شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – ګردۍ (دایره) ۸

ګردۍ هواره، - چاپیریال، - وړانګه، - ، نیمۍ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - ګردۍ ټوټه، - ګردۍ برخه، ګردۍ کړۍ، د ګردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، ګردۍ لینده،د ګردۍ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هګۍ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې خیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جګیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د ګراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه.................. ۶۷

۳ . ۹ ځانګړی حالت............... ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر............. ۱۴۰

۵ . ۳ – ډېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالخیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېګوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول.............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون......................... ۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِغوڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نږدې څلوېښت کاله کيږي، چې زموږ هيواد هراړخيزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هيوادوالو!

د نورو نيمګرتياو په څير زموږ درسي نصاب - په تيره شميرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلورديوالي ونه شو، نو زه به وهڅيږم، چې دا ما ليکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شريک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتيستيک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تيريږم او د ښوونځي د تيرو کتابونو څخه هم هيله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخي يا سمي يا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه ليکونکی بوهيږي او نه بل لوستونکی پرې پوهيدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پيدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتيستيک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شميرنه راوړي او د ستاتيستيک يو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به يې په مناسبوخت کې د ليدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځني کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شميرپوهنې سم اند يا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګي کې راغلی او هغه هم لکه ستاتيستيک او ... د پوهيدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پيچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکې راوړم، هيله ده چې ستونځي به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موضوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواځنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولي، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینی باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

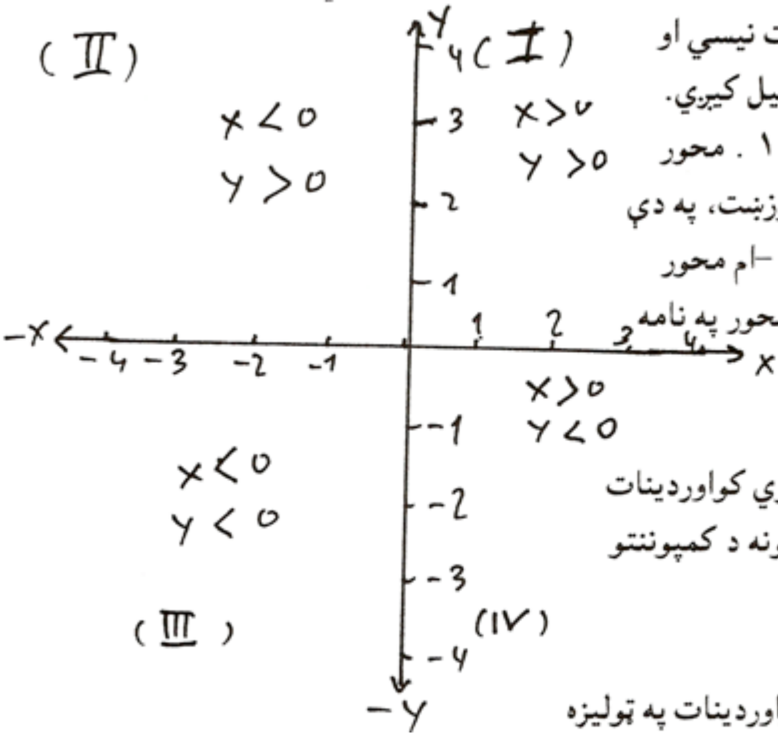
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چي ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسځیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو (لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –ام محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چی بدل شي، څکه چی دا کمپوننتونه تنظیم شوي یا منظمه جوړه ده. د څل یا ضرب لمړنی کمپوننت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کمپوننت د x– محور څخه. که لمړی کمپوننت منفي وي، نو ټکی د y–محور کیڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دایرې د چاپیریال (محیط) سره یو ټکی شریک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نیغه ولاړه ده، یا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محیط دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته میشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در یک نقطه به خط منحني دایره یک مماس رسم کنید.
به خط در نقطه یک عمود رسم شود. این عمود مماس مطلوب میباشد.
از یک نقطه که بیرون دایره واقع باشد، مماسي را رسم نمایید.
خط و به ان دایره تالس را رسم میکنیم. نقاط و به دایره تالس به منحني دایره نقاط تماس تانجنت هستند.
یوه زاویه جې د دایرې په چاپېریال کې د یوه وتر مخامخ پرته وي د محیط زاویه بلل کیږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېریال زاویې سره برابرې دي

د منځټکي هغه زاویه له کومې چې وتر برېښي منځټکي زاویه بلل کیږي.
هغه زاویه چې په یوه پایټکي کې

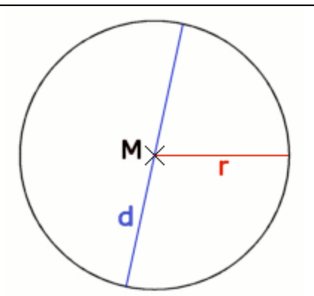
(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردۍ (دایره)

یادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مینه شینوارو کې غوزان ګټل، نویوه بنده ګرده کرښه مو وېستله او هغې ته مو ګردۍ ویل. دا نومونه د افغانستان په ټولو یا زیاتو ځایونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخریبوي.

د یوې پیالې غاړه که رنګ کړې او هغه په یوه کاغذ کېږدې، څیره چې لاس ته راځي، څه ورته وایې؟

د یوې افغانۍ ژۍ، څه شکل لري؟

پیژند یاتعریف د یوې سطحې یا هوارې ټول هغه ټکي، کوم چې له یوه ټکي داسې په نامه منځټکي M څخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه یا شعاع) ولري، ګردۍ لاین یا لنډ: ګردۍ بلل کېږي (مخامخ څیره)	

لیکندود یې (دا لیکندود په پیل کې ورځنی یا معمول نه دی، وروسته په تحلیلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E|\ |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل یې: ګردۍ ک د ټولوټکو ایکس چې ایکس د اي توکی دی، ډېرۍ ده، داسې چې..... دی.

ګردۍ هواره او ګردۍ چاپیرۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کی دی وي، چی د ټولو هغو ټکو ډېری یا سټ، چی له M څخه واټن (فاصله)یی له r څخه کوچنی یا د r سره برابر وي د دایرې سطحه بلل کیږي. (موخه یې ګردی منځهواره ده یا ټیك : ګردیتوټه)

د وړانګي (شعاع) پیژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چی د دایرې ژی یو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دایرې وړانګه یا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کیږي، چې په r سره یې ښایو (پورته څیره وګوری)٠

د نیمی یا قطر پیژند: هغه کرښه، چې دایره په دننه کې نیموي د دایرې نیمی (قطر) بلل کیږي او په d سره یې په نخښه کوو (پورته څیره دې وکتل شي)٠

پیژند
د دایرې (ګردی) دننه کونج یا ټول کونج یا پوره کونج 360درجې لري.

ګردیچاپیریال u د وړانګي r سره په لاندې ډول ورکړ شوی دی

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردیمنځ- یا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کیږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوی عدد ،، پي π ،، د دایرې عدد بلل کیږي
: $\pi = 3{,}14159265$

یادونه: دا چې ما کله هواره یا سطحه په A یا F او π مې په Pi نخښه کړې، هیله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځې پېښې نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوی د دایرې عدد (ګردی ګڼ) « π پي » ګورو، چې بیرته راګرځیدونی دی٠ له دې امله یو ایراشنل عدد دی او د مات په څیر نه لیکل کیږي، بلکه له لسمیز (عشاریه) وروستی پریودي یا تل بېرته راګرځېدونی څیفر پرلپسی دی. په کارونه کې یې مونږ نږدې شمرنې یعنې راکردونې ته اړ یا مجبور یو، ځکه چه د جبشمیرې د عددونوځایونو له امله، چې پای دې یا پوله لري یا رابند(محدود) دي.

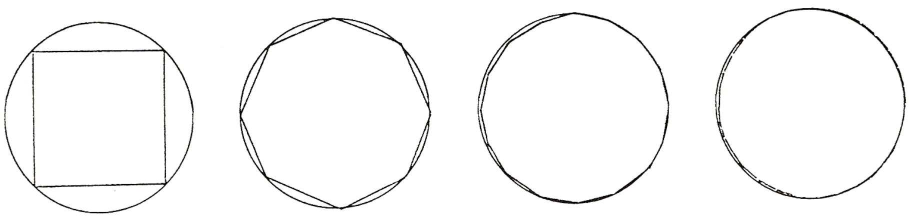
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګه سړی په دې بريالی شو چې دا عدد π پيدا کړي؟

دا لار دې په لاندې کی لنډه ورکړ شي:

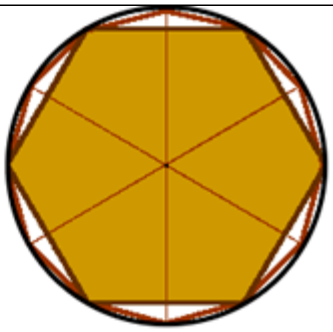
دا له ارښيمدس څخه پيل کارونه (عمليه) يا تګلار داسی پيل کيږي، چې په دايره کی يو ه مربع راګيروي يا رابنده وي او بالاخره يی په منځنيو ولاړو يا عمودونو سوکځيسيف يا يو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ يا جګ کړي يعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .

ځيره ۱۱۹



يوې ګردۍ ته د يوه n –ګوډي له لارې نزديونه (نزدې کيدنه)

ځيرې ۱۱۹ ښناۍ جی،

په مخامخ ځيرو کې نهه ضلعي ورپسې شپږ.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردۍ ته نزدې کيږي مخامخ ځيره څو ځوګوډيز بريښي او ستره تری راتاو ګردی**مخامخ** ځيرو کې يوې دايرې ته د يوه n -ضلعي له لارې نزديونه (نزدې کيدنه) **کتل کيږي، هغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نزدې يا تيک دايره ده)**	

د زياتيدونکي n سره کانتی يا ژۍ يا اړخونه (ضلعې) تل کوچني کيږي، چې پخپله له ۱۰۰ يا ۱۵۰ ور رسونو ته په يوه پاڼه کی د کښلو يا رسمولو څخه وځي يا نه کښل کيږي، په همدې وخت کی د منځټکی څخه د په همغه واټن د اضلاعو تعداد زياتيږي (يعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پيلدايرې سره دا ځيره تل نزدې کيږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيرپال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نزدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کى د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کى نه راځي) پيژندوړ دئ:

nپيدايښتي ګڼ	Unچاپريال	Fnمنځهواره
4	5,656854	2
8	6,122934	2, 828427
16	6,242890	3,061467
32	6,273096	3,121445
64	6,280662	3,136548
128	6,282554	3,140331
256	6,283027	3,141277
512	6,283145	3,141572
1024	6,283175	3,141572
2048	6,283182	3,141587
4096	6,283184	3,141591

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردى چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدى شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلی سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يی ۸ کسان ځاي نيولی شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ۲ متره نيمی(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ۷۵ څخه تر ۸۰ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

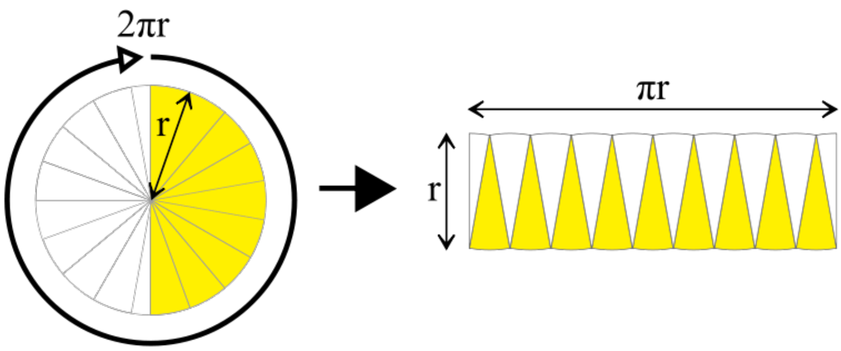
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو څلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی U = pi.1m=6,248m² په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : 8.75= 600cm

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر 80.8 = 640cm . قیمت وسطي یا منځ ارښت یي 6,2m دی. پس د نیږکو هیلو سره تول کسان په مېز خاي نیولی شي مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

په لاندې څیره کي کتل کیږي، چي د ګردی منځهواره نزدي

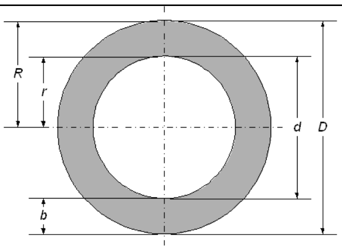
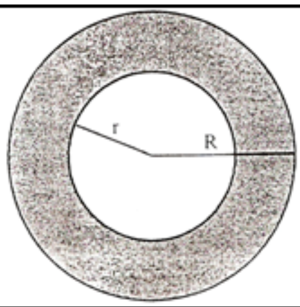


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته څیره کي د څیري کوچنیوالي له امله د ګردی څیره لږ تخریب شوه، خو دا ستونځي پوهوږ دي٠

ګردیتوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر وخت دننه- یا خونديکردی له چاپیریالکردی کوچنی وي. نو له دي امله د دوي په منځ کې یوه کړی منځ ته راځي، چی د هغي منځهواره د دواړو ګردیو د کمون، کمښت یا توپیر څخه شمیرل کیږي .	
جمله : **موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi (R^2 - r^2)$ $F_K = \pi (R - r)(R + r)$	

بل ډول يې: یوې د دایرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کیدی شي، چي د دایرې محیط د دایرې فطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نیمیو څخه هم وشمیرل شي، چي په لاندې کې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پیلبیلګه:

د سپین میز درز پیداکړ. چی له غاړې یا ژی يي پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چی که دامیز په پنځه سانتیمتره کوچنی کړی . کومه میز سطحه پاتي کیږي او د دایرې کړی چی له منځه ځي ځومره لویه ده؟

او د همغه پیل نیونی سره لکه د مخه ځومره نفر اوس په میز ځاي نیولی شي ؟

$F = (0{,}9m)^2 . Pi = 2{,}835m^2$

د دایرې کړی سطحه او محیط چاپیریا په لاندې ډول دي

$F = 1{,}95m . 0{,}05m . Pi = 0{,}30m^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

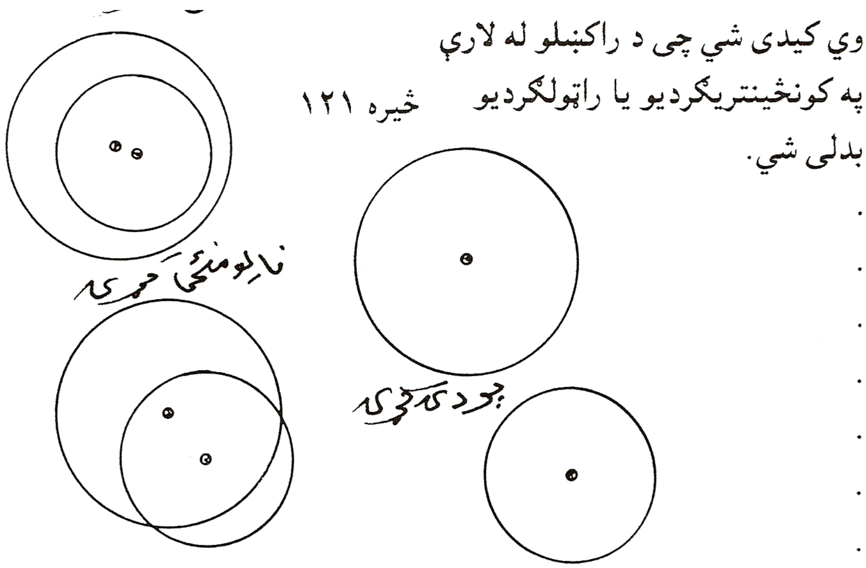
د داسې لړ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي۰

د ګردیوپروتځایونه یوبل ته:

هغه دایرې، چې منځټکي يې یو په بل پرېوزي کونځنتري یا راټول او په غیر له دې اکسځنتري یا ناراټولي بلل کیږي.

یو منځي کړی یا دایرې **نا یومنځي ډایرې یا کړۍ**

ددې لپاره. چې یوه دایره ټوله په بله پریوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري یا راټول دایرو واړول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردۍ چې منځ ټکي یې یو په بل پریوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غیر له دې اکسځینتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کیږي . که یوه ګردۍ تولې په بله کې پرته وي کیدی شي چې د راکښلو له لارې په کونځینتري ګردیو یا راتولګردیو بدلی شي.

که ګردۍ یوبل پوره پټې نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډیریو(یا ګډو پاتي یا باقي شمیرنه له ستونځو سره مخامخ کیږي .که ګردۍ یو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردۍ یو دبل سره پردۍ بلل کیږي٠ د دې ګردیو څیړې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

څو پیژندونه یا تعریفونه:

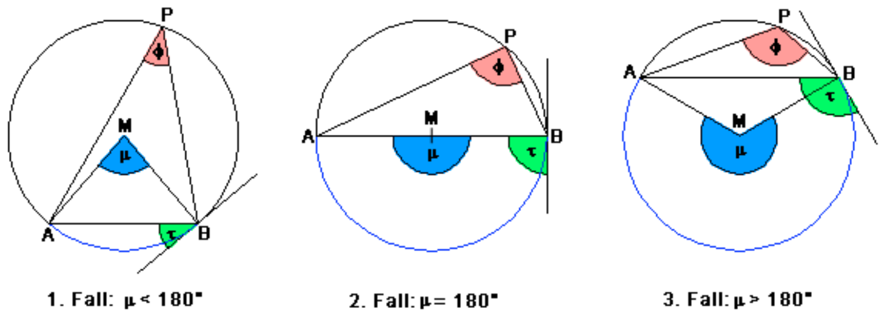
د ګردۍ هغه برخه ګردیوټه (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کیږي، که چیرې یوه دایره (ګردۍ) د یوې کرښې له لارې یا کرښه باندې غوځه شي . داسی یوه کرښه غوځکرښه یاغوځوونی (سیکانت) Sekante بلل کیږي. غوځکرښه ګردی په دوه توټو ویش. که دا کرښه د ګردۍ له منځ څخه تیره شي، نو ګردۍ په دوه برابرو برخو ویشي، چې دا بیا ګردۍ نیمووني بلل کیږ. هغه غوځوني چې له منځ ټکي تیره شي، د ګردۍ نیمې یا لنډ: نیمی بلل کیږي. که ګردۍ په یوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کیږي او که له ګردۍ څخه دا کرښه دباندې تیره شي نو تیریدونی کرښه بلل کیږي .په ګردۍ د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردۍ توټوني (Sehne) یا وتر بلل کیږي .توټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چې غوځی ، تنجنت او تیریدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چې ورسره بلد یو - کرښي دي .د یوه ګردۍ څخه د دوه ورانګو په مرسته کیدی شی یوه برخه راغوځه شي دا برخه ګردیبرخه یا سکتور Sektor بلل کیږي. د منځټکیکونج یامنځني کونج او لینډې (Bogen) b سره. مخامخ څیره ده

په لاندې څیرو کې د نومونو له الماني څخه په پښتو کوونه له کین وښی لورته:

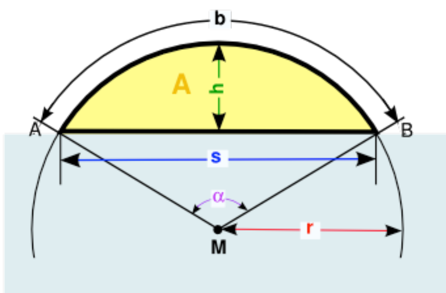
ګردیلینده Kreisbogen د ګردۍ توټه وونې(توټووني) Kreissehne ، ګردۍ برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی توټه (د ځيرنې پوهيدوله پاره دالاندې ځيره پوره په پام کې ولرى)



ګردی توټه Kreissegment ,
د ګردی توټې لويې:

- **α = منځټکيکونج Mittelpunktswinkel**
- **b = ګردیليندہ Kreisbogen**
- **h = د توټې جګوالی Segmenthöhe**

(c) ketabton.com: The Digital Library

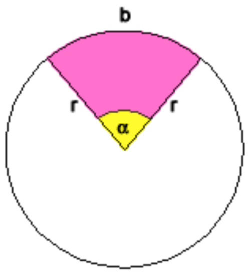
- **Radius وړانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترنه A-M-B = برابرپېنيز درپګودې**

Formel zum Kreissegment د ګرديتوتي فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول Flächeninhalt
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توتي جګوالی يا قطعي جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	دلـینـدي اوږدوالـی Bogenlänge
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ (Gradmaß)
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	گرديکڼ Kreiszahl

گردی برخه Kreissektor یا د گردی قطاع



د گردی برخي یا قطاع فرمولونه Formeln zum Kreissektor	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د گردی لیندی اوږدوالی یا د قوس--
r	Radius وړانگه
α	Mittelpunktswinkel (Gradmaß) منځتکیکونج (په درجه کچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahlکرديکڼ يا د داېري عدد

د يوي ګردى او کرښو پروتڅايونه يوبل ته:

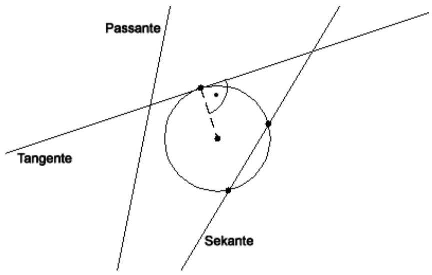
کرښه، چي ګردى غوڅوي، غوڅوني بلل کيږي.

کرښه، چي ګردى لمسوي يا د ګردى مماس دى، د ګردى لمسوني يا مماس بلل کيږي.

کرښه چي له ګردى تيريږي، له ګردى تيرېدونکي بلل کيږي.

