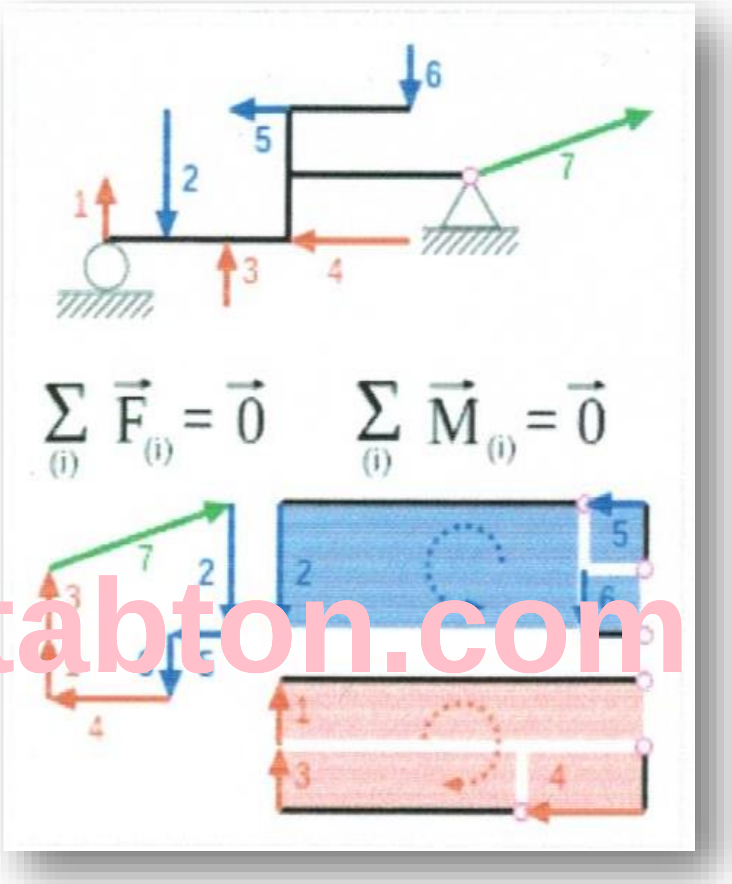
د لوړو زده کړو وزارت

بُســـــــت پوهنتون

انجنیري پـــــــوهنځي

Statics

ستاتیک



ژباړه او لیکنه : دیپلوم انجنیرمحمود«هلمند»
لښکرګاه– هلمند–افغانستان

کال 1404 (2025)

د کتاب ځانګړتیاوې:

د کتاب نوم : نظري میخانیک- ستاتیک

ژباړه او لیکنه : ډیپلوم انجنیر محمود هلمند

چاپځای :

چاپ :لومړی چاپ

تیراژ :

2025 م (1404) لمریز کال

بسم الله الرحمن الرحيم

تقريظ

د محترم ډيپلوم انجنير محمود هلمند د ميخانيک ستاتيک د درسي کتاب تر سرليک لاندې علمي اثر مې په پوره غور او دقت سره ولوست، په دې کتاب کې چې په 356 مخونه لري اوپه 11 څپرکو کې د نويو علمي مفرداتو او موضوعاتو د ښې زده کړې او تشريح په موخه ټولاوړنده اړينو سمبولونو، جدولونو ، ګرافيکي مودلونو ، انځورونو ، شکلونو او شيماګانو په پام کې نيولو سره ليکل شوی دی.

د دې درسي کتاب له منځ پانګې او محتوياتو څخه و دې پايلې ته رسيږو، چې محترم ډيپلوم انجنير محمود هلمند په خپل دې اثر کې د يوې للمي پروژې په ډول د استادۍ د يوې بشپړې علمي کړنلارې څخه ګټه اخيستې ده، نه ستړی کېدونکی کوښښ او هڅه يې کړې ده، چې پخپل وار سره ځانګړې اهميت لري او په دې اړه د نوموړي سرشاره استعداد، نه ستړې کېدونکي هڅې او نه ماتېدونکی احساس را په کوته کوي، چې مطالعه يې د وخت او تکنالوژۍ سره سم په علمي ډګر کې نه يوازې د مطالعه کوونکو او څېړونکو لپاره يو ښه اخځليک او مأخذ دی، بلکې د سيول انجنيري ځانګې و محصلانو ته د ستاتيک ميخانيک د مضمون د تدريسولو لپاره يې يو ارزښتناک مأخذ او ښه کتاب ګڼم.په ربښتيا سره هم نوموړی کتاب به د ګران هيواد افغانستان د ځوان پښت لپاره يو غوره او ګټور اثر وګڼل شي.

محترم ډيپلوم انجنير محمود هلمند په خپل دې اثر سره څرګنده کړه ، چې نوموړی پښتو ژبې ته په تخنيکي برخه کې د پام وړ خدمت کولو وړتيا لري.

زه له خپله اړخه په بريالی توګه د دې کتاب د ژباړې او ليکلو له کبله و ښاغلي هلمند صاحب ته د زړه له تله مبارکي وايم او د ستر او لايزال څښتن څخه ور ته په هڅو کې برياليتوب غواړم.

زما په آند نوموړی کتاب د چاپولو ارزښت او وړتيا لري ، چې د سيول انجنيري محصلين او همدارنګه نور مينه وال ورڅخه په زړه پورې ګټه پورته کولای شي.

پدې هيله، چې د هلمند ولايت د بست پوهنتون د سيول انجنيري ځانګې ديپارتمنت وکولای شي، چې دا ارزښتناکه علمي اثر چاپ کړلای شي.

په درنښت

ډيپلوم انجنير ولي جان سروري

د بست پوهنتون د انجنيري پوهنځي رئيس

تقریظ

د محترم ډیپلوم انجنیر محود هلمند د میخانیک ستاتیک درسي کتاب تر سرلیک لاندې علمي اثر مي په غور او دقت سره ولوست، نوموړی علمي اثر (356) مخونه لري او په (11) څپرکو کې د نوو علمي مفرداتو او موضوعاتو د بنې زده کړې او تشریح په موخه ټول اړونده اړین سمبولونو، جدولونو ، ګرافیکي مودلونو، انځورونو او شکلونو په پام کې نیولو سره لیکل سوی.

واقعأ نوموړی کتاب به د عصر او تکنالوژۍ مطابق په علمي ډګر کې د هیواد د ځوان نسل لپاره یو غوره او مفید اثر وګڼل شي.

لیکوال تل هڅه کړې ده ، چې د زماني او غوښتنو په اساس په پښتو ژبه آثار تیار او چاپ ته وړاندې کړي، د دې ځانګړتیا له مخې دا درسي کتاب د پوره نویوالي او لوړ ارزښت لرونکی دی.

طبیعي ده ، چې دا علمي درسي کتاب ښاغلي استاد(محمود هلمند) بشپړ کړی او په دې اړه د نوموړي سرشاره استعداد ، عظیمه وړتیا ، نه ستړي کیدونکې هڅې او نه ماتېدونکی احساس را په ګوته کوي. څرګنده ده ، چې نوموړي پښتو ژبې ته په تخنیکي برخه کې د پام وړ خدکت کولو وړتیا لري.د نوموړي د دې هڅو او زیارونو نتیجه ده، چې نومړی تل بریالی دی.

زه له خپل اړخه په بریالی توګه د دې کتاب د لیکلو له کبله ښاغلي هلمند صاحب ته د زړه له تله مبارکي وایم او د لایزال څښتن څخه ور ته په هڅو کې بریالیتوب غواړم.زما په اند یاد کتاب د چاپ ارزښت او وړتیا لري ، چې د سیول انجنیري او ساختماني انجنیري محصل او همدارنګه نور مینه وال ور څخه په زړه پورې ګټه پورته کولای شي.

په دې هیله، چې دا ارزښتناک کتاب چاپ شي.

په درنښت

انجنیر حمیدالله(حقپال)

د انجنیري پوهنځي استاد

يوناني الفباء

Greek alphabet (Ελληνικό αλφάβητο)

Α α	Β β	Γ γ	Δ δ	Ε ε	Ζ ζ
άλφα	βήτα	γάμα	δέλτα	έψιλον	ζήτα
a	b	g, y	d	ĕ	z
[a]	[v]	[ɣ, j]	[ð]	[e]	[z]
Η η	Θ θ	Ι ι	Κ κ	Λ λ	Μ μ
ήτα	θήτα	γιώτα	κάππα	λάμδα	μι
ē	th	i	k	l	m
[i]	[θ]	[i]	[k, c]	[l, ʎ]	[m]
Ν ν	Ξ ξ	Ο ο	Π π	Ρ ρ	Σ σ ς
νι	ξι	όμικρον	πι	ρο	σίγμα
n	ks, x	o	p	r, rh	s
[n]	[ks]	[o]	[p]	[r]	[s]
Τ τ	Υ υ	Φ φ	Χ χ	Ψ ψ	Ω ω
ταυ	ύψιλον	φι	χι	ψι	ωμέγα
t	u, y	ph	kh, ch	ps	ō
[t]	[i]	[f]	[χ, ç]	[ps]	[o]

لاتیني الفبأ او په نوروژبو کي ئي معادل تلفظ یا توری

لاتیني توري	پښتو	انګلیسي	روسي	فرانسوي	جرمني
A a	ایی	A a	а	a	A
B b	بي	B b	б	bé	Be
C c	ثي	C c	с	cé	Ce
D d	ډي	D d	д	dé	De
E e	ئي	E e	э	ë	E
F f	ایف	F f	ф	effe	Ef
G g	جي	G g	же	gé	Ge
H h	ها	H h	ха	hache	Ha
I i	ای	I i	и	i	I
J j	یوت	J j	жи	jie	Jot
K k	کا	K k	к	ka	Ka
L l	ایل	L l	л	elle	El
M m	ایم	M m	м	emme	Em
N n	این	N n	н	enne	En
O o	او	O o	о	o	P
P p	پي	P p	п	pé	Pe
Q q	کیو	Q q	к	cu	Qu
R r	ایر	R r	р	erre	Er
S s	ایس	S s	с	esse	Es
T t	تي	T t	т	té	Te
U u	یو	U u	ю	u	U
V v	وي	V v	вэ	vé	Vau
W w	ډبل وي	W w	Дубль вэ	Double- vé	We
X x	ایکس	X x	экс	ixe	Ix
Y y	اي ګریکا	Y y	егрик	igrec	Ypsilon
Z z	زید	Z z	з	zedé	Zett

Table of Trigonometric Ratios د مثلثاتي نسبتونو جدول

Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle	Sine	Cosine	Tangent
1°	.0175	.9998	.0175	46°	.7193	.6947	1.0355
2°	.0349	.9994	.0349	47°	.7314	.6820	1.0724
3°	.0523	.9986	.0524	48°	.7431	.6691	1.1106
4°	.0698	.9976	.0699	49°	.7547	.6561	1.1504
5°	.0872	.9962	.0875	50°	.7660	.6428	1.1918
6°	.1045	.9945	.1051	51°	.7771	.6293	1.2349
7°	.1219	.9925	.1228	52°	.7880	.6157	1.2799
8°	.1392	.9903	.1405	53°	.7986	.6018	1.3270
9°	.1564	.9877	.1584	54°	.8090	.5878	1.3764
10°	.1736	.9848	.1763	55°	.8192	.5736	1.4281
11°	.1908	.9816	.1944	56°	.8290	.5592	1.4826
12°	.2079	.9781	.2126	57°	.8387	.5446	1.5399
13°	.2250	.9744	.2309	58°	.8480	.5299	1.6003
14°	.2419	.9703	.2493	59°	.8572	.5150	1.6643
15°	.2588	.9659	.2679	60°	.8660	.5000	1.7321
16°	.2756	.9613	.2867	61°	.8746	.4848	1.8040
17°	.2924	.9563	.3057	62°	.8829	.4695	1.8807
18°	.3090	.9511	.3249	63°	.8910	.4540	1.9626
19°	.3256	.9455	.3443	64°	.8988	.4384	2.0503
20°	.3420	.9397	.3640	65°	.9063	.4226	2.1445
21°	.3584	.9336	.3839	66°	.9135	.4067	2.2460
22°	.3746	.9272	.4040	67°	.9205	.3907	2.3559
23°	.3907	.9205	.4245	68°	.9272	.3746	2.4751
24°	.4067	.9135	.4452	69°	.9336	.3584	2.6051
25°	.4226	.9063	.4663	70°	.9397	.3420	2.7475
26°	.4384	.8988	.4877	71°	.9455	.3256	2.9042
27°	.4540	.8910	.5095	72°	.9511	.3090	3.0777
28°	.4695	.8829	.5317	73°	.9563	.2924	3.2709
29°	.4848	.8746	.5543	74°	.9613	.2756	3.4874
30°	.5000	.8660	.5774	75°	.9659	.2588	3.7321
31°	.5150	.8572	.6009	76°	.9703	.2419	4.0108
32°	.5299	.8480	.6249	77°	.9744	.2250	4.3315
33°	.5446	.8387	.6494	78°	.9781	.2079	4.7046
34°	.5592	.8290	.6745	79°	.9816	.1908	5.1446
35°	.5736	.8192	.7002	80°	.9848	.1736	5.6713
36°	.5878	.8090	.7265	81°	.9877	.1564	6.3138
37°	.6018	.7986	.7536	82°	.9903	.1392	7.1154
38°	.6157	.7880	.7813	83°	.9925	.1219	8.1443
39°	.6293	.7771	.8098	84°	.9945	.1045	9.5144
40°	.6428	.7660	.8391	85°	.9962	.0872	11.4301
41°	.6561	.7547	.8693	86°	.9976	.0698	14.3007
42°	.6691	.7431	.9004	87°	.9986	.0523	19.0811
43°	.6820	.7314	.9325	88°	.9994	.0349	28.6363
44°	.6947	.7193	.9657	89°	.9998	.0175	57.2900
45°	.7071	.7071	1.0000				

List of symbols نښاني اوسمبولونه

a-Constant, radius, distance
A,B,C-Points
A-Area
b-Width,distance
c-constant
C-Centroid
d-Distance
e-Base of natural logarithm
F-force,friction force
ΣF-Resultant- Force
F_{pri}-principle - Vector
g-Acceleration of gravity
G-Center of gravity ,constant of gravitation
h-Heigh, sag of cable
I,j,k-Unit of Vectors along coordinate axis
I,Ix-Moment of inertia
I- Centroidal moment of inertia
Ix_y – product of inertia
J_p-Polar moment of inertia
K-Spring constant, coefficient of Rolling friction
Kx,Ky,Ko-Radii of gyration
$\bar{K}$-Centroidal radius of gyration
l-Length
L- length, spa
m-Mass
M-Couple, moment
$\mathbf{M_o}$-Moment about point O
$\mathbf{M_oR}$-Moment resultant about point O
$\mathbf{M_opri}$-Moment resultant about point O
M-Magnitude of couple or moment ,mass of earth
M ol -Moment about axis ol
N-Normal component of friction
O-Origin of coordinate
P-Pressure force
p-Pressure
P-Force, Vector
Q-Force, Vector
q-Load per unit
r-Position Vector
r-Radius distance, polar coordinate
R-Resultant force ,resultant vector , reaction
R-Radius of earth
s-position vector, Reaction force op supports

s-Length of arc
S-force, Vector
Sx,Sy,Sz-first moment of an area
t-Thickness
T-force
T-Tension
U-Work
V-vector product ,shearing force
v-Volume, potential energy, shear
w-Load per unit
W,W-weight, load
X_A,X_B,X_C,Y_A,Y_B,Y_C, -Reactions at supports and Connections
X,y,z-Rectangular coordinates , distance
$\bar{X},\bar{y}.\bar{z}$- Rectangular coordinates of centroid of center of gravity
$\propto,\beta,\gamma$-Angles
γ-specific weight
δ-Elongation
δ_r-Virtual displacement
δ_U-Virtual work
$\boldsymbol{\lambda}$-Unit vector along a line
η- Efficenty
Θ-Angular coordinate ,angle, polar coordinate
μ-Coefficient of friction
$\rho - Dnsity$
φ, Φ-Angle of friction

Signs and symbols

Equal to $=$

not equal to $\neq$

Identicaly to $\equiv$

approximatelly equal to $\approx$

asymptotically equal to $\cong$

proportional to $\propto$

infinity ∞

tends to $\rightarrow$

د پیل په توګه یو څو خبرې

د کتاب د چمتو کوونکي په توګه تر هر څه د مخه د لوی څښتن څخه ممنون او مشکور یم چې و ما عاجزه بنده ته یې دومره ستر ویاړ را په برخه کړ چې د هیواد دننه او بهر و ځوان او لوستي قشر – درنو خویندو ، ورونو محصلینو او تولو مینه والو ته مراجعه وکړم او هغه هم د انجنیري په څانګه کې د یوه کتاب له لارې.

بخته! بیا دې پر آسمان وګرځولم

درنو لوستونکو!

نظري میخانیک د انجنیري په څانګه کې یو عمده او بنسټیز مضمون دی چې د ډیرو انجنیرانو لکه میخانیک ، ماشین جوړولو ، سیول انجنیري او داسې نورو لپاره عام، ګډ او اړین مضمون ګڼل کیږي. له همدې امله مې وپتیيله چې زموږ په هیواد کې و دغه ډول د ګوتو په شمار مسلکي کتابونو ته یو بل کتاب ورزیات کړم،

ګلونه ډیر دي ،خدای دې بې ډیر کړي

لوستونکو ته به زمینه برابره شي چې و مسایلو ته د یوې بلې زاویې څخه وګوري ، یو بل سیستم او بله طریقه په کار واچوي، د نورو کتابونو سره به یې پرتله کړي او هغه څه چې ورته په زړه پورې ښکاره شول ، د ځان لپاره به ئې غوره کړي.

د دې کتاب د ملا تیر هغه لس چیپترونه دي چې د هلمند ولایت لښکرګاه ښار د«بُست پوهنتون« د سیول انجنیري د پوهنځۍ د محصلانو لپاره مې د روسیې هیواد د وتلو اُستادانو الکساندر یابلونسکي او یف ګیني نیکیتین او نورو د «نظري میخانیک« له کتاب څخه را وژباړل ، د هغوی د بدایه کولو په موخه او د پوهاوي د آسانه کولو او په انګلیسي ژبه باندې د اړینو ویزونو او اصطلاحاتو د لیکلو لپاره مې د امریکا د متحده ایالاتو د «ستاتیک « د یوه پیژندل شوي پوه فردیناند پ. بیر او نورو محترمو کورنیو او بهرنیو مؤلفانو د کتابونو او لیکنو څخه ، د کورودانې په ویلو سره چې په اځځلیک کې ورڅخه یادوه نه شوې ده او هم د خپلو زده کړو او اُستادۍ د وخت د موادو څخه یوره ګټه پورته کړه ، تول سرلیکونه مو په انګلیسي ژبه وژباړل او کتاب مو د«نظري میخانیک ـ ستاتیک« تر سرلیک لاندې داسې ترتیب او تنظیم کړ چې زما په اند د محصل لپاره تر یوه بریده په زړه پورې وګرځیدی. محترم اُستادان ښه پوهیږي چې دا څومره یو د ستونزو څخه ډک کار دی.

داچې پدې هکله څومره بریالی یو او څومره نه یو ، نو قضاوت به پداسې حال کې و ګرانو لوستونکو ته پریږدو چې و خپلو هڅو ته به دوام ورکړو او د لوستونکو و نظرونو ته به د احترام او درناوي سر ټیټ کړو، تقریظ ستاسو د تولو محترمو لوستونکو منلی حق دی.

د نظري میخانیک- ستاتیک د مضمون د زده کړې په بهیر کې اُستاد او محصل دواړه د ځنو پوهانو د نومونو سره چې د دې یا هغې موضوع مؤلف او یا ئې پلټونکی وي ، مخامخ کیږي ، نو ځکه مو د دې محترمو عالمانو په ویاړ او یاد ،د انځور سره یوه لنډه یادونه د هغوی څخه کړې ده. که چیرې دا مطلب و ګرانو لوستونکو ته په زړه پورې و بریښي ، نو ویاړ به ولرو چې دغه لنډ معلومات نور هم ارت او بدایه کړو.

د ګرانو لوستونکو لپاره مو د کتاب په وروستۍ برخه کې اړین او ګټور معلوماتي توکي هم راټول کړي دي،هیله لرو چې د پاملرنې وړ به وګرځي.موخه او هدف مو دا هم دی چې د هغو ګرانو محصلانو او مینه والو سره چې پدې یا هغه لامل سره د خپل اُستاد په لوست کې حاضر نه ول ، تر هغه ځایه چې شونې ده، داسې مرسته وکړو چې وکولای شي په خپلواکه توګه سره د نظري میخانیک-ستاتیک په هکله څه نا څه زده کړي.د دې لپاره به هڅه وکړو تر څو پیچلي او ګُنګ مطالب په ساده ژبه د بدیل، تشریح اویا هم دمثال په ورکولو سره ،بیان کړو.

چې غوټۍ پسې وهي پلاس به درشي چا ویل چې په دریاب کې ګوهر نه شته

لیکوال: محمود هلمند

غوارم چې د پردې و شاته د هغو ټولو محترمو اشخاصو څخه چې و ماته یې د دې کتاب د چمتو کولو لپاره هر ډول مالي، فزیکي او معنوي آسانتیاوې برابرې کړې، د زړه له کومې مننه وکړم ، د دوی له مرستو څخه پرته به زه هیڅکله نه وای توانیدلی چې دغه کتاب و تاسو ګرانو لوستونکو ته چمتو او وړاندې کړم.

درنو لوستونکو!

په هغو نیمګړو آسانتیاوو او امکاناتو سره چې پلاس کې مو لرل، په ډیره درناوې خپل کتاب و تاسو ته وړاندې کوو، هیله لرو چې د سیول انجنیرۍ په څانګه کې مو د ګرانو محصلینو او نورو مینه والو لپاره یو ډیر وړوکی خدمت سرته رسولی وي ، که دغه هیله په واقعیت باندې واوړي ، نو دا به د کتاب د چمتو کوونکي لپاره ستر ویاړ وي. ډاد درکوم چې پر کتاب باندې به کار او زیار جاري وساتم، د کتاب منځ پانګه به بډایه کړم،شکلونه به ئې سم کړم، ژباړه به یوار بیا د سره وګورم، د لوستونکو اندونه به په غور سره ولولم،په درناوي به د محترمو اُستادانو ولاربښوونو ته ځیر شم، پښتو به هم د دوستانو په مرسته تر خپل وس پورې روانه او معیاري کړم،شته تکرونو او نیمګړتیاوو ته به هم پام وکړم، لنډه دا چې خپلې تیروتنې به وار په وار سمې کړم.

په پای کې په ښکاره یادونه کوم چې د ټولو تیروتنو مسئولیت د ژباړونکي اولیکونکي په توګه سره یوازي او یوازي زما پر اوږو پروت دی، نو ځکه د ټولو ګرانو لوستونکو په تیره بیا د محترمو اُستادانو څخه په ډیره درناوي هیله کوم چې د خپلې مهربانۍ له مخې ما وبخښي او د سمو نې په موخه خپلې نظریې،وړاندیزونه او نیوه کې په لاندې پتې راولیږي ، له وړاندې نه ستاسو څخه د زړه له کومې مننه کوم.

الکترونیکي پوستي پته Dehelmand@gmail.com

مینه او مننه.
ډیپلوم انجنیر محمود«هلمند« د بست پوهنتون اُستاد
لښکرګاه- هلمند-افغانستان-2025 م کال

لړلیک

لومړی فصل

سریزه

دوهم فصل

د ستاتیک بنسټیز مفاهیم

دريم فصل

د دووموازي قواو سيستم

څلورم فصل

اصطکاک

پنځم فصل

د فيرم تحليل

شپږم فصل

په مستوي کې کېفي قوې

اووم فصل

د قواو فضايي سيستم

اتم فصل

د موازي قواو مرکز

نهم فصل

د عرضي مقطع هندسي ځانګړتیاوي

لسم فصل

د ګاډر بنسټیز ډولونه اوپه عرضي مقطع کي داخلي قوې

یولسم فصل

د تعادل ثبات او پایداري

I-Selected Topics اړين اوګټورمعلوماتي توکي

II-Useful tables ګټورجدولونه

داجسامو فزيکي خواص

لومړی فصل

د میخاینک په هکله What is Mechanics?

1.1- سریزه Introduction

میخانیک لکه نجوم او ریاضي یو له پخوانیو علومو څخه دی . د مصر هیواد ستر اهرام چې د میلاد څخه څو زره کاله پخواجوړ شوي دي اوهمدارنګه د هند، چین او ځینو نوروهیوادونو د تأسیساتو بقایا او پاتې شوني دا شاهدي ورکوي چې په همغه پخوا وختونو کې داسې میخانیکي وسایل لکه رافعه ، د رغړیدو مختلفي وسیلې، څرخونه ، مایله سطح او نور چې د درندو شیانو د لیږدولو لپاره استعمالیدل ،په کار اچول کیدل .

خوپه دغه دوره کې د میخانیک عمومي قوانین نه شوای اختراع کیدلای . میخانیک دعلم په توګه له هغه وخته را پدې خوا منځ ته راغی چې لومړی تألیفي مقالي منځ ته راغلي او دی تیوري ته د تجربو پوسیله د پلاس را وړل شوو موادو سره انطباق ورکړل شو.

د تولنې د تولید د میتود د تکامل او د تخنیک د پرمختګ په بهیر کې میخانیک هم د علم په توګه په خپله محتوا کې ډیر د پام وړ بدلونونه را وستل .

د میخانیک «Mechane» یوناني کلمه $\mu\,\eta\chi\alpha\nu\eta$ چې معنی یې د ماشین جوړولو هنر، جوړښت او ماشین دی د لومړي ځل لپاره د مشهور یوناني فیلسوف ارسطو لخوا(322 – 384 ق .م) وکارول شوه ، خو د ده مقالي چې د حرکت او قوې په هکله یې زده کړې وړاندې کولې ، د یوشمیرسمو قواعدو په درلودلوسره ډیرناسم شیان هم درلودل چې علمي خاصیت یې نه درلود.

میخانیک هغه علم دی چې د قواو ترتاثیرلاندې اجسامو د حرکت اوسکون څرنګوالی مطالعه کوي .

د میخانیک بنسټ ایښودونکی په عمده ډول د ستاتیک په برخه کې د پخواني یونان ستر ریاضي او میخانیک پوه ارشمیدس (212 – 287 ق . م) بلل کیږي .

ده یولړ اختراعات د ریاضي او میخانیک په برخه کې کړي دي ، لکه : ارشمیدس د رافعي د مسئلې ډیر دقیق حل وړاندې کړ او د ثقل د مرکز په هکله یې زده کړې منځ ته راوړې .

په اوبو کې پرغوټه کیدونکي جسم باندې د اوبو فشار هم په ده پورې اړه لري اود ده په نامه سره یادیږي .

د مختلفو اجسامو د مساحت او د حجم د اندازه کولو لپاره هغه میتودونه چې ارشمیدس منځ ته را وړه، دوه زره کاله وروسته په انتیګرال کې نورهم پراخه شول .

ارشمیدس ډیرو نظري کشفیاتوته د ډیرو مهمو اختراعاتو سره انطباق ورکړ چې ځیني یې نن هم د ځانګړي اهمیت څخه برخمن دي .دغه سترعالم د هغه وخت علوم صنف بندي کړي دي او د لمړي ځل لپاره د قواو تعادل د هغه وخت د علومو یوه برخه وګرځیده چې وروسته ئې بیا په منځنیو پیړیو کې ځانته د میخانیک نوم غوره کړ.

ليوناردو د وينچي «1451-1519 م » د آزاد سقوط تيوري ، پرمايله سطحه باندي د اجسامو د حرکت تيوري او اصطکاک يي مطالعه کړل او د لومړي ځل لپاره يې د مومنت مفهوم وکاراوه.

مشهور پوليندي عالم نيکولای کوپيرنيک (1543 – 1473 م) «د لمرد مرکزيت نظريه » د سيستم په هکله مهم تعليمات وړاندي کړل چي د هغو پربنسټ لمر د نړی په مرکزکي واقع دی ، ځکه او نوري سياري نظر وخپل محور ته د لمر پرشاو خوا را ګرځي .

دي ډول زده کړو په علمي جهان بيني کي يو ستر انقلابي بدلون را وست ځکه چي تر دي وخته پوري په ميخانيک کي توللي اختراع ګاني يوازي اويوازي د ستاتيک په هکله وي .

د ډيناميک راسپړل د«کوپرنيک» د پلويانو په تيره بيا په ستر ايټالوي عالم ګاليليوګاليلي (1642 – 1564 م) پوري اړه لري .

ګاليلي ترټولو لومړی په اثبات ورسوله چي د ثابتي قوي ترتأثير لاندي جسم به په منظم ډول سره نه بلکي په متساوي التعجيل ډول سره حرکت وکړي ، د دي مسئلي په هکله د ارسطو له وخته را پدي خوا همداسي زوړ فکر مسلط ؤ ، نو ګاليلي پدي ډول سره د انرشيا قانون فورمول بندي کړ.

ګاليلي د تجربي له مخي د اجسامو د سقوط قانون وضع کړ، و افق ته تريوي زاويي لاندي د اجسامو د غورځولو او داسي نورمسايل يي حل کړل .

د ګاليلي تحقيقات د يوه ساختمان د عناصرو او هغو وارده قواو چي جسم يي د تحمل وس او توان ولري ترمنځ د اړيکي په هکله د نوي علم «د موادو مقاومت » پيل وګرځيدی .
ګاليلي او د هغه پيروانو سترانګليسي عالم نيوټن (1727 – 1643 م) د کلاسيک ميخانيک (دا هغه ميخانيک دی چي د نيوټن د «3» ګونو قوانينو پربنسټ ولاړ دی) قوانين وضع کړل .
نيوټن د کتلي مفهوم را منځ ته کړ او دوهم قانون چي د ټول ډيناميک بنسټ جوړوي په سمه توګه يي فورمول بندي کړ. د ميخانيک دوه مهم قوانين هم په ده پوري اړه لري :

1. د عمل او عکس العمل مساوي والی .

2. د نړيوالي جاذبي قانون .

په ديفرنسيال او انتيګرال کي چي نيوټن ستر رول لوبولی دی ، د ميخانيک په پرمختګ کي يي پوره مرسته وکړه .
فرانسوي عالمانو لکه دا لامبير(1783 – 1717 م) ، لا ګرانژ (1813 – 1763 م) ، سويسي عالم ليونارد ايلر(1783 – 1707 م) ، روسي عالمانو لکه :چيب ښيو(1894 – 1821م) ،ږوکوفسکي(1921 – 1847 م) ، ميشرسکي (1935 – 1859 م) ،څيالکوفسکي (1935 – 1857 م) هم پدي هکله د يادوني وړ خدمتونه کړي دي.

ميخانيک له دي برخو څخه جوړشوی دی :

1. د جامدو يا سختو اجسامو ميخانيک Mechnics of Solids
2. د شکل منونکو اجسامو ميخانيک Mechanics of Deformable Materials
3. د سيالاتو ميخانيک Fliuds Mechanics
4. ريلاتيويستيک يا نسبتي ميخانيک Relativistic Mechanics
5. کوانټ ميخانيک Quantum Mechanics

1.2- نظري ميخانيک اود هغه ميتود Theoretical Mechanics and it's method

حرکت د مادي د شته والي طريقه او نه بيليدونکی خاصيت دی .

په عام مفهوم سره حرکت نه یوازې په فضاء کې د اجسامو د ځای بدلون دی ، بلکې د هغوټولو حرارتي ، کیمیاوي، الکترومقناطیسي او بل هرډول تغیراو بدلون اوهمدارنګه د هغو ټولو عملیاتو مجموعه ده چې زموږ شعور او افکار یې هم یوه برخه جوړوي .

میخانیک د حرکت ترټولو ساده او د ملاحظې وړ شکل یعني میخانیکي حرکت مطالعه کوي .

میخانیکي حرکت : هغه حرکت دی چې د وخت په تیریدلو سره د مادي اجسامو موقعیت د یوه بل په نسبت په فضاء کې بدلیږي او همدارنګه د یوه جسم په دننه کې د هغه د اجزاوو حالت د یوه بل په نسبت تغیرخوري او د جسم شکل بدلون کوي .

د یادونې وړ ده ، نه ښايي چې د طبعیت ټول حوادث او پدیدې د میخانیکي حرکت له نظره وڅیړل شي او هغه ټول د میخانیک د قواعدو پربنسټ تشریح شي . میخانیکي حرکت په هیڅ ډول سره د نورو حرکتونو موجودیت نه نفي کوي ، خو خپله په نورو هرډول حرکاتو کې موجود دی او باید تر ټولو مخکې د هغه په هکله تحقیق وشي او را وسپړل شي .

په اوسني عصرکې د علم او تخنیک په چټک پرمختګ سره ناشوني ده ، هغه ټول مسایل چې د میخانیکي حرکت سره تړاو لري ، په یوه مضمون کې سره راغونډ او یوازې د میخانیکي قواعدو پربنسټ تشریح شي .

معاصرمیخانیک: Modern Mechanics دا د هغوعمومي او ځانګړو تخنیکي مضامینو مجموعه ده چې د مختلفو اجسامو د سیستمونو ، د ډول ډول تأسیساتو، ماشینونو او میخانیزمونو د طرحې ، محاسبې او راسپړلولپاره ځانګړې شوې ده .

په عام ډول سره د میخانیک څخه موخه دا مضامین دي: تطبیقي میخانیک،نظري میخانیک، د ودانیو ډینامیک، ساختماني میخانیک، ساختماني مواد، د موادو مقامت او میخانیک، هایدرو میخانیک ، د بیړیو میخانیک، ، د ماشینونو پرزې، د ماشینونو او میخانیزمونو تیوري، پلونه او تونلونه،د خاوري میخانیک، ایرومیخانیک،سماوي میخانیک.

هغه مادي اجسام چې پدې مضامینو کې مطالعه کیږي ، مختلف دي ، خو د هغوی ټولو حرکت داسې خواص لري چې خپله د همدغو متحرکو اجسامو په فزیکي خواصو پورې اړه نلري.

مثلاً کولای شوچې د یوه جسم د نقطود سرعت په هکله بحث وکړو، که هغه د ګاز یامایع اجزاوي وي ، که مرمی وي او یاهم کومه فضایي بیړۍ چې و فضاء ته توغول کیږي .

همدارنګه کولای شو د جامد جسم د دوراني حرکت په هکله خبرې وکړو، که هغه یو څرخ وي ، که یو قرص وي او که یوه سیاره وي.

د مادي اجسامو د میخانیکي حرکت دا ډول عمومي خواص په نظري میخانیک کې مطالعه کیږي .

نظري میخانیک:Theoretical Mechanics داهغه علم دی چې د مادي اجسامو د میخانیکي حرکت عمومي قوانین مطالعه کوي او د دې حرکت سره اړوندو مسایلو د حل لپاره عمومي لارې او میتودونه وضع کوي .

نظري میخانیک د مادي اجسامو د حرکت د عمومي قوانینو د وضع کولو لپاره د پدیدو د شیماتیکي قاعدې څخه ګټه اخلي ، یعني هغه څه چې عمومي وي او هغه څه چې دغه پدیدې په هغوی پورې د پاملرنې او ملاحظې وړ تړاو ولري ، هغه را برسیره کوي ، ولې هغه مسایل چې په ترمطالعې لاندې شرایطو کې دومره مهم نه وي یا دوهمه درجه اهمیت ولري ، و شاته غورځوي . نوله دې امله په نظري میخانیک کې د هغو اجسامو حرکت چې په طبیعت کې واقعي وجود ولري ترمطالعې لاندې نه نیول کیږي ، بلکې هغه تجرید شوي مودلونه چې د حقیقي فزیکي اجسامو یوازې و ټاکلو عمومي خواصو ته انعکاس ورکوي ، مطالعه کوي .

د نظري میخانیک اصطلاح له همدې ځایه څخه سرچینه اخلي نوځکه هغه ته نظري میخانیک ویل کیږي .

د دغو موډلونو څخه یوه مادي نقطه او بل یې مطلق جامد جسم دی، چې د هغوی حرکت یوازې او یوازې د نظري میخانیک په عمومي مضمون کې لوستل کیږي .

ټول اجسام د فضاء یوه معینه برخه نیسي ، یعني اندازې لري . د دې اجسامو مختلفې برخې کولای شي چې مختلف حرکتونه اجرأ کړي ، مثلاً د یوه میخانیزم نقطې (د پولي څرخ) چې د هغه د محورڅخه په مختلفو فاصلوکې واقع دي ، د مختلفو شعاع لرونکو دایرو پرمخ د مختلفو سرعتونو په درلودلو سره حرکت کوي . ولې په هره اندازه چې جسم کوچنی وي په همهغه اندازه د هغه د مختلفو برخو حرکت به یو د بل سره هم ډیرلږ توپیر ولري .

یو لایتناهي کوچنی جسم کولای شو د تجرید شوي جسم په نامه سره یاد کړو.

مادي نقطه Particle: هغه مادي جسم چې د هغه د اندازو څخه په راکړل شوو شرایطو کې تیریدلای شو د مادي نقطې په نامه سره یادیږي .مادي نقطه اندازې نه لري، خو کتله لري.

په نظري میخانیک کې د مادي نقطې په توګه سره نه یوازې د یوه کوچني جسم اجزاوې مطالعه کیږي ، بلکې کولای شو کله نا کله ډیرغټ جسمونه هم د مادي نقطې په توګه سره ومنو ، خو چې اندازې یې په راکړل شوو شرایطو کې عمده نقش ونلري .

مثلاً کولای شو پخپله ځمکه د مادي نقطې په توګه سره ومنو ، ځکه کله چې د هغې حرکت د لمرپر شاو خوا مطالعه کوو، نو د ځمکې ټولې برخې او نقطې پدې حرکت کې مساوي فاصلې طی کوي .

لکه چې وروسته به یې ووینو د مادي نقطې په توګه سره کولای شو هرمادي جسم چې مخکې ـ شاته حرکت کوي هم قبول کړو ، یعني داسې حرکت چې د جسم ټولې نقطې یوشان حرکت وکړي .

ټول واقعي فزیکي جسمونه د خارجي قواو ترتأثیرلاندې خپل شکل ته تغیر ورکوي . ولې د تأسیساتو او ماشینونو د اطمیناني کار او استحکام د تأمین لپاره ، مواد او د هغوی د برخو اندازې باید داسې وټاکو ،تر څو هغه د شکل بدلون چې په دوی کې د قواو د تأثیر په نتیجه کې منځ ته راځي ډیر لږ وي اوتر مجازي حد ښه پوره کښته وي .

د ډیرو مسایلو د تحقیق په وخت کې د دغه کوچني شکل بدلون څخه تیریدلای شو او داسې انګیرل کیږي چې د جسم د اجزاو ترمنځ فاصله یوشان ده او تغیرنه کوي . نو پدې ډول سره موږ د مطلق جامد جسم و اصطلاح ته راځو او دا هغه موضوع ده چې نظري میخانیک د فزیک څخه جلاکوي .

مطلق جامدجسم Rigid body: هغه جسم دی چې د هغه د دوو نقطو ترمنځ فاصله تل ثابته وي . دلته مواد او د جسم اندازه کوم ځانګړی اوتعینوونکی رول نلري ، یعني جسم نه خرابیږي اونه شکل ته بدلون ورکوي .

په طبیعت کې مادي نقطه اومطلق جامد جسم شتون نلري ، دا یوازې یوه فرضیه ده چې د ځانګړو فزیکي جسمونو ټول خواص نه شي انعکاسولای. خوکله چې د هغوی هغه خواص چې موږ هغه په خپله فرضیه کې مدنظرنیولي دي، د هغو د حرکت پرخاصیت باندې د پام وړ تاثیرنه شي ښندلای ، نو پورته ذکرشوې موضوع (...... نه شي انعکاسولای) هم حتمي اوضروري نه بریښي .

که چیرې موږ داسې وکړو چې هر وار د جسم ټول خواص په نظرکې ونیسو ، نومسئله به دومره مغلقه او پیچلې شي چې د هغې حل به عملاً ناممکن شي .

هغه قاعده او میتود چې موږ یې په نظري میخانیک کې د مادي نقطې اومطلق جامد جسم له مخې د حرکت د عمومي قوانینو په هکله وضع کوو، وروسته بیا کولای شو هغه پریوه ځانګړې فزیکي جسم باندې تطبیق کړو.

یوازې اویوازې کله چې موږ د ځانګړو او انفرادي حالاتو څخه چې یوازې په یوه جسم پورې اړه ولري ، را ووزو نو هله به موږ د دې امکان پیدا کړو چې د پلاس راوړل شوو نتایجو پربنسټ عمومي قوانین اوقاعدې اوپه ځانګړې توګه د میخانیک قوانین وضع کړو.

مثلاً ګالیلي د هغو جلا جلا ملاحظاتو پربنسټ چې د جسمونو د سقوط په هکله یې ترسره کړي، وروسته یې هغه ټول نتایج سره انطباق او توحید کړل او بیایې د ټولو جسمونو د سقوط په هکله عمومي قانون وضع کړ.

هغه ساده شوی شی چې موږ یې په نظري میخانیک کې د یوه واقعي فزیکي جسم په توګه سره مطالعه کوو، نه یوازې د هغه په خواصو بلکې په هغو مسایلو پورې چې موږ یې د ځواب په پیدا کولو پسې ګرځو، اړه لري .

مثلاً د ځمکې د حرکت په هکله د لمرپر شاوخوا – لکه چې مو وویل کولای شو ځمکه یوه مادي نقطه وبولو ، ولې هغه وخت چې د ځمکې حرکت پر خپل محوربانديې مطالعه کوو نو نه شو کولای چې ځمکه د یوې مادي نقطې په څیر وګڼو ځکه چې د ځمکې هره برخه او نقطه د محور څخه په مختلفو فاصلوکې پرته ده او د خپل حرکت په وخت کې مختلفې فاصلې طی کوي .

د نظري میخانیک د قاعدې او میتود څخه د تأسیساتو او ماشینونو د تخنیکي محاسبې چې په طراحی او بهره برداری یا ګټې اخستنې پورې اړه ولري کار اخیستل کیږي .

نظري میخانیک پردرو برخو ویشل کیږي :

1. **ستاتیک :** د قواو خواص ، جمع کول او د جامد جسم د تعادل شرایط مطالعه کوي .
2. **سینماتیک :** د جسمونو حرکت یوازې د هندسې له نظره بیله دې چې پرجسم باندې د واردو شوو قواو تأثیر په نظرکې ونیسي ، ترمطالعې لاندې نیسي .
3. **دینامیک :** د جسمونو د حرکت او پرجسم باندې د واردو شوو قواو ترمنځ ارتباط او اړیکې څیړي .

1.3- د کلاسیک میخانیک بنسټیز قوانین

Fundamental Concepts and Principles of Classical Mechanics

د لاتین څخه *principium* د پیل یا بنسټ په معنا دی.

کلاسیک میخانیک هغه میخانیک دی چې د ګالیلي او نیوټن د درو ګونو قوانینو پربنسټ باندې ولاړ دی. دغه قوانین دهغو انطباق ورکړل شوو پایلو او نتایجو څخه جوړ شوي دي چې د مادي جسمونو د حرکت په هکله د بې شمیره تجربو او پیریو ملاحظاتو په سرته رسولوسره، پلاس راغلي دي.

ژوند او عمل دواړه دهغو نتایجو سم والی تأئیدوي چې د دې قوانینو څخه لاسته راغلي دي . هغه تأسیسات چې د کلاسیک میخانیک پربنسټ جوړشوي دي تر اوسه پورې هم ټینګ اومستحکم دي . ماشینونه فعال دي ، الات او وسایل کارکوي ، بیړی په سمندرکې لامبو وهي او الوتکې هم الوزي .

دا ټول حقایق د دې خبرې ښکاروندیې کوي چې د میخانیک هغه قوانین او قواعد چې د هغوی د محاسبې لپاره په کار اچول شوي دي ،سم دي او د واقعیت سم انعکاس ورکوي . دا واقیعت دانسانانو په ذهن او د طبیعت په عملیاتو پورې اړه نه لري ، یعنې داچې خپله عیني قوانین دي .

ولې باید یادونه وشي چې نه بنایي د میخانیک د قوانینو څخه کوم تل تر تله ثابت حقیقت جوړ کړو ، دا چې د انسانانو تجربې کافي ندي ، هغوی یوازې کیدای شي و اصلي حقیقت ته یوڅه نژدېوالی ولري او پردې لوري باندې یوګام وي .

د فزیک بریالیتوبونو د شلمې پیړی په پیل کې دا وښودله چې د کلاسیک میخانیک قوانین نشي کیدلای د هرڅه لپاره سم وي ، مثلاً دا قوانین د کوچنیو او وړو ذرو د حرکت او همدارنګه دهغو جسمونو د سرعت لپاره چې سرعت یې د رڼا و سرعت ته نژدې دی، د استعمال وړ نه دي .

دا کار د دې سبب شو چې یو نوی میخانیک چې د انشتین د نسبتي تیورۍ پربنسټ ولاړ دی او همدا ډول کوانت میخانیک منځ ته راشي ، ولې د عادي پراکتیک د موخو او اهدافو لپاره کلاسیک میخانیک چې پدې مضمون کې به مطالعه شي ، خپل اهمیت په پوره توګه سره ساتلی دی .

موږ به یوازې د نیوټن لومړی او دریم قانون په هغه اندازه چې د قوې او ستاتیک د زده کړې لپاره ضروري دي ،مطالعه کړو.

د«انشتین» (1955 – 1879 م) سترفزیک پوه نسبتي تیوري ، کلاسیک میخانیک نه ردوي ، بلکې هغه د یوه ځانګړي اوخاص حالت په توګه پخپل ترکیب کې لري او د هغو جسمونو د سرعت لپاره چې سرعت یې د نور ترسرعت ډیرلږ دی په کاراچوي .

هغه اجسام چې سرعت یې د نور(رڼا)و سرعت ته نژدې وي، د کلاسیک میخانیک له چوکاټ څخه وزي او د انشتین په نسبتي تیورۍ او کوچینی ذرې په «کوانت میخانیک «کې مطالعه کیږي.

د نیوټن لومړی قانون «د انرشیا قانون» Inertia Axiom

هرجسم ترڅوچې د خارجي قواو ترتأ ثیرلاندې رانه شي خپل د سکون حالت ساتي او یاهم منظم مستقیم الخط حرکت ته دوام ورکوي ترڅو د نورو جسمونو د تأثیرپواسطه دې ته اړ نکړای شي چې خپل حالت ته تغیر ورکړي .

دغه واقعیت کله چې جسم د نورو جسمونو له خوا د خارج څخه ترتأثیر لاندې را نشي خپل منظم مستقیم الخط حرکت حالت ساتي ، په لومړي نظرکې د ورځني ژوند او تجربې سره په ټکرکې ښکاري. دغه قانون په 17 پیړۍ کې د ګالیلي لخوا کشف شو.

موږ وینو کله چې جسم و خپل سرته پریښودل شي ، کرار کرار د هغه د حرکت سرعت لږیږي او بالاخره بیخي ودریږي . ولې که دې پدیدې ته لږ څخه ژور وکتل شي نو دغه د دریدلو موضوع په سطح او د هغې په اصطکاک پورې اړه لري چې جسم پر هغې باندې حرکت کوي ، یا د هوا فشار او داسې نور.

دا ټول د دې سبب کیږي چې د جسم د حرکت سرعت لږ شي ، که چیرې داسې اقدامات ترلاس لاندې ونیول شي چې دا ډول مقاومت لږ کړي نو د حرکت د سرعت کموالی به هم ډیرلږوي او حرکت به نورهم د منظم حرکت و حالت ته رانژدې شي . د همدې ځایه څخه دا نتیجه اخلو ، که چیرې موږ وکولای شو ، ټول مقاومت او موانع د جسم د حرکت له مخې څخه لیرې کړو نو د جسم د حرکت سرعت به هم تغیرنه وي خوړلی ، نه به یې لورۍ تغیر وخوري ، یعنې حرکت به مستقیم الخط حرکت وي او نه به یې د سرعت عددي قیمت تغیروخوري یعنې حرکت به منظم وي .

د دې لپاره چې جسم و دې ډول شرایطو ته را وستلای شو ، هغه باید تجرید «عایق» شي ، یعنې د نورو مادي جسمونو څخه لیرې او جلاشي ترڅو د دې جسم پرحرکت تأثیر ونکړای شي .

د مادي جسمونو یو پر بل باندې تأثیراوعمل چې په نتیجه کې یې د هغوی سرعت او یاهم شکل تغیرخوري، د میخانیکي تأثیراتو په نامه سره یادیږي .

پردغه جسم باندې د میخانیکي عمل اندازه د نورو جسمونو له خوا چې د دې عمل جهت اوکمیت ځانګړی کوي پرجسم باندې د وارده قوې په نامه سره یادیږي .

په عمل کې نه شو کولای چې جسم د چاپیریال او نوروجسمونو د تأثیرڅخه بیخي جلا او بیل کړو. همدارنګه په هیڅ ډول سره نه شو کولای د جسم د حرکت په مقابل کې د مقاومت قوې له منځه یوسو . نوپدې خاطرد جسم په حرکت کې ساتلو لپاره باید پر هغه باندې یوه قوه وارده کړو چې د هغې جهت د مقاومت د قوې د جهت پرخلاف وي .

که چیرې دا قوه د مقاومت له قوې څخه لږه وي نوحرکت کرار کرار لږیږي او جسم به بالاخره بیخي ودریږي . که چیرې دا وارده شوې قوه د مقاومت له قوې څخه ډیره وي نو د جسم سرعت به زیات شي .

که د دې قوې عددي قیمت د مقاومت له قوې سره برابر وي (ولې جهت یې مخالف) نود جسم سرعت بې تغیره پاته کیږي ، نو پدې حالت کې پرجسم باندې واردې شوې قوې یوه بله متعادلوي یعني جسم به په تعادل کې وي . دا ډول قوې د جسم پرحرکت باندې کوم تاثیرنه کوي اونتیجه دا شوه چې کولای شو د جسم د حرکت د معلومولو لپاره هغوی په نظرکې ونه نیسو.

د پورته مطلب څخه دامهمه نتیجه اخلو:

هر هغه جسم چې د متقابلاً متعادلو قواو ترتأثیرلاندې وي ، خپل سرعت بې تغیره ساتي (په ځانګړي حالت کې خپل سکون ساتي).

دغه ډول کولای شو جسم د یوه داسې جسم په توګه سره مطالعه کړو چې پرهغه باندې د قواو تاثیر بیخي نشته . د دې خبرې پرعکس هم سمه خبره ده .

که چیرې یوجسم په غیرمتغیرسرعت سره حرکت وکړي نوپرده باندې ټولې تاثیرکوونکې قوې متقابلاً یوه بله سره په تعادل کې راولي .

برعکس که چیرې د جسم د حرکت سرعت تغیروکړي نو ویلای شو چې هغه قوې چې پرده باندې تاثیرکوي د تعادل په حالت کې نه دي .

د جسم له خوا بې له تغیره خپل حالت ساتل (د سرعت جهت ، عددي قیمت او د سکون حالت) پداسې حال کې چې قوې پرهغه باندې تاثیرنه کوي(او یا دا قوې د تعادل په حالت کې وي) د انرشیا په نامه سره یادیږي.

په پخوا زمانوکې د مادې د سکون حالت یوعادي اوطبیعي حالت بلل کیده ، داسې انګیرل کیدله چې هرجسم چې ګواکې د سکون د حالت څخه ایستل شوی دی ، هڅه کوي بیرته و خپل لومړني حالت ته را وګرځي . د لاتین څخه د «Inertia» لغت د کهالت ، عمل نه کول او فاقد عمل په معنی دی . معلومه خبره ده چې په اوسنی زمانه کې د میخانیک دا لغت باید بل ډول تعبیرشي .

د جسم د انرشیا مفهوم ساده او واضح دی :جسم پرخپل سر، پرته له دې چې قوه ور باندې وارده شي خپل حرکت ته تغیر نه شي ور کولای، ولې کافي ده پرجسم باندې یوه ډیره لږه قوه هم وارده کړو چې جسم به همهغه لحظه وخپل سرعت ته تغیر ورکړي او دا تغیربه ترهغو پورې وي ، ترڅو د دې قوې تأثیر دوام ولري .

دریم قانون : د عمل او عکس العمل برابري Axiom of action and reaction

په کومې قوې سره چې دوه جسمونه یوپربل باندې عمل کوي تل د قیمت له پلوه یوه له بلې سره مساوي اوپریوې مستقیمې کرښې باندې ومخالف جهت ته متوجه وي .

په طبیعت کې ټول جسمونه یود بل سره په ارتباط کې دي ، نوځکه یو پربل باندې عمل کوي .د دریم قانون سره سم د جسمونو یوپربل باندې تأثیر یواړخیز نه وي ، مثلاً که چیرې جسم د محیط ترفشار لاندې راشي ، نوجسم هم په همدې قوې سره پرمحیط باندې تاثیرکوي اوپه هغه کې د اجزاو د ځای بدلون را پاروي .

که چیرې جسم ومځکې ته را کشیږي نوجسم هم په همدې قوی سره مځکه وخپل ځانته راکشوي . د اصطکاک په صورت کې جسم او مستوي په مساوي اندازه سره د یوه بل د تماس سطح سولوي .

که د دغه قواو څخه یوه عامله قوه وګڼو نوهغه بله به دعکس العمل د قوې په نامه سره وبولو. باید په ډاګه شي چې په طبیعت کې یوطرفه تاثیره قوې نشته بلکې یوازې او یوازې متقابل العمله قوې شته ، نولدې کبله که موږ په وارونو وارونو وایو چې پرجسم باندې وارده شوې قوه ، نوهغه باید داسې درک شي چې :

پردغه جسم باندې په یوې قوې سره یوبل جسم تاثیرکوي اوپدې ډول د غه جسم بیا پخپل وارسره پرهغه بل جسم باندې په همدغې قوې سره عمل کوي چې عددي قیمت یې مساوي او جهت یې د هغې قوې سره مخالف دی .

که د یوه جسم د حرکت سرعت مطالعه کړو نوموړ یوازي او یوازي د جسم د عکس العمل موضوع پرنورو جسمونو باندي چي پر همدي جسم باندي د واردو شوو قواو سرچینه جوړوي ، په نظرکي نه نیسو.

د دوو جسمونو د عمل او عکس العمل قوي که څه هم د هغو عددي قیمت سره یو او پریوي مستقیمي کرښي ومخالف جهت ته متوجه دی خویوه بله په تعادل کي نه را ولي ځکه چي هغوی پریوه جسم باندي نه بلکي پردوو مختلفو جسمونو باندي وارديږي .

که چيري عمل او عکس العمل همیشه په تعادل کي وای نو هيڅ کله به مونشوای کولای چي د یوه جسم د فشار پواسطه بل جسم پرحرکت باندي را ولو خو دا حقیقت نلري .

د عمل او عکس العمل برابري چي د هغه په هکله په دریم قانون کي خبري کيږي باید د هغوی د نتایجو د مساوات سره ګډ اوخلط نه شي .

د یوي قوي دعمل نتایج پریوه جسم باندي نه یوازي د دي قوي په عددي قیمت پوري اړه لري بلکي په یو لړ نورو عواملو پوري هم تړلی دی لکه : د جسم کتله ، د هغه ارتجاعي خواص ، پرجسم باندي د نورو وارده قواو موجودیت او نور.

مثلاً کله چي په سمندرکي یوه غټه بیړی د یوي کوچینی کښتی سره ټکرکوي ، نو د هغوی تاثیریو پربل باندي بيخي عين شي خو د دي تاثيرنتايج بيخي سره توپيرلري ، یوه يي روغه پاته وي خوبله به يي اړو ګړوبه شوي وي .

WHAT IS AN ENGINEER AND WHAT DO ENGINEERS DO?

The answer is in the word itself. An er word ending means “the practice of.” For example, a farmer farms, a baker bakes, a singer sings, a driver drives, and so forth. But what does an engineer do? Do they engine? Yes they do! The word engine comes from the Latin ingenerare, meaning “to create.“

About 2000 years ago, the Latin word ingenium was used to describe the design of a new machine. Soon after, the word ingen was being used to describe all machines. In English, “ingen” was spelled “engine” and people who designed creative things were known as “engine-ers”. In French, German, and Spanish today, the word for engineer is ingenieur.

So What Is an Engineer?

An engineer is a creative and ingenious person.

What Does an Engineer Do?

Engineers create ingenious solutions to society’s problems.

1.4- د واحدونو سيستمونه Systems of Units

د سيستمونو واحدونه او په ميخانيک کې اندازه کول

System of Units & measurement in Mechanics

Principal SI Units Used in Mechanics

Quantity	Unit	Symbol	Formula
Acceleration	Meter per second squared	. . .	m/s^2
Angle	Radian	rad	†
Angular acceleration	Radian per second squared	. . .	rad/s^2
Angular velocity	Radian per second	. . .	rad/s
Area	Square meter	. . .	m^2
Density	Kilogram per cubic meter	. . .	kg/m^3
Energy	Joule	J	$N \cdot m$
Force	Newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Frequency	Hertz	Hz	s^{-1}
Impulse	Newton-second	. . .	$kg \cdot m/s$
Length	Meter	m	‡
Mass	Kilogram	kg	‡
Moment of a force	Newton-meter	. . .	$N \cdot m$
Power	Watt	W	J/s
Pressure	Pascal	Pa	N/m^2
Stress	Pascal	Pa	N/m^2
Time	Second	s	‡
Velocity	Meter per second	. . .	m/s
Volume			
Solids	Cubic meter	. . .	m^3
Liquids	Liter	L	$10^{-3}m^3$
Work	Joule	J	$N \cdot m$

†Supplementary unit (1 revolution = 2π rad = 360°). تکميلي واحد

‡Base unit. اساسي واحد

واحد Unit

واحد د یوه فزیکي متحول دانتخاب څخه عبارت دی چې داساس په توګه دبل مقدارسره مقایسه اوپرتله کېږي .

دواحدونواساسي سیستمونه په لاندي ډول دي :

1) انګلیسي سیستم FPS

فټ Foot- دیوه انسان دمتوسط پله اوږدوالی دی چې $1\ ft = 0.3048\ m$ متره کېږي .

$$1\ ft = 12\ inch, 1\ ft = 0.3048\ m, 1in = 2.54\ cm$$

پونډ Pound- پدې سیستم کې قوه په Libra چې هغه ته Pound-Lb یا Poundal«pdl» هم وايي اندازه کېږي . دقوې لپاره د Lbf اودکتلې لپاره د Lbmسمبولونه کارول کېږي .

پونډ کتله Lbm دیوې ټاکلي پلاتیني میلې کتله ده چې دانګلستان دپونډ په سوداګریز مرکزکې ساتل کېږي ، خوپه 1963 میلادي کال کې داسې پریکړه وشوه چې داکتله دې دکېلو ګرام له لارې ولیکل شي .

پونډ قوه Lbf هغه مقدارقوه ده چې پریوه پونډ کتلې وارده شي اوهغې ته $32.17\ ft/_{s^2}$ تعجیل ورکړي .

$$1\ lbf = 32.17\ lbm\ ft/_{s^2}$$

ددې لپاره چې پونډ قوه او پونډ کتله یوله بل سره غلط نه شي نودکتلې واحد یې د «slug» په نامه سره یاد کړ .

Slug - هغه مقدارکتله ده چې دیوه پونډ قوې په اثر $1ft/_{s^2}$ تعجیل واخلي ، $1\ slug = 14.7\ k_g$

ثانیه Second

The second is the duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the cesium 133 atom.

هغه وقفه یازماني فاصله ده چې دهغې په بهیر کې دسوسیم Cs_{133}^{55} القلي فلز په اتوم کې الکترونونه دصفرڅخه تر 9 192 631 770 وارونو پوري معین ډول اهتزازات وکړي .

دیوې شپې او ورځې د 1/86400 برخه دیوې ثانیې څخه عبارت ده .

$$\text{شپه او ورځ } 1 = 24\ h = 24(60\ \text{min}) = 24(60)60\ \text{s} = 86400\ \text{s}$$

$$1s = 1/86400 \text{ برخه}$$

2) متریک سیستم

متریک سیستم لومړی په فرانسه کې را منځ ته شو ،دریو ګوني بعدونه لري لکه : اوږدوالی ، کتله او وخت .

$$l - m\ , m - Kg, t - s$$

داسیستم تقریباً دنړۍ په هرګوټ کې استعمالیږي .

کېلوګرام Kilogram

The kilogram is the unit of mass; it is equal to the mass of the international prototype of the kilogram.

یودیسي مترمکعب مقطري یا خالصي اوبه چي دتودوخي درجه یې 4°C (یولیتراوبه) 1kgکتله لري .

3) C G S سیستم

د دې سیستم د نوم ځخه معلومیږي چي دا واحدونه لري: سانتي متر، ګرام، ثانیه

$$cm, g, s\ ;\quad 1m = 100\ cm\quad ;\ 1\ kg = 1000\ g$$

4) نړیوال سیستم (له فرانسوي ژبې ځخه) Le Systeme International d'unités

هغه نړیوال منل شوی سیستم دی چي په 1960 میلادي کال کي په پاریس کي تصویب شو،دMKS پرمختللي بڼه ده چي په هغه کي اشتقاقي واحدونه هم ترلاسه کېږي او بنسټ یې لاندي ابعاد جوړوي .

بعدي سمبول	داندازه کولوواحدUnit	Name	سمبول	کمیت
L	m-meter متر	Length	l;x;r..	اوږدوالی
M	kg-kilogram کیلوګرام	Mass ***massa***	m	کتله
T	s-second ثانیه	Time ***tempus***	t	وخت
Θ	k-kelvin کلوین	T/d Temperature ***t****emperātūra*	T	دترمودینامیکي تودوخي درجه
I	A-Ampere آمپر	Electric Current	I	دبرقي جریان قوه
N	mole مول	Amount of Substance	n	دموادومقدار
J	cd-candela کندیلا	Luminous Intensity	I_v, I_v	د رڼا د شدت قوه

i*ntensité de courant* د برق جریان سمبول د فرانسوي ځخه اخیستل شوی دی.

د موادومقدار سمبول د لاتین د ***n****umerus* او درڼا شدت د ***i****ntēnsiō* ځخه اخیستل شوی دی.

یادونه کوو چي دSI سیستم ځخه بهر واحدونه هم شته لکه دقیقه،ساعت،شپه او ورځ،درجه،زاویوي ثانیه او دقیقه، لیتر، ټن،الکترو ولت،میل،آر،هکتار،ملي متر،...انګستروم،بار،د اوبو او سیمابو ملي متر کچه، $mm - Hg; mm\text{-}H_2O$ او داسي نور.

په همدې ډول ځیني اشتقاقي واحدونه دادي : د سیلسوس درجه، رادیان،ستي رادیان،هرتز،نیوتن،ژول،واټ،پاسکال ،لیومین،لوکس، کولومب،ولت،اوم،فراد،تیسله،هنري،زیمینس او داسي نور.

The kelvin, unit of thermodynamic temperature, is the fraction 1/273.16 of the thermodynamic temperature of the triple point of water.

د کلوین یوه درجه داوبو د ترمودینامیکي حرارت درجې د دري بعدي نقطي دابعادو1/273.16برخه ده.

The Amper is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross- section, and placed 1 metre apart in vacuum, would produce between these conductors a force to $2x\ 10^{-7}$ newton per metre of length.

امپير:يو امپير ثابت بهير دا هغه جريان دی چې که په دوو بې نهايت اوږدو هادي سيمانو کې چې په خلأ کې د يوه متر په واټن سره يو له بل څخه ليرې پراته وي او مقطع يې ډيره کوچنۍ وي(ورڅخه تيريدلای شو)، جاري وي ، د سيمانو تر منځ په هر متر کې $2x10^{-7}N$ نيوټن قوه رامنځ ته کوي.

The mole is the amount of substance of a system which contains as many elementary entities as there are atoms in 0.012 kilogram of carbon 12: its symbol is *mol*.

مول: په يوه سيستم کې يو مول د موادو هغه مقدار دی چې د لومړنيو ذرو شميريې د $0.012\ kg$ کاربن 12 د اتومونو له شمير سره يو شی وي.سمبول يې $mol(n,N)$ دی.

The candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency $540x\ 10^{12}$ hertz and that has a radiant intensity in that direction of 1/683 watt per steradian.

کانډيلا: د هغې رڼا د شدت د قوې څخه عبارت دی چې که چېرې د يوې سرچينې څخه يو رنګ وړانګه په يوه ټاکلي لوري باندې په $540x10^{12}Hz$ هرتز فريکونسي سره خپره شي او په دې لوري باندې د $\frac{1}{683}watt/sr$ د رڼا شدت را منځ ته کړي.

فزيکي کميتونه Physical quantities

هر هغه شی چې د اندازه کولو قابليت ولري ،کميت بلل کيږي.په فزيک کې دوه ډوله کميتونه شته دي:اساسي کميتونه او اشتقاقي کميتونه.

اساسي کميتونه هغه دي چې له مخکې څخه تعريف شوي او منل شوي وي لکه په پورته جدول کې اوږدوالی،کتله ،وخت او نور.اشتقاقي يا فرعي سيستم د اساسي بعدونو د ترکيب څخه پلاس راځي لکه:

$$D = m/v = [M/L^3] \text{ کثافت،} F = m\ a = [ML/T^2] \text{ قوه،} LL = [L^2] \text{ مساحت}$$

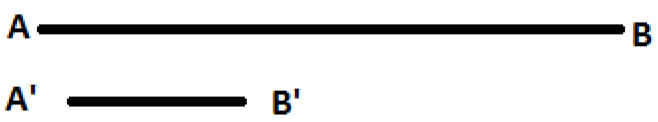
اندازه کول Measurement

فزيک تجربوي علم دی .ددې لپاره چې يو فزيکي کميت اندازه کړو، نو اړ يو د هغه لپاره يو واحد وټاکو او هغه داسې چې نوموړی واحد پدغه کميت کې څوواره شامل وي.دغه واحد بايد داسې وټاکل شي چې د وخت او ځای په نسبت تغير نه منونکی وي.يا په بله ژبه د فزيکي کميتونو واحدونه بايد داسي وټاکل شي چې د ټولې نړۍ وګړي هغوی په يوه ډول سره په کاروا‌چوي.

په ميخانيک کې ټول فزيکي کميتونه د درو اساسي کميتونو اوږدوالي،کتلي او وخت څخه ،تشکيل شويدي.

د اوږدوالي اساسي کميت او د هغه واحدونه Basic quantity of length and it's Units

د يوه فزيکي کميت اندازه کول ،د يوه واحد سره د هغه پرتله کول دي.مثلأ که وغواړو چې د ABټوټه کرښه اندازه کړو ،نو بايد هغه د يوې $A'B'$ ټوټې کرښې سره پرتله کړوچې اوږدوالی يې يو واحد دی.



1.1 شکل

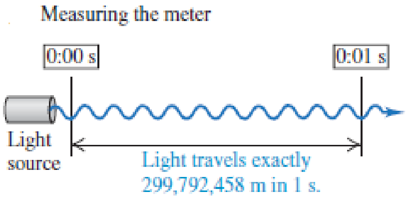
لکه چې وينو د $A'\ B'$ ټوټه کرښه د AB په ټوټې کرښې کې څوواره شامله ده.

د اوږدوالي هندسي مفهوم:اوږدوالى ددوونقطو تر منځ واټن دى.د اوږدوالي په پوهيدلو سره کولاى شو په آسانى سره د اجسامو مساحت،حجم او په فضا کي د نقطو موقعيت پيدا کړو.

په تېوله نړى کي متر $meter$ د اوږدوالي د واحد په توګه منل شويدى.

The metre is the length of path traveled by light in vacuum during a time interval of 1/299 792 458 of a second.

متر د هغه واټن اوږدوالى دى چي رڼا ئي په خلأ کي په $\frac{1}{299\ 792\ 458}\ s$ ثانيي کي وهي.



Length

In 1960 an atomic standard for the meter was also established, using the wavelength of the orange-red light emitted by atoms of krypton (^{86}Kr) in a glow discharge tube. Using this length standard, the speed of light in vacuum was measured to be 299,792,458 m/s. In November 1983, the length standard was changed again so that the speed of light in vacuum was *defined* to be precisely 299,792,458 m/s. Hence the new definition of the meter (abbreviated m) is the distance that light travels in vacuum in 1/299,792,458 second. See Figure. This provides a much more precise standard of length than the one based on a wavelength of light.

داستوا له کرښي څخه بيا تر شمالي قطبه پوري فاصله پر لسوملیونو برخو باندي ويشل شويده او يوي برخي ته يي متر وايي $1m = \frac{1}{10\ 000\ 000}$

اصلي متر چي د 90% پلاتينيوم او 10%ايريديم څخه جوړشويدى،د وخت په تيريدلو سره يي اوږدوالى کولاى شي تغير وکړي،ځکه چي په ميلي کي د کرستالو ساختمان بدلون کوي،نو ځکه متر د الکترومقناطيسي څپو د يوې څپي سره چي ددي ډول تغير څخه مستثني او بي غمه ده ،مقايسه کيږي.ددي لپاره د کريپتون غاز Kr_{36}^{86} دنارنجي څپي څخه ګټه اخيستل کيږي.نو يو متر به مساوي وي په $1\ m = 1650763.73\lambda_{\ Kr}$

λ_{Kr}-د کريپتون غازد څپي اوږدوالى دى $\lambda \cong 0.5\ \ \mu m \cong 5\ 000\ A^{\circ}$

د متر اجزأ او اضعاف

The Metric System Prefixes

Prefix	Label	Decimal Value	Scientific	Colloquial
yocto	y	0.000 000 000 000 000 000 000 001	10^{-24}	septillionth
zepto	z	0.000 000 000 000 000 000 001	10^{-21}	sextillionth
atto	a	0.000 000 000 000 000 001	10^{-18}	quintillionth
femto	f	0.000 000 000 000 001	10^{-15}	quadrillionth
pico	p	0.000 000 000 001	10^{-12}	trillionth
nano	n	0.000 000 001	10^{-9}	billionth
micro	µ	0.000 001	10^{-6}	millionth
milli	m	0.001	10^{-3}	thousandth
centi	c	0.01	10^{-2}	hundredth
deci	d	0.1	10^{-1}	tenth
---	---	1	10^{0}	one
deka	da	10	10^{1}	ten
hecto	h	100	10^{2}	hundred
kilo	k	1 000	10^{3}	thousand
mega	M	1 000 000	10^{6}	million
giga	G	1 000 000 000	10^{9}	billion
tera	T	1 000 000 000 000	10^{12}	trillion
peta	P	1 000 000 000 000 000	10^{15}	quadrillion
exa	E	1 000 000 000 000 000 000	10^{18}	quintillion
zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000	10^{21}	sextillion
yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{24}	septillion

$$(A^\circ)\ 1\ Angstrom = 10^{-10}\ m$$

$$1\ Fermi = 10^{-13}\ m$$

یادونه کووچي آنګستروم A° د نور(رڼا) دڅپو د اوږدوالي داندازه کولولپاره استعمالیږي.

د ډیرو وړواوږدوالو اوکوچنیوقطرونو لپاره د کمپاس اود($Calipers$) څخه ګټه اخیستل کیږي.

داوږدوالي دواحدپه مرسته د مساحت او حجم(دفرانسوي څخه $volume$)دواحدونولاسته راوړل:

$$1\ dm = 0.1\ m = 10^{-1}\ m$$

$$1\ cm = 0.01\ m = 10^{-2}\ m$$

$$1\ mm = 0.001m = 10^{-3}\ m$$

$$1\ dm^2 = (1\ dm)^2 = (10^{-1}\ m)^2 = 10^{-2}\ m^2$$

$$1\ cm^2 = (1\ cm)^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2$$

$$1\ mm^2 = (1\ mm)^2 = (10^{-3}\ m)^2 = 10^{-6}\ m^2$$

$$1\ dm^3 = (1\ dm)^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$$
$$1\ cm^3 = (1\ cm)^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3$$
$$1\ mm^3 = (1\ mm)^3 = (10^{-3}\ m)^3 = 10^{-9}\ m^3$$
$$1\ dm^3 = 1liter(L)$$
$$1\ liter = 10^3\ mL = 10^3\ cc => 1\ cc = 1\ mL$$

د وخت اساسي کمیت او د هغه اندازه کول

Basic quantity of time and its Unit

د لاتین ښخه Tempus یعني وخت

د وخت د اندازه کولو لپاره با ید هغه پیښي په نظر کي ونیول شي چي په منظم ډول سره تکراریدونکي وي.د وخت مفهوم عبارت دی ددووپدیدو د وقوع ترمنځ دفاصلي ښخه.د وخت واحد ثانیه ده چي د یوی شپي او ورځي $\frac{1}{86400}$ برخه ده.

یوه شپه او ورځ مساوي ده له $24\,h = 24(60\,min) = 24(60)60\,s = 86400\,s$

یوه ثانیه مساوي ده له دشپي اوورځي د $1s = \frac{1}{86400}$ برخي سره.

Time

From 1889 until 1967, the unit of time was defined as a certain fraction of the mean solar day, the average time between successive arrivals of the sun at its highest point in the sky. The present standard, adopted in 1967, is much more precise. It is based on an atomic clock, which uses the energy difference between the two lowest energy states of the cesium atom. When bombarded by microwaves of precisely the proper frequency, cesium atoms undergo a transition from one of these states to the other. One **second** (abbreviated s) is defined as the time required for 9,192,631,770 cycles of this microwave radiation .

د سیستمونو د واحدونو اړون- بدلون

Conversion from one system of unit to another

Time: **وخت :**

$$1\,min = 60\,s = 1.667\text{x}10^{-2}\,h = 1.901\text{x}10^{-6}\,year$$

$$1\,h = 3600\,s = 60\,min = 1.141\text{x}10^{-4} year$$

$$1\,year = 3.156\text{x}10^{7} s = 5.249\text{x}10^{5}\,min = 8.766\text{x}10^{3}\,h$$

Length: **اوږدوالی :**

$$1\,m = 10^{3}\,mm = 10^{2}\,cm = 10\,dm = 39.37\,inch = 3.28\,ft = 6.214\text{x}10^{-4}\,mile$$

$$1A^{\circ}(angstrom) = 10^{-10}\,m$$

نوري کال :

$$1\,ly(light\ yera) = 9.46.\text{x}10^{15}\,m$$

Area: **مساحت :**

$$1\,m^{2} = 10^{6}\,mm^{2} = 10^{4}\,cm^{2} = 1.55\text{x}10^{3}\,in^{2} = 10.67\,ft^{2} = 5\text{x}10^{-4}\,jarib$$ جریب

$$1\,hectare = 10^{\,4}\,m^{2} = 2.471\,acre = 5\,jarib$$

Volume: **حجم :**

$$1\,m^{3} = 10^{9}\,mm^{3} = 10^{6}\,cm^{3} = 10^{3}\,dm^{3} = 10^{3}\,Liter = 35.3\,ft^{3} = 6.1\text{x}10^{4}\,in^{3}$$

$$1\ gallon = 4.546\ liter = 4546\ dm^3 = 277.3\ in^3$$

Mass: **کتله :**

$$1\ kg = 10^3\ gr = 2.2\ lbm = 0.0685\ Slug$$

$$\frac{1\ Slug = 1\ lb_f.sec^2}{ft} = 32.2\ Pdl.\frac{sec^2}{ft} = 32.2lb_m = 14.6\ kg = 1.46x10^4\ g$$

$$1\ Slug = 14.6\ kg$$

Force: **قوه:**

$$1\ kg *= 1\ kg_f = 1\ kg_w = 9.81\ N = 2.2\ lb_f \cong 10^6\ dyn = 10^{-3}\ ton *$$

Energy: **انرژي:**

$$1\ Joule = 10^7\ erg = 0.239\ cal = 9.5x10^{-4}\ Btu = 0.7376\ ft.lbf = 2.78x10^{-7}\ k\ Wh = 3.72x10^{-7}\ hph = 0.102\ kg.m = 6.242x10^{-18}\ eV$$

$$1\ cal = 4.2\ J$$

Power: **توان يا وس :**

$$1\ hp = 550\ ft.\frac{lbf}{sec} = 746\ watt = 746\ joule/sec = 7.46x10^9\frac{erg}{s} = \frac{1.783x10^2 cal}{s} = 0.71Btu/s$$

Pressure: **فشار:**

$$1\ N/m^2 = 9.265x10^{-6}\ atm = \frac{1.36x10^{-4}\ lbf}{in^2} = \frac{10\ dyn}{cm^2} = 10^{-5}\ bar = 1\ Pa$$

$$1\ atm = 147\ lbf/in^2 = \frac{1.013x10^5\ N}{m^2} = 1.013.x10^5\ Pa = 0.76\ \ mHg = 1.058\ mH_2O$$

Temperature: **د تودوخي درجه :**

$$K = 273 + ℃$$
$$℃ = 5/9(℉ - 32)$$
$$℉ = 9/5℃ + 32$$

1.5- د کميت درجه ،په عدودنوکي دقت ، ځير او چټکه ارزونه

Numerical Accuracy

کله ناکله موږ يوازي د يوه کميت تقريبي قيمت ته ضرورت لرو. دا هغه وخت وي کله چې دقيق محاسبات ډيروخت غواړي چې نه په په ارزي اوياهم د موضوع په هکله پوره معلومات ونلرو.

په ځينو وختونو کې بيا دا ضرور وي چې دهغومحاسباتو د کنترول لپاره چې د حساب په ماشين ترسره شوي وي ، د کميت د درجې يوه تقريبي ارزونه بايد ترسره شي ، ترڅو ډاډه شو چې د عددونو د داخليدو په وخت کې کومه غټه غلطي اوتيروتنه نده شوې .

پردې سربیره د حساب په ماشین او یاهم د لوګاریتمي خط کش پواسطه د محاسبې پر وخت کیدای شي چې د کمیت یوه درجه ورکه شي (د 10 عدد سم طاقت)، نو یوه تقریبي ارزونه د دې مطلب داصلاح لپاره زموږ سره مرسته کوي. په عمومي ډول تقریبي ارزونه داسې ترسره کیږي لکه چې د ټولو عددونو تقریب او لنډول تریوه بامفهومه رقم پورې، ضرب 10 په یوه طاقت سره ، او هغه داسې چې د محاسبې د ترسره کولو وروسته هم همدغه باارزښته یورقم پاتیږي.

دا ډول ارزونه د درجې له مخې د کمیت ارزونه بلل کیږي او کولای شو چې داسې یې وبولو چې هغه تر10 ضریب (معمولاً تردې هم ښه) دقت په لاس راکوي .

زیاتره وخت د «درجې» افاده یوازې د 10 عدد د طاقت لپاره کارول کیږي .

دمثال په ډول ، په یوه تقریباً ګردې جهیل کې باید د اوبو مقدارپیدا کړو چې قطریې تقریباً یوکیلومتر او منځنی ژوروالی یې تقریبا 10 متره وي.د جهیل د حجم د پیداکولو لپاره د هغه منځنی ژوروالی د هغه د سطح په مساحت کې ضربوو(داسې یې بولو چې جهیل استوانه یې شکل لري) .

فرض به یې کړو چې د جهیل شعاع «r» ده او د هغه مساحت πr^2 دی . نو په تقریبي ډول سره د جهیل مساحت $S=3(5x10^2\,m)^2 \approx 8x10^5\ m^2$. داسې مو وبلله چې r=500 m او π مو هم و 3 ته تقریب کړ او د تقریباً علامه ≈مو هم کښیښودله نو پدې ډول سره د جهیل حــــــجم تقریباً $V \approx 8x10^5\ m^2(10\ m) = 8x10^6 m^3$ دی .

چې د کمیت د درجې له مخې یې $10^7\ m^3$ ګڼلای شو .

د هغو ټولو قیمت اېښوونو پواسطه چې پدې محاسبه کې ترسره شوې ښه به دا وي چې د $8x10^6$ عدد پرځای د درجې د ارزوني څخه ګټه واخلو او هغه 10^7 ولیکو.

باید یادونه وشي چې د مسایلو د حل دقیق والی په دوو موضوع ګانو پورې اړه لري :

1. د پلاس راغلو معلوماتو اعتبار او اطمینان څومره دی .

2. د محاسبو د اجراکولو دقت څومره دی .

د مسایلوحل نشي کیدلای د پورته دوو مطلبو ترهغه کښتني مناسب حد زیات وي چې د دې ډول مسایلو د دقت لپاره په نظرکې نیول شوی دی .

د مثال په توګه ، که د N 75000 قوې ترتأثیرلاندې د یوه ساختمان لپاره د محاسبې احتمالي غلطي ترN 100 پورې ورسیږي نو د محاسبې نسبې غلطي به د محاسباتو د اجرا د دقت درجه پـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــه ګوته کړي . 100 N/75000 N=0.0013=13% نومحاسبات باید د دې دقت د درجې په نظرکې نیولوسره ترسره شي.

د $a^2; a^3; \dots .\, a^n$ په ډول د قاعدې او طاقت لیکنه په(1637) د ریني دیکارت لخوا وضع شویده.

د % علامه په 1685 کې دفرانسوي عالم م .دې لا پورت M.De La Portپه کتاب کې cto چې د cento(centum) یعني په سلو کې لنډیز دی، لیکل شوې وه،خو د تورو ترتیبونکې هغه د کسر په ډول سره وګڼله اوهمداسې پاته شوه، نو څکه د % علامه رامنځ ته شوه.

د دې لپاره چې ترکتنې لاندې پدیده تشریح کړای شو مهمې نظریې منځ ته راوړل کیږي دغه نظریې خپل پیشبیني کړل شوې نتایج د تجربوي معلوماتو سره مقایسه کوي او یوازې تردې کار وروسته پریکړه کیږي چې هغه ومنل شي او که نه شي .

دیوې ټاکلې پدیدې او یاهم د پدیدو د معیني مجموعې د درک لپاره پوهان کولای شي چې په دې هکله یو«مودل» یا یومشابه شی وړاندې کړي چې هغه وکولای شي هغه پدیده تشریح کړي .

نوېدې ډول دهغې پدیدې درک اسانه کیږي، هغه تیوري چې د دې ډول مودل پربنسټ يې پرمختګ کړی وي په ډیروحالاتوکي ترعادي او ساده مودل ډېرځله ژوره او پيچلي وي .

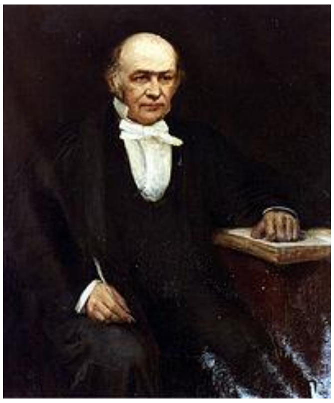
پریکړنده رول اندازه کونه لري ولې هغه نشي کولای مطلقاً دقیقه وي نولدې امله د هرعدد لپاره چې د اندازه کولوله لارې په لاس راځي باید د هغه د اندازه کوني په هکله اشتباه او غلطي هم وښودل شي او د هغه د مثبت او یا د منفي علامو په ډول وي او یا د هغه عدد د لیکلوله لارې وي چې یوازې هغه باارزښته عدد هم وساتل شي .

په پای کې باید په ډاګه شي چې د عددونو سره د دقت لپاره باید لاندې مطالب عملي شي :

1. یوعدد په سمه توګه سره لنډ او تقریب کړل شي .
2. د عدد باارزښته رقمونه معلوم کړل شي .
3. پرعدد باندې علمي لیکنه په سمه توګه عملي شي .
4. د 10 عدد وطاقت ته په ځیرځیروکتل شي او کنترول شي .

1.6- ویکتور - Vector

د لاتین څخه *vector* د وړونکي په معنا دی .د ریاضي مفهوم له مخې د لومړي ځل لپاره د آیرلینډي فزیک او ریاضي پوه هامیلتون William Rowan Hamilton (1805_1865) په «سمبولیکه هندسه» کې رامنځ ته شو.



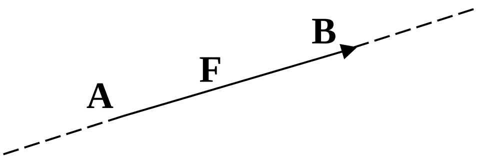
دوه ډوله فزیکي کمیتونه شته چې یوله بل څخه ډیرتوپیرلري .

داسي کمیتونه لکه تودوخه ، وخت ، کتله ، کثافت ، مساحت ، حجم او نور د یوه واحد په ټاکلو سره په عددونو باندې تشخیصیږي ، که چیرې وغواړو په کومه لحظه په کوم ځای کې د هوا تودوخه ځانته معلومه کړو نوکفایت کوي چې هغه په سیلسوس سره اندازه کړو.

دا عدد ښايي مثبت او یامنفي وي خو د تودوخي درجې اندازه موږ ته را ښيي.

هغه کمیتونه چې یوازې د عددي قیمت پواسطه ارائه کیدلای شي، سکالري کمیتونه دي . خود نوروکمیتونو د ارائي لپاره یوازې د هغوی د قیمتي عدد ښودل بسنه نه کوي ، بلکې د هغوی جهت هم باید وپیژنو.

یوازې قوه نه بلکې نور کمیتونه هم په وکتوري کمیتونو پورې اړه لري . لکه سرعت ، تعجیل اونور.



1.1شکل

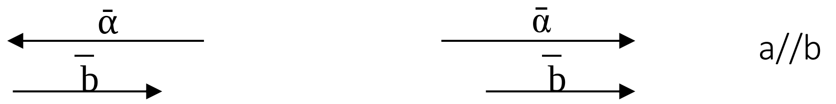
هروکتوري کمیت په ګرافیک ډول سره د یوه مستقیم خط پواسطه ښودل کیږي چې پیل یا مبدأ ، مودول یا عددي قیمت ، اوانجام یا پای ولري .

AB دهغه طول په ټاکل شوي مقیاس سره دهغه دعددي قیمت سره برابردی او جهت یې د وکتور د جهت سره مطابقت کوي. دغه جهت د → په علامه سره ښودل کیږي .

د وکتورعددي قیمت د هغه د مودول په نامه سره یادیږي . مودول یومثبت سکالري کمیت دی .

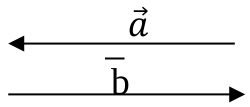
«موازي وکتورونه » متقابل یا «متضاد وکتورونه » «مساوي وکتورونه » او «مختلف وکتورونه » شته دي .

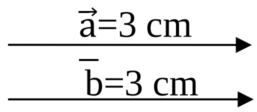
هغه دوه وکتورونه چې په یوه سطح کې واقع او کومه ګډه نقطه ونه لري موازي وکتورونه بلل کیږي .



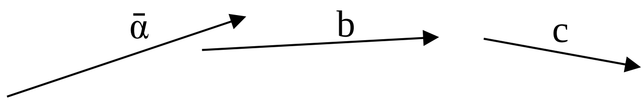
هغه وکتورونه چې اوږدوالی یې سره برابر ولې جهت یې مختلف دی د متضادو وکتورونو په نامه سره یادیږي .

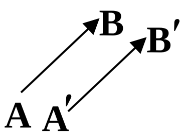
هغه وکتورونه چې اوږدوالی اوجهت یې سره یوشی اوهم سره موازي وي مساوي وکتورونه بلل کیږي.





هغه وکتورونه چې اوږدوالی اوجهت یې سره یو نه وي ، مختلف وکتورونه بلل کیږي .





منتقله وکتورونه : چې دخپل لومړني حالت څخه مساوي, موازي او هم جهته انتقال شي .

1.2شکلونه

د وکتورونو جمع کول *Addition of Vectors*

پروکتورونو باندې د عملیو اجرأ کول د سکالري کمیتونو د عملیو د اجراکولو سره ډیرتوپیرلري، نو لدې کبله موږ وکتورونه په پنډ خط مثلاً **F** سره ښیو.نوموړې قاعده د وکتوري انالیز بنسټ ایښودونکو«اولیویرهې وې ساید Oliver *Heaviside* »او «اولیر ګیبس*Josiah Willard Gibbs* » وضع کړې ده.

کله ناکله وکتور د تورو پواسطه چې پرسربې ورِه کرښه یا د وکتور علامه رسم شوې وي هم ښودل کیږي لکه $\overline{AB}$; $\overrightarrow{AB}$. دغه قاعده په 1803 کې د فرانسوي عالم« لازر کرنو مارګریت *Lazare Nicolas Marguerite* »لخوا منځ ته راغلې ده.

لومړی توری یعني A د وکتورمبدأ یا پیل او B یې د هغه آخریا انجام دی .

د وکتورمودول په همهغه توري خولږ څخه باریک ښیو، په همهغه دوو تورو خو د وکتور د علامې څخه پرته مثلاً په F سره د وکتور مودول اوپه AB تورو باندې د $\overrightarrow{AB}$وکتور ښودای شو.

په ستاتیک کې «3» ډوله وکتورونه شته :

1. ترلي وکتورونه (ورودي وکتورونه) $Fixed\ Vector$: د دوی پيل په فضاء کې د يوې معينې نقطې سره تړاو لري يعني هغه وکتورونه چې د تأثير يوه معينه نقطه ولري .

2. ښوئيدونکي وکتورونه $Sliding\ Vector$: دهغو د پيل په توګه سره کولای شوهره کيفي نقطه چې پريوه مستقيمه کرښه باندې چې د وکتور هم جهته وي (د وکتور د تأثيرکرښه) پرته وي ، وټاکو.

نوپدې ډول ښوئيدونکي وکتورونه کولای شو د تأثيرد کرښې په امتداد ولېږدوو.

3. آزاد وکتورونه $Free\ Vector$: د دوی د پيل په توګه سره کولای شو په فضاء کې هره يوه کيفي نقطه وټاکو ، يعني هغه وکتورونه چې د تأثيرد يوې معينې کرښې سره اړيکه ونه لري .

بايد ووايو چې نه شو کولای قوه د يوه آزاد وکتور په توګه سره مطالعه کړو ، ځکه چې د قوې د ورود يا تأثيرنقطه نه شو کولای په کيفي ډول سره وټاکو.

که چيرې د يوه وکتور قيمت مثلاً Q په شکل کې د يوه قطعه خط «l » له لارې رسم کړو نو د هغه مقياس به داسې وي

$$\mu = \frac{Q}{l}$$

د μ سره معمولاً يوه علامه ياتورى هم ايږدو چې هغه د څه شي يا کوم کميت مقياس دی لکه :

د قوې لپاره

$$F = 200\ N; \quad l = 10\ mm \quad ; \quad \mu_f = 20\ N/mm$$

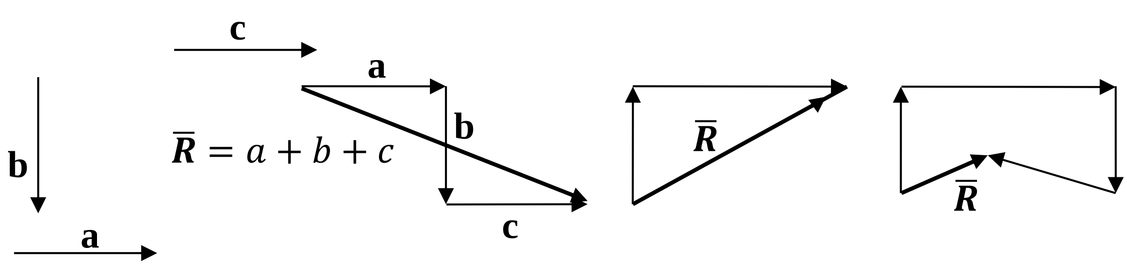
د سرعت لپاره

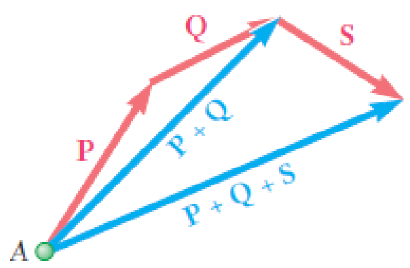
$$\vartheta = 200\frac{m}{s} \quad ; \quad l = 10mm; \mu_\vartheta = 20\frac{m}{s.mm}$$

د دوو ياڅو وکتورونو عمده وکتور بياهم يو وکتوردی ، خو د مقدارله پلوه د وکتورونو د جمع د حاصل (محصله قوه)سره برابر نه دی.که يو وکتور د خپل جهت پرخلاف کنبيښودل شي،نو هغه به د منفي کولوپه معنا وي.

هندسي (مثلثي) طريقه Triangles law of Forces

پدې طريقه کې د دوهم وکتورمبدأ د لومړي وکتورد انجام څخه ايږدو ، د دريم وکتورمبدأ د دوهم وکتور د انجام څخه او همداډول تراخره پورې و دې کارته دوام ورکوو. د وکتورونو جهت ته تغيرنه ورکوو او ترټولو وروسته د لومړي وکتور مبدأ د وروستي وکتورد آخرسره نښلوو او پدې ډول وکتورونه په هندسي ډول سره جمع کيږي.





1.3شکلونه

د متوازي الاضلاع طريقه Parallelogram law of Forces

دغه طريقه د هالينډي رياضي،ميخانيک پوه او انجنير سټيوين سيمون(1548-1620) لخوا وضع شوي ده.

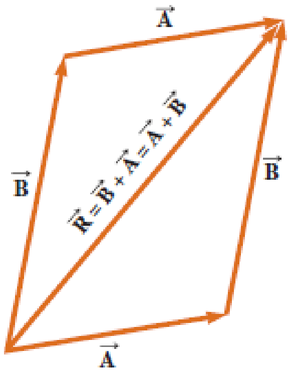
The Flemish mathematician and engineer Simon Stevinus (1548–1620) was the first to demonstrate resolution of forces, thereby establishing the foundation of modern statics.

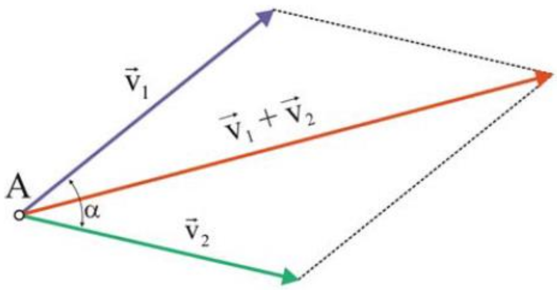
پدي طريقه کي لومړی يوه مبدأ ټاکو او ټول وکتورونه هلته په موازي توګه سره ليږدوو ، د يوه وکتورله انجام څخه د دوهم وکتور سره موازي رسموو ترڅو يو متوازي الاضلاع جوړشي . د دي متوازي الاضلاع قطربه د دي دوو وکتورونو د جمع حاصل وي . لومړی ، دوه وکتورونه سره جمع کوو او دهغوی نتيجه د دريم وکتورسره او همدا ډول تر آخره پوري و دي کارته دوام ورکوو. په عام ډول سره د دوو وکتورونو د جمع د حاصل لپاره، کله چي تر منځ ئي د α زاويه جوړه وي، د ساين او کوساين قضيود دي اړيکي څخه ګټه اخلو:

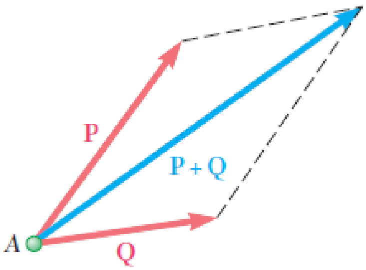
$$R^2 = a^2 + b^2 + 2\, a\, b\, cos\alpha$$

$$R^2 = a^2 + b^2 - 2\, a\, b\, cos\alpha$$

$$R^2 = a^2 + b^2$$







1.4شکل

1.7- قوه او دهغې مفهوم Forces Introduction

د لاتين څخه Fortis - کلک او غښتلی

د قوې مفهوم د روڼخي ژوند څخه له ورايه معلوميږي . په ژوند کې موږ د لومړيو ورځو څخه دا درک کوو چې د يوه ځايه څخه و بل ځای ته د يوه جسم د ليږدولو لپاره ، قوې ته ضرورت لرو ، که هغه د جسم پورته کول دي او يايې هم و سرعت ته تغييرورکول دي . دهمدې مطلب په نظرکې نيولو سره موږ قوه همداسې بولو چې دا د يوه جسم پربل جسم باندې د يوه داسې تاثيراو عمل اندازه ده چې دهغه په نتيجه کې جسم خپل ميخانيکي حالت ته تغييرورکوي .

زموږ په چاپيريال کې ډول ډول قوې ترسترګو کيږي لکه : د جاذبې قوه ، د برقي شوو اومقناطيسي شوو جسمونو له خوا د جذب او دفع قوه ، د اصطکاک قوه ، د يوه جسم پربل باندې د فشارقوه او داسې نورې .

دا پوښتنه چې ولې دا يا هغه قوه منځ ته راځي ، د فزيک په مختلفو برخو کې مطالعه کيږي .

په نظري ميخانيک کې يوازې او يوازې د قوې ميخانيکي اثرچې د قواو له خوا د جسم ميخانيکي حالت ته بدلون ورکول کيږي، مطالعه کيږي .

که چيرې د جسم ميخانکي حالت د هغه د سرعت په بدلون کې نغښتی وي ، نوموړ لکه څنګه چې ويل کيږي د قوې د ډيناميکي ډول تبارز سره سرو کار لرو.

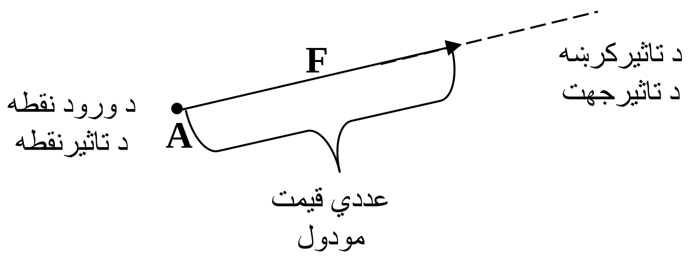
مثلاً د جاذبې قوې ترتأثيرلاندې هغه جسم چې عموداً و پورته خواته غورځول شوی دی، کرار کرار خپل سرعت لږوي ولې پرعکس هغه جسم چې سقوط کوي او لويږي ، خپل سرعت وار په وار زياتوي .

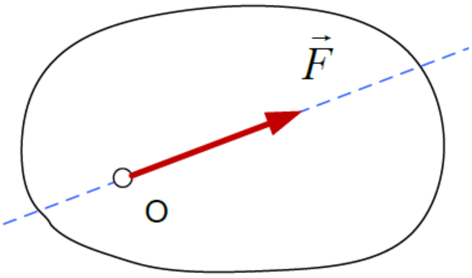
که چيرې جسم تر يوې زاويې لاندې وافق ته وغورځول شي نو د همدې قوې په اثرد جسم سرعت هم د کميت او هم د جهت له مخې بدلون پيدا کوي (جسم په تشه کې د پارابول سره سم حرکت کوي).

که چيرې د جسم د ميخانيکي حالت بدلون د سرعت په ډول نه بلکې د شکل د بدلون په ډول څرګند شي نوموړ وايو چې دا د قوې ستاتيکي تبارز دی .

مثلاً د جاذبې قوه پر افقي ميزباندې د پراته جسم حرکت نه بدلوي. پدې صورت کې جسم د ميزسره هم متقابلاً عمل کوي او د جسم د جاذبې قوه چې دی وکښته خواته را کشوي ، د ميز د مقاومت د قوې په اثرمتعادله کيږي .

پرجسم باندې د قوې عمل د لاندې «3» عناصرو څخه عبارت دی :





1.5شکل

1. د ورود نقطه

2. د قوې د اغيز جهت

3.د قوې عددي قيمت (مودول)

د قوې د ورود نقطه Point of Application: د جسم هغه مادي جزدی چې پر هغه باندې قوه نيغ په نيغه تاثيرکوي .

بايد وويل شي چې د قوې د ورود نقطي مفهوم شرطي دی ، ځکه چې د قوې ورود پريوې داسي هندسي نقطي باندې (چې اندازه ونه لري) عملاً ناشونی او ناممکن کار دی . هغه قوې چې په ميخانيک کې مطالعه کيږي ، هغوی د داسي قواو په ډول ترکتني لاندې نيول کيږي چې د جسم پريوې نقطي تمرکزلري او عملاً د قواو د يوې داسي مجموعي محصله ده چې د جسم د يې سطح پرټولو نقطو او يا حجم باندې عمل کوي .

مثلاً د جسم د جاذبې قوه – داسي تصور کيږي لکه د جسم د ټولو اجزاو د جاذبې محصله قوه .

د قوې جهت Direction: دهغه مستقيم الخط حرکت جهت دی چې دی قوې به وخيل ورودي نقطي ته ورکړی وای ، که چيرې د جسم دا جز آزاد وای او تر دې دمه پورې د سکون په حالت کې وای .

مثلاً د جسم د جاذبې قوه عموداً کښته خواته متوجه ده ، نو ګواکې په همدې خاطر، جسمونه چې پرهغوی باندې نورې قوې تأثير هم نه کوي اوتر دې دمه د سکون په حالت کې هم ول پر همدې جهت يعني کښته خواته لويږي.

د قوې د تأثيرکرښه The line of Action: هغه مستقيم خط چې قوه پر هغه باندې متوجه ده د قوې د تأثير د کرښې په نامه سره ياديږي .

قوه په نړيوال سيستم «SI» کې په N نيوټن سره اندازه کيږي:

$$1\,N = 1\,m\ \ kg\,s^{-2} = 1\,m\,.kg\,.s^{-2} = 1\,m\,\frac{kg}{s^2} = 1\,m\ \ kg/s^2$$

$$1\,N = (1\,kilogram)(\,1\,meter\ per\ second\ squared)$$

هغه قوې چې پرجسم باندې عمل کوي ، خارجي يا داخلي قوې دي .

خارجي قوې External Force: فعالې يا دعکس العمل قوې دي .

فعالې قوې Active Force: هغه دي چې د جسم د ځای د بدلون په صورت کې منځ ته راځي . د عکس العمل قوې هغه کوي چې د جسم د دې ځای بدلون مخه ونيسي .

داخلي قوې Internal Force: پرجسم باندې د خارجي قواو د تأثيرپه نتيجه کې منځ ته راځي . دهغو قواو مجموعه چې پريوه جسم باندې تأثيرکوي د قواو د سيستم په نامه سره ياديږي .

د قواو معادل سیستم Eqvivalence system : «اکویوالینت∝ ~ یا ≡«هغه سیستم دی چې د راکړل شوي سیستم په ډول پرجسم باندې عمل کوي او د جسم و حالت ته په تغیر نه ورکولو سره ،کولای شو دغه سیستم په هغه بل باندې بدل کړو.

د ~ یا ∝علامه په XVIII پیړۍ کې لیبنیځ Gottfried Wilhelm Leibniz وړاندې کړې ده.

د ≡ مودول مقایسوي علامه په 1801 کې د «کارل ګاوس*Carl Friedrich Gauß*» لخوا وضع شوه.

معادل سیستم (چې د صفرسره برابروي) هغه سیستم دی چې پرجسم باندې وارد شي ، ولې دهغه وحالت ته تغیر نه ورکوي .

د قواو هغه سیستم چې پرجسم باندې عمل کوي ، کولای شو هغه په یوې قوې (محصله قوې) باندې تعویض کړو.

د قوې عددي قیمت (مودول) Magnitude: د یوې بلې قوې سره چې د مقیاس یا واحد په توګه منل شوې ده ، د هغې سره د مقایسې په نتیجه کې پلاس راځي .
هغه الات چې د قوې د ستاتیکي مقایسې او اندازه کولو لپاره کارول کیږي د«دینامومتر» (قوه سنج) په نامه سره یادیږي.
د دینامومتریوه ساده بیلګه فنري ترازو دی ، د دې دینامومترد کار بنسټ داسې دی چې تریوې معینې اندازې پورې د فنرد شکل بدلون (کشش) دعاملې قوې سره مستقیماً متناسب دی او کله چې د قوې تأثیرله منځه ولاړشي ، نو دا د شکل بدلون هم له منځه ځي.

دوهم فصل

د ستاتیک بنسټیز مفاهیم او اصول
Fundamental Consepts and principles of Statics

2.1- د ستاتیک اکسیومونه Statics Axioms

لوئیس پوآنسو فرانسوی ریاضي او میخانیک پوه

3.01.1777-5.12.1895

ستاتیک د یوناني ژبي څخه لغتاً $\sigma\tau \propto \tau o \zeta$ statos لغتاً د ساکن او غیر متحرک په معنا دی .

اصطلاحاً ستاتیک د نظري میخانیک هغه برخه ده چي د قواو عمومي خواص او د وارده قواو ترتأثیرلاندي د جامدو جسمونو د تعادل شرایط مطالعه کوي .

په ستاتیک کي د جامد جسم تعادل هغه حالت دی چي جسم نظرو هغه کاردیناتي سیستم ته چي د غیرمتحرک سیستم په توګه منل شوی دی ، ساکن وي . دغسي یوسیستم په ستاتیک کي کیدای شي هغه کارديناتي سیستم وي چي د ځمکي سره نژدي اړیکه ولري .

د ستاتیک په بنسټونو کي د کلاسیک میخانیک د لومړي او دریم قانون څخه پرته ځونوري قاعدي چي په پیړیو پیړیو عملي کارونو سره تائید شوي دي او د ستاتیک د اکسیمونو په نامه سره یادیږي، هم ځای لري .د ستاتیک ډیر اکسیمونه مشهور فرانسوي عالم« **پوانسو** » وضع کړي دي.

اکسیوم عبارت دهغي منل شوي قضیي څخه دی چي له ثبوت څخه پرته د منلو وړ وي .

پرهغه باندي په اتکاسره د ستاتیک نوري قاعدي په منطقي ډول سره جوړیږي .

د سریزي په ډول لاندي تعریفونه ترکتني لاندي نیسو:

1.د هغو قواو مجموعه چي په ترمطالعي لاندي جسم باندي تأثیرکوي ، د قواو د سیستم په نامه سره یادیږي . هغه قوي چي د دي سیستم په ترکیب کي شاملي وي ، د دي سیستم د مرکباتو یا اجزاو په نامه سره یادیږي .

د قواو سیستم کیدلای شي متلاقي- متقاطع ، موازي او یاهم کیفي وي .

2.که چیرې د قواو سیستم داسې وي چې د هغه ترتأثیرلاندې آزاد جسم خپل حرکت ته بدلون نه ورکوي او یا همداسې د سکون په حالت کې پاته کیږي ، نو داسې یو سیستم د متعادل سیستم په نامه سره یاېږي . د دې ډول سیستم د قواو په هکله وایې چې هغوی په تعادل کې واقع دي . د آزاد جسم څخه موخه هغه جسم دی چې په نورو جسمونو پورې نه وي تړلی ، یعني داسې جسم چې کولای شو هغه ته په فضاء کې هرډول د ځای بدلون ورکړو.

3.هغه قوه چې ګواکې په یوه سیستم پورې چې پرجسم باندې عمل کوي اړه ولري (وصل شوې وي) او دا سیستم د تعادل وحالت ته را ولي نو دغه قوه د سیستم د متعادلې قوې په نامه سره یادیږي .

د دې ځایه څخه معلومیږي چې په متعادل سیستم کې هره یوه قوه د نورو په نسبت متعادله قوه بلل کیدای شي .

4.د قواو دوه سیستمونه معادل او اکویلولنت (برابراو مساوي) بلل کیږي ، که چیرې هغوی دواړه پریوه جامد جسم باندې یوډول میخانیکې عمل وښندي .

5. یوه قوه چې د یوه قوه ایزسیستم معادله وي د محصله قوې په نامه سره یادیږي .

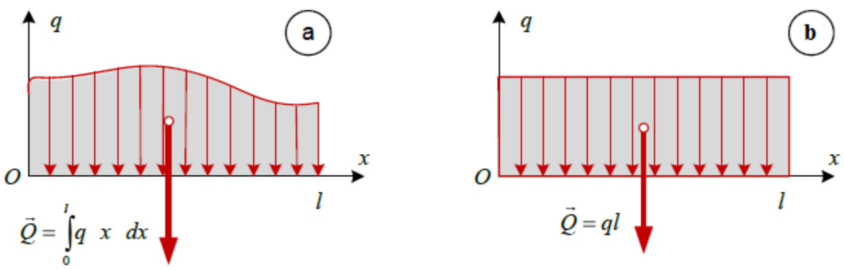
6. هغه قوه چې پرجسم باندې د یوه بل جسم له لارې عمل کوي، د خارجي قوې په نامه سره یادیږي . هغه قوې چې د جسم د اجزاو ترمنځ متقابل عمل ترسره کوي ، د داخلي قواو په نامه سره یادیږي .

متمرکزه قوه : په یوې نقطې کې اغیزه کوي .

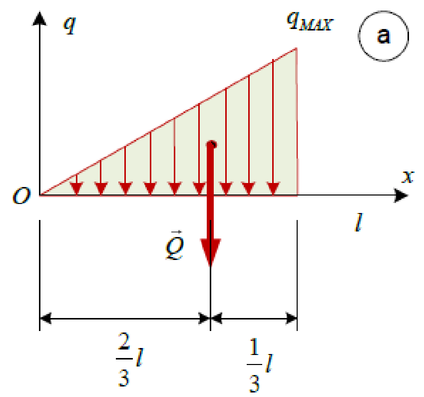
منتشره یاویشل شوې قوه : هغه قوه ده چې پرجسم باندې په ویشل شوې توګه باندې اغیزه وکړي او په q یا w سره ښودل کیږي kg/m ، ton/m ، N/cm ، kN/mm

د ویشل شوې قوې یو څو شیماګانې په لاندې ډول سره دي:

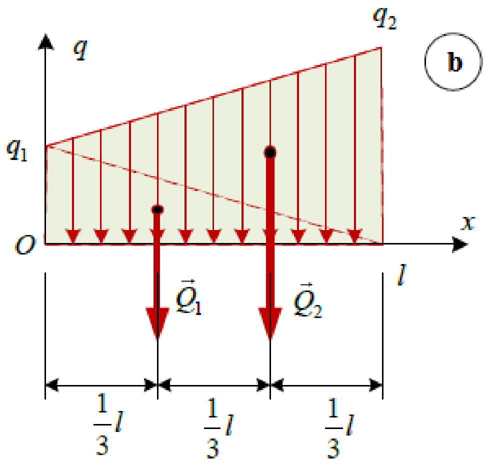
- د کربنې په اوږدو ویشل شوې قوه: نا منظمه ویشل شوې، منظمه ویشل شوې



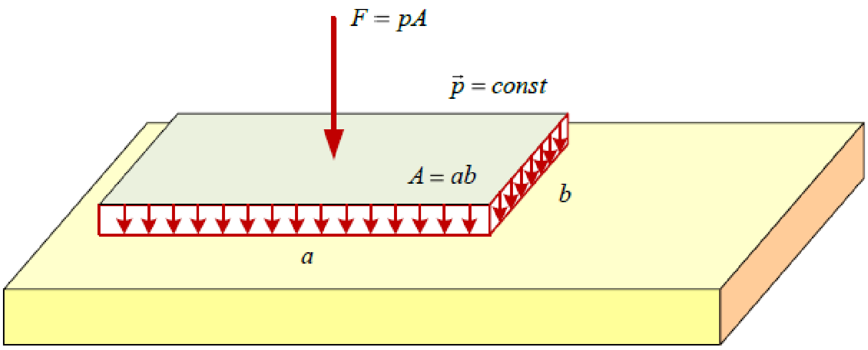
- قوه چې د 0 څخه تر q_{max} پورې بدلون کوي.



-قوه چې د q_1 څخه تر q_2 پورې بدلون کوي



- قوه چې پر سطح باندې ویشل شوې وي



2.1-شکلونه

ستاتیکي قوه :پرساختمان باندې کرارکرار اغیزه کوي او د لړزې او اهتزاز د منځ ته راتلو سبب نه کیږي.

دینامیکي قوه: پرجسم باندې چټکه اغیزه کوي اوپه هغه کې لړزه او اهتزاز منځ ته راوړي.

دایمي قوې: هغه قوې دي چې اغیزه یې پرجسم باندې دتل لپاره وي ، مثلاً دساختمان دعناصرو وزن.

لندمهالي یا موقتي قوې: هغه دي چې اغیزه یې پرساختمان باندې په یوه ځانګړي شیبه کې وي او وروسته له منځه ولاړه شي، مثلاً پرساختمان باندې د واورې د طبقې فشار ، د باد د قوې فشار، په ساختمان کې دننه د خلکو او وسایلو شتون چې موقتي بڼه ولري اونور.

د ستاتیک اکسیومونه :

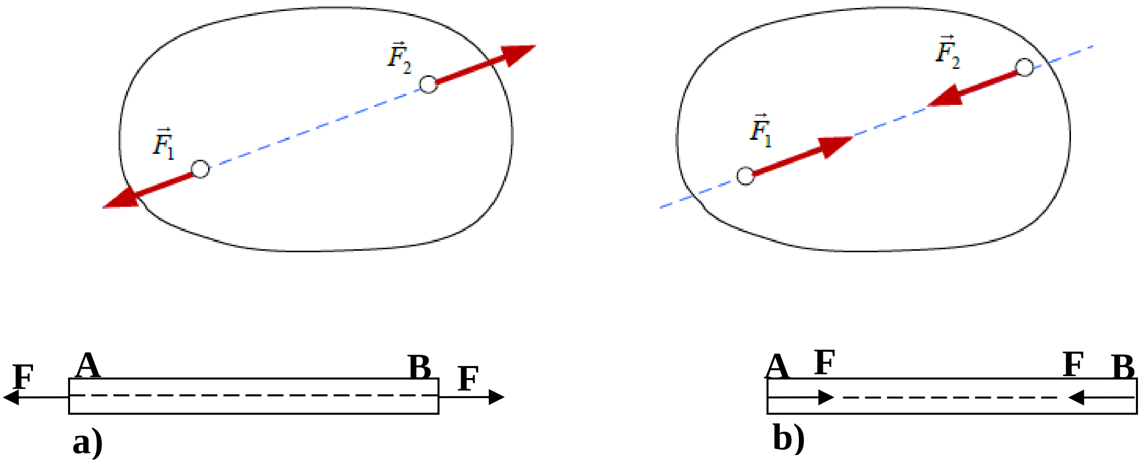
په ستاتيک کې ټولې مسئلې د يوشميرمنل شوو اصولو پربنسټ له الجبري ثبوت څخه پرته ،حل کيږي.

دغو اصولو ته د ستاتيک اکسيومونه ويل کيږي . ياپه بل عبارت :

اکسيومونه هغه بې ثبوته قضيې دي چې د تجربو او مطالعو په ترڅ کې د قواو او د هغوی د تعادل په هکله منل شوي دي. موږ په ستاتيک کې لاندي اکسيومونه مطالعه کوو:

لومړی اکسيوم :د دوو قواو په هکله اکسيوم The principle of two Forces

د دوو قواو ترتاثيرلاندي مطلق جامد جسم يوازي هغه وخت د تعادل په حالت کې واقع کيږي چې دا قوې د مودول له نظره مساوي او د يوې مستقيمې کرښې په امتداد مخالف الجهت وي . بايد وويل شي چې دغه اکسيوم لکه د ستاتيک ټولې قاعدي يوازې د مطلق جامد جسم په هکله بې له قيد او شرط څخه د منلو وړ دی .



2.2 شکل

د واقعي شکل بدلوونکو جسمونو لپاره، د دې اکسيوم استعمال بايد داسې وي چې د هغو قواو څانګړتياوې چې پرجسم باندې واردې شوي دي،هرو مرو په نظرکې ونيول شي .دغه اکسيوم يوازي په ستاتيک کې د کارولو وړ دی.

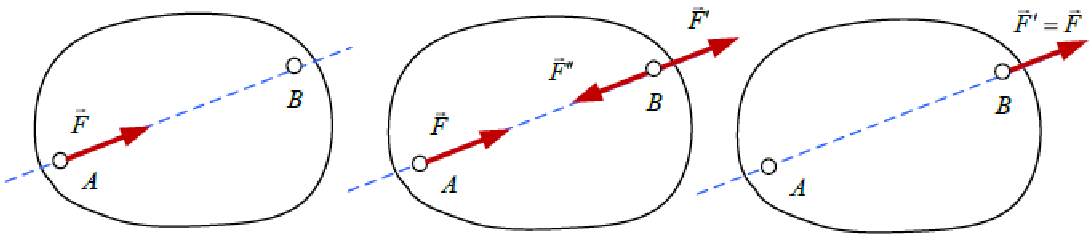
مثلاً که چيرې موږ دوې قوې F_1 او F_2 چې په قيمت سره مساوي اومخالف الجهت وي، پريوه نري تار(ميله) واردې کړو ، نو دا تار به يوازې د a په حالت کې په تعادل کې وي (کله چې تارکشيږي)، خو د b شکل په صورت کې به تار ګنجې شي او د تعادل په حالت کې به ونه اوسي .

دوهم اکسيوم: The Principle of Transmissibility

پرمطلق جامد جسم باندې د وارده قواو د سيستم د تاثير په نه نقضولو سره کولای شو چې و دې سيستم ته هره متعادله قوه ور زياته او يا يې ورڅخه ليرې کړو.

په بله ژبه که چيرې يوه متعادله قوه د قواو وهغه سيستم ته چې پرمطلق جامد جسم باندې عمل کوي ور زياته کړو ، نو يو داسې سيستم به پلاس را ورو چې د پخواني سيستم سره به يوشی وي . او پرعکس که چيرې پدې سيستم کې څو قوې چې يوازې په مستقلانه ډول يومتعادل ګروپ رامنځ ته کوي ،شتون ولري ، نو کولای شو د داسې قواو ګروپ هم د جسم څخه ليرې کړو. هغه سيستم چې پاته کيږي دپ خواني سيستم سره به مساوي وي .

لومړی نتیجه :



2.3 شکل

هره هغه قوه چې د مطلق جامد جسم پریوې نقطې باندې وارده شوې ده کولای شو چې د هغې و تأثیر ته په نه تغیر ورکولو سره د دې قوې د تأثیر د مستقیمې کرښې په امتداد و یوې بلې نقطې ته يې ولیږدوو.

ثبوت : پرجسم باندې دF قوه تاثیر کوي او د A پر نقطې باندې وارده شوې ده . د دې قوې د تاثیرد کرښې په امتداد یوه کیفي نقطه B ټاکو او پرهغې باندې دوې قوې یعنې F' او F واردوو. دا قوې په مودول یوه له بلې سره مساوي او پرمستقیمې کرښې باندې مخالف الجهته پرجسم باندې تاثیرکوي:

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

د مساوات علامه = د رابرت ریکارد Robert Recorde لخواپه 1557 کې وراندې شوې ده.

د ستاتیک د لومړي اکسیوم سره سم دغه قوې یوه بله متعادلوي ، نو د دوهم اکسیوم پر بنسټ دهغوی په وارد ولوسره د مطلق جسم په حالت کې کوم تغیرر امنځ ته نه شو.
یوزاې دF' قوه پاتیږي چې د F د قوې سره مساوي ده او د هغې د تاثیرد کرښې په امتداد پرته ده . لکه څنګه چې د F' قوې د ورود نقطه B موږ په کیفي ډول سره د کرښې په امتداد وټاکله، نونتیجه هم ثابته شوه .
د قوې دغه خاصیت د فرانسوي عالم **وارینون** لخوا وضع شوی دی.
موږ وینو چې دهرمطلق جامد جسم لپاره د قوې د ورود نقطه نوره د قوې مهمه برخه نه ګڼله کیږي، بلکې هغه د قوې دعمل د کرښې پواسطه عوض کیږي . او په پای کې ویلای شو قوه چې پرمطلق جامد جسم باندې وارده شوې وي د ښویدونکي وکتورحیثیت لري .

البته کولای شو د قوې د ورود لپاره یوه نقطه وټاکو ، خوکولای شو لکه پورته چې ولیدل شول هغه په یوه بله نقطه چې د قوې د تاثیر د کرښې په امتداد کې پرته وي عوض کړو.
باید یادونه وشي چې د متعادلو قواو ورود او یا د هغوی لیږی کول اوهمدارنګه د تاثیر د کرښې په امتداد د قوې لیږدونه کولای شي د جسم په دننه کې د قواو د تقسیم او ویش بڼه بدله کړي .
مثلاً که چیرې د هغو قواو ورودي نقطې چې په شکل کې پرنرۍ میلې واردیږي ، د a د حالت څخه د b وحالت ته تغیروخوري ، نو دا ډول تغیرکولای شو چې د F_1 او F_2 قواو د تاثیرد کرښو په امتداد د میلې و دوو متقابلو څوکو ته پلاس را وړو.
معلومه خبره ده چې دا ډول لیږدونه که چیرې میله د شکل بدلون وکړي ، د میلې دننه به د هغې جوړښت ته خورا ډیرتغیر ورکړي څکه چې په a حالت کې میله کشیږي او د b په حالت کې هغه کښیکښل کیږي .

نو د عملي کارو د سرته رسولو لپاره د دې قاعدې څخه یوازې هله کټه اخیستل کیږي چې پرجسم باندې یوازې د خارجي قواو تاثیرمطالعه کیږي . یعنې یوازې د جسم د تعادل ضروري حالت معلومیږي .
پدغو شرایطو کې موږ دا منو چې جسم مطلق جامد دی او د داخلي قواو څخه کولای شو بیخي تیر شو. ولې په حقیقت کې د عمل او عکس العمل مساوات د قانون پر بنسټ د جسم هرې دوې کیفي ذرې یوه پربلې باندې په هغې قوې سره عمل

کوي چې مودول يې مساوي اود تاثيرد کرښي په امتداد يې جهت مخالف وي . نو داسي معلوميږي چې دا قوې تل په مجموع کې يومتعادل سيستم رامنځ ته کوي او د مطلق جامد جسم په صورت کې کولای شو هغه ايسته او ليرې کړو .

لکه څنګه چې په ستاتيک کې يوازې د مطلق جامد جسم تعادل مطالعه کيږي ، نوپه راتلونکي کې به د هغې قوې څخه چې پرجسم باندې تاثيرکوي د تل لپاره د خارجي قواو څخه مومخه اومنظور وي . (که چيرې پدې هکله کومه ځانګړې يادونه نه وي شوې) .

دوهمه نتيجه :

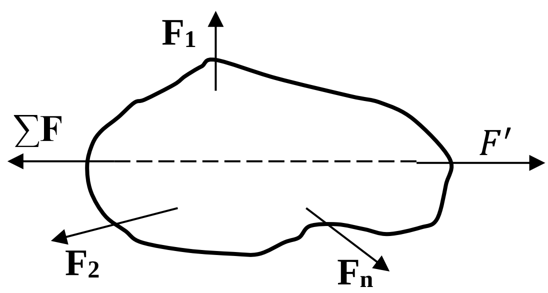
محصله قوه او متعادله قوه نظرپه مودول سره مساوي او د يوې کرښي په امتداد يوه د بلې مخالف الجهته پرتې دي .

ثبوت :

داسي يې بولو چې $\sum F$ د $F_1, F_2..\ F_n$ قواو محصله قوه ده او د تاثيرپرکښه باندې يې د F' داسي قوه وا ردو چې د محصله قوې سره په مودول مساوي ولې جهت يې د همدې کرښي په امتداد ، مخالف دی. د $\sum F$ او F' د هغو قواو په ډول چې مودول يې سره برابر ولې جهت يې د کرښي په امتداد سره مخالف دی ، يوه بله سره متعادله کوي.

د جسم وحالت ته په تغير نه ورکولوسره کولای شو چې محصله قوه يعني $\sum F$ دهغې په مرکباتو سره عوض کړو يعني په $F_1, F_2\ ..F_n$ سره.

د $\sum$ علامه په 1769 کې د ليونارد ايلر لخوا وضع شوه.



2.4شکل

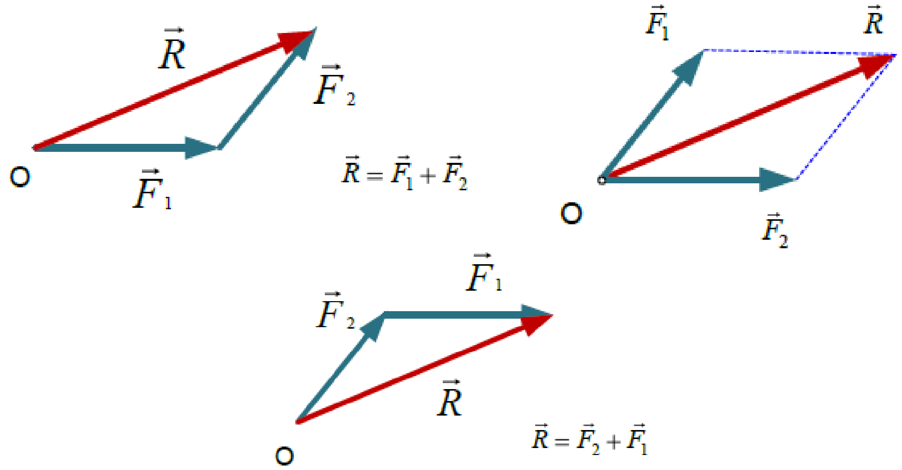
د شرايطو سره سم د F' قوه د $\sum F$ قوې سره نظرپه مودل مساوي اوهغه په تعادل کې ساتي نو F' به د $F_1, F_2..F_n$ قواو د سيستم لپاره متعادله کوونکي قوه وي. نو د دې نتيجې څخه داسي معلوميږي :که چيرې د يوه قوه ايز سيستم لپاره د محصله قوې $\sum \mathbf{F}$سره معادله قوهF' شتون ولري،نو دا سيستم کيدای شي په همدې معادلې قوېF' سره متعادل شي .

دريم اکسيوم:د متوازي الاضلاع اکسيومThe principle of Parallelogram law

د دوو قواو محصله قوه چې د جسم پريوې نقطې باندې وارده شوې وي په همدې نقطې کې د هغه متوازي الاضلاع د قطر په شکل سره ښودل کيږي چې پر همدغو قواو لکه پر دوو ضلعو باندې چې جوړشوی وي .(استثنا به هغه حالت وي و کله چې $\vec{R} = 0$ وي).

هغه متوازالاضلاع چې پردغو قواو باندې رسم شوی وي ، د قواو د متوازي الاضلاع په نامه سره ياديږي اوهغه طريقه چې دهغې له مخې محصله قوه پيدا کيږي ، د متوازي الاضلاع د طريقې په نامه سره ياديږي .

د متوازي الاضلاع په طريقې سره د قواو جمع کول لکه د نورو وکتوري کميتونو د جمع حاصل د هندسي (وکتوري) جمع ده،رياضيکي ثبوت نه لری او لکه اکسيوم منل شوی دی .

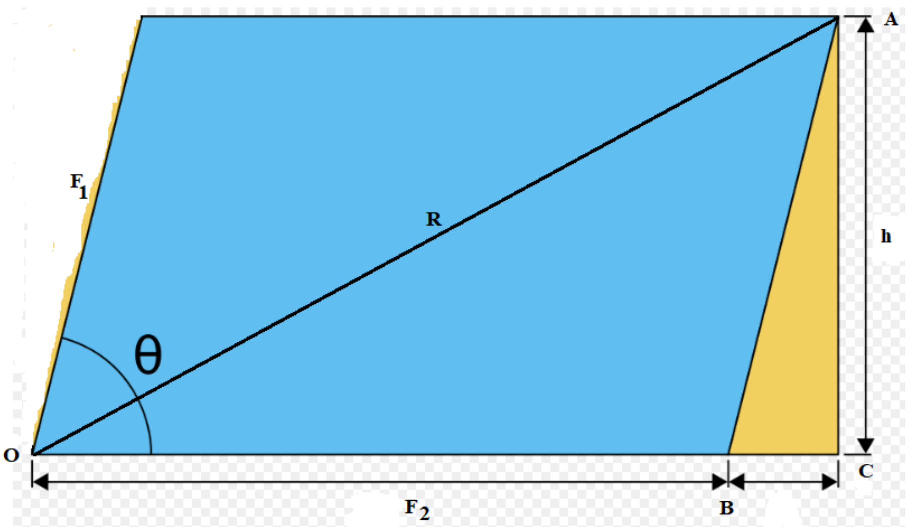


2.5 شکل

هندسي یا وکتوري جمع:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad ; \quad \sum F^{\rightarrow} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

د وکتورسکالري قیمت:



$$OA = R; OB = F_2; AB = F_1$$

$$R^2 = (F_2 + BC)^2 + AC^2 = F_2^2 + 2F_2BC + BC^2 + AC^2 \ldots(1)$$

له ABC مثلث څخه لرو:

$$F_1^2 = BC^2 + AC^2$$

دغه قیمت په (1) معادله کې وضع کوو، لرو چې:

$$R^2 = F_2^2 + 2F_2BC + {F_1}^2 \ldots(2)$$

له ABC مثلث څخه لیکو:

$$cos\theta = \frac{BC}{F_1} => BC = F_1 cos\theta$$

که دغه قیمت په (2) معادله کې وضع کړو، لرو ، چې:

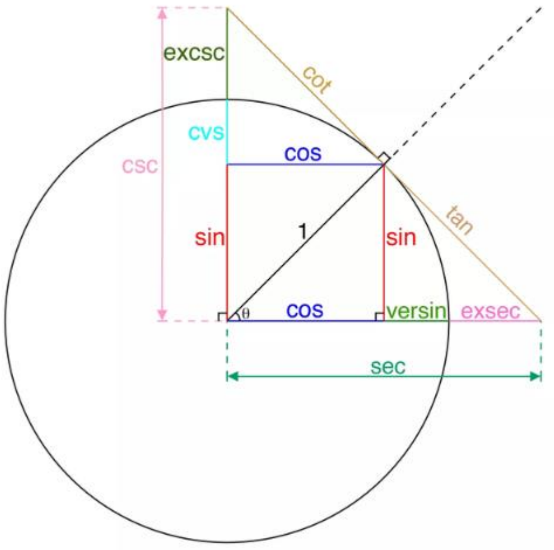
$$R^2 = F_2^2 + 2\, F_1F_2cos\theta + F_1^2$$

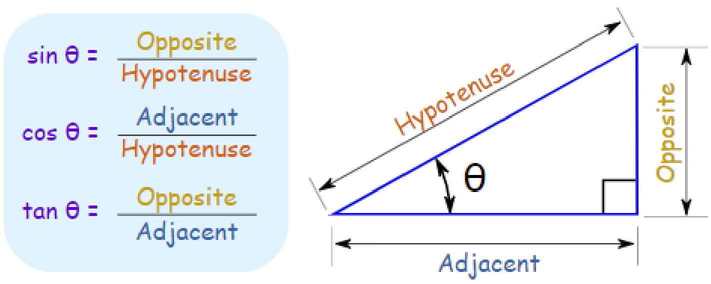
دغه فورمول معمولاً داشې لیکل کیږي:

$$R^2 = F_1^2 + 2\,F_1F_2cos\theta + F_2^2 \Rightarrow R = \sqrt{F_1^2 + 2\,F_1F_2cos\theta + F_2^2}$$

که چيرې دوي قوې د جسم پرمختلفو نقطو باندې واردې شي ، خو د دوی د تأثيرکربنې سره قطع کړي ، نو د لومړي اکسيوم پربنسټ مونږ کولای شو دواړې قوې د دوی د تأثيرد کربنو د تقاطع و نقطې ته داسې را وليږدوو چې سره يوځای يې کړو او وروسته د متوازي الاضلاع په طريقه هغوی سره جمع کړو .

