بسم الله الرحمن الرحيم

کتاب پیژندنه

د کتاب نوم: احصائيه او احتمالات

څانګه: بانکداري، محاسبه او د تجارت اقتصاد

مولف: نورالله ابراهیمی او میر محمد شاه رفیعی

ژباړن: نورالله عماد

د څار کمېټه:

- محمد آصف ننګ د تخنيکي او مسلکي زده کړو معين
- ډيپلوم انجنير عبدالله کوزابي د تعليمي نصاب رييس
- محمد اشرف وحدت په تعليمي نصاب کې د معينيت د مقام سلاکار

د تصحيح کمېټه:

- محمد احسان
- محیم نسيم پسرلی

د ګرافيک او ډيزاين څانګې مسئول : محمد جان عليرضايي

ګرافيک او ډيزاين: محمد سليم خان

چاپ کال: ۱۳۹۲ لمریز کال

تيراژ: ۳۰۰۰

چاپ ځل: لومړی

وېب پاڼه: www.dmtvet.gov.af

برېښناليک: info@dmtvet.gov.af

کد ISBN: ۹۷۸۹۹۳٦۳۰۰٦٤٤

Ketabton.com

د چاپ حق د تخنيکي او مسلکي زده کړو له معينيت سره خوندي دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی — دا عزت د هر افغان دی

کور د سولې کور د تورې — هر بچی یې قهرمان دی

دا وطن د ټولو کور دی — د بلوڅو د ازبکو

د پښتون او هزاره وو — د ترکمنو د تاجکو

ور سره عرب، ګوجر دي — پامیریان، نورستانیان

براهوي دي، قزلباش دي — هم ایماق، هم پشه یان

دا هیواد به تل ځلیږي — لکه لمر پر شنه آسمان

په سینه کې د آسیا به — لکه زړه وي جاویدان

نوم د حق مو دی رهبر — وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوهنې وزیر پیغام

ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د یوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغې ټولنې د پیاوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زیار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هیواد انکشافي اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طی کوي او د یوه نیکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمینوي.

انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاباتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپیریال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفی کیږي او نه هم منقطع کیږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چابکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپیڅلي هدف ته د رسیدو په خاطر د انساني ظرفیت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنیکي کادرونو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنیکي او مسلکي زده کړو مزین تنکي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تګ لاره، دولتداري او ټولنیز نظام د اسلام له سپیڅلو احکامو څخه الهام اخیستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفیت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحیې د هغوی پالنه نه یوازي پخپل ذات کې یوه اساسي وجیبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج څخه یې آزاد کړي.

زموږ ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربیون باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاوړو متو، ویښ احساس او نه ستړي کیدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنیکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو لیکوالانو، مولفینو، ژباړونکو، سموونکو او تدقیق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهیر کې د ټولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومي مننه کوم. له درنو او پیاوړو استادانو څخه رجامندانه هیله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په ټول خلوص، صمیمي هڅو او وجداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي.

د نیکمرغه، مرفه، پرمختللي او ویاړمن افغانستان په هیله

فاروق وردګ
د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

(c) ketabton.com: The Digital Library

لړلیک

ځپرکی	سرلیکونه	پاڼې
لومړی	د احصائیې عمومي تیوري	۱-۸
دویم	احصاییوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه	۹-۲۲
دریم	د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)	۲۳-۵٤
څلورم	د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه	۵۵-٦۲

	دویم برخه	
	د احتمالاتو تیوري	٦۳-٦٤
لومړی	د احتمالاتو مفاهیم	٦۵-۷٤
دویم	د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد	۷۵-۸۸
دریم	د ترکیباتو تیوري	۸۸-۹٦
	سرچینې او اخیستنې	۹۷
	د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام	۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

احصائیه له ټولو حیاتي مسایلو سره سر او کار لري، نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول دپلان جوړونې په تخنیکونو کې ډیر زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د ټولنیزو او اقتصادي سیاستونو د طرح او تطبیق په اړوند او د اقتصادي مسایلو او مشخصاتو سنجش او ارزونه ټول په احصاییوي موثقو معلوماتو او د شمیرو(اعدادو)په علمي تحلیل او ارزونې او راټولونې باندې متکي دي. احصاییه د ناپیژندل شوو څیزونو لپاره یوه وسیله ده چې موږ به یې په لومړیو برخو کې ووینو چې هریو له دغو توضیحاتو څخه په درک او فهم کې هغه څه چې احصاییه ده اتلاق کیدای شي.

احصاییه له ډیرې زیاتې پخوا مودې نه را په دې خوا د یو دسپلین په توګه د بیلابیلو هیوادونو د لوړو زدکړو موسساتو په زیاتره دیپارټمنتونو کې تدریس کیږي.

د دې کتاب محتوا په عمومي توګه دوه برخې لري د تشریحي احصایې اخیستنه چې د ګرافیکي او عددي لنډو معلوماتو په برابرولو او پراختیا باندې چې یو شمیر تجارتي پدیدې تشریح کوي متمرکزه ده. او دویم استنباطي احصاییه چې دا خلاصه شوي عددي معلومات د ارزیابۍ لپاره د تجارتي تصمیم نیونې په پروسه کې د استفادې وړ ګرځوي. د مضمون عمده برخه استنباطي احصاییه جوړوي او په دې ترتیب موږ غواړو تر څو وښیو چې څرنګه تاسې کولای شئ له احصایې څخه د ارقامو د تعبیر او بدلون لپاره استفاده کوئ او هغوی په تصمیم نیونه کې په کار واچوئ څرنګه چې د احصایې د علم بنسټ تصمیم نیونه جوړوي او یوه منطقي او علمي تصمیم ته رسیدل د پیژندل شوو حقایقو د ځایونو په رڼا کې شاید چې مغلق شمیر نه وي خو که چیرې دقیق او موثق معلومات میسر نه شي زمونږ تصمیم نیوونکي وګړي به د تیرو وګړو تجربو او یا په موسسو تکیه وکړي البته په داسې ځایونو کې د هغو پایلو دقت او مؤثریت چې په لاس راځي په پوره اندازې سره د قناعت وړ نه ده، بلکې یواځې د یوې احتمالي ټاکلې فیصدۍ ډاډ یا اطمینان به پیدا شي. زیاتره مشغولیتونه د دولت په دستګاه کې او مشغولیتونه په نورو ساحوکې له تاسو څخه غواړي تر څو د راټولو شوو اطلاعاتو پر پایه تصمیم ونیسئ، ځکه په دغو میتودونو پوهیدل (احصاییوي میتودونه) علمي مزایاوې او د اهمیت وړ په کار اچونه هغوی ته وړاندې کوئ.

په درناوي

نور الله ابراهیمي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کتاب لنډیزه موخه:

د احصایې عمومي تیوري، عملیو، تحقیقاتي پړاوونو دپېښېدو د تکرار توزیع او د خپریدو مقایسونو پیژندل، همدارنګه د احتمالاتو له تیورۍ، مفاهیمو، قواعدو او د ترکیباتو له تیورۍ سره یې بلدتیا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

د احصائیې عمومي تیوري

ټولیزه موخه:
د کارکوونکو د علمي تحقیقاتو په غرض د کار وړ اطلاعاتو د مجموعې لاسته راوړل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې به محصلین وکولای شي چې:

- د احصایې د علم د بشپړتیا تاریخ توضیح کړي.
- د احصایې د علم بنسټیز مفاهیم توضیح کړي.
- د احصایې له علم څخه د استفادې ځایونه تشریح کړي.

د احصایې عمومي تیوري

احصائیه او د هغه مفاهیم:احصاییه یوه عربي کلمه ده، چې د هغې لغوي معنا په دري کې (آمار) او د حیاتي مسایلو شمېرل، آمار نیول او کله هم (شمېرل) دي او په پښتو کې هغې ته (شمېر) او (شمېرل) وایي. په آلماني کې د (Statistik) کلمه او په انګلیسي کې د (Statisties) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

د اقتصاد د پوهانو او د احصایې د صاحب نظرانو په عقیده د (Statisties) یا احصایې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده، چې له هغې څخه د قانوني موقف قانوني وضعیت استنتاج کیږي. سربیره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت لګښتونه او د وضعیت حالت هم راوځي. د (Status) د کلمې علمي تعبیر د سیاست والو او دولت د اړتیا وړ پر ټولو ارقامو او معلوماتو باندې پایلی ته رسیږي یانتیجې ته رسیږي.

د احصایې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي دي چې ځینې له هغوی څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

محدود مفاهيم او ځيني نور پراخ مفاهيم لري. چې يوه يې د ارقامو علم او بل هغه يې د پرمختيا او پراختيا په لور د يوې ټولنې د خصوصياتو د ساخت او بافت د مطالعې وسيله شودلې ده. د احصايې د علم د مفهوم په اړه بايد ووايو چې دا اصطلاح د مهارتونو کچه يا ميزان د نفوسو د سر شميرنې په چوکاټ کې د بيکارۍ ارقام يا د حقايقو عددي تعريفات (چې په احصاييه کې پيښيږي) ذهن ته راګرځوي يا په ساده توګه د يوه مضمون يو مکلفيت دی چې تاسې بايد هغه بشپړ کړئ.

احصاييه يو ګټور او موخه لرونکی علم دی چې له هغې څخه د ګټه اخيستلو پراخه حوزه د دولتي فعاليتونو په تجارت، پلان جوړونې او همدارنګه د هغې په کار اچونه په طبيعي او ټولنيزو علومو کې څه ناڅه نامحدوده ده. بايد يادونه وشي په هغه صورت کې چې احصاييوي ارقام په غلطه توګه وکارول شي، کيدای شي دروغجنه يا کاذبه پايله ولري.

په ۱۷ او ۱۸ مه ميلادي پيړۍ کې زياتره پوهانو او ليکوالانو احصايې ته يې د پيژندنې لومړني موضوعات او سياست له علم سره نږدې تړاو ورکړی دی يعنې هغه يې د هغه علم په توګه چې د موجوده زمانې لومړي اساسي نظم او ترتيبات زده کوي معرفي کړ.

وروسته د احصايې په نړيوال کنفرانس کې چې يوه پيړۍ وړاندې د هالند په پلازمينه کې جوړ شوی و، له آلمان څخه د انګل په نوم يو پوهاند چې د کانګرس له ګډون کوونکو څخه و په ډاګه کړ چې د احصايې د کلمې لپاره يوسل او اته ۱۰۸ بيل تعريفونه شتون لري.

همدارنګه په ۱۸۸۰ ميلادي کال کې د لندن د احصايې د ټولنې رييس وړانديز وکړ، تر څو لاندينی تعريف د احصايې لپاره د منلو وړ وګرځي. احصاييه له هغه علم څخه عبارت ده چې د بشري ټولنې جوړښت تر مطالعې لاندې نيسي.

پورتنيو تشريحاتو ته په پام سره احصاييه د هغه د پراخه او علمي مفهوم په توګه داسې تعريف کيږي.

احصاييه له علم او د علمي لارو له مجموعې څخه عبارت ده، پدې غرض:

الف- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه، لنډيز او ترتيبول.

ب- د معلوماتو او شميرو(اعدادو) وړاندې کول.

ج- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو مطالعه او څيړنه(تحقيق).

د- د شميرو(اعدادو) او معلوماتو نتيجه ګيري، تفسير او تعبير.

هـ- د تحليل شوو شميرو(اعدادو) او معلوماتو په نظر د تفاهيمو لاسته راوړنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په بل عبارت احصاییه د علم یا د علمي میتودونو له مجموعې څخه عبارت ده، چې د معلوماتو او شمېرو د انسجام، څرګندولو او تحلیل په غرض، د استنتاج او تصمیم نیونې په یوه یا څو ځایونو کې د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) د نظریاتو په اړه راټولیږي.

د احصایې سیر او تکامل ته لنډه کتنه

په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیت د تعمیل او د مالیاتو د ورکړې یا د وګړو د عسکري خدمتي دورې د سرته رسولو لپاره کارول شوې ده. داریوش د مالیاتو د راټولونې او د کادستر د جوړونې لپاره یو شمېر وګړي وګمارل.

یوناني اسکندر احصاییه د اهمیت وړ بلله. امپراتور اګوست د لومړي ځل لپاره د خپلې امپراتورۍ د شتمنۍ بیلانس جوړ کړ، وروسته یې له مخې خپل پوځیان او کښتۍ وشمیرلې.

همدارنګه مصریانو، رومیانو او داسې نورو په بیلابیلو ځایونو کې له احصایې څخه استفاده کړې. د بیلګې په ډول د عدد سنجش د اوسط له قواعدو څخه په استفادې او د وسطي حد سنجش د لرغوني یونان د پیژندل شوي ریاضي دان فیثاغورث په زمانه کې ترسره شوي دی. په ځینو آثارو کې د احصاییوي سروې ګانو له عملیاتو څخه د بابلیانو د مدنیت په زمانه کې یادونه شوې ده: کله چې د ټولنیز ژوند اوضاع کړکیچنه شوه، د هغوی د اقوالو، بیانونو او استنباط د پایلو د ثقه والي لپاره د یوه کل عدد او رقم د څرګندولو په بنه زیاتو غوښتنو پراختیا موندله.

که څه هم د علم له پراختیا سره د احصایې علمي بڼه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي. خو ریښتینی انکشاف په هغه کې له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دېخوا پیل شو، او لګښتونه په ریښتیني انکشاف کې هغه مهال دي چې د لویدیځو اروپایي هیوادونو بیلابیل حکومتونو د خپلو ښاریانو د وګړو په اړه د معلوماتو راټولولوته لېوال شول. د احصایې ثبت او فیات په انګلستان کې په ۱۵۳۲ میلادي کال کې ترسره شوي او په هغه پسې په فرانسه کې یې رواج پیدا کړی دی.

په سویډن کې د نفوس د احصایې نیونې نسبتاً عصري بڼه په کال ۱۷۸۴میلادي کې پیل شوه. د احصایې د علم د ودې او پراختیا په برخه کې ډیرو پوهانو او علماوو ګټور کارونه کړي دي چې د هغوی له جملې ادلف کویت لت (۱۷۹۶ –۱۸۷۴) یو تن بلژیکي عالم لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول. باید یادونه وشي چې په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د

(c) ketabton.com: The Digital Library

علم د پلار خطاب کړی دی هغه د یوه احصاییوي مرکزي کمیسیون بنسټ کیښود چې په تدریج سره د یوه نمونه یي سازمان په توګه د زیاترو هېوادونو د احصاییوي تأسیساتو د منځ ته راتلو لپاره د استفادې وړ وګرځېد.

برنولي (۱۷۰۰ – ۱۷۸۲) میلادي او لاپلاس هم د احصایې د علمي قوانینو له موسسینو څخه ګڼل کیږي چې د احتمالاتو سنجش او ریاضي ګډون په احصاییه کې د نیونې لارې او د اندازه نیونې دقیق روشونه یې را مخ ته کړي دي.

په وروستیو کلونو کې احصاییه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره نظري او علمي څانګوکې یې ډېر زیات ارزښت لاسته راوړی دی. د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصایې کورسونه په ترتیب سره د روحیاتو، ښوونې او روزنې او اقتصاد په دیپارټمنتونو کې او اوس د بیلابیلو هیوادونو د پوهنتونونو په زیاتره دیپارټمنتونو کې د هغه تدریس د یو اساسي مضمون په توګه ترسره کیږي، او په وروستیو کلونو کې د وخت له غوښتنو سره سم او احصاییوي پرسونل ته په اړتیا سره د احصاییوي مضامینو او اقتصادي ریاضیاتو په شمېر کې زیاتوالی راغی او د ۱۳۵۴هـ ش کال له پیل څخه را په دیخوا احصاییوي رشتوي مضامین او د احصایې او اکنومتري دیپارټمنتونه کابل پوهنتون د اقتصاد پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلي دي.

له احصایې څخه دګټې اخستنې موارد، په ټولنه اواقتصادي پلان جوړونه کې دهغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصایې تاریخي لرغونوالی ډېرو پخوانیو زمانوته رسیږي. پراختیا او له احصایې څخه د استفادې ځایونو هم بیلابیل پراونه وهلي دي او اوس هم د ودې په حال کې دي. په لرغونو ټولنو کې احصاییه د نفوسو د شمېرلو او مالیاتو د ورکړې په مقصد د مکلفیتونو لپاره کارول کېده. په منځنیو پیړیو کې د احصایې له نظره د کرنیزو ملکیتونو د اندازې ثبت اهمیت درلود.

یو دا چې د ساري ناروغیو تلفات او د هغه څرګندیدل په سمه توګه سنجش او وپیژندل شي او بل دا چې نفوس ډېر مهم قدرت (د دولت لویوالی په خاصه توګه د هغه نظامي قدرت) پیژندل کېده.

د ۱۷ مې میلادي پیړۍ په شاو خوا کې هغه سروې ګانې چې له نوې سرشمېرنې سره نږدې ورته والی درلود تر اجرا لاندې راغلې وې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه اقتصادي او سیاسي بدلونونه او تحولات چې د فرانسې له ستر انقلاب څخه وروسته په اروپا کې منځ ته راغلل او له څنډه پرته له ۱۸۷۱میلادي کال څخه وروسته د احصاییو په راټولونه کې د تحول او چټکی پراختیا لاملونه په زیاتره اقتصادي او ټولنیزو سکتورونو کې مخکې له مخکې څخه آماده او چمتو شوي دي.

په تدریج سره احصاییوي معلومات چې غالباً د دولت اسرار پیژندل کېدل په ورځپاڼو او جرایدو کې خپاره شول او په ټولو ځایونو کې وویشل شول. د احصاییوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمې څیړنې ترسره شوې او احصاییوي روشونه د تیروتنو د کچې د تثبیت په مقصد تر مطالعې لاندې راغلل. په احصاییه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول عمده ګامونه او د احصایې زیاته پراختیا وګڼل شوه. د احصایې اقتصادي څانګې(شعبات) د احصایې په ملي برخو کې په زیاتره هیوادونو کې تأسیس او د احصایې کانګرسونو او نړیوالو سازمانونو په کار پیل وکړ.

د کرنیزو ملکیتونو د دفترونو اسناد او د ځمکو د هستوګنو د مالکیت لیږدول، د وګړو د مال مکلفیت او د دولت د عوایدو مدرکونه یې وټاکل. له حیاتي احصاییو او د نفوسو د احوالو له ثبت سره مینه او علاقه له دوو پلوو څخه زیاته شوه.

د احصایې نړیواله لومړنۍ جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصایې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

په ۱۸۵۵ میلادي کال کې د احصایې نړیوال انستیتوت په لندن کې تأسیس شو. له دویمې نړیوالې جګړې وروسته (۱۹۴۷) میلادي کال څخه را په دیخوا د احصاییوي فعالیتونو د ورځنیو پراختیا او انکشاف چې د علمي تحقیقاتو او د نویو احصاییوي سیستمونو او روشونو په وړاندې په اقتصادي بیلابیلو هیوادونو کې په ملي او نړیواله سویه یو ځای و اختراع او له کمپیوټرونو او د حساب له ماشینونو څخه په استفادې د جدولونو په جوړولو او ترتیب او د شمېرو او ارقامو د سنجش اړوند مسایلو په حل کې بې سابقه بدلون یې په احصاییه کې منځ ته راوړی دی.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصاییه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول او نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه پیژندل شوې او احصاییوي اداراې او د پلان جوړونې سازمانونه هم مهاله او یو ځای پراخ شوي دي. زمونږ په ګران هېواد کې هم د احصایې مرکزي اداره د وخت د اعظمی صدارت تر مستقیم اثر

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې په ۱۳۵۲ لمریز کال کې جوړه شوې او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړې ډول د لاندینیو موخو په برخه کې فعالیت کوي.

۱- د متمرکز احصاییوي اوعلمي سیستم تأمین اوپراختیا، دهېواد اوسنیو شرایطو ته په پام سره د بین المللي معیارونو سره سم د اړتیا وړ ارقامو دوامداره احصایې د راټولولو، تصنیف، تجزیې، تحلیل، نشر او توزیع کول اوله هغې څخه په انکشافي ، اقتصادي اونورو ټولنیزو پروګرامونو دترتیب او پلانونې په موخه ګټه اخستل.

۲- د ادارې، موسسو او زیاتره وګړو د احصاییوي فعالیتونو علمي او مسلکي لارښوونې، بررسۍ او کتنې(نظارتونه) چې د احصاییوي معلوماتو او ارقامو په راټولونه کې برخه اخلي یاکار کوي.

۳- په ملي کچه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تنظیم او تمرکز.

٤- په ملي کچه د میتودولوژۍ تثبیت د احصایې ثبت او راټولونه حیاتي وقایع (پیښې) او د هغې تدریجي عمومیتوب.

٥- د دولت په انکشافي پلانونو کې شامل پروګرامونه او د پروژو د کار پرمختګ او تطبیق پورې اړوند د احصاییو او ارقامو راټولونه او د راپورونو د جوړولو او بررسۍ په منظور او په دې اړه لازم وړاندیزونه لوړ پوړو مقاماتو ته.

نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، په ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز

احصاییه عربي کلمه ده، چې لغوي معنا یې په دري ژبه کې د شمارش او یا امار اخیستنې په معنا ده. په پښتو ژبه کې د شمېر او یا شمیرلو په معنا راغلې او همدارنګه په آلماني ژبه کې د (Statistik) په نوم او په انګلیسي ژبه کې د(Statistice) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

احصایې د نن ورځې متداولې یا معمولې په معنا او مفهوم یعنې د روشونو مجموع د جدول بندۍ، تحلیل او د متداولې معلوماتو او څرګندولو د راټولونې په مقصد پیژندل شوې او احصاییوي تخنیکونه او توضیعي دستورالعملونه له شمېرو او ارقامو څخه د تصنیف او نتیجه ګیرۍ په مقصد چې په زیاته پیمانه شتون ولري، او همدارنګه باید یادونه وشي چې په لرغونو ټولنو کې له احصایې څخه د نفوسو د شمیرلو په مقصد، د مکلفیتونو او مالیاتو د ورکړې د ټاکلو او د وګړو د عسکرۍ خدمت د مکلفیت دورې سرته رسولو په غرض کار اخیستل کیده. د علومو له پراختیا سره د احصایې علمي بنه له اتلسمې میلادي پیړۍ څخه پیل کیږي خو په هغې کې ریښتینی انکشاف له شپاړسمې میلادي پیړۍ څخه را په دیخوا پیل شوی او له هغه مهاله تر نن ورځې د نړۍ په بیلابیلو هیوادونو کې له هغې څخه استفاده کیږي. څرنګه چې د نمونې په ډول په ۱۵۳۲میلادي کال کې ثبت او فیات په انګلستان کې ترسره شو چې وروسته په فرانسه کې یې هم رواج پیدا کړ.

په همدې ترتیب سره په ځینو هیوادونو لکه سویډن، ناروې، دنمارک کې هم زیات کارونه د احصایې د علم د پوهانو لخوا ترسره شوي دي. همدارنګه زیاتو علماوو او پوهانو هم د احصایې د علم په اړه نظریې او وړاندیزونه وړاندې کړي دي چې د هغوی له جملې څخه بلژیکي ردیف کویت (۱۸۷۴- ۱۷۸۶ میلادي) کال کې لومړنی احصاییه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه یې احصاییوي نوي اصول په کار واچول.

په ځینو شخصي آثارو کې یې کویت لت ته د نوې احصایې د علم د پلار خطاب کړی دی. همدارنګه له نورو علماوو څخه لکه برنولي (۱۷۸۲ – ۱۷۰۰ میلادي) او لاپلاس (۱۹۴۹-۱۸۲۷ میلادي) هم د احصایې د عملي قوانینو د موسسینو له جملې څخه شمېرل کیږي نوم اخیستی شو. د احصایې له علم څخه د استفادې په اړه باید یادونه وشي چې د نننۍ نړۍ په زیاتره هیوادونو کې له احصایې څخه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنټرول، نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجرااتو د لارښونې په اړه استفاده کیږي.

زمونږ په ګران هیواد کې هم نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافي سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصاییوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، او ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل اوپه علمي ارزیابیو متکي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- آیا په دري او پښتو کې د احصایې په لغوي معنا پوهیږئ ؟
۲- د احصایې کلمه د(Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده هغه مفاهیم چې له دې کلمې څخه استنتاج کیږي، نومونه یې واخلئ ؟
۳- د احصایې په محدوده کې عامیانه مفاهیم توضیح کړئ؟
٤- احصاییه په پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟
۵- په لرغونو ټولنو کې احصاییه د کومو مقصدونو لپاره کارول کېده؟
٦- د احصایې ریښتینی انکشاف له کوم وخت څخه پیل شوی او د هغه لامل څه و؟
۷- د هغو مشهور علماوو او پوهانو نومونه چې د احصایې په علمي پراختیا کې یې څرګنده ونډه درلوده واخلئ؟
۸- د احصایې اهمیت د ژوند په ټولو مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جوړونې په برخه کې په لنډه توګه توضیح کړئ ؟
۹- د مرکزي احصایې د ادارې ځانګړې موخې او دندې څه دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم څپرکی

احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه

ټوليزه موخه:

احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه.

