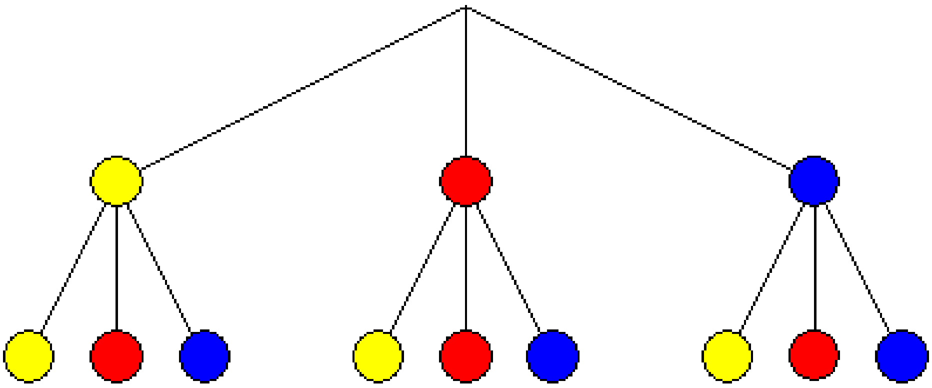
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړونکی. ډاکټر [illegible]خان ([illegible]یری) [illegible]نواری

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پېژند

د کتاب نوم   احتمالوالي شميرنه

ليکونکی: پروفيسر برينکمن

ژباړی :   ډاکتر ماخان ميرزي شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړۍ

خپرندوی :   د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه   جولای ۲۰۱۲

چاپځای   دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهني نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لرې. ماته د دوې د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکې ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپېرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نيوليک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

احتمالوالي شميرنه ۱
تصادفي يا توکلي پيښې ۱
تصادفي يا توکلي تجربې ۲
د يوه سترګيز يا سترګيز مکعب غورځول ۲
ډېرپريزه تصادفي تجربې ۴
دويم: په احتمالوالي شميرنه کې پيښې ۱۳
دريم: په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو تړنه ۱۸
د ډېريو يا سټونو A او B ټولنه يا اتحاد ۲۱
د دوه ډېريو A او B کمپنت -ياکمونډېرۍ (باقي سټ) ۲۲
ټولو پيښو ته بيلګې ۲۲
څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته ۳۲
نسبي ډېروالی ۳۲
د احتمالوالي تعريف: ۳۳
د لاپلاس تجربه ۴۰
پنځم - دډېرپوړيز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی ۵۷
شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل ۸۰
د مرتبان مودل ۸۰
اوم - د تړلو پيښو سره احتمالوالی ۸۶
اتم - شرطيز احتمالوالی ۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پيښنو خپلواکوالی	۱۰۰
نهم - د احتمالواليو تاکنه د ګڼلو(شميرلو)	۱۳۳
د مرتبان مودل سره مودل کول	۱۴۲
لسم – تصادفي واريابلې، احتمالوالي	۱۷۷
توکلي متحولې يا تصادفي متحوله......	۱۷۹
د احتمالوالي وېشنه يا ښه يې توته	۱۸۹
د احتمالوالي وېشنه يا په برخو توته کونه:	۱۸۱
د يوه احتمالوالي برختوته ونې انتظارارزښت	۱۸۲
د X د انتظار ارزښت	۱۸۴
يوولسم - د برنولي – ازماېښت	۲۲۱
د يوه تار لباره دk برياوو سره احتمالوالی	۲۲۴
دولسم - انتظار ارزښت	
او معيارې په ځنګ کيدني	۲۷۶
بينوميال وېشل شوې تصادفي لويه	۲۷۶
ديارلسم: د چاپيريال احتمالوالی	**۲۸۳**
څوارلسم - د بينوميالوېشنې اپروکسميشن	۲۹۲
د نورمالوېشني يا - پاشنې له لارې	۲۹۲
پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه	۲۹۸
شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت	۳۰۶
اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنستونه	۳۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول ارزښتونه ۳۷۳

د نورمالېږوتېه كونې تصادفي متحولې ۳۷۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانګه کې د ښوونځيو لپاره له درې لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالوالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکيږي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبيونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هرومرو به ناتيکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوي نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوېنې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان ،، ميرۍ،، شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت ځخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پیښیدني وړاندوییني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شمیرنې دنده په دې کې ده، چې پیښې تز ځیړنې لاندې ونیسي د تصادفي پیښیدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندۍ سره دا وړاندوییني د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

تصادفي- یا توکلي تجربه

د دانې(شپږسترګۍ) یا د لوبو مکعب غورځولو سترګۍعدد(-ګڼ) د تصادف یا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زیات واره تکرار کیدونکي عملیې دي، چې د هغو سره د سترګیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تصادفي-توکلي تحربې:

یوه تصادفي تجربه یوه تجربه ده د لاندې خویونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرایطو لاندې په خوښه زیات تکرارور ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پایلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پایله مخ له مخه کتنوړ (لیدوړ) نه ده.

بیلګه :

د یوه سترګیز یا سترګیز مکعب غورځول:

- په خوښه زیات تکرارور دی.

-لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پایله مخ له مخه لیدوړ نه ده.

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

که یوه تصادفي پیښه یوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د یوه یو پوړیزې تصادفي پیښې غږیږو یا دا یو پوړیزه تصادفي پیښه بولو.

بیلګه:

ممکنه نتیجې

یو ځل د یوې دانې یا لوبو مکعب غورځول. ۴

یو ځل د یوې پیسې ِغورځول عدد (نه محراب ممبر)

د فوټبال په لوبې بایلونې باندې یو ځلې شرط. بریا

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوره په ياد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري يوه مخ يې چې عدد (ګڼ) ورباندې کښلی دی په Z سره ښايو (له الماني چې عدد يا ګڼ ته وايي) او بل مخ يې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښايو (چې د الماني ځخه رانيول شوی او بيرغ ته وايي. هيله ده چې دا ستونځې به غبرګي سره ګالو).

نتيجه:

د تصادفي پيښې پايله د پايلي يا نتيجي په نامه بولو.

بيلګې:

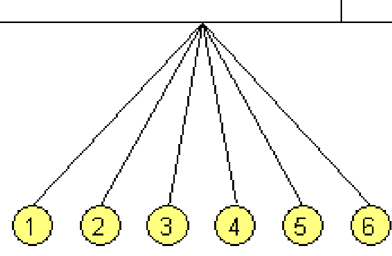
تصادفی تجربه	نتيجه سټ(- ډېرى)
د يوه سترګيز مکعب يو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د يوې پيسې يوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې باى باندې يوځلې شرط	S={ ورنه، مساوي، بايلنه}

تمرين:

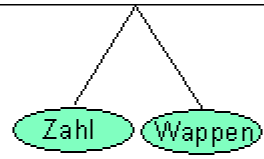
درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښنو سټ سره ورکړی.

د يوې تصادفي تجربې د نتيجو ډېرئ(- سټ) انځورونه

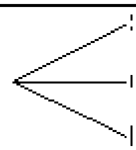
د نتيجو سټ کيدی شي د سټ ليکدود په ډول يا د ونې دياګرام په توګه هم انځور شي.

د سټ ليکدود په ډول انځورونه	د ونې دياګرام په توګه انځورونه
د يوه ګڼونو يا اعدادو مکعب (سترګيزې داني) يو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پيبنه ډېرئ يا -سټ	

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښنه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسي مخ(عدد)، - څټ(ممبرنښان}	 ممبرنښان عدد

د فوټبال د لوبې پای باندې یو ځل شرط

پیښنه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}	بریا، برابر بایلنه	

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو کونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرئ) بلل کیږي.

$$S = \{e_1; e_2; e_3; ...; e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له ریاتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو ټوګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

بیلګه:

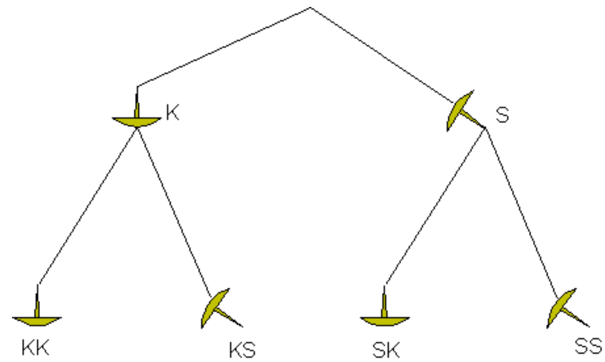
دوه واره د یوه کاغذي مېخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {ښوکه، سر } په لنډه بڼه: $S = \{S;K\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې دیاګرام له لارې انځورونه:



نتیجه د ونې دیاګرام څخه ساده لوستل کیږي:

$S = \{(KK);(KS);(SK);(SS)\}$

څلور ممکنه نتیجې لرو. په ونه دیاګرام کې مو هر تار یوې نتجې ته لارښودوي،

تمرین: په یوه مرتبان کې 2 شنه (g) او یوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی.
دوه غونداري د لاندې قانون له مخې راباسو:

یو په بل پسې په هر ځل یو غونداری اوستل کیږي بې له بېرته وراچونې. ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه سټ (- ډېرئ) جوړه کړئ.

ځواب:

ایا د فوټبال لوبې وتون)(یعنې پایونې) باندې شرط اېښوونه یو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زیات تکرارو‌ړ دی.

درې ممکنه نتیجې شتون لري(برابلیتوب، برابر پاتې کیدنه، بایلودنه)

نتیجه وړاندوېینوړ نه ده(یعنې وړاند وېینه نه پرې کیږي)

پس د فوټبال لوبې پایونې باندې شرط اېښوونه یوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر یوه د نتیجې سټ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

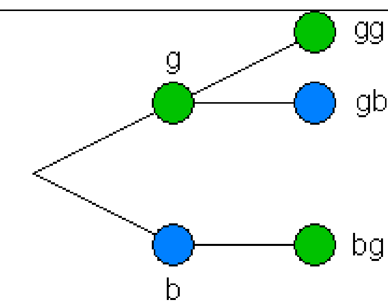
د 8 برخو سره: S= {1,2,3,4,5,6,7,8}

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری(که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښوني یا بې له بېرته د وراچوني سره   راوېستل کیږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرۍ) جوړه کړی.

نتیجه- سټ S ={(gg);(gb);(bg)}	

حل:

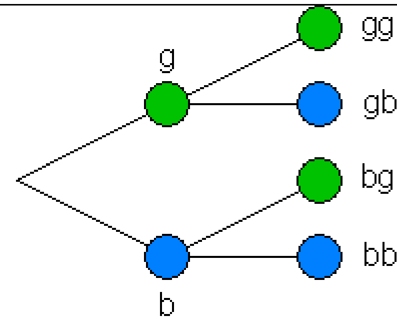
په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښوني یا له بیرته د وراچوني سره راوېستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرئ) جوړه کړئ.

	نتیجه – ست $S = \{(gg); (gb); (bg); (bb)\}$

پوښتنې

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې ست(-ډېرئ) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږئ؟ غوره خویونه یې وښایئ.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خویونو سره ورکړئ یا په ګوته کئ

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینګر او 20 زیړ باتینګر د همغه لویوالي سره پراته دي. . د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باتینګر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو ست(ډېرئ) S یې سم کړئ.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زیړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کیږي(بې له بیرته اینولو) ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو ست(ډېرئ) S یې سم کړئ.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړئ مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکی هغه دئ، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو ست(ډېرئ) S یې سم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-

یو کوټې 2سره او4 تور غونډاري یا غونډوسکې (کرې) لري (یا په کوټې کې ... پراته دي). له کوټې څخه به پټو سترګو یو په بل پسې غونډوسکې راوستل کیږي(بې له بیرته اېښوولو یا بیرته وراچول)

ونه دیاګرام وکاږی او د نتیجو سټ(ډېرۍ) S یې سم کړی.

اوم- په یوه خلته کې 7 چکلیټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زیړ او 5 سره دي. له خلتې څخه یو په بل پسې 3 چکلیټ راوستل کیږي (بې له بیرته اېښوولو).

څومره شتونوالی شتون لری، چې دا چکلیټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - یو د ګڼونو (اعدادو) یعنې نمره یي قلف له درې څرخونو جوړ دی، چې له 1تر 9ګڼونه یا اعداد لري . یو کس دا ګڼې یا نمرې پیژني، خو په خواشینی باید وویل شي، چې د نمروو ترتیب یې له یاده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دیاګرام رسم کړی. ؛بونه یا اعداد3, 7 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه یا ټېرونه یا کړی له درې برابرو برخو (Segments)
څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دی جوړ دي. دواړه څرخونه یو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کیږي او په عین وخت کې درول کیږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړی. د شرایطو سره یې نتیجې (r , b)ورکړی، چې نتیجه د) (b , r سره برابره نه وي. که د نتیجې سټ(ډېرۍ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب یې په دلیلونو سمبال کړی.
د یوه مسلکي ښوونځي 3 نارینه 2 ښځینه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکیږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او ځوک یې مرستیال شي. لومړی ریس او بیا پسې مرستیال ټاکل کیږي.

یو ونه دیاګرام وکاږی او نتیجې S یې ورکړی.

حلونه (اوبیوني)

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

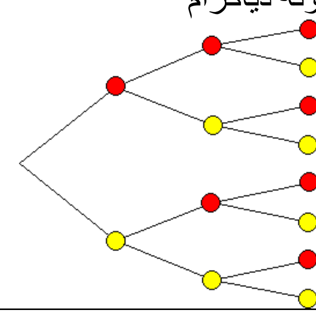
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

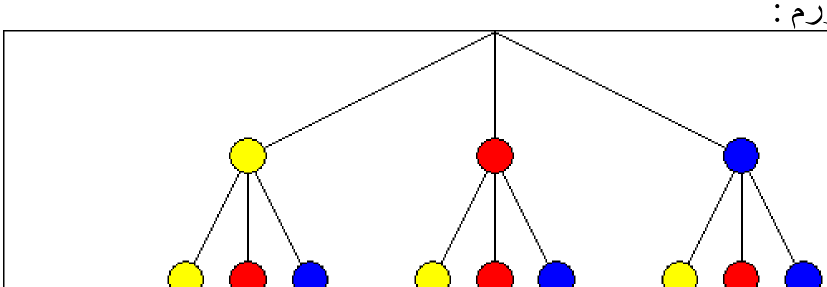
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېری
الف – د داني یو وار غورځول	$S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب – د پیسي یو وار غورځول	$S=\{Z;W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لری یو وار څرخول	$S=\{1;2;3;4;5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونداری دي.	$S=\{rr;rs;sr;ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)

ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S=\{rrr;rrg;rgr;rgg;grr;grg;ggr;ggg\}$

څلورم :



$S=\{gg;gr;gb;rg;rr;rb;bg;br;bb\}$

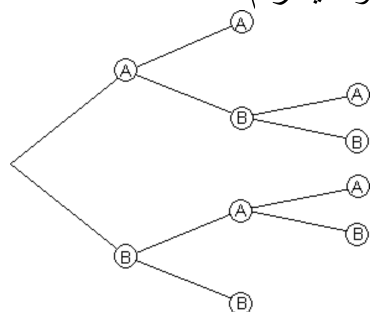
(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم : مفصل حل

نتيجې:

S = {AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB}

ونه یاګرام

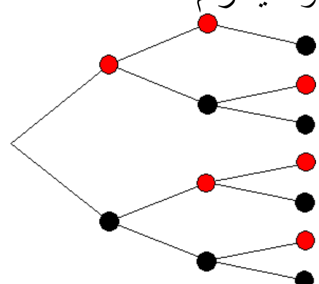


شپږم : مفصل حل

نتيجې

S = {rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss}

ونه یاګرام

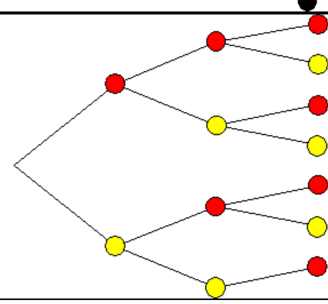


اوم : مفصل حل

نتيجې

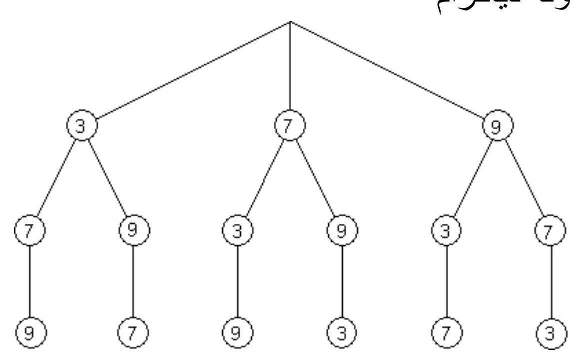
S = {rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg}

پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو



اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام



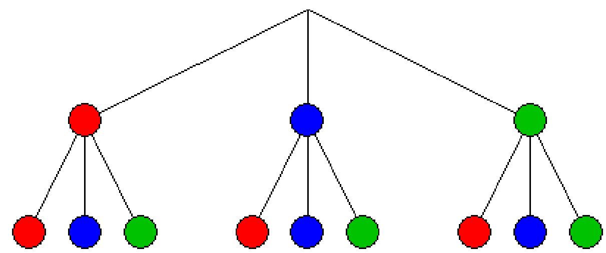
S = {379; 397; 739; 793; 937; 973}

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاګرام

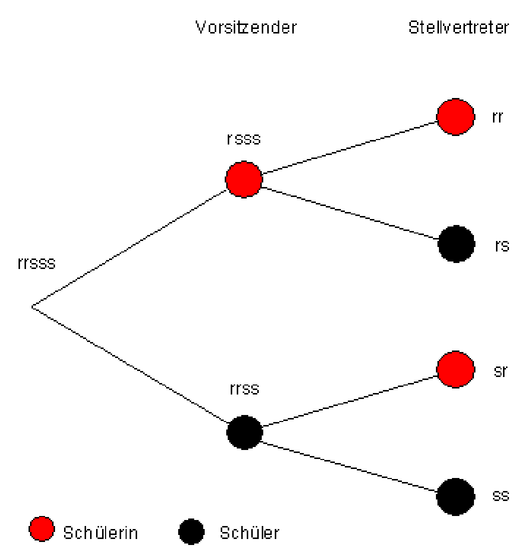


$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$.

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه یاګرام

مرستیال ریس



ښی یا تور : نارینه ز. کیڼ یا سور: ښځینه ز.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتيجه : $S=\{ww;wm;mw;mm\}$

دلته w ښځينه او m نارينه زده کوونکي دي.

دويم - په احتمالوالي شميرنه کې پيښې

پيښې

د يوه تصادفی تجربې نتيجه کېدی شي د پيښو په توګه را يوځای شي.

موږ دانې دا يو ځل غورځول په پام کې نيسو.

نتيجه سټ يا نتيجه ډېرۍ له 6 ممکنه نتيجو څخه جوړه ده: $S=\{1;2;3;4;5;6\}$

د نتيجې په توګه A تعريفوو: غورځول شوی عدد يا ګڼ جوړه يا جفت دی.

نتيجه ډېرۍ له 3 ممکنه نتيجو جوړه ده: $A=\{2;4;6\}$

دا د نتيجې ډېرۍ برخډېرۍ ده . د دې لپاره ليکو: $A\subset S$

پايله : د يوې تصادفي تجربې نتيجه سټ S هره برخسټ ... ,A, B, C پيښه بلل کيږي.

د دې لپاره ليکو: $A\subset S; B\subset S; C\subset S;...$

بيلګه:

يوه پيسه يو په بل پسې پرلپسې غورځول کيږي.

د ونه دياګرام له لارې نتيجه سټ يا د نتيجې ډېرۍ S پيداکيږي.

$$S=\{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(ZWW);(WZZ);(WZW);(WWZ);(WWW)\}$$

A دې پايله (نتيجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولويږي :. سټ A څنګه ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A \subset S$

تمرين :

B دې پېښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرين:

C دې نتيجه وی، چې زيات له زياته يو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پېښو ډولونه چې په يوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کيږي .

نتيجه سټ (د نتيجو ډېری) : $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پيښه A : عدد له 9 ګوچنی دی:

$\Rightarrow \quad A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتيجه A د هرې تصادفي پېښې سره پېښيږي يا رامنځ ته کيږي ، دا متمأنه پېښه بلل کيږي: A = S.

نتيجه B: عدد له 7لوي دی:: $B = \{8\} \quad \Rightarrow$:

نتيجه B فقط يو توکی لري. دا ساده يا بنسټ پيښه بلل کيږي.

پيښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي $C = \{\ \}$ همداسې $C = \varnothing$.

نتيجه $C = \varnothing$ هيڅ وخت نه پېښيږي دا يوه نا ممکنه پېښه ده.

نتيجه D : عدد له 6 لوي دی. . پايله	$\Rightarrow \quad D = \{7;8\}$
نتيجه $\bar{D}$: عدد کوچنی يا برابر 6 دی. پايله	$\Rightarrow \quad \bar{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$D\bar{D}$ د مخامخ یا معکوسه پیښنه ده.

د نتیجه سټ(-ډېرۍ) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېرۍ ډوله لیکنه: $D\bar{D} = S \setminus D$ ، $\bar{D}$ سټ یا ډېرۍ ده fې له D .

د پیښې او معکوس پیښې تولنه یا اتحاد نتیجه سټ (- ډېرۍ) $D \cup \bar{D} = S$ ده .

مخامخ یا په ښت یا معکوس پیښې ته بیلګې :

پېښه	معکوس پېښه
A: څلور موټر زیانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه یو موبیل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه تیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$ I : هیڅ یا دوه یا درې منې خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پیښې ته معکوس پېښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتیجه سټ S وټاکی.
دویم : پیښه ډېرۍ یا پیښه سټ و ټاکی

دریم : د پاتې – یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پیښې ډېرۍ جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .
د ساده کونې له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات د جوړ (H) او خراب (D) د پیښو ډېرۍS جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$S = \begin{cases} \left.\begin{matrix} HHHHHH \\ DHHHHH \\ DDHHHH \\ DDDHHH \\ DDDDHH \end{matrix}\right\} = A \\ \left.\begin{matrix} DDDDDH \\ DDDDDD \end{matrix}\right\} = \bar{A} \end{cases}$	د زیات له زیات څلور خرابیو شتونوالی شته د لږ تر لږه پنځه خرببو شتونوال شتون لري

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موبایلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پیښو ډېرىS جوړوي..

$S = \begin{cases} \left.\begin{matrix} GGGG \\ GGGN \\ GGNN \end{matrix}\right\} = B \\ \left.\begin{matrix} GNNN \\ NNNN \end{matrix}\right\} = \bar{B} \end{cases}$	لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته د لږ تر لږه یوه ملفون غلا امکانات

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات (B) او نه اسمانینګه (N) د پیښو ډېرىS جوړوي..

