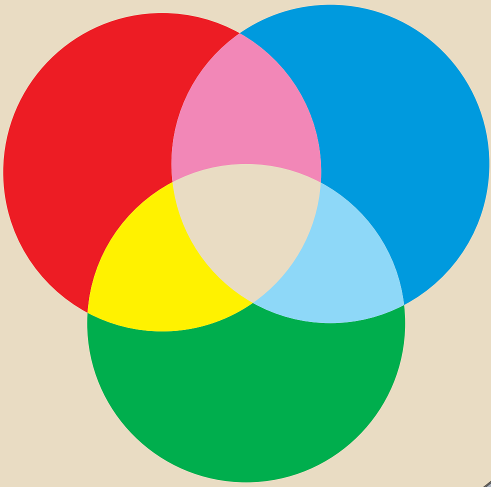
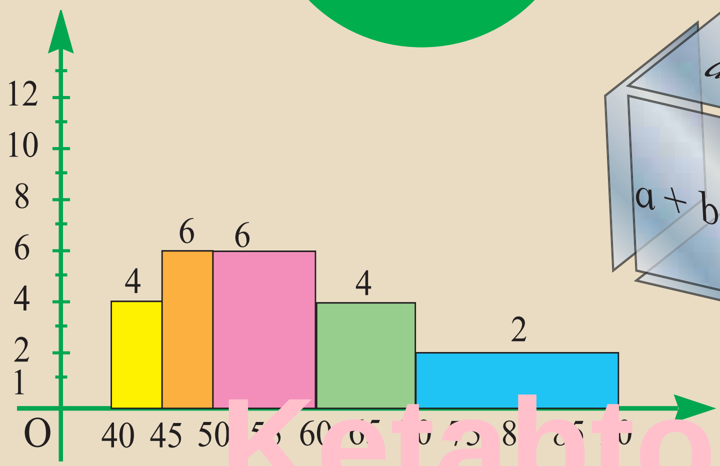
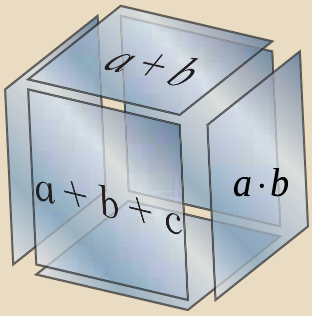
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونكو د روزنې
او د ساينس د مركز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
كتابونو د تاليف رياست

رياضي

نهم ټولګی







نهم ټولګی

ISBN 978-9936-25-068-0
۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

رياضي

نهم ټولګی

۱۳۹۰

هـ.ش

مولفین

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروزکوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهیالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمی اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنګي کمېټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب په ریاست کې.

د څارنې کمېټه:

- دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.
- دکتور شېرعلي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤول.
- د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر ګلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ډیزاین

- ولید نوید نسیمي
- محمد اشرف امین

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی　　دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې　　هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی　　د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو　　د ترکمنو د تاجکو
ورسره عرب، گوجر دي　　پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي　　هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل ځلیږي　　لکه لمر پر شنه آسمان
په سینه کې د آسیا به　　لکه زړه وي جاویدان
نوم د حق مو دی رهبر　　وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحیم

د پوهنې د وزیر پیغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختیا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتیاوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنیزې اړتیاوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعلیمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښایي چې تعلیمي نصاب د سیاسي بدلونونو او د اشخاصو د نظریو او هیلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتیب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زیاتې شوې دي. د زده کړې په بهیر کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدریسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هیله من یم دا کتاب له لارښوونو او تعلیمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د میتودونو د کارولو له لارې تدریس شي او د زده کوونکو میندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکیفیته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هیلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې بریاوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعلیمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤولیت په ریښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زیار کاږي چې د پوهنې تعلیمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دین له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معیارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتیاوو له مخې پراختیا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصیتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه هیله لرم چې د خپلو نظریو او رغنده وړاندیزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تالیف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتیب کې یې مرسته کړې، له ملي او نړیوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعلیمي نصاب په چمتو کولو او تدوین او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې یې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفیق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست

مــخ

لومړی څپرکی: دایره ۱

- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاویې
- د دایرې د وتر او شعاع ځانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاویې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې ۲۷

- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کې د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵

- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵

د تالس قضیه

- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

• مثلثاتي معادلې

فهرست — مــخ

پنځم څپرکی: څو جمله یي ګانې ۱۲۷
• په فکتورونو تجزیه
• د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
• کوچنی ګډ مشترک مضرب
• د الجبري افادو وېش
• په الجبري افادو کې د عملیو د سرته رسولو ترتیب
شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
• د خطي غیر مساواتو حل
• فاصله یا انټروالونه
• د بینوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
• کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
• د نامساواتو سیستمونه
اووم څپرکی: یو مجهوله دویمه درجه معادلې ۱۷۵
• د دویمې درجې معادلو حل
• غیر خطي اړیکې
• په هندسي لاره د دویمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکمیل مربع
اتم څپرکی: احصائیه ۱۹۵
• د data د دسته بندي لاره، د نبنتو یا پیوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
• مستطیلي او دایروي ګرافونه
• میانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط
نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
• د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
• کلي او مکمله سټ
• په ستونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

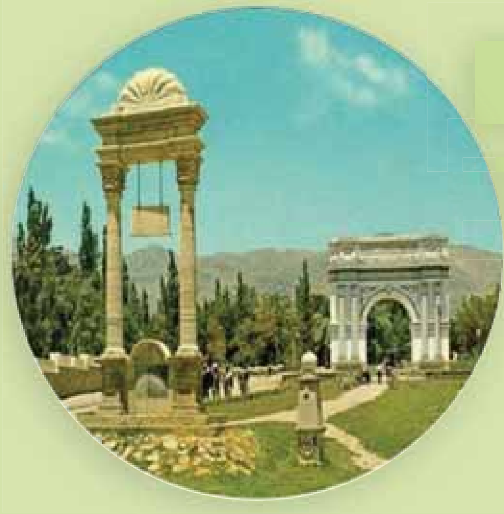
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

دایــــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

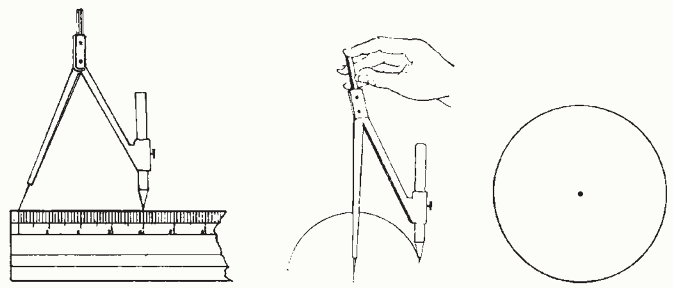
دایره
CIRCLE



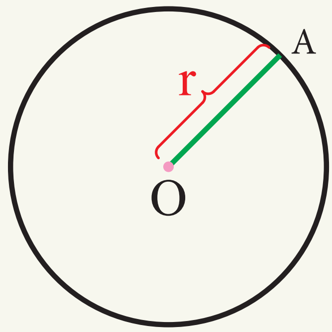
شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په تصویر کې وینئ نومونه يې واخلئ.

فعالیت

یوه ټکی د کاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته یو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومیږي؟



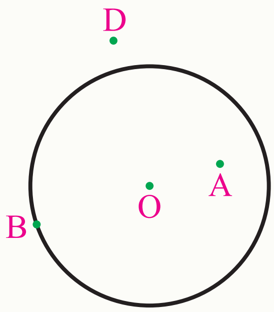
تعریف



په یو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دایره نومیږي، یا په بل عبارت دایره دیوې ترلې منحنی څخه عبارت ده چې له یوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
ترلې منحنی ته د دایرې محیط او ټاکلي ټکي ته د دایرې مرکز وایي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.
د دایرې مرکز په شکل کې O او شعاع یې د r په توروښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت



- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکې.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړې.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلي اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟

پایله:

1- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کېږي، یا $I = \{A / |\overline{OA}| < r\}$

2- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کېږي، یا $C = \{B / |\overline{OB}| = r\}$

3- د هغو ټکو ست چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنی ساحې په نامه یادېږي، یا $E = \{D / |\overline{OD}| > r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوې وي، د دایرې د سطحې په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

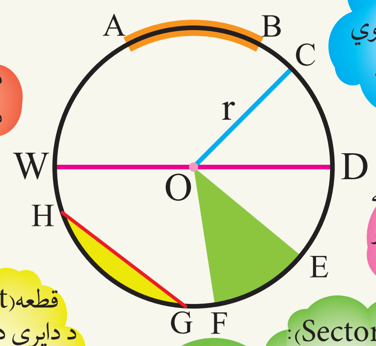
د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچوته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc):
د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius):
هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره ونښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard):
هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.



قطر(Diameter):
هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تېر شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment):
د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector):
د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړئ چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکي ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې ترټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر دی اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچني قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتني

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

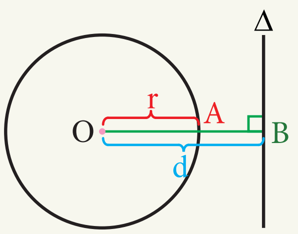
د دايرې سره د يوې مستقيمې کرښې حالتونه

مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چه قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

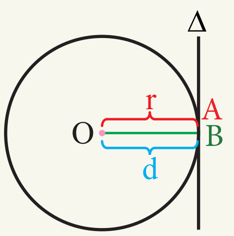
فعاليت

- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز اوکرښې تر منځ واټن اندازه کړئ او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.

د پورتني فعاليت د کړنې څخه ليدل کيږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:



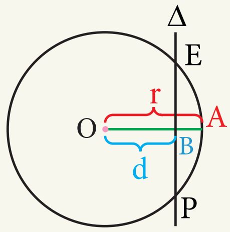
1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکی و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$



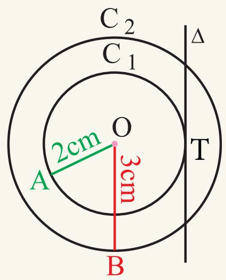
2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ (مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې (قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع کوچنی دی، یعنې $d < r$



مثال (بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکي لري؟



حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعنې: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعنې: $d < r$

پوښتنې

د $3cm$ شعاع په اوږدوالي یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

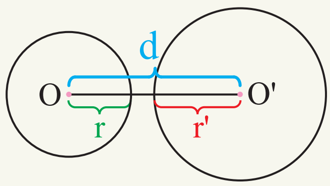
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

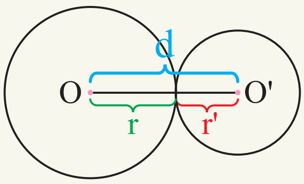
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

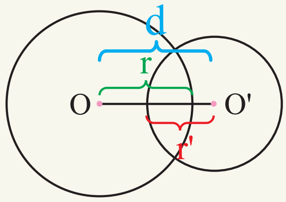
د پورتني فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



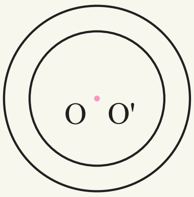
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعنې $d > r + r'$



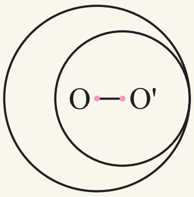
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجاً مماس وایي، یعنې $d = r + r'$



کـه د دوو دایـرو د مرکزونـو تـر منـځ واټـن، د هغـو د شـعاعګانو د مجموعـې د اوږدوالـي څخـه کوچنـی او د شـعاع ګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایـرې یو له بل سـره متقاطع دي، یعني $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منـځ واټـن صفر وي، دایـرې د متحدالمرکـز پـه نامـه سـره یادیـږي، یعني $d=0$

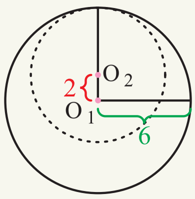


کـه د دوو دایـرو د مرکزونـو ترمنـځ واټن د هغو د شـعاع ګانو د تفریق حاصل له مطلقه قیمت سره مساوي وي. دایرو ته له دننه مماس وایي، یعني $d=|r-r'|$

مثال(بېلګه): دوې دایرې داسـې رسـم کـړئ، چې د لومړی دایرې شـعاع $6cm$، د دویمې دایرې او لومړی دایرې مرکزونو تر منځ واټن 2cm او د دویمې دایرې شـعاع د لومړی دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنی دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:
نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

۱- دوې دایرې د ٦cm او ٤cm په شعاع په پام کې و نیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

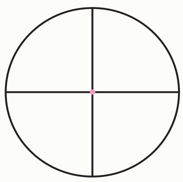
الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دایرې داخلاً (له دننه) سره مماس وي.
ج: دایرې سره غیر متقاطع (نا پرېکړې) وي.
د: دایرې سره غیر متقاطع (غوڅو نه) وي.
هـ: دایرې متحدالمرکزه (ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې اړوند زاويې
Angle of a Circle

تصوير ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت

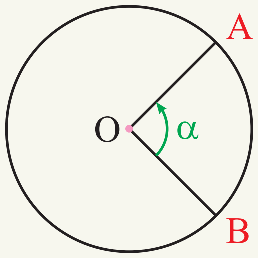


- په پورتنی شکل کې خو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:
د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالی پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف



هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه:

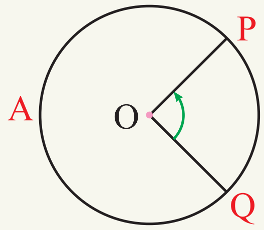
(c) ketabton.com: The Digital Library

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دی.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د C(O , r) په دایره کې لوی قوس(major) د کوچني قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچني قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:



$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

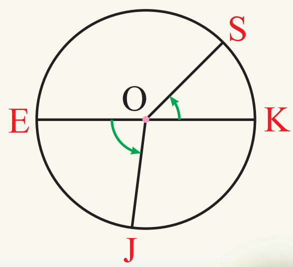
$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \hat{POQ} = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې که $\hat{KOS} = 31^\circ$ ، $\overline{EK}, \hat{EOJ} = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....



$\overset{\frown}{SK} = \hat{SOK} = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

$\hat{KOJ} = 180^\circ - \hat{EOJ} = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$\hat{KOJ} = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = \hat{EOJ} = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = \hat{EOK} = 180^\circ$

پوښتنې

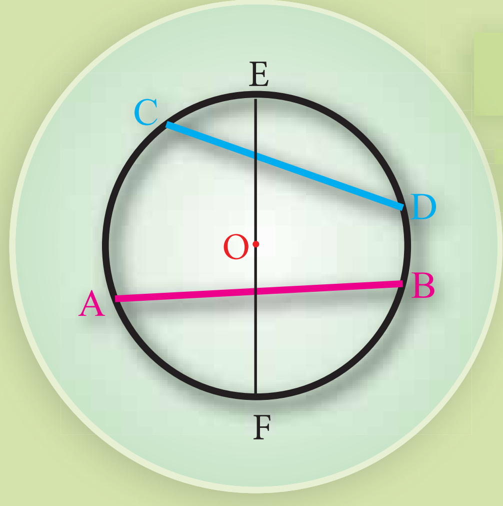
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O,r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $\hat{BOC} = 136^\circ$ ، $\hat{AOB} = 75^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2- یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ. د $\overline{AB}$، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقیمې کرښې په څه نامه یادېږي؟ د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتیا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړیکه لري؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دایرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځایونو کې د ($=$, $<$ یا $>$) ورنښې ولیکئ.

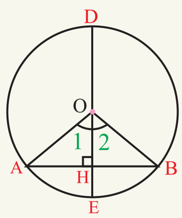
$\overline{OA}\ \square\ \overline{OB}\quad,\quad \overset{\frown}{AE}\ \square\ \overset{\frown}{EB}\quad,\quad \overline{AH}\ \square\ \overline{HB}$

د دې فعالیت د پایلې څخه کولای شو لاندې قضیه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هره دایره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نیموي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه لیکلی شو چې:

$$\left.\begin{array}{ll}\overline{OA}=\overline{OB}\text{.........} & \text{د دایرې شعاع}\\ \hat{H}_1=\hat{H}_2\text{..........} & \text{قایمه}\\ \overline{OH}=\overline{OH}\text{........} & \text{مشترک}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH}\cong\overset{\Delta}{OHB}$$



نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پایله لاسته راځي، چې: $\overline{AH}=\overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاویې سره مساوي دي په پایله کې $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دایره راکړل شوې ده، که چېرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فيثاغورث د قضيې له مخې لرو چې:

$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$

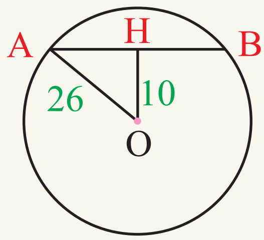
$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$

$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$

$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$

$\overline{AH} = 24$

$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$



فعاليت

- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دايره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دايرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی يې معلوم کړئ.

د دې فعاليت له پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه: په هره دايره کې د هغې مساوي وترونه، د دايرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

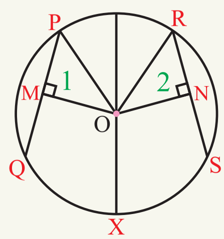
ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:

$\overline{OP} = \overline{OR}$ ....د دايرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ ....قايمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه $\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow PM = RN$



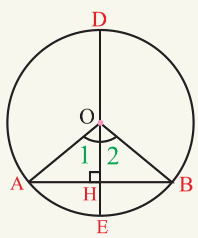
په پايله کې ويلای شو چې په هره دايره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

1- د $C(0,13)$ په دايره کې د $\overline{AB}$ وتر د دايرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پيدا کړئ.

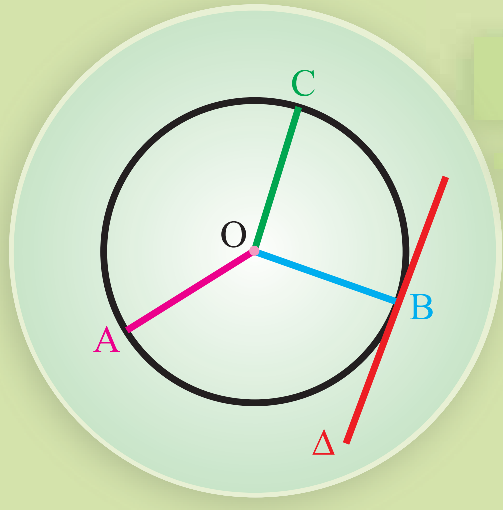
2- که چيرې د يوې دايرې قطر د وتر له نيمايي څخه تير شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.

3- په يوه دايره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چيرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دايرې قطر او محيط محاسبه کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

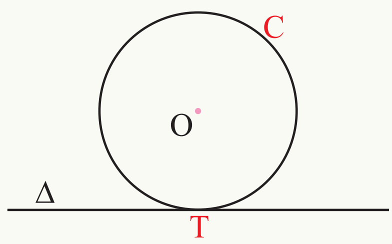
(c) ketabton.com: The Digital Library



د دایرې د شعاع خواص

شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نومېږي او د Δ کرښه د دایرې او د OB ورانګې سره څه اړیکې لري؟

فعالیت



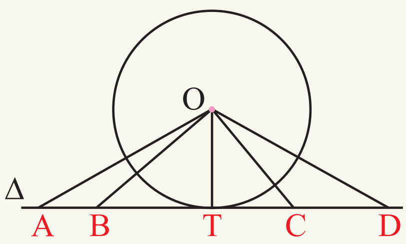
- په مخامخ شکل د (Δ) مستقیمه کرښه د $C(0,2)$ دایرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دایرې له مرکز سره یې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې یا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دایرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښایئ.

تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او یوې مستقیمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟

- د پورتنی دوو حالتونو څخه څه پایله لاسته راوړئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.



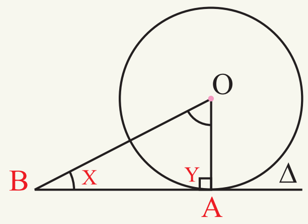
پایله: په لاندې شکل کې لیدل کیږي، چې:

$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$

پوهیږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او مستقیم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پایله کې ویلای شو چې مستقیمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

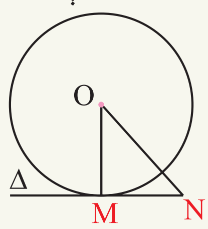
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کرښه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهیږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

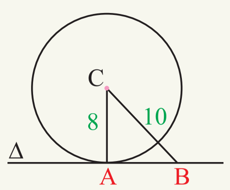
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

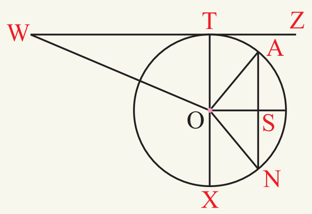
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکي څخه تېرېږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې د Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

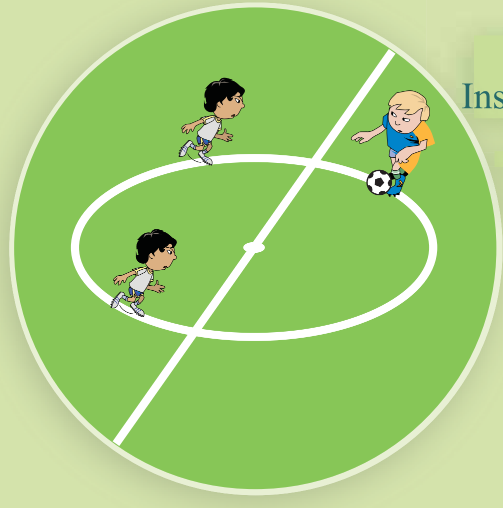


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

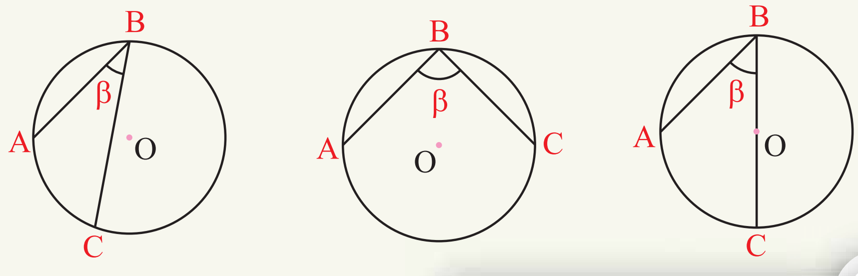
د دایرې محیطي زاویه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د میدان په مرکزي دایره کې حسیب الله، بلال ته او بلال الیاس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسیر څخه جوړېږي څه ډول دی؟

تعریف

هغه زاویه چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې دوه وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي. لکه: د $\hat{ABC}$ یا د $\hat{\beta}$.



فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\hat{ABC}$ محیطي زاویه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دایرې له مرکز څخه تېره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دایرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویې د $\hat{OAB}$ په مثلث کې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د $\hat{AOC}$ زاویه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویو سره څه اړیکې لري؟

> **په یاد ولرئ چې:**
> - د مرکزي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
> - په هر مثلث کې د خارجي زاویې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاویې له مجموعې سره مساوي دی.

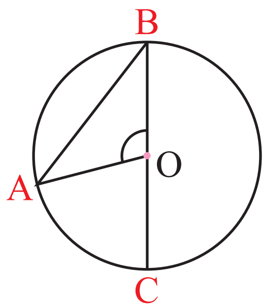
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاويې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمايي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاويې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنی دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\Delta}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

په پایله کې $\hat{ABC} = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOC} = \hat{A} + \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B} + \hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

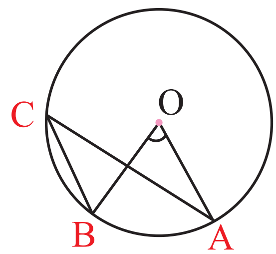
د $\hat{ABC}$ د محیطي زاويې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې که مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاويې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاويې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



پوښتنې

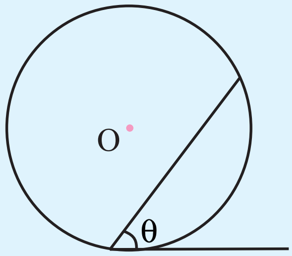
1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاويې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

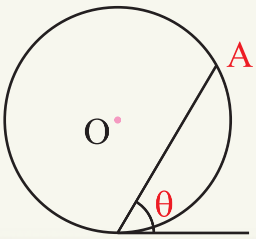
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې مماسي زاويه



شكل ته پام وكړئ، هغه مستقيمې كرښې چې د θ زاويه يې جوړه كړې ده نوم واخلئ او د زاويې راس چېرته پروت دى.

تعريف



هغه زاويه چې يوه ضلع يې پر دايره مماس او دويمه ضلع يې د دايرې وتر وي او راس يې د تماس په ټكي كې پروت وي مماسي زاويه بلل كيږي، لكه: د θ زاويه

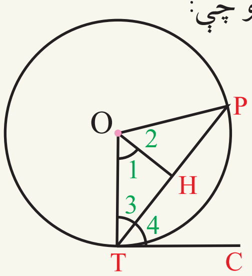
فعاليت

- د $C(0,6)$ دايره رسم كړئ.
- په دې دايره كې يوه مماسي زاويه رسم كړئ.
- د دايرې د وتر انجامونه د دايرې له مركز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دايرې له مركز څخه پر وتر عمود رسم كړئ.
- د $T\hat{O}P$ مركزي زاويه او د $P\hat{T}C$ مماسي زاويې سره څه اړيكې لري.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه ثبوتولى شو.

قضيه: په يوه دايره كې د مماسي زاويې پراخوالى د هغې د مخامخ قوس نيمايي په اندازه دى.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قايم الزاويه مثلث او $O\hat{T}C$ قايمې زاويې څخه لرو چې:

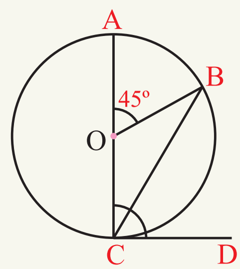


$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

$$\hat{1}=\frac{P\hat{O}T}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow P\hat{T}C=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



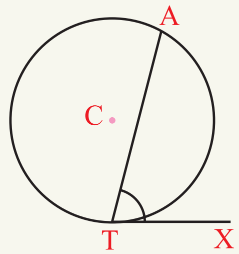
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X=\frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

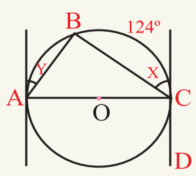
$$=(\alpha-3)^\circ$$

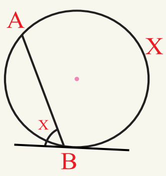


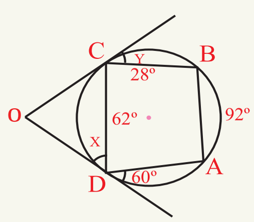
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتني

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي لنډیز

- د هغو ټکو سټ یا هندسي محل چې د یوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دایره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن یې د دایرې له مرکز او د دایرې له شعاع سره مساوي وي د دایرې محیط یا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه نسبت د دایرې شعاع ته لوي وي د دایرې باندنی ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دایرې د داخلي سطحې په واسطه بېله شوې وي د دایرې سطحه بلل کېږي.
- هغه کرښه چې د دایرې مرکز او د محیط یو ټکی نښلوي د دایرې شعاع بلل کېږي.
- هغه ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي ددایرې وتر بلل کېږي.
- د دایرې هغه وتر چې له مرکز څخه تیرېږي د دایرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- د دایرې د محیط یوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته بېله شوې وي قوس بلل کېږي.
- هغه کرښه چې له دایرې سره یو ګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دایرې قطعه: د دایرې هغه برخه چې د دایرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دایرې قطعه بلل کېږي
- د دایرې یوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي.
- که یو مستقیم له یوې دایرې سره یو ګډ ټکی ولري د مماس او که چیرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم یادېږي.
- په هره دایره کې د دایرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نیمایي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دايرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د يوې دايرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاويې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاويې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{A\hat{O}B}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دايرې محيط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاويه ده، چې راس يې د دايرې پر محيط او ضلعې يې د دايرې وترونه وي محيطي زاويه بلل کېږي.

- د هرې محيطي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نيمايي سره مساوي دی.
- هره محيطي زاويه د هغې د مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاويه ده، چې يوه ضلعه يې په دايرې مماس او بله يې د دايرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دايرې پر محيط پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي.

- هره مماسي زاويه د هغې مرکزي زاويې نيمايي ده، چې د عين قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دايرو حالتونه يو بل ته:

_ که د دوو دايرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دايرې غير متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دايرې خارجاً(د يا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دايرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفريق حاصل يې د مطلقه قيمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفريق حاصل مطلقه قيمت سره مساوي وي دايرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دايرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دايرې متحد المرکز(د يوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د يوې دايرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2– دايره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3- هغه مستقيمه کرښه چې له دايرې سره يو ګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم يادېږي.   b) د قوس په نوم يادېږي.

c) د مماس په نوم يادېږي.   d) د محيط په نوم يادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له شعاع څخه لويه وي:

a) د دايرې مخ بلل کېږي.   b) د دايرې خارج بلل کېږي.

c) دايره بلل کېږي.   d) د دايرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دايرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی.   b) وړوکی وتر دی.

c) هيڅ يو.   d) لوی وتر دی.

6- که يوه مستقيمه کرښه دايره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقيمه کرښه او دايره وايي.   b) قاطع وايي.

c) مماس وايي.   d) موازي وايي.

7- که د يوې دايرې مرکزي زاويه 80° وي د مخامخ قوس اندازه يې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- يوه مستقيمه کرښه له يوې دايرې سره څو حالتونه لري:

a) 3   b) 7   c) 4   d) 1

9- هغه زاويه چې راس يې د ايرې پر محيط او ضلعې يې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاويه ده.   b) مماسي زاويه ده.

c) محاطي زاويه ده.   d) محيطي زاويه ده.

• تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایری له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

• په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (   ) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (   ) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (   ) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (   ) په یوه دایره کې شعاع یا وړانګه د قطر نیمایي ده.

