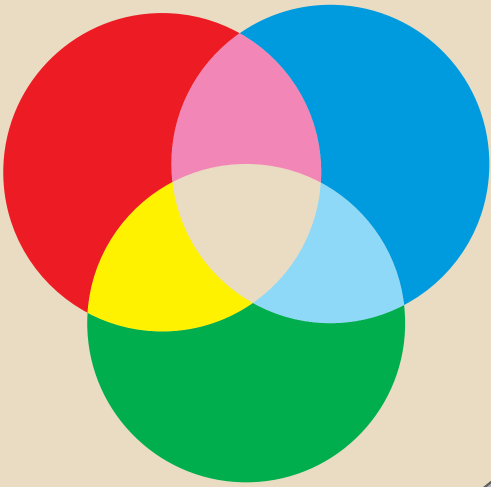
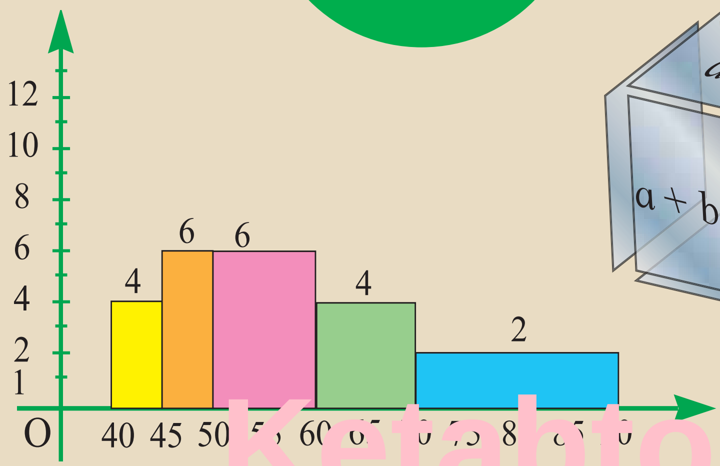
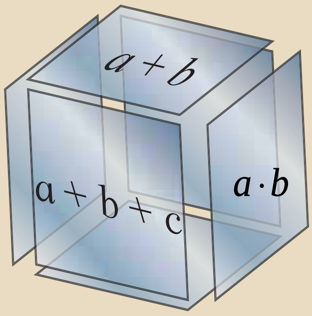
د پوهنې وزارت
د تعلیمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساینس د مرکز معینیت
د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي
کتابونو د تالیف ریاست

ریاضي

نهم ټولګی







نهم ټولګی

ISBN 978-9936-25-068-0
۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

رياضي
نهم
ټولگی

۱۳۹۰
هـ.ش

(c) ketabton.com: The Digital Library

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمي اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنگي کمېټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمېټه:

ـ دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.

ـ دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.

ـ د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر گلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستـــان دی — دا عزت د هـــر افغـــان دی

کور د سولې کور د تورې — هر بچی یې قهرمـــان دی

دا وطن د ټولو کـور دی — د بـــلوڅـــو د ازبکــــو

د پښتـــون او هزاره وو — د ترکمنــــو د تـــاجکــــو

ورسره عرب، گوجـــر دي — پامیــریان، نورستانیـــان

براهوي دي، قزلباش دي — هم ایمـــاق، هم پشه یـان

دا هیـــواد به تل ځلیږي — لکــه لمـــر پر شنه اسمـــان

په سینــه کې د اسیـــا به — لکـــه زړه وي جـــاویـدان

نوم د حق مو دی رهبـــر — وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

د پوهنې د وزیر پیغام

گرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختیا او پرمختگ بنسټ جوړوي. تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختگ او ټولنې د اړتیاوو له مخې رامنځته کېږي. څرگنده ده چې علمي پرمختگ او ټولنيزې اړتیاوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعلیمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعلیمي نصاب د سیاسي بدلونونو او د اشخاصو د نظریو او هیلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتیب شوی دی. علمي گټورې موضوعگانې پکې زیاتې شوې دي. د زده کړې په بهیر کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدریسي پلان برخه گرځېدلې ده.

هیله من یم دا کتاب له لارښوونو او تعلیمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د میتودونو د کارولو له لارې تدریس شي او د زده کوونکو میندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکیفیته ښوونه او روزنه کې پرله پسې گډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هیلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ گران ښوونکي د تعلیمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤولیت په ریښتوني توگه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زیار کاږي چې د پوهنې تعلیمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دین له بنسټونو، دوطن دوستی د پاک حس په ساتلو او علمي معیارونو سره سم د ټولنې د ځرگندو اړتیاوو له مخې پراختیا ومومي.

په دې ډگر کې د هېواد له ټولو علمي شخصیتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه هیله لرم چې د خپلو نظریو او رغنده وړاندیزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تالیف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتیب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړیوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعلیمي نصاب په چمتو کولو او تدوین او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفیق

فاروق وردگ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست — **مـخ**

لومړی څپرکی: دایره ۱

- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاوېې
- د دایرې د وتر او شعاع ځانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاوېې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې
۲۷

- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کې د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵

- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضیه

- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

- مثلثاتي معادلې

فهرست

فهرست	مـخ
پنځم څپرکی: خو جمله يي گانې	۱۲۷
• په فکتورونو تجزيه	
• د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل	
• کوچنی گډ مشترک مضرب	
• د الجبري افادو وېش	
• په الجبري افادو کې د عمليو د سرته رسولو ترتيب	
شپږم څپرکی: نامساوات	۱۵۱
• د خطي غير مساواتو حل	
• فاصله يا انتروالونه	
• د بينوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل	
• کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات	
• د نامساواتو سيستمونه	
اووم څپرکی: يو مجهوله دويمه درجه معادلې	۱۷۵
• د دويمې درجې معادلو حل	
• غير خطي اړيکې	
• په هندسي لاره د دويمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکميل مربع	
اتم څپرکی: احصائيه	۱۹۵
• د data د دسته بندي لاره، د نبنتو يا پيوسته data گانو دسته بندي او وزني اوسط	
• مستطيلي او دايروي گرافونه	
• ميانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط	
نهم څپرکی: احتمالات	۲۲۱
• د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع	
• کلي او مکمله سټ	
• په ستونو مدل جوړول	

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

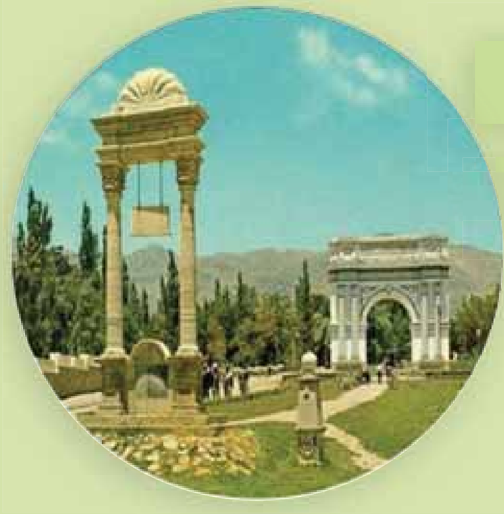
دایــــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

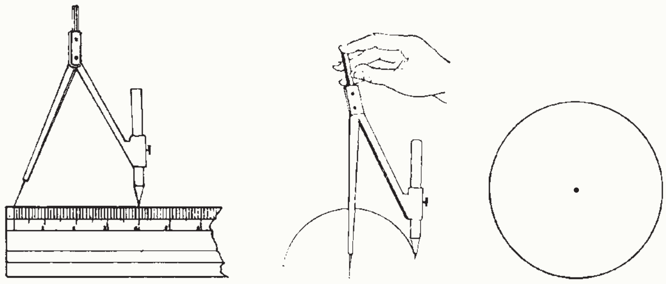
دایره
CIRCLE



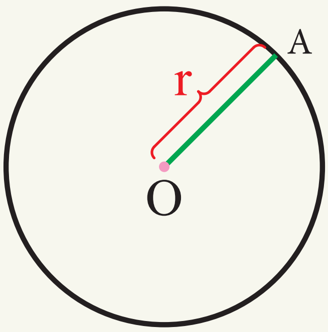
شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په تصوير کې وينئ نومونه يې واخلئ.

فعاليت

يوه ټکی دکاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته يو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نوموئ؟



تعريف

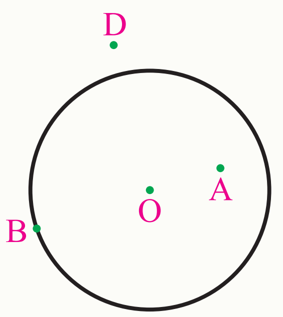


په يو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له يوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دايره نوميږي، يا په بل عبارت دايره ديوي ترلي منحني څخه عبارت ده چې له يوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.

ترلي منحني ته د دايرې محيط او ټاکلي ټکي ته د دايرې مرکز وايي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.

د دايرې مرکز په شکل کې O او شعاع يې د r په تورو ښودل کېږي.

فعالیت



- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکئ.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟

پایله:

1- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کېږي، یا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کېږي، یا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادېږي، یا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دایرې د سطحې په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کیک مخ کوم هندسي شکل را ښیي او پرې شوې برخه یې د دایرې کوم عنصر راښیي؟

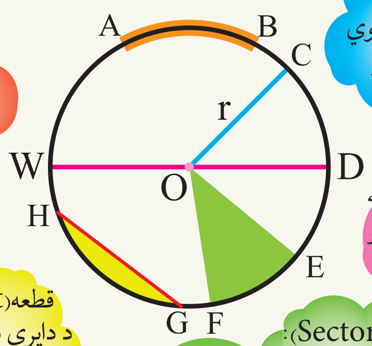
د دایرې د عناصرو تعریف

لومړی شکل او د دایرې د عناصرو تعریفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعریفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc):
د دایرې د محیط یوه برخه د دایرې د قوس په نوم یادېږي.

شعاع(Radius):
هغه کرښه چې د دایرې مرکز د محیط له یو ټکي سره نښلوي د دایرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard):
هغه قطعه خط چې د دایرې محیط دوه ټکي ونښلوي د دایرې وتر بلل کېږي.



قطر(Diameter):
هغه وتر چې د دایرې د مرکز څخه تیر شي، د دایرې قطر بلل کېږي او اوږوالی یې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment):
د دایرې د سطحې یوه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دایرې د قطعې په نوم یادېږي.

قطاع(Sector):
د دایرې د سطحې یوه برخه چې د دوو شعاعګانو یا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دایرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاويې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړيکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړی چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکي ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې تر ټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچنی قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمايي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه څه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

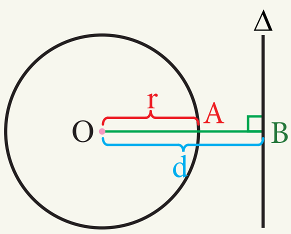
مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چه قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

فعاليت

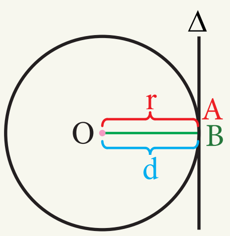
- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړئ او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.

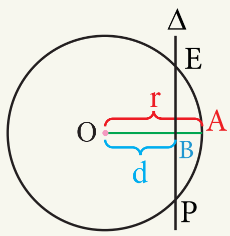
د پورتني فعاليت د کړني څخه ليدل کېږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکي و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$

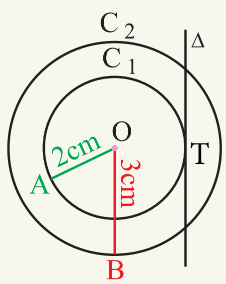


2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$





3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ (مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې (قاطع) وايي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال (بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکي لري؟

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالي یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

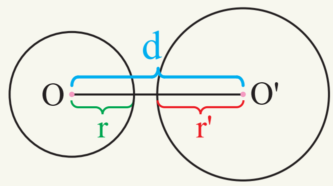
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

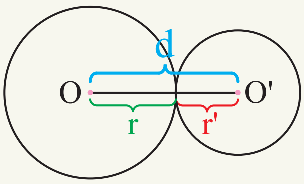
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:

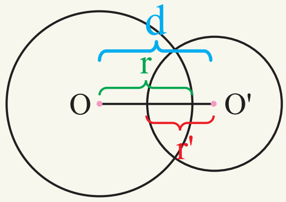


که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعنې $d > r + r'$

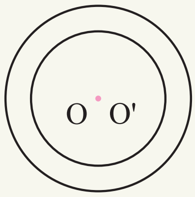


که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجا مماس وایي، یعنې $d = r + r'$

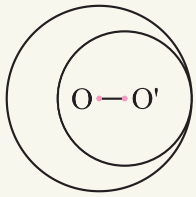
(c) ketabton.com: The Digital Library



کـه د دوو دایـرو د مرکزونـو تـر منـځ واټـن، د هغـو د شـعاعګانو د مجموعـې د اوږدوالـي څخـه کوچنـی او د شـعاع ګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایـرې يو له بل سـره متقاطع دي، يعني $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منـځ واټـن صفر وي، دایـرې د متحدالمرکـز پـه نامـه سـره یادیـږي، یعني $d=0$

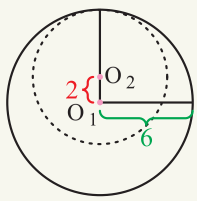


کـه د دوو دایـرو د مرکزونـو ترمنـځ واټن د هغو د شـعاع ګانو د تفريق حاصل له مطلقه قيمت سره مساوي وي. دايرو ته له دننه مماس وايي، يعني $d=|r-r'|$

مثال(بېلګه): دوې دایرې داسـې رسـم کـړئ، چې د لومړې دایرې شـعاع $6cm$ ، د دویمې دایرې او لومړې دایرې مرکزونو تر منځ واټن $2cm$ او د دویمې دایرې شـعاع د لومړې دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنۍ دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= 6cm \\ r_2 &= \frac{2}{3} r_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} r_2 &= \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 &= 4cm \end{aligned}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:

نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱-دوې دایرې د ٦cm او ٤cm په شعاع په پام کې و نیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دایرې داخلاً(له دننه) سره مماس وي.
ج: دایرې سره غیر متقاطع(نا پرېکړې) وي.
د: دایرې سره غیر متقاطع(غوڅو نه) وي.
هـ: دایرې متحدالمرکزه(ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

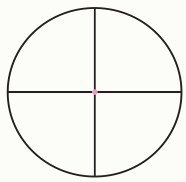
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې اړوند زاويې
Angle of a Circle

تصوير ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت



- په پورتني شکل کې څو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

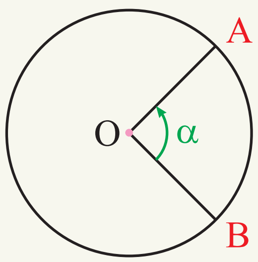
د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:

د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالي پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف

هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

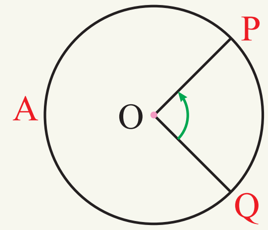


هره مرکزي زاويه له دايرې څخه يو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاويې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاويې سره مساوي دي.

د قرارداد له مخې وېلای شو چې په يوه دايره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاويې سره مساوي ده يعنې: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O, r)$ په دايره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچنی قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاويو اندازه پيدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس يې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو ليکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \hat{POQ} = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دويم مثال: په لاندې شکل کې که $\hat{KOS} = 31^\circ$, $\hat{EOJ} = 82^\circ$, $\overline{EK}$ د دايرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پيدا کړئ.

د مرکزي زاويې مخامخ قوس .....

$\overset{\frown}{SK} = \hat{SOK} = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

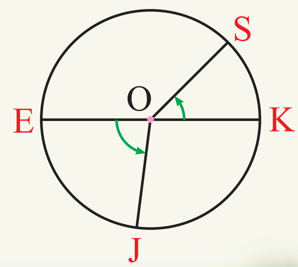
$\hat{KOJ} = 180^\circ - \hat{EOJ} = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$\hat{KOJ} = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = \hat{EOJ} = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = \hat{EOK} = 180^\circ$



پوښتنې

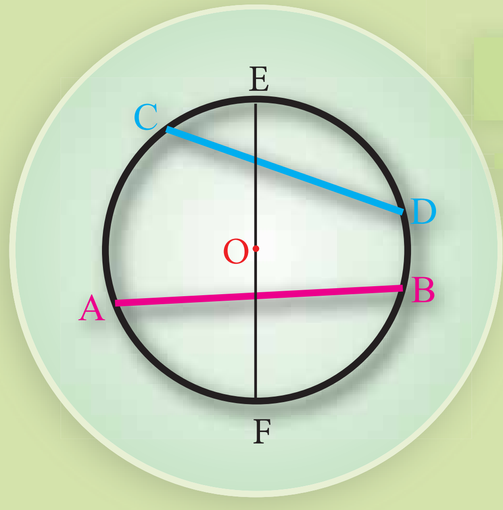
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دايره داسې پراته دي، چې $\hat{AOB} = 75^\circ$, $\hat{BOC} = 136^\circ$ زاويې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - يوه مرکزي زاويه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ؛ د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقيمې کرښې په څه نامه يادېږي؟ د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتيا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړيکه لري؟

فعاليت

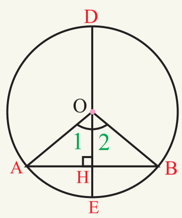
- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دايرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځايونو کې د $(=, <, >)$ يا $(>)$ ورنښې ولیکئ.

$\overline{OA}$ ☐ $\overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}$ ☐ $\overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}$ ☐ $\overline{HB}$

د دې فعاليت د پايلې څخه کولای شو لاندې قضيه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هره دايره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نيمويي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه ليکلی شو چې:



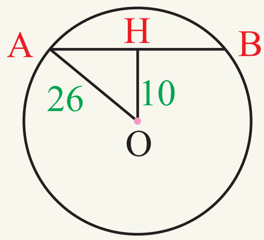
$$\left.\begin{array}{l} \overline{OA}=\overline{OB}\text{.........د دايرې شعاع} \\ \hat{H}_1=\hat{H}_2\text{.......... قايمه} \\ \overline{OH}=\overline{OH}\text{........ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{AOH}\cong\overset{\Delta}{OHB}$$

نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پايله لاسته راځي، چې: $\overline{AH}=\overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پايله کې $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دايره راکړل شوې ده، که چېرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دايرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:

$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$
$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$
$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$
$$\overline{AH} = 24$$
$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\text{unit}$$



فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

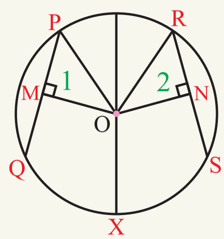
ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:

$\overline{OP} = \overline{OR}$ .... د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ .... قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه $\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

$\frac{\overline{PQ}}{2} = \frac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow PM = RN$



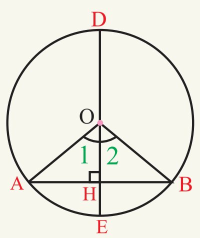
په پایله کې ویلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

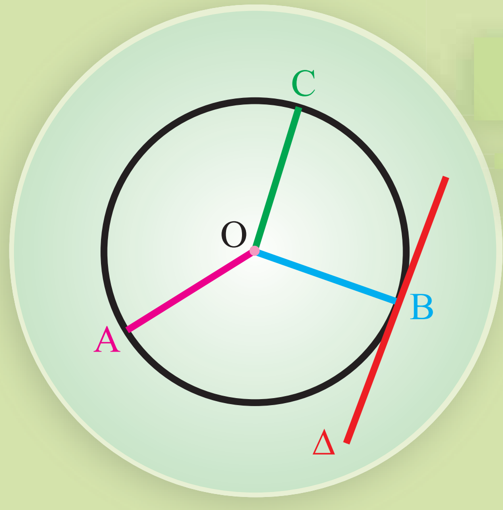
3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

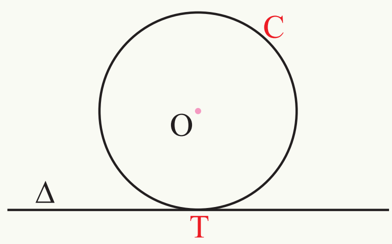
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نوميږي او د Δ کرښه د دايرې او د OB ورانګې سره څه اړيکې لري؟

فعاليت



- په مخامخ شکل د (Δ) مستقيمه کرښه د $C(0,2)$ دايرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دايرې له مرکز سره يې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې يا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دايرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښايئ.

تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او يوې مستقيمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟

- د پورتني دوو حالتونو څخه څه پايله لاسته راوړئ.

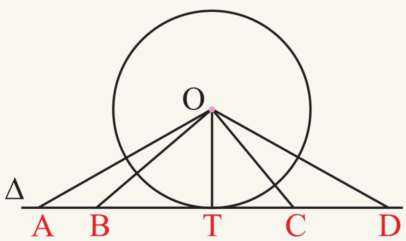
د دې فعاليت د پايلې څخه په لاندې توګه قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه: د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.

پايله: په لاندې شکل کې ليدل کيږي، چې:

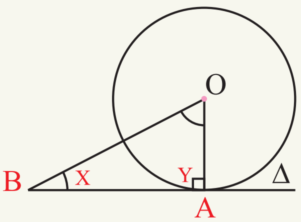
$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$



پوهيږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د يوه ټکي او مستقيم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پايله کې ويلای شو چې مستقيمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

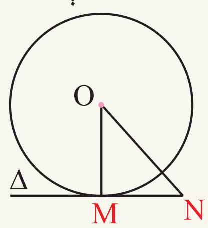
لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$$
$$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$$
$$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 150^\circ$$
$$x = 30^\circ$$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دې، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:

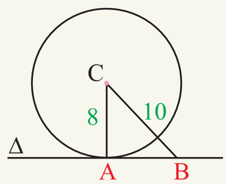


$$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$$
$$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$$
$$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$
$$\overline{MN} = 3$$

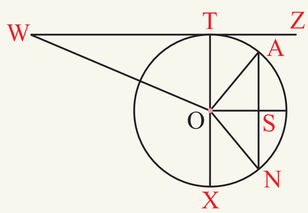
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکی څخه تېرېږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ پر $P(C,r)$ دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

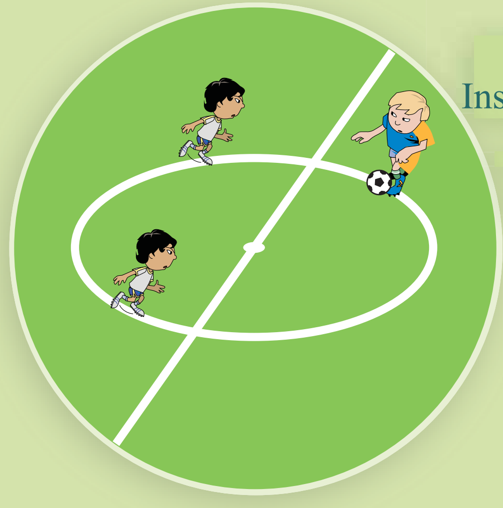


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

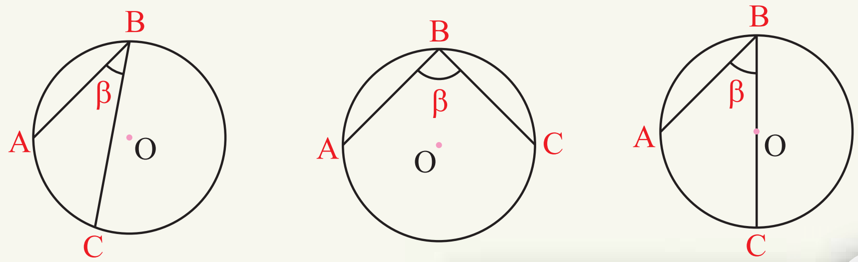
د دايرې محيطي زاويه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د ميدان په مرکزي دايره کې حسيب الله، بلال ته او بلال الياس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسير څخه جوړيږي څه ډول دی؟

تعريف

هغه زاويه چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې دوه وترونه وي محيطي زاويه بلل کيږي. لکه: د $\hat{ABC}$ يا د $\hat{\beta}$.



فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\hat{ABC}$ محيطي زاويه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دايرې له مرکز څخه تيره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دايرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويې د $\hat{OAB}$ په مثلث کې يو له بل سره څه اړيکې لري؟
- د $\hat{AOC}$ زاويه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاويو سره څه اړيکې لري؟

په ياد ولرئ چې:

- د مرکزي زاويې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاويې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاويې له مجموعې سره مساوي دی.

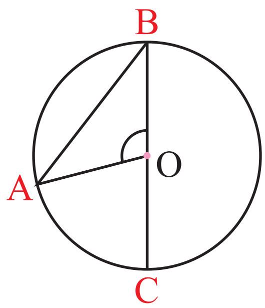
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنۍ دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\triangle}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

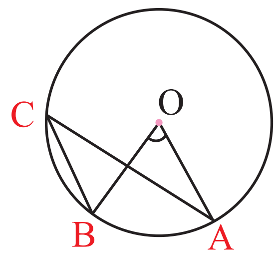
په پایله کې $\hat{ABC} = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOC} = \hat{A}+\hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B}+\hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

پوښتنې

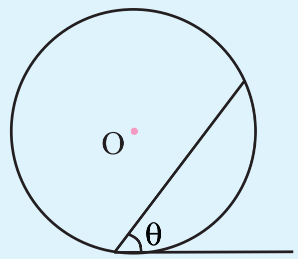
1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

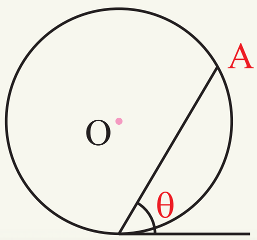
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې مماسي زاویه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقیمې کرښې چې د θ زاویه یې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاویې راس چېرته پروت دی.

تعریف



هغه زاویه چې یوه ضلع یې پر دایره مماس او دویمه ضلع یې د دایرې وتر وي او راس یې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاویه بلل کېږي، لکه: د θ زاویه

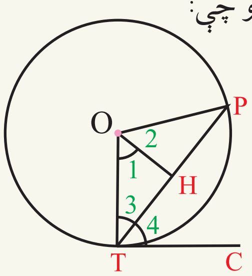
فعالیت

- د $C(0,6)$ دایره رسم کړئ.
- په دې دایره کې یوه مماسي زاویه رسم کړئ.
- د دایرې د وتر انجامونه د دایرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $T\hat{O}P$ مرکزي زاویه او د $P\hat{T}C$ مماسي زاویې سره څه اړیکې لري.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه ثبوتولی شو.

قضیه: په یوه دایره کې د مماسي زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نیمایي په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قایم الزاویه مثلث او $O\hat{T}C$ قایمې زاویې څخه لرو چې:

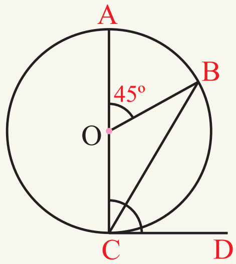


$$\left.\begin{aligned}\hat{3}+\hat{1}&=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}&=90^\circ\end{aligned}\right\}\Rightarrow\ \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow\hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{P\hat{O}T}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow P\hat{T}C=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



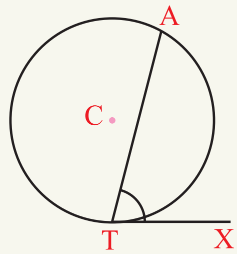
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X = \frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

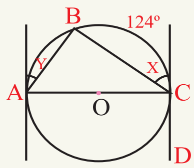
$$= (\alpha-3)^\circ$$

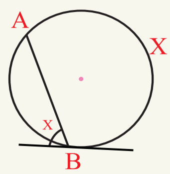


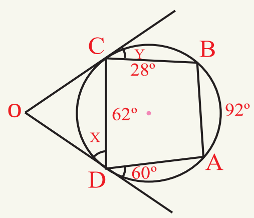
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډيز

- .... د هغو ټکو سټ یا هندسي محل چې د یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دایره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له مرکز او د دايرې له شعاع سره مساوي وي د دايرې محيط يا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه نسبت د دايرې شعاع ته لوي وي د دايرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دايرې د داخلي سطحې په واسطه ببله شوې وي د دايرې سطحه بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې د دايرې مرکز او د محيط يو ټکی نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.
- .... هغه ټوټه کرښه چې د دايرې د محيط دوه ټکي سره نښلوي ددايرې وتر بلل کېږي.
- .... د دايرې هغه وتر چې له مرکز څخه تيرېږي د دايرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- .... د دايرې د محيط يوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته ببله شوې وي قوس بلل کېږي.
- .... هغه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دايرې قطعه: د دايرې هغه برخه چې د دايرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دايرې قطعه بلل کېږي
- .... د دايرې يوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دايرې له سطحې څخه ببله شوې وي.
- که يو مستقيم له يوې دايرې سره يو ګډ ټکی ولري د مماس او که چيرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم يادېږي.
- په هره دايره کې د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نيمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د يوې دايرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاويې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاويې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دايرې محيط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاويه ده، چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کېږي.

