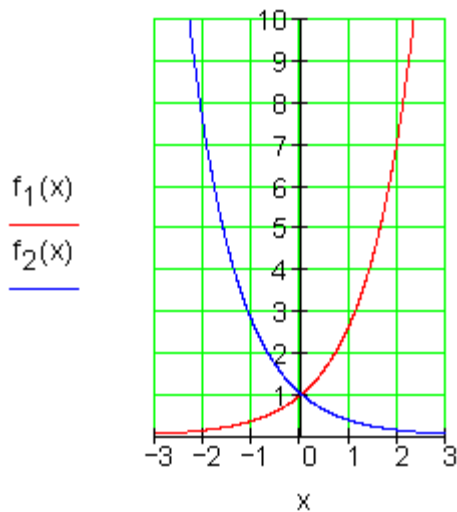
د دریمی درجی تولراشنل تابع

$$f(x) := \frac{-7}{120} \cdot x^4 + \frac{23}{24} \cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



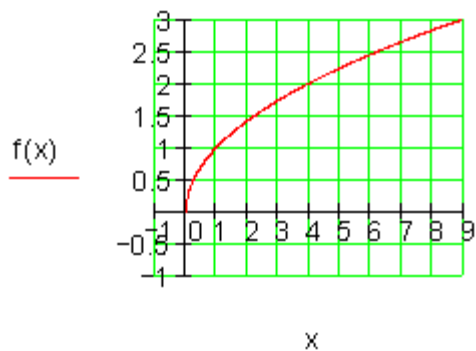
د خلورمی درجی تولراشنل تابع

$$f_1(x) := e^x \quad f_2(x) := e^{-x}$$



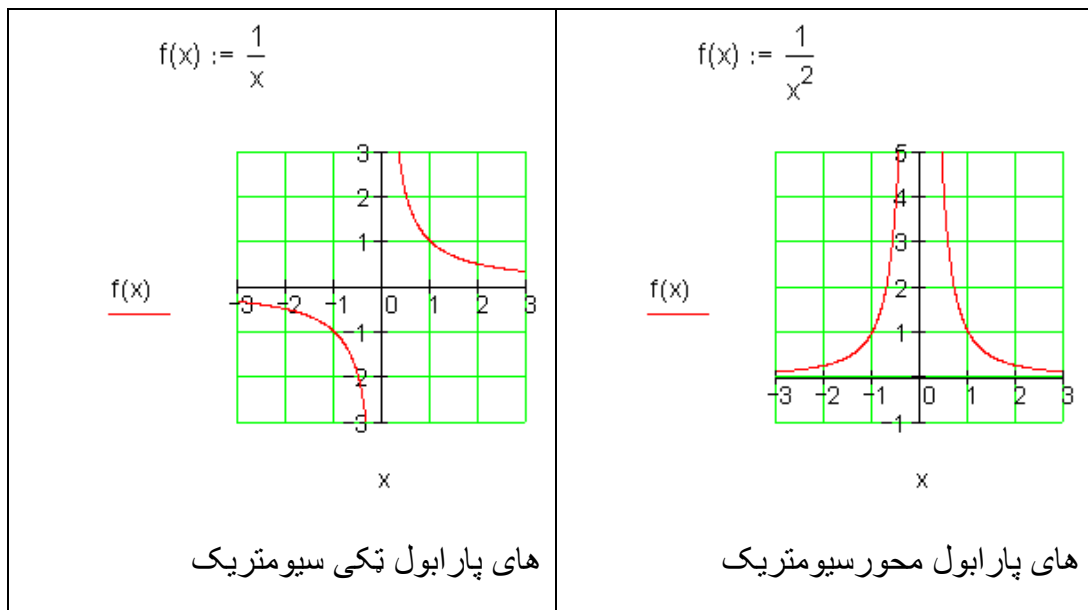
اکسیپوننشل تابع

$$f(x) := \sqrt{x}$$



ریشه تابع

<p><math>f(x) := \log(x)</math>    <math>g(x) := \ln(x)</math></p> <p><math>\frac{f(x)}{g(x)}</math></p> <p>x</p> <p>لوگاریتم تابع</p>	<p><math>f(x) := \sin(x)</math>    <math>g(x) := \tan(x)</math></p> <p><math>\frac{f(x)}{g(x)}</math></p> <p>x</p> <p>تریگونومیتریکی (مثلثاتی) تابع</p>
<p><math>f(x) := 10e^{-0.5 \cdot x}</math></p> <p><math>f(x)</math></p> <p>x</p> <p>اکسپوننشلی کینته کیدنه</p>	<p><math>f(x) := 5 \cdot (1 - e^{-0.5 \cdot x})</math></p> <p><math>f(x)</math></p> <p>x</p> <p>اکسپوننشل مرینتکیره</p>



### تعريف- او ارزبندي پري يا - سب

تعريف (پيژدن):

د يوه تابع تعريف سب **D** د ټولو خپلواکو متحولو پري يا سب ده، د کومو لپاره چي تابع تعريف دی.

ارزبندي پري **W** د ټولو تابع ارزبنتونو سب ده، چي د **D** له ټوکو منځ ته راځي.

بيلگه:

$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ <p>تعريف سب <math>D = \mathbb{R}</math></p> <p>د حقيقي اعدادو پري ده</p>	$f(x) = \frac{1}{x}$ <p>تعريف سب <math>D = \mathbb{R} \setminus \{0\}</math></p> <p>د صفر سره د وپش اجازه نه شته</p>
--	--



بیلگه:

$f(x) = x+1 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}$ تابع هر په خوښه ارزښت نیولی شي.	$f(x) = x^2 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}_+$ د تابع ارزښت په حیث فقط مثبت یا زیاتیز ارزښتونه رامنځ ته کیږي
--	--

شمیرپوهنیزه لیکندود او د هغه معنا

$f(4) = 7$  د خپلواکو متحولو د ارزښت  $x = 4$  لپاره د تابع ارزښت 7 دی.

دا د ارزښتجوړه  $(4 | 7)$  په کواوردیناتسیستم کې د ټکي  $P(4 | 7)$  کواوردیناتونه جوړوي.

$f(x) = 9$  غوښتونې د  $x$ -ارزښت دی، چې په هغه پورې تابع ارزښت 9 اړه لري.

$y = f(5)$  د  $x = 5$  لپاره تابع ارزښت دی.

ټولګه:

یو یواځنی نظم، چې په هغه کې د تعریف سټ  $D$  څخه خپلواکه متحوله  $x$  ټیک یو تابع ارزښت  $f(x)$  باندې تنظیم شي تابع یا فنکشن بلل کیږي.

تابعی (خپلواکیز) یا فنکشنلي اړوندوالی د یوه تابع مساوات (د بیلګې په توګه:  $f(x) = 2x + 1$ ) سره لیکل یا تشریح کیږي.

تابع مساوات کې د  $x$ -ارزښتونو په ایښولو سره د تابع ارزښت لاس ته راځي، چې دا د  $x$ -ارزښتونو سره یوه ارزښت جدول کې ایښولی یا انځورولی شو.

د ارزبنتجدول هره جوړه په کواوردینات سیستم کې ټیک یو ټکی په گوته کوي.

په زیاتو حالتونو کې کیدی شي دا منځ ته راغلي ټکي یوه گراف ته سره رابوځای یا وتړل شي.

د ټول  $x$  - ارزبنتونو ډېرئ، هغه چې په تابع مساوات کې ځای په ځای شي تعریف ډېرئ یا -سټ بلل کيږي.

د ټول تابع ارزبنتونو ډېرئ یا -سټ، چې دلته منځ ته راځي، د تابع ارزبنت ډېرئ  $W$  پورې اړه لري.

## د تمرینونو حل

لومړی تمرین:

د داسې بلواکوالي لپاره نورې بیلگې پیدا کړئ.

ځواب:

- د یوه تیلوسوزونکې ماشین قدرت د څرخونتعداد (د ماشین د څرخیدو تعداد) په واک کې دی.

- د یوې گردئ یا دایرې سطحه د وړانگې یا شعاع په واک کې ده.

- د بریننا پیسې د ثابت قیمت سره د انرژي یا بریننا مصرف په واک کې ده.

دویم تمرین

د پاتې بیلگو او د هغو لپاره چې تاسو په لومړي تمرین کې ولیدل گډې اړیکې سره په فرمولبندي کې راوړي.

ځواب:

لار → د خوزبنت وخت: په مساوي پاتي چټکتيا د خوزبنت وخت په وهلي لار اغيز لري.

بريکلار → چټکتيا: د يوه موټر چټکتيا د بريکلار باندې اغيزه لري.

ټوله گټه → د تيريدني وخت: د سرمايي ايښوني وخت د گټي لاس ته راوړنه باندې اغيزه لري.

وده → عمر: د کوچني عمر د هغه په وده اغيزه لري.

قدرت → څرخونتعداد: د يوه سوزونکي ماشين د تيلو سوزيدنه د هغه په څرخونتعداد پورې اړه لري.

سطحه → وړانگه: د گردئ يا دايرې وړانگه د دايرې سطحه باندې اغيزه لري.

د بريښنا حساب → انرژي سټ: د سوزولي بريښنا يا انرژي سټ يا ډبرئ د بريښنا بل(هغه د مصارفو کاغز) اغيزمن کوي.

دريم تمرين:

په يو مناسب کواورديناټسيستم کې د ارزښت جدول اړوند ټکي وکارئ او دا يوه گراف ته سره وتړئ.

د چټکتيا 90 ; 70 ; 50 ; 30 او 110 km/h لپاره د لوستلو له لارې بريکلار پيدا کړئ.

پوليس يوه د 90 m بريکلار کچوي. دا موټر دکومې چټکتيا سره تلي؟

ځواب:

د 30 km/h چټکتيا بريکلار 9 m ده

د 50 km/h چټکتیا بریکلار 25 m ده

د 70 km/h چټکتیا بریکلار 48 m ده

د 90 km/h چټکتیا بریکلار 80 m ده

د 110 km/h چټکتیا بریکلار 120 m ده

له 90 m بریکلار سره یو موټر 95 km/h د چټکتیا سره ځغلي.

تلنلار:

په کواوردیناتسیستم کې د  $x$ -محور (ابسخیزا) د خپلواکو متحولو ډېرئ نمایندګي کوي، د  $y$ -محور (اوردینات) د بلواک یا تابع متحولو نمایندګه ده.

تر مخه له دې چې په یوه کواوردیناتسیستم کې ارزښتونه لیکل – یا کښل کیري باید وکتل شي، چې کومه خپلواک- او کومه بلواک- یا تابع متحوله ده.

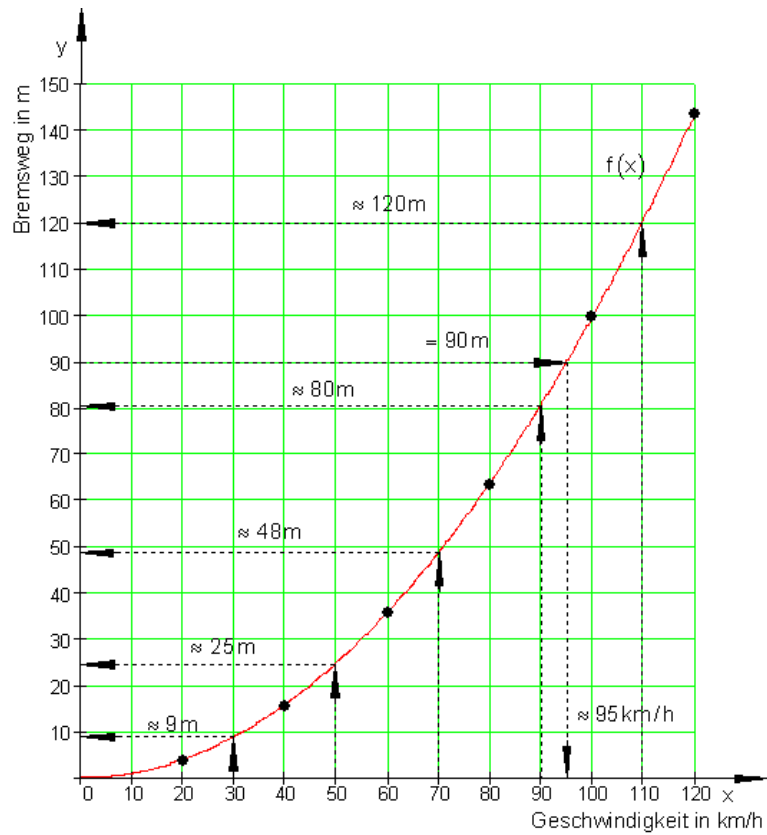
پسي دا هم غوره ده، چې د کوچني لپاره یوو بڼه کوچنی یا هغه اله چې اندازه پرې کچوو باید ومومو.

د دې لپاره د جدول لوي او کوچني ارزښتونه کتل کیري او پرېکړه کیري چ دواړه محورونه په څو برخو باید ووېشل شي.

وروسته له هغې چې ټول په جدول کې ټکي په کواوردیناتسیستم کې ځای په ځای شوي، نو بیا دا ټکي د گراف په توګه سره تړل – یا نښلول کیري

اوس کیدی شي له گراف څخه د داسې  $x$ -ارزښتونو لپاره هغه لږ یا ډېر تابع ارزښتونه هم ولوستل شي، چې په ارزښت جدول کې مخ ته نه راځي.

معکوس کیدی شي د یوه ټاکلي تابع ارزښت اړونده  $x$ -ارزښت ولوستل شي. د دې نتیجو ټیکوالی د دې په واک کې دی، چې گراف څومره ټیک کښل شوی دی.



پورته ڪو اوڀر دینات – یا پروتولارسیستم ڪي: پروت: چٽڪتیا په ڪیلومتر. ولاړ: بریکلار په متخلورم تمرین:

لوستل شوي ارزښتونه وشمیرئ، که تابع مساوات  $f(x) = 0,01 x^2$  وي.

ځواب:

تابع ارزښتونه داسې شمیرلکیري، چې اړونده د  $x$  ارزښتونه په تابع مساوات ڪي کینوول شي.

$$f(x) = 0,01x^2 = \frac{1}{100}x^2$$

$$x = 30 \Rightarrow f(30) = 0,01 \cdot 30^2 = 0,01 \cdot 900 = 9$$

$$x = 50 \Rightarrow f(50) = 0,01 \cdot 50^2 = 0,01 \cdot 2500 = 25$$

$$x = 70 \Rightarrow f(70) = 0,01 \cdot 70^2 = 0,01 \cdot 4900 = 49$$

$$x = 90 \Rightarrow f(90) = 0,01 \cdot 90^2 = 0,01 \cdot 8100 = 81$$

$$x = 110 \Rightarrow f(110) = 0,01 \cdot 110^2 = 0,01 \cdot 12100 = 121$$

د 30 km/h چټکتیا بریکلار 9 m ده

د 50 km/h چټکتیا بریکلار 25 m ده

د 70 km/h چټکتیا بریکلار 48 m ده

د 90 km/h چټکتیا بریکلار 80 m ده

د 110 km/h چټکتیا بریکلار 120 m ده

له 90 m بریکلار سره یو موټر 95 km/h د چټکتیا سره ځغلي.

بریکلار 90 m کچ شوي ، غواړو چټکتیا پیدا کړو.

پیل:  $f(x) = 90 \Leftrightarrow 0,01x^2 = 90$  دا مساوات په  $x$  پسې ځواب کړئ

$$0,01x^2 = 90 \mid : 0,01 \Leftrightarrow x^2 = 9000 \mid \sqrt{\phantom{x}} \Leftrightarrow |x| = \sqrt{9000} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{900 \cdot 10} \Leftrightarrow |x| = 30\sqrt{10}$$

ارزښت حل کړئ.

$$|x| = 30\sqrt{10} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 30 \cdot \sqrt{10} \approx \pm 94,9$$

نسبت و پوښتنې ته فقط مثبت يا زياتيز ارزښتونه موخه وړ دي، ځکه چې مور مثبتنه چټکتيا په پام کې نيسو. د 90 m بریکلار سره د موټر چټکتيا 94,9 km/h وه.

يادونه:

لومړی شميرنه ټيک ارزښتونه راکوي، سره له دې هم موخه وړدی، چې دا شميرل شوي ارزښتونه په گراف کې يا له گراف څخه هم د لوستلو له لارې کنترول کړو.

### پوښتنې

#### تابع ۱

لومړی:

ټول ټکي په کواورديناټ سيستم کې په نخبه کړئ، چې کواورديناټ يې ورکړ شوي شرايط پوره کوي.

الف-  $y \leq -1 \wedge x \geq 1$     ب-  $-2 \leq x \leq 3 \wedge y \in \mathbb{R}$     پ-  $x \in \mathbb{R} \wedge y = 2$

ت-  $0 \leq x \leq 4 \wedge y \geq 0$     ټ-  $|x| \geq 1,5 \wedge |y| \leq 2$     ټ-  $x = -1 \wedge y > 0$   
دويم: په مناسب کواورديناټ سيستم کې لاندې ټکي رسم کړئ.

$A(40 | 220); B(10 | 250); C(200 | 300); D(80 | 240)$

ايا د  $x$  - او  $y$  - کواورديناټو ترمنځ کومې اړيکې شته؟ د دې لپاره يو ترم وليکئ او نور درې ټکي ورکړئ.

دريم:

د ټکو ځای وټاکئ.

الف- ټکي  $P_t\left(t-1 \mid \frac{1}{t+1}\right)$  د  $t \in \mathbb{R}$  کوم ارزښت په لومړي څلوري (ربع) کي پروت دی؟

ب- ټکي  $Q_t(t \mid t^2 - 1)$  د  $t \in \mathbb{R}$  کوم ارزښت لپاره د  $x$  محور کښته لور ته پرته ده؟

څلورم: د ټگودېرئ يا سټ  $A = \left\{ (1 \mid 3); \left(2 \mid \frac{3}{2}\right); (3 \mid 1); \left(4 \mid \frac{3}{4}\right); \dots \right\}$  ورکړ شوی دی.

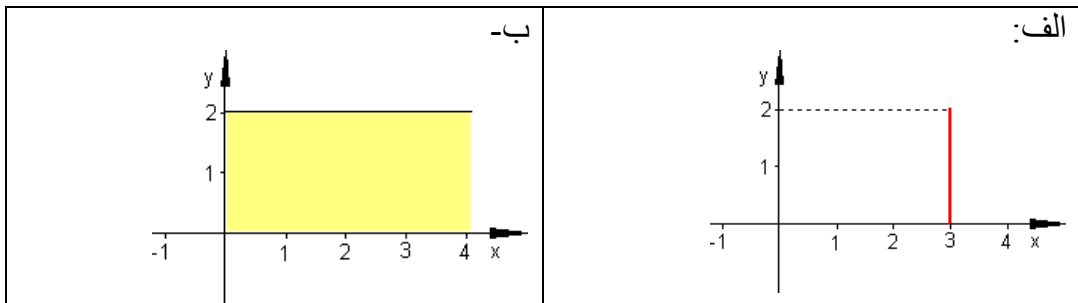
د  $A$  نور درې توکي ورکړئ او دا ټکي په يوه کواوردينيات سيټم کي وکارئ. ايا د  $-x$  او  $y$ -کواورديناتونو ترمنځ اړيکي شته؟

پنځم: يو ټکی  $P\left(t \mid \frac{t}{2} + 3\right)$  د  $t \in \mathbb{R}$  سره ورکړ شوی دی. د  $t$  لپاره څه ارزښتونه ورکړي او دا د دې اړونده ټکي په يوه کواوردينيات سيټم کي وکارئ.

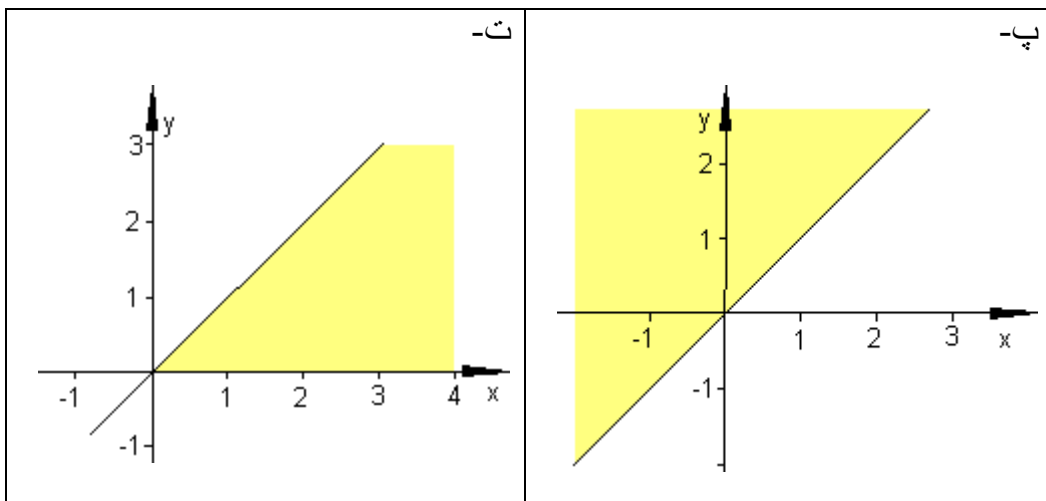
د کومو  $t$ -ارزښتونو لپاره باور لري:

د ټکي  $P$  د  $x$ -کواوردينيات د ټکي د  $y$ -کواوردينيات سره برابر دي؟

شپږم: په نڅښه شوي کرښه او همداسي سطحه تشریح کړئ.





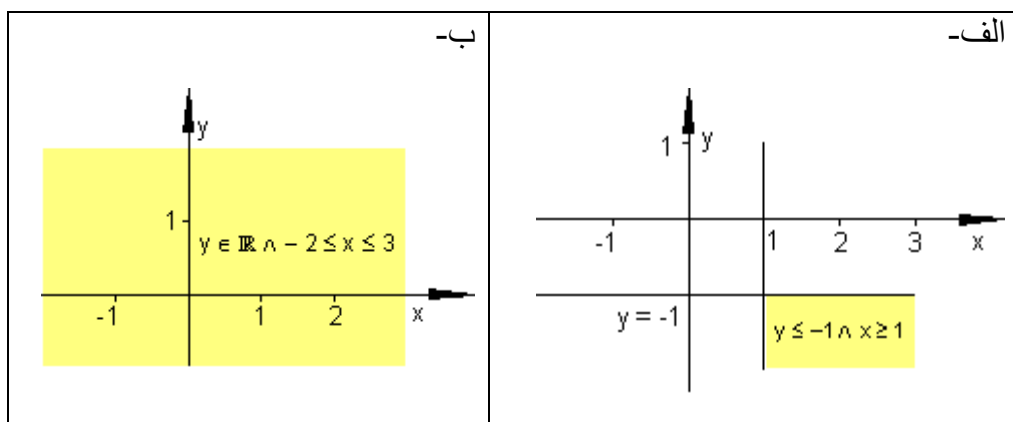


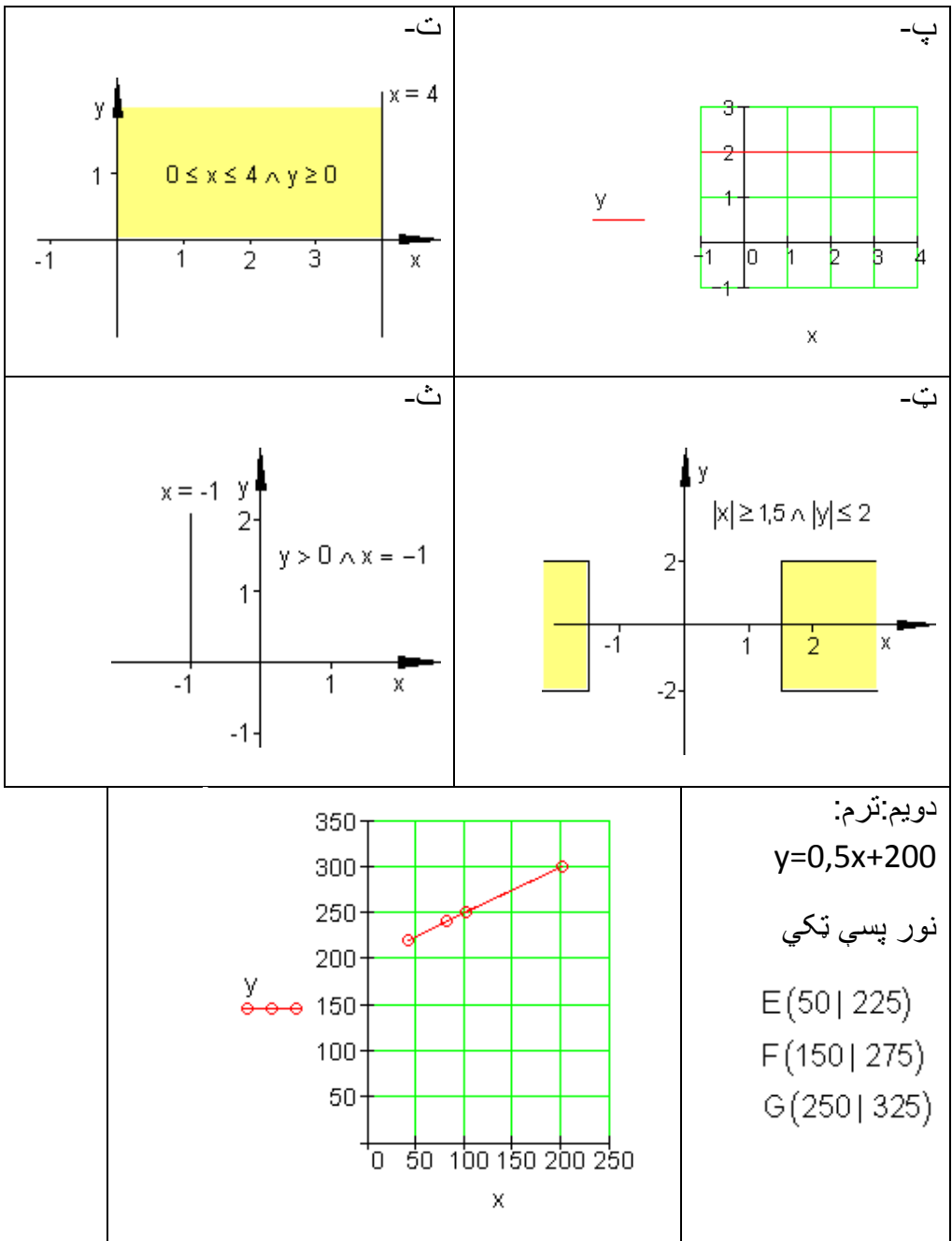
خوابونه

تابع

نتیجی

لومری:



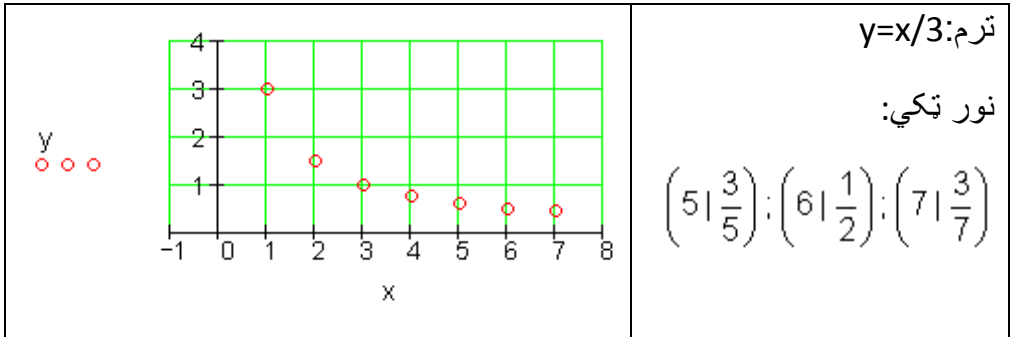


دریم:

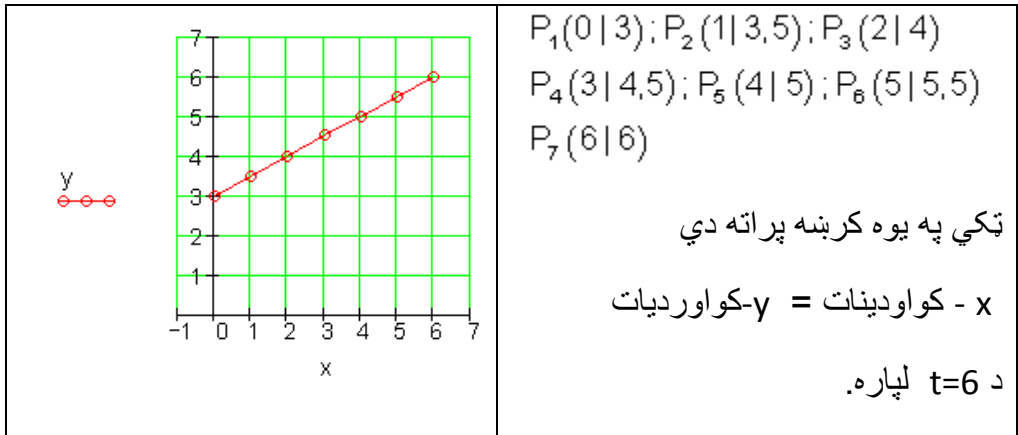
الف-  $t-1 > 0 \wedge \frac{1}{t+1} > 0$  د  $t > 1$  او  $t > -1$  لپاره، نو  $t > 1$

ب-  $t^2 - 1 < 0$  لپاره  $-1 < t < 1$

څلورم:



پنځم:



شپږم:

الف -  $x = 3 \wedge 0 \leq y \leq 2$  ب -  $x \geq 0 \wedge 0 \leq y \leq 2$

پ -  $x \in \mathbb{R} \wedge y \geq x$  ت -  $y \leq x \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

## پوښتنې

### توابع II

#### لومړی

بناغلی برگ د یوه ملفون (لاسي يا لاسي تلفون) قرارداد د لاندې شرایطو سره وکړ:

د میاشتنې € 20 ، د تلفون قیمت په دقیقه € 0,35 .

الف- که دی 40, 80 یا 120 دقیقې تلفون وکړي، نو میاشتنې حساب به یې څومره جگ وي؟

ب - لگښت لپاره یو ترم ولیکئ چې په دقیقه کې د خبرو د دوام په واک کې وي.

پ - اړیکې گرافیکي انځور کړئ.

دویم: یوه الوتکه د سوزونموادو کیروزین 10500 Liter لیتره زخیره لري.

په 100 km دا 180 Liter سوزوي.

الف- د په لیتر مصرف جدول جوړ کړئ. یو واټن له 0 km تر 5000 km پورې وټاکئ.

ب - اړیکې یې گرافیکي ځور کړئ.

پ-له څومره کیلومتره وروسته به زخیره تمامه شوي وي؟

ت - د الوتنې د لار ترم د ټانک د خونديونې په واکوالي کې وټاکئ.

دریم: یو د شمیراروني جدول جوړ کړئ، چې  $^0\text{C}$  په فارنهایت ( $^0\text{F}$ ) اړوي د

$20^0\text{C}$  - او  $60^0\text{C}$  په ساحه یا ورشو کې. د دې لپاره اړین داتا تشریح کړئ. اړیکې

گرافیکي انځور کړئ. دا اړیکې کوم ترم په گوته کوي؟ د ا د تبې تودوخې کچونه

(ترمومتر) د ناروغ د تبې په اندازه کي چې ده ايا دا حرارت يا تودوخي د ژوند خطر لري؟

څلورم: يوه د مالونو ليرلو مغازه غواړي لگښت له امله يو د تحفي پاکټ وليږي. د پاکټولو تخنيکي پرابلم له امله يې يو اړخ د 35 cm سره کره ټاکلی دی. د پوست د لگښت نظم بايد په پام کي نيول شوی وي  
د لگښت نظم: مربع ډوله پاکټونه دننه په هيواد کي.

خورا کوچني کتله (يا بهتره ډکي): اوږدوالی 15 cm ، سور 11 cm ، جگوالی 1 cm .

خورا جگه کتله: اوږدوالی 60 cm ، سور 30 cm ، لوړوالی 15 cm يا اوږدوالی جمعه يې سور جمعه يې يا په ورزيات جگوالی = 90 cm . خورا زيات وزن 2 kg .  
الف- د يوه ډکي يا حجم  $V = 21 \text{ dm}^3$  لپاره د سور او جگوالي ترمنځ اړيکي وټاکي.

ب- دا ماکسيمال رسيدلور ډکي يا حجم څومره لوي دی؟  
پنځم: فرمول ورکړ شوی دی.

الف- ش څنگه تغير خوري، که کوچنی شي.

ب- ايا لاندي اړيکي به د فرمول له لاري تشریح شي؟

A : د کرايي موټر ټول لگښت د عدد a د تللی کيلو متر او د هغه د يوه کيلو متر د قيمت c لپاره.

B : د ودرېدلو لار يا واټن a د بريکلار b او عکس العمل لار c څخه شميرل کيږي.

پ-شي اړيکي ورکړی چې د فرمول له لاري تشریح کیدی شي يا روښانه کیدی شي.

شپږم: يو ولاړگوديز يا مستطيل  $U = 12 \text{ cm}$  چاپيريال يا محيط لري.

الف- اړخونه څنگه يو د بل په واک کې کيدی شي.

ب- يو ترم وټاکئ، چې بلواکوالی د اړخ  $a$  څخه ورکوي يا د اړخ  $a$  په واک کې يا تابع دی.

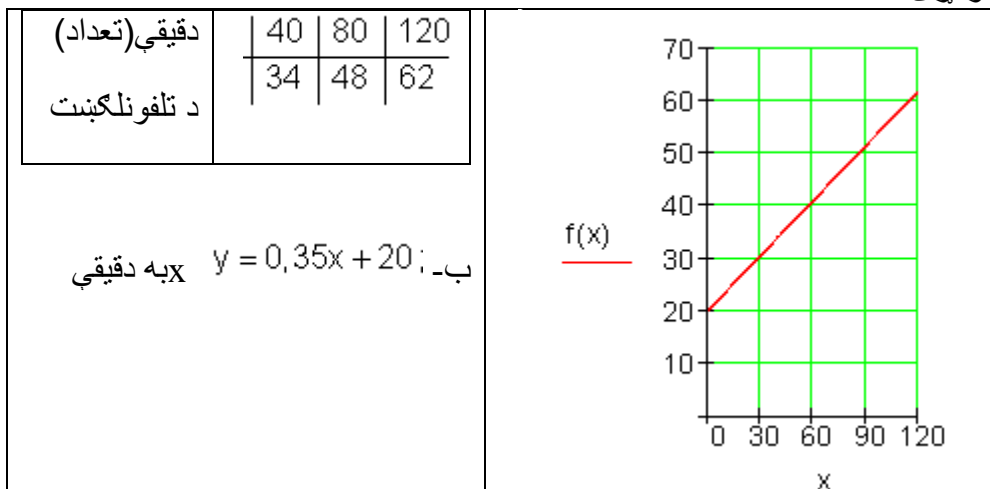
پ- د  $a$  د کوم ارزښت لپاره سطحه خورا لويه وي؟

ځوابونه

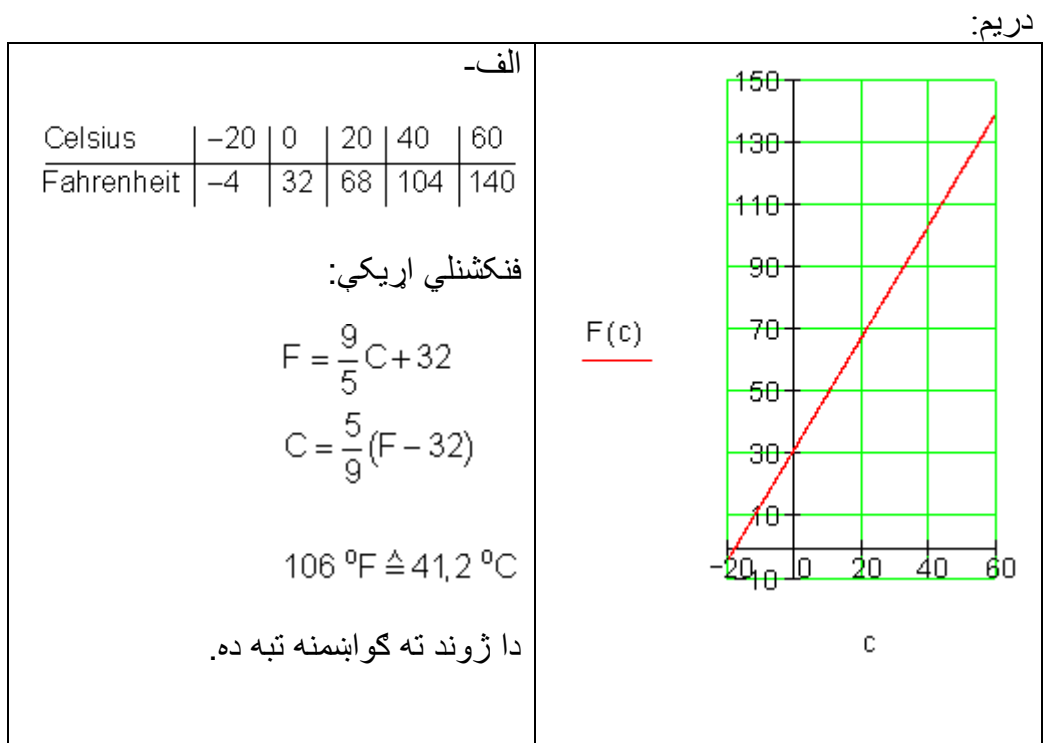
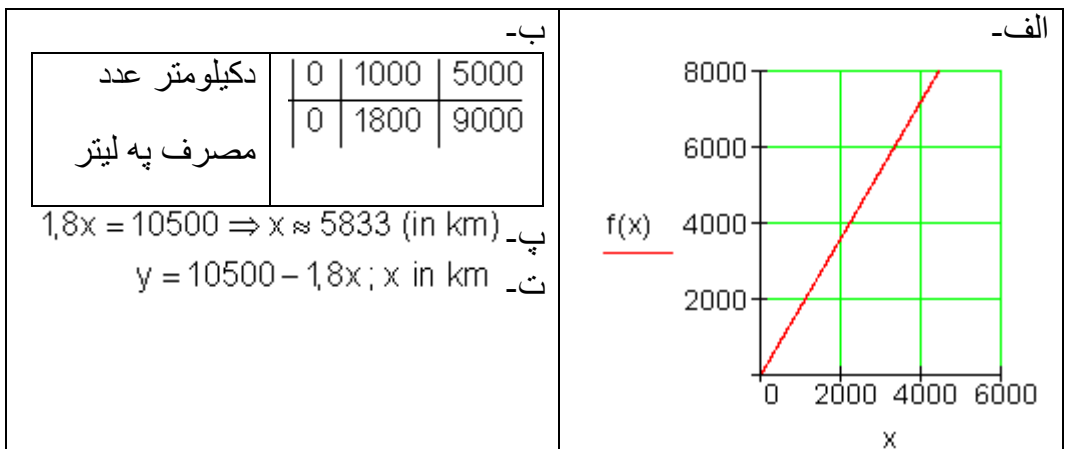
توابع ||

نتیجې:

لومړی:



دویم:



خلورم: الف-  $V = 21 \text{ dm}^3 = 21000 \text{ cm}^3$  له  $V = 53 \cdot b \cdot h \Rightarrow b = 600/h$  څخه

د سور او جگوالي ترمنځ اړیکې

ب- ډکۍ یا حجم  $V=35.b(55-b)$  د  $35+b+h=90$  له امله

$V=35.(55b-b^2)$  د  $b=27,5\text{cm}$  لپاره ماکسیمال کیري

او  $h=27,5\text{cm}$  د  $V=26,47\text{dm}^3$  سره

د ارزښت جدول څخه ککړۍ(رأس) ټکی.

