تقریظ

داوسنۍ هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائې په علم کښې نښتې ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ،کله چه د علم په ډ ګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده. که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې وروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي.

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي. د نوموړي دغه آثار(لوګارتم) علمي او خیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډکر کښې نه هیریدونکي اقدام ده.

Ketabton.com

ketabton.com - The Digital Library

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلې استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موثر تمامیدلي شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړي زده کړي ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولي بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځاي کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انګلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ځوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له څښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

ketabton.com - The Digital Library

پېيل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډېر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقی نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

ketabton.com - The Digital Library

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوپل وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي یې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونګړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پېښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو ویناوي :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږی د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور وویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون ووایې : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږی نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

ketabton.com - The Digital Library

راجر بیکن وو ایې : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لټې کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایې : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکې ندي او ټول د ریاضي ښوونکې ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایې : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر $\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

ketabton.com - The Digital Library

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکي اشخاص باید خپلې ملي ژبي ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللي افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

ketabton.com - The Digital Library

د رياضي علوم

د رياضياتو په تعريف کې ويل کېږي، چې يو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځينې کميتونه (مقادير) د ځينې نورو کميتونو په واسطه د هغو دقيقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمينځ وجود لري، تعين او بحث کوي.

کميت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتيا ولري، زيات او يا کم شي کميت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور رياضي پوه له نظره (دکارت):

رياضيات د نظم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کليت قاطعيت او بارزوالي په پام کې نيولو سره چې د رياضياتو تعريف مو بشپړ کړی وي، ويل کېږي.

رياضيات د کميتونو غير مستقيمه اندازه ګيري ده او د کميتونو ترمينځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کميتونو د څېړنې لپاره په کوچنيو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، اناليز، وکتور، متركس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کميتونو او هندسه د منتصل کميتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ketabton.com - The Digital Library

دا ډول فورمولونه چې په واقعیت کې د غیر مشخص کمیتونو اړیکې څرګندوي، د ریاضي په الجبر څانګې پورې اړه لري، په دې توګه الجبر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

دکارت په اوولسم قرن کې یو هندسي شکل د یو الجبري معادلې په واسطه ارایه کړ، چې د مختصاتو په سیستم پورې اړه درلوده او تحلیلي هندسه یې مینځته راوړه، په دې ترتیب الجبر د ریاضي هغه برخه ده، چې هم منفصل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضي مفاهیمو د منشاء په هکله باید ووایو چې دا مفاهیم د انسان ذهن ته د خارجي جهان د تجربې او لیدنې کتنې څخه حاصل او په لاس راغلی، چې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیر منظم شکل یې منظم او یا منظم شکل ته یې غیر منظم شکل ورکړی، لېکن مشهور فیلسوف او ملګري یې هر ډول مفهوم د تجربې او عمل محصول ګڼي، ولې په مقابل کې یې عقلي فلاسفه لکه دکارت واسپتیوزوا، اولایب ننز په عقل ممتاز او مستقل له تجربې څخه ګڼي او په دې عقیده دي، چې انتان لرونکي د فطري افکارو دي او له تجربې څخه یې مستقل ګڼي؛ مثلا دکارت او کانت په دې عقیده دي، چې په طبیعت کې اساساً عدد وجود نه لري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګه د هندسې په اړه نوموړي وایي، چې اصلاً هندسي اشکال په طبیعت کې وجود نه لري او ټول اجسام درې بعدي دي، په دې ترتیب دوه یو اړخیزې قطري مینځته راځي، چې یوه یې محض د تجربې او عمل اصالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

په هر ترتیب په لنډ ډول وایو، دا تجربه ده، چې د ریاضي لومړني مفاهیم انسان ته تلقین او بیا د ذهن عقل او فکر فعالیت دي، چې هغه له سره نوي، کامل او یا متغیر شکل ورکوي او د خپل د علاقې وړ شکل، حالت ته یې راولي؛ مثلا د تسبیح دانې او داسې نور د اعدادو د ښودلو لپاره په کار یووړل شو، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

ketabton.com - The Digital Library

د فکـر متـداوم او فعـال جریـان حتـی منفـي او موهـومي عددونـه رامینځتـه کـړل، همدارنګـه هندسي مفـاهیم د ډېـر کـوچني شـي د لیـدلو څخـه د نقطـې مفهـوم د نـازک او باریـک سـیم د لیـدلو څخـه د خـط مفهـوم د سـپوږمۍ د لیـدلو څخـه د دایـرې مفهـوم د هګـۍ د لیـدلو څخـه، د بیضـوي مفهـوم رامینځتـه شـو، چـې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

پـه مصر کې د نیـل د سیند طغیـان چې ځمکې بـه یې خرابې او حدود بـه یې لـه مینځـه وړل، د مثلـث، مربـع او مسـتطیل او مسـاحت مفاهیـم مینځتـه راغلـل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضـیاتو روش ددې علـم پـه مبـداء او منشـاء کـې د یـو شـمېر اصـولو وضـع کـول دي، چـې ددې اصـولو پـه کـار اچولـو سـره او پـه هغـوی اسـتدلال کـول، یـو سلسـله قضـیې مینځتـه راوړي، چې پـه منطقـي ډول لـه لـومړني اصـولو څخـه پـه لاس راځي.

پـه بل عبارت:

د ریاضـیاتو روش یـو جـوړوونکی قیـاس یـا قضـیې دي، چـې پـایلې یـې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغـه څـه چـې د یـو شـي طبیعـت، ذات، خـواص واضـح او روښـانه کـړي، یـا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

پـه بـل عبـارت؛ د ریاضـي تعریـف یـو قضـیه ده، چـې د یـو معـین مقـدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $0^0 < \alpha < 90^0$ وي، حاده زاویه ده.

ketabton.com - The Digital Library

ii. بدیهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضیه ده، چې بدیهه ښکاري او د معینو مقادیرو ترمینځ د یوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، یا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات یې ناممکن وي، کېدای شي د هغه نه انکار وشي او یا تجدید شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلایل چې دا اصول یې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه یې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقلیدوس موضوعه اصول.

د ریاضي استدلال او برهان:

معمولاً ویل کېږي، چې د ریاضي استدلال قیاس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د یوې کلي قضیې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقا نورې قضیې نتیجه ګیري کېږي؛ مثلاً د یو مستطیل د تعریف څخه چې یوه کلي قضیه ده، د مستطیل نور خواص نتیجه ګیري کېږي.

ولې اکثر د ریاضي علما د ریاضیاتو قیاس روش نه قبلوي او وایي چې ریاضیات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرایي روش یې درلود، چې بیا د استقرا نه قیاس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضایي هندسې ته رسېدلي دي.

د ریاضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعیتونو په اساس خپل فعالیت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پایلو ته د

ketabton.com - The Digital Library

رسېدلو په خاطر انتخاب او حاصل شوي نتایج بیا د بعدي استدلال لپاره په کاروي.

معمولا د ریاضي په استدلال کې د تجربې او تحلیل روش نه کار اخلي، چې دا په حقیقت کې د کل څخه تجزیه تلل دي او یا هم د تکریبي روش څخه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونه کېږي، چې تحلیل او ترکیب یو د بل تکمیل کوونکي دي، د تجزیې پرته ترکیب او د ترکیب پرته تجزیه ناقصه ده، د ریاضي له تعریف نه شروع او مطلوب قضیې ته رسېږي، ولې په تحلیل او تجزیه کې د قضیې نه تعریف ته رسېږو، په دې ترتیب تحلیل له قضیې نه پر تعریف ختمېږي او ترکیب له تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضیاتو علمي ارزش او استعمال یې په نورو علومو کې:

همغسې چې مخکې یادونه وشوه، علوم د عمل او تجربې څخه سرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضي په برخه کې هم لومړني مفاهیم له عیني جهان او تجربې څخه اخیستل شوي دي او بیا یې توسعه او انکشاف کړی دی، چې ثابت او استوار قوانین او روابط لري.

چې یو کمیت د بل کمیت له مخې تعین او پیدا کوي، د ریاضي علومو لړۍ اوس کچې ته رسېدلی، چې د تجربې پرته د مقادیرو تر مینځ ثابت روابط او قوانین رامینځته کړي.

په داسې حال کې چې ریاضیات یو ذهني علم شمېرل کېږي، خو لومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علم کاملاً دقیق، قاطع او مسلم احکام یې حقیقي دقیق او مطمین دي، چې هیڅوک په کې تردید نه لري، په همدې دلیل هر تجربې علم چې د ریاضي

ketabton.com - The Digital Library

په چوکاټ کې ولوېږي او د ریاضي فورمولونه پرې تطبیق شي، همغومره به قاطع، دقیق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظریات او تیوري ګانې د ریاضي په قالب او فورمولونو کې ارایه کړي.

په دې مورد کې لارد کالوین د فزیک یو مشهور عالم وایي:

((کله چې د یو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه یې ارایه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغیر به مو معلومات نیمګړي وي.))

بله دا چې ځینې عالمان وایي:

((شناخت عبارت د اندازه ګیری څخه ده.))

د نجوم فزیک عالمان غالباً داسې روابط په ریاضي کې برقرار او قایموي چې د غسې جهان سره انطباق لري، یعنې د ریاضي قوانینو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزیک، نجوم، تحلیلي او محاسبوي کیمیا، روانشناسي، انجینري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د ریاضي د پوښښ او قالب پرته به نیمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقیقت به خپله د ساینس پوهنځي په ځلورو کلونو کې احساس کړي.

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضي اوومه عملیه ده، چې ریاضي د عملیو د ډېرو لویو او یا د ډېرو کوچنیو عددونو په محاسبه کې؛ لکه ضرب، تقسیم، طاقت، جذر، نمایي (اکسپوننشیل) معادلې، نفوسو د تکثر مسایل، د بکتر یا دوه ګوني وېش، د رادیو اکتیف موادو تخریب، بانکونو په مرکبه ربحه او اداسې نورو ځایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګاریتم هغه عملیه ده، چې د ضرب او تقسیم عملیې په جمع او تفریق په عملیو، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګاریتم یوه داسې عملیه ده، چې نه یوازې محاسبه ساده کوي، بلکې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیه د لومړي ځل لپاره د یو مسلمان ریاضي پوه (الخوارزمي AL-Khwarizmi) له خوا وپېژندل شوه او د یوه سکاتلندي ریاضي پوه (جان نیپر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسته د جان نیپر د مړینې څخه (برکس Briggs) نومې عالم د جان نیپر د زوی په مرسته د لومړي ځل لپاره د لوګاریتم جدول د لسو (10) په قاعده ترتیب او منتشر کړی.

بالاخره د دې عملیې په واسطه د محاسبې خطکش، د حساب ماشین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګاریتم په واسطه مسایل په اسانه، ژر، په لږ وخت او په دقیق ډول سره

ketabton.com - The Digital Library

حل کېږي.

لوګاریتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاریتم په لغت کې د متناسبو اعدادو شمېرلو ته وایي او په اصطلاح کې د اکسپوننشیل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاریتم وایي.

اکسپوننشیل معادله:

هغه معادله ده، چې توان یې مجهول وي، عمومي شکل $a^x = b$ ، چې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$

دا چې د اکسپوننشیل معادلې معکوس شکل ته لوګاریتم وایي، نو لیکو چې:

$b = a^x$ یو اکسپوننشیل معادله ده، نو معکوسه شکل یې عبارت ده له $Log_a^b = x$ څخه.

یاملرنه:

کولی شو، چې اکسپوننشیل معادله په لوګاریتمي معادلو او لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل معادلو بدلې کړو.

مثال: لوګاریتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشیل.

اکسپوننشیل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

په بل عبارت سره: لوګاریتم د x عدد ($x > 0$) د a په قاعده ($a \neq 1, a > 0$) عبارت له هغه عدد څخه دی، چې a د نوموړي عدد په توان رفع شي، نو حاصل یې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

ketabton.com - The Digital Library

4). $Log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$
5). $Log_{3}^{9} = 2 \Rightarrow 3^2 = 9$
6). $Log_{25}^{625} = 2 \Rightarrow 25^2 = 625$
7). $Log_{13}^{169} = 2 \Rightarrow 13^2 = 169$
8). $Log_{21}^{441} = 2 \Rightarrow 21^2 = 441$
9). $Log_{20}^{400} = 2 \Rightarrow 20^2 = 400$
10). $Log_{30}^{900} = 2 \Rightarrow 30^2 = 900$

په بل عبارت سره:

فرضوو چې N او b دوه داسې مثبت حقيقي عددونه دي، چې $b \neq 0$ او $a \neq 1$ وي، نو د N عدد لوګاريتم د b په قاعده د a څخه عبارت دی، که چېرې د b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_b^N = a \Leftrightarrow b^a = N$$

$Ex: 4^2 = 16 \Leftrightarrow Log_4^{16} = 2$

$Ex: 10^3 = 1000 \Leftrightarrow Log_{10}^{1000} = 3$

$Ex: 6^0 = 1 \Leftrightarrow Log_6^1 = 0$

په بل عبارت سره:

که $y = a^x$ اکسپوننشیل تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د (y) لوګاريتم وايي، چې دغه عبارت په رياضي کې داسې ($x = Log_a^y$) ښودل کېږي.

يا په بل عبارت سره:

که $a > 0$ او $a \neq 1$ او هم $N > 0$ وي، د N عدد لوګاريتم د a په قاعده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعريف رياضي په ژبه داسې ليکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases} Log_a^N = x \\ N = a^x \end{cases}$ لوګاريتمي تابع / نمايي (اکسپوننشيل) تابع

1). $Log_6^{36} = 2 \Rightarrow 36 = 6^2$

2). $Log_2^{1/16} = -4 \Rightarrow \frac{1}{16} = 2^{-4}$

ketabton.com - The Digital Library

$3). Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

یا په بل عبارت:

د یوه طاقت توان ته لوګاریتم وایي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاریتم وایي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعریفونو له مخې د یوه عدد لوګاریتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د یوه عدد لوګاریتم نظر یوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

پاملرنه:

له یوه څخه د لویو عددونو لوګاریتم مثبت او له یوه څخه د کوچنیو عددونو لوګاریتم منفي دی.

همدارنګه لوګاریتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

همدا شان د یو لوګاریتم صفر دی، او د صفر لوګاریتم منفي لایتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاریتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^1 = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

ketabton.com - The Digital Library

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوګاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0{,}1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0{,}01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0{,}001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0{,}0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوګاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوګاریتم نه لري.

د لوګاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0{,}1$	10^{-1}	–1
$\frac{1}{100} = 0{,}01$	10^{-2}	–2
$\frac{1}{1000} = 0{,}001$	10^{-3}	–3
$\frac{1}{10000} = 0{,}0001$	10^{-4}	–4

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي تابعګانې

(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ یوه نمایي (اکسپوننشیل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

یعنې د نمایي تابع معکوس حالت ته لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Do\min\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

یعنې د لوګاریتمي تابع ډومین د نمایي تابع رینج او د لوګاریتمي تابع رنج د نمایي تابع ډومین دی.

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه

(Logarthmic Function Laws):

۱. د لوګــاریتمي تــابع د کمیتونــو ســاحه د مثبتــو عــددونو لــه ســیټ څخــه عبارت ده.