که چيرې د دوو قواو د تأثيرکربنې د جسم څخه د باندې کوم چيرې سره قطع کړي نولومړی دواړې قوې د هغو د تأثير د کربنو د تقاطع ونقطې ته را انتقالوو او وروسته يې محصله پيدا کوو او بيا دا محصله د جسم و يوې نقطې ته (د دې دوو نقطوڅخه) ليږدوو.

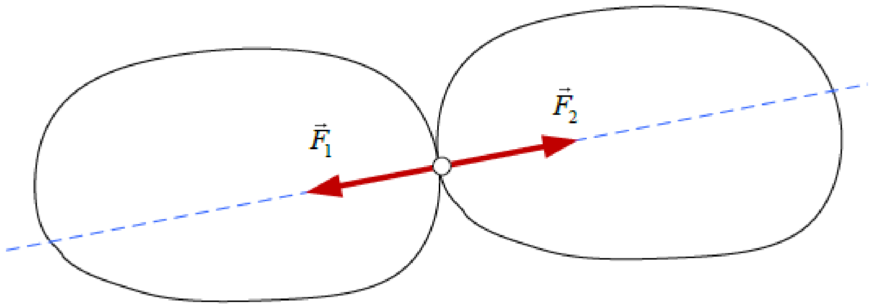




ډيره مهمه يادونه:

د قواو هندسي مجموعه (عمده وکتور $\vec{R} = \vec{F}_{prin}$) او محصله قوه $(\sum \vec{F})$ دوه جلاجلا مفهومونه دي.د تعريف سره سم محصله قوه هغه ده چې د دې يا هغه قوه ايز سيستم معادله يا ايکوي والينټ وي.عمده وکتور يوازې د ټولو را کړل شوو قواو وکتوري(هندسي) جمع ده او په کومې نقطې پورې تړلی نه دی.د متلاقي قواو په هکله محصله قوه او عمده وکتور سره يو دي.

څلورم اکسيوم : د دوو جسمونو د عمل او عکس العمل مساوات The Principle of Action and Reaction



2.6 شکل

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2;\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0\ ;\ \ F_1 = F_2$$

د هرعمل لپاره دهغه مساوي ولې مخالف الجهته عکس العمل شته دی .

دغه اکسیوم دا تأییدوي چې د دوو جسمونو یوپربل باندې د تاثیرقوه په مودول سره مساوي او پریوې مستقیمې کرښې باندې مخالف الجهته ده . نویدې ډول په طبیعت کې یوازېزه تاثیرکوونکې قوه نشته .

د F_1 او F_2 قوې يو متعادل سيستم جوړوي، خو په ياد لرو چې پردوو جلاجلا جسمونو باندې عمل کوي.

پنځم اکسيوم :د جامدوالي اصل Principle of solidification

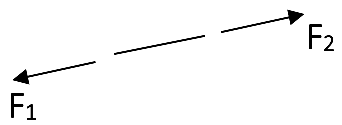
که چيرې غيرجامد جسم په تعادل کې قرار ولري نو دا تعادل په هغه حالت کې هم نه ويجاړيږي کله چې دا جسم په مطلق جامد جسم باندې واوړي .

دا ښکاره خبره ده ځکه کله چې غيرجامد جسم چې په تعادل کې واقع وي ، په مطلق جامد جسم بدليږي نو ترلومړي حالت زيات د جسم د حرکت امکان محدوديږي ، نور هم د جسم تعادل ځواکمن کيږي او هغه نه خرابيږي .

د جامديت اصل د دې امکان پلاس را کوي چې د غيرجامد جسم او هرشکل بدلوونکې ساختمان لپاره هغه د تعادل شرايط چې ستاتيک د مطلق جامد جسم لپاره وضع کړي دي ،هم دلته په کار واچوو.

دا شرايط د غيرجامدو جسمونو لپاره د تعادل لپاره اړين دي ولې تل کافي نه وي . لکه چې پورته مو وليدل د نري تارد تعادل لپاره يوازې د مساوي اومخالف الجهته قواو ورود دهغه پرانجامونو باندې بسنه نه کوي، بلکې دا قوې بايد تارکش کړي نه داچې هغه کښيکاږي .

که جسم د قوې ترتأثيرلاندې شکل واړوي خوپه تعادل کې وي نو د هغه د شکل بدلون په محاسبه کې نه نيسو او هغه مطلق جامد بولو مثلاً که يوه رسۍ يا کيبل د F_1 او F_2 قواو تراغيزې لاندې په تعادل کې وي نو معلومه خبره ده چې د وخت په تيريدلوسره کرار کرار کشيږي او دهغې اوږدوالی يو لږ څه بدلون کوي . د دې هندسي شکل بدلون تأثيرΔl په نظرکې نه نيسو .



$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = 0 => F_1 = F_2$$

نو د $F_1 = F_2$ اړيکه د Δl له امله تغيرنه خوري .

نوېدې ډول سره د هغه شکل بدلون په نظرکې نيول چې په حقيقي جسم کې د واردو شوو قواو د اغيز له امله منځ ته راځي ، يوازې هغه نتايج چې د مطلق جامد جسم په ميخانيک کې پلاس راغلي دي ، تکميلوي او هغه له منځه نه وړي .

شپږم اکسيوم : د انرشيا اکسيوم

مطلق جامد جسم د متقابلاً متعادلو قواو ترتاثيرلاندي ياخپل د سکون حالت ساتي او ياخپل منظم مستقيم الخط حرکت ته دوام ورکوي .

د انرشيا اکسيوم د ګاليلي له خوا وضع کړل شوی د انرشيا قانون را په ګوته کوي .

2.2- اړيکي او د هغوی د عکس العمل قوي Reaction at supports and connections

د ستاتيک ټول قوانين اوقضيې د آزاد او جامد جسم په هکله تحقق لري .

جسمونه پرآزادو او تړل شوو (غيرآزاد) باندې ويشل کيږي .

آزاد جسمونه : هغه جسمونه دي چې د ځای بدلون يې محدود نه دی .

تړلي جسمونه : هغه جسمونه دي چې دځای بدلون يې د نورو جسمونو پواسطه محدود شوی وي .

هغه جسم چې د نورو جسمونو د ځای بدلون محدودوي د اړيکي يا ارتباط په نامه سره ياديږي .

هغه قوي چې د ارتباط له خوا عمل کوي او د جسم د ځای د بدلون مخه نيسي د ارتباط د عکس العمل د قواو په نامه سره ياديږي .په همدغه مفهوم سره د اړيکی عکس العمل ،فرانسوي عالم پوانسو وراندي کړی دی.

دارتباط د عکس العمل قوي هميشه د هغې خوا څخه راځي پرکومې چې د ځای بدلون امکان نلري .

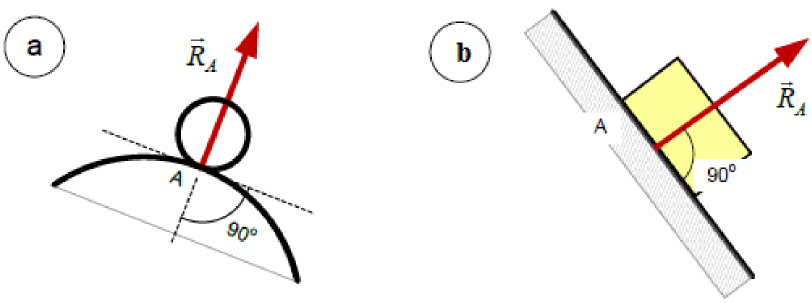
هرتړلی جسم کولای شو د يوه آزاد جسم په توګه سره ومنو، که چيرې دهغه ارتباط وشلوو اوتأثيرې د عکس العمل په قواو باندې تعويض کړو . (د ارتباط څخه د آزادی اصل) .

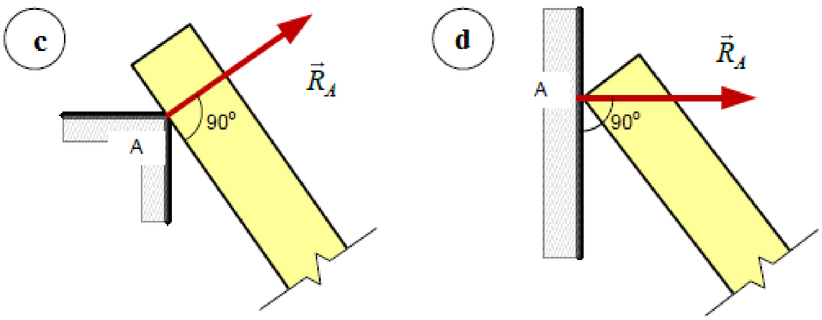
ټولي اړيکي کولای شو پرڅوډوله وويشو:د جسمونو تماس ، جاذبه ، رسی يا پړی ، کيبل ، متحرک مفصل ، ساکن مفصل ، پرس ، پرچې ، ويلډينګ ، يوريخته ياکلکه اتکاء .

د ساختمان اړيکه د مځکې سره د اتکاء په نامه سره ياديږي لکه : متحرک مفصل ، غيرمتحرک مفصل ، کلکه يا يو ريخته اتکاء.

a. اواره اړيکه (له اصطکاک څخه پره ته) Frictionless surface

د اتکاء د عکس العمل قوه تل د اتکاء پرنقطې باندې په عمودي ډول سره وارده ده .

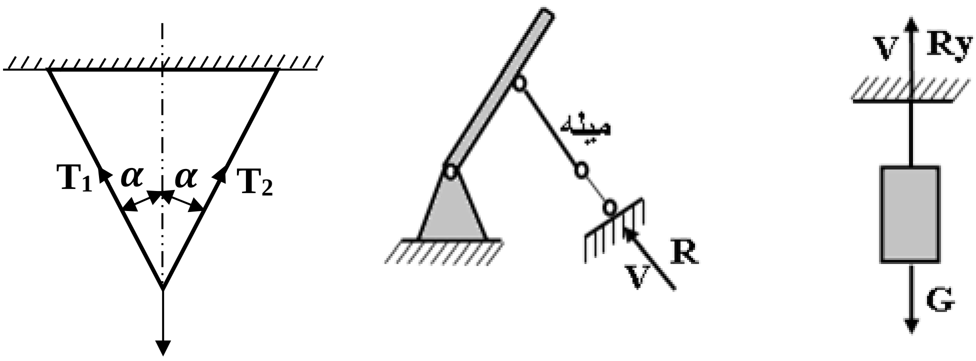




شکل2.7

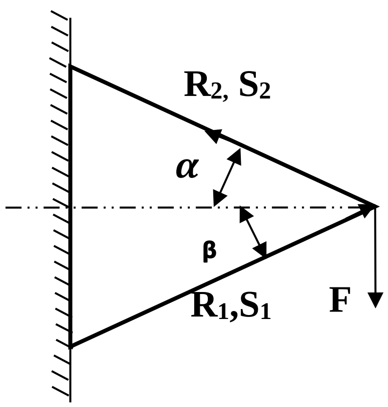
b. نرم ارتباط String

د تارکشش (تار، پړی یا وابښکی ، مخصوصي د مزرو رسی ، زنځیر).
جسم په دوو تارو سره ځړول شوی دی ، د تارد عکس العمل قوه د جسم څخه د تارپه امتداد متوجه ده اوتار باید یوازي او یوازي کش شي .



شکل2.8

c. مستحکمه میله په شکلونوکي میله په پنډو کربنو سره ښودل کیږي .
میله کولای شي چي کش شي اویاهم کنبیکنبل شي .د میلي د عکس العمل قوه د میلي په امتداد متوجه ده.
د عکس العمل د قوي دقیق جهت پدي ډول پیداکیږي چي په خیالي ډول سره میله ایسته کوي او متقابلاً د جسم د ځای بدلون د میلي څخه پرته مطالعه کوي .



شکل2.9

د يوې نقطې ممکنه اواحتمالي د ځای بدلون هغه بې نهايته کوچنی د ځای بدلون دی چې پرهغې باندې دارتباط له خوا وارد شوی دی او هغه پدې لحظه کې مجاز ګڼل کيږي .شکل ته به ځير شو:

لومړۍ ميله ليرې کوو، پدې صورت کې دوهمه ميله کښته خوا ته لويږي، نوداسې معلوميږي چې د لومړۍ ميلې دعکس العمل قوه به پورته خواته متوجه وي .

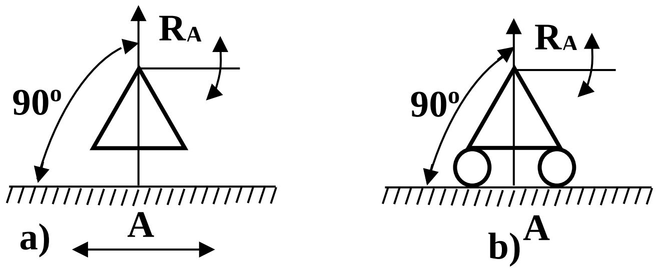
دوهمه ميله ليرې کوو، پدې صورت کې د A نقطه کښته کيږي اوکرارکرار د ديوال څخه ليرې کيږي ، نونتيجه دا شوه چې د دوهمې ميلې د عکس العمل قوه به وديوال ته متوجه وي .

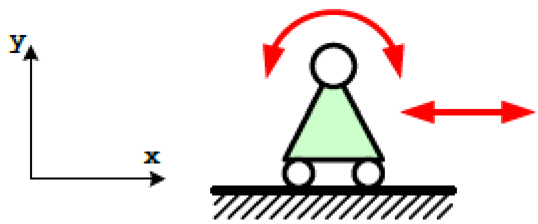
d. مفصل لرونکي اتکاء Ruller suppurt

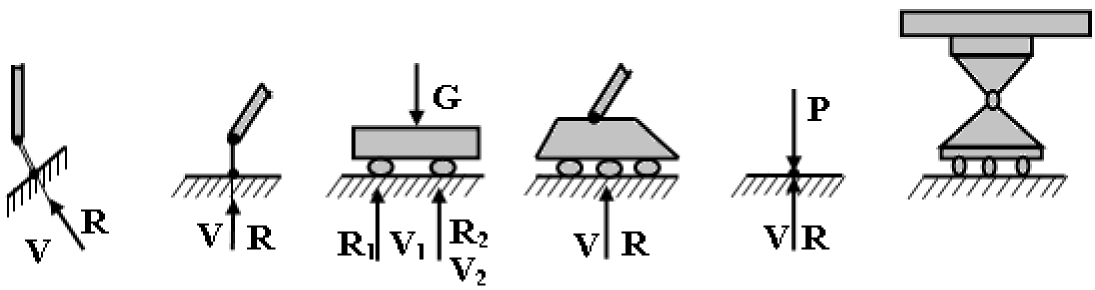
مفصل د دې امکان برابروي چې جسم د اتکأ د نقطې پرشاوخوا را وګرځي ،پردوه ډوله دی :

a- متحرک مفصل لرونکي اتکاء:

ميله چې په مفصل کې ټينګه شوې ده کولای شي د مفصل پرشاوخوا وګرځي را وګرځي . په همدې ډول د اتکاء نقطه کولای شي چې د جهت ورکوونکي په امتداد حرکت وکړي .





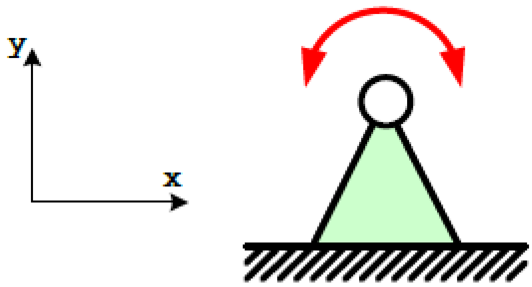


2.10شکل

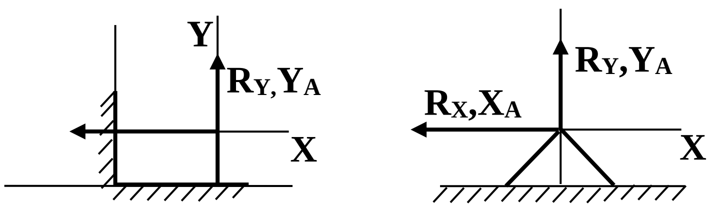
د متحرک مفصل دعکس العمل قوه عموداً پراتکأ باندې متوجه ده اويوازې د اتکأ د سطح دعرضې ځای بدلون امکان نشته .

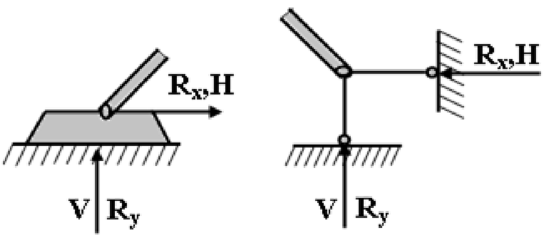
b- غيرمتحرک مفصل لرونکي اتکاء:

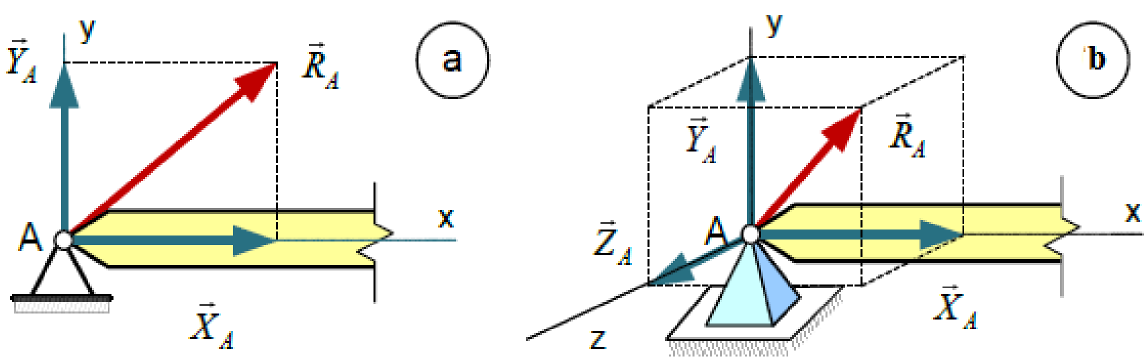
د اتکأ نقطه په هيڅ ډول سره د ځای بدلون نه شي کولای .



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$







شکل2.11

ميله کولای شي آزادانه د محور پرشاوخوا راوګرځي . د دې ډول اتکاء د عکس العمل قوه د مفصل د محور څخه تيريږي ، خوجهت يي مخکي له مخکي معلوم ندی، داجهت معمولاً د دوو مرکبو په شکل ارائه کيږي، افقي او عمودي $R_x, R_y(X_A, Y_A)$

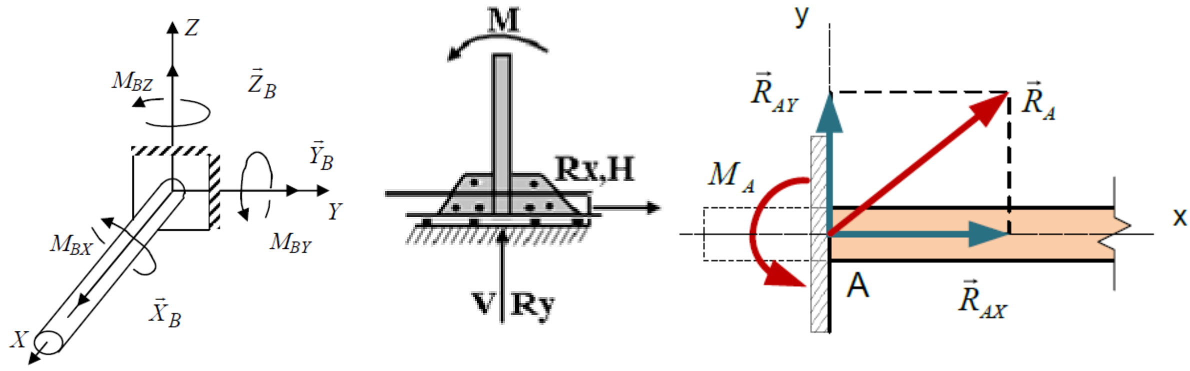
د $\sqrt[n]{x}$ علامه په 1629 کي البيرت جيرارد Albert Girard را منځ ته کړه او د نيوټن او ليبنيخ لخوا نور هم ور باندي تينګار وشو.

وښی خواته پورته يا کښته $R_x, R_y(X_A, Y_A)$ دانديکس علامي د اساک نيوټن لخوا وضع شوي دي.

e. محکمه اوسخته شوي اتکاء (پوريخته اتکاء) Fixed Suppurt

د اتکاء د نقطي هرډول د ځای بدلون غيرممکن دی . د خارجي قواو د تأثيرپه نتيجه کي په اتکاء کي د عکس العمل قوه «R» او د عکس العمل مومنت «M_A»يا M_B منځ ته راځي چي د اتکاء د ګرځيدلو ـ راګرځيدلو مخه نيسي .
دعکس العمل قوه په مستوي کي د(2)او په فضا کي د(3) مرکبو په شکل د کاردينات د محور په امتداد تصور کيږي.

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}\ ;R=\sqrt{X_B^2+Y_B^2+Z_B^2}$$

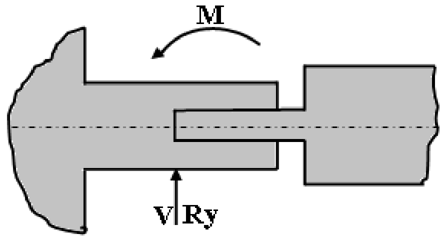


2.12شکل

دا اتکاء د ويلډينګ ، پرچې ، نټ اوبولټ او نورو په مرسته پلاس راځي .

يوعنصرنظروبل ته او ياستن نظرومځکي ته هيڅ ډول حرکت نشي کولای .

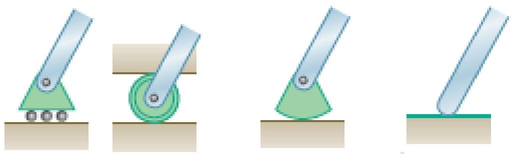
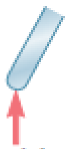
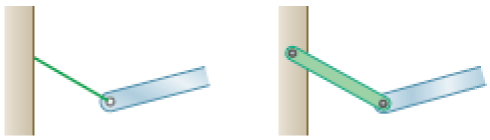
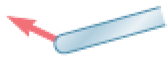
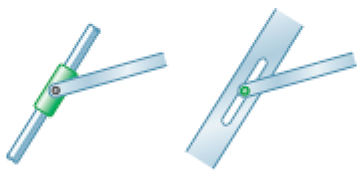
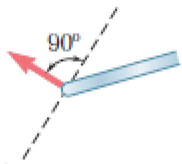
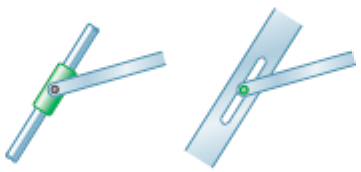
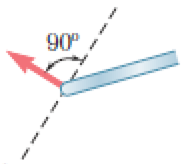
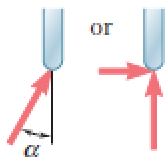
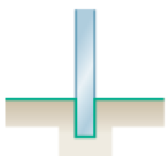
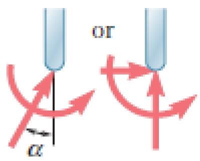
f. شافت دوله اړيکه پدې ډول ارتباط کي يوه پرمحورباندي عموده قوه او بل هم دانحنا مومنت نظرد تماس ونقطي ته منځ ته راځي . په دې ارتباط کي $H=0$. دلته لومړی عنصرد جری دننه دی او دوهم عنصرد جری څخه د باندي دی او د محورپه اوږدو سره حرکت کولای شي لکه د موترنيورسل.



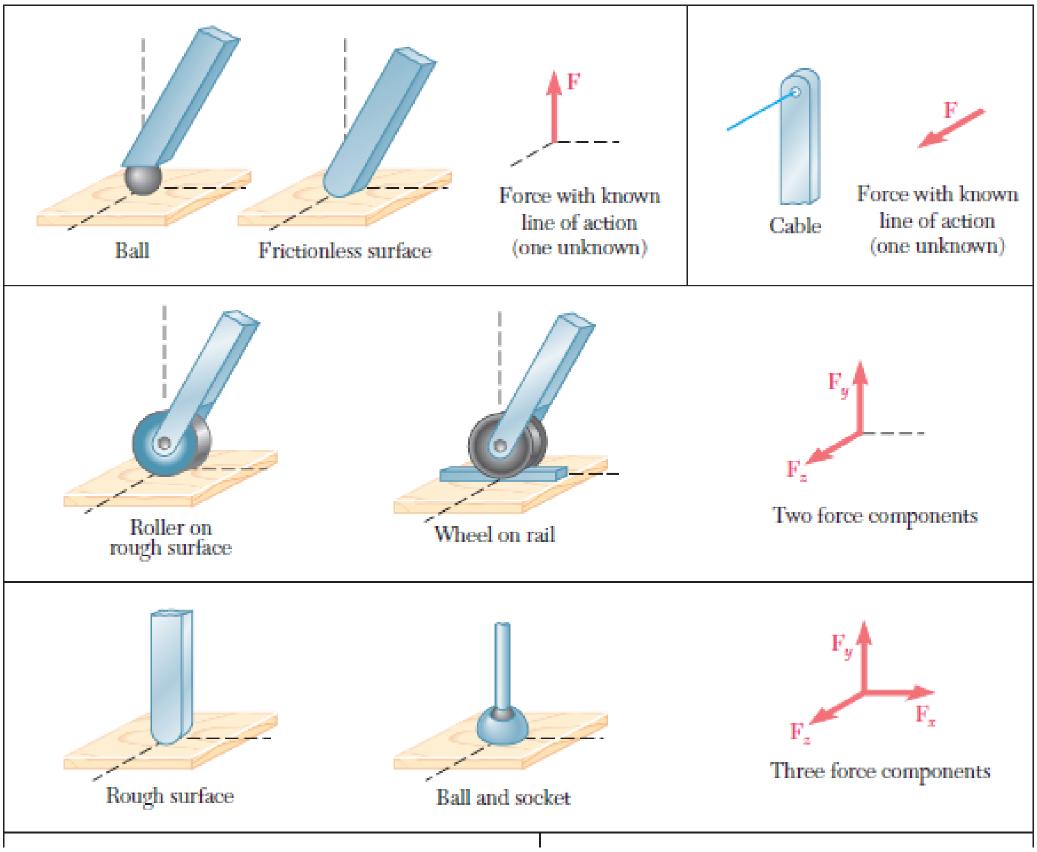
باید وویل شي چې د ستاتیک د مسایلو د حلولولپاره جسم د اتکأ او ارتباطاتو څخه آزادوو او دهغوی تأثیردعکس العمل د قواو له لارې تعویضوو اود نامعلومو کمیتونو د موندلو لپاره د جسم د تعادل معادلې تشکیلوو.

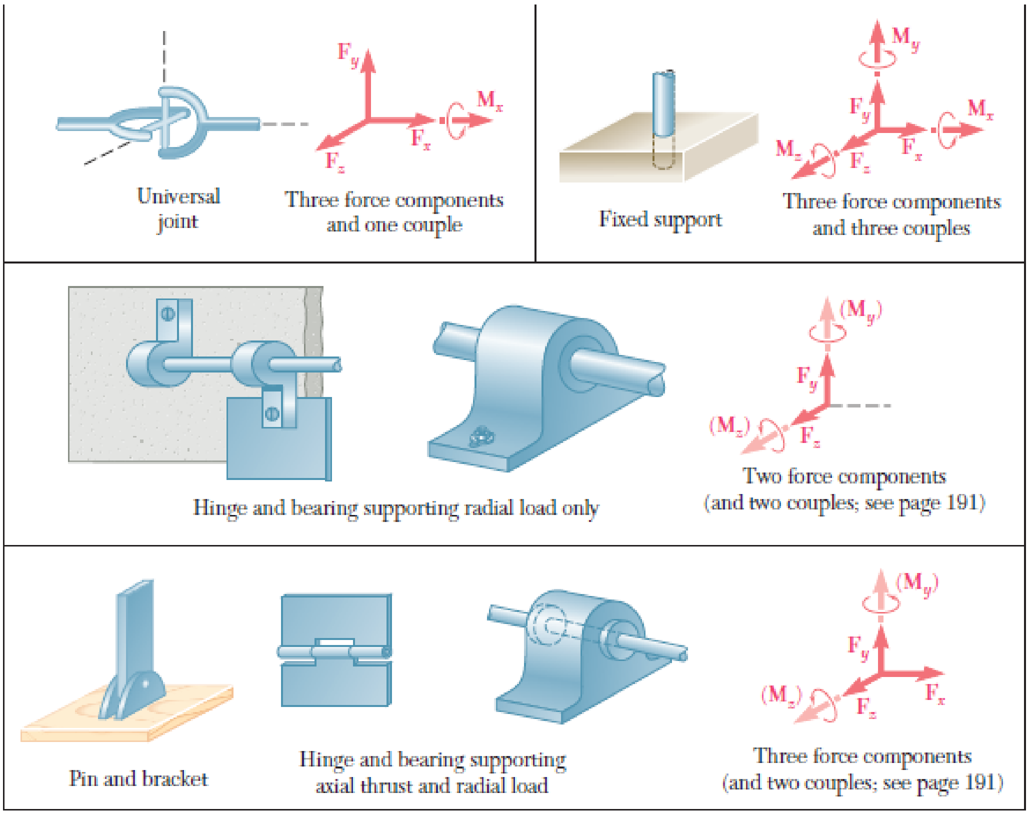
د ارتباطاتو اواتکاء و د قواو د شمیرې اوجهت په درلودلو سره کولای شو چې داخلي قوې لکه عرضي قوې ، امتدادي قوې اود انحناومنتونه د ساختمان په عناصرو کې په جلا جلا توګه سره پیدا کړو.

Reactions at Supports and Connections for a Two-Dimensional Structure

Support or Connection	Reaction	Number of Unknowns
 Rollers, Rocker, Frictionless surface	 Force with known line of action	1
 Short cable, Short link	 Force with known line of action	1
 Collar on frictionless rod, Frictionless pin in slot	 Force with known line of action	1
 Collar on frictionless rod, Frictionless pin in slot	 Force with known line of action	1
 Frictionless pin or hinge, Rough surface	 Force of unknown direction	2
 Fixed support	 Force and couple	3

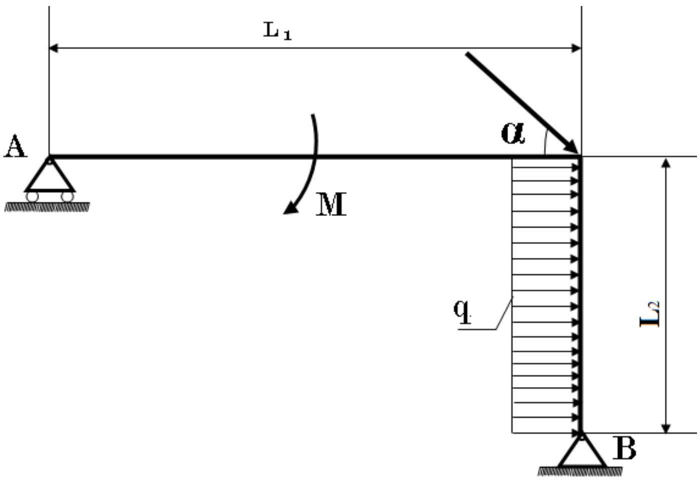
Reactions at Supports and Connections for a Three-Dimensional Structure

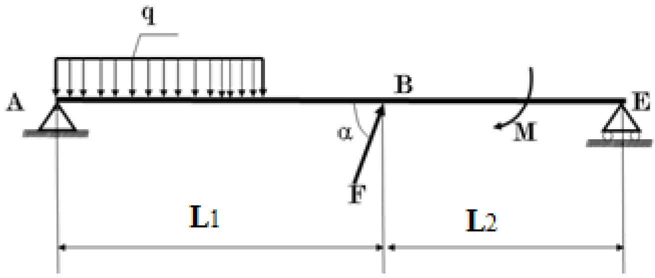


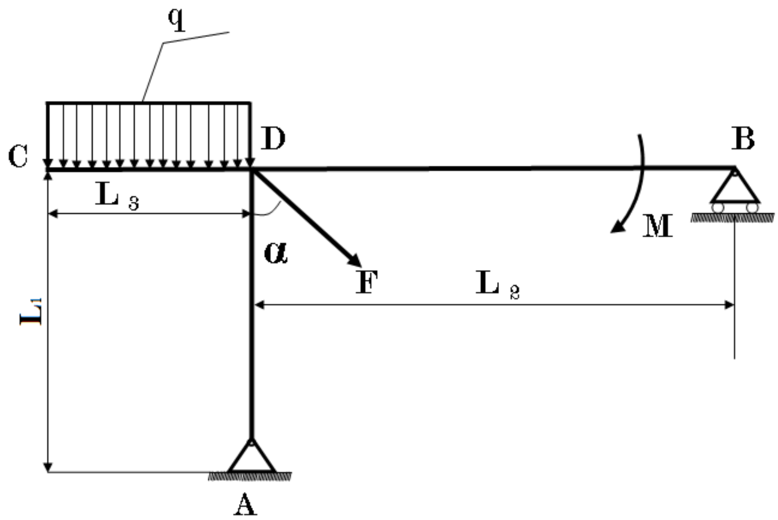


تمرین:

په شکل کي د ګاډرو لپاره محاسبوي شیمارسم اود اتکاوو دعکس العمل قوي وښیاست ؟







2.13شکل

2.3- متلاقي قوې Concurrent Forces

د متلاقي قواو مستوي سيستم Concurrent Forces system in a Plane

که چيرې څو قوې پريوه جسم باندې په يوې نقطې کې واردې شي نو ددې قواو ته متلاقي قوې ويل کيږي .

د دوو قواو محصله چې پريوې نقطې تأثيرکوي :

د متلاقي قواو مستوي سيستم د قواو هغه سيستم دى چې د تأثيرکرښې يې په يوې مستوي کې په يوې نقطې کې سره قطع کړي .

که چيرې موږ د دې سيستم ټولې قوې دهغوی د تأثيرد کرښو په امتداد د دې کرښو د تقاطع وعمومي نقطې ته را انتقال کړو نو د ستاتيک د اکسيوم د لومړنی نتيجې پربنسټ ، پرمطلق جامد جسم باندې د سيستم تأثيرتغيرنه خوري .

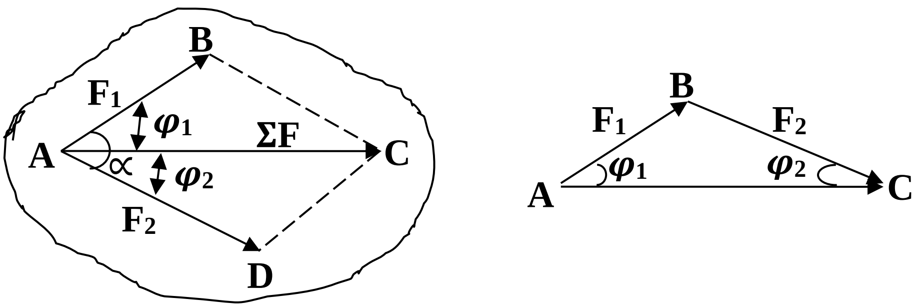
نوېدې ډول سره د متلاقي قواو هرسيستم کولای شو پداسې يوه معادل سيستم سره تعويض کړو چې د تأثيرنقطه يې همدغه نقطه پاته شي .

موږدلته يوازې او يوازې دهغو متلاقي قواو د مستوي سيستم څخه خبرې کوو چې د تأثيرکرښې يې په يوې مستوي کې سره قطع کړي .

د دوو قواو جمع کول چې پريوې نقطې باندې تأثيرکوي ، د ګراف په ډول سره ډيرآسان کاردی .

داسې يې بولوچې دجامدجسم د«A» په نقطې کې دوې قوې F_1 او F_2 تأثيرکوي .

د ستاتيک د دريم اکسيوم پربنسټ (د متوازي الاضلاع قاعده) د دې قواو محصله په همدې نقطه کې تأثيرکوي اودخپل مودول اوجهت سره د هغه متوازي الاضلاع د قطرپه توګه سره ښودل کيږي چې پر همدغو قواو لکه پردوو ضلعو باندې چې رسم شوي دي .



2.14-شکل

د محصله قوې د پيدا کولولپاره ضرور نده چې پوره د ABCD متوازي الاضلاع دې رسم کړو ، بلکې کفايت کوي چې دهغه څخه يوازې يومثلث ABC او يا ADC رسم کړل شي .

د F_1 د قوې د آخرڅخه د $\overline{Bc}$ وکتور رسموو $\overline{Bc} = F_2$

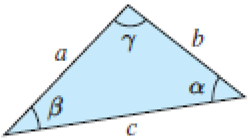
دABC مثلث کې د دې دوو قواو محصله د مودول او جهت له پلوه پلاس راکوي . يوازې بايد په معين مقياس سره د هغې اوږدوالى او د φ_1 او φ_2 زاويې اندازه کړل شي .

د ABC مثلث (یا د ADC) د قوه ایز«د قواومثلث» په نامه سره یادیږي او دا ډول طریقه هم د مثلثي طریقي په نامه بلل کیږي .

د دوو قواو محصله چې پریوې نقطې تأثیرکوي ، کولای شو په آسانی سره محاسبه کړو. د دې لپاره همهغه د قواو مثلث «قوه ایزمثلث» د ABC مثلث (یا د ADC) رسموو .

د دې دوو قواو ترمنځ زاویه په «α» سره ښیو اوهغه زاویې چې محصله یې د دې دوو قواو سره تشکیلوي د φ_1 او φ_2 په توروسره ښیو.

د ABC مثلث ضلعې په یوه معین مقیاس سره د قواو مودول او عددي قیمت پلاس را کوي ، نو لدې امله د مثلثاتو څخه د «cos» کوساین د قضیې په مرسته لیکلای شو :



Law of sines	$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$
Law of cosines	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 cos\, A\hat{B}C$$

سربیره پردې $\hat{A}BC = 180° - \alpha$

او $cosA\hat{B}C = \cos(180 - \alpha) = -cos\alpha$

د دې قیمتونو په وضع کولو سره لرو چې

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 cos\alpha$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 cos\alpha} \ldots (2.1)$$

لکه چې پوهیږو د وکتور مودول تل مثبت دی ، نوځکه د جذرڅخه مخکې علامه مثبته نیسو .

اوس نود محصلې قوې جهت پیدا کوو:

د sin د قضیې پربنسټ د ABC د مثلث څخه لرو:

$$\frac{AB}{sinB\hat{C}A} = \frac{BC}{sinB\hat{A}C} = \frac{AC}{sinA\hat{B}C}$$

خو له بلې خوا $B\hat{C}A = C\hat{A}D = \varphi_2$ او $B\hat{A}C = \varphi_1$ ، همدارنګه $A\hat{B}C = 180° - \alpha$ ،

$$sin(180° - \alpha) = sin\alpha$$

د مثلث ضلعې د قواو د مودول سره متناسبې دي ، نو د sin قضیه د دې قوه ایزمثلث لپاره لاندې افاده پلاس راکوي:

$$\frac{F_1}{sin\varphi_2}=\frac{F_2}{sin\varphi_1}=\frac{\Sigma F}{sin\propto}\ldots (2.2)$$

دا فورمول د دې امکان پلاس راکوي چې د محصلي قوې او د مرکبو قواو ترمنځ د زاويو sin پيدا کړو، يعنې دا چې خپله دا زاويې پيدا کړو.

د $(sin,\ tg(tag),sec)$ توري په 1583 کې ټامس فينکه Thomas Fincke وړاندې کړې.tg ايلر په 1753کې وړاندې کړ.

د$(cos;\ ctg(\mathrm{cot});\ \mathrm{csc}(cosec)$ تورو وړاندې کوونکي جانس مورا،ساموېل جيک او ليونارد ايلر(1729) دي.

لاندې ځانګړي حالات چې ډېرليدل کيږي ، ترکتني لاندې نيسو:

لومړی حالت:

که چيرې ددې قواو ترمنځ زاويه $\alpha=90°$ وي ، نو $cos\alpha=cos90°=0$

$$\mathrm{R}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\quad\ldots (2.3)$$

دوهم حالت : که چيرېF_1 او F_2 دواړې همجهته پريوې مستقيمي کرښې باندې متوجه وي، نود دوی ترمنځ زاويه $\alpha=0$ او $cos\alpha=1$

$$\mathrm{R}=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2}=F_1+F_2\quad\ldots\ (2.4)$$

دريم حالت : که چيرېF_1 او F_2 پريوې مستقيمي کرښې باندې ولې مخالف الجهته وي ، نو د دوی ترمنځ زاويه $\alpha=180°$ او $cos\alpha=-1$ نو: که چيرې $F_1>F_2$ وي

$$\mathrm{R}=\sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2}=F_1-F_2$$

او که $F1<F2$ وي نو $\Sigma\vec{\mathrm{F}}=\vec{F}_2-\vec{F}_1=\vec{\mathrm{R}}$

د $<$ او $>$ علامې په 1631 کې ټامس هاريوت وړاندې کړي دي.

نوداسې نتيجه اخلوچې :

د دووقواو محصله قوه چې پرجسم باندې پريوې مستقيمي کرښې تأثيرکوي ، پرهمدې کرښه باندې متوجه ده او د هغې مودول مساوي کيږي د مرکبو قواو په مودول سره که چيرې هغوی دواړې موافق الجهته وي ، يا مساوي کيږي د دې دوو قواو د تفريق حاصل په مطلقه قيمت سره که چيرې دا قوې مخالف الجهته وي .

1-مثال:

دوه سړي يوه رسۍ چې د «A» په نقطې کې په يوې کړۍ (حلقې) پورې تړلې ده ، کشوي . دا دوې قوې د يوې بلې سره قايمه زاويه جوړوي ، يوه قوه $F1=120\ N$ او بله $F2=90\ N$ ده .

دريم سړی بايد دا رسۍ په کومې قوې سره کش کړي ، ترڅو دغه کړۍ يا حلقه غيرمتحرکه پاته شي ؟

حل . د دې لپاره چې حلقه يا کړۍ غيرمتحرکه پاته شي نو دريم سړی بايد پردې کړۍ دومره قوه وارده کړي چې د هغو دوو تنو وارده قوې په تعادل کې راولي .

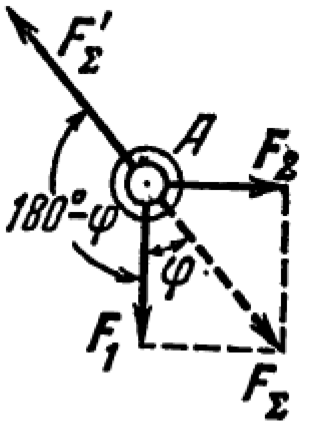
لکه څنګه چې محصله اومتعادله قوې په مودول سره مساوي اویو د بل مخالف الجهته دي (د ستاتیک د اکسیومونو څخه دوهمه نتیجه) ، نو دا مثال دي ته را ګرځي چې د دې دوو متلاقي قواو د محصلي قوې مودول اوجهت باید پیدا شي.

د«3» دریم فورمول سره سم د محصلي قوې مودول

$$\Sigma F = R = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150\ N$$

هغه زاویه چې محصله قوه یې د 150N قوې سره جوړه وي د قواو د مثلث څخه ګټه اخلو او معلوموو یې :

$$tg\varphi = \frac{90}{120} = 0.75 \Rightarrow \quad \varphi = arctg\ 0.75$$



2.15شکل

د جدول څخه وینو چې $\varphi \approx 37°$

نوځکه دریم سړی باید دا حلقه په $\Sigma \acute{F} = 150\ N$ قوې سره کش کړي اوجهت یې باید داسې وي چې د 120 N قوې سره د $180° - \varphi = 143°$ زاویه جوړه کړي .

د لاتین څخه $arcus$ د قوس په معنا دی او هغه معکوسه مثلثاتي تابع ده چې په 1772 کال کې د دانیل برنولي لخوا را منځ ته، د کارل ښیرفیرلخوا را برسیره او د لاګرانژه لخوا پرې نورهم ټینګار وشو.قوس لکه چې څرګنده ده سرچپه او معکوس لیدل کیږي.

2-مثال:

د AB پرهواره مایله سطحه چې د افق سره $\alpha = 30°$ زاویه جوړوي د DE د پړي په مرسته چې د AB سره موازي دی یوه ګلوله چې وزن یې 4N نیوټنه دی ځړیږي.

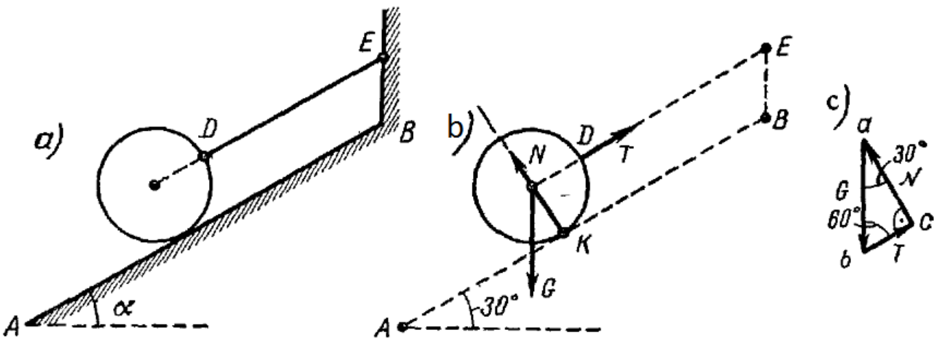
د ګلولې فشارپرمستوي اود پړي کشش قوه پیدا کړئ؟

1 . پرجسم باندې اغیزه کوونکې قوې اود جسم وزن چې په مرکزکې تأثیرکوي ښیو.

2 . په خیالي ډول سره د جسم ارتباطات شلوو او د هغوی تأثیرپرجسم باندې د عکس العمل د قواو له لارې ښیو. د جسم لپاره ارتباطات د AB مستوي ده چې دهغې عکس العمل قوه دK د تماس په نقطې کې ده اوپرمستوي او پړي باندې عموده متوجه ده . د پړي د عکس العمل قوه د هغه په امتداد ده .

پرجسم باندې درې متلاقي قوې واردي دي :

د جسم وزن G ، د AB مستوي عکس العمل قوه N اود DE پرې د عکس العمل قوه T . نود دې سیستم لپاره قوه ایز مثلث رسموو. لومړی د G وزن په مقیاس باندې د a د نقطې څخه و کښتې خواته غځوو، د b نقطې څخه د T قوې سره موازي رسموو، مقیاس مراعاتوو او له هغه ځایه څخه د N سره موازي رسموو او اندازه یې هم د مقیاس له مخې ټاکو.



2.16-شکل

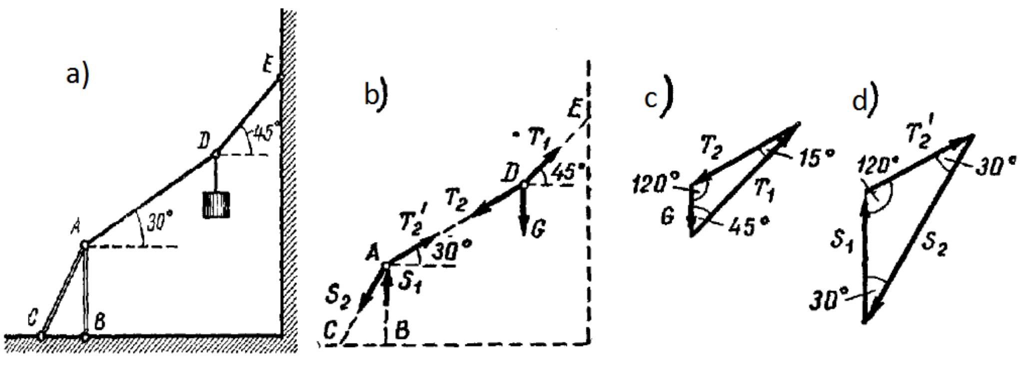
حل :

د مثلث څخه د زاویې په مرسته دهغه ضلعې پیدا کوو:

$$T = G\ sin30° = \frac{(4)1}{2} = 2\ N$$

$$N = G\ cos30° = (4)\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 3.46\ N$$

3-مثال: په ګاډراوپړي کې قوې وومومي که چېرې بارد بلوک له لارې د شکل سره سم وځړول شي G=20kN



2.17-شکل

حل:

د A او D نقطې تر کتنې لاندې نیسو.د D په نقطې کې راکړل شوې قوه G, دDE اوAD پرو عکس العمل قوې T_1,T_2، د A په نقطې کې د AD پرې عکس العمل قوه T_2' او همدارنګه د ستنې او میلې عکس العملونه S_1,S_2،اغیز کوي.(b) شکل، د D په نقطې کې راکړل شوې قوه G واردوواو سمدلاسه د G,T_1,T_2 ترلی مثلث رسموو.د ساین قضیې په مرسته د دې مثلث زاویې پیدا کوو (c) شکل.

$$\frac{G}{sin15°} = \frac{T_2}{sin45°} = \frac{T_1}{sin120°}$$

لدي ځايه څخه

$$T_2 = G\frac{sin45°}{sin15°} = (518)\frac{0.707}{0.259} = 1414\ N = 1.414\ kN$$

$$T_1 = G\frac{sin120°}{sin15°} = (518)\frac{0.866}{0.259} = 1732N = 1.732\ kN$$

وروسته د S_2,S_1,T_2' مثلث چي د A په نقطي کي اغيز کوي،رسموو.تر تولو مخکي د AD پري عکس العمل T_2' چي په مودول سره د T_2 چي د D په نقطي کي اغيز کوي، مساوي خو جهت يي ورسره مخالف دی ، ايږدو (d) شکل ، د متساوي الاضلاع مثلث څخه لرو چي:

$$S_1 = T_2' = 1.414\ kN$$

$$\frac{S_2}{sin120°} = \frac{T_2'}{sin30°}$$

لدي ځايه څخه

$$S_2 = T_2'\frac{sin120°}{sin30°} = (1414)\frac{0.866}{0.5} = 2449\ N = 2.449\ kN$$

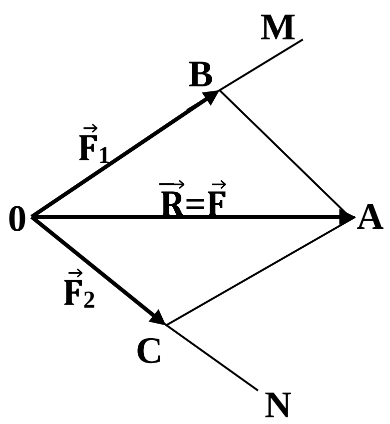
د A او D په نقطو کي تولي قوي ايږدو او وينو چي AB ستنه کښيکښل کيږي خو AC کړه ميله کشيږي

2.4- د يوې قوې تجزيه پردوو متلاقي مرکبوباندې

Resolution of a Force into two components of a Given direction

د يوې قوې تجزيه پردوو يا څومرکبو باندې پدې معنا ده چي د دوو ياڅو قواو يو داسي سيستم بايد پيدا کړل شي چي پرجسم باندې به يي دومره تأثيروي لکه چي همدا يوه قوه يي پرې لري .

ياپل بل عبارت د يوې قوې تجزيه پرمرکبو باندې يعني داسي دوې قوې بايد پيدا کړل شي چي دهغوی محصله قوه به دهمدې راکړل شوې قوې سره مساوي وي



شکل-2.18

معلومه خبره ده چې دوې متلاقي قوې $\mathbf{F}_1$ او $\mathbf{F}_2$ په يوې (محصله) قوې يعنې$\mathbf{F}$ باندې تعويضوو او پرعکس ، نو پرجسم باندې د دې $\mathbf{F}$ قوې تأثير تل ،کولای شو چې د دوو قواو يعني $\mathbf{F}_1$ او $\mathbf{F}_2$ په تأثيرباندې د همدې تأثيرکربنې په امتداد ، تعويض کړو.

دلته يوازې ضروري ده چې دا قوه «$\mathbf{F}$» په مودول او جهت باندې د متوازي الاضلاع د قطرپواسطه چې دهغه اضلاع $\mathbf{F}_1$ او $\mathbf{F}_2$ جوړوي، وښودل شي .

له بله پلوه پردغه قطرباندې کولای شو بې شميره متوازي الاضلاع ګان رسم کړو ، نوځکه بايد اضافي شرايط هم وځانته معلوم کړو.

1. د دوو مرکبو د تأثيرجهت بايد معلوم وي
2. د يوې مرکبې مودول اوجهت بايد معلوم وي
3. د دواړو مرکبو مودول بايد معلوم وي
4. د يوې مرکبې جهت اود بلې مودول بايد معلوم وي

لومړی حالت چې ډيرليدل کيږي مطالعه کوو:

د$\mathbf{F}$ قوه راکړل شوې ده ، هغه بايد پردوو مرکبو باندې تجزيه کړو ، دهغو جهت OM او ON راکړل شوی دی. (د کارد آسانی لپاره خپله جسم نه رسموو) .

د دې مسئلې د حل لپاره د $\mathbf{F}$ قوې د وکتور له انجام څخه د AB او AC مستقيمې کربنې رسموو چې د OM او ON د کربنو سره موازي دي، نو د «OBAC» متوازی الاضلاع پلاس راځي چې دهغه قطرعبارت دی له $\mathbf{F}$ قوې څخه.

د $\overrightarrow{OB}$ وکتور او $\overrightarrow{OC}$ وکتورپه همهغه مقياس راکول کيږي لکه د$\mathbf{F}$ قوه .

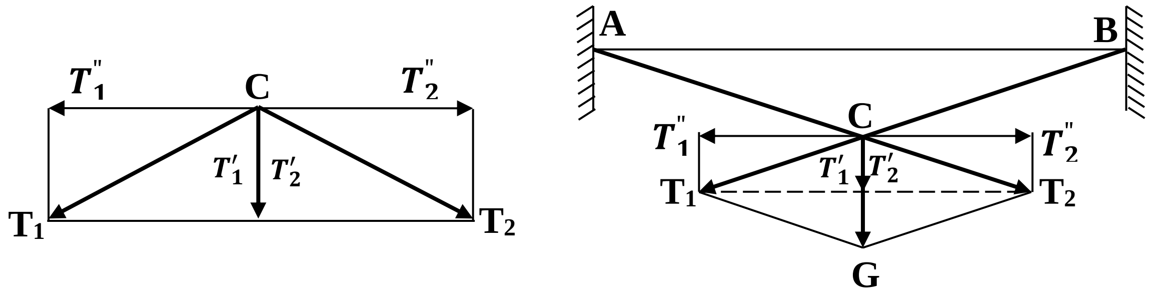
د$\mathbf{F_1}$ او $\mathbf{F_2}$ قوې نامعلومې دي .

لکه چې پوهيږو د متوازي الاضلاع د غيرموازي ضلعو مجموعه دهغه ترهرېوه قطرلويه ده ، نو د دوو متلاقي مرکبو مودول چې موږ يې پرهغو باندې د دې قوې د تجزيه کولو هڅه کوو، تل د دې قوې ترمودول غټ دی .

په هره اندازه چې د مرکبو قواو ترمنځ زاويه لويه وي نوپه همهغه اندازه د هغوی عددي قيمت هم غټ وي .

کله چې د دوو مرکبو قواو ترمنځ زاويه په کافي اندازه غټه وي ، نودهرې يوې مودول کيدای شي چې د تجزيه کيدونکي قوې د مودول څخه لوی وي .

يومثال :



2.19-شکل

د G يوجسم د «C» په رسۍ پورې ځړيږي ، دغه رسۍ پخپلو انجامونوکي دA او B په نقطوکي په يوه ارتفاع محکمه ده . د رسۍ د هرتناب د کشش د معلومولو لپاره د G قوه د متوازي الاضلاع قاعدې مطابق پردوو مرکبو يعني T_1 او T_2 باندې تجزيه کوو. د T_1 او T_2 جهت د BC او AC پر مستقيمو کرښوباندې متوجه دی .

د شکل څخه معلوميږي چې د T_1 او T_2 قواو مودول چې دا رسۍ کشوي ، د جسم د G قوې مرکبات شميرل کيږي ، د G د وزن د قوې دمودول څخه زيات دی .

دا ځکه چې T_1 او T_2 تريوې اندازې پورې يو د بل پرضدعمل کوي . په حقيقت کې داهره يوه قوه کيدای شي چې پرعمودي اوافقي مرکبو باندې تجزيه شي ، پورته شکل دې وکتل شي .

په مودول سره مساوي اومخالف الجهته T_1'' او T_2'' يوبل متقابلاً په تعادل کې ساتي .

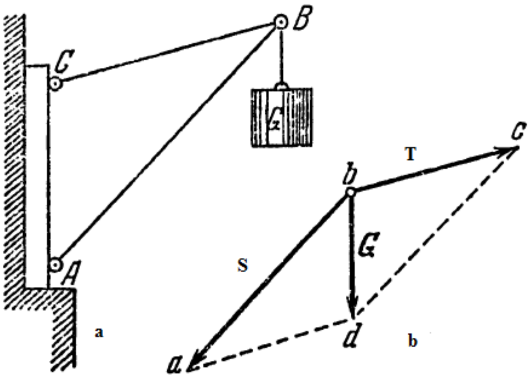
دعمودي مرکبو مودول T_1' او T_2' نظرپه مودول سره دواړې يوځای د G د مودول سره برابري دي.

مثال:

يو کرين يوبار G=10 کيلو نيوټن پورته ساتي .

دT او S قوې چې په BCکيبل او AB ميلې کې را پيداکيږي ، هغه بايد معلومي کړو.

$$AB = 3.8\ m$$
$$BC = 2.6\ m$$
$$AC = 2\ m$$



2.20-شکل

حل :

لومړی د G قوه پر دوو مرکبو باندې تجزيه کوو، وروسته بيا متوازي الاضلاع رسموواوهغه د abcd په تورو باندې ښيو.

دCBA او bcd مثلثونه سره متشابه دي :

$$\Delta CBA \sim bcd$$

ځکه چې د دوی اضلاع سره موازي دي ، نو ليکلای شو چې :

$$\frac{bc}{BC} = \frac{cd}{AB} = \frac{bd}{AC}$$

او دا چې د bcd مثلث اضلاع د قواو د مودول سره متناسبي دي نو:

$$\frac{T}{BC} = \frac{S}{AB} = \frac{G}{AC} \Rightarrow T = \frac{BC}{AC} G = \frac{2.6}{2}(10) = 13\ kN$$

$$S = \frac{AB}{AC} G = \frac{3.8}{2}(10) = 19\ kN$$

يعني د BCکيبل په 13k N قوې سره کشيږي او د BA ميله په 19 kN قوې سره کنبيکنل کيږی .

2.5- قوه ايزکثيرالاضلاع Force's Polygone

موږته څلورمتلاقي قوې F_1 ، F_2 ، F_3 او F_4 راکړل شوي دي ، هغوی بايد سره جمع کړو . دا قوې په يوه ټاکلي مقياس سره د وکتورونو پواسطه چې د تأثيرنقطه يې «A» ده رسموو او هلته به د دوی د تأثيرکربښي سره قطع کړي. د قوه ايزکثيرالاضلاع سره سم به دا ټولي قوې په ترتيب يوه په بلي پسې رسم کړو .

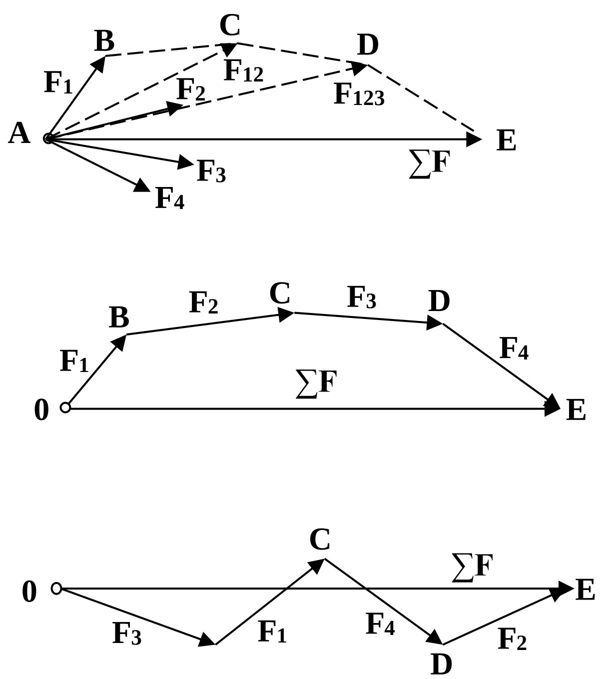
لومړی مثلاً د دې قواو څخه د F_1 او F_2 قوې رسموو ، د دې کارلپاره د F_1 قوې د انجام څخه د $\overrightarrow{Bc} = F_2$ رسموو، د F_1 او F_2 محصله قوه يعني د F_{12} د $\overrightarrow{Ac}$ د وکتور پواسطه په معين مقياس سره رسموو.

په همدې ډول سره د F_3 د F_{12} سره جمع کوو. نو د «C» له نقطې څخه د $\overrightarrow{CD} = F_3$ قوه رسموو، او دA اوD نقطې سره نښلوو . دا د F_1 ، F_2 او F_3 محصله قوه ده ، يعني د F_1، F_2 او F_3 قواو تأثير تعويضوي . $\overrightarrow{AD} = F_{123}$

په همدې ترتيب سره F_{123} د F_4 سره جمع کوو او $\overrightarrow{DE} = F_4$ وکتور رسمووچې د F_{123} او F_4محصله قوه ده چې دا بيا خپله د ټول سيستم محصله قوه بلل کيږي .

د متلاقي قواو د سيستم د محصلې قوې رسمول په يوه بله (لږڅه آسانه) طريقه هم کولای شو .

د قواو د تأثيرپه مستوي کې د «O» نقطه په کيفي ډول سره ټاکو او د هغې څخه د «$\overrightarrow{OB}$» وکتورغځوو چې په مقياس سره د F_1 قوې سره مساوي دی . د هغه د آخر يعني د«B» د نقطې څخه د $\overrightarrow{BC} = F_2$ وکتورغځوو او د هغه دآخرڅخه د $\overrightarrow{CD} = F_3$ اوهمداسي تراخره پورې ټول وکتورونه غځوو . هر وار د يوه وکتور اخر او د بل پيل يامبدأ ، ترڅو ټولي قوې رسم کړو .



شکل2.21

هغه د OBCDE کثیرالاضلاع چې دهغه ضلعي په ټاکلي مقیاس سره د راکړل شوو قواو سره مساوي دي اود هغوی سره یوډول جهت لري د قوه ایزکثیرالاضلاع په نامه سره یادیږي .

دهغه اخري او تړونکې ضلعه $\overrightarrow{OE}$ چې د لومړي وکتور د مبدأ(لومړۍ قوه) او د آخري قوې وآخرته متوجه ده په ټاکلي مقیاس کې د متلاقي قواو د سیستم محصله هم په مودول اوهم په جهت سره ارائه کوي .

د محصلي قوې د تأثیرد کرښې د پیدا کولولپاره بسنه کوي چې د تقاطع د ګډې نقطې څخه د متلاقي قواو د تأثیرد کرښو په نسبت یوه داسې کرښه رسم کړو چې د کثیرالاضلاع د آخري ضلعي سره موازي وي .

دا ډول طریقه د ټولوقواو لپاره عمومي ده او د قواو د جمع کولو دهندسي قاعدې په نامه سره یادیږي .

د کثیرالاضلاع د پلاس راوړلو دا طریقه دهرشمیرمتلاقي قواو او وکتورونو لپاره د استعمال وړده .

د فورمول په ډول د قواو د جمع هندسي قاعده داسې لیکل کیږي :

$$\vec{F}_{pri} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots \dots \dots \dots . + \vec{F}_n$$

د دې سیستم د ټولو قواو هندسي جمع ته دهندسي سیستم(اساسي)عمده وکتور ویل کیږي .

د دې فورمول ټول مرکبات یو ډول شکل لري اویوازې د شمیرې پواسطه یوله بله سره توپیراو پیژندل کیږي . دا فورمول کولای شو په لاندې ډول سره ولیکو:

$$\vec{R} = F_{pri} = \sum_{K=1}^{K=n} F_k$$

عمده وکتور : $\vec{F}_{pri} - Principal\ Vector$

د کارد آسانۍ لپاره د اندیکسونو د لیکلوڅخه تیریږو .

$$F_{pri} = \sum Fk \quad \dots\ (2.5)$$

د دې قاعدې څخه د کثیرالاضلاع په مرسته د محصلي قوې د پیداکولو څخه داسې معلومیږي چې د متلاقي قواو د سیستم محصله قوه $\sum F$ د عمده وکتورسره مساوي ده .

د دې محصلي قوې د تأثیرکرښه د ټولومرکبو د تأثیرد کرښو د تقاطع څخه تیریږي .

عمده وکتور (د قواو د جمع دهندسي قاعدې پربنسټ) د محصلي قوې ایکوي والینت او معادل نه دی . کله چې د متلاقي قواو دتأثیر کرښې په یوه نقطه کې نه سره قطع کوي ، نو هندسي قاعده د محصلي قوې د پیدا کولو څخه هم عاجزه پاته کیږي. سربیره پردې کله ناکله سیستم کولای شي چې هیڅ محصله قوه ونه لري ، پداسې حال کې چې عمده وکتوردهرقوه ایز سیستم لپاره پیدا کولای شو.

د قواو کثیرالاضلاع کیدای شي لرڅه بل ډول وي (وروستی شکل) ولې دهغه اضلاع د مودول اوهم جهت له پلوه کوم تغیرنه کوي ، یوازې د قواو د رسمولو ترتیب لږ څه تغیرخوړلی دی .

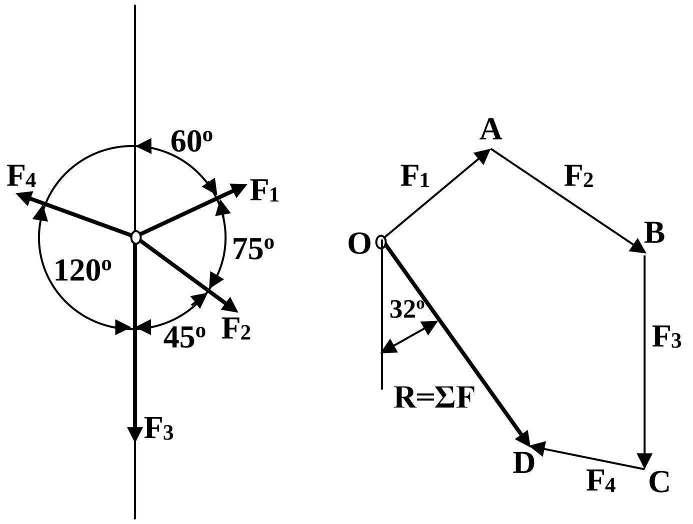
مثال :

د جسم پریوې نقطې څلورقوې تأثیرکوي اوټولې قوې په یوه مستوي کې واقع دي . د دوی ترمنځ زاویې په لاندې ډول دي : $120°$; $45°$; $75°$

F_1 پورته خواته راسته پلو ته تر 60° زاويې لاندې وعمود ته متوجه دهد قواو مـــــــــــــــــــــــــــــــــودول :

$$F_1 = 150\ N$$
$$F_2 = 200\ N$$
$$F_3 = 250\ N$$
$$F_4 = 120\ N$$

د محصلې قوې مودول اوجهت په ګرافيکي ډول سره پيدا کړئ ؟



2.22-شکل

حل : دهرڅه مخکې ويوه مقياس ته اړتيالرو او هغه به مثلاً $\mu_F = 10\ N/mm$ وټاکو.

د يوى کيفي نقطې مثلاً «O» څخه د ټولوقواو د جهت سره سم کرښې رسموو چې وکتورونه به ځيني جوړشي .

د$\bar{O}A$ وکتورچې F_1 ښيئ ، وروسته د $\bar{A}B$ قطعه خط چې F_2 ښيئ اوهمدارنګه ترآخره پورې دې کارته دوام ورکوو او ټولې قوې يوه په بلې پسې رسموو.

آخره ضلعه يعنې $\bar{O}D$ چې پدې ډول سره پلاس راځي د سيستم د عمده وکتورڅخه عبارت ده او د سيستم محصله قوه بلل کيږي .

$$R = F_{pri} = \sum F$$

د OD آخرې ضلع اوږدوالى 30 mm دى نود محصلې قوې مودول

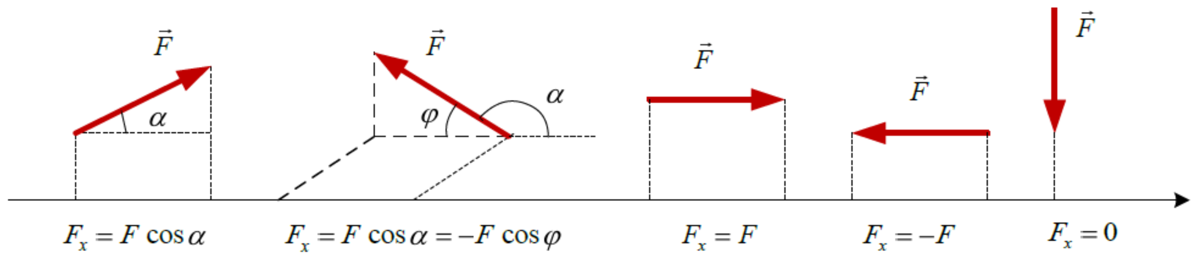
$$R = \sum F = \mu_F\ OD = 10\frac{N}{mm}30\ mm = 300\ N$$

هغه زاويه هم اندازه کوو چې دعمودې کرښې او د آخرې ضلعې د جهت ترمنځ جوړه شوې ده .

داسې معلوميږي چې محصله قوه راسته پلو ته وکښتې خواته تر 32° زاويې لاندې نظر وعمودې کرښې ته متوجه ده .

2.6- د وکتورمرتسمه پرمحورباندي Projection of Vector on an axis

د مرتسمي په مرسته د وکتورپيدا کول (Vector product)

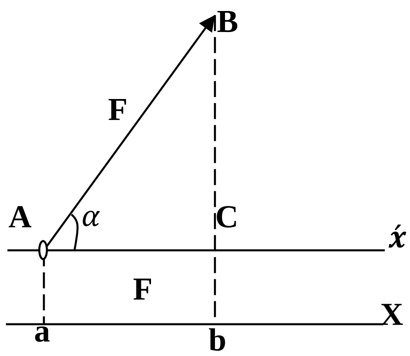


2.23-شکل

په تحليلي توګه سره د متلاقي قواو د سيستم د محصلې قوې د پيداکولو يعني د محاسبې له لارې د يوه نامعلوم وکتور د مودول اوجهت پيدا کول ، د مرتسمو د ميتود پر استعمال باندې ولاړ دی .

هغه مستقيمه کرښه چې نامحدود اوږدوالی ولري او دهغې پرمخ يومعين جهت راکړل شوی وي ، د محورپه نامه سره ياديږي .

$\overrightarrow{AB} = F$ او د «X» محور داوړه د شکل په مستوي کې واقع دي.د محورمثبت لوری هغه دی چې د کيڼي خوا څخه و ښي خواته متوجه دی.

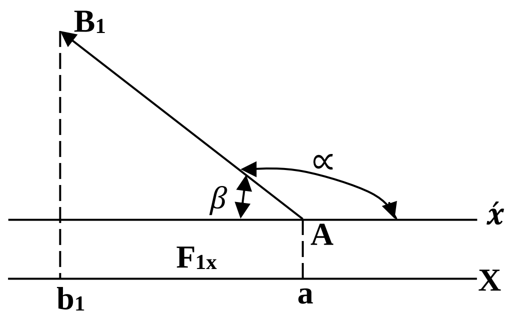


2.24-شکل

د وکتورد پيل يعني «A» او د هغه د انجام يعني «B» د نقطو څخه پرمحورباندې عمودي کرښې رسموو.

د عمودي کرښوقاعدې چې د دې نقطو څخه پرمحورباندې رسم شوي دي ، پرمحورباندې د دغو نقطو مرتسمې بلل کيږي .

د محورد قطعه خط اندازه چې د دې وکتورد پيل او انجام ترمنځ پرمحورباندې پرته ده ، د خپلې مثبتې اوياهم منفي علامې سره دهمدې وکتورمرتسمه پر همدې محورباندې بلل کيږي اود F_x په تورورسره ښودل کيږي .



2.25-شکل

د وکتورمرتسمه پرمحوربانديې مثبته ګڼل کيږي، که چيرې دهغه د پيل څخه د انجام پرخواجهت د محورد مثبت لوري سره مطابقت ولري اوکه پرعکس وي نوبيامرتسمه منفي ګڼل کيږي .

د شکل څخه معلوميږي، کله چې وکتورد محورد جهت سره حاده يا وړوکې زاويه جوړه کړي ، نو د هغه مرتسمه پرمحوربانديې مثبته ګڼل کيږي ، خوکله چې دا زاويه منفرجه يا غټه وي نومرتسمه هم منفي ګڼل کيږي .

نوداسې يې بولو چې

$$F_x = \pm ab$$

د + او – علامې د 1489 په شاوخواکې د جرمني پوه يوهان ويدمن Johannes Widmann په کتاب کې درج شوې دي.

د$\pm$ علامه په 1626 کې د البيرت ږيرارد Albert Girard لخوا رامنځ ته شوه.

بايد يادونه وشي چې پرمحوربانديې مرتسمه وکتوري نه بلکې سکالري الجبري کميت دی ، ځکه چې هغه پخپل عددي قيمت اوعلامې سره پوره پيژندل کيږي .

د دې لپاره چې وکتورپرمحوربانديې رسم کړو ، آسانه لار يې دا ده چې هغه پرهغه موازي محورچې د وکتورد مبدأ څخه تيريږي رسم کړو . معلومه خبره ده چې د وکتور مرتسمه به پردوو موازي اوهمجهته محورونو بانديې کټ مټ داسې وي لکه دوې موازي ټوټه کرښې .

دF د وکتورد مبدأ يعنې A نقطې څخه د $\acute{x}$ محور د x د محورسره موازي اوهمجهته رسموو، د F وکتوراو د محور د مثبت لورې ترمنځ زاويه په «α» سره ښيو . پدې صورت کې د ABC د قايم الزاويه مثلث څخه لرو:

$$ab = Ac = AB\ Cos\alpha \quad \text{يا} \qquad F_x = F\ Cos\alpha\ \dots\ (2.6)$$

د وکتورمرتسمه پرمحوربانديې مساوي ده دهغه په مودول ضرب دهغې زاويې په Cos کې چې وکتور يې د مرتسمې د محور دمثبت جهت سره جوړوي .

دغه مساوات نه يوازې د مرتسمې قيمت بلکې دهغې علامه هم تعينوي .

که α حاده زاويه وي ، نو د هغې cos هم مثبت دی اومرتسمه هم مثبته ګڼل کيږي . که α منفي وي نوبياپرعکس.

خوله بله پلوه د منفرجې زاويې لپاره $Cos\alpha = Cos(180° - \beta) = -cos\beta$ او پدې صورت کې هم

$$F_{1x} = -ab_1 = -AB_1 Cos\beta = AB_1 Cos\alpha$$

د دې لپاره چې په محاسبو کې د منفرجه زاويو د مثلثاتي توابعو سره ستونزې پيدا نکړو ، نو ښه به دا وي چې سمدلاسه د وکتور مرتسمه د حاده زاويې په Cos کې ضرب کړو (د وکتوراود مرتسمې د محورترمنځ زاويه) او وروسته يې علامه يامثبته وليکو ، کله چې زاويه حاده وي او ياپې هم منفي وليکو، کله چې زاويه منفرجه وي .

اوس به نو دوه ځانګړي حالتونه ترمطالعې لاندې ونيسو :

لومړی حالت :

وکتور دمرتسمې دمحورسره موازي دی ، α=0 يا $\alpha = 180°$ داپدې پورې اړه لري چې دوکتور کوم جهت د مرتسمې دمحور دمثبت يامنفي لوري سره مطابقت کوي . پدې صورت کې $\cos\alpha = \pm 1$ او $F_x = \pm F$ نومعلوميږي چې دوکتورمرتسمه پر هغه محورچې دده سره موازي دی، مساوي ده دوکتور په مودول سره .مثبته يامنفي علامه دوکتور په جهت پورې اړه لري .

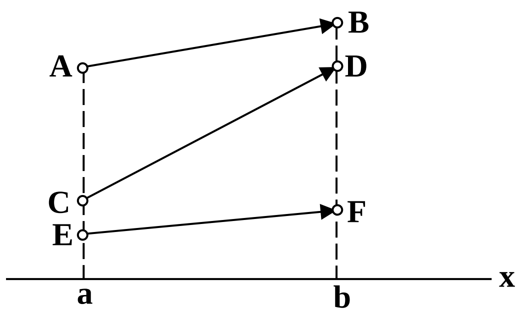
دوهم حالت :

وکتوردمرتسمې پرمحورباندې عمود دی $\alpha = 90°$ ، نوپدې صورت کې

$$cos\alpha = 0; \quad F_x = 0$$

يعنې د وکتور مرتسمه پر هغه محورباندې چې پروکتورباندې عمود وي صفرده .

که چيرې وکتوراو محور دواړه راکړل شوي وي ، نود وکتور مرتسمه دهمدې لارې څخه معلوميږي . ولې يوازې د وکتور مرتسمه نه شي کولای خپله وکتورمعلوم کړي ، ځکه چې مختلف وکتورونه کولای شي ، پرعين محورباندې عين مرتسمې ولري مثلاً ودې شکل ته دې وکتل شي.

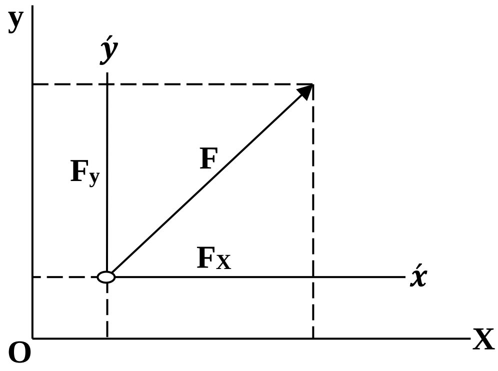


2.26 شکل

د وکتور د پيدا کولو لپاره بايد لږترلږه د هغه مرتسمې پردوو موازي محورونو باندې چې د هغو په مستوي کې دا وکتور واقع دی ، راته معلومې وي .کاربه هله نورهم آسانه شي که چيرې دا متقابلاً عمود محورونه وي .(پرمستوي باندې د ديکارت عمودي- قايم الزاويه کارديناتي سيستم).

پدې صورت کې لکه چې ليدل کيږي ، F د هغه مستطيل قطردی چې ضلعې يې په عددي قيمت سره د کارديناتي سيستم د مرتسمې سره مساوي دي ، نو د وکتورمودول :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \dots (2.7)$$



شکل2.27

د وکتورمودول مساوی دی دهغه د مرتسموپه مربع سره چې پردوو متقابلاً عمودي محوررونو باندې چې د وکتورپه مستوي کي واقع وي، پرتې وي، ترمربع جذرلاندې .

د وکتورمودول تل مثبت وي اوجهت يې پدې ډول معلوميږي :

$$F_x = F\cos(\hat{F}, x);\ F_y = F\cos(\hat{F}, y)$$

$(\hat{F}, x)$ او $(\hat{F}, y)$ هغه زاويې دي چې وکتوريې د دې محوررونو د مثبتوجهتونو سره جوړوي .

$$\cos(\hat{F}, x) = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos(\hat{F}, y) = \frac{F_y}{F} \dots (2.8)$$

د هغې زاويې cos چې د وکتوراو د مرتسمې د محورد مثبت لوري سره جوړه شوي ده د جهت ورکوونکي cos په نامه سره يادېږي اوهغه مساوي دی د مرتسمې او وکتورپه نسبت سره .

نو داسې ويلای شو چې د کارديناتي سيستم پرمخ هروکتوردهغه د مرتسمو پواسطه معلوميدلای شي .

(دوې مرتسمې بايد راته معلومې وي که چيرې وکتوراو محورپه يوې مستوي کې واقع وي) .

2.7- د وکتوررونو د هندسي مجموعي مرتسمه د محور پرمخ باندې

Projection of Geometrical summary of Vector on axis

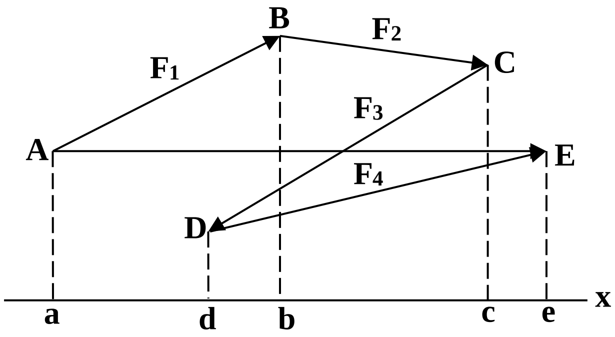
قضيه:

پريوه کيفي محورباندې د وکتوررونو د هندسي مجموعي مرتسمه مساوي ده پر همهغه محورباندې د مرکبومرتسموپه الجبري مجموعې سره .

د F_1 ، F_2 ، F_3 او F_4 څلور وکتورونه راکړل شوي دي.

د کارد آسانی لپاره هغه وکتورونه را وړل شوي دي چې په یوې مستوي کې واقع دي ، خو قضیه د عمومي حالت لپاره هم د تطبیق وړده .

د وکتورونو د هندسي جمع له مخې هغه به په $\bar{A}E = F_{principal}$ چې د ABCDE کثیرالاضلاع ترونکي ضلعه ده ، وښیو.



2.28شکل

د ټولووکتورونو مرتسمي د«X» پرمحورباندي :

$$F_{1x} = ab\ ;\ F_{3x} = -cd$$

$$F_{2x} = bc\ ; F_{4x} = dc\ ;\ F_{pri\ x} = ae$$

لکه چې وینو :

$$ae = ab + bc - cd + de$$

یاپه بل عبارت:

$$F_{pri\ x} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = \Sigma F_{kx}\ \dots (2.9)$$

قضیه هم ثابته شوه .

2.8- په تحلیلي ډول سره د متلاقي قواو د مستوي سیستم د محصلې قوې تعینول

Analytical Conditions of Equilibrium of a Plane Concurrent Foce system

لکه چې پوهیږو د قواو د متلاقي مستوي سیستم محصله قوه مساوي ده د ټولوقواو په هندسي مجموعې سره . سربیره پردې پوهیږو چې د وکتورونو د هندسي مجموعې مرتسمه پرېوه محورباندې مساوي ده پرهمدې محورباندې د دې وکتورونو د مرکبو قواو په الجبري مجموعې سره.
لکه څنګه چې دا قاعده د هرډول وکتورونو لپاره د تطبیق وړ ده ، نو داسې معلومیږي چې پرمحورباندې د متلاقي قواو د مستوي سیستم د محصلې قوې مرتسمه مساوي کیږي د مرکبو قواو د مرتسمو په الجبري مجموعې سره پر همدې محورباندې .
د محصله قوې ΣF اودمرکبو قواو مرتسمې به د x او y پرمحورونو باندې ، لکه چې زیاتره وختونه په غټو تورو باندې لکه Y ، X سره ښودل کیږي او د هغوی ترڅنګ لرڅه کښته اړونده اندیکس هم علاوه کیږي ، وښیو.

$$\begin{cases} \sum F_x = \sum X = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots = \sum x_k \\ \sum F_y = \sum Y = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots = \sum y_k \end{cases} \ldots (2.10)$$

که چیرې د یوې قوې دوې مرتسمې پرمتقابلاً عمودو محورونو باندې په هغه مستوي کې چې د دې قواو وکتورونه واقع دي، معلومې وي نو دهغې د مودول اوجهت د تعینولو لپاره کولای شو د (7) او (8) فورمول څخه ګټه واخلو.

د متلاقي قواو د مستوي سیستم د محصلې قوې مودول د لاندې فورمول په مرسته پیداکیږي :

$$R = \sqrt{\Sigma X^2 + \Sigma y^2} = \sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma y_k)^2} \ldots (2.11)$$

د محصله قوې اومحورونو ترمنځ زاویې یعنې د محصله قوې جهت په لاندې ډول سره معلومیږي :

$$\left.\begin{aligned} cos(\Sigma \hat{F}, x) &= \frac{\Sigma X}{\Sigma F} = \frac{\Sigma X_k}{\sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma y_k)^2}} \\ cos(\Sigma F, \hat{y}) &= \frac{\Sigma y}{\Sigma F} = \frac{\Sigma y_k}{\sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma y_k)^2}} \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(2.12)}$$

(11) او (12) فورمولونه د دې امکان پلاس راکوي چې د متلاقي قواو د مستوي سیستم د محصلې قوې مودول اوجهت معلوم کړو . د $F_1, F_2 \ldots F_n$ مرکبو قواو مرتسمې په آسانی سره کولای شو د (6) فورمول په مرسته محاسبه کړو.

$$X_1 = F_1\, cos(F_1\hat{,}\, X) y_1 = F_1\, cos(F_2\hat{,}\, y\,)$$
$$X_2 = F_2\, cos(F_2\hat{,} X) y_2 = F_2\, cos(F_2\hat{,} y)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$X_n = F_n\, cos(F_n\hat{,} X) y_n = F_n\, cos(F_n\hat{,} y)$$

مثال:

څلورقوې دجسم پریوې نقطې باندې تأثیرکوي :

$$F_1 = 10\,N \quad ; \quad F_2 = 10\,N; \; F_3 = 15\,N \quad ; \quad F_4 = 20\,N$$

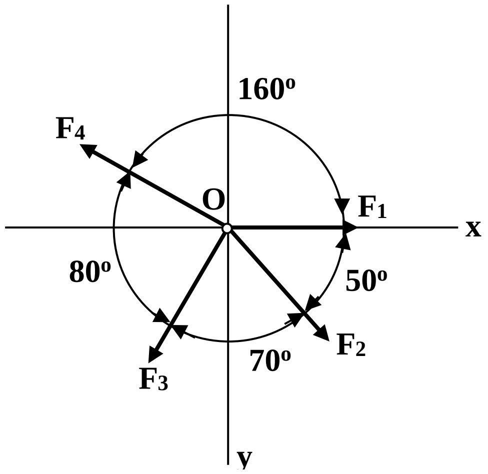
د قواو جهتونه په شکل کې راکړل شوي دي ، د وکتورونو ترمنځ زاویې :

$$(F_1\hat{,} F_2) = 50°$$

$$(F_2\hat{,} F_3) = 70°$$

$$(F_3\hat{,} F_4) = 80°$$

د دې قواو محصله قوه په تحلیلي طریقی سره پیداکړئ



شکل-2.29

حل : د«O» عمومي نقطه د کارديناتي سيستم د مبدأ په توګه سره منو .

دF_1 قوې د تأثيرکرښه د «X» د محورسره جوخت او منطبقواو. لکه په شکل کې چې ښودل شوې ده د «y» محورپر x باندې عمودي توجيه کوو.

د (6) فورمول په مرسته د ټولو قواو مرتسمې د کارديناتي سيستم پرمحورباندې رسموو:

$$X_1 = F_1 cos\ O° = F_1 = 10\ N$$

$$X_2 = F_2\ cos\ 50° = 10(0.643) = 6.43\ N$$

$$X_3 = -F_3\ cos(180° - 120°) = -F_3\ cos\ 60° = -15(0.5) = -7.5\ N$$

$$X_4 = -F_4\ cos(180° - 160°) = -F_4\ cos 20° = -20(0.940) = -18.8\ N$$

$$Y_1 = F_1\ \cos 90° = 10_N . 0 = 0$$

$$Y_2 = F_2\ cos\ 40° = 10(0.766) = 7.66\ N$$

$$Y_3 = F_3\ cos\ 30° = 15(0.866) = 12.99\ N$$

$$Y_4 = -F_4\ cos\ 70° = -20(0.342) = -6.84\ N$$

د(12) فورمول په مرسته د محصله قوې جهت پيدا کوو:

$$cos(\Sigma F \hat{;}\ X) = \frac{\Sigma X}{\Sigma F} = -\frac{9.87}{17} = -0.580$$

$$cos(\Sigma F \hat{;}\ Y) = \frac{\Sigma y}{\Sigma F} = \frac{13.81}{17} = 0.812$$

د جدول په مرسته د محصله قوې ΣF د تأثيرکرښې او د محورونو د مثبت لوري ترمنځ زاويې هم پيدا کوو:

$$(\Sigma F \hat{;}\ X) = 125°$$

$$(\Sigma F \hat{;}\ y) = 35°$$

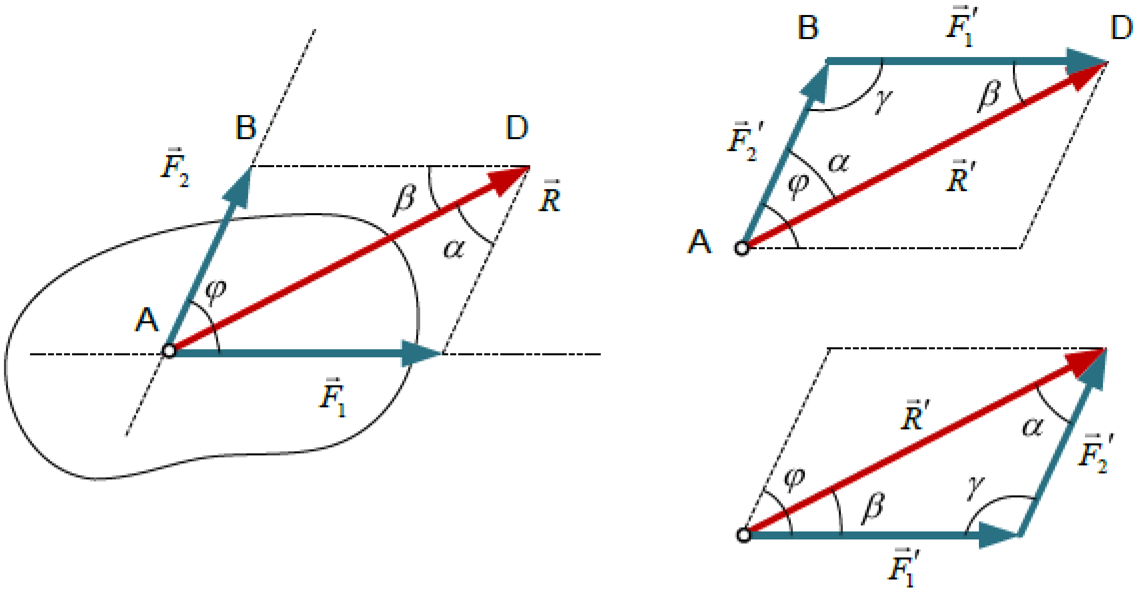
2.9- د متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل شرايط Condition of Equilibrium

د متلاقي قواو هرمستوي سيستم کيدلای شي چې په محصله قوه باندي تعويض شي ، معلومه خبره ده که چيري د متلاقي قواو يو داسي سيستم په تعادل کي واقع وي ، يعني د صفرسره معادل وي نودغه محصله قوه هم بايد د صفر سره برابره وي .

د محصله قوي په صفرسره مساوي کيدل د متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل ضروري اوکافي شرايط دي .

لکه څنګه چې محصله قوه په درو طريقو ګرافيکي، هندسي(ګرافيک-تحليلي) او تحليلي ،سره محاسبه کيږي ، نود متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل شرايط هم پردرى ډوله دي :

1. ګرافيکي طريقه:د خط کش او پنسيل په مرسته په يوه ټاکلي مقاس سره قوه ايز متوازي الضلاع رسميږي چې قطر يي مطلوبه محصله قوه ده.



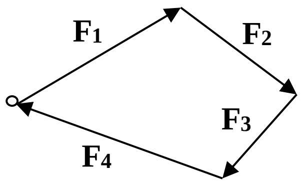
شکل2.30

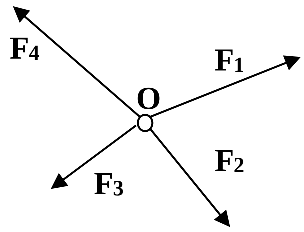
2. په هندسي شکل سره د تعادل شرايط

د متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل شرايط د هندسي طريقي سره سم پدې ډول دي چې د قوه ايزکثيرالاضلاع ترونکي ضلعه پخپله محصله قوه ده .

که چيري محصله قوه په صفرسره مساوي وي ، نو ضروري ده چې آخرنی يا ترونکي ضلعه هم د صفرسره برابره شي ، يعني دا قوه ايز کثيرالاضلاع خپل پخپله تړل کيږي . له دي ځايه څخه دا شرايط هم منځ ته راځي چې :

د متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چې قوه ايزکثيرالاضلاع چې د قواو پردې سيستم باندې جوړشوی دی، بايد تړل شوی وي .





شکل2.31

په شکل کې هغه تړل شوي کثيرالاضلاع چې د متلاقي قواو F_1 , F_2 , F_3 , F_4 د مستوي سيستم د تعادل لپاره جوړشوى دى رسم شوى دى .

بايد وويل شي چې په تړل شوي قوه ايزکثيرالاضلاع کې د آخري قوي د وکتورانجام د لومړى قوي د وکتور د پيل سره مطابقت کوي او د ټولوقواو د وکتورونو جهت هم و يوې خوا يعني د کثيرالاضلاع پرمحيط باندي و راګرځيدلو ته متوجه دى.

3. په تحليلي شکل سره د تعادل شرايط

په تحليلي شکل سره د محصله قوي مودول د دې فورمول په مرسته پيداکيږي :

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma y_k)^2}$$

خوکه چيرې$\Sigma F = 0$ شي نوترجذرلاندي افاده هم بايد د صفرسره مساوي شي . لکه څنګه چې ترجذرلاندي د افادي اجزا د يوه ډول عددونو(مهمه نده مثبتو که منفي اعدادو) مربع دي اوټل مثبت را وزي نو $\Sigma F = 0$ يوازې هغه وخت تحقق پيداکولاى شي چې ترجذرلاندي د هرې افادې مربع جلا جلا د صفرسره برابره شي ، يعني :

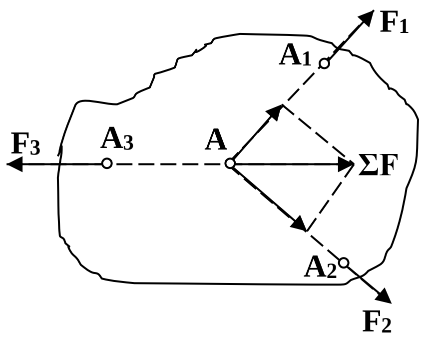
$$\Sigma Fx = \Sigma Xk = 0$$
$$\ldots (2.13)$$
$$\Sigma Fy = \Sigma yk = 0$$

دغه معادلې د تعادل د معادلوپه نامه سره يادېږي .

نوپدې ډول د متلاقي قواو د مستوي سيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چې د ټولو قواو مرتسمي پر هردواړو متقابلاً عمودي محورونوباندې چې د قواو د تأثيرد کرښي په مستوي کې واقع دي ، د صفرسره برابري شي .

2.10- د دريو غيرموازي متلاقي قواو چې په يوې مستوي کې واقع دي د تعادل په هکله قضيه

Equilibrium of three- dimensional Concurrent force system



شکل2.32

که چيرې«3» غيرموازي قوې چې په يوې مستوي کې پرتې وي متعادلې اوسي ، نود هغوی د تأثيرکرښې په يوې نقطې کې سره قطع کوي .

ثبوت :

داسې يې بولو چې په A_1 ، A_2 او A_3 نقطو کې درې غيرموازي قوې F_1 ، F_2 او F_3 چې په يوې مستوي کې پرتې دي ، يوه بله سره متعادلوي . لکه څنګه چې دا قوې سره موازي نه دي ، نو د هغوی څخه د دوو قواو مثلاً F_1 او F_2 د تأثيرکرښې په يوې نقطې (A) کې هرومرو سره قطع کوي . د A ونقطې ته د F_1 او F_2 قواو انتقال دهغوی د تأثيرد کرښې په امتداد او وروسته بيا د متوازي الاضلاع په طريقې سره د هغوی جمع کول ، د دې امکان پلاس راکوي چې د هغوی محصله قوه يعنې ΣF پيدا کړو .

اوس نو داسې يې ګڼلای شو چې پرجسم باندې يوازې دوې قوې يعنې ΣF او F_3 اغيز کوي .

دا دوې قوې بايد نظرپه مودول سره مساوي او د يوې کرښې په امتداد مخالف الجهته وي ، ځکه چې د راکړل شوو شرايطو سره سم دا قوې متعادله کيږي ، نولدې کبله د F_3 قوې د تأثيرکرښه بايد د ΣF قوې د تأثيرد کرښې سره مطابقت وکړي ، يعنې دا چې د «A» د نقطې څخه تيره شي چې په هغې کې د F_1 او F_2 قواو د تأثيرکرښې هم سره قطع کوي .

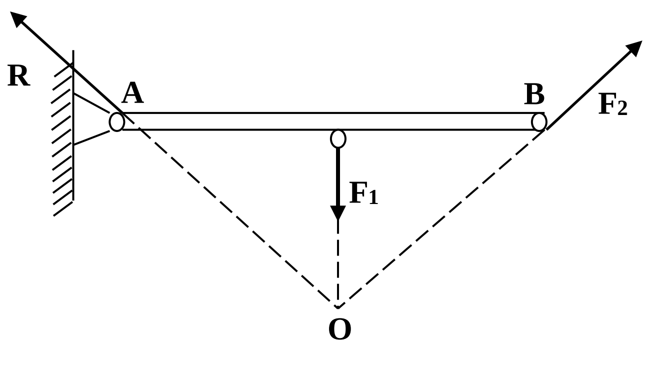
د درې غيرموازي قواو د تعادل د شرط ثبوت ضروري دی ولې کافي نه ګڼل کيږي .

موږکولای شو تائيد کړو، که چيرې درې غيرموازي قوې په تعادل کې واقع وي ، نو د هغوی د تأثيرکرښې په يوې نقطې کې سره قطع کوي ، ولې موږ نه شو کولای د دې کار عکس هم تائيد کړو .

که چيرې د درې غيرموازي قواو د تأثيرکرښې په يوې نقطې کې سره قطع کړي نو دا د دې معنی نه ورکوي ، چې دا درې قوې په تعادل کې سره واقع دي .

که چيرې جسم د «3» غيرموازي قواو ترتأثيرلاندې چې په يوې مستوي کې پرتې وي په تعادل کې واقع وي (پدې جمله کې د ارتباطاتو د عکس العمل نامعلومې قوې هم شاملې دي) نو د ارتباطاتو د عکس العمل قواو جهت کيدای شي چې د پورته قضيې پر بنسټ تعين کړل شي .

د قضيې سره سم د دې قواو د تأثيرکرښې بايد په يوې نقطې کې سره قطع کړي .



شکل2.33

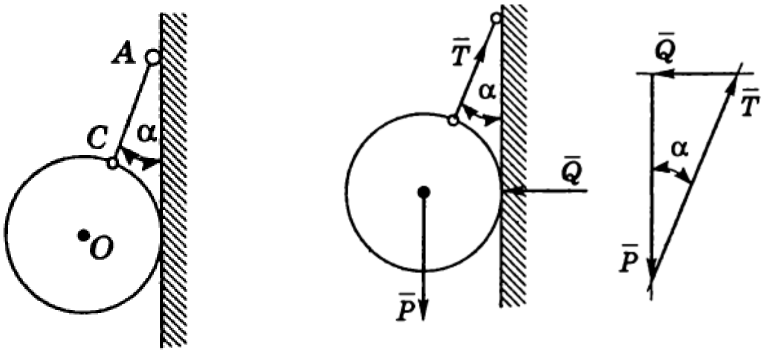
پدې شکل کې پر همدې قضيې بناشوې طريقه د «A» غيرمتحرک مفصل د عکس العمل قوې «R» د جهت د تعينولو لپاره ښودل شوې ده .

د شکل څخه ليدل کيږي چې د عکس العمل قوې R د جهت د معلومولولپاره بايد د F_1 او F_2 قواو چې پرجسم باندې تأثيرکوي ، د تأثيرو کرښو ته دوام ورکړل شي ، ترڅو د «O» په نقطې کې يوبل سره قطع کړي .

هغه مستقیمه کرښه چې د «O» نقطه د «A» غیرمتحرکې نقطې سره نښلوي (د مفصل دغیرمتحرک بولت چې دلته د یوې نقطې په توګه منل شوی دی) د A د مفصل د عکس العمل قوې R د تأثیرد کرښې جهت تشکیلوي ، خو د تعادل په هکله یې پریکړه کول ناشونی کاردی.

مثال:

په یوه عمودي هواردیوال پورې د AC کیبل له لارې د O ګلوله ځړول شوې ده . پرې د دیوال سره د α زاویه جوړوي، د جسم وزن P دی . د T کشش قوه او د Q ګلولې فشارپردیوال باندې پیدا کړی؟



2.34شکل

حل:

د درو غیرموازي قواو د قضیې څخه ګټه اخلوچې جسم د قواو تراغیزي لاندې په تعادل کې واقع دی.

یعني د $\vec{T}$ ، $\vec{P}$ او $\vec{Q}$ ترتأثیرلاندې د ګلولې د تعادل معادلې به داسې وي :

$$T + Q + P = 0$$

د شکل څخه دQPT قوه ایزمثلث څخه لروچې:

$$T = P/cos\alpha; \;\; Q = P\, tg\alpha$$

2.11- د مسئلود حل لپاره ډیره مهمه لارښوونه

Very important direction for solution of problems

نه یوازې د متلاقي قواو بلکې د هرډول واردو شوو قواو دتعادل لپاره باید لاندې لارښوونه او د حل ترتیب په نظرکې ونیول شي .

ترهرڅه دمخه باید مسئلې ته په ځیرسره وکتل شي اوښه پوه شو چې د څه شي غوښتنه شوې ده ، وروسته هغه نقطه یاجسم چې د هغه تعادل ترمطالعې لاندې نیول کیږي د «آزادولو» اصل د طریقې سره سم باید د ارتباطاتو څخه راخلاص شي اود هغو تأثیرد عکس العمل د قواو په شکل سره وښودل شي .

د یوه معین مقیاس د ټاکلوله لارې باید د مسئلې شیماتیکې رسم وکښل شي اوپه هغه کې ټولې فعالې او د عکس العمل قوې چې پرجسم باندې تأثیرکوي، وښودل شي .

د عکس العمل قوې تقریباً تل نامعلومې وي ، د هغوی د مودول اوکله ناکله د مودول اوجهت تعینول نظر و راکړل شوو قواو ته د ستاتیک د ډیرو مسئلو منځ پانګه او ماهیت تشکیلوي .

د دې لپاره چې د عکس العمل قواو جهت معلوم کړو ، باید د « ارتباطات او د هغوی د عکس العمل قوې » په ښه توګه وکتل شي اوګټه ځینې واخیستل شي .

وروسته له دې چې پرجسم باندې چې په تعادل کې واقع دي ، فعالي قوې او د ارتباطاتو د عکس العمل قوې تعیني کړای شوې ، نو موږ د جسم د تعادل په هکله باید هندسي ، ګرافیکي او یاهم تحلیلي طریقه په کار واچوو.

دلته باید یادونه وشي چې باید پدې پوه شو چې د کومې مسئلې لپاره کومه یوه طریقه آسانه ده ، نوهغه طریقه باید وټاکل شي .

د هندسي طریقې سره سم موږ د متلاقي قواو د مستوي سیستم لپاره نامعلومې قوې د تړلي قوه ایز کثیرالاضلاع پواسطه او یا بیخي په سوچه ګرافیک ډول سره معلوموو. د دې ډول کثیرالاضلاع د رسمولو په وخت کې باید مقیاس په جدي توګه مراعات شي او یا دا چې د هغه اضلاع او زاویې د هندسي اومثلثاتو د قواعدو په مرسته محاسبه کړو.

د تحلیلي طریقې سره سم موږ د نامعلومو قواو د پیداکولو لپاره د قواو د مرتسمې د طریقې او فورمولوڅخه کاراخلو . یعنې د (13) فورمول څخه ګټه پورته کوو:

$$\Sigma X_k = 0 \qquad ; \qquad \Sigma Y_k = 0$$

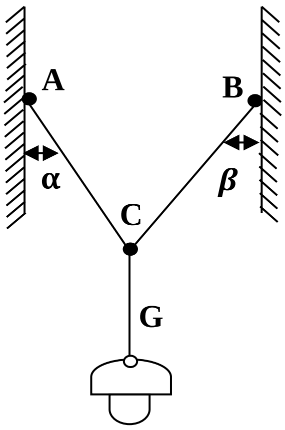
د دې طریقې د استعمال په وخت کې اسانه دا ده چې د کاردیناتي سیستم د مبدأ په توګه سره هغه نقطه وټاکل شي چې په هغې کې قوې سره یوځای کیږي او کاردیناتي سیستم داسې وټړل شي چې پرمحورباندې د قواو مرتسمې په آسانۍ سره پلاس را شي .

ډیرکله آسانه لار دا ده چې یومحور د یوې نامعلومې قوې د تأثیرپرکربښه باندې عمود وټړل شي ، پدې صورت کې د دې نامعلومې قوې مرتسمه د تعادل د معادلې څخه وزې او د تعادل د معادلې حل ډیرآسانه کیږي .

ترهغوپورې چې د مسئلو د حل په هکله لږڅه تجربه پلاس را وړو ، نو د تعادل د معادلو د ترتیبولو لپاره به ښه دا وي چې د مرتسمو قیمتونه د کاردیناتي محورپرمخ باندې په یوه جلا جدول کې درج او ولیکل شي . دا کار د دې امکان پلاس را کوي چې د مسئلې کنترول آسانه شي او د غلطۍ لټول چټک شي .

د پورته لاربښوونې عملي تطبیق :

مثال :



2.35شکل

په سرای کې د دوو دیوالونو ترمنځ په تارو باندې څراغ ځړیږي .

د څراغ وزن $G = 20\ N$ ،کیڼ دیوال د تارسره $\alpha = 45°$ او راسته دیوال د تارسره $\beta = 30°$ زاویې جوړوي .

په دواړو تارونوکې د کشش قوه پیداکړئ ؟

حل :په مثال کې د تارونو د کشش قوه پوښتل شوې ده . تارونه د څراغ د وزن د قوې ترتاثیرلاندې کشیږي ، فعاله قوه «G» د څراغ وزن دی او هغه د «C» په نقطې کې ځړیږي اوهمدلته یې د تأثیرنقطه ده .

خو دغه نقطه آزاده نه ده بلکې د CB او CA تارونو له لارې د ديوال سره اړيکه لري .

د«C» نقطې تعادل ترکتنې لاندې نيسو:

دهرڅه د مخه دغه نقطه د ارتباطاتو څخه آزادوو (خيالي دغه تارونه شلوو اوپرې کوو يې) او د هغوی تأثير د عکس العمل د قواو له لارې ښيو . پدې صورت کې کولای شو د «C» نقطه د يوې آزادې نقطې په ډول سره چې د قواو تر تأثيرلاندې په تعادل کې واقع ده، مطالعه کړو .

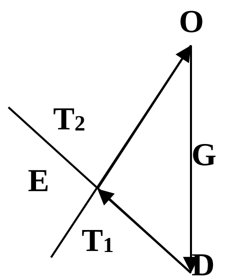
دا درې قوې عبارت دي له : G ، T_1 او T_2 $(T_1; T_2)$ د تارو کشش)

دغه قوې په عددي قيمت سره د هغو نامعلومو قواو سره مساوي دي چې موږ يې د تار د کشش نامعلومې قوې بولو. د دې معنی دا ده چې د تار د کشش قوې کولای شو د هغو د عکس العمل په قواو باندې تعويض کړو.يعنې دا چې د عکس العمل قوې پيدا کړو . د دې مسئلې د حل لپاره د اړونده درو طريقو څخه کاراخلو:

a- ګرافيکي طريقه:

يومعين مقياس ټاکو مثلاً، 1 N/mm . د يوې کيفي «0» نقطې څخه دغه وکتورد G قوې د تأثير پرلوري باندې غځوو او رسموو يې ، نو د وکتوراوږدوالی چې 20 mm کيږي د کاغذ پرمخ منځ ته راځي . وروسته د دې وکتورد مبدأ يعنې «0» نقطې څخه د OE مستقيمه کرښه رسموو چې د BC تارسره موازي وي او د D د آخرڅخه د DE مستقيمه کرښه چې د AC تار سره موازي ده هم رسموو.

لکه څنګه چې ټولې قوې د«C» په نقطې کې په تعادل کې دي ، نو هغه د ODE قوه ايزمثلث چې پدې ډول پلاس راځي بايد تړلی مثلث وي ،يعنې ټول وکتورونه بايد ويوې خواته متوجه وي او د مثلث د محيط د امتداد په لور وي . د دې مثلث ضلعې DE او EO د نامعلومو قواو يعنې د تارکشش د قواو مودول او جهت را په ګوته کوي .د هغوی د مودول د پيدا کولو لپاره يعنې د تارد کشش د قواو د معلومولو لپاره بايد په هم هغه ټاکل شوي مقياس سره د مثلث د DE او EO ضلعې اندازه کړو .



شکل2.36

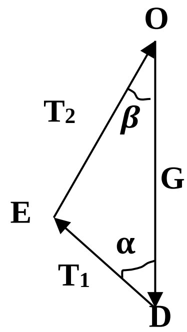
b- هندسي طريقه:

د مثلث نامعلومې ضلعې کولای شو نه يوازې نيغ په نيغه اندازه کړو بلکې کولای شو هغه محاسبه هم کړو .

دODE د قوه ايزمثلث د رسمولولپاره دهندسي طريقې څخه پوهيږو چې :

$$E\hat{O}D = \beta \quad ; \qquad O\hat{D}E = \alpha$$

د Sin ساين د قضيې سره سم لرو چې :



2.37شکل

$$\frac{T_1}{sin\beta} = \frac{T_2}{sin\alpha} = \mathrm{G}/(\sin(180° - (\alpha + \beta)) = \frac{G}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$T_1 = \frac{\mathrm{G}\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{20(sin\ \ 30°)}{\sin\ \ (45° + 30°)} = \frac{20(0.5)}{0.966} = 10.4\ N$$

$$T_2 = \frac{\mathrm{G}\sin\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{(20)sin\ \ 45°}{sin\ \ 75°} = \frac{(20)0.707}{0.966} = 14.7N$$

C- تحليلي طريقه:

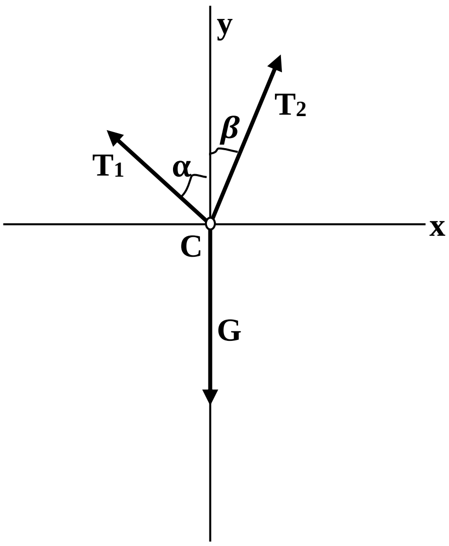
د کارديناتي سيستم مبدأ د «C» نقطه ټاکواود هغي نقطي تعادل ترکتني لاندي نيسو.

د«X» محورافقي و ښی خواته متوجه کوو، د y محورعموداً پورته غځوو.

د شکل څخه ليدل کيږي چې :

$$(T_1\hat{;}\ y) = \alpha = 45°$$

$$(T_2\hat{;}\ y) = \beta = 30°$$



2.38شکل

د (6) فورمول په مرسته د ټولوقواو د مرتسمو قیمت پر همدې کاردیناتي سیستم باندې پیدا کوو او د هغه نتایج د کارد آسانی لپاره و جدول ته رسوو:

قوه	پرمحورباندې دقوې مرتسمه	
	x	y
G T_1 T_2	O $-T_1\, cos(90o-\alpha)=-T_1\, cos\, 45o$ $T_2\, cos(90o-\ \beta)=T_2\, cos\, 60o$	$-G$ $T_1\, cos45°$ $T_2\, cos30°$

(13) فورمول چې د تعادل په هکله دی – داسې شکل ځانته نیسي :

$$\Sigma X_k=-T_1\ \cos 45°+T_2\, cos60°=0\ \ ;\ cos\ 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}=0.707$$

$$\Sigma y_k=-G+T_1\cos 45°+T_2 cos\ 30°=0;\ cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$$

$$G=20N;\ cos\ 60o=\ 0.5$$

د دې قیمتونو په وضع کولوسره لرو:

$$-0.707\ T_1+\ 0.5\ T_2\ =\ 0$$
$$-0.707T_1=-0.5T_2$$
$$-\ 20+0.707T_1+0.866T_2=0;\quad T_1=0.5/0.707\ T_2$$

وروسته بیا:

$$-20+0.707\left(\frac{0.5}{0.707}\right)T_2+0.866T_2=0$$
$$-\ 20+\ 1.366\ T_2\ =\ 0\quad\Rightarrow\quad T_2=\frac{20}{1.366}=14.6\ N$$
$$T_1=\ \frac{0.5}{0.707}(14.6)=10.3\ N$$

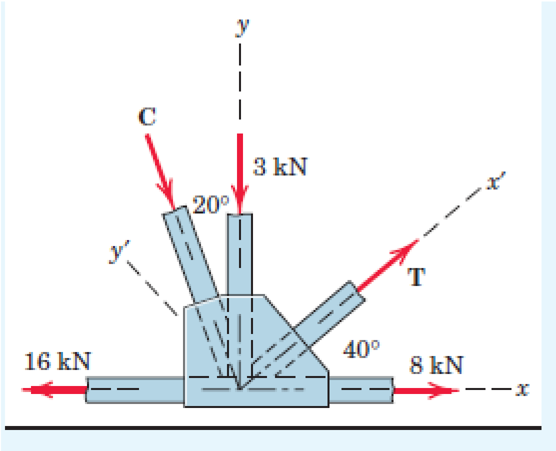
لکه چې مو ولیدل دا مثال په څو طریقو سره حل کیدای شي . د حل د طریقي انتخاب په مسئلې اوحل کوونکي پورې اړه لري . هندسي طریقه کله چې د قواو شمیرتر«3» زیات وي لږڅه ستونزمنه کیږي.

مثال:

د شکل سره سم د پله د یوې ساختماني فرم په غوټه کې د $\boldsymbol{C}$ او $\boldsymbol{T}$ قواوو عددي قیمتونه پیداکړئ.

لومړی حل: د سکالري الجبرپه مرسته:

د شکل سره سم د x او y پر محورونو باندې د ټولو قواوو د مرتسمو الجبري مجموعه به داسې وي:



2.39 شکل

$$\sum F_x = 0 => 8 + T\cos 40° + C\sin 20° - 16 = 0$$

$$0.766T + 0.342C = 8 \ldots (a)$$

$$\sum F_y = 0 => \ T\sin 40° - C\cos 20° - 3 = 0$$

$$0.643\,T - 0.940\,C = 3 \ldots (b)$$

د دي معادلو په حلولو سره لرو چي:

$$T = 9.09\ kN \quad ; C = 3.03\ kN$$

دوهم حل: د سکالري الجبر په مرسته:

د نورو محورونو يعني د $x'; \ y'$ له مخې :

$$\sum F_{x'} = 0 => \ -C\cos 20° - 3\cos 40° - 8\sin 40° + 16\sin 40° = 0$$

$$C = 3.03\ kN$$

$$\sum F_{y'} = 0 => T + 8\ \cos 40° - 16\cos 40° - 3\sin 40° - 3.03\ \sin 20° = 0$$

$$T = 90.09\ kN$$

دريم حل: د وکتوري الجبر په مرسته:

د کارديناتي محورونو x او y پر مثبتو جهتونوباندي د واحدو وکتورونو **i** او **j** له لاري د تعادل د نقطي لپاره په وکتوري شکل سره معادله به جوړه کړو:

$$\sum \vec{F} = 0 =>$$

$$8\boldsymbol{i} + (T\cos 40°)\ \boldsymbol{i} + (T\sin 40°)\ \boldsymbol{j} - 3\boldsymbol{j} + (C\sin 20°)\ \boldsymbol{i} - (C\cos 20°)\boldsymbol{j} - 16\boldsymbol{i} = 0$$

د واحدو وکتورو نو په ترتيب سره د صفر سره مساوي نيولو څخه لرو چي:

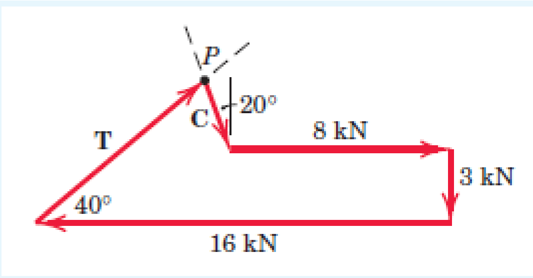
$$8 + T\cos 40° + C\sin 20° - 16 = 0$$

$$T\sin 40° - 3 - C\cos 20° = 0$$

لکه چې وینو د (a) او (b) معادلو ته ورته افادې مو پلاس راوړې.

ځلورم حل : د هندسې په مرسته

لومړی معلوم وکتورونه او ور پسې نا معلومه وکتورونه تر اړونده زاویو لاندې ایږدو.لکه چې وینو دا لاره آسانه ښکاري. د اړونده کثیرالاضلاع د پنځو قواوو وکتوري مجموعه د صفر سره برابره ښیي.د $\boldsymbol{C}$ او $\boldsymbol{T}$ قواوو قیمت د رسم کړل شوي شکل څخه د هغوی د وکتورونو په سمه توګه اندازه کولو سره، پلاس راوړو.



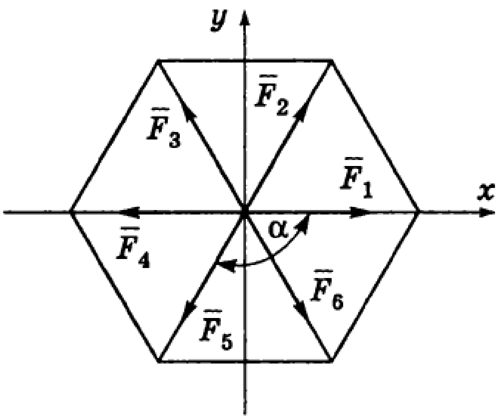
2.40 شکل

مثال :

د یوه منظم شپږضلعي په منځ کې دا قوې اغیزه کوي .

$$F_1 = 1N \;\; ; F_2 = 3N; \; F_3 = 5N; \; F_4 = 7N; \; F_5 = 9N; \; F_6 = 11N$$

چې د هغه و رأسونو ته متوجه دي .د محصله اومتعادلې قواو لوری او قیمت پیداکړئ؟



2.41شکل

حل :

د R د محصله قوې مرتسمې د کاردیناتي محورپرمخ باندې پیدا کوو:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 cos60° - F_3 cos60° - F_4 - F_5 cos60° + F_6 cos60°$$
$$= 1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} - 7 - \frac{9}{2} + \frac{11}{2} = -6\,N$$

$$\Sigma Fy = 0 \Rightarrow F_2 sin60° + F_3 sin60° - F_5 sin60° - F_6 sin60° = \frac{\sqrt{3}}{2}(8-20) = -6\sqrt{3}$$

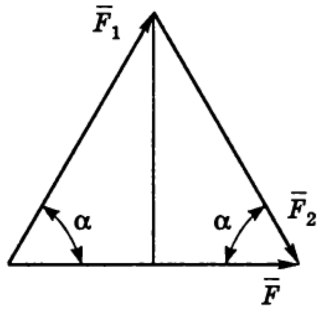
پدې صورت کې :

$$R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2(3)} = 12\ N$$

نو د محصله قوي وکتور د F_5 قوې د وکتورسره یوډول متوجه دی خو د متعادلي قوې وکتورد هغې مخالف یعني د F_2 قوې د وکتورسره یوشی دی .

مثال:

د $F = 8N$ قوه پردوومرکبو باندې داسې تجزیه کړئ چې هره یوه یې 5 نیوټنه وي . کولای شو چې همدا قوه داسې پردوو مرکبو باندې تجزیه کړوچې هره یوه یې 10 نیوټنه او 20 نیوټنه وي او یاهره یوه یې100 نیوټنه وي.



شکل2.42

حل :

دا د F قوه او دوې نورې به په F_1او F_2 سره وښیو. د شکل سره سم F د متوازی الاضلاع مثلث د قاعدې په ډول سره ښیو. ځکه چې $F_1 = F_2$ دی.

د F_1 او F_2 د قواو وافق ته د میلان د زاویو د مساوات له مخې لرو چې :

$$F_1 cos\alpha + F_2 cos\alpha = F => cos\alpha = \frac{F}{F_1 + F_2} = \frac{F}{2F_1}$$

دلته $F = 8\ N, F_1 = 5\ N$نوپدې صورت کې $cos\alpha = 0.8$ او د مربوطه زاویو په ټاکلو سره د F قوه کولای شو پر F_1او F_2 باندې تجزیه کړو

$$F_1 = F_2 = 5\ N$$

په همدې ډول سره کولای شو دا مثال د $F_1 = 10\ N$ او $F_2 = 20\ N$ لپاره هم حل کړو. د دې لپاره باید یوازې مربوطه زاویه وټاکو.

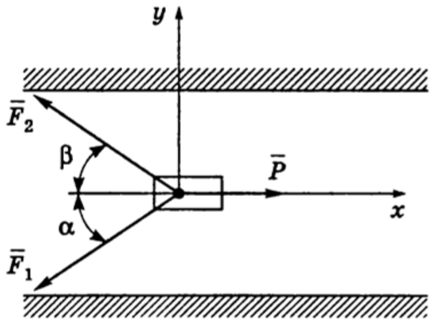
دغه کړنلاره هغه وخت هم د استعمال وړ ده،کله چې د قوې د تجزیې جهت نه وي راکړل شوی .

ځواب: بلي ،که چیرې د تجزیې جهت نه وي راکړل شوی.

مثال:

دوه تراکتورونه د یوې سیدې ویالي پرغاړه د ثابت سرعت سره سم په حرکت کې یو بار د دوو کیبلونوپه مرسته د اوبو پرمخ باندې کشوي.

دکیبلونو د کشش قوه $F_1 = 0.8\ kN$ او $F_2 = 0.96\ kN$ د دوی ترمنځ زاویه $\alpha + \beta = 60°$ ، د اوبو مقاومت چې دا باربه یې وزغمي او همدارنګه α او β چې کیبلونه به یې د ویالي د غاړې سره جوړوي پیداکړی که چیرې بار د غاړو سره موازي حرکت وکړي.



2.43شکل

حل :

په شکل کې هغه قوې چې پربار باندې تأثیرکوې ښیو. لکه څنګه چې بار د ثابت سرعت سره حرکت کوي نو کولای شو د تعادل معادلې داسې ولیکو:

$$F_1 cos\alpha + F_2 cos\beta - P = 0$$

$$F_2 sin\alpha - F_1 sin\beta = 0$$

$$\frac{sin\beta}{sin\alpha} = \frac{F_1}{F_2}$$

او یا لکه چې :

$$\frac{\sin(60° - \alpha)}{sin\alpha} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$tg\alpha = \frac{\sqrt{3\,F_2}}{2F_1 + F_2}; \quad \alpha = arctg\frac{\sqrt{3\,F_2}}{2F_1 + F_2} = arctg\frac{\sqrt{3}(0.96)}{1.6 + 0.96} = 33°$$

$$\beta = 60° - \alpha = 60° - 33° = 27°$$

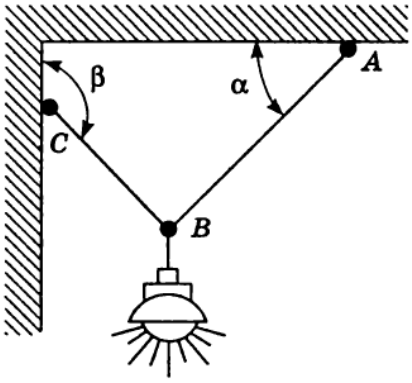
نوپدې ډول لرو چې:

$$P = F_1 \cos\left(arctg\frac{\sqrt{3}\,F_2}{2F_1 + F_2}\right) + F_2 \cos\left(60° - arctg\frac{\sqrt{3}\,F_2}{2F_1 + F_2}\right) = 1.53\ kN$$

ځواب $P = 1.53\ kN \quad ; \quad \alpha = 33° \quad ; \quad \beta = 27°$

مثال:

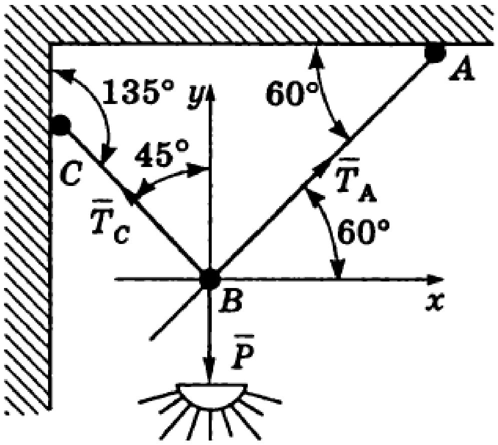
یوبرقي ګروپ چې وزن یې 20 نیوټنه دی په چت پورې د پړې پواسطه ځړول شوی دی او بیا د دیوال سره دBC د پړې په مرسته کش کړل شوی دی . د T_A د (AB تار) او T_C (BC تار) د کشش قوې پیدا کړی که چیرې $\alpha = 60°$ او $\beta = 135°$ سره وي؟



2.44شکل

حل :

په شکل کې پرجسم باندې اغيزه کوونکې قوې اوعکس العملونه هم ښيو. د B نقطې لپاره د تعادل معادلې ليکو :



2.45شکل

$$T_A cos60o - T_C\ cos45° \ = 0$$

$$T_A sin60o + T_C\ sin45° = 0$$

د لومړۍ معادلې څخه معلوميږي چې

$$\frac{T_A}{2} = T_C \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$T_A = T_C\sqrt{2}$$

په دوهمې معادلې کې د دې قيمتو په وضع کولو سره لرو چې :

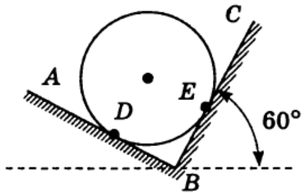
$$\sqrt{2}\,T_C\ \frac{\sqrt{3}}{2} + T_C \frac{\sqrt{2}}{2} = P$$

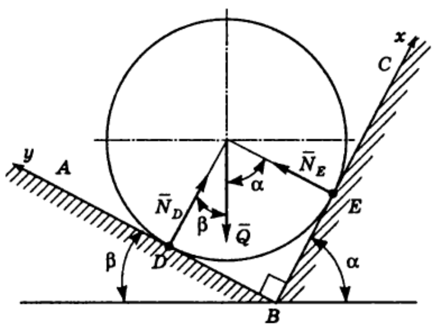
$$T_C\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right) = 2P => T_C = \frac{\sqrt{2}\,P}{1 + \sqrt{3}} = 10.4\ N$$

$$T_A = \frac{2F}{1+\sqrt{3}} = 14.6\ kN$$

مثال:

پردوو متقابلاً عمودو هوارو مستوي ګانو باندې AB او BC ، یوه ګلوله چې وزن یې $Q = 60\ N$ دی پرته ده .د ګلولې فشارپرهرې مستوي باندې پیداکړئ که چیرې وپوهیږوچې د BC مستوي د افق سره 60 درجې زاویه جوړوي ؟





2.46شکل

حل :

د مسئلې لپاره د تعادل معادلې ترتیبوو:

$$N_D - Qcos\beta = 0$$

$$N_E - Qcos\alpha = 0$$

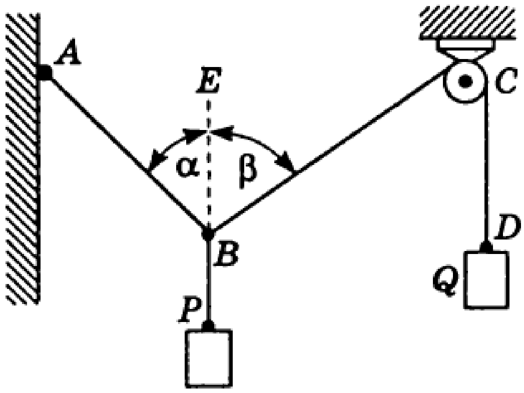
دلته : $\alpha = 60°$ ، $\beta = 30°$ ، لروچې :

$$N_D = Qcos30° = 52\ N$$

$$N_E = Qcos60° = 30\ N$$

مثال:

د یوه $ABCD$ پرې په اخرکې د $Q = 100\ N$ وزن ځړول شوی دی . د B په نقطې کې دوهم وزن ځړیږي او پرې ته یې د α او β زاویو په اندازه انحراف ورکړی دی . که د C ځرخ د مقاومت څخه تیر شو نو د P وزن او AB او BC په پرو کې د کشش قوې پیداکړئ ؟ $\alpha = 45°$ او $\beta = 60°$



2.47شکل

حل :

تولې قوې پرجسم باندې بنيو او د تعادل معادلې ليکو :

$$-T\ sin\alpha + Q\ sin\beta = 0$$

$$T\ cos\alpha + Q\ cos\beta - P = 0$$

$$T = Q\ \frac{sin\beta}{sin\alpha} = 100\sqrt{1.5} = 122\ N$$

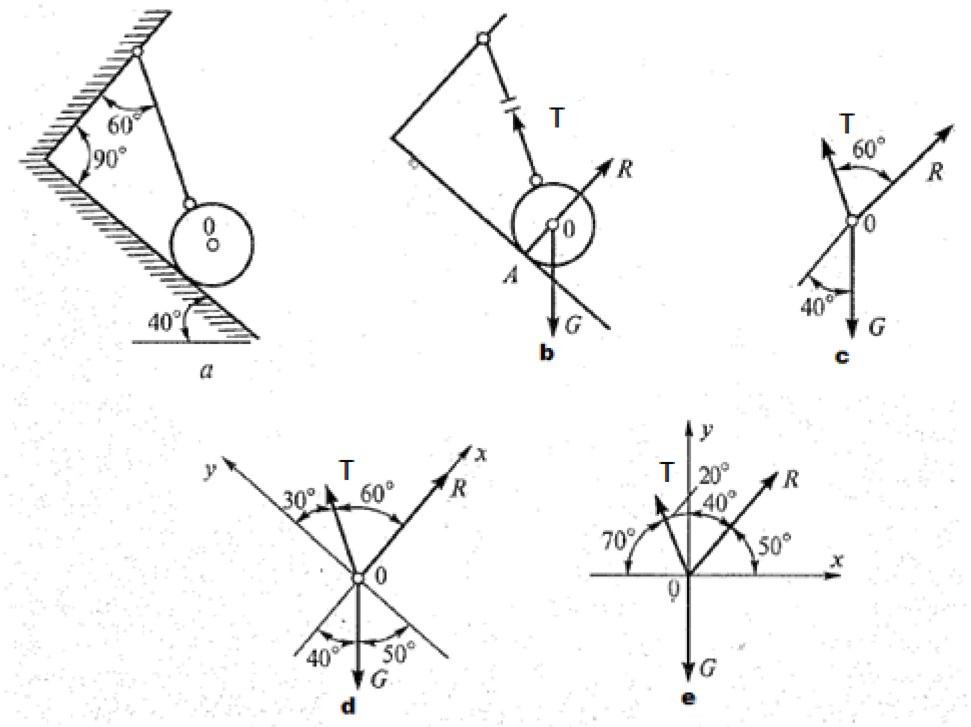
$$P = 122\ \frac{\sqrt{2}}{2} + 100\ \frac{1}{2} = 137\ N$$

2.12- مشق اوتمرین

د لاندې شکلونو لپاره د عکس العمل د قواو عددي قیمت اوجهت پیداکړئ ؟

مثال:

د دې شیما لپاره د عکس العمل د قواو عددي قیمت اوجهت پیداکړئ، پداسې حال کې چې $G = 30kN$ وي.