5- (   ) د دایرې قطعه د($\frown$) په علامه ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

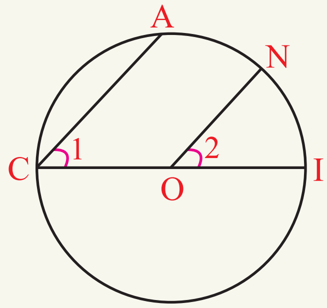
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

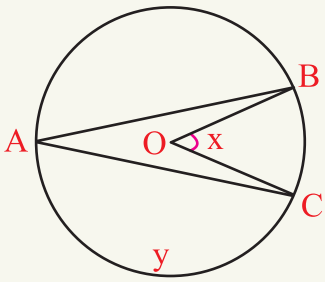
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

- لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

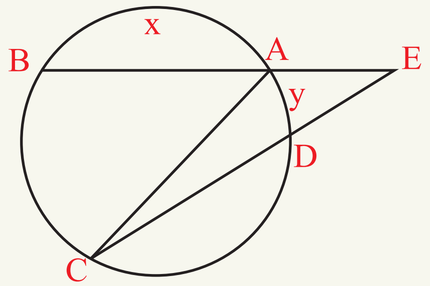


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

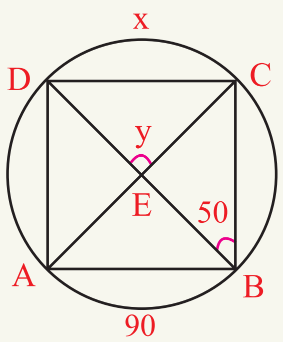


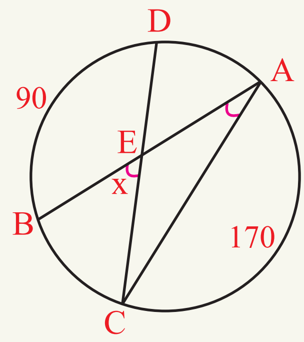
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې که $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $\hat{ACD}$ اندازه معلومه کړئ.

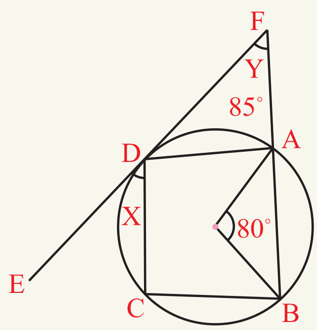


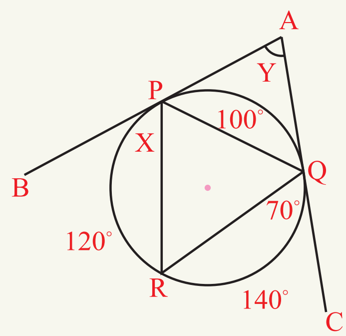
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپــــرکی

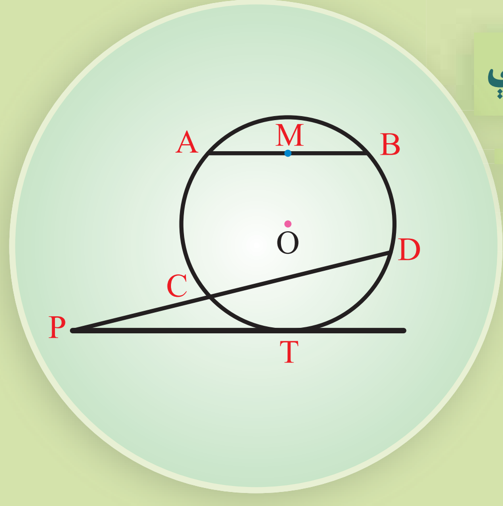
په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د اوږدوالي اړيکې



هغه توټه کرښې چې په مخامخ شکل کې وینئ نوم یې واخلئ.

تعریف

د اوږدوالي اړيکې: په يو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړيکې د اوږدوالي اړيکو په نوم يادېږي.

فعالیت

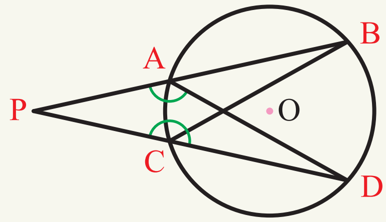
- د P له ټکي څخه چې د $C(O,r)$ دايرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکي د C ټکي سره ونښلوئ.
- وېلای شئ چې د $P\hat{A}D$ او $P\hat{C}B$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه ولیکئ.

د دې فعالیت پایلې څخه لاندې قضيه خرګندېږي.

قضیه (۱ - ۲): که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعني: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکې موجود دي دي. $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$\left.\begin{array}{l}\hat{D}=\hat{B} \text{ د عین قوس محیطي زاویې} \\ \hat{P}=\hat{P} \text{ ګډ}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهېږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$P\overset{\Delta}{C}B \sim P\overset{\Delta}{A}D \Rightarrow \frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB} \Rightarrow PA\cdot PB = PC\cdot PD$$

نتیجه

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمېږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

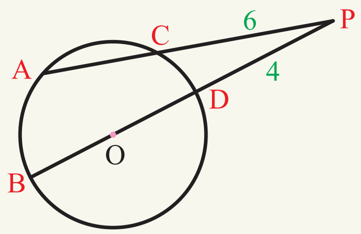
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

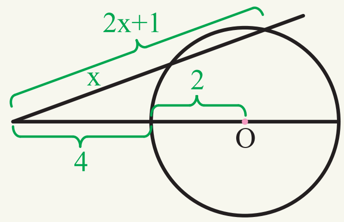
$\overline{DB}=11cm$

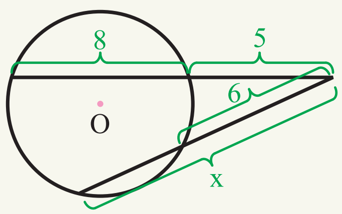


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

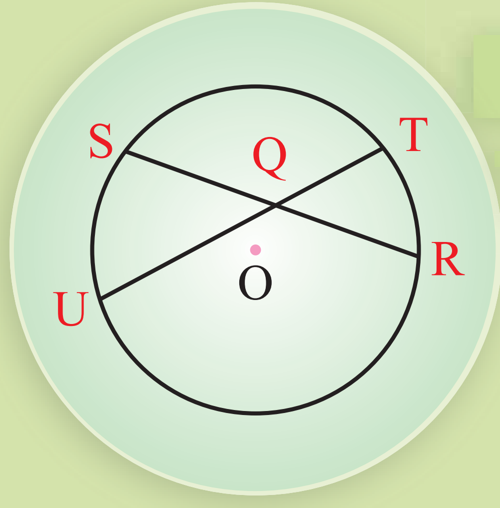
1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.





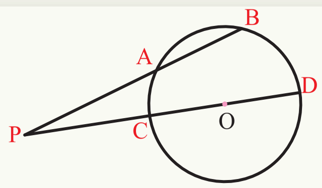
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ټکی طاقت نظر دایرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. وبلاشی شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

فعالیت

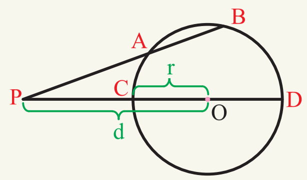


- د P له یو ټاکلي ټکي څخه چې C(O,r) د دایرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د $\overline{PCD}$ قاطع داسې رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه تیر شي.
- د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ د ټوټه کرښو ترمنځ اړیکې د (2-1) قضیې له مخې ولیکئ.
- په پورتنی اړیکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه ولیکئ.
- که د P ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه په (d) او شعاع یا ورانګه په(r) سره وښیو، پورتنی اړیکه د d او r تر منځ ولیکئ.

د پاسني فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه خرګندېږي.

قضیه(2-2): که دیو ټاکلی ټکي څخه دوې قاطع کرښې په یوه دایره داسې رسم کړئ چې، دویمه قاطع د دایرې له مرکز څخه تیره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د یو ټاکلی اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دایرې د مرکز تر منځ واټن او(r) د دایرې شعاع یا ورانګه ده.

لومړی حالت: که چیرې ټاکلي ټکی د دایرې په بهر کې پروت وي.



ثبوت: که چیرې د P ټکی د دایرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په(d) او دایرې شعاع په(r) سره وښیو، د (2-1) قضیې

له مخې ليکلای شو:
دوه نـور حالتونو چـې ټاکلی ټکي يـې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا دګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

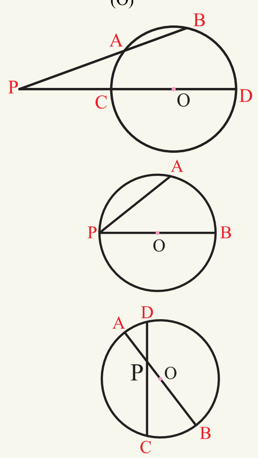
تعريف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د $C(o,r)$ دايرې ته وايي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کيږي.

لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر $10cm$ او د P ټکی د $13cm$ په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر $C(o,r)$ دايرې ته پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا وړانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

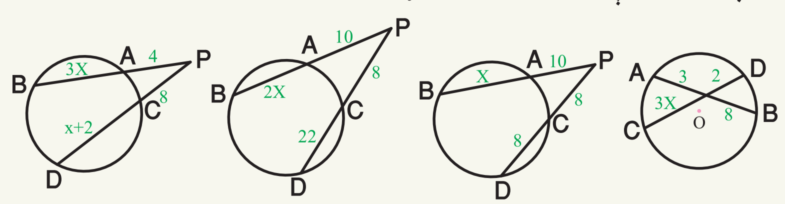
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت ده، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.



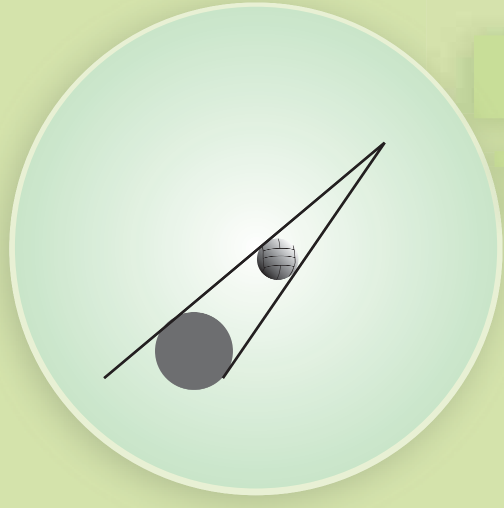
2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.

الف) که $d=7$ او $r=4$ وي. ب) که $d=3$ او $r=3$ وي. ج) که $d=3$ او $r=5$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چیرې د نور د وړانګې حرکت مسیر مستقیمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سیورۍ سره څه اړیکې لري.

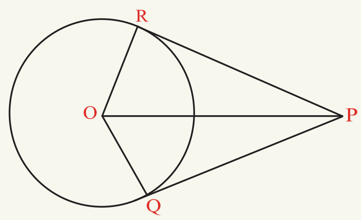
فعالیت

- د P له یوه بهرني ټکي نه د $C(O,r)$ په دایره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دایره د تماس ټکي وي.ایا د P له ټکي پر دایره بل مماس رسمیدلای شي؟
- د O ټکي د Q،R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړیکې لري؟
- ایا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه(2-3): د یوې دایرې له بهرنی ټکي څخه پر دایره دوه مساوي مماسونه، رسمیږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې لیکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دایرې شعاع یا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضیه(2-4): که د یوې دایرې له بهرنی ټکي نه یو مماس او یو قاطع پر یوه دایره رسم شي ثبوت کړئ، چې د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: $C(O,r)$ په دایره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:

$\hat{PTA} = \hat{PBT}$.....(I) — محیطي زاویې او د عین قوس ګډ مماس

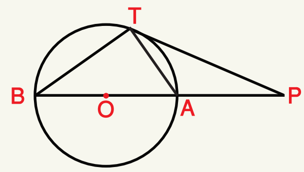
$\hat{P} = \hat{P}$..........(II)

$\overset{I \wedge II}{\Rightarrow} \hat{PTB} = \hat{PAT}$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$

$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$



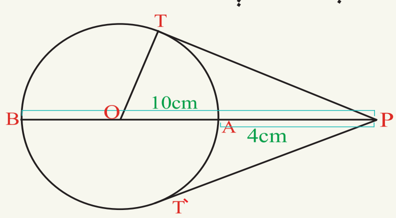
په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:

$PA = 4cm$
$PB = 10cm$
$PT = ?$

$PT^2 = PA \cdot PB$
$PT^2 = 4 \times 10 = 40$
$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

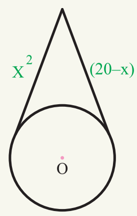


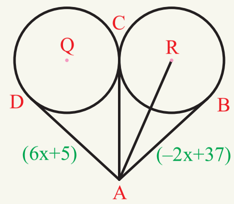
- د یوې دایرې له باندنې ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.

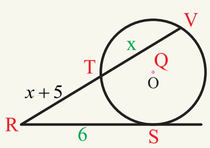
که چیرې د یوې دایرې له بهرنې ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

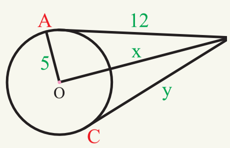
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.







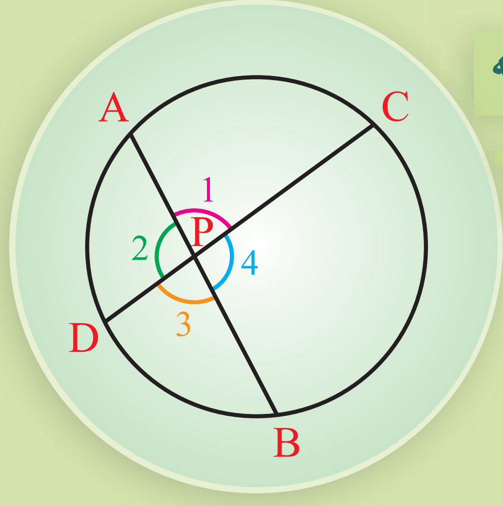


(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې دایرې دننی(داخلي) زاویه

د یوې دایرې په دننه کې دوه متقاطع وترونه رسم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.



تعریف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کيږي، لکه په پورتني شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعالیت

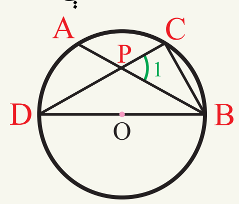
- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکی کې يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلي د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنی زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

په ياد ولرئ:
- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- په يوه مثلث کې د هرې خارجي زاويې پراخوالی د دوو ناګاونډيو زاويو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(5-2): د يوې دايرې د هرې دنني(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پريکړې په مرسته منځ ته راغلی وي.

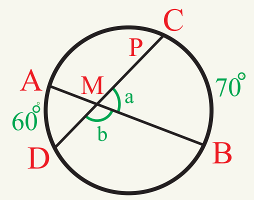
ثبوت: خرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



$$\left.\begin{aligned} &\hat{B} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} && \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ &\hat{D} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} && \text{د محيطي زاويې وسعت} \\ &C\hat{P}B = \hat{B} + \hat{D} && \text{د هر مثلث خارجي زاويه} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &C\hat{P}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC} \\ &C\hat{P}B = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}) \end{aligned}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاویې پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د یوې دایرې دننی زاویې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نیمایي سره مساوي دی چې د زاویو په مخامخ کې پراته وي، یعنې:

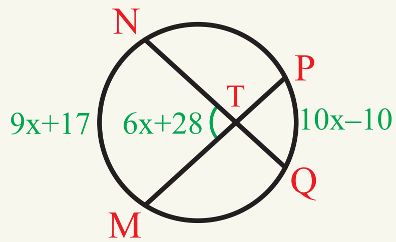


$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاویې پراخوالی وټاکئ.

حل: د یوې دایرې دننی زاویو د اړیکو له مخې لیکلی شو چې:



$$\overset{\frown}{NM} = 9x+17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x-10$$

$$N\hat{T}M = 6x+28$$

$$6x+28 = \frac{9x+17+10x-10}{2}$$

$$12x+56 = 19x+7$$

$$-7x = -49$$

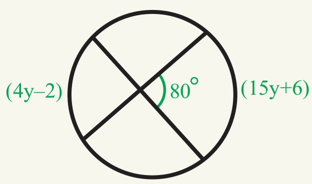
$$x = 7$$

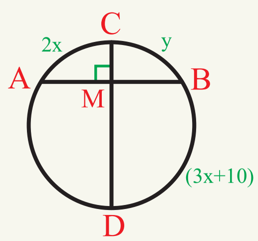
$$N\hat{T}M = 6x+28$$

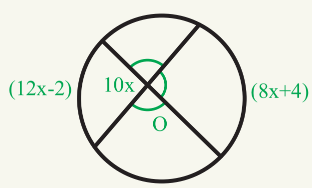
$$= 6\times7+28 = 42+28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.

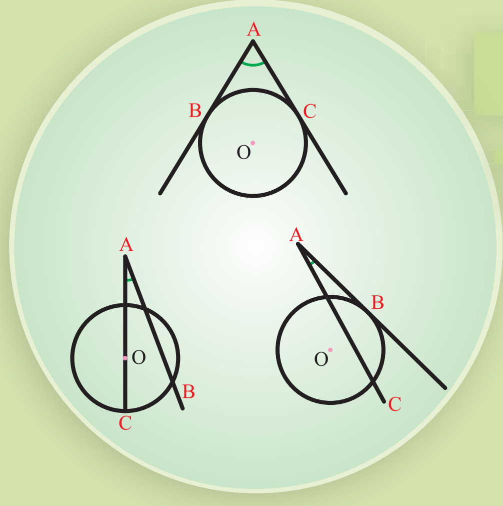






(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې باندنۍ زاویه



په مخامخ شکلونو کې د توجه کړئ او د زاویو نمونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

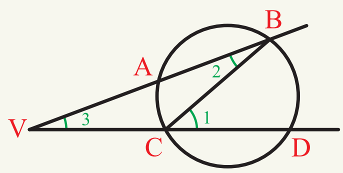
فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې $(\hat{1})$ د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

قضیه (2-6): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایي سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلي وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:



$\hat{1} = \hat{2} + \hat{3}$ د مثلث خارجي زاويې پراخوالی

$\hat{3} = \hat{1} - \hat{2}$

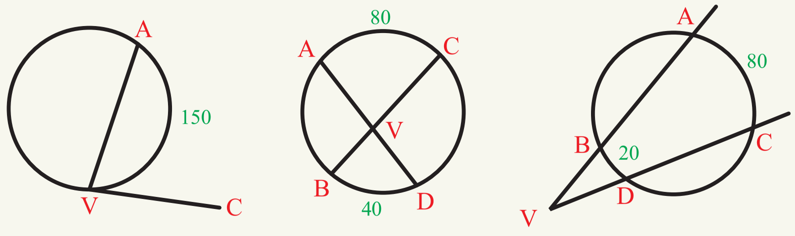
$\hat{1} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$ د محیطي زاويې پراخوالی

$\hat{2} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ د محیطي زاويې پراخوالی

$\Rightarrow \hat{3} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

$B\hat{V}D = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AC})$

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

$a)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AV}$ $\quad b)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})$ $\quad c)\ \hat{AVC}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})$

$=\frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$ $\quad =\frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$ $\quad =\frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$

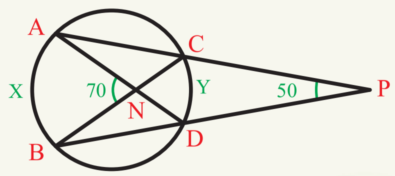
$\hat{AVC}=75^\circ$ $\quad \hat{AVC}=60^\circ$ $\quad \hat{AVC}=30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB}=\frac{x+y}{2}\Rightarrow 70=\frac{x+y}{2}\Rightarrow x+y=140......I$$

$$\hat{APB}=\frac{x-y}{2}\Rightarrow 50=\frac{x-y}{2}\Rightarrow x-y=100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:



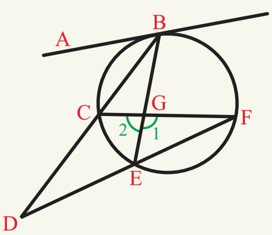
$2x=240$

$x=120^\circ$

$y=20^\circ$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

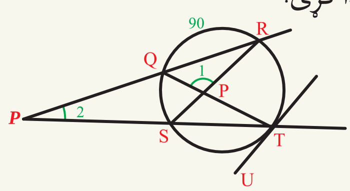


$\overset{\frown}{BC}=70^\circ$

$\overset{\frown}{BF}=100^\circ$

$\overset{\frown}{EF}=130^\circ$

$\hat{1}=?\ ,\ \hat{2}=?\ ,\ \hat{D}=?\ ,\ \hat{ABC}=?$



$\overset{\frown}{QR}=90^\circ$

$\overset{\frown}{RT}=150^\circ$

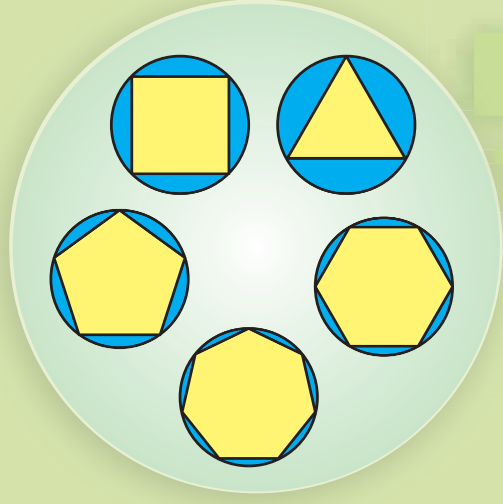
$\overset{\frown}{QS}=50^\circ$

$\hat{STU}=?\ ,\ \hat{1}=?\ ,\ \hat{2}=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

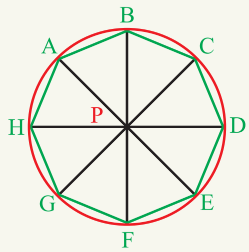
محیطي دایره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف

هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنی عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکی په O سره وښيئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالی سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې: هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ددې فعالیت د پایلې څخه په لاندې ډول لکلای شو:

پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاویې مرکز دی.

مثال: د $\hat{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.

حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمايي ټکي يې د محیطي دایرې مرکز دی.

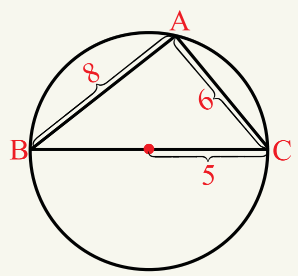
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$

$$\overline{BC} = 10cm$$

$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



• هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

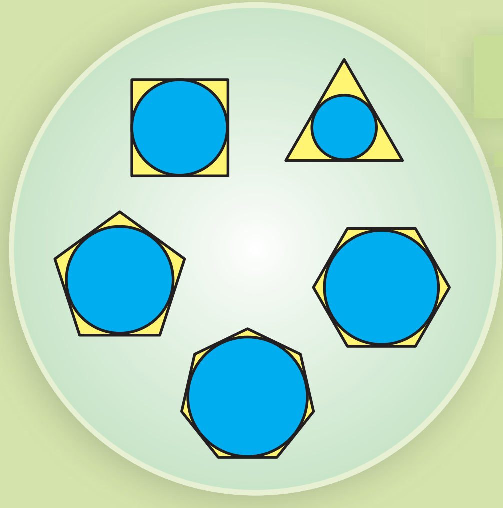
• د یو مثلث داضلاعو د منځنی(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دي.

پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی يې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړئ.

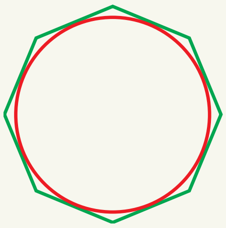
2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې يې وښیئ.

محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې يې وينئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړيکې وينئ.

تعريف



هغه دايره چې د محيطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دايرې په نامه يادېږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوې دی.

د مثلث محاطي دايره: هغه دايره چې د يو مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کيږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو کيفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاويو ناصفونه رسم او د پريکړې ټکی په (O) سره وښيئ.
- د (O) له ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ايا هغه دايره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تيرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د څه په نامه يادېږي؟

مرسته: د يوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په يوه ټکي کې پرېکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورتني فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.
د هر مثلث دنني ناصف الزاویو ترمنځ د پریکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دی.

د مثلث باندنی محاطي دایره

فعالیت

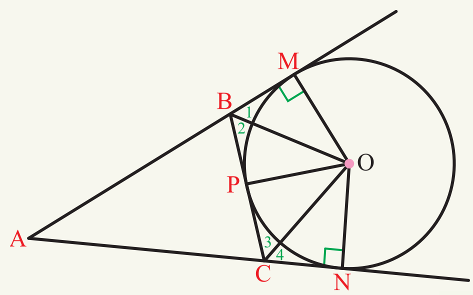
د مثلث باندنی دایره رسم کړئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندنی ناصف الزاویې رسم او د پرېکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندنی محاطي دایرې مرکز کېدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکي څخه د $\overline{OP}$, $\overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګاني دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- کـه چیـرې د یـوې څلور ضلعي د مخامـخ زاویـو مجموعـه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هـر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتني فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.
هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندنی محاطي دایره بلل کېږي.

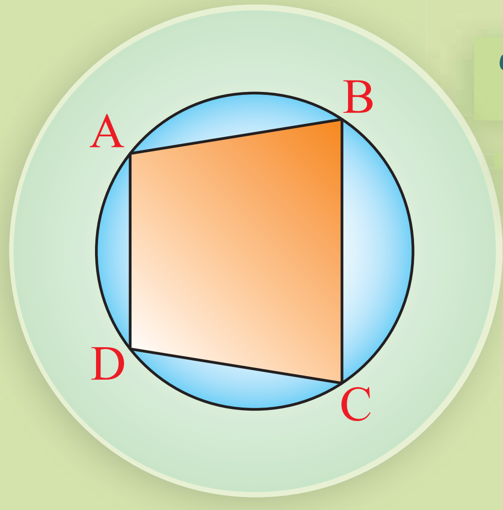


پوښتنې

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دایره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتیاوې (خواص)



په مخامخ شکل کې دایره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړیکه لري.

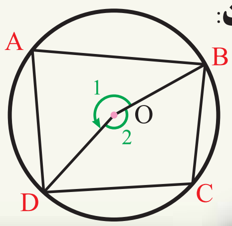
فعالیت

- د $ABCD$ یو کیفي څلور ضلعي مرسوم په دایره رسم کړئ.
- د محیطي دایرې منځ ته راغلی زاویې څه نومیږي؟
- د دایرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلی مرکزي زاویې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محیطي زاویو اړیکي چې د عین قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاویو لپاره ولیکئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه بیانولای شی:

قضیه: په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

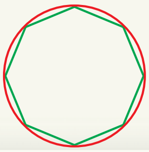
فعالیت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه یادیږي، د هرې زاویې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاویې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف

هغه مضلع چې اضلاع او زاویې یې یو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.



فعالیت

- په خپله خوښه یوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- یو راس یې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننیو زاویو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاویو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعالیت د یو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چیرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاویو مجموعه به یې څو درجې وي؟

که چیرې د یوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننیو زاویو مجموعه په S_n وښیو نو د هر n ضلعي دننیو زاویو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د یو څلور ضلعي او لس ضلعي دننیو زاویو مجموعه پیدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننیو زاویو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړیکی له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$

$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$

$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8\times180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

په یاد ولرئ چې:

- د قطرونو تعداد د n ضلعي له یو راس څخه د n-3 اړیکی په مرسته لاس ته راځي.
- له یو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړیکي په مرسته لاسته راځي.
- په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی یې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

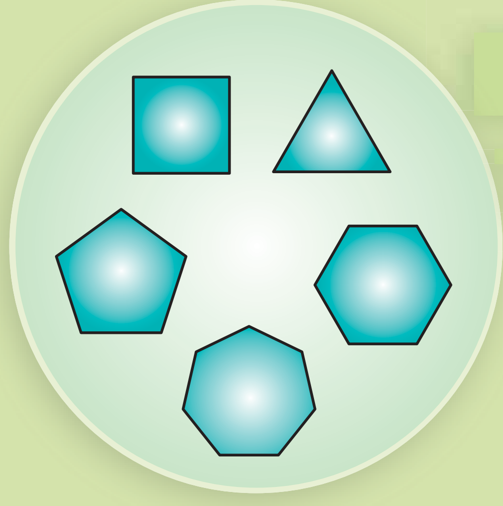
پوښتنې

1- د یوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د یوې منظمې n ضلعي مضلع د زاویو اندازه څو درجې دي؟
3- په یوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د یوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

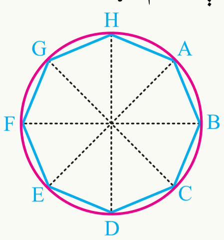
د منظمې مضلع ترسیم



- پاملرنه وکړئ.
- پــه شــکل کې څــه ډول مضلــع ګانې ګورئ.
- ستاســې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوې دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعي مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکي ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلې مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالی څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعي مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخلوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعي رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره نښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعي د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلي مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتني فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالى د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دي.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دی، خرنګه کولی شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

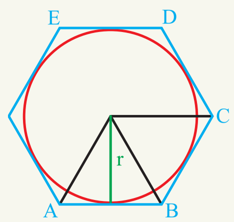
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکی د A, B او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالی(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دي. ولې؟
- د پورتنی مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دی؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اريکی يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دی له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتيږي:



$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

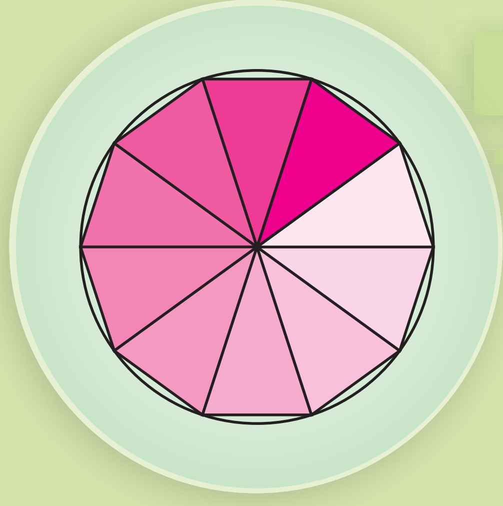
$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

پوښتني

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې محیط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دایرې او د مثلثونو د یو شمېر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دایرې محیط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دایره کې چې قطر په (d) او محیط یې د (C) په توروو وښودل شي د دایرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړیکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دایرې محیط}}{\text{د دایرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \quad .... \text{(I)} \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ یا $d = 2r$ که چېرې په (I) اړیکه کې د (d) پر ځای د (2r) قیمت ولیکو، د دایرې محیط د لاندې اړیکې څخه لاسته راځي:

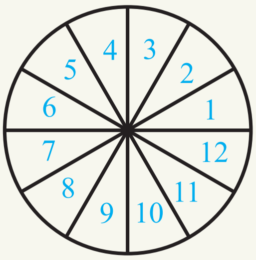
$$C = \pi d$$

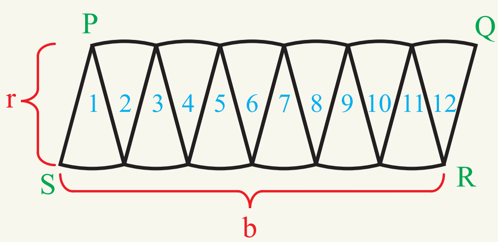
$$C = 2\pi r$$

د دایرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې ریاضي ته اړ یو، نو په دې ډول د دایرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

یوه دایره د هغې د قطرونو په مرسته په (12) مساوي برخو وېشو او هره برخه یې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښیو که چېرې د دایرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بیا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتیب کړو.

