شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي له پاره

لیکوونکی:
ډاکتر ماخان (میرزي)شینواري

Ketabton.com

2017

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرپوهنه (ریاضي)

د نهم ټولګي لپاره

لیکونکی:
ډاکتر ماخان (میرې) شینواري
بریښناپته:
smakhan1946@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه ۴

۰ – پروت ولاړ سیستم یا کواورد ... ۶

۱ – گردئ (دایره) ۸

کردئ هواره، - چاپیریال، - وړانگه، - ، نیمئ، - دننه کونج، - منځهواره یا - دننه هواره، - گردئ ټوټه، - گردئ برخه، گردئ کړئ، د گردیو پروتځایونه یو بل ته، څو پیژندونه، گردئ لینده،د گردئ منځټکیکونج ، د کرښو پروتځایونه و..ته.

۲ - ایلیپسې یا هگئ (بیضوي) ، پیژند، د باغوان جوړونه، - چاپیریال، - منځهواره، - تمرینونه،

۳ - کرښیزې څیرونې یا تابع ۳۸

۳ . ۱ – د محور غوڅټکي............ ۴۲

۳ . ۲ - جگیدنه........................ ۴۵

۳ . ۳ – د تابعو د گراف رسمول.... ۴۹

۳ .۴ – کلیمې او د انځورونوډولون... ۵۱

۳ .۵ - کرښیز برابرونونه.. ۵۲

۳ .۶ - پوښتنې ۵۹

۳ . ۷ – کرښیزتوابع د ورکړشو... ۶۱

۳ . ۸ – تمرینونه................. ۶۷

۳ . ۹ ځانگړی حالت.............. ۶۸

۴ – کرښیز برابرونسیستم د ۲ ..... ۱۱۹

۴ . ۱ – د مناسب ځواب تلنلار ۱۳۴

۵ - په محور هندارونه ۱۳۴

۵ . ۱ – سیومتري ۱۳۸

۵ . ۲ – مرکزي متناظر.............۱۴۰

۵ . ۳ – دېرواره هندارونه ۱۴۱

۵ .۴ – د وړنې - یا انتقالځیرنه... ۱۴۲

۵ . ۵ - څرخون یا دوران ۱۴۳

۵. ۶ – په ټکي انعکاس ۱۴۵

۵ . ۷ – طیلاییغوځی ۱۴۹

۶ - درېگوډیکچ............... ۱۶۱

۷ – مربع مساوات ۱۹۸

۷ . ۱ – سوچه مربعمساوات...... ۱۹۸

۷ . ۲ - د مربعمساوات عمومي.. ۲۰۰

۷ . ۴ – د p-q فرمول............. ۲۰۵

۸ - ماتبرابرون.........................۲۲۳

د مربع توابعومحورونوِوڅټکي ۲۳۴

ارزښت ۲۳۶

د شینواري کتابونه اوژوند... ۲۵۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

دا نړدې څلوېښت کاله کیږي، چې زموږ هیواد هراړخیزه ستونزې لري او هر څه دې اوږده جنګ را خراب کړي

ګرانو هیوادوالو!

د نورو نیمګرتیاو په څیر زموږ درسي نصاب - په تیره شمیرپوهنه - هم ډېره د ناسمون سره مخامخ ده.

که دا کار د دولت په څلوردیوالي ونه شو، نو زه به وهڅیږم، چې دا ما لیکلي کتابونه د ن ج له لارې له تاسو سره شریک کړم او دا د نړۍ په ستاندارد.

د ښوونځي په کتابونو کې د ستااتیستیک او احتمالوالي درس نور هم خورا ستونځمن دی، چې زه ترې دلته تیریږم او د ښوونځي د تیرو کتابونو څخه هم هیله ده- که زما کتابونه وړاندې نه شو- چې دابرخې یا سمې یا له درسي نصاب څخه ووېستل شي. په دې برخه باور وکړی، چې نه لیکونکی بوهیږي او نه بل لوستونکی پرې پوهیدلی شي.

زما په دې د ښوونځي کتابونو کې دا برخې نه شته، خو که وخت مې پیدا کړ دا به هم سمې کړم. ما په دې هکله د احتمالوالي او ستاتیستیک کتابونه ژباړلي او همداسې مې په هندسه کې هم احتمالوالي شمیرنه راوړې او د ستاتیستیک یو ګتاب مې هم ژباړلي، چې زه به یې په مناسبوخت کې د لیدلو پتې ګرانو لوستونکو ته د ن ج له لارې ورکړم.

دا زما ځنې کتابونه او په ډېره مننه د www.ketabton.com ن ج کې ګرانولوستونکوته وړاندې شوي.

د شمیرپوهنې سم اند یا منطق زموږ د نصاب په لسم ټولګې کې راغلی او هغه هم لکه ستاتیستیک او ... د پوهیدلو نه دی. دا- لکه څنګه چې برېښي- دومره پیچلی نه دی، نو زه دا درس له دې امله د اوم ټولګي په سرکي راوړم، هیله ده چې ستونځې به رامنځ ته نه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

زه چې ترڅو ستاسو په منځ کې وم او د کار یم، ستاسو چوپړ کې به اوسم. راځئ، چې ستونځوبې(د ستونځو حل) سره شریک کړو.

زه دې لیکنو او پرې قضاوت کولو ته ځانله یم.

تکرار په کې زیات دی، خو د موصوع، نه د خودیونې. وایې چې تکرار د زده کړې مورده، نو پروا نه لري. کمښتونه هم په کې شته. سره د ټولو نیګرتیاوو دا د ښوونځي له پاراه ډېره ګټوره او زه چې پوهیږم، یواخنۍ سمه لیکنه ده.

دا چې سمه لیکنه ، د ځان له امله نه وایم، دګرانو زده کوونکو او ښوونکو له پاره وایم. دا زما لیکنې نه دي، دا ما له نورو کتابونو څخه رانیولې، چې باید سمې وي.

زه به وهڅیږم، چې درسمي ښوونځي کتابونو نا سمونونه له تاسو سره شریک کړم، خو ډېر لږ، یواځې داسې د یادونې له امله.

په ډېره خواشینۍ باید ووایم، چې ملاتړی نه لرم، چې د لیکنې ستونځې راته په ګوته کړي.

د نصاب د غړو څخه مې هیله ده، چې ګټه ترې پورته کړي او په بنسټ یې د ښوونځي لیکنې سمې کړي.

د خوندیونې ټیکاوي کې پوښتنه نه شته، ځکه چې ما هم د نورو لیکنو څخه راټول کړي او هڅیدلی یم، چې سم یې ترې راونیسم.

باور وکړئ زه د دې لیکنو سره لږ ستړی شوی یم، نو ځنې ځایونه به داسې نیمګړي پاتې وي، چې ستاسو پوهیدنې ته کوم زیان نه رسوي، د هغې بخښنه دې وي.

کله تمرینونه کم وي او کله تکرار راځي، چې دا بد مه ګڼئ.

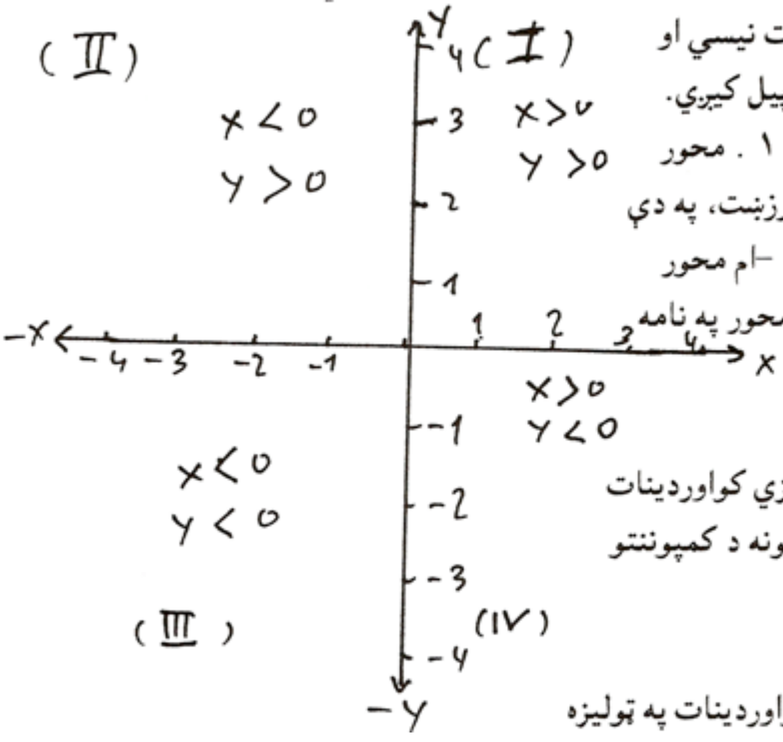
په دې کتابونو ما دومره ځان بوخت کړی، چې باورکړئ مغذ مې ترې نورموړ دئ، نو له دې امله یې پای نور پایوم یا ورته د پای ټکی ږدم.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کواوردینات سیستم

یادونه : کواوردینات سیستم څخه ځمونږ هدف پروت ولاړسیستم دی. دا په ادبیاتو کی په همدې نامه یادیږي. ما کله کله همدا دواړه ترمینولوژي کارولي هیله ده چې ګران لوستونکی به پرې اشتباهي نه شی.

د شمیرپوهنی او همدا ډول د تخنیك په ډیرو څانګو کی د کواوردینات سیستم ډیر مهم رول لوبوي. په کارتیزي کواوردینات سیستم کی د هوارې هر ټکی P د خپلو دواړو کواوردیناتو(x,y) ورکولوسره کره یا ټیك ورکړ شوی دی. لمړی کمپوننت یا ابسڅیز (Abszisse) د x –ارزښت یا پروت ارزښت او دوهم کمپوننت یا اوردینات (Ordinate) د y–ارزښت بلل کیږي یا ولاړارزښت. کارتیزي کواوردینات سیستم هواره د دوه یو په بل نیغ ولاړ محورونو(لنډ: ولاړ محورونو) له لارې په څلورو برخوویشي (څلورمی Quadranten) د کوادرانتو نومره بندي یا نمره کول د ساعت څرخیدلو په څټ صورت نیسي او د ښي پورته لور څخه پیل کیږي. پروتنیغ پروت محور د ۱ . محور یا x–محور یا پروت ارزښت، په دې لوتنیغ ولاړ محور د ۲ –م محور یا y– محوراو یا ولاړمحور په نامه یادیږي.



څیره ۲۰ : د کارتیزي کواوردینات سیستم څلور کوادرانتونه د کمپوننتو له مخنخښي سره.

د یوه ټکي P(x,y) کواوردینات په ټولیزه

(c) ketabton.com: The Digital Library

توګه اجازه نه لري چې بدل شي، څکه چې دا کپمونتونه تنظيم شوي يا منظمه جوړه ده. د ځل يا ضرب لمړنی کپمونتت د y– محور څخه فاصله ټاکي دوم کپمونتت د x– محور څخه. که لمړی کمپونتت منفي وي، نو ټکی د y–محور کيڼ لور ته

تنجنت هغه کرښه ده، چې د دايرې د چاپيريال (محيط) سره يو ټکی شريک ولري. د تماس په ټکي کې وړانګه په تنجنت نيغه ولاړه ده، يا ولاړه ده.
تنجنت: خطي که به محيط دايره فقط يک نقطه مشترک داشته باشد تنجنت گفته ميشود. در نفطه تماس شعاع به مماس عمود است.
مثال: در يک نقطه به خط منحني دايره يک مماس رسم کنيد.
به خط در نقطه يک عمود رسم شود. اين عمود مماس مطلوب ميباشد.
از يک نقطه که بيرون دايره واقع باشد، مماسي را رسم نماييد.
خط و به ان دايره تالس را رسم ميکنيم. نقاط و به دايره تالس به منحني دايره نقاط تماس تانجنت هستند.
يوه زاويه جي د دايرې په چاپېريال کې د يوه وتر مخامخ پرته وي د محيط زاويه بلل کيږي.
د همغه وتر مخامخ چاپېريال زاويې سره برابرې دي

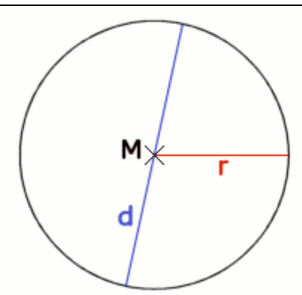
د منځټکي هغه زاويه له کومې چې وتر بريښي منځټکي زاويه بلل کيږي.
هغه زاويه چې په يوه پايټکي کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - ګردی (دايره)

يادونه: ولې ګردۍ؟ موږبه چې په هسکه مينه شينوارو کې غوزان ګټل، نويوه بنده ګرده کرښه مو وېستله او هغې ته مو ګردی ويل. دا نومونه د افغانستان په ټولو يا زياتو ځايونوکې شته، خو پښتانه کله خپل نومونه تخريبوي.

د يوې پيالې غاړه که رنګ کړی او هغه په يوه کاغذ کېږدی، څيره چې لاس ته راځي، څه ورته وايی؟
د يوې افغانی ژی، څه شکل لري؟

پيژند ياتعريف د يوې سطحي يا هوارې ټول هغه ټکی، کوم چې له يوه ټکی داسی په نامه منځټکي Mڅخه همغه واټن(فاصله) r (په نامه وړانګه يا شعاع) ولري، ګردی لاين يا لنډ: ګردی بلل کيږي (مخامخ څيره)	

ليکندود يې (دا ليکندود په پيل کې ورځنی يا معمول نه دی، وروسته په تحليلي هندسه کې راځي، خو دلته که وي هم تاوان نه ري): $k = \left\{X \in E|\ |\overline{MX}| = r\right\}$

لوستل يې: ګردی ک د ټولوټکو ايکس چې ايکس د اي توکی دی، ډيری ده، داسي چې..... دی.

ګردی هواره او ګردی چاپيری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پام کې دی وي، چې د ټولو هغو ټکو ډېرى يا سټ، چې له M څخه واټن (فاصله)يې له r څخه کوچنی يا د r سره برابر وي د دايرې سطحه بلل کيږي. (موخه يې ګردى منځهواره ده يا ټيك : ګرديتوته)

د وړانګي (شعاع) پيژند: لکه د مخه مو، چې په ګوته کړه، هغه کرښه چې د دايرې ژۍ يو ټکی د منځ ټکی سره تړي، هغه د دايرې وړانګه يا لنډ: وړانګه(شعاع) بلل کيږي، چې په r سره يې ښايو (پورته څيره وګورى)٠

د نيمی يا قطر پيژند: هغه کرښه، چې دايره په دننه کي نيموي د دايرې نيمی (قطر) بلل کيږي او په d سره يې په نخښه کوو (پورته څيره دي وکتل شي)٠

پيژند
د دايرې (ګردى) دننه کونج يا ټول کونج يا پوره کونج 360درجي لري.

ګرديچاپيرپال u د وړانګي r سره په لاندې ډول وركړ شوى دى

$$u = d \cdot \pi = 2r \cdot \pi$$

او همداسی ګردىمنځ- يا دننه هواره A د وړانګي r سره په لاندې توګه ورکول کيږي

$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2r$$

دا لاندې ورکړشوى عدد ،، پي π ،، د دايرې عدد بلل کيږي
: $\pi = 3{,}14159265$

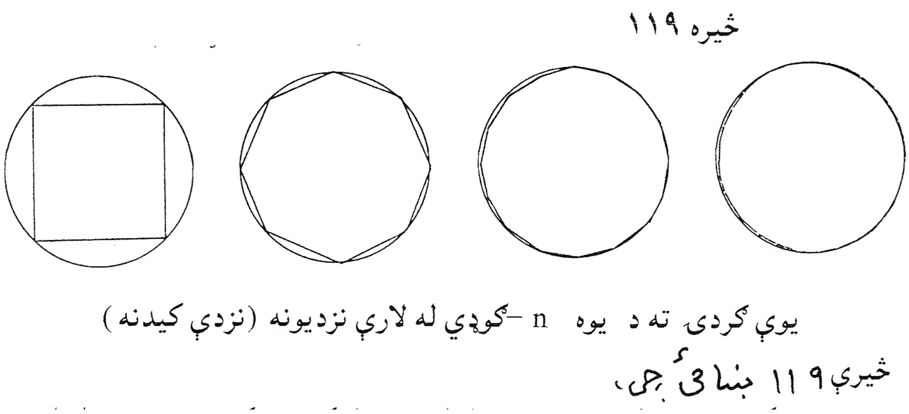
يادونه: دا چې ما کله هواره يا سطحه په A يا F او π مي په Pi نخښه کړي، هيله ده چې دا به ګرانو لوستونکو ته ستونځي پيښي نه کړي.
په پورته کې ورکړ شوى د دايرې عدد (ګردى ګڼ) « π پي » ګورو، چې بيرته راګرځيدونی دی٠ له دې امله يو ايراشنل عدد دى او د مات په څير نه ليکل کيږي، بلکه له لسميز (عشاريه) وروستی پريودي يا تل بېرته راګرځېدونی ځيفر پرلپسی دی. په کارونه کي يې مونږ نږدې شمرني يعني راکردوني ته اړ يا مجبور يو، ځکه چه د جبشميرې د عددونوځايونو له امله، چې پای دي يا پوله لري يا رابند(محدود) دي.

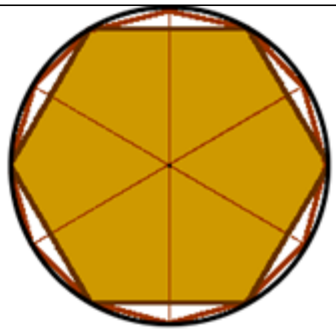
(c) ketabton.com: The Digital Library

څنګه سړی په دې بریالی شو چې دا عدد π پیدا کړي؟

دا لار دې په لاندي کی لنډه ورکړ شي:

دا له ارښیمدس څخه پیل کارونه (عملیه) یا تګلار داسې پیل کیږي، چې په دایره کی یو ه مربع راګیروي یا راښده وي او بالاخره یی په منځنیو ولاړو یا عمودونو سوکځیسیف یا یو په بل پسی ۸ ، ۱۶، ۳۲ او داسی نورو، لوړ یا جګ کړي یعني په همغه وخت کی دوه برابره کړی .





په مخامخ خیرو کې نهه ضلعي وریسي شپیر.ضلعي کښل شوي، دې ته ګورو، چې څنګه ګردی ته نزدې کیږي

مخامخ خیره څو څوګوډیز بریښي او ستره تری راتاو ګردی **مخامخ** خیرو کې یوې دایرې ته د یوه n -ضلعي له لاري نزدیونه (نزدي کیدنه)

کتل کیږي، همغه ٦٥٥٣٧ ضلعي، چې ګورو نزدې یا تیک دایره ده)

د زیاتیدونکي n سره کانتی یا ژی یا اړخونه (ضلعی) تل کوچني کیږي، چې پخپله له ۱۰۰ یا ۱۵۰ ور رسونو ته په یوه پاڼه کی د کښلو یا رسمولو څخه وځي یا نه کښل کیږي، په همدې وخت کی د منځتکی څخه د په همغه واتن د اضلاعو تعداد زیاتیږي (یعنی د مربع د اصلاعو د تعداد). د مربع پیلدایرې سره دا څیره تل نزدې کیږي. په

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته توګه د دايرې چاپيرال او منځهواره هم همغه چاپيريالدايرې ته نژدې کيږي. د اضلاعو زياتيدو سره د دايرې ورانګه هم لوييږي. د هغو چاپيريال او منځهواره تل همغه ډير ضلعي او په همدې توګه د چاپيريالدايرې څخه. په روښانه توګه ليدل کيږي چې د چاپير يالدايرې او د سطحې (منځ هوارې) د ناپاى ډير n ضلعو سره د n - ضلعي سره يوځاي پريوځي يا يوځاى کيږي.

په لاندې جدول کې د چاپيريال ارزښت او په همدې توګه د سطحې (منځهوارې ارزښت) د زياتيدونکي n عدد سره ستابيل (په خپل حالت، چې ډير تغير په کې نه راځي) پيژندوړ دئ:

Fnمنځهواره	Unچاپريال	nپيدايښتي ګڼ
2	5,656854	4
2, 828427	6,122934	8
3,061467	6,242890	16
3,121445	6,273096	32
3,136548	6,280662	64
3,140331	6,282554	128
3,141277	6,283027	256
3,141572	6,283145	512
3,141572	6,283175	1024
3,141587	6,283182	2048
3,141591	6,283184	4096

وروسته به وکتل شي چې څنګه د ګردې چاپيرال (دايرې محيط) او د دايرې هواره (سطحه) د درېکوډيو(مثلثونو) له لارې ټاکل کيدى شي

پيلبيلګه:

د بانك مدير ښاغلى سپين غوارې د کنفرانسونو لپاره يو د ښيښې ميز جوړ کړي چې په هره لور يې ٨ کسان ځاي نيولى شي. ايا ددې لپاره يو ميز چې ٢ متره نيمى(قطر) ولري بسيا کوي، که د يوه نفر لپاره له ٧٥ څخه تر ٨٠ سانتيمتره د ميز په سور، ځاي

(c) ketabton.com: The Digital Library

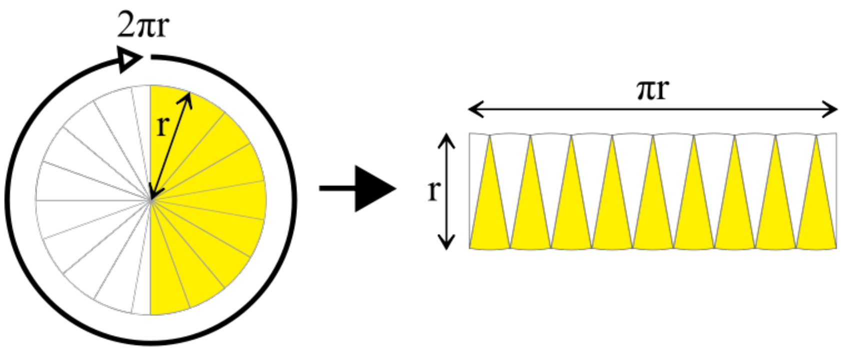
په پام کی نیول شوی وي؟

دا میز به څومره ګران وي، که یو ځلوری متر یا مترمربع د کار د معاش سره ۲۵۰ افغانی ګران وي یا ۲۵۰ افغانی ارزښت ولري؟

دمیز محیط (چاپیریال) دی $U = pi.1m=6,248m^2$ په د هرکنفرانس برخوالو لپاره ۷۵ سانتي متره سرورځاي په پام کی وي، نو د محیط دی : $8.75= 600cm$

د ۸۰سانتیمتره ځاي د نفر په سر $80.8 = 640cm$. قیمت وسطي یا منځ ارښت یې 6,2m دی. پس د نېکو هیلو سره ټول کسان په مېز ځاي نیولی شي
مېز دا سطحه (هواره) لري: $F = \pi.1m = 3142m^2$ او له دې امله 3,142.250=785,40 یاني افغانی ارزښت لري..

په لاندې ځیره کې کتل کیږي، چې د ګردی منځهواره نزدي

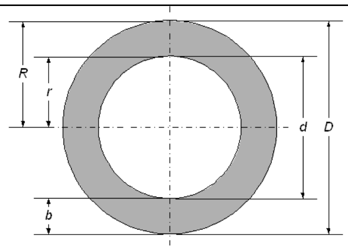
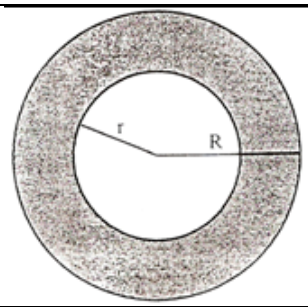


$$A = r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

ده (په پورته ځیره کې د ځیري کوچنیوالي له امله د ګردی ځیره لړ تخریب شوه، خو دا ستونځي پوهوړ دي۰

ګردیتوته ، ګردیبرخه او ګردیکړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**ډېر وخت دننه- يا خونديکړدی له چاپيريالکړدی کوچنی وي. نو له دې امله د دوي په منځ کې يوه کړی منځ ته راځي، چی د هغې منځهواره د دواړو ګرديو د کمون، کمښت يا توپير څخه شميرل کيږي .**
	**جمله : موږ دوه دايرې لرو، چې د محاطي دايرې وړانګه R او د محيطي دايرې وړانګه r ده، نو د** $F_K = \pi R^2 - \pi r^2$ $F_K = \pi(R^2 - r^2)$ $F_K = \pi(R - r)(R + r)$

بل ډول يې: يوې د دايرې کړی منځهواره ده $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

همداسي کيدی شي، چې د دايرې محيط د دايرې فطاع (د دايرې برخې) د سور او دننه او دباندې ګردی د نيميو څخه هم وشميرل شي، چې په لاندې کې يې ګورو:

$$A = (D - b) \cdot b\pi$$

$$A = (d + b) \cdot b\pi$$

پيلبيلګه:

د سپين ميز درز پيداکړ. چې له غاړې يا ژی يې پنځه سانتي متره دننه لور ته ځغلي. ښاغلی کړاو فکر کوي ، چې که داميز په پنځه سانتيمتره کوچنی کړی . کومه ميز سطحه پاتې کيږي او د دايرې کړی چې له منځه ځي څومره لويه ده؟

او د همغه پيل نيونی سره لکه د مخه څومره نفر اوس په ميز ځاي نيولی شي ؟

F = (0,9m)².Pi = 2,835m²

د دايرې کړی سطحه او محيط چاپيريا په لاندې ډول دي

F = 1,95m.0,05m.Pi = 0,30m²

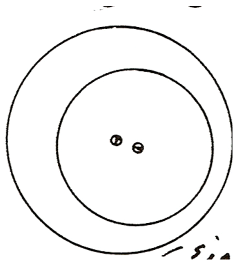
(c) ketabton.com: The Digital Library

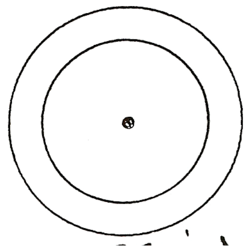
U' = 2,095m.Pi = 5,969m ; U' :8 = 74,6 cm

د داسې لږ ستونځو سره بیا هم ټول کسان پر میز ځاي نیولی شي٠

د ګرديوپروتځايونه يوبل ته:

هغه دايرې، چې منځټکي يې يو په بل پربوزي کونځنتري يا راټول او په غير له دې اکسځنتري يا ناراټولې بلل کيږي.

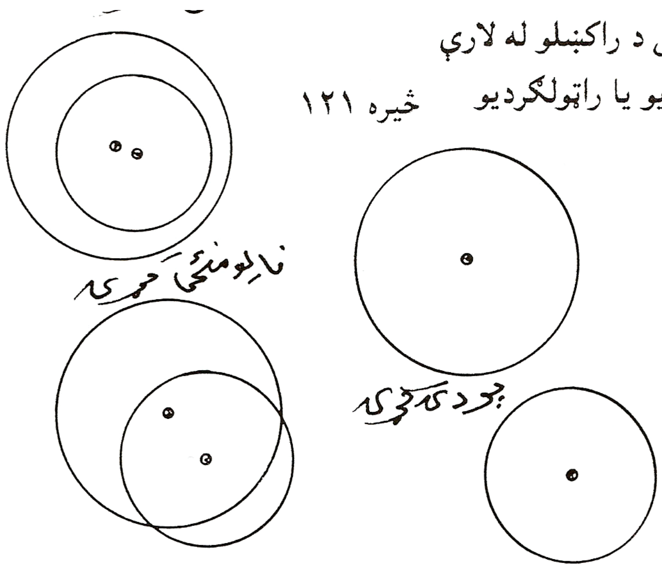




نا يومنځي دايرې يا کړی **يو منځي کړی يا دايرې**

ددې لپاره. چې يوه دايره ټوله په بله پريوزي کېدی شي دا کار د راکښلو له لارې په کونځنتري يا راټول دايرو واړول شي.

وي کيدی شي چي د راکښلو له لارې
په کونځينتريګرديو يا راټولګرديو ښيره ۱۲۱
بدلی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

هغه دوه یا زیاتي ګردی چی منځ ټکي يې يو په بل پريوځي کونځنتري Konzentrie یا راتولي او په غير له دي اکسځينتري Exzentrieیا ناراتولي بلل کيږي . که يوه ګردی تولة په بله کی پرته وي کيدی شي چی د راکښلو له لاري په کونځينتري ګرديو یا راتولګرديو بدلی شي.

که ګردی یوبل پوره پټي نه کړي، نو د ګډو هوارو) = غوځډيريو(یا ګډو پاتي یا باقي شميرنه له ستونځو سره مخامخ کيږي .که ګردی يو له بل سره ګډ ټکي ونه لري نو دا ګردی يو دبل سره پردی بلل کيږي٠ د دي ګرديو ځيرې مو نه کښلې، دا کار دې ګران لوستونکي په غاړه واخلي٠

ځو پيژندونه یا تعريفونه:

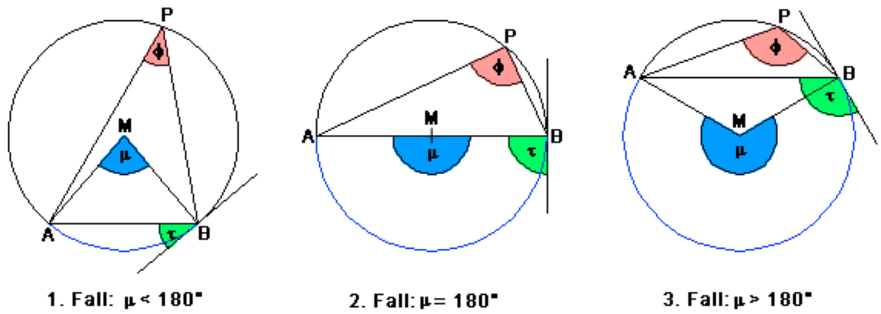
د ګردی هغه برخه ګرديوته (سګمنت) Segment/ Abschnitt بلل کيږي، که چيرې يوه دايره (ګردی) د يوې کرښی له لاري یا کرښه باندي غوځه شي . داسی يوه کرښه غوځکرښه یاغوځوونی (سيکانت) Sekante بلل کيږي. غوځکرښه ګردی په دوه توټو ويش. که دا کرښه د ګردی له منځ ځخه تيره شي، نو ګردی په دوه برابرو برخو ويشي، چی دا بيا ګردی نيمووني بلل کيږ. هغه غوځوني چی له منځ ټکي تيره شي، د ګردی نيمی یا لنډ: نيمی بلل کيږي. که ګردی په يوه ټکي کی لمس کړی نو دا کرښه تانجنت بلل کيږي او که له ګردی ځخه دا کرښه دباندي تيره شي نو تيريدونی کرښه بلل کيږي .په ګردی د غوځکرښی دننه پرته برخه د ګردی توټوني (Sehne) یا وتر بلل کيږي .توټونی یا Sehne بندکرښه ده په داسی حال کی چی غوځی ، تنجنت او تيريدونکی ناپاي کرښي یا ـلکه، چي ورسره بلد يو - کرښي دي .د يوه ګردی ځخه د دوه ورانګو په مرسته کيدی شی يوه برخه راغوځه شي دا برخه ګرديبرخه یا سکتور Sektor بلل کيږي. د منځټکيکونج يامنځني کونج او ليندي (Bogen) b سره. مخامخ ځيره ده

په لاندي ځيرو کي د نومونو له الماني ځخه په پښتو کوونه له کين وښی لورته:

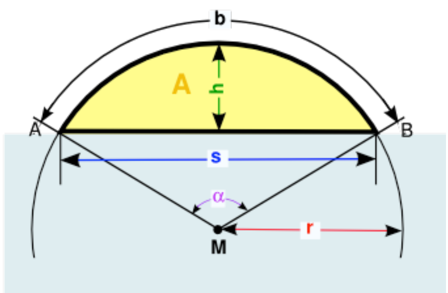
ګرديلينده Kreisbogen د ګردی توټه ووني(توټووني) Kreissehne ، ګردی برخه Kreissektor ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ګردی کې د کونجونو ډولونه:



د ګردی توټه (د ځیرني پوهیدوله پاره دالاندي ځیره پوره په پام کي ولری)



ګردی توټهKreissegment ,
د ګردی توټی لویې:

- α = منځټکیکونج Mittelpunktswinkel
- b = ګردی‌لیلنده Kreisbogen
- h = د توټې جګوالی Segmenthöhe

(c) ketabton.com: The Digital Library

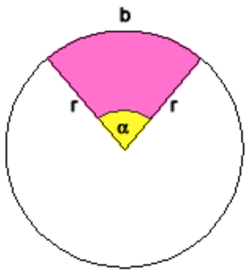
- **Radius وړانګه= r**
- **Kreissehne (وتر) توټه ووني = s**
- **Segmentfläche توټي هواره = A**
- **Kreismittelpunkt ګردی منځټکی = M**
- **Verbindungترنه A-M-B = برابرپېنیز درېګودی**

د ګردیتوټي فرمولونه Formel zum Kreissegment	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha,$ $A = \frac{r \cdot b}{2} - \frac{s \cdot (r-h)}{2},$	منځهواره مخامخ فرمول **Flächeninhalt**
$r = \frac{4h^2 + s^2}{8h}$	Radiusوړانګه (شعاع)
$s = 2r \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right),$ $s = \frac{2h}{\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} = 2h \cdot \cot\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Kreissehne توټه ووني (وتر) د) وروسته لپاره دي په پام کې وي
$h = r - \left(r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right),$ $h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$ $h = \frac{s}{2} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)$	Segmenthöhe د توټي جګوالی یا قطعې جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b = 2r \cdot \frac{\alpha \cdot \pi}{360°}$, $b = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$, $b = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot (4h^2 + s^2)}{1440h}$,	Bogenlängeدلیندي اوږوالی
α , $\alpha = 4 \cdot \arctan\left(\frac{2h}{s}\right)$	Mittelpunktswinkel منځتکیکونج په درجه کچ(Gradmaß)(
$\pi \doteq 3{,}1415926536$	Kreiszahlګردیکښ

ګردی برخه Kreissektor یا د ګردی قطاع



Formeln zum Kreissektor د ګردی برخې یا قطاع فرمولونه	
$A = \frac{\alpha}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$	**Flächeninhalt** منځهواره
$b = \frac{\alpha}{180°} \cdot r \cdot \pi$	د ګردی لیندی اوږدوالی یا د قوس--
r	Radiusوړانګه
α	(Gradmaß)Mittelpunktswinkel منځتکیکونج (په درجه کچ)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\pi \approx 3{,}1415926536$	Kreiszahl گردیکڼ یا د داېري عدد

د یوې گردۍ او کرښو پروتځایونه یوبل ته:

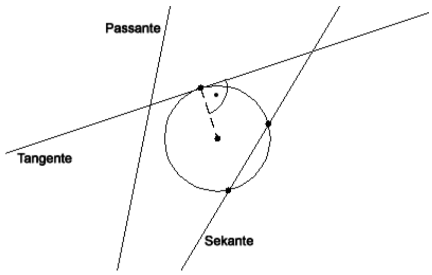
کرښه، چې گردۍ غوڅوي، غوڅونې بلل کیږي.

کرښه، چې گردۍ لمسوي یا د گردۍ مماس دی، د گردۍ لمسونې یا مماس بلل کیږي.

کرښه چې له گردۍ تیریږي، له گردۍ تیرېدونکې بلل کیږي.

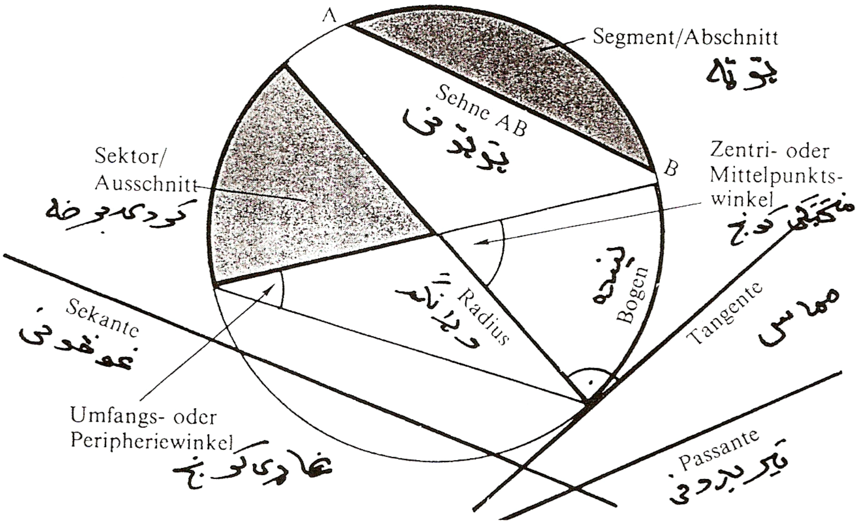
د کرښوپروتځایونه د گردۍته:

په لاندې څیره کې د کرښو نمونه: تیریدونې Passante ، تانجنت Tangente، غوڅونېSekante ، لاندې څیره کې خو هرڅه روښانه دي.



په لاندې کې پورته ټولې څېرې په یوه څېره کې ورکړل شوې دي

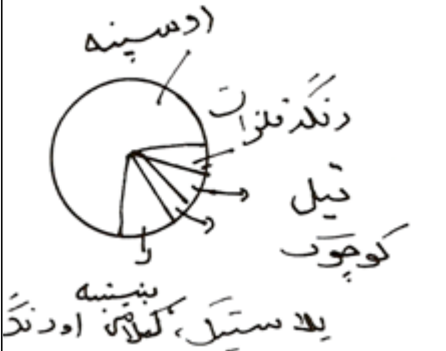
(c) ketabton.com: The Digital Library



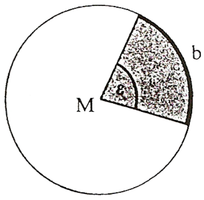
شیره ۱۲۲

پیلبیلګه :

د یوه بنس موټر جوړولو لپاره ۱۷۵۰ کیلوګرامه اومه (خام) مواد په خرڅ رسیږي یامصرفیږي. په دې کی اوسپنه او فولاد ۷۵ په سلو کي ، په پالستي، ښیښي او رنګ ټول ۹ په سلو کی رسیږي، په رنګه فلزونو او ربړ ۶ په سلو کی رسیږي، او تیل ۴ په سلو کی . یو ګردیدیاګرام وکاږی چی هره برخه په کې ورکړ شوي وي .

	د ګردي ټوله هواره د ټولو موادو سره مساوي دهٔ) ۱۰۰ په سلو کي (د جوړموادو برخه د ګردبرخی څخه عبارت دی. یوه د یو په سلو کی برخه به یوه ګردیبرخه وي د منځکونج سره 360°:100=3,6° وی . یعني 4%~14,4°;6%~21,6°;9%32,4°;75%=270° شیره دی، چې د هرڅه برخه کې ورنزدې ښوول شوې وي په یوې ګردی

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې وکښل شي یا لاندي د ګردۍ برخي خيره خرګندوي» د منځکونج چې د ، ε سره يې په نخښه کوو لويوالي په تناسب برخهواره Fsk او هم لينده b تغير خوري او لاندي باوري دي: $\frac{F_{SK}}{F} = \frac{b}{U} = \frac{\varepsilon}{360°}$	ع لويوالي b ده کړۍ ديموځه يا ګردۍ اغوځي  خيره ۱۲۴

د ډبل برابرون د دويمي برخي څخه باوري دي:

جمله : د ګردۍ برخي د ليندي اوږدوالی داسی دی:

$$b = \frac{n.\varepsilon}{360°} = \frac{2\pi r.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r\varepsilon}{180°}$$

د لومړی برخي څخه د سيکتور يا ګرديبرخی لپاره باوري کيږي

جمله : د سيکتور يا د ګرديبرخی منځهواره په لاندي ډول ده :

$$F_{Sk} = \frac{F.\varepsilon}{360°} = \frac{\pi r^2.\varepsilon}{360°} = \frac{rb}{2}$$

اړيکي $F_{Sk} = \frac{rb}{2}$ د مات $F_{Sk} = \frac{F.b}{n} = \frac{\pi r^2 b}{2\pi r}$ د لنډوني څخه منځ ته راغلي

بيلګه: د خام موادو برخي (بيلګه مغ) هواره خومره لويه ده، که د ګردی دياګرام ۵ سانتي متره وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

F اوسپنه او فولاد $= (25\pi : 360°).270 = 0,218.270 = 58,905\ cm^3$

F پلاستیك $= 0,216.32,4 = 7,069\ cm^3$

F رنګه فلزات = F ربړ $= 0,218.21,6 = 4712\ cm^3$

F تیل $= 0,218.14,4 = 3,142\ cm^3$

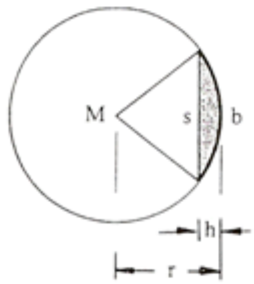
د ټولو ټولګه یا د ټولو زیاتون باید د ګردی هواره ورکړي:

$$F = \pi r^2 = 78,54\ cm^3$$

د برخهوارې ددې فرمول سره نور د برخهوارې شمیرلو لپاره هم کوم جنجال یا پرابلم نه شته. د اخرنی هواره دلته بیا د برخهوارې او د دوه وړانګو او ټوټونی څخه جوړ مساوي پښیز دریکوډي کمون دی.

خیره ۱۲۵

ګردۍ ټوټه



د دریکوډي هواری لپاره باور لري:

$F = s(r - h) / 2 = 0,5\ r^2.\sin\varepsilon$

(تریګونومتري دی وکتل شي ....) او

ددې سره ټوټه هواره

جمله: د ګردیټوټی یا سګمنت هوارې په لاندې ډول دي:

$$F_{Sg} = F_{Sh} - F$$
$$F_{Sg} = (br/2) - s(r - h) / 2$$
$$F_{Sg} = (\pi r^2 \varepsilon / 360°) - (r^2 \sin\varepsilon)/2$$
$$F_{Sk} = (r^2/2) [\pi\varepsilon/180° - \sin\varepsilon]$$

په کارونه یا عمل کی د ټوټه هوارې لپاره ګټور نزدې ارزښت $F_{Sg} = (2/3)sh$ ښوول شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیلبیلگه: مدیر کړاو له ځان ځخه پوښتي چی ایا د ګردیمیز په ځاي به یو منظم اته کو نجی هدفمند بهتر نه وای؟ نو په اختیار کي هواره او چاپیری به څومره لوي وي؟

لمړی ګردیټوټی شمیرو. په ورته ډول لکه د ګردي نزدې شمیرلو لپاره، د مربع څخه و ډیرکونجي ته، مخ ته ځو او دې د اړخونو اوږدوالی s شمیرو.

منځولاړه m، د اته کو نجیز کانتی یا ژی k او بالاخره د دګردیټوټي جګولی h د پیتاګوراس د جملی په مرسته شمیرو.