شکل2.48

حل :

1. دلته د هغه جسم تعادل مطالعه کیږي چې پرمستوي باندې یې تکیه کړې ده اوپه تار پورې ځړیږي . جسم په یوې نقطې O چې د ثقل د مرکزسره مطابقت کوي ، بدلوو، د (a شکل)

2. د O پرنقطې باندې فعاله قوه چې خپله د جسم وزن دی ، وا ردوو. ښکاره ده چې جهت به یې کښتې خواته وي . د (b شکل)

3. په خیالي ډول ارتباطات شلوو او ایسته یې غورځوو. دا ارتباطات مستوي او تار دي . د ارتباطاتو تأثیرپر O نقطې باندې د عکس العمل په قواو باندې بدلوو. د مستوي د عکس العمل قوه په R سره ښیو. دا قوه د A په نقطې کې ومستوي ته پرنورمال متوجه ده . د تارد عکس العمل قوه په T سره ښیو او جهت یې د تارپه امتداد د O د نقطې څخه ومستوي ته متوجه دی .

دغه ټولې درې قوې د 3 متلاقي قواو په ډول سره ښیو، د (c شکل)

4. د کارډیناتي سیستم محورونه ټاکو . د محورونو مبدأ د O د نقطې سره یوځای کوو. د x د محورجهت د R د جهت سره یوشی اومطابق نیسو ، د (d شکل)

د y محورپر x باندې عمود نیسو، د محورونو اوعکس العمل قواو ترمنځ زاویې پیداکوو.

کولای شو چې د y محور د G سره جوخت کړو اوبیا دx محورپر هغه باندې عمود رسم کړو ، د مسئلې حل به لږ څه بل ډول خو ځواب به يې کټ مټ همدا وي .

5. د ټولو قواو مرتسمې به د x او y پرمحورونو باندې پيدا کړو:

$$\Sigma Fx = R + T\ cos60° - G\ cos40° = 0$$

$$\Sigma Fy = Tcos30° - G\ cos50° = 0$$

لکه چې وينو په دوهمې معادلې کې يوازې يو مجهول T لرو، نو ځکه لومړی هغه پيداکوو:

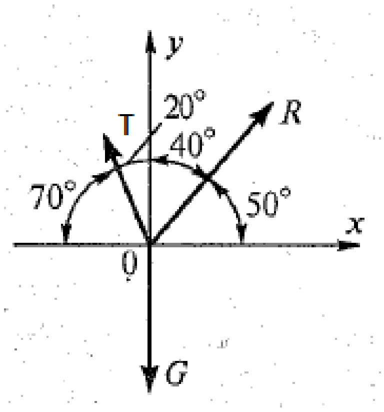
$$T\ cos30° = G\ cos50° => T = \frac{G\ cos50°}{cos30°} = \frac{(30)0.643}{0.866} = 22.27\ kN$$

اوس به نو R پيداکړو:

$$R = G\ cos40° - Tcos60° = (30)0.766 - 22.27(0.5) = 11.84\ kN$$

د مسئلې د حل د آزماييښت لپاره به د محورونو وموقعيت ته بدلون ورکړو:

د دې حالت د تعادل معادلې به وليکو :



شکل2.49

$$\Sigma Fx = R\cos50° - T\cos70° = 0$$

$$\Sigma Fy = R\cos40° + T\cos20° - G = 0$$

د لومړی معادلې څخه لرو چې :

$$R = T\ \frac{Cos70°}{Cos50°}$$

د دې افادې په دوهمه معادلې کې په وضع کولوسره لرو چې :

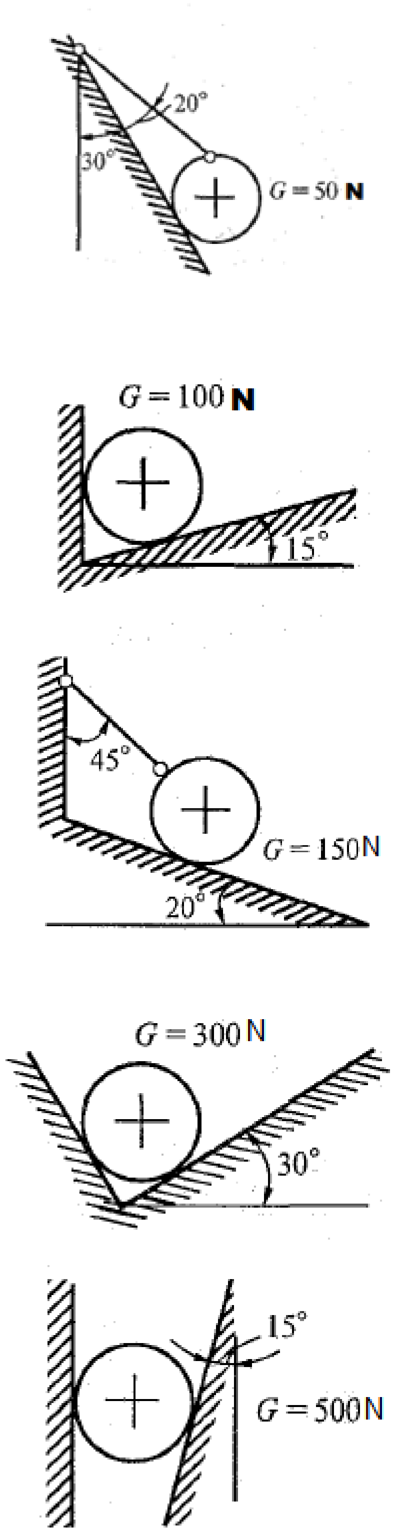
$$T\frac{cos70°}{cos50°}cos40° + Tcos20° - G = 0 =>$$

$$T = \frac{G}{\frac{Cos70°}{cos50°}\ cos40° + cos20°} = \frac{30}{\frac{0.342}{0.643}\ 0.766 + 0.49} = 22.27\ kN$$

اوس به نو R پيداکړو:

$$R = \frac{(22.27)0.342}{0.643} = 11.84\ kN$$

لکه چي وينو د مجهولو قواو قيمتونه د لومړي حل سره يوشی دي، نو ځکه د مسئلي حل هم سم دی .

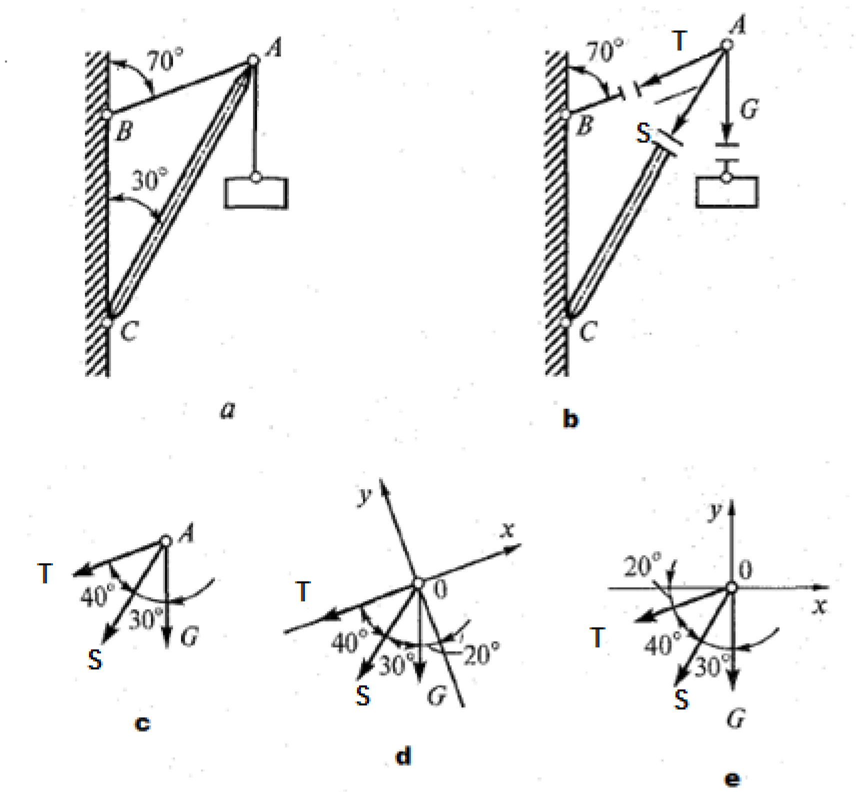


شکل2.50

مسئله:

په شکل کي د مسئلو لپاره د عکس العمل د قواو جهت اومودول پیداکړئ ؟

مثال: د دي شیما لپاره په کیبل او میلي کي د عکس العمل قوي پیداکړی که چیری $G = 20\ kN$ وي ؟



شکل2.51

حل :

1.د A د نقطي چیري چي تولي میلي اوکیبل سره یوځای کیږي ، تعادل مطالعه کوو.

2. فعاله قوه ښیواوهغه G ده چي وکښتي خواته متوجه ده .

3. ارتباطات شلوو ، میله اوکیبل په خیالي ډول سره پریکوو. دکیبل د عکس العمل قوه په T او د میلي د عکس العمل قوه په S سره ښیو. T د A د نقطي څخه دکیبل په امتداد متوجه ده ، S هم په همدي ډول سره فرضوو، که څه هم کولای شو دهغه جهت بل ډول تعین کړو، دلته اټکل کوو چي د AC میله به کش شي. په جلا شکل کي د A په نقطي کي تولي قوي ښیو .

4. د محورونو موقعیت ته پام کوو، دهغو مبدأ د A دنقطي سره یوځای کوو، x د T سره یوځای کوو او y پر هغه باندي عمود رسموو. د T,S او محورونو ترمنځ زاویي پیداکوو.

5. دتعادل معادلي تشکیلوو:

$$\Sigma Fx = 0 => -T - S\ cos40° - G\ cos70° = 0$$

$$\Sigma Fy = 0 => -S\ cos50° - G\ cos20° = 0$$

د دوهمي معادلي څخه لرو:

$$S = -G\ cos20°/cos50° = (-20)0.94/0.643 = -29.24\ kN$$

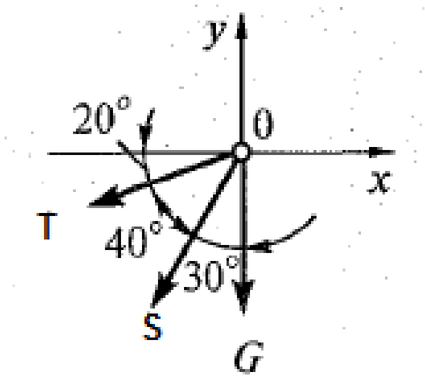
د لومړۍ معادلي څخه لرو چي:

$$T = -S\,cos40° - G\,Cos70° = \ (29.24)0.766 — (20)0.342 = 15.56\,kN$$

د S منفي علامه ښيئ چي د AC ميله اصلاً کشيږي .

6. د حل د کنترول او آزمايښت لپاره د محورو موقعيت داسي بدلوو:

د دي شکل لپاره د تعادل معادلي تشکيلوو:



2.52شکل

$$\Sigma Fx = 0 => -T\,cos20° - S\,cos60° = 0$$

$$\Sigma Fy = 0 => -G - S\,cos30° - T\,cos70° = 0$$

$$T = -S\frac{cos30°}{cos70°} - \frac{G}{cos70°} => T = \frac{-G - S\,cos30°}{cso70°} => \frac{-30 - S\,cos30°}{cos70°}cos20° - S\,cos60° = 0$$

$$1)\ S = -T\frac{cos20°}{cos60°}$$

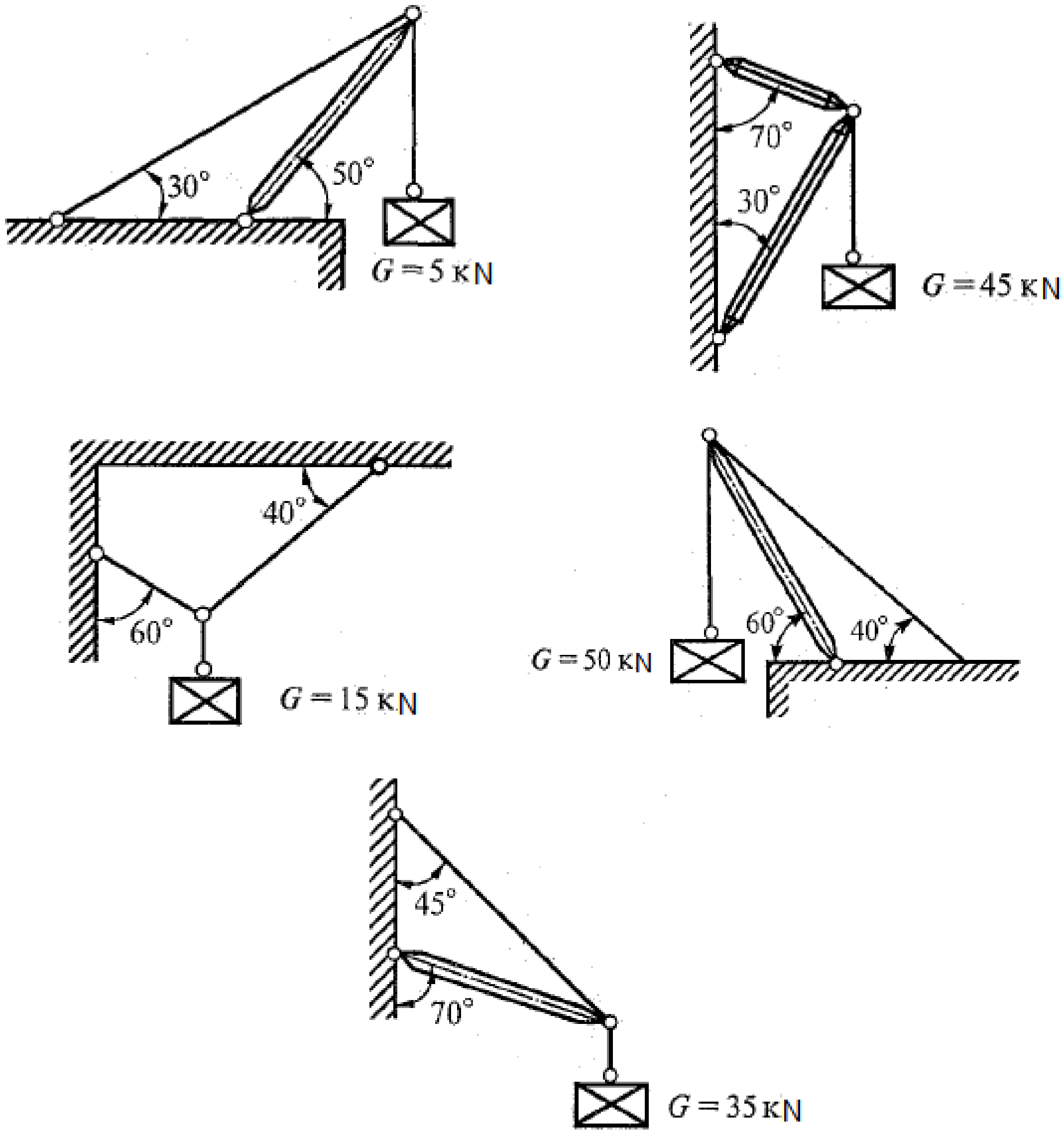
$$2)\ -G + T\ \frac{cos20°}{cos60°}.\,cos30° - T\,cos70° = 0$$

$$-30 + T\left(\frac{cos20°.\,cos30°}{cos60°} - cos70°\right) = 0$$

$$-30 + T\left(\frac{(0.94)866 - (0.5)342}{0.5}\right) = 0$$

$$T = \frac{30}{\left(\frac{(0.94)866 - (0.5)342}{0.5}\right)} = 15.56\,kN$$

$$S = -T\frac{cos20°}{cos60°} = (-15.56)\frac{0.94}{0.5} = -29.24\,kN$$



شکل2.53

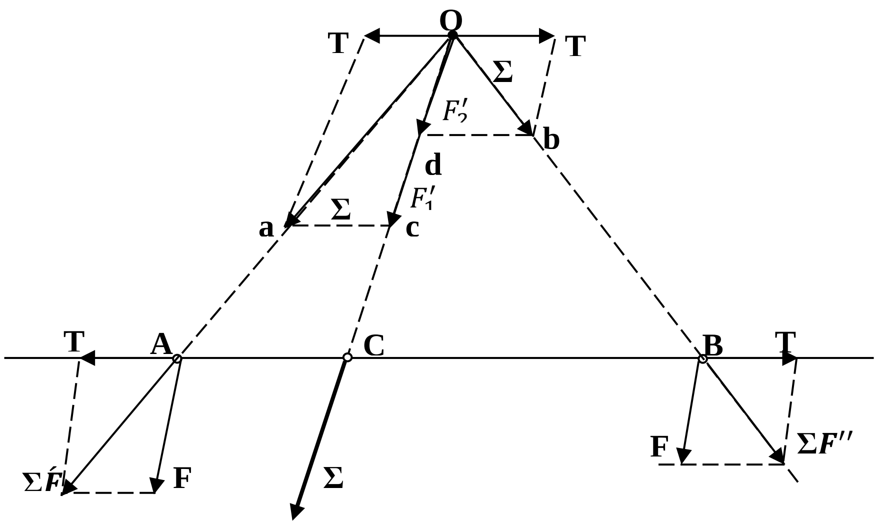
2.13- کنترولي پوښتنې

1. میخانیک د څه شي څخه بحث کوي؟
2. د نظري میخانیک میتود کوم دی؟
3. ستاتیک څه ته وایي ، د قواو سیستم اود قوه ایزسیستم مرکبې یعنې څه؟
4. مادي نقطه و څه ته ویل کیږي؟
5. مطلق جامد جسم یعنې څه؟
6. د قوه ایزسیستم ډولونه کوم دي؟
7. محصله قوه،متعادله قوه،متعادل او معادل قوه ایزسیستم یعنې څه؟
8. خارجي قوه، داخلي قوه،منتشره یا ویشل شوې قوه، دایمي او لنډمهالي قوه یعنې څه؟
9. ستاتیکي،دینامیکي او تکراري- متغیر بارونه یعنې څه؟
10. د ستاتیک اکسیومونه په لنډ ډول تشریح کړئ؟
11. د ارتباطاتو ډولونه کوم دي؟
12. د اتکأ ډولونه رسم او په هغوی کې د عکس العمل قوې وښیاست؟
13. مستوي متلاقي قوه ایزسیستم یعنې څه او دوې متلاقي قوې څرنګه سره جمع کیږي؟
14. یوه قوه پر دوو متلاقي مرکبو باندې څرنګه تجزیه کیږي؟
15. قوه ایز کثیرالاضلاع یعنې څه ،عمده وکتور او محصله قوه څه توپیر سره لري؟
16. د وکتور مرتسمه پرمحورباندې په لنډ ډول سره تشریح کړې؟
17. د مستوي متلاقي سیستم د تعادل تحلیلي او هندسي شرایط کوم دي؟
18. د درو غیر موازي قواو په هکله قضیه تشریح کړې؟

دريم فصل
د دووموازي قواو سيستم
System of two Parallel forces

3.1- د دوو موازي قواو چي ويوى نقطى ته متوجه وي جمع کول

د موازي قواو د جمع کولولپاره د متوازي الاضلاع قاعده نيغ په نيغه د استعمال وړنده ، ځکه چي د موازي قواو د تقاطع نقطه په بي نهايت کې پرته ده .



3.1-شکل

د دي لپاره چي د موازي قواو د جمع کولو قاعده پلاس راوړو، نو ضروري ده چي دغه قوي د متلاقي قواو په يوه معادل سيستم باندي بدلي کړو .

د دوو قواو يعني F_1 او F_2 موازي قواو سيستم ترکتني لاندي نيسو ، لکه چي وينو دواړي قوي و يوه جهت ته متوجه دي. د دي قواو د تأثيرپه نقطو کي يعني A او B دوي په مودول سره مساوي ولي پريوي مستقيمي کرښي باندي مخالف الجهته قوي T_1 او T_2 واردوو.

اوس نو د متوازالاضلاع د قاعدي سره سم د F_1 او T_1 او F_2 او T_2 قوي سره جمع کوو اوپه نتيجه کي دوي متلاقي قوي $\Sigma F'$ او $\Sigma F''$ پلاس راځي .

دغه قوي د هغوى د تأثيرد کرښو په امتداد د«0» ونقطي ته چيرې چي د دوى د تأثيرکرښي سره قطع کوي را ليږدوو.

د دي قواو د محصلي قوي د مودول او د تاثيرکرښي د پيدا کولو لپاره د هغه څه چي مخکي موکول ، پرعکس عمل کوو. يعني د $\Sigma F'$ قوه پردوو مرکبو قواو يعني F_1' او T_1' چي د F_1 او T_1 سره موازي دى او همدا ډول د $\Sigma F''$ قوه هم پردوو مرکبو قواو F_2' او T_1' چي د F_2 او T_2 قواو سره موازي دي، باندي تجزيه کيږي .

د هغو کثیرالاضلاع ګانوڅخه چې د A ، B او 0 په نقطو کې پلاس راغلي دي معلومیږي چې د F_1' ، T_1' ، F_2' ، T_2' مرکبي قوې نظرپه مودول د F_1 ، T_1 ، F_2 او T_2 د قواو سره مساوي دي او پدې ډول سره د موازي قواوسیستم مو په څلورو قواو چې په یوې نقطې «0» کې تاثیر کوي تعویض کړ .

د T'_1او T'_2 قوې چې په مودول یوه د بلې سره مساوي او د یوې مستقیمي کرښې په امتداد مخالف الجهته دي ، متقابلاً یوه بله په تعادل کې را ولي ، نوځکه کولای شو چې هغوی د سیستم څخه وباسو .

نوپدې ډول سره دوې قوې F_1' او F_2' چې پریوې کرښې باندې و یوه جهت ته متوجه دي ،پاته کیږي . د هغوی محصله قوه ΣF د همدې مستقیمې کرښې په امتداد متوجه ده چې د دې قواو د تأثیر د کرښو سره موازي ده ، جهت یې همدا دی او مودول یې مساوي کیږي په :

$$\Sigma F \;=\; F_1 \;+\; F_2 \quad \ldots\ (3.1)$$

اوس نو د محصله قوې د تأثیرکرښه پیدا کوو.

د دې لپاره باید د«C» د نقطې موقعیت پیدا کړو .دا نقطه د محصله قوې د تأثیرد کرښې او د AB سیده کرښې د تقاطع نقطه ده.

د OAC او oae مثلثونو د تشابه څخه پوهیږو چې :

$$\frac{AC}{OC} = \frac{ac}{Oc}$$

او یا د قوه ایزمثلث د اضلاعو متناسب والی په نظرکې نیسو ، نو د مرکبو قواو مودول به :

$$\frac{AC}{OC} = \frac{T_1}{F_1}$$

د OCB او Odb مثلثونو د تشابه څخه لرو چې :

$$\frac{CB}{OC} = \frac{T_2}{F_2}$$

یا $\frac{CB}{OC} = \frac{db}{Od}$

دا چې $T_1=T_2$ ، نولومړی تناسب پردوهم باندې ویشو اولروچې :

$$\frac{AC}{CB} = \frac{F_2}{F_1}$$

دغه فورمول لومړی ارشمیدیس ثبوت کړ،هیوګنس(1693) هغه تدقیق،خوپوره او سم ثبوت یې لاګرانږه(1793) وړاندې کړ،هغه کولای شو پدې شکل سره هم ولیکو:

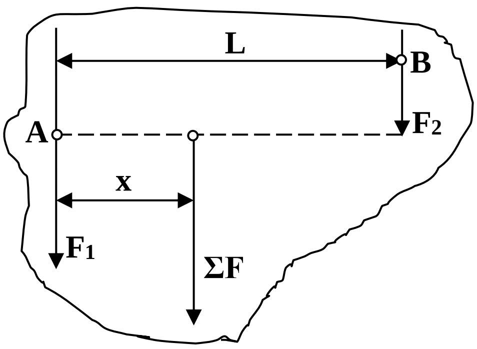
$$\frac{F_2}{AC} = \frac{F_1}{CB} = \frac{F_1 + F_2}{AC + CB} = \frac{\Sigma F}{AB} \ldots \quad (3.2)$$

نوداسې معلومیږي چې د «C» نقطه د AB مستقیمه کرښه پرداسې برخوباندې ویشي چې د مرکبو قواو سره معکوساً متناسبې دي اومونږ دا قاعده پلاس را وړو چې :

د دوو موازي قواو چې ویوه جهت ته متوجه وي محصله قوه د هغوی سره موازي ده ، همجهته ده او دهغي مودول د موازي قواو دمجموعي سره مساوي دی .

د محصله قوي د تأثیرکرښه د مرکبو قواو د تأثیرد کرښو په منځ کې پداسي فاصلي سره پرته ده چې د دي قواو د مودول سره معکوساً متناسبه ده .

مثال:



3.2-شکل

پریوه جسم باندي د A او B په نقطو کې دوي قوي $F1 = 50N$ او $F2 = 30\ N$ تأثیرکوي .د محصله قوي مودول اود تأثیرکرښه پیداکړئ؟

د قواو د تأثیرد کرښو ترمنځ فاصله $L = 1.6\ m$ ده .

حل . د محصله قوي مودول

$$\Sigma F = F_1 + F_2 = 80\ N$$

د محصله قوي د تأثیرد کرښي فاصله د F_1 قوي د تأثیرد کرښي څخه په «X» سره ښیو.

د(3.2) فورمول څخه لرو چې

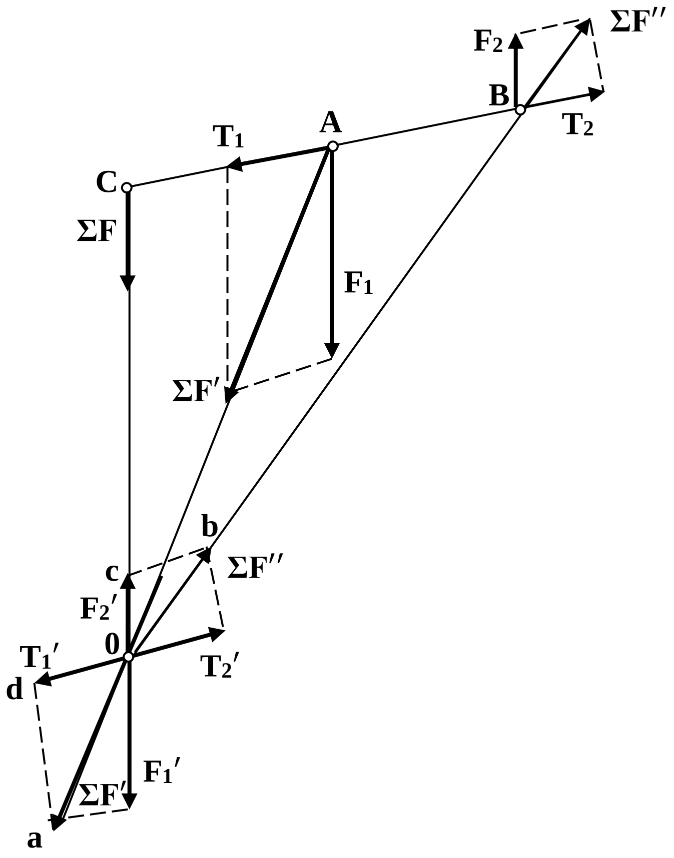
$$\frac{F_2}{x} = \frac{\Sigma F}{l} \Rightarrow \quad x = \frac{F_2\ l}{\Sigma F} = \frac{(30)6}{80} = 0.6\ m$$

3.2- د دوو موازي اومخالف الجهته قواو جمع کول چې مودول یې سره مساوي نه وي

دلته موږدوي موازي اومخالف الجهته قوي F_1 او F_2 چې مودول یې سره مساوي ندي لرو او $F_1>F_2$ دی.

دلته هم یولړبدلونونه راولو.

د دي قواو د تأثیرپه نقطو کې A او B دوي په مودول سره مساوي قوي T_1 او T_2 د AB پرمستقیمه کرښه مخالف الجهته واردوو.



3.2-شكل

د F_1 قوه د T_1 د قوې سره او F_2 د T_2 سره جمع كوو او پلاس راغلي محصله قوه $\Sigma F'$ د هغې د تأثيرد كرښې په امتداد د«0» ونقطې ته چې د دې كرښو د تقاطع نقطه ده را ليږدوو.

اوس نو $\Sigma F'$ او $\Sigma F''$ قوې په F_1' ، T_1' ، F_2' او T_2' باندې تجزيه كوو چې په مودول اوجهت سره د F_1 ، T_1 ، F_2 او T_2 سره يوشى دي .

لكه څنګه چې د T_1' او T_2' متقابلاً متعادلي قوې دي نوموړ كولاى شو چې هغوى د سيستم څخه وباسو او پدې ډول موږ دوې قوې F_1' او F_2' پلاس را وړو چې پريوې مستقيمې كرښې باندې مخالف الجهته دي .

دهغوى محصله قوه ΣF چې پرهمدې كرښه باندې چې د دې قواو د تأثيرد كرښو سره موازي ده ، متوجه ده ، مودول يې د دې دوو قواو د تفريق په حاصل سره مساوي دى

$$\Sigma F = F_1 - F_2 \quad \dots \ (3.3)$$

د «C» د نقطې موقعيت چې د محصله قوې د تأثيرد كرښې او د AB مستقيمې كرښې د تقاطع نقطه ده، پيداكوو.

د OAC او Oac مثلثونو د تشابه څخه معلوميږي چې:

$$\frac{CA}{OC} = \frac{Od}{ad} \quad \text{يا} \quad \frac{CA}{OC} = \frac{T_1}{F_1}$$

د OCB او Ocb مثلثو د تشابه څخه لرو چې:

$$\frac{CB}{OC} = \frac{cb}{Oc} \quad \text{یا} \quad \frac{CB}{OC} = \frac{T_2}{F_2}$$

د $T_1 = T_2$ په نظرکې نیولوسره لومړی تناسب پردوهم باندې ویشو ، لروچې:

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{CA} = \frac{F_1 - F_2}{CB - CA} = \frac{\Sigma F}{AB} \ldots (3.4)$$

نوپدې ډول سره لاندې قاعده پلاس راځي :

د دوو موازي او مخالف الجهته قواو چې مودول یې سره یوشی نه دی ، محصله قوه د هغوی سره موازي ده ، د هغوی څخه د غټې قوې پرخوا متوجه ده اومودول یې د هغوی د تفریق د حاصل سره برابر دی . د محصله قوې د تأثیر کرښه د غټې قوې ترشاه د مرکبو قواو د تأثیر د کرښو څخه پداسې فاصله کې پرته ده چې د دې قواو د مودول سره معکوساً متناسبه ده .

مثال:

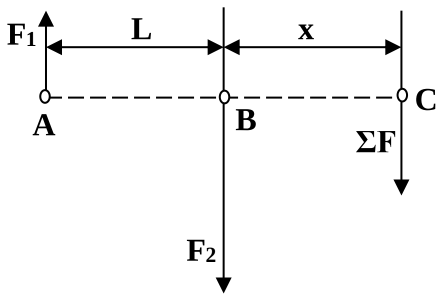
د دوو موازي اومخالف الجهته قواو $F_1 = 10\ N$ ، $F_2 = 25N$ د محصله قوې موقعیت اومودول پیداکړئ ؟که چیرې د هغو د تأثیرد کرښو ترمنځ فاصله $L = 30\ cm$ وي .

حل :

د محصله قوې مودول

$$\Sigma F = F_2 - F_1 = 25 - 10 = 15\ N$$

$$\Sigma F = 15\ N$$



3.4-شکل

محصله قوه دغټې قوې ترشا پرته ده او جهت یې د غټې قوې سره یوشی دی . د محصله قوې د تأثیرد کرښې فاصله د غټې قوې د تأثیرترکرښې پورې په «X» سره ښیو.

د(3.4)فورمول څخه لرو چې

$$\frac{F_1}{x} = \frac{\Sigma F}{l} \Rightarrow \quad x = \frac{F_1\, l}{\Sigma F} = \frac{(10)30}{15} = 20\ cm$$

$$X = 20\ cm$$

3.3- د يوې قوې تجزيه دهغې سره پر دوو موازي مرکبو باندې

Resolution of force in two Paralell components

تجزيه د جمع کولو د عمليې عکس کار دی اوموږ کولای شو چې د قواو د تجزيې لپاره د مربوطه فورمولونو څخه کار واخلو .

د يوې قوې تجزيه پردوو مرکبو باندې چې د قوې سره موازي وي ، که ويوه جهت ته متوجه وي اوکه مخالف الجهته وي ، موږ د(3.1) ، (3.2) ، (3.3) او (3.4) فورمولونه لرو، ولې پدې فورمولونو کې څلورنامعلومه اومجهوله کميتونه ترسترګو کيږي ، لکه د دوو مرکبو قواو مودول او د هغوی د تأثيرد کربنو اومحصلې قوې د تأثير د کربښې ترمنځ فاصله چې څلور مجهول کميتونه جوړوي .

نولدې امله دا مثال لکه د قواو د متلاقي سيستم د تجزيې په ډول يوه غيرمعينه مسئله ده .

د دې مسئلې د حل لپاره بايد دوه نوراضافي شرايط ځانته معلوم کړو :

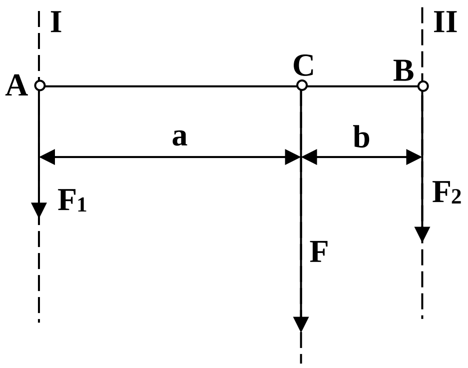
1. بايد وپوهيږو چې دF_1 او F_2 مجهولو قواو د تأثيرد کربنو فاصله د راکړل شوې قوې د تأثيرترکربښې پورې څومره ده .

2. د مجهولو قواو څخه د يوې قوې مودول او د هغې د تأثير د کربښې فاصله د راکړل شوې قوې د تأثيرترکربښې پورې معلوم وي اويا :

3. دمجهولوقواو څخه د يوې مودول او د هغې د تأثير د کربښې فاصله د هغې بلې مجهولې قوې د تأثيرترکبښې پورې وپيژنو:

لومړی حالت چې دېرليدل کيږي مطالعه کوو:

د F قوه چې په «c» نقطې کې تأثيرکوي ، بايد پردوو مرکبو چې پرI او IIمستقيمو کربنو باندې متوجه وي او د راکړل شوې قوې د تأثيرد کربښې سره موازي وي ، تجزيه کړو .



3.5شکل

د«C» دنقطې څخه يوه مستقيمه کربنه رسموو چې دI او II مستقيمې کربښې د A او B په نقطو کې قطع کړي . دغه نقطې کولای شو چې د مجهولو قواو F_1 او F_2 د تأثيرد نقطو په توګه سره ومنو .

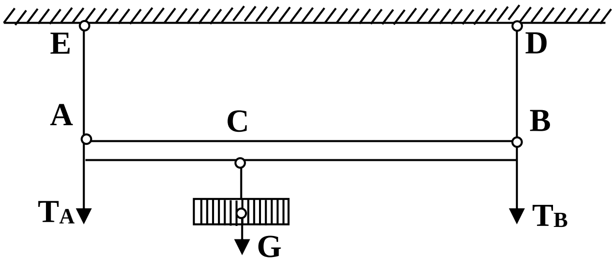
لکه څنګه چې F قوه بايد د F_1 او F_2 قواو په محصله قوې سره مساوي وي ، نو بايد دا مساوات هم دهغې په هکله تحقق پيداکړي يعنې :

$$F1 + F2 = F = R; \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC} = \frac{b}{a}$$

د دې معادلې په حل کولوسره د F_1 او F_2 قواو مودول پيداکولای شو چې د هغوی د تأثيرکرښې د a او b له لارې راکړل شوي دي .

دا مثال کټ مټ په همدې شکل سره حل کيږي ، چې کله د F راکړل شوي قوې د تأثيرکرښه د دوو مجهولو قواو د تأثير د کرښو ترمنځ نه بلکې د هغوی څخه د يوې قوې ترشا واقع وي . پدې صورت کې نامعلومي قوې مخالف الجهته دي او دF قوه نظرپه مودول سره د هغوی د تفريق په حاصل سره مساوي ده .

مثال :



3.6شکل

د AB ميله چې په دوو رسيو باندې په چت پورې تړلې ده د «C» په نقطې کې G = 80N بار ور پورې ځړيږي.

د تارو کشش که چيرې AC= 30 cm ، BC = 50cm وي پيداکړئ ؟ د ميلې د وزن څخه تيريږو.

رسۍ د G سره موازي دي ، نوبايد دا قوه پردوو مرکبوباندې د A او B د تأثيرد نقطو سره تجزيه شي.

د (3.2)فورمول څخه:

$$\frac{T_A}{BC} = \frac{T_B}{Ac} = \frac{G}{AB} =>$$

$$T_A = \frac{G\ Bc}{AB} = \frac{80(50)}{80} = 50\ N$$

$$T_B = \frac{G\ Ac}{AB} = \frac{80(30)}{80} = 30\ N$$

مثال:

د متحرکي پټلی لرونکي کرن د ثقل مرکزچې وزن يې (د متقابل وزن څخه پرته) $P_1 = 500\ kN$ دی ، د C په نقطې کې واقع دی . دغه نقطه د عمودي مستوي چې د راسته پټلی څخه تيريږي د $1.5m$ په واټن سره ليرې پرته ده . د کرن بار پورته کوونکې ميخانيزم کولای شي چې $P_2 = 250\ kN$ بار پورته کړي ، د هغه اوږدوالی 10 متره دی . د Q ترټولو کوچينی وزن او د C د ثقل مرکزڅخه ترټولو متقابل وزن غټ واټن x د عمودي مستوي څخه چې د کيڼې پټلی B څخه تيريږي اوهغه داسې چې کرن په ټولو حالاتو کې يعنې د بار پورته کولو ميخانيزم که تربار لاندې وي اوکه تش وي ، کرن بايد ونه نړيږي او نسکور نشي، پيداکړئ . د بارپورته کولو ميخانيزم له وزن څخه تيريږو.

حل : پدې مسئلې کې کولای شو کرن ديوې ميلې په ډول تصورکړو چې دموازي قواو ترتأثيرلاندې دی ، داقوې عبارت دي له Q ، P_1 او P_2 .

د ارتباطاتو څخه ترآزادولو وروسته وسيستم ته دوې نورې موازي خو مجهولې قوې يعنې R_A او R_B ورزياتيږي .

دوه حالته به ترمطالعې لاندې ونيسو:

1. حالت : P_2 په محاسبوي شيما کې شته ده . پدې صورت کې د دې احتمال شته چې کرن به د B په اتکاء کې د ساعت د عقربې موافق را چپه شي . په اخري حالت کې که $R_A = 0$ ونيسو نو د B ونقطې ته دوه مومنتونه لرو :

$$Q(x+3) = P_1\ 1.5 + P_2\ 10\ \ldots(a)$$

2. حالت : کرن تش دی يعنې $P_2 = 0$. پدې حالت کې احتمال شته چې کرن د A اتکاء په نقطې کې د ساعت د عقربې مخالف راچپه شي .

$$Q\ x = P_1\ 4.5 \ldots(b)$$

a او b معادلې يوځای حل کوو، لرو چې :

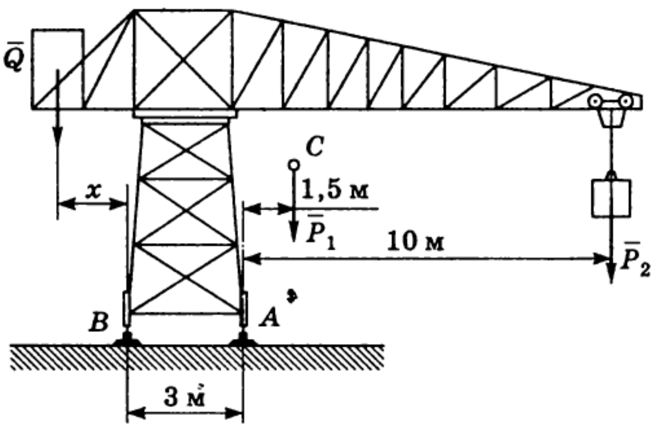
$$Q = \frac{500(1.5) + 250(10) + 500(4.5)}{3} = \frac{1000}{3} = 333\ kN$$

$$x = \frac{500(4.5)3}{1000} = 6.75\ m$$

په لومړي حالت کې $R_A = P_1 + P_2 + Q = 1083\ kN$

په دوهم حالت کې $R_A = P_1 + Q = 833\ kN$

ځواب : $Q = 333\ kN; x = 6.75\ m$



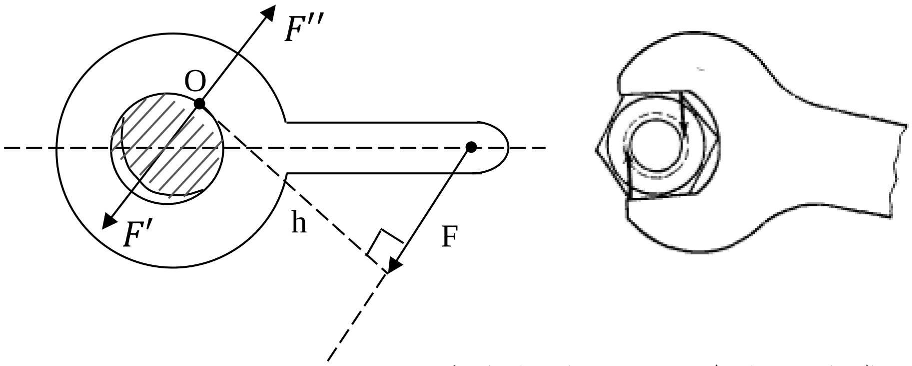
3.7شکل

3.4- د قوې مومنت نظرونقطې ته (مرکزته)

Moment of a Force about a point(center)

دقوې دمومنت مفهوم نظرويوې نقطې ته د رافعې دمسئلې سره ارتباط لري .مثلاً: پرې يوې ميلې باندې د F قوه تأثيرکوي .

داقوه په هغې مستوي کې واقع ده چې دجسم دڅرخيدلو پرساکن محورباندې عموده ده .



3.8شکل

تجربه ښيئ چې پدې حالت کې به دا ميله د محورپرشاوخوا را وڅرخيږي .

لکه چې پوهيږو په هرحالت کې ، کله چې جسم دوراني حرکت کوي ، کولای شو د قواو يوه جوړه چې ودې جسم ته حرکت ورکوي ، ولټوو.

داميله به د «0» په نقطې کې په ساکن محورپورې کښيکښل شي اوپرهغه به د F' په قوې سره فشار وارد کړي چې په مودول سره به د F قوې سره مساوي وي .

هرعمل مساوي په عکس العمل دى . نولدې کبله د محورله خواڅخه هم په همدې نقطې کې پرميلي باندې د F'' په قوې سره تأثيرکيږي چې په مودول سره به د F' قوې سره مساوي وي .

نوپدې ډول به پرميلي باندې د قواو جوړه (F ، F') تأثيرکوي اوميله د ساکن محورپرچاپيرپه څرخ راولي . د دې جوړې مومنت د F د قوې مومنت نظرد«0» ونقطې ته بلل کيږي .

د قوې مومنت نظرويوې نقطې ته الجبري قيمت د مثبتي يامنفي علامې سره مساوي دی په د قوې د مودول او دهغې د بازو د ضرب په حاصل سره .

يعني هغه مستقيمه کرښه چې د دې نقطې څخه د قوې د تأثيرپه کرښه باندې عمودي رسم کړل شوې ده ، بازو جوړوي .

د يوې نقطې په نسبت د قوې مومنت مفهوم د ميخانيک يومهم مفهوم دی .

د دې مفهوم څخه په ګټه اخيستلو سره کولای شو چې دهرې نقطې په نسبت د قوې مومنت پيداکړو اوهغه پدې پورې اړه نه لري چې دا جسم د دې نقطې پرشاوخوا راګرځي ، څرخيږي اوکه نه .

هغه نقطه چې دهغې په نسبت د قوې مومنت معلوميږي ، د مومنت د مرکزپه نامه سره ياديږي .

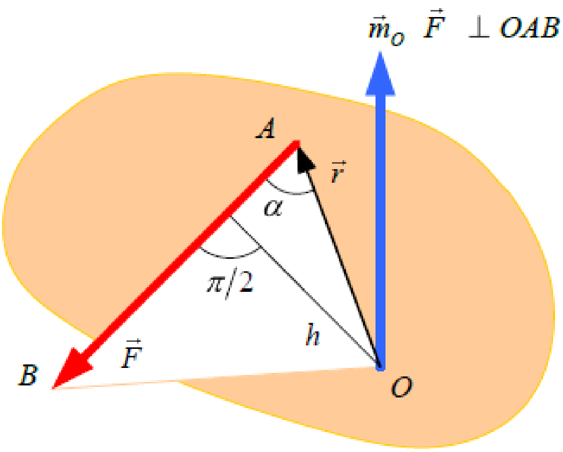
د $\vec{F}$ قوې مومنت نظر و O و نقطې ته مساوي دی د همدې قوې او هغه شعاع وکتور چې د همدې نقطې څخه ذ د قوې پر پيل نقطې باندې را کښل شوی وي، د ضرب په حاصل سره:

$$\vec{m}_O = \vec{r} \mathrm{x} \vec{F}$$

$$\vec{M}_o(\vec{F}) = \pm \bar{F} \mathrm{x}\, \bar{h} \ldots (3.5)$$

$\vec{M}_o(F)$ د «0» د نقطې په نسبت د «F» د قوې مومنت .

h- د دې مرکزپه نسبت بازو.

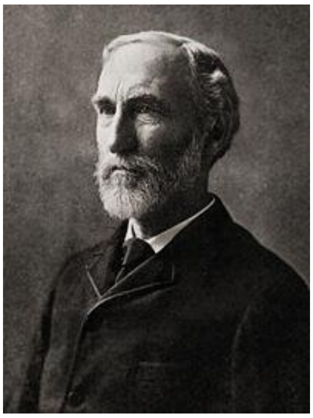


3.9 شکل

د وکتورونود ضرب لپاره د x علامه د «گيبس»لخوا وړاندې شوې ده.

Josiah Willard Gibbs(11.02.1839…28.04.19.3)

امريکايي فزيک،فزيکي کيميا،رياضي او ميخانيک پوه

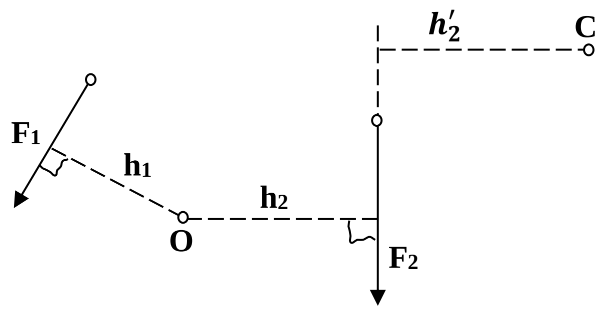


دلته هم لکه د جوړې په حالت کې ، مومنت مثبت دی ، که چیرې قوه وجسم ته د ساعت د عقربې ومخالف جهت ته حرکت ورکړي ، او منفي گڼل کیږي که چیرې خبره برعکس وي .

مثلاً پدې شکل کې په میله کې د«0» نقطې په نسبت به د «F» قوې مومنت منفي وي .

$$M_o(F) = -F.h$$

ولې د دې شکل لپاره :



3.10شکل

$$M_o(F_1) = F_1\, h_1$$

$$M_o(F_2) = -F_2\, h_2$$

باید یادونه وشي چې د یوې قوې مومنت دهغې د موقعیت په نسبت نظر ومرکزته ، کولای شي چې مثبت اویاهم منفي وي لکه :

$$M_o(F_2) = -F_2\, h_2$$

دهمدې قوې مومنت نظرد«C» ونقطې ته

$$M_C(F_2) = F_2 . h_2'$$

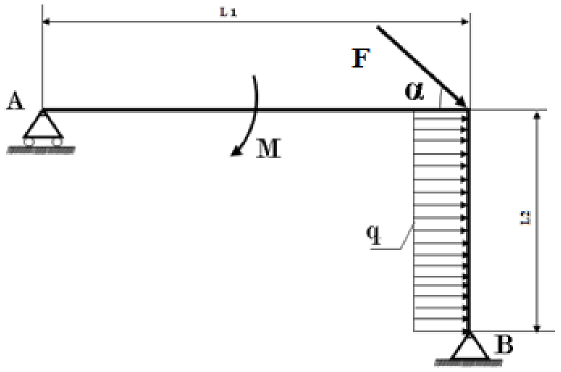
کله چې قوې په یوې مستوي کې واقع وي ، نو د نقطې په نسبت مومنت لکه د جوړې په حالت کې سکالري الجبري کمیت دی اود اندازه کولو واحد یې همهغه [N.m] دی .

د قوی مومنت نسبت ویوې نقطې ته د تعریف څخه معلومیږي :

1. د یوې قوې لیږدونه د هغې د تأثیرد کرښې په امتداد ، دهغې قوې مومنت نظروراکړل شوي نقطې ته تغیرنه ورکوي ، ځکه پدې صورت کې د قوې مودول اوبازو تغیرنه کوي.

2. د قوې مومنت نظرو راکړل شوي نقطې ته مساوي دی په صفر، که چیرې د قوې د تأثیرکرښه دهمهغي نقطې څخه تیره شي، پدې صورت کې بازو د صفرسره مساوي دی .

1- مسئله: په شکل کې د چوکاټ لپاره داتکاء دعکس العمل قوې پیدا کړئ که چیرې:



$$F = 20\ kN\ ;\ \alpha = 45°;\ M = 5\ kN.m\ ;\ q = 4\ kN/m$$

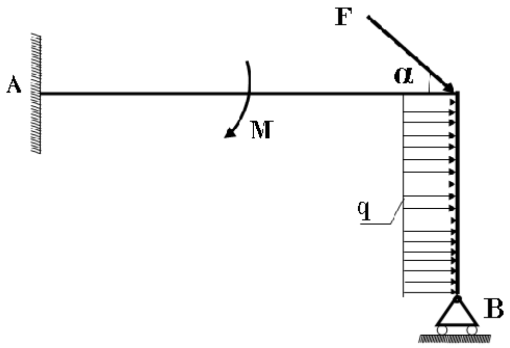
$$L_1 = 1\ m;\ L_2 = 3\ m$$

د ګاډرد وزن څخه تیریږو .

2- مسئله: په شکل کي ګاډرو لپاره د اتکاوو د عکس العمل قوې او مومنت پیداکیدلای شي که څنګه؟ که چیرې

$F = 15\ kN\ ; M = 8\ kN.m;\ q = 1\ kN/m$ او $\alpha = 60°$

د l_1 او l_2 اندازې لکه د لوړ شکل دي. د ګاډرد وزن څخه تیریږو .

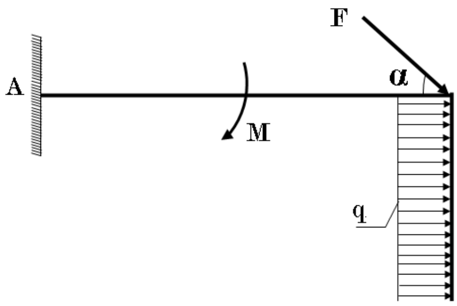


3- مسئله: په شکل کي ګاډرولپاره د اتکاوود عکس العمل قوې اومومنت پیداکړئ که چیرې

$$F = 10\ kN\ ;\ M = 5\ kN.mq = 2\frac{kN}{m};\ \alpha = 60;$$

د l_1 او l_2 اندازې لکه د لوړ شکل دي.

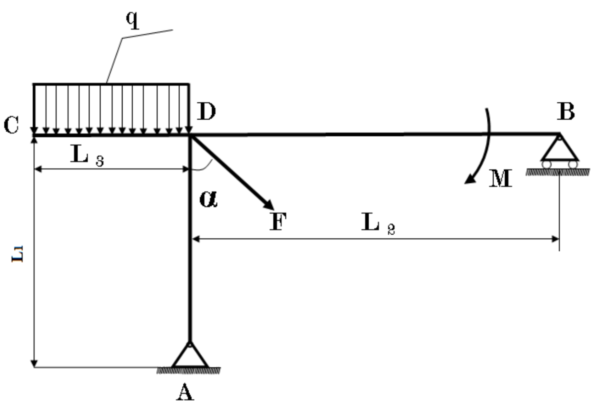
د ګاډرد وزن څخه تیریږو .



4- مسئله: په شکل کي د ګاډرو لپاره چي د وزن څخه یې تیریږو د اتکاء دعکس العمل قوې پیداکړئ، که چیرې

$$F = 8\ kN\ ;\ M = 2\ kN.m\ ;\ q = 3\frac{kN}{m};\ \alpha = 45°،$$

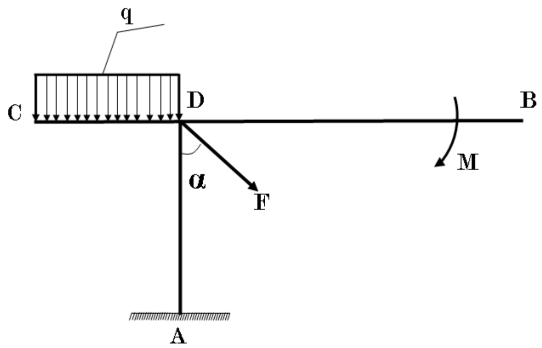
$$L1 = 1.5\ m;\ l2 = 2\ m; l3 = 1\ m$$



5- مسئله: په شکل کې ګاډرو لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې اومومنت پيداکړئ که چيرې

$$F = 4\ kN;\ M = 2\ kN.m; q = 1\frac{kN}{m};\ \alpha = 60°\ L1 = 1.5\ m;\ l2 = 1\ m;\ l3 = 2\ m$$

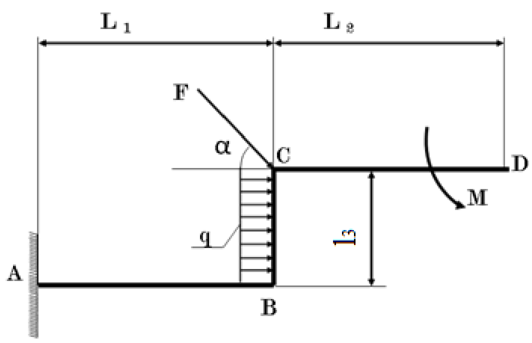
د ګاډرد وزن څخه تيرېږو .



6- مسئله: په شکل کې د ګاډرو لپاره د اتکاء دعکس العمل مومنت پيداکړئ که چيرې

$$\mathrm{F} = 12\ \mathrm{kN};\ M = 6\ kN.m\ ;\ q = 2\frac{kN}{m}$$

$$\alpha = 45°;\ L_1 = L_2 = 1.5\ m; L_3 = 1$$

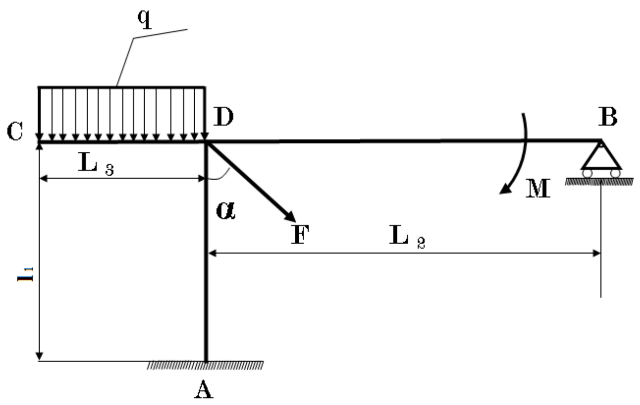


7- مسئله: په شکل کې د ګاډرو لپاره داتکاء دعکس العمل مومنت پيداکيږي؟ که چيرې

$$F = 14kN\ ;\ M = 6\ kN.m\ ; q = 4\frac{kN}{m};\ \alpha = 60°$$

$$L_1 = 1;5\ m;\ L_2 = 2\ m$$

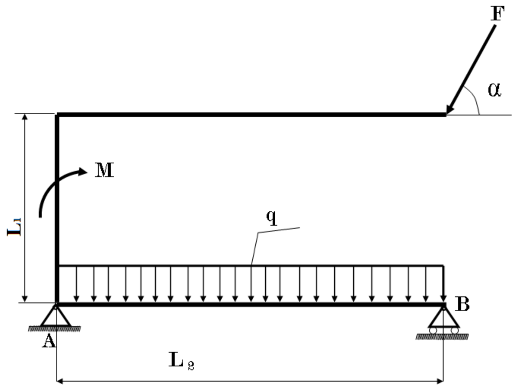
د ګاډرد وزن څخه تيريږو .



8- مسئله: دپه شکل ګاډرلپاره د اتکاوو دعکس العمل قوې پيداکړئ که چيرې

$$F = 9\ kN\ ;\ M = 5\ kN.m\ ;\ q = 5\ kN/m; \alpha = 60°$$

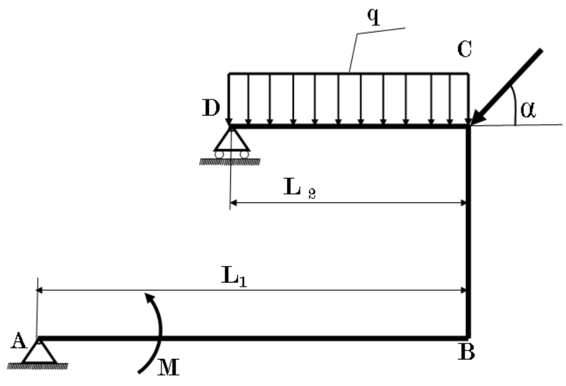
د l_1 او l_2 اندازې لکه د پورته شکل لپاره دي. د ګاډرد وزن څخه تيريږو .



9- مسئله: دپه شکل ګاډرلپاره داتکاوو دعکس العمل قوې پيداکړئ

که چيرې $F = 16\ kN$ ،$M = 8\ kN.m$ ، $q = 2\frac{kN}{m}; \alpha = 45°$

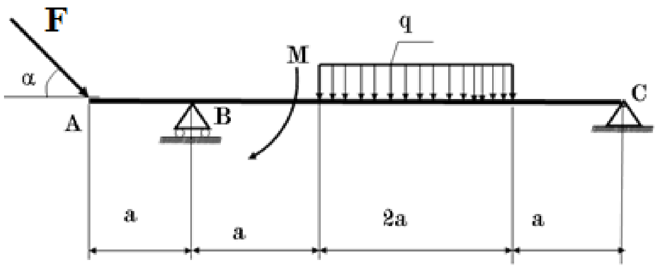
l_1 او l_2اوl_3 لکه د پورته شکل لپاره دي. د ګاډرد وزن څخه تيريږو.



10- مسئله: په شکل کې د ګاډرو لپاره د اتکاوو دعکس العمل قوې پیداکړئ که چیرې

$$F = 18\ kN\ ;\ M = 8\ kN.m; q = 6\frac{kN}{m};\ \alpha = 60°$$

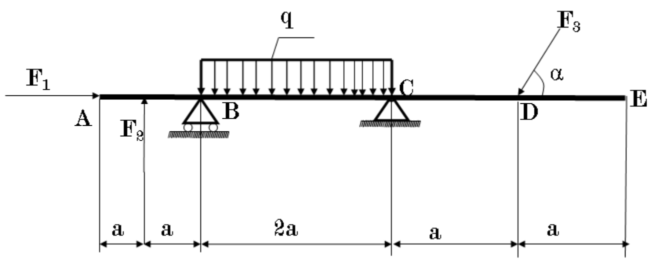
د $a = 1\ m$ اود ګاډر د وزن څخه تیریږو.



11- مسئله: دپه شکل کې داتکاوو دعکس العمل قوې پیداکړئ که چیرې

$$F_1 = 5\ kN\ ;\ F_2 = 10\ kN\ ;\ F_3 = 6\ kN\ ;\ \alpha = 60°$$

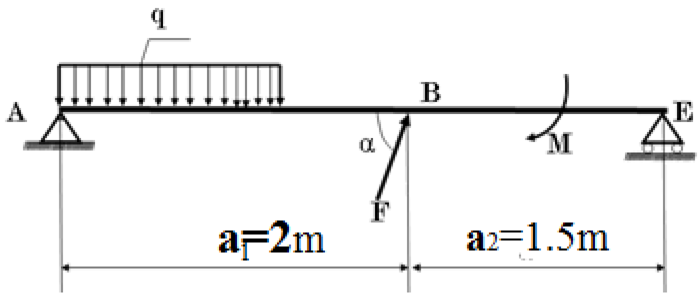
$a = 1m$ او د ګاډرد وزن څخه تیریږو.



12- مسئله: په شکل کې ګاډرلپاره د اتکاوو د عکس العمل قوې پیداکړئ که چیرې

$$F = 22\ kN\ ; M = 12\ kN.m\ ;\ q = 4\frac{kN}{m};\ \alpha = 45°$$

د ګاډرد وزن څخه تیریږو.

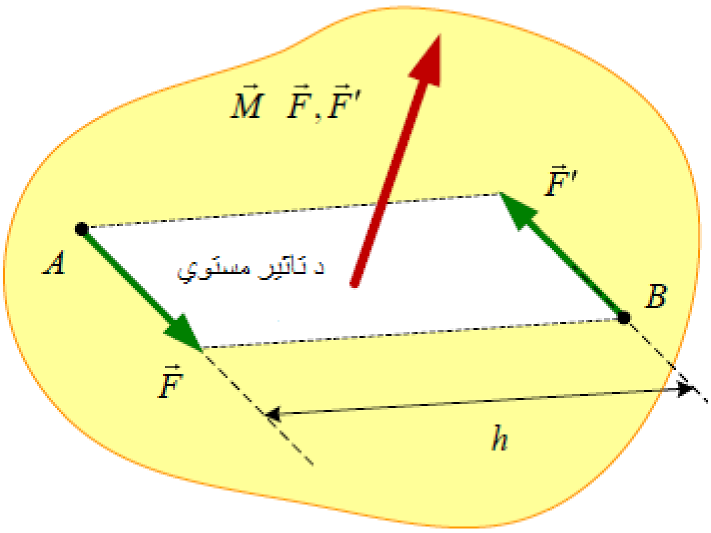


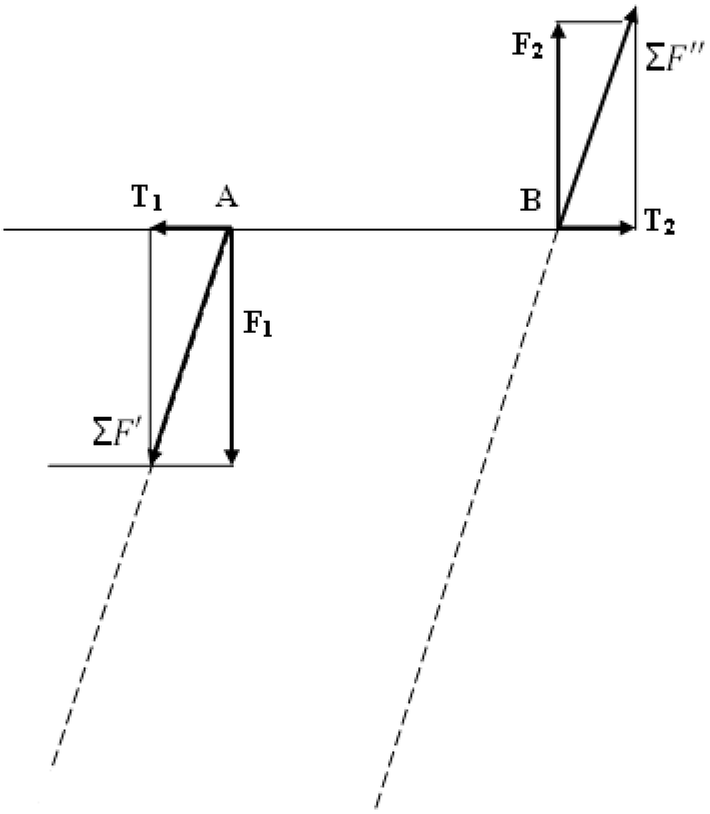
3.5- د قواو جوړه Force Couple

د جوړو تیوري په مستوي کې Theory of a couple in a plane

د دې لپاره چې د ستاتیک د اکسیومونو پربنسټ د موازي قواو چې و یوه او یا هم مختلفو جهتو ته متوجه وي ، د جمع کولو طریقه پلاس را وړو ، نومونږ دا قوې د متلاقي قواو په معادل سیستم سره تعویضوو.

په هغه صورت کې چې مخالف الجهته موازي قوې په مودول سره مساوي وي ، نودا ډول تعویض ناممکن او ناشونی دی .





3.11-شکل

لکه چې د شکل څخه ليدل کيږي که چيري د F_1 او F_2 قوې په مودول سره مساوي وي نو د دوو نورو هرو په مودول سره مساوي اومخالف الجهته قواو T_1 او T_2 په اضافه کولوسره موږبياهم متلاقي قوې نه بلکې د $\Sigma F'$ او $\Sigma F''$ موازي قوې پلاس راوړو.

لکه څنګه چې د دوو موازي مخالف الجهته قواو د محصلي د پيدا کولو لپاره هغه قاعده چې د " ددوو موازي قواو چې مودول يې سره مساوي نه وي او مخالف الجهته وي ، جمع کول " موترمطالعې لاندې نيولې ده ، دهغه حالت لپاره دتطبيق وړنده چې دا قوې په مودولسره مساوي وي او داموضوع د (17) فورمول څخه هم ليدل کيږي:

$$AC = \frac{F_2\,AB}{\Sigma F}$$

که چيرې د F_2 قوې مودول بيله کوم محدوديت څخه د F_1 قوې ومودول ته رانژدې شي ، نود دې دوو قواو د محصله قوې مودول به $\Sigma F \;=\; F_1 - F_2$ وصفرته تقرب وکړي او د C نقطې ورودي ټکی به هم ولايتناهي ته وکوچيږي ، ځکه چې د «AC» فاصله به په نامحدوده توګه سره ډيره شي .
د دې مطلب څخه دا نتيجه اخيستل کيږي چې پداسې يوه حالت کې په حقيقت کې د داسې يوه سيستم نه خپله محصله قوه شته اونه هم په آخري فاصلې کې کومه نقطه شته چې دغې محصلې قوې به هلته تأثيرکړی وای .

د دوومساوي اومختلف الجهته قواو هندسي مجموعه هميشه صفر وي او دا ډول دوې قوې د ستاتيک د لومړي اکسيوم پربنسټ يوازې او يوازې هغه وخت د تعادل په حالت کې راځي ، کله چې د يوې مستقيمې کرښې په امتداد تأثيراوعمل کوي ، ولې پدې حالت کې دهغوی د تأثيرکرښې مختلفې دي .

لکه څنګه چې په نورو ټولوحالاتو کې دوې موازي قوې د دوو متلاقي قواو په شان ، تل کیدلای شي چې په یوې محصلې قوې باندې تعویض شي ، نو د قواو دا ډول سیسټم د هغو نورو ټولو سیسټمونو په منځ کې مهم ځای لري اوپه یوه مهم نوم سره یادیږي .د جوړې مفهوم او د مومنټ مټ یا بازو ویزونه ،فرانسوي پوه پوانسو رامنځ ته کړي دي.

د دوو موازي قواو سیسټم چې په مودول سره مساوي اومخالف الجهته وي د قواو د جوړې او یا د جوړې په نامه سره یادیږي .

د قواو جوړه محصله قوه نه لري اونه شي کیدای چې په یوې قوې سره په تعادل کې را وستل شي . دا خبره دهغه ځایه څخه سرچینه اخلي ، که چیرې جوړه په یوې قوې سره متعادله کیدای شوای ، نو هغې به محصله قوه هم درلودلای .

د ستاتیک د دوهم اکسیوم پربنسټ متعادلونکې قوه چې په مخالف جهت کې نیول شوې وي ، د دې جوړې لپاره به محصله قوه ګرځیدلې وای .

تجربه ښیئ چې د قواو جوړه چې پرجسم باندې تأثیرکوي ، هڅه کوي چې جسم ته دوراني حرکت ورکړي، که چیرې د جسم ارتباطاتو دهغه مخه نه نیولای .

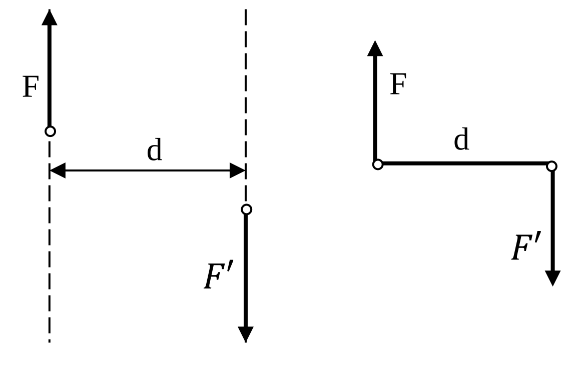
د قواو جوړه هرچیرې چې وارده قوې وجسم ته د دوراني حرکت د ورکولو هڅه وکړي ، لټولای شو .

مثلاً د اوبو انتقال پریوه غټ نل باندې د شیردهن په خلاصولو او یاتړلوسره باید هغه و راستې او یا کینې خواته وڅرخوو او د دې لپاره پرهغه باندې باید دوې قوې F او F' واردې کړو ، دغه قوې به په مودول سره مساوي اومخالف الجهته وي.

د تجربې څخه معلومیږي چې د یوه څرخ د څرخولو لپاره کله چې دهغه لاستی اوږد وي لږه قوه پکارده ، ولې کله چې لاستی یې لنډ وي غټه قوه په کارده .

نوپدې ډول سره د جوړې دوراني مؤثریت د هغې د قواو په مودول اود دوی د تأثیرد کرښو ترمنځ فاصلې پورې اړه لري او د جوړې د مومنټ له لارې پیداکیږي .

د جوړې د مومنټ مطلق عددي قیمت مساوي دی په د یوې قوې مودول ضرب د هغې قوې په بازو یامټ کې یعنې د قواو د تأثیرد کرښې ترمنځ په لنډه فاصله کې ، لکه چې پوهیږو قوه کولای شو دهغې د کرښې په امتداد وهرې کیفي نقطې ته ولیږدوو ، نوپه راتلونکې کې به د قواو جوړه پدې ډول سره ښیو:



3.12شکل

هغه مستقیمه کرښه چې د قواو د تأثیرنقطې سره نښلوي د قواو د تأثیرپرکرښو باندې عموده وي یعنې په عین حال کې د جوړې بازو هم وي .

هغه مستوي چې په هغې کې دا جوړه واقع ده ، د جوړې د تأثیرمستوي نومیږي .

پرجسم باندي د جوړې تأثيرپه دې مطالبو پورې اړه لري :

1. د جوړې د مومنت مطلقه عددي قيمت .
2. د جوړې د تأثيرمستوي په فضاکي او دهغې موقيعت .
3. د جوړې د تأثيرپه مستوي کې د هغې د څرخولوجهت .

د مستوي سيستم لپاره يعني کله چې د ټولوقواو د تأثيرکرښې چې پرجسم باندې عمل کوي ، په يوې مستوي کې واقع وي ، نود جوړې د تأثيرد کرښې د موقعيت د ښودولو او په ګوته کولو ضرورت له منځه ځي او د جوړې مومنت د سکالري الجبري کميت په توګه مطالعه کيږي .

د جوړې د مومنت الجبري کميت د مومنت د مطلقه عددي قيمت څخه عبارت دی ، چې د مثبتې او يا منفي علامې سره نيول شوی وي .

$$M = \pm Fd \; ... (3.6)$$

M. د جوړې د مومنت الجبري قيمت

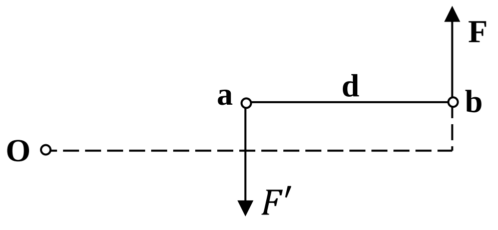
d. د جوړې مټ يا بازو

د جوړې مومنت مثبت ګڼل کيږي ، که چيرې جوړه جسم د ساعت د عقربې مخالف جهت ته حرکت ورکړي ، اومنفي ګڼل کيږي که دا خبره برعکس وي .

د مومنت د اندازه کولو واحد نيوټن ضرب متر دی $M \; [N.m]$

3.6- د جوړې خواص Property of couple

لومړی قضيه : د جوړې د مومنت الجبري قيمت نظر وهرې يوې نقطې ته چې د جوړې د تأثيرپه مستوي کې پرته وي ، مساوي دی د مومنتو د الجبري قيمتونو په مجموعې سره چې دا جوړه يې تشکيله کړې ده.



ثبوت :

د F او F' جوره چې بازويې $ab = d$ سره دی مطالعه کوو.

ددې جوړې مومنت $M = F.d$

دx پر ځای، دنقطې په مرسته ضرب(د XVII پيړی پای) د ليبنيځ Gottfried Wilhelm Leibniz لخوا وړاندې شوه.

د مومنتو د مرکزپه ډول د «0» نقطه چې د دې جوړې د تأثيرپه مستوي کې واقع ده ، نيسو .

$$M_o(F) = F.Ob$$

$$M_o(F') = -F'.Oa$$

د دې مساواتو د يوځای کيدو په صورت کي پداسي حال کي چي $F = F'$ او $ab = d$ لروچي :

$$M_o(F) + M_o(F') = F.Ob - F'.Oa = F(Ob - Oa) = F.d = M$$

لکه چي پوهيږو د جوړې د مومنتو مجموعه د مومنتو د مرکزپه انتخاب پوري اړه نه لري .

دا مجموعه د دې جوړې لپاره په يوه ثابت عددسره مساوي ده – د دې جوړې په هغه مومنت سره چي پرجسم باندې د جوړې تأثيرد دوراني حرکت په توګه سره ځانګړی کوي .

دوهمه قضيه : هره جوړه پداسي حال کي چي د هغي وتأثيرته پرمطلق جامد جسم باندې تغيرورنکړو ، کولای شو په بلي جوړې چي په هرډول سره چي وي په همهغه مستوي کي واقع وي يعني يوه مومنت چي د دې جوړې سره يوډول الجبري کميت ولري ، بدله کړو .

ثبوت.

پرجسم باندې دوې قوې F_1 او F_1' تأثيرکوي ، دهغوی بازو $AB = d$

دA او B په نقطو کي په مودول سره مساوي پريوې کربښي باندې مخالف الجهته دوې قوې T_1 او T_1' واردوو.

د دې قواو يعني F_1, T_1 او F_1', T_1' د جمع کولوپه نتيجه کي موږ يوه نوې جوړه د ΣF او $\Sigma F'$ پلاس راوړو چي د راکړل شوي سيستم سره معادله ده .

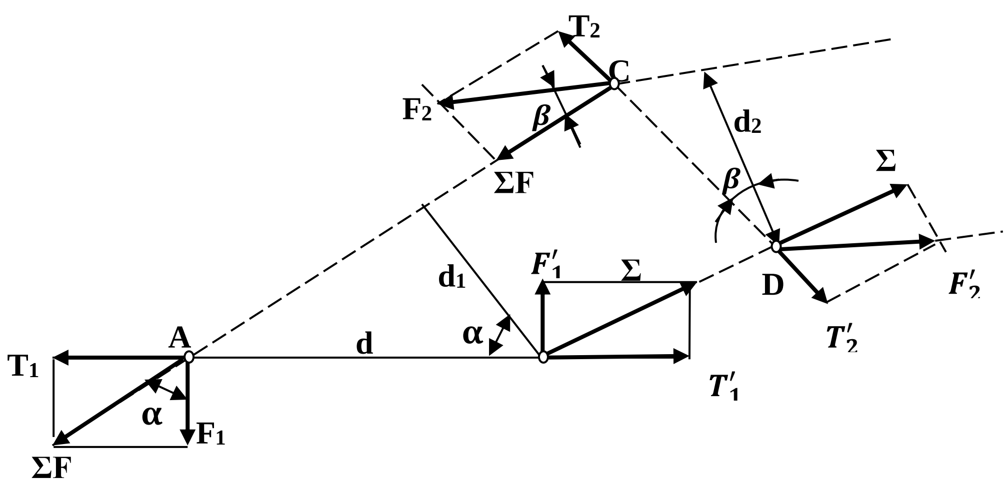
که چيري د دې جوړې قوې ونورو دوو کيفي نقطوته چي دهغوی د تأثيرد کربښي په امتداد پرتي وي،

مثلاً (C,D) ته وليږدوو او يو واربيا و دې جوړې ته د $T2$ او T_2' متعادل سيستم ور زيات کړ ، نو د $F2$ او F_2' جوړه چي د دې سيستم سره معادله ده پلاس به راشي يعني :

$$(F_1, F_1') \sim (\Sigma F, \Sigma F') \sim (F_2, F_2')$$

د لوړو مطالبو څخه کولای شو داسي وانګيرو چي ټولي پلاس راوړل شوي معادلي جوړې د څرخيدلو و يوډول جهت (پدې حالت کي حرکت د ساعت دعقربې مطابق دی) اوپه مطلقه قيمت سره يو ډول مومنت ، لري .

د شکل څخه معلوميږي چي



3.13شکل

$$\Sigma F = F_1 / Cos\ \alpha$$
$$\Rightarrow \Sigma F d_1 = F_1 d$$
$$d_1 = d\ .Cos\ \alpha$$

$$F_2 = \frac{\Sigma F}{Cos\beta} \quad ; \quad d_2 = d_1 Cos\ \beta \quad ; \quad F_2 d_2 = \Sigma F d_1$$

د قواو د جوړې دهغو د تأثیرد کرښو په امتداد په انتقال اود عملیو په تکرارسره لکه چې پورته مو ترسره کړل ، کولای شو چې جوړه د دې د تأثیرد مستوي وهرموقعیت ته ولیږدوو اوپه هرډول سره چې وغواړو د جوړې ومودول ته تغیوروکړو او په ترتیب سره د جوړې بازوبه هم تغیرخوړلی وي ، خو د جوړې د مومنت مطلقه قیمت او دهغې د تأثیرجهت بې له تغیره پاتیږي .

په عمل کې د جوړې انتقال د هغې د تأثیرد کرښې په امتداد ډیرلیدل کیږي .

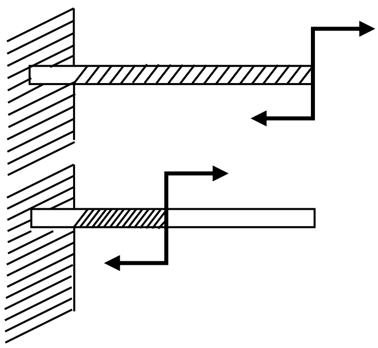
مثلاً کله چې موټرچلوونکی د جلو شاته ناست وي عیناً داعمل ترسره کوي .

د جوړې انتقال د هغې د تأثیرپه مستوي کې ، لکه د قوې انتقال د هغې د تأثیرد کرښې په امتداد یوازې او یوازې د مطلق جامد جسم په هکله د تطبیق وړدی .

موږکولای شو د جوړې د دې خاصیت څخه د خارجي قواو د تعادل د مسایلو د حل په هکله چې پرشکل بدلوو نکې جسم باندې تأثیرکوي ګټه واخلو ، ځکه چې د جسم په جامد والي سره دغه تعادل نه خرابیږي . (د جامدوالي اصل).

ولې د جسم د شکل بدلون او د هغه داخلی قوې چې د شکل اړونې په نتیجه کې په جسم کې منځ ته راځي اود دې شکل بدلون مخه نیسي، د جوړې په مومنت پورې اړه لري ، نولدې امله «د موادو مقاومت او میخانیک » کې تل د جسم هغه مقطع چې جوړه پر هغې باندې تأثیرکوي ، ښوول کیږي .

مثال



3.14-شکل

پدې شکل کې دوې میلې چې یوانجام یې په دیوال کې کلک او محکم کړل شوی دی ، د جوړې قوې ترتأثیرلاندې دي ، ښوول کیږي .معلومداره هغه جوړه چې پراخري مقطع باندې تأثیرکوي ، د دې سبب کیږي چې و ټولې میلې د شکل بدلون ورکړي ، یعنې هغه به کږه کړي ، ولې هغه جوړه چې پرمنځنی مقطع باندې تأثیرکوي یوازې د میلېو کینې خواته د شکل بدلون ورکوي ، یعنې کږوي یې .

د دې ځایه څخه داسې معلومیږي چې (دقضیې د ثبوت څخه) :

د جوړې تأثیرپرجسم باندې د هغې د مومنت له لارې معلومیږي .

د يوه مومنت سره بې شميره جوړې مطابقت کولای شي ، ولې تولې جوړې د يوه ډول او مساوي مومنت سره د خپل ميخانيکي مؤثريت له نظره سره معادلې دي اوکيدای شي چې يوه په بله هروخت تعويض شي . نو لدې امله د ميخانيک په مسايلو کې معمولاً د جوړې مومنت ورکول کيږي نه دا چې د قوې مودول او يا دهغې بازو.

مومنت ډيرځله د يوې عقربې په شکل M چې د حرکت جهت ښيي،ښودل کيږي.

3.7- د جوړې جمع کول Addition of couple

د جوړې د تعادل شرايط Condition of Equilibrium of couple

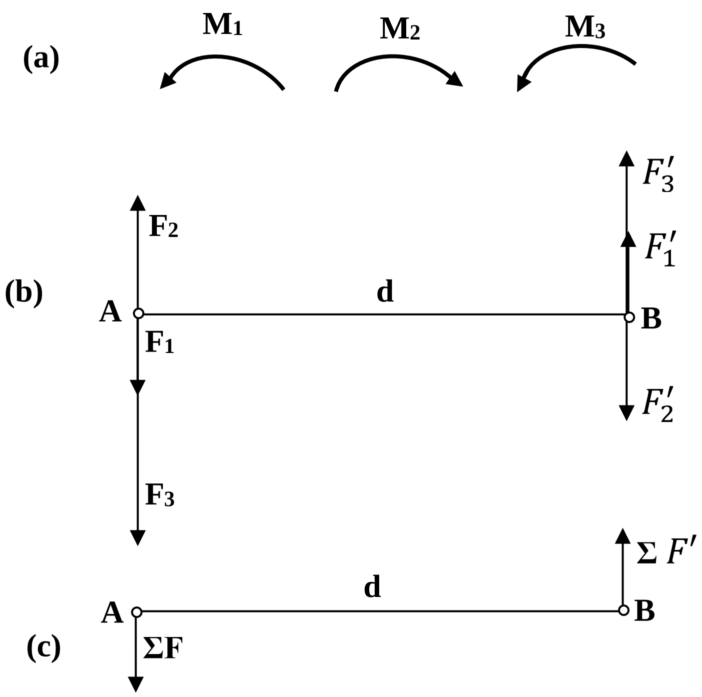
لکه چې پوهيږو ، جوړه د قواو هغه سيستم دی چې د سيستم څخه يې نشو حذفولای اويا ايستلای يعني په يوې قوې سره نشو کولای چې تعويض يې کړو . نو لدې امله په ستاتيک کې د قوې ترڅنګ بايد د قواو جوړه هم د يوه خپلواک اومستقل عنصرپه توګه سره مطالعه شي .

جوړه هم لکه د قوې په شان کولای شو جمع او يايې تجزيه کړو .

هغه جوړه چې پرجسم باندې د تولوجوړو تأثيرپرخپله اوږه اخلي ، يعني په ځان سره يې تعويضوي ، د حاصله جوړې يا نتجيوي جوړې په نامه سره ياديږي او هغه نورې جوړې د هغې مرکبات بلل کيږي .

قضيه :

ځوجوړې چې په يوه مستوي کې واقع وي کولای شو په يوې حاصله جوړې سره يې تعويض کړو چې د هغې مومنت د تولومرکبو جوړو د مومنتونو د الجبري مجموعې سره مساوي دی .



3.15-شکل

ثبوت : پرجسم باندې په فضاکې په کيفي ډول سره واقع درې جوړې تأثيرکوي ، دهغوی مومنتونه M_1 ، M_2 او M_3 د هغوی د ځرخيدلو جهت په ګوته کوي، د a شکل .

د بازو په توګه سره یو کیفي قطعه خط مثلاً $AB = d$ نیسو او دا ټولي جوړې و دې بازو ته را وړو یعني دا جوړې په معادلو جوړو لکه (F_1,F_1')، (F_2,F_2') او (F_3,F_3') باندې تعویضوو .
د دې جوړو د قواو مودول د معادلو د مومنتو د تعادل د شرایطو څخه پلاس راځي :

$$F_1 = \frac{|M_1|}{d} \quad ; \quad F_2 = \frac{|M_2|}{d} \quad ; \quad F_3 = \frac{|M_3|}{d}$$

د دې اصل چې جوړه کولای شو دهغې د تاثیرپه مستوي کې وهرې نقطې ته ولیږدوو ، په ګټه اخیستلو سره ، دا نوې جوړې د شکل ومستوي ته پدې ډول سره را لیږدوو چې دهغوی بازو د AB د ټوټه کرښې سره سمون پیداکړي .

تردې انتقال وروسته ټولې قوې پردرو مستقیمو کرښو باندې چې د AB پرقطعه خط باندې عمودي وي او د هغه د انجامونو یعني A او B نقطو څخه تیرې شي ، ځای نیسي .

د مستقیمي کرښې په امتداد متوجه ټولې قوې چې د A نقطې څخه تیریږي ، جمع کوو او د هغوی څخه یوه حاصله قوه چې مودول یې $\Sigma F = F_1 + F_3 - F_2$ دی ، په لاس راوړو .

په همدې ډول سره هغه ټولې قوې چې د یوې سیده کرښې په امتداد متوجه دي او د B نقطې څخه تیریږي هم سره جمع کوو او د هغوی یوه محصله قوه چې مودول یې $\Sigma F' = F_1' + F_3' - F_2'$ دی ، پلاس را وړو .

معلومه خبره ده چې د ΣF او $\Sigma F'$ قوې یوه جوړه تشکیلوي اوپه دې ډول سره دا درې جوړې په یوه حاصله جوړې $(\Sigma F, \Sigma F')$ باندې اوړي . د «c» شکل

د حاصله جوړې مومنت مساوي دی :

$$\Sigma M = \Sigma F\, d = (F_1 + F_3 - F_2)d = F_1 d + F_3 d - F_2 d = M_1 + M_3 + M_2$$

د دوهمي جوړې مومنت M_2 منفي دی ځکه چې دهغه دوراني حرکت د ساعت د عقربې سره یوشی دی نو :

$$\Sigma M = \Sigma Mi \quad \ldots (3.7)$$

لکه چې د ثبوت د بهیر څخه معلومیږي ، دهرشمیرجوړو لپاره دا قضیه تحقق لري .

نتیجه : د جوړو دتعادل لپاره چې په یوې مستوي کې واقع وي ، ضروري او کافي ده چې د دې جوړو د مومنتو الجبري مجموعه په صفرسره مساوي شي یعني د تعادل شرط دا مساوات دی :

$$\Sigma Mi = 0 \ \ldots \ (3.8)$$

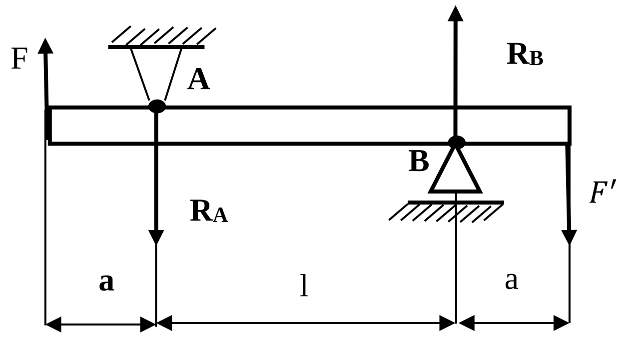
یوجامد جسم د یوې جوړې ترتأثیرلاندې هله په تعادل کې واقع وي ، کله چې د جوړې قوې صفر وي او یا هم بازو صفر وي یعني هغه جوړه چې د دوو قواو په واسطه منځ ته راغلې وي ، په مودول سره مساوي او د یوې مستقیمي کرښې په امتداد مخالف الجهته عمل وکړي نوهم په دې اوهم په هغه حالت کې د جوړو مومنت صفردی ، نو لدې امله چې یوجسم د یوې جوړې ترتأثیرلاندې په تعادل کې واوسي ، ضروري او کافي ده چې د دې جوړې مومنت په صفرسره مساوي شي .

خو د مستوي جوړې هرسیستم لکه چې همدا اوس ثبوت شوه ، کولای شو چې په یوې جوړې بې تعویض کړو چې دهغې مومنت د ټولو راکړل شوو جوړو د مومنتو د الجبري مجموعې سره مساوي وي .

دا نتیجه دهمدې ځایه څخه سرچینه اخلي .

مثال:

پریوي میلي باندي دوي مساوي اوموازي قوې $F = F' = 30\ kN$ تأثیرکوي. د F قوه وپورته خواته او F' وکښتي خواته متوجه ده .



3.16-شکل

د میلي د اتکاء د عکس العمل قوې پیداکړئ ، پداسي حال کي چي د میلي د وزن څخه تیریږو ، $l = 6m$ او $a = 2m$ وي .

حل :

پرمیلي باندي د قواو جوړه (F, F') تاثیرکوي اوهڅه کوي چي میله د ساعت د عقربي سره سم را وڅرخوي نوځکه د دي جوړي مومنت

$$M = -F\,(l + 2a)$$

له بله پلوه میله په تعادل کي واقع ده او جوړه کیدای شي یوازي په جوړي سره وتعادل ته را وستل شي نو د اتکاء د عکس العمل قوې R_A او R_B هم باید یوه جوړه تشکیله کړي چي هغه به هڅه وکړي چي میله د ساعت د عقربي مخالف جهت ته وڅرخوي ، د دي جوړي مومنت

$$M_R = R_A\, l$$

د(3.8) فورمول سره سم :

$$M + M_R = -F(l + 2a) + R_A\, l = 0$$

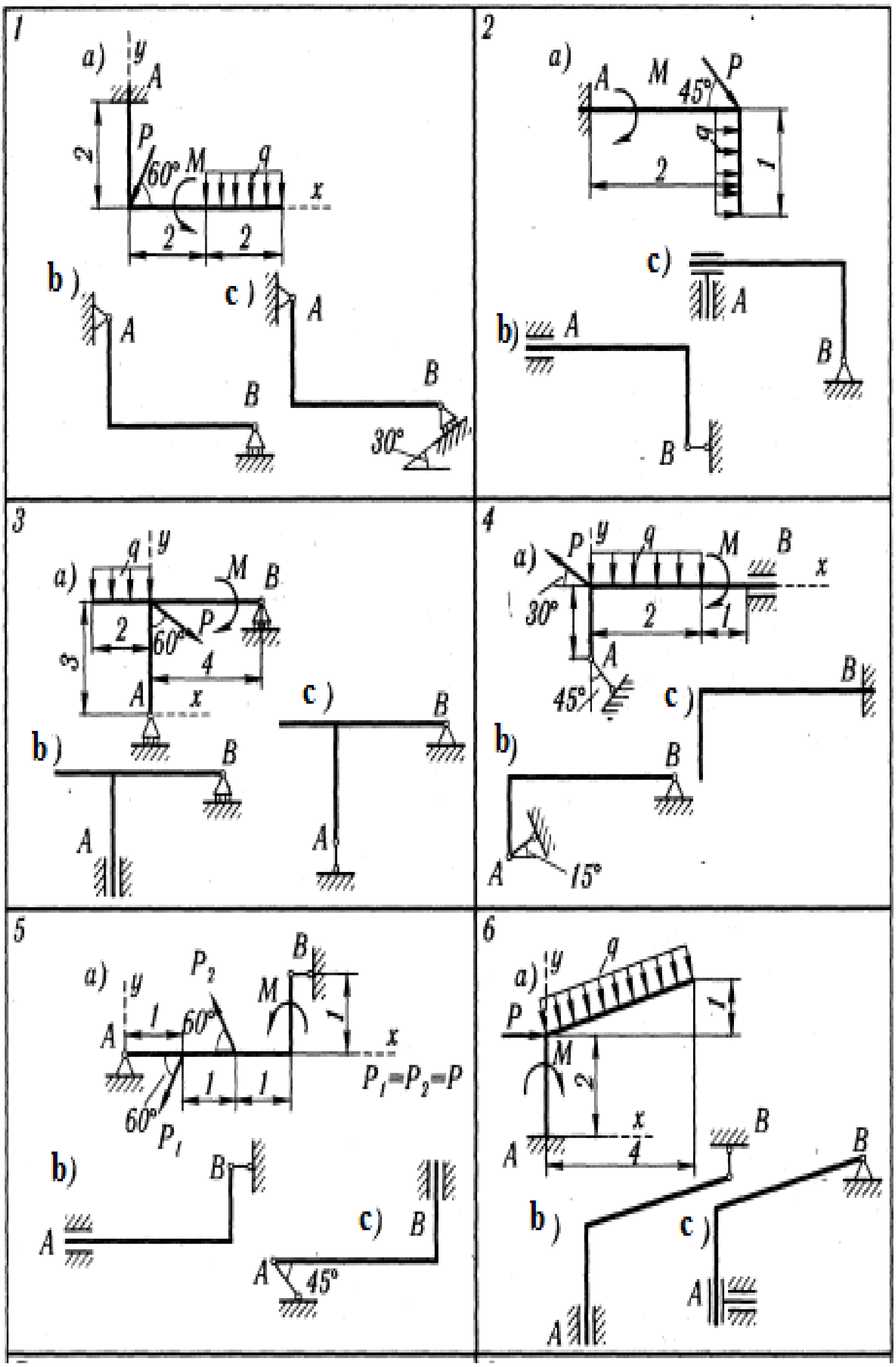
$$\mathrm{R_A = R_B = \frac{F(l + 2a)}{l} = \frac{30\big(6 + 2(2)\big)}{6} = 50\ kN}$$

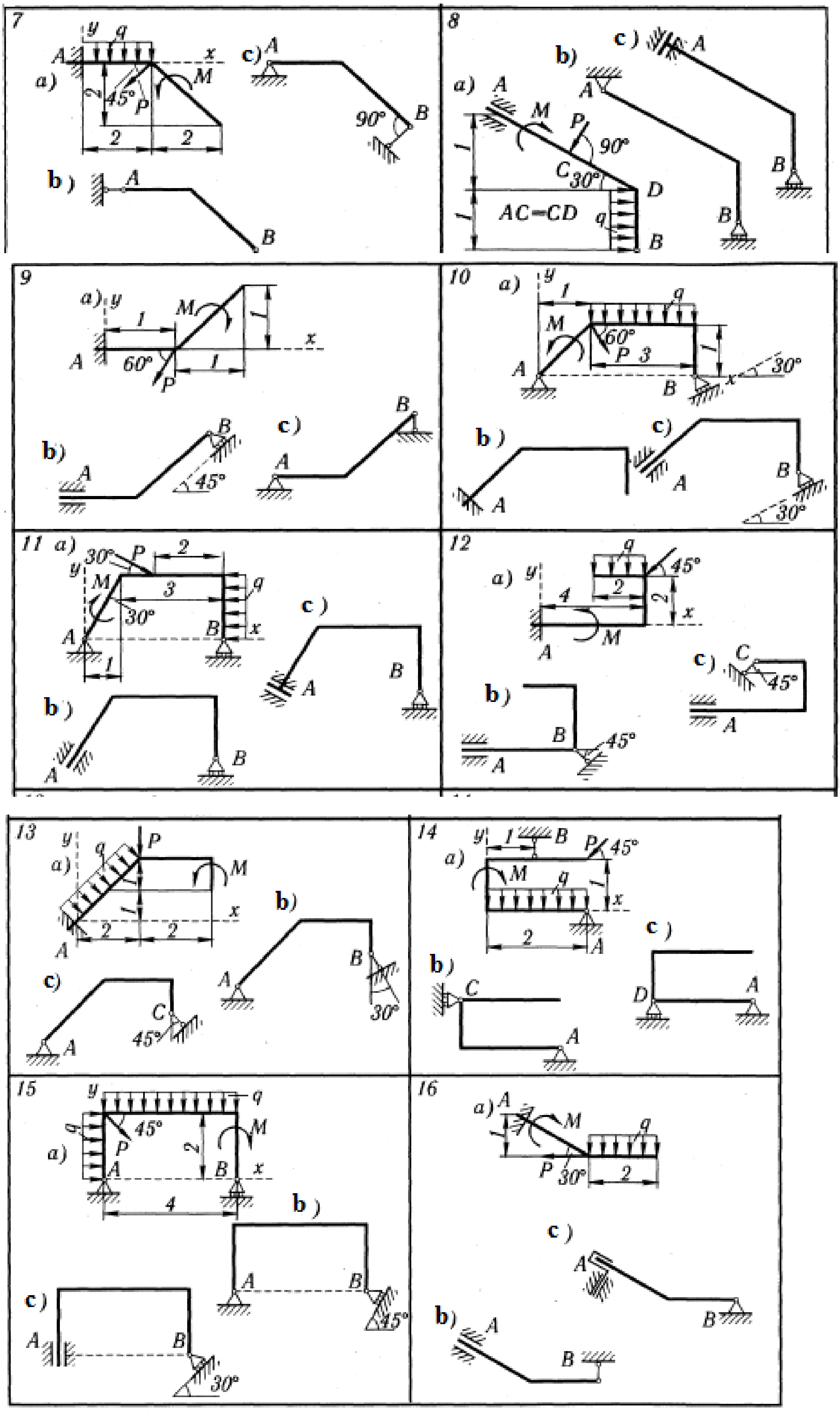
3.8- ځانګړی مشق او تمرین

په لاندي شیماګانو کي د ګاډر د محمکمولو شکل ښودل شوی دی.په اتکاوو کي د عکس العمل قوې پداسي حال کي پیداکړئ چي د عکس العمل مومنت تر ټولو کوچنی قیمت ولري.

$$P = 45\ kN\ ;\ M = 8\ kN.m\ ;\ q = 1.2\ kN.m$$

د شکل شميره	P, kN	M, kN · m	q, kN/m	پيدا کړل شي
1	10	6	2	Y_A
2	20	5	4	M_A
3	15	8	1	Y_B
4	5	2	1	Y_B
5	10	4	–	X_B
6	6	2	1	M_A
7	2	4	2	X_A
8	20	10	4	R_B
9	10	6	–	Y_A
10	2	4	2	R_A
11	4	10	1	R_B
12	10	5	2	Y_A
13	20	12	2	Y_A
14	15	4	3	Y_A
15	10	5	2	X_A


1
a) y A P 60° M q x 2 2 2
b) A B
c) A B 30°
2
a) A M 45° P q 2 1
b) A B
c) A B
3
a) q y M B 2 P 60° 3 4 A x
b) B A
c) B A
4
a) P y q M B x 30° 2 1 A 45°
b) B A 15°
c) B
5
a) y P2 B M A 1 60° x 1 1 60° P1 P1=P2=P
b) B A
c) B A 45°
6
a) y q P M 1 2 x 4 A
b) B A
c) B A


7
a)
b)
c)
y q
A x
M
45°
P
2
2 2
90°
B
8
a)
b)
c)
M
P
90°
C
30°
D
AC=CD
q
B
A
9
a)
b)
c)
y
M
1
x
A
60°
P
45°
B
10
a)
b)
c)
y
q
M
60°
P 3
30°
30°
11 a)
30°
P
2
M
3
q
30°
B
x
b)
c)
12
a)
q
45°
2
4
M
x
b)
c)
C
45°
B
45°
A
13
a)
y
q
P
M
x
2 2
b)
c)
30°
45°
14
a)
y
1
B
P
45°
M
q
x
2
A
b)
c)
C
D
A
15
a)
y
q
q
P
45°
M
2
A
B
x
4
b)
c)
45°
30°
16
a)
A
M
q
P
30°
2
b)
c)
A
B

3.9- د درانده چوکاټ تعادل Equilibrium of heavy Frame

مستوي کيفي قوه ايزسيستم

Coplanar Forces system in a Plane

متجانس دروند چوکاټ په عمودي مستوي کې واقع اوپريوه غيرمتحرک بې وزنه مايل يا کاږه ګاډرباندې تکيه لري پردې چوکاټ باندې خارجي متمرکزه قوه او مومنټ اغيزه کوي .

د چوکاټ د خطي وزن په نظرکې نيولو سره د اتکاء د عکس العمل قوې پيداکړئ ؟

حل:

1. د ارتباطاتو څخه د آزادولو د اصل سره سم چوکاټ د ارتباطاتو څخه خلاصوو. د اتکاء اغيزه د عکس العمل په قواو باندې بدلوو، د کارډينات سيستم ټاکو. په غيرمتحرک مفصل کې دوې مجهولې مرکبه قوې شته عمودي او افقي . په اتکايي بې وزنه ګاډرکې يوه نامعلومه د عکس العمل قوه چې د ګاډرپه امتداد متوجه ده هم شته . ټولې مايلې اوکږې قوې د محورپرمخ باندې پردوو مرکبو باندې تجزيه کوو.

2. د چوکاټ دهرې برخې ومرکزته دهغه وزن واردوو چې پدې فورمول سره پيداکيږي .

$$G_k = l_k \, \rho$$

l_k– د برخې اوږدوالى .

ρ – د چوکاټ خطي وزن(د ګاډرد اوږدوالي د واحد وزن چې د هغه څخه چوکاټ تشکيل شوى دى).

3. د هغو ټولو پرچوکاټ باندې اغيزه کوونکو قواو مومنټونه نظرو غيرمتحرک مفصل ته نيسو . د همدې معادلې څخه د ګاډرد اتکاء د عکس العمل قوه پيدا کوو.

4. د x او y پرمحورونو باندې د ټولو قواو د مرتسمو معادلې ليکو ، د دغو معادلو څخه دغيرمتحرک مفصل د عکس العمل د قوې مرکبې (عمودي او افقي) پيدا کوو.

5. د حل سموالى کنترولو، د دې لپاره د مومنټو معادله نظرو يوې نقطې ته چې د مجهولې عکس العمل قوې د تأثيرپرکرښې باندې نه وي پرته ، تشکيلوو.

مثال. يومتجانس چوکاټ چې په عمودي مستوي کې پروت او د A په غيرمتحرک مفصل اوبې وزنه مايل ګاډر H باندې تکيه لري ترکتنې لاندې نيسو.

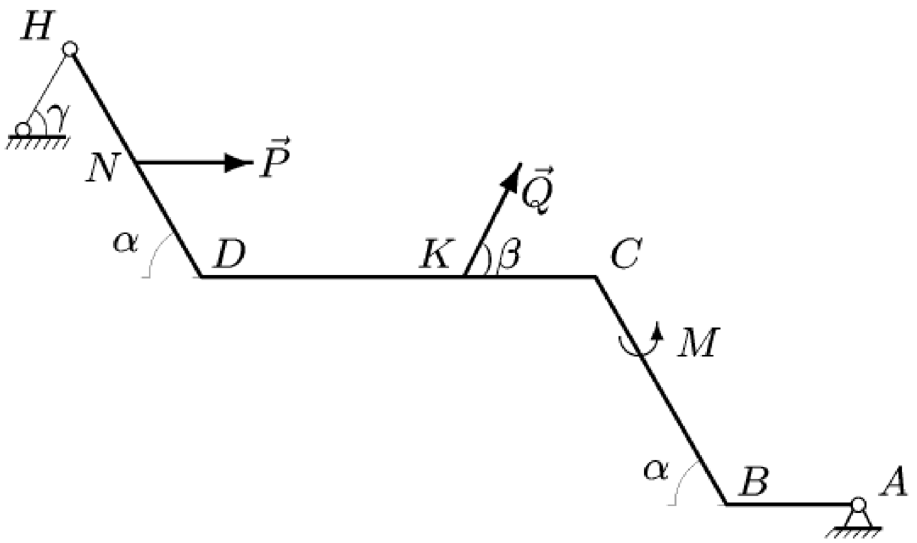
پردې چوکاټ باندې دا خارجي متمرکزې قوې اغيز کوي:

$$P = 20 \, kN \, ; \; Q = 10 \, kN \, ; \; M = 100 \, kN/m$$

زاويې په لاندې ډول دي :

$$\alpha = 60° \, ; \; \beta = 50°; \; \gamma = 60° \; ; \; AB = 2 \, m \; ; \; BC = 4 \, m \; ; \; CD = 6 \, m \, ; DH = 4 \, m; \;\; KC = 2 \, m$$

د چوکاټ د خطي وزن په نظرکې نيولو سره $\rho = 4 \, kN/m$ ، د اتکاء دعکس العمل قوې پيداکړئ ؟



3.17-شکل

حل :

1. چوکاټ د ارتباطاتو څخه خلاصوو. د اتکاوو اغیزه دهغو په عکس العمل بدلوو. د کاردیناتو سیستم غځووچې مبدأ یې د A نقطه وي . دA په غیرمتحرک مفصل کې دR_A عکس العمل دوې مجهولې مرکبې لرې Rx ، Ry. بې وزنه اتکایې ګاډرد H په مفصل کې د هغه په عکس العمل قوې باندې بدلوو چې د ګاډرو په امتداد باندې متوجه ده یعنې وافق ته د γ زاویه جوړوي .

2. د چوکاټ دهرې برخې ومرکزته (ټولې 4 سیده کرښې برخې دي) دهغې وزن ایږدو چې د دې فورمول سره سم محاسبه شوی دی :

$$G_k = l_k\ \rho$$

l_k ، k=1_4– د چوکاټ د کرښو د AB ، BC ، CD ، DH اوږدوالی دی .

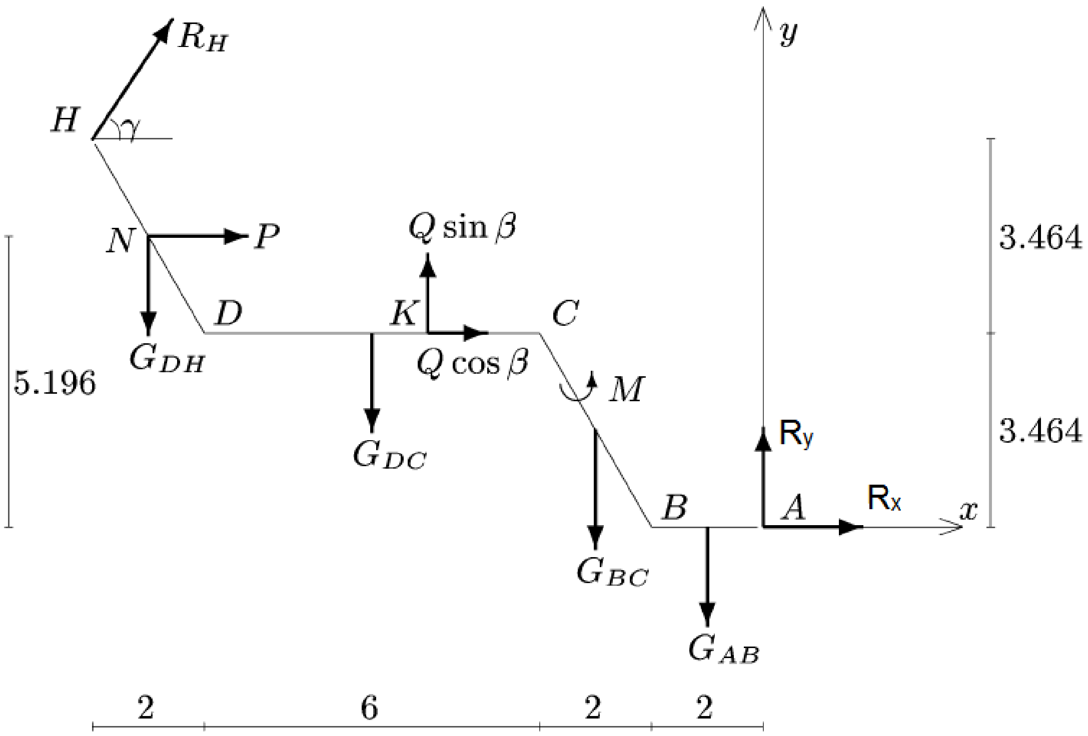
ρ- د چوکاټ خطي وزن .

3. نظردA مفصل ته د ټولو قواو د مومنټونو معادله تشکیلوو اوپه دې معادلې کې د کار د آسانی لپاره ، جلاجلا برخې جوړوو:

$$\sum M_A = M_A(R_H) + M_A(P) + M_A(Q) + M_A(G_k) + M = 0 \ldots (3.9)$$

$M_A(R_H)$ - د اتکاء د عکس العمل قوې مومنت

$$M_A(R_H) = R_H\, h = -R_H(HD + CB)\sin\alpha\ cos\gamma + (HD\ c\gamma os\alpha + DC + CB\ cos\alpha + AB)sin\gamma)$$



شکل-3.18

$h-$ د R_H عکس العمل قوي بازو د مومنت د علامې په نظرکي نيولو سره.

په برخوکي د P او Q قواو مومنت د جاذبي قوي مومنت $M_A(G_k)$ به داسي وي:

$$M_A(P) = -P(ND + CB)\sin\alpha = -103.923 \ \ kN.m$$

$$M_A(Q) = -Qcos\beta \ CBsin\alpha - Qsin\beta(KC + CB \ cos\alpha + AB) = -69.282 \ kN.m$$

$$M_A(G_k) = G_{DH}[(ND + CB) \ cos\alpha + DC + AB] + G_{DC}\left(\frac{DC}{2} + CB \ cos\alpha + AB\right) +$$

$$G_{CB}\left(\frac{CB}{2} cos\alpha + AB\right) \ + G_{AB} \ AB/2$$

د برخو د جاذبي قواو په محاسبه کولو سره لرو چي :

$$G_{AB} = 2(4) = 8 \ kN; \ G_{BC} = 4(4) = 16 \ kN$$

$$G_{DC} = 6(4) = 24 \ kN; \ G_{DH} = 4(4) = 16 \ kN$$

$$M_A(G_k) = 400 \ kN.m$$

په لاس راوړو .

نو په پای کي د مومنتو معادله (3.9) به دا شکل خانته غوره کړي :

$$-13.856\,R_H - 103.923 - 69.282 + 400 + 100 = 0$$

له همدې ځای څخه د ګاډرد عکس العمل قوه پیدا کوو:

$$R_H = \frac{326.795}{13.856} = 23.584\,kN$$

4. د Rx او Ry معادلو قوې د دې معادلې څخه پیدا کوو:

$$\Sigma F_x = 0 => R_x + Q.cos\beta + R_H.cos\gamma = 0 => R_x = -36.792\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 => R_y - G_{AB} - G_{BC} - G_{DC} - G_{DH} + Q.sin\beta + R_H.sin\gamma = 0$$

$$Ry = 34.915\,kN$$

نتایج وجدول ته رسوو:

$M_A(Q)$	$M_A(P)$	$\sum_k M_A(G_k)$	h	R_x	R_y	R_H
-69.282	-103.923	400	-13.856	-36.792	34.915	23.584

5. کنترول :

د ټولو قواو د مومنتو مجموعه چې پرچوکاټ باندې اغیزه کوي د عکس العمل قواو په شمول نظرویوې کیفي نقطې مثلاً k ته نیسو . دا انتخاب لدې امله دی چې د مومنتونو په معادلې کې تولې پیدا کړل شوي دعکس العمل قوې ځای لري ، خو معلومه قوه Q هلته ځای نه لري .(د هغې وکنترول ته ضرورت هم نشته) نوځکه معادله به د درو مرکبو څخه جوړه وي:

$$\sum M_k = -R_H 3.464\,cos\gamma - R_H 6\,sin\gamma - P\,1.732 + M + G_{DH}5 +$$

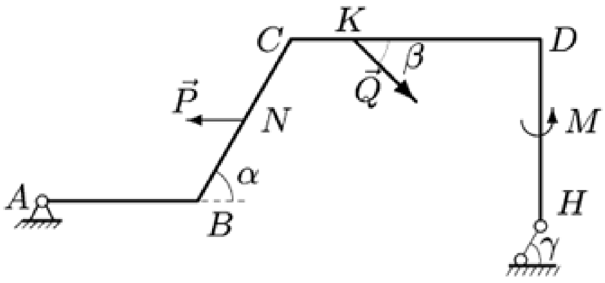
$$G_{DC}\;1 - G_{BC}\;3 - G_{AB}\;5 + R_y\;6 + R_x\;3.464 = 0$$

3.10- مشق اوتمرین

دروند متجانس چوکاټ په عمودي مستوي کې واقع ، دA پر غیرمتحرک مفصل او د H پر کاږه بې وزنه ګاډر باندې تکیه لري، د افقي قوې P ، کږې(مایلې) قوې Q او مومنت M تر اغیزې لاندې دی.

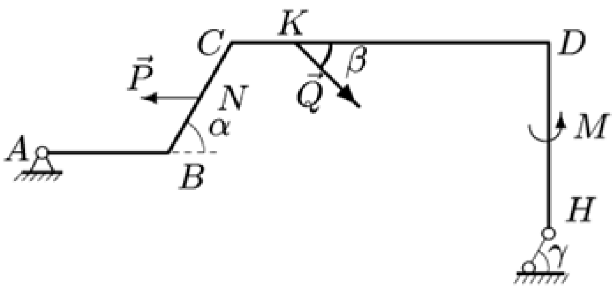
د چوکاټ د خطي وزن ρ په نظرکې نیولو سره د اتکاء د عکس العمل قواوې پیداکړئ؟

1.



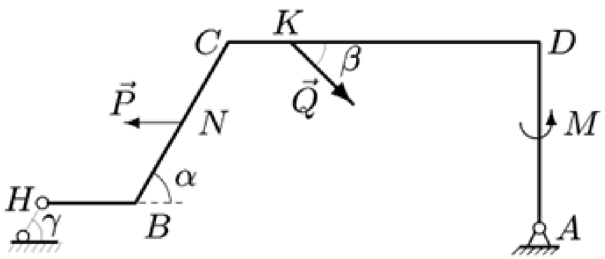
$\rho = 1$ кN/m, $P = 5$ кN,
$Q = 11$ кN, $M = 30$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 30°$, $\gamma = 30°$,
$AB = 5$ m, $BC = 6$ m,
$CD = 8$ m, $DH = 6$ m,
$CK = 2$ m, $CN = 3$ m.

2.



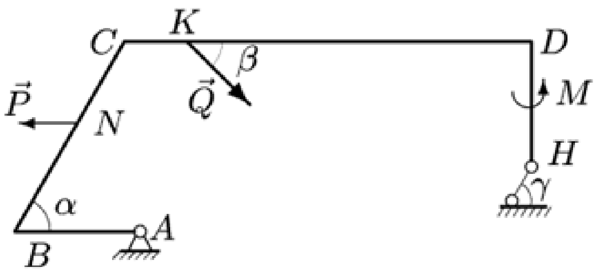
$\rho = 2$ кN/m, $P = 6$ кN,
$Q = 12$ кN, $M = 50$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 30°$, $\gamma = 45°$,
$AB = 4$ m, $BC = 4$ m,
$CD = 10$ m, $DH = 6$ m,
$CK = 2$ m, $CN = 2$ m.

3.



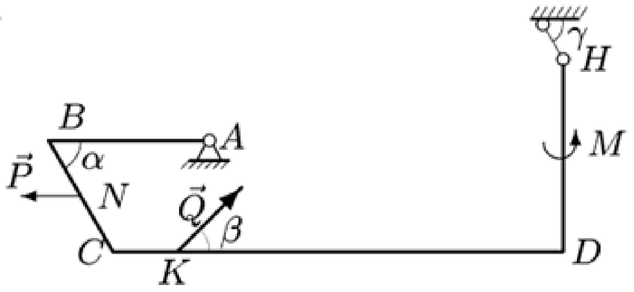
$\rho = 3$ кN/m, $P = 8$ кN,
$Q = 13$ кN, $M = 70$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$,
$HB = 3$ m, $BC = 6$ m,
$CD = 10$ m, $DA = 6$ m,
$CK = 2$ m, $CN = 3$ m.

4.



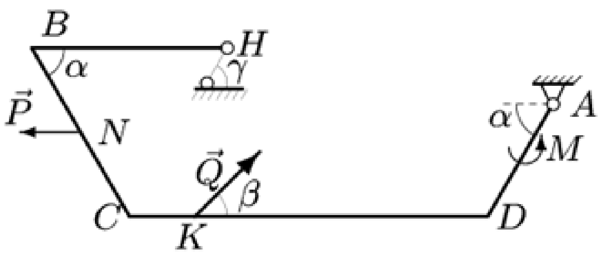
$\rho = 1$ кN /m, $P = 6$ кN ,
$Q = 14$ кN, $M = 30$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 30°$,
$AB = 4$ m , $BC = 7$ m,
$CD = 13$m , $DH = 4$m ,
$CK = 2$m , $CN = 3$m .

5.



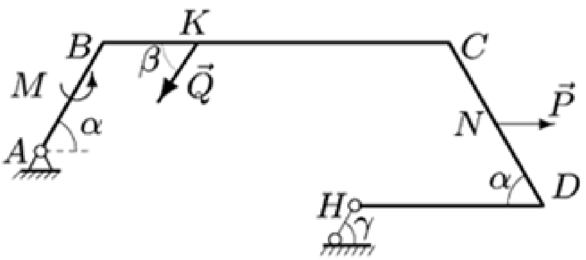
$\rho = 2$ кN / m, $P = 7$ кN,
$Q = 15$ кN , $M = 50$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 45°$,
$AB = 5$m , $BC = 4$m ,
$CD = 14$ m , $DH = 6$ m ,
$CK = 2$m , $CN = 2$m .

6.



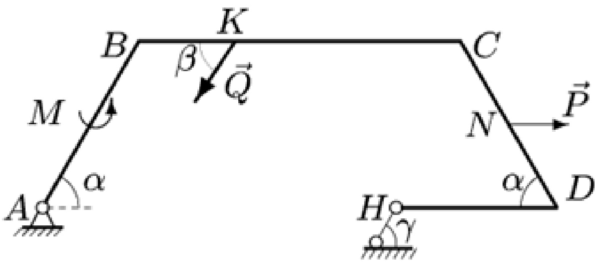
$\rho = 3$ кN / m, $P = 8$ кN,
$Q = 16$ кN , $M = 70$ кN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$,
$HB = 6$m , $BC = 6$m ,
$CD = 11$m , $DA = 4$m ,
$CK = 2$m , $CN = 3$m .

7.



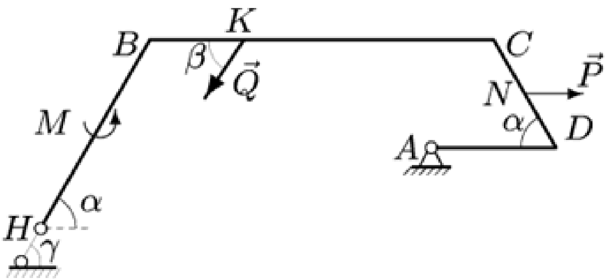
$\rho = 1$ kN/m, $P = 7$ kN,
$Q = 17$ kN, $M = 30$ kN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 30°$,
$AB = 4$m, $BC = 11$m,
$CD = 6$m, $DH = 6$m,
$BK = 3$m, $CN = 3$m.

8.



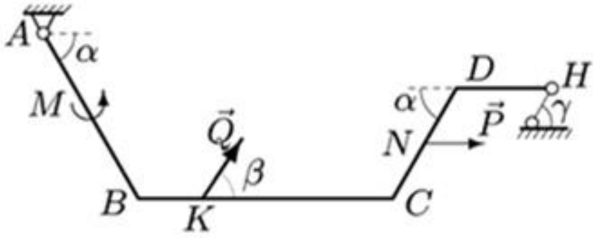
$\rho = 2$ kN/m, $P = 8$ kN,
$Q = 18$ kN, $M = 50$ kN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 45°$,
$AB = 6$m, $BC = 10$m,
$CD = 6$m, $DH = 5$m,
$BK = 3$m, $CN = 3$m.

9.



$\rho = 3$ kN/m, $P = 9$ kN,
$Q = 19$ kN, $M = 70$ kN.m,
$\alpha = 60°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 60°$,
$HB = 7$m, $BC = 11$m,
$CD = 4$m, $DA = 4$m,
$BK = 3$m, $CN = 2$m.

10.



$\rho = 2$ кN/m, $P = 8$ кN,
$Q = 20$ кN , $M = 50$ к N.m,
$\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 45^\circ$,
$AB = 6$m $BC = 8$m ,
$CD = 4$m , $DH = 3$m ,
$BK = 2$ m, $CN = 2$m .

ځوابونه:

	$M_A(Q)$	$M_A(P)$	$\Sigma_k M_A(G_k)$	h	X_A	Y_A	R_H
	к N.m			m	к N		
1	−104.500	12.990	−243.5	8.696	−34.901	12.963	35.074
2	−84.000	10.392	−468.0	13.107	−30.914	27.478	37.508
3	18.385	27.215	487.5	−14.258	−22.341	47.561	42.298
4	−74.862	20.785	−104.3	4.464	−28.795	23.526	28.746
5	26.136	−12.124	−187.0	9.571	5.480	38.307	12.850
6	−85.259	−6.928	754.5	−9.526	−41.750	3.112	76.873
7	−44.167	−6.062	−251.5	6.500	−34.704	20.820	41.805
8	−46.765	−20.785	−487.0	7.778	−44.868	23.720	64.867
9	131.636	−15.588	281.3	−9.526	−24.027	51.973	49.054
10	138.564	27.713	−313.0	12.538	−23.455	19.225	7.714

څلورم فصل

اصطکاک Friction

4.1 - د اصطکاک دوه اساسي ډولونه

اصطکاک عبارت د هغه مقاومت څخه دی چې د یوه جسم د بل جسم پرسطح باندې د ځای بدلون په صورت کې ، منځ ته راځي .

د دې ځای بدلون د خصوصیت په نظرکې نیولوسره (دا چې جسم ښویږي اوکه رغړي) دوه ډوله اصطکاک شته دی .

د ښویدو اصطکاک یا د اصطکاک لومړی ډول .

د رغړیدو اصطکاک یا د اصطکاک دوهم ډول .

کله ناکله د اوښتلو- را اوښتلو اصطکاک هم په نظرکې نیول کیږي .

د ښویدلو د اصطکاک مثالونه :

د واوري پرمخ باندې د سکې پواسطه ښویدل ، د ونو او درختو آره کول ، د بوټانو تلي په مځکه باندې لګول اوبیا پورته کول ، د عرابې پرمحورباندې د میلې تماس او نور.

د رغړیدو د اصطکاک ډولونه :

پرسړک باندې د موټرد ټایررغړیدل ، د اوسپنې پرپټلۍ باندې د ریل د عرابو رغړیدل ، د لرګیو د دایروي کوندو رغړیدل ، په چرپي (ساچمه يي) او رولیکي (ګلوله یي)بول بیرینګونوکي اصطکاک او نور.

اصطکاک د طبیعت یو له مشهورو پدیدو څخه ده اوپه تخنیک کې ستر رول لري خود دې فزیکي – میخانیکي پدېدې او یو زیات شمیر ځانګړتیاوو ارزونه چې پراصطکاک باندې تأثیرکوي ستونزمنې مسئلې دي او د اصطکاک د قواو د علامو دقیق معلومول لاتراوسه پورې نه دي تعین شوي .

په عمل کې کله چې ډیردقت په کارنه وي ، تراوسه پورې د تجربي قانون څخه چې په 18 پیړۍ کې 1781 میلا دي کال کې د فرانسوي عالم کولون له خوا وضع شوی دی ، ګټه اخیستل کیږي ، که څه هم دا قانون تراوسه پورې وحقیقت ته لږنژدې دی .

که چیرې ډیردقت پکاروي نو د هرو دوو سولوونکو سطحو د اصطکاک قوي د معلومولولپاره او په ځانګړو حالاتو کې وتجربو ته مخه کیږي .
که څه هم په نظري میخانیک کې د حقیقي – فزیکي جسمونوحرکت نه بلکې د خیالي اوفکري جامدو جسمونو حرکت ترمطالعې لاندې نیول کیږي ، خو بیا هم د دې زده کړې څینې عناصر مطالعه کیږي او دا کاریوازې او یوازې د دې

لپاره دی چې په نظري ميخانيک کې دهغو عملي مسايلو په حل کې چې نشو کولای د اصطکاک څخه سترګې پټې کړو ، د اصطکاک د قوانيو او قواعدو څخه د هغولپاره کاروا خيستل شي .

4.2 ـ د ښوئيدو اصطکاک Friction of sliding

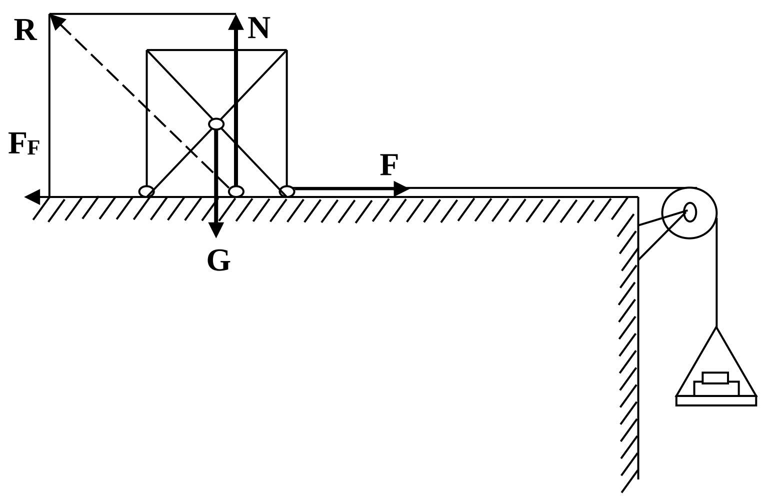
د يوه جسم د بل جسم پرسطح باندې د ښوئيدلو په مقابل کې مقاومت د ښوئيدو د اصطکاک په نامه سره ياديږي .