د پرتلي لپاره:  $h=15\text{cm}$ ;  $a=35\text{cm}$  او د  $b=40\text{cm}$  لپاره ډکۍ د تولي 90 جمعي له امله دی:  $V=21\text{dm}^3$ .

پنځم:

الف-  $a$  لویږي، که  $c$  کوچنی شي.

ب-  $A: b = a \cdot c$ ، نو هو  $B: a = b + c$ ، نو نه

لگښت  $a$  د عدد و هلي لار او لگښت  $c$  د یو کیلومتر لپاره.

دا کټلي یا لاس ته راوړي د خوړۍ ست یا ډېری  $b$  د کیلوگرام عدد  $a$  د په کار پرې شوي گن یا عدد او د خوړې لرل  $c$  (چې څومره خوړه په گنیو کې شتون لري) د یو کیلوگرام لپاره.

شپږم:

الف – د د اړخ په بلواکوالی یا تابعیت:  $U=2a+2b=12 \Rightarrow b=6-a$

ب- د سطحې لپاره ترم:  $A = a(6-a)$

$a$	2	2,5	3	3,5	4
$A$	8	8,75	9	8,75	8

ب-  $a=3$  لپاره خورا لویه ده (څلورۍ یا مربع) سطحه د

پوښتنې





### توابع III

لومړی: توابع  $f(x)$  ورکړ شوي. یو مناسب ارزښتجدول وکارئ. دې ته اړوند گراف رسم کړئ.

$$\text{الف - } f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{ب - } f(x) = x^2 \quad \text{پ - } f(x) = \frac{1}{x+3} \quad \text{ت - } f(x) = 3^x$$

دویم: فکر وکړئ، چې ایا یو، یواځنی نیظم، د  $x \rightarrow y$  لپاره مخ ته لرو:  $x^2 + y^2 = 1$  دریم: ټکی  $P$  ورکړ شوی دی. ایا یوه تابع مخ ته لرو؟ که هو، نو نظمقانو وټکئ او خورا لویه تعریفست یا - ډېرئ هم وټاکئ.

$$P = \left\{ (2|1); \left(5|\frac{1}{4}\right); \left(10|\frac{1}{9}\right); \left(25|\frac{1}{24}\right); \dots \right\}$$

څلورم: یو ارزښتجدول ولیکئ او د تابع گراف وکارئ:

$$f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - 2x - 4); x \in \mathbb{R}$$

الف- د جېشمیري سره  $f(3)$  او  $f(-2)$  وشمیرئ.

ب- په کوم ځای کې د تابع ارزښت صفر دی؟

پ-د کومو  $x$  - ارزښتونو لپاره تابع ارزښت 1 دی؟

ت-د کومو  $x$  - ارزښتونو لپاره تابع ارزښت کمیز یا منفي دی؟

ټ-د کومو  $x$  - ارزښتونو لپاره باور لري:  $f(x) < 1$ ، چې د کوم تابع لپاره باور لري:

پنځم: د درې توابعو  $f_1, f_2, f_3$  گراف ورکړ شوی دی. پرېکړه وکړئ:

الف- د تابع ارزښتونه هر چیرته صفر

دي.

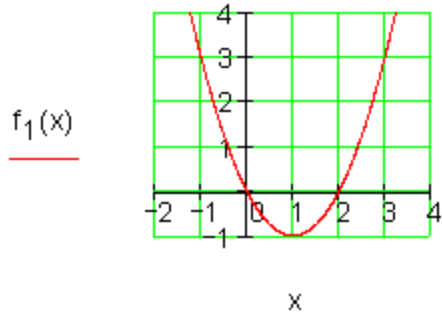
ب- توابع په انټروال  $[0,5; 1]$  منفي

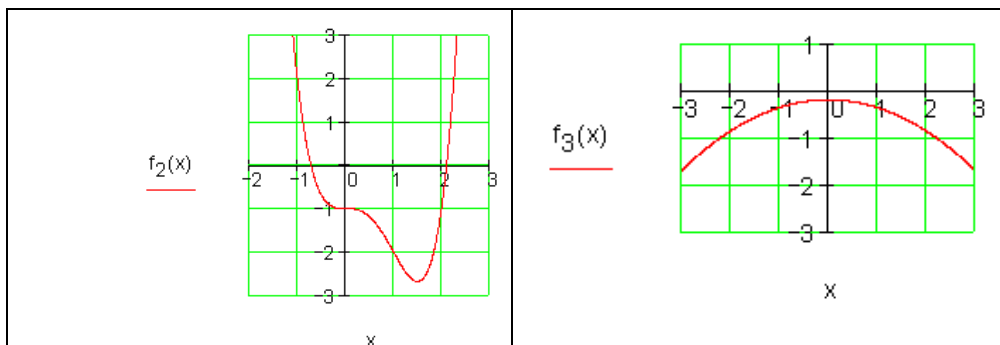
یا کمیز دي

پ-  $f(2) < f(0)$ .

ت-  $f(0) = -1$ .

ټ-  $f(-2) = f(2)$ .





خوابونه

توابع III

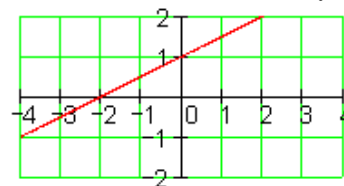
نتيجي

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

x	-4	-3	-2	-1
f(x)	-1	-0,5	0	0,5
x	0	1	2	3
f(x)	1	1,5	2	2,5

$f(x) = x^2$	x	f(x)
	-3	9
	-2	4
	-1	1
	0	0
	1	1
	2	4
	3	9

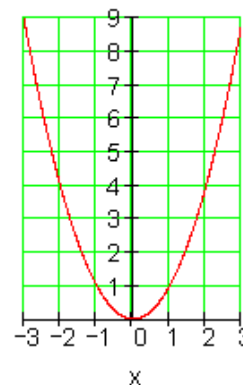
لومرى: الف-



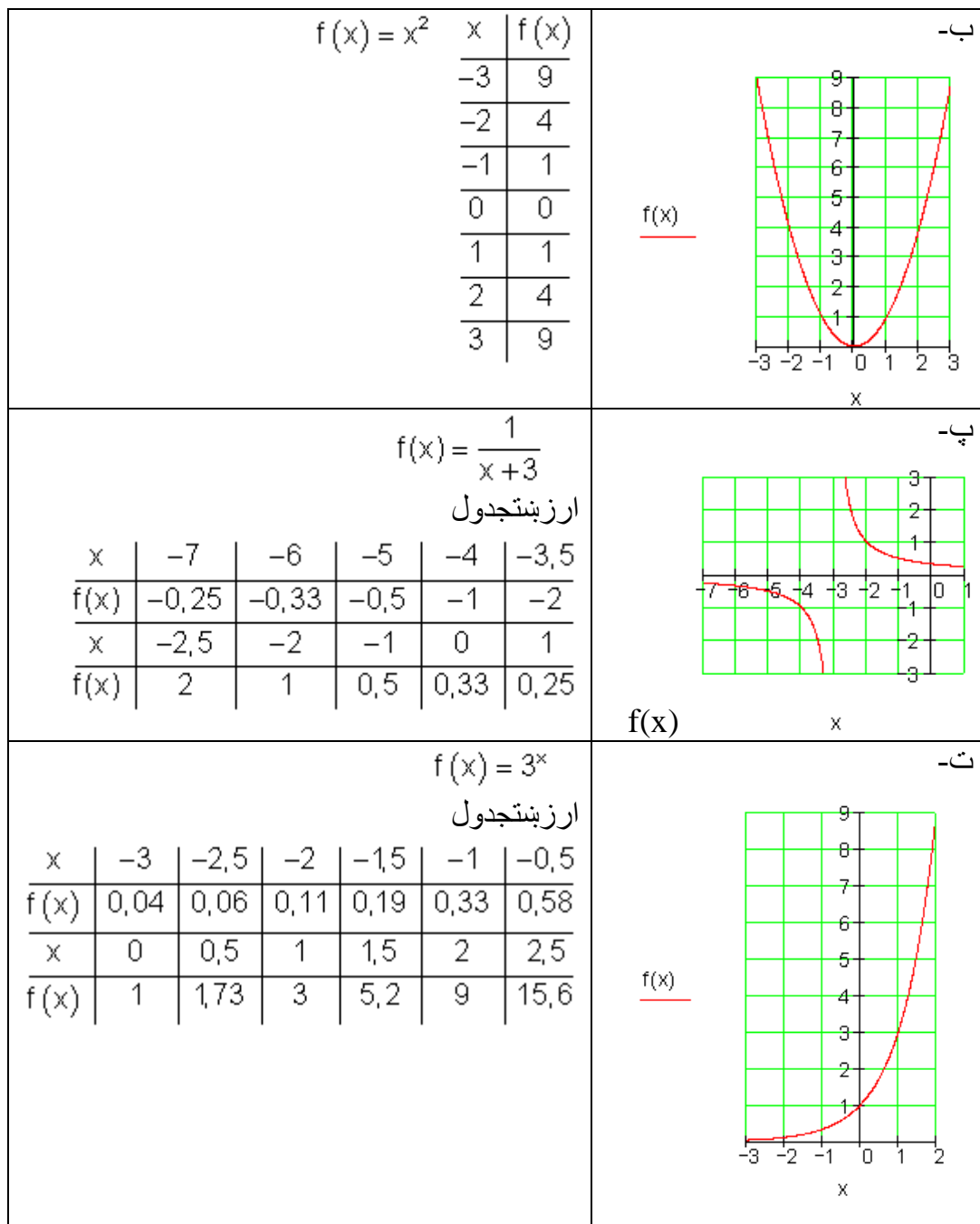
f(x)

x

f(x)



ب-

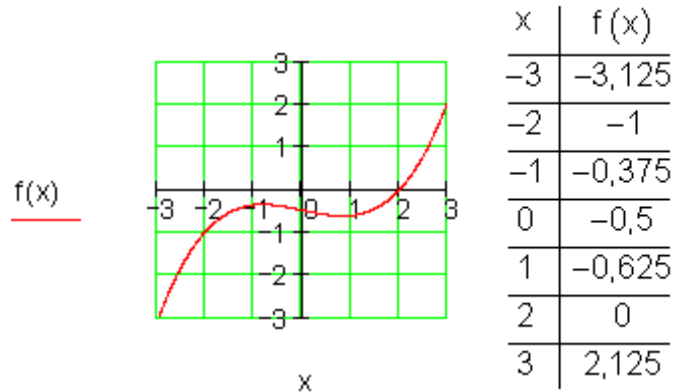


دویم: نه، ځکه چې د بیلګې په توګه د  $x=0$  لپاره سری  $y$ -ارزښت  $y=1$  او  $y=-1$  لاس ته راوړي. دریم:

یو تابع مخ ته لرو، ځکه چې هر حقیقي عدد  $x \neq 1$  یوه حقیقي عدد باندې تنظیم شي.

$$f(x) = \frac{1}{x-1}; x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

څلورم: په لاندې کې د الماني پښتو: د ... لپاره.



الف -  $f(-2) = -1$  -  $f(3) = 2,125$ ;  $f(2) = 0$  ب -

پ -  $f(x) = 1$  für  $x = 2,579...$  ت -  $f(x) < 0$  für  $x < 2$

ټ -  $f(x) < 1$  für  $x < 2,579...$

پنځم:

الف- د  $f_3$  لپاره د تابع ارزښتونه هر چیرته صفر دي.

ب- تابع ارزښتونه په  $[0,5; 1]$  د  $f_1, f_2, f_3$  لپاره منفي یا کمیز دي.

پ-  $f(2) < f(0)$  د  $f_3$  لپاره ت -  $f(0) = -1$  د  $f_2$  لپاره

ټ -  $f(-2) = f(2)$  د  $f_3$  لپاره

## پوښتنې

### توابع IV

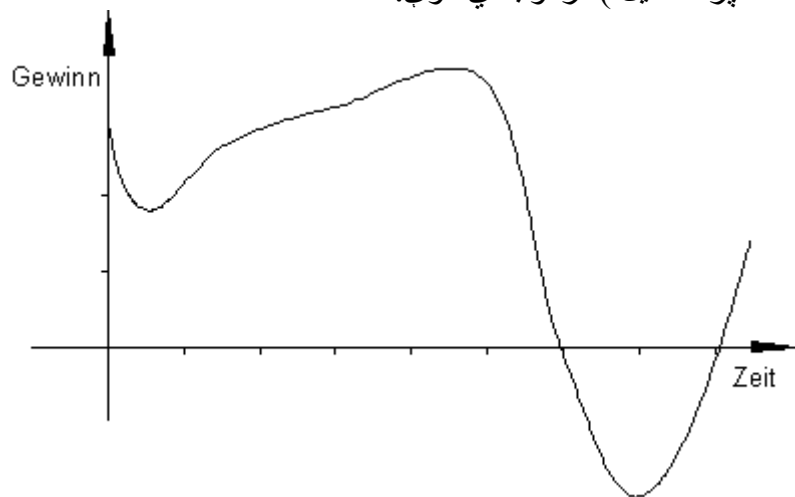
لومړۍ: تابع  $f$  ورکړ شوی د  $f(x) = -0,2(2-x); x \in \mathbb{R}$  سره  
 پرېکړه وکړئ، چې ایا لاندې ویناوې رښتیا او که نارښتیا دي.  
 خپل ځواب مدلل کړئ.

الف- د تابع ارزښتونه زیاتيز يا مثبت دي د ټول  $x$  - ارزښتونو لپاره.

ب-  $f(x) < 0$  د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره. پ-  $f(x)$  د  $x = 2$  لپاره منفي دی.

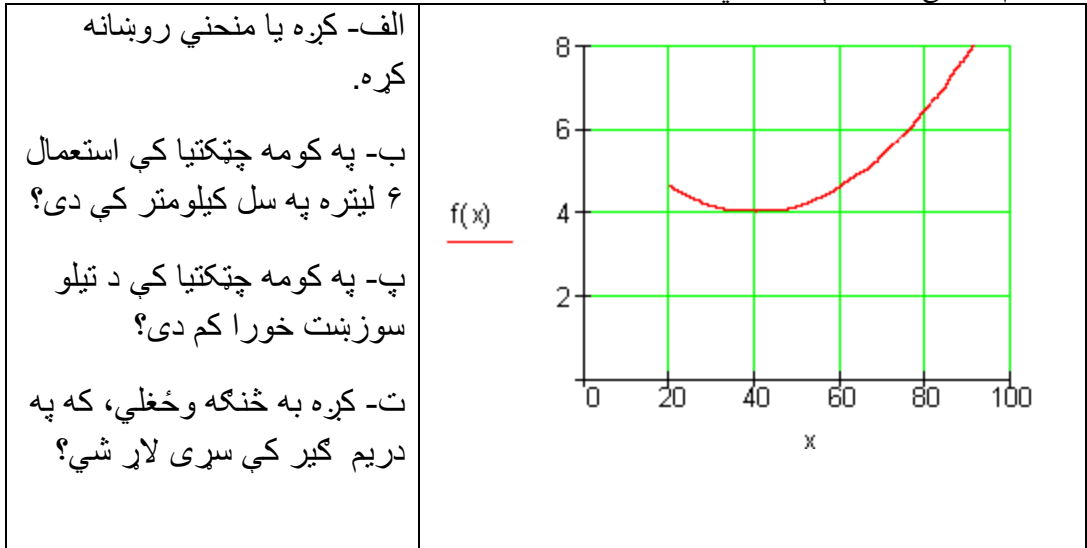
ت- یو ځای  $u$  شتون لري، چې د هغه لپاره  $f(u) = f(u + 1)$  باور لري.

دویم: د رسم شوي تابعگراف تلنه تشریح کړئ. دلته هغه غوره ټکي په نڅښخه کړئ. هغه ټکي، انټروالونه روښانه کړئ یا تشریح کړئ په کومو کې چې ته اقتصادي پسمنظر(د شاته پراته دلیل) فرمولبندي کوي.



کواوردیناتسیستم کې: پروت: وخت. ولار: گټه

دریم: د یوه موټر د تیلو سوزول د چټکتیا په واک کې یا تابع دی. دا په څنگ کې څیره د تیلو سوزول بنایي په لیتر په سل کیلو متر کې او د چټکتیا په واکوالي کې، که سری په څلورم گیر Gang کې لار شي.



څلورم: د لمبا په ډنډ کې  $40\text{ m}^3$  اوبه دي. دا اوبه د ډنډ د پاکوالي له امله د پمپ کولو سره وباسي، چې په دقیقه کې 350 Liter لیتره اوبه وځي.

الف- یو ترم د پاتي حجم یا ډکي لپاره په  $\text{m}^3$  وټاکئ.

ب- څومره  $\text{m}^3$  د ۲۰ دقیقو وروسته په لمباډنډ کې لا پاتي ي.

خوابونه

### توابع IV

نتیجې

لومړۍ:

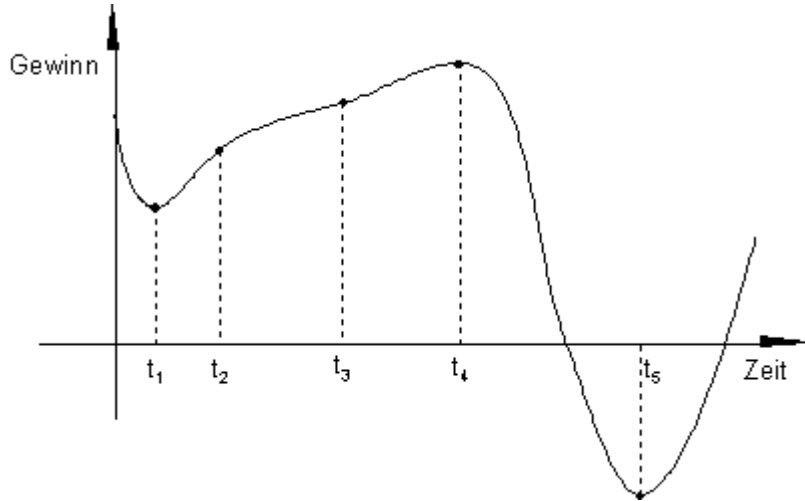
الف- وینا ناتیګ (F) ده، ځکه چې  $f(-1) = -1,8 < 0$

ب- وينا ناتيک (F) ده ، ځکه چې  $f(2) = 0$

پ- وينا تيک (W) ده، ځکه چې  $f(2) = -0.2.0 = -0 = 0$

ت - وينا تيک (W) ده، ځکه چې  $f(u) = f(u+1)$  ده د  $u=1,5$  لپاره.

دويم:



کوارديناتسيستم کې : پروت: وخت. ولاړ: گټه

گټه د وخت  $t_1$  پورې کميږي، له دې وروسته گټه جگيږي. دا وده د وخت  $t_2$  څخه

وروسته بتي کيږي او د  $t_3$  وروسته داسې څه قوي جگيږي چې په  $t_4$  کې ماکسيمال ته رسيږي. په پسي وخت کې د گټې پرېکښه تر  $t_5$  پورې. هله دې وروسته گټه بيرته وده کوي.

د مغازي د اقتصاد د سناريو يا صحنه:

يو د موټر موډل وخت پوره کيږي، گټه د خرڅلاو کمې له امله ټيټيږي. د نوي بڼه شوي موډل رامنځ ته کيدو وروسته گټه بيرته جگيږي. د بريالي پيل څخه د گټې جگيدني بريکنيول کيږي د مطبوعاتو خراب کرپتيک او د بيرته رانيوني عمل. د دې پرابلونو د

تنظیم څخه وروسته او زیات تبلیغ څخه وروسته خرڅلاو بیرته بڼه کیږي، تر هغې چې یوه اقتصادي ستره پېښه (د بورزې جنجال، د تیلو نرخ جګیننه) د ګټې ماتېدنه پسي یا په تعقیب لري. فابریکه د یوه وخت لپاره د تاوان په زون یا ساحه کې راځي د حالت د ارامتیا وروسته د مشتریانو د بیا اخیستنې اړتیا شتون لري، کوالیتي یا څرنګوالی بیرته اخیستل کیږي او ګټه جګیږي.

دریم:

الف- استعمال تر  $40 \text{ km/h}$  پورې تر  $4 \text{ Liter}/100 \text{ km}$  پورې کمیږي، له دې وروسته نه پرېکښونکی یا متمدني جګیږي.

ب-  $x$ -محور ته غبرګه د  $(0 | 6)$  له لارې کره یا منحنی په  $v = 76 \text{ km/h}$  کې غوڅوي.

پ- د  $40 \text{ km/h}$  چټکتیا سره لګښت خورا لږ دی.

ت- د دریم گیر لپاره کره د ورکړ شوي کرې پورته لور ته ځغلي، لګښت په برابر پاتي چټکتیا سره جګ دی.

څلورم: الف-  $V(x) = 40 - 0,35x$ ;  $350 \text{ l} = 0,35 \text{ m}^3$ ;  $40 \text{ m}^3 = 40000 \text{ l}$

ب-  $V(20) = 40 - 0,35 \cdot 20 = 33 \text{ (m}^3\text{)}$

پوښتنې

**V** توابع

لومړی: د تابع  $f(x)$  ماکسیمال تعریفورشو  $D_{\max}$  پیدا کړئ



$$\text{الف- } f(x) = 2 - 3x \quad \text{ب- } f(x) = \sqrt{2x - 3}$$

$$\text{ث- } f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad \text{ت- } f(x) = -x^2 + 1$$

دویم: د تابع  $f(x)$  ارزښتورشو وټاکئ د  $D = D_{\max}$  سره.

$$\text{الف- } f(x) = \frac{3}{2}x - 4 \quad \text{ب- } f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$$

$$\text{پ- } f(x) = \sqrt{4-x^2} \quad \text{ت- } f(x) = x^2 - 5$$

دریم: تابع  $f(x)$  ورکړ شوي ده. ماکسیمال تعریفورشو  $D_{\max}$  وټاکئ. د  $f(x)$  گراف وکارئ.

د  $x \in \left\{ k; -\frac{2}{k}; k+1; k-4 \right\}$  لپاره تابع ارزښتونه وټاکئ.

$$\text{الف- } f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{ب- } f(x) = 2x - \frac{2}{x} \quad \text{پ- } f(x) = x - x^2$$

$$\text{ت- } f(x) = \frac{1}{x+3} \quad \text{ث- } f(x) = \sqrt{4-2x} \quad \text{ډ- } f(x) = 2^x - 1$$

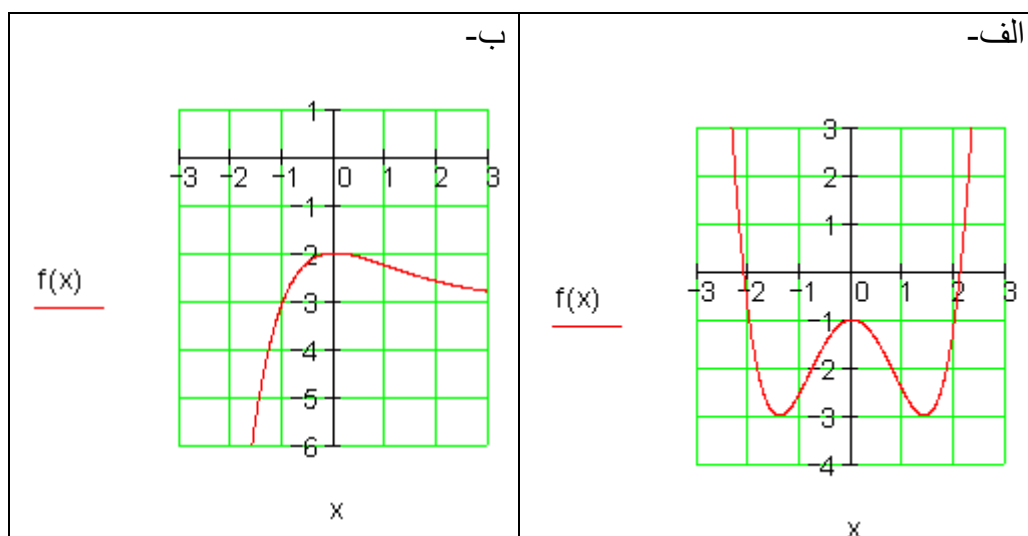
څلورم: تابع  $f(x)$  د  $f(x)x^3$  سره ورکړ شوي ده.

الف- ماکسیمال تعریفورشو  $D$  او ارزښتورشو  $W$  ورکړئ.

ب- د کوم  $x \in D$  لپاره باور  $f(x) = 81$  لري؟

پ- د کوم  $x \in D$  لپاره باور  $f(x) \geq 9$  لري؟

ت- و بنایی:  $f(x+1)=3.f(x)$  د تولو  $x \in D$  لپاره.  
 پنځم: تابع  $f(x) \in D = \mathbb{R}$  لپاره تعريف ده. د رسمونو څخه ارزښت ډېرئ و بنایی.



ځوابونه

توابع **V**

نتیجې

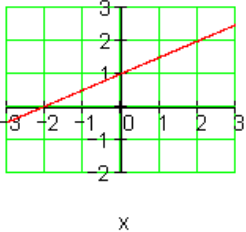
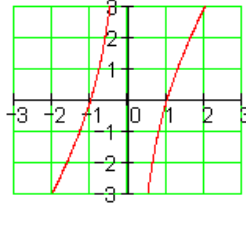
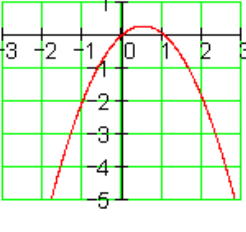
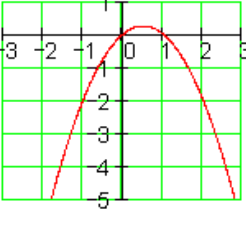
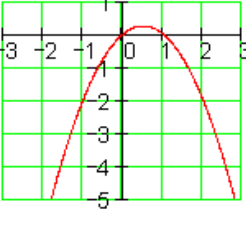
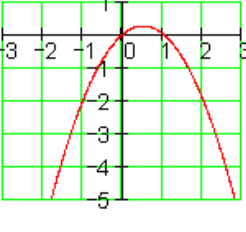
لومړۍ:

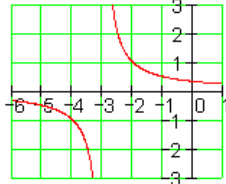
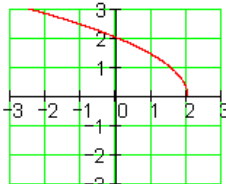
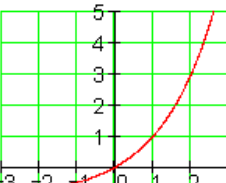
ب-	الف
$f(x) = \sqrt{2x-3} \Rightarrow D = \left\{ x \mid x > \frac{3}{2} \right\} \subset \mathbb{R}$	$f(x) = 2-3x \Rightarrow D = \mathbb{R}$
ت-	پ-
$f(x) = -x^2 + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$	$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

دویم:

الف- ب- $f(x) = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow W = \{y \mid y \geq 1\}_{\mathbb{R}}$	الف- $f(x) = \frac{3}{2}x - 4 \Rightarrow W = \mathbb{R}$
ب- ج- $f(x) = x^2 - 5 \Rightarrow W = \{y \mid 0 \geq -5\}_{\mathbb{R}}$	ب- ج- $f(x) = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow W = \{y \mid 0 \leq y \leq 2\}_{\mathbb{R}}$

دریم:

الف- $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$											
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{2}k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{1}{k}+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{2}k+1,5</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{2}k-1</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$\frac{1}{2}k+1$	$-\frac{1}{k}+1$	$\frac{1}{2}k+1,5$	$\frac{1}{2}k-1$	$f(x)$ 
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$\frac{1}{2}k+1$	$-\frac{1}{k}+1$	$\frac{1}{2}k+1,5$	$\frac{1}{2}k-1$							
ب- $f(x) = 2x - \frac{2}{x} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$f(x)$ 										
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2k - \frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{4}{k} + k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2k + 2 - \frac{2}{k+1}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2k - 8 - \frac{2}{k-4}</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$2k - \frac{2}{k}$	$-\frac{4}{k} + k$	$2k + 2 - \frac{2}{k+1}$	$2k - 8 - \frac{2}{k-4}$	$f(x)$ 
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$2k - \frac{2}{k}$	$-\frac{4}{k} + k$	$2k + 2 - \frac{2}{k+1}$	$2k - 8 - \frac{2}{k-4}$							
ب- $f(x) = x - x^2 \Rightarrow D = \mathbb{R}$	$f(x)$ 										
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k - k^2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k} - \frac{4}{k^2}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-k^2 - k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-k^2 + 9k - 20</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$k - k^2$	$-\frac{2}{k} - \frac{4}{k^2}$	$-k^2 - k$	$-k^2 + 9k - 20$	$f(x)$ 
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$k - k^2$	$-\frac{2}{k} - \frac{4}{k^2}$	$-k^2 - k$	$-k^2 + 9k - 20$							

<p>ت-  <math>f(x) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{k+3}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{k}{3k-2}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{k+4}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{k-1}</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$\frac{1}{k+3}$	$\frac{k}{3k-2}$	$\frac{1}{k+4}$	$\frac{1}{k-1}$	<p><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;"><math>x</math></p>
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$\frac{1}{k+3}$	$\frac{k}{3k-2}$	$\frac{1}{k+4}$	$\frac{1}{k-1}$							
<p>ت-  <math>f(x) = \sqrt{4-2x} \Rightarrow D = \{x \mid x \leq 2\}_{\mathbb{R}}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{4-2k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{4-\frac{4}{k}}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{2-2k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{12-2k}</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$\sqrt{4-2k}$	$\sqrt{4-\frac{4}{k}}$	$\sqrt{2-2k}$	$\sqrt{12-2k}$	<p><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;"><math>x</math></p>
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$\sqrt{4-2k}$	$\sqrt{4-\frac{4}{k}}$	$\sqrt{2-2k}$	$\sqrt{12-2k}$							
<p>ت-  <math>f(x) = 2^x - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\frac{2}{k}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k+1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>k-4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2^k - 1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2^{-\frac{2}{k}} - 1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2^{k+1} - 1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2^{k-4} - 1</math></td> </tr> </table>	$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$	$f(x)$	$2^k - 1$	$2^{-\frac{2}{k}} - 1$	$2^{k+1} - 1$	$2^{k-4} - 1$	<p><u>f(x)</u></p>  <p style="text-align: center;"><math>x</math></p>
$x$	$k$	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$							
$f(x)$	$2^k - 1$	$2^{-\frac{2}{k}} - 1$	$2^{k+1} - 1$	$2^{k-4} - 1$							

خلورم: د الماني پښتو: د... لپاره.

الف-  $f(x) = 3^x$ ;  $D = \mathbb{R}$ ;  $W = \mathbb{R}_+^*$

ب-  $f(x) = 81$  für  $x = 4$

پ-  $f(x) \geq 9$  für  $x \geq 2$

ت-  $f(x+1) = 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x = 3 \cdot f(x)$

پنځم: الف-  $W = \{y \mid y \geq -3\}_{\mathbb{R}}$  - ب-  $W = \{y \mid y \leq -2\}_{\mathbb{R}}$

پوښتنې

## توابع VI

لومړۍ: د تابع  $f(x)$  ارزښتسټ د جشمیري سره وشمیرئ

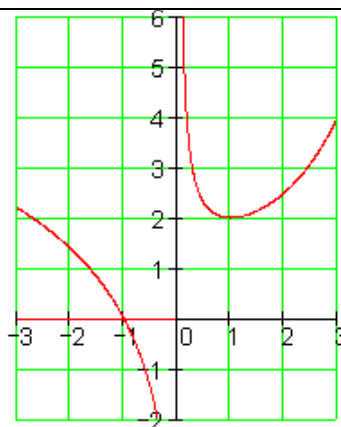
$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{2}{5}x^3 - 2$$

د  $D=R$  سره.

دویم: ترڅنګ کږه د تابع  $f(x)$  ګراف دی؟ایا  $f(x)$  د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره تعریف دی؟د  $x$  د کومو ارزښتونو لپاره تابع ارزښت

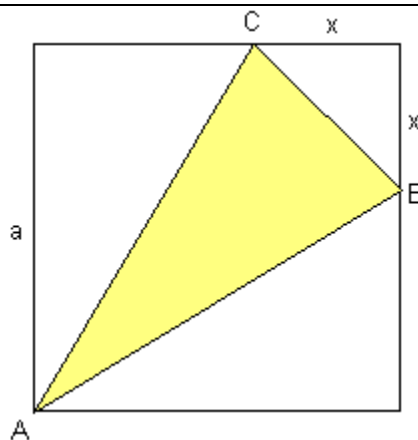
- له 2 لوی دی؟

- له صفر کوچنی دی؟



دویم:

یوه مربع یا څلوري د اړخ اوږدوالي

 $a = 5 \text{ cm}$  سره ورکړ شوي ده.د مثلث یا درېګودي  $ABC$  د سطحې ترم $A(x)$  وټاکئ

دریم:

څلورم: د يوه مالک ټول لگښت  $K$  د يوه لاسته راوړني سټ  $x$  په واکوالي کې په سټ واحد يا ډېرئ يوون ( $ME$ ) د ترم له لارې ليکل کيږي

$$K(x) = 0,01x^3 - x^2 + 100x + 720$$

الف- د  $x$  -ارزښتونو لپاره تر 100 پورې ټول لگښت وشميرئ. يو مناسب ټولنلارې ډول وټاکئ او د ټول لگښت ليدڅيره رسم کړئ.

ب- د هر سټ - يا ډېرې واحد خرڅلاو 99 پيسېواحده دي. لاس ته راوړني (د پيسو) څومره دي، که  $x$  ( $ME$  د سټ واحد) په بازار کې خرڅ شي؟

په لرلي کواورديناټيسټم کې د خرڅلاو(پيسو) د ليدلو څيره و کارئ.