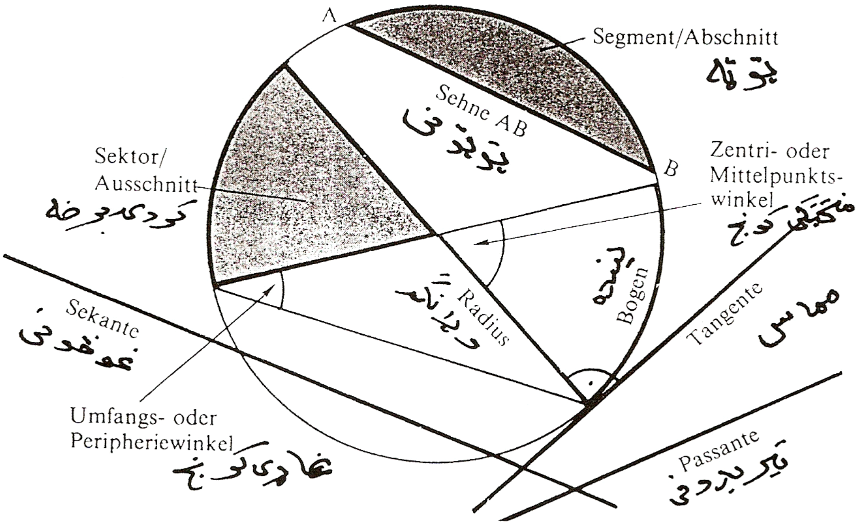
د کرښوپروتڅايونه د ګردۍته:

په لاندي څيره کي د کرښو نمونه: تيريدوني **Passante** ، تانجنت **Tangente**، غوڅوني **Sekante**، لاندي څيره کي خو هرڅه روښانه دي٠



په لاندي کي پورته ټولي څېري په يوه څېره کي ورکړل شوي دي

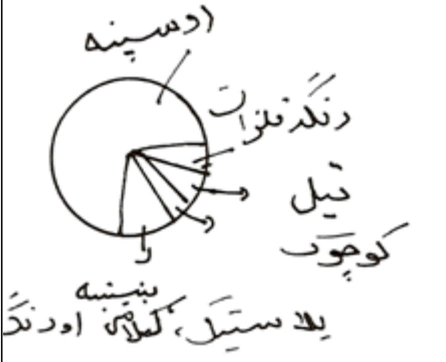
(c) ketabton.com: The Digital Library



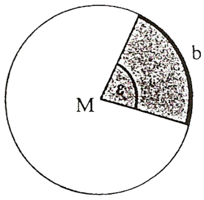
څیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کي (د جوړموادو برخه د ګردیبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره $360°:100=3,6°$ وی . یعني $4\%\sim 14,4°;6\%\sim 21,6°;9\% 32,4°;75\%=270°$ څیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی	

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندې د کردۍ برخي خیره خرګندوي» د منځکونج چې د ε ، سره یې په نخښه کوو لویوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لیندۍ b تغیر خوري او لاندې باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F}=\frac{b}{U}=\frac{\varepsilon}{360°}$	ε لویوالي b لږه کړۍ دیمونه باګردی ارغونځ  خیره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دویمې برخي څخه باوري دي:

جمله : د کردۍ برخي د لیندې اوږدوالی داسی دی:

$$b=\frac{n.\varepsilon}{360°}=\frac{2\pi r.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړۍ برخي څخه د سیکتور یا کردیبرخی لپاره باوري کیږي

جمله : د سیکتور یا د کردیبرخی منځهواره په لاندې ډول ده:

$$F_{Sk}=\frac{F.\varepsilon}{360°}=\frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°}=\frac{rb}{2}$$

اړیکي $F_{Sk}=\frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk}=\frac{F.b}{n}=\frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بیلګه: د خام موادو برخي (بیلګه مخ) هواره خومره لویه ده، که د کردۍ دیاګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360^\circ).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات $= F$ ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

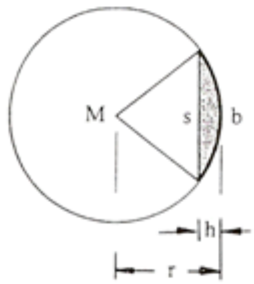
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارۍ ددې فرمول سره نور د برخهوارۍ شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارۍ او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خېره ۱۲۵

ګردی ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2 . \sin \varepsilon$$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارۍ په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360^\circ) - (r^2 \sin \varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi \varepsilon / 180^\circ - \sin \varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارۍ لپاره ګټور نږدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه: مدیر کړاو له ځان ځخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به ځومره لوي وي؟

لمړی ګردیتوبی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع ځخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.
منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیتوبي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.
لاندې لاس ته راځي:

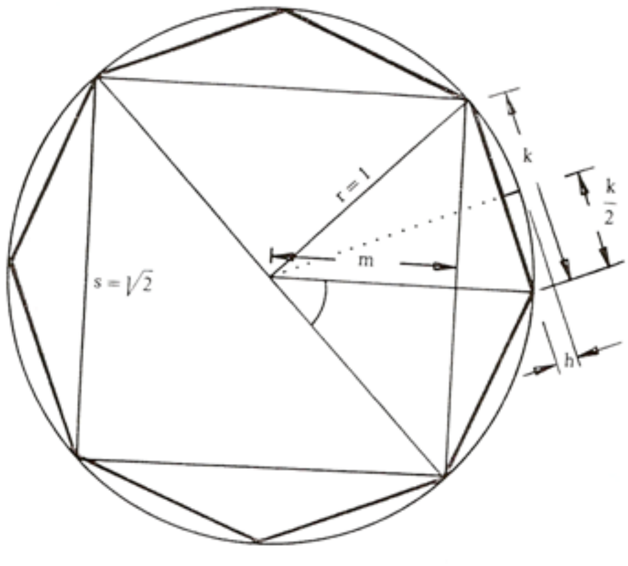
$$s = \sqrt{2} \,.\, 1 = 1{,}414 \text{ m} \;;\; m = \sqrt{a-(1{,}414 : 2)^2} = s / 2 = 0{,}707 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{(1 - 0{,}707)^2 + 0{,}707^2} = 0{,}756 \text{ m}$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0{,}765 : 2)^2} = 0{,}076 \text{ m}$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0{,}393$ m دی./و له دېسوه

$F_{\text{بوټه}} = 0{,}5.[0{,}393.1 - 1{,}414(1-0{,}076)] = 0{,}039 \text{ m}^2$



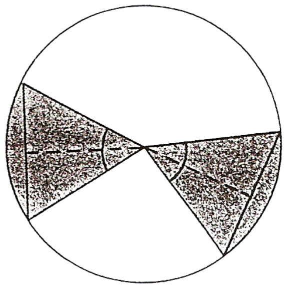
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د بنیبنی میز جوړیږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: $8.0.039 = 0,312\ m^2$.میز اوس لاندې هواره لري

$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګردیهواره د وړانګي $r = 95\ cm$ سره. د کیناستلوخای سور (k) حتي زیات شوی ، چاپیری اوس $U = 8.0,765 = 6,123\ m$

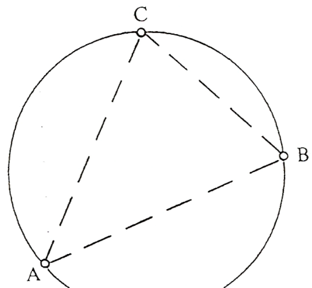
د مساوي ټوټوونو جمله



مساي اوړدې ګردیټوټی د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګردیلینده، او مساوي ګردیټوټی او مساوي ګردیبرخی لري .

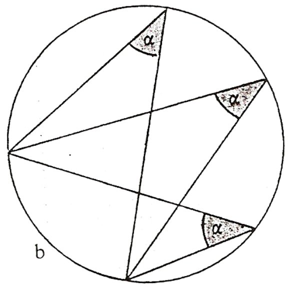
خیره ۱۳۱

د چاپیرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره یوه ګردی موجود ده چی د دریواړو ټکو څخه تیریږي:
دا د دریکونجي ABC چاپیرګردی بلل کیږي
خیره

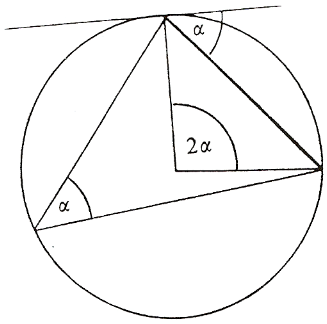
د پریفري – یا ژیکونج جمله



خیره ۱۳۳

په همغه لینده باندې ټول
پریفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

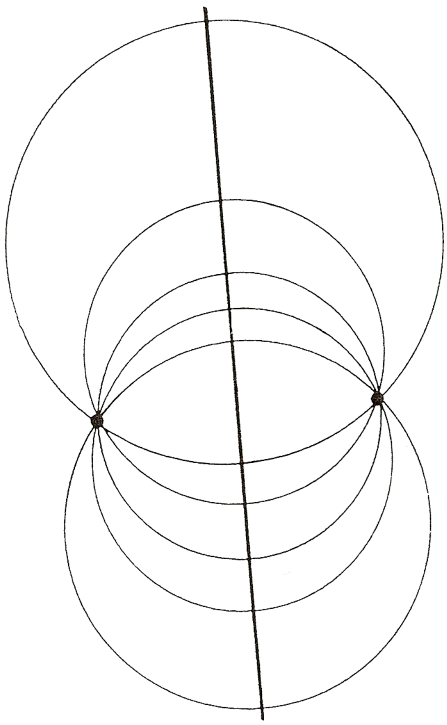


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژېکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

ځیره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت-ټوټوني- کونج جمله:



د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت-ټوټوني کونج.

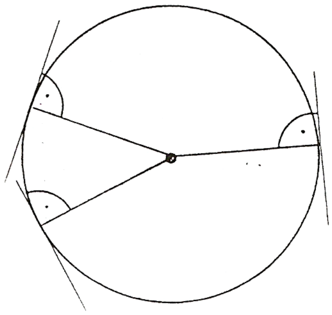
دګردیوجمله چې په دوه ټکو کی
سره پریکوي

د ټولو ګردیو منځټکی چی یو بل په
دوه ټکو A او B کی غوځوي یو
ناپایکرښه باندې چی ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

ځیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله

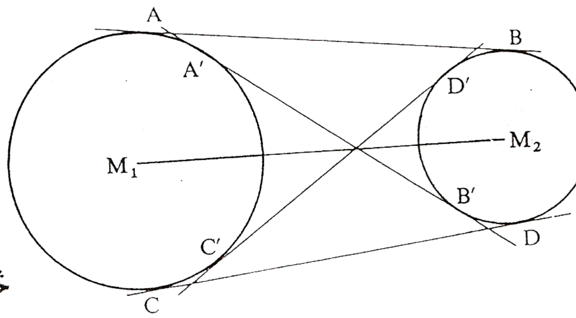

شيره ۱۳۶

په لمستېکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره يو په بل ولاړ يا نيغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګرديو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نوميږي که د دوه ګرديو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چيرې دوه ګردي ګڼ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

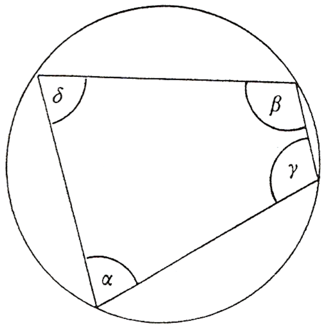
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



شيره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

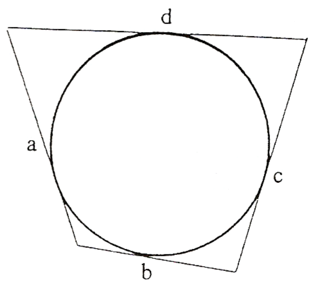


خیره ۱۳۸

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180^\circ$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالی د نورو ضلعولويوالي سره برابر دی



خیره ۱۳۹

A+c = b+d

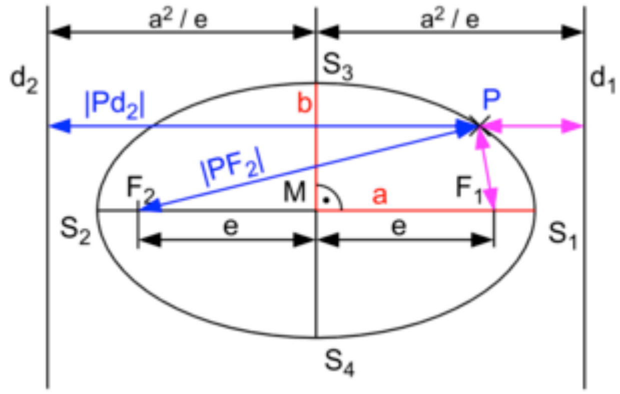
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایلیپسی (بیضوي یا هګۍ) (دلته موخه هواره ده)

Ellipse

پیلبیلګه :

د کړاو میز جوړښت باندې موږ په اته کونجي اوبی یا حل کی تم کړی وو. دا چې په دې ډول یو میز سره تل د زخمي کیدو خطر موجود دی‌پوښتنه رامنځ ته کیږي چې : داسی یو را ګردشوی شکلی شکل ، چې ګردی نه وي او منظم غوښ وي، شته، چې د کړاو اړتیا پوره کړي؟ په ریښتونی ، داسی یو اوبی یا حل موجود دی، لکه چې لاندې ځیره ښایي، چې هر د غاړې ټکی دوه ټکو واټنونو ته یو ثابت واټن لري



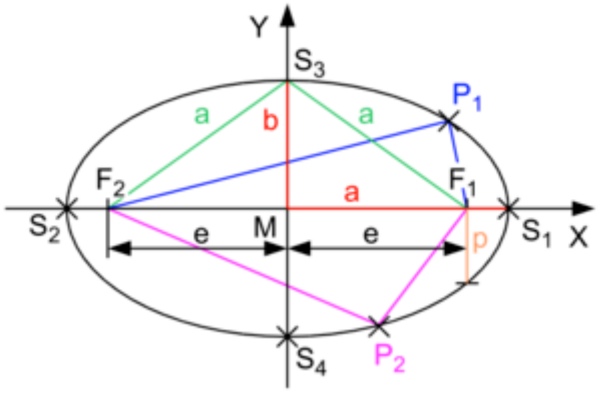
پیژند یا تعریف:

د ټولو مغوټکو **P** ډیري ته چې له دوه ځاي په ځاي ټکو **F1** او **F2**سوزېدټکی یا بهتره سوزونټکو) (ثابته یا ځخه همغه واټن یا فاصله لري، ایلیپسی نومیږي

لاندې واټنونو یا فاصلو ته سوزونوړانګی وایي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oته د ایلیپسی منځ ټکی وای، eته د سوزونواټن یا فاصله یا لاینې ایکسځنتریځیتایت (lineare Exzentrizität) یا لاینې ناراټوله وایي .ددې لویو لپاره لاندې اړیکي باوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

په دې کی a او b د ایلیپسی لوي او ووړ نیممحورونه دي. اړیکه I روښانوي، که چیرې د ایلیپسی ټکی P د نیممحور a په اخر کی وټاکل شي، IIد پیوتاګوراس له جملی لاس ته راځي که د Pټکی د b نیممحور په اخر پروت وي .دواړه ناپایکرښی چې د سوزونټکي تیریږي او په دې په O کی ولاړه ناپای کرښه د ایلیپسی سیومیتري محورونه جوړوي .د خوښي په ټکی P کي هره په تانجنت ولاړه کرښه د سوزونوړانګو ترمنځ کونج نیموي.

د ایلیپسی جوړول د باغوان لخوا یا د ایلیپسي باغواني جوړښت:

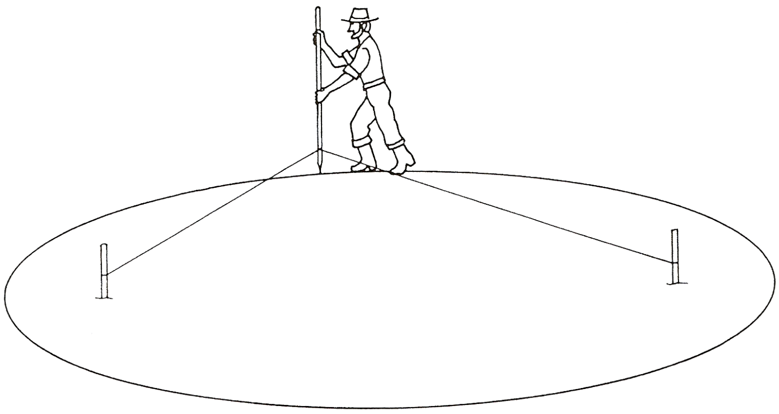
دا ځیره دي کران لوستونکي د تمرین په توکه وباسي٠ د یوې رسی، چې په a 2اوږده وي، په داوړو سرونو کي موړي وتړی او دا بیا په ځمکه ټکومي، د یو بل)خوزیدونکی (موړي یا لرګي په مرسته دا پړی راکښ کړی یا راکاږی او وکرځوی ، دلته کوم شکل چې پیداکیږي ایلیپسی ده او دواړه د پړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونـو ټـکي چې مـوړي پـرې وهل شوي سوزونـټـکي دي. ځـیـره پـه هر کـواوردینـات سیسم او یـا پـه یـوه مـیـلي مـتـر کـاغـذد کونـځیـنـتري یـا راټـولـو ګـرديـو پـه مـرسـتـه بـل جوړښت امـکـان پـیـدا کـیـږي، چې سرې د یـوه ټـکي دوه ګـردي د a او b وړانـګي ووهي او هره د خوښي وړانـګه د ننـنی ګـردی پـه Pb او دبـانـدنـی ګـردی پـه Pa کی غوځوي. کـه د Pb څخه یـوه پـرتـه کـرښـه وویـسـتـل شي او د همـغـه تـر Pa دوام، نـو هرچیـرتـه یـو د ایـلـیـپـسی یـا هګـی یـا بـیـضوي ټـکـی لاس تـه راځي. د ایـلـیـپـسی هر ټـکی داسی پـیـدا کـیـدی شي .پـیـژنـدل کـیـږي چې هر 2 bتـه غبـرګ ټـوټـونـی

د k= a / b فـاکـتـور سره لـنـډ شوی دی. لـه دې سره د هـواري دنـنـه هم تـغیـر خوري ددې فـاکـتـور k پـه انـدازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$

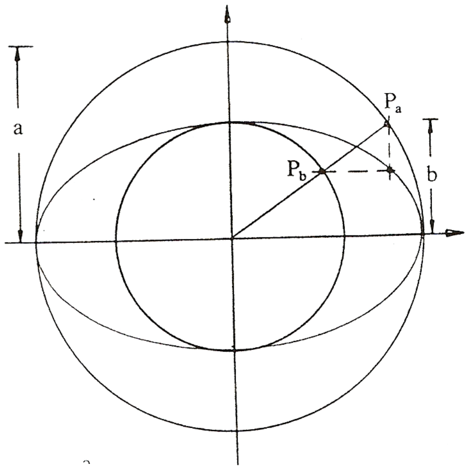


ځیره ۱۴۱

او لـه دې چې r = a او k.r =b) د r لـتـه د ګـردی » لـویـه نـیـمـه اکسی(مـحـور) ده

جـمـلـه : د ایـلـیـپـسی هـواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۴۲

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نزدې شمیرنه بسیا کوي.

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi (1,5 . [a+ b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2 \pi a = 2\pi$ <=>

اویا په په همدې توګه یا ⟺

$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2 \pi r$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د ښاغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي څیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$F = \pi .1.0,95 = 2,985m^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیرى کيږي:

$$U \sim 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\ )\ 6,127\ m \iff$$

يا په همدې توګه د بيضوي يا هګۍ و د ګردۍ فورم ته يا ګرديځيږې ته نږدې فورم نيسي U ~ 6,128 m. له دې امله هکيځيره د ميز لپاره مساعد اوبى يا حل دى.

تمرينونه

١ – په کاليفورنيا کى د يوزيميت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دى. کوم چاپيرى يى هغه ونه لري چى وړانګه يي ٧ ، ۴ متره وي؟

٢ – د لاس ساعت دقيقه ښونکى ١،۵ سانتي متره اوږد دى(څرخونمحور– څوکه)، څوکه يى په يوه سانيه، يوه ساعت، يوه ورځ، يوه اونى، يوه کال کى څومره لار وهي؟

٣ – ځمکه نږدې ۶٣٧٨ کيلومتره يوه قطبي (اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپيرى يى څومره دى ؟

۴ – په خيال کى دې ولرو، چې له اکواتور يا قطب څخه يو پړى غزوو (۴٠٠٠٠ کيلو متره)، کوم چى د اکواتور يا قطب له چاپيري څخه يومتر اوږد دى. د يوه ځانګړي تخنيکى چمتووالى له لارې په هرځاي کى د ځمکى څخه په همغه واټن راوړل کيږي. ايا دا واټن پوره لوي دى چى سړى ددې ترمنځ يوه د (ګيرکلى) پاکي وځايوولى شي يا ځاي کړاى شي؟

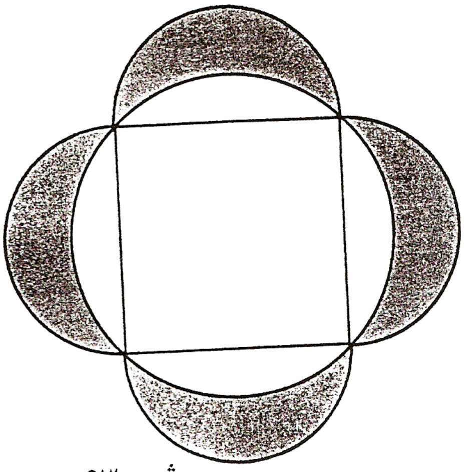
۵ – د غوڅهواره به يى د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور يا قطب په اندازه جګ وي؟

۶ – په اکواتور يا قطب دوه ځايونه څومره لري دى، که يو له بل يوه اوږددرجى په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

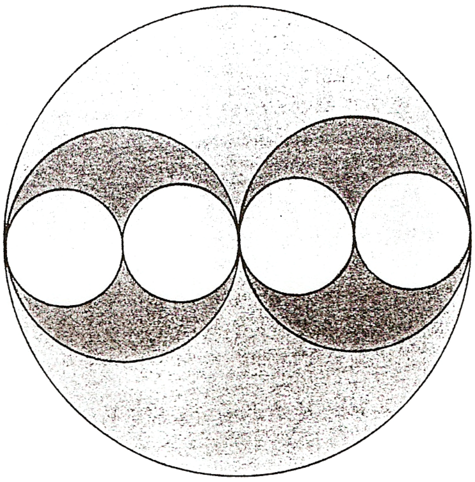
۷ – د ګردۍ چاپیرې څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟



خیره ۱۴۳

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (خیره ۱۴۳).

۹ – د خیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګي سره وټاکی. دا هره یوه د لویې ګردۍ په سلو کی څومره برخه جوړوي؟



خیره۱۴۴

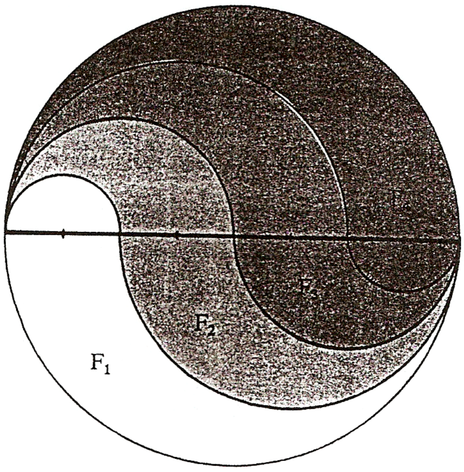
وښايي چی د څلورواړو ګردیو چاپیرې د همغی وړانګي سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردۍ چاپیرې.

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردۍ راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي $r = 7,2\ cm$ سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چې څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چې وړانکه یی $r = 10\ cm$ ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چې هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



څیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په څیره ۱۴۵ کي چې ورکړ شوي، وښایي، چې وړانګه یي $r = 4\ cm$ وي. وښایي چې هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (څیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چې همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چې داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چې نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

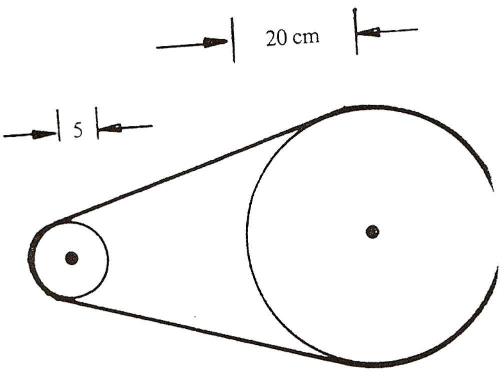
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چې د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چې دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچې پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چې سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته ضرورت لري. وښايي چې دا ساتليت يا جوړه سپوږمۍ يا مصنوعي سپوږمۍ له ځمکې څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څيره ۱۴۶

۱۷ – د يوه څرخونکړې يا بهتره څرخونيټې په مرسته کيدی شي څرخونحرکت يا څرخونخوزون د يوې څپې په بلې څپي راوړل يا واړول شي. په يوه ورکشاپ کې يوه دقيقه يعنې ډيره تيك اره په بريښنا ماشين چلول کيږي يا په حرکت راوړل کيږي. د اړې خوزون يا حرکت څومره زر يا تيزدی يا چټك دی، که د ماشينڅرخونڅرخی يا ګاډيل (r = 20 cm) په ثانيه کې ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ – کوم چاپيرې او هواره اليپسی يا بيضوي يا هګيڅيره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ – وښايي: په يو په بل پرتو اليپسو کې دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ايلپس بيضوي همدومره لويه ده، لکه په دې دپاسه ايليپسي يا هګيڅيرې غاړه.

۲۰ – ځمکه په يوه کال د لمر څخه نزدې د يوې ګردی په څير راڅرخي. ددې چاپيري وړانګه نزدې ۱۵۰ ميليونه کيلومتره ده.
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

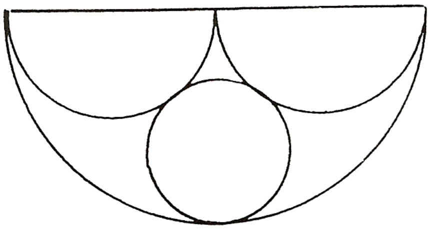
(c) ketabton.com: The Digital Library

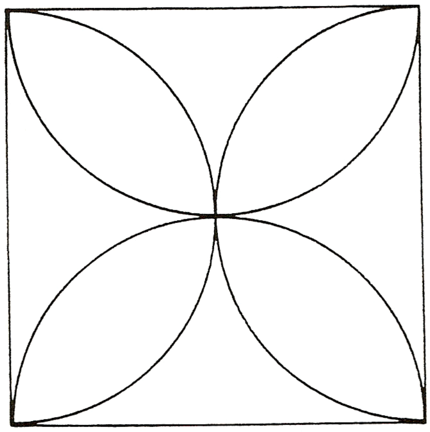
ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راڅرخي؟

پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په رینښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راڅرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟





څیره ۱۴۷

۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف– منځنۍکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځنۍکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیتیوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راڅرخي. د راڅرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کربنیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پیل یا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښیزو (لاینې) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څیر بلد یو او د تابع مساوات سره د کرښیز مساوتو په څیر بلد یو. متناسبې اړیکې یا تناسب تولګې یا ا ړیکې د کرښې په څیر انځوریدلای شي.

بیلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قیمت لري، میرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په تولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کې دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری یوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کې د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبايل يا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د مياشتي € 20 ورکوی او د دقيقي د تلفون قيمت يې € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره بايد غورځنګ تاديه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په يوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

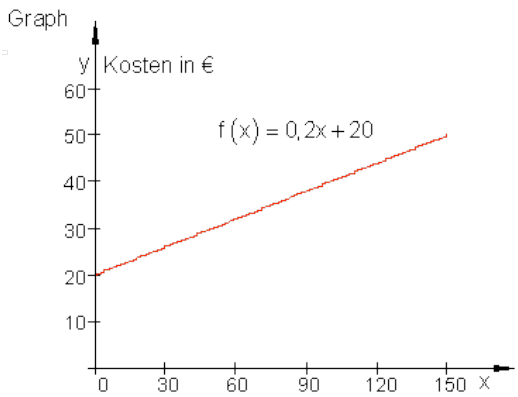
ب : په يوه مناسب وضعيه قيمت سيستم کي يې ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشميرني لپاره يې د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت   (€ 20) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

اوبي يا حل و ب ته: ګراف، y   قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده $y = f(x)$ په €   د تولي مياشتي د تول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0\ \text{min}: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30\ \text{min}: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60\ \text{min}: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x\ \text{min}: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بيلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بيلګې:

يو د اوبو ډنډ 1000 ليتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 ليتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرى يا - سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسين هره مياشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € يورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دى: $f(x) = 1300 \cdot x$

يو ټانک 4000ليتره ډيزل لري. يو موټر هره روځ 500 ليتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړيکې برقرار کيږي، نو لاندې فکر اړين دى:

ايا يو پيل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغير ارزښت څومره دى (د بيلګې په توګه هره روځ، دقيقه يا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا كميز يا منفي دی(مثبت = زياتيدنه، منفي = كميدنه)

كرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه پيژنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې كرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو كورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل كيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه وونې) بلل كيږي.

