شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (رياضي)

د نهم ټولګي لپاره

ليکونکی:
ډاکتر ماخان (ميرزي) شينواري
بربښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردئ (دایره) ۸

کردئ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمئ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردئ ټوټه، - ګردئ برخه، ګردئ کړئ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردئ لینده،د ګردئ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسي یا هګئ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزي څیروني یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر............۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوڅی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ.............. ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون.........................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې ځلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په ځلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

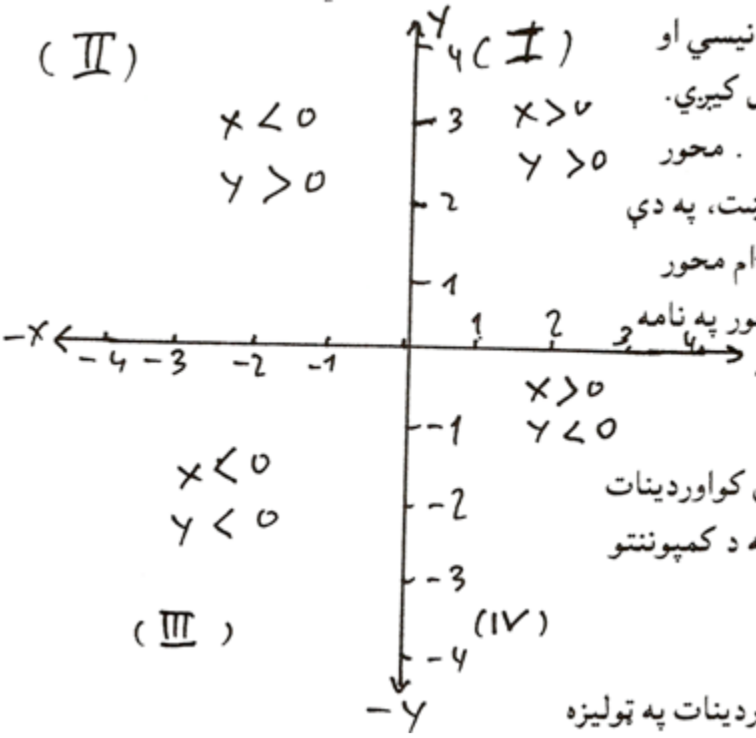
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –م محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، څکه چی دا کپمونتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د حل یا ضرب لمړنی کپمونت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونت د x– محور څخه. که لمړی کمپونت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دايرې د چاپيريال (محيط) سره يو ټکی شريک ولري. د تماس په ټکي کې ورانګه په تنجنت نيغه ولاړه ده، يا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسي را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
يوه زاويه جې د دايرې په چاپېريال کې د يوه وتر مخامخ پرته وي د محيط زاويه بلل کيږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېريال زاويې سره برابرې دي

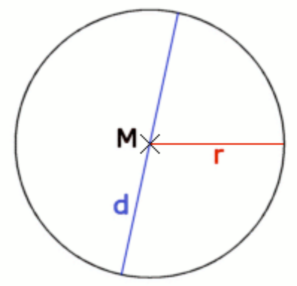
د منځټکي هغه زاويه له کومې چې وتر برېښي منځټکي زاويه بلل کيږي.
هغه زاويه چې په يوه پايټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - کردۍ (دايره)

يادونه: ولې کردۍ؟ موږبه چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کرښه مو وېستله او هغې ته مو کردۍ ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه که رنګ کړۍ او هغه په يوه کاغذ کېږدۍ، ښيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايۍ؟
د يوې افغانۍ ژۍ، څه شکل لري؟

	**پيژند ياتعريف** د يوې سطحې يا هوارې ټول هغه ټکې، کوم چې له يوه ټکې داسې په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، کردۍ لاين يا لنډ: کردۍ بلل کيږي (مخامخ ښيره)

ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کې ورځنۍ يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E|\ |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل يې: کردۍ ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي توکی دی، ډېرۍ ده، داسې چې..... دی.

کردۍ هواره او کردۍ چاپيرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M ځخه واټن (فاصله)یی له r ځخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : ګردیتوته)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چي په ګوته کړه، هغه کرښه چی د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره ترې، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چي په r سره یي ښایو (پورته ځیره وګورئ)٠

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چي دایره په دننه کي نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یي په نخښه کوو (پورته ځیره دي وکتل شي)٠

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجي لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
$\pi = 3,14159265$:

یادونه: دا چي ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مي په Pi نخښنه کړي، هیله ده چي دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځي پیښي نه کړي.
په پورته کي ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چي بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په ځیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودې یا تل بېرته راګرځېدونی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کي یی موږ نږدې شمرني یعني راکړدوني ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چي پای دې یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

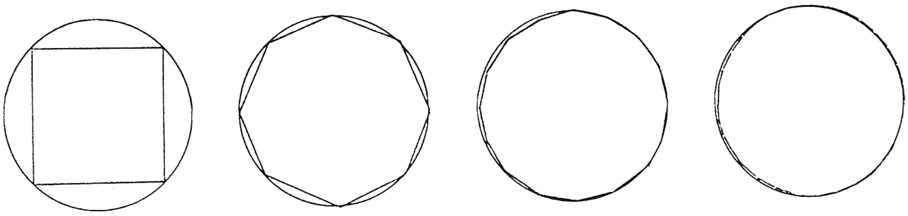
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سرې په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کې لنډه ورکړ شي:

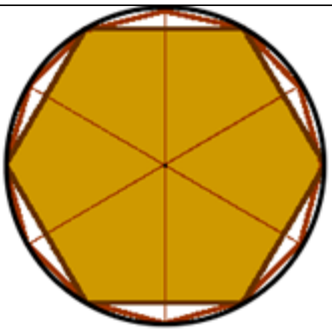
دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسې پیل کیږي، چې په دایره کې یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یې په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسې ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسې نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کې دوه برابره کړی .

خیره ۱۱۹



یوې ګردې ته د یوه n –ګوټي له لارې نژدیونه (نژدې کیدنه)

خیري ۱۱۹ بناګ جې

	په مخامخ خیرو کې نهه ضلعي وریسي شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نژدې کیږي مخامخ خیره څو ځوګوډیز بریښي او ستره ترې راتاو ګردی**مخامخ** خیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نژدیونه (نژدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نژدې یا ټیک دایره ده)**

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژې یا اړخونه (ضلعې) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کې د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کې د منځټکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نژدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيريال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نزدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کی د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کی نه راځي) پيژندوړ دئ:

منځهوارهFn	چاپريالUn	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته په وکتل شي چې څنګه د ګردى چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېګوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدى شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړې چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولرې بسيا کوې، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

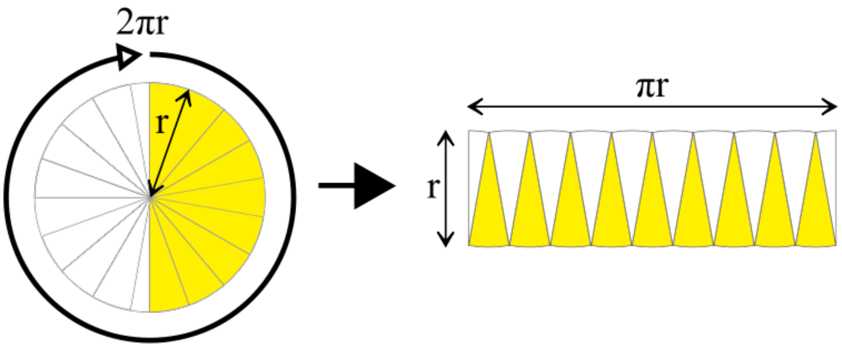
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی pi.1m=6,248m² = U په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر 80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت یي 6,2m دی. پس د ذيکو هیلو سره تول کسان په مېز ځاي نیولی شي مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

په لاندې څیره کي کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدي

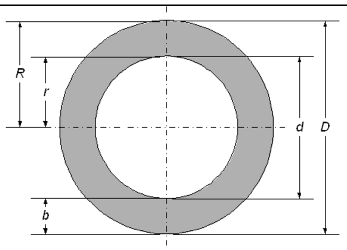
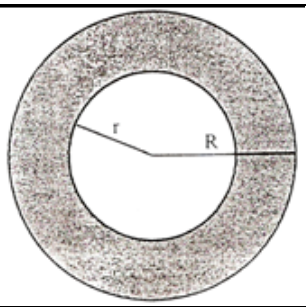


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کي د څیري کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځي پوهوړ دي٠

ګردنتوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خونديګردی له چاپیریالګردی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چې د هغي منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .	
جمله : موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه **R** او د محیطي دايرې وړانګه **r** ده، نو د $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R-r)(R+r)$	

بل ډول يې: يوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کیدی شي، چې د دایرې محیط د دایرې قطاع (د دایرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چې په لاندې کې یې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چې له غاړې یا ژۍ یې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتې کیږي او د دایرې کړی چې له منځه ځي څومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

$$F = (0,9m)^2 . Pi = 2,835m^2$$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$$F \quad = 1,95m . 0,05m . Pi = 0,30m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

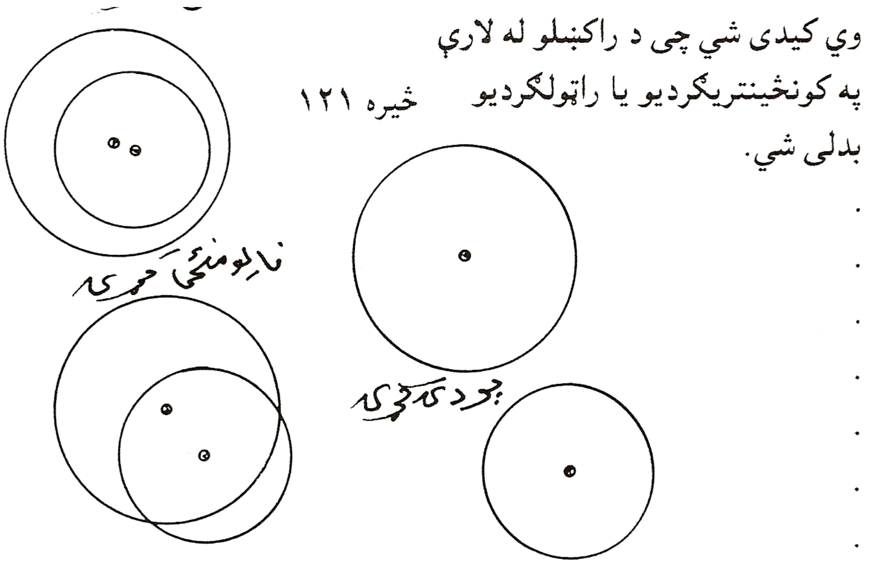
د داسې لږ ستونځو سره بيا هم ټول کسان پر ميز ځاي نيولى شي۰

د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټکي يې يو په بل پربوزي کونځنتري يا راټول او په غير له دې اکسځنتري يا ناراټولي بلل کيږي.

يو منځي کړى يا دايرې　　　　**نا يومنځي دايرې يا کړى**

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدى شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چی منځ ټکي يې يو په بل پريوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غير له دي اکسځينتري Exzentrieيا ناراتولي بلل کيږي . که يوه ګردۍ توله په بله کی پرته وي کيدی شي چی د راکښلو له لارې په کونځينتري ګرديو یا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردۍ يوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو (يا ګډو پاتې يا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي = غوځديريو) .که ګردۍ يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ يو دبل سره پردۍ بلل کيږي٠ د دې ګرديو څيړې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

ځو پيژندونه یا تعريفونه:

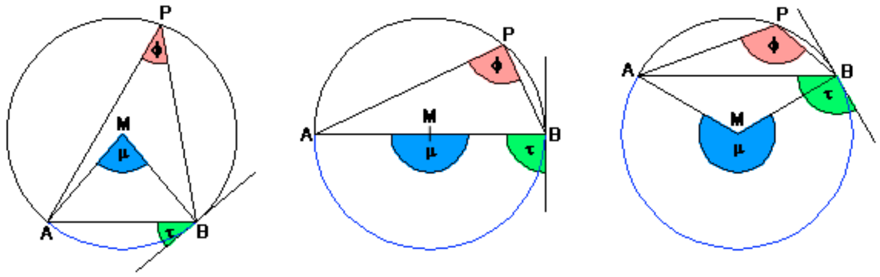
د ګردۍ هغه برخه ګرديټوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردۍ) د يوې کرښی له لارې یا کرښه باندې غوځه شي . داسی يوه کرښه غوځکرښه ياغوځوونی (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوځکرښه ګردۍ په دوه توټو ويش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ ځخه تيره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ويشي، چی دا بيا ګردۍ نيموونې بلل کيږ. هغه غوځوني چی له منځ ټکي تيره شي، د ګردۍ نيمی يا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردۍ په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردۍ ځخه دا کرښه دباندې تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني (Sehne) يا وتر بلل کيږي. ټوټونی يا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوځی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي يا ـلکه، چي ورسره بلد يو ـ کرښي دي .د يوه ګردۍ ځخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوځه شي دا برخه ګرديبرخه يا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج او ليندې (Bogen) b سره. مخامخ څيره ده

په لاندې څيرو کې د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

ګرديلينده Kreisbogen د ګردۍ ټوټه وونې(ټوټووني) Kreissehne ،
ګردۍ برخه Kreissektor ،

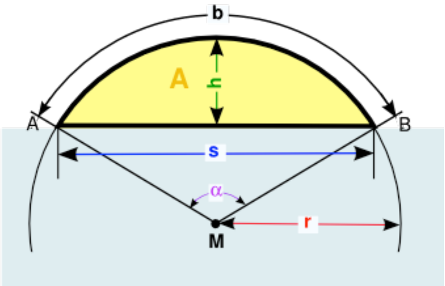
(c) ketabton.com: The Digital Library

په گردی کې د کونجونو ډولونه:



1. Fall: μ < 180°　　2. Fall: μ = 180°　　3. Fall: μ > 180°

د گردی توټه (د ځیرنې پوهیدوله پاره دالاندې ځیره پوره په پام کې ولرۍ)



گردی توټه Kreissegment ,

د گردی توټی لویې:

- **α = منځټکیکونج　Mittelpunktswinkel**
- **b = گردیلیندہ　Kreisbogen**
- **h = د توټې جگوالی　Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

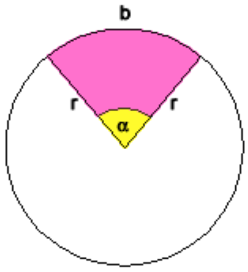
- Radius وړانګه= r
- Kreissehne (وتر) توته ووني = s
- Segmentfläche توتي هواره = A
- Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M
- Verbindungترنه A-M-B = برابرپینیز درپکوډی

Formel zum Kreissegmentد ګردیتوتي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منخهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توته وني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی یا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	Bogenlänge دلـيـنـدي اوږدوالـی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځټکيکونج په درجه کـچ (Gradmaß)
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahl ګـرديـکي

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګـردی بـرخې يـا قطاع فرمولـونـه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** مـنځـهـاره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لـيندي اوږدوالـی يـا د قـوس--
r	Radius وړانـګه
α	Mittelpunktswinkel (Gradmaß) مـنځټکـيکونـج (پـه درجه کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlکرديکڼ يا د دايري عدد

د يوي ګردى او کرښو پروتځايونه يوبل ته:

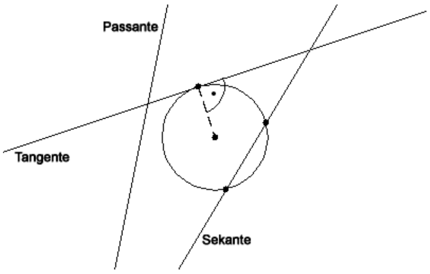
کرښه، چې ګردى غوڅوي، غوڅونې بلل کيږي.

کرښه، چې ګردى لمسوي يا د ګردى مماس دى، د ګردى لمسونې يا مماس بلل کيږي.

کرښه چې له ګردى تيريږي، له ګردى تيرېدونکې بلل کيږي.

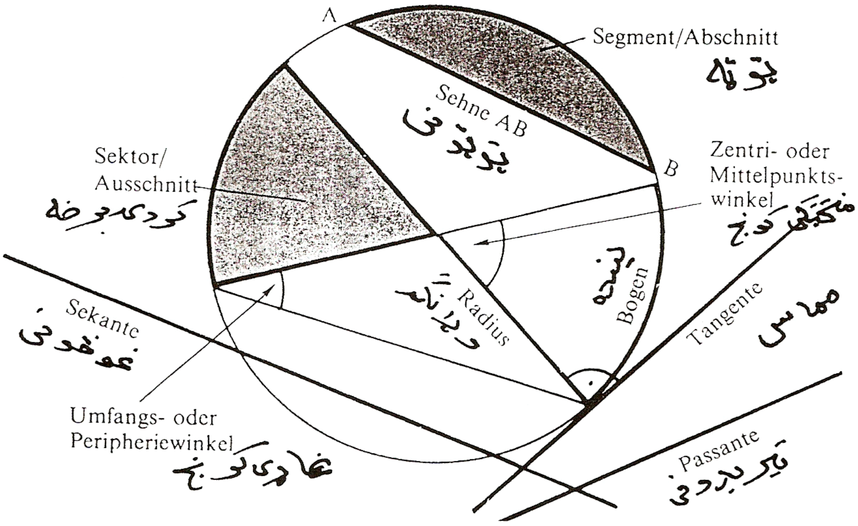
د کرښوپروتځايونه د ګردۍته:

په لاندې ځيره کې د کرښو نمونه: تيريدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونېSekante ، لاندې ځيره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې ځېرې په يوه ځېره کې ورکړل شوې دي

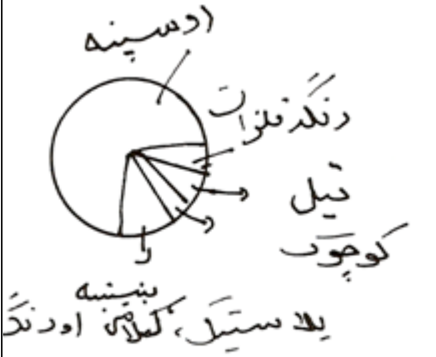
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

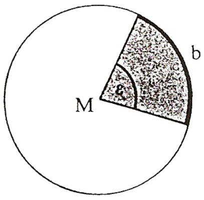
د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرخ رسیږي یامصرفیږي. په دي کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ (۱۰۰ په سلو کی) د جوړموادو برخه د ګردیبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° څیره دی، چي د هرڅه برخه کې ورنزدي ښوول شوي وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>کې وکښل شي یا لاندې

د ګردی برخې خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لیندۍ b تغیر خوري او لاندې باوري دي:

$$\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^\circ}$$</td>
<td>ε لویوالي
b ده
[illegible]

خیره ۱۲۴</td>
</tr>
</table>

د ډبل برابرون د دویمې برخې څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخې د لیندې اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخې څخه د سیکتور یا ګردیبرخې لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د ګردیبرخې منځهواره په لاندې ډول ده :

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخې (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستيك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $=$ F ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تيل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

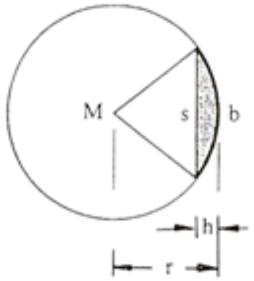
د ټولو ټولګه يا د ټولو زياتون بايد د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارۍ ددې فرمول سره نور د برخهوارۍ شميرلو لپاره هم کوم جنجال يا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بيا د برخهوارۍ او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پينيز دريکوډي کمون دی.

خيره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دريکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\, r^2. \sin \varepsilon$$

(تريګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګرديټوټی يا سګمنت هوارۍ په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi\varepsilon/180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه يا عمل کی د ټوټه هوارۍ لپاره کټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چې ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

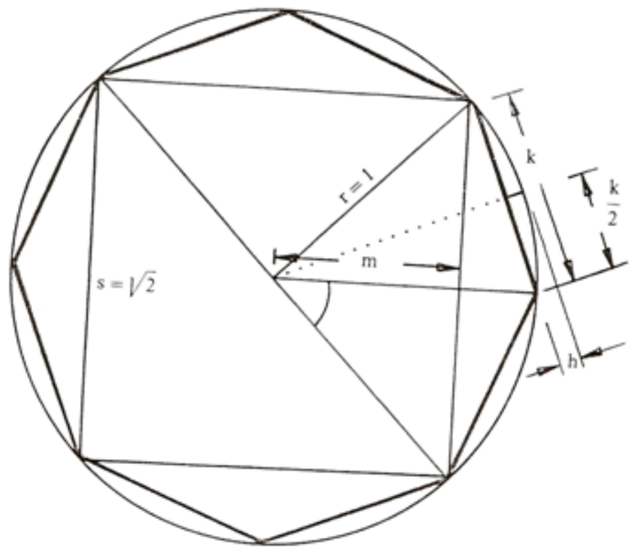
$$s = \sqrt{2} \,.\, 1 = 1{,}414 \text{ m}\;;\;\; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s/2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د ع = 45° له امله b = 0,393 m دی./و له د ې سوه

$F_{\text{بوټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



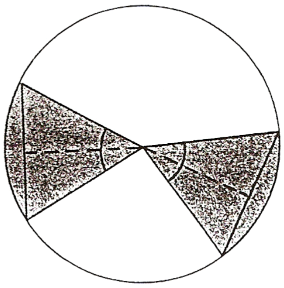
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د بنیښې میز جوړېږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوي}} = 2,828\ m^2$$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګې $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوخاي سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

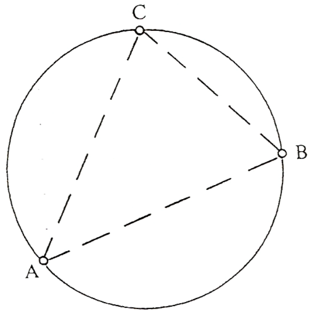
د مساوي ټوټوونو جمله



خیره ۱۳۱

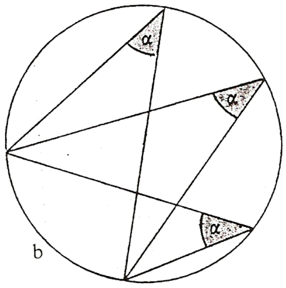
مساي اوږدې ګردیټوټی د ګردې له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او مساوي ګردیبرخی لري .