$S = \begin{cases} \left.\begin{matrix} NNNN \end{matrix}\right\} = C \\ \left.\begin{matrix} BNNN \\ BBNN \\ BBBN \\ BBBB \end{matrix}\right\} = \bar{C} \end{cases}$	امکانات چې هیڅ موټر شین نه دی اکانات چې لږ تر لږه یو موټر شین دی

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه تیک یوه منه خوسا ده،، لپاره.
مور له درې منو څخه پیل کوو. د کمبینښن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N) یوه نتیجه ډیرئ (-سټ) S جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده	$\{FNN\} = D$
امکانات چې يوه، دوه يا هيڅ منه خوسا نه ده.	$S = \left\{ \begin{matrix} FNN \\ FFN \\ FFF \\ NNN \end{matrix} \right\} = \bar{D}$

تمرين: B دې نتيجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرى څنګه ده يا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

يادونه : دا چې د B سټ تيک يو توکى لري، په دې حالت کې له يوې ساده ــ يا بنستيزې پيښې عبارت دى.

تمرين : C دې نتيجه وي، چې خورا زيات يو ځل عدد را ښکاريږي. د C سټ کوم دى؟

حل :

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دريم - په احتمالوالي شميرنه کې د پيښو ترڼه

د پيښو ترڼه

يوه دانه يو ځل غورځول کيږي. لاندې دوه پيښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (کڼ) له 3 لوى دى.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دى.

يوه نوې پيښه لکه چې ګورو لاس ته راځى :

C : د سترګيو تعداد له 3 لوې دى او د سترګيو تعداد يو جوړه عدد دى.

نتيجه C يوه له A او B جوړه د او-ترڼه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیښې C ډېرۍ یا سټ څنګه ده؟

حل: $A = \{4;5;6\} \quad B = \{2;4;6\} \Rightarrow C = \{4;6\}$

د سټ یا ډېرۍ لیکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوځډېرۍ یا قطاع = $C = A \cap B$

تمرین :

یوه نوې پیښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کیږي:

D : د سترګیو تعداد یا ګڼون له 3 لوي دی یا د سترګیو عدد (ښه يې تعداد) يو جوړه عدد دی.

دا د پیښه د A اوB څخه یوه د یا – ترنه ده . دD پیښه څنګه لیکلی شو؟

د دې لپاره چې د پیښو ترنې یا عملیې جوړې کړو اړین دی، چې د سټتیوري (ډېرۍ پوهنه) باندې یو څغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې یا سټ تیوري لنډیزا

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د یو له بل کره توپیروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لویو لاتین تورو په نخښه کیږي.

بیلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی	$2 \in M$
6 د M توکی دی	$6 \in M$
3 د M توکی نه دی	$3 \notin M$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرۍ)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته ويينې يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشريحي انځورونه $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: Aد ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېرۍ يا تش سټ $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لرى

سومبول $\{\ \} = \varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

منطقي او بلل کيږي $\wedge$

په سټونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځډېرى)

$B = \{e; f; g; h; i; j\}$	$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$
$C = A \cap B = \{e; f; g\}$	د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوى له B سره)
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cap B$ تول هغه توکي لري، چي په A کي او همدي وخت کي په B کي هم پراته وي.
د تقاطع سټ د دوه سټونو ترمنځ يوه د او ــترنه يا عمليه ده.	$x \in A \cap B$ په دي معنا چي x په A او B کي پروت دى يا د A او B توکى دى.

د ډېريو يا سټونو A او B تولنه يا اتحاد

$B = \{2; 4; 6\}$	$A = \{-4; -2; 1\}$
$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A \cup B$ د A او B تول توکي خوندي لري
د اتحاد سټ يا تولنډېرى د سټونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده	$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کي پروت دى يا x په دواړو ډېريو کي پروتدى

د سټونو نخښي، د منطق نخښي

د سټونو يا ډېريو نخښي د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ	غوڅ – يا قطع شوى	$\cap$
	تولنه يا اتحاد	$\cup$
د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ منطقى نخښي	منطقى او	$\wedge$
	منطقى يا	$\vee$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دA برخډېرى يا سب سټ

وركړ شوي ډېرىB د A يوه برخډېرى ده، ځكه چې د B هر توكى د A توكى هم دى.	$A=\{1;2;3;4;5;6\}$ $B=\{2;4;6\}$ $B\subset A$ په دې معنا چې B دA برخډېرى ده

د دوه ډېريو A او B كمبنت -ياكمونډېرى (باقي سټ)

د A او B كمبنتډېرى دA ټول هغه توكي لري، چې په B كې نه وي پراته. ليكنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A=\{1;4;9\}$ $B=\{0;2;4;6\}$ $A\setminus B=\{1;9\}$ $A\setminus B=\{x\mid x\in A\wedge x\notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x\in A\setminus B$ په دې معنا چې : x پهA كې پروت دى، مګر نه په B كې

ترلو پيښو ته بيلګې

ستركى مكعب بيا غورځول كيږي. لاندې پيښې كره كيږي:

A: د ستركيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو كم دى.

B : د ستركيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A\cap B$ جوړ يا تشكيل كړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليكى.

حل(اوبى):

$$A=\{1;2;3\} \qquad B=\{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A\cap B=\{1;3\}$$

$A\cap B$: د ستركيو تعداد له ځلورو كوچنى او يو ناجوړه يا طاق عدد دى..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \cup B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی	$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4; 5; 6\}$
د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی	$B = \{1; 3; 5\}$

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1; 2; 3\} \quad C = \{4; 5\} \quad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسې یوه پیښه نازغموړ یا بې قرارداده پیښه بلل کیږي.

نا زغم وړې پیښې:

د دوه پیښو A او B د او –ترنه نازغموړ بلل کیږي .که عوڅدېری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعنې $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- ترنه تل نازغوړ ده، ځکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$E\cup\bar{E}=S \qquad E\cap\bar{E}=\varnothing$

$E\cup S=S \qquad E\cap S=E$

حل (اوبی) :

یوه نوې پیښنه ، لکه چې کره کیږي یا ځرګند کتل کیږي، منځ ته راځي:

D : د سترګیو تعداد له ۳ لوي یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.

دا پیښنه D یو د او-ترنه ده له A او B .

پیښنه دېرى D څنګه ښکاریږي؟

$A=\{4;5;6\} \quad B=\{2;4;6\}\Rightarrow D=\{2;4;5;6\}$

دا دېرى په لیکندود داسي بربښي

د $D=A\cup B$ A او B تولندېرى = له A او B د یا- ترنه .

پوښتنې

پیښې او د پیښو ترنه I

لومړی – یوه دانه یو ځل غورځول کیږي.لاندې پیښې په ګڼلووالي لیکنډل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پیښه. ت – نه څلور .

دويم:یوه دانه پرلپسې دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښې په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسې غونډاري راوستل کیږي. غونډاري بیرته مرتبان ته نه اجول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

الف- لومړی دواړه راوستل شوي غونډاري همغه رنګ لري.

ب- لومړی او اخرنی راوستل شوی غونډاری مختلف رانګونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – وروسته له وروسته له دريمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دويمې راوستنې لا يو تور غونډارى په مرتبان کې شته.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه يې ورکړئ

دوه- ټولې پيښې په شمېرنيز يا زياتيدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پيښې ته هغه مخامخ يا معکوس پيښه ورکړئ په ګڼنيز –يا زياتيدوني ډول.

څلورم: يو زده کوونکى په څلور د شميرپوهنې(رياضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکى کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتيب د هرې پوښتنې په پاى کې r د ټيک او f د ناټيک لپاره ليکي. لاندې پيښې تعريفيږي:

الف- دريمه پوښتنه ناټيک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټيک دي.

پ – ټيک درې پوښتنې ټيک دي.

يو- ونه دياګرام وکاږئ او نتيجې يې ورکړئ.

دوه- ټولې پيښې په شميرلي(زياتيدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د يوه غونډاري د نتيجو ډېرئ ده:$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندېS برخډيرئ کره کيږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $B \cap A$ همداسې $A \cap C; B \cap C$ اوى

ب - $\overline{A}$ وټاکي همداسې $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$.

پ - يوه پيښه $D \subset S$ ورکړئ، داسې چې پيښې A او D نازغموږ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پيښې او د پيښو ترڼه ا

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتيجو ډېرى $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\overline{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دويم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

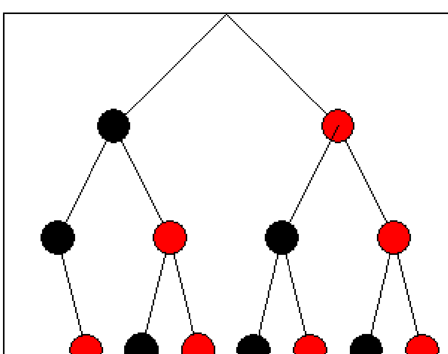
$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$

دريم - الف- نتيجه ډېرئ يا –سټ: سور=r ، تور=s ,

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$B = \{ssr; srr; rss; rrs\}$ $\quad A = \{ssr; rrs; rrr\}$

$D = \{srs; srr; rss; rsr\}$ $\quad C = \{ssr; srs; rss\}$

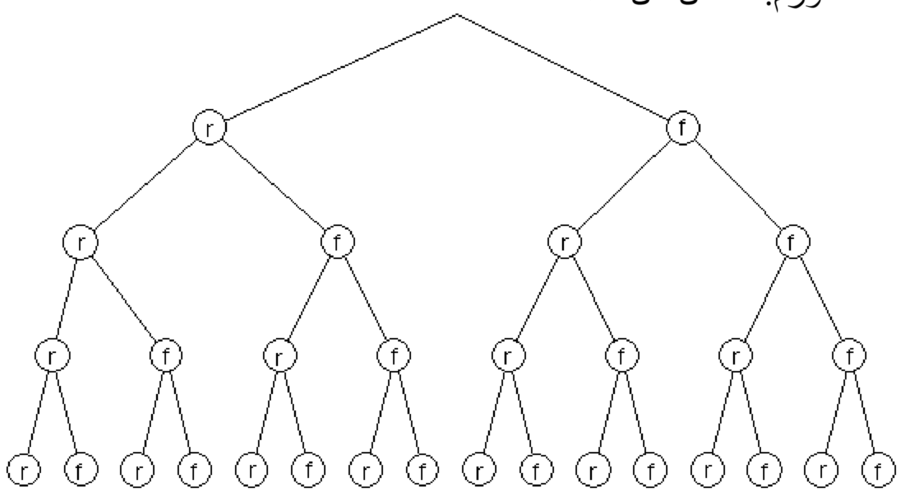
پ-

$S = \{ssr; srs; srr; rss; rsr; rrs; rrr\}$

$\overline{B} = S \setminus B = \{srs; rsr; rrr\}$ $\quad \overline{A} = S \setminus A = \{srs; srr; rss; rsr\}$

$\overline{D} = S \setminus C = \{ssr; rrs; rrr\}$ $\quad \overline{C} = S \setminus C = \{srr; rsr; rrs; rrr\}$

څلورم: مفصل حل الف-



$S = \{rrrr; rrrf; rrfr; rrff; rfrr; rfrf; rffr; rfff; frrr; frrf; frfr; frff; ffrr; ffrf; fffr; ffff\}$

ب-

$B = \{rrrr; rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$ $\quad A = \{rrfr; rrff; rffr; rfff; frfr; frff; fffr; ffff\}$

$D = \{rrrr; rrrf; rrfr; rrff\}$ $\quad C = \{rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $B \cup C = \{1; 2; 4; 5; 6\}$. $\quad A \cap C = \{2; 4\}$ $\quad A \cap B = \{1; 2\}$

ب -

$S \setminus B = \overline{B} = \{3; 4\}$ $\quad \overline{A \cap C} = S \setminus A \cap C = \{1; 3; 5; 6\}$ $\quad \overline{A} = S \setminus A = \{3; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- او ناز غموږ دي، که باور ولري:

او ناز غموږ دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بیلګه:

$$D = \{3;6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پيښې او د پيښو ترڼه II

لومړی – يوه سترګۍ يو ځل غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : غورځول شوی عدد يا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –يا طاق عدد دی.

لاندې پيښې په شميرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دويم – يو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري(کرې) لري. د مرتبا څخه يوپه بل پسې درې غونډاري راوستل کيږي، بې له بيرته وراچونې څخه. لاندې پيښې تعريفيږي.:

A:لومړي دوه غونډارې بيلبيل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونډاري همغه يا برابر رنګ لري.

الف: ونه دياګرام وکاږئ او نتيجه ډېرئ يا سټ يې ورکړئ.

ب- لاندې پيښې په شميرنيزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \breve{A} \cup \bar{B}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – په لاتري ډول کې 15 لتري پرتې دي، له دې څخه 10 لاترۍ بیلونکي دي. د لاترۍ ډول څخه بو په بل پسې دوه لاتري راوستلکیږي. لانمدې پیښې تعریفیږي یا راښوول کیږي:

: فقط بایلونکې راوستل کیږي.

: ټیک ګټونکې لاترې راوځي.

:دا اخر راوستله شوې لاترې بایلونکې ده.

الف- ونه زیاګرام وکاږئ او نتجیه ډېرئ یې ورکړئ.

ب- لاندې پیښې واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.

څلورم – له دوه پیښوA او B څخه پوهیږدو، چې $A\cup B=S$ او $\varnothing=A\cap B$ دي.

د پیښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوییا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریفیږي:

A : تعداد یا ګڼونې په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

B: تعداد یا ګڼونې په 15 وېشوړ (قابل تقسیم) دی

C : تعداد یا ګڼونې په ۸ یا ۹ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

D : تعداد یا ګڼونې یه ۹ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

E: تعداد یا ګڼونې یه ۱۲ یا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

F : تعداد یا ګڼونې یه ۱۲ یا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

G : تعداد یا ګڼونې یه ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی

H : تعداد یا ګڼونې په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسیم) دی.

نتیجه ډېرئ په شمیرنیزه توګه(چې ټول د ډېرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پیښو پیښې او د پیښو تړنه یا نښلونه II

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$

ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$

$A\cap B=\{1;3\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $\overline{A} = S \setminus A = \{1;4;6\}$ $\quad \overline{B} = S \setminus B = \{2;4;6\} \Rightarrow \overline{A} \cap \overline{B} = \{4;6\}$

ت- $A \cap B = \{1;3\} \Rightarrow \overline{A \cap B} = S \setminus A \cap B = \{2;4;5;6\}$

ټ- $\overline{B} = \{2;4;6\} \Rightarrow A \cap \overline{B} = \{2\}$

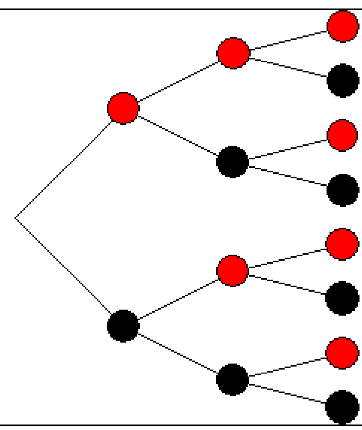
ث - $\overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{4;6\}$

دویم:

الف-

د پیښو دېرئ یا سټ

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$



ب-

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

$A = \{rsr;rss;srr;srs\}$ $\quad B = \{rrr;rsr;srs;sss\}$

$A \cap B = \{rsr;srs\}$ $\quad \overline{A} = S \setminus A = \{rrr;rrs;ssr;sss\}$

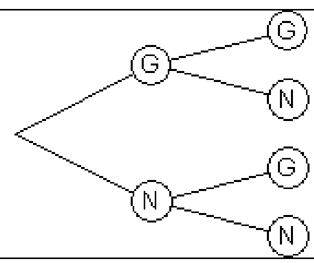
$\overline{B} = S \setminus B = \{rrs;rss;srr;ssr\} \Rightarrow A \cup \overline{B} = \{rsr;rss;srr;srs;rrs;ssr\}$

دریم:

الف-

نتیجې:

$S = \{GG;GN;NG;NN\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$S = \{GG; GN; NG; NN\}$$

$$A = \{NN\} \qquad B = \{GN; NG\} \qquad C = \{GN; NN\}$$

$$A \cup B = \{NN; GN; NG\} \qquad D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$$

$$\overline{C} = S \setminus C = \{GG; NG\} \qquad E = B \cap \overline{C} = \{NG\}$$

څلورم: A او B نازغموږ دي. B <= A = S\B د A مخامخ (په څټ يا معکوس) پيښه ده.

پنځم:

S = { 1; 2; ..... 99; 100}
A = { 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 }
B = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }
C = { 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 }
D = { 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 }
E = { 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 }
F = { 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 }
G = { 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 }
H = { 12; 36; 60; 84 }

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ايا دوي يو ملفون لري. د دې پوښتنې پايله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي يو ملفون لري.

پيښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د حالتونو تعداد یا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کيږي یا پېښيږي.

د نمونه ازمایښت پراخوال یا غېږ په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E)=\frac{H(E)}{n}=\frac{99}{120}=0,825$

په ټولیزه توګه باور لري؛

د نمونه ازمایښت څومره والی/د یوې پېښې مطلق ډېروالی= د یوې پېښې ډېروالی

فورمال: $h(E)=\frac{H}{n}$

تمرین: د په څټ – یا معکوس پېښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

یادونه: د پېښې E او د هغې معکوس پېښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

; $\bar{E}$ gilt: $h(E)+h(\bar{E})=1$

د احتمالوالي تعریف:

د احتمالوالي تعریف کې سړی کلاسیکی احتمالوالي تعریف او ستاتیستیکي احتمالوالي تعریف ترمنځ توپیر کوي.

کلاسیکي یا ټولګیز احتمالوالی د یوې بیلګې په بنسټ:

د یوه ایدیال یا ډېر ټیک غورځووني یا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد یا ګڼ د رامنځ ته کیدو لپاره برابر چانس شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موږ پېښه E تعریفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کېدو لپاره په لاندې توګه تفریف ورکوو:

د ټولو ممکنه پېښو تعداد/په Eپورې اړونده پېښو تعداد=p=P(E)

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

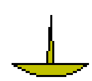
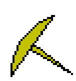
حل وروسته راځي.

ستاتیستیکي احتمالوالی د بېلګې په توګه د یوه کاغذ ستن غوروځولو لپاره:

که څوک د کاغذ یوه ستن وغوروځوي، نو دا یا په شا یا په اړخ لوېږیدلې پاتیږي.

سږی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغیزوالی د کاغذمیخ په جوړیدېنه کې پروت دی. کیدی شیچې دا د کاغذ ستن برابرډوله یا لږ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وینا وکړی شو، باید تجربې وکړو.

یوه د کاغذ ستن سل واره غوروځول کیږي، نسبي ډېروالی شمیرل کیږي.

نتیجه			جمعهn
مطلق ډېروالیn_i	44	56	100
نسبي ډېروالی			

$$h(e_i) = \frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100} = 0,44 \; \frac{56}{100} = 0,56 \; \frac{100}{100} = 1$$

نسبي ډېروالی په %کې،	44%	56%	100%

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجربې ښايي، چې د جګيدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt يا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره يوه د منلو وړ وينا وکړای شو، بايد دا تجربه زياته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډېروټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني يا سترګئ کې په 1/6 ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حيث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډېروالي په حيث.

يادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوييته يا فرضيه ده.

يوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښو نسبي ډيروالی په يوه ټاکلي ارزښت خوزي يا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستنې په همغه يا يوه وخت کې وغورځوئ او د پيښو تعداد په پام کې ولرئ.

E :د کاغذ ستنې په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټوليزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې يو د کاغد ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په يوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بيا وشميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
H(E)راتول شوي	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتيب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه يا ازماېښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرايطو لاندې وشي، نو کېدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بيلګې په توګه د 10 تجربه کسانو د تجربو زياتوالی يا جمعه کيدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جګوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشميرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو ګڼه(نمره) ، راټول(ګڼوالی يا زياتوالی.

د شخص ګڼهNi (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
راټول H(E)	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

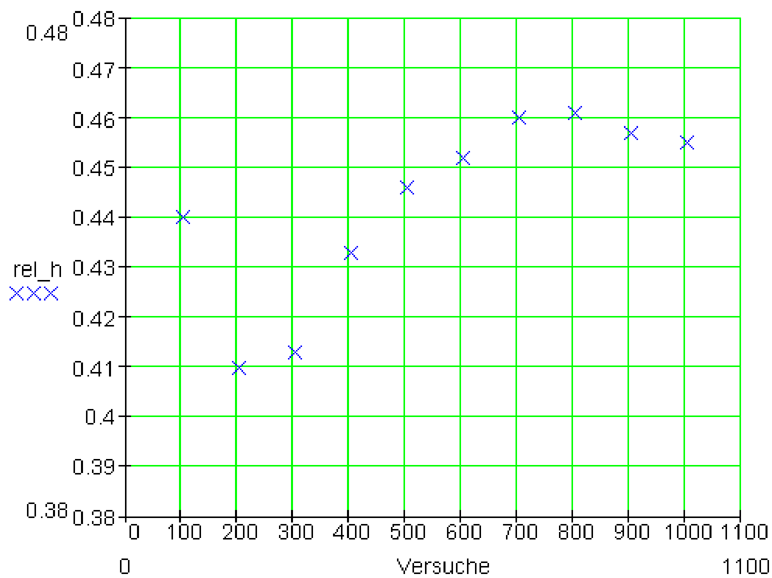
د پورته کيڼ په ترتيب

نسبي ډيروالی په يوه دياګرام کې وليکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څېړنې لاندې ونيسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو انتروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشریح کړئ.



پورته کېڼ: نسبي ډېروالی، لندې یا کته: ازماېښت
داسې لیدل کیږي، چې نسبي ډېروالی په انتروال [0,45;0,46]=اکې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لږ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاور نږدې کیږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کیږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیستیکي احتمالوالي په حیث د پیښې E د پیښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګي لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستني په شاپرتې دي د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معکوس یا په څټ پیښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پیښو رامنځ ته کېدو لپاره(په شا یاپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بېلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، څنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه ډېرئ یا ـــسټ په دې معنا چې S ممکنه پیښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پیښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریږي، نو وایو، چې پیښه A رامنځ ته شوې یاپیښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودریده، نو پیښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پیښو احتمالوالی تر ځیرنې لاندې نیسو

$$P(1)=P(3)=\frac{1}{8} \qquad P(2)=\frac{1}{4} \qquad P(4)=P(5)=P(6)=\frac{1}{6}$$

د A پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A)=P(\{2;4;6\})=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$$

د B پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(\{1;3;5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه ښت پیښي لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پیښي $\overline{A}$ یو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پیښي S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې یاده پیښي تل رامنځ ته کیږي، د بیلګې په توګه د یوه سترګي غورځولو سره تل یو عدد رامنځ ته کیږي.

