شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – گردۍ (دایره) ۸

کردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانگه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - گردۍ ټوټه، - گردۍ برخه، گردۍ کړۍ، د گردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، گردۍ لینده،د گردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې خیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوځټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه......................... ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د گراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالڅیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېگوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون......................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوځټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څېر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅېږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخي یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړي او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هیله ده چې ستونځي به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دې، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځي داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

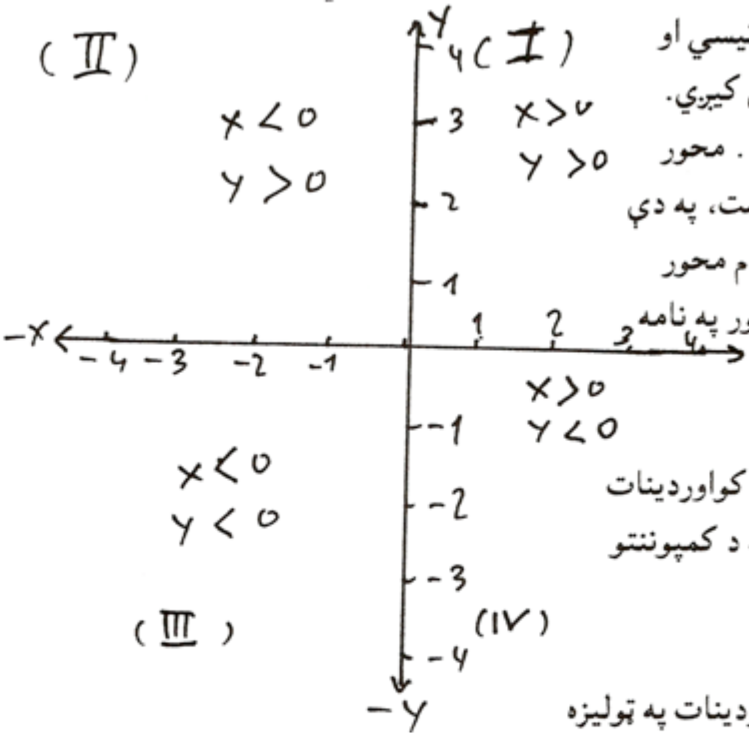
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځموږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپونتت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپونتت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ : ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، څکه چی دا کېمونتتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د څل یا ضرب لمړنی کېمونتت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کېمونتت د x– محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کربنه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي كه به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسې را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جې د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

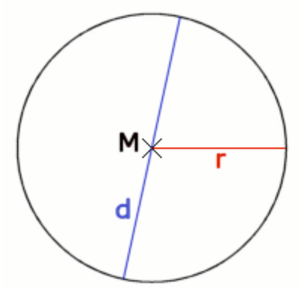
د منځتکي هغه زاویه له کومې چې وتر بریښي منځتکي زاوپه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایتکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

١ - ګردی (دایره)

یادونه: ولې ګردی؟ موږبه چې په هسکه مینه شینوارو کې غوزان ګټل، نویوه بنده ګرده کربنه مو وېستله او هغې ته مو ګردی ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زیاتو ځایونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخریبوي.

د یوې پیالي غاړه که رنګ کړی او هغه په یوه کاغذ کېږدی، څیره چې لاس ته راځي، څه ورته وایی؟
د یوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پېژند یاتعریف د یوې سطحې یا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له یوه ټکی داسی په نامه منځټکې Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه یا شعاع) ولري، ګردی لاین یا لنډ: ګردی بلل کیږي (مخامخ څیره)	

لیکندود یې (دا لیکندود په پیل کې ورځنی یا معمول نه دی، وروسته په تحلیلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{ X \in E | \ |\overline{MX}| = r \right\}$

لوستل یې: کردی ک د ټولوټکو ایکس چې ایکس د اي توکی دی، ډېری ده، داسې چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سېټ، چی له M ځخه واټن (فاصله)یی له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : ګردیتوټه)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته ځیره وګوری)٠

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چي دایره په دننه کي نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته ځیره دې وکتل شي)٠

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجي لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردی‌منځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړې، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کي ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په ځیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودې یا تل بېرته راګرځېدونی ځیفر پرلپسی دی. په کارونه کي یې موږ نژدې شمرنې یعني راکردونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چې پای دې یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

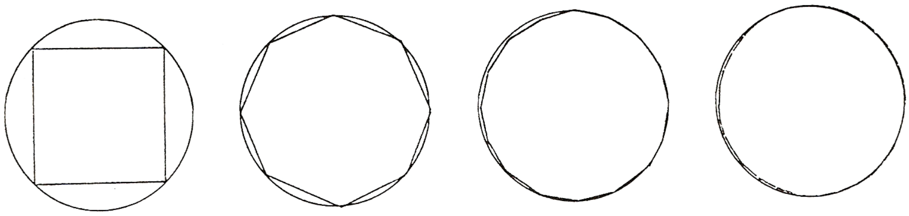
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سړی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

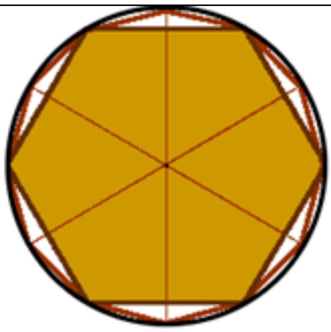
دا له ارښیمدس ځخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسی پیل کیږي، چې په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا رابنده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

ځیره ۱۱۹



یوې ګردۍ ته د یوه n –ګوډي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه)

ځیرې ۱۱۹ بښاځ ځې،

	په مخامخ ځیرو کې نهه ضلعي ورپسې شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې ځنګه ګردۍ ته نزدې کیږي مخامخ ځیره ځو ځوګوډیز بریښي او ستره ترې راتاو ګردۍ**مخامخ** ځیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لارې نزدیونه (نزدې کیدنه) **کتل کیږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نزدې یا تیک دایره ده)**

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعې) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو ځخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځټکی ځخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا ځیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دایرې چاپیریال او منځهواره هم همغه چاپیریالدایرې ته نژدې کیږي. د اضلاعو زیاتیدو سره د دایرې ورانګه هم لوییږي. د هغو چاپیریال او منځهواره تل همغه ډیر ضلعي او په همدې توګه د چاپیریالدایرې څخه. په روښانه توګه لیدل کیږي چې د چاپیر یالدایرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاې ډیر n ضلعو سره د n - ضلعي سره یوځاي پریوځي یا یوځای کیږي.

په لاندې جدول کی د چاپیریال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زیاتیدونکي n عدد سره ستابیل (په خپل حالت، چې ډیر تغیر په کی نه راځي) پیژندوړ دئ:

منځهوارهFn	چاپریالUn	nپیدایښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردی چاپیرال (دایرې محیط) او د دایرې هواره (سطحه) د درېکوډیو(مثلثونو) له لارې ټاکل کیدی شي

پیلبیلګه:

د بانك مدیر ښاغلی سپین غواړي د کنفرانسونو لپاره یو د ښیښې میز جوړ کړي چې په هره لور یی ۸ کسان ځاي نیولی شي. ایا ددې لپاره یو میز چې ۲ متره نیمی(قطر) ولري بسیا کوي، که د یوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتیمتره د میز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

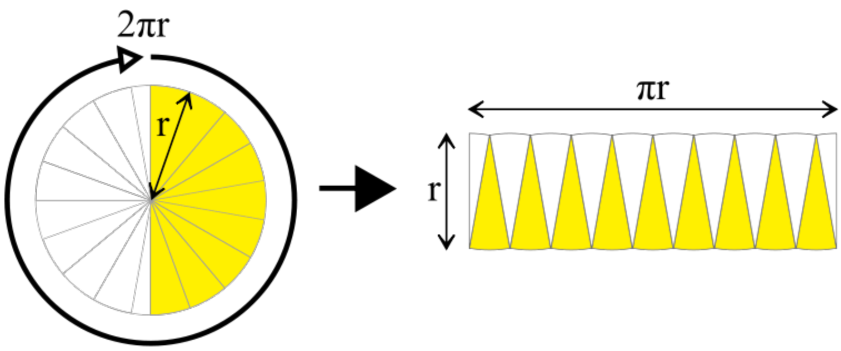
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که يو څلورۍ متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپيريال) دی U = pi.1m=6,248m² په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتيمتره ځاي د نفر په سر   80.8 = 640cm . قيمت وسطي یا منځ ارښت يي 6,2m دی. پس د نيږکو هيلو سره تول کسان په ميز خاي نيولی شي
ميز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

په لاندې څيره کې کتل کيږي، چې د ګردی منځهواره نزدي

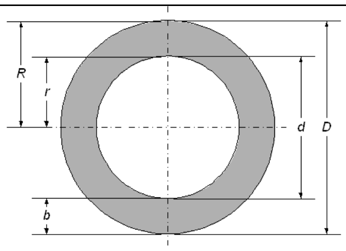
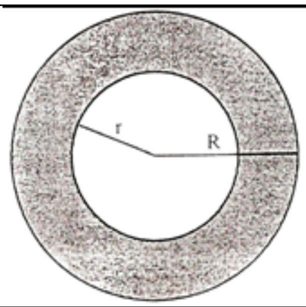


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څيره کې د څيري کوچنيوالي له امله د ګردی څيره لږ تخريب شوه، خو دا ستونځې پوهوړ دي٠

ګردنیوټه ، ګرديبرخه او ګرديکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**ډير وخت دننه- يا خونديکردی له چاپيريالکردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کې يوه کړی منځ ته راځي، چي د هغي منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت يا توپير څخه شميرل کيږي .**
	**جمله :** **موږ دوه دايري لرو، چي د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R - r)(R + r)$

بل ډول يې: يوې د دايرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کيدی شي، چي د دايرې محيط د دايرې فطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نيميو څخه هم وشميرل شي، چي په لاندې کې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پيلبيلګه:

د سپين ميز درز پيداکړ. چي له غاړې يا ژی يې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چي که داميز په پنځه سانتيمتره کوچنی کړی . کومه ميز سطحه پاتي کيږي او د دايرې کړی چي له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه پيل نيونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاي نيولی شي ؟

$$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835m^2$$

د دايرې کړی سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

$$F = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي٠

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکي يې يو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولې بلل کيږي.

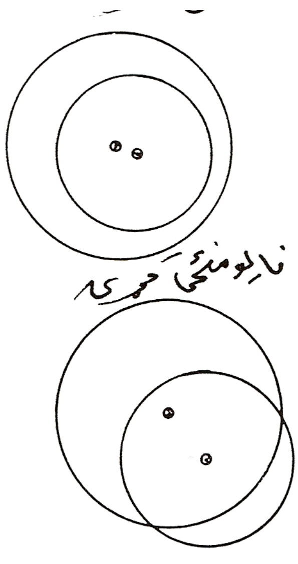
يو منځي کړی یا دایرې **نا يومنځي ډايرې یا کړی**

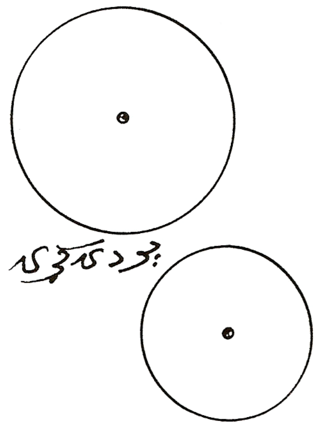
ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.

وي کيدی شي چې د راکښلو له لارې

په کونځينتريګرديو يا راټولګرديو   خيره ۱۲۱

بدلی شي.





(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چې منځ ټکي یې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غیر له دې اکسځینتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کیږي . که یوه ګردۍ تو له په بله کې پرته   وي کیدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځینتري ګردیو یا راتولګردیو بدلې شي.

که ګردۍ یوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتې یا باقي شمیرنه له ستونځو   سره مخامخ کیږي .که ګردۍ یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ یو دبل سره پردۍ   بلل کیږي۰ د دې ګردیو څیړې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي۰

څو پیژندونه یا تعریفونه:

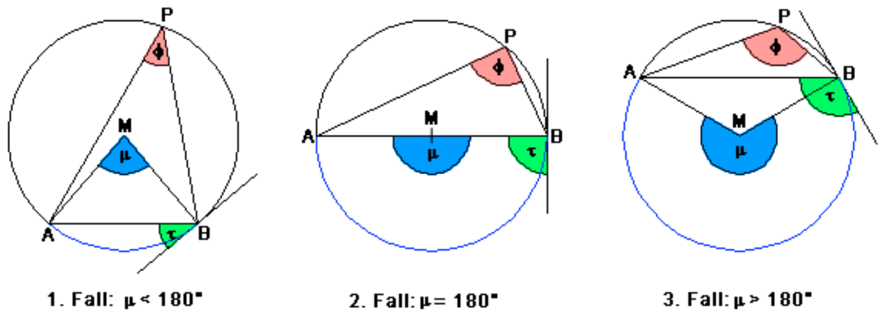
د ګردۍ هغه برخه ګردیټوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل   کیږي، که چیرې یوه دایره (ګردۍ) د یوې   کرښې له لارې یا کرښه باندې غوڅه شي . داسې یوه کرښه غوڅکرښه یاغوڅوونې (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوڅکرښه ګردۍ په دوه توټو ویش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تیره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ویشي، چې دا بیا ګردۍ نیمووني بلل کیږ. هغه غوڅوني چې له منځ ټکي تیره شي، د ګردۍ نیمې یا لنډ: نیمې بلل کیږي. که ګردۍ په یوه ټکي کې لمس کړې نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردۍ څخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونې کرښه بلل کیږي .په ګردۍ د غوڅکرښې دننه پرته برخه د ګردۍ ټوټوني   (Sehne) یا وتر بلل کیږي .ټوټونې یا Sehne بندکرښه ده په داسې حال کې چې غوڅې ، تنجنت او تیریدونکې ناپاي کرښې یا ـلکه، چې ورسره بلد یو ـ کرښې دي .د یوه ګردۍ څخه د دوه ورانګو په مرسته کیدی شې یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج   او لیندې   (Bogen)   b سره. مخامخ څیره ده

په لاندې څیرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کین وښې لورته:

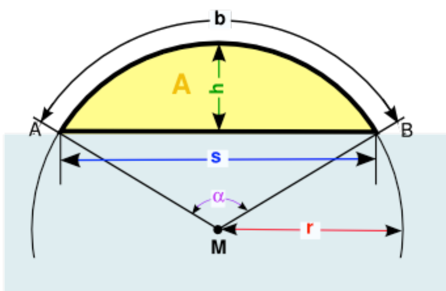
ګردیلینده Kreisbogen   د ګردۍ ټوټه ووني(ټوټووني)   Kreissehne   ، ګردۍ برخه   Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په گردى كې د كونجونو ډولونه:



د گردى توټه (د ځيرني پوهيدوله پاره دالاندي ځيره پوره په پام كي ولرى)



گردى توټه Kreissegment ,
د گردى توټى لويې:

- **α = منځټكيكونج Mittelpunktswinkel**
- **b = گردىليندە Kreisbogen**
- **h = د توټې جگوالى Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

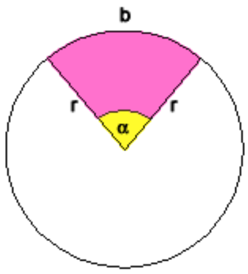
- **Radius ورانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترنه A-M-B = برابرپېنيز درپکودی**

Formel zum Kreissegmentد ګرديتوټي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusورانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی يا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلـیـنـدي اوږدوالـیBogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کـچ(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	ګـردیـکېKreiszahl

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګـردی بـرخې یـا قطاع فرمولـونـه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لـیـنـدی اوږدوالـی یـا د قـوس--
r	Radius وړانـګـه
α	منځتکیکونـج (Gradmaß)Mittelpunktswinkel (پـه درجه کـچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3,1415926536$	Kreiszahlکرديکن يا د داېري عدد

د يوي ګردی او کرښو پروتڅايونه يوبل ته:

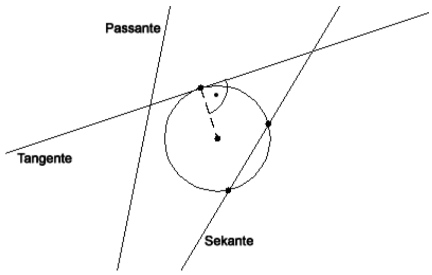
کرښه، چې ګردی غوڅوي، غوڅوني بلل کيږي.

کرښه، چې ګردی لمسوي يا د ګردی مماس دی، د ګردی لمسوني يا مماس بلل کيږي.

کرښه چې له ګردی تيريږي، له ګردی تيرېدونکي بلل کيږي.

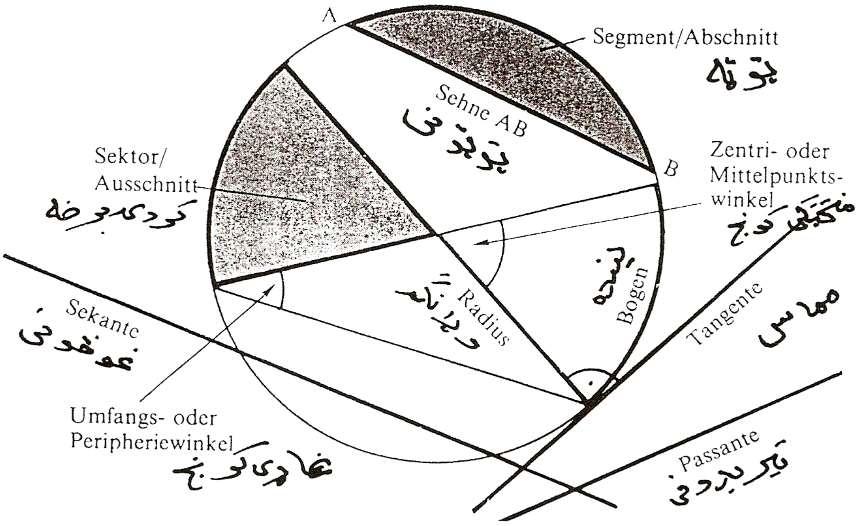
د کرښوپروتڅايونه د ګردۍته:

په لاندې څيره کې د کرښو نومونه: تيريدوني **Passante** ، تانجنت **Tangente**، غوڅوونيSekante ، لاندې څيره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په يوه څېره کې ورکړل شوې دي

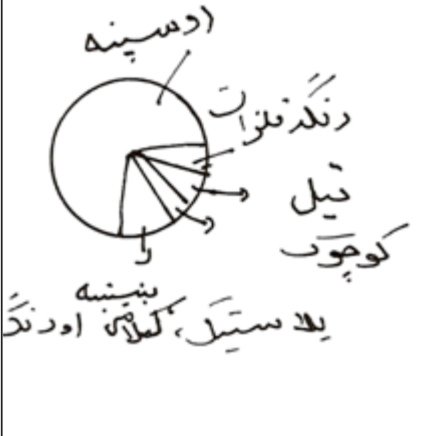
(c) ketabton.com: The Digital Library



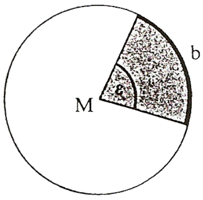
شیره ۱۲۲

پیلبیلکه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کي (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° خيره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندي د ګردی برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چي د ، ε سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لیندہ b تغیر خوري او لاندې باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360^\circ}$	ε لویوالي b ده ګی دیموفد یا ګردی اغوخې  خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمي برخي څخه باوري دي:

جمله : د ګردی برخي د لیندي اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r\varepsilon}{180^\circ}$$

د لومړی برخي څخه د سیکتور یا ګردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا ګردیبرخی منځهواره په لاندي ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360^\circ}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لندوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د ګردی دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

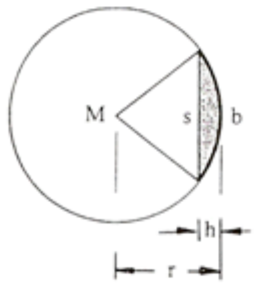
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردۍ هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارۍ ددې فرمول سره نور د برخهوارۍ شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارۍ او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خیره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارۍ په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180° - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارۍ لپاره ګټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان څخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیټوټی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدي شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دي د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیټوټی جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندي لاس ته راځي:

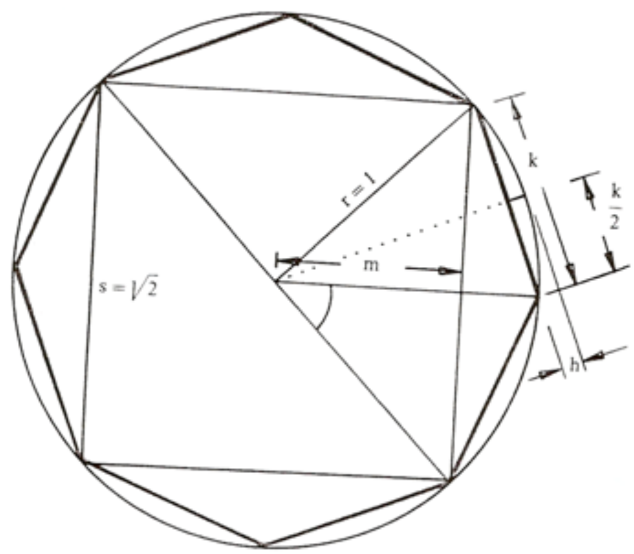
$$s = \sqrt{2} . 1 = 1{,}414 \text{ m} ; \; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له د ېسوه

$F_{\text{ټوټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$

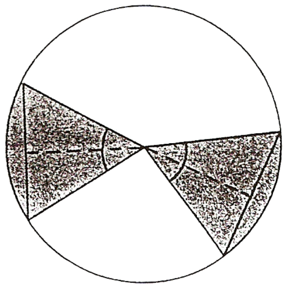


(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې ځخه په هرصورت د ښیښې میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$$

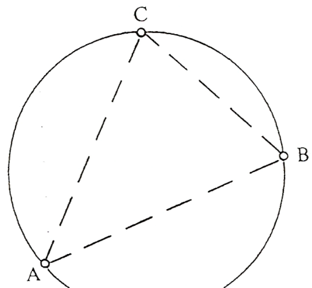
او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګې $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوځای سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$



خیره ۱۳۱

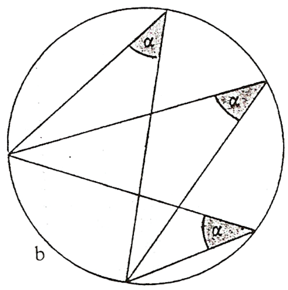
د مساوي ټوټوونو جمله

مساي اوږدې ګردیټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلې لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټې او مساوي ګردیبرخې لري .