په روښانه ډول لیدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





(c) ketabton.com: The Digital Library

پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$\frac{1}{2}Cr$ = د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو ګروچې:

$A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot r = \pi r^2$ = د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) $14cm$ ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويمه مثال: که چيرې د دايرې قطر $70cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريمه مثال: که چيرې د دايرې محيط $14\pi cm$ وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوي دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1– که چيرې دايرې محيط $41cm$ وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.

2– د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

3– د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډیز

- هغه اړیکې چې د یو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالی د اړیکو په نامه یادېږي.
- که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

یعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

- که چیرې د یوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر یوه دایره داسې رسم شي، چې دویم قاطع د دایرې له مرکز څخه تیر شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له یوې ټاکلې اندازې یعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دی.
- د یوه باندنی ټکي څخه پر یوې دایرې دوه مساوي مماسونه رسمیدلای شي.
- که چیرې $d^2 - r^2 > 0$ یا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دایرې په بهر کې پراته دی.
- که چیرې $d^2 = r^2 = 0$ یا $d^2 = r^2$ یا $d = r$ وي، ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.
- که چیرې $d^2 - r^2 < 0$ یا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دایرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاویې چې دقاطع کرښو په مرسته د دایرې په دننه کې منځ ته راځي د دایرې دننی زاویې بلل کېږي.

- د یوې دایرې د هرې دننی زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نیمايي سره مساوي دی. $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{a}+\overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، یا یو قاطع او یو مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنی زاویه بلل کېږي.

- د یوې دایرې د هرې باندنی زاویې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نیمايي سره مساوي دی، یعنې: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{a}-\overset{\frown}{b}}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

[illegible]

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې یې یوازې په خپلو انجامونو کې سره پرېکړئ.
- دوه ګاونډې ضلعې د یوې مستقیمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاویې یې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیره شي، د مضلع محیطي دایره بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دایره بلل کېږي.

[illegible] هغه دایره چې د مثلث پر یوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دایره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دایرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چیرې یوه څلور ضلعې مرسوم په دایره وي، د هغې د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- د دایرې محیط د مخامخ اړیکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دایرې مساحت د مخامخ اړیکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي پوښتنې

● په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دايره تاو کړئ.

1- که چيرې د P ټکی د دايرې پر محيط پروت وي د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته عبارت دی له:

a) 1 — b) 2

c) 0 — d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چيرې د P يو ټکی د دايرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر يوې دايرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی. — b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی. — d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3- که دP ټکی د دايرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظريوې دايرې ته عبارت دی له:

a) $d - r$ — b) $d^2 - R^2$

c) $r - d$ — d) $R^2 - d^2$

4- که چيرې د يوې دايرې شعاع R او د دايرې دننی ټکی او مرکز واټن په d سره وښيو، د نوموړی ټکی طاقت نظر دايرې ته عبارت دی له:

a) $R^2 = d^2$ — b) $d^2 = R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي. — d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- يو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دايرې له مرکز څخه واټن لري که د دايرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړي ټکي څخه عبارت دی له:

a) 13 cm — b) 10 cm

c) 12 cm — d) 8 cm

6- که چيرې د P له ټکي څخه د يو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دايرې سره $12cm$ او قطر يې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm — b) 12 cm

c) 10 cm — d) 5 cm

7- که چيرې د $C(O,r)$ د دايرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP} = 8cm$ او $\overline{BP} = 2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm — b) 8 cm

c) 2 cm — d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

- په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په ورکلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکی .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکی طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د C, B, A او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دي.

7- که د B, A او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، B, A او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

- د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) د یوه ټکی طاقت نظر دایرې ته د ټکی او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (   ) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (   ) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (   ) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

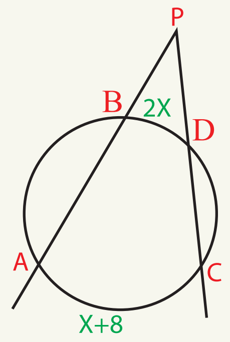
6- (   ) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (   ) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

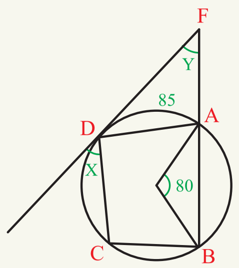
(c) ketabton.com: The Digital Library

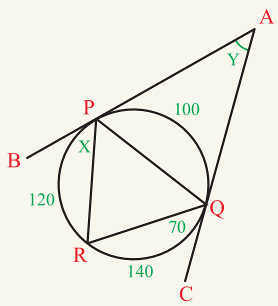
● لاندې پوښتنې په تفصیل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه یې په ترتیب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاویې پراخوالی پیدا کړئ.

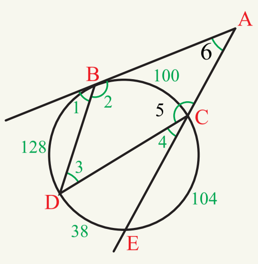


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاویو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.



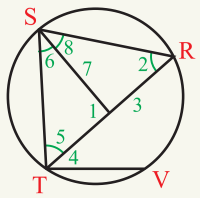


3- په لاندې شکل کې $\overline{AB}$ پر دایره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^\circ$ او $\overset{\frown}{CE}=104^\circ$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

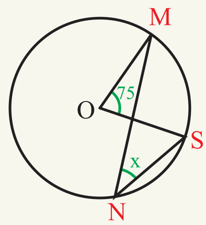


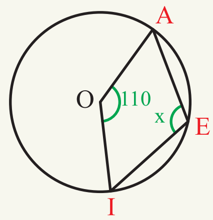
(c) ketabton.com: The Digital Library

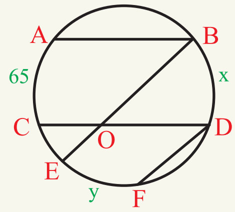
4- د $C(O,r)$ پـه دايـره کـې $RS \parallel TV$, $\hat{RTS} = 70^\circ$ او RT د دايـرې قطـر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.



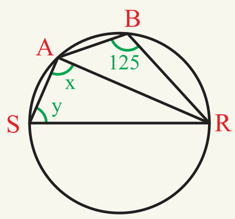
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.

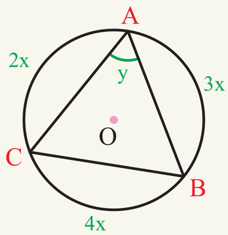


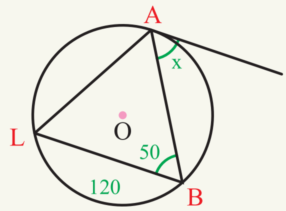




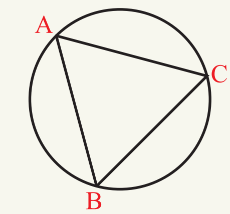
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه په لاندې شکلونو کې پيدا کړئ.



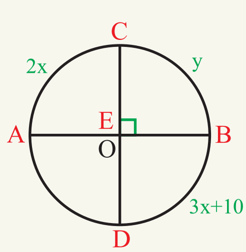


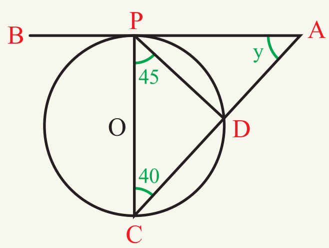


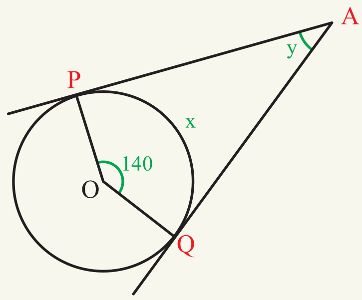
7- د محاطي دايرې د تعريف له مخې وښيئ چې د هر مثلث دننيو زاويو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاويو اندازه پيدا کړئ.







(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپــــرکی

تحلیلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحليلي هندسه

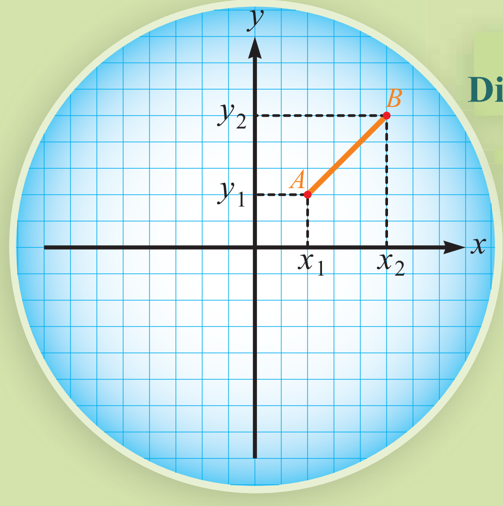
Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړیکې له تحلیلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نیول کېږي، فرانسوي رياضي پوه ديکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړیکه و څیړله ویې ویل، چې ځینې الجبري معادلې یو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوې نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړیکې تر څیړنې لاندې نیسو، دیکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړیکو د څیړنې لپاره د قایم مختصاتو د محورونو داسې یو سیستم راوپیژند چې تراوسه د دکارت په نامه یادیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point



د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کې د AB يوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شوچې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

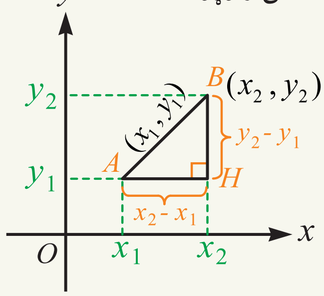
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کې وښيئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعاليت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راورو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث يوقايم الزاويه مثلث دی. ولې؟

د فيثاغورث د قضيې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راورو.



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2 \quad \text{.......د فيثاغورث د قضيې}$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{AH}&=x_2-x_1\\ \overline{BH}&=y_2-y_1\end{aligned}\right\}\Rightarrow \overline{AB}^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$\overline{AB} = 5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا آ څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A} = \sqrt{x^2 + y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow \overline{OA} = 5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2, y_2)$ واټن عبارت له: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

د $P(x, y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسـونو مختصـات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسـې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B\ (5K, 6)$ ټوټه کرښـې اوږدوالی پنځه برابره شي.

4- د $P(1, \sqrt{3})$ او $Q(-1, 1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یـوه مثلث د راسـونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

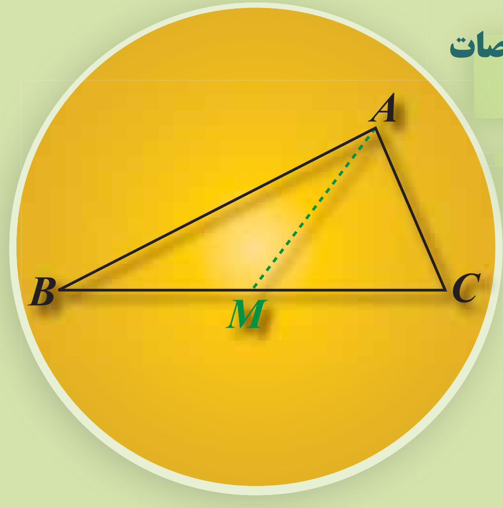
6- د هغه مثلث مسـاحت پیداکړئ، چې راسـونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یـوه مثلـث د څوکو(راسـونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات



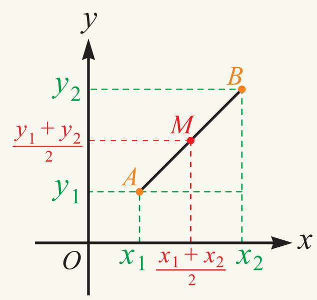
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث میانه ده، د میانې ځانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شوچه په بشپړډول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محوررو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

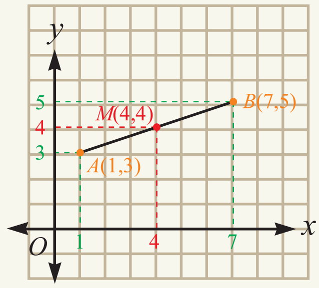
که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M د ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$



په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنی ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنی ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:



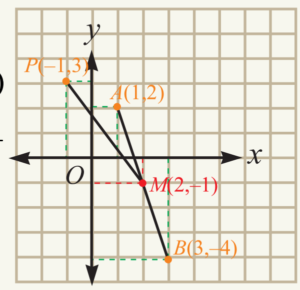
$$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$M(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2})$$

$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکي واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راورو، نولیکلای شوچې:



$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$

پوښتني

1- د یوه مثلث دری راسونه $A(5,-2)$, $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میاني اوږدوالی پیداکړئ.

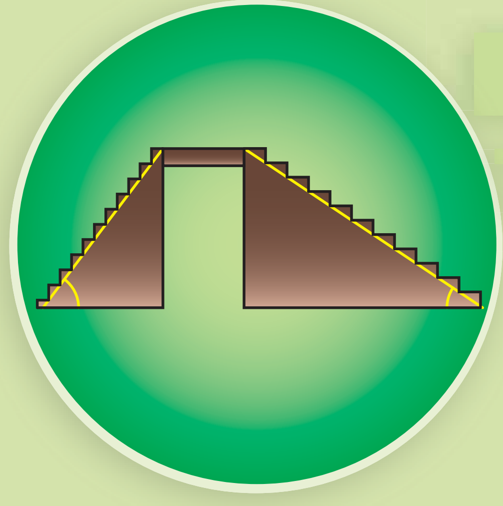
۲- که چیرې $A(2,4)$, $B(5,9)$, $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پریکړې د ټکو مختصات پیدا کړئ.

۳- که چیرې $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میاني یا مینځنی کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

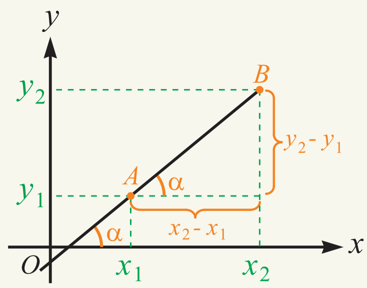
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې میل



شکل ته وګورئ په کومه زینه په اسانی سره ختلی شئ ولې؟ دلیل یې بیان کړئ.

که $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې دوه اختیاري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقیمې کرښې میل وایي او په لاندې ډول یې لیکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې میل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دویم مثال: هغه مستقیم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تیریږي د k قیمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقیمې کرښې میل ۳ وي.

حل: د k قیمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \Rightarrow k = 11$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدأ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نومیل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړی چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

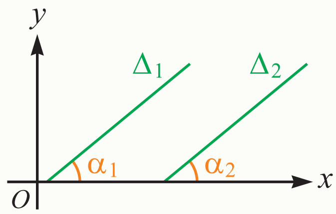
۳- که چیرې $B(3,-1), A(5,-2)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکـړل شـویو وضیعه کمیاتو په سیسـتم کې د Δ_1 او Δ_2 موازی کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښـو میلونه حسـاب او یو بل سـره یې پرتله کړئ، کرښې یوبل سره څه اړیکې لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړې نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکې دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیرې د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} m_{\overline{AB}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} = \dfrac{-11-(5)}{-6-2} = \dfrac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} = \dfrac{8+6}{3+4} = \dfrac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنگه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

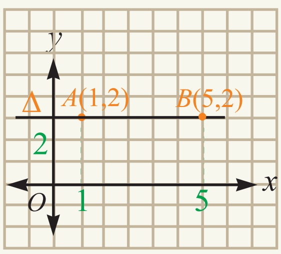
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $B(x_2,a), A(x_1,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعنې: $m = \dfrac{a-a}{x_2 - x_1} = 0$



فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیمه کرښه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړي نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

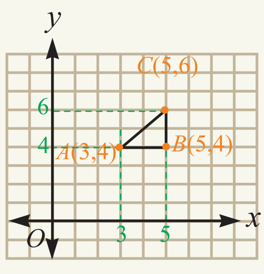
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.

هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:

الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.

ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.

۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکی په پام کی ونیسئ.

الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکوڅخه تیریږي څه اړیکې لري؟

ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو اوهغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟

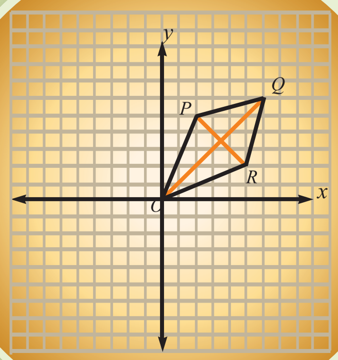
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟

د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

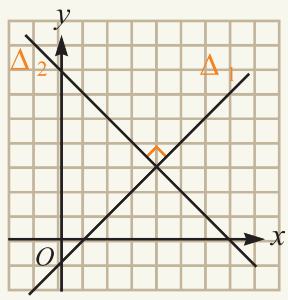
د يو پر بل عمود مستقيمو کرښو ميل



$OPQR$ څلورضلعي يولوزي دى.
کولاى شئ د لوزي ځانګړتيا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بيان کړئ.

تعريف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقيمي کرښى چي ميلونه يې m_1 او m_2 دي هغه وخت يو پربل عمود دي چي لاندي رابطه د هغوى ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړى مثال: هغه مستقيمه کرښه چي د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چي د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تيريږي له يوبل سره څه اړيکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پايله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقيمي کرښې يو پربل عمود دي.

فعاليت

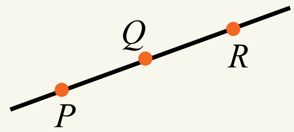
- د $C(4,4), B(1,3), 0(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کی وښيئ.
- د OBCD شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پيدا کړئ.

- د $\boxed{OBCD}$ څلورضلعي څه ډول څلورضلعي ده؟
- وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه یو پر بل عمود دي.

پوهېږو چې په یوه مستوي کې د دوو ټکوڅخه یوازې یو مستقیم تیرېږي په کوم حالت کې له درېو ټکو څخه یومستقیم خط تیریدلای شي؟

تعریف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر یوه مستقیم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ میل د $\overline{QR}$ له میل سره مساوي وي.



دویم مثال: د $A(0,-1)$, $B(2,3)$ او $C(-1,-3)$ درې ټکي په پام کې ونیسئ، وښیئ چې دا درې واړه ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي.

حل: د AB میل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC میل عبارت ده له :
$$m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

څرنګه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو میلونه سره مساوي دي نوپه پایله کې د B, A او C ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي.

- که چیرې د دوو کرښو د میلونو د ضرب حاصل (-1) وي نو کرښې یوپربل عمودي دي.
- درې ټکي هغه وخت په یوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو میلونه سره مساوي وي.

پوښتنې

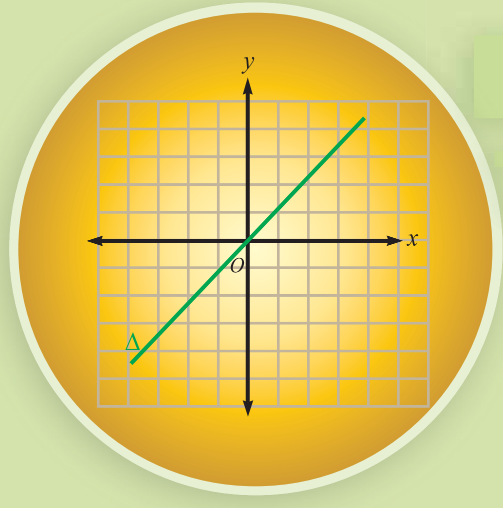
1- که د $A(6,1)$، $B(8,3)$ او $C(6,5)$ ټکي د یوه مثلث څوکې یا راسونه وي وښیئ چې نوموړی مثلث قایم الزاویه دی.

۲- هغه توټه کرښه چې د $(7,5)$ او $(1,1)$ ټکو څخه تیرېږي له هغه توټه کرښې سره چې د $(0,5)$ او $(2,2)$ ټکوڅخه تیرېږي، اړیکې یې یو له بل سره وڅیرئ؟

۳- یوه کرښه چې د $(2,4)$ او $(7,5)$ ټکو اوبله د $(1,-4)$ او $(-3,-5)$ ټکوڅخه تېرېږي د دواړو کرښوحالت یو له بل سره بیان کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقيمې کرښې پرمخ څو ټکي وټاکئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شويو ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ څه اړيکه وينئ.

فعاليت

- د $A(1,-1)$، $B(-2,2)$، $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنې فعاليت پايله په عمومي ډول داسې بيانوو:

د $y = x$ او $y = -x$ رابطې چې د يوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتيب ترمنځ اړيکه راښيي د مستقيمې کرښې معادله بلل کيږي.

پوهيږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په يوه مستوي کې پرتې وي يوازې او يوازې يوه مستقيمه کرښه تيريږي. اوس غواړو چې د هغې مستقيمې کرښې معادله پيدا کړو چې له دوو اختياري ټکو څخه تيريږي.

فعاليت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وټاکئ.
- هغه مستقيمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تير شي.

ددې لپاره چې د $M(x, y)$ اختياري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي ده؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ توپونو ميلونو له مساويتوب څخه کومه اړيکه لاسته راځي.

د پورتنې فعاليت پايله کولای شو په عمومي ډول داسې بيان کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تېره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تېره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي یې معلوم وي لیکلای شو چې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3} = \frac{-1-4}{2-3} \Rightarrow \frac{y-4}{x-3} = \frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4 = 5(x-3)$$

$$y = 5x-15+4 = 5x-11$$

دویم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکي د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{y-0}{x-(-3)} = \frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3y = 4(x+3)$$

$$3y-4x = 12$$

پوښتنې

1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

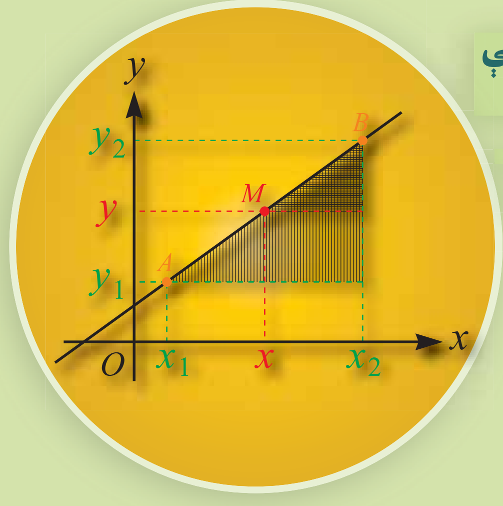
۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه یې $A(1,3)$, $B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمي كرښې معادله چې ميل او يو ټكى يې معلوم وي



په مخامخ شكل كې د $\overline{AB}$ ميل د $\overline{MA}$ له ميل سره څه اړيكه لري؟

بله هره ټوټه كرښه چې ددې ټوټه كرښې پرمخ وټاكو د $\overline{AB}$ له ميل سره برابر ميل لري، ولې؟

پوهيږو چې د هغې كرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټكي ښكاره كوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

يا

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقيمې كرښې ميل راښيي نو پورتنۍ معادله لاندې شكل غوره كوي. $y-y_1 = m(x-x_1)$

وروستنۍ معادله د هغې كرښې معادله ده چې ميل ئې (m) او د $A(x_1, y_1)$ له نقطه څخه تيريږي.

لومړى مثال: د هغې مستقيمې كرښې معادله وليكئ چې د $(2,3)$ ټكي څخه تير شي او ميل يې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چې د مستقيمې كرښې ميل او يو ټكى راكړل شوي ده نو د $y-b = m(x-a)$ معادلې څخه ليكلاى شو:

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3) = (x-2)$$

$$2y-6 = x-2$$

$$2y-x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+2$$

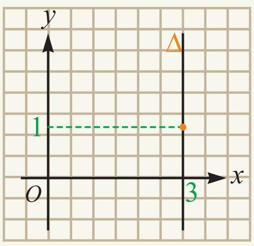
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: ځرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمي کرښې معادله ولیکئ چې د $(3,1)$ ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: ځرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د $(3,1)$ ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تېریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیدا کړئ چې د $A(2,-4)$ او $B(-2,4)$ ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیدا کولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځنې ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad\Rightarrow\quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)=\left(\frac{0}{2},\frac{0}{2}\right)=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad\Rightarrow\quad y-0=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

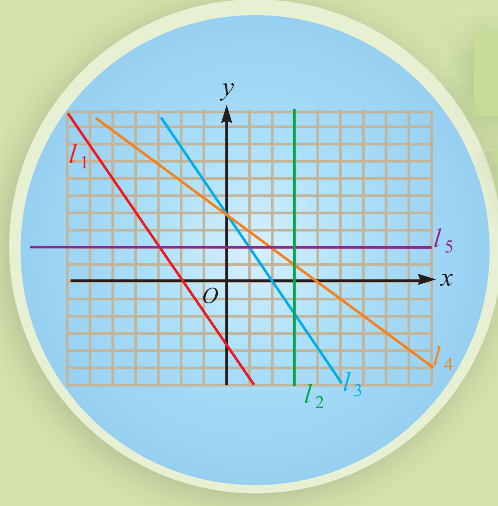
پوښتنې

1- د هغه مستیمي کرښې معادله پیدا کړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د $P(5,-4)$ ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیدا کړئ.

د مستقیمې کرښې عمومي معادله



د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟

د یوې کرښې الجبري معادله د هغه تکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومی ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:

په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$ یا $ax + by + c = 0$ ، b, a او c حقیقي عددونه او $b \neq 0$ دی.

په پورتنۍ معادله کې $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع بلل کیږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y = mx + h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

فعالیت

- د $2x + 3y - 6 = 0$ او $y - x = 2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هریوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:

که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $-3x + y - 5 = 0$ او $6x - 2y + 1 = 0$ مستقيمې کرښې د قايمو وضيعه کمياتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقيمې کرښې نسبت يو بل ته څه وضعيت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوه مستقيمې کرښې هغه وخت موازي دي چې ميلونه يې سره مساوي وي له دې ځايه دا پايله په لاس راځي چې د هغوی د متحولينو د ضريبونوترمنځ لاندې اړيکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}\,\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولينو د ضريبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ اړيکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې يو پر بل پرتې(منطبق) دي ياسره يو دي.

لومړی مثال: د $3x + 4y = 5$ او $4x - 3y = -1$ د مستقيمونو اړيکې نظر يو بل ته بيان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضريبونو نه په ګټه اخيستنه لروچې:

$a_1 = 3$ $\quad b_1 = 4$ $\quad c_1 = -5$

$a_2 = 4$ $\quad b_2 = -3$ $\quad c_2 = 1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \neq \frac{3}{4}$ نو $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{a_1}{a_2}$ دی په دې صورت کې کرښې يوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \times \frac{3}{4} = -1$ نو $\frac{b_1}{b_2} \times \frac{a_1}{a_2} = -1$ دي نو د کرښو د پريکړې په ټکی کې يوپربل عمود دي.

دويم مثال: په لاندې معادلوکی د k عددي قيمت داسې وټاکئ چې مستقيمونه يوبل سره عمودې وي $2x - 6y + 3 = 0$ او $kx + 3y - 1 = 0$

حل: د عموديت شرط څېرو:

$$kx + 3y - 1 = 0\ ,2x - 6y + 3 = 0$$

$$a_1.a_2 + b_1.b_2 = 0$$

$$2 \cdot k + (-6)3 = 0 \Rightarrow k = 9$$

پوښتنې

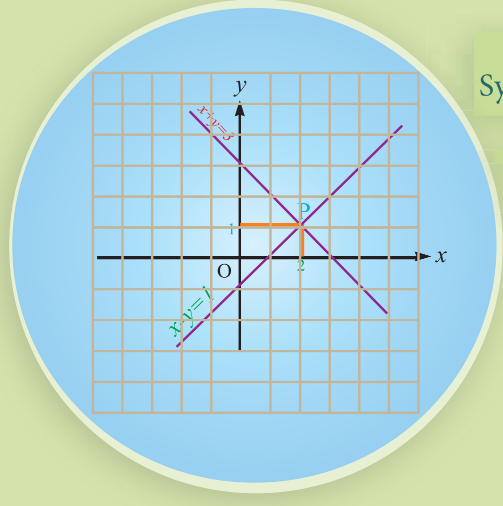
۱- د $4x + 3y - 1 = 0$ او $8x + 6y + 5 = 0$ کرښوحالت يوبل ته بيان کړئ.

۲- د $8x - 4y + 10 = 0$ او $4x - 2y + 5 = 0$ کرښو حالت يو بل ته بيان کړئ.