د ساده پیښو ټولګه:

$S = \{e_1; e_2; e_3; \dots; e_n\}$ د یوه توکلي تجربې پیښه ډېرئ یا –سټ دی.

$e_1; e_2; e_3; \dots; e_n$ د هغې ساده پیښي دي، د بیلګې په توګه د غورځوني یا سترګي سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0 \le P(e_i) \le 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په دې معنا، چې د یوې پیښي احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکمیز یا نامنفي دی.

$P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \dots + P(e_i) = 1$ د جمعې یا زیاتون ساده لار.

د A د معکوس پیښي لپاره، یعنې د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

د يوې ناشونې پيښې لپاره، د بيلګې په توګه په شپږيزسترګې(۶ سترګي مکعب يا غورځوونکي) سره چې يو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرين: يو سترګی يووار غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي.

A : د سترګيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګيو ګڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

١ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

٢ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په يوه عدد ودريږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرين:

په يوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. يو ځل راوستل کيږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوريم: څومره تر غونډاري بايد په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرين: د په څټ – يا معکوس پيښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –يا معکوس پيښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبايل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډېروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0,175$$

جمعه يا زياتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0,825 + 0,175 = 1$$

تمرين: د يوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په يو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشميرئ.

ځواب:

نتيجه ډېرئ له ۶ ممکنه پيښنو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښه دېرئ له ۲ ممکنه نتيجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې يو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرين: د A د معکوس – ياپه څټ پېښې لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب: نتيجه دېرئ يا –سټ S له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پېښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پېښه د کمپنتدېرئ يا تفريق سټ له لارې ميدل کيږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پېښه سټ يا –دېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ يې شميرل شوی دی.

تمرين: يو سترگی يووار غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي.

A : د سترگيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترگيو کڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3؛ د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$
$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1: د سترګئ عدد له ۴ لوي او يو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$
$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2: تعداد له ۴ لوی دی يا يو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګيو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګيو تعداد يو ناجوړه يا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

E_3: د سترګيو تعداد له ۳ لو دی او يو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4: د سترګيو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ يا ۵ دی.

داسې يوه پيښه نامناسب بې مصلحته يا ناغوښتونې يا که غواړئ نازغموړ بلل کيږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کيدو احتمالوالی صفر دی.

تمرين: يو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی يا ښوونستن په يوه په درې وېشوړ عدد باندې دريدلی پاتيږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په يوه عدد ودريږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0{,}3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

تمرين: په يوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. يو ځل راوستل کيږي.

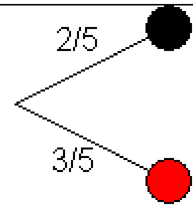
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوريم: څومره تر غونداري بايد په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

د ونې دیاګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډاری راووستل شي 2/5 دی، یو سور چې راووستل شي 3/5 دی. احتمالوالی په اړونده تار لیکل کیږي.	

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلی غونډاری تور دی.

اینبوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 | -0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

باید په مرتبانکې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره یو غونډاری راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالیا

لومړی:

په لیکني بیالوژي ازموینه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کیږي، چې په ۵نمرو سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالی وشمرئ.

ب- وېشنه په یوه ګردئ- یا دایروي دیاګرام انځور کړئ.

پ-یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یوه ۱ اخستې؟

ت- یو د ازموینې کاندید تصادفي ټاکل کیږي. د کوم احتمالوالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلې یا اخستې؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماېښت نتیجې لپاره احتمالوالي p = 0,73 دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتیستیک یا احسایه د په څلور پټیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوې داتا څخه را اخستل کیږي.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

M معنا: زده کوونکی نارینه دی. د F معنا: د FORپه حیث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زیاتون.

الف- دا پاتې یا باقي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحیزتخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالی و ټاکئ او دا په یوه څلورپټي یا سطحیزه تخه ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کیږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخیلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. احتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ڵه. E : جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی I

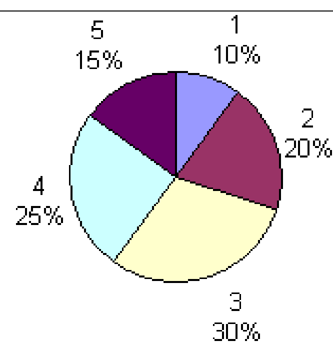
مفصل ځوابونه لومړی: الف-

نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,1$

د نمرو ویشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ $P(1)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$	$P(2\vee 3)=P(2)+P(3)$ $=\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0,5$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلې نتيجې احتمالوالى p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73 او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492}\approx 0,137$	$\frac{1200}{3492}\approx 0,344$	$\frac{1680}{3492}\approx 0,481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492}\approx 0,192$	$\frac{1140}{3492}\approx 0,326$	$\frac{1812}{3492}\approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492}\approx 0,330$	$\frac{2340}{3492}\approx 0,670$	$\frac{3492}{3492}=1$

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

P. O (لومړی کس) p.۲ (کس FOR لري) p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري) p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$=\frac{1152}{3492}\approx 0{,}330$ $=\frac{1680}{3492}\approx 0{,}481$ $=\frac{1140}{3492}\approx 0{,}326$ $=\frac{480}{3492}\approx 0{,}137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{480}{2680}\approx 0{,}82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A=\{3;4;5;6\}\Rightarrow P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6} \qquad B=\{2;3;4;5\}\Rightarrow P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\overline{6}$$

$$C=\{2;3;5\}\Rightarrow P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5 \qquad D=\{6\}\Rightarrow P(D)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

$$E=\{2\}\Rightarrow P(E)=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6} \qquad F=\{1;6\}\Rightarrow P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0{,}\overline{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماېښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a و b ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0,6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې % 4,4 د نجونو او %6,4 د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې %5,2 نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅتې پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکي او يوه نجلۍ)=0,19

دويم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټي چانس کيدی شي سړی يو د مرتبان تجربه په خيال کې راوړي. په يوه مرتبان کې يو سور غونډاری(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط يو ځل راوستل کيږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط يو سور غونډاری راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

د ګټي چانس ۱ و ۲ ته	(1) $p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۲ ته	(2) $p=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۲ و ۳ ته	(3) $p=40\%=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3}\Rightarrow$
د ګټي چانس ۳ و ۱ ته	(4) $p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}\Rightarrow$
د ګټي چانس c و d-c ته	(5) $p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)}\Rightarrow$

دريم:

s تور، b شين، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(s)=\frac{3}{16} \qquad P(b)=\frac{7}{16} \qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-

$$P(r \vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-

$$P(s \vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ-6/16 = P(r) نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ یا معکوس پېښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

Summmeزیاتون یا جمعه J ځوانان M نجوني S لمبیدونکي Nنه لمبیدونکي		M	J	Summe
	S			
	N			
	Summe			1250

5,2% په ښوونځي کې نه لمبیدونکي په معنا چې

65 =1250.0,052نه لمبیدو ونکي ښوونځي کې شته دی.

له دې سره په ښوونځي کې 1250-65=1185 لمبید

لمبیدنکیونکي په ښوونځي کې شتون لري.

په ښوونځي کې دې د نارینه او ښځینه زده کوونکو تعداد دې وي:x+y=1250

له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبیدونکو تعداد 0,044x+0,064=65 دی(دوه کرښیز مsاوات د دوه مجهولو یا ناپیژندونکوسره)

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 \mid II - I$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجونې او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې 33=0,044 .750 دي، د هلکانو6,4% نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته ییزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی $P(A) = 0,6$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی $P(B) = 0,3744$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rot په ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E=\{\underbrace{r;r;r;}_{3}\underbrace{g;g;g;g;g;}_{5}\underbrace{s;s;s;s}_{3}\}$$

$$P(A)=\frac{5}{12} \qquad P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$P(C)=1-P(grün)=1-P(A)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$P(D)=1-P(rot)=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$P(E)=P(schwarz)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E})=1-P(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

دپېښې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دېرپوړیز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی

پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازماېښت

زیات وخت داسې تصادفي ازمایښې کیږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماېښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ازماېښتونه د زياتو يو په بل پسې يو پوړيزو ازمايښتونو رايوځای شوي دي.
بيلګه يې د سيکې يا پيسې غورځول:
په همغه يا عين وخت کې دوه پيسې غورځول کيږي، چې دواړه مخونو ځخه يې ممبرنښان پهw او ګڼ يا عدد يې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونډيرئ(په لاس ته راوړونست) کې رايوځای کيږي. S = { ww ; wz ; zw ; zz } .
احتمالوالی ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

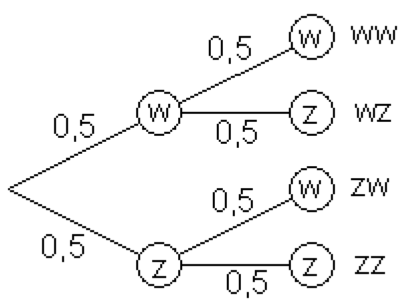
$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس يوه پيسه پرلپسې اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياګرام کښل کيږي. احتمالوالی په همغه تار ليکل کيږي

لاس ته راوړنې:{ S = { ww ; wz ; zw ; zz
پيداېښتي يا طبيعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې

د يوګونو احتمالوالی د تار په اوږدو احتمالوالي ضريب ځخه لاس ته راځي:

$$P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$
$$P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$



د داسې لاسته راوړنو يا هم ونو دياګرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونو په مرسته شوونی شي
بيلګه: د يوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درې نارينه ـ او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کيدی شي. لومړی ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کيدی ښي چې يوه زده کوونکې ريسه او بله يې مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي يوه زده کوونکې ريسه او زده کووونکی مرستيال وټاکل شي؟

پ) د کوم احتماوالي سره به يوه زده کوونکې مرستياله وټاکل شي؟

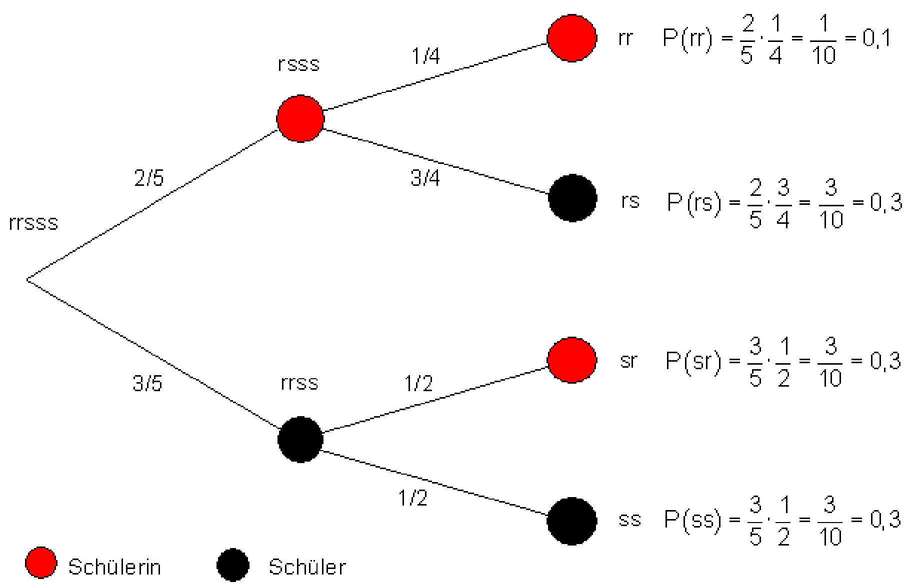
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا یوه دوه پوړیزه تصادفي تجربه ده، چې د یوې لاترۍ په څیر رامنځ ته کیږي.

په جام کې ۵ غونداري دي، ۲ سره د ښځینه زده کوونکو لپاه دي او ۳ تور د نارینه زده کوونکو لپاره

له جام څخه یو په بل پسي دوه غونداري راوستل کیږي(راوستنه بې له بیرته ایښوونې یا بیا وراچونې) .

دا حالت یو ونه ډیاګرام لیدوړ کوي.



یادونه : سور خال ښځینه زده کوونکي، تور خال نارینه زده کوونکي

الف) : یوه زده کوونکې رییسه ده، بله مرستیا له

$$P(A) = P(rr) = 0,1$$

ب) : زده کوونکې رییسه ده او رده کوونکی مرستیال

$$P(B) = P(rs) = 0,3$$

پ) زده کوونکې مرستیاله

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow C = \{rr ; sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0,1 + 0,3 = 0,4$$

په بېلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

۱ . تارقاعده په یوه و نه دیاګرام کې د یوې پېښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

۲ . تارقاعده : په ونه دیاګرام کې د یو ې پېښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

<u>په یاد ولره:</u>

په ونه دیاګرام کې مو هر تار د یوې پېښې تصادف ازماېښت ته بیایي یا لاربښوده وي..
د داسې یوې پېښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

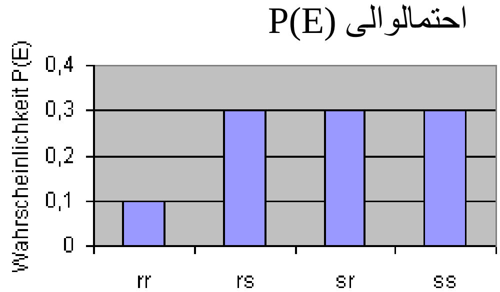
تارقاعده

کا د یوګونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کیدی شي د مټې یا ستن دیاګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زیاتون تل ۱ ورکوي

احتمالوالی P(E)



پېښنه E
کېڼ لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

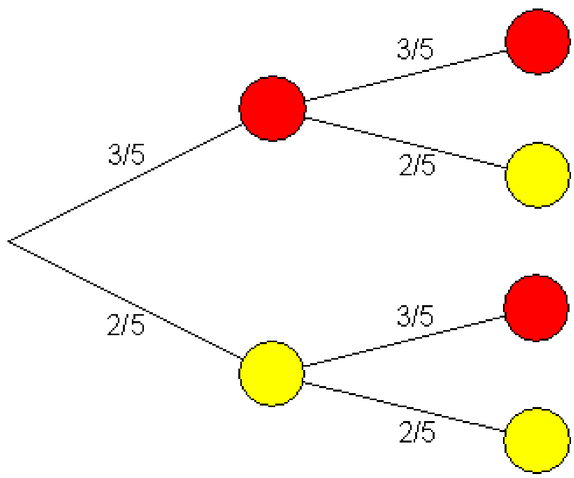
بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونداري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونداري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره

الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په څیر وکاږی

ب) د پیښي A لپاره احتمالوالی وشمیری: راوستلي غونداري نابرابر رنګ,نه لري

پ) د پیښي B لپاره احتمالوالی وشمیری:کم له کمه یو راوستل شوی غونداری زیړ دی

ځوابونه الف)



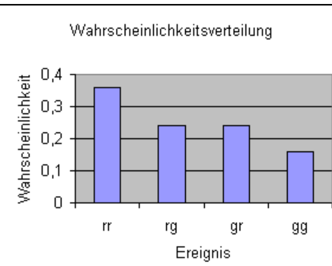
$$P(rr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(rg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کيږ لور څیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:

Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit احتمالوالی، Ereignis پيښه

ب)

$$A=\{rg;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0,48$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ)

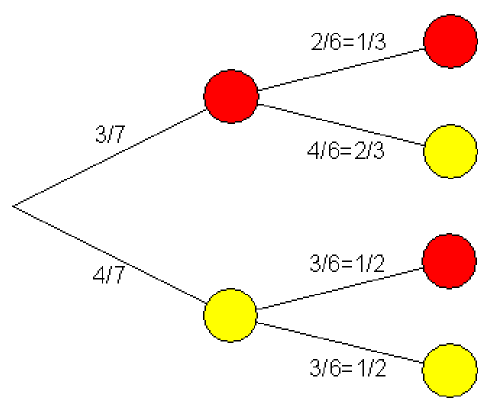
$$B=\{rg;gr;gg\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بیلګه: په یوه کوټی کې ۳ سره او څلور زیړ غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچونې..

الف)ونه دیاګرام او احتمالوالی وېشنه د جدول او دیاګرام په څیر وکاږی.

ب) د پیښي A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پیښي B لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



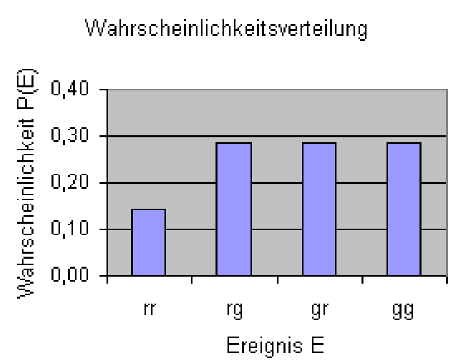
$$P(rr)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{7}\approx 0,143$$

$$P(rg)=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gr)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gg)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

E	rr	rg	gr	gg
$P(E)$	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\{rr;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rr)+P(gr)=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}\approx 0,429$$

پ)

$$B=\{rr;\ gg\}\Rightarrow P(A)=P(rr)+P(gg)=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}\approx 0,429$$

یادونه : په راتلونکې کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازمایښې ا

لومړی - یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی و ټاکی.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پیښنو لپاره احتمالوالی وټاکی.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

C: لږ ترلږه یو ځل ګڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت –

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم –   یو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زېړ غونډاري (غونډوسکې یا توپونه او یا باغکې(تشلې) او که غواړئ کرې) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کیږي، د بیرته وراچولو سره .ونه دیاګرام و کاږئ، د لاندې پېښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه یا یو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : دC مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښیږي؟

څلورم –

یوه ازموینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب ربښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس بې له چمتووالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې ربښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د ګمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه یو قاچاقوړونکی نیسي؟

شپږم –

د لیسې د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټولیزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تیاتر لپاره یوه یوه وړیا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرینځیپ یا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظیمیږي. د کوم یو احتمالوالي سره په لومړیو شپږ ځایونو کې د یوه ټولګي زده کوونکي ځای نیسي؟ (لارښود: یو مناسب د مرتبان مودل و کاروئ).

اوم – یو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شین، سور، سپین او اسماني رنګونه لر ي څرخول کیږي. یوه لوبه پای کیږي که دا څرخ ودریږي. له دې څلورو څخه یو رنګ د یوه غشي سره په نخښه یا په ګوته کیږي. د یوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې باید لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زیات احتمالوالي سره لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړیزې تصادفي ازمایني I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تیک یو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{0,75}$$

یا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هیڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

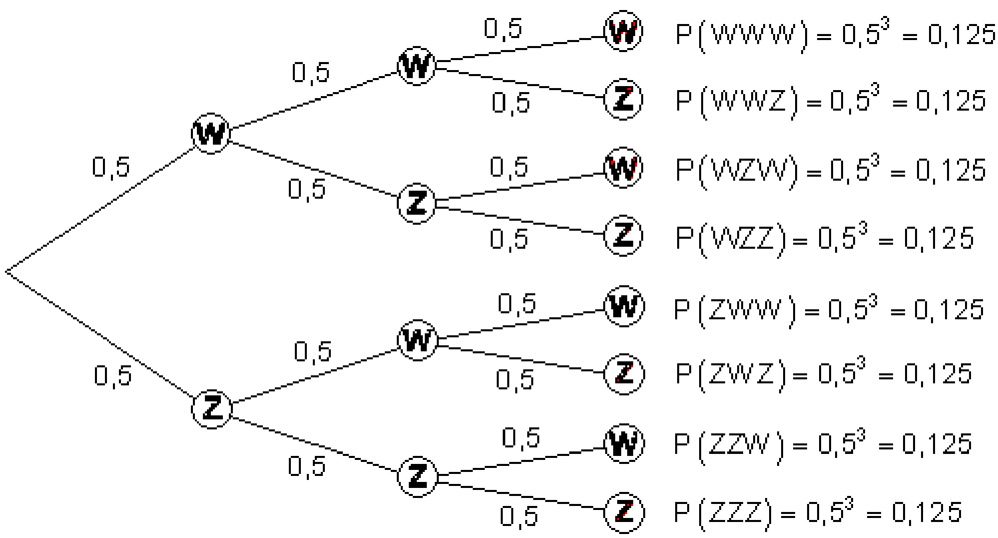
C : زيات له زياته يو ممبر نښان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پېښې $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نښان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



A : له دوه ځخه زيات ځله ممبر نښآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نښان. د B برعكس پيښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعكس پيښه د اسې ه: هيڅ حل عدد، دا مكرردرې ځله ممبر دی.

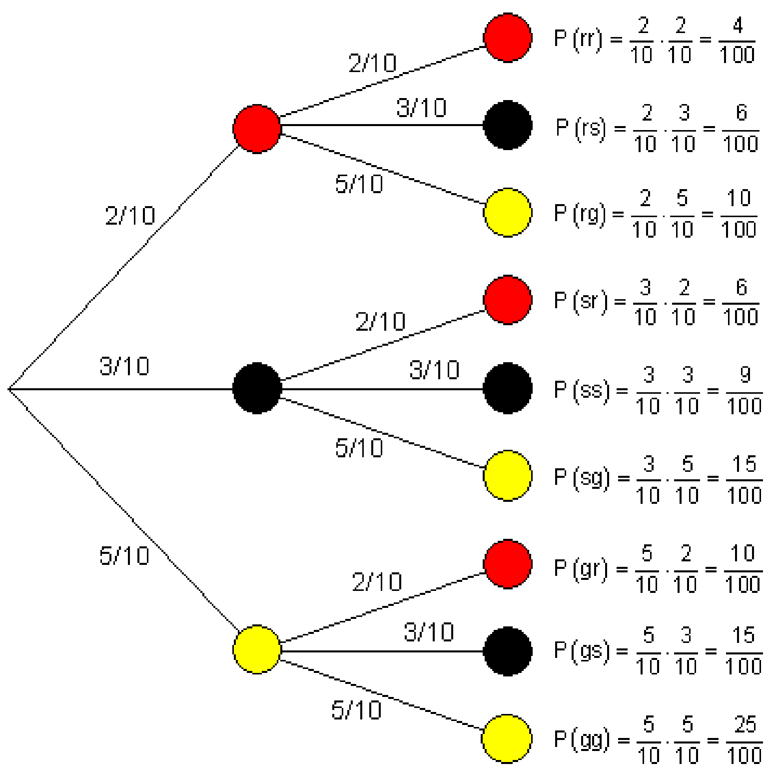
$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – D : تیک یو خل ممبرنښان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\})$$
$$= P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}375$$

دریم -



e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګيز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0{,}38}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0{,}06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$

$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0{,}5}}$$

ت - دC برعکس پیښنه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کیږي؟

$\overline{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0{,}5=\underline{\underline{0{,}5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پیښنه ده (څلور پوښتني) . د یوه ټیک ځواب لپاره اختمالوالی1/3 دی، او د ناټیک لپاره 2/3 .