- د هرې محيطي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی.
- هره محيطي زاويه د هغې د مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاويه ده، چې يوه ضلعه يې په دايرې مماس او بله يې د دايرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دايرې پر محيط پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي.

- هره مماسي زاويه د هغې مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دايرو حالتونه يو بل ته:

_ که د دوو دايرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دايرې غير متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دايرې خارجاً(د يا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفريق حاصل يې د مطلقه قيمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفريق حاصل مطلقه قيمت سره مساوي وي دايرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دايرې متحد المرکز(د يوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکی پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د يوې دايرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2– دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3-هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يوګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي. b) د قوس په نوم يادېږي.

c) د مماس په نوم يادېږي. d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي. b) د دايرې خارج بلل کېږي.

c) دايره بلل کېږي. d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی. b) وړوکی وتر دی.

c) هيڅ يو. d) لوی وتر دی.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي. b) قاطع وايي.

c) مماس وايي. d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ايرې پر محيط او ضلعې يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده. b) مماسي زاويه ده.

c) محاطي زاويه ده. d) محيطي زاويه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

• په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلي ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا ورانګه د قطر نیمایي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\frown$) په علامه ښودل کېږي.

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

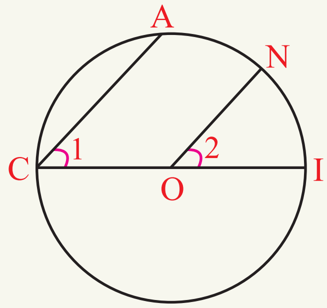
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

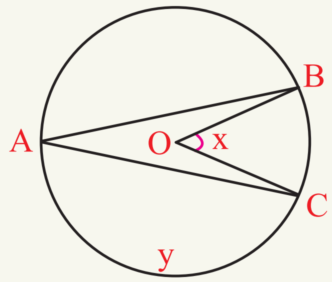
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

• لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

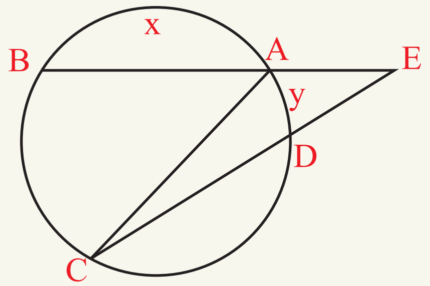


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

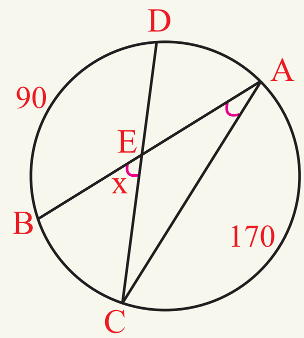


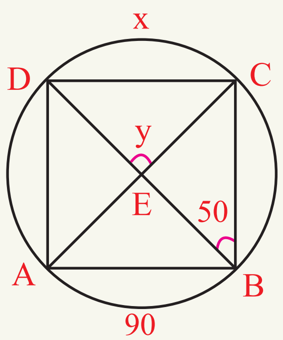
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې که $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

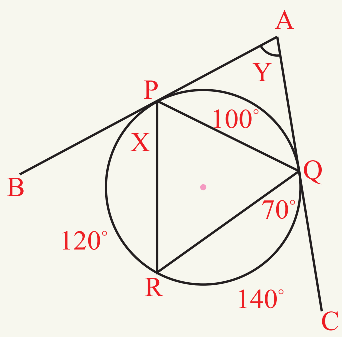


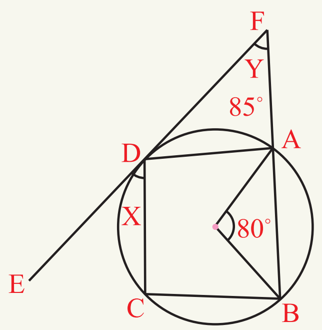
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

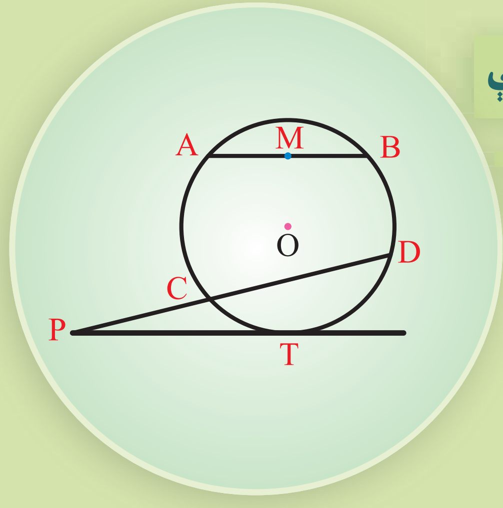
دویم څپرکی

په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د اوږدوالي اړيکې



هغه توپه کرښې چې په مخاخ شکل کې وينئ نوم يې واخلئ.

تعريف

د اوږدوالی اړيکې: په يو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړيکی د اوږدوالی اړيکو په نوم يادېږي.

فعاليت

- د P له ټکی څخه چې د $C(O,r)$ دايرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکې د C ټکی سره ونښلوئ.
- ويلای شئ چې د $P\hat{A}D$ او $P\hat{C}B$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه وليکئ.

د دې فعاليت پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

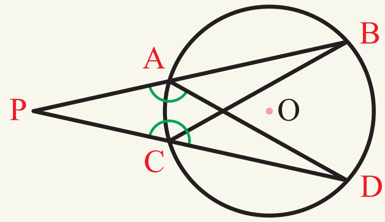
قضيه (۱ - ۲): که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعني: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي.



$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$\left.\begin{array}{l}\hat{D}=\hat{B} \text{ د عین قوس محیطي زاویې} \\ \hat{P}=\hat{P} \text{ ګډ}\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$P\overset{\Delta}{C}B \sim P\overset{\Delta}{A}D \Rightarrow \frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB} \Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمیږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

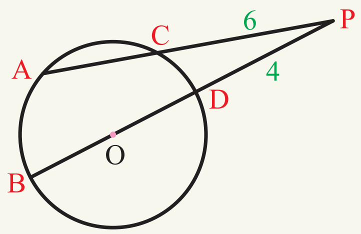
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

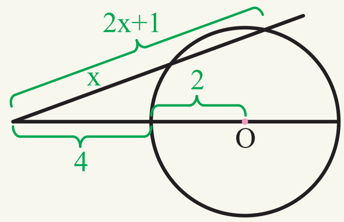
$\overline{DB}=11cm$

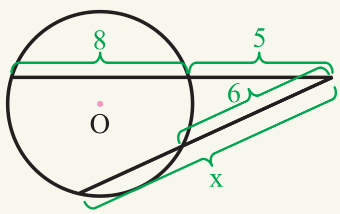


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

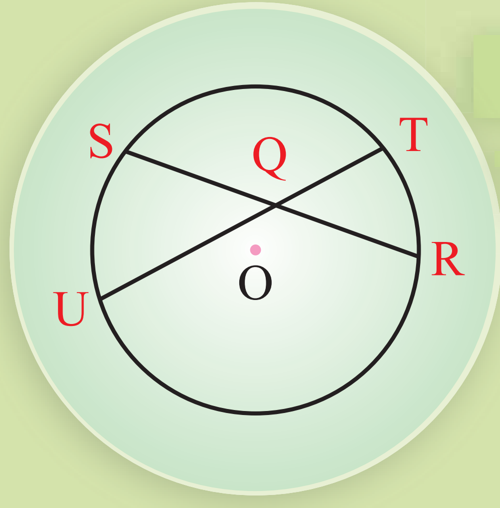
1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.





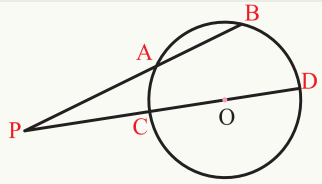
(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو ټکی طاقت نظر دايري ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. ويلاشی شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

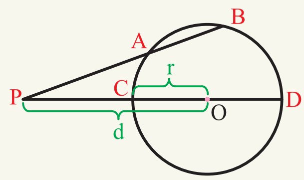
فعاليت



- د P له يو ټاکلي ټکي څخه چې C(O,r) د دايري څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د PCD قاطع داسي رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دايري له مرکز څخه تير شي.
- د $\overline{PAB}$ او PCD د ټوټه کرښو ترمنځ اړيکي د (2-1) قضيي له مخي وليکئ.
- په پورتني اړيکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دايري له مرکز څخه وليکئ.
- که د P ټکي واټن د دايري له مرکز څخه په (d) او شعاع يا ورانګه په(r) سره وښيو، پورتني اړيکه د d او r تر منځ وليکئ.

د پاسني فعاليت د پايلي څخه لاندي قضيه خرګنديږي.

قضيه(2-2): که ديو ټاکلی ټکي څخه دوي قاطع کرښي په يوه دايره داسي رسم کړئ چې، دويمه قاطع د دايري له مرکز څخه تيره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل ديو ټاکلی اندازي (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دايري د مرکز تر منځ واټن او(r) د دايري شعاع يا ورانګه ده.



لومړی حالت: که چيرې ټاکلي ټکی د دايري په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چيرې د P ټکي د دايري په بهر کې او واټن له مرکز څخه په(d) او دايري شعاع په(r) سره وښيو، د (2-1) قضيي

له مخې لیکلای شو:

دوه نور حالتونو چې ټاکلې ټکي یې د دایرې پر محیط او دننه په دایره کې پراته وي، دا دګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

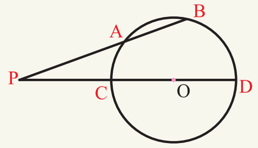
تعریف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دایرې ته وایي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

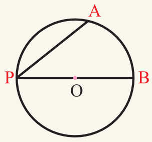
لومړی مثال: که د یوې دایرې قطر 10cm او د P ټکی د 13cm په اندازه د دایرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دایرې ته پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دایرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دایرې شعاع یا وړانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دایرې ته پیدا کړئ.

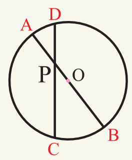
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د یوه ټکي طاقت نظر یوې دایرې ته مثبت وي ټکی د دایرې نه بهر پروت دی، یا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضیې شکل



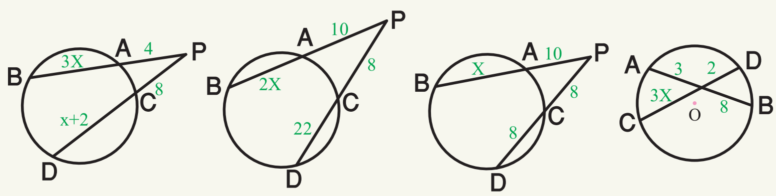
- که د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر وي ټکی د دایرې پر محیط پروت دی، یعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$



- که د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي وي ټکی د دایرې دننه پروت ده، یعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$

پوښتني

1- په لاندې شکلونو کې د x قیمتونه پیدا کړئ.

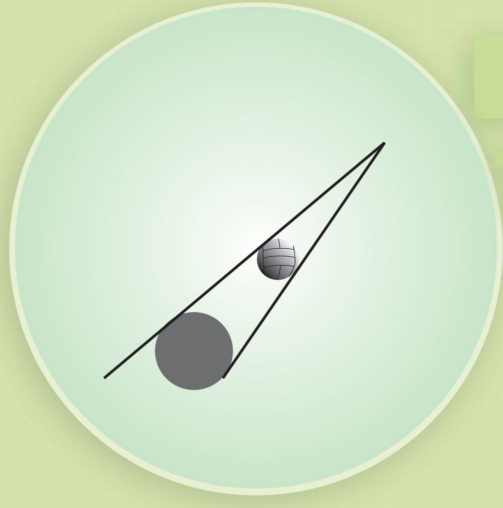


2- په لاندې حالتونو کې د یوه ټکي طاقت نظر یوې دایرې ته پیدا کړئ.

الف) که $d=7$ او $r=4$ وي. ب) که $d=3$ او $r=3$ وي. ج) که $d=3$ او $r=5$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چيرې د نور د وړانګې حرکت مسير مستقيمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سيورې سره څه اړيکې لري.

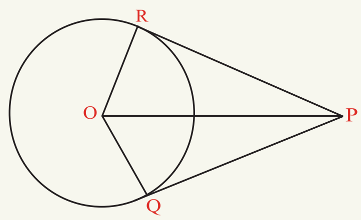
فعاليت

- د P له يوه بهرني ټکي نه د $C(O,r)$ په دايره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دايره د تماس ټکي وي. ايا د P له ټکي پر دايره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکي د R،Q او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړيکې لري؟
- ايا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

قضيه(2-3): د يوې دايرې له بهرنی ټکي څخه پر دايره دوه مساوي مماسونه، رسمېږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې ليکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دايرې شعاع يا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$.............90°

$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

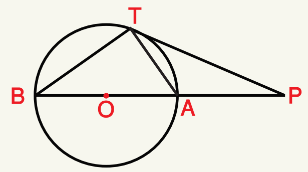
$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضيه(2-4): که د يوې دايرې له بهرنی ټکي نه يو مماس او يو قاطع پر يوه دايره رسم شي ثبوت کړئ، چې د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: په دايره کې $C(O,r)$ $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$P\hat{T}A = P\hat{B}T$.....(I) محیطي زاویې او د عین قوس ګډ مماس

$\hat{P} = \hat{P}$..........(II)

$\overset{I\wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$

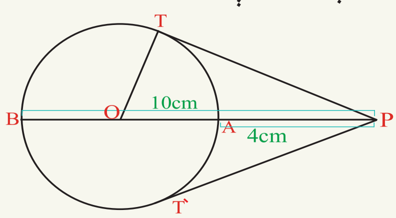
$\dfrac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \dfrac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$

$\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:

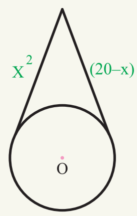


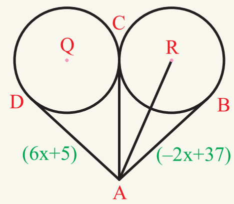
$PA = 4cm$	$PT^2 = PA \cdot PB$
$PB = 10cm$	$PT^2 = 4 \times 10 = 40$
$PT = ?$	$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

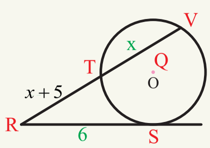
- د یوې دایرې له باندنې ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.
که چیرې د یوې دایرې له بهرنې ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

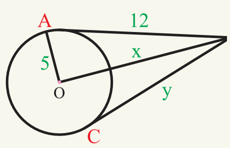
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.





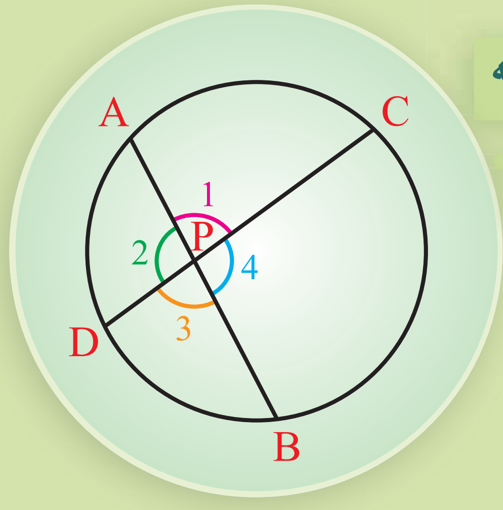




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې دايرې دننۍ(داخلي) زاويه



د يوې دايرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعريف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننۍ زاويې بلل کېږي، لکه په پورتنۍ شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعاليت

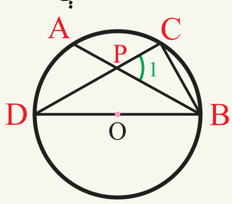
- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه داسې رسم کړئ چې د P په ټکی کې يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلې د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنۍ زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

په ياد ولرئ:
- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(5-2): د يوې دايرې د هرې دننۍ(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پرېکړې په مرسته منځ ته راغلي وي.

ثبوت: څرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



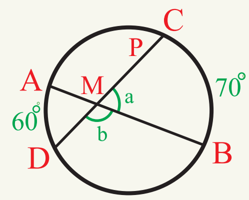
$$\left.\begin{array}{ll} \hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} & \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ \hat{CPB}=\hat{B}+\hat{D} & \text{د هر مثلث خارجي زاويه} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{CPB}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

$$\hat{CPB}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننۍ زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:

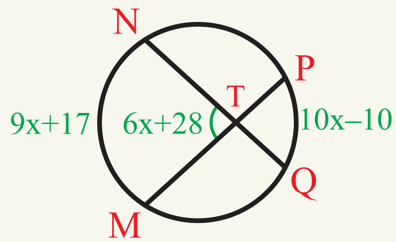


$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننۍ زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:



$$\overset{\frown}{NM} = 9x + 17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x - 10$$

$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

$$6x + 28 = \frac{9x + 17 + 10x - 10}{2}$$

$$12x + 56 = 19x + 7$$

$$-7x = -49$$

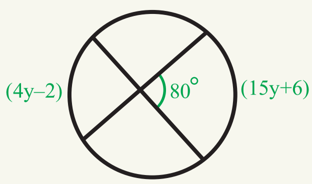
$$x = 7$$

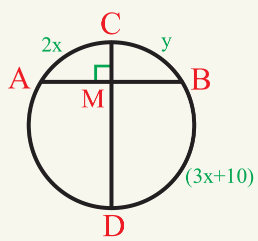
$$N\hat{T}M = 6x + 28$$

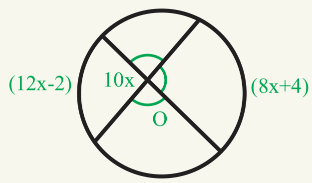
$$= 6 \times 7 + 28 = 42 + 28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.

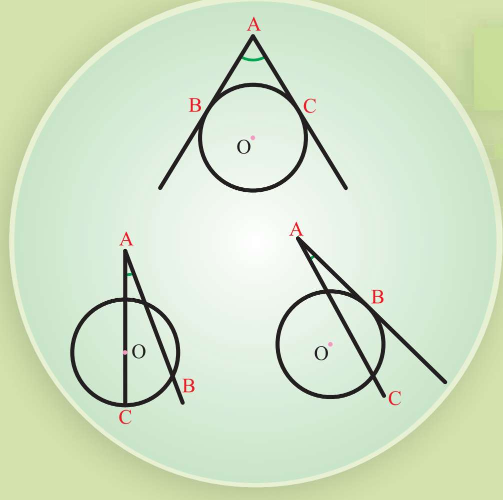






(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې باندنۍ زاويه



په مخامخ شکلونو کې د توجه کرښو او د زاويو نومونه واخلئ.

تعريف

هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو يا د يو قاطع او يوه مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنۍ زاويه بلل کېږي.

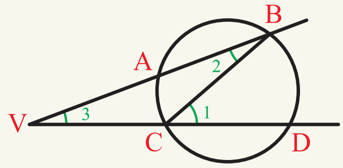
فعاليت

- د $C(O,r)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غير موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاويه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاويه يعنې $(\hat{1})$ د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکې لري؟

د دې فعاليت له پايلې څخه لاندې قضيه بيانېږي.

قضيه (6-2): د يوې دايرې د باندنۍ زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپير له نمايي سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلې وي.

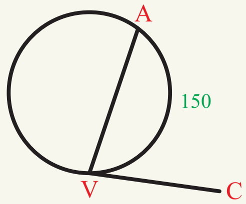
ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:

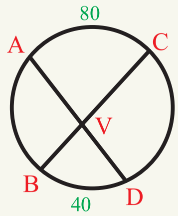


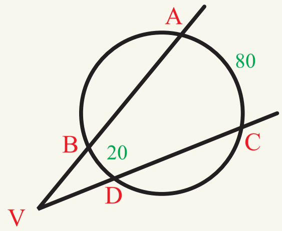
$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1}=\hat{2}+\hat{3} & \text{د مثلث خارجي زاويې پراخوالی} \\ \hat{3}=\hat{1}-\hat{2} & \\ \hat{1}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} & \text{د محيطي زاويې پراخوالی} \\ \hat{2}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} & \text{د محيطي زاويې پراخوالی} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{3}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}-\frac{1}{2}AC \qquad B\hat{V}D=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AC})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.







حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

a) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV}$ $= \frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$ $\hat{AVC} = 75^\circ$

b) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$ $= \frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$ $\hat{AVC} = 60^\circ$

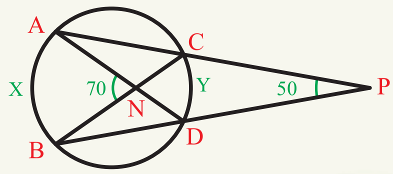
c) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$ $= \frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$ $\hat{AVC} = 30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140......I$$

$$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:



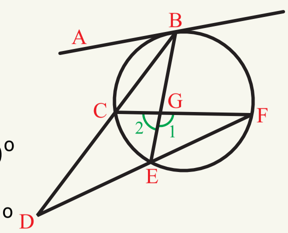
$2x = 240$

$x = 120^\circ$

$y = 20^\circ$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

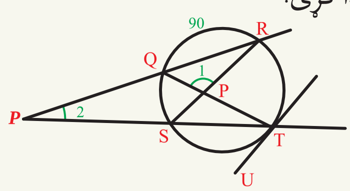


$\overset{\frown}{BC} = 70^\circ$

$\overset{\frown}{BF} = 100^\circ$

$\overset{\frown}{EF} = 130^\circ$

$\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$, $\hat{D} = ?$, $\hat{ABC} = ?$



$\overset{\frown}{QR} = 90^\circ$

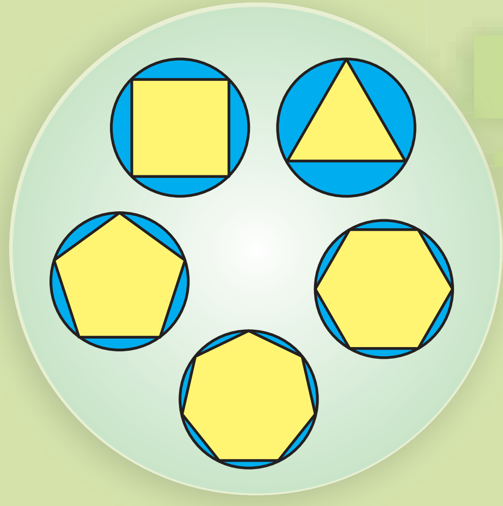
$\overset{\frown}{RT} = 150^\circ$

$\overset{\frown}{QS} = 50^\circ$

$\hat{STU} = ?$, $\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$

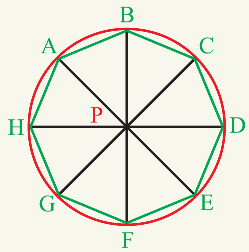
(c) ketabton.com: The Digital Library

محیطي دایره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف



هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:

د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعگانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتني عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکې په O سره وښیئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې:
هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

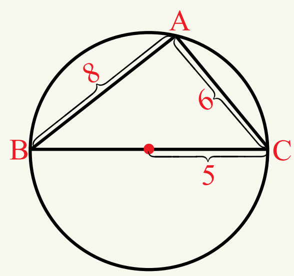
ددې فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلاى شو:

پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاوېې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.

حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمایي ټکي یې د محیطي دایرې مرکز دی.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$
$$\overline{BC} = 10cm$$
$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



• هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

• د یو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دی.

پوښتنې

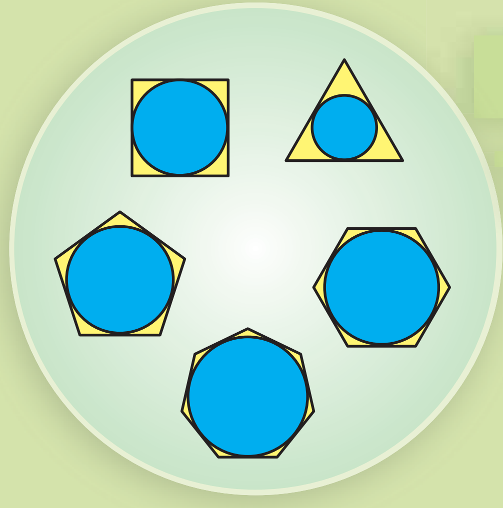
1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړئ.

2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

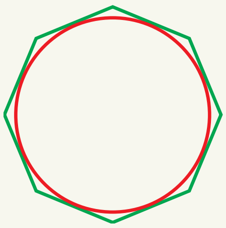
(c) ketabton.com: The Digital Library

محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې یې وینئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړیکي وینئ.

تعریف



هغه دایره چې د محیطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دایرې په نامه یادیږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوی دی.

د مثلث محاطي دايره: هغه دایره چې د یو مثلث په دریو ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کیږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو کیفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو ناصفونه رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالی پرتله کړئ.
- ایا هغه دایره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تیریږي؟ ولې؟
- رسم شوې دایره د څه په نامه یادیږي؟

مرسته: د یوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په یوه ټکي کې پریکوي

د پورتني فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.
د هر مثلث دنني ناصف الزاویو ترمنځ د پرېکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دی.

د مثلث باندنۍ محاطي دایره

فعالیت

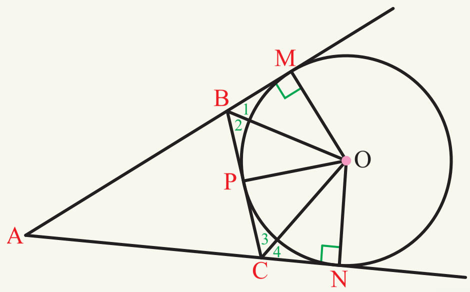
د مثلث باندنۍ دایره رسم کړئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنۍ ناصف الزاویې رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنۍ محاطي دایرې مرکز کېدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکي څخه د $\overline{OP}$, $\overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګاني دي.

فکر او خبرنه وکړئ:
- که چیرې د یوې څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتني فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.
هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنۍ محاطي دایره بلل کېږي.

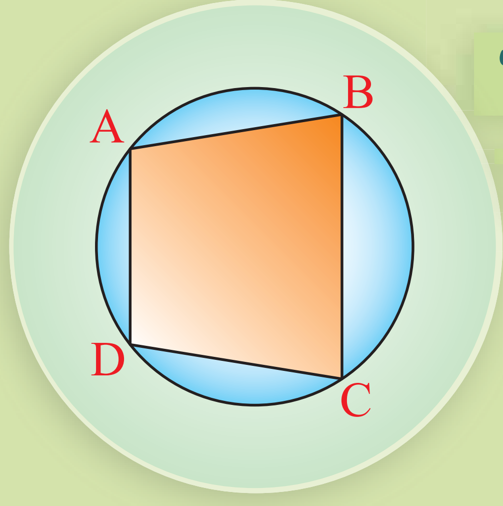


پوښتنې

1– په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتیاوې(خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

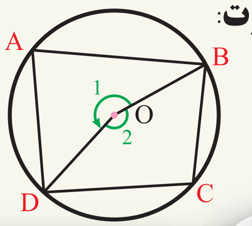
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلی زاویې څه نومیږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلی مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکي چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

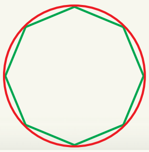
$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادیږي، د هرې زاویې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف



هغه مضلع چې اضلاع او زاویې یې یو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.