د دې ډول اصطکاک بنسټيز لامل دا دی چې د دوو جسمونو سطح چې يوه له بلې سره تماس نيسي ، په مطلق ډول سره هوارې نه وي بلکې لړيا ډيرې اړې – ګروبې (څيرې) وي نوځکه د يوه جسم د بل جسم د سطح پرمخ د ځای د بدلون لپاره يوې قوې ته ضرورت شته چې دغه د سطحو د جوړښت د اړو – ګروب والې مقاومت له منځه يوسي .

همداسې که د تماس سطح ډيره ښويه شوې وي داسې چې ډيرماليکلونه يوله بله سره تماس ولرې نو د سطح د ماليکولونو نژدې کيدل جاذبه قوه زياتوي اويوه قوه لازمه ده ترڅو چې ماليکولونه د تماس په نقطه کې يوله بله څخه جلاکړي.پدې صورت کې د ماليکولونو ترمنځ د جاذبې د قواو مجموعه د اصطکاک د قوې د پيدايښت سبب ګرځي . مثلاً د ښيښې دوې ټوټې چې يوه د بلې پرمخ پرتې وي په سختۍ سره يوه د بلې پرمخ حرکت کوي .

د اصطکاک قوه په دې ياهغه اندازه د ټولو واقعي سطحو ترمنځ شتون لري که هغوی هرڅومره هوارې او ښوی هم وي .

پرافقي غيرمتحرکې مستوي باندې د لرګيو يوه کونده يا تيرايردو او پرهغه باندې په افقي قوې F سره تأثيرکوو، د دې کارلپاره په جسم پورې تارځړوو اوغوټه کوو يې (تارد جسم د قاعدې سره نژدې تړو چې جسم ونه غورځي او ونه لويږي) اودا تارد يوه څرخ څخه تيروو او وزن ورپورې ځړوو . د لرګيو تيريا کونده به ترهغه وخته پورې ساکنه وي ترڅو چې F_d قوه په مودول سره د هغه څه سره برابره شي چې د تماس نيوونکو سطحو ترمنځ د فشار قوې د جوړې لپاره دغه حد تعين شوی دی .



4.1شکل

دا په دې معنی ده چې بيله د سطح د نورمالې عکس العمل قوې N څخه چې په مودول سره د G سره مساوې ده ، پرجسم باندې د سطح له خوا يوه بله قوه د F_F په نامه هم تأثيرکوي چې مودول يې د F د قوې سره مساوې او جهت يې د هغې سره مخالف دی . د F_F قوه د غاښ په غاښ کيدلو د قوې په نامه سره هم ياديږي .

د F_F دغه عکس العمل قوه چې په مماس مستوي کې واقع ده ، عبارت داصطکاک له هغې قوې څخه ده چې د لرګيو د تيريا کوندې د سطح او اتکاء د مستوي ترمنځ را پيدا کيږي .

د G په زياتيدلو سره د نورمال عکس العمل قوې N مودول هم زياتيږي اوهم د F قوې د مودول په زياتيدلوسره تريوه معين حد پورې ترڅو د لرګيو تيرياکونده په تعادل کې واقع وي ، د F_F اصطکاک قوې مودول هم زياتيږي .

دا قوه هله خپل غټ قیمت ته رسیږي کله چې دا کونده د F قوې ترتأثیرلاندې په حرکت پیل وکړي .

د اصطکاک قوه چې د جسم په نسبې سکون کې منځ ته راځي ، د جسم د سکون د اصطکاک قوې په نامه سره یادیږي.

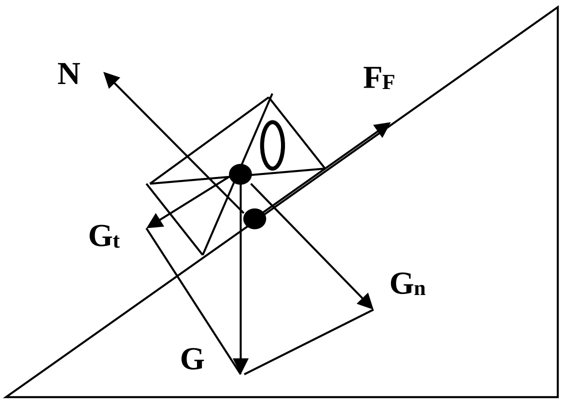
هغه د اصطکاک قوه چې د جسم د ښوئیدلو په حالت کې تأثیرکوي د حرکت د اصطکاک قوه بلل کیږي.

کولومب د ډیرو تجربو پربنسټ لاندې تقریبي قوانین وضع کړل :

1. د اصطکاک قوه تریوه ډول شرایطو لاندې د توږونکو سطحو په اندازې پورې اړه نه لري . باید یادونه وشي چې دا قانون یوازې د جسم د فشار پرسطح باندې ، تریوې معیني اندازې پورې تقریباً تحقق لري ، که چیرې د لرګیو کونده پرڅ‌ۍ یا تیغې باندې کښېښودل شي نود اصطکاک قوه به ډیره زیاته شي .
2. لکه د هرعکس العمل قوې په څیر، د سکون حالت د اصطکاک د قوې قیمت په وارده قواو پورې اړه لري او دومره وي چې د دوو جسمونو یوپربل باندې د ښوئیدلو مخه نیسي ولې هغه نشي کولای چې تریوه معین حد زیاته شي . دغه قیمت د هرمعین حالت لپاره ټاکل شوی دی .
3. د اصطکاک قوې اعظمي حد د جسم د نورمال فشارسره پربل جسم باندې مستقیماً متناسب دی.

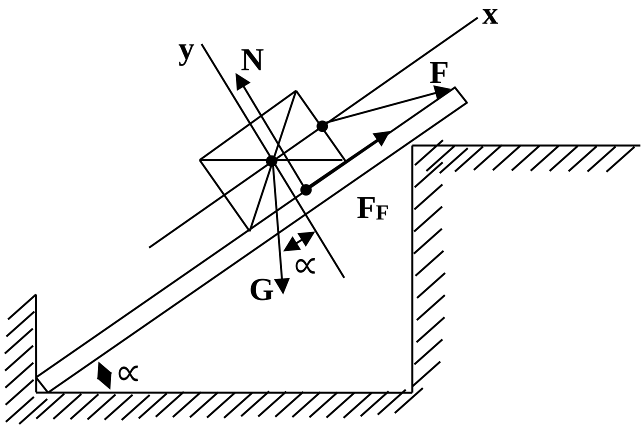
د نورمال فشارقوه د جسم د وزن سره مساوي ده ، یوازې په هغه حالت کې چې د ښوئیدلو سطح یوه افقي مستوي وي اوپرجسم باندې بیله جاذبې قوې څخه ، بله کومه قوه تأثیر و نه کړي .

که جسم پرمایله (کږه) مستوي باندې پروت وي نود اصطکاک پرقوې باندې د جسم وزن نه بلکې د G_n جاذبې قوې مرکبه چې پرمستوي باندې عموده ده او په مودول سره د نورمالي عکس العمل قوې سره مساوي ده ، هم تأثیرکوي .



شکل-4.2

که چیرې پرجسم باندې بیله دهغه جاذبې قوې څخه نورې قوې هم تأثیرولري نود نورمال فشارد قوې تأثیرپرسطح باندې باید داسې درک شي چې دهغې څخه مطلب پرجسم باندې د ټولوقواو د محصلې قوې نورماله مرکبه ده چې په مودول سره د ښوئیدلو د سطح د نورمال عکس العمل قوې N سره مساوي ده .



4.3-شکل

4. د اصطکاک د قوې اعظمي قیمت هم په موادو هم د تورونکو سطحو په حالت او هم د دې سطحو ترمنځ د غوړ وونکو موادو په موجودیت پورې اړه لري .

که چیرې F_F د سکون د حالت د اصطکاک د قوې اعظمي قیمت وي نو N د اتکاء د سطح نورمال عکس العمل دی چي په مودول سره $N = F_F$

نوله دې ځایه ښخه لرو چي :

$$F_F = \mu_m N \quad ... \quad (4.1)$$

μ– د متناسب والي ضریب یا د سکون د حالت د اصطکاک د ضریب اوغیربعدي کمیت دی .

$$\mu = F_F/N$$

5. اصطکاک د حرکت په وخت کي د سکون د حالت په نسبت لږ دی .

تجربه ښیئ ، د دې لپاره چي جسم د سکون د حالت ښخه وایستل شي ، باید د اصطکاک لویه اوغټه قوه له منځه یووړل شي . دا قوه د حرکت د وخت په نسبت غټه وي .

په همدې ډول د تجربې له مخي د اصطکاک قوه د حرکت په وخت کي په همدې سرعت پورې اړه لري او دهغه په زیاتوالي سره لږیږي اویوه معین حد ته رسیږي .

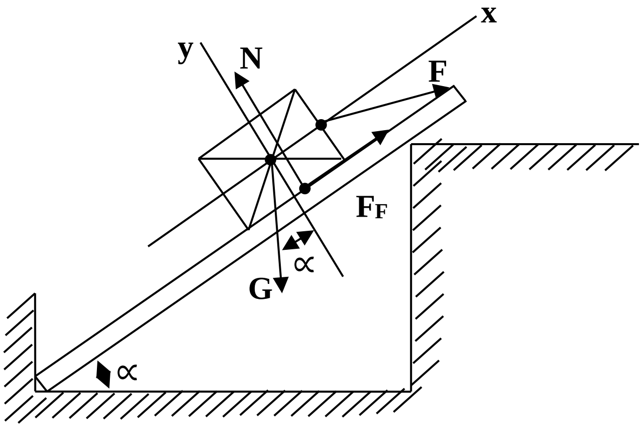
د اصطکاک قوه دحرکت په وخت کي لدې فورمول ښخه پیداکیږي :

$$\mu_k = \frac{F_F}{N} \; ... (4.2)$$

μ_k د اصطکاک ضریب د حرکت په وخت کي .

د تقریبي محاسبو په وخت کي د μ_mاوμ_k د توپیرښخه تیریږي اویوازې μ_k په محاسبو کي نیسي . د دقیقو محاسبو لپاره اوپه هرځانګړي حالت کي تجربه ترسره کیږي .

مثال :



4.4شکل

پرمايلي اتکاء چې دلرګيو څخه جوړه شوې ده يو وزن د 1.5N واقع دی . دا اتکاء د افقي سطح سره ديرش درجې زاويه جوړوي . وزن د لرګيو په صندوق کې پروت دی . د افقي F قوې مودول پيدا کړئ پداسې حال کې چې بار پردغې مايلې سطح باندې د تعادل په حالت کې وي . د لرګي – لرګي د اصطکاک ضريب 0.4 دی .

حل : ترهرڅه دمخه دF_{min} لږ قيمت پيدا کوو . دا هغه لږه اړينه قوه ده چې نه پريږدي جسم وکښتې خواته ولاړ شي .

د اصطکاک قوه د احتمالي ممکن حرکت پرضد متوجه وي ، نو پدې حالت کې پرمستوي باندې و لوړې خواته به د دې قوې جهت وي .

نو پدې ډول جسم د N ، G ، F او F_F قواو ترتاثير لاندې په تعادل کې واقع دی .

N- د مستوي نورماله عکس العمل قوه.

د ټولوقواو مرتسمې د x او y پرمحوروباندې پيدا کوو:

$$\Sigma X_k = 0; F_{min}\, cos\alpha + F_F - G\, sin\alpha = 0$$

$$\Sigma Y_k = 0;\; N - G.cos\alpha - F_{min}.sin\alpha = 0$$

$$N = G.Cos\alpha + F_{min}.sin\alpha\,.$$

$$F_F = \mu_m.N = \mu_m(G.Cos\alpha + F_{min}sin\alpha)$$

د دې قيمت په وضع کولوسره لرو چې :

$$F_{min}.Cos\alpha + \mu_m.Cos\alpha + \mu_m.F_{min}.sin\alpha - G.sin\alpha = 0$$

$$F_{min} = \frac{G(sin\alpha - \mu_m.Cos\alpha)}{Cos\alpha + \mu_m.sin\alpha} = \frac{1500(0.5-(0.4).866)}{0.866+0.4(0.5)} \cong 216\, N$$

که چيرې د F مودول تر F_{min} لږوي نوباربه وکښتې خواته وښوئيږي .

که چیري د F مودول زیات کړو نودهغه قیمت به په F_{max} سره به د جسم تعادل د مستوي پرمخ باندې وساتلای شي ځکه چې F_F به په دې حالت کې پرمستوي باندې وکښتې خواته متوجه وي (دهغه حالت چې په شکل کې ښودل شوی دی متضادبه وي) ځکه د اصطکاک قوه تل د احتمالي حرکت پرضد متوجه ده .

د تعادل معادلې همهغه دي خو یوازې پدې حالت کې د x پرمحورباندې د F_F علامه تغیرخوري یعنې :

$$F_{max} = \frac{G(\sin\alpha + \mu_m \cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu_m \sin\alpha} \cong 1900\ N$$

نو معلومیږي :

$$216\ N < F < 1900\ N$$

$F > 1900\ N$ پدې حالت کې باربه پرمستوي باندې ولوړې خواته پورته شي .

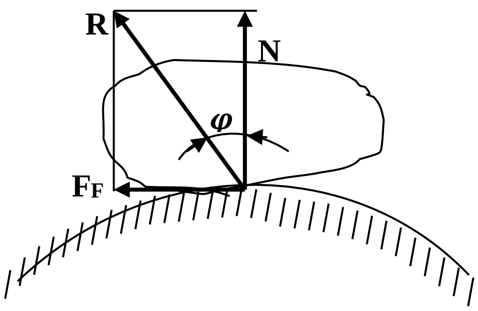
$F < 216\ N$ پدې حالت کې باربه پرمستوي باندې وکښتې خواته ولاړ شي .

$216N < F < 1900\ N$ پدې حالت کې دا قوه به کفایت وکړي چې وکښتې خواته د جسم د حرکت مخه ونیسي اولړه به وي چې جسم ولوړې خواته په حرکت راولي .

4.3 - د اصطکاک زاویه او مخروط Angle and cone of Friction

یوجسم پریوې ناهوارې او اړې - ګروبې سطح باندې پروت دی که چیرې دا سطح بیخي هواره وای نوهغه به د جسم لپاره یو خیالي او ایډیاله اړیکه وای اولکه چې پوهیږو یوازې د یوې N نورمال عکس العمل قوې په را پیداکیدلو کې به خلاصه شوې وای خوسطح اړه ګروبه ده نو ځکه یوه بله قوه یعنې د اصطکاک قوه چې په مماس مستوي کې واقع ده او

د هغه جهت پرضد متوجه ده پرکوم لوري چې موږ وجسم ته حرکت ورکوو او یایې غواړو پرحرکت را ولو ، هم شته ده .



4.5-شکل

که چیرې موږ یو بحراني حالت ترکتنې لاندې ونیسو یعنې یو داسې حالت چې د سکون او حرکت ترمنځ وي ، نود دې حالت لپاره د اصطکاک قوه خپل اعظمي قیمت ته رسیږي . یعنې $F_F = \mu_m . N$ د دې عکس العمل قوې دوې مرکبې یعنې N او مماس اصطکاک قوه F_F د متوازي الاضلاع د قاعدې سره سم جمع کیږي اود هغه څخه یوه د سطح دعکس العمل محصله قوه R په لاس راځي چې د دې سطح د نورمال سره د φ زاویه جوړوي .

دφ غټه زاویه چې پرهغې باندې د اصطکاک له کبله د عکس العمل قوه R د اړې- ګروبې سطح د نورمال څخه انحراف کوي ، د اصطکاک د زاویې په نامه سره یادیږي .

د شکل څخه لیدل کیږي $tg\varphi = \frac{F_F}{N}$

د (31) فورمول په نظرکي نیولو سره لروچي :

$$\frac{F_F}{N} = \mu \Rightarrow tg\varphi = \mu \dots (4.3)$$

د اصطکاک زاویي تانجنټ د ښوئیدو د اصطکاک د ضریب څخه عبارت دی .

که چیرې موږداسي یوجسم ترمطالعي لاندې ونیسو چي د اتکاء پراړې ـ ګروبې سطح باندې پرهرلوري د ځای بدلون امکان ولري ، نو د دې جسم د احتمالي عکس العمل قوې R جهت به پرهرلوري مخروطي سطح تشکیله کړي .

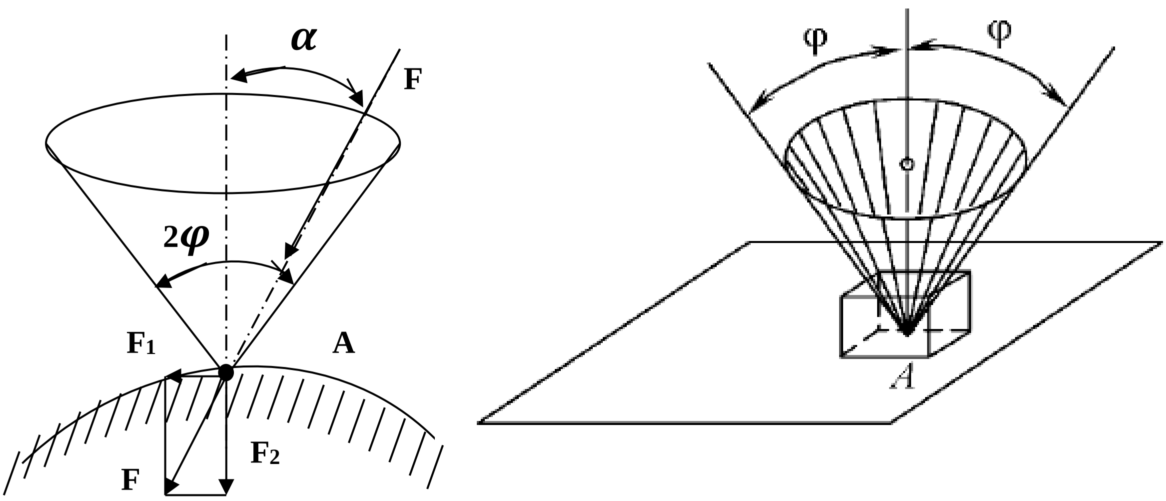
هغه مخروط چي دهغه تشکیلوونکي د اصطکاک ترزاویي φ لاندې د ښوئیدو د سطح د اصطکاک د نورمال په نسبت په همدې نقطې کې ، مایلي اوکږې دي د اصحکاک مخروط بلل کیږي .

که چیرې د اصطکاک ضریب د جسم د حرکت په وخت کې د دې سطحې پرهرلوري یوشی وي ، نود دې سطح د پوره عکس العمل قوه R به د نورمال څخه پرټولوجهتو باندې د اصطکاک پرزاویې φ سره انحراف وکړي .

پدې حالت کې به د اصطکاک مخروط ګردی وي او د رأس زاویه به یې 2φ وي .

ولي کله چي مثلا د لرګیو پریوې کوندی باندې په پسور او په اوږدو حرکت کیږي ، نو د اصطکاک ضریب یوډول نه وي اونوځکه مخروط هم ګردی په لاس نه راځي .

ولاندې شکل ته به وګورو .



4.6شکل

پرجسم باندې تأثیرکوونکې قوې د هغه د وزن په شمول یوه محصله قوه F په لاس را کوي چي د A د نقطې څخه د سطح سره د مماس په ډول تیریږي او د سطح د نورمال سره په همدې نقطې کې د α زاویه جوړوي .

دغه قوه به دهغې د تأثیرپرکرښې باندې دA ونقطې ته راولیږدوو اوپه دوومرکبو باندې به یې تجزیه کړو.

F_1 چي په مماس مستوي کې واقع ده او F_2 چي پرنورمال باندې وسطح ته متوجه ده

د 31 او 32 فورمولوسره سم د اصطکاک قوې اعظمي قيمت د سکون په حالت کې :

$$F_1 = \mu . F_2 = F_2 . tg\varphi$$

φ – د اصطکاک زاويه

F_2 پرسطح باندې د نورمال فشارقوې مودول (د نورمال عکس العمل قوې سره مساوي دی) .

د F_1 قوې مودول چې جسم پرسطح باندې وښوئيدو ته مجبوروي :

$$F_1 = F_2 . tg\alpha$$

د دې لپاره چې جسم پرسطح باندې په تعادل کې وي نو بايد :

$$F_2 . tg\alpha \le F_2 . tg\varphi \quad \text{يا} \quad F_1 \le F_F$$

د دې ځايه څخه لرو چې $\alpha \le \varphi$

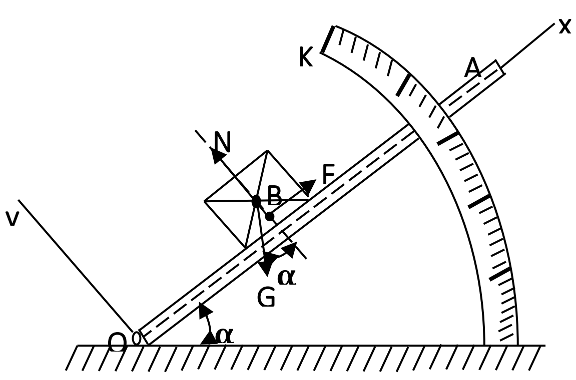
د مخروط دننه ساحې خاصيت: که چيرې F د ټولوقواو محصله قوه چې پرجسم باندې تأثيرکوي ، په هره اندازه چې يې مودول غټ هم وي ، د اصطکاک په مخروط کې دننه تيره شي نوجسم پر حرکت نه راولي بلکې هغه د سکون په حالت کې پاته کيږي .

نو د جسم منځ ته راتلونکی احتمالي د ښخيدني حرکت هغه وخت ممکن دی چې دغه محصله قوه د مخروط څخه د باندې تيره شي .

مثال:

د OA مستوي د O د مفصل پرشاوخوا داسي را څرخي چې کولای شو هغه د افق په نسبت پر هرې زاويي برابره کړو . پردې مستوي باندې د B جسم چې وزن يې G دی اېښودل شوی دی .

د مستوي د ميلان زاويه α بايد څومره غټه وي چې جسم د مستوي پرمخ باندې په تعادل کې و اوسي .



4.7شکل

حل : جسم د دې قواو ترتاثيرلاندې د مستوي پرمخ باندې په تعادل کې واقع دی :
G د جسم جاذبه قوه ، N د مستوي نورمال عکس العمل قوه او F_F د اصطکاک قوه
د دې قواو مرتسمې به د کاردينات سيستم پرمخ باندې پيدا کړو اود تعادل معادلې به يې هم وليکو :

$$\Sigma X_k = F_F - G.sin\alpha = 0$$

$$\Sigma Y_k = N - G.Cos\alpha = 0$$

نوله دې ځايه څخه لرو چې :

$$tg\alpha = \frac{F_F}{N} = \mu_m = tg\varphi$$

φ د اصطکاک زاويه

د جسم د تعادل لپاره بايد $\alpha \leq \varphi$ او يا هم $\alpha \leq arctg\varphi$

نوله دې ځايه څخه د سکون دحالت د ښوئيدو د اصطکاک ضريب پيداکولای شو . د ميلان د زاويې په زياتولوسره پردرجه لرونکي لوحې باندې به هغه زاويه وګوروچې جسم د مستوي پرمخ په ښوئيدلو پيل وکړي .

دهمدې زاويې ټانجنټ مورته د موادو (جسم اوسطح) د اصطکاک ضريب په لاس راکوي .

په همدې ډول سره د خاورې د طبيعي ميلان زاويه هم پيداکيږي . يعنې د خاورې د ميلان هغه غټه زاويه α چې د هغې په صورت کې به د خاورې اجزا او برخې چې په ميلان کې موقعيت لري ، په تعادل کې پاتې شي .

$$\alpha = \varphi = arctg\mu_m$$

μ_m د خاورې د اجزاوو ترمنځ د اصطکاک ضريب .

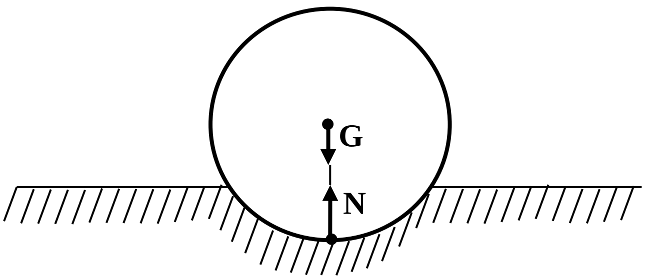
4.4- د رغړيدو اصطکاک Friction of Rolling

عبارت د هغه مقاومت څخه دی چې د يوه جسم د بل جسم پرسطح باندې د رغړيدو په مقابل کې را منځ ته کيږي .

دا مقاومت په عمده ډول سره ځکه رامنځ ته کيږي چې رغړيدونکی او هغه بل جسم چې لومړی ورباندې رغړول کيږي ، مطلق جامد جسمونه ندي بلکې د تماس په ځای کې تل او هروخت يو لږ څه د شکل بدلون منځ ته راځي .

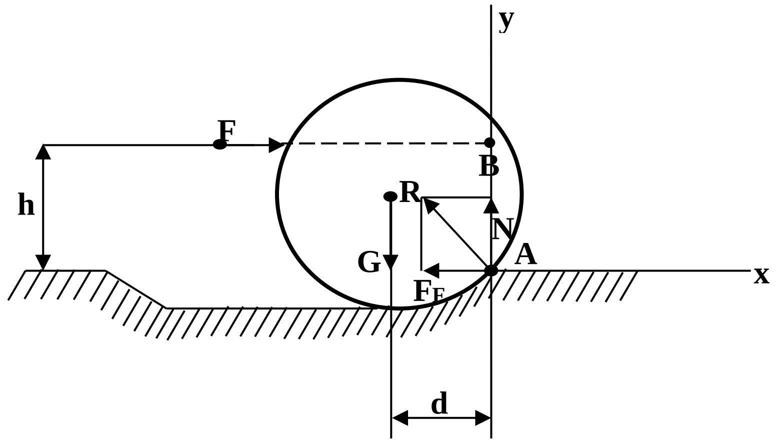
يوه کوچنۍ عرابه پرافقي مستوي باندې واقع ده، دا عرابه يوازې د G قوې ترتاثيرلاندې ده نوځکه د عرابې او اتکاء د مستوي د شکل بدلون نسبت د G قوې د تأثيروکرښې ته متناظردی .

پر کوچنۍ سطح باندې د عرابې د تماس عکس العمل قوې به په يوې محصلي قوې سره يعنې N تبديلي کړو نو د هغې مودول به تل د G سره مساوي او جهت به يې مخالف وي .



4.8شکل

که چيرې پرعرابي باندې د h په يوې ارتفاع کې د F قوه تأثيروکړي نو د عرابي او اتکاء سطح د شکل بدلون به نسبت د G قوې د تأثير و کربني ته غيرمتناظروي.



4.9شکل

په مستوي کې د جسمونو د تماس پرکوچينې مساحت باندې د عکس العمل قواو محصله قوه R به د عرابي د احتمالي حرکت و جهت ته ورنژدې کيږي (ورڅخيږي) او د نورمال په جهت به د تماس وسطح ته د A په يوې نقطې کې متوجه وي، دغه په مودول سره نامعلومه قوه R به پردوو مرکبو باندې تجزيه کړو .

N– عمودي مرکبه

F_F– افقي مرکبه

دF ، G ، N او F_F قواو لپاره د تعادل معادلې به داسې وي :

$$\Sigma X_k = F - F_F = 0 \ \Rightarrow F_F = F$$

$$\Sigma Y_k = -G + N = 0 \Rightarrow N = G$$

$$\Sigma M_A(F_k) = G.d - F.AB = 0$$

د دې مطلب په نظرکې نيولوسره چې د شکل بدلون ډيرکوچينی دی نو $AB = h$سره او د G پرځای هم N چې ورسره مساوي دی ، ليکو نو:

$$F.h = N.d$$

د N.d کميت عبارت دی د رغړيدو د مومنت څخه .

دغه مومنت لکه چې تجربه ښيئ د څرخيدونکي مومنت F.h په زياتيدلو سره ډيريږي ، ولې نشي کولای تريوه معين حد زيات شي ، هغه حد چې د تماس نيونکو سطحو او عرابي په مستوي کې د نورمالي قوې د جوړې لپاره ، تعين شوی دی يعني :

$$N.d \leq k.N$$

k- د رغړيدو د اصطکاک ضريب.

نوپدې ډول سره په افقي مستوي کې د عرابې د تعادل نوي دا شرایط پلاس را وړو :

$$F.h \leq k\,N \Rightarrow F \leq \frac{k}{h}\,N \;\ldots\; (4.4)$$

F- د هغې افقي قوې مودول دی چې پرعرابې باندې تأثیرکوي.

h– د افقي قوې د تأثیرد نقطې ارتفاع.

N– د نورمال عکس العمل قوې مودول یا پرعرابې باندې د نورمال فشارقوې د مودول سره مساوي دی.

د عرابې د اخري حالت د تعادل لپاره :

$$F = \frac{k}{h}\,N \quad \ldots (4.5)$$

k– د موادو په ارتجاعي خواصو پورې اړه لري د هغه تقریبي قیمتونه د جدولوڅخه پلاس راځي.

د رغړیدو ضریب یوبعدي کمیت دی اود اندازه کولوواحد یې cm او د d او N اعظمي د ځای بدلون په ګوته کوي .

په 33 او 34 فورمولو کې k او h باید په یوه واحد سره ولیکل شي .

د ډیرمشهورحالت لپاره کله چې د F قوه د عرابې پرمحورباندې تاثیرکوي او $h = r$ سره وي ، نو :

$$F = \frac{k}{r}\,N$$

r- دا ستوانې شعاع .

د هغه حالت لپاره چې $h = d$ وي یعنې د عرابې دقطرسره برابر وي نو

$$F = \frac{k}{d}N$$

d– د استوانې قطر.

لکه چې لیدل کیږي د رغړیدو د اصطکاک ضریب د ښوئیدو د اصطکاک ترضریب څو واره کوچینی دی نوځکه ډیروختونه د شیانو د لیږدولولپاره د ښوئیدو پرځای د رغړیدو څخه ګټه اخیستل کیږي .

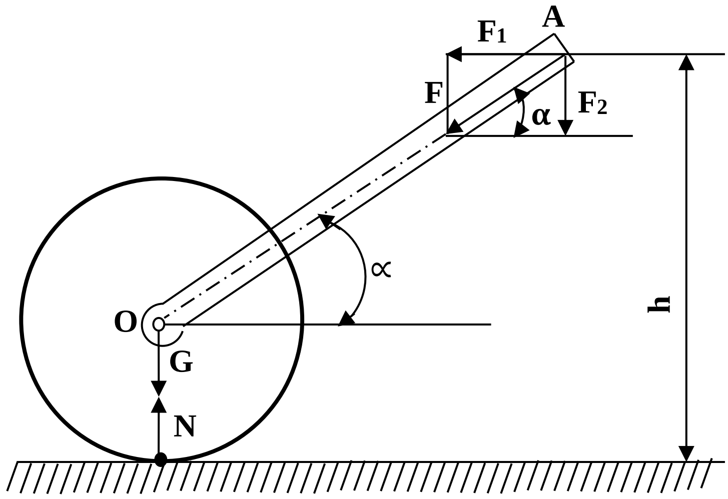
د استوانې لپاره لاندې درې حالته شته دي :

1. که $N \frac{k}{h} \geq F$ وي ، ولې $F < f.N$ وي نواستوانه یوازې رغړي .

2. که $F \geq f\,N$ وي ، خو $F < \frac{k}{h}.N$ وي نواستوانه یوازې ښوئیږي . دا حالت ډیرلږ لیدل کیږي .

3. $N \frac{k}{h} \geq F$ وي ولې $F \geq f.N$ وي نودواړه حالته یعنې ښوئیدل او رغړیدل ممکن دي .

مثال :



4.10شکل

استوانه يي عرابه چې قطريي $d = 60\ cm$ ، وزن يي $G = 3000\ N$ پرافقي مستوي باندې بايد په منظمه توګه ورغړول شي هغه دF قوه چې د دې کارلپاره ضروري ده ، د عرابې پرلاستي باندې AO په همدې جهت سره په ثابت ډول بايد وارده شي چې عرابه په حرکت راشي .

د لاستي اوږدوالى $1.5\ m$ دى . د A دنقطې څخه ترمستوي پورې ارتفاع $h = 1.05\ m$

دF د قوې مودول چې د عرابې د منظم رغړولولپاره ضروري دى ، پيدا کړئ . د رغړيدو د اصطکاک ضريب $k = 0.5\ cm$

حل : د F قوه پردوو مرکبو افقي او عمودي باندې تجزيه کوو:

افقي مرکبه F_1 ، چې عرابه په حرکت راولې د 4.5 فورمول په مرسته پيداکوو.

$$F_1 = F.cos\alpha = \frac{k}{r}.N$$

د افقي مستوي نورمال عکس العمل قوه پدې حالت کې :

$$N - G - F.sin\alpha = 0$$

$$N = G + F_2 = G + F.sin\alpha =>$$

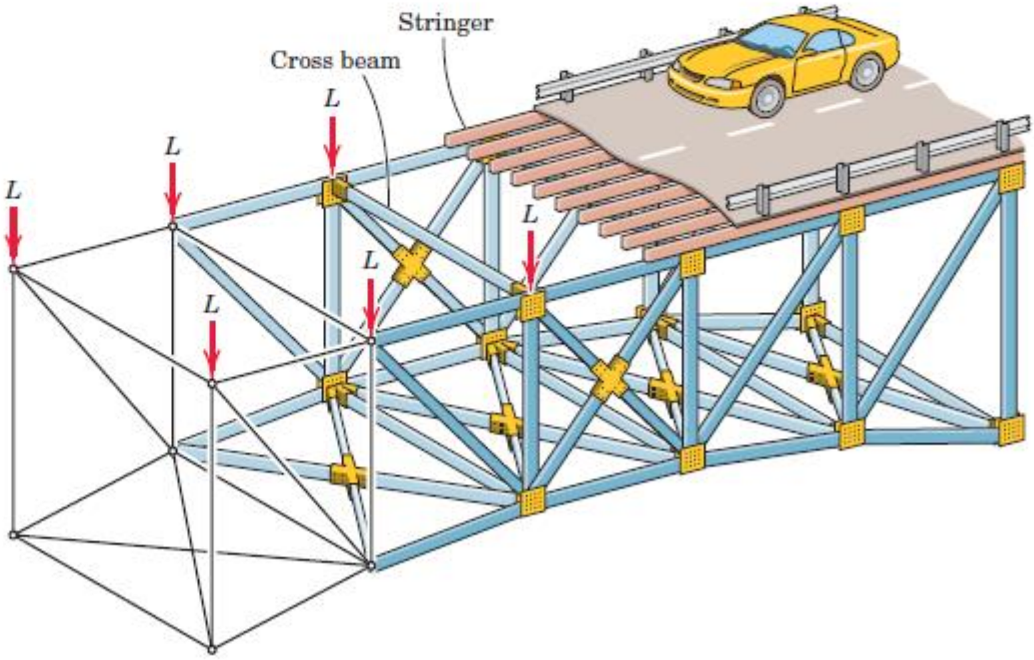
$$F.cos\alpha = \frac{k}{r}(G + F.sin\alpha).$$

$$F = \frac{k.G}{r.cos\alpha - k.sin\alpha} = \frac{(0.5)3000}{(30)0.866 - (0.5)0.5} = 58.3\ N$$

F_1عرابه په حرکت راولې خوعمودي مرکبه يعنې F_2 د عرابې لخوا پرمستوي باندې د نورمال فشارد زياتوالي سبب ګرځي.

پنځم فصل

د فرم تحليل Analysis of Frame



5.1- بسيط او ساده فرم Simple Frame

هغه به وګړو په هغه مستوي مفصل لرونکي ميله اي ساختمان کې چې پر غيرمتحرک تهداب او بنسټ باندې محکمه کړل شوی دی او په مفصلو کې د قواو تر اغيزي لاندې دی،داخلي قوې پيدا کړو.

د سيستم د داخلي مفصلونو چې د تهداب سره ندي تړل شوي،تعادل تر کتنې لاندې نيسو.

دغه ډول مفصلونه به د غوټو په نامه سره ياد کړو.د هر ګاډراغيزه به د هغه د عکس العل په قوې چې د غوټې ځخه و ګاډرته متوجه ده ،تعويض کړو.

قوه- دا هغه د ګاډر د عکس العمل قوې مرتسمه ده چې ومقطع ته پر خارجي نورما ل باندې متوجه ده. که د محاسبې په نتيجه کې د عکس العمل قوه منفي را ووتله ،نو دا پدې معنې ده چې ګاډر کښيکښل کيږي او که نه نو بيا هغه کشيږي.

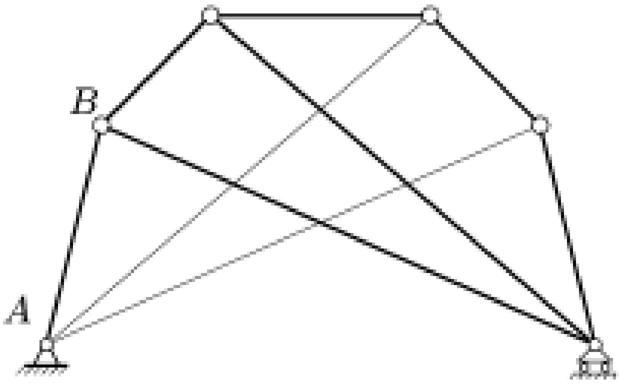
د فيرم محاسبه په لاندې ډول سره پيل کوو:

1- هغه برخه پرې کوو چې يوازې دوو ګاډرو تړلې وي.د ګاډر اغيزه د عکس العمل په قوې بدلوو.

2- د پلاس راغلي متلاقي قوه ايزسيستم د مرتسموله لارې پرتاکل شوي محور د تعادل معادلې ليکو.

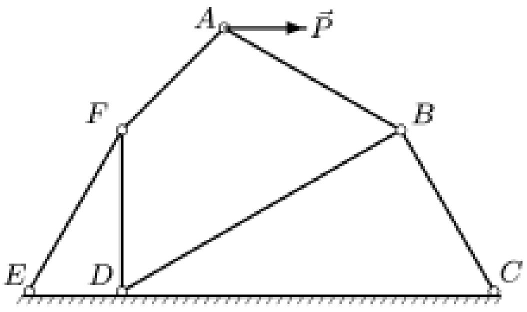
3- پلاس راغلی خطي معادلوي سيستم حلوو او مجهولې قوې پيدا کوو.

4- تردي وروسته هغه بله برخه پري کوو،چیرې چې تر دوو زیات ګاډر د مجهولو قواو سره یوځای شویدي ،پرمحورونو باندې د مرتسمو له لارې د تعادل معادلې لیکو او حلوو یې.دغه کار د ټولو برخو لپاره تر هغه وخته پورې تکراروو تر څو ټولې مجهولې قوې پیدا کړل شي.
5- د حل د کنترول لپاره په خیالي ډول سره ساختمان د تهداب څخه را جلا او پورته کوو، د قطع شوو ګاډرو اغیزه په پیداکړل شوو عکس العمل قواو باندې تعویضوو،د دې قوه ایزسیستم د حل سم والی کنترولوو.
1- یادونه: داسې فیرمونه هم شته چې و هرې برخې ته یې تر دوو زیات ګاډرونه راغلي وي.
مثلاء



5.1شکل
دلته د فیرم وهرې برخې ته درې ګاډره راغلي دي.د قطر سره سم ګاډرونه په مختلفومستوي ګانو کې واقع دي او یو بل نه قطع کوي.
دلته قوې په هغه پورته تشریح شوې ډول نه شي معلومیدلای،چې د یوې برخې څخه بلې برخې ته ولاړشو،ځکه چې برخه نشته چې د هغې څخه محاسبه را پیل کړو.
نو پدې حالت کې لومړی د جلا جلا برخو د تعادل معادلې لیکو او بیا پلاس راغلی سیستم حلوو.

2- یادونه: د کارد آسانی لپاره یو محور د هغه ګاډر په امتداد غځوو چې قوه یې مجهوله ده.
3- یادونه: په کاردیناتي سیستم کې د مرستندویه عمودي او افقي کرښو په رسمولو سره کولای شو په آسانی سره لازمي زاویې پیدا کړو.
مثال:
یو ساده میله یي مفصل لرنکی ساختمان د تهداب سره په غیر متحرک ډول د E,D,C مفصلو له لارې وصل شوی دی او د A په نقطې کې د $P = 10\ k\ N$ قوه اغیزه کوي.



5.2-شکل

زاویې په لاندې ډول سره راکړل شوي دي:

$$\angle DFA = 135°, \angle ABD = 60°, \angle DCB = 60°, \angle BDC = 30°, \angle DFE = 30°.$$

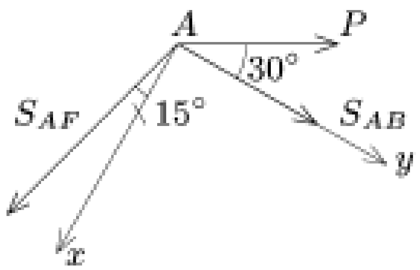
په ګاډرکي داخلي قوې پيداکړئ؟.

حل:

دغه ساختمان د شپږوګاډروڅخه تشکيل شويدی چې د درو مفصلو پواسطه سره تړل شوي دي.د فيرم برخي په تعادل کي دي.د هرې برخي A,Bاو F لپاره پرتاکلو محورونو باندې د مرتسموله لارې د تعادل دوې معادلي تشکيلوو.

د شپږومعادلو څخه شپږمجهول کميتونه پلاس راوړو.

1- حل د A د برخې څخه پيلوو ځکه چې دا برخه يوازې د دوو ګاډرو AB اوAF سره وصل شوې ده.د برخې د پرې کولو په وخت کې د هر ګاډر اغيزه په هغې قوې سره تعويضوو چې د مفصل څخه و ګاډرته متوجه ده.



5.3-شکل

- د تعادل معادلي تشکيلوو .د کار د آسانی لپاره د y محور د AB پر ګاډر توجيه کوو،نو لرو چې:

$$\sum X_i = S_{AF}\,cos15° - P\sin 30° = 0$$

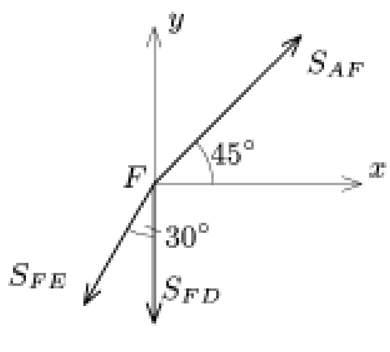
$$\sum X_y = -S_{AF}\,sin15° + P\cos 30° = 0$$

3- دا معادلي حلوو، د لومړئ معادلي څخه لرو:

$$S_{AF} = 51.76\;kN$$

$$S_{AB} = -73.21\;kN$$

4- د F برخي ته ګورو،و دې برخي ته درې ګاډره راغلي دي.



5.4شکل

په يوه د دې ګاډروکې قوه معلومه ده او هغه $S_{AF} = 51.76kN$ ده، نو په نورو ګاډروکې به قوې د مرتسمو له لارې پيداکړو:

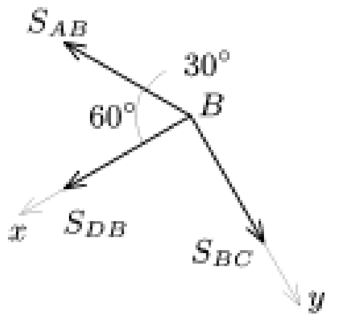
$$\sum X_i = -S_{FE}\, sin30° + S_{AF} \cos 45° = 0$$
$$\sum X_y = -S_{FA}\, cos30° - S_{FD} + S_{AF} \sin 45° = 0$$

نو:

$$\mathrm{S_{FE}} = 73.21\ kN; \qquad S_{FD} = 26.79\ kN$$

د B برخې لپاره پر هغو محورونو باندې د مرتسمو له لارې معادلې تشکيلوو چې پر BCاو BD ګاډرو باندې متوجه دي:

$$\sum X_i = S_{DB} + \ S_{AB} \sin 30° = 0$$
$$\sum X_i = S_{BC} - \ S_{AB} \cos 30° = 0$$



5.5شکل

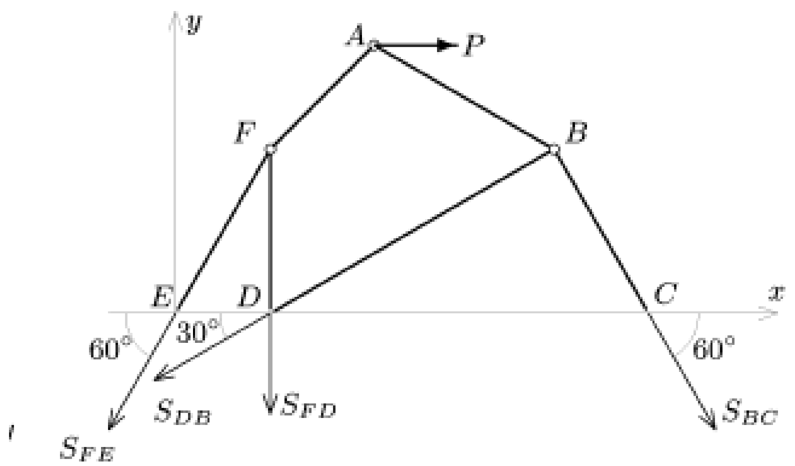
د معادلوپه حلولو سره لرو چې:

$$S_{DB} = -S_{AB}.\, sin30° = 73.12(0.5) = 36.6\ kN$$

$$S_{BC} = S_{AB}.\, Cos30° = -73.21(0.866) = -63.4\ kN$$

5– کنترول

د ټول سيستم و تعادل ته کتنه کوو:



5.6شکل

فيرم د تهداب څخه پر افقي مقطع باندې پرې کوو.د ګاډرو اغيزه په هغو قواو سره تعويضوو لکه مخکې چې پر خارجي نورمال باندې متوجه ول.پورته شکل ته دې وکتل شي.

پر فيرم باندې قوه ايزسيستم – متلاقي ندی،نو ځکه د دې سيستم لپاره بايد درې د تعادل معادلې وليکل شي چې يوه به يې د مومنت معادله وي.د مومنت د معادلې تشکيلول د قواو د کيفي سيستم په هکله ده.

نو د مسئلې د حل لپاره او هم دا چې د موضوع څخه نه يو وتلي ،دېتولو قواو د مرتسمو مجموعه د x او y پر محورونو باندې د ټول سيستم لپاره ليکو:

$$\sum X_i = -S_{FE}cos60° - S_{DB}\cos 30° + \ S_{BC}\cos 60° + P = 0$$

$$\sum Y_i = -S_{FE}\ sin60° - S_{FD} - S_{DB}\sin 30° - \ S_{BC}\sin 60° = 0$$

دغه مجموعې مساوي په صفر دي،نو ځکه حل هم سم دی.نتايج په کيلو نيوټن سره و جدول ته رسوو:

S_{AF}	S_{AB}	S_{FE}	S_{FD}	S_{DB}	S_{BC}
51.76	−73.21	73.21	−26.79	36.60	−63.40

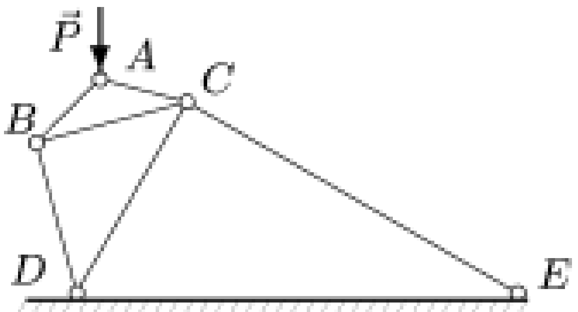
مشق اوتمرين

مستوي مفصل لرونکی ميله اي ساختمان پرغيرمتحرک تهداب باندې محکم کړل شوی او په يوه مفصل کې د عمودي او يا افقي P قوي تر اغيزې لاندې دی.په ګاډرونوکې داخلي قوې پيداکړئ.

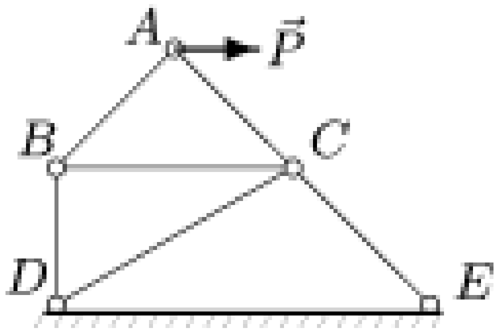
$$P = 1\ kN$$

$\angle ACB=30°$, $\angle ABC=30°$,
$\angle BDC=45°$, $\angle BCD=45°$,
$\angle CDE=60°$, $\angle CED=30°$.

1.



2.



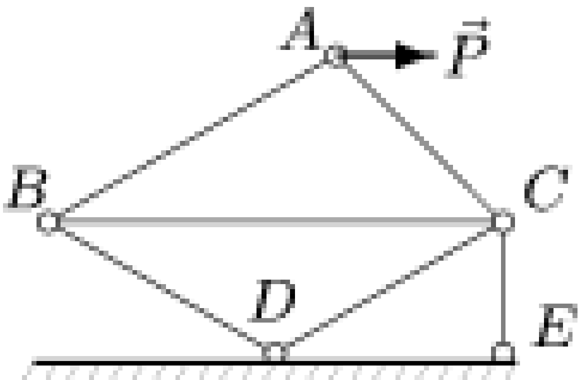
$P = 2\ kN$

$\angle ACB=45^\circ$, $\angle ABC=45^\circ$,
$\angle BDC=60^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$,
$\angle CDE=30^\circ$, $\angle CED=45^\circ$.

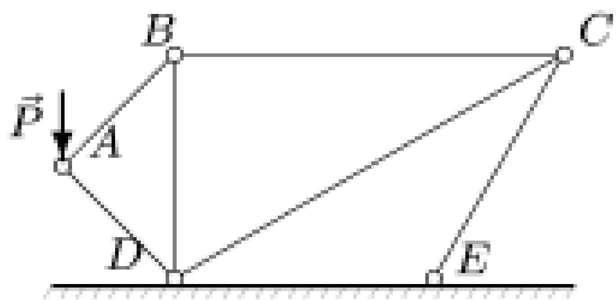
$P = 3\ kN$

$\angle ACB=45^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$,
$\angle BDC=120^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$,
$\angle CDE=30^\circ$, $\angle CED=90^\circ$.

3.



4.

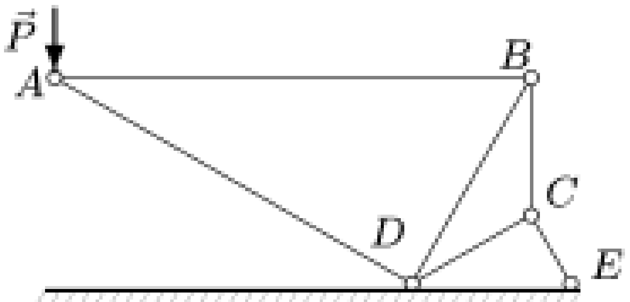


$\angle ABD=45^\circ$, $\angle ADB=45^\circ$,
$\angle BDC=60^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$,
$\angle CDE=30^\circ$, $\angle CED=120^\circ$.

$P = 5\ kN$

$\angle ABD=60^\circ$, $\angle ADB=90^\circ$,
$\angle BDC=30^\circ$, $\angle BCD=120^\circ$,
$\angle CDE=30^\circ$, $\angle CED=60^\circ$.

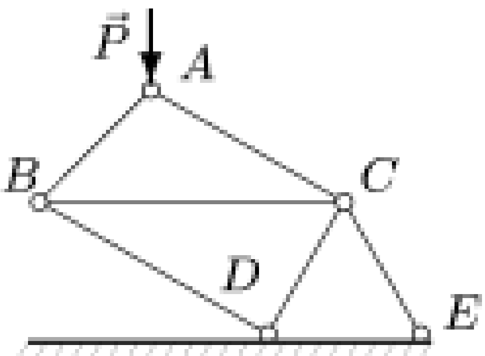
5.



$P = 6\ kN$

$\angle ACB=30^\circ$, $\angle ABC=45^\circ$,
$\angle BDC=90^\circ$, $\angle BCD=60^\circ$,
$\angle CDE=60^\circ$, $\angle CED=60^\circ$.

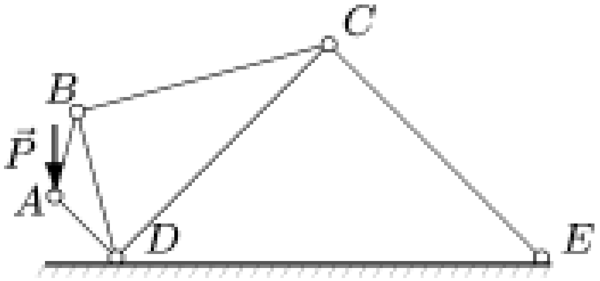
6.



$P = 7\ kN$

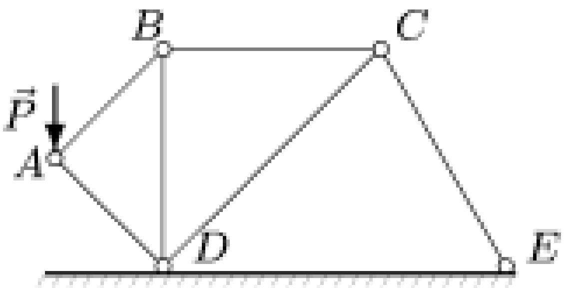
$\angle ABD=30^\circ$, $\angle ADB=30^\circ$,
$\angle BDC=60^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$,
$\angle CDE=45^\circ$, $\angle CED=45^\circ$.

7.



$$P = 8\ kN$$

8.



$\angle ABD=45°$, $\angle ADB=45°$,
$\angle BDC=45°$, $\angle BCD=45°$,
$\angle CDE=45°$, $\angle CED=60°$.

ځوابونه:kN

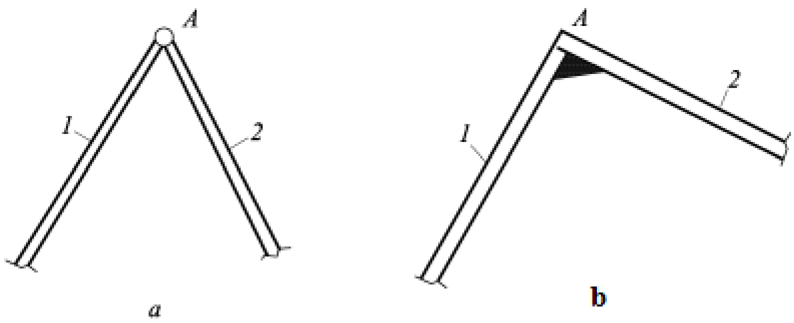
	S_{AB}	S_{AC}	S_{AD}	S_{BC}	S_{BD}	S_{CD}	S_{CE}
1	−1.115	−0.816	—	0.966	−0.558	−0.472	−0.106
2	1.414	−1.414	—	−1.000	1.000	0.732	−1.932
3	2.196	−1.553	—	−3.804	2.196	5.660	−3.928
4	2.828	—	−2.828	2.000	−2.000	−3.464	2.000
5	8.660	—	−10.000	15.000	−17.321	7.500	12.990
6	−5.379	−4.392	—	10.392	−7.608	−7.856	5.321
7	5.715	—	−2.092	2.858	−4.950	−2.475	1.429
8	5.657	—	−5.657	4.000	−4.000	−3.586	2.928

5.2- مستوي فرم Plane Frame

په ورځني ژوند کې د ګاډرواتصال او نښلونه لکه چې معمول دی په محاسبوي شيماګانو کې د غوټو له مخې پر دوه ډوله دي:

a- مفصلي

b- پوره شخ



5.7شکل

په لومړي حالت کي يو ګاډر د بل په نسبت کولای شي بيله کومه خنډه څخه را وګرځي (پر غوټي باندې د وارد شوي بار له امله محصلوي مومنت نظر و همدې غوټي ته صفر دی).

په دوهم حالت کي نښلول شوي مقطع ګاني يوډول خطي او زاويوي د ځای بدلون لري.

ګاډرايز سيستم فيرم بلل کيږي (مفصلي فيرم) که چيرې :

1- د هغه عناصر هغه سيده ګاډرونه وي چې يوازي او يوازي په يو محوره کشش- کښيکښلو کي کار کوي.

2- د هغه غوټي او اتکاوي مفصلي وي.

3- هغه هندسي نه بدليدونکی وي.

کله نا کله د فيرم ځيني عناصر شکل نه بدلونکي ګڼل کيږي (هله نود هغوی هندسه مهمه نه ده).پدې صورت کي خپله فيرم ،فيرم ايز سيستم ګڼل کيږي.په همدې ډول سره به سيده ګاډر د کار د آسانی په موخه «ګاډر« وبولو.

فيرم او فيرم ايز سيستم د خپلو هندسي او خارجي بار له امله په لاندې ډول سره دي:

- فيرم (فيرم ايز سيستم) مستوي ګڼل کيږي که چيرې د ټولو ګاډرو محورونه او همدارنګه متمرکزي او ويشل شوي قوې په يوه مستوي کي ځای ولري او د مومنټونو وکتورونه پر همدې مستوي باندې عمود وي.د مستوي فيرم ايز سيستم لپاره په اضافي ډول سره داسي انګيرل کيږي چي نوموړي مستوي د مطلق جامد جسمونود کتلوي او هندسي تناظر مستوي ده.که نه ،نو فيرم(فيرم ايز سيستم) فضايي ګڼل کيږي.

ګاډريز سيستم (همدارنګه فيرم) سيده متناظر(کوږ متناظر) بلل کيږي که چيرې

a- هغه هندسي يا د شخې د تناظر محور يا مستوي ولري

b- خارجي بار نظر و همدې محور يا مستوي ته سيده يا کوږ متناظر وي.

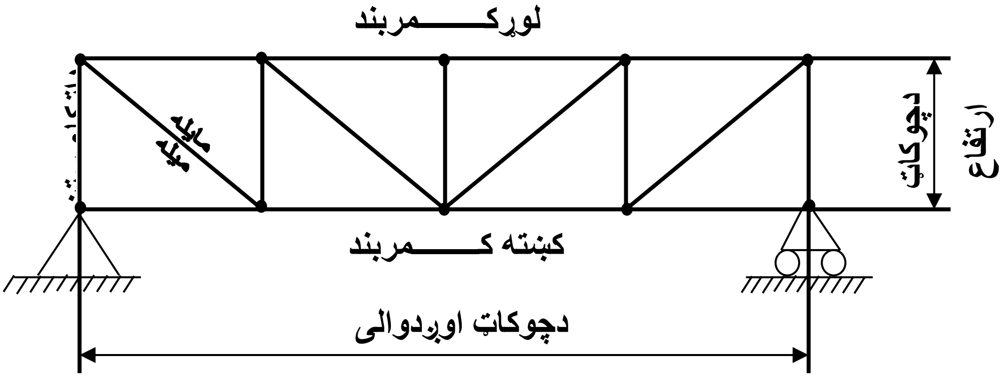
د دې لپاره چي سيده ګاډرونه چي تر خپل منځ او د اتکأ سره نښلول شوی هندسي نه بدليدونکی سيستم (مطلق شخ جسمونه) ،فيرم (فيرم ايز سيستم) و اوسي،اړينه او بس ده چي خارجي بار داسي وي:

- متمرکزي قوې پر غوټو باندې واردي شوي وي

- متمرکزي قوې او ويشل شوی بار د هغوی د محورونو په امتداد متوجه وي

- د ګاډر په مقطع ګانو کي تودوخيزه ساحه ثابته وي

د هغه فيرم ايزسيستم په هکله چي عناصر ئې د پوره شخ جسم په ډول وي،بار کيدای شي کيفي وي.



5.8شکل

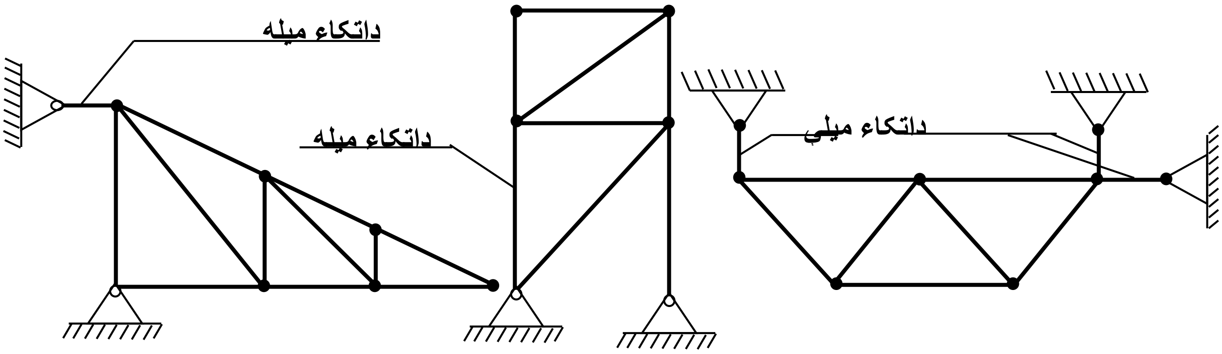
که چيرې د چوکاټ د ټولو ميلو محورونه په يوې مستوي کې واقع وي ، نو دا چوکاټ مستوي چوکاټ بلل کيږي .

هغه نقطې چې په هغو کې دغه محورونه سره يوځای کيږي ، د چوکاټ د غوټې په نامه سره ياديږي .

پرهغوبرخو چې چوکاټ تکيه کوي ، داتکايي برخو په نامه سره ياديږي .

د مستوي چوکاټ يا فيرم ميلې چې په پورتني محيط کې پرتې وي ، لوړکمربند جوړوي ، خوهغه ميلې چې په کښته محيط کې واقع دي کښته کمربند تشکيلوي .

عمودي ميلې د پايو يا ستنو په نامه سره ياديږي ، کږې پرتې ميلې ، مايلې ميلې نوميږي .



5.9-شکل

لکه چې پوهيږو دهرې اتکايي ميلې د عکس العمل قوه د ميلې پرمحور باندې متوجه ده .

که چيرې مفصلونه چې د چوکاټ ميلې سره نښلوي ايديال وي يعنې هلته داصطکاک قوه وجود ونه لري اوټولې خارجي تأثيرکوونکې قوې پربرخو او حصو باندې واردې شوي وي نوټولې ميلې يوازې او يوازې د کشش يا د کښيکښلوپه حالت کې وي ، ځکه پرهرې ميلې د هغې په آخري برخه کې قوه تأثيرکوي (د ميلود وزن څخه تيرېږو).

حقيقي چوکاټونه ايديال مفصلونه نه لري ، خو دا ډول يوه فرضيه په ميلوکې د قواو دپيداکولو کارآسانه کوي او د دې ډول محاسبو نتايج د عملي کار لپاره داعتماد وړ بلل کيږي .

5.3- د فيرم په ميلوکې د قواو د پيداکولو لپاره د غوټو د پرې کولو طريقه Joint method

د دې طريقې ماهيت پدې کې دی چې په خيالي ډول سره د چوکاټ برخې پرې کوو ، پرهغو باندې خارجي قوې واردوو، د ميلو دعکس العمل اوپرهرې برخې د واردو شوو قواو لپاره د تعادل دوې معادلې تشکيلوو.

لکه چې ښکاره ده د محاسبې په پيل کې دامعلومه نه وي چې کومې ميلې به کش شي اوکومې به کښيکښل شي ، نوځکه په شرطي ډول سره داسې منل کيږي چې ټولې ميلې به کش شي (د عکس العمل قوې د حصو اوبرخو څخه پيل کيږي).

که چيرې د محاسبې په جريان کې نتيجه د منفي علامې سره پلاس راغله ، نو دا د دې معنی ورکوي چې ميله اصلاً کښيکښل کيږي .

په ميلو کې د عکس العمل پيداکړل شوي قوې به په مودول سره د داخلي قواو سره مساوي وي .

د برخو اوحصو د مطالعي ترتيب معمولاً داسي وي چي د مجهولو قواو شميرچي پربرخو باندې واردي شوي دي تر «2» دوو زيات نه وي پدې صورت کي دا مجهول کميتونه د ميلي د قواو د تعادل د «2» دوو معادلو څخه سمدلاسه پيداکيږي .

د محاسبي د سم والي د کنترول لپاره دهغو قواو په هکله چي پرهرې برخي باندې واردي شوي دي کولای شو چي قوه ايزکثيرالاضلاع رسم کړو او هغه بايد بوتړلی کثيرالاضلاع وي .

د فيرم د معين والي درجه پدې فورمول سره پيداکيږي:

$$w = 3D - 2m + C_0$$

D- د فيرم د عناصرو شميره $D = 7$

m– د ساده يا يووستو مفصلونو شميره $m = 12$

C_0– د ارتباطاتو شميره (داتکاء عکس العملونه)

نود دې فيرم لپاره

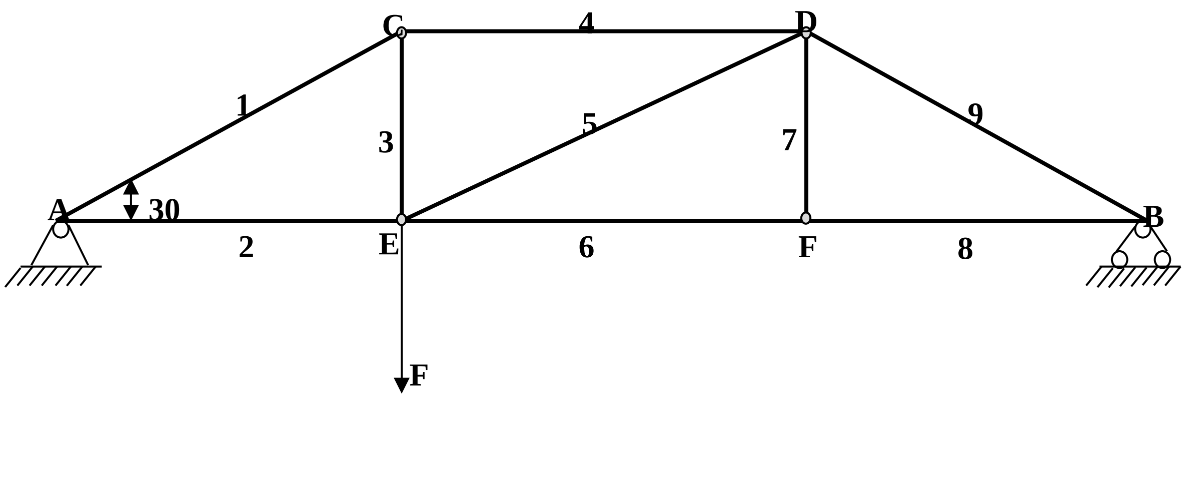
$$w = 3(7) - 2(12) + 3 = 21 - 24 + 3 = 0$$

که چيرې $w = 0$ نو سيستم ستاتيکي معين دی .

که $w < 0$ نو سيستم ستاتيکي نامعين دی .

که $w > 0$ نو سيستم ميخانيزم دی او هغه په ستاتيک کي نه مطالعه کيږي .

د غوټو پرې کول :

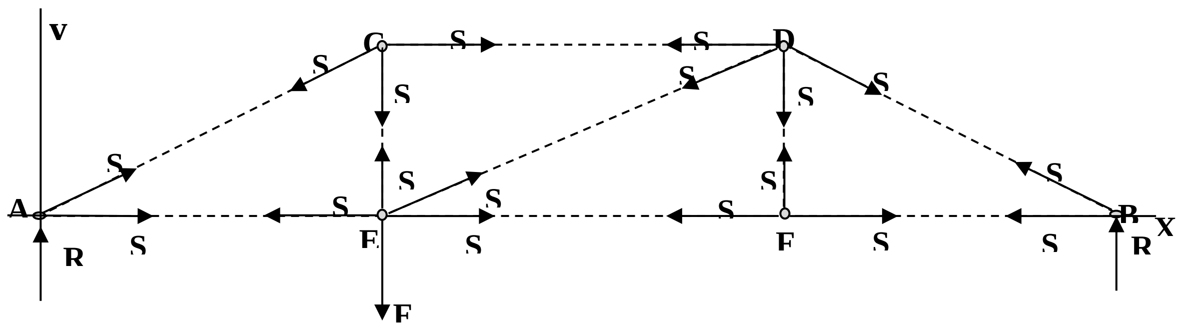


5.10شکل

که د «F» قوه چي مودول يي $F = 60\ kN$ دی ، د E پربرخي باندې عمودي وارده شي او د «B» مفصل د اتکاء دعکس العمل قوه د اتکاء پرمستوي باندې عموده وي ، نو د «A» غيرمتحرک مفصل د اتکاء د عکس العمل قوه به هم د هغوی سره موازي وي ، يعني دا قوه به هم عمودي بڼه ولري .

لکه چي پوهيږو د «F» قوه کولای شو پر دوو «2» موازي مرکبو باندې تجزيه کړو چي د «A» او «B» په نقطو کي به تأثيروکړي .

د دې مرکبو قواو مودول د AE او BE د فاصلوسره معکوساً متناسب دی او د هغوی د جمع حاصل به د F قوې د مودول سره مساوي شي .



5.11-شکل

د هغو قواو لپاره چې د چوکاټ فشار پراتکاء باندې په ګوته کوي ، د عکس العمل قوې شته دي چې د اتکاء د عکس العمل قوې بلل کیږي او پدې ډول سره پیداکیدلای شي :

$$R_A + R_B - F = 0$$

$$R_A + R_B = F = 60kN; \qquad \frac{R_A}{R_B} = \frac{BE}{AE} = 2 \Rightarrow \quad R_A = 2R_B$$

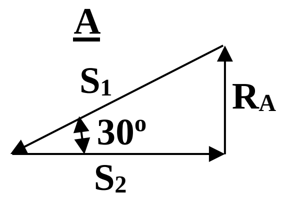
$$2R_B + R_B = 60 \Rightarrow \quad 3R_B = 60 \quad ; \quad R_B = \frac{60}{3} = 20\ kN$$

$$R_B = 20\ \ kN$$

$$R_A = 2\ R_B = (2)20 = 40\ \ kN$$

د چوکاټ دهرې برخې لپاره د قواو د تعادل معادلې چې پردې برخوباندې واردې شوې دي تشکیلوو او د محاسبې د سم والي د کنترول لپاره د قواو کثیرالاضلاع رسموو، چې باید تړلی وي . د کثیرالاضلاع د رسمولو په وخت کې ټولې قوې په یوه مقیاس باندې رسموو ، اصلي جهت یې هم په نظرکې نیسو چې کشیږي اویاکښیکښل کیږي . دلته د کثیرالاضلاع ګانو د محاسبې څخه ګټه اخلو.

محاسبه د«A» د برخې څخه پیل کوو چې پر هغې باندې دوې مجهولې $S_2 - S_1$ قوې واردې شویدي .



$$\Sigma X_k = 0$$

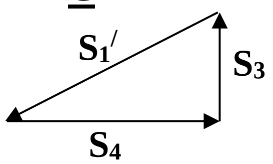
$$S_2 + S_1 . Cos30° = 0$$

$$\Sigma y_k = 0$$

$$R_A + S_1 . Cos60° = 0$$

$$S_1 = -\frac{R_A}{Cos60°} = -80\ kN; \qquad S_2 = -S_1 . Cos30° = 69.2\ kN$$

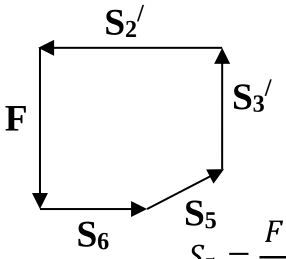
C



$$\Sigma X_k = 0$$
$$-S_1' . Cos30° + S_4 = 0$$
$$\Sigma y_k = 0$$
$$-S_1' . Cos60° - S_3 = 0$$

$$S_3 = -S_1' . Cos\ 60° = -\big(-80(0.5)\big) = 40\ kN\ ; \quad S_4 = S_1' . Cos\ 30° = -69.2\ kN$$

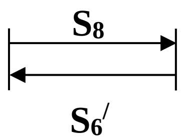
E



$$\Sigma X_k = 0$$
$$-S_2' + S_6 + S_5 . Cos\ 30° = 0$$

$$\Sigma y_k = 0$$
$$S_3' - F + S_5 . Cos60° = 0$$
$$S_5 = \frac{F - S_3'}{Cos60°} = 40\ kN; \quad S_6 = S_2' - S_5 . Cos30° = 34.60\ kN$$

F

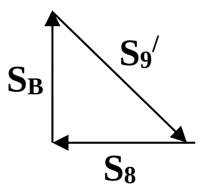


$$\Sigma X_k = 0$$
$$-S_6' + S_8 = 0 \qquad S_8 = S_6' = 34.6\ kN$$
$$\Sigma y_k = 0\ ; \qquad S_7 = 0$$

$$\Sigma y_k = 0$$

$$R_B + S_9' . Cos60° = 0; \ S_9' = -\frac{R_B}{cos60°} = -40\ kN$$

B



په لاس راغلي نتايج وجدول ته رسوو:

ميله	1	2	3	4	5	6	7	8	9

S(kN)	−80	69.2	40	−69.2	40	34.6	0	34.6	−40

د دي جدول څخه دا نتیجه اخلوچي د چوکاټ پورتنی کمربند کښیکښل کیږي ولي کښتنی کمربند یې کشیږي.

د چوکاټ په ځینو برخو کې د قواو قیمت ښایي د صفره سره مساوي شي . دغه ډول میلي د«صفري» میلوپه نامه سره یادیږي . د دي ډول میلو لپاره موږ د ځینو قضیو اوتعریفوڅخه ګټه اخلواو بیله دي چي محاسبه ترسره کړو په هغوی کې د قواو قیمت معلوم ولای شو .

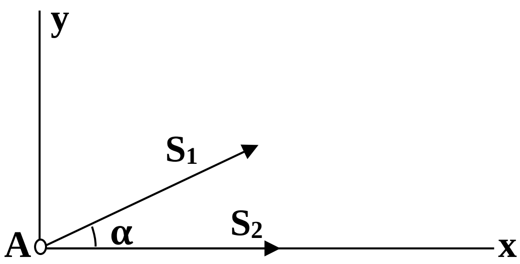
5.4- د صفري میلو په هکله قضیيZero-force members

لومړی قضیه:

که چیرې په یوه چوکاټ کې چي د قواو ترتأثیرلاندي دی

دوي میلي سره یوځای شي ،نو پدي میلوکې قوې مساوي

په صفرسره دي



شکل-5.12

$$\Sigma X_k = 0$$
$$S_2 + S_1 . \cos(90° - \alpha) = 0$$
$$S_1 = 0 \quad ; \quad S_2 = 0$$

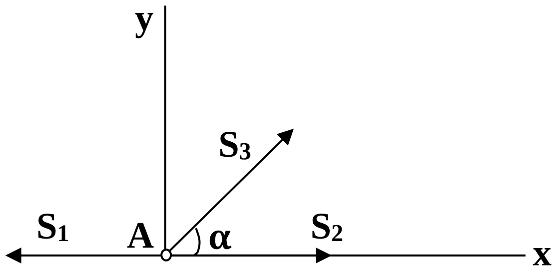
دوهمه قضیه :

که د یوه چوکاټ په تشه برخه کې دري میلي سره یوځای شي او د هغو څخه

دوي میلي پریوی مستقیمي کرښې باندي واقع وي ، نوپه دریمه میله کې قوه

صفرده

په لومړیو دوو میلو کي قوې یوه د بې سره مساوي ده .



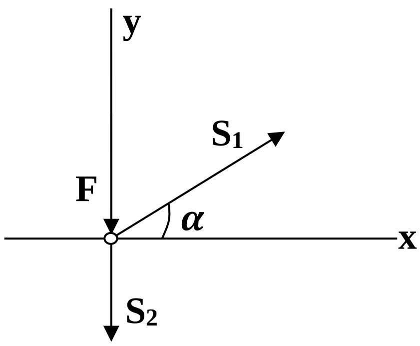
5.13شکل

$$\Sigma X_k = 0$$

$$-S_1 + S_2 + S_3.Cos\alpha = 0$$
$$\Sigma y_k = 0;$$
$$S_2.Cos(90° - \alpha) = 0 \; ; \; S_3 = 0 \; ; \; S_1 = S_2$$

دريمه قضيه :

كه د يوه چوكاټ په يوه برخه كې دوې ميلې سره يوځاى اوپردې برخې باندې خارجي قوه وارده وي نو د هغې د تأثيركربنه كه د دوو ميلو څخه د يوې د محورسره سمون ولري ، نوپدې ميلې كې قوه په مودول سره د واردې قوې سره مساوي ده خوپه بلې ميلې كې قوه مساوي په صفرسره ده .



5.14شکل

$$\Sigma X_k = 0$$
$$S_1.cos\alpha = 0 \; ; \; \Rightarrow \quad S_1 = 0$$
$$\Sigma y_k = 0 \; ;$$
$$-F - S_2 + S_1.sin\alpha = 0 \Rightarrow \; S_2 = -F$$

د صفري ميلو په هكله د قضيو تطبيق :

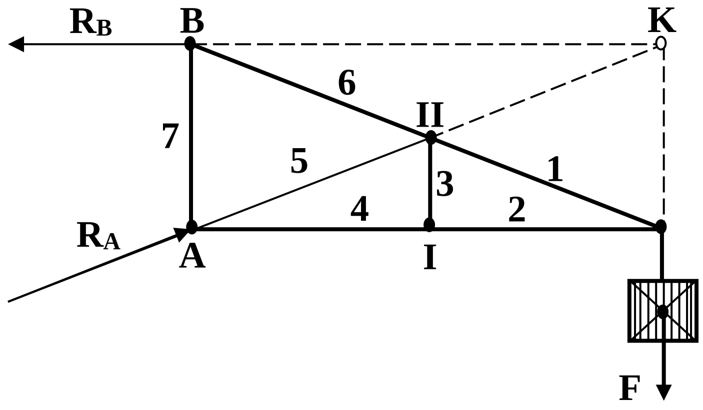
د دوهمي قضيې د تطبيق لپاره د لومړۍ برخې «I»

په هكله معلوميږي چې : $S_3 = 0$

له هغه وروسته خيالي «3» دريمه ميله ايسته

غورځوو او همدا ډول دا قضيه د IIبرخي لپاره به

داسي وي چي : $S_5 = 0$



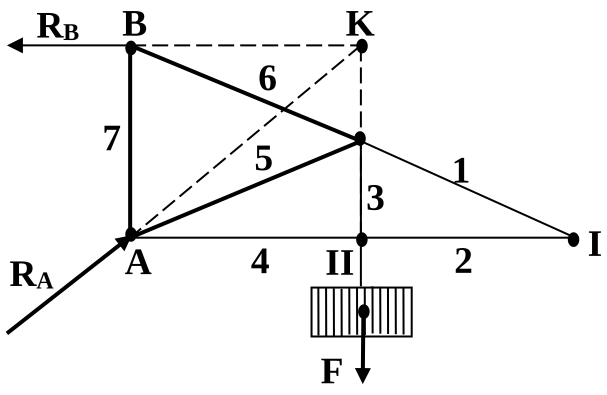
5.15-شکل

لومړۍ قضيه پرIبرخي باندي تطبيقواو ، نو

$$S_1 = 0 \quad ; \; S_2 = 0$$

وروسته «3» دريمه قضيه د II برخي په هکله

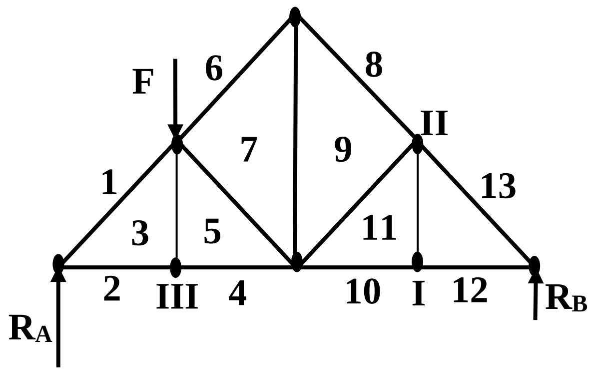
تطبيقواو: $S_4 = 0$



5.16شکل

د II,I او IIIبرخي ترمطالعي لاندي نيسو.

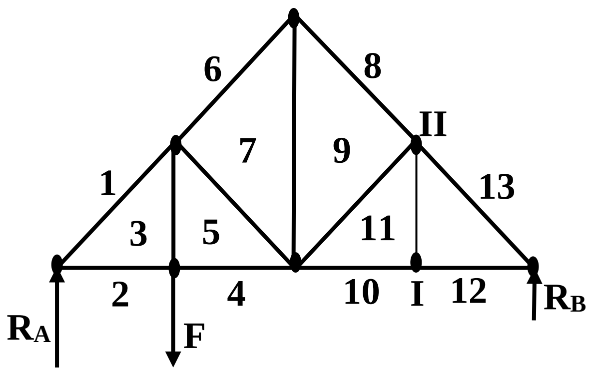
$$S_{II} = 0; \quad S_9 = 0; \quad S_3 = 0$$



5.17شکل

لومړی I او IIبرخي ترکتني لاندې نیسو:

$$S_9 = 0; \qquad S_{11} = 0$$

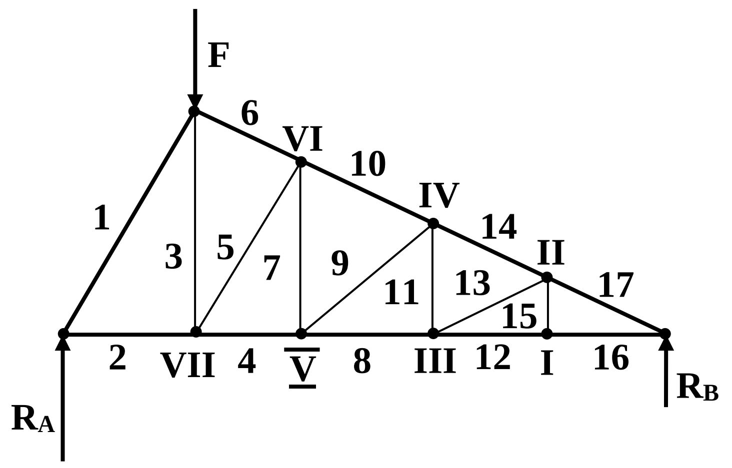


5.18-شکل

دلته هم د I–VIIبرخي ترکتني لاندې نیسو:

$$S_{15} = 0; \qquad S_{13} = 0 \qquad S_{11} = 0$$

$$S_9 = 0 \qquad S_7 = 0 \qquad S_5 = 0$$



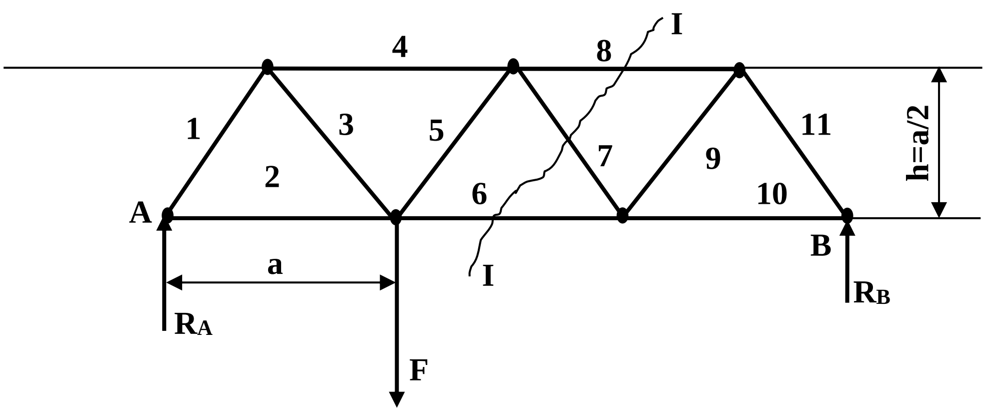
5.19شکل

$$S_3 = 0$$

5.5- د ريخترپه طريقه په فيرم کي د قواو تعينول
Analysis of trusses by the method of Rikhter ; Method of Section

په مستوي فيرم کي د قواو د پيداکولولپاره د«ريختر» د پري کولود طريقي څخه کاراخلو.

په شکل کي د راکړل شوي فيرم لپاره چي پرهغه باندي دا خارجي قـــــوې $F = 60kN$ ، $R_A = 40KN$ او $R_B = 20KN$ ، تأثيرکوي ، په ميلوکي د عکس العمل نامعلومي قوي پيداکوو.



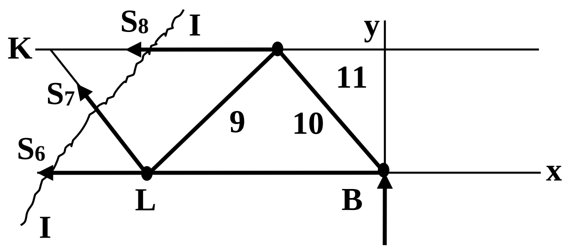
5.20شکل

د کارد اسانی لپاره دا منو چي ټولي ميلي به کش شي . که چيري د يوي قوي پيداکړل شوي علامه منفي راوخيژي ، نودابه پدي معنی وي چي دا ميله اصلاً کښيکښل کيږي .

دمثال په توګه – د 6 ميلي لپاره به په هغي کي دعکس العمل قوي پيداکړو .

د دي کارلپاره موږدا فيرم په لومړي ځل د I-I قاطع پواسطه داسي پري کوو چي تر«3» دري زياتي ميلي پری نه کړو .

خيالي او فکري د فيرم چپه خوا ايسته غورځوو او د هغي تأثيرپراسته پلو د عکس العمل قواو له لارې S_6، S_7 ، S_8 عوض کوو.دغه قوې د دې برخې پرهمهغه ځايوباندې تأثيرکوي اوجهت يې د غورځول شوي برخې پرلوردی .



5.21شکل

د دې لپاره چې د S_6 قوه په جلاتوګه سره بيله دې چې د S_7 او S_8 سره کوم تړاو ولري ، پيدا کړو ، نود راستې خوا د ټولو قواو مومنتونه نظرد «K» ونقطې ته پيدا کوو. د «K» په نقطې کې د S_7 او S_8 قواو د تأثيرکرښې سره قطع کوي او همدغه نقطه د ريخترد نقطې په نامه سره يادېږي .

$$\Sigma M_K(F_K) = 0 \quad ; \quad -S_6 h + R_B 1.5\, a = 0$$

لکه څنګه چې $h = 0.5a$، نو :

$$S_6 = R_B \frac{1.5a}{0.5a} = \frac{1.5}{0.5} = 60\ kN$$

د I-I مقطع څخه په ګټې اخيستلو سره د S_7 قوه د S_6 او S_8 قواو څخه جلا کوو:

د ټولوقواو چې پرراستې خوا باندې تأثيرکوي مرتسمې د «y» پرعمودې محورباندې پيداکوو.

لکه چې معلومېږي د S_6 او S_8 قواو مرتسمې پردې محورباندې صفروي .

$$\Sigma y_K = 0; \ R_B + \ S7.Cos\ 45° \ = \ 0$$
$$S_7 = -\frac{R_B}{Cos\ 45°} = -28.3\ kN$$

دS_8 قوې د پيداکولو لپاره دهمدغو قواو مومنت نظرد ريخترونقطې «L» ته پيدا کوو . پدې نقطې کې د S_6 او S_7 قواو د تأثيرکرښې سره قطع کوي :

$$\Sigma M_L(F_K) = \ 0 \ \ ; \ S_8\, h + R_B . a = 0$$
$$S_8 = -R_B \frac{a}{h} = -\frac{R_B 2h}{h} = -40\ kN$$

د قواو د پيداکړل شوو علامو څخه ښکاري چې «6» ميله کشيږي ، خوپرعکس «7» او «8» ميلې کښيکښل کيږي.

په ميلو کې د قواو د پيداکولو دغه ډول طريقه د جرمني عالم «ريختر» لخوا وړاندې کړل شوې اوپه وياړ يې د ده په نامه سره يادېږي .

مثال.

په شکل کې د فیرم په 8 ، 9 او 10 میلوکې قوې پیداکړئ که چیرې :

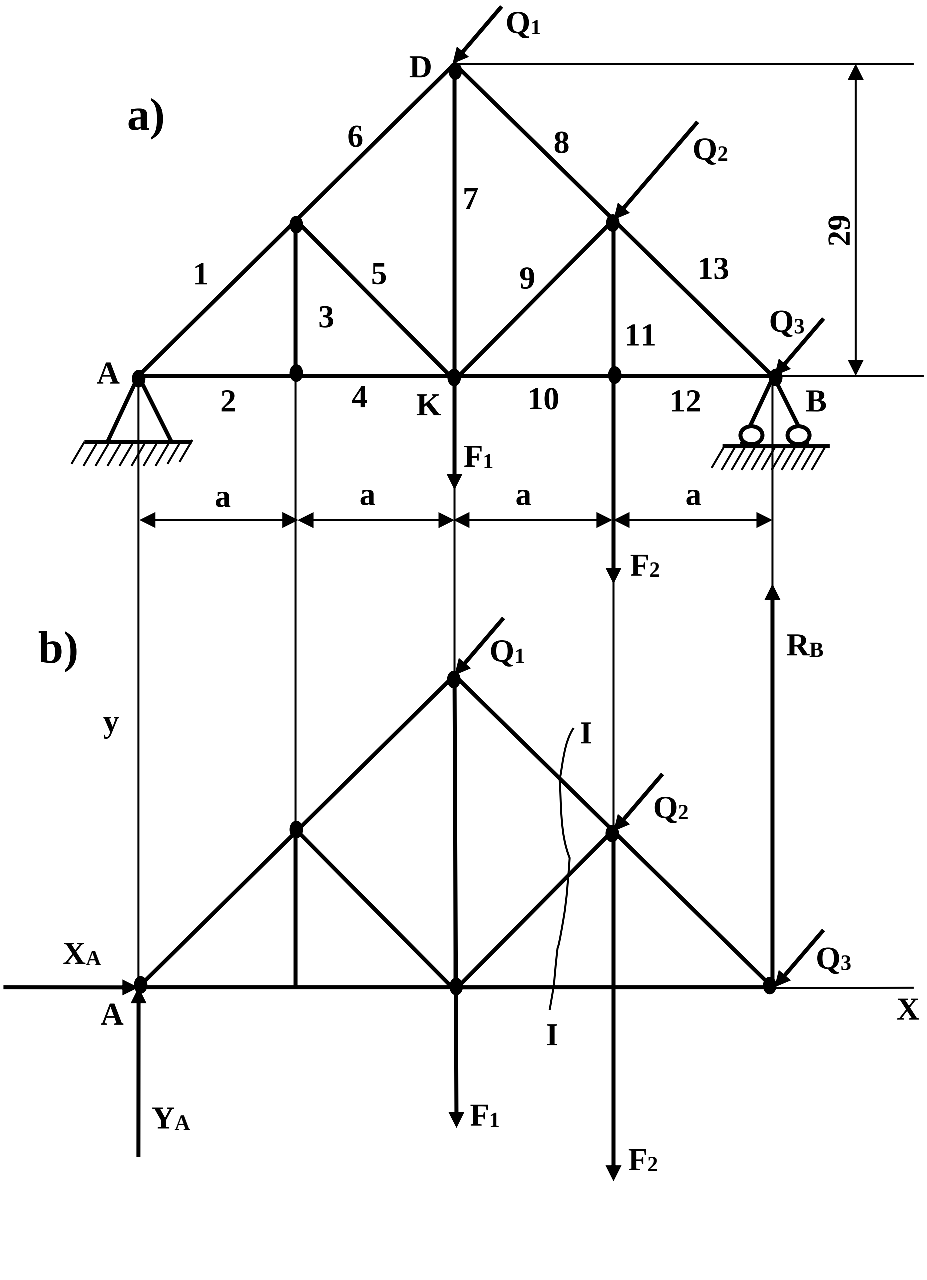
$$F_1 = 40\ kN \text{ ، } F_2 = 80\ kN \text{ ،} Q_1 = Q_3 = 10\ kN \text{ ، } Q_2 = 20\ kN \text{ ، } AB = 4a\ \&$$

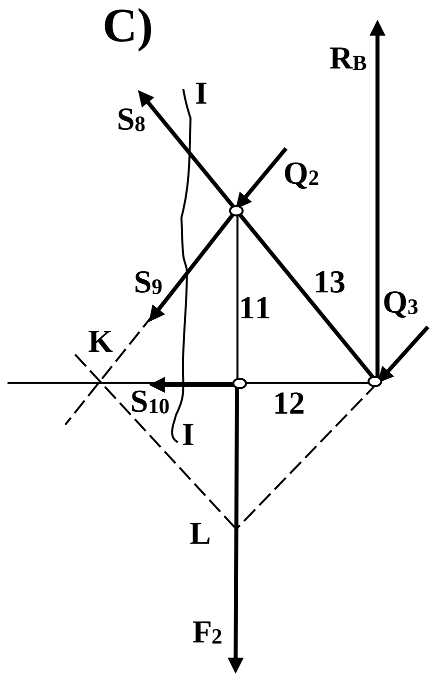
$$KD = 2a$$

د a - شکل

حل :

ترهرڅه دمخه د X_A ، Y_A او R_B د اتکاء د عکس العمل قوې پیداکوو، د (b شکل)





5.22شکل

پرفیرم باندې د تأثیرکوونکو قواو د تعادل معادلې تشکیلوو:

$$\Sigma M_A(F_K) = 0; \quad -F_1.2a - F_2.3a + R_B.4a - Q_2.a\sqrt{2} - Q_3.2a\sqrt{2} = 0$$

$$R_B = \frac{F_1.2 + F_2.3 + Q_2\sqrt{2} + Q_3.2\sqrt{2}}{4} = 9.41\ kN$$

$$\Sigma X_K = 0\ ; \qquad X_A - Q_1.Cos45° - Q_2.Cos45° - Q_3.Cos45° = 0$$

$$X_A = (Q_1 + Q_2 + Q_3).Cos45° = 40\frac{\sqrt{2}}{2} = 28.3\ kN$$

$$\Sigma YK = 0\ ;$$

$$Y_A - F_1 - F_2 + R_B - Q_1.Cos\ 45° - Q_2Cos\ 45° - Q_3Cos45° = 0$$

$$Y_A = F_1 + F_2 + (Q_1 + Q_2 + Q_3).Cos45° - R_B = 54.2\ kN$$

په 8 ، 9 او 10 میلو کې د قواو د پیداکولو لپاره د I-I مقطع څخه کاراخلو .

په خیالي ډول سره د فیرم چپه خواایسته غورځوو، پرراستې خواباندې دهغوتأثیردعکس العمل په قواو یعني S_8 ، S_9 او S_{10} سره تعویضوو، د هغوی جهت د غورځول شوي برخې وخواته متوجه کوو د(C شکل) .

د دې لپاره چې هره قوه په جلاتوګه سره پیداکړو نود تعادل د معادلو په کاراچولوسره (په مستوي کې د کیفي قواو د سیستم د تعادل معادلې) ، د ټولوقواو چې پرجسم باندې تأثیرکوي ، مومنتونه نظرد ریخترونقطوته یعني K ، B او L ته پیدا کوو .پدغو نقطو کې د درو قواو څخه د دوو قواو د تأثیرکرښې سره قطع کوي :

$$\Sigma M_K(F_K) = 0$$

$$S_8.a\sqrt{2} - F_2.a + R_B.2a - Q_3.a\sqrt{2} = 0$$

$$S_8=\frac{F_2}{2}-R_B.\frac{\sqrt{2}}{2}+Q_3=-66.5\ kN$$

$$\Sigma M_B(F_K)=0\ \ ;$$

$$S_9.a\sqrt{2}+Q_2.a\sqrt{2}+F_2.a=0$$

$$S_9=-\left(Q_2+\frac{F_2}{\sqrt{2}}\right)=-76.6\ kN$$

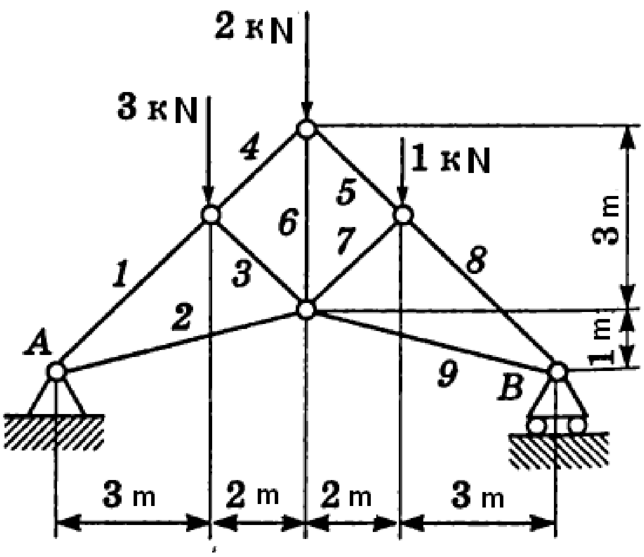
$$\Sigma M_L(F_K)=0\ ;$$

$$-S_{10}.a+R_B.a-Q_3.a\sqrt{2}=0$$

$$S_{10}=R_B-Q_3.\sqrt{2}=80\ kN$$

5.6- مشق او تمرين

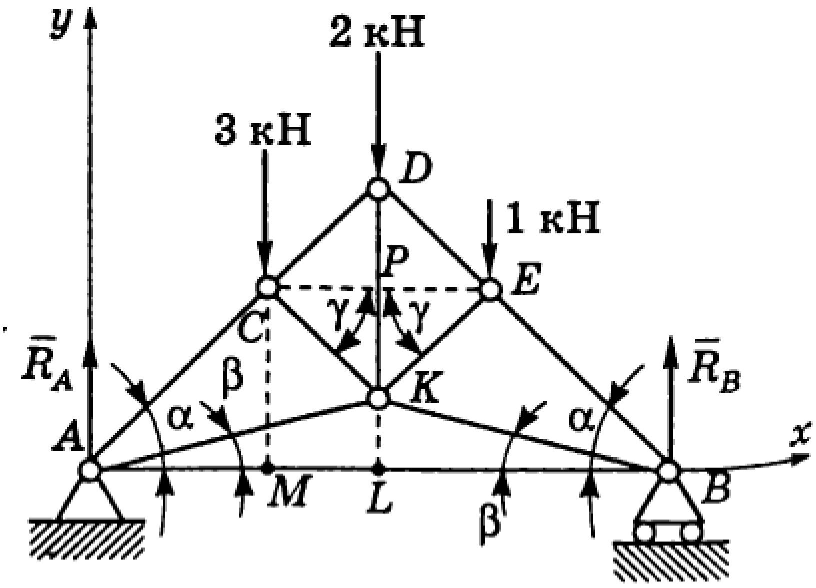
- په شکل کي د فيرم لپاره چي د قواو تراغيزي لاندي دی د اتکاوو دعکس العمل قوي اوپه ميلو کي داخلي قوي پيداکړئ ؟



5.23 شکل

لاربنوونه:

تر هرڅه دمخه د تعادل معادلي د ټول فيرم لپاره ليکو:



$$\begin{cases} R_A + R_B - 3 - 2 - 1 = 0 \\ -3(3) - 2(5) - 1(7) + R_B\, 10 = 0 \end{cases}$$

نو لرو چي:

$$R_B = \frac{9 + 10 + 7}{10} = 2.6\ kN$$

$$R_A = 6 - R_B = 6 - 2.6 = 3.4\ kN$$

اوس نو زاويې پيدا کوو:

$$cos\alpha = \frac{AL}{AD} = \frac{AL}{\sqrt{AL^2 + LD^2}} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = 0.78$$

$$sin\alpha = \frac{DL}{AD} = \frac{4}{\sqrt{41}} = 0.625$$

$$cos\beta = \frac{AL}{AK} = \frac{AL}{\sqrt{AL^2 + KL^2}} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 1^2}} = 0.98$$

$$sin\beta = \frac{KL}{AK} = \frac{1}{\sqrt{26}} = 0.196$$

او وروسته:

$$\frac{DL}{AL} = \frac{MC}{AM} => MC = \frac{DL.AM}{AL} = \frac{4(3)}{5} = 2.4$$

$$DP = DL - MC = 4 - 2.4 = 1.6\,m; PK = DK - DP = 3 - 1.6 = 1.4\,m$$

$$cos\gamma = \frac{CP}{CK} = \frac{CP}{\sqrt{CP^2 + PK^2}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 1.4^2}} = \frac{2}{2.44} = 0.81$$

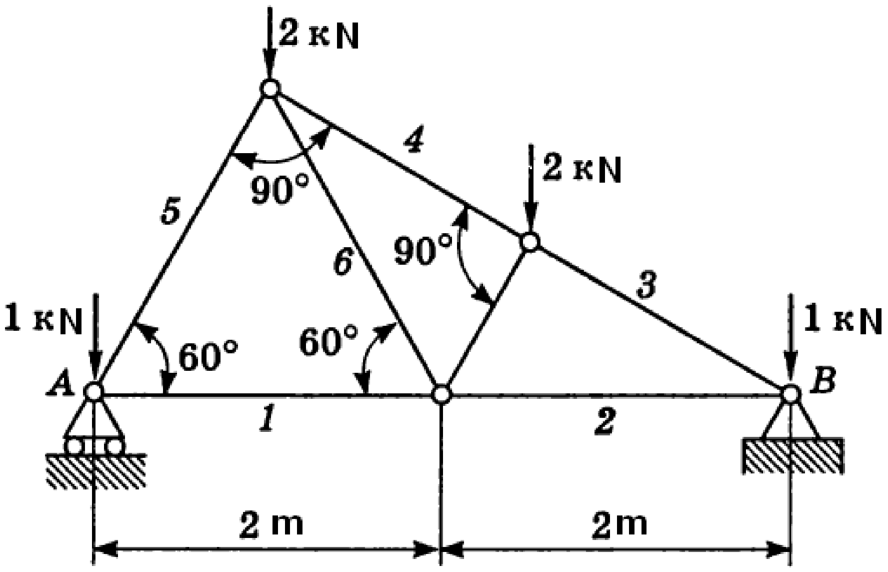
$$sin\gamma = \frac{PK}{CK} = \frac{1.4}{2.44} = 0.574$$

پيل د A د نقطي څخه کوو.

ځواب : $R_A = 3.4\,kN$; $R_B = 2.6\,kN$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
قوه kN	−7.3	5.8	−2.44	−4.76	−4.76	3.9	−0.82	−5.59	4.5

- د ساختماني فيرم لپاره د شکل سره سم د اتکاء دعکس العمل قوې اوپه ميلو کي داخلي قوې پيداکړی؟

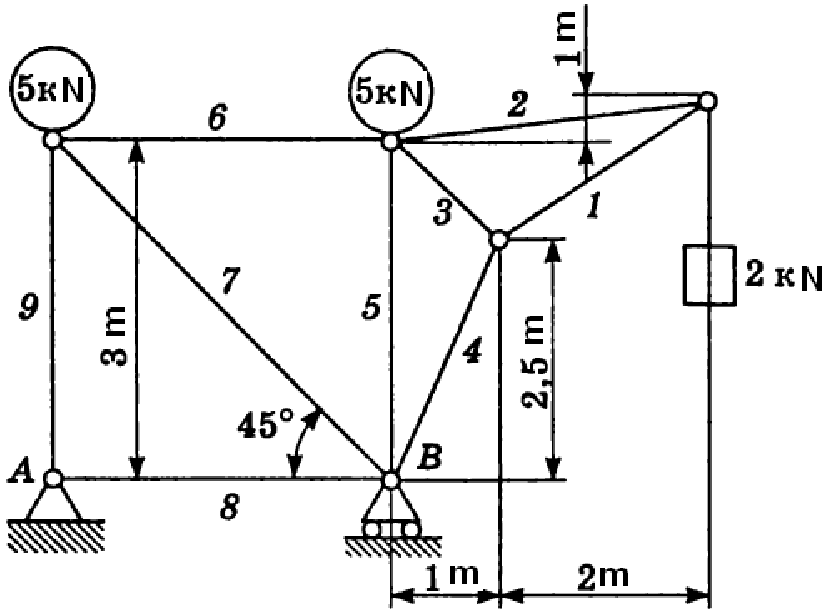


5.24 شکل

ځواب: $R_A = 3.25kN$; $R_B = 2.75kN$

N°	1	2	3	4	5	6	7
kN	1.3	3.03	−3.5	−2.5	−2.6	1.73	−1.73

- د شکل سره سم د فيرم لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې اوپه ميلو کي داخلي قوې پيداکړئ ؟



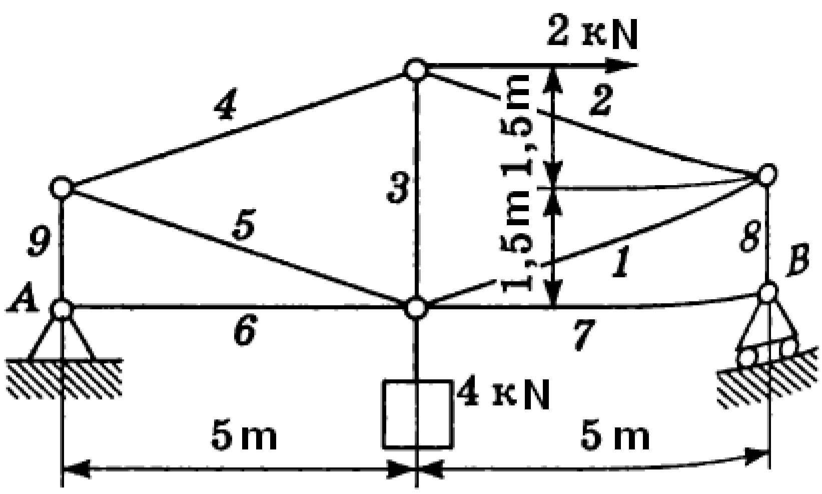
5.25 شکل

ځواب :

$$R_A = 3\ kN; R_B = 9\ kN$$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kN	-6.0	5.1	-3.13	-5.45	-2.0	2.0	-2.83	0	-3.0

- د شکل سره سم فیرم لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې اوپه میلو کې داخلي قوې پیدا کړئ . پدې مسئله کې د Ox محورد AB پرافقي مستقیمي کرښې اود oy محور عمودي موقعیت لري.

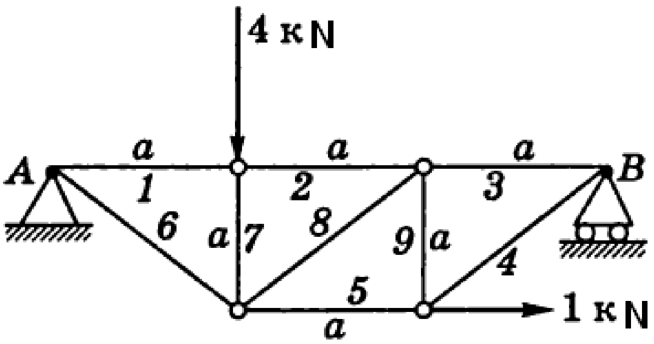


5.26 شکل

ځواب: $R_B = 2.6\ kN$; $Ry = 1.4\ kN$; $Rx = -2\ kN$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kN	4.5	−4.5	2	−2.44	2.44	2	0	−2.6	−1.4

- د شکل سره سم فیرم لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې اوپه میله کې داخلي قوې پیداکړئ ؟

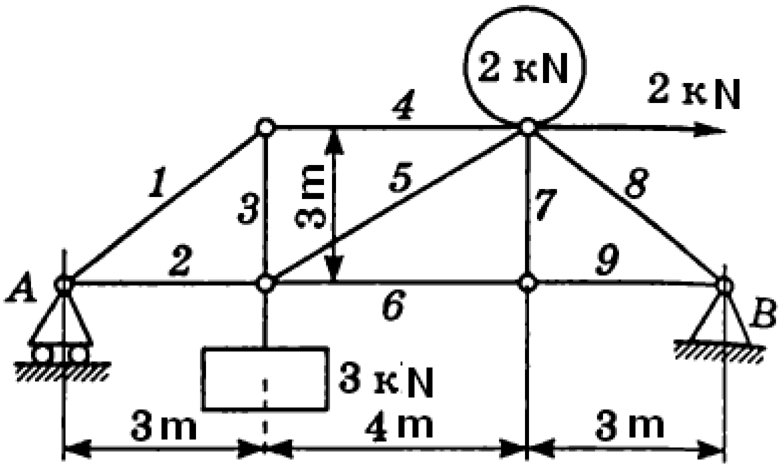


5.27 شکل

ځواب : $R_B = 1\ kN \quad ; \quad Ry = 3\ kN \quad ; \quad Rx = -1\ kN$

$N°$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kN	−2	−2	−1	1.41	2	4.24	−4	1.4	−1

- د شکل سره سم فیرم لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې اوپه میلوکی داخلي قوې پیداکړئ ؟



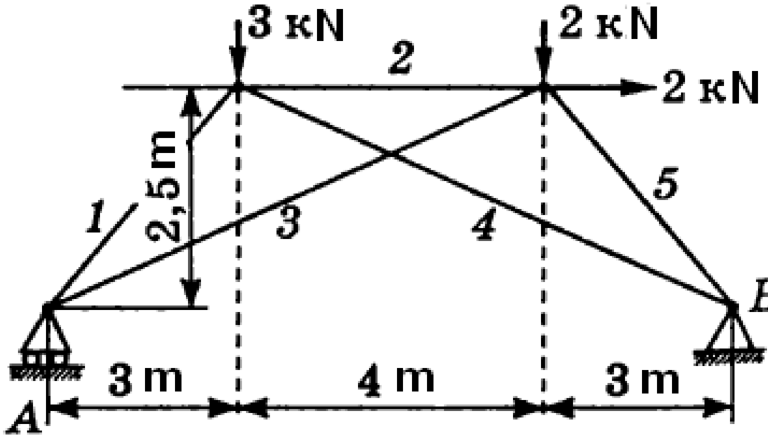
5.28 شکل

ځواب : $Ry = 2.9\ kN \quad ; \quad Rx = -2\ kN \quad ; \quad R_A = 2.1\ kN$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9

kN	-2.97	2.1	2.1	-2.1	1.5	0.9	0	-4.1	0.9

- د شکل سره سم فيرم لپاره د اتکاء د عکس العمل قوې او په ميلو کې داخلي قوې پيداکړئ . دريمه اوڅلورمه نمره ګادرونه د مفصل پواسطه د هغو د تقاطع په نقطه کې نه دې سره نښلول شوي .

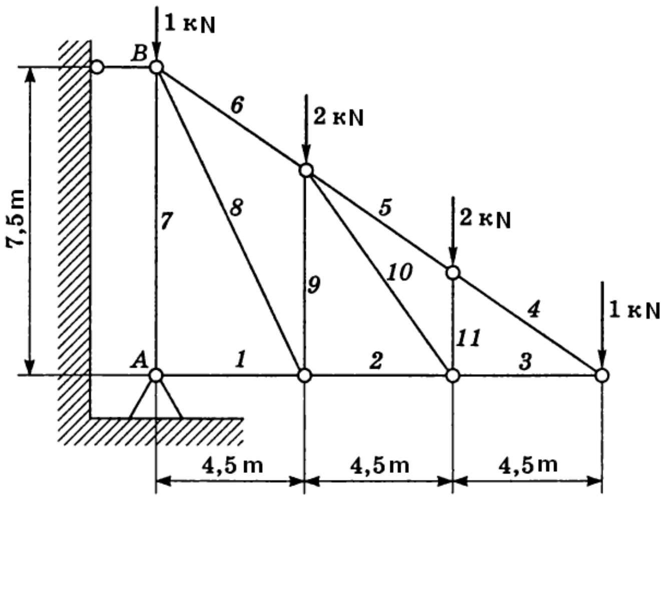


5.29 شکل

ځواب : $R_A = 2.2\ kN \quad ; \quad Rx = -2\ kN \quad ; \quad Ry = 2.8\ kN$

N°	1	2	3	4	5
kN	-6	-7	4.9	2.53	-5.7

- د شکل سره سم ګادرلپاره چې د قواو تراغيزي لاندي دی د اتکاوو د عکس العمل قوې او په ميلو کې داخلي قوې پيداکړئ .

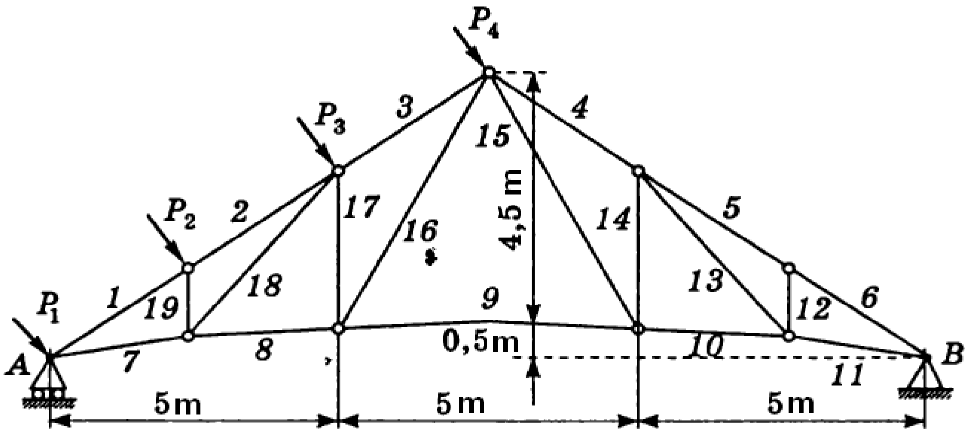


5.30 شکل

ځواب : $Ry = 6\ kN$; $Rx = 5.4\ kN$, $R_B = -5.4\ kN$

$N°$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
kN	-5.4	-3.6	-1.8	2.06	2.06	4.1	-6	3.5	-3	-2.7	-2

- د شکل سره سم فیرم لپـــــــــــــاره چې د بار تراغیزي لاندې دی د $P_1 = P_4 = 312.5\ N$ او $P_2 =$ ، $P_3 = 625\ N$ د اتکاء د عکس العمل قوې منځ ته راځي . نوموړې قوې اوپه میلو کې داخلي قوې پیداکړئ؟



5.31 شکل

ځواب : $Ry = 563\ N$; $Rx = 1040\ N$; $R_A = 997\ N$

$N°$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kN	-1525	-1940	-1560	-970	-970	-970	1100	440	-215

$N°$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
kN	-230	-230	0	0	0	-26	1340	-1130	1050	-750

5.7- د فرم تحلیل د ماکسویل -کریمونه په میتود سره

Analysis of Frame by Maxwell-Cremona method

Clerk Maxwell James (13.06.1831…05.11.1879)

سکاټ لینډي فزیک-ریاضي او میخانیک پوه

\

Clerk Maxwell James

Luigi Cremona (07.12.1830…10.06.19.03)

ایتالوي ریاضي پوه.ډیر مهم اثر یې په ګرافیکي

ستاتیک کې همدا میتود دی.

د فیرم ګرافیکي محاسبه: د ماکسویل – کریمونه د دیاګرام په مرسته د فیرم په ګاډرو کې د قواو پیداکول .

د فیرم د محاسبې ګرافیکي میتود د تحلیلي طریقې لپاره یو بشپړه وونکي میتود دی چې مونږ لړخه مخکې د فیرم د تحلیل ترسرلیک لاندې مطالعه کړ.

د ماکسویل - کریمونه دیاګرام د څو جلاجلا کثیرالاضلاع ګانو څخه جوړ سوی دی چې هرېو یې د فیرم د یوې برخې د تعادل په هکله دی .

1. په فیرم کې د ګاډرو قوې ښیو.

2. فیرم له ارتباطاتو څخه خلاصوو او د اتکاء اغیزې دهغو په عکس العمل قواو باندې بدلوو. د تعادل درې معادلې تشکیلوو او دعکس العمل قوې پیدا کوو.

3. پیداکړل شوي دعکس العمل قوې کنترولوو او د تعادل یوه بله معادله هم تشکیلوو.

4. ټولې قوې چې په فیرم باندې اغیزکوي (د اتکاء د عکس العمل قوې چې په تحلیلي ډول سره پیداکړل شوي دي هم دلته شاملې دي) د فیرم څخه د باندې د وکتورو په ډول رسموو. که چیرې داتکاء دعکس العمل قوه منفي وي نو د رسمولوپه وخت کې دهغې جهت پرهغه بل لوري باندې متوجه کوو. د ګرافیکي طریقې لپاره یوازې او یوازې د عکس العمل قواو واقعي جهتونه پکاردي .

5. خارجي ساحې – یعنې د رسم ساحې چې د فیرم د ګاډرو د قواو په واسطه سره بیلې او جلاشوي دي ، د الفباء په تورو او یاهم په رقمونو باندې ښیو.

6. داخلي ساحې هم د تورو یا رقمونو په واسطه سره ښوول کیږي. داهغه ساحې دي چې د فیرم د ګاډرو پواسطه احاطه شوي دي .

7. په ګاډروکې و قواو او همدارنګه خارجي قواو ته د نژدې پرتې قوې اویاهم نژدې ګاډرد ساحو له مخې نوې نومونه ورکوو.

8. د ماکسویل ـ کریمونه د دیاګرام رسمول د خارجي قواو د کثیرالاضلاع څخه پیل کوو. د ساعت دعقربې مخالف او یاهم موافق د فیرم پرشاوخوا باندې راګرځول ټاکو. کار د یوې کیفي قوې څخه پیلوو. د هرې قوې په مقیاس سره رسمول دهغې جهت په نظرکې نیول ، پردیاګرام باندې د قوې لومړنی او اخرنی نقطې په کوچنیو تورو باندې ښیو چې د نوو علامو اېښودلو او پرفیرم باندې د راګرځیدلو د جهت سره سمون پیدا کړي .

پدې ډول سره د لومړی قوې تررسمولووروسته د هغې په انجام کې دوهمه قوه ایږدو او همدا عملیه یوځل بیا تکراروو او دې کارته ترهغه پورې دوام ورکوو ترڅو چې کثیرالاضلاع وتړل شي .

9. د داخلي ساحو نقطې پردیاګرام باندې رسموو. هغه نقطه چې د داخلي ساحې سره مطابقت کوي ، که چیرې د دې ساحې مجاورو ساحو نقطې هم رسم کړل شوي وي نو کولای شو هغه پیداکړو.

پدې ډول سره ګرافیکي محاسبه کولای شو د هغې ساحې څخه پیل کړو کومه چې دوې نژدې مجاوري ساحې ولري اودا ساحې پردیاګرام باندې ښودل شوي وي . مجهوله نقطه به دهغو مستقیمو د تقاطع په نقطه کې پرته وي چې د ګاډرو سره موازي او نوم یې د مجهولې نقطې اود خارجي ساحې د پلاس راغلې نقطې څخه تشکیل شوی وي .

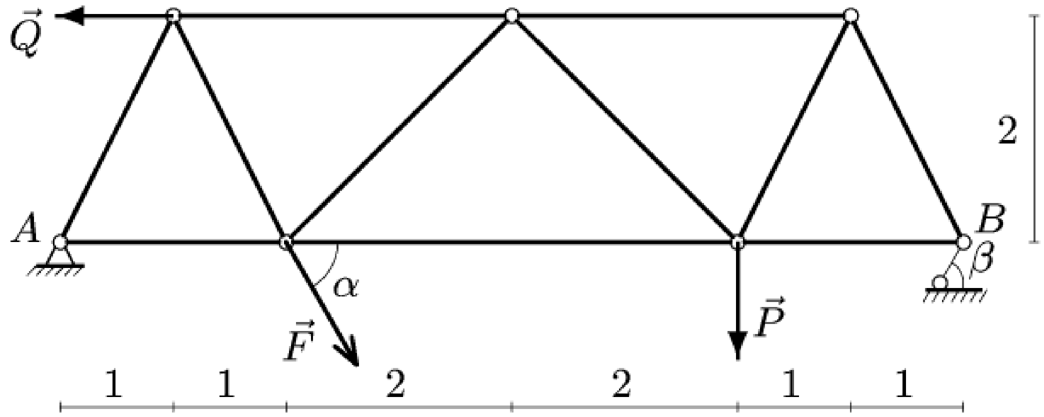
دغه عمل به ترهغه مهاله پورې تکراروو ، ترڅو دیاګرام په پوره توګه سره رسم شي .

په ګاډرو کې د قواو مودول د هغه اوږدوالي سره مساوي دی چې په دیاګرام کې د مربوطه کرښې سره مطابقت کوي .

10. د قواو علامې ټاکو. د فیرم مفصل ترکتنې لاندې نیسو چې وهغه ته یا داسې خارجي قوه اویاهم داسې ګاډر راځي چې ټاکلې اومعلومه علامه ولري .

د مفصل تعادل په دیاګرام کې د راکړل شوي ګرځیدو د جهت سره سم په تړلي کثیرالاضلاع سره ښودل شوی دی . په دیاګرام کې د قواو جهت اودهغو جهت په پرې کړل شوو برخو کې د پرتله کولو په نتیجه کې ، د قوې علامه معلوموﻻی شو . که چیرې د وکتور جهت په کثیرالاضلاع کې دهغو وکتورونو د جهت سره مطابقت وکړي چې پربرخې باندې اغیزه کوي ، نو دا په دې معنی ده چې قوه ترصفرغټه ده که نه نو قوه ترصفرکوچنۍ ده یعنې دا چې ګاډرکښیکښل کیږي .

مثال : د ماکسویل – کریمونه دیاګرام په مرسته د فیرم په ګاډرو کې قوې پیدا کړئ ؟



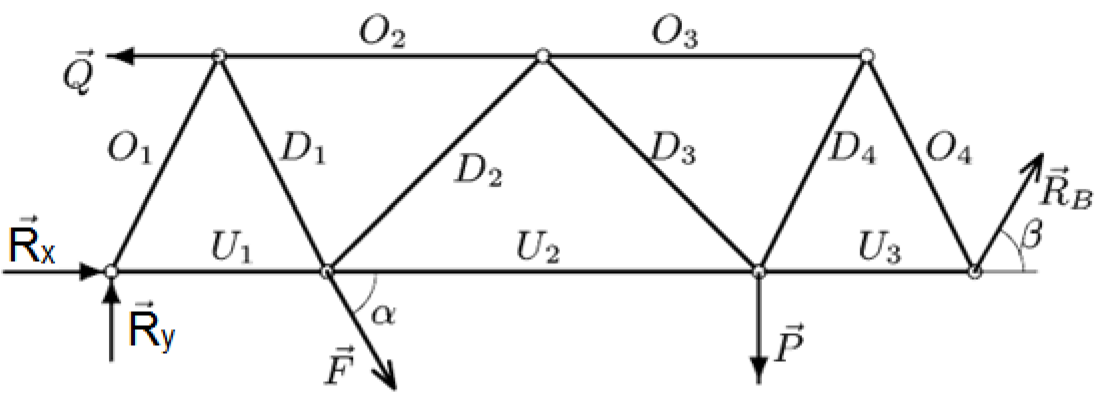
5.32شکل

$$\beta = 60° \ ; \alpha = 60° \ Q = 15\ kN\ ;\ P = 30\ kN\ ;\ F = 20\ kN$$

اندازې په مترسره ښودل شوي دي.

حل :

1. د فیرم په ګاډرو کې قوې داسي ښیو لکه چې په «ساختماني میخانیک »کې ښوول کیږي . د پورته ملاتړي «کمربند» قوې د کیني خواڅخه و ښې خواته $O_1....O_4$ ، قطرونه یا مایلي میلې $D_1......D_4$ ، په کښتني کمربند کې قوې په U_1,U_2,U_3 سره ښیو.



5.33شکل

2. د فیرم د اتکاء د عکس العمل قوې پیدا کوو ، د R_B د عکس العمل قوه د اتکاء د ستني په امتداد متوجه کوو یعني و افق ته د β ترزاویې لاندې یې متوجه کوو . شکل ته دې وکتل شي .

د تعادل معادلې تشکیلوو:

$$\Sigma Fx = 0 => Rx - Q + F.cos\alpha + R_B.cos\beta = 0$$

$$\Sigma M_A(F_i) = Q.2 - F.2.sin\alpha + R_B.8.sin\beta - P.6 = 0$$

$$\Sigma M_B(F_i) = Q.2 + F.6.sin\alpha - R_y.8 + P.2 = 0$$

د دې معادلې په حل کولو سره لرو چې :

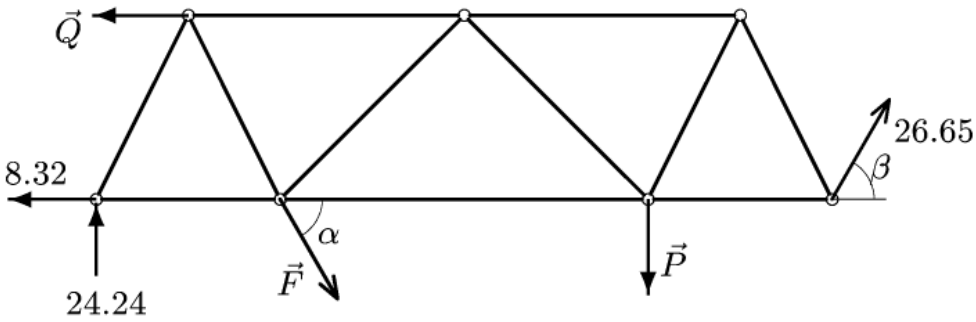
$$Rx = -8.32\ kN\ ;\ Ry = 24.24\ kN\ ;\ R_B = 26.65\ kN$$

3. عمودي عکس العمل قوې کنترولوو اود ټولو قواو مرتسمه د y پرمحوربانديې پیدا کوو.

$$\Sigma Fy = Ry - F.sin\alpha - P + R_B.sin\beta = 0$$

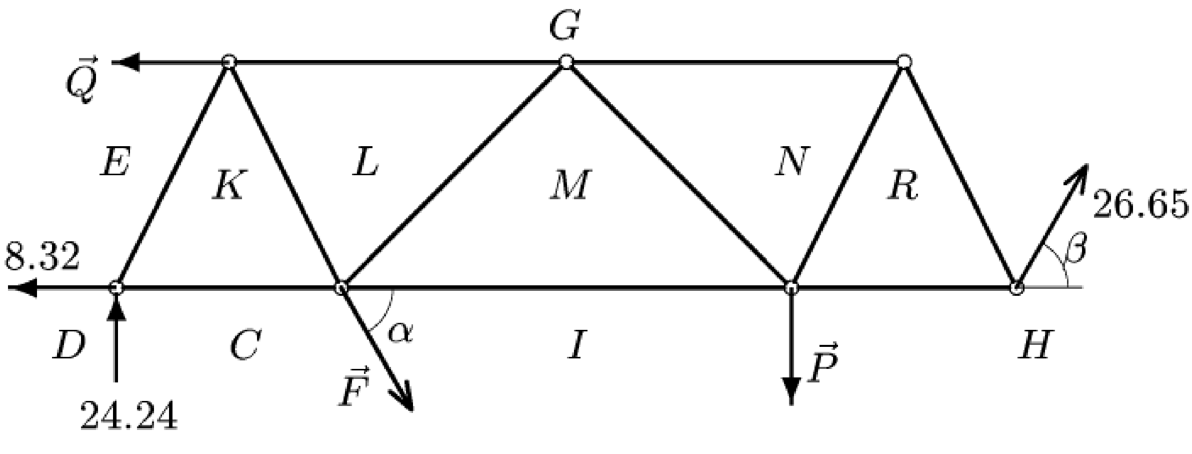
4. هغه ټولې قوې چې پرفیرم باندې اغیزې کوي رسموو. د Rx عکس العمل قوه چې د محاسبې تراجرا کولو وروسته معلومه شوه ترصفرکوچنۍ ده ، جهت یې بدلوواو پرمخالف جهت یې متوجه کوو. شکل ته دې وکتل شي د دې قوې قیمت $|R_x| = 8.32\ kN$

5. خارجي ساحې بنیو – هغه د شکل ساحې چې د قواو او د فیرم د ګاډرو پواسطه سره جلاشوي دي یعني : C,D,E,G,H,I شکل ته دې وکتل شي . د دې لپاره چې تیروتنه رامنځ ته نه شي نو نه ښآیې چې د A ، B ، Q ، P او F توري چې د اتکاء د عکس العمل قوې هم ارائه کولای شي ، وکاروو.



5.34-شکل

6. داخلي ساحې په K ، L ، M ، N ، R (شکل ته دې وکتل شي) سره ښیو.



5.35شکل

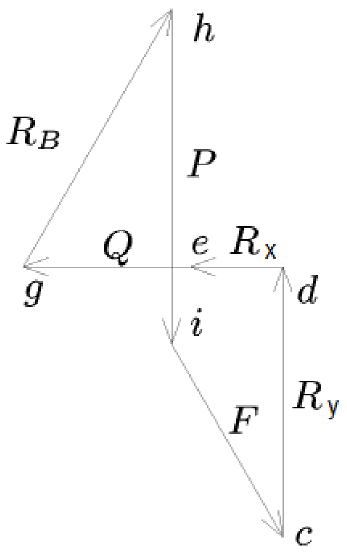
7. په ګاډرو کې د قواو بارونو ته نوي نومونه ورکوو. و دې ته ګورو چې د کومې قوې (يا ګاډر) ساحه يې مجاوره ده . د دې نوو نومونو جدول هم ترتيبوو.