د چاپیرګردی جمله

د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چې د دریواړو ټکو ځخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

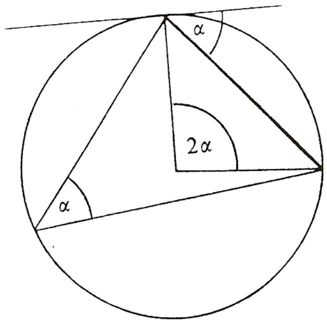


د پریفري – یا ژیکونج جمله

خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

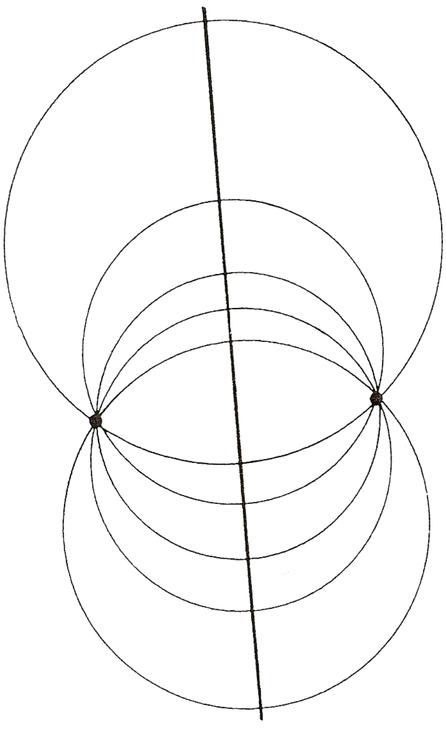


د منځنېکیکونج او پریفریکونج یا ژېکونج جمله:

یو منځنېکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپېرکونج)

څېره ۱۳۴

د منځنېکي کونج او د
تانجنت–ټوټوني– کونج جمله:



د منځنېکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت–ټوټوني کونج.

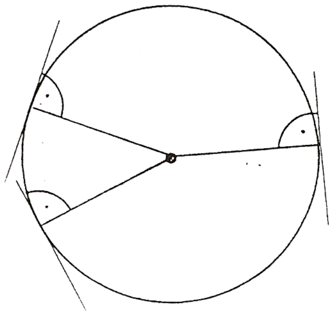
دګردیوجمله چې په دوه ټکو کې
سره پرېکوي

د ټولو ګردیو منځنېکی چې یو بل په
دوه ټکو A او B کې غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چې ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وايي پراته دي.

څېره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



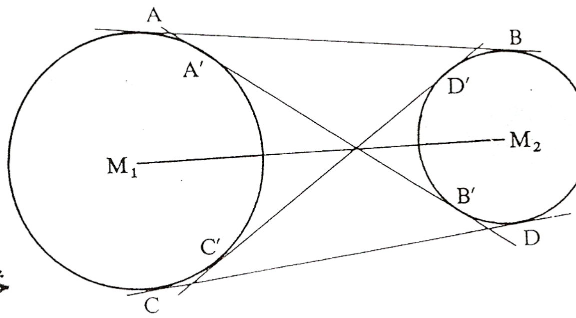
ځیره ۱۳۶

په لمستکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننی (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوځټوټې همغه اوږدوالی لري.

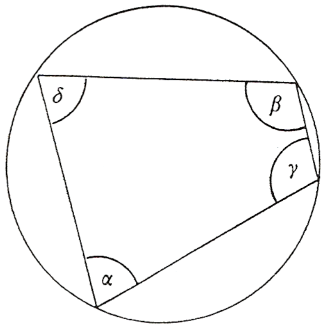
$|AB| = |CD|$ په همدې ډول (<=>) $|A'B'| = |C'D'|$



ځیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

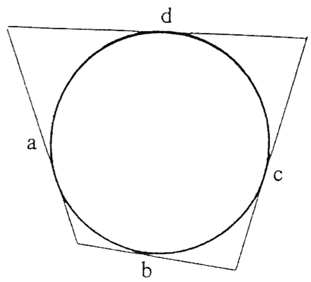


خيره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180°$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خيره ۱۳۹

A+c = b+d

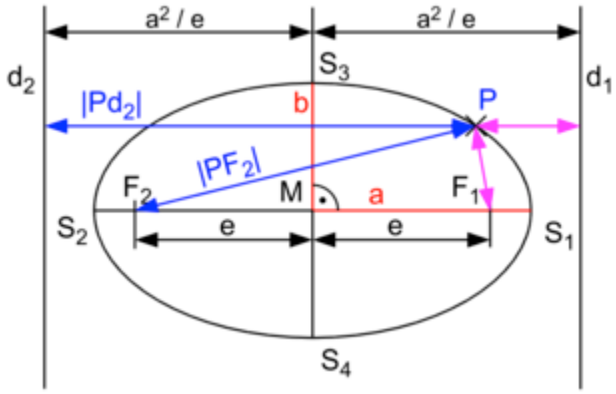
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی (بـیـضوي یـا هـگـۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـگـه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې موږ پـه اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کـی تـم کـړی وو. دا چي پـه دې ډول یـو مـیز سره تـل د زخمي کیدو خطر موجود دی‌پـوښـتـنـه رامنځ تـه کـیږي چي : داسی یـو را گـرډشوی شـکـلی شکل ، چي گـردی نـه وي او منظم غوښ وي، شتـه، چي د کـړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښـتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل موجـود دی، لـکـه چي لانـدې ځیـره ښـایـي، چي هر د غاړې ټـکـی دوه ټـکـو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټن لـري



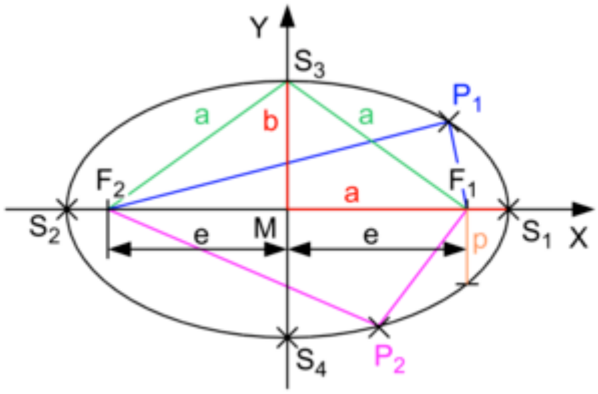
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغوټـکو **P** ډیـري تـه چي لـه دوه ځای پـه ځای ټـکو **F1** او (**F2**سوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سوزونټـکو) ځـخه ثـابـتـه یـا همغه واټن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیږي

لانـدې واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سوزونـوړانـګی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (O ته د ایلیپسی منځ ټکی و ای، e ته د
سوزونواټن یا فاصله یا لاینی ایکسڅنتریڅیتایت (lineare
Exzentrizität) یا لاینی ناراټوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې
اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوی او ووړ نیممحورونه دي.
اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په
اخر کی وټاکل شي، II د پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د
ټکی P د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپاکرښی چي د
سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د
ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره
په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

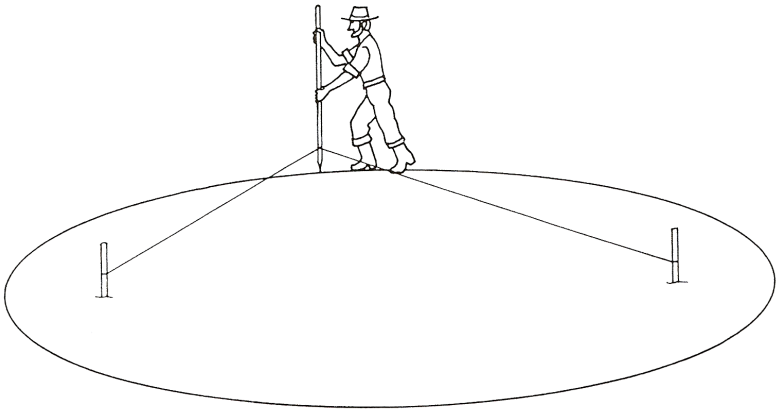
دا ځیره دي ګران لوستونکي د تمرین په توګه وباسې٠ د یوې
رسی، چي په 2a اوږده وي، په داوړو سرونو کي موړي وتړی
او دا بیا په ځمکه ټکوهي، د یو بل)خوزیدونکی (موړي یا
لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړی یا راکاږی او وګرځوی ،
دلته کوم شکل چي پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. څيره په هر کواوردينات سيسم او يا په يوه ميلي متر کاغذد کونځينتري يا راټولو ګرديو په مرسته بل جوړښت امکان پيداکيږي، چې سرې د يوه ټکي دوه ګردی د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردی په Pb او دباندنی ګردی په Pa کی غوڅوي. که د Pb څخه يوه پرته کرښه وويستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچيرته يو د ايليپسی يا هګی يا بيضوي ټکی لاس ته راځي. د ايليپسی هر ټکی داسی پيدا کيدی شي .پيژندل کيږي چې هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هواري دننه هم تغير خوري ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



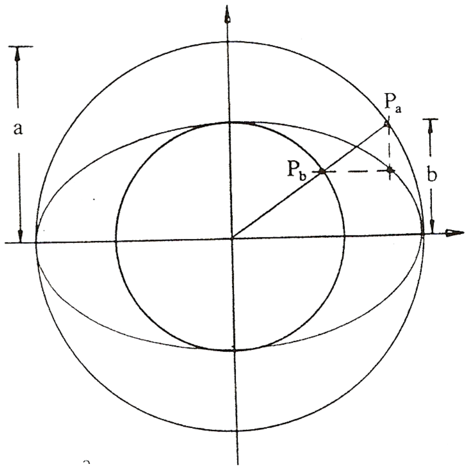
څيره ۱۴۱

او له دې چې r = a او (k.r =b د لته r د ګردی « لويه نيمه اکسی(محور) ده

جمله : دايليپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.



څیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi \Leftrightarrow$$

اویا په په همدې توګه یا $\Leftrightarrow$

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوښ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

U ~ 1(1,5.1.95 - $\sqrt{0,95}$) 6,127 m <=>

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګۍ و د ګردۍ فورم ته یا ګردیځیږې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبی یا حل دی.

تمرینونه

١ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

٢ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ١،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور– څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

٣ – ځمکه نزدې ۶٣٧٨ کیلومتره یوه قطبي (اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پیری غزوو (۴٠٠٠٠ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلی) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړای شي؟

۵ – د غوڅهواره به یی د ځمکي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

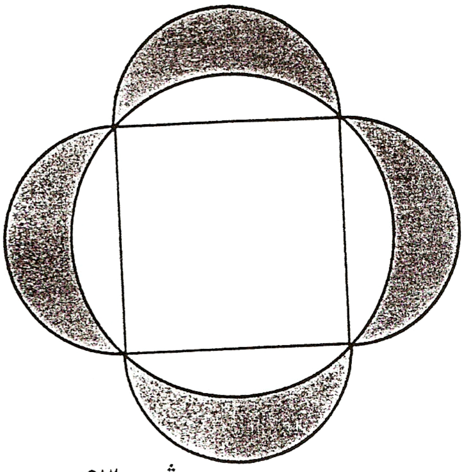
۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

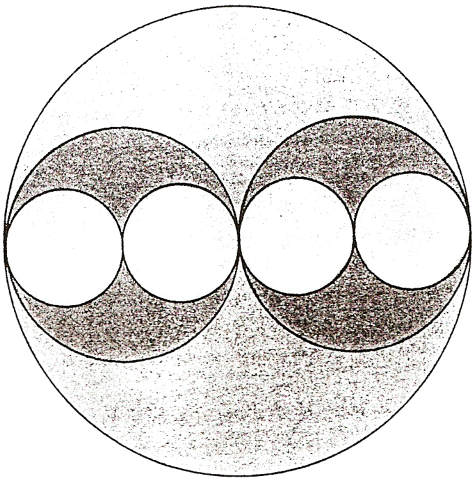
۷ – د ګردۍ چاپیرۍ څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟

۸- وښایې : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (ځیره ۱۴۳).



ځیره ۱۴۳

۹ – د ځیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګې سره وټاکی. دا هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښایې چی د څلورواړو ګردیو چاپیرۍ د همغې وړانګې سره دومره لوی دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرۍ.



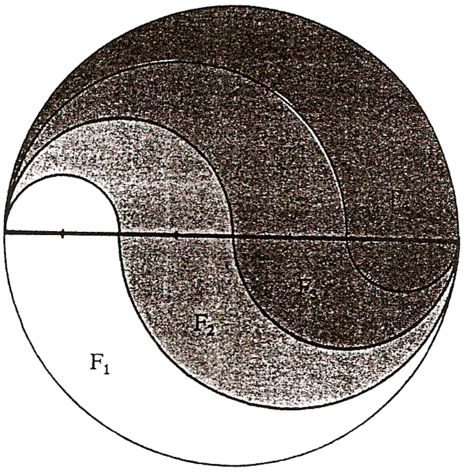
ځیره۱۴۴

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلی. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګرديو منځ ټکی د مساوي وړانګې r = 7,2 cm سره، يو له بل دومره لرې دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګرديو ګډ هواره اندازه کړئ، چې څومره ده؟

۱۲ – په يوه ګردۍ ، چې وړانکه يې r = 10 cm ده، که يوه ګردېکړۍ کېښنول شي، چې هواره يې دومره لويه ده لکه د دننه ګردۍ هواره. د دباندې ګردۍ وړانګه به څومره وي؟



خيره ۱۴۵

۱۳ – د يوې ګردۍ برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په خيره ۱۴۵کې چې ورکړ شوي، وښايي، چې وړانګه يې r = 4 cm وي. وښايي چې هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (خيره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښايي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) يوه مربع، چې داړخ اوږدوالی يې ۵ سانتي متره وي.

ب) يوه روتی چې نيمي يې ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

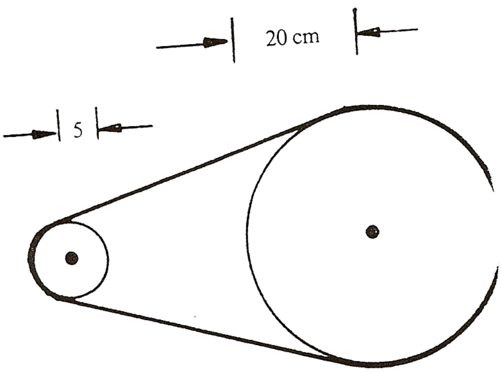
پ) يو مساوي اړخيز دريکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د يوه پنډ پينسيل سره يوه ګردۍ وهل کيږي، چې دننی وړانګه يې ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل يو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ريښتينی يوه ګرديکړۍ ده. د دې ګرديکړۍ هواره وشميرئ.

۱۶ – يوه ساتليت يا جوړه، يعنی مصنوعي سپوږمۍ، له ځمکی په يوه ګردۍ راڅرخي، چې سرعت يې په سانيه کې ۸ کيلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته
ضرورت لري. وښايي چې دا
ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ یا
مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې
څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څیره ۱۴۶

۱۷ – د یوه څرخونکړي یا بهتره
څرخونپټی په مرسته کیدی
شي څرخونحرکت یا
څرخونخوزون د یوې څپې په
بلې څپې راوړل یا واړول شي.
په یوه ورکشاپ کې یوه دقیقه
یعنې ډیره ټیك اره په برینښنا
ماشین چلول کیږي یا په حرکت
راوړل کیږي. د اړې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د
ماشینڅرخونڅرخي یا ګاډیل ($r = 20$ cm) په ثانیه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپیرې او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیځیره لري که ولر:

a) $a = 40$ cm, $b = =12$ cm, b) $a = 6$ cm, $e = 1$ cm

c) $r_1 = 4$ cm, $r_2 = 3$ cm, $w(r_1,r_2) = 90°$

۱۹ – وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1/2$ ، نو دننی
ایلپس بیضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیځیرې
غاړه.

۲۰ – ځمکه په یوه کال د لمر څخه نږدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې
چاپیري وړانګه نږدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.

الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی؟

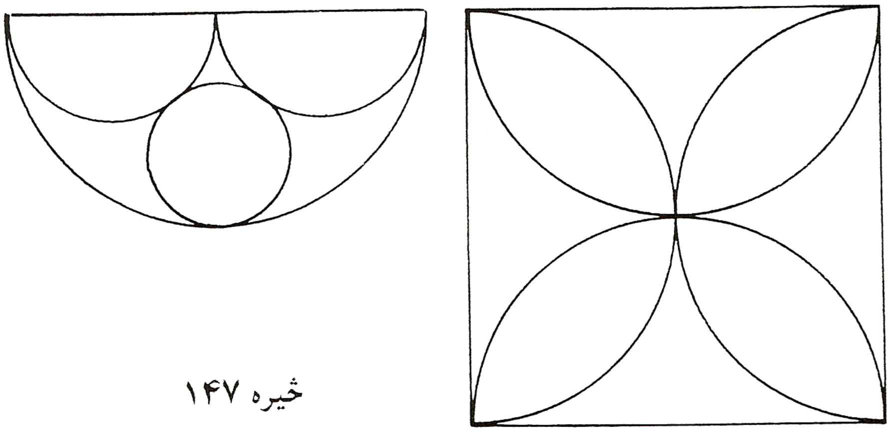
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



څیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 8 : 5 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- منځنټکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځنټکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیتېوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ څمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کربنیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینې) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړېکې یا تناسب تولګې یا ا ړیکې د کرښې په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکې سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € . 5 = 22,50 € ورکړي .

په تولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکې ستې(ډېرې) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د ستې واحد(د ډېرې یوون) په € او x د 1000g څو ځله د ستې واحدونو شمیر دی .

که د K(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکې یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د میاشتي 20 € ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یي 0,2 € دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

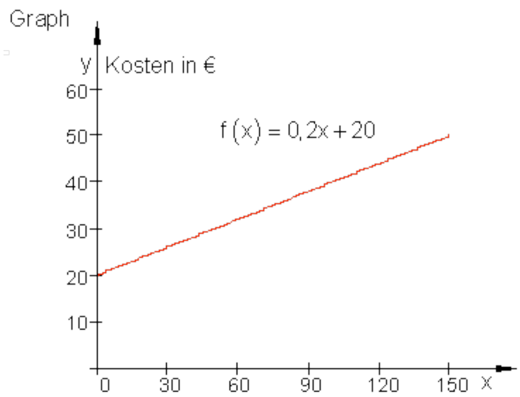
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (20 €) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چي x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د تول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسې مخ ته ځو:

بنسټ پیسې باید تادیه شي	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$
	$30\ \text{min}: y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$
	$60\ \text{min}: y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$
د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	....
	$x\ \text{min}: y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت 1300 € معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکي برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغیر ارزښت زیاتیز یا مثبت یا کمیز یا منفي ډی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښیز برابرون یا مساوات په لاندې بڼه پیژنو:

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګیو موضوع ده، نو انځوریز ډول یې له پیله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعریف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا نسبتي توابع:

یوه تابع (f(x د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل یا ټول نسبتي تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه (څلوه وونې) بلل کیږي.

دا چې دواړه اخرني زیاتووني یا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په کرښیز و مساواتو اړه لري، تعریف ترې لاس ته راځي:

تعریف یا پیژند: ټول د لومړی درجې راشنل توابع :

یوه تابع (f(x د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره   او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل کیږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې x ($= x^1$) ټاکل کیږي.

دلته ضریب a_1 د m او a_0 دb   یا   n لپاره لیکل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، كرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيكي په دي وداني دي، چي د كرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) كي يوه كرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د كرښيزي تابع ګراف يوه كرښه انځوروي.

بيلګه: د كرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

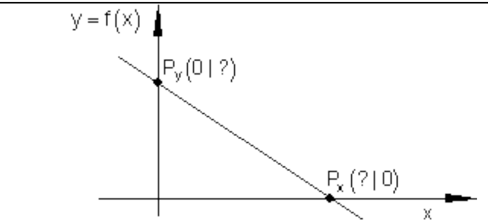
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت   لپاره ارزښتجدول وليكئ او د ګراف رسم يي وكاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د   تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاكئ.

ګراف په كومو ټكو كي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع كوي؟

۳.۱ - .د محور غوڅتكي (د تقاطع ټكي)

	محور غوڅتكي (د تقاطع نقاط) هغه ټكي دي په كومو كي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع كوي.

دا ارزښتونه   لړ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل كيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل كيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چي دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چي دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دي لاس ته راځي چي : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دي لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولری: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼي د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دي څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چي دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محوروونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

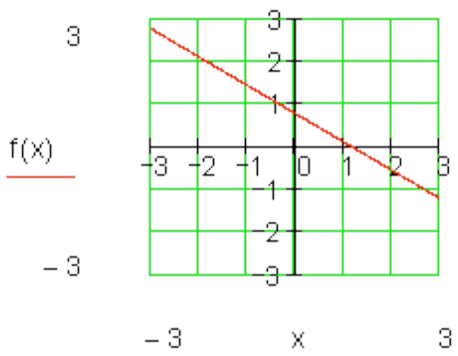
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1,125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

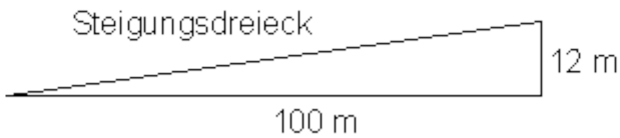
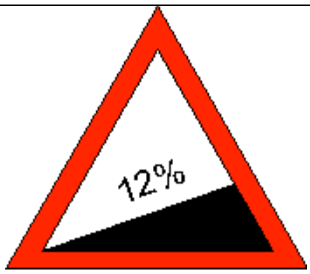
د محوروونو سره د تقاطع ټکي وشميری او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږی.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښيز ې پټلی يا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګيدن کوټې لپاره) کېښول کيږي يا نسبيږي يا غزېږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدني درېګوډی  	

دجګوالی توپير او پرتې يا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

پيژند(تعريف):	لاندې الماني په پښتو:
جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت يا ګاونډي	ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په

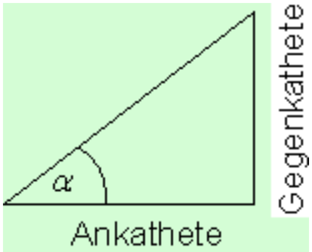
(c) ketabton.com: The Digital Library

اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ



په ښکته کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کربښه جوړه ده، چې له ټکو P_1 او P_2 څخه تیریږي.