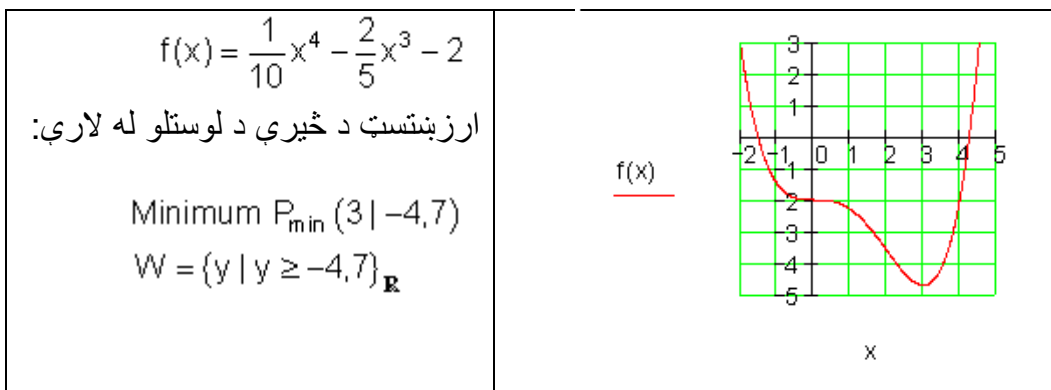
پ-د ليدڅيرې څخه ولولئ:

په کومه ورشو يا ساحه کې گټه منځ ته راځي؟ د کوم  $x$  -ارزښتونو سره به خورا لويه گټه لاس ته راشي؟

ځوابونه:

توابع VI

نتيجه: لومړی:



دویم: تابع د تول  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  لپاره تعریف ده

$f(x) > 2$  د  $(x < -2, 7) \vee (x > 0 \wedge x \neq 1)$  لپاه اټکلشوی

$f(x) < 0$  د  $x \in (-1; 0)$  لپاره.

$$A_{\Delta} = A_0 - A_{\Delta 1} - A_{\Delta 2} = 25 - \frac{1}{2}x^2 - 5(5-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x; 0 < x \leq 5$$

دریم:

څلورم: الف- د الماني پښتو: د سټ واحد، د گټې واحد

ME	0	20	40	60	80	100
GE	720	2400	3760	5280	7440	10720

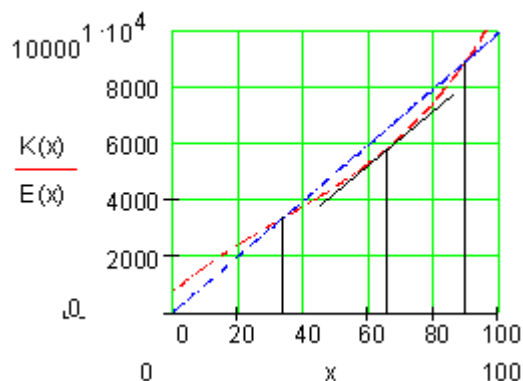
ب- خرڅلاو:  $E(x) = 99x$

پ-

د لوستلو له لارې د 34ME تر 90ME پورې

لویه گټه په 65 ME  $\sim x$  کې

یادونه: ME ډېرې یوون یا د سټ واحد په معنا دی.



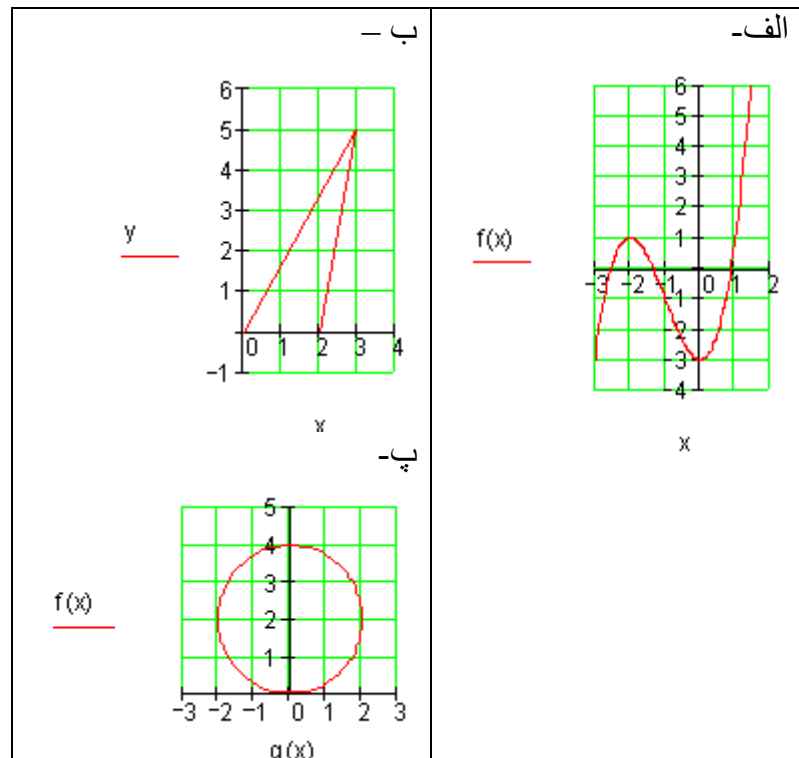
پوښتنې

## توابع VII

لومړۍ: توابع  $f(x)$  ورکړ شوي دي. یو مناسب ارزښت جدول جوړ کړئ. له دې سره اړوند گراف وکړئ.

الف-  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$       ب-  $f(x) = x^2$

دویم: کو گراف تابع  $f: x \rightarrow f(x)$  پورې اړه لري؟ دلیل یې راوړئ.



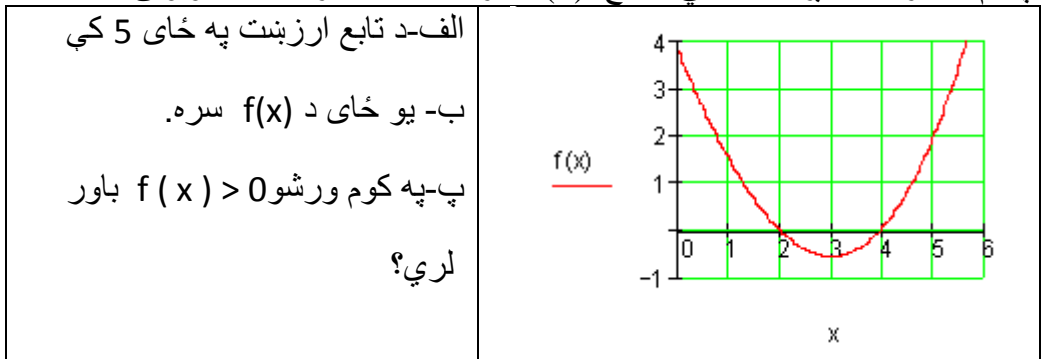
دریم: د شمیرپوهنیز لنډ لیکدود سره یې فرمولبندي کړئ.

الف- په ځای 3 کې تابع  $f(x)$  تابع ارزښت 12 لري.



- ب- د تابع  $f(x)$  له لارې د  $x$  - ارزښت سره عدد 4- تنظیمیږي.
- پ- ټکی  $P(2 | 5)$  د  $f(x)$  په لیدڅیره باندې پروت دی.
- ت-  $f(x)$  د کومو افسخیزا یا پراته ارزښتونو لپاره تابع ارزښت 4 لري.
- ټ- د  $f(x)$  تابع تابع ارزښت له 7 لوی دی د ټول  $x \in \mathbb{R}$  لپاره.
- ث- تابع  $f(x)$  د 17- ځای کې تابع ارزښت 9 نیسي.
- ج- توابع  $f$  او  $g$  د په ځای کې همغه ارزښت غوره کوي.
- چ- په کوم ځای  $x$  کې  $f$  د تابع ارزښت د  $g$  له تابع ارزښت څخه کوچنی دی؟
- ح- د تابع  $f(x)$  د تابع ارزښت برابر 5 دی د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره.
- خ- د یوه کرې ټکي  $K_f$  کواوردیناتونه سره سر خوري.
- څلورم: د یوه نظم لپاره د یوې روځنې بیلگې نوم واخلي، چې هغه تابع وي یا تابع نه وي.

پنځم: دا ترڅنګ کره یا منحنی د تابع  $f(x)$  گراف دی. له گراف څخه ولولئ.



شپږم: کوم ارزښت جدول یوه تابع پورې اړه لري؟

x	-1	0	3	3	4
y	8	7	2	4	5

ب -

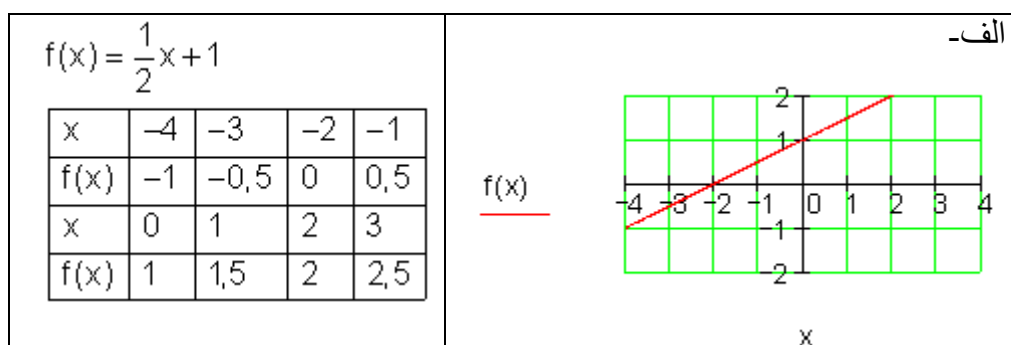
x	-1	0	1	2	3
y	4	0	-2	4	4

الف -  
خوابونه

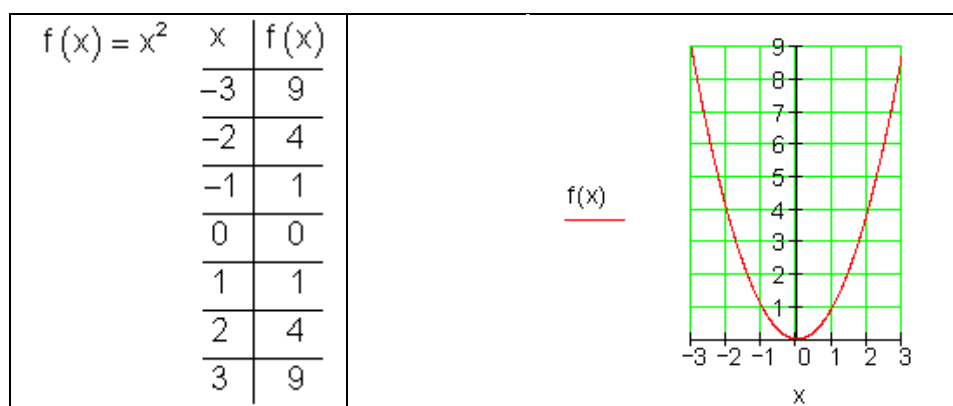
## تابع VII

نتیجی

لومری:



ب -



دويم:

الف- د تابع ليډڅيره، يواځني نظم.

ب- فقط يوه اړيکه، يواځني نظم نه دی.

پ- فقط يوه اړيکه، يواځينظم نه دی.

دریم: دریم: په لاندې کې الماني: د ټولو ... لپاره.

الف-  $f(3) = 12$  ب-  $f(x) = -4$

پ-  $f(2) = 5$  ت-  $f(x) = 4$

ت-  $f(x) > 7$  د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره. ث-  $f(-17) = 9$

ج-  $f(3) = g(3)$  -ج-  $f(x) < g(x)$

ح-  $f(x) = 5$  د ټولو  $x \in \mathbb{R}$  لپاره. خ-  $f(x) = x$

څلروم: تابع: هر زده کوونکي سره يو دېوت لويي (څومره نمره لوي بوتان موخه نمره ده) تنظيميري. تابع نه ده: معکوسوالي يې تابع نه ده، ځکه چې د بوتانولويوالي کيدی شي په ډېرو زده کوونکو تنظيم شي. پنځم:

الف- د  $x=5$  په ځای کې تابع ارزښت  $f(5)=2$  دی:

ب- د  $f(x)=0$  سره ځايونه دي:  $f(x)=0$  د  $x=2 \vee x=4$  لپاره

پ-  $f(x)>0$  د  $x > 4 \vee x < 2$  لپاره شيرم:

الف- کيدی شي يوي تابع پوري اړه ولري، ځکه چې يو يواځني نظم مخ ته لرو.

ب- يوه تابع پوري اړه نه شي لرودی، ځکه چې د  $x=3$  لپاره نظم يواځني نه دی.

## 1,16- فنکشنونه او په څټ فتکشنونه

(توابع او معکوس توابع)

تولیز:

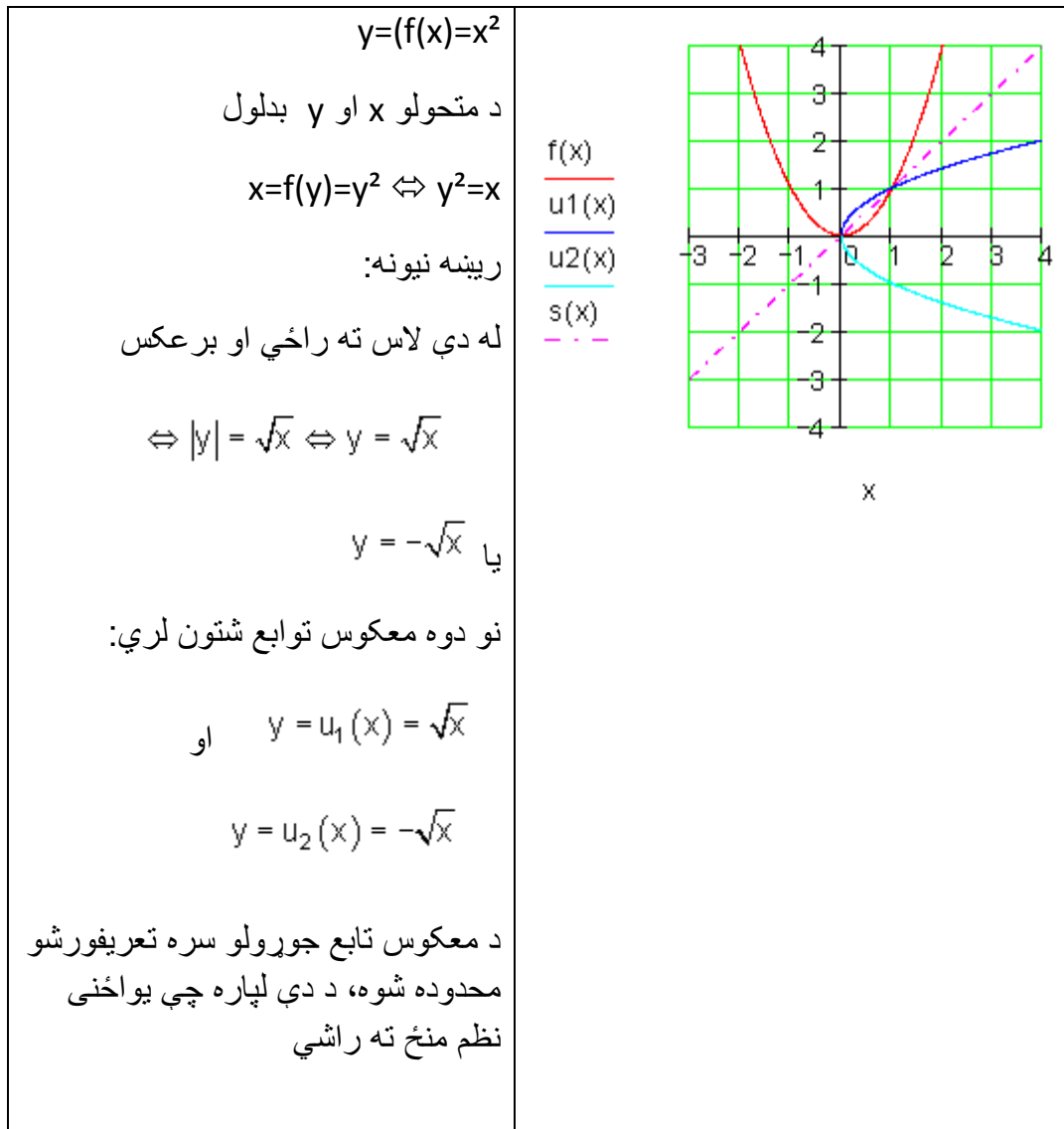
<p>د <math>f</math> د نظم قانون د تابع مساوات له لارې افاده کيږي، لکه د بیلگې په توګه</p> $f = \{(x y) \mid y = f(x) = 2x + 3\}_{D \times W}$ <p>یا په لنډه توګه: <math>y = f(x) = 2x + 3</math></p> <p>د یوه تابع د یو-یواځنوالي د <math>f^{-1}</math> یو-یواځنی نظم هم شتون لري.</p> <p>دا نظم معکوس تابع یا په څټ تابع یا انورز inverse تابع بلل کيږي، لکه د بیلگې په توګه.</p> $y = f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$	<p>The diagram consists of two parts. The top part shows a function <math>f</math> from domain <math>D</math> to codomain <math>W</math>. Domain <math>D</math> contains elements <math>x_1, x_2, x_3</math> and codomain <math>W</math> contains elements <math>y_1, y_2, y_3</math>. Arrows point from <math>x_1</math> to <math>y_1</math>, <math>x_2</math> to <math>y_2</math>, and <math>x_3</math> to <math>y_3</math>. The bottom part shows the inverse function <math>f^{-1}</math> from <math>W</math> to <math>D</math>. Arrows point from <math>y_1</math> to <math>x_1</math>, <math>y_2</math> to <math>x_2</math>, and <math>y_3</math> to <math>x_3</math>.</p>
--	--

د کرښیز توابعو معکوس توابع

<p>تابع <math>y = f(x) = 2x + 3</math> ورکړ شوی</p> <p>غوښتنه معکوس تابع <math>f^{-1}</math> او د هغه گراف ده</p> <p>تابع <math>f</math> جگوالی <math>m = 2</math> لري. دا د خپل گراف سره پروت محور په ټکي <math>P_x (-1, 5   0)</math> کې غوڅوي او ولار محور یا اوردینات په ټکي <math>P_y (0   3)</math> کې غوڅوي. د هغه گراف کرښه ده.</p> <p>که د تابع اووښتونې یا متحولې یو له بل سره بدلې شي او د <math>y</math> پسي په ورته توگه بڼه بدلون منځ ته راشي، نو سړی معکوس تابع لاس ته راوړي.</p>	<p>تابع:</p> $y = f(x) = 2x + 3$ $x = f(y) \Leftrightarrow x = 2y + 3$ $\Leftrightarrow 2y + 3 = x   -3$ $\Leftrightarrow 2y = x - 3   : 2$ $\Leftrightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$ <p>معکوس تابع:</p> $y = f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
<p>د معکوس تابع گراف د تابع د گراف هندارونه (انعکاس) ده په <math>45^\circ</math> محور باندې.</p> <p>په تولید توگه باور لري:</p> <p>تابع</p> $y = f(x) = a_1x + a_0$ <p>معکوس تابع</p> $y = f^{-1}(x) = \frac{1}{a_1}x + \frac{a_0}{a_1}$ <p>د ساده والي له امله معکوس تابع <math>u(x)</math> بولو.</p>	<p>Legend:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f(x)</math> (red line)</li> <li><math>u(x)</math> (cyan line)</li> <li><math>s(x)</math> (blue line)</li> </ul>

د مربع-یا څلورئ توابعو معکوس تابع

تلنلار (که غواړي: طریقه یا قانون) همداسې ده لکه پورته په کرښیزو توابعو کې چې وښوول شوه.



د  $e$ -تابع معکوس تابع

$y = f(x) = e^x$ <p>د متحولو <math>x</math> او <math>y</math> بدلون</p> $x = f(y) = e^y \Leftrightarrow e^y = x$ <p>لوگاریتمول</p> $\Rightarrow \ln(e^y) = \ln(x)$ $\Leftrightarrow y = \ln(x)$ <p>معکوس تابع:</p> $y = u(x) = \ln(x)$ <p>د معکوس تابع جوړولو سره تعریفور شو محدوده شوه، ځکه چې لوگاریتم فقط د مثبت <math>x</math> - ارزښتونو لپاره تعریف دی.</p>	<p><math>f(x)</math> <math>u(x)</math> <math>s(x)</math></p> <p>x</p>
---	---

## 1.17- هندسه ((خُمکچپوهنه))

لسيز توانونه، اوږدوالی او سطحه:

لسيز توانونه  
د اوږدوالي يونونو يا واحدونو

$10^0 = 1$	$10^{-1} = 0,1$
$10^1 = 10$	$10^{-2} = 0,01$
$10^2 = 100$	$10^{-3} = 0,001$
$10^3 = 1000$	$10^{-4} = 0,0001$
$10^4 = 10\,000$	$10^{-5} = 0,00001$
$10^5 = 100\,000$	$10^{-6} = 0,000001$
$10^6 = 1\,000\,000$	$10^{-7} = 0,0000001$
$10^7 = 10\,000\,000$	$10^{-8} = 0,00000001$
$10^8 = 100\,000\,000$	$10^{-9} = 0,000000001$
$10^9 = 1\,000\,000\,000$	$10^{-10} = 0,0000000001$

بدلون:

د شمیرني د بدلون بیلگه:



$$3,13\text{km} = ? \text{ dm} \Rightarrow 3,13\text{km} = 3,13 \cdot 10^4 \text{ dm} = 3,13 \cdot 10.000 \text{ dm} = 31.300 \text{ dm}$$

$$12,514\text{m} = ? \text{ mm} \Rightarrow 12,514\text{m} = 12,415 \cdot 10^3 \text{ mm} = 12,415 \cdot 1000\text{mm} = 12.415\text{mm}$$

$$12.436\text{mm} = ? \text{ m} \Rightarrow 12.436\text{mm} = 12.436 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 12.436 \cdot 0,001\text{m} = 12,436\text{m}$$

$$128 \text{ dm} = ? \text{ km} \Rightarrow 128 \text{ dm} = 128 \cdot 10^{-4} \text{ km} = 128 \cdot 0,0001\text{km} = 0,0128 \text{ km}$$

سطحي (خوندي ونې) شمير بدلون:

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1	$10^2$	$10^4$	$10^6$
$10^{-2}$	1	$10^2$	$10^4$
$10^{-4}$	$10^{-2}$	1	$10^2$
$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	1

$$1\text{m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1\text{dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1\text{cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

د شمير بدلون بيلگه:

$$3,4\text{m}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 3,4\text{m}^2 = 3,4 \cdot 10^2 \text{ dm}^2 = 3,4 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 340 \text{ dm}^2$$

$$1,4\text{m}^2 = ? \text{ cm}^2 \Rightarrow 1,4\text{m}^2 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 1,4 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 14.000 \text{ cm}^2$$

$$120\text{mm}^2 = ? \text{ dm}^2 \Rightarrow 120\text{mm}^2 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ dm}^2 = 120 \cdot 0,0001\text{dm}^2 = 0,012 \text{ dm}^2$$

د حجم يا ډکي شمير نبدلون:

$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{mm}^3$
1	$10^3$	$10^6$	$10^9$
$10^{-3}$	1	$10^3$	$10^6$
$10^{-6}$	$10^{-3}$	1	$10^3$
$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	1

$$1\text{m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1\text{dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1\text{cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1\text{m}^3 \hat{=} 1000 \text{ Liter}$$

$$1\text{dm}^3 \hat{=} 1 \text{ Liter (l)}$$

$$1\text{cm}^3 \hat{=} 1 \text{ Milliliter (ml)}$$

د شمیر بدلون بیلگه:

$$1,3 \text{ m}^3 = ? \text{ dm}^3 \Rightarrow 1,3 \text{ m}^3 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 1,3 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 1300 \text{ dm}^3$$

$$132 \text{ cm}^3 = ? \text{ m}^3 \Rightarrow 132 \text{ cm}^3 = 132 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 132 \cdot 0,000001 \text{ m}^3 = 0,000132 \text{ m}^3$$

تمرینونه:

بدل کړئ:

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

تمرینونه: لومړۍ بدل کړه یا واړوه:

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

دویم- بدل کړه یا واړوه

$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{mm}^3$
	125		
		1250	
0,541			
		16,3	
			125600

په **dm** يي واروه او ويي شميره:

الف -  $2,5m + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12000\text{ mm} + 12,7\text{ m}$

ب -  $16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2000\text{ mm}$

پ -  $950\text{ dm} + (12\text{ m} + 12\text{ dm}) + 12000\text{ mm} - 2500\text{ mm}$

ت -  $3750\text{ m} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75000\text{ m})$

په **cm** يي واروه او ويي شميره:

الف -  $2,5m + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12000\text{ mm} + 127\text{ m}$

ب -  $16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2000\text{ mm}$

پ -  $95\text{ dm} + (12\text{ m} + 1,2\text{ m}) + 12,1\text{ m} - 25000\text{ mm}$

ت -  $3750\text{ dm} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75000\text{ m})$

حلونه:

پوښتنې:

اورډوالي، سطحي، ډکي يا حجمونه

په مختلفو يونونو يا واحدونو شميربدلون

لومړی: د اورډوالي يونونه يا واحدونه: په جدول کي پاتي ارزښتونه وکارئ

km	m	dm	cm	mm	$\mu\text{m}$
1					
	1				
		1			
			1		
				1	$10^3$

$$1\text{km} = 1000\text{m} \quad 1\text{m} = 10\text{dm} \quad 1\text{dm} = 10\text{cm} \quad 1\text{cm} = 10\text{mm} \quad 1\text{mm} = 1000\mu\text{m}$$

دویم: په غوښتل شوو یونونو یا واحدونو یې وپاړئ.

الف -  $3,13\text{km} = ?\text{dm}$  ب -  $12,514\text{m} = ?\text{mm}$

پ -  $12.436\text{mm} = ?\text{m}$  ت -  $128\text{dm} = ?\text{km}$

دریم: د سطحې واحدونه یا یونونه: په جدول کې پاتې واحدونه وکارئ.

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1			
	1		
		1	
			1

$$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2 \quad 1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2 \quad 1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$$

$$1\text{km}^2 = 1000.000\text{m}^2 \quad 1\text{ha} = 10.000\text{m}^2 \quad (\text{ha} = \text{Hektar}) \quad 1\text{a} = 100\text{m}^2$$

څلورم: په وینتوني واحد یا یونو یې وپاړئ

الف -  $3,4\text{m}^2 = ?\text{dm}^2$  ب -  $1,4\text{m}^2 = ?\text{cm}^2$  پ -  $120\text{mm}^2 = ?\text{dm}^2$

پنځم: ډکي یونونه یا واحدونه: په جدول کې ناشتون (ناموجود) ارزښتونه ولیکئ

697

1.17 - هندسه ((حُمكچپوهنه))

$m^3$	$dm^3$	$cm^3$	$mm^3$
1			
	1		
		1	
			1

$1m^3 = 1000 dm^3$

$1dm^3 = 1000 cm^3$

$1cm^3 = 1000 mm^3$

$1m^3 \triangleq 1000 \text{ Liter}$

$1dm^3 \triangleq 1 \text{ Liter (l)}$

$1cm^3 \triangleq 1 \text{ Milliliter (ml)}$

شپږم: په غوښتونې واحدېې وشميرئ

الف-  $1,3 m^3 = ? dm^3$  ب-  $132 cm^3 = ? m^3$

اوم: د جدول ناشتونوالي (ناموجوديت) ارزښتونه وشميرئ

km	m	dm	cm	mm
	12			
		125		
3,145				
			1255	
				12765

اتم: د جدول ناشتونوالي (ناموجوديت) ارزښتونه وشميرئ

$m^2$	$dm^2$	$cm^2$	$mm^2$
		12375	
			127000
	12,175		
0,735			
	0,35		

نهم: د جدول ناشتونوالي (ناموجودیت) ارزښتونه وشمیرئ

$m^3$	$dm^3$	$cm^3$	$mm^3$
	125		
		1250	
0,541			
		16,3	
			125 600

لسم: په **dm** یې واړوه او ویې شمیره:

الف -  $2,5m + 120 dm + 100 cm + 12000mm + 12,7 m$

ب -  $16 m - 12 dm + 12000cm - 50 dm - 2000mm$

پ -  $950 dm + (12m + 12 dm) + 12000 mm - 2500mm$

ت -  $3750m - (1000 dm - 70 m) + (88 km - 75000 m)$

یولسم: په **cm** یې واړوه او ویې شمیره:

الف -  $2,5m + 120 dm + 1000 cm + 12000 mm + 127m$

ب -  $16 m - 1,2 dm + 12000 cm - 50 dm - 2000mm$

پ -  $95 dm + (12m + 1,2m) + 12,1m - 25000 mm$

ت -  $3750 dm - (1000 dm - 70 m) + (88km - 75000 m)$

## حلونه یا خُوابونه (اوبیوني)

نتیجی

لومری:

km	m	dm	cm	mm	$\mu\text{m}$
1	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^9$
$10^{-3}$	1	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^6$
$10^{-4}$	$10^{-1}$	1	$10^1$	$10^2$	$10^5$
$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1	$10^1$	$10^4$
$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1	$10^3$

دویم:

الف -  $3,13\text{km} = 31.300\text{ dm}$  ب -  $12,514\text{m} = 12.415\text{mm}$

پ -  $12,436\text{mm} = 12,436\text{ m}$  ت -  $128\text{ dm} = 0,0128\text{ km}$

دریم:

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1	$10^2$	$10^4$	$10^6$
$10^{-2}$	1	$10^2$	$10^4$
$10^{-4}$	$10^{-2}$	1	$10^2$
$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	1

څلورم:

الف -  $3,4\text{m}^2 = 340\text{ dm}^2$  ب -  $1,4\text{m}^2 = 14.000\text{cm}^2$

پ -  $120\text{mm}^2 = 0,012\text{dm}^2$

پنځم:

$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{mm}^3$
1	$10^3$	$10^6$	$10^9$
$10^{-3}$	1	$10^3$	$10^6$
$10^{-6}$	$10^{-3}$	1	$10^3$
$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	1

شپږم:

الف -  $1,3\text{m}^3 = 1300\text{dm}^3$  - ب -  $132\text{cm}^3 = 0,000132\text{m}^3$

اووم:

km	m	dm	cm	mm
0,012	12	120	1200	12000
0,0125	12,5	125	1250	12500
3,145	3145	31450	314500	3145000
0,01255	12,55	125,5	1255	12550
0,012765	12,765	127,65	1276,5	12765

اتم:

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1,2375	123,75	12375	1237500
0,127	12,7	1270	127000
0,12175	12,175	1217,5	121750
0,735	73,35	7335	733500
0,0035	0,35	35	3500



701

هندسه ((حُمکچپوهنه))

نهم:

$m^3$	$dm^3$	$cm^3$	$mm^3$
0,125	125	125000	125000000
0,00125	1,25	1250	1250000
0,541	541	541000	541000000
0,0000163	0,0163	16,3	16300
0,0001256	0,1256	125,6	125600

لسم:

$$2,5m + 120 dm + 100 cm + 12000mm + 12,7 m = 402 dm \quad \text{الف -}$$

$$16m - 12 dm + 12000cm - 50 dm - 2000mm = 1278 dm \quad \text{ب -}$$

$$950 dm + (12m + 12 dm) + 12000mm - 2500mm = 1177 dm \quad \text{پ -}$$

$$3750m - (1000 dm - 70m) + (88 km - 75000m) = 167200 dm \quad \text{ت -}$$

یولسم:

$$2,5m + 120 dm + 1000 cm + 12000mm + 127 m = 16350 cm \quad \text{الف -}$$

$$16m - 1,2 dm + 12000 cm - 50 dm - 2000mm = 12888 cm \quad \text{ب -}$$

$$95 dm + (12m + 1,2m) + 12,1m - 25000mm = 980 cm \quad \text{پ -}$$

$$3750 dm - (1000 dm - 70m) + (88km - 75000m) = 35800 cm \quad \text{ت -}$$

## مفصل حلونه يا اوبيوني:

لومړی:

km	m	dm	cm	mm	$\mu\text{m}$
1	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^9$
$10^{-3}$	1	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^6$
$10^{-4}$	$10^{-1}$	1	$10^1$	$10^2$	$10^5$
$10^{-5}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1	$10^1$	$10^4$
$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1	$10^3$

دویم: الف -

$$3,13\text{km} = ? \text{ dm} \Rightarrow 3,13\text{ km} = 3,13 \cdot 10^4 \text{ dm} = 3,13 \cdot 10.000 \text{ dm} = 31.300 \text{ dm}$$

ب -

$$12,514\text{m} = ? \text{ mm} \Rightarrow 12,514\text{ m} = 12,514 \cdot 10^3 \text{ mm} = 12,514 \cdot 1000\text{mm} = 12.514\text{mm}$$

پ -

$$12.436\text{ mm} = ? \text{ m} \Rightarrow 12.436\text{ mm} = 12.436 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 12.436 \cdot 0,001\text{m} = 12,436\text{ m}$$

ت -

$$128 \text{ dm} = ? \text{ km} \Rightarrow 128 \text{ dm} = 128 \cdot 10^{-4} \text{ km} = 128 \cdot 0,0001\text{km} = 0,0128 \text{ km}$$

دریم:

$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1	$10^2$	$10^4$	$10^6$
$10^{-2}$	1	$10^2$	$10^4$
$10^{-4}$	$10^{-2}$	1	$10^2$
$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	1

703

1.17-هندسه ((حُمکچپوهنه))

څلورم:

الف -

$$3,4\text{m}^2 = ?\text{dm}^2 \Rightarrow 3,4\text{m}^2 = 3,4 \cdot 10^2\text{dm}^2 = 3,4 \cdot 100\text{dm}^2 = 340\text{dm}^2$$

ب -

$$1,4\text{m}^2 = ?\text{cm}^2 \Rightarrow 1,4\text{m}^2 = 1,4 \cdot 10^4\text{cm}^2 = 1,4 \cdot 10.000\text{cm}^2 = 14.000\text{cm}^2$$

پ -

$$120\text{mm}^2 = ?\text{dm}^2 \Rightarrow 120\text{mm}^2 = 120 \cdot 10^{-4}\text{dm}^2 = 120 \cdot 0,0001\text{dm}^2 = 0,012\text{dm}^2$$

پنځم:

$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{mm}^3$
1	$10^3$	$10^6$	$10^9$
$10^{-3}$	1	$10^3$	$10^6$
$10^{-6}$	$10^{-3}$	1	$10^3$
$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	1

شپږم:

$$1,3\text{m}^3 = ?\text{dm}^3 \Rightarrow 1,3\text{m}^3 = 1,3 \cdot 10^3\text{dm}^3 = 1,3 \cdot 1000\text{dm}^3 = 1300\text{dm}^3$$

الف -

ب -

$$132\text{cm}^3 = ?\text{m}^3 \Rightarrow 132\text{cm}^3 = 132 \cdot 10^{-6}\text{m}^3 = 132 \cdot 0,000001\text{m}^3 = 0,000132\text{m}^3$$

اوم:

km	m	dm	cm	mm
0,012	12	120	1200	12000
0,0125	12,5	125	1250	12500
3,145	3145	31450	314500	3145000
0,01255	12,55	125,5	1255	12550
0,012765	12,765	127,65	1276,5	12765

اتم:

m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
1,2375	123,75	12375	1237500
0,127	12,7	1270	127000
0,12175	12,175	1217,5	121750
0,735	73,35	7335	733500
0,0035	0,35	35	3500

نهم:

m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>
0,125	125	125000	125000000
0,00125	1,25	1250	1250000
0,541	541	541000	541000000
0,0000163	0,0163	16,3	16300
0,0001256	0,1256	125,6	125600

لسم:

الف –

$$\begin{aligned}
 & 2,5\text{m} + 120\text{ dm} + 100\text{ cm} + 12000\text{mm} + 12,7\text{ m} \\
 & = 25\text{ dm} + 120\text{ dm} + 10\text{ dm} + 120\text{ dm} + 127\text{ dm} = \underline{\underline{402\text{ dm}}}
 \end{aligned}$$

705

هندسه ((خُمکچپوهنه))

ب -

$$\begin{aligned} & 16\text{ m} - 12\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm} \\ & 160\text{ dm} - 12\text{ dm} + 1200\text{ dm} - 50\text{ dm} - 20\text{ dm} \\ & = \underline{\underline{1278\text{ dm}}} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned} & 950\text{ dm} + (12\text{ m} + 12\text{ dm}) + 12\,000\text{ mm} - 2\,500\text{ mm} \\ & = 950\text{ dm} + 120\text{ dm} + 12\text{ dm} + 120\text{ dm} - 25\text{ dm} \\ & = \underline{\underline{1177\text{ dm}}} \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned} & 3\,750\text{ m} - (1000\text{ dm} - 70\text{ m}) + (88\text{ km} - 75\,000\text{ m}) \\ & = 37\,500\text{ dm} - 1000\text{ dm} + 700\text{ dm} + 880\,000\text{ dm} - 750\,000\text{ dm} \\ & = \underline{\underline{167\,200\text{ dm}}} \end{aligned}$$

یولسم:

الف -

$$\begin{aligned} & 2,5\text{ m} + 120\text{ dm} + 1000\text{ cm} + 12\,000\text{ mm} + 127\text{ m} \\ & = 250\text{ cm} + 1200\text{ cm} + 1000\text{ cm} + 1200\text{ cm} + 12700\text{ cm} \\ & = \underline{\underline{16350\text{ cm}}} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} & 16\text{ m} - 1,2\text{ dm} + 12\,000\text{ cm} - 50\text{ dm} - 2\,000\text{ mm} \\ & = 1600\text{ cm} - 12\text{ cm} + 12\,000\text{ cm} - 500\text{ cm} - 200\text{ cm} \\ & = \underline{\underline{12888\text{ cm}}} \end{aligned}$$

پ -

$$\begin{aligned}
 & 95 \text{ dm} + (12 \text{ m} + 1,2 \text{ m}) + 12,1 \text{ m} - 25000 \text{ mm} \\
 & = 950 \text{ cm} + 1200 \text{ cm} + 120 \text{ cm} + 1210 \text{ cm} - 2500 \text{ cm} \\
 & = \underline{\underline{980 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

ت -

$$\begin{aligned}
 & 3750 \text{ dm} - (1000 \text{ dm} - 70 \text{ m}) + (88 \text{ km} - 75000 \text{ m}) \\
 & = 37500 \text{ cm} - (100 \text{ m} - 70 \text{ m}) + (88 \text{ km} - 75 \text{ km}) \\
 & = 37500 \text{ cm} - 3000 \text{ cm} + 1300000 \text{ cm} \\
 & = \underline{\underline{1334500 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

### ۱۷. ۳ - د پیتاگوراس جمله Der Satz des Pythagoras

په ولاړگودیز درې گودي (مثلث قايم الزاويه) کې نومونې

په قايم الزاويه مثلث کې د ولاړ کونج (قايمې زاويې) مخامخ اړخ يا ضلع ستر اړخ يا هيبوتينوز Hypotenuse بولو يا بلل کيږي.