په لاندي کي د الماني معنا: دري پوښتني ټیک دي

$$P(3\text{ Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

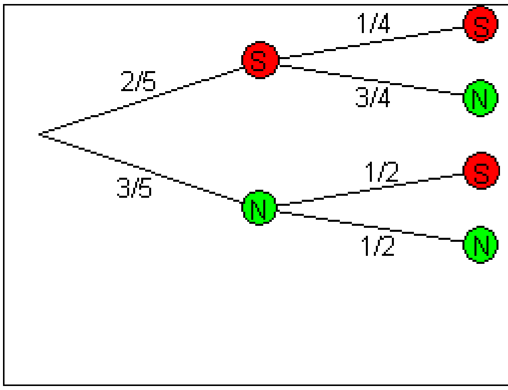
$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\text{ Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0{,}11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په یو ه مرتبان کي 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق ورونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق ورونکی S). دوه واره غونډاری راوپستل کیږي بې له بیرته ور اچولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$$

$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0,3$$

$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$

$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

P(S لږ تر لږه يو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولکی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولکی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بیرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولکیو لپاره برابردی P({rrrrrr})=P({gggggg})

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وېستل بې له بیرته ور اچوني.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0,02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسي کې لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسي درې ځله شنو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$ په یوه لوبه یو ځل شین

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د یوې لوبې پرلپسې سره درېواره شین د A برعکس یاپه ځتې پیښنه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$P(\{\overline{ggg}\}) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$ په یوه لوبه پرلپسې کې درېواره شین نه شته

$$P(\overline{A}) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \mid :(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \mid \ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0,4) \mid :\ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

باید لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه یوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

II ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه
لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی
.
دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ ــ څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی 10% سترګو ته نه راځي.
له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی
وټاکئ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو
کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم 25% بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول
څخه 85% برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په 20% کې ټولو
حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتنې (انتظار) نه پوره کوي. فقط
که ټول درې کنتر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي
انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که
هڅرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د
غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در بواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري
B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه
یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې
وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دېر پوړيزي تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

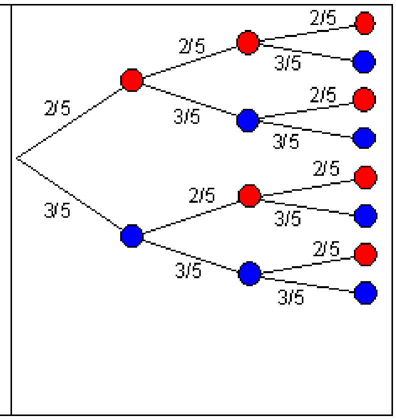
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0{,}064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0{,}144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}216$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0{,}216}}$$

ب -

B: يو غونډاری شين او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0{,}196 = \underline{\underline{0{,}288}}$$

پ –

C : يو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}432}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی. دا په دې معنا چې هيڅ يا يو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0{,}216 + 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}648}}$$

دويم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\{rrr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48} = C$$

$$P(\{rbr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

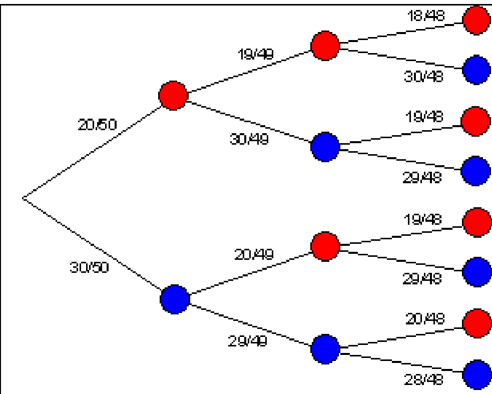
$$P(\{rbb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0,207}}$$

ب –

B : يو غونډارى شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,291}}$$

پ –

C : يو غونډارى سور دى، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,444}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډارى سور دى. دا په دې معنا چې هيڅ يا فقط يو.

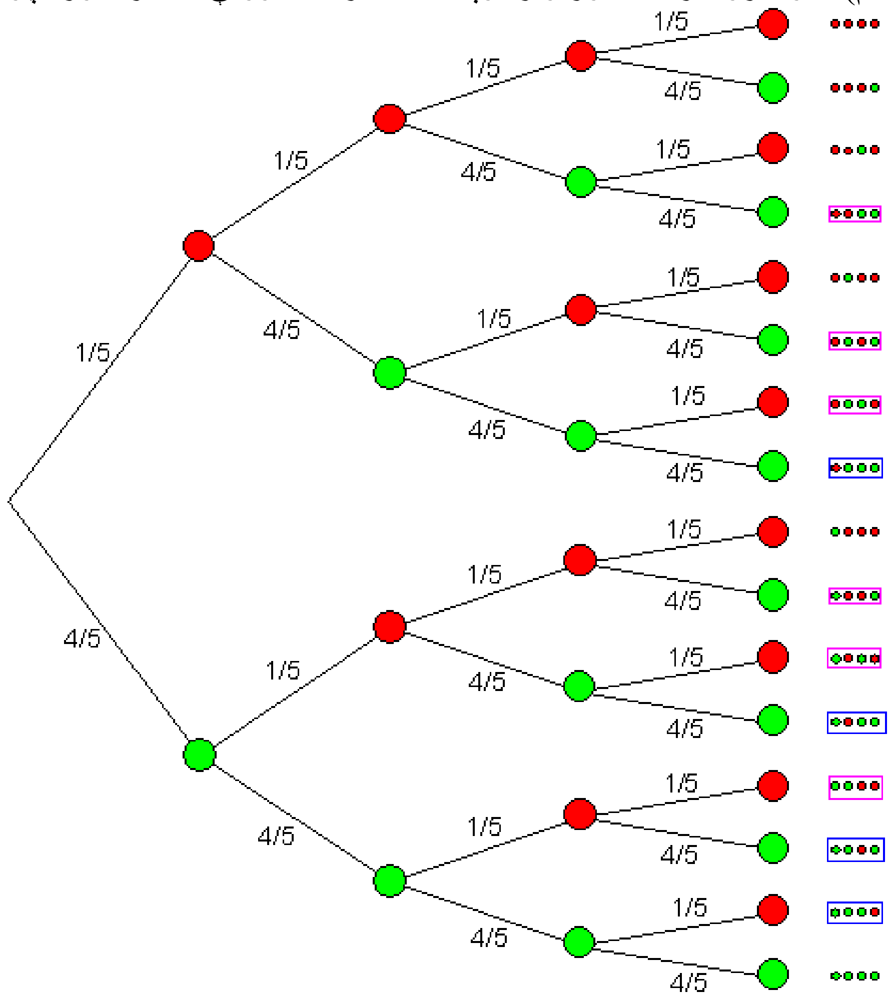
$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} + 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,651}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

مودل : مرتبان له يوه سره(ناتيک توليد سره) او څلور شنه (بې له ناتيکاوي يعني تول سم) غونډارو سره.   څلور واره وپستنه له بيرته ايښوونې يا بيرته ور اچونې سره.



الف –

A : درې له څلورو د کارونړ دي. دا ونه دياګرام څلور تارونه لري، چې دA پيښې لپاره باوري relevant يا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0{,}4096}}$$

ب –

: له څلورودوه د کارونړ دي. دا ونه دياګرام 6 تارونه لري، چې دB پيښې لپاره باوري يا د پوښتنې دي يعني پوښتنه کې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=6\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=6\cdot\frac{16}{625}=\underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C)=P(A)+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{64}{625}+\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وېستل بې له بېرته اېښوونې یا بیرته ور اچونې سره. د لسمي پوښتنې دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پېښه A رامنځ ته کیږي یا پېښیږي.

$$P(A)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}\approx\underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پېښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B)=4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,4191}}$$

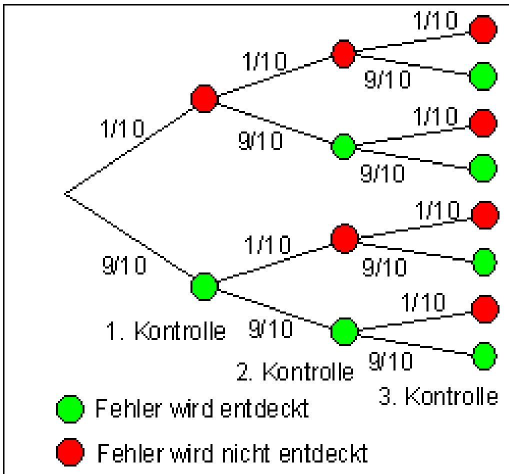
پ – یا زیات

C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{80}{100}\cdot\frac{79}{99}\cdot\frac{78}{98}\cdot\frac{77}{97}+4\cdot\frac{20\cdot78\cdot79\cdot80}{97\cdot98\cdot99\cdot100}\approx\underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

(c) ketabton.com: The Digital Library



مودلModell : مرتبان یا جام د1سره (زیانمن) او 9 شنه (بي زیانه) غونډارو سره . درې واره وپستنه د بیرته ور اچوني سره .

د لیل د بیرته وراچوني لپاره :
کنترول یو له بل خپلواک پېښیږي. وتون حالت د هر ځل وپستني لپاره تل بیرته همغه یا برابر دی.(د زیان نه لیدنه 10%)
مخامخ د الماني پښتو له پورته وکښته لور ته:
۱ . کنترول،۲.کنترول، ۳.کنترول،شین:زیان کشف کیږي، سور:زیان نه کشفکیږي.

الف –
A : د دویم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوي ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دویم کنترول کې پیژندل کیږي.

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي:
$$P(1.)=\frac{9}{10}=0,9$$

د دویم کنترول سره پیژندل شوي:
$$P(2.)=\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{100}=0,09$$

$$P(A)=\frac{9}{10}+\frac{9}{100}=\underline{\underline{0,99}}$$

ب –
B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.
$$P(B)=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{1000}=\underline{\underline{0,009}}$$

پ –
C : نه پیژندل کیږي..
$$P(C)=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{1000}=\underline{\underline{0,001}}$$

شپږم –
الف – د لاندې پښتو: له کیڼ کښته لور ته: بڼه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له ښي کښته لور ته:۱.انتخاب، ۲ .انتخاب،۲ . انتخاب،زیانمن (یعني د غوځولو)۲.انتخاب، زیانمن، زیانمن،زیانمن.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی انتخاب:

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,51}}$

دویم انتخاب :

$0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,1275$

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,09$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,17$

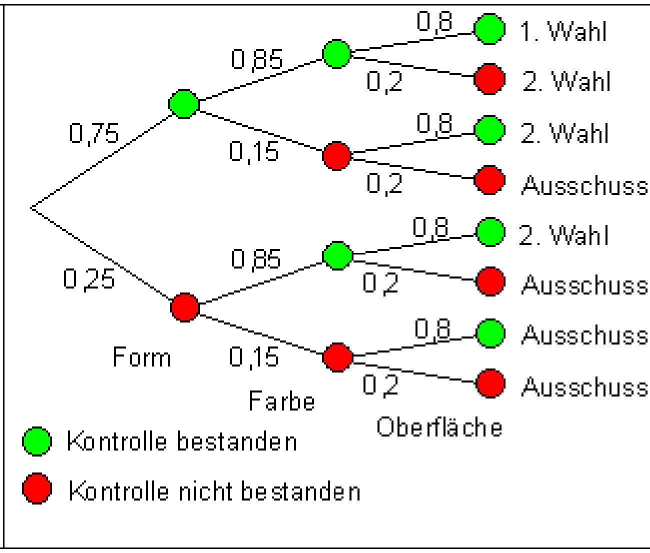
زیانمن:

$0,75 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0225$

$0,25 \cdot 0,85 \cdot 0,2 = 0,0425$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 0,03$

$0,25 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,0075$



ب - $P(2.\text{Wahl}) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.\text{Wahl}) = \underline{\underline{0,51}}$

ت -

$$P(\text{Ausschuss}) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$$

اوم –

الف -

$$P(A) = \frac{4500}{10000} \qquad P(B) = \frac{9500}{15000}$$

xx $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4500}{10000} \cdot \frac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کې ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاټري A کې بایلنه $\bar{B}$ په لاټري B کې بایلنه

$$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{5500}{10000} \cdot \frac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$$

پ - E_3 د E_2 په څټ – یا برعکس پیښنه

$$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کيدی شي، ديوه لوښي څخه د مختلفو غونډاروراوستلو له لارې، چې مر تبان يا کټوری يې بولو مودل يې جوړې شي. په يوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کيږي.

راوستنه کيدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونيسي:

اول - يو غونډاری راوستل کيږي اوبيرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کيږي د بيرته وراچونې سره.

دويم – له راوستنې وروسته غونډاری بيرته نه وراچول کيږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کيږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پيښه په بام کې نيسو،، درې واره د پيسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره يو يو غونډاری راووستل شي، د بيرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

يو څو بيلګې دې د متبان مودلګتې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د يوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$P(6\mid 6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دئ کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار يې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}=0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوپستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s\mid s)=\frac{18}{120}\cdot\frac{17}{119}$ $=\frac{306}{14280}=\frac{51}{2380}\approx 0{,}021$
یو د احسایي انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بل پسې دوه هلکان دنيا ته راوړي؟	$P(b\mid b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0,2809$

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بيرته وراچونې له لارې سميولي (د سيستم تحليل تيوريتيکې يا د فرمولونو له لارې پيچلې وي) کېدی شي.

دا کيدی شي داسې په بام کې راولي، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنيان نړی ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبيرته ور اچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنيانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کيږي) کيدی شي.

يو بيخي بل ډول سيمولاېشن حاکم کيږي، که د بيلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنيانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي يا توکلي دوه کوچنيان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سږي ټيک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j\mid j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختينو لوښو څخه له دې مخ ته ځو چې 20% زيانمن يا ناسم توليديږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټيک دوه د کار وړ وي؟

يادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کټوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زيان من).
درې وراه وېستنه له بيرته وراچونې سره:

پيښنه A - له دريو څخه دوه لوښي د کا وړ دي.

د ونې دياګرام په مرسته نتيجه ډېرى لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د راوستني نتيجه ډېرۍ ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرۍ ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0,8 \qquad P(r) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$P(gg) = 0,8 \cdot 0,8 \qquad P(ggr) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(ggr) + P(grg) + P(rgg) \\ &= 0,8^2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8^2 = 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = \underline{\underline{0,384}} \end{aligned}$$

له څلورو کسانو، انگوره ,(A) ، بهیر ,(B) ، کابلۍ ,(C)، داغي (D) څخه دوه د لوښو منځلو لپاره توکلي راووتل یا وټاکل شول، چې یو اوبه پرې تېروي یعنې یو یې غړوي او بل یې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړی کابلۍ او پسې بهیر راوځي؟

مودل :

کټوری له څلورو غونډارو سره چې په لیکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بیرته وراچونې سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستنې لړۍ په پام کې نیول کیږي. د الف پیښه داسې ده:
لومړی کابلۍ بیا بهیر.

نتیجه ډېرۍ(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه یزو کمبینیشنونو جوړه ده ، یعنې له

$$\begin{aligned} S &= \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\} \\ A &= \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0,08\overline{3} \end{aligned}$$

په موټرشمیرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصی موټر یعني واړه موټرPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالی څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټرPkw پسې لاریLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودل :

کټوری له غونډارو سره ،65 سره ګړندی (Pkw)، 30 تور لارئ (Lkw) او 5 سپین (نور څغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچونې سره.

غوښتونی احتمالوالی : $P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0{,}00975$

یو لوبه کوونکی(لوبغاړی) جوارګر به یې ځکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالي سره لږ ترلږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کټوری له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) n – ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره. عددn ناځرګند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالی 1/6 دی. احتمالوالی، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دی. موږ د دې لپاره پیښې تعریفوو:

پیښه الف : یو شپږ غورځول، پیښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پیښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

–ِ په هر ه ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال یو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n – غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه یو6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعریفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو6 غورځوي.

برعکس یې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کیږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پیژنو : $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E)\geq 0,90$ باید وي.

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq 0,90$ د n عدد غوښتل کیږي(د غورځولو تعداد)

حل یې د بڼه بدلو او لوګاریم نیونې له لارې .

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq 0,90\,|-1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n\geq -0,1\,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n\leq 0,1\,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right)\leq \ln(0,1)\,|:\ln\left(\frac{5}{6}\right)\approx -0,18<0\Rightarrow$$

اړیکې $\leq$ په ځت کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n\geq\frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}\approx 12,629$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (ويېنه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پيښنو سره احتمالوالی

تړلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تړل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

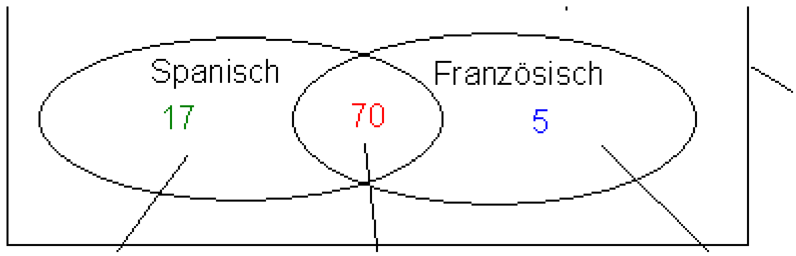
ځواب :

الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناتيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دوارو ښخه کومه نه	ټول نارينه او ښځينه زده کوونکي
 فقط سپانوي — فرا نسوی او سپانوي — فقط فرانسوي	

دا 70 نارينه او ښځينه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارينه او ښځينه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارينه اوښځينه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه يا زيات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارينه اوښځينه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل يا وشميرل شو. نو له دې امله بايد 70 له زياتون يا جمعي (162) ښخه کم يا تفريق شي.

د ښځينه او نارينه زده کونکو تعداد د سپانوي يا فرانسوي سره:

$$87+75-70=92 \text{ bzw. } 17+70+5=92$$

دا په دې معنا چې، 8نارينه او ښځينه زده کوونکي په ليسه کې له دې دوه ژبو ښخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړی په لاندې توګه پيښې تعريفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لروده — S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالی:

$$P(S\,\text{oder}\,F)=\frac{87+75-70}{100}=0,92$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S\,\text{oder}\,F)=\underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)}+\underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)}-\underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S\,\text{und}\,F)}=0,87+0,75-0,70=0,92$$

odrد يا او und د او په معنا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې بیلګې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پېژندل کیږي.
د جمعې یا زیاتون قانون:
که یوه پیښه E د پېښو A او B څخه رایوځای شي، چې دا سره غوڅولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پیښې خوندي لرودی شي لکه په یوه یا- ترنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا ګډې پیښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا – پیښه)
نو د پیښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :
د یوه یا-پیښې احتمالوالی د دواړو پیښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پیښې په کمښت یا تفریق سره.

بیلګه:
یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.
B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.
پیښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.
لومړی د A او B پیښه- ډېرئ یا - – سټ جوړوو:

$$A=\{4,5,6\} \quad ; \quad B = \{2,4,6\}$$

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د نتیجه ډېرئ ته اړکیږو

$$A \cap B. \qquad A \cap B = \{4;6\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو پېښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C = A\cup B$ نتیجه ډېری جوړه شي اود هغې احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.

B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.

پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.

د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- ډېرئ جوړوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زياتون قاعدې له مخې

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د $A\cap B$. نتیجه ډېرى $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ ته اړ یو.

د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=P(\varnothing)=($$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-0=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{5}{6}}$$

یاودنه:

که $t\ A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ نو باور لري $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.:

تمرين:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پیښنه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوېستلې کارتې د څېرې کارتې ده یا د پشې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پیژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېرۍ وي.
اول : د ټولو پېښو E لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 \leq P(E) \leq 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S) = 1$ دي.
دا په دي معنا ، چې د يو ي منځ ته راتګ احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کميز يا منفي نه شي کېدی.

دويم : که، $E = \{e_1; e_2; \dots e_n\}$ وي، نو $P(E) = P(e_1) + P(e_2) + \dots + P(e_n)$ باورلري
(بيلګه دانه يا سترګيز مکعب)

دريم : د ټول A او B پيښو لپاره باور لري
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

څلورم : د ټول C پيښو لپاره باور لري: $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$ (يښي او برعکس يا مخامخ پيښي)

دتمرينونو حل (اوبی):؟؟؟؟؟؟؟؟
يوه دانه (سترګيز مکعب) يو وارِ غورځول کيږي. دوه پيښي کره کيږي يا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد يا ګڼ له4 لوی دی.
B : د سترګيو عدد له *1* لوی دی.
يوه نوې پيښه په لاندې ډول پيښيږي:
C : د سترګيو عدد له 4 لوی يا د سترګيو عدد ناجوړه او يا له *1* لوی دی.
پيښه C د A اوB يوه د يا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالی و ټاکئ.

لومړی د A او B نتيجې جوړوو.
$A = \{5; 6\} \quad B = \{3; 5\}$
د جمعي قانو له مخې اوس شمېرو:
$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
د دي لپاره د $A \cap B$ نتيجه ډېری يا نتيجه سټ $A \cap B = \{5\}$ ته اړتيا لرو.

د يوګونو پيښو احتمالوالی دی:
$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$
له دې سره د C احتماوالی دی:
$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وارِ غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترگیو عدد یا گڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترگیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترگیو عدد له 4 کوچنی یا د سترگیو عدد 4 دی.
پیښه C د A او B یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټ) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشې کارته.

د ا پیښه E یو د او-تړنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پشې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پشې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوگونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم - شرطيز احتمالوالى

شرطيز احتمالوالى

د سترګي (سترګيز مکعب) په زيات-ځله غورځونې کې چې د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلى عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځونې په واک نې ده دى.

هره غورځونه د تېرې غورځونې خپلواکه ده. د دې برعکس يا په ځښ که له يوه مرتبان ، چې د بېلګې په توګه د دوه رنګونو سره غونډاري په کې پراته وي يو په بل پسې يو غونډارى بې له بېرته وراجونې راووستل شي، نو د يوې ټاکلې پېښې احتمالوالى د تېرې پېښې په واک کې دى.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پيل بيلګه:

په يوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70 غونډاري له له لرګيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرګي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پېښې تعريفېږي:

A : غونډارى له لرګي دى. $\bar{A}$: غونډارى له مصنوعي موادو جوړ دى.

B : غونډارى سور دى. $\bar{B}$: غونډارى شين دى.