لاندې لاس ته راځي:

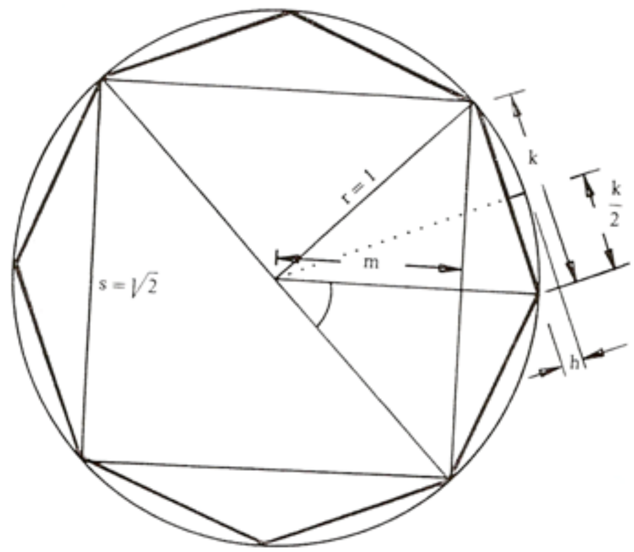
$$s = \sqrt{2} . 1 = 1,414\ m\ ;\ m = \sqrt{a-(1,414 : 2)^2} = s / 2 = 0,707\ m$$

$$k = \sqrt{(1 - 0,707)^2 + 0,707^2} = 0,756\ m$$

$$h = 1 - \sqrt{1 - (0,765 : 2)^2} = 0,076\ m$$

د $\varepsilon = 45°$ له امله $b = 0,393\ m$ دی./و له د ې سوه

$F_{\text{ټوټه}} = 0,5.[0,393.1 - 1,414(1-0,076)] = 0,039\ m^2$



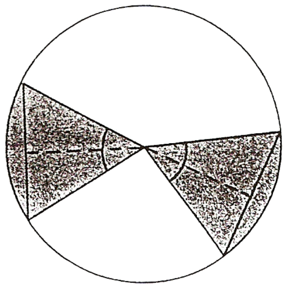
(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې څخه په هرصورت د ښيښې ميز جوړيږي. ټوله غورزول شوې له دې امله په لاندې توګه ده: 8.0.039 = 0,312 m² .ميز اوس لاندې هواره لري

$F_0 - F_{\text{غورزولشوې}} = 2,828\ m^2$

او په همدې توګه لکه د کوچني شوي ګرديهواره د وړانګي r = 95 cm سره. د کيناستلوځاي سور (k) حتي زيات شوی ، چاپيری اوس U = 8.0,765 = 6,123 m

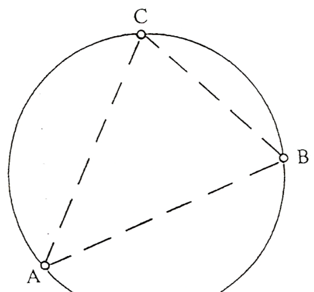
د مساوي ټوټوونو جمله



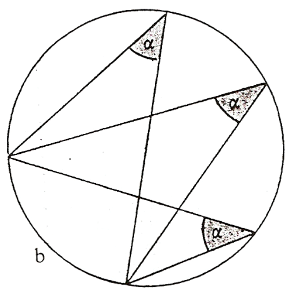
خيره ۱۳۱

مساي اوږدې ګرديټوټې د ګردي له منځټکي مساوي فاصلی لري، مساوي منځټکي کونجونه، مساوي ګرديلينده، او مساوي ګرديټوټې او مساوي ګرديبرخی لري .

د چاپيرګردی جمله



د درې ټکو A, B, C لپاره يوه ګردی موجود ده چی د دريواړو ټکو څخه تيريږي:
دا د دريکونجي ABC چاپيرګردی بلل کيږي
خيره

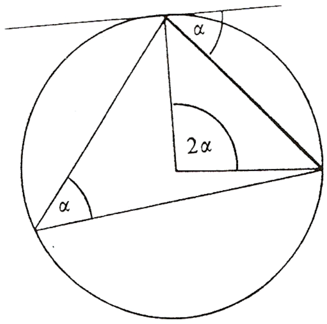


د پريفري – يا ژيکونج جمله

خيره ۱۳۳

په همغه ليندە باندې ټول پريفري – ژی کونجونه مساوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

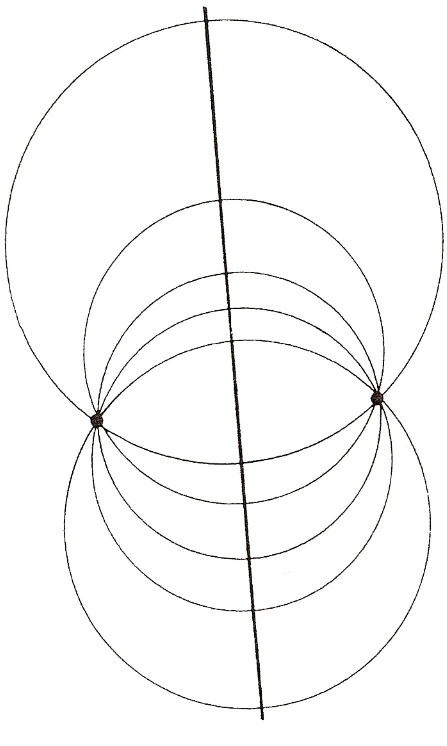


د منځټکیکونج او پریفریکونج یا ژیکونج جمله:

یو منځټکیکونج دوه برابره دومره لوي دی
لکه په دې تړلی پریفري کونج. (چاپیرکونج)

څیره ۱۳۴

د منځټکي کونج او د
تانجنت-ټوټوني- کونج جمله:



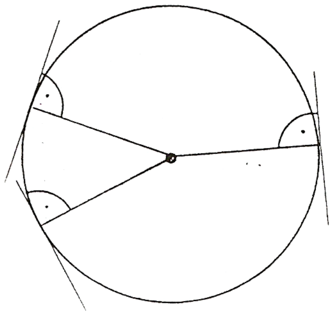
د منځټکي کونج دوه ځله دومره لوي دی
لکه په دې اړوند تانجنت-ټوټوني کونج.

دګردیوجمله چی په دوه ټکو کی
سره پریکوي
د ټولو ګردیو منځټکی چی یو بل په
دوه ټکو A او B کی غوڅوي یو
ناپایکرښه باندې چی ځایلاین
(ځایکرښه) ورته وایي پراته دي.

څیره ۱۳۵

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وړانګې او تنجنت جمله



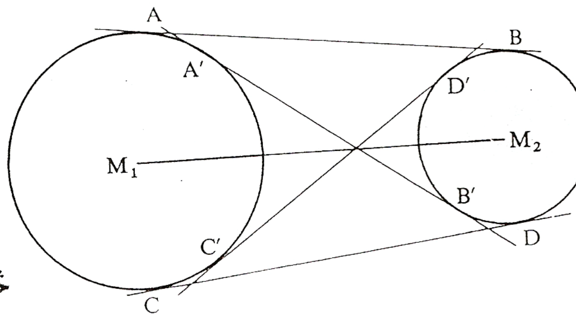
خیره ۱۳۶

په لمسټکي پرته وړانګه او اړوند تانجنت سره یو په بل ولاړ یا نیغ پراته دي.

د تانجنت جمله:

د دوه ګردیو د منځ ټکو M_1 او M_2 سره تانجنتونه دننني (دباندني) تانجنتونه نومیږي که د دوه ګردیو د منځټکوکرښه $M_1 M_2$ غوڅه (غوڅه نه) کړي. که چیرې دوه ګردي ګډ دنني او دباندني تانجنتونه ولري، پس د داوړو تانجنتونو غوڅټوټې همغه اوږدوالی لري.

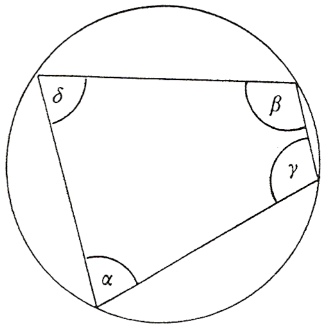
|AB| = |CD| په همدې ډول (<=>) |A'B'| = |C'D'|



خیره ۱۳۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وترونو جمله: د وترونو زاويې، چې مخامخ پرتې دي,يو بل سره 180° ته پوره کوي

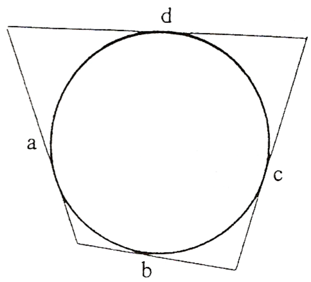


خيره ١٣٨

$$\alpha+\beta=\gamma+\delta=180°$$

د تنجنتونو څلورضلعيو جمله:

د تنجنتونو په څلورضلعي کې د مخامخو ضلعو لويوالى د نورو ضلعولويوالي سره برابر دى



خيره ١٣٩

A+c = b+d

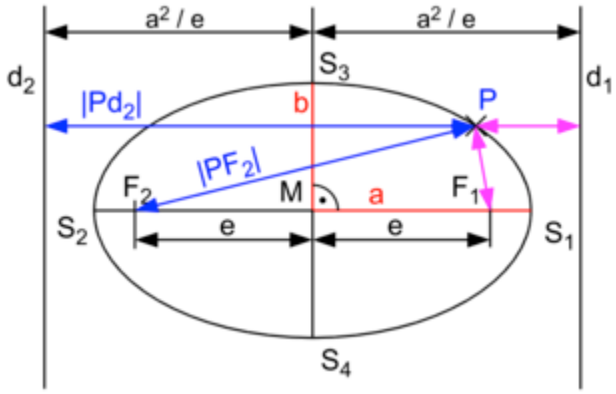
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ – ایـلـیـپـسی) بـیـضوي یــا هـګـۍ) (دلـتـه مـوخـه هـواره ده)

Ellipse

پـیـلـبـیـلـګـه :

د کړاو میز جوړښت بـانـدې مـوړ پـه اتـه کـونـجي اوبـی یـا حل کی تـم کـړی وو. دا چې پـه دې ډول یـو مـیـز سره تـل د زخـمـي کـیـدو خطر مـوجـود دی‌پـوښـتـنـه رامـنـځ تـه کـیـږي چې : داسی یـو را ګـردشوی ښـکـلـی شـکـل ، چې ګـردی نـه وي او منظم غوخ وي، شـتـه، چې د کړاو اړتـیـا پـوره کـړي؟ پـه ریـښـتـونـی ، داسی یـو اوبـی یـا حل مـوجـود دی، لـکـه چې لانـدې څیـره ښـایـي، چې هر د غـاړې ټـکـی دوه ټـکـو واټـنـونـو تـه یـو ثـابـت واټـن لـري



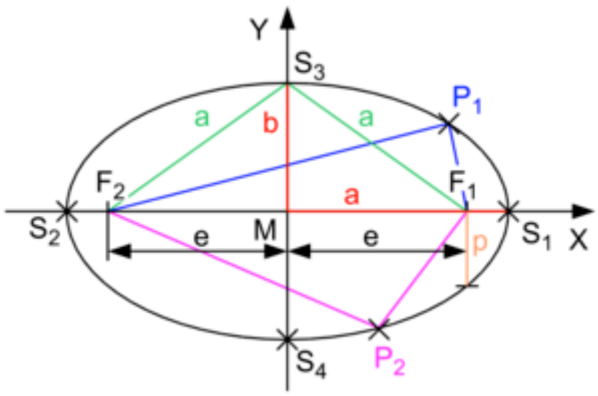
پـیـژنـد یـا تـعـریـف:

د ټـولـو مـغـوټـکـو **P** ډیـري تـه چې لـه دوه ځـاي پـه ځـاي ټـکـو **F1** او **F2**) سـوزېـدټـکـی یـا بـهـتـره سـوزونـټـکـو) څخه ثـابـتـه یـا هـمـغـه واټـن یـا فـاصلـه لـري، ایـلـیـپـسی نـومـیـږي

لانـدې واټـنـونـو یـا فـاصلـو تـه سـوزونـوړانـګـی وایـي.

$$|PF_2| = r_2 \wedge |PF_1| = r_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$E = \{P \mid |\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a\}$$

منځ ټکي) واړوی M په (Oتـه د ایـلـیـپسی مـنـځ ټـکی و ا ی، eتـه د سوزونـو اټـن یـا فـاصله یـا لایـنـي ایـکسڅنتریـڅیـتـایـت (lineare Exzentrizitätیـا لایـنـي نـاراټـولـه وایـي .ددې لـویـو لـپاره لانـدې اړیـکي بـاوري دي

$$I.........r + r = 2a \wedge II.........a^2 - b^2 = e^2$$

پـه دې کی a او b د ایـلـیـپسی لـوي او ووړ نـیـمـمـحـورونـه دي. اړیـکه I روښانـوي، کـه چیرې د ایـلـیـپسی ټـکی P د نـیـمـمـحـور a پـه اخر کی وټـاکل شي، IIد پـیـوتـاګـوراس لـه جملی لاس تـه راځي کـه د Pټـکی د b نـیـمـمـحـور پـه اخر پـروت وي .دواړه نـاپـایـکرښی چی د سوزونـټـکي تـیـریـږي او پـه دې پـه O کی ولاړه نـاپـای کرښه د ایـلـیـپسی سیـومـیـتـري مـحـورونـه جوړوي .د خوښي پـه ټـکی P کي هره پـه تـانـجنت ولاړه کرښه د سوزونـوړانـګو تـرمـنځ کـونـج نـیـمـوي.

د ایـلـیـپسی جوړول د بـاغوان لـخوا یـا د ایـلـیـپسي بـاغوانـي جوړښت:

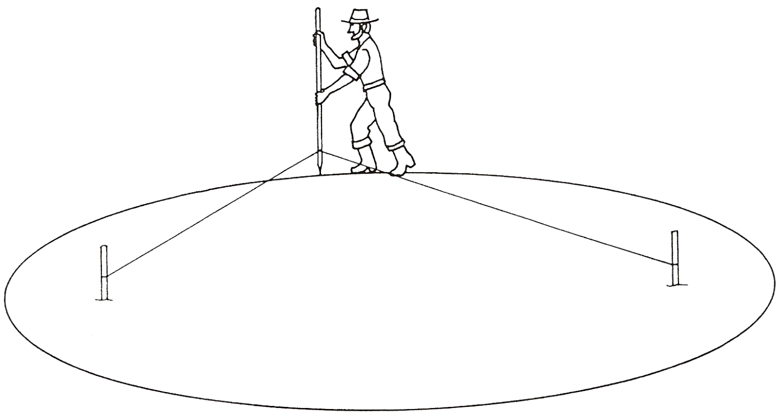
دا ځیـره دې ګـران لـوسـتـونـکي د تـمـریـن پـه تـوګـه وبـاسې٠ د یـوې رسی، چې پـه a 2اوږده وي، پـه داوړو سرونـو کي موږي وتـړی او دا بـپـا پـه ځمکه ټـکوهي، د یـو بـل)خوزیـدونـکی (موږي یـا لـرګي پـه مرستـه دا پـړی راکښ کړی یـا راکاږی او وګـرځوی ، دلـتـه کوم شکل چي پـیـدا کیـږي ایـلـیـپسی ده او دواړه د پـړي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

سرونو ټکي چې موږي پرې وهل شوي سوزونټکي دي. ځیره په هر کواوردینات سیسم او یا په یوه میلي متر کاغذد کونځینتري یا راټولو ګردیو په مرسته بل جوړښت امکان پیداکیږي، چې سرې د یوه ټکي دوه ګردی د a او b وړانګي ووهي او هره د خوښي وړانګه د ننني ګردی په Pb او دباندنی ګردی په Pa کی غوځوي. که د Pb ځخه یوه پرته کرښه وویستل شي او د همغه تر Pa دوام، نو هرچیرته یو د ایلیپسی یا هګی یا بیضوي ټکی لاس ته راځي. د ایلیپسی هر ټکی داسی پیدا کیدی شي .پیژندل کیږي چې هر 2 bته غبرګ ټوټونی

د k= a / b فاکتور سره لنډ شوی دی. له دې سره د هواري دننه هم تغیر خوري ددې فاکتور k په اندازه

$$F(Kreis(gardai)) = \pi r.r \Rightarrow \pi r.(k.r) = F(hagai, baizawy)$$



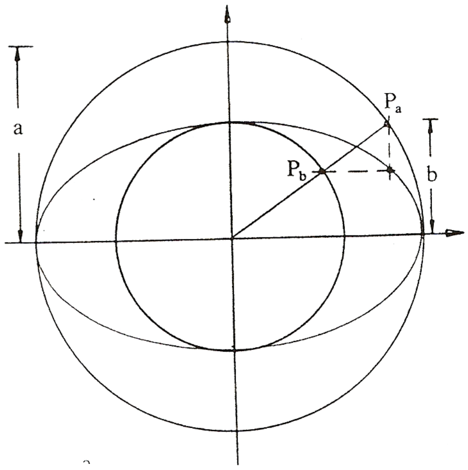
ځیره ۱۴۱

او له دې چې r = a او k.r =b) د r لته د ګردی « لویه نیمه اکسی(محور) ده

جمله : د ایلیپسی هواره ده $F = \pi ab$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ایلیپسی چاپیرونی په ساده ډول نه شي شمیرل کیدی، په عمل کی په زیات وخت کی نزدیونه یا نژدې شمیرنه بسیا کوي.



ځیره ۱۴۲

جمله : د ایلیپسی چاپیری:

$U \sim \pi(1,5 . [a+b] - \sqrt{ab})$

او یا ګردي ته ورته ایلیپسی. دا په دې مانا چی $a \sim b$:

$U \sim \pi . \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

دا فرمولونه، که $a = b$ وي د ګردي چاپیري ته ځي:

$$U = \pi(1,5 . [a+a] - \sqrt{a^2}) = \pi(3a-a) = 2\pi a = 2\pi <=>$$

اویا په په همدې توګه یا ⇔

$$U = \pi . \sqrt{2(a^2 + a^2)} = \pi . \sqrt{4a^2} = \pi 2a = 2\pi r$$

بیلګه:

کوم خورا لویوالی د بناغلی کړاو میز په ایلیپسي یانیضوي یا هګي ځیره لرودی شي ؟

لوي محور $a = 1m$ پاتي کیږي، کوچنی محور دی: $b = 95cm$، داچی میز باید د درځ ژوروالي پورې غوځ شي. نو له دې امله هواره ده:

$$F = \pi . 1 . 0,95 = 2,985m^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیری کیږي:

$$U \sim \quad 1(1,5.1.95 - \sqrt{0,95}\,)\ 6,127\ m \quad <=>$$

یا په همدې توګه د بیضوي یا هګی و د ګردی فورم ته یا ګردیځیرې ته نزدې فورم نیسي U ~ 6,128 m. له دې امله هګیځیره د میز لپاره مساعد اوبې یا حل دی.

تمرینونه

۱ – په کالیفورنیا کی د یوزیمیت ملي پارك Yosimite National Park ، خپل ماموت ونو (Mammutbaumbestände) له امله خورا مشهور دی. کوم چاپیری یی هغه ونه لري چی وړانګه یي ۷ ، ۴ متره وي؟

۲ – د لاس ساعت دقیقه ښونکی ۱،۵ سانتي متره اوږد دی(څرخونمحور–څوکه)، څوکه یی په یوه سانیه، یوه ساعت، یوه ورځ، یوه اونی، یوه کال کی څومره لار وهي؟

۳ – ځمکه نزدې ۶۳۷۸ کیلومتره یوه قطبي (اکواتور) وړانګه لري. قطبچاپیری یی څومره دی ؟

۴ – په خیال کی دې ولرو، چی له اکواتور یا قطب څخه یو پېری غزوو (۴۰۰۰۰ کیلو متره)، کوم چی د اکواتور یا قطب له چاپیري څخه یومتر اوږد دی. د یوه ځانګړي تخنیکی چمتووالی له لارې په هرځاي کی د ځمکی څخه په همغه واټن راوړل کیږي. ایا دا واټن پوره لوي دی چی سړی ددې ترمنځ یوه د (ګیرکلي) پاکي وځایوولی شي یا ځاي کړای شي؟

۵ – د غوځهواره به یی د ځمګي سره څومره وي که د اکواتور یا قطب په اندازه جګ وي؟

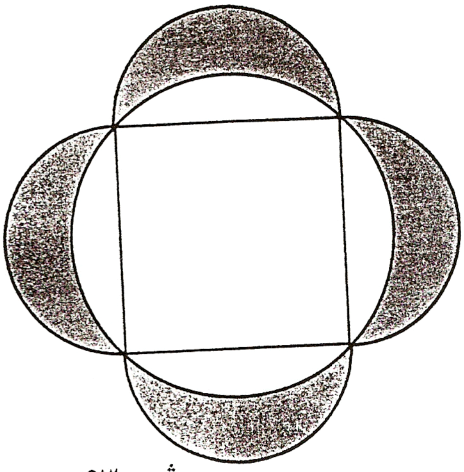
۶ – په اکواتور یا قطب دوه ځایونه څومره لري دی، که یو له بل یوه اوږددرجی په

(c) ketabton.com: The Digital Library

اندازه لرې وي.؟

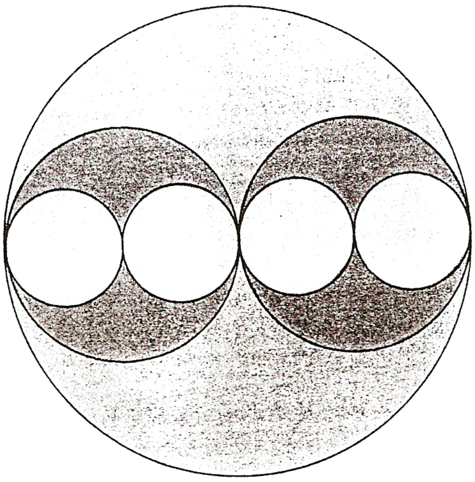
۷ – د ګردی چاپیری څنګه تغیر خوري، که د هغه وړانګه دوه برابره شي یا په همدې ډول نیمه شي؟

۸- وښایي : د مربع هواره د څلور میاشتو (سپوږمیو) د هوارې سره مساوي ده (څیره ۱۴۳).



څیره ۱۴۳

۹ – د څیرې سره سم د ګردیو هوارخوندي یا هوار دننه یا هوارمتن د مساوي وړانګې سره وټاکی. دا هره یوه د لویې ګردی په سلو کی څومره برخه جوړوي؟ وښایي چی د څلوروارو ګردیو چاپیری د همغی وړانګې سره دومره لوي دی لکه د راچاپره یا دباندې ګردی چاپیری.



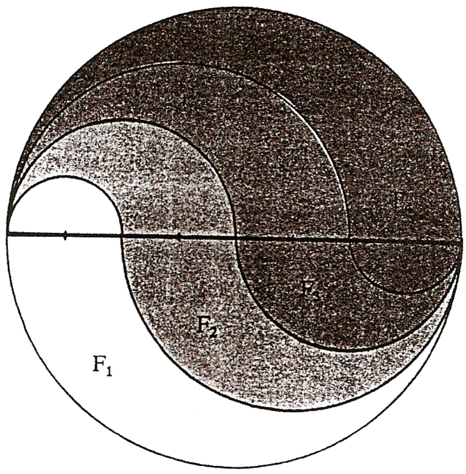
څیره۱۴۴

۱۰ – د یوې مربع دباندې او دننه یوه ګردی راګرځیدلي. د دواړو ګردیو هوارې یو بل ته څنګه ځانونه نیسي (تناسب یا ځاننیونه)؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – د دوه ګردیو منځ ټکی د مساوي وړانګي $r = 7{,}2\ cm$ سره، یو له بل دومره لري دي لکه دا وړانګه . د دواړو ګردیو ګډ هواره اندازه کړی، چی څومره ده؟

۱۲ – په یوه ګردی ، چی وړانګه یی $r = 10\ cm$ ده، که یوه ګردیکړی کیښنول شي، چی هواره یی دومره لویه ده لکه د دننه ګردی هواره. د دباندې ګردی وړانګه به څومره وي؟



شیره ۱۴۵

۱۳ – د یوې ګردی برخهوارې، F_1 او F_2 ، لکه په شیره ۱۴۵ کي چی ورکړ شوي، وښایي، چی وړانګه یي $r = 4\ cm$ وي. وښایي چی هواره په څلورو مساوي هوارو ټوټه شوې ده (شیره ۱۴۵)

۱۴ – د هغه ګردې وړانګه وښایي ، کوم چی همغه هوارخوندي لري لکه :

الف) یوه مربع، چی داړخ اوږدوالی یی ۵ سانتي متره وي.

ب) یوه روتی چی نیمي یی ۴ سانتي متره او ۶ سانتي متره وي .

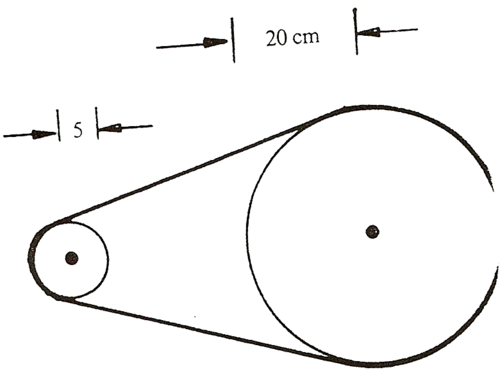
پ) یو مساوي اړخیز دریکونجی چی د اړخ اوږدوالی ۷ سانتي متره وي.

۱۵ – د یوه پنډ پینسیل سره یوه ګردی وهل کیږي، چی دننی وړانګه یی ۵ سانتي متره وي. داچی پنسل یو سانتي متره پنډ دی ، نو دا په ریښتینی یوه ګردیکړی ده. د دې ګردیکړی هواره وشمیری.

۱۶ – یوه ساتلیت یا جوړه، یعنی مصنوعي سپوږمی، له ځمکی په یوه ګردی راڅرخي، چی سرعت یی په سانیه کی ۸ کیلو متره دی . د ځمکڅرخون لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ۱ ساعت او ۲۸ دقیقو ته
ضرورت لري. وښايي چې دا
ساتلیت یا جوړه سپوږمی یا
مصنوعي سپوږمی له ځمکی
څخه په کوم جګوالي الوزي؟



څيره ۱۴۶

۱۷ - د يوه څرخونکړی یا بهتره څرخونېټی په مرسته کیدی شي څرخونحرکت یا څرخونخوزون د یوې خپی په بلی خپي راوړل یا واړول شي. په یوه ورکشاپ کی یوه دقیقه یعنی ډیره ټیك اره په بریښنا ماشین چلول کیږي یا په حرکت راوړل کیږي. د اړې خوزون یا حرکت څومره زر یا تیزدی یا چټك دی، که د ماشینڅرخونڅرخی یا ګاډیل (r = 20 cm) په ثانیه کی ۸۰۰ ځله وګرځي؟

۱۸ - کوم چاپیری او هواره الیپسی یا بیضوي یا هګیڅیره لري که ولر:

a) a = 40 cm, b = =12 cm, b) a = 6 cm, e = 1 cm

c) r_1 = 4 cm , r_2 = 3 cm , w(r_1,r_2) = 90°

۱۹ - وښايي: په یو په بل پرتو الیپسو کی دی $a_1 = a_2$ او $b_2 = b_1 /2$ ، نو دننی ایلپس بیضوي همدومره لویه ده، لکه په دې دپاسه ایلیپسي یا هګیڅیرې غاړه.

۲۰ - ځمکه په یوه کال د لمر څخه نزدې د یوې ګردی په څیر راڅرخي. ددې چاپیري وړانګه نزدې ۱۵۰ میلیونه کیلومتره ده.
الف) د څرخونلار اوږدوالی څومره دی ؟

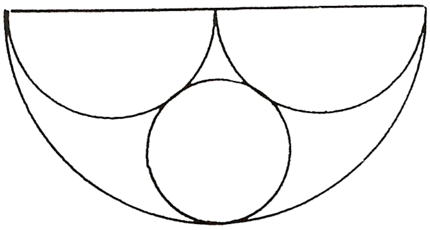
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په کوم منځنی سرعت (کیلو متره په سانیه کی) ځمکه په خپل چاپیري راځرخي؟

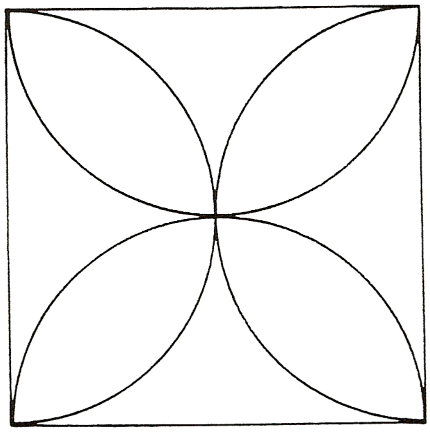
پ) په ورځ کی ځمکه نزدې څومره واټن تی کوي ؟

ت) په ریښتونی ځمکه د لمر څخه په یوه ایلیپسی لار راځرخي، چی په یوه سوزون ټکي کی پخپله لمر قرار لري. د لته هغه لنډ واټن ځمکه لمر ۱۴۷ میلیونه کیلو متره دی، او لرې واټن یی ۱۵۳ میلیونه کیلو متره دی. په دې ورزیات ورکړو سره کوچنی نیممحور وښایي، او همدا ډول د ایلیپسي یا بیضوي هواره او (نزدې) چاپیری هم.

۲۱ – د ټولی هوارې کومه ټوټه برخه رنګ ده؟



خیره ۱۴۷



۲۲ – د دوه ګردیو وړانګی ځان داسی نیسي یا په تنساب کی سره پرتی دي، لکه 5 : 8 په لویه ګردی کی یو ګردیبرخه موجود ده ، چی د هغی لینده دومره لویه ده لکه د کوچنی ګردی وړانګه r = 10 cm. وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف– منځنېکي کونج

ب – د ګردیبرخی هواره.

۲۳ – کوم منځنېکي کونج په لیندۍ پورې اړه لري، چي

الف) ټیك همدومره لوي وی لکه وړانګه ؟

ب) دوه واره دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

پ) نیم دومره لوي وی لکه وړانګه ؟

۲۴ – د یوې ګردیتېوټونی منځ ټکي کونج وشمیری ، چی هواره یی همدومره لویه وي، که په وړانګه یی چی مربع .

۲۵ – یو مصنوعي ساتلیت یا جوړه سپوږمۍ ځمکه په ۲۰۰ کیلو متره جګوالي راګردوي یعني له ځمکي راګرځي یا بهتره له ځمکی راځرخي. د راځرخونوخت یی ۱ ساعت، ۲۸ دقیق او ۲۶ ثانیي دي.

الف – سرعت یی څومره لوي دی؟

ب – په یوه دقیقه کی څومره لار وهي؟

۳- کربنیزو څیروونو یا توابعو(فنکشنونو) ته ننوتنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبي اړيکي يا تناسب ټولګي يا ا ړيکي د کرښی په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کې د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

دا بايد 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپين 5000 g اخلی او بايد: 4,50 € . 5 = 22,50 € ورکړي .

په ټوليزه توګه ويلای شو: دK ارزښت د ثابت قيمت p سره د رانيونکي سټ(ډېری) xلپاره K=p.x دی.

يعني قيمت K دx په واک کي دی يا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره ليکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع يا فنکشن هم بلل کيږي

د ماهی لپاره د قيمت تابع (يا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د سټ واحد(د ډېری يوون) په € او x د 1000g څو ځله د سټ واحدونو شمير دی .

که د(K(x په ځای y وليکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کيږي. دا په کواوردينات سيستم (د وضعيه قيمت سيستم يا پروت ولاړ سيستم) کي د صفر له ټکي څخه تيرېدونکي يوه کرښه ده.

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چي د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یي € 0,2 دی. پوښتني.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی min 120 ,30 min, 60 min, 90 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

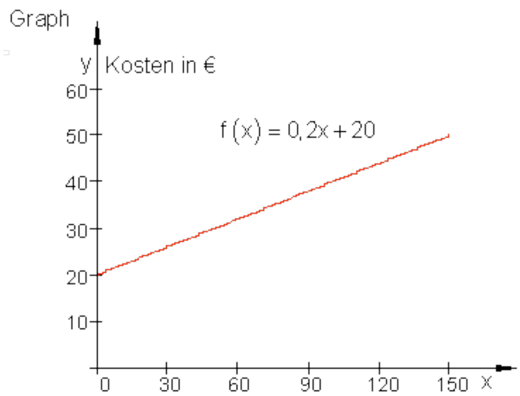
ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یي ګراف رسم کړی.

پ: د ارزښتشمیرني لپاره یي د تابع مساوات څنګه دی؟

حل و الف ته : قیمت له یوه زیاتیدونی یا جمعي ثابت (€ 20) او (0,2 x) واریابلي یا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چیرته چي x د تلفون شوو دقیقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقیقو	0	30	60	90	120
قیمت په €	20	26	32	38	44

اوبي یا حل و ب ته: ګراف، y قیمت په €، پروت: په دقیقو د خبرو دوام



حل و پ ته:

x په دقیقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د تولي میاشتي د تول مصرف بلواکه متحوله یا تابع ده . په لاندي شمیرنه کي یوونونه(واحدونه) دقیقی او€ یورو نه لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

. داسي مخ ته ځو:

بنسټ پیسي باید تادیه شي د x دقیقو دوام لپاره د تابع مساوات	$0 \text{ min}: y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$ $30 \text{ min}: y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$ $60 \text{ min}: y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$ .... $x \text{ min}: y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

بیلګې :

د تابع مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو ډېرې یا - سټ لپاره د تابع مساوات داسي دي. : $f(x) = 100 \cdot x + 1000.$

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانګ منځپانګي لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000.$

که د تابع متناسب اړیکي برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

د منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګي په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

(c) ketabton.com: The Digital Library

تغير ارزښت زياتيز يا مثبت يا كميز يا منفي وي(مثبت = زياتيدنه، منفي = كميدنه)

كرښيز برابرون يا مساوات په لاندې بڼه ليږنو:

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې كرښيز مساوات د ټول راشنل توابعو كورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی دي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا نسبتي توابع:

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$: سره n -مه درجه

ټول راشنل يا ټول نسبتي تابع بلل كيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوهووني) بلل كيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعي برخې $a_1x + a_0$ په كرښيز و مساواتو اړه لري، تعريف ترې لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع $f(x)$ د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1- درجې ټول راشنل تابع بلل كيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اكسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځكه چې x $= x^1$) ټاكل كيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 دb يا n لپاره ليكل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ،، کرښيز ي يا لاينيز تابع،، اړيکي په دي وداني دي، چي د کرښيزي تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کي يوه کرښه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کرښيزي تابع ګراف يوه کرښه انځوروي.

بيلګه: د کرښيز تابع د تابع مساواتو لپاره بيلګي:

$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi \quad f(x) = 5 \quad f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$

.

تمرين ۱ :

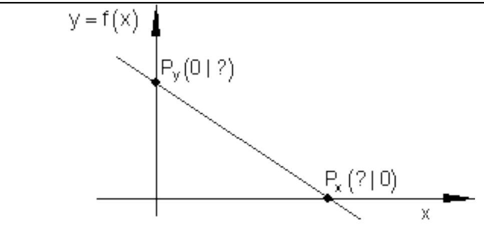
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يي وکاړئ.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعريف سټ $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

۳.۱ - .د محور غوڅتکي (د تقاطع ټکي)

	محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چي ګراف د وضعيه قيمتونو محورونه غوڅوي يا قطع کوي.

دا ارزښتونه لږ يا زيات له ګراف څخه هم لوستل کيدی شي.

زيات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کيدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوڅتکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت 0 = x لري.

د لاينيزو (کرښيزو) توابعو عمومي مساوات يا - برابرون : $f(x) = a_1x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_y کواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼې د ټولو کرښيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوڅتکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

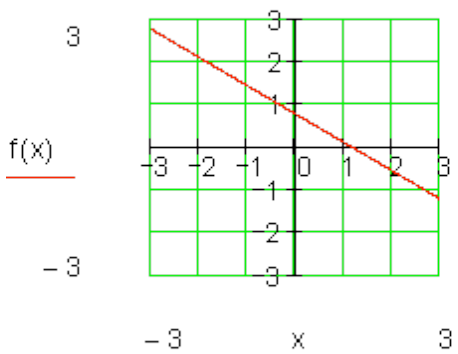
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.



$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \,|\, \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \,|\, -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \,|\cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \,\middle|\, 0\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواورډينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

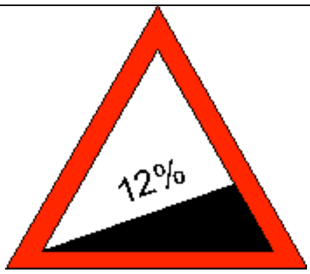
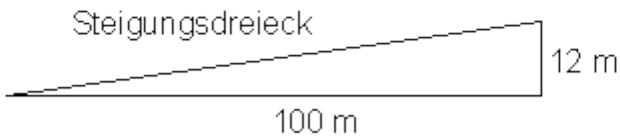
د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د اينوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳.۲- جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړی شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاښیز ې پټلی یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کیښول کیږي یا نسبیږي یا غزیږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

 	د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدني درېګوډی 

دجګوالی توپیر او پرتې یا افقی کرښې په منځ کې تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

لاندې الماني په پښتو:	پیژند(تعریف):
ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په	جګوالی=m = مخامخ اړخ پر پروت یا ګاونډي

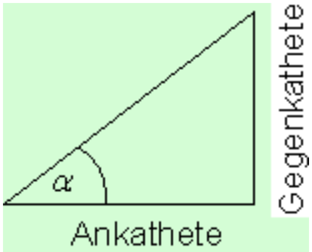
(c) ketabton.com: The Digital Library

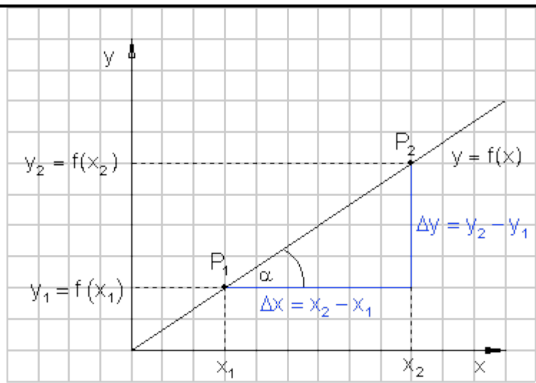
اړخ برابر تانجنت

$\tan\alpha = \dfrac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = m =$ جګوالی

کونج α ۱ د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

پروت اړخ





په ښنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 ښخه تیریږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$\Delta x = x_2 - x_1$

همداسې $\Delta y = y_2 - y_1$

قضیه:

د جګیدنې مثلث ښخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

جګوالی $= m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه كواوردیناتسیستمم كې د كربښي جګوالی د يوه په خوښنه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز دربګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضريب د كربښي مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د كربښمساواتو   ضريب a_1 په ګوته كوي..

$f(x) = a_1x + a_0$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

جمله :

د يوه كربښيز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټكو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تيرېږي د ضريب a_1 لخوا ټاكل كيږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

كه د يوې كربښي دوه ټكي د كواورردیناتي له لارې وركړ شوي وي، نو كيدی شي، چې

(c) ketabton.com: The Digital Library

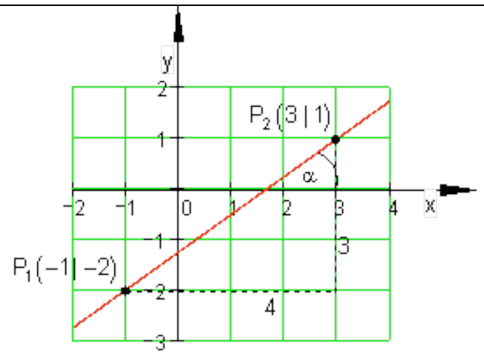
اول . کرښي رسميږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسي مځ ته راغلي کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دويم. د کرښي جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشميرى

بيلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دي د يوې کرښي ټکي وي، چې جګوالی يې ټاکل کيږي



$$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$$ او $$y_1 = -2$$

$$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$$ او $$y_2 = 1$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشميري په مرسته لرو:

$$\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$$

۳.۳- د توابعو د ګراف رسمول

د کرښيزې تابع ګراف تل کرښه ده. د يوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړين يا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوڅټکی يا د تقاطع ټکی P_y هم پيژنو. دويم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

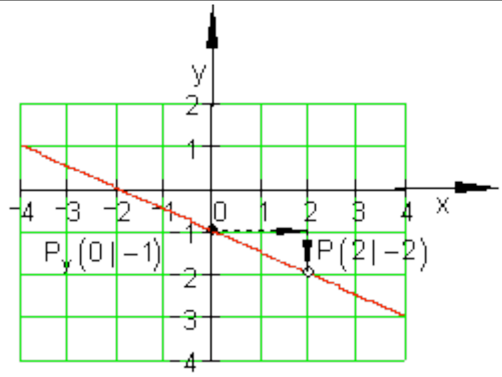
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس د P_y سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.



که غواړو د کرښي له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندی لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه یا یوونونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه یا یوونونه د مختښبي په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

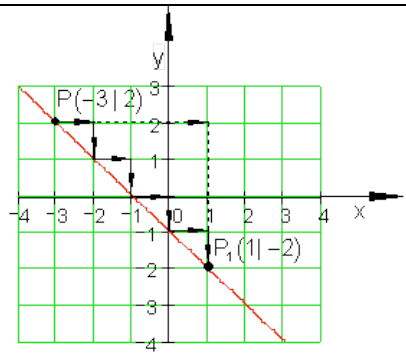
دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) ګڼ یا عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر ګڼ یا عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

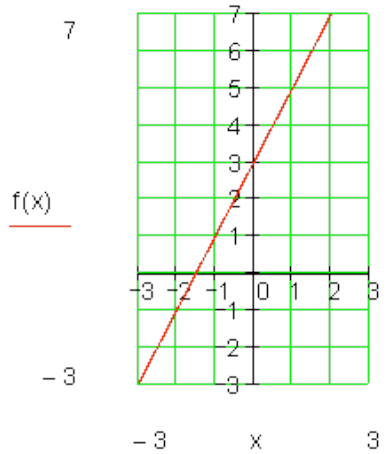
بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی.

$$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$$

که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له P څخه هر ځل ځلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. ځلور پله ښي لور او ځلور پله کښته لور ته مو همغي برابري نتيجي ته بيايي.	
بیلګه: $y = f(x) = 2x + 3$ $a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$ ګراف د y محور په $P_y(0\|3)$ کي غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره ترو او کرښه دواړولورو ته غزوو.	

2.1.5.تمرينونه :

د محوروننو د تقاطع ټکي وشميرئ او کرښي رسم کړئ.