ولاړ کونج را بندونکي اړخونه يا په پراته اړخونه د کاتيتونو Katheten يا د ولاړ کونج له څنگ کونج يا زاويې له ليد څخه مخامخ اړخ او په پروت اړخ (چې مور به يې همداسې له دې وروسته وبولو).

د پیتاگوراس (فيثاغورث) جمله:

په ولاړگودیز درې گودي يا قايم الزاويه مثلث کې د لوی اړخ مربع (څلورئ) د دواړو په ولاړ کونج باندې پرتو اړخونو د مربعگانو سره برابره ده.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

بڼه بدلون راکوي:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

بیلگه:

**B1** په یوه قائم‌الزاویه مثلث کې پاتې اوږدوالي وشمیرئ

الف -  $a = 6 \text{ cm}; b = 8 \text{ cm}$

ب -  $a = 9 \text{ cm}; c = 41 \text{ cm}$

پ -  $b = 0,5 \text{ cm}; c = 1,3 \text{ cm}$

ځل (اړیونه یا ځواب):

الف -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(6 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2} = \sqrt{100 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

ب -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(41 \text{ cm})^2 - (9 \text{ cm})^2} = \sqrt{1600 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{40 \text{ cm}}}$$

پ -

$$a^2 + b^2 = c^2$$

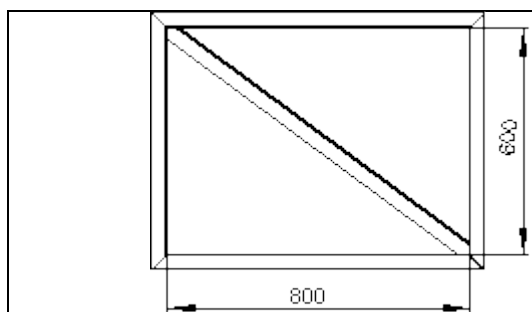
$$\Leftrightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(1,3 \text{ cm})^2 - (0,5 \text{ cm})^2} = \sqrt{1,44 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{1,2 \text{ cm}}}$$

پوښتنې

پیتاگوراس ۱

له تخنیک څخه د استعمال جملې

لومړی:

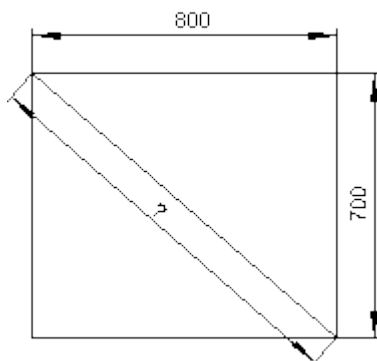


دپه څنگ کې ولاړ رسم د څلور ژيو ليد (40x40) څخه چمتو شي.

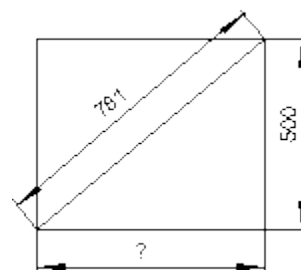
د اړيبن (مخ ليد) ليدستتو يا (مخليد) -متو ټول اوږدوالی وټاکي، که د يوه له 5% ټوټه غوڅي سره مخ ته لاړشو.

دويم: دا پاتي ناشتونې اوږدوالي وشميرئ

ب-

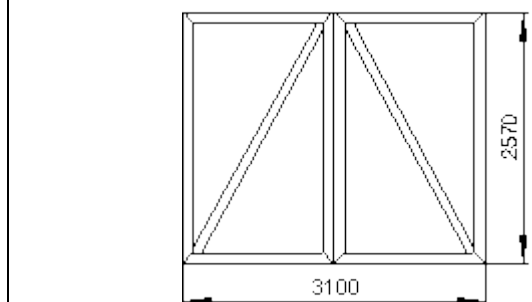


الف:



درېم:

د په څنگ کې ولاړ رسم څخه دې ډبله دروازه جوړه شي د سيخانو ټول اوږدوالی دې څومره وي، که غوڅی 4% وي.

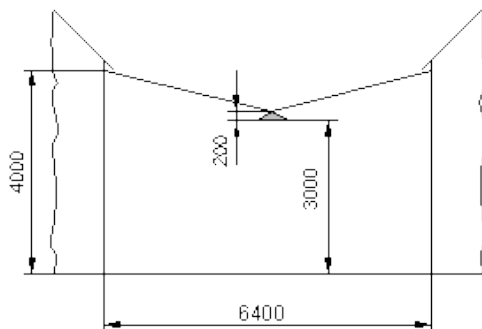


(Stabprofil: 50 x 50) د سيخانو څنگ ليد

په پام کې ونيسئ، چې پروفيل څنگه سره جوړيږي.



څلورم:



د دوه کورونو ترمنځ دې په یوه غزونرسۍ یو د کوڅې برېښنا گروپ وزرول شي. دا غزون-رسۍ ټيک  $l = 6,4 \text{ m}$  اوږده ده. وروسته له هغې چې څراغ وزرول شو، دا رسۍ داسې زورنده ده، لکه د څنګ څیرې چې بریښي .

الف- دا رسۍ د وزن سره څومره راکنبل شوه؟

ب - دا رسۍ څو % غزیږي یا راکنبل کیږي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه(اوبیوني):

	<p>لومړۍ: د ترڅنګ رسم څخه دې له څلورژيوڅنګليد <math>(40 \times 40)</math> څخه دې یوه د باغ دروازه جوړه شي. د ټول اړین څنګليد سیخانو اړیښ اوږدوالی وټاکئ، که د <math>p=5\%</math> پوه پرېکونکې ټوټې(چې له دې ځایه لري کیږي) سره و گڼل یا وشمیرل شي.</p>
$S := \sqrt{(800\text{mm})^2 + (600\text{mm})^2}$ $S = 1000\text{mm} \quad S = 1\text{m}$	<p>قطري(نیمۍ) اوږدوالی: پرتنه برخه یا قطر:</p>

د اړخونو برخې:

$$S_T := 2 \cdot 880\text{mm} + 2 \cdot 680\text{mm} \quad S_T = 3120\text{mm} \quad S_T = 3.12\text{m}$$

بې له ټوټه یا غوڅ شوي ټول اوږدوال:

$L_{netto} := S + S_T \quad L_{netto} = 4.12\text{ m}$

$p = 0.05$

$L_{brutto} := \frac{L_{netto}}{1 - p} \quad L_{brutto} = 4.337\text{ m}$

ټول اوږدوالی دی:  $L_{brutto} = 4.337\text{ m}$   
دویم:

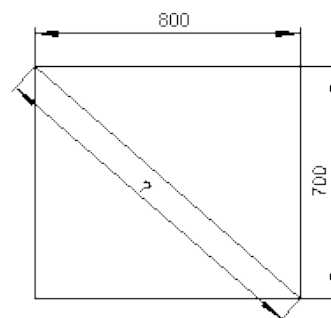
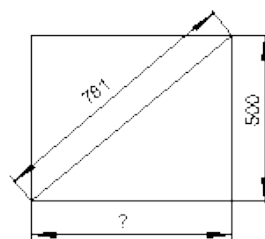
دا ( د شمیرني ) پاتي اوږدوالي وشمیرئ

a)  $x := \sqrt{(781\text{mm})^2 - (500\text{mm})^2}$

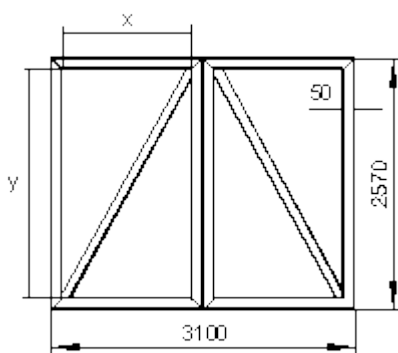
$x = 599.967\text{ mm} \quad x = 0.6\text{ m}$

b)  $x := \sqrt{(800\text{mm})^2 + (700\text{mm})^2}$

$x = 1063.015\text{ mm} \quad x = 1.063\text{ m}$



دریم:



د په څنگ کې ولار رسم څخه دي ډبله دروازه جوړه شي د سيخانو ټول اوږدوالی دي څومره وي، که غوڅی 4% وي. ( Stabprofil: 50 x 50 ) د سيخانو څنگ لید په پام کې رنیسی، چې پروفیل څنگه سره جوړیزي.

711

هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$x := \frac{3100\text{mm} - 200\text{mm}}{2} \quad x = 1450\text{mm}$$

$$y := 2570\text{mm} - 100\text{mm} \quad y = 2470\text{mm}$$

قطر (دوه کونجمری یا دیاگونال):

$$S := \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$S = 2864.158\text{mm} \quad S = 2.864\text{m}$$

$$S_T := 2 \cdot 3100\text{mm} + 4 \cdot 2570\text{mm}$$

$$S_T = 16480\text{mm} \quad S_T = 16.48\text{m} \quad \text{اړخبرخي:}$$

بي له غوڅ شوي ټول اوږدوالی :

د الماني پښتو متن ټول لاس ته راوړي، ټول اوږدوالی بي له ماليه او نورو ترې وتتو

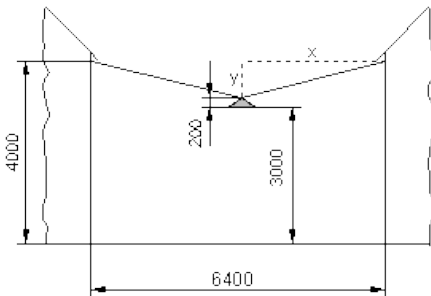
$$L_{\text{netto}} := 2S + S_T \quad L_{\text{netto}} = 22.208\text{m}$$

$$p = 0.04$$

$$L_{\text{brutto}} := \frac{L_{\text{netto}}}{1 - p} \quad L_{\text{brutto}} = 23.134\text{m}$$

$$L_{\text{brutto}} = 23.134\text{m}$$

ټول اوږدوالی دی:



څلورم: د دوه کورونو ترمنځ دې په يوه غزونرسۍ يو د کوڅي برېښنا گروپ وزرول شي. دا غزون-رسۍ ټيک  $l = 6,4\text{ m}$  اوږده ده. وروسته له هغې چې څراغ وزرول شو، دا رسۍ داسې زورنده ده، لکه د څنگ څيرې چې برېښي .

الف- دا رسۍ د وزن سره څومره راکښل شوه؟

ب - دا رسۍ څو % غزيرې يا راکښل کيږي؟

هندسه ((حُمکچپوهنه))

712

$$x := \frac{6400\text{mm}}{2}$$

$$x = 3200\text{mm}$$

$$y := 4000\text{mm} - 3200\text{mm}$$

$$y = 800\text{mm}$$

$$\text{غزېدلي رسئ} = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= 6.597\text{m}$$

د اورېدوالي رسئ = 6400mm - غزېدلي رسئ

الف- د اورېدوالي تغير =

ب - په سلو کې د اورېدوالي تغير :

$$W = G \cdot p \quad G := 6400\text{mm} \quad W := \text{د اورېدوالي تغير}$$

$$p := \frac{W}{G}$$

$$p = 0.03078$$

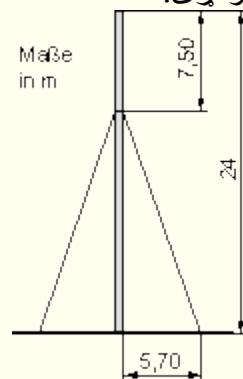
$$p = 3.078\%$$

پوښتنې

پیتاگوراس ۲

له تخنیک څخه د استعمال جملې

لومړۍ:

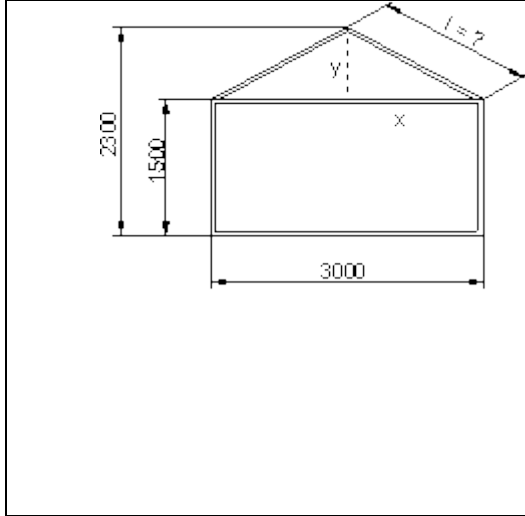


یو ولاړوړونکی یا مټه یا ستن د څلبرو رسو سره یوه ځای وساتل شي. رسئ د ستنې

څخه په  $x=5,7\text{m}$  لږېوالي په حُمکه کلکیري.

الف- هره رسئ باید څومره اوږده وي؟

ب - د یوې رسۍ اوږدوالی دی په څو % لوی شي، چې د اړخ ټینګوالي ټکی په ځمکه په  $p = 10\%$  د باندې لور ته واچول شي یا پرېباسل شي؟

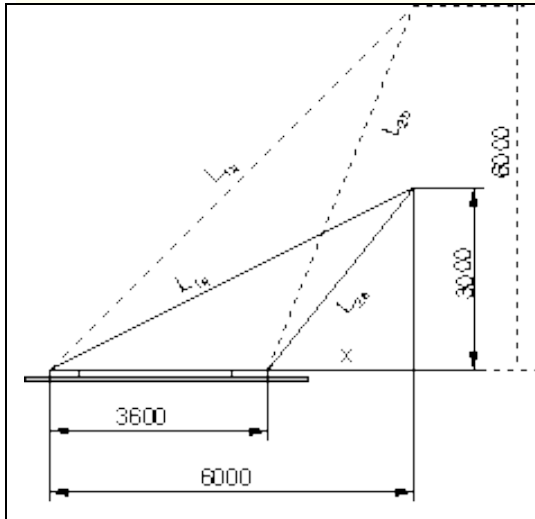


دویم:

د په څنګ کې درولې جوړښت رسم څخه چې یو د شنکیو کور (سبو، یا شنو یا...) جوړ شي، چې د څلور ژبو سیمونه یې (60 x 40) وي. الف- د سیمونو ټوټې دې په کوم اوږدوالي غوڅي شي؟

ب - دا ټول د شنو کور د ۶ ټوکو څخه جوړ دی، چې د یو متر اوږده ټرنټوکي په پنځم ودریدځای سره میخ شي. ټولټال څومره څلورژي سیمونه یا د جوړولو لپاره په کار دي؟

دریم:



یو انجنیر چې سیمونه ږدي او یا .. غزوي او دا له څرخون- یا کلکونځای څخه د بارمټي جگوالی 3 m ولري.

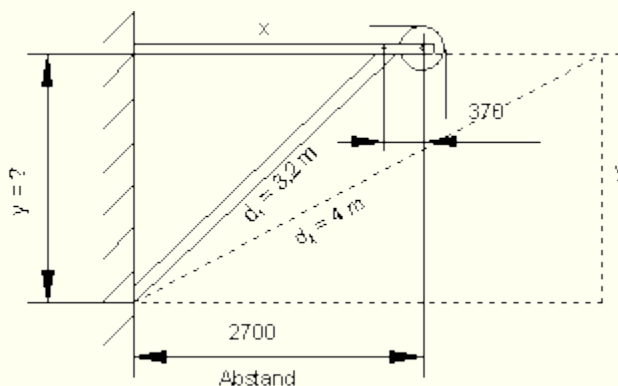
الف- دا د ټینګولو سیمونه یا رسۍ  $L_{1a}$  او  $L_{2a}$  (دا نومونه چې څنګه غوره کوي د هغه څه نومونه دي، چې په څیره کې یې گورئ) دې څومره اوږده وي؟

ب - دا د ټینګوني سیمونه به څومره اوږده وي، که د باروړونکي  $L_{1b}$  او  $L_{2b}$

جگوالی ډبل یا دوه برابر ه شي؟

پ- د غزیدوني اوږدوالي د ب - په حالت کې څو % دی؟

څلورم:



دا د غزوني انجنير يوه زور - يا فشار سنتي له لارې د  $d_1 = 3,2 \text{ m}$  سره تکیه يا کلکيري.

الف- د دواړو ځايونو واټن  $y$  څومره لوي دی؟

ب - دا واټن 2700 په کومه کچه تغير خوري، که د فشار مټه په  $d_2 = 4 \text{ m}$  اوږد شي مگر د زخيره ځای واټن  $y$  په ځای يا برابرياتي شي؟

حلونه يا اوبيوني

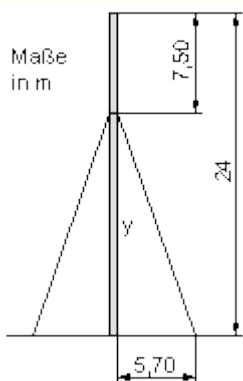
مفصل حلونه

لومړی:

يو ولاړ وړونکی يا مټه يا ستن دې د څلورو رسيو سره يوه ځای وساتل شي. رسی د سنتي څخه په  $x_1 = 5,7 \text{ m}$  لږ بوالی په ځمکه کلکيري.

الف- هره رسی بايد څومره اوږده وي؟

ب - د يوې رسی اوږدوالی دې په څو % لوی شي، چې د اړخ ټينگوالي تکی په ځمکه په  $p = 10\%$  د باندي لور ته واچول شي يا پر بېاسل شي؟



715

هندسه (حکمکچیهنه)

$$a) \quad y := 24\text{m} - 7.5\text{m} \quad y = 16.5\text{m}$$

$$S_1 := \sqrt{x_1^2 + y^2} \quad S_1 = 17.457\text{m}$$

$$b) \quad x_2 := (1 + p_1)x_1 \quad x_2 = 6.27\text{m}$$

$$S_2 := \sqrt{x_2^2 + y^2} \quad S_2 = 17.651\text{m}$$

$$\Delta S := S_2 - S_1 \quad \Delta S = 0.194\text{m}$$

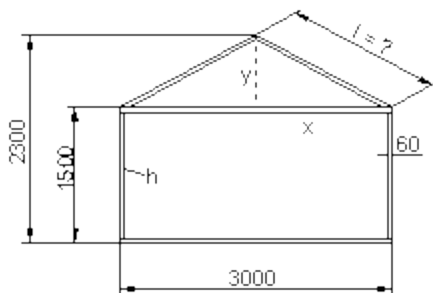
$$W = G \cdot p \quad W := \Delta S \quad G := S_1$$

$$p := \frac{W}{G} \quad p = 0.01113 \quad p = 1.113\%$$

دویم:

د په څنگ کې درولې جوړښت رسم څخه چې یو د شینکیو کور (سبو، یا شنو یا...) جوړ شي، چې د څلور ژبو سیمونه یې (60 x 40) وي.

الف- د سیمونو توپي دي په کوم اوږدوالي غوڅي شي؟ ب- دا ټول د شنو کور د ۶ ټوکو څخه جوړ دي، چې د یو متر اوږده ترنتوکي په پنځم ودریدځای سره میخ شي. ټولټال څومره څلورژي سیمونه د جوړولو لپاره په کار دي؟



$$a) \quad x := \frac{3000\text{mm}}{2}$$

$$x = 1500\text{mm} \quad x = 1.5\text{m}$$

$$y := 2300\text{mm} - 1500\text{mm} \quad y = 800\text{mm} \quad y = 0.8\text{m}$$

$$l := \sqrt{x^2 + y^2} \quad l = 1700\text{mm} \quad l = 1.7\text{m}$$

$$b) \quad h := 1500\text{mm} - 120\text{mm} \quad h = 1380\text{mm} \quad h = 1.38\text{m}$$

$$L_1 := 2 \cdot 3000\text{mm} + 2 \cdot h + 2 \cdot l \quad L_1 = 12160\text{mm} \quad L_1 = 12.16\text{m}$$

$$n := 5 \cdot 5 \quad n = 25$$

ب - د ترنتوکو گڼون یا تعداد:

ټول اوږدوالی.

$$L := 6 \cdot L_1 + n \cdot 1\text{m}$$

$$L = 97.96\text{m}$$

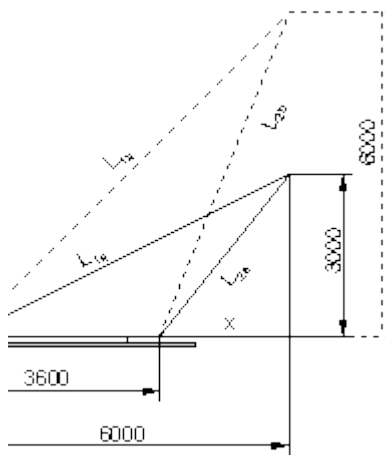
دریم:

یو انجنیر (چې سیمونه او یا .. غزوي) غواري له څرخون- یا کلکونځای د بارمټي جگوالی 3 m ولري.

الف- دا ټینګولو سیمونه یا رسئ  $L_{1a}$  او  $L_{2a}$  (دا نومونه چې څنګه غوره کوي د هغه څه نومونه دي، چې په څیره کې یې گورئ) دې څومره اوږده وي؟

ب - دا د ټینګوني سیمونه به څومره اوږده وي، که د باروړونکي  $L_{1b}$  او  $L_{2b}$  جگوالی ډبل یا دوه برابر ه شي؟

ب - په حالت کې څو % دی؟



$$x = 2.4\text{m} \quad 6000\text{mm} - 3600\text{mm}$$

$$\sqrt{(6000\text{mm})^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$08.204\text{mm}$$

$$L_{1a} = 6.708\text{m}$$

$$\sqrt{x^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$41.875\text{mm}$$

$$L_{2a} = 3.842\text{m}$$



717

1.17-هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$i) x := 6000\text{mm} - 3600\text{mm} \quad x = 2.4\text{m}$$



$$L_{1a} := \sqrt{(6000\text{mm})^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$L_{1a} = 6708.204\text{mm}$$

$$L_{1a} = 6.708\text{m}$$

$$L_{2a} := \sqrt{x^2 + (3000\text{mm})^2}$$

$$L_{2a} = 3841.875\text{mm}$$

$$L_{2a} = 3.842\text{m}$$

$$b) x := 6000\text{mm} - 3600\text{mm} \quad x = 2.4\text{m}$$

$$L_{1b} := \sqrt{(6000\text{mm})^2 + (6000\text{mm})^2}$$

$$L_{1b} = 8485.281\text{mm}$$

$$L_{1b} = 8.485\text{m}$$

$$L_{2b} := \sqrt{x^2 + (6000\text{mm})^2}$$

$$L_{2b} = 6462.198\text{mm}$$

$$L_{2b} = 6.462\text{m}$$

$$c) W_1 = G_1 \cdot p_1 \quad G_1 := L_{1a} \quad W_1 := L_{1b} - L_{1a} \quad W_1 = 1.777\text{m}$$

$$p_1 := \frac{W_1}{G_1}$$

$$p_1 = 0.265$$

$$p_1 = 26.491\%$$

$$W_2 = G_2 \cdot p_2$$

$$G_2 := L_{2a}$$

$$W_2 := L_{2b} - L_{2a}$$

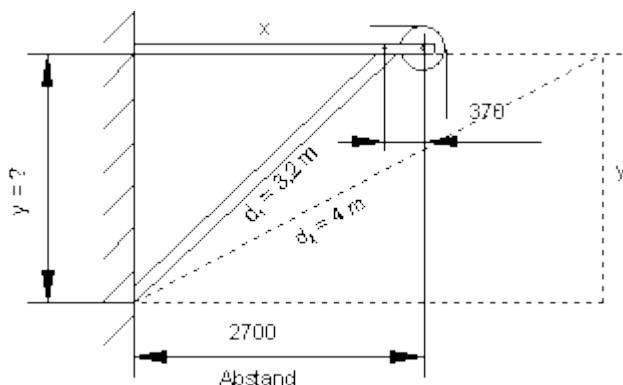
$$W_2 = 2.62\text{m}$$

$$p_2 := \frac{W_2}{G_2}$$

$$p_2 = 0.682$$

$$p_2 = 68.204\%$$

څلورم:



دا د غزوني انجنير يوه زور -  
يا فشار سنتي له لاري د  $d_1 =$   
3,2 m سره تکیه يا کلکيري.  
الف-د دواړو ځايونو واټن y  
څومره لوي دی؟

ب - دا واټن 2700 په کومه کچه  
تغیر خوري، که د فشار مټه په  
 $d_2 = 4$  m اوږد شي مگر د  
زخيره ځای واټن y په ځای يا  
برابري پاتې شي؟

a)  $x := 2700\text{mm} - 370\text{mm}$        $x = 2330\text{mm}$        $x = 2.33\text{m}$

$y := \sqrt{d_1^2 - x^2}$        $y = 2193.422\text{mm}$        **$y = 2.193\text{m}$**

b)  $\text{Abstand} := \sqrt{(4\text{m})^2 - y^2}$

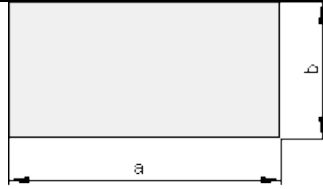
**$\text{Abstand} = 3344.981\text{mm}$**

$\text{Abstand} = 3.345\text{m}$

په پورته کي د الماني پښتو: واټن

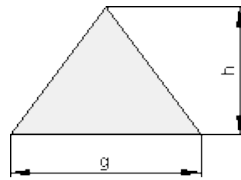
### ۱۷. ۵ د سطحو شميرنه

		<p>د سطحو شميرنه داسي ورکړ شوي ده:</p> <p><b>مربع يا څلوري</b> <b>Quadrat</b></p> <p>سطحه <math>A = a \cdot a = a^2</math></p>
--	--	--



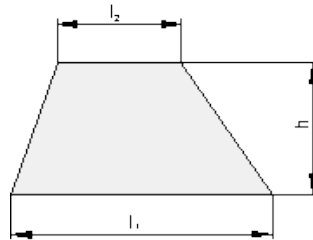
ولارگودیز یا مستطیل

سطحه  $A = a \cdot b$



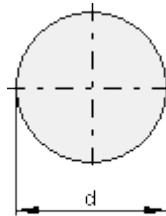
دری گودی یا مثلث

سطحه  $A = \frac{g \cdot h}{2}$



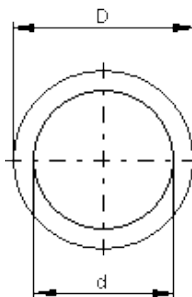
ذوذنقه یا تراپیشیوس

سطحه  $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$



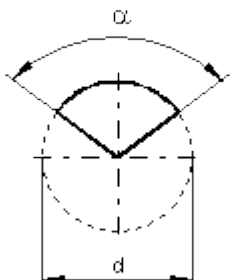
گردئ یا دایره

سطحه  $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$



دایره کړئ یا د گردئ کړئ

سطحه  $A = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$



دایره برخه یا قطاع

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

سطحه:

د شمیرپوهنې یا ریاضي دا بڼه فقط په ښوونځي کې نه بلکه په ورځني ژوند کې هم تل په کار راځي، د بیلگې په توګه په ګډه (کولو) کې. که څوک غواړي کور په کرایه ونیسي، نو باید تل د کور سطحه بیا پخپله وشمیري، چې باوري شي.

کله کله کور سیده په کرښ نه وي غوڅ شوی، داسې چې د کور د اندازه کولو لپاره مختلف ځمکچیز یا هندسي شکلونو ته اړتیا وي (د یوه گردې کونج لپاره یوه نیمگردی یا نهمه دایره، لکه د بیلگې په توګه زرو کورونو کې). که څوک د ګډې لپاره د ګډه وروڼکې فیرما څخه حساب تر لاسه کړي (څوک بختور چې د دې کار کړلو توان لري) د کور لویوال رول لوبوي. څوک چې د کور لویه سطحه لري هغه زیات د کور سامان هم لري. او بالاخره که څوک بیا نوی کور جوړوي، ځمکچپوهنې یا هندسي څخه پرته مخ ته نه شي تللی، که څیرګر او نور لاسکارګر هم ولري.

ځکه چې په ودانۍ کې له ټول غوره یې ټیکه شمیرنه ده، که دا اقتصادي اړخ کې او که په پالنه کې هم. او سړی بالاخره خپله هم پوه شي، چې د مسلکي خلکو به کله څه ویل کوي.

## پوښتنې

دسطحو شمیرنه ۱

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی:

بیلگه: د مربع یا څلورئ سطحه وشمیرئ،  
چې د اړخ اوږدوالی یې  $a = 12 \text{ cm}$   
وي.

$$\begin{aligned} A &= a^2 \\ &= 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{144 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

سطحه د  $a = 3,75 \text{ dm}$  سره وشمیرئ.

بیلگه: د یوه ولاړگودیز یا متطیل سطحه  
و شمیرئ، چې د اړخونو اوږدوالی یې  
 $a = 12 \text{ cm}$  او  $b = 20 \text{ cm}$  وي.

$$\begin{aligned} A &= a \cdot b \\ &= 12 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{240 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

سطحه د  $a = 3,75 \text{ dm}$ ,  $b = 22 \text{ cm}$   
سره وشمیرئ

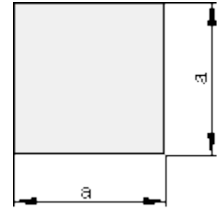
بیلگه: د یوه درېگودې یا مثلث سطحه  
و شمیرئ، چې د اړخونو اوږدوالی یې

$g = 14 \text{ cm}$  او  $h = 10 \text{ cm}$  یې

$$\begin{aligned} A &= \frac{g \cdot h}{2} \\ &= \frac{14 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{2} \\ &= \underline{\underline{70 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

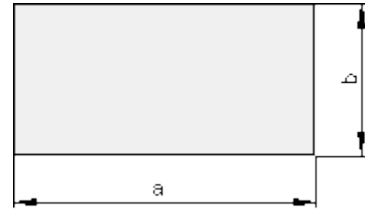
جگوالی وي.  
سطحه د  $g = 3,75 \text{ dm}$ ,  $h = 21 \text{ cm}$   
سره وشمیرئ

Quadrat څلورئ یا مربع



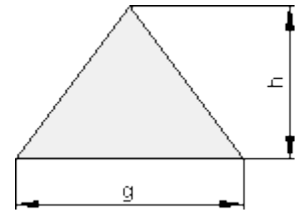
سطحه Fläche:  $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck ولاړگودیز یا مستطیل دویم:



سطحه Fläche:  $A = a \cdot b$

Dreieck درېگودې یا مثلث دریم:



سطحه Fläche:  $A = \frac{g \cdot h}{2}$

بیلگه:

د ذوښقي يا تراپيڅيوس سطحه وشميرئ

$$l_1 = 12 \text{ m}, l_2 = 6 \text{ m}, h = 8 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h \\ &= \frac{12 \text{ m} + 6 \text{ m}}{2} \cdot 8 \text{ m} \\ &= \underline{\underline{72 \text{ m}^2}} \end{aligned}$$

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = d$$

د 220 mm سره وشميرئ

بیلگه: د یوې گردۍ یا دایرې سطحه د  $d$   
 $= 120 \text{ mm}$  نیمې یا قطر سره وشميرئ.

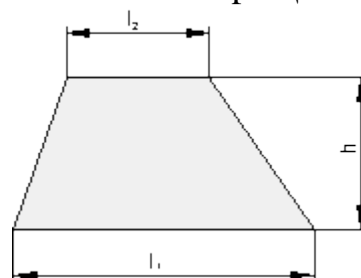
$$a = 12 \text{ cm} \text{ او } b = 20 \text{ cm} \text{ وي.}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ &= \frac{(120 \text{ mm})^2}{4} \cdot \pi \\ &= \underline{\underline{\approx 1145,92 \text{ mm}^2}} \end{aligned}$$

سطحه د  $d = 12,7 \text{ m}$  سره وشميرئ.

بیلگه: د یوې گردۍ کړۍ یا دایرې کړۍ  
 سطحه د دننني  $d = 60 \text{ mm}$  نیمې یا قطر  
 او دباندني  $D = 80$  قطر سره وشميرئ.

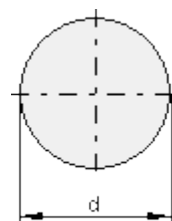
خُلم: Trapez: ذوښقه



سطحه Fläche:  $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$

پنځم:

گردۍ یا دایره



سطحه Fläche:  $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$

شپږم:

گردۍ کړۍ یا د دایرې کړۍ

$$\begin{aligned}
 A &= (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4} \\
 &= \left[ (80 \text{ mm})^2 - (60 \text{ mm})^2 \right] \cdot \frac{\pi}{4} \\
 &\approx \underline{\underline{2199,12 \text{ mm}^2}}
 \end{aligned}$$

سطحه و شمیرئ که وي:

$$D = 12,7 \text{ dm}, d = 95 \text{ cm}$$

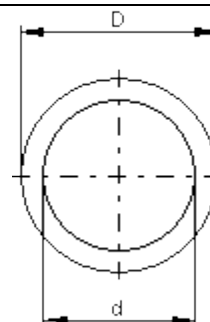
بیلکه: د یوې گردئ برخې یا داېرې قطاع  
سطحه د  $d = 120 \text{ mm}$  د سره و شمیرئ.

$$\alpha = 100^\circ$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \\
 &= \frac{(120 \text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 100^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \\
 &\approx \underline{\underline{3141,59 \text{ mm}^2}}
 \end{aligned}$$

و شمیرئ که وي:

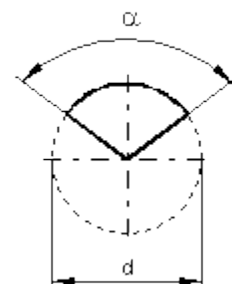
$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ$$



سطحه Fläche:  $A = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$

اوم:

گردې برخه یا قطاع



سطحه Fläche:  $A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$

حلونه

نتیجی: په لاندې کې د سطحو نتیجی دي.