دا چې دواړه اخرنې زياتوونې يا د جمعې برخې $a_1x + a_0$ په كرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل كيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اكسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځكه چې x = x^1) ټاكل كيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 دb يا n لپاره ليكل شوی.

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع گراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرى: د کرښيزي تابع گراف يوه کرښه انځوروي.

بيلگه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلگي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5 \quad f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

.

تمرين ۱ :

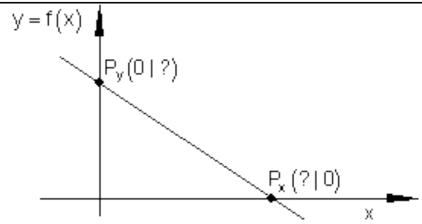
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکى او د گراف رسم يي وکاړى.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف سټ $D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکى.

گراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - .د محور غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

محور غوڅتکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي گراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.	

دا ارزښتونه لړ يا زيات له گراف څخه هم لوستل کيدى شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدى شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت x = 0 لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات یا - برابرون : $f(x) = a_1 x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بېلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼې د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅټکی یا د تقاطع ټکی (Abszisse) :

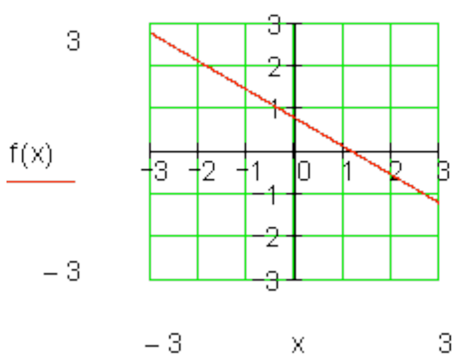
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکی او ګراف يې رسم کړی.



$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې -x ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

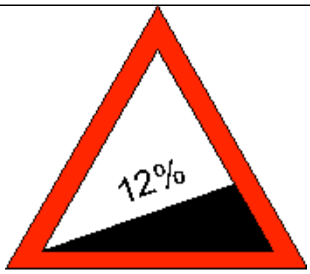
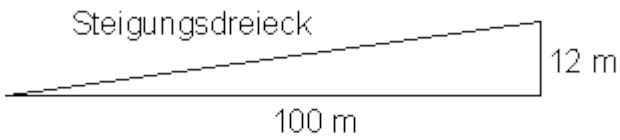
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کینسول کیږي یا نسبیږي یا غزیږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

 	د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی 

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

لاندې الماني په پښتو:	پیژند(تعریف):
ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په	جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي

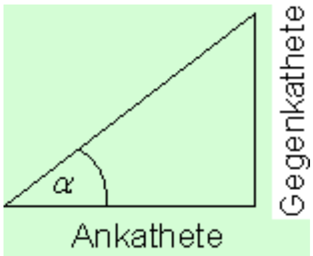
(c) ketabton.com: The Digital Library

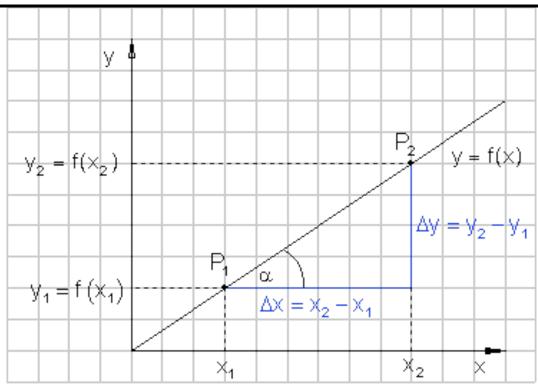
اړخ برابر تانجنت

$$\tan\alpha = \frac{\text{مخامخ اړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m = \text{جګوالی}$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کربنه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کربنې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$\Delta x = x_2 - x_1$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کربنې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه کواوردیناتسیستمم کې د کربښي جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کربښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کربښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$
\begin{aligned}
&f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad\qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0 \\
&m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}
\end{aligned}
$$

جمله :

د یوه کربښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیرېږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$
a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha
$$

په لنډه بڼه

$$
\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}
$$

که د یوې کربښې دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

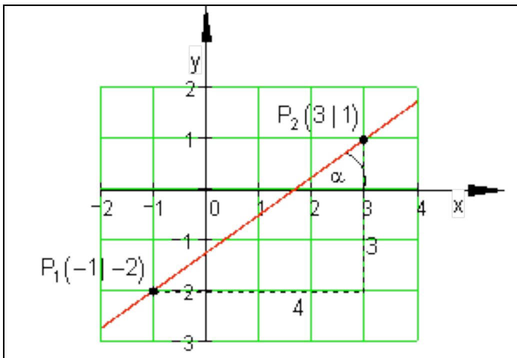
اول . کرښي رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مخ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشمیرئ

بیلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د یوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی یې ټاکل کیږي



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشمیري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښیزې تابع ګراف تل کرښه ده.   د یوې کرښي د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پیژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

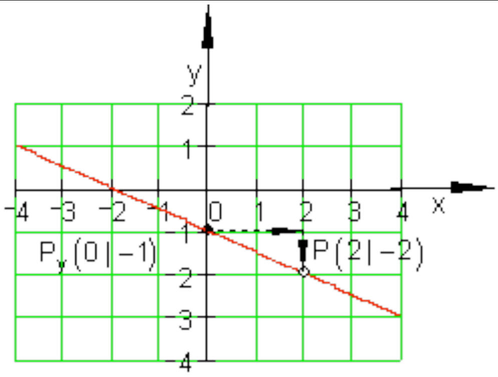
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y او P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مخنښې په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

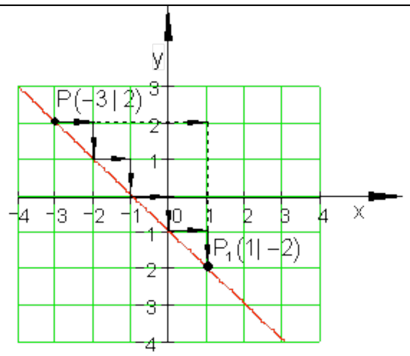
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

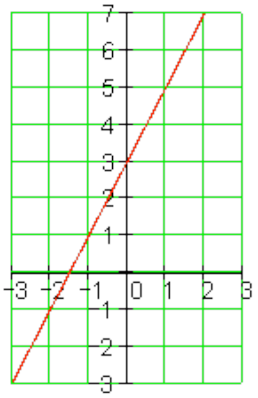
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

	له P څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغي برابرۍ نتیجې ته بیايي.
 	بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1}$ $a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ټړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.

2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې يې و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع ګراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \quad \wedge \quad b = a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا $y = f(x) = mx + b$

تمرینونه۳:

K_fد f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1{,}5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.
الف – ایا ټکی $P(\ 2{,}5\,|\,1{,}75\ )$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y   په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0). تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

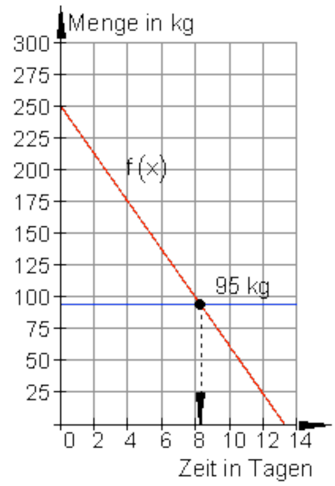
د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف ـــ د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړی.

ب ـــ په لاګر کې د95 kg پاتې غوړیو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ ـــ دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو یې ښایو.	ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام
بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېرى) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده. پیل ارزښت 250 kg دی. د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده. دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي $f(x) = -19x + 250$	 وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوڅتکی دې وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \,|: 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدې تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول ګنيز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3 \qquad D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = \frac{3}{4}\cdot(-1) - 3 = -\frac{3}{4} - 3 = -\frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -3{,}75$$

$$f(0) = \frac{3}{4}\cdot 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = \frac{3}{4}\cdot 1 - 3 = \frac{3}{4} - 3 = \frac{3}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

$$f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 - 3 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

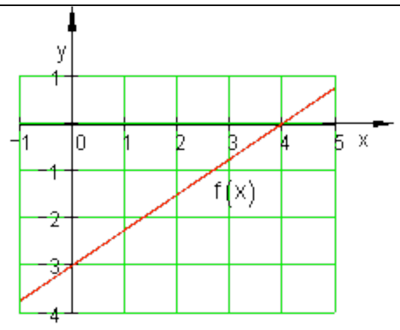
$$f(3) = \frac{3}{4}\cdot 3 - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

$$f(4) = \frac{3}{4}\cdot 4 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f(5) = \frac{3}{4}\cdot 5 - 3 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{15}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W = \{y \mid -3{,}75 \le y \le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

حل :

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع يا غوښتکی:

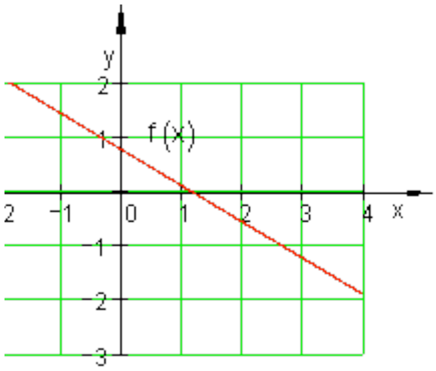
$$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوښتکی:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \,\Big|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$$



ازمايښت

$$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

دK_f f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}.$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځېره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5 | 1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A | 4)$ او $B(-2 | y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B. وټاکئ.

پ – د f(x) صفرځای وشمېرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتونورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A | 4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|\, : 1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2 | y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

($x>0$ په دې معنا چې $\mathbb{R}_+^*$) $f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګي (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماېښت:

$$N(4|0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښيز مساوات| .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دويم - و ازمايی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچينه ييزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دريم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښيزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محوررونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښيز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ايا $P\left(\sqrt{7}\,|-1,54\right)$ يا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعريع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

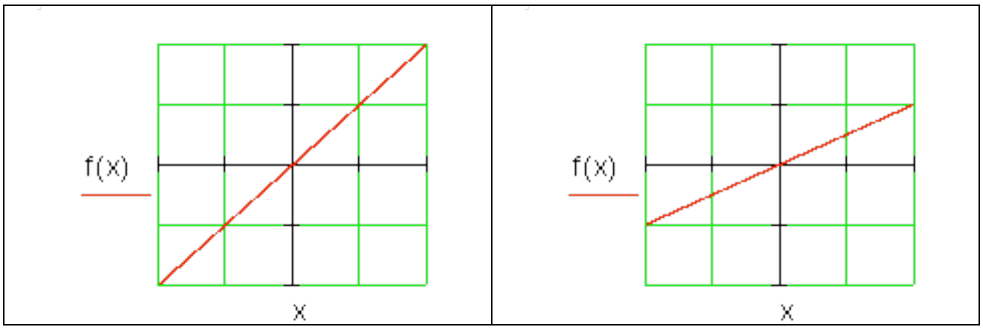
ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6?$ دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(يا دې داسې تغير ورکړ شي)، چې g او تغير خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.
د تغير خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی يا پيدا کړی.

اوم - کيدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلايل يې راوړی

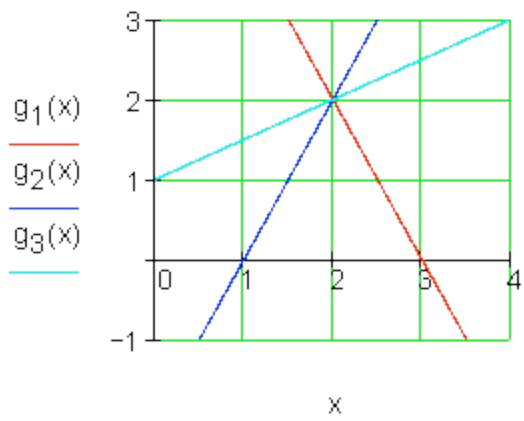
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتني

كرښيز مساوات يا - برابرونه II

لومړی –



د لاندې برابرون له لارې كرښه g وركړ شوي

g(x) = 2x + 8,2

د څنګ ځيري كرښه وټاكی، چې د(g(x سره غبرګه له ټكي(P(2 | 2 تيريږي. د دې كرښي تابع مساوات وټاكی او خپله ټاكنه په دليل ودانه كړی.

دويم –

ټكی (P(4,5; -3 په كرښه چې صفر(سرچينه ييزه كرښه) پروت دی.

ټكی ((P(3;f(3 هم په دې كرښه پروت دی. f(x) وټكی.

دريم –

تېکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات $f(x) = 4x-3$ سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکی.

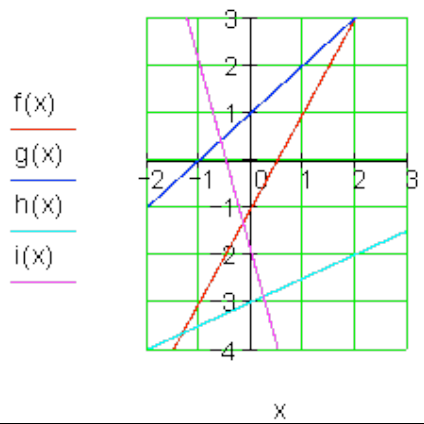
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x-5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره $f(2) = -3$ او $f(0) = 5$ باور لري.

د تابع ترم وټاکی او $f(0,25)$ او $f(\sqrt{2})$ وشمېری.

	شپږم- له څنګ څېرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي ښخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1,5$: تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

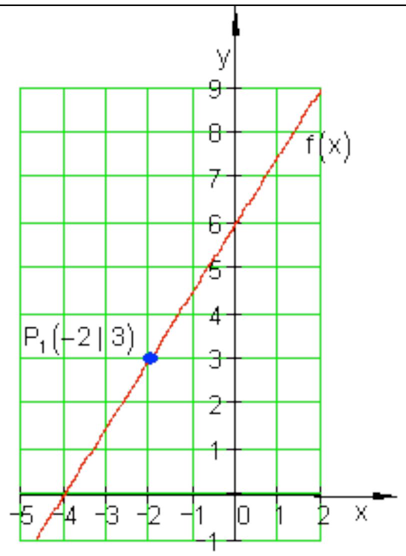
د $P_1(-2|3)$: لپاره ازمایښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمایښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$



بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره سټ يا ډېرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوگرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنگه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جگوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربنوده وي.

يوه کرښه دa_1 جگوالي سره د$P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيرې.ي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جگوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ ا $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځاى کړی

$$f(x) = -2(x-(-3)) + 4 = -2(x+3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بیلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

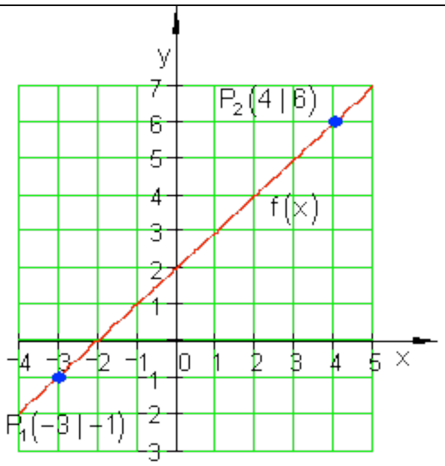
وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$
وروسته له دي چي جګيدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازمايښت لپاره بی پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چي



(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\,|-4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفي د تودوخې یا حرارت سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\,^0C$ برابرې دي د $212\,^0F$ سره . $0\,^0C$ برابر د ی په $32\,^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5} \Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0)=32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0+a_0=32 \Leftrightarrow a_0=32$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+32$$

په بدل شوی تابع x په C° کې کیږدی نتیجه یې ده.

د بیلګې په دول:

$$x=20\,^0C : f(20)=\frac{9}{5}\cdot 20+32=68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$= y_1 \mid - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1,$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کې په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};\ x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

۳.۸-تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

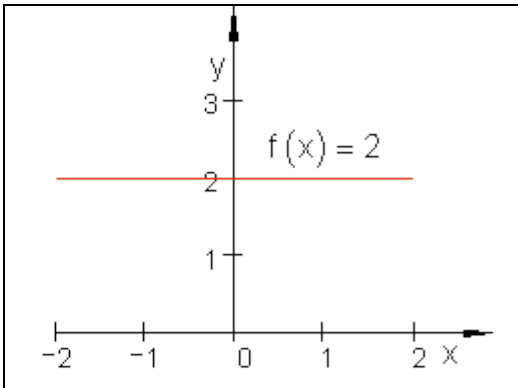
اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

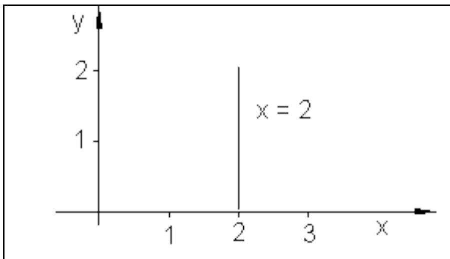
(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_1\left(-3 \middle| \frac{9}{2}\right)$ $P_2(4 | -1)$

لسم - $P_1(-4 | -2)$ $P_2\left(\frac{7}{2} \middle| 4\right)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

<table>
<tr>
<td>
د x- محور سره غبرګ کرښه:
$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$
یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او
ثابته تابع هم بلل کیږي.
x- محور هم یوه ثابته تابع ده د
تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.
د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$
کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.
دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنی تنظیم نه شته یعني تابع نه ده.
د $x = 0$ د y- محور مساوات دي.
</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

بیلګه:

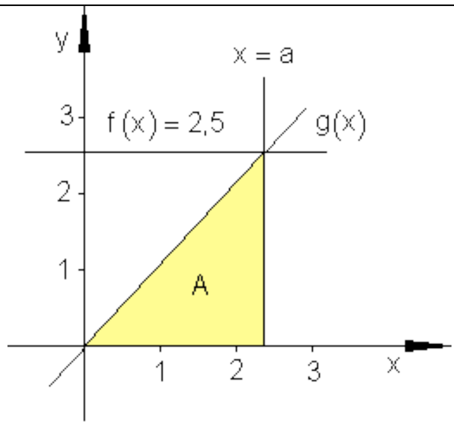
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $0 < a$ سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د($P(a | f(x)$ تګي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښي سره يو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چي وسطحه د سطحي ځلور واحدونه (يوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د g = a او

h=f(x) = 2,5 سره

د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \,|\cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چي د سرچينې $g(x) = a_1 x$ ($a_0 = 0$ کرښه

د جګېدو له مثلث څخه

$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرين: د ^0F بدلون شميرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات وليکئ

حل :

د ^0C اړونه يا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله يا خپلواکه متحوله ده او y = f(x) په^0C بلواکه يا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212\,|\,100)$$ او $$32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32\,|\,0)$$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه كرښيزه اړيكه پرته ده، نو ټكي P_1 او P_2 په يوه كرښه پراته دي.

د كرښي عمومي كرښيزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاكلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټكي ازمايښت د $P_1(32\,|\,0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

كرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندې كرښيزو توابعو ګرافونه و كاږی او د ارزښت سټ يا – ډېرى W و ټاكى

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3;\ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=3x-6;\ D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3\ |\ 4);\ P_2(7\ |\ -1);\ D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8\ |\ 1);\ P_2(2\ |\ -3);\ D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4\ |\ 3);\ P_2(-7\ |\ -1);\ D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4\ |\ -4);\ P_2(4\ |\ 2);\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرۍ پیداکړئ. مساوات چې کسرى راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9=x-5$ ب - $25=x+8$ پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ - $88=4x-16$ ث - $a+bx=3b+a$ ج - $8-(x+5)=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

ځ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

څ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\leq x\leq 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\leq x\leq 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\leq x\leq 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\leq x\leq 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندې ارزښتډیرې .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{cases} \text{I} & 5y-3x=1 \\ \text{II} & x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} \text{I} & 4x+5y=32 \\ \text{II} & y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} \text{I} & 15y-4x=-50 \\ \text{II} & x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} \text{I} & 3x=y+15 \\ \text{II} & 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} \text{I} & 2y=2x-40 \\ \text{II} & 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} \text{I} & x+y=a+b \\ \text{II} & x-y=a-b \end{cases}$

پوښتې

XI کرښیز توابع

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع f_1 (x) سره د دویمې کرښې د تابع(x) f_2 سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوځښکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو گراف په D کي .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کي د تابع $f_2(x)$ سره له کرښي ځخه غوځيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع $f_2(x)$. .

پ-د دواړو کرښو غوځښکي د کواوردينات محوررونو سره.

ت-په D کي د دواړو توابعو گراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کي کي له کرښي ځخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چي پروتمحور په 7- کي غوځوي، غوځيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځښکي د کواودينات د محوررونو سره.

ت – د واړو توابعو گراف په D کي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

د يوه درېکوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې يو پلان نقشه ترتيب کړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف- $$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب - $$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوځيږي.

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1 ; [BC] = f_2 ; [AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوځوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف يې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\,|\,-10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

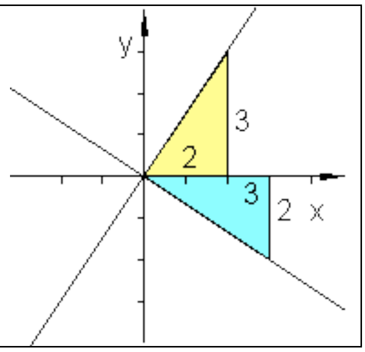
ب - $f_1(x)=-2x+2\,;\,f_2(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|\,-2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;\,f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1\,;\,f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}\,;\,D=\{x\,|\,-8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - يو بل سره عمود يا ولاړې ځغليدونكي كرښې

كه د دوه عمود قطع كيدونكو (غوځيدونكو) كرښو جګوالي پيدا كول موخه وی، نو ګومان كيږي، چې د دواړو جګوالو په منځ كې اړيكې شته.

Vorübung: له مخه تمرين: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعيه قيمتسيستم كې وكاږئ. په دې كرښه د هندسی مثلث په مرسته يو عمود كواودينات په سرچينه وباسئ او جګوالی يې ولولئ يا په ګوته كړئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کربښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کربښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کربښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کربښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

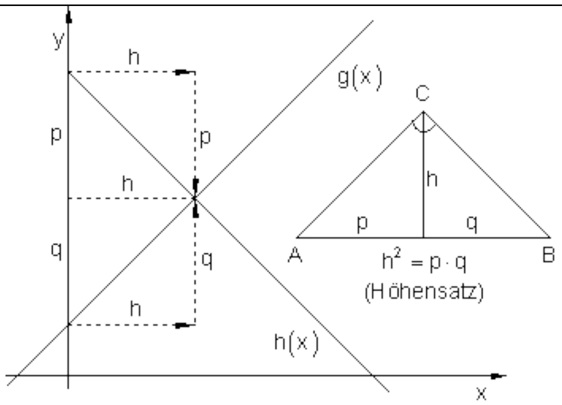
د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یي ځغلندو کربښي g او h غوځیکی یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چي د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. د لاندي الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g} = \frac{1}{2}$ wegen $g(x) \perp h(x)$ folgt $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ und $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2\|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2\|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښي تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

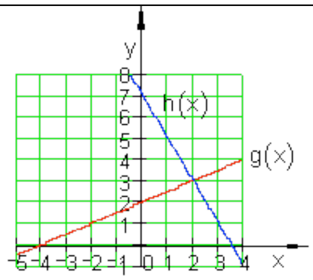
د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربښوg او h غوځیکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کي چي د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښي تابعمساوات(h(x . د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

له $a_{1g} = \frac{1}{2}$ $g(x) \perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h} = -2$

$g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$
$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ او $h(x)=-2x+7$

2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوڅټکی (د قطعه کیدو ټکی)

د دوه کرښو $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي.

د دوارو کرښو د قطعه کیدو(غوڅیدو) ټکی و ښایی او کرښي په یوه افقی-عمودي سیستم کي وښایاست.