۳- د $(k+1)x + ky = 0$ او $2x - 3y + 5 = 0$ معادلوکې د k قيمت داسې وټاکئ چې کرښې يوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات
د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکی لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کیږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کیږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پریکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پریکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پریکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x - 2 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \quad .... \quad I \end{cases}$$

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادیږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کېږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پرېکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پریکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پریکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې د پورتنیو کرښو د معادلو میلونه 1- او 2- دي څرنگه چې د دوو خطونو میلونه مساوي نه دي نو کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي، چې د پریکړې د ټکي د مختصاتو د پیدا کولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په یوه معادله کې د x پر ځای د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

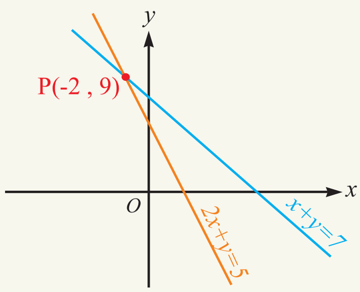
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سیستم حل او د پریکړې ځای دی، چې په شکل کې لیدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دویم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

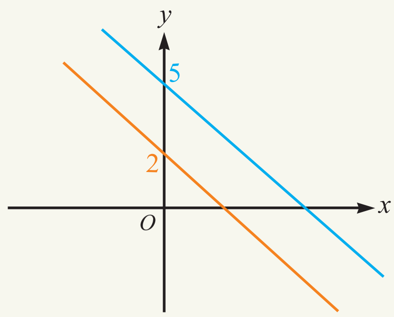
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\frac{6}{3}x+\frac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



څرنگه چې د دواړو کرښو میل 2- دی په پایله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او یو بل نه پرې کوي یعنې د موازي کرښو د معادلو سیستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

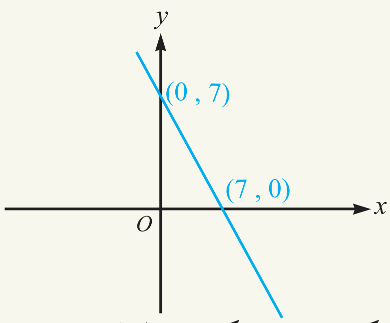
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\frac{-4}{4}x+\frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېر ګڼ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

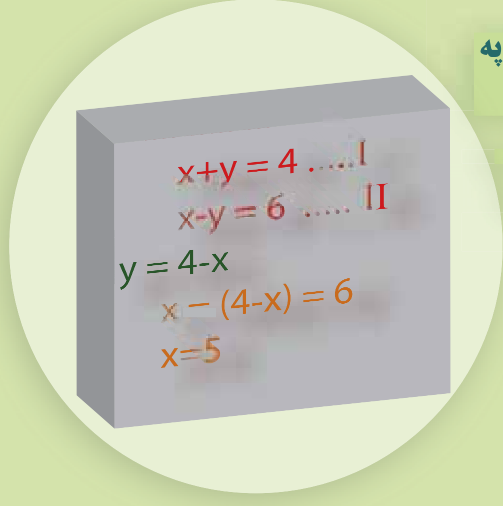
د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ
د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند
څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$
$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړی معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$
$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases}2x+3y=0\\3x+2y=10\end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او په بله معادله کې یې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$3x+2y=10$$
$$3(-\frac{3}{2}y)+2y=10$$
$$-\frac{9}{2}y+2y=10$$
$$\frac{-9+4}{2}y=10$$
$$-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4$$

$$x=-\frac{3}{2}y$$
$$x=-\frac{3}{2}(-4)$$
$$x=-3(-2)$$
$$x=6$$

د دوه مجهوله لومړۍ درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:
- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د یوې معادلې څخه په لاس راوړو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلې یو مجهوله لومړۍ درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راوړو.
- دا په لاس راغلی مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راوړو.
- په لاس راغلي قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases}y=2x\\x+y=6\end{cases}$ 2) $\begin{cases}7x-2y=15\\6x-y=10\end{cases}$ 3) $\begin{cases}a+2b=2\\2a-3b=25\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4\\\frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3}\end{cases}$ 5) $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6\\\frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو څښتن کېږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو څښتنه کېږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څېړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 41 \text{ .... I} \\ 5x - 2y = 7 \text{ .... II} \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړۍ معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړۍ معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x + 5y = 205 & \Rightarrow \quad 35x + 25y = 205 \\ 5x - 2y = 7 & \Rightarrow \quad 35x - 14y = 49 \end{cases}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x + 25y = 205 \\ 35x - 2y = 49 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 39y = 156 \end{array} \quad \Rightarrow y = \frac{156}{39} \Rightarrow y = 4$$

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{aligned}3x+2y&=4 &\Rightarrow -9x-6y&=-12\\2x-3y&=-1 &\Rightarrow \underline{-4x\mp 6y=\mp 2}&\\ & & -13x+0&=-10\\ & & x&=\frac{10}{13}\end{aligned}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتني

د معادلو لاندې سیستم د افنا پع طریقه حل کړئ.

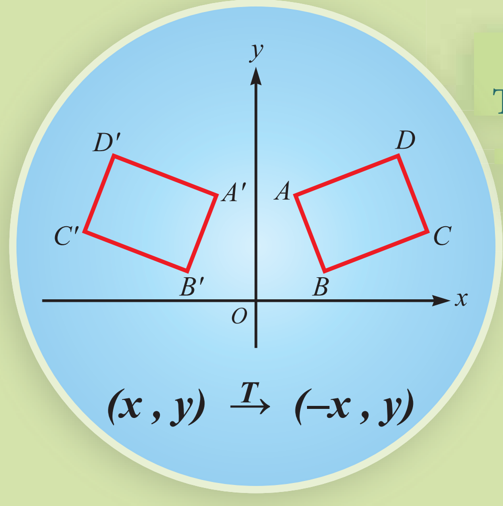
1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$ 5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$ 6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه توپیرونه اوخه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ

- د $A(1,2)$, $B(-2,3)$ او $C(2,-4)$ ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلی ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکې د راکړل شوی ټکې خیرې یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکی د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړئ په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د $D(1,2)$, $E(4,1)$ او $C(2,4)$ ټکو خیرې یا تصویر د لاندې بدلونې په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$

$c: \quad (x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$

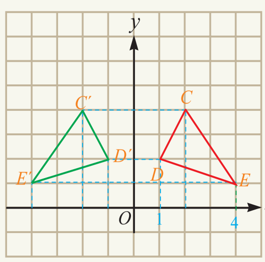
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y)\xrightarrow{T_1}(-x,y)$ تربدلونې لاندې لرو چې:

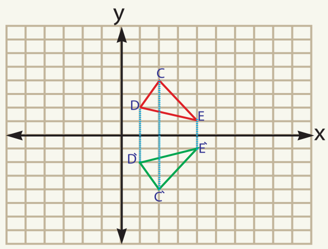
$T(4,1)=(-4,1)$

$T(1,2)=(-1,2)$

$T(2,4)=(-2,4)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

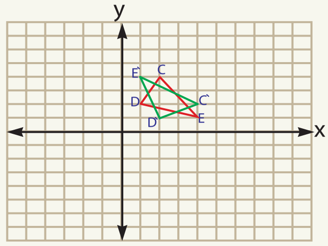


b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



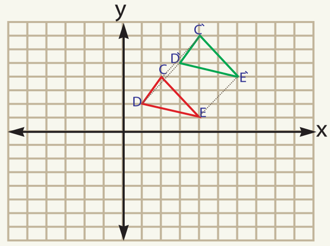
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$(1,4)$

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$



d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لرو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$

په پورتنیو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله تویېرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وي نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل ځیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه
1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

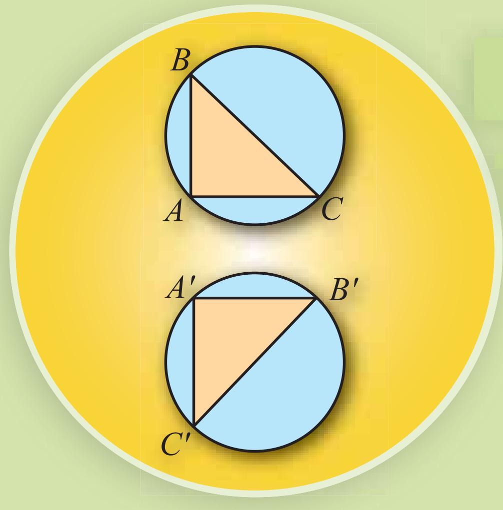
b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1,y+2)$

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې يې لـه لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی،تاسوکولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعاليت

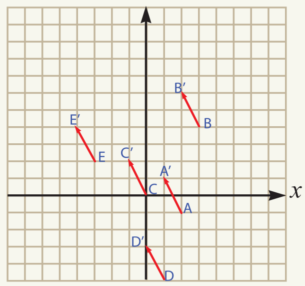
- د وضيعه کمياتو په مستوئ کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات يې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووايئ.
- د B', A' او C' ټکی يو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالی اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چيرې د يوه شکل ياخيرې ټول ټکي په يوه ټاکلي جهت(لورى) او يو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکي دي، دې حرکت ته انتقال وايي او هغه په دی ډول ښودل کېږي: $T(x, y) = (x+h, y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقيقي عددونه دي.

لومړی مثال: د $A(2,-1), B(3,4), C(0,0), D(1,-5)$ او $E(-3,2)$ ټکی د وضيعه کمياتو په سيستم کې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښيئ.
حل: لومړی راکړل شوي ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وښيئ اوبيا هغه ټکی چې د $T(x, y) = (x-1, y+2)$ اړيکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,\ -3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,\ 4)$

په پورتني مثال کې د ټکو د ترلوڅخه د شکل څيره لاسته راځي ليدل کيږي چې د $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ يو له بل سره موازي او مساوي دي.

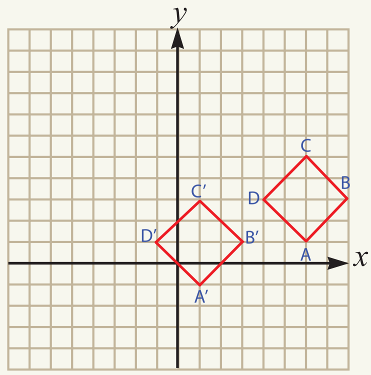
دويم مثال: که چيرې $A(6,1)$, $B(8,3)$, $C(6,5)$ او $D(4,3)$ د يوې مربع راسونه وي هغه د وضعيه کمياتو په سيستم کې ترډي $T(x, y)=(x-5, y-2)$ اړيکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی اوتصوير نظر يوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو ميل اوڅيره يې نظر يوبل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعې ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \quad \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \quad \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5, 5-2) \quad \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5, 3-2) \quad \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانوکورنی دنده ده.

انتقال يو ايزومتري رابطه ده.

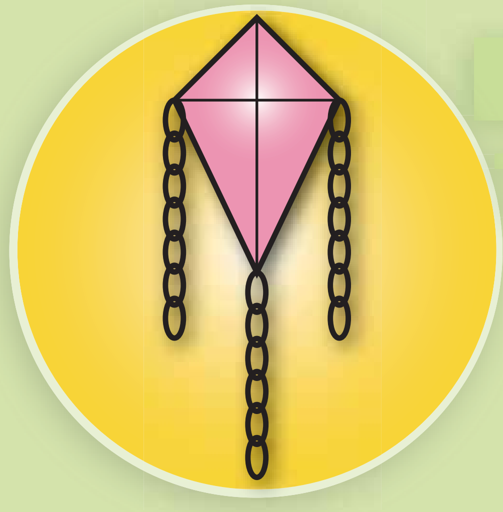
پوښتنې

1-که د $M(1,-1)$, $N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ يوه څلور ضلعې وي څلور ضلعې او د هغې تصوير تر دې رابطې $T(x, y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

۲-که $L(7,0)$, $I(5,0)$ او $0(5,3)$ د يوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصوير ياڅيره د $F(x, y)=(-y+3, x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

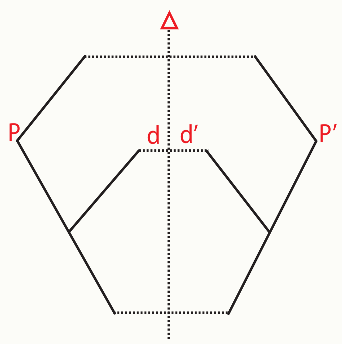
(c) ketabton.com: The Digital Library

انعکاس
Reflection



د پتنگ(کاغذ پران) خیرې ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنگ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظر دی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایې کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنګ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوې لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

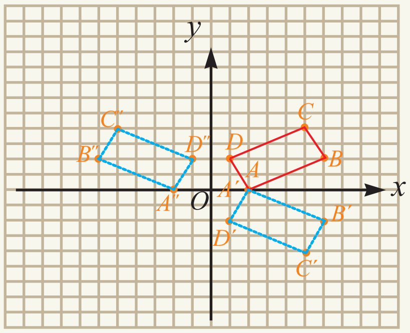
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شی چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایې او Δ محور ته د انعکاس محوروایې.

لومړی مثال: که چیرې د A(2,0), B(6,2), C(5,4) او D(1,2) ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظر د y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي څرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.

نظر y محور ته انعکاس $(-x, y)$	نظر x محورته انعکاس $(x, -y)$	ټکی (x, y)
$A''(-2, 0)$	$A'(2, 0)$	$A(2, 0)$
$B''(-6, 2)$	$B'(6, -2)$	$B(6, 2)$
$C''(-5, 4)$	$C'(5, -4)$	$C(5, 4)$
$D''(-1, 2)$	$D'(1, -2)$	$D(1, 2)$



د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتنې

1- که $(A(3,1)$, $B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياځيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ.

$a: R_1(x, y) = (-x, y)$ $b: R_2(x, y) = (x, -y)$

$c: R_3(x, y) = (y, x)$ $d: R_4(x, y) = (-y, -x)$

2- که چيرې $A(0,2)$, $(B(-5,0)$, $C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x, -y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

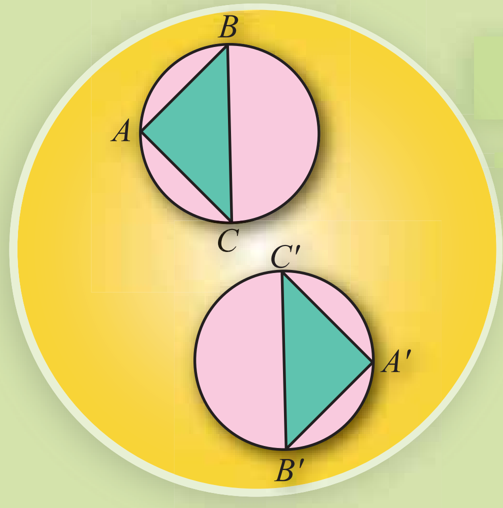
۳- د $(A(1,4)$, $B(3,-2)$ او $C(5,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصوير ياځيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

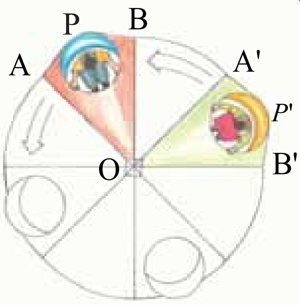
دوران
Rotations



په مخامخ شـکل کې د $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث په مسـتوي کې حرکت کړی او د $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بیلابیل ځایونه رانښیي.



- د شکل څخه لیدل کېږي چې A د 'A تکی متناظر او 'B د B تکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکۍ په لومړي ځای یوټکی وټاکئ اوهغه په P ونوموئ.
- د P ټکی متناظر ټکی د څوکې په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه 'p ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

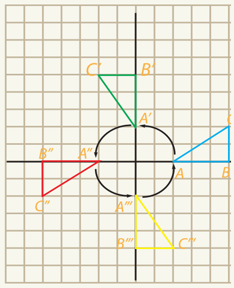
د پورتنی فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدونې په عنوان داسې تعریفوو:

که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایي.

مثال: د $A(2,0), B(5,0)$ او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث او د هغه څیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

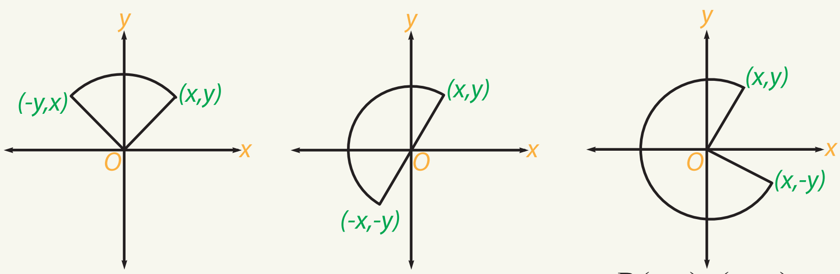
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:



تکی	خیره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

د شکل ځخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.



R(x,y)=(-y,x)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 90°

R(x,y)=(-x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 180°

R(x,y)=(x,-y)
د دوران مرکز (0,0)
د دوارن زاویه 270°

پوښتنې

1- که $A(0,0)$، $B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعگانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2)$, $B(7,2)$, $C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع گانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دريم څپرکي لنډيز

- په يوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محورونه يوبل عموداً پرې کړي د وضيعه کمياتو د سيستم په نامه ياديږي.
- د وضيعه کمياتو په سيستم کې افقي محورته د فاصلې يا واټن محور اوعمودي محورته د ترتيب محور اود پريکړې ټکي ته يې مبدا وايي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړيکې څخه لاسته راځي.
- د يوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې دy مختصه يې صفروي د منځ د ټکی مختصات يې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه يې صفر وي د منځ د ټکي مختصات يې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

د هرې مستقيمې کرښې ميل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقيم خط ميل په هغه زاويه پورې اړه لري چې مستقيم يې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقيم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاويه جوړه کړي ميل يې مثبت او که منفرجه زاويه جوړه کړي ميل يې منفی دی.
- موازی مستقيمونه د مساوي ميلونو لرونکي دي.
- هر مستقيم خط چې له x محور سره موازي وي ميل يې صفر او هر مستقيم خط چې پر x محور عمود وي ميل نه دی تعريف شوی.
- دوه مستقيم خطونه هغه وخت يو پربل عمود دي چې د ميلونو د ضرب حاصل يې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په يوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط ميلونه يې سره مساوي وي.
- د وضيعه کمياتو په مستوي کې د يوه ټکي هغه اړيکه چې يوازې او يوازې يوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي يوه ليږدونه ياتغير مکان بلل کيږي.
- که چيرې د يوه شکل ټولو ټکو ته په يوه ټاکلي جهت او يوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وايي.
- که يوشکل په يوه مستوي کې د يو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاويې په اندازه دوران وکړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي پوښتنې

ټول ټکي یې په عین زاویه دوران کوي دې حرکت ته دوران وایي.

- په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دی صحیح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د میلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d) منفي یو دی.

2- د مستقیمي کرښې معادله چې د y محور سره یې د پرېکړې ټکی او میل یې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي یې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ c) $\frac{y_2 - y_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځني ټکي مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

۵- د $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دووټکو د منځني ټکي مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د یوه ټکي او د وضیعه کمیاتو د مبدآ ترمنځ واټن یافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د یو مستقیمي کرښې میل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقیمونه هغه وخت یو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو میلونه سره مساوي وي. b: میلونه ئې مساوي نه وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

c: د میلونو د ضرب حاصل يې منفي يو وي.　　　d: ټول ځوابونه سم دی.

- خالي ځايونه په مناسبوکلماتو ډك کړئ.

۱- د وضيعه کمياتو په سيستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وايي.

۲- په دويمه ناحيه کې هغه ټکي پراته دي چې x يې .... او y يې .... دی.

۳- په دريمه ناحيه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقيم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاويه جوړه کړي ميل يې .... دی.

٥- دوه موازي مستقيمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقيم ميل .... دی.

۷- درې ټکي هغه وخت په يوه مستقيمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

۸- که د دووکرښو ميلونه يوبل سره مساوي نه وي دا کرښې .... دی.

- لاندې جملې کومې سمې اوکومې يې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توري اود ناسمې په مخ کې د(ن) توري وليکئ.

1- (　) که د وضيعه کمياتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره يوازې او يوازې يوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کيږي.

2- (　) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په يوه ټکي داسې تبديل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر يوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وايي.

-3 (　) د $T(x,y)=(-x,y)$ بدلون نسبت y محورته يوانعکاس دی.

-4 (　) د $T(x,y)=(x,-y)$ بدلون نسبت x محورته يو انعکاس دی.

-5 (　) د $T(x,y)=(y,x)$ بدلون نسبت $y=x$ مستقيم ته يوانعکاس دی.

-6 (　) انتقال هغه تغيرمکان ياليږدونه دی چې په هغه کې د واټونو يا فاصلو جهت اود زاويو پراخوالی ثابت پاتې شي.

-7 (　) که په مستوي کې يوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاويې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عين زاويه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1:\ (0,1)$ $\quad 2:\ (2,3)$ $\quad 3:\ (0,-4)$ $\quad 4:\ (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1:\ (0,9),(-5,4)$ $\quad 2:\ (4,1),(3,-2)$ $\quad 3:\ (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1:\ (0,9)\ ,\ (-4,-1)\ ,\ (3,2)$ $\qquad 2:\ (3,-2)\ ,\ (-2,3)\ ,\ (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1:\ (0,4)\ ,\ (3,-2)\ ,\ (-2,8)$ $\qquad 2:\ (1,2)\ ,\ (-3,10)\ ,\ (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1:\ (2,3)\ ,\ m=-\frac{1}{2}$ $\quad 2:\ (-4,1)\ ,\ m=-\frac{2}{3}$ $\quad 3:\ (-1,-4)\ ,\ m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9)$, $(4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعګانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمايي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوځخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي څخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0), B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3,x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاځیره رسم کړئ.

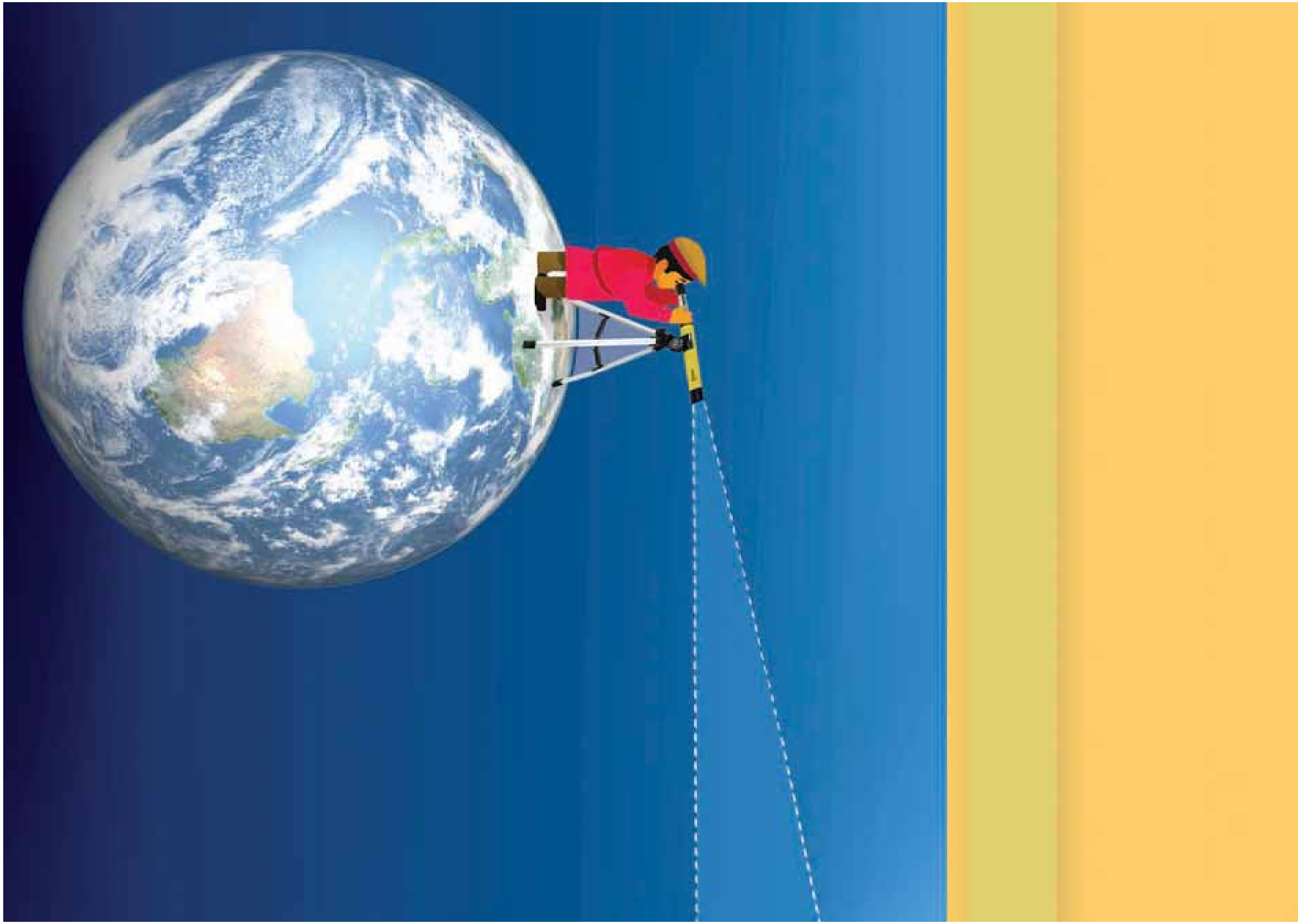
ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3,y-3)$ تصویر یا ځیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

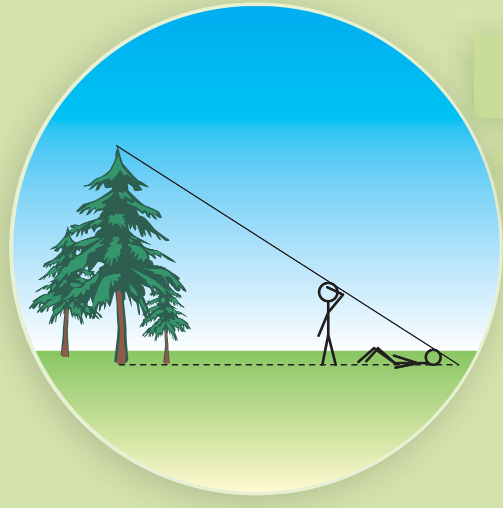
څلورم څپرکی

مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library



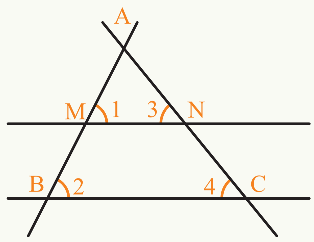
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



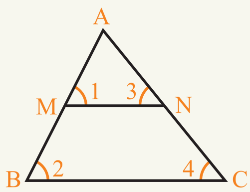
$\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} = \frac{\quad}{\quad}$, $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\quad}{\quad}$, $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\quad}{\quad}$

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$, $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$ او $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعي یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\left.\begin{array}{ll} \hat{1} = \hat{2}\ldots\ldots & \text{متوافقه} \\ \hat{3} = \hat{4}\ldots\ldots & \text{متوافقه} \\ \hat{A} = \hat{A}\ldots\ldots & \text{مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې که $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{x}{3}$$

$$x=2$$

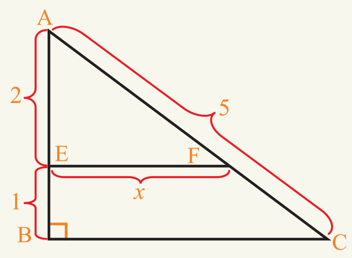
$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

$$AC^2=BC^2+AB^2$$

$$5^2=BC^2+3^2$$

$$BC^2=25-16=9$$

$$\boxed{BC=3}$$

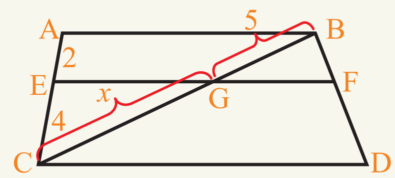


دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.

$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \quad \text{یا} \quad \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$

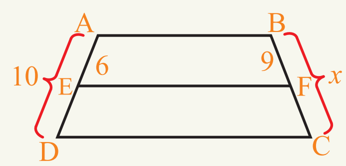
$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$

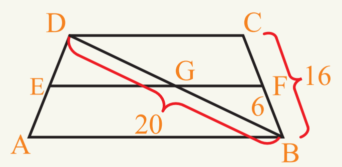
$$x=10$$



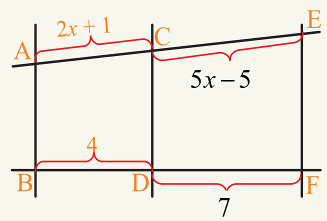
پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.



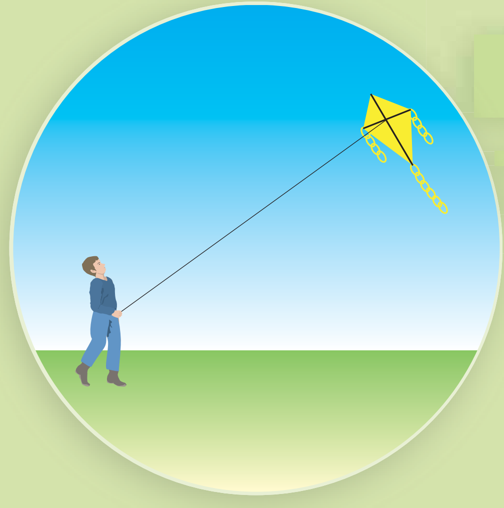


2- په لاندې شکل کې چې که $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

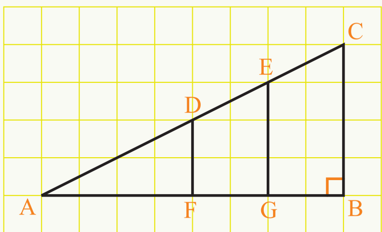
د يوې حاده زاويې ساين



که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟

فعاليت

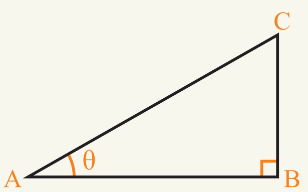
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پريکړې ټکي يې په وار سره F او G نوموو.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ دېوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅيرئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کيږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پريږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پېښيږي؟ وې څيړئ؟

تعريف

په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ځنډې يـا ضلعـې او ږدوالی دوتر پر اوږدوالی تل مسـاوي له يو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کيږي.

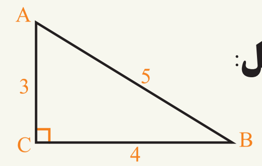


$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

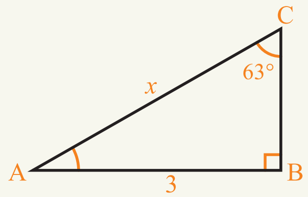
حل:



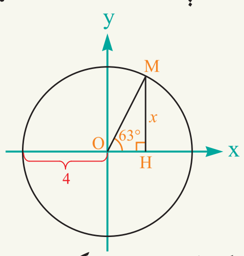
$$\sin A=\frac{\text{د } A \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}=\frac{\overline{BC}}{AB}=\frac{4}{5}\Rightarrow \sin\hat{A}=0.8$$

$$\sin B=\frac{\text{د } B \text{ زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}=0.6$$

دویم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پیدا کړئ.