لومړی:

مربع یا څلورئ

$$a = 3,75 \text{ dm} \Rightarrow A = 1406,25 \text{ cm}^2 = 14,0625 \text{ dm}^2$$

دویم: ولاړگودیز یا مستطیل

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm} \Rightarrow A = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

دریم: درېگودي یا مثلث

$$g = 3,75 \text{ dm}, h = 21 \text{ cm} \Rightarrow A = 393,75 \text{ cm}^2 = 3,9375 \text{ dm}^2$$

څلورم: ذوذنقي یا تراپيڅيوس

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm} \Rightarrow A = 918,5 \text{ cm}^2 = 9,185 \text{ dm}^2$$

پنځم: گردئ یا دابري

$$d = 12,7 \text{ m} \Rightarrow A \approx 126,667 \text{ m}^2$$

شپږم: گردئ کړئ یا دابري پکړئ

$$D = 12,7 \text{ dm}, d = 95 \text{ cm} \Rightarrow A \approx 5579,469 \text{ cm}^2 = 55,79469 \text{ dm}^2$$

اووم: گردئ برخي یا دابري قطاع

$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ \Rightarrow A \approx 27,799 \text{ cm}^2$$

مفصل حلونه



حلونه

نتیجې: په لاندې کې د سطحو نتیجې دي

لومړۍ:

مربع یا څلورۍ

د مربع سسطحه:

$$\text{Quadratfläche: } A = a \cdot a = a^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot a = a^2 = 3,75 \text{ dm} \cdot 3,75 \text{ dm} = 14,0625 \text{ dm}^2 = 1406,25 \text{ cm}^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm} \Rightarrow A = 1406,25 \text{ cm}^2 = 14,0625 \text{ dm}^2$$

دویم: ولاړگودیز یا مستطیل

دمستطیل سطحه:  $A = a \cdot b$

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm}$$

اندازه یا کچه په cm یا dm وشمیرئ

$$a = 3,75 \text{ dm} = 37,5 \text{ cm}, b = 22 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot b = 37,5 \text{ cm} \cdot 22 \text{ cm} = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

$$a = 3,75 \text{ dm}, b = 22 \text{ cm} \Rightarrow A = 825 \text{ cm}^2 = 8,25 \text{ dm}^2$$

دریم: درپښه یا مثلث

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad \text{د مثلث سطحه:}$$

$$g = 3,75 \text{ dm}, h = 21 \text{ cm}$$

اندازه په cm یا dm واروي(وشمیرئ)

$$g = 3,75 \text{ dm} = 37,5 \text{ cm}, h = 21 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{37,5 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm}}{2} = 393,75 \text{ cm}^2 = 3,9375 \text{ dm}^2$$

څلورم: ذونقي يا تراپيڅوس

د ذونقي سطحه

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$$

$$l_1 = 4,75 \text{ dm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm}$$

اندازه په يوه گډ واحد يا يوون واروي

$$l_1 = 4,75 \text{ dm} = 47,5 \text{ cm}, l_2 = 36 \text{ cm}, h = 220 \text{ mm} = 22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h = \frac{47,5 \text{ cm} + 36 \text{ cm}}{2} \cdot 22 \text{ cm} \\ &= \frac{83,5 \text{ cm}}{2} \cdot 22 \text{ cm} = 918,5 \text{ cm}^2 = 9,185 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

پنځم: گردئ يا داږي

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

د داږي سطحه:

$$d = 12,7 \text{ m}$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(12,7 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \approx 126,677 \text{ m}^2$$

شپږم: گردئ کړئ يا داږ پکړئ

$$A = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4}$$

د داږې کړئ سطحه:

اندازه په یوه گډ واحد یا یوون واړوي

$$D = 12,7 \text{ dm} = 127 \text{ cm}, d = 95 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} = \frac{[(127 \text{ cm})^2 - (95 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \\ &= \frac{(16129 \text{ cm}^2 - 9025 \text{ cm}^2) \cdot \pi}{4} = \frac{7104 \cdot \pi}{4} \approx 5579,469 \text{ cm}^2 = 55,79469 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

اووم: گردئ برخې یا د داږې قطاع

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

د قطاع (گردئ برخې) سطحه:

$$d = 12,7 \text{ cm}, \alpha = 79^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} = \frac{(12,7 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 79^\circ}{4 \cdot 360^\circ} = \frac{161,29 \text{ cm}^2 \cdot 79^\circ \cdot \pi}{4 \cdot 360^\circ} \approx 27,799 \text{ cm}^2$$

پوښتنې

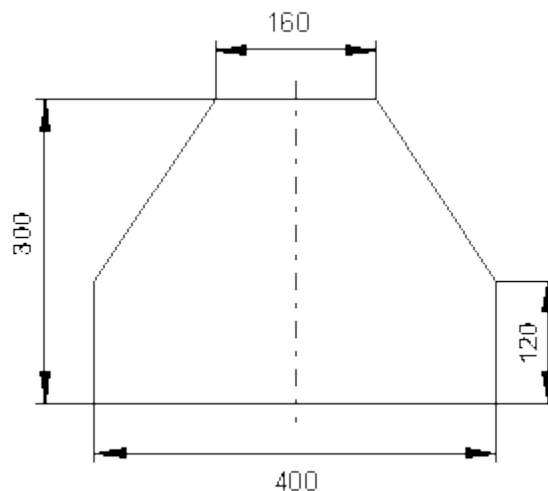
## د سطحو شمیرنه II

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی: یوه ولاړگودیزه یا مستطیل تخته 750 mm اوږده او 450 mm سروره ده.

د دې چاپیریال او سطحه وشمیرئ.





پنځم: یو مربع – یاڅلورې ډوله تخته د  $A = 5,5 \text{ m}^2$  سطحه لري.

دا کوم ژئ اوږدوالی لري؟

شپږم: یوه ولاړگودیزه یا مستطیل ډوله تخته د  $A = 1,2 \text{ m}^2$  سطحه سره لري.

یو اړخ یې  $a = 80 \text{ cm}$  اوږدوالی لري.

الف – دا بل اړخ یې څومره اوږد دی؟

ب – چاپیریال یې څومره لوی دی؟

څو ابونه

نتیجې:

د سطحو شمیرنه II

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی:

چاپیریال:  $U = 2400 \text{ mm} = 2,4 \text{ m}$  ، سطحه:  $A = 337500 \text{ mm}^2 = 0,3375 \text{ m}^2$

دویم: الف- د مثلث چاپیریال:  $U = 145 \text{ cm}$

ب- د مثلث سطحه:  $A = 900 \text{ cm}^2 = 0,09 \text{ m}^2$

دریم: چاپیریال:  $U = 166 \text{ m}$  ، سطحه:  $A = 1272 \text{ m}^2$

څلورم: الف- تیم  $98400 \text{ mm}^2$  سطحه لري.

ب - تري غوڅه (برخه)  $21600 \text{ mm}^2$  سطحه لري.

پ - ترېغوڅي په سلو کي نسبت وټوني سطحې ته  $p = 18\%$  دی.

ت - ترېغوڅي په سلو کي نسبت د کارټوټه سطحې ته  $p = 21,951\%$  دی.

ټ - دا تیم یوه کتله د  $m = 0,984 \text{ kg}$  لری.

پنځم: د ژئ اوردوالی:  $a \approx 2,345 \text{ m}$

شپږم: الف - بل اړخ  $1,5 \text{ m}$  اورد دی.

ب - چاپیریال:  $U = 4,6 \text{ m}$

## مفصل حلونه یا ځوابونه

د سطحو شمیرنه **II**

د ساده سطحو شمیرنه:

لومړی:

مستطیل (ولارگودیز):  $a = 750\text{mm}$ ,  $b = 450\text{mm}$

$$U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b) \quad \text{جاپیریال:}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot (750\text{mm} + 450\text{mm}) = 2 \cdot 1200\text{mm} \\ &= 2400\text{mm} = \underline{\underline{2,4\text{m}}} \end{aligned}$$

$$A = a \cdot b = 750\text{mm} \cdot 450\text{mm} \quad \text{سطحه:}$$

$$= 337500\text{mm}^2 = \underline{\underline{0,3375\text{m}^2}}$$



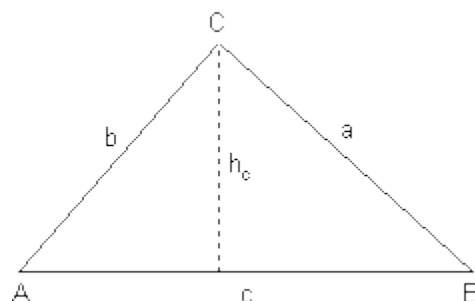
$$U = a + b + c \quad \text{دویم: الف- جاپیریال:}$$

$$= 45\text{cm} + 40\text{cm} + 60\text{cm} = \underline{\underline{145\text{cm}}}$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} \quad \text{ب- سطحه:}$$

د  $g = c = 60\text{cm}$  und  $h_e = 30\text{cm}$  سره باور لري:

$$\begin{aligned} A &= \frac{g \cdot h}{2} = \frac{60\text{cm} \cdot 30\text{cm}}{2} = \frac{1800\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{900\text{cm}^2}} = \underline{\underline{0,09\text{m}^2}} \end{aligned}$$



دریم:

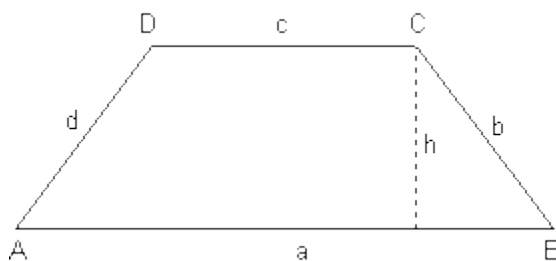
$$a = 71\text{m}, b = 30\text{m}, c = 35\text{m}, \\ d = 30\text{m}, h = 24\text{m}$$

چاپریال:  $U = a + b + c + d$

$$= 71\text{m} + 30\text{m} + 35\text{m} + 30\text{m} = \underline{166\text{m}}$$

سطحه:  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

$$= \frac{71\text{m} + 35\text{m}}{2} \cdot 24\text{m} = \frac{106\text{m}}{2} \cdot 24\text{m} \\ = \underline{\underline{1272\text{m}^2}}$$



څلورم: الف- سطحه = مستطیل + ذونقنه (تراپھیوس)



$$A = A_R + A_T$$

$$A_R = 400\text{mm} \cdot 120\text{mm} = 48000\text{mm}^2$$

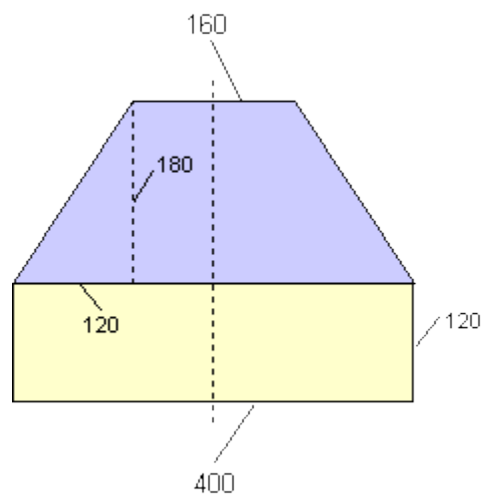
$$A_T = \frac{400\text{mm} + 160\text{mm}}{2} \cdot 180\text{mm}$$

$$= \frac{560\text{mm}}{2} \cdot 180\text{mm} = 50400\text{mm}^2$$

$$A = A_R + A_T$$

$$= 48000\text{mm}^2 + 50400\text{mm}^2$$

$$= \underline{\underline{98400\text{mm}^2}}$$



ب -

تري غوڅی = خام تیم - سطحه

$$\Rightarrow A_V = A_R - A$$

خام تیم (تیم، چي کار پرې نه وي شوی یعنی ټول تیم):

$$A_R = a \cdot b = 400\text{mm} \cdot 300\text{mm} = 120000\text{mm}^2$$

تري غوخ شوی:

$$A_V = A_R - A = 120000\text{mm}^2 - 98400\text{mm}^2 = \underline{\underline{21600\text{mm}^2}}$$

پ - د ترېغوخي په سلو کي نسبت وتوني سطحې (هغه لومړۍ-) ته:

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Rightarrow p = \frac{W}{G} \cdot 100$$

$$A_V = W = \text{په سلو کي ارزښت} = \text{تري غوخ}$$

$$A_R = G = \text{بنسټ ارزښت} = \text{د خام ټيم سطحه}$$

په لاندې کي د الماني پښتو: صورت: ترېغوخ، مخرج د خام ټيم سطحه،

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100 = \frac{\text{Verschnitt}}{\text{Rohblechfläche}} \cdot 100 = \frac{21600\text{mm}^2}{120000\text{mm}^2} \cdot 100 = \underline{\underline{18\%}}$$

ت - د ترېغوخي په سلو کي نسبت د کار توتېه سطحې (هغه سطحه چې باتي او کار بري کيږي) ته:

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Rightarrow p = \frac{W}{G} \cdot 100$$

$$A_V = W = \text{په سلو کي ارزښت} = \text{تري غوخ}$$

$$A = G = \text{بنسټ ارزښت} = \text{د خام ټيم سطحه}$$

$$p = \frac{W}{G} = \frac{\text{ترېغوخي}}{\text{دکار توتېه سطحه}} \cdot 100 =$$

$$= \frac{21600\text{mm}^2}{98400\text{mm}^2} \cdot 100 = \underline{\underline{21,951\%}}$$

ت - د دي ولاړ غوخشوي ټيم کتله:

735

هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$m = \frac{10 \text{ kg}}{\text{m}^2} \cdot A = \frac{10 \text{ kg}}{\text{m}^2} \cdot 0,0984 \text{ m}^2 = \underline{\underline{0,984 \text{ kg}}}$$

پنځم:  $A = a \cdot a$  د  $a$  سره د ژئ اوږدوالي په حیث

$$A = 5,5 \text{ m}^2 \Leftrightarrow a^2 = 5,5 \text{ m}^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{5,5 \text{ m}^2} \approx \underline{\underline{2,345 \text{ m}}}$$

شپږم: الف – د دویم اړخ شمیرنه:

$A = a \cdot b$  پیژنو  $A = 12 \text{ m}^2$  او اړخ  $a = 0,8 \text{ m}$

$$b = \frac{A}{a} = \frac{1,2 \text{ m}^2}{0,8 \text{ m}} = \underline{\underline{1,5 \text{ m}}}$$

دویم اړخ:

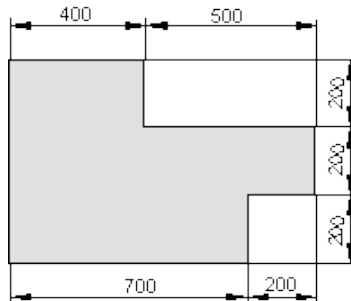
ب – د چاپیریال یا محیط شمیرنه:

$$U = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (0,8 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) = 2 \cdot 2,3 \text{ m} = \underline{\underline{4,6 \text{ m}}}$$

پوښتنې

د سطحو شمیرنه

د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحې



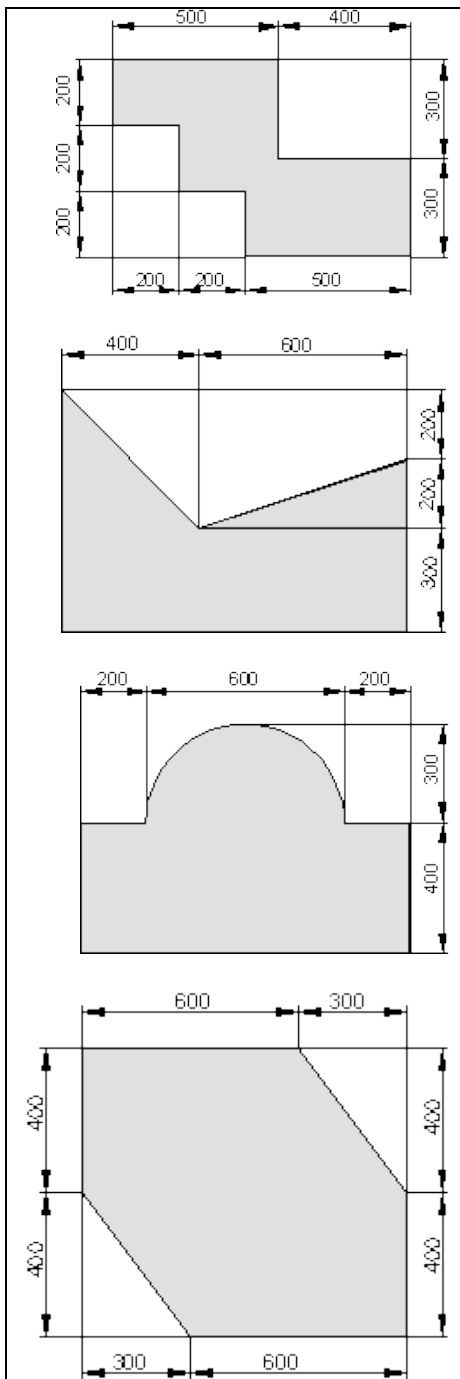
لومړی: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دې له یوه خام تیم څخه راغوځه شي.

وشمیرئ:

د غوځي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، ترې غوځه، د په سلو کې ترېغوځه نسبت خام

تیم تهاو کتله که  $1 \text{ m}^2$  تیم  $12 \text{ kg}$  وزن

ولري.



دویم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تري غوڅه، د په سلو کي ترېغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم  $12 \text{ kg}$  وزن ولري.

درېم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

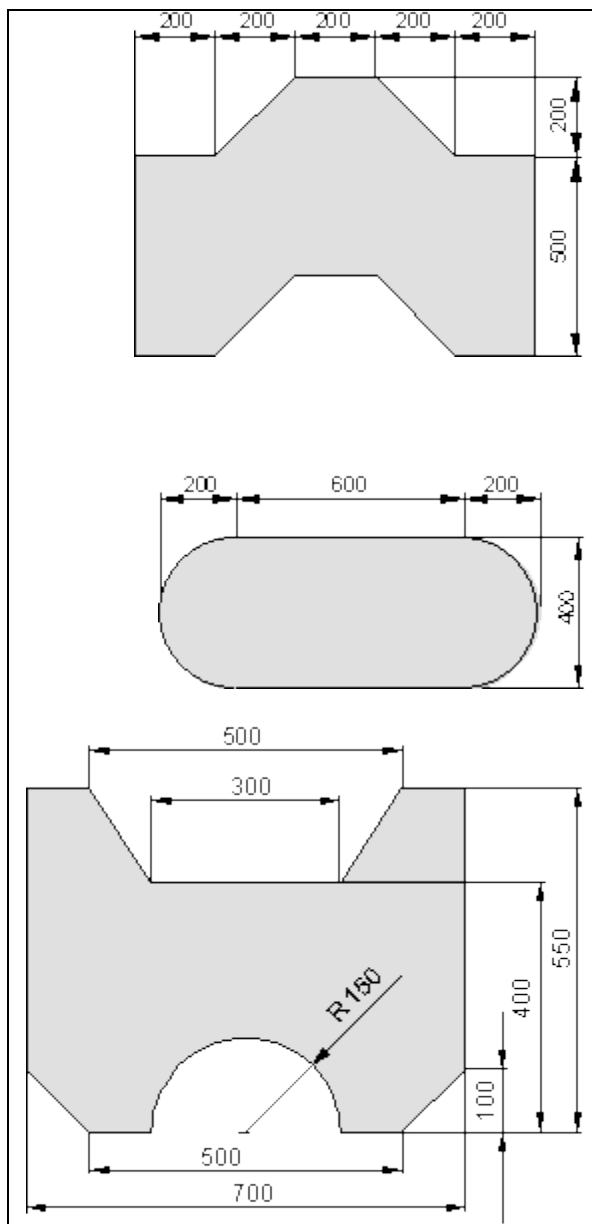
د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تري غوڅه، د په سلو کي ترېغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم  $12 \text{ kg}$  وزن ولري.

څلورم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تري غوڅه، د په سلو کي ترېغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم  $12 \text{ kg}$  وزن ولري.

پنځم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تري غوڅه، د په سلو کي ترېغوڅه نسبت خام ټیم ته او تله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم  $12 \text{ kg}$  وزن ولري.



شپږم:

دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تری غوڅه، د په سلو کي تر پغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم 12 kg وزن ولري.

اووم: دا مخامخ سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تری غوڅه، د په سلو کي تر پغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم 12 kg وزن ولري.

اتم: دا لاندې سره یوځای شوي سطحه دي له یوه خام ټیم څخه راغوڅه شي. وشمیرئ:

د غوڅي ژئ اوږدوالی، د سطحې خونديونه، تری غوڅه، د په سلو کي تر پغوڅه نسبت خام ټیم ته او کتله که  $1 \text{ m}^2$  ټیم 12 kg وزن ولري.

## حلونه

## نتیجی

د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحی

لومړی: د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی:  $400\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتی سطحه:  $140\,000\text{ mm}^2$

په سلو کي غوڅی:  $\text{etwa } 25,926\%$

د جورشوي تیم سطحه:  $m = 4,8\text{ kg}$

دویم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی:  $240\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتی سطحه:  $300\,000\text{ mm}^2$

په سبو کي غوڅی:  $\text{etwa } 44,444\%$

د جورشوي تیم سطحه:  $m = 3,6\text{ kg}$

دریم: د غوڅي ژئ اوږدوالی:  $\text{etwa } 3398,141\text{ mm}$

غوڅی  $260\,000\text{ mm}^2$

د کارتوتی سطحه:  $440\,000\text{ mm}^2$

په سلو کي غوڅی:  $\text{etwa } 37,143\%$

د جورشوي تیم سطحه:  $m = 5,28\text{ kg}$

خلورم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: etwa 3142,478 mm

غوڅی: etwa 158 628,331 mm<sup>2</sup>

د کارتوتی سطحه: etwa 541 371,669 mm<sup>2</sup>

په سبو کي غوڅی: etwa 22,661%

د جورشوي تیم سطحه: m = 6,496 kg

پنځم : د غوڅي ژئ اوږدوالی: 3000 mm

غوڅی: 120 000 mm<sup>2</sup>

د کارتوتی سطحه: 600 000 mm<sup>2</sup>

په سبو کي غوڅی: etwa 16,667%

د جورشوي تیم سطحه: m = 7,2 kg

شپږم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: etwa 3131,371 mm

غوڅی: 200 000 mm<sup>2</sup>

د کارتوتی سطحه: 500 000 mm<sup>2</sup>

په سلو کي غوڅی: etwa 28,571%

د جورشوي تیم سطحه: m = 6 kg

اووم: د غوڅي ژئ اوږدوالی: etwa 2456,637 mm

غوڅی: etwa 34 326,294 mm<sup>2</sup>

د کارتوتی سطحه: etwa 365 663,706 mm<sup>2</sup>

په سبو کي غوڅی: etwa 8,584%

د جور شوي ټيم سطحه:  $m = 4,388 \text{ kg}$

اتم: د غوڅي ژئ اوږدوالی:  $\text{etwa } 2\,714,637 \text{ mm}$

غوڅی:  $\text{etwa } 105\,342,917 \text{ mm}^2$

د کار توتي سطحه:  $\text{etwa } 279\,657,083 \text{ mm}^2$

په سبو کي غوڅی:  $\text{etwa } 27,362\%$

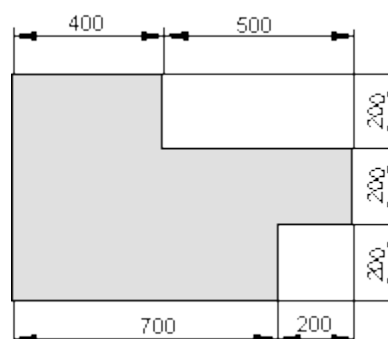
د جور شوي ټيم سطحه:  $m = 3,356 \text{ kg}$

## مفصل حلونه

د سره یوځای شوي (یوځای ایښول شوي) سطحي

لومړی:

پوښتنه کونه:



د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$L = 4 \cdot 200 \text{ mm} + 500 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 600 \text{ mm} + 700 \text{ mm} = \underline{\underline{3\,000 \text{ mm}}}$$



غوځی : سړی ترې غوځی لاس ته راوړي، چې سړی د خامي سطحې څخه د کار توتې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 600 \text{ mm} = 540000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام تيم:}$$

د کار توتې سطحه – خام تيم = ترې غوځي

$$A_V = A_R - A = 540000 \text{ mm}^2 - 400000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{140000 \text{ mm}^2}}$$

د کار توتې سطحه:

$$A_1 = 400 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 80000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 900 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 180000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 700 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 140000 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{400000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې ترېغوځی:

دا په دې معنا، چې ترې غوځي نسبت خامي سطحې ته په سلو کې څومره لوي ی.

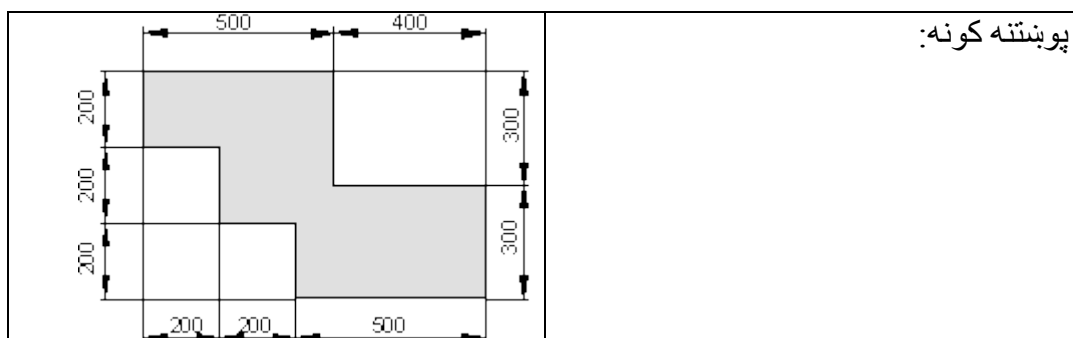
$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 140000 \text{ mm}^2}{540000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{25,926\%}}$$

د جور شوي تيم سطحه: يو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کار توتې سطحه په  $\text{mm}^2$  معلومه ده، بايد دا لومړی په  $\text{m}^2$  متر مربع وارول شي.

$$A = 400000 \text{ mm}^2 = 0,4 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,4 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{4,8 \text{ kg}}}$$

دويم:



د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$L = 5 \cdot 200 \text{ mm} + 500 \text{ mm} + 2 \cdot 300 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 500 \text{ mm} = \underline{\underline{3000 \text{ mm}}}$$

غوڅی:

$$A_1 = 300 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 120\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 200 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 40\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 400 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} = 80\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_V = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{240\,000 \text{ mm}^2}}$$

د کار توتی سطحه:

که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کار توتی سطحه لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم څخه ترې غوڅي کم شي. (که لومړی د کار توتی سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم سطحې څخه د کار توتی- سطحه کمه شي)

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 600 \text{ mm} = 540\,000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام تیم:}$$

ترې غوڅي - خام تیم = د کار توتی سطحه

$$A = A_R - A_V = 540\,000 \text{ mm}^2 - 240\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{300\,000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

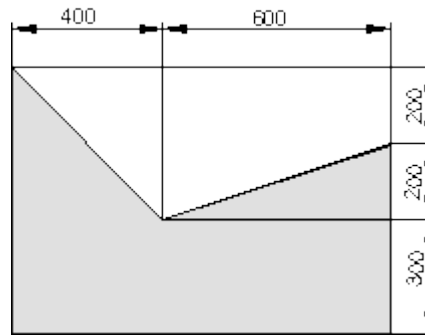
$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_v}{A_R} = \frac{100 \cdot 240\,000 \text{ mm}^2}{540\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{44,444\%}}$$

د جورشوي ټيم سطحه: يو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کارتوتبه په  $\text{mm}^2$  معلومه، بايد دا لومړی په  $\text{m}^2$  واپول شي.

$$A = 300\,000 \text{ mm}^2 = 0,3 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,3 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{3,6 \text{ kg}}}$$

دریم:



پوښتنه کونه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(400 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2} \approx 565,685 \text{ mm}$$

$$l_2 = \sqrt{(600 \text{ mm})^2 + (200 \text{ mm})^2} \approx 632,456 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm} + 300 \text{ mm} + 200 \text{ mm} + l_2 + l_1 + 400 \text{ mm} + 300 \text{ mm} \approx \underline{\underline{3\,398,141 \text{ mm}}}$$

د کارتوتبي سطحه:

$$A_1 = \frac{400 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm}}{2} = 80\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{600 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}}{2} = 60\,000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 1000 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm} = 300\,000 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \underline{\underline{440\,000 \text{ mm}^2}}$$

ترې غوڅۍ: سړۍ ترې غوڅۍ لاس ته راوړې، داسې، چې سړۍ له خامې سطحې د کار توتېه سطحه کمه کړي.

خام تيم:

$$A_R = 1000 \text{ mm} \cdot 700 \text{ mm} = 700\,000 \text{ mm}^2$$

د کار توتېه سطحه – خام تيم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A = 700\,000 \text{ mm}^2 - 440\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{260\,000 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅۍ: دا په ې معنا دی، چې ترې غوڅۍ نسبت خام تيم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دي.

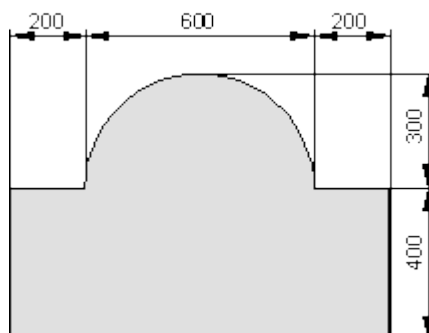
$$\rho = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 260\,000 \text{ mm}^2}{700\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{37,143\%}}$$

د جور شوي تيم سطحه: يو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کار توتېه په  $\text{mm}^2$  معلومه، بايد دا لومړۍ په  $\text{m}^2$  واړول شي.

$$A = 440\,000 \text{ mm}^2 = 0,44 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,44 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{5,28 \text{ kg}}}$$

څلورم:



پوښنتي کونه:

د غوڅي ژئ اوږدوالی:

$$l_1 = \frac{600 \text{ mm} \cdot \pi}{2} \approx 942,478 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + 200 \text{ mm} + l_1 + 200 \text{ mm} + 400 \text{ mm} \approx \underline{\underline{3142,478 \text{ mm}}}$$

د کار توتي سطحه:

$$A_1 = 1000 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 400\,000,000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{(600 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{8} \approx 141\,371,669 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = \underline{\underline{541371,669 \text{ mm}^2}}$$

غوڅی یا ترېغوڅ: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کار توتې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 700 \text{ mm} \cdot 1000 \text{ mm} = 700\,000 \text{ mm}^2 \text{ خام تيم:}$$

د کار توتې سطحه – خام تيم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A = 700\,000 \text{ mm}^2 - 541371,669 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{158628,331 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خام تيم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

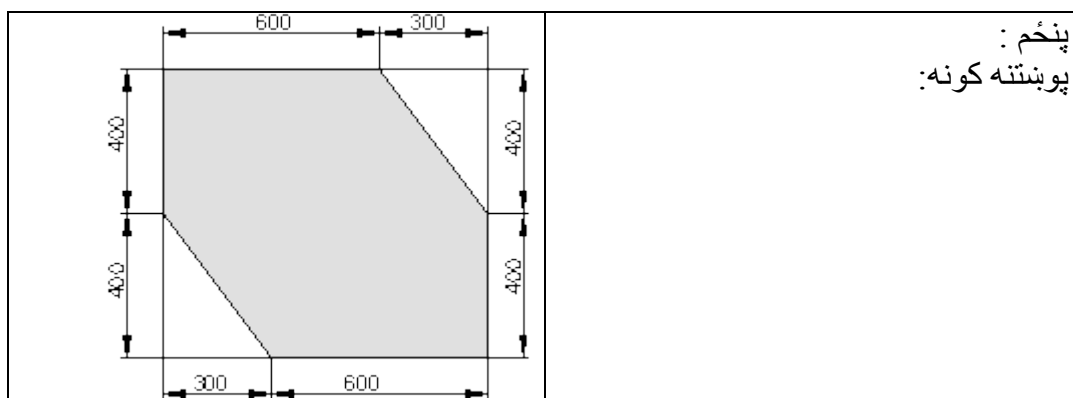
$$\rho = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 158628,331 \text{ mm}^2}{700000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{22,661\%}}$$

د جورشوي ټيم سطحه: يو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کارتوتې په  $\text{mm}^2$  معلومه، بايد دا لومړی په  $\text{m}^2$  واپرول شي.

$$A \approx 541371,669 \text{ mm}^2 = 0,541371669 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,541371669 \cdot 12 \text{ kg} \approx \underline{\underline{6,496 \text{ kg}}}$$



د غوڅي ژي اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(400 \text{ mm})^2 + (300 \text{ mm})^2} = 500 \text{ mm}$$

$$L = 600 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + l_1 + 600 \text{ mm} + 400 \text{ mm} + l_1 = \underline{\underline{3000 \text{ mm}}}$$

(ترې) غوڅی:

$$A_1 = \frac{400 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}}{2} = 60000 \text{ mm}^2$$

$$A_V = 2 \cdot A_1 = 2 \cdot 60000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{120000 \text{ mm}^2}}$$

د کارټوټي سطحه: که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کارټوټي سطحه لاس ته راوړي، داسې چې د خام ټیم څخه ترې غوڅي کم شي. (که لومړی د کارټوټه سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام ټیم سطحې څخه د کارټوټه سطحه کمه شي)

$$A_R = 900 \text{ mm} \cdot 800 \text{ mm} = 720\,000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام ټیم:}$$

ترې غوڅی - خام ټیم = د کارټوټه-سطحه

$$A = A_R - A_V = 720\,000 \text{ mm}^2 - 120\,000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{600\,000 \text{ mm}^2}}$$

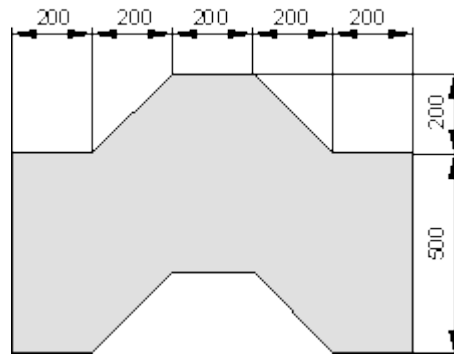
په سلو کې غوڅی: دا په دې معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامټیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 120\,000 \text{ mm}^2}{720\,000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{16,667\%}}$$

د جوړشوي ټیم سطحه: یو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کارټوټه په  $\text{mm}^2$  معلومه، باید دا لومړی په  $\text{m}^2$  وپلورل شي.

$$A = 600\,000 \text{ mm}^2 = 0,6 \text{ m}^2 \Rightarrow m = 0,6 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{7,2 \text{ kg}}}$$



شپږم:

پوښتنه کړنه:

$$l_1 = \sqrt{(200\text{mm})^2 + (200\text{mm})^2} \approx 282,843\text{mm}$$

$$L = 4 \cdot l_1 + 2 \cdot 500\text{mm} + 6 \cdot 200\text{mm} \approx \underline{\underline{3331,371\text{mm}}}$$

د کار توتې سطحه: دا لاندې غوڅشوی ذونذقه یا تراپخ دا پورته په گوته کوي.

$$A = 500\text{mm} \cdot 1000\text{mm} = \underline{\underline{500\,000\text{mm}^2}}$$

ترې غوڅی: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کار توتې سطحه کمه کړي.

$$A_R = 700\text{mm} \cdot 1000\text{mm} = 700\,000\text{mm}^2$$

د کار توتې سطحه – خامتیم = ترې غوڅی

$$A_V = A_R - A = 700\,000\text{mm}^2 - 500\,000\text{mm}^2 = \underline{\underline{200\,000\text{mm}^2}}$$

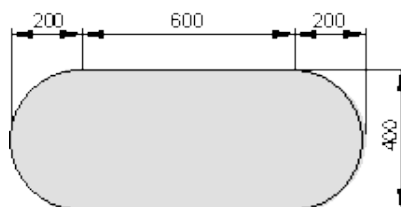
په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$\rho = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 200\,000\text{mm}^2}{700\,000\text{mm}^2} \approx \underline{\underline{28,571\%}}$$

د جورشوي تیم سطحه: یو مربع متر  $m = 12\text{kg}$  کتله لري.