اول - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$ $\quad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

دویم - $g_2(x)=-2x+1$ $\quad g_1(x)=2x-1$

دریم - $g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$ $\quad g_1(x)=\frac{3}{4}x-4$

څلورم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$ $\quad g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2$

پنځم - $g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$ $\quad g_1(x)=\frac{2}{3}x+2$

شپږم- $g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$ $\quad g_1(x)=\frac{3}{4}x+1$

یا دا لاندي

د دوه کرښو غوڅټکیډ دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$) توابع مساوات ورکړ شوي :

د دوارو کښو غوڅټکی وشمیری او کرښي په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کي وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$ $\quad g_1(x)=\frac{1}{2}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅټکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې د x تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو (ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونه K_f هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(کټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې E(x)= قیمت P . ډېرې x یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرې یا سټ د لاس ته راوړنې ډېرې هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

پام (یادونه) :ږکه د G(x) نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که G(x) زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښت K(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه E(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په 20 € .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځې خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډیرۍ یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډیرۍ سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکې انځور کړئ.

الف - تابع مساوات ولیکئ:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډیرۍ فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

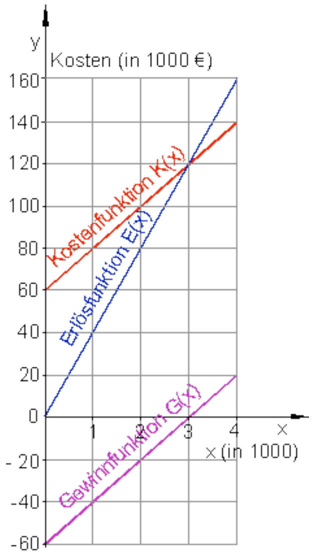
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - په عظمي توليدډېرى يا – سټ کي د ګټې پيداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځې د4000 ، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله کيدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوځتکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا کړای شي. د غوځتکی x کواوردينات د ګټې شولې يا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نيسي).. دهو د y کواوردينات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه په يوه فابريکه کې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته کوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميليونو وي.

داسي ستر ګڼونه تل داسي ساده نه ګڼل کيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه کيدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) کي سره راټول کړو، چيرته چي د ډېرى واحد د 100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. يعني 000 100 داني يو يوون يا واحد دی. همداسې لګښتونه د پيسو واحدونو(-يوونونو) ته سره راټوليږي، د بيلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پيسو واحدونو(يوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(يوون) لپاره سږی په ټاکلې پيسو واحد (يوون) پورې مربوط نه دی

بيلګه:

د يوه ټاکلی توليد لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$ د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \,|\, +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \,|\, : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول توليد: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد يا ډېرى يوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پيسو يوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښيزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0\,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښايۍ، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\mid k\right)$ او $P_2\left(1\mid 1\right)$ تيرېږي، جګوالی $a_1=\sqrt{k}+1$ لري او دy محور په $P_y\left(0\mid -\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دريم –

وښايۍ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\mid k\right)$ د $k\in\mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکۍ

څلورم –

يوه کرښه چې له (0 | 2,5) P تېرېږي د کواورديناټ د محورونو سره يو درېګوډی يا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر ښيز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x)=3e^{-0.5x}$ $x\in\mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د يوه کرښيز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0)=f(0)$ او $h(-2)=f(-2)$. h(x) و ټاکۍ.

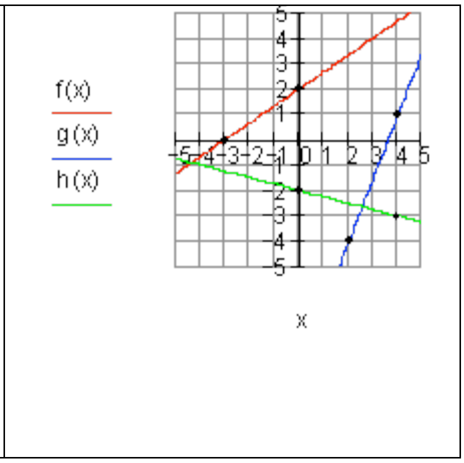
شپږم –

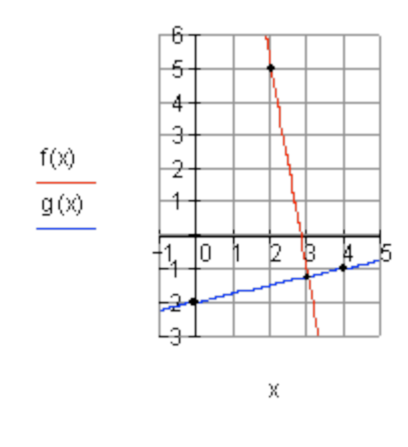
لاندې څيرې د کرښيزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library





اوم –

د دوارو کرښو غوښتکي وتاکی او دا په يوه پروتولاړسيستم کې رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f: 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f: x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکی.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم –

د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړل شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

دريم –

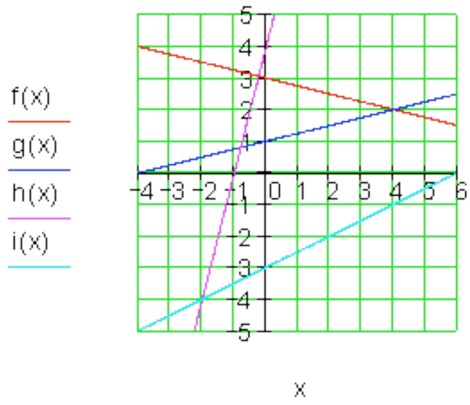
د دواړو توابعو غوځټکی وښايئ او په کواوردينات سيستم کې يې ګراف انځور کړئ.

$f(x) = 0{,}04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0{,}15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- ټول توابع مساوات وټاکئ.

ب- د f(x) او g(x) غوځتکي وشميرئ ، همداسې د h(x) او i(x) .

پ- دوه کرښې د کښلې شکل دباندې غوځوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړئ

ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زيات له زياته څومره غوځتکي لري؟

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړي کرښي يو بل په S(-2 | -1) کي غوځوي .

ممکنه کرښ مساوات ورکړئ.

شپږم –

کرښه h په کرښه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چي د اخستلو € 2,20 قيمت لري، 120 000 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چي د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يي کميږي.

الف –

د140 000 مجلو د چاپ قيمت وښايی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپېر په توګه په یوه بیارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایې.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بېلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یو kWh کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

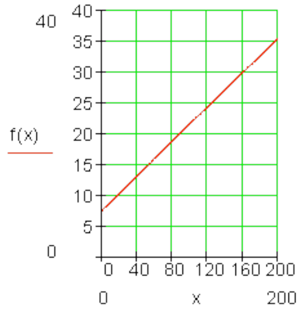
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اینوونه:

$1\,kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$

$2\,kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$

....

$x\,kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$

$$\underline{\underline{f(x)=0,14\cdot x+7,50}}$$

د تابع ترم: $x\triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینوونه: f(x) = 0,14x+7,50 د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30\quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

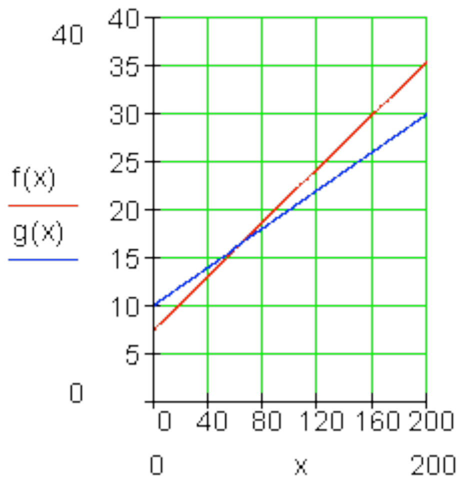
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دويم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوڅتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$f(x) = g(x)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x + 7{,}50 = 10 ; -7{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04$$
$$\Leftrightarrow x = 62{,}5$$



بيلګه III

د وښو(د حيواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابيير،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتيا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخيره ډکه شوې وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف –

يو د تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخيره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو يا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکيڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسي نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څومره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0,08x + 5 \quad HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | : 0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$

$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HP:

$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 | -5 \\ &\Leftrightarrow 0,08x = 20 | : 0,08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

HB:

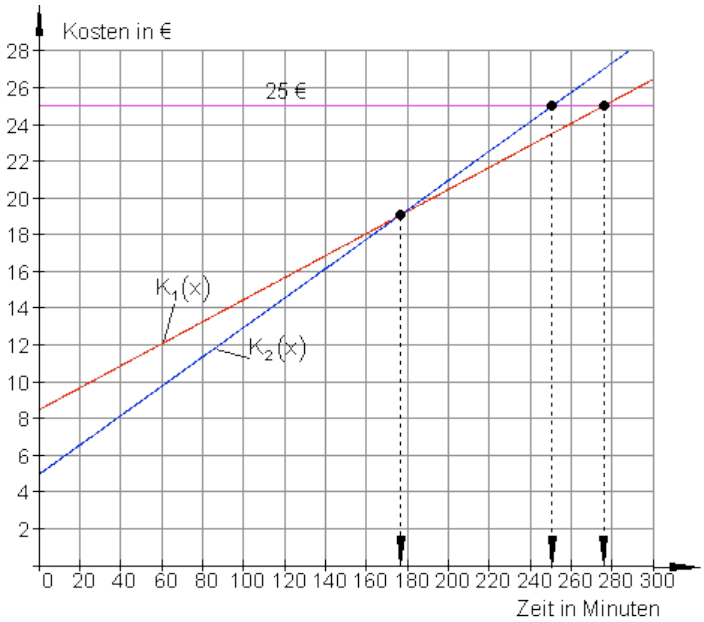
$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | : 0,06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP   € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ k_v = 300 دی.

یخووني هر یو د€ 375   قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې (E(xده او د ګټي تابع یې د فابریکي لپاره (G(x ده.

ب – د کوم تولیدډېرۍ سره به د ګټي پولي یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف ځومره دي همداسي لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\,€$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\,€$
د خرڅلو قیمت:	$p = 375\,€$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \,|\, +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \,|\, 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د   1200 تولیدډیرۍ سره فابریکهګټه کوي.

د ګټې پولې کي لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولي ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتي لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتي لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتې ټولې پیسي یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

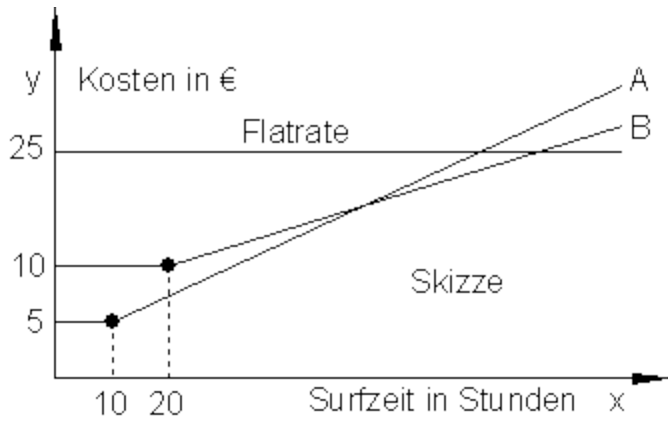
پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB   لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت   محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

0,5Ct/min   دلته ۶۰ دقیقې دي.

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنستيلگبنت راځي.

له دې لاس ته راځي (P(10;5

په دې ټکي کې د (KA(x گراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 | -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي (جگوالی) $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستيپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ گراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 | -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

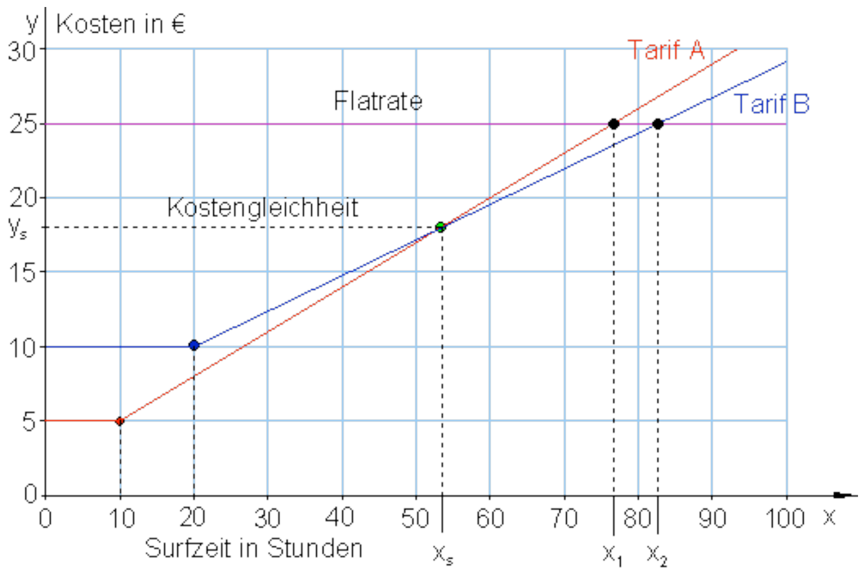
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ېټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف - $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب - $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ - $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت - $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږی

الف - $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب - $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ - $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت - $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړی.

الف - $9 = 5 - x$ ب - $8 + x = 25$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$ چ - $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړی.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتيا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چيرته سره مخامخ کيږي؟
د دې حالت څخه يوه سکيڅي جوړه کړه او وشميره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د يوه بارانمرتبان چي توتهېنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 ليتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکچګوالی h روښانه يا تشريح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) ليتره وي..
ب - دh او t ترمنځ اړيکي کرښيزې دي، که مرتبان خيټور يا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښيز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب يې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برينکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخيره 1,8 kg داني ده. د اونی 350 g د کافي داني د ماشين لپاره اړتيا شته.
الف – د تابع برابرون وليکی، چي دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخيره پای ته رسيږي؟
پ – د کافي فرمايش پسې بايد ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په يوه مناسب پروتولاړ سيستم (کواوردينات سيستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دويم: توبي او مري په يوه بيارغرني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې بايد دواړه زيا تکاري وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له ماليا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني مياشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې43 ساعته زیات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشمیرئ او د زیات وخت ټول معاش.
دریم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخیرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حیواناتو وښو ته اړتیا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخیه ډکه شوې، په ذخیره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- یو تابعمساوات ولیکی، چې داشي حالت تشریح کوي او دط ته اړوند ګراف په یوه مناسب پروتولاړ یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

ب- کومه ډیری یا سټ باندې دا ذخیرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بیرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بیرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپر مغازه،،(HB) هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، چط د میاشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقیقه€ 0,08 ، د میشاتې بنسټنرخ € 5 سره.(یوه څېره رسم کړئ).

الف- له څو دقیقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د میاشتې € 25 په اختیار کې لرئ(نیا پیسي ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتیجط په پرونولاړ یا کواوردینات سیستم کط انځور کړئ.

پنځم –

په یوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بریښنایي تیلګرمی ماشین اینبرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمی له لارې یوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پیسي ځای نیسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوره جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: f (100); f (250); f(x) = 25

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کي برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\ ^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\ ^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخئ^{0}C 40 تبه تیتبدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ښناک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د ښناک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووټو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کي د سپماتوان تشريح کوي. تابعK او S گرافيکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دريم –

يو اوسپنه وړونکی اوږد دی او د پرسېدني ضريب يې $l_0 = 85\ m$

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. يو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په گوته کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دي اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغير سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شميری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی بايد څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جگوالي د اوږدوالی تغير 25 mm وکړي؟

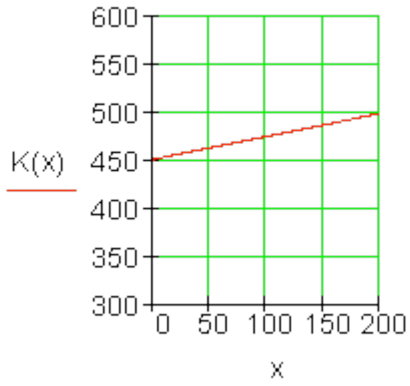
پوښتني

کرښيز توابع برخه XVII

لومړی: څېره د يوه کرښيز لگښت گراف ښايي(ټول لگښت)

الف- له گراف څخه ځای په ځای لگښت راواخلئ او متحول دانه قيمت په € سره ورکړئ. د يوه x ډېرئ يونونو يا سټ واحدونو(ME) توليد سره ټول لگښتK ورکړئ.

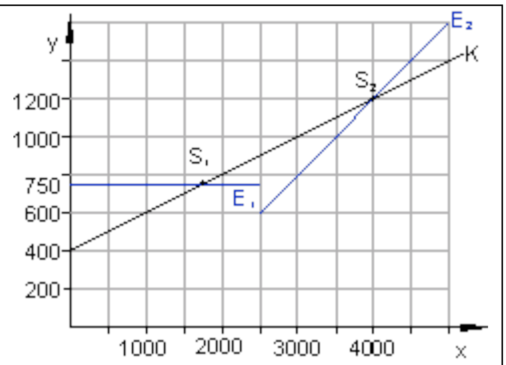
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

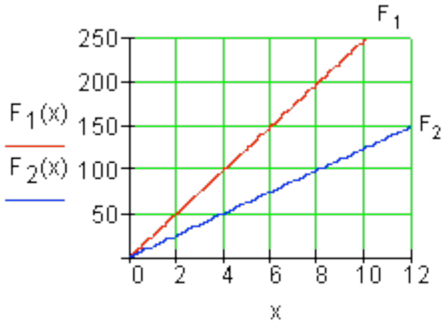


الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید څومره ګران دی؟ د لېنت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

درېم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا تاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتني

کرښيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ € 25 د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 13,70 که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

يو کيلوواټ قيمت په يورو	د مياشتنی لګښت په يورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلرواټ په ساعت کې) د منځنۍ کورنۍ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوښتکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0{,}4x - 2$ ورکړښوې. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)ځنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتني

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1,25x + 1,5 \quad x \in \mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب - $f(x) = -4x - 3,5$ پ - $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت - $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ - $f(x) = 2(x + 1,25)$ ث - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x) = 1,5(x-2) \;;\; h(x) = 1,5x - 2 \;;\; i(x) = 1,5(-x) \;;\; j(x) = 1,5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

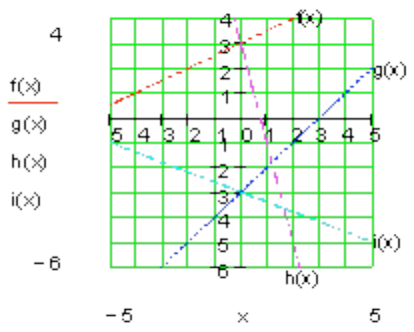
الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزشت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(x)K (دلګښت تابع) او(x)E (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.



اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟

خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$

کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتډېرې يا ـــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) اوh(x) ورکړې. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل ځخه تيرېږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښايئ:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $\mid P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P ځخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅېکی وےتاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنۍ چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅې چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --کربنیزمساواتسیستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووښتونو سره.

داسې سیستم له دوه برابرونونو یا مساوتو څخه جوړ دی. غوښتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چې سرۍ حل ته ورسیږي

په لاندې einsetzen in = په ... کې اینبوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسیستم:	د حل پل(قدم) غوځي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان یا واریانت
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid \cdot 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$ $(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	لومړی: مساوات ورته داسې بڼه بدل کړئ، چې ضریبونه (ترمخ عددونه یا څلوني) د yمتحولې تر مخنخښې پوري سره سروخوري.
$\left.\begin{array}{l}(I)\quad 7{,}5x - 3y = 1{,}5\\(II)\quad 3x + 3y = 9\end{array}\right\} +$ $10{,}5x = 10{,}5 \mid : 10{,}5$ $\Leftrightarrow \quad x = 1$	دویم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولې پسې يې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کې اینبوونه: $x = 1$ $3 \cdot 1 + 3y = 9$ $\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \mid -3$ $\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دریم: د **x** لپاره میندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په یوه مساوات کې کیږدئ او **y** پسې یې حل کړئ. څلورم: حلسټ یا حلډیرئ ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$L = \{(1 \mid 2)\}$	

پنځم:

ازماېښت د ایښوونې له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسیستم	د ایښوونې تلنلار: د ایښوونې تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارینت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات(I) د x پسې حل کیږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow \quad y = 2$	دویم: د بنې اړخ میندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې ایښول کیږي او د **y** پسې حل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اینسول کیږي، دا بیاپه **x** پسې حل کیږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$
$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$
$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$L = \{(1 \mid 2)\}$$

پنځم: د اینوولو له لارې حل

$$\text{(I)} \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$\text{(II)} \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

د حل پلونه(قدمونه) د اینوولو تلنلار لپاره مساواتسیستم

2 واریانت $x - 2y = 1$

$x + 3y = 9$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کیږي.

$9 \mid -3x$

$9 - 3x \mid : 3$

$3 - x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دويم: دبنی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې یې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې اینسوول کیږي، او دا بیا د متحولې **y** پسې حل کیږي.

$= \{(1|\ 2)\}$

څلورم: جلسټ ولیکئ

پنځم: ازمايښت د اينسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \ \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \ \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې ټلنلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلي مساوتسیستم وکارول شو. که څوک یوګونې ټلنلرې ټیک وګورې، پیژنې، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونی دی.

په یوه ټاکلي ټلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله دې لومړی پام وشي، چې کومه ټلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنۍ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا څواب ټلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بیلګې

بیلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اینسوونه y=7x+8 $y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{y = 1}}$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت (I) $y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8$ $\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1$ (w) (II) $y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1$ $\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1$ (w)	(I) $y = 7x+8$ (II) $y = -2x-1$ د برابر اینسووني لار $7x+8 = -2x-1 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 9x+8 = -1 \mid -8$ $\Leftrightarrow 9x = -9 \mid :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = -1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 ایښوونه په (1) کې $2x+4y=8$ $\begin{aligned} & 2x-12=8 \quad \vert +12 \\ \Leftrightarrow\ & 2x \quad\quad = 20 \vert :2 \\ \Leftrightarrow\ & \underline{x=10} \end{aligned}$ حل: $L=\{(10 \vert -3)\}$ ازمایښت $(I)\ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ (w)$ $(II)\ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ (w)$	$(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35 \vert \cdot(-1)$ $\left.\begin{aligned} (I)\ & 2x+4y=8 \\ (II)\ & -2x+5y=-35 \end{aligned}\right\}+$ $9y=-27 \vert 9$ $\Leftrightarrow\ \underline{\underline{y=-3}}$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کيږدئ x+2y=5 $\begin{aligned} & 1+2y=5 \vert -1 \\ \Leftrightarrow\ & 2y=4 \vert :2 \\ \Leftrightarrow\ & \underline{\underline{y=2}} \end{aligned}$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ x+2y=5$ $(II)\ -x+y=1$ د ایښوونې لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$-x+y=1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y=x+1$ په (I) کې کيږدئ x+2y=5 $x+2(x+1)=5$ $\Leftrightarrow x+2x+2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow \quad 3x=3 \mid :3$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{x=1}}$	ازمايښت $(I) \quad x+2y=5 \Rightarrow 1+4=5$ $\Leftrightarrow 5=5 \; (w)$ $(II) \quad -x+y=1 \Rightarrow -1+2=1=35$ $\Leftrightarrow 1=1 \; (w)$ wد رښتيا لپاره

بيلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = -5 اینوونه په کې $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ حل: ازمايښت	$(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$ د زياتون يا جمعي لار: $(I)\ \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$ $(II)\ \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$ $(I)\ \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4$ $(II)\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2$ (+) $-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10 = 2y \mid : 2$ $\Leftrightarrow -5 = y$ $\Leftrightarrow y = -5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ldditionsverfahren :

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} &= -2 \end{aligned}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$\text{(I)}\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$\text{(II)}\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(II) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

dditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}&=-2\end{aligned}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2|-5)\}\ x,y\neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2 \Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \Rightarrow \frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$$

$$\Leftrightarrow 6-2=4 \Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کرښنیز نه دی.

د رسموني لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{lll} (I) & x - y = -2 & L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);...\} \\ (II) \wedge & -2x - y = 1 & L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);...\} \end{array}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{array}{ll} (I) & x - y = -2 \,|\, +y \\ (II) & -2x - y = 1 \,|\, +y \\ \hline (I) & x = -2 + y \,|\, +2 \\ (II) & -2x = 1 + y \,|\, -1 \\ \hline (I) & x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ (II) & -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \\ \hline \end{array}$$

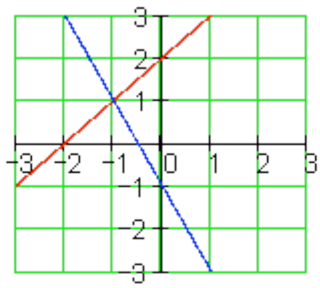
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړي د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې تري لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرۍ: $L=\{(-1|1)\}$

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينسول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	-1	-3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزي) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښې کيدی شي چې نسبت يو بل ته مختلف پروتځايونه ولري.

- دا کيدی چې په يو ټکي کې سره غوڅې کړي، لکه پورته بيلګه چې ليدوړ کوي، د دواړو کرښيز مساوات لپاره ټک يو حل شتون لري.

- دا کيدی شي يو بل سره غبرګې وي، نو په دې حالت کې کوم ټکی نه شته، چې دواړه کرښې يې يو له بل سره ګډ ولري. له دې سره اړونده مساوات له دې امله حل نه لري.

- دا کيدی شي يو په بل پرتې وي، يعنې کټمټ وي، نو د يوې کرښې هر ټکی به د بلې کرښې ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زيات حلونه ولري.