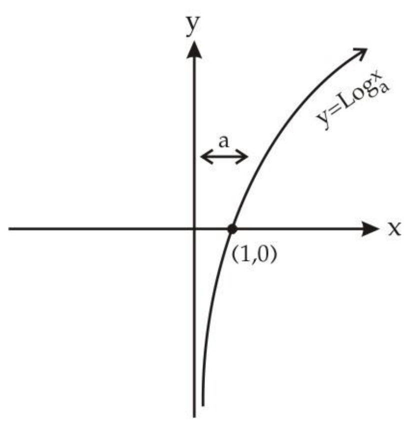
۲. څرنګـه چـې Log_a^1 د هـرې اختیـاري قاعـدې لپـاره مسـاوي پـه صـفر سـره ده، نـو پـه دې اساس ویلـی شـو، چـې هـر لوګـاریتمي تـابع یـوازې یـو جـذر $x_0 = 1$ لـري، چـې پـه دې ترتیـب د هـر لوګـاریتمي تـابع ګـراف پـه قـایمو مختصـاتو کـې د $(1,0)$ له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هـره لوګـاریتمي تـابع یـو پـه یـو یـا (Injection) ده، یعنـې د هـر $x_1 = x_2$ لپـاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

کـه $y = Log_a^x$ تـابع ولـري، دلتـه (a) دوه حالتـه لـري، چـې ګـراف یـې هـم فـرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

$y = Log_a^x$

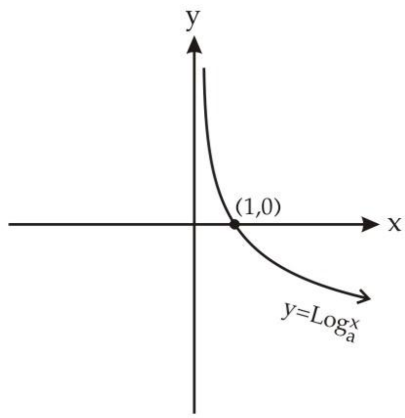


x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$

ketabton.com - The Digital Library



x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$

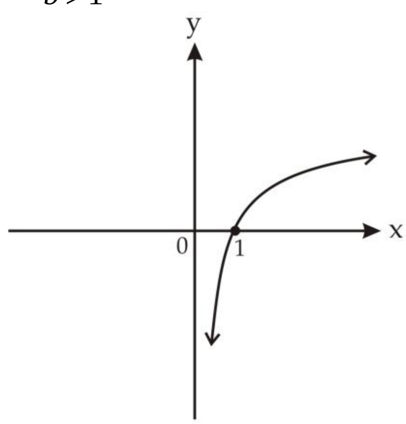
$y = Log_a^X$ ګراف

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو ګراف يې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$

$b > 1$



$Domain = (0, \alpha)$

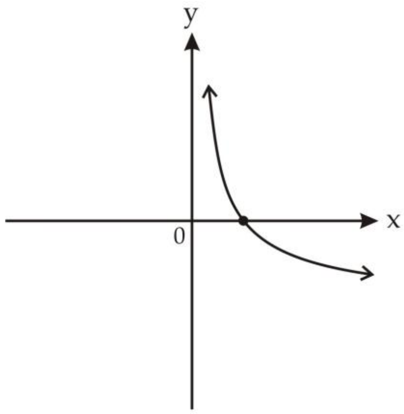
$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. که چېرې $0 < b < 1$ وي، نو ګراف، دومين او رنج يې په لاندې ډول سره دی.

$y = Log_a^X$

$0 < b < 1$

ketabton.com - The Digital Library



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاریتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقیم خط ته متناظر دی.

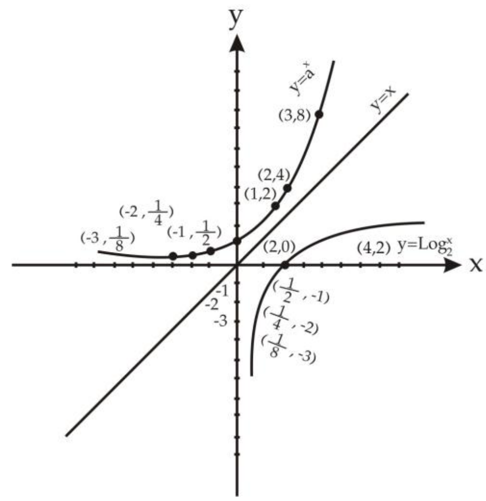
دلته (a) دوه حالتونه لري:

۱. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، یعنې $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قایم مجانب یې $x = 0$ خط دی.

x	$y = 2^x$	نمایي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	1/2	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	1/4	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	1/8	$\Rightarrow (-3,1/8)$

x	Log_a^y	لوګاریتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
1/2	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
1/4	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
1/8	-3	

الف شکل:



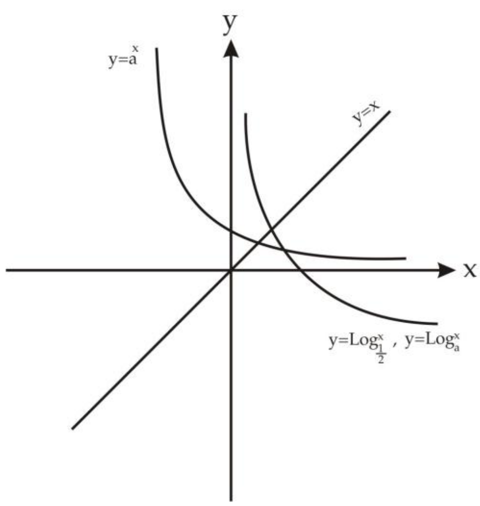
$$Domin\,of\ y=2^x \Rightarrow (-\alpha,\alpha) \Leftrightarrow Range\,of\ y=Log_2^x$$
$$Range\,of\ y=2^x \Rightarrow (0,\alpha) \Leftrightarrow Domin\,of\ y=Log_2^x$$

۲. که چېرې $0<a<1$ وي، یعنې $a=\frac{1}{2}$ فرض شي، $y=Log_{\frac{1}{2}}^x$ وساتو، په دې صورت کې تابع نزولي ده.

نو په هغه صورت کې چې $0<a<1$ وي، د $y=Log_x^a$ تابع ګراف په لاندې ډول ده.

دیترګراف په خپر کمیتونه ورکوو:

ب شکل:



ketabton.com - The Digital Library

لــه بلــې خــوا پــوهېږو چــې لوګــاریتمي او اکسپوننشــیل تابعګــانې یــو د بــل معکــوس دي، اوس کــه چېــرې f تــه نمــایي تــابع او f^{-1} تــه لوګــاریتمي تــابع ووایو، نو ددوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثـــال: د $f(x) = Log_5^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(\frac{1}{25}), f(1), f(5)$ او $f(125)$ کــې پیــدا کړئ؟

حـل: پـه راکـړل شـوي تـابع کـې د x پرځـای قیمتونـه لیکـو، چې پـه نتیجـه کې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثـــال: د $f(x) = \log_3^x$ تــابع قیمتونــه پــه $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کــې پــه لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

ketabton.com - The Digital Library

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x)=Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x)=Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمايي) تابع ګانې يو پر بل تبديلول

(Logarithmic Function)

لاندې نمايي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلوو:

1). $100^0 = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

2). $10^{-4} = 0{,}0001 \Rightarrow \log_{10}^{0{,}0001} = -4$

3). $10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

4). $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

5). $(\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

6). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمايي حالت تبدیلوو:

1). $\log_{2}^{4x} = x \Rightarrow 2^x = 4x$

2). $\log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

3). $\log_{c}^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

4). $\log_{10}^{0{,}01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0{,}01$

5). $\log_{8}^{1} = 0 \Rightarrow 8^0 = 1$

6). $\log_{2}^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

ketabton.com - The Digital Library

عملي مثالونه:

د اکسپونشیل شکل څخه لوگاریتمي شکل ته د معادلو تبدیلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوگاریتمي معادلې په اکسپونشیل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^1 = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^5 = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \frac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوگاریتمي شکل په اکسپونشیل (نمایي) شکل بدلول او اکسپونشیل شکل په لوگاریتمي شکل بدلول.

ketabton.com - The Digital Library

1). $Ex : \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex : \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex : \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex : \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex : \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex : \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex : \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex : \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex : \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ ذ

10). $Ex : \log_{10}^1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لاندې افادې د اکسپوننشیل نه په لوګاریتمي او د لوګاریتمي شکل نه په اکسپوننشیل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^1 = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

ketabton.com - The Digital Library

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمايي شکل ولیکئ.

1). $\log_{8}^{2} = \dfrac{1}{3}$

2). $\log_{27}^{3} = \dfrac{1}{3}$

3). $\log_{4}^{\frac{1}{32}} = -\dfrac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^{1} = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \dfrac{1}{2}$

8). $\log_{5}^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \dfrac{3}{2}$

10). $\log_{32}^{4} = \dfrac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشیل (نمايي) رابطې په لوګاریتمي شکل ولیکئ؟

1). $5^{4} = 625$

2). $7^{-1} = \dfrac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \dfrac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \dfrac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص
(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$\Pr oof: \quad \log_a^1 = 0 \Rightarrow a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \Rightarrow 1000^0 = 1$

دویم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \Rightarrow 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

درېیم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad b \neq 1$

$\Pr oof = \log_b^{b^r} = r \qquad \Rightarrow b^r = b^r$

ketabton.com - The Digital Library

$Ex = \ \log_{20}^{20^2} = 2 \ \Rightarrow \ 20^2 = 20^2$

$Ex = \ \log_x^{x^6} = 6 \ \Rightarrow \ x^6 = x^6$

شلورم خاصیت: د یوه حاصل ضرب لوګاریتم په یوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاریتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\Pr oof = \quad \log_a^m = x \ \Rightarrow \ a^x = m$

$\log_a^n = y \ \Rightarrow \ a^y = n$

$a^x . a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشیل (نمایي تابع) شکل لري، نو لوګاریتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \quad \Rightarrow \quad \log_a^{m.n} \Rightarrow x + y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکیني قیمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n \qquad \left.\begin{array}{l} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{array}\right\}$

$Ex: \ \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \ \Rightarrow \ 1 + \log_x^2$

$Ex: \ \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \ \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \ \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل لیکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې لیکو:

$1: \ \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \ \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \ \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \ \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \ \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

ketabton.com - The Digital Library

لاندې افادې چې د جمعې په شکل ليکل شوي، د ضرب په شکل يې تبديل کړئ؟

1. $\log_7^{\frac{x^3}{5y^4}} + \log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}} = ?$

$Solution: \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}.\frac{5.y^4}{x^2})} = \log_7^{(\frac{x}{1})} \Rightarrow \log_7^x$

2. $\log_{10}^4 + \log_{10}^5 \Rightarrow \log_{10}^{4.5} \Rightarrow \log_{10}^{20}$

3. $\log_9^9 + \log_3^3 \Rightarrow 1+1=2$

4. $\log_{10}^{1000} + \log_{10}^{\frac{1}{100}} \Rightarrow \log_{10}^{(1000\frac{1}{100})} = \log_{10}^{10} = 1$

5. $\log_{12}^{36} + \log_{12}^4 = \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} = \log_{12}^{12^2} = 2$

6. $\log_3^{(\frac{8x}{3y^3})} + \log_3^{(\frac{3.y^4}{\quad})} = \log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)} = \log_3^{8x.y} \Rightarrow \log_3^8 + \log_3^x + \log_3^y$

7. $\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{1000} = \log_{10}^{10^2} = 2 \Rightarrow 3 - \log_5^2$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل ليکو:

1. $\log_4^{\frac{32}{2}} \Rightarrow \log_4^{16} = \log_4^{4^2} = 2.\log_4^4 = 2.1 \Rightarrow 2$

2. $\log_5^{\frac{250}{160}} = \log_5^{\frac{25}{16}} = \log_5^{25} - \log_5^{16} \Rightarrow \log_5^{5^2} - \log_5^{16}$

$\Rightarrow 2\log_5^5 - \log_5^{2^4} \Rightarrow 2.1 - 4.\log_5^2 \Rightarrow 2 - 4\log_5^2$

3. $\log_7^{(\frac{63}{49})} = \log_7^{63} - \log_7^{49} = \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} =$

$\Rightarrow \log_7^7 + \log_7^9 - 2.\log_7^7 \Rightarrow 1 + \log_7^9 - 2$

$\Rightarrow \log_7^9 - 1$

4. $\log_m^{(\frac{x.y.z}{d})} = \log_m^{(x.y.z)} - \log_m^d \Rightarrow \log_m^x + \log_m^y + \log_m^z - \log_m^d$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل ليکو:

1. $\log_a^{y^2a} - \log_a^{y^2} = \log_a^{\frac{ay^2}{y^2}} = \log_a^a = 1$

2. $\log_2^{32} - \log_2^{16} = \log_2^{\frac{32}{16}} = \log_2^2 = 1$

3. $\log_{10}^{10000} - \log_{10}^{1000} = \log_{10}^{\frac{10000}{1000}} = \log_2^2 = 1$

4. $\log_5^{625} - \log_5^{25} = \log_5^{\frac{625}{25}} = \log_5^4$

5. $\log_5^{125} - \log_5^{25} = \log_5^{\frac{125}{25}} = \log_5^5 = 1$

شپږم خاصيت: د يوه طاقت لرونکي عدد لوګاريتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد د لوګاريتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

ketabton.com - The Digital Library

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\Pr oof = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوگاریتمي معادله یې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پرځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1 + \log_5^x) \Rightarrow 3 + 3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{5})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2 - \log_3^2) \Rightarrow 10 - 5\log_3^2$

اووم **خاصیت:** د یوه عدد لوگاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب یې د همغه عدد لوگاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \frac{1}{b}\log_a^m$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y ....I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} ....II$

(II) د رابطې لوگاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \frac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \frac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \frac{1}{b}.\log_a^m$

پاملرنه:

د پورته قضیې څخه لاندې قضیې نورې هم لاسته راځي.

$$1.\ \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$$

$$2.\ \log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$$

$$3.\ \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$$

د یادې قضیې په اثبات په لوګاریتم کې د لاندې خواصو نه هم استفاده کولای شو.

$$1.\ a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$$

$$2.\ \log_b^a.\log_a^b.\log_d^c\ ....\log_m^n \Rightarrow \log_n^a$$

$$3.\ \log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$$

مثالونه:

$$Ex: \log_5^3.\log_8^5.\log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$$

$$Ex: 5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12 \qquad Ex: \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$$

$$Ex: \log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$$

اتم خاصیت: د یوه جذر لرونکي عدد لوګاریتم د عدد لوګاریتم او جذر د درجې د تقسیم له حاصل سره مساوي دی.

$$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$\Pr oof: \sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$$

د دواړو خواوو نه لوګاریتم نیسو، د a په قاعده:

$$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$Ex: \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$$

$$Ex: \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$Ex: \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$$

ketabton.com - The Digital Library

ketabton.com - The Digital Library

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3=1$

نهم خاصیت: که قاعده د لوګاریتم په طاقت سره وي، نو په هغه صورت کې چې د لوګاریتم قاعده او د نیمایي تابع قاعده سره مساوي وي، خپله د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$Proof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0{,}2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هیڅ وخت په لاندې ډول لوګاریتم نه شو لیکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هیڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هیڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لسم خاصیت: که چېرې $a,b \in R$ او خلاف د یو $(b \neq 1 \ ,\ a \neq 1)$ وي، نو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$Proof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاریتم د a په قاعده ونیسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

ketabton.com - The Digital Library

$Ex:\ \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex:\ \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex:\ \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex:\ \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

یوولسم خاصیت: د یوه معکوس عدد لوګاریتم د خپله عدد د منفي لوګاریتم سره مساوي دي، چېد یوه عدد منفي لوګاریتم ته د هغه عددونو لوګاریتم هم وایي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\text{Proof}:\ \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصیت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د یو عدد لوګاریتم په یوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاریتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاریتم د قاعدې لوګاریتم پر یوه بله قاعده پیدا کوو، د عدد لوګاریتم پر دغه قاعده د لوګاریتم د قاعدې په لوګاریتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښیو، نو په اکسپوننشیل شکل یې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاریتم د b په قاعده نیسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ketabton.com - The Digital Library

د تبـــدیلی فـــارمول پـــه مرســـته لانـــدې ($\log_a^x = \dfrac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x . \log_b^a = \log_b^x$) مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$$Solutin: \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$$Solution: \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$$Solution: \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$$Solution: \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$$Solution: \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$$

8. $\log_9^{27} = ?$

$$Solution: \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$$Solution: \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$$Solution: \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$$

ketabton.com - The Digital Library

11. $\log_8^{16} = ?$

$$Solution: \log_8^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{8}} = \frac{\log_2^{2^3}}{\log_2^{2^3}} = \frac{4.\log_2^{2}}{3.\log_2^{2}} = \frac{4}{3}$$

12. $\log_b^a . \log_c^b . \log_a^d = 1$

$$Solution: \frac{\log_m^a}{\log_m^b} . \frac{\log_m^b}{\log_m^c} . \frac{\log_m^c}{\log_m^a} . \frac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

دیارلسم خاصیت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \frac{1}{\alpha}\log_a^A$ **څخه** په استفادې بل خاصیت هم رامینځته کېږي.

$$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \frac{1}{m}\log_a^A$ **خاصیتونو څخه** په استفادې سره لیکلی شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \frac{n}{m}\log_a^x$
2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$
3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبدیلولی شو.