غونډاري دوه نخښې لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\bar{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\bar{B}$: grün

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته له کيڼ پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخښه۱، مواد، په نخښه ونه يا نخښه وړنه، لرگی، مصنوعي مواد، نخښه ۲ رنگ، ښه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\bar{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0,7 \qquad P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35 \qquad P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25 \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1 \qquad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

(c) ketabton.com: The Digital Library

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,45$	$P(A) = 0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2$	$P(\bar{A}) = 0,3$
Summe	$P(B) = 0,35$	$P(\bar{B}) = 0,65$	1

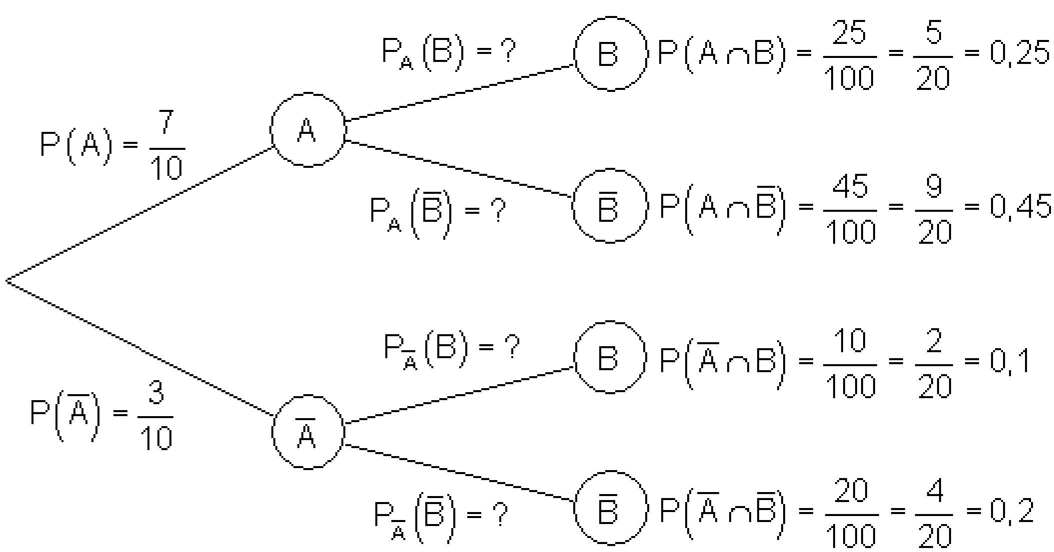
یو څوک یو غونډاری را وباسي اوله لاس سره یې احساسوي، چې دا غونډاری له پلاستیک جوړ دی.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د ده په لاس کې غونډاری شیندی؟

دا احتمالوالی نه دی، چې له هغې سره سړی له مرتبان څخه شین پلاستیکي غونډاری ر ا باسي.

له ډېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدی غوښتل شوی احتمالوالی وشمېرل شي.

د یوې پېښو ونې سره اوس کېدی شي دا احتمالوالی روښانه شي.



اړیکي $P_A(B)$ ا په دې معنا دي چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلې ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوي د یوه شنه غونډاري د راوستنې لپاره، که سړی پوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالي په لټه کې یو،چې دیوه شر ط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی.
د دې لپاره چې په ونه دیاګرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B)=P(A\cap B)\Leftrightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځي او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A اوB پېښې وي د $P(A)\neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{5}{20}:\frac{7}{10}=\frac{5\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{5}{14}\approx 0,36$$

$$P_A(\bar{B})=\frac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)}=\frac{9}{20}:\frac{7}{10}=\frac{9\cdot 10}{7\cdot 20}=\frac{9}{14}\approx 0,64$$

$$P_{\bar{A}}(B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})}=\frac{2}{20}:\frac{3}{10}=\frac{2\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{1}{3}=0,\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})}=\frac{4}{20}:\frac{3}{10}=\frac{4\cdot 10}{3\cdot 20}=\frac{2}{3}=0,\bar{6}$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې شین رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس دیوه شنه پلاسفیک غونډاري راوستل 0,2 دی.

یو بل ډول ورننوتنه:

یو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري یو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کیږي.

A : په لومړی راوستنه کې شین راوستل کیږي.

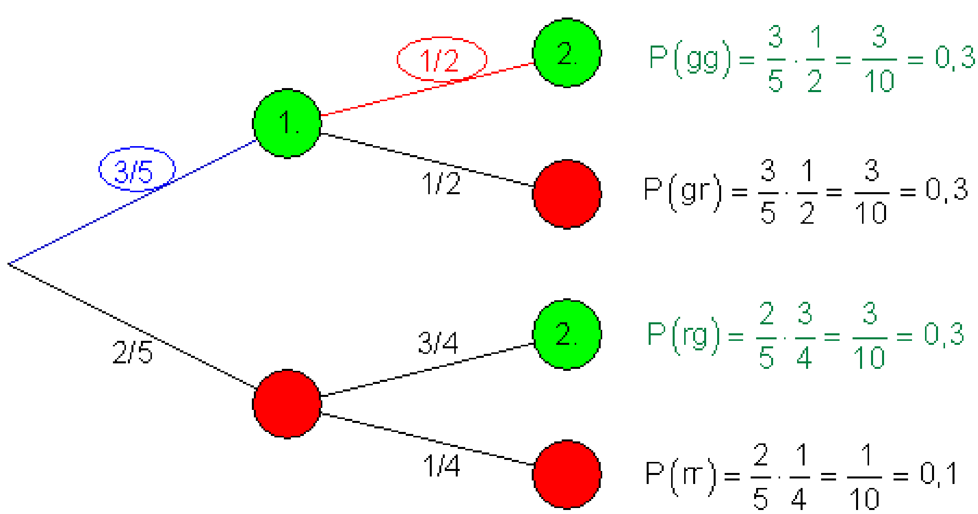
B : په دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

C: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږي.

D : شین په دویمه راوستنه کې له دې امله راوستل کیږي، چې شین په لومړي ځل تیار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالوالی ټاکل کیږي.

د ونې دیاګرام د تار احتمالوالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دیاګرام څخه لاندې نتیجې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړی راوستنه کې شین : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړی ر اوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کیږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندي ډول لاس ته راوړ:

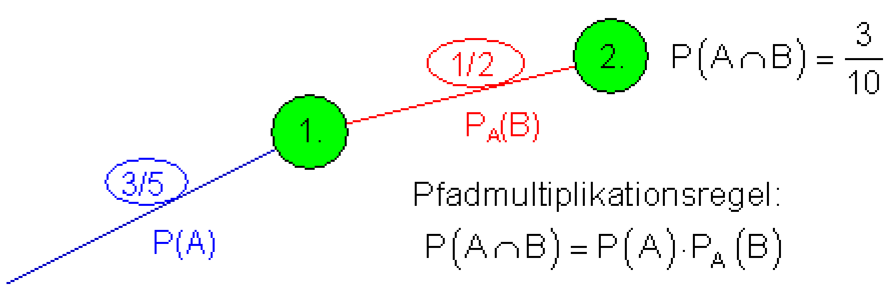
د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړی راوستنه کې سپین راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونداري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستني لپاره په دویمه راوستنه کې $1/2$ دی.

د D احتمالولي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړی راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه یا نخښه کونه $P(D) = P_A(B)$. ټاکل کیږي.

په انځور شوي حالتکي باور لري: $P_A(B) = \frac{1}{2}$ $\left(\neq P(B) = \frac{3}{5} \right)$

د پسي کتني لپاره د تاردیاګرام د برخډېری(قطاع) په جوړ کې ده، داسي چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسې کیږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B یو احتمالوالی دی د شرایطو لاندې، چې A تیاره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتیجې سره ازمایو

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10} \qquad P(A) = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچوني) روښانه څرګندیږي، چې چې د هرو بلو یا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تیرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وایي، چې نتیجې یو د بل په واک کې دي(یو د بل تابع دي).

د پیښو خپلواکوالی

د یوه مرتبان تجربې سره(ډېرواره راوستنه د بیرته وراچونې سره)، بیل شرایط تل بېرته منځ ته راځي یا ساتل کیږي، چې د هرې پسې راوستنې لپاره شرایط برابر پاتې کیږي، لکه د لومړۍ راوستنې شرایط.

په داسې حالت کې سړی وایي، چې پیښې یو له بل خپلواکې دي.

یو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډارۍ پرلپسې د بېرته ایښونې یا وراچونې راوستل کیږي.

څلور پیښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ راوستنه کې شین راوستل کیږي.

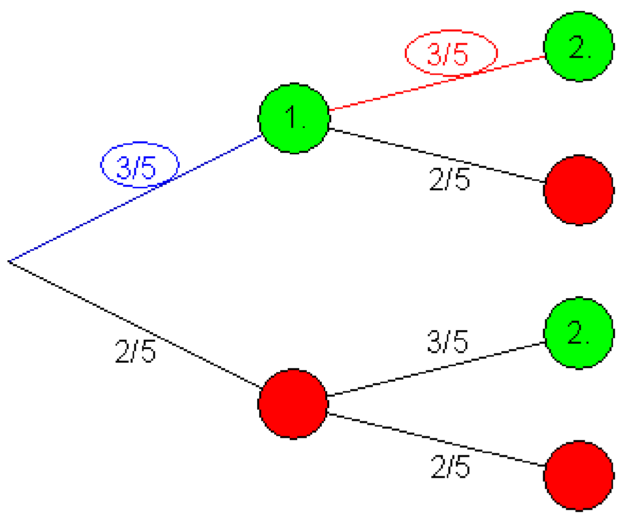
B : په دویمه راوستنه کې شین راوستل کیږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

N: شین په لومړۍ او دویمه راوستنه کې راوستل کیږی.

D: شین په دویمه راوستنه کې راوستل کیږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړۍ راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دیاګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$P(gg) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 0,36$

$P(gr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$

$P(rg) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} = 0,24$

$P(rr) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0,16$

له ونې دیاګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شین: $P(A) = 3/5 = 0,6$

په دویمه راوستنه کې شین: $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

د شنه لپاره په لومړۍ راوستنه کې او شین لپاره په دویمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

$P(D) = \frac{3}{5}$ لوستل کیږي.

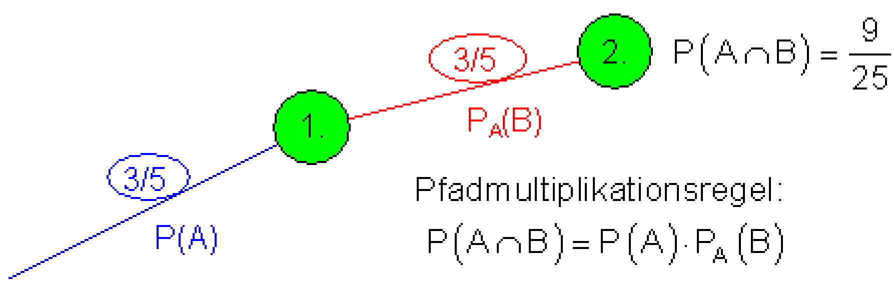
(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقراریږي.

د دویم ځل د شنه راوستني لپاره همغه د لومړي ځا د راوستني سره بېرته برابریږي $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دیاګرام څخه یوه برخه:

په لاندي کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

$$P_A(B) = P(B)$$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښېدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سړی وایي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پېښې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده، که دA د پېښېدنې شخه دB دپېښېدنې لپاره احتمالوالی بې اغېزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

يلګه : له مرتبان راوستنه د بېرته وراچونې سره.

په ياد ولرئ: د دوه پېښو A اوB پېښې د يو له بل خپلواکوالی ښوونې لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شمېرل کېږي $P(A); P(B)$ او $P(A \cap B)$

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$، سره .

نو پېښې A اوB يو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې يا پرته له دې پېښې A او B يو د بل په واک کې دي.
په ونه دياګرام کې دپېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کېږي، داسې چې په دويمه پوړۍ کې د ونې دياګرامونه برابر دي. که برعکس ياپه څېټ دا يو له بل مختلف وي،نو پېښې بيا يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۱: د يوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګيز(سترګيز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګين شوي. يوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډاری دوه واره غورځول کېږي. لاندې پېښې تعريفېږي:

A : په لومړۍ اچونې سره رنګ سور يا تور لوېږي يا منځ ته راځي.

B : په دويمه غورځونه کې رنګونه شين يا تور را څرګندېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و څیری، چې پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام یا فکرکونه : $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A);\ P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A = \{(rx);(sx)\}$ د x= په خوښه <= $P(A)=P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه <= $P(B)=P(g)+P(b)= 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg)+P(rb)+P(sg)+P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتیجه : $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ P(B) = \frac{1}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \frac{1}{2} \\ \text{Unabhängigkeit} \end{array}$$

نتیجې A او B یو له بل خپلواکې دي.

بیلګه ۲ : یو سترګی د یوه دربګوټي اهرام په بڼه څلور برابرې لویې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوریزه یاڅلور اړخیزه سترګی) سره.

دا سترګی دربواره غورځول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ غورځونه کې عدد ۱ یا ۲ راښکاره کیږي(راوځی) اوپه دویمه غورځونه کې 2 ; 1 یا 4.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : به د ویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غروځونې کې.

و څېړی، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکرکونه : $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$

د $P(A);P(B)$ او $P(A\cap B)$ شمیرنه

$$A=\{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\}\Rightarrow P(A)=6\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$$

$$B=\{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B)=12\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$A\cap B=\{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\}\Rightarrow P(A\cap B)=4\cdot\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$$

نتیجه: $P(A)=\frac{3}{8};P(B)=\frac{3}{4};P(A\cap B)=\frac{1}{4}$:

دوه پیښي A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B)=P(B)\quad\left|\begin{array}{l}P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}=\dfrac{2}{3}\\[2ex] P(B)=\dfrac{3}{4}\end{array}\right|\Rightarrow P_A(B)=\frac{2}{3}\neq P(B)=\frac{3}{4}$$

Abhängigkeit

پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شګولاد خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو زده کوونکو ۵۵% نور خوارږه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو ۶۰% وویل چې خوینديږ ورونه لري.

د ټول زده کوونکو ۲۷% د خویندو ورونو سره د زړه له کومي شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خویندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځانګړی له مخه مینه لري .

واقعیت دی، چې خویندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو خوراک سره د (مخه) میني لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په یوه ځلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0{,}27$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}33$	$P(A) = 0{,}6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}18$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}22$	$P(\bar{A}) = 0{,}4$
Summe	$P(B) = 0{,}45$	$P(\bar{B}) = 0{,}55$	1

د پیښې اړونده نتیجې دي:

A : زده کوونکی خوینديږ ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومي شکولاد خوري.

په بلواکوالي يې ازمايښت:

$$\left.\begin{array}{l} P(A) = 0{,}6 \\ P(B) = 0{,}45 \\ P(A \cap B) = 0{,}27 \end{array}\right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}27}{0{,}6} = 0{,}45 = P(B)$$

پیښې يو له بل څخه خپلواکي دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خوینديږ-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغيزه نه لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۴:

د څلوراړخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکې ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکي ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	جمعه	$\bar{B}$: نارینه	B : ښځینه
A: یو ملفون لري :	807	397	410
$\bar{A}$: ملفون نه لري	193	79	114
جمعه	1000	476	524

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

الف –

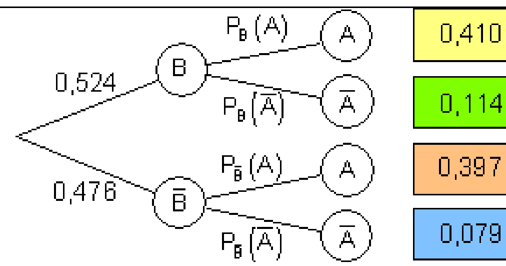
(c) ketabton.com: The Digital Library

	B ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
ملفون لري: A	0,410	0,397	0,807
ملفون نه لري: $\bar{A}$	0,114	0,079	0,193
جمعه (زیاتون)	0,524	0,476	1

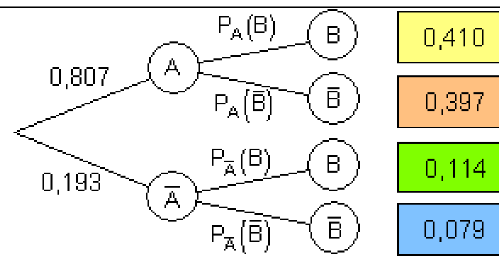
ب –

A : یو ملفون لري $\bar{A}$: یو ملفون نه لري

B : زده کوونکی ښځینه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی.



د تار احتمالوالی   ۲. نخبنه ملفون لري   ۱. نخبنه: نر- ښځوالی



د تار احتمالوالی لري   ۲. نخبنه نر- ښځوالی   ۱. نخبنه: ملفون

پ –
د شرطیزو احتمالولو شمیرنه

احتمالوالي، چي له څلورمخیز جدول څخه لوستل کیږي او په پیښو تامیږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A\cap B)=0{,}410$	$P(A\cap \bar{B})=0{,}397$	$P(A)=0{,}807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)=0{,}114$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})=0{,}079$	$P(\bar{A})=0{,}193$
	$P(B)=0{,}524$	$P(\bar{B})=0{,}476$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}410}{0{,}807} \approx 0{,}508$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0{,}397}{0{,}807} \approx 0{,}492$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}114}{0{,}193} \approx 0{,}591$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}079}{0{,}193} \approx 0{,}409$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}410}{0{,}524} \approx 0{,}782$$

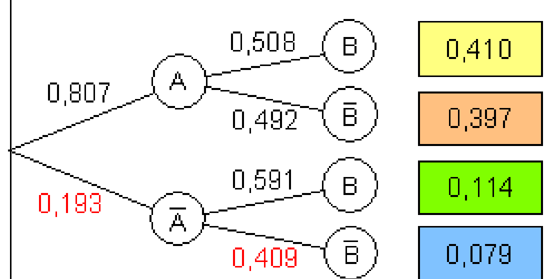
$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}114}{0{,}524} \approx 0{,}218$$

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}397}{0{,}476} \approx 0{,}834$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}079}{0{,}476} \approx 0{,}166$$

A : زده کوونکی ملفون لري

B : زده کوونکی ښځینه دی.

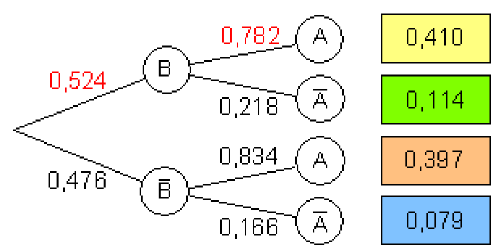


1. Merkmal: Handybesitz — 2. Merkmal: Geschlecht — Pfadwahrscheinlichkeiten

۱.نخبنه: ملفون لري — ۲. نخبنه نرښځوالی — د تار احتمالوالی

$\bar{A}$: زده کوونکی ملفون نه لري

$\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی



1. Merkmal: Geschlecht — 2. Merkmal: Handybesitz — Pfadwahrscheinlichkeiten

۱.نخبنه: نرښځوالی — ۲. نخبنه ملفون لري — د تار احتمالوالی

ت – غوښونکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاګرامه ولوستل شي

۱ : $P(\bar{A}) = 0{,}193$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B) = 0{,}524$

یو توکلي تاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو ښځینه دی

۳ : $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0{,}409$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهيږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره نارينه دی.

۴ : $P_B(A) = 0,782$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهيږو چې ښځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماېښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړيکو کې)

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتيجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\overline{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\overline{A}) \approx 0,218 \neq P(\overline{A}) = 0,193 \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0,166 \neq P(\overline{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونوکې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دياګرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سيده ولوستل شي، ځکه چې د دويمې پوړۍ ترخوني يو له بل مختلفې دي.

که د يوه څلوراړخيز جدول اړيکې مو د ونې دياګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زيار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښايي.

بيلګه ۵ :

د انټرنت زيات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکايت کوي يا ګېله من دي.

نيسو چې په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا ليک)Spam- Mails کې لغات „Viagra" مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښناليکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چې يو برېښنا ليک، له هغه پوهيږو چې په هغه کې دا لغات „Viagra"،،وياګرا،، مخ ته راځي، يو سپيم برېښنا ليک دی؟

پېښه:

A : برېښنا ليک لغات ،، وياګرا،، لري

$\overline{A}$: برېښنا ليک لغات،، وياګرا،، نه لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : سپیم –برېښنا لیک $\bar{B}$: ښه برېښنا لیک

د دې لرلو داتا سره د څلور مخیزجدول ابښول.

د% ارزښتونه نسبي ډېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د 90 % سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail :	ښه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجم عه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو ب ل جمعه له وياګرا د ټولو ب ل بې وياګرا	0,36 + 0,001 = 0,361 0,54 + 0,099 = 0,639

د دې ارزښتونو سره اوس څلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B : Spam-Mail	ښه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د وياګرا سره A : mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ويا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښناليک، په کوم کې چې ،، وياګرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا په دې معنا چې په %99,7 ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلې یو سپیم -مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیرما میرمنې شو سرې ښایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
$\bar{A}$:نه سکوونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکووني سره مخامخشي.

ت –دوی د یوې ښځې سره مخامخ کیږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمایئ، چې ایا پیښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پیښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالی رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پیښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

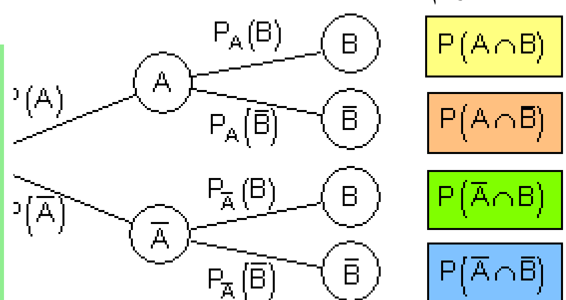
خپلواکې پیښې : پیښه B له پیښېA خپلواک بلل کیږي، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

د څلور تخته ییز جدول او ونې دیاګرام ترمنځ اړیکې:

ونه دیاګرام



څلور پټی(تخته یې) جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A\cap B)$	$P(A\cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

که په یوه ونه دیاګرام کې د راوړل شوو پیښو دلړی پرلپسي بدل شیو نو سړی په څټ یا برعکس ونه دیاګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لړئ پرلپسې پورې تار ونه یو له بل سره همغیز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طیز احتمالوالی هم په تولیزه توګه یو له بل توپیر لري. دوی د مختلفو پیښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مګر په پام کې ولرې:

تل باور لري: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

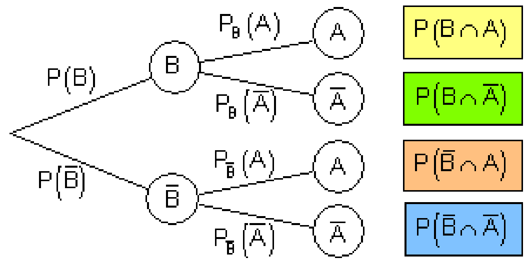
په څټ یا برعکس ونه دیاګرام

برعکس یا په څټ څلور تخه یې جدول

	A	$\bar{A}$	Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



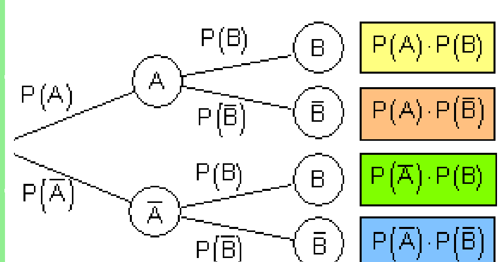
 څلورتخته ييز جدول او ونه دياګرام په ستوښاستيکی خپلواکوالي کي د ستوښاستيکي خپلواکي پېښي A او B څلور تخته جدول په لومړي تخته کي د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټيو) لپاره د يوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دياګرام کي د پېښو يو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کيږي، چې په دويمه پوړۍ کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

څلورتخته جدول ونه دياګرام

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبى):

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناټیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کیڼ کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\bar{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\bar{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0,133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0,4$$

ټ – دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B)=P(B)\quad\left|\begin{array}{l} P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{5} \\ P(B)=\dfrac{1}{3}\end{array}\right|\Rightarrow P_A(B)=\frac{1}{5}\neq P(B)=\frac{1}{3}$$

Abhängigkeit

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی I

لومړی -

په یوه لوی ازماینښت کې یوه دوا ازمایل کیږي. پیښې په یوه جدول کې ځا په ځای ښوي. په دې معنا:

M : دوا نیولې(اچولې)

$\overline{M}$: پلاسیبو اچولې

G : روغ شوی.