د لاندي کرښو ګرافونه د امکان تر حده بي له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشميرئ او د ګرافونو له مخي يې و ازمايئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دويم - $f(x) = -x + 3$ دريم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

ځلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

۳.۴- کليمې او د انځورولو ډولونه يې

د f(x)تابع گراف ليدشکل K_f هم بلل کيږي.

په ولاړکونجيز - يا قايم االزاويه کواوردينات کې هر ټکی P يوx او y کواوردينات P (x | y) لري.

د x کواوردينات د f(x) تابع مستقله يا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردينات دf(x) تابع ارزښت په گوته کوي. له دې امله زيات وخت د دې لپاره ليکدود y = f(x) استعمالول کيږي.

د کرښيزو توابعو لپاره په ځانگړي ډول لاندې ليکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کيږي او فقط د $f(x) = a_1x + a_0$ لپاره بل ليکندود دی، کوم سره چې $m = a_1 \wedge b = a_0$ باور لري.

۳.۵- کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدل:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: 3x + 2y + 4 = 0

د کرښیز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

بیلګه:
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$$

د نورو شمیرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه یا پیژندل شوی بڼه راوړو:

y= $f(x)=a_1x+a_0$ یا y = f(x) = mx + b

تمرینونه۳:

K_f د f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}.$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدخیره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا تکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - تکي $A(x_A\,|\,4)$ او $B(-2\,|\,y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمیری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D=R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0). تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګرندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په لاګر یا زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږی او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې يي ګراف رسم کړی.

ب – په لاګر کې د95 kg پاتې غوړيو ورسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسي را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ده چي په ورځو يي ښايو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله f(x) د پاتي سټ (ډېری) په کیلوګرام غوړيو لپاره ده.

پیل ارزښت 250 kg دی.

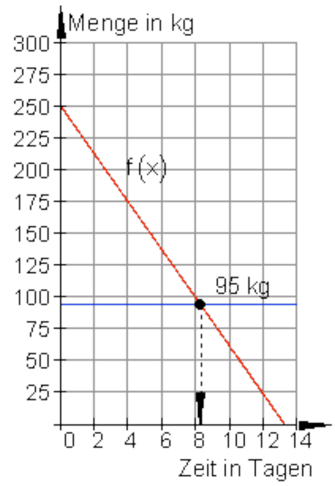
د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده.

دا چي کرښیزې اړيکی شتون لري، نو باور لري: $f(x) = a_1x + a_0$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي

$f(x) = -19x + 250$

ولاړ: ډېرئ یا سټ په کیلوګرام



وخت په ورځو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندي باور لري:

$$f(x)=95 \Leftrightarrow -19x+250=95\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=-95\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=155\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{155}{19}\approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوښتکی دې وټاکل شي:

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0\,|\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0\,|+250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250\,|:19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسیږي.

2.1.7.د تمرینونو حل :

تمرین ۱ : تمرین ۱ : د D ټول ګنیز(تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکئ او د ګراف رسم یي وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعریف سټ $D=\{x\,|-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ؛

د تعریفست D لپاره د ارزښت سټ W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

حل :

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x\,|\,-1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$

$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$

$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

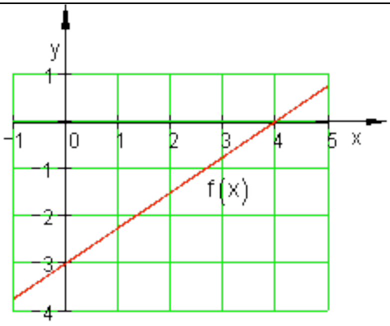
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

جدول او گراف:

x	−1	0	1	2	3	4	5
f (x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$$W=\{y\,|\,-3{,}75\le y\le 0{,}75\}_{\mathbb{R}}$$

$P_x(4\,|\,0)$ او $P_y(0\,|\,-3)$

تمرین ۲ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره گراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

حل :

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا غوښتکی:

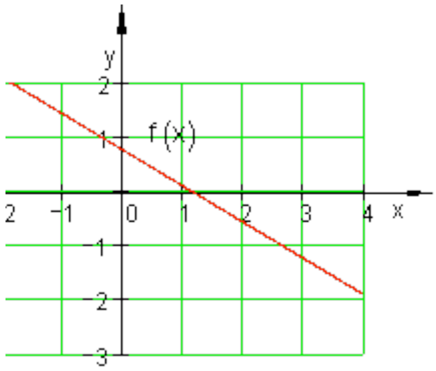
$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوښتکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,\Big|-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمایینت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

f:دK_f کرښیزې تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کرښیز لیدڅېره K_f د تابع گراف هم بللکیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ایا ټکی $P(2,5|1,75)$ ؛ د K_f په کرښه پروت دی؟

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B، وټاکی.

پ – د f(x) صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره f(x) > 0 باور لري؟

ټ – د f(x) ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- f(x) = 1,5x-2

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4):\quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|\, +2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|\, : 1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B):\quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازماښت:

$$N(4\,|\,0):\Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

۳ . ۶ - پوښتنې

کرښیز مساوات**I** .

لومړی - د لاندې تواېعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ب = $f(x) = 2x - 4$ پ = $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$

ت = $f(x) = -4x + 5$ ټ = $f(x) = -0,3x$ ث - $f(x) = 2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4); P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5); P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري.؟

الف - $f(x) = 0,4x + 1$ ب = $f(x) = -1,5(x-2)$ پ = $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5}$

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x.$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او(f (-1 په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7}|-1,54)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

پ = تعریع ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y | 1 \leq y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0,6$? دی؟

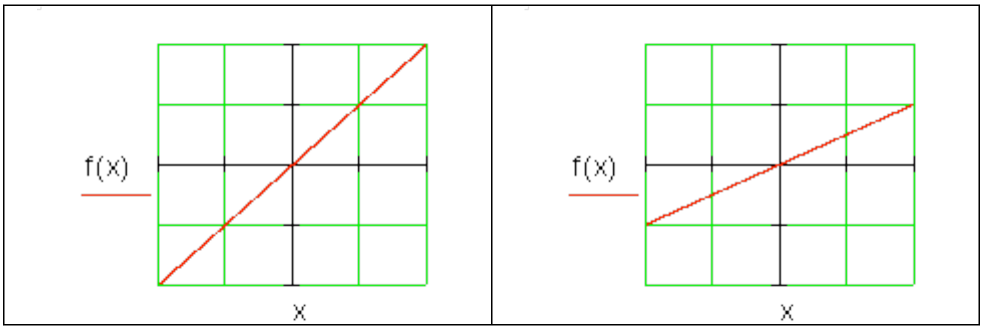
شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5.$ توابع ورکړ شوي.

کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.

د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.

اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی

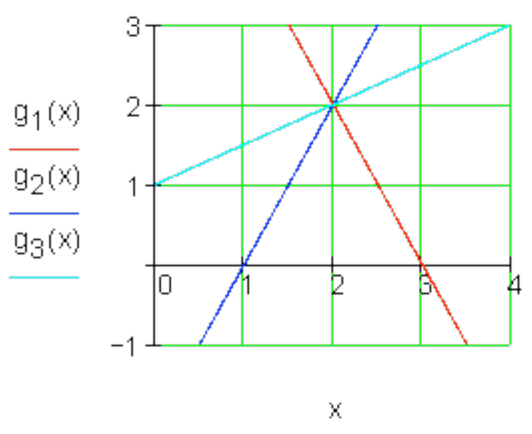
(c) ketabton.com: The Digital Library



پوښتنې

کربنيز مساوات يا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندي برابرون له لاري کربنه g ورکړ شوي g(x) = 2x + 8,2 د ښنګ ښيري کربنه وټاکی، چي د g(x) سره غبرګه له ټکي(2 | 2)P تيريږي. د دي کربنې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.	

دويم –

ټکی P(4,5; -3) په کربنه چې صفر(سرچينه بيزه کربنه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کربنه پروت دی. f(x) وټکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

ټکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټاکئ.

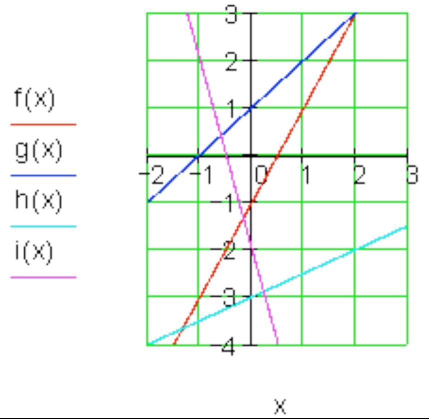
الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کرښيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکئ اوf(0,25) او $f(\sqrt{2})$ وشمېرئ.

شپږم- له څنګ خيرې څخه د تابع ترم وټاکئ. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايئ.	

۳.۷- کرښيز ي توابع د ورکړشوو شرايطو سره

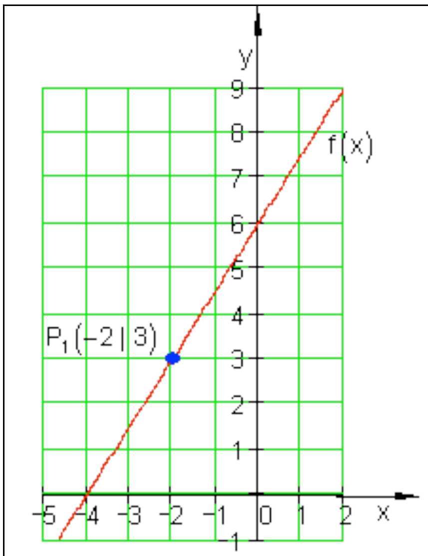
(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- لومړی حالت : د P تکي ځخه تیرې کرښې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په تکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a.$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ تکی $P_1(-2|3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2|3)$ لپاره ازمایښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

ازمایښت:

$$P_1(-2|3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1,5 \cdot (-2) + 6 = -3 + 6 = 3$$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځې 7,5 kg خوراک شته. دولس روځې، وروسته له هغې چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکئ، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستڼ يا ډيرى به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$

$$P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$$

$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \,|\, +90$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکيدني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .

لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

په داسې حالت کې شميرنه ټويزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لاربښوده وي.

يوه کرښه دa_1 جګوالي سره د$P_1(x_1 \,|\, y_1)$ ټکي څخه تيريږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1 x + a_0$

$$P_1(x_1\,|\,y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \,|\, -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

په $a_1 = -2 ; P_1(-3|4)$ ا $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړی

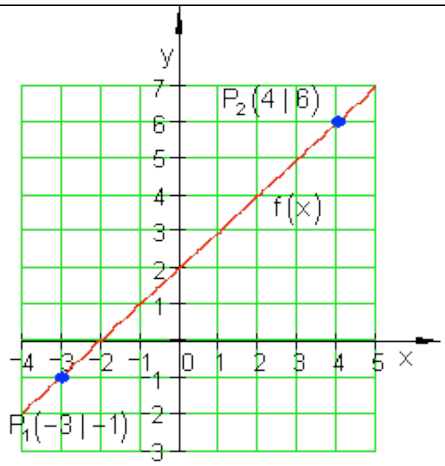
$$f(x) = -2(x-(-3))+4 = -2(x+3)+4 = -2x-6+4 = \underline{\underline{-2x-2}}$$

ب- دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.



$P_1(-3|-1)$ $P_2(4|6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ وروسته له دي چي جګيدنه معلومه شوه، ادا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کي.

د ټکو ازمايښت لپاره بې پروا ده چي د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي، ځکه چي

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.	

د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4)=6 \Leftrightarrow 1\cdot 4+a_0=6\,|-4 \Leftrightarrow a_0=2 \Rightarrow f(x)=x+2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (تودوخې کچوني) لپاره مختلفې د تودوخې يا حرارت سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالاFahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

100 ^{0}C   برابرى دي د ^{0}F 212 سره . ^{0}C 0 برابر د ى په ^{0}F 32 سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^{0}C په ^{0}F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^{0}C او بلواکه يا تابع متحوله y = f(x) په ^{0}F .

ځګوالى:

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5} \Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+a_0$$

$$P_1(0|32) \Rightarrow f(0)=32 \Leftrightarrow \frac{9}{5}\cdot 0+a_0=32 \Leftrightarrow a_0=32$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+32$$

په بدل شوى تابع x په C° کې کيږدى نتيجه يې   ده.

د بيلګې په دول:

$$x=20\,^0C: f(20)=\frac{9}{5}\cdot 20+32=68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$= y_1 | - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 ,$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کي د کرښيزومساواتو يو ټوليزه بڼه ده .

په زياتو ادبياتو کي په لاندې ډول ده:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} ; x_1 \neq x_2$ چيرته چي $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندي بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ او $f(x)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ کې ځای په ځای کړئ

$$f(x)=\frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2)+(-1)=\frac{2+1}{-5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}(x-2)-1=-\frac{3}{5}x+\frac{6}{5}-\frac{5}{5}$$
$$=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$$

تمرين:

د ^0F په ^0C باندې شميرنې لپاره يو تابع مساوات وليکئ

۳.۸-تمرين: د تابعمساواتو شميرنه

يو کرښيز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تيريږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي يا غوځټکي او ګراف انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دويم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دريم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

يوه کرښه له ټکوP_1 او P_2 تيريږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پيدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

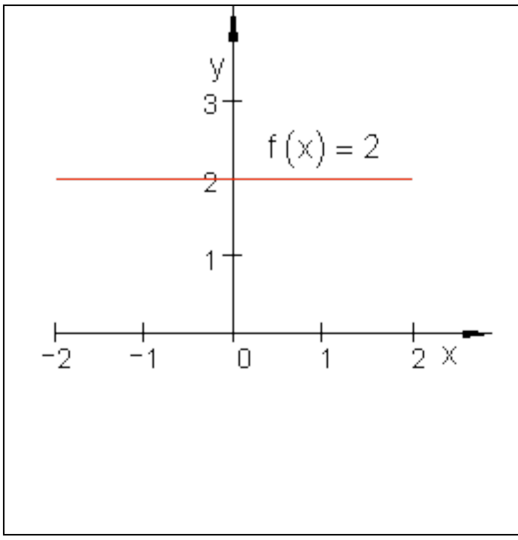
پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

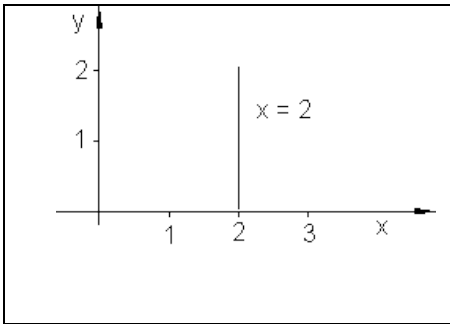
اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - $P_2(4 \mid -1)$ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 4\right)$ $P_1(-4 \mid -2)$

۳.۹- د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

د x- محور سره غبرګ کرښه: $f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$ يو د 0 درجي تام راشنل تابع ده او ثابته تابع هم بلل کيږي. x- محور هم يوه ثابته تابع ده د تابع مساوات f(x) = 0 سره. د ثابتي تابع جګوالی تل صفر دی.	

د y- محور سره غبرګه. $x = a ; a \in \mathbb{R}$ کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي. دا د يوه تابع مساوات سره نه شي ليکل کيدی، ځکه چي يواځنی تنظيم نه شته يعني تابع نه ده. د x = 0 y- محور مساوات دي.	

بيلګه:

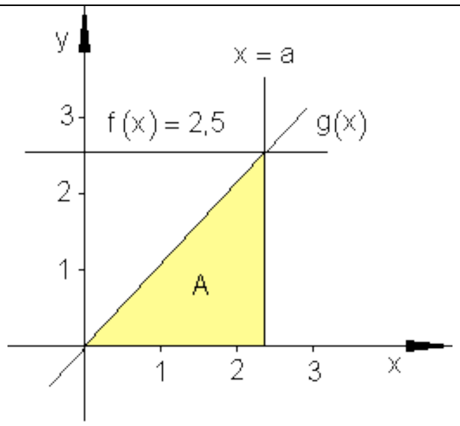
يو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د 0 < a سره.

يوه سرچينييزه کرښه g د(P(a \| f(x تکي څخه تيريږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګې کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چې وسطحه د سطحې څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟

$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او $h=f(x) = 2,5$ سره د مثلث سطحه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ $A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$ (ځکه چې د سرچینې $g(x) = a_1 x$ ($a_0 = 0$ کرښه د جګېدو له مثلث څخه $a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$ د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$	

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولې لپاره دا معنا لري:

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چي د حرارت الو ترمنځ يوه کرښيزه اړيکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په يوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښيزه بنه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضريبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمايښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|- \frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$
$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

xپه ^0F او y په ^0C .

پوښتني

کرښيز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښيزو توابعو ګرافونه و کاږی او د ارزښت سټ يا – ډيری W و ټاکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(x) = -2x + 2;\ D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4};\ D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3;\ D = \{x | -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = 3x - 6;\ D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 اوP_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د$f(x)$ تابعمساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

الف- $P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1);\ D = \{x | 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب - $P_1(-8 \mid 1);\ P_2(2 \mid -3);\ D = \{x | -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ - $P_1(4 \mid 3);\ P_2(-7 \mid -1);\ D = \{x | -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $P_1(-4 \mid -4);\ P_2(4 \mid 2);\ D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرئ پیداکړئ. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $9 = x - 5$ ب - $25 = x + 8$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ - $88 = 4x - 16$ ث - $a + bx = 3b + a$ ج - $8 - (x + 5) = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ - $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$ خ -

څ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3{,}5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2{,}5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 اوP_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

ب - د کرښې تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره

ټ - پهW باندي ارزښتډېری .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندي مساواتسیستمونه حل کړئ:

الف- $\begin{matrix} I & 5y-3x=1 \\ II & x=y+1 \end{matrix}$ ب - $\begin{matrix} I & 4x+5y=32 \\ II & y=5x-11 \end{matrix}$ پ - $\begin{matrix} I & 15y-4x=-50 \\ II & x=y+7 \end{matrix}$

ت - $\begin{matrix} I & 3x=y+15 \\ II & 2y-10=2x \end{matrix}$ ټ - $\begin{matrix} I & 2y=2x-40 \\ II & 3x=10-2y \end{matrix}$ ث - $\begin{matrix} I & x+y=a+b \\ II & x-y=a-b \end{matrix}$

پوښتي

کرښیز توابع **XI**

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمي کرښي د تابع$f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د دواړو کرښو غوڅېټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دويم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4; D = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅيږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودينات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅېټکي د کواوردينات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دريم:

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅېټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

د یوه درېکوډي یا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې یو پلان نقشه ترتیب کړئ.

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

الف- $$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$

ب - $$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تیریږي ، په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوځیږي.

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوځټکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوځټکي.

ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$
له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یي په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم: $A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$
د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي

ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC]

ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوځوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\; f_2(x) = -4x - 2\,;\; D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

شپږم: د دواړو کرښو غوځټکی (نقاط تقاطع) و ټاکئ او ګراف یې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\,;\, f_2(x) = -4x - 2\,;\, D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = -2x + 2\,;\, f_2(x) = 3x - 6\,;\, D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4\,;\, f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}\,;\, D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

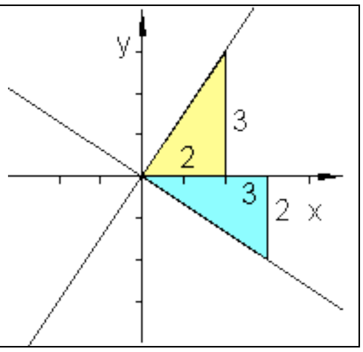
ت - $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1\,;\, f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}\,;\, D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

۳ . ۱۰ - یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو په منځ کې اړیکې شته.

Vorübung: له مخه تمرین:

د $f(x) = \frac{3}{2}x$ تابع ګراف په وضعیه قیمتسیستم کې وکاږۍ. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسۍ او جګوالی یې ولولۍ یا په ګوته کړۍ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دg کرښي جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښي h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفي
برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غرېږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g}=-1$ یا $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$$a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}} \quad \text{همداسې} \quad a_{1h}.a_{1g}=-1 \quad \text{یا} \quad a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$$

کرښي یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$$a_{1g}=\frac{q}{h} \quad \text{او} \quad a_{1h}=-\frac{p}{h}$$

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=\frac{q}{h}\cdot\left(-\frac{p}{h}\right)=-\frac{q\cdot p}{h^2} \quad (1)$$

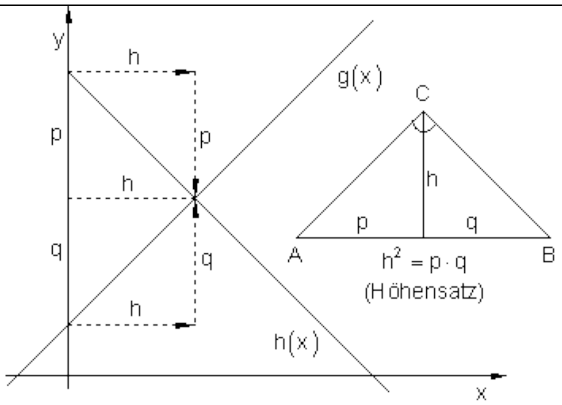
د جګجملي له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$$a_{1g}\cdot a_{1h}=-\frac{q\cdot p}{h^2}=-\frac{h^2}{h^2}=-1$$

$$\Rightarrow a_{1g}\cdot a_{1h}=-1$$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قام الزاویه یې ځغلندو کربښې g او h غوځېکې یا د قطعه کیدو ټکی(S(2 | 3 ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی. د لاندې الماني پښتو: له ... امله ، لاس ته راځي، او $a_{1g}=\frac{1}{2}$ wegen $g(x)\perp h(x)$ folgt $a_{1h}=-2$ $g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ und $h(x)=-2x+a_{0h}$ $S(2\|3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$ $S(2\|3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$ $\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	غوښتنه:دg کربښ تابعمساوات g(x) . د h کربښې تابعمساوات .h(x) د g او h ګراف د $D=\{\ x\ \|-5\le x\le 4\ \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

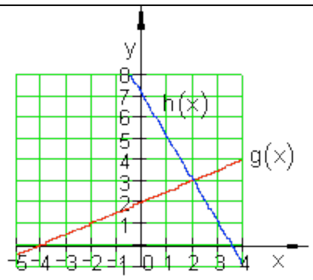
د دوه یو بل سره عمود ځغلیدونکو کربښوg او h غوځېکی(S(2 | 3 ورکړ شوی ، په کوم کې چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی	غوښتنه: دg کربښ تابعمساوات g(x) د h کربښې تابعمساوات(h(x) . د g او h ګراف د $D=\{\ x\ \|-5\le x\le 4\ \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

له $a_{1g}=\frac{1}{2}$ $g(x)\perp h(x)$ امله لاس ته راځي $a_{1h}=-2$

$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او $h(x)=-2x+a_{0h}$ د

$$S(2|3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$$
$$S(2|3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$

او $h(x) = -2x + 7$</td>
</tr>
</table>

2.3.3تمرينونه:

د دوه كرښو غوښتکي (د قطعه کيدو ټکی)
د دوه كرښو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو كرښو د قطعه کيدو(غوښيدو) ټکی و ښايې او كرښې په يوه افقی-عمودي سيستم كې وښاياست.

اول - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دويم - $g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$

دريم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

يا دا لاندې
د دوه كرښو غوښتکيدوه كرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو كښو غوښتکی وشميری او كرښې په يوه بورت ولاړ سيستم (کواودينات سيستم) كې وکاږی(رسم کړی)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دريم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

څلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د يوې $g_1(x)$ كرښې تابع مساوات ور كړ شوي دي.
و $g_1(x)$ كرښې ته د عمود كرښې تابع مساوات وټاكئ، كه دا كرښه له P_1 ټكي تيره شي. د دواړو كرښو د قاطع ټكى يا غوڅتكى وشميرئ او دواړه كرښې په افقى-عمودى سيستم قيمت وضعيه سيستم كې رسم كړئ.

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيدا كړو، چې له $P_1(3|-2)$ تيريږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1$ g

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداكړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تيريږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پيداكړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تيريږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید سټ x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارفK د خرڅلاو څخه لاس ته راغلوE له لارې پوره کړي.

تعریف:

که د ثابتو توکو سره دK(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) دK تولید سټ x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x)=k\cdot x+K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا ټل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې د x تولید د ډېرئ یوونونو یا سټ واحدونو(ME) یوه ضرب ځخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر يې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونه K_f هغه قیمتونه دي، چې که تولید ونه شي هلته هم منځ ته راځي(ګټه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسي E(x)= قیمتP . ډېرئx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) .:

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرئ یا سټ د لاس ته راوړني ډېرئ هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x)=E(x)-K(x)$

پام (یادونه) :ږکه دG(x) نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، کهG(x) زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که G(x) = 0 وي، نو لګښتK(x) همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنهE(x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه، ملفونونه (لاسي تلفونونه)، جوړوي دانه په 20 € .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځي خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپځیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرې یا سټ سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرې سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړئ.

الف - تابع مساوات ولیکئ:

لګښت تابع : K(x) = 20+60000

خرڅلاوتابع:E(x) = 40x

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

ګټه تابع :

ږدو: G(x) > 0

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له x= 3000 پورته،،ملفونونو،، د ورځې تولیدډېرې فابریکه ګټه کوي.

په x = 3000 تولید سره ګټهE(x) دومره ده لکه لګښتK(x) .

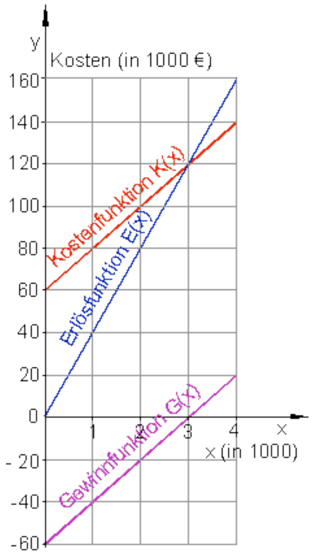
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -   په عظمي توليدډېرى يا – سټ كي د ګټې پيداكونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 .، ملفونو،، د توليد ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

يادونه: له پورته كښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍيا پوله كيدى شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف   د غوځتكي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پيدا كړاى شي. د غوځتكى x كواورديناټ د ګټې شولۍ يا هغه ورشو چې ګټه به كې صورت نيسي).. دهو د y كواورديناټ په دې ځاى كې لګښت وركوي.
د ډېرى - او پيسو يوونونه يا - واحدونه   په يوه فابريكه كې د توليد ډېرى د لويو دانو د توليد پروسه په ګوته كوي، د بېلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د توليد لګښت هم زيات وخت په ميليونو وي.

داسې ستر ګڼونه تل داسې ساده نه ګڼل كيږي. له دې امله د توليد شوو دانولپاره د ډېرى يوون يا – واحد كاروو او همداسې د لګښت پيسو واحدونو لپاره.

د بيلګې په توګه كيدى شي1000 000 Cd- Rohlingeپه   10 ستواحدونو(ډېرى يوونويا10 ME) كې سره راټول كړو، چيرته چې د ډېرى واحد د   100 000 دانو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لپاره ځای په ځای شوی دی. يعني 000 100 داني يو يوون يا واحد دی. همداسي لګښتونه د پيسو واحدونو(-يوونونو) ته سره راټوليږي، د بيلګې په توګه€ 000 9000 و9 د پيسو واحدونو(يوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(يوون) لپاره سړی په ټاکلې پيسو واحد (يوون) پورې مربوط نه دی

بيلګه:

د يوه ټاکلی توليد لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولېBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1{,}1x - 0{,}3x - 4 = 0{,}8x - 4$$

د لړ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0{,}8x - 4 > 0 \,|\, +4 \Leftrightarrow 0{,}8x > 4 \,|\, : 0{,}8 \Leftrightarrow x = 5$$

ټول توليد: $K(5) = 0{,}3 \cdot 5 + 4 = 1{,}5 + 4 = 5{,}5$

د ګټې پوله Break-even-Poin t د5 ME (د،، سټ واحد يا ډېری يوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پيسو يوون لپاره) دی.

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی –

د کرښيزو توتاپعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7 \,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0 \,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه وښايی، چې له $P_1(\sqrt{k} \mid k)$ او $P_2(1 \mid 1)$ تيرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k} + 1$ لري او دy محور په $P_y(0 \mid -\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دريم –

وښايئ: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2} \mid k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکئ

څلورم –

يوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېرېږي د کواورديناټ د محورونو سره يو درېګوټی يا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر ښيز(مساوی الاضلاع) دی؟

پنځم –

تابع $f(x) = 3e^{-0,5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوې.

د يوه کرښيز تابع h(x) لپاره باور لري:

$h(0) = f(0)$ او $h(-2) = f(-2)$. h(x) و ټاکئ.

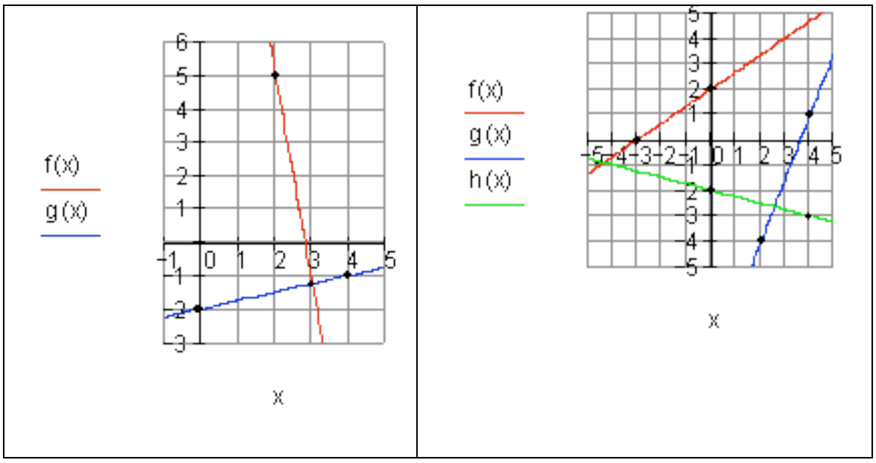
شپږم –

لاندې ځيرې د کرښيزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکئ.

الف-	ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



اوم –

د دوارو کرښو غوڅتکي وټاکئ او دا په يوه پروتولاړسيستم کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4};\ g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3;\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1;\ g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2;\ g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

اتم –

دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4 کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکئ.

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x - 4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ازمايئ چې ايا كرښې g, h, i د يوه ټكي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم –

د دوه كرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول وركړې شوى دى.
د دواړو توابعو گراف چېرته قطع كوي؟

د د كوم x ارزښت لپاره صدق كوي $f(x) < g(x)$ ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

دريم –

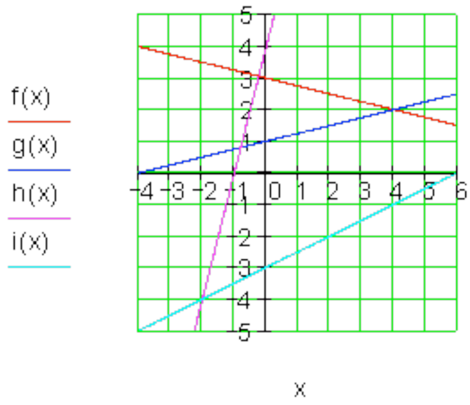
د دواړو توابعو غوڅتكى وښايئ او په كواوردينات سيستم كې يې گراف انځور كړئ.

$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو گرافونو سره شكل په پام كې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	الف- ټول توابع مساوات وټاکئ. ب- د f(x) او g(x) غوڅتکي وشميرئ ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کربنې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پيداکړئ ت- د څلورو نه جوړه موازي کربنو زيات له زياته څومره غوڅتکي لري؟

پنځم –

دوه يو په بل نيغي ولاړي کربنې يو بل په (1- \| 2-)S کې غوڅوي .

ممکنه کربش مساوات ورکړئ.

شپږم –

کربنه h په کربنه g نيغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکئ.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

يوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قيمت لري.، 000 120 جلده (پوښه) چاپيږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کميدو په اساس مجله په5000 پوښه زياته خرڅيدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو يې کميږي.

الف –

د000 140 مجلو د چاپ قيمت وښايي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب –

کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

2.4د کرښیزو توابعو په مرسته

2.4.1د ورځنیو ستونځو یا پرابلمونو حل:

د کرښیژتوابعو په مرسته ورځني ستونځوبي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه I:

ملک او سپين دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په يوه بيارغوني روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې بايد دواړه زيات کار وکړي. د مياشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپين .€ 3223 . ملک په روانه مياشت کې ۴۳ ساعته زيات کار کړی او سپين فقط ۲۷ ساعته زيات کار کړی. بنسټ معاش او د زيات کار پيسې وښايی.

د زيات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_2(27\,|\,3223)$ او $P_1(43\,|\,3559)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زيات کار پيسې a0= بنسټ معاش)

$$\begin{aligned} P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 &\Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559 \\ &\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903 \\ &\Leftrightarrow a_0 = 2656 \\ \Rightarrow f(x) = 21x + 2656 & \end{aligned}$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زياتکار € 21 .

بېلګهII

يو انرژی پلورونکی خپلو مشتريانو ته برېښنا په لاندې شرايطو وړاندې کوي:

يوkWh کيلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د مياشتې په € 7,50 بنسټ پيسو .

الف – يو تابع ترم وليکی.په يوه مناسب کواوردينات سيسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

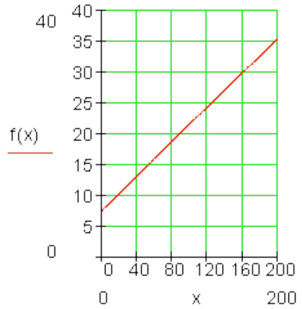
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د برېښنا د ځلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تماميږي؟

حل: الف-



اینبوونه:

$$1\ kWh:\ 0,14\cdot 1+7,50$$
$$2\ kWh:\ 0,14\cdot 2+7,50$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x\ kWh:\ 0,14\cdot x+7,50$$

د تابع ترم:

$$\underline{\underline{f(x)=0,14\cdot x+7,50}}$$
$$x \triangleq kWh\ ;\ f(x)\triangleq €$$

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینبوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د میاشتنی شمیرنې لپاره باور لري.

د ځلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30 \quad P(x\,|\,150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x)=0,14x+30=150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x+30=150,4\,|-30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x=120,4\,|:0,14$$
$$\Leftrightarrow x=860$$

د برېښنا لګښت په ځلورو میاشتو کې860kWh وو.

پ-

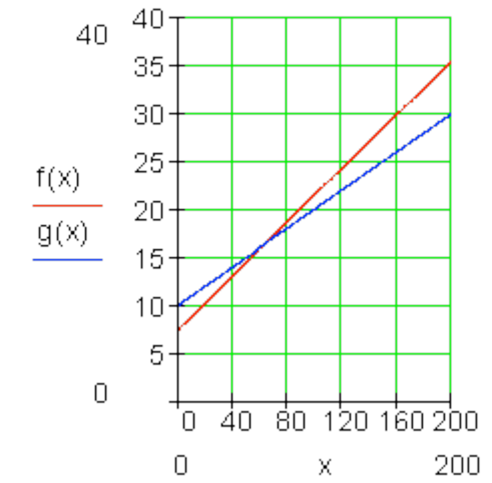
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-لومړی پلورونکی: = f(x) 0,14x+7,50

دويم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوښتکي Sکې نرخبرابر دي.

$$
\begin{aligned}
&f(x) = g(x)\\
&\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x\\
&\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 ; -7,5\\
&\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04\\
&\Leftrightarrow x = 62,5
\end{aligned}
$$



بيلګه III

د وښو(د حيواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابيير،، شپون د ورځې 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتيا لري. دولس ورځې د مخه چې دا د خوراک موادو ذخيره ډکه شوې وه، هلته نور هم   .250 kgخوراکي مواد شتون لري.

الف –

يو د تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کوي.

ب - دولس ورځې پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخيره ډکه شوې وه؟

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخيره بيرته د ب - په اندازه ډکيږي . دا کله اړين کيږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو   y محور : د وښو يا خوراکي مواد پهkg .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي :

هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(یوه سکیڅ ترتیب کړئ)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت   د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د   الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړئ.

حل :

الف- $HP: K_2(x) = 0{,}08x + 5 \qquad HB: K_1(x) = 0{,}06x + 8{,}5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 0{,}06x + 8{,}5 \mid -0{,}06x \\ &\Leftrightarrow 0{,}02x + 5 = 8{,}5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}02x = 3{,}5 \mid : 0{,}02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \end{aligned}$$

$$K_1(175) = 0{,}06 \cdot 175 + 8{,}5 = 19$$

$$K_2(175) = 0{,}08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

ب –

HP:

$$\begin{aligned} K_2(x) = 25 &\Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \mid : 0{,}08 \\ &\Leftrightarrow x = 250 \end{aligned}$$

HB:

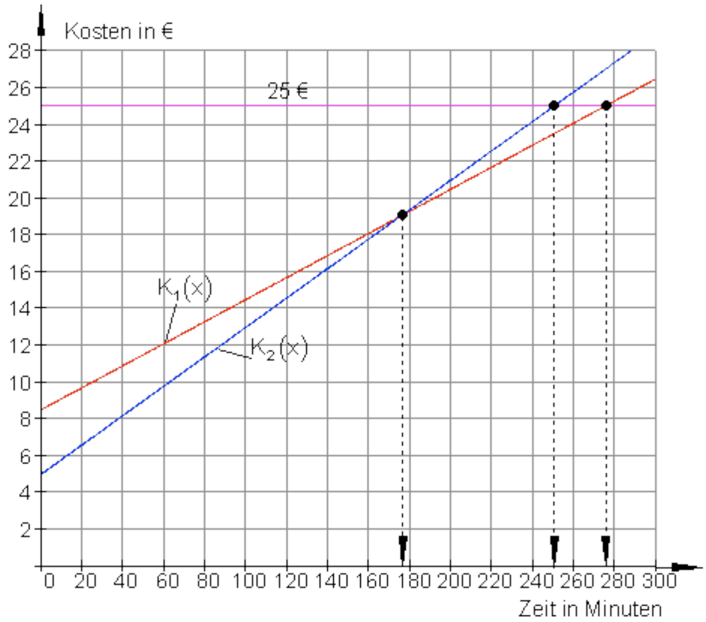
$$\begin{aligned} K_1(x) = 25 &\Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 \mid -8{,}5 \\ &\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 \mid : 0{,}06 \\ &\Leftrightarrow x = 275 \end{aligned}$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس یا په ښت د HP 25 € فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ښیتي پوله).

متحوله د داني لګښت ثابت دی او .€ $k_v = 300$ دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع$K(x)$ پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یي $E(x)$ده او د ګټي تابع یې د فابریکي لپاره $G(x)$ ده.

ب – د کوم تولیدډېری سره به د ګټي پولي یا ورشو Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسي لاس ته راوړنه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د توانپولي پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف-

ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000\,€$
متحول د داني لګښت:	$k_v = 300\,€$
د خرڅلو قیمت:	$p = 375\,€$
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځني د 1200 تولیدډېری سره فابریکهګټه کوي.

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 450 000))

پ – د توانپولي ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه .€ 22 500 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ   € 5 د میاشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ : د میاشتي ټولي پیسي یاFlatrate د میاشتي Flatrate 25 € / Monat.

د ورځي په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکۍ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کي د تابع ګراف سم کړۍ.

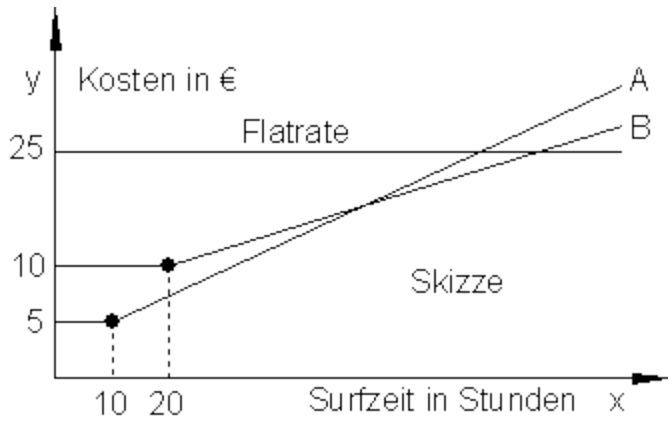
پ – روښانه کړۍ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرۍ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کي ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېت رېت وټاکي؟

حل –



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. 0,5 Ct / min = 30 Ct / h = 0,3 € / h (Steigung

(جګوالی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow K_A(x) = 0{,}3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړيو لس ساعتونو کې يوائې 5€د بنستلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0{,}3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0{,}3x + 2$

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته   60 ساعته دي $0{,}4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0{,}24\ €/h$ (جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0{,}24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړيو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ يورو بنستپيسي راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0{,}24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4{,}8 + a_0 = 10 \,|\, -4{,}8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5{,}2$$

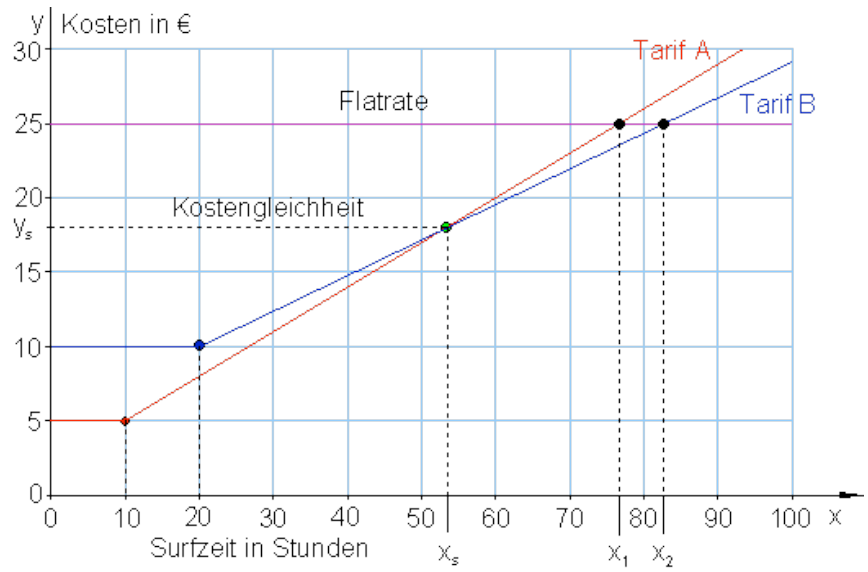
د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0{,}24x + 5{,}2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرگ)

ب -



پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لگښت برابر دی.

تر 53 پورې د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ گټور دی.