د زده کړې موخې: محصلين د دې څپرکي په پای کې وکولای شي چې:

- د احصاييوي ارقامو د راټولونې پړاوونه عملي کړي.
- د احصاييوي ارقامو د تحليل او شننې لارې توضيح کړي.
- له احصاييوي ارقامو او شمېرو څخه لازمې نتيجه ګيرۍ ترلاسه کړي.
- احصاييوي بڼې(شکلونه) او ارقام څرګندکړي.
- احصاييوي بيلابيل ګرافونه انځور کړي.

احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه

لکه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وويل شول، احصاييه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې د هغې په اساس معلومات او شمېرې راټولې، ترتيب او په لنډه توګه وړاندې او تحليل کيږي او نظر هغه ته نتيجه ګيري او تصميم نيونه تر سره کيږي. د دې عمليو او ترتيباتو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبيت او ټاکل.

ب- د تجربې طرح يا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- د جدول بندۍ تصنيف، د پايلو څرګندول تحليل او توضيح.

هـ- ديادوشويو پړاوونو تصميم او نتيجه ګيري چې هر يو په لنډه توګه توضيح کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل: احصاييوي تحليل په شمېرو او ارقامو پيل کيږي او د اړتيا وړ معلوماتو او شمېرو د راټولونې په غرض له ټولو څخه مخکې دولت بايد واضح کړي چې په کومه موضوع کې تحقيقات يا څېړنې کوي. څېړونکي يواځې د ستونزو د سم تعريف او توضيح په صورت کې کولای شي تشخيص کړي چې څه ډول شمېرې او معلومات د اړتيا وړ دي.

په هغه صورت کې چې موضوع په پيل کې په وضاحت سره تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي يا د ښه څرگندولو په ځای موضوع نوره هم پېچلې کړي. بايد ښه څرگنده شي چې دلاسته راغلو احصاييوي پايلو کيفيت او څرنگوالی د راټولو شوو شمېرو په ثقه والي او مناسب والي باندې متکي دی. چې په خپل وار سره د مطرح موضوع په سم تشخيص او طرحې پورې اړه لري. په هغه صورت کې احصاييوي تخنيکونه حتا په زيات دقت سره نه شي کولای نظر دې شميروته گټورې پايلې د تصميم نيونې په غرض د اړوندو ستونزو(موضوع) په اړه چمتو کړي.

ب- د تجربې طرح يا ټاکل: کله چې د پام وړ موضوع په دقيقه توگه طرح شوه څېړونکی بايد تصميم ونيسي، چې د اړوندو کتنو يا مشاهداتو مجموع په عمومي بڼه يا د هغې يوه برخه مطالعه يا تر کتنې لاندې راولي. کله چې ټولې کتنې يا مشاهدات مطالعه کړي د (ټوليز شمار)په نوم او که چيرې د هغې يوه برخه تر کتنو لاندې راولي اړوند روش د (نمونه گيری) په نوم يادوي. ټوليز شمار په عمل کې اکثراً، زيات وخت او لگښت غواړي يا حتا د هغه تطبيق ځينې وخت هم د امکان وړ نه وي. د هغه پر ځای ناچاره بايد مطالعه د نمونه گيری (سمپل) له لارې ترسره شي.

په نمونه گيری کې هڅه کيږي تر څو د نمونوي شمېرو پر اساس چې له مشاهداتو څخه نمونه گيري شوې تصميم پيل شي. نو په دې اساس نمونه بايد له اړوندو کتنو يا مشاهداتو څخه سم استازيتوب وکړي. د داسې يوې نمونې اخيستنه د احصايې د تيوري احصاييوي عمده برخه جوړه وي او يو شمېر پوښتنې رانغاړي لکه، نمونه بايد تر کومې اندازې لويه وي په څه ډول شمېرې بايد راټولې شي. دا شمېرې څه ډول راټولې شي. دا ډول پوښتنې د احصايې په هغې ځانگې پورې تړاو لري چې د نمونې د طرحې يا(د تجربې طرح) په نوم ياديږي. د نمونې طرح بايد په پوره دقت سره ترسره شي پرته له هغه نه شو کولای مطلوبې نتيجه گيری ته ورسيږو.

د غيرناڅاپي يا غير تصادفي نمونه گيري، په خپل وار سره اتفاقي نمونه گيري په مختلفو بڼو ويشل کيږي. لکه ساده ناڅاپي يا اتفاقي نمونه گيري او مقيده ناڅاپي يا اتفاقي نم نمونې طرح کيدای شي په بېلابېلو بڼو ترسره شي. لکه ناڅاپي(يا تصادفي) نمونه گيري ونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګيري، يواړخيزه، دوه اړخيزه او څو اړخيزه او مکرره نمونه ګيري، همدارنګه غير اتفاقي نمونه ګيري د توپير لرونکي يا تفاوتي نمونه ګيرۍ په بڼه په صحيح او ډاډ سره نيول کېږي چې هر يو د دغو نمونه ګيرۍ لارې د ځانګړو ښېګڼو يا مزاياوو او نيمګړتياو لرونکې دي چې تر يوه حده پورې د کتنو يا مشاهداتو په ډول او د احصاييوي سروې په موخې پورې اړه لري.

ج- د احصائيوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه: د احصائيوي څېړنو درېيم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر يو احصاييوي څېړنيز پړاو ته زيات وخت او زيات لګښت غواړي. په دوو مخکينيو پړاوونو کې ځينې د موخې په ټاکلو او تثبيت کې او د نمونې په طرح او شننه کې اړينه ده. د مطالعې اړوندې موضوع په اړه څېړونکی يا محقق بايد د معلوماتو او پوره پوهې لرونکی وي او له خپل قضاوت څخه هم ګټه واخلي او د شمېرو او معلوماتو د راټولونې پر خلاف او حتا يوه ښه پايله لاسته راتلای شي، چې په دې برخه کې بايد شخصي قضاوتونه ذيدخل نه وي.

احصاييوي شمېرې او معلومات په بيلابيلو لارو، بيلابيلو موخو ته په کتو سره راټولېږي.

په عمومي توګه د معلوماتو لاسته راوړنه او د شمېرو راټولونه په دوو بڼو ترسره کېږي:

الف- مستقيم

ب- غير مستقيم

په مستقيمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو يا نمونوي سروې ګانو يا کتنو (مشاهداتو) له لارو راټول کړي.

په غيرمستقيمه توګه څېړونکی کولای شي، معلومات د ليکنو، پوښتنپاڼو (استعلامونو)، فورمو، د نشراتو له اخځ ليکونو، سرچينو او داسې نورو څخه په استفادې لاسته راوړي.

ديادولو وړ ده، چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې بهتره ده، چې په هره برخه کې اصل زمان، سموالی او اقتصادي والی په پام کې ونيول شي.

که چيرې لومړنۍ راټولې شوې شمېرې اوږدې وي، بايد هغوی د ترتيبولو په غرض لنډې(خلاصه) کړل شي. لکه اوږدې سمې شمېرې د ۱۰،۱۰۰ يا ۱۰۰۰ او داسې نورو په واحدونو لنډې او خلاصه شي يا اوږدې اعشاري خانې، له امکاناتو سره سم او په لاس کې د شته وسايلو په مرسته لومړۍ، دويمې او درېيمې نږدې خانې ته نږدې کړل شي.

د- د احصاييوي شمېرو(اعدادو) ترتيبول: له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضح او د ويلو وړ وليکل شي، او د تحليل او څرګندولو د آسانولو لپاره دې ترتيب شي، که چيرې شمېرې

(c) ketabton.com: The Digital Library

نظر کمیت او شمېر (تعداد) ته ترتیب او تصنیف شي هغه لړۍ یا سلسله چې لاسته راځي د پېښې د بیا ویشنې یا د فریکونسۍ د ویشنې په نوم یادیږي. په وروستیو ځپرکو کې به یې په پوره ډول مطالعه کړو. همدارنګه که شمېرې نظر زمان ته ترتیب شي اړونده لړۍ یا سلسله یوه زماني لړۍ نومیږي. سربیره پر دې شمېرې د جغرافیایي او محیطي شرایطو موقعیت، سن، کیفیت او نورو خصوصیاتو په نظر نیولو سره ترتیب، دسته بندي او څرګندیږي.

د شمېرو او معلوماتو څرګندول کیدای شي د احصاییوي بیلابیلو بڼو او په بیلابیلو لارو لکه جدولونو، ګرافونو او نورو هندسي بڼو په وسیله ترسره شي.

هـ- د احصائیوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو تحلیل او څرګندونه: په دې برخه کې د احصاییوي څیړنو د پړاو په اړه باید یادونه وشي چې د احصاییوي شمېرو او معلوماتو څرګندونه کیدای شي له لازم تحلیل څخه مخکې او حتا له نتیجه ګیرۍ څخه وروسته هم تیار او آماده شي، نو نوموړې عملیې د احصاییوي څیړنې ډېر عمده پړاو یعنې د شمېرو او معلوماتو تحلیل ترسره کوي.

د تحلیل د څرنګوالي ډول تر زیات حده پورې په ټاکل شوې موخې یا طرح شوې موضوع او د موجوده شمېرو او معلوماتو په ډول پورې تړلی دی او کولای شي په بیلابیلو لارو ترسره شي.

د بیلګې په ډول ځینې مطروحه موضوعات داسې دي چې راټول شوي معلومات او شمېرې له ترتیب، توحید او څرګندولو وروسته د ځینو شمېرو د مقیاسونو یا مشخصاتو په کار اچولو لکه د اوسطونو، انحراف یا خورتیا(پراګندګي) یا فیصدیو او نور سنجش غوښتنه کوي.

دا مشخصات که په نمونوي شمېرو متکي وي د احصاییوي مشخصو(Statisties) په نوم او که چیرې له کتنو یا مشاهداتو او د مشاهداتو د ټولې مجموعې له شمېرو څخه لاسته راغلي وي پارامتر نومول کیږي.

و- د نتیجه ګیرۍ او تصمیم پړاو: که چیرې د ټولو کتنو یا مشاهداتو نمونه یا تجربه په ځان کې راونغاړي او ځینې احصاییوي تحقیقات په یوه سروې کې د کلي شمار په بڼه وي د پام وړ سروې وروستنی پړاو ته تشریحي احصاییه یعنې څلورم پړاو چې پورته یې یادونه شوې جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د کتنو یا مشاهداتو د مجموعې خصوصیات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې موضوع په اړه تصمیم نیول کیږي. د دې پر خلاف که چیرې سروې نمونوي وي او یواځې د کتنو یا مشاهداتو له مجموع څخه یوه برخه په ځان کې راونغاړي، په دې حالت کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

تشریحي احصایه د څېړنې یا تحقیق وروستنی پړاو نه دی د احصاییوي عملیو او مطالعو زیاته غوښتنه کوي، ځکه له مطالعې او د نمونې له تحلیل څخه موخه د نتیجه ګیرۍ د مشاهداتو یوه مجموعه او د تصمیم پیل د همغو مشاهداتو په اړه وي.

د احصائیوي بڼو (شکلونو) په مرسته دشمېرو وړاندې کول: احصاییوي شمېرې او معلومات له راټولونې څخه وروسته باید په ترتیب، توحید او تصنیف سره وړاندې شي. البته د شمېرو څرګندونه چې وروسته به هم وویل شي له تحلیل څخه مخکې یا وروسته تر سره شي. د شمېرو څرګندونه عموماً په دوو لارو ترسره کیږي.

۱- په شفاهي یا لفظي توګه.

۲- په لیکل شوې بڼه د احصاییوي بڼو په وسیله.

احصایوي بڼې بیلابیل ډولونه لري چې، په عمومي توګه په دوو ډلو ویشل کیږي:

الف- احصائیوي جدولونه.

ب- احصائیوي ګرافونه.

الف- احصاییوي جدولونه او د شمېرو(اعدادو)جدول بندي: جدول بندي د تحلیل او پرتلې په غرض د معلوماتو او شمېرو سیستماتیک او منظم ترتیبول دي. احصاییوي جدولونه که څه هم نظر لیکل شوو شمېرو او موخې یا طرح شوې موضوع ته زیات دي او په عمومي توګه پر دوو ډولونو باندې ویشل کیږي.

عمومي جدول او خصوصي جدول:

په عمومي جدول کې معمولاً لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې ترتیب او لیکل شوې دي او زیاتره د مأخذونو او سرچینو د ښودلو لپاره د عمومي مقصدونو په خاطر کار ترې اخیستل کیږي په داسې حال کې چې په خصوصي جدولونو کې شمېرې او معلومات ترتیب او لنډ (خلاصه)شوي دی او د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصاییوي جدول د جوړولو لپاره باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي:

عنوان: هر احصاییوي جدول باید یو عنوان ولري. د یوه جدول عنوان باید په لنډه او واضح توګه د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې څیزونه واضح کړي.

الف- په جدول کې د لیکل شویو اعدادو محتوا او د بحث موضوع.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- هغه محل یا ځای چې شمېرې (اعداد) په ځان کې رانغاړي.
ج- هغه مهال یا وخت چې د هغوی په وسیله یې لیکل شوې شمېرې په ځان کې رانغاړلې دي.

مأخذ یا سرچینه

کله چې لومړني یا اصلي اعداد د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټول شوي وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینو له یادولوڅخه په یوه جدول کې ولیکل شي، خو په هغه صورت کې چې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي. باید دهغوی سرچینې او مأخذ د جدول په ښکته برخه او له لمن لیکونو څخه مخکې په واضح توګه ولیکل شي.

یادښت یا لمن لیک (پاورقی): که په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او څرګندولوته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي. دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې راوړل شي او وروسته په اخځلیک یا سرچینې کې ځای پرځای شي.

د جدولونو خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوي جدول خانې(ستونونه) اوقطارونه لري، چې د هغوی شمېر په هماغه جدول کې دلیکل شوو شمېرو او معلوماتو په اندازې او د موضوع په څرنګوالي پورې اړه لري. د جدول خانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکې وي. کله چې د خانو او قطارونو شمېر زیات وي، ښه ده چې د فهرست ،څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي.

د کچې (مقیاس) واحد: په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بیلګې په ډول که د یوه جدول لیکل شوې شمېرې په فیصدۍ سره سنجش شوې وي، په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد(فیصدي)، شتون لري او د جدول تر اصلي عنوان لاندې توضیح شوې دي.

مجموع: د یوه جدول خانې(ستونونه) او قطارونه په عمومي توګه په هغه جدول کې د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي وي البته د شمېرو په مجموعه کولو کې د یوه جدول په خانو او قطارونو کې د یوه ګډ مقیاس واحد شتون شرط دی. ځکه نشو کولای چې بیلابیل او متفاوت مقیاس درلودونکي واحدونه مجموعه کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جدول نمونه: د پرمخ تللو هیوادونو د داخلي محصولاتو دمجموعي ودې د میتود وړاندوینه جدول ۱۹۶۰ تر ۱۹۷۹ کلونو کې شوې ده.

کلونه	مخ پروده هیوادونه					دمخ پروده هیوادونه پرته د نفتو یا تیلو له صادراتو څخه	هغه هیوادونه چې ډیره لږه پراختیا یې موندلې
	په عمومي توګه	افریقا	لاتینه امریکا	د آسیاجنوب او لویدیځ	د اسیاختیځ		
۱۹۶۰-۱۹۷۰	5.5	4.6	5.5	4.7	8.7	5.2	3.1
۱۹۷۰-۱۹۸۰	6.2	5.3	5.9	5.4	9.0	5.4	3.1
۱۹۷۸	5.2	4.8	4.6	6.8	3.2	5.3	3.3
۱۹۷۹	5.3	5.3	6.3	4.8	3.0	5.2	2.4
۱۹۸۰	5.9	6.1	5.8	5.3	7.0	5.7	2.6
۱۹۸۱	6.0	6.3	5.6	6.1	7.0	5.4	3.6

سرچینه: د UNCTA د سکرتریت سنجشونه دې د ملي او نړیوالو رسمي سرچینو د شمېرو(اعدادو) په اساس ولیدل شي.

ب- احصائیوي ګرافونه: ګرافونه د دوو یا زیاتو اوښتونکو (متحولو) تر منځ د اړیکې له جولیزې څرګندونې څخه عبارت ده. د ګرافونو ډولونه او بڼې ډیرې زیاتې دي. د اوښتونکي یا متحول د پېښیدو په شمېر، د شمېرو په څرنګوالي او د موضوع په ډول پورې اړه لري، چې په بیلابیلو بڼو، نظر موخو ته په خاصه توګه رسم اوڅرګندیږي.څو ډوله احصاییوي ساده ګرافونه او معمولي چارتونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي.

خطي ګرافونه: په دې ډول ګرافونوکې لکه له نامه څخه یې چې څرګندیږي، د خطي اوښتونکو یا متحولو تر منځ اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. دبېلګې په ډول که چیرې اړیکې د تابع او متحول y او خپلواک اوښتونکی او خطي X تابع کوونکی تر منځ وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرګندیږي.

$$y = ax + b$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې a او b ثابت دي لومړنی د عمودي قاطع په نوم او دويم د x د ضريب په نوم ياديږي.

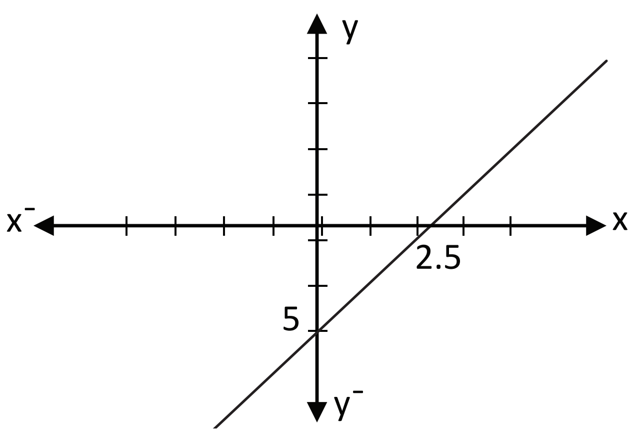
بيلګه: د $y = 2x - 5$ معادلې ګراف رسم کړئ؟

د دې معادلې ګراف څرنګه چې په شکل کې ښودل شوی، کولای شو په دوو طريقو انځور کړو لومړی د x د متفاوتو قيمتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پيدا کوو.

دا قيمتونه د x او y د وضعيه کمياتو په محورونو کې د ټکو په مرسته په نښه (نقطه ګذاري) کوو.

x	$-3,-2,-1,0,1,2,3,4,15$
y	$-11,-9,-7,-5,-3,-1,1,-315$

په دويمه طريقه کې څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقيمې کرښې يوه معادله ده او د اړوندې مستقيمې کرښې د انځورلو لپاره کفايت کوي، ترڅو هغه دوه ټکي چې په هغوی کې مستقيمه کرښه د x او y د محورونو په توګه قطع کوي، وټاکو. يعنې که د x=0 په معامله کې وضع شي نو y=-5 وي او بر خلاف که y=0 وي $x=\frac{5}{2}$ کيږي. دا دوه ټکي (0 , -5) او (2,5 , 0) په ګراف کې په ترتيب سره د A اوB په تورو ښودل شوي دي. د دغو دوو ټکو له نښليدو يا اتصال او د هغوی اوږدوالی يا امتداد دوو خواوو ته مطروحه مستقيمه کرښه انځور کيږي.



(۱-۲) بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

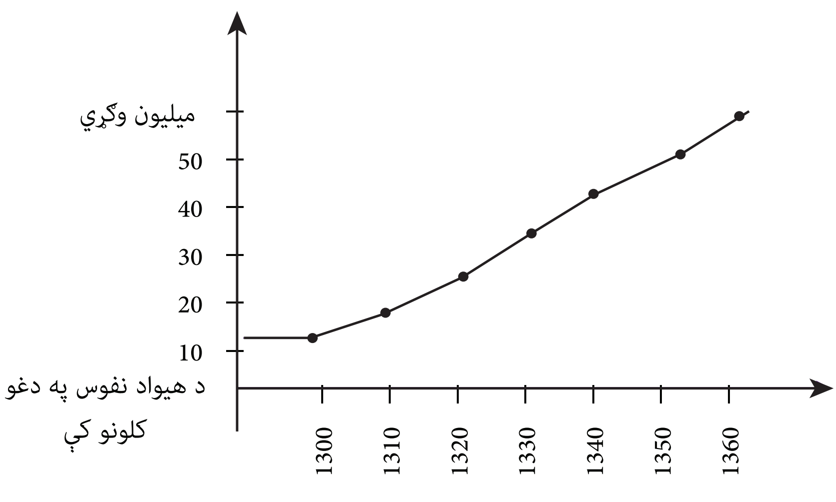
هندسي مشخصې او د ګرافونو ترسیم:

په یاد باید ولرو چې په احصاییوي ګرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه د تابع متحول په عمودي محور کې او خپلواک یا مستقل متحول یا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کیږي.

د بیلګې په ډول: د یوه هیواد نفوس په تیرو ۶۰ کلونو کې په لاندې توګه ورکړل شوی دی، چې د هغه ارقام میلیون وګړي دي.

X کال	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y نفوس (میلان)	12	15	18	22	28	33	37

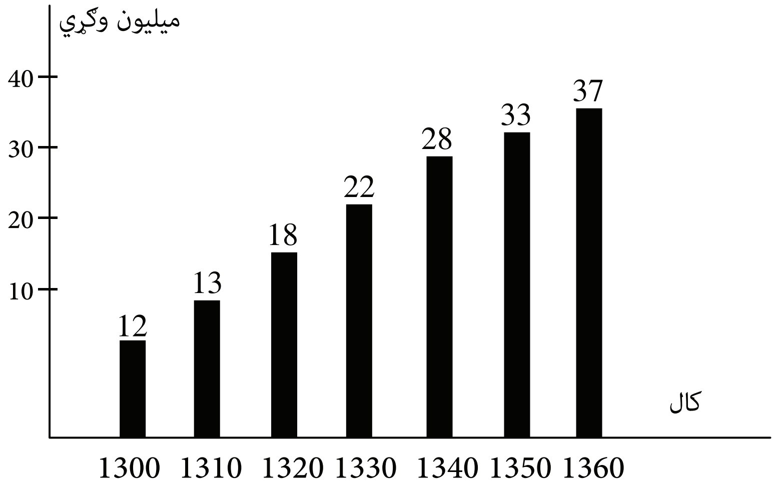
پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د ټکو ایښودو(نقطه ګذاري) په بڼه انځور کړو.



بڼه(۲-۲)

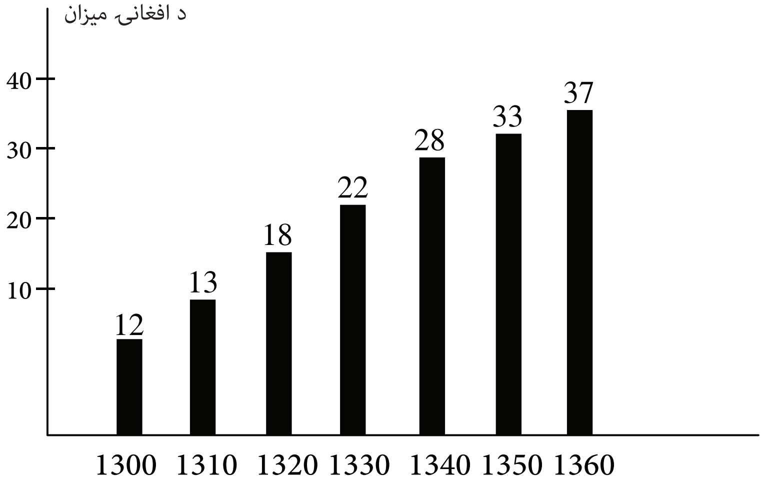
(c) ketabton.com: The Digital Library

او همدارنګه کولای شو د عمودي کرښو په ځای مستطیل شکله بڼې هم انځور کړو.



بڼه(۳-۲)

پورتني معلومات کولای شو په بل ګراف کې د عمودي او مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.



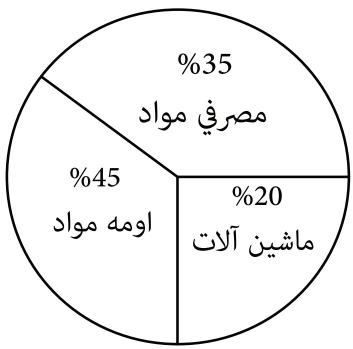
بڼه (۴-۲)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورتنيو ګرافونو سربيره له نورو بڼو او همدارنګه له نښو(علايمو) او سمبولونو څخه هم کولای شو ګټه واخلو. يا په پورته ګرافونو کې کولای شو زياتره معلومات د بيلابيلو رنګونو په وسيله سره ځای په ځای کړو. د بيلګې په ډول کولای شو د هر کال د سن ترکيب او يا د نفوس جنس په يوه مستطيل کې په بيلابيلو رنګونو يا د متفاوتو خط کارونو په وسيله وښيو.

همدارنګه کولای شو احصاييوي معلومات او شمېرې په يوه دايره کې څرګندې کړو.