$\overline{G}$: نه دی روغ شوی.

	G	$\overline{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\overline{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

الف – نسبي ډېروالی په څلور تخته يي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاګرام رسم کړی.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نیولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دویم – د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخنې په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه تاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په ریزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

گروپ	Bباکتریا	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
Aدایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بي له ا يمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، اودB تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،،. وشمېرئ:

$P(A)$ | $P(B)$ | $P(A \cap B)$ | $P_A(B)$ | $P_B(A)$ | $P(\bar{A} \cap B)$ | $P_{\bar{A}}(B)$

یوګونې نتیجې څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځوانانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځي وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربې ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ‌د لومړئ نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نځښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ‌د لومړی نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګې څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطيز احتمالوالی I

مفصل ځوابونه

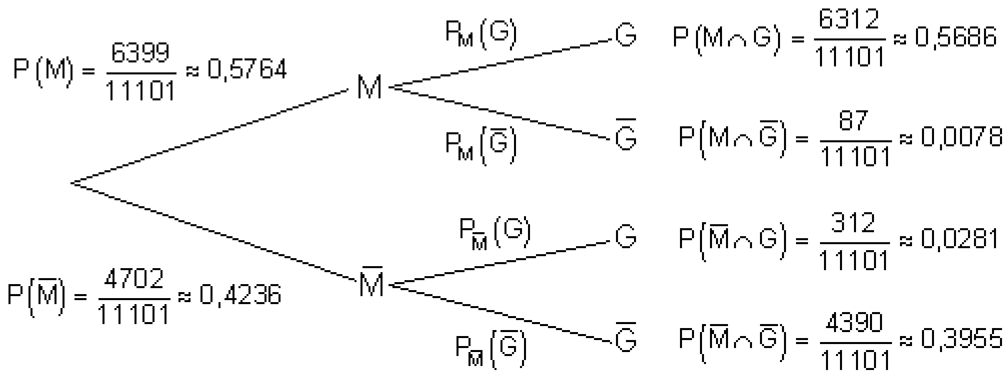
لومړی – الف – څلور- تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\underline{M}$: پلاسيبو يي نيولي

G : روغ شوی $\underline{G}$: روغ شوی نه دی.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0{,}5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0{,}0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0{,}5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0{,}0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0{,}3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0{,}4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0{,}5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0{,}4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دیاګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0{,}9864$$

ب –
د یوه کس ، چې له هغه پوهيږو چې دوا یا دارو نیسي، احتمالوالی 0,9864 دی، چې هغه روغ شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx0{,}9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولې، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوې.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو ...0,666 دي.	$P(A)=\frac{600}{900}=0{,}\overline{6}$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو .0,2 دي.	$P(B)=\frac{180}{900}=0{,}2$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو ....0,06666 دي.	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0{,}0\overline{6}$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0{,}1$
یو څوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د ..0,333 یوه احتمالوالي سره واکسین شوې	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0{,}\overline{3}$
دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه	$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0{,}1\overline{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو څوک، چې پوهیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}} = \frac{120}{300} = 0,4$

د پورته جدول لوستل له کینې ښي لورته.

دریم –

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیز څخه راغلی

$\overline{A}$: څوک چې له نوو ایالاتو ختیز اڅخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\overline{B}$: چې نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524 \cdot 244600 = 128170,4 \approx 128170$

جمعه نارینه: $244600 - 128170 = 116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیز څخه متوراوالو ټولګه

د لودیز څخه د متواراوالو 50,8% له x

د ختیز څخه د متوراوالو تعداد 59,1% له (244600-x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې له کيڼ وښي لرو ته: ښځينه لوديز   ښځينه ختيز ټول (جمعه) ښځينه

$$\underbrace{0{,}508\cdot x}_{\text{weiblich West}}+\underbrace{0{,}591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}}=\underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0{,}508x+0{,}591\cdot 244600-0{,}591x=128170\,|-0{,}591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0{,}083x=-16388{,}6\,|:(-0{,}083)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-16388{,}6}{-0{,}083}=197453{,}012\approx 197453$$

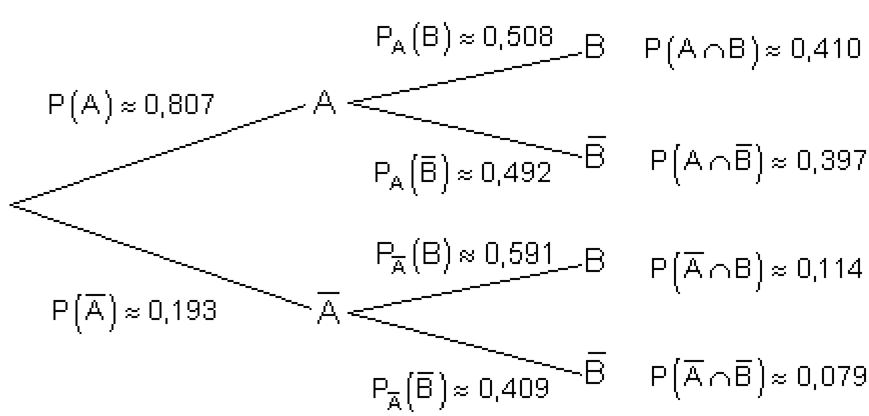
د ټولو له

د لوديز ښځه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چې له ۱۲ يا پخوا له ۱۳ ټولګي ښځه وزي) ټولګه.

ښځينه لوديز:	$0{,}508\cdot x=0{,}508\cdot 197453=100306{,}124\approx 100306$
ښځينه ختيز:	$128170-100306=27864$
نارينه لوديز:	$197453-100306=97147$
نارينه ختيز:	$116430-97147=19283$

ځلور تختيز جدول:

	B ښځينه	$\overline{B}$ (نارينه)	
لوديز A	100306	97147	197453
ختيز B	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې لپاره باوري تولو احتمالواليو شميرنه

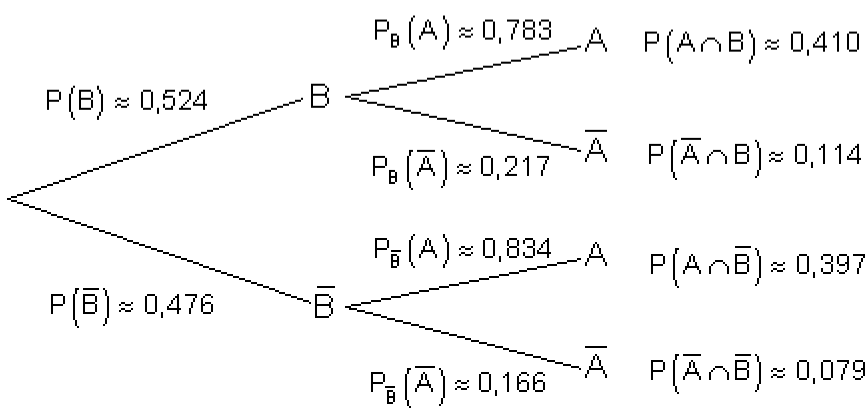
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0,807 \qquad P(\overline{A})=\frac{47147}{244600}\approx 0,193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0,410 \qquad P(A\cap\overline{B})=\frac{97147}{244600}\approx 0,397$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{27864}{244600}\approx 0,114 \qquad P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{19283}{244600}\approx 0,079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0,508 \qquad P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0,492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{27864}{47147}\approx 0,591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{19283}{47147}\approx 0,409$$



پ –

ونې لپاره باوري تولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0,524 \qquad P(\overline{B})=\frac{116430}{244600}\approx 0,476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0,783 \qquad P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0,217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{97147}{116430}\approx 0,834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{19283}{116430}\approx 0,166$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

يو	$P(\overline{A}) \approx 0,193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% يوه احتمالوالي سره له ختيزو ايالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0,524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% يوه احتمالوالي سره ښځينه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0,409$	که پوهيږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختيز څخه راځي، نو دا د 40,9% يوه احتمالوالي سره نارينه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0,783$	که پوهيږو، چې دا توکلي ټاکل شوی کس ښځينه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لوديزه راځي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی II

لومړی –

د يوه تلويزيون ګرانښت دې ازمايل شوی وي. يوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتيجې ورکوي:

دليدونکو 30%، چې خپرونه يې ليدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو ليدونکو (له 25کالوجګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړيکې په يوه څلور-تخته ييز جدول کې انځوز کړئ. پيښې وکاروئ (د هغو د برعکس پيښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دياګرام ووکاړئ او معکوسه يا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکئ.
پ – څورمه % ليدونکي، چې له هغوپوهيږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – څو په % لیدونکي، چې له هغوپوهیږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپرونې مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرنې له لارې و ازمایی چې ایا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دویم – د دریمې نړۍ په یوه هیواد کې 1% وګړي په یوه ټاکلي ساري ناروغتیا ناروغ دي. یو ازمایینت په ریښتونی ناروغ شوي ناروغتیا ټیک 98% ښايې. متأسفانه چې ازمایینت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړیکې په یوه څلورتخته یز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پیښو سره):

K: ازمایښت شوی کس ناروغ دی

T: ازمایینت نتیچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمایل شو).

ب – ونه دیاګرام رسم کړی او د هغهپه څټ یا برعکسونه.

ټول تاراحتمالوالي وشمیری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د یو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زیاتیزه) نتیجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره یو د مثبت ازمایینت په حیث کس په رښتیا هم ناروغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره یو منفی ازماېښت په حیث کس روغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړی

دریم - په یو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کیږي چې ایا دوی سګرټیان دي، که نه. د پوښتنو نتیجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارینه) څخه وویل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځینه) وویل چې دوی سګرټ نه سکوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د شیاړیکې په یوه ځلور-تختخ ییز جدول کې انځور کړی. پیښې وښایی(د برعکس پیښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې وینې. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکي سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و څیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی $25 \leq$ کالونه عمر لري

A‘ : لیدونکی $25<$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B‘ : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A)=0,3$$

د%70 لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A})=0,7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه %50 له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A\cap B)=0,5\cdot 0,3=0,15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه %50 له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A\cap\overline{B})=0,5\cdot 0,3=0,15$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ۲۵ کاله ځخه ستر د لیدونکو ځخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right)=0,8\cdot 0,7=0,56$$

د څلور تخته ییز جدول دا پاتې(باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو ځخه وشمېرل شي.

$$P\left(B\right)=0,15+0,56=0,71$$

$$P\left(\overline{B}\right)=1-0,71=0,29$$

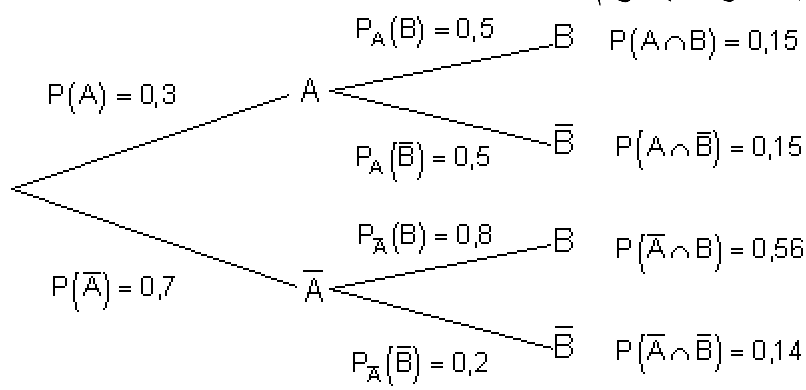
$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0,29-0,15=0,14$$

څلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\le 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(>25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کیڼ: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب – ونه دیا ګرام



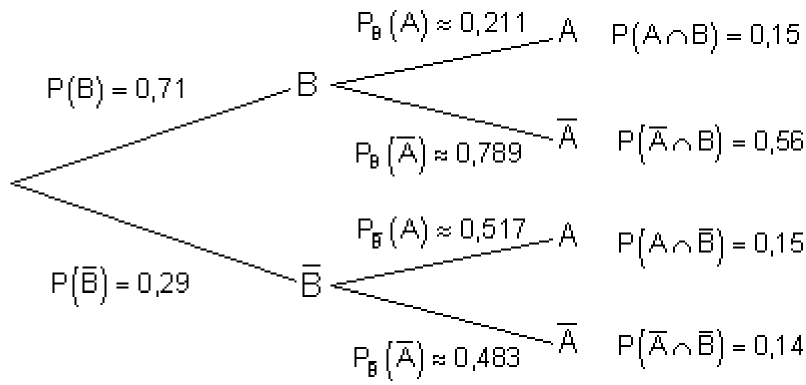
د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شمdرنه.

$$P_A\left(B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5 \qquad P_A\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,15}{0,3}=0,5$$

$$P_{\overline{A}}\left(B\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,56}{0,7}=0,8 \qquad P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,14}{0,7}=0,2$$

په ځښ یا برعکس ونه :

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شميرنه.

$$P_B\left(\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P(B)}=\frac{0,56}{0,71}\approx 0,789 \quad P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,71}\approx 0,211$$

$$P_{\overline{B}}\left(\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{0,14}{0,29}\approx 0,483 \quad P_{\overline{B}}(A)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{0,15}{0,29}\approx 0,517$$

ث	$P_B\left(\overline{A}\right)\approx 0,789$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)=0,2$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A)=P(A)$ باور ولري

$$\begin{matrix} P_B(A)\approx 0,211 \\ P(A)=0,3 \end{matrix} \quad \Rightarrow P_B(A)\neq P(A)\Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی يا طابعيت.

د B نتيجه د A له نتيجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلويزيون خپرونې په هکله وثبت نظر د ليدونکو د عمر په واک دی.

دويم –

الف –

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\overline{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.

T : د ازماېښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).

$\overline{T}$: دزمایینت نتیجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).

1% انسانان ناروغه دي <= $P(K) = 0,01$.

انسانان روغ دي $P(\overline{K})=0,99$.

ازماېښت ښايي نارغتيا دِ 98% ريښتوني ناروغانو لپاره تيک ده.

$$\Rightarrow P(K\cap T)=0,98\cdot 0,01=0,0098$$

ازماېښتِ د3% روغ همِ ناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\overline{K}\cap T)=0,03\cdot 0,99=0,0297$$

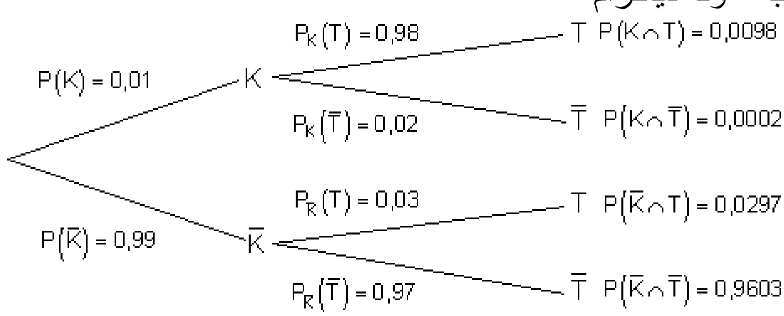
د څلورتخته ييز جدول پاتې ارزښتونه کيدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشميرل شي.

$$P(T)=0,0098+0,0297=0,0395$$
$$P(K\cap \overline{T})=0,01-0,0098=0,0002$$
$$P(\overline{K}\cap \overline{T})=0,99-0,0297=0,9603$$
$$P(\overline{T})=1-0,0395=0,9605$$

څلور تخته ييزه جدول:

	T (positiv)	$\overline{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\overline{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پښتو ، له کېن کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي
ب – ونه دياگزام



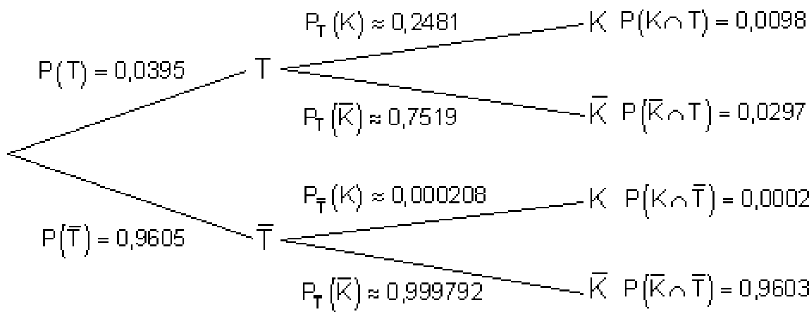
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه.

$$P_K(\overline{T}) = \frac{P(K \cap \overline{T})}{P(K)} = \frac{0,0002}{0,01} = 0,02 \quad P_K(T) = \frac{P(K \cap T)}{P(K)} = \frac{0,0098}{0,01} = 0,98$$

$$P_{\overline{K}}(\overline{T}) = \frac{P(\overline{K} \cap \overline{T})}{P(\overline{K})} = \frac{0,9603}{0,99} = 0,97 \quad P_{\overline{K}}(T) = \frac{P(\overline{K} \cap T)}{P(\overline{K})} = \frac{0,0297}{0,99} = 0,03$$

په ځټ یا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه

$$P_T(K) = \frac{P(K \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0098}{0,0395} \approx 0,2481$$

$$P_T(\overline{K}) = \frac{P(\overline{K} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0297}{0,0395} \approx 0,7519$$

$$P_{\overline{T}}(K) = \frac{P(K \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0,0002}{0,9605} \approx 0,000208$$

$$P_{\overline{T}}(\overline{K}) = \frac{P(\overline{K} \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0,9603}{0,9605} \approx 0,999792$$

پ –

پ	$P(T) = 0,0395$	د یوه توکلي ټاکلي کس ازماېښت د0,0395 یوه احتمالوالي سره یوه مثبته نتیجه ښايي.
ت	$P_T(K) \approx 0,2481$	یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمایل شوی د 0,2481 یوه احتمالوالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

		کومنتار: د نړدې 25% نتیجه کفایت بخښوني نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په ریښتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازماینت ښه شي.
ټ	$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right) \approx 0{,}999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالولی دی په ریښتوني هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په ریښتوني ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب –

ب	$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{250}{674} \approx 0{,}371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالولي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0{,}656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالولي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}} = \frac{82}{293} \approx 0,28 \quad \Rightarrow \quad P_A(B) \neq P(B)$$

$$P(B) = \frac{213}{674} \approx 0,316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګټلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

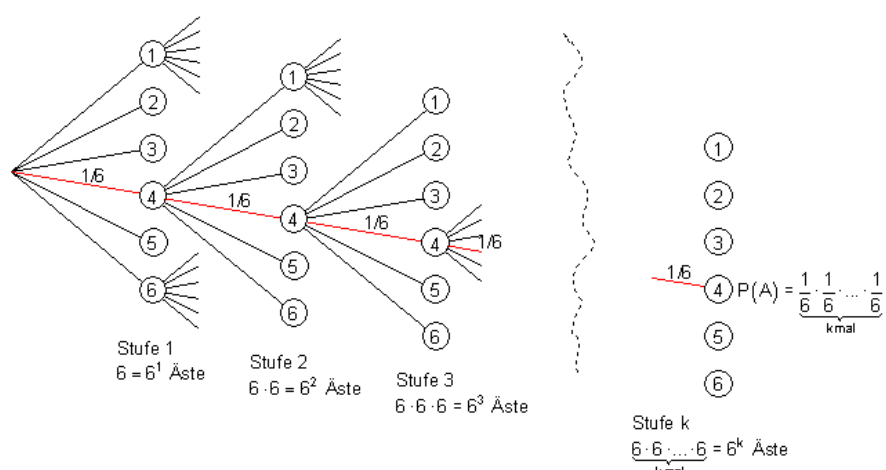
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4ځلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډیرۍ(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-   دا چې دا تجربه یوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چې د ټولو نتیجو لپاره برابر احتمالوالی نیول کېدی شي (یا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چې د هر ې پوړۍ سره یو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{6}}_{k\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دیاګرام کې د ښاخونو تعداد به هر ه پوړۍ سره شپږ واره کیږي، نو د k - پوړیو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6\cdot 6\cdot\ldots\cdot 6}_{k\ mal} = 6^k$$

ښاخونه دا ټیک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د یوګونو پېښنو نتیجو له لارې بیدا کړو. د دې یوګونو نتیجو لپاره باور لري:

$$P(e_i) = \frac{1}{6^k}$$

دا چې د ټولو پېښنو د احتمالوالو جمعه باید ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x\cdot\frac{1}{6^k} = 1\,|\cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونیت داسې ټولیز شي، چې سړی وایي:

په یوه مرتبان کې   همډوله n غونډاري (غونډوسکې)پراته دي د ګڼو(شمېرو) ,1, 2 ..., n   سره، چې k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کیږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د یوې ډېرۍ دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره

$$\underbrace{n\cdot n\cdot\ldots\cdot n}_{k-mal} = n^k \quad \left(n,k\in N^*\right)$$

منظم نمونه ازمایینت د بیرته وراچولو سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :   د فوټبال شرط (توتو) اینوونې پاندې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړانوینه وشي، چې د کور ټیم کټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتیږی (Tipp: 0) .