فعالیت

- په خپله خوښه یوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- یو راس یې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننيو زاویو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاویو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعالیت د یو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چیرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاویو مجموعه به یې څو درجې وي؟

که چیرې د یوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننیو زاویو مجموعه په S_n وښیو نو د هر n ضلعي دننیو زاویو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د یو څلور ضلعي او لس ضلعي دننیو زاویو مجموعه پیدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننیو زاویو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړیکې له مخې تاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$
$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$
$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8\times180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

په یاد ولرئ چې:

- د قطرونو تعداد د n ضلعي له یو راس څخه د n-3 اړیکې په مرسته لاس ته راځي.
- له یو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړیکې په مرسته لاسته راځي.
- په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی یې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

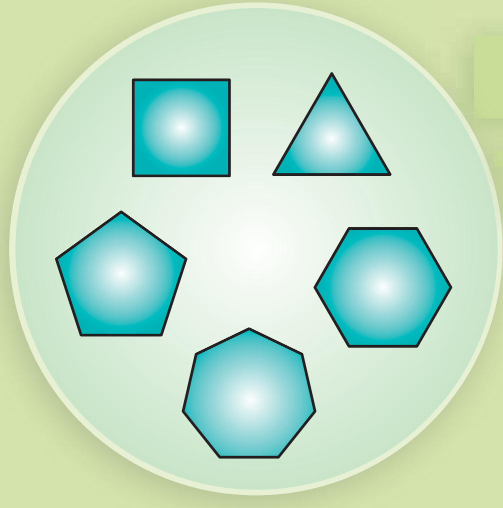
پوښتنې

1- د یوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د یوې منظمې n ضلعي مضلع د زاویو اندازه څو درجې دي؟
3- په یوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د یوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

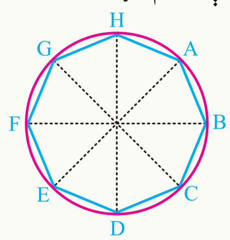
د منظمې مضلع ترسیم



- پاملرنه وکړئ.
- پـه شـکل کې څـه ډول مضلـع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوي دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلې مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالی څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره نښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلې مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتنی فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دی.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، څرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

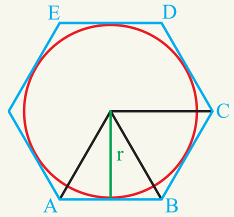
فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د B, A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتنی مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکی يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:

$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

$P = AB \cdot n$ د مضلع محيط $\Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$



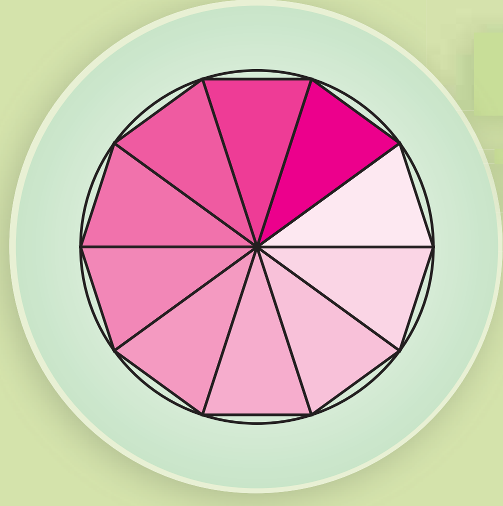
پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې محيط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دايرې او د مثلثونو د يو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالى د دايرې محيط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دايره کې که قطر په (d) او محيط يې د (C) په تورو وښودل شي د دايرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړيکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دايرې محيط}}{\text{د دايرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \; .... \; (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ يا $d = 2r$ که چيرې په(I) اړيکه کې د (d) پر ځاى د (2r) قيمت وليکو، د دايرې محيط د لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

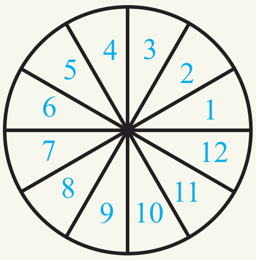
$$C = \pi d$$

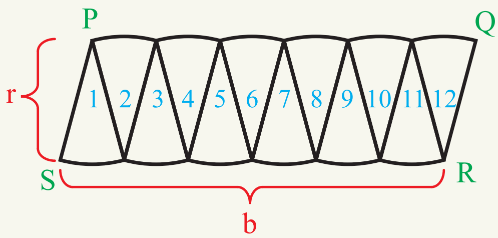
$$C = 2\pi r$$

د دايرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې رياضي ته اړ يو، نو په دې ډول د دايرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

يوه دايره د هغې د قطرونو په مرسته په(12) مساوي برخو وېشو او هره برخه يې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښيو که چيرې د دايرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بيا هغوى څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتيب کړو.

په روښانه ډول ليدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

د متوازي الاضلاع مساحت = قاعده × جګوالی

د متوازي الاضلاع مساحت $= \frac{1}{2} Cr$

له بلې خوا پوهېږو چې ($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لرو چې:

د متوازي الاضلاع مساحت $= A = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot r = \pi r^2$

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکې او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکې په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159) \cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75 \text{ cm}^2$$

دويم مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\, cm^2$$

دريم مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159) \cdot 7 \cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\, cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1– که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2– د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3– د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکي لنډيز

- هغه اړیکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالي د اړيکو په نامه يادېږي.
- كه چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع كرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

- كه چيرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع كرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلې اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دي.
- د يوه باندني ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- كه چيرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- كه چيرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- كه چيرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.
- هغه زاويې چې دقاطع كرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کيږي.
- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دي. $\hat{\alpha} = \dfrac{\overset{\frown}{a}+\overset{\frown}{b}}{2}$
- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنی زاويه بلل کيږي.
- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \dfrac{\overset{\frown}{a}-\overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړې.
- دوه ګاونډی ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

هغه دايره چې د مضلع د رأسونو څخه تېره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي پوښتنې

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دايره تاو کړئ.

1- که چيرې د P ټکی د دايرې پر محيط پروت وي د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته عبارت دی له:

a) 1 　 b) 2

c) 0 　 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چيرې د P يو ټکی د دايرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر يوې دايرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی. 　 b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی. 　 d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3- که دP ټکی د دايرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظريوې دايرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ 　 b) d^2-R^2

c) $r-d$ 　 d) R^2-d^2

4- که چيرې د يوې دايرې شعاع R او د دايرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښيو، د نوموړي ټکي طاقت نظر دايرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ 　 b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي. 　 d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- يو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دايرې له مرکز څخه واټن لري که د دايرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړي ټکي څخه عبارت دی له:

a) 13 cm 　 b) 10 cm

c) 12 cm 　 d) 8 cm

6- که چيرې د P له ټکي څخه د يو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دايرې سره $12cm$ او قطر يې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm 　 b) 12 cm

c) 10 cm 　 d) 5 cm

7- که چيرې د $C(O,r)$ د دايرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm 　 b) 8 cm

c) 2 cm 　 d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکی .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکی طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PC}\cdot\overline{PD}$ وي، د A, B, C او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دي.

7- که د A, B او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، A, B او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

- د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکی طاقت نظر دایرې ته د ټکی او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

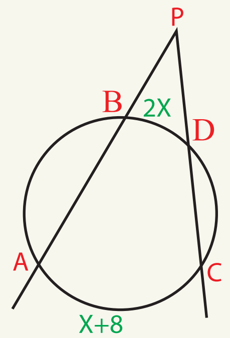
6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

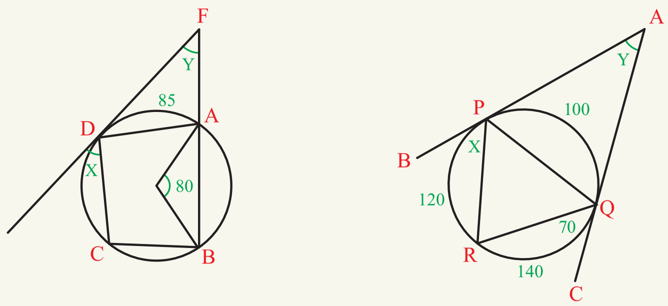
(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې پوښتنې په تفصیل سره حل کړئ.

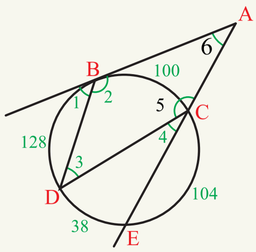
1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتيب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالی پيدا کړئ.



2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.

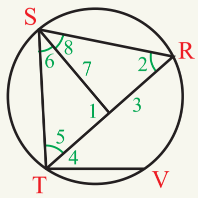


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^\circ$ او $\overset{\frown}{CE}=104^\circ$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالی پيدا کړئ.

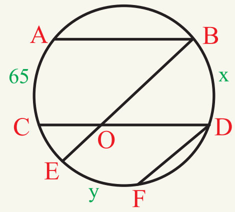
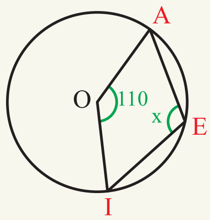
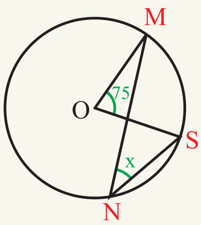


(c) ketabton.com: The Digital Library

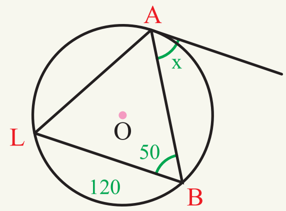
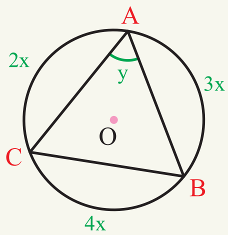
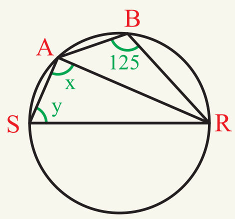
4- د $C(O,r)$ پـه دايـره کـې $\hat{RTS} = 70^\circ$, RS // TV او RT د دايـرې قطـر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.



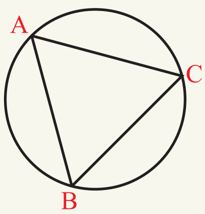
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

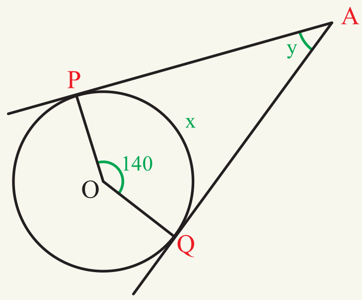
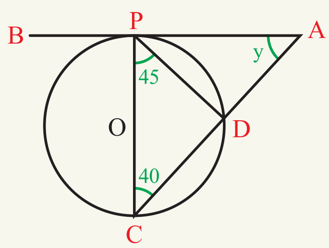
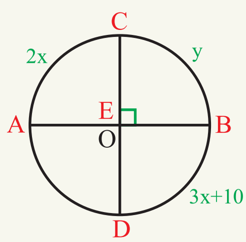
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.

7- د محاطي دايرې د تعريف له مخې وښيئ چې د هر مثلث دننيو زاويو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم څپرکی

تحليلي هندسه

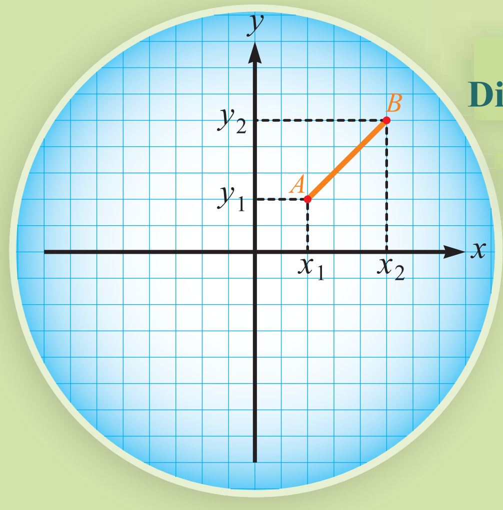
تحلیلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړیکې له تحلیلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نیول کېږي، فرانسوي ریاضي پوه دیکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړیکه و څېړله ویې ویل، چې ځینې الجبري معادلې یو ټاکلی هندسي شکل لري. ځرنگه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوې نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړیکي تر څېړنې لاندې نیسو، دیکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړیکو د څېړنې لپاره د قایم مختصاتو د محوورنو داسې یو سیستم راوپیژند چې تراوسه د دکارت په نامه یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point

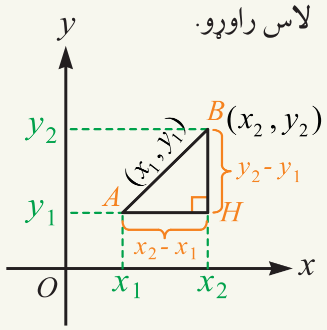


د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسي په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راورو.
په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟
د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راورو.



د فیثاغورث د قضیې .... $\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AH} = x_2 - x_1 \\ \overline{BH} = y_2 - y_1\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$

$$\overline{AB}=5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا آ څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کــه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراســونو مختصــات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داســې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B\ (5K,6)$ ټوټه کرښــې اوږدوالی پنځه برابره شي.

4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

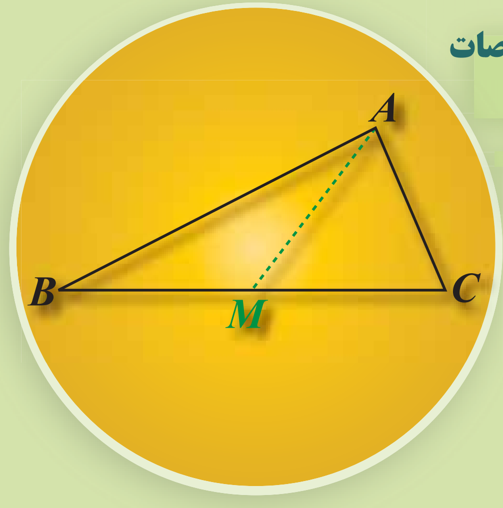
5- کــه $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یــوه مثلث د راســونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

6- د هغه مثلث مســاحت پیداکړئ، چې راســونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کــه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یــوه مثلــث د څوکو(راســونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات

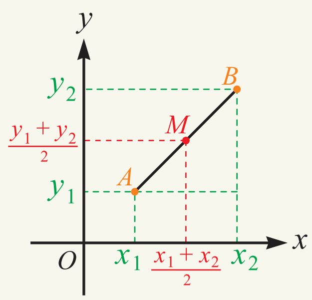


د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث میانه ده، د میانې ځانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چه په بشپړ ډول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محورو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$



که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

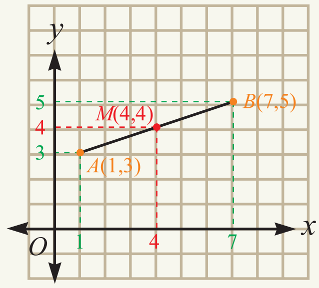
لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنۍ ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{1+7}{2}\ ,\ \frac{3+5}{2}\right)$$

$$M(4,4)$$



دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکي واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنۍ ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنۍ ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:

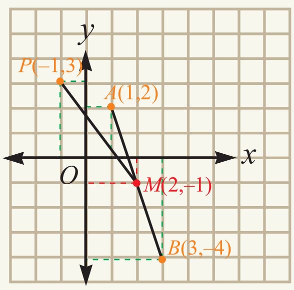
$$M_{\overline{AB}}=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{1+3}{2},\frac{2-4}{2}\right)=(2,-1)\Rightarrow M_{\overline{AB}}=(2,-1)$$

$$\overline{PM}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$$

$$\overline{PM}=5\text{ unit}$$



پوښتني

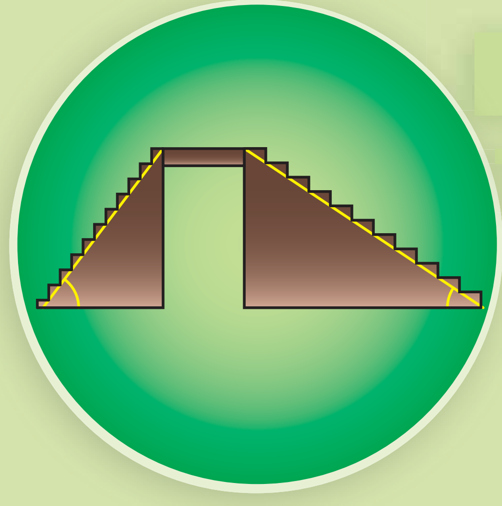
۱- د یوه مثلث دری راسونه $A(5,-2)$، $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میاني اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$، $B(5,9)$، $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پرېکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

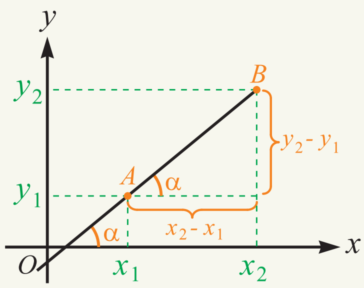
۳- که چیرې $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میاني یا مینځنۍ کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.



کـه $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مسـتقیمې کرښــې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مسـتقیمې کرښــې میـل وایي او په لانـدې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږوچې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږی د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \quad \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدأ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نومیل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

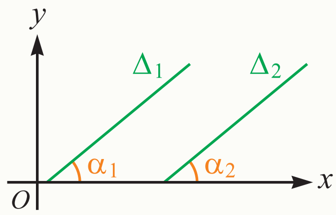
۳- که چیرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکړل شویو وضیعه کمیاتو په سیستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازي کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو میلونه حساب او یو بل سره یې پرتله کړئ، کرښې یو بل سره څه اړیکې لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړي نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکي دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیرې د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

$$\left.\begin{array}{l} m_{\overline{AB}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} = \dfrac{-11-(5)}{-6-2} = \dfrac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} = \dfrac{8+6}{3+4} = \dfrac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنگه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

فعالیت

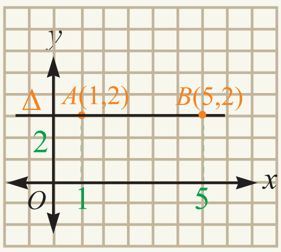
- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندي ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $A(x_1,a), B(x_2,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې:

$$m = \frac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

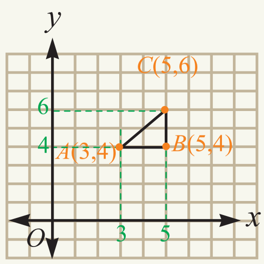
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.
هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

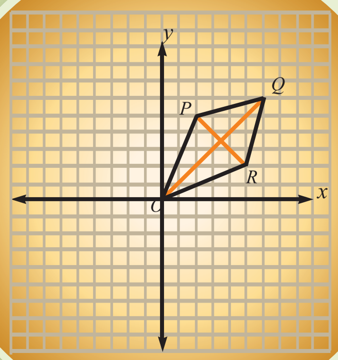
پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:
الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.
ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.
۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکې په پام کې ونیسئ.
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکې لري؟
ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

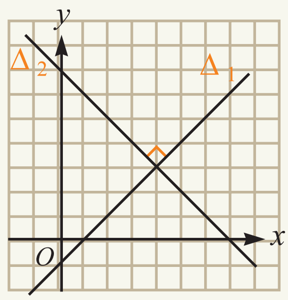
د یو پر بل عمود مستقیمو کرښو میل



$OPQR$ خلورضلعي یولوزي دی. کولای شئ د لوزی خانګړتیا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بیان کړئ.

تعریف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقیمي کرښی چې میلونه یې m_1 او m_2 دي هغه وخت یو پربل عمود دي چې لاندي رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تیریږي له یوبل سره څه اړیکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پایله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقیمې کرښې یو پربل عمود دي.

فعالیت

- د $C(4,4), B(1,3), O(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کی وښیئ.
- د OBCD شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

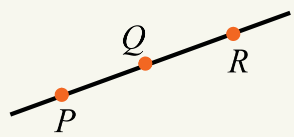
• د $\overline{OBCD}$ خلورضلعي څه ډول خلورضلعي ده؟

• وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه یو پر بل عمود دي.

پوهيږو چې په یوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه یوازې یو مستقیم تیریږي په کوم حالت کې له دریو ټکو څخه یومستقیم خط تیریدلای شي؟

تعریف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر یوه مستقیم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ میل د $\overline{QR}$ له میل سره مساوي وي.



دویم مثال: د A(0,−1) ,B(2,3) او C(−1,−3) دري ټکي په پام کې ونیسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي.

حل: د AB میل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC میل عبارت ده له :

$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

خرنګه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو میلونه سره مساوی دي نوپه پایله کې د B, A او C ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي.

• که چیرې د دوو کرښو د میلونو د ضرب حاصل (−1) وي نو کرښې یوپربل عمودي دي.

• دري ټکي هغه وخت په یوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو میلونه سره مساوي وي.

پوښتني

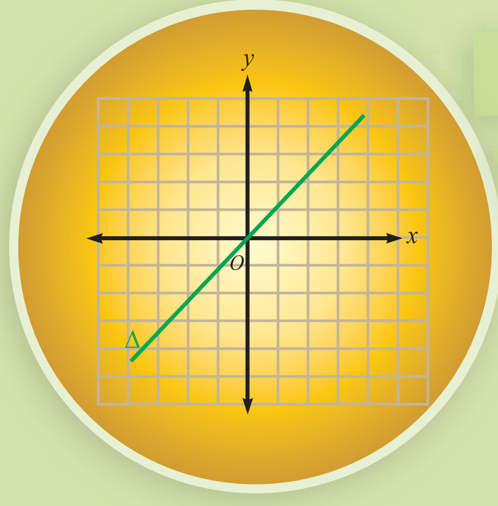
۱- که د A(6,1) ، B(8,3) او C(6,5) ټکي د یوه مثلث څوکې یا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قایم الزاویه دی.

۲- هغه توټه کرښه چې د (7,5) او (1,1) ټکو څخه تیریږي له هغه توټه کرښې سره چې د (0,5) او (2,2) ټکوڅخه تیریږي ،اړیکې يې یو له بل سره وڅیرئ؟

۳- یوه کرښه چې د (2,4) او (7,5) ټکو اوبله د (1,−4) او (−3,−5) ټکوڅخه تیریږي د دواړو کرښوحالت یو له بل سره بیان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقيمې کرښې پرمخ څو ټکي وګورئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شويو ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ څه اړيکه وينئ.

فعاليت

- د $A(1,-1)$، $B(-2,2)$، $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعاليت پايله په عمومي ډول داسې بيانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د يوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ اړيکه راښيي د مستقيمې کرښې معادله بلل کيږي.

پوهيږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په يوه مستوي کې پرتې وي يوازې او يوازې يوه مستقيمه کرښه تيريږي. اوس غواړو چې د هغې مستقيمې کرښې معادله پيدا کړو چې له دوو اختياري ټکو څخه تيريږي.

فعاليت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- هغه مستقيمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تير شي.

ددې لپاره چې د $M(x, y)$ اختياري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي ده؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ توټه کرښو ميلونو له مساويتوب څخه کومه اړيکه لاسته راځي.

د پورتنی فعاليت پايله کولای شو په عمومي ډول داسې بيان کړو.

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تیره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تیره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شوچې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

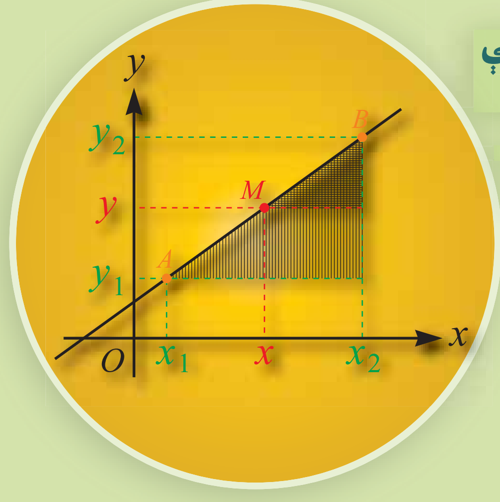
۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3), B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیداکړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمي کرښې معادله چې ميل او يو ټکی يې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ ميل د $\overline{MA}$ له ميل سره څه اړيکه لري؟ بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له ميل سره برابر ميل لري، ولې؟

پوهيږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

يا

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

خرنگه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقيمې کرښې ميل راښيي نو پورتنۍ معادله لاندې شکل غوره کوي. $y-y_1=m(x-x_1)$

وروستنۍ معادلـه د هغې کرښـې معادلـه ده چې ميل ئې (m) او د $A(x_1, y_1)$ لـه نقطه څخه تيريږي.

لومړی مثال: د هغې مستقيمې کرښې معادله وليکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تير شي او ميل يې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: خرنگه چې د مستقيمې کرښې ميل او يو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b=m(x-a)$ معادلې څخه ليکلای شو:

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3)=(x-2)$$

$$2y-6=x-2$$

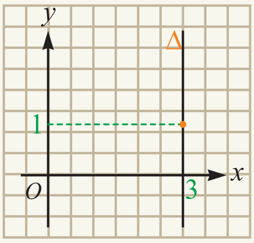
$$2y-x=4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+2$$

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د (3,1) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د (3,1) ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: څرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د (3,1) ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تېرېږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیداکړئ چې د A(2,−4) او B(−2,4) ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیداکولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځني ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad \Rightarrow \quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-0=\frac{1}{2}(x-0) \Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

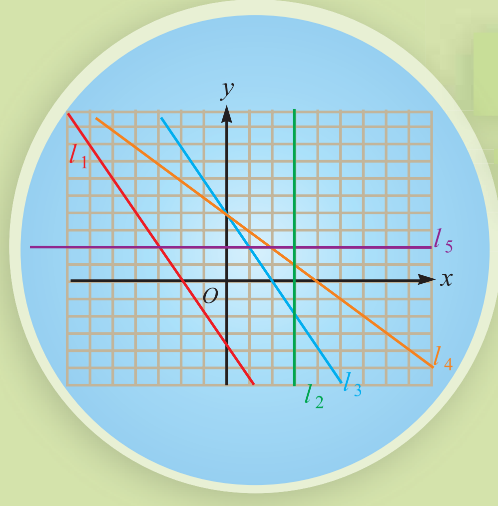
1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیداکړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیداکړئ چې د P(5,−4) ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادلې کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې عمومي معادله



د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟

د یوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومي ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:

په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y=\frac{-a}{b}x-\frac{c}{b}$ یا $ax+by+c=0$ ، b,a او c حقیقي عددونه او $b\neq 0$ دی.

په پورتنۍ معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع بلل کېږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y=mx+h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله بلل کېږي.

فعالیت

- د $2x+3y-6=0$ او $y-x=2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هریوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:

که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x+b_1y+c_1=0$ او $a_2x+b_2y+c_2=0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1}\neq\frac{a_2}{b_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $-3x + y - 5 = 0$ او $6x - 2y + 1 = 0$ مستقیمې کرښې د قایمو وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقیمې کرښې نسبت یو بل ته څه وضعیت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوه مستقیمې کرښې هغه وخت موازي دي چې میلونه یې سره مساوي وي له دې ځایه دا پایله په لاس راځي چې د هغوی د متحولینو د ضریبونوترمنځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولینو د ضریبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ اړیکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې یو پر بل پرتې(منطبق) دي یاسره یو دي.

لومړی مثال: د $3x + 4y = 5$ او $4x - 3y = -1$ د مستقیمونو اړیکې نظر یو بل ته بیان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضریبونو نه په ګټه اخیستنه لروچې:

$a_1 = 3$ $\quad b_1 = 4$ $\quad c_1 = -5$

$a_2 = 4$ $\quad b_2 = -3$ $\quad c_2 = 1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \neq \frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې یوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \times \frac{3}{4} = -1$ نو $\frac{b_1}{b_2} \times \frac{a_1}{a_2} = -1$ دي نو د کرښو د پرېکړې په ټکی کې یوپربل عمود دي.

دویم مثال: په لاندې معادلوکې د k عددي قیمت داسې وټاکئ چې مستقیمونه یوبل سره عمودې وي $2x - 6y + 3 = 0$ او $kx + 3y - 1 = 0$

حل: د عمودیت شرط څېرو:

$$kx + 3y - 1 = 0 \;,\; 2x - 6y + 3 = 0$$

$$a_1.a_2 + b_1.b_2 = 0$$

$$2 \cdot k + (-6)3 = 0 \Rightarrow k = 9$$

پوښتنې

۱- د $4x + 3y - 1 = 0$ او $8x + 6y + 5 = 0$ کرښوحالت یوبل ته بیان کړئ.