د بيلګې په ډول: فرض کړئ د يوه هېواد ۴۵٪ فيصده مجموعي شتمني مصرفي مواد ۳۵ فيصده يې اومه مواد او ۲۰ فيصده نور يې ماشين آلات جوړوي کولای شو دا شمېرې د يوې دايرې په وسيله څرګندې کړو



بڼه(۵-۲)

او يا کولای شو پورتني معلومات په يوه مستطيل يا مربع کې څرګند کړو.

مصرفي مواد	45%
اومه مواد	35%
ماشين آلات	20%

يا په بل عبارت د دايروي ګرافونو ترسيم کولای شو د هر ټولګي له فريکونسي او د فريکونسي له مجموعې څخه په استفادې سره ترسره کړو لکه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$$

F- فریکونسي

n- د فریکونسي مجموع

د بیلگې په ډول: د 75 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول دي.

ټولگی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	15
31 – 40	20
41 – 50	25
مجموع	75

$$\frac{5}{75} \cdot 360 = 24$$

$$\frac{10}{75} \cdot 360 = (48)$$

$$\frac{15}{75} \cdot 360 = 72$$

$$\frac{20}{75} \cdot 360 = 96$$

$$\frac{25}{75} \cdot 360 = \frac{120}{360}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز

په دې څپرکي کې احصاييوي عمليې او تحقيقاتي پړاوونه تر مطالعې او بررسۍ لاندې نيول شوي دي. چې په هغه کې علمي لارې(طريقې) او روشونه په واضح توګه تشريح شوي دي، چې د هغې په اساس راټول شوي معلومات او شمېرې ترتيب، خلاصه، تحليل او څرګندې شوې دي، چې نظر هغه ته نتيجه ګيري او د تصميم نيونه ترسره کيږي. د دې عمليو او ترتيباتو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبيت يا ټاکل

ب- د تجربې طرح يا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- جدول بندي او تصنيف.

هـ- تصميم نيونه او نتيجه ګيري.

له دغو پړاوونو څخه هر يو ټول په مفصله توګه په دې څپرکي کې تر بررسۍ لاندې نيول شوي دي.

په احصاييوي تحليل کې شمېرې او ارقام له هغه څخه پيل کيږي او د اړتيا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض لومړی له ټولو څخه مخکې څېړونکی بايد واضح کړي چې څه ډول موضوع څيړي، نو په دې اساس لومړی بايد پوښتنه يا موضوع ډيره واضح او په دقيقه توګه طرح او وټاکي. که چيرې موضوع په پيل کې واضح او روښانه نه وي او په سمه توګه تشخيص او تثبيت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شايد بې ځايه وي او موضوع نوره هم پيچلې شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي پوښتنې

۱- فرض کړئ د کابل په ښار کې د هر وګړي د عايد کچه معلومه وئ. آيا په دې اړه ويلای شئ چې څه ډول عمليه بايد د احصاييوي تحقيقاتو په اصل کې ترسره کړئ؟

۲- احصاييوي جدول څه دی او څه ځانګړنې بايد ولري. کولای شئ دغه ځانګړنې په يوه فرضي جدول کې پرته له شمېرو څخه وړاندې کړئ؟

۳- په يوه ګراف کې لاندې ټکي د ليک نښو په مرسته په نښه(نقطه ګذاري)کړئ؟

(0 , 0) , (-5 , 10) , (3 , -4) , (-2 , -2) , (3 , -5) , (5 , 4)

۴- لاندې معادله يوه تابع ده د هغه ګراف رسم کړئ؟

$y = 6 + 3x$

۵- د غنمو توليدات په شپږو کلونو ۱۳۵۰- ۱۳۵۵ کې په لاندې توګه ورکړل شوي دي؟

کال	1350	1351	1352	1353	1354	1355
د غنموتوليد	5	10	15	20	25	30

۶- د بانک د چک ۲۵ فيصده مجموعي پور اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فيصده د ميليون تنو پورونه منځ مهاله او ۶۰ فيصده د هغه بدلون مهاله پورونه جوړوي دغه معلومات په دوو وسيلو يعنې يوه دايره او يو مستطيل يا مربع کې څرګند کړئ ؟

۷- تحقيقاتي پړاوونه توضيح کړئ او د هغوی له جملې څخه د موخې د ټاکلو او تثبيت په اړه معلومات وړاندې کړئ؟

۸- د ۱۰۰ تنو محصلينو نمرې په يو دايروي ګراف کې وښيئ ؟

ټولګی	فريکونسي F
0 – 20	10
21 – 40	15
41 – 60	25
61 – 80	20
81 - 100	30
مجموع	100

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریيم څپرکی

د پيښېدو د تکرار توزيع (د فريکونسي توزيع)

عمومي موخه:
په احصائيه کې فريکونسي او له هغې څخه د استفادې ځايونه

د زده کړې موخې: محصلين د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- د فريکونسۍ مفهوم توضيح کړي.
- د شمېرو د راټولونې، توحيد او تصنيف په اړه معلومات وړاندې کړي.
- احصاييوي ټولګي او د هغه ځانګړنې توضيح کړي.
- د ټولګي د ګرافيکي څرګندونو په اړه توضيحات وړاندې کړي.
- د فريکونسيو د ګراف منحني ترسيم کړي.
- نسبي فريکونسي او مجموعي فريکونسي توضيح کړي.

د پيښېدو د تکرار توزيع (د فريکونسي توزيع)

تصميمونه: د فريکونسيو مفهوم او ډولونه

احصاييوي نتيجه ګیرۍ او تصميمونه د مطروحه موضوع په راټولو شوو شمېرو او ارقامو باندې متکي دي. د اړتيا وړ شمېرو ډول به په طرح شوي موضوع پورې اړونديږي، او راټولې شوې شمېرې امکان لري يو يا دوه اوښتونکي يا متحوله راونغاړي لکه: شمېرې يا اعداد د يو شمېر وګړو د قد، وزن، عمر ، د يو شمېر کارکووونکو تنخوا يا اجوره، د يو ګروپ مامورينو معاش، د يوه ټولګي د محصلينو په يوه مضمون کې د آزموينې نومرې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې يا اعداد يو متحوله وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دا ډول شمېرو کې زیاتره مسایل د هغوی د اوسط د هر واحد وېشنه او د هغوی د انحراف او د خورتیا یا پراګندګۍ د څرنګوالي په اړه نظر وسط ته تر بحث لاندې راځي. یا شمېرې د وګړو د عاید او لګښت، د محصلینو قد او وزن او د یوې پلورل شوې متاع قیمت او شمېر، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورو په اړه د دوه متحوله شمېرو بیلګې دي.

هغه شمېرې چې د بیلګې په ډول د غوښې قیمت، یا د یوې اندازې وریجو قیمت رانغاړي یا د یوه هیواد ملي محصولات، واردات او صادرات رانغاړي. دوه متحوله شمېرې ګڼل کیږي.

په احصاییه کې د شمېرو توضیح او تشریح د درې ډوله عمده مقیاس او اندازه نیونې غوښتنه کوي دا مقیاسونه د فریکونسي وېشنه یا توزیع، اوسط ګیري او د شمېرو د خپرېدو یا پراګندګۍ څخه عبارت او د بحث وړ دي.

که چیرې شمېرې څرنګه چې مخکې هم وویل شول په دې منظور نظر د هغوی د کمیت اندازې ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو د بیا ویشنې یا د فریکونسي ویشنې په نوم یادیږي، چې د فریکونسیو د ویشنې تحلیل په مفصله توګه او له عملي بیلګو سره د دې څپرکي په پاتې شوو برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

دشمیرو(اعدادو) راټولونه او توحید:

د شمېرو راټولونه په مستقیمه یا غیر مستقیمه توګه معمولاً په ناخاپي او خوره(پراګنده) بڼه ترسره کیږي. لومړنۍ شمېرې له راټولولو څخه وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې یا خلاصه کړل شي تر څو څرګندول، تحلیل او نتیجه ګیري آسانه کړي

د بیلګې په ډول یوه احصاییوي موضوع داسې طرح شوې چې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو د څرنګوالي په اړه ده، په دې منظور یوه نمونوي سروې طرح او تطبیقیږي نظر دې سروې ته د ۵۰ محصلینو د آزموینې د پایلو په اړه معلومات د نمونې په توګه راټولیږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه شمېرې دي چې د هغې لومړۍ بڼه په لومړي جدول کې څرګندې شوې دي.

لومړی نمونوي جدول

23,65,51,52,74,72,63,60,21,31,36,80,79,82,41,69,29,28,30,40,42,57,54,58 59,64,63,70,7,74,83,82,32,36,37,43,40,38,51,54,59,60,58,61,72,90,85,84, 95,100

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ترتیب شوو شمېرو(اعدادو) دویم جدول

21,23,28,29,30,31,32,36,36,37,38,40,40,42,43,50,15,51,52,54,54,57,58,58,5 ,9,60,60,61,62,63,63,64,64,70,71,71,72,74,74,74,79,80,82,83,84,85,90,91,95 100

باید یادونه وشي چې شمېرې کولای شو په متزایده (صعودي)توگه جوړې کړو یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوی عدد پای ته ورسیږي. یا بر عکس شمېرې کولای شو په نزولي توگه جوړې کړو داسې چې لوی عدد لومړی او په ترتیب سره شمېرې یا اعداد یو په بل پسې ولیکو تر څو کوچني عدد ته ورسیږو. د لومړي جدول شمېرې له خلاصیدو وروسته په متزایده یا صعودي بڼه ترتیب او په دویم جدول کې لیکل شوې دي.

دویم جدول د لومړي جدول په پرتله ځینې ښیگڼې لري څکه په هغه کې کولای شو د متحول ځینې ځانگړنې په ښه توگه اوډېر ژر تشخیص کړو. دغو ترتیب شوو شمېروته په کتو سره پوهېدی شو چې پراخوالی(وسعت) یعنې د لوی او کوچني عدد تر منځ توپیر (د لړي او زیاتې نمرې تر منځ توپیر) له ۷۹ څخه عبارت دی.

د شمېرو(اعدادو) تصنیف:

که چیرې د شمېرو تعداد لږ یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي د شمېرو ترتیب د دویم جدول په بڼه او د هغه څرگندونه به نسبتاً آسانه او گټوره وي او که چیرې د شمېرو تعداد ډېر زیات یا د لومړي نمونوي جدول نمونه چندانې مفهوم نه شي افاده کولای البته له څه دقت وروسته کولای شو کوچنی او لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتا د شمېرو اوسط د مجموع په اخیستلو سره او د هغوی په تعداد باندې ویشل سنجش کړو له دې څخه زیات نشو کولای له نوموړي جدول څخه گټه واخلو.

له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې استفادې لپاره په لومړي نمبر جدول کې باید هغوی په منظمه توگه ترتیب او لنډ یا خلاصه کړو د شمېرو د خلاصه کولو یوه لار د هغوی د افاده کولو اړوند د ۱۰۰۰ واحدونو دور دی.

د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې د شمېرو د ترتیبولو او خلاصه کولو څخه وروسته د زیات گډون یا شمولیت لپاره د شمېرو د اعشارې په تحلیل او څرگندولو کې درې خانې په دوو خانو اختصار پیدا کړی داسې چې د اعشاري دریيمه خانه دویمې خانې ته نږدیوالی یا تقرب ورکړل شوی دی. په دې تقرب ورکولو کې که چیرې د دریيمې خانې شمیره یا رقم له ۵ څخه کوچنۍ وي له

(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه څخه تیرېږو او پر خلاف دهغه که دغه شمیره یا رقم له ۵ څخه لوی وي وروستۍ شمیره یا رقم یعنې د اعشاري دویمې خانې شمېرې ته د یوه په زیاتیدو سره ارتقاء ورکړل شوې ده. د بیلګې په ډول د 66,029 عدد په 66,03 او د 69,242 عدد په 69,24 لنډ یا مختصر شوي دي. د لومړي جدول شمېرې له لنډیز یا خلاصه کیدو او ترتیبولو وروسته کولای شو په دویم جدول کې په لاندې بڼه وښیو.

د شمېرو(اعدادو) نمونوي دویم جدول

21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 – 90	91 – 100
21	31	40	51	61	71	82	91
23	32	42	51	62	71	83	95
28	36	43	52	63	72	84	100
29	36	50	53	63	74	90	3
30	37	4	54	64	74	4	
5	38		57	64	79		
	40		58	69	80		
	7		58	70	7		
			59	8			
			59				
			60				
			60				
			12				

د شمېرو د ثبت جدول د زیاتو ښیګڼو لرونکې وي لکه:

الف- په آسانۍ سره کولای شو هغه شمېرې چې معمولاً ثبتې شوې وي اصلاح یا اړوندې خانې یا ستون ته ولیږدوو.

ب- که لومړني ټولګي د ډاډ وړ نه وي کولای شو هغوی په اسانۍ سره د دویم ځل لپاره تصنیف کړو.

ج- کولای شو هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای په ځای شوی د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

که د شمېرو تعداد نسبتاً لوی وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په بڼه ستومانه کار دی او د زیات وخت غوښتنه هم کوي، سربیره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې څخه پرته نشو کولای له هغه څخه بل کار واخلو. نو په دې اساس اړینه ده چې شمېرې په لنډه توګه سره داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او وتوانیږي زیات او ژور

(c) ketabton.com: The Digital Library

تحليل ترسره شي تر څو د شمېرو د پيچلو اړيکو خصوصيات کشف او توضيح شي.
دشميرو د څرګندولو لنډول او په عين حال کې ساده کول د هغوی د خاصيت او څرنګوالي له لاسه ورکولو پرته اساسي موضوع د پيښيدلو بيا وېشنه(د فريکونسي وېشنه)ده.
يعنې شمېرې د ټولګيو په بڼه (چې ځينې يې د ټولګي، پوړ،ګروپ او ډلې په نوم هم يادېږي) سمبال شوي. په هر ټولګي پورې اړوند د مشاهداتو يا واقعاتو د پيښېدلو(وقوع يا فريکونسي) تکرار يا زياتوالی تثبيت او وټاکل شي.
په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتيب، تصنيف او څرګندېږي، د پيښيدلو(وقوع) د تکرار جدول (د فريکونسي جدول)نوميږي.
مخکې له دې چې شمېرې د صنف بندۍ په بڼه وليکو بايد د ثبت جدول د جوړولو طرز چې د دريېم جدول په مرسته ښودل شوی دی په پام کې ونيول شي. په دې عمليه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو يا ستونو له عنوان سره ورته يا مشابه)د جدول په پورته برخه کې ترتيب شوی او هغه شمېرې يا اقلام چې په هر ټولګي پورې اړه لري، تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوې دي. وروسته په هر ټولګي پورې اړوند د اقلامو شمېر شمېرل کيږي او د هغوی مجموع په هماغه ټولګي پورې اړوند د اقلامو په ښکتنۍ برخه کې د دوو ليندیو(قوسونو) تر منځ ليکل کيږي چې دغې مجموعې ته د هر ټولګي فريکونسي وايي.
د دويم جدول او د ثبت د جدول پايلې اوس کولای شو د فريکونسۍ په يوه جدول لکه څلورم جدول(د فريکونسي جدول) کې وښيو.

څلورم جدول: د رياضي په مضمون کې د۵۰ تنو محصلينو د آزموينې د نومرو د فريکونسۍ جدول

نمرې	د وګړو د (فريکونسيو) شمېر
21 – 30	5
40 31	7
41 – 50	4
51 – 60	12
61 – 70	8
71 – 80	7
81 – 90	4
91 – 100	3
مجموع	**50**

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځينې تخنيکي اصطلاحات او مفاهيم د فريکونسي د جدول په اړه شتون لري. دا مفاهيم لاندې توضيح کيږي اود زده کړې په باب يې له محصيلينو څخه جدي غوښتنه کيږي ترڅو په سمه توګه يې زده کړي.

ټولګی(صنف): د دوو شمېرو په وسيله هر ټاکل شوی واټن لکه 30 – 21 او يا 91 – 100په احصائيه کې دټولګي يا صنف، پوړ يا ګروپ په نوم ياديږي.

د ټولګي(صنف)حدود: هغه دوه شمېرې چې يو ټولګی رانغاړي د هماغه ټولګي حدود نومول کيږي.د ټولګي کوچنۍ عدد د ښکتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولګي د پورتني حد په نوم ياديږي.لکه په ټولګي کې 30 – 21 چې له 21 تر 30 لوستل کيږي ښکتنی حد يې ۲۱ او پورتنی حد يې ۳۰ دی.

د ټولګي درجه: د بحث وړ ټولګي د ښکتني حد اوسط او د مخکنيو ټولګيو پورتنی حد د ښکتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې ټولګي د پورتني حد اوسط او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د اړوند ټولګي د پورتني سرحد په نوم ياديږي. د بيلګې په ډول په ټولګي کې60 – 51 لرو چې:

ښکتنی سرحد $= \frac{60+41}{2} = 50.5$

پورتنی سرحد $= \frac{51+70}{2} = 60.5$

په شمېرو کې اوړده يا متمادي ټولګي چې د مخکني ټولګي پورتنی حد او د وروستني ټولګي ښکتنی حد او همدارنګه د مخکني ټولګي پورتنی حد د وروستني ټولګي له ښکتني حد سره يو شان دي، په يوه ټولګي پورې اړوند حد او سرحد هم له يوبل سره مساوي دي. په ځينو حالاتو کې د ډېر کوچني ټولګي ښکتنی حد (او ښکتنی سرحد) او يا د ډېر لوی ټولګي پورتنی حد (او پورتنی سرحد) خلاص او يا نا معين وي.

دټولګي(صنف)واټن :د يوه ټولګي واټن د هماغه ټولګي د ښکتني حد توپير د مخکني ټولګي له ښکتني حد څخه عبارت دی. د بيلګې په ډول په دوو مخکينيو ټولګيو کې د هر ټولګي واټن له ۱۰ نمرو څخه عبارت دی. په بيلګه کې د دواړو ټولګيو د پورتنی حد تر منځ توپير هم ۱۰ نمرې دي. په اوږدو يا متمادي شمېرو کې د ټولګيو واټن ټول يو شانته دی او

(c) ketabton.com: The Digital Library

د (ګډ واټن) په نوم يادېږي.

د ټولګيو واټن کولای شو د هغوی د اوسط تر منځ د توپير په پام کې نيولو سره هم سنجش کړو.

د ټولګي(صنف)پراخوالی:د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتني سرحد او ښکتني سرحد ترمنځ له توپير څخه عبارت دی. دبيلګې په ډول په ټولګي کې 60 – 51 لرو چې:

$$60{,}50 - 50{,}5 = 10{,}0$$

د ټولګي پراخوالی

په دې بيلګه کې د ټولګي واټن او د ټولګيو پراخوالی يوله بل سره مساوي دي خو دا حالت به په ټولو ځايونو کې صدق ونه کړي. په ځانګړي توګه په هغه حالاتو کې چې شمېرې او ټولګي سره غير متمادي وي يعنې اوږدې نه وي.

د ټولګي(صنف)فريکونسي: د يوه ټولګي فريکونسي د هغو پيښو(واقعاتو) او کتنو(مشاهداتو) له زيات تکرارڅخه عبارت ده، چې په هماغه ټولګي پورې اړه لري. لکه په څلورم جدول کې د ټولګي (فريکونسي) 60 – 51عبارت له ۱۲ تنو محصلينو څخه دي. يعنې د ۵۰ تنو محصلينو له جملې څخه ۱۲ تنه يې له 60 – 51 پورې د نمرو لرونکي دي.

دټولګي(صنف)منځ يا وسط : د يوه ټولګي وسط يا منځنی ټکی د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. دبيلګې په ډول دټولګي اوسط يا وسط له60 – 51 څخه عبارت دی يعنې: $\frac{51+60}{2} = 55{,}5$ (د ټولګي وسط)

د فريکونسۍ په عددي وېشنه کې ستونزې: کله چې وغواړو د فريکونسۍ يو جدول جوړ کړو له څو عمده ستونزو سره مخامخ کيږو يو له دغو ستونزو څخه د ټولګيو د مناسب شمېر يا تعداد ټاکل دي.

که څه هم په دې برخه کې کومه عمومي قاعده شتون نه لري. د امکان تر حده بايد هڅه وشي تر څو له سم قضاوت څخه کار واخيستل شي. د ټولګيو شمېر نبايد هغومره ډېر وي چې د ټولګيو فريکونسي ګانې و نه توانيږي سمبال شي. ځکه د شمېرو د تصنيف او ترتيب اساسي موخه د هغوی د ويشنې د څرنګوالي او بڼې تشخيص کول دي. همدارنګه د ټولګيو شمېر نبايد هغومره لږ وي چې شمېرې له لازم حد څخه زياتې لنډې يا خلاصه کړو چې ځينې ګټور معلومات له لاسه ورکړو.

په عمل کې بايد کوښښ وشي چې د ټولګيو شمېر له پنځو څخه لږ او له پنځلسو څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

زيات نه وي.

د ټولګيو د ټاکلو لپاره کولای شو په ځينو ځايونو کې له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$$K = 1 + 3,3Logn$$

چې په دې ځای کې په کار اچول شوې نښې يا علايم K د ټولګيو اټکل شوی شمېر اوn د واقعاتو يا مشاهداتو مجموعي شمېر په نمونه کې (د فريکونسي مجموعه) اعشاري Log (معمولي لوګارتم د ۱۰ پر پايه يا قاعده باندې دی. کله چې د ټولګيو شمېر وټاکل شو، د ټولګي واټن هم کيدای شي وټاکو، د زياتې آسانۍ او سهولت له پاره په وروستيو سنجشونو او عمليو کې بايد د ټولګيو واټن پر يوه ښه عدد تبديل شي. او د امکان په صورت کې د فريکونسۍ يو جدول بايد د ټولګيو د ټولګي واټن(ګډ واټن) ترتيب شي څکه د دغه واټن ګڼوالی، داسې چې وروسته به يې ووينو د ټولګيو د فريکونسيو ګانو پرتله او همدارنګه د ځينو احصاييوي مقياسونو سنجش او تطبيق آسانوي.

د فريکونسۍ د ويشنې ګرافيکي څرګندونه: د فريکونسۍ وېشنه کولای شو د ګرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائيوي شمېرو او معلوماتو ګرافيکي څرګندونه (څرنګه چې په مخکني څپرکي کې مطالعه شوه) په بيلابيلو بڼو او ډولونو ترسره کيږي. د فريکونسۍ د ويشنې څرګندونه په درې معمولي بڼو د هستوګرام يا مستطيلي ګرافونو، بارچارت او پالګن د فريکونسۍ د متن په مرسته وي.

هستوګراف: ديوه احصائيوي ګراف دفريکونسۍ يو هيستوګراف يا هيستوګرام له يو شمېر مستطيلونو څخه جوړ شوی دی. لکه:

الف- مستطيلونه په عمودي ډول پر افقي محور(xمحور) باندې داسې ځای پرځای شوي دي، چې د هغوی عرض د ټولګيو(صنفونو)د واټن له اندازې سره مساوي او دهغوی وسط د ټولګيو د وسطي ټکي پر سر وي.

ب- د مستطيلونو شمېر د ټولګيو له شمېر سره سم د فريکونسۍ په يوه وېشنه کې وي.

د يو هيستوګرام په ترسيم کې بايد لاندې ټکي په پام کې ونيول شي:

الف- د ټولګيو فريکونسۍ د (y) په عمودي محور کې او ټولګي يا د ټولګيو واټن د (x) په وسطي محور کې وضع شي. د ويشنې هيستوګرام۵-۳جدول د۱-۳په کارکې څرګند شوي دي.

د y د محور مقياس بندي بايد له صفر سره پيل او له انقطاع پرته دوام پيدا کړي.

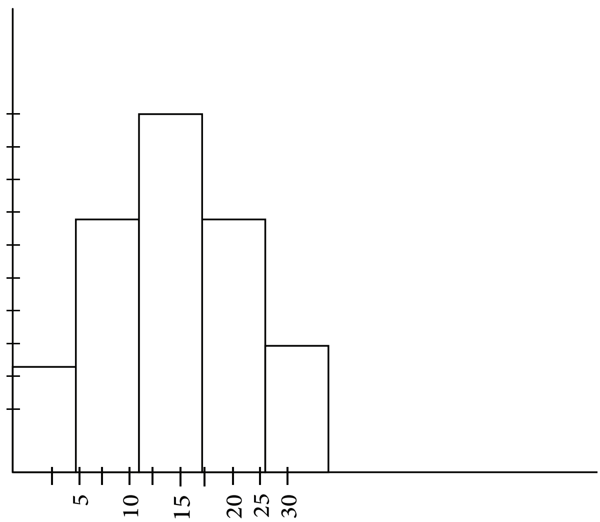
ب- په افقي محور کې بايد يو واټن د ټولګيو د نيم يا يوه بشپړ واټن په اندازه د مستطيل په دواړو خواوو کې کيښودل شي.

د بيلګې په ډول: د ۲۳ تنو محصلينو د رياضي مضمون نمرې په لاندې جدول کې ترتيب

(c) ketabton.com: The Digital Library

شوې دي، د هغه هستوګرامونه ترسیم کړئ.