F	P	Q	Rx	Ry	R_B	O_1	O_2	O_3	O_4	D_1	D_2	D_3	D_4	U_1	U_2	U_3
IC	HI	EG	DE	CD	GH	EK	GK	GN	GR	KL	LM	MN	NR	KC	MI	RH

8. د خارجي قواو کثيرالاضلاع رسموو. د راګرځيدو جهت د ساعت دعقربې سره سم ټاکو . د يوې کيفي قوې مثلاً $F_1 =$ $20kN$ څخه پيل کوو، دغه قوه په يوه معين مقياس سره ايږدو او جهت يې هم په نظرکې نيسو.

لومړنی او اخرنی نقطې يې په کوچنيو تورو سره ښيو مثلاً i او c باندې چې د I ساحې څخه د C ساحې ته د راګرځيدو د جهت سره مطابقت کوي.

بله د ساعت د عقربې سره سمه قوه د اتکاء عمودي عکس العمل قوه $Ry = 24.24\ kN$ ده، دا قوه د C په نقطې کې د F قوې پسې رسموو اوآخري نقطه په d سره ښيو. پرفيرم باندې راګرځيدلو ته ترهغه وخته پورې دوام ورکوو ترڅو چې کثيرالاضلاع وتړل شي . آخري قوه به $P = 30\ kN$ وي هغه به لکهHI وښيو . دهغې اخرد i نقطې سره مطابقت کوي .



5.36شکل

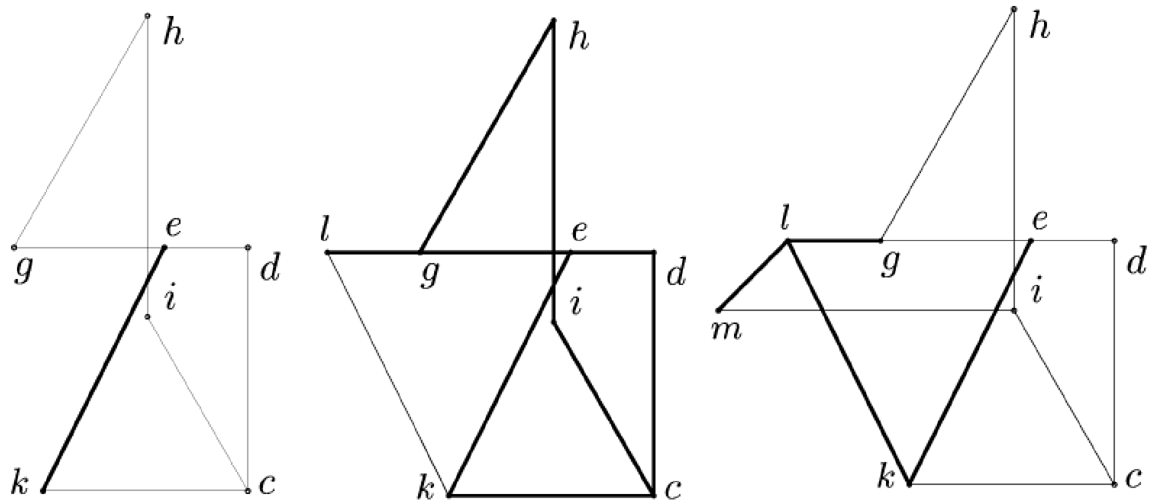
9. پرډياګرام باندې د داخلي ساحو نقطې رسموو. هغه نقطه چې د داخلي ساحې سره مطابقت کوي کولای شو پيدايې کړو که چيرې د دې ساحې دوې مجاورې ساحې رسم شوې وي .

نو پدې ډول سره د ګرافيکي محاسبې د پيل لپاره کولای شو د R د ساحې څخه يې پيل کړو. د R ساحې مجاورې ساحې H او G دي اوهغه پرډياګرام باندې معلومې دي او ياهم د K ساحه چې مجاورې ساحې يې معلومې دي او هغه E او C دي شکل ته دې وکتل شي .

دK ساحه ترکتنې لاندې نيسو. د EK او KC د ګاډرو پرجهت د دياګرام د e او c نقطو څخه کرښې رسموو. دهغوی د تقاطع نقطه به دK نقطه وي .

د ek او kc اوږدوالی په مطلقه قيمت سره مساوي دی په ګاډرو کې د قواو په قيمت سره :

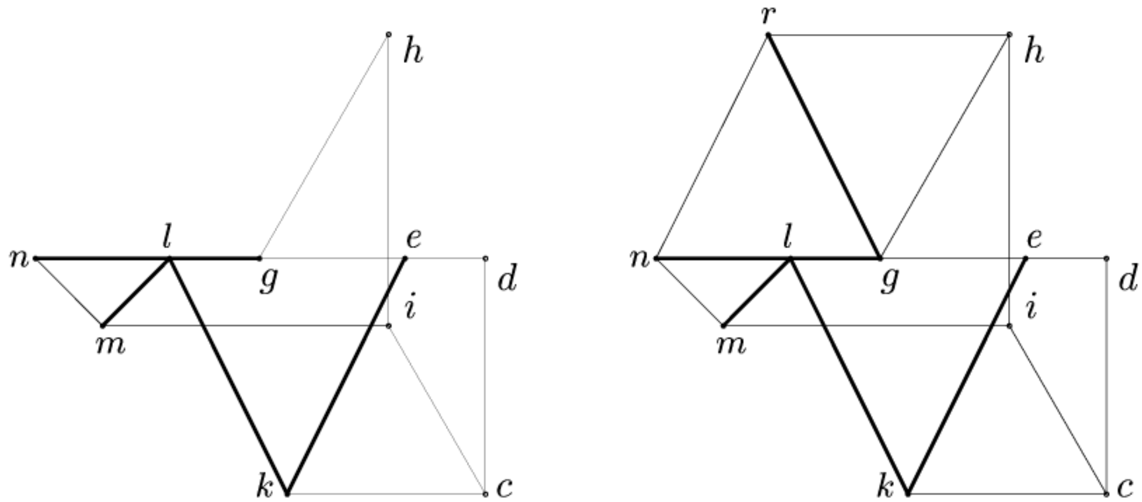
په پورته اوکښته شکلو کې د l,n,m او r نقطو يوه په بلې پسې لاسته راوړل ښودل شوي دي . د آخري نقطې د پلاس راوړلو په صورت کې ، کنترول په اتومات ډول سره سرته رسيږي مثلاً که چيرې د r نقطه د nr او gr د تقاطع په نتيجه کې پلاس راشي نو د هغې کنترول به د rh کرښه وي .



5.37شکل

که چيرې دا کرښه د RH گاډرسره موازي وي يعني افقي موقعيت ولري نو دياگرام سم رسم شوی دی.

يادونه کووچې د ډيرو برخو درلودونکو فيرمو لپاره د دياگرام رسمول يوستونزمن کاردی . دا کار د دې سره تړلی دی چې د پرې کولو طريقه نيمگړې ده او د ماکسويل – کريمونه دياگرام يې گرافيکي انځوردی . دا نيمگړتيا ځکه رامنځ ته کيږي چې د برخو يوه په بلې پسې د محاسبې په وخت کې د راالنډولو او تقريبي نيولو له امله هرو مرو غلطی رامنځ ته کوي او کرار کرار ډيريږي .

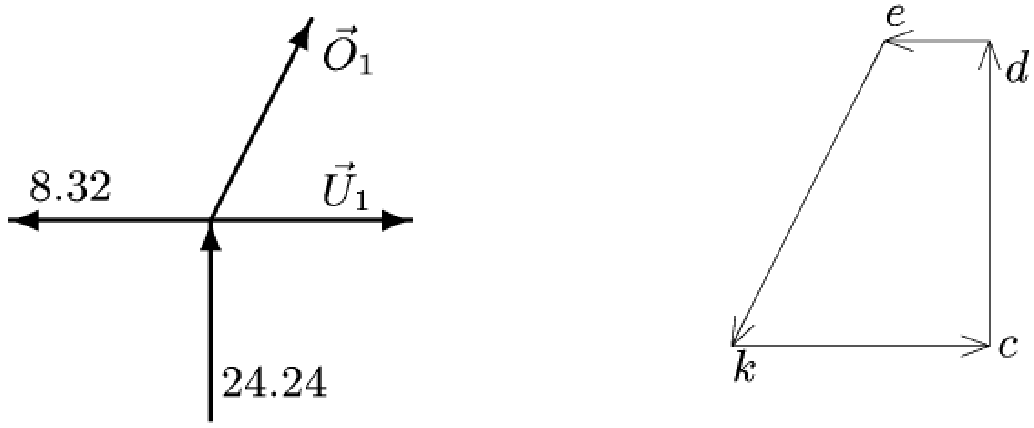


5.38شکل

10. د قواو علامې معلوموو.

مثلاً د O_1 قوې ته ګورو . د A برخه پرې کووچيرې چې O_1 قوه اغيزه کوي ، په همدې نقطې کې دوې د عکس العمل نامعلومه قوې اويوه د U_1 قوه چې علامه يې نا معلومه ده هم اغيزه کوي . څکه نو معمول ده د ګاډرو قوې داسې رسموولکه چې د نقطې څخه د باندې متوجه وي . لاندې شکل ته دې وکتل شي . وروسته بيا د ماکسويل – کريمونه په دياګرام کې د قواو تړلی کثيرالاضلاع په ګوته کيږي چې د يوې برخې تعادل ښيي . لاندې شکل ته دې وکتل شي .

پرکثيرالاضلاع باندې د راګرځيدلو جهت (د يوه وکتورمبدأ د پخواني وکتورد آخر سره مطابقت کوي) د معلومې قوې له مخې او يا هم په ګاډرکې د يوې بلې قوې له مخې چې علامه يې له وړاندې معلومه وي ، ټاکل کيږي .



شکل5.39

دلته د cdek دراګرځيدو جهت دساعت دعقربې مخــــــــــــــــالف د (cd) $Ry = 24.24\ kN$ او ياهم د $Rx =$ $8.32\ kN\ (de)$ له مخې ټاکل کيږي . که چيرې د وکتورجهت په کثيرالاضلاع کې دهغه وکتور سره چې په دې برخه کې اغيزه کوي ، مطابقت وکړي ، نو قوه ترصفرغټه ده – يعنې ګاډرکشيږي که نه نو د O_1(ek) قوه ترصفرکوچنۍ ده يعنې دا چې ګاډرکښيکښل کيږي . له دې څخه پرته $U1 > 0$. په همدې ډول سره د نورو قواو علامې هم معلوموو.

يادونه کوو هغه برخې چې هلته ډيرګاډرونه سره يوځای کيږي اويا لرترلږه يوه خارجي قوه هلته اغيزه وکړي ، په مؤثرډول ترمطالعې لاندې نيول کيږي . د محاسبو آخرني نتايج وجدول ته رسوو:

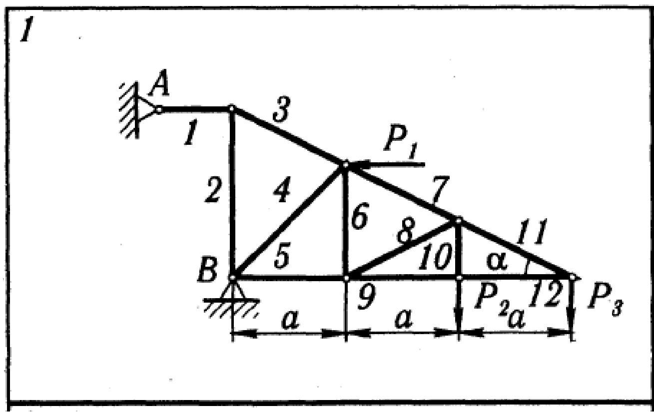
O_1	O_2	O_3	O_4	D_1	D_2	D_3	D_4	U_1	U_2	U_3
-27.10	-9.24	-23.08	-25.80	27.10	-9.79	9.79	25.80	20.45	29.49	24.87

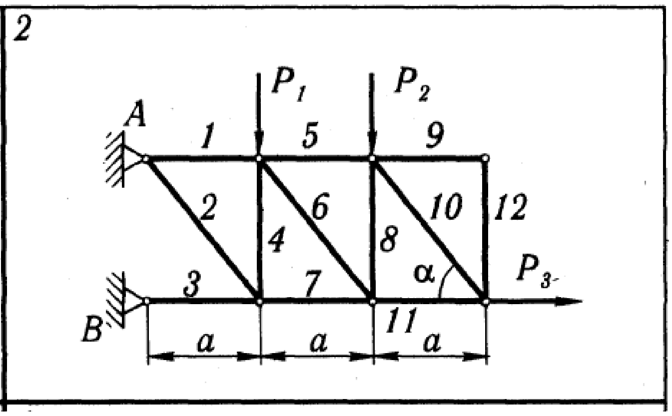
يادونه : هغه دقت چې د مسايلو د حل په وخت کې پدې ګرافيکي طريقي سره پلاس راځي ، لوړ نه دی ، د اعشاريي راسته پلوته درې او يا څلور رقمه ښکاره خبره ده چې د تحليلي طريقي محصول دی . په عملي ډګرکې دغه طريقه زړه شوې ده اوپه تيره بيا د فضايي فيرمونو په هکله د استعمال وړ نه ده ، خو د تعليمي مقاصدو لپاره د تحليلي طريقي د کنترول او همدارنګه د پنسيل او خطکش په مرسته په مستوي کې د قواو تعينول د ماکسيول – کريمونه دياګرام خپل اهميت اوس هم ساتلی دی .

5.8- ځانګړی مشق او تمرين

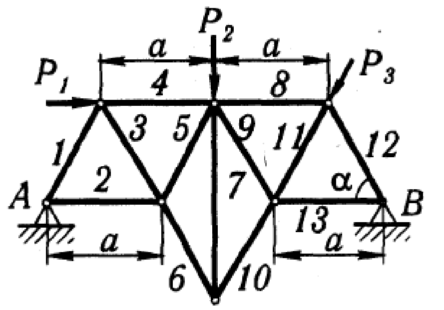
1- د دې فيرمونو لپاره د اتکأ عکس العمل قوې او په ګاډرو کې داخلي قوې پيداکړئ؟
2- د ريختر ميتود په درو ګاډرو کې د قواوو د تعينولو لپاره عملي کړئ؟
3- اړين معلومات دې د پورته جدول څخه واخيستل شي.

شماره	P_1	P_2	P_3	a	h	α, درجه	د ګاډر شميره
	KN			m			
1	4	9	2	2,0	–	30	3, 8, 9
2	10	3	4	2,5	–	60	2, 5, 7
3	2	12	6	3,0	–	60	4, 5, 10
4	10	10	5	4,0	–	60	5, 6, 11
5	2	4	2	–	2,0	60	4, 5, 10
6	3	7	5	4,0	3,0	–	8, 9, 11
7	4	6	3	4,0	–	60	4, 6, 12
8	5	7	7	3,2	–	45	3, 4, 5
9	10	8	2	5,0	–	60	6, 7, 12
10	3	4	5	4,4	3,3	–	3, 5, 7
11	2	6	8	2,5	3,0	–	2, 7, 8
12	5	7	2	4,0	–	60	4, 5, 10
13	4	6	2	4,8	3,6	–	4, 5, 10
14	3	5	5	3,0	–	60	5, 6, 8
15	2	2	10	4,0	6,0	–	2, 6, 9
16	5	6	2	5,0	–	60	3, 5, 6
17	4	4	10	4,0	6,0	–	4, 7, 8
18	5	2	8	–	5,0	60	1, 4, 8
19	8	4	10	5,0	10,0	60	4, 5, 7
20	2	3	5	4,0	6,0	–	5, 6, 8

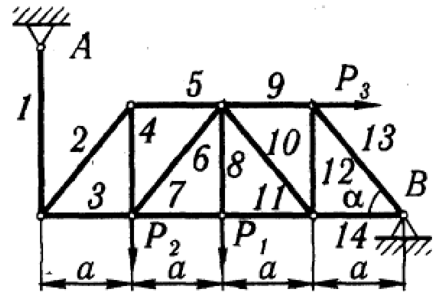




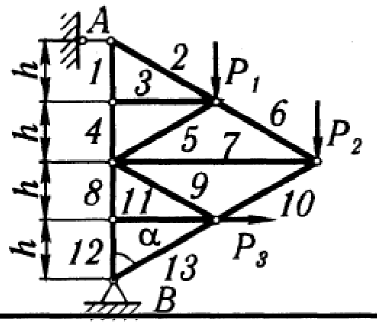
3



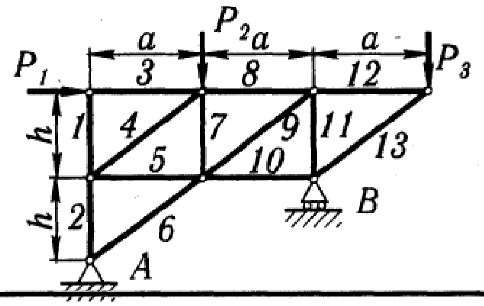
4



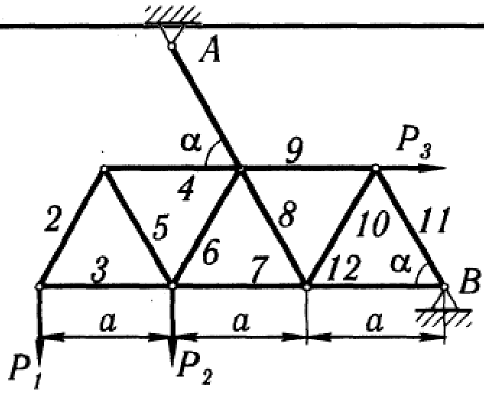
5



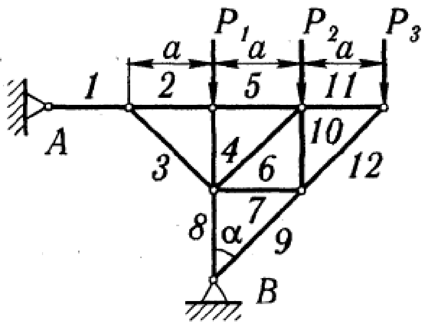
6



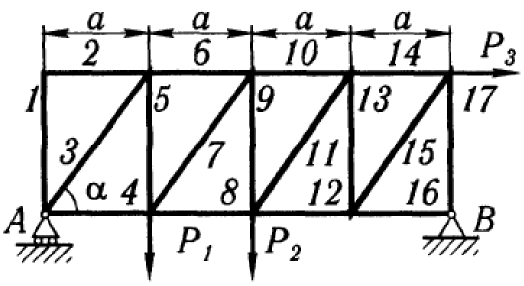
7



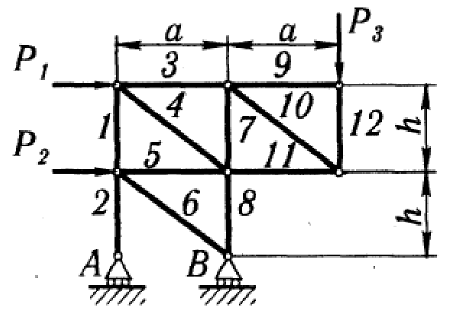
8



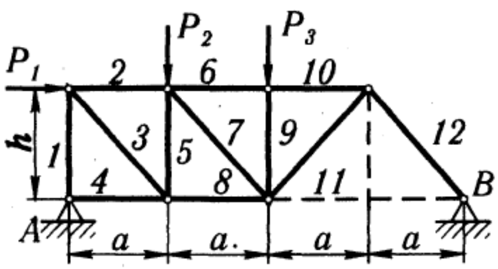
9



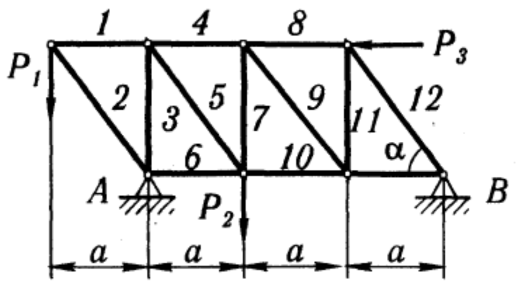
10



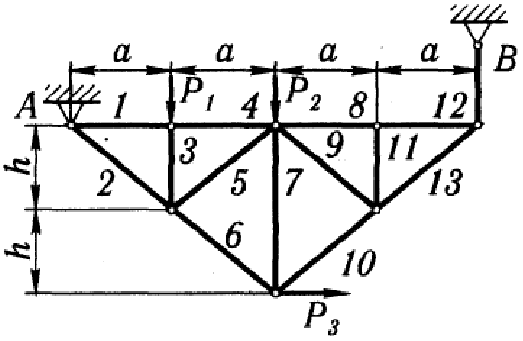
11



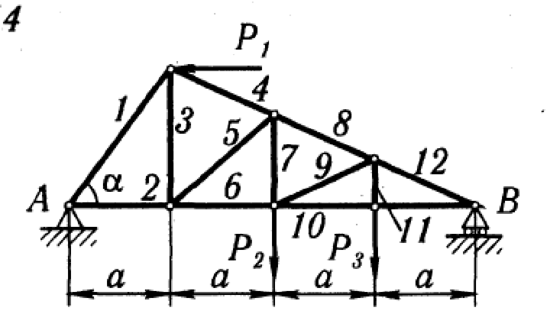
12



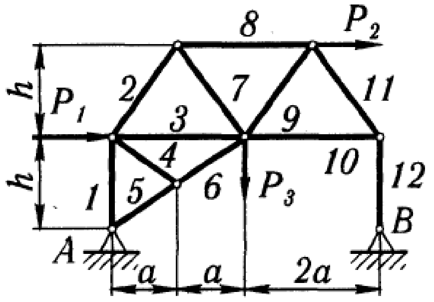
13



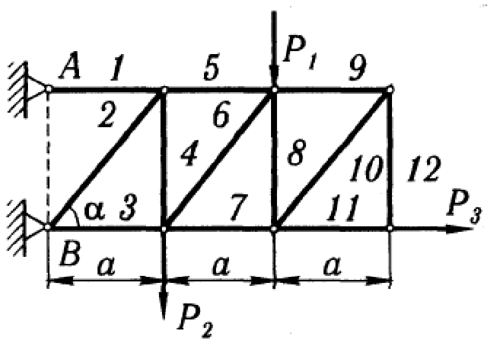
14



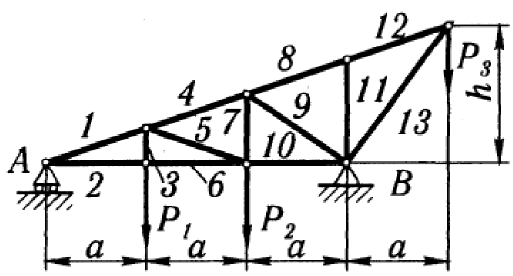
15



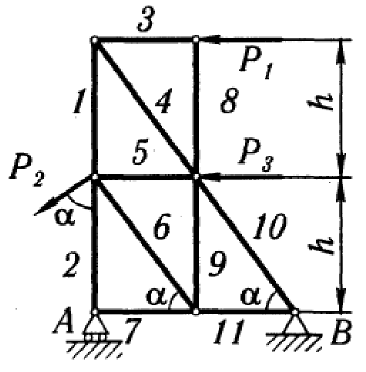
16



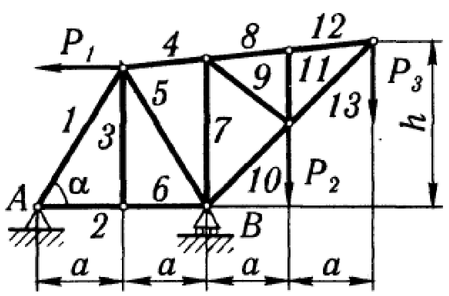
17



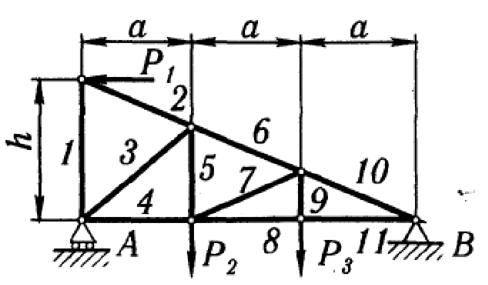
18



19



20



شپږم فصل
په مستوي کې په کیفي ډول سره پرتې قوې

Arbitrary Forces in a plane

6.1- د پوآنسومیتود : ویوه مرکزته د قواو راوړل

Poeanso’s (Louis Poinsot) Method: Reduction of forces to an one centre

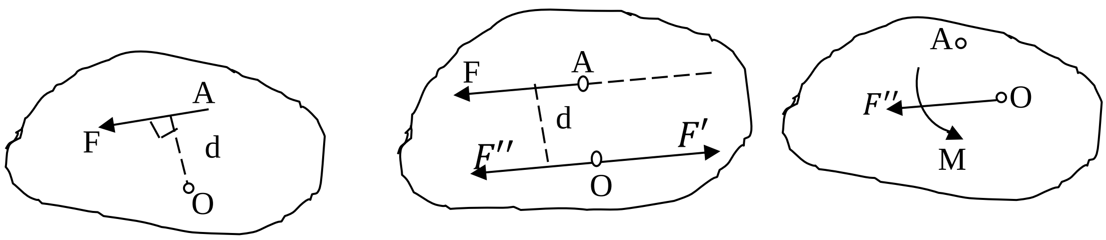
پوآن سو لویي(1777-1859) – فزاسوی میخانیک پوه ،د هندسي ستاتیک په هکله آثار لري.نوموړي د ستاتیک اکسیومونه پخپل اثرکې« د ستاتیک عناصر»چې په 1803 م.کال کې چاپ شو، فورمول بندي کړل.

فرانسوی هندسه او میخانیک پوه

Louis Poinsot 03.01.1777…05.12.1858

د هغوقواو د جمع کولولپاره چې په مستوي کې په کیفي ډول سره پرتې دي ،بنه به دا وي چې د فرانسوي عالم «پوآنسو» میتود استعمال شي .

دا میتود داسې دی چې قوې په موازي ډول سره و یوه مرکزته راوړل کیږي :



6.1 شکل

د دې ميتود وماهيت ته به ځيرشو:

F₃ قوه د جسم د A پرنقطې باندې تأثيرکوي . د O د مرکزڅخه د قوې د تأثيرپرکرښې باندې عمود رسموو او دF_3 د قوې مومنت نظرودې نقطې ته پيداکوو.

$$M_o(F) = F.d$$

په همدې مرکزيعنې O نقطې کې متقابلاً متعادلې قوې F' او F'' چې د F د قوې سره موازي اوپه مودول سره مساوي دي ، واردوو . پدې صورت کې د F'' قوه د F د قوې سره په مودول مساوي اود O په نقطې کې وارده شوې ده او هم د قواو يوه جوړه چې F او F' په ګډه سره جوړه کړې ده او مومنت يې نظرد 0 ونقطې ته $M_o(F) = F.d$ کيږي ، پلاس راځي .

نوپدې ډول سره د پوآنسو د ميتود ماهيت په دې کې دی چې دF_3 قوه په يوې مجموعې باندې تعويض کيږی . دا مجموعه عبارت ده له يوې معادلې F'' قوې څخه چې مودول يې د F د قوې سره مساوي دی ، اويوه قوه ايزه جوړه چې دهغې مومنت د قوې د مومنت سره نظر راوړلومرکزته مساوي دی .

6.2- د قواو د مستوي سيستم ويوه مرکزته راوړل

Reduction of forces in a plane to an one Given centre

عمده وکتوراو عمده مومنت Principal Vector and Principal Moment

د پوآنسو ميتود په لاندې ډول سره تطبيقواو:

ټولې قوې ويوه مرکزته راوړو، دا قوې په کيفي ډول سره په مستوي کې پرتې دي . په مستوي کې واقع قوې F_1، F_2 او F_3 د A_1 ، A_2 او A_3 په نقطوکې تأثيرکوي ، د 0 کيفي نقطه د قواو د راوړلو د مرکزپه توګه سره ټاکو اوټولې قوې ودې نقطې ته را وړو .

د F_1' ، F_2' او F_3' قوې د قوه ايزکثيرالاضلاع د قاعدې سره سم جمع کوو او په نتيجه کې د هغوی محصله قوه په لاس راځي :

$$F_{Prin} = F_1 + F_2 + F_3 = \Sigma F_K$$

د سيستم د ټولوقواو هندسي مجموعه د سيستم د عمده وکتورپه نامه سره يادېږي :

$$F_{Prin} = \Sigma F_K \;\; ... \;(6.1)$$

د عمده وکتورمودول اوجهت د متلاقي قواو د سيستم د 11 او 12 فورمولونو په مرسته په لاس راوړو:

$$F_{Pri} = \sqrt{X_{pri}^2 + Y_{pri}^2} = \sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma Y_k)^2}$$

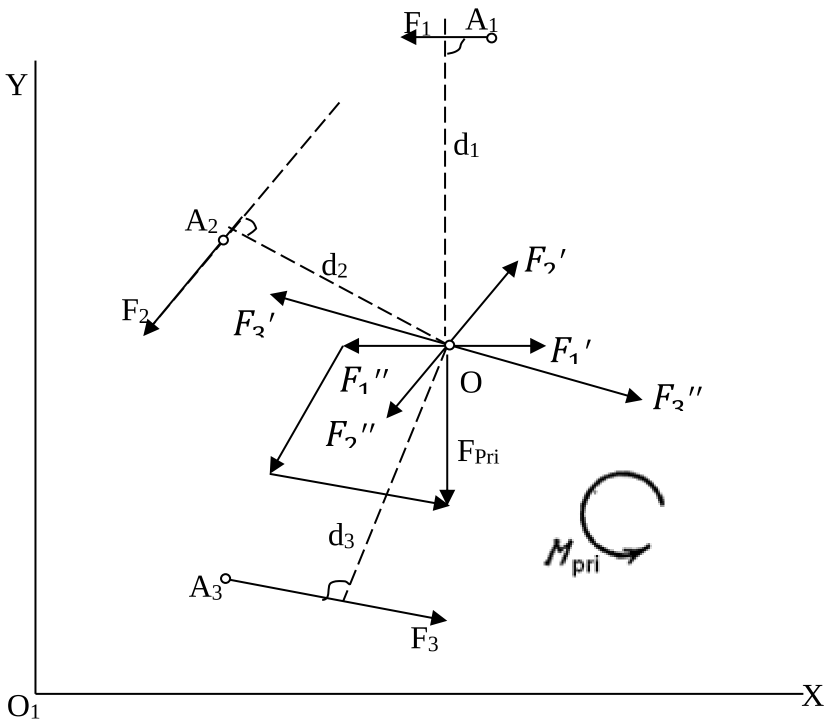
$$Cos(F_{pri}\hat{,}\, X) = \frac{X_{pri}}{F_{pri}} \qquad ; \qquad Sin(F_{pri}\hat{,}\, Y) = \frac{Y_{pri}}{F_{pri}}$$

د جوړې د جمع کولود قاعدې سره سم ټولې وصل کړل شوې جوړې (F_1، F_1') ، (F_2 ، F_2') ، (F_3 ، F_3') سره جمع کوواود هغوی څخه يوه حاصله جوړه په لاس را وړو.د دې جوړو مومنتونه د F_1 ، F_2 او F_3 قواو د مومنتو سره نظرد O ونقطې ته مساوي دي .
د قواو مومنتونه په دې ډول دي :

$$M_1 = M_O(F_1); \quad M_2 = M_O(F_2)\,; \quad M_3 = M_O(F_3)$$

نولدې ځايه څخه د حاصله جوړې مومنت :

$$M_{Prin} = M_1 + M_2 + M_3 = \Sigma M_O(F_k)$$



6.2 شکل

د ټولو راکړل شوو قواو د مومنتو الجبري مجموعه چې په کيفي ډول سره په مستوي کې پرتې دي ، نظرويوې نقطې ته مثلاً 0 د سيستم عمده مومنت نظروهمدې نقطې ته بلل کيږي :

$$\Sigma M_{Prin} = \Sigma M_O(F_k) \; ... \; (6.2)$$

نولدې ځايه څخه داسې بنسټيز تعريف په لاس راځي :

د قواو هرکيفي مستوي سيستم کولای شو په يوې قوې چې د سيستم د عمده وکتورسره مساوي ده او د 0 په کيفي نقطې کې تاثيرکوي او يوې جوړې چې مومنت يې د همدې سيستم د عمده مومنت سره نظروهمدغې نقطې ته مساوي دی ، عوض کړو .

د سيستم د عمده وکتورمودول او جهت د راوړلو د مرکز«0» په موقعيت پورې اړه نه لري ځکه چې ټولې قوې د خپل لومړني موقعيت سره سمې موازي دلته را وړل شوي دي او قوه ايزکثيرالاضلاع به بياهم يوشی وي .

ولې د عمده مومنت مودول او علامه د راوړلو د مرکز«0» په ټاکلو پورې اړه لري ځکه چې د مرکزپه بدلون سره د دې قواو مومنت نظر وهمدغه مرکزته تغيرخوري ، نو دهغوی الجبري مجموعه به هم تغيروخوري .

نوځکه کله چي د سيستم د عمده مومنت څخه يادونه کيږي نو تل ويل کيږي چي دا مومنت نظروکومي نقطې ته نيول شوى دى .

6.3- په مستوي کې په کيفي ډول سره د پرتو قواو را وړل و يوه مرکز ته

مختلف حالتونه :

1. حالت : $F_{Prin} = 0\,; \quad M_{Prin} = 0$

پدې حالت کې دا قوې متقابلاً متعادله کيږي .

2. حالت : $F_{Prin} = 0; M_{Prin} \neq 0$

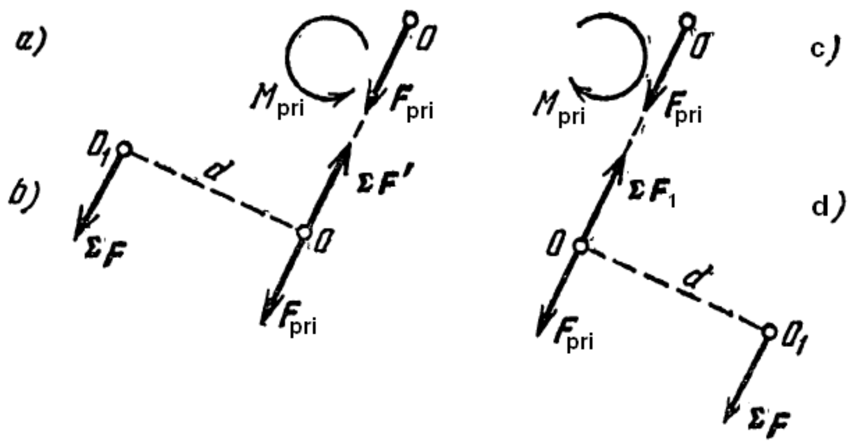
پدې حالت کې دا سيستم ويوې جوړې ته چي مومنت يې نظرد راوړلو ومرکزته دعمده مومنت سره مساوي دى ، راوړل کيږي .

که چيرې سيستم وقوه ايزې جوړې ته را وړل شي ، نو د دې قوه ايزسيستم عمده مومنت نظر د مستوي وتولونقطو ته په مودول سره مساوي اوعلامه يې هم سره مطابقت کوي .د دې مستوي سيستم عمده وکتور F_{Prin}به مساوي په صفرسره وي که چيرې پر هغوى باندې رسم کړل شوى قوه ايزکثيرالاضلاع تړلى وي. دغه شرايط به د قواو د مستوي سيستم د تعادل لپاره کافي وي خوکله چې د قواو موقعيت په مستوي کې کيفي وي نو سيستم د يوې قوې چې د ټولو قواو د هندسي مجموعې سره مساوي ده ، معادل نه بلکې د دې قواو په ټولو مجموعو چې د راوړلو په کيفي مرکزO کې تأثيرکوي او يوې جوړې چې مومنت يې د عمده مومنت M_{Prin}سره مساوي وي ، نظروهمدې ټاکل شوي مرکزته ، به سره معادل وي. نولدې امله کله چې د دې سيستم عمده وکتورمساوي په صفر خو عمده مومنت يې د صفرخلاف وي نو معلوميږي چې سيستم و يوې جوړې ته را وړل کيږي . د دې جوړې مومنت د دې قواو د عمده مومنت سره نظرد راوړلو ومرکزته ، مساوي دى . نوپدې صورت کې دعمده مومنت قيمت د راوړلو مرکزپه ټاکلوپورې اړه نه لري .

نو معلوميږي که چيرې د دې مستوي سيستم عمده وکتورمساوي په صفروي اودهغه عمده مومنت د صفرخلاف وي نودا سيستم د هغې جوړې معادل دى چې مومنت يې د ټولو قواو د مومنتونو د الجبري مجموعې سره نظروهرې نقطې ته مساوي وي .

3. حالت : $\boldsymbol{F_{pri}} \neq 0\,; \ M_{pri} = 0$

هغه حالت چې مستوي سيستم ومحصلې قوې ته راوړل کيږي .



شکل6.3

پدې حالت کې دا قوه ايزسيستم ويوې محصلي ته چې دعمده وکتورسره مساوي وي او د تأثيرکرښه يې د راوړلو د مرکزڅخه تيره شي ، راوړل کيږي .

که چيرې F_{pri} دعمده وکتورسره مساوي وي اود دې قوه ايزسيستم يوه معادله جوړه هم شتون و نه لري نو دا قوه د دې قوه ايزسيستم محصله قوه جوړوي .

داسي يې بولو چې دا سيستم ويوه وکتور F_{pri} چې په يوه کيفي راوړلو مرکزO کې تأثيرکوي اويوې جوړې چې مومنت يې مثبت عمده مومنت M_{pri} دی ، راوړل کيږي . د a شکل.

دا جوړه چې مومنت يې عمده مومنت M_{pri} دی ، داسي تغيراوتبديلوچې هغه مرکبې چې دا جوړه جوړوي هغه به د ΣF او ΣF_1 سره وښيو. په مودول سره دعمده وکتور F_{pri} سره مساوي وي ، پدې صورت کې د دې جوړې بازو d بايد داسي وښيو چې مومنت يې دعمده مومنت سره مساوي پاته شي .

نو پدې ډول سره يوه جوړه پلاس راوړو $(\Sigma F, \Sigma F_1)$ چې بازو يې $d = M_{Prin}/F_{Prin}$

د جوړې ليږدول د هغې په مستوي کې د قضيي سره سم دا جوړه يعني $\Sigma F, \Sigma F_1$ داسي را وړو چې د ΣF_1 قوې تأثيرد راوړولو په مرکزO نقطې کې وي او جهت يې د عمده وکتور F_{Prin} پرخلاف شي .د b شکل.

په عين حال کې د جوړې د څرخولو جهت بايد بيله تغيره پاته شي . کله چې $M_{Prin} > 0$ نو د څرخولو جهت به د ساعت دعقربې سره سم وي .

دغه د قواو مستوي سيستم د عمده وکتور F_{Prin} او يوې جوړې $\Sigma F, \Sigma F_1$ سره معادل دی خو عمده وکتور F_{Prin} او ΣF_1 يوبل سره متعادلوي نو ځکه دلته يوازې يوه قوه ΣF پاته کيږي چې د دې سيستم محصله قوه تشکيلوي .

که چيرې دغه قوه ايزسيستم ويوه مرکزته د راوړلو په صورت کې په عمده وکتوراو يوې جوړې چې مومنت يې $M_{Prin} < 0$ را وړل شوی وای نو د دې ډول تشريحاتو په تکرارولو سره محصله قوهΣF چې د راوړلو د مرکزO د هغې بلې خوا څخه تيريږي ، به بياهم په لاس راغلی وای .

په آسانی سره ليدل کيږي چې په دواړوحالاتو کې د محصله قوې د تأثيرکرښه د راوړلو د مرکزڅخه د

$$d = \frac{|M_{pri}|}{F_{pri}}$$

واټن په اندازه وروسته پاته کيږي .

d- بايد داسي خواته کښيښودل شي چې د محصله قوې د مومنت علامه نظرد راوړلو ومرکزته دعمده مومنت M_{pri} د جهت سره مطابقت وکړي. د b او c شکلونه .

که د راوړلو په صورت کې $M_{pri} = 0$ خو F_{pri} د صفر خلاف وي نو د دې سيستم د محصلي قوې د تأثيرکرښه د راوړلو د مرکزڅخه تيريږي . نو پدې ډول سره که چيرې د دې مستوي سيستم عمده وکتور د صفر خلاف وي نو داسيستم و يوې محصلي قوې ته چې په مودول اوجهت د عمده وکتورسره مساوي وي ، راوړل کيږي.

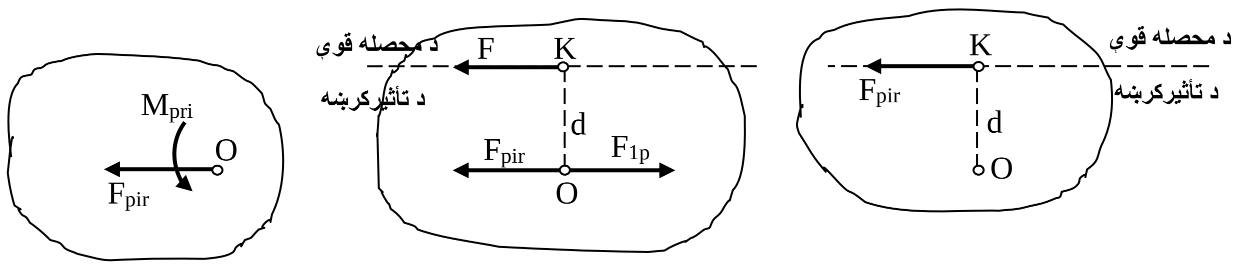
د F_{pri} قوه چې د عمده وکتورسره مساوي وي او د راوړلو په مرکز O کې تأثيروکړي ، په عمومي صورت کې د قواو د محصله قوې په مستوي کې په کيفي ډول سره د هغو د موقعيت په معنی نه ده . په عمومي ډول سره داسيستم د قوې او جوړې د مجموعي معادل دی .

په مستوي کې د قواو د کيفي موقعيت په صورت کې ، سيستم کولای شي چې هيڅ محصله قوه ونلري ، و يوې جوړې ته را وړل کيږي ، خو که مستوي قوه ايزسيستم يوازې محصله قوه ولري نودا محصله قوه په ټولو حالاتو کې د عمده وکتور د مودول سره مساوي اوپه جهت ورسره يوه ده .

پدي صورت کې د متلاقي قواو لپاره د محصله قوې د تأثيرکرښه د قواو د تقاطع د عمومي نقطې څخه تيريږي . په مستوي کې په کيفي ډول سره پرتو قواو لپاره د محصله قوې د تأثيرد کرښې موقعيت د عمده مومنت د مودول او جهت له رويه معلوميږي .

4. حالت : $F_{\text{pri}} \neq 0 \quad ; \qquad \text{M}_{\text{pri}} \neq 0$

وبه ښيوچې پدې حالت کې قوه ايزسيستم ويوې قوې ته چې د دې سيستم محصله قوه بلل کيږي ، را وړل کيږي .



6.4شکل

داسې يې بولو چې داسيستم ويوې قوې ته $F_{Prin} = \Sigma F_k$ چې د 0 په نقطې کې تاثيرکوي او يوې جوړې ته چې مومنت يې $M_{Prin} = \Sigma M_O(F_k)$ دی ، را وړل شوی دی .

د قواو يوه جوړه د F او $F_{1\ Prin}$ په وټاکو . د دې قواو بازو به مساوي وي په

$$d = \frac{|M_{Prin}|}{F_{Prin}}$$

د $F_{1\ Prin}$ قوه د0 په نقطې کې واردوو او هغه دعمده وکتور F_{Prin} ومخالف جهت ته متوجه کوو پداسې حال کې چې بله قوه (F) د (K) په نقطې کې د $OK = d$ پرقطعه خط باندې واردوو. د $F_{1\ Prin}$قوې دتأثيرپرکښې باندې عمود رسموو چې$F_{1\ Prin}$او F دشکل مستوي ته دساعت دعقربې مخالف حرکت ورکړي .

دF_{Prin} او $F_{1\ Prin}$ قوې د 0 په نقطې کې تأثيرکوي ، په مودول سره مساوي او مخالف الجهته يوه بله سره متعادله وي نو ځکه داسيستم ويوې قوې ته يعني F_{Prin} چې د عمده وکتورسره مساوي او د K په نقطې کې تاثيرکوي ، را وړل کيږي .

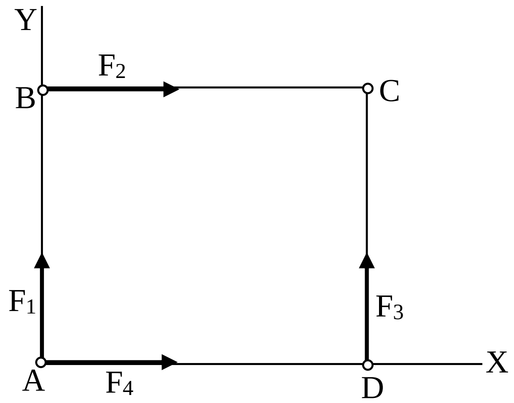
نتيجه : که چيرې په مستوي کې په کيفي ډول سره پرتې قوې متعادله کيږي ، نوهغوی کولای شو ويوې قوې او يا و يوې جوړې ته راوړو .

مثال:

پرABCD مربع د اضلاعو په امتدا د په مودول سره دا مساوي قوې تأثيرکوي :

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 100\ N$$

دغه سيستم بايد دA ونقطې ته راوړل شي



6.5شکل

حل :

د شکل سره سم د کاردينات محورونه غځوو.

د دي قواو مرتسمي پرمحوروباندي پيدا کوو او د هغوی مومنتونه نظرد A ونقطي ته محاسبه کوو.

پلاسر راغلي نتايج وجدول ته رسوو.

قوه	د قواو مرتسمه پر محورونو باندي		د قوي مومنت نظر د A و نقطي ته
	x	y	
F_1	0	$F_1 = 100\ N$	0
F_2	$100\ N$	0	$-F_2\ a = 20\ N.m$
F_3	0	$F_3 = 100\ N$	$F_3\ a = 20\ N.m$
F_4	$F_4 = 100\ N$	0	0

پرمحورباندي د عمده وکتورمرتسمه :

$$X_{pri} = \Sigma X_K = 200\ N$$

$$Y_{pri} = \Sigma Y_K = 200\ N$$

د عمده وکتورمودول

$$F_{pri} = \sqrt{(\Sigma X_K)^2 + (\Sigma y_K)^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} \cong 283\ N$$

د عمده وکتورلوری

$$Cos(\widehat{F_{pri}, X}) = \frac{\Sigma X_K}{F_{pri}} = \frac{200}{200\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\widehat{F_{pri}, X}) = 45°$$

عمده مومنت نظرد A ونقطې ته

$$M_{pri} = \Sigma M_A(F_K) = -20 + 20 = 0$$

$$F_{pri} \neq 0\ ; \quad M_{pri} = 0 \Rightarrow \quad \Sigma F = F_{pri}$$ محصله قوه

محصله قوه د AC پرقطربانديِ متوجه ده او مودول يې $283\ N$ نيوټن دی .

که مو F2 او F3 د C و نقطې ته راليږدولي وای او بيامو د متوازالاضلاع د قاعدې سره سم جمع کړې وای او F4 او F1 موهم په همدې ډول سره جمع کړي وای نوهغه وخت به دوې قوې د مربع پرقطربانديِ متوجه وای چې په يوې محصلې قوې يې بدلولای شو او مودول يې مساوي دی په :

$$R = \Sigma F = 2\sqrt{100^2 + 100^2} \cong 283\ N$$

6.4- د وارينون(وارينان) قضيه Pierre Vorignon's Theorem

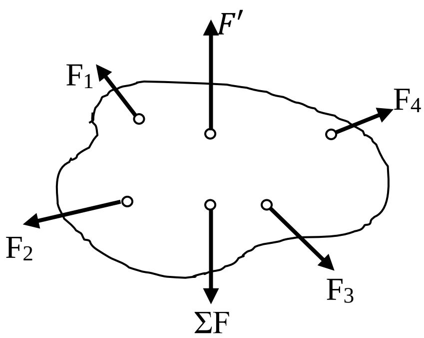
پير وارينون فرانسوی رياضي او ميخانيک پوه

Pierre Varignon 1654…1722

د مستوي سيتسم د قواو د محصلې مومنت :

د محصله قوې مومنت په مستوي کې نظرو هرې نقطې ته مساوي دی د مرکبو قواو د مومنتونو په الجبري مجموعې سره نظر و دغې نقطې ته .

ثبوت :



6.6 شکل

د قواو مستوي سیستم F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4 محصله قوه (ΣF) لري.

دغه سیستم وتعادل ته را ولواو هغه ته د F' متعادله قوه ورزیاتوو، نود ستاتیک د اکسیوم سره سم دا قوه باید په مودول سره د ΣF د قوې سره مساوي او پریوې مستقیمي کرښې باندې دهغې مخالف الجهته وي .

لکه څنګه چې سیستم په تعادل کې قرارلري ، نو هغه باید د تعادل دوه شرطه هم ولري ، یعني عمده وکتور او عمده مومنت باید د صفرسره مساوي وي ، پدې صورت کې :

$$\Sigma M_O(F_k) + M_O(F') = 0$$

لکه چې F' او ΣF په مودول سره مساوي اوپریوې مستقیمي کرښې باندې مخالف الجهته د d نو د هغوی مومنت نظرو هرې نقطې ته هم په مودول سره مساوي اوپه علامې سره مخالف دی یعنې :

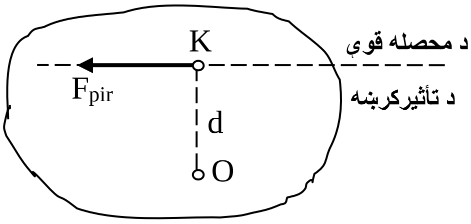
$$M_O(F') = -M_O(\Sigma F)$$

د دې قیمت په وضع کولوسره لروچې:

$$\Sigma M_O(F_k) - M_O(\Sigma F) = 0$$

$$M_O(\Sigma F) = \Sigma M_O(F_k) \quad ... \ (6.3)$$

دغه قضیه د «وارینون« لخوا (1725) ثابته شوې ده.



6.7شکل

$$M_O(\Sigma F) = \Sigma F.d$$

$$d = OK \text{بازو}$$

$$O - \text{یوه کیفي نقطه}$$

د واریون د قضیې پربنسټ د رافعې د تعادل شرایط :

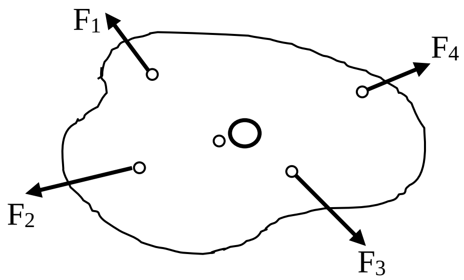
رافعه په یوه پراخ مفهوم سره هغه جامد جسم دی چې د غیرمتحرک محورله څنګه سره څرخي او دهغو قواو ترتأثیر لاندې دی چې پرمحورباندې په عمودي مستوي کې واقع دي .

د رافعې د محوراو د قواو د تأثیرد مستوي د تقاطع نقطه د اتکاء نقطه بلل کیږي .

پریوې رافعې باندې د F_1 ، F_2 ، F_3 او F_4 قوې چې د شکل په مستوي کې پرتې دې ، تأثیرکوي .

د 0 نقطه هم داتکاء نقطه بولو .

د رافعې د تعادل لپاره بسنه کوي چې د ټولو واردو شوو قواو محصله قوه که چیرې هغه شتون ولري ، د اتکاء د نقطې څخه تیره شي .پدې حالت کې دغه محصله قوه د اتکاء د عکس العمل د قوې پواسطه متعادله کیږي .



6.8 شکل

دغه شرط په عین حال کې د رافعې د تعادل لپاره ضروري هم دی، ځکه که چیرې محصله قوه د اتکاء د نقطې څخه تیره نه شي نو هغه به رافعه د دې نقطې پرشاوخوا را وڅرخوي، خو که محصله قوه د اتکاء د نقطې څخه تیره شي نو ده غې مومنت نظر و دې نقطې ته :

$$M_O(\Sigma F) = \Sigma M_O(F_k) = 0$$

کله چې د قوه ایز سیستم عمده وکتورمساوي په صفرسره شي او له دې کبله سیستم ویوې جوړې ته را وړل شي، نود دې څرخ د له منځه وړلو لپاره د محصلې جوړې مومنت چې د ټولوقواو په مومنتونو سره نظروهرې نقطې ته مساوي دی ، هم باید د صفرسره مساوي شي .

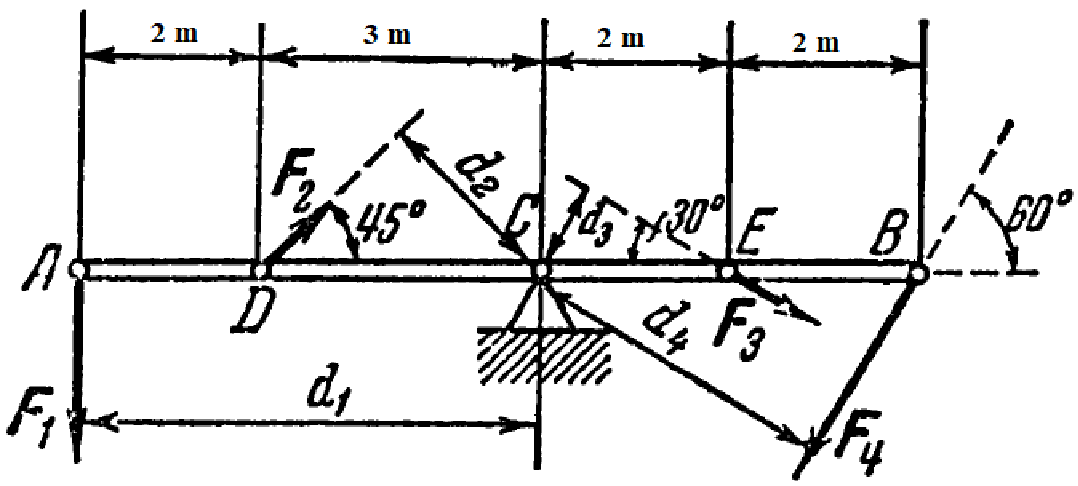
لدې ځایه څخه معلومیږي چې :

د رافعې د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چې پر رافعې باندې د ټولوارده قواو د مومنتونو الجبري مجموعه نظرد اتکأ ونقطې ته مساوي په صفرسره شي .

مثال :

د AB رافعه چې کولای شي د ساکن محورپرشاوخوا چې د C نقطې څخه تیریږي وڅرخي ، د F_1 ، F_2 ، F_3 او F_4 قوه ایزسیستم ترتاثیرلاندې چې د شکل سره سم پرهغې تأثیرکوي ، په تعادل کې واقع ده.

د F_4 قوې مودول پیداکړئ که چیرې$F_1 = 50N$; $F_2 = 20\ N$; $F_3 = 30\ N$ وي؟



6.9-شکل

حل :

د F_4 قوي مودول د رافعي د تعادل د شرايطو څخه معلوميداى شي:

$$\Sigma M_C(F_k) = F_1.d_1 - F_2.d_2 - F_3.d_3 - F_4.d_4 = 0$$

د مرکزپه توګه سره د C د اتکاء نقطه نيسو .
د شکل څخه وينو چي

$$d_1 = AC = 5\,m\ ;\ \ d_2 = DC.Sin\,45° = (3)0.707 = 2.12\,m\,;$$
$$d_3 = CE.sin30° = \ (2)0.5 = 1m$$
$$d_4 = CB.sin\,60° = (4)0.866 = 3.46\,m$$

د دې قيمتونو په وضع کولوسره لرو چې :

$$50.5 + (-20(2.12) + (-30.1) - F_4\,3.64 = 0$$

$$F_4 = \frac{250 - 42.4 - 30}{3.64} = 40.4\,N$$

6.5- د کيفي مستوي قوه ايزسيستم د تعادل د معادلو مختلف شکلونه

Arbitrary Forces system in a plane. Categories of Equiliebruim

لکه چي پوهيږو د کيفي مستوي قوه ايزسيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چي د هغه عمده وکتور او عمده مومنت د صفرسره مساوي شي .

د دې سيستم د تعادل دري ډوله معادلي شته دي :

لومړی شکل (اساسي شکل):

د عمده وکتوراو عمده مومنت د مودول څخه لروچي :

$$F_{pri} = \sqrt{(\Sigma X_K)^2 + (\Sigma Y_K)^2}$$

$$M_{pri} = \Sigma M_O(F_K)$$

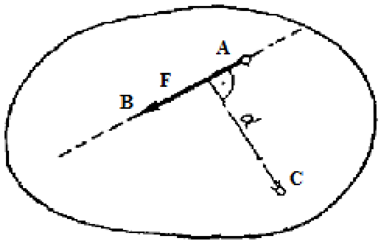
نو F_{pri}او M_{pri}هغه وخت په صفرسره مساوي کيداى شي چي دا مساواتونه تحقق ولري:

$$\Sigma M_O(F_K) = 0 \quad ; \quad \Sigma Fx = \Sigma X_K = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = \Sigma Y_K = 0 \ldots (6.4)$$

دوهم شکل : د درو مومنتو په هکله قضيه

دکيفي مستوي قوه ايزسيستم د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چي د درو مومنتو الجبري مجموعه نظروهرو درو نقطو ته چي په يوې مستوي کي واقع وي ، ولي پريوې مستقيمي کرښي باندي پرتي نه وي، په صفرسره مساوي شي.

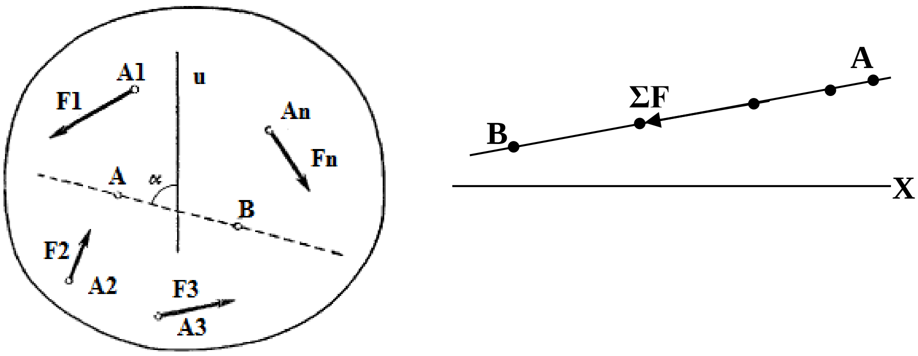
$$\Sigma M_A(F_k) = 0 \ \ ; \ \ \Sigma M_B(F_k) = 0 \ \ ; \ \ \Sigma M_C(F_k) = 0 \ \ldots\ (6.5)$$



شکل6.10

د A ، B او C نقطې باید پرېوې مستقیمې کرښې باندې واقع نه وي ، نولدې کبله د محصله قوې د تأثیرکرښه هم نشي کیدای چې د دې درو نقطو څخه تیره شي .

دریم شکل : په مستوي کې په کیفي ډول سره د پراته قوه ایزسیستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چې د ټولوقواو د مومنتونو الجبري مجموعه نظرد مستوي وهرو دوو کیفي نقطو ته او د ټولوقواو د مرتسمو مجموعه پرېوه محورباندې چې په همدې مستوي کې واقع وي ولې پرهغې مستقیمې کرښې باندې عمود نه وي چې د مومنتونو د مرکزونو په توګه ټاکل شوې ده ، په صفرسره مساوي شي .



شکل-6.11

د AB کرښه دX یا (u) پرمحورباندې عموده نه ده .

$$\Sigma M_A(F_k) = 0 \quad ; \quad \Sigma M_B(F_k) = 0 \quad ; \quad \Sigma Fx = \Sigma X_k = 0 \ \dots \ (6.6)$$

ولې پدې حالت کې د ΣF مرتسمه د x پرمحورباندې چې پرهغه باندې عموده نه ده ، نشي کیدای چې صفرشي. شکل ته دې وکتل شي . خودا بیا د شرایطو سره په ضدیت کې ده چې وایي $\Sigma Fx = 0$ باید صفر شي، نولدې امله محصله قوه ΣF پدې شرایطو کې هرو مرو باید د صفرسره مساوي شي او نو څکه سیستم به په تعادل کې واوسي :

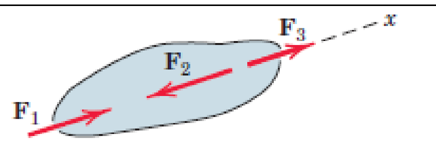
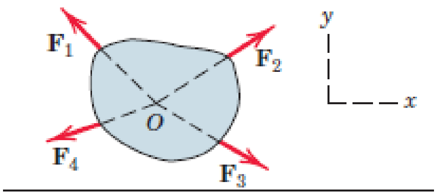
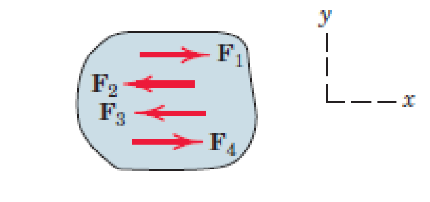
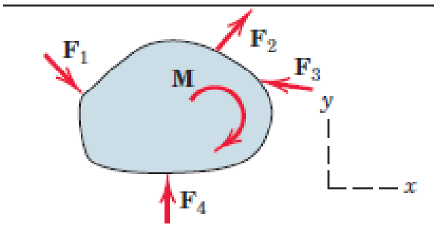
$$\Sigma F_{xi} = 0 = F_{pri}.\cos(x, F_{prix})$$

$$\cos\left(x, F_{prix}\right) \neq 0; (cos\alpha \neq 0)$$

څکه چې ox (ou) پر AB باندې عمود نه دی .

په مستوي کې د قوه ایز سیستمونو د تعادل معادلې او شیما ګانې

Cotegories of equilibrium in two dimension

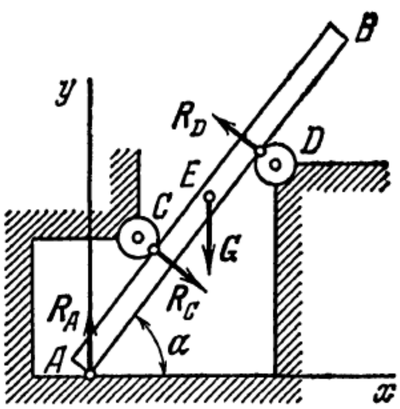
قوه ایز سیستم	د قوه ایز سیستم شیما	آزادي معادلې
پر یوې کربنې باندې پرتې قوې Collinear		$\sum F_x = 0$
په یوه نقطه کې متلاقي قوې Concurrent at a point		$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$
موازي قوې Parallel		$\sum F_x = 0$ $\sum M_z = 0$
کیفي قوې General		$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0$ $\sum M_z = 0$

مثال:

د AB یومتجانس ګاډرچي اوږدوالی یې دري متره او وزن یې $G = 300N$ دی د A په انجام کې پرهواري افقي مستوي باندې د $\alpha = 60°$ زاويې لاندې د C او D په نقطو کې د دوو رولیکونو له لارې تکیه لري.

د ګاډرد فشارقوې پرمستوي او رولیکونو باندې معلومې کړئ

که چیرې $AC = CD = DB = 1m$ وي ؟



حل :

د ګاډر د فشارقوه به پررولیکونو باندې په مودول سره

د عکس العمل د قواو سره مساوي وي.

6.12شکل

دهواري مستوي عکس العمل به د A په نقطې کې

پرګاډرباندې عمود وي . د R_c او R_D قوې که چېري د اصطکاک د قوې څخه تیرشو د ګاډرپرسطحه باندې به هم عمودي وي . د ACD ارتباطاتو څخه ګاډرخلاصوو او د هغوی عکس العمل د قواو له لارې ښیو او د ګاډر تعادل ترمطالعې لاندې نیسو .

پرګاډر باندې د R_A ، R_C ، R_D او G قوې تأثیرکوي . G د ګاډر د ثقل په مرکزکې دهغه وزن د E په نقطې کې دی

د x او y محورونه د شکل سره سم غځوو او د مومنتونو د مرکزپه توګه سره د A نقطه نیسو او دټولو قواو د مرتسمو مجموعه د x او y پرمحورونو باندې او همدارنګه د ټولو قواو د مومنتونو مجموعه نظرد A ونقطې ته نیسو :

$$\Sigma F_x = 0 => R_C.sin\alpha - R_D.sin\alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 => -G + R_A - R_C.cos\alpha + R_D.cos\alpha = 0$$

$$\Sigma M_A(F_i) = 0 =\geq G.\frac{AB}{2}.cos\alpha - R_C.AC + R_D.AD = 0$$

$$1)\ => R_C = R_D$$

$$2)\ => R_A = G = 300\ N$$

د G ، AB ، AC ، AD او α د قیمتونو په وضع کولو سره لرو چې :

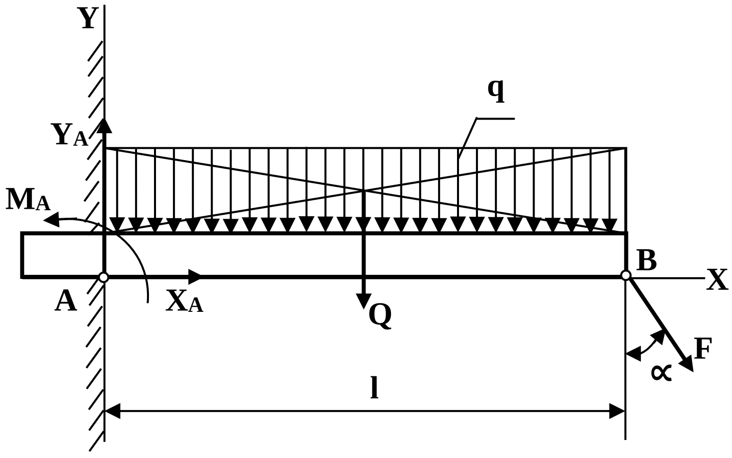
$$R_C = R_D = 225\ N$$

مثال :

د AB میله د شکل سره سم د قواو ترتأثیرلاندې ده پرټولې میلې باندې د تقسیم شوي قوې شدت $q = 20\ N/m$ دی .

د میلې اوږدوالی $l = 2\ m$ ، د B په نقطې کې متمرکزه قوه $F = 40\ N$ د $\alpha = 30°$ زاویې لاندې نظروعمود ته وکښتې خواته متوجه ده ، تأثیرکوي .

د کلکې او محکمې اتکاء د عکس العمل قوې پیداکړئ ، د میلې دوزن څخه تیرېږو



6.13شکل

حل :

د ميلي تعادل مطالعه کوو، د فعالي قوي محصله $Q = q.l = 20.2 = 40\ N$ او دميلي په منځنۍ برخه کي تأثيرکوي .

بله د F متمرکزه قوه ده چي 40 نيوټن ده .

د A په نقطي کي ميله محکمه اوکلکه ترل شوي ده چي د ميلي خطي د ځای بدلون اود A نقطي پرشاوخوا يې د هغي راڅرخيدل ناممکن کړي دي .

د دي ډول قوي عمل د يوي قوي R_A او يوي جوړي د تاثيرسره معادل دی .

د دي جوړي د څرخيدلو جهت تراوسه پوري موږ ته معلوم نه دی ، داسي يې بولو چي مومنت مثبت دی يعني د ساعت دعقربي مخالف جهت ته ميله څرخوي ، که د مسئلي د حل په بهير کي د دي مومنت عددي قيمت منفي پيداکړو نومعنی يې داده چي خبره پرعکس ده اوزموږاټکل پدي هکله سم نه ؤ .

په همدي ډول سره د R_A عکس العمل قوي جهت هم له مخکي څخه موږته نه دی معلوم ، نوهغه پردوو مرکبو X_A او Y_A باندي تجزيه کوو .

نوپدي ډول داميله د Q ، F ، X_A ، Y_A او يوي جوړي چي مومنت يې M_A دی ، ترتأثيرلاندي په تعادل کي ده :

$$\Sigma X_K = X_A + F\ sin\alpha = 0$$

$$\Sigma Y_K = Y_A - Q - F\ Cos\alpha = 0$$

$$\Sigma M_A(F_K) = M_A - Q\ 0.5\ l - F\ l\ Cos\alpha = 0$$

د دي معادلو په حلولوسره لروچي :

$$X_A = -F.sin\alpha = -20\ N$$

$$Y_A = Q + F.Cos\alpha = 74.6\ N$$

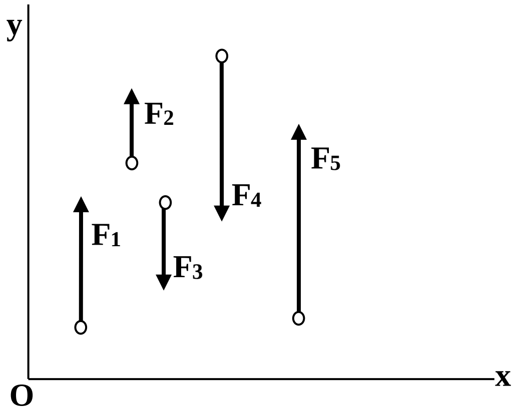
$$M_A = Q.\frac{l}{2} + F.l.Cos\alpha = 109.3\ N.m$$

د X_A منفي قيمت دا راښيي چي په حقيقت کي دهغي جهت وکيني خواته متوجه دی او زموږ اټکل پدي هکله ناسم وخوت .

6.6- د موازي قواو د مستوي سيستم د تعادل معادلې

Equalibirum Equation of Parallel Forces system in a plane

د موازي قواو مستوي سيستم په مستوي کي په کـdفي ډول سره د پرتو قواو يوځانګړې حالت دی نوځکه د تعادل معادلي يې هم په دي ډول دی :



6.14شکل

$$\Sigma Fx = \Sigma X_k = 0 \;\; ; \quad \Sigma Fy = \Sigma Y_k = 0 \quad ; \quad \Sigma M_O(F_k) = 0$$

د دې مطلب په نظرکې نیولوسره چې محورونه په هرډول سره چې زموږ خوښه وي په مستوي کې ځای پرځای کولای شو، نو د y محورد قواو سره موازي او د x محورپرهغوی باندې عمود غځوو.

هره قوه چې پرx محورباندې عموده ده نو مرتسمه یې هم پرهغه باندې صفرده ، یعنې

$$\Sigma F_x = \Sigma X_k = 0$$

دا مساوات تحقق لري اوپه دې پورې اړه نه لري چې سیستم په تعادل کې دی اوکه نه .

لکه څنګه چې ټولې راکړل شوې قوې د y د محورسره موازي دي نود هغوی مرتسمې به پردې محورباندې د دوی د مودول سره د مثبتې اویامنفي علامې په نظرکې نیولوسره ، مساوي وي یعنې $\Sigma Fy = \Sigma y_k = \Sigma(\pm F_k)$

نوپدې ډول سره د موازي قواو د مستوي سیستم د تعادل معادلې لاندې شکل غوره کوي :

$$\Sigma(\pm F_K) = 0 \quad ; \qquad \Sigma M_O(F_K) = 0 \ldots (6.7)$$

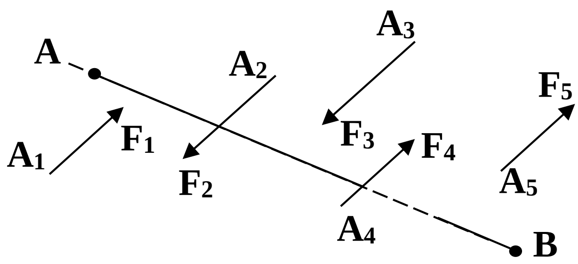
د موازي قواو د مستوي سیستم د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چې د ټولوقواو او د ټولومومنتونو الجبري مجموعه نظروهرې نقطې ته چې د قوې د تأثیرپه مستوي کې پرته وي، مساوي په صفرسره شي .

د دې سیستم د تعادل معادلې په دې ډول دي :

$$\begin{aligned} \Sigma M_A(F_k) &= 0 \\ & \qquad \ldots (6.8) \\ \Sigma M_B(F_k) &= 0 \end{aligned}$$

د موازي قواو د مستوي سیستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چې د ټولوقواو دمومنتونو الجبري مجموعه نظروهرو دوونقطوته چې په کیفي ډول سره ټاکل شوي وي ولې پریوې مستقیمې کرښې چې د دې قواو سره موازي وي ، نه وي پرتې ، په صفرسره مساوي شي .

د AB کرښه باید د قواو سره موازي نه وي . دا حالت د دې ښکارندویې کوي چې قوې وجوړې ته نه شي راوړل کیدای اونه هم و محصله قوې ته راوړل کیږي، ځکه چې د محصله قوې د تأثیرکرښه چې د قواو سره موازي ده ،نه شي کولای چې د A او B له نقطو څخه تیره شي .



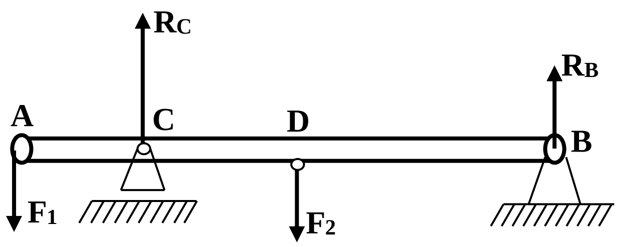
6.15شکل

مثال :

د AB پرافقي ميلي باندې چې د B په نقطې کې غيرمتحرکه او د C په نقطې کې متحرکه اتکاء لري ، د A په نقطې کې عمودې قوه $F_1 = 6\ kN$ او د D په نقطې کې $F_2 = 4\ kN$ ، تأثيرکوي .

د اتکاء دنقطو دعکس العمل قوې پيد اکړی که چيرې

$$AC = 1.2\ m\ ;\ CD = 0.9\ m\ ;\ DB = 2.1\ m$$



6.16شکل

حل :

د R_Cعکس العمل قوه د مفصل د اتکاء پرمستوي باندې عموده واقع ده او د فعالو قواو يعني F_1 او F_2 سره موازي ده. د R_B د غيرمتحرکي اتکاء د عکس العمل قوې جهت تراوسه پورې موږته نه دی معلوم ولې ميله د فعالو او عکس العمل قواو ترتأثيرلاندې په تعادل کې ده . دموازي قواو R_C، F_1 ، F_2 سيستم کيدای شي يوازې په موازي قوې سره متعادل شي يعني د B نقطې دعکس العمل قوه هم عمودي ده.

نود F_1 ، F_2 ، R_C او R_B څلور واړه قوې بايد په مستوي کې د موازي قواو د تعادل دوه شرطه پرځای کړي، د ټولوقواو د مومنتو الجبري مجموعه نظرويوې نقطې ته بايد پيدا کړو ، اسانه لاره دا ده چې د مرکزپه توګه سره يوه د اتکاء د نقطو څخه مثلاً د C نقطه ونيسو :

$$\Sigma M_C(F_K) = F_1 AC + R_C\, 0 - F_2 CD + R_B CB = 0$$

له دې ځايه څخه لرو چې :

$$R_B = \frac{F_2 CD - F_1 AC}{CB} = \frac{(4)0.9 - (6)1.2}{3} = -1.2\ kN$$

د R_B قوې منفي عددي قيمت د دې ښکارندوی دی چې دا قوه اصلاً وکښتې خواته متوجه ده او زموږ اټکل دهغې د جهت په هکله سم نه ؤ .

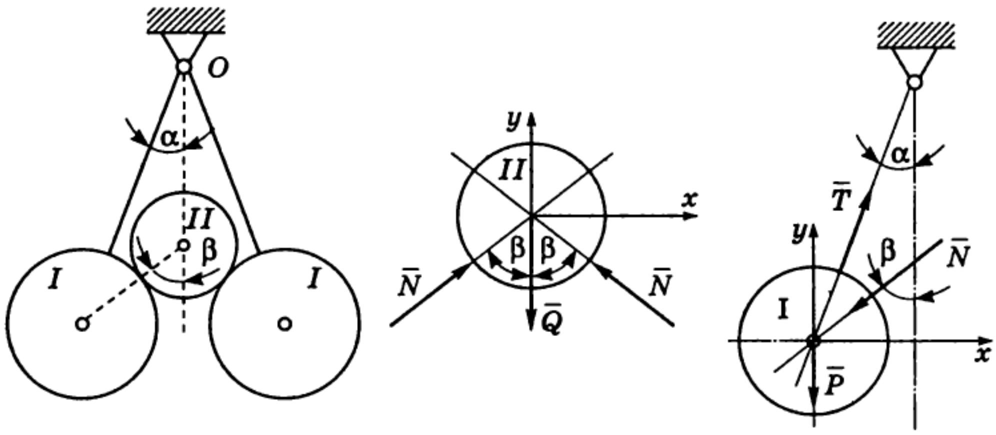
د اتکاء د هغي بلي نقطي يعني د C د عکس العمل قوه پدې ډول سره پيدا کوو چي د ټولوقواو مومنت نظروبلي نقطي ته يعني B ته نيسو ، اويا دا چي د ټولوقواو الجبري مجموعه پيداکوو:

$$\Sigma(\pm F_K) = -F_1 + R_C - F_2 + R_B = 0$$

$$R_C = F_1 + F_2 - R_B = 6 + 4 - (-1.2) = 11.2\ kN$$

مثال:

دوه يو ډول سلندره I چي وزن يي P دی د O په نقطي کي ځړول شوي دي . د دوی ترمنځ د II سلندر واقع دی چي وزن يي Q دی او سيستم په تعادل کي دی . د I سلندرونه نه شي کولای يود بل سره ونښلي . د α زاويي چي د تارپه واسطه د عمود سره جوړيږي او β زاويي چي د هغي مستقيمي کرښي په واسطه جوړيږي چي د I او II سلندرونو د مرکزڅخه تيريږي ، ترمنځ اړيکه پيدا کړی؟



6.17-شکل

حل:

د II سلندرد تعادل معادله د y پرمحورباندې د مرتسمو له لارې ليکو:

$$2N.Cos\beta - Q = 0$$

د I سلندرد تعادل معادله د x او y پرمحورونو باندې د مرتسمو له لارې ليکو:

$$T\sin\alpha - N\sin\beta = 0$$

$$T\cos\alpha - N\cos\beta = P$$

د دې درو معادلو په يوځای حل کولو سره لرو:

$$T\ \sin\alpha = \frac{Q}{2}\ tg\beta$$

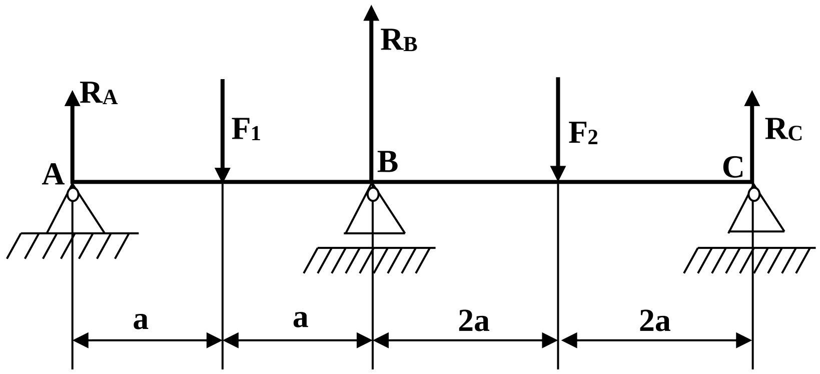
$$T\cos\alpha = \frac{2P+Q}{2}$$

$$tg\,\beta = \left(1+\frac{2P}{Q}\right)$$

6.7- ستاتيکي ټاکلي اونا ټاکلي مسئلې

Statically determinate and indetermenate problems

پرجسمونو باندې قوې په مختلفو شکلونو سره تأثيرکوي .



6.18-شکل

دهغوی لپاره د تعادل وضع کړل شوې معادلې دا امکان پلاس راکوي چې دهرحالت لپاره يومعين شميرآزادې معادلې تشکيلې کړو .

دغه معادلې پرهغه جسم باندې چې د قواو ترتأثيرلاندې او په تعادل کې واقع دی ، معين شرايط وضع کوي .

موږکولای شو پرمحورونو باندې د قواو د مرتسمو د پيداکولوله لارې او همداډول د مومنتونو په پيدا کولو سره نظر ومختلفو مرکزونو ته ، په هرشميرمعادلې چې وغواړو، تشکيلې کړو ، خو د هغوی څخه يوازې او يوازې د مستوي سيستم د عمومي حالت لپاره او د قواو د موازي مستوي سيستم لپاره ، دوې معادلې آزادې دي .

هغه څه چې پورته مو وليکل د لاندې مثال په ترڅ کې يې تشريح کوو:

د ABC په متجانسي افقي ميلې کې چې پردرو اتکاوو باندې پرته ده ، ددې نقطو دعکس العمل قوې بايد پيداشي .

داتکا دعمودي قواو موقعيت په شکل کې ښودل شوی دی ، $F1 = F2 = F$ همدرانګه ويلای شو چې ددې درو اتکاوو دنقطو د عکس العمل قوې هم عمودي موقعيت لري . پدې ډول سره ميله د F_1 ، F_2 ، R_A ، R_B او R_C موازي قواو ترتاثيرلاندې په تعادل کې واقع ده .

دموازي قواو دمستوي سيستم دتعادل دشرايطو څخه يوه هم دا معادله ده :

$$\Sigma(\pm F_K) = R_A - F + R_B - F + R_C = 0$$

$$R_A + R_B + R_C = 2F \ldots (I)$$ يا

د تعادل دوهم شرط په داسې وي چې د ټولوقواو مومنتونه نظرويوه مرکز ته چې د قوې د تأثيرپه مستوي کې واقع دی ، مساوي په صفرسره شي يعنې :

$$\Sigma M_A(F_K) = -Fa + R_B 2a - F4a + R_C 6a = 0$$

$$2R_B + 6R_C = 5F \ldots (II)$$ يا

$$\Sigma M_B(F_K) = -R_A 2a + Fa - F2a + R_C 4a = 0$$

$$-2R_A + 4R_C = F \ldots (III)$$ يا

$$\Sigma M_C(F_K) = -R_A 6a + F5a - R_B 4a + F2a = 0$$

$$6R_A + 4R_B = 7F \ldots (IV)$$ يا

د دې معادلو او (I) معادلې د ظاهري تغيرسره سره ، د دې څلورو معادلو څخه مستقيلې معادلې يوازې دوې دي .

په ربښتياسره هم د (II) معادلې څخه که د (III) معاله منفي کړو او په لاس راغلی مساوات پردوو باندې اختصار کړو، نو بيرته به (I) معادله په لاس را وړو .

که چيرې (II) او (IV) معادلې سره جمع کړو او وروسته په لاس راغلی مساوات پر6 باندې اختصارکړو نو بيا به هم (I) معادله په لاس راشي .

په همدې ډول سره (III) او (IV) معادلې که سره جمع کړو اوپه لاس راغلی مساوات پر 4 باندې اختصار کړو بيا به هم (I) معادله په لاس راشي .

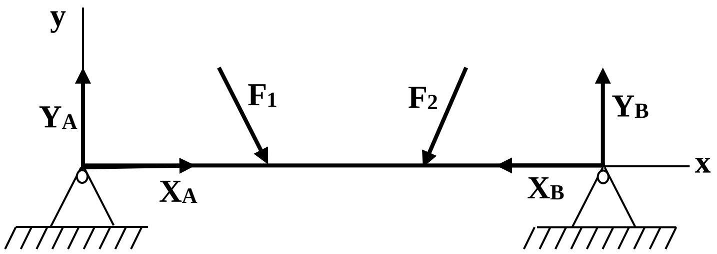
پدې مثال کې مورته د«3» عکس العمل قواومودول هم معلوم دی .

د دې څخه دامعلوميږي چې په مسئلې کې د مجهولوشميره د تعادل د خپلواکو معادلو د شميرې څخه چې د جامد جسم ستاتيک يې وړاندې کوي، زياته ده اود دې معادلو په مرسته دا مثال نشي حل کيدای .

هغه مسئلې چې په هغوکې د مجهولوکميتونو شميره د تعادل د مستقلومعادلو ترشميرې چې د جامد جسم ستاتيک يې د دې ډول قواو د وقوع د حالت لپاره وړاندې کوي ، زياته نه وي ، د ستاتيکي معينو مسئلو په نامه بلل کيږي .

اوکه پر عکس وي نودامسئلې دستاتيکي غيرمعينو مسئلو په نامه سره ياديږي .

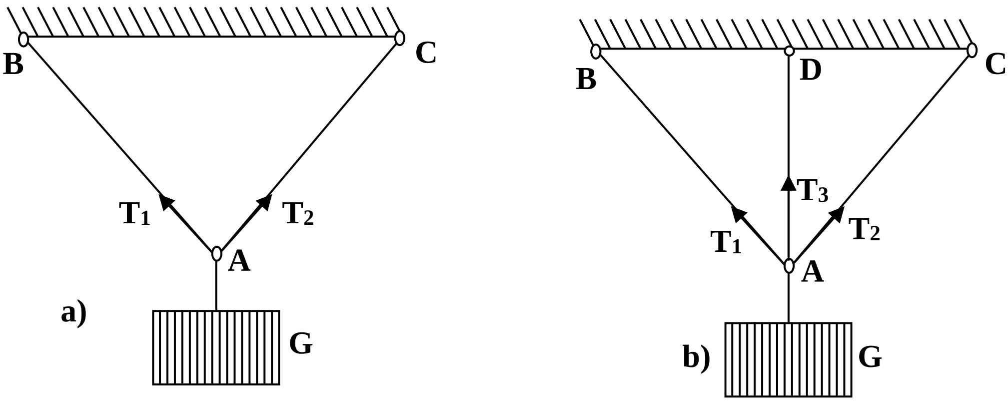
دستاتيکي ناټاکلو مسئلو دجملې څخه نه يوازې دمتجانسي ميلې چې پر 3 اويا ډيرو اتکاوو باندې واقع وي بلکې مثلاً هغه ميلې هم شاملې دي چې پردوو غيرمتحرکو مفصلي اتکاوو باندې واقع وي او قوې پداسي ډول سره تأثيرکوي چې د ميلې پرمحورباندې عمودي نه وي .



6.19شکل

د هغومجهولوکميتونو شميرچې د دې ډول ميلو دعکس العمل قوې تعينوي «4» دی . خوپه مستوي کې په کيفي ډول سره پرتو قواو د سيستم د تعادل لپاره د ستاتيک معادلې «3» دي .

که چيرې يوجسم په دوو تارونو AB او AC باندې ځړول شوی وي ، نوموړکولای شو چې د T_1 او T_2 تارو کشش د A د نقطې د تعادل په مطالعه کولوسره معلوم کړو (a شکل)



شکل-6.20

دری قوې G ، T_1 ، T_2 چې دهغوی څخه يوازې T_1 او T_2 معلومې دي بايد د متلاقي مستوي سيستم د تعادل دوه شرطه پرځای کړي . پدې ډول سره د نامعلومو کميتونو شميره 2 او د معادلو شميره هم 2 ده نوځکه دا مثال ستاتيکي معينه مسئله ده .

خوکه چيرې دغه جسم د b شکل سره سم په درو تارونو باندې چې په يوې مستوي کې واقع وي ، وځړول شي نو دA نقطه به د 4 متلاقي قواو G ، T_1 ، T_2 ، T_3 ترتأثيرلاندې په تعادل کې وي نوپدې حالت کې نامعلومي قوې چې په مودول سره مساوي دي ، دری دې خو د متلاقي مستوي سيستم دمستقلو معادلو شميره يوازې 2 ده . نو پدې ډول سره د مجهولوکميتونو شميره د ستاتيک د معادلو د شميرې څخه زياته ده او نوځکه دامسئله ستاتيکي نامعينه مسئله ده .

د ستاتيکي ناټاکلو مسئلو د حل ميتودونه «د موادو مقاومت اوميخانيک » په مضمون کې مطالعه کيږي .

6.8- کنترولي پوښتنې

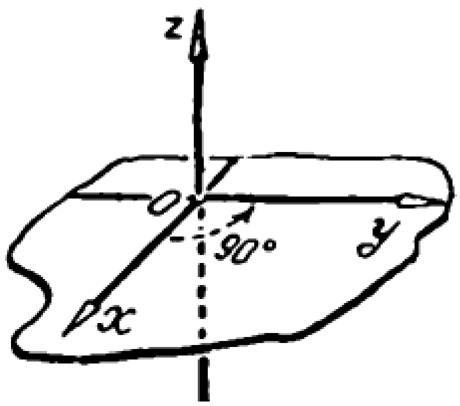
1. د پوآنسو ميتود:په مستوي کې د قوې راوړل و يوه مرکز ته تشريح کړئ؟
2. د پوآنسو د ميتود تطبيق:عمده وکتور او عمده مومنت يعنې څه؟
3. د دې ميتود لومړی او دوهم حالت واضح کړئ؟
4. د هغه دريم او څلورم حالت تشريح کړئ؟
5. د واريون قضيه او د هغې پر بنسټ د رافعې د تعادل شرايط تشريح کړئ؟
6. د مستوي کيفي قوه ايز سيستم د تعادل د معادلو مختلف شکلونه کوم دي؟
7. د موازي قواوسيستم د تعادل معادلې کومې دي؟
8. ستاتيکي ټاکلې او نا ټاکلې مسئلې يعنې څه؟

اووم فصل

د قواو فضايي سيستم System of Forces in space

7.1- په فضاکي د نقطي کاردينات

په فضاکي د نقطي موقيعت کولای شو چي د ديکارت قايم الزاويه کارديناتي سيستم په مرسته يي پيدا کړو او بايد لکه په مستوي کي دوه محوره نه، بلکي دري متقابلأعمود محورونه وښيو.x- د فاصلي محور د لاتين څخه $abscissus$ يعني پري کړل شوی، y- د ترتيب محور د لاتين څخه $ardinatus$ يعني ترتيب شوی او z- د اپليکا ت محور د لاتين څخه $applicata$ يعني وارد کړل شوی(پر دوو نورو محورو باندي) . دغه محورونه د يوي نقطي څخه چي د کاردينات پيل (O) بلل کيږ ي ،تيريږي، هغه پدې ډول چي هر دوه محورونه يو پربل باندي عمود وي.



7.1شکل

د O نقطه پر هر محور باندي د محاسبي نقطه بلل کيږي.د محور لوری او جهت معمولأ داسي ټا کي چي که چيری x نظر و y ته پر 90 درجي زاويي باندي د ساعت د ستني مخالف را وګرځول شي، او و هغه ته د z د نيمه محور د مثبتي خواڅخه وکتل شي،نو x مثبت نيمه محور د y د نيمه محور د مثبت لوري سره سمون ولري.

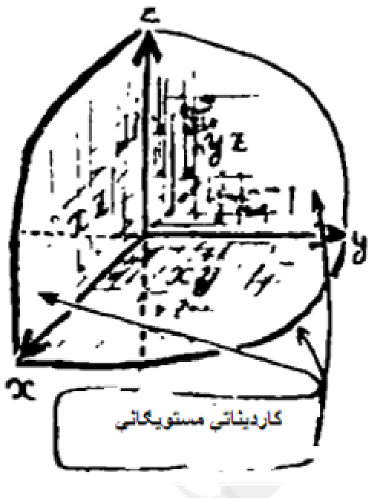
په فضاکي د کارديناتي محورونو څخه پرته آسانه داده چي کارديناتي مستوي ګاني وکتل شي، يعني هغه مستوي ګاني چي د دوو محورونو څخه تيريږي .

د xy مستوي چي د x او y څخه تيريږي د هغو ټولو نقطو مجموعه ده چي د (x,y,o) په ډول وي.دلته x او y کيفي عددونه دي.

د xz مستوي چي د x او z څخه تيريږي او د هغو ټولو نقطو مجموعه ده چي د (x,o,z) په ډول وي.

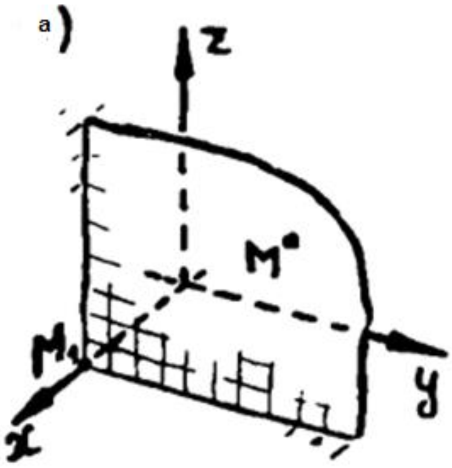
د yz مستوي چي د y او z محورونو څخه تيريږي او د ټولو هغو نقطو مجموعه ده چي د (o,y,z) په ډول وي.دلته هم x اوyکيفي عددونه دي.

اوس نو د هري M نقطي لپاره په فضاکي کولای شو ، دري عدده x,y اوz چي د هغي کاردينات جوړوي ،پيدا کړو.



7.2شکل

د لومړي عدد د پیداکولو لپاره د M د نقطې څخه یوه مستوي تیروو چې د yz د کاردیناتي مستوي سره موازي وي.(تیره کړل شوې مستوي په عین وخت کې د x پر محورباندې عموده وي) .د دې مستوي او x محور د تقاطع نقطه به پر دې محورباندې د x کاردینات وي.(په شکل کې د M_1 نقطه). د x عدد د x پرمحورد M_1 د نقطې کاردینات بلل کیږي.



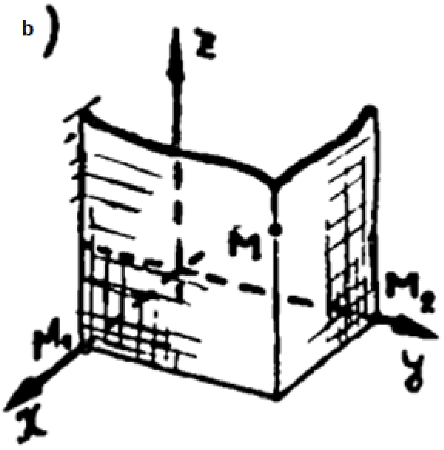
7.3شکل

د دوهم کاردینات د پیدا کولو لپاره د M تر نقطې داسې مستوي تیروو چې د xz د مستوي سره موازي وي (د y پرمحور باندې عموده وي)، د y پر محور باندې دM_2 نقطه پیدا کوو.

د y عدد د د y پرمحور باندې دM_2 نقطې کاردینات بلل کیږي چې د ترتیب محور په نامه سره یادیږي.

په همدې ډول سره د M نقطې څخه داسې مستوي تیروو چې د xy د مستوي سره موازي وي.(د z پر محور باندې عموده وي).

د Z عدد پیدا کوو چې د د Z پر محور باندې د M نقطې کاردینات دي. دغه د Z عدد د M د نقطې آپلیکات بلل کیږي.



7.4شکل

نو پدې ډول سره موږ د فضا و هرې نقطې ته درې ټاکلي عددونه کښیښودل چې د فاصلې د محور، د ترتیب د محور او د آپلیکات محورپه نامه سره یادیږي.

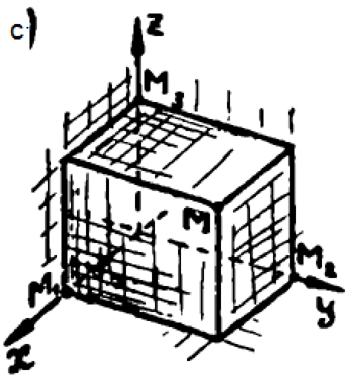
که خبره پرعکس وي نو د هرو درو عددونو لپاره (لومړی دx ،بیا y او بیا دZ لپاره) کولای شو چې په ترتیب سره یوه ټاکلي نقطه په فضا کې کښیږدو.

د دې لپاره باید د ترسیم لوړه قاعده په کارواچول شي، خو د آخر څخه باید پیل شي، یعني پر محور باندې د M_2M_1 او دM_3 نقطې چې پر دغو محورونو باندې په ترتیب سره د x ، y اوZ کاردینات لري ، په نښه کړو او وروسته تر دغو نومړو نقطو داسې مستوي ګانې تیرې کړو چې د کاردینا تې مستوي ګانو سره موازې وي.

د دې مستوي ګانو د تقاطع نقطه به همغه مطلوبه M نقطه پلاس راکړي.

لکه چې لیدل کیږي دx،yاوZ عددونه به د همدې نقطې کاردینات وي.

نو پدې ډول سره په فضا کې د نقطو ترمنځ په ترتیب سره متقابله همږغي د درو ګونو عددونو پواسطه چې د دې نقطو کاردینات بلل کیږي ،وضع شوې ده.



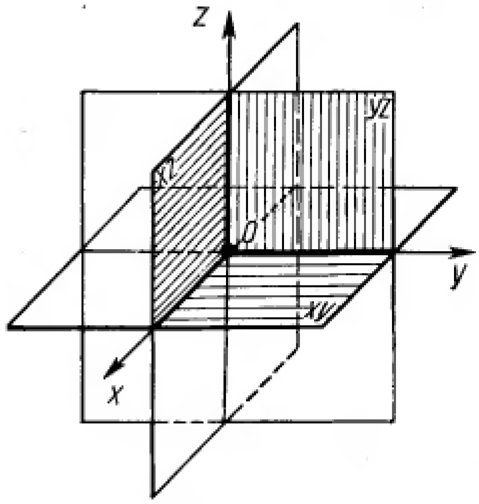
7.5شکل

7.2- په فضاکې د یکارت کاردیناتي سیستم او وکتور

د x,y,z یو پربل باندې عمود محورونه چې په یوه O نقطه کې سره قطع کړي را اخلو .د دې هرو دوو یو پر بل باندې عمودي محورونو څخه مستوي تیروو.

هغه مستوي چې د x,y مستقیمو کرښو څخه تیریږي ،د xy یا Oxy مستوي بلل کیږي.

دوې نورې مستوي ګانې په ترتیب سره د xz او yz مستوي ګانو په نامه سره یادیږي.د x,y,z مستقیمي کرښې ،کاردیناتي محورونه بلل کیږي، د دوی د تقاطع نقطه O د کاردینات پیل بلل کیږي، د xy,yz,xz مستوي ګانې د کاردیناتي مستوي ګانو په نامه سره یادیږي.



7.6شکل

د O نقطه د کاردینات هر محور پر دوو نیمه مستقیمو-نیمه محورونو باندې ویشي چې موږ به هغه په شرطي ډول سره مثبت او منفي نیمه محورونه وبولو.

اوس نو د A یوه کیفي نقطه تر کتنې لاندې نیسواو تر هغې یوه داسې مستوي تیروو چې د yz د مستوي سره موازې وي.(کښته 7.7 شکل).

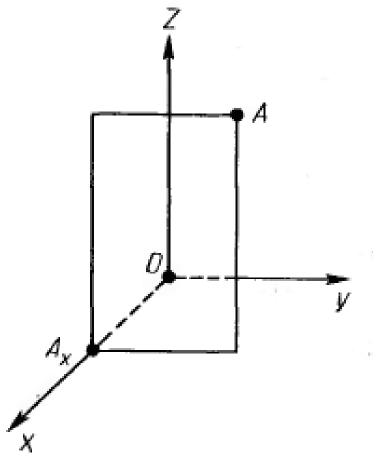
دغه مستوي به د x محور په یوې A_x نقطې کې قطع کړي .دA نقطې د x کاردینات به یو داسې عدد وبولو چې پخپل مطلقه قیمت سره دOA د قطعه خط سره مساوي وي.

دغه عدد به مثبت وي ، که چیرې د A نقطه د x پرمثبت نیمه محورباندې پرته وي، او منفي به وې که چیرې نوموړې نقطه د x پر منفي نیمه محورباندې واقع وي.

که چیرې د A نقطه د O نقطې سره سمون ولري او ورسره یو ځای وي ، نو داسې بې ګڼو چې $x = 0$

په همدې ډول سره د A نقطې د y اوz کاردینات هم پیداکیږي.

د نقطې کاردینات معمولاً داسې لیکل کیږي: A(x,y,z) ،کله ناکله هم پدې ډول:(x,y,z)



7.7شکل

د Oxy ،Oxz، Oyz کاردیناتي مستوي ګانې چې د کاردیناتي محورو څخه تیریږي ،فضا پر اتو اوکتانتو(برخو) باندې ویشي، د A(1;2;2) نقطه مثلاً په لومړی برخه کې پرته ده.

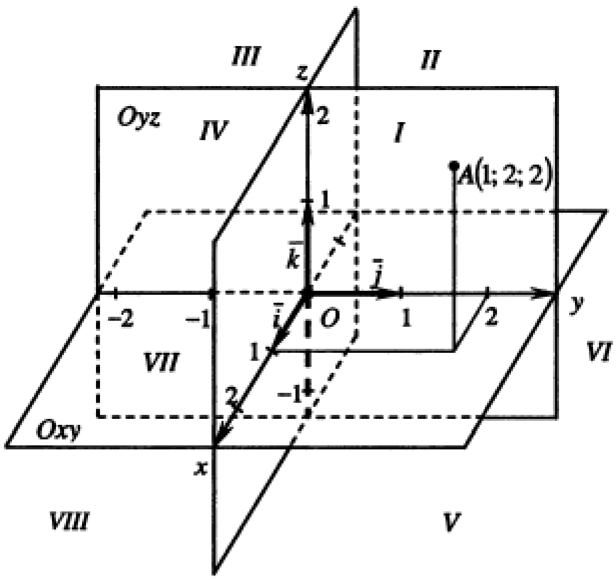
د A نقطې کاردینات په قایم الزاویه کاردیناتي سیستم کې په ستندرد قاعدې کې د هغې د OA شعاع-وکتور بلل کیږي.

په فضاکې: $\overline{OA} = x\,\bar{\imath} + y\,\bar{\jmath} + z\,\bar{k}$

په عام ډول سره:

په مستو $\overline{OA} = x\cdot\bar{i} + y\cdot\bar{j}$,

په فضاء: $\overline{OA} = x\cdot\bar{i}$



7.8-شکل

7.3- د وکتور مرتسمه پر محور باندې

اتکل کوو چې په درې بعدي فضا کې یوه سیده کرښه L چې لوری یې د واحد وکتور $\vec{e}$ (لوری ورکوونکی وکتور) په مرسته ښودل شوی دی، د هغې پر مخ باندې یو د دوو جهتونو څخه ټاکو او هغه مثبت بولواو د $\vec{F}$ وکتور چې پیل یې د A او پای یې د B په نقطو کې ځای لري، را کړل شوی دی.

هغه سیده کرښه چې د هغې پر مخ باندې مثبت جهت او د اوږدوالي د اندازه کولو واحد ټاکل شوی وي،محور نومیږي.

تر Aاو B نقطو د L پر محور باندي عمودي دوي مستوي ګاني Π_1 او Π_2 تيروو. د A په نقطه کي د L د محور سره موازي د n لوری هم بنيوو.

د قوې مرتسمه پر محور باندې هغه سکالري کميت دی چي مساوي دی د وکتور د مودول او د هغې زاويي د کوساين د ضرب په حاصل سره چي د قوې او د محور د مثبت لوري تر منځ جوړه شوې وي.

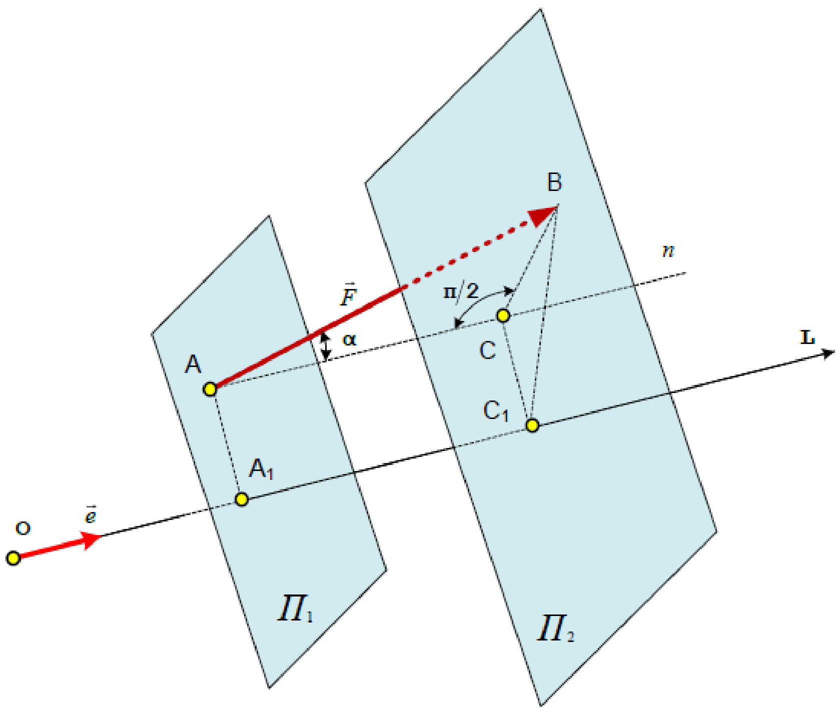
نو پدې ډول د مرتسمې لغت چي بيله کومې ځانګړې يادونې څخه استعمال شوی وي ، د سکالري مرتسمې په معنې به وي.

يعني د $\vec{F}$ قوې مرتسمه د L پرمحور باندي په F_L سره ښيوو او مساوي ده :

$$F_L = F\cos(\vec{F};\ \vec{e}\,) = F\cos\alpha$$

دلته د α د $\vec{F}$ قوې او واحد وکتور $\vec{e}$ تر منځ زاويه ده.

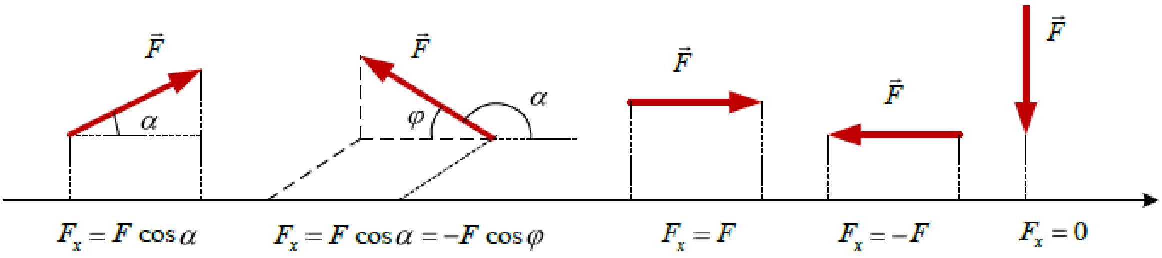
په عددي ډول سره پر محور باندې د وکتور د مرتسمې کميت مساوي دی په AC توټه کرښې يا هم A_1C_1 قطعه خط سره او علامه يې په اړونده زاويې پورې اړه لري:



7.9 شکل

- کله چې $\alpha < 90°$ ، د قوې مرتسمه مثبته ده
- کله چې $\alpha > 90°$ ، د قوې مرتسمه منفي ده
- کله چې $\alpha = 90°$ ، د قوې مرتسمه صفر ده

ځينې ځانګړې حالتونه دا دي:

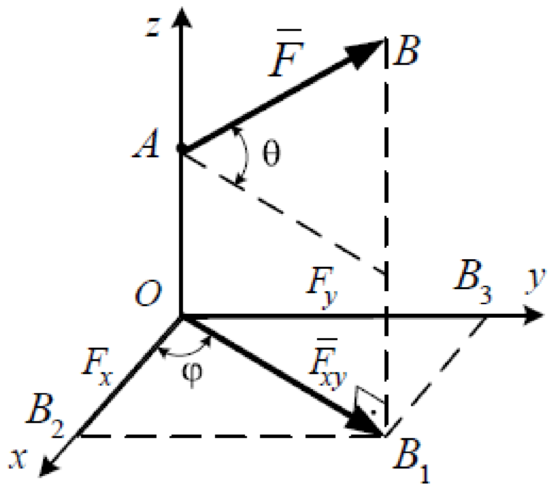


7.10 شکل

7.4- د قوې مرتسمه پر مستوي باندې

د $\vec{F}$ قوې مرتسمه پر Oxy مستوي باندې عبارت د هغه وکتور $\vec{F}_{xy} = OB_1$ څخه ده چې پر همدغې مستوي باندې د $\vec{F}$ قوې د پیل او پای د مرتسمو په منځ کې راګیر وي، مودول یې:

$$F_{xy} = F\cos\theta$$



7.11-شکل

کله چې قوه په فضا کې په کیفي ډول سره پرته وي، نو پر کارډیناتي محورونو باندې د هغې مرتسمې لکه چې معمول دی د دوه ګوني ارتسام په مرسته پیدا کیږي. قوه ، لومړی د کارډیناتي محورونو څخه پر یوه محورمثلاً z او د دوو نورو محورونو پر مستوي(Oxy) باندې، رسمیږي ، پر مستوي باندې د قوې مرتسمه $\vec{F}_{xy}$ عبارت له وکتور څخه دی، چې وروسته بیا د Ox او Oy پر کارډیناتي محورونو باندې چې په مستوي کې پراته دي، رسمیږي.مودولونه یې :

$$F_x = OB_2 = F_{xy}\cos\varphi = F\cos\theta\cos\varphi$$

$$F_y = OB_3 = F_{xy}\sin\varphi = F\cos\theta\sin\varphi$$

$$F_z = F\sin\theta$$

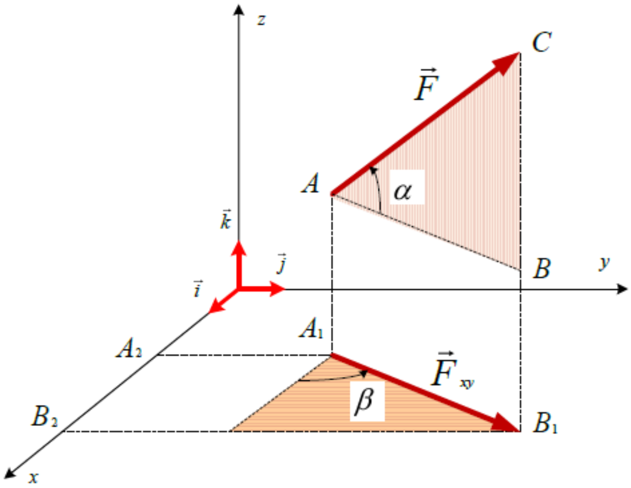
پر محور باندې د قوې د مرتسمې سره په توپیر ، **د قوې مرتسمه پرمستوي** باندې یو وکتوري کمیت دی.

که وکتور پدې ډول سره راکړل شوی وي:

$$\vec{F} = F_x\,\vec{\imath} + F_y\,\vec{\jmath} + F_z\,\vec{k}$$

نو په تحلیلي ډول سره د دې وکتور د مرتسمې ارائه یوازې پر Oxy مستوي باندې داسې لیکلای شو:

$$\vec{F}_{xy} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + 0\,\vec{k}$$



7.12 شکل

$\vec{\imath}$ ، $\vec{\jmath}$ ،$\vec{k}$ واحد وکتورونه .

واحد وکتورونه په 1853 کې د هامیلتون لخوا وضع شوي دي.

په همدې ډول سره د قوې مرتسمه پر نورو دوو مستوي ګانو باندې سر ته رسیږي.

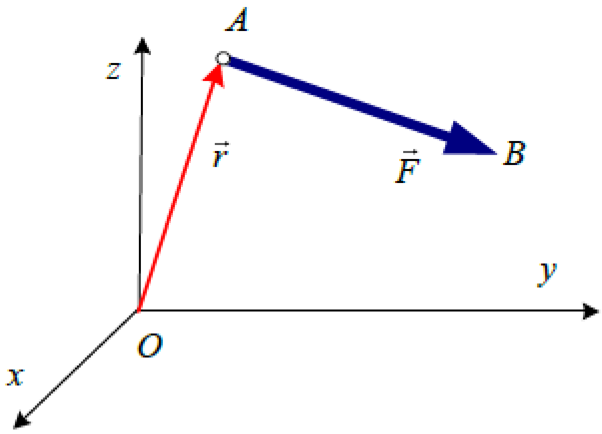
د وکتور مودول به:

$$F_{xy} = A_1B_1 = AB = AC\cos\alpha = F\cos\alpha$$

7.5- د قوې د ورکړې لاري

د $\vec{F}$ قوه به تر کتنې لاندې ونیسو چې د یوه وکتور په ډول سره ښکاري ، داسې چې پیل یې د A او پای یې د B په نقطو کې دي.

د قوې د ورود نقطې د ښودلو په موخه د شعاع وکتور د مفهوم څخه کار اخلو چې د کاردیناتي سیستم پیل او د قوې د ورود نقطه سره نښلوي:



7.13 شکل

$$\vec{r} = x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_A\vec{k}$$

پر کارډيناتي سيستم باندي د r⃗ وکتور مرتسمه مساوي ده د A نقطي په کارډيناتو سره ، چيري چي د $\vec{F}$ قوه وارده شوي ده.

د قوي د ورود د نقطي، عددي قيمت يا مودول او د تأثير د کربني خخه پرته ، کولای شو چي د قوي د ورکړي د تحليلي ميتود په هکله هم څه نا څه ووايو.

د $\vec{F}$ قوي د کميت او لوري په هکله معلومات کيدای شي په لاندي تحليلي طريقو سره پلاس راشي:

لومړی لاره:

- د $\vec{F}$ قوه د دي ضرب حاصل په ډول سره ارائه کوو:

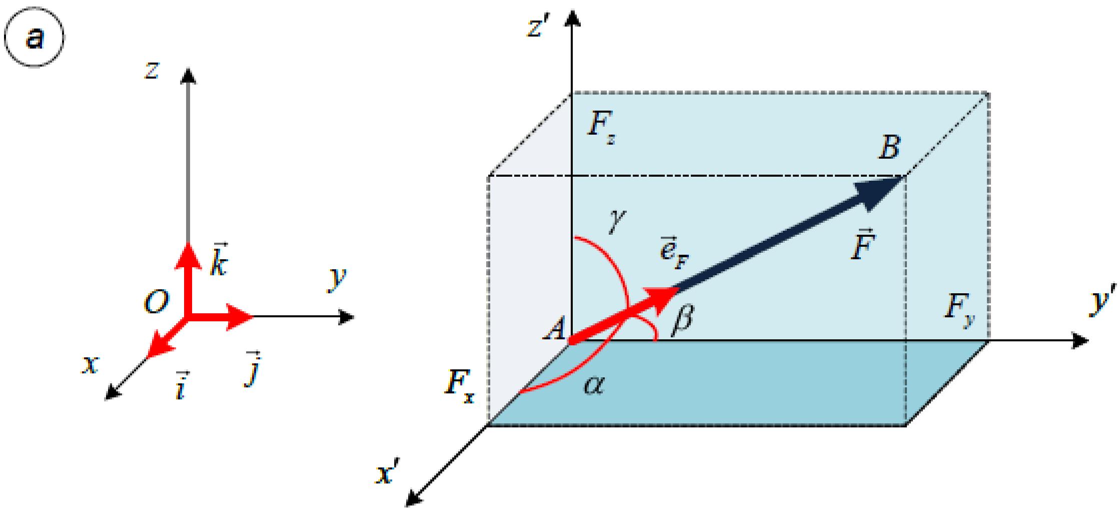
$$\vec{F} = \vec{e}_F F$$

دلته F د قوي مودول دی، $\vec{e}_F$ واحد وکتور دی چي د قوي لوری رابنيي(لوری ورکوونکی وکتور):

$$\vec{e}_F = n_x\,\vec{i} + n_y\,\vec{j} + n_z\,\vec{k}$$

دلته n_x ، n_y او n_z د وکتور لوري ورکوونکي کوساينونه دي

$$n_x = \cos\alpha\,;\; n_y = \cos\beta\,;\; n_z = \cos\gamma$$



شکل 7.14

ددي لپاره چي وکولای شو پدي لاري سره يو وکتور ارائه کړو ، نو بايدد د وکتور عددي قيمت يا مودول او د α، β، γ زاويي وپيژنو.

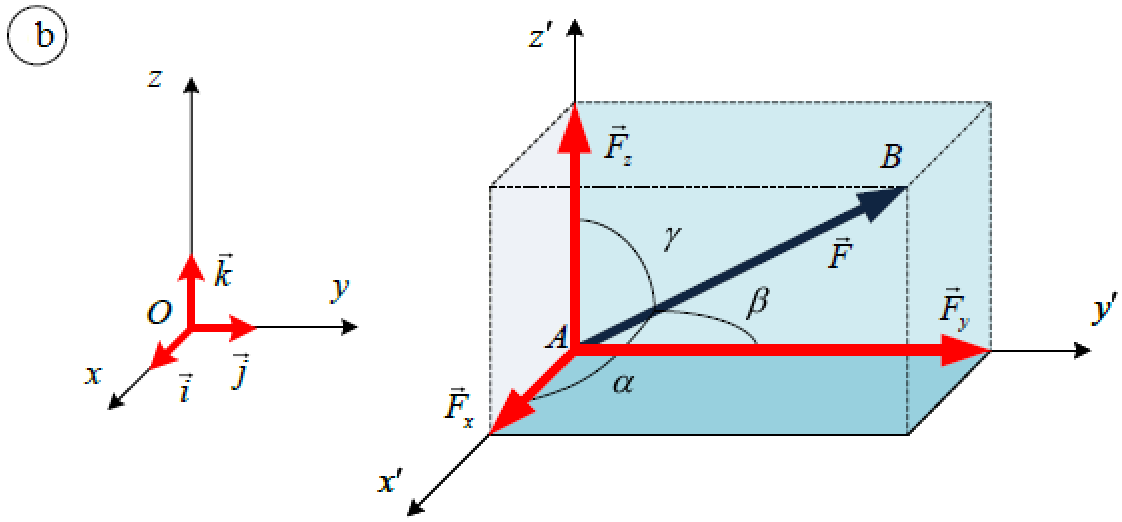
دوهمه لاره:

- يو وکتور کيدای شي لکه د درو وکتورونو مجموعه ارائه کړل شي، داسي چي هر وکتور پر اړونده کارډيناتي سيستم باندي متوجه وي:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

نوموړي وکتورونه د مرکبو په نامه سره ياديږي او مساوي دي له:

$$\vec{F}_x = F_x\vec{\imath};\ \vec{F}_y = F_y\vec{\jmath};\ \vec{F}_z = F_z\vec{k}$$



7.15 شکل

دلته F_x ، F_y او F_z پر کارديناتي محورونو باندي د $\vec{F}$ قوي مرتسمي دي.

د دې لپاره چې پدې لاري سره يو وکتور ارائه کړو ، نو بايد د هغه دري مرتسمي F_x ، F_y او F_z وپيژنو.

له يوې لاري ښخه و بلې ته اوښتل آسانه کار دی.

داسي يې بولو چې يو وکتور د دوهمې لاري په مرسته ارائه کړل شوی دی، يعني د هغه دري مرتسمي F_x ، F_y او F_z معلومي دي. پدې صورت کې د وکتور مودول به د متساوي الاضلاع د قطر په ډول سره پيدا کړو

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

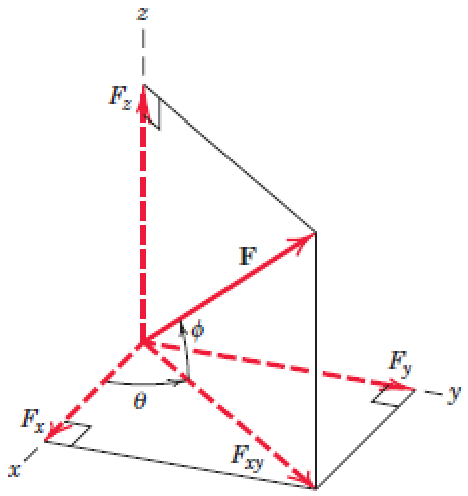
او لوري ورکوونکي کوساينونه به چې د هغوی لپاره لاندې اړيکه تحقق لري

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$$

د دې ويش په مرسته پلاس راوړو:

$$n_x = \frac{F_x}{F};\ n_y = \frac{F_y}{F};\ \ n_z = \frac{F_z}{F}$$

- که د $\vec{F}$ قوي د تاثير کرښه د دوو زاويو په مرسته وښودل شي مثلاً θ او ϕ :



7.16 شکل

نو ليکلای شو:

$$F_{xy} = F\cos\phi$$

$$F_z = F\sin\phi$$

د F_{xy} افقي مرکبه د x او y له لارې داسي تجزيه کولای شو:

$$F_x = F_{xy}\cos\theta = F\cos\phi\cos\theta$$

$$F_y = F_{xy}\sin\theta = F\cos\phi\sin\theta$$

لکه چې وينو F_x ، F_y او F_z د $\vec{F}$ قوې سکالري کميتونه دي.

کله چې وکتور په يوې کارديناتي مستوي کې پروت وي ، مثلاً په Oxy مستوي کې، نو اړونده فورمولونه نور هم ساده کيږي او داسي به وي:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2};\ n_x = \frac{F_x}{F}\ ; n_y = \frac{F_y}{F}$$

دلته

$$n_x^2 + n_y^2 = 1$$

د قوې مرتسمي پر کا ردينا تي محورونو باندې:

$$F_x = F.cos\alpha = Fcos(F,\hat{}i);\ F_y = F.cos\beta = Fcos(F,\hat{}j);$$

$$F_z = F.cos\gamma = Fcos(F,\hat{}k)$$

دغه فورمول د هر وکتور د تجزيې لپاره پر کارديناتي محورونو باندې د استعمال وړ دی.

په پای کې يو ځل بيا ټينګار کوو ، نه بنايي پرمحور باندې د قوې د مرتسمي مفهوم د مرکبې قوې سره ګډ او غلط شي، و شکل ته دې وکتل شي

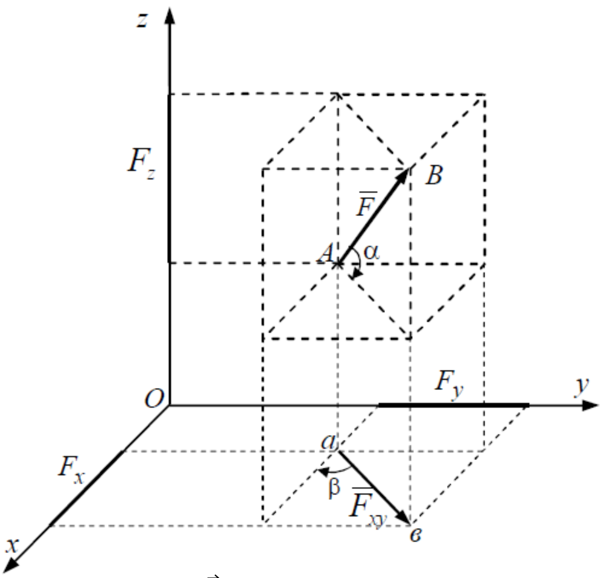
د قوې مرکبه عبارت له وکتورخخه ده او مساوي ده د واحد وکتور او همدې قوې د مرتسمي د ضرب په حاصل سره ، مثلاً

$$\vec{F_z} = F_z\,\vec{k}$$

خو د قوي مرتسمه

$$F_z = F.cos\gamma = Fcos(F,\wedge k)$$

د a په شکل کې د $\vec{F}$ قوې مرتسمې د O_x,O_yاو O_z پر محورونو باندې بنودل شوي دي.د F_x او F_y د مرتسمو لپاره د دوه ګوني رسمولو د میتود څخه کاراخیستل شوی دی.



شکل7.17

$$\vec{F}_{xy} = F.cos\alpha$$

$$F_x = F_{xy}.cos\beta = F.cos\alpha.cos\beta$$

$$F_y = F_{xy}.sin\beta = F.cos\alpha.cos\beta$$

د $\vec{F}_{xy}$ وکتور په شکل کې د $\vec{F}$ قوې مرتسمه په O_{xy} مستوي کې ده ، چیرې چې دO_x او O_y محورونه پراته دي.

د $\vec{F}$ قوې مرتسمې د O_x,O_yاو O_z پر محورونو باندې داسې پیدا کیږي لکه د$\vec{F}_{xy}$ د وکتور مرتسمه چې پر همدغو محورونو باندې پیداکیږي.

د$\vec{F}$ مرتسمه دOz پرمحور باندې لکه چې د شکل څخه لیدل کیږي

$$F_z = F.sin\alpha$$

7.6- د متلاقي قواو فضايي سیستم System of concurrent Forces in space

په عمل کې ډیروختونه ټولې قوې چې پریوه ساختمان باندې تأثیرکوي ، ویوه داسې سیستم ته راوړل کیږي چې په یوې مستوي کې واقع وي .

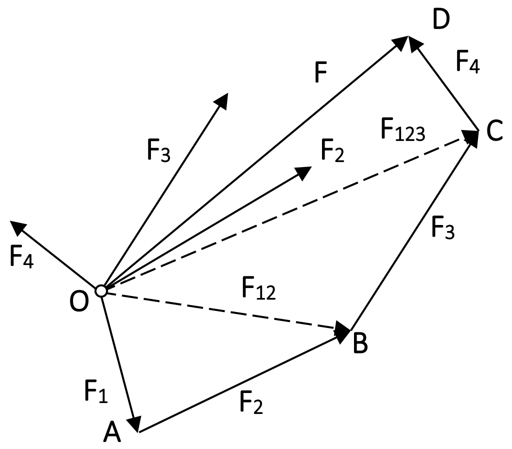
ډیرځله فضايي سیستم کیدای شي پر څو مستوي سیستمونو باندې وویشل شي . خودا کارهروخت ممکن نه وي، نولدې کبله په ستاتیک کې د قواو د فضايي سیستم په هکله چیرې چې قوې په یوې مستوي که واقع نه وي ، د راوړلو او تعادل په اړه مطالعه کیږي .

د څو قواو سیستم چې د تأثیرکرښې یې په یوې مستوي کې واقع نه وي ، ولې په یوې نقطې کې سره قطع کړي ، د متلاقي قواو د فضایي سیستم په نامه سره یادیږي .

داسې ستم هم لکه د متلاقي قواو سیستم ویوه سیستم ته چې په یوې نقطې کې تأثیرکوي ، را وړو.

د O په نقطې کې د F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4 قوې تأثیرکوي چې په یوې مستوي کې واقع نه دي . که څه هم دا قوې په یوې مستوي کې نه دي پرتې خو د جوړې په شکل د هغوی څخه هرې دوې قوې بیله شکه په یوې مستوي کې واقع دي ځکه چې د دوو متقاطعو مستقیمو کرښو څخه تل کولای شو مستوي تیره کړو ، خو یوه مستوي.

نوپه دې ډول سره د دې سیستم د دوو قواو مثلاً F_1 او F_2 د جمع کولولپاره موږ کولای شو د متلاقي قواو د مستوي سیستم د جمع کولو له قاعدې څخه ګټه واخلو او د F_{12} محصله قوه پیداکړو چې په همدې O نقطې کې تأثیرکوي .



7.17شکل

د دې محصلې قوې او یوې بلې مثلاً F_3 قوې څخه د یوې مستوي په تیرولوسره ، موږکولای شو د قوه ایزمثلث د قاعدې سره سم د دې درو قواو F_{123} محصله قوه هم پیداکړو اوپه همدې ډول سره تراخره پورې و دې کارته دوام ورکړو.

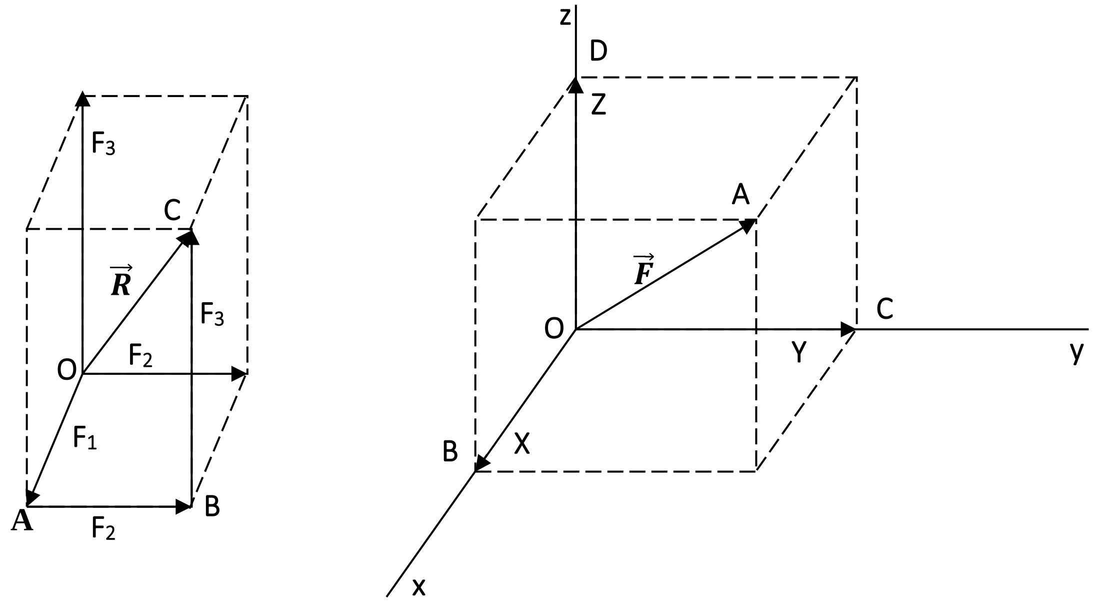
لکه چې د شکل څخه لیدل کیږي د متلاقي قواو د فضایي سیستم محصله قوه د OABCD کثیرالاضلاع چې پر مرکبو قواو باندې جوړشوی دی ، په مودول او جهت سره د تړونکې ضلع په ډول سره ښودل کیږي یعنې دهغو هندسي مجموعه جوړوي :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F}_k \ldots (7.1)$$

باید په نظرکې ولرو چې قوه ایزکثیرالاضلاع چې د فضایي سیستم د قواو د جمع کولوپه نتیجه کې پلاس راځي ، مستوي اومسطح به نه وي .