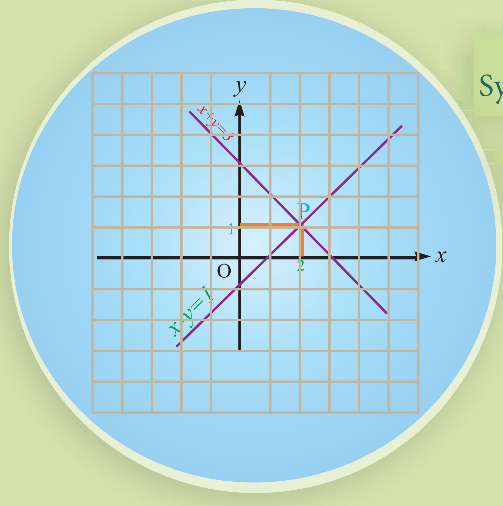
۲- د $8x - 4y + 10 = 0$ او $4x - 2y + 5 = 0$ کرښو حالت یو بل ته بیان کړئ.

۳- د $(k+1)x + ky = 0$ او $2x - 3y + 5 = 0$ معادلوکې د k قیمت داسې وټاکئ چې کرښې یوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y=4x-2$ او $y=3x+5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکی لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کېږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کېږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پرېکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پرېکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y=-3x+5$ او $y=4x-2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x-2=-3x+5$$
$$7x=7$$
$$x=1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y=4x-2 \Rightarrow y=4(1)-2 \Rightarrow y=2$$

نو د پرېکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ. $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ I
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادېږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کېږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پرېکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کېدای شي؟

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پرېکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پرېکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \;\Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

ليدل کېږي چې د پورتنيو کرښو د معادلو ميلونه 1- او 2- دي څرنګه چې د دوو خطونو ميلونه مساوي نه دي نو کرښې يو بل په يوه ټکي کې پرې کوي، چې د پرېکړې د ټکي د مختصاتو د پيدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په يوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

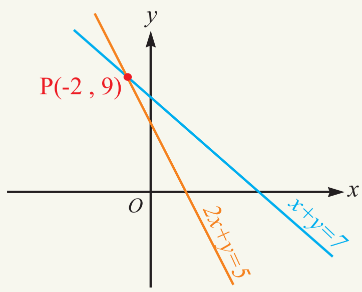
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سيستم حل او د پرېکړې ځای دی، چې په شکل کې ليدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دويم مثال: د لاندې خطي معادلو سيستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول ليکو:

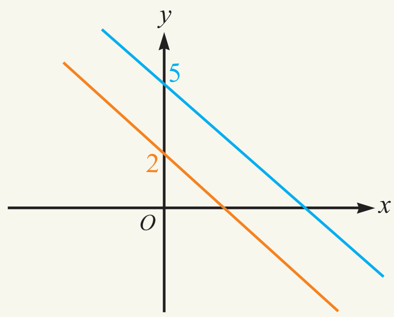
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\frac{6}{3}x+\frac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنګه چې د دواړو کرښو ميل 2- دی په پايله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او يو بل نه پرې کوي يعنې د موازي کرښو د معادلو سيستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

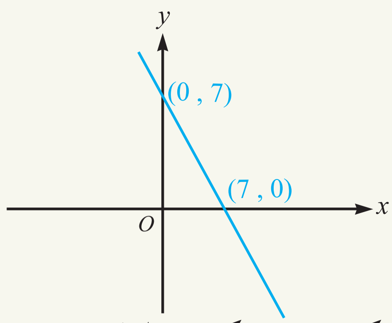
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\frac{-4}{4}x+\frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګڼ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

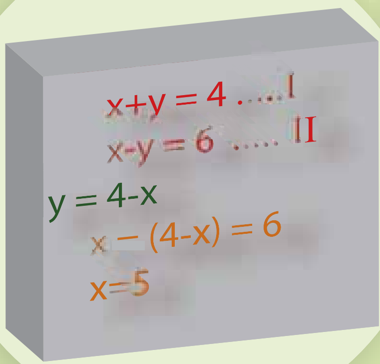
1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ
د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند
څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړی معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$

$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سيستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+3y=0 \\ 3x+2y=10 \end{cases}$$

حل: لومړی د يوه مجهول قيمت د بل مجهول له جنسه د يوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې يې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{aligned} &3x+2y=10 \\ &3(-\frac{3}{2}y)+2y=10 \\ &-\frac{9}{2}y+2y=10 \\ &\frac{-9+4}{2}y=10 \\ &-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} &x=-\frac{3}{2}y \\ &x=-\frac{3}{2}(-4) \\ &x=-3(-2) \\ &x=6 \end{aligned}$$

د دوه مجهوله لومړۍ درجو معادلو د سيستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

- د يوه مجهول قيمت د بل مجهول له جنسه د يوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلې يو مجهوله لومړۍ درجه معادله حلوو او د مجهول قيمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلي مجهول قيمت د سيستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قيمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلې قيمتونه د سيستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې يې حقيقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتنې

د لاندې سيستمونو حل د تعويضي په طريقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} y=2x \\ x+y=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x-2y=15 \\ 6x-y=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a+2b=2 \\ 2a-3b=25 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4 \\ \frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3} \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1 \\ \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6 \\ \frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو خښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو خښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 41 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{I} \\ 5x - 2y = 7 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{II} \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړۍ معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړۍ معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 205 & \Rightarrow \quad 35x + 25y = 205 \\ 5x - 2y = 7 & \Rightarrow \quad 35x - 14y = 49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x + 25y = 205 \\ 35x - \;\; 2y = \;\; 49 \\ - \quad\; + \quad\;\; - \quad \\ \hline 39y = 156 \end{array} \quad \Rightarrow y = \frac{156}{39} \Rightarrow y = 4$$

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.
$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{aligned}3x+2y&=4 &&\Rightarrow -9x-6y=-12\\2x-3y&=-1 &&\Rightarrow \underline{-4x\mp 6y=\mp 2}\\&&&\quad -13x+0=-10\\&&&\quad x=\frac{10}{13}\end{aligned}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتني

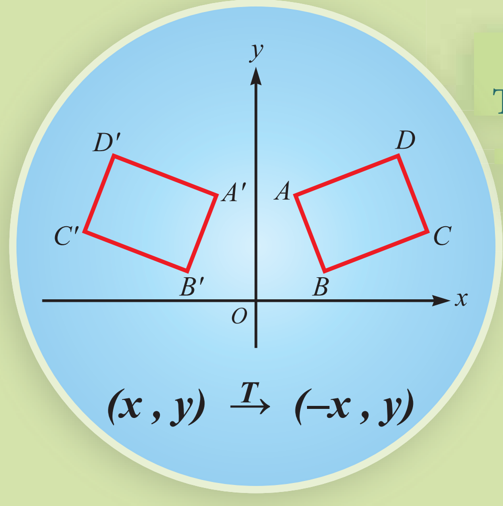
د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$
2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$
3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$
4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$
5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$
6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه ټوپیرونه اوخه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالي وینئ

- د A(1,2), B(−2,3) او C(2,−4) ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزيات کړئ.
- په لاس راغلي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکی د راکړل شوی ټکي خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکی د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د D(1,2), E(4,1) او C(2,4) ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$

$c: \quad (x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$

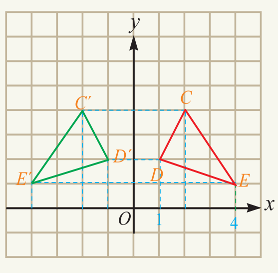
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ تربدلونې لاندې لرو چې:

$T(4,1)=(-4,1)$

$T(1,2)=(-1,2)$

$T(2,4)=(-2,4)$

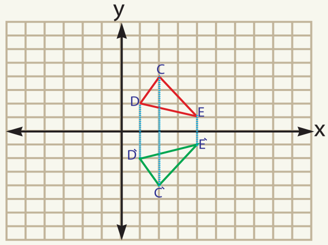


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



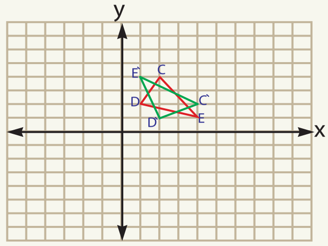
c: د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$(1,4)$

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$

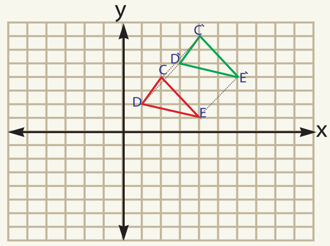


d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$



په پورتنيو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شويو بدلونونو د ټکو فاصله تو پیرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتي، ايزومترى (*Isometry*), بلل کيږي.
که يوشکل دايزومترى په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل شيرې يا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتنې

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضيعه
1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضيعه کمياتو په سيستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

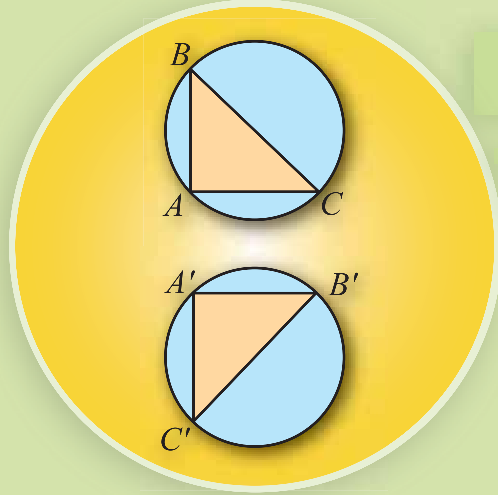
d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې یې لـه لومړی حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسو کولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

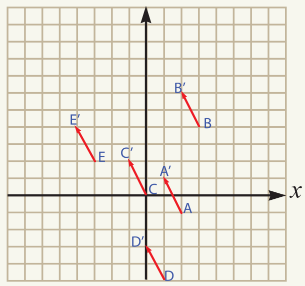
فعالیت

- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات یې ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبو حاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووایئ.
- د B', A' او C' ټکی یو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالی اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چیرې د یوه شکل یاخیرې ټول ټکي په یوه ټاکلی جهت(لوری) او یو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړی شکل سره انطباق منونکی دی، دې حرکت ته انتقال وایي او هغه په دی ډول ښودل کیږي: $T(x,y) = (x+h, y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقیقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښیئ.

حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ اوبیا هغه ټکی چې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ اړیکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.



$A(2,-1),T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4),T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0),T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5),T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,-3)$
$E(-3\ ,2),T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,4)$

په پورتنی مثال کې د ټکو د ترلوځخه د شکل څېره لاسته راځي لېدل کېږي چې د $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ یو له بل سره موازي او مساوي دي.

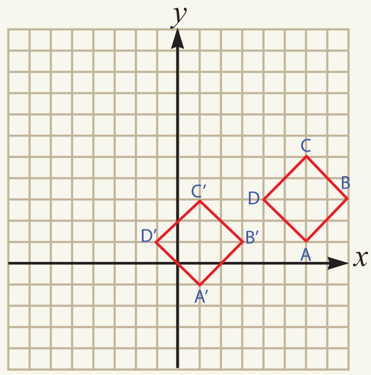
دویم مثال: که چیرې $A(6,1)$, $B(8,3)$, $C(6,5)$ او $D(4,3)$ د یوې مربع راسونه وي هغه د وضعیه کمیاتو په سیستم کې تردې $T(x,y)=(x-5,y-2)$ اړیکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی اوتصویر نظر یوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو میل اوڅیره یې نظر یوبل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعي ده.

$A(6,1),T_A=(6-5\ ,1-2)\quad\Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3),T_B=(8-5\ ,3-2)\quad\Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5),T_C=(6-5,5-2)\quad\Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3),T_D=(4-5,3-2)\quad\Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانوکورنی دنده ده.

انتقال یو ایزومتري رابطه ده.

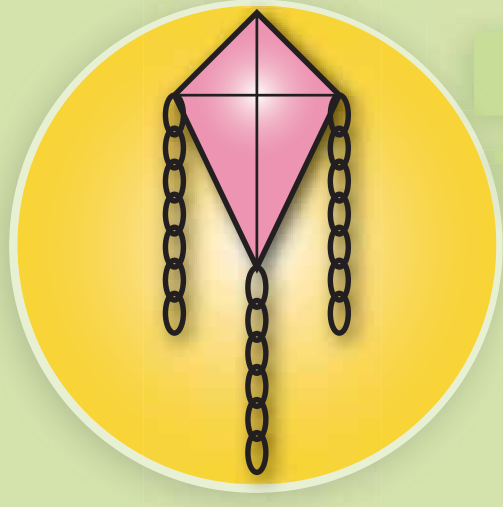
پوښتني

1- که د $M(1,-1)$, $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ یوه څلور ضلعي وي څلور ضلعي او د هغې تصویر تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲- که $L(7,0)$, $I(5,0)$ او $0(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصویر یاځیره د $F(x,y)=(-y+3,x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

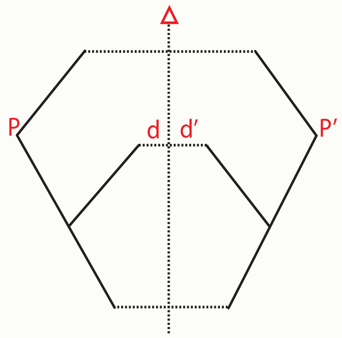
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنگ(کاغذ پران) خیري ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنگ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظردی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایي کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنگ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوې لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

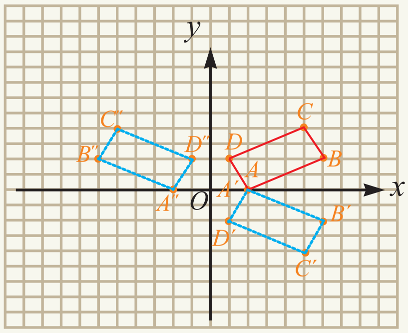
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شي چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکي فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایي او Δ محور ته د انعکاس محوروایي.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0), B(6,2), C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظر د y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x, y)$	نظر x محورته انعکاس $(x, -y)$	ټکی (x, y)
$A''(-2, 0)$	$A'(2, 0)$	$A(2, 0)$
$B''(-6, 2)$	$B'(6, -2)$	$B(6, 2)$
$C''(-5, 4)$	$C'(5, -4)$	$C(5, 4)$
$D''(-1, 2)$	$D'(1, -2)$	$D(1, 2)$



د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1)$، $B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياځيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a: R_1(x, y) = (-x, y)$　　$b: R_2(x, y) = (x, -y)$

$c: R_3(x, y) = (y, x)$　　$d: R_4(x, y) = (-y, -x)$

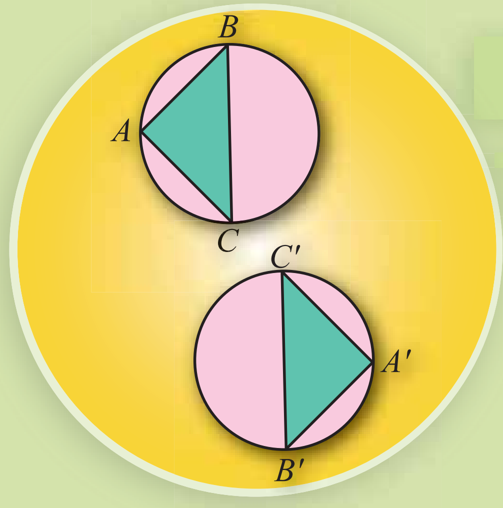
2- که چيرې $A(0,2)$، $(B(-5,0)$، $C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x, -y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

۳- د $(A(1,4)$، $B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياځيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

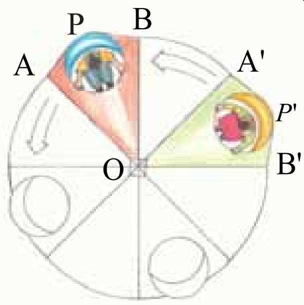
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوران
Rotations



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مستوي کې حرکت کړی او د $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت



مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بیلابیل ځایونه راښیي.

- د شکل څخه لیدل کېږي چې A' د A ټکی متناظر او B' د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکی په لومړي ځای یو ټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P ټکی متناظر ټکی د څوکۍ په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه p' ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

د پورتني فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدوني په عنوان داسې تعریفوو:

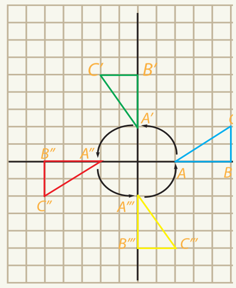
که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د A(2,0), B(5,0) او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه خیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

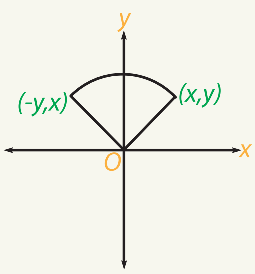
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:

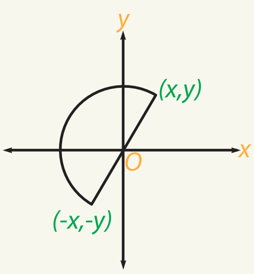


تکی	خېره(تصوير)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

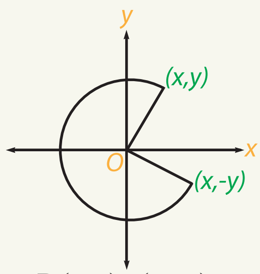
د شکل ښخه ليدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعيه کمياتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتيب د $90°, 180°$ او $270°$ زاويوسره دي.



R(x,y)=(-y,x)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاويه $90°$



R(x,y)=(-x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاويه $180°$



R(x,y)=(x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوران زاويه $270°$

پوښتني

1- که $A(0,0)B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د يوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصوير رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعګانو اوږدوالی د هغه له تصوير يا خيرې سره پرتله کړئ. ايا دا دوران يو ايزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2), B(7,2), C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د يو مستطيل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطيل او د هغه تصويريا خيره رسم کړئ.

ب: د مستطيل د اضلاع ګانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصوير ياخيرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محورونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقي محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې yد مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

د هرې مستقیمې کرښې میل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفي دی.
- موازي مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایی.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي

د دريم څپرکي پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

• په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دي صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1-) دی.   b) صفر دی.   c) ∞ دی.   d) منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ c) $\frac{y_2 - y_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

٥- د $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکي او د وضيعه کمياتو د مبدا ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي.   b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي. d: ټول ځوابونه سم دی.

• خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

٧- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

٨- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي داکرښې .... دی.

• لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموېه مخ کې د(س) توری اود ناسمې په مخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- (   ) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- (   ) د $T(x,y) = (-x,y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- (   ) د $T(x,y) = (x,-y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- (   ) د $T(x,y) = (y,x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- (   ) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- (   ) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)$ $2:\ (2,3)$ $3:\ (0,-4)$ $4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)$ $2:\ (4,1),(3,-2)$ $3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)$ $2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)$ $2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2}$ $2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3}$ $3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9),(4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعګانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمایي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوڅخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0), B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاڅیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا څیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

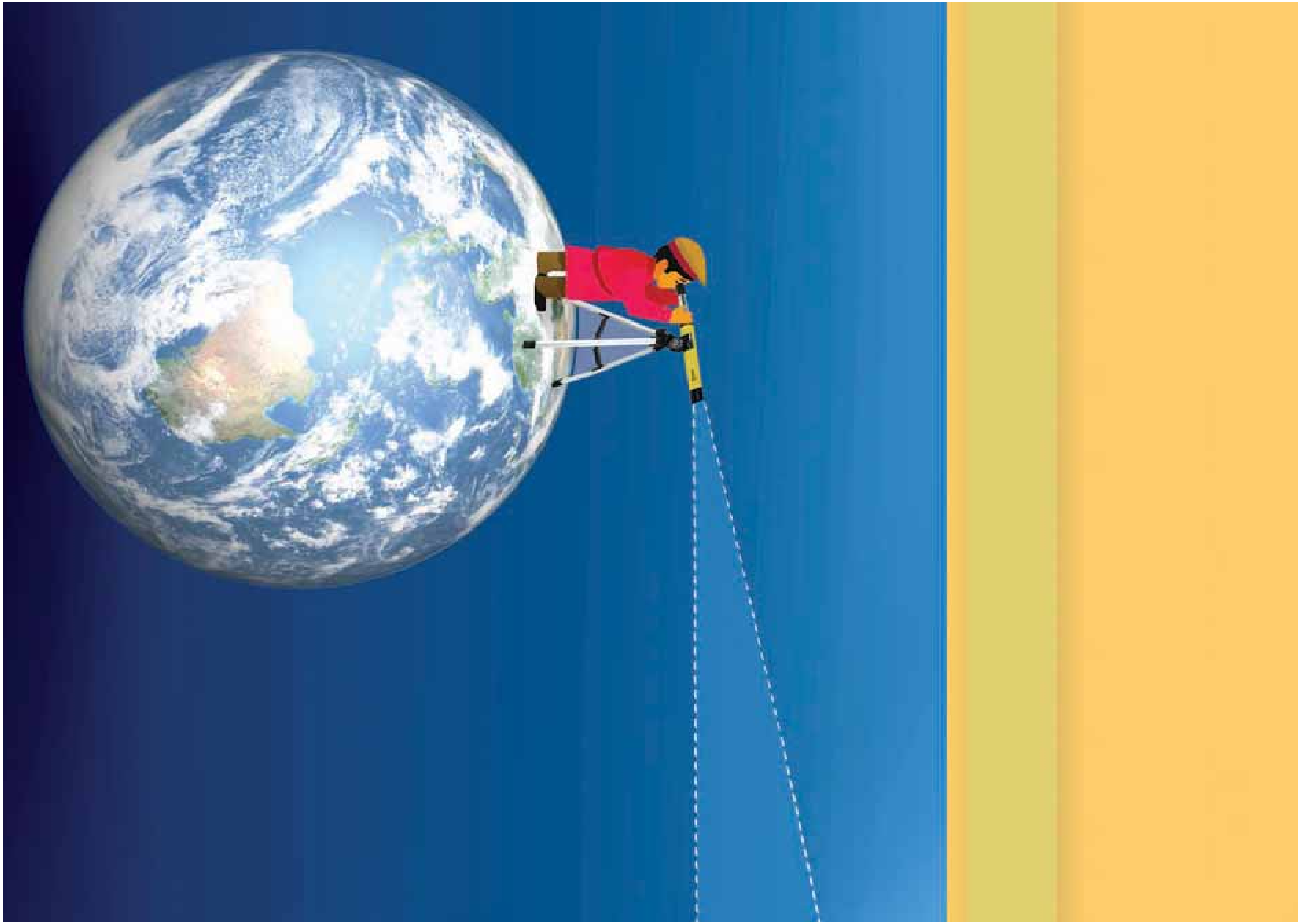
(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

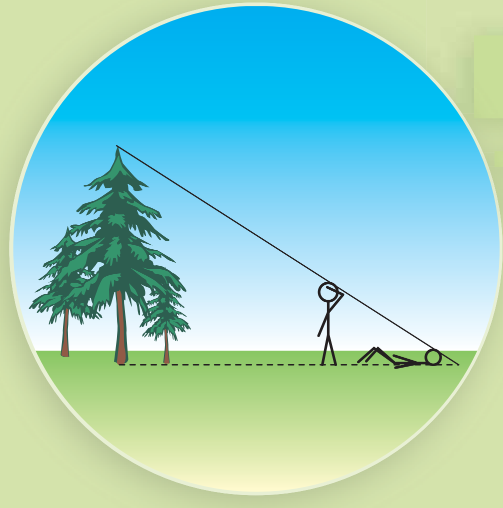
مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



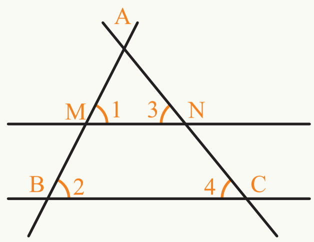
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جگ والي څنگه اندازه کړي یو بل ته داسې ورانديز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد د پرېوت، هغه له خپل ملگري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



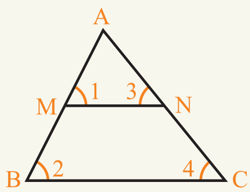
$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\square}{\square}$ ، $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\square}{\square}$ ، $\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\square}{\square}$

- هغه زاويې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}, \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$ او $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنگه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{1} = \hat{2} \ldots\ldots \text{ متوافقه} \\ \hat{3} = \hat{4} \ldots\ldots \text{ متوافقه} \\ \hat{A} = \hat{A} \ldots\ldots \text{ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې که $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF} // \overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}, \quad \frac{2}{3} = \frac{x}{3}, \quad x = 2$$

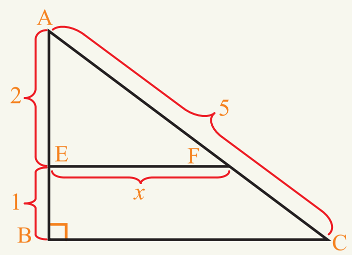
$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$5^2 = BC^2 + 3^2$$

$$BC^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\boxed{BC = 3}$$

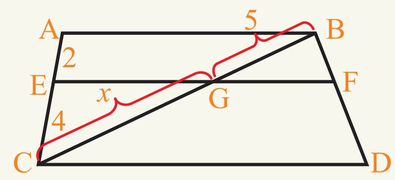


دویم مثال: په لاندې ذوزنقه کې $\overline{EF} // \overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.

$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \quad \text{یا} \quad \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2}$$

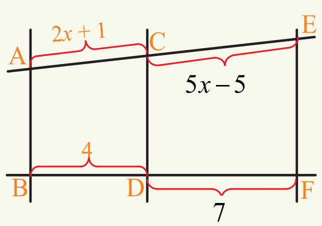
$$x = 10$$



پوښتنې

1- د ذوزنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.

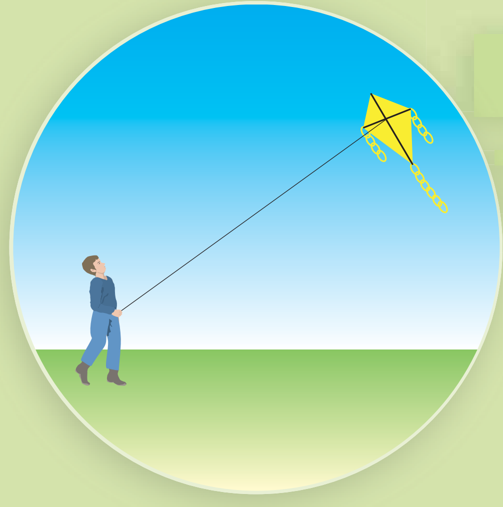
2- په لاندې شکل کې چې $\overline{CD} // \overline{EF}$ او $\overline{AB} // \overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

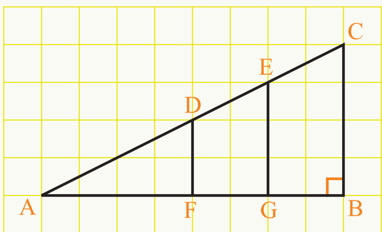
د یوې حاده زاویې ساین

که یو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن یې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟



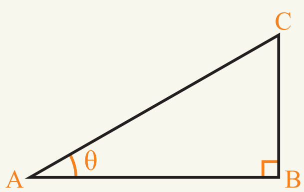
فعالیت

- په قایم الزاویه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پرېکړې ټکي یې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعوي اندازه او د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله یې کړئ.



- ایا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ دیوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅیړئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاویې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کېږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پرېږدئ او د $\hat{A}$ زاویې ته زیاتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنیو مساوي نسبتونو کې څه پېښېږي؟ ویې څیړئ؟

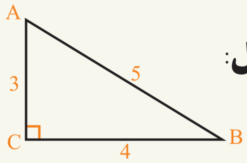
تعریف



په هر قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې د مخامخ ضلعې یا ضلعې او بردوالی دوتر پر اوږدوالی تل مساوي له یو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاویې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاویې ساین) ویل کېږي.