فریکونسی	د ټولګیو وسط	ټولګي
2	3	1 – 5
5	8	6 – 10
8	13	11 – 15
5	18	16 – 20
3	23	21 - 25



د پالګن فریکونسیو ګانو منحني:

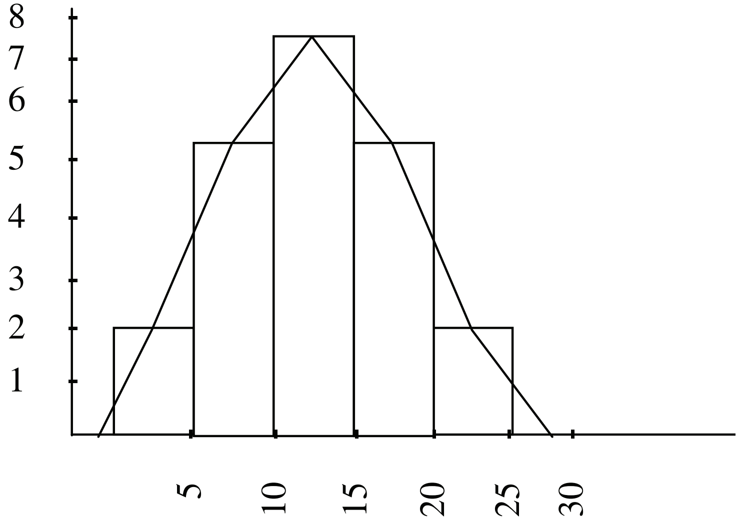
د فریکونسي وېشنه د پالګن د فریکونسي د منحني په وسیله هم کولای شو څرګند کړو. په هغه صورت کې چې د فریکونسي هستوګرام رسم شوی وي دا منحني په آسانۍ سره کولای شي د رسم د ټکو په نښلولو سره مستطیلونه لاسته راوړي.

زیاتره وختونه، د پالګن د فریکونسي منحني له مستطیل یا مستقیمو کرښو پرته څرګندیږي. البته اوس د هغه د رسمولو طریقه آسانه ده. د ټولګیو د وسطي ټکو او د هر ټولګي د اړوندې فریکونسي په نظر یو شمېر ټکي لاسته راځي، که چیرې دغه ټکي له یو بل سره ونښلوو د پالګن فریکونسي لاسته راځي.

څرنګه چې په شکل کې لیدل کیږي د پالګن د فریکونسي پای په دواړو لورو کې له افقي محور سره نښلول شوی دی. د دې منظور لپاره په فرضي ټولګیو کې وسطي ټکي په پام کې نیسو د افقي محور پر مخ یې په نښه کوو او د منحني انجام له مستقیمې کرښې

(c) ketabton.com: The Digital Library

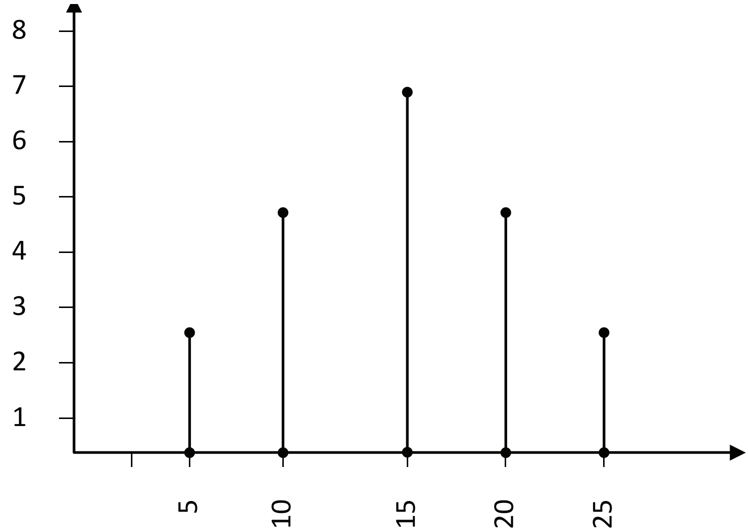
سره یې نښلوو.



د بار چارت ګراف: د یوې فریکونسۍ د ویشنې د ښرګندولو بله لار د بارچارت د ګراف په وسیله ده. په دوو لاندې بڼو کې د مستطیلونو پر ځای عمودي کرښې انځورېږي.

د هرې عمودي کرښې پایې د ټولګي پر وسطي ټکي باندې په افقي محور کې ځای په ځای شوي، او د هغې د اړوندې فریکونسۍ ارتفاع ښيي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف - نسبي او غونډې شوې یا متراکمې(مجموعي)فریکونۍ: د یوه ټولګي نسبي فریکونسي د هماغه ټولګي د فریکونسي نسبت د ټولو ټولګیو د فریکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فیصدۍ څرګندیږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فریکونسي زمونږ مخکینۍ بیلګه عبارت ده له:

$$\text{نسبي فریکونسي} = \frac{\text{د لومړي ټولګي فریکونسي}}{\text{د فریکونسۍو مجموع}} \times 100$$

$$\text{د لومړي ټولګي فریکونسي} = \frac{2}{33} = \times 100 = 8.69\%$$

ب- غونډ شوي یا متراکمې (مجموعي)فریکونسۍ: د متراکمې یا مجموعي فریکونسیو وېشنه په دوو لارو ښودل کېږي، یعنې د متزایدې (زیاتیدونکې) متراکمې فریکونسي وېشنه او د ښکته کیدونکې (متناقصې) متراکمې فریکونسي وېشنه ترسره کیږي.

په متزایدو فریکونسیو ګانو کې له لومړنۍ فریکونسي یا د ټولګي له کوچنۍ فریکونسي څخه پیل شوې او په ترتیب سره د هر وروستي ټولګي له فریکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي پر وړاندې ځای پرځای شوي دي. لکه:

د ۲۳ تنو محصلینو د نمرو د متزایدې متراکمې فریکونسي جدول

(c) ketabton.com: The Digital Library

نومرې	د فريکونسي (شمېر)	متزايده متراکمه فريکونسی
1 – 5	2	2
6 – 10	5	7
11 – 15	8	15
16 – 20	5	20
21 – 25	3	23
مجموع	23	

په دويم حالت کې، يعنې د متناقصې يا متوالي متراکمې فريکونسي په ترتيبولو کې، ټولې فريکونسۍ ګانو مجموع د لومړي ټولګي پر وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتيب سره د هر ټولګي فريکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه تفريق او د اړوند ټولګي په وړاندې ليکل شوي دي. لکه: د لومړي ټولګي نزولي متراکمه فريکونسي ۲۳ يعنې د فريکونسي مجموع منفي د لومړي ټولګي له فريکونسي څخه او په همدغه ترتيب سره د هغو فريکونسيو له حال څخه وروستي ټولګي هم تفريق کيږي او په همدغه ډول تر پنځم ټولګي پورې وړاندې ځي، چې له ۳ تنو محصلينو سره مساوي کيږي او په جدول کې په مفصله توګه ښودل شوي دي.

د ۲۳ تنو محصلينو د نومرو د نزولي متناقصې متراکمې فريکونسي جدول

د (ټولګي) نومرې	فريکونسي (شمېر)	متزايده متراکمه فريکونسي
1 – 5	2	23
6 – 10	5	21
11 – 15	8	16
16 – 20	5	8
21 - 25	3	3
مجموع	23	

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېيم څپرکي د مطالبو لنډيز

په درېيم څپرکي کې د شمېرو د بررسۍ او تحليل اړوند ټول موضوعات د موضوع بيا ويشنې (د فريکونسي ويشنې) په مرسته وې. په نوموړي څپرکي کې د شمېرو تشريحي معيارونو او مقياسونو په خپل وار سره د اړوندو شمېرو څرنګوالی او معلومات راټول کړي او د راټولو شوو شمېرو سربيره امکان لري يو، دوه يا زيات متحوله په ځان کې راونغاړي لکه شمېرې د يو شمېر وګړو د قد، وزن يا عمر، د يو شمېر کارګرانو تنخوا يا اجورې، د يوه ټولګي د ۵ تنو محصلينو د آزموينې نومرې په يوه مضمون کې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې يا اعداد يو متحوله وي..

په زياتره ځايونو کې د دوو يا زياتو متحولونو تر منځ اړيکې په احصاييه کې د بحث لپاره مطرح کيږي د يو متحوله شمېرو په توضيح او تشريح کې د زمان عامل ذيدخل نه وي د درې ډولونو عمده اندازه ګيرۍ د مقياس غوښتنه کوي. دا مقياس د فريکونسۍ وېشنه، اوسط نيونه او د بحث وړ شمېرو انحراف يا خورتيا (پراګندګي) څخه عبارت دي.

که چيرې شمېرې داسې وي چې مخکې هم وويل شول په دې منظور بايد نظر د هغوی اندازې او کميت ته ترتيب او توضيح شي. دغه عمليه د پېښيدلو(وقوع) بيا وېشنې يا د فريکونسي وېشنې په نوم ياديږي. که څه هم په مخکني څپرکي کې د احصاييوي تحقيقاتو د پړاوونو په اړه په مختصره توګه بحث وشو او د فريکونسۍ د راټولونې په اړه اساسي عمليې په مفصله توګه او په عملي بيلګو سره په پاتې برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریيم څپرکي پوښتنې

۱- د فریکونسۍ د ویشنې مفهوم په مختصره توګه تشریح کړئ؟

۲- دغه ۱۷,۹۵,۳۸,۲۷,۷)۴۸+(۱۱,۵۷,۳۴,۲۲ شمېرې یا اعداد ترتیب کړئ او د شمېرو پراختیا(وسعت)یې تثبیت کړئ ؟

۳- لاندې اصطلاحات تعریف کړئ؟ د ټولګي حدود، د ټولګي شکتنی سرحد، د ټولګي واټن ، د ټولګي وسط ، د ټولګي فریکونسي.

۴- د ۷۵ تنو محصلینو نومرې لاندې په جدول کې تصنیف شوې دي، د هغوی زیاتیدونکې (صعودي) فریکونسي پیدا کړئ؟

ټولګی	F	F صعودي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 - 50	25	
	75	

۵- احصاییوي جدول تعریف کړئ، په څو ډوله دي د هغه د مهمو ټکو نوم واخلئ؟

۶- د ۸۰ تنو محصلینو نومرې په لاندې ډول ورکړل شوي دي، د هغوی نزولي متناقصه فریکونسي پیدا کړئ ؟

ټولګی	F	F فریکونسي
0 – 10	5	
11 – 20	10	
21 – 30	15	
31 – 40	20	
41 – 50	30	
	80	

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

د مرکزي ګرځېدنې(ګردش) مقیاسونه

عمومي موخه:
د شمېرو یا اعدادو د بېلابېلو اوسطونو لاسته راوړل او ټاکل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای ته رسیدو او زده کیدو سره محصلین کولای شي:

- د اوسطونو ډولونه توضیح او معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو حسابي اوسط لاسته راوړي او د حسابي اوسط خواص معرفي کړي.
- د شمېرو یا اعدادو هندسي اوسط محاسبه کړي.
- د شمېرو هارمونیکي اوسط محاسبه کړي.
- میدیان یا د فریکونسۍ وسط تعریف او محاسبه کړي.

د مرکزي ګرځېدنې (ګردش) مقیاسونه

اوسطونه:په مخکني څپرکي کې مو ولوستل چې په نمونې یا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتیب او څرګندیدی شي، د فریکونسۍ وېشنه البته نه یواځې د شمېرو منسجم کول او د راټولولو لار ده، بلکې توضیحي او تشریحي مقیاس هم دی په زیاترو ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا یوې مشخصې ته اړتیا لرو تر څو هغې ته په کتو سره د بلې لړۍ یا سلسلې شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي چې د هغې په وسیله تشریح کیږي، په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل او همدارنګه د لړۍ یا سلسلې د شمېرو وېشنه د یو مرکزي یا وسطي ارزښت په شاو خواکې وښیي. له دې پلوه استازی عدد د (مرکزي ګرځېدنې مقیاس) په نوم یا معمولاً د اوسط په

(c) ketabton.com: The Digital Library

نوم يادوي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط عبارت دی له:

يو ارزښت يا يو عدد دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د کميت يا ګومره والي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ يا سلسلو په وسط يا مرکز کې ځای لري ځيني وختونه د مرکزي تمايل(ګرايش)د مقياس په نوم هم يادېږي.

اوسطونه د هغوی د رياضي صبغې (رنګ) له پلوه په دوو عمده ګروپونو ويشل کيږي: لومړی ګروپ هغه چې د حساب او سنجش له مخې د شمېرو د اوسط په حيث راوځي او دويم ګروپ چې منځنی موقعيت لري.

لومړی ګروپ په: حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونيکي اوسطونو کې شامل دي.

او دويم ګروپ ميديان (د فريکونسي وسط) مود (د فريکونسۍ زياتوالی) او داسې نور په ځان کې رانغاړي، چې په دې څپرکي کې له نومونړو اوسطونو څخه هر يو تر بحث لاندې راولو. خو مخکې له هغه بايد دΣ علامه چې په زياتره په عباراتو او احصاييوي افادوکې په کارېږي توضيح شي. دغه علامه چې د سيمګا په نوم يادېږي، معمولاً د مجموع يا جمع کولو په مفهوم په کارېږي.

د بيلګې په ډول: که لس عدده ولرو او هر يو يې په $x_1 \left(i = 1,2,..........10\right)$ افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموع پيدا کړو. کولای شو وليکو $\sum_{i=1}^{10} xi = x_1 + x_2 + ...x_{10}$

حسابي اوسط: حسابي اوسط د ډيرو ساده او معمولي اوسطونو له ډول څخه عبارت دی.

د يوې لړۍ يا سلسلې د شمېرو حسابي اوسط د اړوندو شمېرو يا اعدادو له مجموع څخه د هغوی د شمېر يا تعداد له تقسيم څخه عبارت دی. که اندازه يا کچه په n او شمېرې يا اعداد په (x) او حسابي اوسط په $\bar{x}$ وښيو د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum^{n} x_i}{n}$$

معمولاً که اته عدده 20, 5 , 8 , 13 , 7 , 2 , 15 , 10 ولرو نو حسابي اوسط به يې عبارت وي.

له: $\bar{x} = \frac{10 + 15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{8} = \frac{80}{8} = 10$

د حسابي اوسط خواص: د حسابي اوسط د سنجش کولو په دې ساده طرز کې بايد ځو ټکي په نظر کې ولرو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- حسابي اوسط له ټولو شمېرو يا اعدادو څخه استازيتوب کوي د ترتيب شوو شمېرو د لړۍ يا سلسلې وسطي عدد بايد د پرتلنې وړ وي.

ب- که چيرې د حسابي اوسط ارزښت د لړۍ له ټولو شمېرو سره بدل کړو د شمېرو يا اعدادو مجموع بدلون نه کوي، ځکه $\bar{x} = \sum x$ يا $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

ج- د حسابي اوسط بل عمده خصوصيت دا دی چې د انحراف يا د شمېرو د توپير مجموع پر هغه باندې صفر کيږي.

لکه: د مخکنيو اتو(۸) عددونو په اړه لرو چې:

$$\sum(x-x) = (x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+...............(x_8+\bar{x}) = 0$$

$$= (10-10)+(15-10)+(2-10).....(20-10) = 0$$

که څه هم د حسابي اوسط پورتنی فورمول ډېر ساده دی، خو زياتره وخت د هغو شمېرو په اړه چې د هغوی شمېر يا تعداد لږ وي په آسانۍ سره تطبيقيږي، خو که چېرې د شمېرو تعداد ډېر زيات شي د مجموع کولو ساده عمليه ډيره ستونزمنه او تقريباً ناممکنه کيږي. که چېرې د شمېرو تعداد زيات وي د اړوندو شمېرو د فريکونسۍ د ويشنې يو ساده او اغيزمن روش تشکيل او له هغه وروسته د حسابي اوسط سنجش کوي.

دفريکونسۍ په يوه توزيع کې دحسابي اوسط دري عمده لارې شتون لري. يعنې:

۱- اساسي لاره يا طريقه

۲- د فرضي اوسط لار يا طريقه

۳- د کود بندۍ لاره يا طريقه

۱- اساسي لاره: دا لاره يا طريقه د مخکنۍ بيلګې په اړه يعنې د رياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د نومرو پايلې توضيح کوي. دا طريقه څلور ساده پړاوونه تر بحث لاندې نيسي.

الف- (x) يا د ټولګيو وسط تثبيت کړئ.

ب- د (x) دټولګي وسط او (F) پورې د اړوندو فريکونسيو ګانو حاصل ضرب يعنې (Fx) پيدا کړئ.

ج- د (Fx) مجموع يعنې (ΣFx) بايد پيدا کړئ.

د- وروسته دغه مجموع د فريکونسيو ګانو پر مجموع باندې تقسيم کړئ. چې په دې ځای کې $n = \sum F$ وي په پايله کې حسابي اوسط عبارت دی له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

د ۱۳۷۷نه تر ۱۳۷۸پورې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط سنجش (په اساسي طریقه)

د محصلینو نومرې	د فریکونسي ګانو تعداد f	د ټولګي وسط x	Fx
21 -30	5	25,5	127,5
31 – 40	7	35,5	248,5
41 – 50	4	45,5	182
51 – 60	12	55,5	666,0
61 – 70	8	65,5	524
71 – 80	7	75,5	52,85
81 – 90	4	85,5	342
91 – 100	3	95,5	286,5
مجموع	**50**	-	**2905**

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{F} = \frac{2905}{50} = 58{,}1$$

د فرضي اوسط لاره یا طریقه

د حسابي اوسط د موندنې لنډه لار یا د فرضي اوسط طریقه د هغه د ریاضي په خصوصیاتو باندې متکي ده. څرنګه چې په مخکیني فورمول کې وویل شول د شمېرو د توپیر مجموع نظر د هغوی حسابي اوسط ته مساوي په صفر کیږي، نو په دې اساس کیدای شي ووایو چې د شمېرو د توپیر او یوې لړۍ مجموع نظر بل هر عدد ته د هغوی له اوسط نه پرته به د صفر په خلاف وي.

لکه: د مخکینۍ بیلګې د اتو ۸ عددونو په اړه مو ولیدل چې $\bar{x} = 10$, $\sum(x_1 + \bar{x}) = 0$ و اوس یو بل عدد لکه: ۱۳ د یوه فرضي اوسط په توګه انتخاب کړئ، په (x) یې افاده کړئ د هر عدد توپیر یا انحراف نظر دغه ته حسابي فرضي اوسط نوموو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d = x_1 - A$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (x_1 - A) + (x_2 - A) + ...(x_8 - A)$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (10 - 13) + (15 - 13) + (2 - 13) + (7 + 13)$$

$$+ (13 - 13) + (8 - 13) + (5 - 13) + (20 - 13)$$

$$= -3 + 2 - 11 - 6 + 0 - 5 - 8 + 7$$

$$-33 + 9 = -24$$

د توپیر مجموع یا د مجموع انحراف له (٢٤-) څخه عبارت دی او د هغې په اساس وسطي توپیر یا وسطي انحراف عبارت دی له:
که چیرې فرضي رابطه نظر دغه وسطي انحراف ته د هغه په فورمول کې وضع کړو حسابي رابطه لاسته راځي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$\bar{x} = 13 + \frac{-24}{8} = 10$$

$$\bar{x} = 10$$

کولای شو نوموړی فورمول په لړ انډول یا تعدیل سره د تصنیف شوو شمېرو په اړه پکار واچوو په دغه صورت کې کولای شو ولیکو.

$\bar{x} = A + \dfrac{\sum Fd}{\sum F}$, $d = x - A$ د ټولګي وسط انحراف

په دې ځای کې نښې یا علایم عبارت دي له: A یو فرضي اوسط، F د ټولګي فریکونسي، d د ټولګیو وسط انحراف یا فرضي اوسط A او ΣF د فریکونسي ګانو مجموع.
پورتنی فورمول په مخکینۍ بیلګه کې یعنې د ریاضي په مضمون کې د ٥٠ تنو محصلینو د آزموینې پایلې پیدا کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ۱۳۷۸کال کې د ۵۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د نومرو د پايلو د حسابي اوسط سنجش په فرضي اوسطه طريقه

د ټولګيو د محصلينو نمرې	د فريکونسي تعداد F	د ټولګي وسط X	وسطي انحراف d	دفريکونسي او انحراف مجموعه Fd
21 – 30	5	25.5	- 30	- 150
31 – 40	7	35.5	- 20	- 140
41 – 50	4	45.5	- 10	- 40
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	+ 10	80
71 – 80	7	75.5	+20	140
81 – 90	4	85.5	+ 30	120
91 – 100	3	95.5	+ 40	120
مجموعه	50			+ 130

څرنګه چې په جدول کې ليدل کېږي لومړی د ټولګيو وسط تثبيتوو او د هغوی له جملې څخه يو د A د فرضي اوسط په توګه انتخابوو. په دې ځای کې $A = 5\;5,5$ دی. له وسطي انحراف څخه وروسته ټولګی نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته سنجش کوو.

بالاخره د هر ټولګي د فريکونسيو د حاصل ضرب مجموع له اړوند انحراف سره پيدا کوو او په پايله کې لرو چې:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

$$\bar{x} = 55,5 + \frac{150}{50}$$

$$\bar{x} = 55,5 + 2,6 = 58,7$$

د کود بندۍ لاره يا طريقه:

که چيرې د ټولګي واټن د فريکونسي په يوه وېشنه کې ګډ وي کولای شو حسابي اوسط ډېر ژر او آسانه سنجش کړو. کله چې د ټولګي واټن ګډ وي د وسط(انحراف) تر منځ توپير په يوه ټولګي کې د هغه له بل ټولګي سره ثابت او د ټولګي له پراخوالي يا وسعت سره مساوي وي. د فريکونسۍ په وېشنه کې زمونږ د بحث وړ بېلګه چې په مخکينۍ بيلګه کې ښودل شوې د ګډ انحراف ۱۰ نومرې د ټولګيو د وسط ترمنځ او د ټولګيو له پراخوالي(وسعت) سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې پلوه د يوه ټولګي انحراف نظر بل ټولګي ته کولای شو د ټولګيو د واټن په اساس افاده کړو.

د حسابي اوسط سنجش د کود بندۍ د طريقې په وسيله يا په لنډه توګه د لاندې عمليو په مرسته ترسره کيږي:

۱- لکه مخکينۍ طريقه د مرکزي ټولګي له وسط څخه يو د A فرضي اوسط په توګه انتخابوو.

۲- انحراف نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته د ټولګي د واټن پر واحدونو څرګنديږي.

۳- د هر ټولګي انحراف نظر فرضي اوسط ته يا د اړوند ټولګي ضرب شوې فريکونسي د Fd په ستون يا خانه کې څرګند شوی دی.

٤- د لړۍ يا سلسلې مجموع انحراف له فرضي اوسط څخه د ټولګي د واټن پر واحدونو باندې د هر ټولګي د انحراف له حاصل جمع څخه د هغه له فريکونسي سره يعنې $\sum F\bar{d}$ لاسته راتلای شي.

۵- که چيرې مجموعي انحراف (د فريکونسي) پر تعداد وويشو وسطي انحراف لاسته راځي. $\frac{\sum Fd}{\sum F}$ وسطي تعداد دی چې نظر هغه ته اړوند قيمتونه د ټولګي د واټن د واحدونو له فرضي اوسط څخه انحراف لري. بايد د دويم ځل لپاره د C ټولګي د ګډ واټن اندازه ضرب شي. تر څو وسطي انحراف په اصلي واحدونو تبديل شي يعنې:

$$\frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}\cdot C$$

بالاخره د A د فرضي اوسط په زياتولو سره په پورتني فورمول کې مطلوبه حسابي اوسط لاسته راځي په هغه صورت کې کولای شو نوموړې طريقه په لاندې توګه تر کتنې لاندې راولو.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F}$$

همدارنګه کولای شو نظر فرضي اوسط ته انحراف د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$\bar{d} = \frac{\bar{x} - A}{C}$$

بيلګه: نوموړې طريقه په مخکينۍ بيلګه يعنې درياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزموينې پايلې وګورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ۱۳۸۷ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزموینې د پایلو حسابي اوسط سنجش

د ټولګیو نمرې	فریکونسي F	د ټولګي وسط X	انحراف نظر فرضي اوسط ته	Fd
21 – 30	5	25.5	- 3	- 15
31 – 40	7	35.5	- 2	- 14
41 – 50	4	45.5	- 1	- 4
51 – 60	12	55.5	0	0
61 – 70	8	65.5	1	8
71 – 80	7	75.5	2	14
81 – 90	4	85.5	3	12
91 – 100	3	95.5	4	12
مجموعه	**50**			**+ 13**

نو د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو حسابي اوسط نظر د کودبندۍ طریقې ته عبارت دی له:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum F\bar{d}}{\sum F} \cdot C$$

$$\bar{x} = 55,5 + \left(\frac{13}{15}\right) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 55,5 + (0,26) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 58,1$$

дروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط:په ځینو ځایونو کې د مناسب اوسط پیدا کول اړین دي، تر څو هرې کتنې(مشاهدې) یا عدد ته ځانګړی وزن یا دروندوالی ورکړل شي. په دې حالت کې بهتره ده چې حسابي اوسط ته د(دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط) اصطلاح ورکړل شوې وای. د بیلګې په ډول فرض کړئ ۱۰ کورنۍ هره یوه په کال کې ۶۰۰۰ ۴ څـلور کورنۍ هره یوه۸۵۰۰ او یوه کورنۍ ۱۲۵۰۰ افغانۍ عاید لري په دې حالت کې د حسابي اوسط د سنجش لپاره بهتره ده د هرې کورنۍ د عاید نسبي اهمیت په پام کې ونیول شي. په دې منظور باید نوموړو عوایدو ته د اړوندو کورنیو له شمېر یا تعداد سره دروندوالی(ثقلت) او وزن ورکړل شي لکه لاندې فورمول:

$$\bar{x}w = \frac{\sum wx}{\sum\ w}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې x د هر عدد قیمت، یعنې د کورنیو عایدات، w وزن یا دروندوالی چې
ښه عاید ورکول کیږي یعنې په هر عاید پورې اړوند د کورنیو شمېر او X_n دروند یا ثقلت
لرونکی حسابي اوسط چې په پورتنۍ بیلګه کې عبارت دی له:

$$\bar{x}w = \frac{(60\times10)+(85\times4)+(12{,}5\times1)}{10+4+1} = \frac{1065}{15} = 71$$

هندسي اوسط: د یو سلسله شمېرو هندسي اوسط یعنې $x_1 , x_2 ....x_n$ د نومووړو
شمېرو د حاصل ضرب له جذر څخه عبارت دی. یعنې په تصنیف شوو شمېرو کې هندسي
اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2).......(x_n)}$$

G له هندسي اوسط څخه عبارت دی، n په نمونه کې د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو
تعداد، x د شمېرو قیمت د بیلګې په ډول د درې عددونو ۴،۲ او ۸ هندسي اوسط عبارت
دی له:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

په داسې حال کې چې د هغه حسابي اوسط: $\bar{x} = \frac{2+4+8}{3} = 4.7$ وي.