شکل (الف)



شکل (ب)

حل:

د الف جزء: د يوې حادې زاويې د تعريف څخه په ګټه اخيستنه کولای شو وليکو چې:

$$\sin 63^{\circ}=\frac{AB}{AC}$$

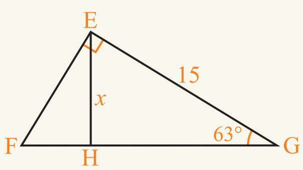
$$0.891=\frac{3}{x}\Rightarrow x=\frac{3}{0.891}\quad\Rightarrow\quad x\approx 3.37$$

د ب جزء:

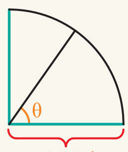
$$\sin 63^{\circ}=\frac{MH}{OM}$$

$$0.891=\frac{x}{4}\Rightarrow x\approx 3.56$$

پوښتنې



1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.



2- د دایرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونیسئ.

الف: که د θ زاویه لویه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاویه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاویه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

3- د $80^o,40^o$ او 65^o زاويې په وار سره رسم او بيا په هره زاويه يو قايم الزاويه مثلث کې رسم کړئ د کرښې يا خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پيدا کړئ او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

4- يو متساوي الساقين مثلث چې قاعده يې 8 واحده او $\hat{B}=54^{\circ}$ وي رسم کړئ که يوه څنډه يا ضلعه يې 5 واحده وي د B زاويې Sin ساين پيدا کړئ.

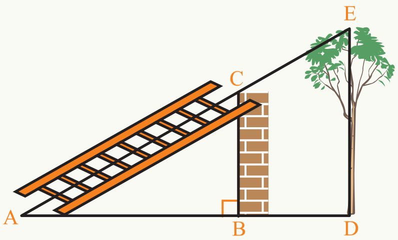
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې کوساين

ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده. يو زده کوونکی غواړي و پوهېږي چې ونه له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوئ؟

فعاليت

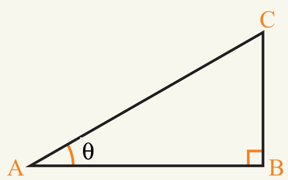


- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی.

$$\frac{AB}{AC}=\frac{....}{AE}$$

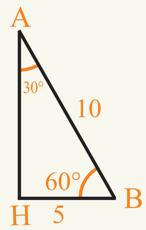
په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډي يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\cos\theta\ \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$$



مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^\circ$ وي وښيئ چې $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

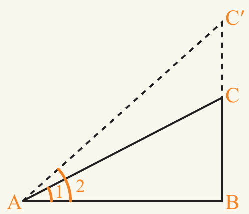
$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتني

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟
د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

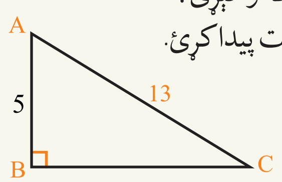


- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

$\overline{AC'}$		$\overline{AC}$
$\cos A_2$		$\cos A_1$

2- د 30^o, 45^o او 60^o زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړیکه وڅیړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا څنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

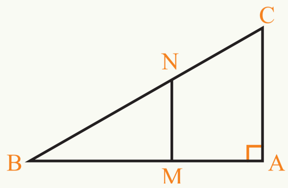
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

يو زده کوونکی د بيرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوئ چې د بيرغ د ميلې اوږدوالی
څنګه پيدا کړئ؟

فعالیت

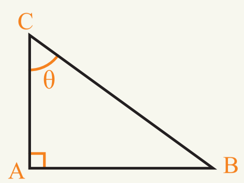
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاويه يې قايمه ده د $\hat{B}$ زاويې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونيسئ چې د $\overline{MN}$ توږه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نيولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا د ځنډو له مخې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو يا له مخې د $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخيستنه او داضلاعو يا ځنډو له مخې $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ وليکئ.
د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.
- سوچ وکړئ که چيرې $\frac{CosB}{SinB}$ پيدا کړو نو دا نسبت د مخامخ ځنډو يا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري يا يوازې د زاويې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړی پايله: په يوه قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاويې د ګاونډي ضلعې د اوږدوالي نسبت يو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاويې تانجنت) په نامه ياديږي.

$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\overline{AC}\ \text{د}\ \hat{\theta}\ \text{زاويې د ګاونډې ضلعې اوږدوالی}}$$

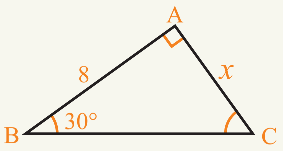


دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې دګاونډي یا مجاورې ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ خنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وایي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی د $\tan 30°$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

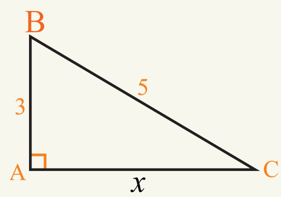


حل: د tanθ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30° = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30° = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

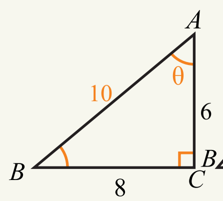
$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

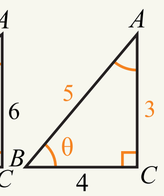
$$\sin C = \frac{3}{5} \qquad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې

1- په مخامخ شکلونو کې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.



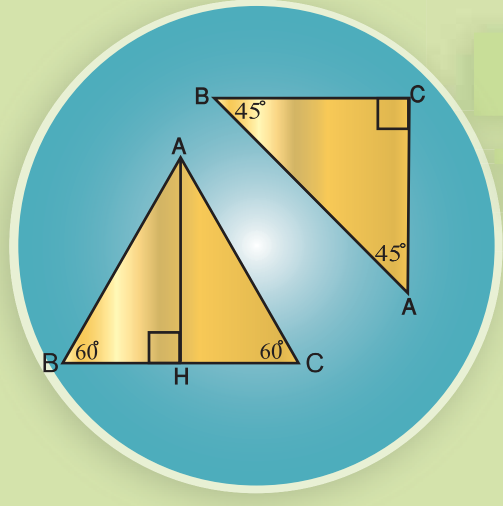


2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاویو مثلثاتي نسبتونه (30°، 60°، 45° او 90°)



مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالی یې وټاکئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع یا جګوالی رسم کړئ، په دې ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګرتیاوې لري.
- د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د جګوالی یا ارتفاع اوږدوالی یا د مثلث جګوالی پیدا کړئ.
- ایا کولای شئ چې د 30^o او 60^o زاویو مثلثاتي نسبتونو عددي قیمت پیدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الساقین، قایم الزاویه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې یا څنډې اوږدوالی یې یو واحدوي.
- هره حاده زاویه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه یې حساب کړئ.
- د 45^o زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعالیت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاویې / مثلثاتي نسبتونه	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	نا ټاکلی (نا معین)

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطوکې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ$ 2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ$

3) $\tan 60^\circ - \sin 30^\circ = ?$ 4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ$

5) $\tan 45^\circ - \sin 45^\circ = ?$ 6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکوکې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x = \sin 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y = \cos 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x = \tan 60^\circ - \sin 30^\circ = \sqrt{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

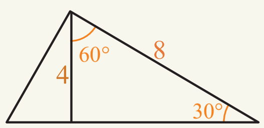
4) $y = \tan 30^\circ - \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

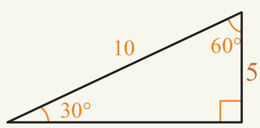
5) $x = \tan 45^\circ - \sin 45^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

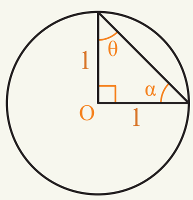
6) $y = \tan 30^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونوکې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



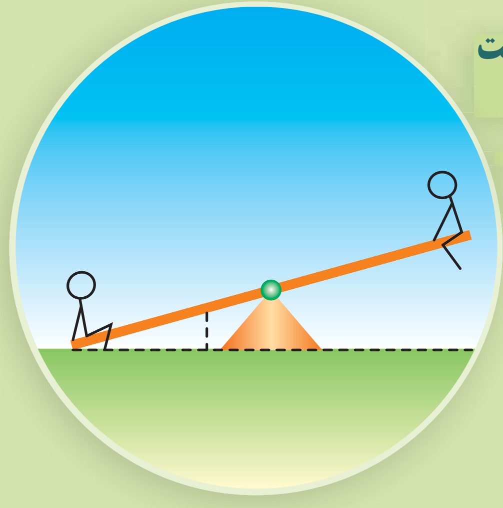




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مستقیم خط د میل او تانجنت اړیکه



د رافعې میل ښــې یاکیڼــې خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعالیت

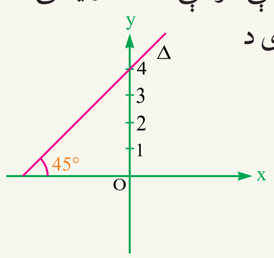
- د $B(0,0), C(1,0)$ او $A(1,3)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وښیئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل ولیکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقیمې کرښې د میل سره څه اړیکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقیم دوه اختیاري ټکي په پام کې ونیسئ، د دې ټکو په لرلوسره د مستقیمې کرښې میل پیداکړئ. ایا د $\tan B$ د مستقیمې کرښې د میل برابرې لیدل کیږي؟

د پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې د هغې مستقیمې کرښې میل چې د x له محور سره حاده زاویه جوړوي، د هغې زاویې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره یې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقیمه کرښه د y محور په 4 کې پرېکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقیمې کرښې معادله ولیکئ.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقیمې کرښې میل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^o \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقيمي کرښې په معادله کې د مستقيمي کرښې ميل، د ميل زاويه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقيمي کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته يې ميل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پيدا کولای شو.

$$\sqrt{3}\,y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}\,y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ايا کولای شئ د فيثاغورث د قضيې او مثلثات ترمنځ اړيکه پيدا کړئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو قايم الزاويه مثلث چې قايمې جوړونکې ضلعې يې 6 او 8 دي رسم او قايمه زاويه يې په A وښيئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه وليکئ څه پايله ترې اخلئ.

د پورتني فعاليت څخه ښکاري چې د يوې حاده زاويې د ساين او کوساين د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځيني وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاويې په ساين پورې اړه لري نه په زاويه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقيمي کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاويه جوړه کړي او د y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې ميل، د ميل زاويه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پيدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

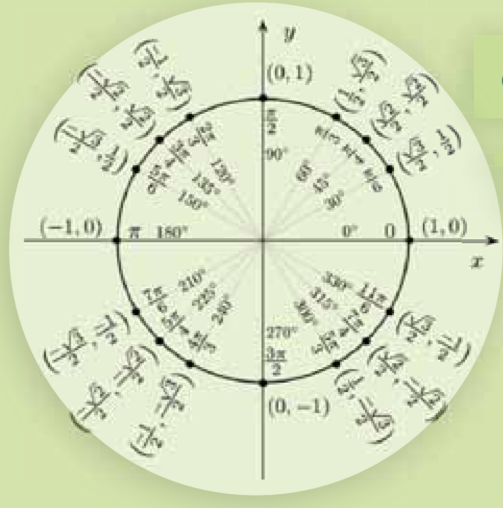
b) $1 + \left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نوموړو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعاليت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالى يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنى فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:

د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أسانی سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونې وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کی د θ او $(\theta-)$ او $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو څخه گټه اخيستل شوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی جدول

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	**90°** 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	**89°** 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	**88°** 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	**87°** 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	**86°** 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	**85°** 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	84° 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83° 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82° 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81° 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	80° 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79° 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښیي؟
- د جدول دکیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړی او وروستی کرښه څه را ښیي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنی وي هغه د جدول کینه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنی وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښي خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنی پرته لیکه یا سطر کې پیداکوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیداکړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیداکوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د $0,8646$ عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ?\qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0,8646 \ (\cos)$$

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړي ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیداکوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د $(0,9959)$ عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ?\qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50' \ (\sin)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاویو مثلثاتي نسبتونه چې توپیر یې لس دقیقې وي راښیي د هرې زاویې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طریقه بیان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طریقه د انټرپولیشن Interpolation په نامه یادیږي او په لاندې مثالونو کې یې ترې کار اخلو:

دریم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاویې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاویې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاویو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاویې مثلثاتي نسبت داسې پیداکوو:

$$\left.\begin{matrix}\tan 42^\circ 40' \\ \tan 42^\circ 35' \end{matrix}\right]5 \quad \left.\begin{matrix} = 0,9217] \; x \\ 10 = \quad x \\ \tan 42^\circ 30' = 0,9163 \end{matrix}\right] 0,0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپیر		د دو زاویو توپیر
0.00054	:	10'
x	:	5'

لیدل کیږي چې د لومړۍ او دویمې زاویې فرق 5 او د لومړۍ او دریمې زاویې فرق 10 په همدې ترتیب سره د tan فرق یې x او 0,0054 دی یعنې که زاویه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan یې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاویه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته لیکو:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{0,0054} \Rightarrow x = 0,0027$$

د x قیمت د کوچنۍ زاویو له tan سره جمع کوو:

$$0,9163 + 0,0027 = 0,9190$$

$$\tan 42^\circ 35' = 0,9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخیستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha = 35^\circ 20'$ او $\alpha = 75^\circ 10'$ زاویو پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د قايم الزاويه مثلثونو حل

مخامخ شكل ته پام وكړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پيداکولی شئ.

فعاليت

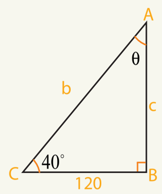
- كه ديوه قايم الزاويه مثلث يوه زاويه $30^\circ\ 40'$ وي بله زاويه يې پيدا كړئ.
- كه د يوه قايم الزاويه مثلث يوه زاويه 29° او وتر يې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پيدا كړئ.
- كه د قايم الزاويه مثلث دوې ضلعې يا يوه ضلعه او يوه حاده زاويه يې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پيداكولای شو.

د پورتني فعاليت پايله داسې بيانوو:

په هر قايم الزاويه مثلث كې كه يوه حاده زاويه يا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: ديوه قايمه الزاويه مثلث يوه حاده زاويه 40° كه ددې زاويې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل كړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث يوه زاويه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90^\circ - \hat{c} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

2, $\tan 40^\circ = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120 \tan 40^\circ = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40^\circ = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40^\circ} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

دويم مثال: د يوه قايمه الزاويه مثلث وتر $49.7cm$ او يوه قايمه ضلعه يې $25cm$ وي نومورې مثلث حل کړئ.

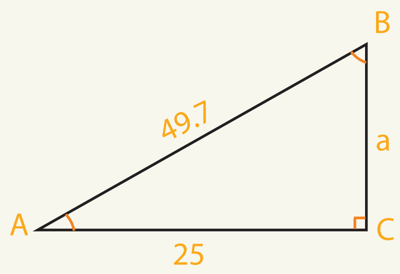
حل: ليدل کيږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر يې داسې پيدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49,7} = 0,503$$

$$\cos\hat{A} = 0,503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59,8° = 59°,48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59,8° = 30,2° = 30°12'$$

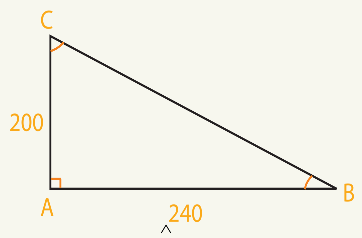
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A} \cdot 25 = 25 \cdot 1,7182 = 43$$



پوښتنې

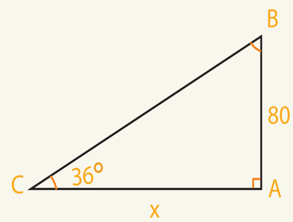
1 - د يوه قايمه الزاويه مثلث يوه حاده زاويه $38° \ 50'$ او د دې زاويې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو مورې مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.



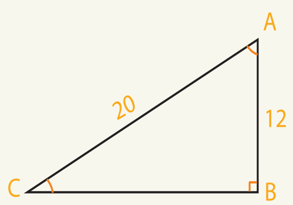
$\hat{B} = ?$

$\overline{BC} = ?$



$x = ?$

$\hat{B} = ?$



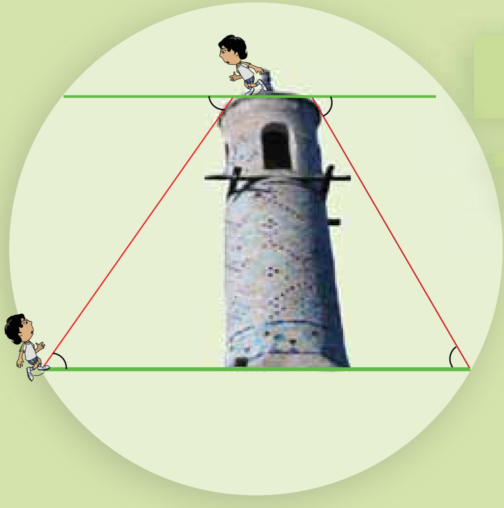
$x = ?$

$\hat{A} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه

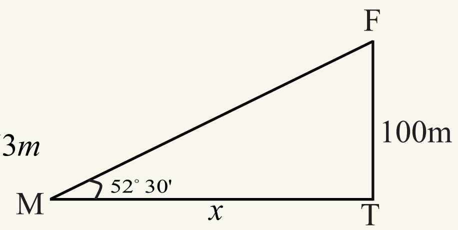
β P_1

د لید کرښه

α

P_2 د افق کرښه

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52° 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږ دوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالی یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2} m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120 f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړی(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړی له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3,7 = 444 ft$$

پوښتنې

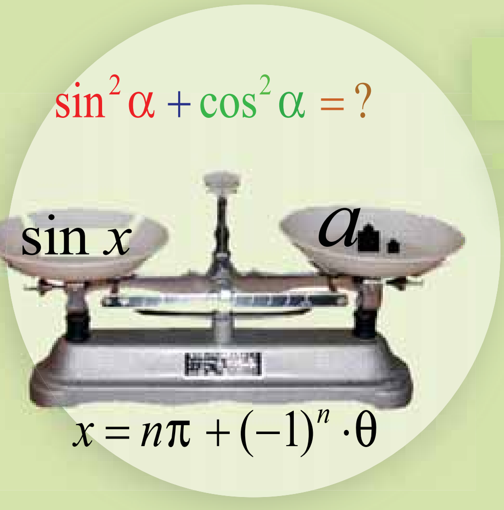
1- د هغه ونې ارتفاع پیدا کړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75 ft$ ونې ته نږدی شي.

2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20 ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتی معادلې

مخامخ مثلثاتي اړیکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهیږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅیړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاځو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاوېې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه یې

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta\ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta\ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قيمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قيمت په لاس راوړو.

3- ځرنګه چې مثلثاتي معادلې پريوديک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاويو د فورمولونو په مرسته چې يوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پيدا کړئ.

$$2\sin x - \sqrt{2} = 0 \qquad\qquad \cos x + \frac{1}{2} = 1$$

$$2\sin x = \sqrt{2} \qquad\qquad \cos x = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad\qquad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \qquad\qquad x = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$x = n\pi + (-1)^2 (\frac{\pi}{4}) \qquad\qquad x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ \sqrt{3}\cot x - 1 = 0 \qquad b)\ 2\sin 3x + \sqrt{3} = 0 \qquad c)\ 2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډیز

- مثلثات له دوو یوناني کلمو څخه چې ټرایګون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړیکي څیړي.
- که په یوه ضلعه د مثلث یوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضیه د تالس د قضیې په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاویې د ساین sine په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د ګاونډي یا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاویې د کوساین cosine په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د مخامخ څنډې یا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې یا مجاورې څنډې یا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاویې د تانجنت tangent په نامه یادیږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاویې د $\tan\theta$ په نامه یادیږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د حاده زاویې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاویې د cot په نامه یادیږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاویه لکه(α)چې مستقیمه کرښه یې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د میل زاویې په نامه یادیږي او د دې کرښې میل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړیکه ربښتیاده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاویې معنا نلري.
- د $y = mx + b$ ، m معادله کې، m دهغه زاویې تانجنت دی چې مستقیمه کرښه یې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاويې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$ c) $\dfrac{\text{د حاده زاويې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاويې دګاونډې (مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$ d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړې او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هيڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو بیانونو ډک کړئ.

1- په یوه قایم الزاویه مثلث کې د دوو نورو حاده زاویو مجموعه .... ده.

2- که د یوه متساوي الضلاع مثلث یوه ځنډه $10cm$ وي جګوالی یې.............. دی.

3- دیو حاده زاویې ساین عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو.............. او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دي.

• د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري ولیکئ.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ یو بل سره مساوي دي.

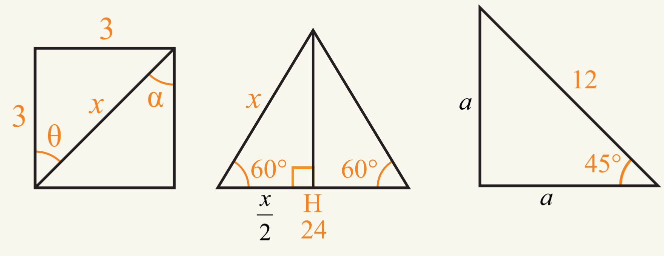
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادله کې د دې کرښې میل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

• لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاویو مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.



2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

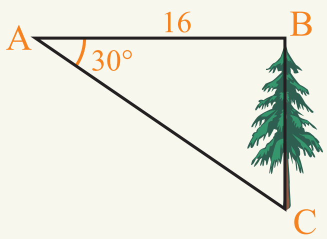
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چېرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$ ، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



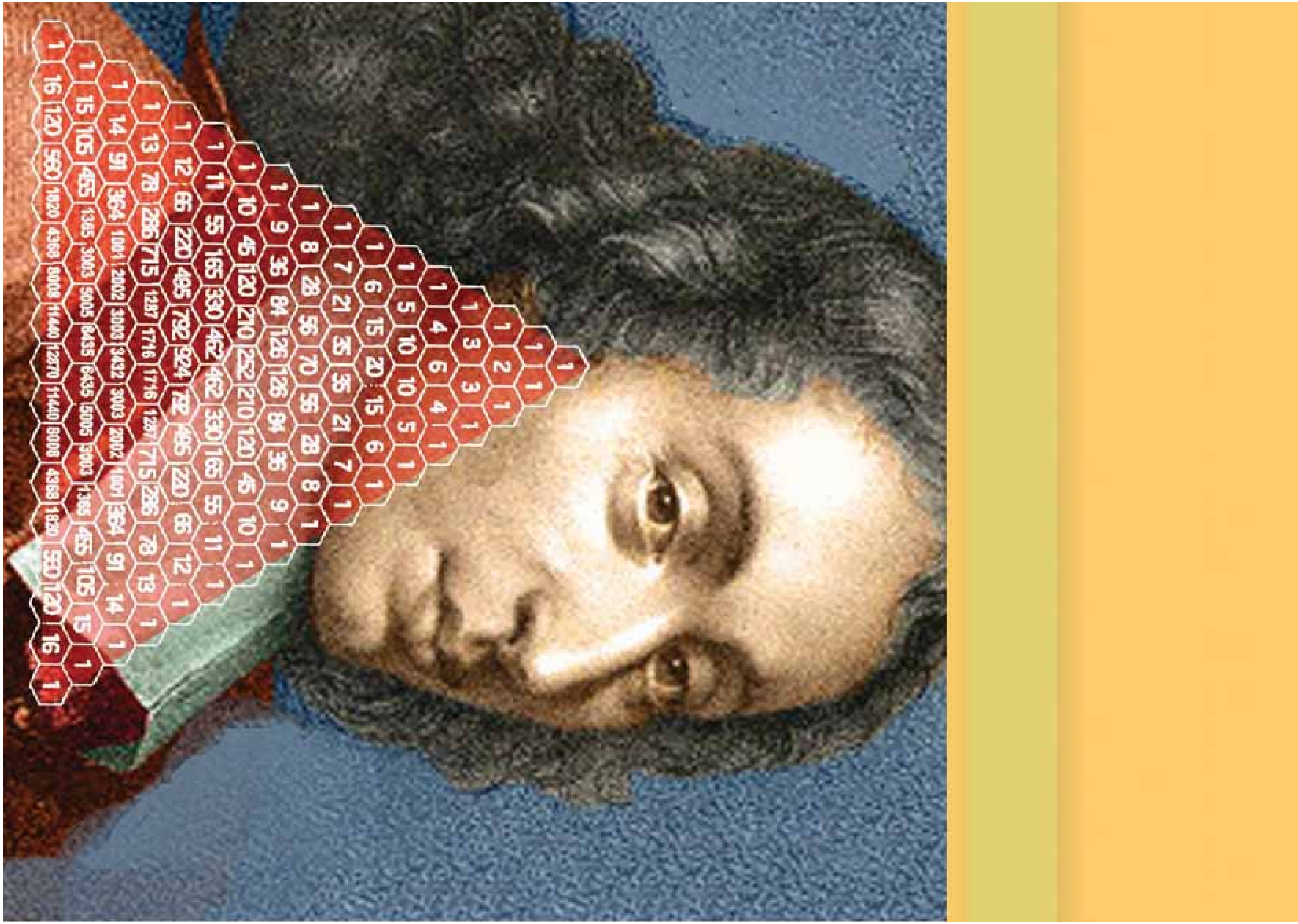
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

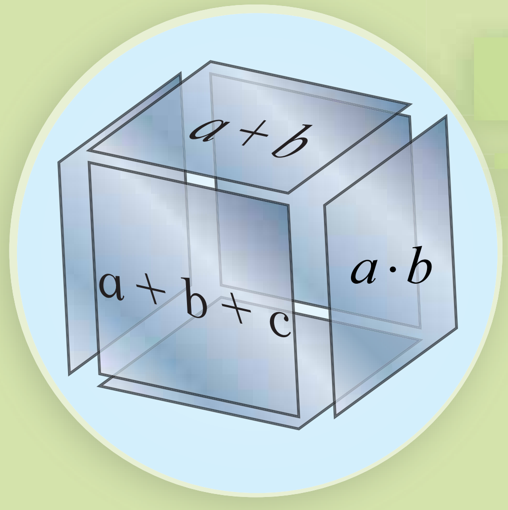
پنځم څپــــرکی

څو جمله يي

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادي



د مخامخ شکل په سطحو لیکل شویو الجبري افادو نومونه واخلئ.

فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونيسئ.

$a)\ 2x$ $b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $c)\ \sqrt{2}xym'$ $d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $f)\ 2xy^3$ $g)\ 3x^2$ $h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $b)\ 3x^2+6x^2$ $c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کېدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګڼئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتنی فعالیت څخه کولای شو ولیکوچې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده، (Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدونوولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا (Polinomila) په نامه یادیږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندې جدول بشپړکړئ.

الجبري افادې	مناسبې نومونې				درجه	
	څو حده	درې حده	دوه حده	يوه حده	نظر y ته	نظر x ته
$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$						
$3x^2-7x$			✓			2
$6x^2-4x-1$						
$0.4x^2y-2x^4+16y^2$						
$13x-2y^3+6x^3y$						
$3-5+x^2-y^3-2xy$						
$4x^2-2x+6x^2-5x$						

پوښتنې

1- لاندې الجبري افادې ساده او د هرې يوې درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

a) $x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$ b) $\sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

c) $-4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$ d) $4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندې الجبري افادې، څوجمله يي دي، دهرې يوې درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

a) $6x^2-4x-12xy^6-2x^5$ b) $8x^6-4xy^6-5x^2$

c) $6x^2y^6m^9$ d) $\sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

e) $3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$ f) $\frac{4m-2n}{2m-n}$

3- د B, A او C په افادوکې ورته حدود وښيي اوافادې ساده کړئ.