$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

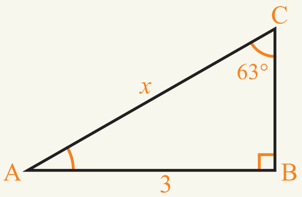


حل:

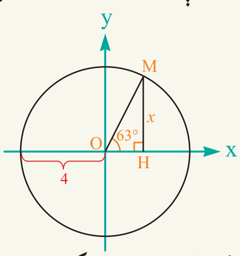
$$\sin A = \frac{\text{د } A \text{ زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{BC}}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

$$\sin B = \frac{\text{د } B \text{ زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دویم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پیدا کړئ.



شکل(الف)



شکل (ب)

حل:

د الف جزء: د یوې حادې زاویې د تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \Rightarrow x \approx 3.37$$

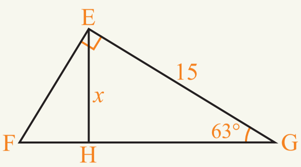
د ب جزء:

$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې

1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.

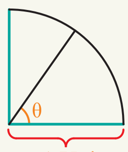


2- د دایرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونیسئ.

الف: که د θ زاویه لویه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاویه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاویه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.



3- د $80^o,40^o$ او 65^o زاویې په وار سره رسم او بیا په هره زاویه یو قایم الزاویه مثلث کې رسم کړئ د کربنې یا خط کش څخه په ګټه اخیستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پیدا کړئ او یو له بل سره یې پرتله کړئ.

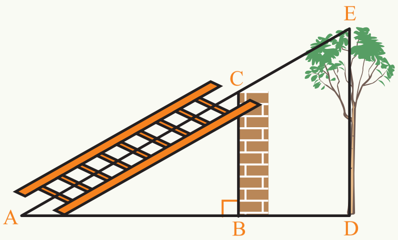
4- یو متساوي الساقین مثلث چې قاعده یې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که یوه څنډه یا ضلعه یې 5 واحده وي د B زاویې Sin ساین پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې حاده زاویې کوساین

دیوه دیوال شاته د ناجو یوه ونه ولاړه ده. یو زده کوونکی غواړي و پوهېږي چې ونه له دیواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره يې یوازې یوه لنډه زینه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوئ؟

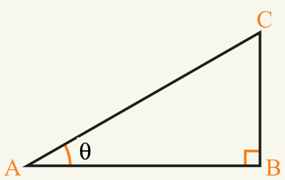
فعالیت



- په مخامخ شکل کې د تشکیل شویو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ یو له بل سره څه اړیکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه یو له بل سره څه اړیکه لري.
- د زینې واټن تر دیوال او بیا یې تر ونې پورې پیدا کړئ.
- د تالس د قضیې په مرسته لاندې مساوات تکمیل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی. $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{....}{AE}$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې یوه حاده زاویه یې θ ده، د دې زاویې د ګاونډي یا مجاوري ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساین وايي.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\text{د } \theta \text{ زاويې د ګاونډي ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}\cos\theta$$

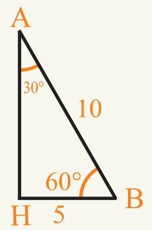


(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^\circ$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

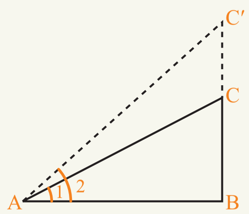
$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

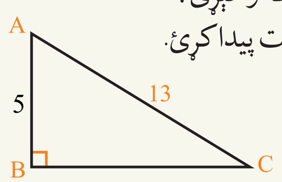


$\overline{AC}$ ☐ $\overline{AC'}$

$\cos A_1$ ☐ $\cos A_2$

2- د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړیکه وخېږئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا ځنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

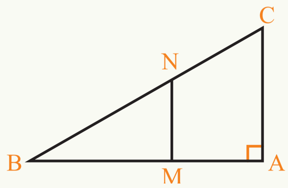
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بيرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوئ چې د بيرغ د ميلې اوږدوالی
څنګه پيدا کړي؟

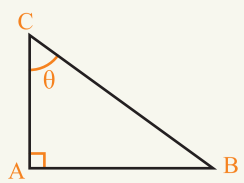
فعاليت

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاويه يې قايمه ده د $\hat{B}$ زاويې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونيسئ چې د $\overline{MN}$ توټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نيولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.
  د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا د څنډو له مخې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخيستنه او داضلاعو يا څنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ وليکئ.
  د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.
- سوچ وکړئ که چيرې $\frac{CosB}{SinB}$ پيدا کړو نو دا نسبت د مخامخ څنډو يا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري يا يوازې د زاويې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړۍ پايله: په يوه قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاويې د ګاونډې ضلعې د اوږدوالي نسبت يو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاويې تانجنت) په نامه ياديږي.



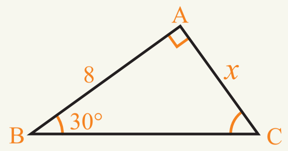
$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\overline{AC}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی}}$$

دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډي یا مجاوري ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ څنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وايي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ وي د $\tan 30°$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

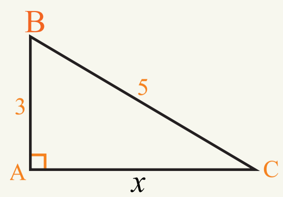


حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30° = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30° = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



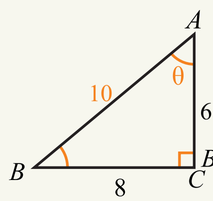
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

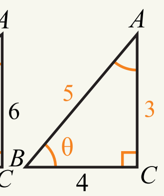
$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \qquad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې





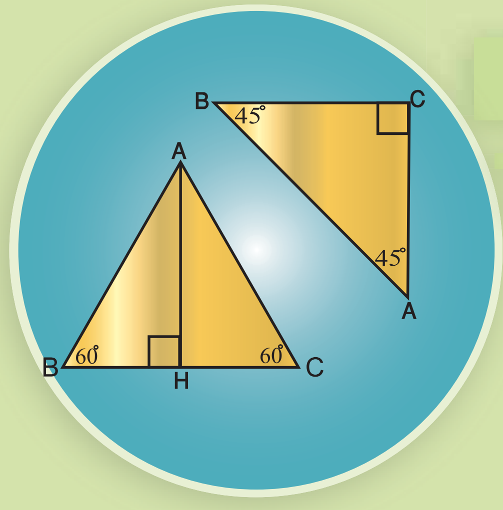
1- په مخامخ شکلونو کې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاویو مثلثاتي نسبتونه
(30°، 60°، 45° او 90°)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالي یې وټاکئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع یا جګوالی رسم کړئ، په دي ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګرتیاوې لري.
- د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د جګوالي یا ارتفاع اوږدوالی یا د مثلث جګوالی پیدا کړئ.
- ایا کولای شئ چې د 30^o او 60^o زاویو مثلثاتي نسبتونو عددي قیمت پیدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الساقین، قایم الزاویه مثلث رسم کړئ، چې د هري ضلعې یا ځنډې اوږدوالی یې یو واحدوي.
- هره حاده زاویه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه یې حساب کړئ.
- د 45^o زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعالیت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاویې / مثلثاتي نسبتونه	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	نا ټاکلی (نا معین)

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطو کې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ$
2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ$
3) $\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=?$
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ$
5) $\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=?$
6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x=\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=\sqrt{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

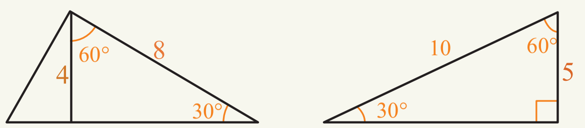
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

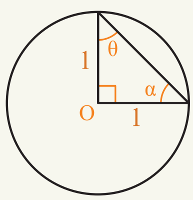
5) $x=\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=1-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتني

په لاندې شکلونو کې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.

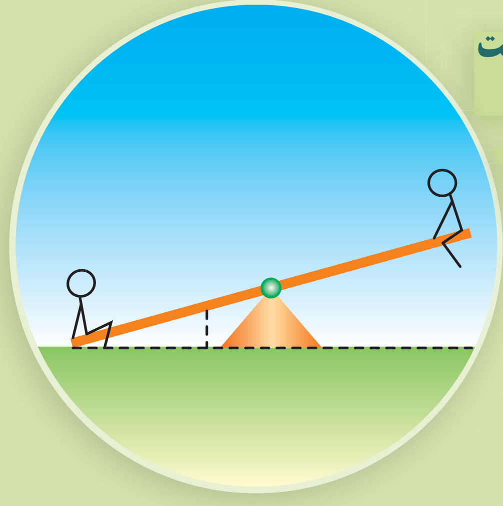




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مستقیم خط د میل او تانجنت اړیکه



د رافعي میل ښــی یاکیڼــې خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعالیت

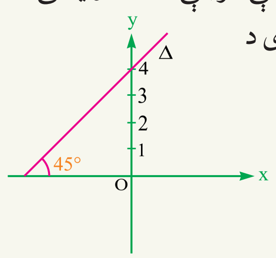
- د $B(0,0), C(1,0)$ او $A(1,3)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وښیئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل ولیکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ. د $\overline{AB}$ د مستقیمې کرښې د میل سره څه اړیکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقیم دوه اختیاري ټکي په پام کې ونیسئ، د دې ټکو په لرلوسره د مستقیمې کرښې میل پیداکړئ. ایا د $\tan B$ د مستقیمې کرښې د میل برابري لیدل کیږي؟

د پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې د هغې مستقیمې کرښې میل چې د x له محور سره حاده زاویه جوړوي، د هغې زاویې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره یې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقیمه کرښه د y محور په 4 کې پرېکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقیمې کرښې معادله ولیکئ.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقیمې کرښې میل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^o \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



دویم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقیمې کرښې په معادله کې د مستقیمې کرښې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقیمې کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته يې میل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ایا کولای شئ د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو قایم الزاویه مثلث چې قایمې جوړونکې ضلعې يې 6 او 8 دي رسم او قایمه زاویه يې په A وښیئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه ولیکئ څه پایله ترې اخلئ.

د پورتني فعالیت څخه ښکاري چې د یوې حاده زاویې د ساین او کوساین د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځینې وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاویې په ساین پورې اړه لري نه په زاویه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاویه جوړه کړي او د y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې میل، د میل زاویه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پیدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + (\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

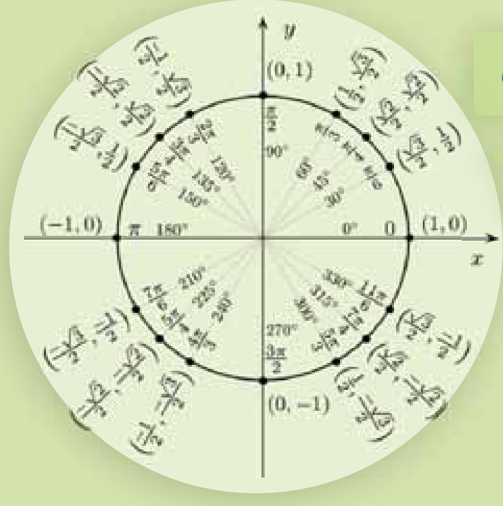
c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دایرې په شکل کې د نوموړو زاویو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعالیت

- یو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاویې پراخوالی یې وټاکئ.
- په یو مثلث کې د 30° او 60° زاویو مثلثاتي نسبتونه پیداکړئ.
- د زاویې مثلثاتي نسبتونه په یوه مثلث کې وټاکئ.
- ایا د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پیداکولای شو؟

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

پایله:

د ځینوزاویو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أسانی سره په لاس راوړو خو د یو شمېر نورو زاویو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځینو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه پیداکولای شو.

د یادونې وړ ده چې د جدول په ترتیب کې په یوه قایم الزاویه مثلث کې د θ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ یا $(90-\theta)$ زاویو د اړیکو څخه گټه اخیستل شوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90° 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89° 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88° 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87° 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86° 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	85° 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	**84°** 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	**83°** 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	**82°** 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	**81°** 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	**80°** 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	**79°** 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56° 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55° 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54° 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53° 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52° 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51° 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50° 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49° 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48° 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47° 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46° 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45° 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړي او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنی وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنی وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.
که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستني پرته لیکه یا سطر کې پیدا کوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیدا کړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ10')$ پیدا کوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ10') = ? \qquad 30^\circ10' \cdots\cdots 0{,}8646$$

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړي ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیدا کوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

sin

يادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاويو مثلثاتي نسبتونه چې توپير يې لس دقيقې وي راښيي د هرې زاويې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طريقه بيان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طريقه د انټرپوليشن Interpolation په نامه يادېږي او په لاندې مثالونو کې يې ترې کار اخلو:

دريم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاويې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاويې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاويو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاويې مثلثاتي نسبت داسې پيداکوو:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\tan\ 42^\circ 40' = 0{,}9217\\ \tan\ 42^\circ 35' = x\end{array}\right]5 \quad x\\ \tan\ 42^\circ 30' = 0{,}9163\end{array}\right] 10 \qquad 0{,}0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپير		د دو زاويو توپير
0.00054	:	10'
x	:	5'

ليدل کيږي چې د لومړي او دويمې زاويې فرق 5 او د لومړي او دريمې زاويې فرق 10 په همدې ترتيب سره د tan فرق يې x او 0,0054 دی يعنې که زاويه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan يې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاويه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته ليکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0{,}0054} \Rightarrow x = 0{,}0027$$

د x قيمت د کوچنی زاويو له tan سره جمع کوو:

$$0{,}9163 + 0{,}0027 = 0{,}9190$$

$$\tan\ 42^\circ 35' = 0{,}9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخيستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاويو پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پیدا کولی شئ.

فعالیت

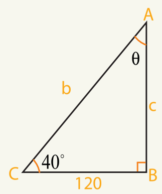
- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه $40' \; 30°$ وي بله زاویه یې پیدا کړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه $29°$ او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیدا کړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوې ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: دیوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه $40°$ که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90° - \hat{c} = 90° - 40° = 50°$

2, $\tan 40° = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120 \tan 40° = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40° = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40°} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$$

دویم مثال: د یوه قایمه الزاویه مثلث وتر $49.7cm$ او یوه قایمه ضلعه یې $25cm$ وي نوموړی مثلث حل کړئ.

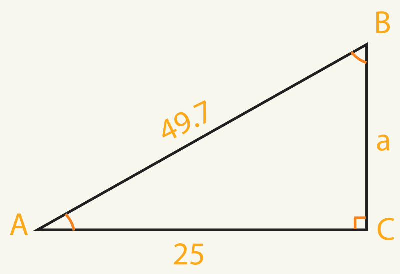
حل: لیدل کیږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر یې داسې پیدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49{,}7} = 0{,}503$$

$$\cos\hat{A} = 0{,}503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59{,}8° = 59°{,}48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59{,}8° = 30{,}2° = 30°12'$$

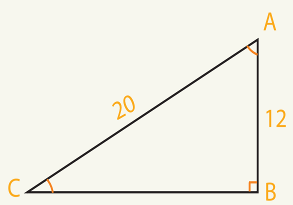
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A}\cdot 25 = 25\cdot 1{,}7182 = 43$$



پوښتنې

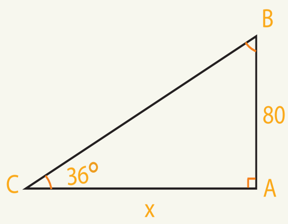
1 - د یوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه $38°\ 50'$ او د دې زاویې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو موړی مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



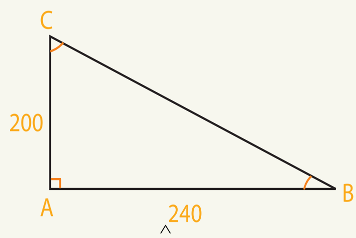
$x = ?$

$\hat{A} = ?$



$x = ?$

$\hat{B} = ?$

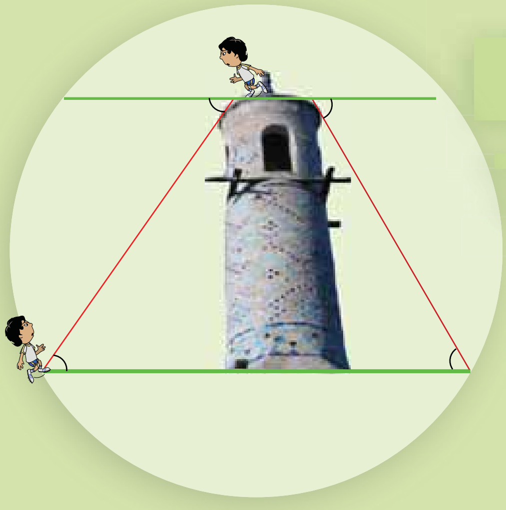


$\hat{B} = ?$

$\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او
تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه يې کومه فاصله ده) ؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه يې په کومه فاصله ده) ؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation
که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression
که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

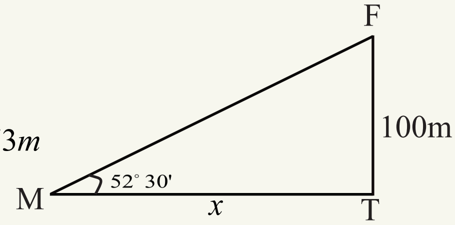
P_1 β د افق کرښه
د لید کرښه
α د افق کرښه P_2

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52°\ 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.

$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$



دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالي یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړۍ(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړۍ له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3,7 = 444\ ft$$

پوښتنې

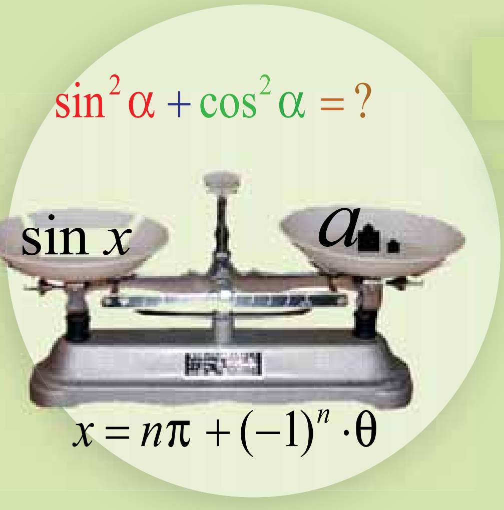
1- د هغه ونې ارتفاع پیداکړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75ft$ ونې ته نږدی شي.

2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړیکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهیږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅیړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یا څو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.
- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.
- هغه زاویې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه په

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta\ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta\ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قيمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قيمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پريوديک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاويو د فورمولونو په مرسته چې يوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پيدا کړئ.

$$2\sin x - \sqrt{2} = 0 \qquad\qquad \cos x + \frac{1}{2} = 1$$

$$2\sin x = \sqrt{2} \qquad\qquad \cos x = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad\qquad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 45° = \frac{\pi}{4} \qquad\qquad x = 30° = \frac{\pi}{6}$$

$$x = n\pi + (-1)^2(\frac{\pi}{4}) \qquad\qquad x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ \sqrt{3}\cot x - 1 = 0 \qquad b)\ 2\sin 3x + \sqrt{3} = 0 \qquad c)\ 2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چې ټرايګون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکي څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه ياديږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\cot$ په نامه ياديږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه (α) چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه ياديږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه رښتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ معادله کې، m دهغه زاويې تانجنت دی چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتنې

● په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$ c) $\dfrac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$ d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه څنډه $10cm$ وي جگوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توری او د ناسمې په مخ کې د (ن) توری ولیکئ.

1- ( ) د $\sin x$ نسبت مساوي په دی.

2- ( ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

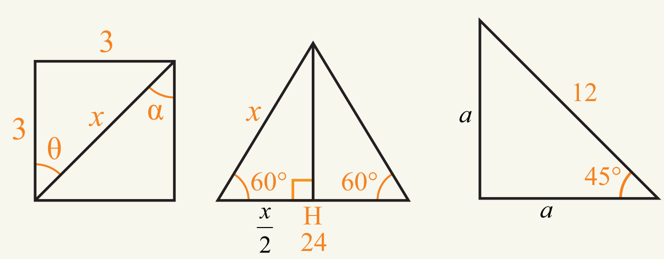
3- ( ) د $2y = 5x - 1$ معادله کې د دې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- ( ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- ( ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې دورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

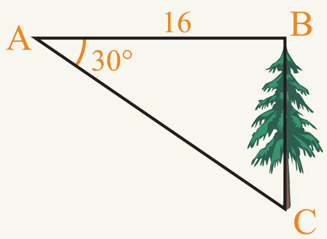
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیدا کړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیدا کړئ.

6- که چیرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



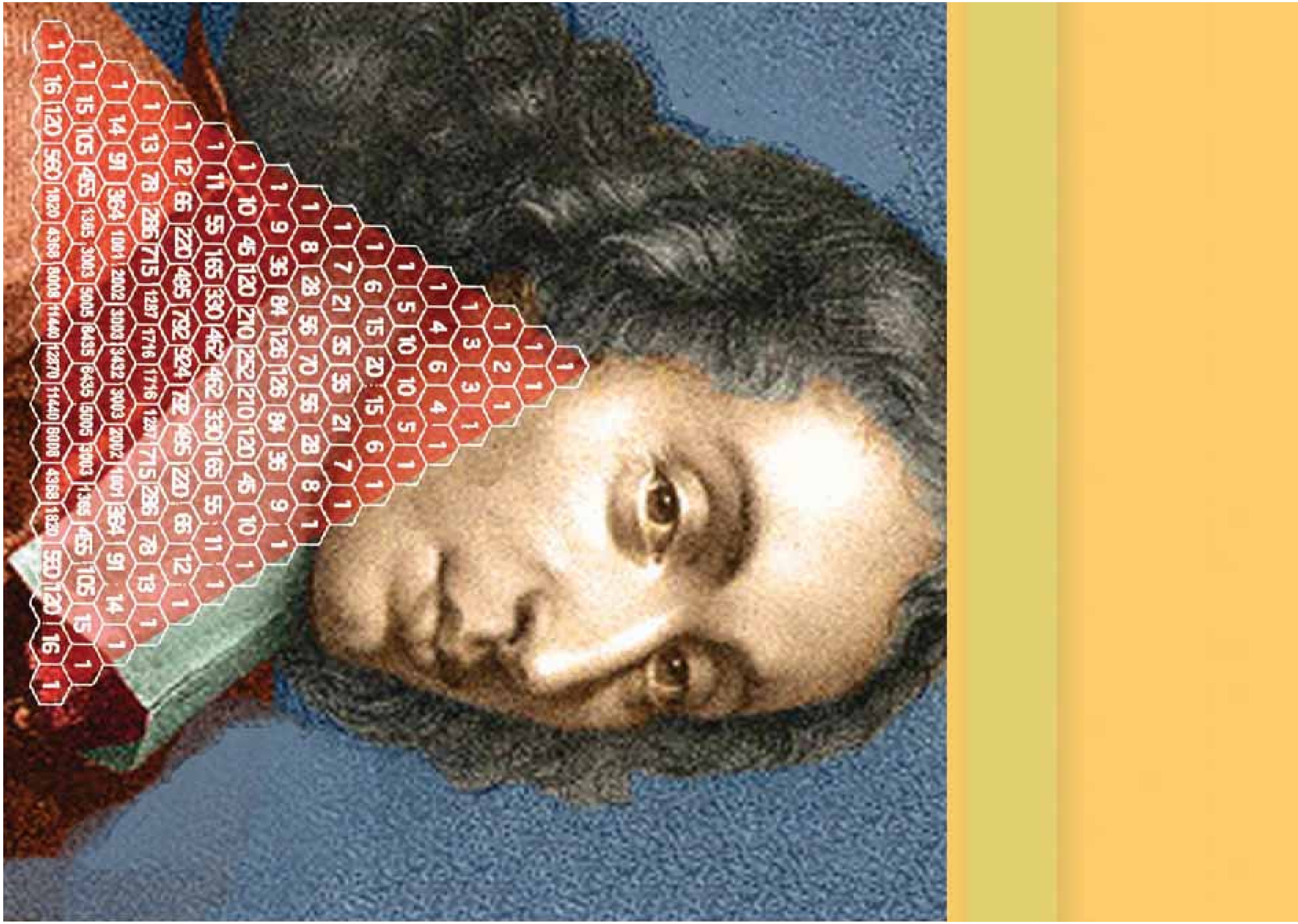
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی

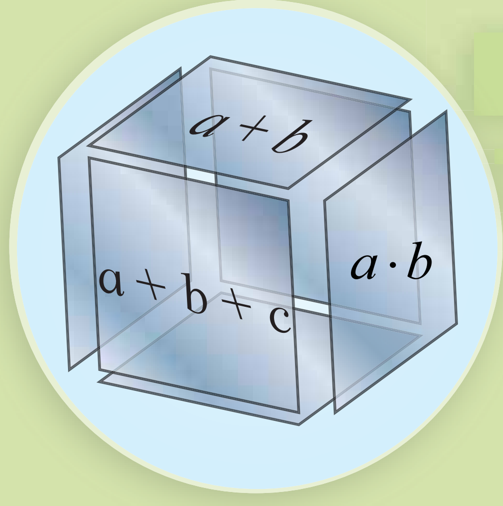
څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

الجبري افادې



د مخامخ شکل په سطحو لیکل شویو الجبري افادو نومونه واخلئ.

فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونیسئ.

$a)\ 2x$ $b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $c)\ \sqrt{2}xym'$ $d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $f)\ 2xy^3$ $g)\ 3x^2$ $h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $b)\ 3x^2+6x^2$ $c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کیدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګنئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو ولیکو چې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده، (Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدونوولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا (Polinomila) په نامه یادیږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

درجه		مناسبې نومونې				الجبري افادې
نظر x ته	نظر y ته	یوه حده	دوه حده	درې حده	څو حده	
						$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$
2			✓			$3x^2-7x$
						$6x^2-4x-1$
						$0.4x^2y-2x^4+16y^2$
						$13x-2y^3+6x^3y$
						$3-5+x^2-y^3-2xy$
						$4x^2-2x+6x^2-5x$

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده او هرې یوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

$a)\ x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$ $\quad b)\ \sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

$c)\ -4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$ $\quad d)\ 4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله یې دي، دهرې یوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

$a)\ 6x^2-4x-12xy^6-2x^5$ $\quad b)\ 8x^6-4xy^6-5x^2$

$c)\ 6x^2y^6m^9$ $\quad d)\ \sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

$e)\ 3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$ $\quad f)\ \frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښیې اوافادې ساده کړئ.

$$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$$

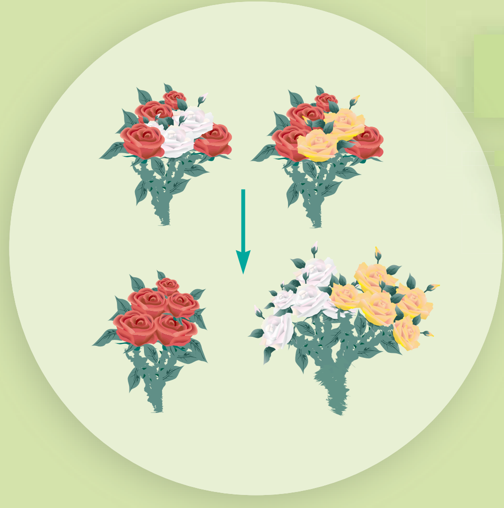
$$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$$

$$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکتورونو تجزیه(فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې ګلونه وینئ؟
کومې غونچې یو بل ته ورته دي؟ یوه غونچه څو ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځایونه ډک کړئ.

$5x = (.......+......)x = ...x + ...x$

$6y = (......+......)y = ...y + ...y$

- پاسنیو اړیکو کې له کومې ځانګړتیا څخه ګټه اخیستل شوې ده.
- د ښي اړخ عددي ضریبونه د کیڼ اړخ د متحولینو له ضریبونوسره څه اړیکه لري.