په عمومي توګه د مثبتو شمېرو د هرې سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط
څخه لوی وي. مګر داچې د سلسلې ټولې شمېرې له یو بل سره مساوي وي. که چیرې د
سلسلې شمېرې ټولې یو شان وي د نوموړې سلسلې حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له
یوبل سره مساوي وي.

$$\neq\leq G \leq \bar{x}$$

هارمونیکي اوسط: که چیرې د یوې ورکړل شوې سلسلې شمېرې معکوسې کړو د هغوی
حسابي اوسط سنجش کوو او د دویم ځل لپاره معکوس نیول کیږي.
د هغه پایله د هارمونیک اوسط په نوم یادوي.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}........\frac{1}{x_n}} = \frac{N}{\Sigma\frac{1}{x_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بیلګې په ډول د لاندې شمېرو ۲،۴،۸ هارمونیکي اوسط عبارت دی له:

$$H=\frac{n}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}=\frac{3}{\frac{4+2+1}{8}}=\frac{3}{\frac{7}{8}}=\frac{3\cdot 8}{7}=\frac{24}{7}=3.4$$

مربعي اوسط: مربعي اوسط د کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو مربع او یا د حسابي اوسط مربع له جذر څخه عبارت دی یعنې:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2........x_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

د بیلګې په ډول د 7 , 5 , 4 , 3 , 1 شمېرو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$x^{-2}=\sqrt{\frac{1^2+3^2+4^2+5^2+7^2}{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=4.27$$

میدیان (د فریکونسي اوسط): تر اوسه پورې مو چې کوم اوسطونه مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي، چې نظرټولو شمېرو یا کتنو(مشاهداتو)ته د مشخصو فورمولونو په مرسته یوه نښه یا نمونه محاسبه کیږي. پر خلاف د دې په ځینو ځایونو کې د سنجش شوو اوسطونو پر ځای د شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقف لکه میدیان، د فریکونسي وسط یا مود(دفریکونسي زیاتوالی یاکثرت)،چې وروسته به مطالعه شي.

میدیان یوه لړۍ یا سلسله شمېرې چې نظر د هغوی کمیت ته سمبال شوي، یا د نومورې لړۍ یا سلسلې له وسطي(منځنۍ) عدد څخه عبارت دی. په بل عبارت میدیان د هغه عدد له قیمت څخه عبارت دی، چې اړونده لړۍ یا سلسله داسې په دوو برخو ویشي، چې لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء مساوي یا له هغه څخه لویه وي.

دبیلګې په ډول:

10 , 2 , 6 , 4 , 8 , 7 , 9 , 6 , 3

باید په یاد ولرو چې د میدیان په تثبیت کې لومړی باید له ټولو څخه شمېرې یا اعداد ترتیب کړو.

پورتنۍ شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:

2 , 3 , 4 , 6 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

(c) ketabton.com: The Digital Library

میډیان د تعریف له پلوه د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې ځای پر ځای شوی وي، یعنې ۶ دی.

همدارنګه په لاندې شمېرو کې: 9 , 12 , 7 , 15 , 5 , 18 , 5 چې شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:18 , 15 , 12 , 11 , 9 , 7 , 5 , 5

په پورتنۍ بیلګه کې د شمېرو توکیز(اجزایي) شمېر ۸ عدده دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پر ځای شوي دي په دې حالت کې د میډیان ارزښت د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې واقع شوې دي، یعنې:

$$Med = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

د دوو پورتنیو بیلګو په پام کې نیولو سره کولای شو داسې نتیجه ګیري وکړو :

په یوه سلسله ترتیب شوو شمېرو کې چې د هغوی توکیز(اجزایي) شمېر طاق وي. میډیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی، چې په منځ کې ځای پر ځای کیږي. که چیرې د یوې لړۍ یا سلسلې توکیز(اجزایي) شمېر جفت وي د هغه میډیان د هغو دوو شمېرو له اوسط څخه عبارت دی چې د اړوندې سلسلې په وسط کې واقع شوی دی.

د فریکونسي په یوه وېشنه کې، د تصنیف شوو شمېرو میډیان کولای شو په لاندې طریقه پیدا کړو. د تصنیف شوو شمېرو میډیان د لاندې فورمول په مرسته سنجش کیږي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\frac{\Sigma f - \Sigma fi}{2}}{Fm} \right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې: Li د میډیان د ټولګي ښکتنی سرحد(ښکتنی حد په هغه صورت کې چې شمېرې اوږدې یا متمادي وي)، n د فریکونسي مجموع یا (ΣF)،(ΣF) د میډیان په ټولګي کې د مخکې فریکونسي ګانو له مجموع څخه عبارت دی، Fm د میډیان د ټولګي له فریکونسي څخه عبارت دی او C د میډیان د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

بیلګه: میډیان د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې پایلې د حسابي اوسط په سنجش کې پیدا کوو. د فورمول په مرسته د میډیان د پیدا کولو لپاره باید لومړی لاندې پړاوونه ووهو.

۱- لومړی باید د $\frac{\Sigma F}{2}$ قیمت پیدا کړو، یعنې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{(50)}{2} = 25$$

۲- زیاتیدونکې(صعودي) متراکمه فریکونسي باید ترتیب کړو او د جدول په دریېم ستون کې باید ولیکل شي.

۳- د میدیان پراوونه باید وټاکو چې د هغه د متراکمې فریکونسۍ لومړنۍ ټولګۍ له $\frac{\sum F}{2}$ څخه زیات وي. په بل عبارت لومړنۍ ټولګۍ چې $\frac{\sum F}{2}$ د هغې په متراکمه فریکونسي کې شامله وي، داسې چې په جدول کې لیدل کیږي، د څلورم ټولګي متراکمه فریکونسي چې ۲۸ کسان دي له ۲۵ کسانو څخه زیات دي. نو څلورم ټولګی میدیان یادیږي.

۴- د میدیان د ټولګي ښکتنی سرحد باید تثبیت شي، یعنې:

$$Li = \frac{51+50}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

۵- د میدیان له ټولګي څخه مخکې د فریکونسي ګانو مجموع(د مخکني ټولګي متراکمه فریکونسي) عبارت دي له:

$$\sum Fi = 5+7+4 = 16$$

۶- د میدیان د ټولګي د واټن اندازه، یعنې $C = 31-21 = 10$

۷- د میدیان د ټولګي فریکونسي دې وټاکل شي یعنې: $Fm = 12$

چې د هغه پورتني پړاوونه کولای شو د لاندې جدول لپاره په لاندې توګه تشریح کړو.

په ۱۳۷۸ کال کې دریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د پایلو د میدیان سنجش

د ټولګیو نمرې	فریکونسي F	صعودي متراکمې فریکونسي ګانې
21 – 30	5	5
31 – 40	7	12
41 – 50	4	16
51 – 60	12	28
61 – 70	8	36
71 – 80	7	43
81 - 90	4	47
91 – 100	3	50
مجموع	50	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس لاسته راغلي قیمتونه په فورمول کې وضع کوو:

$$Med = Li + \left(\frac{\sum F - \sum Fi}{Fm}\right)\cdot C$$

$$= 50.5 + \left(\frac{25-16}{12}\right)\cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{9}{12}\right)\cdot 10$$

$$= 50.5 + 7.5$$

$$Med = 58.0$$

1. $\frac{\sum F}{2} = \frac{50}{2} = 25$

۲. صعودي متراکمې فریکونسۍ ګانې دې ترتیب شي:
۳. $(51-60)$ یعنې د میدیان ټولګی دې تثبت شي.
۴. $Li = \frac{50+51}{2} = 50.5$ د ټولګي ښکتنی سرحد

5. $\sum Fi = 5+7+4 = 16$
6. $C = 31-21 = 10$
7. $Fm = 12$

مود (د فریکونسۍ زیاتوالی یا کثرت)

مود په یوه سلسله شمېرو کې له هغه عدد یا قیمت څخه عبارت دی، چې له بل هر عدد یا قیمت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو یا سلسلو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي، لکه:

2 , 1 , 3 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8

په پورته لړۍ کې مود د ۴ عدد دی، ځکه چې له نورو شمېرو څخه زیات څرګند شوی دی او په دې لړۍ کې یو مود شتون لري. په داسې حال کې چې د نورو شمېرو په لړۍ کې یعنې:

2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 , 9 , 10 , 11 , 11 , 15

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري او د ۹ او ۱۱ له عددونو څخه عبارت دي او د لاندې سلسلې پر خلاف:

3 , 5 , 4 , 6 , 7 , 9 , 10

مود شتون نه لري، ځکه چې هر عدد یواځې یو ځل څرګند شوی. په تصنیف شوو

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمېرو کې کولای شو مود د الجبري فورمول په وسیله سنجش کړو.

د تصنیف شوو شمېرو مود د لاندې فورمول په وسیله لاسته راتلای شي.

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې ورکړل شوې نښې یا علایم عبارت دي له:

L_i- د مود د ټولګي ښکتنی سرحد.

Δ_1- د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره.

Δ_2- د مود د فریکونسۍ توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره.

C- د مود د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

د فورمول په مرسته د مود د سنجش کولو لپاره لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو. د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه ټولګي څخه عبارت دی چې د زیاتې فریکونسي لرونکي وي او زمونږ په مخکینۍ بیلګه کې د څلورم ټولګي د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزموینې د نمرو سنجش ټاکل یعنې(۵۰.۵)نمرې دي.

د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له مخکیني ټولګي سره، یعنې (8 = 4 – 12) همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي سره، یعنې(8 – 12 = 4) دی. د مود د ټولګي د واټن اندازه ۱۱=۳۱-۲۰ دی.

د پورتنیو قیمتونو په وضع کولو سره په دغه فورمول کې لرو چې:

$$Med = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot C$$

$$Med = 50.5 + \left(\frac{8}{8+4}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{8}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left(\frac{80}{12}\right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 6.66$$

$$\text{Med} = 57.16$$

کارتیل (څلور یو)، دسیل (لس یو) او پرسانیتل (سل یو)

که چیرې یوه سلسله شمېرې نظر کمیت ته ترتیب شوې وي، د اړوندې سلسلې وسطي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت يا ميديان په دوو مساوي برخو ويشي.

که چيرې د ورکړل شوې سلسلې نور ارزښتونه په څلورو مساوي برخو وويشي دا ارزښتونه معمولاً په Q_1 , Q_2 , Q_3 افاده شوي او د لومړي کارتيل، دويم کارتيل او درېيم کارتيل په نومونو ياديږي.

په تصنيف شوو شمېرو کې لومړی کارتيل د لاندې فورمول په وسيله سنجش کيږي.

$$Q = Li + \left(\frac{\frac{n}{4} - \sum Fi}{Fq_1} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول د ميديان د موندنې له فورمول سره زيات ورته والی لري. په دې ځای کې نښې يا علايم عبارت دي له Q_1 لومړی کارتيل، L_i د لومړي کارتيل د ټولګي ښکتنی سرحد، $\sum F_1$ د ټولګيو د فريکونسي مجموع د لومړي کارتيل له ټولګي څخه مخکې (د مخکيني ټولګي متراکمه فريکونسي)، Fq_1 د لومړي کارتيل د ټولګي فريکونسي او C د کارتيل د ټولګي د واټن اندازه.

بيلګه: په مخکينۍ بيلګه کې، يعنې د ۵۰ تنو محصلينو د نمرو سنجش د رياضي په مضمون کې لومړی کارتيل عبارت دی له:

$$\frac{n}{4} = \frac{\sum F}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

ليدل کيږي چې د $\frac{n}{4}$ قيمت د درېيم ټولګي په متراکمه فريکونسي کې ورکړه ده، نو په دې اساس د لومړي کارتيل ټولګی له(50 – 41) نمرو څخه عبارت دي.

$$Li = 40.5$$

$$\sum Fi = 5 + 7 = 12$$

$$\sum Fi = 4$$

$$C = 10$$

نو له همدغې لارې څخه کولای شو د دويم او درېيم کارتيل ارزښت هم سنجش کړو او درېيم کارتيل کولای شو د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$Q_3 = Li + \left(\frac{\frac{3n}{4} - \sum Fi}{Fq_3} \right) \cdot C$$

همدارنګه يو سلسله شمېرې او يا د يوې فريکونسي وېشنه کولای شو په ارزښتونو

(c) ketabton.com: The Digital Library

يعنې په لسو مساوي برخو او لس يو يا (دسيلونو) يا په سلو مساوي برخو(سل يووم او يا پرسانتيلونو) وويشو او د دسيلونو او پرسانتيلونو د موندنې لار د کارتيلونو د ميديان د موندنې له طريقو سره ورته يا مشابه دي.

مثلاً: لس يو يا لومړی دسيل D_1 د لاندې فورمول په وسيله پيدا کيږي:

$$D_1 = Li + \left(\frac{\frac{n}{10} - \sum Fi}{FD_1} \right) \cdot C$$

فرضاً شپږم دسيل D_6 عبارت دی له:

$$D_6 = Li + \left(\frac{\frac{6n}{10} - \sum Fi}{FD_6} \right) \cdot C$$

او اووم پرسانتيل D_7 عبارت دی له:

$$D_7 = Li + \left(\frac{\frac{7n}{100} - \sum Fi}{Fq_7} \right) \cdot C$$

بايد پام وکړو چې د دسيلونو په سنجش کې د فريکونسي مجموع په ۱۰ او د پرسانتيلونو په سنجش کې په ۱۰۰ وېشل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي د مطالبو لنډیز

په مخکیني څپرکي کې مو ولیدل چې په نمونې یا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنګه راټولې، ترتیب او څرګندیږي.

(د فریکونسي وېشنه) البته د فریکونسي وېشنه نه یواځې د شمېرو د منسجم کولو او راټولونې لار ده، بلکې تشریحي او توضیحي مقیاس هم دی. په زیاتو ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا تشریحي مشخصې ته اړتیا لرو او نظر هغې ته د بلې سلسلې شمېرې مطالعه کوو.

دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي چې د هغې په وسیله تشریح کیږي. په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل (ګرایش) او همدارنګه د سلسلې د شمېرو وېشنه د وسطي یا مرکزي یوې برخې په شاو خواکې وښیي. له دغو دوو عددونو څخه استازی د مرکزي تمایل (ګرایش) مقیاس په نوم یا معمولاً د (اوسط) په نوم یادیږي. په بل عبارت د یو سلسله شمېرو اوسط له یوه قیمت یا یوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي.

اوسطونه د هغوی د ریاضي اړخونو له پلوه په دوو عمده ګروپونو باندې ویشل کیږي.

د هغه په لومړي ګروپ کې حسابي، هندسي، هارمونیکي او مربعي اوسطونه شامل دي چې په مفصله توګه مطالعه شوي او د هغه دویم ګروپ میدیان(د فریکونسي وسط)، مود(د فریکونسي زیاتوالی یا کثرت) او داسې نور رانغاړي، چې هغوی هم په دې څپرکي کې په مفصله توګه تر مطالعې او بررسۍ لاندې راغلي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي پوښتنې:

۱- اوسطونه څه مفهوم لري او په څو ګروپونو وېشل شوي دي ؟
۲- د لاندې شمېرو حسابي اوسط او هندسي اوسط سنجش او پرتله کړئ؟

3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 12

۳- د نوموړو شمېرو هارمونيکي او مربعي اوسط هم پيدا کړئ او د څلور ډولو اوسطونو پرتله څنګه نتيجه ګيري کوې؟

٤- د ۱۰۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د آزموينې پايلې په لاندې توګه ورکړل شوې دي.

د محصلينو شمېر	نمرې
7	31 – 40
11	41 – 50
35	51 – 60
37	61 – 70
17	71 – 80
8	81 – 90
5	91 – 100
100	**مجموع**

الف- د محصلينو حسابي اوسط سنجش کړئ.
۱- ٥ طريقه
ب- د نوموړو شمېرو ميديان او مود پيدا کړئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی

د خورېدو(پراګندګۍ) مقیاسونه

عمومي موخه:
د خورېدو(پراګندګۍ) د مقیاسونو توضیح او تعریف

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي:
- انحراف یا خورېدنه (پراګندګي)توضیح کړي.
- د شمېرو(اعدادو)وسعت یا پراخ والی لاسته راوړي.
- د انحرافاتو ډولونه توضیح او محاسبه کړي.

د انحراف یا خورېدلو مقیاسونه

انحراف یا خورېدل: په تیرو څپرکو کې د اوسطونو او فریکونسیو د ویشنې په اړه اړین توضیحات او تشریحات ورکړل شوي دي او له هغوی څخه مو هر یو په مفصله توګه مطالعه کړل. که څه هم د یوه اوسط عمده ځانګړنې دادي چې د یوې لړۍ یا سلسلې له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي خو د اړوندې سلسلې ټولې شمېرې په عمومي ډول د سنجش شوي اوسط په څېر ارزښت نه لري.

دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره د انحراف وسطي ارزښت یا مرکزي ارزښت لرونکي دي، چې د هغوی دغه توپیر د انحراف یا خورېدا په نوم یادیږي.

د انحراف یا خورېدواندازه په ځینو ویشنو کې کیدای شي زیاته یا لږه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

البته د شمېرو د خورېدو (پراګندګۍ) او متحول سنجش زیاتې طریقې شتون لري چې په دې څېرکي کې له هغوی څخه ځینې چې له پراخوالي(وسعت)، د کارتیلونو په نظر انحراف، وسطي انحراف، معیاري انحراف او د انحراف ضریب څخه عبارت دي. مطالعه کوو.

پراخوالی (وسعت): د انحراف یا خوېدوا ډېر ساده مقیاس د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی، لکه:

پراخوالی یا وسعت په لاندې شمېرو کې 2 , 3 , 5 ,7 , 11 , 29 , 35 عبارت دي

له 33 = 2 − 35

په تصنیف شوو شمېرو کې پراخوالی یا وسعت د کوچني ټولګي د ښکتني حد تر منځ او د لوی ټولګي د پورتني حد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی.

نظر کارتیلونو ته انحراف: نظر کارتیلونو ته انحراف په یوه وېشنه کې د کارتیلونو تر منځ پراخوالی (وسعت)،د هغه د درېیم کارتیل او لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی یعنې :

$$QD = Q_3 - Q_1$$

زیاتره وخت د پراختیا(وسعت) په ځای د کارتیلونو ترمنځ د دې پراختیا(وسعت) اوسط سنجش او د کارتیلونو د وسعت اوسط یا د کارتیلونو د انحراف په نوم یادېږي یعنې:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

وسطي انحراف: وسطي انحراف یا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نامه څخه یې څرګندېږي، د انحراف له حسابي اوسط یا د یوې سلسلې د شمېرو مطلقه توپیر نظر یوه وسطي عدد ته لکه حسابي اوسط یا له میدیان څخه عبارت دی.

په تصنیف شوو شمېرو کې وسطي انحراف په هغه صورت کې چې $\bar{x}$ وسطي ارزښت وي د لاندې فورمول په وسیله سنجش کېږي.

$$MD = \frac{\sum(x - \bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

چې په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د یوې لړۍ یا سلسلې شمېرې، $\bar{x}$ حسابي اوسط، n د شمیروتعداد او d یا $x_i - \bar{x} = x$

د بیلګې په ډول: د 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو انحراف پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+3+6+8+1}{5} = 6$$

وروسته د شمېرو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{(2-6)+(3-6)+(6-6)+(11-6)+(8-6)}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

يعنې ورکړل شوې شمېرې د۸.۲په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري.

کولای شو وسطي انحراف نظر میدیان ته هم سنجش کړو یعنې:

$$AD = D = \frac{\sum (y - med)}{n}$$

لکه: په پورتنیو شمېرو کې میدیان د ۶ عدد دی. څرنګه چې $\bar{x} = med$ دی په دې بیلګه کې دواړه ډوله وسطي ارزښتونه مساوي دي.

همدارنګه کولای شو وسطي انحراف په تصنیف شوو شمېرو کې د لاندې فورمولونو څخه د یوه فورمول په وسیله سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum F(x-\bar{x})}{F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

$$AD = \frac{\sum F(x - med)}{\sum F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

په دوو پورتنیو فورمولونو کې F د ټولګیو فریکونسي، x د ټولګي وسط، $\bar{x}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د ویشنې اړوند میدیان دي. د تمرین لپاره دوه نوموړي فورمولونه د مخکینۍ بیلګې په اړه، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرو سنجش د ریاضي په مضمون کې تطبیق کړئ.

معیاري یا ستندرد انحراف: معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر مهم مقیاس دی او نظر اوسط ته د انحراف یوه ځانګړې بڼه ده. د معیاري انحراف او وسطي انحراف ترمنځ توپیر دا دی چې په لومړني کې د انحراف مربع نظر حسابي اوسط ته سنجول کیږي، په داسې حال کې چې دویم یې له مطلقه انحراف څخه کار اخلي. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی.

د واریانس معیاري انحراف په یوه سلسله شمېرو کې د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(x-\bar{x})^2}{n}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې ځای کې δ د ګاما په نوم یوناني کوچنی توری معیاري انحراف او δ^2 واریانس افاده کوي. د بیلګې په ډول 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو واریانس او معیاري انحراف په لاندې توګه لاسته راځي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

_همدارنګه د لاندې فورمول په مرسته:

$$d^o = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\sum x^2 - \frac{\sum (x)^2}{\frac{n}{n}}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)}$$

$$d = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2} = \sqrt{90.8} = 3.29$$

همدارنګه د معیاري انحراف ستون هم د لاندې فورمول په وسیله پیدا کوو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} = \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

لکه: د ۵ مخکنیو شمېرو په اړه لرو چې:

x	d	d^2
2	-1	1
3	0	0
6	3	9
8	5	25
11	8	64
	15	99

d = x - A

A = 3

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{93}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{10.8} = 3.29$$

د تصنیف شوو شمېرو معیاري انحراف پورتنیو فورمولونو ته ورته(مشابه) هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو. په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو کولای شو له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum F(x-\bar{x})^2}{\sum F}} = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F}}$$

په دې ځای کې د F فریکونسی، x د ټولګي وسط او $\bar{x}$ د اړوندې ویشنې حسابي اوسط دی او $d = x - \bar{x}$ وضع شوي دي دا فورمول څرنګه چې د مخکني فورمول په اړه ورکړل شوی دی کیدای شي داسې ولیکل شي:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{\sum F}\left(\frac{\sum Fx}{\sum F}\right)^2}$$

$$Va = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{x}}$$

په مخکینی بیلګه کې مونږ په 11 , 8 , 6 , 3 , 2 شمېرو کې د هغه حسابي اوسط $\bar{x} = 6$ او د هغه وسطي انحراف $MD = 2.8$ پیدا کړی و، چې د هغوی په وضع کولو سره به وسطي انحراف عبارت وله، یعنې:

$$Va = \frac{MD}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \quad , \quad 46.6\%$$

همدارنګه وسطي انحراف نظر میدیان ته د لاندې فورمول په مرسته پیدا کولای شو:

$$Va = \frac{AD}{\bar{x}}$$

همدارنګه کولای شو د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته هم سنجش کړو چې پهVq افاده کیږي او د دریيم کارتیل او لومړي کارتیل د نسبت توپیر د هغوی پر مجموع باندې وي یعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_{48}}$$

او همدارنګه معیاري انحراف د ټولګیو د موقعیتونو په اساس، یعنې د ټولګیو د واټن په واحدونو باندې څرګندولای شو. په هغه صورت کې د ټولګیو ګډ واټن لیکو چې:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

په دې ځای کې $\bar{d}$ د ټولګي د واټن واحد په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی باید یادونه وشي چې د پورتنیو فورمولونو د واټن ځوابونه ورته یا مشابه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نسبي انحراف (د انحراف ضریب): د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه چې په عمل کې ډېر زیات په کارېږي، یو هم د انحراف ضریب دی. دا ضریب معمولاً په V افاده شوی چې د معیاري انحراف نسبت پر حسابي اوسط باندې عبارت دی، یعنې:

$$V = \frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

لکه: که د طب د ډاکترانو د کلني عاید ویشنې معیاري انحراف۱۵۰۰ افغانۍ او د پوهنتون د استادانو ۱۰۰۰ افغانۍ وي او د لومړي ګروپ د کلني عاید حسابي اوسط مثلاً ۷۵۰۰ او د دویم ۳۶۰۰ وي، وبه لیدل شي چې د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکترانو عاید ته زیات دی یعنې:

$$V_1 = \frac{1500}{7500} = 0.02 \quad , \quad 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{3600} = 0.028 \quad , \quad 2.8\%$$

د خورېدنې(پراګندګي) بل نسبي مقیاس چې ډېرې معمول دی، د وسطي انحراف د ضریب په نوم یادېږي. دا ضریب په لاندې V_a کې افاده شوی او د وسطي انحراف نسبت پر حسابي اوسط عبارت دی.