$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$

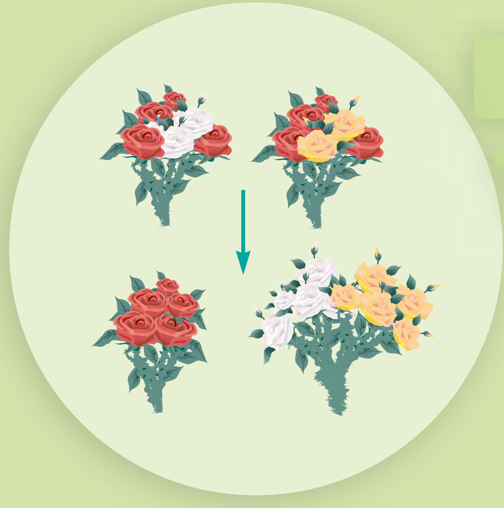
$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$

$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په فکټورونو تجزیه (فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غوټې ګلونه وینئ؟
کومې غوټې یو بل ته ورته دي؟ یوه غوټه څو ګلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځایونه ډک کړئ.

$$5x = (.......+......)x = ...x + ...x$$
$$6y = (......+......)y = ...y + ...y$$

- پاسنیو اړیکو کې له کومې ځانګړتیا څخه ګټه اخیستل شوې ده.
- د ښۍ اړخ عددي ضریبونه د کیڼ اړخ د متحولینو له ضریبونوسره څه اړیکه لري.

$$3x + 2x = (........+...........)x = ...x$$
$$ax + bx = (..........+..........)x = ...x$$

- ایا کولای شو چې $a+b$ ساده کړو؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کیږي چې:
د ځینو الجبري افادو په تجزیه کې کولای شو چې د ضرب توزیعي خاصیت څخه پرجمع باندې ګټه واخلو. د ګډعامل په پیژندلو سره په افاده کې کولای شو الجبري افادې تجزیه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ ab + ac - ad$ $\qquad b)\ x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\ \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\ 3xy - 6x^2$

حل: په راکړل شویو افادو کې لومړی په ټولو حدونو کې ګډ حد پیدا کوو او هغه د قوس مخکې لیکو وروسته ټول حدونه بیل بیل په جمله ویشو او حاصل یې دقوس په منځ کې لیکو:

a) $ab+ac-ad = a(b+c-d)$

b) $x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

c) $\frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

d) $3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دويم مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

a) $Ax+Bx+Ay+By$ b) x^2-4y^2+x+2y

c) $2x^2+2xy+3x+3y$ d) $2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبوو چې ورته حدونه ځنګ پر ځنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکوواوبیا يې تجزيه کوو.

a) $\underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$
$= x(A+B)+y(A+B)$
$= (A+B)(x+y)$

b) x^2-4y^2+x+2y
$=[x^2-(2y)^2]+(x+2y)$
$=(x-2y)(x+2y)+(x+2y)$
$=(x+2y)(x-2y+1)$

c) $2x^2+2xy+3x+3y$
$=2x(x+y)+3(x+y)$
$=(x+y)(2x+3)$

d) $2x+2y+2x+2y$
$=4x+4y$
$=4(x+y)$

پوښتنې

لاندې افادې تجزيه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$

2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$

4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$

6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$

8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$

10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

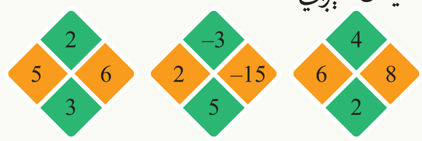
دالجبري افادوضرب چې یوه ګډه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab$$

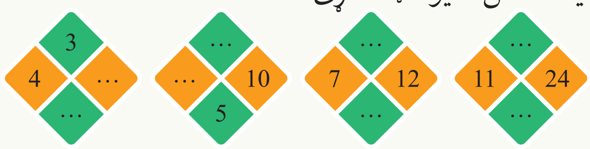
د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعې او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

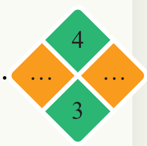
فعاليت

- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کيږي؟

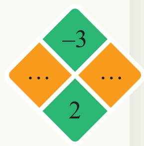


- ديورتنی اړيکې څخه په ګټه اخيستنه تش ځايونه ډک کړئ:



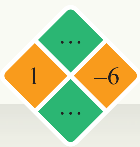


$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$

$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې یوه ګډه جمله و لري لیکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

که چیرې وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسې پیداکړوچې دضرب حاصل یې c اود جمع حاصل یې b شي، که دې اعدادوته m او n وویل شي، لروچې:

$$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$$

مثال: د لاندې افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

a) $(t-4)(t+5)$ b) $(a+3)(a+4)$ c) $(x-0.4)(x+0.2)$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ e) $x^2+12x+32$ f) x^2+4x+3

g) $x^2-3x-28$ h) x^2-5x+6

حل:

a) $(t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times5)=t^2+t-20$

b) $(a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times4)=a^2+7a+12$

c) $(x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times-2)=x^2-6x+8$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

e) $x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

f) $x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

g) $x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

h) $x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتنې

1- لاندې افادې تجزیه کړئ.

a) $x^2+7x+12$ b) m^2-6m-7

c) a^2+a-2 d) x^2-x-20

2- لاندې افادې ضرب کړئ.

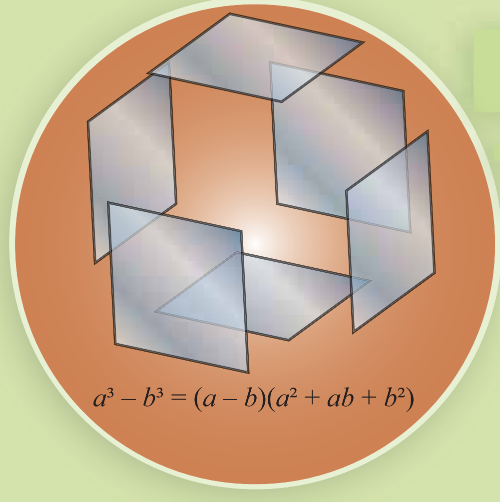
a) $(2x-1)(x+3)$ b) $(\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

c) $(a-3)(a+4)$ d) $(0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې ددې سطحو څخه که سره نږدې شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعالیت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	a^3+b^3	$(a+b)$	a^2-ab+b^2	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$
5	2				
4	1				
–3	2				
3	–2				
4	4				

- د دوو a^3+b^3 او $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ولاړو ليکو ترمنځ څه اړيکې ليدل کيږي؟
- ايا کولای شئ يوه ورته رابطه د a^3-b^3 لپاره وليکئ.

دپورتنۍ فعالیت څخه کولای شو دا پايله وليکو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښيو:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$$
$$=a^3-a^2b+ab^2+ba^2-ab^2+b^3$$
$$=a^3+b^3$$

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})} = 9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال: د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل: لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلې بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال: د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعې د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ۶ او ۸ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملوتجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډعوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

ددوو یاځو الجبري افادوکوچنی ګډ مضرب دپیداکولولپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملوتجزیه، وروسته هغه ګډعوامل چې تر ټولولوی توان لري د ناګډعواملو سره ضربووچې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچنی ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

لیدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل یې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه یادېږي.

دویم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پیدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times3(x-1)(x+1)$$

په پا یله که کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتنې

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره یې ساده کړئ.

1) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5x}\div\frac{3}{10x}$

2) $\frac{3x-1}{x^2+2x-15}-\frac{2}{x+5}$

3) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x+1}-\frac{4}{x^2-1}$

4) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x^3-1}+\frac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ویش

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

$a)\ \frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}\ ,\ x\neq 0\ \wedge\ y\neq 0$ $\qquad b)\ \frac{x^2-5x+6}{x-2}\ ,\ x\neq 2$

$c)\ \frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}\ ,\ x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام د کوم کار په پایله کې لاس ته راغلي دي؟

a)

$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & \overline{142} \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & \overline{x^2-4x-3} \\ -4x^2-11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x-6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې مووليې ویش دکيني خوا له لومړي رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

ليكل اوترتيبول د يوې الجبري افادې د کينږ لورې (خوا) نه ښي لورې (خوا) ته په ترتيب د لوېږ درجې څخه کوچنی درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددوالجبري افادو يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد وويشئ چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کړو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړي حد ويشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

۵- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونو ته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشئ.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \hline \underline{-\,x^3 \mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-\,3x^2 \mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x \pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \dfrac{x^3}{x}=x^2 \\ II-\quad \dfrac{3x^2}{x}=3x \\ III-\quad \dfrac{-5x}{x}=-5 \end{array}\right\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادې وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$\begin{array}{l|l} x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\ \underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\ \quad x^4+2x^3+x^2 & \\ \quad \underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\ \qquad 3x^3+5x^2-8x & \\ \qquad \underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\ \qquad\quad 8x^2+4x+4 & \\ \qquad\quad \underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\ \qquad\qquad 12x+36 & \end{array}$$

د تقسیم مراحل

$$\left.\begin{array}{l} I-\quad \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\ II-\quad \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\ III-\quad \dfrac{3x^3}{x^2}=\ 3x \\ IV-\quad \dfrac{8x^2}{x^2}=8 \end{array}\right\}$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څیړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36$$
$$=x^5-2x^3-8x+4$$

لیدل کېږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x+3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$\begin{array}{l|l} x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x+3 \\ \hline \underline{-x^4 \pm 3x^3} & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\ \quad -3x^3 + 2x^2 & \\ \quad \underline{\mp 3x^3 \mp 9x^2} & \\ \qquad 11x^2 - 3x & \\ \qquad \underline{\pm 11x^2 \pm 33x} & \\ \qquad\quad -36x + 1 & \\ \qquad\quad \underline{\mp 36x \mp 108} & \\ \qquad\qquad 109 & \end{array}$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عملیو سر ته رسولو ترتیب

که چیرې په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتیب سره افاده ساده کوو؟

فعالیت

- دلاندې افادو ساده کولو لپاره کومې عملیې سرته ورسوو. د عملیې د سرته رسولو ترتیب په شمیر سره ونوموئ.

$$3-2^4\times5+(16\div4)$$

$$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$$

$$3x^2-4x(2+x)$$

$$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$$

په پورتني فعالیت کې وموليدل چې دالجبري افادوعملیوپه ترتیب سره سرته رسول دعددونو قانون له ترتیب څخه پیروي کوي. دیوې الجبری افادې دساده کولو لپاره په ترتیب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

۲- د قوسونو لرلوسره لومړی هغه ساده کوو.

۳- په ترتیب سره له کین څخه ښي اړخ ته د ضرب اوویش عملیې سرته رسوو.

٤- په ترتیب سره له کین څخه ښي اړخ ته د جمع اوتفریق عملیې سرته رسوو.

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

$$1)\ \frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$$
$$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$$
$$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$$
$$=2m+\frac{51}{4}$$

$$2)\ 2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+x\times 5x$$
$$=2x-1+2x+4+5x^2$$
$$=4x+5x^2+3$$

فعاليت

• مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه وړلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ.
ديوکسردمخرج د جذرونو د منځه وړلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه ياديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 　　 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 　　 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتيب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، ورپسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د ويش، ضرب، جمع او تفريق عمليې له بنې څخه کيڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی لنډیز

- هغه الجبري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شوي وي دمونوم يا يو حده په نامه يادېږي لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي، لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، درې حده يا ترينوم بلل کېږي، لکه: ax^2+bx+c
- هغه الجبري افادې چې له څوحدونوڅخه جوړې شوې وي او د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وی څوحده يا پولينوم بلل کېږي لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکينې خوا څخه ښي خواته له لوی توان څخه کوچني ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلي وي دساده کولولپاره يې په ترتيب سره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه ورو وريسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د وېش، ضرب جمع او تفريق عمليې له کين څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

دپنځم څپرکي پوښتنې

- په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب يې وټاکئ.

1- د $2x^2 - \frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هيڅ يو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دويش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هيڅ يو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• تش ځایونه په مناسبو جملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده یوه .... حده درجه ....
... .افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربي عوامل .... .او. .... .دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ ویش حاصل عبارت له .... دی.

٤- $a^3+b^3=$ (. . . . .)(. . . . .)

۵- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

• په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری اوناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- ( ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادیږي.

۲- ( ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- ( ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- ( ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- ( ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی

غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

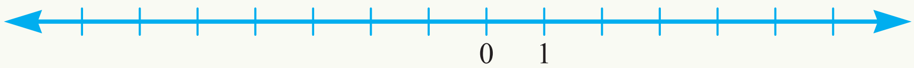
تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیې چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عدوونه دي($<, \leq, >, \geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي لکه: $4 > 5$, $2 < 3-$ ...

فعالیت

- د $3, \frac{-3}{2}, \sqrt{2}, 4-$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.



- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښې خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کیڼې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c درې حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a < b \ , b < c \quad \Rightarrow \quad a < c$$

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a<b$ وي نو د b,a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$a+c<b+c$$
$$a-c<b-c$$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $7>4$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b,a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

$$a<b \quad , \quad 0<c \Rightarrow ac<bc$$
$$a<b \quad , \quad c<0 \Rightarrow ac>bc$$
$$0<a<b \quad \Rightarrow \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$$

په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعني که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

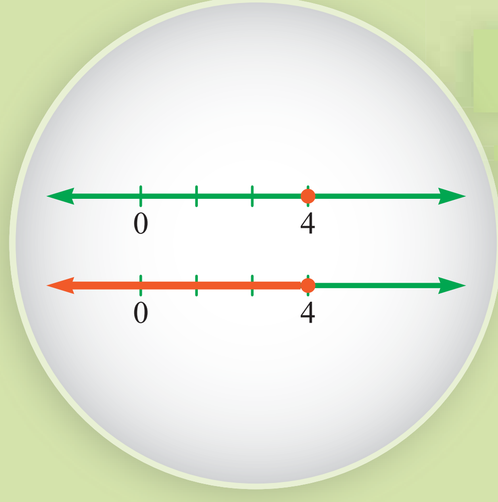
پوښتنې

د $9>-3$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅیړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجه خطي غیر مساوات حل



د $x = 4$ او $x \leq 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x + 3 = 7$ معادله، د x د کوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیدا کولای شئ چې په معادله کې ربتینوالي ولري؟
- د x د کوم عددي قیمت لپاره د $x + 3 < 7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتنی غیر مساوات صدق کوي.

د پورتني فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>$, $<$, $\leq$ او $\geq$) علامو په مرسته یو له بل سره اړیکي ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړی درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړی درجې نامساواتو بېلګه ده.

$$x + 3 < 0 \quad , \quad 2x - \frac{1}{3} > 3 - x$$

$$6x + 7 \leq 5 \quad , \quad \frac{x}{5} + \sqrt{2} \geq 12$$

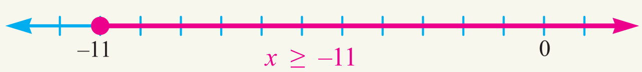
په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیداکولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښیئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د(-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د(-1) عدد تفریق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

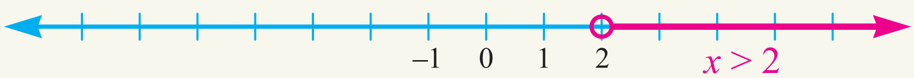
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(●) او دویم مثال کې د عددونو په محور 2 په(○) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غیرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقیقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه یو مجهوله یا خطي غیرمساوات بلل کیږي.

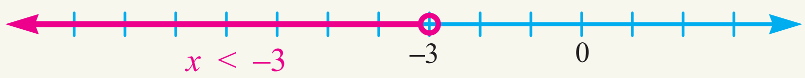
د غیرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نیسو:

- د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره معلوم یو اړخ او مجهول د غیرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قیمت دپیدا کولو لپاره د غیرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضریب د غیرمساوات د خواصو په پام کې نیولو سره وېشو.

دریم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

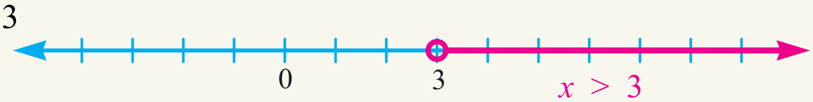
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$
$$2x < -6$$
$$x < -\frac{6}{2}$$
$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غیرمساوات حل کړئ.

$$x + 5 < 3x - 1$$
$$x - 3x < -1 - 5$$
$$-2x < -6$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$
$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

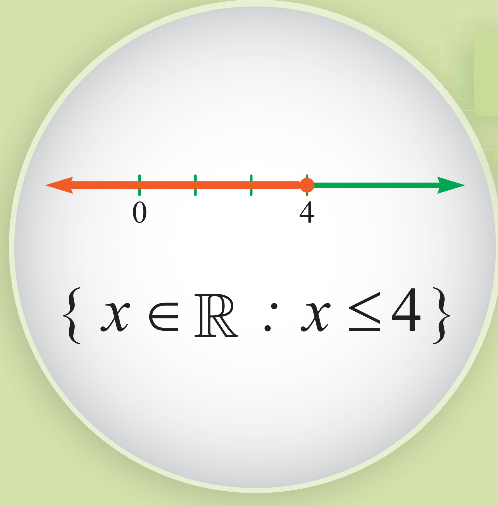
$i)\ 5x + 6 > 0$

2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

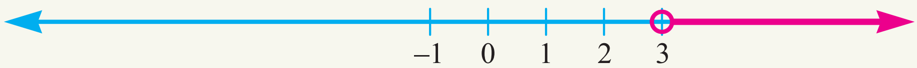
فاصلې (انټروالونه)



د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دهغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وايي.

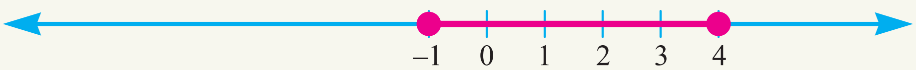
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 ځخه لوی وي په نوموړی نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د رياضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقيقي عددونه چې له دريو(3) ځخه لوی وي.



ليدل کېږي، چې د عددونو دا سيټ د عددونو د محور يوه برخه ده، چې په رياضي کې ورته واټن(فاصله) يا انټروال وايي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوی هغه فاصله(انټروال) ده، چې له -1 ځخه لوی يا ورسره مساوي او له 4 ځخه کوچنی يا ورسره مساوي دی.

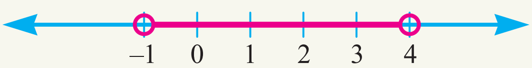


دا فاصله په $[-1,4]$ يا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پيل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن يا فاصلې ته تړلې فاصله وايي.

نو که په پورتني فاصله کې د -1 او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن يا فاصله وايي او په لاندې ډول يې ښودلای شو:

$(-1,4) = \{x \in IR : -1 < x < 4\}$

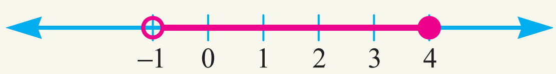


(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که د مخکنۍ فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وایي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR: -1 < x \le 4\}$



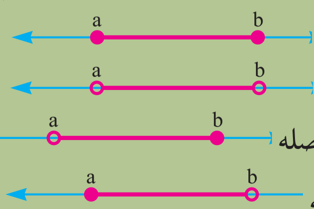
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \le b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x\in IR : a \le x \le b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$

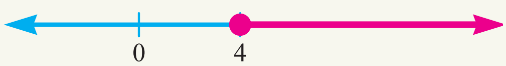
د a او b نیمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x\in IR : a < x \le b\}$

د a او b نیمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x\in IR : a \le x < b\}$



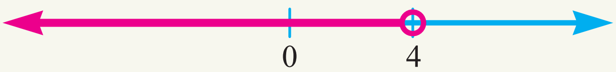
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x\in IR : 4 \le x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچنی وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR: 4 > x\} = (-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه $(a,\infty)=\{x\in IR : a < x\}$

د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه $[a,\infty)=\{x\in IR : a \le x\}$

د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x\in IR : x < a\}$

د a څخه کوچنی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x\in IR : x \le a\}$

پوښتنې

1- لاندې انټروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

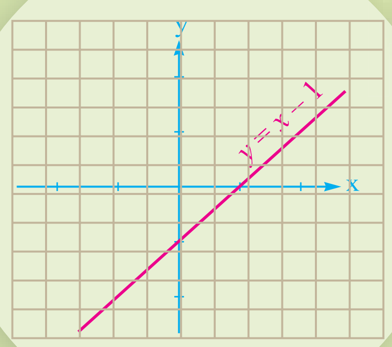
1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

2- لاندې سټونه د انټروال په ډول ولیکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \le x \le 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \le x < 4\}$

د لومړۍ درجې دوه حده (بينوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x د کوم قيمت لپاره د $y = x - 1$ مستقيم خط د x د محور څخه د پاسه او د x د کوم قيمت لپاره مستقيم خط د x محور نه لاندې پروت وي.

فعاليت

- د $2x-4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قيمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قيمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قيمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعاليت رياضي بيان په لاندې ډول په جدول کې لىلوو:

x	$x<2$	2	$x>2$
$2x-4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې ليدل کيږي چې د $2x-4$ بينوم په $x=2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قيمتونو لپاره چې له 2 نه کوچنې وي منفي علامه او په هغو قيمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بينوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بينوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قيمت پيداکوو چې بينوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x+3=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x=-3 \quad \Rightarrow \quad x=6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad \Rightarrow \quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad \Rightarrow \quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0$ – 1

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0$ – 2

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحليل او ټاکل

$$\frac{?}{?} = +$$

$$\frac{?}{?} = -$$

د a ، b حقيقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعاليت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونيسئ.
- پورتني افاده په کوم حالت کې مثبت کيږي.
- پورتني افاده په کوم حالت کې منفي کيږي.
- د x په کوم قيمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ايا کولای شئ په نوموړي افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړي افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړي کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ويش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهيږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بينوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قيمت پيدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پايله کې د $x<1$ څخه بينوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بينوم د مخرج علامه مثبت ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پاملرنه وکړی په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	$-$	0	$+$		$+$
$2x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{3x+5}{2x-2}$	$+$	0	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$$-x+3=0 \quad \Rightarrow x=3$$

$$x=0$$

x		0		3	
$-x+3$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{-x+3}{x}$	$-$	نه دی تعریف شوی	$+$	0	$-$

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

$a)\ \frac{-x+1}{5+x}$ $\qquad b)\ \frac{x}{x+1}$ $\qquad c)\ \frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$
$y < 0$?

د x پـه کـوم قیمت سـره د مخامخ کسـري افـاده مثبـت او د x پـه کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتنی نامساوي د رښتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتنی فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتنی فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$
$$4+2x=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له(-2) ($x<-2$) او له(2) ($x>2$) وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو څخه چې له(-2) څخه لوی او له(2) کوچنی ($-2<x<2$) وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R\ :x<-2\}\cup\{x\in R\ :x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري ناماسوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راوړو.

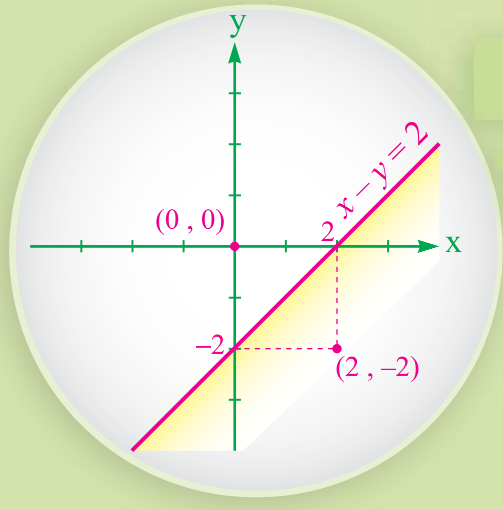
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.

فعالیت

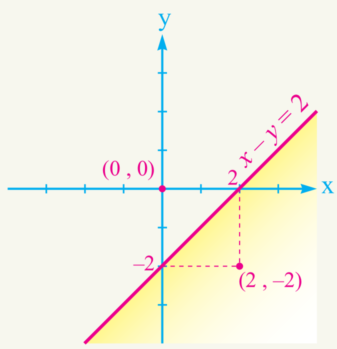
- د (x,y) مرتبې جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیدا کولای شئ چې په پورتنی غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیدا کړئ چې په پورتنی غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.

د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیدا کړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کیږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهېږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.

د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

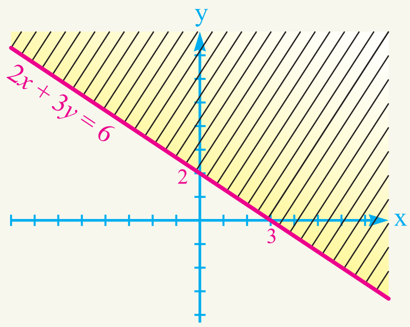
نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.

د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې تورو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.

پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅیړئ.

دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.

حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$ 2) $2y<3x$ 3) $x+y>0$

4) $2x-6y\geq 8x+4y$ 5) $x+y<0$ 6) $5x-3y<-1$

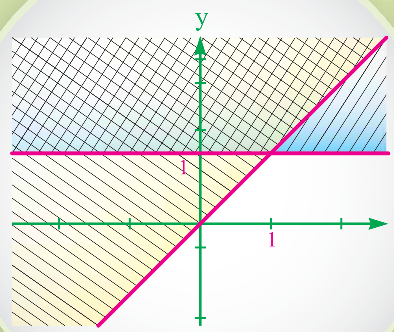
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

ایا کولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښیي.

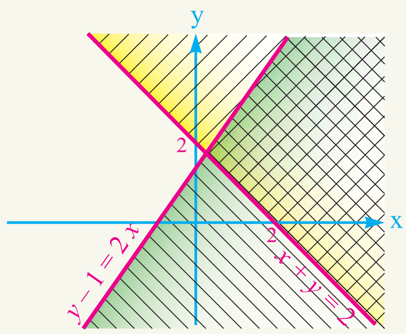


د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دي د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.

هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:

لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.

هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

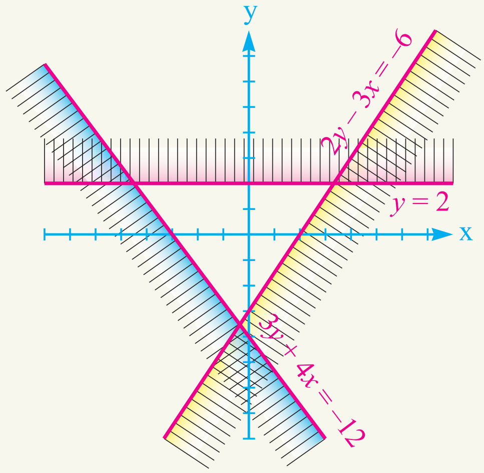
مثال: د لاندي غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعني:

$2y-3x=-6$, $y-2=0$ او $3y+4x=-12$

د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نوموړو قیمتونو په مرسته یې گراف په مخامخ بڼه رسموو .



وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دي توري شوي ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتني

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

د شپږم څپرکي لنډیز

- که چیرې عددونه د دې علامو ($<, \leq, >, \geq$) په مرسته یو له بل سره اړیکه ولري د غیرمساوات په نامه یادیږي.
- که د یوه غیرمساوات دواړو خواوو ته یو حقیقي عدد ور جمع یا تفریق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د یوه غیرمساوات دواړه خواوې په یوه مثبت حقیقي عدد د صفر خلاف ضرب یا تقسیم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د یوه غیرمساوات دواړه خواوې په یوه منفي حقیقي عدد د صفر خلاف ضرب یا وویشل شي د غیرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انتروال	$[a,b]=\{x\in IR : a \leq x \leq b\}$
خلاص انتروال	$(a,b)=\{x\in IR : a < x < b\}$
نیمه خلاص انتروال	$(a,b]=\{x\in IR : a < x \leq b\}$
نیمه تړلی انتروال	$[a,b)=\{x\in IR : a \leq x < b\}$

- د یوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ویش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3 \leq 5$ دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $\quad b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $\quad c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $\quad d)$

د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$ $\quad b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$

$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $\quad d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3>1$ نامساوات د حل سټ دی.

$a)\ [-2,\infty)$ $\quad b)\ (2,\infty)$ $\quad c)\ (1,\infty)$ $\quad d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ څخه وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $\quad b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $\quad c)\ -b<-a$ $\quad d)$ جواب های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

$a)\ (-3,3)$ $\quad b)\ (-\infty,3)$ $\quad c)\ (-3,\infty)$ $\quad d)\ (-3,3)$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کېږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادېږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادېږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵- د $2x+5 \le \frac{1}{5}-x$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه يوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري وليکئ.

1- (   ) د يوې غيرمساوات د حل سټ يو عنصر لري.

۲- (   ) د $\{x \in R : 2 \le x < 5\}$ يو تړلی انتروال دی.

۳- (   ) د غيرمساواتو د سيستم د حل سټ د وضعيه کمياتو د مستوي يوه برخه ده.

٤- (   ) د خطي غيرمساوات د حل سټونه بې شميره دی.

۵- (   ) څرنګه چې $-2<3$ څخه دی نو له دې ځايه دا پايله $-\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$ اخيستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غيرمساوات ګانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4}-\frac{x-8}{3}<0$

$b)\ x-2<3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3)<0$

$d)\ \frac{3x+4}{x}-1<0$

$e)\ 1-\frac{2}{x}\le 3$

2– لاندې انتروالونه د عددونو پر محور وښيئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه وليکئ او د عددونو پر محور يې وښيئ.

$a)\ \{x \in IR : x \leq 2\}$ $\qquad$ $b)\ \{x \in IR : x \leq 5\}$

$c)\ \{x \in IR : -1 \leq x \leq 6\}$ $\qquad$ $d)\ \{x \in IR : -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غيرمساوات د سيستم حل پيدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

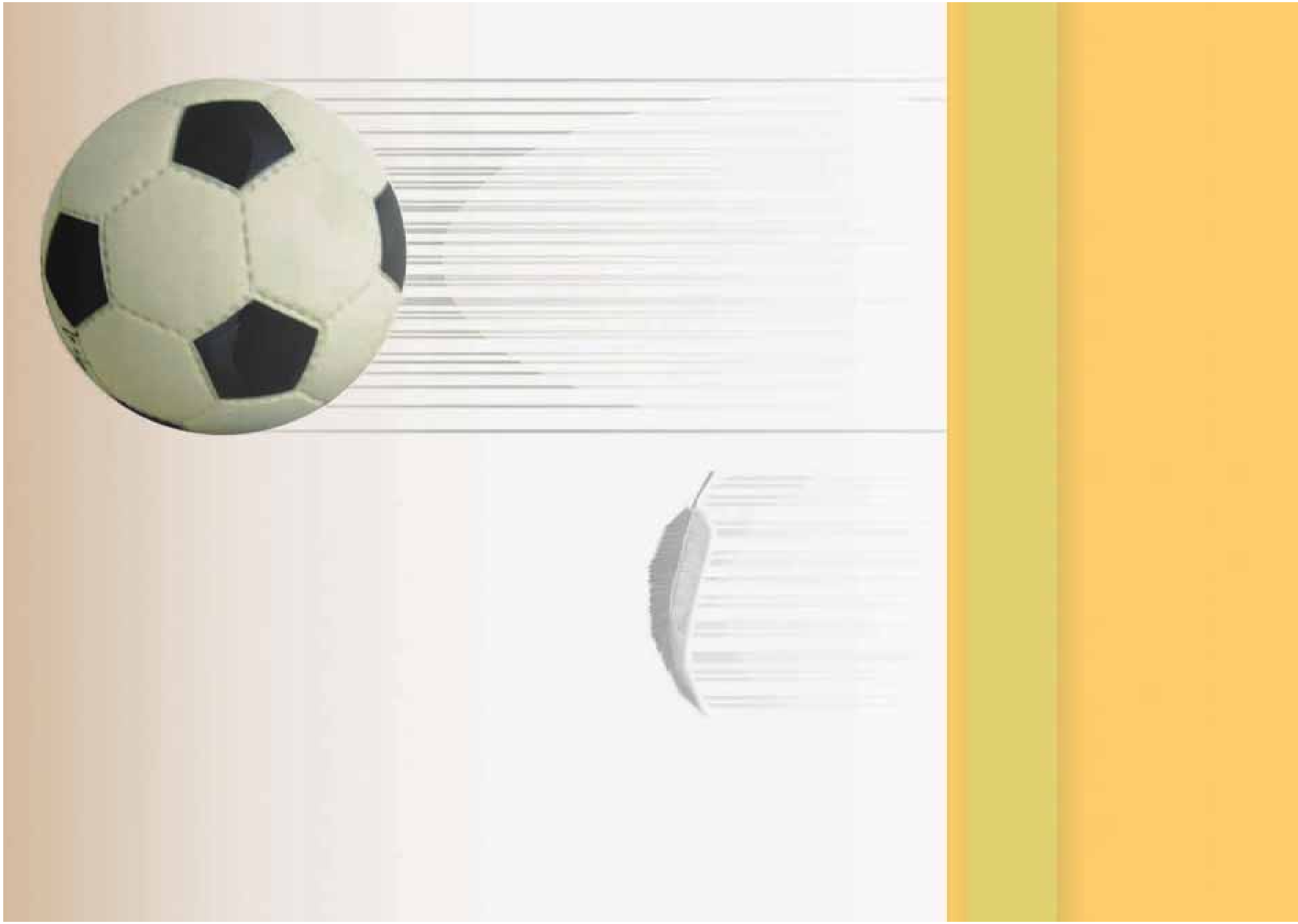
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپـــرکی

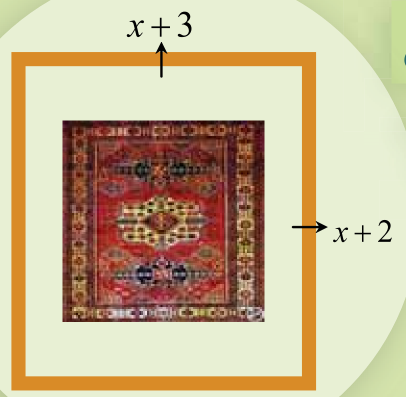
دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويمه درجه يو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



که چیرې يوه کوټه د يوې مربع شکلي قالين په واسطه داسې فرش شي چې د کوټې اوږدوالی $3m$ او سور يې $2m$ په اندازه د قالين د څنډې څخه زياد وي، لکه مخامخ شکل، وواياست چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعاليت

- الجبري افاده تعريف کړئ.
- معادله تعريف کړئ.
- د يو مجهوله لومړي درجې معادلې يوه بېلګه وليکئ.
- د يو مجهوله لومړي درجې معادلې عمومي شکل وليکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پيدا کړئ.
- د پورتني معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې يو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي يو مجهوله دويمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل يې $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ چې a, b او c حقيقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چیرې $b=0$ يا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نيمګړې دويمه درجه معادله وايي.