مساوات سيستم حل نه لري دا د حل پيل مو يوه ناتيک وينا ته بيايي. دا په دې معنا، چې مساواتسيستم ته حل شتون نه لري.. ليدوړ دا په دې معنا دی، چې دواړه کرښې يو بل ته غبرګې ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=4$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=2 نو دا ناتيک وينا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسيستم ناپای ډېر ځوابونه يا حلونه يا اوبيونې لري

د ورته بڼه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني يو بل سره پورته کوي يا له منځه وړي، دا په دې معنا چې مساوات ورته يا ايدنتيک دي. هره د اعدادو جوړه، چې مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. ليدوړ دا په دې معنا دی، چې کرښې يو په بل پرتې دي.	$(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad 5x+2y=1 \mid \cdot(-2)$ $(I)\quad 10x+4y=2$ $(II)\quad -10x-4y=-2 \mid$ $+$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتيا وينا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $\begin{aligned}(I)\quad & 5y - 3x = 1\\(II)\quad & x = y + 1\end{aligned}$ ب - $\begin{aligned}(I)\quad & 4x + 5y = 32\\(II)\quad & y = 5x - 11\end{aligned}$

پ- $\begin{aligned}(I)\quad & 15y - 4x = -50\\(II)\quad & x = y + 7\end{aligned}$ ت - $\begin{aligned}(I)\quad & 3x = y + 15\\(II)\quad & 2y - 10 = 2x\end{aligned}$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $\begin{aligned}(I)\quad & 2y = 2x - 40\\(II)\quad & 3x = 10 - 2y\end{aligned}$

b) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3\\(II)\quad & \frac{x}{4} + y = 8\end{aligned}$

c) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3\\(II)\quad & \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}\end{aligned}$

d) $\begin{aligned}(I)\quad & \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}\\(II)\quad & \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}\end{aligned}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي يې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستېیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

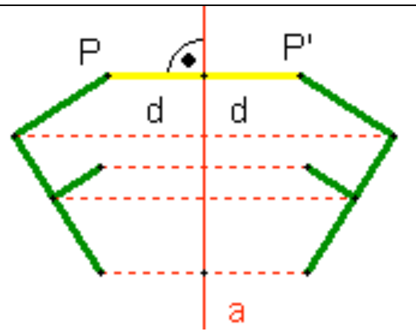
اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هندارونه)
Reflection

یوه ځېره، چې یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پېژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکیP په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چې و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

دا لاندي ځیره په محورa د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چې P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوي، چې هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي	

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیري او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کي د وصل کرښي نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایري په دایرو منعکس کیږي، داسي چې شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

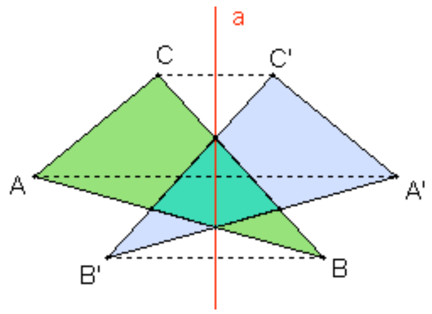
۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په ځپ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محوره a و ښي لور ته منعکس شوی.

ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A’B’C’ منعکس شوی دی يا مثلث A’B’C’ د مثلث ABC انعکاس دی .



فعاليت ۱ :

په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

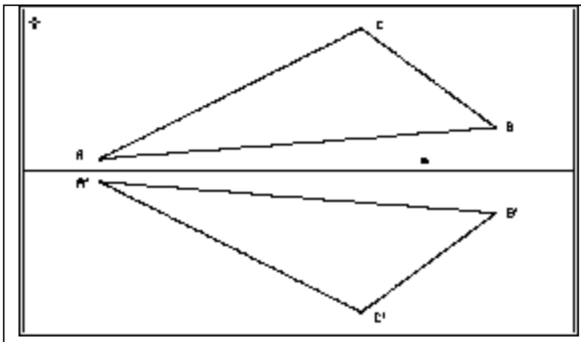
تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت ۲ :

۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.



۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په ځېره کې د انعکاس خویونه وښايي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

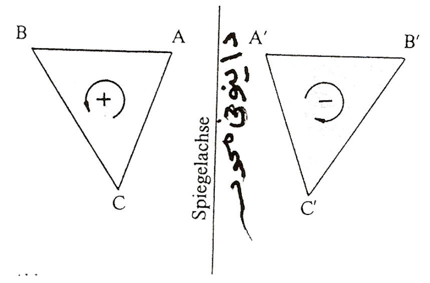
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

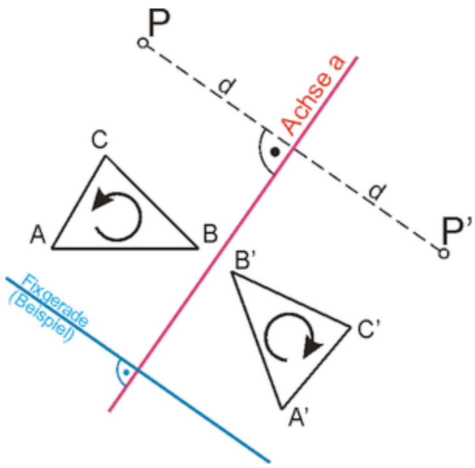
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ويې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

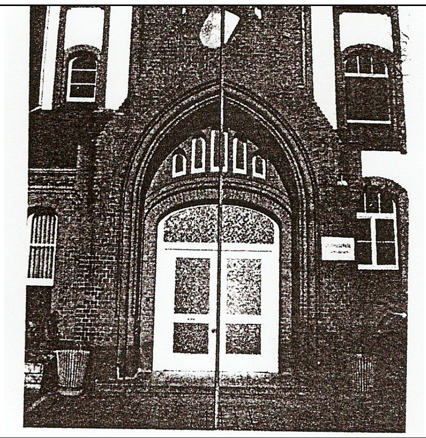
که مخامخ شکل ته ځیر شو، گورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کي د ټکو او شکلونو انعکاس - چي څنګه يي صورت نیولی - تشریح کړی.



۳) زده کوونکي دی وښايي : که د دايرې او منعکسه دايرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چي په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

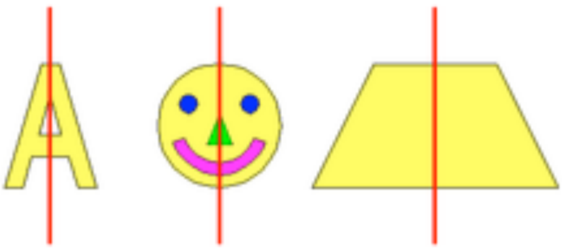
(c) ketabton.com: The Digital Library

	**۵ . ۱ - سیومتريSymetry** **لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي**

پيژند (تعريف) :

يو مسطح شکل متناظر (سيومتريک) بلل کيږي، که په يوه محور a داسي انعکاس منځ ته راشي، چي دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

فعاليت۱ :

	په مخامخ شکلونو کي څه ګورئ؟ ايا دا شکلونه متناظر دي؟ که هو ، نو دلايل يې راوړئ. نور خويونه يې هم وښيږئ.

فعاليت:

- زده کوونکي دې يوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چي سيومتريک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشریح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسي انعکاس صورت ونیسي، چې شکل بېرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطیل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکيS داسي موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بېرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونكي دې دا څېره زده كوونكو ته د كربښي(خطكش) له لارې روښانه كړي.

فعاليت:

په مخامخ شكلونو كې فكر وكړئ، چې مركزي متناظر دي او كه نه؟ ولې ؟ دلايل يې راوړئ.	

تمرينونه:

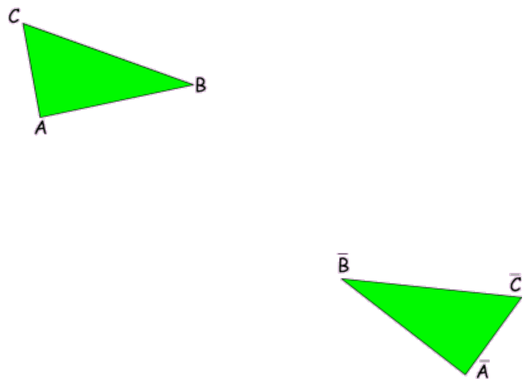
١) په يوه متساوي الساقين مثلث كې څو متناظر محورونه شته ؟

٢) دا رسم كړئ او وښايئ، چې ولې متناظر محورونه يا وحور دئ؟

٣) يو متطيل رسم كړئ او په هغه شكل كې متناظر محورونه رسم كړئ.

٤) فكر وكړئ، چې د مربع كوم محورونه په مستطيل كې محورونه نه دي؟

٥) په لاندې څېره كې و ګورئ، محوري متناظر دي او كه نه ؟ دلايل يې راوړئ



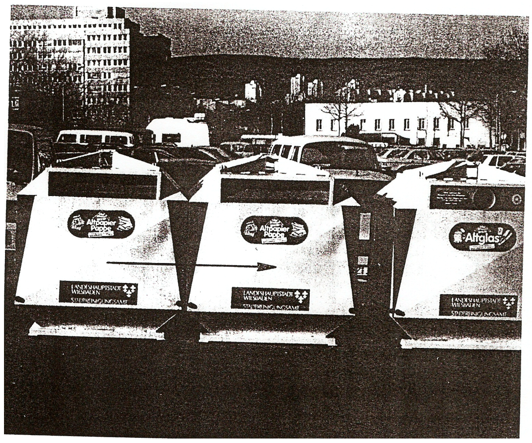
٦) په يوه دايره كې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

٧) ايا دايره مروكزي متناظر ده؟ كه هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



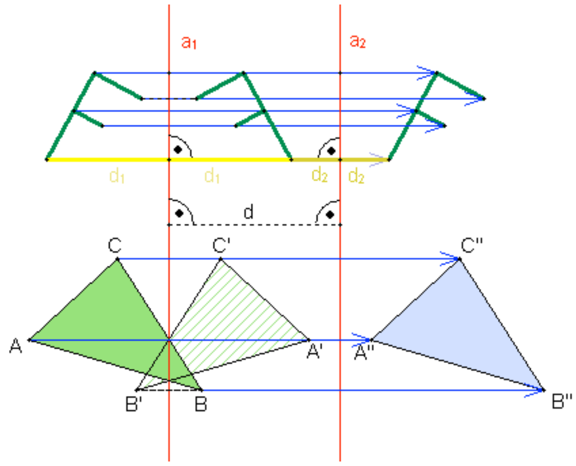
د پورته شکل په ډول که يو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د يوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو يو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کيږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

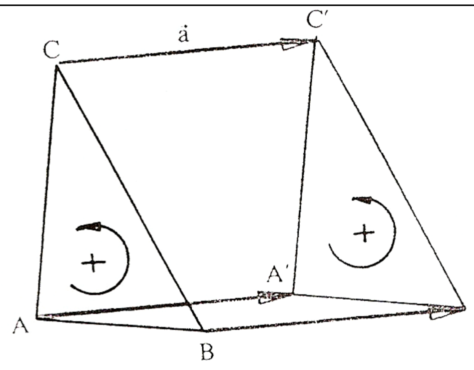


په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړنې يا انتقال خويونه:

دوه واره هنداروته په غبرگ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راكشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرگ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې aa په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A’B’C’ لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني گورو، چې په انتقال کې شکل نه په څټ کيږي	

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :

د (x,y)- کميت سيستم کې دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دي دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېږه هم وي).

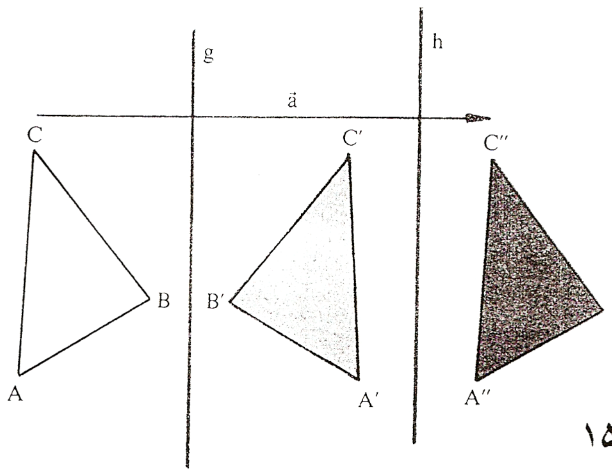
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه څومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د وړني يا انتقال د جوړولو ځيرنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال يه اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرگ) .

۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطې د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه دايره ووهی)

انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کټمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)



ځيره ۱۵۶

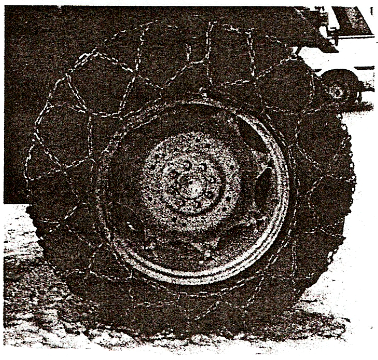
په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسې په دېرو محوروونو انعکاس دې په دې ځای کې ياد شوی وي.

۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند :

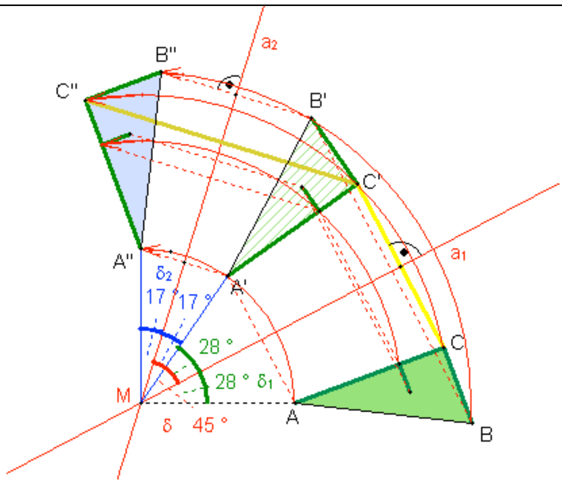
که د یو ه شکل هر ټکی P په یوې دایرې په ځاې په ځاې ټکي M په کونج ✈ په ورانګه $\overline{MP}$ وڅرخي یا دوران وخوري ، نو یو شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په څرخو نټکي M څرخون بلل کیږي.



په لاندي ځېره کې یو دربګوډی په دوه زاویو او له دې امله په دوه محورونو څرخي.

د دوران خویونه

په محورونو دوه واره هندارونه، چې په ● کونج په ټکي M کې یو بل قطع کړي، په ټکي M باندې د یوه دوران سره مساوي دي، که د دوران زاویه ✈ ● 🗗● وي.



پوښتنه

- که په پورته شکل کې که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوې وي؟

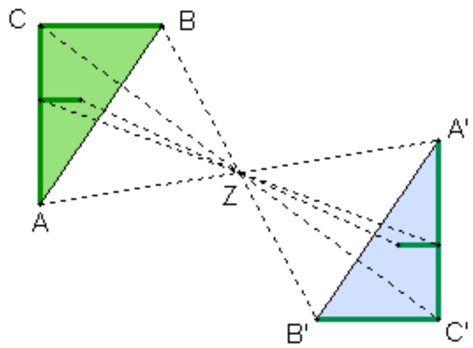
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او ’’C تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او ’’B د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې °180 سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

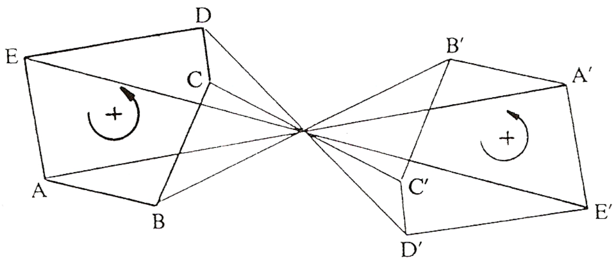
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېړه دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږی، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړی(وصل کړی)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهی)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

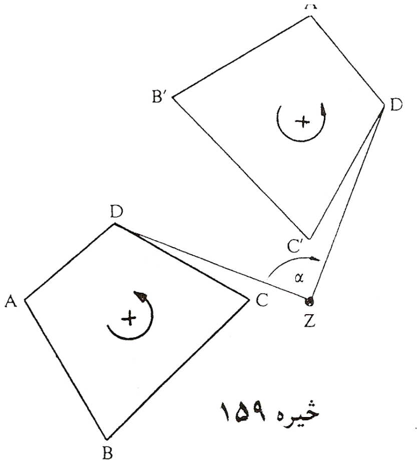
(c) ketabton.com: The Digital Library

μ=(’W(PZP، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاويي څخه یواځنی ټاکلی دی. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوې(ددې لپاره دې تېرو لوستونو ته پاموي).

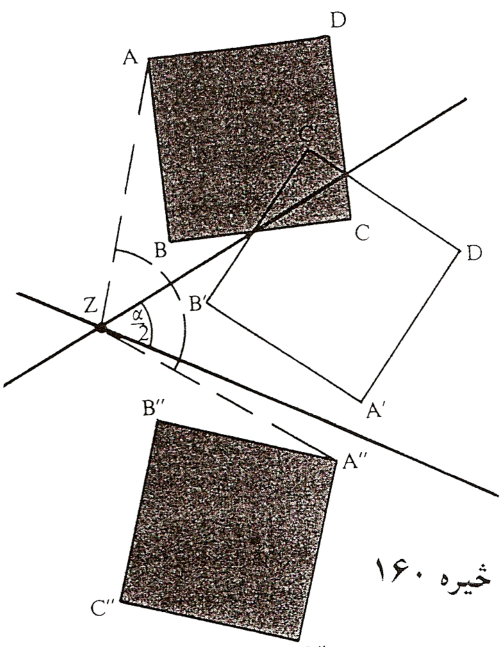
د دوران د جوړښت تحلیل:

١ – په ټولو په نخښه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدی. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږی، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

٢ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوی (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهی). دوران په همغه لور کونګروانیځ ځېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

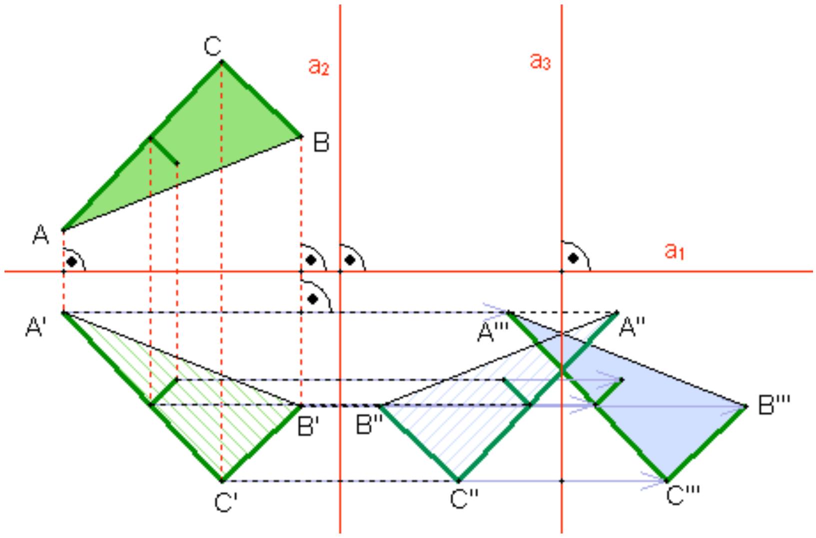
(c) ketabton.com: The Digital Library

خوی انعکاس یا خوی رګرځيدنه یا بیرته راګرځینه the glide die
Gleitspiegelung
انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداروڼه د محورهنداروني یوه یو پربل پسي هنداروڼه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندي ځېړه دي وکتل شي.



د خوی هنداروني خوي:

یوه خوی هنداروڼه کېدی شي، چي په دوه غبرګو محورونو او یوه په دي ولاړ محور باندي د دریواره هنداروني له لاري منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

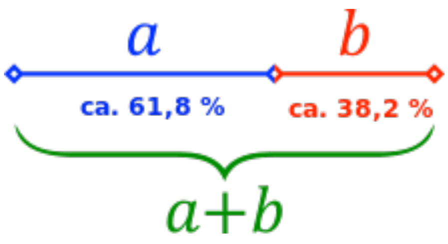
موږ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وخېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅی

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښانګړی د وېشنې نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توټه د Majority **Major (M)** یاني ستره توټه سره ښایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توټه د Minority   **minor (m)** یاني کوچنی سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرايط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توټه ځان و لوي توټې ته داسي نیسي یا لنډه توټه نسبت و لوی توټې ته داسي ده، لکه لویه توټه د لوی توټې او کوچنی توټې جمعي ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيېلايي نسبوتونو د مساواتو د كينېي لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1| \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0{,}6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنېي اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

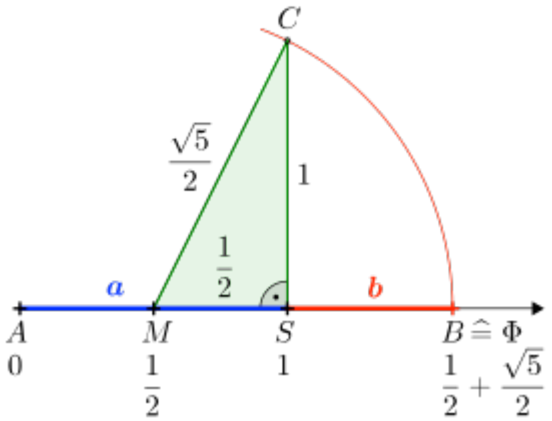
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

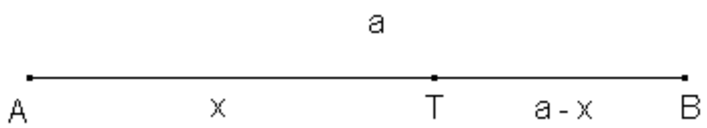
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1,6180339887498948482 0$



توته کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې توته کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

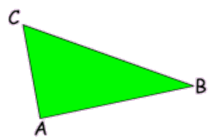
(c) ketabton.com: The Digital Library

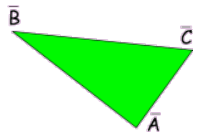
$$\frac{x}{a} = \frac{a - x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

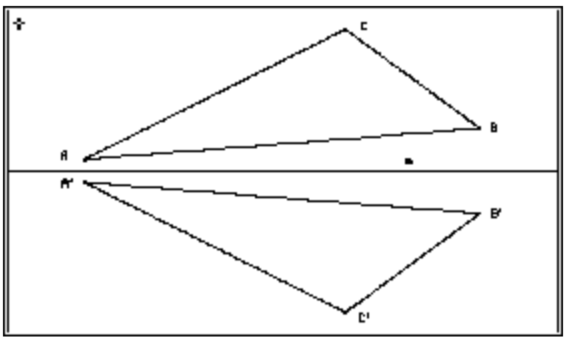
د حل ستڼ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a - x}{a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي



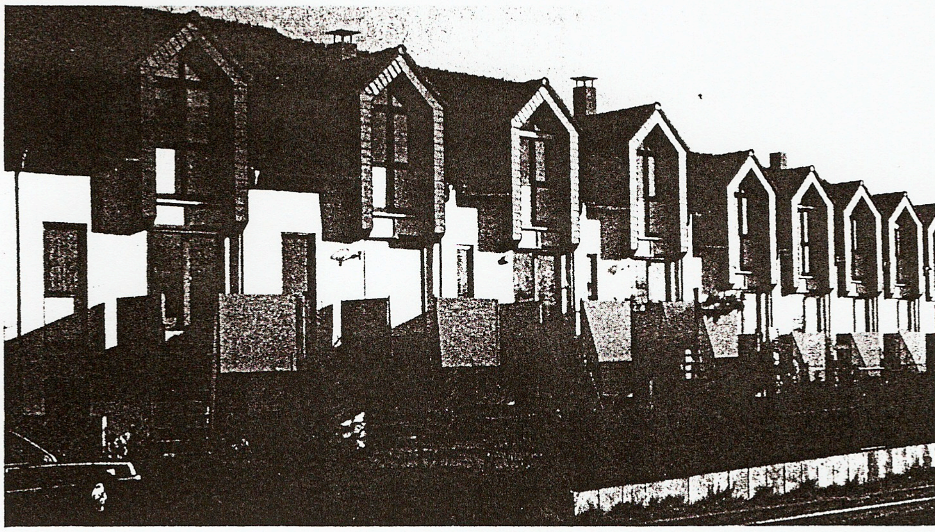




(c) ketabton.com: The Digital Library

Beispiele:

1.



خيره ۱۴۹

پيژند :   هندسي شكلونه كونګروينځ (برابر) بلل كيږي، كه په فورم ، بنه (خيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروائنځ څېرونه د کربنې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کربښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کربښ اینونو (څرخونو یا کښبونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروائنځ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کربښ اینونو (کربښ اینونی یا کښبونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروائنځ څیرونه ده.