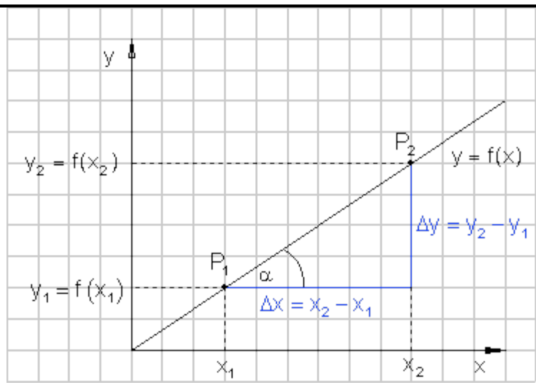
د کربښي جګوالی دي د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسي $\Delta y = y_2 - y_1$



قضیه:

د جګیدني مثلث څخه د کربښي جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه كواوردیناتسیستمم كې د كرښې جګوالى د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز درېګوډى) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دى ، چې اوږد اړخ يا نيمى يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دى، چې د a_1 ضريب د كرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالى m د كرښمساواتو ضريب a_1 په ګوته كوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د يوه كرښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالى چې له ټكو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تيريږي د ضريب a_1 لخوا ټاكل كيږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

كه د يوې كرښې دوه ټكي د كواورردیناتي له لارې وركړ شوي وي، نو كيدى شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

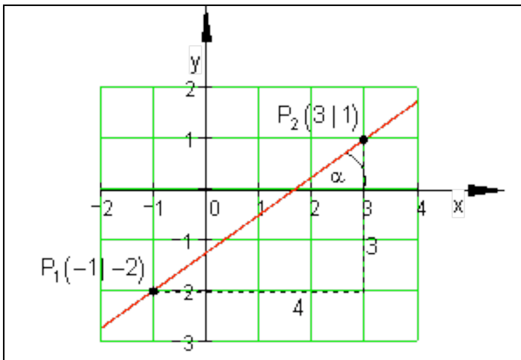
اول . کرښي رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مخ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرى

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

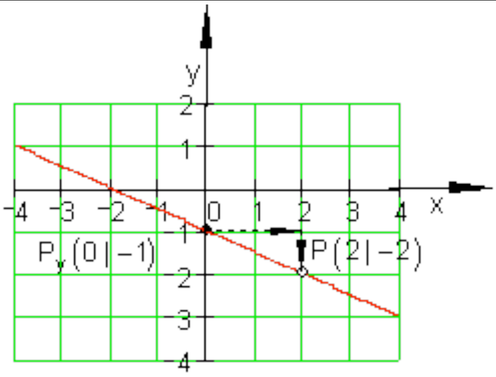
د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده. د يوې کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅيټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لاري لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
بېلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

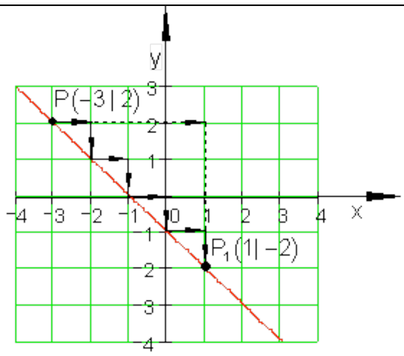
ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي يا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردينات سيستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده يا يونونه ښي لورته ځو او يو واحد يا يوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y او P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.
</td>
</tr>
</table>

که غواړو د کرښې له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه يا يوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه يا يوونونه د مخنښې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) ګڼ يا عدد هم وي، دويم ټکی په ډېر ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چې هر ګڼ يا عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

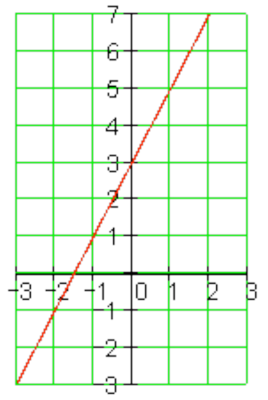
<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
بېلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو.
</td>
</tr>
</table>

(c) ketabton.com: The Digital Library

	له P څخه هر ځل څلور پله يا قدمونه ښي لورته ځو او يو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتيجې ته بيايي.
 	بيلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – يا کواوردينات سيستم کاږو. له P_y يو يوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه يوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.

2.1.5.تمرينونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشميرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشميرئ او د ګرافونو له مخې يې و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دويم - $f(x) = -x + 3$ دريم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ تم - $f(x)=-\frac{3}{4}x-1$

نهم - $f(x)=-3x+\frac{5}{10}$ لسم - $f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کربنيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کربني مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m=a_1 \wedge b=a_0$ باور لري.

۳.۵- کربنيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کربنيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

$y = f(x) = a_1x + a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

K_fد f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(4\,|\,0)$. تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

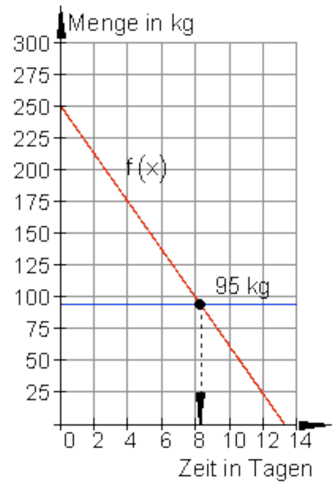
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر يا زخيره ځای کي 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په يوه مناسب کواورديناتسيست (پروتولاړ سيستم) کي يي ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کي د95 kg پاتي غوړيو ورسته بايد د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمايش ورکړي). له څو ورځو ورسته بايد دا فرمايش صورت ونيسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووبنتوني يا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو يي ښايو. بلواکه متحوله يا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېرۍ) په کيلوګرام غوړيو لپاره ده. پيل ارزښت 250 kg دی. د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او 19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده. دا چي کرښيزې اړيکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي $f(x) = -19x + 250$	ولاړ: ډېرۍ يا سټ په کيلوګرام  وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش وركولو سره لاندي باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کي صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوڅتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

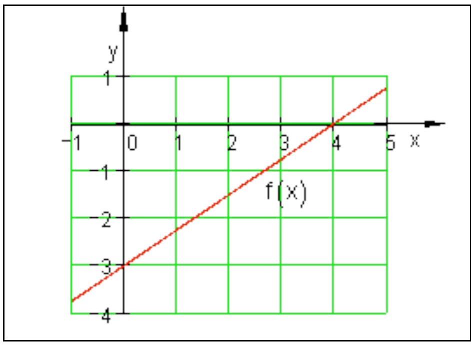
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او ګراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y\,|\,-3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

حل :

$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$

د y- محور سره د تقاطع يا

غوښتکی:

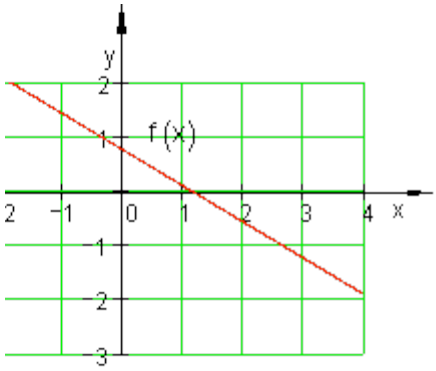
$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$

د x– محور سره غوښتکی:

$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\Big|-\frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$



ازمايينت

$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

دK_f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېرى.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|:1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي (N(4;0 څخه غبرګې (موازي) کرښې (g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و2- g(x) =(3/2)x ته چې له ټکي (N(4;0 تیرېږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات**ا** .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر يو په يوه کواوردينات سيستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$
ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.
الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟
الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(1-) f په ګوته کړی

ب = ایا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

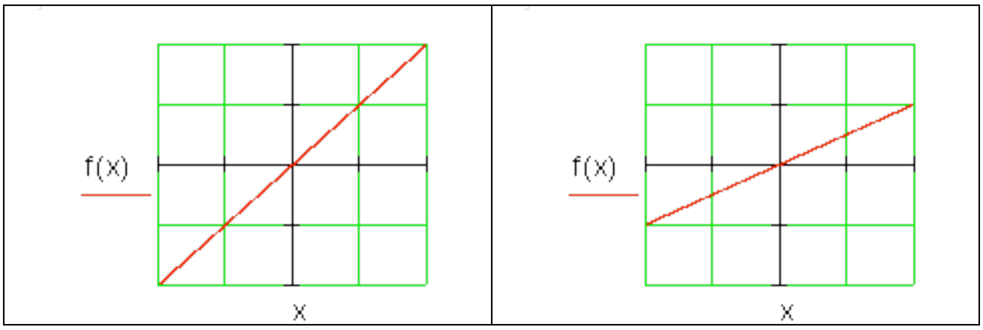
$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.
د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

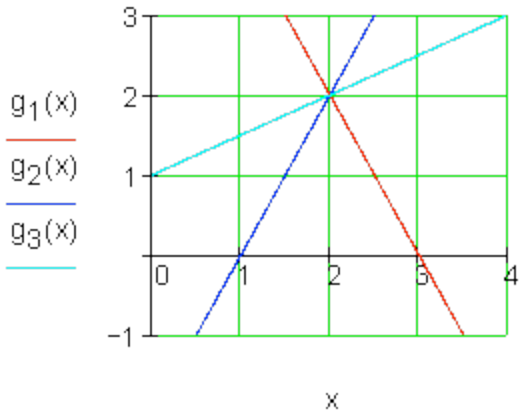
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

کرښيز مساوات يا - برابرونه II

لومړی –

د لاندي برابرون له لاري کرښه g ورکړ شوي g(x) = 2x + 8,2 د ځنګ څيري کرښه وټاکی، چي د(x)g سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تيريږي. د دي کرښي تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.	

دويم –

ټکی (3- ;4,5)P په کرښه چي صفر(سرچينه بيزه کرښه) پروت دی.

ټکی ((3)P(3;f هم په دي کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

تېکي $A(1;3), B(-1;-7), C(2;-2)$ او $D(8;7)$ د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

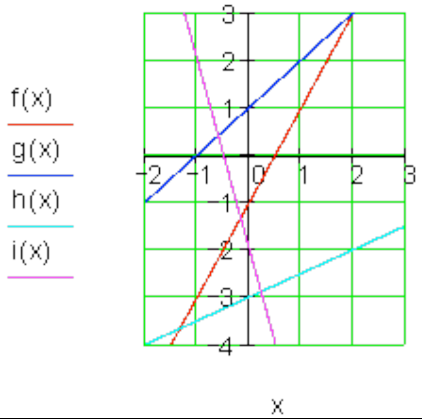
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د یوه کرښیز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او $f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېرى.

شپږم- له ځنګ خیرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې یې نتیجې و ازمایی.	

۳.۷- کرښیز ي توابع د ورکړشوو شرایطو سره

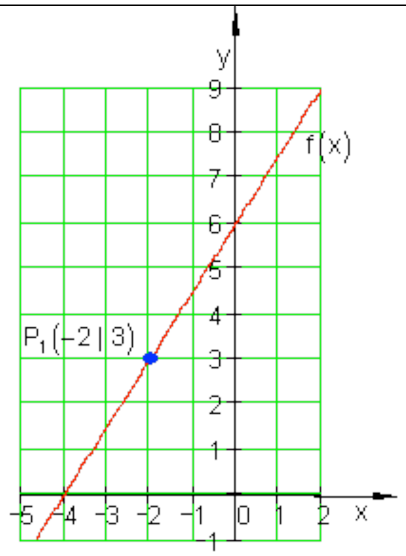
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي څخه تيرې کرښي د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a$. تابع مساوات دي پيدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$: تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی
$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$: لپاره ازماینت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \,|+3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازماينت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حیواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زیرمه له غذایي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - یو تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کړي

ب - په څومره سټ یا ډېرى به دا د وښو زیرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کیلوګرامkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$

$$P(12|250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 | +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکیدنې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د یوې کرښې جګوالى او یو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن یا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شمیرنه ټویزه سرته رسیږي. دا مو بیا یو فرمول ته لاربنوده وي.

یوه کرښه دa_1 جګوالي سره د($P_1(x_1 | y_1$ ټکي څخه تیرېږي.

د کرښمساواتو ټولیز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1|y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 | -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3 | 4)$ $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

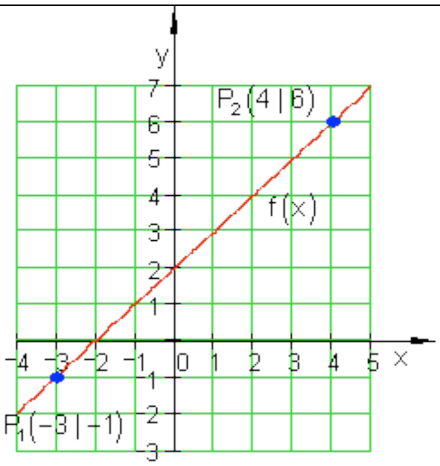
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګيدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازماينت لپاره بي پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې يا حرارت سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابرى دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ى په $32\,^0F$ سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه يا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

ځګوالى:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوى تابع x په C° کې کيږدى نتيجه يې ده.

د بيلګې په دول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1);P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$

لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$

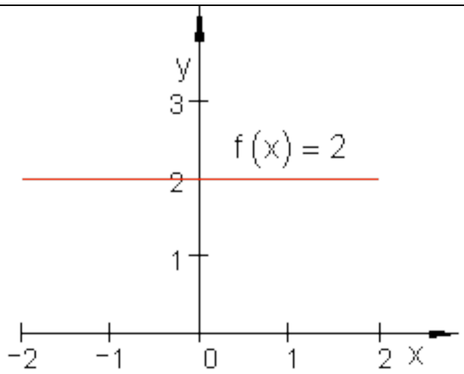
یو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات f(x) = 0 سره.

د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.

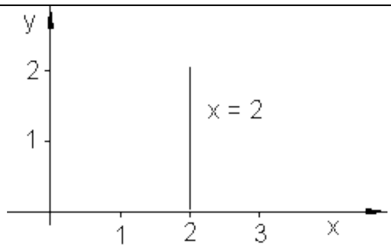


د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چي یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده.

x = 0 د y- محور مساوات دي.



بیلګه:

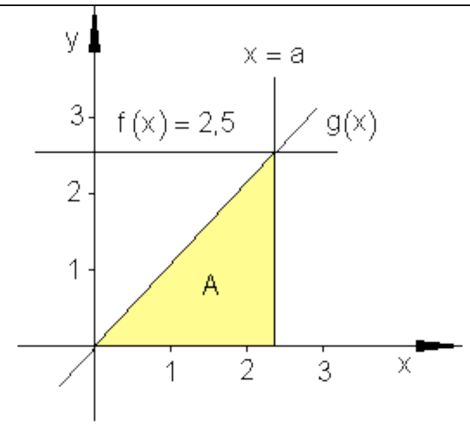
یو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د a > 0 سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د(P(a | f(x) ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کربښي سره يو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چي وسطحه د سطحي څلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او

h=f(x) = 2,5 سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چي د سرچيني کربنه $g(x) = a_1 x \; (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بنه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندي کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2 ; D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3 ; D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 او P_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د f (x) تابعمساوات پيدا کړئ او ګراف يې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4) ; P_2(7 \mid -1) ; D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1) ; P_2(2 \mid -3) ; D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3) ; P_2(-7 \mid -1) ; D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4) ; P_2(4 \mid 2) ; D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دريم –

د لاندې مساواتو حلسټ يا حلډېرئ پيداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، بايد د هغو تعريفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y-3x=1 \\ \text{II} & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x+5y=32 \\ \text{II} & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y-4x=-50 \\ \text{II} & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x=y+15 \\ \text{II} & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y=2x-40 \\ \text{II} & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x+y=a+b \\ \text{II} & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتنې

کرښیز توابع XI

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع$f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوځیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوځیږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردینات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودینات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. ښخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف- $$P_1\left(-6 \left| \frac{3}{2}\right.\right); P_2\left(-2 \left| -\frac{3}{2}\right.\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب - $$P_1\left(6 \left| \frac{3}{2}\right.\right); P_2\left(2 \left| -\frac{3}{2}\right.\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکيP_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع XIV

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$کي غوڅوي.

د$h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کي دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د$f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمي کرښې د$f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- دS قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کي رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2;\ f_2(x)=3x-6;\ D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2};\ D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

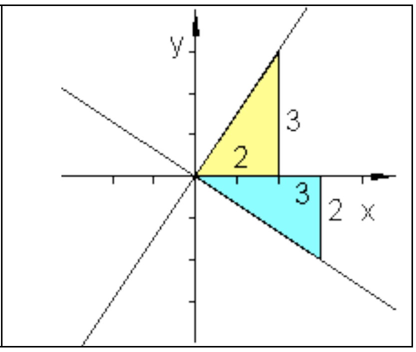
ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6};\ D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو ځګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو ځګوالو په منځ کې اړیکې شته.

:Vorübungله مخه تمرین:

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږۍ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسۍ او ځګوالی یې ولولۍ یا په ګوته کړۍ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي يا انځوروي.

دلته د يوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږيږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ يا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه يو په بل عمودو يا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ يا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

کرښي يو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي ليکل کيدی شي:

$a_{1g}=\frac{q}{h}$ او $a_{1h}=-\frac{p}{h}$

$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot(-\frac{p}{h})=-\frac{q\cdot p}{h^2}$ (1)

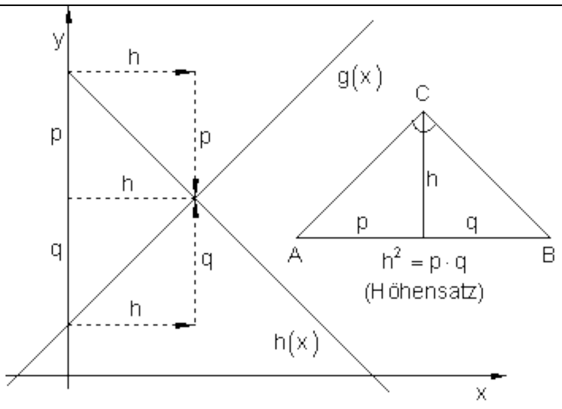
د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کي کيږدی

$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$

$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$



(Höhensatz = جګجمله)

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کربښي g او h غوښتکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربښوg او h غوښتکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

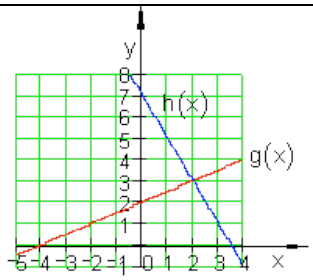
له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2 \mid 3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2 \mid 3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوښتکی(د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوښیدو) ټکی و ښایی او کرښي په یوه افقی-عمودي سیستم کي وښایاست.

اول - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4 \qquad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

دویم - $g_2(x)=-2x+1 \qquad g_1(x)=2x-1$

دریم - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1 \qquad g_1(x)=\frac{3}{4}x-4$

څلورم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3 \qquad g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2$

پنځم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3 \qquad g_1(x)=\frac{2}{3}x+2$

شپږم- $g_2(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_1(x)=\frac{3}{4}x+1$

یا دا لاندي
د دوه کرښو غوښتکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوښتکی وشمیری او کرښي په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کي وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4 \qquad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

 څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تيره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی يا غوڅتکی وشميرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سيستم قيمت وضعيه سيستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید ستې x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره د(K(x مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید ستې x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ f که د توکو لګښت اوفيکس يا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

يادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع(K(x دي چې په يوه فابريکه کې دx توليد د ډېرى يوونونو يا سټ واحدونو(ME) يوه ضرب ښخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يي قيمت k ټول قيمت دى د داني په سر(دا اووښتوني يا متحول دانه قيمتونه هم بلل کيږي) .

ځاى په ځاى يا فيکس قيمتونهKf هغه قيمتونه دي، چې که توليد ونه شي هلته هم منځ ته راځي(کټه، کرايه، بيمه، معاشونه او داسې نور).

پيژند (تعريف):

د لاس ته راغلو پيسو تابع E(x) په ثابت قيمت باور لري:

دخرڅلاو پيسې(E(x= قيمتP . ډېرىx يعني E(x) = P.x

پام (يادونه) :.

هغه په نرخ يا قيمت p خرڅه شوي ډېرى يا سټ د لاس ته راوړني ډېرى هم بلل کيږي.

تعريف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (يادونه) :ږکه د(G(x نتيجه کميزه يا منفي وي، فابريکه زيان کوي، که(G(x زياتيزه يا مثبت وي، نو فابريکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت(K(x همدومره ستر دى، لکه لاس ته راوړنه(E(x .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په 20 € .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپڅیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېری یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېری سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېری فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

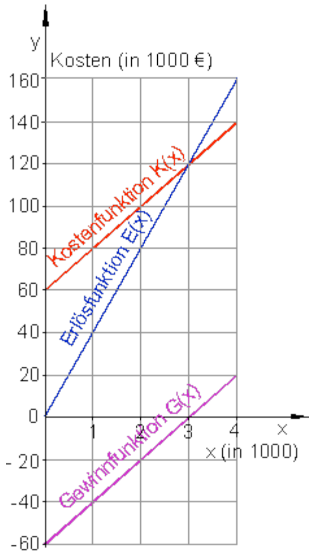
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -   په عظمي توليدډېرى يا – سټ کې د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.

پ -



يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرځلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف   د غوځتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوڅتکی x کواوردينات د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه   په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميلينونو وي.

داسي ستر ګڼونه تل داسي ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کې سره راټول کړو، چيرته چې د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 000 100 داني یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (GE 9).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لړ. Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښیزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښیزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ - $f(a) = 1; f(2a) = -1$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښايی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2\left(1|\,1\right)$ تیریږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$
لري او دy محور په $P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم –

وښايی: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

یوه کرښه چې له (0 | 2,5) P تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر ښنیز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0.5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکئ.