لومړی مثال: يو تار چې يو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه يو مستطيل چې مساحت يې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطيل اوږدوالی او سور څرنګه وټاکو.

حل: که د مستطيل اوږدوالی x او سور يې په y وښيو د مستطيل محيط $2(x+y)=100 \ldots I$ اړيکې او مساحت يې $x\times y=600 \ldots II$ اړيکې څخه په لاس راورو.

$$\begin{cases}2(x+y)=100\\ x\cdot y=600\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+y=50 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ \text{I}\\ x\cdot y=600 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ \text{II}\end{cases}$$

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases}2(x+y)=100\\ x\cdot y=600\end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$
$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بنه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د b, a او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $\quad b)\ 3x-x^2=4$ $\quad c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $\quad e)\ x^2-4=0$ $\quad f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلې	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

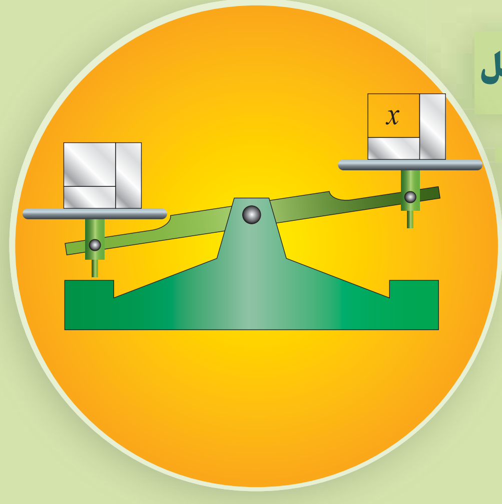
$a)\ 6-2x+x^2=0$ $\quad b)\ 5x^2-3x+1$ $\quad c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $\quad d)\ -x^2=3$

2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $\quad b)\ 3x-4=x^2$ $\quad c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمه درجه یو مجهوله معادلې حل



آیا کولای شئ چې د x لپاره داسې قیمت پیدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعالیت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پیدا کړئ.
- پورتنۍ مساوات د x د بیلابیلو قیمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وڅیړئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنۍ پوښتنې په پام کې نیولو سره توضیح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پیداکول یعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قیمتونه چې په یوه دویمه درجه معادله کې برابروالی راولي د یو مجهوله دویمې درجې معادلې حل بلل کیږي.

لومړی مثال: هغه عدد پیدا کړئ چې مربع یې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډیره وي.

حل: که چیرې عدد ته x وواېو نو الجبري عبارت داسې بنه نیسي:

$$x^2 = x+12$$

څرنګه کولای شو چې د پورتنی مساوات څخه د هغې حل پیدا کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې $x = 1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ د 13 عدد او کیڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x = 2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته 14 او کیڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x = 3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښی اړخ ته د 15 عدد او کیڼ اړخ ته د 9 عدد دی.

په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x = 4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښی اړخ ته د 16 عدد او کیڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x = 4$ د معادلې یو حل دی.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

د پورتنی لارې لنډیز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو ترې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.

ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.

حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2 + 1 = 0$

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د پورتنی لارې په څېر د اټکل شویو اعداد په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتنی جدول په څیر مخامخ جدول په پام کې نیسو.

د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعنې د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کیدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

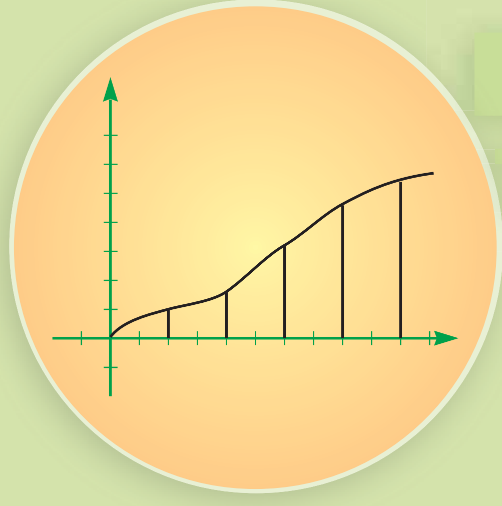
1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2 - 1 = 0 \qquad b)\ x^2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطې)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی په بېلابېلو وختونو کې په مخامخ ګراف کې څېړي. ایا تاسې تر اوسه پورې د خپلې ونې(قد) د اوږدوالي بدلون ته سوچ کړی دی چې په بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالي او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړئ د پورته په څېر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتني جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y=x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې ګراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x+1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو ګراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او ګډ حل یې پیدا کړئ.

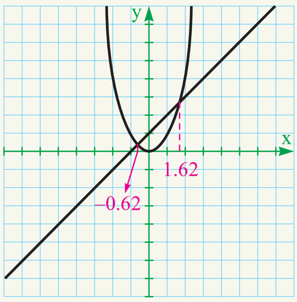
حل: د هغو لارو څخه چې مخکې مو د ګراف د رسمولو لپاره ترې ګټه واخیسته د پورتنیو معادلو د ګرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو ګرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x+1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د ګراف له مخې د ګډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

پوښتنې

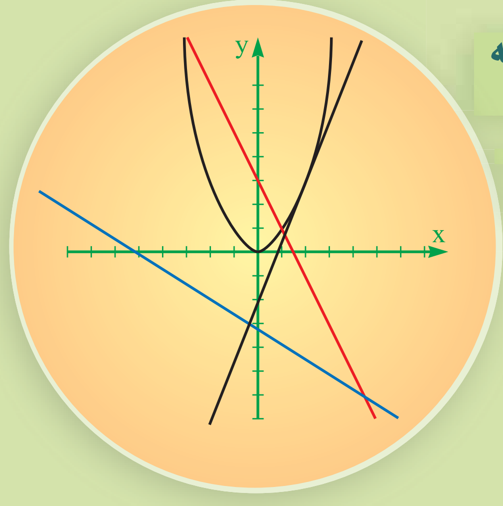
1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x-2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو ګراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمي درجي معادلي حل په هندسي لاره(طریقه)



پـه مخامخ شـکل کې مسـتقیم خط له ورکړل شـوی منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعالیت

- ایا د $x^2-6x+7=0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2=6x-7$ ولیکو؟
- کـه چیرې نوموړی مسـاوات له y سـره مسـاوي وي $y=x^2=6x-7$ نو $y=x^2$ او $y=6x-7$ دي.
- د $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6x-7 \end{cases}$ معادلو د سیستم ګراف د مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سیستم ګرافونه یو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سیستم حل د ګرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړیکه لري.

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

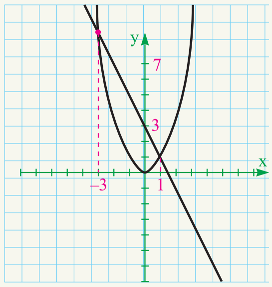
- هره دویمه درجه معادله کولای شو چې د $y=x^2$ معادلې او د $y=ax+b$ کرښه ایزو معادلو په څیر ولیکو.
- د x ټکي د پرېکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دویمې درجې معادلې حل دی

د پورتنې کړنې په مرسته د دویمه درجه معادلې حل پیداکول د هندسي حل په نامه یادیږي.

لومړی مثال: د $x^2+2x-3=0$ معادلې حل په هندسي لاره پیدا کړئ.

حل: د $x^2+2x-3=0$ معادله کولای شو په لاندې ډول ولیکو او ګراف یې رسم کړو.

$$x^2=-2x+3 \Rightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=-2x+3 \end{cases}$$



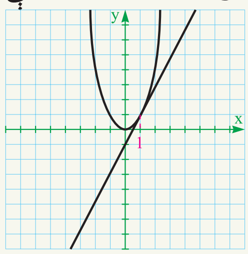
x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	−3

له شکل څخه لیدل کېږي چې مستقیم خط منحني په دوو ټکو کې قطع کوي چې د پریکړې ټکي د x مختصه د دويمه درجه معادلې حل دی يعني $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

دويم مثال: د $x^2 + 2x + 3 = 0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پيدا کړئ.

حل: د $y = x^2$ معادلې او د $y = 2x - 1$ مستقيمی کرښې شکلونه رسموو.



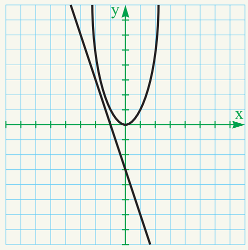
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−1	-3

ليدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په يوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قيمت) د معادلې حل دی.

دريم مثال: د $x^2 + 3x + 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	−1
y	−3	0

ليدل کېږي، چې مستقيم خط منحني نه قطع نو دويمه درجه معادله حل نه لري.

يادونه:

که چيرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چيرې منحني په يوه ټکي کې پرې کړي معادله يو حل لري.

که چيرې منحني قطع يا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

پوښتني

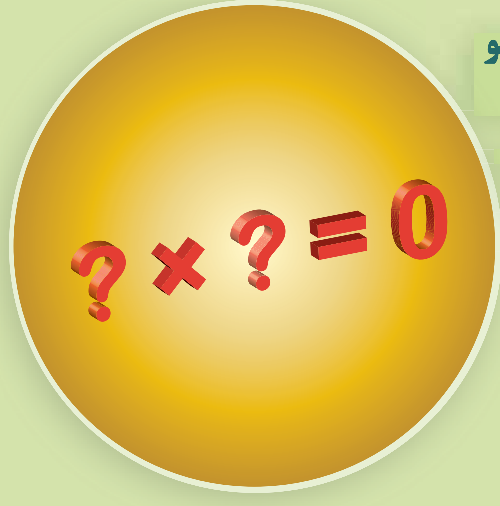
1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طريق) پيدا کړئ.

a) $x^2 - 2x + 2 = 0$ b) $x^2 - 6x + 8 = 0$ c) $x^2 - 5 + 7 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- كه a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ كېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام كې ونيسئ، ايا ويلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيكه لري؟
- د مخكيني لارې(طريقې) څخه په ګټه اخيستنې سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيدا كړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله كړئ.

د پورتنۍ فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راوړو:

پايله: كه وكړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطي افادو د ضرب د حاصل په شكل واړوو نو په دې حالت كې د معادلې حل ساده كېږي، چې په لاندې ډول عمل كوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هرې خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نومورې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

1) $x-1=0 \Rightarrow x_1=1$

2) $x-6=0 \Rightarrow x_2=6$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړې، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

1) $2x+1=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$

2) $x-3=0 \Rightarrow x_2=3$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

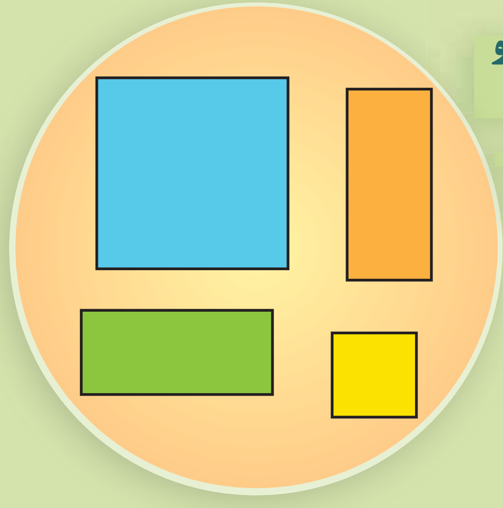
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

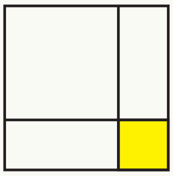
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمې درجې يو مجهوله معادلو حل د تکميل مربع په طريقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له يو ځای کيدو څخه يوه لويه مربع جوړه کړئ.

فعاليت



- د يوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطيل او مربع په مخ وليکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتيب کړئ چې متحول لرونکې حدونه يو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته ځای شي.
- متحول لرونکې الجبري افاده څه اړيکه له رنګ شوي مساحت سره لري؟
- د مستطيلونو د مساحت عددي ضريب د دويمه درجې معادلې د x له ضريب سره څه اړيکه لري.
- د يوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکې الجبري افادې د لويې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزيات کړو.
- د په لاس راغلې اړيکې څخه د قيمت(د دويمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طريقه) د دويمه درجه معادلې لپاره پيدا کړله. د دې طريقې په پوره کيدو سره د دويمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخيستل کيږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدليږي چې د تجزيې پراوونه يې عبارت له:

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P = \frac{b}{2}$
- وروسته $q^2 = -c + (\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د q د $x + p = q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2 + 2x - 8 = 0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2 + 2x = 8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2 + 2x + 1 = 8 + 1$$

$$(x+1)^2 = 9$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

a) $x^2 + 8x - 24 = 0$ b) $x^2 - x - \frac{5}{4} = 0$ c) $x^2 - 6x - 13 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضریب ووېشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقيقت لري؟ که نه؟

ومو لېدل چې دويمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ ليکو چې په هغې کې b,a او c حقيقي اعداد او a د صفر خلاف يو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a وېشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې ليکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښيوو.

فعاليت

هره دويمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووايئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ايا معادله د حقيقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

لومړۍ پايله: د $ax^2+bx+c=0$ دويمې درجه معادلې چې b,a او c حقيقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم يادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بېلابېل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي يا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقيقي اعدادو کې حل نه لري.

دويمه پايله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دويمې درجه معادلې په تجزيه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پيدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قيمت پيدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دويم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پيدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

درېيم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده يعنې

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پيدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړي معادلې په نامه ياديږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو کې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ څخه او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چيرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب یې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضریبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$ ب) $a = -3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$

ج) $a = 4\ ,\ b = 3\ ,\ c = -1$ د) هیڅ یو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1\ ,\ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هیڅ یو.

3- د $y = x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقیم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هیڅ یو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقیقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) یو حل لري

• تش ځایونه ډک کړئ.

1- د یو مجهوله دویمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کلیمه ولیکئ.

1 - (   ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقیقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - (   ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - (   ) د $2x^2-4x=0$ معادلې یو حل صفر دی.

4 - (   ) د دویمې درجه معادلې د تشکیل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ یاد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - (   ) که چیرې په یوه دویمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله یو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضریبونه و ښیئ او وواياست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پیدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزیې په لار(طریقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزیې په طریقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\frac{x}{5}=\frac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $\qquad$ $b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

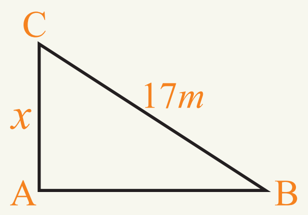
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2,0.5$ $\qquad$ $b)\ 3,-1$ $\qquad$ $c)\ 0,2$ $\qquad$ $d)\ \sqrt{2}-1,2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



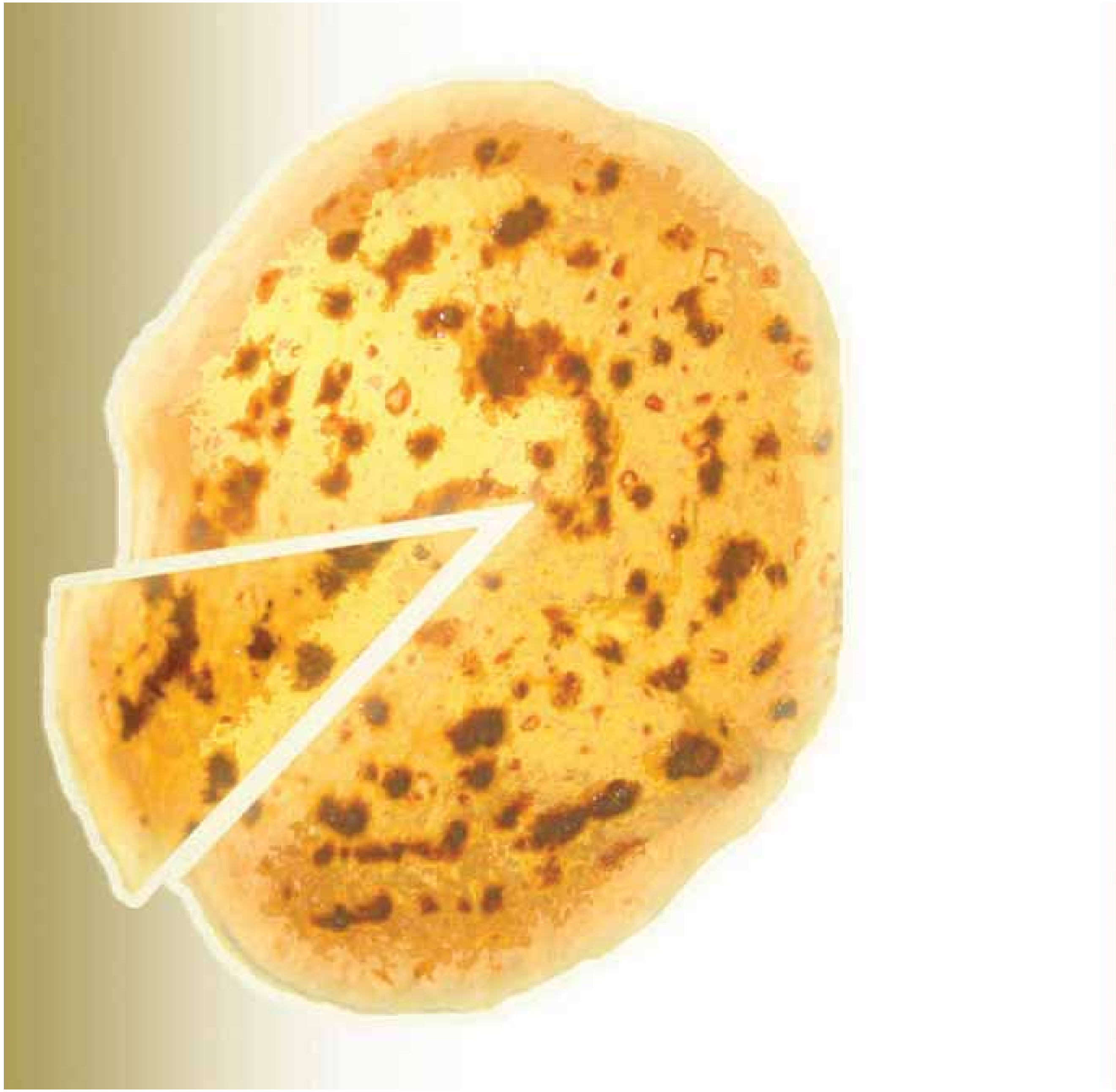
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم څپرکی

احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډيټا (Data) د ګېډې کولو لاره

آيا تاسي په خپل ټولګی کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چېرې د فلپين او يا اندونيزيا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسي په کومه کچه په يوه هيواد کې جګ او په بل هيواد کې لنډ ونې شميرل کيږي، معيارونه موکوم دي؟

فعاليت

د يو شمېر کورنيو شمېر چې په څو کليو کې پرتې دي، په لاندې ډول ليکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

43	40	38	35	53	45	42	40	49	52
56	50	41	46	37	44	39	38	55	51

غواړو دا راکړل شوي ډيټا data په دريو ګېډيو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډېر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ايا کولای شو، چې يو يا څو ورکړل شوي ډيټا data له منځه يوسئ؟
- تر ټولو لويې او تر ټولو کوچنې کورنۍ پيدا کړئ.
- د لږو او ډېرو ډيټاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګېډيو په شمېر وويشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښيي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- ميله يي ګراف يې رسم کړئ.

د کليو شمېر	د کورنيو شمېر
	35 - 41
	42 - 48
	49 - 56

د ډيټا data د دسته بندي ياګيډی کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.

- د ډيټاګانو د زيات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وويشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چيرې حاصل يې طبيعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نيول شوي داسې راغلي دي:

163	165	161	140	157	160	152	151	152
149	153	146	154	174	172	170	166	164
177	158	146	169	170	172	165	175	172
						168	165	160

دا ډيټاګانې په څلور دستو ياګيډيو کې ځای په ځای کړئ.
- که چيرې د ناروغانو شمېر په يوه روغتون کې له 175 څخه زيات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وايي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره ميله يي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په يوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زيات او تر ټولو کم ارقام يې په لاس راوړو.

ترټولو ټيټ رقم $= 140$

تر ټولو لوړ رقم $= 177$

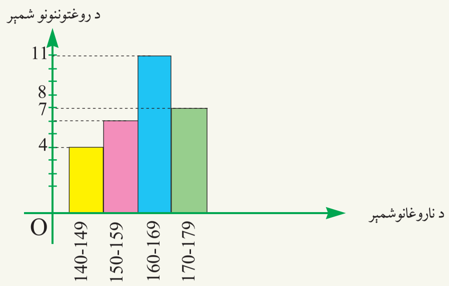
لوړ رقم − ټيټ رقم $= 177 - 140 = 37$

د دستو ياګيډيو د اوږدوالي دپيدا کولو لپاره دا وسعت د دستو يا ګيډيو په شمېر ويشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې ياګيډی په اوږدوالي کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد روند ډون ياکښته خوا په پام کې نيسو چې په دې ډول د ګيډۍ اوږدوالی د(9) عدد په لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	د ګيډيو وسط يا منځی	f · X
140 – 149	4	144.5	4 × 144.5 = 575
150 – 159	7	154.5	7 × 154.5 = 1081.5
160 – 169	11	164.5	11 × 164.5 = 1809.5
170 – 179	8 n = 30	174.5	8 × 174.5 = 1396

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X}=\frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30}=\frac{4865}{30}=162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعني روندڼاف نه کړو، د دستو(ګیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاګانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.

په ځینو وختونو کې د دستو یا ګیډیو د شمېر(ګروپونو) په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا ګیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا ګیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا ګیډیو په ځای د دستو یا ګیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعني 140 څخه پیل کوو. څرنګه چې د ګیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعني د دویمې ګیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاګانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دګیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X}=\frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30}=161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1– لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځی راښیي:

33	65	50	10
23	11	5	48
32	26	26	37
19	13	7	17
22	21	43	29

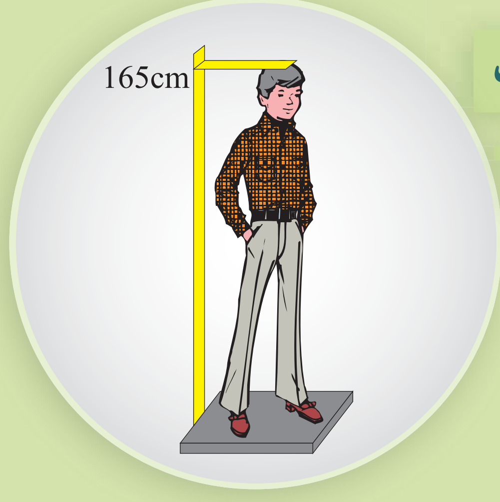
- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلړی یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلړی کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلړی اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

2– یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلړیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3– د موضوع د ځیرلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلړی کولو ګیلړیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیتاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایاکولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا ټیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمېر په ټیک ډول و وایئ.
- ناخاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایې د ونې اوږدوالی یې ۱۵۶ سانتي متر دی. ایا ټیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵۶ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

153	148	151	138	136
142	131	141	141	139
152	159	139	132	146

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمېر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱۴۰ عدد یو وار د دستو یاګیلیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱۴۰ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یاګیلۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیډۍ یا دسته بندي کې د یوې دستې یاګیډۍ پورتنی سرحد به له کوزنی سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیډۍ یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لوېږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

32	35	38	47	44	48	28
30	40	36	51	52	54	31
27	32	42	52	31	29	29
54	49	37	43			

- د کثرت جدول يې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلې دي.
- د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیډۍ کې او د ٤٠ عدد په دریمه ګیډۍ کې لویږي د ګیډیو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې رانیې په پام کې ونیسئ.

86	108	108	111	111	103	108	101	88
91	103	105	105	112	96	111	107	96
92	100	112	112	92	89	95	90	105
111	95	108	77	106	90	77		

د 4 دسته يي جدول په جوړولو سره د ګیډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیډو مرکز، او data منځنی قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط يا منځنۍ قيمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام يې نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعاليت

اوريدلي مو دي چې هغه زده کوونکي چې دولسم ټولګۍ پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په شلورو څانګو کې له خاصو ضريبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځيو ته ويشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبيات د 2 په ضريب	ټولنيز علوم د 2 په ضريب	طبيعي علومو د 3 په ضريب	رياضي د 4 په ضريب
ضريب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دويم زده کوونکی	61	66	62	60

ضريب	د دويم زده کوونکي نمبرې	مضمون
4	60	رياضي
3	62	طبيعي علوم
2	66	ټولنيز علوم
3	61	ژبه او ادبيات

ضريب	د لومړي زده کوونکي نمبرې	مضمون
4	61	رياضي
3	62	طبيعي علوم
2	66	ټولنيز علوم
3	61	ژبه او ادبيات

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنۍ يا وسطي قيمت پيدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت ډېره اغيزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځني يا وسطي قيمت لږ اغيزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د رياضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزياتې شي منځنۍ يا وسطي قيمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنيزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زياتې شي.

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوې وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره ترلی ده. په دې حالت کې د ضریبونو دکثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستې دي.

مضمون	نمرې	د کریډتونو شپږ
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفی نمره	د کریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
فزیک	A	3	4	$4 \times 3 = 12$
کیمیا	C	2	2	$2 \times 2 = 4$
بیولوژي	B	3	3	$3 \times 3 = 9$
ژبه	A	1	4	$4 \times 1 = 4$

$n = 12$ د کریډتونو شمېر

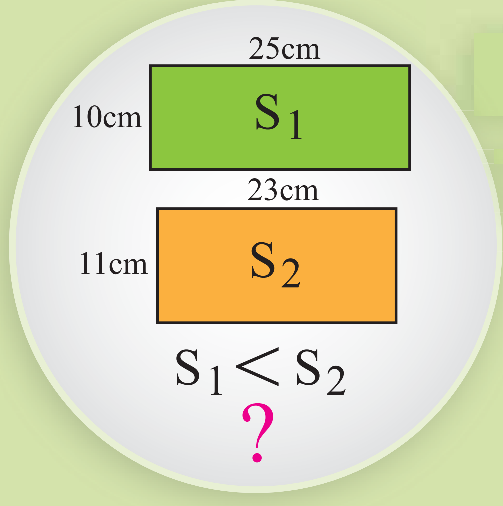
$$\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$$ = وزني اوسط یا منځنی

پوښتنې

که د کانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکی نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکی د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطيلي ګراف
Histogram

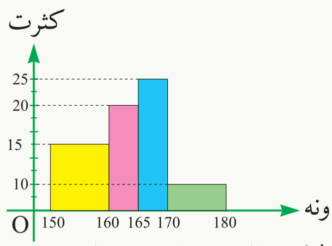


که د يوه مستطيل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور يې 10 سانتي متره او دبل مستطيل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور يې 11 سانتي متره وي. د دې دواړو مستطيلونو مساحتونه پيدا او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

فعاليت

ديوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10



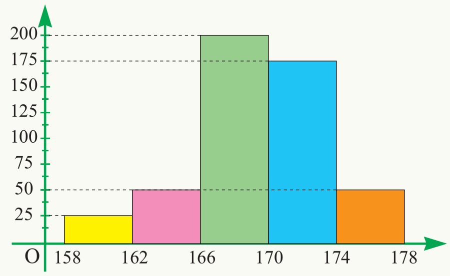
- په پورتنۍ ګراف کې د مستطيلونو قاعدې څه شی رابښيي.
- د هر مستطيل مساحت په لاس راوړئ. د مستطيل مساحت څه شی رابښيي.
- د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی رابښيي.
- پورتنۍ ګراف له ميله يي ګراف سره څه توپير لري.

يو ځل بيا د يوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه يې په لاندې جدول کې ورکړ شوې ده په پام کې ونيسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



- جدول ته په پاملرنې سره د مستطيل قاعده څه شی راښيي.
- د مستطيل اوږدوالی څه شی راښيي.
- ميله يي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپير لري؟

د ديتاګانو د پيوسته يا نښتي ښودلو لپاره د مستطيلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطيل عرض د دستو يا ګيډيو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطيلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې يا ګيډۍ کثرت راښيي.