دا چې د کار توتې په  $\text{mm}^2$  معلومه، باید دا لومړی په  $\text{m}^2$  واړول شي.

$$A = 500\,000\text{mm}^2 = 0,5\text{m}^2 \Rightarrow m = 0,5 \cdot 12\text{kg} = \underline{\underline{6\text{kg}}}$$



اووم: پوښتنه کونه:

د غوڅی ژئ اوږدوالی:



$$\text{گردئ یا داپره} = 400 \text{ mm} \cdot \pi \approx 1256,637 \text{ mm}$$

$$L = \text{Kreis} + 2 \cdot 600 \text{ mm} \approx \underline{\underline{2456,637 \text{ mm}}}$$

د کارتوتی سطحه: د لاندې الماني پښتو: دایره، مستطیل یا ولاړگودیز

$$\text{Kreis} = \frac{(400 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \approx 125663,706 \text{ mm}^2$$

$$\text{Rechteck} = 600 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 240000 \text{ mm}^2$$

$$A = \text{Kreis} + \text{Rechteck} \approx 125663,706 \text{ mm}^2 + 240000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{365663,706 \text{ mm}^2}}$$

ترې غوڅی: سړی ترې غوڅی لاس ته راوړي، داسې، چې سړی له خامې سطحې د کارتوتی سطحه کمه کړي.

$$A_R = 1000 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 400000 \text{ mm}^2$$

د کار توتی سطحه – خامتیم = ترې غوڅي

$$A_V = A_R - A \approx 400000 \text{ mm}^2 - 365663,706 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{34336,294 \text{ mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې خومره لوي دی.

$$\rho = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 34336,294 \text{ mm}^2}{400000 \text{ mm}^2} \approx \underline{\underline{8,584\%}}$$

د جورشوي تیم سطحه: یو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

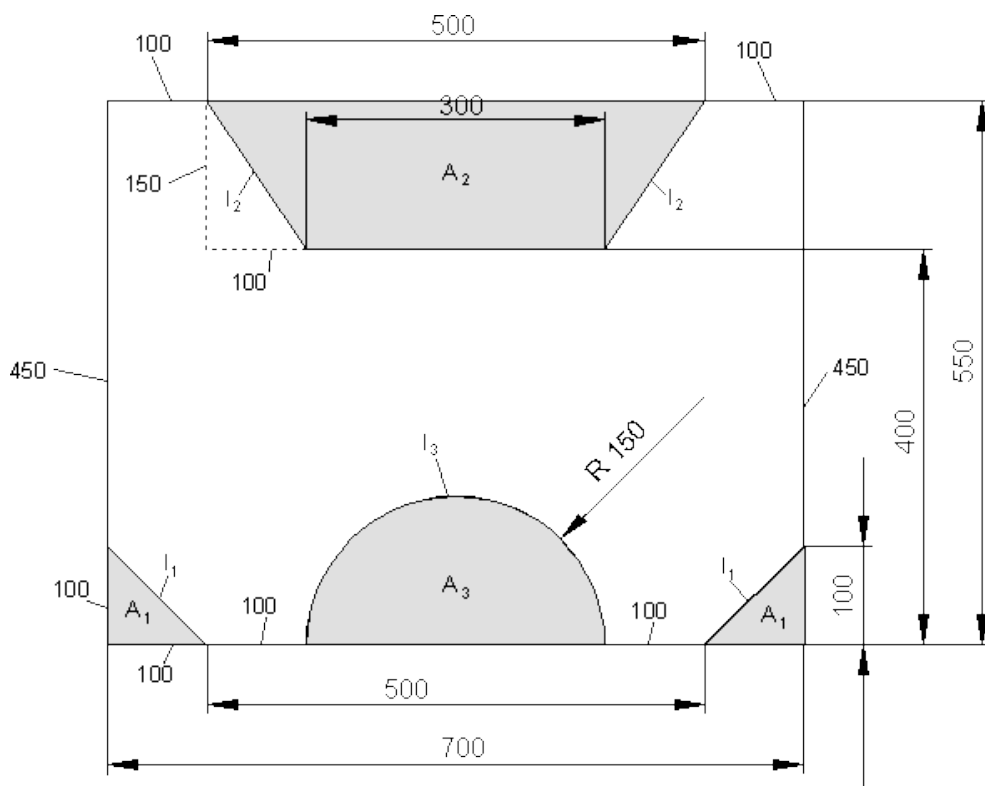
دا چې د کارتوتی په  $\text{mm}^2$  معلومه، باید دا لومړی په  $\text{m}^2$  واپول شي.

$$A = 365663,706 \text{ mm}^2 = 0,36566306 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,36566306 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{4,388 \text{ kg}}}$$

اتم:

پوښتنه کونه:



د سطحی وېشنه:

د غوڅي ژي اوږدوالی:

$$l_1 = \sqrt{(100\text{mm})^2 + (100\text{mm})^2} \approx 141,421\text{mm}$$

$$l_2 = \sqrt{(100\text{mm})^2 + (150\text{mm})^2} \approx 180,278\text{mm}$$

$$l_3 = 150\text{mm} \cdot \pi \approx 471,239\text{mm}$$

$$L = 4 \cdot 100\text{mm} + 2 \cdot 250\text{mm} + 300\text{mm} + 2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2 + l_3 \approx \underline{\underline{2714,637\text{mm}}}$$

ترې غوڅی:

درېگودی یا مثلث	$A_1 = \frac{100\text{mm} \cdot 100\text{mm}}{2} = 5000\text{mm}^2$
نودنقه	$A_2 = \frac{500\text{mm} + 300\text{mm}}{2} \cdot 150\text{mm} = 60000\text{mm}^2$
نیمگردی یا دایره	$A_3 = \frac{(150\text{mm})^2 \cdot \pi}{2} \approx 35342,917\text{mm}^2$
ترې غوڅی	$A_V = 2 \cdot A_1 + A_2 + A_3 \approx 105342,917\text{mm}^2$

د کارتوتې سطحه: که- لکه په دې حالت کې، چې ترېغوڅی معلوم دی- سړی د کارتوتې سطحه ته راوړي، داسې چې د خامتیم څخه رې غوڅی کم شي. (که لومړی د کارتوتې سطحه وشمیرل شي، نو سړی ترېغوڅی لاس ته راوړي، داسې چې د خام تیم سطحې څخه د کارتوتې سطحه کمه شي)

$$A_R = 700 \text{ mm} \cdot 550 \text{ mm} = 385000 \text{ mm}^2 \quad \text{خام تیم:}$$

ترې غوڅی - خامتیم = د کار توتې سطحه

$$A = A_R - A_V \approx 385000 \text{ mm}^2 - 105342,917\text{mm}^2 = \underline{\underline{279657,083\text{mm}^2}}$$

په سلو کې غوڅی: دا په ی معنا دی، چې ترې غوڅی نسبت خامتیم سطحې ته په سلو کې څومره لوي دی.

$$p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot A_V}{A_R} = \frac{100 \cdot 105342,917\text{mm}^2}{385000\text{mm}^2} \approx \underline{\underline{27,362\%}}$$

د جورشوي تیم سطحه: یو مربع متر  $m = 12 \text{ kg}$  کتله لري.

دا چې د کارتوتې په  $\text{mm}^2$  معلومه، باید دا لومړی په  $\text{m}^2$  واپړول شي.

$$A = 279657,083\text{mm}^2 = 0,279657083 \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 0,279657083 \cdot 12 \text{ kg} = \underline{\underline{3,356 \text{ kg}}}$$

## د سطحو شمیرنه II

سطحي شمیرني ته پوښتني

مستطیل یا ولاړگودیز، چاپیریال او سطحه

لومړی: یوه مستطیل ډوله یا ولاړگودیزه تخته 750 mm اوږده ده او 450 mm سروره.

چاپیرال او مساحت یې وشمیرئ.

درې وډی، چاپیریال او سطحه یې

دویم: دا ترڅنګ درېگودی یا مثلث لاندې کچوني یا اندازې لري

$$a = 45 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$c = 60 \text{ cm}$$

$$h_c = 30 \text{ cm}$$

اوشمیرئ:

الف- د درېگودي یا مثلث چاپیریال ب – د درېگودي یا مثلث سطحه

ذوښنه: چاپیریال او سطحه

دریم: دا ترڅنګ تراپڅ لاندې کچوني یا اندازې لري:

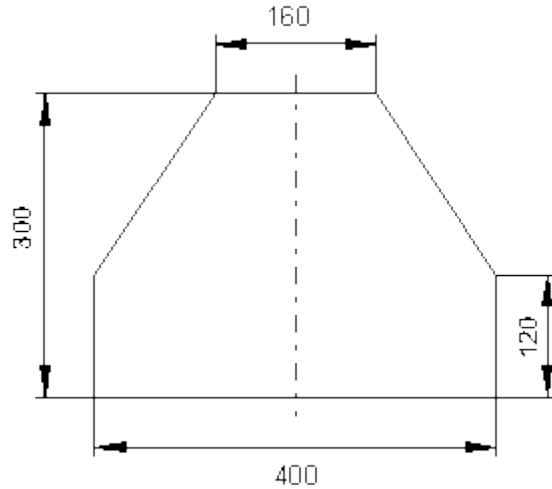
$$a = 71 \text{ m}, b = 30 \text{ m}, c = 35 \text{ m},$$

$$d = 30 \text{ m}, h = 24 \text{ m}$$

چاپیریال او سطحه یې وشمیرئ

سره یوځای ایښول شوي سطحي

څلورم: د ولاړگودیز یا مستطیل ډوله سطحي څخه دي دا ترڅنګ سطحه راغوڅه شي.



الف-د تیم سطحه په سره وشمیرئ.

ب - دا ترېغوخی په څومره لوي دی.

پ-ترېغوخی د وتون سطحې څو په سلو کې جوړوي؟

ت- ترېغوخی د کار توتیه سطحې څو په سلو کې جوړوي؟

ټ- دا راغوخ شوی تیم څومره دروند دی، که د تیم  $1 \text{ m}^2$  10 kg وزن ولري؟

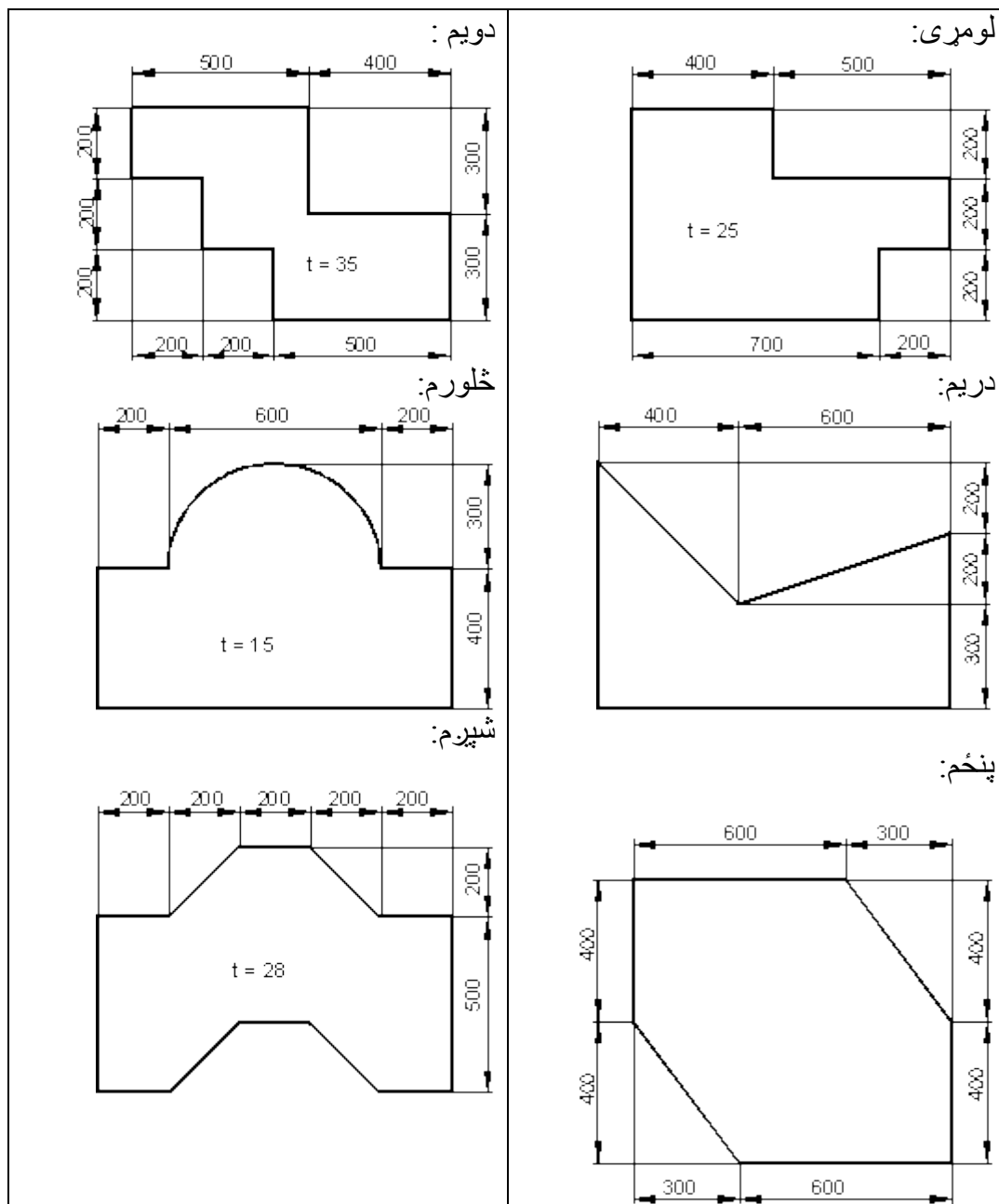
### د سطحو شمیرنه III

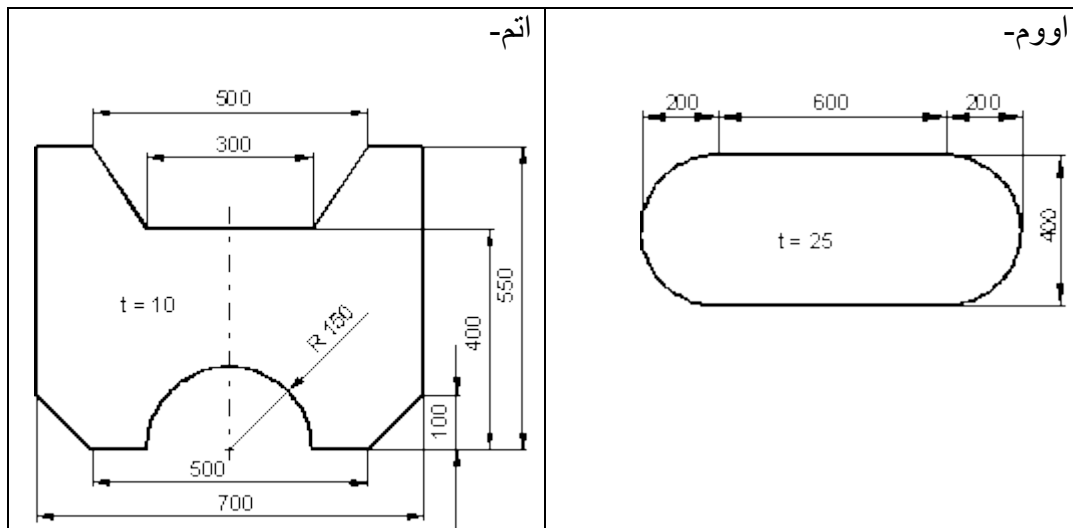
سطحې شمیرني ته پوښتنې

د سره یوځای شوو سطحو شمیرنه:

و شمیره

لومړی: د غوڅو شوو ژبو اوږدوالی ، دویم: مسحت، دریم: ترې غوڅي، څلورم: پهسلو کې ترې غوڅی نسبت خام تیم ته او پنځم: کتله ( $1 \text{ m}^2$  تیم 12 kg کتله لري)





### گردئ یا دایره او کونج یا زاویه

گردئ یا دایره: یوه دایره د منخ ټکي M او وړانگي r له لاري کره ټاکل شوي.

نیمئ یا قطر:  $d = 2 \cdot r$

وړانگه یا شعاع:  $r = \frac{d}{2}$

ټول هغه ټکي په دایره پوري اړه لري، چي له منخ ټکي M څخه واټن r ولري.

د دایري چاپیریال:  $U = d \cdot \pi$

بیلگه:

$$d = 12,5 \text{ cm} \Rightarrow U = 12,5 \text{ cm} \cdot \pi \approx 39,27 \text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

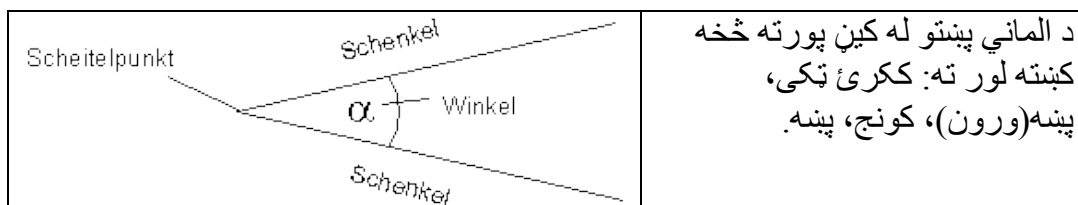
د دایري سطحه:

$$d = 8,25 \text{ m} \Rightarrow A = \frac{(8,25 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \approx \underline{\underline{53,456 \text{ m}^2}}$$

بیلگه:

کونج او کونج ډولونه (زاویه او د زاویې ډولونه)

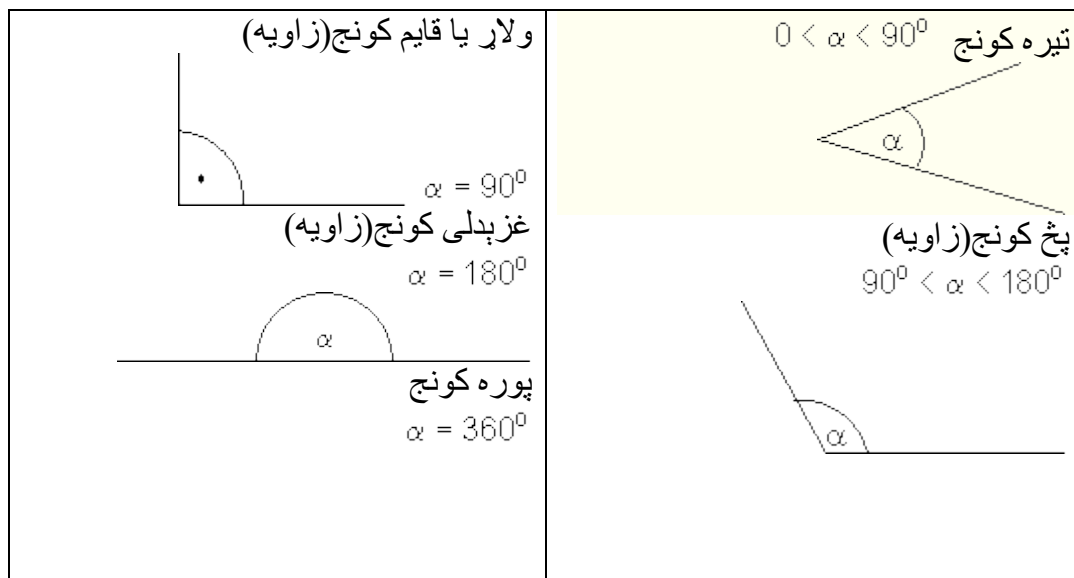
یو کونج د دوه پښو څخه د گډ بریدتکي (ککړتکي) له لارې کره ایښوول شوی



زاویې د یوناني کوچنیو تورو سره په نڅښه کوو.

ورځنئ یا مروج یا ورسره بلدي په نڅښه ونه یي ده:

$\alpha$ alpha	$\beta$ beta	$\gamma$ gamma	$\delta$ delta	$\varepsilon$ epsilon	$\pi$ pi
----------------	--------------	----------------	----------------	-----------------------	----------





### کونجکچونه یا زاویه اندازهونه:

د د زاویې لپاره د اندازه واحد (کچپوون) درجهگراد (دی او داسې یې لیکو:  $1^{\circ} = 1$  Grad

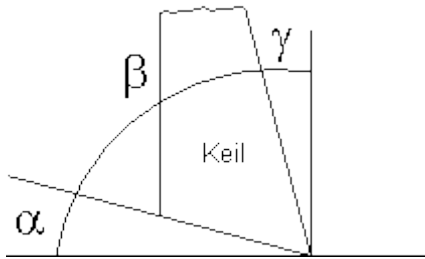
پوره - ټول کونج کچه  $360^{\circ}$  ده.

په ټوټه برخو وېشنه:  $1^{\circ} = 60'$  1 Grad = 60 Minuten

$1' = 60''$  1 Minute = 60 Sekunden

بیلگه:  $12^{\circ} 3'$  oder  $74^{\circ} 12' 7''$

### کونجونه په غزېدلې، تېرگی یا تخز



- $\alpha =$  ازاد کونج
- $\beta =$  تېرگی کونج
- $\gamma =$  غزېد کونج

تل باور لري:

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^{\circ}$$

د کونجونو سره شمیرنه

لومړی: دا نامعومه کونج وټاکئ

$$\alpha + 50^{\circ} + 24^{\circ} = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha = 16^{\circ}$$

$$12^{\circ} + \beta + 30^{\circ} = 90^{\circ} \Rightarrow \beta = 48^{\circ}$$

دویم: د کونج زیاتون یا جمعه:

$$12^{\circ} 30' + 17^{\circ} 12' = 12^{\circ} + 17^{\circ} + 30' + 12' = \underline{\underline{29^{\circ} 42'}}$$

$$28^{\circ} 45' + 16^{\circ} 30' = 28^{\circ} + 16^{\circ} + 45' + 30' = 44^{\circ} + 75' = \underline{\underline{45^{\circ} 15'}}$$

$$16^{\circ} 12' 36'' + 12^{\circ} 10' 17'' = 16^{\circ} + 12^{\circ} + 12' + 10' + 36'' + 17'' = 28^{\circ} + 22' + 53'' = \underline{\underline{28^{\circ} 22' 53''}}$$

دریم: د پوزیشن یا پروتخای کو اور دیناتونه او GPS د خمکې د سر هر ټکی د سور- او اوردوالو درجو له لارې یواځنئ ټاکلې. د بیلگې په توگه د المان په دوسلدورف کې د کیرینوبگ یا لار په کو اور دینات

N51 32.2436 E6 44.2342

کې پروت دی.

یادونه: په پورته کې N شمال او E ختیځ دی.

دا په دې معنا دی، چې  $51^{\circ} 32,2436'$  درجې شمالي سور او  $6^{\circ} 44,2342'$  ختیځ اوردوالی.

په دې یا ورته انځورونه کې کو اور دیناتونه د بیلگې په توگه په یوه Outdoor- GPS Navigator ناویگیشن ورکړل شوي، کوم چې د توپوگرافیکي کارتې لپاره د کوڅې لپاره کوم پلټنډنکشن نه لري.

ځنې کو اور دیناتونه په بل ډول غواړي، لکه د بیلگې په توگه  $gg^{\circ} mm' ss.ss''$ . د دې لپاره باید پورته کو اور دیناتونه شمیر بدل یا بل ډول وشمیرل شي شمیر اوړون یا بل ډول شمیرنه:

$$51^{\circ} 32,2436' = 51^{\circ} 32' 60 \cdot 0,2436'' = 51^{\circ} 32' 14,62''$$

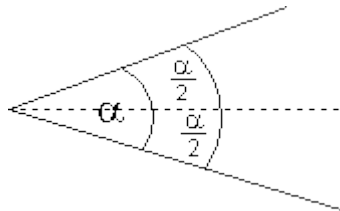
$$6^{\circ} 44,3242' = 6^{\circ} 44' 60 \cdot 0,3242'' = 6^{\circ} 44' 19,45''$$

۱۷. ۷ ځانگړي کونجونه (زاویې):

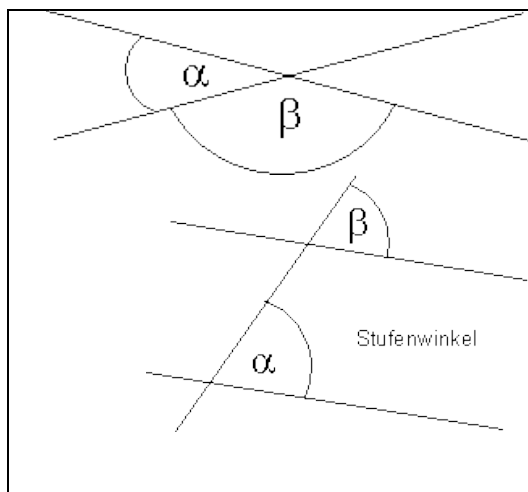
کونجیمې یا ناصف الزاویه:

د یوه کونج کونجیمې د کونج سیومتریک

محور دی



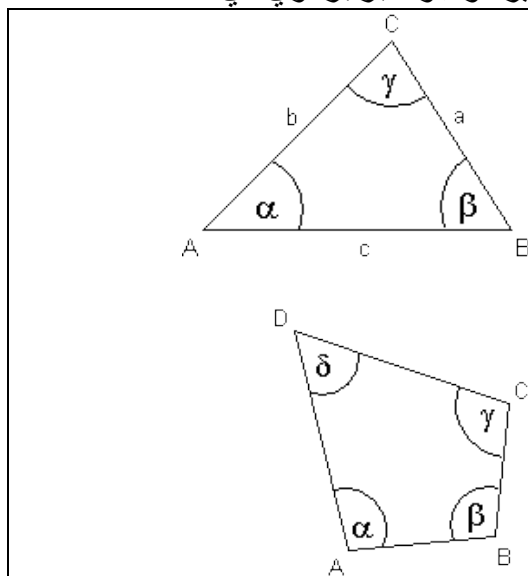
ککړئ- یا رآس کونجونه: د دوه کرښو غوڅي (قطعه کیدو) سره مخامخ پراته کونجونه ککړئ- یا رآس کونجونه بلل کيږي. ککړئ کونجونه برابر لوي دي.



گاونډي کونجونه: د دوه کرښو غوڅي سره څنګ په څنګ پراته کونجونه گاونډي کونجونه بلل کيږي. گاونډي کونجونه یو بل  $180^0$  درجو ته سره پوره کوي:  $\alpha + \beta = 180^0$

پوريز کونجونه: که يوه کرښه غبرګي کرښې غوڅي کړي، نو د دې کرښې د غبرګو کرښو سره په يوه لور کونجونه پوريز کونجونه بلل کيږي.

په غبرګو کرښو باندې ردېدل کونجونه او پوريز کونجونه برابر لوي دي.



د کونجونو زياتون يا جمعه: په درېګوډي يا مثلث باندې د کونجونو زياتون يا جمعه: په د رېګوډي کې د کونجونو زياتون  $180^0$  دی.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$$

په څلورګوډيز (څلورضلعې) د کونجونو زياتون يا جمعه: په هر څلورګوډي کې د کونجونو زياتون  $360^0$  دی.

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$$

په پنځه گوډیز (پنځه ضلعيز) کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:  
 یو پنځه گوډیز کیدی شي په یوه څلورگوډیز او درې گوډیز یا مثلث توتته شي.  
 له دې لاس ته راځي: د کونجونو زیاتون  $= 540^{\circ}$

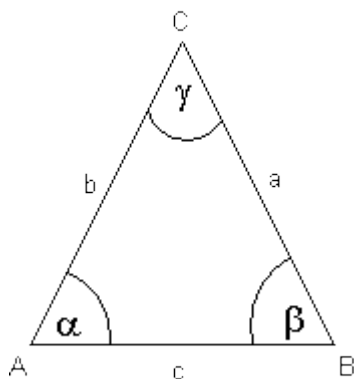
په شپږ گوډیز ( شپږضلعيز) کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:  
 یو شپږگ، دیز کیدی شي په دوه څلورگوډیزو توتته شي.  
 له دې لاس ته راځي: د کونجونو زیاتون یا جمعه  $= 720^{\circ}$

په  $n$  -گوډیز کې د کونجونو زیاتون یا جمعه:  
 د کونجونو جمعه  $= (n - 2) \cdot 180^{\circ}$   
 (د کونجونو تعداد یا گڼون ورکوي)

ځانگړي د رېگوي:  
 برابرپښیز درېگوډي

$$a = b \Rightarrow \alpha = \beta$$

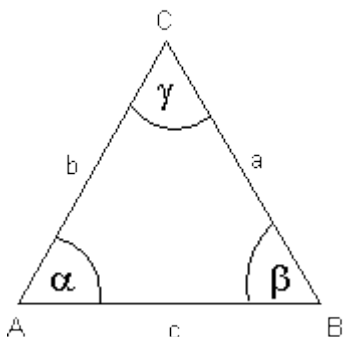
دا په دې معنا چې بنسټ کونجونه برابر  
 لوي دي.



برابر اړخیز درېگوډي

$$a = b = c \Rightarrow \alpha = \beta = \gamma$$

دا په دې معنا چې تېرل کونجونه  $60^{\circ}$  دي.

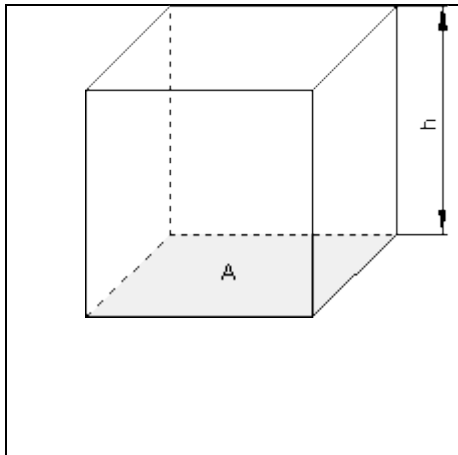


## ۱۷. ۸ - د حجمونو يا ډکيو شميرنه I

د برابر ډوله بڼه جوړ شويو تنونو (جسمونو) لپاره - دا داسې دي، په کومو کې چې بنسټ  
سطحه په ټول تن کې خُغلیدې شي - باور لري:

حجم (ډکی) = بنسټ سطحه · جگوالی یعنی  $V = G \cdot h$

## مکعب (غورځونی يا سترگی)



بیلگه:

ورکړ شوی: د ژئ اوږدوالی  $a = 4\text{cm}$   
غوښتونۍ يا ثبوت: ډکی (حجم)

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3$$

$$\Rightarrow V = 4\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot 4\text{cm} = \underline{\underline{64\text{cm}^3}}$$

د  $a = 3,75\text{cm}$  لپاره ډکی يا حجم وشميرئ

Quader مکعبډوله يا شبه مکعب

بیلگه: ورکړ شوی:  $a = 3\text{cm}$ ,  $b = 4\text{cm}$ ,  $c = 2,5\text{cm}$

غوښتونۍ يا ثبوت: حجم يا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

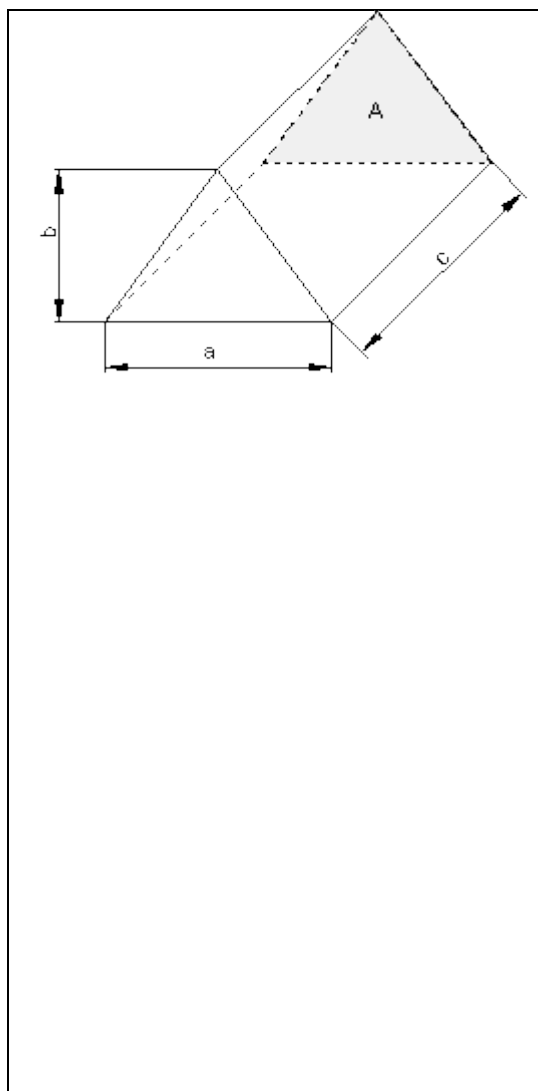
$$\Rightarrow V = 3\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot 2,5\text{cm} = \underline{\underline{30\text{cm}^3}}$$

د

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm}$$

لپاره ډکی یا حجم وشمیرئ

د دی لپاره هم پورته څیره کتلی شی



### پریزما Prisma

ورکر شوی:  $a = 3\text{m}, b = 2\text{m}, c = 6\text{m}$

غوښتونئ: ډکی یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c$$

$$\Rightarrow V = \frac{3\text{m} \cdot 2\text{m}}{2} \cdot 6\text{m} = \underline{\underline{18\text{m}^3}}$$

د

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm}$$

لپاره ډکی یا حجم وشمیرئ.

### Zylinder توته (ا ستوانه)

بیلگه:

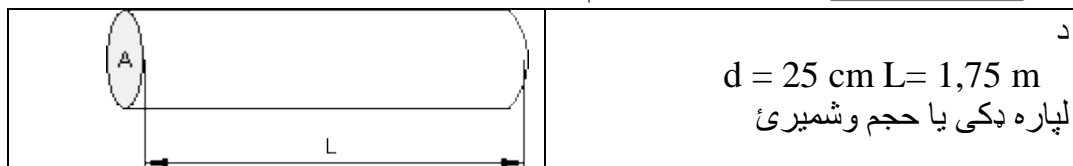
$$d = 40\text{mm}, L = 2\text{m}$$

غوښتونئ: ډکی یا حجم په  $\text{cm}^3$

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 200 \text{ cm} = \underline{\underline{2513,274 \text{ cm}^3}}$$



تمرین ۱ :

د  $a = 3,75 \text{ cm}$  لیپاره ډکی یا حجکوشمیرئ

حل (اوبی یا خواب)

ورکړ شوی: د ژئ اوږدوالی  $a = 3,75 \text{ cm}$

غوبنتونی: ډکی یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \approx \underline{\underline{52,734 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۲ :

د یوه کواډر حجم د  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 1,5 \text{ cm}$  لیپاره وشمیرئ

حل (اوبی یا خواب)

ورکړ شوي:  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 1,5 \text{ cm}$

غوبنتونی: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{16,2 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۳ :

د یوې پریزما حجم یا ډکی د  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 15 \text{ cm}$  لپاره وشمیرئ.

حل:

ورکړل شوي:  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 15 \text{ cm}$   
غوښتونئ: ډکی یا حجم

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm}}{2} \cdot 15 \text{ cm} = \underline{\underline{81 \text{ cm}^3}}$$

تمرین ۴ :

د  $d = 25 \text{ cm}$   $L = 1,75 \text{ m}$  لپاره د یوې توتې ډکی وشمیرئ.

حل:

ورکړل شوي:  $d = 25 \text{ cm}$   $L = 1,75 \text{ m}$   
غوښتونئ: حجم په  $\text{cm}^3$

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 175 \text{ cm} \approx \underline{\underline{85902,924 \text{ cm}^3}}$$

پوښتنې

د ډکي یا حجم شمیرنه ۱

د ساده تنونو شمیرنه

برابر ډول جوړ شوي تنونه، دا هغه دي، چې په هغو بنسټ سطحه په توب بدن کې خوزیږي، باور لري؟

$$\boxed{V = G \cdot h}$$

حجم یا ډکی = بنسټ سطحه. جگوالی



بیلگه مکعب :

ورکړ شوي د اړخ اوږدوالی  $a = 4 \text{ cm}$

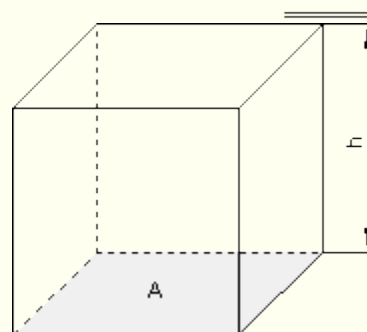
غښتونۍ : حجم یا ډکی  $V = A \cdot h$

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3$$



د  $a = 3,75 \text{ cm}$  لپاره حجم وشمیرئ

دویمه بیلگه مکعبډوله:

ورکړ شوي:  $a = 3 \text{ cm}$ ;  $b = 4 \text{ cm}$ ;  $c = 2,5 \text{ cm}$

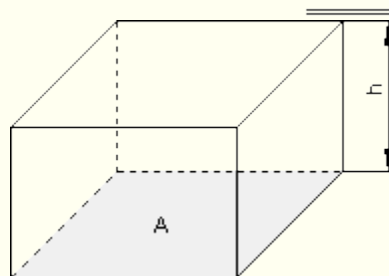
غوښتونۍ: حجمونه یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^3$$



د  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 1,5 \text{ cm}$  لپاره حجمونه و شمیرئ

دریم : بیلگه پریزما (درې ژئ بیزه):

ورکړ شوي:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 6 \text{ m}$

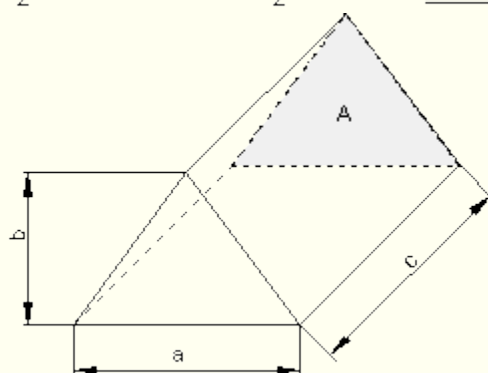
غوښتونۍ: حجم يا ډکۍ

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{3\text{m} \cdot 2\text{m}}{2} \cdot 6\text{m} = \underline{\underline{18\text{m}^3}}$$

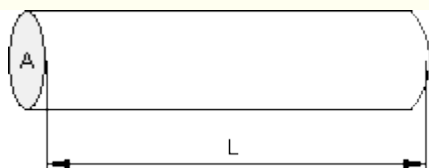


د  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2,4 \text{ cm}$ ,  $c = 15 \text{ cm}$  لپاره ډکا يا حجم وشميرئ.

څلورم: بيلگه توته يا استوانه (گردسيخ):

ورگر شوی:  $d = 40 \text{ mm}$ ;  $L = 2$ ,

غوښتونۍ: حجم په  $\text{cm}^3$ .