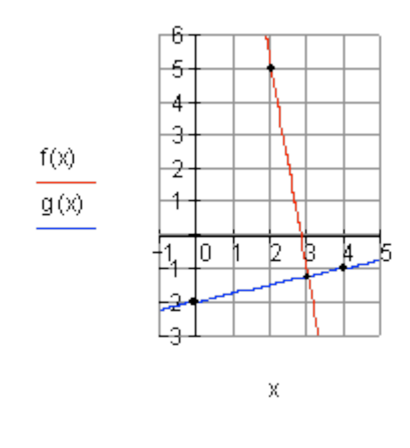
شپږم –

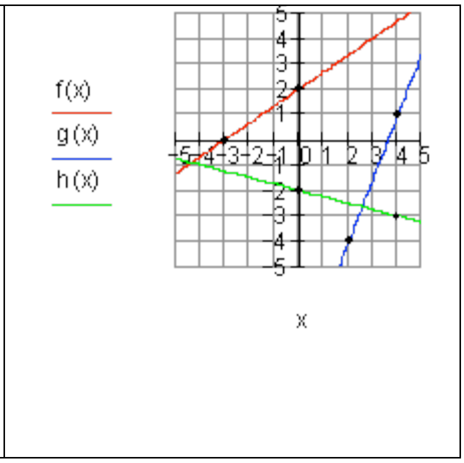
لاندې څیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library





اوم –

د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکئ او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چې ايا كرښې g, h, i د يوه ټكي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم –

د دوه كرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول وركړې شوى دى.
د دواړو توابعو گراف چېرته قطع كوي؟

د د كوم x ارزښت لپاره صدق كوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

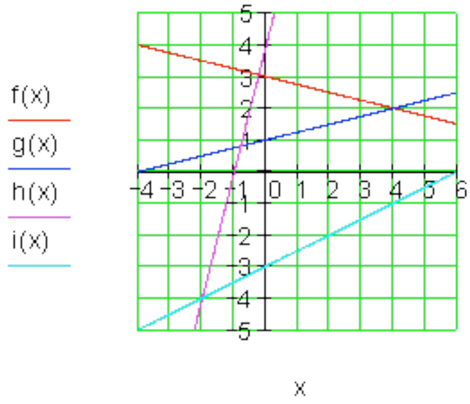
دريم –

د دواړو توابعو غوڅتكى وښايئ او په كواوردينات سيستم كې يې گراف انځور كړئ.
$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو گرافونو سره شكل په پام كې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوخټکي وشمیری ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوخټکي لري؟	

پنځم –

دوه یو په بل نیغي ولاړي کرښي یو بل په (1- \| 2-)Sکي غوڅوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړی.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3223-3559}{27-43}=\frac{-336}{-16}=21\Rightarrow f(x)=21x+a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بتسټ معاش)

$$\begin{aligned}P_1(43\,|\,3559)\Rightarrow f(43)=3559 &\Leftrightarrow 21\cdot 43+a_0=3559\\ &\Leftrightarrow 903+a_0=3559\,|\,-903\\ &\Leftrightarrow a_0=2656\\ \Rightarrow f(x)=21x+2656 &\end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته بریښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

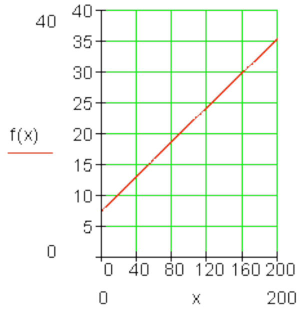
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو مياشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – يو دويم پلورونکی برېښنا په€ 0,10 وړاندې کوي د مياشتې په€ 10 بنسټ پيسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اينبوونه:

$1\ kWh:\ 0{,}14\cdot 1+7{,}50$

$2\ kWh:\ 0{,}14\cdot 2+7{,}50$

....

$x\ kWh:\ 0{,}14\cdot x+7{,}50$

د تابع ترم:

$$f(x)=0{,}14\cdot x+7{,}50$$

$x \triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$

يادونه: حساب بې له يوونونو صورت نيسي، دا د هرې نتيجې سره ورزياتيږي.

ب-اينبوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د مياشتنی شميرنې لپاره باور لري.

د ځلورو مياشتو لپاره بنسټ پيسي 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30 \quad P(x\,|\,150{,}4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0{,}14x+30=150{,}4$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x+30=150{,}4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x=120{,}4\,|:0{,}14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو مياشتو کې860kWh وو.

پ-

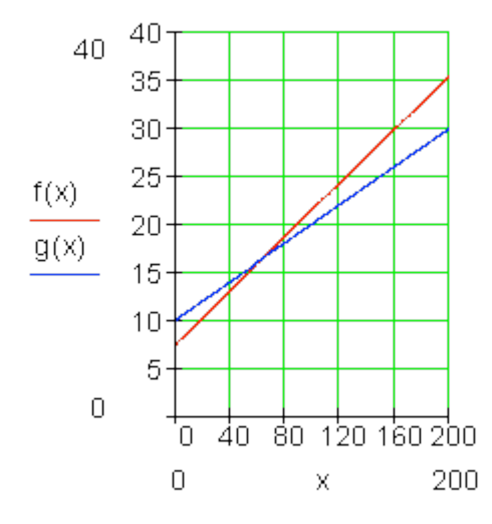
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: $f(x) = 0,14x+7,50$

دویم پلورونکی: $g(x) = 0,1x+10$

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+7,50 = 0,1x+10 \mid -0,1x$$
$$\Leftrightarrow 0,04x+7,50 = 10 ; -7,5$$
$$\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04$$
$$\Leftrightarrow x = 62,5$$



بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسي نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \quad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کربنو په غوڅې کې شتون لري.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | :0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HB:

$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | :0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

HP:

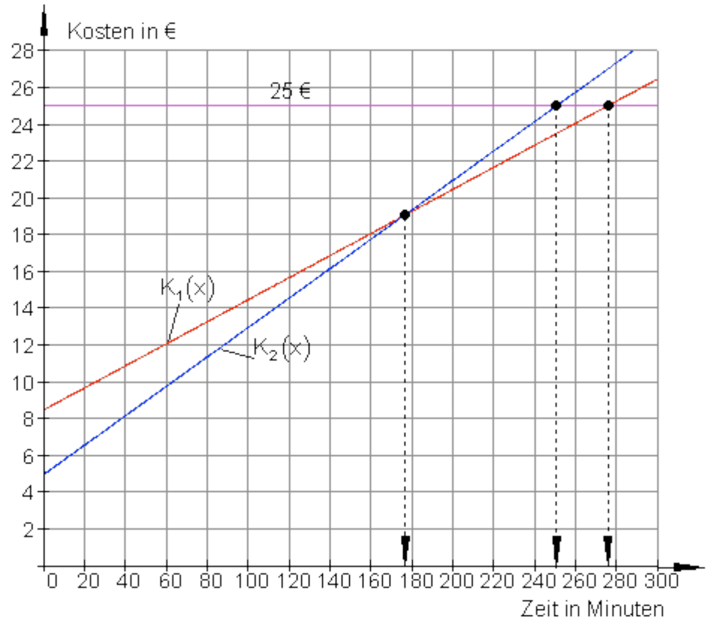
$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,08x = 20 | :0,08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښتې د HP فقط 25 € د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ k_v = 300 دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یي (E(xده او د ګټي تابع یي د فابریکي لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېرۍ سره به د ګټي پولي یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف خومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې گټه څومره لويه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځاى لګښت:	$K_f = 90\,000\,€$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\,€$
د خرڅلو قيمت:	$p = 375\,€$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د گټي تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د گټي پوله هغه ځاى دى، چې هلته گټه نهکيږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 توليدديرئ سره فابريکهگټه کوي.

د گټي پولي کي لګښت همدومره لوي دى لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي گټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي گټه .€ 22 500 ده.

بيلګه VI .

سپين د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو يا –تلفون،، نرخ گوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د مياشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د مياشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتي ټولي پیسي یاFlatrate د میاشتي Flatrate 25 € / Monat.

د ورځي په منځنی توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکی.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کي د تابع ګراف سم کړی.

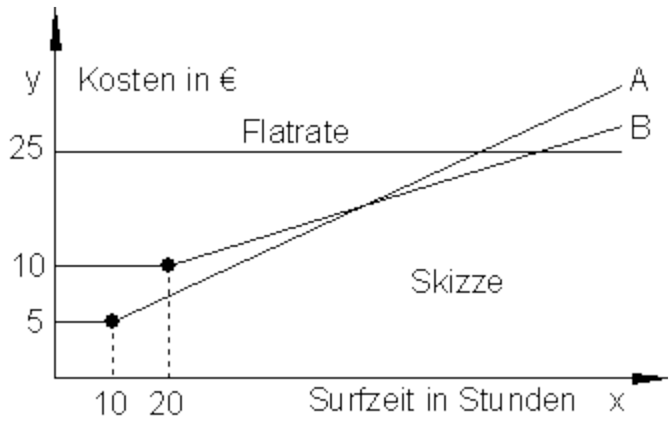
پ – روښانه کړی، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کي ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېت ریټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې €5د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جګوالی) $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنسټپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 | -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

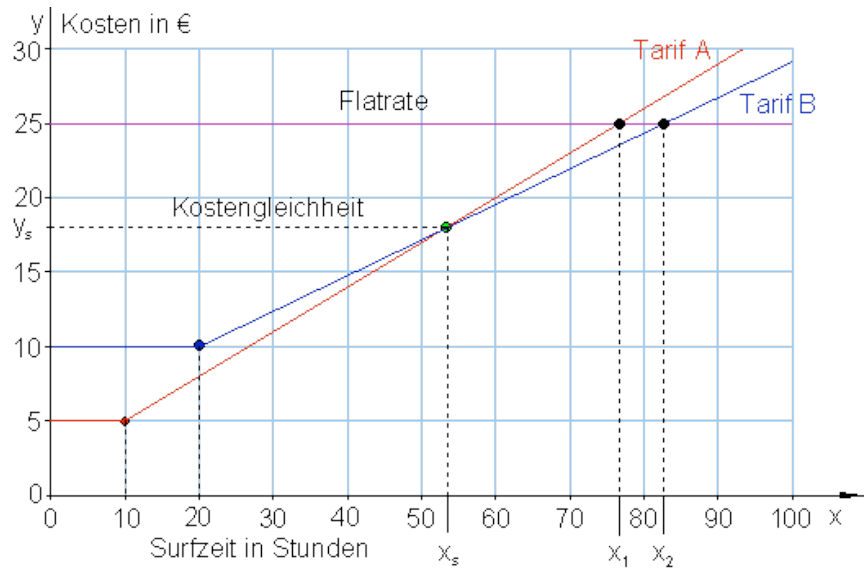
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوځوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام $2{,}5h.30 = 75St.$ ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0{,}3 \cdot 75 + 2 = 24{,}50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0{,}24 \cdot 75 + 5{,}2 = 23{,}20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کرښو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$\begin{aligned}K_A(x)=K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x+2=0,24x+5,2\,|-0,24x\\ &\Leftrightarrow 0,06x+2=5,2\,|-2\\ &\Leftrightarrow 0,06x=3,2\,|:0,06\\ &\Leftrightarrow x=x_s=\frac{320}{100}:\frac{6}{100}=\frac{320\cdot100}{100\cdot6}=\frac{320}{6}=\frac{160}{3}\\ &=53\frac{1}{3}\end{aligned}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right)=\frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3}+2=16+2=18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$\begin{aligned}K_B(x)=F(x) &\Leftrightarrow 0,24x+5,2=25\,|-5,2\\ &\Leftrightarrow 0,24x=19,8\,|:0,24\\ &\Leftrightarrow x=x_2=82,5\end{aligned}$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهینه د $1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وږوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغرني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا ستې باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د میشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسي ورکوي).

کوم چوپر غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسي ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. په المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0$C د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0$C د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخئ^{0}C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښيز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښباک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیرې.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښباک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښيز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې €2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدنې ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکې د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

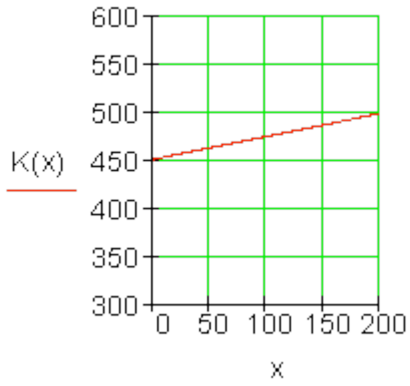
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x دېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

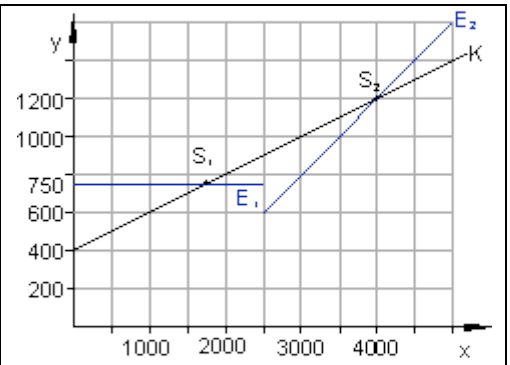
ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غوندوسکو تولیدد څومره ګران دی؟ د لبنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پوري یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.



دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

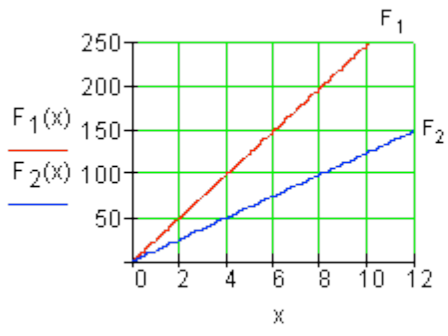
الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چي له تغير x څخه د قوي يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چي د دي فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چي د دي فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسي F_2 لپاره مختلف فنر ثابتي څه معنا لري؟



ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندي وړانديز وړاندي کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسي دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندي کار وکړئ، چي د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بي له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کربنيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ 5 € د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ 10 € د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ 25 € د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي(Interpretation).

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

یو کیلوواټ قیمت په یورو	د میاشتنی لګښت په یورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلړواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کي د کرښو غوښتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتني

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لاري ورکړ شوي ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ يې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کي وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ــ $K_f : y=\sqrt{3}(x-2)$

دويم: کربنيز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشميرئ: $f(0)\,;\,f(-1{,}5)\,;\,f(0{,}7)\,;\,f(\pi)\,;\,f\left(\frac{\pi}{2}\right);\,f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قيمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتيز) دي؟

ت- وښايئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دريم: د لاندې کربنزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په يوه کواورديناتسيستم کې يې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کربښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کربښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواورديناتسيستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندويو موادو دا لاندې کربښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\;;\;h(x)=1{,}5x-2\;;\;i(x)=1{,}5(-x)\;;\;j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فيرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"توليدوي. دا په توليد کې منځ ته راغلي لګښونه د د توليد شوو دانوتعداد پع واک کې يا تابع دي. د x = 100 دانو په توليد سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په توليد سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ يوه کربنيزه اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

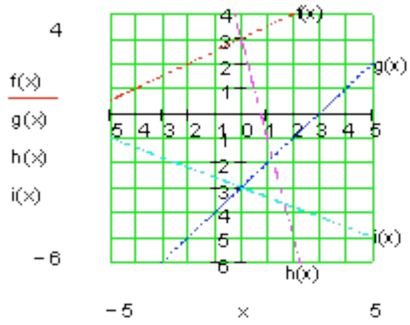
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x) د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \quad f(x) = -4x + 3$ $g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$ $g_3: \quad f(x) = x - 3$ $g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$	

کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتدېرى يا ـــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل څخه تيريږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2(\sqrt{3k} \mid 2k)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وےټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کربنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووبنتونو سره.

داسي سیستم له دوه برابرونونو یا مساواتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسیږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اینبوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم: $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	د حل پل(قدم) غوښي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$ $(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضریبونه (ترمخ عددونه یا ځلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$\left.\begin{array}{l}(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5\\(II)\quad 3x + 3y = 9\end{array}\right\} +$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي یې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي اینبوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کي کیږدئ او **y** پسي یې حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډېرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L=\{(1\vert 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اینووني له لارې

$$(I)\quad 5x-2y=1 \Rightarrow 5\cdot 1-2\cdot 2=1 \Leftrightarrow 5-4=1 \Leftrightarrow 1=1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x+3y=9 \Rightarrow 3\cdot 1+3\cdot 2=9 \Leftrightarrow 3+6=9 \Leftrightarrow 9=9 \quad (w)$$

د اینووني تلنلار: د اینووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1	مساواتسیستم $(I)\quad 5x-2y=1$ $(II)\quad 3x+3y=9$
لومړی: مساوات(I) د x پسي حل کيږي.	$(I)\quad 5x-2y=1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x=2y+1 \mid :5$ $\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$
دويم: د بني اړخ ميندل شوی ترم په مساوات (II) کې اینسول کيږي او د y پسي حل کيږي.	$x=\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x+3y=9$ $3\left(\frac{2}{5}y+\frac{1}{5}\right)+3y=9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+\frac{3}{5}+3y=9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y+3y=9-\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y=\frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y=42 \mid :21$ $\Leftrightarrow \quad y=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره مینډل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینسوول کيږي، دا بیاپه **x** پسې حل کيږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \,|\, -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \,|\, :3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1|\,2)\}$$

پنځم: د اینسوولو له لارې حل

$$\text{(I)}\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)}\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسیستم د حل پلونه(قدمونه) د اینسوولو تلنلار لپاره

واریانت 2

$$x - 2y = 1$$
$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولې **y** پسې حل کيږي.

$$9 \,|\, -3x$$
$$9 - 3x \,|\, :3$$
$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دښي لور ميندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کيږدئ او په **x** پسې
يې حل کړئ.

3. $x + 3y = 9$

دريم: د **x** لپاره ميندل شوی ارزښت په يو د دې دوه وتونمساوتو کې
اينسوول کيږي، او دا بيا د متحولې **y** پسې حل کيږي.

$= \{(1| 2)\}$

څلورم: جلسټ وليکئ

پنځم: ازماېښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \;\Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \;\Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې ټنلارې د هغه د واريانتو سره په يوه ټکلي مساوتسيستم وکارول شو. که څوک
يوګونې ټنلرې ټيک وګورې، پيژنې، چې په واريانت ۲ کې لږ د شميرلو کار غوښتونی دی.

په يوه ټاکلې ټنلار د شميرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسيستم په واک کې دی. له دې امله
دې لومړی پام وشي، چې کومه ټنلار د لږ کار سره سرته رسيدی شي. د دې لپاره نو يو څو
بيلګو ته اړ يو. لاندې بيګې دې د دې لپاره يوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – يا
څواب ټنلار پيداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow y = 1$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت (I) $y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1$ (w) (II) $y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1$ (w)	(I) $y = 7x+8$ (II) $y = -2x-1$ د برابر اینسوونې لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow x = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 اینوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x-12=8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{x=10}$ حل: $L=\{(10\mid -3)\}$ ازماېښت $(I)\ \ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ \ (w)$ $(II)\ \ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ \ (w)$	$(I)\ \ 2x+4y=8$ $(II)\ \ 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\ \ 2x+4y=8$ $(II)\ \ 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$ $(I)\ \ 2x+4y=8$ $(II)\ \ -2x+5y=-35$ (+) $9y=-27 \mid 9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y=-3}}$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کېږدئ x+2y=5 $1+2y=5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y=2}}$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ \ x+2y=5$ $(II)\ \ -x+y=1$ د اینووني لار; (II) په y پسي حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت $(I)\quad x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5\ (w)$ $(II)\quad -x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1\ (w)$ wد رښتيا لپاره	$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کېږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2 \quad =5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$

بیلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = -5 اینوونه په کې $(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ حل: ازمايښت	$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زياتون يا جمعي لار: $(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\mid\cdot 2$ $(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\mid:(-2)$ $(I)\quad \frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ $(II)\quad -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2\mid\cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y\mid:2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

lditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}$ $x,y\neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ \text{(w)}$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ \text{(w)}$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)} \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$\text{(II)} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

lditionsverfahren :

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4 \\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$$

$$-10=2y \mid :2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\ x,y\neq 0$

Pr obe :

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ \text{(w)}$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ \text{(w)}$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کربنیز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} &(I) \quad x - y = -2 && L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ &(II) \wedge \; -2x - y = 1 && L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{aligned}$$

د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل ست په ګوته کوي.

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

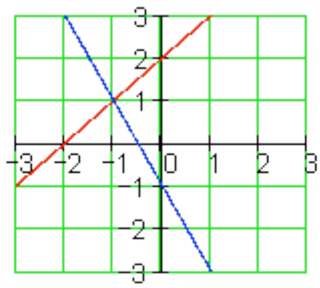
$$\begin{aligned} &(I) \quad x - y = -2 \,|\, +y \\ &(II) \quad -2x - y = 1 \,|\, +y \\ \hline &(I) \quad x = -2 + y \,|\, +2 \\ &(II) \quad -2x = 1 + y \,|\, -1 \\ \hline &(I) \quad x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ &(II) \quad -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \end{aligned}$$

کا دا په یوه کواوردیناتسیستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې تري لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي یا نقطه تقاطع کې د د,اړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ یا-ډېرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اینبوول کیږي.

x	−2	−1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	−1	−3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزي) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چي د ګډغوځتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لاري حل د مساوات او کرښي په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کيدی شي چې نسبت يو بل ته مختلف پروتځايونه ولري.

- دا کيدی چې په يو ټکي کې سره غوځې کړي، لکه پورته بيلګه چې ليدوړ کوي، د دواړو کرښيز مساوات لپاره ټک يو حل شتون لري.

- دا کيدی شي يو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې يې يو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کيدی شي يو په بل پرتې وي، يعنې کټمټ وي، نو د يوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زيات حلونه ولري.