ت - سپین د میاشتې 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتې د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لگښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لگښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لگښت:	$F(75) = 25$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - په دواړو کربنو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$\begin{aligned} K_A(x) = K_B(x) &\Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x \\ &\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2 \\ &\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06 \\ &\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3} \\ &= 53\frac{1}{3} \end{aligned}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د K_B (x) غوښتکی د F (x) سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$\begin{aligned} K_B(x) = F(x) &\Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2 \\ &\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24 \\ &\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5 \end{aligned}$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ پېټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = -2x + 2$ b) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ d) $f(x) = 3x - 6$

د ویم –
د یوې کربښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کربښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب ـ $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ ـ $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت ـ $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –
په یوه کربښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کربښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکی او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ

الف ـ $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب ـ $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ ـ $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت ـ $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -
لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف ـ $9 = 5 - x$ ب ـ $x - 5 = 25$ پ ـ $8 + x = 25$ ت ـ $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ ټ ـ $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$

ټ ـ $88 = 4x - 16$ ث – $a + bx = 3b + a$ ج ـ $8 - (x+5) = 2$ چ ـ $9 + (5 - x) = 6$

پنځم –
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونۍ 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړئ.
شپږم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو موټروانA   په 8:00 بجو له کندهار ښخه د ننګرهار په لور خوزي.
په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار ښخه د کندهار په لور خوزي.
د کندهار ښخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)
موټروان A د120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت ښخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور   او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چي توتهبنه د$1\ m^2$ بنسټ سطحي سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - دh   او t ترمنځ اړیکي کرښیزې دي، که مرتبان خیتور یا د غونډوسکي په بڼه وي، نو؟

پوښتني

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلي او دلته تکرار ده؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومي د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونی 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسي باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتي ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.
دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کي باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتي په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا 3559 €، د ماري 3223 € . توبي په رواني میاشت

(c) ketabton.com: The Digital Library

کي43 ساعته زيات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشميرئ او د زيات وخت ټول معاش.
دريم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخيرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حيواناتو وښو ته اړتيا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخيه ډکه شوې، په ذخيره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- يو تابعمساوات وليکی، چې داشي حالت تشريح کوي او دط ته اړوند ګراف په يوه مناسب پروتولاړ يا کواوردينات سيستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری يا سټ باندې دا ذخيرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بيرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بيرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقيقه € 0,06 قيمت لري، چط د مياشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقيقه€ 0,08 ، د ميشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(يوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقيقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د مياشتې € 25 په اختيار کې لری(نيا پيسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتيجط په پرونولاړ يا کواوردينات سيستم کط انځور کړی.

پنځم –

په يوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمی ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلنی لګښت راځي. د لرګرمی له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د دې ګراف وکاږۍ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوړې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکۍ.

ب – وشمیرۍ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږۍ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. په المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او $0\,^0C$ د^{0}F 32 تودوخي او $100\,^0C$ د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړۍ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړۍ، چې له^{0}F ^{0}C څخه په ^{0}F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي^{0}F 95 ده، دا څومره^{0}C وه؟

ت – د د یوه تنتودوخی^{0}C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^{0}F کومه تودوخي ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د ځښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف ـــ د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب ـــ یو د موادو رسولو شرکت د ځښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکئ. د کوم د رسولوګټون یا ـــتعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم ـــ

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف ـــ د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکئ.

ب ـــ د مصرفونې جګوالی وشمیرئ که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ- د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف لپاره کارول کیږي((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووټې د په ب ـــ کې معاش څخه وټاکئ. کومې ټولیزې اویکې د مصرفکووټو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK او S
ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدني ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپني باروړونکي اوږدوالی په ګوته
کوي، د په K تودوخی Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپني وړونکي د تابع ترم ورکړی

ب- د لاندې تودوخی تغیر سره د اوسپني وړونکي اوږدوالی و شمیری.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخی په جګوالي د اوږدوالی
تغیر 25 mm وکړي؟

پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

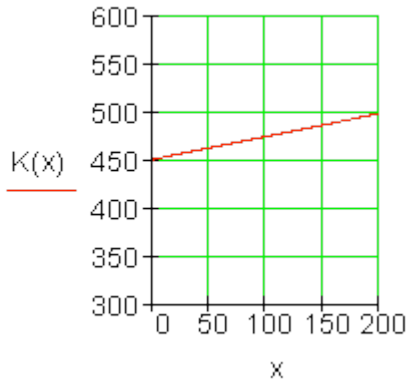
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره
ورکړئ. د یوه x دېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK
ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

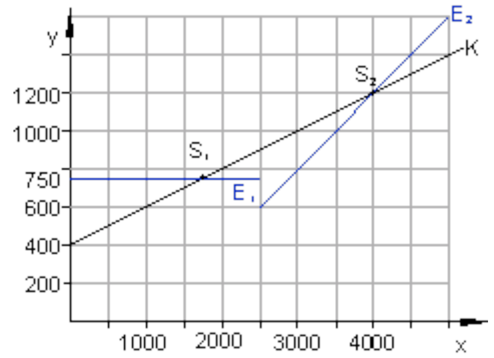
ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.



دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

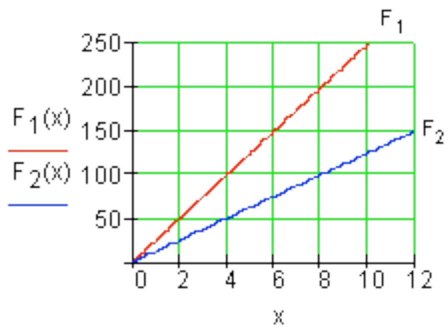
الف- د 1000 همداسې3000 د توپونو یا غونډوسکو تولید ډومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد سره کرښیز جګیږي. (E_2) د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$ وټاکئ او غوڅتکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندي کومنتار ورکړئ.



دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(ښکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیر x (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا تاکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

 	الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟ ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي. ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟ پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟ ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

ځلورم: د يو نړيوالجال چلوونکی مشتريانو ته لاندې وړانديز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقيقه 1 Ct سنت.

دوه تاريف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا يا برابر شرايط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زيات د کارولو دوام لپاره کوم تاريف يا نرخ مساعد دی؟

پوښتنې

کرښيز مساوات برخه XVIII

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځوورسته باید فرمایش صورت ونیسي.

پ-دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،اران سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ € 25 د میاشتې .

په منځنۍ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي(Interpretation).

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟

ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمين لپاره فلاتريټ يا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرايط هيڅ نه دي لوستلی.

دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکيه کوي:

لورا 10,10 € ورکوي، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپيته دقيقې تلفون وکړي.

علي 10,10 € ، که هغه د مياشتې ديرش دقيقې تلفون وکړي او 15,20 € که هغه د مياشتې اتيا دقيقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب- دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولار- يا کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم يو مساعد قرارداد لري. نتيجه يې مدلله کړئ.

پنځم: يو د انرژي قرارداد دنرخمودل د مياشتې بنسټ نرخ G او يوه لګښتقيمت p pro kWh په يوکيلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره يوه کرښيزه اړيکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

يو کيلوواټ قيمت په يورو	د مياشتنی لګښت په يورو	نرخ

(c) ketabton.com: The Digital Library

Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.

ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلړواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.

پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کي د کرښو غوڅېدکي څه مفهوم لري؟

شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښي تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

پوښتني

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښشه K_f د هغه د مساوات له لاري ورکړ شوي ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ يي ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کي وکاږئ.

الف - $K_f : 2x - 3y = 7$ ب - $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ - $K_f : y - 95x = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ ټ - $K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ ث ـ $K_f : y=\sqrt{3}(x-2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $f(x)=1{,}25x+1{,}5 \quad x\in\mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0);\ f(-1{,}5);\ f(0{,}7);\ f(\pi);\ f\left(\frac{\pi}{2}\right);\ f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې f(u+2)-f(u) له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف - $f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ ب - $f(x)=-4x-3{,}5$ پ - $f(x)=\frac{3}{7}x-3$

ت - $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ ټ - $f(x)=2(x+1{,}25)$ ث - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د g(x) = -2x+4 سره د ټکي(P(-3|1 له لارې وټاکئ.

پنځم: کرښه د تابع مساوات f(x) = 1,5x سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$g(x)=1{,}5(x-2)\ ;\ h(x)=1{,}5x-2\ ;\ i(x)=1{,}5(-x)\ ;\ j(x)=1{,}5(2x)$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د x = 100 دانو په تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي، د x = 200 دانو په تولید سره € 410 لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د لګښت ت ابع ولیکئ.

ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د داني لګښت څومره دی

پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د داني لګښت د کوم ارزښت لور ته هڅیږي؟

ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټي ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د(K(x (دلګښت تابع) او(E(x) د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟

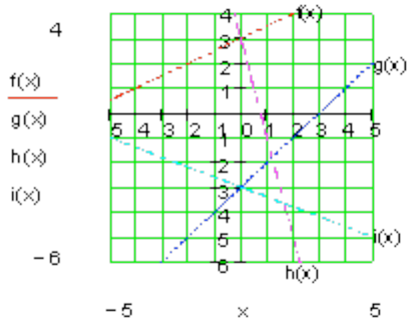
خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ.

$g_1: \quad f(x) = -4x + 3$

$g_2: \quad 5y - 2x + 15 = 0$

$g_3: \quad f(x) = x - 3$

$g_4: \quad f(x) = 0,5x + 3$



کرښیزبرابرون یا - مساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی $A(u|-1)$ په ګراف پروت دی. u وټاکی

ب – د $f(x)$ صفرځایونه وټاکی

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -د f(x) ارزښتدېرى يا ـــسټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2 کې غوڅه کړي.

دويم: دوه توابع f(x) او h(x) ورکړی. د کرښيز تابع h(x)ګراف له سرچينې يا پيل ځخه تيريږي.

h(x) وټاکئ، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دريم: د کرښيز تابع f(x)سفرځايونه او وټاکئ، که لاندط اړيکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

ځلورم: وښايئ:

ټکي $P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right); P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په يوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کيږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P ځخه تيريږي. د h مساوات يا برابرون وټاکئ.

$$P(3 \mid 4) \qquad g(x) = -0,25x + 1$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1$ لري؟

اوم: حل کړئ:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکئ

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: په يوه زخيره ټانک کي 9500 لیvته اوبه پرتي يا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 ليتره اوبه وېستل کيږي.

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشيږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کې دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيږي.

بايسکلځغاستیB 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزي او يو منځنئ چټکتيا 45 km/h ته رسيږي.

چيرته او کله بايسکلځغاتی B وA ته رسيږي؟ يوه سکيڅي چمتو کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ --كربنيز مساواتسيستم د ۲ برابرونونو او ۲ اووبنتونو سره.

داسي سيستم له دوه برابرونونو يا مساواتو څخه جوړ دی. غوبنتونی د دواړو مساواتو ګډ حل دی. مختلفي تلنلاري شته، چي سری حل ته ورسيږي

په لاندي einsetzen in = په ... کي اينوول.

د جمعي تلنلار:

مساواتسيستم: $$\begin{aligned} 5x - 2y &= 1 \quad (I) \\ 3x + 3y &= 9 \quad (II) \end{aligned}$$	د حل پل(قدم) غوڅي(قطاع، که قطعه؟) د جمعي تلنلار ته لومړی امکان يا واريانت
$$\begin{aligned} (I)\quad 5x - 2y &= 1 \,|\cdot 1{,}5 \\ (II)\quad 3x + 3y &= 9 \end{aligned}$$ $$\begin{aligned} (I)\quad 7{,}5x - 3y &= 1{,}5 \\ (II)\quad 3x + 3y &= 9 \end{aligned}$$	لومړی: مساوات ورته داسي بڼه بدل کړئ، چي ضريبونه (ترمخ عددونه يا څلوني) د yمتحولي تر مخنخښي پوري سره سروخوري.
$$\left.\begin{aligned} (I)\quad 7{,}5x - 3y &= 1{,}5 \\ (II)\quad 3x + 3y &= 9 \end{aligned}\right\} +$$ $$10{,}5x = 10{,}5 \,|: 10{,}5$$ $$\Leftrightarrow \quad x = 1$$	دويم: منځ ته راغلي مساوات سره جمعه کړي او د **x** - متحولي پسي يې حل کړئ
په $3x + 3y = 9$ کي اينوونه: $x = 1$ $$3 \cdot 1 + 3y = 9$$ $$\Leftrightarrow 3 + 3y = 9 \,| -3$$ $$\Leftrightarrow \quad 3y = 6 \,|: 3$$ $$\Leftrightarrow \quad y = 2$$	دريم: د **x** لپاره ميندل شوي ارزښتونه د دواړو څخه په يوه مساوات کي کيږدئ او **y** پسي يې حل کړئ. څلورم: حلسټ يا حلډيرئ وليکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$L = \{(1 \mid 2)\}$

پنځم:

ازماېښت د اينووني له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسيستم $(I)\quad 5x - 2y = 1$ $(II)\quad 3x + 3y = 9$	د اينووني تلنلار: د اينووني تلنلار لپاره د حل پلونه(قدمونه) وارينت 1
$(I)\quad 5x - 2y = 1 \mid +2y$ $\Leftrightarrow 5x = 2y + 1 \mid : 5$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$	لومړی: مساوات(**I**) د **x** پسي خل کيږي.
$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5}$ eingesetzt in (II): $3x + 3y = 9$ $3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 3y = 9$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 3y = 9 \mid -\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{6}{5}y + 3y = 9 - \frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow \frac{21}{5}y = \frac{42}{5} \mid \cdot 5$ $\Leftrightarrow 21y = 42 \mid : 21$ $\Leftrightarrow y = 2$	دويم: د بني اړخ ميندل شوی ترم په مساوات **(II)** کې ايښول کيږي او د **y** پسي حل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: د **y** لپاره مېندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساواتو کې اېښوول کېږي، دا بیاپه **x** پسې حل کېږي.

$$y = 2 \text{ eingesetzt in (II): } 3x + 3y = 9$$

$$3x + 3 \cdot 2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 9 \mid -6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

څلورم: د حل سټ ولیکئ

$$\underline{\underline{L = \{(1 \mid 2)\}}}$$

پنځم: د اېښوولو له لارې حل

$$\text{(I)} \quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$

$$\text{(II)} \quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

مساواتسیستم د حل پلونه(قدمونه) د اېښوولو تلنلار لپاره

واریانت 2

$$x - 2y = 1$$

$$x + 3y = 9$$

لومړی: مساوات**(II)** د متحولي **y** پسې حل کېږي.

$$9 \mid -3x$$

$$9 - 3x \mid : 3$$

$$3 - x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x - 2y = 1$

دویم: دښی لور میندل سوی ترم په مساوات **(I)**کې کیږدئ او په **x** پسې
یې حل کړئ.

3.

$x + 3y = 9$

دریم: د **x** لپاره میندل شوی ارزښت په یو د دې دوه وتونمساوتو کې
اینسوول کیږي، او دا بیا د متحولې **y** پسې حل کیږي.

څلورم: جلسټ ولیکئ

$= \{(1|2)\}$

پنځم: ازماېښت د اینسوولو له لارې

$$(I)\quad 5x - 2y = 1 \Rightarrow 5\cdot 1 - 2\cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 5 - 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (w)$$
$$(II)\quad 3x + 3y = 9 \Rightarrow 3\cdot 1 + 3\cdot 2 = 9 \Leftrightarrow 3 + 6 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \quad (w)$$

ټولې درې تلنلارې د هغه د واریانتو سره په یوه ټکلې مساوتسیستم وکارول شو. که څوک
یوګونې تلنلرې ټیک وګورې، پیژنې، چې په واریانت ۲ کې لږ د شمیرلو کار غوښتونې دی.

په یوه ټاکلې تلنلار د شمیرلو کار د دې حل کوونکې مساوتسیستم په واک کې دی. له دې امله
دې لومړی پام وشي، چې کومه تلنلار د لږ کار سره سرته رسیدی شي. د دې لپاره نو یو څو
بیلګو ته اړ یو. لاندې بیګې دې د دې لپاره یوه کوچنئ مرسته وي، چې مناسب د حل – یا
څواب تلنلار پیداشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ . ۱ ـ د مناسب ځواب تلنلار لپاره بيلګې

بيلګه ۱ :

x1=1 په (1) کې اينسوونه y=7x+8 $$\begin{aligned} & y = 7\cdot(-1)+8 \\ \Leftrightarrow\ & y = -7+8 \\ \Leftrightarrow\ & \underline{\underline{y = 1}} \end{aligned}$$ حل: L={(-1|1)} ازماېښت $$\begin{aligned} &(I)\ \ y = 7x+8 \Rightarrow y = 7\cdot(-1)+8 \\ &\Leftrightarrow y = -7+8 \Leftrightarrow y = 1\ (w) \\ &(II)\ y = -2x-1 \Rightarrow y = -2\cdot(-1)-1 \\ &\Leftrightarrow y = 2-1 \Leftrightarrow y = 1\ (w) \end{aligned}$$	$(I)\ \ y = 7x+8$ $(II)\ y = -2x-1$ د برابر اينسووني لار $$\begin{aligned} & 7x+8 = -2x-1 \mid +2x \\ \Leftrightarrow\ & 9x+8 = -1 \mid -8 \\ \Leftrightarrow\ & 9x = -9 \mid :9 \\ \Leftrightarrow\ & \underline{\underline{x = -1}} \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۲:

y=3 اېښوونه په (1) کې 2x+4y=8 $2x-12=8 \mid +12$ $\Leftrightarrow 2x = 20 \mid :2$ $\Leftrightarrow x=10$ حل: $L=\{(10 \mid -3)\}$ ازماېښت $(I)\ 2x+4y=8 \Rightarrow 2\cdot 10+4\cdot(-3)=8$ $\Leftrightarrow 20-12=8 \Leftrightarrow 8=8\ (w)$ $(II)\ 2x-5y=35 \Rightarrow 2\cdot 10-5\cdot(-3)=35$ $\Leftrightarrow 20+15=35 \Leftrightarrow 35=35\ (w)$	$(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35$ د جمعي لار: $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ 2x-5y=35 \mid \cdot(-1)$ $(I)\ 2x+4y=8$ $(II)\ -2x+5y=-35$ (+) $9y=-27 \mid 9$ $\Leftrightarrow y=-3$

بیلګه ۳ :

X=1 په (1) کې کېږدئ x+2y=5 $1+2y=5 \mid -1$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2$ $\Leftrightarrow y=2$ حل: L= {(1|2)}	$(I)\ x+2y=5$ $(II)\ -x+y=1$ د اېښوونې لار; (II) په y پسې حل کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمایښت	
(I) $x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 4 = 5$ $\Leftrightarrow 5 = 5 \ (w)$ (II) $-x + y = 1 \Rightarrow -1 + 2 = 1 = 35$ $\Leftrightarrow 1 = 1 \ (w)$ wد رښتیا لپاره	$-x + y = 1 \mid +x$ $\Leftrightarrow \quad y = x + 1$ په (I) كي كيږدئ x+2y=5 $x + 2(x+1) = 5$ $\Leftrightarrow x + 2x + 2 = 5 \mid -2$ $\Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

بیلګه ۴ :

(c) ketabton.com: The Digital Library

y = -5 اینوونه په کې (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ حل: ازماینت	(I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$ (II) $\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$ د زیاتون یا جمعې لار: (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2 \mid \cdot 2$ (II) $\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4 \mid :(-2)$ (I) $\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4$ (II) $-\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2$ (+) $-\frac{10}{y}=2 \mid \cdot y$ $\Leftrightarrow -10=2y \mid :2$ $\Leftrightarrow -5=y$ $\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y=-5}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4$$

ditionsverfahren:

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\,|\cdot 2$$

$$\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\,|:(-2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=4\\ -\frac{6}{x}-\frac{5}{y}=-2\end{array}\right\}+$$

$$-\frac{10}{y}=2\,|\cdot y$$

$$-10=2y\,|:2$$

$$-5=y$$

$$\underline{\underline{y=-5}}$$

$y=-5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2$

$$\frac{3}{x}-\frac{5}{2(-5)}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}+\frac{1}{2}=2\,|-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\frac{3}{2}\,|\cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3=\frac{3}{2}x\,|\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Lösung: $L=\{(2\,|-5)\}\ x,y\neq 0$

Probe:

(I) $\frac{3}{x}-\frac{5}{2y}=2\Rightarrow\frac{3}{2}-\frac{5}{2(-5)}=2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\Leftrightarrow 2=2\ (w)$$

(II) $\frac{12}{x}+\frac{10}{y}=4\Rightarrow\frac{12}{2}+\frac{10}{-5}=4$

$$\Leftrightarrow 6-2=4\Leftrightarrow 4=4\ (w)$$

دا پورته پهورپورته ځای کېرځي. کښته هم همدا دی.....................

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\text{I} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

ditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\text{I} \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ \text{I} \quad -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

$y = -5$ eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2}x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\} \quad x, y \neq 0$

Probe:

$$(\text{I}) \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \ (w)$$

$$(\text{II}) \quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \ (w)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4$$

lditionsverfahren:

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \mid \cdot 2$$

$$\frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \mid : (-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 4 \\ -\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = -2 \end{array}\right\} +$$

$$-\frac{10}{y} = 2 \mid \cdot y$$

$$-10 = 2y \mid : 2$$

$$-5 = y$$

$$\underline{\underline{y = -5}}$$

y = −5 eingesetzt in (I) $\frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2$

$$\frac{3}{x} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = 2 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{3}{2} \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2} x \mid \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

Lösung: $L = \{(2 \mid -5)\}\ x, y \neq 0$

Probe:

$$(I)\quad \frac{3}{x} - \frac{5}{2y} = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{5}{2(-5)} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2\ (w)$$

$$(II)\quad \frac{12}{x} + \frac{10}{y} = 4 \Rightarrow \frac{12}{2} + \frac{10}{-5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4\ (w)$$

یادونه:

مساواتسیستم د کسرونو ترمونو څخه جوړ دی. دا چې مخرج د صفر کیدو اجازه نه لري یا نه شي صفر کیدی، تعریفسټ باید ورکړ شي. داسئ مساواتسیستم کرښیز نه دی.

د رسمونې لار

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} &(I) && x - y = -2 && L_I = \{(-2|0);(-1|1);(0|2);(1|3);\ldots\} \\ &(II) \wedge && -2x - y = 1 && L_{II} = \{(-2|3);(-1|1);(0|-1);(1|-3);\ldots\} \end{aligned}$$

دواړه مساوات د y پسې حل کيږي.

$$\begin{aligned} &(I) && x - y = -2 \,|\, +y \\ &(II) && -2x - y = 1 \,|\, +y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(I) && x = -2 + y \,|\, +2 \\ &(II) && -2x = 1 + y \,|\, -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(I) && x + 2 = y \Leftrightarrow y = x + 2 \\ &(II) && -2x - 1 = y \Leftrightarrow y = -2x - 1 \end{aligned}$$

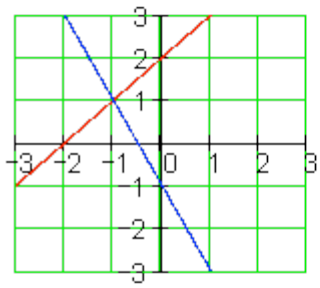
د هر مساوات لپاره ارزښتجوړې د حل ست په ګوته کوي.

کا دا په يوه کواورديناتسيستم کې وکښل شي، نو دوه کرښې تري لاس ته راځي. د کرښو په غوڅتکي يا نقطه تقاطع کې د دواړو مساواتو حلسټ پروت دی.

حلسټ يا-ډېرئ: L={(-1|1)}

په هر مساوات کې د x لپاره عددونه اينوول کيږي.

x	-2	-1	0	1
y_I	0	1	2	3
y_{II}	3	1	−1	−3



د رسموني لار د مساوات او کرښو ترمنځ هندسي(ځمککچيزې) اړيکي ليدوړ کوي. د حل لار په حيث زيات وخت مناسب نه دی، چې د ګډغوڅتکي کواودينات په ګرفيک کې ناټيک لوستل کيدی شي.

مساواتسيستم بې له يواځني حل څخه

رسميزه حل يا درسم له لارې حل د مساوات او کرښې په منځ کې هندسي اړيکي ليدوړ کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دوه کرښي کيدی شي چي نسبت يو بل ته مختلف پروتځايونه ولري.

- دا کيدی چي په يو ټکي کي سره غوڅي کړي، لکه پورته بيلګه چي ليدوړ کوي، د دواړو کرښيز مساوات لپاره ټک يو حل شتون لري.

- دا کيدی شي يو بل سره غبرګي وي، نو په دي حالت کي کوم ټکی نه شته، چي دواړه کرښي يي يو له بل سره ګډ ولري. له دي سره اړونده مساوات له دي امله حل نه لري.

- دا کيدی شي يو په بل پرتي وي، يعني کټمټ وي، نو د يوې کرښي هر ټکی به د بلي کرښي ټکی هم وي. نو له دې امله به دااړونده مساوات ناپای زيات حلونه ولري.

## مساوات سيستم حل نه لري دا د حل پيل مو يوه ناتيک وينا ته بيايي. دا په دي معنا، چي مساواتسيستم ته حل شتون نه لري.. ليدوړ دا په دې معنا دی، چي دواړه کرښي يو بل ته غبرګي ځغلي او کوم ګډ ټکی نه لري.	$$\begin{aligned}&(I)\quad 10x+4y=4\\&(II)\quad 5x+2y=1\,\vert\cdot(-2)\end{aligned}$$ $$\left.\begin{aligned}&(I)\quad 10x+4y=4\\&(II)\ -10x-4y=-2\,\vert\end{aligned}\right\}+$$ 0=2 نو دا ناتيک وينا ده، له دې لاس ته را ځي{}=L

دا مساواتسيستم ناپای ډېر ځوابونه يا حلونه يا اوبيونې لري

د ورته بنه بدلون وروسته د مساوات (I) او مساوات (II) جمعه کوني يو بل سره پورته کوي يا له منځه وړي، دا په دي معنا چي مساوات ورته يا ايدنتيک دي. هره د اعدادو جوړه، چي مساوات (I) پوره کوي،دا مساوات (II)هم پوره کوي. ليدوړ دا په دې معنا دی، چي کرښي يو په بل پرتې دي.	$$\begin{aligned}&(I)\quad 10x+4y=2\\&(II)\quad 5x+2y=1\,\vert\cdot(-2)\end{aligned}$$ $$\left.\begin{aligned}&(I)\quad 10x+4y=2\\&(II)\ -10x-4y=-2\,\vert\end{aligned}\right\}+$$ 0=0 له دې لاس ته راځي ربنتيا وينا

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

مساواتسیستم I

مساوات سیستم ته د دوه متحولو سره ګډوله پوښتنې، کرښیزمساواتسیستم، سیستم د کسري ترمونو سره او شي پوښتنې(د متن سره پ،ښتنې)

لومړی: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- $(I)\ 5y - 3x = 1$, $(II)\ x = y + 1$ ب - $(I)\ 4x + 5y = 32$, $(II)\ y = 5x - 11$

پ- $(I)\ 15y - 4x = -50$, $(II)\ x = y + 7$ ت - $(I)\ 3x = y + 15$, $(II)\ 2y - 10 = 2x$

د ویم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

الف- ب - پ - ت -

a) $(I)\ 2y = 2x - 40$, $(II)\ 3x = 10 - 2y$

b) $(I)\ \frac{x}{2} - \frac{3y}{5} = 3$, $(II)\ \frac{x}{4} + y = 8$

c) $(I)\ \frac{2x}{15} + \frac{7y}{12} = 3$, $(II)\ \frac{7x}{25} - \frac{5y}{16} = \frac{3}{20}$

d) $(I)\ \frac{x+5}{y-7} = \frac{4}{3}$, $(II)\ \frac{x+2}{y-5} = \frac{5}{8}$

دریم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- ب - پ - ت -

a) (I) $\frac{4}{3x+1}=\frac{2}{3y-13}$ (II) $\frac{2}{5x-10}=\frac{4}{7y-6}$

b) (I) $\frac{7}{x}-\frac{12}{y}=\frac{5}{6}$ (II) $\frac{4}{y}+\frac{5}{2}=\frac{9}{x}$

c) (I) $\frac{4}{x}+\frac{8}{y}=\frac{5}{3}$ (II) $\frac{2}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{6}$

d) (I) $\frac{3}{2x-1}-\frac{8}{3y+2}=-\frac{1}{5}$ (II) $\frac{5}{2x-1}+\frac{4}{3y+2}=\frac{8}{15}$

څلورم: د لاندې مساواتسیستم حلسټ وټاکئ

(I) $\frac{7}{2x-5}-\frac{9}{7y+5}=\frac{10}{3}$ (II) $\frac{24}{2x-5}+\frac{15}{7y+5}=\frac{19}{3}$

پنځم: یو پلار په دې لحضه کې څلورواره دومره عمر لري لکه ځوي یې او په ۵ کاله کې به فقط درې واره دومره عمر ولري. دا دواړه همدا اوس څومره عمر لري؟

شپږم: په کوم وخا کې به یو (اوبه) ساتونی (بیلر؟) له دوه نلونو څخه نیمم ډک شي، چې لومړی نل د ټول ساتوني د ډکولو لپاره ۱۸ دقیقې اودویم د دې لپاره ۲۲ دقیقو ته اړتیا ولري یا په کار ولري؟

اوم: د یوه مستبیل یا ولاړکونجیزچاپیریال یا محیط ۱۸۰ سانتي متره دی. اړخa څومره اوږد دی، که اړخ b ۳۰ سانتي متره وي؟

اتم: که د دوه ارزښتځاییزه پرته جمعه یا پروت زیاتون عدد9 دی. که ارزښتونه بدل شي، نو نوی عدد لاس ته راځي چې د زاړه عدد 7/4 ده. دواړه ځا ارزښتونه څومره دي؟

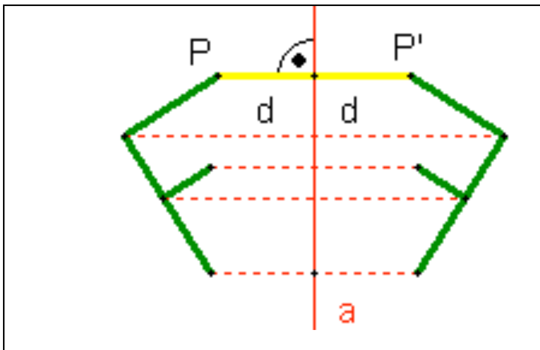
(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ - په محور انعکاسونه (- منعکسونه یا هنداروته)

Reflection

یوه ځیره، چي یو څه په هنداره کې منعکس شوي کتل کیږي ....

پیژند(تعریف):که د یوه شکل هر ټکی P په یوه ټکي P’ داسي منعکس شي یا راوګرځي ، چي و ټکي P ته د محور a په نسبت سیومتریک (په همغه واټن یا فاصله) پروت وي ، نو دا انعکاس په محورa منعکوسونه (انعکاس کیدنه یا هندارونه) بلل کیږي.

 	دا لاندي ځیره په محورa د شکل F منعکسونه ده. ګورو، چي P په P’ د a په محور داسي منعکسه شوې، چي هر یو ټکی P او P’ له محور a څخه په مساوي فاصله پراته دي

په محور د انعکاس خویونه

۱) د ټکي P او د عکس د ټکي P’ د وصل قطعه خط په محور a نیمیږي او په محور a عمود (ولاړه پرته) ده. په پورته شکل کې د وصل کرښې نېمېدنه او عمودیت هم روښانه په نخښه شوي دي.

۲) خط په خط منعکس کیږي .

۳) دایرې په دایرو منعکس کیږي، داسي چي شعاع یې سره مساوي وي .

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴) قطعه خطونه په مساوي قطعه خطونومنعکس کيږي

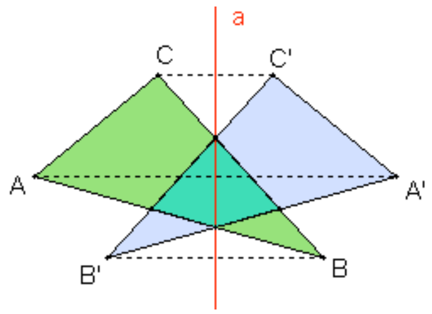
۵) زاويې په مساوي لويو زاويو منعکس کيږي.

۶) د يوه شکل په محورانعکاسونه کې عکس خپل شکل په بل لور بدلوي يا خپل شکل په خپ کوي. .

شکل، چې دا پورته د انعکاس خويونه ښايي

په مخامخ شکلونو کې د کيڼ لور شکل په محور a و ښي لور ته منعکس شوی.

ګورو، چې په شکل کې مثلث ABC په مثلث A'B'C' منعکس شوی دی يا مثلث A'B'C' د مثلث ABC انعکاس دی .



فعاليت ۱ :

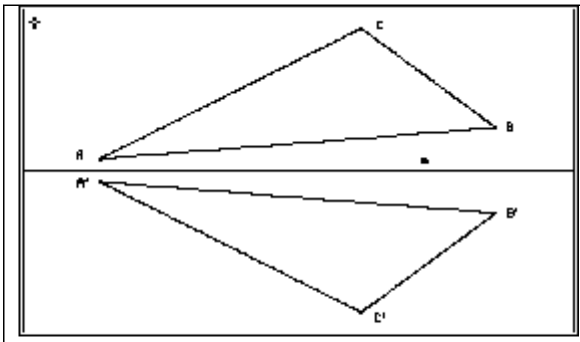
په پورته شکل کې دې شاګردان وپوهيږي، چې کوم ټکی د کوم ټکي عکس دی او ترمنځ فاصلې دې سره مقايسه کړي.

زده کوونکي دې په شکل کې دانعکاس له امله نورو جوړو شوو مثلثونو ته پام وکړي او تر منځ اړيکې دې وښايي.

تعريف :

هغه ټکي، چې په محور a پراته دي بېرته په خپل ځان منعکس کيږي، چې په ځان منعکسونه (انعکاس شدن به خود Fixppoint انعکاس) بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	فعالیت ۲ : ۱) د ا مخامخ انعکاس وګورئ. دا په محور m انعکاس دئ او وښایئ، چې کوم ټکی په کوم ټکي منعکس شوی.

۲) پورته په محور منعکس شکلونه نسبت یو بل ته څه بلل کیږي ؟

۳) زده کوونکي دې په څېره کې د انعکاس خویونه وښایي؟

۴) داسې تشکیل شوي شکلونه یو بل سره منطبق دي، که څنګه؟

په دې هکله خپل فکري دلایل راوړئ.

تمرین :

۱) په کمیت سیستم کې ټکي A(-3,2) ټکی B(-1.0) او ټکی C(0,3) ورکړل شوي وي، نو له دې ټکو جوړ شکل انعکاس په همدې کمیاتو سیستم کې په لاندې ډول رسم کړئ:

الف) په x محور منعکس کړئ

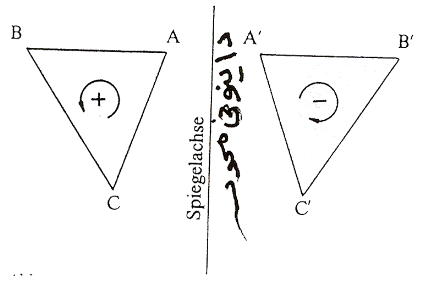
ب) په y محور منعکس کړئ.

۲) په یوه - کمیت سیستم کې دې M (-3,-2) د یوې دایرې منځټکی (نقطه مرکزي) وي. له دې ټکي د یو نیم سانتي متره په اندازه وړانګه (شعاشع) دایره رسم کړئ او بیا دا دایره په x محور او همداسې په y -محور منعکس کړئ.

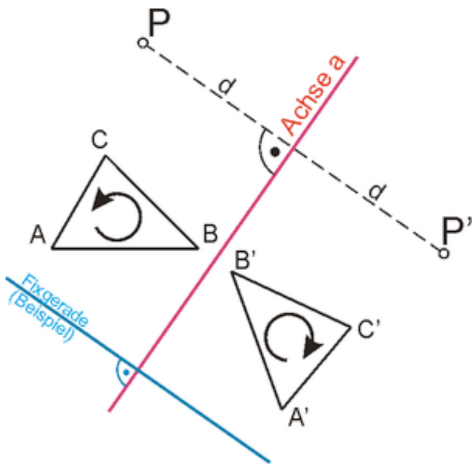
(c) ketabton.com: The Digital Library

که څه توضیح مو زړه غواړي ، ویې لیکی.

دلته که بله وټکل شي ؟؟؟؟؟؟؟؟

که مخامخ شکل ته ځیر شو، گورو چي مثلث ABC ته د مثلث 'A'B'C شکل برعکس یانې عکس یې دی	

۳) په لاندې محوري انعکاس کې د ټکو او شکلونو انعکاس - چې څنګه یې صورت نیولی - تشریح کړی.

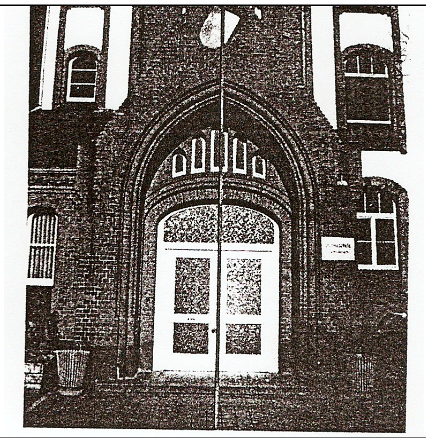


۳) زده کوونکي دی وښایي : که د دایرې او منعکسه دایرې مرکزونه د محور a د کوم ټکي سره وتړو چې په یوه خط نه وي پراته ، څنګه شکل منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ . ۱ - سیومتري Symetry

لاندې ځېره په افغاني ځېره بدلیږي



پیژند (تعریف) :

یو مسطح شکل متناظر (سیومتریک) بلل کیږي، که په یوه محور a داسې انعکاس منځ ته راشي، چې دا شکل په خبل ځان منعکس کړي.

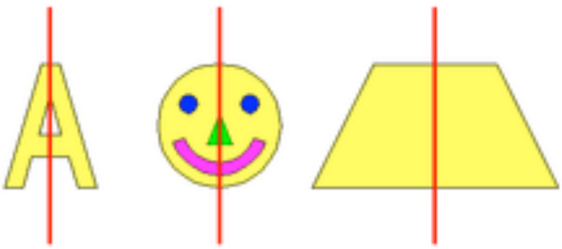
فعالیت ۱ :

په مخامخ شکلونو کې څه ګورئ؟

ایا دا شکلونه متناظر دي؟

که هو ، نو دلایل یې راوړئ.

نور خویونه یې هم وڅېړئ.



فعالیت:

- زده کوونکي دې یوه مربع وکاږي او په هغې کې دې داسې خطونه رسم کړي، چې سیومتریک محورونه جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

عکس دې تشریح کړي، چې څنګه؟

متناظر شکلونه دوه ډوله دي

۱) محوري متناظر :

تعریف :

یو مسطح شکل محوري متناظر بلل کیږي، که په یوه محور s داسې انعکاس صورت ونیسي، چې شکل بیرته په خپل ځان منعکس شي.

بېلګه ۱ :

الف: مستطیل چې ناصف الاضلاع ته د محورونو په ډول متناظر دي.

ب: یو متساوی الاضلاع مثلث ABCد ناصف الاضلاعو s1 او s2 او s3 په نسبت محوري متناظر دي.

۲) مرکزي متناظر:

تعریف :

یو مسطح شکل مرکزي متناظر بلل کیږي، که یو ټکيS داسې موجود وي، چې هر شکل نسبت و دې ټکي ته بیرته په خپل ځان منعکس شي.

۵ . ۲ - مرکزي متناظر شکلونه

بیلګه ۲ :

الف : ټوټه کرښه د منځټکي (نقطه مرکزي) سره

ب : متوازي الاضلاع د قطرونو د تقاطع ټکي په نسبت مرکزي متناظر دي .

زده کوونکي دېدا پورته تناظر تشریح کړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي دې دا څېره زده کوونکو ته د کرښي(خطکش) له لارې روښانه کړي.

فعالیت:

په مخامخ شکلونو کې فکر وکړئ، چې مرکزي متناظر دي او که نه؟ ولې ؟ دلایل یې راوړئ.	

تمرینونه:

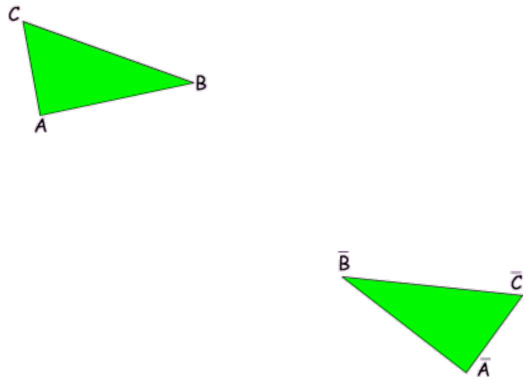
۱) په یوه متساوي الساقین مثلث کې څو متناظر محورونه شته ؟

۲) دا رسم کړئ او وښایئ، چې ولې متناظر محورونه یا وحور دئ؟

۳) یو متطیل رسم کړئ او په هغه شکل کې متناظر محورونه رسم کړئ.

۴) فکر وکړئ، چې د مربع کوم محورونه په مستطیل کې محورونه نه دي؟

۵) په لاندې څېره کې و ګورئ، محوري متناظر دي او که نه ؟ دلایل یې راوړئ



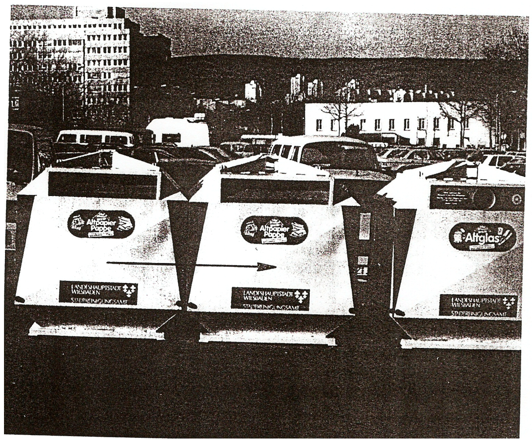
۶) په یوه دایره کې څو محوري متناظر محورونه موجود دي؟

۷) ایا دایره مروکزي متناظر ده؟ که هو نو ولې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵ .۳ - ډېرواره هندارونه یا منعکسونه یا بیرته راګرځیدنه

الف - انتقال (Translation)



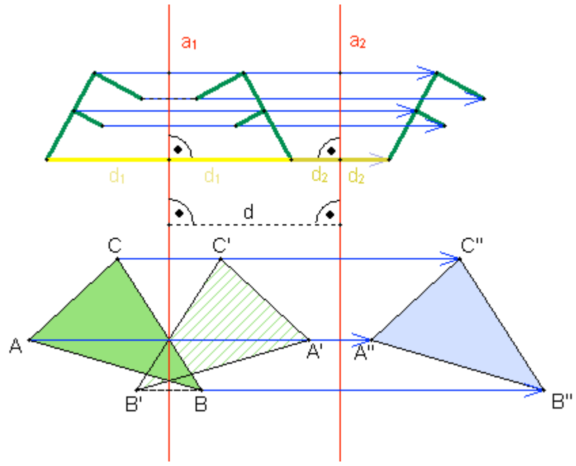
د پورته شکل په ډول که یو بل خپل شکل وي، خو ښه به وي .