$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

$$V = \frac{4\text{cm} \cdot 4\text{cm} \cdot \pi}{4} \cdot 200\text{cm} = \underline{\underline{2513,274\text{cm}^3}}$$

د  $d = 25 \text{ cm}$   $L = 1,75 \text{ m}$  لپاره حجم يا ډکۍ

وميرئ

حلونه:

نتیجې:

لومړی:

$$a = 3,75 \text{ cm} \Rightarrow V = a^3 \approx 52,734 \text{ cm}^3: \text{ سترگی یا مکعب:}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm} \Rightarrow V = a \cdot b \cdot c = 16,2 \text{ cm}^3: \text{ کوادر:}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c = 81 \text{ cm}^3: \text{ پریزما:}$$

توته یا استوانه:

$$d = 25 \text{ cm}, L = 1,75 \text{ m} = 175 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \approx 85902,924 \text{ cm}^3$$

مفصل حلونه:

لومړی:

$$a = 3,75 \text{ cm} \text{ ورکړ شوي: د ژئ اوږدوالی}$$

غوښتونې: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a^2$$

$$h = a$$

$$V = a^2 \cdot a = a^3 \Rightarrow V = 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \cdot 3,75 \text{ cm} \approx \underline{\underline{52,734 \text{ cm}^3}}$$

$$a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm} \text{ دویم مکعبډوله یا مکعبنما: ورکړ شوی:}$$

غوښتونې: حجم یا ډکی

$$V = A \cdot h$$

$$A = a \cdot b$$

$$h = c$$

$$V = a \cdot b \cdot c \Rightarrow V = 4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{16,2 \text{ cm}^3}}$$

دریم: پریزما: ورکړ شوی:  $a = 4,5 \text{ cm}, b = 2,4 \text{ cm}, c = 1,5 \text{ cm}$

غوښتونۍ: حجم یا ډکۍ

$$V = A \cdot h$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$h = c$$

$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot c \Rightarrow V = \frac{4,5 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm}}{2} \cdot 1,5 \text{ cm} = \underline{\underline{81 \text{ cm}^3}}$$

څلورم: توته: ورکړ شوی:  $d = 25 \text{ cm}, L = 1,75 \text{ m} = 175 \text{ cm}$

غوښتونۍ: حجم په  $\text{cm}^3$

$$V = A \cdot h \quad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \quad h = L$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot L \Rightarrow$$

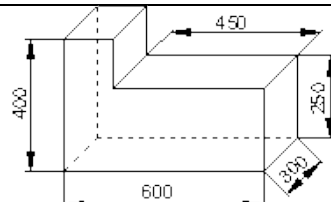
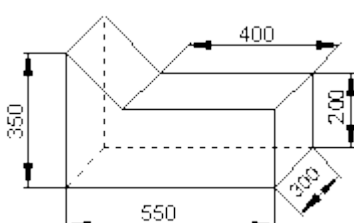
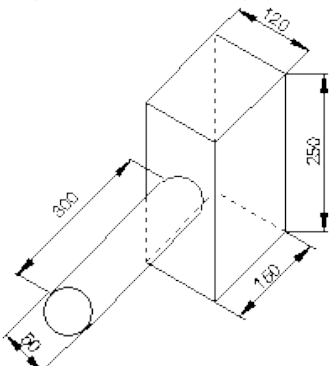
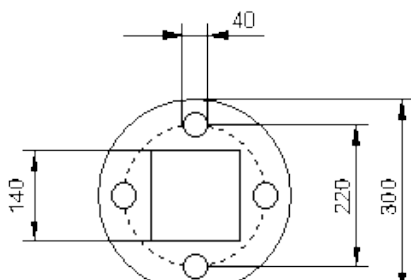
$$V = \frac{25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot \pi}{4} \cdot 175 \text{ cm} \approx \underline{\underline{85902,924 \text{ cm}^3}}$$

حجم (ډکۍ) او کتله:

ډکۍ یا حجم – او کتله شمیرنې ته پوښتنې

کیدى شي د يوه تن يا جسم چې ټينگوال (غلظت) يې معلوم يا پېژنل شوي وي د حجم له لارې وشميرل شي.

$$\overline{m = V \cdot \rho} \quad \text{كتله} = \text{حجم} \cdot \text{ټينگوالى}$$

لومړى: د گوس برخي كتله وشميرئ.  
ټينگوالى:

$$\rho_{\text{Guss}} = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

دويم: د الومينيوم حجم او كتله وشميرئ.  
ټينگوالى:

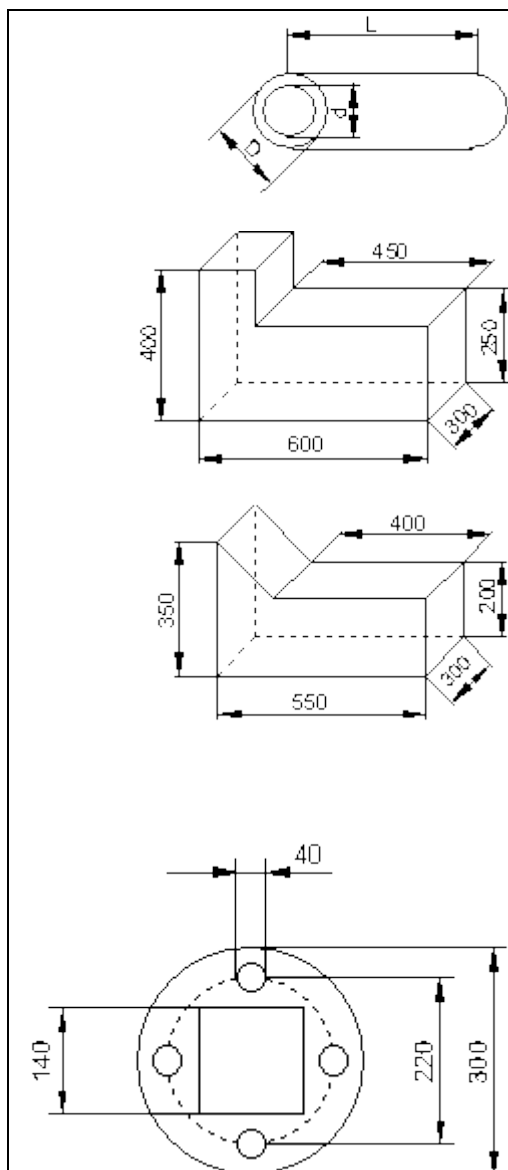
$$\rho_{\text{Alu}} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

درېم: د فولاد برخي حجم او كتله وشميرئ.  
ټينگوالى:

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

څلورم: د کوبفر برخي حجم او كتله وشميرئ.  
ټينگوالى:

$$\rho_{\text{Kupfer}} = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$



پنځم: یوه د فولادو توتنه 10 m متره اوږده ده، ( $L = 10 \text{ m}$ )، یو دباندي نیمې یا قطر  $D = 20 \text{ cm}$  لري او دنننې نیمې یا قطر  $d = 160 \text{ mm}$  لري.

د توتي حجم، کتله او د دیوال پنډوالی وشمیرئ.

تینګوالی:  $\rho_{\text{stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  Dichte:

حل: نتیجې: لومړی

ډکی یا حجم:  $V = 51,75 \text{ dm}^3$

کتله:  $m = 375,188 \text{ kg}$

دویم:

ډکی یا حجم:  $V = 36,375 \text{ dm}^3$

کتله:  $m = 98,213 \text{ kg}$

ډکی یا حجم:  $V = 5,089 \text{ dm}^3$

کتله:  $m = 39,949 \text{ kg}$

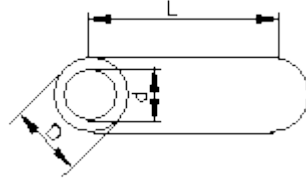
څلورم:

$V = 0,553 \text{ dm}^3$

$m = 4,955 \text{ kg}$

ډکی یا حجم

کتله



پنځم:

ډکۍ يا حجم:  $V = 113,097 \text{ dm}^3$ کټله:  $m = 887,811 \text{ kg}$ 

20mm

د دیوال پنډوالی:

## مفصل حلونه

لومړۍ: د ګوس برخي کټله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Guss}} = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{ټینګوالی:}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیري) په دیکسیمتر (dm) اړول کیري.

د اړول یا شمیر بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکۍ یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کیري. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را ګردیږي.

$$A_1 = 1,5 \text{ dm} \cdot 1,5 \text{ dm} = 2,25 \text{ dm}^2$$

$$A_2 = 6,0 \text{ dm} \cdot 2,5 \text{ dm} = 15,00 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow A = A_1 + A_2 = 2,25 \text{ dm}^2 + 15,00 \text{ dm}^2 = 17,25 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow V = A \cdot 3 \text{ dm} = 17,25 \text{ dm}^2 \cdot 3 \text{ dm} = \underline{\underline{51,75 \text{ dm}^3}}$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot V = 7,25 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 51,75 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{375,188 \text{ kg}}}$$

دویم: د الومینوم حجم او کټله وشمیرئ.

ټينگوالی:

$$\rho_{\text{Alu}} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گيرې) په ديخيمتر (dm) اړول کيږي.

د اړول يا شمير بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکې يا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کيږي. نتيجه د لسمير يا کوما وروسته په درې ځايونو را گردېږي.

$$A_1 = \frac{1,5 \text{ dm} \cdot 1,5 \text{ dm}}{2} = 1,125 \text{ dm}^2$$

$$A_2 = 5,5 \text{ dm} \cdot 2,0 \text{ dm} = 11,00 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow A = A_1 + A_2 = 1,125 \text{ dm}^2 + 11,00 \text{ dm}^2 = 12,125 \text{ dm}^2$$

$$\Rightarrow V = A \cdot 3 \text{ dm} = 12,125 \text{ dm}^2 \cdot 3 \text{ dm} = \underline{\underline{36,375 \text{ dm}^3}}$$

$$\Rightarrow m = \rho \cdot V = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 36,375 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{98,213 \text{ kg}}}$$

درېم: د فولاد برخې حجم او کتله وشميرئ.

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ :ټينگوالی}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گيرې) په ديخيمتر (dm) اړول کيږي.

د اړول يا شمير بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$



د دې لپاره چې ډکې یا حجم معلوم کړو، د کارټوتې سطحه د خپل پندوالي سره ضرب کيږي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$\text{Quader: } V_Q = 1,5 \text{ dm} \cdot 1,2 \text{ dm} \cdot 2,5 \text{ dm} = 4,5 \text{ dm}^3$$

$$\text{Zylinder: } V_Z = \frac{(0,5 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3,0 \text{ dm} = 0,589 \text{ dm}^3$$

$$\text{Gesamtvolumen: } V = V_Q + V_Z = 4,5 \text{ dm}^3 + 0,589 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{5,089 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse: } m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 5,089 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{39,949 \text{ kg}}}$$

څلورم: د کوبفربرخي حجم او کتله وشمیرئ.

$$\rho_{\text{Kupfer}} = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ تینګوالی:}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیری) په دیکسیمتر (dm) اړول کيږي.

د اړول یا شمیربدلون لپاره باور لري:  $100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}$ ,  $10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2$  und  $1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$

$$\text{dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکې یا حجم معلوم کړو، د کارټوتې سطحه د خپل پندوالي سره ضرب کيږي. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیږي.

$$\text{Fläche} = \text{Kreis } (A_K) - \text{Quadrat } (A_Q) - 4 \cdot \text{Loch } (A_L)$$

$$A_K = \frac{(3 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 7,069 \text{ dm}^2$$

$$A_Q = 1,4 \text{ dm} \cdot 1,4 \text{ dm} = 1,96 \text{ dm}^2$$

$$A_L = \frac{(0,4 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 0,126 \text{ dm}^2$$

$$\text{Fläche: } A = A_K - A_Q - 4 \cdot A_L = 7,069 \text{ dm}^2 - 1,96 \text{ dm}^2 - 4 \cdot 0,126 \text{ dm}^2 = 4,605 \text{ dm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = A \cdot 0,12 \text{ dm} = 4,605 \text{ dm}^2 \cdot 0,12 \text{ dm} = \underline{\underline{0,553 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse: } m = \rho \cdot V = 8,96 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,553 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{4,955 \text{ kg}}}$$

پنځم: یوه د فولادو توتو 10 m متره اوږده ده، ( $L = 10 \text{ m}$ )، یو دبانډني نیمې یا قطر  $D = 20 \text{ cm}$  لري او دنننې نیمې یا قطر  $d = 160 \text{ mm}$  لري.

د توتي حجم، کتله او د دیوال پنډوالی وشمیرئ.

$$\text{Dichte: } \rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ : ټینګوالی}$$

د رسم ټولې کچونې (اندازه گیری) په دیکسیمتر (dm) اړول کیري.

د اړول یا شمیر بدلون لپاره باور لري:

$$100 \text{ mm} = 1 \text{ dm}, 10\,000 \text{ mm}^2 = 1 \text{ dm}^2 \text{ und } 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

د دې لپاره چې ډکی یا حجم معلوم کړو، د کارتوتې سطحه د خپل پنډوالي سره ضرب کیري. نتیجې د لسمیر یا کوما وروسته په درې ځایونو را گردیري.

$$V = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi \cdot l}{4} = \frac{[(2 \text{ dm})^2 - (1,6 \text{ dm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 100 \text{ dm} = \underline{\underline{113,097 \text{ dm}^3}}$$

$$\text{Masse: } m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 113,097 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{887,811 \text{ kg}}}$$

$$\text{Wandstärke} = \frac{D - d}{2} = \frac{2 \text{ dm} - 1,6 \text{ dm}}{2} = 0,2 \text{ dm} = \underline{\underline{20 \text{ mm}}}$$

پوښتنې

د حجم او کتلي شمیرنه

لومړی: یو ولاړگودیز د اوبه ساتی د  $0,8 \times 0,45 \times 1,5 \text{ m}$  کتلي دې د اوبو ډک شي.

دا څومره لیترونه خوندي کولی شي؟

دویم: د یوه ولاړگودیزې بنسټ سطحې تیلساتي  $a = 60 \text{ cm}$  und  $b = 40 \text{ cm}$  کتله لري.

دا ساتي د  $V = 140 \text{ Liter}$  تیلو سره پک دی.

دا تیلو هنداره (پورته سطحه) کوم جگوالی  $h$  په  $\text{cm}$  لري؟

دریم: یو توتیه ډوله غزیدونکی لوبنی  $d = 35 \text{ cm}$  نیمی یا قطر او  $h = 450 \text{ mm}$  جگوالی لري.

دا لوبنی څو لري خوندي لرودی شي؟

څلورم: یو مربع ډوله کارتوتیه د  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 60 \text{ mm}$ ,  $c = 150 \text{ mm}$  سره یوه  $m = 657 \text{ g}$  کتله لري.

دا مواد کوم غلظت یا تینګوالی لري؟

پنځم: په یوه تیلساتي کي (کوادر یا شبه مکعب یعنی مکع ته ورته) د کچونو

$a = 500 \text{ mm}$ ,  $b = 300 \text{ mm}$ ,  $c = 250 \text{ mm}$  سره  $m = 25 \text{ kg}$  تیل خوندي لري.

د تیلو تینګوالی:  $\rho_{\text{öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  Dichte von Öl:

د تیلو هنداره یا سطحه کوم جگوالی لري؟

شپږم: یو دد سیم توتیه د  $d = 0,5 \text{ mm}$  پنډ فولادو سره

د فولادو تینګوالی =

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

یوه د  $m = 3,6 \text{ kg}$  کتله لري.

په څرخ (Rolle) څو متره دي؟

اووم: یوه د نل توتیه له  $\text{CuSn 10}$  د تینګوالي سره

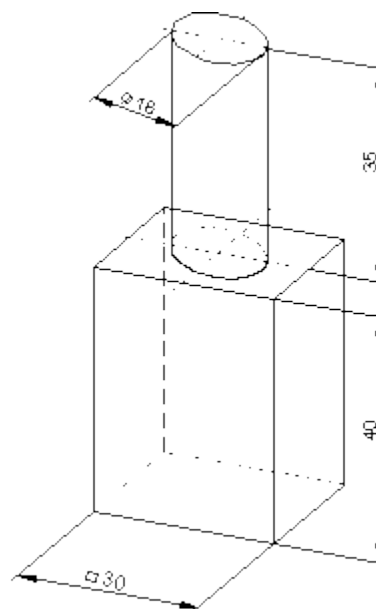
$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

یو نیمې یا قطر  $d = 68 \text{ mm}$ ,  $D = 77 \text{ mm}$  لري او  $l = 115 \text{ mm}$  اوږد دی. کتله په کیلو گرام وشمیرئ.

اتم: د دروازي لپاره یو

د گراژ درواز د 20 خای تختوله (3- St 37) S235J2 څخه وشمیرئ

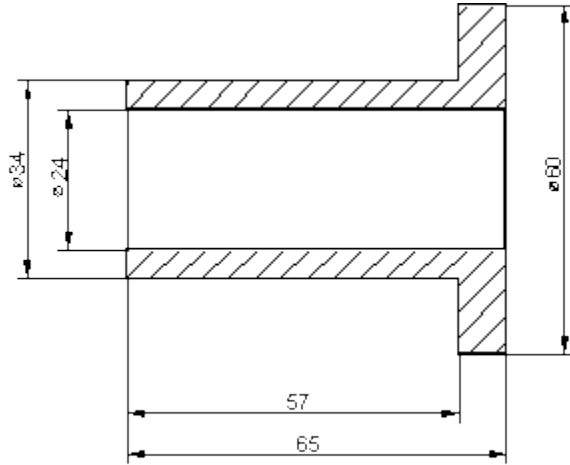
فولاد د ا تینگوالی یا غلظت لري:  $\rho_{\text{stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$



نهم: د برونخ - زخیره کتله (CuSn8) شمیرل کیري.

په کوم کسر برخي سره دا لریږي یا کمیږي، که دا د مصنوعي موادو جوړ شي؟

$$\rho_{\text{Bronze}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} ; \rho_{\text{Kunststoff}} = 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$



### حلونه يا اوبيوني

د حجم - او کتله شمیرنه ۲

نتیجې:

لومړۍ: اوبه ساتی کړی شي 540 Liter اوبه خوندي ولري.

دویم: په تیلو ټانک کې کیدی هنداروپه یا سطحې جگوالی 58,333... cm دی.

دریم: دا غزیدونی لوبنی 43,295 Liter خوندي ري.

څلورم: دا دوکار توتہ 7,3 g/cm<sup>3</sup> تینگوالی یا غلظت لري.

پنځم: دد تیلو هنداره یا پورته سطحه 185,185 mm جگوالی لري.

شپږم: په برخې 2337,678 m سیم ستون لري.

اووم :بونسې 2337,678 m کتله لري.

اتم: د ټولو لاګر Lagerzapfen یوځای 6,760 kg کتله لري.

نهم: د برون-لاګر بونسې 0,387 kg کتله لري.

د مصنوعي موادو څخه په .25,581% راکميرې.

## مفصل حلونه

لومړۍ: یو ولاړګوډیز د اوبه ساتی د  $0,8 \times 0,45 \times 1,5 \text{ m}$  کتلي دي د اوبو ډک شي.

دا څومره لیټرونه خوندي کولی شي؟

$$a = 0,8\text{m} = 8 \text{ dm}; b = 0,45\text{m} = 4,5 \text{ dm}; c = 1,5\text{m} = 15 \text{ dm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 8 \text{ dm} \cdot 4,5 \text{ dm} \cdot 15 \text{ dm} = 540 \text{ dm}^3 \triangleq 540 \text{ Liter}$$

$$V = 540 \text{ Liter}$$

اوبه ساتی کری شي دویم: د یوه ولاړګوډیزې بنسټ سطحې تیلساتي  $a = 60 \text{ cm}$  und  $b = 40 \text{ cm}$  کتله لري.

دا ساتي د  $V = 140 \text{ Liter}$  تیلو سره ډک دی.

دا تیلو هنداره (پورته سطحه) کوم جگوالی  $h$  په  $\text{cm}$  لري؟ اوبه خوندي وساتي یا ځای کری. دا چې نتیجه په  $\text{cm}^3$  سره شمیرل کیږي، موخه ور دي، چې ډکی یا حجم په مکعب سانتي متر وشمیرل شي. له دې سره باور لري: یو لیتر دی  $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

$$a = 60 \text{ cm}; b = 40 \text{ cm}; V = 140 \text{ Liter} \triangleq 140 \text{ dm}^3 = 140000 \text{ cm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{140000 \text{ cm}^3}{60 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}} = 58 \frac{1}{3} \text{ cm}$$

$$h = 58 \frac{1}{3} \text{ cm}$$

د تیلو هنداره یا سطحه  $58,333... \text{ cm}$  جگوالی لري.

دریم: یو توته ډوله غزیدونکی لوبنی  $d = 35 \text{ cm}$  نیمی یا قطر او  $h = 450 \text{ mm}$  جگوالی لري.

دا لوبنی څو لري خوندي لروډی شي؟  
دا چې نتیجه په لیتر شمیرل کیري، موخه ور دی، چې ټولې اندازې یا کچونې په  $\text{dm}$  واورو، ځکه چې  $1$  مکعب ډېخیمتر یو لیتر دی.

$$d = 35 \text{ cm} = 3,5 \text{ dm} ; h = 450 \text{ mm} = 4,5 \text{ dm}$$

د داډرې (گردی) سطحه د بنسټ سطحې په څیر

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(3,5 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 9,621 \text{ dm}^2$$

حجم یا ډکی = بنسټ سطحه. جگوالی

$$V = A \cdot h = 9,621 \text{ dm}^2 \cdot 4,5 \text{ dm} = 43,295 \text{ dm}^3$$

په لیتر ارونه:  $1 \text{ dm}^3 \triangleq 1 \text{ Liter} \Rightarrow 43,295 \text{ dm}^3 \triangleq 43,295 \text{ Liter}$

$$\underline{\underline{V = 43,295 \text{ Liter}}}$$

غزیدنلوبنی  $43,295 \text{ Liter}$  خوندي لري.

څلورم: یو مربع ډوله کارتوته د  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 60 \text{ mm}$ ,  $c = 150 \text{ mm}$  سره یوه  $m = 657 \text{ g}$  کتله لري.

دا مواد کوم غلظت یا تینگوالی لري؟

دا چې نتیجه په گرام په مکعبسانتي متر ( $\text{g/cm}^3$ ) شمیرل کیري، موخه ور دی، چې ټولې کچونې په  $\text{cm}$  واورول شي.

$$a = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm} ; b = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm} ; c = 150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$$

د داېرې سطحه د بنسټ سطحې په حیث

ټینګوالی = حجم په مکعب سانتي متر : کتله په ګرام

$$V = a \cdot b \cdot c = 1 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم يا ډکی:}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{657 \text{ g}}{90 \text{ cm}^3} = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{ټینګوالی:}$$

$$\underline{\underline{\rho = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}}$$

کار توتېه  $7,3 \text{ g/cm}^3$  ټینګوالی يا غلظت لري.

پنځم: په يوه تيلساتي کي (کوادر يا شبه مکعب يعني مکع ته ورته) د کچونو

$$m = 25 \text{ kg} \quad \text{تيل خوندي لري.} \quad a = 500 \text{ mm}, b = 300 \text{ mm}, c = 250 \text{ mm}$$

$$\text{Dichte von Öl: } \rho_{\text{Öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \quad \text{د تيلو ټينګوالی:}$$

د تيلو هنداره يا سطحه کوم جګوالی لري؟

دا چې ټينګوالی په کيلوګرام په مکعب ډيسيمتر ( $\text{Kg/dm}^3$ ) ورکړ شری دی، ټول اوږدوالي به په  $\text{dm}$  واړول شي.

شپږم: يو د سيم توتېه د  $d = 0,5 \text{ mm}$  پنډ فولادو سره

د فولادو ټينګوالی =

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$



یوه د  $m = 3,6 \text{ kg}$  کتله لري.

په څرخ (Rolle) څو متره دي؟

دا چې ټینګوالی په کیلوګرام په مکعبدیسیمتر ( $\text{Kg}/\text{dm}^3$ ) ورکړ شوی دی، ټول اوږدوالي به په  $\text{dm}$  واپرول شي.

$$d = 0,5 \text{ mm} = 0,005 \text{ dm}; m = 3,6 \text{ kg}; \rho = 7,85 \text{ kg}/\text{dm}^3$$

$$m = \rho \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} \text{ mit } m = 3,6 \text{ kg und } \rho = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ gilt:}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{3,6 \text{ kg}}{7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \frac{3,6 \cancel{\text{kg}} \cdot \text{dm}^3}{7,85 \cancel{\text{kg}}} = 0,459 \text{ dm}^3$$

دا سیم کیدی شي د یوه اوږدې ټوټې په څیر وګنل شي، د ډکي یا حجک سره

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot l}{4} \Leftrightarrow l = \frac{4V}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0,459 \text{ dm}^3}{(0,005 \text{ dm})^2 \cdot \pi}$$

$$l = \underline{\underline{2337,678 \text{ m}}}$$

په ګاډیل (مشوره یا Rolle) باندې  $2337,678 \text{ m}$  سیم شتون لري.

اووم: یوه د نل ټوټه له  $\text{CuSn 10}$  د ټینګوالي سره

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

یو نیم یا قطر  $d = 68 \text{ mm}$ ,  $D = 77 \text{ mm}$  لري او  $l = 115 \text{ mm}$  اوږد دی.

کتله په کیلو ګرام وشمیرئ.

دا چې ټینګوالی یا غلظت په ګرام په مکعب متر  $\text{gr}/\text{cufmetr}$  ورکړ شوی دی، ټول اوږدوالی به  $\text{cm}$  واپرول شي

$$D = 77 \text{ mm} = 7,7 \text{ cm}; d = 68 \text{ mm} = 6,8 \text{ cm}; l = 115 \text{ mm} = 11,5 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حجم د شمیرلو دی  $m = \rho \cdot V$

$$V = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi \cdot l}{4}$$

د  $m = \rho \cdot V$  سره باور لري:

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi \cdot l}{4} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[(7,7 \text{ cm})^2 - (6,8 \text{ cm})^2] \cdot \pi \cdot 11,5 \text{ cm}}{4} \\ &= 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[13,05 \text{ cm}^2] \cdot \pi \cdot 11,5 \text{ cm}}{4} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 117,869 \text{ cm}^3 = 1013,673 \text{ g} \\ \underline{\underline{m}} &= 1,014 \text{ kg} \end{aligned}$$

بوينسي يوه د 1,014 kg کتله لري.

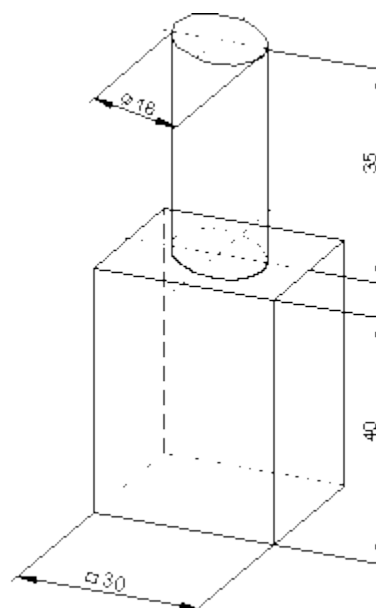
اتم: د گراژ دروازي لپاره د ۲۰ سيمانو کتله له S235J2 (St 37 -3) څخه وشميرئ.

فولاد يو تينگوالی يا غلظت لري:

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

کتله دي په ملي متر د تر څنگ رسم څخه ولوستل شي.

داچي تينگوالی يا غلظت په مکعب متر /کيلوگرام ورکړ شوي ده، نو ټول اوږدوالي په واورول شي. د يوه زخيره سيمانو کتله دي د ۲۰ سره ضرب شي



مکعبډوله یا مکعبنما:

$$a = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}; b = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}; c = 40 \text{ mm} = 0,4 \text{ dm}$$

$$d = 16 \text{ mm} = 0,16 \text{ dm}; h = 35 \text{ mm} = 0,35 \text{ dm} \quad \text{توته:}$$

$$V_n = a \cdot b \cdot c = 0,3 \text{ dm} \cdot 0,3 \text{ dm} \cdot 0,4 \text{ dm} = 0,036 \text{ dm}^3 \quad \text{د مکعبډوله حجم:}$$

$$V_z = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{(0,16 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,35 \text{ dm} = 0,007 \text{ dm}^3 \quad \text{د توتې حجم:}$$

$$V = V_n + V_z = 0,036 \text{ dm}^3 + 0,007 \text{ dm}^3 = 0,047 \text{ dm}^3 \quad \text{ټول حجم:}$$

$$m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,047 \text{ dm}^3 = 0,338 \text{ kg} \quad \text{کنله:}$$

$$m_{20} = 20 \cdot m = 20 \cdot 0,338 \text{ kg} = 6,760 \text{ kg} \quad \text{کنله (۲۰)}$$

$$\underline{\underline{m_{20} = 6,760 \text{ kg}}}$$

د ټولو سیمانو کتله 6,760 kg ده.

نهم: د برونڅ - زخیره کتله (CuSn8) شمیرل کیږي.

په کوم کسر برخي سره دا لږيزي يا کميري، که دا د مصنوعي موادو جوړ شي؟

$$\rho_{\text{Bronze}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} ; \rho_{\text{Kunststoff}} = 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

ټول ډکي يا حجم له دوه توته ډکيو يا حجمونو څخه جوړ دی.

د cm سره شمیرل کیږي.

$$D_1 = 34 \text{ mm} = 3,4 \text{ cm} ; d_1 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm} ; l_1 = 57 \text{ mm} = 5,7 \text{ cm} \quad \text{لومړی نل:}$$

$$D_2 = 60 \text{ mm} = 6,0 \text{ cm} ; d_2 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm} ; l_2 = 8 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm} \quad \text{دویم نل:}$$

$$V_1 = \frac{(D_1^2 - d_1^2) \cdot \pi \cdot l_1}{4} = \frac{[(3,4 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 5,7 \text{ cm} = 25,965 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \frac{(D_2^2 - d_2^2) \cdot \pi \cdot l_2}{4} = \frac{[(6,0 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 0,8 \text{ cm} = 19,000 \text{ cm}^3$$

$$= V_1 + V_2 = 25,965 \text{ cm}^3 + 19,000 \text{ cm}^3 = 44,965 \text{ cm}^3$$

ټول حجم يا ډکي:

$$m_B = \rho_B \cdot V = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 386,699 \text{ g} \approx 0,387 \text{ kg}$$

کتله (د برونڅ برخه):

$$m_K = \rho_K \cdot V = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 98,923 \text{ g} \approx 0,099 \text{ kg}$$

پلاستیک:

785

هندسه ((خُمکچپوهنه))

$$\underline{\underline{m_B = 0,387 \text{ kg}}} \quad \underline{\underline{m_K = 0,099 \text{ kg}}}$$

د پلاستیک کسري برخه په % کې  $G = m_B$   $W = m_K$

$$W = \frac{G \cdot p}{100} \Leftrightarrow p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot 98,923 \text{ g}}{386,699 \text{ g}} = 25,581\%$$

$$\underline{\underline{p = 25,581\%}}$$

د برونځ زخیره بونسي 0,387 kg کتله لري.

د پلاستیک څخه جوړه، په 25,581% ځان کموي.

د کونج توابع ( فنکشنونه )

په قایم الزا ویه مثلث لوارگودیز درېگودي کې د تیره کونج لپاره باور لري

د  $\alpha$  سین:

$$\alpha = \frac{\text{مخا مخارځ}}{\text{اوړداریځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د  $\alpha$  کوساین

$$\alpha = \frac{\text{په پروتاریځ}}{\text{اوړداریځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د  $\alpha$  تانجنت

$$\alpha = \frac{\text{مخا مخارځ}}{\text{په پروتاریځ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د  $\alpha$  کوتانجنت

$$\alpha = \frac{\text{په پروت اړخ}}{\text{مخامخاړخ}} \quad \sin \alpha = \frac{a}{c}$$

د پیتاگوراس د جملې له مخې اړیکې

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

بیلګې:

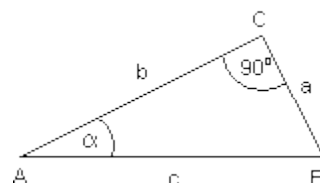
لومړۍ: له یوه درېګودي یا مثلث څخه پیژنو:

$$\gamma = 90^\circ \quad \alpha = 34^\circ \quad c = 6 \text{ cm}$$

غوښتونې a او b دي.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \alpha \quad a = 6 \text{ cm} \cdot \sin 34^\circ = \underline{\underline{3,355 \text{ cm}}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \alpha \quad b = 6 \text{ cm} \cdot \cos 34^\circ = \underline{\underline{4,974 \text{ cm}}}$$

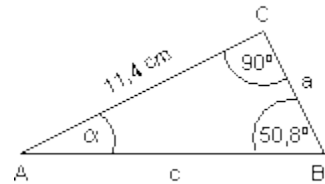


دویم: پاتې لویې ولیکئ:

$$\sin 50,8^\circ = \frac{11,4 \text{ cm}}{c} \Rightarrow c = \frac{11,4 \text{ cm}}{\sin 50,8^\circ} = \underline{\underline{14,711 \text{ cm}}}$$

$$\tan 50,8^\circ = \frac{11,4 \text{ cm}}{a} \Rightarrow a = \frac{11,4 \text{ cm}}{\tan 50,8^\circ} = \underline{\underline{9,298 \text{ cm}}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{11,4 \text{ cm}} = \frac{11,4 \text{ cm}}{11,4 \text{ cm}} = \frac{1}{\tan 50,8^\circ} = 0,816 \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{39,2^\circ}}$$



پوښنتي

د کونج توابعو سره شمیرنه ۱

گډې ودې پوښنتي

یادونه: دا دلته په لومړز او دویمه پوښتنه کې د موتور کشتی څخه موخه هغه وړه کشتی ده، چې د یوه ترنیري په واسطه یو نفر په او بوکې پسي ځلي.

لومړی: ،، الوتونکی،، د ماشين- یا موتور کیشتی پسي.

تور له کیشتی څخه د 100 m اوږده خوی غزېدلي راکبڼپري جگیدني کونج په نږدې 50<sup>0</sup> اټکلوي.

دا ،، الوتونکی،، د اوبو پر سر پورته څومره جگ دی؟

دویم: په ،، الوتونو،، کې دې د امنیت له امله په یوه 100 m اوږده پري په کیشتی پسي د الوتنې جگوالی له 20 m څخه نه زیاتیري.

د پري جگیدنکونج باید څومره لوی وي؟

دریم: د  $ABC$  درې کودي یا مثلث رسم کړئ او پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ،

$\gamma = 90^\circ$	$\beta = 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$\gamma = 90^\circ$
$\alpha = 35^\circ$	$c = 15,8 \text{ cm}$	$b = 420 \text{ m}$	$a = 12,7 \text{ cm}$
اف - $c = 24,9 \text{ cm}$	ب - $a = 645 \text{ m}$	پ - $a = 30,7 \text{ cm}$	ت - $c = 12,5 \text{ cm}$
			$\alpha = 90^\circ$
			$\gamma = 40,3^\circ$
			$a = 10,5 \text{ cm}$

څلورم: د برابر پشیز – یا مساوی اساقین مثلث  $ABC$  د  $a = b$  سره دا پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ.

$h_c = 14,8 \text{ cm}$	$c = 35,4 \text{ cm}$	$a = 114,5 \text{ m}$	$a = 44,2 \text{ cm}$
الف - $c = 63,4 \text{ cm}$	ب - $\alpha = 32,3^\circ$	پ - $\beta = 43,9^\circ$	ت - $\alpha = 28,3^\circ$
			$a = 146,4 \text{ m}$
			ب - $h_c = 58,4 \text{ m}$

پنځم: یو نښتر یو  $20 \text{ m}$  اوږد سیورر اچوي.

د لمر سیوری د  $31^\circ$  کونج لاندې په ځمکه باندې لویږي.

دا نښتر څومر هلور دي؟

شپږم: په تیبټ ولاړ مازیگر لمر سپورمئ، چې  $1,55 \text{ m}$  لویه ده، په یوه ه واره لار یا کوڅه اوږد سیوری اچوي.

د لمر وړانګې دکوم کونج لاندې په ځمکه پر بوڅي؟

اووم: د  $DIN-Norm$  له مخې د اصلي زینې لپاره د زینې د جگوالي یا میلان کونج دي  $38^\circ - 25^\circ$  د ځنگ- یا فرعي زینې لپاره دي  $45^\circ - 38^\circ$  وي.



د زینې مخ یا غمبوري دې د  $45^0$  ;  $38^0$  ;  $25^0$  لپاره څومره اوږد وي؟

په Ausladung وشمیرئ.

اتم: که یو 3,20 m لور چت د زینې له لارې سره وتړو، د Ausladung لپاره 4,50 m په اختیار کې لرو.