دیو په بل پسې د کونګروائنځ څیرونو کارونه بیرته کونګروائنځ څیرونه لاس ته راکوي. دا چې هرکونګروائنځ کربښ اینونه ده نو د پای کونګروائنځ یو په بل پسې اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروائنځ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروائنځ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځای کیدی شي. الجبري ټول کونګروائنځ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کټمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چې ناپیلی څیرونه ، چې په کارونه کی تغیر نه راولی کټمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټ ی کونګروائنځ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

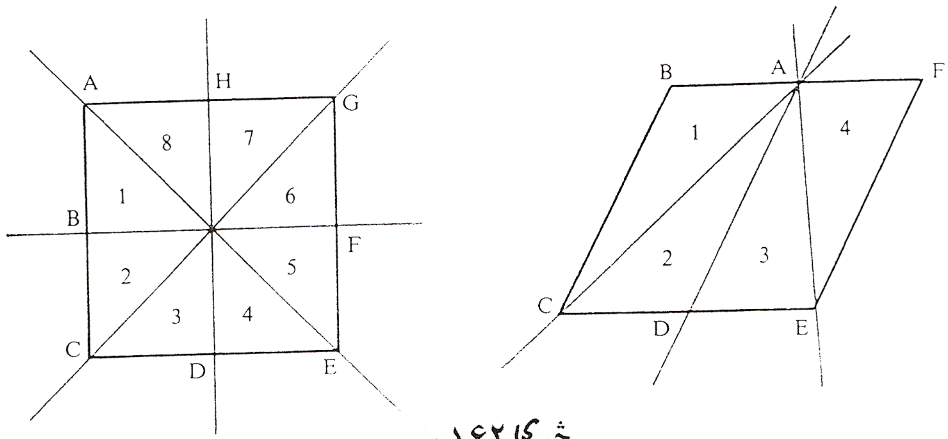
کونګروائنځجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوږداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرګ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونګروا ینخ جملو په مرسته وښايي، چی غوڅکرښی پیلځیرې په کونګروا ینخ برخو ټوټه کوي.



شکل ۱۶۲

۳ – په یوه بیلګه وښايي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلګولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلګولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کې د «هیلګولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)
دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost
الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوځوي ؟
ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوڅټکی څومره لرې وي؟

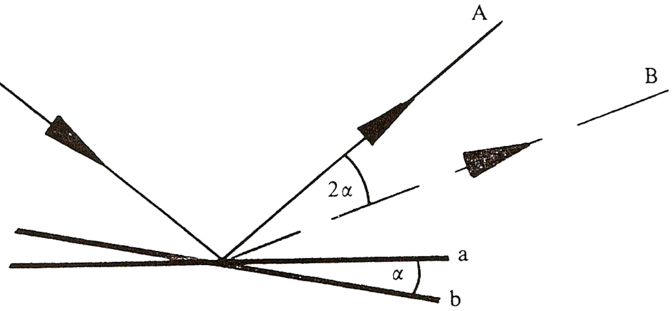
۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چې دریګوډي ABP اوABQ کونګروراینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوڅټکي دي).

۶ – څومره کورونتڅیرونی موجود دی چې لاندې څیرې یې په خپل ځان ځیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټڅیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

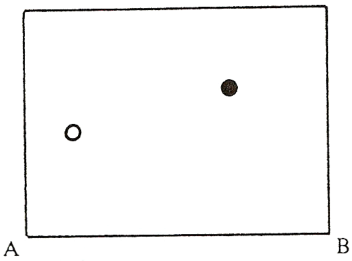
۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چې په یوه خپله اینښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ اینښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول– یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

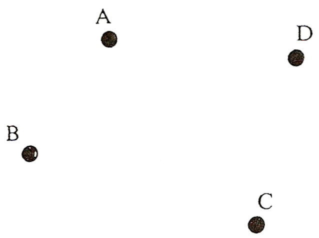
(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

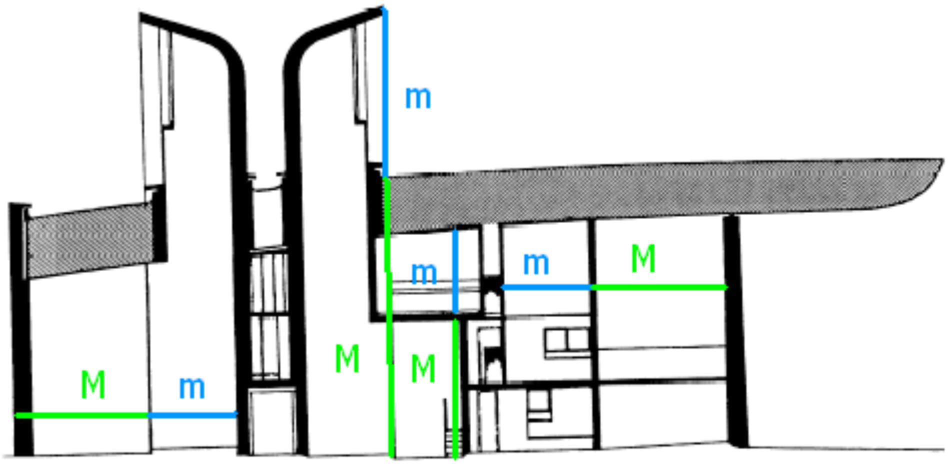


خیره ۱۶۵

۸ – د کوټې منځ کی دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلی لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسی ووهل شي چي تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږی « تورتوپ – اینه ټکی یاانعکاسټکی – سپین توپ»

۹ – دا د یوه کور څلور برجونه دي، چی په A,B,C,D سره یی ښایو (خیره) داسی یو ځاي S شته ، له کوم چی برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په خیر ښکاره شي یا ځان وښایي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

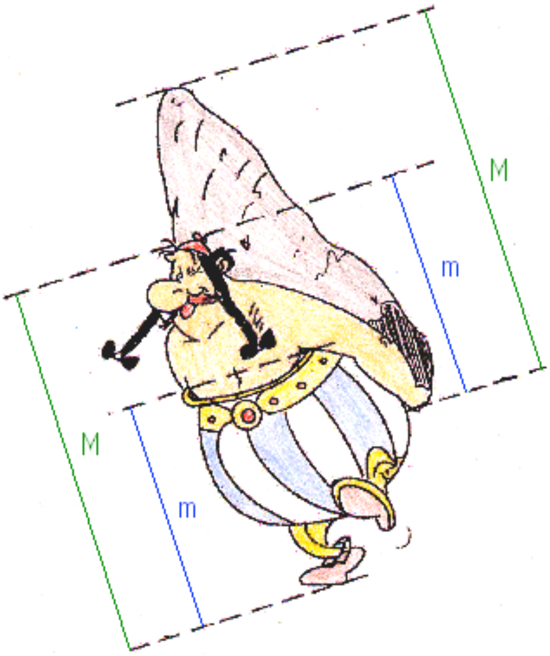


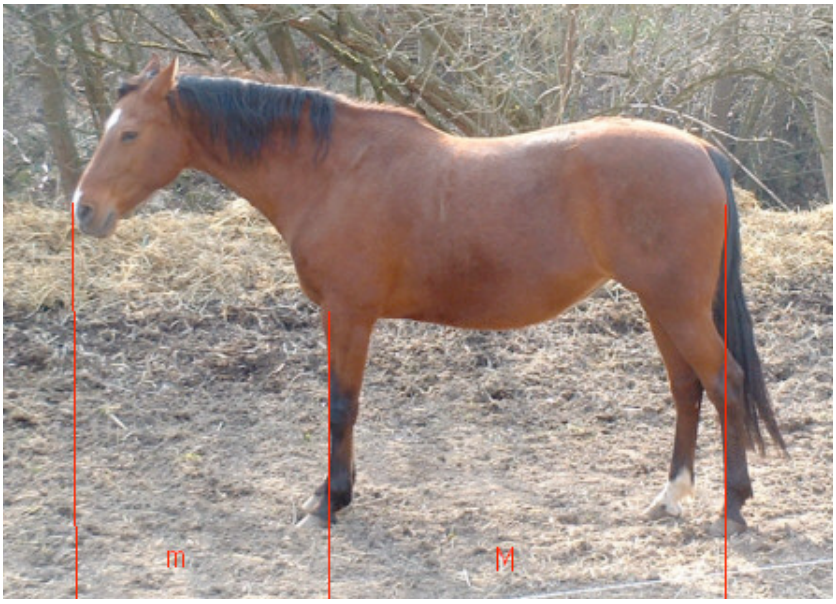
د یوه کور پروت غوڅې یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1965 – 1887) *Le Corbusier* په دېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅې دست لباره یوه بنه بیلګه ده، چې پیداښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسوسرګرمی‌له پاره

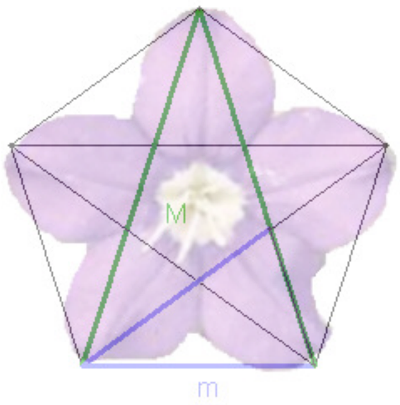
(c) ketabton.com: The Digital Library





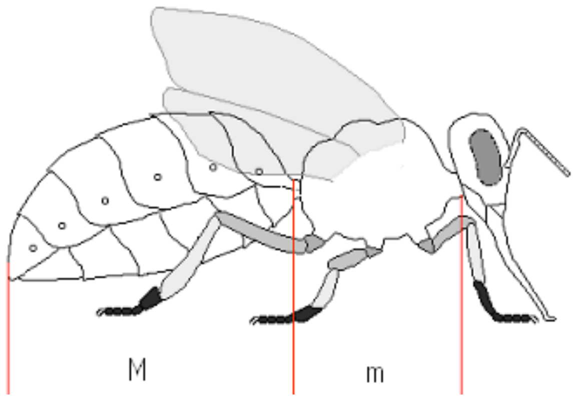
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي يا مخمس کې طلايي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



دا لاندې د درېګوډيکچېرخه په نهم، لسم، اويولسم ټولګي لوستل کيږي. زه دا ټول په هره برخه راوړم، چې ګران لوستونکي ورڅخه اړوندګټه واخستل شي

۶ - درېګوډي کچ يا ترېګونومتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریګوډیکچ یا تریګونومتري Trigonometrie

تعریفونه

د دریګوډیکچ یا تریګونومتري دنده ده چې په هواره یا په هوا کې دریګوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریګونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکې یعنی په منظمه فاصله پرلپسې تکراریدونکې پیښې(مورږ یې تل راګرځیدونې بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ – ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیموس Patolemäus چې په ۱۶۸ م کال کې مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کارونې یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریګوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازونې، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کې مومي.
د تریګونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې رینبتینوالی یا واقعیت کې نغښتې، چې د دې په مرسته د پایکربنبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چې دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښه لوحې یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چې ما دا کلیمې هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چې په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیک ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځانیونه و هواري فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

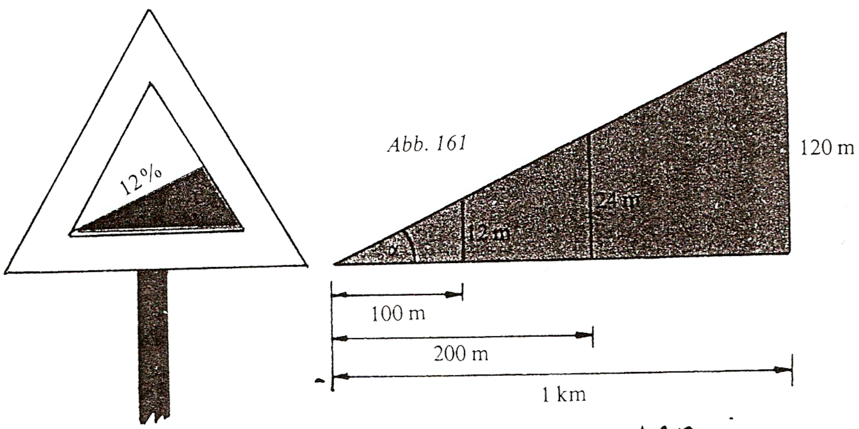


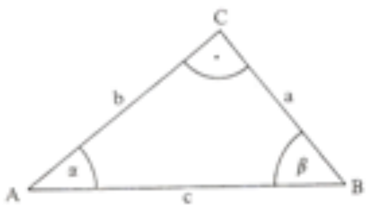
Abb. 161

ذخیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوري یا لویدون. په داسي حالت کی هم بیا توري لوحي هم زورندي وي.
په همدي ډول پیچومی کیدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه یی د پرتون سره جوړوي.
تریګونومتري یا د په سلوکی (د پیچومي یا جګوالي تناسب) د پیچومي یا جګوالي ویناوي دي او یا په څرګندو پیچومي کونج یا جګکونج چی سلییز پیچومی یا جګوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جګوالي سره د پیچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پیلبیلګه کي څرګندیږي چی دا پایکربښي د یوه ولاړ دریګوډي اړخونه انخوروي، چی د دوه دریګوډیو تناسب یا خانتیونه د کونج په بلواکی یا اړتوب ښایی. زیات وخت هیپوتینوزي (اوږداړخ) په c ښوول کیږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتیتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

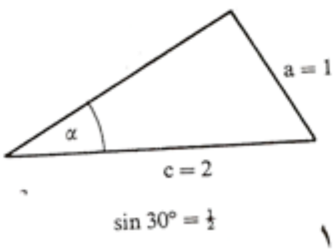


څیره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

ساینبلواك sinusfunktion: بلیګه:

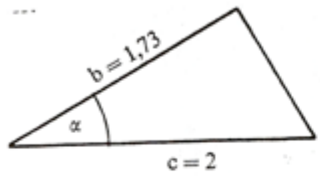
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$



څیره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلګه:

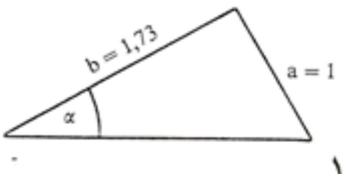


$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

$$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$$

شیره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلګه:



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$

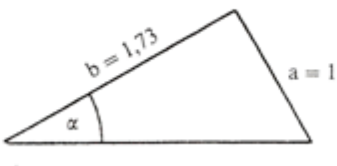
شیره ۱۹۸

$$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$$

یادونه : پام دې وي چې د مخامخ کاتیت لاندې د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزي پراته کونج ته، چې څموږ موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندې نور کونجبلواک دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواک Kotangensfunktion بیلګه



$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$

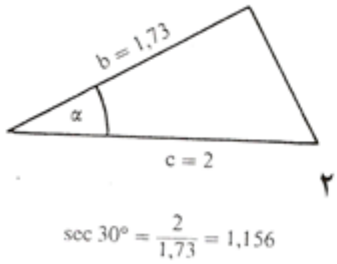
شیره ۱۹۹

$$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر کم ، د بيلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك کارول کيږي

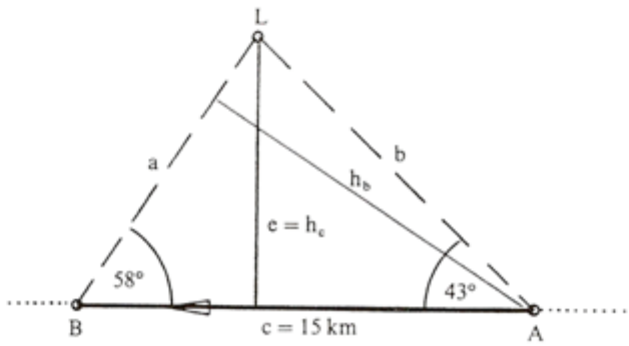
سيکانسبلواك sekansfunktion بيلګه



$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هيپوتينوزې}}{\text{پرته کاتيت}}$$

شيره ۲۰۰

يوه تګ پايکربنې c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کيبنتی له ډز رڼااور شخه ښومره لرې ده؟
د A شخه و B ته د کيبنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور شخه ښومره لرې دی؟
په A کی له اور شخه ښومره لرې وه ؟



شيره ۲۰۲

اوبی يا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin \gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبېول يا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو ځانښیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین ځانښیونه یا تناسب دی.

$\sin\alpha / \sin\beta = a / b$ $\qquad$ $\sin\beta / \sin\gamma = b / c$

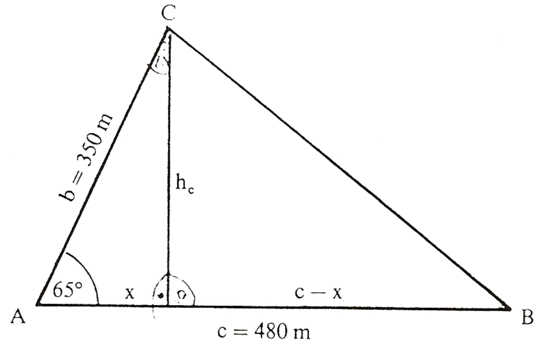
$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کی نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.

سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلګه : په یوه د ډبروسکرو کان کی دوه ستنی $b = 350\ m$ او $c = 480\ m$ دي او یو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B څخه و C ته به د نبنلولو ستن یا تیر څومره لوي وي ؟



څیره ۲۰۳

اوبی یا حل :
جګوالی یا جګی h_c کرښه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ویشي.
دلته دی $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چی $\cos\alpha = x / b$ دی . د پیتاګوراس د جلی له مخی
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^{\,2} + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb \cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوډي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره تړې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وایي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوډي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوډیو ویشل کیدی شي چي پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوډي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0,5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

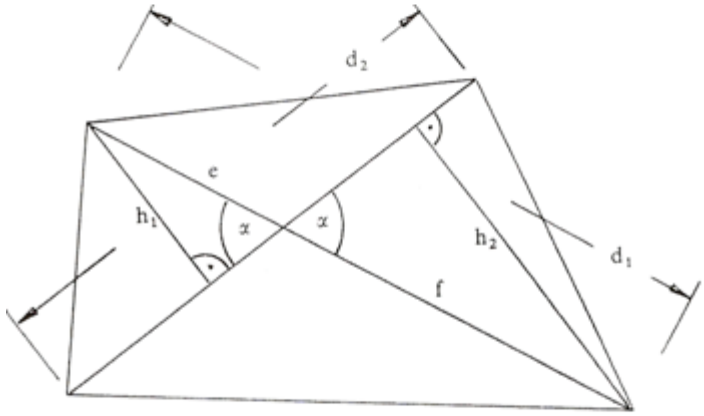
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0,5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2(e + f)\sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0,5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ځیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواک، نه یواځی د دننه لورته تیرو دریګوډیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

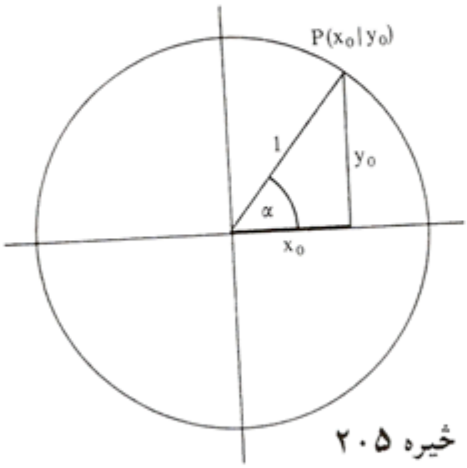
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، ځکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځتکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوډی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (ځیره۱۴۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوډی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کې پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجټګی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 , \quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښی د پریوستون او یا د سیوربدرخونو په څیر لاس ته راخي، که موږ ورانګه د یوه ټالوهونکی مروند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي. دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راخي، چی ورانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.

د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راخي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

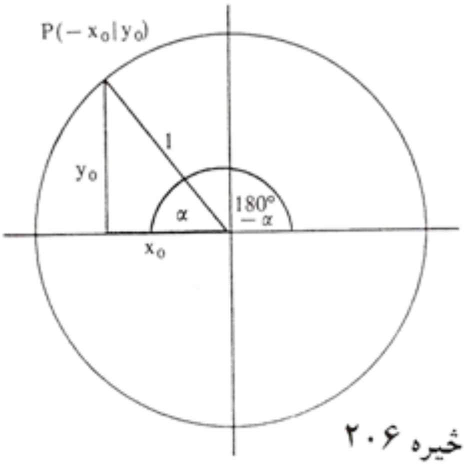
$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مګر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توګه لاس ته راځي :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

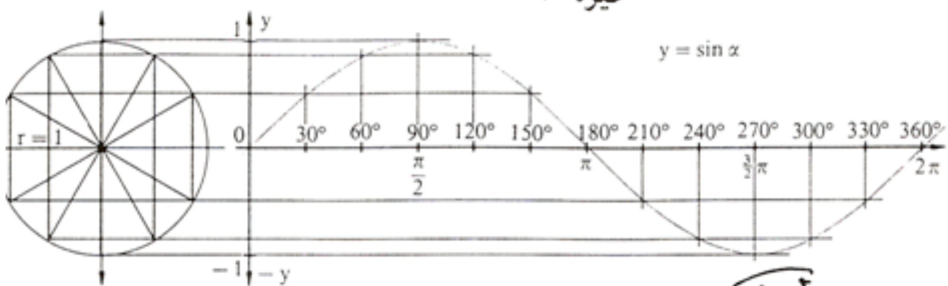


شیره ۲۰۶

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توګه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواک تعریف دي.

د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواک لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکګرافونه لاس ته راځي

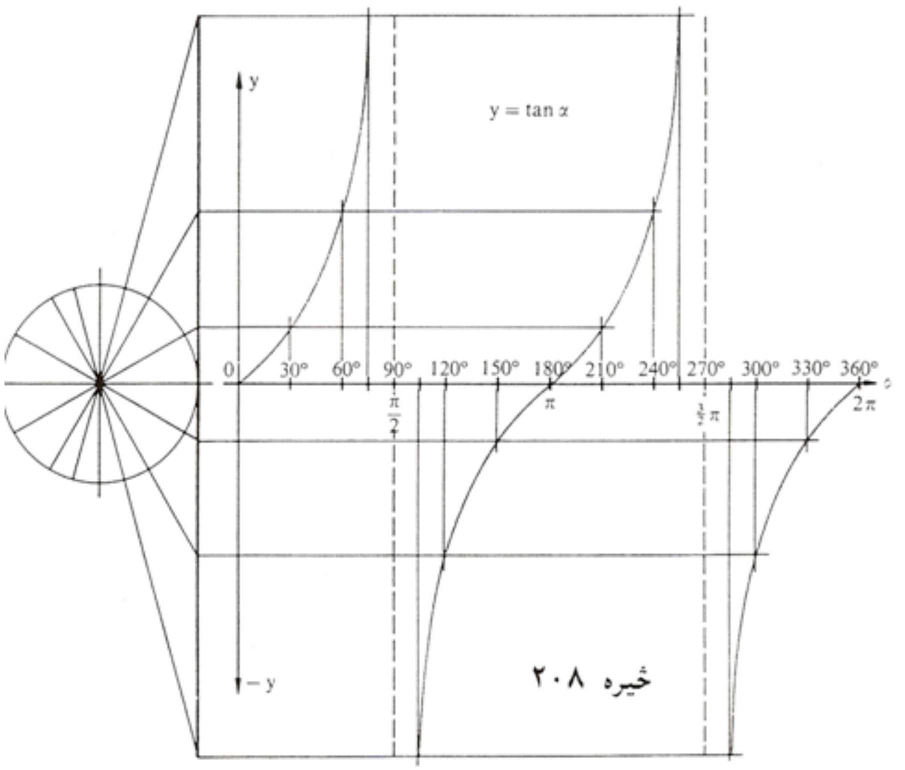
شیره ۲۰۷



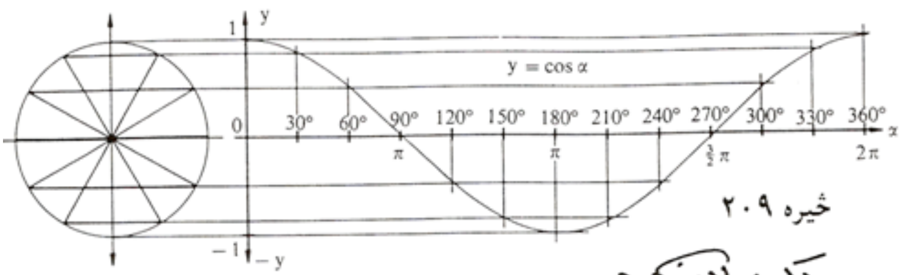
Die **Sinuskurve**: $y = \sin x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

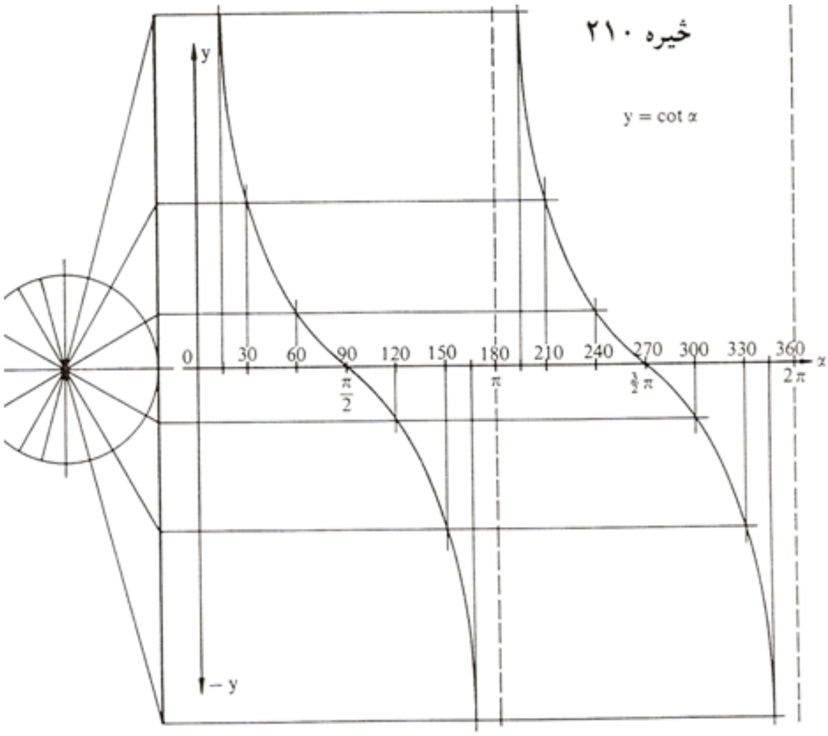


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

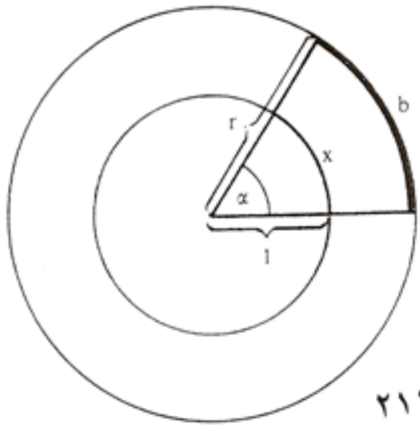


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ د کوټنجنټ کږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چې ۳۶۰ درجې پوره ګردۍ ښایي. هغه، چې لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چې ګردۍ په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کې ګډ دي، چې په ګڼونو اندازه کیږي، بې له کچ یوون، ارزښتیدیری ریبلګڼونه دي، په داسې حال کې چې وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کې مونږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندې کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مگر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهځوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریگونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلگي په توگه sin)

ارگومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زړه درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه ګرديبرخوکي وښوول شو (ګرديبرخي د مخه څېړل شوي دي) چي هر کونج پورې يوه ګردبرخه يا ګردۍ لينده اړه لري، نو ټولي ګردۍ پورې ۳۶۰ درجي کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج ∝ پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چي په چاپېرۍ کي ځانګړی همداسي نيسي لکه په پيل کي ∝ و ۳۶۰ درجو ته . دلته ګرديګڼ دی: $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پيلبيلګه:

کونج $60° = \propto$ له ګردۍ د ۱۰ سانتيمتره وړانګي سره يوه په لاندې ډول ګردۍ لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د ګردۍ چاپيرې دی: $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج ∝ د ۵ سانتي متره وړانګي سره ګرديلينده

$b = 10\pi . 60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا ګردۍ لاندې چاپيرې لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له ګردۍ د وړانګي $r = 1$ cm سره ددې په څېر يا برعکس کونج ګرديلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې ګردي چاپيرې فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلګي څرګنديږي، چي لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانګه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونګردي د وړانګي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونګردي د ګرديليندی اوږدوالي کچګڼ، چي په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې ځيره شوي، لينده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ) . \pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\ 180^\circ = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ$$

دا چی د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لينده کچ لپاره په خوښه ريیلګڼونه پريښوول شوي.