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چی د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

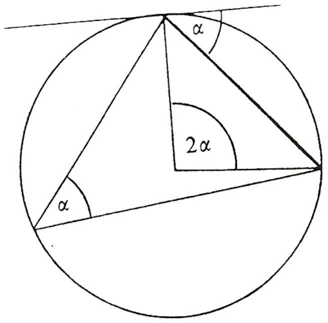
د پریفري – یا ژیکونج جمله



خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

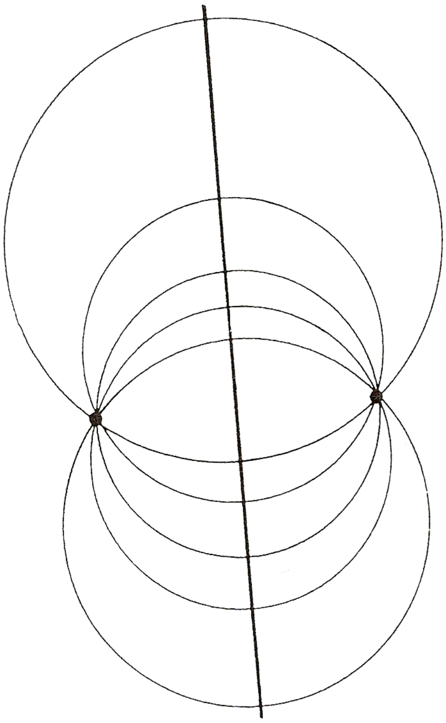


د منځنټکيکونج او پريفريکونج يا ژيکونج جمله:

يو منځنټکيکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پريفري کونج. (چاپيرکونج)

ځيره ۱۳۴

د منځنټکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځنټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

دګرديوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پريکوي

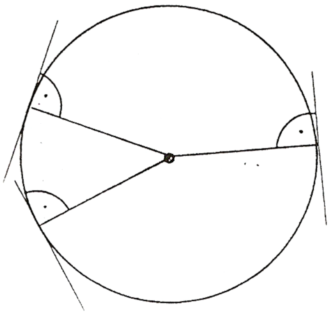
د ټولو ګرديو منځنټکي چې يو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي يو
ناپايکربنه باندې چې ځايلاين
(ځايکربنه) ورته وايي پراته دي.

ځيره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

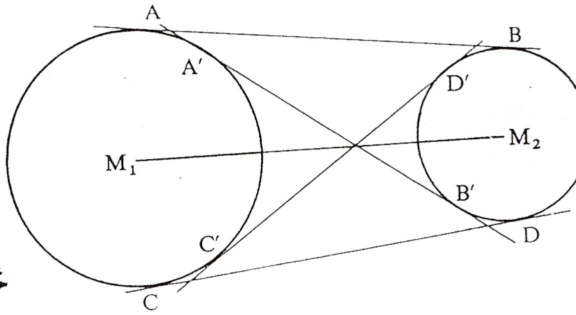


څیره ۱۳۶

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دنننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي.که چیرې دوه ګردي ګډ دنننی او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅېوټي همغه اوږدوالی لري.

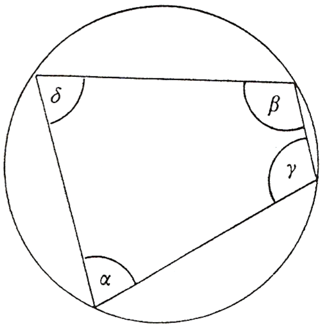
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



څیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

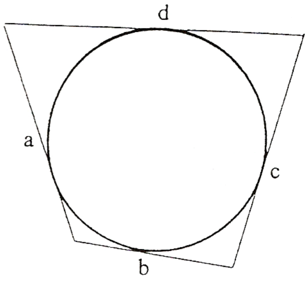


څېره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالى د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



څېره ۱۳۹

A+c = b+d

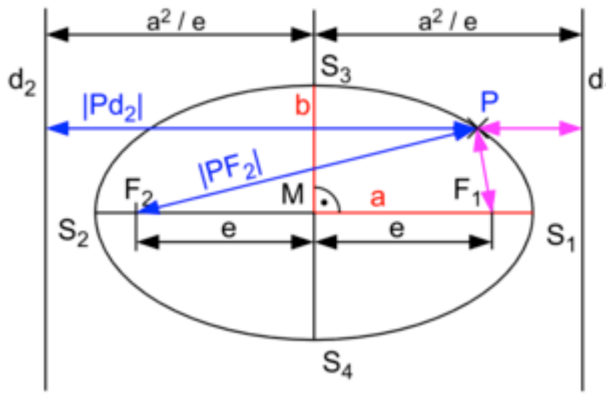
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایلیپسی (بیضوي یا هګۍ) (دلته موخه هواره ده)

Ellipse

پیلبیلګه :

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چې په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی‌پوښتنه رامنځ ته کیږي چې : داسی یو را ګردشوی شکلی شکل ، چې ګردی نه وي او منظم غوڅ وي، شته، چې د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چې لاندې ښیره ښایي، چې هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري



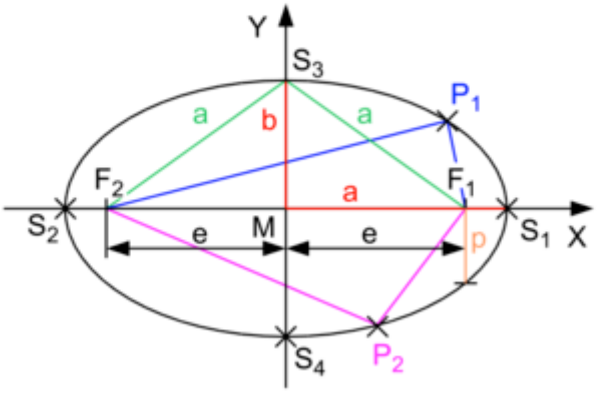
پیژند یا تعریف:

د ټولو مغوټکو P ډیري ته چې له دوه ځاي په ځاي ټکو F1 او F2سوزېدټکی یا بهتره سوزونټکو) څخه ثابته یا همغه) واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټنونو یا فاصلو ته سوزونوړانګی وایي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oتـه د ايـليـپسی مـنځ ټـکی و ا ی، eتـه د سوزونـوا ټـن يـا فـاصله يـا لايـني ايـکسځنتريـڅيتـايت (lineare Exzentrizitätيـا لايـني نـاراټـولـه و ايـي .ددې لـويـو لـپاره لانـدې اړيـکي بـاوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

پـه دي کی a او b د ايـليـپسی لـوي او ووړ نـيمـمحورونـه دي. اړيـکه I روښانـوي، کـه چيري د ايـليـپسی ټـکی P د نـيمـمحور a پـه اخر کی وتـاکل شي، دII پـيوتـاګـوراس لـه جملـی لاس تـه راځي کـه د Pټـکی د b نـيمـمحور پـه اخر پـروت وي .دواړه نـاپـاېـکرښی چی د سوزونـټکي تـيريږي او پـه دي پـه O کی ولاړه نـاپـای کـرښه د ايـليـپسی سيـوميـتري محـورونـه جوړوي .د خوښي پـه ټـکی P کي هـره پـه تـانـجنت ولاړه کـرښه د سوزونـوړانـګو تـرمنځ کـونـج نـيمـوي.

د ايـليـپسی جوړول د بـاغوان لـخوا يـا د ايـليـپسي بـاغوانـي جوړښت:

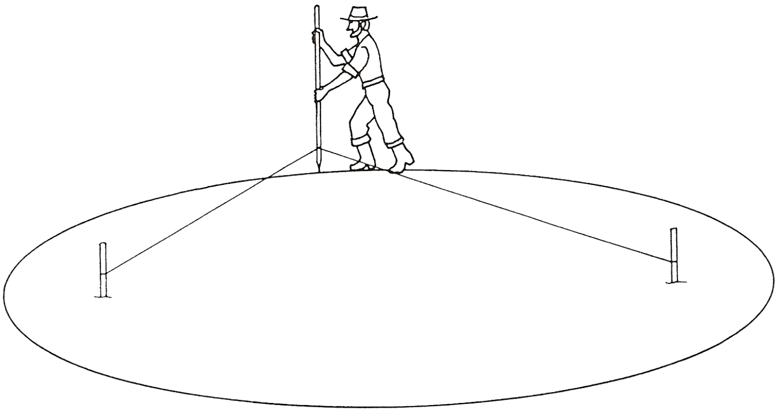
دا ځيـره دي کـران لـوستونـکي د تـمرين پـه تـوکـه وبـاسـي٠ د يـوې رسی، چي پـه 2aاوږده وي، پـه دواړو سرونـو کي موړي وتـړی او دا بـيـا پـه ځمکـه ټـکـوهي، د يـو بـل)خوزيـدونـکی (موړي يـا لـرګي پـه مـرستـه دا پـرې راکـښ کـړی يـا راکـاږی او وګـرځوی ، دلـتـه کـوم شکل چي پـيـداکـيږي ايـليـپسی ده او دواړه د پـړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. څيره په هر کواوردينات سيسم او يا په يوه ميلي متر کاغذد کونځينتري يا راټولو ګرديو په مرسته بل جوړښت امکان پيداکيږي، چې سرى د يوه ګردى د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردى په Pb او دباندنى ګردى په Pa کى غوڅوي. که د Pb څخه يوه پرته کرښه ويستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچيرته يو د ايليپسى يا هګى يا بيضوي ټکى لاس ته راځي. د ايليپسى هر ټکى داسى پيدا کيدى شي .پيژندل کيږي چې هر 2 تهb غبرګ ټوټونى

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوى دى. له دې سره د هوارې دننه هم تغير خورې ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



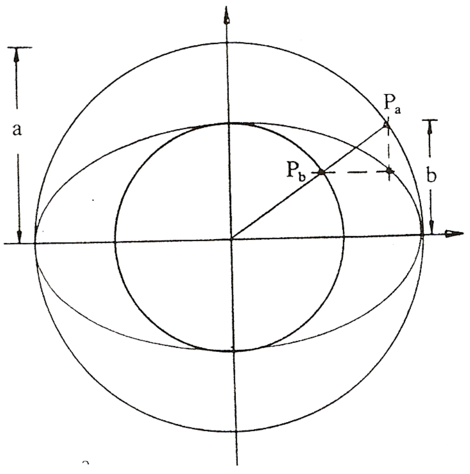
څيره ۱۴۱

او له دې چې r = a او (k.r =b د لته r د ګردى » لويه نيمه اکسى(محور) ده

جمله : دايليپسى هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



څیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi \Leftrightarrow$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوخ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95})\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیښیږې ته نږدې فورم نیسي $U \sim 6,128$ m. له دې امله هګیښیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نږدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي(اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پړی غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړاي شي؟

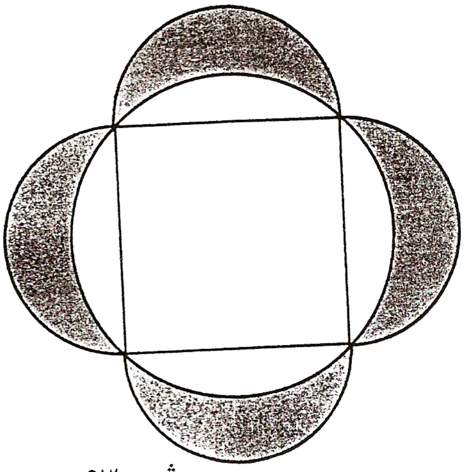
۵ – د غوڅهواره به یی د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

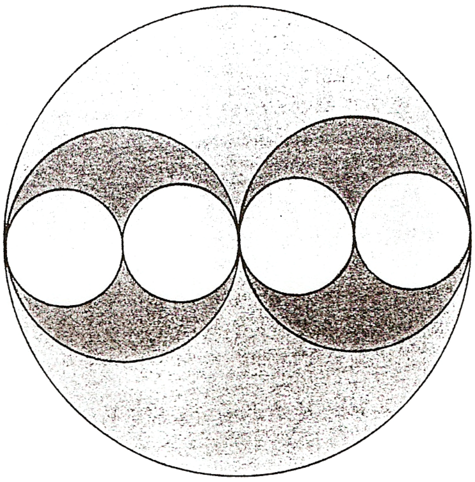
۷ - د ګردۍ چاپیرې څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



خیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (خیره ۱۴۳).

۹ - د خیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویي ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښایي چی د څلورواړو ګردیو چاپیرې د همغې وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرې.



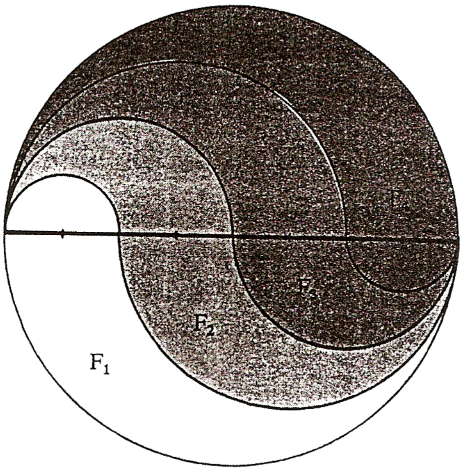
خیره۱۴۴

۱۰ - د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي $r = 7,2$ cm سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانکه یی $r = 10$ cm ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندي ګردی وړانګه به څومره وي؟



شیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په شیره ۱۴۵ کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یی $r = 4$ cm وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (شیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

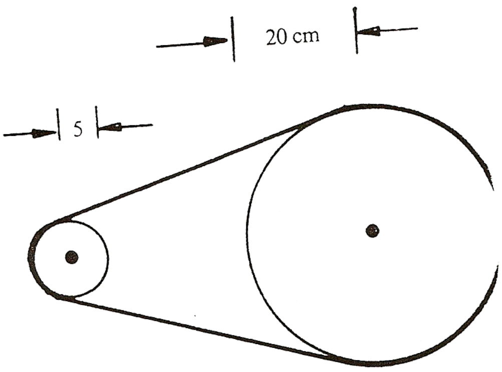
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته
ضرورت لري. وښايي چې دا
ساتليت يا جوړه سپوږمۍ يا
مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې
څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څيره ۱۴۶

۱۷ - د یوه څرخونکړي یا بهتره څرخونېتې په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د يوې څپې په بلې څپې راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کې يوه دقيقه يعنی ډیره تېك اره په برينښنا ماشين چلول کیږي يا په حرکت راوړل کیږي. د اړې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانيه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ - کوم چاپيری او هواره اليپسی يا بيضوي يا هګيڅيره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) $r_1 = 4$ cm , $r_2 = 3$ cm , $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ - وښايي: په يو په بل پرتو اليپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی ایلپس بيضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ايليپسي يا هګيڅيرې غاړه.

۲۰ - ځمکه په يوه کال د لمر څخه نزدې د يوې ګردی په څير راڅرخي. ددې چاپيري وړانګه نزدې ۱۵۰ ميليونه کيلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

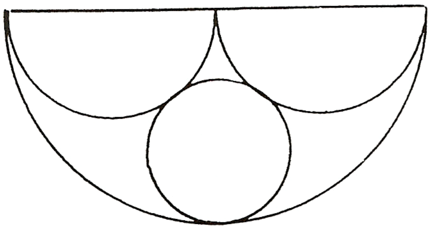
(c) ketabton.com: The Digital Library

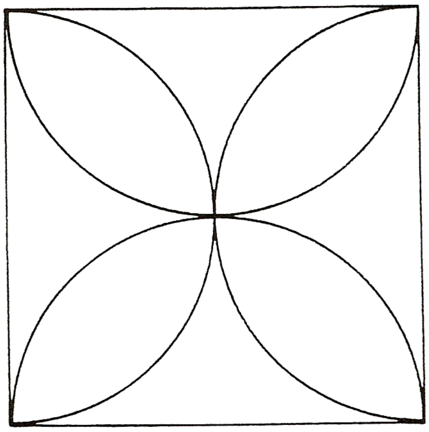
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





څیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 8 : 5 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځنکي کونج

ب – د ګرديبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځنکي کونج په لینديږ پوريږ اړه لري، چي

الف) ټيك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نيم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د يوې ګرديتېوټونی منځ ټکي کونج وشميری ، چی هواره يی همدومره لويه وي، که په وړانګه يی چی مربع .

۲۵ – يو مصنوعي ساتليت يا جوړه سپوږمی ځمکه په ۲۰۰ کيلو متره جګوالي راګردوي يعني له ځمکي راګرځي يا بهتره له ځمکی راځرخي. د راځرخونوخت يی ۱ ساعت، ۲۸ دقيق او ۲۶ ثانيي دي.

الف – سرعت يی څومره لوي دی؟

ب – په يوه دقيقه کی څومره لار وهي؟

۳- کرښيزو څيروونو يا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په ځير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په ځير بلد يو. متناسبې اړيکي يا تناسب ټولګې يا ا ړيکي د کرښې په ځير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا بايد 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپين 5000 g اخلی او بايد: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونکي سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

يعني قيمت K دx په واک کې دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که دK(x) په ځای y وليکو، نو راته ځرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کې د صفر له ټکي څخه تيرېدونکي يوه کرښه ده.

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د مياشتي € 20 ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

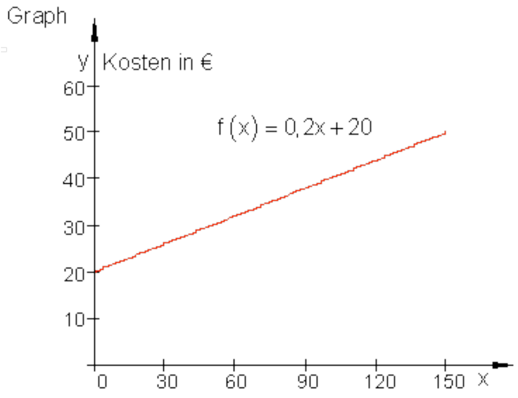
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کي يي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرني لپاره يي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبي يا حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده $y = f(x)$ په € د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پیسي باید تادیه شي	$0\ \ min: y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ min: y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ min: y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ min: \ y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$
د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	

بیلګي :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګي:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دي ته 100 لیتره نوري اوبه راځي.

د اوبو ډېرى یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګي لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکي برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګي په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا کميز يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = کميدنه)

کرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع $f(x)$ د $: f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه ووني) بلل کيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x $= x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b يا n لپاره ليکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، كرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيكي په دي وداني دي، چي د كرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) كي يوه كرښه انځوروي.

په ياد ولرى: د كرښيزي تابع ګراف يوه كرښه انځوروي.

بيلګه: د كرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ١ :

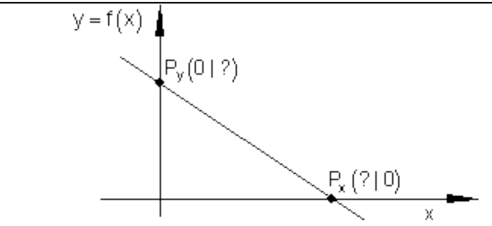
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليكى او د ګراف رسم يي وكاږى.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاكى.

ګراف په كومو ټكو كي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع كوي؟

٣.١ - د محور غوښتكي (د تقاطع ټكي)

محور غوښتكي (د تقاطع نقاط) هغه ټكي دي په كومو كي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع كوي.	