د زینې مخ یا غمبوري دې د کوم جگوالي کونج یا میلان کونج سره غوڅ شي؟

نهم: د پیتاگوراس (فیثاغورث) د جملې له مخې یې مددل کړئ

$$[\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 = 1$$

لسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل د اړخونو  $a = 7$  او  $b = 18$  cm سره رسم کړئ او لاندې کونجونه وشمیرئ

الف- د دوه کونجیرو (Diagonalen (قطرونو؟؟؟)) او اړخونو ترمنځ.

ب – د دواړو کونجیرو (قطرونو؟؟؟) ترمنځ.

یولسم: د  $r = 10$  cm وړانګې گردئ یا دایره کې توتې وونې یا وتر پورې  $\alpha = 84^\circ$  منځکونج زاویه اړه لري.

توتې وونې یا وتر څومره اوږد دی؟

دولسم: په 50 m اوږدوالي کې د دودنقې یا تراپڅ په بڼه پروت غوڅي سره یو بند ډک شي.

دا دې لاندې یا کبته 18 m سرور او پورته 8 m سرور وي.

دا Böschungswinkel کونج دې  $50^0$  وي.

د بند جگوالي وشمیرئ.

حلونه:

نتیجی

د کونجتاب سره شمیرنه ۱

ټولې برخنتیجی د کوما تر څنټ په درې ځایونو راگردې شي. بنسټ تیجی دومره توپیر سره ونه لري یا به کم توپیر سره ولري.

لومړی: الوتونکی نږدې 76,604 m د اوبو له پاسه دی.

دویم: د پیرې د جوړولو کونج اجازه لري، چې زیاله زیاته  $11,537^0$  وي.

دریم:

الف -  $b = 21,418 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 30,667^0$ ;  $\beta = 59,333^0$

ب -  $c = 489,515 \text{ m}$ ;  $\beta = 40,629^0$ ;  $\gamma = 49,371^0$

پ -  $b = 34,527 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 62,767^0$ ;  $\gamma = 27,233^0$

ت -  $\beta = 55,00^0$ ;  $a = 9,063 \text{ cm}$ ;  $b = 12,943 \text{ cm}$

ټ -  $\beta = 49,7^0$ ;  $a = 6,797 \text{ cm}$ ;  $b = 8,008 \text{ cm}$

څلورم:

الف -  $h_c = 30,802 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 44,177^0$ ;  $\beta = 44,177^0$ ;  $\gamma = 91,647^0$

ب -  $\beta = 32,3^0$ ;  $\gamma = 115,4^0$ ;  $h_c = 61,183 \text{ m}$ ;  $c = 193,566 \text{ m}$

پ -  $\alpha = 43,9^{\circ}$  ;  $\gamma = 92,2^{\circ}$  ;  $a = 24,565 \text{ cm}$  ;  $b = 24,565 \text{ cm}$  ;  $h_c = 17,033 \text{ cm}$

ت -  $\beta = 28,3^{\circ}$  ;  $\gamma = 123,4^{\circ}$  ;  $c = 54,973 \text{ cm}$  ;  $b = 31,218 \text{ cm}$  ;  $a = 31,218 \text{ cm}$

ټ -  $b = 146,4 \text{ m}$  ;  $\beta = 23,51^{\circ}$  ;  $\alpha = 23,51^{\circ}$  ;  $\gamma = 132,98^{\circ}$  ;  $c = 168,495 \text{ m}$

پنځم: تښتر د  $12,017 \text{ m}$  جگوالی لري.

شپږم: د لمر وړانگه په خُمکه باندي د  $7,36^{\circ}$  کونج سره پرېوځي.

اووم:

د  $25^{\circ}$  لپاره زینه مخ یا غمبوري  $5,916 \text{ m}$  او پرېباسل  $5,361 \text{ m}$  Ausladung کيږي.

د  $38^{\circ}$  لپاره زینه مخ یا غمبوري  $4,061 \text{ m}$  او پرېباسل  $3,2 \text{ m}$  Ausladung کيږي.

د  $45^{\circ}$  لپاره زینه مخ یا غمبوري  $3,536 \text{ m}$  او پرېباسل  $2,5 \text{ m}$  کيږي.

اتم: د زینې مخ یا غمبوري دي د  $35,417^{\circ}$  کونج لاندي غوڅ شي.

نهم:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1 \quad \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$$

لسم:

الف -  $\alpha = 68,749^{\circ}$  ;  $\beta = 21,251^{\circ}$  - ب  $\gamma = 42,502^{\circ}$  ;  $\delta = 137,498^{\circ}$

یولسم: وتر یا توتیه وونی د  $13,382 \text{ cm}$  اوږوالی لري.

دولسم: د بند جگوالی  $5,959 \text{ m}$  دی.

## مفصل حلونه

لومړی: ،، الوتونکی،، د ماشین- یا موتور کیشتی پسي.

تور له کیشتی څخه د 100 m اوږده خوی غزېدلي راکبنيږي جگیدني کونج په نږدې 50<sup>0</sup> اټکلوې.

دا ،، الوتونکی،، د اوبو پر سر پورته څومره جگ دی؟

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \Leftrightarrow h = l \cdot \sin(\alpha) \text{ mit } \alpha = 50^{\circ} \text{ und } l = 100\text{m wird}$$

$$h = l \cdot \sin(\alpha) = 100\text{m} \cdot \sin(50^{\circ}) = 76,604\text{m}$$

$$\underline{\underline{h = 76,604\text{m}}}$$

الوتونکی نږدئ 76,604 m د اوبو په سر جگ دی.

دویم: په ،، الوتو،، کې د امنیت له امله په یوه 100 m اوږده پري په کیشتی پسي د الوتني جگوالی له 20 m څخه نه زیاتیري.

د پري جگیدنکونج باید څومره لوی وي؟

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{h}{l}\right) \text{ mit } h = 20\text{m und } l = 100\text{m wird}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{l}\right) = \arcsin\left(\frac{20\text{m}}{100\text{m}}\right) = 11,537^{\circ}$$

$$\underline{\underline{\alpha = 11,537^{\circ}}}$$

د پري پري جگیدن کونج کیدی شي 11,537<sup>0</sup> وي.

دریم: د ABC درې گوډی یا مثلث رسم کړئ او پاتي اړخونه او کونجونه وشمیرئ،

$$\begin{array}{lll} \beta = 90^\circ & \alpha = 90^\circ & \gamma = 90^\circ \\ c = 15,8 \text{ cm} & b = 420 \text{ m} & a = 12,7 \text{ cm} \\ a = 30,7 \text{ cm} \text{ - پ} & a = 645 \text{ m} \text{ - ب} & c = 24,9 \text{ cm} \text{ - اف} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \alpha = 90^\circ & \gamma = 90^\circ \\ \gamma = 40,3^\circ & \alpha = 35^\circ \\ a = 10,5 \text{ cm} \text{ - ب} & c = 12,5 \text{ cm} \text{ - ت} \end{array}$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\begin{array}{l} \gamma = 90^\circ \\ a = 12,7 \text{ cm} \\ c = 24,9 \text{ cm} \end{array}$$

$$a = 12,7 \text{ cm} ; c = 24,9 \text{ cm} ; \gamma = 90^\circ$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(24,9 \text{ cm})^2 - (12,7 \text{ cm})^2} = 21,418 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right) \text{ mit } a = 12,7 \text{ cm und } c = 24,9 \text{ cm wird}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right) = \arcsin\left(\frac{12,7 \text{ cm}}{24,9 \text{ cm}}\right) = 30,667^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 30,667^\circ = 59,333^\circ$$

$$b = 21,418 \text{ cm} ; \alpha = 30,667^\circ ; \beta = 59,333^\circ$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\begin{array}{l} \alpha = 90^\circ \\ b = 420 \text{ m} \\ a = 645 \text{ m} \end{array}$$

$$a = 645 \text{ m}; b = 420 \text{ m}; \alpha = 90^\circ$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(645 \text{ m})^2 - (420 \text{ m})^2} = 489,515 \text{ m}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{b}{a}\right) \text{ mit } b = 420 \text{ m und } a = 645 \text{ m wird}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{b}{a}\right) = \arcsin\left(\frac{420 \text{ m}}{645 \text{ m}}\right) = 40,629^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 40,629^\circ = 49,371^\circ$$

$$c = 489,515 \text{ m}; \beta = 40,629^\circ; \gamma = 49,371^\circ$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\beta = 90^\circ$$

$$c = 15,8 \text{ cm}$$

$$a = 30,7 \text{ cm}$$

$$a = 30,7 \text{ cm}; c = 15,8 \text{ cm}; \beta = 90^\circ$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{(30,7 \text{ cm})^2 + (15,8 \text{ cm})^2} = 34,527 \text{ cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{c}\right) \text{ mit } a = 30,7 \text{ cm und } c = 15,8 \text{ cm wird}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a}{c}\right) = \arctan\left(\frac{30,7 \text{ cm}}{15,8 \text{ cm}}\right) = 62,767^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 62,767^\circ = 27,233^\circ$$

$$b = 34,527 \text{ cm}; \alpha = 62,767^\circ; \gamma = 27,233^\circ$$

درېګودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$c = 12,5 \text{ cm}$$

$$c = 12,5 \text{ cm}; \alpha = 35^\circ; \gamma = 90^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Leftrightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) = 12,5 \text{ cm} \cdot \sin(35^\circ) = 7,170 \text{ cm}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \cdot \cos(\alpha) = 12,5 \text{ cm} \cdot \cos(35^\circ) = 10,239 \text{ cm}$$

$$\beta = 55^\circ; a = 7,170 \text{ cm}; b = 10,239 \text{ cm}$$

درېکودی یا مثلث ABC رسم کړئ او دا پاتې اړخونه او کونجرنه یې وشمیرئ

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\gamma = 40,3^\circ$$

$$a = 10,5 \text{ cm}$$

$$a = 10,5 \text{ cm}; \alpha = 90^\circ; \gamma = 40,3^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - 40,3^\circ = 49,7^\circ$$

$$\sin(\gamma) = \frac{c}{a} \Leftrightarrow c = a \cdot \sin(\gamma) = 10,5 \text{ cm} \cdot \sin(40,3^\circ) = 6,791 \text{ cm}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow b = a \cdot \cos(\gamma) = 10,5 \text{ cm} \cdot \cos(40,3^\circ) = 8,008 \text{ cm}$$

$$\beta = 49,7^\circ; c = 6,791 \text{ cm}; b = 8,008 \text{ cm}$$

څلورم: د برابر پیننز – یا مساوی الساقین مثلث ABC د  $a = b$  سره دا پاتې اړخونه او کونجرنه وشمیرئ.

$$h_c = 14,8 \text{ cm} \quad c = 35,4 \text{ cm} \quad a = 114,5 \text{ m} \quad a = 44,2 \text{ cm}$$

$$\alpha = 28,3^\circ \quad \beta = 43,9^\circ \quad \alpha = 32,3^\circ \quad c = 63,4 \text{ cm} \quad \text{الف - ب - پ - ت}$$

$$a = 146,4 \text{ m}$$

$$h_c = 58,4 \text{ m} \quad \text{ب - ت}$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د  $a = b$  سره پاتي اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$a = 44,2 \text{ cm}$$

$$c = 63,4 \text{ cm}$$

$$a = 44,2 \text{ cm}; b = 44,2 \text{ cm}; c = 63,4 \text{ cm}$$

$$x = \frac{c}{2} = 31,7 \text{ cm} \Rightarrow h_c = \sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{(44,2 \text{ cm})^2 - (31,7 \text{ cm})^2} = 30,802 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{h_c}{b}\right) = \arcsin\left(\frac{30,802 \text{ cm}}{44,2 \text{ cm}}\right) = 44,177^\circ$$

په برابر پښیز مثلث کې بنسټ کونجونه برابر دي يعن  $\alpha = \beta$  .

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 88,354^\circ = 91,646^\circ$$

$$h_c = 30,802 \text{ cm}; \alpha = 44,177^\circ; \beta = 44,177^\circ; \gamma = 91,646^\circ$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د  $a = b$  سره پاتي اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$a = 114,5 \text{ m}$$

$$\alpha = 32,3^\circ$$

$$a = 114,5 \text{ m}; b = 114,5 \text{ m}; \alpha = 32,3^\circ$$

$$\beta = \alpha \Rightarrow \beta = 32,3^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 64,6^\circ = 115,4^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow h_c = b \cdot \sin(\alpha) = 114,5 \text{ m} \cdot \sin(32,3^\circ) = 61,183 \text{ m}$$

$$x = \sqrt{a^2 - h_c^2} = \sqrt{(114,5 \text{ m})^2 - (61,183 \text{ m})^2} = 96,783 \text{ m}$$

$$c = 2 \cdot x = 2 \cdot 96,783 \text{ m} = 193,566 \text{ m}$$

$$\beta = 32,3^\circ; \gamma = 115,4^\circ; h_c = 61,183 \text{ m}; c = 193,566 \text{ m}$$



د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د  $a = b$  سره پاتي اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$c = 35,4 \text{ cm}$$

$$\beta = 43,9^\circ$$

$$c = 35,4 \text{ cm}; \beta = 43,9^\circ$$

$$\beta = \alpha \Rightarrow \alpha = 43,9^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 87,8^\circ = 92,2^\circ$$

$$x = \frac{c}{2} = 17,7 \text{ cm}$$

$$\cos(\beta) = \frac{x}{a} \Leftrightarrow a = \frac{x}{\cos(\beta)} = \frac{17,7 \text{ cm}}{\cos(43,9^\circ)} = 24,565 \text{ cm}$$

$$b = a \Rightarrow b = 24,565 \text{ cm}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow h_c = x \cdot \tan(\beta) = 17,7 \text{ cm} \cdot \tan(43,9^\circ) = 17,033 \text{ cm}$$

$$\alpha = 43,9^\circ; \gamma = 92,2^\circ; a = 24,565 \text{ cm}; b = 24,565 \text{ cm}; h_c = 17,033 \text{ cm}$$

د برابر پښیز درېگودي يا مثلث ABC د  $a = b$  سره پاتي اړخونه او کونجونه وشميرئ

$$h_c = 14,8 \text{ cm}$$

$$\alpha = 28,3^\circ$$

$$h_c = 14,8 \text{ cm}; \alpha = 28,3^\circ$$

$$\alpha = \beta \Rightarrow \beta = 28,3^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 56,6^\circ = 123,4^\circ$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h_c}{\tan(\alpha)} = \frac{14,8 \text{ cm}}{\tan(28,3^\circ)} = 27,487 \text{ cm}$$

$$c = 2 \cdot x \Leftrightarrow c = 2 \cdot 27,487 \text{ cm} = 54,974 \text{ cm}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \Leftrightarrow b = \frac{h_c}{\sin(\alpha)} = \frac{14,8 \text{ cm}}{\sin(28,3^\circ)} = 31,218 \text{ cm}$$

$$a = b \Leftrightarrow a = 31,218 \text{ cm}$$

$$\beta = 28,3^\circ; \gamma = 123,4^\circ; c = 54,974 \text{ cm}; b = 31,218 \text{ cm}; a = 31,218 \text{ cm}$$

د برابر پښیز درېگودي یا مثلث ABC د  $a = b$  سره پاتې اړخونه او کونجونه وشمیرئ

$$a = 146,4\text{m}$$

$$h_c = 58,4\text{m}$$

$$a = 146,4\text{m}; h_c = 58,4\text{m}$$

$$b = a \Leftrightarrow b = 146,4\text{m}$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{a} \Leftrightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{h_c}{a}\right) = \arcsin\left(\frac{58,4\text{m}}{146,4\text{m}}\right) = 23,51^\circ$$

په برابر پښیز مثلث کې بنسټ کونجونه برابر لوي دي.

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha = 23,51^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 47,02^\circ = 132,98^\circ$$

$$\tan(\beta) = \frac{h_c}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h_c}{\tan(\beta)} = \frac{58,4\text{m}}{\tan(23,51^\circ)} = 134,247\text{m}$$

$$c = 2 \cdot x = 2 \cdot 134,247\text{m} = 268,494\text{m}$$

$$b = 146,4\text{m}; \beta = 23,51^\circ; \alpha = 23,51^\circ; \gamma = 132,98^\circ; c = 268,494\text{m}$$

پنځم: یو نښتر یو 20 m اورد سیوری اچوي.

د لمر سیوری د  $31^\circ$  کونج لاندې په خُمکه باندې لویږي.

دا نښتر خومره لور دي؟

شپږم: په تیبټ ولاړ مازیگر لمر سپورمئ، چې 1,55 m لویه ده، په یوه هواره لار یا کوڅه اورد سیوری اچوي.

د لمر وړانگې دکوم کونج لاندې په خُمکه پر بوڅي؟

اووم: د DIN-Norm له مخې د اصلي زیني لپاره د زیني د جگوالي یا میلان کونج دې  $25^{\circ}$  -  $38^{\circ}$  د څنګ- یا فرعي زیني لپاره دې  $38^{\circ}$  -  $45^{\circ}$  وي.

د زیني مخ یا غمبوري دې د  $25^{\circ}$  ;  $38^{\circ}$  ;  $45^{\circ}$  لپاره څومره اوږد وي؟

په **Ausladung** هم وشمیرئ.

$$h = 2,5\text{ m}; \alpha_1 = 25^{\circ}$$

$$\tan(\alpha_1) = \frac{h}{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \frac{h}{\tan(\alpha_1)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(25^{\circ})} = 5,361\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{h}{w_1} \Leftrightarrow w_1 = \frac{h}{\sin(\alpha_1)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(25^{\circ})} = 5,916\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{5,361\text{ m}}}; \text{Wange} = \underline{\underline{5,916\text{ m}}}$$

$$h = 2,5\text{ m}; \alpha_2 = 38^{\circ}$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{h}{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{h}{\tan(\alpha_2)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(38^{\circ})} = 3,2\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{h}{w_2} \Leftrightarrow w_2 = \frac{h}{\sin(\alpha_2)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(38^{\circ})} = 4,061\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{3,2\text{ m}}}; \text{Wange} = \underline{\underline{4,061\text{ m}}}$$

$$h = 2,5\text{ m}; \alpha_3 = 45^{\circ}$$

$$\tan(\alpha_3) = \frac{h}{x_3} \Leftrightarrow x_3 = \frac{h}{\tan(\alpha_3)} = \frac{2,5\text{ m}}{\tan(45^{\circ})} = 2,5\text{ m}$$

$$\sin(\alpha_3) = \frac{h}{w_3} \Leftrightarrow w_3 = \frac{h}{\sin(\alpha_3)} = \frac{2,5\text{ m}}{\sin(45^{\circ})} = 3,536\text{ m}$$

$$\text{Ausladung} = \underline{\underline{2,5\text{ m}}}; \text{Wange} = \underline{\underline{3,536\text{ m}}}$$

اتم: که یو 3,20 m لور چت د زیني له لارې سره وتړو، د **Ausladung** لپاره 4,50 m په اختیار کې لرو.

د زینې مخ یا غمبوری دې د کوم جگوالي کونج یا میلان کونج سره غوڅ شي؟

$$h = 3,2\text{m}; x = 4,5\text{m}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{x} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{h}{x}\right) = \arctan\left(\frac{3,2\text{m}}{4,5\text{m}}\right) = 35,417^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 35,417^\circ}}$$

د پورې مخ یا غمبوري دې د یوه  $35,417^\circ$  جگوالي کونج لاندې سره غوڅ کړي.

نهم: د پیناگوراس (فیثاغورث) د جملې له مخې یې مددل کړئ

$$[\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 = 1$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}; \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\text{Pythagoras: } a^2 + b^2 = c^2$$

$$\begin{aligned} [\sin(\alpha)]^2 + [\cos(\alpha)]^2 &= \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \\ &= \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1 \end{aligned}$$

لسم: یو ولاړگودیز یا مستطیل د اړخونو  $a = 7$  او  $b = 18\text{ cm}$  سره رسم کړئ او لاندې کونجونه وشمیرئ

الف- د دوه کونجتر ورو (Diagonalen) (قطرونو؟؟؟) او اړخونو ترمنځ.

$$a = 7\text{ cm}; b = 18\text{ cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \arctan\left(\frac{18\text{ cm}}{7\text{ cm}}\right) = 68,749^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 68,749^\circ = 21,251^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 68,749^\circ; \beta = 21,251^\circ}}$$

ب – ددوارو کونجټرو(قطرونو) ترمنځ.

$$\alpha = 68,749^\circ ; \beta = 21,251^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 2 \cdot \alpha = 180^\circ - 2 \cdot 68,749^\circ = 42,502^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 42,502^\circ = 137,498^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 42,502^\circ ; \delta = 137,498^\circ}}$$

پولسم:  $r = 10 \text{ cm}$  وړانګې گردئ یا دایره کې ټوټه وونی یا وتر پورې  $\alpha = 84^\circ$ .  
منځکونجزاویه اړه لري.

ټوټه وونی یا وتر څومره اوږد دی؟

$$r = 10 \text{ cm} ; \alpha = 84^\circ$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{r} \Leftrightarrow x = r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 10 \text{ cm} \cdot \sin(42^\circ) = 6,691 \text{ cm}$$

$$\text{وتر} = 2 \cdot x = 2 \cdot 6,691 \text{ cm} = 13,382 \text{ cm}$$

$$\text{وتر یا ټوټه وونی} = \underline{\underline{13,382 \text{ cm}}}$$

د وتر یا ټوټه وونی اوږدوالی  $13,382 \text{ cm}$ .

دولسم: په  $50 \text{ m}$  اوږدوالي کې د ذونځي یا ترايڅ په بڼه پروت غوڅي سره یو بند ډک شي.

دا دې لاندې یا کبنته  $18 \text{ m}$  سرور او پورته  $8 \text{ m}$  سرور وي.

دا Böschungswinkel کونج دې  $50^\circ$  وي.

د بند جگوالي وشمیرئ.

$$a = 18\text{ m}; b = 8\text{ m}; \alpha = 50^\circ$$

$$x = \frac{a-b}{2} = \frac{18\text{ m} - 8\text{ m}}{2} = 5\text{ m}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = x \cdot \tan(\alpha) = 5\text{ m} \cdot \tan(50^\circ) = 5,959\text{ m}$$

$$\underline{\underline{h = 5,959\text{ m}}}$$

د بند جگوالی m 5,959 دی.

### ۱۷ . ۹ - د کونج جوړېدنه

که یو هوړانگه په کلک- یا ځای په ځای ټکي وڅرخول شینو یو کونج جوړیږي.

دا څرخیدونې وړانگه د کونج پښه جوړوي. د څرخیدونې رانگي ککړي یا د راس ټکي وتونټکی جوړوي. کونجونه د یوناني ټکو سره په نڅښه کیږي.

$$\angle CAB = \alpha \text{ (باور لري } (\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \dots))$$

د دې درې تورو منځنۍ ټکي یې د ککړۍ ټکي یا نقطه راس په نڅښه کوي.

د گردۍ – یا داېرې لینده په ۳۶۰ برابرو برخو وېشل کیږي. یوه برخه یې د کونج درجه ده. په عمل کې کونجونه د کونج کچي سره شمیرل کیږي. په څنگ کې څیړي یو د ۶۰ درجو کونج انځور شوی دی.

د کونج درجي نورې پسي په ټوټ، وېشل کیږي

له دې سره باور لري:

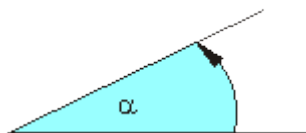
$$1 \text{ Grad} = 60 \text{ Minuten} \quad 1^\circ = 60'$$

$$1 \text{ Minute} = 60 \text{ Sekunden} \quad 1' = 60''$$

بیلگه:  $12^\circ 3'$  یا  $74^\circ 12' 7''$

د کونج ډولونه:

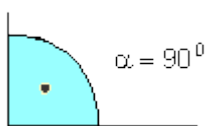
تیره کونج(حاده زاویه)



کونج د  $0^0$  او  $90^0$  ترمنځ پروت دی.

$$0 < \alpha < 90^0$$

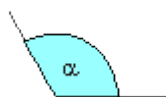
ولار کونج( قائم الزاویه):



پښي یو په به بل نیغی ولاړی دی یا قایمی

دی:  $\alpha = 90^0$

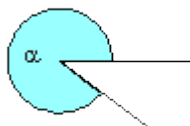
پڅ کونج یا زاویه منفرجه :



کونج د  $90^0$  او  $180^0$  ترمنځ پروت دی

$$90^0 < \alpha < 180^0$$

د پڅ اخوا کونج( دا کونج په افغانی ادبیاتو کی نه شته)



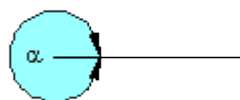
کونج د  $180^0$  او  $360^0$  ترمنځ پروت دی

$$180^0 < \alpha < 360^0$$

غزډلی کونج:  $\alpha = 180^0$



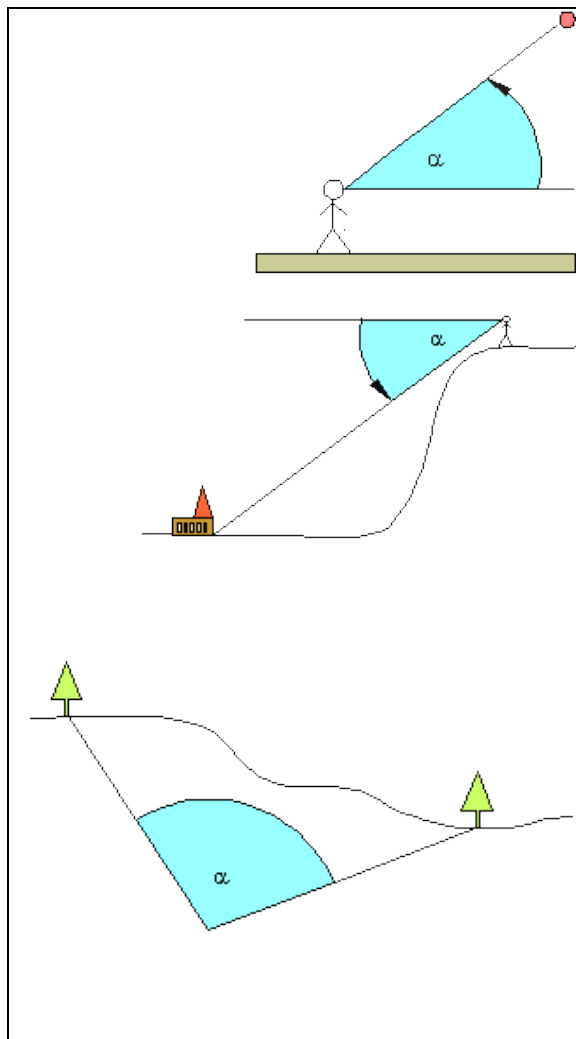
پوره یا ټول کونج



$$\alpha = 360^0$$

په بیدیا کی لاندی کونج ډولونه سره توپیریری

را پورته شوی کونج



که شی له سترگو حک پروت وي، نو سړی د راپورته شوي یا راجگ شوي کونج څخه غږیږي.

دا کونج د پراته څخه پورته لور ته کچیري

میلانکونج:

که شی له سترگي کښته لور ته پروت وي، نو سړی د میلانکونج څخه غږیږي؟

دا کونج له پراته څخه کښته لور ته کچیري

لیدکونج:

د دې لپاره چې په بیدیا کي د شیانو لور توپیر ورکړ شي، نو سړی د لیدکونج څخه کار اخلي.

اړین نه ده، چې شیان دې په یوه سطحه باندې پراته وي. دا کیدی شي، چې د جگوالي توپیر هم ولري.

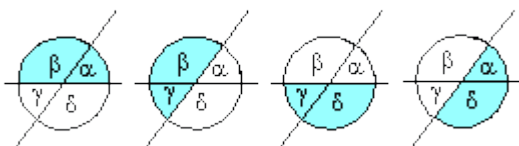
په دوه یو بل غوڅونکریښو ترمنځ کونجونه

که دوه کرښي یو بل سره غوڅي کړي، څلور کونجونه منځ ته راځي.

دا نومیري

$\alpha, \beta, \gamma$  und  $\delta$



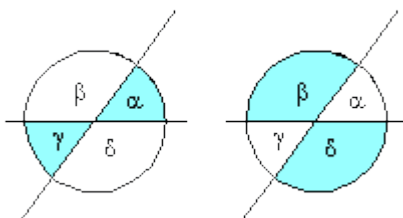


گاوندې کونجونه:

گاوندې کونجونه یوه پینه او ککری  
تکی (نقاط رأس) سره گډ لري.

گاوندې کونجونه  $180^0$  سره پوره  
کوي.

ککری کونجونه:



کونجونه، چې یو گډ ککری تکی یا نقطه  
رأس ولري ککری کونجونه بلل کيږي.

ککری کونجونه برابر لوي دي.

پام: گاوندې کونجونه یو بل  $180^0$  ته سره پوره کوي او ککری کونجونه سره برابر دي.

نور کونجونه:

 	<p><b>کمپلیمنت کونج:</b> <b>Komplementwinkel:</b>  کونجونه، چې یوځای <math>90^0</math> ورکوي،  کمپلیمنت وگونه بلل کيږي.  <math>\alpha + \beta = 90^0</math></p> <p><b>سوپلیمنت کونج:</b> <b>Supplementwinkel:</b>  کونجونه، چې یوځای <math>180^0</math> ورکوي،  سوپلیمنت کونجونه بلل کيږي.  <math>\alpha + \beta = 180^0</math></p>
------	---

گاوندې کونجونه سوپلیمنت دي.

## کونجونه په غبرگو غوڅشوو کرښو

	<p>پوريز کونجونه:</p> <p>د هغو غوڅ شوو کرښو کونجونه هر يو دباندنی او يو دنننی کونج په همغه اړخ پوريز کونجونه جوړوي.</p> <p>پوريز کونجونه برابر دي.</p> <p>ردبډل کونجونه:</p> <p>د دوه غوڅو شوو کرښو په مختلفو اړخونو هر دوه دننني يا دباندني کونجونه ردبډل کونجونه جوړوي.</p> <p>ردبډل کونجونه برابر دي.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>\alpha = \gamma \text{ und } \beta = \delta</math> </div> <p>يو بل ته مخامخ يا معکوس اينبولي کونجونه:</p> <p>د دوه غوڅ شوو غبرگو کرښو هر دوه د غبرگو کرښو په همغه اړخ دننني يا دباندني کونجونه مخامخ يا معکوس پراته کونجونه جوړوي. مخامخ- يا معکوس پراته کونجون سره <math>180^\circ</math> ته پوره کوي</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>\alpha + \delta = 180^\circ \text{ und } \beta + \gamma = 180^\circ</math> </div>
--	---

د درېگودي يا مثلث ډولونه او نوموني:

د اړخونو لويوالي له مخي ټولگيزونه د کونجونو لويوالي پسي ټولگيزونه :

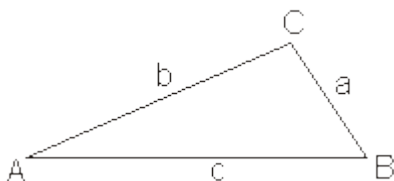
یو درې‌ګوډی اړخونه  $a, b, c$  لري او کونجونه یا زاويې  $\alpha, \beta, \gamma$  لري.

درې اړخونه (هر دوه) په درې ګوډونو  $A, B, C$  کې سره غوڅوي

مخامخ پرته زاويې او اړخونه په برابر او یا همغو توکو په نڅینه کوو. په نڅینه ونه د ساعت ستنې په څېت یا معکوس لور نومول کيږي.

د اړخونو لويوالي پسي ټولګيزونه

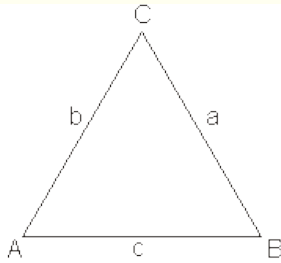
د درې ګوډي د لويوالي په واکوالي یا تابعیت کې سړی لاندې مثلثونه سره توپيروي:



نابرابر اړخيز مثلث (درې‌ګوډی): یو مثلث د مختلف اوږدو اړخونو سره نابرابر اړخيز ورېګوډی بلل کيږي.

د اړخونو لپاره باور لري:  $a \neq b \neq c$

<p>په څیره کې په ترتیب له پوره کښته په پښتو: څوکه یا ککره، پښي یا ضلعي، بنسټ</p>	<p>برابر پښيز مثلث یا درې‌ګوډی: برابر پښيز مثلث یو مثلث ديد دوه برابر اړخونو سره. برابر اوږده اړخونه پښي (ورنونه) بلل کيږي، دريم اړخ بنسټ بلل کيږي.</p> <p>د اړخونو لپاره باور لري: <math>a = b \neq c</math></p>
--	---

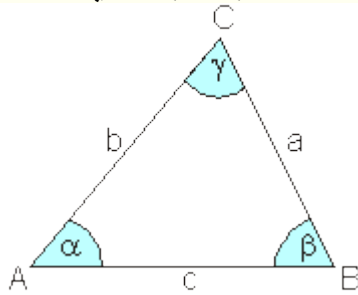


برابر اړخيز درېگودي ( مثلث متساوی الاضلاع: برابر اړخيز درېگودي) مثلث متساوی الاضلاع یو مثلث دی، په کوم کې چې ټول کونجونه برابر دي.

د اړخونو لپاره باور لري:  $a = b = c$

د کونج د لویوالي پسي ټولگیزونه:

د درېگودي يا مثلث د لویوالي په واکوالي کې سړی لاندې درې گودي يا مثلثونه توپيروي:

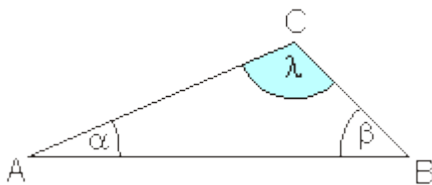


تیره کونجيز درېگودي: یو درې گودی یا مثلث دی، چې ټول کونجونه یا زاويې يې له  $90^\circ$  کوچنيوي. د درېگودي اړخونه باید یو له بل توپر ونه لري.

$\alpha < 90^\circ$

$\beta < 90^\circ$

د کونجونو لپاره باور لري:  $\gamma < 90^\circ$



پڅکونجيز درېگودي (مثلث حادالزاويه): یو پڅکونجيز مثلث یو مثلث یا درېگودی دی، د یوه پڅ کونج سره، داپه دی معنا، چې د یوې زاويې سره چې د  $90^\circ$  او  $180^\circ$  ترمنځ وي.

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې او ژباړې:

1988 Vienna (Austria):

لومړۍ:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :  
contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in  
Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ، ، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له  
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد  
لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره ( دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ  
او دا نوي لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لري شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه ( هندسه ) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د گټې – او کټې د کټې  
شمیرنه ، د احتمالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه ( د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انگرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهني الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

*Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German*

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنخیال برابر وړون ( دا کتاب په دې څانگه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی )

*Differential equation Translation; An Introduction*

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهني فرمولونو ټولگه

*Mathematical Formulas*

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،، د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،، د افغانستان روغي او بیا

آبادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،، میري،، شینواري لیکني او ژباړي چې له دې کتب سره چاپ شوي

بن- المان، کابل - افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړي:

لاندي د برینکن لیکني چې له پرینکن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

- 
- ۱ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره لومړی ټوک
  - ۲ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره دویم ټوک
  - ۳ - شمیرپوهنه د بنوونځي لپاره دریم ټوک
  - ۴ - د احتمالي شمیرنه
  - ۵ - احصایه یا ستاتیستیک

لاندي کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

- ۶ - انالیزی ۱
  - ۷ - انالیزی ۲
  - ۸ - کرینیز الجبر
  - ۹ - د شمیرپوهني بنسټونه
  - ۱۰ - د فرمولونو ټولگه
  - ۱۱ - فنکشنل انالیز
  - ۱۲ - وکتور شمیرنه
- نورې ژباړې
- ۱۳ - له [www.grundstudium.info/linearealgebra](http://www.grundstudium.info/linearealgebra) څخه: کرینیز الجبر
  - ۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنی

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې  
برخي برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د بنوونکو او زده‌کونکو لپاره پوره  
گټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمکچپونه ( هندسه ) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډبرې پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند ( منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ - د شمیر پوهنې گډې ودې لیکنې

۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال  
شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې

۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگریزي ډکشنري



- 
- ۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه
- ۲۶ - د زره له کومې (دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)
- ۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې و به غزیري.
- نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي
- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپریري:
- د گروپونو تیوري
- د بسونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه
- له پنځم ټولگي څخه تر اومم ټولگي پورې ژباړل شوی ( دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اویونې سره په کې راغلي او ماته زیات گټور برېښي)

## د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميري شينواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ هـ لمریز کې د شينواریو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترگې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړنې ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسې له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې (ښوونځي له لومړي ټولگي پیل او د دویم ټولگي څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتمبر د کابل طب پوهنځي. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د ۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دبانډنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر (صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميري په ۱۹۷۲ کې له لري د میرمن ښاپیری سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز کې دوه بچیان وبخښل، چې څانگه او اباسین نومیري. څانگه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکټره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شينواري بي کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹۹۷ څخه همدا د کتابونو لیکلو او د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)  
Ketabton.com: The Digital Library**