که د دستو يا ګيډيو اوږدوالی يو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښيي.

مثال: د يوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کيلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته ليدل کېږي چې د دستو يا ګيډيو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطيلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) يوه ګڼه واټن ته په پام کې نيولو سره د ټولو دستو يا ګيډيو پيدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ يا مشترك دی نو کولای شو چې ټول پنځه واړه واحده د x په محور په يوه واحد وښيو:

د 45 – 40 ګيډۍ لپاره يو واحد

د 50 – 45 ګيډۍ لپاره يو واحد

د 60 – 50 ګيډۍ لپاره يو واحد

د 70 – 60 ګيډۍ لپاره يو واحد

د 90 – 70 ګيډۍ لپاره يو واحد

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیداکولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1} = 4 \rightarrow \frac{4}{5} = 0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1} = 6 \rightarrow \frac{6}{5} = 1.2$$

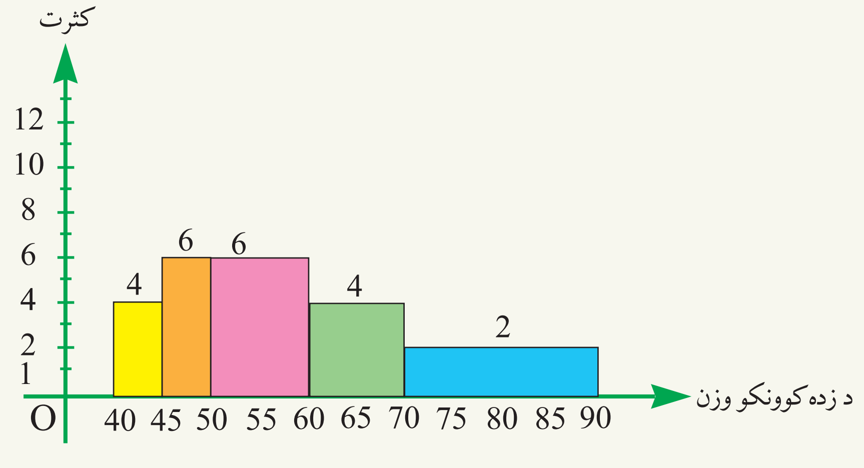
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2} = 6 \rightarrow \frac{12}{10} = 1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \frac{8}{10} = 0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4} = 2 \rightarrow \frac{8}{20} = 0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1– لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي ګراف رسم کړئ.

2– د يوه ټولګی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې ګډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دی.

115	113	109	118	92	130	112	114	117	122
127	107	108	113	124	112	111	106	116	118
121	107	118	118	110	124	115	103	100	114
104	124	116	123	104	135	121	126	116	110
94	134	98	129	102	103	107	113	117	112

– نوموړو ډاټاګانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ ګروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د ګېډيو اوږدوالی يې مساوي وي.

– د دې ډيټاګانو مستطيلي ګراف رسم کړئ.

– څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دایره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړي دي: د ابتدایي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په 360° درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاوېې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بیلې کړئ. د هرې زاوېې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره و ټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیتاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناڅاپي یا اتفاقي متحول د دیتاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یاګېډۍ او ټولې دیتاګانو شمېر په 360° ضرب چې د ګېډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعنې:

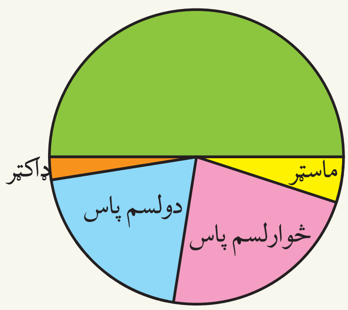
$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر یې ۲۰۰ او د تحصیل د درجې له مخې وېشل شوی دی.

د تحصیل درجه	ډاکټر	ماسټر	لیسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمېر	5	10	100	45	40

د دې دیټا دایروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصیل درجه	کثرت	مرکزي زاویه د درجې له جنسه
ډاکټر	5	$\frac{5}{200} \times 360° = 9°$
ماسټر	10	$\frac{10}{200} \times 360° = 18°$
لیسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360° = 180°$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360° = 81°$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360° = 72°$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نیولو سره د کورنیو دایروي ګراف د جمعیت له مخې رسم کړئ.

د کورنۍ نوع	ډېر جمعیت سره	منځنۍ جمعیت	لږ جمعیت	جمع
د کورنۍ شمېر	11	23	6	40

– دایروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د دیټاګانو کثرت دوه برابره کړو، ایا مرکزي زاویه یې بدلون مومي؟

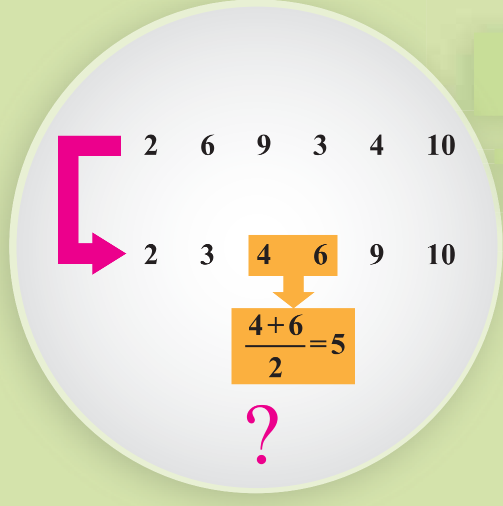
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median

که له تاسې څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسې څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډېر څله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟

که له تاسې پوښتنه وشي، چې تاسې د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسې دې سوال ته ځواب ورکوئ.



فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندي دیتاګاني په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار يې پیدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار يې شمېر مخکنی داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندې دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر يې وروسته او د مخکنی له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000　7000　4000　6000　3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000　4000　6000　7000　10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندې data میانه وټاکئ.

2　6　9　3　4　10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2　3　4　6　9　10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5 = \frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو څخه وروسته د داتا شمېر د پنځو څخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښیي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 , 2 , 3　او　0 , 2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 , 4 , 0 , 12 , 15 , 5 , 6 , 5 , 0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغېزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغېزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زیات توپیر پیدا کړئ ایا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعالیت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152 : د اووم ټولګی زده کوونکی

150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160 : د لسم ټولګی زده کوونکی

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پیدا کړئ.
- أیا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت یو شان دی.
- که چیرې دیتاګانې و نه لرو، ایا د دیتا د لږو او ډیرو توپیرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله یې کړو.
- ایا د بدلون یا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د دیتا د یووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعریف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونیسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زیاتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زیاتوالي پایله راکوي.

د پورتنې فعالیت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه یادېږي. دا معیار د جګې او ټیټې دیتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه باید وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په یوه ټولنه کې د توپیر یا پراګندګي ډیر والی دی هر څومره چې دا توپیر کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د یوې ټولنې وګړي د دې څانګړتیا له مخې یو بل ته نږدې دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د ځیرنو د ځانګړتیاوې سره برابرې او یو شان وي په دې حالت کې ټولنه یوه متجانسه ټولنه بولو.

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازمویني نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دواړو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دواړو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

پوښتنې

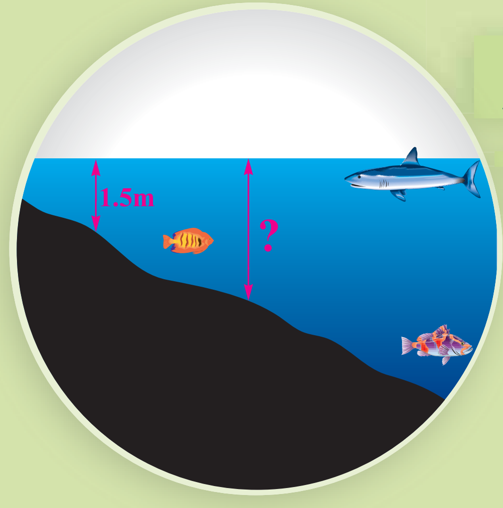
1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

1 ,2 ,5 ,6 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,15

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او ووایاست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستي دي.

20 18 16 14 12

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو دیتاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې دیتاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې دیتاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلی قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو دیتاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتني فعالیت څخه پوهېږو هغه توپیر چې د دیتاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادېږي.

د data د منځنی یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څېړنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمېر یې ووېشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیتاګانو منځنی یا اوسط او n د دیتاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوي دي.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنی پیدا کړئ.

حل: لومړی د اوسط یا منځنی مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	$f \cdot x$	$x - \overline{x}$	$f(x - \overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
$\frac{1}{n=40}$		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنی پیدا کړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګيډۍ د هغو ډيټاګانو مجموعه ده، چې د ګيډۍ ځانګړتياوې ولري. د ډيټاګانو د ګيډۍ کيدو يا لپاره لاندې پراوونه په پام کې نيسو:
  - د تحول ساحه: د ډيټاګانو د ډير لږو او ډير زياتو تر منځ وسعت.
  - د ګيډۍ اوږدوالی: د تحول د ساحې او د دستو د شمېر نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډيټاګانو د ګيډيو شمېر چې په هره دسته کې قرار لري.
  - د ګيډۍ مرکز: د هرې دستې د منځنۍ محاسبه.
- په دسته بندۍ کې که متحولونه پيوسته يا پرله پسې وي د وروسته ګيډۍ پورتنی سرحد د مخکينۍ ګيډۍ يا دستې لاندې سرحد سره برابر دی. په هغه صورت کې چې ډيټاګانو د دستې د پورتنی سرحد سره برابر وي هغه ډيټاګانو په وروستي ډيټاګانو پورې اړه لري.

د ډيټاګانو د دستو د شمېر مجموع د ټولې ډيټاګانو د شمېر سره برابره دی.

- فرض کوو د $data\ X_1, X_2 ... X_n$ په ترتيب د $W_1, W_2 ... W_n$ ضريبونه وي دغه اطلاعات کولی شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	...	X_n
د وزن ضريب	W_1	W_2	...	W_n

- په دې حالت کې د پورتني داتاګانو منځی په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + ... + w_n x_n}{w_1 + w_2 + ... + w_n}$$

- هستوګرام يا مستطيلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دی، چې د کثرت توزيع يې د مستطيلونو په مرسته ښودل کېږي.

د مستطيل جګوالی د دستې يا ګيډۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطيل مساحت د دستې يا ګيډيو د اوږدوالی او د دستې يا ګيډۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دی.

په مستطيلي ګراف کې مستطيلونه يو بل سره تړلی او د تړليو(پيوسته) متحولينو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

- په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

- د میانې د پیداکولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:
- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځۍ یا اوسط ده.
- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.
- د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساخهٔ کې بدلون کوي.
- د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.

د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتنې

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستې مرکز	کثرت	ګیډۍ(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

- پورتنی جدول د کومې دسته بندې ګراف راښيي. پیوسته یا نښتی یا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستې مرکز	کثرت	ګیډۍ(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

- مستطیلي ګراف یې رسم کړئ.

3- د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 ملیونه افغانۍ سرمایه په کار اچول شوی ده داسې چې:

- د A ښار لپاره 110 ملیونه افغانۍ
- د B ښار لپاره 32 ملیونه افغانۍ
- د C ښار لپاره 24 ملیونه افغانۍ
- د D ښار لپاره 14 ملیونه افغانۍ
- د E ښار لپاره شل میلیونه افغانۍ معلومات ورکړل شوی او دایروي ګراف یې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمایې ویش په ملیون	سرمایه په فیصدې	سرمایه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- یو شمېر کورنی د خپلو غړو د شمېر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوی دی.

کورنی	18	12	15	8
دکورنی غړي	2	4	5	8

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

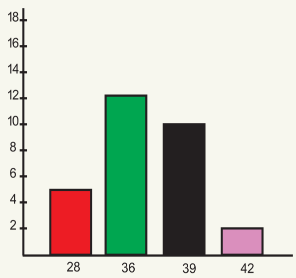
1.9-2	1.8-1.9	1.7-1.8	1.6-1.7	1.5-1.6	د ونې اندازه
1	4	9	16	5	کثرت

- د ګیډۍ مود مشخص کړئ.
- د ګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\text{د ازموینې اوسط} = \frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}$$

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبري د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.



7- لاندې میله یي ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.
- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:

9   7   5   1

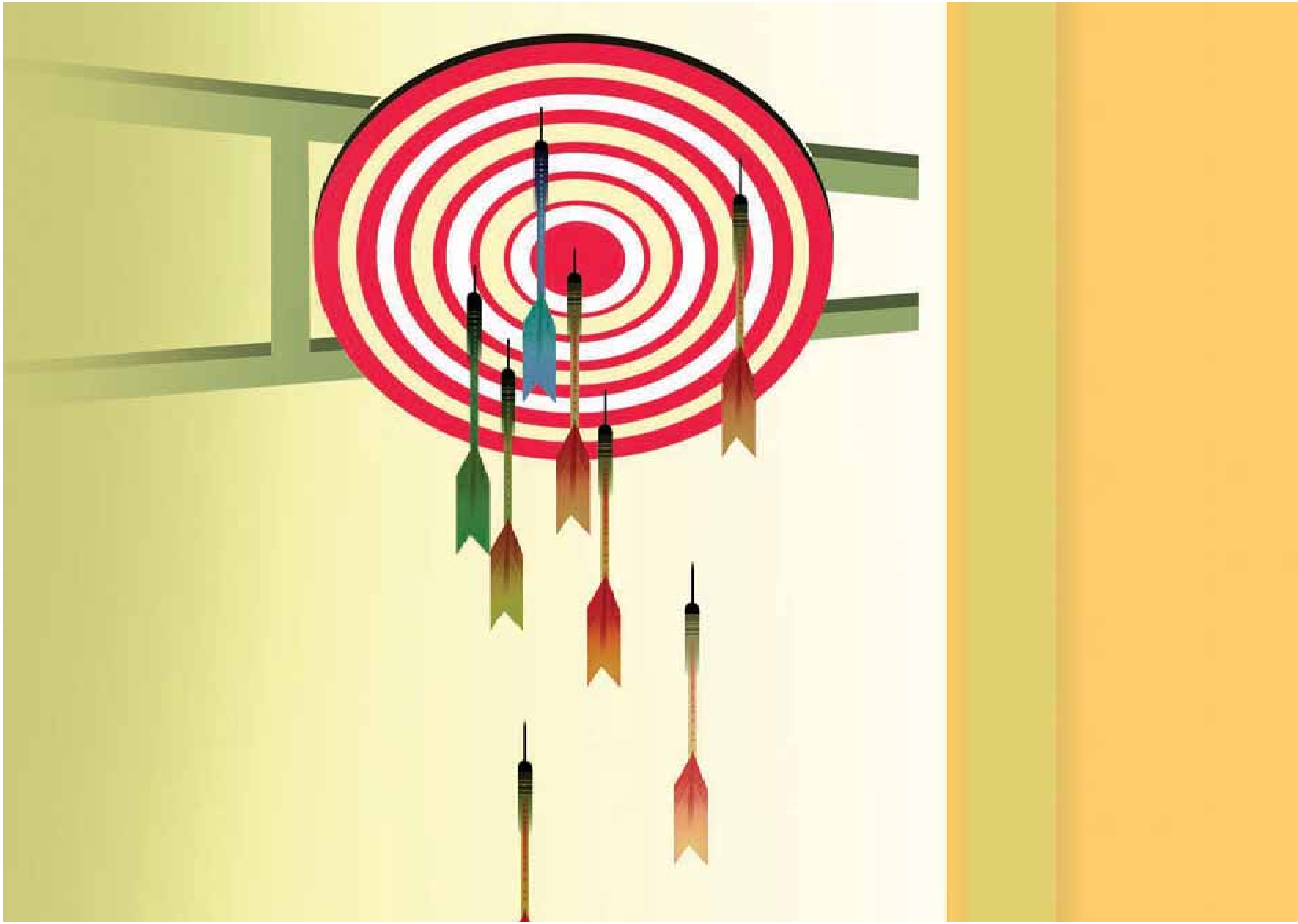
- د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

نهم څپرکی

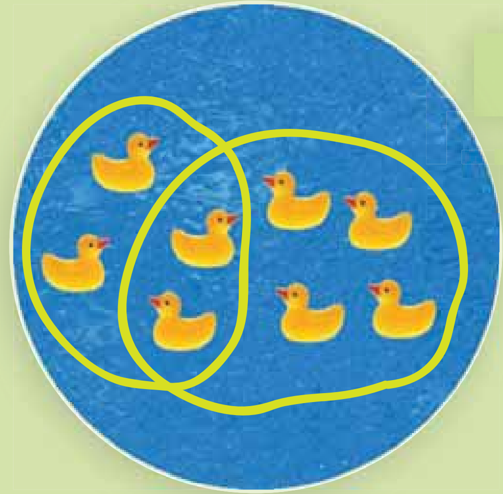
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ناڅاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې یو ځای خو هیلۍ وینئ.
هیلۍ په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A=\{1,2,3\}$, $B=\{4,5,6\}$ او $C=\{1,2\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د A او C ناڅاپي پېښې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- که د A یا د B پېښې رامنځ ته شوې وي ایا ویلی شئ چې د $A\cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختیاري پېښه چې هیڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه یا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ویلی شئ چې د $A\cup\phi$ او د A پېښې یو د بل سره څه توپیر لري؟

د پورتني فعالیت پایلې په عمومي ډول د S په نمونې فضا کې د B, A او C ناڅاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پایله:

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د $A\subseteq B$ ناڅاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A\cup B=B$$

- که چیرې د S په یوه نمونه فضا کې د A او B ناڅاپي پېښه وي، د $A\cup B$ او $B\cup A$ پېښې یو له بل سره توپیر نه لري؛ یعنې:

$$A\cup B=B\cup A$$

- که چیرې د S په یوه نمونه یې فضا کې د A یا B یوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A\cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیبنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

• د A پیبنه د S په نمونه یي فضا کې پیبنه شوې ده او یوه بله پیبنه چې هیڅ نه پیښیږي، یعنې ϕ، په دې معنا ده چې یوازې د A پیبنه را منځ ته شوی ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

• د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A یا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بیلې ناخاپي پیبنې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په یوه مثال کې یې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیښې په پام کې نیسو لیدل کیږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1 , 2 , 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د یوې نمونه یي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیښو لپاره د یو مثال(بیلګې) په مرسته د لاندې اړیکو سم والی وڅیرئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په یوه مثال کې وښیئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چیرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیښې سره برابرې وي، په یوه ګراف کې وښیئ چې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناخاپي پېښو تقاطع

د نـور اصلي رنګونـو د پرېکړې څخه کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعالیت

- د رمل د يوې دانې د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$ ، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناخاپي پېښې په پام کې نيسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پېښې يو بل سره څه اړيکه لري.
- ايا د A او B پېښې د $A\cap B$ ناخاپي پېښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښيې چې د $C\cap B$ ناخاپي پېښه يوه ناشونې پېښه ده.
- که د B پېښه د A پېښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناخاپي پېښې سره پرتله کړئ.

د پورتنې فعاليت څخه کولای شو لاندې پايلې په عمومي ډول بيان کړو.

پایله:

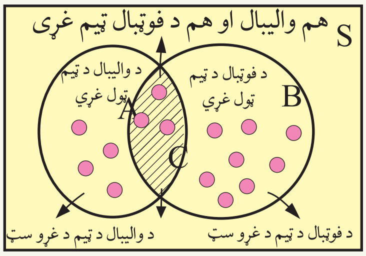
د S په يوه نمونه يي فضا کې د A,B او C ناخاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناخاپي پېښې يو شان دي.
- د A او B ناخاپه پېښې هره يوه يې د $A\cap B$ ناخاپه پېښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B د دوه پېښو چې تشی نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پېښې يوه له بله بېلې پېښې بلل کېږي.
- د A پېښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چيرې د B پېښه د A پېښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سېټونو تر منځ اړیکه د سېټ د تیورۍ په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سېټ په مکمله سېټ کې یعني $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سېټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناڅاپي پېښنه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښنه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښیئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښیئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیرې S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نور پاتې ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رانښیي؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیداکړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیداکړئ چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمني پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

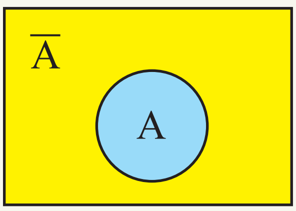
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت کې د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

(a $A\cup\overline{A}=S$

(b $P(A\cup\overline{A})=P(S)=1$

(c $P(\overline{A})=1-P(A)$

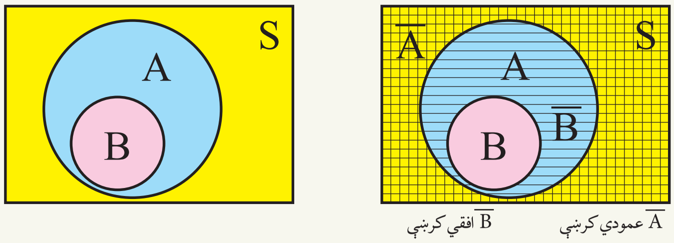


د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پیښه د B ناخاپي پیښه په بر کې ولري، په گرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پیښه د $\overline{A}$ ناخاپي پیښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنگه چې $B \subseteq A$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کیږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$



پوښتنې

1- د یوه مثال او گراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره وښیئ، چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{S} = \emptyset$

c) $S = \overline{\emptyset}$

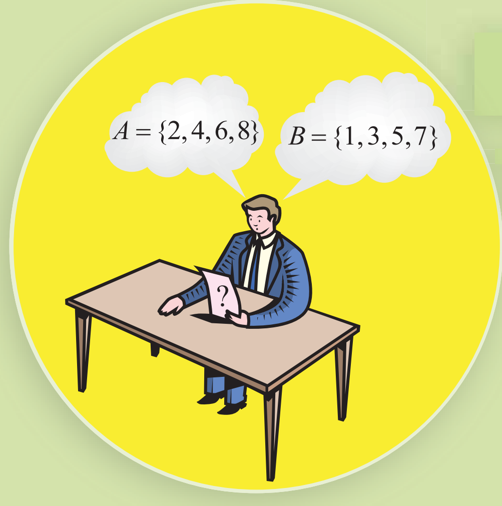
2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پیښو لپاره لاندې پیښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

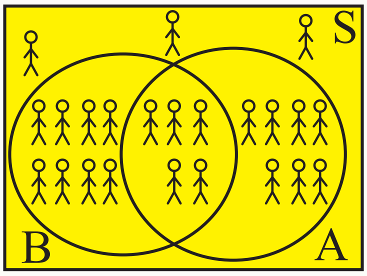
په ستونو مډل جوړونه



تر اوسه مو الجبري یا هندسي قوانینو
څخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه
اخیستله.
أیا سوچ مو کړئ، چې د ستونو څخه هم
کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل
لپاره ګټه واخلو؟

فعالیت

د یوه ټولګي د 23 زده کوونکو څخه مو د خویندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائیه راټوله کړئ، چې په لاندي دیاګرام کې لیکل شوی ده.



په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خویندی لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې وروڼه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.
شکل په پام کې ونیسئ د لاندي فعالیت سوالونو ته ځواب پیدا کړئ.

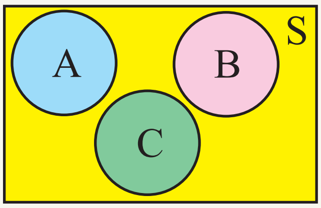
- څو تنه خویندی لري؟
- څو تنه وروڼه لري؟
- څو تنه هم خویندی او هم وروڼه لري؟
- څو تنه نه خویندی او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسالٔه د ریاضي په ژبه ولیکو.
- ټول هغه کسان چې خویندی نه لري څو تنه دي؟

لیدل کېږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړئ.
نو د پورتنی فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیداکړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناخاپي پیښو د پیښیدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کیدای شي.

مثال: د S نمونه يي فضا د A, B او C ناخاپه پيښې په لاندې دیاگرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسۍ مطلوب دی د پيښو د پیښیدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A يا B حادثه ناخاپي پيښه شي.
b. د دې احتمال چې د A يا B پيښه، پيښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پيښه، پيښه نه شي.

حل:

a. د A يا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی خرنگه چې د اپيښې يو د بل څخه بیلي دي، یعنې $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پيښه ناخاپه پيښه، پيښه شي د $\overline{A}$ مکمله پيښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پيښه نه ده پيښه شوی، په بل عبارت هغه پيښه ده چې د C يا B حادثه پيښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ خرنگه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پيښه ناخاپه پيښه نه شي د هغې پيښې د پيښیدو د احتمال سره برابر دی چې د A يا B پيښې، پيښې شي، او دا د $A \cup B$ دپيښې د پيښيدو څخه عبارت ده.

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

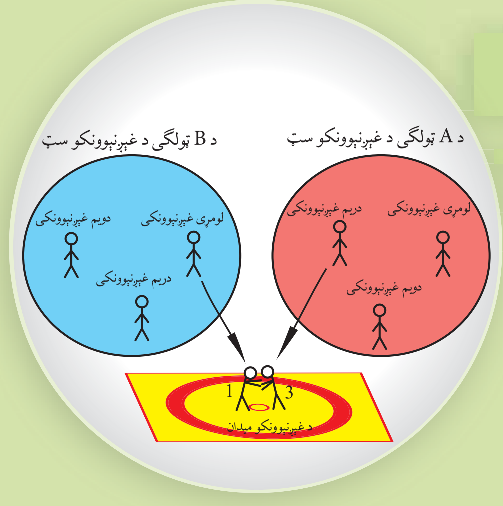
پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو ترې گټه اخیستې ده په پام کې ونیسۍ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولگي څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناخاپي ډول وټاکل شي چې خور او ورونه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل



د A او B دوو ټولګيو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې يو له بل سره په غېږه ورشي.

فعاليت

دوه عدده تور او سرمه يي رنګه پطلونونه له درې عدده سپين، ابي او فولادي رنګه کميسونه په پام کې نيسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتيب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کميسونو د شمېر تر منځ څه اړيکه شته ده.

د پورتنی فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راورو.

پايله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکيب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکيبي مجموعه د هرې يوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

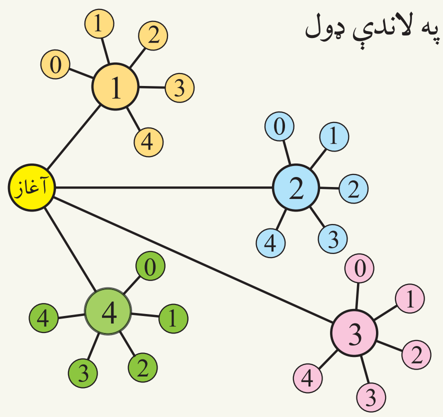
2- که چېرې د امکاناتو شمېر او يا د يو سټ عناصر په m عدد او د يوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې يو د بل سره د $(m \times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 3،2،1،0 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف يې رسم کړئ او هغه احتمال پيدا کړئ، چې له دې عددونو څخه يو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځايونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نيسو.

د کينې خوا په تش ځای کې د راکړل شويو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښيې خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتيب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنيو عددونو په وسيله موجود دي.

دا مطلب کولای شو د ونه ييز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښيو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ويش قابليت ولري د ښې خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه يوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ويش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کيدو احتمال چې پر 2 د ويش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$$

پوښتنې

1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخيستنه څو څلور حرفي معنا لرونکې او معنا نه لرونکې کليمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ييز ګراف په مرسته تشريح کړئ.

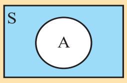
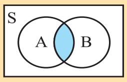
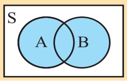
که چيرې د دې ترکيبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول يوه کلمه وټاکو د دې احتمال پيدا کړئ، چې دا کلمه((مريم)) وي.

2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبايل تليفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کينې خوا څخه په 077 پيل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکی لنډیز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناځاپي پېښو د ترکیب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تیوري په کارولو سره یو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د اتفاقي حادثې بیان	د بیان ارایه د ست په واسطه	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د حادثې احتمال
د S هغه ټولې ناځاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.	$\overline{A} = S - A$ یا $S = A \cup \overline{A}$		څرنګه چې $P(S) = 1$ دی نو $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
د A ناځاپه پېښه یا د B ناځاپه پېښه پېښیږي.	$A \cap B$		$P(A \cap B)$
لږ ترلږه یو د A یا د B د ناځاپي پېښو څخه پېښیږي.	$A \cup B$		$P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

د شمیرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکیب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکیبي مجموعې د عناصر د ضرب د حاصل سره مساوي دي.

که د یوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی یو د بل سره د ترکیب د ټولو امکاناتو شمېر د $m \times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1-که S یوه نمونه یي فضا او A د هغې یو ناځاپه پېښه وي وښیئ چې:

a) که $A \subseteq \phi$ وي وښیئ، چې $P(A) = 0$ دی.

b) که $S \subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A) = 1$ دی.

که چیرې د C ناځاپي پېښه د A او B ناځاپي پېښې په بر کې ولري، وښیئ چې همدارنګه د C ناځاپي پېښه د $A \cup B$ ناځاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چیرې S د A او B یوه نمونه یي فضا وي د B او $A \cup B$ ناځاپي پېښې یو بل په بر کې ولري وښیئ چې د $A \cup B$ او B یو بل سره برابر دي.

4- که د S په یوه نمونه یي فضا کې د B ناځاپه پېښه د A پېښه په بر کې ولري، وښیئ چې د A او $A \cup B$ ناځاپه پېښې یو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناځاپي پېښو احتمال یو د بل سره څه اړیکه لري؟

5- که چیرې S یوه نمونه یي فضا وي او B د هغې یوه ناځاپه پېښه وي وښیئ چې: $S - B = \overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښیئ چې د A او B دوې ناځاپي پېښې او S یوه نمونه یي فضا د $B - A$ او $\overline{A} - \overline{B}$ ناځاپي پېښې سره برابرې دي، یعنې: $\overline{A} - \overline{B} = B - A$

7- وښیئ چې د $\left[(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})\right] \cap \overline{A}$ ناځاپي پېښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library