دا ارزښتونه لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل كيدى شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل كيدى شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 | a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چي : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولری: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x | f(x))$ له امله لرو: $P_x(x | 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

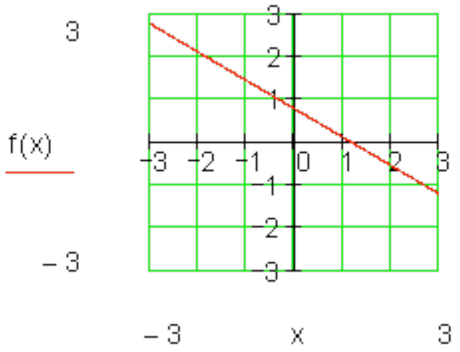
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

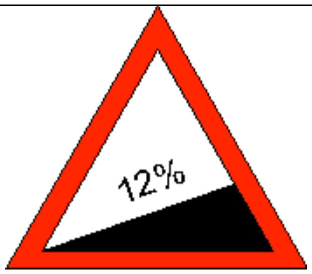
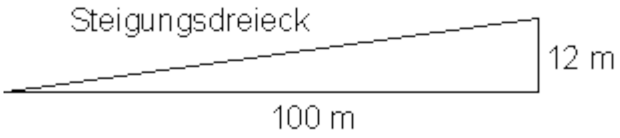
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګيدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښيز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کېښول کيږي یا نسبيږي یا غزيږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

	د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدنې دربګوډی 

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: 12 m : 100 m = 0,12 ≙ 12%

پیژند(تعریف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

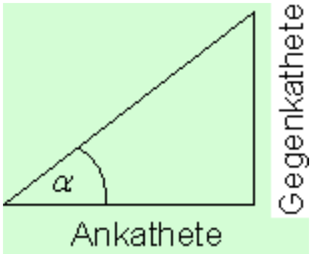
(c) ketabton.com: The Digital Library

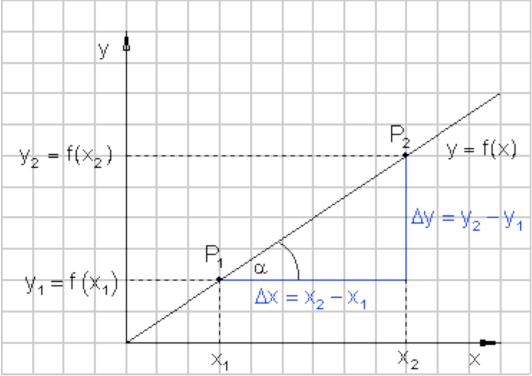
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له تکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کرښي جګوالی دې د تکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاوندي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو تکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستم کي د کربني جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز دربېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چي اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چي د a_1 ضریب د کربني مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کربنمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د یوه کربنیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چي له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیرېږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

که د یوې کربني دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

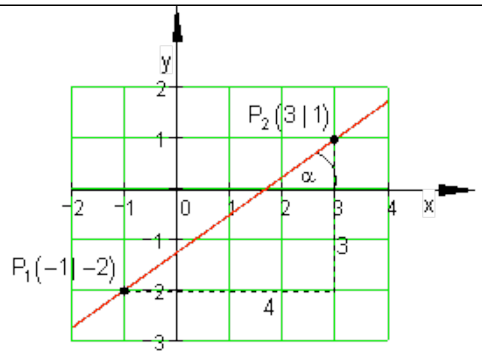
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلی کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميری

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوي کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$$ او $$y_1 = -2$$

$$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$$ او $$y_2 = 1$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده. د يوي کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

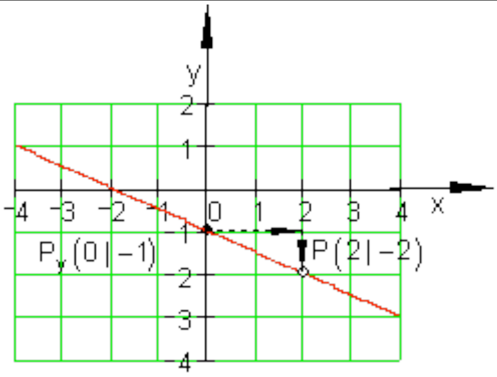
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \qquad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښې له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه يا يوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه يا يوونونه د مخنښې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

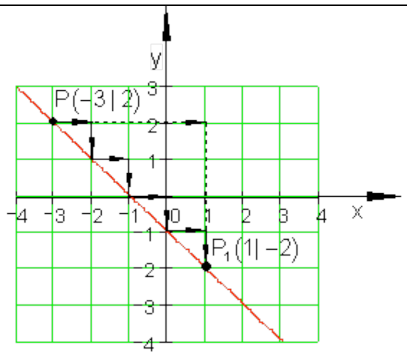
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو تول(تام) ګڼ يا عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چې هر ګڼ يا عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

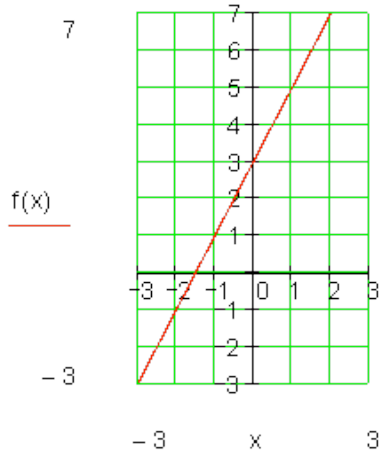
بيلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P ځخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغي برابرې نتیجې ته بیایي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کې غوځوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول ځخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث ځخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښي مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \wedge b = a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

بیلگه:

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوې بڼه راوړو:

y= $f(x) = a_1x + a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

دK_f f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدځیره K_f د تابع گراف هم بللکیږي.

الف – ایا ټکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A \mid 4)$ او $B(-2 \mid y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – گراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4 \mid 0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

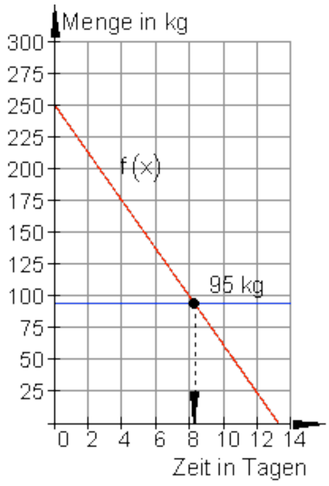
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو. بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتې سټ (ډېرۍ) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده. پیل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرۍ یا سټ په کیلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,| +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,| +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکی او د ګراف رسم يي وکاږی.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \,|\, -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفسټ D لپاره د ارزښت سټ W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4} \cdot (-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3,75$$

$$f(0) = \frac{3}{4} \cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = \frac{3}{4} \cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2,25$$

$$f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

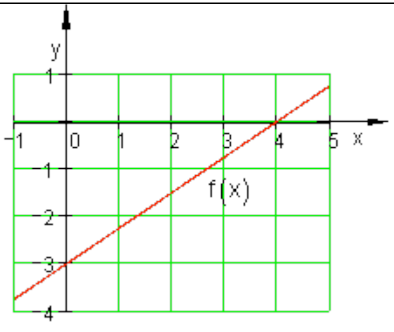
$$f(3) = \frac{3}{4} \cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

$$f(4) = \frac{3}{4} \cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4} \cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W = \{y \mid -3,75 \le y \le 0,75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا

غوڅټکی:

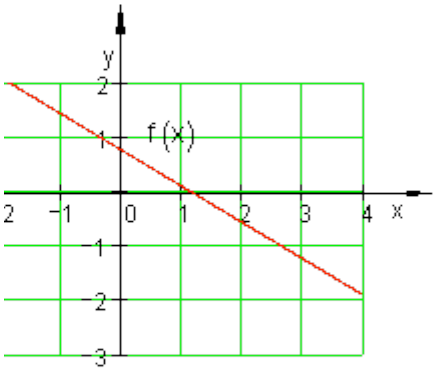
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅټکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\Big|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمایینت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

K_f د f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$ د K_f په کربنه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کربنه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4)$: $f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|:1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B)$: $f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0 \Leftrightarrow 1,5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1,5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1,5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګي (موازي) کرښي g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4|0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایئ، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه بیزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4) ; P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5) ; P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7}|-1,54)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریف ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

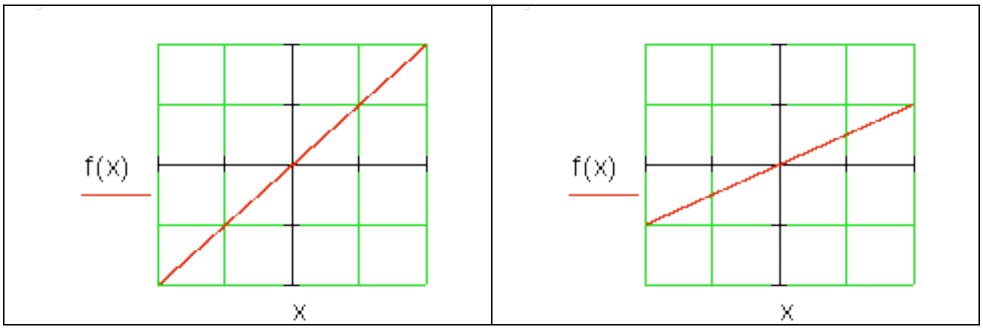
ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0,6?$ دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

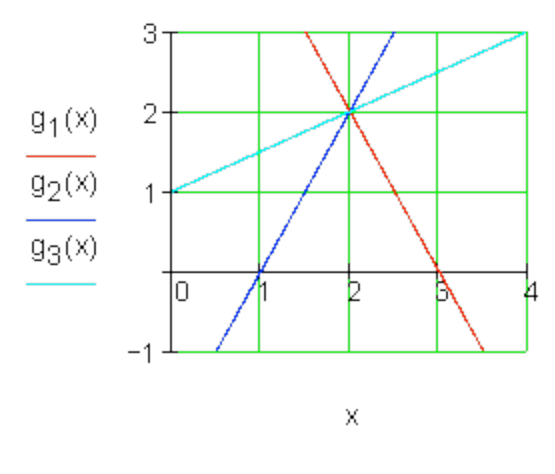
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

	د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې g(x) = 2x + 8,2 د څنګ ځیرې کرښه وټاکی، چې د(x)g سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.

دویم –

ټکی (3- ;4,5)P په کرښه چې صفر(سرچینه ییزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((3)f;3)P هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

ټکي(2;-2) A(1;3), B(-1;-7), C او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

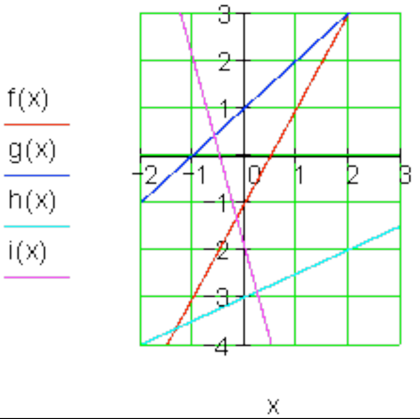
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکی او f(0,25) او $f(\sqrt{2})$ وشمېرى.

شپږم- له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.	

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

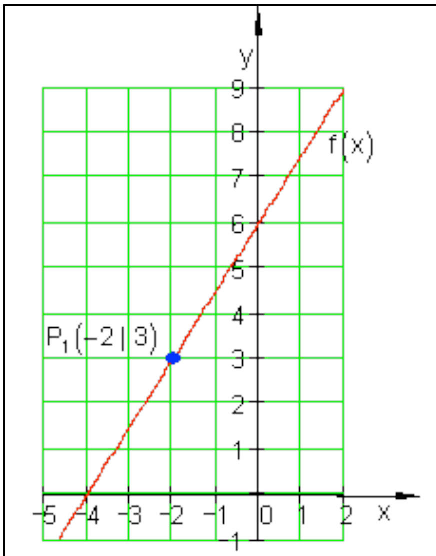
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P ټکي ځخه تیرې کرښي د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a$. تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازمايښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5\cdot(-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمايښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5\cdot(-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستړ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ ټکي څخه تيرېږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 | -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ ا $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$: کي ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دویم حالت: کرښه له دوه ټکو تیریږي

بېلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پیداکړو.

$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

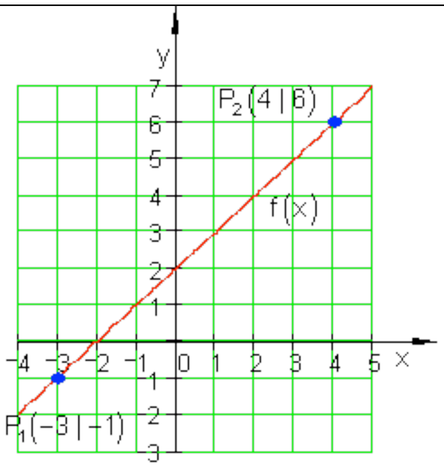
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګيدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازمايښت لپاره بی پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخی کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابری دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالی:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$.

جګوالی: $$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزږومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \ ; x_1 \neq x_2$$

چيرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ ، $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوڅټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

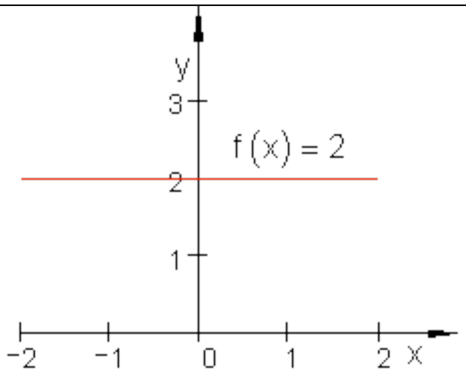
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

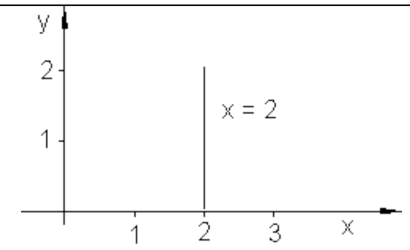
اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \mid \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ یو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کیږي. x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات $f(x) = 0$ سره. د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.	

د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده. $x = 0$ د y- محور مساوات دي.	

بیلګه:

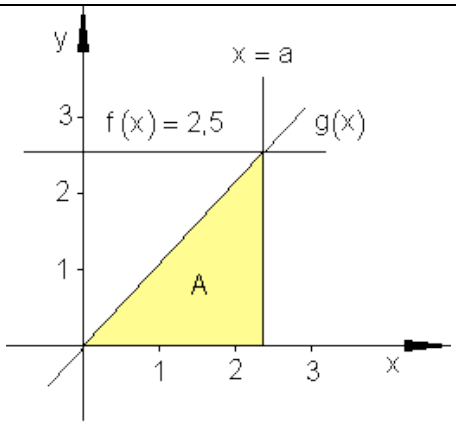
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د($P(a \mid f(x)$ تکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره يو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

 	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او $h=f(x) = 2,5$ سره د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچينې $g(x) = a_1 x \ (a_0 = 0$ کرښه د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$

x په ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ یا – ډېری W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2 ; D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3 ; D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کربنه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف يې وکاږئ

الف- $P_1(3 | 4) ; P_2(7 | -1) ; D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 | 1) ; P_2(2 | -3) ; D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 | 3) ; P_2(-7 | -1) ; D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 | -4) ; P_2(4 | 2) ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = 5 - x$ ب - $25 = 8 + x$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x+5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

 څ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x|-2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x|-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری W.

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} I & 5y-3x=1 \\ II & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} I & 4x+5y=32 \\ II & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} I & 2y=2x-40 \\ II & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} I & x+y=a+b \\ II & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\,|-9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دويمې کرښې د تابع(x) f_2 سره غوڅيږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4 ; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پرتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

شلورم –

د یوه دربکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د دربګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف-
$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب -
$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کربنې ځخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کربنو غوځټکی S .

ت - د دواړ کربنو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کربنو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښيزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له يوه قايمالزاويه مثلث، چې قايمه زاويه يې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردينات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکی:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودينات يا وضعيه قيمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دويم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د يوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په -3 کې غوڅوي.

دا وټاکی:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعيه قيمتونه

ټ - د D ټکي وضعيه قيمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 | 5)$کې غوڅوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\, f_2(x) = -4x - 2\,;\, D = \{x \mid -10 \leq x \leq 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 | 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\, f_2(x)=-4x-2\,;\, D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\, f_2(x)=3x-6\,;\, D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\, f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\, D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

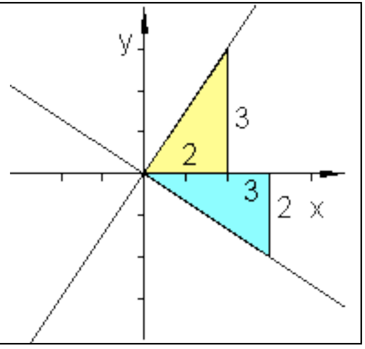
ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\, f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\, D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوڅیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

Vorübung:له مخه تمرین:

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسئ او جګوالی یې ولولئ یا په ګوته کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

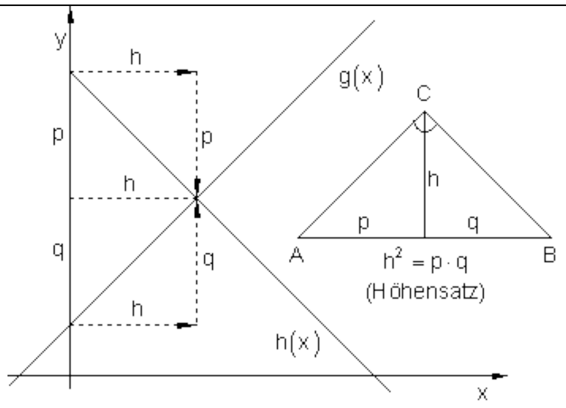
دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښي یو په بل عمود دي.



(Höhensatz = جګجمله)

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتنه:دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښې تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D=\{\ x \ \mid -5 \le x \le 4\ \}_{\mathbb{R}}$ لپاره	دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یې ځغلندو کرښې g او h غوځېټکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$

غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) د h کرښې تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D=\{\ x \ \mid -5 \le x \le 4\ \}_{\mathbb{R}}$ لپاره	د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کرښوg او h غوځېټکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی

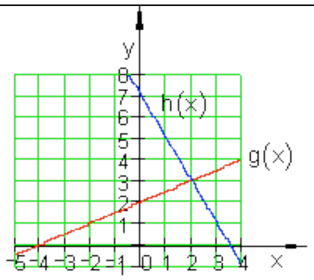
له $a_{1g}=\frac{1}{2}$ $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او d $h(x)=-2x+a_{0h}$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$

$$S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوښتکی (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو ($g_1(x)$ او $g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوښیدو) ټکی و ښایی او کرښي په یوه افقی-عمودي سیستم کې وښایاست.

اول - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

دویم - $g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$

دریم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$

څلورم - $g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$

شپږم- $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$

یا دا لاندې
د دوه کرښو غوښتکیډ دوه کرښو د ($g_1(x)$ او $g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکی وشمیری او کرښي په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کې وکاړی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې ($g_1(x$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تيره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید ستټ x وپيژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید ستټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK_f هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې(E(x= قیمتP . ډېرىx یعنې E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرى یا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ږکه دG(x) نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، کهG(x) زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښتK(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنهE(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټي پوله Gewinnschwelle بلل کيږي.

بيلګه : يوه فابريکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابريکي تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قيمت په دانه دی€ 40.

فابريکه کړی شي د ورځي خورا زيات يا ماکسمال 4000،، ملفونه،، توليد کړي(د توليد توان يا کاپڅيتي پوله).

الف – د کوم توليد ډېری يا سټ سره فابريکه ګټه کوي؟

ب - د کوم توليد ډېری سره فابريکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په يوه مناسب کواوردينات سيستم کي ګرافيکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات وليکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د يوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځي توليدډېری فابريکه ګټه کوي.

په x = 3000 توليد سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

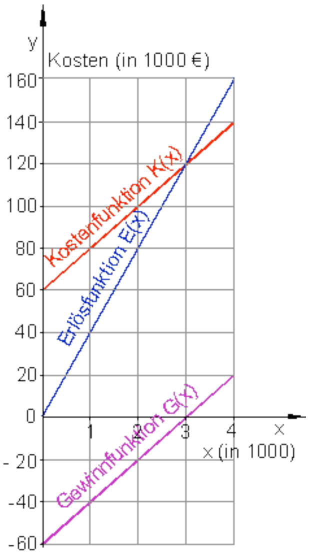
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي تولیدډېرۍ یا – ست کي د ګټې پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.

پ -



یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍیا پوله کیدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوڅتکی x کواوردینات د ګټې شولي یا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرۍ - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کې د تولید ډېرۍ د لویو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځي 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېرۍ یوون یا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پیسو واحدونو لپاره.

د بیلګې په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرۍ یوونویا10 ME) کې سره راټول کړو، چیرته چې د ډېرۍ واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګي په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دي د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلي پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دي د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټي په پولې Break-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټي پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېری یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کي پرته ده، په دي ځای کي لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزي توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1 ; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنه وښایی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2(1|1)$ تیریږي، جګوالی $a_1=\sqrt{k}+1$
لري او دy محور په $P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښایئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k\in\mathbb{R}$ لپاره په یوه کربنه پوت دی.

د کربنې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کربنه چې له (0 | 2,5) P تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x)=3e^{-0,5x}$ $x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

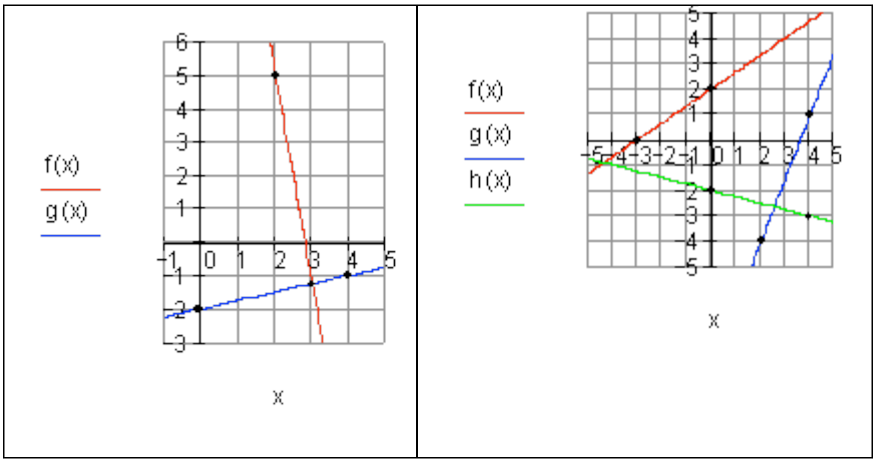
شپږم –

لاندې ځیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمایی چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دویم –

د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړل شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

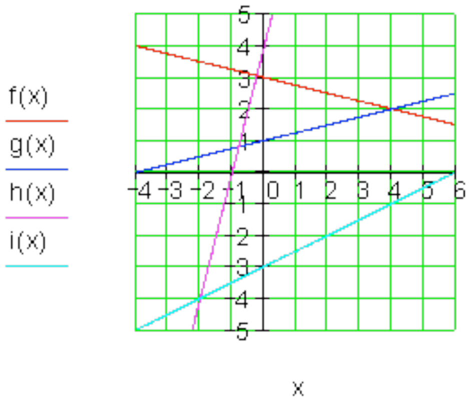
دریم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښایئ او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړئ.
$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د(f(x او(g(x غوڅټکي وشميرى ، همداسې د (h(x او(i(x . پ- دوه کربښې د کښلى شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کربښو زيات له زياته څومره غوڅټکي لري؟	

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړې کربښې يو بل په (1- \| 2-)S کې غوڅوي .