څوارلسم خاصیت: که عدد او قاعده د یو واحد په یوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاریتم یې مثبت او که یو یې یوه خوا او بل یې بله خوا قرار ولري، نو لوګاریتم یې منفي دی.

یعنې؛

۱. پوهېږو چې $a^x>1$ دی، کله چې $a>1$ او هم $x>0$ وي او یا دا رنګه چې $a<1$ او هم $x<0$ وي.

۲. که $a>1$ او $x<0$ او یا $a<1$ او $x>0$، نو پوهېږو چې $a^x<1$ لاسته راځي.

$a>1 \ , \ N<1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a>1 \ , \ N>1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

ketabton.com - The Digital Library

$a<1 \ , \ N>1 \Rightarrow \log_a^N <0$

$a<1 \ , \ N<1 \Rightarrow \log_a^N >0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a) \ \log_5^{13}$

$b) \ \log_9^{8}$

$c) \ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13}>0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.

یعنې 1<13 او هم 1<5 ،نو په نتیجه کې ویلی شو ، چې نوموړی لوګاریتم مثتب دی.

b) $\log_9^{8}>0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 1<8 او 1<9 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثتب دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3}<0$ دی، ځکه چې 1>0,3 او 1<2,1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a). \ \log_{0,9}^{0,2}$

$b). \ \log_{0,3}^{8}$

$c). \ \log_2^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2}>0$ دی، ځکه چې 1>0,2 او هم 1>0,9 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم مثتب دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8}<0$ دی، ځکه چې 1<8 او 1>0,3 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_2^{0,5}<0$ دی، ځکه 1>0,5 او 1<2 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو ، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma : که چیرې $\log_a^M=\log_a^N$ وي، نو M=N دی.

ketabton.com - The Digital Library

$$proof:\ M = N \Leftrightarrow a^{\log_a^M} = a^{\log_a^N}$$

د طاقت د خاصیت نه په استفاده لرو ، چې:

$$M = N \Leftrightarrow \log_a^M = \log_a^N$$

شپاړلسم خاصیت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$$\log_a^N > \log_a^M$$

ثبوت:

که چیرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M} > 1$ دی او

$$\log_a^{\frac{N}{M}} = \log_a^N - \log_a^M > 0$$

او له دې څخه لرو ، چې:

$$\log_a^{\frac{N}{M}} \Rightarrow \log_a^N > \log_a^M$$

مثالونه:

د لوګاریتم قوانین عملي کول:

$$1).\ \log_2^{\frac{1}{8}} = \log_2^{\frac{1}{2^3}} = \log_2^{2^{-3}} = (-3)\log_2^2 = (-3).1 = -3$$

$$2).\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^3}} = \log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2 = \frac{-2}{-\frac{1}{3}}. = 2.\frac{3}{1} = 6$$

$$3).\ \log_{10}^{(20x2y)} - \log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)} = \log_{10}^{(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y})} = \log_{10}^{(\frac{20}{\frac{1}{5}})} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{(10)^2} = 2.\log_{10}^{10} = 2$$

$$4).\ \frac{\log_5^{16}}{\log_5^8 + \log_5^4} = \frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}} = \frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}} = \log_{32}^{16}$$

$$\left(\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$$

$$= \log_{2^5}^{2^4} = \frac{4}{5}\log_2^2 = \frac{4}{5}$$

$$5).\ \log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)} = \log_a^{\sqrt{3x-5}} - \log_a^{7x^3} = \log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}} - \left[\log_a^7 + \log_a^{x^3}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - \log_a^{x^3} = \frac{1}{2}\log_a^{3x-5} - \log_a^7 - 3\log_a^x$$

ketabton.com - The Digital Library

$$6).\ \log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^y\right] = 3\left[\log_a^5 + \log_a^{x^2} - \log_a^y\right]$$

$$= 3\left[\log_a^5 + 2\log_a^x - \log_a^y\right] = 3\log_a^5 + 6\log_a^x - 3\log_a^y$$

$$7).\ \frac{1}{2}\log_{10}^x - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$$

$$8).\ 2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$$

$$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$$

$$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$$

$$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$$

$$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$$

$$9).\ \frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^2 + \log_{12}^6 \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}\right)$$

$$10).\ \log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^5.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$$

$$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^x = \frac{7}{10}$$

$$11).\ (49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^7 + \log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = \left(\frac{7}{2}\right)^{\log_7^{49}}$$

$$= \left(\frac{7}{2}\right)^{\log_7^{7^2}} = \left(\frac{7}{2}\right)^{2\log_7^7} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

$$12).\ (10)^{(2\log 5-1)} = 10^{(2\log 5 - \log_{10}^{10})} = 10^{\log 5^2 - \log 10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$$

$$= \frac{25}{10}\log 10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$13).\ \frac{(\sqrt{3})^{(2\log 5 - \log 7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 5^2 - \log 7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log 0,3}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log 25 - \log 7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$$

ketabton.com - The Digital Library

$$=\frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}=\frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}}-\log^{\sqrt{0,3}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

لانـدې سـوالونه او ځوابونـه درکـړل شـوي، تاسـې پـر سـوالونو عملیـه اجـرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې ولیکئ؟

1). $5\log 2+\log 3-\log 8=?$ ( ) $A=-4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}}+\log_6^{3.\sqrt{2}}=?$ ( ) $B=\log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})}=?$ ( ) $C=0$

4). $5^{(2.\log_5^2+3.\log_5^3)}=?$ ( ) $D=\frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b}-b^{\log_x^a}=?$ ( ) $E=\frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9}=?$ ( ) $F=108$

7). $\log_y^x.\log_m^y.\log_x^m=?$ ( ) $G=\log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=?$ ( ) $H=1$

9). $\log 2^4-\log 3+\log 16=?$ ( ) $I=3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4}=?$ ( ) $J=\frac{1}{6}$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$

2. $\log_a^{(x.y)} \Rightarrow \log_a^x + \log_a^y$

3. $\log_a^a = 1$

4. $\log_b^{b^r} = r$

6. $\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

7. $\log_a^{b^m} = \frac{1}{b}\log_a^m$

8. $a^{\log_a^m} = m$

9. $\log_b^a .\log_a^b .\log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \log_n^m = \log_n^a$

10. $\log a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$

11. $\log_N^m = \frac{\log_a^M}{\log_a^N}$

12. $\log_a^m = \frac{1}{\log_m^a}$

13. $\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = co\log_a^A$

14. $\log a^{m^{x^n}} = \frac{n}{m}\log_a^x$

15. $\log a^{x^m} = \log a^{\frac{1}{m}^x}$

16. $\log_{a^m}^x = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

17. $a^{\log_a^x - \log_a^y} = \frac{x}{y}$

18. $a^{\log_a^x + \log_a^y} = x.y$

19. $a^{\log_b^x} = x^{\log_b^a}$

$20. \log_a^b . \log_b^a = 1$

$21. \frac{\log_a^m}{\log_{ab}^m} = 1 + \log_a^b$

$22. \log a^{\log_b^{\log_c^x}} = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

$23. \log_{ab}^c = \frac{1}{\log_c^a + \log_c^b}$

$24. \log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$

$25. \log_a^{(\frac{x}{y})} = \log_a^x - \log_a^y$

پاملرنه:

په لاندې ډول ليکل صحيح نه دي.

$1. \log \frac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي خوا نه موږ چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$\log_b^M - \log_b^N \Rightarrow \log_b^{(\frac{M}{N})}$

نو بناءً داسې $\log \frac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$ ليکل غلط دي.

$2. \log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاريتم خواص تطبيقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحيح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلېږي:

$\log_b^M + \log_b^N = \log_b^{(M.N)}$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$ ليکل غلط دي.

$3. (\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاريتم د خواصو په تطبيقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاريتم خواص تطبيقوو، که چېرې چپ

ketabton.com - The Digital Library

طرف ترې لاسته راغ، نو صحیح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لانـدې سـوالونه ځلـور ځوابونـه لـري، تاسـې پـه کـې صـحیح ځـواب پـه لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \quad b).\ 4 \quad c).\ -3 \quad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 9 \quad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \quad b).\ -3 \quad c).\ 5 \quad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \quad b).\ \frac{1}{5} \quad c).\ -4 \quad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \quad b).\ 1 \quad c).\ -2 \quad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \quad b).\ \frac{1}{2} \quad c).\ \frac{3}{2} \quad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \quad b).\ -\frac{3}{2} \quad c).\ 3 \quad d).\ 2$

د لوګاریتم د خواصو په اساس انکشاف وکړئ؟

1. $\log_b^{u^2v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log_4 \sqrt{\frac{x^2y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

ketabton.com - The Digital Library

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عمليه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2}-\log_b^{v}=\log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^{x}-\log_b^{y}=?$

2. $\log_a^{m}-\log_a^{n}-\log_a^{p}=?$

3. $9.\log_a^{x}+2\log_a^{y}-\frac{1}{4}\log_a^{z}=?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^{m}-2\log_b^{n})=?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^{x}+3\log_b^{y})=?$

6. $\log_b^{w}+\log_b^{x}-\log_b^{y}=?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^{w}-3\log_b^{x}-5.\log_b^{y}=?$

8. $7(4\log_b^{m}+\frac{1}{3}\log_b^{n})=?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^{x}-2\log_b^{y})=?$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري یا برګس لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې لس (10) وي، د اعشاري لوګاریتم جدول په 1931 م کال د هانربریکس امریکایي ریاضي دان له خوا ترتیب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاریتم قاعده (10) ده، نو لیکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده یې یو کیفي عدد وي، دا چې کیفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده لیکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبیعي لوګاریتم یا نیپرین لوګاریتم:

هغه لوګاریتم ته وایي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاریتم په (1614) م کال د نیپرین انګلیسي ریاضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاریتم په لاندې ډول لیکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e یو غیر نسبتي عدد دی، چې د نیپرین عدد په نوم هم یادېږي، او تقریبي

ketabton.com - The Digital Library

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\lim_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^{x}=2=2,718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعي لوګاریتم نه په عالي ریاضیاتو، ساینس، انجینري، تخنیک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشاري لوګاریتم او معمولي لوګاریتم څخه په بانکي، مالي، د راکټ په فیر، د اوازونو د سرعت په معلومولو، د زلزلې په اندازه او د محاسباتو په ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y=\log x+\log y$	$\ln xy=\ln x+\ln y$
$\log\frac{x}{y}=\log x-\log y$	$\ln\frac{x}{y}=\ln x-\ln y$
$\log x^{y}=y.\log x$	$\ln x^{y}=y.\ln x$
$\log\sqrt[y]{x}=\frac{1}{y}\log x$	$\ln\sqrt[y]{x}=\frac{1}{y}\ln x$
$\log x=\log y\ if\ \ x=y$	$\ln y=\ln x\ \ if\ \ \ x=y$

ketabton.com - The Digital Library

د lnx او logx ترمینځ رابطه

د ln او log یو د بل له جنسه پیدا کول:

مخکې ثبوت شو، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ او س که چېرې a او b مثبت عددونه او b,a خلاف د یو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2{,}71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0{,}4343 . \ln x$$

نو:

او یا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسیم کړو، نو:

$$\log x = 0{,}4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0{,}4343} . \log x = \frac{0{,}4343}{0{,}4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2{,}3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2{,}3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو، چې د لسو د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د لسو قاعدې ته تبدیل کړو.

ketabton.com - The Digital Library

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2{,}3026\log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026\ \log 4{,}69 \Rightarrow$$
$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026.0{,}6712$$
$$\ln 4{,}69 = 15455$$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$$\ln x = 2{,}3026\log x \qquad \ln 8910 = 2{,}3026\ .\ \log 8910$$
$$\Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91 + \log 10^3$$
$$\ln 8910 = 2{,}3026(\log 8{,}91 + 3\log 10) \Rightarrow 2{,}3026(0{,}9499 + 3) = 9{,}095$$

مثال: تاسې ln70,9 پیدا کړئ، په هغه صورت کې چې Log70,9=1,8506 وي؟

$$\ln 70{,}9 = 2{,}3026.\log 70{,}9 \Rightarrow 2{,}3026.1{,}8506 = 4{,}25981$$
$$\ln 70{,}9 = 4{,}2{,}5981$$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1{,}17609$

$$\ln 15 = 2{,}3026.\log 15 = 2{,}3026.1{,}1709 = 2{,}69611434$$
$$\ln 15 = 2{,}69611434$$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0{,}12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.\log(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.(-0{,}12486) = -0{,}287502$$
$$\ln(\frac{3}{4}) = -0{,}287502$$

مثال: که $\ln 11 = 2{,}3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 11 = 0{,}4343.\ln x = 0{,}4343.2{,}3978952$$
$$\log 11 = 1{,}04140589$$

مثال: که $\log_{10}^1 = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$$\ln_e^1 = 2{,}3026.\log_{10}^1 = 2{,}3026.0 = 0$$
$$\ln_e^1 = 0$$

مثال: $\ln 10^4 = 9{,}2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 10^4 = 0{,}4343.\ln 10^4 = 0{,}4343.9{,}2104 = 4{,}0007$$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

ketabton.com - The Digital Library

$\ln 10^4 = 2{,}3026.\log 10^4 = 2{,}3026.4 = 9{,}2104$

$\ln 10^4 = 9{,}2104$

تمرین:

۱. د $\log 6{,}73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6{,}73 - 1{,}906$ وي؟

۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2{,}6821$ وي؟

۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4{,}6821$ وي؟

۴. د $\ln 0{,}0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0{,}0481 = \bar{2}{,}6821$ وي؟

ketabton.com - The Digital Library

انتي لوګاريتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاريتم انتي لوګاريتم دی.