مساوات سيستم حل نه لري دا د حل پيل مو يوه ناټيک وينا ته بيايي. دا په دې معنا، چې مساواتسيستم ته حل شتون نه لري.. ليدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې يو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\ -10x-4y=-2$ $\}+$ 0=2 نو دا ناټيک وينا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسيستم ناپای ډېر ځوابونه يا حلونه يا اوبيونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کونې يو بل سره پورته کوي يا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته يا ايدنتيک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. ليدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې يو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\ -10x-4y=-2$ $\}+$ 0=0 له دې لاس ته راځي رښتيا وينا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتني، کرښيزمساواتسيستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{cases} (I) & 5y - 3x = 1 \\ (II) & x = y + 1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} (I) & 4x + 5y = 32 \\ (II) & y = 5x - 11 \end{cases}$

پ- $\begin{cases} (I) & 15y - 4x = -50 \\ (II) & x = y + 7 \end{cases}$ ت - $\begin{cases} (I) & 3x = y + 15 \\ (II) & 2y - 10 = 2x \end{cases}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{cases} (I) & 2y = 2x - 40 \\ (II) & 3x = 10 - 2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} (I) & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3 \\ (II) & \frac{x}{4} + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (I) & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3 \\ (II) & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20} \end{cases}$

d) $\begin{cases} (I) & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3} \\ (II) & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8} \end{cases}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1} = \frac{2}{3y-13}$

(II) $\frac{2}{5x-10} = \frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x} - \frac{12}{y} = \frac{5}{6}$

(II) $\frac{4}{y} + \frac{5}{2} = \frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{5}{3}$

(II) $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1} - \frac{8}{3y+2} = -\frac{1}{5}$

(II) $\frac{5}{2x-1} + \frac{4}{3y+2} = \frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5} - \frac{9}{7y+5} = \frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5} + \frac{15}{7y+5} = \frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه څوي یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

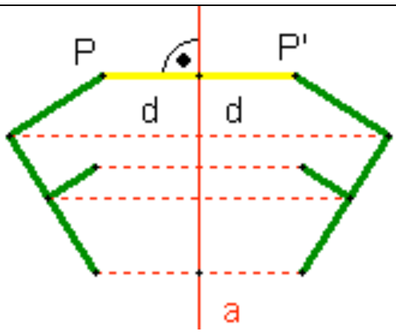
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)

Reflection

یوه ځیره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محور a منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندې ځیره په محور a د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوې، چې هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

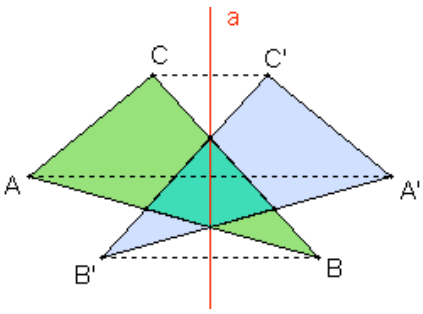
(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په څټ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی. گورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .	

فعاليت ۱ :

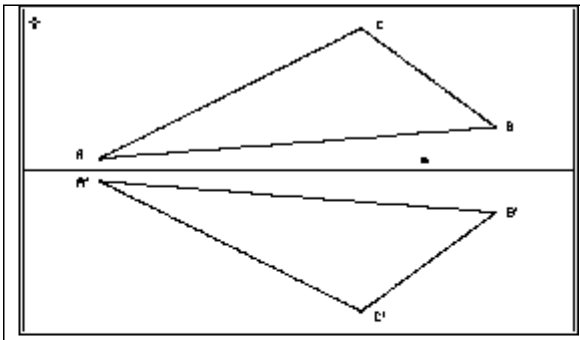
په پورته شکل کې دې شاگردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښايئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.	

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت يو بل ته څه بلل کيږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خويونه وښايي؟

۴) داسې تشکيل شوي شکلونه يو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلايل راوړئ.

تمرين :

۱) په کميت سيستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمياتو سيستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

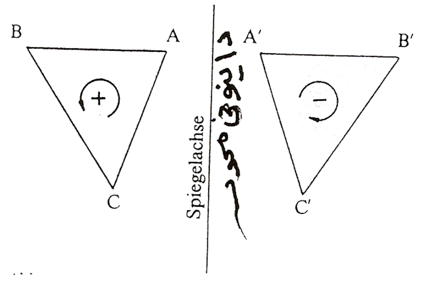
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په يوه ـ کميت سيستم کې دې M (-3,-2) د يوې دايرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د يو نيم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دايره رسم کړئ او بيا دا دايره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

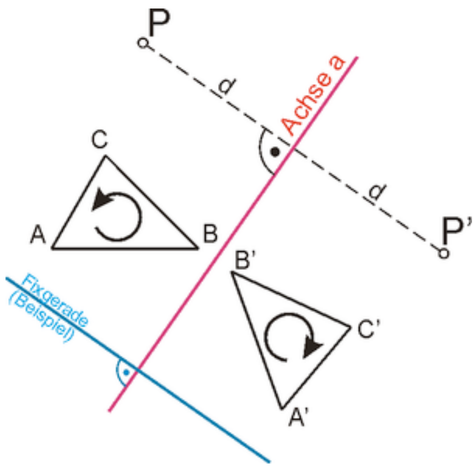
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ويې ليکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

	که مخامخ شکل ته ځير شو، ګورو چې مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه يي صورت نيولی - تشريح کړی.

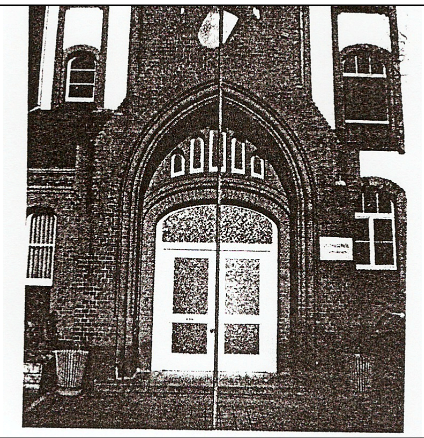


۳) زده کوونکي دی وښايي : که د دايرې او منعکسه دايرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په يوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چي دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

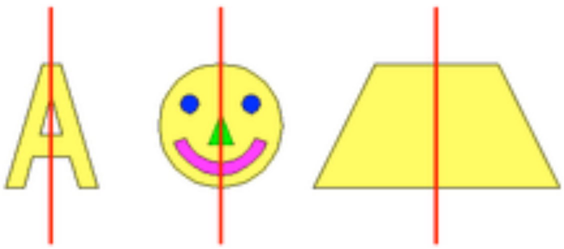
فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کي څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وڅېړئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسي خطونه رسم کړي، چي سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشريح کړي، چې ځنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعريف :

يو مسطح شکل محوري متناظر بلل کيږي، که په يوه محور s داسي انعکاس صورت ونيسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطيل جي ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: يو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعريف :

يو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کيږي، که يو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ ـ مرکزي متناظر شکلونه

بيلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشريح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا ځېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعاليت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلایل يې راوړئ.	

تمرينونه:

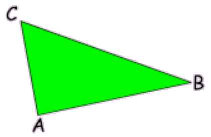
١) په يوه متساوي الساقين مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

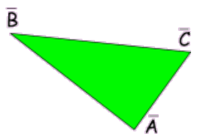
٢) دا رسم کړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

٣) يو متطيل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطيل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې ځېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلايل يې راوړئ





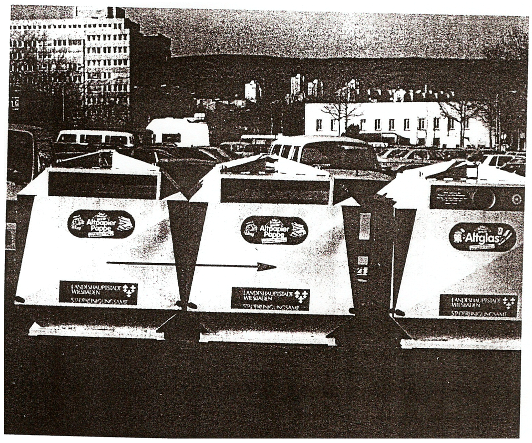
۶) په يوه دايره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

٧) ايا دايره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



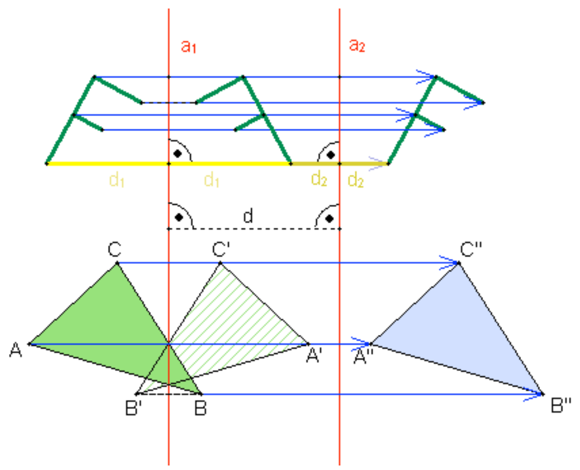
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



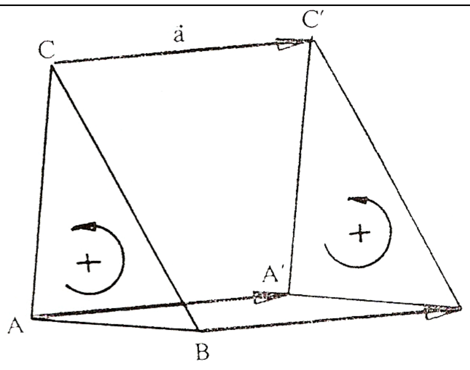
په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړني يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قيمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنى انتقال دى. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې aد په اندازه انتقال دى، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په څټ کيږي



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :

د (x,y)- كميت سيستم كې دې زده كوونكي يومثلث ABC رسم كړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال كړي.(دا كېدى شي، چې د زده كوونكو په مينه يو كل او يا يوه بله بڼه ځېره هم وي).

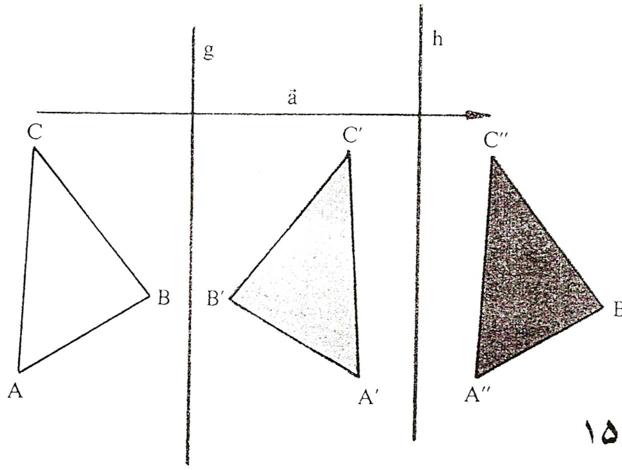
په انتقال كې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه خومره انتقال كيږي.

۵ . ۴ - د وړني يا انتقال د جوړولو ځيرنه

۱ - په هر نخبنه شوي ټكي (په مثلثونو كې رأس الزاويې او په دايرو كې مركزونه په يو ټاكلي اندازه (د ټاكلې انتقال په اندازه) انتقال كړى (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرگ) .

۲ - د ټاكلو خطونو اخرنۍ نقطې د اصل په پرلپسې ترتيب سره ونښلوى. (د دايرې په انتقالولو كې : په اخر ټكي د r وړانگي په اندازه دايره ووهى)

انتقال ځاي په ځاى ټكي نه لري(كه د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا كتمټ منعكسوني څخه صرف نظر شو)



خيره ۱۵۶

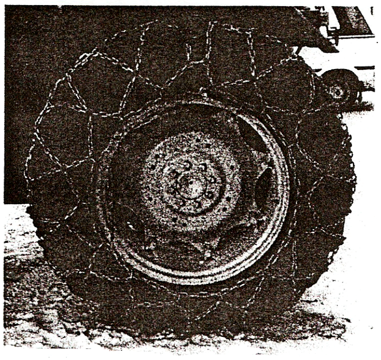
په يوه ځانگړي ډول يو په بل پسې په ډېرو محورونو انعكاس دې په دې ځاى كې ياد شوى وي.

۵ . ۵ - ځرخون يا دوران <u>(Rotation)</u>

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

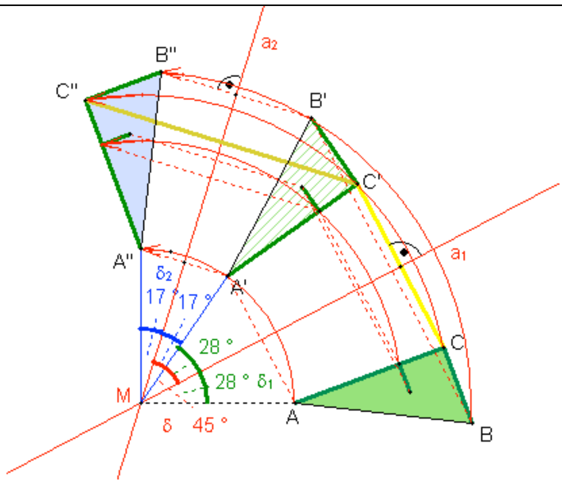
که د یو ه شکل هر تکی P په یوې دایرې په ځاي په ځای تکي M په کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي یا دوران وخوري ، نو یو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نتکي M څرخون بلل کیږي.



په لاندي ځېره کي یو دریګوډی په دوه زاویو او له دې امله په دوه محورونو څرخي.

د دوران خویونه

په محورونو دوه واره هنداوونه، چي په ⬤ کونج په تکي M کي یو بل قطع کړي، په تکي M باندي د یوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاویه ⬤🗗 ● ✈ وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

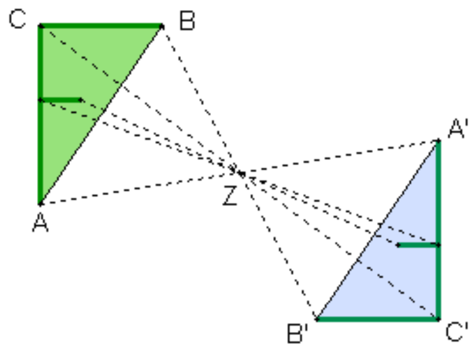
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C'' تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B'' د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پيژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



.

په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

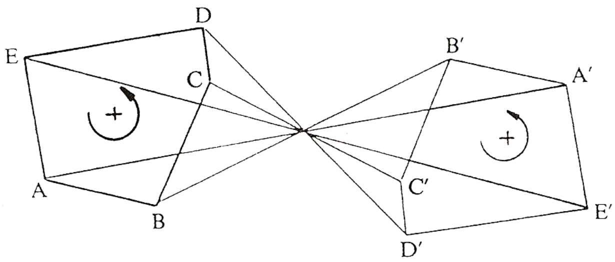
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږئ، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړئ(وصل کړئ)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهئ)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

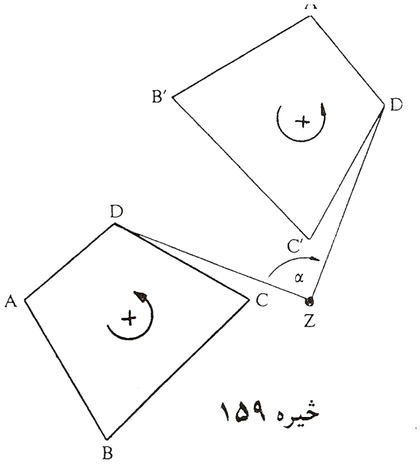
(c) ketabton.com: The Digital Library

μ=W(PZP’)، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تيړرو لوستونو ته پاموي).

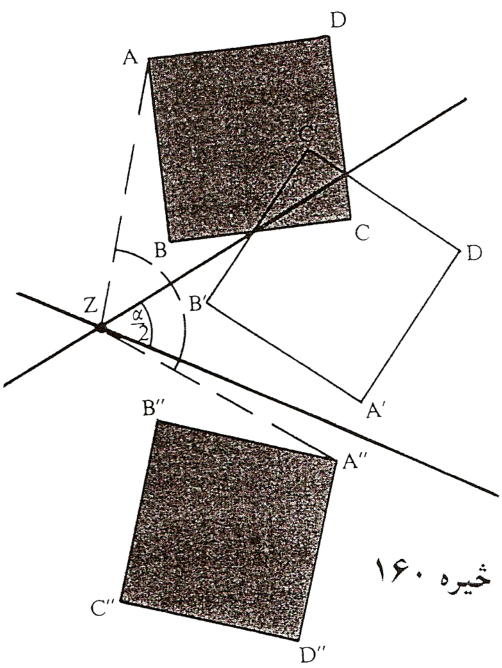
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونکروانیڅ څیره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

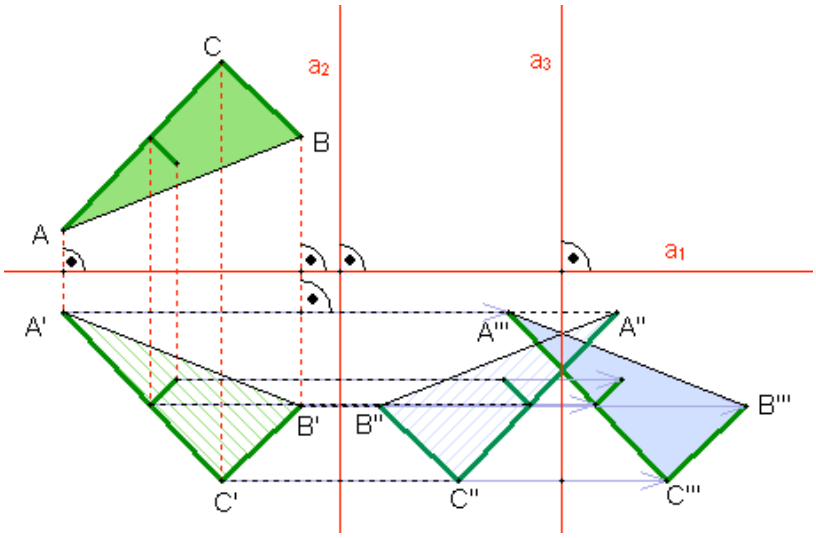
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیړ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداورنه د محورهنداورني یوه یو پربل پسي هنداورنه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندې ځېړه دې وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداورنه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محوررونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هنداروني له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

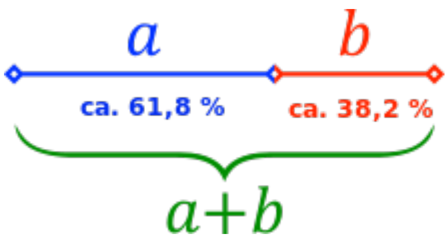
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅی

طلایي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ځانګړی د وېشني نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توټه سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توټه ځان و لوي توټي ته داسي نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توټي ته داسي ده، لکه لویه توټه د لوی توټي او کوچنی توټي جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيِلايي نسبوتونو د مساواتو د کيني لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

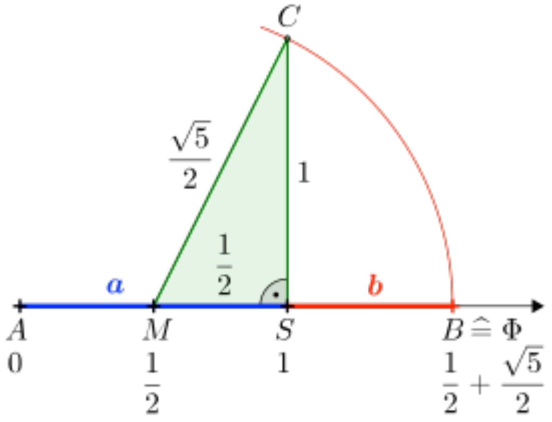
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

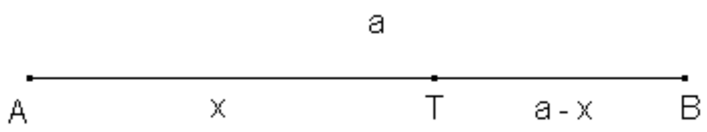
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,6180339887498948482 0$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]ځخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

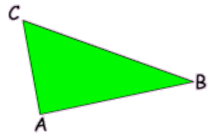
(c) ketabton.com: The Digital Library

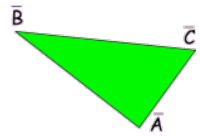
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

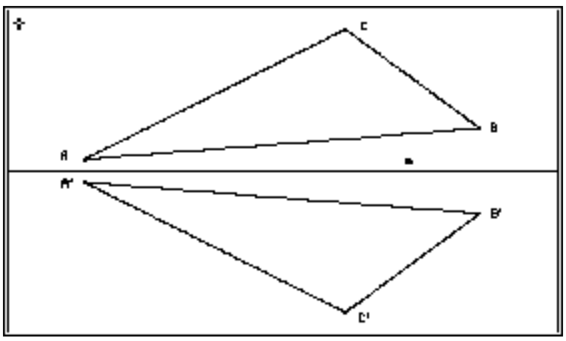
د حل ستڼ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a - x}{a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

ثیره ۱۴۹

پیژند :   هندسي شکلونه کونګروينخ (برابر) بلل کیږي، که په فورم ، بنه (څیره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګرواینځ ځیرونه د کربښی اینونې د ترلو ځخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کربښ اینونه ځرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

> د کربښ اینونو (ځرخونو یا کښنونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیځ ځیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کربښ اینونو (کربښ اینونی یا کښنونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیځ ځیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیځ ځیرونو کارونه بیرته کونګروانیځ ځیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګروانیځ کربښ اینونه ده نو د پای کونګروانیځ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیځ بیرته راګرځیدلی یا په ځټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیځ ځیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیځ ځیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ ځیرونی سره، دا په دې مانا چې ناپیلی ځیرونه ، چې په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ ځیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګو ... ی کونګروانیځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

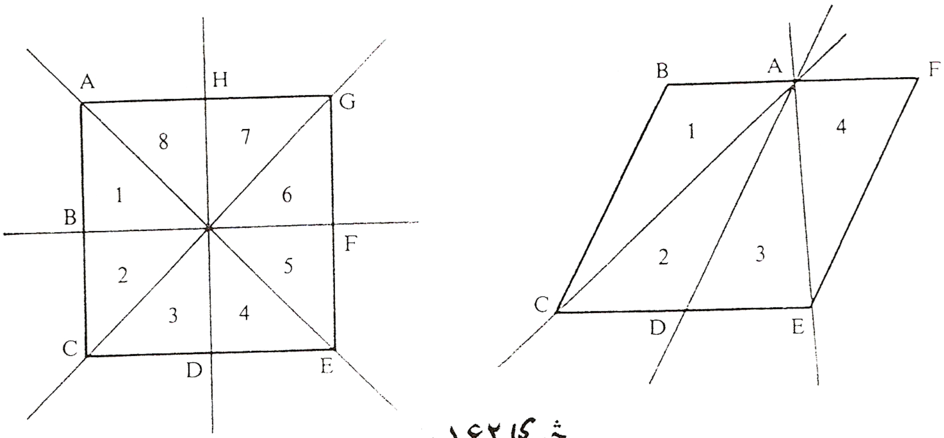
> **کونګروانیځجملی:**
>
> الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا
>
> ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا
>
> پ) په دوه اړخونو کی او د اوږداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا
>
> ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{AB}°S_{BC}$ وکاږی.