پېژند (تعریف):

که د یوه شکل هرټکی سملاسي په همغه لور کش کړای شي یا و کښول شي، نو یو مساوي شکل منځ ته راځي. دا انعکاس کونه راکشونه (راکښنه یا ترانسلاشن) بلل کیږي.

په لاندې شکل کې انتقال ورکړ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



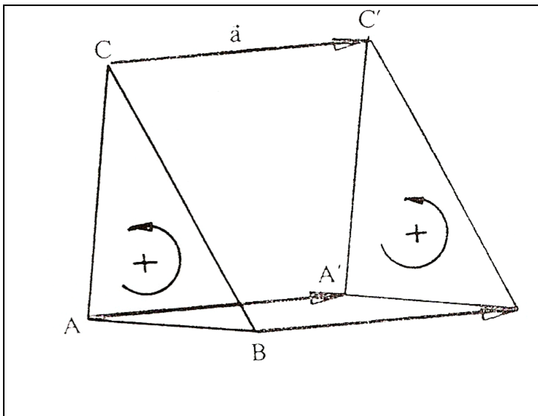
په پورته شکل کې په محورونو a1 او a2 شکلونه له کيڼ لور و ښي لورته منعکس شوي.

د وړنې يا انتقال خويونه:

دوه واره هندارونه په غبرګ محور د d فاصلې سره همغه فاصله (قېمت) لري، لکه د يوې 2d په محور عمود راکشونه . دا خوي په پورته شکل کې روښانه معلوميږي.

ا نتقال .(غبرګ انتقال کشول يا وړل) يواځنی انتقال دی. دا په دې مانا، چې په غير له دې بل داسې انتقال نه شته.

په لاندې شکل کې د يوه مثلث ABC ښي لور ته ا انتقال له لارې د a په اندازه انتقال دی، چې په نتيجه کې يې مثلث A'B'C' لاسته راځي. په انتقال کې د شکل لور هم همغه ده. ياني ګورو، چې په انتقال کې شکل نه په ځټ کيږي

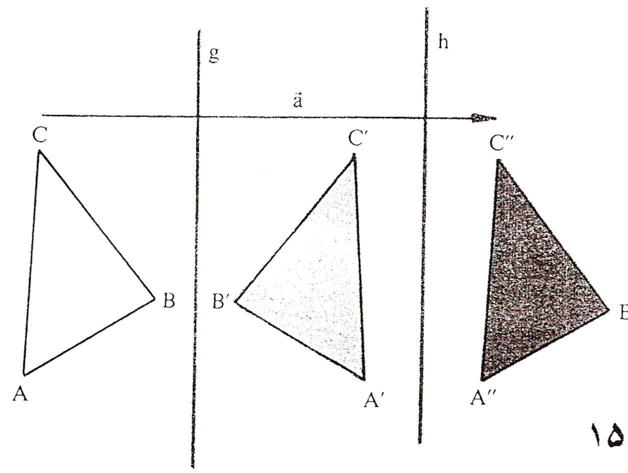


(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت :
د (x,y)- کميت سيستم کي دې زده کوونکي يومثلث ABC رسم کړي او دا دې دوه واره د d په اوږدوالي انتقال کړي.(دا کېدی شي، چې د زده کوونکو په مينه يو کل او يا يوه بله بڼه ځېږه هم وي).
په انتقال کې زموږ لپاره ِغوره د انتقال فاصله ده، چې يو څه څومره انتقال کيږي.

۵ . ۴ - د وړنې يا انتقال د جوړولو څيړنه

۱ - په هر نخښه شوي ټکي (په مثلثونو کی رأس الزاويي او په دايرو کې مرکزونه په يو ټاکلي اندازه (د ټاکلي انتقال په اندازه) انتقال کړی (دا بايد مساوي اوږده وي په همغه طرف او غبرګ) .
۲ - د ټاکلو خطونو اخرنی نقطي د اصل په پرلپسي ترتيب سره ونښلوی. (د دايرې په انتقالولو کی : په اخر ټکي د r وړانګي په اندازه دايره ووهی)
انتقال ځاي په ځای ټکي نه لري(که د صفر اندازې په نامه identität ايدنتيتي يا کټمټ منعکسوني څخه صرف نظر شو)

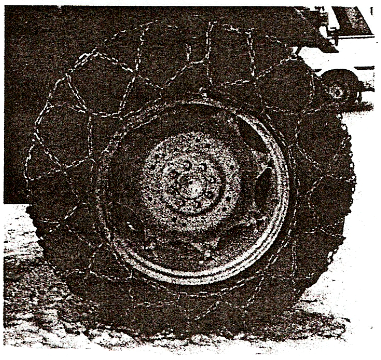


څيره ۱۵۶

په يوه ځانګړي ډول يو په بل پسي په ډېرو محورونو انعکاس دې په دې ځای کې ياد شوی وي.

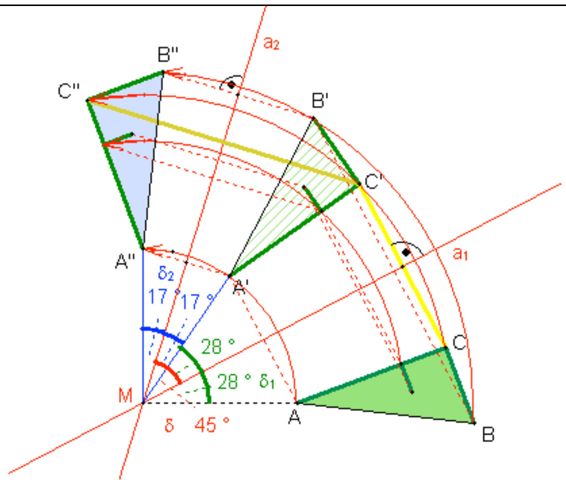
۵ . ۵ - څرخون يا دوران (Rotation)

(c) ketabton.com: The Digital Library

<table>
<tr>
<td></td>
<td>پيژند :

که د يو ه شکل هر تکی P په يوي
دايرې په ځاي په ځای تکي M په
کونج ∢ په ورانګه $\overline{MP}$
وڅرخي يا دوران وخوري ، نو يو
شکل منځ ته ر اځي. دا انعکاس په
څرخو نتکي M څرخون بلل
کيږي.</td>
</tr>
</table>

په لاندي ځيږه کي يو دريګوډی په دوه زاويو او له دي امله په دوه محوررونو څرخي.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>د دوران خويونه

په محوررونو دوه واره هنداورنه،
چي په کونج په تکي M
کي يو بل قطع کړي، په تکي M
باندي د يوه دوران سره
مساوي دي، که د دوران زاويه
وي.</td>
</tr>
</table>

پوښتنه

- که په پورته شکل کي که د دوران شعاع دوه متره وي، نو د B او B'' ترمنځ قوس به څومره لوي وي؟

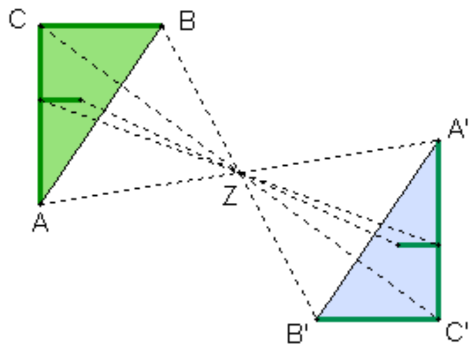
(c) ketabton.com: The Digital Library

- حدس وکړئ، چې د C او C’’ تر منځ شعاع او همداسې د قوس لویوالی به د وران کې د B او B’’ د قوس سره تفاوت ولرئ؟ او ولې؟

۵ . ۶ - (په) ټکي انعکاس

پیژند:

په ټکي Z یو دوران د دوران د زاویې 180° سره یو مرکزي انعکاس دئ . Z د مرکزي انعکاس وسطي نقطه (منځټکی) بلل کیږي. .



په ټکي د منعکسوني یا په ځټکوني خوي

یوه انعکاس کوونکې نقطه او د عکس نقطه یو قطعه خط ټاکي، چې په منځټکي نیمیږي.

فعالیت :

په پورته شکل کې په نقطه د انعکاس خواص په ورکړ شوو تورو سره وښایی

(c) ketabton.com: The Digital Library

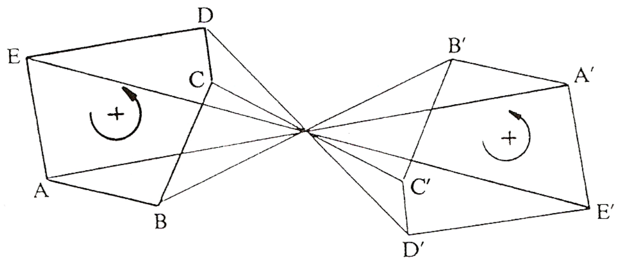
که د یوه موټر ټېر – چې شکل یې دایروي دی- قطر 120 cm وي ، نو ووایی، چې 30 km لار وهلو که به دا ټېر څو واره دوران وکړي یا وڅرخي.؟

تعریف:

یو دوران د دوران د زاویې $\mu = \pm 180°$ سره په ټکي انعکاس بلل کیږي.

دا انعکاس خپله لور ساتي یا همغه لوریزه انعکاس دی.

لاندې څېره دې وکتل شي



په ټکي د انعکاس د جوړولو تحلیل یا څېړه

۱ – د اصلي شکل د هر په نخښه ټکي څخه یوه کرښه وکاږئ، چې له منعکس کوونکي ټکي Z تیر شي او د|PZ| په فاصله د Z په بله لور وباسي.

۲ – داسې منځ ته راغلي ټکي **په ترتیب یو د بل سره وتړئ(وصل کړئ)(همداسې په M' یوه د r'=r شعاع ووهئ)**

دوران :

تعریف :

دوران یا څرخون D هغه انعکاس دی، چې په ورکړل شوي ټکيZ (دوران منځ) هر اصلي ټکیP په یوه منعکس شوي ټکي 'P داسې تنظیم کړي، چې |PZ| او

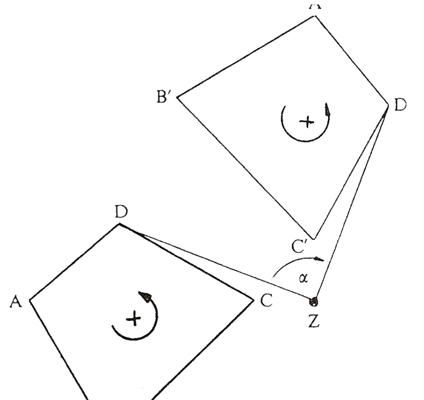
(c) ketabton.com: The Digital Library

$W(PZP')=\mu$، چې μ د مخه په ځای ورکړ شوی زاویه داس په نامه دوران زاویه ده.

یو دوران د دوران د ټکي او د دورا له زاویي ځخه یواځنی ټاکلی دئ. دوران لور په علامه له مخه ورکړ شوي(ددې لپاره دې تېړرو لوستونو ته پاموي).

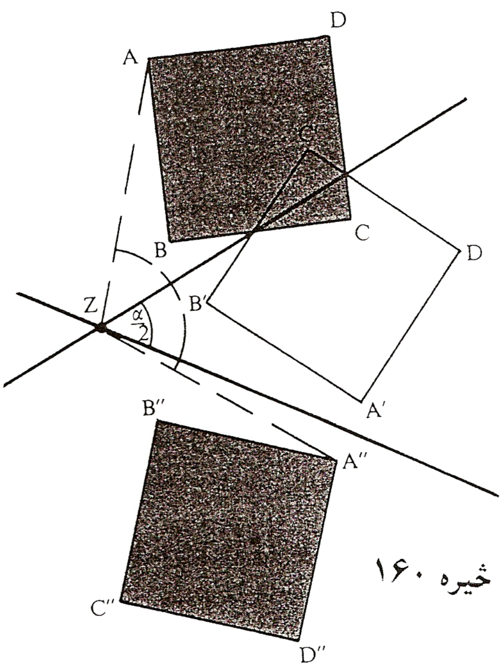
د دوران د جوړښت تحلیل:

۱ – په ټولو په نخښنه ټکو (د مضلعو د زاویو د رأس ټکي، په دایره د مرکز ټکی) او د دوران په مرکز Z یوه وړانګه کیږدئ. د هرټکي P فاصله PZ په کومکي شعاع وکاږئ، کومه چې له PZ سره زاویه μ جوړوي



خیره ۱۵۹

۲ – لاس ته راغلی ټکی د اصل سره په یو په بل پسې په ترتیب ونښلوئ (په همدې ترتیب په یوه دایره شعاع ووهئ). دوران په همغه لور کونګروانیڅ ځېره کونه ده.



خیره ۱۶۰

(c) ketabton.com: The Digital Library

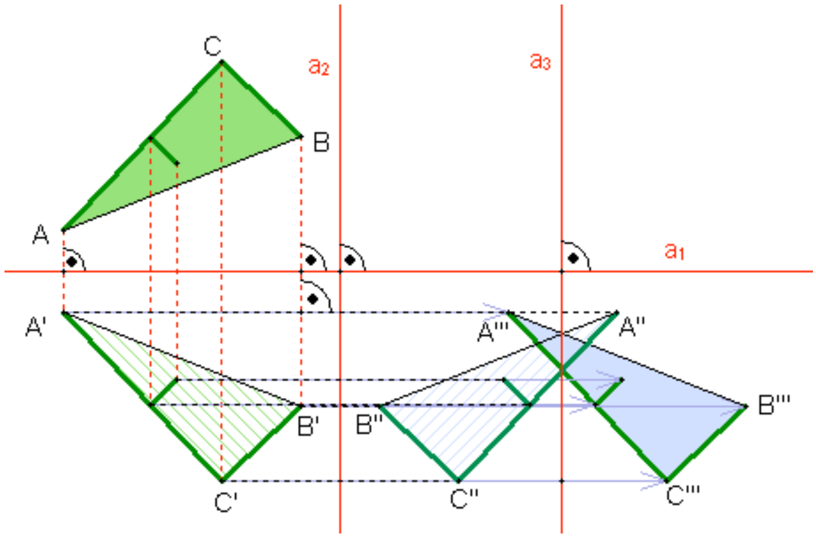
خوی انعکاس یا خوی رګرځیدنه یا بیرته راګرځینه the glide die Gleitspiegelung

انعکاس انزلاقي

یادونه: خوی د زیږ مخامخ یا برعکس دی.

پېژند: خوی هنداروونه د محورهندارونې یوه یو پربل پسې هنداروونه او محور ته غبرګه راکښنه ده او یا په ځټ..

لاندې ځېره دې وکتل شي.



د خوی هندارونې خوې:

یوه خوی هنداروونه کېدی شي، چې په دوه غبرګو محوررونو او یوه په دې ولاړ محور باندې د دریواره هندارونې له لارې منځ ته راشي یا جوړه شي.

نتیجه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

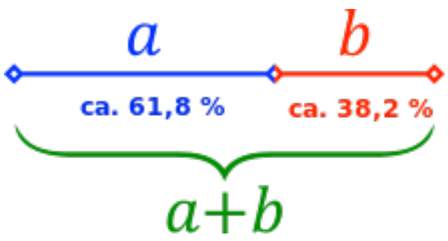
مورِ دلته انعکاس، سیومتري ، دوران لنډ انعکاسو سیومتري او دوران وڅېړل . ومو لیدل، چې په دې تولو کې شکلونه یو په بل پرېوزي ، یواځې او یواځې په ځنو عملیو کې د شکل لور بدله وي.

دا هر څه مو چې ولوستل د انطباق خواص دي.

۵ . ۷ ـ طلايي غوڅې

طلايي نسبت یا ناپرېکیدونکي وېشنه یا توته ونه یو ښائسټ یا خانګړی د وېشنې نسبت دی، چې د تاریخي دلایلو پر بنسټ اوږده توته دMajority **Major (M)** یاني ستره توته سره شایو یا په نخښه کوو او کوچنی برخه یا توته دMinority   **minor (m)** یاني کوچنۍ سره په نخښه کوو.

ددې نخښوني سره د طلايي نسبت شرایط په لاندې توګه ورکړل شوي دي.



$$m : M = M : (M+m)$$

لنډه توته څان و لوي توتې ته داسې نیسي یا لنډه توته نسبت و لوی توتې ته داسې ده، لکه لویه توته د لوې توتې او کوچنی توتې جمعې ته .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{m}{M} = \frac{M}{m+M} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

د طيلايي نسبوتونو د مساواتو د کيني لور حل

$$\left(\frac{m}{M}\right)^2 + \frac{m}{M} = 1 | \ \sigma = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

مربع مساوات $\sigma \leq + \sigma - 1 = 0$

فقط مثبت حل $\sigma = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$$\sigma \approx 0,6180339887498484820$$

د طلايي نسبتونو د بنې اړخ اوبيونه:

$$\frac{M}{m} = \frac{M+m}{M}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{M}{m} + \frac{m}{M} | \ \tau = \frac{M}{m} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$$

$$\tau = 1 + \frac{1}{\tau} | \ .\tau$$

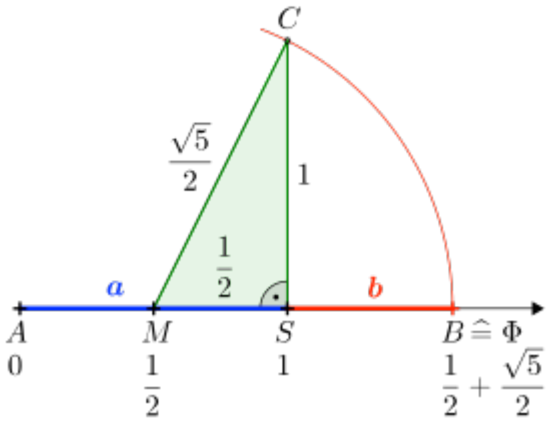
$$\tau \leq = \tau + 1$$

مربع مساوات $\tau \leq - \tau - 1 = 0$

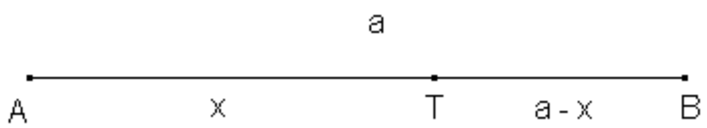
(c) ketabton.com: The Digital Library

فقط مثبت حل $\tau = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\tau \approx 1{,}6180339887498948482 0$



ټوټه کرښه a دې ورکړ شوې وي



د [AB]څخه د ورکړشوې ټوټه کرښې a اوږدوالي حل د x په مرسته، چې په

[AT]کې پروت دی.

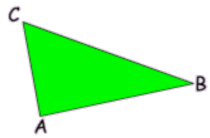
(c) ketabton.com: The Digital Library

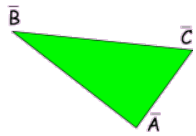
$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$
$$x^2 = a^2 - ax$$
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

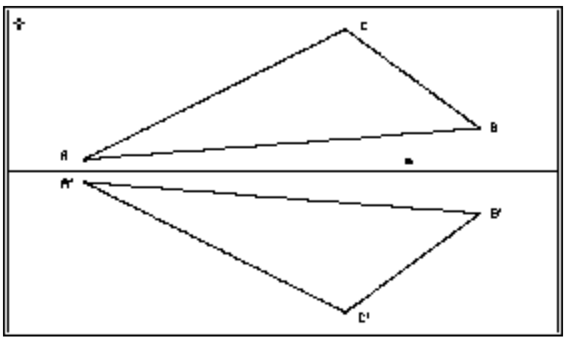
د حل سټ فرمول د مثبت حل سره (د قطعه خط اوږدوالی)

$$\Rightarrow x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$$
$$\Rightarrow \sigma = \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

دې پسې به نور غوره او په زړه پورې عزونه راشي







(c) ketabton.com: The Digital Library

خیره ۱۴۹

پيژند :   هندسي شكلونه كونگروينخ (برابر) بلل كيږي، كه په فورم ، بنه (خيره) او

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه

هره کونګروانیخ څیرونه د کرښې اینوني د ټرلو څخه لاس ته راځي. دلته بیا هر کرښ اینونه څرخون لور بدلوي. له دې امله لرو:

د کرښ اینونو (څرخونو یا کښونو) جوړه تعداد یا ګڼون یو همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده. د نا جوړه تعداد یا ګڼون کرښ اینونو (کرښ اینونی یا کښونو اینونی) یو نا همغه لوریز کونګروانیخ څیرونه ده.

دیو په بل پسی د کونګروانیخ څیرونو کارونه بیرته کونګروانیخ څیرونه لاس ته راکوي. دا چی هرکونګروانیخ کرښ اینونه ده نو د پای کونګروانیخ یو په بل پسی اینونه ده. برسیره پر دې هر کونګروانیخ بیرته راګرځیدلی یا په څټ کیدلی شي. که له دوه وو زیات کونګروانیخ څیرونی یو په بل پسی منځ ته راشي ، نو په خوښه اسوځیاتیو را یوځاي کیدی شي. الجبري ټول کونګروانیخ څیرونی یو ګروپ جوړوي د ناپیلي کتمټ څیرونی سره، دا په دې مانا چی ناپیلی څیرونه ، چی په کارونه کی تغیر نه راولی کتمټ څیرونه ده. (د ګروپ لپاره دې نښلونی برخه وکتل شي)

په عمل کی د دریګوټی کونګروانیخ جملی له پوره اهمیت ډکی دی

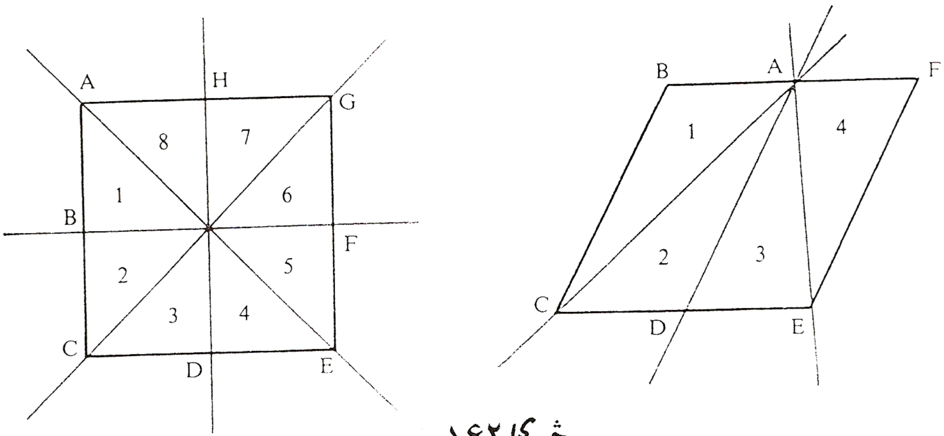
کونګروانیخجملی: الف) په خپلو دري اړخونو کي (SSS) یا ب) په دوه اړخونو او لهدې اړخونو رابند کونج کی(SWS) یا پ) په دوه اړخونو کی او د اوړداړخ مخامخ کونج کی (SSW) یا ت) په یوه اړخ او دواړو راګیر کونجونو کي (WSW) یو بل سره وخوري یا سره مساوي شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

۱ – په یوه غبرگ اړخیز ABCD هندارونی $S_{BC} \circ S_{AB}$ وکاږی.

۲ – د کونگروانیخ جملو په مرسته وښايي، چې غوڅکرښی پیلځیرې په کونگروانیخ برخو ټوټه کوي.



شکل ۱۶۲

۳ – په یوه بیلگه وښایي :

الف) $S_g \circ S_h \neq S_h \circ S_g$

ب) $S_g \circ (S_h \circ V_g) = (S_g \circ S_h) \circ V_g$

۴ – د «هیلگولند» کیشتی او د «کوین ماری» لوي کیښتی ترمنځ واټن **۵** کیلو متره دی . هیلگولند کیشتی په شمال لودیځ ۶۰ درجي(N60°W) دلته N د شمال او W د لودیز لپاره دی، کرښلاینی حرکت کوي او «کوین ماري» په **۸۲** درجو جنوب لویدیز لور حرکت کوي (S82°W) دلته S د جنوب لپاره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې وخت کی د «هیلگولند» څخه « کوین ماری » په ۷۰ درجو شمالشرق(N70°O)

دلته O د ختیز لپاره ده، لیدل کیږي.Nord,, Süd, West, Ost

الف) په کوم کونج دواړه لارې یو بل غوځوي ؟

ب) د دې وخت له ځاي څخه به هغه غوځېدکی څومره لرې وي؟

۵ – وي دې ABC یو مساوي پښیز دریګوډی، له بنسټ AB سره، g او h د کونجونو∝ او ß کونجنیمي دي. وښایي چی دریګوډي ABP اوABQ کونګروااینت دي. (P او Q د مخامخ اړخ سره د کرښو غوځېدکي دي).

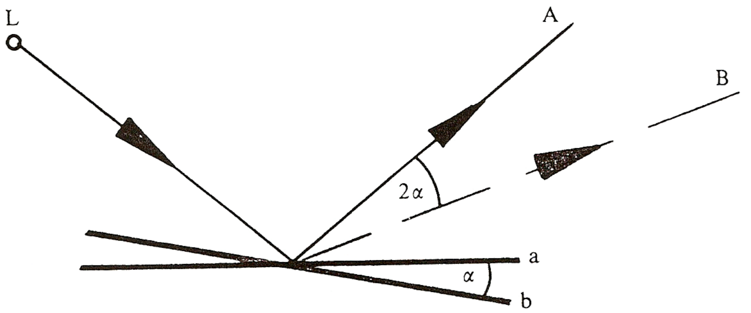
۶ – څومره کورونتڅیرونی موجود دی چی لاندې څیرې یی په خپل ځان څیره کوي: کرښی ، ګردی، غبرګ اړخي، مساوي پښیز دریګوډي ، ولاړ ګوډی، راوتی، مربع، مساوي اړخیز دریګوډي ؟ کټمټڅیرونه دې نه په کی شمیرل کیږي.

۷ – یو څرخیدونکی هنداره ، یوه هنداره ده ، چی په یوه خپله ایښوول شوي هواره پروت محور باندې څرخوړ ایښوول شوي. ترتیب په څیره کی له پورته لور انځوریږي.

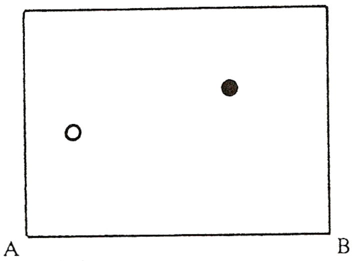
د نور له چینی L څخه یوه وړانګه په هنداره د (a) په ځاي یا ځاینیوون کی پریوزي او د هندارونی یا انعکاس قانون سره سم(پریووتکونج = وتلکونج) د$\overline{OA}$ لور باندې بیرته غورځول- یا اینه کیږي یا منعکس کیږي. اوس نو هنداره د ∝ په کونج د (b) ځاي یا ځاینوون ته راوړل کیږي یا راڅرخیږي. دلته نو د نوروړانګه د $\overline{OB}$ په لور هحینداره کیږي یا غورځول کیږي یامنعکس کیږي. وښایی :

$$w(\overline{OA}; \overline{OB}) = 2\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

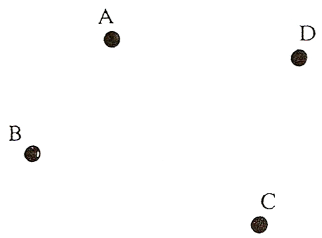


خیره ۱۶۳



خیره ۱۶۴

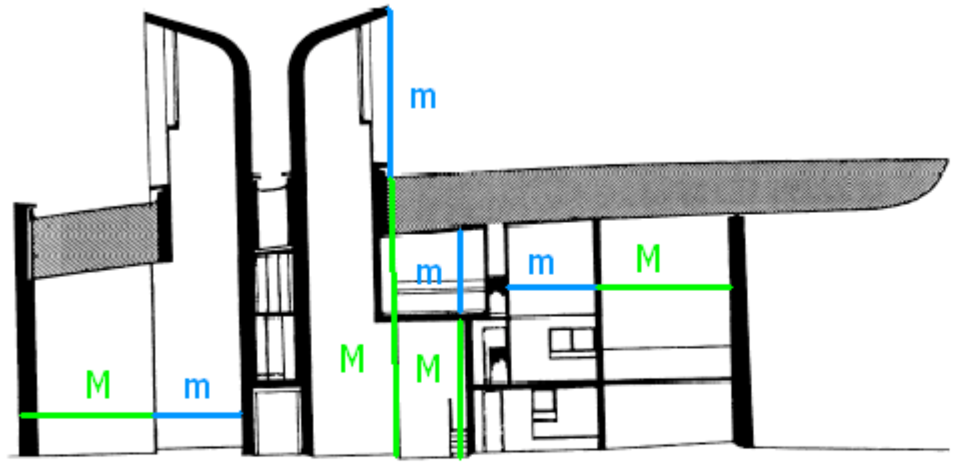
۸ - د کوټې منځ کې دوه توپونه ایښول شوي یو سپین او بل تور. د کوټې له دیوالونو څخه توپ بلې لور ته نه شي تللی سپین توپ دې داسې ووهل شي چې تور توپ ووهي.دا د اینه ونی یا انعکاس د قانون سره سم په دیوال AB لګیږي. (حیره) د کرښو لار وکاږۍ « تورتوپ - اینه ټکی یاانعکاسټکی - سپین توپ»



خیره ۱۶۵

۹ - دا د یوه کور څلور برجونه دي، چې په A,B,C,D سره يې ښايو (خیره) داسې یو ځاي S شته ، له کوم چې برج A د برج C څخه یا سره پټ شي او برسیره پر دې له دې ځاي څخه A د B او D د منځتې په خیر ښکاره شي یا ځان وښايي .؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

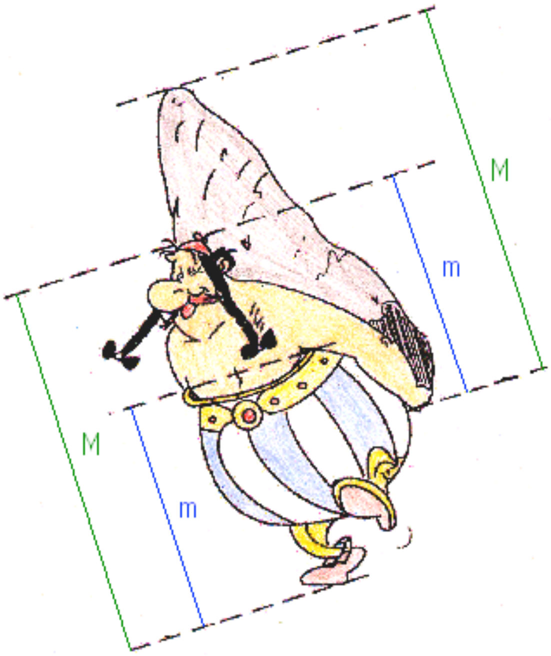


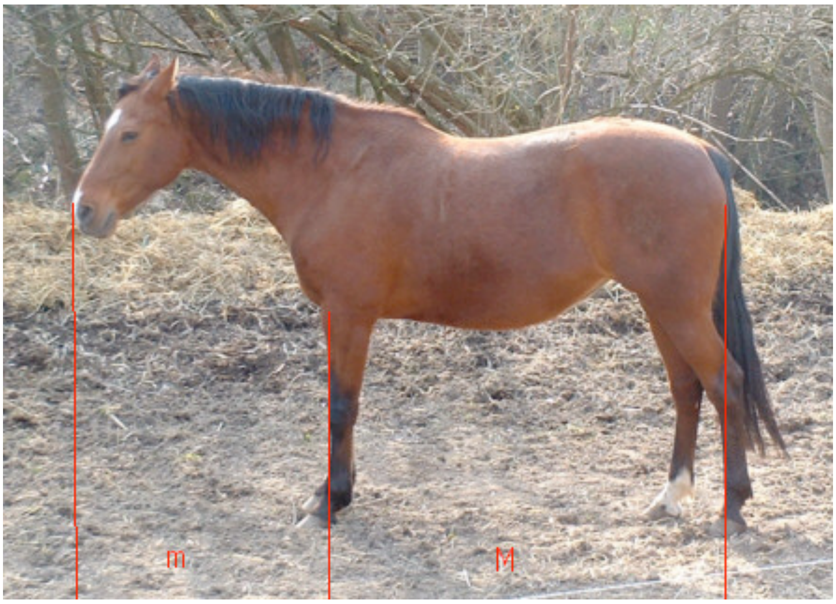
د یوه کور پروت غوڅی یا تقاطع د Giovanni Denti له مخې

مشهور ساختماني اینجنیر لو کوربوسیر (1965 – 1887) *Le Corbusier* په ډېرو دولونو د خپلو جوړښتونو په جوړښت کې کارولی

دا لاندې شکل هم د یوه طلايي غوڅي دستټ لپاره یوه بله بیلګه ده ،چې پیداېښتي یا په طبیعت کې یې لرو ستاسوسرکرمی‌له پاره

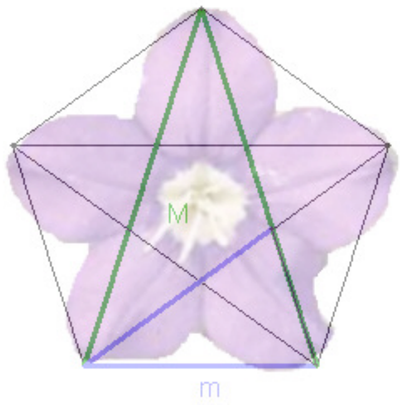
(c) ketabton.com: The Digital Library





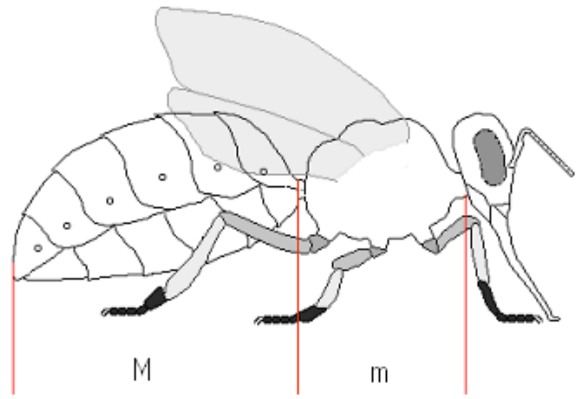
(c) ketabton.com: The Digital Library

Die Glockenblume



په منظم پنځه ګوډي یا مخمس کې طلایي نسبت

Im regelmäßigen Fünfeck ist der goldene Schnitt enthalten.



د ا لانـدې د درېـکوډيـکچبرخه پـه نـهم، لـسم، اويـولـسم
ټـولـګي لـوستل کيږي. زه دا ټـول پـه هره بـرخه راوړم،
چې ګران لـوستونـکي ورځخه اړونـدګټه واخستل شي

۶ - درېـګوډي کچ يـا تـرېـګونـومـتري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریکوډیکچ یا تریکونومتري Trigonometrie

تعریفونه

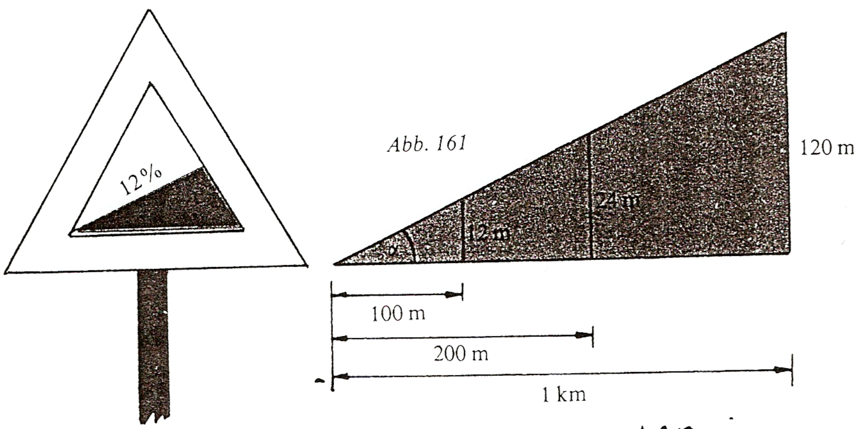
د دریکوډیکچ یا تریکونومتري دنده ده چي په هواره یا په هوا کی دریکوډي کچ کړي ، د ځانګړوبلواکو له لارې، دې په نامه تریکونومتریبلواکو. برسیره پر دې د دې په مرسته پریودیکی یعنی په منظمه فاصله پرلپسی تکراریدونکی پیښې(موږ یی تل راګرځیدوني بللی شو) څیړل کیږي.
تریګونمتري تر هیپارچ (Hipparch ۱۶۰ - ۱۲۵ له م پخوا) پوري تعقیبیدی شي، وروسته له مصري پتولیمویس Patolemäus چي په ۱۶۸ م کال کی مړ شوی او بیا له هندې او عربو شمیرپوهانو له خوا پرمختګ ورکړ شو. له پیل دا د کاروني یا عملي کیدو د ستونځو سره مخامخ وه. دریکوډیکچ خپل کارونه په استرنومي او فزیک، د ځمککچ یا اندازه کولو، د ځمك اندازوني، نقشو علم، او ابادۍ او نوتیك Nautik (د کیشتیو د لارو نقشه ویستلو پوهنه) کی مومي.
د تریکونومتري مانا یا مهموالی په ځانګړي ډول په دې ریښتینوالی یا واقعیت کی نغښتی، چی د دې په مرسته د پایکرښبلواکوالی ، د کونجبلواکوالی سره تړلی شي(پام دې وي، چی دا تړاو شمیرپوهینیز مفهوم لري).

پیلبیلګه: د په مانایا مهم جګوالي یا لویدکرښو نخښنه لوحی یا په بله عبارت د زوړي او پیچومی لیکتختی(دې ته دې پام وي چی ما دا کلیمی هر چیرې د زوړي او پیچومی په نامه نه دې بللی، خو دا به ښه وي ، چی په هغه مناسب ځای

(c) ketabton.com: The Digital Library

کی ، که ما بیرته اصلاح نه کړې، نو په دې نومونو دې ونومول شي) وهل شوي

د دې له لارې کوم معلومات ورکول کیدی شي؟
پیچومی یا جګوال 12 % په دې مانا چې په راتلونکو سلو مترو کی یو جګوالی د ۱۲ مترو وهل کیږي، دا ۱۲ متره ټیك ۱۲ له سلو دي. په نورو سلو مترو کی نور ۱۲ متره پیچومی یا جګوالی تی کیږي، نو په عمومي ډول یا ټولیزه توګه له ۲۰۰ متره پراته اوږدوالي وروسته ۲۴ متره پیچومی یا جګوالی. له یو کیلومتر وروسته دا پیچومی یا جګوالي لیدیدونکي ۱۲۰ متره ته جګیږي. کتل کیري یا لیدل کیږي، چې په ورکړشوي پیچومي یا جګوالي کی د پیچومي توپیر متناسب یا په ځاننیونه و هوارې فاصلي ته تغیر خوري . د پایکرښو تناسب یا ځاننیونه تابث یا ځاي په ځاي پاتیږي او د په سلو کی ګڼ په لوحه ورکوي. د واقعي جګوالي اوږدوالي معلومات نه

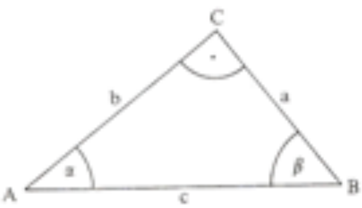


خیره۱۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي همداسي زوري يا لويدون. په داسي حالت کی هم بيا نوري لوحي هم زورندي وي.
په همدي ډول پيچومی کيدی شي، لکه په سلو جمله کی، د کونج له لاري هم ورکړشي، چی د سرك ټوټه يی د پرتون سره جوړوي.
تريگونومتري يا د په سلوکی (د پيچومي يا جگوالي تناسب) د پيچومي يا جگوالي ويناوي دي او يا په ځرگندو پيچومي کونج يا جگکونج چی سليز پيچومی يا جگوالی ټاکي. په دي ډول په سلو کی ۱۲ جگوالي سره د پيچومي کونج په لاندي ډول دی $\alpha = 6,48°$.

په پيلبيلگه کي ځرگنديږي چی دا پايکربني د يوه ولاړ دريگوډي اړخونه انځوروي، چی د دوه دريگوډيو تناسب يا خانتيونه د کونج په بلواکی يا اړتوب ښايي. زيات وخت هيپوپوتينوزي (اوږداړخ) په c ښوول کيږي او هغه ته مخامخ کونج په γ . نوري دواړه کتيتی a او b دي او د دوي مخامخ کونجونه α او β.

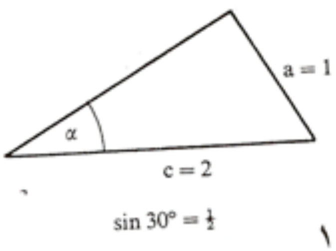


شيره ۱۹۵

اوس نو لاندي جملی باور لري:

سواينبلواك sinusfunktion: بليگه:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{هيپوتينوزي}}$$

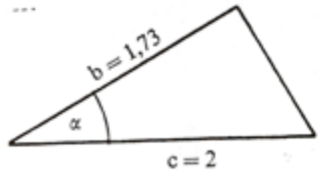


شيره ۱۹۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

کوسایبلوک Cosinusfunktion بیلګه:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{پرته کتیت}}{\text{هیپوتینوزي}}$$

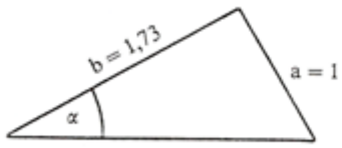


$\cos 30° = \frac{1,73}{2} = 0,8660$

خیره ۱۹۷

تنجنتبلواک Tangensfunktion بیلګه:

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{مخامخ کاتیت}}{\text{پروتکاتیت}}$$



خیره ۱۹۸

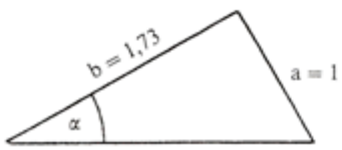
$\tan 30° = \frac{1}{1,73} = 0,577$

یادونه : پام دي وي چې د مخامخ کاتیت لاندي د دریګوډي هغه اړخ پوهیږو، چې په هیپوتینوزي پراته کونج ته، چې څمور موخه وي، مخامخ پروت وي او هغه اړخ چې په همدې کونج پروت وي ، هغه ته په کونج پروت اړخ چې موږ یې لنډ پروت کاتیت بولو.