ممکنه کربښ مساوات ورکړی.

شپږم –

کربنه h په کربنه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قيمت لري. 120 000 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرسنع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په نرخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يې کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښاېی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43\,|\,3559)$ او $P_2(27\,|\,3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \;|\; -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

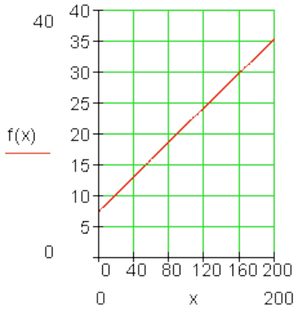
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 ورانديږ کوي د میاشتي په€ 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل: الف-



اینوونه:

$$1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$$
$$2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$$

د تابع ترم:

$$f(x)=0,14\cdot x+7,50$$
$$x\triangleq kWh\,;\ f(x)\triangleq €$$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسي 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

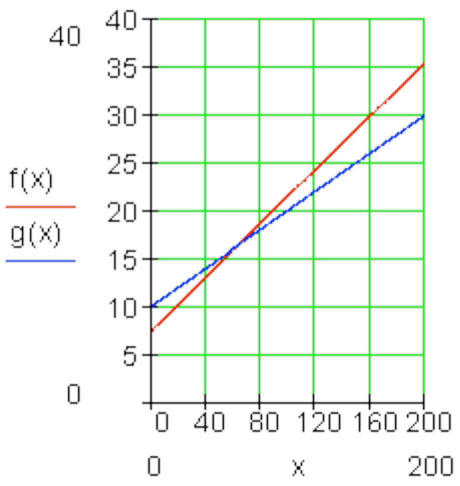
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلوروونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دويم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوښتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x + 7{,}50 = 10 \;; -7{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04$$
$$\Leftrightarrow x = 62{,}5$$



بیلګه III

د ونو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک مواد ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د ونو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12 | 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7,5x + 340$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراكي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 | -340$$

$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 | : (-7,5)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخيره بيرته ډکه شوې.

بيلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، د مياشتي بنسټيز قيمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرايط دي :

هر د خبرو دقيقه € 0,08 قيمت لري، د مياشتي بنسټ قيمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(يوه سکيڅ ترتيب کړئ)

الف – په څومره دقيقو کې دواړه قيمتونه برابردي؟

ب – ته د مياشت د تلفون لپاره لري(پيسي نيا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څېرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتيجې په يوه پروت ولاړ – يا کواوردينات سيستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$
\begin{aligned}
K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | - 0,06x \\
&\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | - 5 \\
&\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\
&\Leftrightarrow x = 175 \\
K_1(175) &= 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19 \\
K_2(175) &= 0,08 \cdot 175 + 5 = 19
\end{aligned}
$$

له 175 دقيقو وروسته لګښت برابر دی..(19 €) .

ب –

HB:

$$
\begin{aligned}
K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | - 8,5 \\
&\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\
&\Leftrightarrow x = 275
\end{aligned}
$$

HP:

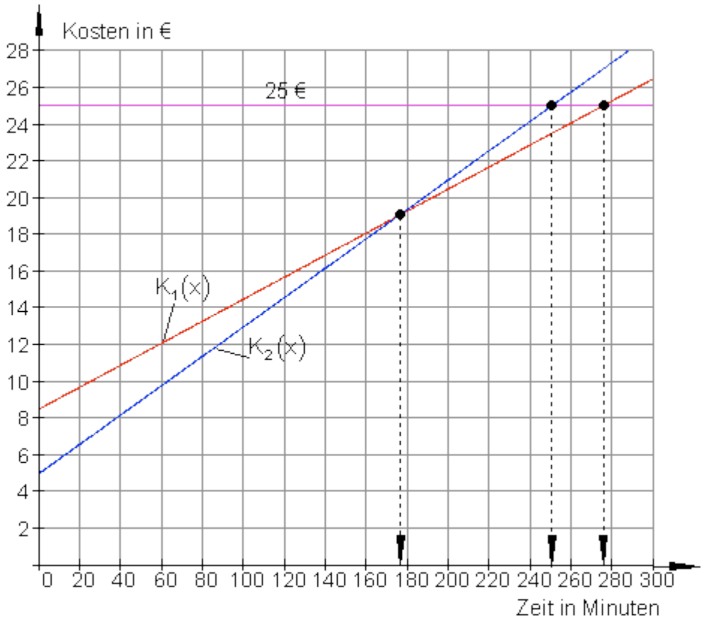
$$
\begin{aligned}
K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | - 5 \\
&\Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\
&\Leftrightarrow x = 250
\end{aligned}
$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقيقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخوونی جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ k_v = 300 دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (E(xده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېری سره به د ګټې پولې یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف ځومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قيمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نه‌کيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 توليدډيری سره فابريکه‌ګټه کوي.

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه   .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د مياشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتي ټولي پیسي یاFlatrate د میاشتي Flatrate 25 € / Monat.

د ورځي په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

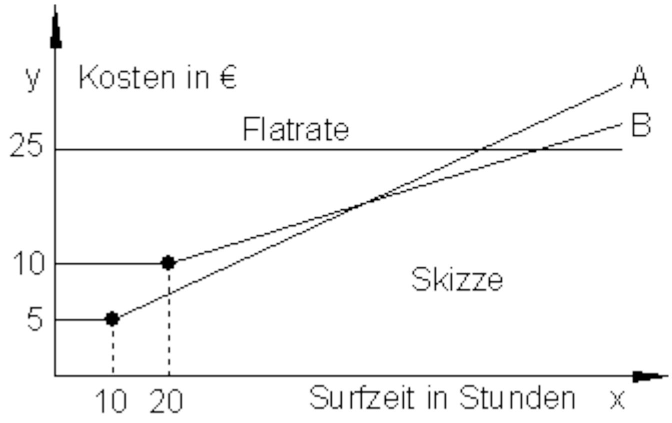
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلیټ ریټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنستلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستيپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 \,|\, -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

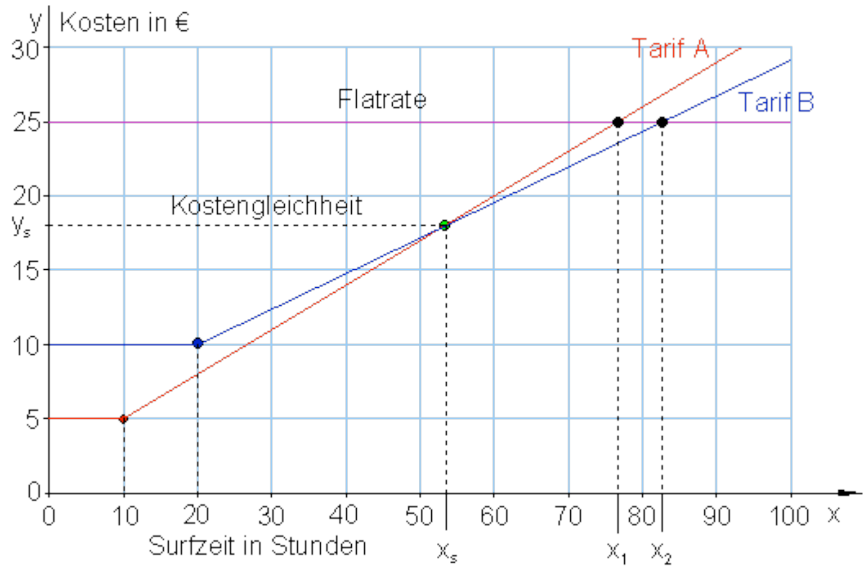
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.

تر 53 پورې د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام 2,5h.30 = 75St. ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ریټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف - $a_1 = 1$ $P(3|4)$ ب - $a_1 = -1$ $P(-8|1)$

پ - $a_1 = \frac{1}{2}$ $P(4|3)$ ت - $a_1 = -\frac{1}{2}$ $P(-4|3)$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف - $9 = x - 5$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړئ.

شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅې جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهینه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غوندوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وروکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرنې روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چي داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کي وکاږی.

ب- کومه ډېرى يا ستې باندي دا ذخيرهځای دولس ورځي د مخه ډک شوی وو؟

پ- په دا بيرته هغه په کي ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونى دى؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتي بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنستنرخ € 5 سره.(يوه ځېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتي € 25 په اختيار کي لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کي د لمبا کوټي د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين ايښرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسي د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کي دا پيسي ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکې په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او ^{0}C 0 د^{0}F 32 تودوخي او ^{0}C 100 د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په يوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د يوه تنتودوخئ^{0}C 40 تبه ټيټېدونکي کار بايد سر ته ورسيږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښيز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ځښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ځښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکي ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دويم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کي مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کي دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیری که معاش € 800 همداسي €2500، همداسي € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چي د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کي د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی اورږد $l_0 = 85\ m$ دی او د پرسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

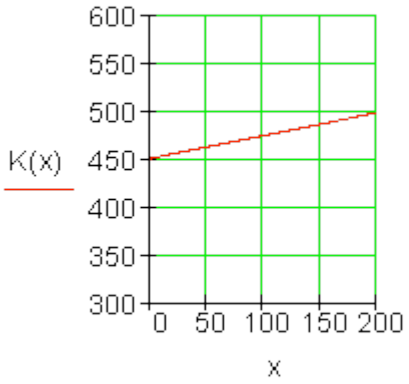
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښت K ورکړئ.

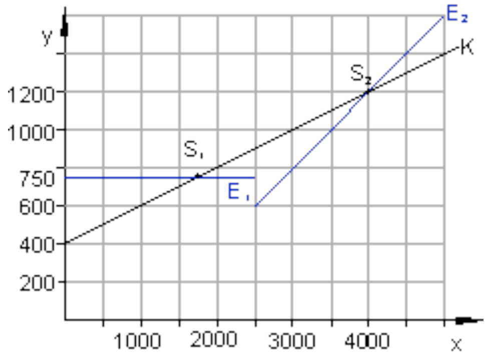
ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کي لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کي دی.

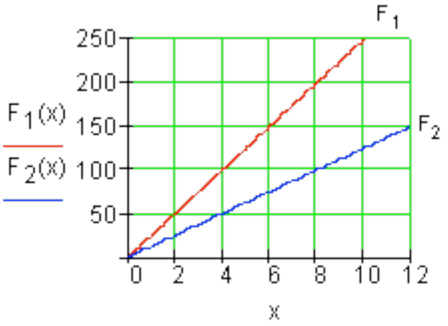
الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید څومره ګران دی؟ د لبنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنيز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوښتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.



دریم: د دې لپاره چي یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندي اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیرx (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟
پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلي.

دواړه غوښتنه لري، چې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلل کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوځېکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړشوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم $g(x)$ وټاکئ. $g(x)$ځنګه له $f(x)$ څخه جوړېدی شي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f: \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f: -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ـــ $K_f: y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کرښيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x \in \mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0); f(-1{,}5); f(0{,}7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(1|3-)P له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\ ;\ h(x)=1{,}5x-2\ ;\ i(x)=1{,}5(-x)\ ;\ j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد پې واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شوندو رنګ خرڅلاو قیمت $5,20$ € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکربښه اړه لري؟

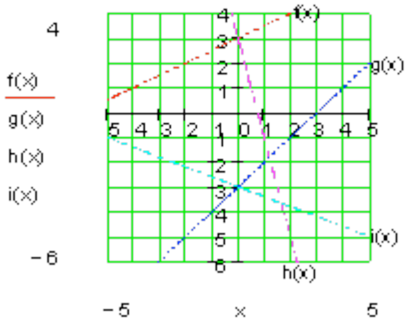
خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کربښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرۍ یا ــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيرېږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيرېږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وۓتاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنئ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کرښنيزمساواتسيستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسي سيستم له دوه برابرونونو يا مساوتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تللاري شته، چي سری حل ته ورسيږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي ايښوول.

د جمعي تللار:

مساواتسيستم: $5x - 2y = 1$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	د حل پل(قدم) غوښي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تللار ته لومړی امکان يا واريانت
$5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II) $7{,}5x - 3y = 1{,}5$ (I) $3x + 3y = 9$ (II)	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضريبونه (ترمخ عددونه يا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$\left.\begin{array}{ll}(I) & 7{,}5x - 3y = 1{,}5\\ (II) & 3x + 3y = 9\end{array}\right\} +$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دويم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولی پسي يي حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي ايښوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دريم: د **x** لپاره ميندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په يوه مساوات کي کيږدئ او **y** پسي يي حل کړی. ځلورم: حلست يا حلډېرئ وليکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1 \mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اینووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د اینووني تلنلار: د اینووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1 لومړی: مساوات(I) د x پسي خل کیږي.	مساواتسیستم $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$ $(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$
دویم: د بني اړخ میندل شوی ترم په مساوات (II) کې اینښول کیږي او د y پسي حل کیږي.	$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره مینډل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینوول کیږي، دا بیاپه **x** پسې حل کیږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in } (II): \ 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1 \mid 2)\}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$(I) \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II) \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسیستم د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره

وارینت 2 $x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړی: مساوات **(II)** د متحولې **y** پسې حل کیږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid : 3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دویم: دښی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې
یې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې
اینسوول کیږي، او دا بیا د متحولې **y** پسې حل کیږي.

څلورم: جلسټ ولیکئ

$= \{(1 | 2)\}$

پنځم: ازماېښت د اینسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلې مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوګونې تلنلرې ټیک وګورې، پیژنې، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلې تلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا څواب تلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بيلګې

بيلګه ۱ :

(I) $y = 7x + 8$ (II) $y = -2x - 1$ د برابر اينووني لار $7x + 8 = -2x - 1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x + 8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid : 9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$	x1=1 په (1) کې اينسوونه$y=7x+8$ $y = 7 \cdot (-1) + 8$ $\Leftrightarrow y = -7 + 8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: $L=\{(-1\|1)\}$ ازماېښت (I) $y = 7x + 8 \Rightarrow y = 7 \cdot (-1) + 8$ $\Leftrightarrow y = -7 + 8 \Leftrightarrow y = 1$ (w) (II) $y = -2x - 1 \Rightarrow y = -2 \cdot (-1) - 1$ $\Leftrightarrow y = 2 - 1 \Leftrightarrow y = 1$ (w)

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 اینوونه په (1) کي	
2x+4y=8	$(I)\ \ 2x+4y=8$
$2x-12=8 \mid +12$	$(II)\ \ 2x-5y=35$
$\Leftrightarrow 2x \quad = 20 \mid :2$	د جمعي لار:
$\Leftrightarrow \underline{x=10}$	$(I)\ \ 2x+4y=8$
حل: $L=\{(10\mid -3)\}$	$(II)\ \ 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$
ازمايښت	$(I)\ \ 2x+4y=8$ $(II)\ \ -2x+5y=-35$ $\}+$
$(I)\ \ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$	$9y=-27 \mid 9$
$\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ \ (w)$	$\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-3}}$
$(II)\ \ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$	
$\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ \ (w)$	

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کي کیږدئ x+2y=5	
$1+2y=5 \mid -1$	$(I)\ \ x+2y=5$
$\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2$	$(II)\ \ -x+y=1$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$	د اینووني لار;
حل: L= {(1|2)}	(II) په y پسي حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت (I) $x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5$ $\Leftrightarrow 5 = 5 \ (w)$ (II) $-x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35$ $\Leftrightarrow 1 = 1 \ (w)$ د w رښتيا لپاره	$-x + y = 1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y = x + 1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x + 2(x + 1) = 5$ $\Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x = 3 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x = 1}}$

بيلگه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = -5 اینبوونه په کې $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ حل: ازماېښت	$(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زیاتون یا جمعې لار: $(I)\ \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid : (-2)$ $(I)\ \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

ɪdditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\quad x,y\neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی......................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2} x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

يادونه:

مساواتسيستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کيدو اجازه نه لري يا نه شي صفر کيدی، تعريفسټ بايد ورکړ شي. داسئ مساواتسيستم کربنيز نه دی.

د رسمونې لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{(I)} \quad x - y = -2 \qquad L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);\ldots\}$$

$$\text{(II)} \wedge \; -2x - y = 1 \qquad L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);\ldots\}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په یوه کواوردیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې تري لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي یا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلست پروت دی.

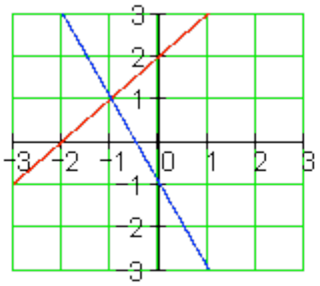
حلست یا-ډېرئ: L={(-1|1)}

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{aligned} &\text{(I)} & x - y &= -2 \;|\; +y \\ &\text{(II)} & -2x - y &= 1 \;|\; +y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{(I)} & x &= -2 + y \;|\; +2 \\ &\text{(II)} & -2x &= 1 + y \;|\; -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{(I)} & x + 2 &= y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ &\text{(II)} & -2x - 1 &= y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \end{aligned}$$



په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اینوول کیږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3

د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچیزې) اړیکې لیدوړ کوي. د حل لار په حیث زيات وخت مناسب نه دی، چي د ګډغوڅتکي کواودینات په ګرفیک کې ناټیک لوستل کیدی شي.

مساواتسیستم بې له یواځني حل څخه

رسمیزه حل یا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکې لیدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کیدی شي چې نسبت یو بل ته مختلف پروتځایونه ولري.

- دا کیدی چې په یو ټکي کې سره غوڅې کړي، لکه پورته بیلګه چې لیدوړ کوي، د دواړو کرښیز مساوات لپاره ټک یو حل شتون لري.

- دا کیدی شي یو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې یې یو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کیدی شي یو په بل پرتې وي، یعنې کتمټ وي، نو د یوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زیات حلونه ولري.

مساوات سیستم حل نه لري دا د حل پیل مو یوه ناټیک وینا ته بیایي. دا په دې معنا، چې مساواتسیستم ته حل شتون نه لري.. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې یو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=2 نو دا ناټیک وینا ده، له دې لاس ته را ځي L={}

دا مساواتسیستم ناپای ډېر ځوابونه یا حلونه یا اوبیونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني یو بل سره پورته کوي یا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته یا ایدنتیک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. لیدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې یو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتیا وینا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{cases} (I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} (I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11 \end{cases}$

پ- $\begin{cases} (I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7 \end{cases}$ ت - $\begin{cases} (I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x \end{cases}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{cases} (I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} (I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{cases}$

d) $\begin{cases} (I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{cases}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a)

(I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$

(II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$

b)

(I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$

(II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$

c)

(I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$

(II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6}$

d)

(I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$

(II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (ببلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

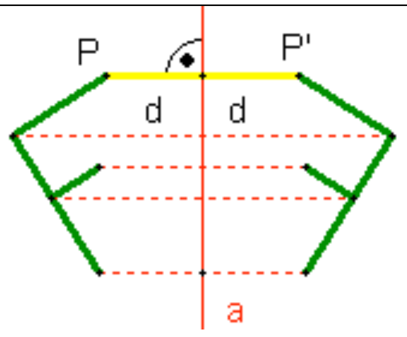
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځېره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکی P په یوه ټکي ’P داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

	دا لاندي ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په ’P د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او ’P له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي ’P د وصل قطعه خط په محور a نیمیري او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کربنې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

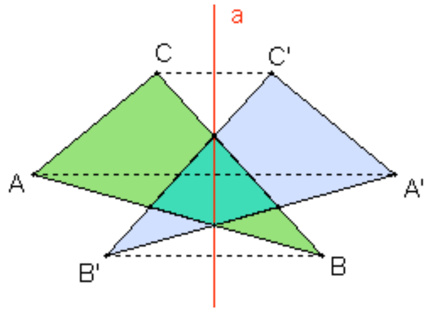
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کیږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

	په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محورa و ښي لور ته منعکس شوی. گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .

فعاليت ۱ :

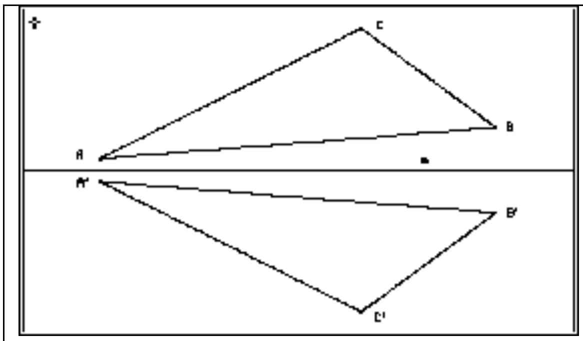
په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېړه کې د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

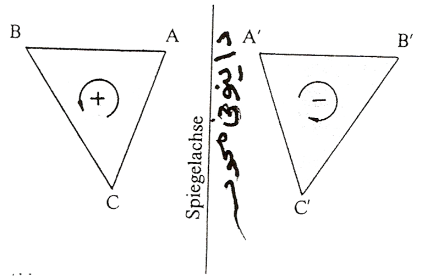
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

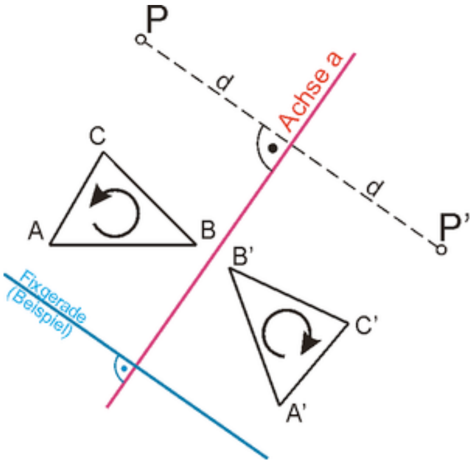
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکۍ.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

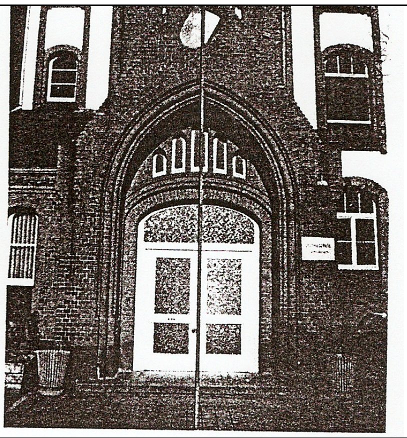
که مخامخ شکل ته ځیر شو، ګورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یاني عکس یي دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کي د ټکو او شکلونو انعکاس - چي څنګه يي صورت نیولی - تشریح کړی.



۳) زده کوونکي دی وښايي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وترو چي په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

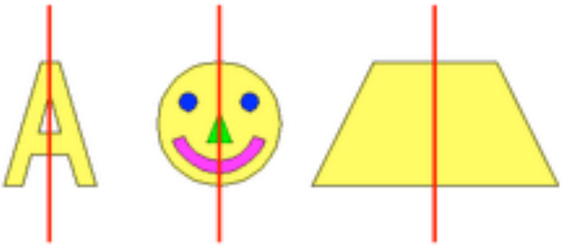
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتريSymetry **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلېږي**	

پيژند (تعريف) :

يو مسطح شكل متناظر (سيومتريک) بلل كيږي، كه په يوه محور a داسي انعكاس منځ ته راشي، چي دا شكل په خبل ځان منعكس كړي.

فعاليت ۱ :

په مخامخ شكلونو كي څه گورئ؟ ايا دا شكلونه متناظر دي؟ كه هو ، نو دلايل يې راوړئ. نور خويونه يې هم وڅيړئ.	

فعاليت:

- زده كوونكي دې يوه مربع وكاږي او په هغې كې دې داسې خطونه رسم كړي، چي سيومتريک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطيل جې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوى الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

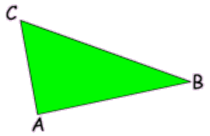
۱) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

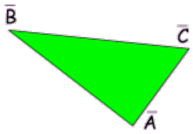
۲) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

۳) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





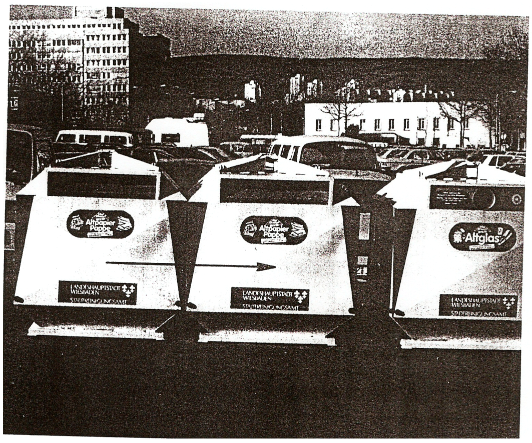
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



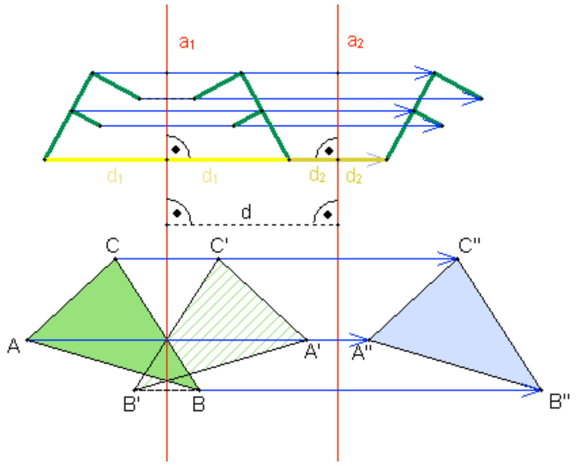
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

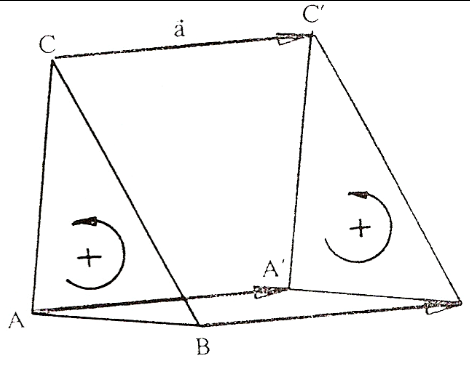


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنى انتقال دى. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

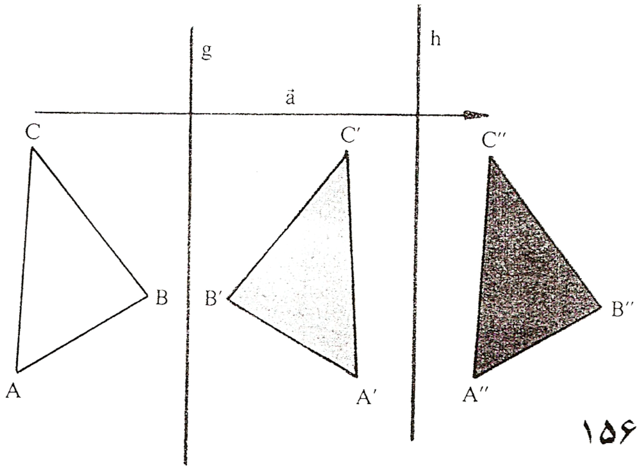
	په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې دa په اندازه انتقال دى، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. يانې ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځت کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کمیت سیستم کي دي زده کوونکي یومثلث ABC رسم کړي او دا دي دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مینه یو کل او یا یوه بله بڼه ځېږه هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې یو څه څومره انتقال کیږي.

۵ . ۴ - د وړني یا انتقال د جوړولو څیرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کي مرکزونه په یو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا باید مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطي د اصل په پرلپسي ترتیب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي یا کتمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



څیره ۱۵۶

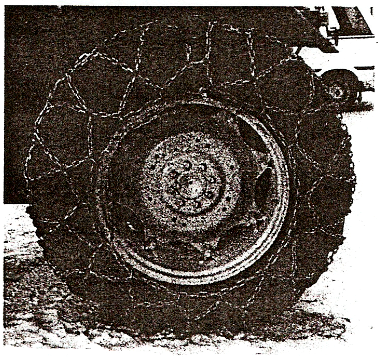
په یوه ځانګړي ډول یو په بل پسي په ډېرو محورونو انعکاس دې په دې ځای کي یاد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون یا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيژند :

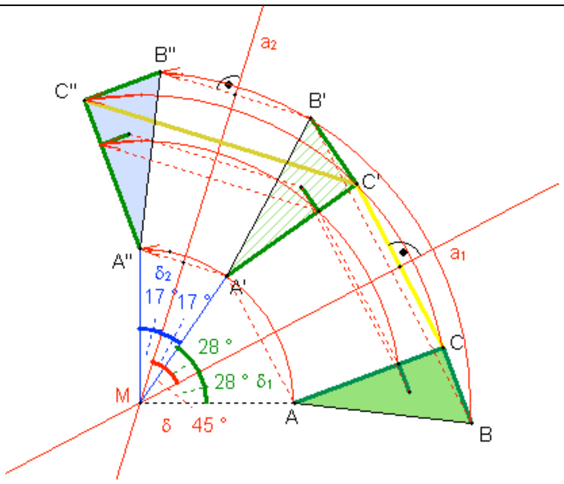
که د يو ه شکل هر ټکی P په يوې دايرې په ځاي په ځای ټکي M په کونج په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کيږي.



په لاندي ځيږه کي يو دريګوډی په دوه زاويو او له دي امله په دوه محوررونو څرخي.

د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هنداررونه، چي په کونج په ټکي M کي يو بل قطع کري، په ټکي M باندي د يوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاويه وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

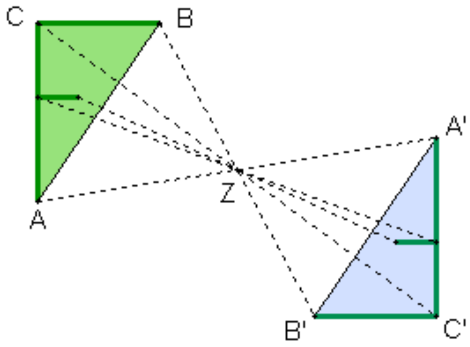
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او ''C تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او ''B د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پېژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې °180 سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

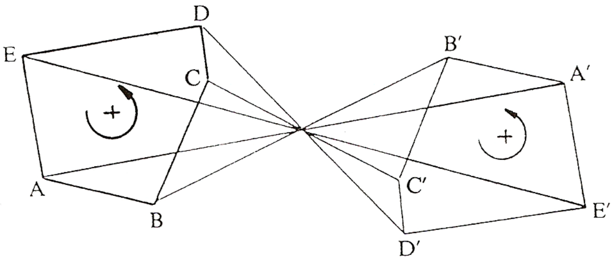
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښنه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

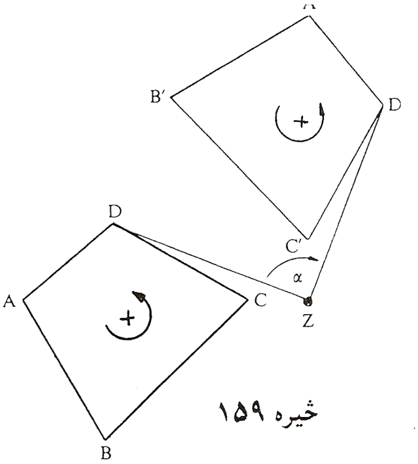
(c) ketabton.com: The Digital Library

W(PZP')=μ، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې ت‌ېرو لوستونو ته پاموي).

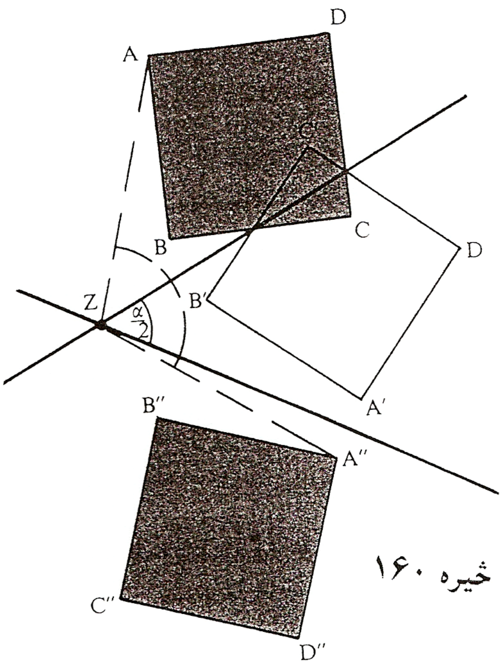
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ ـ په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ ـ لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروا‌اینځ ځ‌یره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

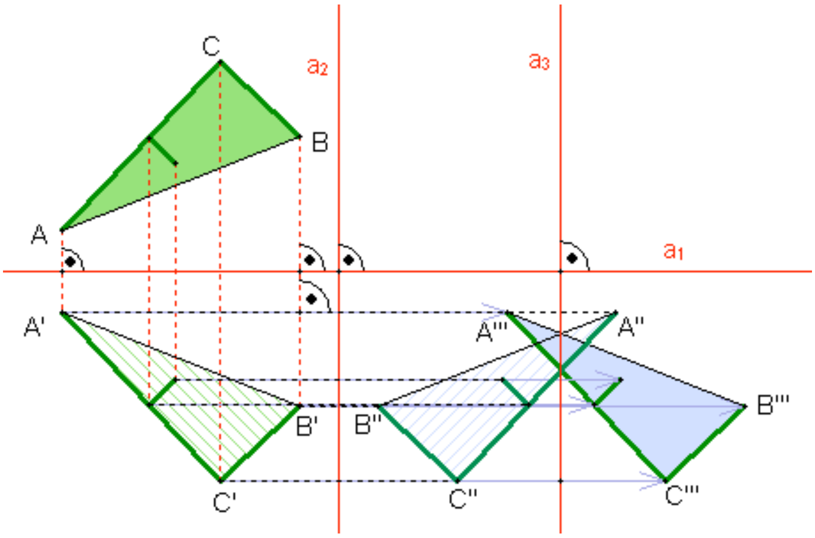
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

يادونه: خوی د زيږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هندارونه د محورهندارونې یوه یو پربل پسې هندارونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په څټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هندارونې خوې:

یوه خوی هندارونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محورونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هندارونې له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

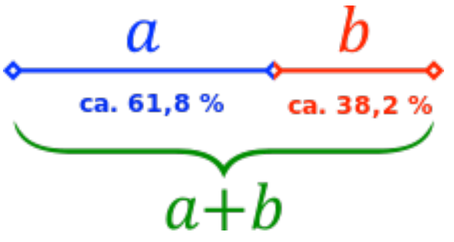
موړ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په څنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ - طلايي غوڅی

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو څانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره شايو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته څان و لوي توتې ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتي ته داسي ده، لکه لويه توته د لوي توتي او کوچنی توتي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کينې لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1| \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M\ +m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M}| \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau}| \ .\tau$$

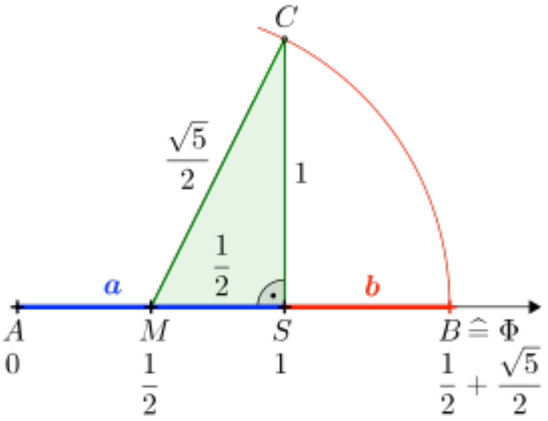
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

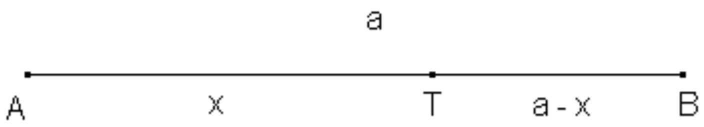
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}61803398874989484820$



توته کرښه a دي ورکړ شوي وي



د [AB]ځخه د ورکړشوي ټوته کرښي a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

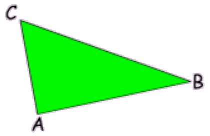
(c) ketabton.com: The Digital Library

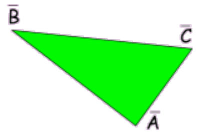
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

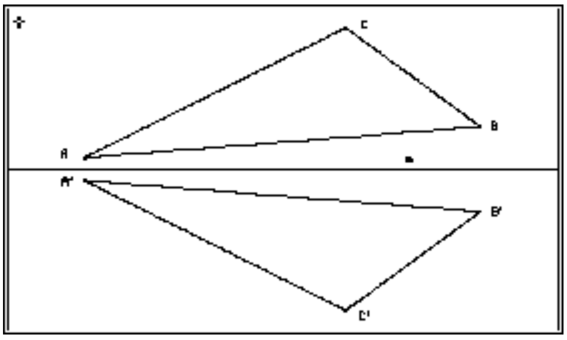
د حل سټ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره ۱۴۹

پیژند :   هندسي شکلونه کونګروینځ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بنه (خیره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه

هره کونګرواینځ ځیرونه د کرښې اینوني د ترلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښې اینونه ځرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښې اینونو (ځرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګرواینځ ځیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښې اینونو (کرښې اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګرواینځ ځیرونه ده.

دیو په بل پسې د کونګرواینځ ځیرونو کارونه بیرته کونګرواینځ ځیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګرواینځ کرښې اینونه ده نو د پای کونګرواینځ یو په بل پسې اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګرواینځ بیرته راګرځېدلی یا په څټ کېدلی شي. که له دوه وو زیات کونګرواینځ ځیرونی یو په بل پسې منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کېدی شي. الجبري بېل کونګرواینځ ځیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ ځیرونی سره، دا په دې مانا چې ناپیلی ځیرونه ، چې په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ ځیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د درېګوټ ی کونګرواینځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

کونګرواینځجملی:

الف) په خپلو درې اړخونو کې (SSS) یا

ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا

پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا

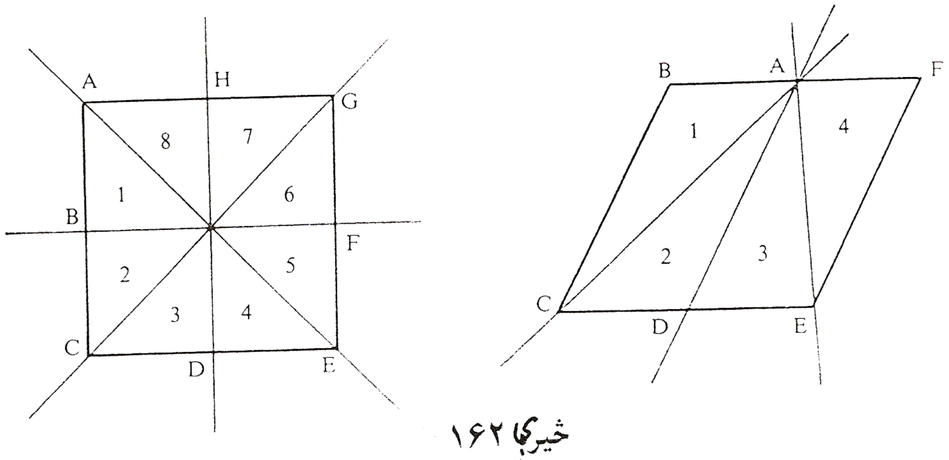
ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کې (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروایننخ جملو په مرسته وښایي، چی غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروایننخ برخو ټوټه کوي.



څیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅښکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو ∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروانیت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کربښو غوڅښکي دي).

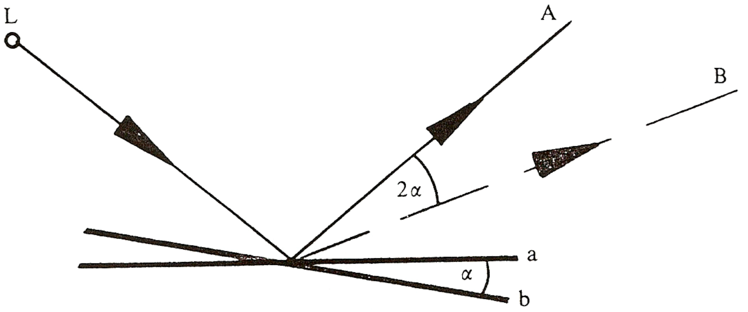
۶ – څومره کورونتځیرونی موجود دی چی لاندې ځیرې یی په خپل ځان ځیره کوي: کربښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کښمتځیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په ځیره کی له پورته لور انځوریږي.