مثلاً ؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چېرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاريتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاريتم پيدا کول:

کـه د يـوه عـدد لوګـاريتم راکـړل شـوی وي او وغـواړو چې انتـي لوګـاريتم يـې پيدا کړو، نو مانتيس يې په جدول کې پيدا کوو.

هغـه عـدد چـې د مـانتيس د سـتون او د N پـه کرښـه واقـع دی، ليکـو او هغـه رقمونـه چـې د مـانتيس د کرښـې او د N پـه سـتون کـې واقـع دی، وروسـته يـې ليکـو، پـه دې ترتيـب هغـه رقمونـه او د هغـوی ترتيـب پيـدا کېـږي، چـې لوګـاريتم يې نيول شوی وي.

بيـا کرکترسـتيک تـه ګـورو، کرکترسـتيک د انتـي لوګـاريتم د رقمونـو څخـه يــو کــم دی او کــه کرکترســتيک منفــي وو، نــو د اعشــاريې د علامــې د دواړو خـواوو د صـفرونو د شـمېر سـره مسـاوي دي، يـو صـفر د اعشـاريې د علامـې چـپې خواته او نورې ښې خواته دي.

مثال: $Anti\log 4{,}6590 = ?$

0,6590 د يـو لوګـاريتم پـه جـدول کـې پيـدا کـوو، پـه سـتون کـې يـې 6 او پـه کرښـه کـې يـې 45 دی، 6 پـه يـويز مرتبـه کـې او 45 ورپسـې ليکـو، چـې 456 ورنـه

ketabton.com - The Digital Library

جوړېږي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاریتم یې نیول شوی دی، رقمونه یې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه لیکو، چې 45600 په لاس راځي.

یعنې: $Anti\log 4{,}5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log \bar{3}{,}3598$ پیدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پیدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې یې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتیس 0,3598 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته یې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log \bar{3}{,}3598 = 0{,}00229$$

مثال: $Anti\log(-5{,}2628)$ پیدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتیجه کې کرکترستیک (6-) او مانتیس یې 0,7372+ په جدول کې پیدا کوو، په نتیجه کې 549 کېږي، ددې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5{,}2628) = 0{,}00000546$$

مثال: $\log x = 3{,}9939$ راکړل شوی دی، نو x یې پیدا کړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3 دی، نو x باید څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3{,}9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3{,}9939$$

$$Anti\log 3{,}9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3{,}82530$ دی، د N قیمت پیدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستیک 3 دی، نو مطلوب عدد باید څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتیس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو لیکو چې:

ketabton.com - The Digital Library

$\log N = 3{,}82530 \Rightarrow N = 6688$

مثال: د 3,8182 انتي لوګاريتم پيدا کړئ؟

حل: د 0,8182 په ستون کې د N په کرښه کې (8) او د 0,8182 په کرښه او د N په ستون کې 6,5 ليکل شوی دی، نو د هغه عدد رقمونه چې لوګاريتم يې نيول شوی 658 دی، بيا کرکترستيک ته ګورو کرکترستيک (3) دی، نو عدد څلور رقمه دی، يعنې $Anti\log 3{,}8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$Anti\log 3{,}8182 = 6580$

انتي لوګاريتم يې پيدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3{,}3214$
2. $x = anti\log 4{,}5436$
3. $x = anti\log 5{,}7180$
4. $x = anti\log 2{,}4935$
5. $x = anti\log \bar{1}{,}4982$
6. $x = anti\log 4{,}8972$
7. $x = anti\log \bar{4}{,}4256$
8. $x = anti\log 2{,}23852$
9. $x = anti\log 0{,}5093$
10. $x = anti\log(-5{,}5744)$
11. $x = anti\log(-4{,}3645)$
12. $x = anti\log 2{,}4416$
13. $x = anti\log 2{,}5946$
14. $x = anti\log 5{,}7180$

ketabton.com - The Digital Library

کرکترستيک او مانتيس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) ليکو:

مثلا ؛ که x يو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^n$

په پورته مساوات کې $1 \le S < 10$ او n يو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^n) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^n \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پيدا کېږي.

$$\log 1 \le \log S < \log 10$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$0 \le \log S < 1$$

ليدل کېږي، چې $\log x$ او n مجموعه ده، د $\log S$ کسري برخه (Mantissa) مانتيس او n يو تام عدد ، چې د $\log x$ د صحيح يا مشخصي يا کرکترستيک (Characteristic) په نوم يادېږي.

يا په بل عبارت سره د يوه عدد لوگاريتم دوه برخې لري، يوه برخه يې صحيح او بله برخه يې اعشاري ده، صحيح برخې ته يې کرکترستيک (Characteristic) او اعشاري برخې ته يې مانتيس وايي.

کرکترستيک د محاسبې په واسطه پيدا کېږي او مانتيس د حساب د ماشين يا د لوگاريتم د جدول له مخې پيدا کېږي.

$\log x =$ مانتيس + کرکترستيک

ketabton.com - The Digital Library

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یــو عــدد د لوګــاریتم مشخصــه (کرکترســتیک) د لانــدې دوو قاعــدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغـه عـدد کرکترسـتیک چـې د یـوه څخـه لـوی وي، د عـدد د صـحیح برخـې د رقمونـو لـه شـمېر څخـه یـو کـم دی، کـه عـدد پـه صـحیح برخـه کـې n رقمونـه ولـري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغــه عــدد کرکترســتیک چــې لــه یــوه څخــه کــوچنی د صــفر او یــو تــرمینځ وي، د هغـو صـفرونو لـه شـمېر څخـه یـو زیـات دی، کـوم چـې د اعشـاري علامـې او د اعشـاري برخـې د کيڼـې خـوا د لـومړي رقـم پـه میـنځ کـې وجـود لـري، خـو علامـه یــې منفــي ده، کــه د نومــوړو صــفرونو شــمېر n وي، نــو کرکترســتیک یــې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^n$$

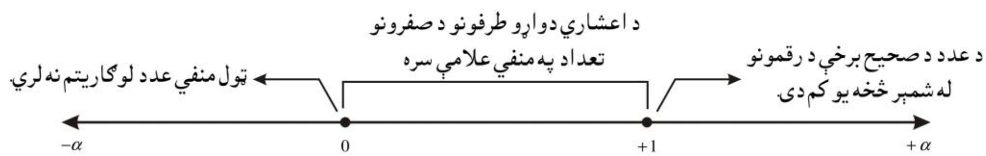
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^n$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$\log P = n-1+$ کسري عدد

لـه دې څخـه دا نتیجـه لاس تـه راځـي، چـې P کرکترسـتیک عـدد چـې لرونکـی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814{,}6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حـل: دلتــه ګــورو چــې د صــحیح ارقــامو شــمېر 3 دی، نــو د قاعــدې مطابقــت

ketabton.com - The Digital Library

کرکترستیک (Ch) یې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0{,}009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0{,}009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک یې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او د غه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې درې عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0{,}009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0{,}27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0{,}0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0{,}0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0{,}00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0{,}000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4{,}2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49{,}7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547{,}11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

ketabton.com - The Digital Library

$12.Ex : \log 10000000 \Rightarrow Ch = 6$

$13.Ex : \log 93{,}41 \Rightarrow ch = 1$

$14.Ex : \log 1{,}42305 \Rightarrow ch = 0$

$15.Ex : \log 0{,}010002 \Rightarrow ch = -2$

$16.Ex : \log 0{,}00004 \Rightarrow ch = -5$

$17.Ex : \log 8 \Rightarrow ch = 0$

$18.Ex : \log 3466 \Rightarrow ch = 3$

$19.Ex : \log 0{,}8 \Rightarrow ch = -1$

$20.Ex : \log 0{,}00008 \Rightarrow ch = -5$

$21.Ex : \log 33{,}02 \Rightarrow ch = 1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوی دی، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex : \log = -2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log = -2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198 + (-2) \Rightarrow (-0{,}6198 + 1) + (-2 + 1)$

$\log x = 0{,}3802 - 3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

ketabton.com - The Digital Library

طریقې په شان مثبت ته واړوو.
د اعدادو د لوګاریتمونو مشخصه یا کرکترستیک په خپله د عدد څخه په لاس راځي، حال دا چې اعشاري برخه د ترتیب شوو جدولونو له مخې چې څلور رقمي او پینځه رقمي ... دي په لاس راځي.
د عددونود لیکلو د علمي روش (طریقې) او د لوګارېتم د قوانینو څخه په استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوګاریتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثال: په هغه صورت کې چې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نو د لاندې عددونو لوګاریتم پیدا کړئ، البته د علمي روش نه ګټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:

د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c) جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

ketabton.com - The Digital Library

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000
2). 0.00521
3). 6753102
4). 405
5). 8600000
6). 0.00052
7). 0,780905
8). 0,00081202
9). 0,00001111
10). 10000

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم د جدول ترتیب

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځای (x-) لیکو.

$$\ln(1-x) = -x - \frac{(-x)^2}{2} + \frac{(-x)^3}{3} - \frac{(-x)^4}{4} + \frac{(-x)^5}{5} - \frac{(-x)^6}{6} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوېم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x) - \ln(1-x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}\ldots\ldots\ldots - (-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = 2x + \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^5}{5} + \frac{2x^7}{7}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = 2(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots\ldots)\ldots\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځای $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}} = 2(\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \frac{1}{7(2n+1)^7}\}\ldots\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځای (1) وضع کړو ، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2 = 2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3.3^3} + \frac{1}{5.3^5} + \frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2 = 0{,}693147180$$

اوس د ln2 د کمیت څخه log2 هم پیدا کولی شو.

ketabton.com - The Digital Library

$$\log 2 = 0{,}434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

که چېرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}.......\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+.....\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+.......\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+....\right)$$

$$\ln 3-\ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2 + 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1{,}0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0{,}434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0{,}434294.1{,}0986122 \Rightarrow \log 3 = 0{,}47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0{,}30103 = 0{,}60206$$

$$\log 4 = 0{,}60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

ketabton.com - The Digital Library

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0{,}693147180+2(0{,}11156)$$

$$\ln 5=1{,}386254360+0{,}22312$$
$$\ln 5=1{,}609414360 \Rightarrow \log 5=0434294.1{,}60941436=0{,}698466$$
$$\log 5=0{,}69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0{,}30103+047712$$

$$\log 6=0{,}77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0{,}84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو ، له ln7 **څخه**.

$$\log 7=0{,}434294.\ln 7=0{,}434294.0{,}84510$$

$$\log 7=0{,}36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0{,}30103=0{,}90309$$

$$\log 8=0{,}90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

ketabton.com - The Digital Library

$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0,47712 = 0,95424$

$\log 9 = 0,95424$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0,30103 + 0,69896676$

$\log 10 = 0,9999676 \sim 1$

$\log 10 = 1$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاریتم (برکس لوګاریتم) مانتیسونه محاسبه او په جدول کې لیکل شوي دي، ځینې جدولونه تر او و ، ځینې تر پینځو ، ځینې تر څلورو او دربو اعشاري مرتبو پوري مانتیسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقمیز، پینځه رقمیز او داسې نور نومول کېږي، هغه جدول چې له ټولو نه زیات استعمالېږي، څلور رقمیز جدول دی.

۱. د پینځه رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه څلور رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پیدا کوو او ورپسې څلورم رقم د جدول په سر (لومړي کرښه) کې پیدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نومورې ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: د $\log 7545$ پیدا کولو لپاره د پینځه رقمیز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستیک 3 دی او مانتیس یې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو لیکلای شو ، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0{,}87766$$

مثال: $\log 0{,}008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3- او مانتیس یې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

ketabton.com - The Digital Library

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د څلور رقمیز جدول د استعمال طریقه:

پـه دې جـدول کـې د یـوه درې رقمـي عـدد مـانتیس د پیـدا کولـو لپـاره د هغـه د چپـې خـوا دوه رقمونـه د (N) پـه سـتون او دریم رقـم یـې د (N) پـه سـطر کـې پیـدا کوو، چې د دې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حــل: د دې عـــدد کرکترســـتریک 2 دی او مـــانتیس یـــې پـــه 41 کرښـــه کـــې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پیدا کړئ.

حــل: د دې کرکترســـتیک (2-) دی او مـــانتیس یـــې د جـــدول د 45 کرښـــه کـــې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو:

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاریتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^2$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^2)$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^2$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او داسې یې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چـپ خـوا دوه رقمـه یعنـې 3,8 د N پـه سـطر کـې او د (6) عـدد د N پـه سـتون

ketabton.com - The Digital Library

کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د 3,8 د کرښې او د (6) ستون د تقاطع په ځای کې واقع وي، د 3,86 عدد لوګاریتم د مانتیس ښخه عبارت دی، (لکه چې په جدول کې لیدل کېږي)، یعنې:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي افاده
Logarithmic Expressions

هـره الجبـري افـاده او یـا عـدد چـې لـه دې سـره (log) موجـود وي، نـو د لوګـاریتمي افـادې پـه نـوم یـادېږي. د دې د سـاده کولـو لپـاره د لوګـاریتم د مربوطو قضیو څخه استفاده کېږي.

د لوګـاریتمي افـادې د حـل کولـو لپـاره بایـد کوښـښ وشـي، چـې وروسـتۍ نتیجه یې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفریق حالاتونو ته افاده وایي.