دا لاندي نور کونجبلواک دي، چې کم کارول کیږي

کوتنجنتبلواک Kotangensfunktion بیلګه

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{پرته کاتیت}}{\text{مخاخ کاتیت}}$$



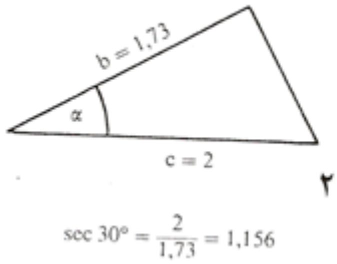
خیره ۱۹۹

$\cot 30° = \frac{1,73}{1} = 1,73$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډیر کم ، د بیلګي په توګه استرونومي کی، لاندې کونجبلواك كارول کیږي

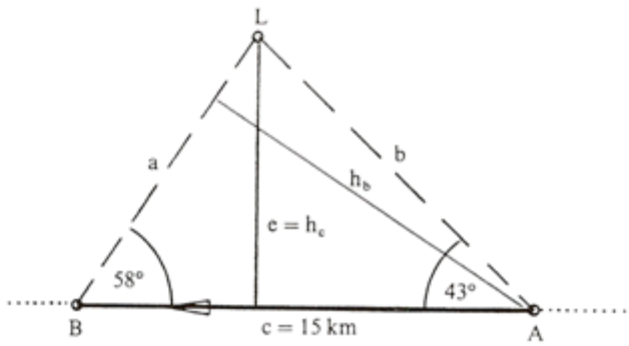
سیکانسبلواك sekansfunktion بیلګه



$$\sec\alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{هیپوتینوزي}}{\text{پرته کاتیت}}$$

څیره ۲۰۰

یوه تک پایکربنې c = 15 km او کونج ß = 58° وروسته.
په دوم ډز کی کیبنتی له ډز رڼااور څخه څومره لرې ده؟
د A څخه و B ته د کیبنتی نزدې واټن e د ډزرڼااور څخه څومره لري دی؟
په A کی له اور څخه څومره لرې وه ؟



څیره ۲۰۲

اوبی یا حل:

$\gamma = 180° - \alpha - ß = 79°$; $\sin ß = h_b / c$ او $\sin\gamma = h_b / b$

د h_b په لور اوبیول یا حلول او په همدې وخت کی لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$h_b = c \cdot \sin\beta \quad \text{und} \quad h_b = b \cdot \sin\gamma$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow b = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{15 \cdot \sin 58°}{\sin 79°} = 12{,}959 \text{ km}$$

د لنډ واټن e لپاره باور لري:

$$\sin\alpha = \frac{e}{b} \Rightarrow e = b \cdot \sin\alpha = 12{,}959 \cdot \sin 43° = 8{,}838 \text{ km}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\sin\beta} = \frac{8{,}838}{\sin 58°} = 10{,}421 \text{ km}$$

لکه چې په یاد راوړل شو، د همغه دریګوډي اړخونوa او b په شمیرنه کې

د ساین جمله :

په خوښه دریګوډي کې د اړخونو څاننیونه یاتناسب د اړخونو مخامخ کونجونو د ساین څاننیونه یا تناسب دی.

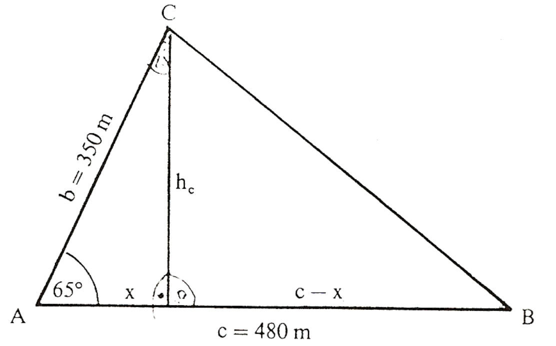
$$\sin\alpha / \sin\beta = a / b \qquad \sin\beta / \sin\gamma = b / c$$

$$\sin\gamma / \sin\alpha = c / a$$

د ساین جمله په پڅ دریګوډي کې هم باورلري(تمرین دې وکتل شي). ددې سره په یوه دریګوډي کې نه موجودې ټوټې هلته شمیرل کیږي، چیرته چې دوه اړخونه او یو مخامخ کونج یا دوه کونجونه او یو مخامخ اړخ ورکړ شوی وي.
سړی بیا څه کوي که دریواړه اړخونه ورکړ شوي وي او یا دوه اړخونه او د هغوتر منځ راګیر کونج؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پيلبيلګه : په يوه د ډبروسکرو کان کې دوه ستنې $b = 350\ m$
او $c = 480\ m$ دي او يو کونج $\alpha = 65°$ بندوي.
د B ځخه و C ته به د نبنلولو ستن يا تير څومره لوي وي ؟



ځيره ۲۰۳

اوبې يا حل :
جګوالى يا جګى h_c کربنه $AB = c$ په دوه ټوټو x او $c-x$ ويشي.
دلته دي $x = b.\cos\alpha$ ،
ځکه چې $\cos\alpha = x / b$ دي . د پيتاګوراس د جلې له مخې
لرو : $h_c^2 = b^2 - x^2$
او

$$a^2 = h_c^2 + (c-x)^2 .$$
$$a^2 = h_c^2 + c^2 + x^2 - 2cx$$
$$a^2 = b^2 - x^2 + c^2 + x^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اړخونو اوږدوالی نومونی او کونج کیدی شي چي منظم بیرته راګرځیدونکی (ځیکلیکي یوناني کلیمه ده ګردی ډوله یا منظم بیرته راګرځیدونکی zyklisch) یو بل سره بدل شي» له دې امله باور لري

کوساین جمله

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$$

په هر یوه دریګوڼي کی د هر اړخ مربع مساوي ده، د نورو دواړو اړخونو د مربع زیاتون سره ترې کم دوه ځله د دې دوه اړخونو ځل او ددې دوه اړخونو رابند شوي کونج کوساین سره ځل.

د کوساین جمله د پیوتاګوراس د جملی عمومیت یا ټولیز ته هم وايي. (تمرین ۶ مخ   دې وکتل شي)

د کونجبلواك له لارې یو بل متود، د ډیرګوڼي شمیرلو لپاره ، تر څو دا په دریګوڼیو ویشل کیدی شي چی پوره اړخونه او کونجونه یی څرګند وي، پیدا شو.

د دې ټولو سره د څلورګوڼي یو وربرسیره بل د شمیر فرمول پیداشو:

$$A = 0{,}5.d_1.d_2.\sin\alpha$$

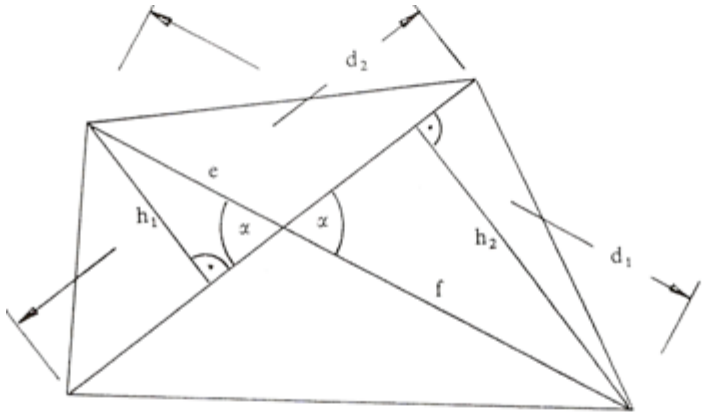
چیرته چي $\alpha = w(d_1; d_2)$ وي .

اوبی یا حل : $A=0{,}5(d_2h_1 + d_2h_2)$

که d_1 په e او f ټوټه یا تجزیه شي ، نو لرو

$$h_1 = e \cdot \sin\alpha$$
$$h_2 = f \cdot \sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2(e+f)\sin\alpha$$
$$\Rightarrow A = 0{,}5 \cdot d_2\, d_1 \sin\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره۲۰۴

د په خوښه کونجونو تریګونومتریکي بلواکي

په اخره برخه کی مو وویل، چی کونجبلواك، نه یواځی د دننه لورته تیرو درېګوړیو لپاره ، بلکه د هغو کونجونو لپاره چی له ۹۰ درجو لوي وي ، هم هدفمند (موخور) تشریحوړ دي. له دې وروسته کونجبلواکو خپله پوره موخه یا هدف تر لاس کړ.

دا پراختیا څنګه تصور یا د خیالوړ کیدی شي ؟

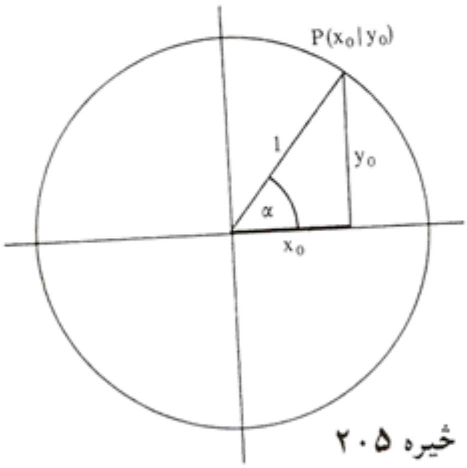
په ښه توګه داسی کیدی شي چی په یوه ولاړ پروت سیستم یا کواوردیناتسیستم کی یوه ګردی ووهي چی وړانګه یي ۱ یعنی یو یوون یا واحد دی (دې ته یوونګردی ویل کیږي، څکه چی وړانګه یی یو یوون دی) او د ګردی منځټکی او د پروت ولاړ سیستم کواوردېنات سرچینه یو په بل پریوځي . نو بیا هر دریګوړی، چی د هغی یو کونج د ګردی څنتریکونج دی، یعنی کونج یی د ګردې په منځ یا څنتر پروت دی، (څیره۱۴۴) کم له کمه یی یو اړخ ۱ یعنی یو یوون اوږدوالی لري. دا د دریګوړی په دننه کی شمیرنه او اړیکي اسانه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لمړی د یوه ولاړکونجیز دریګوډي څخه پیل کوو، چې په لمړي لمړي څلورمه یا کوادرانت (Quadrant) کی پروت د ی . نو هیپوتینوزې ۱ اوږدوالی لري، او په ګردی ،د کونجتړکی $P(x_0|y_0)$ په پام کی نیولو سره، باور لري:

$$\sin\alpha = y_0 / 1 = y_0 ,\quad \cos\alpha = x_0 / 1 = x_0$$

دا کرښې د پریوستون او یا د سیورېدرځونو په څیر لاس ته راځي، که موږ وړانګه د یوه ټالوهونکی مړوند په څیر ونیسو یعنی فرض کړو، کوم چې د محورغبرګي رڼا لاندې راشی.



څیره ۲۰۵

په دې ولاړ کونجیز دریګوډي کی کیدی شي چی د پیتاګوراس جمله وکارول شي:

تریګونومتریکي پیتاګوراس:
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

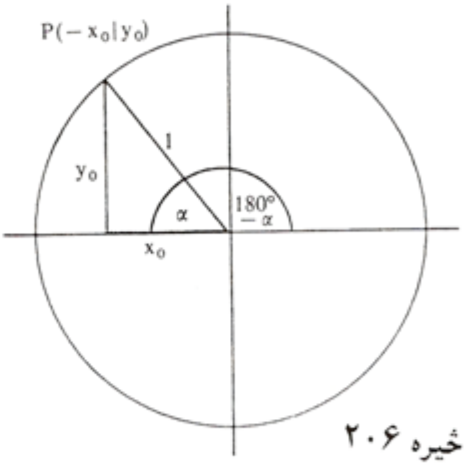
چیرته چی $\sin^2\alpha = \sin\alpha . \sin\alpha$ په مانا دی.

کیدی شي ، چی پوښتنه وشي چی همدا « سیوری » بیا کله لاس ته راتلی شي.
دا حالت بیاټیك هلته لاس ته راځي، چی وړانګه د منفي x –محور سره یو کونج α جوړ کړي، یعني څنتریکونج یی $180° - \alpha$ وي.
د « سیوروڅیرو » څخه لاس ته راځي:

$$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۰۶

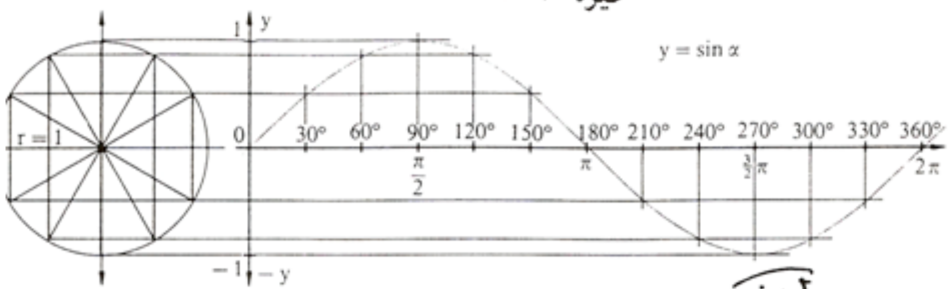
څکه چی دا سیوری همغومره اوږد دی لکه د مخه، مگر اوس له صفر پیل مخامخ (منفی) لور ښایي.

په ورته توگه لاس ته راځی :

$\sin(180° + \alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$
$\sin(360° - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
$\cos(360° - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$

د کونج α+360° لپاره بیرته د سرچیني کونج اړیکی لاس ته راځي: همدا ډول د α+720 لپاره اوهمداسی نور. په دې توگه د په خوښه کونجفنکشنونو یا کونجبلواکو لپاره د ساین او کوساین بلواك تعریف دي.
د $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$ له امله (مقایسه مخ ۱۵۱) دا د تنجنت بلواك لپاره هم صدق کوي. له دې امله لاندې د بلواکگرافونه لاس ته راځی

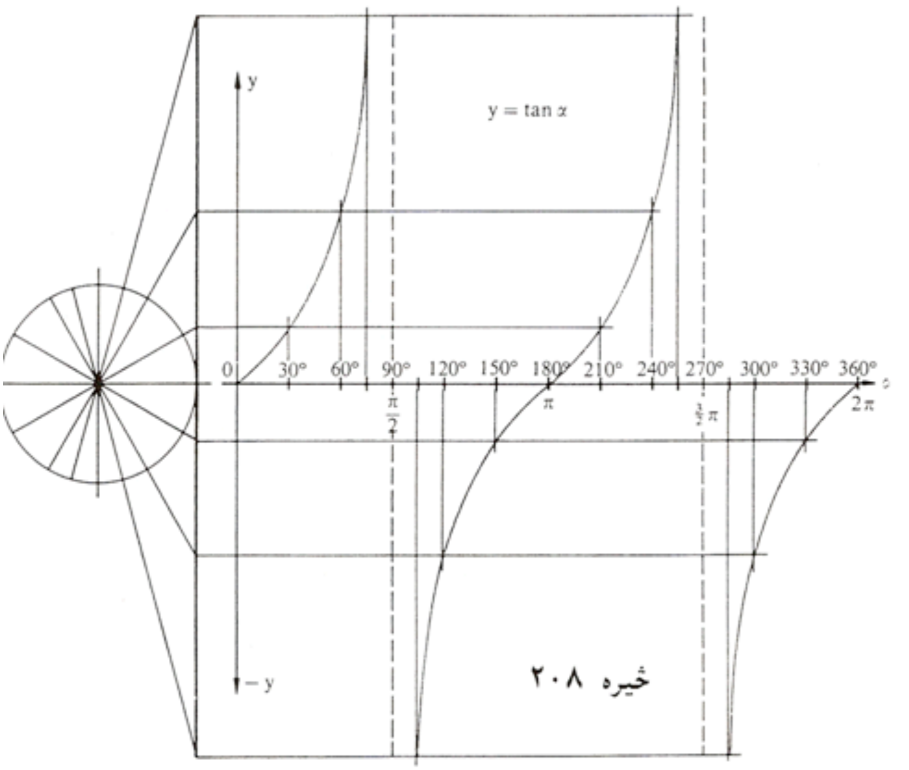
خیره ۲۰۷



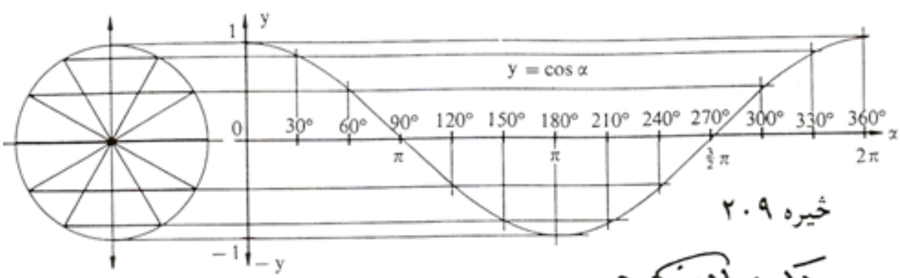
Die **Sinuskurve**: y = sin x; x ∈ ℝ; y ∈ [−1; 1]

د ساین کږه

(c) ketabton.com: The Digital Library

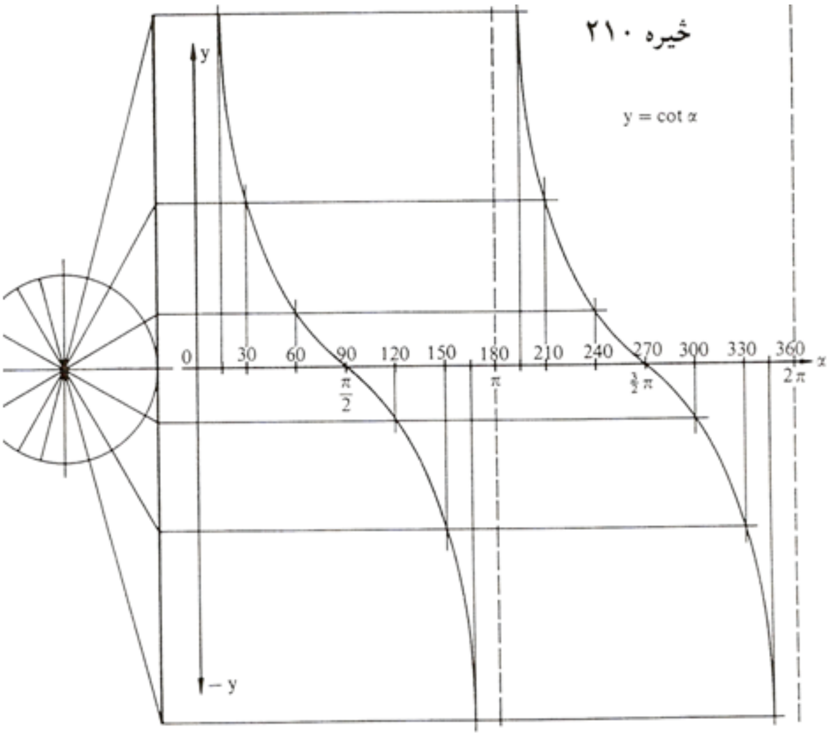


Die **Tangenskurve**: $y = \tan x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = (2z+1)\frac{\pi}{2} \land z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$



Die **Kosinuskurve**: $y = \cos x;\ x \in \mathbb{R};\ y \in [-1; 1]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

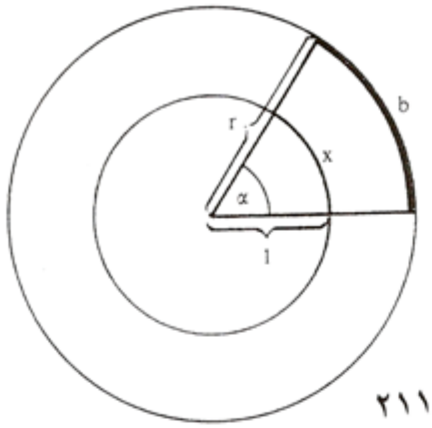


Die **Kotangenskurve**: $y = \cot x;\ x \in \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = z \cdot \pi \wedge z \in \mathbb{Z}\};\ y \in \mathbb{R}$ د کوتنجنت کږه

لینده اندازه (لینده کچ) Das Bogenmaß

په زړه درجه د کونجکچ یا – اندازې سره بلد یو (دمخه ولیدل، چی ۳۶۰ درجی پوره ګردی ښایي. هغه، چی لږ ورسره بلد یو یا زیات ورسره بلد نه یو، هغه نوې درجه ده ، چی ګردی په ۴۰۰ مساوي برخو ویشل کیږي. دا په دواړو کچیوونونو یا کچواحدونو کی ګډ دي، چی په ګڼونو اندازه کیږي، بی له کچ یوون ارزښتیدیری ریپلګڼونه دي، په داسی حال کي چی وتل ګڼونه (= د تعریف ډیري ګڼونه) یو یوون یا واحد (درجه یا ګون) لري. دا په کارونه یا عمل کی مونږ زیات وښت د خنډ سره مخامخ کوي. له دې امله د لیندي کچ سره د کونجکچ لپاره یو ور زیات امکان پیدا شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۱

کونج لویي په واقعیت کی یوون «راد (rad) » لري، مګر دا په کارونه یا عمل کی کیدی ونه لیکل شي یا صرف نظر پرې وشي، که بدلون ته مو نه راهڅوي. دا کونجکچونه چی د کونج لپاره په تریګونومتریکی بلواکو کی اینبودل کیږی (د بیلګي په توګه sin) ارګومنت (Argument تعریفډیری) بلل کیږي. په تعریفډیري کی کیدی شي چی نوې درجه ، زره درجه او یا لینده کچ وکارول شي. کاروونکی دې پام ولري چي په جبشمیري کی همغه مودوس په کار اچول شوي دی(راتلونکی دې وکتل شي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه گردیبرخوکی وښوول شو (گردیبرخي د مخه ځېرل شوي دي) چې هر کونج پورې يوه گردبرخه يا گردی لينده اړه لري، نو ټولی گردی پورې ۳۶۰ درجې کونج يا $2\pi r$ اړه لري، يوه کونج α پورې بيا يوه لينده b اړه لري، کومه چې په چاپېرۍ کې ځانله همداسې نيسي لکه په پيل کې α و ۳۶۰ درجو ته . دلته گرديگڼ دی : $\pi = 3,14....$ (دا مو له دې پخوا لاس ته راوړی دی)

پیلبیلگه:

کونج $60° = \alpha$ له گردی د ۱۰ سانتيمتره وړانگي سره يوه په لاندې ډول گردی لينده $b = 20\pi . 60° : 360° = 10,47$ cm غوځوي يا بيلوي. د گردی چاپيری دی : $U = 20\pi = 62,83$ cm

همغه کونج α د ۵ سانتي متره وړانگی سره گرديلينده

$b = 10\pi .60° : 360° = 5,236$ cm

غوځوي. دا گردی لاندې چاپيری لري: $U = 10 = 31,416$ cm .

له گردی د وړانگي $r = 1$ cm سره ددې په څټ يا برعکس کونج گرديلينده

$b = 2\pi . 60°: 360° = 1,047$ cm

غوځوي» د دې گردي چاپيری فقط $U = 2\pi = 6,283$ دی .

له بيلگي څرگنديږي، چې لينده اندازه په همغه اندازه زياتيږي لکه وړانگه. له دې امله کيدی شي خپله شميرنه په يوونگردي د وړانگي ۱ سره رابنده يا محدوده کړي او روښانه کړي:

تعريف: په يوونگردي د گرديلیندی اوږدوالي کچگڼ، چې په څنتريکونج

(c) ketabton.com: The Digital Library

باندې څېره شوي، لېنده کچ بلل کيږي. لاندې شميراوړون باوري کوي:

$$x = (\alpha / 180^\circ).\pi \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = (x/\pi)\,180^\circ = \frac{x}{\pi}\cdot 180^\circ$$

دا چې د وړانګي څرخون په پوره کونج هم وراوړيدی شي، نو له دې امله د لېنده کچ لپاره په خوښه ريبلګڼونه پرېښوول شوي.

بيلګې :

$$\alpha = 1^\circ \Leftrightarrow x = \frac{1^\circ}{180^\circ}\pi = 0{,}0175 \text{ (rad)}$$

$$\alpha = 30^\circ \Leftrightarrow x = \frac{30^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{6} = 0{,}5236$$

$$\alpha = 45^\circ \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{4} = 0{,}7854$$

$$\alpha = 60^\circ \Leftrightarrow x = \frac{60^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{3} = 1{,}0472$$

$$\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow x = \frac{90^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{\pi}{2} = 1{,}5708$$

$$\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow x = \frac{180^\circ}{180^\circ}\pi = \pi = 3{,}1416$$

$$\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow x = \frac{360^\circ}{180^\circ}\pi = 2\pi = 6{,}2832$$

$$\alpha = 720^\circ \Leftrightarrow x = \frac{720^\circ}{360^\circ}\pi = 4\pi = 12{,}5664 \quad \text{usw.;}$$

$$\alpha = -75^\circ \Leftrightarrow x = \frac{-75^\circ}{180^\circ}\pi = \frac{-5}{12}\pi = -1{,}309$$

ارکوسبلواکي Arcusfunkrionen

زيات وخت دا پوښتنه هم رامنځ ته کيږي ، چې لکه په ورکړشوو کرښځانيونو راپيداشوې کونجونه څنګه معلوميږي يا څنګه راڅرګنديږی يا بهتره څنګه ځانونه نيسی. ددې لپاره چې دا پوښتنه ځواب شي، بايد امکانات ولټول شي، چې د کونجبلواک ارزښتونو څخه څنګه بيرته کونج يا په همدې توګه د هغه تعريفډيري ته، په لېنده کچ راتلی شو. دا کونجبلواک پريوديکی يا تل بيرته راګرځيدونکي بلواک دی، دا په دې مانا ، چې د بلواک ارزښت په منظمه توګه د مختلفو کونجونولپاره يا .

(c) ketabton.com: The Digital Library

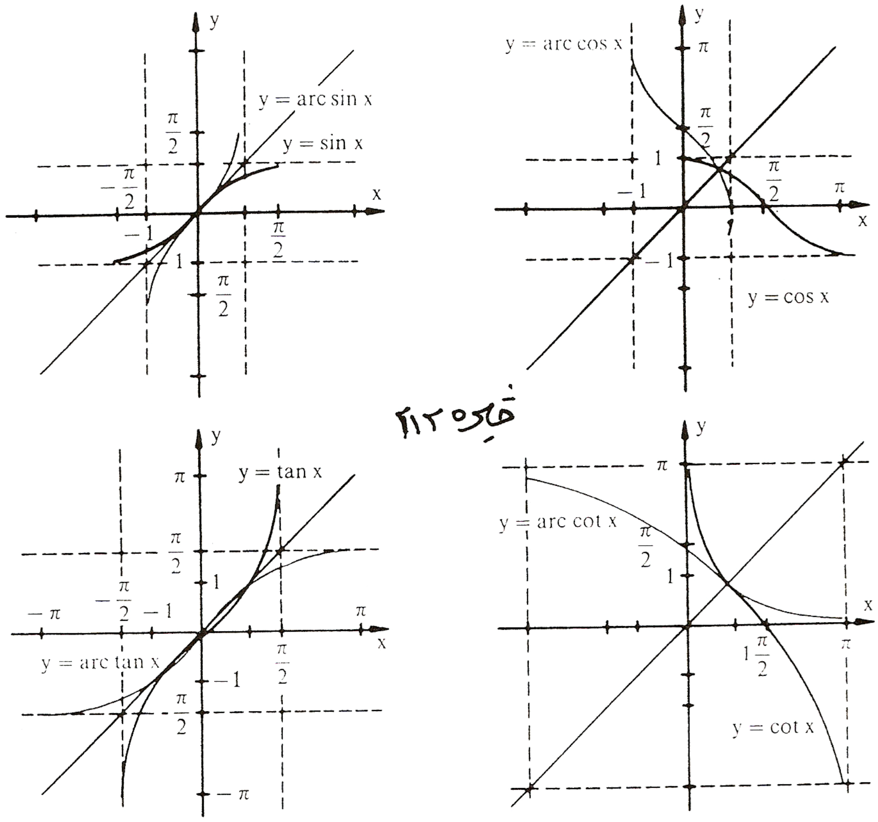
مختلفو واټنونو وروسته، بلواک ارزښتونه تکرارېږي. د دې لپاره چې په څرګندنه ممکن شي، نو باید د خپل تعریف ډیری په یوه برخه ډیري رابند یا محدود شي.

تعریف : د یوه (رابند یا محدود) تریګونومتریکي بلواک په څټ بلواکونه ارکوس بلواک Arcusfunktion بلل کیږي یا څیکلومتریکي بلواک (لاتین ارکوس: Arcus = Bogen = لینده)

دلته (arc sin(x لوستل کیږي »د x ارکوس ساین. د کونجبلواک تعریفډیری دلته اړونده ارکوسبلواک ارزښتډیری دی، او په څټ ارګومنت یا تعریفډیری دلته تل یو ریيلګڼ دی.

Trigonometrische Funktion تریګونومتریکي بلواک	Arcusfunktion ارکوسبلواک
f: $x \mapsto \sin(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arcsin(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \mapsto \cos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 \le x \le \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -1 \le y \le 1\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arccos(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -1 \le x \le 1\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 \le y \le \pi\}$
f: $x \mapsto \tan(x)$ $\mathbb{D} = \left\{x \middle\| -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < y < \infty\}$	f^{-1}: $x \mapsto \arctan(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \left\{y \middle\| -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\right\}$
f: $x \to \cot(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| 0 < x < \pi\}$ $\mathbb{W} = \{y \| -\infty < x < \infty\}$	f^{-1}: $x \to \operatorname{arccot}(x)$ $\mathbb{D} = \{x \| -\infty < x < \infty\}$ $\mathbb{W} = \{y \| 0 < y < \pi\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل ۲۱۲

Beispiele: بېلګې :

1. arcsin (0,8) = 0,9273 (rad) = 53,13°
2. arccos (1) = 0 (rad) = 0°
3. arctan (−100) = −1,5608 (rad) = −89,43°
4. arccot (−70) = −0,0143 (rad) = −0,82°

۵ – دا چې کونجبلواك و اركوسبلاك يو د بل په ځې بلواك دې نو باور لري·

$\sin(\arcsin(y)) = y; \quad \arcsin(\sin(x)) = x$
$\cos(\arccos(y)) = y; \quad \arccos(\cos(x)) = x$
$\tan(\arctan(y)) = y; \quad \arctan(\tan(x)) = x$
$\cot(\operatorname{arccot}(y)) = y; \quad \operatorname{arccot}(\cot(x)) = x$

يعنې په لاندې توګه هم

$\sin(\arcsin(0{,}4)) = \sin(23{,}58°) = 0{,}4$
$\arccos(\cos(\pi/3)) = \arccos(0{,}5) = 1{,}0472$
$\tan(\arctan(-40)) = \tan(-88{,}5679°) = -39{,}9999$
$\operatorname{arccot}(\cot(60°)) = \operatorname{arccot}(0{,}5774) = 1{,}0472$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټريګونومتريکي بلواکو خويونه

دا چې کونجکچ په درجه کچ او هم په لينده کچ ورکول کيدی شي، کيدی شي چې يوه کونج بلواک تعريفېدی يا ∝ او يا x وي. ددې لپاره چې د يوه بلواك خوي باندې ټينګار وکړو، بايد په لاندې په لينده کچ تکيه وکړو.
د لاندې خويونو لمړي ډله يواځې له تعريفمساوات (د مخه راغلي) او د پيتاګوراس له جملې لاس ته راځي (د مخه لوستل شوې) لاندې صدق کوي :

تعريف :

$$\tan(x) = \frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{پرته کاتيت}} = \frac{\frac{\text{مخامخ کاتيت}}{\text{هيپوتينوزې}}}{\frac{\text{پرته کاتيت}}{\text{هيپوتينوزې}}} = \sin(x) / \cos(x)$$

ورته:

$$\cot(x) = \cos(x) / \sin(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

له دې لاس ته راځي

$$\cot(x) = 1 / \tan(x) \iff \tan(x) = 1 / \cot(x)$$

برسيره پر دې لرو:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

د دې سره لاس ته راځي:

$$1 / \cos^2 x = 1 + \tan^2 x ; \quad 1 / \sin^2 x = 1 + \cot^2 x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کی gegeben ورکړی او gesucht غوښتونی یا پلټونی په مانا دي

gegeben وركړى / gesucht غوښتونى	sin x	cos x	tan x	cot x
sin x	sin x	$\pm\sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
cos x	$\pm\sqrt{1-\sin^2 x}$	cos x	$\pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$	$\pm\dfrac{\cot x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$
tan x	$\pm\dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tan x	$\dfrac{1}{\cot x}$
cot x	$\pm\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$	$\pm\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\dfrac{1}{\tan x}$	cot x

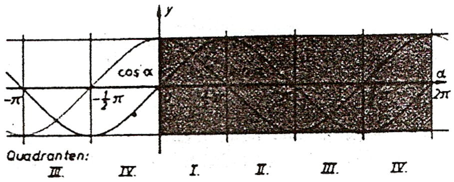
لکه چی د مخه مو په ګوته کړل، کیدی شي چی تریګونومتریکي بلواك د مختلفو ګونجونو لپاره روښانه شي. که لمړي ورکړ شوي بلواك ارزښتونه مقایسه شي، نو په کره توګه یا په کلکه توګه لاس ته راوړی شو

تعریف : تریګونومتریکي بلواك ټول پریودیکي یعني بیرته راګرځیدونکی دی، دا په دې مانا، چی د بلواك ارزښتونه په منظمو واټنونو کی تکراریږي. په دې د ساین بلواك او د کوساین بلواك راګرځیدنه (یا ۳۶۰ درجی) لري،
کوتنجنتبلواك راګرځیدنه (یا ۱۸۰ درجی (180°)) لري.

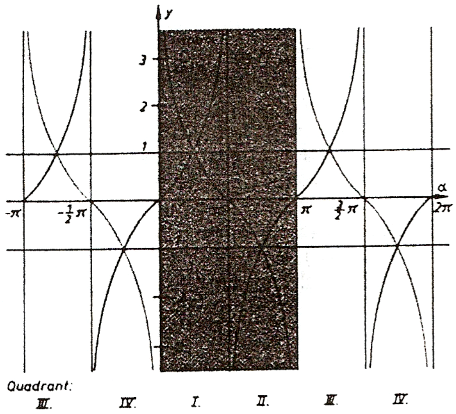
$$\left.\begin{aligned}\sin(x \pm 2k\pi) &= \sin x\\ \tan(x \pm k\pi) &= \tan x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(x \pm 2k\pi) &= \cos x\\ \cot(x \pm k\pi) &= \cot x\end{aligned}\right\}\ k \in N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۱۴
د ساین - او کوساین فنکشن
پیرېدو د پاټل راگرځېدنه



د تنجنت او کوتنجنت فنکشن پیرېود
ښکاري :

sin 50°	= sin (50° + 360°)	= sin (50° − 720°)	= 0,76604	
cos − 30°	= cos (− 30° − 360°)	= cos (− 30° + 1080°)	= 0,86603	
tan 2,5	= tan (2,5 − π)	= tan (2,5 + 5 π)	= − 0,74702	
cot 10	= cot (10 + π)	= cot (10 − π)	= 1,54235	
sin 35°	= sin (180° − 35°)	= − sin (180° + 35°)	= − sin (360° − 35°)	= 0,573576
cos 35°	= − cos 145°	= − cos 215°	= cos 325°	= 0,81952
tan 0,6109	= − tan 2,5307	= tan 3,7525	= − tan 5,6723	= 0,700208
cot 0,6109	= − cot 2,5307	= cot 3,7525	= − cot 5,6723	= 1,428042

که د فنکشن گراف ته په ځیر شو نو په دې برسیره په ښکاره روښانیږي :

x	$\pi - x$	$\pi + x$	$2\pi - x$	
$\sin x =$	$\sin(\pi - x) =$	$-\sin(\pi + x) =$	$-\sin(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\cos x =$	$-\cos(\pi - x) =$	$-\cos(\pi + x) =$	$\cos(2\pi - x)$	(Abb. 179)
$\tan x =$	$-\tan(\pi - x) =$	$\tan(\pi + x) =$	$-\tan(2\pi - x)$	(Abb. 180)
$\cot x =$	$-\cot(\pi - x) =$	$\cot(\pi + x) =$	$-\cot(2\pi - x)$	(Abb. 180)

بیلگی:

	α	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$360° - \alpha$
	35°	145°	215°	325°
sin	0,573576	0,573576	– 0,573576	– 0,573576
cos	0,819152	– 0,819152	– 0,819152	0,819152
tan	0,700208	– 0,700208	0,700208	– 0,700208
cot	1,428148	– 1,428148	1,428148	– 1,428148

که څه هم نن د کونجبلواکو شمیرلو لپاره، یوائې د جبشمیرې یا کمپیوتر څخه کار اخستل کیږي ، هدفمند بولو، چې یو څو زیات د استعمال وړ ارزښتونه په لاندې ورکړو.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin x bzw. sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos x bzw. cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	0	1
tan x bzw. tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	–	0
cot x bzw. cot α	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

د دغه سوچه د هداپرل په مانا دی او [illegible] یا حروف.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې جدول څخه کېدی شي په خیال کی یا ګومانې لاس ته راوړی شو

sinx = cos (/2 -x) cos x = sin (/2 -x)
tan x = cot (/2 - x) cot x = tan (/2 -x)

دا ګومان کېدی شي په ولاړکونجیز دریګوډي کي د تعریف په مرسته په ساده توګه وښوول شي. :

sin = a / c او cos ß = a / c

د – ß = 90° له امله لاس ته راځي :

sin = cos (90° -)

په ورته توګه نور ې غوښتني هم لاس
ته راتلی شي.

دا له څیرو څخه هم لاس ته راوړل کیدی شي، څکه د ساین او کوساین بلواکو یا په همدې ډول د تانجنت او کوتنجنت بلواکو ګرافونه د /2 x = کرښی ته یو بل سره محورسیومتري ځغلي :

له څیرو او بیلګو څخه په دې برسیره لاس ته راځي:

تعریف: د کوساین بلواك جفت دی ، لرو:

cos (x) = cos (-x)

ساین – ، تنجنت – او کوتنجنت بلواك ناجفت دي» د دوي لپاره باور لري:

sin (x) = -sin(-x), tan(x) = -tan(-x) ; cot (x) = -cot(-x)

یادونه : په دې نلواکو کي کیدی شي چی x له نوکانو دباندې هم وي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګی:

sin 60° = -sin (-60°) = 0,86603

cos 0,75   = cos(-0,75   ) = -0,70711

tan 150° = -tan (-150°) = -0,57735

cot 1,3   = -cot(-1,3) = o,27762

د زیاتون قضیي یا تیورمونه

دا چي کونجبلواك لاینی نه دي(د فنکشنګراف کرښه نه ده،بلکه کږه ده) ، نو ډبل تعریفدیرې پورې ساده ډبل بلواك ارزښت اړه نه لري.

لکه

sin 30° = 0,5   sin 90° = 1   sin 180° = 0

د داسی په نامه زیاتونمسئلی په مرسته ممکن کیږي، چی د بلواك ارزښت د کونج په دوه برابرولو یا په همدې ډول د دوه کونجونو یو په بل زیاتولو د یوګونو کونجونو لپاره ارزښتونه رابي کړی شو.