الف – د یوې توتو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د یوه تیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونداري یا غودوسکې لري د درې ګڼو یا نمرو 1 ;0 او 2 سره. یولس ځله د بېرته اینوونې سرا راوستل کیږي.

n = 3 نتیجه ډېرۍ (نتیجه سټ) د یوې وستنې لپاره : E= {0,1,2}

K =11 دا تصادفي تجربه 11- پوړیزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینېشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینېشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې یا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟
حل (اوبی)
تمرین: له الماني (انګریزي؟) البا 26 تورو په پټو سترګو یو په بل پسې درېواره توري راوستل کیږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه یو توری درې واره راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچولو

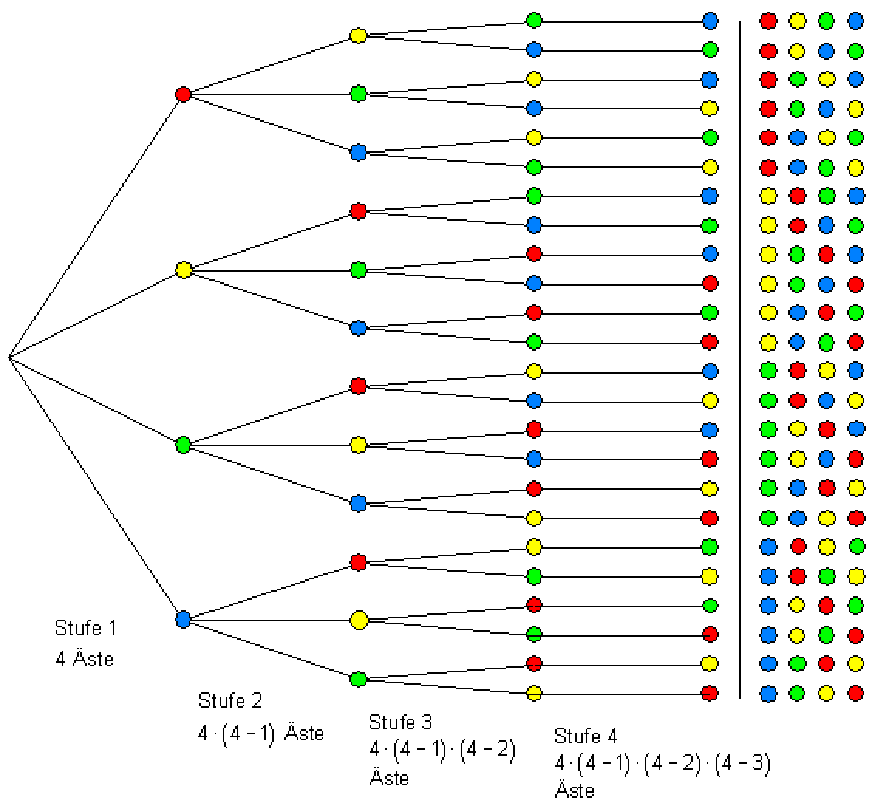
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : په یوه مرتبان کې 4 غونداري د څلورو رنګونو سره و زیړ، شین او اسماني سره پراته دي.

یو غونړاری راوستل کیږی او ګنه یې لیکل کیږي، غونداری څنګ ته ږدي او دابرسه تکراریږي.

ټولیز څلور 4 راوستنې ممکن دي.

نتیجه ډېری یا ـــسټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دیاګرام څخه چې په ساده توګه لیدل کیږي، له یوې پوړی څخه و بلې پوړی ته د ښخونو تعداد په 1کمیږی.

د امکاناتو تعداد دی: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3) = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \underline{\underline{24}}$

دا دونې دیاګرام څخه لیدلې قانونمندي کېدی شي ټولیزه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستني سرته و رسوي بې له بېرته وراچوني، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (ځلوونی یا ځلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کیږی.
که ولرو 4.3.2.1. ، نو 4- فاکلتي یا 4 - فاکتوریل بلل او دسي یې لیکو: 4! .
له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n!= n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(n!لوستل n - فکلتي یا n -ضریبونه)

$(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). \ldots .3.2.1$ او یا په لنډّ بڼه

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا ویینه $n.(n-1).(n-2)...(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بڼه بدل کړو:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot (n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرۍ د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماېښت بې لهبېررته ور اچوني.

کره کېدنه: 1 =0! او 1!=1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه باس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (اوبی):

الف – ټول د الباء26 توري ټیک یو ځل په اختیار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دویم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسي نور یا داسي پسي. دا یوه منظمه نمونه ازماېښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له 26 = n تورو 4 = k توري راوستل کیږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټیک یو رښتونی یا ټیک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې ترلی شمېرل کیږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0{,}000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرین :

په یوه لاترې لوبې کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. یو لوبه کوونی یو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتیب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې یې ده. د یوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېری.

حل:

نا منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچونې

بېلګه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کیږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازمایینت د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټنې لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید یېداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډاري پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = \underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم n! Vollerhebungen. شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په n! مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولي وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په 6! ووېشل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې سره به په لوتو کې چې6 تیک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{49!}{6!\cdot 43!}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\underline{\underline{13.983.816}}$$

بیلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کیږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمایښت نه د بېرته اېښوولو سره

n=32; k=4 له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{32!}{4!\cdot 28!}=\frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=35960$$

$$P(A)=\frac{1}{35960}\approx\underline{\underline{0{,}000028}}$$

تمرین :

د یوه 32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کیږي.
د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې 8 –واړه د پښې کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره یو جیبشمېرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمېرونی داسې شمېرعملیې ډېرې ساده کوي:
د تکساس الې یا جیبشمېري د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلګې په تګه باور لري:

ځانګړی		تولیز	
2^8	[2] [y^x] [8] [=] [256]	n^k	[n] [y^x] [k] [=] [........]
$\frac{26!}{(26-4)!}$	[26] [2nd] [nPr] [4] [=] [258800]	$\frac{n!}{(n-k)!}$	[n] [2nd] [nPr] [k] [=] [........]
$\binom{32}{4}$	[32] [2nd] [nCr] [4] [=] [35960]	$\binom{n}{k}$	[n] [2nd] [nCr] [k] [=] [........]
$4!$	[4] [x!] [=] [24]	$n!$	[n] [x!] [=] [........]

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمې نمونه ازماېښت دبېرته اېښوونې سره يا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل : د يوه بايکسکل قلف(د عددونو قلف يا کلپ) له څلور يو له بل خپلواک څرخيدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر يو يې شپږ څيفرونه يا عددونه(له۱ - ۶) لري(څيفر : بنسټعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په يوه ټاکلي عددکمبينيشن وازېدی شي. څومره ځايونه(د اعدادو کمبينيشن) دا د بايسلکل قلف لري او احتمالوالی يې څومره لوي دی، چې په لومړي ځل ځای اينبوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

يو مرتبان $n = 6$ غونډاري (غوټوسکې يا باغکې يا تشلې) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ –ځله راوستل کيږي د بيرته وراچونې سره.

د اعدادو کمبينيشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ازماېښت سره احتمالوالی.

ټیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوېستل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وېستل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاتري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط اینونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیايي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پښې کارتې راووستل شي؟

$n=32 ; k=8$ له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{32!}{8! \cdot 24!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د ـــځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد يو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتباکې ۶ سره او ۴ سپين غونداري (کېدی شي دا باغکې (تشلي)و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونداري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونداري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونداری.

: لومړی غونداری سپين دی.

: په بدله توکه توګه سپين او سره غونداري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونداري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په ګڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړئ.

: په لوتو کې 6 تيک .

: په لوتو کې 5 تيک.

: په لوتو کې 4 تيک.

: په لوتو کې 3 تيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکی د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلري پېرل کيږي. د لاندې پېښو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنۍ درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: څانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جايزې ګټي.
: څانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: څانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې څانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پانې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0 ,1 ,2 ,3 ,4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

: نجوني 5 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي کارتې لاس ته راوړي.
: نجوني هیڅ ازادي کارتې لاس ته راوړي.

نهم - د ازمایني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بریکړه شي. له دې درې په ازموینه کې پوښتل کیږي. یو ازمایښتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمایل کیږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A : ازمايېښتي له درې تاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی(ځان نه دی چمتو کړی)
B : ازمايېښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه یوې ته جمتووالی نیولی.
C : : ازمايېښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نیولی.
D : ازمايېښتی ټولو درې ټاکلو موضواتو ته چمتووالی نیولی.

حلونه (اوبيوني)

نمونه ازمايښت او د ګټلو ستراتیژي I
مفصل حلونه

لومړی –
مودل : منظم نمونه ازمايښت د بېرته ور اچوني سره
د ټول امکاناتو تعداد:
د هرو 4 ځایونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.
- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامکاناتو تعداد5^4 دی.
له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممکنه تعداد2^4 دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

– فقط هندارونې اعداد منځ ته ارځي يعنې [xy|yx] . لومړی او دويم عدد ازاد يا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شوېيا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دويم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او4 سپين غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوی.، $k = 5$ ځله وستل کيږي بې له بېرته ايښونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!} = 720$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپين غونډاري اوبيا يو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

له دې سره دي : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپين او بيا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپين دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.9.8.7.6 = 12096$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتماوالی، چې په لومړی راوستنه سپين غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپين او سور راوستل کيږي. (wrwrw) يا (rwrwr) . (د سپين لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کيږي).

د D لپاره دامکاناتو تعداد دی:2160=4.6.3.5.2+6.4.5.3.4

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپين او سره غونډاري راووستل شي.

دريم –

مودل : نامنظم نمونه ازماينتونه بې له بېرته وراچونې سره اويا په يو ځل راوستل:

دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

–

– ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.

– د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.

له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد يې دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.

– ټول عددونه جوړه دي.

جوړه يا جفت اعداد دي:2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه اعداد تعداد 12 دی.

د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوجنی ده.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$
$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښي C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه یې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کیږي، چې ضرب یې12 دی.

څلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځایونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx یا xxSx (دویمه چوکی یا دریمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښیني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\ P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک تر څنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښیني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلیپا کړو دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټیک یا رښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 0 عددونه له 43 نا ګټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چلیپا شوي دي(تیک 6)
- په لوتو کې 5ټیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا دB د رامنځ ته کېدني لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چلیپا شوي(5ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1} = 13545$$

د دC د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 3 عددونه له 43 نا کټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(3 تيک) شپږم –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بيرته ور اچوني سره.

د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختيار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

- سور رنګ نه رمنځ ته کيږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کيږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$t\,P(A)=\frac{64}{729}\approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې ازمايښتونه شنه دي.

له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کيدای شي.

يعنې يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دريو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B)=\frac{27}{729}=\frac{1}{27}\approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

- مرغلرې تبديلی سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg يا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي:2

له دې سره

$$P(C)=\frac{2}{729}\approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې يوبل پسې سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونه ازمايښتونه بې د بېرته ور اچوني سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- څانګه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A)=\frac{1}{720}\approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-څانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{6}{720}=\frac{1}{120}\approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او څانګه جایزه نه ګټي.
- څانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C)=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{720}=\frac{7}{10}=0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\,P(D)=\frac{210}{720}=\frac{7}{24}=0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0,0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتي کارتي دنجونو ته ځي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0,161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3پاڼې نجونو ته ځي(2 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0,355$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}=13\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E)=\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}}=\frac{6435}{53130}\approx 0,121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F -0پاڼې نجونو ته ځي(5 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}=1\cdot\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F)=\frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}}=\frac{792}{53130}\approx 0,0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم –

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره.
یا په یوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د P(A) لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3}=4$$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}=0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هيڅ پوښتني لپاره ځان نه دئ چمتو کړی.

B - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د يوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی دوه پوښتني ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی يوه ټاکل کيږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{1}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\cdot\frac{6}{1}=36$$

له دې سره

$$:P(B)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}=0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د يوې پوښتني لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کيدونکي ورته ځان نه دئ چمتو کړی يوه پوښتنه ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کيږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=60$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دئ چمتو کړی 0 پوښتني ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کيږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3}=1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمويني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتيژي II

لومړی – د تورو اوسپينو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل ايښوول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تيګې همغه رنګ لري

- فقط يوه تيګه سپينې ده.

- اخرنی او اولنۍ تيګه همغه ر نګ لري

دويم - په يوه خلته کې يو سور، دوه شنه او درې زيړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غړنداري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – تيک يو شين غونډاری راوستل کيږي

د ريم – د يوې خيريه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړۍ ټاکل کيږي. . د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوېر د پروګرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوېرنمر (نوبت يا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زيانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټیک یو ګروپ زیانمن دی.

- ټیک دوه ګروپونه زیانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زیږېدلي وي؟ په نزدې (تقریبي) توګه ونیسی(فرض کړی) چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زیږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پیښنو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتیږي.

ابا انا او وړمه په اخره لوبه کې باتیږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټیک یو ټیک (صحیح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې ، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د اندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټیک دي.

- لومړي پنځه ټیک دي، اخرني ۵ ناټیک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټیک نیمایي ټیک دي.

D - 4ځوابونه ټیک دي، 6 ناټیک.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډېږي او نوې ترتيبيږي. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبينېشن چې د AAA سره پيل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه يا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کې لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبينېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.

د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي اېښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تيګو څخه فقط يوه سپينه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تيګه يو يا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تيګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. يا دواړه سپينې يا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تيګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تيګه همغه رنګ لري.
دويم – مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره.

يا د يو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونډاري له ټوليزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې تيک يو شين غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم –   - ژونګلوبړ په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx   د هر ې راوستنې سره   کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوبړ پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبړ راځي.

له دې سره دی

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبړ   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوبړ په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعي جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبړ په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم -   مودل : نامنظم نمونه ازمایښت نه بېرته اېښوولو سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

n = 10 برېښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زيانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د يوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم يا ټيک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټيک يو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه يو راوستل کيږي.

د لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه يو ناسالم دی.

- ټيک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه يو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$= 12.11.10.9.8.7.6.5.\overline{A}$

له دې سره

$$P(\overline{A})=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدنې نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غونډارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کیږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکیږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو خخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پېښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شين غونداری نه راستل کيږي.

اوم -   په لوبه کې اته کسانونډه اخلي. له هر واره وروسته يو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دويم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې يو له ونډې وځي. له دې سره د امکانماتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL   د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځايونو وويشو او لاروی اخر ځای ونيسي 7! دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتيږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV يا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځايونواو دوه کسان په دوه ځايونو وويشو6! ضرب 2! دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :2! . 6!.
له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتني د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} ډی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچوني سره راوستل کيږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A)=\frac{2^{10}}{3^{10}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\approx 0,0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتني نتیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرني ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:!2-!6

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{6!\cdot 2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot 7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټیک نیمايي پوښتني سمې چليپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوښو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.

هر يو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^5}{3^{10}}\approx 0,137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شيډی :

د هر ۶ ناسم چليپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتني سمې چليپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4}=210$

په هر ۶ چليبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4}\cdot 2^6=210\cdot 2^6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(D)=\frac{210\cdot 2^{6}}{3^{10}}\approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د !6 امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A)=\frac{12}{6!}=\frac{1}{60}=0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B)=\frac{36}{6!}=\frac{1}{20}=0,05$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوال یدی،چې د ښورولو یا ګډولو لپاره دښږرول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسي منځ تع راځي.
AAAxxxیا xAAAxx یا xxAAAx یاxxxAAA

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0{,}2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښورولو وروسته لغات د پرلپسي درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لویې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوتئ	A	E	N	O	T
د کوتیو تعداد	1	4	5	1	3

لاندې تصادفي ازموینې ازمایل کیږي:

الف – له مرتبان څخه په یوه ځل دوه کارتې راوستل کیږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعریف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A); \quad P(B); \quad P(A \cup B); \quad P_B(A)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړی.

ب – د ترتبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړی یو پربل پسې ایښول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	١ غږلرونکی
7 €	٢ غږلرونکي
21€	٣ غږلرونکي
28 €	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ١ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ٢ –ې   څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتيژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په ټوليزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1 \cdot A \quad 4 \cdot E \quad 5 \cdot N \quad 1 \cdot O \text{ und } 3 \cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

ډ دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې یا کونزونانت دي 0,374 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\frac{13}{28}\approx 0{,}464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالولی ، له دې امل چې بربر ه لر و توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتیب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\frac{1}{1001}\approx 0{,}001$$

د دې لپاره احتمالولی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په یوه وار.

اړتیا شته: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\frac{30}{1001}\approx 0{,}03$$

د دې لپاره احتمالولی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پېښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالولی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\ \text{für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\ \text{für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\ \text{für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالی او د انتظارارزښت شمیرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 د لوبې پیل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ۲- که x وکالونه ورته ریشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. 8 + x

Mit $P(VV\ vKK) = 0{,}5$ gilt:

$$P(VV\ vKK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه (P = 0,5) لاس ته راشي، که له دې ۵ کونزونانت لرې شي.

لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبیلګه:

دوه سترګیزې داني(یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکیږي. د هرې یوې نتیجې ډېروالی په یوه جدولکې په لیست کیږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترګیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترګیو د جمعې نسبي ډېروالی دې د دې درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

دا شي ځان نیونه دې په یوه جدول او یوه مېټه یا ستندیاګرام کې انځور شي.

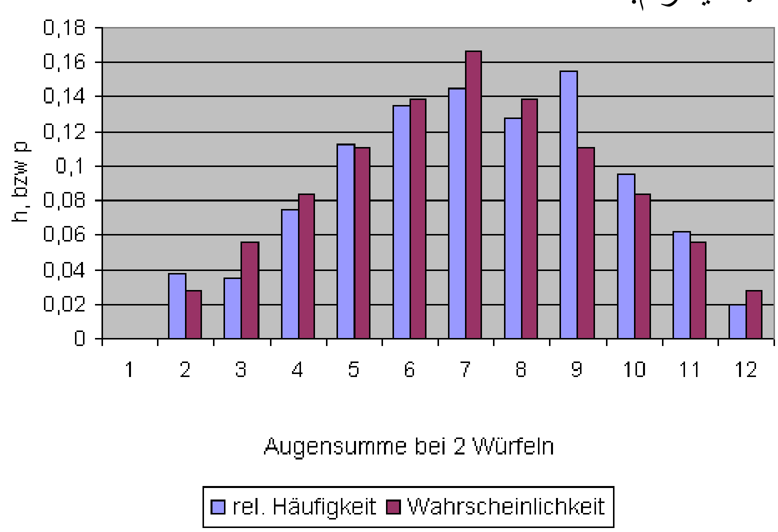
		blauer Würfel					
		⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
grüner Würfel	⚀	15	9	12	13	12	11
	⚁	5	8	11	11	9	15
	⚂	10	9	14	10	10	17
	⚃	12	7	9	7	17	15
	⚄	10	14	7	13	9	14
	⚅	5	12	15	14	11	8

جدول: له کیڼ ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګیو جمعه،اړونده نتیجه،مطلق ډېروالی،نسبي ډېروالی،

(c) ketabton.com: The Digital Library

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ګوزارونو سره د سترګیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوګونو سترګیو جمعي لپاره په تولیزه توګه د احتمالوالي شمېرنې څخه ډېر قوي ځنګ نه کوي(یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

توکلې متحولې یا تصادفي متحوله(اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترګیو جمعې باندې ترتیب شي یا تنظیم شی، نو یوه توکلی اووښتونې په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \qquad X((1|3)) = 4 \qquad X((6|3)) = 9$$

x=4 د نتیجې لپاره لیکو: د ستګیو جمعه 4 دی ، ىuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترګیو زیاتون 2 دی، یعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلې متحولې:

د یوې توکلې تجربې توکلې متحولې یا اووښتونې X لانې یوفنکشن پو هیږو، کوم چې د نتیجه ډېرۍ (سټ) Eهره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

X: e_i -> X(e_i) په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

دیوې توکلې متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګیو ګڼون یا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

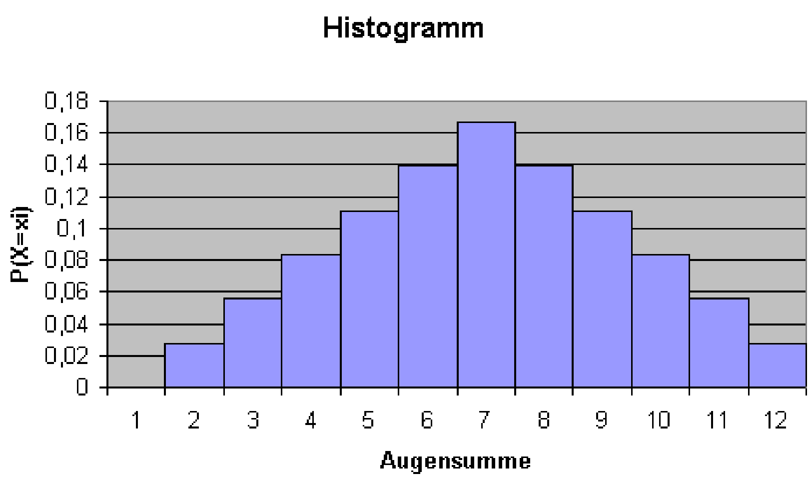
(c) ketabton.com: The Digital Library

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه يا ښه يې ټوټه كونه يا په برخو يا ټوټو وېشنه
كه د دوه ستركيو غورځولو سره د نتيجه د ستركيو د جمعي سره(باندې) تنظيم شي ، نو توكلي متحوله يا اووښتوني X منځ ته راځي.
كه د دې توكلي متحولي د هغې د احتمالوالي سره تنظيم كړي، نو يو احتمالواليويش (احتمالوالي فنكشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه يا د توكلي لوېې وېشنه كېدى شي سرې د يوه جدول له لارې او يوه هېستوګرام له لارې انځور كړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هيستوګرام: د المانيپښتو: هيستوګرام، د ستركيو زياتون يا جمعه



د احتمالوالي وېشنه يا په برخو ټوټه كونه:

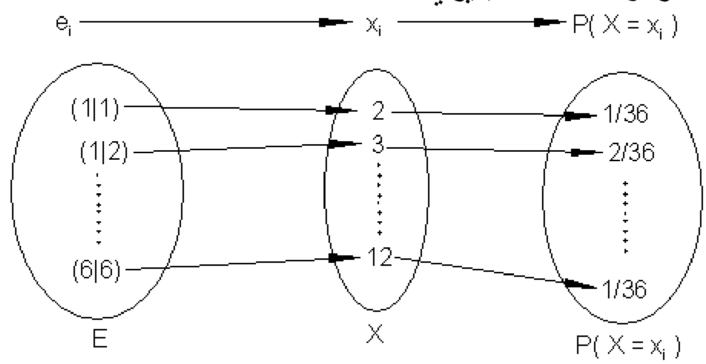
د تصادفي متحولې د يوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنكشن يا تابع) f لاندې يو فنكشن fپوهيږود لاندې سره

$$f : x_i \rightarrow P(X = x_i)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=x_i)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت xi نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګیزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلیږي.