۲ – د کونګروانیخ جملو په مرسته وښایي، چی غوځکرښی پیلځیرې په کونګروانیخ برخو ټوټه کوي.



څیرۍ ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښایي :

الف) $S_g°S_h \neq S_h°S_g$

ب) $S_g°(S_h°V_g) = (S_g°S_h)°V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن ۵ کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلایني حرکت کوي او «کوین ماري» په ۸۲ درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوڅوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښايي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروایت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کربښو غوڅټکي دي).

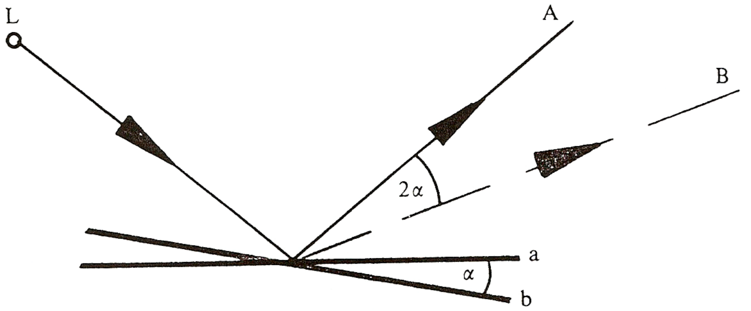
۶ – څومره کورونتځیرونی موجود دی چی لاندې څیزې یی په خپل ځان ځیره کوي: کربښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کښتڅیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.

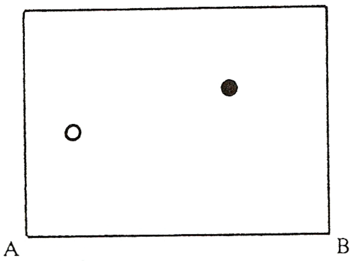
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هنداروني یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښايي :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

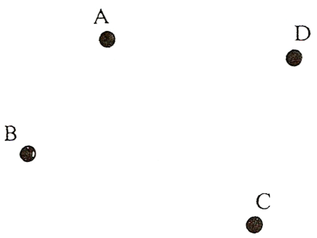
(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۱۶۳



څیره ۱۶۴

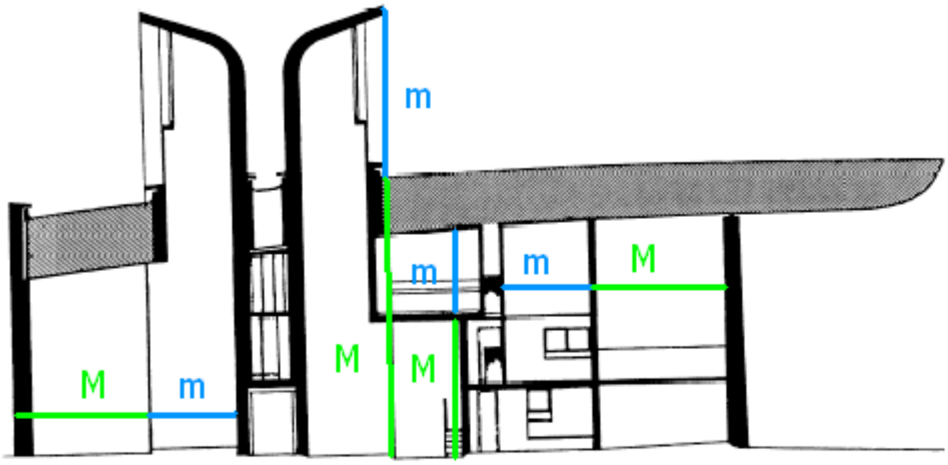


څیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول
شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له
دیوالونو څخه توپ بلی لور ته نه
شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل
شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی
یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB
لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږئ
« تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی –
سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې
په A,B,C,D سره یې ښایو (څیره)
داسې یو ځای S شته ، له کوم چې برج A
د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له
دې ځای څخه A د B او D د منځتې په څیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

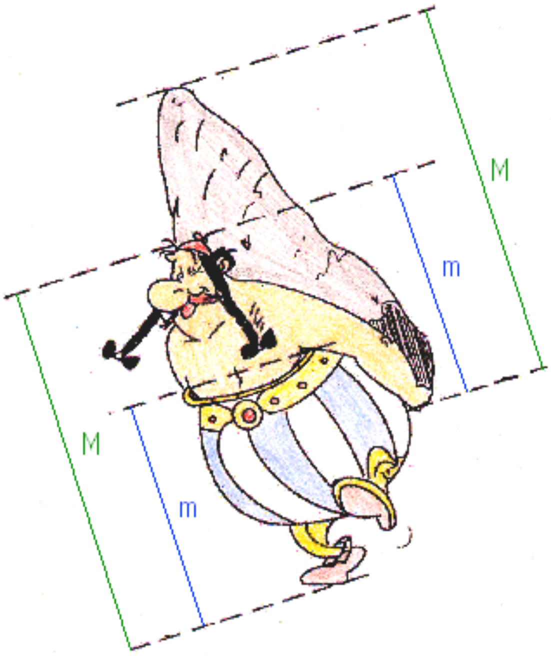


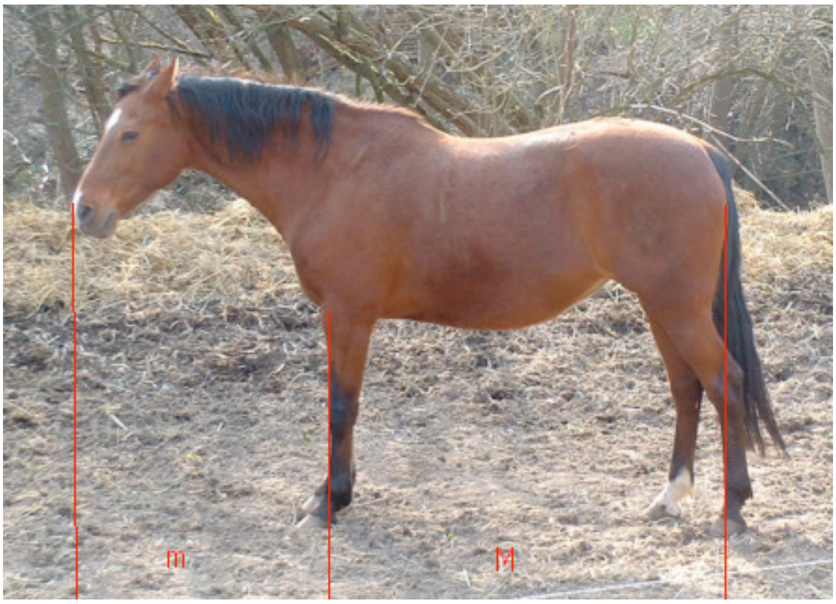
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اينجنير لو کوربوسير (1887 – 1965) *Le Corbusier* په ډېرو
دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅي دستې لپاره یوه بېله بېلگه ده، چې پیدابښتي یا په طبیعت کې يې لرو
ستاسوسرکرمی‌له پاره

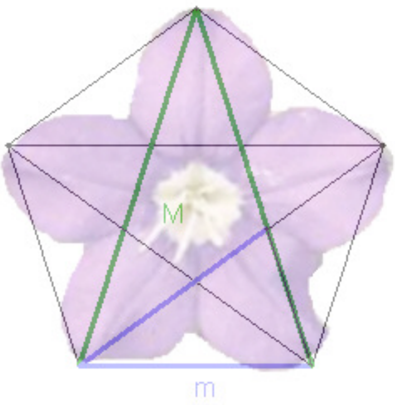
(c) ketabton.com: The Digital Library





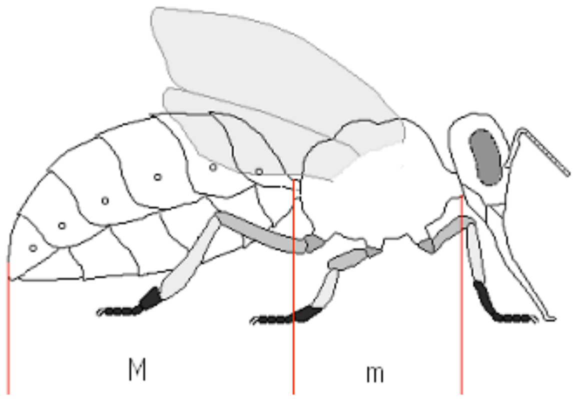
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوټي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د لاندې د دريکوډيکچيرخه په نهم، لسم، اويولسم
ټولګي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم،
چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - دريکوډي کچ يا تريکونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنې په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(مور یې تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیك، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کې نغښتی، چې د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحی یا په بله عبارت د زوري او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمی هر چیرې د زوري او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟

پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځاننیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

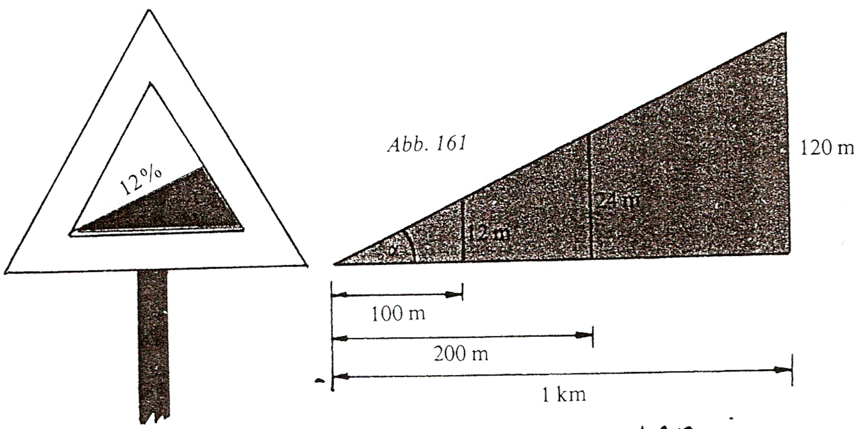


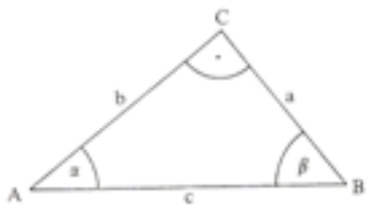
Abb. 161

خیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوري یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا نوري لوحي هم زورندي وي.
په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه يی د پرتون سره جوړوي.
تریگونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جگوالي تناسب) د پیچومي یا جگوالي ویناوي دي او یا په څرگندو پیچومي کونج یا جگکونج چی سلییز پیچومی یا جگوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جگوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلگه کي څرگندیږي چی دا پایکرښي د یوه ولاړ دریگوډي اړخونه انخوروي، چی د دوه دریگوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیوپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه αاو β.

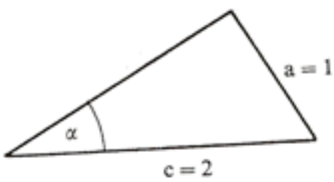


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیگه:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

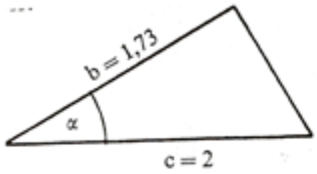


$\sin 30° = \frac{1}{2}$

څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلگه:

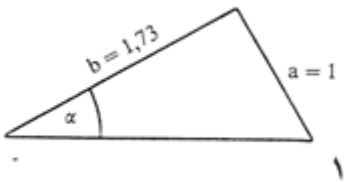


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1{,}73}{2} = 0{,}8660$$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواك Tangensfunktion بیلگه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

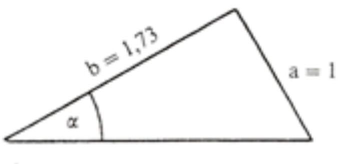
خیره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1{,}73} = 0{,}577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریگوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزې پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواك دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواك Kotangensfunktion بیلگه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

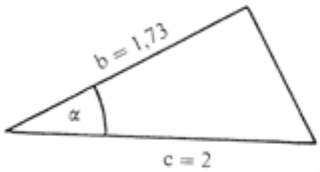
خیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1{,}73}{1} = 1{,}73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك کارول کیږي

سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه

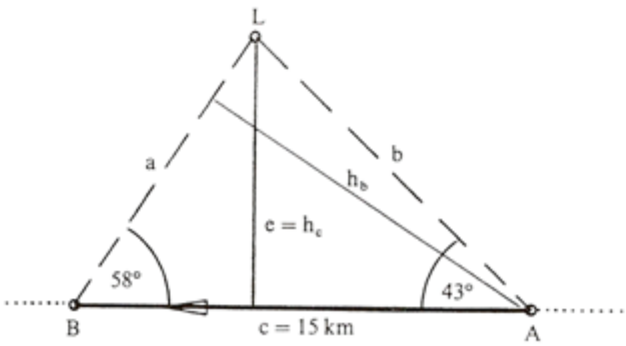


$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

خیره ۲۰۰

$$\sec 30° = \frac{2}{1{,}73} = 1{,}156$$

یوه تک پایکربنې $c = 15$ km او کونج $\beta = 58°$ وروسته.
په دوم ډز کی کیبنتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیبنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لرې دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



خیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 79°$; $\sin\beta = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$
$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$
$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانییونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانییونه یا تناسب دی.

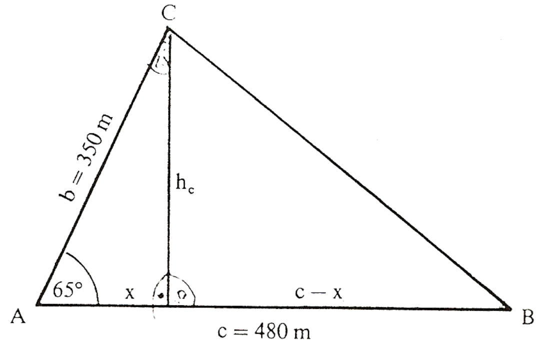
$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$

$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی b = 350 m او c = 480 m دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه AB = c په دوه ټوټو x او c-x ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی. د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نوموني او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (څیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos \gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin \alpha$$

چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

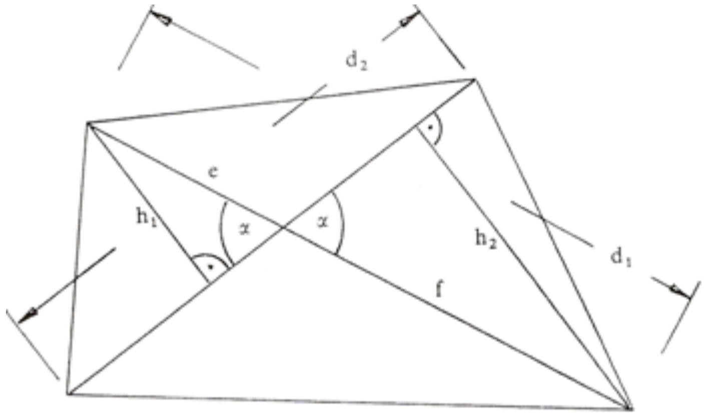
$$h_1 = e \cdot \sin \alpha$$

$$h_2 = f \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e+f)\sin \alpha$$

$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin \alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریگونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریکوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنگه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

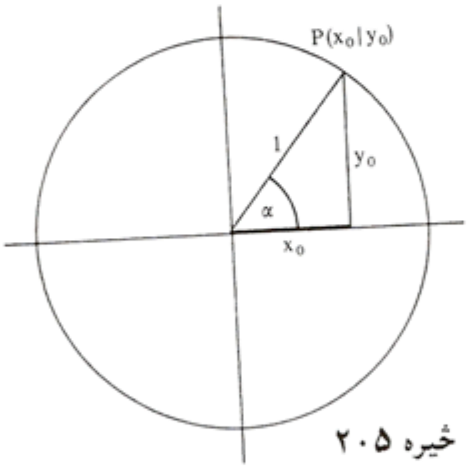
په ښه توگه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه گردی ووهي چی وړانگه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونگردی ویل کیږي، ځکه چی وړانگه یی یو یوون دی) او د گردی منځتکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریکوډی، چی د هغی یو کونج د گردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د گردې په منځ یا څنتر پروت دی، (څیره۱۳۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریکوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چی په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتګی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چی د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

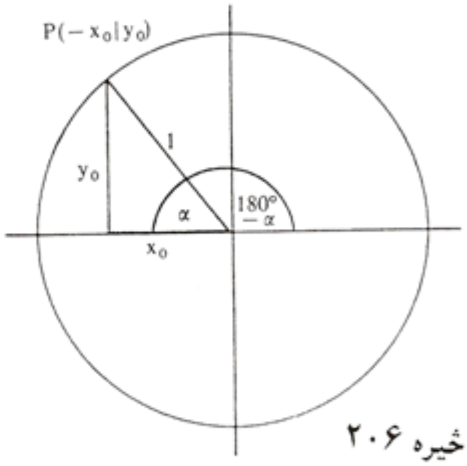
کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني ځنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin (180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos (180° - \alpha) = - \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.



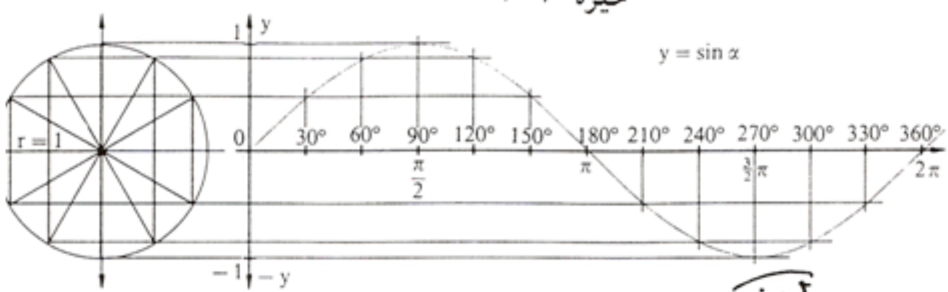
خیره ۲۰۶

په ورته توګه لاس ته راځی :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواک لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځی

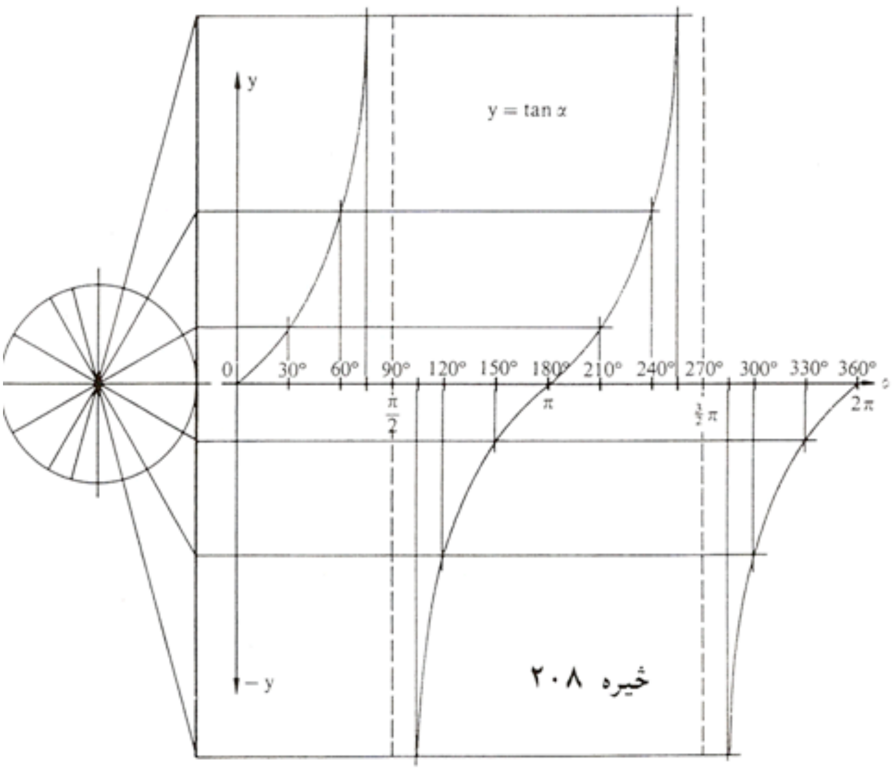
خیره ۲۰۷



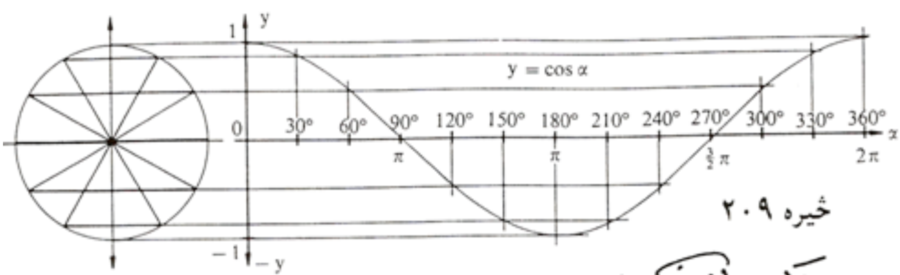
Die **Sinuskurve**: y = sin x; x ∈ ℝ; y ∈ [−1; 1]

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

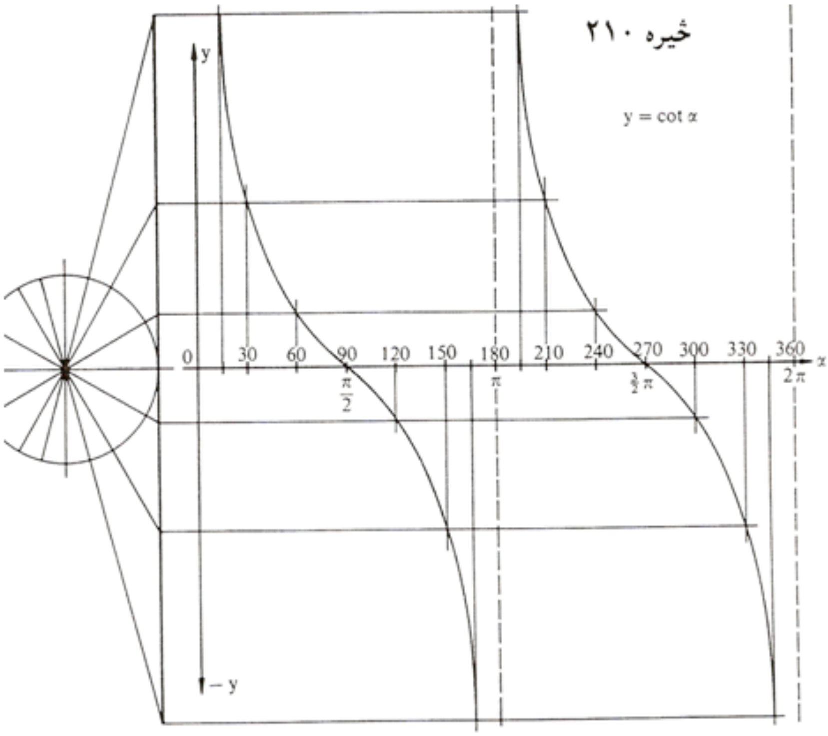


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$ د کوساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

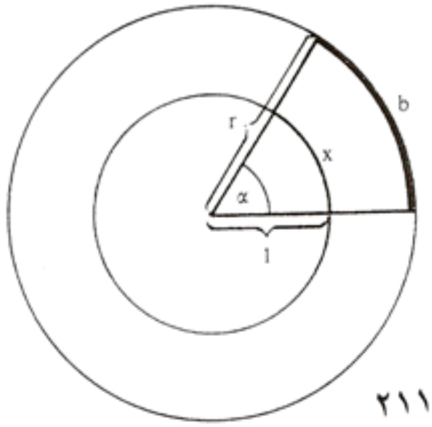


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ دکوتنجنت کوږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چې ۳۶۰ درجې پوره گردی ښایي. هغه، چې لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چې گردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کې گډ دي، چې په گڼونو اندازه کیږي، بې له کچ یوون؛ ارزښتدېرې رییلگڼونه دي، په داسې حال کې چې وتل گڼونه (= د تعریف ډېرې گڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا گون) لري. دا په کارونه یا عمل کې موږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مگر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریگونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلگي په توگه sin) ارگومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکی وښوول شو (ګرديبرخي د مخه څېړل شوي دي) چی هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردی لينده اړه لري، نو ټولی ګردی پورې ۳۶۰ درجی کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چی په چاپېرۍ کی ځانهمداسی نيسي لکه په پيل کی ∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $60° = \alpha$ له ګردی د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګی سره ګرديلينده

$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm

غوڅوي. دا ګردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردی د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر يا برعکس کونج ګرديلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوڅوي» د دې ګردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چی لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديليندی اوږدوالي کچګڼ، چی په ځنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لینده کڅ بلل کیږي. لاندې شمیراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180°) . \pi \quad <=> \quad \alpha = (x/\pi)\ 180° = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$$

دا چی د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړیدی شي، نو له دې امله د لینده کڅ لپاره په خوښه ریيلګڼونه پرېښوول شوي.