په ځانګړي حالت کې د فضایي سیستم د درو متلاقي قواو محصله قوه په مودول اوجهت سره د کثیرالاضلاع د قطرپه ډول چې پردغو قواو باندې رسم شوی دی ، ښودل کیږي (د قوه ایزکثیرالاضلاع طریقه) .



7.18شکل

په حقیقت کې چې د F_1 ، F_2 ، F_3 قواو لپاره د اړوند کثیرالاضلاع د OC قطرعبارت دی د OABC رسم کړل شوي کثیرالاضلاع د تړونکي ضلعي (OC) څخه.

د متوازی الاضلاع د قاعدې سره سم په آسانی سره کولای شو چې د دې مسئلې عکس مثال هم حل کړو .

یعني د قواو تجزیه پر درو ورکړل شوو جهتونو باندې چې په یوې مستوي واقع نه وي . د دې کارلپاره کافي ده چې داسې مستطیل رسم شي چې جوانب اولیرې یې راکړل شوی جهت ولري اوقطریې همدغه قطرواوسي .

په هغه حالت کې چې دا درې جهتونه د کاردینات د محورونو د جهتونو سره مطابقت کوي نو د $\vec{F} = \overline{OA}$, مرکبې قوې یعني $\overline{OB}, \overline{OC}$ او $\overline{OD}$ په مودول سره په ترتیب مساوي دي د فضایي کاردینات سیستم پرمخ باندې د$\vec{F}$ قوې د مرتسمو په مطلقه قیمت سره .

د دې قواو مرتسمې په مطلق قیمت سره د فضایي کاردینات په سیستم کې په لاندې ډول دي :

$$OB = |F_x| \quad ; \quad OC = |F_y| \quad ; \quad OD = |F_z|$$

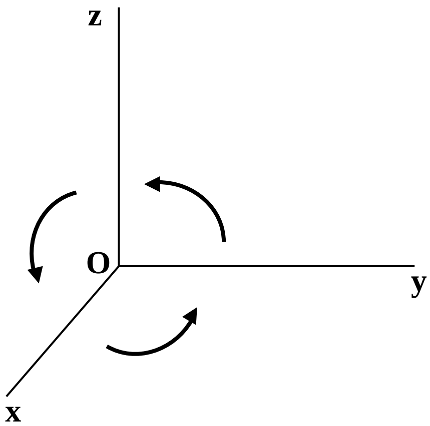
له دې ځایه څخه لرو چې :

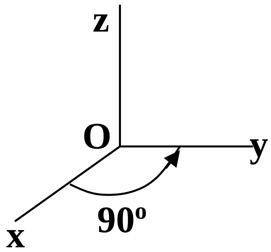
$$R_x = \sum F_x \, ; \; R_y = \sum F_y \, ; \; R_z = \sum F_z$$

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2 + {R_z}^2} \; ... (7.2)$$

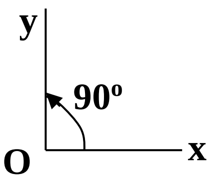
د قوې مودول مساوي دی پرهرو درو متقابلاً عمودي محورونوباندې د مرتسمو د مجموعې په مربع سره،ترمربع جذر لاندې .

لکه چي پوهیږو د وکتورونو د هندسي مجموعي مرتسمه پرهرمحورباندې مساوي ده د مرکبو وکتورونو په الجبري مجموعي سره پرهمهغه محورباندې ، نو دغه قاعده د هرمستوي اوفضایي قوه ایز وکتوري کثیرالاضلاع لپاره هم د تحقق وړ ده او د متلاقي قواو د سیستم محصله قوه مساوي ده د مرکبو قواو د وکتورونو په هندسي مجموعي سره ، نو د متلاقي قواو د سیستم د محصلي قوې مرتسمه پرهرېوه محورباندې مساوي ده د مرکبو قواو د مرتسمو په الجبري مجموعي سره پرهمدغه محورباندې .مورږد لکه چي معمول دی د راسته(انګلیسي) فضایي کاردیناتي سیستم څخه کاراخلو،چپه فضایي کاردیناتي سیستم به فرانسوي وي.

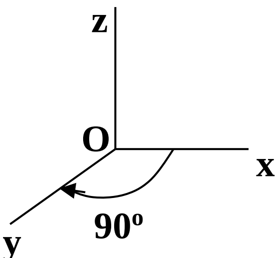




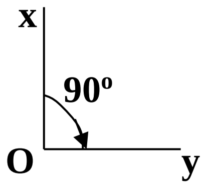
راسته فضایي کاردیناتي سیستم



راسته مستوي کاردیناتي سیستم



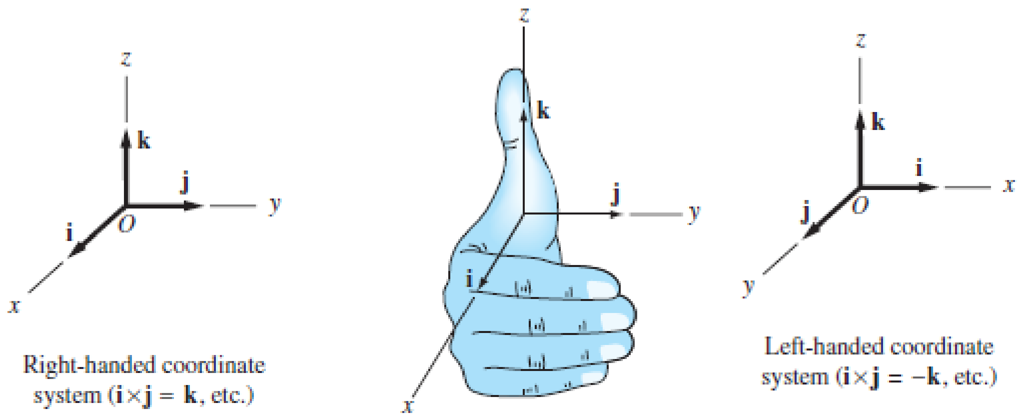
چپه فضایي کاردیناتي سیستم



چپه مستوي کاردیناتي سیستم

7.19شکل

په یاد لرو:په عام ډول سره ښی فضایي قایم الزاویه کاردیناتي سیستم دښی لاس د دروګوتود قانون پربنسټ ولاړ دی.که د ښی لاس بټه یا غټه ګوته دz محوروښیي،نوځلور ګوتي به دy محوراوخپله لاس به دx محوروښیي.په بله ژبه:که دx دمحورڅخه دy ومحورته تر$90°$ زاویې لاندې راګرځیدل دساعت دستني پرخلاف صورت ونیسي نودابه ښی کاردیناتي سیستم اوکه همدغه ګرځیدنه دساعت دستني سره سمه وي،نوکاردیناتي سیستم کیڼ(چپه) ګڼل کیږي.



$$\boldsymbol{ixi} = \mathbf{0}$$

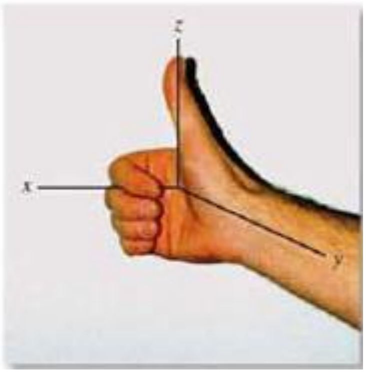
$$\boldsymbol{jxj} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{kxk} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{ixj} = \boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{jxk} = \boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{kxi} = \boldsymbol{j}$$



7.20-شکل

پورته کارديناتي سيستمونه د فرانسوي عالم ريني ديکارت د کار او زيار محصول دي.

René Descartes 31.03.1596_11.02.1650

ميتافزيک،ايپيستيمولوجيست،رياضي،فزيک او وميخانيک پوه

$$R_x = \Sigma X = \Sigma X_k$$

$$R_y = \Sigma Y = \Sigma Y_k$$

$$R_z = \Sigma Z = \Sigma Z_k$$

په (7.2) فورمول کې د دې قیمتونو په وضع کولوسره لرو چې :

$$\mathrm{R} = \sqrt{(\Sigma X_k)^2 + (\Sigma Y_k)^2 + (\Sigma Z_k)^2} \ldots (7.3)$$

(7.3) فورمول عبارت دی د متلاقي قواو د فضايي سيستم د محصلې قوې د مودول څخه .

لکه چې پوهیږو د یوې قوې مرتسمه پریوه محوربانديې مساوي ده د دې قوې په مودول سره ضرب دهغې زاويې په cos چې د قوې د جهت اود محورد مثبت لوري ترمنځ جوړيږي نو:

$$R_x = \mathrm{R}.\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,x)$$

$$R_y = \mathrm{R}.\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,y)$$

$$R_z = \mathrm{R}.\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,z)$$

نوله دې ځایه څخه د محصله قوې د جهت فورمول هم راپیداکیږي:

$$\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,x) = \frac{R_x}{\mathrm{R}}$$

$$\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,y) = \frac{R_y}{\mathrm{R}} \quad \ldots (7.4)$$

$$\cos(\mathrm{R}\,\hat{;}\,z) = \frac{R_z}{\mathrm{R}}$$

که چیرې د متلاقي قواو سيستم په تعادل کې وي نو د هغه محصله قوه باید په صفرسره مساوي شي

$$R = 0$$

لکه څنګه چې محصله قوه د قوه ایزکثیرالاضلاع ترونکي ضلع جوړوي، نو د متلاقي قواو د فضايي سيستم د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چې قوه ایزکثیرالاضلاع چې پرهمدې راکړل شوو قواو باندې جوړیږي ، بايد تړلی وي (په هندسي شکل د تعادل شرايط) .

د(7.3) فورمول څخه معلوميږي چې $R = 0$ هغه وخت تحقق مومندلای شي چې دا معادلې هم تحقق ولري :

$$R_x = \Sigma X_k = 0 \quad ; \qquad R_y = \Sigma Y_k = 0 \quad ; \qquad R_z = \Sigma Z_k = 0 \quad \ldots (7.5)$$

د متلاقي قواو د فضايي سيستم د تعادل لپاره ضروري او کافي ده چې د ټولوقواو د مرتسمو مجموعه د درو متقابلاً عمودو محورونو څخه پرهریوه محوربانديې په صفرسره مساوي شي .

7.7- د قوې مومنت نظر و محورته Moment of Forces about axis

د قوې مومنت نظرویوه محورته د هغه کمیت څخه عبارت دی چې د دې قوې دوراني موثريت د همدغه محورپه نسبت ، په ګوته کوي .

د قوې مومنت نظر ومحورته مثلاً نظرد z ومحورته (7.21شکل دې وکتل شي) ضروري ده :

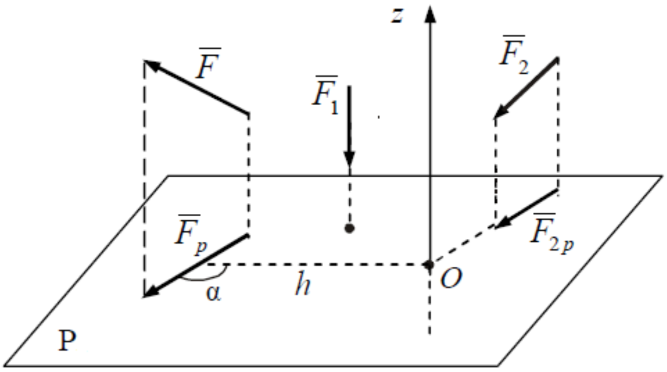
1. قوه دې پرهغې مستوي باندې ترسیم شي چې پرمحوربانديې عموده وي (په شکل کې د P مستوي) .

2. د پلاس راغلي F_P مرتسمي مومنت دي نظرد محوراو مستوي د تقاطع ونقطي (O) ته ونیول شي .

مومنت مثبت ګڼل کیږي که چیري د محورد مثبت انجام څخه هغه څرخ چې د قوي مرتسمه یې هڅه کوي اجراکړي ، د ساعت د ستني مخالف وي . د شکل څخه لیدل کیږي چې :

$$M_z(F) = M_O(F_P) = \pm F_P . h$$

په دوو حالتونو کې د قوي مومنت نظرومحورته مساوي په صفردی :



شکل-7.21

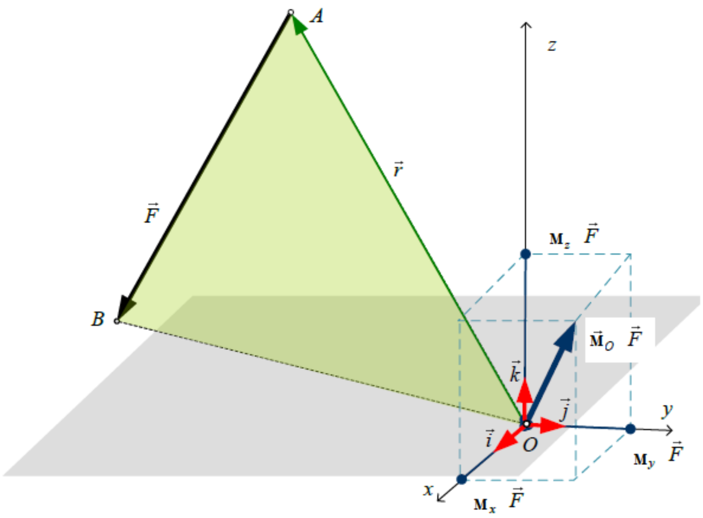
1. که چیري قوه د محورسره موازي وي (F_1 په شکل کی) .

2. که چیري د قوي د تأثیرکرښه محورقطع کړي (F_2 په شکل کی).

لدي ځایه څخه دا نتیجه اخیستل کیږي چې که چیري قوه او محور په یوي مستوي کې واقع وي نو د قوي مومنت نظر و همدي محورته مساوي په صفرسره دی .

د $\bar{F}$ د قوي مومنت نظر و یوه محور z ته ، د $M_z\,\bar{F}$ د ضرب حاصل یو سکالري کمیت دی چې مساوي دی د قوي د مومنت په مرتسمي چې د همدي محور نظر و یوي نقطي(O) ته محاسبه کړل شوی وي:

$$M_z\,\bar{F} = M_O\,\bar{F}_z$$



شکل-7.22

د تعریف سره سم د قوې مومنتونه نظر و کاردیناتي محورونو ته مساوي دی پر محورونو باندې د همدې قوې د مومنت په مرتسمو سره چې د کاردیناتو و مبدأ د O و نقطي ته محاسبه کړل شوی وي.

که د قوې وکتور- مومنت پر کاردیناتي محورونو باندي د مرتسمو له لارې ارائه کړو(لوړ شکل)،نولرو:

$$M_O\,\bar{F} = M_x\,\bar{F}\,\bar{\imath} + M_y\,\bar{F}\,\bar{\jmath} + M_z\,\bar{F}\,\bar{k}\ ...\ (a)$$

اوس که د قوې مومنت نظر و یوي نقطې (O) ته تر کتني لاندې ونیسو او دا قوه داسي ارائه کړو

$$\bar{F} = F_x\,\bar{\imath} + F_y\,\bar{\jmath} + F_z\,\bar{k}$$

او د جسم د A په نقطي کې وارده شوې اوموقعیت یې د شعاع وکتور له لارې وښودل شي

$$\bar{r} = r_x\,\bar{\imath} + r_y\,\bar{\jmath} + r_z\,\bar{k}$$

دلته $\bar{\imath},\bar{\jmath},\bar{k}$ واحد وکتورونه ، x,y,z کاردیناتي محورونه او F_x, F_y, F_z پر کاردیناتي محورونو باندې د قوې مرتسمي دي.

شعاع وکتور $\bar{r}$ په 1853 کې د فرانسوي عالم آګوستین لويي کوښي لخوا د استعمال و ډګرته را وړاندې شو.

که د $\bar{M}_O\,\bar{F} = \bar{r}\text{x}\bar{F}$ وکتوري د ضرب حاصل د دې ترمینانټ له مخې ولیکو

$$\bar{M}_O\,\bar{F} = \bar{r}\text{x}\bar{F} = det\begin{vmatrix}\bar{\imath} & \bar{\jmath} & \bar{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix} = \bar{\imath}\text{x}\begin{vmatrix}y & z\\ F_y & F_z\end{vmatrix} - \bar{\jmath}\text{x}\begin{vmatrix}x & z\\ F_x & F_z\end{vmatrix} + \bar{k}\ \text{x}\begin{vmatrix}x & y\\ F_x & F_y\end{vmatrix} =$$

$$\bar{\imath}\big(y\,F_z - z\,F_y\big) + \bar{\jmath}(-xF_z + zF_x) + \bar{k}\big(xF_y - yF_x\big)$$

او یا هم

$$\bar{M}_O\,\bar{F} = (y\,F_z - \ z\,F_y\,)\bar{\imath} + (z\,F_x - \ x\,F_z\,)\bar{\jmath} + (x\,F_y - y\,F_x\,)\bar{k}\ ...\ (b)$$

،نو همدا فورمول د قوې د مومنت نظر و نقطي ته ، تحلیلي افاده بلل کیږي.

ماتریکس د دوو عمودي کرښو سره د« کیلي« لخوا په 1843 کې وضع شو.اوس دهغه لپاره یا ګردي یا هم یوستوي کرښي استعمالیږي.ګردي قوسونه د کالیس Cuthbert Edmund Cullis لخوا په 1913 کې وکارول شول.

$$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix} \left\|\begin{matrix}a & b\\ c & d\end{matrix}\right\| \begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$$

اوس نو که د (a) او (b) فورمولونه سره پرتله کړو، نو نظر و کاردیناتي محورونو ته چې د (O) له نقطې څخه تیریږي، د قوې د مومنت تحلیلي افاده به پلاس راوړو:

$$M_x\,\bar{F} = y\,F_z - \ z\,F_y$$

$$M_y\,\bar{F} = z\,F_x - \ x\,F_z$$

$$M_z\,\bar{F}\ =\ x\,F_y - y\,F_x$$

لکه چي پوهیږو په فضا کي د جسم د تعادل شرایط داسي دي چي پر کاردیناتي محورونو باندې د ټولو قواو د مرتسمو الجبري مجموعه او د ټولو قواو د مومنټونوالجبري مجموعه نظر و کاردیناتي محورونو ته ،باید صفر شي:

$$\Sigma Fx = 0 \quad ; \quad \Sigma Mx(Fi) = 0$$

$$\Sigma Fy = 0 \quad ; \quad \Sigma My(Fi) = 0$$

$$\Sigma Fz = 0 \quad ; \quad \Sigma Mz(Fi) = 0$$

لکه ځنګه چي د تحلیلي معادلو څخه څرګندیږي د فضایي کیفي قوه ایزسیستم په صورت کي مسئله ستاتیکي معینه ده ، که چیرې د مجهولو کمیتونو شمیره د 6 څخه زیاته نه شي .

که چیرې په فضاکې قوې په دې یاهغه ډول موازي موقعیت ولري مثلاً د یوه محورپه نسبت، نو د معادلو شمیره تر 3 پورې را لږیږي . نو پدې ډول سره د موازي قواو لپاره چې د z د محورسره موازي وي د تعادل معادلې به لاندې شکل ولري :

$$\Sigma F_{iz} = 0$$

$$\Sigma Mx(F_i) = 0$$

$$\Sigma My(F_i) = 0$$

پدې صورت کي مسئله ستاتیکي معینه ده ، که چیرې د مجهولو کمیتو شمیره تر3 زیاته نه وي .

و یوې ځانګړې بیلګې ته به ځیرشو:

دF قوه پریوه جسم باندې تأثیرکوي چي دغیرمتحرک محورپرشاوخواباندې څرخیدلای شي .

مثلاً پر ور یا دروازه باندې چي د چپ راست په مرسته د z د محورپرچاپیرباندې را څرخي ، دF قوه تأثیرکوي، ولې داقوه د z پرمحورباندې په عموده مستوي کي واقع نه ده .

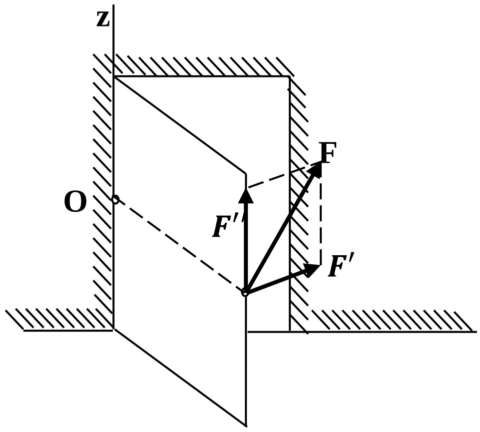
معلومه خبره ده د دې قوې د F'' مرکبه چي د څرخیدو د محورz سره موازي ده ، نشي کولای چي جسم ته دوراني حرکت ورکړي .دغه قوه یوازې هڅه کوي چي جسم د z د محورپه امتداد وښخوي اولږڅه د ځای بدلون ورکړي .

یوازې د F' مرکبه قوه چې پرz باندې عموده مستوي کي واقع ده ،کولای شي چي جسم ته دوراني مؤثریت ورکړي. (د F د قوې مرتسمه پرهغې مستوي باندې چې پرz باندې عموده ده).

نوداسې معلومیږي چي د F قوې د دوراني مؤثریت اندازه نظرد z ومحورته ، پرمحورباندې عموده مستوي کي د دې قوې د مرتسمې مومنټ نظرد O ونقطې ته چي په هغې کي محورد دې مستوي سره قطع کوي ، عبارت دی .

د قوې مومنټ نظرومحورته مفهوم د فضایي ستاتیک د مهمو مفاهیمو څخه دی، نولدې امله باید دغه تعریف تل په یاد ولرو :

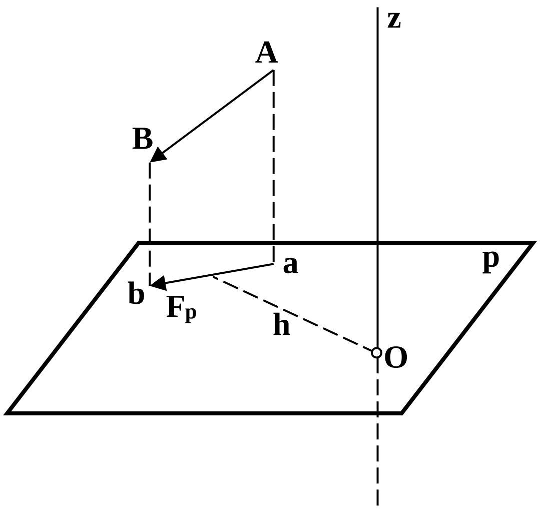
د دې لپاره چي د یوې قوې مومنټ نظرویوه محورته «z» پیداکړو باید دا قوه «F» د P پرمستوي باندې چې پرمحورباندې عموده ده رسم کړو اوبیاوروسته د دې مرتسمې مومنټ نظرد محوراومستوي د تقاطع ونقطې ته ونیسو



7.23-شکل

که د F قوې مومنت نظرد z ومحورته په $M_Z(F)$ ، د F قوې د مرتسمي مودول پر z باندې عمودي مستوي «P» کې په F_P اود دې مرتسمي بازو نظرد محوراومستوي د تقاطع ونقطي ته په «h» سره وښيو، نو لرو چې :

$$Mz(F) = M_O(F_P) = \pm F.h \ldots (7.6)$$



7.24-شکل

مثبته اويا منفي علامه پدې فورمول کې په لاندې قاعدې سره معلوميږي :

که چيرې دهغه چا لپاره چې د P ومستوي ته د مثبتي خواڅخه ګوري ، داسې معلومه شي چې د z محورپرشاوخوا باندې حرکت د ساعت د ستني مخالف جهت ته متوجه دی، نو د مومنت علامه مثبته ګڼل کيږي، زموږپه مثال کې هغه مثبته ده .

$$Mz(F) = +F.h$$

او که خبره پرعکس وي ،نود مومنت علامه منفي ګڼل کيږي .

د قوې مومنت نظرومحورته په خپل عددې قيمت اوعلامې سره پيداکيږي نوځکه هغه يوسکالري الجبري کميت ګڼل کيږي .

1. د قوې دانتقال په صورت کې دهغې د تأثيرد کرښې په امتداد ، دهغې مومنت نظرومحورته تغيرنه کوي ځکه چې پردې مستوي نه د قوې مرتسمه تغيرخوري اونه يې هم بازو .

2. د قوې مومنت نظرومحورته مساوي په صفردی که چیرې د قوې د تأثیرکرښه اومحورپه یوې مستوي کې واقع وي. دلته دوه حالته شتون لري :

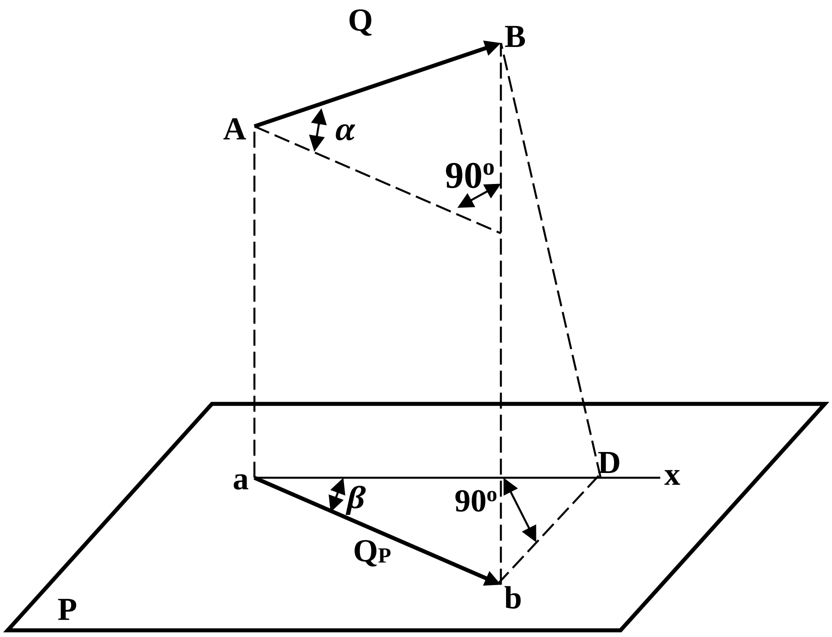
a– قوه د محورسره موازي ده ، پدې صورت کې د قوې مرتسمه پرمحوربانډې عموده مستوي کې مساوي په صفرسره ده

b– د قوې د تأثیرکرښه د محورسره قطع کوي ، پدې صورت کې پرمستوي باندې د قوې مرتسمه د محوراومستوي د تقاطع د نقطې څخه تیریږي اونظر و دې نقطې ته د قوې بازو په صفرسره مساوي کیږي.

باید یادونه وشي چې د وکتورونو د مرتسمو د پیداکولولپاره پرهغه محورباندې چې د دوی سره په یوې مستوي کې واقع نه وي ، کله ناکله آسانه دا وي چې لومړی دا وکتورپرهغې مستوي باندې چې دا محور هلته واقع دی ، رسم کړل شي اوبیا وروسته د وکتور په لاس راغلې مرتسمه پرهمدې محورباندې رسم کړل شي (دوه ګوني رسم کول) .

مثلاً د Q د وکتورمرتسمه دx پرمحورباندې مساوي ده :

$$Q_x = aD = abcos\beta = Q_p cos\beta = Q\ cos\alpha\ cos\beta$$



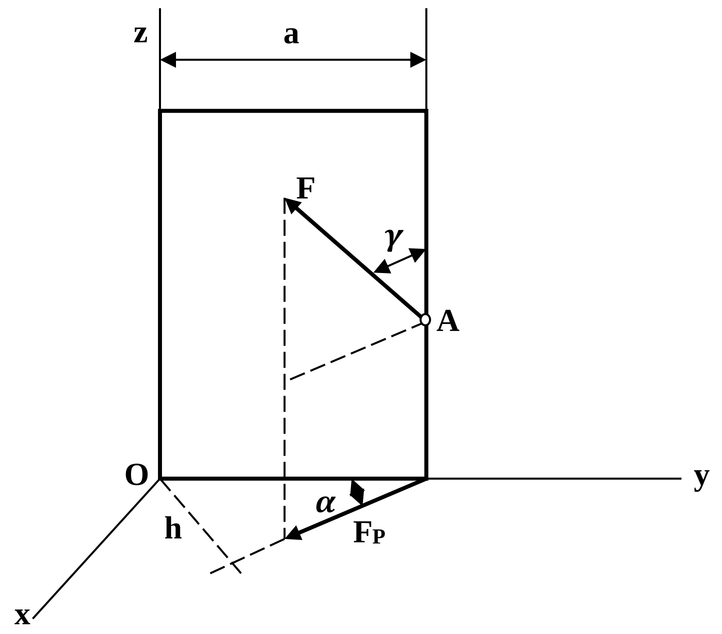
7.25-شکل

مخکې مو وښودل چې د کتورمرتسمه پرمحورباندې سکالري کمیت دی ،خو د وکتورمرتسمه پرمستوي باندې وکتوري کمیت دی . نوداسې معلومیږي چې وکتور،نه یوازې په خپل قیمت بلکې د مرتسمې پرمستوي باندې په خپل جهت سره ځانګړی کیږي .

مثال :پریوې دروازې چې د O_z د عمودي محورپرشاوخواراڅرخي ، د A په نقطې کـــې د $F = 20\ N$ قـــوه ، د $\gamma = 60°$ لاندې نظروعمود ته ، تأثیرکوي .

هغه عمودي مستوي چې دا قوه پکښې واقع ده د دروازې دمستوي سره $\alpha = 45°$ زاویه جوړوي .

د دې قوې مومنت نظرد O_z ومحورته پیداکړئ که چیرې د دروازې بر یاپسور $a = 0.5\ m$ وي ؟



7.26-شکل

حل :

د Oxy مستوي د Oz پرمحورباندې عموده تیروو ، دF د قوې مرتسمه پردې مستوي باندې پیداکوو . د دې قوې مودول مساوي دی په $F_P = F.sin\gamma$

د محوراومستوي د تقاطع د نقطې O څخه یوه عمودي کرښه د مرتسمې پرکرښې باندې را کښته کوو. د دې عمودي کرښې اوږدوالی به $h = a.sin\alpha$ وي .

نوپدې ډول :

$$M_z(F) = -F_P h = -aFsin\alpha\ sin\gamma = -0.5(20)\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = -6.1\ N.m$$

مثال :

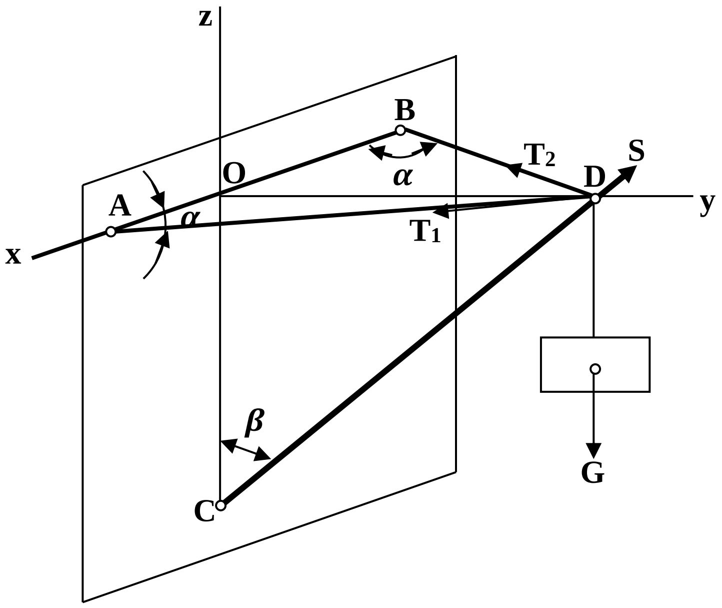
د CD میله په یوه انجام کې پردیوال باندې د مفصل په واسطه ټینګه کړای شوې ده ، د هغې بل انجام د دوو افقي زنځیرونو پواسطه چې یو ډول اوږدوالی لري AD او BD ، هم په دیواله پورې کلک کړل شوي دي .

د D په نقطې کې $G = 1\ kN$ وزن ځړیږي .

هغه قوه چې دامیله کښیکاږي اوهم د زنځیرونو کشش پیداکړي که چیرې$\alpha = 60°$ او $\beta = 45°$

حل :

د G وزن د D په نقطې کې تأثیرکوي ولې دا نقطه آزاده نه ده ، دلته دوه زنځیرونه د ارتباط وسایل جوړوي ، نوترهرڅه دمخه د دغو ارتباطاتوڅخه میله آزادوو او د تأثیراو عکس العمل قوې په T_1 ، T_2 او S سره تعویضوو.



7.27-شکل

د دې عکس العمل قواو د تأثيرکرښې معلومې دي ، هغه د CD ، AD او BD د مستقیمو کرښو سره مطابقت لري . لیدل کیږي چې CD میله کښیکښل کیږي ، نولدې کبله د عکس العمل قوه دC د نقطې څخه دD ونقطې ته متوجه ده. د AD او BD زنځیرونه کشیږي نوځکه د هغوی د عکس العمل قوې T_1 او T_2 د D د نقطې څخه د A او B ونقطو ته په ترتیب متوجه دي .

نوپدې ډول سره دD په نقطې کې څلورقوې T_1 ، T_2 ، S او G سره یوځای کیږي . دغه قوې په تعادل کې دي اود (7.5) تعادل معادله باید تحقق پیداکړي .

دکاردیناتو محورونه داسې غځوو لکه چې په شکل کې رسم شوي دي .

د yOz مستوي د G او S قواو د تأثيرد مستوي سره یوځای کوو، نوپدې ډول سره د T_1 او T_2 قوې د کاردینات xOy په مستوي کې ځای نیسي اود قواو مرتسمې پرمحورباندې په ډیره آسانی سره پیداکیږي .

پلاس راغلي نتیایج وجدول ته رسوو او د تعادل معادلې تشکیلوو.

قوه	دقوې مرتسمه پرمحورباندې		
	x	y	z
G	0	0	$-G$
S	0	$S\cos(90^o-\beta)= S\sin\beta$	$S\cos\beta$
T_1	$T_1\cos\alpha$	$-T_1\cos(90^o-\alpha)=-T_1\sin\alpha$	0
T_2	$-T_2\cos\alpha$	$-T_2\cos(90^o-\alpha)=-T_2\sin\alpha$	0

$$\Sigma X_k = T_1.\,cos\alpha - T_2.\,cos\alpha = 0$$

$$T_1 cos\alpha = T_2 cos\alpha \Rightarrow\ T_1 = T_2$$

$$\Sigma Y_k = Ssin\beta - T_1 sin\alpha - T_2 sin\alpha = 0$$

$$\Sigma Z_k = -G + SCos\beta = 0$$

$$S = \frac{G}{cos\beta} = \frac{1\,kN}{0.866} = 1.41\,kN$$

$$Ssin\beta = 2T_1 sin\,\alpha => T_1 = S\frac{sin}{2sin\alpha} = 1.41kN\frac{(0.866)}{2(0.5)} = 0.578\,kN$$

$$T_2 = T_1 = 0.578\,kN$$

که د حل په پيل کې نه پوهيږو چې کومه ميله به کش اوکومه به کښيکښل شي نود کارد‌آسانۍ لپاره يې داسي بولو چې ټولې ميلې به کش شي .

د محاسبې تراجراکولووروسته به معلومه شي چې دهغوی علامې مثبتې دي اوکه منفي .

که چيرې علامې مثبتې وې نو زموږ اټکل د هغوی د جهت په هکله سم ؤ ، ولې که علامې منفي وې نو زموږ اټکل پدې هکله سم نه ؤ او دا پدې معنی ده چې دا ميله اصلاً کښيکښل کيږي، نوځکه يې علامه هم منفي راووتله .

مثال:

7.8-   لومړی واريانت

شپږ بې وزنه مستقيم الخطه ګاډرونه د مفصل پواسطه سره نښلول شوي دي.سيستم د تعادل په حالت کې واقع دی.A,B,C,D کروې مفصلونه دي، د L په نقطې کې د P فعاله قوه چې مودول يې 200 N کيږي ، د H په نقطې کې $Q = 100\,N$ اغيزه کوي.

په ګاډرکې داخلي قوې پيداکړئ؟ هغه زاويې چې د P قوه يې د کارديناتي محورونوسره جوړوي دادي:

$\theta = 51°; \psi =$ د،$\alpha = 60°;\beta = 45°;\ \gamma = 60°$ لپاره قوې Q د ،$\alpha = 45°;\beta = 60°;\ \gamma = 60°$ $45°;\varphi = 45°$ زاويې هم معلومې دي او په شکل کې ښودل شوي دي.د ګاډرو د عکس العمل قوې پيداکړئ؟

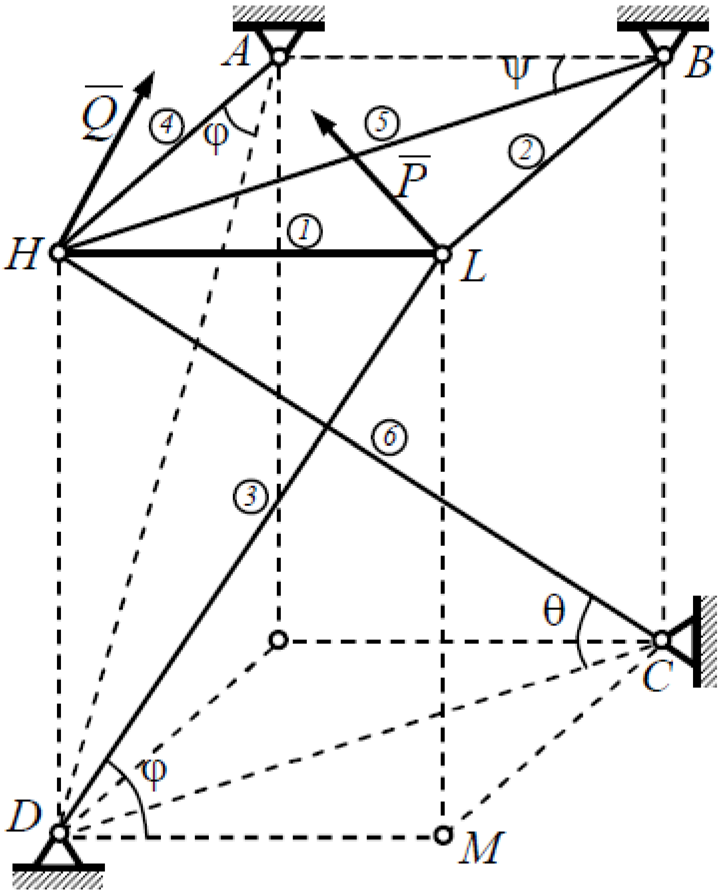
حل:

د b شکل رسموو اوګوروهغه قوې چې د L او H پرنقطوباندې اغيزه کوي ،ښيو.دا قوې عبارت دي له:

$$\bar{N}_1; \bar{N}_2;\ \bar{N}_3; \bar{N}_4; \bar{N}_5; \bar{N}_6$$

او د دې اټکل سره سم چې ټولې ميلې به کش شي ،دا قوې د ګاډرو په امتداد متوجه شوي دي.

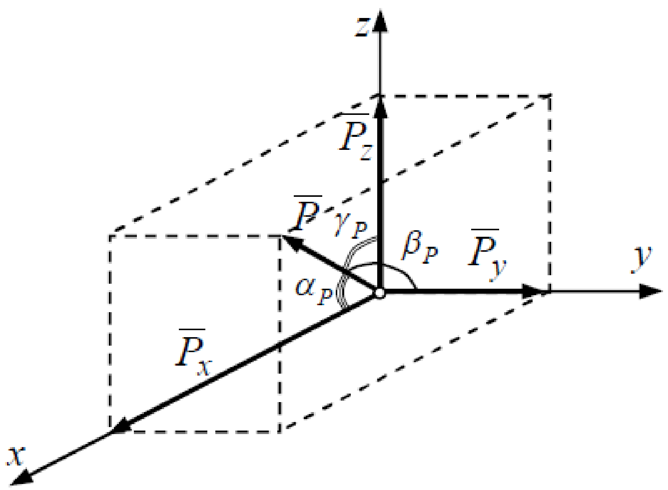
د مسئلې حل د L له نقطې څخه پيلوو،ځکه چې دلته درې نامعلومې قوې$\bar{N}_1; \bar{N}_2;\ \bar{N}_3$ اغيزه کوي چې په لومړي، دوهم او دريم ګاډرپورې اړه لري.

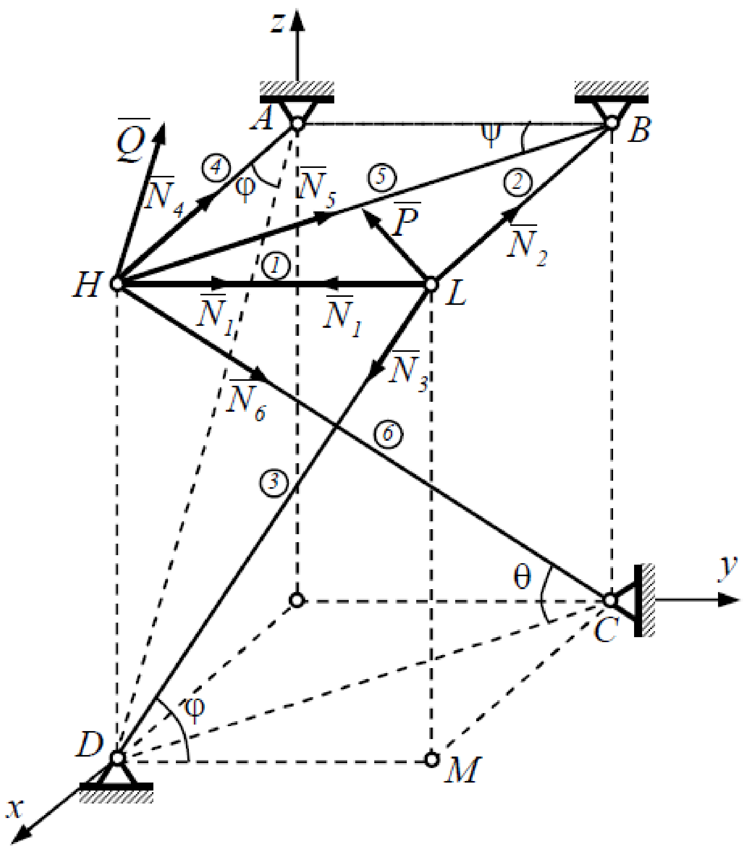


7.28 a- شکل

د L نقطه د $\bar{P}$;$\bar{N}_3$;$\bar{N}_2$;$\bar{N}_1$ فضايي متلاقي سيستم تر اغيزې لاندې واقع ده.

د کارد آسانی لپاره د P قوه پردرو مرکبو باندې د شکل سره سم تجزيه کوو





د 7.28 شکل

اوس نو د L د نقطې لپاره د تعادل معادلې ليکو:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0\,;P\,.\cos\alpha_P - N_2 = 0 \\ \sum F_{iy} = 0; P.\,cos\beta_P - N_1 - N_3.\cos\varphi = 0 \\ \sum F_{iz} = 0; P.\cos\gamma_P - N_3.\sin\varphi = 0 \end{cases}$$

د دې معادلې څخه لرو:

$$N_2 = P\cos\alpha_P = 200\cos 45° = 141.42\ N$$

$$N_3 = \frac{P\ cos\gamma_P}{sin\varphi} = \frac{200\cos 60°}{\sin 60°} = 115.47\ N$$

او همداډول:

$$N_1 = P\cos\beta_P - N_3\cos\varphi = 200\cos 60° - 115.47\ cos60° = 42.26\ N$$

د N_1 مثبته علامه د دي ښکارندویه ده چي دا ګاډر کشیږي.

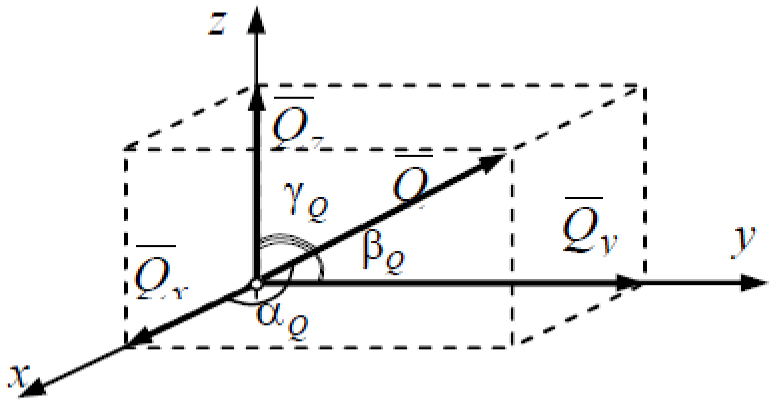
یوازي اوس د N_1 ترپیداکولووروسته د H نقطه تر کتني لاندي نیولای شو:پردي نقطي دا قوي اغیزه کوي:

$$\overline{N}_1; \overline{N}_4;\ \overline{N}_5; \overline{N}_6; \overline{Q}$$

چي د هغوی له منځه د Q اوN_1مودولونه او لوري معلوم دي خود نورو لوري باید پیداکړل شي.

د دي مجهولوکمیتونو په درلودلو سره مسئله بیا هم ستاتیکي معینه ده.

د Q او P قوي د شکل سره سم پرمرکبو باندي ویشو.



7.29-شکل

دH نقطي لپاره د تعادل معادلي لیکو:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; Q.\cos\alpha_Q - N_4 - N_5.\sin\psi - N_6.\cos\theta.sin\psi = 0 \\ \sum F_{iy} = 0; Q.\cos\beta_Q + N_1 + N_5.\cos\psi + N_6\cos\theta.\cos\psi = 0 \\ \sum F_{iz} = 0; Q.\cos\gamma_Q - N_6.\sin\theta = 0 \end{cases}$$

د دي لپاره چي دN_6 د قوې مرتسمه د x او y پرمحورونوباندي پیداکړو،نو د دوه ګوني ارتسام له قاعدې څخه کار اخلو،یعني لومړی د N_6 وکتور پر هغې مستوي باندې رسموو چې دا محورونه هلته پراته دې،(د Oxy)مستوي ،وروسته د دې مرتسمې په مرسته د N_6 د وکتور مرتسمه پر اړوند محور باندې پیداکوو.

نو پدې ډول سره لروچې:

$$N_{6x} = N_6 \cos\theta.\sin\psi$$

$$N_{6y} = N_6 \cos\theta.\cos\psi$$

د دې معادلو په حلولو سره لرو چې:

$$N_6 = \frac{Q\ cos\gamma_Q}{sin\theta} = \frac{100\cos 60°}{\sin 51°} = 64.34\ N$$

$$N_5 = \frac{-Q\ cos\beta_Q - N_1 - N_6\ cos\theta\ cos\psi}{cos\psi} =$$

$$\frac{-100\cos 45° - 42.25 - 64.34\cos 51°\, cos45°}{\cos 45°} = -200.25\ N$$

$$N_4 = Q\cos\alpha_Q - N_5 sin\psi - N_6 cos\theta\ sin\psi =$$

$$100\cos 60° + 200.25\ sin45° - 64.34\ cos51°\ sin45° = 162.97\ N$$

د قواو د علامو له مخې کولای شو ووايو چې ځلورم او شپږم ګاډرونه کشيږي خو پنځم ګاډر کمپرېسيبل کيږي.

ځواب:

$$N_1 = 42.26\ N;\ N_2 = 141.42\ N;\ N_3 = 115.47\ N$$

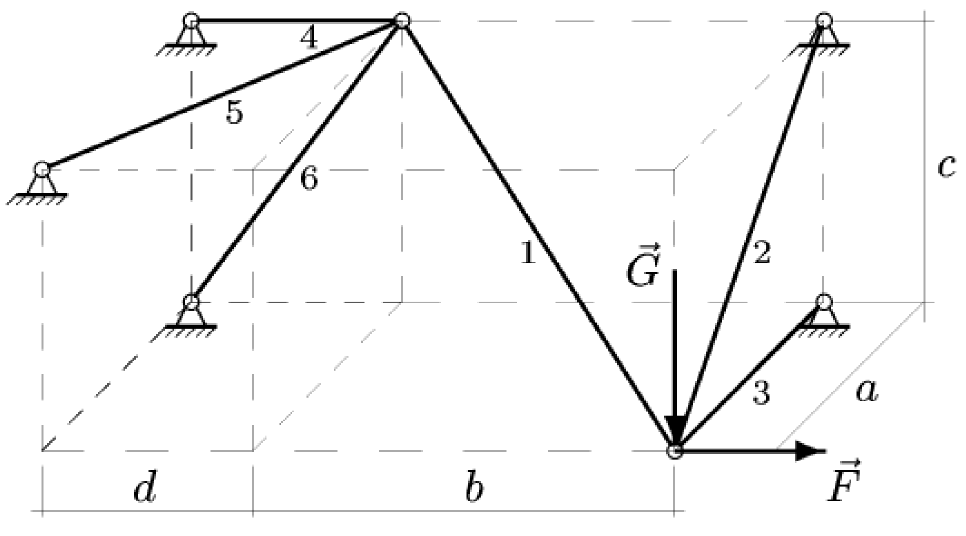
$$N_4 = 162.97\ N; N_5 = -200.25\ N; N_6 = 64.34\ N$$

7.9- فضايي فرم Space Frame

د فضايي فيرم په ګاډرو کې چې په يوې برخې کې تربار اچوني لاندې دي ، داخلي قوې پيداکړئ ؟

دامثال هم هغسې لکه د مستوي فيرم په ډول حليږي ، يوازې توپيريې د ساده فيرم سره دا دی چې د تعادل د دوو معادلو پرځای د برخو لپاره د قواو مرتسمه پردرو محورونو يعنې xyz باندې پيداکيږي اوپدې ډول دلته درې معادلې شته دي:

$$\sum F_x = 0;\ \sum F_y = 0;\ \sum F_z = 0$$



7.30-شکل

1. دفيرم برخې په تعادل کې واقع دي . دا برخې پرې کوو او دهغوی د ګاډرو اغيزه د عکس العمل په قواو باندې تعويضوو. د تربارلاندې ګاډرو د عکس العمل قوې د ګاډرو په امتداد غځوو. د علامو د ټاکلو د قاعدې سره سم چې که

ګاډرکش شي نو داخلي قوه يې مثبته ګڼل کيږي ، نو دهرګاډردعکس العمل قوه د مقطع پرخارجي نورمال باندې متوجه کوو. محاسبه د هغې برخې څخه پيل کووچيرې چې دري ګاډره دمجهولو قواو سره يوځاى شوي دي .

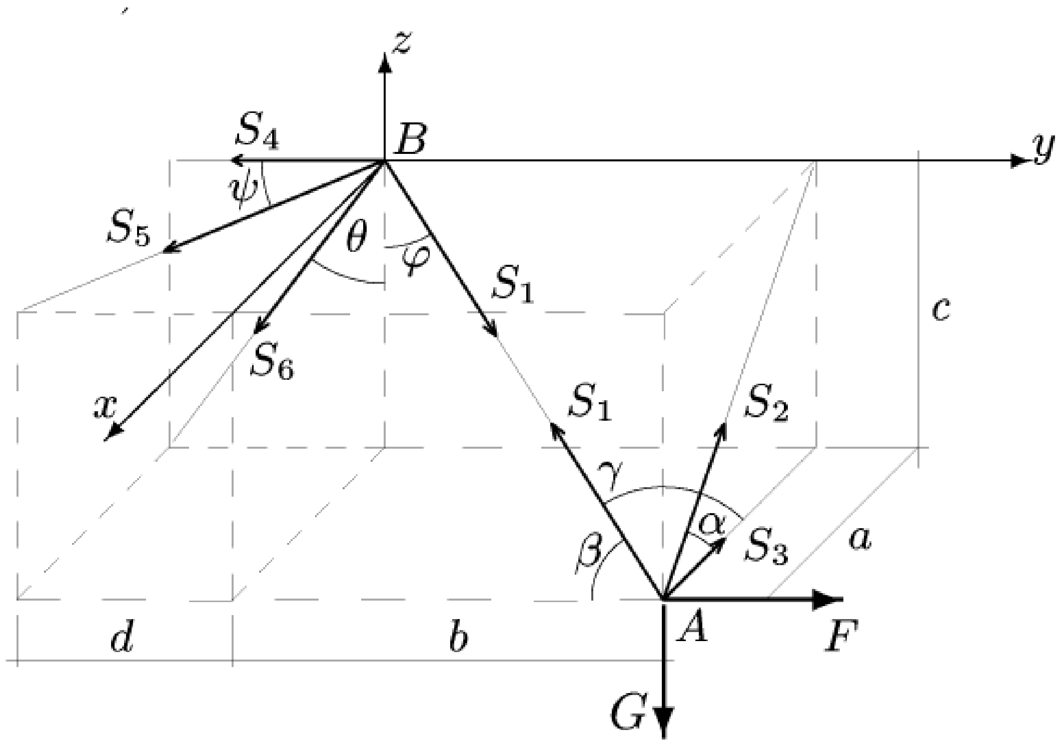
2. دهربوه مفصل لپاره دري د تعادل معادلي د رتسمو لپاره تشکيلوو، پلاس راغلی سیستم حلوو.

مثال:

دوهم واریانت

د فضايي فیرم په 1-6 ګاډرو کې چې په یوې برخې کې يې د $G = 100\ kN$ ترعمـــــــــــودي بار او افقي قوې $F =$ $40\ kN$ تراغیزي لاندې دی ، داخلي قوې پيداکړئ که چیرې

$a = 12\ m\ ;\ b = 16\ m\ ;\ c = 10\ m\ ;\ d = 5\ m$ وي؟



شکل7.31

حل :

1: د A او B برخې په تعادل کې واقع دي . دا برخې پرې کوو او د ګاډرو اغیزه د عکس العمل د قواو له لارې ښيو او هغوی د ګاډر په امتداد متوجه کوو.

2. محاسبه د A له نقطې یابرخې څخه پیل کوو ځکه چې دلته دري ګاډره د مجهولو قواو سره یوځاى شوي دي . د دې برخې لپاره د تعادل دري معادلې د فضايي کارديناتي سیستم د محورونو پرمخ تشکیلوو:

$$\Sigma F_x = 0 => -S_1 cos\gamma - S_2 cos\alpha - S_3 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 => -S_1 cos\beta + F = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 => S_1 cos\varphi + S_2 sin\alpha - G = 0 \ldots (1)$$

په لومړي معادلوي سيستم کې درې مجهول کميتونه شته دي يعني S_1 ، S_2 ، S_3

اوس به نو هغه مثلثاتي توابع محاسبه کړو چې په معادلې کې شته دي:

$$sin\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}} = 0.640; cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}} = 0.768$$

$$\cos\beta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.716; \cos\gamma = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.537$$

$$\cos\varphi = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 0.447$$

نوپدې ډول سره د لومړي سيستم د معادلو په حلولو سره لروچې :

د دوهمي معادلې څخه

$$S_1 = \frac{F}{cos\beta} = \frac{40}{0.716} = 55.902\ kN$$

د دريمي معادلې څخه

$$S_2 = \frac{G - S_1 cos\varphi}{sin \propto} = \frac{100 - 55.902(0.447)}{0.640} = 117.154\ kN$$

د لومړۍ معادلې څخه

$$S_3 = -S_1 cos\gamma - S_2 cos\alpha =$$

$$-55.902(0.537) - 117.154(0.768) = -120\ kN$$

د پلاسته راغلو قيمتونو علامې د دې ښکاروندييي دي چې 1 او 2 ګادړونه کشيږي ، خو 3 ګادړکښيکښل کيږي

اوس نو د B برخې لپاره د تعادل معادلې تشکيلوو:

$$\Sigma F_x = 0 => S_1 cos\gamma + S_5 sin\Psi = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 => S_1 cos\beta - S_4 - S_5 cos\Psi - S_6 sin\theta = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 => -S_1 cos\varphi - S_6 cos\theta = 0$$

دلته په دوهمه معادله کې درې مجهوله يعنې S_4, S_5, S_6 شته دي، S_1مخکې د A د برخې دتعادل څخه پيداشوی دی

بيابه هم مثلثاتي توابع محاسبه کړو:

$$sin\psi = \frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}} = 0.923; cos\psi = \frac{d}{\sqrt{a^2+d^2}} = 0.385$$

$$sin\theta = \frac{d}{\sqrt{d^2+c^2}} = 0.447; cos\theta = \frac{c}{\sqrt{d^2+c^2}} = 0.894$$

د دوهم معادلوي سيستم په حلولوسره لرو چې :

د لومړۍ معادلې څخه

$$S_5 = \frac{-S_1 cos\gamma}{sin\Psi} = \frac{-55.902(0.537)}{0.923} = -32.5\ kN$$

ددریمي معادلې څخه

$$S_6 = \frac{-S_1 cos\varphi}{cos\theta} = \frac{-55.902(0.447)}{0.894} = -27.951\ kN$$

د دوهمي معادلې څخه

$$S_4 = S_1 cos\beta - S_5 cos\Psi - S_6 sin\theta = 55.902(0.716) - 32.5(0.385) - (-27.9)0.447 = 65\ kN$$

د قواو په لاس راغلې علامې د دې ښکارندويي کوي چې د 5 او 6 ګاډرونه کښيکښل کيږي او 4 ګاډرکشيږي . پلاس راغلي نتايج به په جدول کې درج کړو:

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
55.902	117.154	−120.000	65.000	−32.500	−27.951

7.10- په هغو ګاډروکې د قواو تعينول چې پليټونه ساتي

Determination of forces on bars, holding Plates

متجانسه قايم الزاويه افقي پليټ چې يومعين وزن لري پر6 بې وزنه ګاډرو باندې چې د مفصل په مرسته د ګاډرو په آخرکې سره يوځای شوي دی ، تکيه لري .

د پليټ د ليرې يا تيغې په اوږدو کې يوه قوه اغيزه کوي . په ګاډرکې دعکس العمل قوې پيداکيږي ؟

حل :

1. پليټ د ګاډرڅخه جلاکوو، د ګاډرو اغيزه د عکس العمل په قواو باندې بدلوو.

د عکس العمل قوې د پليټ څخه د ګاډرپه امتداد متوجه کوو. د متجانس قايم الزاويه پليټ وزن د هغه د مرکزڅخه و کښتې خواته متوجه کوو.

2. د کارډينات سيستم دوه محوره د پليټ په اوږدوکې غځوو، دريم محور د پليټ پرمستوي باندې عمودي ايږدو.

د کارډينات مبدأ په هغې نقطې کې نيسوچيرې چې هرڅومره چې شوني وي ډيرګاډرونه سره يوځای شوي وي اود تعادل معادلې تشکيلوو. دري معادلې د مرتسمو له مخې پرمحورونوباندې او دري معادلې د مومنتونو نظر و دی محورونو ته ليکو.پلاس راغلې معادلوي سيستم حلوو.

4. د حل سموالی کنټرولوو، پلاس راغلي قيمتونه نظرويوه اضافي محورته د مومنتونو په معادلې کې وضع کوو.

مثال :

متجانس افقي قايم الزاويه پليټ چې وزن يې $20\ kN$ دی پر6 بې وزنه ګاډرو باندې چې په آخرکې د مفصل په واسطه سره نښلول شوي دي ، تکيه لري .

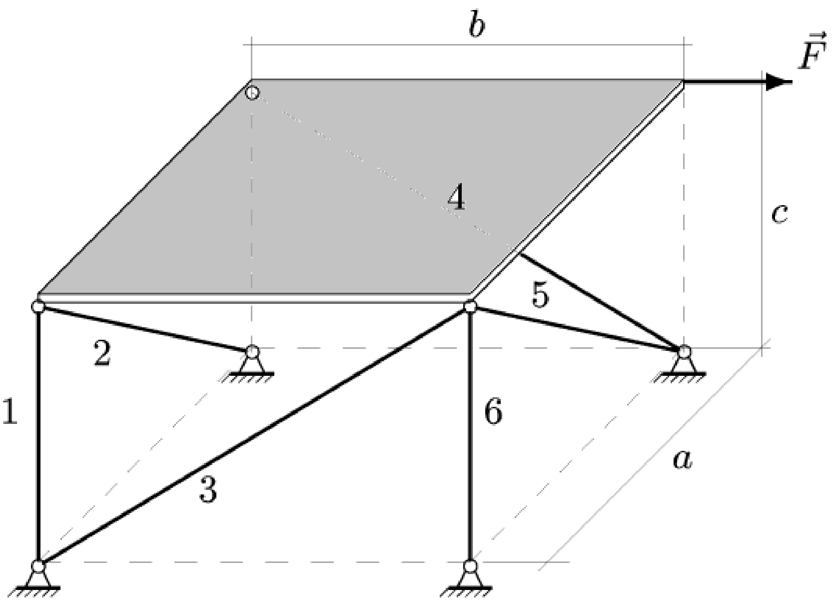
د پلیټ پرلیرو یاتیغو باندې د $F = 10\ kN$ قوه اغیزه کوي (شکل ته دې وکتل شي) .

اندازې په لاندې ډول دي $a = 7\ m\ ;\ b = 8\ m\ ;\ c = 6\ m$. په ګاډروکې قوې پیداکړئ ؟

حل:

1. پلیټ د ګاډرو څخه جلا کوو او د هغوی تأثیرپه عکس العمل قواو باندې بدلوو. د عکس العمل قوې د پلیټ څخه د ګاډرو په امتداد متوجه کوو. د متجانس قایم الزاویه پلیټ وزن دهغه ومرکزته په عمودي ډول سره متوجه کوو. لاندې شکل دې وکتل شي .

2. دشکل سره سم د کاردینات سیستم ټاکو اود تعادل معادلې تشکیلوو. د مرتسمو په معادلو کې د x پرمحورباندې دا قوې نه دې شاملې : S_1, S_3, S_4, S_6, F, G دا قوې په هغې مستوي کې پرتې دې چې د Ox پرمحورباندې عموده ده . دy پرمحورباندې د مرتسمو په معادلو کې د S_1, S_2, S_5, S_6, G قوې ځای نه لري.دا قوې په هغې مستوي کې پرتې دې چې د Oy پرمستوي باندې عموده ده او د z پرمحورباندې د مرتسمو په معادلو کې د F افقي قوې څخه پرته نورې ټولې قوې شاملې دې .



7.32شکل

$$\Sigma F_x = 0 => -S_2 cos\alpha - S_5 cos\alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 => -S_3 cos\beta + S_4 cos\beta + F = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 =>$$

$$-S_1 - S_2 sin\alpha - S_3 sin\beta - S_4 sin\beta - S_5 sin\alpha - S_6 - G = 0 \ldots (3)$$

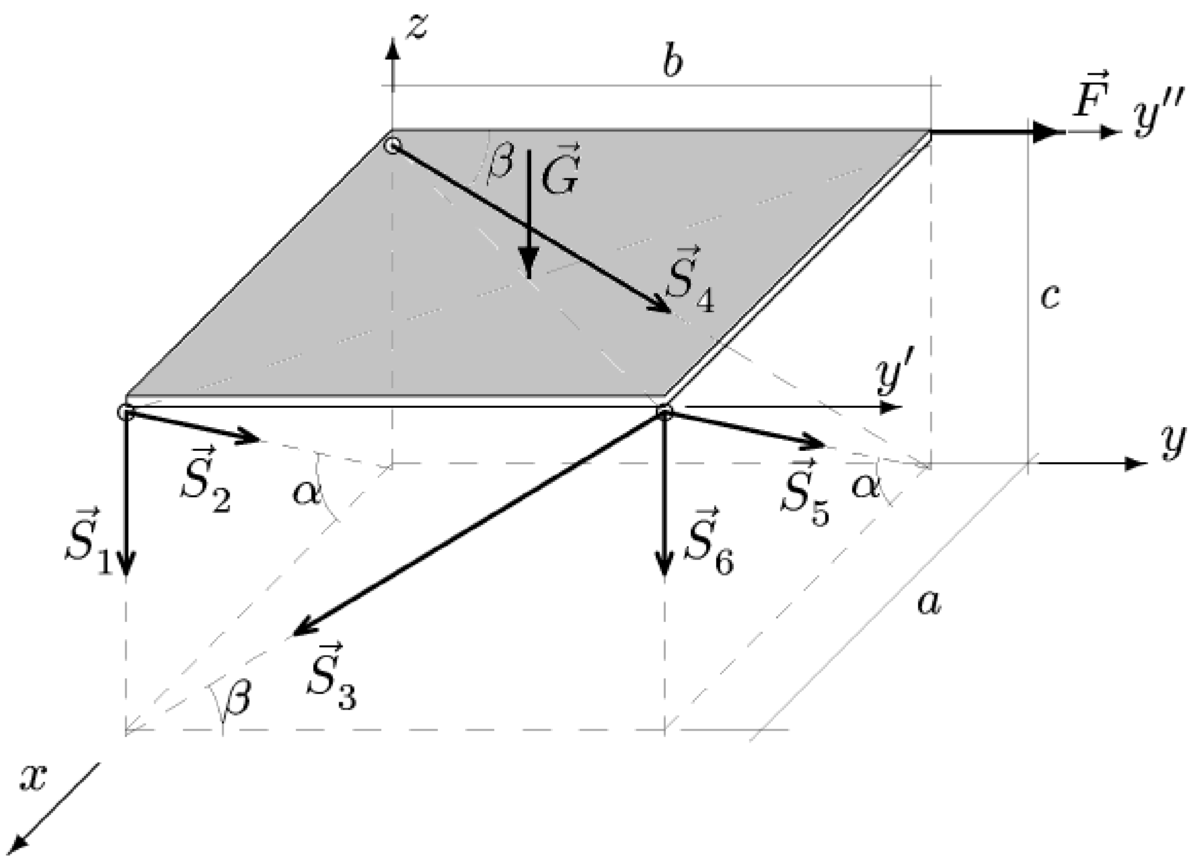
د S_1 ، S_2 او S_3 د تأثیرکرښې د x د محورسره قطع کوي نو ځکه د هغوی مومنتونه نظر و دې محورته صفردې . د S_4 قوې مومنت نظرد x ومحورته پردوو مرکبو یعنې $S_4.cos\beta$ چې بازو یې نظر د x ومحورته C او عمودي مرکبې یعنې $S_4.sin\beta$ چې محورقطع کوي اونو ځکه یې مومنت هم صفردی ، تجزیه کوو.

په همدې ډول سره د نورو قواو مومنتونه هم نظر و نورو محورونو ته پیداکوو او د تعادل درې معادلې تشکیلوو.

$$\Sigma M_x(F_i) = 0 => -S_4 cos\beta\ C - S_5 sin\alpha\ b - S_6 b - FC - G\frac{b}{2} = 0$$

$$\Sigma M_y(F_i) = 0 => S_1 a + S_3 sin\beta\ a + S_6 a + G\frac{a}{2} = 0 \ldots (4)$$

$$\Sigma M_z(F_i) = 0 => -S_3 cos\beta\ a + S_5 cos\alpha\ b = 0$$



7.33شکل

د مثلثاتي توابعو قيمتونه هم پيداکوو:

$$sin\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{6}{9.219} = 0.651; cos\alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha} = 0.759$$

$$sin\beta = \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{6}{10} = 0.6; cos\beta = \sqrt{1 - sin^2\beta} = 0.8$$

د(1) او (4) شپږمعادلوي سيستم په حلولوسره د قواو مومنتونه پيداکوو او لاسته راغلي نتايج و جدول ته رسوو.

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
−2.500	3.841	−4.167	−16.667	−3.841	−5.000

3. د حل سموالی کنترولوو ، د مومنتونو پلاسته راغلي قیمتونه نظرد y'' واضافي محورته په معادله کي وضع کوو. د y'' محور د پلیټ په مستوي کي د y د محورسره موازي بنودل شوی دی .

$$\sum M_{y''}(F_i) = S_1\ a + S_2\ sin\alpha\ a + S_3\ sin\beta\ a + S_5\ sin\alpha\ a + S_6\ a + G\ \frac{a}{2} =$$

$$-2.5(7) + 3.841(0.651)7 - 4.167(0.6)7 - 3.841(0.651)7 - 5(7) + 10(7) = 0$$

یادونه : ځیني یاتولي د مرتسمو معادلي کولای شو نظر و نورو محورونو ته په معادلو باندي تعویض کړو، مثلاً زمونږپه مثال کي د پیچلي $\Sigma Fz = 0$ پرځای چیرې چي ټولي مجهولي قوې شاملي دي ، آسانه لاره داده چي نظرد y' و محورته ډیره ساده د مومنت معادله وکاروو:

$$\Sigma M_{y'}(F_i) = 0 => -S_4 sin\beta\ a - G\ \frac{a}{2} = 0$$

اوله دې ځایه څخه نیغ په نیغه د S_4 قوه پیداکولای شو:

$$S_4 = -\frac{10}{0.6} = -16.667kN$$

خو د $\Sigma Fz = 0$ معادله کولای شو لکه د کنترولي معادلي په څیروکاروو، ځکه چي د دې معادلي په کنترولولوسره به مورږسم دلاسه ډادمن شو چي ټولي قوې سمي پیداشوي دي اوکه نه ، ځکه هغوی ټولي په دې معادلي کي ځای لري .

7.11- په فضا کي د کیفي قواو سیستم د تعادل شرایط

Condition of Equilibruim of arbitrary Forces in space

عمده وکتوراوعمده مومنت Principal Vector and Principal Moment

هغه طریقه چي مونږ د قواو د مستوي سیستم ویوه مرکزته د راوړلو لپاره مطالعه کړي ده ، بیخي کولای شو د قواو د هغه سیستم لپاره هم په کارواچوو چي په کیفي ډول سره په فضاکي واقع وي .

د«پوآنسو» د قضیې سره سم کولای شو هره قوه د خپل ځانه سره موازي د جسم وهري نقطي ته ولیږدوو او د دې لپاره وسیستم ته یوه قوه ایزه جوړه ورزیاتوو.

د فضایي قوه ایز سیستم د قواو څخه دهري قوې و یوې کیفي نقطي O (د راوړلومرکز) ته په راوړلوسره مونږکولای شو ، د فضایي قواو متلاقي سیستم په همدې نقطي کي او د قوه ایزو جوړوسیستم چي په یوې مستوي کي واقع نه وي ، په لاس راوړو .

هغه قوې چي په یوې نقطي کي تأثیرکوي ، کولای شو د قوه ایزکثیرالاضلاع د قاعدې سره سم یې جمع کړو او ټولي قوې په یوې معادلي قوې یعني $\vec{F}_{pri}$چي په همدې نقطي کي تأثیروکړي ، بدلي کړو:

$$\vec{F}_{pri} = \sum \vec{\mathrm{F}}_k$$

لکه د قواو د مستوي سیستم لپاره $\vec{F}_{pri}$ وکتورمساوي دی د فضایي سیستم د ټولوقواو په هندسي مجموعي سره او همدا وکتورد دې سیستم عمده وکتوربلل کیږي .

د دې قوې مودول کولای شو د(7.3) فورمول په مرسته چي د متلاقي قواو د مستوي سیستم د محصله قوې په هکله مو په لاس راوړی ؤ ، هم په لاس راوړو:

$$R = F_{pri} = \sqrt{(\Sigma X_k)^2 + \Sigma Y_k)^2 + (\Sigma Z_k)^2}$$

$$R = F_{pri} = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2 + (\Sigma F_z)^2}$$

د فضايي سيستم د قواو ويوه مركزته د راوړلوپه صورت کي ، هغه په لاس راغلی د قواو د جوړوسيسټم چي په مختلفو مستوي ګانو کي واقع دی ، هم کولای شو په يوي حاصله جوړې چي مومنت يي M_{pri}دی بدل کړو. M_{pri} - د فضايي سيستم د قواوعمده مومنت نظروهمدغه ټاکل شوي مرکزته.

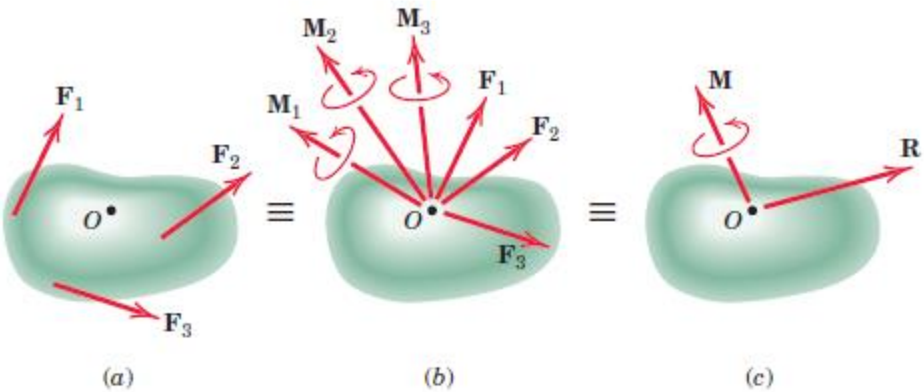
په فضاکي د کيفي قواو د جمع کولولپاره ډول ډول ميتودونه او طريقي شته دي . د ټاکلو قاعدو څخه په ګټه اخيستلو سره کولای شو چي نه يوازې د حاصله جوړې مودول په لاس راوړو ، بلکي هغه مستوي چي جوړه په هغي کي پرته ده اود جوړې د څرخيدو جهت په همدې مستوي کي ، هم په لاس راوړو.

خود دې قاعدو د وضع کولولپاره ضروري ده چي يولړمفاهيم هم مطالعه کړو.

د فضايي سيستم د قواو دعمده مومنت مودول نظرويوه انتخابي مرکزته ، په دې ډول سره پيداکيږي :

$$M_{pri} = \sqrt{[\Sigma M_x(F_k)]^2 + [\Sigma M_y(F_k)]^2 + [\Sigma M_z(F_k)]^2}$$

$\Sigma M_x(F_k)$ ، $\Sigma M_y(F_k)$ او $\Sigma M_z(F_k)$ د فضايي سيستم د ټولوقواو د مومنتونو الجبري مجموعه ده نظروهرو درو متقابلاً عمودي کاردنياتي محورونوته چي مبدأ يي د راوړلو مرکزوي .



7.34 شکل

لکه چي پوهيږو د قواو جوړه نشوکولای په يوي قوې سره متعادله کړو نود قواو د يوه کيفي فضايي سيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چي همغه دوه عمومي شرطونه مراعات شي کوم چي د کيفي مستوي سيستم لپاره مراعات کيږي .

د کيفي فضايي قوه ايزسيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چي د دې سيستم هم عمده وکتوراو هم عمده مومنت نظرويوه انتخابي مرکزته ، په صفرسره مساوي شي .

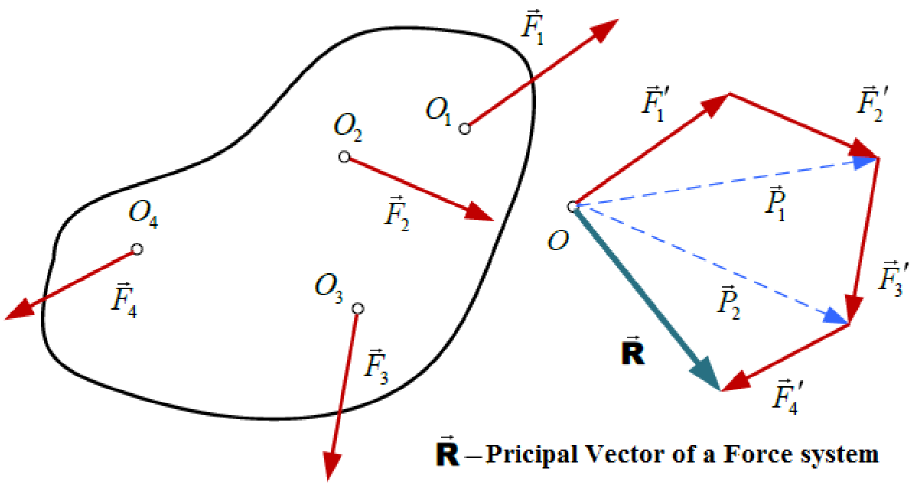
د عملي مقاصدو لپاره کولای شو دا شرايط آسانه اوساده کړو .

د قواو د فضايي سيستم د عمده وکتور $F_{pri} = R$اوعمده مومنت M_{pri} د فورمولونوڅخه داسي معلوميږي چي هغوی هله وصفرته رجوع کوي،کله چي دامعادلي هم تحقق ولري :

$$\Sigma F_x = \Sigma X_k = 0 \quad ; \quad \Sigma M_x(F_k) = 0$$

$$\Sigma F_y = \Sigma Y_k = 0 \quad ; \qquad \Sigma M_y(F_k) = 0 \ \ldots (7.7)$$

$$\Sigma F_z = \Sigma Z_k = 0 \quad ; \qquad \Sigma M_z(F_k) = 0$$



7.35-شکل

د قواو د کيفي فضايي سيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چي د ټولوقواو د مرتسمو مجموعه د کارديناتي محورونو ځخه چي په کيفي ډول سره ټاکل شوي دي ، خوپه يوي مستوي کي واقع نه وي ، پرهريوه محوربانديي په جلا جلا توګه او همدارنګه د ټولوقواو د مومنتونو مجموعه نظروهريوه محورته د درو محورونوڅخه ، مساوي په صفر شي.

د تعادل د معادلو په هکله يوځو څرګندوني :

لکه چي پوهيږو دهري قوي تأثيرنظرويوه محورته د هغي د مومنت له لاري نظروهمدغه محورته ، معلوميږي. د قوي مومنت نظرويوه محورته يوالجبري سکالري کميت دی او د سيستم دوراني تأثيرنظروهرمحورته د ټولوقواو د مومنتونو د الجبري مجموعي له لاري نظروهمدغه محورته ، په لاس راځي .

د ټولوقواو د مومنتونو د الجبري مجموعي نظرويوه محورته په صفرسره مساوي کيدل په دې معنی دي چي ودغه سيستم ته نشو کولای د دې محورپرشاوخوا دوراني حرکتورکړو.

د تعادل د درو لومړيو معادلو په هکله:

$$\Sigma Fx = \Sigma Xk = 0 \text{ ، } \Sigma Fy = \Sigma Yk = 0 \text{ ، } \Sigma Fz = \Sigma Zk = 0$$

د دي معادلوصفر کيدل پدي معنی دي چي د قواو و دي سيستم ته چي د کارديناتو د درو محورونو چي په يوې مستوي کي واقع نه وي ، د هرمحورپرجهت ، نشو کولای ،مخکي – وروسته حرکت ورکړو.

پايه بل عبارت دغه سيستم په هيڅ ډول نه شي کولای چي وجسم ته مخکي – وروسته حرکت ورکړي. نوپدي ډول سره د قواو دکيفي فضايي سيستم د تعادل لپاره د شپږو معادلو مراعات داپه ګوته کوي چي و آزاد جامد جسم ته هرډول مخکي – وروسته اويا دوراني حرکت نه شي ورکول کيدای ، نوځکه نه شي کيدای چي د جسم د حرکت و حالت ته تغيرورکړل شي يا د هغه د سکون حالت تغيروخوري .

د مومنت دمعادلو په هکله:

$$\Sigma Mx(Fk) = 0 ، \Sigma My(Fk) = 0 ، \Sigma Mz(Fk) = 0$$

پدې صورت کې ویلای شو ، حتمي نه ده چې د محورجهت چې نظروهغه ته مومنت نیول کیږي د قواو د مرتسمو د محورد جهت سره یوشی وي .

د کارد آسانۍ لپاره به ښه دا وي چې د مرتسمي محورد یوې مجهولې قوې د تأثیرپرکرښې باندې عمود ونیسو، نوپه نتیجه کې د هغې قوې مرتسمه پرهمدې محورباندې، د معادلو څخه وزي .

د مومنت محورباید داسې وټاکل شي چې هغه باید د مجهولو قواو څخه د یوې قوې په مستوي کې واقع شي ، نوهغه وخت به د دې قوې مومنت نظروهمدغه محورته په صفرسره مساوي شي .

په لنډه توګه باید وویل شي چې محورونه باید داسې ځای پرځای کړو چې د شپږو معادلو څخه په هرې یوې معادلې کې په لږه اندازه مجهول کمیتونه ځای ولري .

مثال :

یو قایم الزاویه ور یا دروازه چې د عمودي محور AB پرشاوخوا راڅرخي د CAD پرزاویې $60°$ پرانیستی دی .
د $Q = 160\ N$ چې د CD په تارپورې ځړیږي اودغه تارد څرخ په مرسته په دروازې پورې تړل شوی دی اود یوې F قوې پواسطه چې د K په نقطې کې تأثیرکوي او د دروازې پرمستوي باندې عموده ده ، په دغه حالت کې ساتل کیږي. د دروازې جاذبه قوه $G = 480\ N$ ، جګوالی یې $AB = 2.4\ m$ ، پسوریې $AC = AD = BE = 1.8\ m$ دی HBL زاویه $60°$ ده.
دF قوې مودول اود A استوانه یې مفصل د عکس العمل د قوې مودول پیداکړئ کــــه چیرې $EK = 1.2m$وي ؟

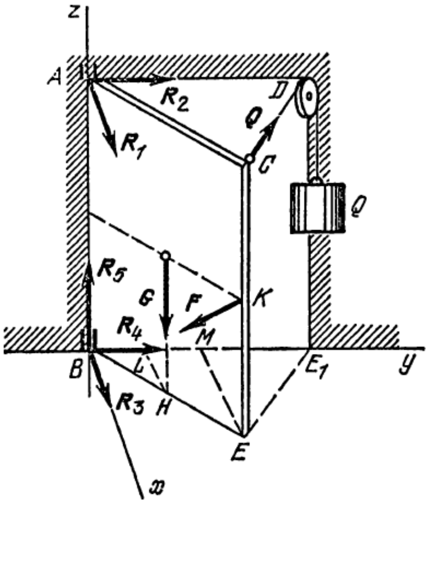
حل :

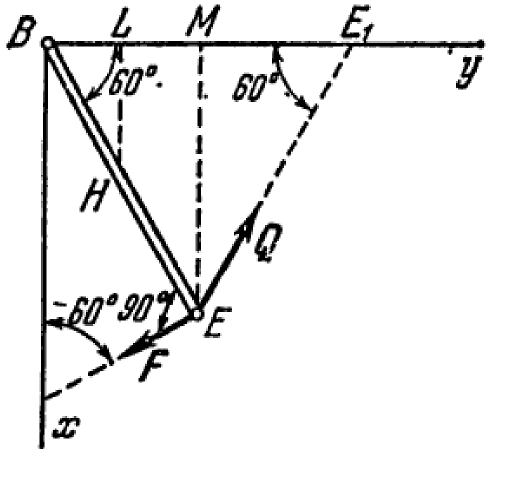
دروازه د دې قواو ترتأثیرلاندې په تعادل کې ده G ، Q ،F،د مفصل د عکس العمل قوې اوهمدارنګه د B د چپ راست د عکس العمل قوې دې.

د B د عکس العمل قوه پردرو مرکبو باندې ویشو . د A مفصل و دروازې ته دا امکان ورکوي چې دعمودي محورپرشاوخوا وښوئیږي ، نوځکه د مفصل عمودي د عکس العمل قوه هم نه شته او دوې مرکبې R_1 او R_2 یې شته دي چې موږ په هغوی باندې د A دعکس العمل قوه تجزیه کړې ده .

د B د چپ راست د عکس العمل قوې R_3 ، R_4 او R_5 دي اود محورونو پرجهت متوجه دي .

د F او Q دمرتسمو اومومنتونو د پیداکولو لپاره به آسانه دا وي چې دهغوی مرتسمي د xBy پرمستوي باندې ځای پرځای کړو .





7.36شکل

د xyz پرکاردیناتي محورونوباندي د ټولوقواو د مرتسمو اومومنتونو لپاره لاندي جدول ترتيبوو.

قوه	پر محور باندي د قواو مرتسمه			دقواو مومنتونه نظر ومحورونوته		
	x	y	z	x	y	z
G	0	0	$-G$	$-G\ BL$	$G\ HL$	0
Q	$-Q\ sin60°$	$Q\ cos60°$	0	$-Qcos60°\ AB$	$-Q\ sin60°\ AB$	$Q\ sin60°\ BE$
F	$F\ cos60°$	$-F\ sin60°$	0	$F\ sin60°\ EK$	$F\ cos60°\ EK$	$-F\ BE$
R_1	R_1	0	0	0	$R_1\ AB$	0
R_2	0	R_2	0	$-R_2\ AB$	0	0
R_3	R_3	0	0	0	0	0
R_4	0	R_4	0	0	0	0
R_5	0	0	R_5	0	0	0

د تعادل معادلي لاندي شکل خانته نيسي :

$$\Sigma Fx = \Sigma Xk = -Q\ sin\ 60° + F\ cos\ 60° + R_1 + R_3 = 0$$
$$\Sigma Fy = \Sigma Yk = Q\ cos\ 60° - Fsin\ 60° + R_2 + R_4 = 0$$
$$\Sigma Fz = \Sigma Zk = -G + R_5 = 0$$
$$\Sigma Mx(Fk) = -G\ BL - Q\ cos\ 60°\ AB + F\ sin60°\ EK - R_2\ AB = 0$$
$$\Sigma My(Fk) = G\ HL - Q\ sin\ 60°\ AB + F\ cos\ 60°\ EK + R_1\ AB = 0$$
$$\Sigma Mz(Fk) = Q\ sin\ 60° - F\ BE = 0$$
$$BL = BH\ sin\ 60° = \frac{BE}{2} Cos\ 60° = \frac{1.8}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = 0.45\ m$$
$$HL = BH\ sin\ 60o = 1.8/2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = (0.45)\sqrt{3}\ \ m$$

د دي قيمتونو په وضع کولوسره لروچي :

$$F = 80\ \sqrt{3}\ N; R_1 = -50\sqrt{3}\ N; R_2 = -110\ N$$

$$R_3 = 90\ \sqrt{3}\ N; R_4 = 150N;\ R_5 = 480\ N$$

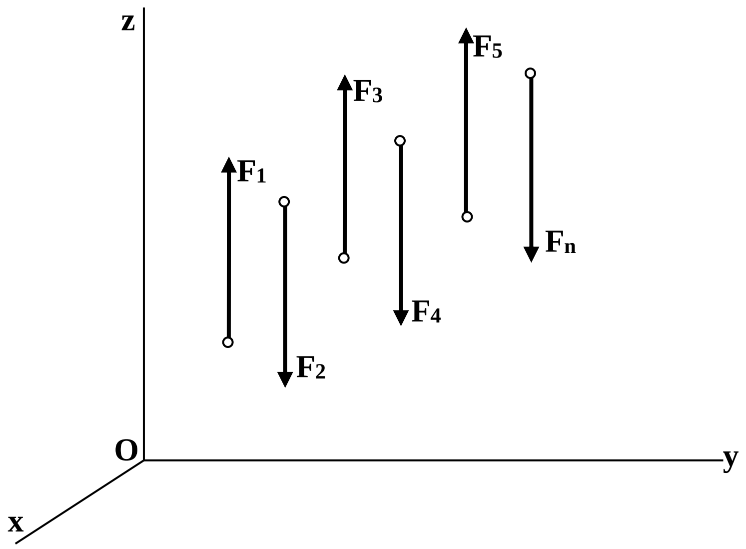
د R_1 او R_2منفي علامي دابنيئ چي د دوی جهتونه د شکل پرخلاف دي.

7.12- د موازي قواو د فضايي سيستم د تعادل معادلي

Equation of Equalibirum of Parallel Forces system in space

د قواو د کيفي فضايي سيستم د تعادل د عمومي معادلو څخه په کټه اخيستلو سره کولای شو چي د موازي قواو د سيستم د تعادل معادلي پيداکړو.

د موازي قواو F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4 سيستم لرو ، لکه څنګه چي د کادريناتي محور ټاکل کيفي دي ، نود z محور د دي قواو سره موازي نيسو او د تعادل «6» شپږمعادلي د فضايي سيستم لپاره تشکيلو.



7.37شکل

لکه څنګه چې د x او y محورونه پردې قواو باندې عمود دي ، نوپردې محورونو باندې د دې سيستم دهرې قوې مرتسمه به هم صفروي .

يعني داچې د محورونو پداسې ډول انتخاب سره د $\Sigma Xk = 0$; $\Sigma yk = 0$ تعادل معادلې بيله دې چې داپه نظرکې ونيول شي چې دا سيستم په تعادل کې دی او که نه – تحقق پيداکوي ، نوځکه هغوی نور د تعادل شرايط نشي بلل کيدای .

لکه چې وينو دا ټولې قوې د z د محورسره موازي دي ، نو د هغوی مرتسمې پردې محورباندې د دوی د مودول سره مساوي اود دې موضوع په نظرکې نيولوسره چې هغوی د محورد کوم جهت سره موازي دي ، علامه يې مثبت اوياهم منفي نيول کيږي . نولدې ځايه ځخه معلوميږي چې د تعادل $\Sigma Zk = 0$معادله کولای شو پر$\Sigma(\pm F_k) = 0$ په معادلې باندې بدله کړو.

د $\Sigma Mz(Fk) = 0$ معادله هم له منځه ځي ځکه چې دټولوقواو مومنت نظرو «z» محورته چې د دې قواو سره موازي دی ، جلا جلا بايد د قواو په هرقيمت اواندازه اود دوی په هرې فاصلې سره نظرد z ومحورته ، صفر شي.

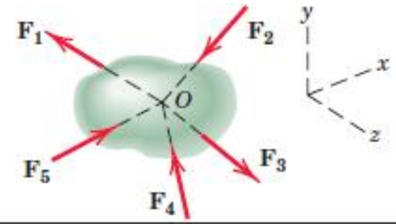
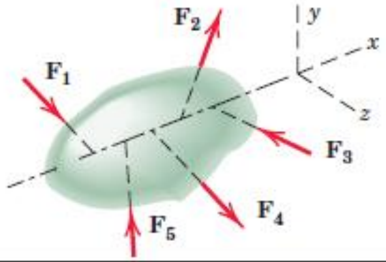
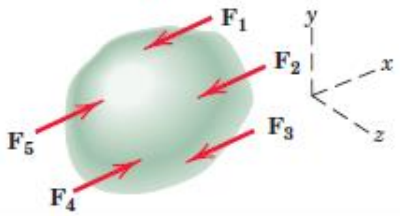
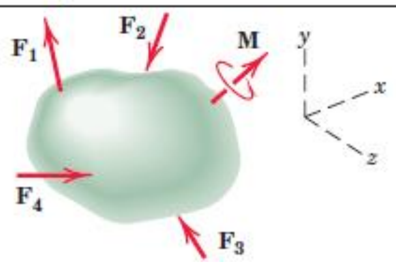
پدې ډول سره د موازي قواو د سيستم د تعادل لپاره يوازې درې معادلې پاته کيږي .

$$\Sigma(\pm Fk) = 0 \quad ; \quad \Sigma Mx(Fk) = 0 \quad ; \quad \Sigma My(Fk) = 0 \; \ldots \; (7.8)$$

د موازي قواو د فضايي سيستم د تعادل لپاره ضروري اوکافي ده چې د ټولوقواو او د هغو د مومنتونو نظر وهرو دوو محورونو ته چې پر دې موازي قواو باندې عموده مستوي کې واقع وي ، په صفرسره مساوي شي .
د قواو کيفي فضايي سيستم چې د هغه لپاره هغه د تعادل شرايط چې «د قوې مومنت نظرومحورته » په بحث کې مطالعه شوي ول او هغه د تعادل معادلې چې اړينې بريښي، پرجسم باندې د وارده قواو عمومي حالت بلل کيدلای شي.
هغه د تعادل معادلې چې موږمخکې د قواو د موقعيت د ځانګړو حالاتو لپاره په لاس راوړي وې ، کولای شو د هغو شپږو معادلو په ځيرچې د موازي قواو د فضايي سيستم لپاره مو ثابتې کړې، هم په لاس راوړي وای .
د قواو د موقعيت دهرحالت لپآره د تعادل معين شميرمعادلې کافي شميرل کيږي ، نولدې امله د هرحالت لپاره کولای شو معين شميرآزادې معادلې جوړې کړو .
پورتنې موضوع ډيره مهمه ده، ځکه هغه وخت چې د مجهولوکميتونو شميرد تعادل د آزادو معادلوترشميرچې د دی حالت لپاره يې ليکلای شو ، زيات وي ، نومسئله، په ستاتيکې ناټاکلې مسئلې باندې بدليږي .

په فضا کې د قوه ایز سیستمونو د تعادل معادلې او شیما ګانې

Cotegories of equilibrium in three dimension

قوه ایز سیستم	د قوه ایز سیستم شیما	آزادي معادلې
په یوه نقطه کې متلاقي قوې Concurrent at a point		$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$
د کرښې په مرسته متلاقي قوې Concurrent with a line		$\sum F_x = 0;\ \sum F_y = 0;$ $\sum F_z = 0$ $\sum M_y = 0;\ \sum M_z = 0$
موازي قوې Parallel		$\sum F_x = 0; \sum M_y = 0;$ $\sum M_z = 0$
کیفي قوې General		$\sum F_x = 0;\ \sum F_y = 0;$ $\sum F_z = 0$ $\sum M_x = 0; \sum M_y = 0$ $\sum F_z = 0$

مثال:

د یوې درې عرابه یې کراچۍ دK په نقطې کې $G = 1kN$ بارپروت دی .

پرمځکه باندې د کراچۍ د هرې عرابې د فشارقوه پیدا کړئ که چیرې:

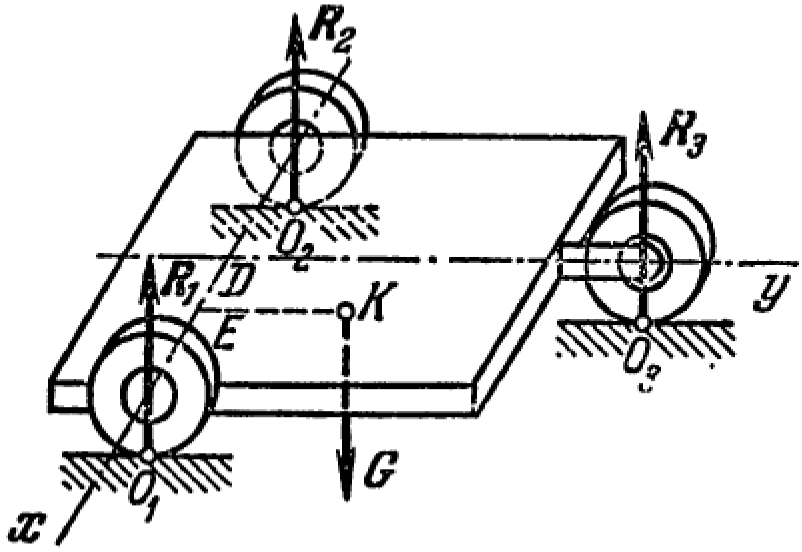
$$O_1O_2 = 1\ m\ ;\ O_3D = 1.6\ m\ ;\ O_1E = 0.4\ m\ ;\ EK = 0.6\ m$$

او د D نقطه د O_1O_2 په منځ کې پرته ده؟ د کراچې د وزن څخه تیریږو .

حل :

کراچي د موازي قواو د فضايي سیستم ترتأثیر لاندې په تعادل کې ده . دا قوې عبارت دي له G ، R_1 ، R_2 ، R_3

پدې مسئلې کې درې مجهول کمیتونه لرو نوځکه باید درې د تعادل معادلې هم تشکیلې کړو .



7.38شکل

په هغې مستوي کې چې د دې قواو د تأثیرپرکربنو باندې عموده ده ، د x او y محورونه لکه چې په شکل کې ښودل شوې ده ، ځای پرځای کوو.

د تعادل معادلې به داسې وي:

$$1- \quad \Sigma Fk = G - R_1 - R_2 - R_3 = 0$$

$$2- \quad \Sigma Mx(Fk) = -G.EK + R_3\, O_3D = 0$$

$$3- \quad \Sigma My(Fk) = G\, ED - R_1\, O_1D + R_2\, O_2D = 0$$

قوه	دقوې مومنت نظر و محورونو ته	
	x	y
G	$-G\ EK$	$G\ ED$
R_1	0	$-R_1\ O_1D$
R_2	0	$R_2\ O_2D$
R_3	$R_3\ O_3D$	0

د دې معادلو په حل کولواو د راکړل شوو قیمتونو په وضع کولوسره لرو چې :

له دوهمې معادلې څخه

$$G.EK - R_3\, O_3D = 0 \ \ =>$$

$$R_3 = \frac{G.EK}{O_3D} = \frac{1000N.0.6m}{1.6\ m} = 375\ N = 0.375\ kN$$

له دريمي معادلې څخه

$$G.ED - R_1\, O_1D + R_2\, O_2D = 0 \;=>$$

$$R_2 = \frac{R_1.O_1D - G.ED}{O_2D} = \frac{R_1 0.5 - 1000N.0.1m}{0.5m} = R_1 - 200\,N$$

داقيمت په $G - R_1 - R_2 - R_3 = 0$ کې وضع کوو ، لرو چې :

$$G - R_1 - R_2 - R_3 = 0$$

$$1000N - R_1 - R_1 + 200N - 375\,N = 0$$

$$-2R_1 + 825N = 0$$

$$R_1 = \frac{825N}{2} = 412\,N = 0.412\,kN$$

$$R_2 = R_1 - 200\,N = 412\,N - 200\,N = 212\,N = 0.212\,kN$$

دعرابې مجهولې د فشارقوې به پرمځکه په مودول سره د دې قواو سره مساوي ولې مخالف الجهته وي.

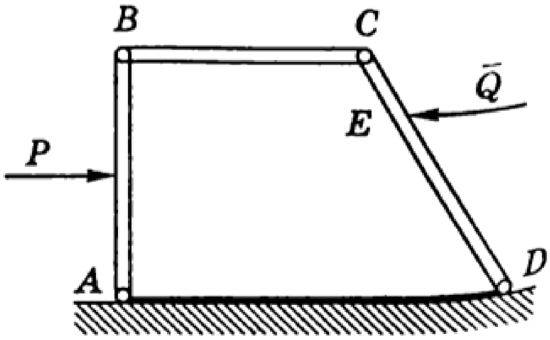
مثال:

په مفصل والا څلوربرخو لرونکې ميخانيزم کې د BC برخه د AD ساکنې برخې په وړاندې موازې ده .

د $AB = h$ پر AD باندې عموده ده . د AB په نيمايي کې افقي قوه P وارده شوې ده .

کومه افقي Q قوه بايد د CD پربرخې باندې د E په نقطې کې وارده شي $(CE = CD/4)$ ترڅو ميخانيزم په تعادل کې واوسي .

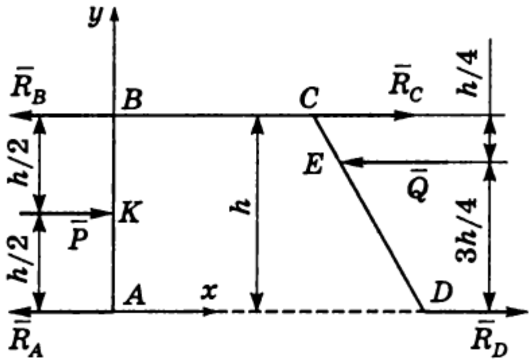
د D په مفصل کې دعکس العمل قوه پيداکړئ ؟ د برخو د وزن څخه به تيرشو:



شکل7.39

حل :

لومړی به شيمارسموو اوټولې قوې په هغه کې ښيو . دغه ميخانيزم به پردرو برخو باندې وويشو : AB ، BC او CD .



7.40شکل

د دې برخو تعادل به په ترتیب سره وګورو :

د AB برخي لپاره د ټولو قواو مرتسمي د x پرمحورباندې او د ټولو قواو مومنتونه نظرد A ونقطي ته پیداکوو:

$$P - R_A - R_B = 0$$

$$-P.h/2 + R_B.h = 0 => R_A = R_B = 1/2(P)$$

د DC برخي لپاره دټولو قواو مومنتونه نظرد C او D ونقطو ته پیداکوو:

$$-Q.h/4 + R_D.h = 0$$

$$Q.3/4h - R_C.h = 0 => R_D = 1/4(Q);\ R_C = 3/4(Q)$$

د BC برخي لپاره د ټولو قواو مرتسمه د x پرمحورباندې پیداکوو:

$$R_B - R_C = 0 => R_B = R_C$$

دا وروستی معادله د عمل او عکس العمل د برابری د اکسیوم له مخي هم د تحقق وړ ده ،نو په پای کي لروچي :

$$R_B = R_c => \frac{3}{4}Q = \frac{1}{2}P => Q = \frac{2}{3}P$$

$$R_D = \frac{1}{4}Q = \frac{1}{4}\frac{2}{3}P = \frac{1}{6}P$$

ځواب : پر ED باندې و راستي خواته متوجه ده .

7.13- مشق اوتمرين

- د شکل سره سم د $Q = 100\ N$ بارچي د AO میلي سره د مفصل په مرسته د A په نقطه کي په 45 درجي زاويه باندې و افق ته مایل محکم کړل شوی دی او د دوو افقي زنځیرونو پواسطه BO او CO چي اوږدوالی یي سره یوشی دی ، پورته ساتل کیږي.

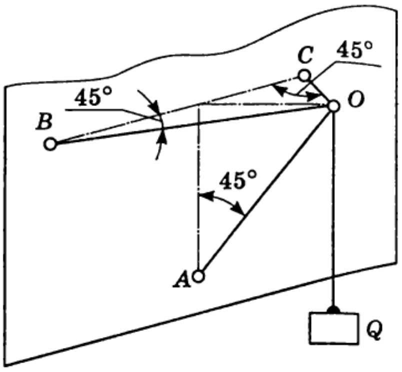
$$< CBO =< BCO = 45o$$

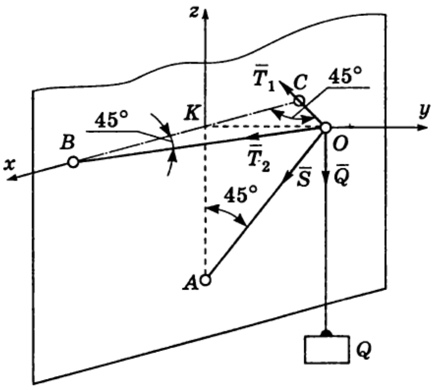
په میلي کي د S داخلي قوه او د زنځیرد کشش قوه T پیداکړئ ؟

ځواب : $T_1 = T_2 = 70.7\ N$; $S = -141\ N$

لاربنوونه:

لومړی شيما رسموو



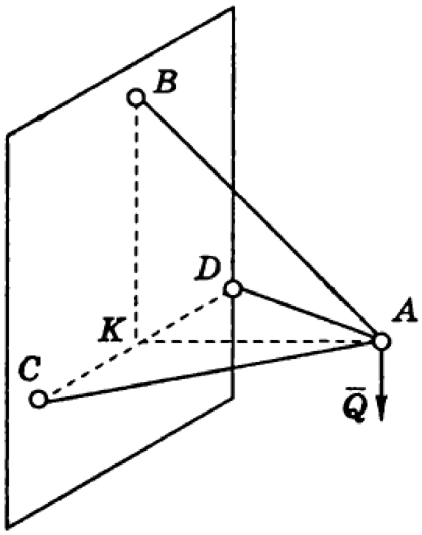


اوس نو د تعادل معادلي تشکيلوو:

$$\begin{cases} T_2 \cos 45° - T_1 \cos 45° = 0 \\ -T_1 \sin 45° - T_2 \sin 45° - S \cos 45° = 0 \\ -Q - S \cos 45° = 0 \end{cases}$$

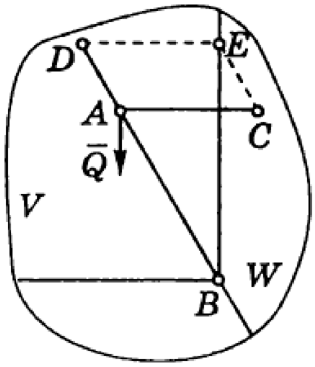
د دي سيستم څخه S او T_1 پيداکوو.

- د $S1$ او $S2$ قوې د AB او AC په ګادړو کې او د T د کشش قوه په AD رسۍ کې پيداکړئ که چيرې $\angle CBA = \angle BCA = 60°$ وي ، د $\angle EAD = 30°$ ده اودبار وزن $P = 300\ N$ د ABC مستوي افقي ده ، د A,B او C په نقطو کې ميلې د مفصل په مرسته محکمې کړل شوي دي .



ځواب : $S1 = S2 = -300\ N \quad ; \quad T = 600\ N$

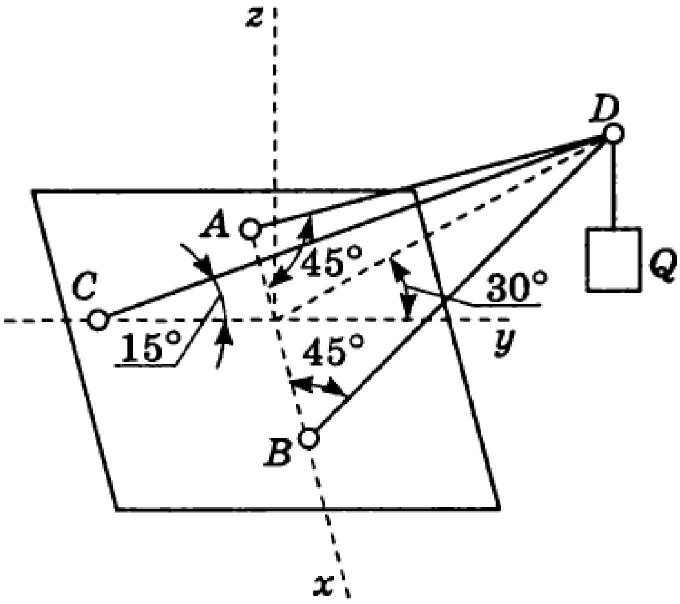
- د AB په ګادړاو AC او AD زنځيرونو کې چې د $Q = 420\ N$ بار دی ، ساتي . په ميلواوزنځيرونو کې داخلي قوې پيداکړئ که چيرې $AB = 145\ cm$، $AC = 80\ cm$ او $AD = 60\ cm$؟ د $CADE$ مستطيل مستوي افقي ده ، خو د V او W مستوي عمودي دي . د B په نقطه کې اتکاء مفصل لري .



ځواب : $T_B = -580\ N$ داسې معلومیږي چې AB کښیکښل کیږي .

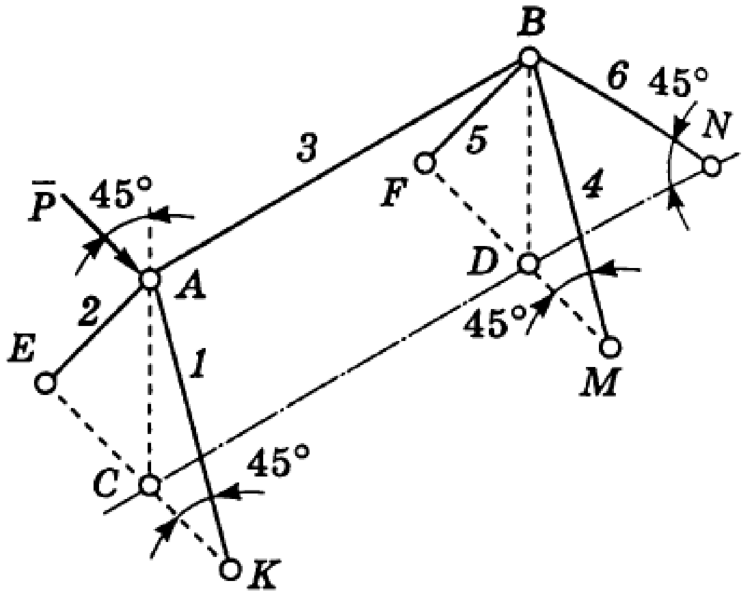
$T_D = 240\ N$; $T_C = 320N$ داسې معلومیږي چې AC او AD کشیږي.

- دشکل سره سم $Q = 1\ kN$ بار د D په نقطې کې ځړیږي ، د A ، B او D په نقطوکې ګاډرونه د مفصل په مرسته محکم کړل شوي دي . د A ، B او C د اتکاوو دع کس العمل قوې پیداکړئ ؟



ځواب : $R_A = R_B = 2.64\ kN$; $R_C = 3.35\ kN$

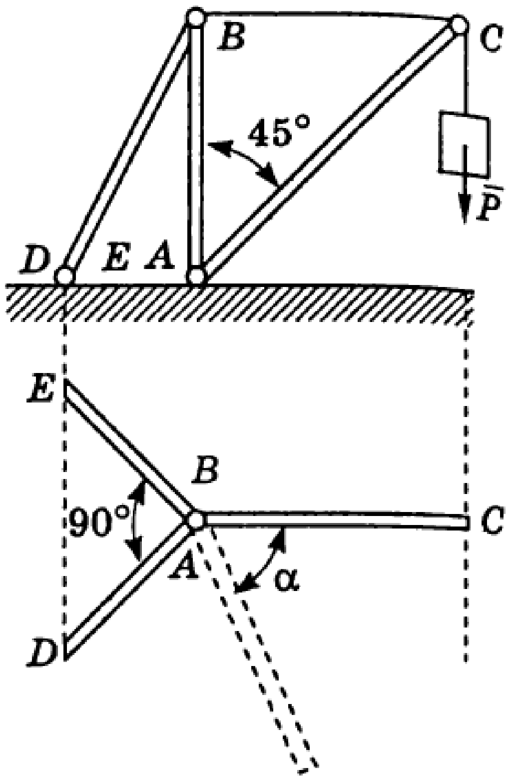
- په شکل کې یو فضایي فیرم ښودل شوی دی چې د شپږو میلو څخه جوړ شوی دی ، 6 ;5 ;4 ;3 ;2 ;1. دP قوه د A په نقطه کې تاثیرکوي ، دا د $ABDC$ مستطیل مستوي ده . د دې قوی د تأثیرکرښه د ACعمودي کرښې سره 45 درجې زاویه جوړوي . د EAK مثلث د FBMمثلث سره مساوي دی . د متساوي الاضلاع مثلثونو EAK, FBM, NDB زاویې د A ، B او D په رأسونو کې قایمې دي . که د P قوه مساوي په یوه کېلو نیوټن وي، نو په ګاډرو کې داخلي قوی پیداکړئ ؟



ځواب :

$S_1 = -0.5\ kN$; $S_2 = -0.5\ kN$; $S_3 = -0.707\ kN$; $S_4 = 0.5\ kN$; $S_5 = 0.5\ kN$; $S_6 = -1\ kN$

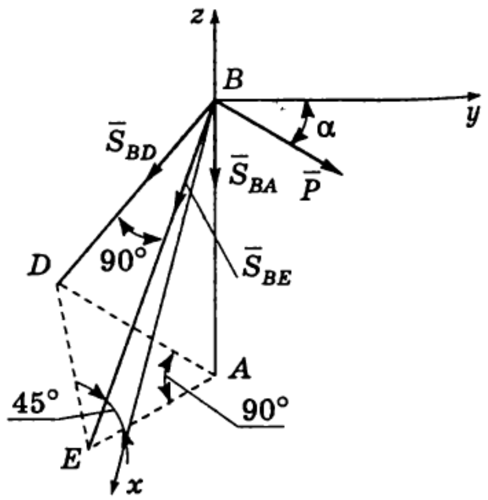
- د کرين په پښو اوعمودي ستني کي د شکل سره سم د α زاويي په نظرکي نيولو سره قوې پيداکړئ؟ که چيرې $AB = BC = AD = AE$ او د A ، B، E او D په نقطوکي اتکاوي مفصلي دي .



لاربنووونه:

شيما رسموو او د تعادل معادلي ليکو:

$$\begin{cases} -S_{BD}\cos 45^\circ \sin 45^\circ + S_{BE}\cos 45^\circ \sin 45^\circ + P\sin\alpha = 0 \\ -S_{BD}\cos 45^\circ \cos 45^\circ - S_{BE}\cos 45^\circ \cos 45^\circ + P\cos\alpha = 0 \\ -S_{BD}\sin 45^\circ - S_{BE}\sin 45^\circ - S_{AB} = 0 \end{cases}$$



ځواب :

$$S_{AB} = -P\sqrt{2}\,\cos\alpha\,;\; S_{BD} = P(\cos\alpha - \sin\alpha);\; S_{BE} = P(\sin\alpha + \cos\alpha)$$

7.14- کنترولي پوښتني

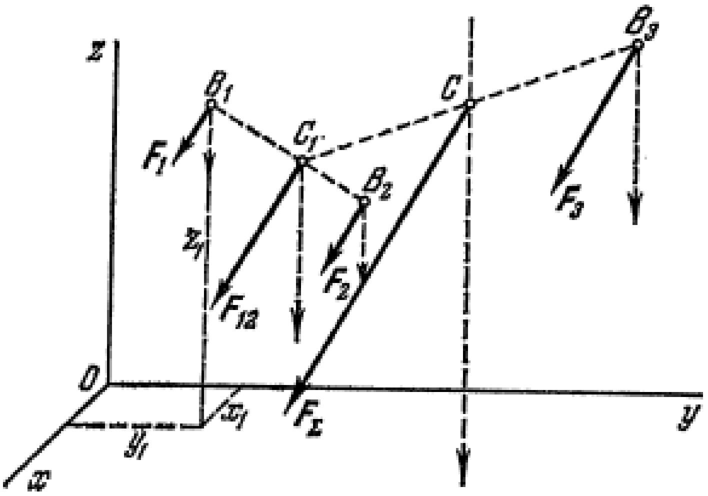
1. په فضاکي د نقطي کاردينات څرنګه پيداکيږي؟
2. په فضاکي ديکارت کارديناتي سيستم او وکتور تشريح کړئ؟
3. د وکتور مرتسمه پر محور باندي څه ډول پيداکيږي؟
4. د قوي مرتسمه پر مستوي باندي څه ډول پيداکيږي؟
5. د قوي تجزيه پر کارديناتي محورونو باندي واضح کړئ؟
6. د قوي مومنت نظر و محور ته څرنګه پيداکيږي؟
7. په پليټ ساتونکو ګاډروکي قوي څرنګه تعينيږي؟
8. په فضاکي د کيفي قوه ايز سيستم د تعادل شرايط او عمده وکتور او عمده مومنت يعني څه؟
9. د موازي قواو د فضايي سيستم د تعادل معادلي کومي دي؟

اتم فصل

8.1 د موازي قواو مرکز Center of Parallel Forces

د دوو موازي قواو د جمع کولوطريقي په پوهيدلو سره سخته نه ده چي دهغو يوه په بلي پسي د جمع کولو له لاري د قواو دهرموازي سيستم لپاره محصله قوه پيداکړو .

مثلاً :



8.1شکل

د B_1 ، B_2 ، B_3 په نقطو کې موازي او ويوه جهت ته متوجه قوې F_1 ، F_2 ، F_3 پرجسم باندي تأثيرکوي .

لومړی د قاعدي سره سم د F_1 او F_2 قوې سره جمع کوو اودهغوی محصله قوه F_{12} پيداکوو . تردي وروسته د F_{12} محصله قوه د F_3 سره په عين ډول جمع کوو اوپه پای کې د ټولو درو قواو محصله قوه ΣF(R) په لاس راوړو .

دغه محصله قوه ΣF د دې درو قواو سره موازي او همجهته ده .

د محصله قوي مودول د ټولوقواو د مودول سره مساوي دی

$$R = \Sigma F = F_{12} + F_3 = F_1 + F_2 + F_3 = \Sigma F k$$

اوس به نو د C نقطي موقعيت پيداکړو د کومي څخه چي دغه محصله قوه تيريږي .

د محصله قوي د تأثيرد نقطي په توګه کولای شو هره کيفي نقطه ونيسو چي د دې د تأثيرپرکرښي باندي پرته وي .

خو داسې معلومیږي چې د هغوی څخه یوازې یوه نقطه یعنې د C نقطه چې په ترتیب سره د قواو د جمع کولو په نتیجه کې په لاس راغلې ده ، یوډېرمهم اوځانګړی خاصیت لري .

دغه خاصیت په دې کې نغښتی دی ، که چیرې موږتولې قوې دهغو د تأثیرد نقطو په نسبت تریوې مساوي زاویې لاندې را ولو «راکږې یې کړو » ، په شکل کې په نه لیدونکو کرښو سره ښودل شوي دي ، د قواو وموازي والي ته هم زیان وا نه ړوو ، نو د دې قواو د محصله قوې د تأثیرکرښه به چې ترهمدغې زاویې لاندې کږه شوې ده ، بیا هم د دې نقطې یعنې C څخه تیره شي .

دC نقطه د موازي قواو د سیستم د مرکزپه نامه سره یادیږي .دغه اصل د ارسطولخوا250 کاله د میلاد څخه مخکې وضع شوی دی.

د پورته تشریحاتو څخه دا څرګندیږي چې د دې موازي قواو د سیستم مرکزعبارت دهغې نقطې څخه دی ، له کومې څخه چې د دې سیستم د محصله قوې د تأثیرکرښه تیریږي ،پداسې حال کې چې د سیستم قوې د خپلو تأثیرد نقطو پرشاوخوا پریوې زاویې او عین جهت ته په هرډول چې وي ، راکږې شوي دي .

اوس به د موازي قواو د سیستم د مرکزد کاردیناتو د پیداکولولپاره فورمولونه په لاس راوړو .

a- د تحلیلي هندسې په مرسته:

د کاردیناتي محورونو په فضایي سیستم کې د قواو د تأثیرد نقطو کاردینات په دې ډول سره ښیو.

$$B_1(x_1, y_1, z_1)\ ;\ B_2(x_2, y_2, z_2)\ ;\ B_3(x_3, y_3, z_3)$$

د موازي قواو د مرکزC کاردینات په xc, yc, zc سره ښیو .

لومړی ، دC_1 نقطې لپاره چې په هغې کې د F_1 او F_2 محصله قوه F_{12} تأثیرکوي د فاصلې محوریعنې x' پیداکوو.

د دې لپاره د تحلیلي هندسې څخه دهغې نقطې د کاردیناتو لپاره دهغه فورمول څخه ګټه اخلو چې ټوټه کرښه د m/n په نسبت باندې ویشي یعنې :

$$x' = \frac{x_1 + \frac{m}{n}.x_2}{1 + \frac{m}{n}} \dots (*)$$

x_1 ، x_2 داړونده قطعه خط دمبدأ او انجام کاردینات دي .

لکه څنګه چې c_1 د مرکبو قواو د تأثیرد نقطو ترمنځ کرښه د دې قواو سره پر معکوساً متناسبو برخو باندې ویشي نو $B1C1/C1B2 = F2/F1$

او زموږپه دې حالت کې $m/n = F2/F1$

نولدې ځایه څخه معلومیږي چې:

$$x' = \frac{x_1 + \frac{F_2}{F_1}x_2}{1 + \frac{F_2}{F_1}} = \frac{\frac{F_1x_1 + F_2x_2}{F_1}}{\frac{F_1 + F_2}{F_1}} = \frac{F_1x_1 + F_2x_2}{F_1}\frac{F_1}{F_1 + F_2} = \frac{F_1.x_1 + F_2.x_2}{F_1 + F_2}$$

$$x' = \frac{F_1.x_1 + F_2.x_2}{F_1 + F_2}$$

اوس نو د C نقطې لپاره د x_c د فاصلې محورپیداکوو،چیرې چې د ټولوقواو محصله قوه ΣF تأثیرکوي یعنې د درو موازي قواو د مرکزد فاصلې محورباید پیداکړو .

لکه څنګه چې :

$$\frac{C_1C}{CB_3} = \frac{F_3}{F_{12}} = \frac{F_3}{F_1 + F_2}$$

په دې صورت کې $m/n = F3/(F1 + F2)$

اوس به نو د قواو د مرکز C د کاردینات لپاره همدغه کړنلاره عملي کړو، یعنې د x_c ،فورمول لیکو:

$$x_c = \frac{(F_1 + F_2)x' + F_3x_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

د x' د قیمت په وضع کولوسره لرو چې :

$$x_c = \frac{(F_1 + F_2)\frac{F_1.x_1 + F_2.x_2}{F_1 + F_2} + F_3.x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + F_3.x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{\Sigma F_k.x_k}{\Sigma F_k}$$

په همدې ډول سره کولای شو چې د موازي قواو د مرکز نورکاردیناتونه هم پیداکړو ،نو لرو چې :

$$x_c = \frac{\Sigma F_k.x_k}{\Sigma F_k};\ y_c = \frac{\Sigma F_k.y_k}{\Sigma F_k};\ \ z_c = \frac{\Sigma F_k.z_k}{\Sigma F_k} \ldots (8.1)$$

8.1 فورمول د موازي قواو د مرکزد کاردیناتو د پیداکولو لپاره دهرشمیرموازي قواو لپاره د ګټې اخیستلو وړ دی ، پدې ډول چې $\Sigma Fk \neq 0$ وي.

F_k – د قوې الجبري قیمت یعنې دهغې مودول د مثبتې یامنفي علامې سره . کله چې قوه و یوې خوا ته متوجه وي نو علامه یې مثبه اوچې بلې خواته متوجه وي نوبیاعلامه یې منفي ګڼل کیږي .

پدې فورمول کې د Σ علامه دالجبري مجموعې څخه عبارت ده .

په دې صورت کې د هرې قوې د الجبري قیمت او د تأثیرد نقطې د کاردیناتو د ضرب د حاصل مجموعه اوپه مخرج کې د ټولوقواو الجبري مجموعه لرو.

b- د وارینون د قضیې په مرسته:

د $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \ldots \bar{F}_n$ موازي قواو یو سیستم چې ټولې و یوې خواته متوجه او د $O_1, O_2, \ldots O_n$ په نقطو کې اغیز کوي ،تر کتنې لاندې نیسو.ښکاره ده چې دا قوه ایز سیستم ځانته محصله قوه لري چې جهت یې همدغه د قواو لوری دی:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i$$

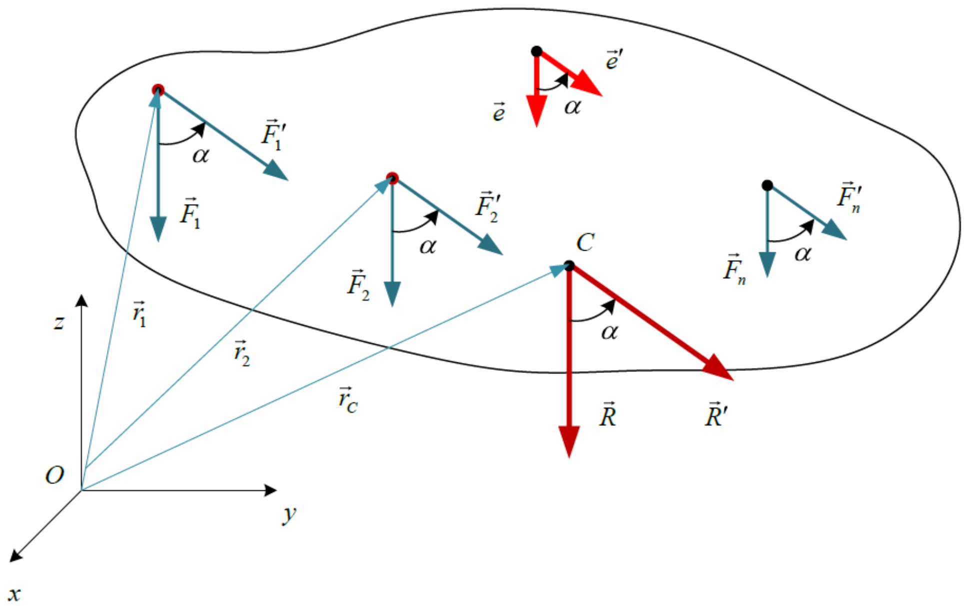
مودول یې مساوي دی په:

$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

داسي اټکل کوو چي واحد وکتور $\bar{e}$ د سيستم د قواو جهت را ښيي.پدي صورت کي قوې کولای شو پدي ډول سره ولیکو:

$$\bar{F}_1 = F_1\bar{e}\,;\ \bar{F}_2 = F_2\bar{e};\ldots;\bar{F}_n = F_n\bar{e}$$

$$\bar{R} = R\,\bar{e}$$



8.2شکل

اوس به د سيستم د قواو و لورو او جهتونو ته بدلون ورکړو.ددي لپاره د واحد وکتور $\bar{e}$ په مرسته د قواؤ نوی جهت ښيو.په لوړ شکل کي دا مطلب ښودل شوی دی.

نو پدي ډول سره د سيستم ټولي قوې تر يوي زاويې α لاندي راګرځي او موږ به د موازي قواو يو نوی سيستم ولرو:

$$\bar{F}_1' = F_1\bar{e}'\,;\bar{F}_2' = F_2\bar{e}'\,;\ldots;\bar{F}_n' = F_n\bar{e}'$$

چي همهغه مودولونه لري او محصله قوه به يې مساوي وي په

$$R' = \sum_{i=1}^{n} F_i = R$$

چي د جهت له پلوه توپير لري ،خو مودول يې هم هغه دی.

دغه ډول يوه عمليه به د موازي قواوو ګرځول يا ځرخيدنه وبولو.

وبه ښيو ، د C يوه داسي نقطه شته ده چي د سيستم د قواوو د هرډول جهت په درلودلو سره ،د محصله قوې د تأثير کرښه بيا هم د همدی نقطې ځخه تيريږي.

د واريون د قضيې سره سم ، د سيستم د محصله قوې مومنت نظر و هرې نقطې ته مساوي دی د سيتم د ټولو قواو د مومنتونو په مجموعې سره نظر و همدی نقطې ته.

زموږ د ترکتني لاندي حالت لپاره،مثلاً

$$\bar{M}_O\ \bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{M}_O\ \bar{F}_i$$

یا په بله ژبه:

$$\bar{r}_c \mathrm{x} \bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i \mathrm{x}\ \bar{F}_i$$

دلته $\bar{r}_1; \bar{r}_2; \dots; \bar{r}_n$ د $O_1, O_2, \dots O_n$ نقطو هغه شعاع وکتورونه دي چې د کاردیانتي سیستم د پیل (O) د نقطې څخه راولاړ شوي دي.$\bar{r}_c$ د C د نقطې شعاع وکتور دی.

په وروستي مساوات کې د قواو ټول وکتورونه د واحد وکتور له لارې ارائه کوو،نو وبه لرو چې:

$$\bar{r}_c \mathrm{x} R\ \bar{e}\ = \sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i \mathrm{x}\ F_i \bar{e}$$

یا هم

$$R\ \bar{r}_c\ \mathrm{x}\ \bar{e} = \left(\sum_{i=1}^{n} F_i\ \ \bar{r}_i \right) \mathrm{x}\ \bar{e}$$

د دې لپاره چې دا مساوات د واحد وکتور د هر کیفي جهت په صورت کې تحقق ولري،نو د دې وکتور د ضرب مرکبې باید په ښي او کیڼ پلو کې سره مساوي وي،یعنې:

$$R\ \bar{r}_c\ = \sum_{i=1}^{n} F_i\ \ \bar{r}_i$$

له همدې ځایه څخه به ولرو چې:

$$\boldsymbol{\bar{r}_c\ = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i\ \ \bar{r}_i}{R}} \dots \mathbf{(8.2)}$$

د C نقطه چې د هغې څخه د موازي قواو د سیستم په هرډول ګرځولو سره، د محصله قوې د تأثیر کرښه تیریږي، د موازي قواوو د مرکز په نامه سره یادیږي.

د(8.2)فورمول د موازي قواو مرکز د شعاع وکتور له لارې تعینوي.

د موازي قواو د مرکز کاردینات کولای شو د(8.2) مساوات پر کاردیناتي محورونو باندې د مرتسمو له لارې په ارائه کولو سره، پلاس راوړو.

$$\begin{cases} x_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i\ F_i}}{\boldsymbol{R}} \\ y_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{y_i\ F_i}}{\boldsymbol{R}} \\ z_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{z_i\ F_i}}{\boldsymbol{R}} \end{cases} \dots (8.3)$$

يادونه کوو چي (8.2) او (8.3) فورمولونه د هغه حالت لپاره هم تحقق لري چي موازي قوې و مختلفو جهتونو ته متوجه وي، که چيرې په هغوی کې د F_i کميتونه د قواوو د يوه جهت لپاره مثبت(+) او د بل جهت لرونکو قواوو لپاره منفي(−) کښيښودل شي.

پدې صورت کې د قواوو مجموعه بايد د صفر سره مساوي نه وي.

8.2- د جسم د ثقل مرکز Gravity center of Body

د جسم د اجزاوو د جاذبې قوه (وزن) ومځکې ته تقريباً د مځکې ومرکز ته متوجه ده . لکه څنګه چې د مطالعه کيدونکو جسمونو اندازې د مځکې د شعاع په نسبت ډيرې لږې دي، نو دا قوې کولای شو موازي وګڼو . د دې موازي قواو محصله قوه چې دهغوی مجموعه جوړوي ، د جسم د وزن څخه عبارت ده . خو د دې موازي قواو د سيستم مرکز،چيرې چې د جسم وزن تأثيرکوي ، د جسم د جاذبې مرکزبلل کيږي .

په جامد جسم کې د ثقل مرکزځانته معين اوځانګړی ځای لري اوپه فضاء کې د دې جسم د موقعيت سره کومه اړيکه نه لري .

د مختلفو اجزاوو د جاذبې قوې په $G1$ ، $G2$ ...... Gk ، دجسم وزن په G او د هغه د ثقل د مرکزکاردينات په xc, yc, zc سره ښيو. همدارنګه د جامد جسم د هرې کيفي ټوټې کاردينات په xk, yk, zkسره ښيو .