$3x + 2x = (........+...........)x = ...x$

$ax + bx = (..........+..........)x = ...x$

- ایا کولای شو چې a + b ساده کړو؟

په پور تنی فعالیت کې لیدل کېږي چې:
د ځینوالجبري افادو په تجزیه کې کولای شوچې د ضرب توزیعي خاصیت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. د ګډعامل په پیژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزیه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ \ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ \ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ \ 3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شویوافادوکې لومړی په ټولوحدونو کې ګډ حد پیدا کوو او هغه د قوس مخکې لیکو وروسته ټول حدونه بېل بېل په جمله ویشو اوحاصل یې دقوس په منځ کې لیکو:

a) $ab+ac-ad = a(b+c-d)$

b) $x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

c) $\frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

d) $3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دويم مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

a) $Ax+Bx+Ay+By$

b) x^2-4y^2+x+2y

c) $2x^2+2xy+3x+3y$

d) $2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکووا وبیا یې تجزیه کوو.

a) $\underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$

$= x(A+B)+y(A+B)$

$= (A+B)(x+y)$

b) x^2-4y^2+x+2y

$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$

$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$

$= (x+2y)(x-2y+1)$

c) $2x^2+2xy+3x+3y$

$= 2x(x+y)+3(x+y)$

$= (x+y)(2x+3)$

d) $2x+2y+2x+2y$

$= 4x+4y$

$= 4(x+y)$

پوښتنې

لاندې افادې تجزیه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$

2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$

4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$

6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$

8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$

10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

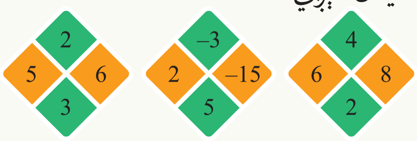
دالجبري افادوضرب چې یوه ګړه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab$$

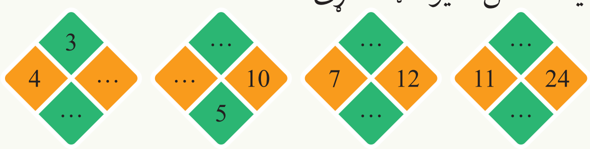
د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعې او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دي.

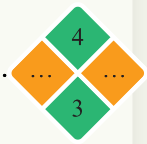
فعالیت

• په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کېږي؟

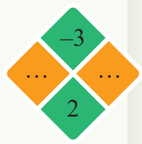


• ديورتنى اړيکي څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:



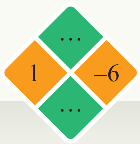


$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي يوه ګڼه جمله و لري ليکلای شوچي:

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$

که چيري وغواړو يوه ترينوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزيه کړونولومړی بايد دوه عددونه داسي پيداکړوچي دضرب حاصل يې c اود جمع حاصل يې b شي، که دي اعدادوته m او n وويل شي، لروچي:

$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزيه سرته ورسوئ:

$a)\ (t-4)(t+5)$ $b)\ (a+3)(a+4)$ $c)\ (x-0.4)(x+0.2)$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ $e)\ x^2+12x+32$ $f)\ x^2+4x+3$

$g)\ x^2-3x-28$ $h)\ x^2-5x+6$

حل:

$a)\ (t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times 5)=t^2+t-20$

$b)\ (a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times 4)=a^2+7a+12$

$c)\ (x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times -2)=x^2-6x+8$

$d)\ (y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

$e)\ x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

$f)\ x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

$g)\ x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$

$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

$h)\ x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتني

1- لاندې افادې تجزيه کړئ.

$a)\ x^2+7x+12$ $b)\ m^2-6m-7$

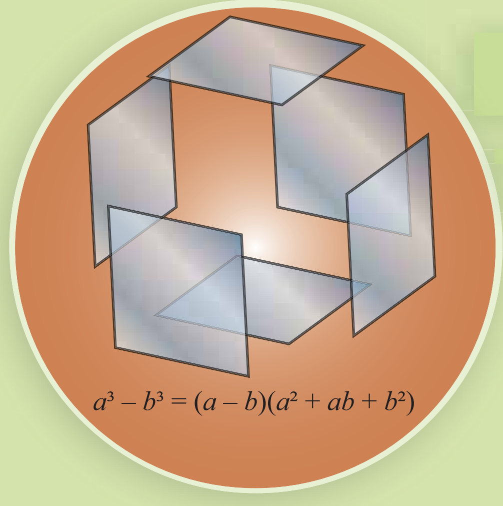
$c)\ a^2+a-2$ $d)\ x^2-x-20$

2- لاندې افادې ضرب کړئ.

$a)\ (2x-1)(x+3)$ $b)\ (\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

$c)\ (a-3)(a+4)$ $d)\ (0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې دې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعاليت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو ليکو ترمنځ څه اړيکي ليدل کېږي؟
- ايا کولای شئ يوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره وليکئ.

دپورتني فعاليت څخه کولای شو دا پايله وليکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښيو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ ویددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})} = 9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچني ګډ مضرب یا دوارو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعي د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دوارو کسرونو ګډ مخرج پیدا کولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملو تجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډ عوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

ددوو یاځو الجبري افادو کوچنی ګډ مضرب دپیداکولو لپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملو تجزیه، وروسته هغه ګډ عوامل چې ترټولو لوی توان لري د ناګډ عواملو سره ضربوو چې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1=(x-1)(x+1)$$

لیدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل يې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه يادېږي.

دويم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پيدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پا يله که کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتني

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره يې ساده کړئ.

1) $\dfrac{2x}{3}-\dfrac{4}{5x}\div\dfrac{3}{10x}$

2) $\dfrac{3x-1}{x^2+2x-15}-\dfrac{2}{x+5}$

3) $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{4}{x^2-1}$

4) $\dfrac{2}{x^2-1}+\dfrac{3}{x^3-1}+\dfrac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x\neq 0\ \wedge\ y\neq 0$ $\qquad b)\ \frac{x^2-5x+6}{x-2}\ ,\ x\neq 2$

$c)\ \frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}\ ,\ x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام د کوم کاربه پایله کې لاس ته راځي ولې؟

$$a)\quad \begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ -7 & 142 \\ \hline 29 & \\ 28 & \\ \hline 15 & \\ 14 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$b)\quad \begin{array}{l|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \pm x^3 \pm 2x^2 & x^2-4x-3 \\ \hline -4x^2-11x & \\ \mp 4x^2 \mp 8x & \\ \hline -3x-6 & \\ \mp 3x \mp 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې موولي ویش دکیڼي خوا له لومړي رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليکل اوترتيبول د يوې الجبري افادې د کېنې لورې (خوا) نه ښي لورې (خوا) ته په ترتيب د لوېې درجې څخه کوچنۍ درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نومېږي

ددوو الجبري افادو يو پربل د وېش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ووېشئ چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

۴- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وېشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

۵- وروسته ۲، ۳، ۴ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنۍ شي.

لومړی مثال : د $x^3 - 3x^2 - 23x + 30$ افاده په $x - 6$ افاده ووېشئ.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 3x^2 - 23x + 30 & x - 6 \\
\hline
\underline{-\,x^3 \mp 6x^2} & x^2 + 3x - 5 \\
3x^2 - 23x & \\
\underline{-\,3x^2 \mp 18x} & \\
-5x + 30 & \\
\underline{\mp 5x \pm 30} & \\
0 &
\end{array}
$$

د تقسيم مراحل

$$
\left.
\begin{array}{l}
I - \dfrac{x^3}{x} = x^2 \\
II - \dfrac{3x^2}{x} = 3x \\
III - \dfrac{-5x}{x} = -5
\end{array}
\right\}
$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادی وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{r|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ x^4+2x^3+x^2 & \\ \underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\ 3x^3+5x^2-8x & \\ \underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\ 8x^2+4x+4 & \\ \underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\ 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \frac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\quad \frac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\quad \frac{3x^3}{x^2}=3x \\ IV-\quad \frac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څیړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کېږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x + 3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x + 3 \\ \cline{2-2}
-x^4 \pm 3x^3 & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \hline
\quad -3x^3 + 2x^2 & \\
\quad \mp 3x^3 \mp 9x^2 & \\ \hline
\qquad 11x^2 - 3x & \\
\qquad \pm 11x^2 \pm 33x & \\ \hline
\qquad\quad -36x + 1 & \\
\qquad\quad \mp 36x \mp 108 & \\ \hline
\qquad\qquad 109 &
\end{array}
$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عمليو سر ته رسولو ترتيب

که چیري په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتیب سره افاده ساده کوو؟

فعالیت

- دلاندې افادو ساده کولو لپاره کومې عملیې سرته ورسوو. د عملیې د سرته رسولو ترتیب په شمیر سره ونوموئ.

$3-2^4\times5+(16\div4)$

$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$

$3x^2-4x(2+x)$

$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$

په پورتني فعالیت کې موولیدل چې دالجبري افادو عملیو په ترتیب سره سرته رسول دعددنود قانون له ترتیب څخه پیروي کوي. دیوې الجبری افادې دساده کولو لپاره په ترتیب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

۲- د قوسونو په لرلو سره لومړی هغه ساده کوو.

۳- په ترتیب سره له کیڼ څخه ښي اړخ ته د ضرب او ویش عملیې سرته رسوو.

٤- په ترتیب سره له کیڼ څخه ښي اړخ ته د جمع اوتفریق عملیې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

1) $\frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$

$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$

$=2m+\frac{51}{4}$

2) $2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1+2x+4+x\times 5x$

$=2x-1+2x+4+5x^2$

$=4x+5x^2+3$

فعالیت

- مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

$a)\ \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

$b)\ \sqrt{8x^3y^3}$

$c)\ \sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه ورلو لپاره چې مخرج گویا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ د کوم مطابقت څخه مرسته اخیستلای شئ.
- د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه یوسې اوساده یې کړئ.

دیوکسردمخرج د جذرونو د منځه ورلوعملیه د الجبري کسر دگویا کولو یا ناطق کولو په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، ورپسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغه الجبري افادې چې د یوه حد څخه جوړه شوي وي دمونوم یا یو حده په نامه یادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شوې وي، دوه حده یا بینوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دریو حدونو څخه جوړه شوې وي، دري حده یا ترینوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغه الجبري افادې چې له څوحدونوڅخه جوړې شوې وي او د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وي څوحده یا پولینوم بلل کېږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په یوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولینوم هغه ترتیب چې دکینې خوا څخه ښي خواته له لوی توان څخه کوچني ته ترتیب شوی وي، نزولي ترتیب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوډګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه یادیږي.
- که چیرې په یوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عملیې راغلي وي دساده کولولپاره یې په ترتیب سره لومړی کوچنی، منځنی او بیا لوی قوس له منځه ورو وریسې د توان عملیه او په پای کې په ترتیب سره د وېش، ضرب جمع او تفریق عملیې له کین څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکی پوښتني

- په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوي سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2 - \frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبوجملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده یوه .... حده درجه .... افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربی عوامل .... او........ دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ ویش حاصل عبارت له .... دی.

٤- $a^3+b^3=$ (........)(................)

۵- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له .... دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- ( ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادیږي.

۲- ( ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- ( ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- ( ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- ( ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

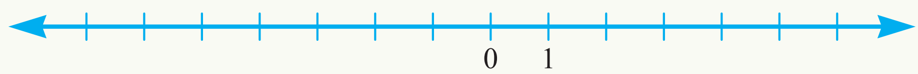
عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دي($<,\le,>,\ge$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي

لکه: $5>4$, $-3<2$ ...

فعالیت

- د $3, \frac{-3}{2}, \sqrt{2}, -4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښي خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c دري حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b \ , b<c \quad \Rightarrow \quad a<c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a<b$ وي نو د b,a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو: $a+c<b+c$

$a-c<b-c$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې ($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $7>4$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b,a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$a<b$ ، $0<c \Rightarrow ac<bc$

$a<b$ ، $c<0 \Rightarrow ac>bc$

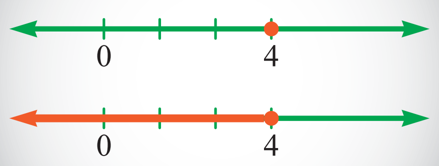
$0<a<b \Rightarrow \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعنې که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9>-3$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅیړئ.

د لومړی درجه خطي غیر مساوات حل



د $x=4$ او $x\le 4$ دوه الجبري جملې
په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او
څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x+3=7$ معادله، د x دکوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیداکولای شئ چې په معادله کې ربښتینوالي ولري؟
- د x دکوم عددي قیمت لپاره د $x+3<7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتنی غیر مساوات صدق کوی.

د پورتنی فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>,<,\le$ او $\ge$) علامو په مرسته یو له بل سره اړیکي ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړی درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړی درجې نامساواتو بېلګه ده.

$$x+3<0 \quad , \quad 2x-\frac{1}{3}>3-x$$

$$6x+7\le 5 \quad , \quad \frac{x}{5}+\sqrt{2}\ge 12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

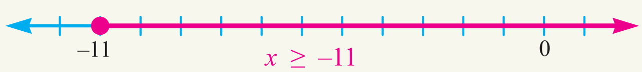
په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیداکولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښیئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د (-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د (-1) عدد تفریق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

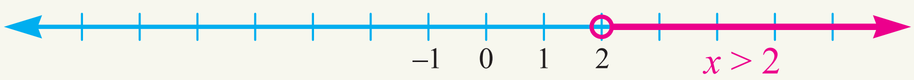
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(•) او دویم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غیرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقیقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه یو مجهوله یا خطي غیرمساوات بلل کیږي.

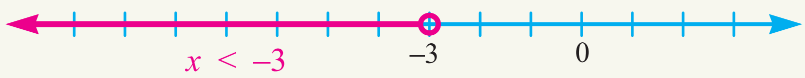
د غیرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نیسو:

- د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره معلوم یو اړخ او مجهول د غیرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قیمت د پیدا کولو لپاره د غیرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضریب د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره ویشو.

دریم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

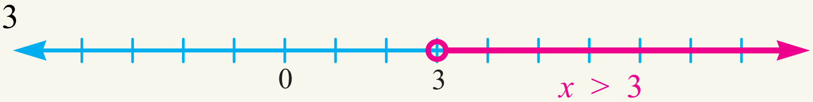
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$
$$2x < -6$$
$$x < -\frac{6}{2}$$
$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غیرمساوات حل کړئ.

$$x + 5 < 3x - 1$$
$$x - 3x < -1 - 5$$
$$-2x < -6$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$
$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

$i)\ 5x + 6 > 0$

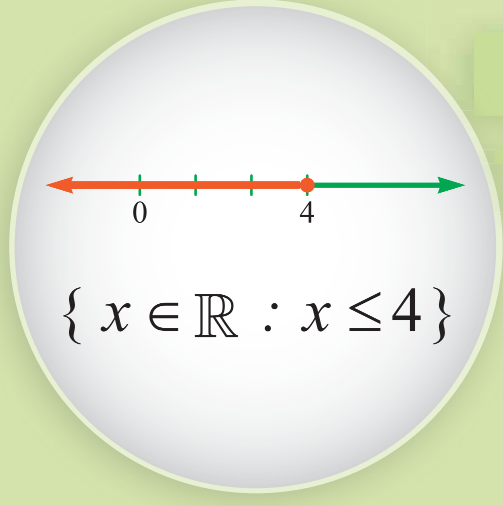
2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

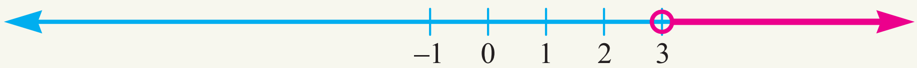
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دهغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وایي.

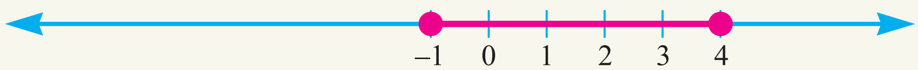
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د ریاضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقیقي عددونه چې له دریو (3) څخه لوی وي.



لیدل کېږي، چې د عددونو دا سیټ د عددونو د محور یوه برخه ده، چې په ریاضي کې ورته واټن (فاصله) یا انټروال وایي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوی هغه فاصله (انټروال) ده، چې له 1- څخه لوی یا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی یا ورسره مساوي دی.

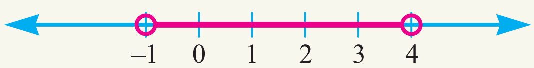


دا فاصله په $[-1,4]$ یا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پیل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن یا فاصلې ته تړلی فاصله وایي.

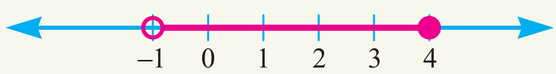
نوکه په پورتنۍ فاصله کې د 1- او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن یا فاصله وایي او په لاندې ډول یې ښودلای شو:

$(-1,4) = \{x \in IR : -1 < x < 4\}$



که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وایي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR : -1 < x \leq 4\}$



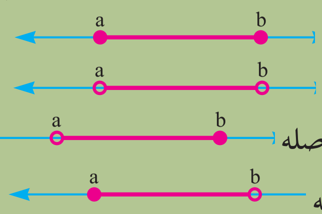
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \leq b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$

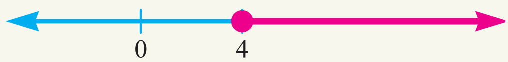
د a او b نیمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$

د a او b نیمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$



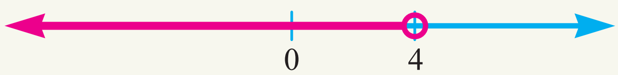
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x\in IR : 4 \leq x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچني وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه $(a,\infty)=\{x\in IR : a < x\}$

د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه $[a,\infty)=\{x\in IR : a \leq x\}$

د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x\in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x\in IR : x \leq a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

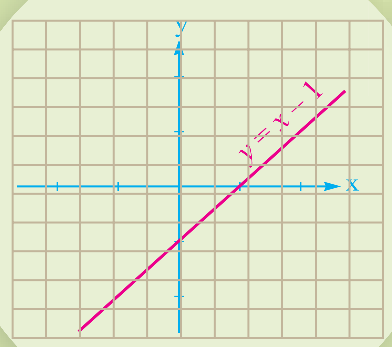
2- لاندې سټونه د انټروال په ډول ولیکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \leq x \leq 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \leq x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بينوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قيمت لپاره د $y = x - 1$ مستقيم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قيمت لپاره مستقيم خط د x محور نه لاندې پروت وي.

فعاليت

- د $2x-4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قيمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قيمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قيمتونو سره منفي ده؟

د پورتني فعاليت رياضي بيان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x<2$	2	$x>2$
$2x-4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې ليدل کيږي چې د $2x-4$ بينوم په $x=2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قيمتونو لپاره چې له 2 نه کوچني وي منفي علامه او په هغو قيمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بينوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بينوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قيمت پيدا کوو چې بينوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x+3=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x=-3 \quad \Rightarrow \quad x=6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیموتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \Rightarrow \frac{-1}{2}x>-3 \Rightarrow x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \Rightarrow \frac{-1}{2}x<-3 \Rightarrow x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومی ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0$ −1

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0$ −2

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحلیل او ټاکل

$$\frac{?}{?} = +$$

$$\frac{?}{?} = -$$

د a ، b حقیقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعالیت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونیسئ.
- پورتني افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتني افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قیمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ایا کولای شئ په نوموړې افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړي افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړي کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ویش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت پیدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پایله کې د $x<1$ څخه بینوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بینوم د مخرج علامه مثبت ده.

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	−	0	+		+
$2x-2$	−		−	0	+
$\frac{3x+5}{2x-2}$	+	0	−	نه دی تعریف شوی	+

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$

قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \quad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	+		+	0	−
x	−	0	+		+
$\frac{-x+3}{x}$	−	نه دی تعریف شوی	+	0	−

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

$a)\ \frac{-x+1}{5+x}$ $\quad b)\ \frac{x}{x+1}$ $\quad c)\ \frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$

$y < 0$?

د x پــه کــوم قیمت ســره د مخامخ کســري افــاده مثبــت او د x پــه کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتنی ناماساوي د رښتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتنی فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتنی فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله

لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$4 + 2x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له(-2) ($x<-2$) او له(2) ($x>2$) وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو څخه چې له(-2) څخه لوی او له(2) کوچنی($-2<x<2$) وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

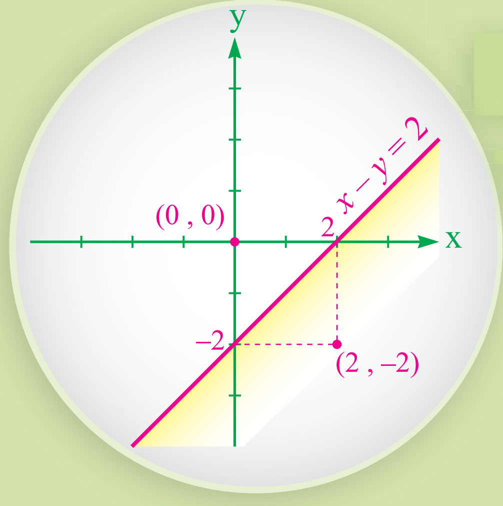
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړی درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.

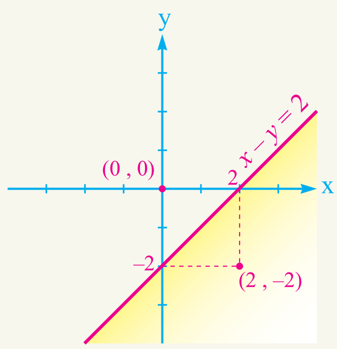
فعالیت

- د (x,y) مرتبي جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبي جوړې پیدا کولای شئ چې په پورتنی غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نوري مرتبي جوړې پیدا کړئ چې په پورتني غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کېږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبي جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیدا کړئ.

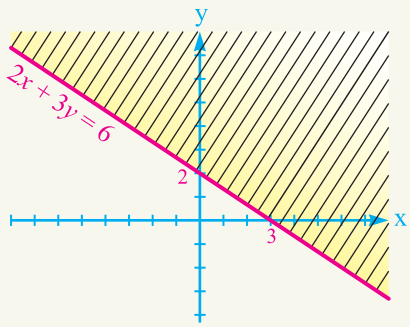
حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسمو. لیدل کېږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.
د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.
د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې تورو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.
پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅېړئ.
دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.
حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

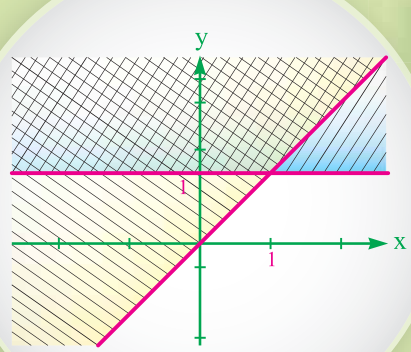
څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$ 2) $2y<3x$ 3) $x+y>0$
4) $2x-6y\geq 8x+4y$ 5) $x+y<0$ 6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه

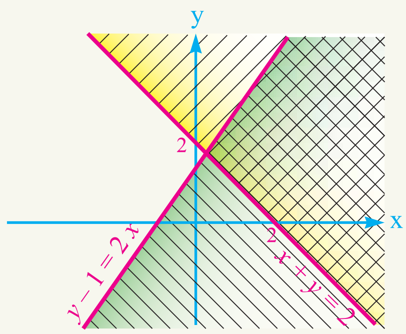


د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.
ایا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښیي.

د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دي د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.
هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوې د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.



د $x + y = 2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x = 0$ وي $y = 2$ او که $y = 0$ وي نو $x = 2$ کېږي او د $y - 1 = 2x$ کرښه کې که $x = 0$ وي $y = 1$ او که $y = 0$ وي نو $x = \frac{-1}{2}$ سره کېږي.

د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

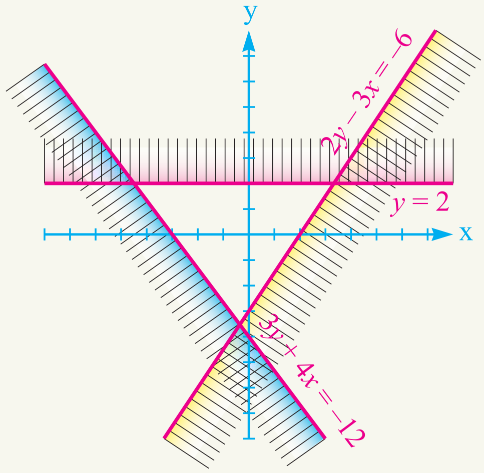
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعني:

$2y-3x=-6$, $y-2=0$ او $3y+4x=-12$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نومورو قیمتونو په مرسته یې گراف په مخامخ بڼه رسموو.

وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي توري شوې ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتني

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته يو له بل سره اړيکه ولري د غيرمساوات په نامه يادېږي.
- که د يوه غيرمساوات دواړو خواوو ته يو حقيقي عدد ور جمع يا تفريق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه مثبت حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا تقسيم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د يوه غيرمساوات دواړه خواوې په يوه منفي حقيقي عدد د صفر خلاف ضرب يا وويشل شي د غيرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انتروال	$[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$
خلاص انتروال	$(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$
نيمه خلاص انتروال	$(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$
نيمه تړلی انتروال	$[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$

- د يوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ويش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3 \leq 5$ دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غيرمساوات د سيستم حل د وضعيه کمياتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحيه چې په يوه وخت کې د دواړو غيرمساواتو د حل د سټ يوه برخه وي د سيستم حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکی پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $\quad b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $\quad c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $\quad d)$ د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$ $\quad b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$

$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $\quad d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3>-1$ نامساوات د حل سټ دی:

$a)\ [-2,\infty)$ $\quad b)\ (2,\infty)$ $\quad c)\ (1,\infty)$ $\quad d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ څخه وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $\quad b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $\quad c)\ -b<-a$ $\quad d)$ جواب های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

$a)\ (-3,3)$ $\quad b)\ (-\infty,3)$ $\quad c)\ (-3,\infty)$ $\quad d)\ (-3,3)$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساواتو کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونو لپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥- د $-x-\frac{1}{5}\geq 2x+5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه یوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري ولیکئ.

1- ( ) د یوې غیرمساوات د حل سټ یو عنصر لري.

٢- ( ) د $\{x\in R\ :2\leq x<5\}$ یو تړلی انتروال دی.

٣- ( ) د غیرمساواتو د سیستم د حل سټ د وضعیه کمیاتو د مستوي یوه برخه ده.

٤- ( ) د خطي غیرمساوات د حل ستونه بې شمیره دی.

٥- ( ) څرنګه چې $-2<3$ څخه دی نو له دې ځایه دا پایله $-\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$ اخیستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غیرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\leq 3$

2- لاندې انتروالونه د عددونو پر محور وښیئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه وليکئ او د عددونو پر محور يې وښيئ.