بیلګی :

$$\alpha = 1° \Leftrightarrow x = \frac{1°}{180°}\pi = 0{,}0175\ (\text{rad}) \qquad \alpha = 180° \Leftrightarrow x = \frac{180°}{180°}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 30° \Leftrightarrow x = \frac{30°}{180°}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236 \qquad \alpha = 360° \Leftrightarrow x = \frac{360°}{180°}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 45° \Leftrightarrow x = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854 \qquad \alpha = 720° \Leftrightarrow x = \frac{720°}{360°}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = 60° \Leftrightarrow x = \frac{60°}{180°}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90° \Leftrightarrow x = \frac{90°}{180°}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708 \qquad \alpha = -75° \Leftrightarrow x = \frac{-75°}{180°}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زیات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کیږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځاننیونو راپیداشوې کونجونه څنګه معلومیږي یا څنګه راځرګندیږی یا بهتره څنګه ځانونه نیسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، باید امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواك ارزښتونو څخه څنګه بیرته کونج یا په همدې توګه د هغه تعریفډیري ته، په لینده کڅ راتلی شو. دا کونجبلواك پریودیکی یا تل بیرته راګرځیدونکي بلواك دی، دا په دې مانا ، چي د بلواك ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره یا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

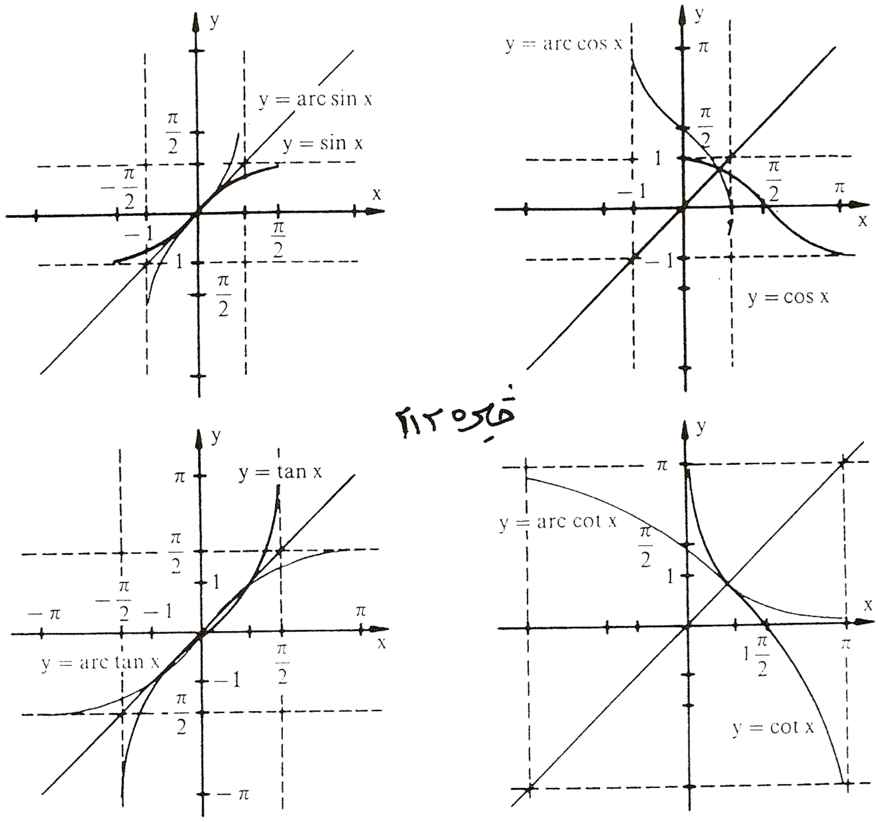
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكراريږي. د دې لپاره چې په څرګندنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډيرى په يوه برخه ډيري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) ترېګونومتريكي بلواك په څټ بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا څيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته arc sin(x) لوستل كيږي «دx اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډيرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډيرى دى او په څټ اركومنت يا تعريفډيرى دلته تل يو رييلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion ترېګونومتريكي بلواك	Arcusfunktion اركوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \text{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. $\arcsin(0{,}8) = 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. $\arccos(1) = 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. $\arctan(-100) = -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. $\text{arccot}(-70) = -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواک و ارکوسبلاک یو د بل په څټ بلواک دي نو باور لري:

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$

$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$

$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$

$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

یعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$

$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$

$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$

$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چې یوه کونج بلواك تعریفیږی یا ∝ او یا x وي. ددې لپاره چې د یوه بلواك خوي باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړۍډله یواځې له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) \quad = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \;; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې gegeben ورکړې او gesucht غوښتونې یا پلټونې په مانا دي

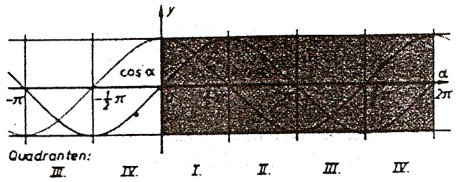
gegeben ورکړې / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\frac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\frac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\frac{1}{\tan x}$	cot x

لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

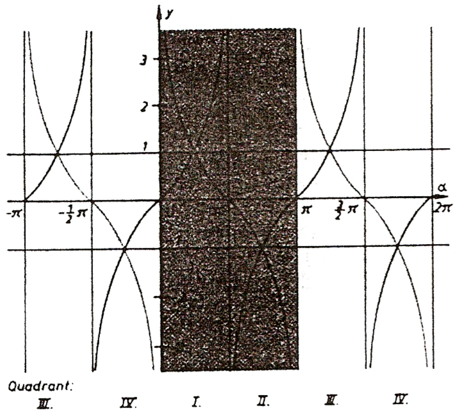
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x \\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\} \quad k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x \\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\} \quad k \in N$$



ځیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود د یاتی راگرځیدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود
ښکاري :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن گراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ټینگه روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	

$\sin x = \sin(\pi - x) = -\sin(\pi + x) = -\sin(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\cos x = -\cos(\pi - x) = -\cos(\pi + x) = \cos(2\pi - x)$ (Abb. 179)
$\tan x = -\tan(\pi - x) = \tan(\pi + x) = -\tan(2\pi - x)$ (Abb. 180)
$\cot x = -\cot(\pi - x) = \cot(\pi + x) = -\cot(2\pi - x)$ (Abb. 180)

بیلګی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یواځی د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چی یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه سطح د جدول په مانا دی او کیدای شي ژر یا څوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x) cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x) cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوړي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له ځیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د 2/ = x کرښې ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له ځیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$$
$$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$$
$$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$$
$$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډېل تعریفېدېرې پورې ساده ډېل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو پو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابې کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

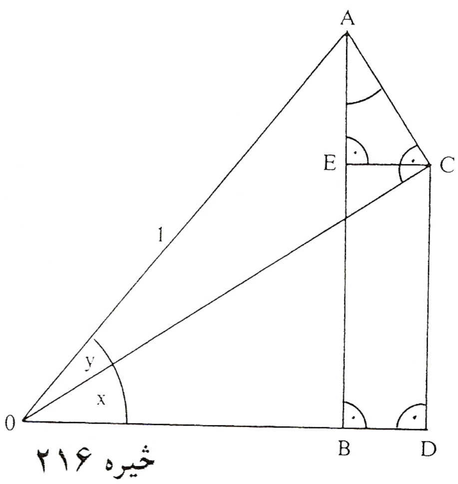
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y)$; $|OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسیره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ثبوتونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. 2′.:

3. ι 4.: $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x;\ z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2};\ t = \frac{x-y}{2}$ کیږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو
$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ثبوتونه پورتنۍ توګه څخه راځي

7.: $x = y = z/2$ کیږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

دوهمه نیونی له لارې ثبوتونه لرو

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې و لیکه نو لیږدوه

۹-۱۰: د ا ا برخه له ۱ او ۲ او تمرینت د تعریف څخه لاسي ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) + d$

لكه چي په پيل کی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيرې پيښې شته دی چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك کی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه کی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغې مخامخ د كوسين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (کوسین: له ښي لور څخه)

بيلګی	دكارونی ساحه	تاثير	بلواك
شېره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin(x)$
شېره ۲۱۸	د يوه مساوي او بدل سپيالونګ يو په بل پرلوټل	د Y - لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) + d$

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = sin(x+c)	د فاز تغیرات ګراف بدلون	په بدل برېښنا جریان کې د برېښنا او شیانو تګ تخنیکي دوبنسانونه	ځېره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیټود د ګراف بدلون فاکتور- 1 د 180° فاز ګراف بدلون دی	د یوه پندول خوځېدنه	ځېره ۲۲۰
y = sin(bx)	د پیریود تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کراره کیدل b <0 په شاتګ کیدنه کم محور دی	د یو بنسټیزې غږیزې څپې نه په یوه وخت داد پټه راډیو هڅې برو لسمه ړ یکله په د موږ یک الو په او ازولو کې	ځېره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	ځېره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندي ورکړي سره ځیره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي ولیکی

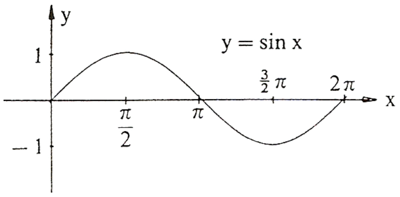
a) x = π/3 , b) x = -π/4 , c) x (2 /3)π

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

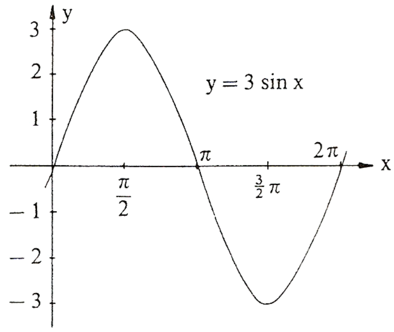
۳ – په لینده کچ یی ولیکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

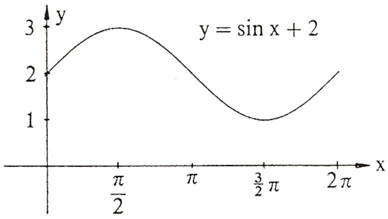
(c) ketabton.com: The Digital Library



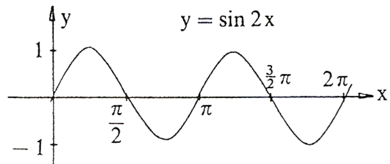
څیره ۲۱۷



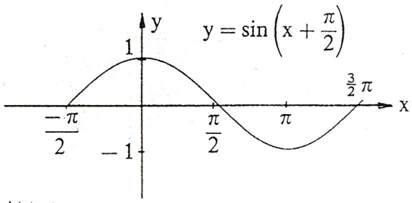
څیره ۲۲۰



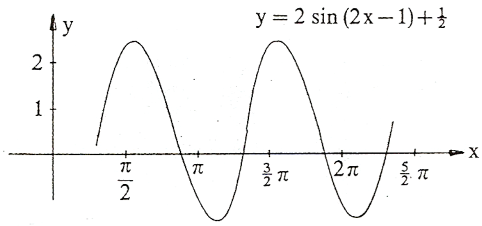
څیره ۲۱۸



څیره ۲۲۱



څیره ۲۱۹



څیره ۲۲۲

د دې بلواک ګراف د ساین کرېږ $y = \sin x$ څخه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله کیدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راکښنه

۴ – په 2 / 1 پورته لورته 100% راکښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20°   b) sin(-30°)   c) sin 172°   d) din1°4'

e) cos 35°   f) cos 380°   g) cos(-27°)   h) cos47,9°

i) tan 11°   k) tan (-15°)   l) tan 33,33°   m) tan 13°13'

n) cot 870°   o) cot (-11°)   p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8   s) cos α = 0,9   t) tan α = 2,5

u) cot α =-1   v) sin φ = 0,3   w) cos φ = -0,13

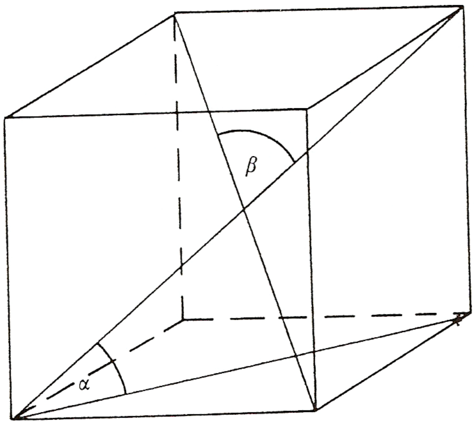
x) tan φ = -4   y) cot φ = 0,3   z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو γ = 90° او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm



خیره ۲۲۳

پاتی ټوټی وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري

۷ – د یوه پخکونجیز (α > 90°)

دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پخ کونجیز

دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ – په یوه مکعب کې د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ – د دوه ګردیو وړانګې

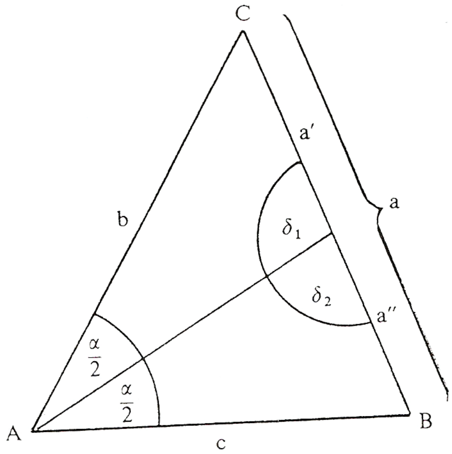
$r_1 = 5$ cm , $r_2 = 4$ cm

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ – په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ – که یوه بار ځاي ته،

چي ۵۰ ،۱ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج دې زیات ترزیات 33° وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ – الف)د یوې پورته ختلی کوځي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا

کوځه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لاري وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوگرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∢ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یی ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په ښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګي ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګي په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یی ∢ = 18,5° او ښیټکی یی β=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یی پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یی د ښی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنسټټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

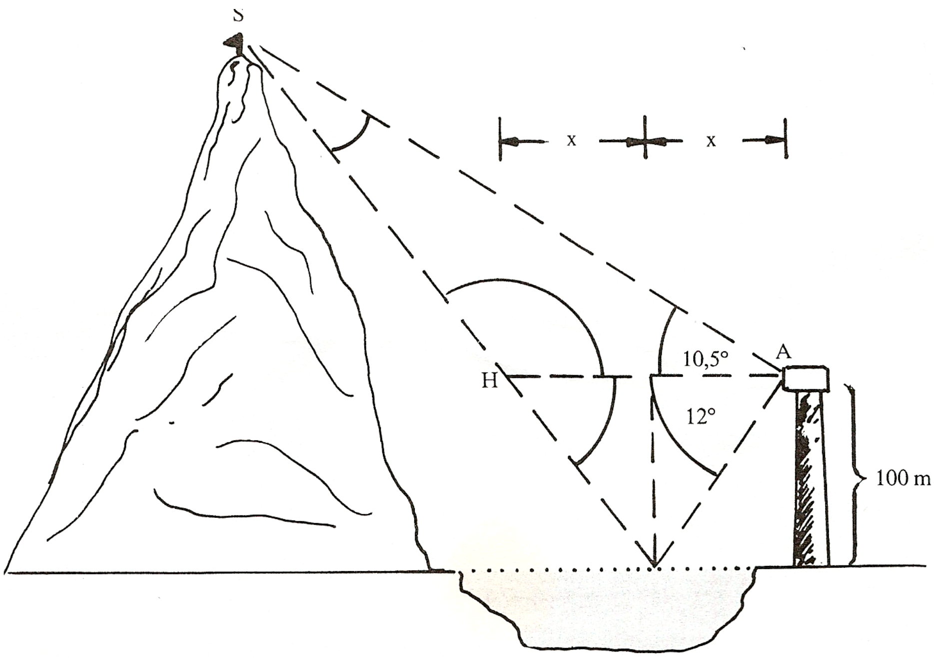
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

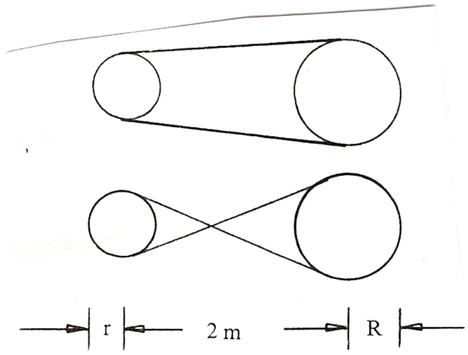
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټپسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته 14° میلان لري، د دننه لور ته 28° میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د 12° پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج 11° لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



شيره ۲۲۵



شيره ۲۲۶

۲۳ - الف) يوه د كشولو كړۍ، چي په دوه دكښولو چيترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، كه لاندې اندازې ولري

$r = 22$ cm , $R = 35$ cm ,

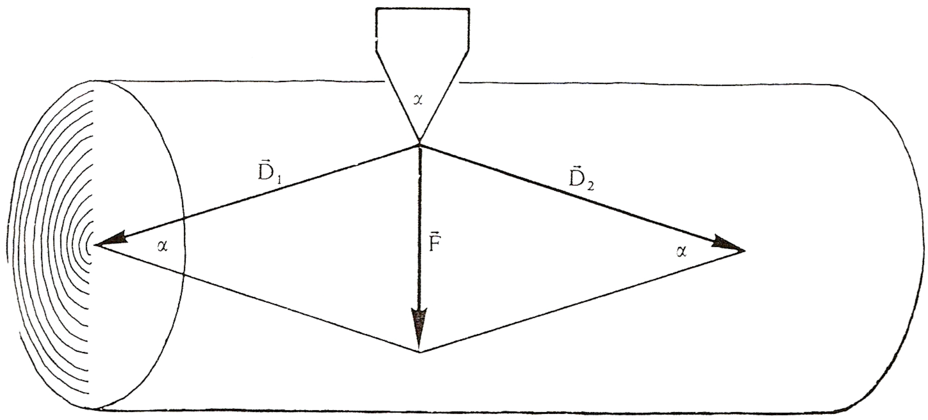
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا كړۍ به څومره اوږدې وي كه د اتيران په شير له چيتروګانو يا تيكليو ډاکي څيدلی وي ؟

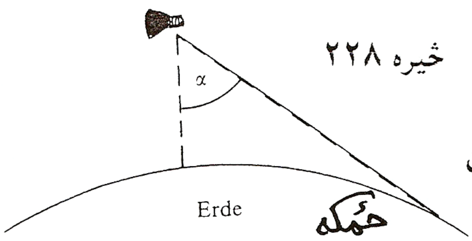
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په ستنه یو کایل)موږی) په ځتمك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چی د ستنی درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $6° = \alpha$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

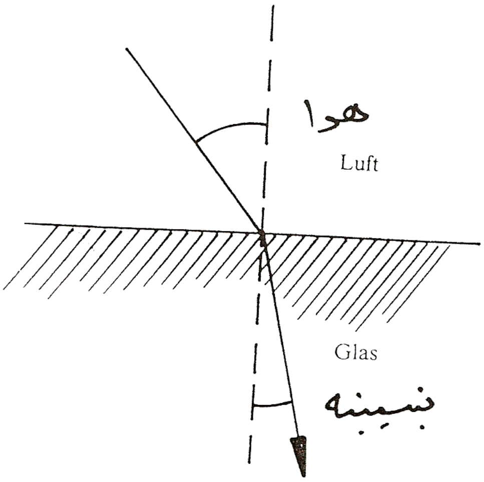


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي. له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ - که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وايي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