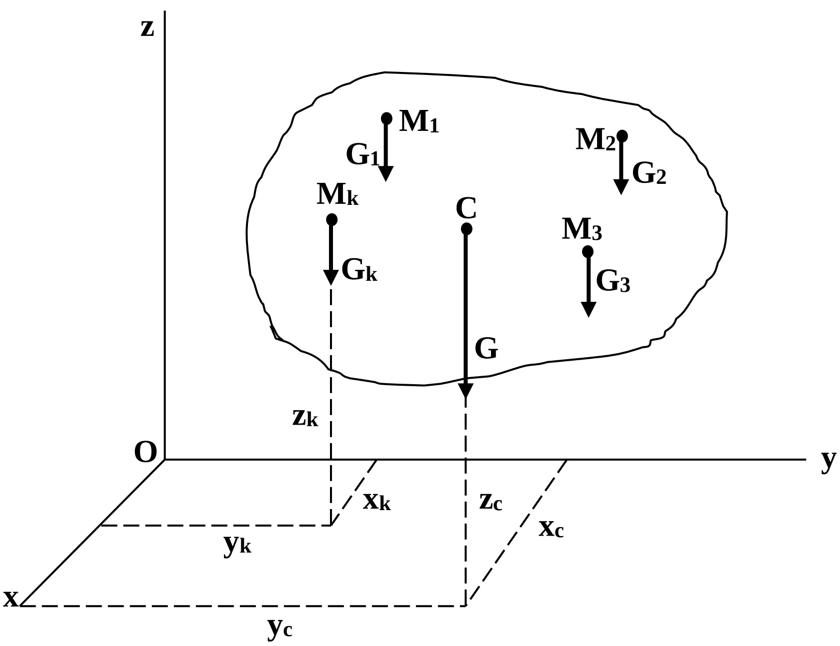
د جامد جسم د ثقل مرکزکاردينات لکه د موازي قواو د مرکزپه ډول پيداکيږي .

د ثقل د مرکزکاردينات په لاندې ډول سره پيداکوو :

$$x_c = \frac{\Sigma G_k . x_k}{\Sigma G_k} = \frac{\Sigma G_k . x_k}{G}$$

$$y_c = \frac{\Sigma G_k . y_k}{\Sigma G_k} = \frac{\Sigma G_k . y_k}{G} \quad \dots (8.4)$$

$$z_c = \frac{\Sigma G_k . z_k}{\Sigma G_k} = \frac{\Sigma G_k . z_k}{G}$$



8.3شکل

د متجانس جسم (چي په ټولونقطوکي يوډول کثافت اوميخانيکي خواص ولري) لپاره ځانګړی حالت ترکتني لاندې نيسو:

که چيرې د يوې ټوټې حجم په V_k سره وښيو، نود ټول جسم حجم به ϑ اود جسم دحجم واحد به په γ سره وښيو، نود دې ټوټې د جاذبې قوه به $Gk = V_k\gamma$

او د ټول جسم لپاره $G = V.\gamma$

د دې قيمت په وضع کولوسره لرو چې :

$$x_c = \frac{\Sigma G_k.x_k}{G} = \frac{\Sigma V_k.\gamma.x_k}{V.\gamma} = \frac{\Sigma V_k.x_k}{\vartheta}$$

په همدې ډول سره د نوروکارديناتو لپاره هم دا ډول فورمولونه په لاس را ورلای شو .

لکه چې د فورمول څخه ليدل کيږي ، د جامد جسم د ثقل د مرکزکاردينات په γ پورې اړه نه لري، بلکې يوازې د جسم په حجم او د هغه په شکل پورې تړلې دي .

نوپه دې ډول سره د متجانس جسم د ثقل مرکزعبارت دی د جسم د ثقل مرکزڅخه اود هغه کادرينات په دې ډول سره دي:

$$x_c = \frac{\Sigma V_k.x_k}{V};\ y_c = \frac{\Sigma V_k.y_k}{V}; z_c = \frac{\Sigma V_k.z_k}{V} \ldots (8.5)$$

xk, yk, zk – د جسم د اجزاوو کاردينات .

د ثقل د مرکز د پيداکولو ميتودونه:

1. د تناظر ميتودMethod of Symmetry- که جسم د تناظر محور ولري نو د ثقل مرکز پر همدې محور باندې پروت دی.

2. د ويشلو ميتود Method of Division- پيچلی شکل بايد پر داسې ساده شکلونوباندې وويشل شي چې د ثقل مرکزونه يې آسانه پيداشي.

3. د پوره کولو ميتودMethod of Supplemintation- دا طريقه د ويشلو د ميتود يو ځانګړی حالت دی او که چې جسم سورې اوتشې ولري ، کارول کيږي.

4. د انتيګرال نيوني ميتود Method of Integration- کله چې نشي کيدای جسم پر داسې برخو باندې وويشل شي چې د ثقل مرکزونه يې معلوم وي نو د دې ميتود څخه کار اخلو چې عمومي خاصيت لري.جسم پر وړو وړو ټوټوباندې ويشل کيږي ، لومړی يوه ټوټه تر کتنې لاندې نيسو او وروسته ټول جسم.مثلاً د دايرې د قطاع،قطعې او نيمه دايرې لپاره.

5. د تجربې له مخې ميتودExperimental Method- پدې ميتود کې جسم وزن يا تلل کيږي او يا هم ځړول کيږي تر څو د ثقل مرکز يې معلوم شي.

8.3- د اوارو شکلونو د سطح ستاتيکي (لومړی) مومنټ First moment of an Area

د هوارو شکلونو د ثقل د مرکزکاردينات Gravity Center of Plane Figures

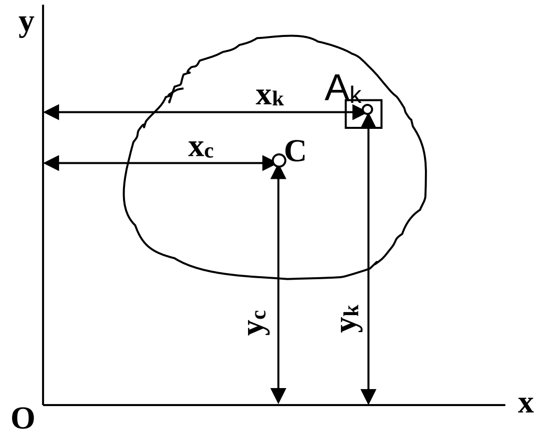
هغه متجانس جسم چې د نازکې ورقې شکل ولري ، کولای شو دهوارشکل په ډول سره ترکتني لاندې ونيسو اود هغه د پنډوالي څخه تير شو .

د دې ورقې د مختلفو اجزاوو حجم د شکل دعناصرو د مساحت سره متناسب دی او د هغه د ثقل مرکزيوازې او يوازې د ورقې په شکل اومساحت پورې اړه لري . نولدې امله د متجانسي نازکې ورقې د ثقل مرکزچې ثابت پنډوالی اود هوار شکل ډول ولري ، د همدې هوارې ورقې د ثقل د مرکزپه نامه سره يادېږي .

د هغه کاردينات په دې ډول دي :

$$x_c = \frac{\Sigma A_k . x_k}{A} \ ; \quad y_c = \frac{\Sigma A_k . y_k}{A} \ldots (8.6)$$

A_k– دشکل دکېفي ټوټې مساحت، x_k, y_k– ددې ټوټې کاردينات، A– دټول جسم مساحت



8.4-شکل

(8.6) فورمول کولای شو لږڅه په بل شکل سره وليکو :

يوکيفي شکل را اخلو او د هغه مساحت په کوچينيو – کوچينيو ټوټوباندې ويشو . د دې ټوټې مساحتA_k دی .

د مساحت او د هغه د ثقل د مرکزڅخه بيا تريوه محوره پورې په لنډې فاصلې کې چې په همدې مستوي کې واقع وي ، د A_k د ضرب حاصل ، د شکل دهمدې ټوټې ستاتيکي مومنت نظروهمدې محورته بلل کيږي .

د x او y محورونو په نسبت په ترتيب سره د شکل د جزد مساحت ستاتيکي مومنت مساوي دی په :

$$Sx = \Sigma Ak.yk \ \ ; \ Sy = \Sigma Ak.xk[cm^3] \ \ldots \ (8.7)$$

د(8.6) فورمول په نظرکې نيولوسره دهوارې ورقې د ثقل مرکز د کاردينات لپاره به دا فورمول ولرو:

$$X_C = \frac{S_y}{A} \quad ; \quad y_c = \frac{S_x}{A} \ \ldots . (8.8)$$

د همدې فورمول په مرسته د هوارو شکلونو د ثقل د مرکزکاردينات که چيرې دهغوی ستاتيکي مومنت نظرويوه محورته معلوم وي ، محاسبه کوو اوهم پرعکس.

لکه چې د فورمول څخه ليدل کيږي ، د هوارشکل د مساحت ستاتيکي مومنت نظروهغه محورته چې د شکل د ثقل د مرکزڅخه تيريږي مساوي په صفردی څکه چې يا xc اويا yc به صفرشي .

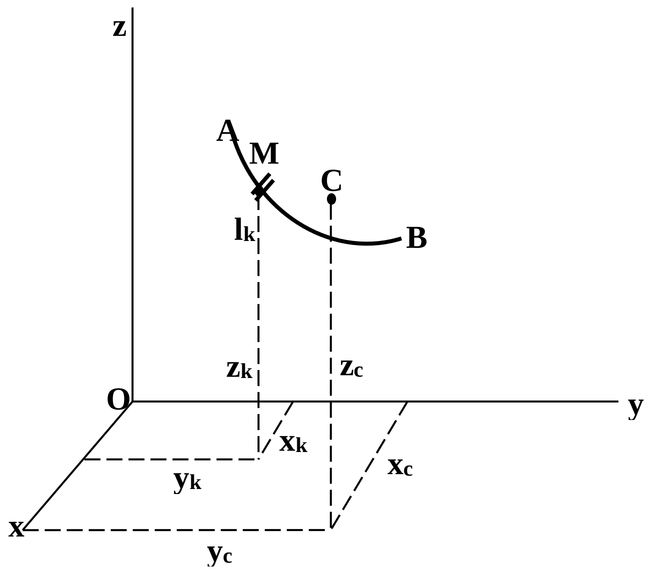
د کرښې د ثقل مرکز Gravity Centre of line

د متجانس جسم چې اوږدوالی یې زیات اونسبتاً لږعرضي مساحت ولري ، د ثقل د مرکزموقعیت به معلوم کړو.

د یوه سیم د یوې ټوټې چې ثابته عرضي مقطع ولري اومحوریې دAB پرمنحني باندې واقع وي د ثقل مرکزمعلوموو.

د هرڅه نه مخکې د سیم وزن داسې پیداکوو $G = \rho . l$

l – د سیم اوږدوالی ، ρ – د سیم د اوږدوالي واحد وزن



8.5-شکل

دAB کرښه پر M_k کوچینیو برخو باندې ویشو چې اوږدوالی یې l_k وي .

دهرې کوچینۍ برخې وزن داسې معلوموو $G_k = \rho . l_k$

دهرې برخې دثقل د مرکزکاردینات xk, yk, zkد پواسطه ښیو، پدې صورت کې ددې برخې دثقل د مرکزC کاردینات داسې پیداکوو:

$$x_C = \frac{\Sigma l_k . x_k}{G} = \frac{\Sigma l_k . \rho . x_k}{\rho . l} = \frac{\Sigma l_k . x_k}{l} \quad ; \quad y_C = \frac{\Sigma l_k . y_k}{l}$$

$$z_C = \frac{\Sigma l_k . z_k}{l} \dots (8.9)$$

l_k – د جسم د یوې ټوټې اوږدوالی

xk, yk, zk– ددې ټوټې کاردینات

l – د ټول جسم اوږدوالی

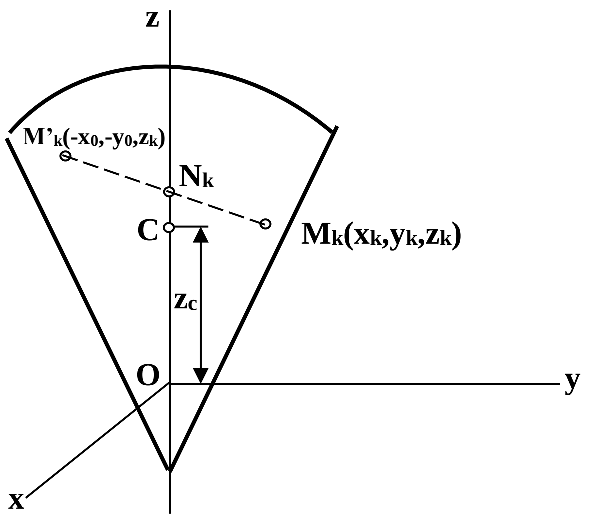
د فورمول څخه لید ل کیږي ، د ثقل د مرکزکاردینات په ρ پورې چې د جسم مواد په ګوته کوي ، اړه نه لري .

د يوه متجانس نري سيم چي ثابته عرضي مقطع ولري اومحوريي د يوې کربښي سره سمون ولري ، د دې کربښي د ثقل د مرکزپه نامه سره ياديږي .

8.4- د ثقل مرکز د پيداکولولپاره مرستندويه قضيي

لومړۍ قضيه:

که چيرې متجانس جسم د تناظرمحورولري ، نو د جسم د ثقل مرکزپرهمدې محورباندې پروت دی . يوداسي جسم چي د تناظرمحورولري ترکتني لاندې نيسو .



8.6-شکل

د تناظرمحورد کارديناتو پريوه محورمثلاً z باندې منطبقواو د (8.5) فورمول په مرسته د جسم د ثقل د مرکزکاردينات داسي پيداکوو:

$$x_c = \frac{\Sigma V_k . x_k}{V}\ ; \qquad y_c = \frac{\Sigma V_k . y_k}{V}$$

په دغه جسم کي دوې کيفي نقطې د M'_k , M_k ټاکو ، چي نظر د z ومحورته متناظري پرتي دي . دهغوی د څنگ سره دوې ټوټې چي مساوي حجم V_k لري ،را جلا کوو. M_k او M'_k پريوې عمودي کربښي نظرد z ومحورته پرتي دي $MkNk = M'kNk$. يعني د دوو نقطو کاردينات x_k ، y_k په مودول سره مساوي ولې مخالفي علامې لري .

دغه ټول جسم پرمتناظرو پرتو جوړو باندې چي مساوي حجم ولري ويشو .د $x_k.V_k$ د ضرب حاصل تشکيلوو اودا مجموعه پيدا کوو. د مرکباتو مجموعه چي په يوې جوړې پورې اړه لري ، مساوي په صفرده ځکه چي حجم يې يوشی او د y_kx_k, کاردينات يې مساوي خو علامې يې مختلفي دي .

د دې څخه معلوميږي چي دا مجموعه د ټولوکوچينيو ټوټو لپاره چي مساوي حجم ولري ، صفرده يعني:

$$\Sigma Xk . V_k = 0 \qquad ; \qquad \Sigma yk . V_k = 0$$

په (8.9) فورمول کي ددې قيمتونو په وضع کولوسره لرو چي :

$$x_c = \frac{\Sigma V_k \cdot x_k}{\vartheta} = 0 \; ; \qquad y_c = \frac{\Sigma V_k \cdot y_k}{\vartheta} = 0$$

لکه څنګه چې $xc = 0$ ، $yc = 0$ نو د جسم د ثقل مرکزد z پرمحورباندې چې د جسم د تناظرمحورهم دی ، پروت دی اود هغه موقعیت داسې پیداکیږي :

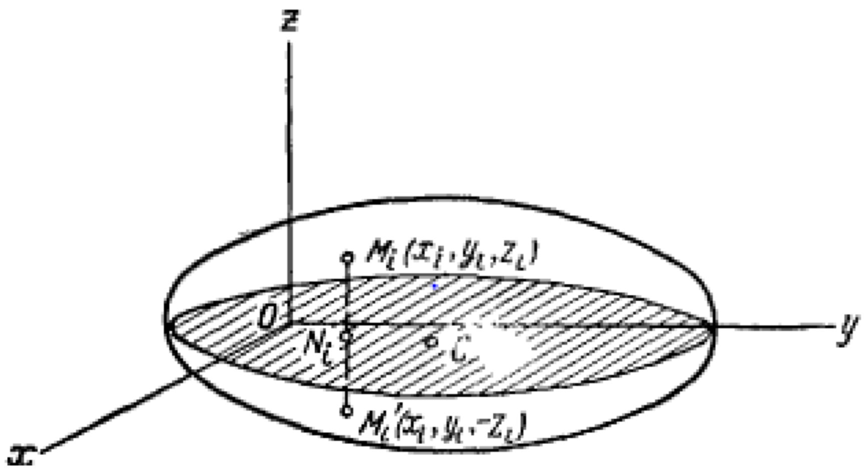
$$z_c = \frac{\Sigma V_k . z_k}{V}$$

نونتیجه داشوه ، که چیرې هوارشکل او یا کرښه د تناظرمحور ولري ، نو د هغه(هغې) د ثقل مرکز پرهمدې محورباندې پروت دی .

دوهمه قضیه :

که چیرې متجانس جسم د تناظرمستوي ولري نو د جسم د ثقل مرکزپه همدې مستوي کې پروت دی . په شکل کې جسم د تناظرمستوي لري پدې مستوي کې د جسم مقطع پرکرښه باندې په کرښه- کرښه باندې نښاني شوې ده.

دx او y محورونه د تناظرپه مستوي کې ځاي پرځاي کوو او د z محورپرهغې باندې عمود غځوو. پدغه جسم کې دوې نقطې M_k , M'_k ټاکو چې د xO_y د مستوي په نسبت متناظري پرتې دي . د هغوی د څنګ سره دوه کوچیني حجمونه V_k په ګوته کوو. د M_k او M'_k نقطې د xO_y د مستوي په نسبت پریوې عمودي کرښې باندې پرتې دي اود دې مستوي سره مساوي فاصلې لري یعني $MkNk = M'kNk$



\

8.7-شکل

نوداسې معلومیږي چې د دې نقطو د zk کاردینات په قیمت سره مساوي ولې علامه یې مخالفه ده .

نو د $z_k.V_k$ مجموعه به صفر وي $\Sigma zk.V_k = 0$ اودا مجموعه د ټولوکوچینیو حجمونو لپاره یوشی ده . د ثقل مرکز د zk کاردینات به د (8.9) فورمول په مرسته محاسبه کړو :

$$z_c = \frac{\Sigma z_k . V_k}{V} = 0$$

نودا نتیجه اخیستل کیږي چي د جسم د ثقل مرکزد تناظرپه مستوي کې پروت دی .

د دې قضیې په مرسته ویلای شو چي :

1. د مستقیمي کرښې د ثقل مرکزدهغې په منځنۍ (نیمایي) برخې کې پروت دی .

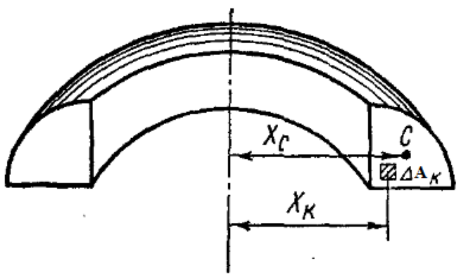
2. د دایرې ، د کُرې مساحت ، حجم اوسطح د ثقل مرکز ، دهغوپه هندسي مرکزکې پروت دی .

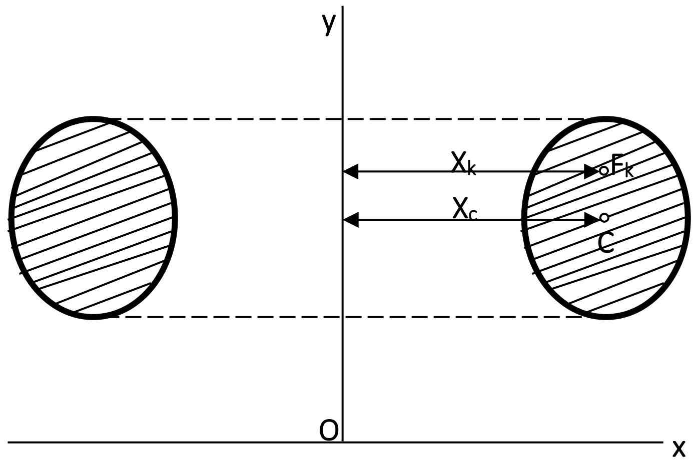
3. د معین د محیط او مساحت ، د مستطیل او مربع د ثقل مرکزونه د هغوی د قطرونو د تقاطع په نقطو کې پراته دي .

4. د منظمو کثیرالاضلاع ګانو د محیط اومساحت د ثقل مرکزونه دهغوی په محاطي (داخلي) یا خارجي (احاطوي) دایرو کې پراته دي .

8.5- د پاپوس – ګلدینوس قضیې Theorems of Pappus – Guldinus

دریمه قضیه:





8.8-شکل

دغه قضیه د دوراني جسم مساحت او حجم د پیداکولو لپاره په ځلورمه پیړۍ کې د الکساندري ځخه د پاپوس لخوا منځ ته راغلې او وروسته بیا د سویس زرلنډي ریاضي پوه پاول ګولډین یا ګلډینوس (1577-1643) پواسطه چې د پاپوس د اثر د (8) توک څخه یې را اخیستي ، پکار اچول شوې ده.

د دوراني جسم حجم چې دهوارشکل د محورپرشاوخوا چې د شکل په مستوي کې پروت ولې هغه نه قطع کوي ، د څرخیدلو په نتیجه کې په لاس راځي ، مساوي دی د شکل په مساحت ضرب د دایرې محیط (طول) چې د هغې د ثقل د مرکزپه واسطه رسمیږي .

د F په مساحت سره هوارشکل د y د محورپرشاوخوا چې د شکل په مستوي کې پروت ولې هغه نه قطع کوي ، راڅرخي.

د y محورپرشاوخوا د څرخيدو په جريان کې د دې شکل محيط يوه تړلې سطح رسموي چې د څرخيدو سطح بلل کيږي.

هغه جسم چې د دې سطح په واسطه محدود شوی دی ، د څرخيدو جسم بلل کيږي .

د دې څرخيدو جسم د حجم د پيداکولولپاره يوه کوچينی ټوټه ترکتني لاندې نيسو .

د دې وړې ټوټې حجم

$$V_k = 2\pi . x_k . A_k$$

د څرخيدو د ټول جسم حجم

$$V = \Sigma V_k = 2\pi \Sigma x_k . A_k$$

د $\Sigma xk.Ak$ مجموعه کولای شو د (8.6) فورمول په مرسته په لاس راوړو:

$$x_c = \frac{\Sigma x_k . A_k}{A} => \Sigma x_k A_k = x_c . A$$

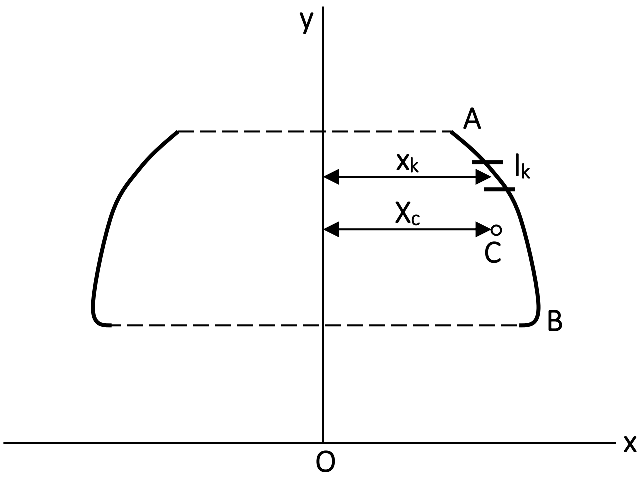
د دې قيمت په وضع کولوسره لروچې

$$V = 2\pi . x_c . A \ldots (8.10)$$

$2\pi . x_c$ دهغې دايرې طول دی چې دجسم دثقل مرکزيې رسموي .

څلورمه قضيه (پاپوس – ګلدينوس) :

د څرخيدو د سطح مساحت چې د هواري منحني د څرخيدو څخه د محورپرشاوخواچې د دې منحني په مستوي کې پروت، خونه يې قطع کوي ،پلاس راځي ، مساوي دی د دې منحني په اوږدوالي ضرب دهغې دايرې په محيط کې چې د ثقل مرکزيې تشکيلوي .



8.9شکل

د AB منحني چي اوږدوالی يې l دی د y د محورپرشاوخواچي د منحني په مستوي کي پروت ولي هغه نه قطع کوي ، راڅرخي .

د y محورپرشاوخوا د څرخيدو په وخت کي دغه منحني يوه د څرخيدو سطح ترسيموي .

دغه منحني په ډيرو بي نهايت کوچينيو ټوټو باندي ويشو چي دهري ټوټي اوږدوالی l_k دی . هغه سطح چي داهره ټوټه يي ترسيموي ، کولای شو د قطع شوي مخروط د سطح په ډول سره يي وګڼو .

لکه چي پوهيږو د قطع شوي مخروط جانبي سطح مساوي ده د مستوي مقطع د دايرې په محيط ضرب د تشکيل کوونکي په اوږدوالي کي .

نو ځکه د هغي سطح مساحت چي د منحني د يوې ټوټي l_k په واسطه تشکيله شوې ده په دې فورمول سره معلومولای شو

$$A_k = 2\pi . x_k l_k$$

xk– د هغي دايرې شعاع ده چي د ټوټي د منځ څخه دy ترمحوره پورې رسيږي .

د څرخيدو د سطح مساحت :

$$A = \Sigma A_k = 2\pi . \Sigma x_k . l_k$$

د $\Sigma x_k . l_k$ مجموعه د (8.9) فورمول په مرسته په لاس راوړو :

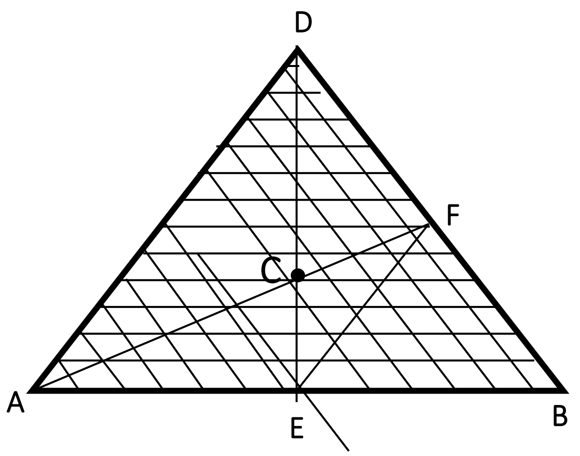
$$x_c = \frac{\Sigma x_k . l_k}{l} => \Sigma x_k . l_k = x_c . l$$

د دې قيمت په وضع کولوسره لرو چي :

$$A = 2\pi . xc . l \quad ... (8.11)$$

8.6- د ځينو بسيطو متجانسو جسمونو د ثقل د مرکزموقعيت

1. د مثلث د مساحت د ثقل مرکز



8.10شکل

د مثلث مساحت پرکوچينيو کوچينيو برخوباندي ويشو چي د مثلث د يوې ضلعي سره موازي وي . لکه چي ليدل کيږي د دې ټولونريو اوباريکو ټوټو د ثقل مرکزونه د مثلث په ميانه کي پراته دي .

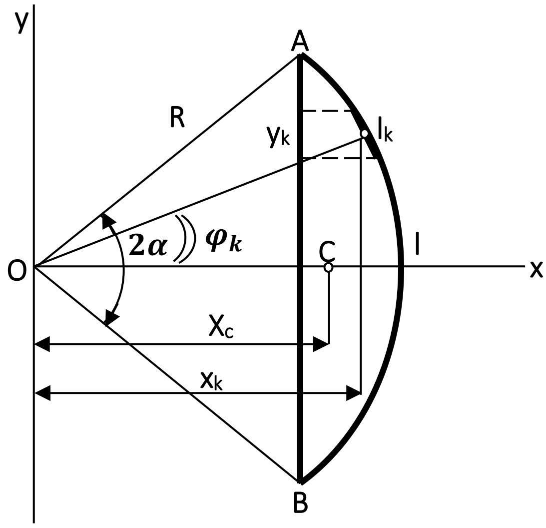
نولدې ځایه څخه معلومیږي چې د مثلث مساحت د ثقل مرکز C پر همدې میانه باندې پروت دی او همدارنګه پرنورو میانه وو باندې .

نوداسې نتیجه اخیستل کیږي چې د مثلث مساحت د ثقل مرکزC د میانه وو د تقاطع په نقطې کې موقعیت لري یعنې :

$$CE = 1/3\ DE$$

اوس تقریباً معلومه شوې ده چې ګلدینوس نوموړي قضیې د پاپوس د مقالو د 8 ټوک څخه را اخیستې دي، نو ځکه کولای شو هغوی یوازې د پاپوس د قضیو په نامه سره وبولو.

2. د دایرې د قطعې د ثقل مرکز:



8.11شکل

د AB قطعه د R په شعاع سره راکړل شوې ده چې مرکزي زاویه یې 2α ده .

لکه چې د x محورد دې قطعې د تناظرمحوردی نو د قطعې د ثقل مرکزپر همدې محورباندی پروت دی او د هغه کاردینات یوازې او یوازې په x_c سره معلومیدلای شي:

$$x_c = \frac{\Sigma x_k . l_k}{l}$$

د قطعې اوږدوالی $l = R.2\alpha$

2α مرکزي زاویه $[Rad]$

دغه ټوله قطعه پربې نهایت کوچنیو ټوټو چې اوږدوالی یې l_k دی ، ویشو اود xc کاردینات به دا ډول محاسبه کړو:

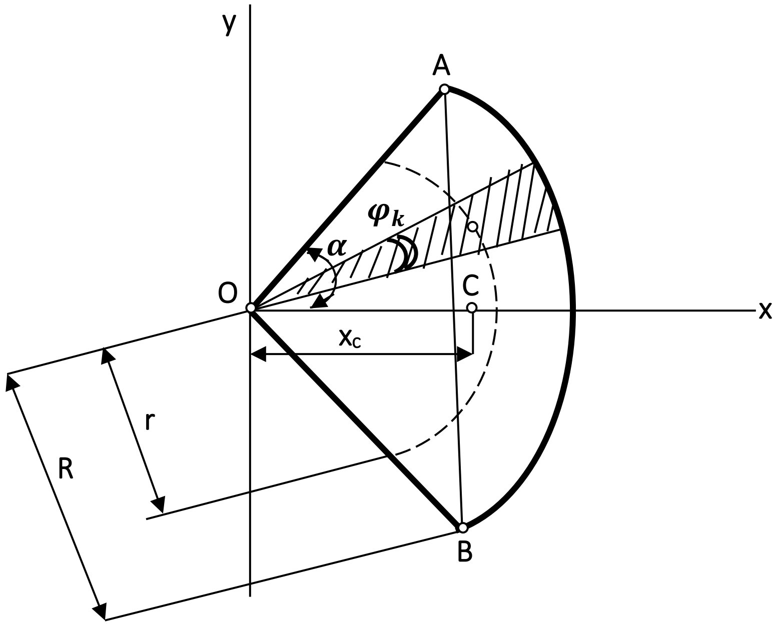
$$x_c = \frac{\Sigma x_k . l_k}{l} = \frac{1}{l}\Sigma x_k . l_k = \frac{1}{l}\Sigma \frac{x_k}{Cos\varphi_k} . l_k . Cos\varphi_k = \frac{1}{l}\Sigma R . y_k = \frac{R}{l}\Sigma y_k = \frac{R}{l} . AB = R . \frac{2Rsin\alpha}{2R . \alpha}$$

$$x_c = R\frac{Sin\alpha}{\alpha} \ldots (8.12)$$

α- د مرکزي زاویې نیمایې $[Rad]$

لکه ځنګه چې پوهیږو $Sin\ \alpha < \alpha$ نود قطعي د ثقل مرکزد AB په قطعه کې دننه پروت دی .

3. د دایرې د قطاع د ثقل مرکز:



شکل8.12

د دایرې قطاع چې مرکزي زاویه یې 2α ده پربې نهایت کوچینیو کوچینیو قطاع ګانو باندې ویشو . هره کوچینۍ ټوټه کولای شو د یوه مثلث په توګه چې ارتفاع یې R اوقاعده یې $R.\varphi_k$ ده ، مطالعه کړو.

د دې هرې ټوټې د ثقل مرکزبه د قطاع دمرکزڅخه د R. 2/3 په فاصلې کې واقع وي، نومعلومه خبره ده چې د AOB ټوټې د ثقل مرکزد دایرې د قطاع د ثقل مرکزسره چې شعاع یې R. 2/3 دی مطابقت کوي .

نولدې ځایه څخه د (8.12) فورمول په مرسته لروچې

$$x_c = r.\frac{sin\alpha}{\alpha}$$

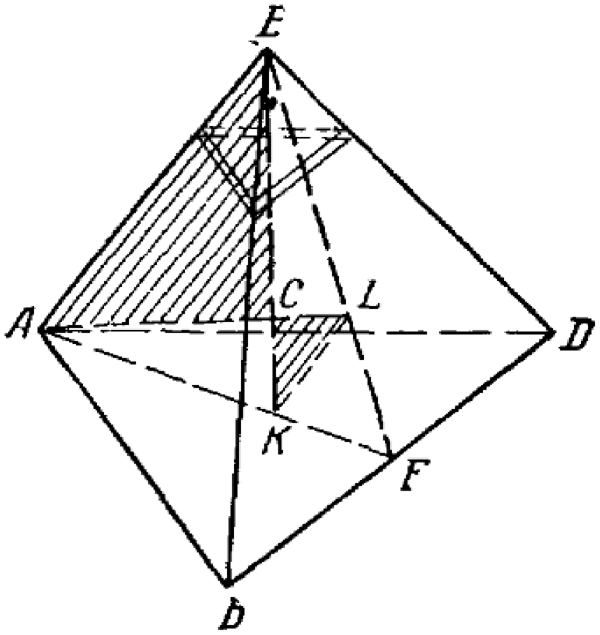
$$x_c = \frac{2}{3}.R.\frac{sin\alpha}{\alpha} \dots (8.13)$$

4. د څلورجانبه هرم د حجم د ثقل مرکز:

هرم د هغه د قاعدې ABD سره د موازي مستوي ګانو په واسطه پربې نهایت نریو مثلث ډوله ورقو باندې ویشو.

د دې ورقو د ثقل مرکزد EK پرمستقیمي کرښې چې دهرم د E رأس دهغه د قاعدې د ثقل مرکزK سره نښلوي ، پروت دی .

معلومه خبره ده چې د هرم د ثقل مرکزهم باید د EL پرمستقیمي کرښې باندې پروت وي چې د هرم د A رأس د BED د جانب د ثقل د مرکزسره نښلوي، نوله دې ځایه څخه معلومیږي چې د هرم د حجم د ثقل مرکز د C په نقطې کې پروت دی، دغه نقطه د EK او AL د مستقیمو کرښو د تقاطع نقطه ده .

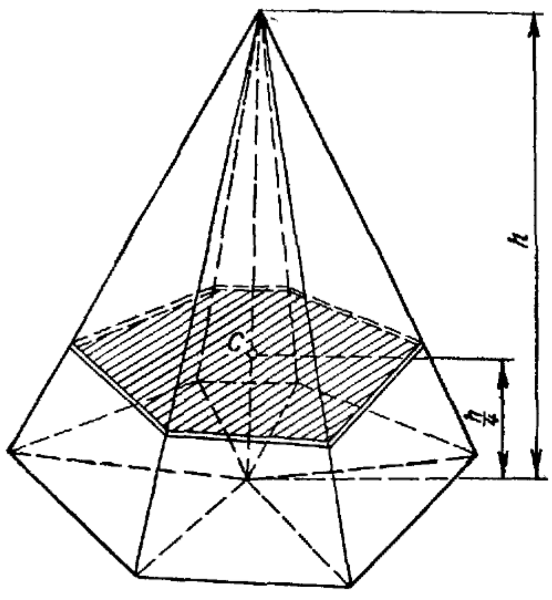


شکل-8.13

لکه چي $KF - 1/2\ AF$ او $LF = 1/3/EF$ ، نو $KL//AE$ او $KL = 1/3/AF$ نومعلومیږي $\Delta ACE \sim \Delta KCL$
نو ځکه $\frac{CK}{EC} = \frac{KL}{AE} = \frac{1}{3} => EC = 3CK$ ،

$$EK = EC + CK = 4CK => CK = 1/4EK$$

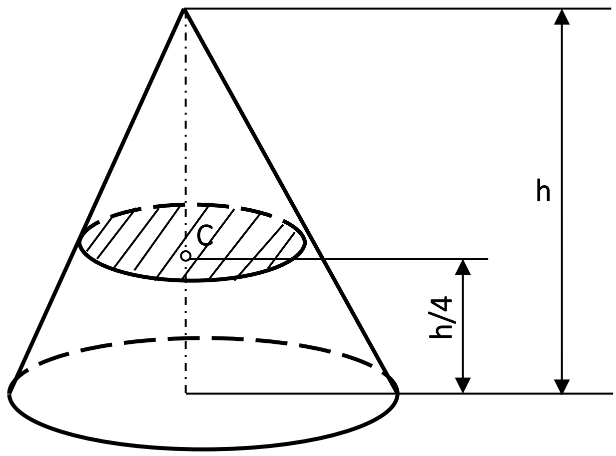
که چیري دهرم د حجم د ثقل د مرکزڅخه پرقاعدې باندې عمود رسم کړو ، نو د هغه اوږدوالی به دهرم د ارتفاع 1/4 وي .همدغه نتیجه کولای شو د کثیرالجانبه هرم لپاره هم په کار واچوو.



شکل-8.14

دا ځکه چي کولای شو دغه هرم پرخلورجانبه هرمونو باندې وویشو او دهغو د کثیرالاضلاع قاعده بیا پرمثلثونو باندې تقسیم کړو.

لکه چې پو هیږو مخروط د کثیرالجانبه هرم حد او حدود دی ، نو د مخروط د حجم د ثقل مرکزدهغه د قاعدې څخه د 1/4 ارتفاع په اندازه لوړ پروت دی .

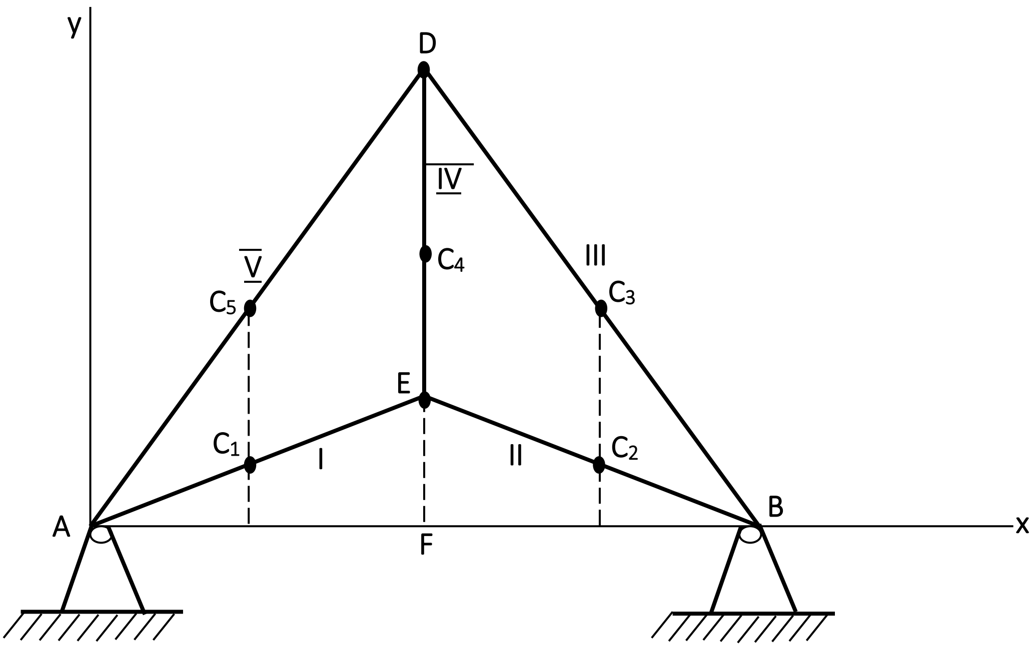


8.15شکل

مثال :

د متناظرADBE فیرم د ثقل د مرکزموقعیت پیداکړئ ، که چیرې دهغه اندازې په لاندې ډول وي :

$$AB = 6\ \text{m} ، DE = 3\ \text{m} ، EF = 1\ \text{m}$$



8.16شکل

حل : لکه څنګه چې فیرم متناظردی نودهغه د ثقل مرکز هم پرمتناظرمحورباندې پروت دی .

د شکل سره سم د کاردینات محورونه غځوو او لرو چې

$$Xc = AF = \frac{AB}{2} = 3m$$

یوازې د ثقل مرکزد yc ترتیب محورنامعلوم دی . د هغه د پیداکولولپاره فیرم پرڅوبرخو باندې ویشو او د هرې برخې اوږدوالی د مربوطه مثلثونو څخه پیداکوو.

د AEF مثلث څخه لرو :

$$AE = EB = \sqrt{AF^2 + FE^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} \cong 3.16\, m$$

د ADF مثلث څخه لرو :

$$AD = \sqrt{AF^2 + (DE + EF)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\, m$$

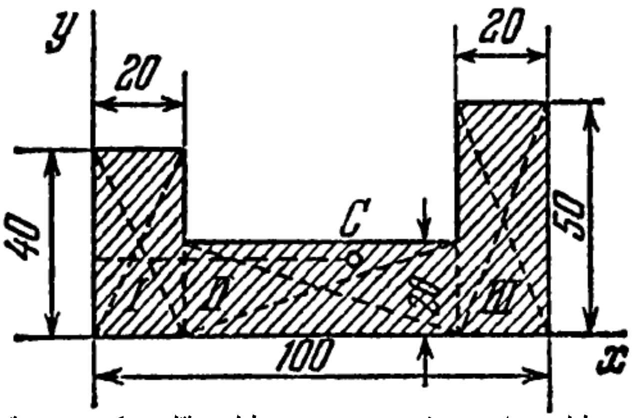
د هرې میلې د ثقل مرکز د هغې په منځ (نیمایي) کې پروت دی . د شکل څخه د هغوی د ترتیب محورد (8.9) فورمول په مرسته پیداکوو او هغه نتایج وجدول ته رسوو.

د فیرم برخه	دبرخې اوږدوالی l_k [m]	دهرې برخې دترتیب محور y_c [m]
I	3.16	0.5
II	3.16	0.5
III	5	2
IV	3	2.5
V	5	2

$$y_c = \frac{\sum l_k y_k}{l} = \frac{3.16(0.5) + 3.16(0.5) + 5(2) + 3(2.5) + 5.2}{3.16 + 3.16 + 5 + 3 + 5} \cong 1.59\text{ m}$$

نومعلومیږي چې د فیرم د ثقل مرکزC د DF د تناظرپرمحورباندې د $1.59m$ په فاصلې د F د نقطې څخه لوړ پروت دی .

مثال :د ورقې دمساحت چې اندازې یې په سانتي مترسره په شکل کې راکړل شوي دي ، ستاتیکي مومنت نظرد کاردینات ومحورته اوهمدارنګه د هغې د ثقل د مرکزموقعیت پیداکړئ ؟



8.17-شکل

حل :

د دغه شکل مساحت پردرو مستطیلونو باندې ویشو، دهرېوه مستطیل د ثقل مرکزدهغه د قطرونو د تقاطع په نقطې کې پروت دی . د دې مرکزکاردینات لکه د مستطیلونو مساحت د شکل له مخې په آسانی سره پیداکیدای شي .

د (8.7) فورمول په مرسته دهغه ستاتیکي مومنت او د(8.8) فورمول په مرسته د ثقل دمرکزکاردینات پیداکوو او دا نتایج وجدول ته رسوو.

د مساحت برخې	د هرې برخې مساحت A_k cm^2	د هرې برخې دثقل د مرکزکاردینات $y_k x_{k,cm}$	
I	$8x10^2$	10	20
II	$1.2x10^3$	50	10
III	10^3	90	25

ستاتیکي مومنت نظرومحوروته :

$$Sx = \Sigma Ak.yk = 800(20) + 1200(10) + 1000(25) = 5.3x10^4\ cm^3$$

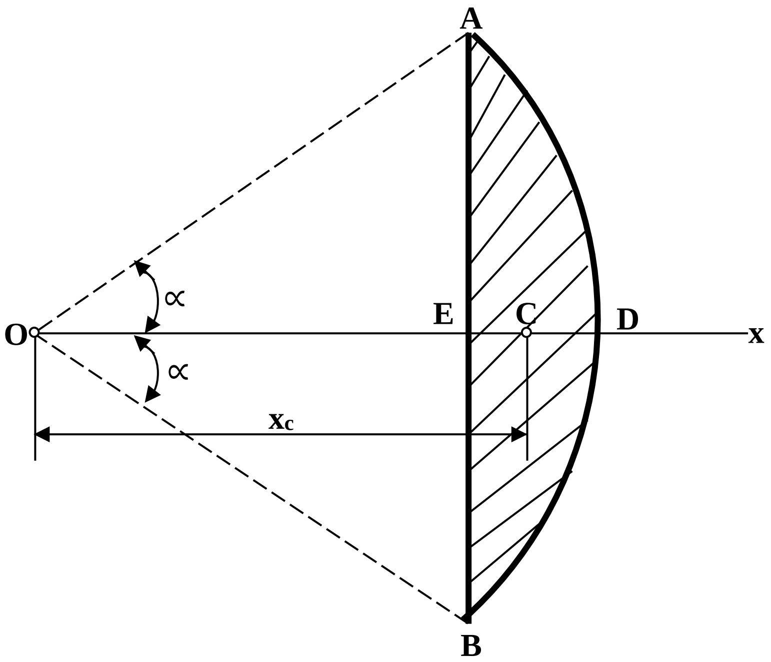
$$Sy = \Sigma Ak.xk = 800(10) + 1200(50) + 1000(90) = 1.58x10^5\ cm^3$$

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{1.58x10^5}{800 + 1200 + 1000} = \frac{1.58x10^5}{3x10^3} \approx 52.7\ cm$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{5.3x10^4}{3x10^3} = \frac{53}{3} \approx 17.7\ cm$$

مثال:

د ADB قطعې د مساحت د ثقل مرکزچې شعاع یې $r = 30\ cm$ او دAOB زاویه یې $2\alpha = 60°$ وي ، پیداکړئ ؟



8.18شکل

حل : لکه چې پوهیږو د ثقل مرکز C پرمتناظرمحورچې د دایرې د مرکزO او AB د قوس د نیمایي یعنې د D د نقطې څخه تیریږي ، پروت دی . همدغه کرښه د x د محورپه توګه سره ښیو . د کاردینات مبدأ د O نقطه ګڼو، دغه قطعه به پردوو برخو باندې وویشو OADB قطعه او د AOB مثلث . باید وویل شي چې د مثلث مساحت منفي دی .

د قعطي مساحت :

$$A_1 = \frac{\pi\, r^2}{360} 60 = \frac{\pi\, r^2}{6} = \frac{3.14(30^2)}{6} = 471\ cm^2$$

دهغي x_1 کاردینات :

$$x_1 = \frac{2}{3} r \frac{sin\alpha}{\alpha} = \frac{2}{3} r \frac{sin30°}{\frac{\pi}{6}} = \frac{4(30)0.5}{3.14} \approx 19.1\ cm$$

د مثلث مساحت :

$$A_2 = \frac{AB.OE}{2} = AE.OE = r\ sin\alpha\, rCos\alpha = \frac{r^2 sin2\alpha}{2} = \frac{(30^2)0.866}{2} \approx 390\ cm$$

دهغه د فاصلي محورر X_2 او د ثقل د مرکزکاردینات :

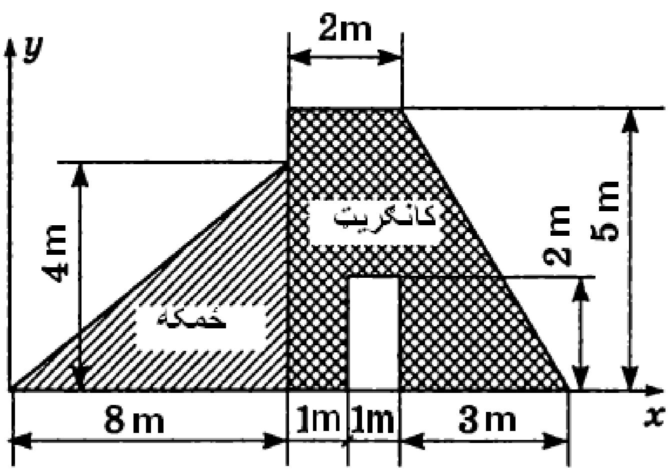
$$x_2 = \frac{2}{3}.OE = \frac{2}{3} rCos\alpha = \frac{2}{3}(30)0.866 \approx 17.3\ cm$$

د (8.6) فورمول په مرسته د دي قطعي د فاصلي محورپیداکوو:

$$x_c = \frac{\Sigma \mathrm{A_k}.\mathrm{x_k}}{A} = \frac{A_1.x_1 + (-A_2.x_2)}{A_1 + (-A_2)} = \frac{471(19.1) - 390(17.3)}{471 - 390} \approx 27.8\ cm$$

8.7- مشق اوتمرین

- د دي شکل لپاره دثقل مرکزپیداکړئ که چیري د کانکریتو مخصوص وزن $24\ kN/m^3$او د مځکي د خاوروخاڼکرۍ وزن $16\ kN/m^3$وي .



لاربښوونه:

لومړی د یوه متر له مخي د کثافت د ثقل مرکز پیدا کوو:

$$x_C = \frac{\gamma_1 S_1 x_1 + \gamma_2 S_2 x_2}{\gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2};\ y_C = \frac{\gamma_1 S_1 y_1 + \gamma_2 S_2 y_2}{\gamma_1 S_1 + \gamma_2 S_2}$$

دلته γ کثافت ، S ، x او y په ترتیب سره مساحت او د ثقل مرکز کاردینات دي چي د شکل څخه پیدا کیږي.

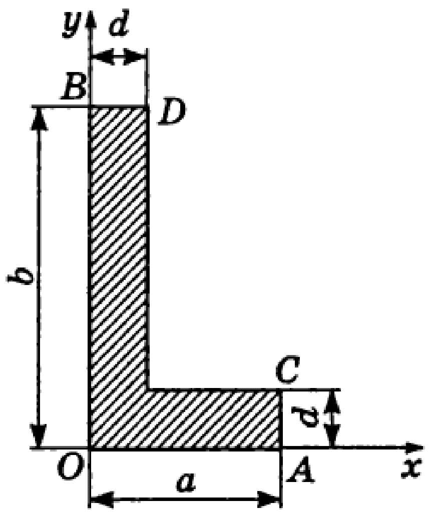
ځواب : $x_C = 8.04\,m \quad , \quad y_C = 1.9\,m$

- د L ډوله انګلارنګ لپاره د شکل سره سم د ثقل مرکزپیداکړئ ؟ $OA = a$پســور ، $OB = b$ جګوالی او $AC = BD = d$ پنډوالی یې

ځواب:

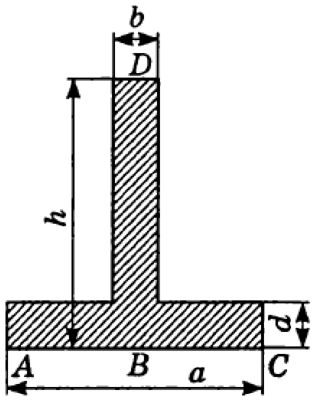
$$x = \frac{a^2 + bd - d^2}{2(a + b - d)^2}$$

$$y = \frac{b^2 + ad - d^2}{2(a + b - d)}$$



- د T ډوله انګلارن$ABCD$ لپاره د هغه دثقل مرکز واټن د AC دجانب څخه پیداکړئ، که چیرې ارتفاع یې $BD = h$ د $AC = a$ پسور اوهمداډول d او b راکړل شوي وي ؟

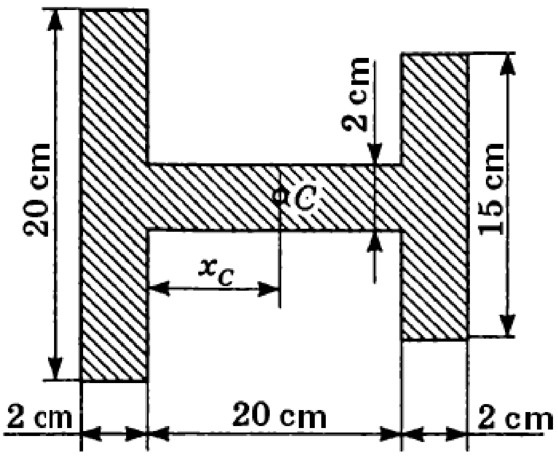
ځواب:



ځواب :

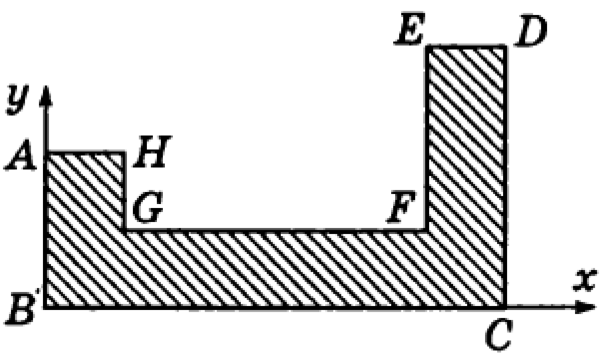
$$\frac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}$$

- د H ډوله انګلارن لپاره د هغه د ثقل مرکزچې اندازې په شکل کې ښودل شوي دي پيداکړئ ؟



ځواب : $x_C = 9\ cm$

- د شکل سره سم د متجانسي ورقي لپاره د ثقل مرکزپيداکړئ که چيرې $AH = 2\ cm$، $HG = 1.5\ cm$; $AB = 3\ cm$; $BC = 10\ cm$; $EF = 4\ cm$ او $ED = 2\ cm$ وي .



ځواب : $x_C = 5\frac{10}{13}\ cm$, $y_C = 1\frac{10}{13}\ cm$

8.8- کنترولي پوښتني

1. د موازي قواو مرکز څرنګه معلوميږئ؟
2. د جسم د ثقل مرکز يعني څه؟
3. د هوارو شکلونو د ثقل مرکز او د سطح ستاتيکي مومنت يعني څه؟
4. د ثقل د مرکز د پيداکولو لپاره مرستندويه قضيي کومې دي؟
5. د پاپوس- ګلدينوس قضيي کومې دي؟
6. د بسيطومتجانسو شکلونو د ثقل د مرکزموقعيت څرنګه ټاکل ک

نـهم فصل

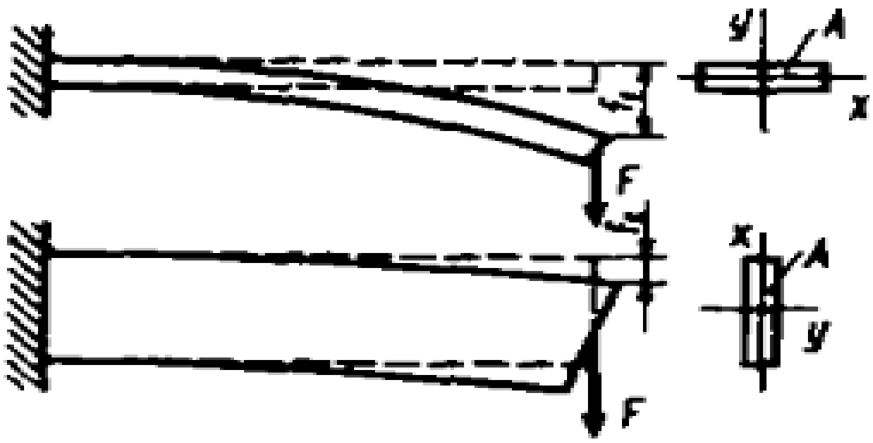
د عرضي مقطع هندسي ځانګړتياوې او مشخصې
Geometrical Characteristics of Cross Section

9.1- اساسي مفاهيم Fundamental concepts

د ساختمانونو د عناصرو د محاسبې په وخت کې د ډول ډول هندسي ځانګړتياو څخه کار اخيستل کيږي مثلاً د کشولو اوکښيکښلوپه صورت کې د ګاډرد عرضي مقطع د مساحت څخه کاراخلو . د مساحت څخه د کږکيچ او د شکل بدلون د پيداکولو لپاره هم ګټه اخيستل کيږي .

خو د نورو ډولونو د شکل اړوني لپاره دا ډول هندسيځانګړتياوېکافي نه شميرل کيږي، ضروري بريښي چې ترډې نورې هم پيچلې هندسي مشخصې په کار واچول شي .

د دې خبرې د تائيد لپاره به ويوې بيلګې ته ځيرشو:



9.1 شکل

يو پلاستيکي خط کش به را واخلو چې اوږدوالی يې $20\_25\ cm$ وي . هغه به په کيڼ لاس کې داسې ونيسو او کښې کاږو ئې چې د خطکش د عرضي مقطع غټ مساحت په افقي ډول سره واقع شي او د خپل ښي لاس پواسطه به يې پر هغه بل انجام کښيکاږو. شيماتيکي بڼه به يې داسې وي لکه کنسولي ګاډرچې قوه يې پريوه سر وارده شوې وي . خطکش به کږوپ شي او راسته انجام به يې وعمودي خواته ځای بدل کړي.

وروسته به بياهمدا تجربه تکرارکړو خوخطکش به د امتدادي محورپه نسبت پر 90^o زاويې را وګرځوو، اوس به نو د عرضي مساحت غټه اندازه عمودي موقعيت ولري .
خطکش به بيا هم کوږ شي اوآخري راسته انجام به يې بيا هم و عمودي حالت ته خپل ځای بدل کړي، خو په لږه اندازه.

نو داسې معلوميږي چې د يوې عرضي مقطع په صورت کې خو د مختلفو موقعيتونو په درلودلو سره ، خطکش – ګاډر ، د کږولو په وړاندې مختلف مقاومت لري .

نو ځکه دا نتیجه اخلو چي د مقطع عرضي مساحت نه شي کولای چي د کږولو په وړاندي د ګاډرمقاومت په ګوته کړي .

په کږولو کي د ځای بدلون د زده کړې اومطالعې لپاره اړ یو چي نور هندسي مشخصات مطالعه کړو.

لومړی به و هغه هندسي مشخصي ته ځیرشو چي د نظري میخانیک «ستاتیک» ځکه ځرګنده ده ، یعني د مساحت ستاتیکي مومنت (د مساحت لومړی مومنت) به مطالعه کړو.

9.2- ستاتیکي مومنت اود ثقل مرکز

First Moment of an Area and Center of Gravity

د محکموالي په هکله د محاسبو د سرته رسولو په وخت کي ، ضروري ده چي دټولي مقطع او یا د هغي د یوې برخي ستاتیکي مومنت د ځینو محورونو په نسبت، پیدا کړو.

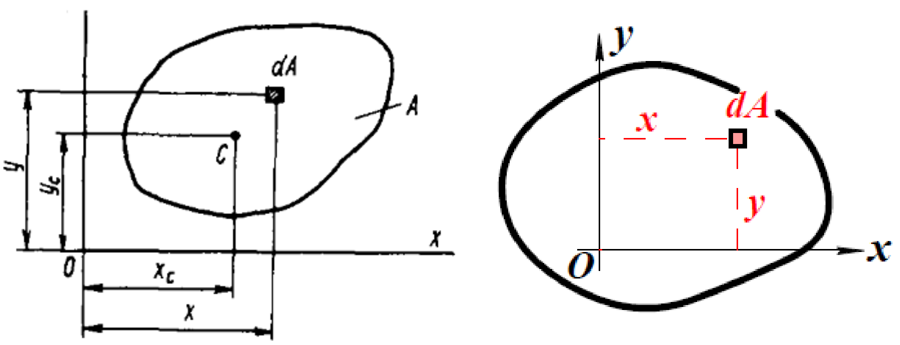
رابه شو د ګاډریوه کیفي عرضي مقطع به د x,y په کاردیناتي سیستم کي ترکتني لاندي ونیسو او د هغي ځکه به یوه کوچینی ټوټه را جلا کړو چي مساحت یي dA وي .

د مقطع ستاتیکي مومنت نظرومحورته ، د کوچینیو- کوچینیو مساحتونو dA اوتردغه محور پوري د هغوی د فاصلو د ضرب حاصل د مجموعي ځکه عبارت دی ، مثلاً د x یا y و محورته دغه مجموعه دټولي A مقطع مساحتونه پخپل ترکیب کي لري .

یایه بل عبارت د مقطع ستاتیکي مومنت یا د مساحت لومړی مومنت دهغي مجموعي ځکه عبارت دی چي د مساحت او نظر و یوه محورته دهغي د فاصلي د ضربولو ځکه ، پلاس راغلي وي .

نو پدي ډول د مقطع ستاتیکي مومنت نظر و y,x محورته :

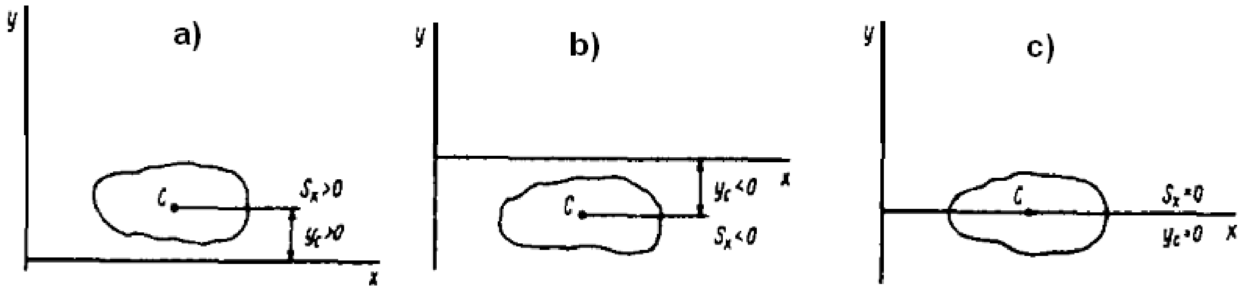
$$S_x = \int_A y\,dA; \quad S_y = \int_A x\,dA \ldots (9.1)$$



9.2 شکل . د مقطع ستاتیکي مومنت سره په تړاو

ستاتیکي مومنت عموماً په cm^3 یا m^3 سره اندازه کیږي .

په موازي ډول سره د محورونو د لیږد او انتقال په صورت کي ، ستاتیکي مومنت ثابت نه پاته کیږي ، بلکي تغیرخوري ، کولای شي چي مثبت اویاهم منفي قیمتونه ځانته غوره کړي .



9.3 شکل

نوداسې معلوميږي چې د دې موازي محورونو په منځ کې يوازې يو محور شته چې د هغه په نسبت ستاتيکي مومنت د صفره سره برابر دی . د (c) شکل

هغه محور چې دهغه په نسبت ستاتيکي مومنت صفر وي ، د مرکزي محورپه نامه سره ياديږي .

د مرکزي محورونو د تقاطع نقطه د ثقل مرکزبلل کيږي .

کولای شو وښيوو چې نظروهرهغه محورته چې د ثقل د مرکزڅخه تير شي ، ستاتيکي مومنت صفر دی.

په 4.1 شکل کې د مقطع د ثقل مرکز د C په نقطه کې واقع دی . د هغه کاردينات د x او y پرمحورو باندې x_c او y_c دي . ټول هغه محورونه به چې د دغو نقطو څخه تيريږي ، مرکزي محورونه وي او د هغو په نسبت به ستاتيکي مومنت صفر وي .

د«**واريون**» د قضيې پربنسټ (نظري ميخانيک «ستاتيک») ، ليکلای شوچې :

$$S_x = \int_A y\, dA = A\, y_c = \Sigma\, A_i\, y_{ci},$$

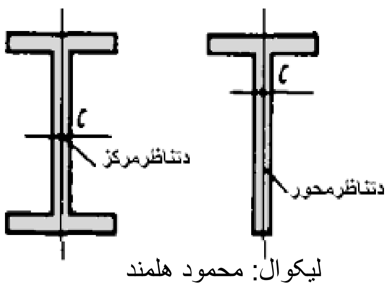
$$S_y = \int_A x\, dA = A\, x_c = \Sigma A_i\, x_{ci}, \quad \dots (9.2)$$

له دې ځايه څخه:

$$\boldsymbol{y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\Sigma A_i\, y_{ci}}{\Sigma A_i}, x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\Sigma A_i x_{\,ci}}{\Sigma A_i} \dots (9.3)}$$

د پيچلي مقطع د ثقل مرکز کاردينات چې پرکوچنيو ټوټو د A په مساحت سره ويشل شوې وي او د ثقل د مرکز کاردينات يې x_{c1} او y_{c1} وي ، د زياتو مقطع ګانو لپاره د ثقل مرکزپيدا کول آسانه کوي .

مثلاً که چيرې مقطع د تناظرمرکز يا د تناظر محور ولري نوپدې ډول مقطع ګانو کې د ثقل مرکز د تناظر په مرکزکې اوياهم د تناظر پر محور باندې پروت دی



9.4 شکل

1- مثال: د لاندې قايم ا لزاويه مثلث لپاره نظر د x و محورته ستاتيکي مومنت محاسبه کړئ؟

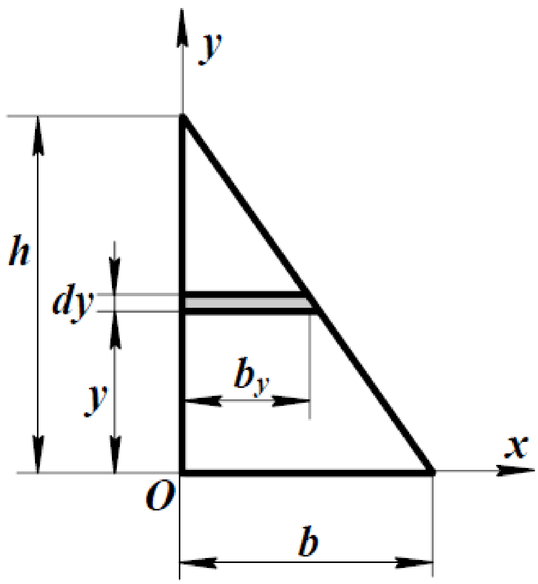
د dA په مساحت يوه وړه توټه چې يوه ضلعه يې dy او بله يې b_y ده، ترکتني لاندې نيسو:

$$b_y = \frac{b}{h}(h-y); \quad dA = b_y\,dy = \frac{b}{h}(h-y)dy$$

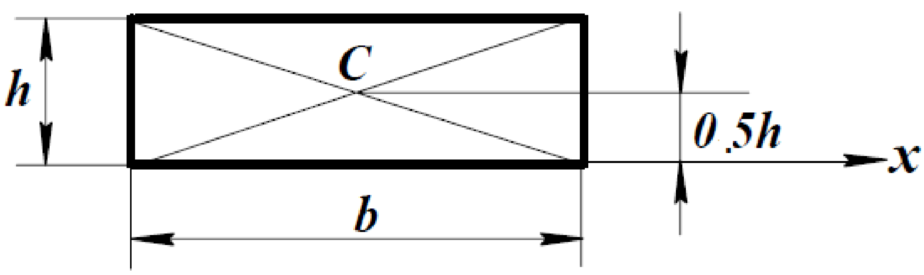
د ستاتيکي مومنت د تعريف سره سم لرو چې:

$$S_x = \int_A y\,dA = \int_0^h y\frac{b}{h}(h-y)\,dy = b\int_0^h y\,dy - \frac{b}{h}\int_0^h y^2 dy = \left[b\,\frac{y^2}{2} - \frac{b}{h}\frac{y^3}{3}\right]_0^h = \frac{b\,h^2}{2} - \frac{b\,h^2}{3} = \frac{b\,h^2}{6}$$

$$S_x = \frac{b\,h^2}{6}$$

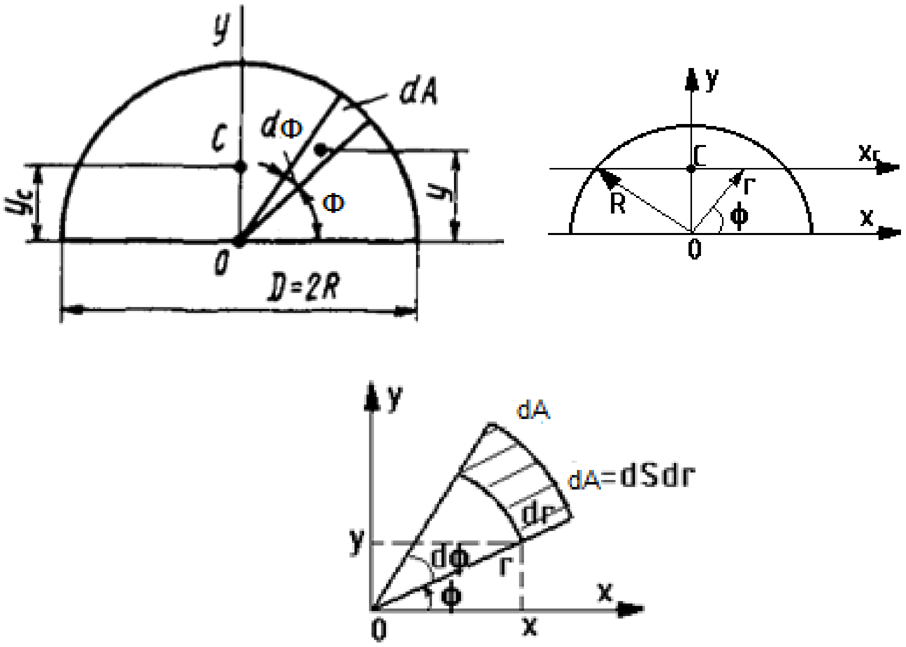


2-مثال: د دې مستطيل لپاره نظر دx و محور ته ستاتيکي مومنت محاسبه کړئ؟



$$S_x = y_c\,A = 0.5\,h\,(bh) = \frac{b\,h^2}{2}$$

3-مثال: د نيمي دايرې شکل لرونکي مقطع د ثقل مرکز پيدا کړئ؟



9.5 شکل

$$tgd\Phi = \frac{ds}{r} => tgd\Phi \approx d\Phi = \frac{ds}{r} => ds = d\Phi\ r$$

حل : د y محورد تناظرمحور دی ، نو ځکه پوهيږو چې د ثقل مرکزپرهمدې محوربانديې پروت دی . دهغه د موقعيت د پيداکولو لپاره د (4.3) فورمول په مرسته د y_c کاردينات پيدا کوو:

$x_c = 0$ دی ځکه چې شکل متناظر دی ، y_c بايد معلوم کړل شي:

$$y_c = \frac{\int_A y\,dA}{A} = \frac{S_x}{A}; \quad S_x = ?$$

د نيمه دايرې ستاتيکي مومنت نظرد x_1 و محورته پيدا کوو. د دې لپاره يوه وړه ټوټه ترکتني لاندې نيسو:

$$S_x = \int_A y\,dA;\ A = \frac{\pi R^2}{2}; sin\Phi = \frac{y}{r} => y = sin\Phi\ r$$

د دې ټوټې مساحت: $$dA = ds\,dr = \ d\Phi\,r\ \ dr$$

دوه انتيګرالونه نظرد متحولو و جنس ته سره جلاکوو، لرو چې:

$$S_x = \int_0^{\pi}\int_0^{R} sin\varphi \; r \; d\Phi \; r \; dr = \int_0^{\pi} sin\varphi \; d\varphi \int_0^{R} r^2 dr =$$

$$(-cos\pi|_0^{\pi}) \left.\frac{R^3}{3}\right|_0^R = -(cos\pi - cos0°)\left.\frac{R^3}{3}\right|_0^R = -(-1-1)\frac{R^3}{3} = (2)\frac{R^3}{3} = \frac{2\,R^3}{3}$$

د ثقل د مرکزکاردينات :

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\frac{2}{3}R^3}{\frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{2}{3}R^3/(\frac{1}{2}\;\pi R^2) = \frac{4}{3}\frac{R}{\pi} \cong 0.424R$$

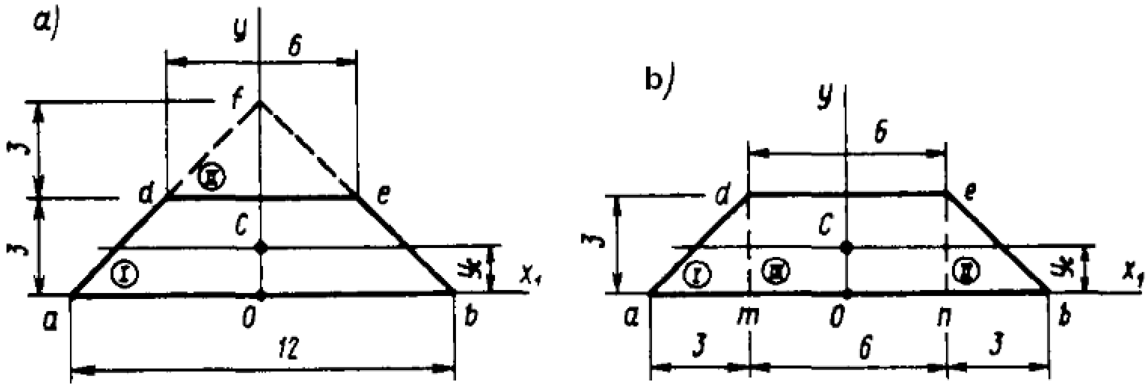
د پيچلومقطع ګانو د ستاتيکي مومنت د محاسبه کولو لپاره بايد دا مقطع پرساده اوکوچنيو برخو باندې وويشل شي .

پدې صورت کي د مقطع ستاتيکي مومنت نظروهرمحورته مساوي دی د ټولو کوچنيو برخو د ستاتيکي مومنتونو په الجبري مجموعي سره نظروهمهغه محوروته ، يعني :

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} + \cdots + S_x^n$$

4-مثال:

د هغه مقطع د ثقل مرکز معلوم کړئ چې د مثلث شکل لري، د مقطع اندازې په شکل کي ښودل شوي دي ؟



9.6 شکل

حل : مقطع د تناظرمحورلري ، نولدې کبله ويلای شو چې د ثقل مرکزپرهمدې محورباندې پروت دی. بايد يوازې y_c کاردينات پيداکړل شي .

ذوذونقه به د abf ترمثلثه پورې پوره کړو اودا مقطع به لکه دوه مثلثه ترکتني لاندې ونيسو abf. (لومړۍ برخه) او def (دوهمه برخه) .

د def د مثلث مساحت د ستاتيکي مومنت د محاسبې په وخت کي بايد هغه د منفي علامې سره ونيول شي ، ځکه چې دا مثلث د ذوذونقې لپاره موږ د خپله ځانه څخه ور زيات کړ.

د ذوذونقي ستاتیکي مومنت نظرد x_1 ومحورته د (4.2) فورمول په مرسته پیداکوو:

$$S_{x1} = S_{x1}^{I} - S_{x1}^{II} = \left(\frac{1}{2}\,(12)6\right)\left(\frac{1}{3}\,6\right) - \left(\frac{1}{2}(6)3\right)\left(\frac{1}{3}\,3+3\right) = 36\ cm^3$$

د مقطع مساحت :

$$A = A^{I} - A^{II} = \frac{1}{2}(12)6 - \frac{1}{2}(6)3 = 27\ cm^3$$

نوبيا
$$y_c = \frac{S_{x1}}{A} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}\ cm$$

د مقطع ستاتیکي مومنت S_{x1} هم لکه د ټولو مرکبو برخو د ستاتیکي مومنتونو مجموعه نظر وهمدغه x_1 محورته پیدا کولای شو . د دې لپاره ذوذونقه پردوو مساوي مثلثونو باندې ویشو . amd (لومړی برخه) او nbe (دوهمه برخه) او یو مستطیل $mden$ (دریمه) به یې نیمایي برخـــــه جوړه کړي ، (b– شکل).

نوهغه به محاسبه کړو:

$$S_{x1} = S_{x1}^{I} + S_{x1}^{II} + S_{x1}^{III} = \left(\frac{1}{2}(3)3\right)\left(\frac{1}{3}\,3\right) + \left(\frac{1}{2}(3)3\right)\left(\frac{1}{3}\,3\right) + 6(3)1.5 = 36\ cm^3$$

لکه څنګه چې $S_{x1} > 0$ دی نو y_c مثبت قیمت لري ، یعني داچې د x_1 څخه و پورته خواته د y د محور ومثبتي خواته باید جلا شي .

9.3- د انرشیا مومنت یا د مساحت دوهم مومنت

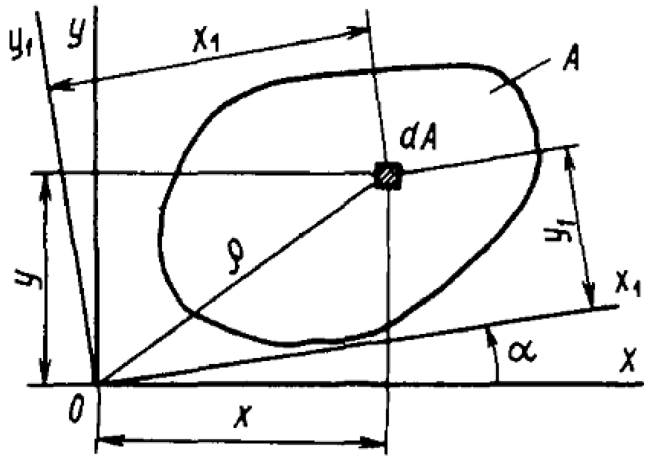
Second Moment of an Area of Moment of Inertia

د تاویدنې اوکږیدنې په صورت کې د شکل بدلون د محاسبې لپاره باید نوري هندسي مشخصې لکه د انرشیا مومنت په کار واچوو.
د مقطع د محوري انرشیا مومنت د یوه راکړل شوي محورپه نسبت د کوچنیواو بسیطو مساحتونو dA اوترهمدې محوره پورې د هغوی د فاصلومربع د ضربولو په نتیجه کې د پلاس راغلي مجموعي څخه عبارت دی . دغه مجموعه د A مقطع ټول مساحت پخپل ځان کې لري .
پدې صورت کې د لاندې شکل سره سم د مقطع د انرشیا مومنت نظرد x او y ومحوروته :

$$I_x = \int_A y^2\, dA, I_y = \int_A x^2 dA \ldots (9.4)$$

د انرشیا محوري مومنتونه Rectangular second Moment of an Area

د مقطع قطبي د انرشیا مومنت نظر و راکړل شوي نقطې ته (د 0 قطب) عبارت له هغې مجموعي څخه دی ، چې د کوچنیو اوبسیطومساحتونو dA او د دې نقطې د کاردیناتو د مربع د ضربولو څخه پلاس راځي . دغه مجموعه د A مقطع د ټول مساحت څخه عبارت ده ، نو داسې معلومیږي چې:



9.7 شکل

$$J_p = \int_A \rho^2 dA \ldots (9.5)$$

د انرشيا قطبي مومنت Polar moment of Inertia

محوري قطبي د انرشيا مومنتونه تل (+) دی اود اندازه کو لوواحد يې m^4 ، cm^4 دی .

يوې ځانګړتيا ته به هم ځيرشو: د انرشيا قطبي مومنت J_p مساوي دی د محوري مومنتونو I_x او I_y په مجموعې سره نظر وهرې متقابلاً عمود محوري جوړې ته چې د دې قطب (0) څخه تيريږي .

لکه چې د شکل څخه ليدل کيږي $\rho^2 = x^2 + y^2$ او

$$I = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_y + I_x$$

نومعلوميږي

$$J_p = I_x + I_y \ldots (9.6)$$

که چيرې د x او y محورونه نظرو O ته د α زاويه جوړه کړي ، نو پدې صورت کې:

$$\rho = x_1^2 + y_1^2$$

$$J_P = I_{x1} + I_{y1}$$

د محورونو په هرډول څرخولو سره نظرد کاردينات ومبدأ (0 قطب) ته ، د انرشيا محوري مومنتونه ، ثابت پاتې کيږي .

د انرشيا د مومنت خاصيت $I_x + I_y = I_{x1} + I_{y1} = J_P = Constant$

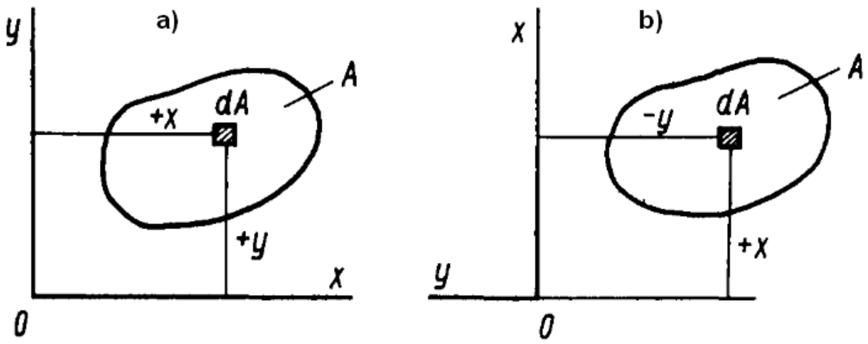
د مقطع «د مرکزځخه په تيښته کي د انرشيا مومنت» نظرد کارديناتو ومحورونو ته (مثلاً y,x) ، عبارت دهغي مجموعي څخه دی چي د ابتدايي اوکوچنيو مساحتونو dA اوتردغو محورونو پورې د هغوی د واټن د ضرب د حاصل څخه پلاس راغلی وي . دغه مجموعه د مقطع ټول مساحت A په ګوته کوي .

$$\boldsymbol{I_{xy} = \int_A xydA[cm^4] \dots (9.7)}$$

د مرکزځخه په تيښته کي د انرشيا مومنت Centrifugal moment of Inertia

د مقطع د ثقل مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت ، کيدای شي مثبت ، منفي او ياهم صفر وي . دا پدې پورې اړه لري چې د مقطع موقعيت د کارديناتي سيستم په نسبت څرنګه دی.

که چيرې د مقطع موقعيت نظرد کاردينات ومحورونو ته د لاندې a شکل سره سم وي ، نو $I_{xy} > 0$ دی، ځکه چې د x او y کاردينات مثبت دي .

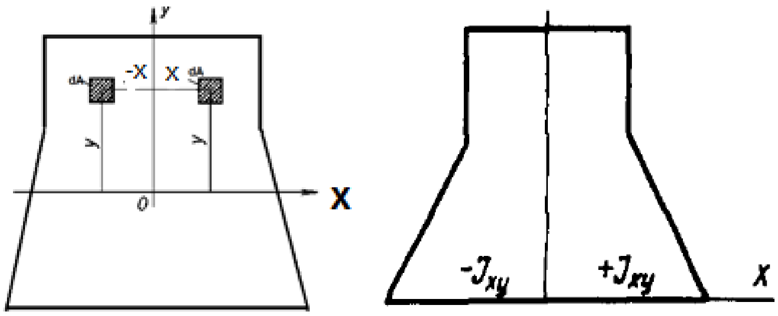


9.8 شکل

د b شکل په صورت کي د کاردينات محورونه پر 90 درجې زاويي راڅرخول شوي دي . $I_{xy} < 0$ ، ځکه چې x>0 ، خو y<0 ، نوداسې نتيجه اخلو: که چيرې کاردينات پريوې زاويې $\alpha < 90°$ را وګرځوو نو د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت کيدای شي ، $I_{xy} = 0$ وي.

د ځينو مقطع ګانو لپاره کولای شو چي سمدلاسه هغه محورونه وښيوو چي نظروهغوی ته $I_{xy} = 0$ دی.

د دې لپاره يوشکل ترکتني لاندې نيسو:



9.9 شکل

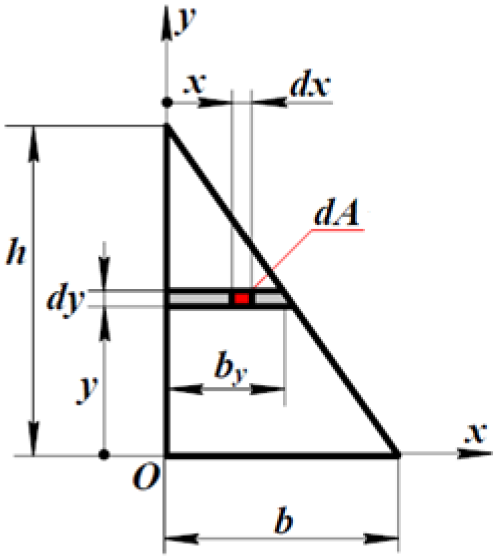
د نيمه مقطع ګانو چې د محور نيمه پورته خوا او نيمه کښته خوا ته واقع وي ، د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنتونه ، پخپل منځ کې مساوي خوعلامې يې مختلفي دي ، نوبناءً $I_{xy} = 0$

دغه څرګندونه د عملي مسائلو د حل لپاره ډيره مهمه ده .

5- مثال:

د دې قايم الزاويه مثلث لپاره د انرشيا مومنتونه پيداکړئ؟

يوه وړه ټوټه تر کتنې لاندې نيسو چې پسور(بر) او مساحت يې په ترتيب سره مساوي دي:



$$b_y = \frac{b}{h}(h-y); \qquad dA = b_y\, dy = \frac{b}{h}(\,h-y)dy$$

د انرشيا د محوري مومنتونو د تعريف سره سم لرو چې:

$$I_x = \int_A y^2\, dA = \int_0^h y^2 \frac{b}{h}(h-y)dy = b\int_0^h y^2\, dy - \frac{b}{h}\int_0^h y^3\, dy =$$

$$\left[b\frac{y^3}{3} - \frac{b}{h}\frac{y^4}{4}\right]_0^h = \frac{b\,h^3}{3} - \frac{b\,h^3}{4} = \frac{b\,h^3}{12}$$

$$\boldsymbol{I_x = \frac{b\,h^3}{12}}$$

په همدې ډول ليکلای شو:

$$\boldsymbol{I_y = \frac{h\,b^3}{12}}$$

د انرشيا قطبي مومنت به د انرشيا د محوري مومنتونو د جمع حاصل وي:

$$J_P = I_x + I_y = \frac{b\,h^3}{12} + \frac{h\,b^3}{12} = \boldsymbol{\frac{b\,h}{12}(h^2+b^2)}$$

د مرکز ښخه په تيښته کې د انرشيا مومنت به داسې پلاس راوړو:

یو وړوکی مساحت به د $dA' = dx\,dy$ تر کتني لاندې ونیسو چې د x کاردينات د 0 څخه تر b_y او د y کاردينات يې د 0 څخه بيا تر h پورې دي.

د مرکز څخه په تيښته کې د انرشيا مومنت د تعريف سره سم لروچې:

$$I_{xy} = \int_A x\,y\,dA = \int_A x\,y\,dx\,dy = \int_0^h [y\,dy \int_0^{b_y} x\,dx] = \int_0^h \{y\,dy \int_0^{b_y} \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{b_y}\} =$$

$$\int_0^h y\,dy \frac{{b_y}^2}{2} = \int_0^h y\,dy \frac{\left(\frac{b}{h}(h-y)\right)^2}{2} = \int_0^h y\,dy \frac{b^2(h^2 - 2hy + y^2)}{2h^2} =$$

$$\frac{b^2}{2}\int_0^h y\,dy - \frac{b^2}{h}\int_0^h y^2\,dy + \frac{b^2}{2h^2}\int_0^h y^3\,dy = \left[\frac{b^2}{2}\frac{y^2}{2} - \frac{b^2}{h}\frac{y^3}{3} + \frac{b^2}{2h^2}\frac{y^4}{4}\right]_0^h =$$

$$\frac{b^2}{2}\frac{h^2}{2} - \frac{b^2}{h}\frac{h^3}{3} + \frac{b^2}{2h^2}\frac{h^4}{4} = \frac{b^2h^2}{4} - \frac{b^2h^2}{3} + \frac{b^2h^2}{8} = \frac{b^2h^2}{24}$$

$$\boldsymbol{I_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}}$$

6-مثال: د مستطيلي مقطع د انرشيا مومنت نظروکاردنياتي محورونو y, x ته معلوم کړئ؟

حل : دغه مستطيل ډوله مساحت به پرکوچنيو مستطيلونو باندې وويشو چې پسوريې b او ارتفاع يې dy وي. پدې صورت کې د يوه داسې مستطيل مساحت (په شکل کې کرښه- کرښه شوی دی) مساوي دی:

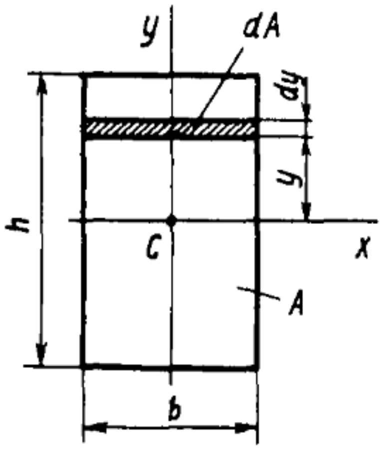
$$dA = bdy$$

په (9.4) فورمول کې د دې قيمت په وضع کولو اوانتګرال نيولوسره لروچې :

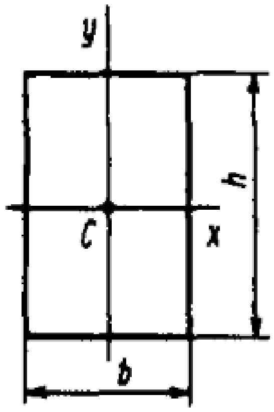
$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{by^3}{3}\Big|_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \frac{b\,h^3}{12}$$

په همدې ډول سره کولای شو وليکو:

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad ; \quad I_y = \frac{b^3h}{12} \quad ; \qquad I_{xy} = 0$$



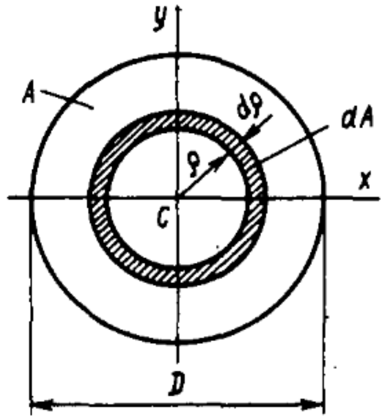
9.10 شکل



9.11 شکل

د مرکزڅخه په تيبنته کي د انرشيا مومنت $I_{xy} = 0$ ، ځکه د x اوy محورونه د تناظرمحورونه دي .

7-مثال: د دايروي مقطع لپاره دانرشيا مومنت نظرومرکزي محوروته پيداکړئ؟



9.12 شکل

حل:

آسانه داده چې لومړی د مقطع قطبي مومنت پیدا کړل شي اوبیا وروسته د (9.6) فورمول په مرسته $J_p = J_x + J_y$ اودا چې $J_x = J_y$ دی ، ځکه چې د انرشیا مومنتونه نظر وهرو دوو مرکزي محورونوته پخپل منځ کې د تناظرله کبله سره مساوي دي ، نو $J_x = J_y = J_p/2$

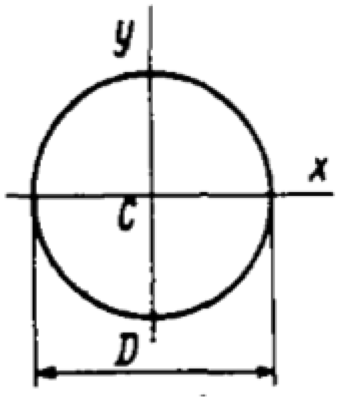
دغه دایره پرېې نهایته ډېرو کوچنیو کړیو باندې ویشو چې پنډوالی یې $d\rho$ ، شعاع یې ρ اومساحت یې

$dA = 2\pi\rho d\rho$ دي. دغه قیمت په (9.5) فورمول کې وضع کوو، لرو چې :

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{\frac{D}{2}} \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \frac{\rho^4}{4}\bigg|_0^{\frac{D}{2}} = \frac{\pi . D^4}{32} \approx 0.1D^4$$

او: $$I_x = I_y = \frac{\pi\, D^4}{64} \approx 0.05\, D^4$$

د دې تقریبي قیمت غلطي عبارت ده له 7.86% څخه.



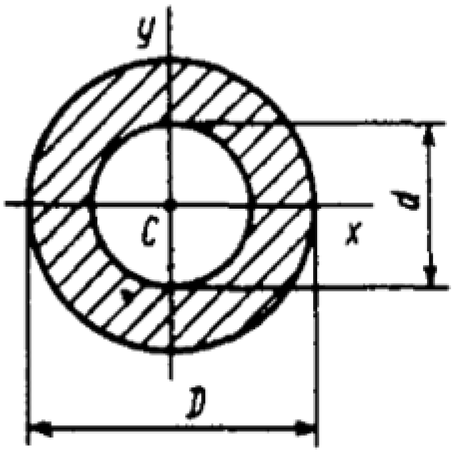
9.13 شکل

$$I_x = I_y = \frac{\pi\, D^4}{64}, I_p = \frac{\pi\, D^4}{32}$$

5-مثال:

د یوې کړۍ د مقطع د انرشیا مومنت نظرومحوري مرکزوته پیدا کړئ؟

$$I_x = I_y = \frac{\pi\, D^4}{64}(1 - \alpha^4); \alpha = \frac{d}{D}$$
$$J_p = \frac{\pi\, D^4}{32}(1 - \alpha^4)$$



9.14 شکل

حل :

د مقطع د انرشیا د مومنت د محاسبې په وخت کې باید هغه پرکوچېنیوو ، کوچېنیوو بې نهایت ډیرو کړیو باندې وویشو ، نوپدې صورت کې د کړۍ د انرشیا قطبي مومنت داسې پیداکوو لکه د غټې کړۍ چې قطریې D اوکوچینۍ کړۍ چې قطریې d دی ، د تفریق حاصل.

د انرشیا د مومنتونو د تفریق حاصل:

$$J_p = \frac{\pi\, D^4}{32} - \frac{\pi\, d^4}{32} = \frac{\pi\, D^4}{32}(1-\alpha^4) \approx 0.1\, D^4(1-\alpha^4)$$

د کړۍ محوري د انرشیا مومنت:

$$I_x = I_y = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi\, D^4}{64}(1-\alpha^4) \approx 0.05 D^4(1-\alpha^4)$$

پدې فورمول کې $\alpha = \frac{d}{D}$

که چیرې $D \approx d$ وي نوپدې صورت کې د یوه تقریبي فورمول څخه کاراخلو:

$$A = 2\pi r_{average} \qquad ; \quad \delta = \pi d_{avg}^{\delta}$$

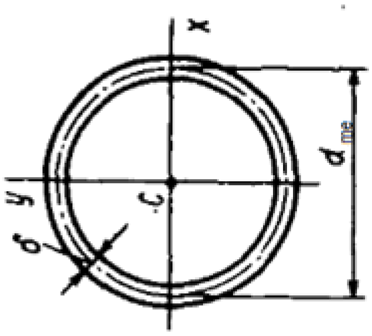
او

$$r_{avg} = d_{avg}/2$$

پدې صورت کې د انرشیا د مومنت تقریبي قیمت مساوي دی په :

$$J_P = \int_A r_{avg}^2\, dA = r_{avg}^2 \int_A dA = \frac{d_{avg}^2}{4} \pi\, d_{avg}\, \delta = \frac{\pi \delta d_{avg}^3}{4} \cong 0.8 \delta d_{avg}^3$$

$$I_x = I_y = \frac{I_P}{2} = \frac{0.8\, \delta\, d_{avg}^3}{2} = 0.4 \delta d_{avg}^3$$



9.15 شکل

$$I_x = I_y \cong \frac{\pi\delta d_{avg}^3}{8};\ J_P \cong \frac{\pi\delta d_{avg}^3}{4}$$

د مقطع د قطبي انرشيا مومنت د قيق قيمت به داسي وي :

$$J_P = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi\delta\, d_{avg}^3}{4}\left[1 + \left(\frac{\delta}{d_{avg}}\right)^2\right]$$

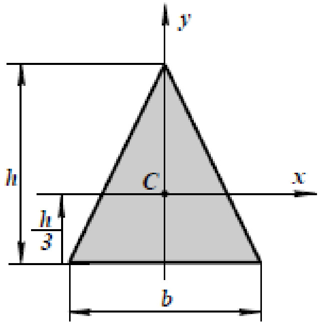
د تقريبي اودقيق فورمولونو په پرتله کولو سره د $\left(\frac{\delta}{d_{med}}\right)^2 100\%$ په اندازه غلطي شته ده .

مثلاً د $0.1 = \frac{\delta}{d_{med}}$ لپاره به دا غلطي 1% او د $0.2 = \frac{\delta}{d_{avg}}$ لپاره به دا غلطي 4% وي .

نو لدي امله کله چي $0.15 > \frac{\delta}{d_{avg}}$ وي ، د تقريبي فورمول څخه ګټه اخيستل کيږي اودا کار آسان هم بلل کی

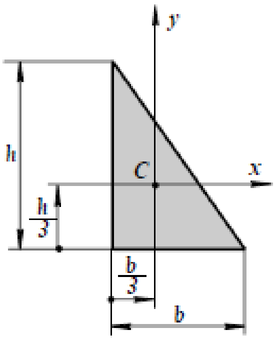
د ځينو بسيطو او ساده شکلونو هندسي مشخصې

متساوي الساقين مثلث



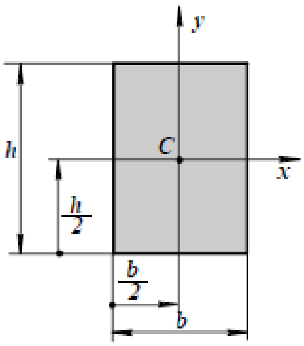
$A = \frac{1}{2} bh \qquad J_{xy} = 0$

قايم الزاويه مثلث



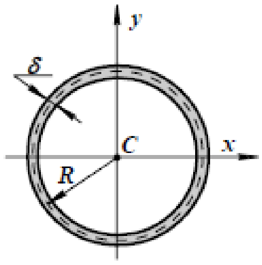
$A = \frac{1}{2} bh \qquad J_{xy} = -\frac{b^2 h^2}{72}$

مستطيل



$A = bh \qquad J_{xy} = 0;$

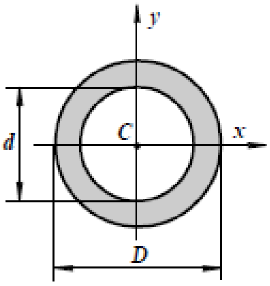
تازکه کړی



$A = 2\pi R\delta \qquad J_{xy} = 0$

$J_x = J_y = 2\pi R^3 \delta;$

کړی

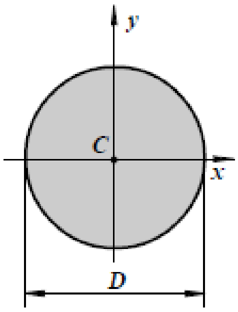


$A = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)$

$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)$

$J_{xy} = 0$

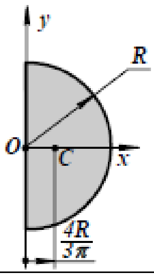
دايره



$A = \frac{1}{4} \pi D^2 \qquad J_{xy} = 0$

$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}$

نيمه دايره



$A = \frac{1}{2} \pi R^2 \qquad J_{xy} = 0$

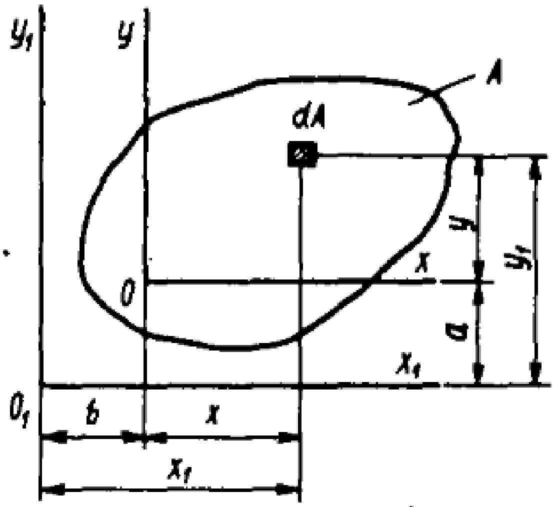
$J_x = J_y = \frac{\pi R^4}{8}$

9.4- د انرشیا د مومنتونو ترمنځ اړیکي د محورونو د موازي لیږدوني په صورت کي
Parallel- Axis Theorem

د A په مساحت سره د مقطع لپاره د انرشیا د مومنتونو فورمولونه به نظر و کیفي x_1 او y_1 محورونو ته ، را پیداکړو.

داسي يي بولو چي د دي مقطع تولي هندسي ځانګړتیاوي نظرد x او y محورونو ته چي د x_1 y_1 د محورونو سره موازي دي ، معلومي دي . د ابتدایي مساحت dA کاردینات د x_1,y_1 کاردیناتو په سیستم کي :

$$y_1 = y + a \qquad ; \qquad x_1 = x + b$$



9.16 شکل

د y_1 د افادي ځخه په ګټي اخیستلو سره د انرشیا محوري مومنت نظرد x_1 محورته ، پیدا کوو:

$$I_{x1} = \int_A {y_1}^2 dA = \int_A (y+a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y\, dA + a^2 \int_A dA$$

د(4.1) او (4.4) فورمول په نظرکي نیولو سره :

$$\boldsymbol{I_{x1} = I_x + 2a\, S_x + a^2 A \,...\, (9.8)}$$

دy_1 د محورپه نسبت د انرشیا مومنت په عین ډول سره پلاس راوړو:

$$I_{y1} = I_y + 2b\, S_y + b^2 A \,...\, (9.9)$$

د مرکزځخه په تیبنته کي د انرشیا مومنت نظرد x_1 او y_1 و محورونوته :

$$I_{x1y1} = \int_A x_1 y_1 dA = \int_A (x+b)(y+a) dA == \int_A xy dA + b \int_A y dA + a \int_A x dA + ab \int_A da$$

د (9.1) او (9.7) فورمولونو په وضع کولو سره :

$$I_{x1y1} = I_{xy} + b\,S_x + a\,S_y + abA \ldots (9.10)$$

يادوه نه کوو چې په (9.8) او (9.10) فورمولونو کې د مقطع هندسي مشخصات J_y, J_x, S_y, S_x او J_{xy} نظرد x او y و محورونو ته معلوم دي . زياتره وخت دوی د «زړو» يا «لومړنيو» مشخصاتو په نامه سره ياديږي . که چيرې دا محورونه مرکزي وي ، نو په لاسته راغلو اړيکو کې:

$$S_x = 0; S_y = 0$$

پدې صورت کې د مقطع د انرشيا مومنت فورمول ساده کيږي :

$$I_{x1} = I_x + a^2A$$

$$I_{y1} = I_y + b^2A$$

$$I_{x1y1} = I_{xy} + abA \ldots (9.11)$$

د بنتی نر قضيه

د دې فورمول په مرسته کولای شو چې د مرکزي محورونو څخه د دوی سره موازي وهرو کيفي محورونو ته ور واوړو، او همدارنګه دا فورمول د پيچلو شکلونو د انرشيا مومنت د پيداکولو لپاره کارول کيږي .

د a او b مثبتي (+) اويا منفي (−) علامې د x_1 او y_1 محورونو په سيستم کې بايد په نظرکې ونيول شي .

د انرشيا مومنت نظروهرېوه محورته مساوي دی د انرشيا مومنت نظرومرکزي محورته چې دهمدې محورسره موازي وي ، جمع د مقطع مساحت چې د محورونو ترمنځ واټن د مربع سره ضرب شي.

که a=0 ، b=0 وي ، نومومنت به کوچينی قيمت واخلي يعني محورونه د ثقل د مرکزڅخه تيريږي .

نومعلوميږي چې کوچينی مومنت به نظرومرکزي محورونو ته وي .

د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت د هرو کيفي محورونو په نسبت چې د مرکزي محورونو سره موازي وي ، مساوي دی د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت نظرومرکزي محورونوته، جمع د مقطع مساحت ، ضرب د هغې د ثقل د مرکزکاردينات پر کيفي محورونو باندې .

که چيرې يو د مرکزي محورونو څخه د مقطع د تناظرمحور وي ، نو فورمول نورهم ساده کيږي ، $I_{xy} = 0$ او د مرکز څخه په تيښته کې د انرشيا مومنت نظر و موازي مرکزي محورونوته مساوي دی:

$$I_{x1\,y1} = a\,b\,A \ldots (9.12)$$

لکه څنګه چې $J_{P1} = I_{x1} + I_{y1}$ ، نو لروچې : د 0 قطب و0_1 قطب ته د ليږدونې په صورت کې د قطبي انرشيا مومنت لپاره :

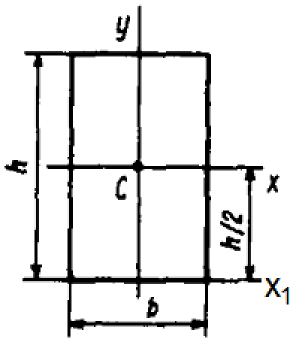
$$J_{P1} = J_P + (a^2 + b^2)A \ldots (9.13)$$

يادو نه:

مناسبه او منطقي به وي که چيرې د جسم لپاره د انرشيا مومنت او د سطح لپاره د مساحت دوهم مومنت ويزونه اواصطلاح ګانې وکاروو.

6-مثال:

د دې مستطیلي مقطع لپاره د انرشیا مومنت نظرو x_1 محورته پیداکړئ ؟(د مستطیل د قاعدې په نسبت).



9.17 شل

$$I_{x1} = \frac{b\,h^3}{3}$$

حل : د (9.11) فورمول څخه په ګټې اخیستنې سره ، داسې یې بولو چې نظرد x ومرکزي محور ته ، د مقطع د انرشیا مومنت معلوم دی :

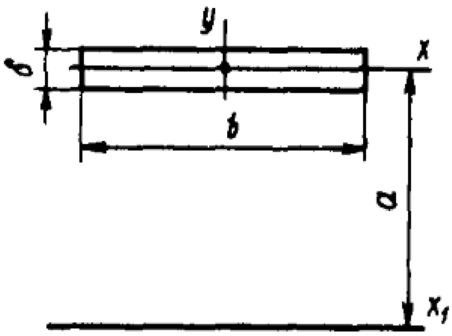
$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

نولدې ځایه څخه لرو چې:

$$I_{x1} = I_x + a^2A = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{3}$$

د نازکو ګاډرو د انرشیا د مومنت په محاسبه کولو کې لکه چې معلومه ده ، د قایم الزاویه ورقو پنډوالی δ تر b ډیر لږ دی ، یعنې $\delta \ll b$. په ډیرو حالاتو کې د (9.11) فورمول د استعمال په وخت کې ، کولای شو د مقطع د انرشیا د مومنت څخه نظر و مرکزي محورته چې د b د غټ قیمت سره موازي دی ، تیر شو.

یوه قایم الزاویه ورقه چې مساحت یې A او په یوه نازک ګاډر پورې اړه لري ، د هغې د انرشیا مومنت نظرد x_1 ومحورته پیداکوو:



9.18 شکل

$$I_{x1} = I_x + a^2 A = \frac{b\,\delta^3}{12} + a^2\,\delta b = A\,a^2\left[\frac{1}{12}\left(\frac{\delta}{a}\right)^2 + 1\right]$$

وبه گورو که چيرې د فورمول د لومړۍ برخي څخه نظرد x ومحورته ، تير شو ، نوڅومره غلطي به مو کړې وي .

که چيرې $\frac{\delta}{a} = \frac{1}{3}$ وي نو دا غلطي به $1/100$ وي چې د I_{x1} ، 1% تشکيلوي .

که $a > 3\delta$ وي ، نو غلطي به تر 1% زياته نه شي او په عملي مسايلو کي کولای شو د انرشيا د مومنت څخه نظر ومرکزي محورته چې د b د غټي اندازې سره موازي وي ، تير شو. يعني

$I_{x1} \approx a^2 A$ يې وبولو.

7مثال: په شکل کې د قايم الزاويه مثلث لپاره د انرشيا مومنتونه نظر و مرکزي محورونو xy ته پيداکړئ؟

حل:

لکه څنگه چې پوهيږو د قايم الزاويه مثلث لپاره د انرشيا مومنتونه نظر د $x'y'$ و محورونوته :

$$I_{x'} = \frac{bh^3}{12};\; I_{y'} = \frac{hb^3}{12}$$

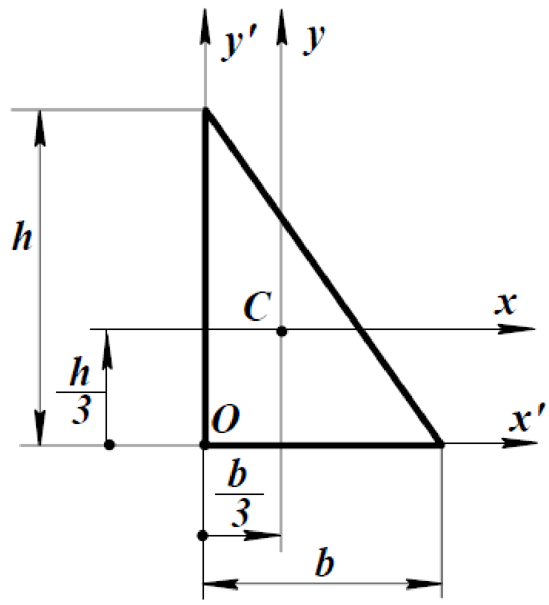
زموږ د مسئلي لپاره:

$$A = \frac{b\,h}{2}; a_1 = \frac{h}{3}; b_1 = \frac{b}{3}$$

$$I_x = I_{x'} - a_1^2\,A = \frac{bh^3}{12} - \frac{h^2}{9}\frac{b\,h}{2} = \frac{bh^3}{36}$$

او

$$I_y = I_{y'} - b_1^2\,A = \frac{hb^3}{12} - \frac{b^2}{9}\frac{b\,h}{2}$$



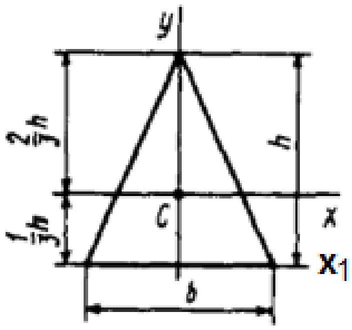
$$I_{xy} = I_{x'y'} - a_1 b_1 A = \frac{b^2h^2}{24} - \frac{h}{3}\frac{b}{3}\frac{b\,h}{2} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

د لاندې متسا وي الساقين مثلث لپاره د انرشيا مومنتونه نظر و مرکزي محورونو ته:

$$I_x = I_{x1} - Ab^2 = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{bh}{2}\right)\left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18} = \frac{3bh^3 - 2bh^3}{36} = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_x = \frac{b\,h^3}{36}$$

$$I_y = \frac{b^3h}{48} \quad ; \qquad I_{xy} = 0$$

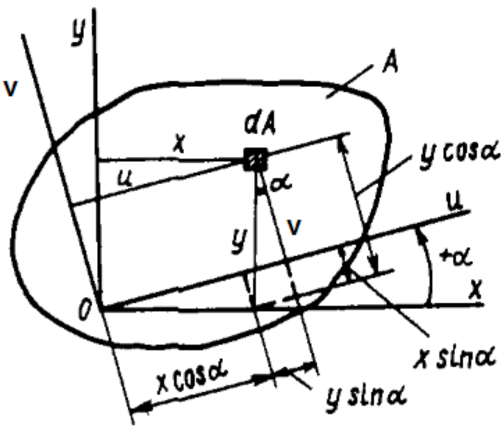


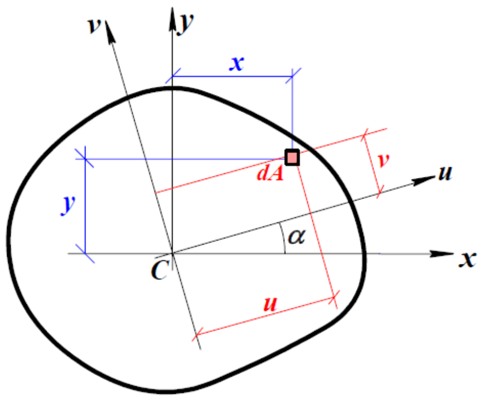
شکل 9.19

9.5- د انرشيا د مومنتونو ترمنځ اړيکي د محورونو په ګرځولو سره

Dependence among Moments of Inertia by turn of axis

که چيرې د u او v محورونه د α پرزاويې باندې نظرد x او y کارديناتي محورونو ته، داسي را وګرځوو چي د ساعت د ستني پرخلاف وي ، يعني د α زاويه مثبته وي ، نود u او v د محورونو په نسبت به د مقطع د انرشيا مومنت را وسپړو.





9.20 شکل

داسي یې بولو چې د مقطع د انرشیا مومنت نظرد x او y محورونو ته معلوم دی ، یعني :

$$I_x = \int_A y^2 dA;\ \ I_y = \int_A x^2 dA\ ;\ \ I_{xy} = \int_A xydA \dots (9.14)$$

د یوه ابتدأیي مساحت dA کاردینات د u او v په کاردیناتي سیستم کې لیکو ، د (9.11) فورمول څخه:

$$v = y\ cos\alpha - x\ sin\alpha\ , u = y\ sin\alpha + x\ cos\alpha \dots (9.15)$$

د u دمحورپه نسبت به د انرشیا مومنت پیداکړو ، د تعریف سره سم :

$$I_u = \int_A v^2 dA \dots (9.16)$$

باید په یاد ولرو چې: $2\ sin\alpha\ cos\alpha = sin2\alpha$

د u لپاره د (9.15) فورمول څخه په (9.16) فورمول کې د v د قیمت په وضع کولوسره لروچې :

$$I_u = \int_A (ycos\alpha - xsin\alpha)^2 dA =$$

$$cos^2\alpha \int_A y^2 dA - 2sin\alpha cos\alpha \int_A xydA + sin^2\alpha \int_A x^2 dA$$

د (9.14) فورمول په نظرکې نیولوسره لروچې :

$$\boldsymbol{I_u = I_x cos^2\alpha + I_y sin^2\alpha - I_{xy} sin2\alpha \dots (9.17)}$$

د v لپاره په همدې ډول سره دا فورمول پیداکوو:

$$I_v = I_x sin^2\alpha + I_y cos^2\alpha + I_{xy} sin2\alpha \dots (9.18)$$

د(9.17) او (9.18) په جمع کولو سره ، لرو چې :

$$I_u + I_v = I_x + I_y \dots (9.19)$$

اوس نو کولای شو چې دا نتیجه فورمول بندي کړو:

د انرشیا د ټولومومنتونو مجموعه نظر و دوو متقابلاً عمودو محورونو ته د α په زاویې پورې اړه نه لري او د محورونو په ګرځولو سره خپل قیمت ثابت ساتي ، خوخپله د انرشیا مومنت تغیرخوري .

هغه کمیتونه چې د محورونو په ګرځولو سره تغیر نه کوي د «اینواریانت» په نامه سره یادیږي $(I_x + I_y)$

لکه د I_u لپاره ، په همدې ډول د مرکزڅخه په تیښته کې د انرشیا مومنت اړیکه نظرد u او v محورونو ته پیداکوو:

$$\mathrm{I}_{vv} = \int_A uvdA = \int_A (ysin\alpha + xcos\alpha)(ycos\alpha - xsin\alpha)dA =$$

$$=sin\alpha cos\alpha(\int_A y^2dA - \int_A x^2dA) + (cos^2\alpha - sin^2\alpha)\int_A xydA$$

په ياد لرو چې $cos^2\alpha - sin^2\alpha = cos2\alpha$

نولرو چې $$I_{vv} = \frac{I_x - I_y}{2}sin2\alpha + I_{xy}cos2\alpha \ldots (9.20)$$

آسانه لاره داده چې (9.17) ، (9.18) او (9.20) فورمولونه د 2α زاويې له لارې ارائه شي .

په ياد لرو چې $sin^2\alpha = \frac{1-cos2\alpha}{2}, cos^2\alpha = \frac{1+cos2\alpha}{2}$

د محورونو د ګرځيدلو په صورت کې د انرشيا مومنت :

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}cos2\alpha - I_{xy}sin2\alpha$$

$$I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2}cos2\alpha + I_{xy}sin2\alpha \ldots (9.21)$$

$$I_{vu} = \frac{I_x - I_y}{2}sin2\alpha + I_{xy}cos2\alpha$$

9.6- عمده محورونه اود انرشيا عمده مومنتونه

Principal Axis and Principal Moments of Inertia

د (9.21) فورمول څخه ليدل کيږي چې د ګرځولو د زاويې يعنې α په بدلون سره د انرشيا د مومنت قيمت هم تغيرخوري ، خوپه عين وخت کې د انرشيا د محوري مومنتونو مجموعه نظر و دا سې محورونو ته ثابته پاته کيږي .

نو معلوميږي که چيرې نظرو يوه محورته د انرشيا د مومنت قيمت اعظمي وي ، نود هغه بل محورپه نسبت چې پرده باندې عمود وي ، دا قيمت به اصغري وي . دغه محورونه پدې هم د پاملرنې وړ دي چې د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت نظرو هغوته مساوي په صفردی .

هغه محورونه چې دهغو په نسبت د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت مساوي په صفر وي ، عمده محورونه بلل کيږي .

که چيرې د کارديناتي سيستم مبدأ د ثقل د مرکزسره مطابقت وکړي ، نو پدې صورت کې هغوی د عمده مرکزي محورونو په نامه سره ياديږي .

نظر و دې محورونو ته د انرشيا مومنت— د انرشيا عمده مومنت يا د انرشيا عمده محوري مومنت بلل کيږي .

هغه څه چې پورته مووويل په اثبات رسوو:

د دې لپاره به يوه غيرمتناظره مقطع ترکتنې لاندې ونيسو اودهغې لپاره به د عمده محور موقعيت پيداکړو.

که چيرې I_x, I_y, I_{xy} د انرشيا مومنتونه نظروکيفي محورونو x ،y ته معلوم وي ، يعني د اساسي محورونو د ميلان زاويه α_o نظرو x ،y محورونو ته هم معلومه وي ، نو د اساسي محورونو د تعريف سره سم ، کله چې :

$\alpha = \alpha_o$; $I_{uv} = 0$ وي ، اوياهم د (9.20) فورمول په نظرکې نيولو سره :

$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} sin2\alpha_0 + I_{xy} cos2\alpha_0 = 0$$

نولدې ځايه څخه

$$\frac{I_x - I_y}{2} \frac{sin2\alpha_0}{cos2\alpha_0} = -I_{xy} \dots (9.22)$$

نولروچي : د عمده محوررونو د موقعيت د تعينولو لپاره

$$\boldsymbol{tg2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \dots (9.23)}$$

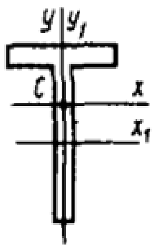
د دې فورمول په مرسته د زاويې دوه قيمتونه α_o' او $\alpha_o'' = \alpha_o' + 90°$ چې يوه د بلې څخه په 90 درجې توپيرلري او د اساسي محوررونو موقعيت چې متقابلاً عمود وي ، پيدا کيږي .

د (9.23) فورمول سرسري تحليل سرته رسول به هم په زړه پورې وي :

د عادي حالت څخه پرته کله چې $I_x - I_y \neq 0 \quad ; \quad I_{xy} \neq 0$

او هم کله چې دوې زاويې α_o' او α_o'' تعينوو،

د هغه احتمالي نتايج به ترکتني لاندې ونيسو:



اساسي مرکزي - x,y محوررونه

اساسي محوررونه - x1,y1

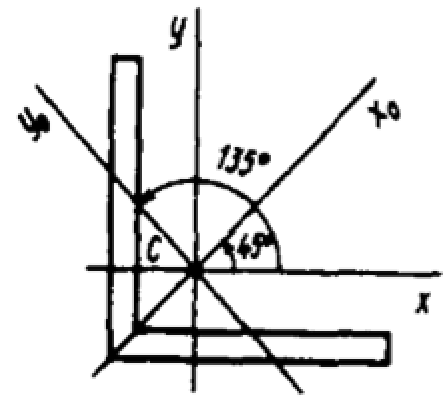
1: $I_{xy} = 0; I_x - I_y \neq 0$ نومعلوميږي چې: $t_g 2\alpha_o = 0$ او $\alpha_o'' = 90°$

نوداسې ښکاري چې y,x اساسي محوررونه دي .

2: $I_{xy} \neq 0; I_x - I_y = 0$ يعني: $I_x = I_y$ او $t_g 2\alpha_o = \infty$ ، نوپدې صورت کې:

$$\alpha_o' = 45° \quad ; \quad \alpha_o'' = 135°$$

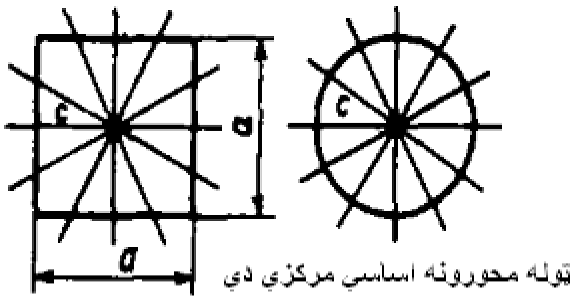
نو پدې صورت کې د متساوي الاضلاع انګلارن مقطع به يوښه مثال وي چې د انرشيا محوري مومنتونه يې نظرومرکزي محوررونو x ، y چې د ضلعو يا تاخچو سره يې موازي دي ، پخپل منځ کې سرمساوي دي اوپه همدې ډول د مرکزڅخه په تيبنته کې د انرشيا مومنت $I_{xy} \neq 0$ ، اساسي محوررونه x_0 او y_0 د دې محوررونو سره 45 او 135 درجې زاويې جوړوي .



9.21 شکل

x_0, y_0 – اساسي مرکزي محورونه

3: $I_x - I_y = 0$; $I_{xy} = 0$ ، $t_g 2\alpha_0 = \frac{0}{0}$ ، $t_g 2\alpha_o$ لپاره يو غيرمعين حالت (0/0) رامنځته کيږي . هغه د (9.21) فورمول په مرسته د I_{uv} لپاره په آسانی سره پرانيستل کيږي .



9.22 شکل

د دې فورمول څخه معلوميږي چې د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت د α_o په هرقيمت سره مساوي په صفردی ، يعنې هرکيفي محورونه به د هغو په ګرځولوسره اساسي محورونه وي. مثلا مربع اوګردئ مقطع ګاڼې.

دهغو مقطع ګانولپاره چې متناظرمحور ولري ، د اساسي محورونو موقعيت په آسانه پيداکيږي .

هغه به متناظرمحوراوهغه محور وي چې پر ده باندې عمود وي ، ځکه چې نظرو دغو محورونوته د مرکزڅخه په تيښته کې د انرشيا مومنت مساوي په صفروي .

وبه ښيو چې نظر و اساسي محورونوته به د انرشيا مومنت اکستريمال يا بحراني قيمت اخلي . د دې لپاره د $\boldsymbol{I_u}$ د (9.21) فورمول څخه لومړی مشتق نيسو اوهغه د صفره سره مساوي کوو، يعني د محور د ګرځولو زاويه α_o به پيدا کړوچې د هغې په صورت کې د انرشيا مومنتونه خپل اعظمي يا اصغري قيمت ته رسيږي.

بايد په ياد ولرو $(sin\, u)' = u\, cosu$; $(cosu)' = -u\, sinu$

نو $$\frac{dI_u}{d\alpha} = -\frac{I_x - I_y}{2} 2sin2\alpha_0 - I_{xy} 2cos2\alpha_0 = 0$$

يا

$$-(I_x - I_y)tg2\alpha_0 - 2I_{xy} = 0 => tg2\alpha_0 = -\frac{2.I_{xy}}{I_x - I_y} \dots (9.24)$$

د (9.23) او (9.24) فورمولونو له پرتله کولو څخه ځرګندیږي چي د اساسي محورونو د میلان زاویه α_0' د محور د میلان د زاویي α_0 سره مساوي ده، څکه چي د انرشیا مومنت اکستریمال یا بحراني قیمتونه اخلي .

نو پدې ډول پورته ویل شوي مطالب هم په اثبات ورسیدل یعني :

اساسي محورونه هغه دوه متقابلاً عمود محورونه دي چي نظر و هغو ته د مرکزڅخه په تیښته کي د انرشیا مومنت مساوي په صفرسره شي ، خو د انرشیا محوري مومنتونه خپل اعظمي او اصغري قیمتونه اخلي .

د اساسي انرشیا مومنتونو قیمتونه I_{max} (یا I_1) ، I_{min} (یا I_2) کولای شو داسي پیدا کړو چي په (9.23) فورمول کي پلاس راغلي $\alpha_o{}'$ او $\alpha_o{}''$ په (4.17) او یا په (9.18) فورمول کي وضع کړو.

لدې وروسته کولای شو هغه محورونه وښیو چي نظرو هغو ته د انرشیا مومنتونه اعظمي یا اصغري قیمتونه اخلي ، خو د انرشیا اساسي مومنتونو د پیدا کولو لپاره یوه بله او آسانه لاره هم شته او هغه دا چي د معلومو I_x ، I_y او I_{xy} د مقطع د انرشیا مومنتونو له لاري ، پیداکړل شي .

د دې لپاره د (9.21) افادې د لومړي فورمول څخه د α زاویه حذفوو، نو :

$$I_{princ} = I_{max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}cos\alpha_0 - I_{xy}sin2\alpha_0 \dots (9.25)$$

او یا په (4.25) فورمول کي د (4.22) فورمول څخه د I_{xy} قیمت په وضع کولوسره :

$$I_{\substack{max\\min}} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}cos\alpha_0 + \left(\frac{I_x - I_y}{2}\frac{sin2\alpha_0}{cos\alpha_0}\right)sin2\alpha_0 =$$

$$= \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}\ \frac{1}{cos2\alpha_0} \dots (9.26)$$

د دې موضوع په نظرکي نیولوسره چي

$$\frac{1}{cos2\alpha_0} = \pm\sqrt{1 + tg^2 2\alpha_0}\ , \qquad tg2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$$

$$\frac{1}{cos2\alpha_0} = \pm\sqrt{1 + tg^2 2\alpha_0} = \pm\sqrt{1 + \frac{(2I_{xy})^2}{(I_x - I_y)^2}}$$

$$\frac{1}{cos2\alpha_0} = \pm\frac{1}{I_x - I_y}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4{I_{xy}}^2} \dots (9.27)$$

په (9.26) فورمول کي د (9.27) فورمول په وضع کولو سره لروچي :

$$\boldsymbol{I_{\substack{max\\min}} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_x - I_y\right)^2 + 4I_{xy}^2} \dots (9.28)} \qquad \text{عمده مومنتونه}$$

مثبته علامه کله چې مومنت غټ قیمت اخلي او د منفي علامه کله چې مومنت کوچینی قیمت اخلي، اینودل کیږي.

که چیرې د راکړل شوو محورونو په توګه اساسي محورونه ونیسو ، نو لکه څنګه چې $I_{xy} = 0$ دی ، نو دا فورمولونه به نورهم ساده شي . زیاتره وختونه د 9.23 فورمول پرځای دا افاده کارول کیږي:

$$tg\alpha_1 = -\frac{I_{xy}}{I_{max} - I_y}; tg\alpha_2 = -\frac{I_{xy}}{I_{min} - I_y} \dots (9.29)$$

α_1 - د x د محوراوهغه محور تر منځ زاویه چې د انرشیا مومنت نظروهغه ته غټ وي I_{max}

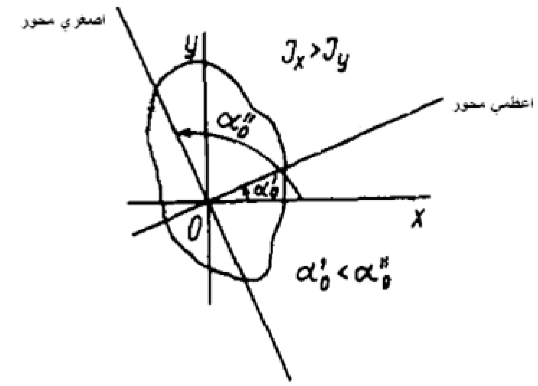
α_2 - د x د محوراوهغه محورترمنځ زاویه چې د انرشیا مومنت نظر و هغه ته کوچینی وي I_{min}

نو د اساسي محورونو لپاره باید کوم فورمول (9.23) اوکه (9.29) وکارول شي ؟

(9.23) فورمول هغه وخت کارول کیږي چې I_x , I_y او I_{xy} معلوم وي .

اود بلې خواڅخه یوه قاعده هم شته اوهغه داچې :

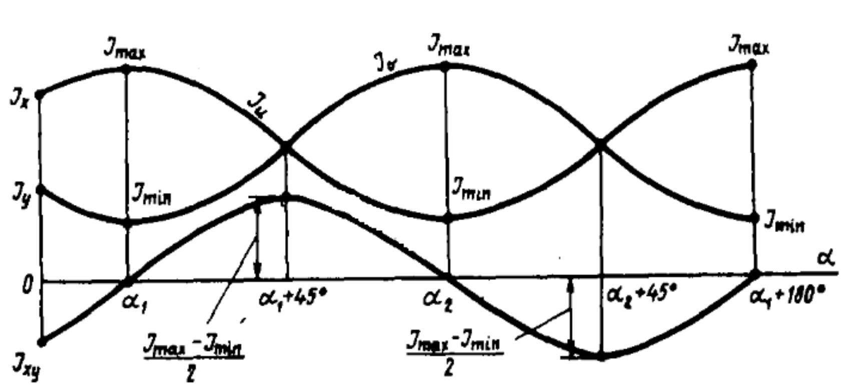
غټ (او یاکوچینی) محور تل دهغه محور(x یا y) سره چې نسبت وهغه ته دانرشیا مومنت غټ (یا کوچینی) قیمت ولري ، کوچینی زاویه جوړوي .



4.23 شکل

په (9.29) فورمول سره سمدلاسه د اساسي محورونو موقیعت معلوموﻻی شو چې نظروهغو ته د انرشیا مومنت I_{max} او یا هم I_{min} وي .