بیلګی :

1 . $\sin(x + y) = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$

1' . $\sin(x - y) = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$

2 . $\cos(x + y) \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$

2 '. $cis(x - y) = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$

3 . $\sin 2x = 2.\sin x . \cos x$

4 . $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

6. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

7. $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0,5(1 - \cos x)}$

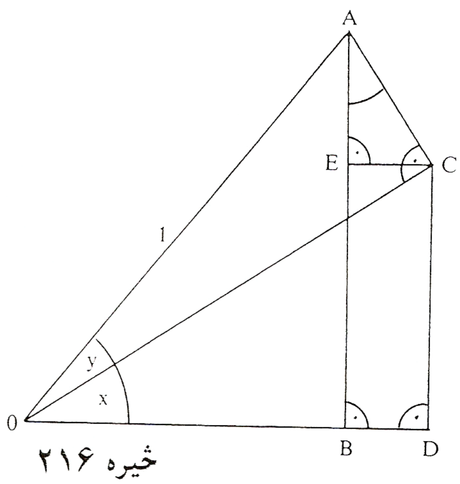
8. $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{0,5(1 + \cos x)}$

9. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

9′. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ mit $\tan x \cdot \tan y \neq 1$

10. $\cot(x + y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y}$ mit $\cot x \neq -\cot y$

10′. $\cot(x - y) = \frac{\cot x \cdot \cot y + 1}{\cot x - \cot y}$ mit $\cot x \neq \cot y$



ذخیره ۲۱۶

1. und **2.**:

$|OA| = 1$

$|AC| = \sin y$; $|OC| = \cos y$

$|AB| = \sin(x + y)$; $|OB| = \cos(x + y)$

$\frac{|EC|}{|AC|} = \sin x \Rightarrow |EC| = |AC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$

$\frac{|OD|}{|OC|} = \cos x \Rightarrow |OD| = |OC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$

$$\frac{|EA|}{|AC|} = \cos x \Rightarrow |EA| = |AC| \cdot \cos x = \cos x \cdot \cos y$$

$$\frac{|DC|}{|OC|} = \sin x \Rightarrow |DC| = |OC| \cdot \sin x = \sin x \cdot \sin y$$

برسیره پر دې لرو:

$$|AB| = |AE| + |EB| = |AE| + |CD|$$
$$|OB| = |OD| - |BD| = |OD| - |EC|$$

د ځای په ځای کولو څخه ښوونه په لاس راځي

$$\sin(x + y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

1′. 2′.:

3. ı 4.: $x = y$. ځای په ځای کړه

5.: Setze $z + t = x$; $z - t = y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2}$; $t = \frac{x-y}{2}$ کېږده

$$\sin x = \sin(z + t) = \sin z \cdot \cos t + \cos z \cdot \sin t$$ پس لرو
$$= \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin y = \sin(z - t) = \sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} - \cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$ همداراز

$$\Rightarrow \sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

6. ښوونه په ورته توګه ترلاسه کېږي

7.: $x = y = z/2$ کېږده

$$\Rightarrow \cos(x + y) = \cos z = \cos 2 \cdot \frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \sin^2\frac{z}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \cos^2\frac{z}{2} - \cos z = 1 - \sin^2\frac{z}{2} - \cos z \qquad (*)$$

$$\Rightarrow 2\sin^2\frac{z}{2} = 1 - \cos z \Rightarrow \sin^2\frac{z}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos z)$$

د دې ښوونې له لارې ښوونه لرو

8.: $(*)$ $\sin^2\frac{z}{2}$ durch $1 - \cos^2\frac{z}{2}$. په (*) کې ولیکه او کېږده

9-10: دا د پوښتنې د ۹ او ۱۰ ... تر لاسه راځي

بلواك يا فنكشن $y = a . \sin(bx+c) + d$

لكه چي په پيل كی مو وويل په طبيعت او تخنيك كي ډيري پيښي شته دی چي تل بيرته راكرځي يا لنډ: راګرځي، يعني پريوديكي دي. د دې د تشريح لپاره په خپل سوچه يا خالصه بڼه تل د ساين بلواك بسيا نه كوي.
دا زيات علتونه لري : لمړی د ساينبلواك د ۱- او ۱ ترمنځ ارزښت نيسي، له بلي لور داواقعي د كونج په واك كی نه دي بلكه د وخت په واك كي دي د يوې راګرځيدنی سره، چی دا په ساده توګه د 2 په ډول نه شي رانيولكيدی. له دې امله د ساين بلواك د دې كارونو د روښانوولو لپاره بايد موډيفيځير شي يا يی بڼه واوړي. دا بڼه اوړون او د هغی تاثير په لاندې ليدنه كی راټول شويدي، ګراف يی ورزياتی ځيرونی لپاره دی. په ورته ډول د نورو كونجبلواكو لپاره باور لري په عمل كي مګر يواځي د ساينبلواك (په همدې توګه د هغي مخامخ د كوسناين بلواك چي په $\pi/2$ سره راكښل شوی وي) د مانا ډك دي. (لوستل: له ښي لور څخه)

بیلګی	دکارونی ساحه	تاثیر	بلواك
څېره ۲۱۷	ټولی تلبیرته راګرځیدونی تعامولونه		$y = \sin(x)$
څېره ۲۱۸	د يوه مساوي او بدل شېپالونه يو په بل پرلوټل	د y- لور پر لوري راكښنه	$y = \sin(x) + d$

y = sin(x+c)	د فاز تغیر یا ځای بدلون	په بدل برېښنا جریان کې د برېښنا او شیالونګ تخنیکي دوینالونه	فقره ۲۱۹
y = a . sin(x)	د امپلیتود د ځای بدلون فاکتور -1 د 180° فاز ځای بدلون دی	د پېوه پنډول خوځېدنه	فقره ۲۲۰
y = sin(bx)	د پریود تغیر یا بدلون b>1 سرعت 0<b<1 په کرار کېدل b <0 په شا ګرځېدنه کمه محور دی	د پېو بستینونو لپاره خپرونه په یوه وخت داسې چې یو راډیو هغه لېږدونه کې له یو د موزیک الو په اوازونو کې	فقره ۲۲۱
y = a . sin(bx+c)+d	عمومي حالت	کمپلکس پریودیک جریان یا عمل	فقره ۲۲۲

تمرینونه

۱ – د لاندې ورکړې سره څېره بله کړی

4°6' = 4,1°   ;   10° , 5' = 10°30

a) 6,75° =   b = 120,48° =   c) -75,65° =

d) 52°16' =   e) 97°13' =   f) 44°44' 44" =

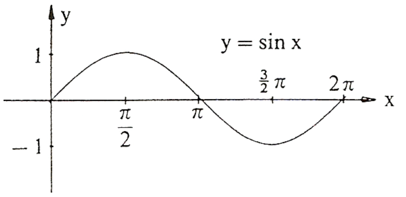
۲ – په درجه کې ي ولیکی

a) x = π/3 ,   b) x = -π/4 ,   c) x (2 /3)π

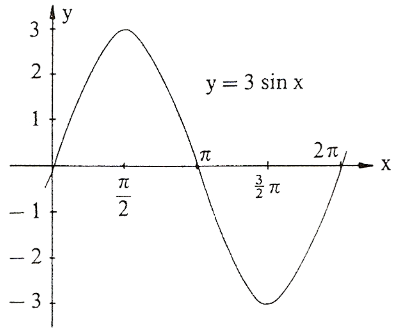
d) x = 4   e) x = -3   f) x = 4,7

۳ – په لینده کې یې ولیکي

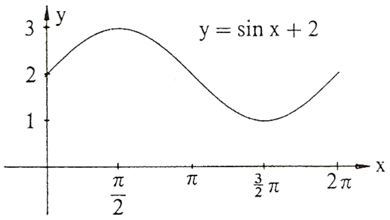
a) 15°   b) -60°   c) 540°   d) 20°15'   e) 15,75°



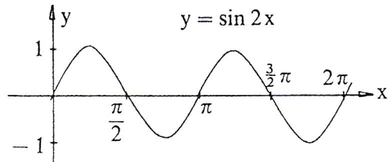
څيره ۲۱۷



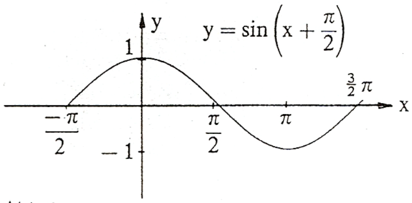
څيره ۲۲۰



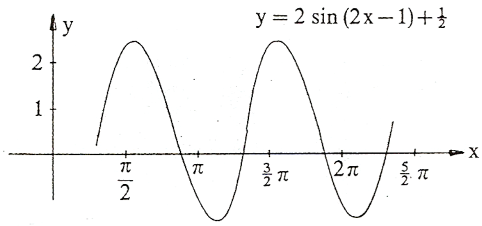
څيره ۲۱۸



څيره ۲۲۱



څيره ۲۱۹



څيره ۲۲۲

د دي بلواك ګراف د ساين كړي $y = \sin x$ څخه لكه چې ګورو لاس ته راځي:

۱ – د ارزښت دوه ځله كيدل

۲ – د نيمی راګرځيد اوږدوالی باندې پرسيدنه

۳ – په يوه يوون د ښي لور ته راكښنه

۴ – په $1/2$ پورته لورته 100% راكښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴ – وټاکی

a) sin20°   b) sin(-30°)   c) sin 172°   d) din1°4'

e) cos 35°   f) cos 380°   g) cos(-27°)   h) cos47,9°

i) tan 11°   k) tan (-15°)   l) tan 33,33°   m) tan 13°13'

n) cot 870°   o) cot (-11°)   p) cot 14°14'

q) cot (-2°2')

r) sin α =0,8   s) cos α = 0,9   t) tan α = 2,5

u) cot α =-1   v) sin φ = 0,3   w) cos φ = -0,13

x) tan φ = -4   y) cot φ = 0,3   z) arcsin(x) = π /2

۵ – په یوه ولاړکونجیز دریګوړي کی لرو $\gamma = 90°$ او په دې برسیره :

a) a = 7 cm; b = 6cm

b) a = 16cm; = 66°45'

c) c = 5cm; a = 3cm

پاتی ټوټې وشمیری

۶ – په مساوي پښیز دریګوړي

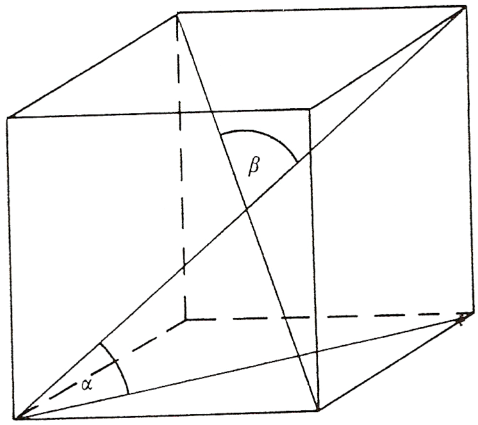
کي (a = پښه ده) دی

a) a= 10cm ; α =80°40'

b) a= 12 cm ; h = 8cm

c) ß = 40°; a = 7cm

پاتی ټوټي وشمیري



خیره ۲۲۳

۷ – د یوه پڅکونجیز (α < 90°)

دریګوړي لپاره ساین وشمیری

۸ الف) کوساین د یوه پڅ کونجیز

دریګوړي لپاره وشمیری (α > 90°)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) په یوه ولاړکونجیز دریګوډي کوم فرمول لاس ته راځي؟

۹ - په یوه مکعب کی د یوه هوا نیمي او بنستهواري ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

څیره .د دواړو هوا یا فضا یا بدن نیمیو ترمنځ کونج څومره لوي دی ؟

۱۰ - د دوه ګردیو وړانګی

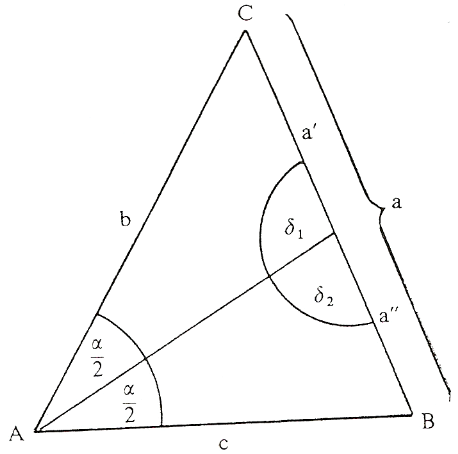
$r_1 = 5\ cm \quad , r_2 = 4\ cm$

دي او همداسی د منځټکو واټن $|M_1M_2| = 8cm$ ورکړ شوی دی.

دد دواړو ګردیو د تماس

مماسونو غوڅکونجی وټاکی

او د کړې غوڅونی اوږدوالی .



څیره ۲۲۴

۱۱ - په یوه دریګوډي کی د یوه

کونجنیمی مخامخ اړخ په داسی

ځان نیونه یا تناسب غوڅوي لکه

په دې پرتي خواوې. دا غوښتنه د

ساین جملی په مرسته حل

(اوبی) کړی(څیره۲۲۴).

۱۲ - که یوه بار ځاي ته،

چي ۵۰ ،۱ متره جګ دی،

یوه زینه ورجګه شي

میلانکونج ې دې زیات ترزیات °33 وي، زینه دې څومره لویه وي؟

۱۳ - الف)د یوې پورته ختلی کوڅي جګوالي توپیردې څومره وي، که دا کوڅه ۱۶۰۰ متره اوږده او 12% جګه وي؟

ب) د ۱۵۴۰ پرتی لارې وهلو وروسته د جګوالي توپیر څومره دی ؟

پ) د یوه زوړندي پټیلار، چی ۱۷۰۰ متره اوږده ده، په سلو کی څومره لوي دی ، که دا د جګوالی توپیر ۵۰۰ متره ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۴ – یو د اوبو بیلر (کتله = ۱۰۰ کیلوګرامه) په یوه دړه پورته خیژول کیږي، چې میلانکونج ∝ = 25° لري. د وزنزور په زوړندزور تختی سره غبرګ او نورمال یعنی ولاړ زور (د فشارزور) ولاړ تجزیه یا ټوټه کیږي، دواړه زوره څومره لوي دی ؟ (۱ کیلو ګرام = ۹ ، ۸۱ نیوټن 1 kg = 9,81N).

۱۵ – یو تلفونستن په څلور رسیو، چې هره یوه یې ۵۳ متره اوږده ده، درول کیږي. درسیو میلانکونج 60° دی په پښه باندې په کوم جګوالي باید رسی وړلی شي ؟

۱۶ – د یوې ۵۳ متره جګې ونی سیوری ۵ ، ۱۲ متره اوږد دی. په څمکه لمروړانګې په کوم جګوالی یوبل سره مخامخ کیږي.؟

۱۷ – د یوه ۵ متره جګ کتونټکي (لکه د یوه کور، په دوم منځل کی کړکی) ، څخه د یوه برج څوکه لیدل کیږي چې جګیدونکوج یې ∝ = 18,5° او پښیټکی یې ß=8° لوید کونج ، برج څومره جګ دی ؟ د لیدټکي څخه یې پروت لریوالی څومره دی ؟

۱۸ – الف) د پیزا (Pisa) کوږ برج ۴۷ متره جګ دی، او څوکه یې د پښی ټکي څخه ۴، ۵۰ متره ور اوړي. دا برج څومره مایل دی ؟

ب) د یوه جومات برج چې ۱۵۰ متره جګ وي، لیدونکی د کوم کونج لاندې دا برج کتلی شي، که دا برج په څمکي ټکي (یعنی د سترګي جګوالی د برج بنستټکي سره برابر وي)، څخه وکتل شي، چې د برج له بنسټ څخه ۵۰۰ متره واټن ولري؟

پ) د ۵، ۱ کیلو متره لریوالی څخه یو بل برج د کوم کونج لاندې لیدل کیږي

– که جګوالی یی ۱۶۰ متره وي؟

– که جګوالی یي ۱۳۷ متره وي ؟

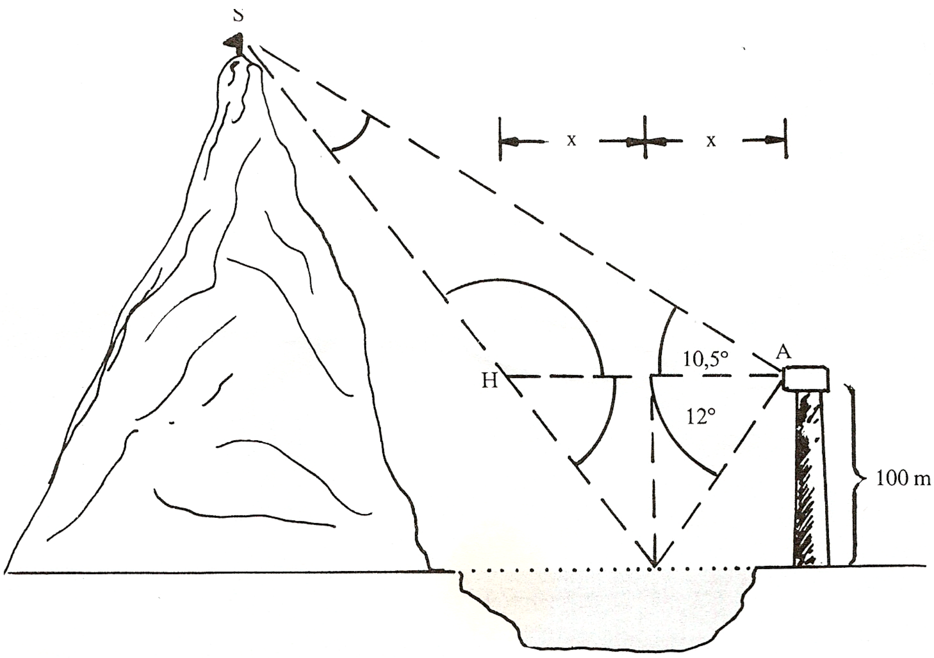
ت) د پراته کوم اوږدوالی لاندې د بنسټ څخه د ۱۲ درجی کونج لاندې

– د بل برج څوکه ښکاریږي چې جګوالی یي ۱۴۳ متره وي ؟

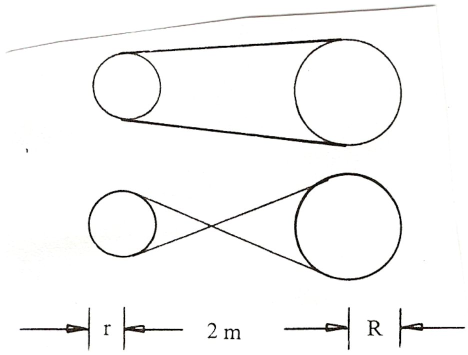
(c) ketabton.com: The Digital Library

–د پاریس د ایفل برج ښکاریږي چی جګوالی یي ۳۰۰ متره دی ؟
۱۹ – د ښیپپس اهرام(CHeopspyramide) ۱۳۷ متره جګوالی لري او د بنسټ
د یوه اړخ اوږدوالی یی ۲۳۰ متره دی چی بنسټ یی مربع شکل لري
الف) د اړخهوارې میلانکونج څومره دی ؟
ب) د څنګهوارې دریواړه دنننی کونجونه څومره لوي دي؟
۲۰ – یو ژوری یا قبر –۸ ، ۱ متره ژور دی، بنسټپسور یی ۵ ، ۲ متره دی، د پورته
لور ته وازکونج ی دواړو لورو ته ۶۰ درجی دی
الف) دا کبر پخپل وازوالی یا سر کی څومره پراخ دی؟
ب) که ۱۰ متره اوږد وي، نو بیا دا څومره اوبه ځایکوي ، که جګوالی
یی ۵۰ ، ۱ متره وي؟
۲۱ – یو ډنډ په سر کی ۶ متره سرور دی او ۵ ، ۴ متره جګوالی لري د
بحیرې لور ته °14 میلان لري، د دننه لور ته °28 میلان لري. د ډنډ بنسټ
څومره سور لري؟ د هغی د نیمی هواره څومره ده؟
۲۲ – د ریفلډنډ Riffelsee څخه یو ښه لید د ماترهورن (ماترنښکر یا د ماترن د
غره څوکه Matterhorn) دواړه په زیرمات ، سویس Zermatt / Schweiz کی
دی) اچول کیږي که دا د یوه لیدټکي څخه چی ۱۰۰ متره جګ دی د ډنډ په
لور ښکته وکتل شي، نو د غره د څوکي هندارونه د °12 پریوتکونج لاندې
لیدل کیږي. د غره څوکه د یوپورته کونج °11 لاندې لیدل کیږي. د ریفلډنډ
باندې د ماترنښکر څوکه څومره جګه پروته ده؟
څیره

(c) ketabton.com: The Digital Library



شیره ۲۲۵



شیره ۲۲۶

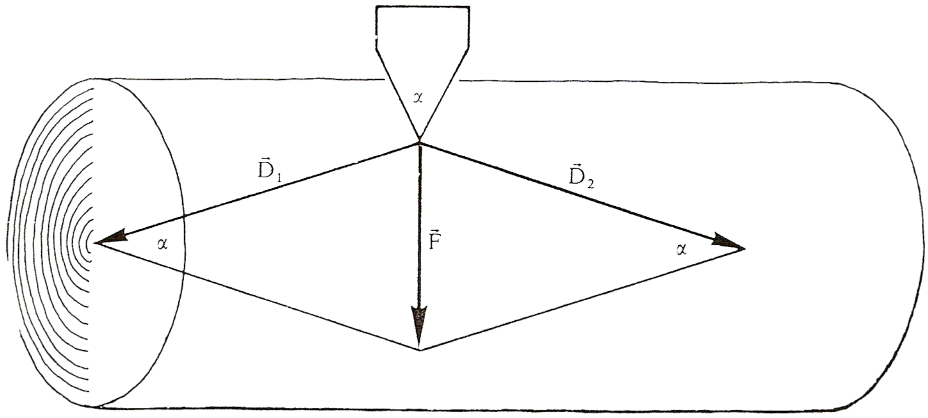
۲۳ - الف) یوه د کشولو کړۍ، چي په دوه دکښولو چیترو باندي راتاو ده، څومره اوږده ده، که لاندي اندازې ولري
r = 22 cm , R = 35 cm ,
$|M_1M_2| = 2m$?

ب) دا کړۍ به څومره اوږدې وي که د اتیران په څیر له چیتروګانو یا تیکلیو راګیر شوي وي ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

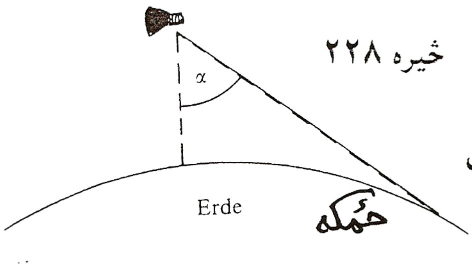
۲۴ الف) د ونې په ستړه يو کايل)موړی) په څټك د D زور سره وهل کيږي. د فشار هغه زوروونه D څومره لوي دي، کوم چې د ستړی درځونه ، که د کايل يا تبرګي کونج $6° = \alpha$ وي. (حيره ۱۹۴)؟

ب) په کومکايلکونج يا تبرګيکونج لرو: $|D|=|F|$ ؟



څيره ۲۲۷

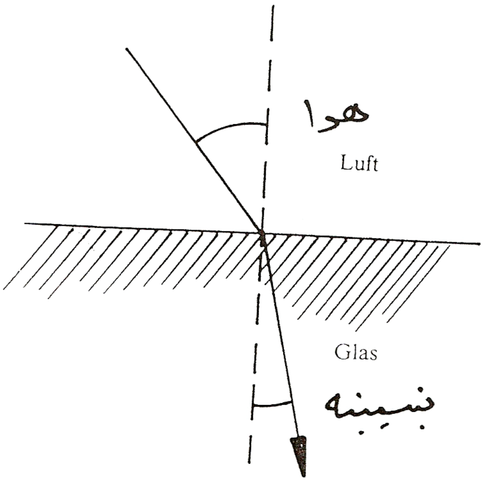
۲۵ – د يوه الوتماشين څخه ځمکه د يوه α کونج لاندې ليدل کيږي (څيره) دا الوتماشين څومره جګ الوزي ؟ (د ځمکی وړانګه : ۶۳۷۰ کيلومتره)



څيره ۲۲۸

۲۶ – يو ګادی د $v_{ګ} = 120km/h$ سرعت سره روان دی، نو د باران څاڅکی په پټلی د تلنلور باندې په $115° =$ کونج

(c) ketabton.com: The Digital Library



خیره ۲۲۹

د چیترو (مطلب د ګاډي د اوسپنی
ټیر یا ګاډیل دی) مخامخ ځغلي.
له دې ورکړو څخه د باران د څاڅکو
د لویدلو سرعت v_g وټاکی ؟

۲۷ – که د لمروړانګه په دوه مختلفو طبقو ولویږي، نو خپلی لور ته تغیر یا بدلون ورکوي. د سنیلیوس Snellius د ماتقاعدې له مخی کیدی شي چی د ماتیدو قانون وشمیرل شي. دا قانون وایي، چی پروتوړانګه ، ماتوړانګه او ولاړکرښه یا عمود په بیلیدونکی هوارې په یوه هواره پراته دي او برسیره پر دې لاندې اړیکي باور لري یا صدق کوي:

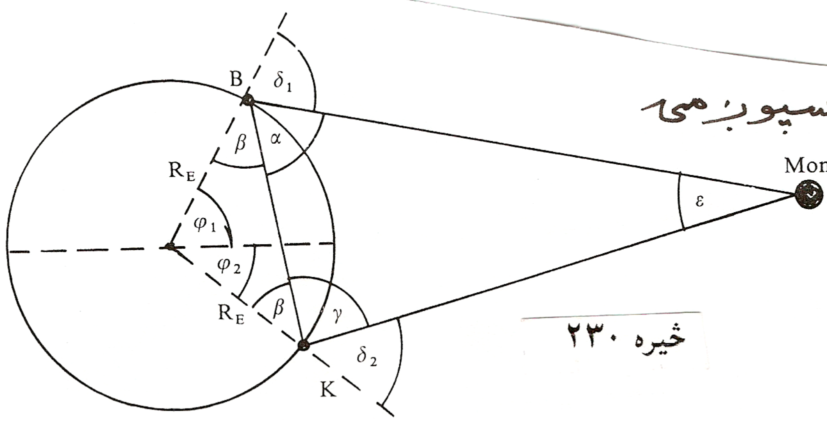
$$\sin \alpha \ / \ \sin \beta = n$$

که د رڼاوړانګه په یوه ښیښه (اوبو) پریوزي، نو $n = 1,5$ (1,33) دی وښایي، چی ماتکونجونه څومره لوي دي، کوم چی په لاندې پروتکونجونو اړه لري:

؟ 10,5°, 15,8°, 27,3° , 41,2°,67,6°,, 72,4°, 81,9°

۲۸ – په ۱۸ ا–مه میلادي پیړی کی د سپوږمی لریوالی تریګومتریکي وټاکل شو. په برلین کی (جغرافیوي اوږدوالی $\varphi_1 = 52,52°$) او لکه د ښو هیلو په کونج کی ($\varphi_2 = -33,93°$)، کوم چی په همغه اوږدګراد پراته دي، د سپوږمی سره په همغه وخت کی تړل کیږي. له دې لاس ته راغلل: $\delta_1 = 32,08°$ او $\delta_2 = 55,72°$.
وشمیری |KM| , ß , |BK| او له دې څخه d_{EM} .

(c) ketabton.com: The Digital Library



سپوږمۍ

ځیره ۲۳۰

۲۹ – لړځیدنی Schwingungen تل د وخت په اړه شمیرل کیږي یعني د وخت t تړواك لاندې دي. دا د بلواك $y = a . (\sin (2\pi /T)) .t + k)$ له لارې ورکړ شوي. دلته $(2\pi / T) t = x$ هغه کونج دی ، کوم چي په T وخت کی وهلکیږي. $1 / T = f$ د یوه څرخون پریود یا راګرځیدنی وخت په ګوته کوي او د لړځیدنی دوام بلل کیږي» f فرکونځ frequenz بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷- - مربع مساوات (څلورې برابرونونه)

۷ . ۱ - سوچه څلورېبرابرون

مساوات $x^2=25$ حل کړی

د ازمايښت سره حل $x1=5$ يا $x2=-5$ لاس ته راځي

ځکه چې $(x1)^2 = 5^2 = 25$ يا $(x2)^2=(-5)^2 = 25$

مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې لاس ته راوړل کيږي.

$x^2=25$ په دواړو لورو ريښه ونيسی

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$\Leftrightarrow |x| = 5$ ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

(Fall حالت ته وايي)

$$\text{Fall 1: } x \geq 0 \Rightarrow |x| = x = 5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 5}}$$
$$\text{Fall 2: } x < 0 \Rightarrow |x| = -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -5}}$$

ارزښت يا مطلقه ارزښت ته روښانه ونه

يو سړی ,€ 120 ګټي، موږ داسي هم وايو چې يو سړی ,€ 120 د پيسو ارزښت ګټي.

يو سړی د ,€ 120 جزا پانه اخلي، موږ وايو چې دی بايد د ,€ 120 پيسو ارزښت تاديه کړي يا ورکړي.

د اقتصادې تخنيک له مخې ګټل د مثبت او جزا د منفي په معنا دي.

نو : ګټل € 120+, د جزا پانه € 120-,

په دواړو حالتونو کې دا € 120 دي.

د يوه حقيقي ګڼ يا عدد ارزښت لرو، که دا مخنخښه+ بدله شوه.

بېلګې:

$$|4| = 4 \qquad |5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |\pi| = \pi$$
$$|-4| = 4 \qquad |-5{,}12| = 5{,}12 \qquad \left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3} \qquad |-\pi| = \pi$$

دا دومه ساده هم نه دی، که موږ د يوې اووښتونې x ارزښت غواړو وټاکو$x = | x |$ تل د ټولو حقيقي ګڼونو يا اعدادو لپاره باور نه لري.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان $x = | x |$ فقط هلته تیک دی، چې $x \geq 0$ وي.

د $x<0$ لپاره ناتیک دی..

موږ دا رزښت ټاکلو کې باید دوه حالتونه سره توپیر کړو:

لومړی حالت که $x \geq 0$ وي $|x| =x$

دویم حالت که $x<0$ وي $|x|=-x$

بیلګه:

$x = 5$ دا چې $x >0$ دی باورلري $| x | = x$ ځکه چې $|5| = 5$ (لومړی حالت)

$x = -5$ داچې $x < 0$ دی باور لري $|x| = -x$ ځکه چې $|-5| = 5$ (دیم حالت)

د یوه حقیقي عدد ارزښت تل مثبت دی.

ارزښت د یوه عدد لویوالی ورکوي، بې له دې چې مخ نخښنه په پام کې ونیل شي.

د حل بدیل I

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنې ax² = b یا0 ax² = + c = برابرونونه سوچه مربعيز بلل کيږي..

دا د مناسب بنه بدلون وروسته د ريښه نيونې له لارې حل کيږي.

په لاندې کې fall د حالت په معنا دی.

$$\begin{aligned} 2x^2-8 &= 0 \quad |+8\\ \Leftrightarrow 2x^2 &= 8 \quad |:2\\ \Leftrightarrow x^2 &= 4 \quad |\sqrt{\ }\\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{4}\\ \Leftrightarrow |x| &= 2 \end{aligned}$$

لومړی حالت	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = 2 \Rightarrow x_1 = 2$
دويم حالت	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = 2 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_2 = -2$

بيلګه:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= 9 \quad |\cdot 2\\ \Leftrightarrow x^2 &= 18 \quad |\sqrt{\ }\\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2} &= \sqrt{18} \quad |\\ \Leftrightarrow |x| &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

لومړی حالت:	$x \geq 0: \lvert x\rvert = x = \sqrt{18} \Rightarrow x_1 = \sqrt{18}$
دويم حالت:	$x < 0: \lvert x\rvert = -x = \sqrt{18} \Leftrightarrow x = -\sqrt{18} \Rightarrow x_2 = -\sqrt{18}$

د حل بديلII

د مساوات x²+2x=0 حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ازمیلو له لارې لرو :   x1=1یا   x2=-2

ځکه چې $x_1^2 + 2x_1 = 0 \Leftrightarrow 0^2 + 2\cdot 0 = 0$

یا $x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 2\cdot(-2) = 4 - 4 = 0$

د نوکانو بندولو له لارې هم همدا نتیجه لاس ته راځي:

$$x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \underbrace{x(x+2)}_{\text{Produkt}} = 0$$

Produkt ضرب

دوه امکانات (شونتیاوې) شتون لري، چې دا ضرب صفر شي:

لومړی حالت : $x = 0 \Rightarrow 0\cdot(0+2) = 0\cdot 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

دویم حالت: $(x+2) = 0 \Rightarrow x\cdot 0 = 0$ د په دې معنا چې

$$(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

د صفر ضرب جمله:

یو ضرب صفر دی، که لږ ت رلږه د هغه یو ضریب صفر وي.

پام :

د بېنې یا مساوات سیستم تل کیدی شي د   اووېنتوني یا متحولې له نوکانو راوستنې له لارې حل شي.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

Probeازماېښت mitد...سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & 3x^2+2x & = & 0 & |\,x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x(3x+2) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1=0}} \\
\text{Fall 2:} & 3x+2 & = & 0 & |-2 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -2 & |:3 \\
\Leftrightarrow & x & = & -\frac{2}{3} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2=-\frac{2}{3}}}
\end{array}
$$

بیلګه:

Probeازماېښت mitد سره. ausklammern د نوکانو وباسئ، Nullproduktصفر ضرب

$$
\begin{array}{llcll}
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x & |-\frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x^2-\frac{3}{4}x & = & 0 & |\,x \text{ ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}\right) & = & 0 & |\,\text{Nullprodukt} \\
\text{Fall 1:} & x & = & 0 & \Rightarrow \underline{\underline{x_1=0}} \\
\text{Fall 2:} & \frac{2}{3}x-\frac{3}{4} & = & 0 & |+\frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}x & = & \frac{3}{4} & |\cdot\frac{3}{2} \\
\Leftrightarrow & x & = & \frac{9}{8} & \Rightarrow \underline{\underline{x_2=\frac{9}{8}}}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llcl}
\text{Probe:} & \text{mit} & & x=\frac{9}{8} \\
 & \frac{2}{3}x^2 & = & \frac{3}{4}x \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^2 & = & \frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8} \\
\Leftrightarrow & \frac{2}{3}\cdot\frac{9\cdot 9}{8\cdot 8} & = & \frac{3\cdot 9}{4\cdot 8} \\
\Leftrightarrow & \frac{27}{32} & = & \frac{27}{32}
\end{array}
$$

۷ . ۲ – د مربع مساوات عمومي بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بیلګه:

$$2x^2 - 3x + 4 = 0; \quad -x^2 + x - 5 = 0; \quad \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 8 = 0$$

د عملي شمیرني لپاره زموږ مشوره داده، چې دا انځورونه ساده شي.

د دې لپاره د برابرون دواړه خواوې په a وېشو او په دې توګه په لاندې ډول د مربع مساوات نورمال بڼه لاس ته راوړو

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{p}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{q} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + px + q = 0$$

۷ . ۳ - د مربع تکمیلوني په مرسته د حل تللار

بیلګه:

په نورمال بڼه راوړنه: $2x^2 - 16x - 40 = 0 \quad |:2$

مربع تکمیلنه $\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x - 20 = 0 \quad |$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{x^2 - 8x + 4^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 4^2 - 20 = 0 \quad | + 4^2 + 20$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-4)^2 = 36 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad |x-4| = 6$$

$$\text{Fall 1:} \quad (x-4) \geq 0 \Rightarrow x - 4 = 6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 10}}$$

$$\text{Fall 2:} \quad (x-4) < 0 \Rightarrow -(x-4) = 6 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x - 4 = -6 \quad | + 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Fall د حالت په معنا دی.

هر مربع مساوات د مربع تکمیلوني له لارې یتا متود په مرسته حل کیدی شي.

د مربع تکمیلوني ته یادونه:

د x ضریبونه نیمیږي، مربع کیږي، جمعه کیږي او بېرته منفي کیږي.

د لومړي یا دویم بینوم فرمول له لارې بیا مربع جوړیږي.

۴.۷ - د - p - q فرمول

که مربع مساوات په نورمال بڼه دا د مربع تکمیلیدني تلنلار وکارول شي، نو د - p - q - فرمول ته راځي، د کوم سره چې مربع مساوات نور هم ساده حل کیږي.

Oder یا $x^2+px+q=0$

$\Leftrightarrow x^2+px \qquad +q=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{\text{1. binomische Formel}} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow \left(x_1 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad -\left(x_2 + \frac{p}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{oder} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

یا په لنډه بڼه لیکو:

$$x_{1/2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

دلته د ریښي لاندې $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ځانګړې معنا لري.

دا دیسکریمینانت D بلل کیږي

له دې سره کېدی شي د حل فرمول په لنډ ډول ولیکل شي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \text{یا} \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$	دوه حلتوکي(عناصر؟)
که وي	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	یو حالتوکی(ډبل حل)
که وي	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	حلتوکی نه شته

د مربع مساوات د حل سره دې لومړی دیسکریمینانتې وټاکل ــیا معلومه شي، چې د حلونو ګڼون یا تعداد لاس ته راوړو.

کله کله له دې سره شمېرکار کمیږي.

بیلګه:

$$x^2 + 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = 6 \quad q = 10$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 3^2 - 10 = 9 - 10 = -1 \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي چې حل نه شته

بیلګه:

په لاندې کې also د ,,یعنې,, او یا ,,نو,, په معنا دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{aligned}
3x^2-5x+2 &= 0 \quad |:3 \\
\Leftrightarrow \quad x^2-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3} &= 0
\end{aligned}
\qquad \Rightarrow p=-\frac{5}{3};\ q=\frac{2}{3} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q
$$

$$
\text{also } D=\left(-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{2}{3}=\frac{25}{36}-\frac{2\cdot 12}{3\cdot 12}=\frac{25}{36}-\frac{24}{36}=\frac{1}{36}\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}
$$

$$
x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=\frac{5}{6}\pm\frac{1}{6}
\left|
\begin{aligned}
&\Rightarrow x_1=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=\underline{\underline{1}} \\
&\Rightarrow x_2=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}
\end{aligned}
\right.
$$

د مربع توابعو صفرځايونه

د دې لپاره چې د يوه مربع تابع صفرځايونه پيدا کړو، تل بايد يو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حلتوکي لري، نو مبع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که يو حلتوکی لري، نو دا ګراف د x محور په يوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x   محور پورته لور ته يا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنټرول

لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنټرول شي، چې د حلتوکي په سرچينيز مساوات کې ځايه ځای شي، يعني کنټرول وکړي.

په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ويتا د رينښې جملې سره.

د ويتا**Vieta** جمله :

(c) ketabton.com: The Digital Library

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

دد مربع مساوات په نورمال بڼه کې په ساده ډول اېښوونې سره سړی دا ثبوتولی شي.

x1 او x2 سره جمعه کړئ

$$
\begin{aligned}
& x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D} \\
& \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{p = -x_1 - x_2}}
\end{aligned}
$$

X1او x2 سره ضرب کړئ

$$
\begin{aligned}
& x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 \underbrace{+\frac{p}{2} \cdot \sqrt{D} - \frac{p}{2} \cdot \sqrt{D}}_{0} - D \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \\
& \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q \\
& \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}
\end{aligned}
$$

بیلګه:

غوښتنه یا ثبوت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات $x^2+x-6=0$ $x_1 = 2$ او $x_2 = -3$ حلونه لري.

$p = 1$ او $q = -6$

ازماېښت

$$-x_1 - x_2 = -2 - (-3) = \underline{\underline{1 = p}}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-3) = \underline{-6 = q}$$

برعکس یا په ښټ د ویتا د جملې سره کیدی شي چې مربع مساوات جوړ کړو، کوم چې ټاکلي حلونه لري.

بیلګه:

یو څلوریز یا مربع مساوات څنګه باید وبریښي، چې د هغه حلډېرۍ $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

له دې لاس ته راځي، چې $x^2+x-2=0$ اړونده مربع مساوات دی.

پام:

دا فقط یو مربع مساوات دی د دې حلډېرۍ سره.

د دې ټول ډېرځله هم همدا حل لري.

بیلګه: یو مربع مساوات دې څنګه وي، که د هغه حلډېرۍ(حلسټ) $L = \{-2;1\}$ وي؟

$$p = -x_1 - x_2 = -(-2) - 1 = 1$$
$$q = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot 1 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

(له دې لاس ته راځي)   د دې اړونده مربع مساوات دی.

یادونه:دا فقط یو مربع مساوات دی، د دې حل سره.

د دې ټول زیاتځله یا هم همدا حلډېرئ لري.

کرښيز ضریبونه(ځلووني) یا فاکتورونه:

ید بل امکان هم شته، چې مربع مساوات جوړکړای شو.

بېلګه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یو مربع مساوات حل وي،

نو باور لري. $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

دا د یوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

یو شرب تیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو له دې دوه ضریبونو څخه صفر وي.

ضریب ۱ صفر دی: لاس ته راځي ضریب ۲ صف دی: لاس ته راځي	$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ $\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$

بېلګه: x1=3 یا x2=-2 دې د یوه مربع مساوات حلونه وی.

کرښيزه بڼه بدلون: (x-3)(x+2)=0

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع : $x^2 - x - 6 = 0$

کرښيز ضريبونه:

يو بل امکان هم شته،چې مربعمساوات جوړ کړو.

بيلګه:

L={x1;x2} دې د يوه مربع مساوات حلېږئ وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (faktor:ضريب)

دا د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه ده.

يو ضرب تيک هله صفر دی، که لږ تر لږه يو له دواړو ضريبونو صفر وي.

ضريب ۱ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_1) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

ضريب ۲ صفر دی:

$$\Rightarrow (x - x_2) = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

بيلګه: x1=3 يا x2=-2 دې د يوه مربع مساوات حلونه وي.

کرښيزه بڼه: $(x-3)(x+2)=0$

مربع مساوات: $x^2-x-6=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -1 \quad q = -6 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 6 = 6{,}25$$
$$x_1 = 0{,}5 + \sqrt{6{,}25} = 3 \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}5 - \sqrt{6{,}25} = -2$$

ټولګه:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$

بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ريښه نيونې له لارې حل

دويم بڼه يا ډول: $ax^2 + bx = 0$

د اووښتوني يا ماحولې x له نوکانو ايستلو له لارې حل.

$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروۍ.

دريمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$

مساوات په نورمال بڼه راوړئ

$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړئ.

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وييتا د ريښي جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کېدی شي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د يوه مربع مساوات کرښيزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د يوه مربع مساوات حل وي.

نو باور لري: $\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$ (ضرب)

يا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

پوښتنې:

لاندې مربع مساوات حل کړی.
د دې لپاره اړونده هغه ښه تلنلار و کاروی او د ځای په ځای کولو له لارې يې و ازمايی.

1. $4x^2 = 1$
2. $x^2 + 4x = 0$
3. $2x^2 - 16x + 14 = 0$
4. $(x + 2)^2 = 16$
5. $4x^2 - 16 = 0$
6. $x^2 - 8x + 7 = 0$
7. $x^2 + \pi x = 0$
8. $2(x + 3)^2 - 18 = 0$
9. $-x^2 + x = -\frac{1}{2}$
10. $3x^2 + 12x + 3 = 0$
11. $-x^2 + 8x - 8 = 0$
12. $4(x - 4)^2 = 32$

(c) ketabton.com: The Digital Library

13. $\frac{1}{12}x^2 - x = 0$ 14. $\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0$

15. $\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ 16. $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 9 = 0$

17. $\frac{3}{2}x^2 - x - 4 = 0$ 18. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x = 0$

19. $2x^2 - \frac{10}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ 20. $\frac{2}{3}x^2 + 4x = 0$

بیلګه۱:

په لاندې کې Probe ازمايښت.

$$8x^2 = 2|:8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$\text{Probe:}\quad x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \quad 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 8\cdot\frac{1}{4} = 2$$

بیلګه ۲ :

$$2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(2x+8) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \;($$

$$2x + 8 = 0|-8 \Leftrightarrow 2x = -8|:2 \Leftrightarrow x_2 = -4$$ (د صفرضرب جمله)

ازمايښت:

$$x_1 = 0 \Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 8\cdot 0 = 0 \quad x_2 = -4 \Rightarrow$$

$$2\cdot(-4)^2 + 8\cdot(-4) = 2\cdot 16 - 32 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلگه۳ :

$$4x^2-32x+28=0|:4 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$$

$$\Rightarrow p=-8 \quad q=7 \quad D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right. \quad Probe: \begin{array}{l} 4\cdot 49-32\cdot 7+28=0 \\ 4\cdot 1-32\cdot 1+28=0 \end{array}$$

بیلگه ۴:

$$2(x+2)^2=32|:2 \Leftrightarrow (x+2)^2=16|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2|=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x+2=4 \Leftrightarrow x_1=2 \\ x+2=-4 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{array} \quad Probe: \begin{array}{l} 2(2+2)^2=2\cdot 16=32 \\ 2(-6+2)^2=2\cdot 16=32 \end{array}$$

مربع مساوات ته پوښتني

ځلوریز (مربع) مساوات I

لومړی –

لاندې مربع مساوات په x پسې حل کړی

الف- $4-x^2=0$ ب - $\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$ پ- $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$

ت - $3x^2+8=5$ ټ – $\frac{1}{2}x^2-2t^2=0$ ث- $x^2-\frac{a^2}{2}=0$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

جانان غواړي خپله بډآيی په دوه کاله کې دوه برابره کړي.

ګټه بايد څومره وي، که ګټه هم ورسره په ګټه وي.

دريم –

200 باکترياګانې په دوه ساعته کې 450 باکترياو ته زياتوي.

دا باکترياوې په ساعت کې څو په سلو يعنې % کې زياتيږي.
څلورم –

د يوه مربع دوه کونجتړې يا قطر 8 cm اوږد دی..

د مربع اړخ څومره اوږد دی؟

پنځم –

يو ولاړکوډيز يا مستطيل $60,75\ m^2$ سطحه لي.

د اړخونو اوږدوالی وټاکی، که

الف – يو اړخ درېواره دومره اوږد وې لکه دا بل.

ب – اړخونه يې په 3 m يو له بل توپير لري.
شپږم –

دوه ګڼونه په 4 يو له بل توپير لري. د دواړو عددونو ضرب 480 دی.

دواړه اعداد وټاکی. اوم –

دوه ګڼونه وټاکی، چې زياتون يا جمع يې4,1 او ضرب يې 4 وي.
اتم –

دt په واکوالي کې حلونو ګڼون يا تعداد او ځای وټاکی

الف- $tx^2 + 1 = 0;\ t \neq 0$ ب - $x^2 + t - 2 = 0$ پ- $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t\right)x^2 + 2t = 0;\ t > 1$
نهم-

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات په x پسې حل کړئ.