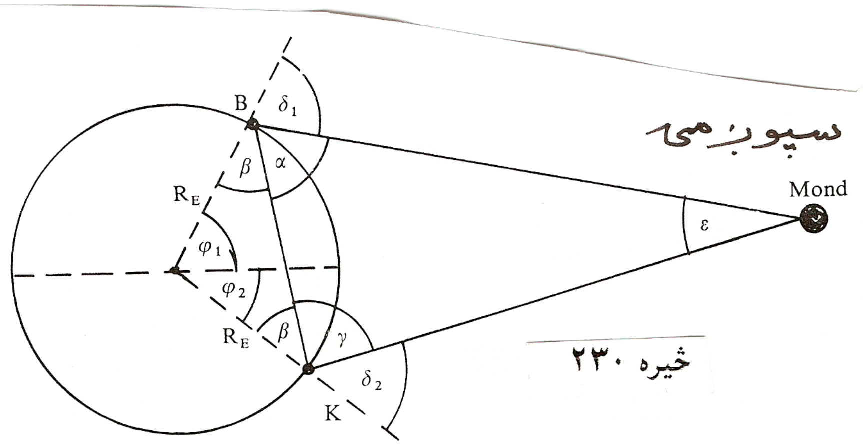
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو $n = 1,5$ (1,33) دی وښايي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ - په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
. $\delta_2 = 55,72°$ او $\delta_1 = 32,08°$
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t
تړواك لاندې دي. دا د بلواك (y = a . (sin (2 π /T)) .t + k له لارې
ورکړ شوي. دلته (2 π / T) t = x هغه کونج دی، کوم چې په T وخت
کی وهلکیږي. 1 / T = f د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته
کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورۍ برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورۍبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړۍ

د ازماېښت سره حل $x1=5$ یا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ یا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته ښه بدلون له لارې لاس ته راوړل کیږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ریښه ونیسۍ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کي دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$\|4\| = 4$	$\|5,12\| = 5,12$	$\left\|\sqrt{3}\right\| = \sqrt{3}$	$\|\pi\| = \pi$
$\|-4\| = 4$	$\|-5,12\| = 5,12$	$\left\|-\sqrt{3}\right\| = \sqrt{3}$	$\|-\pi\| = \pi$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو$x = |x|$
تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = | x |$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې $ax^2 = b$ یا$ax^2 = + c = 0$ برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$
\begin{aligned}
2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\
\Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad | : 2 \\
\Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\
\Leftrightarrow |x| &= 2
\end{aligned}
$$

لومړی حالت	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad | \cdot 2 \\
\Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\
\Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18}
\end{aligned}
$$

لومړی حالت:	$x \geq 0 : \lvert x \rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0 : \lvert x \rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات $x^2+2x=0$ حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو : x1=1يا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړى حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دى، كه لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بنې يا مساوات سيستم تل كيدى شي د اووښتوني يا متحولي له نوكانو راوستني له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & |\ x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\ \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x + 2 & = & 0 & |-2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |:3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بیلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |-\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & |\ x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\ \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & |+\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & x = \frac{9}{8} & \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بېلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمېرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تللار

بېلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکميلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \quad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}} \quad \text{oder} \quad \underline{\underline{x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

یا په لنډه بڼه لیکو:

$$\underline{\underline{x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}}$$

دلته د ریښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا دیسکریمینانتD بلل کیږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول ولیکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D}$$

یا

$$x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$
$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{aligned} &\Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{aligned} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کي غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کي کېدی شي حل داسي کنترول شي، چي د حلتوکي په سرچينيز مساوات کي ځاپه ځای شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښي جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښټ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي) د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښيز ضريبونه(ځلووني) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو شرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

L={x1;x2} دې د یوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل

دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتونې یا ماحولې x له نوکانو اېستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروۍ.

دریمه بڼه $ax^2 + bx + c = 0$:

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وییتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 | x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې یې و ازمایی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x + 2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x - 4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2 | : 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} | \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:} \quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

$$2x + 8 = 0 | -8 \Leftrightarrow 2x = -8 | : 2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2 \cdot 0 + 8 \cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2 \cdot (-4)^2 + 8 \cdot (-4) = 2 \cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{array}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}(x^2-3)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.
څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60{,}75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.   اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0 ; t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0 ; t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات پهx پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ _ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ ځ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a+1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ _ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.

څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.

پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتنې

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0 ; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0 ; t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2 = 12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزیې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0;\ a\neq 0$

مربع - یا څلوریزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه یې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1,5(x-0,5a)^2 = 0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$

دريم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0,025x^2 + 2x - 0,254 = 0$ ټ - $119,6\pi + 9,6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ث- $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښايئ: د تول $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ $a,b \neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8,5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دويم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په ښي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5;3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډيز يا مستطيل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډيز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی يې 4/3 وي.

اوم: وښايئ: که د دوه حقيقي عددونو کمښت يا تفريق د ضرب په څلور څله زيات شي، نو سرې د دواړو حقيقي عددونو مربع زياتون يا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډيز پټي د $A = 800$ m^2 سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(د ارزښت تابع یا فنکشن) $K(x) = x^2+100x+80$

(د خرڅلاو تابع) $E(x) = 160-2x$

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

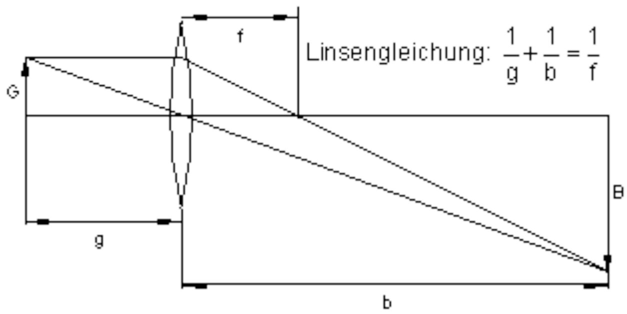
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي ځیره B باندې پریوځي یا ځیره کیږي. د شي او ځیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې ځیره B یې د عدسې څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې ځیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ـلکه کرښیز مساوات- د ورته ښه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېزئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفېزئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څېړنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
&\frac{4+x}{x-2} &&= 6 &&\mid\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &&= 6\cdot(x-2) &&\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &&= 6x-12 &&\mid -6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &&= -12 &&\mid -4\\
\Leftrightarrow\ & -5x &&= -16 &&\mid :(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ـمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &&= 0 && |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 &&= 0 && |+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x &&= 2 && |:6\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې يا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1}\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}\quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 &&= x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 &&= x && -x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 &&= 0 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x &&= -4 && |:2\\
\Leftrightarrow\ & x &&= -2 && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو يا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو يا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بيايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} &&= 0 && |\cdot(b-x)(a+b)\\
\Leftrightarrow\ & (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & a^2-2bx+b^2 &&= 0 && |-a^2-b^2\\
\Leftrightarrow\ & -2bx &&= -a^2-b^2 && |:(-2b)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{a^2+b^2}{2b} && \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0
\end{aligned}$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دې ته لارښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونیول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کیښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړونې له لارې ساده کړای شي.

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4}\ |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتيران(صليب) له لارې:

شميرنه کيدی شي
|Multiplikation über Kreuz لږ
چليپا يا اتيران ضرب له لارې هم لنده شي.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

دلته د لومړي مات يا کسر مخرج(ماتلاندې) د دويم کسر له صورت سره ضربيږي او د دويم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضربيږي.

مګر دا تيک هلته شونی دی، چې کسرمساوات دا ترخنګ بڼه ولري.

د اتيرا – يا چليپا ضرب د باوريوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه يا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د يوه ساده ورته بڼيط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چې د ښوولو وو

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کي: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

د معکوس ارزښت جوړونه Kehrwertbildung.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0\,\Big|-\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2}\,\Big|\ \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2}\,\Big|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2\,|+x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3}\,\Big|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6\,|-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6\,|-x \Leftrightarrow 3x+3=-6\,|-3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9\,|:3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چي د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجي ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1\Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1\Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو (کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ ځ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ څ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: ايا غوښتنه ټيک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دريم: تعريفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښايئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1;\ a \in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسيستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: يوه لارئ $405\ m^3$بار زخيره ځای ته په x تلنو وړي. يوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتيا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتيا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتيا لري او هره يوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبيعي عدد(عددونه) کيدی شي د صورت ته ورزيات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعريف ورشو او حلورشو يا حلډېرئ يې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې وليکې، چې پرته له دې دا بې تغيره يا تغير نه خوړونکی مساوات $x = -1$ حل ولري.

د کسرمساواتو د تعريفورشو لپاره بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکیږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 5x=4\,|:5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کیږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندي صفر کیږي.

په صلیب یا اتیران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتیران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\,|-3x+16 \Leftrightarrow 17x=22\,|\,17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ لپاره په انټروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

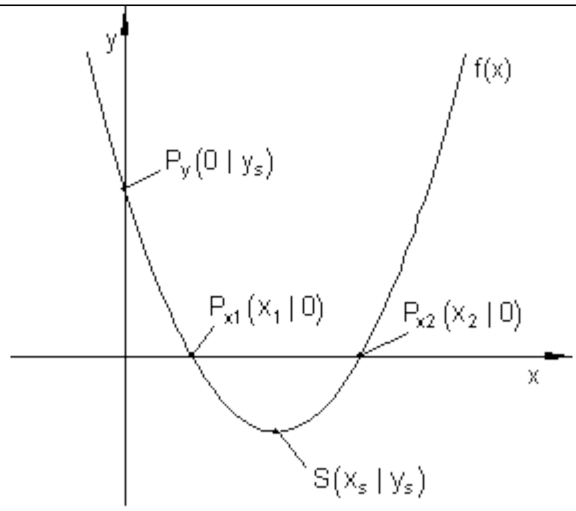
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوځتکي

د محورونو غوځتکي

په ځنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې یوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library



غوښتکی $P_y(0 \mid y_2)$

د x - محور سره غوښتکي $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او**

$P_{x2}(x_2 \mid 0)$

ککرېکی $S(x_s \mid y_s)$

څېرنبېلګه:

د څېرنبېلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوښتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کي غوښوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کي به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0);\, P_{x2}(1|0)}}$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځاى ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځايونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 ګټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2\rvert=\sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرني قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

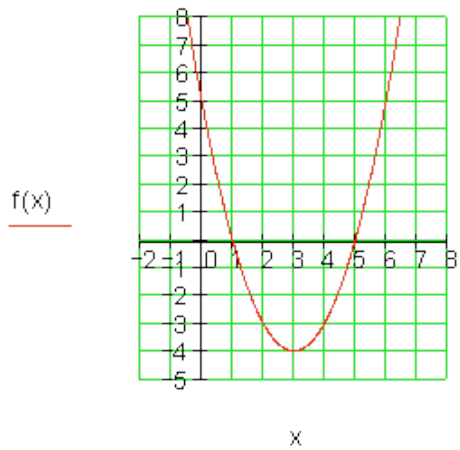
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1=-2+\sqrt{3}$$

دويم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2 \rvert=\sqrt{3} \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{3}$ د نورو څېړنو لپاره د بيلګي ګراف کارو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرتکی يي په ټکی $S(3\mid-4)$ راکښل شوی دی. د y محور سره يي عوښتکی $P_y(0\mid5)$ دی. د x محور سره يي غوښتکي $P_{x1}(1\mid0)$ او $P_{x2}(5\mid0)$ دي. د محور سره غوښتکي يي د تابع $f(x)$ صفرځايونه بولو، ځکه چې هلته باور لري: $f(1)=$ او $f(5)=0$	$f(x) := x^2-6x+5$ 

د تعريف او ارزښت سټ(ډېرۍ)

زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کې تر څېړنې نيول کيږي.

دا مو تعريفډېرۍ او ارزښت ډېرۍ ته لاربنودوي.

ځمونږ د بيلګي تابع دي فقط له $x=-1$ تر $x=+6$ د x ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D=\{x\,|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دي معنا چي له $x=-1$ تر $x=6$ پوري

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چي پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انټروال پولي $x=-1$ او $x=6$ څيړل کيږي.

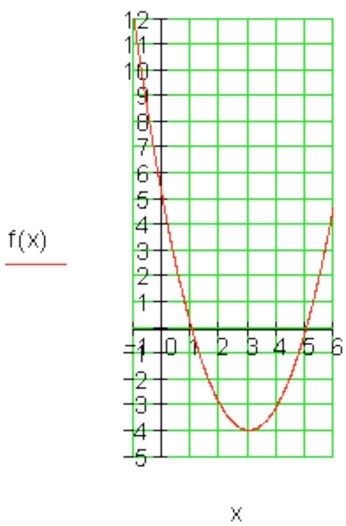
$$f(-1)=(-1)^2-6\cdot(-1)+5=1+6+5=12$$
$$f(6)=6^2-6\cdot 6+5=36-36+5=5$$

له دي سره ارزښت سټ دی:

$$W=\{y\,|\,-4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ يا -سټ تل د تعريف سټ له لاري ورکول کيږی.

د نوري څيړني لپاره ځموږ د بيلګي تاب ګراف ترڅيرني لاندي نيسو.

دا ترڅنګ څيره ټيک د تابع ګراف برخه ښايي، چي د تعريفسټ سره د مخه وړړ شوي ده. $D=\{x\,\|\,-1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W=\{y\,\|\,-4\le y\le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x):=x^2-6x+5$ 

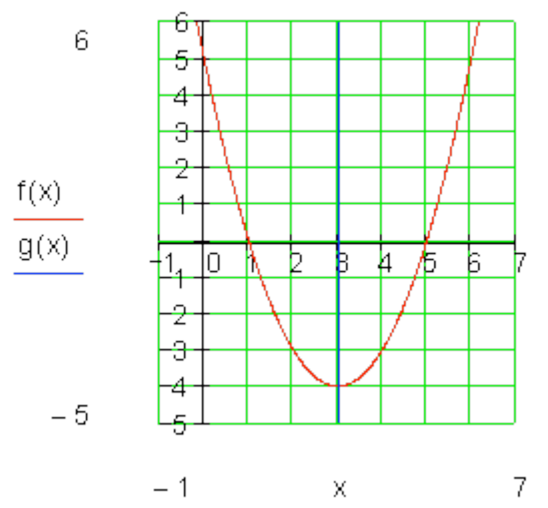
د سيومتري څيرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا خیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سیومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تیرېږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځایونه هم سیومتري محور ته سیومتریک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځایونو څخه د ککرۍ ټکي x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.



له صفرځایونو څخه د ککرۍټکي شمیرنه

صفرځایونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بیلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځایونه معلوم وي، نو د دې اریتمیتیکي منځ د ککرۍ ټکي د x کواوردینات دی.

د _p - q_ فرمول پیداکونه

د یوه مربع تابع د صفرځایونو پیداکولو امکانات د مربع تکمیلیدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نیسي. د دې لپاره یو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بیایي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکمیلیدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \Leftrightarrow \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \Leftrightarrow x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ریښي لاندي افاده(وییته) دېسکریمینانت بلل کیږي.

دېسکریمینات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

زموږ د بیلګي تابع صفرځایونه دي اوس د p - q -فرمول په مرسته وشمیرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړی دي دېسکریمینات وشمیرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسکریمینانت او د حلونو ستړ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow l$$

:
حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې ريښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

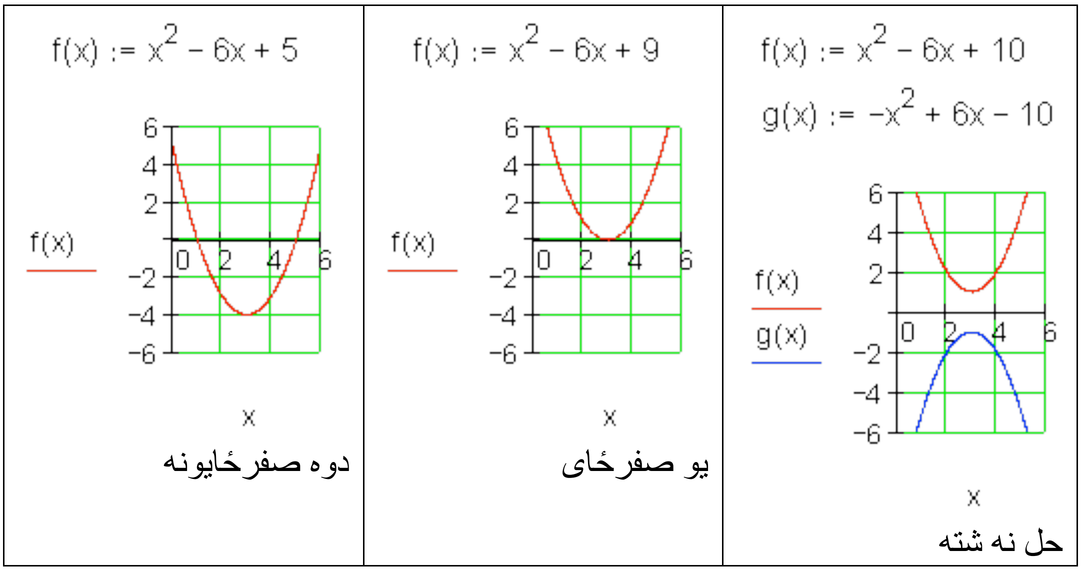
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د دوه حلونو دېرى(سټ) د يوه حل سټ د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندې څه معنا لري؟
زموږ په بيلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هيڅ او فقط يوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.



که دوه صفرځايونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوځوي.
د يوه صفرځاى سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځاى مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکې د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکې د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ويتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ويتا د ريښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيږده شميرني له لارې صورت نيسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 \,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5 \,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p \,(w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q \,(w)$$

صفرځايونه او کرښيز ضريبونه(فاکتورونه)

د ويتا جملې له مخې باور لري:

$$:: x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه يې د $p = -x_1 - x_2$ سره کيږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښيز ضريبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

يو ضرب تيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل:

$$x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:

يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

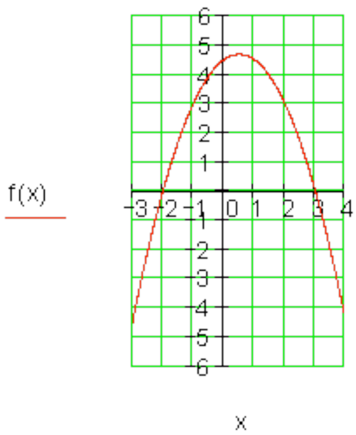
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \,\Big|\, \frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بيلګه

د صفرځايونو تاکلو لپاره د مربع تکميليدني له لارې مفصله بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دويم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسي $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ همداسي $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و ښیږی، که باور ولري:

$$f(x) = -x^2 + 1 ; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = ax^2 - a ; x \in \mathbb{R} ; a \in \mathbb{R}^*$$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$f(x) = -x^2 - 3x ; x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad g(x) = 0,5x(x+3) ; x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوځوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u <3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوځوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د 1- = u لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول د g(x) په y لور داسی و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a   داسي وټاکئ، چي پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چي دa داسي ارزښت نه شته، چي د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کي يوه ککره لري او د x محور په ټکي $t\ P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کي غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردينات محوورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0);P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-k)$ کي غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه a1 اوa2   داسي پيدا کړئ، چي تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کي همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

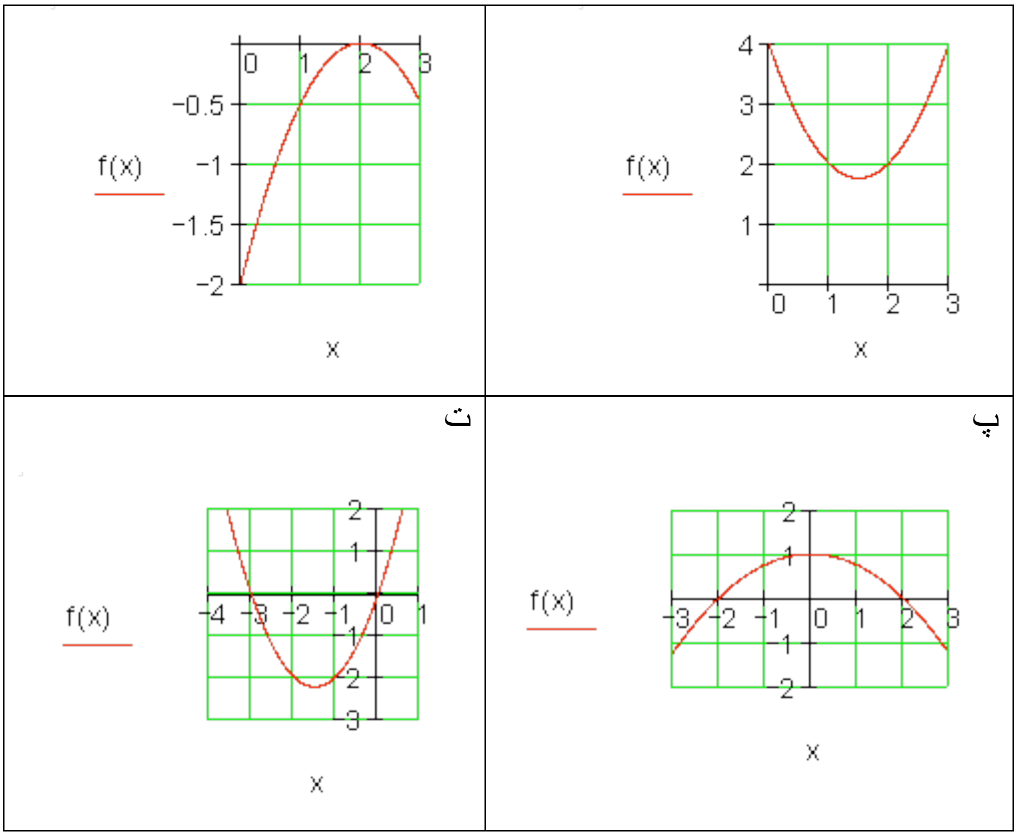
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ښيرنو ښخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ كراف د x محور په $x=-3$ كې غوڅوي. د تابع ترم وټاكى.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه -2 او 3 لري او خورا كوچني تابع ارزښت -1 لري. $f(x)$ وټاكى.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هكله كومې وېناوې (د رياضي منطق وګورى) كېدى شي؟

الف – $f(x)$يو صفرځاى $x = 0$ لري.

ب – د $f(x)$ صفرځايونه په مختخنه كې يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرايطو له اړخه

الف – د شميرنې له لارې وښايی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره يو ټکی، نه کوم ټکی يا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی يا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګریزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل   دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرزي،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner گڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویپونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميړي شينواری د ارواښادې پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مينې د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پيل او د دويم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلې.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library