د(9.21) فورمول څخه څرګندیږي چې د محورونو په ګرځولو سره د انرشیا مومنتونه I_x , I_y او I_{xy} د سینوسایدال قانون سره سم تغیرخوري .



9.24 شکل

د کاردينات په مبدأکي کله چي $\alpha = 0$ وي، معلوميږي چي I_y, I_x نظرد x او y ومحوررونو ته معلوم دي .

کله چي α_1 او α_2 د اساسي محوررونو د ميلان زاويي وي ، نو د مرکزخخه په تيښته کي د انرشيا مومنت $I_{uv} = 0$ اود انرشيا محوري مومنتونه اعظمي I_{max} اواصغري I_{min} وي .

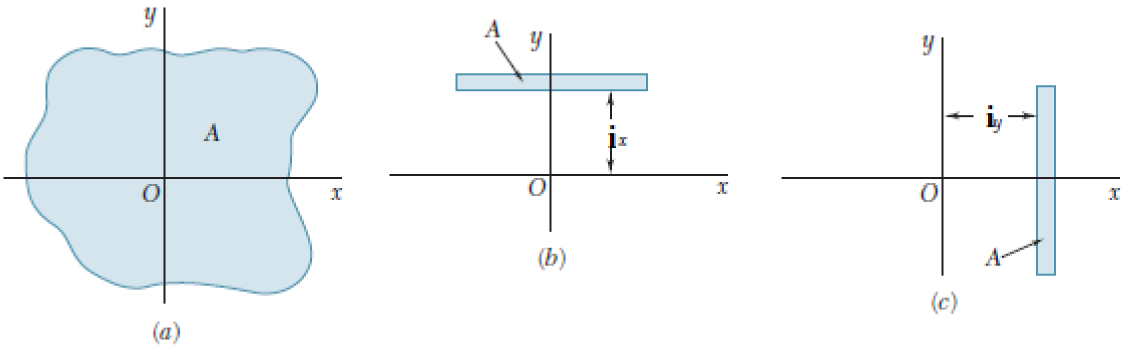
کله چي زاويي $\alpha_1 + 45°$ او $\alpha_2 + 45°$ وي ، نو I_{uv} د مرکزخخه په تيښته کي د انرشيا مومنت ډيرغټيږي ، خو محوري انرشيا مومنتونه I_v او I_u يود بل سره مساوي وي .

بايد وويل شي چي د عمده محوررونو موقعيت به ښه دا وي چي په 9.29 فورمول سره پيدا شي.

د مقطع د انرشيا شعاع Radius of gyration

د عملي مسائلو د حل لپاره د مقطع د انرشيا د شعاع خخه کاراخيستل کيږي . د مقطع د انرشيا شعاع نظر و يوه محورته مثلاً x عبارت ده د I_x قيمت خخه چي د لاندي مساوات خخه معلوميږي :

$$I_x = A\, i_x^2 \ldots (9.30)$$



د تعريف خخه معلوميږي چي د مقطع د انرشيا شعاع – هغه واټن دی چي د x محوراوهغه نقطي تر منځ چي په هغي کي په شرطي ډول سره د مقطع مساحت «A» بايد متمرکز کړای شي، واقع وي او د دې نقطي د انرشيا مومنت د ټولي مقطع د انرشيا د مومنت سره مساوي وي .

د مقطع د انرشيا مومنت او د هغي د مساحت په پوهيدلو سره د (9.30) فورمول خخه کولای شو چي د انرشيا شعاع نظرد x ومحورته پيداکړو:

$$\text{د انرشيا شعاع} \quad \boldsymbol{i_x} = \sqrt{\frac{I_x}{A}}; \quad \boldsymbol{i_y} = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \ldots (\mathbf{9.31})$$

هغه دانرشيا شعاع چي د اساسي محوررونو سره مطابقت کوي د انرشيا اساسي شعاع بلل کيږي :

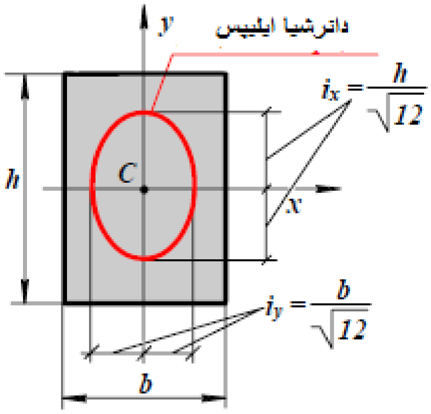
$$\boldsymbol{i_{max}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{I_{max}}}{\boldsymbol{A}}}\ ;\ \boldsymbol{i_{min}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{I_{min}}}{\boldsymbol{A}}} \ldots (\mathbf{9.32})$$

د مقطع د انرشيا اليپس Elapse of Inertia

د مستطيلي مقطع لپاره د انرشيا ايليپس د (4.30) فورمول په مرسته رسمو.

لکه څنګه چي د x **او** y محوررونه د مستطيلي مقطع عمده مرکزي محوررونه دي، نو پلاس راغلي د انرشيا شعاع ګاني د ايليپس نيمه محوررونه دي. د اتکل له مخي $h > b$ نو $I_x > I_y$ او ايليپس رسمو.

$$I_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{b\,h^3}{12\,bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}}; \quad I_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{h\,b^3}{12\,bh}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$$



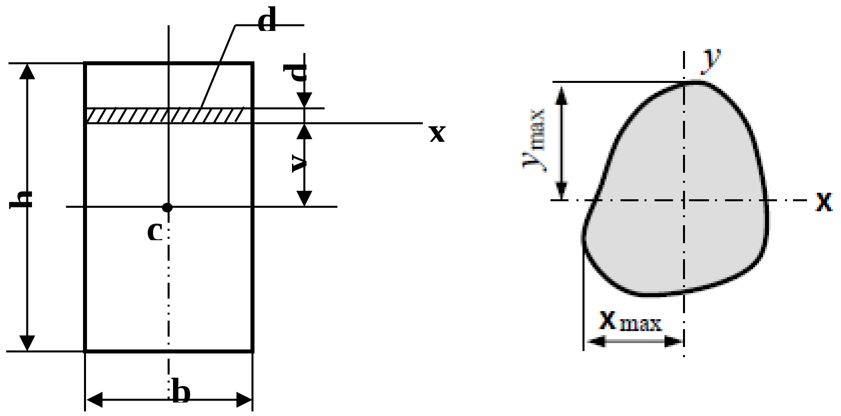
د مقطع د مقاومت مومنت Strength Moment of Section

د مقاومت مومنت د مقطع یوه د عمده وو ځانګړتیاو څخه ده چې د هغې په مرسته کولای شو د ګاډرد مقطع شکل او اندازه محاسبه کړو.

د مقاومت مومنت عبارت دهغه تقسیم حاصل څخه دی ، چې د مرکزي محورپه نسبت د انرشیا مومنت اوهغي غتي فاصلې چې د مقطع د بغل اوهمدغه محورترمنځ ده ، پلاس راځي.

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}; [cm^3, m^3]$$

1: د مستطیل د مقاومت مومنت :



شکل 9.25

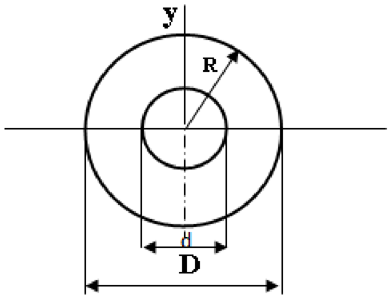
نظرد x و محورته

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{\frac{12h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

د y محورپه نسبت

$$W_y = \frac{I_y}{x_{max}} = \frac{I_y}{\frac{b}{2}} = \frac{hb^3}{12\frac{b}{2}} = \frac{hb^2}{6}$$

2: د کړۍ د مقاومت مومنت :



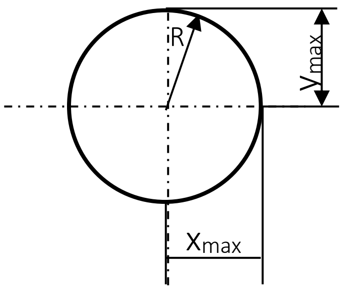
9.26 شکل

$$w_x = w_y = \frac{I_y}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4)$$

$$\alpha = \frac{d}{D}$$

3: د دایرې د مقاومت مومنت :

د x محورپه نسبت



9.27-شکل

$$w_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{\pi D^3}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{64\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^2}{32}$$

د y محورپه نسبت

$$w_y = \frac{I_y}{x_{max}} = \frac{\pi D^3}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{64\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^2}{32}$$

9.7- د نازکو مقطع ګانو د انرشیا د مومنت محاسبه

Determination of Moment of Inertia of Thin-walled Sections

نازک ګاډر لکه چې له نامه څخه یې معلومیږي د ورقو څخه جوړ شوی دی اودهغه عرضي مقطع مستطیلونه جوړوي .

د دې ډول مقطع ګانو د انرشیا مومنت د محاسبې په وخت کې د A مساحت انتیګرال د S د منځني محیط د کربښې د اوږدوالي په انتیګرال باندې بدلوو . هغه مقطع ګانې چې نازک عناصرېي ثابت پنډوالی ولري ، نو دهغو دانرشیا مومنت په لاندې فورمول سره پیداکیږي :

$$I_x = \int_A y^2 dA \cong \sum \delta_i \int_{zi} y\, y\, ds\ ;\ J_y = \int_A x^2 dA \cong \sum \delta_i \int_{zi} x\, x\, ds$$

$$I_{xy} = \int_A xy\, dA \cong \sum \delta_i \int_{zi} xy\, dA \ldots (9.33)$$

دلته $dA = \delta\, ds$ ، دنازکو عناصرو پنډوالی $\delta = Constant$

لکه څنګه چې خپله د دې نازکو عناصرو د انرشیا مومنت نظر د منځني محیط و کربښې ته د ټولې مقطع د انرشیا د مومنت په نسبت ډېر کوچیني دی ، نو ځکه په محاسبه کې هم نه نیول کیږي اوله همدې کبله دا محاسبه هم تقریبي بڼه لري .

د(9.33) فورمول هرانتیګرال کیدای شي د داسي یوه انتیګرال په ډول سره ترکتني لاندې ونیول شي چې په هغه کې ترانتیګرال لاندې افاده د دوو کاردیناتو د تابع د ضرب د حاصل څخه جوړه شوې وي یعني :

$y = f_2(s)$ او $x = f_1(s)$ یا په بل عبارت

$$I = \sum \int_{z} f_1(s)\, f_2(s) ds \ \ldots (9.34)$$

یوځانګړی حالت دی .

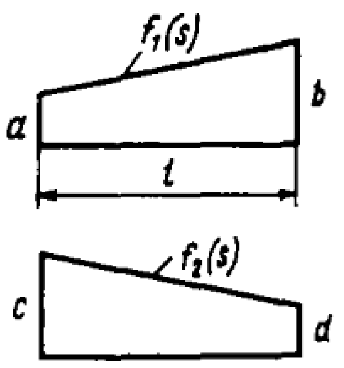
په (9.34) فورمول کې دواړې تابع ګاني x او y خطي بڼه لري، د هغو د محاسبې لپاره د مختلفو لارو څخه ګټه اخیستل کیږي . موږبه دلته د هغو څخه یوه لاره ترکتنې لاندې ونیسو .

د $f_1(s)$ او $f_2(s)$ توابع د l په اوږدوالي سره پریوې ټوټې کربښې باندې ، په عام ډول سره په ګرافیکي شکل کیدلای شي چې د یوې ذوذونقې په ډول سره وښودل شي.

نو پدې صورت کې د (9.34) انتیګرال قیمت د «ذوذونقي فورمول» په مرسته محاسبه کیږي:

$$I = \frac{1}{6}(2ac + 2bd + ad + bc) \ldots (9.35)$$

پدې فورمول کې باید آردینات د خپلې علامې سره سم ونیول شي.



9.28 شکل

9.8- د پيچلو شکلو نو د انرشيا مومنت محاسبه
Determination of Moment of Inertia of Composite Figures

د ميلو د محکموالي اوشخی د محاسبه کولو لپاره ضروري ده چي د پيچلو شکلونو دعرضي مقطع ګانو هندسي مشخصات پيداکړل شي ، يعني د مرکزي محوروموقعيت اود انرشيا عمده مرکزي مومنتونه بايد پيداکړو.

دغه موضوع به د يوه مثال په ترڅ کي مطالعه کړو:

8-مثال : په شکل کي د مقطع لپاره چي اندازې يې په cm سره راکړل شوي دي د عمده مرکزي محورونو موقعيت بايد معلوم کړل شي اود انرشيا عمده مومنتونه دې نظر ودې محورونوته محاسبه کړل شي ؟

حل : دغه مقطع پردوو برخو باندې ويشو:

شويلر N°30 اومستطيل $20 \times 2cm$

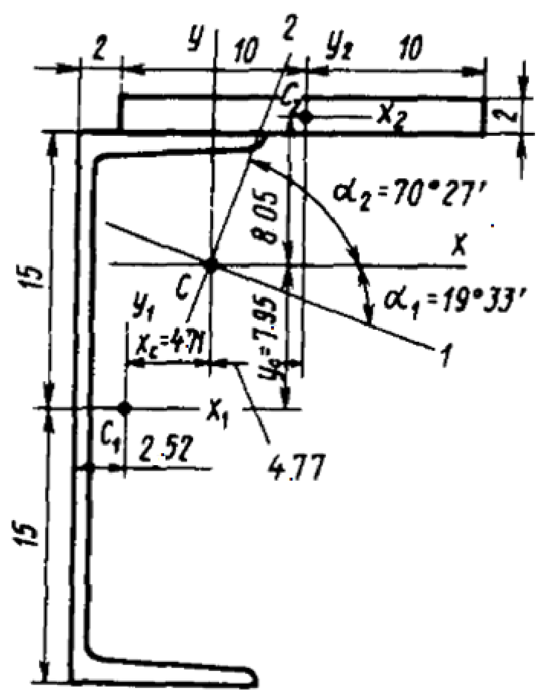
د N°30 شويلر يا C ډوله مقطع اندازې د جدول څخه را اخلو:

$$I_{y1} = 372cm^4\,; I_{x1} = 5810cm^4\,;\ A_1 = 40.5cm^2\,; x_0 = 2.52cm$$

د مرستندويه محورو په ډول د N°30 شويلرمرکزي محورونه نيسو او د مقطع د ثقل د مرکز کاردينات د (9.3) فورمول په مرسته پيداکوو:

$$y_c = \frac{2(20)16}{40.5 + 2(20)} = 7.95\ cm;$$

$$x_c = \frac{(2)20(2 + 10 - 2.52)}{40.5 + 2(20)} = 4.71cm$$



9.30 شکل

دغه قیمتونه د x_1 او y_1 محورونو څخه غځوو او د ثقل مرکزپیدا کوو.

وروسته مرکزي محورونه x او y غځوو او نظروهغوی ته د مقطع د انرشیا محوري اود مرکزڅخه په تیښته کي د انرشیا مومنتونه د (9.11) او (9.12) فورمولونوپه مرسته پیداکوو:

$$I_x = [5810 + 40.5(7.95)^2] + [\frac{(20)2^3}{12} + 20(2)(15 + 1 - 7.95)^2] =$$

$$10\,975\ cm^4$$

$$I_y = [327 + 40.5(4.71)^2] + \left[\frac{(20)^3\,2}{12} + (20)2(2 + 10 - 2.52 - 4.71)^2\right] =$$

$$3469 cm^4$$

$$I_{xy} = 40.5(4.71)7.95 + \ (20)\ 2(-8.05)\ (-4.77)\ = 3052\ cm^4$$

عمده مرکزي د انرشیا مومنتونه به د (9.28) فورمول په مرسته محاسبه کړو:

$$I_{\substack{max\\min}} = \frac{10975 + 3469}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(10975 - 3469)^2 + 4(3052)^2} =$$

$$7222 \pm 4837 cm^4$$

له جدول څخه

$$tg\alpha_1 = -\frac{3025}{12059-3469} = -0.355 => \alpha_1 = -19°\ 33'$$

له جدول څخه

$$tg\alpha_2 = -\frac{3052}{2385 - 3469} = 2.816 => \alpha_2 = 70°\ 27'$$

$$I_{max} = 7222 + 4837 = 12059\ \ cm^4;\ I_{min} = 7222 - 4837 = 2385\ cm^4$$

د (9.29) فورمول په مرسته د عمده مرکزي محورونو موقعیت پیداکوو:

مثبتي زاویې د x د محورڅخه د ساعت د عقربې پرخلاف اومنفي زاویې د x د محورڅخه د ساعت د عقربې سره سمې اېښودل کیږي .

د عمده مرکزي محورونو موقیعت (اعظمي محورپه «1» او اصغري محورپه «2» سره) په شکل کې ښیو.

د عمده مرکزي محورونو موقعیت د (9.23) فورمول سره سم پیداکوو:

$$tg2\alpha_0 = -\frac{2(3052)}{10975-3469} = -0.813$$

$$2\alpha_0' = -39°6'$$

$$2\alpha_0'' = -39°6' + 180° = 140°54'$$

یا هم

$$\alpha_o' = -19°33'; \alpha_o'' = 70°27'$$

دغه زاویې د x د محورڅخه د اساسي محورونو د میلان زاویې دي .

د (9.21) فورمول په مرسته د انرشیا عمده محوري مومنتونه په یوې بلې طریقې سره پلاس را وړو ، د زاویو پلاس راغلي قیمتونه په (9.21) فورمول کې وضع کوو، لروچې :

$$Sin2\alpha_0'' = 0.631 \qquad Sin2\alpha_0' = -0.631$$

$$Sin2\alpha_0'' = -0.776 \qquad Sin2\alpha_0' = -0.631$$

نولدې ځایه څخه:

$$I_u = \frac{10975 + 3469}{2} + \frac{10975 - 3469}{2}(0.776) - 3052(-0.631) =$$

$$12095\ cm^4 = I_{max}$$

$$I_v = \frac{10975 + 3469}{2} + \frac{10975 - 3469}{2}(0.776) - 3052(-0.631) =$$

$$2385\ cm^4 = I_{min}$$

په دې ډول سره $\alpha_o' = \alpha_1$ د محور د اعظمي حالت زاویه .

او $\alpha_o'' = \alpha_2$ د محورونو د اصغري حالت زاویه .

نو لکه چې لیدل کیږي نتایج یوله بل سره مطابقت کوي .

باید یادوه نه وشي چې هغه کوچینۍ زاویه چې د (9.33) فورمول په مرسته پیدا شوې ده ، د عمده محورونو چې نظر و هغو ته دانرشیا مومنت اعظمي قیمت لري (کله چې $I_x > I_y$) او یا اصغري قیمت لري (کله چې $I_x<I_y$)، د موقعیتونو سره مطابقت لري .

د محاسبې سم والی به هم کنترول کړو:

$$I_x + I_y = I_{max} + I_{min} = 10975 + 3469 =$$

$$12\ 059 + 2385 = 14\ 444\ cm^4$$

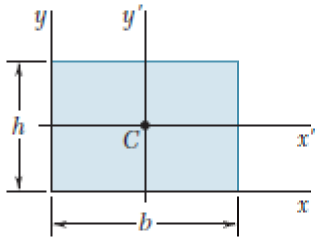
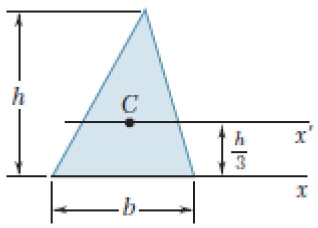
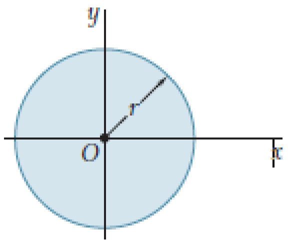
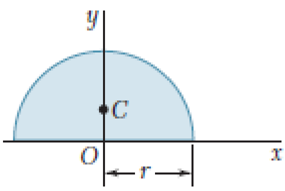
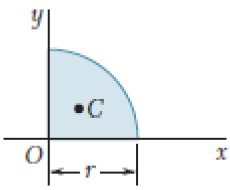
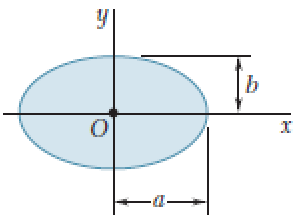
$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2}\ sin2\alpha_0' + I_{xy}\ cos2\alpha_0' =$$

$$\frac{10\ 975 - 3469}{2}(-0.631) + 3$$

9.9- کنترولي پوښتنې

1. د مقطع ستاتیکي مومنت نظر و محور ته یعنې څه ؟
2. د ستاتیکي مومنت د اندازه کولو واحد څه شی دی ؟
3. د مرکزي محورپه نسبت د مقطع ستاتیکي مومنت د څه سره مساوي دی ؟
4. د مقطع د ثقل مرکزکاردینات په کوم فورمول سره محاسبه کیږي ؟
5. د کومو مقطعو لپاره د ثقل مرکزد تعینولو په وخت کې د یوه کاردینات پیداکول هم بسنه کوي؟
6. د مقطع د انرشیا محوري ، قطبي او د مرکزڅخه په تیښته کې مومنت یعنې څه ؟
7. د انرشیا مومنت د اندازه کولو واحد څه شی دی ؟
8. د محوري انرشیا مومنتونو مجموعه نظر و متقابلاً عمودي محورو ته د څه سره مساوي ده ؟
9. کوم د انرشیا مومنتونه تل مثبت وي ؟
10. د کومو شکلواونظرو کومو محورونوته د مرکزڅخه په تیښته کې د انرشیا مومنت د صفرسره مساوي دی ؟
11. د مرکز څخه په تیښته کې د انرشیا مومنت پر یوې زاویې باندې د محور په ګرځولو سره څرنګه تغیرکوي؟
12. د مستطیل اومتساوي الاضلاع مثلث محوري انرشیا مومنت نظر و مرکزي محورته چې د هغو د قاعدې سره موازي وي ، د څه سره مساوي دی ؟
13. د دایرې اوکړۍ محوري انرشیا مومنت نظرومرکزي محورته ، د څه سره مساوي دی ؟
14. عمده محورونه اوعمده مرکزي محورونه کوم دي ؟
15. نظروکومو مرکزي محورونوته د انرشیا مومنت اعظمي اواصغري قیمتونه لري ؟
16. د محوري اومرکزڅخه په تیښته کې د انرشیا مومنتونو لپاره د محورو د موازي لیږدونې په صورت کې ، اړیکې ولیکئ ؟
17. د محوري اومرکزڅخه په تیښته کې د انرشیا مومنتونولپاره د محورپه ګرځولو سره فورمولونه ولیکئ ؟
18. د عمده محورونو موقعیت څرنګه پیدا کیږي ؟
19. د انرشیا عمده مومنتونه د کومو فورمولونوپه مرسته پیدا کیږي؟
20. د مربع مقطع کوم یو د انرشیا مومنت غټ دی ، نظر ومرکزي محورته چې د قاعدې سره موازي وي اوکه نظر و هغه محورته چې د مقطع د قطرسره مطابقت کوي او ولې ؟

د ځنو هوارو شکلونو د انرشيا محوري مومنتونه cm^4، د مقاومت مومنتونه cm^3 او نوري اندازې cm

Rectangle		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{3}bh^3$ $I_y = \frac{1}{3}b^3h$ $J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$
Triangle		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$
Circle		$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{2}\pi r^4$
Semicircle		$I_x = I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{4}\pi r^4$
Quarter circle		$I_x = I_y = \frac{1}{16}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{8}\pi r^4$
Ellipse		$\bar{I}_x = \frac{1}{4}\pi ab^3$ $\bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi a^3b$ $J_O = \frac{1}{4}\pi ab(a^2 + b^2)$

لسم فصل

Chapter 10

Type of Beams د ګاډراساسي ډولونه

10.1- د اتکأ دعکس العمل د قواو تعینول

هغه میلې چې په عمودي ډول سره په کوږوالي کې کارکوي ، ګاډر بلل کیږي . ګاډرونه په مختلفو ودانیو کې په کار لویږي .هغه ځکه چې ساختمان یې ډیرساده دی ، په آسانۍ سره تولیدیږي ، کار یې د اطمینان وړ دی ، نو پدې خاطر د استعمال ساحه یې هم خورا پراخه ده .

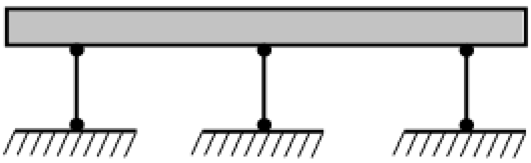
لکه چې معمول دی ګاډر پرډبرینو دیوالونو یا هغو ساختمانونو باندې تکیه کوي چې د اوسپني او بتون (کانکریټ) څخه جوړ شوي دي . د دې مقاصدو لپاره مخصوصې پولادي اتکاوي په کار اچول کیږي.

په انجنیري پراکتیک کې د نورو په پرتله هغه اتکاوي چې ډیرې استعمالیږي دا دي :

د متحرک مفصل لرونکي اتکأ ، غیرمتحرک مفصل لرونکي اتکأ اوکلکه یاسخته اتکأ .

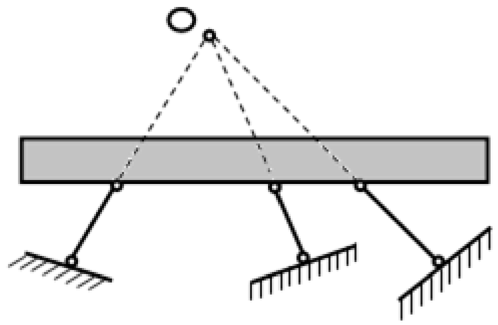
که چیرې پر ګاډر باندې داسې قوه تأثیر وکړي چې په یوه مستوي کې واقع وي نو د تهداب سره د غیرمتحرک اتصال د نښلولو لپاره درې رابطې ضروري دي . دغه شرایط که ضروري دي خوکافي نه بلل کیږي .

پدې صورت کې کله چې ګاډر د تهداب سره د درو اتکایي میلو پواسطه چې یوه د بلې سره موازي ده ، نښلول شوی وي مثلاً ټولې عمودي وي ، نو ګاډر کولای شي پر هغه جهت ځای بدل کړي چې د اتکأ د ارتباط پرجهت عمود وي ، یعني افقي ځای بدل کړي چې باید په هیڅ ډول سره اجازه ورنکړل شي.



شکل 10.1

په همدې ډول سره د ګاډر نښلول د تهداب سره د درو میلو پواسطه چې جهتونه یې په یوه نقطه کې سره قطع کړي ، په هیڅ ډول سره مجاز نه دي ، ځکه پدې صورت کې په مستوي کې د دې نقطې (0) پرچاپیر د میلې د سم لاسي راڅرخیدلو امکان شته او میله کولای شي هندسي متغیره شي یعني متحرکه شي.



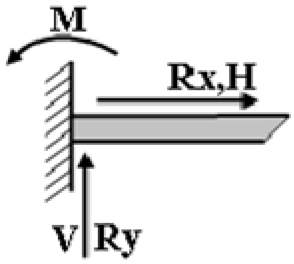
10.2 شکل

نوپدې ډول سره د درو متحرکو مفصل لرونکو اتکاوو په واسطه چې جهتونه يې موازي اويا په يوه نقطه کې سره قطع کړي ، د تهداب سره د ميلې نښلول **مجازنه دي .**

هغه ګاډرونه چې ډيراستعماليږي په لاندې ډول دي .

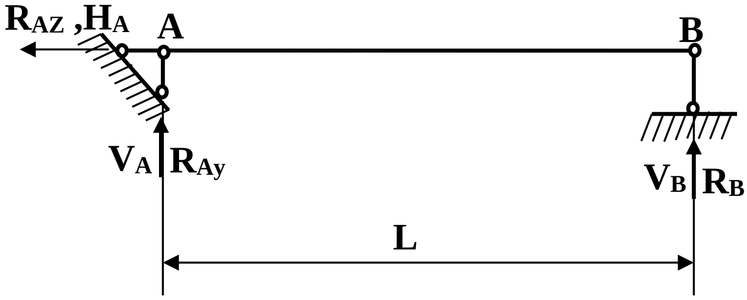
1 ـ کنسول ګاډر(نښتی ګاډر) Cantilever beam

هغه ګاډر دی چې يو سريي کلک کړل شوی ،خو بل سريي آزاد وي .



2 ـ بسيط او ساده ګاډر Simple Beam

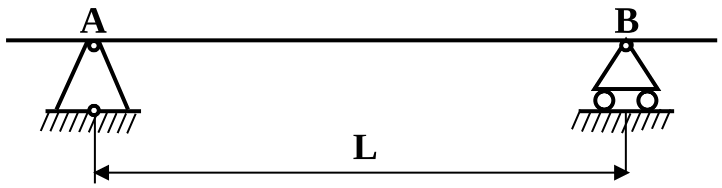
هغه ګاډر دی چې په سر او پای کې مفصلي اتکاوي ولري ، د اتکاوو ترمنځ واټن يې «L» وايه او يا ستاژ نوميږي .



10.3 شکل

3 ـ کنسولي ګاډر Beam with overhang

هغه ساده ګاډر دی چې يو يا دوه کنسوله ولري يعني يوه برخه يې لږڅه تراتکأ راوتلي او تيره شوې وي.



شکل 10.4

د ګاډر د A په اتکأ کې لکه چې مخکې وویل شول دوې د عکس العمل قوې او د B په اتکأ کې یوه د عکس العمل قوه منځ ته راځي ، پدې صورت کې لکه چې د نظري میخانیک (ستاتیک) څخه پوهیږو کولای شو د هغو لپاره د تعادل معادلې تشکیلې کړو او په دې ډول سره د اتکاوو د عکس العمل نامعلومې قوې پیداکړو.

په کنسولي ګاډر کې د اتکأ د عکس العمل قواوو د پیداکولو په وخت کې د تعادل دا معادلې لرو:

$$\Sigma F_z = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = 0 \quad ; \quad \Sigma M\ (F_i)\ = 0 \quad ...\ (10.1)$$

په تینګارسره داسې سپارښتنه اوتوصیه کیږي چې معادلې باید داسې تشکیلې شي چې په هره یوه کې یوازې یوه مجهوله قوه ځای ولري یعنې :

$$\Sigma F_z = 0 \quad ; \quad \Sigma M_A\ (F_i) = 0 \quad ; \quad \Sigma M_B\ (F_i)\ = 0 \quad ...\ (10.2)$$

په لومړۍ معادله کې یوازې یوه نامعلومه د عکس العمل قوه یعنې $H_A\ (R_{Az})$ ، په دوهمه معادله کې $V_B\ (R_B)$ او په دریمه معادله کې $V_A\ (R_{Ay})$ ځای لري .

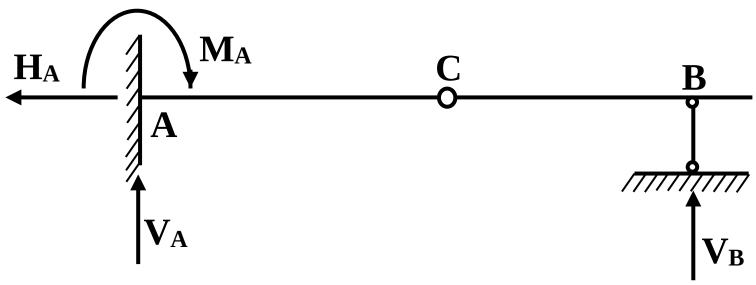
د 10.2 معادلو د تشکیلولو په وخت کې مهمه داده چې V_A او V_B جلا جلا پیداکړل شي او پدې معادلې سره کنترول شي:

$$\Sigma F_y = 0$$

دغه کنترول حتمي دی ځکه چې د عکس العمل د عمودي قواوو د قیمت او جهت سموالی تضمینوي .

د عمودي عکس العمل قواوو الجبري مجموعه باید د ټولو واردو شویو قواوو د الجبري مجموعې سره مساوي وي .

په عمل کې د ګاډرپیچلې ډولونه هم لیدل کیږي .



10.5شکل

په دې شکل کې یو داسې ګاډر ښودل شوی دی چې د دوو میلو څخه چې د C په نقطه کې د مفصل پواسطه سره نښلول شوي دي ، جوړ شوی دی . پدې ډول ګاډر کې څلور مجهولې د عکس العمل قوې منځ ته راځي:

$$H_A\ ;\ V_A\ \ ;\ V_B\ ;\ M_A$$

خو دا ټولې قوې کیدای شي د تعادل د معادلو څخه پیدا شي څکه چې د 2.12 د تعادل و معادلو ته به یوه بله معادله هم ور زیاته شي او هغه به د $\Sigma M_C(F_i) = 0$ معادله وي . یعنې و راسته یا کیڼ پلو ته د ټولو قواوو د مومنټو مجموعه نظرد C ومفصل ته باید د صفر سره مساوي شي .

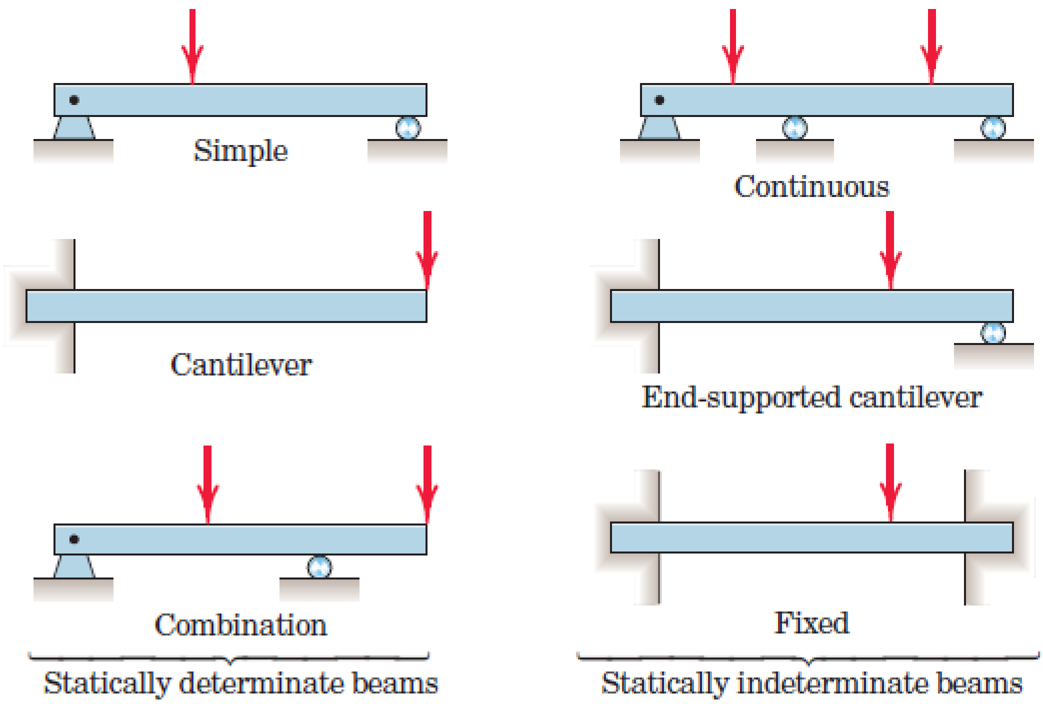
د دې اضافي معادلې څخه کیدای شي چې د V_B قوه سمدلاسه پیداشي .

باید په یاد ولرو چې د تعادل معادلې هم د ټول سیستم (پیچلې ګاډر) او هم د هرې برخې (میلې) لپاره په جلاجلا توګه سره باید په کار واچول شي .

هغه هندسي متغیرسیستمونه چې په هغو کې د اتکأ د عکس العمل قوې د تعادل د معادلو په مرسته پیدا کیدلای شي ، ستاتیکي ټاکلي سیستمونه بلل کیږي .

په انجنیري پراکتیک کې داسې ساختمانونه هم ترسترګو کیږي چې د ارتباطاتو شمیر یې د تعادل د معادلو ترشمیر زیات وي .نو دا ډول سیستمونه ستاتیکي نا ټاکلي بلل کیږي .

مثلاً په 1.29 شکل کې که چیرې د C مفصل ایسته کړو نو ګاډر به ستاتیکي نا ټاکلی شي څکه چې دعکس العمل د قواوو شمیر به همغه څلور وي خو د تعادل د معادلو شمیره به یوازې درې وي څکه چې اضافي د تعادل معادله $\Sigma M_C(F_i) =$ 0 به شتون ونه لري .



شکل 10.6

10.2- د ګاډر په عرضي مقطع کې داخلي قوې

Internal Forces on Cross Section of Beams

د داخلي قواو د تعينولو لپاره د پريکولو ميتود

Method of Judge of Internal forces-Section Method

کله چې خارجي قوې پرجسم باندې اغيزه کوي نو د جسم شکل بدلون کوي دا په دې معنا چې د جسم د اجزاوو ځايونه يو د بل په نسبت تغيرخوري . د دې عمل په نتيجه کې د جسم دننه د اجزاوو ترمنځ د متقابلې اغيزې اضافي قوې منځ ته راځي . په شکل اړونکي جسم کې به دغه قوې د داخلي قواو په نامه سره يادي کړو .

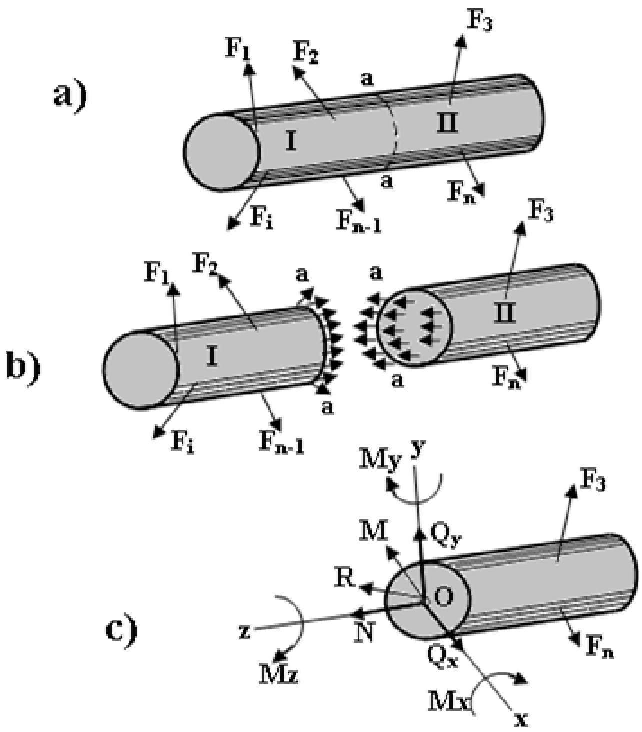
د جسمونو د اتومونو او ذرو په منځ کې داسې قوې شته دي چې د هرډول شکل او ځای بدلون مخه نيسي او جسم په ثابت ډول سره ساتي . دغه قوې داخلي قوې بللې کيږي .

د موادو په مقاومت کې د دې مسئلو د حل لپاره بايد د دغو قواو عددي قيمت او جهت پيداکړل شي مثلاً په هغو مسئلو کې چيرې چې د ساختمان محکموالی ارزول کيږي ، د دې قواو د پيداکولو لپاره د پريکولو ميتود استعماليږي .

په XIX نولسمي پيړی کې دغه طريقه د الماني انجنيرانو آ. ريختر او آ. شويدلر له خوا منځ ته راغله . پدې طريقه سره هغوی په فيرم کې قوې معلومولې .

د دې کار لپاره يو جسم ترکتنې لاندې نيسو چې د $F_1,F_2,F_3...F_n$ قواو ترتأثيرلاندې دی .

داسې يې بولو چې د دې ګاډرپه يوه کيفي a -a مقطع کې بايد داخلي قوې پيداکړو.



10.7 شکل

دلته د ښۍ (راسته) قايم الزاويه ديکارت کارديناتي سيستم څخه کاراخيستل شوی دی، د نظري ميخانيک څخه په يادلرو: په عام ډول سره ښۍ فضايي قايم الزاويه کارديناتي سيستم د ښۍ لاس د درو ګوتو د قانون پربنسټ بنأ دی. که د ښۍ لاس بټه يا غټه ګوته د z محور وښيي، نو د شهادت ګوته د x محوراوخپله د لاس درې ګوتي د y محورښيي. په بله ژبه: که د y محورڅخه د x ومحورته تر90° زاويې لاندې راګرځيدل د ساعت د ستني پرخلاف صورت ونيسي نو دا به ښۍ کارديناتي سيستم اوکه همدغه ګرځيدنه د ساعت د ستني سره سمه وي، نوکارديناتي سيستم کيڼ(چپ) ګڼل کيږي.

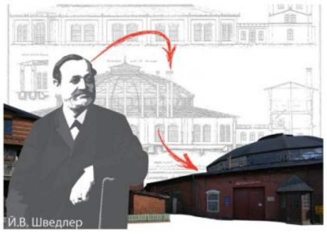
آوګست ريختر،جرمنی انجينر

11.12.1826—26.02.1908

August Ritter

د.ښويدلر،جرمنی انجينر

J.W.Schwedler

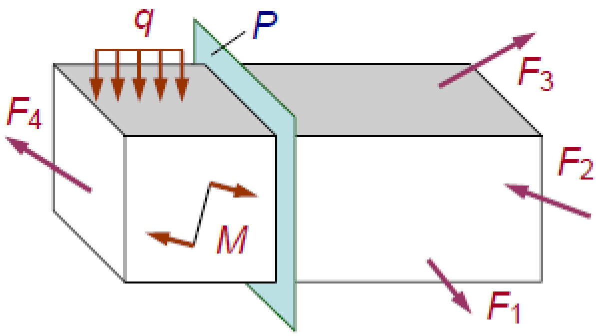


د داخلي قواو تعينول د پريکولو په طريقې سره

داخلي قوې هغه دي چې د خارجي قواو پر وړاندې د جسم د اجزاوو تر منځ(کرستالونه، ماليکولونه، اتومونه) د متقابل عمل په څير د ساختمان د عنصر په دننه کې منځ ته راځي.

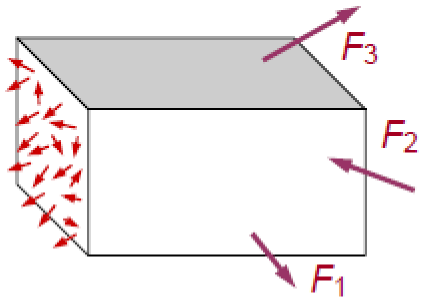
د داخلي قواو د را برسيره کولو او پلاس راوړلو لپاره د **پرې کولو د ميتود** څخه کار اخيستل کيږي.

1. تر بار لاندې جسم د P مستوي په مرسته پر دوو برخو باندې پرې کوو.



شکل 10.8

2. يوه برخه ايسته غورځوو، معمولاً هغه برخه ترکتني لاندې نيول کيږي چې په هغې کې د مسائلو حل آسانه او ساده وي .لکه چې ليدل کيږي د مقطع په دننه کې پر زرو باندې و هر پلو ته متوجه کوچينی داخلي قوې تاثير کوي. لکه چې د شکل څخه ليدل کيږي پاته برخه په عمومي ډول سره د تعادل په حالت کې قرارنه لري .

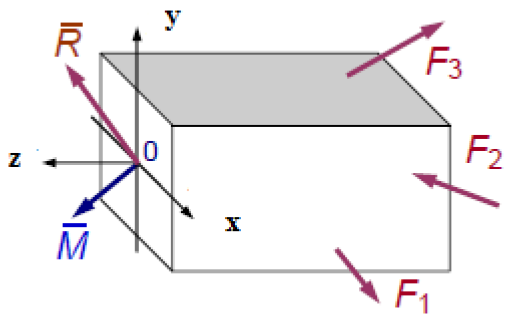


10.9 شکل

3. د ايسته غورځول شوي برخي تاثير او عمل په داخلي قواو باندي تعويضوو. د دوهمي برخي وتعادل ته د راوستلو لپاره بايد د هغي پرمقطع باندي د ويشل شوو قواو سيستم وارد کړو. په جسم کي داخلي قوي همهغه د جسم داخلي قوي دي چي د غورځول شوي برخي تأثيرپردوهمه برخه باندي پخپل ځان سره بدلوي . (د واردو شوو خارجي قواو په ګډون) . هغه داخلي قوي چي پر دوهمه برخه باندي په مقطع کي واردي شوي دي ، د نيوټن د دريم قانون سره سم د لومړۍ برخي په همهغه مقطع کي دعمل کوونکو قواو سره مساوي او مخالف الجهته دي .

اوس نو له تيرو لوستونو څخه يو څو اصله په عمل کي تطبيقوو: د متلاقي قوه ايز سيستم د محصله قوي تعينول، د موازي قواو د سيستم د محصله قوي تعينول ، په موازي ډول سره د قواوو ليږد او انتقال، د مقطع د ثقل د مرکز O تعينول. چي هندسي مرکز (centroid) نوميږي. د Z محور پرخارجي نومال باندي نظر ومقطع ته توجيه کوو اود x ، y محورونه د جسم په مستوي کي غځوو.

د راوړلو په نتيجه کي پلاس راغلي عمده وکتور $\vec{R}$ او عمده مومنت $\vec{M}$ مرتسمي د انرشيا پر عمده محورونو X ، Y او هندسي محور Z باندي پيداکوو .



10.10 شکل

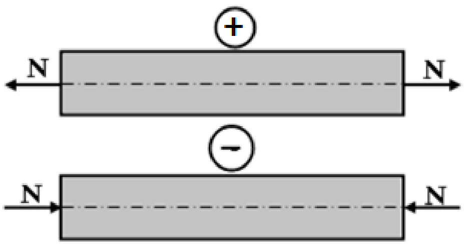
4. د تعادل معادلي د داخلي قواو د پلاس راوړلو امکان پلاس راکوي.هغوی تول ټال شپږ دي: دري قوي- د عمده وکتور $\vec{R}$ مرتسمي :

N– نورمالي قوه (امتدادي قوه ، محوري قوه) Normal Force د z محور په امتداد قوه د امتدادي قوي په نامه سره ياديږي. دا قـــــوه عبارت ده د ټولو داخلي قــواو د مرتسمو څخه د z پرمحورباندي (کيدای شي پربل محورباندي ونيول شي) او د عدد له مخي مساوي ده د ټولو خارجي قواو په الجبري مجموعي سره چي د مقطع پريوي خوا باندي اغيزه کوي .

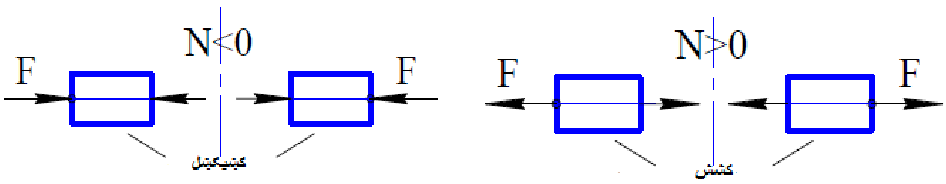
نورمالي قوه د جسم د کش کولو يا کښيکښلو سبب ګرځي.

$$\Sigma F_z = N \ldots (10.3)$$

$$\sum F_z = 0\,; N = \cdots from\ English\ \ Normal$$



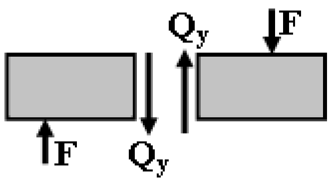
دN لپاره دعلامو قاعده:



10.11 شکل

د نورمالي قواو شیما

Q_x ، Q_y پرې کوونکې یاعرضي قوې Shearing Forces د x او y پرمحورباندې د ټولو داخلي قواو د مرتسمو څخه عبارت دي او د عدد له مخې مساوي دي د ټولو خارجي قواوپه الجبري مجموعي سره چې د مقطع پرېوه خواباندې تأثیرکوي



10.12 شکل دعرضي قواو شیما

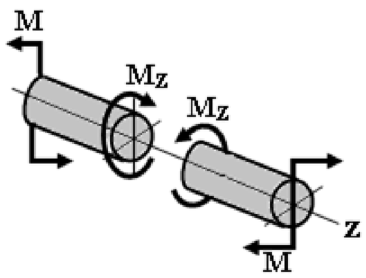
$$\sum F_x = 0\,; Q_x = \cdots; from\ Germany\ \ Querlaufend$$

$$\sum F_y = 0\,; Q_y = \cdots; from\ Germany\ \ Querlaufend \ldots (10.4)$$

او درې مومنتونه- د عمده مومنت مرتسمې:

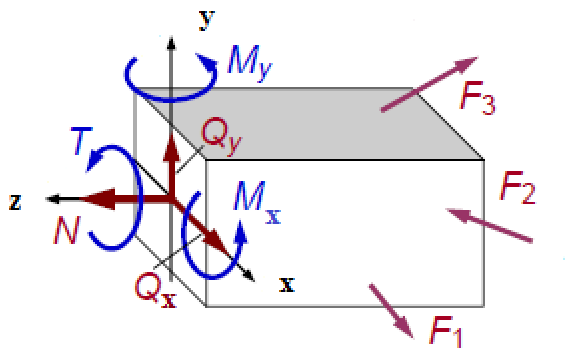
تاوونکی مومنت M_Z (پیچ ورکوونکی مومنت) Torsion Moment or torque(T)

د Z محورپه نسبت د ټولو داخلي قواو د مومنتونو څخه عبارت دی او د عدد له مخې مساوي دی د ټولو خارجي قواو د مومنتونو په الجبري مجموعي سره چې د مقطع پرېوې خوا باندې تأثیرکوي .
دغه مومنت M_Z پیچونکی مومنت بلل کیږي .



10.13 شکل د تاوو ورکوونکي مومنت شیما

$$\sum M_z = 0\,; T = \cdots from\ English\ Torsional\ , Torque \ldots (10.5)$$



10.14 شکل

$$\sum M_y = 0\,; M_y = \cdots; Bending\ moment$$

$$\sum M_x = 0\,; M_x = \cdots; Bending\ moment$$

M_x ، M_y د کوږوالي مومنتونه Bending Moments

د تولو داخلي قواو د مومنتو څخه نظر د x او y محورو ته عبارت دي او عدداً مساوي دي د تولو خارجي قواو د مومنتو په الجبري مجموعي سره چي د مقطع پریوې خوا باندې اغیزه کوي .

لکه چي وینو د ګاډر دوهمه برخه د داخلي او خارجي قواو تراغیزي لاندي په تعادل کي ده نو څکه د ستاتیک د تعادل ادا معادلي هم اعتبارا و تحقق لري:

$$\boldsymbol{\Sigma F_x = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = 0 \quad ; \quad \Sigma F_z = 0}$$

$$\boldsymbol{\Sigma M_x = 0 \quad ; \quad \Sigma M_y = 0 \quad ; \quad \Sigma M_z = 0 \ \ldots\ (10.6)}$$

د دي شیږو فکتورونو په مرسته کولای شو چي د اجسامو محاسبي په کشش ، کښیکښولو ، بي ځایه کیدلو ، پیچلو یا تاوولو او کوږوالي کي ترسره کړو.

باید یادوه نه وشي چې د داخلي مومنتونو څخه هرېو کولای شي چې تاوونکی یا کږونکی و اوسي او دا پدې پورې اړه لري چې پرګاډر اومیلي باندي وارده قوه ، هغه د کوم محور پرشاوخوا باندې راڅرخوي او د هغه پراساس د شکل بدلون ډول معلومیږي .

د دې شپږو معادلو څخه په ترتیب سره Q_x ، Q_y او N او د درو اخرو معادلو څخه M_x ، M_y او M_z معلوموو.

باید یادوه نه وشي چې د دې قواو یا مومنتونو علامې چې د مسئلې د حل په بهیر کې پلاس راځي ، د دې معنا ورکوي چې اټکل شوې علامه سمه وه (+) یعنې جهت یې سم ټاکل شوی دی او یا نا سمه وه (−) یعنې داچې جهت یې سم نه دی ټاکل شوی اوهغه اصلاً باید وهغې بلې خواته ټاکل شوی وای خو دا دومره مهمه موضوع نه ده، که علامه سمه پلاس را نه شي ، نو باید وپوهیږو چې د دې قوې جهت اصلاً وبلې خواته دی .

د پریکولو طریقه دا امکان پلاس راکوي چې په مقطع کې د ټولو داخلي قواو د محصله قوې عددي قیمت او جهت پیداکړو.

خو په مقطع کې د داخلي قواو د ویش قانون همداسې نامعلومه پاته کیږي . د دې مسئلې د حل لپاره باید پدې وپوهیږو چې دې ګاډر د خارجي قواو ترتأثیرلاندې څه ډول د شکل بدلون کړی دی . د دې لپاره چې د داخلي قواو د تغیرپه خاصیت باندې وپوهیږو باید د z محور په امتداد د نورمالي قوې د تغیرګراف چې هغه ته اپیور وایي ، رسم کړو .

د دې اپیورپه مرسته په ګاډرکې د خطرناکو مقطعو موقعیت معلومیږي یعنې هغه مقطع چې په هغې کې د داخلي قواو د زیاتوالي له امله د جسم د تخریب او ویجاړی احتمال شته ، په ګوته کیږي .

د اپیور د رسمولو په وخت کې لومړی د برخو سرحدونه باید داسې وټاکو چې هلته داخلي قوې د یوه قانون له مخې تغیروکړي . د برخو سرحدونه داسې ټاکل کیږي چیرې چې پرجسم باندې خارجي متمرکزه قوه وارده شوې وي (مومنت) یا قوه ، یا د جسم مقطع تغیر وخوري اویا دا چې د ګاډرمحور مات شوی اوتغیریې کړی وي ، نوهلته باید یوه ـ یوه برخه جوړه شي .

10.3- داخلي قوې په کشش او کنیکښولو کې

Internal Forces under Tension and Compression

پر ګاډر باندې د خارجي قواو د تأثیرپه نتیجه کې په داسې حال کې چې دا قوې او یاهم د هغوی محصله قوه پرامتدادي محورباندې متوجه وي ، د ګاډرپه عرضي مقطع کې یوازې یو قوه ایزفکتور- امتدادي یا نورمالي قوه منځ ته راځي . دغه قوې د ګاډر د کشش یا کنیکښولو د قواو په نامه سره یادیږي یعنې د ګاډر په کشش یا کنیکښولو کې د محاسبې لپاره د شپږو فکتورو څخه یوازې یو فکتور- امتدادي قوه د پیداکولو وړده. د دې ډول محاسبو څخه موخه دا ده چې هغه امتدادي داخلي قوه چې د کړکیچ اوشکل بدلون د منځ ته راوستلو لامل ګرځي ، معلومه کړل شي .

امتدادي قوه مثبته ګڼو کله چې ګاډر کش شي او منفي يې ګڼو که چیرې هغه کنیکښل شي .

د امتدادي قوې د محاسبه کولو لپاره د هغې ګراف یا اپیور رسموو. د اپیور د رسمولو په وخت کې باید دامطالب په نظرکې ونیول شي :

- صفري محورتل د ګاډرد محورسره موازي وي .
- د محاسبه شوې قوې اندازه په یوه مقیاس سره په عمودي ډول د صفري محورڅخه که مثبته وي نو و پورته خواته اوکه منفي وي نو و کښته خواته جلاکړل شي .
- پرصفري محور باندې د کرښو راکښل باید عمودي وي .

ترهرڅه مخکې د ګاډرد محورسره یوه موازي کرښه (صفري کرښه رسموو)، تردې وروسته یوه مقیاس ته اړتیا لرو مثلاً څومره کیلو نیوټنه په یوه سانتي مترکې ایږدو(یا څومره پاسکاله) او د هغه له مخې په ارقاماو یا تحلیلي ډول سره د قوې او کړکیچ قیمتونه په هره برخه کې داسې ایږدو چې مثبت قیمتونه د صفري کرښې څخه و پورته خواته او منفي قیمتونه یې وکښته خواته ځای پرځای شي. د ګاډرترټولوخطرناکه مقطع به هغه

وي، چيرې چې په مطلقه قيمت سره ترټولو زيات کړکيچ وليدل شي. که په يوه مقطع کې مثبت قيمت پورته اومنفي قيمت کښته ځای ولري، نو دواړه قيمتونه په نظرکې يوځای نيول کيږي (مطلقه قيمت) او د محکمی محاسبه بايد د همدې مقطع له مخې سرته ورسول شي.

د مثبت يا منفي علامه د اپيور په منځ کې په کوچينی دايره کې ليکو اوخپله قوه د ګراف په شکل سره رسموو. او يا هم مثلاً DN, D𝔖 اونور.دا ډول مسائل د مؤلف په سليقې پورې اړه لري.

1-مثال:

د امتدادي قواو اپيور په لاندې شکل کې ښوول شوي ګاډرلپاره رسم کړئ ؟

حل:

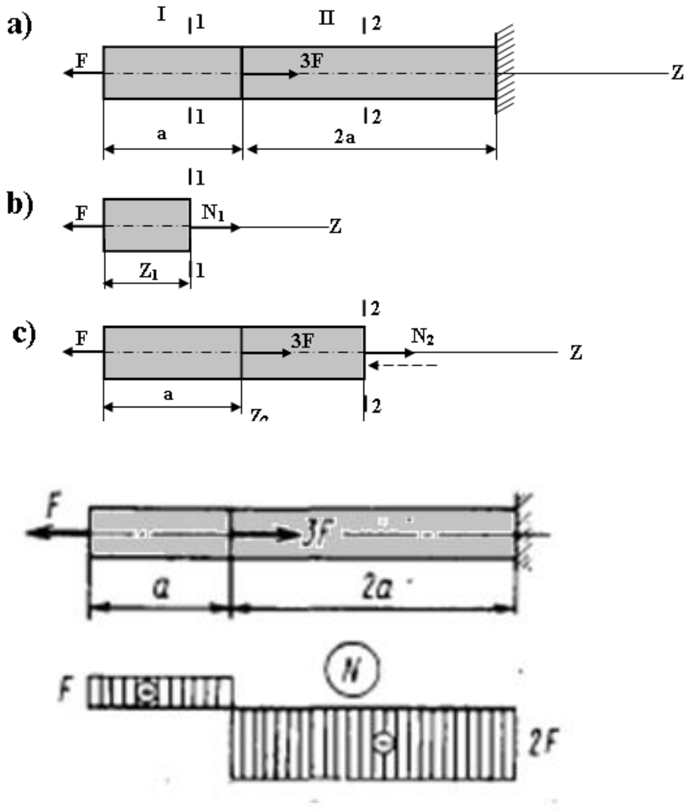
د لومړۍ برخې لپاره د تعادل معادلې ليکو :

$$N = \Sigma F_{iz}$$

$$0 \leq z_1 \leq a \qquad \Sigma F_{iz} = N_1 - F = 0 => \; N_1 = F$$

د دوهمې برخې لپاره:

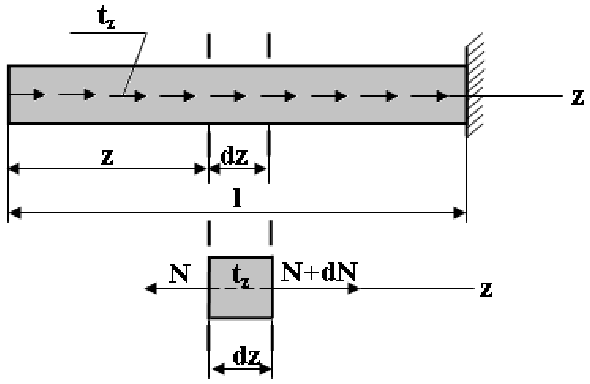
$$\Sigma F_{iz} = N_2 - F + 3F = 0 => N_2 = -3F + F = 2F$$



شکل 10.15

اوس به نو د 10.16 شکل ترکتني لاندې ونیسو:

ګاډرد امتدادي ویشل شوي قوې t_z ترتأثیرلاندې دی. د هغه څخه یوه کوچینی ټوټه د dz په اوږدوالي سره پرې کوو . پر هغې باندې به د t_z ویشل شوې قوه تأثیر وکړي . لکه څنګه چې d_z ډیره کوچینی ټوټه ده نو ویلای شو چې د t_z قوه په منظمه توګه سره پردغه ټوټې ویشل شوې ده او امتدادي قوې متعادلوي $(+)$.



10.16 شکل

په کینه مقطع کې N او په راسته مقطع کې $N + dN$ واقع دي . dN د dz په اوږدوالي کوچیینی ټوټه کې د نورمالي قوې زیاتوب دی.

د تعادل د معادلې د تشکیلولو لپاره به د ټولو قواو چې پردغه ټوټې باندې اغیزه کوي ، د ګاډرپرمحورباندې پیداکړو :

$$-N + t_z\, dz + (N + dN) = 0 =>$$

$$\boldsymbol{dN/dz = -t_z \ldots\ (10.7)}$$

2.7 فورمول د $\boldsymbol{t_z}$ او N ترمنځ دیفرینسیالي اړیکه ده .

دغه دیفرینسیالي اړیکه د N قوې د دیاګرام د سموالي د کنترولولو لپاره د استعمال وړ ده .

2-مثال :

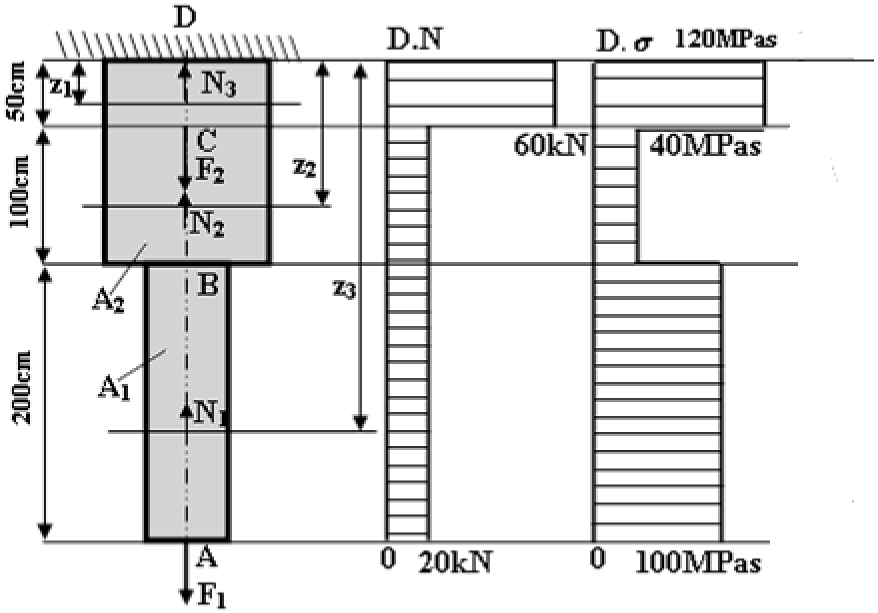
یوه پولادي میله چې د مقطع ګانو مساحتونه یې $A_1 = 2\text{cm}^2$ ، $A_2 = 5\text{cm}^2$ دي ، داسې تر بارلاندې ده:

$$\text{F}_1 = 2\text{T}g = 2(100)\text{kg}10\text{m/s}^2 = 20\text{kN}$$

$$F_2 = 4Tg = 4(100)kg10m/s^2 = 40kN$$

که د پولادو د ارتجاعیت مودول $E = 2x10^{11}MPa$ اود اعظمي کړکیچ مجازي حد یې

$[\sigma] = 160MPa$ وي ، د امتدادي قواو او نورمالي کړکیچ اپیورونه رسم کړئ؟



10.17 شکل

حل : د دې لپاره چې د اتکأ د عکس العمل قوې پيدا نه کړو د ميلې پرې کول د کښتي خواڅخه پيلوو:

$$N_1 - F_1 = 0 => N_1 = 20kN$$

$$N_2 - F_1 = 0 => N_2 = 20kN$$

$$N_3 - F_1 - F_2 = 0 => N_3 = F_1 + F_2 = 20 + 40 = 60kN$$

د پلاس راغلو قيمتمو له مخې د شکل سره سم اپيورونه رسموو.

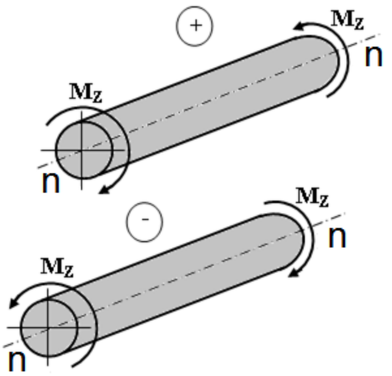
10.4- داخلي قوې په تاويدنه کې Internal Forces under Torsion

کله چې پرميله باندې تأثيرکوونکي مومنتونه د هغې پرمحوربانډې په عموده مستوي کې واقع وي ، نو دا ميله تاو خوري اوپه ميخانيک کې د «وال»، «محور» يا « شافت» په نامه سره ياديږي .

په تاو خوړولوکي يوازې يوه داخلي قوه يعني تاوونکی مومنت M_z منځ ته راځي او نور ټول قوه ايز فکتورونه صفر دي .

داسي به يي وبولو، تاوونکی مومنت مثبت بلل کيږي که چيرې د خارجي نورمال له پلوه و مقطع ته وکتل شي نو مومنت د ساعت د ستني د جهت سره سم تاو وخوري .

يادوه نه کوو چې د تاوونکي مومنت لپاره دا ډول يوه قاعده کوم فزيکي مفهوم نه لري .دا قاعده يوازې د تاوونکي مومنت د تعينولو او د هغه د اپيور د رسمولو لپاره پکاريږي . د مومنت مثبت قيمتونه به د صفري کرښې څخه و پورته خواته کښيږدو اومنفي قيمتونه به تر دې کرښې لاندې خای پرخای کړو. په اصولو کې د تاوونکي مومنت د گراف رسمول د امتدادي قوې N د اپيور د رسمولوسره هيڅ کوم عمده توپيرنه لري .



10.18 شکل

10.5- داخلي قوې په کوږوالي یا انحنا کې Internal Forces under Bending

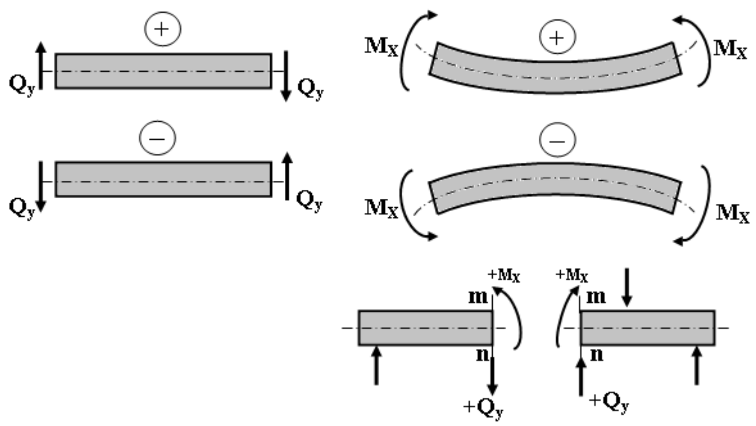
په عمل کې دیرځله داسي میلې په کار لویږي چې عرضي مقطع یې د تناظرعمودي محور ولري . که چیرې خارجي او د عکس العمل قوې په یوه مستوي کې واقع وي او د مستوي د تناظر د محورو سره مطابقت وکړي ، نومیله به هم په همدې مستوي کې کږه او کږوپه شي . د کږیدونکي میلي محوربه د دې مستوي څخه نه وزي. دا ډول کږیدل هوار، مستوي یا مسطح کوږوالی نومیږي.

داسي میله به ترکتني لاندې ونیسو چې هلته خارجي قوه د میلې پرمحوربانديې عموده وي ، نو لدې امله د میلې په عرضي مقطع کې یوازې عرضي قوه اوکږوونکی مومنت منځ ته راځي او امتدادي قوه د صفرسره مساوي ده .

دا مسئله په آسانی سره ثابیتیدلای شي ، که چیرې د تولو قواو مرتسمي پرامتدادي محورباندې پیدا کړو ، نودا ډول کوږوالی ، عرضي کوږوالی نومیږي .

- داسي به یې وبولو چې عرضي قوه به مثبته وګڼل شي ، که چیرې هغه هڅه وکړي ، د میلې یوه برخه د ساعت د ستنې د جهت سره سم را وګرځوي .

- کږونکی مومنت به مثبت وګڼو، که چیرې میله داسي کږه کړي چې محدبه برخه یې کښتې خواته وي او د میلې د تنې د کښتنې برخې نسجونه یا تسمې سره کش کړي .



10.19 شکل

اوپه دې ډول سره به د Q_y او M_x منفي قیمتونه د مخالف جهت سره مطابقت وکړي .

باید یادونه وشي چې د علامو لپاره د دې قاعدې سره سم د میلې د دې برخې په راسته مقطع کې ، مثبته عرضي قوه به و پورته خواته متوجه وي او د کوږوالي مثبت مومنت جهت به د ساعت د عقربې سره سم وي .

نو داسې معلومیږي چې د میلې د کیڼې برخې په مقطع کې به د Q_y مثبته قوه وکښتې خواته متوجه وي او د کوږوالي مومنت M_x جهت به د ساعت د عقربې مخالف وي .

د خارجي قواوپه خاص ډول د ویشل شوي قوې q_y ، عرضي قوې Q_y اوکوږوالي مومنت M_x ترمنځ ډیرې دیفرینسیالي اړیکې شته دي چې په راتلونکې کې به د هغوی څخه کار واخستل شي.

10.6- کنټرولي پوښتنې

1. ډیرې کولو میتود ماهیت په څه کې دی ؟
2. که چیرې پرمیله باندې په عمودي ډول سره بار واچول شي نو دهغې په عرضي مقطع کې کومې قوې منځ ته راځي؟
3. د داخلي قواو اپیورونه یعنې څه اودڅه لپاره هغه رسمیږي ؟
4. دامتدادي قوې N دعلامو دټاکلولپاره کومه قاعده شته ؟
5. دامتدادي قوې N او امتدادي منتشره قوې ترمنځ څه ډول اړیکه موجوده ده ؟
6. د تاوونکې مومنت دعلامو د ټاکلو لپاره کومه قاعده شته ؟
7. کوم ډول سیستمونه ستاتیکي ټاکلي بلل کیږي اودغیرمعینو ستاتیکي سیستمونو سره څه توپیرلري ؟
8. عرضي کوږوالی څه ته وایي اودهغه په صورت کې کومې داخلي قوې په میله کې منځ ته راځي ؟
9. دعرضي قوې اوانحنامومنت دعلامو دټاکلو لپاره کومه قاعده کارول کیږي ؟

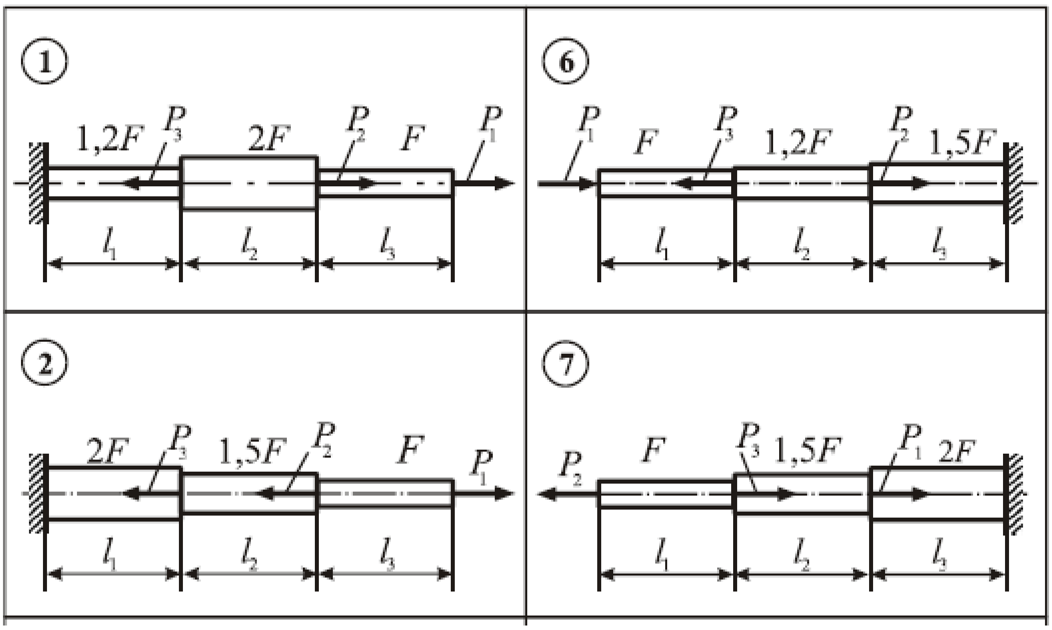
10.7- ځانګړې مشق او تمرین

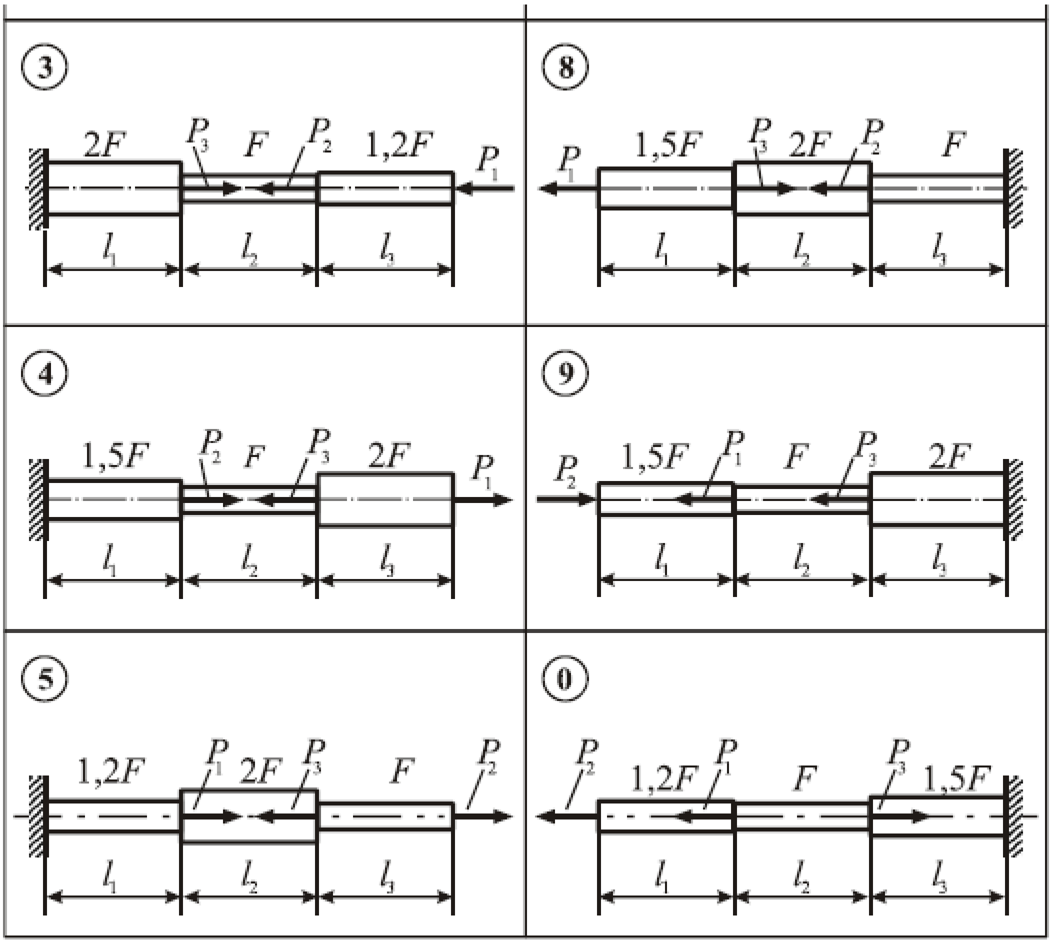
د دې ګاډرونو لپاره د نورمالي قوې اونورمالي کرکیچ اپیورونه رسم کړئ؟

د محاسبې لپاره معلومات دې د کښته جدولونو څخه واخیستل شي

$$P = 10kN; l = 0.4m; F = 2x10^{-4}m^2$$

همدارنګه $[n_T]$ زیرمه ایز ضریب





د کاږر مواد

د شکل شمیره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
پولاد	20	50	30	40	40X	30XM	45	40XH	50Г	20X
$[n_T]$	1,5	1,8	2,0	1,4	1,6	2,0	1,5	1,8	1,4	2,0

د بار ضریب $(P_i = k_i P)$

د شکل شمیره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
k_1	1,0	1,0	3,5	3,0	4,0	2,0	3,0	3,0	2,5	2,0
k_2	2,5	2,0	2,0	2,0	2,0	1,0	1,5	2,0	4,5	3,0
k_3	7,5	6,5	7,0	8,0	7,5	5,0	5,5	6,0	8,5	7,5

د کاږر د برخو اوږد والی

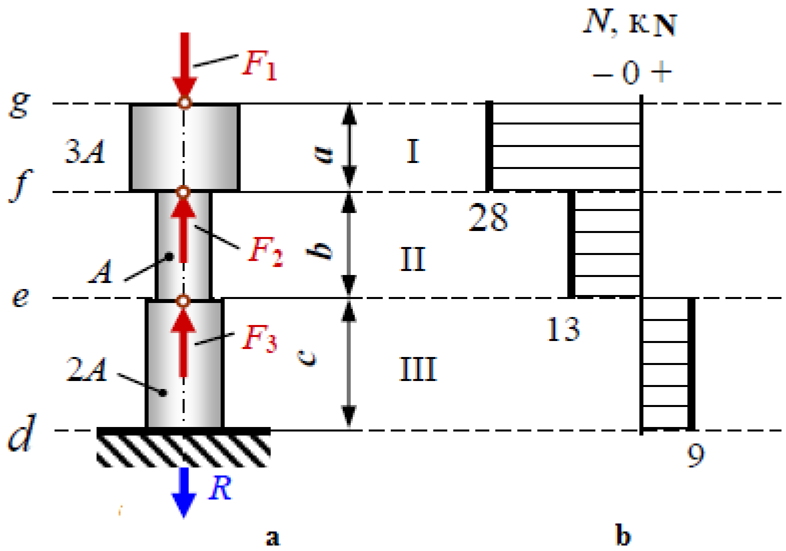
د برخي شمیره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
l_1	l	$1,2l$	$1,4l$	$1,5l$	$1,8l$	$2l$	$2l$	$1,5l$	l	$1,2l$
l_2	$2l$	$1,5l$	$2l$	$2l$	$2l$	l	$1,5l$	l	l	$2l$
l_3	l	l	l	l	l	$2l$	$2l$	$2l$	$2l$	$2l$

ورته مسئله او حل یې:

په شکل کې د مرحله لرونکي ګاډر لپاره چې مواد یې $ST\ 24$ دي او بار اچونه یې هم ښودل شوې ده، د نورمالي قوې اپیپور رسم کړئ؟

راکړل شوي دي:

$$F_1 = 28\ kN\ ;\ F_2 = 15\ kN\ ;\ F_3 = 22\ kN\ ; a = 0.6\ m\ ; b = 0.8\ m\ ; c = 1.1\ m$$



حل: په سخته اتکا کې د R عکس العمل قوه رامنځ ته کیږي ، چې د هغې محاسبه کول اړین نه دي، ځکه چې د ګاډر محاسبه کولای شو د آزاد سر څخه پیل کړو. د پرې کولو د میتود سره سم په هره برخه کې داخلي قوې داسې پیدا کوو چې د ګاډر پر محور باندې دډې قواو مرتسمه معلوموو.وروسته یې د ارقامو له مخې ګراف یا اپیپور رسموو.

تر هرڅه وړاندې ګاډر پر برخو باندې ویشو،برخه هلته جوړوو چیرې چې یا قوه وارده شوې وي، یا د مقطع مساحت بدلون کړی وي او یا هم ویشل شوې قوه پیل یا ختم شوې وي.د شکل سره سم د ګاډر لپاره درې برخې جوړوو.

لومړۍ، دوهمه او دریمه برخه په ترتیب سره:

$$\sum F_z = 0\ ;\ N_I + F_1 = 0 \Rightarrow\ N_I = -F_1 = -28\ kN$$

$$N_{II} = -F_1 + F_2 = -28 + 15 = -13\ kN$$

$$N_{III} = -F_1 + F_2 + F_3 = -28 + 15 + 22 = 9\ kN$$

ددې قیمتونو سره سم اپیپور رسموو. لکه چې وینو د صفري کرښې پورته او کښته خوا ته د قوې د قیمتونو اېښودنه د مؤلف په سلیقې پورې اړه لري

يوولسم فصل

د تعادل ثبات او پايداري Stability of Equilibruim

11.1- د جسم د تعادل او ثبات مفهوم چي د اتکاء نقطه او يا د ځرخيدلو محورولري

په عملي ژوندکي پرهغو جسمونو چي په تعادل کي واقع دي ، ډول ډول لنډمهاله ضربي تأثيركوي . دا ضربي كولای شي چي د جسم په تعادل کي انحراف رامنځ ته کړي اوپرجسم باندې د واردو شوو قواو د تعادل شرايط مات کړي .

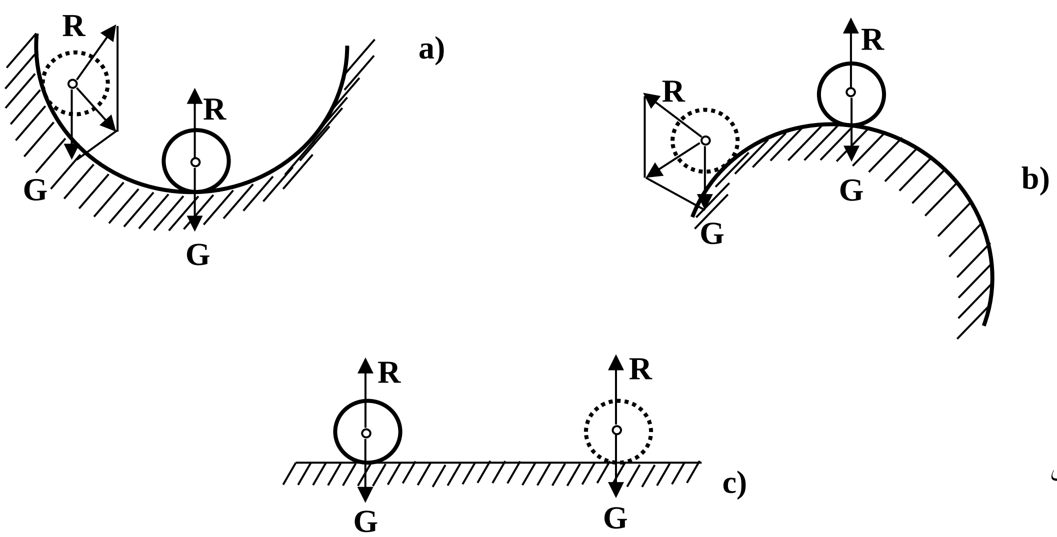
د جسم تعادل باثباته او پايداره بلل کيږي که چيرې وروسته ترهغه چي د تعادل د شرايطو څخه لږڅخه انحراف وکړي ، پرجسم باندي وارده قوي هڅه وکړي چي جسم بيرته وخپل لومړني حالت ته را وګرځوي .

اوپرعکس د جسم تعادل بي ثباته اوناپايداربلل کيږي که چيرې د هغه لږڅه انحراف له کبله چي جسم يي د خپل لومړني تعادل حالت څخه منحرف کړی دی ، جسم بيرته خپل د تعادل وحالت ته راستون نه شي .

د باثباته اوپايداره تعادل مثال کيدای شي د چرۍ تعادل وي چي د مقعري سطح سره دهغي په کښتنی نقطي کي په تماس کي کيږي .

د ناپايداره تعادل مثال کيدای شي د چرۍ تعادل وي چي د محدبي سطح سره د هغي په پورتنی نقطي کي په تماس کي شي .

که چيرې هغه سطح چي چرۍ پکښي واقع ده ، هواره وي نومعلومه خبره ده چي د چرۍ اوسطح ترمنځ د اصطکاک د قوي څخه تيريږو او د سطح د عکس العمل قوه پرنورمال باندي وسطح ته په همغه نقطي کي متوجه ده. لاندي شکلونه دي مطالعه شي .



شکل11.1

په دې دواړو حالاتو کې چرئ د تعادل په حالت کې واقع ده ځکه چې پرهغې باندې د تأثیرقوې G او R په مودول سره مساوي او مخالف الجهته دي .

ولې باید وویل شي چې د چرئ حالت د a په شکل کې پایداردی خود b په شکل کې ناپایدار.

په اصل کې که چیرې موږ چرئ د تعادل د حالته څخه منحرفه کړو نود G او R قوې نورې پریوې مستقیمي کرښې باندې نه دي متوجه، نوځکه دهغوی محصله قوه هم په صفرسره مساوي نه ده او هڅه کوي چې چرئ بیرته وخپل لومړني حالت ته را وګرځوي .

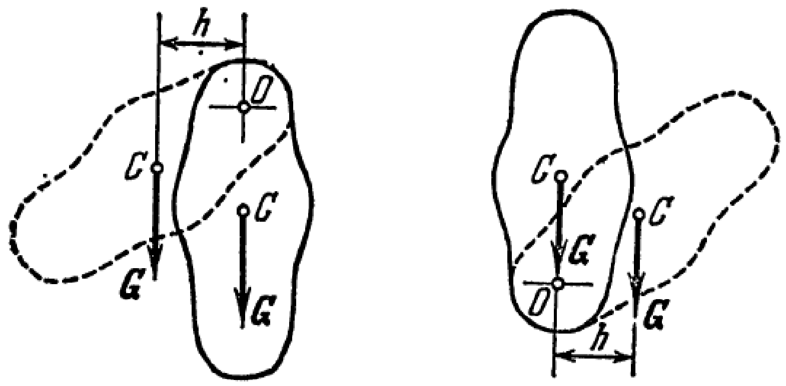
په لومړي حالت کې محصله قوه هڅه کوي چې جسم وخپل لومړني حالت ته را وګرځوي خوپه دوهم حالت کې جسم د خپل لومړني حالت څخه نورهم لیرې کوي .

که چیرې چرئ پرافقي سطح باندې واقع وي «c» شکل نوپرهغې باندې د تاثیرقوې G او R د چرئ دهرډول د ځای بدلون په صورت کې بیاهم متعادلې دي .

داسې یوتعادل چې د جسم د لومړني حالت څخه د لږڅه انحراف په صورت کې ، بیاهم وساتل شي ، بې توپیره تعادل بلل کیږي .

همداسې یوارتباط د جسم د ثقل مرکزد موقعیت اودهغه د تعادل د شکل ترمنځ دهغه جسم لپاره هم د تحقق وړ دی چې غیرمتحرک افقي د څرخیدو محورولري .

که چیرې د جسم د ثقل مرکزد هغه د تعادل څخه د انحراف په صورت کې ، لوړ ولاړشي نود G قوه نظروغیر متحرک محورته چې د O د نقطې څخه تیریږي ، یومومنت تشکیلوي چې قیمت یې G.h او جهت به یې داسې وي چې جسم بیرته وخپل لومړني حالت ته را وګرځوي .



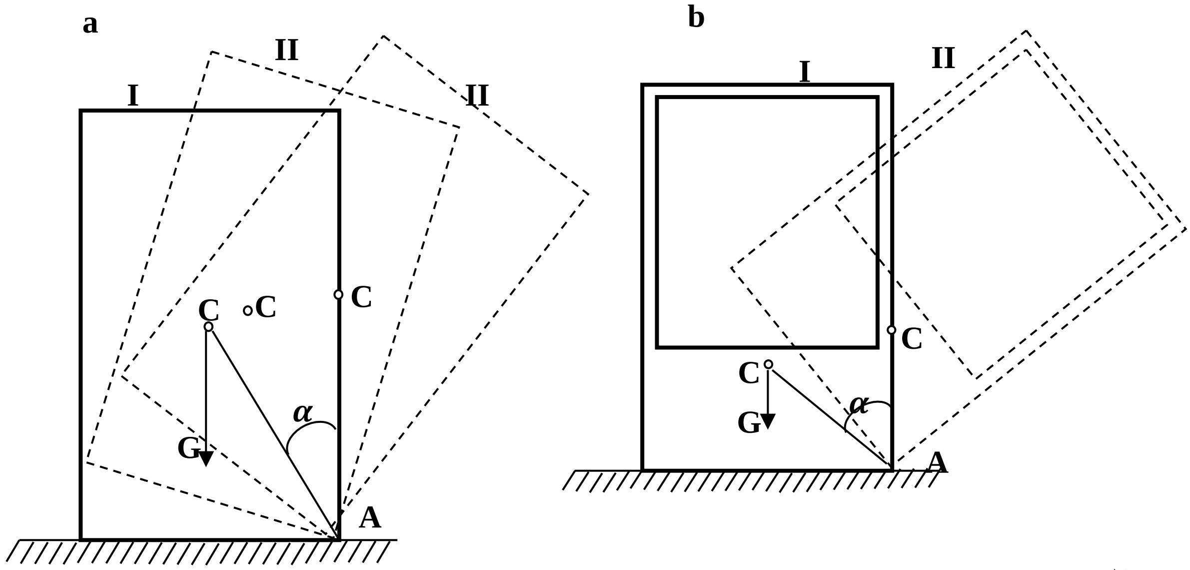
11.2شکل

اوپه اخرکې که چیرې دجسم دهرډول انحراف په صورت کې ، دهغه د ثقل مرکزبې تغیره پاته شي (مثلاً په هغه صورت کې چې د جسم د ثقل مرکزد څرخیدو پر محورباندې واقع وي) ، نو د جسم وزن د دې انحراف له کبله هیڅ ډول مومنت نظرد څرخیدو ومحورته ،منځ ته نه راوړي .

د پورته تشریحاتو څخه دانتیجه اخلو چې :

د جسم تعادل به چې داتکاء نقطه اویا د څرخیدو افقي محورولري ، باثباته او پایداره وي کله چې د هغه د ثقل مرکز د هغو ټولوممکنه موقعیتونو څخه چې د ده سره نژدې وجود لري، ترټولوکښته موقعیت اختیارکړي او تعادل به ناپایداره وي کله چې د دې موقعیتونو څخه ترټولو لوړموقعیت اختیارکړي اوتعادل به بې توپیره وي ، کله چې د هغه دثقل د مرکزارتفاع د جسم په ټولوموقعیتونو کې بې تغیره پاته شي .

11.2- د جسم ثبات اوپايداري چې پرمستوي باندې تکيه ولري



شکل11.3

يوداسې جسم ترمطالعې لاندې نيسو چې د هغه قاعده پرافقي مستوي باندې تکيه لري د (a شکل). دغه جسم ته د اړخ (ليره) پرشاوخوا و دوهم حالت ته داسې را وړو چې د G قوې کرښه د ليرې وهغه بل پلو ته پاته شي.

معلومه خبره ده چې پدې حالت کې د G قوه نظرد څرخيدو ومحورته داسې مومنت منځ ته را وړي چې هڅه به وکړي ، جسم د تعادل ولومړي حالت ته را وګرځوي .

که چيرې جسم دريم حالت ته را کوږ کړو يعنې داسې چې د G کرښه د اتکاء محورقطع کړي نو د دې محورپه نسبت به د G قوې مومنت صفرشي نوجسم به احتمالاً وخپل لومړني حالت ته را وګرځي اويابه هم پرخپل راسته اړخ ونړيږي.

داسې يوحالت د بې ثباته يا ناپايداره تعادل په نامه سره ياديږي ، ځکه که چيرې يوه لږه قوه هم جسم ته يوه ټيله اوټکان ورکړي اود دې حالت څخه يې منحرف کړي نو د جسم تعادل به هم له منځه ولاړشي د (bشکل) .

په لومړي حالت کې چې د دريم حالت متضاد دی ، د جسم تعادل به باثباته او پايداره وي ، ځکه چې د جسم د تعادل څخه د لږڅه منحرف کولوپه نتيجه کې ، جسم به بيا هم وخپل لومړني حالت ته را وګرځي .

هغه زاويه چې د جسم د پايدار حالت څخه وبې ثباته حالت ته د راګرځيدو په نتيجه کې تشکيليږي ، د پايدارۍ زاويه بلل کيږي . دغه α زاويه چې هرڅومره غټه وي په همهغه اندازه د جسم قاعده پراخه او د ثقل مرکزيې هم کښته پروت وي.

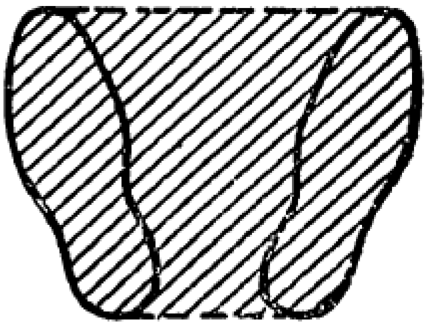
که چيرې دغه لومړي حالت ته په تغيرنه ورکولوسره د جسم د ثقل مرکز په مصنوعې ډول سره کښته را وړو، (مثلاً د هغه کښته برخه ترلوړې برخې درنده کړای شي) نود تعادل د پايدارۍ زاويه به هم غټه شي. پدې حالت کې د جسم د راغورځولوليپاره (د b شکل)لازمه ده چې هغه پرغټې زاويې باندې راوګرځوو.

د جسم قابليت چې د قوې د تأثيرد له منځه تللوپه صورت کې چې د تعادل د نقض لامل ګرځيدلی ؤ ، د جسم د خپل لومړني د تعادل وحالت ته راګرځيدل ، د جسم ډيناميکې ثبات بلل کيږي .

د دې مطلب څخه دامعلوميږي چې د جسم ډيناميکې پايداري دهغه د اتکأ د مساحت ، پسور يابر په زياتيدو او د هغه د ثقل د مرکزپه کښته راتلوسره زياتيږي .

که چیرې جسم په پوره ډول سره پرخپلې قاعدې باندې تکیه نه کوي ، بلکې دهغې څخه یوازې د څو نقطو له لارې چې پریوې کرښې باندې پرتې نه وي ، تکیه وکړي ، نو د هغه د قاعدې مساحت کولای شو هغه وبولو چې د هغو کرښوپه واسطه چې دا نقطې سره تړي ، پلاس راځي .

مثلاً د انسان لپاره به د دې قاعدې مساحت هغه وي چې په شکل کې په کرښو کرښو نښاني شوی وي .



11.4-شکل

د دې لپاره چې د اجسامو د ثقل مرکزکښته راشي ،نود هغوی قاعدې درندې جوړیږي ، نوځکه تعادل یې هم پایداره وي او نه را غورځي .

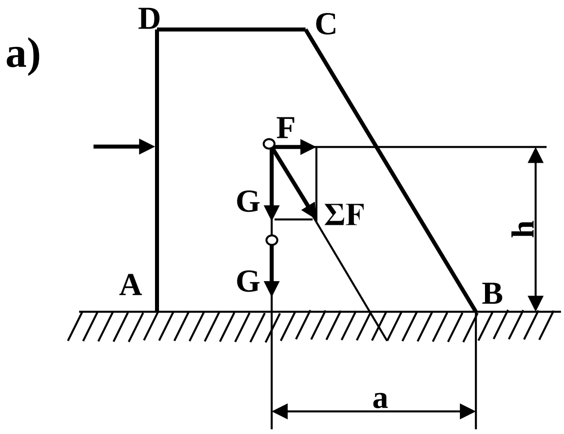
په عملي ژوند کې نه یوازې دا چې د ډینامیکي پایدارۍ غم باید وخوړل شي ، بلکې باید داخبره یقیني شي چې جسم د تعادل څخه ترکوچیني انحراف وروسته نه دا چې وخپل لومړني حالت ته بیرته را وګرځي ، بلکې د اتعادل باید هیڅکله مات نه شي .

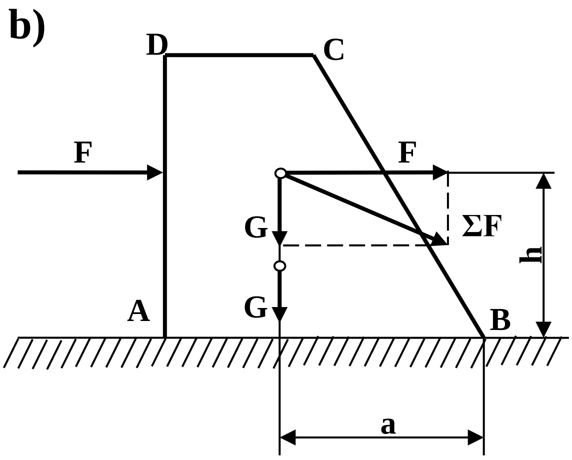
مثلاً په سیندونو او سمندرونو کې وړې اوغټې کښتۍ ، د هغوی تعادل باید نقض نه شي او د لږڅه انحراف څخه وروسته کښتۍ باید خپل لومړني حالت ته ژررا ستنه شي .

د جسم هغه قابلیت چې د خپل تعادل د نقض کولوپه مقابل کې ، که څه هم هغه کوچنی وي ، مقاومت وکړي ، د ستاتیکي ثبات اوپایدارۍ په نامه سره یادیږي .

پرجسم باندې چې وزن یې G دی ، د F قوه تأثیرکوي چې جسم د B پرلیرې اواړخ را وغورځوي .

د جسم د ABCD مقطع ،عمودي مستوي چې د جسم د ثقل د مرکزاو F قوې د تأثیرد کرښې څخه تیریږي ، ښودل شوې ده .





11.5-شکل

د جسم تعادل یوازې هغه وخت ممکن برېښي ، که چیرې د G او F قواو چې پرجسم باندې تأثیرکوي ، محصله قوه ΣF د B دنقطې وکیڼې خواته تیره شي .(د a شکل) .

یعنې داچې هغه باید د جسم د قاعدې مستوي د جسم په قاعدې کې دننه قطع کړي .

که چیرې د ΣF د محصله قوې د تأثیرکرښه د B د نقطې و راستې خواته تیره شي ، یعنې د جسم د قاعدې څخه د باندې وي نو دا محصله قوه به یوداسې مومنت منځ ته راوړي چې هڅه به وکړي د جسم قاعده د اتکأ د سطح څخه را جلاکړي او په نتیجه کې به جسم د B پراړخ راوغورځوي .

په آخرې حالت کې کله چې د محصله قوې ΣF د تأثیرکرښه خپله د «B» د نقطې څخه تیره شي ، نو د هغې مومنت نظر و دې نقطې ته صفردی ، خو د «واریون» د قضیې سره سم د محصله قوې ΣF مومنت د مرکبو قواو د مومنتونو په مجموعې سره مساوي دی .

نو داسې معلومیږي چې پدې حالت کې د جسم تعادل :

$$\Sigma M_B(F_k) = G.a - F.h = 0$$

$$G.a = F.h$$

د G.a د ضرب حاصل يعني د جسم وزن ضرب د هغه مټ يا بازو نظرد جسم د څرخيدو ومرکزته ، د جسم د پايدارۍ مومنت بلل کيږي .

د F.h د ضرب حاصل يعني د راغورځوونکي قوې مودول ضرب د هغې بازو نظروممکنه د څرخيدو ومحورته ، راغورځوونکی مومنت بلل کيږي .

که $G.a < F.h$ وي ، نوجسم به را وغورځي .

که $G.a > F.h$ وي ، نوجسم به په تعادل کې پاته شي .

نو داسې معلوميږي چې :

د جسم د ستاتيکي ثبات لپاره ضروري ده چې د جسم د پايدارۍ مومنت د هغه د راغورځولوترمومنت زيات وي .

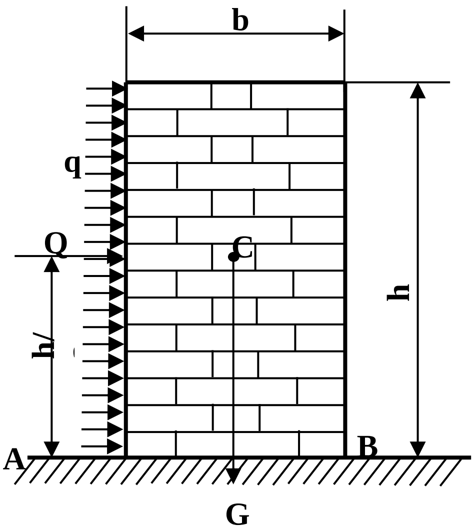
د پايدارۍ او را غورځولومومنتونو نسبت ، د پايدارۍ ضريب بلل کيږي.

$$k = \frac{G\ a}{F\ h}$$

د تاسيساتو د پايدارۍ لپاره بايد دا ضريب تريوه زيات وي يعني $K > 1$

د مختلفو تأسيساتو د پايدارۍ لپاره دا ضريب په جدول کې درج وي اومعمولاً $k = 1.5\ \ldots\ 2$

مثال: د خښتو څخه جوړي شوې يوې ستنې د پايدارۍ ضريب پيداکړئ که چيرې د هغې پســوريا بر$a = 1m$ ، پنډوالی يې $b = 0.7\ m$ ، جګوالی يې $h = 4\ m$ ، د باد د قوې فشار $q = 1k\ Pa$ او د خښتو مــخصوص وزن $\gamma = 24\ kN/m^2$ وي .



شکل-11.6

حل : داسې به يې وبولوچې باد دکيڼي خواڅخه چليږي . هغه مساحت چې د باد ترتأثيرلاندې دی :

$$A = a\ h = \ 1(4)\ = 4m^2$$

د Q محصله قوې د تأثيرکرښه به دستنې د ثقل د مرکزڅخه تيره شي .

$$Q = q\ A = 1(4) = 4kN$$

دغه قوه به جسم دB اړخ پرخوا وراستې خواته را وغورځوي .

د دې قوې د راغورځولومومنت نظرد B واړخ ته :

$$M_B(Q) = Q\,\frac{h}{2} = (4)\,\frac{4}{2} = 8kN.m$$

د ستني وزن :

$$G = a.b.h.\gamma = 1(0.7)4(24) = 67.2kN$$

د ستني د پايدارۍ مومنت نظرB وارخ ته :

$$M_B(G) = G\,\frac{b}{2} = (67.2)\,\frac{0.7}{2} \approx 23.5\ kN.m$$

د ستني د پايدارۍ ضريب :

$$K = \frac{M_B(G)}{M_B(Q)} = \frac{23.5}{8} \approx 2.94$$

پای

د واحدونو سيستمونه اوپه ميخانيک کې اندازه کول

Principal SI Units Used in Mechanics

Quantity	Unit	Symbol	Formula
Acceleration	Meter per second squared	. . .	m/s^2
Angle	Radian	rad	†
Angular acceleration	Radian per second squared	. . .	rad/s^2
Angular velocity	Radian per second	. . .	rad/s
Area	Square meter	. . .	m^2
Density	Kilogram per cubic meter	. . .	kg/m^3
Energy	Joule	J	$N \cdot m$
Force	Newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Frequency	Hertz	Hz	s^{-1}
Impulse	Newton-second	. . .	$kg \cdot m/s$
Length	Meter	m	‡
Mass	Kilogram	kg	‡
Moment of a force	Newton-meter	. . .	$N \cdot m$
Power	Watt	W	J/s
Pressure	Pascal	Pa	N/m^2
Stress	Pascal	Pa	N/m^2
Time	Second	s	‡
Velocity	Meter per second	. . .	m/s
Volume			
Solids	Cubic meter	. . .	m^3
Liquids	Liter	L	$10^{-3}m^3$
Work	Joule	J	$N \cdot m$

تکميلي واحد

†Supplementary unit (1 revolution = 2π rad = 360°).

‡Base unit.

اساسي واحد †Supplementary unit (1 revolution = 2π rad = 360°).

‡Base unit.

د متر اجزأ او اضعاف:

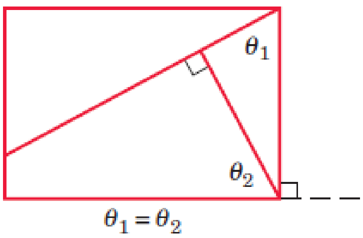
Prefix	Symbol	Power
exa	E	10^{18} = 1000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15} = 1000 000 000 000 000
tera	T	10^{12} = 1000 000 000 000
giga	G	10^{9} = 1000 000 000
mega	M	10^{6} = 1000 000
kilo	k	10^{3} = 1000
hicto	h	10^{2} = 100
deca	da	10^{1} = 10
meter	m	
deci	d	10^{-1} =0.1
centi	c	10^{-2} =0.01
milli	m	10^{-3} =0.001
micro	μ	10^{-6} =0.000 001
nano	n	10^{-9} =0.000 000 001
pico	p	10^{-12} =0.000 000 000 001
femto	f	10^{-15} =0.000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18} = 0.000 000 000 000 000 001

Plane Geometry

1.When two intersecting lines are, respectively

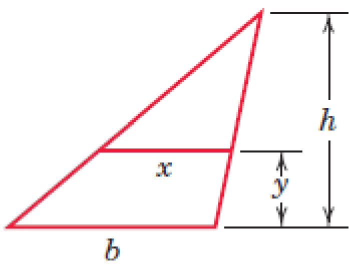
, perpendicular to two other lines, the angels formed

By the two pairs are equal



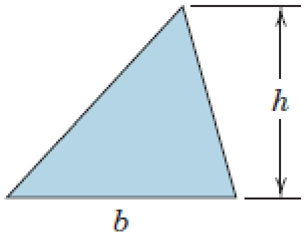
2. Similar triangles

$$\frac{x}{b} = \frac{h-y}{h}$$



3. Any triangles

$Area = \frac{1}{2} b\, h$

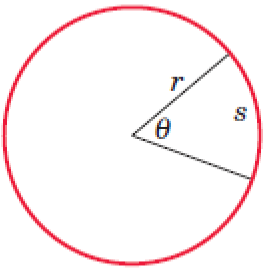


4. Circle

$Area = \pi r^2$

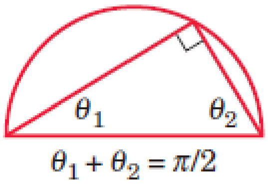
$Arc\ length\ S = r\theta$

$Sector\ area = \frac{1}{2} r^2 \theta$



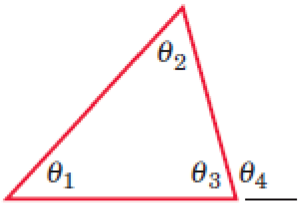
5. Every triangle inscribed within a semicircle is

a right triangle



6. Angles of a triangle

$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 180°$

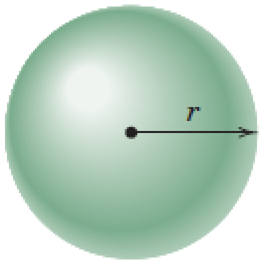


Solid Geometry

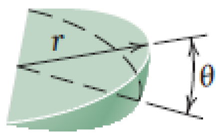
1. Sphere

$Volume = \frac{4}{3} \pi r^3$

$Surface\ area = 4\pi r^2$

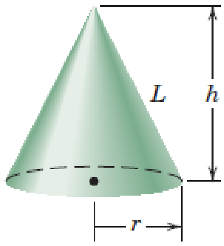


2. Spherical wedge



$Volume = \frac{2}{3} r^3 \theta$

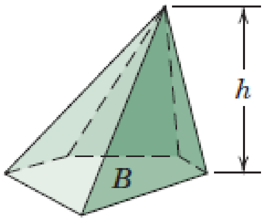
3. Right-circular cone



$$Volume = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$Lateral\ area = \pi r L$$

$$L = \sqrt{r^2 + h^2}$$



4. Any pyramid or cone

$$Volume = \frac{1}{3} B h$$

Where B=Area of base

Algebra

1. Quadratic equation

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\ ; b^2 \geq 4ac\ for\ reals\ roots$$

2. Logarithms

$$b^x = y, x = log_b y$$

Natural logarithms

$$b = e = 2.718\ 282$$

$$e^x = y, x = log_e y = lny$$

$$Log(ab) = loga + logb$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = loga - logb$$

$$\log\left(\frac{1}{n}\right) = -logn$$

$$loga^n = nloga$$

$$log1 = 0$$

$$log10^x = 0.4343lnx$$

3. Determinants

2nd order

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_2$$

3rd order

$$\begin{vmatrix} a_1b_1c_1 \\ a_2b_2c_2 \\ a_3b_3c_3 \end{vmatrix} = +a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 - a_3b_1c_2$$

$$-a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2$$

4. Cubic equation

$$x^3 = +BAx$$

Let $P = \frac{A}{3}, q = B/2$

Case I: $q^2 - p^3\ negative\ (three\ roots\ real\ and\ distinct)$

$$Cos\ u = q\left(p\sqrt{p}\ \right), 0 < u < 180°$$

$$x_1 = 2\sqrt{p}\cos\left(\frac{u}{3}\right)$$

$$x_2 = 2\sqrt{p}\cos\left(\frac{u}{3} + 120°\right)$$

$$x_3 = 2\sqrt{p}\cos\left(\frac{u}{3} + 240°\right)$$

Case II: $q^2 - p^3 positive\ (one\ root\ real\ , tworoots\ imaginary)$

$$x_1 = \left(q + \sqrt{q^2 - p^3}\right)^{1/3} + \left(q + \sqrt{q^2 - p^3}\right)^{1/3}$$

Case III: $q^2 - p^3 = 0 (three\ root\ real, tworoots\ equal)$

$$x_1 = 2q^{1/3}, x_2 = x_3 = -q^{1/3}$$

For general cubic equation

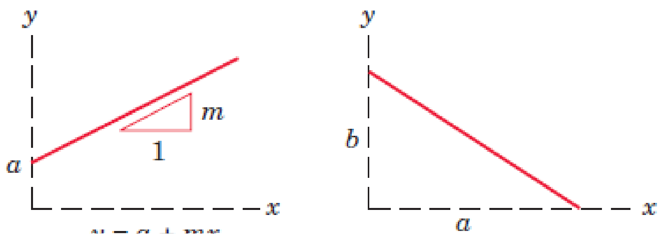
$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

Substitute $x = x_0 - \frac{a}{3}$ *and get* $x_0^3 = Ax_0 + B$.

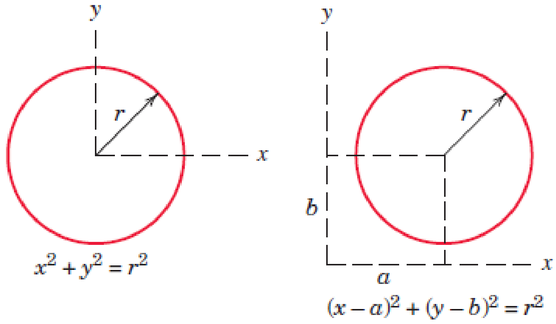
The proceed as above to find values of x_0 from which $x = x_0 - a/3$

Analytic Geometry

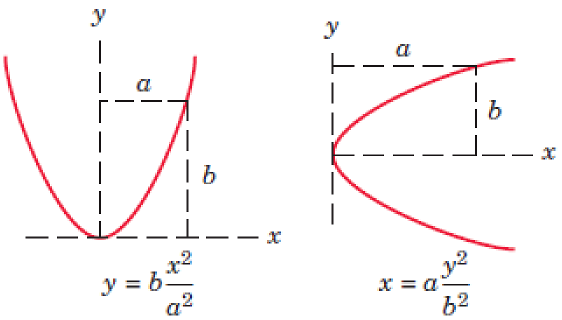
Straight line 1.



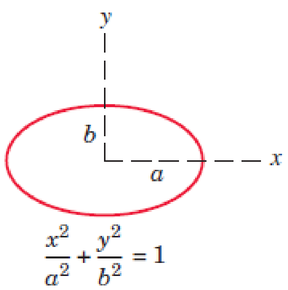
2. Circle



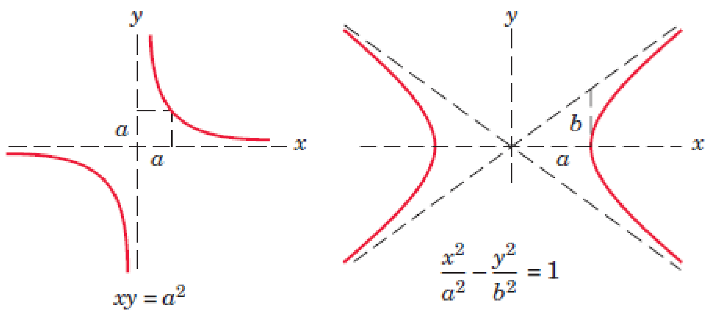
3. Parabola



4. Ellipse

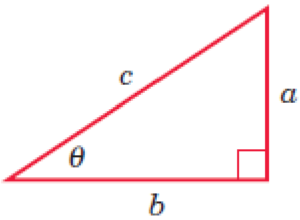


5. Hyperbola



Trigonometry

1. Definition



$$sin\theta = \frac{a}{c}$$

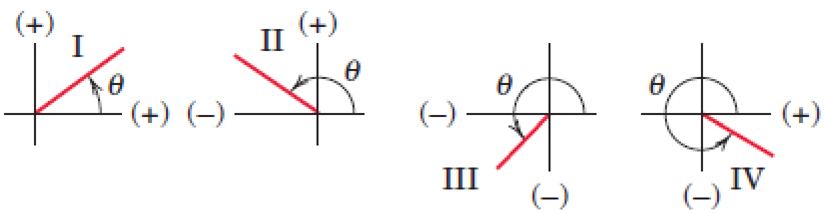
$$cos\theta = b/c$$

$$cos\theta = \frac{c}{a}$$

$$tan\theta = a/b$$

$$sec\theta = c/b$$

2. Signs in the quadrants



	I	II	III	IV
sinθ	+	+	–	–
cosθ	+	–	–	+
tagθ	+	–	+	–
cesθ	+	–	–	–
secθ	+	–	–	+
cotθ	+	–	+	–

3. Miscellaneous relation

$$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$1 + tan^2\theta = sec^2\theta$$

$$1 + cot^2\theta = csc^2\theta$$

$$\text{Sin}\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - cos\theta)}$$

$$\text{Cos}\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + cos\theta)}$$

$$sin2\theta = 2\sin\theta\ cos\theta$$

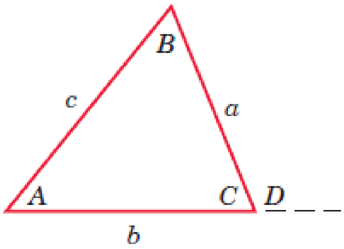
$$Cos2\theta\ = cos^2\theta$$

$$\sin(a \pm b) = sina\ cos\ b \pm cos\ a\sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a\ cosb\ \pm \sin a \sin a\sin b$$

4. Law of sines

$$\frac{a}{b} = \frac{sinA}{sinB}$$



5. Law of cosines

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos D$$

Ceries

(Expression in brackets following series indicates range of convergence.)

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2!}\ x^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots [x^2 < 1]$$

$$sinx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots \quad [x^2 < \infty]$$

$$cosx = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots \quad [x^2 < \infty]$$

$$\sinh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots \quad [x^2 < \infty]$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots \quad [x^2 < \infty]$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos\frac{n\pi x}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n sin\frac{n\pi x}{l} dx$$

Where $a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x) cos\frac{n\pi x}{l} dx;\ b_n = \frac{1}{2}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{n\pi x}{l} dx$

[Fourier expansion for $-l < x < l$]

Derivatives

$$\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1};\ \frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}\ ;\ \frac{d(\frac{u}{v})}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$\lim_{\Delta x \to 0} sin\,\Delta x = \sin dx = \tan dx = dx$

$\lim_{\Delta x \to 0} cos\,\Delta x = \cos dx = 1$

$\frac{d\ sinx}{dx} = \cos x\ ; \frac{d\cos x}{dx} = -\sin x;\ \frac{d\tan x}{dx} = sec^2 x$

$\frac{d\ sinh\ x}{dx} = \cosh x\ ; \frac{d\cosh x}{dx} = -\sinh x;\ \frac{d\tanh x}{dx} = sech^2 x$

Integrals

$$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\int \frac{dx}{x} = lnx$$

$$\int \sqrt{a+bx}\ dx = \frac{2}{3b}\sqrt{(a+bx)^3}$$

$$\int x\sqrt{a+bx}\ dx = \frac{2}{15b^2}(3bx - 2a)\sqrt{(a+bx)^3}$$

$\int x^2\sqrt{a+bx}dx = \frac{2}{105b^3}(8a^2 - 12abx + 15b^2x^2) + \sqrt{(a+bx)^3}$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2\sqrt{a+bx}}{b}$$

$$\int \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{b-x}}\,dx = -\sqrt{a+x}+\sqrt{b-x}+(a+b)sin^{-1}\sqrt{\frac{a+x}{a+b}}$$

$$\int \frac{xdx}{a+bx} = \frac{1}{b^2}[a+bx-aln(a+bx)]$$

$$\int \frac{xdx}{(x+bx)^n} = \frac{(a+bx)^{1-n}}{b^2}\left(\frac{a+bx}{2-n}-\frac{a}{1-n}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}}\,tan^{-1}\frac{x\sqrt{ab}}{a} \qquad or \qquad \frac{1}{\sqrt{-ab}}tanh^{-1}\frac{x\sqrt{-ab}}{a}$$

$$\int \frac{xdx}{a+bx^2} = \frac{1}{2b}\ln(a+bx^2)$$

$$\int \sqrt{x^2\pm a^2}\,dx = \frac{1}{2}[x\sqrt{x^2\pm a^2}\pm a^2\ln(x+\sqrt{x^2\pm a^2}$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\,sin^{-1}\frac{x}{a}\right)$$

$$\int x\sqrt{a^2-x^2}dx = -\frac{1}{3}\sqrt{(a^2-x^2)^3}$$

$$\int x^2\sqrt{a^2-x^2}dx = -\frac{x}{4}\sqrt{(a^2-x^2)^3}+\frac{a^2}{8}\left(x\sqrt{a^2-x^2}+a^2sin^{-1}\frac{x}{a}\right)$$

$$\int x^3\sqrt{a^2-x^2}dx = -\frac{1}{5}\left(x^2+\frac{2}{3}a^2\right)\sqrt{(a^2-x^2)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\ln(\sqrt{a+bx+cx^2}+x\sqrt{c}+\frac{b}{2\sqrt{c}}) \;\; or$$

$$\frac{-1}{\sqrt{-c}}sin^{-1}\left(\frac{b+2cx}{\sqrt{b^2-4ac}}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}} = \ln(x+\sqrt{x^2\pm a^2})$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = sin^{-1}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \sqrt{x^2-a^2}$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2\pm x^2}} = \pm\sqrt{a^2\pm x^2}$$

$$\int x\sqrt{x^2 \pm a^2}dx = \frac{1}{3}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}$$

$$\int x^2\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{x}{4}\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} \pm \frac{a^2}{8}x\sqrt{x^2 \pm a^2} - \frac{a^2}{8}\ln(x + (x^2 \pm a^2)$$

$$\int \sin x\,dx = -cs\,x$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x$$

$$\int \sec x\,dx = \frac{1}{2}ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x}$$

$$\int sin^2x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$$

$$\int cos^2x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$$

$$\int \sin x \cos x\,dx = \frac{sin^2x}{2}$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x$$

$$\int \cosh x\,dx = \sinh x$$

$$\int \tanh x\,dx = \ln\cosh x$$

$$\int \ln x\,dx = x\ln x - x$$

$$\int e^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int xe^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$$

$$\int e^{ax}\sin px\,dx = \frac{e^{ax}(\mathrm{a}\sin px - p\cos px)}{a^2+p^2}$$

$$\int e^{ax}\cos px\,dx = \frac{e^{ax}(a\cos px + p\sin px)}{a^2+p^2}$$

$$\int e^{ax}sin^2x\,dx = \frac{e^{ax}}{4+a^2}(a\,sin^2x - \sin 2x + \frac{2}{a})$$

$$\int e^{ax} cos^2 x \, dx = \frac{e^{ax}}{4+a^2}(a \, cos^2 x + \sin 2x + \frac{2}{a})$$

$$\int e^{ax} sinx \cos x \, dx = \frac{e^{ax}}{4+a^2}(\frac{a}{2}\sin 2x - \cos 2x)$$

$$\int sin^3 x \, dx = -\frac{\cos x}{3}(2 + sin^2 x)$$

$$\int cos^3 x \, dx = \frac{\sin x}{3}(2 + cos^2 x)$$

$$\int cos^5 x \, dx = \sin x - \frac{2}{3} sin^3 x + \frac{1}{5} sin^5 x$$

$$\int x \sin x \, dx = \sin x - x \cos x$$

$$\int x \cos x \, dx = \cos x + x \sin x$$

$$\int x^2 \sin x \, dx = 2x \sin x - (x^2 - 2)\cos x$$

$$\int x^2 \cos x \, dx = 2x \cos x + (x^2 - 2)\sin x$$

$$\begin{cases} \rho_{xy} = \dfrac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{dy^2}{dx^2}} \\ \rho_{r\theta} = \dfrac{\left[r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2\right]^{3/2}}{r^2+2\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 - r\frac{d^2 r}{d\theta^2}} \end{cases} \qquad \textit{Radius of curvature}$$

II-Useful tables

Physical properties

Density

	Kg/m^3		Kg/m^3
P_{atm}, 20 ℃ Air	1.262	Iron(cast)	7 210
Aluminum	2 690	Lead	11 370
Concreate(av.)	2 400	Mercury	13 570
Copper	8 910	Oil(av.)	900
Earth wet(av.) Dry(av.)	1 760 1 280	steel	7 830
Glass	2 590	Titanium	3 080
Gold	19 300	Water (fresh) (salt)	1 000 1 030
Ice	900	Wood(soft pine) (Hard oak)	480 800

Typical values of coefficient of Friction

Contacting surface	Static,μ_s	Kinetic, μ_k
Steel on steel (dry)	0.6	0.4
Steel on steel (greasy)	0.1	0.05
Teflon on steel	0.04	0.04
Steel on Babbitt(dry)	0.4	0.3
Steel on Babbitt(greasy)	0.1	0.07
Brass on steel (dry)	0.5	0.4
Break lining on cast Iron	0.4	0.3
Rubber tires on smooth pavement (dry)	0.9	0.8
Wire rope on iron pulley (dry)	0.2	0.15
Hemp rope on metal	0.3	0.2
Metal on ice		0.02

Solar system constant

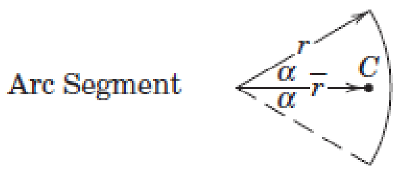
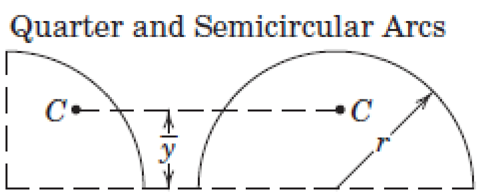
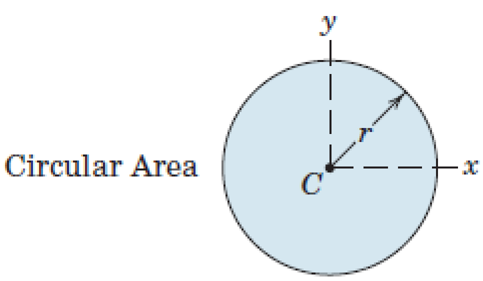
Universal gravitational constant	G=6.673x10^{-11} $m^3/kg.s^2$
Mass of Earth	$m_e = 5.976x10^{24}\ kg$
Period of Earth rotation's (1sidereal day)	23h56min4s=23.9344h
Angular velocity of Earth	$\omega = 0.7292x10^{-4}rad/s$

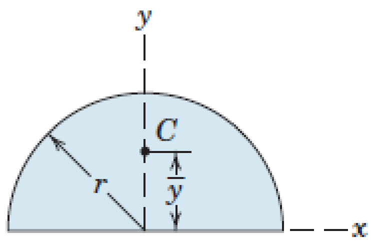
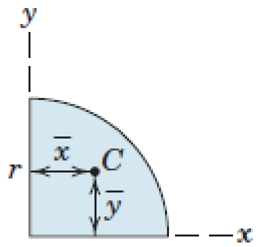
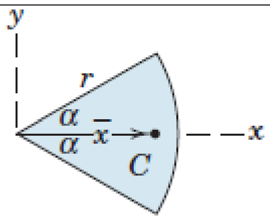
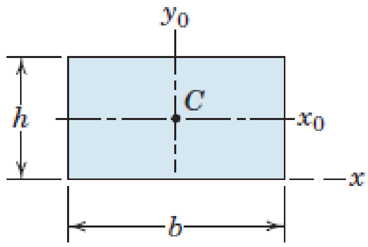
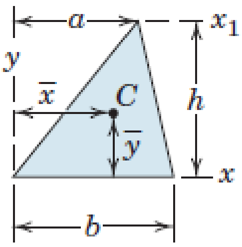
Mean angular velocity of Earth-Sun line	$\omega' = 0.1991x10^{-6}\, rad/s$
Mean velocity of Earth's center about Sun	107 200 km/h

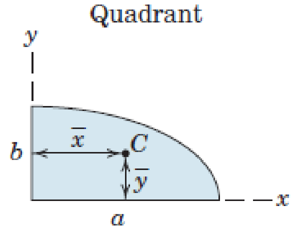
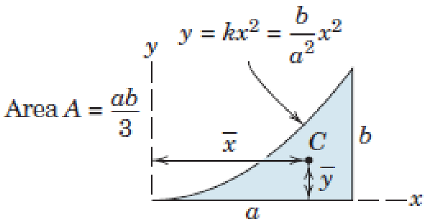
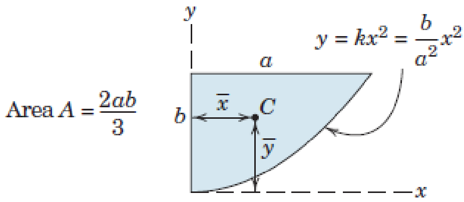
Body	Mean distance to Sun km	Eccentricity of orbit e	Period of orbit Solar day	Mean diameter km	Mass relative to Earth	Surface gravitational acceleration m/s^2	Escape velocity Km/s
Sun	-	-	-	1 392 000	333 000	274	616
Moon	384 398	0.055	27.32	3 467	0.0123	1.62	2.37
Mercury	$57.3x10^6$	0.206	87.97	5 000	0.054	3.47	4.17
Venus	$108x10^6$	0.0068	224.70	12 400	0.815	8.44	10.24
Earth	$149.6x10^6$	0.0167	365.26	12 742[2]	1.000	9.821[3]	11.18
Mars	$227.9x10^6$	0.093	686.98	6 788	0.107	3.73	5.03
Jupiter	$778x10^6$	0.0489	43333	139 822	317.8	24.79	59.5

Jupiter is not a solid body

Properties of plane figures

Figures	Centroid	Area moments of Inertia
	$\bar{r} = (r\, sin\alpha)/\alpha$	−
	$\bar{y} = \frac{2r}{\pi}$	−
	−	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4}$ $I_z = \frac{\pi r^4}{2}$

Semicircular Area 	$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{8}$ $\bar{I}_x = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$ $I_z = \frac{\pi r^4}{4}$
Quarter-Circular Area 	$\bar{x} = \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16}$ $\bar{I}_x = \bar{I}_y$ $= \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) r^4$ $I_z = \frac{\pi r^4}{8}$
Area of Circular Sector 	$\bar{x} = \frac{2}{3} \frac{r\sin\alpha}{\alpha}$	I_x $= \frac{r^4}{4}\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)$ I_y $= \frac{r^4}{4}\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)$ $I_z = \frac{1}{2} r^4 \alpha$
Rectangular Area 	–	$I_x = \frac{bh^3}{3}$ $\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$ $\bar{I}_z = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$
Triangular Area 	$\bar{x} = \frac{a+b}{3}$ $\bar{y} = \frac{h}{3}$	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_{x1} = \frac{bh^3}{4}$

Area of Elliptical Quadrant 	$\bar{x} = \frac{4a}{3\pi}$ $\bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$	$I_x = \frac{\pi a b^3}{16}$ $\bar{I}_x = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) a b^3$ $I_y = \frac{\pi a^3 b}{16}$ $\bar{I}_y = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) a^3 b$ $I_z = \frac{\pi a b}{16}(a^2 + b^2)$
Subparabolic Area 	$\bar{x} = \frac{3a}{8}$ $\bar{y} = \frac{3b}{5}$	$I_x = \frac{a b^3}{21}$ $I_y = \frac{a^3 b}{5}$ $I_z = ab\left(\frac{a^3}{5} + \frac{b^2}{21}\right)$
Parabolic Area 	$\bar{x} = \frac{3a}{8}$ $\bar{y} = \frac{3b}{5}$	$I_x = \frac{2ab^3}{7}$ $I_y = \frac{2a^3 b}{15}$ $I_z = 2ab\left(\frac{a^2}{15} + \frac{b^2}{7}\right)$

اخځليکونه

1. **يابلونسكي . آ . آ ، و. م – نيكفوروا. نظري ميخانيک–روسيه- مسكو 2006**
2. **نيكيتين . اي . ام - نظري ميخانيک –روسيه-مسكو2003**
3. **Beer and Johnston: Vector Mechanics for Engineers, Statics USA.2004**
4. آ. اكيموف -نظري ميخانيک .- عملي درسونه –سپينه روسيه- مينسک 2010
5. م . كيرسانوف نظری ميخانيک – د مسايلوحل –روسيه- مسكو 2004
6. گريگوريوا.ن.آ - دقواوو فضايي سيستم –روسيه- تومسک 2005
7. سولودوبنيكوف .گ.آ- خطي الجبر د تحليلي هندسي د توكوسره–روسيه- مسكو 1987
8. گيلفند.اي.م- د كارديناتو ميتود–روسيه- مسكو 1983
9. د ستاتيک په هكله بيلا بيل لكچرونه،ليكني ،كتابونه او انترنټ