بيلګی :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175\ (rad)$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چي لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چی دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چی د کونجبلواک ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفډيري ته، په لينده کچ راتلی شو. دا کونجبلواک پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواک دی، دا په دې مانا ، چي د بلواک ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

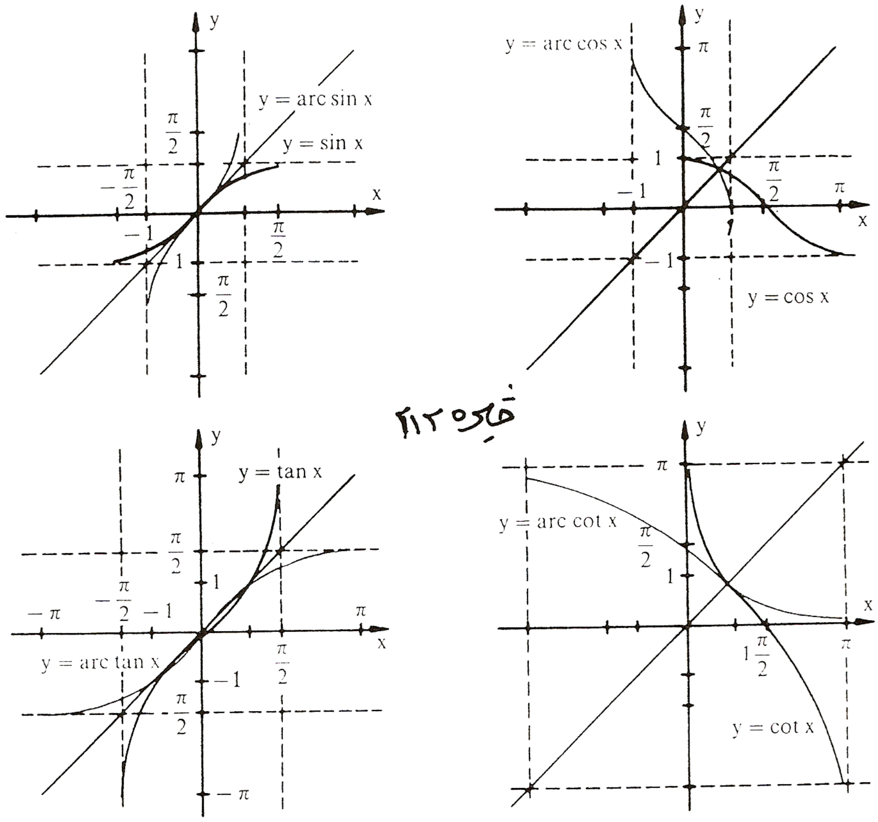
مختلفو واټنونو وروسته، بلواك ارزښتونه تكرارېږي. د دې لپاره چې په ښكېدنه ممكن شي، نو بايد د خپل تعريف ډېرى په يوه برخه ډېري رابند يا محدود شي.

تعريف : د يوه (رابند يا محدود) تريګونومتريكي بلواك په ښې بلواكونه اركوس بلواك Arcusfunktion بلل كيږي يا ځيكلومتريكي بلواك (لاتين اركوس: Arcus = Bogen = لينده)

دلته arc sin(x) لوستل كيږي »د x اركوس ساين. د كونجبلواك تعريفډېرى دلته اړونده اركوسبلواك ارزښتډېرى دى او په ښې اركومنت يا تعريفډېرى دلته تل يو ريېلګڼ دى.

Trigonometrische Funktion تريګونومتريكي بلواك	Arcusfunktion اركوسبلواك
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \mid -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \mid 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې:

1. arcsin (0,8) $= 0{,}9273\,(\text{rad}) = 53{,}13°$
2. arccos (1) $= 0\,(\text{rad}) = 0°$
3. arctan (−100) $= -1{,}5608\,(\text{rad}) = -89{,}43°$
4. arccot (−70) $= -0{,}0143\,(\text{rad}) = -0{,}82°$

۵ – دا چې کونجبلواك و اركوسبلاك يو د بل په ځې بلواك دي نو باور لري.

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\text{arccot}(y)) = y; \quad \text{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\text{arccot}(\cot(60°)) = \text{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تریګونومتریکي بلواکو خویونه

دا چی کونجکچ په درجه کچ او هم په لینده کچ ورکول کیدی شي، کیدی شي چی
یوه کونج بلواك تعریفېږي یا α او یا x وي. ددې لپاره چی د یوه بلواك خوي
باندې ټینګار وکړو، باید په لاندې په لینده کچ تکیه وکړو.
د لاندې خویونو لمړۍ ډله یواځي له تعریفمساوات (د مخه راغلی) او د
پیتاګوراس له جملی لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعریف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پرته کاتیت}} = \frac{\dfrac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}}{\dfrac{\text{پرته کاتیت}}{\text{هیپوتینوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسیره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x \; ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې gegeben ورکړې او gesucht غوښتونې یا پلټونې په مانا دي

gegeben ورکړې / gesucht غوښتونې	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

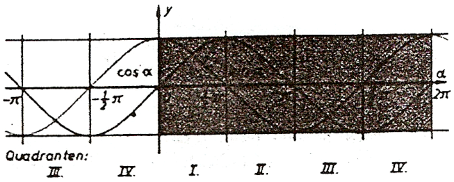
لکه چې د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چې تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چې د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کې تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجې) لري، کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجې (180°)) لري.

$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

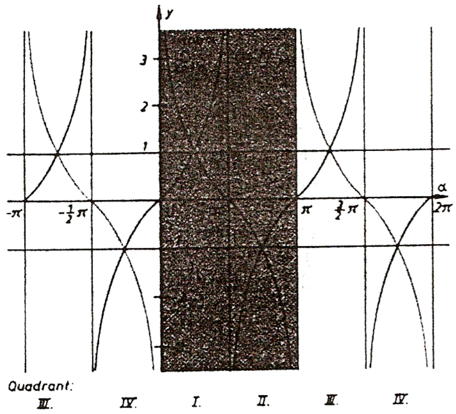
$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\quad k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څیره ۲۱۴

د ساین - او کوساین فنکشن
پریود دیاګرام څیړنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پریود

بیلګې :

$\sin 50°$	$= \sin(50° + 360°)$	$= \sin(50° - 720°)$	$= 0{,}76604$	
$\cos -30°$	$= \cos(-30° - 360°)$	$= \cos(-30° + 1080°)$	$= 0{,}86603$	
$\tan 2{,}5$	$= \tan(2{,}5 - \pi)$	$= \tan(2{,}5 + 5\pi)$	$= -0{,}74702$	
$\cot 10$	$= \cot(10 + \pi)$	$= \cot(10 - \pi)$	$= 1{,}54235$	
$\sin 35°$	$= \sin(180° - 35°)$	$= -\sin(180° + 35°)$	$= -\sin(360° - 35°)$	$= 0{,}573576$
$\cos 35°$	$= -\cos 145°$	$= -\cos 215°$	$= \cos 325°$	$= 0{,}81952$
$\tan 0{,}6109$	$= -\tan 2{,}5307$	$= \tan 3{,}7525$	$= -\tan 5{,}6723$	$= 0{,}700208$
$\cot 0{,}6109$	$= -\cot 2{,}5307$	$= \cot 3{,}7525$	$= -\cot 5{,}6723$	$= 1{,}428042$

که د فنکشن ګراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ښکاره روښانیږي :

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بيلګې:

	α	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شميرلو لپاره، يوائې د جبشميرې يا کمپيوتر څخه کار اخستل کيږي ، هدفمند بولو، چې يو څو زيات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه جدول د هر اړخ په مانا دی او يادول ئې ته ژر يا حفظ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کیدی شي په خیال کی یا ګوماني لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x)   cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x)   cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کیدی شي په ولاړکونجیز دریګوړي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – 90° = ß له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له څیرو   څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د 2/ = x کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له څیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

$\sin 60° = -\sin(-60°) = 0,86603$

$\cos 0,75 = \cos(-0,75) = -0,70711$

$\tan 150° = -\tan(-150°) = -0,57735$

$\cot 1,3 = -\cot(-1,3) = o,27762$

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لایني نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفدیري پوري ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.
لکه

$\sin 30° = 0,5 \quad \sin 90° = 1 \quad \sin 180° = 0$

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدي ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x .\cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 - \cos x)}$

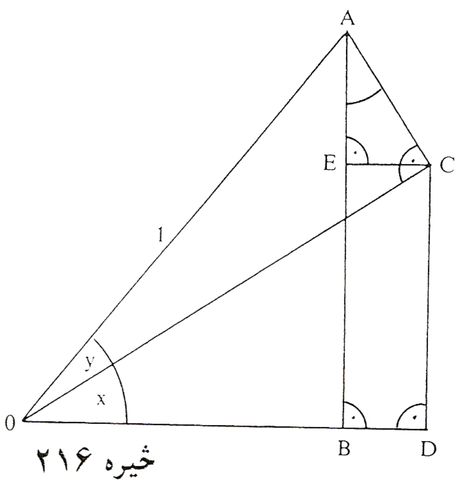
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0{,}5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



خیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y; \quad |OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y); \quad |OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

بر سیره پر دې لرو :

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. **2′.:**

3. **4.:** $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو

$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه څخه راځي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دوهمې ښوونې له لارې ښوونه لرو
په (*) کې و لیکه یا کېږده

8.: $(*)\ \sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$.

9-10: د 11 پوښتنې له 1 او 2 او ښکېلت د تعویض څخه لاس ته راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) +d$

لکه چی په پیل کی مو وویل په طبیعت او تخنیك كي ډيري پيښي شته دی چي تل بيرته راګرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلې لور داواقعي د كونج په واك کی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيڅير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه کی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوساين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
څېره ۲۱۷	ټولی تلبيرته راګرځيدونی تعامولونه		$y = \sin(x)$
څېره ۲۱۸	د یوه مساوي او بدل ښېپالونه یو په بل پرلوتل	د y-لور باندې راکښنه	$y = \sin(x) + d$

y = sin(x+c)	د فاز تغیر یا گراف بدلون	په بدل بڼې ښا جریان کې د بڼې ښتنا او ښیا لونګ تغییر دو ښنالو نه	څېړه ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیتود د گراف بدلون فاکتور 1- د 180° فاز گراف بدلون دی	دیوه پندول خوځېدنه	څېړه ۳۲۰
y = sin(bx)	د پیریود تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کراره کیدل b <0 په شا گرځېدنه کم محور دی	دیو بستنی زړی څېړنه په یوه وخت داد چینه رد رهغی پورته لمزه ی تکلیه د موزیک الو په او از ولوکی	څېړه ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	څېړه ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندي ورکړي سره ښيره بله کړی

4°6' = 4,1° ; 10° , 5' = 10°30

a) 6,75° = b = 120,48° = c) -75,65° =

d) 52°16' = e) 97°13' = f) 44°44' 44" =

۲ – په درجه کچ ي وليکی

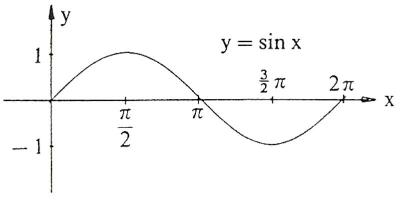
a) x = π/3 , b) x = -π/4 , c) x (2 /3)π

d) x = 4 e) x = -3 f) x = 4,7

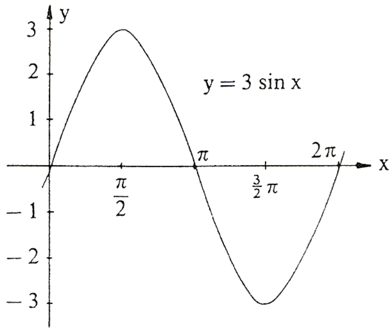
۳ – په لينده کچ يی وليکي

a) 15° b) -60° c) 540° d) 20°15' e) 15,75°

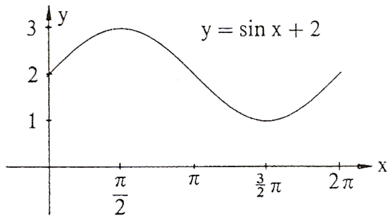
(c) ketabton.com: The Digital Library



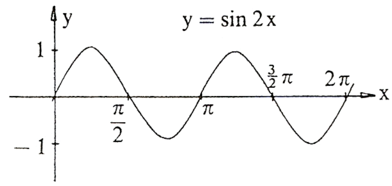
خیره ۲۱۷



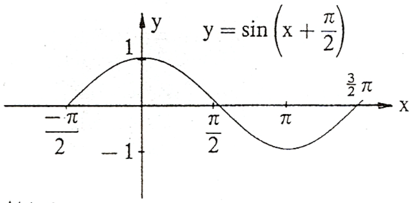
خیره ۲۲۰



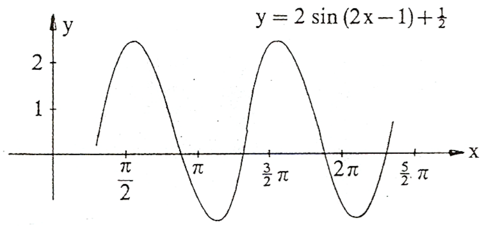
خیره ۲۱۸



خیره ۲۲۱



خیره ۲۱۹



خیره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين كرښې $y = \sin x$ څخه لكه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله كيدل

۲ – د نیمی راګرځید اوږدوالی باندې پرسیدنه

۳ – په یوه یوون د ښي لور ته راكښنه

۴ – په 1 / 2 پورته لورته 100% راكښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20° b) sin(-30°) c) sin 172° d) din1°4'

e) cos 35° f) cos 380° g) cos(-27°) h) cos47,9°

i) tan 11° k) tan (-15°) l) tan 33,33° m) tan 13°13'

n) cot 870° o) cot (-11°) p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8 s) cos α= 0,9 t) tan α= 2,5

u) cot α =-1 v) sin φ = 0,3 w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4 y) cot φ= 0,3 z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دي برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

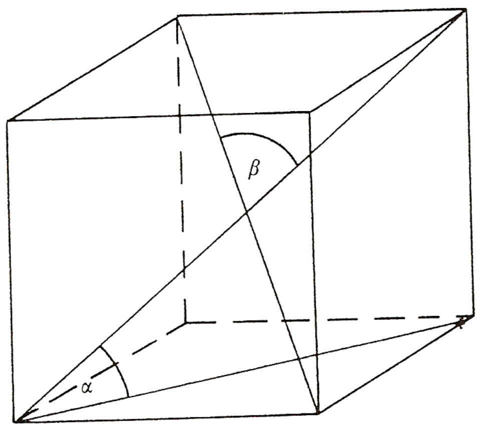
۶ – په مساوي پښیز دریګوډي کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α < 90°) دریګوډي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز دریګوډي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

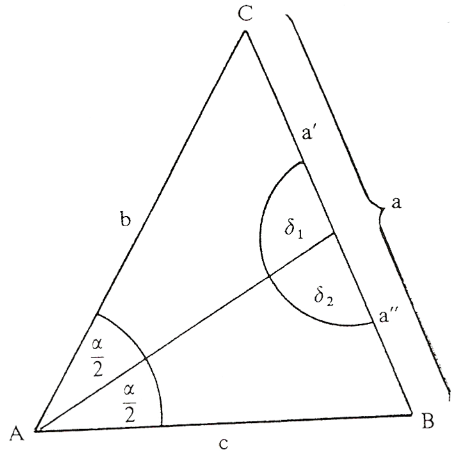
$r_1 = 5\ cm \quad , r_2 = 4\ cm$

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړي غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دي پرتي خواوي. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۱،۵۰ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ∡ دي زیات ترزیات 33° وي، زینه دي څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوي پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردي څومره وي، که دا

کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لاري وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره

لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج $\alpha = 25°$ لري. د وزنزور په زوړندزور تختې سره غبرګ او نورمال یعنې ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دي ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹، ۸۱ نیوټن $1\ kg = 9{,}81N$).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج $60°$ دی په ښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونې سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګې په کوم جګوالي یوبل سره مخمامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کې کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې $\alpha = 18{,}5°$ او ښنیټکی یې $\beta = 8°$ لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د ښنی ټکي څخه ۵۰ ،۴ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنې د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

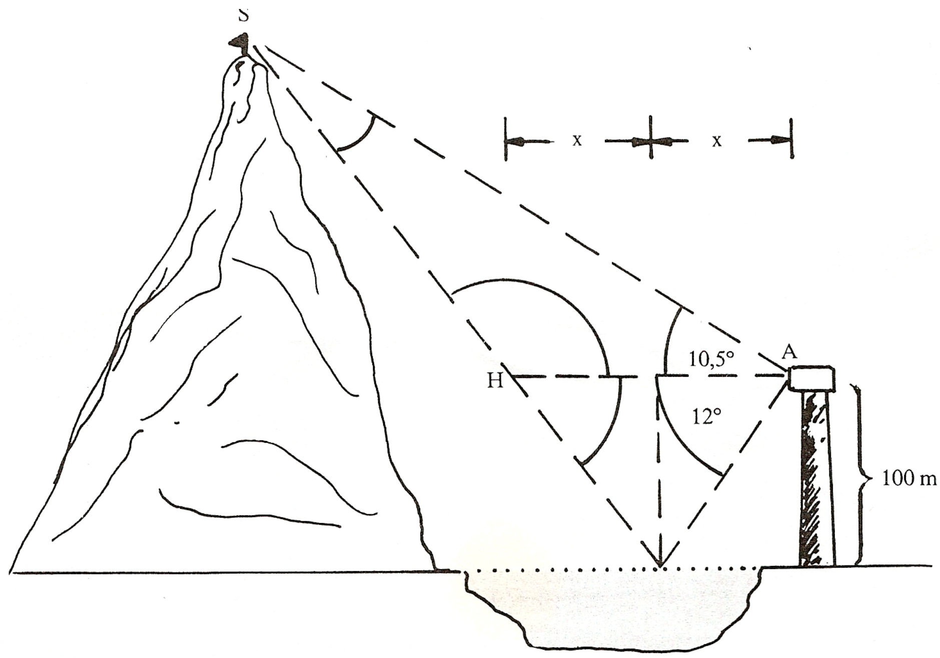
– که جګوالی یې ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یې ۱۳۷ متره وي ؟

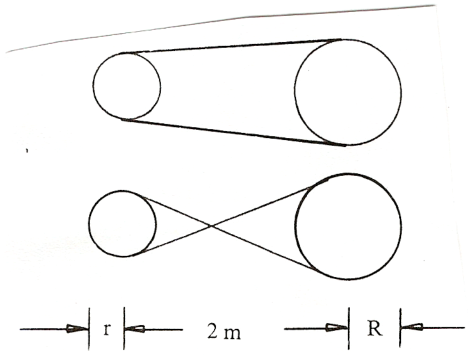
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجې کونج لاندې – د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یې ۱۴۳ متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

-د پاریس د ایفل برج ښکارېږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دننني کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټهسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته °14 میلان لري، د دننه لور ته °28 میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د °12 پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج °11 لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندې راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندې اندازې ولري

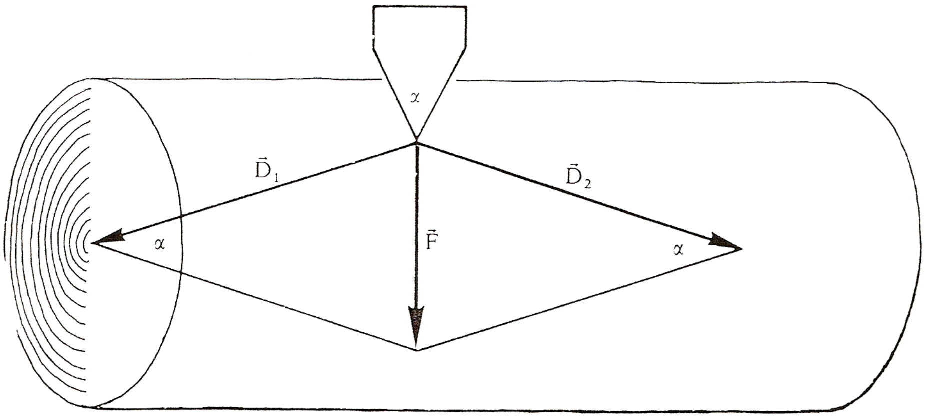
$r = 22$ cm , $R = 35$ cm , $|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو واکی څیدلی وي ؟

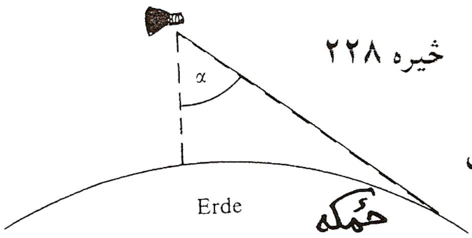
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ الف) د ونی په سته یو کایل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کیږي. د فشار هغه زورونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستهی درځونه ، که د کایل یا تبرګي کونج $6° = \alpha$ وي. (حیره ۱۹۴)؟

ب) په کومکایلکونج یا تبرګیکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څیره ۲۲۷

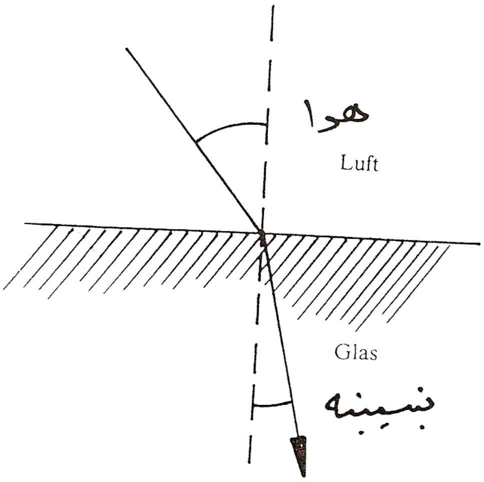


څیره ۲۲۸

۲۵ – د یوه الوتماشین څخه ځمکه د یوه α کونج لاندې لیدل کیږي (څیره) دا الوتماشین څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کیلومتره)

۲۶ – یو ګادی د $v_{\alpha} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $= 115°$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمرورانګه په دوه مختلفو
طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر
یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius
د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د
ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون
وايي، چی پروتورانګه ، ماتورانګه او
ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر
دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

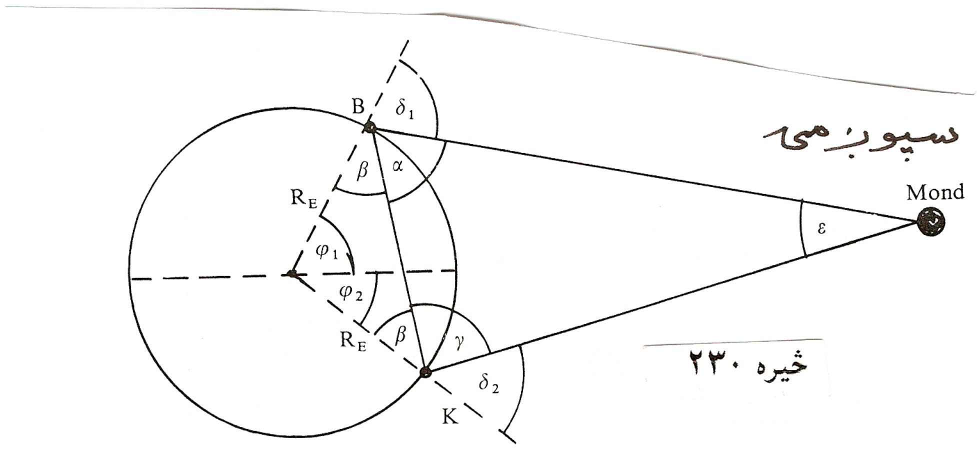
$$\sin \alpha \;/\; \sin \beta = n$$

که د رڼاورانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو n = 1,5 (1,33) دی وښایي،
چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9° ؟

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل
شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52, 52°$) او لکه د ښو هیلو
په کونج کی ($\varphi_2 = -33{,}93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د
سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل:
$\delta_2 = 55{,}72°$ او $\delta_1 = 32{,}08°$.
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi/T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T)\, t = x$ هغه کونج دی، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورې برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورىبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړئ

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسئ

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5$$ ارزښت حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسې هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بيلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = |x|$ فقط هلته تیک دی، چې $0 \geq x$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| = x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x| = -x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x > 0$ دی باورلري $|x| = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې ax² = b یا0 ax² = + c = برابرونونه سوچه مربعیز بلل کیږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ریښه نیونې له لارې حل کیږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 8 &= 0 \quad | +8 \\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad |:2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad |\sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4} \\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دویم حالت	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بیلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad |\cdot 2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad |\sqrt{\ } \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad | \\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دویم حالت:	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بدیلII

د مساوات x²+2x=0 حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازميلو له لارې لرو : x1=1يا x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

يا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتيجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتياوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دويم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x \cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

يو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه يو ضريب صفر وي.