د پنځم څپرکي د مطالبو لنډیز

په څلورم څپرکي کې مو د فریکونسۍ د ویشنې توضیح او تشریح د اوسطونو په مطالعې سره مطالعه او بررسي کړه اوسط یو ګټور او مهم مقیاس دی او د اړوندو شمېرو د لړۍ د مرکزي تمایل د څرنګوالي په اړه د پام وړ نقش لري.

که څه هم د یوه وسط عمده خصوصیت دا دی، چې ترڅو د یوې لړۍ له ټولو کتنو(مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي. خو د لړۍ ټولې شمېرې په عمومي توګه د سنجول شوي اوسط د عین ارزښت لرونکې نه دی. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره له وسطی ارزښت یا مرکزي ارزښت څخه انحراف کوي، البته د انحراف او خورېدنې(پراګندګي) اندازه او څرنګوالی نظر د ویشنې ډول او اړوندې سلسلې ته فرق کوي.

په دې اساس د یوې فریکونسي د ویشنې د خصوصیاتو یا د دوو یا څو ویشنو د پرتلنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زياتې تشريح له پاره د انحراف د درجې مقياس او اندازه ګيرۍ يا د ويشنو خورېدنې ته اړتيا لرو.

په حقيقت کې د فريکونسي د ويشنې بيلابيلې بڼې د انحراف د متفاوتو درجو او اندازو زيږنده ده، سربېره پر دې د احصايې زياتره ميتودونه او تحليلي وسايل د انحراف له مقياسونو او خورېدنې(پراګندګي) څخه په خپل وار سره بناء شوي دي. د وسطي ارزښت موندنه د شمېرو د اندازې يا خورېدو له پوهيدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي وي.

غوره داده، چې سربيره په اوسطونو د تحول او خورېدنې درجه او اندازه ګيري نظر هغوی ته مطالعه شي.

په دې څپرکي کې لومړي د انحراف يا مطلقې خورېدنه څلور ډوله مقياسونه معرفي کيږي.

د انحراف پراخوالی(وسعت) نظر کارتيلونو، وسطي انحراف او معياري انحراف ته د انحراف يا نسبي خورېدل (پراګندګي) درې ډوله مقياسونه مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د وسطي انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارتيلونو ته تر مطالعې لاندې راغلل.

وسعت: د انحراف يا خورېدو ډېر ساده مقياس له هغه پراخوالی(وسعت) څخه عبارت دی وسعت په يوه سلسله شمېرو کې د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپير څخه عبارت دی. د پراخوالي(وسعت) د سنجش پيرودل (اخيستل) په يوه سلسله اړوندو شمېرو کې د هغه په ساده والي پورې تړلي دي په ځينو ځايونو کې په خاصه توګه اعظمي او اصغري حد، د قيمتونو تحول په مارکيټ کې يا د اورښت د حرارت درجه، د توليد د کيفيت يا جنسيت کنټرول، يا حتا د اوسط په اټکل يا تخمين کې په کاريږي.

لکه: 12 , 10 , 9 , 8 , 2 يا 10 = 2 − 12 وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنګه چې له نوم څخه يې څرګنديږي د انحراف حسابي اوسط يا د يو سلسله شمېرو مطلقه توپير نظر يوه وسطي ارزښت ته لکه حسابي اوسط يا ميديان دی، چې د لاندې فورمول په مرسته سنجش کيږي:

$$MD = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n} = \frac{\sum (x)}{n} = \frac{\sum (d)}{n}$$

معياري انحراف يا ستندرد انحراف د انحراف ډېر اړين مقياس دی او د انحراف يوه ځانګړې بڼه نظر اوسط ته ده. معياري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقياس مربع جذر يعنې واريانس دی او د لاندې فورمولونو په مرسته څرګنديږي.

$$\delta = \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{n}} \quad , \quad \delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پنځم څپرکي پوښتنې:

۱- انحراف یا خورېدل په یو سلسله شمېرو(اعدادو)کې څه مفهوم لري؟
۲- انحراف یا مطلقه او نسبي خورېدل څه شی دی، او په څو ډوله سنجش کېدای شي ؟
۳- پراخوالی(وسعت) او هغه شمېرې چې نه وي تصنیف شوې، د فریکونسي په یوه وېشنه کې څرنګه سنجش کیږي؟
٤- انحراف نظر کارتیلونو ته څه شی دی او څه مفهوم لري؟
۵- وسطي انحراف نظر میدیان ته سنجش کړئ؟
٦- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو ډوله کیدای شي چې سنجش شي؟
۷- د لاندې شمېرو معیاري انحراف پیدا کړئ؟ 8 , 6 , 9 11 , 6
۸- د فورمول په اساس د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف چې د شمېرو په جدول کې تصنیف شوي، پیدا کړئ ؟

ټولګی	فریکونسي F
0 – 10	5
11 – 20	10
21 – 30	25
41 – 50	20
میزان	F = 60Σ

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2}$$

۹- د ۷۵ تنو محصلینو د نمرو معیاري انحراف په تصنیف شوي جدول کې د هغوی د ټولګیو د موقعیتونو په اساس پیدا کړئ؟

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

ټولګی	F
0 – 10	5
11 – 20	10
41 – 50	20
	F = 45Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویمه برخه

د احتمالاتو تیوري

مقدمه

د احصایې او احتمالاتو تیوري د یوې جدي اړتیا په توګه د اقتصادي او صنعتي مسایلو د حل لپاره له یوې ورځې، بلې ورځې ته شهرت لاسته راوړي او د تعلیمي برنامو تطبیقول په ښوونځیو او پوهنتونو کې د احصایې او احتمالاتو له تدریس او زده کړې سره سمې تر سره کیږي.

همدا اوس په ټول افغانستان کې د ریاضیاتو، اقتصاد، کمپیوټر، کرنیزو علومو زدکړه د احصایې او احتمالاتو د تیوري له زدکړې سره یو ځای وړاندې ځي ځکه چې په دې ټولو تخصصي، اقتصادي، صنعتي او د ریاضیاتو په څانګو کې له بحثونو څخه بیلې زدکړې لکه تصادفي کمیتونه، د پېښو(حوادثو) ترتیب او ترکیب او د پېښېدو احتمال نشي کیدای.

د احصایې د علم د ټولو علمي څانګو له جملې څخه زیاتره د احتمالاتو له تیوري څخه مرسته اخلي ځکه چې د احصایې د علم بنسټ د راټولو شوو موادو په رڼا کې منطقي او عملي تصمیم نیونه او مسلم حقایق جوړوي که چیرې مسلم او موثق حقایق میسر نه شي تصمیم نیوونکي وګړي به مجبور او مکلف وي تر څو د تیرو وګړو په تجربو او یا اټکلونو(حدسیاتو) باندې تکیه وکړي، چې د داسې دقت او مؤثریت په ځایونو کې به لاسته راغلې پایلې په کافي اندازه د قناعت وړ نه وي، بلکې په یوې ټاکلې اندازې سره به د پېښو(حوادثو) د پېښېدو احتمال ممکن وي. هغه پایلې چې په داسې حالاتو کې لاسته راځي د دوو ډولونو تیروتنو تر تاثیر لاندې به وي.

یو له مخکې څخه قضاوت او ذهني قضاوتونه او له علمي تحلیل او شننې څخه مخکې د تصمیم نیوونکو وګړو د شخصي تمایلاتو دخیلول چې په دې حالت کې تصمیم نیوونکی وګړی غواړي پیښې (حوادث) او اتفاقات د هغه له ګټو او غوښتنو سره سم ترسره شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او بل په دقيقه او اصولي توګه د احتمالاتو د فن په کار نه اچونه ځکه چې احتمالات د يوه علم په اندازه چې د رياضياتو له جز څخه دی، د اساساتو او اصولو لرونکي دي، چې بايد د علم په اندازه تر استفادې لاندې راشي او د اړتيا وړ پديدې د علمي اوزارو او وسايلو په مرسته چې هماغه علمي قواعد او فورمولونه دي تحليل او تجزيه شي.

په دې اساس د اقتصادي ډګر کارکوونکي د بانکدارۍ او تجارت په څانګه کې او هغه محاسبين چې د جاري حسابونو او پروژو بيلانس سنجش کوي مکلف دي تر څو د پېښو(حوادثو) او بدلونونو په هکله د احصايې او احتمالاتو د علم په اساس وړاندوينه وکړي. او تطبيقي او مطروحه پلانونه د دې علم په رڼا کې طرح کړي.

د احصايې او احتمالاتو علم پراخه ساحه او زياتې برخې تر مطالعې لاندې راولي. دا روښانه ده چې په يوه لنډه تعليمي دوره کې د ادارې او حسابدارۍ په انستيتوتونو کې د دې ټولو برخو ښوونه غيرممکن او د عملي کيدو وړ نه ده، خو هغه څه چې په منظور شوي مفرداتو او د تعليمي پلان په چوکاټ کې په نظر کې نيول شوي دي په عمومي ځايونو کې د ادارې او حسابدارۍ د انستيتوتونو فارغان کولای شي د اقتصاد د څانګو د متخصصينو او چارواکو تر نظر لاندې دندې ترسره کړي چې له لاسته راغلو پايلو څخه ډاډمن او باخبره وي.

میر محمد شاه رفيعي

د دويمې برخې عمومي موخه:

په اقتصادي امورو (چارو) کې د احتمالي بدلونونو وړاندوينه او لاسته راوړنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

د احتمالاتو مفاهیم

عمومي موخه:
له احتمالاتو څخه مفهوم او مطلب څه دی ؟

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:
- احتمالات تعریف کړي.
- د احتمالاتو د علم مفهوم توضیح کړي.
- د احتمالاتو کلاسیک، احصاییوي او هندسي مفاهیم توضیح او تشریح کړي.
- د هغو پدیدو ډولونه چې په احتمالاتو کې تر استفادې لاندې راځي، توضیح کړي.

د احتمالاتو مفاهیم:

څرنګه چې د هندسې په علم کې تعریف، ټکی، کرښه او ټولې هندسي بنې ډیرې پیچلي دي. په هماغه ډول د احتمالاتو د تیوري تعریف هم په واضح توګه آسانه او ساده کار نه دی. سربیره پردې ستونزې ,تجربو راښودلې چې د انسان په ذهن او خیالونو کې د احتمال کلمه تر یوه ځایه اشنایي لري او د پېښو(حوادثو) د پیښیدنې احتمال له بیلګو څخه د وګړو او د وګړو د ګروپونو تر منځ د مباحثو په ترځ کې یادیږي.

د بیلګې په ډول: ویل کیږي چې د A فوټبال ټیم په نړیوالو سیالیو کې د بریالیتوب چانس نه لري.

نن ورځ د بایللو امکان شته یا احمد په پارلماني ټاکنو کې ۸۰ فیصده د بریالیتوب چانس لري.... له دې پلوه د احتمال د ټاکلو او تثبیت لپاره له موجوده تجربو او توپیرونو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثخه استفاده کېږي خو هغه توپيرونه او تجربې چې د وګړو لخوا په کار اچول کېږي، په تيرو تجربو او يا لاسته راغلو موادو او امکاناتو باندې متکي دي، چې په تجربوي احتمالاتو(Experimental Probability) پورې اړه لري، او هم يو شمېر توپيرونه او اجراات د ارقامو او موثقو معلوماتو له کتنې ثخه پرته ترسره کېږي، چې له ذهني احتمالاتو (Theoretical Probability) ثخه چې په موجوده پروګرام کې شامل نه دي عبارت دي.

له دې امله چې د هر علم پېژندنه او د استعمال ځايونه په يو شمېر مفاهيمو، پيژندګلويو(متعارفاتو) او موضوعه اصولو متکي دي. نو په دې اساس په دې ځای کې هم د ځينو مفاهيمو درک او پوهېدنه حتمي او ضروري ده.

د رياضياتو له پلوه د احتمالاتو مفهوم:

د احتمال کلمه په عاميانه ژبه کې د ممکن او ځينې وخت د ګمان او اټکل په مفهوم کارول شوې ده، او نظری اړخ لري خو په علمي ژبه کې د احتمال يا نه ثرګنديدنې (عدم ظهور) کلمه يوه مشخصه پايله او يوه ناثاپي يا اتفاقي تجربه ده او دغه مفهوم د عاميانه مفهوم پر خلاف يو کميتي مفهوم دی، چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کېږي. د معاصرو رياضياتو له ميتودونو ثخه په استفادې سره د تشخيص او ارزيابۍ(ارزونې) وړ دی. د ناثاپي يا اتفاقي تجربو د پايلو د ثرګندونې او يا نه ثرګندونې درجه(ظهور يا عدم ظهور)معمولاً د فيصديو په ارقامو، پر عام کسر او يا اعشاري کسر ښودل کېږي، چې د دوو لاندې مشخصو لرونکې دي.

۱- د يوې ناثاپي تجربې يو له ممکنه پايلو ثخه د ثرګندېدو يا نه ثرګندېدو(ظهور يا عدم ظهور) احتمال بايد له صفر ثخه لوی او له يوه ثخه کوچنی وي.

۲- د ناثاپي تجربې لپاره يوه له ممکنه پايلو ثخه د ثرګندېدو احتمال او د نه ثرګندېدو احتمال بايد له يوه سره مساوي وي.

که چيرې :

A- د يوې ناثاپي(اتفاقي) تجربې يو له ممکنه پايلو ثخه.

P (A) – د A د پايلې د ثرګندېدو احتمال.

$P(\overline{A})$ - د A د پايلې د نه ثرګندېدو احتمال وي.

نو:

$1 - 0 \leq P(A) \leq 1$

$2 - P(A) + P(\overline{A}) = 1$

او که چيرې د A پايلې د ثرګندېدو يا نه ثرګندېدو چانس له يو بل سره مساوي وي،

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو کولای شو د A پایلې د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\overline{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow 50\ \%$$

د پورتنیو مطالبو د توضیح لپاره لاندنیو تعریفونو ته پاملرنه وکړئ:

a- **قطعي پدیدې (Sample):** هغو پدیدو یا پېښو ته قطعي پدېدې وایي چې پایله یې په بشپړه توګه معلومه، مشخصه او ټاکل شوې وي، داسې چې دا پایله د هغې له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه کړای شو. لکه دا چې یوه منه د باد له امله له ونې څخه راشکېږي، حتماً د ځمکې پر مخ رالوېږي او یا که د اوبو د تودوخې درجه د سانتي ګرید سلو درجو ته ورسېږي نو حتماً په بخار بدلیږي.

b- **تصادفي پدیدې:** هغو ناڅاپي پدیدو او یا پېښو ته ویل کیږي چې د آزمایښت پایله د هغه له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه نشو کړای او په دې ډول پایلو کې د(∅) سیټ غیرممکن دی، د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اساس او بنسټ جوړوي او د مطلب د ساده کیدو لپاره فرض کیږي چې د ناڅاپي تجربو پایلو شمېر محدود(متناهي) وي.

د بیلګې په ډول: که په یوه کڅوړه کې دوه سرې مرۍ، درې سپینې مرۍ او څلور شنې مرۍ وي او وغواړو له کڅوړې څخه یوه مرۍ بهر کړو هیڅ کله نشو کولای وواېو چې دغه مرۍ به کوم رنګ ولري.

C- **د نمونې فضاء:** د S ست ته د یوې تجربې د نمونې فضاء ویل کیږي په هغه صورت کې چې د تجربې ممکنه هر حالت د Sد ست له یوه عنصر سره سمون ولري او بالعکس د دې سیټ له عناصرو څخه هر یو له یوې تجربې سره مطابقت وکړي یعنې دا چې:

که چیرې a_1 , a_2.......a_n ټولې د یوې ناڅاپي تجربې ممکنه پایلې وي.

مجموعه : $S = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_n\}$

د نمونې د فضاء په نوم لوستل کیږي. د S هر غړی یو ټکی له نمونه یي فضاء څخه نومول کیږي په بل عبارت د نمونې فضاء د یوې ناڅاپي پدیدې له ټولو ممکنه پایلو څخه عبارت دی او د نمونې فضاء هر فرعي سیټ ته یوه پیښه یا یوه پدیده وایی او همدارنګه یونامتناهي Set د حقیقی شمېرو د انټروالونو په بڼه، د ټرلې نمونې فضاء هندسي بڼې او یا حجمونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښه او ناڅاپي پېښه:

د نمونې فضاء هر فرعي سیټ یوه پیښهاو یا پدیده نوموي او د ټولنیزو علومو له پلوه پدیده په بیلابیلو بڼو د ماهیت او واقعیتونو انعکاس او تبارز وي او د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اصول او بنسټ جوړوي.

که چیرې S د یوې ناڅاپي(تصادفي) تجربې د نمونې فضاء وي A یوه ناڅاپي پیښه لوستل کیږي، یواځې $A \subset S$ دهغه پر اساس ویلی شو چې:

که A د یوې ټاکلې ناڅاپي تجربې څخه یوه پیښه وي، د دې تجربې په هرځل سرته رسولو کې ویل کیږي، د A پیښه منځ ته راغلې ده، که چیرې لاسته راغلې پایله د S غړی وي.

بیلګه: کله چې یوه سکه پورته واچوو د ښکته راتلو په وخت یا د سکې مخ(R) او یا د سکې شا(P) راځي، نو په دې تجربه کې د نمونې فضاء چې دوه عنصره Set دی، په لاندې توګه ښودل کیږي.

$S = \{P, R\} \Rightarrow \quad n(S) = 2 = 2$

بیلګه: که چیرې یوه سکه دوه ځله پورته واچوو(یا دوه سکې یوځل واچوو) د هغې د نمونې فضاء هغه سیټ دی چې له څلورو عنصرو څخه جوړ شوی وي داسې چې:

$S = \{(R,P),(R,P),(P,R),(P,R)\} = n(S) = \overset{2}{2} = 4$

بیلګه: کورنۍ درې بچیان غواړي، د نوموړو بچیانو د نمونې فضاء عبارت ده له: که زوی په P او جنۍ په D وښیو مونږ به ولرو:

$S = \{(P,P,P),(P,P,D),(P,D,P),(P,D,D),(D,P,P),(D,P,D),(D,D,P),(D,D,D)\}$

$\Rightarrow n(S) = \overset{3}{2} = 8$

Note: که S یو سیټ وي او د n عنصر لرونکی وي د هغه د فرعي ستونو شمېر د 2^n له فورمول څخه لاسته راځي، یعنې:

$n(S) = 2^n$

بیلګه: په یوه کڅوړه کې ۳ سرې مرۍ او دوه شنې مرۍ دي، دوه مرۍ په ناڅاپي توګه پورته کوو د نمونې فضاء څرنګه ده.

$n(S) = (5.2) = C_3^5 \Rightarrow$

$= \frac{5i}{(5-2)i} = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2} = 10$

$\Rightarrow \{R_1R_2, R_1R_3, R_2R_3, R_1g_1, R_1g_2, R_2g_2, R_3g_2, g_1g_2\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمال (Probability):

که چیرې د یوې پیښې د پیښیدنې لپاره، د مساعدو امکاناتو شمېر S او نا مساعده حالات F وي.

د مساعدو او نا مساعدو د پیښیدلو احتمال عبارت دی له: $P(F)=\frac{F}{F+S}, P(S)=\frac{S}{S+F}$

که یوه پیښه نامساعد حالت ولري، د هغه د مساعد والي احتمال(۱) دی او که چیرې پیښه مساعد حالت ونه لري، د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی په دې اساس $0\le P(S)\le 1$ او همدارنګه:

$$P(S)+P(F)=\frac{S}{S+F}+\frac{F}{S+F}=1$$

د احتمال کلاسیک مفهوم: د لرغونو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نومورې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی. که چیرې د یوې A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په P(A)، د A د ناڅاپي پیښې د مساعدو پایلو شمېر په N(A) او د A د ناڅاپي پیښې د ممکنه پایلو شمېر په N(S) وښیو نو کولای شو د احتمالاتو لرغونی(کلاسیک) مفهوم د یوه عمومي فورمول په اساس په لاندې توګه افاده کړو.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

بیلګه: د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت د محاسبې په څانګه کې ۱۰۰ تنه دي ۶۰ تنه نجونې او پاتې نورې هلکان دي. که چیرې د یوه هیواد یو تحصیلي بورس دې څانګې ته ورکړل شوی وي او له محصلینو څخه یو تن په ناڅاپي توګه وټاکل شي، څومره احتمال لري چې :

الف- یوه نجلۍ په دې بورس کې کاندیده شي.

ب- یوه نجلۍ دې بورس ته کاندیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې بورس ته کاندید شي.

حل

$$N(S)=100$$
$$N(A)=60$$
$$N(B)=40$$
$$N(\overline{A})=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}$$

$$P(B)=\frac{60}{100}=0.6=60\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.6=0.4=40\%$$

ج-

$$P(A_1)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{100}=0.01=1\%$$

د احتمال احصاييوي مفهوم: د يوې ناڅاپي تجربې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه په لرغوني مفهوم په دوو لاندنيو فرضيو متکي دی.

۱- د هغه ټولګي يا جمعيت د عناصرو شمېر چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي بايد محدود وي.

۲- د ناڅاپي تجربې له پايلو څخه هر يو بايد د مساوي څرګندېدو چانس ولري.

زياتره وخت په عمل کې هغه ټولګي يا جمعيتونه چې تر احصاييوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو شمېر غير محدود او بې شميره زيات وي او د ټولګي د څرګندېدو قواعد او جوړ شوي عناصر ټاکل شوي نه وي(غيرمعين) وي او د هغوی د څرګندېدو يا نه څرګندېدو په اړه بشپړ معلومات په واک کې نه وي.

په داسې ځايونو کې نشو کولای د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د هغه پر لرغوني مفهوم مشخص کړو.

دا ايجابوي تر څو د A د ناڅاپي(اتفاقي) پيښې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو احتمال د نسبي فريکونسي په مرسته مشخص شي.

که د A د ناڅاپي پيښې مطلقه فريکونسي په F(A) او د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په f(A) په نښه کړو، نو د رياضي له مخې د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي په لاندې توګه افاده کولای شو.

$$f(A)=\frac{F(A)}{n}$$

د احصايې د علماوو په عقيده که چيرې د n نمونه ورو، ورو لويه شي او بالاخره لايتناهي ته نږدې شي،

د A د ناڅاپي پيښې نسبي فريکونسي ورو، ورو يوه سرحدي ارزښت ته نږدې کيږي چې هغه کولای شو د A د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو يو اټکلي ارزښت ومنو چې په لاندې توګه افاده کيږي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\lim_{n\to\infty} f(A) = \frac{F(A)}{n} \approx P(A)$$

بیلګه: یوه تصدي د موټر پرزې تولیدوي. د تصدۍ د تولیداتو د کنټرول شعبه دنده لري تر څو د تصدۍ ورځني تولیدات مخکې له دې چې بازار ته وړاندې شي د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصاییوي آزمایښت لاندې راولي. د تصدۍ د کنټرول آمر د ۱۰۰۰ واحدو په سایز(اندازه) یوه نمونه د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه اخلي او تر بررسۍ لاندې یې راولي.

له اخیستل شوي نمونې څخه د هغه ۹۵۰ واحده له نورم سره سم او ۵۰ واحده نورېې د نورم پر خلاف ټاکل شوي وي. که چیرې یو پیریدونکی تصدۍ ته مراجعه وکړي او د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه د نمونې په توګه یو واحد غوره کړي او د هغه تخنیکي کیفیت تر مطالعې لاندې ونیسي څومره احتمال لري چې:

الف- اخیستل شوی واحد د نورم پر خلاف په تولیداتو پورې اړوند وي.

ب- هغه واحد چې انتخاب شوی د نورم سره سم د تولیداتو له جملې څخه وي.