لکه؛ $\log_{12}^{36} + \log_{12}^{4} - \log_5^5 = ?$ لوګاریتمي افاده

Logarithmic Expression
اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100} = 2$

2). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

3). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

4). $\log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

5). $\log_2^{4} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

6). $\log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

ketabton.com - The Digital Library

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

ketabton.com - The Digital Library

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2+1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4+1$

6). $\log\frac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \frac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

ketabton.com - The Digital Library

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_3^{(9.27)} \Rightarrow \log_3^9 + \log_3^{27} \Rightarrow \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 2\log_3^3 + 3\log_3^3 \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^2z)} - \log_{10}^{(\frac{1}{5}x^2z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^2z}{\frac{1}{5}x^2z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100} = 8$

4). $Ex:\log_5^{(10y^2x)} - \log_5^{(2xy^2)} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^2x}{2xy^2})} = \log_5^5 = 1$

5). $Ex:\log_2^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_2^{2^3} = -\frac{1}{3}.3\log_2^2 = -1$

6). $Ex:\log_4^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_4^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_4^{4^4} = \frac{1}{2}.4.\log_4^4 = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_9^{27} \Rightarrow \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^3}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3}{2} = 1,5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^5} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^5} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^5}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0,0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^3} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^2} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^2 = 2$

14). $Ex:\log 0,01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100.\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^2} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36} + \log_{12}^4 \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^2} = 2$

19). $Ex:\log_a^{ax^2} - \log_a^{x^2} \Rightarrow \log_a^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_a^a = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,001 1.10^3.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^1 + \log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow -1.\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_2^2 = 9$

ketabton.com - The Digital Library

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{-1}}=\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}}=\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4}=4.1=4$

23). $Ex:\log_{16}^{32}=\log_{2^4}^{2^5}=\frac{5}{4}\log_2^2=\frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_3^{81}=\log_3^{3^4}=4.\log_3^3=4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001}=\log_{10^{-2}}^{10^{-4}}=\frac{-4}{-2}\log_{10}^{10}=2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}}=\frac{45}{2}=22,5$

27). $Ex:5^{\log_5^7}=7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}}=100$

29). $Ex:\log_3^{\frac{1}{9}}=\log_3^{3^{-2}}=-2$

30). $Ex:\log_8^{\sqrt[5]{8}}\Rightarrow\log_8^{8^{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{5}\log_8^8=\frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25}\Rightarrow\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^2}=2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5}=2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_5^5=2.2.1=4$

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_{2}^{16} = \log_{2}^{2^4} = 4.\log_{2}^{2} = 4.1 = 4$

3). $\log_{3}^{81} = \log_{3}^{3^4} = 4.\log_{3}^{3} = 4.1 = 4$

4). $\log_{5}^{625} = \log_{5}^{5^4} = 4.\log_{5}^{5} = 4.1 = 4$

5). $\log_{4}^{256} = \log_{4}^{4^4} = 4.\log_{4}^{4} = 4.1 = 4$

6). $\log_{3}^{27} = \log_{3}^{3^3} = 3.\log_{3}^{3} = 3.1 = 3$

7). $\log_{5}^{125} = \log_{5}^{5^3} = 3.\log_{5}^{5} = 3.1 = 3$

8). $\log_{2}^{8} = \log_{2}^{2^3} = 3.\log_{2}^{2} = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_{4}^{64} = \log_{4}^{4^3} = 3.\log_{4}^{4} = 3.1 = 3$

11). $\log_{2}^{4} = \log_{2}^{2^2} = 2.\log_{2}^{2} = 2.1 = 2$

12). $\log_{5}^{25} = \log_{5}^{5^2} = 2.\log_{5}^{5} = 2.1 = 2$

13). $\log_{3}^{9} = \log_{3}^{3^2} = 2.\log_{3}^{3} = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_{6}^{6} = \frac{4}{3}\log_{6}^{6} = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^{8} = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_{2}^{2} = -\frac{3}{2}.\log_{2}^{2} = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_{6}^{6} = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^{7} = \log_{7^2}^{7} = \frac{1}{2}\log_{7}^{7} = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^{4} = \log_{4^3}^{4} = \frac{1}{3}\log_{4}^{4} = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^{2} = \log_{2^6}^{2} = \frac{1}{6}\log_{2}^{2} = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^{5} = \log_{5^3}^{5} = \frac{1}{3}\log_{5}^{5} = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_{3}^{(9.27)} = \log_{3}^{3^2} + \log_{3}^{3^3} = 2.\log_{3}^{3} + 3.\log_{3}^{3} = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_{2}^{\frac{1}{16}} = \log_{2}^{2^{-4}} = -4.\log_{2}^{2} = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

ketabton.com - The Digital Library

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \frac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \frac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

ketabton.com - The Digital Library

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{0,001 1.10^3.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$$
$$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^4} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^3} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$$

6). $\log_{a}^{ax^2} - \log_{a}^{x^2} = ?$

حل:

$$\log_{a}^{\frac{ax^2}{x^2}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$$

7). $\log_7^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$$\log_7^{63} - \log_7^{49} \Rightarrow \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} \Rightarrow \log_7^7 + \log_7^9 - 2\log_7^7$$

$$\Rightarrow 1 + \log_7^9 - 2 \Rightarrow -1 + \log_7^9 \Rightarrow \log_7^9 - 1$$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_2^2$$

$$\Rightarrow +9\log_2^2 \Rightarrow 9.1 = 9$$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$$

11). $\log_{10}^5 + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 = ?$

حل:

$$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 \Rightarrow 2.\log_{12}^6 + 2.\log_{12}^2 - \log_5^5 \Rightarrow 2(\log_{12}^6 + \log_{12}^2) - \log_5^5$$

ketabton.com - The Digital Library

$$\Rightarrow 2\left(\log_{12}^{6.2}\right) - 1 \Rightarrow 2\left(\log_{12}^{12}\right) - 1 \Rightarrow 2(1) - 1 \Rightarrow 2.1 - 1 \Rightarrow 2 - 1 = 1$$

13). $\log_5^{5x^2} = ?$

حل:

$$\log_5^{5x^2} \Rightarrow \log_5^5 + \log_5^{x^2} \Rightarrow 1 + 2\log_5^x$$

14). $-\log_n^{mp} + \log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}} = ?$

حل:

$$-\log_n^{mp} + \log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}} \Rightarrow -\log_n^{mp} + -1.-1\log_n^{mp}$$

$$-\log_n^{mp} + \log_n^{mp} \Rightarrow 0$$

15). $\log_{27}^{3c} = ?$

حل: که $\log_3^c = 0,2$ Note: if

$$\log_{27}^{3c} \Rightarrow \log_{27}^{3} + \log_{27}^{c} \Rightarrow \log_3^{3^3} + \log_{3^3}^{c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^3 + \frac{1}{3}\log_3^c \Rightarrow \frac{1}{3}.1 + \frac{1}{3}.0,2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{0,2}{3} \Rightarrow \frac{1+0,2}{3} \Rightarrow \frac{1,2}{3}$$

16). $9^{2\log_9^8} = ?$

حل:

$$9^{2\log_9^8} \Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}} \Rightarrow 8^2 = 64$$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}} = ?$

حل:

$$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}} \Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}} \Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^3 \Rightarrow \frac{-18}{3}.1 = -6$$

ketabton.com - The Digital Library

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1 = 10$$

19). $\dfrac{\log_{5}^{125} + \log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$$\frac{\log_{5}^{5^3} + \log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \frac{3.\log_{5}^{5} + 3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \frac{3.1 + 2.1}{\frac{6}{3}.1}$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}$$

20). $\log_{2}^{8} + \log_{4}^{16} + \log_{3}^{27} = ?$

حل:

$$\log_{2}^{2^3} + \log_{4}^{4^2} + \log_{3}^{3^3} \Rightarrow 3.\log_{2}^{2} + 2.\log_{4}^{4} + 3.\log_{3}^{3}$$

$$\Rightarrow 3.1 + 2.1 + 3.1 \Rightarrow 3 + 2 + 3 \Rightarrow 8$$

21). $1 + \log_{n}^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$$1 + \log_{n}^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + \log_{n}^{n^{-1}} \Rightarrow 1 - 1\log_{n}^{n} \Rightarrow 1 - 1.1 \Rightarrow 0$$

22). $\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$$\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.3\log_{p}^{p} + \log_{m^{-1}}^{m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.1 + -1.2 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow -\frac{1}{2}$$

ketabton.com - The Digital Library

23). $\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} = ?$

حل:

$$\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} \Rightarrow 2.\log_n^n + 3.\log_m^m \Rightarrow 2.1 + 3.1 \Rightarrow 2 + 3 = 5$$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} = ?$

حل:

$$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} \Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}} \Rightarrow 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} \Rightarrow 4$$

25). $2^{1-\log_2^5} = ?$

حل:

$$2^{1-\log_2^5} \Rightarrow 2^1 - 2^{\log_2^5} \Rightarrow 2^1.\frac{1}{2^{\log_2^5}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2^{\log_2^5}} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

ketabton.com - The Digital Library

لاندې افادې ثبوت کړئ؟

$Ex:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = ?$

$Solve:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = \log_3^7 . \dfrac{\log_3^3 . \log_3^5}{\log_3^5 . \log_3^7} = \log_3^3 = 1$

$Ex:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \log_{\sqrt{3}}^{0,1} . \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$Solve:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \dfrac{\log_{0,1}^{0,1} . \log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}} . \log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$

$Ex:\ \log_b^a . \log_c^b . \log_a^c = ?$

$Solve:\ \log_b^a . \dfrac{\log_b^b . \log_b^c}{\log_b^c . \log_b^a} = \log_b^b = 1$

ketabton.com - The Digital Library

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ او $\log 6 = 0{,}7782$ وي، $\log 12$ پیدا کړئ؟

$$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0{,}3010 + 0{,}7782$$

$$\log 12 = 1{,}0792$$

مثال: که $\log 6 = 0{,}7782$ او $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0{,}7782 + 0{,}6990$$

$$\log 30 = 1{,}4772$$

مثال: که $\log 7 = 0{,}367021$ او $\log 4 = 0{,}60206$ وي، نو $\log\frac{4}{7}$ به څو وي؟

$$\log\frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0{,}367021 - 0{,}60206$$

$$\log(\frac{7}{4}) = -0{,}235039$$

مثال: که $\log 31 = 1{,}4914$ او $\log 17 = 1{,}2305$ وي، نو $\log\frac{31}{17}$ پیدا کړئ؟

$$\log\frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1{,}4914 - 1{,}20305 = 0{,}2609$$

$$\log\frac{31}{17} = 0{,}2609$$

مثال: که $\log_e^3 = 1{,}10$ او $\log_e^7 = 1{,}95$ کمیت ولري، نو د لاندې افادو کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$$

$$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1{,}95 - 1{,}10 = 0{,}85$$

$$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$$

$$= \frac{1}{3}(1{,}95 + 1{,}10) = 1{,}02$$

مثال: که $\log_e^5 = 1{,}609$ او $\log_e^8 = 2{,}079$ کمیت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$$

ketabton.com - The Digital Library

$=10.1,609-2,079\Rightarrow 14,011$

مثـــال: کـــه $\log_e^5=1,609$ او $\log_e^8=2,079$ کميــت ولــري، نــو تاســې د لانــدې افــادې کميت پيدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}}=?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{1}{4}\left(\log_e^8-\log_e^5\right)$$

$$=\frac{1}{4}(2,079-1,609)=\frac{1}{4}(0,47)\Rightarrow 0,1175$$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$$Ex:\ \log 5000-\log\frac{1}{0,01}-\log_2^5=?$$

په داسې حال کې چې $\log 2=0,3010$ او $\log 5=0,6990$ وي.

$$Slove:\ \log 5.10^3-\log\frac{1}{10^{-2}}-\log_2^5$$

$$\Rightarrow \log 5+\log 10^3-\log 10^2-\frac{\log 5}{\log 2}=0,6990+3-2-\frac{0,6990}{0,3010}$$

$$\Rightarrow 0,6990+1-2,32=-0,621$$

مثال: که $\log 5=0,6990$ وي، نو تاسې د $\log 25+\log\sqrt{5}-\log 125$ پيدا کړئ؟

$$Solve:\ \log 5^2-\log 5^{\frac{1}{2}}-\log 5^3=2.\log 5+\frac{1}{2}.\log 5-3.\log 5$$

$$\Rightarrow 2.0,6990+\frac{1}{2}.0,6990-3.0,6990\Rightarrow 1,398+0,3495-2,097$$

$$\Rightarrow 1,7475-2,097$$

$$\Rightarrow -0,3495$$

مثال: که $\log 3=0,4771$ او $\log 5=0,6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$$Solve:\ \log 16875=\log(27.625)=\log 27+\log 625$$

$$\Rightarrow \log 3^3+\log 5^4=3.\log 3+4.\log 5$$

$$\Rightarrow 3(0,4771)+4(0,6990)=1,4313+2,796$$

$$\log 16875=4,495$$

ketabton.com - The Digital Library

کـــه چېـــري $\log_b^2 = 0,69$ او $\log_b^3 = 1,10$ او $\log_b^5 = 1,61$ وي، نـــو تاســـې د لانـــدې افادو کمیتونه د دوی له مخې پیدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

ketabton.com - The Digital Library

کــه چېــرې $\log 5 = 0,6990$ ، $\log 2 = 0,3010$ وي، نــو تاســې د لانــدې افــادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log\frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

ketabton.com - The Digital Library

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1-1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتمي افادو تمرينات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{100} = ?$

2). $\log \frac{7100}{64} - \log 71 = ?$

3). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

4). $\log_3^{\frac{1}{81}} + 5 = ?$

5). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

6). $\log_{10}^3 + \log_{10}^2 + \log_{10}^4 = ?$

7). $\log_2^6 + \log_2^5 - \log_2^{10} = ?$

8). $\log_4^3 + \log_4^2 = ?$

9). $\log_5^{250} - \log_5^2 = ?$

10). $\log_4^{32} + \log_4^2 = ?$

11). $\log_7^2 + \log_4^2 = ?$

12). $4.\log_5^2 - \log_5^8 = ?$

13). $\log_3^{405} - \log_3^5 = ?$

14). $\log_{25}^3 - \log_3^5 = ?$

15). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 = ?$

16). $\log_5^{24} - \log_5^{50} = ?$

17). $\log_8^2 + \log_8^4 = ?$

18). $\log_2^{25} - \log_2^5 = ?$

ketabton.com - The Digital Library

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0{,}1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \frac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \frac{1}{3}$

ketabton.com - The Digital Library

تمرين:

لاندې لوګاريتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \frac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

ketabton.com - The Digital Library

تمرین:

د لوګاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\dfrac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\dfrac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^{3}$

4). $\ln\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{e^{2}}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^{2}+\ln e^{6})}}$

6). $\log\dfrac{x^{2}.\sqrt{y}}{\sqrt{x^{5}.y^{3}}}$

7). $\log\sqrt[\frac{1}{3}]{\dfrac{xy^{2}}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^{2}.y.\sqrt[4]{x.p^{2}}}}$

9). $\log\dfrac{x^{2}y^{3}}{p^{2}}$

10). $\dfrac{1}{5}.\log(x+y)+\dfrac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\dfrac{1}{8}\log p+\dfrac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\dfrac{1}{4}\log(x^{2}-y^{2})-\dfrac{1}{2}\log(x-y)-\dfrac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\dfrac{1}{2}\log(x^{2}+y^{2})-\dfrac{1}{3}\{\log(x-y)+\log(x+y)\}$

15). $(\log x+3\log y)^{\frac{1}{3}}-(4\log y-2\log p)^{\frac{1}{2}}$

ketabton.com - The Digital Library

انترپولېشن

Interpolation

انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

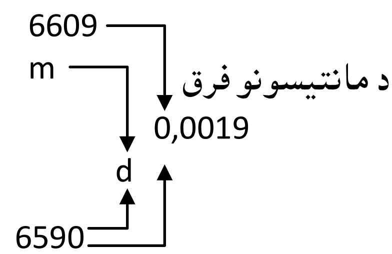
او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طريقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتيس پيدا کوي، کوم چې جدول يې ترتيب شوی نه وي.
يا د يو عدد انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره چې په لوګاريتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

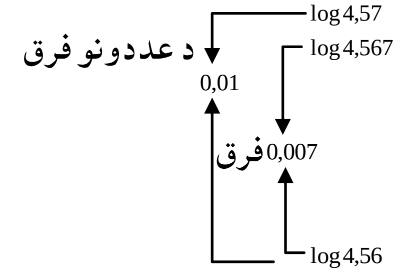
طريقه:

د انترپولېشن په واسطه د يوه عدد د مانتيس پيدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې يو عدد در کړل شوی عدد څخه زيات او بل ورڅخه کوچنی وي پيدا کوو.
بيا ددې دوو عددونو مانتيسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بيا د عددونو او د هغوی د مانتيسونو له فرق څخه يو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پيدا کوو او د کوچني عدد له مانتيس سره يې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتيس وايي.
د $\log 4567$ لوګاريتم مانتيس پيدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې لوګاريتم مانتيس په جدول کې وجود نه لري.

ketabton.com - The Digital Library

مانتیسونه عددونه





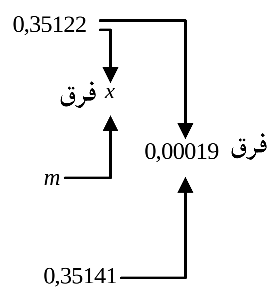
$$\frac{0,007}{0,01}=\frac{d}{0,0019}\Rightarrow d=\frac{0,007.0,0019}{0,01}$$

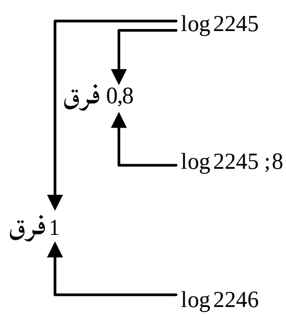
$$\Rightarrow d=\frac{7.19}{100000}\Rightarrow\frac{133}{100000}\Rightarrow d=0,00133$$

$m=0,6590+0,0013\Rightarrow m=0,6603$ مربوط مانتیس

$\log 4567=3,6603$

مثال: $\log 2245,8$ مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې عدد مانتیس په جدول کې وجود نه لري؟





$$\frac{x}{0,00019}=\frac{0,8}{1}$$

$x=(0,8.0,00019)\Rightarrow x=0,000152$

اوس د x قیمت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو او یا یې د لوی عدد له مانتیس څخه تفریقوو.