$a)\ \{x \in IR: x \le 2\}$ $\qquad$ $b)\ \{x \in IR: x \le 5\}$

$c)\ \{x \in IR: -1 \le x \le 6\}$ $\qquad$ $d)\ \{x \in IR: -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غيرمساوات د سيستم حل پيدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

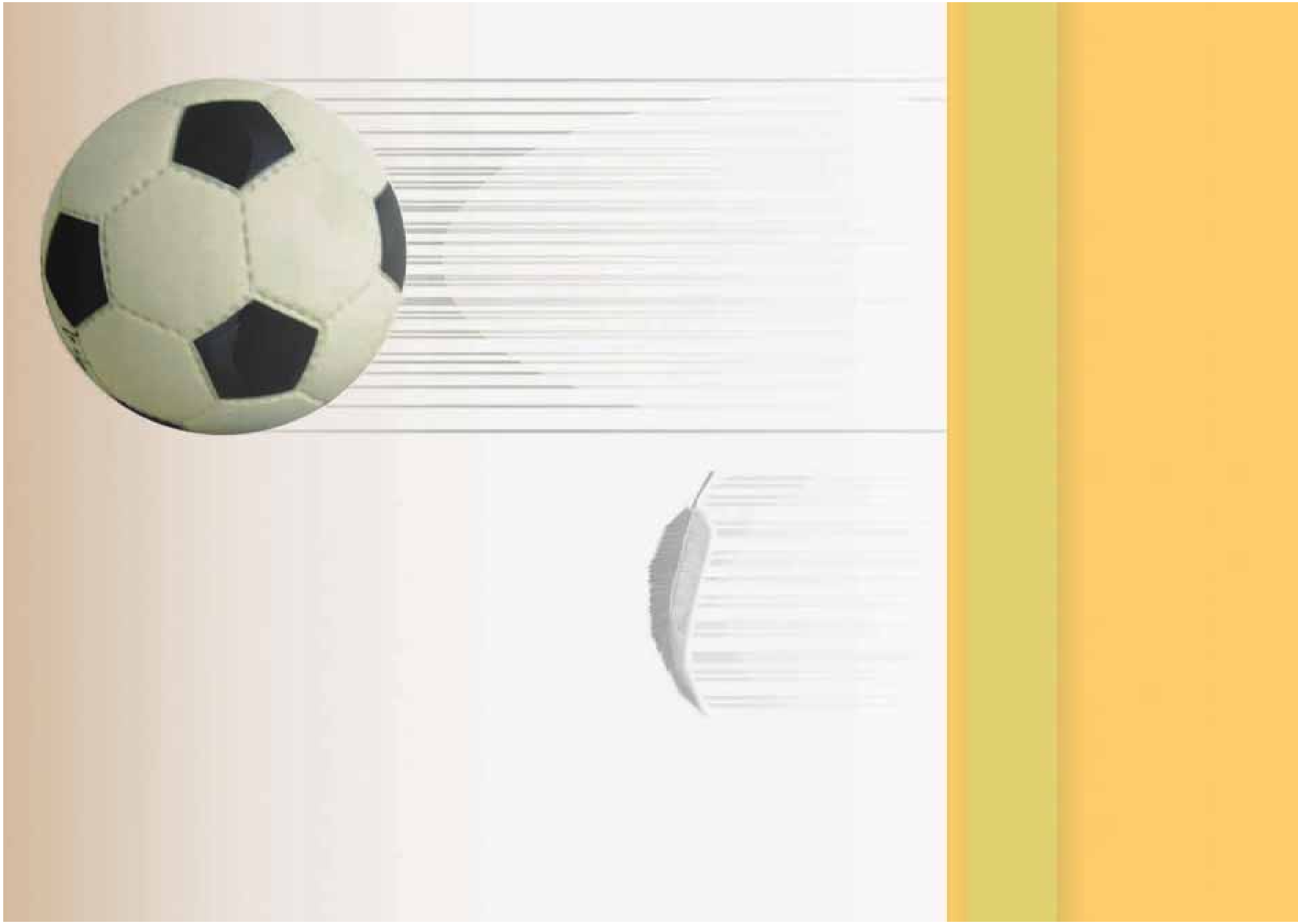
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

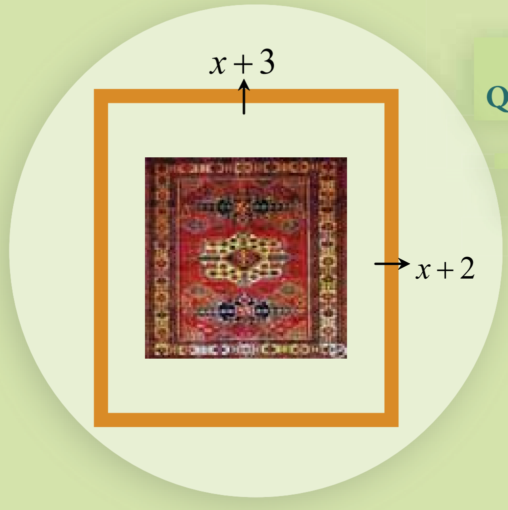
اووم څپرکی

دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویمه درجه یو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



که چیرې یوه کوټه د یوې مربع شکلې قالین په واسطه داسې فرش شي چې د کوټې اوږدوالی $3m$ او سور یې $2m$ په اندازه د قالین د څنډې څخه زیاد وي، لکه مخامخ شکل، وواياست چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعالیت

- الجبري افاده تعریف کړئ.
- معادله تعریف کړئ.
- د یو مجهوله لومړۍ درجې معادلې یوه بېلګه ولیکئ.
- د یو مجهوله لومړۍ درجې معادلې عمومي شکل ولیکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پیدا کړئ.
- د پورتنې معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې یو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي یو مجهوله دویمه درجه معادله بلل کیږي، چې عمومي شکل یې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې a, b او c حقیقي اعداد او x مجهول بلل کیږي که چیرې $b=0$ یا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نیمګړې دویمه درجه معادله وایي.

لومړی مثال: یو تار چې یو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه یو مستطیل چې مساحت یې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطیل اوږدوالی او سور څرنګه وټاکو.

حل: که د مستطیل اوږدوالی x او سوریې په y وښیو د مستطیل محیط $2(x+y)=100 \ldots I$ او مساحت یې $x\times y=600 \ldots II$ اړیکې څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad I \\ x\cdot y=600 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنی معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېرنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو، نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د a, b او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلې	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

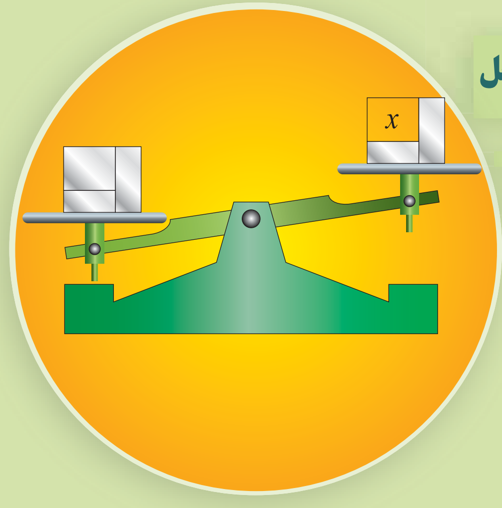
1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

د دويمه درجه يو مجهوله معادلې حل



آيا کولای شي چې د x لپاره داسې قيمت پيدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعاليت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پيدا کړئ.
- پورتنې مساوات د x د بيلابيلو قيمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅېړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنې پوښتنې په پام کې نيولو سره توضيح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پيدا کول يعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قيمتونه چې په يوه دويمه درجه معادله کې برابروالی راولي د يو مجهوله دويمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پيدا کړئ چې مربع يې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چيرې عدد ته x ووايو نو الجبري عبارت داسې بڼه نيسي:

$$x^2 = x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتنی مساوات څخه د هغې حل پيدا کړو.

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.

په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو ترې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.

ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.

حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د پورتنی لارې په څېر د اټکل شویو اعداد په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.

د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعني د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کېدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

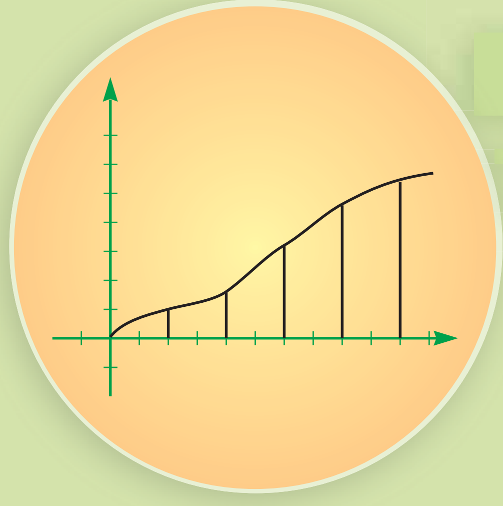
2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غير خطي اړيکې(رابطې)



ډاکټران د يوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی په بېلابېلو وختونوکې په مخامخ ګراف کې څېړي. ايا تاسې تر اوسه پورې د خپلې ونې(قد) د اوږدوالي بدلون ته سوچ کړی دی چې په بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعاليت

- د يوې مربع د ضلعې د اوږدوالي او مساحت تر منځ اړيکه په پام کې ونيسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت يې په y ښيو.
- د x او y اړيکه په يوه معادله کې وښيئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قايمو مختصاتو په سيستم کې د پورتنيو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او يو بل سره يې ونښلوئ.
- د دقيق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قيمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړئ د پورته په څېر ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کې وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتني جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنيو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي.

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې ګراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو ګراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او ګډ حل یې پیدا کړئ.

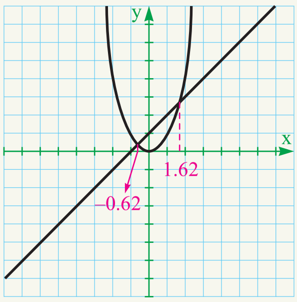
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د ګراف د رسمولو لپاره تر ې ګټه واخیسته د پورتنیو معادلو د ګرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو ګرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x + 1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د ګراف له مخې د ګډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

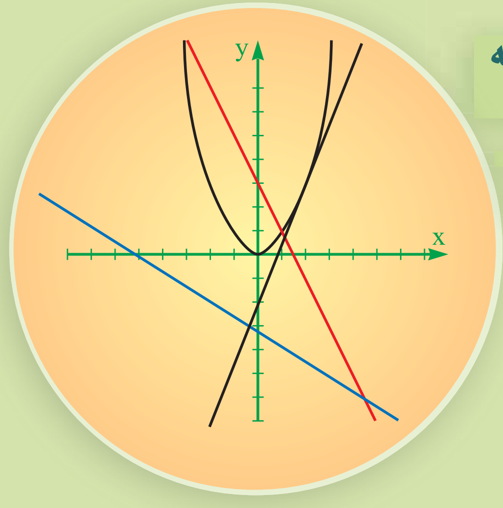
$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

پوښتني

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x - 2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دويمي درجي معادلې حل په هندسي لاره(طريقه)

په مخامخ شکل کې مستقيم خط له وركړل شوى منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2 - 6x + 7 = 0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2 = 6x - 7$ وليکو؟
- که چيرې نومورې مساوات له y سره مساوي وي $y = x^2 = 6x - 7$ نو $y = x^2$ او $y = 6x - 7$ دي.
- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 6x - 7 \end{cases}$ معادلو د سيستم ګراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم ګرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د ګرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

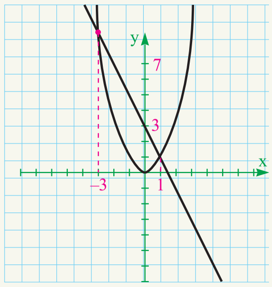
- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y = x^2$ معادلې او د $y = ax + b$ کرښه ايزو معادلو په څير وليکو.
- د x ټکی د پريکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمې درجې معادلې حل دی د پورتني کرنې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

لومړی مثال: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او ګراف يې رسم کړو.

$$x^2 = -2x + 3 \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



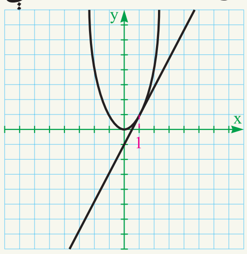
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	-3

له شکل څخه ليدل کېږي چې مستقيم خط منحني په دوو بېلو ټکو کې قطع کوي چې د پرېکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعني $x_1=-3$, $x_2=1$

دويم مثال: د $x^2+2x+3=0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y=x^2$ معادلې او د $y=2x-1$ مستقيمې کرښې شکلونه رسموو.



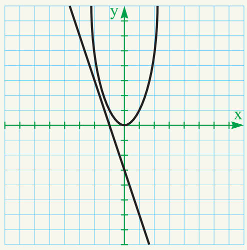
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-1	-3

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2+3x+3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-3	0

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x-3 \end{cases}$$

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.
که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.
که چيرې منحني قطع يا غوځ نه کړي، معادله حل نه لري.

پوښتني

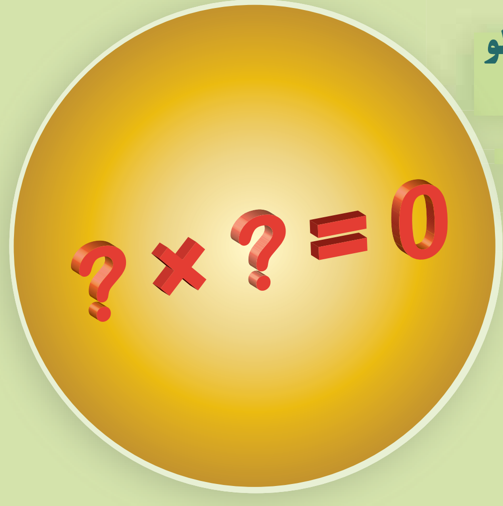
1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

$a)\ x^2-2x+2=0$ $\quad b)\ x^2-6x+8=0$ $\quad c)\ x^2-5+7=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- که a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونيسئ، ایا ويلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيکه لري؟
- د مخکيني لارې(طريقې) څخه په ګټه اخيستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راوړو:

پايله: که وکړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطی افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هري خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيي په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيي څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نوموړی ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکتورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \Rightarrow x_1=1$$
$$2)\ x-6=0 \Rightarrow x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيي په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکتورونو تجزيه کړې، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$
$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$
$$2A=(2x+1)(2x-6)$$
$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$
$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$$
$$2)\ x-3=0 \Rightarrow x_2=3$$

پوښتنې

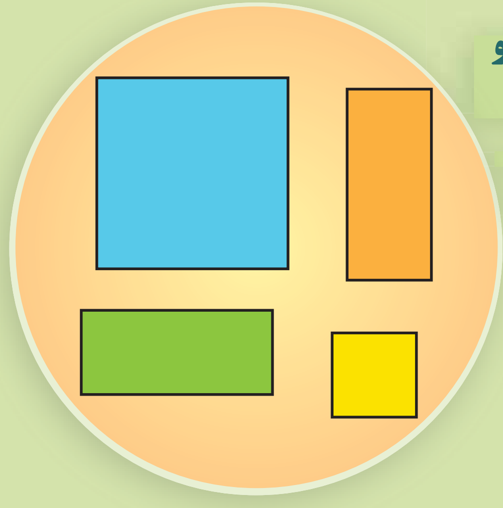
لاندې معادلې د تجزيي په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$
2) $x^2+x-2=0$
3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

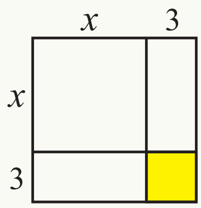
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کيدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړئ.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2 + 6x - 40 = 0$ معادله داسې ترتيبوو چې متحول لرونکې حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته چاڼ شي.
- متحول لرونکی الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوې مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکې الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلې اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کيږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2 = q^2$ بڼه بدليږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$

$$(x+1)^2=9$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

a) $x^2+8x-24=0$ b) $x^2-x-\frac{5}{4}=0$ c) $x^2-6x-13=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسى فورمول يا د تکميل مربع د طريقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب ووېشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقيقت لري؟ که نه؟

ومو ليدل چې دويمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ ليکو چې په هغې کې b,a او c حقيقي اعداد او a د صفر خلاف يو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ويشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

لومړی پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قيمت پيدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دويم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پيدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

درېيم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده يعنې

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پيدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړي معادلې په نامه ياديږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطوکې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونوکې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې څخه $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چيرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضريبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$ ب) $a = -3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$

ج) $a = 4\ ,\ b = 3\ ,\ c = -1$ د) هيڅ يو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1\ ,\ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هيڅ يو.

3- د $y = x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقيم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هيڅ يو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقيقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) يو حل لري

• تش ځايونه ډک کړئ.

1- د يو مجهوله دويمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کلیمه ولیکئ.

1 - (   ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقیقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2-4x=0$ معادلې یو حل صفر دی.

4 - (   ) د دویمې درجه معادلې د تشکیل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ یاد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چیرې په یوه دویمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله یو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضریبونه و ښیئ او وواياست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزیې په لار(طریقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزیې په طریقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\frac{x}{5}=\frac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخيستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2 - 8x + 1 = 0$ 	$b)\ x^2 - 3x + 2 = 0$

$c)\ t^2 - 0.27 + 0.6t = 0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

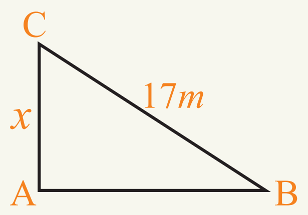
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2, 0.5$ 	$b)\ 3, -1$ 	$c)\ 0, 2$ 	$d)\ \sqrt{2} - 1, 2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



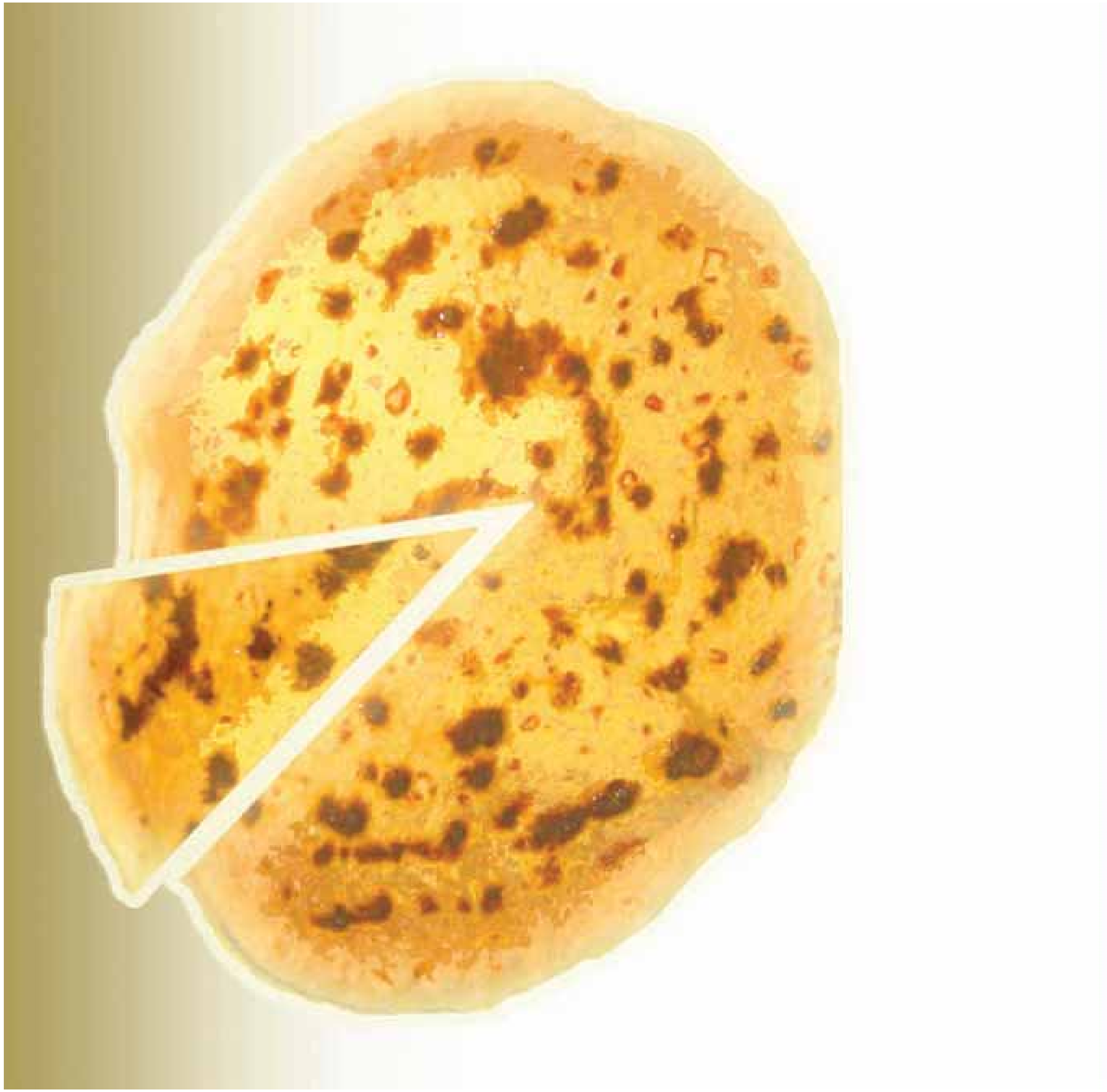
(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپـــرکی

احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دیتا (Data) د ګیډی کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګی کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلیپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمیرل کیږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمیر کورنیو شمیر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

43	40	38	35	53	45	42	40	49	52
56	50	41	46	37	44	39	38	55	51

غواړو دا راکړل شوی دیتا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډیر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوی دیتا data له منځه یوسو؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنی کورنی پیدا کړئ.
- د لړو او ډیرو دیتاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګیډیو په شمیر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د کلیو شمیر	د کورنیو شمیر
	35 - 41
	42 - 48
	49 - 56

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیتا data د دسته بندي یاګیډی کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د دیتاګانو د زیات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وویشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چیرې حاصل یې طبیعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نیول شوی داسې راغلي دي:

152	151	152	160	157	140	161	165	163
164	166	170	172	174	154	146	153	149
172	175	165	172	170	169	146	158	177
160	165	168						

دا دیتاګانې په څلور دستو یاګیډیو کې ځای په ځای کړئ.
- که چیرې د ناروغانو شمېر په یوه روغتون کې له 175 څخه زیات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وایي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره میله یې ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په یوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زیات او تر ټولو کم ارقام یې په لاس راوړو.

$140 =$ ترټولو ټیټ رقم

$177 =$ تر ټولو لوړ رقم

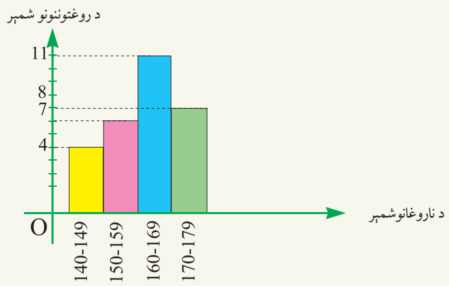
$177 - 140 = 37 =$ ټیټ رقم − لوړ رقم

د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی دپیدا کولو لپاره دا وسعت د دستو یا ګیډیو په شمېر ویشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې یاګیډی په اوږدوالی کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد روند ډون یا کښته خوا په پام کې نیسو چې په دې ډول د ګیډی اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګیډیو وسط یا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X}=\frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30}=\frac{4865}{30}=162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعنې روندې‌اف نه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.
په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعنې 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعنې د دویمې ګیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاګانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	د ګیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X}=\frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30}=161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډيټاګانې د 20 زده کوونکو د رسيدلو وخت په دقيقو له کوره تر ښوونځی راښيي:

10	50	65	33
48	5	11	23
37	26	26	32
17	7	13	19
29	43	21	22

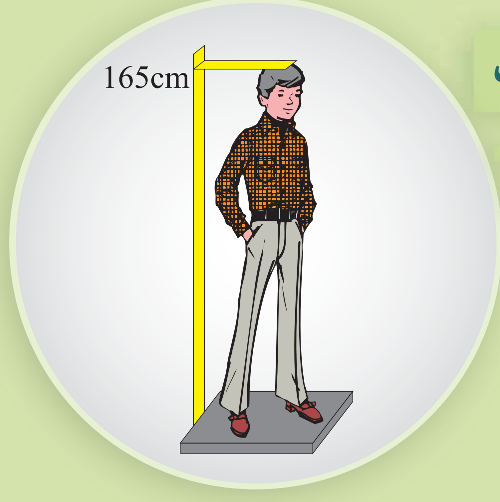
- پورتنی ډيټاګانې په اوو ګروپو کې ګيلې يا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګيلې کثرت پيدا کړئ.
- ميله يي ګراف يې رسم کړئ.
- که چيرې ډيټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګيلې اوږدوالی يې 10 وي کېږدو د کثرت جدول يې جوړ کړئ.

2- يو مثال راوړئ چې ډيټاګانې د دسته بندي لپاره د ګيلېو له اوږدوالی څخه ګټه اخيستل شوې وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره يو مثال وړکړئ، چې د ډيټاګانو د ګيلې کولو ګيلېو له شمېر څخه ګټه اخيستل شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا ټیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمیر په ټیک ډول و وایئ.
- ناڅاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایې د ونې اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا ټیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

136	138	151	148	153
139	141	141	131	142
146	132	139	159	152

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمیر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱٤۰ عدد یو وار د دستو یاګیډیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندیني سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱٤۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یاګیډۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیلې یا دسته بندي کې د یوې دستې یا ګیلې پورتنی سرحد به له کوزنی سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیلې یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لویږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیلېو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیلې کې او د ۴۰ عدد په دریمه ګیلې کې لویږي د ګیلېو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4 + 9 + 7 + 5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتني

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې رانښیي په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیلېو د کثرت د جمع حاصل، د ګیلېو مرکز، او data منځنی قیمت پیدا کړئ.

وزني اوسط یا منځنی قیمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام يې
نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعالیت

اوریدلی مو دي چې هغه زده کوونکی چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په څلورو څانګو کې له خاصو ضریبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځیو ته ویشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبیات د 2 په ضریب	ټولنیز علوم د 2 په ضریب	طبیعي علومو د 3 په ضریب	ریاضي د 4 په ضریب
ضریب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دویم زده کوونکی	61	66	62	60

ضریب	د دویم زده کوونکی نمبرې	مضمون
4	60	ریاضي
3	62	طبیعي علوم
2	66	ټولنیز علوم
3	61	ژبه او ادبیات

ضریب	د لومړی زده کوونکی نمبرې	مضمون
4	61	ریاضي
3	62	طبیعي علوم
2	66	ټولنیز علوم
3	61	ژبه او ادبیات

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنی یا وسطي قیمت پیدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت ډېره اغیزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني یا وسطي قیمت لږ اغیزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د ریاضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزیاتي شي منځنی یا وسطي قیمت ډېر بدلون مومي که دي د ټولنیزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زیاتي شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوی وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره تړلې ده. په دې حالت کې د ضریبونو د کثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وايي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په خینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستي دي.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شپږ
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفي نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
فزیک	A	3	4	$4 \times 3 = 12$
کیمیا	C	2	2	$2 \times 2 = 4$
بیولوژي	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
ژبه	A	1	4	$4 \times 1 = 4$

$n = 12$ د کریډتونو شمېر

وزني اوسط یا منځنی = $\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$

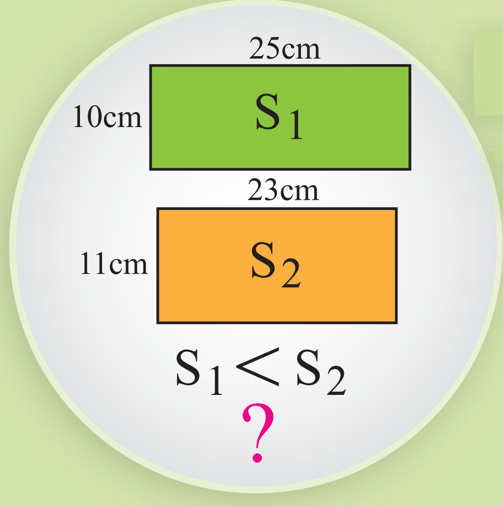
پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکی نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکی د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطيلي ګراف
Histogram

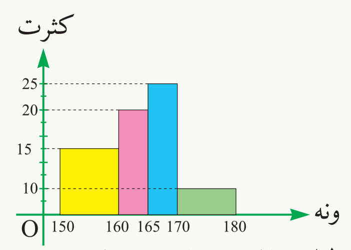


که د يوه مستطيل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور يې 10 سانتي متره او دبل مستطيل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور يې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطيلونو مساحتونه پيدا او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

فعاليت

ديوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10

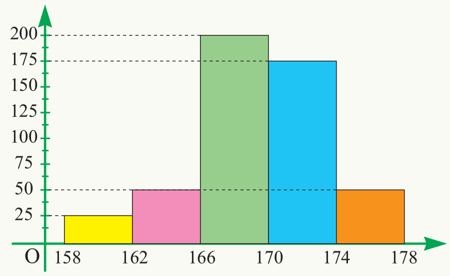


- په پورتني ګراف کې د مستطيلونو قاعدې څه شی راښيي.
- د هر مستطيل مساحت په لاس راوړئ. د مستطيل مساحت څه شي راښيي.
- د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښيي.
- پورتني ګراف له ميله يي ګراف سره څه توپير لري.

يو ځل بيا د يوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه يې په لاندې جدول کې ورکړ شوی ده په پام کې ونيسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښيي.
- د مستطیل اوږدوالی څه شی راښيي.
- میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د ډیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښيي.