$F(A) = 950$

$F(\overline{A}) = 50$

حل

الف-

$$f(A) = \frac{F(A)}{n} = \frac{950}{1000} = 0.95$$

$$P(A) \approx f(A) = 0.95 = 95\%$$

ب-

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - 0.95 = 0.05 = 5\%$$

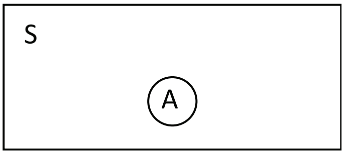
$$P(\overline{A}) = \frac{F(\overline{A})}{n} = P(\overline{A}) \approx f(\overline{A}) = \frac{50}{1000} = 0.05 = 5\%$$

د احتمالاتو هندسي مفهوم: یوه ناڅاپي تجربه په نظر کې نیسو چې د هغې ممکنه پایلې د S یوه هندسي بڼه جوړوي. فرض کوو چې A یوه ناڅاپي پیښه ده چې په یوې یا څو ناڅاپي تجربو پورې تړلې ده او د S د ساحې یوه برخه رانغاړي.

په دې صورت کې د A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د هغې د هندسي مفهوم عبارت دی له:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}$$



په پورتني فورمول کې m(A) د A او m(S) د S د ساحې اندازه جوړوي.

د احتمالاتو هندسي مفهوم د نمونې فضاء او پیښې تر منځ د رابطې مشخص کوونکې ده.

بیلګه: که یو کروندګر ۳۰۰۰۰ متر مربع ځمکه پیاز کري او له ټول حاصل شخه د ځمکې ۱۰ متر مربع د یوې بېلې موافقې له مخې، د حاصلاتو له لاسته راوړنې څخه مخکې تر ارزيابۍ لاندې راولي تر څو د پیازو د وزن او اندازې له معلومولو وروسته د هغه د پلورلو او یا اجارې په اړه تصمیم ونیسي. نوموړی کروندګر ۶۰۰۰ متره مربع ځمکه له کیمیاوي سرې(کود) څخه په استفادې، ۱۰۰۰۰ متر مربع ځمکه له حیواني سرې(کود) څخه په استفادې او پاتې ۱۴۰۰۰ متر مربع ځمکه یې پرته له کومې سرې څخه کرلې ده. کروندګر به هغه وخت ګټه ترلاسه کړي چې نمونه د ځمکې له یوې برخې سره تصادف کوي چې په هغه کې کیمیاوي سره یا حیواني سره استفاده شوې وي څومره احتمال لري :

الف- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له کیمیاوي سرې استفاده شوې ده.

ب- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له حیواني سرې استفاده شوې ده.

ج- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې له سرې پرته کرل شوې ده.

$m(S)=30000m^2$ د ټولې ځمکې مساحت

$m(A)=6000m^2$ هغه ځمکه چې له کیمیاوي سرې سره کرل شوې ده

$m(B)=10000m^2$ هغه ځمکه چې له حیواني کود سره کرل شوې ده

$m(C)=14000m^2$ پرته له سرې څخه کرل شوې ځمکه

حل

الف-

$$P(A)=\frac{m(A)}{m(S)}=\frac{6000}{30000}=0.2=20\%$$

ب-

$$P(B)=\frac{m(B)}{m(S)}=\frac{10000}{30000}=\frac{1}{3}=0.333=33.3\%$$

ج-

$$P(C)=\frac{14000}{30000}=0.4666=46.66\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د پېښود ټاکلو او تثبيت او د پېښو(حوادثو) د څرګنديدلو لپاره له هغو تجربو او توپيرونو څخه چې د وګړو لخوا په کار اچول کيږي ګټه اخيستل کيږي چې له ټولو څخه زيات په تيرو تجربو او په لاسته راغلو موادو او امکاناتو متکي وي. ياد شوي مراتب په تجربوي احتمالاتو پورې اړه لري.

احتمال د نالوستي يا عاميانه له پلوه د ممکن، ګمان او اټکل(حدس) په معنا کارول کيږي خو په علمي ژبه کې د رياضي په خاصه معنا کارول کيږي چې معنا يې د يوې ناڅاپي(اتفاقي) مشخصې پايلې او يوې تجربې د څرګندېدو يا نه څرګندېدو (ظهور يا عدم ظهور) د ډاډ درجه ده.

د احتمال رياضيکي مفهوم يو کميتي مفهوم دی چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کيږي.

- هغه پديدې چې د هغوی پايلې په بشپړه توګه معلومې او مشخصې وي د قطعي پديدو يا پېښو(حوادثو) په نوم ياديږي.
- که چيرې د يوې تجربې او يا پيښې له پېښېدو څخه مخکې د هغې پايله مشخصه کړای نه شي، د ناڅاپي(تصادفي) پديدې په نوم ياديږي چې په دې ډول پايلو کې د خالي ست حصول غيرممکن وي.
- د يوې تجربې د ممکنه ټولو پايلو څخه لاسته راغلې مجموعه د هغې تجربې د نمونه يي فضاء په نوم ياديږي او له يوې تجربې څخه د لاسته راغلو پايلو څخه هره يوه د نمونې د فضاء يو غړی دی. او له نمونه يي فضاء څخه هر فرعي ست د يوې ناڅاپي(تصادفي) پيښې په نوم ياديږي.

که چيرې د يوې پيښې پېښېدنه مساعد حالت ونه لري، د هغې د مساعدوالي احتمال ۱ دی او که چيرې پيښه مساعد حالت ونه لري د پيښې د مساعد والي احتمال صفر دی.

خو د پخوانيو علماوو په نظر د يوې ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پايلو نسبت د نوموړې پيښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پايلو څخه عبارت دی.

احتمال د احصايې له پلوه د فريکونسۍ په مرسته مشخص کيږي او هغه هم عبارت دی له، مطلقه فريکونسۍ د دفعاتو پر شمېر باندې يعنې : $F(A)=\frac{F(A)}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- یو عدد په ناڅاپي(تصادفي) توګه د$S=\{1,2,3,\ldots,9\}$ نمونې له فضاء څخه غوره کېږي که چیرې د غړو احتمال مساوي وي، احتمال دی چې غوره کړل شوی عدد له ۴ څخه لږ یا طاق وي څه شی دی ؟

۲- له a , b , c , I , j توررو څخه هر یو د یوه کارت پرمخ لیکو او د هغوی له ګډولو وروسته یو کارت د قرعې په ډول پورته کړو، مطلوب دی ټاکل.

الف- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری وي.

ب- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری نه وي.

۳- په یوه قطي کې ۵ سرې مرۍ، درې تورې مرۍ او دوه سپینې مرۍ دي، یوه مرۍ په ناڅاپي توګه له قطي څخه پورته کوو.

الف- د دې تجربې د نمونې فضاء ولیکئ؟

ب- پیدا کړئ چې دغه مرۍ به سره وي.

۴- له صفر څخه د ۳ شمېرو له منځ څخه په ناڅاپي توګه یو عدد انتخابیږي، مطلوبه ده د هغې احتمال محاسبه چې دغه عدد د ۱ او ۲ تر منځ غوره کړل شوی وي.

۵- دوه متحدالمرکزه دایرې چې د 5Cm او 10Cm شعاوو لرونکې دي په نظر کې نیسو که چیرې غشی د هدف(کوچینۍ دایرې) په لوري ګوزار شي او سل په سله کې د لویې دایرې پر مخ د لګیدلو وړ وي، احتمال د دې چې غشی په کوچنۍ دایرې ولګي څو دی.

۶- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه پاڼه(پر) په ناڅاپي توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې :

الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي. ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.

ج- نوموړې پاڼه به د خښتې یوه پاڼه وي. د- نوموړې پاڼه به لال نه وي.

هـ- د پشې یوه پاڼه به نه وي. و- د خښتې لس تایي به نه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی

د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

عمومي موخه:

د احتمالي پېښو(حوادثو) او اتفاقاتو محاسبه او سنجش

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي چې:

- د ناڅاپي پېښو(اتفاقي حادثو) مفهوم توضیح کړي.
- په احتمالاتو کې د قاعدې جمع توضیح او خپلواکې(مستقلې) ناڅاپي پیښې د قاعدې په اساس سنجش کړي.
- په احتمالاتو کې د ضرب قاعده توضیح او له یوبل څخه د خپلواکه ناڅاپي څو پېښو پېښېدنه د دغې قاعدې په مرسته سنجش کړي.
- د څو پېښو(حادثو) څرګندیدنه د جمع له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- تړلې ناڅاپي پیښې توضیح او دا ډول پیښې د جمع او ضرب له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
- مجموعي احتمالات سنجش کړي.

په احصاییوي تحقیقاتو کې د ناڅاپي پېښو د اړوندو مسایلو د څرګندولو یا نه څرګندولو احتمال یواځې یوه ناڅاپي پیښه د بحث وړ نه ده، بلکې په زیاتره ځایونو کې د دوو یا څو ناڅاپي پېښو د څرګندېدو یا نه څرګندېدو احتمال هم د علاقې وړ دي. هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو څخه د یوې د څرګندېدو احتمال سنجش کیږي، د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ځای ښکاره کېدو احتمال سنجش کېږي د احتمال د ضرب د قواعدو(د تقاطع قواعد) په نوم یادېږي چې دواړه قاعدې د نوې ریاضي د یو سلسله نښو او سمبولونو په مرسته فورمول بندي کېږي.

که چیرې د Aاو B د دوو پېښو له ښکاره کېدو څخه د دغو دوو ناڅاپی پېښو څخه د یوې د ښکاره کېدو احتمال تر بحث لاندې وي د پېښو د جمع له قاعدې څخه استفاده کېږي چې په لاندې توګه افاده کېږي:

$$P(A \vee B) <=> P(A \vee B)$$

برعکس که چیرې د دواړو ناڅاپي پېښو د هم مهاله ښکاره کېدو احتمال مطلوب وي، د ناڅاپي پېښو د تقاطع له قاعدې څخه استفاده کېږي، چې د لاندې فورمول په مرسته افاده کېږي:

$$P(A \cap B) <=> P(A \wedge B)$$

د احتمالاتو د قواعدو سنجش د ناڅاپي پېښو د ډول په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو ویشل کېږي:

- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.
- د تړلو(غیر مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.

د خپلواکه(مستقله) پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو مفهوم:

خپلواکه ناڅاپي پیښې هغه پیښې دي چې د یوې ناڅاپي پیښې ښکارېدنه د بلې ناڅاپي پیښې په ښکارېدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پیښې د ښکاره کېدو احتمال د بلې پیښې د ښکارېدو احتمال متأثره نه کړي. لکه: فرض کوو، په یوه لوښي کې لس دانې مرمۍ په بشپړه توګه ورته یا مشابه چې له یوه څخه تر لس پورې د نمرو لرونکي دي شتون لري. که چیرې دوه مرمۍ په ناڅاپي توګه یو په بل پسې پورته شي او لومړۍ مرمۍ له کتو وروسته بیرته کېښودل شي د دې احتمال چې د لومړي ځل لپاره دویم نمبر مرمۍ او د دویم ځل لپاره پنځم نمبر مرمۍ ښکارنده شي په دواړو صورتونو کې مساوي وي، که د دویم نمبر مرمۍ ښکارېدنه د A د ناڅاپي پیښې په توګه او د پنځم نمبر مرمۍ ښکارېدنه د B د ناڅاپي پیښې په توګه ومنو، نو د A د ناڅاپي پیښې او د B د ناڅاپي پیښې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورته شرایطو لاندې داسې ښکندولی شو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{1}{10}$$

په خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو کې د جمع قاعده: په هغو حالاتو کې چې د دوو یا زیاتو پېښو یوځای پېښېدنه لکه AاوB متحمل وي په هغه صورت کې د A د پېښېدو احتمال له B سره عبارت دی له:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

پورتنۍ رابطه هغه مهال ممکنه ده چې AاوB نښتې(متصلې) مجموعې وي یعنې ګډ توکي(عناصر) ولري او د لنډ یا مختصر فورمول $P(A\cup B)=-P(\overline{A}\cap\overline{B})$ لرونکې وي.

خصوصي حالت: که د A او B د پېښو پېښېدنه له یو بل څخه بیل او جدا ترسره شي یعنې A اوB منفصل ستېونونه وي چې په غبرګه توګه پېښېدنه یوځای امکان ولري، یعنې که A پېښه شي B رامنځ ته نه شي او یا برعکس په هغه صورت کې د A د پېښېدو یا د B د پېښېدو احتمال عبارت دی له:

$$(A\cup B) <=> P(A\cup\overline{B}), P(A\cup B)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

که چیرې خپلواکې ناڅاپي پیښې له دوو پېښو څخه زیاتې وي، په دې صورت کې د نومورو پېښو اتحاد په لاندې توګه افاده کیږي:

$$P=(A_1\cup A_2\cup A_3......An) <=> P(A_1\cup A_2\cup A_3...An)=$$
$$=P(A_1)+P((A_2)+P(A_3)+......+P(A_n)$$

بیلګه: که $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ و $A=\{2,3,4\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وي.

محاسبه مطلوبه ده $P(A\cup B)=?$

حل:

$$A\cup B=\{2,3,4,5,6\} => n(A\cup B)=5$$

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{5}{6}$$

بیلګه: که $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي.

معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a - P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$
$$b - P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$
$$c - P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$
$$d - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right]$$
$$= 1 - \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right] = \frac{71}{120}$$

بيلګه: په يوه لوښي کې د بليارد ۱۰ دانې سره توپونه، ۳۰ دانې سپين توپونه، ۲۰ دانې آسماني رنګه توپونه او ۴۰ دانې نارنجي رنګه توپونه شتون لري، يو توپ په ناڅاپي(اتفاقي) توګه انتخابيږي څومره احتمال لري چې:

الف- نومورې توپ سور يا نارنجي وي.

ب- عدد سپين وي يا آسماني وي.

ج - توپ سور يا سپين يا آسماني وي.

د- آسماني نه وي.

هـ- سور يا آسماني نه وي.

و- سور، آسماني او سپين نه وي.

$$N(R) = 10 \qquad P(R) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$
$$N(W) = 30 \qquad P(W) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$
$$N(B) = 20 \qquad P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$
$$N(0) = 40$$
$$N(S) = 100 \qquad P(0) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

الف-

$$P(0 \vee R) <=> P(0 \cup R) = P(0) + P(R)$$
$$P(0 \vee R) = 0.4 + 0.1 = 0.5 = 50\%$$

ب-

$$P(W \vee R) <=> P(W \vee B) = P(W) + P(B)$$
$$P(W \vee B) = 0.3 + 0.2 = 0.5 = 50\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج-

$$P(R \vee W \vee B) = P(R \bigcup W \bigcup B) = P(R) + P(W) + P(B)$$
$$= 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 = 60\%$$

د-

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) => 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

هـ-

$$P(R \vee B) = 1 - P(R \vee B) = 1 - [P(R) + P(B)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2) => 1 - 0.3 = 0.7 = 70\%$$
$$P(R \vee B) = P(W \vee 0) => P(W) + P(0)$$
$$= 0.3 + 0.4 = 0.7 = 7\%$$

و-

$$P(R \vee B \vee W) = P(0) = \frac{40}{100} = 0.4 = 4\%$$

او يا

$$P(R \vee B \vee W) = 1 - P(R \vee B \vee W) = 1 - [P(R) + P(B) + P(W)] =$$
$$= 1 - (0.1 + 0.2 + 0.3) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو د تقاطع قاعده(د ضرب قاعده)

که A او B دوه خپلواکه ناڅاپي پيښې له يو بل څخه وي، د دواړو ناڅاپي پېښو د يو ځای څرګنديدنې احتمال له هغوی څخه د هرې يوې د څرګندېدو احتمال له حاصل ضرب څخه عبارت دی چې د رياضي له پلوه کولای شو هغه په لاندې توګه افاده کړو:

$$P(A \wedge B) <=> P(A \bigcap B) => P(A) \times P(B)$$

که چيرې د خپلواکه(مستقله) ناڅاپي پېښو شمېر له دوو پېښو څخه زيات وي پورتنی فورمول په لاندې بڼه پراختيا پيدا کوي:

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge .... \wedge A_n) <=> P(A_1 \bigcap A_2 \bigcap A_3 .... \bigcap A_n)$$
$$= P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) .... P(A_n)$$

خو د شرطي احتمال په صورت کې (که د A احتمال پرځای د B پيښه شوې وي) په لاندې توګه تعريف شوی دی:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \bigcap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د طرفین او وسطین کولو په صورت کې لاسته راځي چې:

$$P(A \cap B) = P(B)P\left(\frac{A}{B}\right)$$

یعنې دا چې: د دوو پېښو A اوB د پېښېدو احتمال له یو بل سره برابر دی یو له هغوی څخه د پیښې د احتمال د ضرب له حاصل سره ضرب په احتمال کې هغه چې د یوه له پېښېدو څخه وروسته، بله هم پیښه شي.

نوټ: که چیرې درې ناخپلواکه(غیرمستقلې) ناڅاپي پیښې د پام وړ وي د احتمال د جمع د قاعدې عمومي فورمول په لاندې ډول سره خپله بڼه بدلوي.

$$P(A \vee B \vee C) <=> P(A \cup B \cup C) =>$$
$$P(A)+P(B)+P(C)-P(A \cap C)-P(C \cap B)-P(A \cap B)+P(A \cap B \cap C)$$
$$P(A \vee B \vee C) = 1-P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

بیلګه: په یوې تصدۍ کې دوه پایې تولیدي ماشینونه M_1 او M_2 په کار اچول شوي، چې هر یو یې په یواځې یا منفرد ډول د بریښنا ساکټونه تولیدوي. د تیرو کلونو تجربې ښیي چې ۵٪ د M_1 د ماشین تولیدات او ۶٪ د M_2 د ماشین تولیدات له ټاکلي نورم سره سمون نه لري، که چیرې یو پیریدونکی د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه دوه واحده د نمونې په توګه انتخاب کړي او تر احصاییوي آزمایښت لاندې یې راولي څومره احتمال لري چې لږ تر لږه د نمونې یو واحد د نورم له شرایطو سره خلاف وي.

حل:

$$P(M_1 \vee M_2) => P(M_1)+P(M_2)-P(M_1) \times P(M_2)$$
$$= 0.05+0.06-0.05 \times 0.06 = 0.11-0.003 = 0.107 = 10.7\%$$

او یا

$$P(M_1 \vee M_2) = 1-P(\overline{M}_1 \cap \overline{M}_2) = 1-P(\overline{M}_1) \cdot P(\overline{M}_2)$$
$$= 1-0.95 \times 0.94 = 1-0893 = 0.107 = 10.7\%$$

د تړلو ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

۱- د تړلو ناڅاپي پېښو مفهوم: ناڅاپي پیښې تل له یو بل سره په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د یوې بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د پېښو مقیدوالی په دې معنا دی چې: د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د وروستۍ ناڅاپي پیښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راولي. لکه: په یوه لوښي کې درې سپینې مرمۍ او څلور تورې مرمۍ شتون لري. دوه مرمۍ پرله پسې له لوښي

(c) ketabton.com: The Digital Library

څخه را ایستل کېږي. په دې صورت کې احتمال لري چې لومړۍ انتخاب تورې مرمۍ او دويم انتخاب سپينې مرمۍ وي په يواځې يا منفرده بڼه عبارت ده له:

$$P(W)=\frac{3}{6},P(B)=\frac{4}{7}$$

۲- په ترلو ناڅاپي پېښو کې د ضرب قواعد: فرض کوو چې A يو احصاييوي جمعيت $A_1,A_2,A_3,.......A_n$ د هغه جمعيت جوړ شوي توکي يا عناصر وي. که چيرې د جمعيت له جوړو شوو توکو يا عناصرو څخه دوه واحده په نظر کې ولرو.

ناڅاپي يا تصادفي ترکيبونه داسې انتخاب شي چې انتخاب شوي توکي يا عناصر له کتنو يا مشاهدې وروسته بيرته جمعيت ته پاتې نه شي، په دې صورت کې احتمال لري چې د A_1 او A_2 توکي يا عناصر تر انتخاب لاندې راوستل شي، عبارت دي له :

$$P(A_1\wedge A_2) <=> P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\times P(A_2/A_1)$$

بيلګه: په يوه ټولګي کې درې هلکان او دوې نجونې يوه تحصيلي بورس ته کانديد شوي دي. که چيرې پوهنځي دوه بورسونه نوموړو محصلينو ته اختصاص ورکړي وي. څومره احتمال لري چې د لومړي ځل لپاره يو هلک او د دويم ځل لپاره يوه نجلۍ انتخاب شي.

$$N(S)=5 \qquad P(B\wedge G)=P(B)\times P\left(\frac{G}{B}\right)$$

$$N(B)=3 \qquad P(B\wedge G)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}$$

$$N(G)=2 \qquad P(B\wedge G)=\frac{6}{20}$$

۳- په متصلو ناڅاپي پېښو کې د جمع قواعد: فرض کوو چې AاوB دوه ناڅاپي پيښې دي چې د دواړو ناڅاپي پېښو يوځای څرګنديدنه د امکان وړ وي. همدارنګه فرض کوو چې انتخاب شوي توکي يا عناصر د دويم ځل لپاره جمعيت ته نه پاتې کېږي، د پورتنيو فرضيو په پام کې لرلو سره احتمال لري چې لږ تر لږه د AاوB له دوو پېښو څخه يوه پيښه څرګنده شي عبارت دی له:

$$P(A\vee B)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=1-P(\overline{A})\times P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)$$

که چيرې درې پيښې وي پورتنی فورمول لاندې بڼه ځانته غوره کوي:

$$P(A\vee B\vee C)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C})$$

$$=1-P(\overline{A})\cdot P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)\cdot P\left(\frac{\overline{C}}{\overline{A}\wedge\overline{B}}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطیه احتمالات

لکه مخکې مو چې مطالعه کړل، ناڅاپي پیښې تل په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې یا زیاتره وخت د یوې ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. مثلاً فرض کوو چې A اوB دوه مقیدې پیښې دي. چې د A ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د B د ناڅاپي پیښې په څرګندیدنې پورې تړلې یا مقیده ده یا برعکس د B د ناڅاپي پیښې څرګندیدنه د A د ناڅاپي پیښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د دا ډول تړلو یا مقیدو ناڅاپي پېښو د څرګندیدنې احتمال د شرطیه احتمالاتو په نوم یاد شوي چې کولای شو هغه د تړلو ناڅاپي پېښو د تقاطع په فورمول کې په لاندې توګه پیدا کړو.

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

بیلګه: له ۱ څخه تر ۱۰ شمېرو پورې د لسو کارتونو پر مخ لیکل شوي دي یو کارت په ناڅاپي(اتفاقي) توګه پورته کیږي.

الف- نومړی عدد پر 4 د تقسیم وړ وي.

ب- نومړی عدد پر 3 د تقسیم وړ وي.

$$N(S) = 10$$

$$N(A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A10) = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(A \wedge B) = \frac{2}{10}$$

حل:

الف-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{10}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{10}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مجموعي احتمالات

ناشاپي پيښې تل په خپلواکه توګه نه څرګنديږي، بلکې زياتره وخت د يوې ناشاپي پيښې څرګنديدنه د بلې ناشاپي پيښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګنديدنه په يوې ناشاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکي د $A_1, A_2, A_3, ...A_n$ د بشپړو ناشاپي پېښو په يوه سيستم پورې تړلې وي، که چيرې بشپړ معلومات له نوموړو پېښو څخه د هريوه د څرګندېدو د احتمال په اړه او د B د ناشاپي پيښې د څرګندېدو احتمال چې د A_i د ناشاپي پيښې په سيستم پورې تړلی يا مقيد دی، شتون ولري کولای شو د B د ناشاپي پيښې د څرګندېدو احتمال په لاندې توګه سنجش کړو.

$$P(B)\sum_{i=1}^{n}P(Ai)\times P\left(\frac{B}{Ai}\right)$$

بېلګه: له څلورو ټولګيو څخه دوسوه تنه محصلين د لومړي سمستر وروستۍ آزموينه په يوه تالار کې تيروي. د نوموړو محصلينو له جملې څخه ۱۰۰ تنه محصلين د لومړي ټولګي، ۵۰ تنه محصلين د دويم ټولګي، ۲۰ تنه محصلين د درېيم ټولګي او ۳۰ تنه محصلين د څلورم ټولګي څخه دي. د تيرو کلونو د تجربو په اساس د ناکامۍ احتمال په لومړي ټولګي کې ٪۸۰، په دويم ټولګي کې ٪۵۰، په درېيم ټولګي کې ٪۳۰ او په څلورم ټولګي کې ٪۱۰ دي. يو تن مميز د زده کوونکو يوه پارچه د آزموينې له پای ته رسيدو څخه وروسته تر کتنې لاندې نيسي، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به ناکام وي.

ب- نوموړی محصل به کامياب وي.

$N(S) = 200$

$N(A_1) = 100 \qquad P(A_1) = \frac{100}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_1}\right) = 0.5$

$N(A_2) = 50 \qquad P(A_2) = \frac{50}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_2}\right) = 0.5$

$N(A_3) = 100 \qquad P(A_3) = \frac{20}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_3}\right) = 0.3$

$N(A_4) = 30 \qquad P(A_4) = \frac{30}{200} \qquad P\left(\frac{B}{A_4}\right) = 0.1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

الف-

$$P(B)=P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)+P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)+P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)+P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times 0.8+\frac{5}{20}\times 0.5+\frac{1}{10}\times 0.3+\frac{3}{20}\times 0.1$$

$$=0.4+0.195+0.03+0.015=0.57=57\%$$

ب-

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.57=0.43=43\%$$

د بایز قضیه: توماس بایز د ۱۸ پیړۍ په نیمایي کې یوه قضیه تشریح کړه چې په مستقیمه توګه له شرطیه احتمالاتو سره مرتب کیده. د دې قضیې د تشریح لپاره فرض کوو چې: $A_1, A_2, A_3......A_n$ له ناځاپي پېښو څخه یو بشپړ سیستم دی.