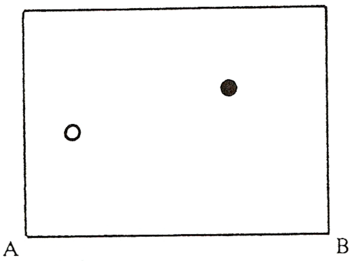
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول– یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

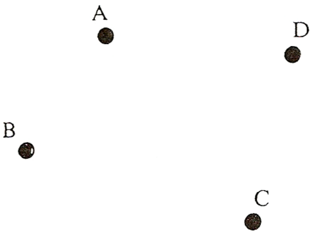
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

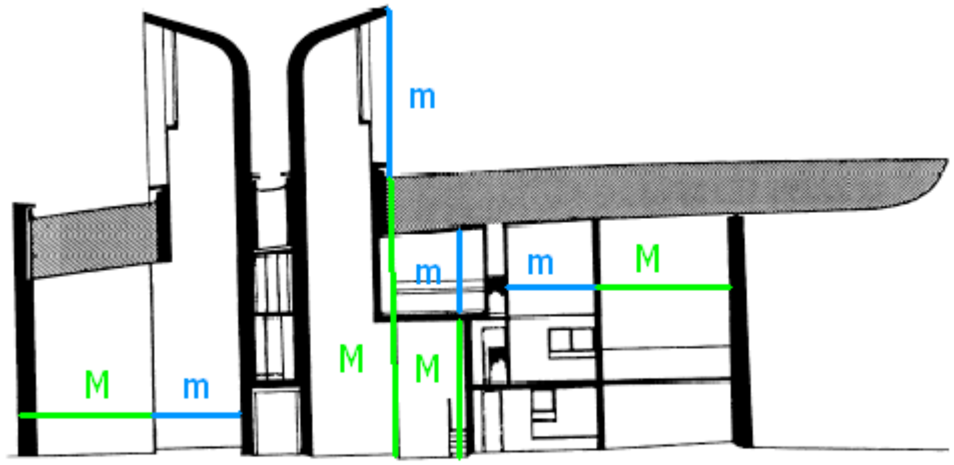


خیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کی دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چي تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چی په A,B,C,D سره یی ښایو (څیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چی برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

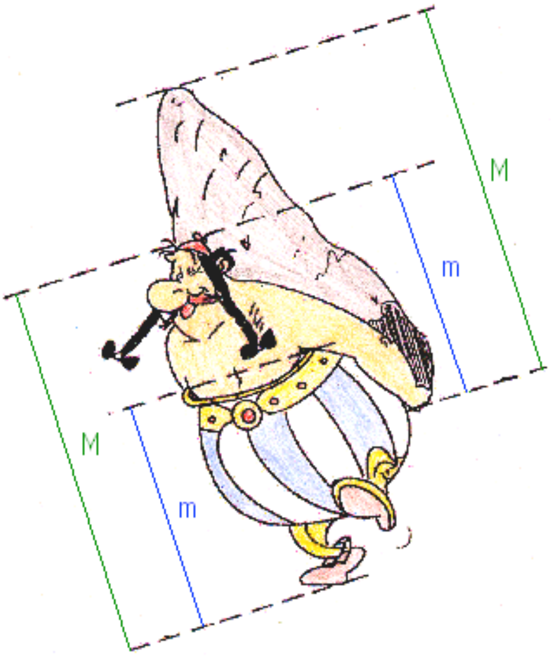


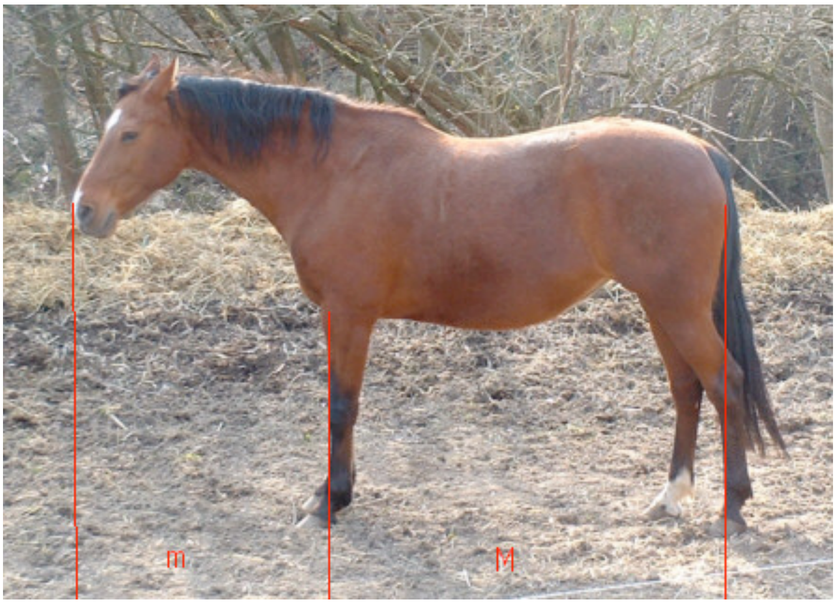
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1887 – 1965) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅي دستې لباره یوه بنه بیلګه ده ،چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسوسرګرمۍله پاره

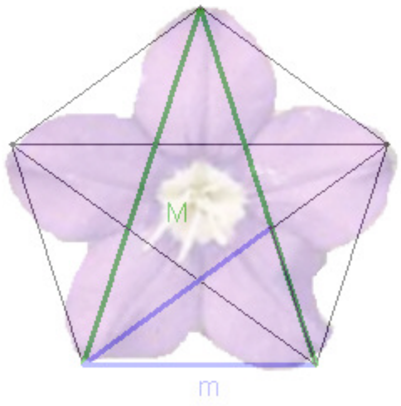
(c) ketabton.com: The Digital Library





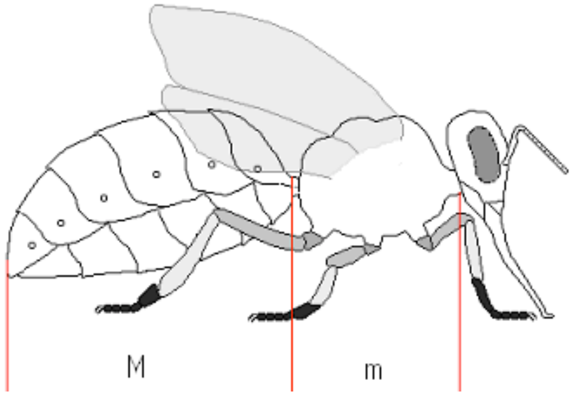
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



دا لاندې د درېګوډيکچبرخه په نهم، لسم، اوولسم ټولګي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېګوډي کچ يا ترېګونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

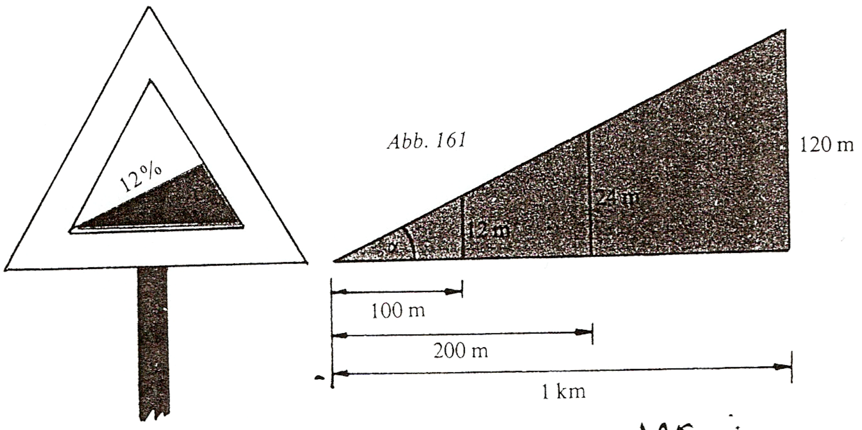
د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چی په هواره یا په هوا کی دریګوډي کچ کړي ، د څانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(مورږ یی تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونی یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونی، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په څانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوږي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوږي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کېدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانئیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځانئیونه ثابت یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

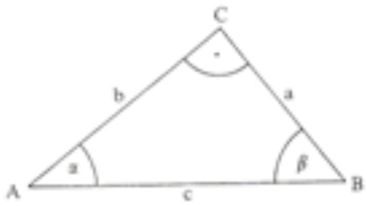


ذخیره ۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوري یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زوړندي وي.
په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي وېناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

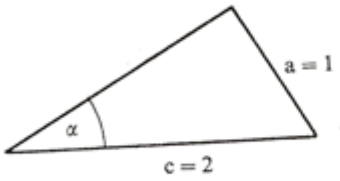
په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریکوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دریکوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیوپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.



خیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

سایښبلواك sinusfunktion: بلیکه:



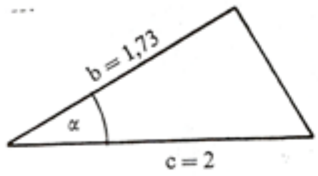
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

sin 30° = ½

خیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلګه:

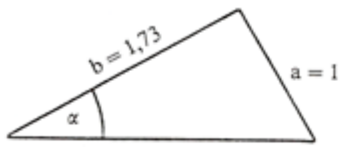


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{1{,}73}{2} = 0{,}8660$$

خيره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

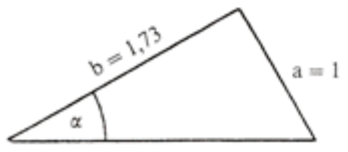
خيره ۱۹۸

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{1{,}73} = 0{,}577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د درېګوټي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې خموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواک دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواک Kotangensfunktion بیلګه



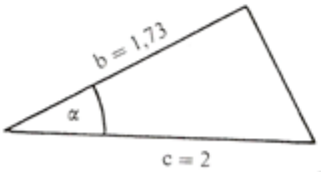
$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

خيره ۱۹۹

$$\cot 30^\circ = \frac{1{,}73}{1} = 1{,}73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواک کارول کیږي



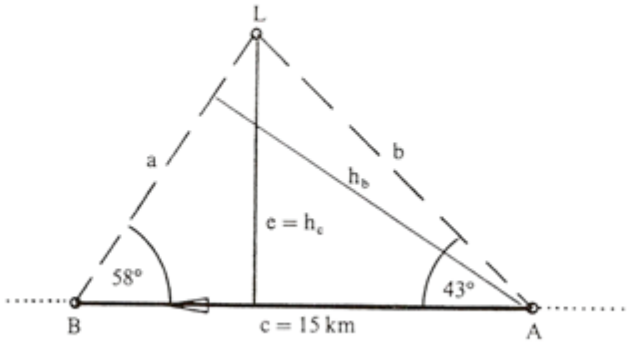
سیکانسبلواک sekansfunktion بیلګه

$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

خیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1{,}73} = 1{,}156$$

یوه تګ پایکربنې $c = 15$ km او کونج $\beta = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیښتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیښتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو څانئیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین څانئیونه یا تناسب دی.

$$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$$
$$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$$

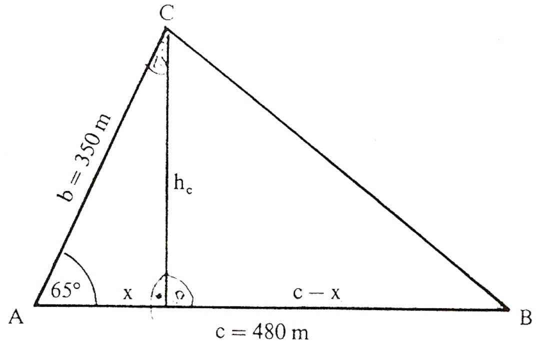
د ساین جمله په پنځ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$

او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ ښندوي.

د B څخه و C ته به د نښلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :

جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.

دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،

څکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی

لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$

او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

د اړخونو اوږدوالی نوموني او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (څیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوټي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوټي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوټیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.
د دې ټولو سره د څلورګوټي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

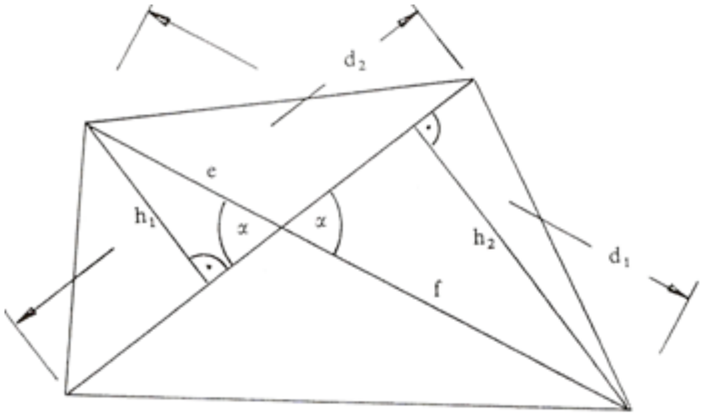
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = c \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e + f)\sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شېره۲۰۴

د په خوښه کونجونو ترېگونومترېکي بلواکي

په اخره برخه کې مو ووېل، چې کونجبلواك، نه يواځې د دننه لورته تيرو درېکوډيو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چې له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشريحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه يا هدف تر لاس کړ.

دا پراختيا څنگه تصور يا د خيالوړ کيدی شي ؟

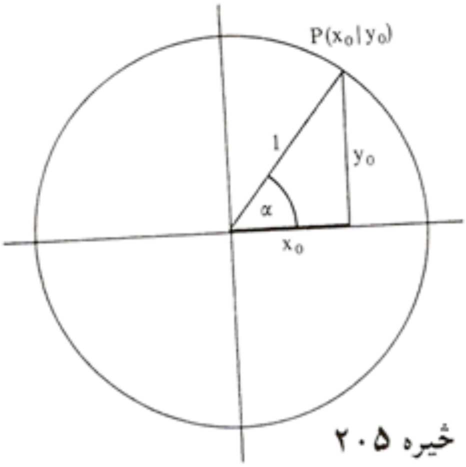
په ښه توگه داسی کيدی شي چې په يوه ولاړ پروت سيستم يا کواوردينا تسيستم کی يوه گردی ووهي چې وړانگه يي ۱ يعنی يو يوون يا واحد دی (دې ته يوونگردی ويل کيږي، ځکه چې وړانگه يې يو يوون دی) او د گردی منځتکی او د پروت ولاړ سيستم کواوردېنات سرچينه يو په بل پريوځي . نو بيا هر دريکوډی، چې د هغې يو کونج د گردی ځنتريکونج دی، يعنی کونج يې د گردې په منځ يا ځنتر پروت دی، (شيره۱۳۴) کم له کمه يې يو اړخ ۱ يعنی يو يوون اوږدوالی لري. دا د دريکوډی په دننه کی شميرنه او اړيکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتېکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه تالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

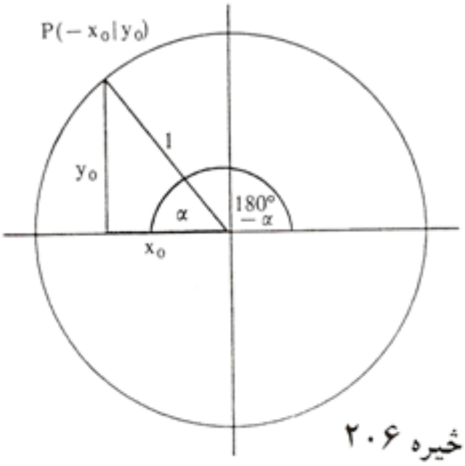
چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاتیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.

د « سیوروڅیرو» څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$



خیره ۲۰۶

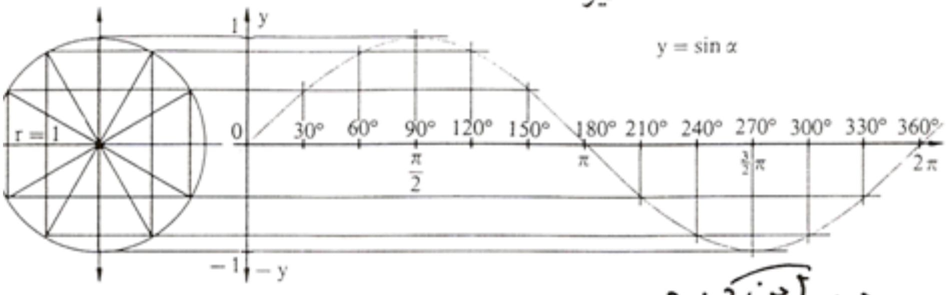
څکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځی :

$$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$$
$$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

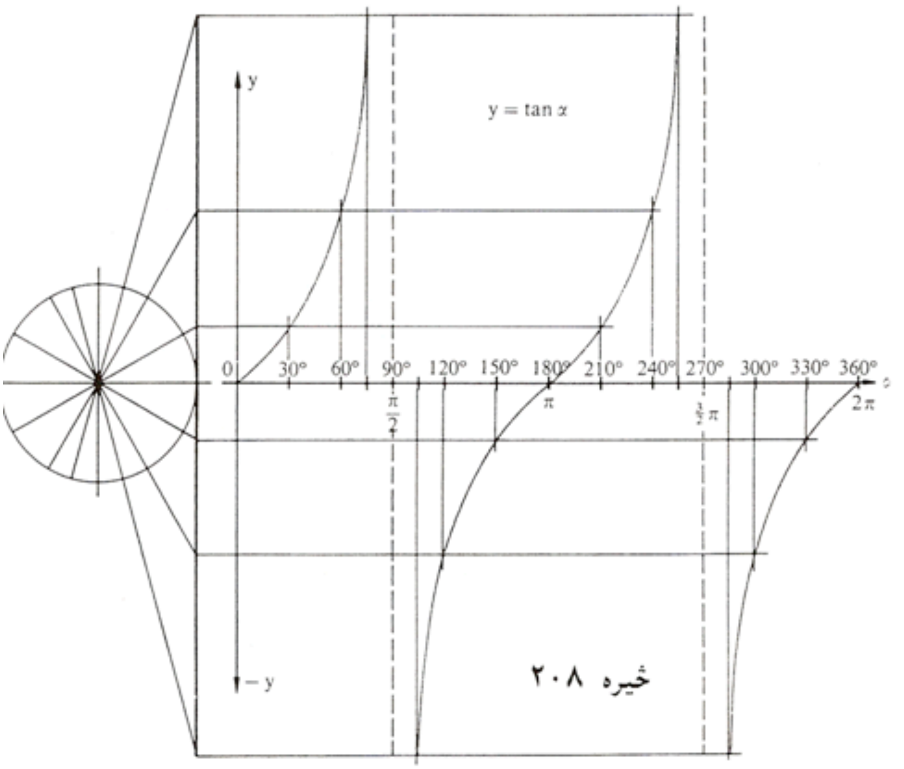
خیره ۲۰۷



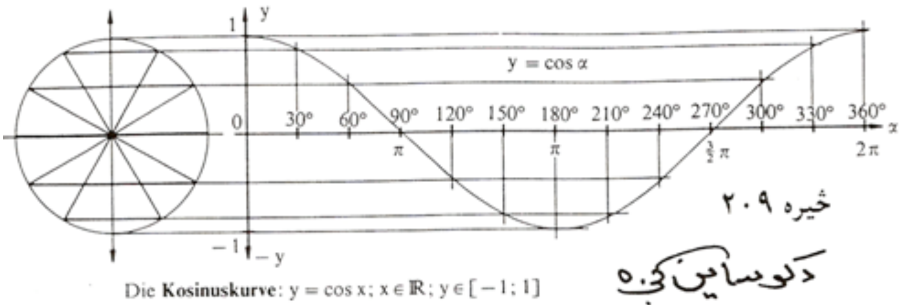
Die **Sinuskurve**: $y = \sin x$; $x \in \mathbb{R}$; $y \in [-1; 1]$

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

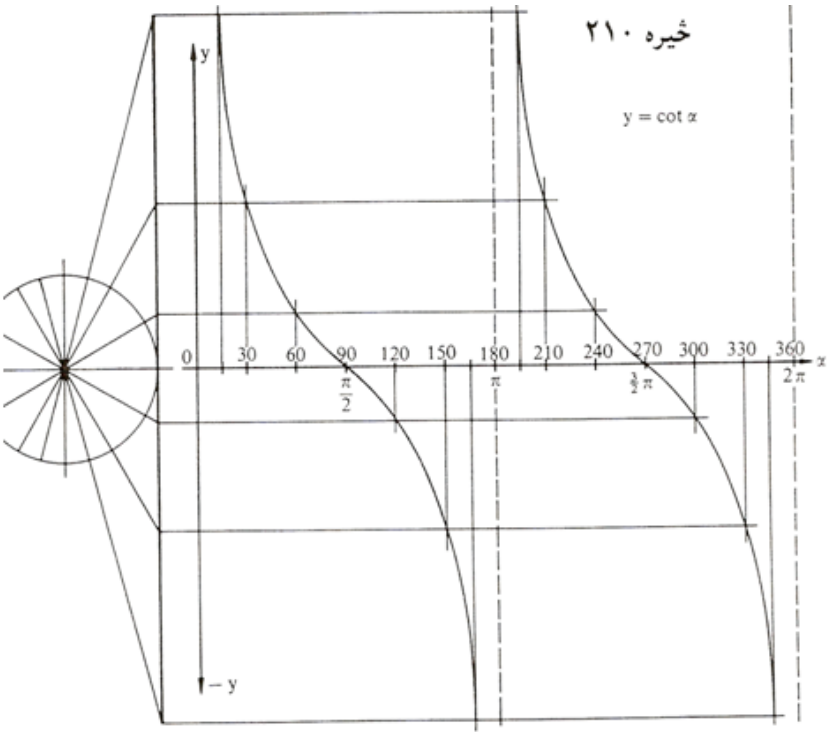


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

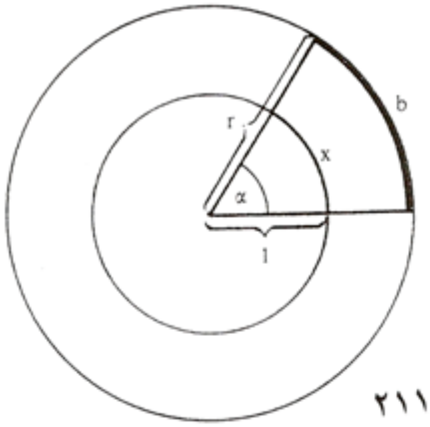


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون، ارزښتدیری رییلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لويي په واقعيت کی
یوون «راد (rad) » لري،
مگر دا په کارونه یا عمل
کی کیدی ونه لیکل شي
یا صرف نظر پرې وشي،
که بدلون ته مو نه
راهځوي. دا کونجکچونه
چی د کونج لپاره په
تریگونومتريکی بلواکو
کی اینبودل کیږی (د
بیلگي په توگه sin)
ارگومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی
نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په
جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه گردیبرخوکی وښوول شو (گردیبرخی د مخه څیړل شوي دي) چی هر کونج پورې یوه گردبرخه یا گردی لینده اړه لري، نو ټولی گردی پورې ۳۶۰ درجی کونج یا $2\pi r$ اړه لري، یوه کونج α پورې بیا یوه لینده b اړه لري، کومه چی په چاپېری کی ځانګه همداسی نیسي لکه په پیل کی α و ۳۶۰ درجو ته . دلته گردیګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلگه:

کونج $\alpha = 60°$ له گردی د ۱۰ سانتیمتره وړانگي سره یوه په لاندې ډول گردی لینده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي یا بیلوي. د گردی چاپیری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانگی سره گردیلینده

$$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236 \text{ cm}$$

غوځوي. دا گردی لاندې چاپیری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له گردی د وړانگي $r = 1$ cm سره ددې په څېر یا برعکس کونج گردیلینده

$$b = 2\pi . 60° : 360° = 1,047 \text{ cm}$$

غوځوي» د دې گردي چاپیری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بیلگي څرگندیږي، چی لینده اندازه په همغه اندازه زیاتیږي لکه وړانگه. له دې امله کیدی شي خپله شمیرنه په یوونگردي د وړانگي ۱ سره رابنده یا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعریف: په یوونگردي د گردیلیندی اوږدوالي کچگڼ، چی په څنتریکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې خیره شوي، لینده کچ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\, 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کچ لپاره په خوښه ریبلګښونه پرېښوول شوي.