که د دستو یاګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښيي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمیر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کیږي چې د دستو یاګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) یوه ګډ واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یاګیډیو پیداکړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترك دی نو کولای شو چې ټول پنځه واړه واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د 45 – 40 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 50 – 45 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 60 – 50 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 70 – 60 ګیډۍ لپاره یو واحده

د 90 – 70 ګیډۍ لپاره یو واحده

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیداکولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1} = 4 \rightarrow \frac{4}{5} = 0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1} = 6 \rightarrow \frac{6}{5} = 1.2$$

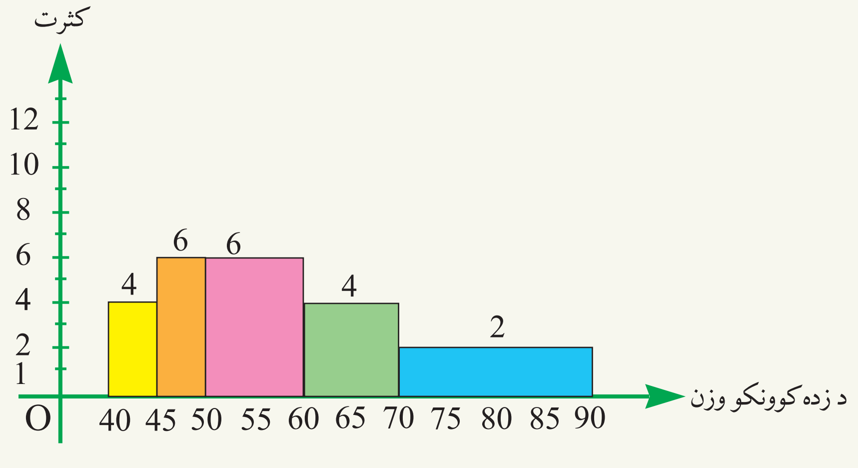
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2} = 6 \rightarrow \frac{12}{10} = 1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \frac{8}{10} = 0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4} = 2 \rightarrow \frac{8}{20} = 0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1– لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

– د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2– د يوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دی.

115	113	109	118	92	130	112	114	117	122
127	107	108	113	124	112	111	106	116	118
121	107	118	118	110	124	115	103	100	114
104	124	116	123	104	135	121	126	116	110
94	134	98	129	102	103	107	113	117	112

– نومورو داتاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګېډيو اوږدوالی يې مساوي وي.

– د دې ډېتاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.

– څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دايره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي يوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وينئ د څه شي شکل ته ورته دي.

فعاليت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځيو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدايي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنيو ښوونځيو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- يوه دايره رسم او مرکزي زاويې يې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بيلې کړئ. د هرې زاويې دننه د اړوند تحصيلي دورې نوم وليکئ.
- يو عنوان د ګراف لپاره و ټاکئ او د ګراف لاندې يې وليکئ.
- په دايروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دايرې په کوچنې کېدو يا لويېدو سره په دايروي ګراف کې څه توپير راځي؟

له پورتنی فعاليت څخه پوه شو چې کولای شو ديتاګانو د دايرې په مرسته وښيو. د يو ناڅاپي يا اتفاقي متحول د ديتاګانو ښودل د دايرې په مرسته د دايروي ګراف په نامه يادېږي، په دايروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې ياګيلې او ټولې ديتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګيلېو مرکزي زاويه راښيي په لاس راوړو؛ يعنې:

$$\text{له جنسه د درجې کثرت} = \frac{\text{د ديتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو ديتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

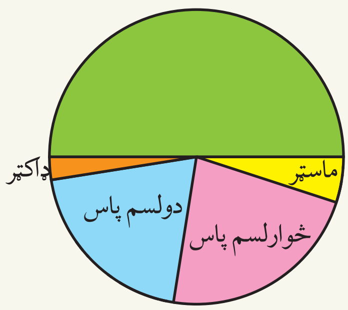
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر یې ۲۰۰ او د تحصیل د درجې له مخې وېشل شوی دی.

د تحصیل درجه	دولسم پاس	څوارلسم پاس	لیسانس	ماستر	ډاکتر
د کارمندانو شمېر	40	45	100	10	5

د دې دیټا دایروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصیل درجه	کثرت	مرکزي زاویه د درجې له جنسه
ډاکتر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماستر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
لیسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

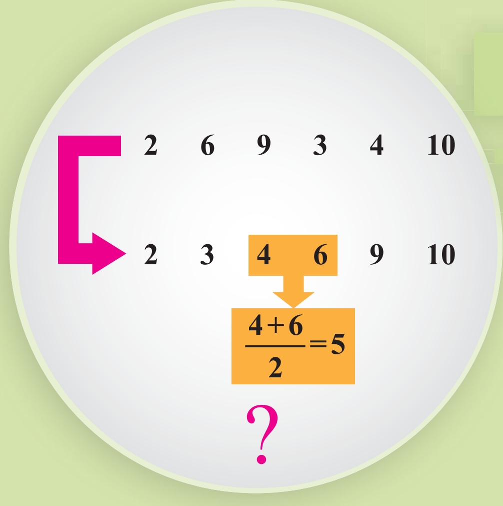
– د لاندې جدول په پام کې نیولو سره د کورنیو دایروي ګراف د جمعیت له مخې رسم کړئ.

د کورنۍ نوع	ډېر جمعیت	منځنی جمعیت سره	لږ جمعیت	جمع
د کورنۍ شمېر	11	23	6	40

– دایروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د دیټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ایا مرکزي زاویه یې بدلون مومي؟

میانه
Median



که له تاسي خخه پوښتنه و شي، چي د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسي څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډیر ځله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟
که له تاسي پوښتنه وشي، چي تاسي د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسي دې سوال ته ځواب ورکوئ.

فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمیر دیټاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیټاګانو شمیر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیټاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیټاګانو شمیر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیټاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داټاګانو په لاس راوړو.
- که د دیټاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چي څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندي دیټاګاني په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د دیټا د وسطي مقدار یې شمیر مخکښي داټا له شمیر سره څه اړیکه لري.
– لاندي دیټا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چي د دیټا شمیر یې وروسته او د مخکښي له هغه عدد د دیټا له شمیر سره برابر وي.

که د ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوي دي.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندېdata میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5=\frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو شخه وروسته د داتا شمېر د پنځو شخه د پورته داتا سره برابر دي.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 ,2 ,3 او 0 ,2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 ,4 ,0 ,12 ,15 ,5 ,6 ,5 ,0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زيات توپیر پیدا کړئ ایا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعالیت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پیدا کړئ.
- أیا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت یو شان دی.
- که چیرې دیټاګانې و نه لرو، ایا د دیټا د لړو او ډیرو توپیرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله یې کړو.
- ایا د بدلون یا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د دیټا د یووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعریف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونیسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زیاتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زیاتوالي پایله راکوي.

د پورتني فعالیت څخه پوهیږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه یادیږي. دا معیار د جګې او ټیټې دیټاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه باید وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په یوه ټولنه کې د توپیر یا پراګندګي ډیر والی دی هر خومره چې دا توپیر کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د یوې ټولنې وګړي د دې څانګړتیا له مخې یو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د ځیرنو د ځانګړتیاوې سره برابري او یو شان وي په دې حالت کې ټولنه یوه متجانسه ټولنه بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازموینې نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دواړو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دواړو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

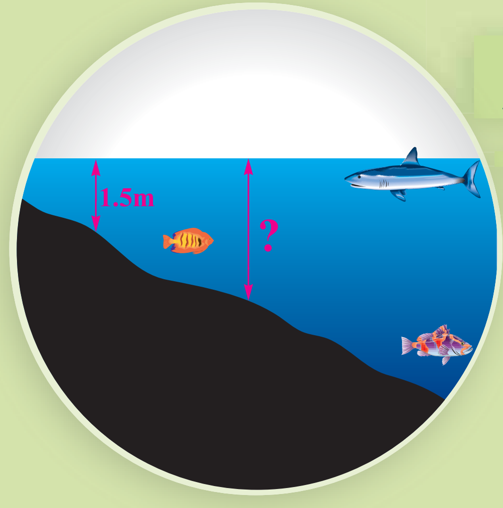
1 ,2 ,5 ,6 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,15

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او ووایاست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستې دي.

20　　18　　16　　14　　12

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو دیتاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې دیتاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې دیتاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو دیتاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتنی فعالیت څخه پوهېږو هغه توپیر چې د دیتاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادېږي.

د data د منځنی یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څیرنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمېر یې وویشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیټاګانو منځنۍ یا اوسط او n د دیټاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنۍ انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوی دی.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنۍ پیداکړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنۍ مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	f · x	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنۍ پیداکړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګیلۍ د هغو ډیټاګانو مجموعه ده، چې د ګیلۍ ځانګړتیاوې ولري. د ډیټاګانو د ګیلۍ کیدو یا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نیسو:
  - د تحول ساحه: د ډیټاګانو د ډېر لږو او ډېر زیاتو تر منځ وسعت.
  - دګیلۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډیټاګانو دګیلیو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
  - دګیلۍ مرکز: د هرې دستې د منځنی محاسبه.
- په دسته بندۍ کې که متحولونه پیوسته یا پرله پسې وي د وروستۍ ګیلۍ پورتنی سرحد د مخکینی ګیلۍ یا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډیټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډیټاګانو په وروستۍ ډیټاګانو پورې اړه لري. د ډیټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډیټاګانو د شمېر سره برابره دی.
- فرض کوو د $X_1, X_2 \ldots X_n$ $data$ په ترتیب د $W_1, W_2 \ldots W_n$ ضریبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	...	X_n
د وزن ضریب	W_1	W_2	...	W_n

- په دې حالت کې د پورتنی داتاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots\ldots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \ldots\ldots + w_n}$$

- هستوګرام یا مستطیلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزیع یې د مستطیلونو په مرسته ښودل کېږي.

د مستطیل جګوالی د دستې یا ګیلۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطیل مساحت د دستې یا ګیلیو د اوږدوالی او د دستې یا ګیلۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطیلي ګراف کې مستطیلونه یو بل سره نږدې او د نږدیو(پیوسته) متحولینو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

• په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^{\circ}$$

• د میانې د پیدا کولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:

- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځی یا اوسط ده.

- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.

• د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساخهٔ کې بدلون کوي.

• د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.

د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندي جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستي مرکز	کثرت	گیلېی(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

- پورتنی جدول د کومې دسته بندي گراف راښيي. پیوسته یا نښتي یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستي مرکز	کثرت	گیلېی(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

- مستطیلي گراف یې رسم کړئ.

3-د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوی ده داسې چې:

- د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ
- د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ
- د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ
- د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ
- د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوی او دایروي گراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمايې ويش په مليون	سرمایه په فیصدي	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمېر کورنی د خپلو غړو د شمېر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوی دی.

کورنی	18	12	15	8
دکورنی غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

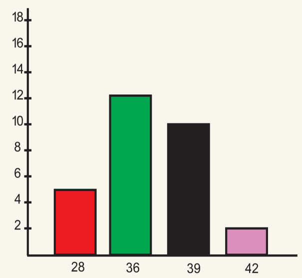
د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

- د ګیډی مود مشخص کړئ.
- د ګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازمونې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبري د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.



7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.
- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګاني څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګاني باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:

9 7 5 1

- د پورتني داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

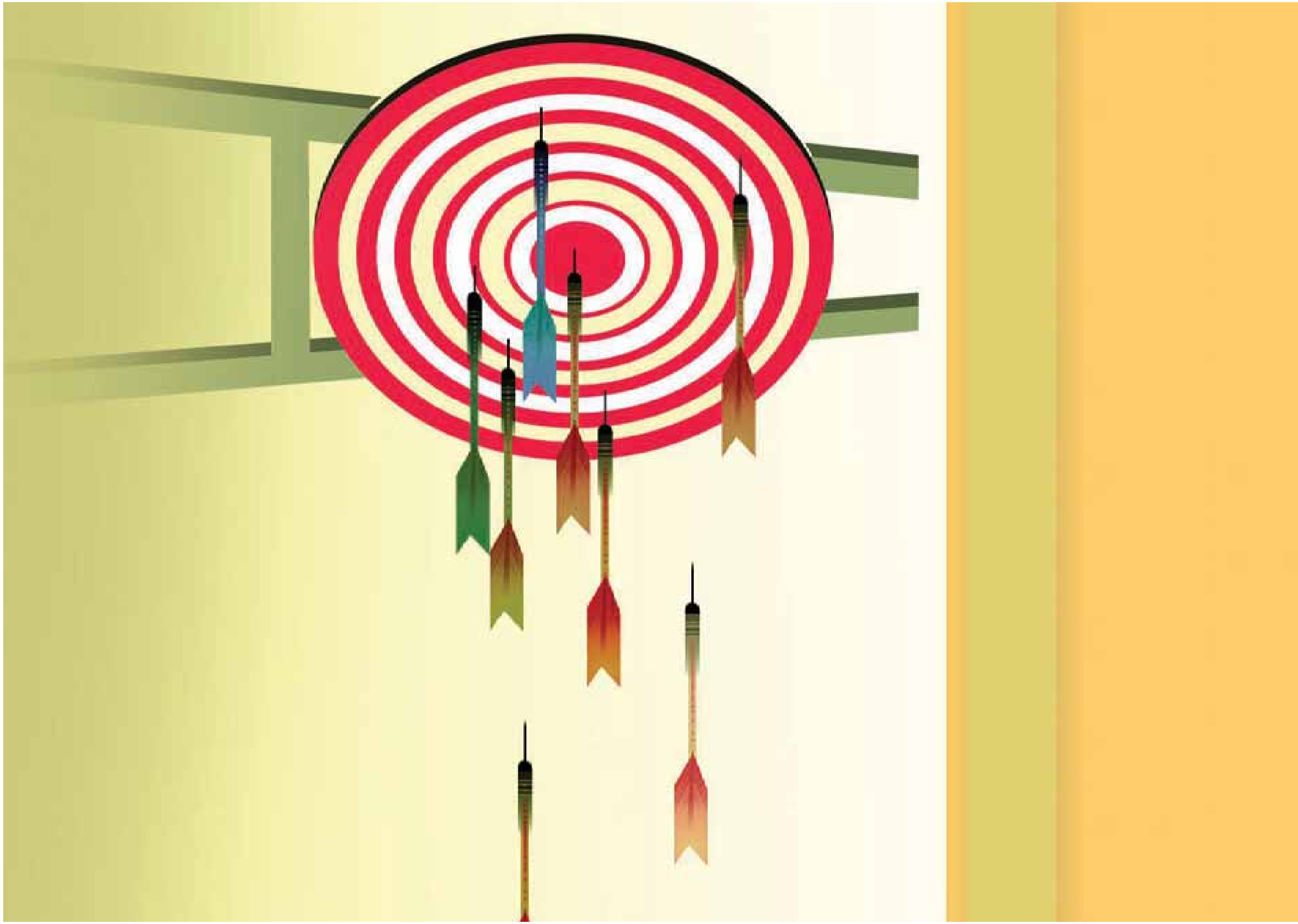
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

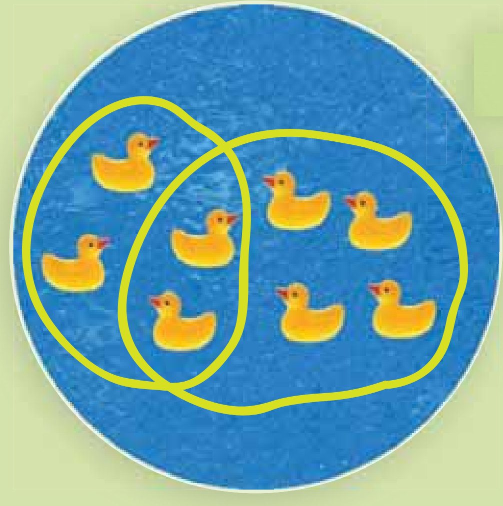
نهم څپرکی

احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ناڅاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې یو ځای څو هیلې وینئ.
هیلې په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$ او $C=\{1,2\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د A او C ناڅاپي پېښې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- که د A یا د B پېښې رامنځ ته شوې وي ایا ویلی شئ چې د $A\cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختیاري پېښه چې هیڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه یا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ویلی شئ چې د $A\cup\phi$ او د A پېښې یو د بل سره څه توپیر لري؟

د پورتني فعالیت پایلې په عمومي ډول د S په نمونه يي فضا کې د B, A او C ناڅاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پایله:

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د $A\subseteq B$ ناڅاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A\cup B=B$$

- که چیرې د S په یوه نمونه فضا کې د A او B ناڅاپي پېښه وي، د $A\cup B$ او $B\cup A$ پېښې یو بل سره توپیر نه لري؛ یعنې:

$$A\cup B=B\cup A$$

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د A یا B یوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A\cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیبنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

• د A پیبنه د S په نمونه يي فضا کې پیبنه شوې ده او یوه بله پیبنه چې هیڅ نه پیښیږي، یعنې ϕ، په دې معنا ده چې یوازې د A پیبنه را منځ ته شوی ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A یا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بیلې ناخاپي پیښې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په یوه مثال کې يې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیښې په پام کې نیسو لیدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د یوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پېښو لپاره د یو مثال(بیلګې) په مرسته د لاندې اړیکو سم والی وځیرئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په یوه مثال کې وښیئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چیرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیښې سره برابرې وي، په یوه ګراف کې وښیئ چې د A ناخاپي پیبنه د B ناخاپي پیبنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپي پېښو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د پرېکړې څخه کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د یوې دانې د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$ ، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې یو بل سره څه اړیکه لري.
- ایا د A او B پېښې د $A\cap B$ ناڅاپي پېښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښیئ چې د $C\cap B$ ناڅاپي پېښه یوه ناشونې پېښه ده.
- که د B پېښه د A پېښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناڅاپي پېښې سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو لاندې پایلې په عمومي ډول بیان کړو.

پایله:

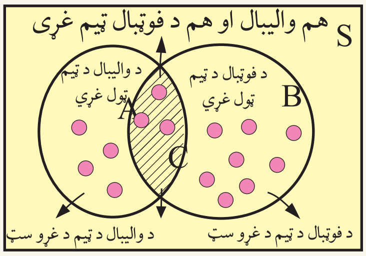
د S په یوه نمونه یي فضا کې د A, B او C ناڅاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې یو شان دي.
- د A او B ناڅاپه پېښې هره یوه یې د $A\cap B$ ناڅاپه پېښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پېښو چې تشی نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پېښې یوه له بله بېلې پېښې بلل کېږي.
- د A پېښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چیرې د B پېښه د A پېښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د ستونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورۍ په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعنې $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، ځرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډو نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناخاپي پیښنه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پیښنه د A او B پیښنې په خپل ځان کې لري وښیئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پیښنې چې A او B په خپل ځان کې لري وښیئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پیښنې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیرې S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نورو پاتې ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رانښيي؟

فعالیت

- د یوې داني رمل د اچولو نمونه یې فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیداکړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یې فضا څخه یو پیښه پیداکړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمني پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع نامکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

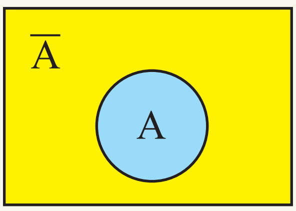
پایله: که چیرې S یوه نمونه یې فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

a) $A\cup\overline{A}=S$

b) $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

c) $P(\overline{A})=1-P(A)$

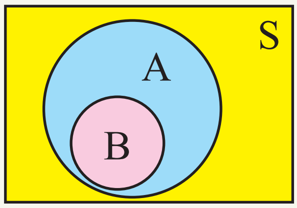


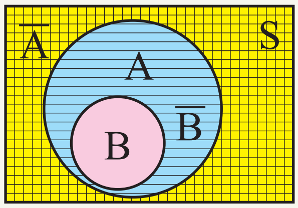
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناځاپي پېښه د B ناځاپي پېښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناځاپي پېښه د $\overline{A}$ ناځاپي پېښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $A \supseteq B$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کېږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناځاپي پېښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

c) $S = \overline{\emptyset}$

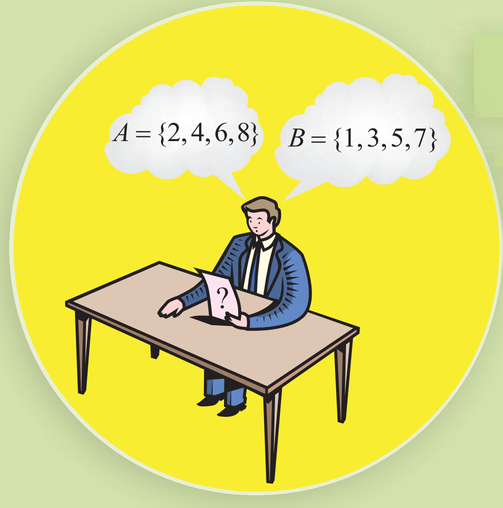
2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناځاپي پېښو لپاره لاندې پېښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په سټونو مډل جوړونه

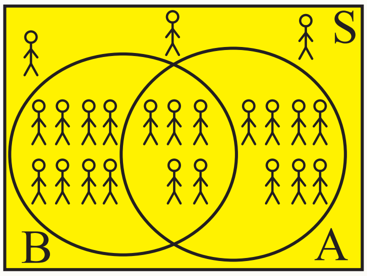


تر اوسه مو الجبري يا هندسي قوانينو څخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه اخيستله.

أيا سوچ مو کړئ، چې د سټونو څخه هم کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل لپاره ګټه واخلو؟

فعاليت

ديوه ټولګی د 23 زده کوونکو څخه مو د خوبندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائيه راټوله کړئ، چې په لاندې دياګرام کې ليکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خويندی لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې ورونه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.

شکل په پام کې ونيسئ د لاندې فعاليت سوالونو ته ځواب پيدا کړئ.

- څو تنه خويندی لري؟
- څو تنه وروڼه لري؟
- څو تنه هم خويندی او هم وروڼه لري؟
- څو تنه نه خويندی او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسالّه د رياضي په ژبه وليکو.
- ټول هغه کسان چې خويندی نه لري څو تنه دي؟

ليدل کيږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړئ.

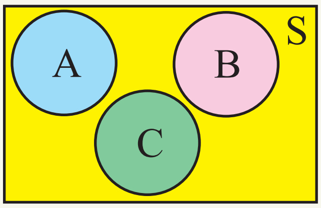
نو د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیدا کړو، او هغه و ارزوو.

د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناخاپي پیښو د پیښېدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کېدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د A, B او C ناخاپه پیښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پیښو د پیښېدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناخاپي پیښه شي.

b. د دې احتمال چې د A یا B پیښه، پیښه شي.

c. د دې احتمال چې د C پیښه، پیښه نه شي.

حل:

a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی څرنګه چې د اپیښې یو د بل څخه بیلې دي، یعنې $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پیښه ناخاپه پیښه، پیښه شي د $\overline{A}$ مکمله پیښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پیښه نه ده پیښه شوې، په بل عبارت هغه پیښه ده چې د C یا B حادثه پیښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ څرنګه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پیښه ناخاپه پیښه نه شي د هغې پیښې د پیښېدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پیښې، پیښې شي، او دا د $A \cup B$ دپیښې د پیښېدو څخه عبارت ده.

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې ګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:

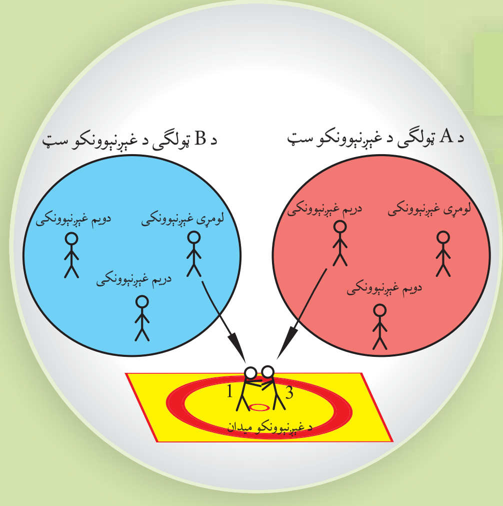
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګې څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناخاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لرئ.

b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرني اصل



د A او B دوو ټولګيو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې يو له بل سره په غېږه ورشي.

فعاليت

دوه عدده تور او سرمه يي رنګه پطلونونه له درې عدده سپين، ابي او فولادي رنګه کميسونه په پام کې نيسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتيب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کميسونو د شمېر تر منځ څه اړيکه شته ده.

د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راورو.

پايله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکيب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکيبي مجموعه د هرې يوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

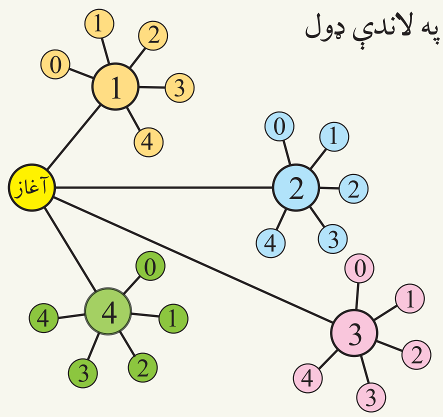
2- که چيرې د امکاناتو شمېر او يا د يو سټ عناصر په m عدد او د يوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې يو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف يې رسم کړئ او هغه احتمال پيدا کړئ، چې له دې عددونو څخه يو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.

د کیڼې خوا په تش ځای کې د راکړل شویو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنیو عددونو په وسیله موجود دي.

دا مطلب کولای شو د ونه ییز ګراف په مرسته په لاندې ډول وښیو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښي خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کېدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد})=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0.6=60\%$$

پوښتنې

1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.
که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.

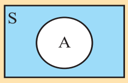
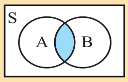
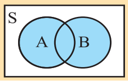
2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کیڼې خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکی لنډيز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناخاپي پيښو د ترکيب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تيوري په کارولو سره يو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د حادثې احتمال	د Venn دياګرام او اتفاقي حادثه	د بيان ارايه د ست په واسطه	د اتفاقي حادثې بيان
خرنګه چې $P(S)=1$ دی نو $P(A)=1-P(\overline{A})$		$\overline{A}=S-A$ يا $S=A\cup\overline{A}$	د S هغه ټولې ناخاپي پيښې چې د A په پيښه کې ګډون و نه لري د A پيښې عکس دی.
$P(A\cap B)$		$A\cap B$	د A ناخاپه پيښه يا د B ناخاپه پيښه پيښيږي.
$P(A\cup B)$ $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$		$A\cup B$	لږ تر لږه يو د A يا د B د ناخاپي پيښو څخه پيښيږي.

د شميرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکيب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکيبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دی.
که د يوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی يو د بل سره د ترکيب د ټولو امکاناتو شمېر د $m\times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1–که S يوه نمونه يي فضا او A د هغې يو ناخاپه پيښه وي وښيئ چې:

a) که $A\subseteq\phi$ وي وښيئ، چې $P(A)=0$ دی.

b) که $S\subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A)=1$ دی.

که چيرې د C ناخاپي پيښه د A او B ناخاپي پيښې په بر کې ولري، وښيئ چې همدارنګه د C ناخاپي پيښه د $A\cup B$ ناخاپي پيښه په بر کې ولري.

3- که چيرې S د A او B يوه نمونه يي فضا وي د B او $A\cup B$ ناخاپي پيښې يو بل په بر کې ولري وښيئ چې د $A\cup B$ او B يو بل سره برابر دي.

4- که د S په يوه نمونه يي فضا کې د B ناخاپه پيښه د A پيښه په بر کې ولري، وښيئ چې د A او $A\cup B$ ناخاپه پيښې يو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناخاپي پيښو احتمال يو د بل سره څه اړيکه لري؟

5- که چيرې S يوه نمونه يي فضا وي او B د هغې يوه ناخاپه پيښه وي وښيئ چې: $S-B=\overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښيئ چې د A او B دوې ناخاپي پيښې او S يوه نمونه يي فضا د $B-A$ او $\overline{A}-\overline{B}$ ناخاپي پيښې سره برابرې دي، يعنې: $\overline{A}-\overline{B}=B-A$

7- وښيئ چې د $\overline{A}\cap\left[(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})\right]$ ناخاپي پيښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library