$m=0,35122+0,000152\Rightarrow 0,351372$ دغه مانتیس دی

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

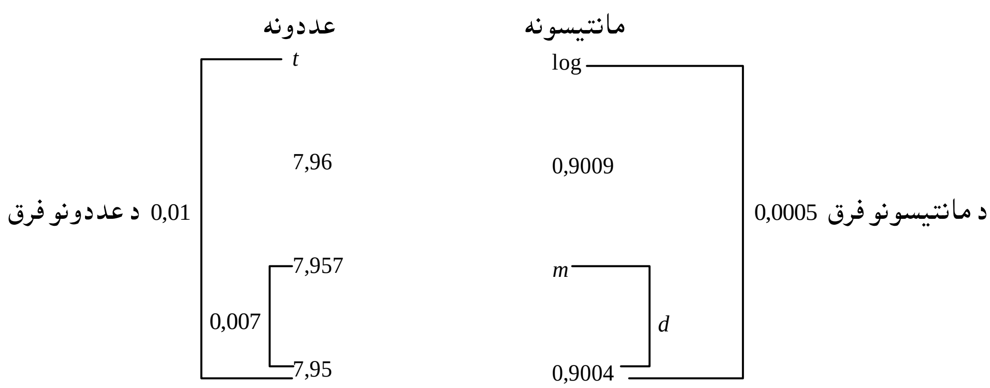
لوګاریتم = کرکترستیک + مانتیس

مثال: $\log 0{,}0007957$ پیدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m - 4$

دا چې $7{,}96 < 7{,}957 < 7{,}95$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پیدا کوو.



$\Rightarrow \frac{0{,}007}{0{,}01} = \frac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \frac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

ketabton.com - The Digital Library

ketabton.com - The Digital Library

انترپولېشن بله طریقه:

مثال: د 7453,27 عدد لوګاریتم غواړو پیدا کړو، کوم جدول په خپله وجود نه لري، ددې عدد نه لوی عدد د مانتیس د جدول څخه راخلو او له دې د کوچني عدد مانتیس له جدول څخه راخلو او د عددونو او د دوی د مانتیسونو فرق پیدا کوو.

		مانتیسونه	عددونه	
		0,87239	7454	لوی له 7453,27
		0,78233	7453	کوچنی له 7453,27
د مانتیسونو فرق		0,00006	1	د عددونو ترمینځ فرق
		x	0,27	د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق

$$x = \frac{0,27 . 0,00006}{1} \Rightarrow 0,0000162$$

دا چې د عددونو 0,27 دی، نو تفاوت مانتیس 0,0000162 ده، چې دغه د مانتیس تفاوت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو، چې د 7453,27 عدد حاصل په لاس راځي.

$$0,8723 + 0,0000162 \Rightarrow 0,8723462$$

چې دغه مانتیس د 7453,27 عدد دی.

دا چې اولنی عدد چې لوګاریتم یې هدف وو، عبارت دی له 745327 چې شپږ رقمي عدد دی، ددې عدد کرکترستیک 5 دی، نو له دې ځایه نتیجه کیږي.

$$\log 745327 \Rightarrow 5,872362$$

ketabton.com - The Digital Library

مثال: $\log 8752,8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

94216	8753
94211	8752
5	1
د مانتیسونو فرق x	د عدد فرق 0,8

$$x = \frac{5.0,8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211 + 4 = 94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87,528 \approx 1,94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهېږو چې:

$$3270 < 3275 < 3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 3270\\ \log 3275\end{array}\right\} 5\\ \log 3280\end{array}\right\} 10 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=3,5145\\ =X\end{array}\right\} d\\ =3,5159\end{array}\right\} 0,0014$$

یعنې لرو چې:

$$3275-3270=5$$

ketabton.com - The Digital Library

3280-3270=10

او:

3,5159-35145=0,0014

x-3,5145=d

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0,0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0,0014=0,007$$

او س که $0,0014$, $3,5145$ سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3,5145+0,007=3,5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3,5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

log3,170	6	10	=1,5011	d	0,0013
log31,76			= X		
log31,90			=1,5024		

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0,0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0,0013$$

نو:

$$1,5011+0,0008=1,5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31,76=1,5019$$

ketabton.com - The Digital Library

کـه وغـوارو چـې د پينځـه رقمـي عـدد لوګـاریتم پـه لاس راوړو، نـو د څلـور رقمي لوګاریتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاریتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \log 51800 \\ \log 51826 \end{array}\right\} 26 \\ \log 51900 \end{array}\right\} 100 \qquad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} =4,7143 \\ =X \end{array}\right\} d \\ =4,7152 \end{array}\right\} 0,0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100} = \frac{d}{0,0009} \Rightarrow d = \frac{26}{100}.0,0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو، په لاس راوړو.

$$4,7143 + 0,0002 = 4,7145$$

نو د ورکړل شوي عدد لوګاریتم دا دی:

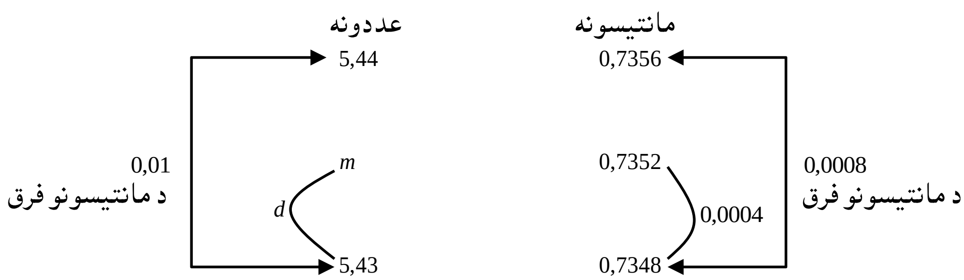
$$\log 51826 = 4,7145$$

ketabton.com - The Digital Library

د انترپولېشن
په واسطه د انتي لوګاریتم پیدا کول

د انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره مانتيس په جدول کې لټوو، که مانتيس په جدول کې نه وو، نو دغه مانتيس انتي لوګاريتم په يوه حرف ښيو، د مانتيس نه ښکته او پورته مانتيسونه په جدول کې پيدا کوو، شپږ عددونه چې يو يې مجهول او نور پينځه يې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه يو له بل څخه منفي کوو، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې يو يې مجهول او درې يې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پيدا کوو، بالاخره د راکړل شوي مانتيس انتي لوګاريتم پيدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3{,}7352$ پيدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0004}{0{,}0008} \Rightarrow \frac{d}{0{,}01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0{,}01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0{,}005$$

ketabton.com - The Digital Library

$m = 0,005 + 5,43 \Rightarrow 5,435$

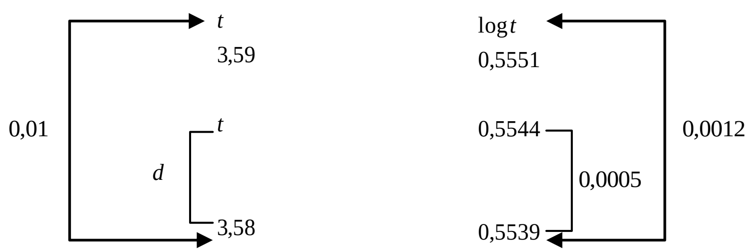
$Anti\log 3,7352 = 5,435$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

$x = anti\log 4,5544$

$\log x = 4,5544 \Rightarrow 0,5544$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاریتم پیدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قیمت پیدا کوو.



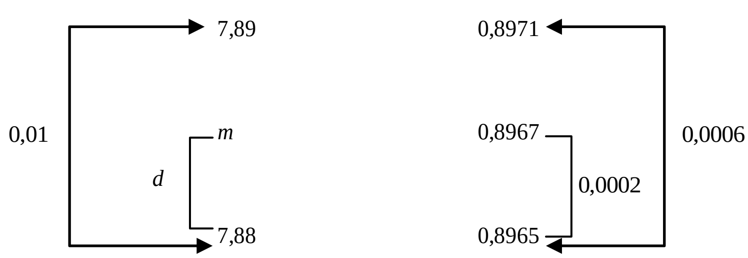
$$\frac{d}{0,01} = \frac{0,0005}{0,0012} \Rightarrow d = 0,0042$$

$t = 3,58 + d \Rightarrow 3,58 + 0,0042 \Rightarrow 3,5842$

$\log x = \log(3,5842.10^4) \Rightarrow \log 35842$

$x = 35842$

مثال: $Anti\log 5,8967$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0,01}=\frac{0,0002}{0,0006}\Rightarrow\frac{d}{0,01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0,01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0,03$$

$$m=0,03+7,88\Rightarrow 7,883$$

دا چې کرکترستیک (5) دی، نو انتي لوګاریتم صحیح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، یعنې

$$Anti\log 5,8967=788300$$

مثال: $\log N=4,4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتیس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاریتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو باید ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

یعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N=2,6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقیم په لوګاریتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعیت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

log442	X	1	=2,6454	0,0005	0,001
logN			=2,6459		
log443			=2,6464		

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0,5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0,5\Rightarrow 442,5$$

ketabton.com - The Digital Library

مثال: د 1,9358 انتي لوګاریتم په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,9358 مستقیما په جدول کې نشته دی او لیدل کېږي، چې:

$$9355 < 9358 < 9360$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{Log}862\\ \text{log}N\end{array}\right\}X\\ \text{log}863\end{array}\right\}1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1,9355\\ =1,9358\end{array}\right\}0,0003\\ =1,9360\end{array}\right\}0,0005$$

$$\frac{x}{1} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 0,6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N = 862 + 0,6 = 862,6$$

څرنګه چې مشخصه (1) ده، نو باید عدد دوه رقمي وي، یعني:

$$N = 86,26$$

ketabton.com - The Digital Library

خطي انترپولېشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه ترې په لاس راوړو، خو د انترپولېشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې دغه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولېشن په مرسته کولی شو، د نوموړي عدد لوګاریتم پیدا کړو.

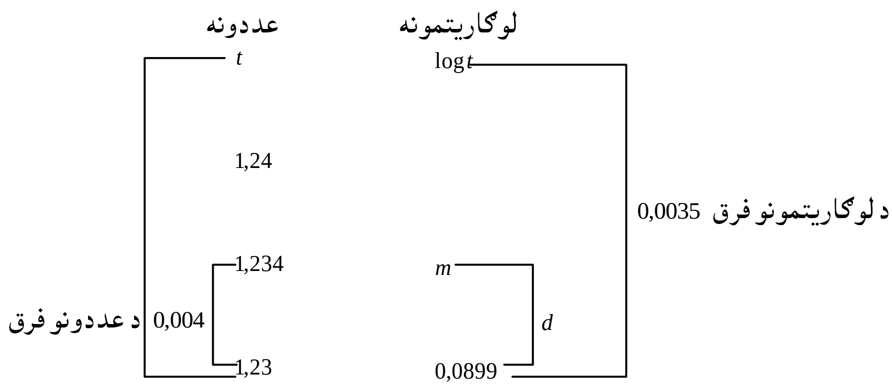
$\log 1{,}24 = 0{,}0934 \quad , \quad \log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



ketabton.com - The Digital Library

په خطي انټرپولېشن کې فرض شوی، چې دغه څلور عددونه متناسب دي، یعنې:

$$\frac{d}{0,0035}=\frac{0,004}{0,01}$$

$$d=\frac{(0,0035).(0,004)}{0,01}\,0,0014$$

$$m=\log 1,234=0,899+d\Rightarrow 0,0899+0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتیجه کې:

$$m=\log 1,234=0,0913$$

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوګــاریتمي افــادو چــې پــه هغــه کــې متحــول (مجهــول) وي، د لوګــاریتمي معادلاتو په نوم یادېږي.

د لوګــاریتمي معــادلاتو د حــل لپــاره بایــد لــومړی معادلــه د لوګــاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.

بعضــې وخــت ضــرورت پیــدا کېــږي، چــې د اکسپونشــیل (نمــایي) تــابع د خواصــو څخــه اســتفاده وشــي، نــو معادلــه ســاده کېــږي او پــه نتیجــه کــې د مجهــول قیمت لاسته راځي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

ketabton.com - The Digital Library

4). $\log_x^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_x^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \frac{4}{5}$

6). $\log_2^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \log_2^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_6^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_6^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_2^x = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_2^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_2^x = 3$

$Solution: \log_2^x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

ketabton.com - The Digital Library

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \frac{1}{2}\log_m^9 - \log_m^6$$

$find\ m = ?$

$$Solution:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \log_m^{9^{(\frac{1}{2})}} - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}} + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^4 + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(4.3)} - \log_m^6 = \log_m^{12} - \log_m^6$$

$$\log_m^x = \log_m^{(\frac{12}{6})} = \log_m^2$$

$$\log_m^x = \log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m = m \Rightarrow x = 2$$

ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوګاریتمي معادلو د حل لپاره د لوګاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex:\log_a^{(x+4)}-\log_a^{(x+2)}=\log_a^{x}$

$Solution:\ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})}=\log_a^{x}$

$\frac{x+4}{x+2}=x\Rightarrow x^2+2x=x+4\Rightarrow x^2+x-4=0$

$\Delta=1^2-4.1.-4=1+16=17$

$x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\qquad,\qquad x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex:\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)}=3$

$Solution:\ \log(35-x^3)=3.\log(5-x)\Rightarrow\log(35-x^3)=\log(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=(5-x)^3$

$\Rightarrow 35-x^3=125-75x+15x^2-x^3$

$\Rightarrow 35=125-75x+15x^2$

$\Rightarrow 15x^2-75x+125-35$

$\Rightarrow 15x^2-75x+90$

$\Rightarrow x^2+5x+6=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow x_1=2\qquad,\qquad x_2=3$

ketabton.com - The Digital Library

3). $Ex:\log_{2}^{(11x-1)}5$

$Solution:\log_{2}^{(11x-1)}=5\Rightarrow 2^{5}=11x-1$

$\Rightarrow 32+1=11x$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

4). $\log_{3}^{2^{x}-7}=2$

$Solution:lo_{3}^{2^{x}-7}=2\Rightarrow 2^{x}-7=3^{2}$

$\Rightarrow 2^{x}-7=9$

$\Rightarrow 2^{x}=9+7$

$\Rightarrow 2^{x}=16$

$\Rightarrow 2^{x}=2^{4}$

$\Rightarrow x=4$

5). $Ex:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18$

$Solution:\log\sqrt[3]{x}^{25}=18\Rightarrow 25=\sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25=x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25=x^{6}$