بیلګی :

$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175$ (rad)

$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$

$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$

$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$

$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$

$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$

$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$

$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664$ usw.;

$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځاننیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راڅرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفهٔیري ته، په لینده کچ راتلی شو. دا کونجبلواك پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواك دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

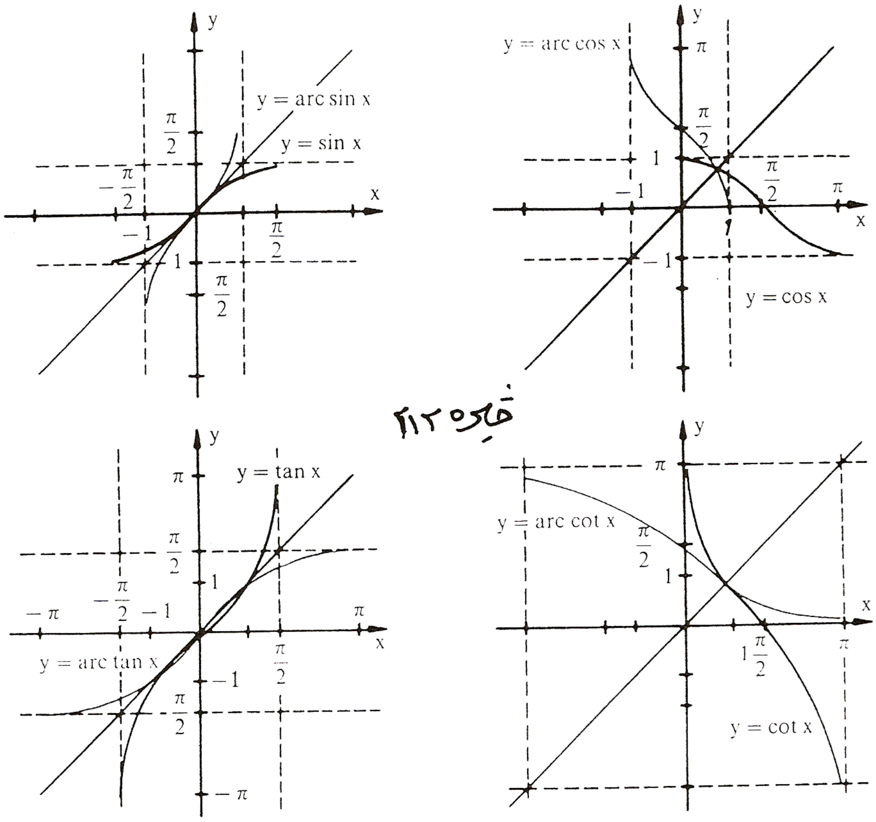
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په څټکیدنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډیری په یوه برخه ډیري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواك په څټ بلواکونه ارکوس بلواك Arcusfunktion بلل کیږي یا څیکلومتریکي بلواك (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته arc sin(x) (لوستل کیږي «د x ارکوس ساین. د کونجبلواك تعریفډیری دلته اړونده ارکوسبلواك ارزښتډیری دی او په څټ ارګومنت یا تعریفډیری دلته تل یو ریيلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion ترېګونومترېکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) $= 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. arccos (1) $= 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. arctan (−100) $= -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. arccot (−70) $= -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و اركوسبلاك يو د بل په څټ بلواك دي نو باور لري:

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی یوه کونج بلواك تعریفېږي یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړۍ ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben ورکړی / gesucht غوښتونی	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\frac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\frac{1}{\tan x}$	cot x

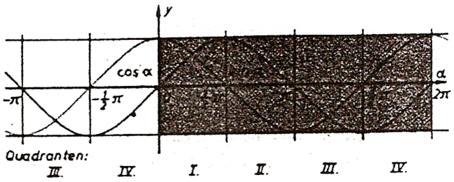
لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کيدی شي چې تريګونومتريکي بلواک د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواک ارزښتونه مقايسه شي، نو په کره توګه يا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعريف : تريګونومتريکي بلواک ټول پريوديکي يعني بيرته راګرځيدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواک ارزښتونه په منظمو واټنونو کې تکراريږي. په دې د ساين بلواک او د کوساين بلواک راګرځيدنه (يا ۳۶۰ درجې) لري، کوتنجنتبلواک راګرځيدنه (يا ۱۸۰ درجې (180°)) لري.

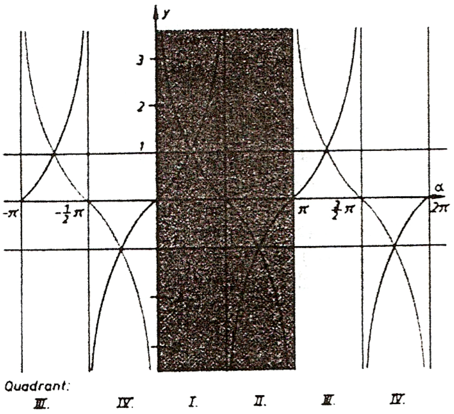
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۴
د ساین - او کوساین فنکشن پریود دیاتن راګرځیږنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود ښکاري :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ښینګه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$$\sin x = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 179)}$$
$$\cos x = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 179)}$$
$$\tan x = -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 180)}$$
$$\cot x = -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x) \quad \text{(Abb. 180)}$$

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه سطر د هراړخیز په مانا دی او کیږدی تړلي یا هموی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

$$\sin x = \cos(\ \ /2 - x) \qquad \cos x = \sin(\ \ /2 - x)$$
$$\tan x = \cot(\ \ /2 - x) \qquad \cot x = \tan(\ \ /2 - x)$$

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

$\sin\ \ = a / c$ او $\cos ß = a / c$

د $\ \ - ß = 90°$ له امله لاس ته راځي :

$\sin\ \ = \cos(90° - \ \ )$

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس

ته راتلی شي.

دا له ځیرو څخه هم لاس ته راوړل کېدی شي، ځکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د $/2$ $x =$ کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

$$\sin(x) = -\sin(-x),\ \ \tan(x) = -\tan(-x)\ ;\ \cot(x) = -\cot(-x)$$

یادونه : په دې نلواکو کي کېدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لايني نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفېدیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $cis(x- y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

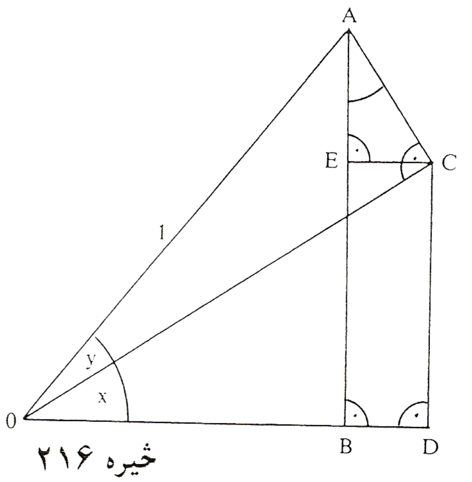
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und 2.:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y); \quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسبېره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x+y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. 2′.:

3. 4.: $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

پس لرو

$$\sin x = \sin(z+t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$
$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

همداراز

$$\sin y = \sin(z-t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه څخه ځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x+y) = \cos z = \cos 2\cdot\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دوهمې نیمې له لارې ښوونه لرو
په (*) کې ولیکه یا لیږدوه

8.: $(*)$ $\sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

9-10: د 11 پوښتنې له 1 او 2 او پوښتنو له تعویض څخه لاسته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لکه چی په پیل کی مو وویل په طبیعت او تخنیك کي ډیري پیښي شته دی چي تل بیرته راګرځي یا لنډ: راګرځي، یعني پریودیکي دي. د دې د تشریح لپاره په خپل سوچه یا خالصه بڼه تل د ساین بلواك بسیا نه کوي.
دا زیات علتونه لري : لمړی د ساینبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نیسي، له بلي لور داواقعي د کونج په واك کی نه دي بلکه د وخت په واك کي دي د یوې راګرځیدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانیولکیدی. له دې امله د ساین بلواك د دې کارونو د روښانوولو لپاره باید موډیفیځیر شي یا یی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثیر په لاندې لیدنه کی راټول شویدي، ګراف یی ورزیاتی څیرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو کونجبلواکو لپاره باور لري په عمل کي مګر یوائي د ساینبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د کوسایین بلواك چي په $\pi/2$ سره راکښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
څیره ۲۱۷	ټولی تلبیرته راګرځیدونی تعامولونه		$y = \sin (x)$
څیره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل شپیلوئند یو په بل پرلوتل	د Y- لور بانډې راکښنه	$y = \sin(x) +d$

y = sin(x+c)	د فاز تغییر یا ځای بدلون	په بدل بریښنا جریان کې د بریښنا او ښیا لوړتګ تغییر دوښنالونه	شېره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیټود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	دیوه پندول خوځېدنه	شېره ۲۲۰
y = sin(bx)	د پریود تغییر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کراره کېدل b <0 په شا ګرځېدنه کم محور دی	دیو بنسټیزې [illegible] څېرونه پریود وخت دا د پرته [illegible] [illegible] کله په [illegible] الو په اوازونو کې	شېره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	شېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څېره بله کړئ

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي وليکئ

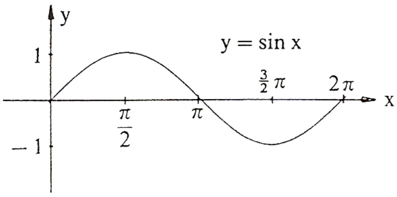
a) $x = \pi/3$, b) $x = -\pi/4$, c) $x (2/3)\pi$

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

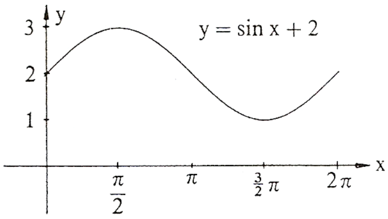
۳ – په لينده کچ يې وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

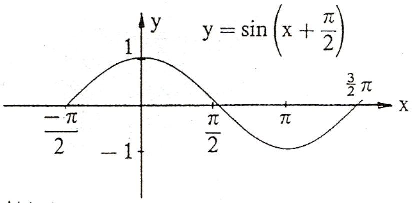
(c) ketabton.com: The Digital Library



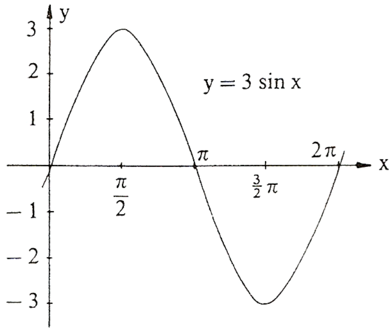
څیره ۲۱۷



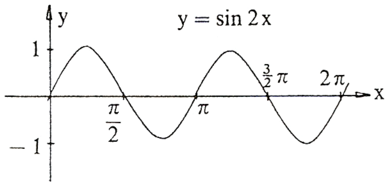
څیره ۲۱۸



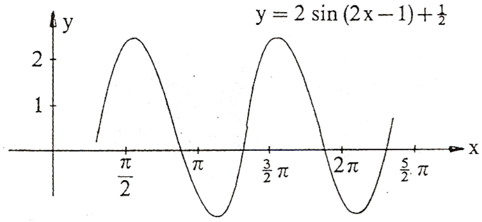
څیره ۲۱۹



څیره ۲۲۰



څیره ۲۲۱



څیره ۲۲۲

د دې بلواك ګراف د ساین کږې $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کیدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) $\sin\alpha = 0{,}8$ s) $\cos\alpha = 0{,}9$ t) $\tan\alpha = 2{,}5$

u) $\cot\alpha = -1$ v) $\sin\varphi = 0{,}3$ w) $\cos\varphi = -0{,}13$

x) $\tan\varphi = -4$ y) $\cot\varphi = 0{,}3$ z) $\arcsin(x) = \pi/2$

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټی وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوړي

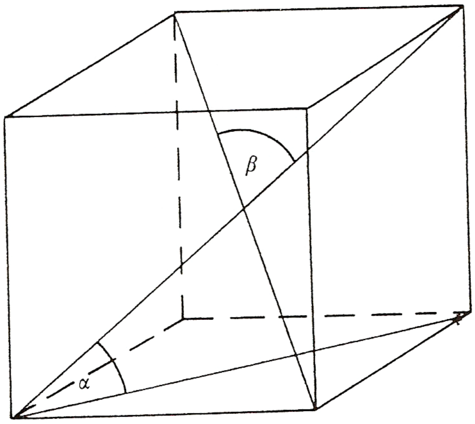
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پخکونجیز (α > 90°)

دریګوړي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پخ کونجیز

دریګوړي لپاره وشمیری (α> 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کې د یوه هوا نیمي او بنستهوارې ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

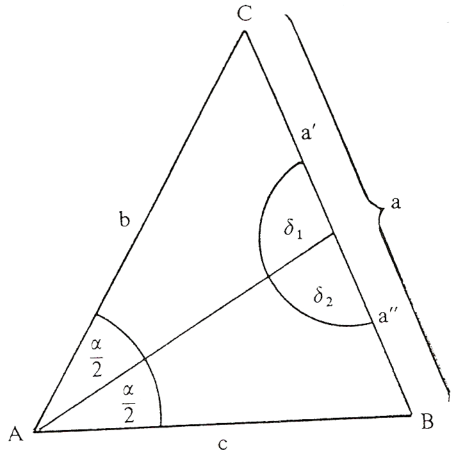
څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګې

$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسې د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8$cm ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس
مماسونو غوڅکونجې وټاکې
او د کړې غوڅونې اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کې د یوه
کونجنیمې مخامخ اړخ په داسې
ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه
په دې پرتې خاوې. دا غوښتنه د
ساین جملې په مرسته حل
(اوبې) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،
چي ۱،۵۰ متره جګ دی،
یوه زینه ورجګه شي
میلانکونج دي زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلې کوڅې جګوالي توپیردې څومره وي، که دا
کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتې لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چې ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کې څومره
لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∠ = 25° لري. د وزنزور په زورندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور(د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په ځمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یی ∠ = 18,5° او پښیټکی یی ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د پښی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په ځمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟

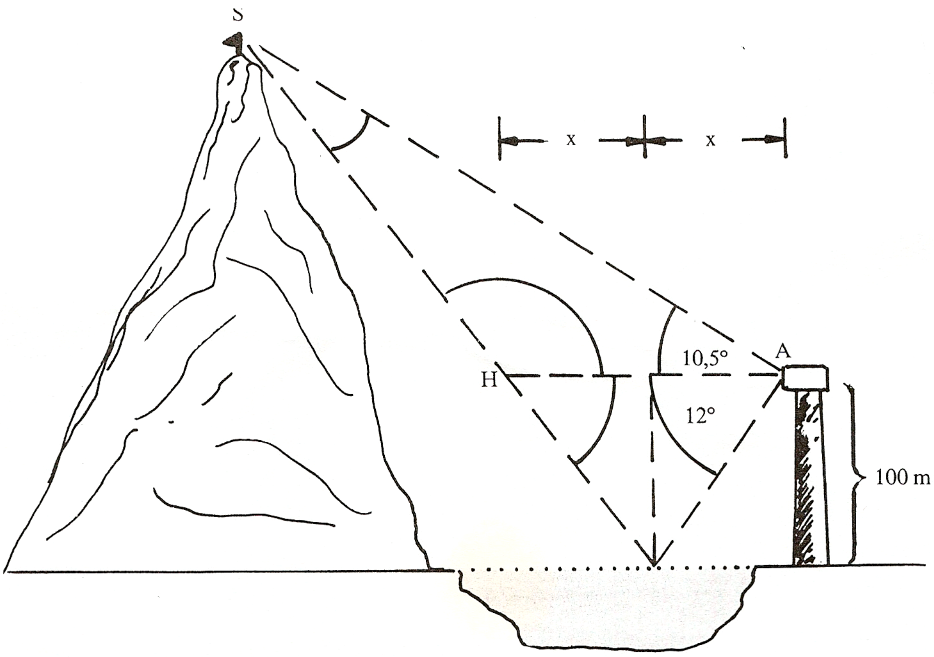
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهواري میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهواري دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟

۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنستهسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟

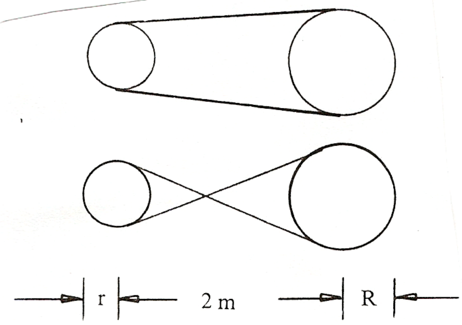
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟

۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۵



خیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

$r = 22\ cm$, $R = 35\ cm$,

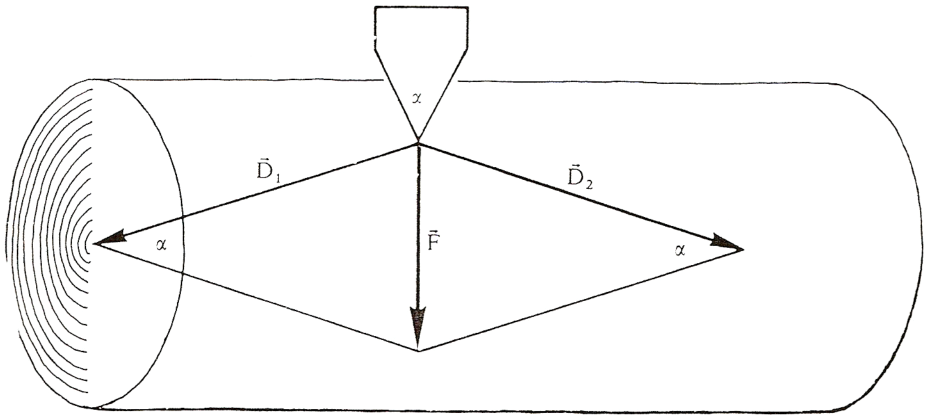
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو ؤ اکي ځیدلې وي ؟

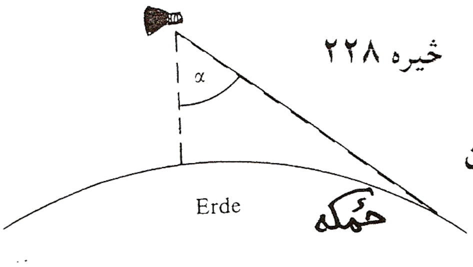
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موری) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستنې درځونه ، که د کایل یا تېرګي کونج $\alpha = 6°$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: |D|=|F| ؟



شیره ۲۲۷

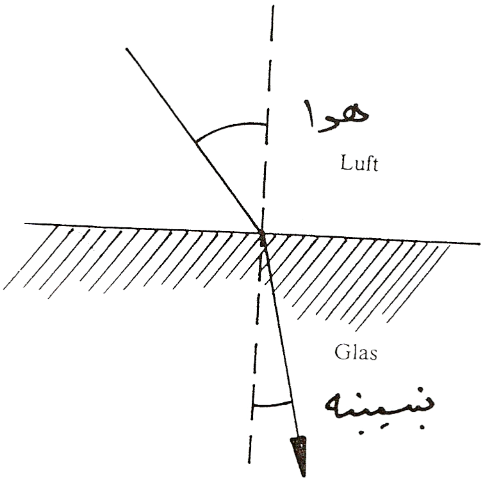


شیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (شیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکې وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکي په پټلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دي ورکړو شخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ - که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدي له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دي لاندي اړیکي باور لري یا صدق کوي:

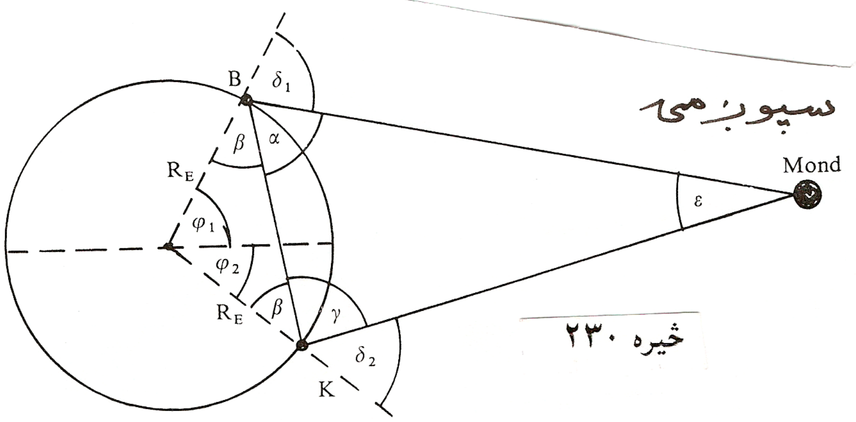
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندي پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ - په ۱۸ ا-مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دي لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$.
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دي څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2 \pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2 \pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چې په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- مربع مساوات (څلورې برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورېبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسئ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو$|x| = x$
تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = |x|$ فقط هلته تیک دی، چې $0 \geq x$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $0 \geq x$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بڼي $ax^2 = b$ یا $ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بڼه بدلون وروسته د ريښه نيونې له لارې حل کيږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$
\begin{aligned}
& 2x^2 - 8 &=& \ 0 \quad | +8 \\
\Leftrightarrow\ & 2x^2 &=& \ 8 \quad | :2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 &=& \ 4 \quad | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} &=& \ \sqrt{4} \\
\Leftrightarrow\ & |x| &=& \ 2
\end{aligned}
$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : |x| = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : |x| = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{2}x^2 &=& \ 9 \quad | \cdot 2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 &=& \ 18 \quad | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{x^2} &=& \ \sqrt{18} \quad | \\
\Leftrightarrow\ & |x| &=& \ \sqrt{18}
\end{aligned}
$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : |x| = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : |x| = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازمیلو له لارې لرو : x1=1یا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

یا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0 \cdot (0+2) = 0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دویم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام :

د بنې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د اوونښتوني یا متحولي له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{aligned}
& 3x^2 + 2x && = 0 && | x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow\ & x(3x+2) && = 0 && | \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1: }\ & x && = 0 && \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2: }\ & 3x + 2 && = 0 && | -2 \\
\Leftrightarrow\ & 3x && = -2 && | : 3 \\
\Leftrightarrow\ & x && = -\frac{2}{3} && \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{aligned}
$$

بيلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{aligned}
& \frac{2}{3}x^2 && = \frac{3}{4}x && | -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x && = 0 && | x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow\ & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) && = 0 && | \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1: }\ & x && = 0 && \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2: }\ & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} && = 0 && | +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}x && = \frac{3}{4} && | \cdot \frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow\ & x && = \frac{9}{8} && \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{aligned}
$$

Probe: mit $x = \frac{9}{8}$

$$
\begin{aligned}
& \frac{2}{3}x^2 && = \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 && = \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} && = \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{27}{32} && = \frac{27}{32}
\end{aligned}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بيلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شميرني لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Leftrightarrow x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکميلوني په مرسته د حل تللار

بيلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکميلنه $\Leftrightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 36 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیري، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

Oder یا $x^2+px+q=0$

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ريښې لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیري.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad |:3$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{array} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دي لپاره چي د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کي غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کي لمسوي(د خپل ککرتکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅتکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کي کېدی شي حل داسي کنترول شي، چي د حلتوکي په سرچينيز مساوات کي ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کي دا ساده دی، د ويتا د ريښي جملي سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$x_1 \cdot x_2 = q \quad \text{او} \quad -x_1 - x_2 = p$$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره   ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ د $x_2 = -3$ او $x_1 = 2$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازمايښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس يا په ښتې د ويتا د جملې سره کيدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بيلګه:

يو ځلوريز يا مربع مساوات څنګه بايد وبريښي، چې د هغه حلډېرى $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط يو مربع مساوات دی د دې حلډېرى سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بيلګه: يو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرئ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کربنیز ضریبونه(څلووني) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه ده.

یو شرب ټیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یږ له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کربنیزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کربنیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چي مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

$L=\{x1;x2\}$ دې د یوه مربع مساوات حلېدونکي وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x-x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x-x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: $x1=3$ یا $x2=-2$ دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کربنیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=-1 \quad q=-6 \Rightarrow D=(-0,5)^2+6=6,25$$
$$x_1=0,5+\sqrt{6,25}=3 \quad \text{oder} \quad x_2=0,5-\sqrt{6,25}=-2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتوني يا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړی

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ د $D=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L=\{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1=x_2 \Rightarrow L=\{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L=\{\ \}=\varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دي د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروئ او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلگه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلگه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 ($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{vmatrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{matrix}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{matrix} \quad \text{Probe:} \quad \begin{matrix} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{matrix}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}(x^2-3)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيى په دوه كاله كې دوه برابره كړي.

ګټه بايد څومره وي، كه ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باكترياګانې په دوه ساعته كې 450 باكترياو ته زياتوي.

دا باكترياوې په ساعت كې څو په سلو يعنې % كې زياتيږي.

څلورم –

د يوه مربع دوه كونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دى..

د مربع اړخ څومره اوږد دى؟

پنځم –

يو ولاړكوډيز يا مستطيل $60{,}75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالى وټاكى، كه

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وې لكه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.

شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دى.

دواړه اعداد وټاكى. اوم –

دوه ګڼونه وټاكى، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.

اتم –

دt په واكوالي كې حلونو ګڼون يا تعداد او ځاى وټاكى

الف- $tx^2 + 1 = 0;\ t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0;\ t > 1$

نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايي چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0\,;\, t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0\,;\, t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2=12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه وني (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0{,}5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0{,}5x^2-x+1{,}5=0$ ث - $\frac{1}{3a}(2x-x^2)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $2tx-(t-1)x^2=0;\ t\neq 1$ چ - $1{,}5(x-0{,}5a)^2=0$ ح - $(x-1)^2-t=0;\ t>0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5)=0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5)=0$ پ - $1-\frac{1}{(1-x)^2}=0$ دريم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات $(x+2)(x-a)=0$ ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2+18x-12=0$ ب - $x^2+6x-1024=0$ پ - $x^2+92x-9876=0$

ت - $119{,}6\pi+9{,}6\pi x-2\pi x^2=0$ ټ - $\sqrt{2}x^2+2\sqrt{2}x-1=0$ ث- $0{,}025x^2+2x-0{,}254=0$

پنځم: وښايئ: $(a+b)^{-1}=a^{-1}+b^{-1}$ د ټول $a,b\neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات v

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3}-x^2=0$ ب - $73-52s+14s^2=25$ پ - $\frac{x^2}{a}-e^{-2}=0$

ت - $\frac{1}{4}x^2+65x-3600=0$ ټ - $2a^2+7a+3=0$ ث - $8{,}5x=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+200$

دويم: مساوات $2x+\frac{2}{x}=5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په بڼي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټيک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-2,5\}$ سره، ب - له حل $L = \{-5;3\}$ سره. پ- چڅ کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی يې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سړی د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800$ m^2 سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(د ارزښت تابع یا فنکشن) $K(x) = x^2+100x+80$

(د خرڅلاو تابع) $E(x) = 160-2x$

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا دانې باید تولید شي، چې ګټه تر لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

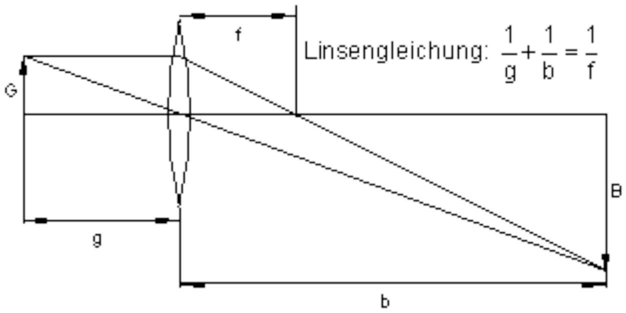
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کربنیز مساوات- د ورته بنه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېزې IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفېزې اووبنتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څېرنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
\frac{4+x}{x-2} &= 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ 4+x &= 6\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ 4+x &= 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ 4-5x &= -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ -5x &= -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ x &= \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{16}{5}\right\}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &&= 0 &&|\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 &&= 0 &&|+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x &&= 2 &&|:6\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} &&\text{da } x\in D\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1}\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}\quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&|\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 &&= x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 &&= x &&-x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 &&= 0 &&|-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x &&= -4 &&|:2\\
\Leftrightarrow\ & x &&= -2 &&\text{da } x\in D\Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &&= 0 && |\cdot(b-x)(a+b)\\
\Leftrightarrow\ & (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx &&= 0\\
\Leftrightarrow\ & a^2-2bx+b^2 &&= 0 && |-a^2-b^2\\
\Leftrightarrow\ & -2bx &&= -a^2-b^2 && |:(-2b)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{a^2+b^2}{2b} && \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0
\end{aligned}$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لاړښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دي اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کیښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړونې له لارې ساده کړای شي.

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} && |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} && HN=4\\
\Leftrightarrow\ & \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} && |\cdot 4\\
\Leftrightarrow\ & 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D
\end{aligned}$$

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لارې:

شميرنه کيدی شي
د|Multiplikation über Kreuz
چليپا يا اتيران ضرب له لارې هم لنده شي.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

دلته د لومړي مات يا کسر مخرج(ماتلاندي) د دويم کسر له صورت سره ضربيږي او د دويم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربيږي.

مګر دا تيک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنک بڼه ولري.

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بڼيط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad\text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چي د ښوولو وو

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

د Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0\,|-\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2}\,|\ \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2}\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2\,|+x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3}\,|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6\,|-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6\,|-x \Leftrightarrow 3x+3=-6\,|-3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9\,|:3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په ربښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بينوم دريمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ \text{binomische Formel}}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زيات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرايط د تعريفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعريفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ ځ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ څ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I: \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II: \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلدېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 5x=4\,|:5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کیږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\;|$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|\,-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعريفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دويم: کوم طبيعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزيات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دريم: وښايئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انټروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښايئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتونې يا متحولې ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولې ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1\,|-2 \Leftrightarrow -x>-1\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4\,|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x\,|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

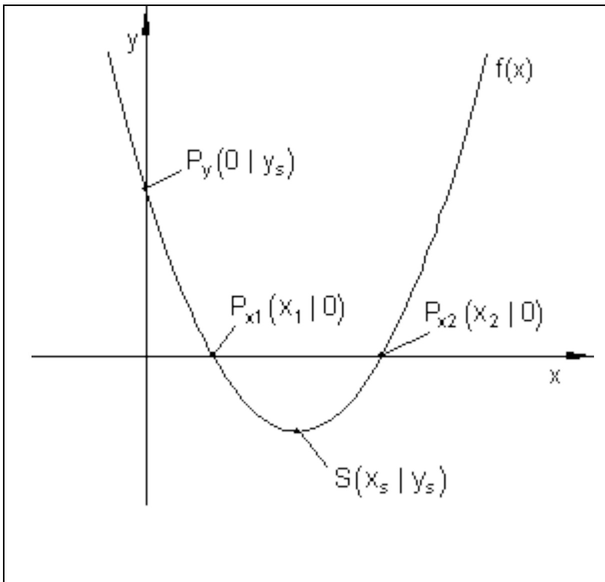
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

	په ښنګ ښېره کې د ګراف کتلو کې يوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**

(c) ketabton.com: The Digital Library

 	**غوښتکی** $P_y(0\|y_2)$ **د x - محور سره غوښتکي** $P_{x1}(x_1\|0)$ **او** $P_{x2}(x_2\|0)$ **ککرتکی** $S(x_s\|y_s)$

خیرنبیلګه:

د څیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکې لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$S(3;4)$(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0\,|\,y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow P_y(0\,|\,5)$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4\,|\,\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$P_{x1}(5\,|\,0)\,;\,P_{x2}(1\,|\,0)$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز
پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو: $|x| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x + 2| = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

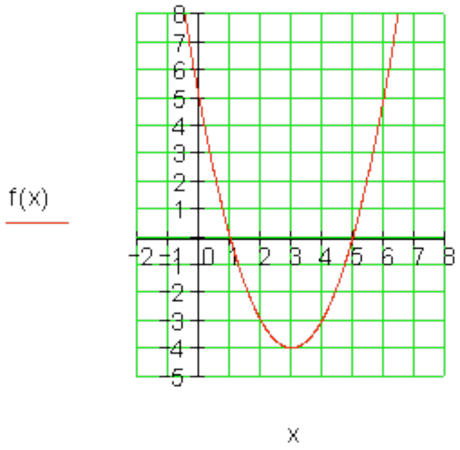
$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دويم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2 \rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څيړنو لپاره د بيلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی يي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره يي عوښتکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره يي غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي يي د تابع f(x) صفرځايونه بولو، چخه چي هلته باور لري: $f(1) =$ او $f(5) = 0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعريف او ارزښت سټ(ډېری)

زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کي تر څېړني نيول کيږي.
دا مو تعريفډېری او ارزښت ډېری ته لاربنودوي.
ځمونږ د بيلګي تابع دي فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کيږدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انټروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کیږي.

$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

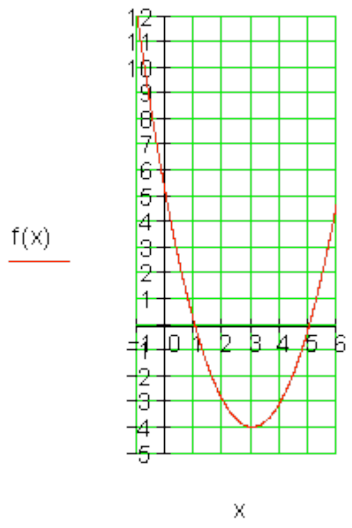
د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېړنې لپاره ځموږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېړنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه وړړ شوې ده.

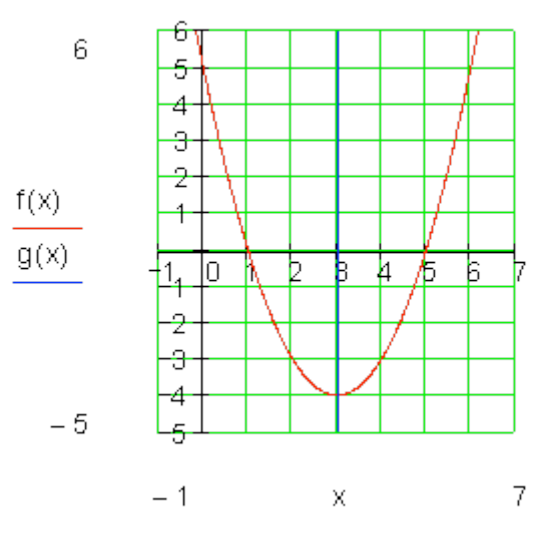
$$D=\{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$
$$W=\{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(x) := x^2-6x+5$$



د سیومتري څېړنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	دا ځيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرتکي ځخه تيرېږي، دی: دلته . دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرتکي ځخه تېر يږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$. صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو ځخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شمېرل کيدی شي.

له صفرځايونو ځخه د ککرئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 ځرګندږي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردينات دی.

د _p - q- فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميلدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښي لاندې افاده(وپينه) ډيسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات =

$$\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

د p-q -فرمول:

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

زموږ د بيلګي تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دې دېسکريمينانت وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}} \vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوږ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 \; ; \; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow l$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخبنه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې رېښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 \; ; \; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$: فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو ډېرى(سټ) د یوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

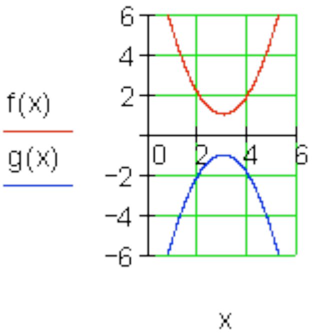
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندې څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسمو.

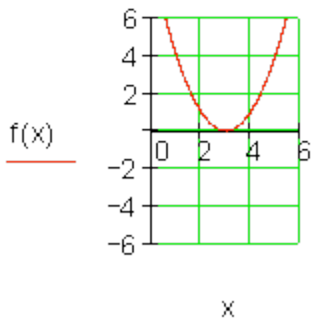
$f(x) := x^2 - 6x + 10$

$g(x) := -x^2 + 6x - 10$



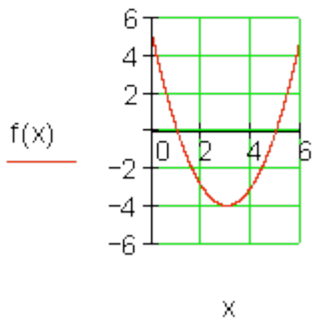
حل نه شته

$f(x) := x^2 - 6x + 9$



یو صفرځای

$f(x) := x^2 - 6x + 5$



دوه صفرځایونه

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرټکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیده شمیرني له لارې صورت نیسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2}+\sqrt{D}+\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2}+\sqrt{D}-\frac{p}{2}-\sqrt{D}$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2}-\frac{p}{2} = -p$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\therefore x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2)\cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب تيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

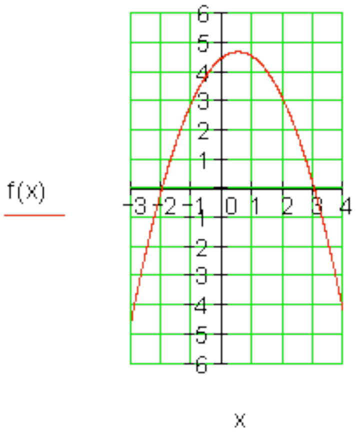
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, \frac{75}{16}\right)$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو ټاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1 = 2$
دويم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1 = 2}$ همداسي $\boxed{x_2 = -6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid 0)}$ همداسي $\boxed{P_{x2}(-6\mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0\mid 6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چي تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم – د f(x) او g(x) برعکس ځايونه د x په واکوالي (تابعيت) کې و څېړئ، که باور ولري:

$f(x) = -x^2 + 1 ; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = ax^2 - a ; x \in \mathbb{R} ; a \in \mathbb{R}^*$

دريم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x ; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) ; x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردينات – يا پروتولاړ سيستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شميرنې دليل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړئ.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u <3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوډيز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د 1- = u لپاره او چاپيرپال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول د g(x) د y په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردينات وشميرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکئ، چي پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چي د a داسي ارزښت نه شته، چي د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کي يوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$. کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواورديناټ محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کي غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه $a1$ او$a2$ داسي پيدا کړئ، چي تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او $x=0,5$ ځايونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

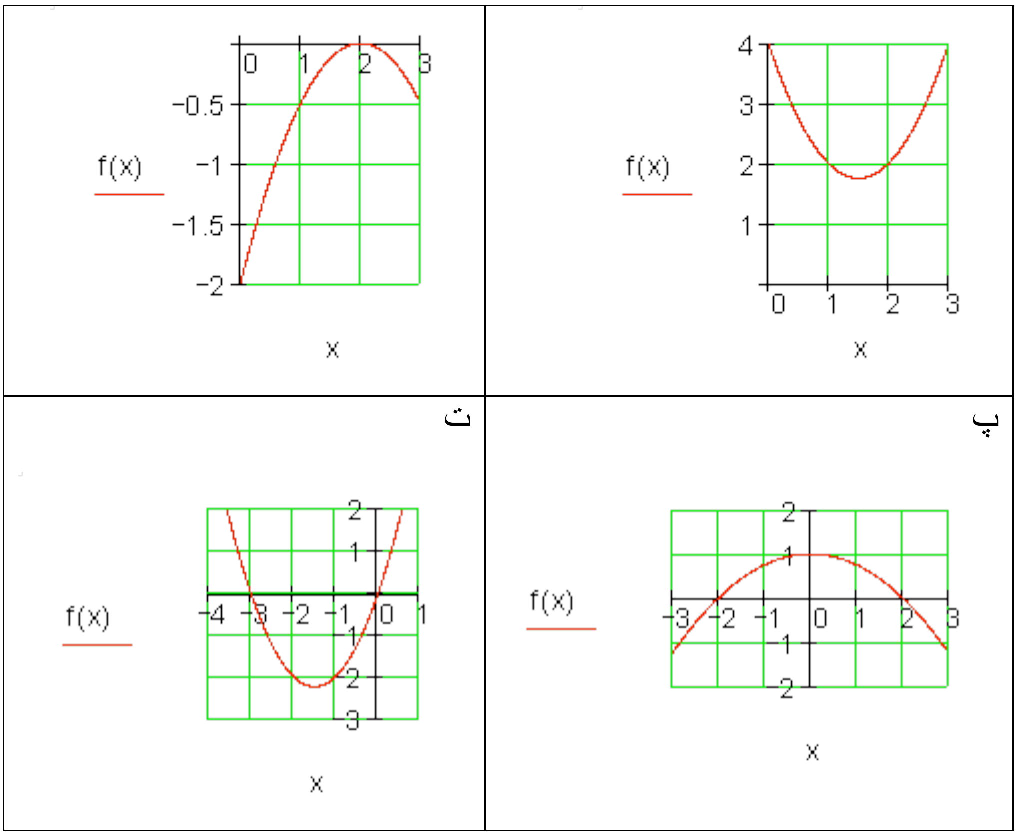
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځيرنو څخه د تابع مساوات و ټاکئ..

ب –	الف

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ كراف د x محور په $x=-3$ كي غوڅوي. د تابع ترم وټاكی.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه -2 او 3 لري او خورا كوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاكی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هكله كومي ويناوي (د رياضي منطق وګورى) كېدى شي؟

الف – f(x) يو صفرځاى $x = 0$ لري.

ب – د f(x) صفرځايونه په مختخنه كي يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې   انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

.يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغي او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،ميرې،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برينکمن ليکنې چې له پرينکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شميرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دويم ټوک

۳ – شميرپوهنه د ښوونځي لپاره دريم ټوک

۴ - د احتمالوالي شميرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصايه يا ستاتيستيک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – اناليزی ۱

۷ – اناليزې ۲

۸ – کرښيز الجبر

۹ - د شميرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښيز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ـــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ـــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ـــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ـــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میړي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکي میني د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library