الف- $2x^2 + 2x - 24 = 0$ ب - $-3x^2 - 5x + 8 = 0$ پ- $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$

ت - $3 - 2x + \frac{1}{3}x^2 = 0$ ټ ـ $x(x + t) = 1$ ث- $-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

ج - $(x + 2)^2 - 2 = 0$ چ - $-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0$ ح - $2tx^2 + tx - t = 0 ; t \neq 0$

خ - $x^2 - 2tx + 6t = 3x$ څ - $x^2 - 4tx + 3t^2 = 0$ ځ - $\frac{1}{4t}x^2 - t = 0 ; t \neq 0$

لسم –

دیسکریمینانتې Diskriminante وټاکې

الف- $ax^2 + ax - 2 = 0 ; a \neq 0$ ب - $(a + 1)x^2 - x + a = 0 ; a \neq -1$

پ- $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0$ ت - $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0 ; a > 0$

یولسم –

وښایئ، چې برابرون $x^2 + ax - 1 = 0$ 1 د هر $a \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه لري.

دولسم –

د a په واکوالي کې د مساواتو حلونه وښایئ یا وټاکئ.

الف- $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 ; a > 0$ ب - $x^2 - 2ax - 6a = -3x$ پ- $x^2 - ax + a = x$

ت - $-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0$ ټ ـ $ax^2 + 2x - 3 = 0$ ث- $-x^2 + 1{,}5ax - 0{,}5a^2 = 0$

ج - $2x^2 + x - 3a = 0$ چ - $-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0 ; a \neq 0$ ح - $\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0$

دیارلسم –

وښایئ چې $L = \{1 + \sqrt{2 - 3t} ; 1 - \sqrt{2 - 3t}\}$ د ټول $t \leq \frac{2}{3}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $x^2 - 2x + 3t - 1 = 0.$ حلونه دي.
څوارلسم –

و ښايی چې t د کومو ارزښتونو لپاره $x = t$ د $x^2 - 5x + t = 0$ حل دی.
پنځلسم –

و ښايي : $x^2 - 2x - t^2 = 0$ د ټولو $t \in \mathbb{R}$ لپاره دوه حلونه ل ري.

پوښتني

مربع مساوات II

لومړی: مربع مساوات x پسې حل کړئ.

الف- $8x^2 + 3x = 0$ ب - $x^2 - x = 0$ پ - $\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2$

ت - $-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ټ- $\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0$ ث - $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0$

ج - $-\frac{1}{8}x^2 + 2tx = 0$ چ - $\frac{x^2}{t} - tx = 0; t \neq 0$ ح - $\frac{t}{2}x - tx^2 = 0; t \neq 0$

دویم: د a په واکوالي کې د حلونو تعداد یا ګڼون وټاکئ.

الف- $ax^2 - 6x = 0$ ب - $x^2 - 2x = (2-a)x^2$

دریم: مساوات $4x^2 = 12x$ دې ورکړ شوی وي. سپینګل دواړه اړخونه د x سره ویشي او لاس ته د حل په څیر $x = 3$ راوړو. په دې هکله مو موقف څرګند کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مربع مساوات ته پوښتني

مربع مساوات III

لومړی: لاندې مربع مساوات د ټوټه ونې (تجزيې)له لارې حل کړئ.

الف- $x^2+8x+16=0$ ب - $x^2+5x-24=0$ پ- $-2x^2+4x+30=0$

دويم:

الف - $(x+4)(x-5)=0$ ب- $(2x+7)(4x-1)=0$ پ- $(x+t)(x-2t)=0$

ت - $0{,}5x^2-3x+4=0$ ټ - $-0{,}5x^2-x+1{,}5=0$ ث - $\frac{1}{3a}\left(2x-x^2\right)=0;\ a\neq 0$

مربع - يا څلوريزمساوات IV

لومړی: بې له فرمول څخه يې حل کړئ.

الف- $(x-5)^2=49$ ب - $(3x+4)^2=1$ پ - $9-(2x+5)^2=0$

ت - $\frac{3}{4}(x-2)^2=12$ ټ - $\frac{1}{12}x^2=x$ ث - $\frac{4x}{t^2}(2t+x)=0;\ t\neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج - $(x-1)^2 - t = 0 ; t > 0$ چ - $2tx - (t-1)x^2 = 0 ; t \neq 1$ ح - $1{,}5(x-0{,}5a)^2 = 0$

دويم: لاندې برابرونونه يا مساوات حل کړئ

الف- $-2x(x-5) = 0$ ب - $-\frac{1}{2}(2x-1)(x-5) = 0$ پ - $1-\frac{1}{(1-x)^2} = 0$

دريم: د a د کومو ارزښتونو لپاره مساوات (x+2)(x-a)=0 ټيک يو حل لري؟

څلورم: د جبشميري سره د ټيک دوه لسميزو سره حلډېرئ وشميرئ.

الف- $436x^2 + 18x - 12 = 0$ ب - $x^2 + 6x - 1024 = 0$ پ - $x^2 + 92x - 9876 = 0$

ت - $0{,}025x^2 + 2x - 0{,}254 = 0$ ټ - $119{,}6\pi + 9{,}6\pi x - 2\pi x^2 = 0$ ث- $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

پنځم: وښايئ: د تول $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ ؛ $a, b \neq 0$ لپاره يو ناټيک حل لري.

مربع مساوات ۷

لومړی: لاندې مربغ مساوات حل کړئ

الف- $\frac{x}{3} - x^2 = 0$ ب - $73 - 52s + 14s^2 = 25$ پ - $\frac{x^2}{a} - e^{-2} = 0$

ت - $8{,}5x = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 200$ ټ - $\frac{1}{4}x^2 + 65x - 3600 = 0$ ث - $2a^2 + 7a + 3 = 0$

دويم: مساوات $2x + \frac{2}{x} = 5$ ورکړشوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- تعریفورشو او حلډېرئ یې وټاکئ.

د مساوت په بڼي لور د 5 په ځای کوم عدد باید ځای ونیسي، له کومې سره چې دا ناتغیره مساوات حل $2^{1/2}$ ولري؟

دریم: د پارامتر د کومې تاکنې لپاره مساوات ټیک یو حل لري؟

الف- $3x^2 + ax - a = 0$ **ب -** $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ **پ -** $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

څلورم: یو مربع مساوات وټاکئ.

الف- د حل $L = \{-5; 3\}$ سره، ب - له حل $L = \{-2,5\}$ سره. پ- چط کوم حل ونه لري. ت- چې د $x^2 - 5x - 24 = 0$ د حل سره برابر حل ولري.

پنځم: د ارزښت(مطلق) مساوات حل کړئ.

الف- $\left|(x+2)^2\right| = 2$ ب - $\left|x^2 - x + 3\right| = 1$ پ - $|x+1| = x^2$

شپږم: د ولاړکوډیز یا مستطیل د اړخونو اوږدوالی وټاکئ، که دا ولاړکوډیز

الف- یو چاپیریال د $U = 38$ m او یو مساحت د $A = 88$ m^2 ولري.

ب- یو مساحت د $A = 16$ m^2 ولري او د سور اوږدوالی یې 4/3 وي.

اوم: وښایئ: که د دوه حقیقي عددونو کمښت یا تفریق د ضرب په څلور څله زیات شي، نو سرې د دواړو حقیقي عددونو مربع زیاتون یا جمعه لاس ته راوړي.

اتم: د یوه دیوال په اوږدوالي یو ولاړکوډیز پټي د $A = 800$ m^2 سطحي سره د یوه ټول 100 m متره سیم سره رابندیږي. د اړخونو اوږدوالي څنګه ټاکل کیږي؟ کوم ماکسیمال یا خورا لویه سطحه له دې سره رابندیږي؟

نهم: د x د جوړښت ټوټو قیمت K(x) دی. یو جوړښت ټوټه یا برخه په E(x) پلورل کیږي. څومره جوړښت ټوټې باید تولید شي، چې د 200 € یوه ګټه لاس ته راوړل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = x^2+100x+80$ (د ارزښت تابع یا فنکشن)

$E(x) = 160-2x$(د خرڅلاو تابع)

لسم: یوه فابریکه مواد تولیدوي، چې ارزښت یې په هره دانه € 65 دی. د x تولیدولو دانو ټول قیمت یا لګښت E(x) دی. کوم تعداد دا دانې باید تولید شي، چې ګټه ترې لاس ته راشي؟ د څومره تعداد دانو سره یوه ګټه د € 1500 لاس ته راځي.

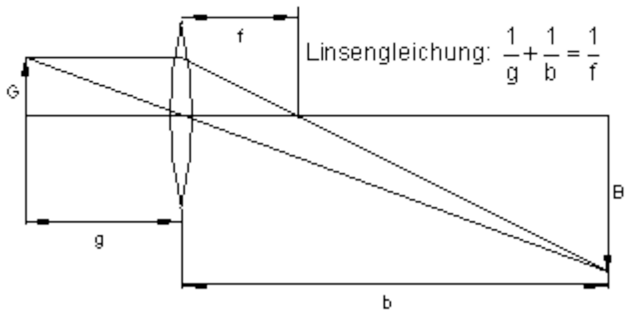
$$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$$ (لګښت فنکشن)

یولسم: یو شی G د عدسې له لارې، چې د سوزونټکي ا وږدوالی یې f = 0,2 m دی په یو اوپټیکي څیره B باندې پریوځي یا څیره کیږي. د شي او څیرې ترمنځ واټن یې 1 m دی.

الف- دا شی G او همداسې څیره B یې د عدسې څخه څومره لرې دي؟

ب – عدسه باید ماکسیمال څومره د سوزونټکي واټن ولري؟

په لاندې څیره کې: Linsenglaeichung د عدسې مساوات.



۸ - ماتبرابرون یا د کسرونو مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸ . ۱ - د ماتبرابرونونو حلونه یا اوبیونه

کسر مساوات ــلکه کرښیز مساوات- د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیدی شي. مګر مخ ته له دې دې تعریف-یا پیژندورشو وټاکل شي. بنسټېږئ IR ده، که بل څه نه وي ورکړ شوي. نو تعریفډېرئ اووښتون ارزښتونه یا د متحولو ارزښتونه خوندي لري، د کومو لپاره چې مساوات باوري وي. د تعریفورشو لپاره دې تر څیړنې لاندې ونیول شي، چې ماتلاندې یا مخرج د کومو ارزښتونو لپاره صفر کیږي. ټیک دا ارزښتونه تعریف ورشو پورې اړه نه ل ري.

بیلګه:

$$\frac{4+x}{x-2}=6$$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

ځکه چې ویش په صفر اجازه نه لري.

$$\begin{aligned}
& \frac{4+x}{x-2} &=& \; 6 & \quad |\cdot(x-2) \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6\cdot(x-2) & \\
\Leftrightarrow\; & 4+x &=& \; 6x-12 & \quad |-6x \\
\Leftrightarrow\; & 4-5x &=& \; -12 & \quad |-4 \\
\Leftrightarrow\; & -5x &=& \; -16 & \quad |:(-5) \\
\Leftrightarrow\; & x &=& \; \frac{16}{5} & \quad \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

$$\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-1}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{-3\,;\,1\}$$

ځکه چې د x=-3 لپاره لومړی مخرج د x=1 لپاره، دویم مخرج صفر کیږي.

اسلي ماهلاندې یا ــمخرج: (x+3)(x-1)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned}
\frac{5(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{1(x+3)}{(x+3)(x-1)} &= 0 \qquad |\cdot(x+3)(x-1)\\
\Leftrightarrow\ 5(x-1)+(x+3) &= 0\\
\Leftrightarrow\ 5x-5+x+3 &= 0\\
\Leftrightarrow\ 6x-2 &= 0 \qquad |+2\\
\Leftrightarrow\ 6x &= 2 \qquad |:6\\
\Leftrightarrow\ x &= \frac{2}{6}=\frac{1}{3} \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{1}{3}\right\}}}
\end{aligned}$$

بیلګه:

Hauptnenner د اصلي ماتلاندې یا مخرج په معنا

$$\frac{x}{x+1}+\frac{4}{x-1}=\frac{x}{x-1} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\} \qquad \text{Hauptnenner: } (x+1)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \qquad |\cdot(x-1)(x+1)\\
\Leftrightarrow\ x^2-x+4x+4 &= x^2+x\\
\Leftrightarrow\ 3x+4 &= x \qquad -x\\
\Leftrightarrow\ 2x+4 &= 0 \qquad |-4\\
\Leftrightarrow\ 2x &= -4 \qquad |:2\\
\Leftrightarrow\ x &= -2 \qquad \text{da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\}}}
\end{aligned}$$

وروسته له دې چې په دواړو لورو یا خواوو مساوات په اسلي مخرج راړل شو یا واړول شو، پای ضرب مو د اصلي مخرج سره دې ته بیایي، چې نور کسرونه نور شتون نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه:

$$\frac{a-x}{b-x}-\frac{a-b}{a+b}=0 \quad D=\mathbb{R}\setminus\{x=b\};\ a+b\neq 0 \quad \text{Hauptnenner: } (b-x)(a+b)$$

$$\frac{(a-x)(a+b)}{(b-x)(a+b)}-\frac{(a-b)(b-x)}{(a+b)(b-x)} = 0 \qquad |\cdot(b-x)(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a-x)(a+b)-(a-b)(b-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+ab-ax-bx-\left[ab-ax-b^2+bx\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2+\cancel{ab}-\cancel{ax}-bx-\cancel{ab}+\cancel{ax}+b^2-bx = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2-2bx+b^2 = 0 \qquad |-a^2-b^2$$

$$\Leftrightarrow -2bx = -a^2-b^2 \qquad |:(-2b)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2+b^2}{2b} \quad \Rightarrow L=\left\{\frac{a^2+b^2}{2b}\right\};\ b\neq 0$$

دا چې ښئ لور فقط له صفر ارزښتونو جوړه ده، نو کينه لور په اصلي مخرج راوړل کيږي. دالّه مخرج سره ضرب مو دلته هم دې ته لاربښودوي، چې نور کسرونه شتون نه لري. مګر په پام کې دې ونيول شي، چې ماتکرښنه په نوکانو کې نيول کيږي. که د کسرکرښې يا ماتکرښې مخ ته کميزه يا منفي مخنښنه شتون ولري، نو د کسر له منځه تلنې وروسته دې اړونده صورت يا ماتباندي په يوه منفي نوک کې کيښوی شي.

د په ښت- يا معکوس ارزښت جوړولو سره چلول:

په لاندي کې: Kehrwertbildung معکوس ارزښت جوړونه،   HN اصلي مخرج.

په ځنو حالتونو کيدی شي شميرنه د د په ښت – يا معکوس ارزښت جوړوني له لارې ساده کړای شي.

$$\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x-2} \quad |\text{Kehrwertbildung } D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{x-2}{4} \quad HN=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+2}{4}=\frac{x-2}{4} \quad |\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 2x+2=x-2 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow L=\{-4\}\in D$$

دا په ځانګړي توګه هلته باور لري، چې د مسرونو صورت فقط له عددونو جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ضرب سره چلول د اتیران(صلیب) له لارې:

شمیرنه کیدی شي
د|Multiplikation über Kreuz
چلیپا یا اتیران ضرب له لارې هم لنده شي.

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{-2; \frac{4}{5}\right\}$$

$$\frac{4}{x+2} = \frac{3}{5x-4} \,|\text{Multiplikation über Kreuz}$$

$$\Leftrightarrow 4(5x-4) = 3(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \,|\, -3x + 16$$

$$\Leftrightarrow 17x = 22 \,|\, 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17}$$

$$\Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$$

دلته د لومړي مات یا کسر مخرج(ماتلاندي) د دویم کسر له صورت سره ضربیږي او د دویم مخرج د لومړي کسر له صورت سره ضبربیږي.

مګر دا تیک هلته شونی دی، چي کسرمساوات دا ترخنک بڼه ولري.

د اتیرا – یا چلیپا ضرب د باوریوالي لپاره ساده ښوونه:

غوښتنه یا ثبوت: $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4}$

ښوونه د یوه ساده ورته بڼیط بدلون له لارې سرته رسوو.

$$\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x-2} \,|\cdot(x+1) \Leftrightarrow 2 = \frac{4(x+1)}{x-2} \,|\cdot(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2) = 4(x+1) \,|: 8 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{4} \quad \text{q.e.d (was zu beweisen war)}$$

q.e.d (was zu beweisen war)څه چي د ښوولو وو

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې: Definitionsmenge تعریفورشو یا-سټ،

Kehrwertbildung د معکوس ارزښت جوړونه.

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0 \,|\, -\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{2}{x-2} \,|\, \text{Kehrwertbildung}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{x-2}{2} \,|\cdot 2 \Leftrightarrow 2x=-(x-2) \Leftrightarrow 2x=-x+2 \,|\, +x$$

$$\Leftrightarrow 3x=2 \,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ da } x\in D \Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{2}{3}\right\}}}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2 \quad \Rightarrow \text{Definitionsmenge: } D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$$

$$\text{Hauptnenner}: x+3$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}=\frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \,|\cdot(x+3)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+3x-2x-6 \Leftrightarrow x^2+4x+3=x^2+x-6 \,|\, -x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x+3=x-6 \,|\, -x \Leftrightarrow 3x+3=-6 \,|\, -3$$

$$\Leftrightarrow 3x=-9 \,|:3 \Leftrightarrow x=-3 \text{ da } x\notin D \Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

بیلګه:

دا بیلګه په ګوته کوي، چې د تعریفورشو ټاکل څومره غوره دي. ورته بنه بدلون مو په رښتیا یوې نتیجې ته بیایي، مګر وتونمساوات د دې ارزښت لپاره تعریف نه دی.

بیلګه:

Trikچلول ته وایي

$$\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

$$\text{Trick}: \frac{1-2x}{1-x^2}=-\frac{1-2x}{x^2-1}=\frac{2x-1}{x^2-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره اصلي مخرج $x^2-1=(x+1)(x-1)$ دی. د بینوم دریمي جملې په بنسټ.

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1}-\frac{(x-1)(x-1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{x^2-1}}=\frac{2x-1}{x^2-1}\Big|\cdot(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\underbrace{(x-1)(x-1)}_{2.\ binomische\ Formel}=2x-1\Leftrightarrow x^2-(x^2-2x+1)=2x-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-x^2+2x-1=2x-1\Leftrightarrow 2x-1=2x-1$$

دا مساوات د هر $x\in D$ لپاره پوره دی: له دې لاس ته راځي: $L=D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

دا مساوات ناپای زیات حلونه لري، ځکه چې مساوات شرایط د تعریفورشو د هرx لپاره پوره دي.

ماتمساواتو(کسرمساواتو) ته پوښتني

ماتمساوات

لومړی: تعریفورشو وټاکئ او مساوات حل کړئ.

الف- $\frac{2}{x}+3=\frac{5}{2}$ **ب -** $\frac{2}{3x-4}-\frac{1}{20}=\frac{5}{6x-8}$ **پ -** $\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{1}{x-1}$

ت - $\frac{2+x}{x-1}=\frac{3+2x}{x+1}-1$ **ټ -** $\frac{x^2+4x+3}{x+3}=x-2$ **ث -** $\frac{-3x+6}{2x-4}+\frac{x}{x-2}=-\frac{7}{6}$

ج - $\frac{4}{x-1}+\frac{1}{5}=\frac{3}{1-x}+\frac{8}{5}$ **چ -** $x+\frac{2x}{x-1}=0$ **ح -** $\frac{32}{8x+16}=\frac{5x}{2x+4}$

خ- $\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-2x}{1-x^2}$ **ځ –** $\frac{5x-5}{x+1}+2=\frac{6x-3}{2x-1}+4$ **څ -** $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2x-4}$

د – $\frac{3-x}{x+1}-4=0$ **ډ -** $\frac{1}{x}+\frac{2}{x-2}=0$ **ذ -** $3u^2+6u=\frac{4}{3}+\frac{8}{3u}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ایا غوښتنه ټیک ده؟

$$\frac{2x^2+4x-30}{2x-6}=x+5$$ د ټول $x \in \mathbb{R}$ لپاره

دریم: تعریفورشو وټاکئ او ساواتت حل کړئ.

الف - $2x+(4-2u)\frac{u+3}{u-1}=-2u+6$ ب - $ux+(u+3)\frac{u}{u-3}=-u$

څلورم: وښایئ:

$(a+1)^{-1}=a^{-1}+1;\ a\in D$ حل نه لري.

پنځم: مساواتسیستم حل کړئ:

$$I:\ \frac{3}{x-23}=\frac{-2}{y+2} \qquad II:\ \frac{x-4}{y+2}=\frac{x-2}{y+5}$$

شپږم: یوه لارئ $405\ m^3$ بار زخیره ځای ته په x تلنو وړي. یوه ستره لارئ د دې لپاره ۹ کمو تلنو ته اړتیا لري. دواړه لارئ د دې بار لپاره په ګډه ۲۰ تلنو ته اړتیا لري. هره لارئ ځانله څومره تلنو ته اړتیا لري او هره یوه د څومره د بارولو توان لري؟

اوم: کوم طبیعي عدد(عددونه) کیدی شي د صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې د مخرج څخه کم کړي، چې 2- ترې لاس ته راوړي؟

اتم: مساوات $\frac{6-2x}{x^2-9}=\frac{3}{2}$ ورکړشوي دي.

الف- تعریف ورشو او حلورشو یا حلدېرئ یې وټاکئ.

ب- د 3/2 په ځای بل عدد داسې ولیکې، چې پرته له دې دا بې تغیره یا تغیر نه خوړونکی مساوات x = - 1 حل ولري.

د کسرمساواتو د تعریفورشو لپاره بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۱:

$\frac{2}{x}+7=3$: له دې لاس ته راځي $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ تعریف ورشو:

د کسرمساوات د متحولې ټولو ارزښتونو لپاره باور لري، پرته له صفر.

بیلګه ۲ :

$\frac{3}{x-7}=2$ له دې لاس ته راځي تعریف ورشو: $D=\mathbb{R}\setminus\{7\}$ ، ځکه چې

$x-7=0 \Leftrightarrow x=7$

د کسر مساوات باور لري د ټولو متحولو x ارزښتونو لپاره پرته له 7 . ځکه چې د x = 7 لپاره مخرج صفرکيږي.

بیلګه۳:

$\frac{4}{x+2}+\frac{3}{5x-4}=1$ له دې لاس ته راځي: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;\frac{4}{5}\right\}$

ځکه چې $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ او $5x-4=0 \mid +4 \Leftrightarrow 5x=4 \mid :5 \Leftrightarrow x=\frac{4}{5}$

په لومړي کسر کې مخرج د x=-2 لپاره صفر کيږي.

په دویم کسر یا مات کې د x=4/5 لپاره مخرج یا ماتلاندې صفر کيږي.

په صلیب یا اتيران باندې د ضرب له لارې چلول :

$\frac{4}{x+2}=\frac{3}{5x-4}\mid$ د اتيران یا چلیپا یا صلیب له لارې ضرب

$:\Leftrightarrow 4(5x-4)=3(x+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow 20x - 16 = 3x + 6 \mid -3x + 16 \Leftrightarrow 17x = 22 \mid 17 \Leftrightarrow x = \frac{22}{17} \Rightarrow L = \left\{\frac{22}{17}\right\}$$

پوښتنې

کسر نابرابرونونه

کسر نامساوات

لومړی: تعریفدېرئ وټاکئ او نامساوات حل کړې

الف- $\frac{3}{x+4} < 0$ **ب -** $\frac{1}{2x} > \frac{1}{3x} - 2$ **پ -** $\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)}$

ت - $4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0$ **ټ -** $\frac{x-2}{x-5} \geq 0$ **ث -** $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$

ج - $\frac{x}{x-1} < 1$ **چ -** $\frac{3-2x}{5x+2} \leq 1$ **ح -** $\frac{x-2}{x^2} \geq 0$

دویم: کوم طبیعي عدد(اعداد) د 2/5صورت ته ورزیات کړي او په همدې وخت کې له مخرج څخه کم کړي، چې د کسر ارزښت له څلورو لوي وي؟

دریم: وښایئ: د $ux^3 - (4u+1)x^2 = 0$ حل د $u > 0$ لپاره په انتروال $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ کې نه دی پروت.

څلورم: وښایئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u > 0$ لپاره باور لري: $\frac{-1-8u}{-2u} > 4$

نامساوات په ورته توګه لکه مساوات د ورته بڼه بدلون له لارې حل کیږي. د لته دې په پام کې وي، چې د کمیز ګڼ یا عدد سره د ضرب له لارې یا د وېش له لارې اړیک نخښه بدلیږي یا معکوسه کیږي. که چېرې یو نامساوات د یو عدد سره ضربیږي،نو باید د حالت توپیر وشي. لومړی حالت، که د اووښتوني یا متحولي ارزښت زیاتیز وي، دویم حالت که د متحولي ارزښت کمیز وي.

بیلګه: په لاندې کې Fall د حالت په معنا دی.

$$-x+2>1|-2 \Leftrightarrow -x>-1|\cdot(-1) \Leftrightarrow x<1$$

$$\frac{1}{x}<4 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Fall I: $x>0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1<4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}<x \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$$

Fall II: $x<0$

$$\frac{1}{x}<4|\cdot x \Leftrightarrow 1>4x|:4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}>x \Leftrightarrow x<\frac{1}{4} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\left\{x \mid x<0 \text{ oder } x>\frac{1}{4}\right\}$$

له شرایطو

$$x>0 \text{ und } x>\frac{1}{4} \Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

له شرایطو

$$x<0 \text{ und } x<\frac{1}{4} \Rightarrow x<0$$

په پورته کې und د او په معنا دی.

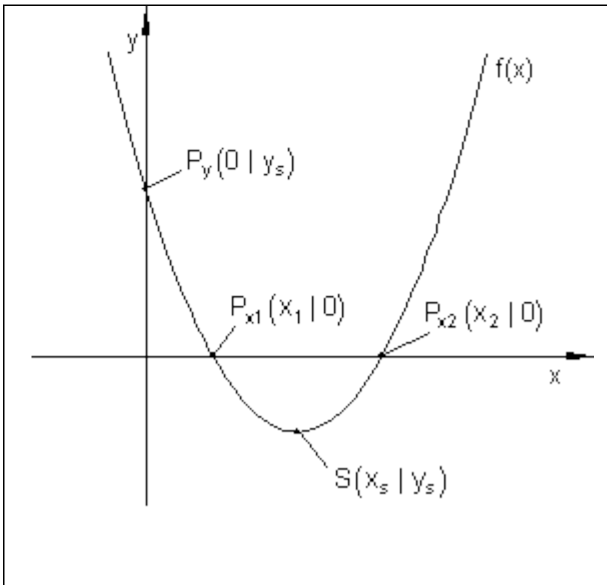
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو د محورونو غوځتکي

د محورونو غوځتکي

	په ځنګ ځېره کې د ګراف کتلو کې يوځو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره**

(c) ketabton.com: The Digital Library

	**غوڅېکی** $P_y(0 \vert y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \vert 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \vert 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \vert y_s)$

خيرنبيلګه:

د څيرنبيلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکي لرو.

د **y** -محور سره غوڅېکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردينات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانيدلي وی، چې د y -کواوردينات سيده د تابع مساوات څخه ولولو.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

S(3;4)(ککرټکی یا د رأس ټکی) $f(x) = (x-3)^3 - 4$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} او P_{x2} په ټکو کي غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردينات صفر دی.

د لپاره شرايط:

دا سي $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ اينونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بيايي:

د مربع تکميليدوله لارې حل يا ښوونه:

$$x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 4 \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3| = \sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5 \quad \vee \quad x_2 = -\sqrt{4} + 3 = -2 + 3 = 1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5|0); P_{x2}(1|0)}}$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځای ټاکنه
د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځايونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.
د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5 \quad S(-2|-9)$ دويم - $f(x) = -x^2 - x + 6 \quad S\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

دريم - $f(x) = -x^2 - 4x - 4 \quad S(-2|0)$

ځلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \quad S\left(-\frac{1}{2} \middle| -\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 \quad S(4|-3)$ شپږم - $f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad S(2|1)$

اوم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1 \quad S(-2|-2)$ اتم - $f(x) = 4x^2 + x - 5 \quad S\left(-\frac{1}{8} \middle| -\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad S\left(-\frac{1}{8} \middle| \frac{81}{16}\right)$ لسم - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 2 \quad S\left(1 \middle| -\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت)

يادونه:

يو کس € 120 ګټي، موږ هم وايو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. يو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وايو هغه بايد د € 120 د پيسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب يا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنيک له مخې ګټه د مثبت(زياتيز) او جريمه د منفی(کميز) په معنادی.

د يوه عدد ارزښت يا مطلقه ارزښت د شمير پوهني له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د يوې متحولې ارزښت وشميرلی شو، نو يو د شميرلو قانون ته اړ يو.

د شميرلو قانو:	
$\lvert x \rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$	که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.

بيلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $|x + 2| = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شميرنې قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \ge 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپير ته بيايي:

لومړی حالت: که $x+2 \ge 0$ وي، نو لاس ته راځي

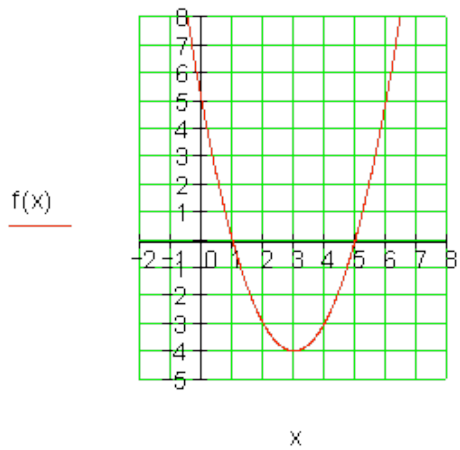
$$x+2=\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1=-2+\sqrt{3}$$

دويم حالت: که $x+2<0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2)=\sqrt{3} \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{3}$$

حل په لنده بڼه:

$\lvert x+2 \rvert=\sqrt{3} \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{3}$ د نورو ځيرنو لپاره د بيلګي ګراف کاروو:

دا کښته لور ته واز پارابول دی، چي ککرتکی يي په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره يي عوښتکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره يي غوښتکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوښتکي يي د تابع f(x) صفرځايونه بولو، چخه چي هلته باور لري: f(1) = او f(5) = 0	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

د تعريف او ارزښت سټ(ډېرى)

زيات وخت د تابع ټلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کي تر څېړني نيول کيږي.

دا مو تعريفډېرى او ارزښت ډېرى ته لاربنودوي.

ځمور د بيلګي تابع دي فقط له $x=-1$ تر $x=+6$ دx ارزښتونو په ورشو کي په هلته رامنځ ته کيږدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف سټ(-ډېرى): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له $x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

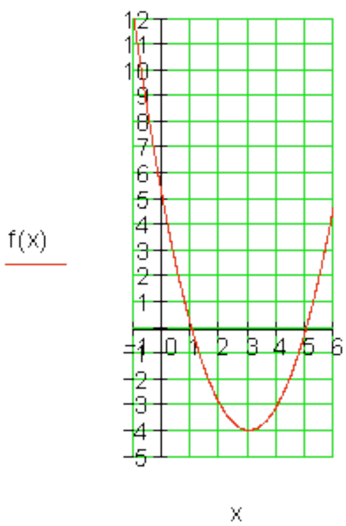
اوس د انټروال پولې $x=-1$ او $x=6$ څېړل کېږي.

$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

له دې سره ارزښت سټ دی:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

د ارزښت ډېرئ یا -سټ تل د تعریف سټ له لارې ورکول کېږی.
د نورې څېړنې لپاره څمورږ د بیلګې تاب ګراف ترڅېرنې لاندې نیسو.

دا ترڅنګ څېره ټیک د تابع ګراف برخه ښايي، چې د تعریفسټ سره د مخه ورړ شوې ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$	$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 

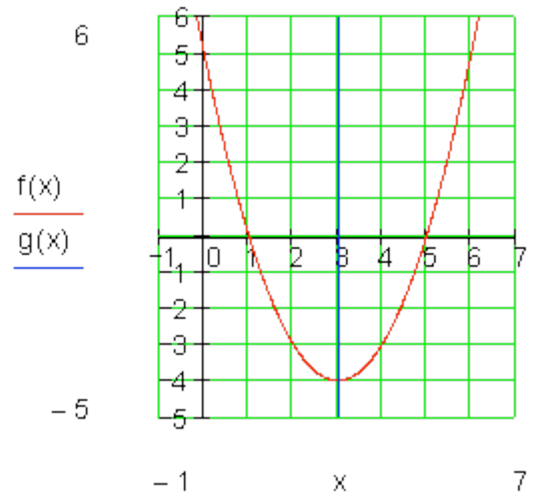
د سیومتري څېرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ښيره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سيومتريک دی، چې د y محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تيرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري. د سيومتري محور مساوات چې د $S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تيرېږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرۍ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.



له صفرځايونو څخه د ککرۍټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګي لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرۍ ټکي د x کواورديناټ دی.

د **_p - q-** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x + \frac{p}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \Leftrightarrow \quad x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

د ريښي لاندې افاده(وييڼه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $\text{Diskriminante} = D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د p-q -فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6;\ q = 5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 3 + 2 = 5 \vee x_2 = 3 - 2 = 1$$

دېسکريمينانت او د حلونو سټ

مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بېلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow I$$

:
حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنخښه ولري، نو مساوات حلوږ نه دي، ځکه چې ريښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کېدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بېلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$ فقط يو حل.

ټولګه:
دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

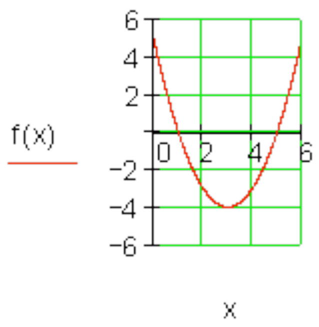
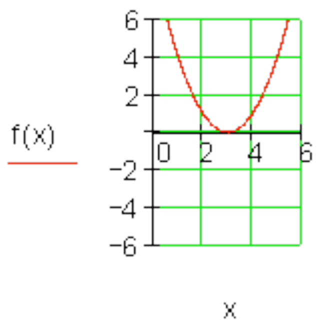
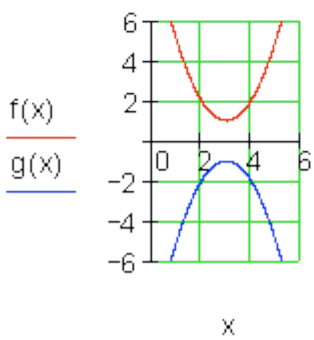
$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\,;\,x_2\}$	د دوه حلونو دېرى(سټ)
$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$	د يوه حل سټ
$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$	د حلونو سټ نه شته

د حلونو سټ او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ باندي څه معنا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.

موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرتکي کي لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر تکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
x_1 او x_2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښي جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سيډه شميرني له لاري صورت نيسي:

x1 او x2 سره ضرب کړی	x1 او x2 سره جمعه کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$$
$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$$
$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$$
$$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$
$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال ښه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

د پورته پښتو: کرښیز ضریبونه

یو مربع مساوات چې صفرځایونه یې معلوم وي، کېدی شي د کرښیزو ضریبونو په ضرب سره ولیکل شي.

جمله:

د صفرضرب جمله:

یو ضرب تیک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه یو ضریب یې صفر وي.

دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځایونو سره جوړ کړو:

یو مربع مساوات دې د صفر ځایونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضریب ¾ ولري.

$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

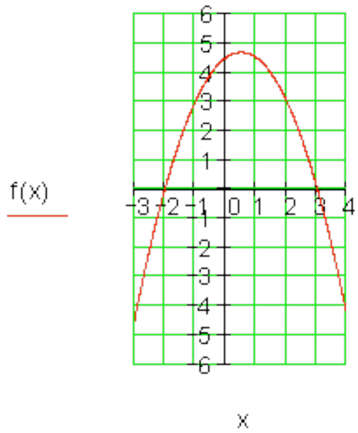
$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{75}{16}\right)}}$$

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



بیلګه

د صفرځایونو تاکلو لپاره د مربع تکمیلیدني له لارې مفصله بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$
نورمالمربع مساوات	$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$
مربع تکمیلونه	$\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ريښه وپستنه يا ريښه نيونه

ارزښت حل کړی

لومړی حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$
دويم حالت	$x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځايونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسي $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2 \mid 0)}$ همداسي $\boxed{P_{x2}(-6 \mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{2}\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 6 = 6 \Rightarrow \boxed{P_y(0 \mid 6)}$$

پوښتني

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو لپاره بايد کوم شرايط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځايونه ونه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم – د f(x) او g(x) برعکس ځايونه د x په واکوالي (تابعيت) کې و ښيرئ، که باور ولري:

$$g(x) = ax^2 - a \,;\, x \in \mathbb{R} \,;\, a \in \mathbb{R}^* \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 + 1 \,;\, x \in \mathbb{R}$$

دريم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$$g(x) = 0{,}5x(x+3) \,;\, x \in \mathbb{R} \quad \text{او} \quad f(x) = -x^2 - 3x \,;\, x \in \mathbb{R}$$

الف – په کواوردينات – يا پروتولاړ سيستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شميرنې دليل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړئ.

ب – کرښه د x=u سره د 0> u >-3 لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواورديناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د يوه مستطيل يا ولاړګوډيز يو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطيل منځ يا سطحه د u = -1 لپاره او چاپيرپال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردينات وشميرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – يو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

a داسې وټاکۍ، چې پارابول $g(x)$ د $f(x)$ ګراف لمس کړي.

پنځم – وښايۍ، چې د a داسې ارزښت نه شته، چې د $f(x)$ ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

شپږم – يو پارابول د تابع مساوات $f(x)$ سره په $S(0|6)$ کې يوه ککره لري او د x محور په ټکي $P_x(2\sqrt{3}|0)$. کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکۍ او ګراف يې رسم کړۍ.

اوم – د ويمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع $f(x)$کواوردينات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k|0); P_{x_2}(-2|0)$ او $P_y(0|-k)$ کې غوڅوي.

د$f(x)$ تابع مساوات وټاکۍ.

اتم – ضريبونه $a1$ او$a2$ داسې پيدا کړۍ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او $x=0,5$ ځايونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

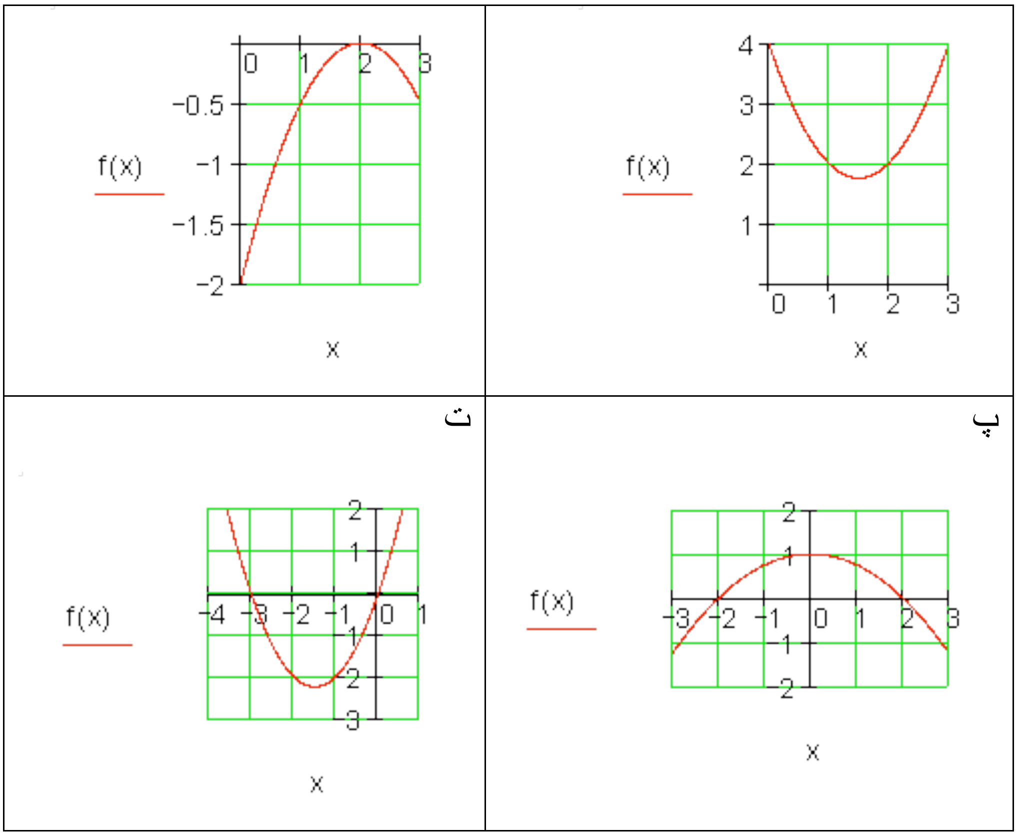
پوښتني

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د ځيرنو څخه د تابع مساوات و ټاکۍ..

الف	ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په $x=-3$کې غوځوي. د تابع ترم وټاکئ.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه -2 او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت -1 لري. f(x) وټاکئ.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې وېناوې (د ریاضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای $x = 0$ لري.

ب – د f(x) صفرځایونه په مختښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره f(0)=5 او f(1)=2 باورلري

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره $x = 3$ صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له اړخه

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 -1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوځېکی نه لري.

ب – دa_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 -1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخې$f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع$f(x)$ خورالوی یا همداسې خورا کوچني ارزښتونه وټاکئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شينواري ليکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دويم:

Diss . Uni. Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Wien

Dissertation at the Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, University of Vienna/Austria

لاندې د شميرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دريم: د شميرپوهنې ستر کتاب : د شميرپوهنې برسيره د انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې ليکنه به يې ځنو ځايونو غزېدلې او ځنې ځايونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو، زرو کې شميرنه، د ګټې – او کټې د کټې شميرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتياوې پوره کوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شميرپوهنې   انګريزي – پښتو ډکشنري.

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شميرپوهنې الماني - پښتو- او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځيال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې يو پيل   دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

يوولسم: د افغانستان په هکله سپيني خبرې: په   المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکټر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغي او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکټر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

لاندې د برینکمن لیکنې چې له پرینکمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نوري ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۴ ــ د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ــ د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ ــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ــ د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګې پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

دا لاندې د ښوونځي کتابونه دا اوس پای ته ورسیدل:

شمیرپوهنه د اوم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د اتم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د نهم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د لسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د یولسم ټولګي له پاره

شمیرپوهنه د دولسم ټولګي له پاره

ریاضي برای صنف دوازده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

	ماخان په اولني نوم میړي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترگې راغړولي. د هسکي میني د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولگي پیل او د دویم ټولگي څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته يې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کي مامور.

د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کي د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو).

له هغي وروسته په جرمني کي سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانگه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میړي په ۱۹۷۲ کي له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی.

ده د میرمن ښاپیرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانگه او اباسین نومیږي. څانگه په المان کي د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library