$\Rightarrow 5^{2}=(x^{3})^{2}$

$\Rightarrow x^{3}=5$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{5}$

6). $Ex:\log(x^{2}-1)-\log(x+1)=\log 2$

$Solution:\log\frac{(x^{2}-1)}{x+1}=\log 2$

$\frac{x^{2}-1}{x+1}=2\Rightarrow x^{2}-1=2x+2$

$x^{2}-2x-3=0$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^x}=10$

$Solution: \log x^{\log 10^x} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x} . \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow x=10^1$

$\Rightarrow x=10$

8). $Ex: \log\sqrt{x}+\log x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x}\sqrt{x^3}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x^4}=\log 100$

$\Rightarrow x^2=100$

$\Rightarrow x=10$

9). $\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-1)}=1$

$\Rightarrow \log_3^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3x-3$

$\Rightarrow 3x-x-3-1$

$\Rightarrow 2x-4=2x=4$

$\Rightarrow x=2$

10). $Ex: \log_4^{(3x-3)}=\log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{2^{3x-3}}=\log_2^3$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x-3=9$

$\Rightarrow 3x=9+3$

$\Rightarrow 3x=12$

$\Rightarrow x=4$

11). $Ex: \log\sqrt{x} + \log_x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$Solution: \log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = \log 100$

$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 100$

$\Rightarrow x^2 = 100$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{100}$

$\Rightarrow x_1 = 10 \qquad , \qquad x_2 = -10$

12). $Ex: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^4$

$Solution: \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = \log_2^{2^2}$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.\log_2^2$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2.1$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})} = 2$

$\Rightarrow 2+\frac{1}{x} = 3^2$

ketabton.com - The Digital Library

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$$

13). $\log_a^{\{1+\log_b[1+\log_c(1+\log_p^x)]\}}=0$

$Solution1:1+\log_b^{[1+\log_c(1+\log^x)]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{(1+\log_p^x)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{(1+\log_p^x)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{(1+\log_p^x)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0\Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0\Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0\Rightarrow x=1$

14). $Ex:\log_9^3.\log_2^x=1$

$Solution:\log_{3^2}^3.\log_2^x=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3.\log_2^x=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$

$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$

$\Rightarrow x=4$

15). $Ex:\log.\log_2^x=\log 5$

$Solution:\log_2^x=5$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex : \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution : \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex : \log_{10}^{x} = 1$

$Solution : \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex : \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex : \dfrac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_x^r$

$\Rightarrow \log_5^r = \log_x^r$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex : \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^2 = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex : \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution : \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex : \log_2^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution : \log_2^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow x^2 = 16 + 9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex : \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \frac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x - 1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x - 1 = 2x - 4$

$\Rightarrow 2x - x = -1 + 4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex : \frac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution : \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7 - 4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex : \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution : \log_x^{\frac{1}{25}} = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{5^2}$

ketabton.com - The Digital Library

$$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$$
$$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$$
$$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$$
$$\Rightarrow x = 125$$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{5}{25}$

$$\Rightarrow \log x = \log \frac{1}{5}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$
$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$
$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$$
$$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2.z^2$

$$x = r^2.z^2$$

ketabton.com - The Digital Library

30). $Ex: \log x^{2\log x} = \log 10x \quad , \quad x = ?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x} = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10 + \log x$

$\Rightarrow 2\log x^2 = 1 + \log x$

$\Rightarrow 2y^2 = 1 + y$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1) = 0 \qquad y = \log x$

$\Rightarrow y - 1 = 0 \qquad 2y + 1 = 0$

$\Rightarrow y_1 = 1 \qquad 2y = -1$

$\Rightarrow y_2 = \frac{-1}{2}$

اوس یې له اصلي مجهول سره کورو.

$\log x = y$

$y_1 = 1$

$\log x = 1$

$\Rightarrow x_1 = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

$y_2 = \frac{-1}{2}$

$\log_{10}^{x} = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x = 10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex: \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = x \qquad x = ?$

$Solution: x = 10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100+\log 4}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{400}$

$\Rightarrow x = 20$

32). $Ex: \log_4 \left\{2\log_3^1\left[\log_2(1+3\log_2^x)\right]\right\} = \dfrac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3\left[1+\log_2(1+3\log_2^x)\right] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$

$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$

$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$

$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$

$\Rightarrow x^3 = 2^9$

$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$

$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

ketabton.com - The Digital Library

34). $Ex:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$Solution:\log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)}=1$

$\Rightarrow (x^2+5x-1)=(x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1=-x+4$

$\Rightarrow 5x+x=4+1$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

35). $Ex:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$, $x=?$

$Solution:\log\sqrt{x}=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\log x=\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x=2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x^2=(2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow \log 2x=4\log x$

$\Rightarrow \log 2x-4\log x=0$

$\Rightarrow \log x(\log x-4)=0$

$\Rightarrow \log x=0$

$\Rightarrow x_1=10^0\Rightarrow x_1=1$

$\Rightarrow \log x=4\Rightarrow x_2=10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100=2{,}3026.\log 100$

$\ln 100=2{,}3026.2=4{,}6052$

36). $Ex:\log_2\{2+\log_3(x+3)\}=0$

ketabton.com - The Digital Library

$2+\log_3(x+3)=2^0=1$

$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$

$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$

37). $Ex: \log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-\log_b^{2^2}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-2\log_b^2=\log_b^{30}-\log_b^2$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

38). $Ex: \log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$

$\Rightarrow 2x=5^3$

$\Rightarrow 2x=125$

$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$

$\Rightarrow x=62{,}2$

39). $Ex: x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$Solution: x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$

$\Rightarrow x=7.\log_2^2+2.\log_{16}^{16}$

$\Rightarrow x=7.1+2.1$

$\Rightarrow 7+2=9$

40). $Ex: \log_x^{16}=4$

ketabton.com - The Digital Library

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$\Rightarrow \frac{4.3^x-6}{9^x-6} = 2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

ketabton.com - The Digital Library

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس یې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=-1$

دوهم جز نه شي صحیح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کمیت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6}-\log_2^{a^x-6}=1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6}-\log_2^{9^1}=1 \Rightarrow \log_2^{12-6}-\log_2^3=1$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

43). $Ex:\log_3^{(2x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{(2x-7)}=2$

$\Rightarrow 2x-7=3^2$

$\Rightarrow 2x-7=9$

$\Rightarrow 2x=9+7$

$\Rightarrow 2x=16$

$\Rightarrow x=\frac{16}{2} \Rightarrow x=8$

44). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x^2-1}{x+1}=\log 2$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x+1}=2$

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}=2$

$\Rightarrow x-1=2$

$\Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3$

45). $Ex:\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-3)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x+1}{x-3}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-3}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3(x-3)$

$\Rightarrow x+1=3x-9$

$\Rightarrow x=3x-9-1$

$\Rightarrow 3x-x-10=0$

$\Rightarrow 2x-10=0$

$\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$

46). $Ex:\log_2^{(11x-1)}=5 \qquad x=?$

$Solution:\log_2^{(11x-1)}=5$

$\Rightarrow 11x-1=2^5$

$\Rightarrow 11x-1=32$

$\Rightarrow 11x=32+1$

$\Rightarrow 11x=33$

$\Rightarrow x=3$

47). $Ex:\log_3^{(2^x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{2^x-7}=2$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^3$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$ $\qquad x = ?$

$Solution: \log x = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex: 3^{\log_4^{16}} = 27^x$ $\qquad x = ?$

$Solution: 3^{\log_4^{16}} = 27^x$

$\Rightarrow 3^{\log_4^{4^2}} = (3^3)^x$

$\Rightarrow 3^{2\log_4^4} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$

$\Rightarrow 2 = 3x$

$\Rightarrow x = \dfrac{2}{3}$

51). $Ex: \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^{\,2} = 3^2$

$\Rightarrow 3x - 3 = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 + 3$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = \dfrac{12}{3}$

$\Rightarrow x = 4$

52). $Ex: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 512 + 1$

$\Rightarrow x = 513$

ketabton.com - The Digital Library

53). $Ex:\log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{\log_2^{(x-1)}}=2$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1+x-4=0$

$\Rightarrow 6x-5=0$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x=\dfrac{2}{3}.\log_b^{27}+2.\log_b^2-\log_b^3$

$find \quad x=?$

$Solution:\log_b^x=\dfrac{2}{3}\log_b^{27}+2\log_b^2-\log_b^3$

$=\log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}}+\log_b^{2^2}-\log_b^3$

$=\log_b^9+\log_b^4-\log_b^3$

$=\log_b^{(9.4)}-\log_b^3$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{9.4}{3}}=\log_b^{(\frac{36}{3})}=\log_b^{12}$

$\log_b^x=\log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوګاریتم سره مساوي دي، نو:

$x=12$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګاریتم معادلاتو د سیستم د حل کولو لپاره د لوګاریتم له قوانینو څخه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases} \log x + 2\log y = 0 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log x + \log y^2 = 0 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log(x.y^2) = 0 \\ \log(\frac{x}{y}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x.y^2 = 10^3 \\ \frac{x}{y} = 10^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x.y^2 = 1 \\ \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x.y^2 = 1 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x.x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = y = 1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases} \log_2^{(x^2+y^2)} = 5 \\ \log_2^x + \log_2^x = 4 \end{cases}$ $\quad find\ x = ?\quad find\ y = ?$

2). $\begin{cases} 3.\log x + \log y^2 = 5 \\ \log x^2 - 2\log y = 0 \end{cases}$ $\quad find\ x = ?\quad find\ y = ?$

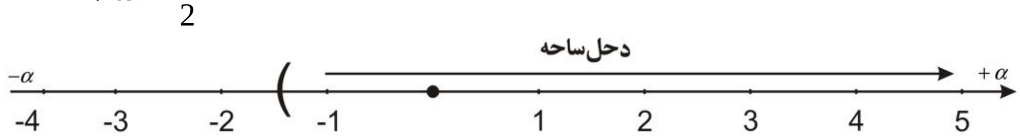
ketabton.com - The Digital Library

لوګاریتمي غیر مساوات

د لوګاریتمي غیر مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غیر مساوات د لوګاریتم څخه خلاصوو، له دې وروسته د غیر مساوات له خواصو څخه استفاده کوو، د دې په نتیجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غیر مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$
$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$
$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$
$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غیر مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2+\log 8=\log x \qquad x=?$

2). $\log 6+\log 12-\log 5-\log x=0 \qquad x=?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}}=x \qquad x=?$

4). $\log_x^4=\frac{2}{3} \qquad x=?$

5). $\log_4^{(2x-5)}=\log_4^{16} \qquad x=?$

6). $\log_2^{(\log_3(2x-5)}=2 \qquad x=?$

7). $\frac{\log y}{\log y-3}=2 \qquad y=?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)}=4 \qquad x=?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x-\log_{\sqrt{2}}^8-\log_{\sqrt{2}}^7+\log_{\sqrt{2}}^5=0 \qquad x=?$

10). $\log_{125}^{25}=x \qquad x=?$

11). $\log_3^{(x+3)}-\log_3^{(x-4)}=\log_3^4 \qquad x=?$

12). $3^{\log x}=3x$

13). $x^{\log x}=100x$

14). $\ln(\ln x)=1$

15). $\log(\log x)=1$

ketabton.com - The Digital Library

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^x} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

ketabton.com - The Digital Library

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x-2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n} \qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^{2} - \log_2^{x} - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^{2}$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^{8}$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^{3}$

54). $2.\log_5^{x} = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^{x} = 3\log_e^{2}$

56). $2.\log_3^{x} = \log_3^{2} + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^{2} + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^{x}$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^{2}$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^{4}$

61). $\log_4^{x} + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^{9}$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^{4} - \frac{2}{3}\log_b^{8} + 2\log_b^{2} = \log_b^{x}$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^{x} = \log_{\frac{1}{2}}^{2} + \log_{\frac{1}{2}}^{3} + \log_{\frac{1}{2}}^{5}$

64). $\log_4^{x} - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^{3}$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

ketabton.com - The Digital Library

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_2^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_2^{(x^2)}+2\log_2^x+1=0$

69). $\log x^2-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^x=\log_{\frac{1}{2}}^2+\log_{\frac{1}{2}}^3+\log_{\frac{1}{2}}^5$

71). $\log_7^{15}-\log_7^3=\log_7^x$

72). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

73). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^x$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_5^{(x-1)}-\log_5^{(x-2)}=\log_5^2$

80). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_7^{(2x-3)^2}=2$

84). $\log_x^3+\log_x^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_2^4-\dfrac{1}{2}\log_2^x=3$

90). $\log_4^{(x^2-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

ketabton.com - The Digital Library

92). $\log x = \log(2x^2) - 2$

93). $\log[\log 3(x-2)] = 0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}} = \log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}} - \log\sqrt{3} = 5$

96). $\log\sqrt{x+1} = 1 - \dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x - \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1) - \log(x-3) = 2$

99). $\log_7^{(2x-1)} = \log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5) - \log(4^x - 12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)} = x - 2$

102). $3{,}2^{\log_x^{(3x-2)}} + 2{,}3^{\log_x^{(3x-2)}} = 5{,}6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)} + \log_3^{(x-4)^2} = 0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}} = \log_{25}^{x}$

105). $2\ln x + 3\ln 2 = 5$

106). $\ln(2x-1)^2 = 7$

107). $\ln(3x+5)^2 = 4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2 y}{z^3}\right)} = ?$

109). $\log_a^{\left(x^3 \cdot \sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)} = ?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2 . y . \sqrt{z}} = ?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right] = ?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y . z^2}}\right) = ?$

113). $\log\sqrt{x . \sqrt{yz^3}} = ?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x} . z^2}{y^4}\right) = ?$

115). $\log_3^{(6x^4 y^{-2} - z^2)} = ?$

ketabton.com - The Digital Library

د لوګاریتم د استعمال ځیني ځایونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، یعني هره عملیه له هغې څخه پر اسانه عملیه بدلوي.

1). $x = (2,05).(0,74) = ?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

```
      2,05
   X  0,74
  ---------
       820
  +  1435
      000
 ------------
    1,5170
```

$x = (2,05)(0,74) = 1,517$

همدا سوال یعني $x = (2,05)(0,74)$ د لوګاریتم په طریقه اوس حل کوو.

چې ضرب یې په جمع بدلوي او د جمعې عملیه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x = (2,05)(0,74)$

$\log x = \log[(2,05)(0,74)]$

$\log x = \log 2,05 + \log 0,74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس یې وضع کوو.