پام :

د بڼې يا مساوات سيستم تل کيدی شي د اووښتوني يا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2 + 2x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\, \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & |\, -2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |\, :3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بيلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |\, -\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x & = & 0 & |\, x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\, \text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} & = & 0 & |\, +\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\, \cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & x = \frac{9}{8} & \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرنې لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلونې په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad | \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow x_1 = 10$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow x_2 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلونې له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلونې ته یادونه:

دx ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴. ۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدنې تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

$x^2+px+q=0$ یا Oder

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

يا په لنډه بڼه ليکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ريښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا ديسکريمينانتD بلل کيږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول وليکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{يا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \quad |:3 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} &= 0 \end{aligned} \qquad \Rightarrow p = -\frac{5}{3};\ q = \frac{2}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\text{also } D = \left(-\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{2}{3} = \frac{25}{36} - \frac{2\cdot 12}{3\cdot 12} = \frac{25}{36} - \frac{24}{36} = \frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = \frac{5}{6} \pm \frac{1}{6} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = \underline{\underline{1}} \\ \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}} \end{array} \right.$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، نل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوځوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوځټکی نه لري.

د حل کنترول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسي کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځايه ځای شي، يعني کنترول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د ريښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول ایښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right]$$
$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ او $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = 1 = p$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = -6 = q$$

برعکس یا په ښتې د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو ځلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبرېښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

يادونه:دا فقط يو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زياتځله يا هم همدا حلډېرئ لري.

کربنيز ضريبونه(ځلووني) يا فاکتورونه:

يد بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 | x_2\}$ دې د يو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د يوه مربع مساوات کربنيزه بڼه ده.

يو شرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو له دې دوه ضريبونو څخه صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضريب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وی.

کربنيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښیز ضریبونه:

یو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بیلګه:

L={x1;x2} دې د یوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضریب)

دا د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه ده.

یو ضرب تیک هله صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو ضریبونو صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضریب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بیلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښیزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل

دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتوني یا ماحولي x له نوکانو ایستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروئ.

دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وييتا د ريښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

يا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x+2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x+3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x-4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازماېښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \;($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازماېښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳ :

$$4x^2 - 32x + 28 = 0 | :4 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow p = -8 \quad q = 7 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4 \cdot 49 - 32 \cdot 7 + 28 = 0 \\ 4 \cdot 1 - 32 \cdot 1 + 28 = 0 \end{array}$$

بیلګه ۴:

$$2(x+2)^2 = 32 | :2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 | \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x + 2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = 2 \\ x + 2 = -4 \Leftrightarrow x_2 = -6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \\ 2(-6+2)^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتنې

خلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړئ

الف- $4 - x^2 = 0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2 - 3\right) = 0$ پ- $\frac{5}{4} - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2 + 8 = 5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2 - 2t^2 = 0$ ث- $x^2 - \frac{a^2}{2} = 0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآیی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه باید څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دریم –

200 باکتریاګانې په دوه ساعته کې 450 باکتریاو ته زیاتوي.

دا باکتریاوې په ساعت کې څو په سلو یعنې % کې زیاتیږي.
څلورم –

د یوه مربع دوه کونجتړې یا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

یو ولاړکوډیز یا مستطیل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – یو اړخ دربواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه یې په 3 m یو له بل توپیر لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 یو له بل توپیر لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی.   اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زیاتون یا جمع یې4,1 او ضرب یې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون یا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0\,;\, t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0\,;\, t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړی.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1 ; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایی، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ 1 د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایی یا وټاکی.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایی چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره x = t د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتني

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0\,;\, t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0\,;\, t \neq 0$

دويم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد يا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2 - a)x^2$

دريم: مساوات $4x^2 = 12x$ دې ورکړ شوی وي. سپينګل دواړه اړخونه د x سره ويشي او لاس ته د حل په څير x = 3 راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتنې

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0,5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0,5x^2-x+1,5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0;\ t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0;\ t \neq 1$ ح - $1{,}5(x-0{,}5a)^2 = 0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ **ب -** $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ **پ -** $1 - \frac{1}{(1-x)^2} = 0$

دريم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ **ب -** $x^2 + 6x - 1024 = 0$ **پ -** $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0{,}025x^2 + 2x - 0{,}254 = 0$ **ټ -** $119{,}6\pi + 9{,}6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ **ث-** $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښايئ: $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ د ټول $a, b \neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ **ب -** $73 - 52s + 14s^2 = 25$ **پ -** $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8{,}5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ **ټ -** $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ **ث -** $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دويم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ يې وټاکئ.

د مساوت په بڼې لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د U = 38 m او یو مساحت د $A = 88\ m^2$ ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16\ m^2$ ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پتي د $A = 800\ m^2$ سطحې سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د € 200 یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا داني باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

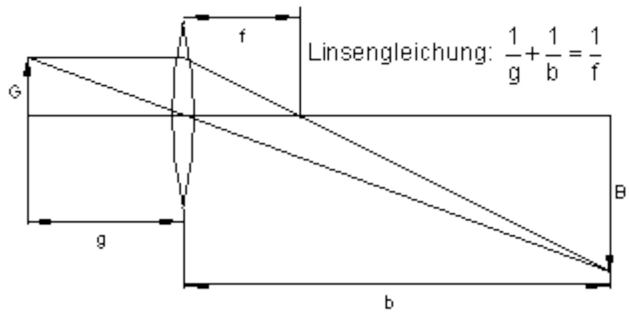
$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي ځیره B باندې پریوځي یا ځیره کیږي. د شي او ځیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې ځیره B یې د عدسې څخه څومره لري دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې ځیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ـــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دي تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېزې IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفېزې اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څېړنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$\frac{4+x}{x-2}=6$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
&\frac{4+x}{x-2} &&= 6 && |\cdot(x-2)\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &&= 6\cdot(x-2) &&\\
\Leftrightarrow\ & 4+x &&= 6x-12 && |-6x\\
\Leftrightarrow\ & 4-5x &&= -12 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & -5x &&= -16 && |:(-5)\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{16}{5} && \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ـــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
&\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &&= 0 && |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ & 5(x-1)+(x+3) &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 5x-5+x+3 &&= 0 &&\\
\Leftrightarrow\ & 6x-2 &&= 0 && |+2\\
\Leftrightarrow\ & 6x &&= 2 && |:6\\
\Leftrightarrow\ & x &&= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} && \text{da } x\in D \Rightarrow L=\left\{\frac{1}{3}\right\}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې يا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1}\quad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}\quad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &&= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} && |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ & x^2-x+4x+4 &&= x^2+x &&\\
\Leftrightarrow\ & 3x+4 &&= x && -x\\
\Leftrightarrow\ & 2x+4 &&= 0 && |-4\\
\Leftrightarrow\ & 2x &&= -4 && |:2\\
\Leftrightarrow\ & x &&= -2 && \text{da } x\in D \Rightarrow L=\{-2\}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو يا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو يا واړول شو، پاى ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بيايي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کینه لور په اصلي مخرج راوړل کیږي. دأله مخرج سره ضرب مو دلته هم دي ته لارښودوي، چي نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دي ونیول شي، چي ماتکرښه په نوکانو کې نیول کیږي. که د کسرکرښې یا ماتکرښې مخ ته کمیزه یا منفي مخنښه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلني وروسته دې اړونده صورت یا ماتباندې په یوه منفي نوک کې کېښوی شي.

د په ښت- یا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندې کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه، HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کیدی شي شمیرنه د د په ښت – یا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

دا په ځانګړې توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
Multiplikation über Kreuz له

چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنک بڼه ولري.

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\ |\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6\ |-3x+16$$

$$\Leftrightarrow 17x=22\ |\ 17\Leftrightarrow x=\frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼیږط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2}\ |\cdot(x+1)\Leftrightarrow 2=\frac{4(x+1)}{x-2}\ |\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)=4(x+1)\ |:8\Leftrightarrow\frac{1}{4}(x-2)=\frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{4}=\frac{x+1}{2}\Leftrightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4}\quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war) څه چي د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \,|\, -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \,|\; \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \,|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \,|+x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

Hauptnenner : $x+3$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \,|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \,|-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \,|-x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \,|-3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \,|:3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بينوم دريمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1 \Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1 \Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$،

دا مساوات ناپای زيات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرايط د تعريفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات I

لومړی: تعريفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ ب - $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ پ - $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ ټ - $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ ث - $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ چ - $x+\frac{2x}{x-1}=0$ ح - $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ څ – $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ ځ - $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ ډ - $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ ذ - $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1; a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلدېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بيلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بيلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ یا او $5x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 5x=4\,|:5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دويم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کيږي.

په صليب یا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\,|$ د اتيران یا چليپا یا صليب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x-16=3x+6 \mid -3x+16 \Leftrightarrow 17x=22 \mid 17 \Leftrightarrow x=\frac{22}{17} \Rightarrow L=\left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4}<0$ **ب -** $\frac{1}{2x}>\frac{1}{3x}-2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2}>\frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4-\frac{3+2x}{1-x}\geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5}\geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}\leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1}<1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2}\leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2}\geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3-(4u+1)x^2=0$ حل د $u>0$ · $u>0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کيږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کميز ګڼ يا عدد سره د ضرب له لارې يا د وېش له لارې اړيک نخښه بدليږي يا معکوسه کيږي. که چېرې يو نامساوات د يو عدد سره ضربيږي،نو بايد د حالت توپير وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني يا متحولي ارزښت زياتيز وي، دويم حالت که د متحولي ارزښت کميز وي.

بيلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرايطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرايطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

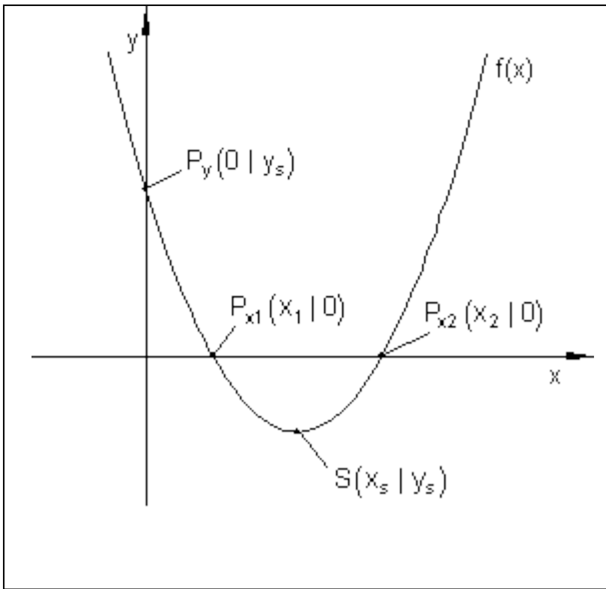
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوښتکي

د محورونو غوښتکي

پہ ځنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي پہ ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**	

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوڅېکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \mid y_s)$

خیرنبیلګه:

د څیرنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپېرکې لرو.

د **y** -محور سره غوڅېکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرتکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اینونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیايي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0); P_{x2}(1|0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دویم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\middle|-\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|-\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\middle|\frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1\middle|-\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

یادونه:

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپاڼه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کي مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

د شمیرلو قانو:	
$\lvert x\rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x + 2| = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرني قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2\rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \ge 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \ge 0$ وي، نو لاس ته راځي

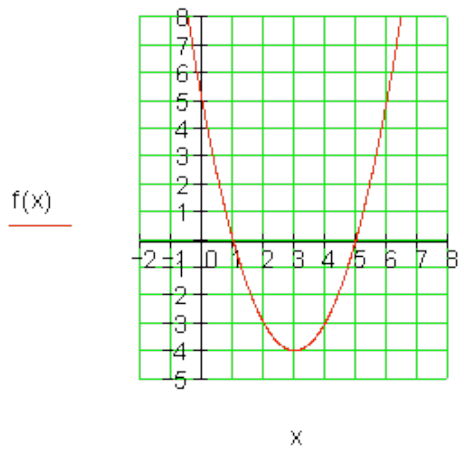
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$$

دویم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2\rvert = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څیړنو لپاره د بیلګي ګراف کاږو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی یي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره یي عوښتکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره یي غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي یي د تابع f(x) صفرځایونه بولو، ځکه چي هلته باور لري: $f(1) = 0$ او $f(5)=0$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعریف او ارزښت ست(ډېرى)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کي تر څېړني نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرى او ارزښت ډېرى ته لاربنودوي.

څمو: د بیلګي تابع دي فقط له $x=-1$ تر $x=+6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کېدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-دېرى): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له$x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انټروال پولې $x=-1$ او$x=6$ څېړل کېږي.

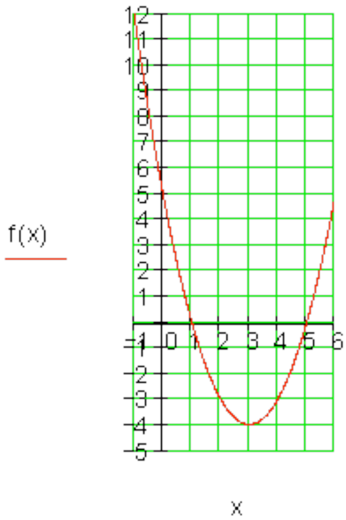
$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت دېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کیږی.

د نورې څېړنې لپاره څموږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوي ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

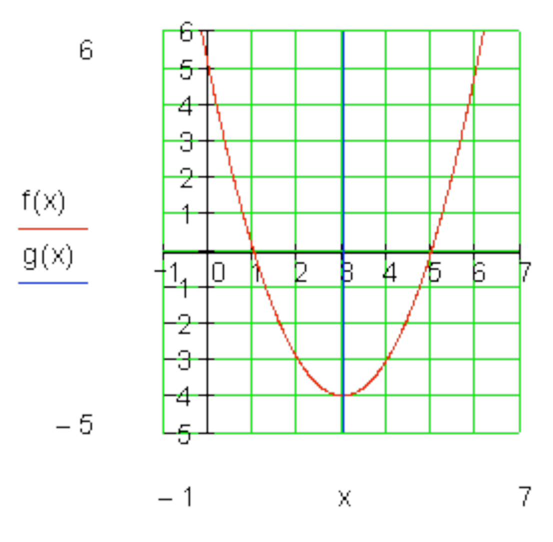
د سیومتري څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ځيره شوى پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دى، چې د y محور سره غبرګ د ککړتکي څخه تيرېږي، دى: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککړتکي څخه تېرېږي دى: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککړځ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدى شي.



له صفرځايونو څخه د ککړځټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګنددي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککړځ ټکي د x کواورديناټ دى.

د **-p - q-** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړى شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبنې ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميلیدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \qquad x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

د ريښې لاندې افاده(وييه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6;\ q=5$$

لومړى دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=5 \vee x_2=3-2=1$$

دېسکريمينانت او د حلونو ستړ

مربع مساوات تل حلوږ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 10$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې رينښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 9$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \qquad \vee \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

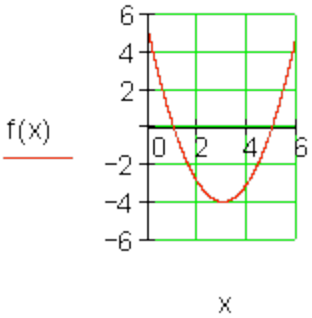
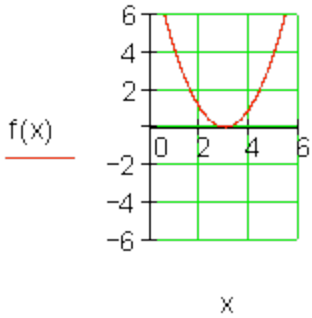
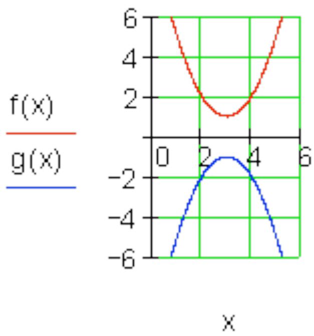
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	د دوه حلونو
$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	دېرى(سټ)
$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د یوه حل سټ
	د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندې څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لرودہ د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$	$f(x) := x^2 - 6x + 9$	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$
		
دوه صفرځایونه	یو صفرځای	حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ريښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیډه شمیرنې له لارې صورت نیسي:

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$ $\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$ $\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځايونه او کربنيز ضريبونه(فاکتورونه)

د ويتا جملي له مخې باور لري:

$$:: x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه يې د $p = -x_1 - x_2$ سره کيږدئ

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کربنيز ضريبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضریبونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
یو ضرب تیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 \,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5 \,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:
یو مربع مساوات دې د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$$x_1 = -2 \,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

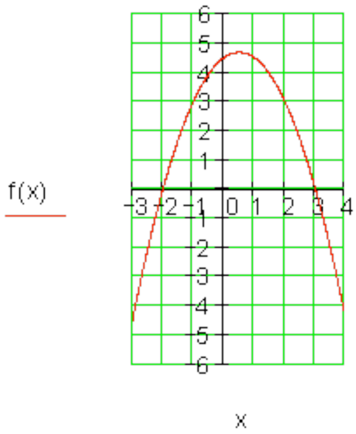
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, \frac{75}{16}\right)$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدنې له لارې مفصله بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وېستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2 = 4 \mid -2 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دويم حالت	$x+2 = -4 \mid -2 \Leftrightarrow x = -6 \Rightarrow x_2 = -6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1 = 2}$ همداسې $\boxed{x_2 = -6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6\mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0\mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کي و ښيږی، که باور ولري:

$g(x) = ax^2 - a \, ; \, x \in \mathbb{R} \, ; \, a \in \mathbb{R}^*$ او $f(x) = -x^2 + 1 \, ; \, x \in \mathbb{R}$

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$g(x) = 0,5x(x+3) \, ; \, x \in \mathbb{R}$ او $f(x) = -x^2 - 3x \, ; \, x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کي د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u >-3 لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کي غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کي دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کي وټاکی.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسی و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسي وټاکئ، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايئ، چې دa داسي ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کې يوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$ کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

اوم – د ويمي درجي ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|-k)$ کې غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضريبونه a1 اوa2 داسي پيدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځايونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

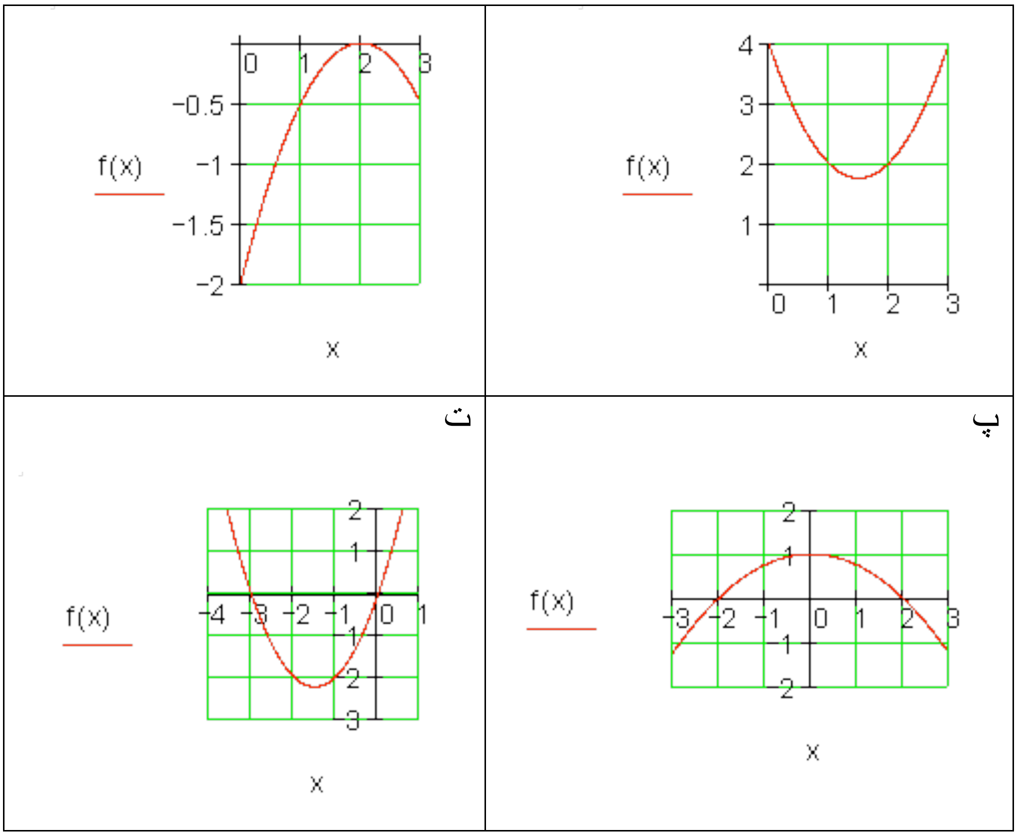
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړئ- د ښيرنو ښخه د تابع مساوات و ټاکئ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په $x=-3$ کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې وینااوي (د ریاضي منطق وګوری) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د f(x) صفرځایونه په مخنښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره $f(0)=5$ او $f(1)=2$ باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅټکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات $f(x) = a_2x^2 - 1{,}5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچنې ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنشیال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج ځخه ژباړل شوي دي.

۱ -   شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره   لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره   دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره   دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه   د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک   دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو ځخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج ځخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی   ۱

۷ – انالیزې   ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو ویيونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې يې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه يې پيل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميرې شينواری د اروابښادې پستو او اروابښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمريز کې د شينوارو هسکه مينه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مينې د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا ليسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پيل او د دويم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتريش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کې مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افير(صفر نه وو).

له هغې وروسته په جرمني کې سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان ميرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتريش ته راغی.

ده د ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتريش ويانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانګه او اباسين نوميږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library