چې د هغې د دوو پېښو څرګندیدنه غیر ممکنه وي. په دې صورت کې د دې سیستم له پېښو څخه د هرې یوې د څرګندیدنې احتمال د B په یوې ناځاپي پیښې پورې تړلی یا مقید وي او کولای شو هغه د بایز له فورمول څخه په استفادې سنجش کړو :

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{\sum_{i=1}^{n}P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}$$

بیلګه: د مجموعي احتمالاتو په بحث کې د ورکړل شوې بیلګې په پام کې لرلو سره که چیرې فرض کړل شي چې: د آزموینې د یوې پارچې په انتخابولو سره نوموړی محصل ناکام دی. هغه پوښتنه چې د بایز د فورمول په اړه مطرح کیږي دا ده، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به په دویم ټولګي کې وي.

ب- دغه محصل به په دریېم ټولګي کې وي.

ج- نوموړی محصل به په لومړي یا څلورم ټولګي کې وي.

حل:

الف-

$$P\left(\frac{A_2}{B}\right)=\frac{P(A_2)\times P\left(\frac{B}{A_2}\right)}{P(B)}$$

$$=\frac{0.25\times 0.5}{0.57}=\frac{0.125}{0.57}=0.21=21\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-P\left(\frac{A_3}{B}\right)=1-\frac{P(A_3)\times P\left(\frac{B}{A_3}\right)}{P(B)}$$
$$=1-\frac{0.1\times0.3}{0.57}=1-\frac{0.03}{0.57}=1-0.052=0.948=94.8\%$$

ج-

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right)\vee P\left(\frac{A_4}{B}\right)=\frac{P(A_1)\times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}+\frac{P(A_4)\times P\left(\frac{B}{A_4}\right)}{P(B)}$$
$$=\frac{0.5\times0.8}{0.57}+\frac{0.15\times0.1}{0.57}=\frac{0.4}{0.57}+\frac{0.015}{0.15}$$
$$=0.7+0.02=0.72=72\%$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کيږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو يا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کيږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم يادېږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کيږي، يعنې که چيرې يوه پېښېدنه له بلې پېښېدنې سره په يوه وخت ترسره نه شي، د لاندې فورمول په مرسته ښودل کيږي:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

که چيرې د A او B دوه عمليې يو په بل پسې سرته ورسوو په دې صورت کې د A اوB دوه عمليې (هم Aاوهم B) کولای شو د $n \cdot k$ په لاره (طريقه) ترسره کړو يعنې:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$$

ناڅاپي پيښې په خپلواکه ناڅاپي پېښو او تړلو ناڅاپي پېښو باندې بېلې شوې دي.

که چيرې د يوې پيښې ځرګندېدنه د بلې پيښې په ناڅاپي ځرګنديدنې پورې تړلې(مقيده) نه وي دا ډول پيښې د خپلواکه ناڅاپي پېښو په نوم يادېږي. خو ناڅاپي پيښې تل خپلواکه يادېږي او همدارنګه ناڅاپي پيښې تل له يو بل څخه په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځينې وخت د يوې ناڅاپي پيښې ځرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په ځرګندېدنې پورې تړلې وي. يعنې د يوې ناڅاپي پيښې ځرګندېدنه د وروستۍ ناڅاپي پيښې د ځرګندېدو چانس تر تأثير لاندې راولي. که چيرې د يوې ناڅاپی پيښې ځرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په ځرګندېدوه پورې حتمي او ضروري تړلې وي د دا ډول پېښو ځرګندېدنه د شرطيه احتمالاتو په نوم يادېږي.

همدارنګه په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې رامنځ ته کيږي، چې د هغوی ځرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه ده بلکې په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی ځرګنديدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکي د ناڅاپي پېښو په يوه بشپړ سيستم پورې تړلې وي، چې په دې حالت کې مونږ د اړيکو مجموعي احتمالات لرلای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم څپرکي پوښتنې

۱- د يوې کورنۍ درې ماشومان زمونږ مطلوب دی، احتمال لري چې لږ تر لږه د هغوی له ماشومانو څخه يوه انجلۍ وي ؟

۲- په يوه کڅوړه کې ۵ سپينې مرۍ او ۷ تورې مرۍ دي، له دغې کڅوړې څخه درې مرۍ يو ځای پورته کوو احتمال لري چې :

الف- درې واړه مرۍ سپينې وي.

ب- احتمال لري چې دوه مرۍ سپينې وي.

ج- احتمال لري چې لږترلږه يوه مرۍ سپينه وي.

د- احتمال لري چې لږ تر لږه دوه مرۍ سپينې وي.

۳- $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ وي معلوم کړئ چې:

$a-P(\overline{A})=?$

$b-P(\overline{B})=?$

$c-P(\overline{A}\cup\overline{B})=?$

$d-P(\overline{A}\cap\overline{B})=?$

۴- که په يوکورکې د ۰,۴۱ تور او سپين ۰,۸۵ رنګه اوله دواړو څخه ۰,۲۳ تلويزيون دشته والې احتمال موجود وي ، نوڅومره احتمال لري چې پدې کور کې به لږترلږه يو له دغو دوو ډولونو څخه شتون ولري؟

۵- احتمال لري چې يو شخص د پښتورګو (ګردو) تکليف۰,۲۳ ولري او د زړه ناراحتي۰,۲۴ ولري او يا لږ تر لږه يو له دغو دوو ناروغيو څخه ۰,۳۸ وي. نوڅومره احتمال لري چې دواړه ډوله ناروغۍ به ولري؟

۶- په يوه جعبه کې ۱۲ دانې مرۍ دي چې دوه دانې يې تورې او پاتې نورې يې سپينې دي. له دغې جعبې څخه په ناڅاپي توګه يوه مرۍ راپورته کوو، وروسته پرته له دې چې لومړۍ مرۍ کېږدو په ناڅاپي توګه يوه بله مرۍ را اخلو، څومره احتمال لري چې دواړه مرۍ تورې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- د یوه ریاست د څوکۍ(پست) لپاره ۴ نوماندان شتون لري، د هغو وګړو د انتخاب پایلې چې متساوی الاحتمال دي په ۱،۲،۳او۴ ښیو، څرګنده کړئ چې د $B=\{1,3\}, A=\{1,4\}$ حوادث له یو بل څخه خپلواک(مستقل) دي ؟

۸- د قطعه بازۍ له یوه درجن څخه یوه قطعه په ناڅاپي توګه انتخاب شوې او لیدل کیږي چې نومورې پاڼه خشت ده څومره احتمال لري چې:

الف- نومورې پاڼه به یو غلام وي.

ب- نومورې پاڼه به یو طوس وي.

۹- د زده کوونکو په یو ۱۲ نفري ګروپ کې ۸ تنه ممتازه زده کوونکي دي د ۱۲ تنو له جملې څخه د هغوی درې تنه ټاکل کیږي. احتمال په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د انتخاب شوو زده کوونکو په منځ کې د هغوی ۵ تنه به ممتاز وي ؟

۱۰- پر هدف باندې د مرمۍ د لګیدو لپاره په یوه ځل دوه فیره کیږي. که د پیښې احتمال 0.7A او د پیښې احتمال0.8B وي احتمال په داسې صورت کې پیدا کړئ چې لږ تر لږه یو له هغوی څخه په هدف ولګیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

درېیم څپرکی

د ترکیباتو تیوري

عمومي موخه:

په احتمالاتو کې د ترکیبي انالیز د قواعدو تطبیق

د زده کړې موخې: له محصلینو څخه تمه کیږي تر څو د دې څپرکي په پای کې:

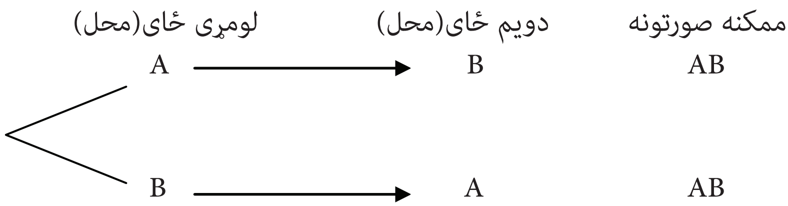
- تبدیل تعریف او توضیح کړي او عناصر او پدیدې تبدیل او سمبال کړي.
- په عناصرو کې اختلاف تعریف او توضیح کړي، غیرمشابه او بیلابیل عناصر په یوه سټ کې سمبال کړای شي.
- ترکیب تعریف او توضیح کړي.
- د ساده ترکیب او بشپړ ترکیب توپیر وکړي.
- د ترکیب او تبدیل ترمنځ مهم توپیر توضیح کړي.

تبدیل:

د توپیر لرونکي n عنصر د ترتیب ټول امکانات د S په یوه سټ کې په معینو ردیفونو کې د تبدیلونو په نوم یادوي چې د ریاضي په احصاییه کې یو له مهمو او اهمیت وړ مبحثونو څخه دی. لاندې بیلګو ته پام وکړئ.

۱- غواړو دوه کتابونه چې د A او B په تورو ښودل شوي دي په یوې الماریۍ کې د یوبل ترڅنګ کیږدو ددې کار لپاره ممکنه صورتونه عبارت دي له:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د AB او BA له صورتونو څخه هر یو د Aاو B د دوو تورو د تبدیل په نوم لوستل کیږي.

بیلگه: د A , B , C درې عنصره د ټاکل شوو ردیفونو په پام کې لرلو سره کیدای شي په لاندې شپږو ډولونو باندې تبدیل او سمبال کړل شي :

$$(A,B,C) = ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$$

څرنگه چې لیدل کیږي په تبدیل کې د ځای پر ځای کیدو ځای اړین دی، همدارنگه کولای شو تبدیل د S سټ اړوند جوړښت په پام کې لرلو سره په دوو عمده گروپونو وویشو.

الف- که د S سټ ټول عناصر منفرد او له یو بل څخه توپیر لرونکي وي، د هغوی تبدیلي عبارت ده له:

$$P_n = n^1$$

له دې امله ویلی شو چې د سټ له عناصرو څخه هر منظم او محدود سټ ته تبدیلي وایي.

نوټ- په دې حالت کې تبدیل د ترتیب (Arrangements) په نوم یادوي چې په حقیقت کې د n څیز راتلل په مرتبه توگه د یو بل په څنگ کې وي.

بیلگه: د A , B , C او D توري په څو بیلابیلو بڼو د یوبل په څنگ کې ځای په ځای کیدای شي.

$$P_4 = 4i = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

ب- که د S تر سټ پورې اړوند ټول یا یو شمېر عناصر په ورته توکو (په مشابه اجزاو) کې مشتمل وي د n عنصر تبدیل د لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کوو.

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i \cdot n_3 i ....n_k i}$$

په دې فورمول کې $n_1 , n_2 , n_3 , ... , n_k$ د هغو توکو (اجزاو) له شمېر څخه عبارت دی چې له یوبل سره ورته یا مشابه وي او د هغوی د ټولو حاصل جمع په n سره مساوي کیږي یعنې:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + ...n_k = n$$

بیلگه: د AABB توري په څو بڼو تنظیم یا سمبالیدای شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i ......n_k i}$$

$$P_n = \frac{4i}{2i \cdot 2i} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{24}{4} = 6$$

بیلګه: AAABB په څو بڼو سمبالېدای شي:

$$P_5 = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{120}{12} = 10$$

اختلاف: د S په یوه سټ کې د n عنصر غیر مشابه سمبال یا تنظیم د Iپه ګروپونو کې یو عنصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره د S سټ د عناصرو د اختلاف په نوم نومول کیږي.

د بیلګې په ډول، کولای شو د S یو سټ A,B,C عناصر په شپږو دوو عنصري ګروپونو باندې په لاندې ډول ترتیب او سمبال کړو.

چانس ته د نظر په اختلاف د ګروپونو په مکرره توګه څرګندیدل یا ظهور په دوو ډلو ویشل کیږي:

$$(A,B,C) = \begin{Bmatrix} AB \\ AC \\ BA \\ BC \\ CA \\ CB \end{Bmatrix}$$

الف- له تکرار څخه پرته اختلاف: دا اختلاف د S یو سټ د ټولو عناصرو له ترتیب څخه د I عنصري په ګروپونو کې چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې ممکن دی او هر عنصر یواځې یوځل په ګروپ کې د څرګندېدو چانس ولري عبارت دی. که د S سټ د عناصرو شمېر په n او د اړوندو ګروپونو د عناصرو شمېر په L وښیو نو د S سټ د n عنصر اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$$V_{I(m)} = \frac{n_1}{(n-i)!}$$

بیلګه: د ABCD توري په څو درې توریزه ګروپونو باندې ترتیب او سمبالیدای شي؟

$$V3_{(4)} = \frac{4i}{(4-3)i} = \frac{4i}{1i} = 24$$

بیلګه: یوه څوکۍ یواځې د ناستې څلور ځایونه لري، په څو بڼو کېدای شي ۱۰ تنه په نوموړې څوکۍ کښیني؟

$$V4_{(10)} = \frac{10i}{(10-4)i} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6i}{6i} = 5040$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له تکرار سره اختلاف: له تکرار سره اختلاف د S یوسټ د n عنصر ترتیب د I عنصري په ګروپونو کې دی چې په هغه کې:

۱- د ګروپونو د سټ عناصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره ترتیب شوي وي.

۲- د S سټ هر جوړ شوی یا متشکله عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري. که N د S سټ د جوړو شوو عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د عناصرو شمېر وي، نو د S سټ د عناصرو له تکرار سره اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له :

$V_{i(m)} = n^i$

بیلګه: د ABC توري په دوه توریزو ګروپونو داسې ترتیب کړئ چې د S سټ هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$V2_{(3)} = 3^2 = 9$

ترکیبونه (Combinations): ترکیب د S یوه سټ د عناصرو سمبال د I عنصر په ګروپونو کی دی چې په هغه کې د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې رعایت نه شي، ترکیب هم د اختلاف په څېر د ګروپونو د مکرره څرګندېدو د چانس په نظر په دوو ډلو ویشل کیږي.

الف- ساده یا له تکرار څخه پرته ترکیب: د یوه سټ د عناصرو له ترکیب څخه په I عنصر ګروپونو کې دی چې په هغه کې د ګروپونو د عناصرو موقعیت په معین ردیف کې رعایت نه شي او د S سټ هر عنصر یواځې یوځل د څرګندېدو چانس ولري.

د بیلګې په ډول د ABCD څلور توري کولای شو په شپږو دوه عنصري ګروپونو او څلور درې عنصري ګروپونو په لاندې ډول تنظیم کړو.

AB	AC	AD	BC	BD	CD
		ABC	ABD	ACD	BCD

که N د S سټ د عناصرو شمېر او I د یوه ګروپ د جوړو شوو عناصرو شمېر وي، ترکیب د S سټ عنصر د N له تکرار څخه پرته د I عنصر په ګروپونو کې کولای شو د لاندې فورمول څخه په استفادې لاسته راوړو.

$$Ci_{(n)} = \frac{ni}{1i(n-1)i} = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-i_1)}{} 1i$$

په دې حالت کې $i < n$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځرګنده ده چې:

$$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$$

د $\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ د سمبول په ځای د $C(n,i)$ او C_n^i او یا $C\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$ له سمبولونو څخه هم استفاده کیږي.

یادونه: د تبدیل او ترکیب تر منځ توپیر دا دی چې په تبدیل کې د انتخاب ترتیب په پام کې نیول کیږي په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی. د بیلګې په ډول که وغواړو له دریو تنو محصلینو (یاسمین، فرزانې او سوسن) څخه یوه دوه کسیزه کمیټه جوړه کړو.

د تبدیل له نظره پورتنی بحث د دوو تنو تبدیل یا بدلون د درې تنو له منځ څخه دی او دا بدلونونه (تبدیلونه) عبارت دي له: (فرزانه، سوسن)، (یاسمین، فرزانه)، (یاسمین، سوسن) او سوسن، فرزانه، فرزانه، یاسمین، سوسن، یاسمین خو د ترکیب له نظره (سوسن،فرزانه) او (فرزانه، سوسن) دواړه یوه کمیټه جوړوي یعنې په دې ځای کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی.

بیلګه: اوه تنه په خپلو منځوکې یو څلور کسیز ګروپ ټاکي. دغه ګروپ په څو بڼو څلور کسیزه جوړېدای شي؟

ب- بشپړ یا له تکرار سره ترکیب: له تکرار سره ترکیب د یوه سټ N عنصر په I عنصرګروپونو کې دی چې په هغه کې:

I- د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې په پام کې نه وي.

II- د S (سټ) هر عنصر د مکرره ځرګندېدو چانس ولري.

د ریاضي له پلوه کیدای شي د S سټ د N عنصر د ترکیب ټول امکانات د I عنصر په ګروپ کې د هر عنصر د مکرره ځرګندېدو چانس په پام کې نیولو سره په لاندې توګه سنجش کیږي:

$$Ci_{(n)} = \begin{bmatrix} n+i-1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{(n+i-1)i}{\dfrac{li(n-1)i}{= c^n n+i-1 = c^{n-1} n+i-1}}$$

بیلګه: د ABCD توري په څو دوه عنصري ګروپونو ترکیب کولای شو، خو په دې شرط چې د نوموړي سټ عناصر د مکرره ځرګندېدو چانس ولري.

$$C2_{(4)} = \begin{bmatrix} 4+2-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{5i}{2i(4-1)i} = \frac{5\cdot 4\cdot 3i}{2i\cdot 3i} = \frac{20}{2} = 10$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درېیم څپرکي د مطالبو لنډیز

هغه بیلابیل حالات چې n شی په مرتبه توګه د یوبل څنګ ته قطار نیولی شي د هغوی د بیلابیلو ترتیبونو په نوم یادیږي او دغه ترتیبونه عبارت دي له :

$$P(n,n) = ni$$

او هغه توپیر لرونکي حالات چې rشی له مختلف nشی $(r < n)$ څخه د یو بل څنګ ته مرتب کیدای شي د nشي rپه تبدیلونو په نوم یادیږي چې د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$P(n,r) = \frac{ni}{(n-r)i}$$

که چیرې د nشی د تبدیلونو په شمېر کې څرنګه چې په هغه کې یو pد دفعه او بل د q دفعه له اشیاوو څخه تکرار شوی وي عبارت دي له:

$$\frac{ni}{Piqi}$$

او که چیرې بیلابیل حالات چې r شی پرته د ترتیب په پام کې نیولو سره له n شی څخه بیل انتخاب کیږي د n شی rپه ترکیبونو په نوم یادیږي او د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$\begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix} = \frac{ni}{(n-r)i \cdot r^{i}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریيم څپرکي پوښتنې:

۱- د یوه ټولګي د څلویښتو تنو زده کوونکو له جملې څخه په څو لارو کولای شو درې تنه وټاکو، داسې چې یو تن له هغوی څخه د ریئس په توګه یو تن د منشي او یو تن د غړي په توګه وي؟

یادونه: په پورتنۍ بیلګه کې د عناصرو ترتیب په نظر کې دی.

۲- د شطرنج په یوه سیالۍ کې پنځه تنه زده کوونکي او پنځه لس تنه محصلین ګډون کوي، په څو لارو زده کوونکي په دې سیالۍ کې موقعیت نیونه کوي، داسې چې هیڅ زده کوونکی عین نمره لاسته را نه وړي.

یادونه: A_{20}^{5}

۳- په څو لارو ۱۰ بیلابیل مضمونونه په مهال ویش کې تقسیم بندي کولای شئ. په هغه صورت کې چې په مهال ویش کې هره ورځ ۵ بیلابیل مضمونونه تدریس شي.

۴- په څو لارو ۴ تنه په یوه مرکب ردیف کې د ۴ میزونو په شاو خوا کې کښیني؟

۵- یوه کورنۍ درې زامن او دوه لورانې لري.

الف- د هغو لارو شمېر چې هغوی په یوه ردیف کې کښیني پیدا کړئ.

ب- که وغواړو هلکان له یو بل سره او نجونې هم له یوې، بلې سره کښینې پیدا کړئ چې دا کار په څو ډولونو امکان لري.

۶- څو بیلابیل عدده کولای شو د 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 شمېرو سره ترتیب کړو داسې چې:

الف- په هر عدد کې له هر رقم څخه یو ځل استفاده وشي.

ب- صفري رقم په کینه خوا کې ځای و نه نیسي.

۷- ثابت کړئ چې:

$$\frac{ni}{(n-1)i}=n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- د قطعه بازۍ د ۵۲ قطعو له جملې څخه په څو لارو ۱۳ قطعې ټاکلی شو؟

یادونه: C_{52}^{13}

۸- لاندې افاده ساده کړئ.

$$\frac{C_n^{\ 3} \times C_3^{\ 2}}{C_9^{\ 5}}$$

۹- په مصنوعي اقمارو کې یوه تنظیم کوونکې عملیه اړینه ده، دا ټیم د مصنوعي قمر له قومندان، لومړی او دویم مرستیال، دوه میخانیکه او یو ډاکتر او هیئتونو څخه مشتمل دی او داسې ټاکل کیږي، دري تنه چې عبارت دي له قومندان او مرستیالان، د ۲۵ تنو له جملې څخه دوه میخانیکه د ۲۰ تنو انجنیرانو له جملې څخه او یو ډاکتر له ۸ تنو ډاکترانو څخه په څو لارو کولای شي نیمايي فضانوردان ترکیب کړي.

۱۰- د الجبر له ورته یا مشابه درې کتابونو او د هندسې ورته یا مشابه څلورو کتابونو څخه په څو لارو کولای شو څو کتابه (لږ تر لږه) یو انتخاب شي.

۱۱- څو بیلابیل څلور رقمي عدده کولای شو د ۲،۱،۰ له شمېرو څخه ترتیب کړو، کله چې د شمېرو تکرار مجاز وي.

یادونه: $A_3^4 - A_3^3$ هغه شمېرې چې صفر د هغه کیڼ لوري ته ځای په ځای کیږي منفي شي.

۱۲- د څلورو رنګونو سور، آسماني، شین او زیړ په مرسته څو دوه رنګه بیرغه په افقي فیتو سره ترتیب او د BABBY کلمې له کلمې څخه جوړولای شو.

۱۳- د m علامت شمېر هر یو مرکب له اتو بیرغونو څخه په یوه عمودي کرښه کې چې کیدای شې له څلور سرو بیرغونو څخه د ټمیز یا فرق وړ نه وي، له درې سپینو بیرغونو څخه د ټمیز وړ نه وي او یو آسماني بیرق جوړ کړو، پیدا کړئ.

۱۴- د پرچون فروشۍ په یوه دوکان کې لس ډوله پست کارتونه شتون لري په څو ډوله کولای شو له ۸ او ۱۲ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د کارت په ټاکلو کې تکرار مجاز وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرچينې او اخېستنې

١- لکچر نوت کورس مامورین احصایه Basic Statistics Loatse (٢٠٠٩)
٢- پوهاند دکتور مراد علی اصیل سال (١٣٦٥)
٣- کلچر نوت ها از پوهنحی اقتصاد سال (١٣٨٧)
٤- اسناد و ارقام مستند از سایت های انترنتی
٥- پوهاند غلام سنایی پوهنیار ذکیه حل مسایل احتمال سال (١٣٨٦).
٦- آذری عبدالرحمن ریاضیات جدید سال (١٣٧٠).
٧- لکچر نوت های کورس مقدماتی نیما سال (١٣٨٧).
٨- موحد حبیب الله تیوری احتمالات سال (١٣٨٥).

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونيز نصاب د پراختيا د رياست پيغام

د پوهنې وزارت د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت دښوونيز نصاب د انکشاف رياست د ټولنې دعيني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلينو او شاگردانو د درسي کتابونو په برخه کې يې تخنيکي او مسلکي رشتې درلودې او لري يې، په لومړي سرکې يې تصميم ونيو، چې په ښوونيزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بياکتنه وکړي او ورپسې بيا د شاگردانو او محصلينو د درسي کتابونو د تاليف لپاره مبادرت او کوښښ وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانگې د ښوونکو په ميړانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تاليف شول تر څو په وړيا ډول د شاگردانو او محصلينو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، گرانو شاگردانو او د تخنيکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصينو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صميمانه هيله کيږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانگې د مسلکي غړو له لوري تاليف او تدوين شوي دي. د مسلکي، تخنيکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د څرنگوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړه‌مونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې گرانو شاگردانو ته له دې څخه ښه، غوره، گټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له گرانو شاگردانو او محصلينو څخه هيله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هيواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوښښ او زيار وباسي، ترڅو د ډېرو شاگردانو او محصلينو د گټې وړ وگرځي.

پته: دپوهنې وزارت – دتخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د تعليمي نصاب د انکشاف رياست – دکتابونو د تاليف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مديريت.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library