$\log 2,05 = 0,3118$ او $\log 0,74 = \bar{1},869$

$\Rightarrow \log x = \log 2,05 + \log 0,74$

ketabton.com - The Digital Library

$\log x = 0,3118 + 1,8692$

$\log x = 2,181$

$x = anti\log 2,181$

$x = 1,517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

3). $Ex:\ x = \dfrac{48,3}{(83,8)(3,14)} = ?$

د پورته سوال محاسبه د تقسیم او ضرب څخه جوړ شوی دی، د اسې حل کوو، د تقسیم او ضرب په واسطه ډېر وخت او مشکلات لري، خو د لوګاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \dfrac{48,3}{(83,8)(3,14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y 48,3 - (\log (8,38)(3,14))$

$\log x = \log 48,3 - (\log 83,8 + \log 3,14)$

$\log x = 1,6875 - (1,9232 + 0,4969)$

$\Rightarrow 1,6875 - 2,4201$

$\log x = -0,7326 = \bar{1},2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1},2674)$

$x = 0,1851$

4). $Ex:\ \dfrac{(780,6)^2 . \sqrt{3}}{4,000} = ?$

$Solution: \log x = \log \dfrac{(780,6)^2 . \sqrt{3}}{4,000}$

$\log x = \log (78-,6)^2 + \log \sqrt{3} - \log 4,000$

$\log x = 2\log(780,6) + \dfrac{1}{2}\log 3 - \log 4,000$

$\log x = 2.(2,8924) + \dfrac{1}{2}(0,4771) - 0,6021$

$\log x = 5,7848 + 0,2586 - 0,6021$

ketabton.com - The Digital Library

$\log x = 5,4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5,4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاریتم په ذریعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1,05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1,05)^6 = 6.\log 1,05 = 6(0,212) = 0,1272$

او $anti\log 0,1272 = 1,340$ دي.

یعنـې $(1,05)^6$ دا داسـې عـددونو محاسـبه کـول پرتـه لـه لوګـاریتم نـه مشـکل او د وخـت ضـایع کېـدل دي، خـو داسـې مثالونـه د لوګـاریتم پـه ذریعـه پـه ډېـر کـم وخت او مطمین ځواب لاسته راځي، یعني $(1,05)^6 = 1,340$ سره دی.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حـل: د داسـې ډېـرو عـددونو جذر پیـدا کـول ډېـر وخـت او پـه پیـدا کـولـو کـې یـې زیـات مشـکل وي، مګـر د لوګـاریتم لـه طریقـه پـه اسـانه دقیـق او کـم وخـت کـې حـل کېږي.

د جذر له طریقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاریتم په طریقه یې حل کوو.

ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0,4771$

0,4771 له جدول څخه اخیستل شوی.

$\log x = 0,4771$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log x = \log \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log(2500{,}12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500{,}12$

$\log x = 0{,}39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}39969 \Rightarrow 2{,}5101$

$x = \sqrt[6]{2500{,}12} = 2{,}5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0{,}34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کېږي، خو کولای شو ، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0{,}34 = \bar{1}{,}5315$

اوس $\bar{1}{,}5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1}{,}5315.3 = \bar{2}{,}594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو ، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنې کموو ، ځکه ($\bar{2}$) په (5) نه تقسیمېږي.

$\bar{2}{,}5945 = (3 + \bar{3}) + \bar{2}{,}5945$

$= \bar{5} + 0{,}5945 + 3$

$= \bar{5} + 3{,}5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2}{,}5945 \div 5 = (\bar{5} + 3{,}5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0{,}7189 = \bar{1}{,}7189$

ketabton.com - The Digital Library

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3} = \bar{1},7189$$

څرنګه چې اصلي عدد $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = \log 1 - \log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړ، چې:

$$\log 1 = 0,0000 = \bar{1} + 1,0000$$

دا د ښي خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000 - \bar{1},7189 = 0,2811 + \bar{1}$$

په دې ډول لرو، چې:

$$\log x = 0,2811 + \bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = 0,911$ یعنې $x = 0,911$

استعمال:

د نمايي تابع ګانو د حل لپاره استعمالیږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمایي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډیر مشکلات لري، زيات وخت نیسي، ځواب دومره زيات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex:\ x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ نمايي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}} = \log(\sqrt{x})^x$$

$$\sqrt{x}\log x = x.\log\sqrt{x}$$

ketabton.com - The Digital Library

$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$

$x = \frac{1}{4}x^2$

$\Rightarrow 4x = x^2$

$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$

$\Rightarrow x = 4$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\frac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\frac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\frac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمېر پرې معلومېږي.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلوم چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$

ketabton.com - The Digital Library

نتیجه: دا چې 5 عدد کرکترستیک دي، نو غوښتل شوی عدد 6=(5+1) دی، یعني دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^5 عددبه څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0{,}3010) = 1{,}505$$

نتیجه:

دا چې (۱) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 2=1+1 ده، یعنې اوس ګورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0{,}6990) = 2{,}766$$

اوس ګورو چې ایا 5^8 رښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چې (2) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 3=1+2 دی، نو ثبوت شوه چې دا عدد (3) رقمي ده، ځکه چې $5^4 = 625$ کېږي او 625 هم درې رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0{,}3010) = 9{,}030$$

نتیجه: دا چې (9) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد (10=1+9) دی.

ketabton.com - The Digital Library

تمرین:

که چېرې $\log 5 = 0{,}6690$ او $\log 3 = 0{,}4771$ او $\log 31 = 1{,}4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پیدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3 . 31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عدد به څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عدد به څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

ketabton.com - The Digital Library

استعمال:

د بانکدارۍ په حسابونو کې مهم رول لري.

مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغانۍ شوې وي.

حل:

$$C = C_0(1+r)^{20}$$

$$C = 100000(1+9\%)^{20}$$

$$C = 100000(1+0,009)^{20}$$

$$C = 100000(1,09)^{20}$$

$$\log C = \log 100000 + \log(1,09)^{20}$$

$$= 5 + 20\log(1,09)^{20}$$

$$= 5 + 20(0,0374) = 5 + 0,7480$$

$$\log C = 5,7480$$

$$C = anti\log 5,7480$$

$$C = 560000$$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.

د ریکتر مقیاس (معیار):

چارلس ریکتر امریکايي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکز نه د اخذې تر ماشین پورې

ketabton.com - The Digital Library

جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذې څخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کېږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوي وي او T=1sec وي د زلزلې قدرت د ریکتر له مخې څو دی؟

$$R=\log(\frac{10}{1})+6,8$$

$$R=7,8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژي څخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کېږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکتر (ریشتر) (Richter) ده.

E	E.30	$E.30^2$	$E.30^3$	$E.30^4$	$E.30^5$	$E.30^6$	$E.30^7$	$E.30^8$	$E.30^9$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

د انرژي تفاوت = $\frac{E_1}{E_2}=\frac{(30)^{8,0}}{(30)^{6,8}}=(30)^{8,0-6,8}=(30)^{1,2}\approx 59,2$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژي څخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت(د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې دغه انرژي په ژول (Joule) ښودل کېږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

ketabton.com - The Digital Library

کاله پخوا ډېر خلکو د انرژي شدت په مختلفو طریقو اندازه کړی دیو په (1935) م کال کې یو زلزله شناس چې (Charles Richter) نومېږي، په کیلیفورنیا کې یو لوګاریتمي معیار یا اندازه چې د (Richter Scale) په نامه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M=\frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}\ Richter\ Scale$$

په فارمول کې E هغه انرژي ده، چې د زلزلې په واسطه مینځته راغلې وي او په (Joule) سره اندازه کېږي او E_0 هغه انرژي ده، چې تر ټولو کمه او لږه وي او د یوې زلزلې په واسطه پېژندل شوی دی، چې عبارت ده له ($E_0=10^{4.410}$Joule) چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثال: په فرانسیسکو ایالت کې یوې زلزلې تقریبا ($5.96x10^{16}\ Joule$) انرژي مینځته راوړې ده، نو د (Richter Scale) یا معیار د فارمول له مخې یې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M=\frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$=\frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow\frac{2}{3}(\log 5.96+\log 10^{11.6})$$

$$=\frac{2}{3}(0,775+11.6)=8,25$$

$$M=8,25$$

مثال: که یوه زلزله (1000) چنده له بلې زلزلې څخه لویه وي، نو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1=\frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2=\frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2=1{,}000E_1$$

$$M_2=\frac{2}{3}\log\frac{1{,}000E_1}{E_0}$$

ketabton.com - The Digital Library

$$= \frac{2}{3}(\log 10^3 + \log \frac{E_1}{E_0})$$

له مخې ليکو: $M_1 = \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_0}$

$$= \frac{2}{3}(3) + \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2 + M_1$$

استعمال:

په کيمياوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په يو محلول کې د $[OH]$ ايون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوګاريتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH = -\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4 + \log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4 - 4)$$
$$\Rightarrow -\log 4 + 4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321 + 4$$

$-\log 4 = -0{,}7321$ قيمت له جدول څخه اخيستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتيس منفي دی، نو بايد مثبت يې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321 + 1 + 4 - 1$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}7321 + 3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679 + 3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

ketabton.com - The Digital Library

$\Rightarrow PoH = 3,2679$

مثال: په یو محلول کې د $[H^+]$ ایون غلظت $3,2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$PH = -\log[H^+]$

$PH = -\log[3,2.10^{-4}] = -\{\log 3,2 + \log 10^{-4}\}$

$PH = -\{\log 3,2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3,2 - 4\}$

$PH = -\log 3,2 + 4 = 4 - \log 3,2 = 4 - (0,5050) \approx 3,5$

$PH = 3,5$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$PH = -\log[H^+]$

$2,3 = -\log[H^+]$

$\log[H^+] = -,3$

$[H^+] = (10)^{-2,3}$

$[H^+] \approx 5.10^{-3}$

د شیدو جوس:

$PH = -\log[H^+]$

$6,6 = -\log[H^+]$

$\log[H^+] = -6,6$

$[H^+] = (10)^{-6,6}$

$[H^+] \approx 10^{-7}$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

ketabton.com - The Digital Library

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: که هوايي جهاز سرعت $7,7\frac{Km}{Sec}$ وي، کولای شئ چې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د يو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0,0098t + c.\ln R$$

که داسې فرض کړو، چې يو راکټ په (25) نسبتي کتلې باندې حرکت وکړي، هوايي جهاز په حرکت شروع کوي، هر کله چې تاخيري سرعت $2,8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيا په 100Sec وخت کولای شي، چې په هوا کې په (300) کيلو متره کې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2,8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

$V = -0,0098t + c.\ln 12$ سرعت

$$V = -0,0098.100 + 2,8\ln 25$$

د حساب ماشين څخه استفاده کوو، نو ځواب:

$$V = 0,98 + 2,8(3,219) \approx 8,0\frac{Km}{Sec}$$

لاسته راغلی سرعت نسبت د $7,7\frac{Km}{Sec}$ څخه زيات دی، پس هوايي جهاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه يا د راکټ الوتلو تيوري:

راکټ الوتنه په عالي رياضياتو او فزيک پورې اړه لري، مونږ د لوګاريتم له مخې يو فارمول لرو، چې د راکټ سرعت معلوموي.

ketabton.com - The Digital Library

$$(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.

پورته فارمول کې C د انجن پورې متعلق سرعت څرګندوي، W_t د راکټ د پورته کېدو په وخت کې وزن او اندازه ده او W_b هغه اندازه ده، چې کله یو راکټ په هوا کې هغه وزن ولري، چې د هغه تېل او نور سونګ مواد ختم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9,0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18,7$

او $C = 2,38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9,0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18,7$$

$$= 6,97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت (اواز د انرژۍ اندازه)

د یو انسان غوږ کولای شي، چې اواز په ډېر شدت سره واوري، که د اواز شدت (1) ترلین (1000,000,000,000) هم وي، نو یو صحتمند غوږ کولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نو یو عدد چې ډېر لوی وي، هغه محاسبه کول ډېر مغلق او پېچلی کار دی، نو موږ کولای شو، چې د لوګاریتم څخه کار واخلو، چې قاعده یې د (1) څخه زیاته وي، لوګاریتم اکثره ددې لپاره استعمالېږي، چې ډېر ارام او هوسا معیار جوړ کړي، د (Decibel) په نامه یو اندازه یا معیار لرو، چې دا یو ښه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کله چې د ټیلیفون مخترع (Alexancler Caraham) دغه لاندې فارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

ketabton.com - The Digital Library

$$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$$

D عبــارت د Decibel څخــه ده، چــې د اواز شــدت لیــول معلومــوي او 1 د اواز شــدت چــې انــدازه یــې $\frac{W}{m^2}$ ده واحــد دی او I_0 چــې د اواز تــر ټولــو کمــه انــدازه رشوت ښآیي او عبارت دی له:

$$I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

مثــال: کــه د اواز د شــدت انــدازه $5.20x10^{-10}$ واټ پــر متــر مربــع یعنــې $\frac{W}{m^2}$ وي، نــو تاســو د Decibel معیــاري واحــد محاســبه او عــدد یــې پیــدا کــړئ، نــو 2 عــدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$$D = 10\log\frac{1}{10}$$

$$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$$

$$= 10\log(5.2x10^{2})$$

$$= 10(\log 5.2 + \log 10^{2})$$

$$= \log 5.2 = 0{,}716$$

$$= 10(0{,}716 + 2)$$

$$= 27{,}16\ Decibels$$

$$D = 27{,}16$$

ketabton.com - The Digital Library

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاریتم پیدا کول

مهمه یادونه:

د حساب ماشین (Sciencific Calculator) په مرسته هم کولای شو، چې د لوګاریتم (طبیعي او اعشاري لوګاریتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت کې ترسره کړو.

د حساب ماشین په مرسته د لوګاریتم د محاسبه کولو طریقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وکړئ؟

حل: لومړی به په ماشین کې 3,184 داخل کړو، ورپسې به په ماشین کې د (log) په نوم تو کمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتوماتډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ کمیت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پیدا کړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

ketabton.com - The Digital Library

مثال: د $\log(-3,24)$ عدد لوګاریتم (Scientific Calculator) حساب ماشین په مرسته پیدا کړئ؟

حل: د حساب ماشین دغه قسم عددونو لوګاریتم نه شي پیدا کولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاریتمي تابع په دومین کې وجود نه لري.

مثال: $n = \frac{\log^2}{\log^{1,1}}$ د n کمیت (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

حل: طریقه په لاندې ډول عملي کوو.

لومړی به د 2 عدد په ماشین کې کېکاږو، بیا ورپسې د log بټنې ته فشار ورکوو، بیا د (÷) تقسیم بټنه کېکاږو، بیا د 1,1 عدد لیکو، بیا ورپسې د log بټنه Click کوو او په آخر کې د = علامه Click کوو، نو دا 7,273 ځواب به راکړي.

$$\ln = \frac{\log 2}{\log 1,1} = 7,273$$

$$n = 7,273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثال: د n کمیت $n = \frac{\ln 3}{\ln 1,08}$ د حساب ماشین (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n = \frac{\ln 3}{\ln 1,08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرین:

لاندې لوګاریتمي کمیتونه (Scientific Calculator) په مرسته پیدا کړئ؟

1). $Ex : \log 0,013529 = ?$

2). $Ex : \log 0,1202 = ?$

ketabton.com - The Digital Library

3). $Ex : \log 28{,}693 = ?$

4). $Ex : \ln 21{,}69 = ?$

5). $Ex : \ln(-0{,}439) = ?$

6). $Ex : \log(-0{,}215) = ?$

7). $Ex : \log(-1{,}101) = ?$

8). $Ex : n = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}1} \quad , \quad n = ?$

9). $Ex : n = \frac{\log 3}{\log 1{,}03} \quad , \quad n = ?$

10). $Ex : n = \frac{\log 2}{\log 3} \quad , \quad m = ?$

11). $m = \frac{\ln 9}{\ln 2{,}2} \quad , \quad m = ?$

ketabton.com - The Digital Library

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ایمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لاربنود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکتر ماخان مېړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.

16. College Algebra.
    Raymond A,Barmett.
    Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
    M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
    K, Velsker

Thank you for reading

Find more e-books and articles on Ketabton - your multilingual digital library.

www.ketabton.com

Ketabton - Pashto, Farsi, Arabic & English