د یوه احتمالوالي په برخېوته ونې انتظارارزښت

د احتمالوالي شمیرنې د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلوبو د انتظار ګټې همداسې بایلښت انتظار په هکله ویناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کیږي: دزیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کیدی شي؟

د لیدوړوالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګیو سترګو جمعې ته ځو. له دې کیدی شي یوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:
قانون: په یوه ګوزارونه یا اچونه کې د سترګیو جمعې لپاره په € ورکولکیږی. د لوبو خاوند طبعاً باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي. د دې لپاره باید دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي،چې زیات کسان په لوبه اخته وي. همدومره ځګه باید د بیسو

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینبوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینبوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولې X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېړو، چې د لوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسې شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینبوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره د ګټې کیدی شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې یاپه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه ګټي. مګر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, \ldots x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1\cdot P(X = x_1) + x_2\cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n\cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کیږی.

په یاد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازمایښتونو په یوه لړی کې دی.
په دې ترځ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیستیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دی، د انتیٰار ارزښت یوع لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره په هغې حساب کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکې همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه يې نيولی شي.

بيلګه او تمرين

د يوه مسلکي ښوونحي په انګړ کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله يوه په زړه پورې بخت لوبه کيږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بيسو اينوولو ارزښت 2 € دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه $1, 2, 3, ... , 6$ نيسي.

پسې درېواره د يو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بايلل شوې.
که غوره شوی هدد يو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا يو اينبول شوی ارزښت بيرته راکوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اينبول شوو پيسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې اينبول شوو پيسودرې برابره لاس ته راوړي

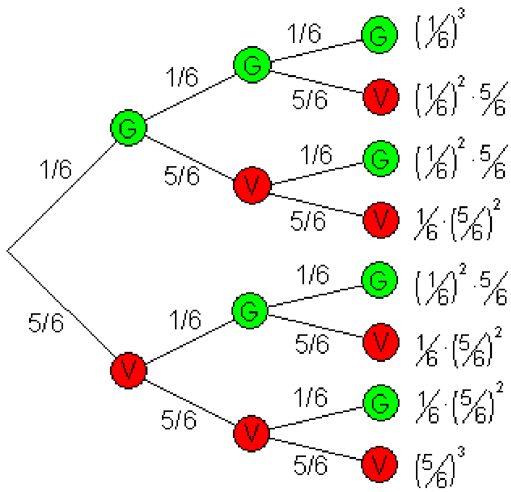
غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کيږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهيږي، او په رېښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بيايي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکې ته ورکول کيږي، دا د2 € په کمښت سره چې شرط يې ايښوولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې پوړيزې ونې دياګرم او د تار قانون په مرسته سړی احتمالوالی د يوې بايليدني يا همداسي يوې ګټني لپاره شميري.
باور لري: ګټنه = G

بايلنه =V .



x_i	$P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$

د ګټلو چانس شميرنه کې د تصادفي پيښي ارزښتونو د اړونده احتمالواليو سره ضربول او نتيجې يې سره جمعه کول.

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i \cdot P(X=x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شميرلی عدد1- دا وايي، چې به اوږده موده کې، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زيان انتظار دی. دا پيسي طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کيږي، ځکه چې د اړدې مودې ګټه اوزيان سره برابر ده يا په انډول کی دي.

ګټه او زيان به په يوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وی. دا به بيا عادلانه لوبه وی. دا به د بيلګې په تګه د ګټني چګوالي سره د رسيدو وی يا لاس ته راغلي وی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې اېښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

تمرین:

په لاټري لوبهکې هرلاټري ګټي.

د دولسم درس تماموېدو (بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاټرۍ واخلي.

لومړۍ جایزه   د   € 100 یو ارزښتلري، دویم د € 25 دریم د € 10 .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښۍ ارزښت € 1 اخلي.

دا لاټري باید څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاټرۍ په € 5 خرڅیږي. دا خستلې پیسې یوې خریه ټولنې ته ورکولکیږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرین :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډارۍ خوندي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره یو غونډاری راوستل کیږي تر څو شین غونډاری را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

که په دویمه وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دریمه وېستنهکې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرین: په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت E(X) = -1 وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې اینوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه € 0 ده.
که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

حل(اوبی)

لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده لید کې څومره پیسې چې لاس ته راځي همغومره باید بېرته ګټونکو ته ورکړي.

ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو

E(X) = 1 په دې معنادی، چې په یوه اوږد لید یا موده کې په منځنۍ

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$	توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.
	Erwartungswert E(X)	$\frac{216}{216} = 1$	د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده
		انتظارارزښت	

تمرين: په لاتري لوبه کي هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تاماېدو (بکلوريا) جشنکې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاتری واخلي.
لومړی جايزه د € 100 يو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښی ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري بايد څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاتري په € 5 خرڅيږي. دا خستلي پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$	انتظار ارزښت شمېرل کيږي:
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$	E(X) = 3,64 په دې معنا دی، چې بايد هره لاتري € 3,65 قيمت ولري
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$	د € 5 لاترې قيمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې يوه ګټه خوندي لري:
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	50(5 – 3,64) = 68 €
	Erwartungswert E(X)	$\frac{182}{50} = 3,64$	دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.
		انتظارارزښت	

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین : یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

تر هغې د بېرته نه وراچوني سره یو غونداری راوستل کیږي تر څو شین غونډاری ر ا ووستل شي.

که په لومړی وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 2 € ده.

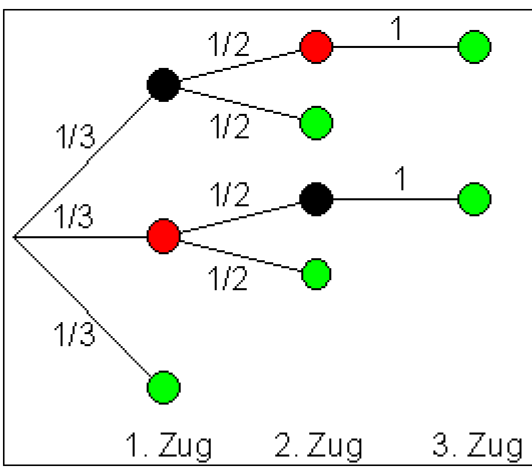
که په دویمه وېستنه کې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 1 € ده.

که په دریمه وېستنهکې شین غونداری را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه 0 € ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړیز ونې دیاګرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي،چې شین غونداری راووځي.

د لاندې پښتو: له کیڼ وښي لور ته: غورځونه، نتیجې، بایلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2 €
2	(sg); (rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg); (rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0 €

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{1}}$$

د لوبې پای انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دی.

که دا یوه عادلانهلوبهوي، نو باید شرط هم 1 € وي.

پوښتنې

د ګڼلویا شکېرلوستراتیرې ته نمونه ازماېښت I

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په څېر په دیسپلې راڅرګندیږي. د لاندې پېښنو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی او اخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنډاری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوڼداري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
A : سړی فقط سره غونډاري راباسي.
B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونډاری راباسی.
C : لومړی غونډار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونډاری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوې غونډاري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونډاري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنګ په څنګ ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

C : س ا ک ځنګ تر ځنګ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکی او ستاسو د تګلار ډول تشريح کړی.

A: ۶ په لوتو کې ټيک دي : ۵ په لوتو کې ټيک دي.

ک ۴ په لوتو کې ټيکدي : ۳ په لوتو کې ټيکدي.

شپږم- د يوې غاړکی د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پيېل کيږي. د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زېږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړی ، دويمه او دريمه جايزه ورکولکيږي. د لندې پيښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا يوه لوم ړی ي يوه دويمه او ک يوه وريمه جايزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه يوه يوه جايزه ګټي .

: ا جايزه نه ګټي

: له دې درې نجونو ا، ي او ک هيڅ يوه جايزه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم ا حتمالوالي سره (4, 3, 2, 1, 0) , 5 ازادې کارتي نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتي راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم – د یوې ازموینې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکی کیږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموینه کې ازمایل کیږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموینې له دې درز موضوعاتو یوې ته هم چمتووالی نه لریي

: ازموینی درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوړې.

: ازموینې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره چمتوالی لري.

: ازموینې ټولو ټاکلو دریو موضواتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د شمېرلو ستراتیږي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې دی:
$$t\,P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0{,}0016$$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره
$$t\,P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې داښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$ دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی $\frac{6!}{1!} = 720$:

او له دې سره دی:
$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0{,}0238$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!}=4!\cdot 6=144$$

او له دې سره :

$$P(B)=\frac{144}{30.240}=\frac{1}{210}\approx 0{,}00476$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنډاري راوځي او بیا یو سور غنډاری راوځي.

: لومړی غونډاری سپین دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونډاري په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی :

$$4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=12.096$$

له دې سره:

$$P(C)=\frac{12.096}{30.240}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپین غونډاری راوځي.

: سرې رد بدل سبي او سور غنډاری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2+6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4=2160$$

او له دې سره :

$$P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبین او سره غونډاري راوستل کیږي.

دریم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې .
یا په یو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=25\cdot 23\cdot 22=12.650$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زیاتون) له 12 کوچنی ده:.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پیښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12کوچنی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D   : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot6\cdot3\cdot5\cdot2+6\cdot4\cdot5\cdot3\cdot4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

ځلورم – مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په ځلورو ځایونو ووېشو !4 دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کیني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یاxxSx (دویم ځای یا دریم ځای)

درې ملګر ي !3 امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = !2.3 دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښیني.

B : س او ک دباندې لورو ته کیني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 4=2.2 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کېني.

C: س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک یو د بل ترڅنګ کېني.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا په یوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په یوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چليپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ تیک یاپه رښتیا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چلیپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$
.

دا دA د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ تیک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو تیک چلیپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چلیپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]لیپا شوي(۵ تیک).
C : په لوتو کې ۴ تیک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42}{2\cdot1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي(۴ ټیک)

D : په لوټو کې ۳ ټیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42\cdot41}{3\cdot2\cdot1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي(۳ ټیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

له دې سره احرنۍ درې په خوښه ټاکل کېدی شي.

نو يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودريو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:27= $1.\ 3^3$

له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg ياgrgrgr شتونلري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{\bar{2}}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونهازماېښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړې جايزه) اي (دويمه جايزه)، ک (دريمه جايزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړۍ جاېزه، اي دويمه جايزه او ک دريمه جايزه ګټي.

B: ا، اي اوک هر يو يوهجاېزه ګټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{\breve{6}}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر يوه =اېزه ګټي.

C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{\bar{9} \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي

D: له دې درې نجونو څخه کونه یوه جاېزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:

له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه ګټي.

7.6.5 = 210

اتم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.

یا پخ یوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي

او0 پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي

B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱

ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0,161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسیږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسیږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot 12\cdot 11}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11}{2\cdot 1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0,355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکیږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکیږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0,323$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتې کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4} = 13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالواليدی، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کيږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پاڼو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5} = 1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي يا ورکول کيږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
يا ديوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازموېښی د ازموينې لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ازمویېني له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تیاری نه دی نیولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازموینې ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کیږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

.

له دې سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې، چې ازمویېنی کومې موضوع ته چمتووالی نهلري.

B: ازمویېني له دې درې ټاکلو موضواتو څخه یوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضواتو څخه چې ازمویېني ورته ځان نه دی جمتو کړی، ۲ ټاکل کیږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمویېني ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کیږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمویېني ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی.

C: ازمویېنیي له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمویېني ځان نهدی چمتو کړی، ۱ ټاکل کیږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان یې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کیږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې پاره احتمالوالی دی، چې ازمویېني د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D: ازمويېني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضواتو چې ازمويېني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويېني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3} = 1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويېني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د زرندو د تورو او سپينو تيګو ځخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې اته تيږې يو په بل کېښول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟

A : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.

B: فقط يوه تيږه سپينه ده.

C: لوم ړی او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونډه کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ېځخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارويا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړۍ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.

B:ژونګليوال اخر ځای کې نه راځي.

څلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا څراغونه دي، =ې له دوی ځخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا څراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تيک يو ځراغ زيانمن دی.
C: تيک دوه ځراغونه زيانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه مياشت کې د زيږيدو نيټه ولري؟ په نږدې توګه ونيسی، چې ټولې مياشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه مياشت کې د زيږيدو نيټه لري.
شپږم – په يوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په يوه ځل راوستل کيږي. د لاندې پيښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونډاري راوستل کيږي
B: په راوستلو غونډاروکې شنهغونډاري نه شته.
اوم –په بيلګه کې،، بيت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې يو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پيښنو احتمالوالی وټاکی.
A: ل اخر ته پاتيږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په يوه ډېر تاکنيزه ازموينه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر يوه څخه فقط يو ټيک دی. يو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چليپا کوي. د لاندې پيښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناټيک دي.
B: لومړي پنځه ټيک ، اخرني پنځه ناټيک چليپا شوي دي.
C: په دقيقه توګه نيمايي ځوابونه ټيک دي.
D: ۴ ځوابونه ټيک دي، ۶ ناټيک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په يوه لوښي کې ګډوډيږي او نوي تنظيميږي. د لاندې پيښنو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبينېشن د AAA سره پيل کيږي.
C: يو لغات د درېواره A سره يو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتيژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تيګړ لپاره دوه رنګونه اختيار کې لرو(اته ځله راوستنه د بيرته وراچونې سره)
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو رنګونو کمبینېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دې یا ټولې سپینې دي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$:P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0{,}00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه یه دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0{,}03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازمایښت د نه بېرته وراچوني سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلیټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: تیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلیټو څخه راوه وی‌ستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

د دې لپاره احتمالوالى دى، چې تيک ۱ شين چکليټ راوه وېستل شي.
دريم - A: د ژدنګلوبړ نمره په درى ځاى کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوبړ کېدى شي په هره خوښه ځاى کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځايونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځاى شوى، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځاى ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبړ راځي.
له دې سره

$$:P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالى دى، چې ژونګلوبړ په دريم ځاى کې راځي. دې سره برابر االحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځاى کې هم راغلى وى.
B: د دژونګلوبړ لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدى شي په .3 ,.2 ,.1 يا 4 ځاى کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالى دى،، چې ژودګلوبړ په اخر ځاى کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
$n=10$ برىښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زيانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کيږي. د امکاناتو تعداد چې له يوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو يا وټاکو دى:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A:ټول درې څراغونه جوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دى.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دى.

$$A:\ \binom{8}{3}=56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کیږي.

B: تیک یو څراغ زیانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زیانمنو څراغونو ۱ زیانمن راوستل کیږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1}=\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2=56$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زیانمن دی.

C: تیک دوه څراغونه زیانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زیانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کیږي.

دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2}=8\cdot 1=8$$

له دې سره

$$t\ P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0,0\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زیانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته وراچونې سره.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ میاشتو وه وېشو 12^8 دی(له یوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه میاتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښنه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو میاشتوکې د زېږدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ میاشتو داسې وېشل کیږي، چې دوه والی یا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0,954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږم –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3}=\frac{15\cdot 14\cdot 13}{3\cdot 2\cdot 1}=455$$

A : ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot 11=66$$

دا دA پېښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{11}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{66}{455}\approx 0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}=1\cdot\frac{11\cdot 10\cdot 9}{3\cdot 2\cdot 1}=165$$

دا دB پېښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0{,}363$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې کوم شین غونډاری نه راوستل کیږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کیږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کیږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو 7! دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0{,}125$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتیږي.

B: انیا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وه وېشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot7}=\frac{1}{28}\approx 0{,}0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انیا او وانسا احرني سیالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A :ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.

B: لومړی پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.

د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$: 1^5 \cdot 2^5$$

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0,000.542$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.

C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.

له دې سره

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمايي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .

D: ځلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.

د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښنتې چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$: \binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکانات شته.

دا $! 2^6$ امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دې سره

$$t\ P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم –   ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6   دی
A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1
د N لپاره :2.1
د S لپاره :1
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 =   3.2.1..2.1.1
له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تورو کمبینیشن   د AAA   سره پیل کیږي:.
AAAxxx
دA   لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1
د x لپاره3.2.1
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته   AAA پیل توري پاتې کیږي.
: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

xxxAAAیا xxAAAx یا xAAAxx یاAAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازمایښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کارته له دې تورو سره	A | E | N | O | T
د کارتونو تعداد	1 | 4 | 5 | 1 | 3

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسیږي:

الف : د مرتبان څخه په یو ځل دوه کارتې راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه یا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي ((= (v. lat.: *con* = mit + *sonare* = (Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پdښو لپاره احامالوالی وشمېرئ

$P(A);\ \ P(B);\ \ P(A \cup B);\ \ P_B(A)$ او د جلې په ښه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي اوپه ترتیب او په پرلپسې توګه یر بل پسې ایښول کیږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په یوهځل ۵ کارتې راوستلکیږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ینس لاندې د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د مر تبان څخه په یو ځل درې کارتې راوستل کیږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کیږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرط باید ځومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ټ – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale)یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور څومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتېږي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{mit}\ A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\underline{\underline{\frac{34}{91}\approx 0{,}374}}$$

د دې لپاره احتمالولی،چې پهدواړو کارتو توري بربر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\underline{\underline{\frac{13}{28}\approx 0{,}464}}$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالولی،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتیب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\underline{\underline{\frac{1}{1001}\approx 0{,}001}}$$

د دې لپارهاحتمالولی ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\underline{\underline{\frac{30}{1001}\approx 0{,}03}}$$

د دې لپارهاحتمالولی،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.
د تصادفي متحولو(اووښتونو یا واریابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی:

$$P\left(X=x_1\right)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P\left(X=x_2\right)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او ۱ کنسونانت لپاره.

$$P\left(X=x_3\right)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P\left(X=x_5\right)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P\left(X=x_i\right)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E\left(X\right)=\sum_i x_i\cdot P\left(X=x_i\right)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري:8 + x

د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2 \cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

او د بېنومیال وېشنه یا خورونه

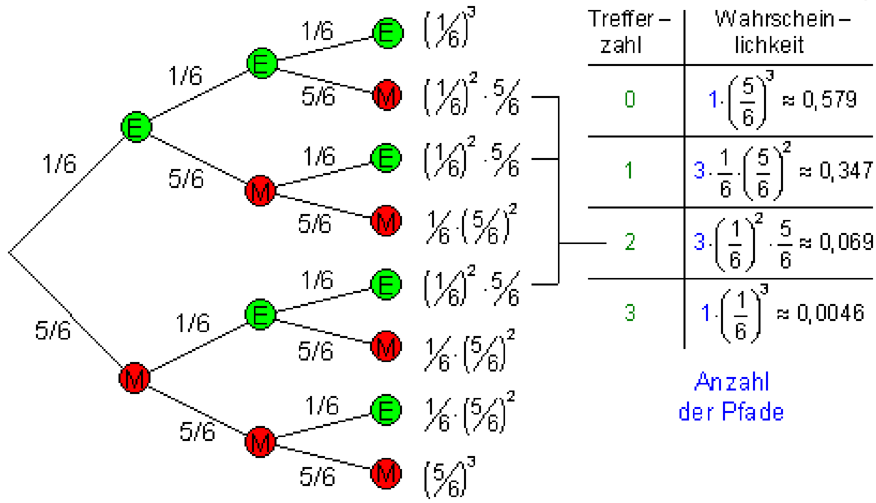
ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلګې په توګه
-
د سیکې غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
د یوه سترګې غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولي-تجروبو په نامه یادیږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د بریاو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږیږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربي څخه غوښتل کیږي، چې د یوې تجربې نتیجه د

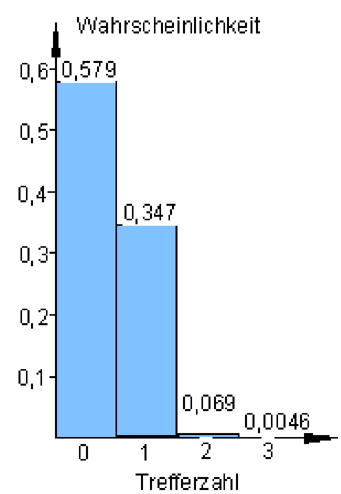
(c) ketabton.com: The Digital Library

بلي تجربې څخه بې تاثيره پاتې کيږي. د داسي يوې n -پوړيزې تجربې سره سړی د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلګه: يو سترګيز مکعب يو په بل پسې درې واره غورځول کيږي. موږ د احتمالوالي سره علاقه لرو، چې وپوهيږو، چې ايا عدد (ګڼ) 6 په دې ازمايښت کې 0, 1, 2 يا 3ځله رامنځ ته کيږي. E (Erfolg)د بريا يا رمنځ ته کېدنې په معنا او M (Misserfolg)د نابريا د ر امنځ ته کxدني په معنا دي.



لاندې الماني=احتمالوالی



پورته ا لماني = راوستل شوی عدد.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته دایو دريِ پوړیز برنولی- ازماېښت دی.
د وني دیاګرام څخه د تار قانون له مخي په ساده توګه احتمالوالی کنل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چي دا هر وار د دريِ پرلپسي پېښنو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوړیو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین کارونه د وني دیاګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه پوړ n -پوړیزيِ برنولي – ازماېښت سره د نتیجي ډېری هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بېلګي په توګه EM....... EEMMEEEM . د تارونو تعداد چي د بریاوو سره بیداکړو، له دي سرهپه همغه معنا دی، چي د نتیجه ډېریَ څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چي k -ځله د لړیَ پرلپسي څخه خپلواک یوه بریا وښایي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شیان د n شیانو څخه د لړیَ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

دا لوټو-پرابلم رایادوي، په هغي کي چي له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بي د پرلپسي لړی ترتیب څخه وټاکلشي. په دي خالت کي د امکاناتو تعداد وو: $\binom{49}{6} = \frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = \underline{\underline{13.983.816}}$ دا د شمېرني قانون د برنولي –تجربي باندي هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.	زموږ د بېلګي لپاره باور لري: n=3 ; k=0;1;2;3; د تارونو تعداد k = د بریاوو تعداد 0: $\binom{3}{0} = 1$ 1: $\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$ 2: $\binom{3}{2} = \frac{3\cdot2}{1\cdot2} = 3$ 3: $\binom{3}{3} = \frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د n - پوړيزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk برياوو سره دی:

n د تجربو تعداد او k د برياوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بیلګه: يو سترګيز مکعب n = 5 ځله غورځول کيږي

د بريا ارزښت د سترګيو تعداد 6 دی.

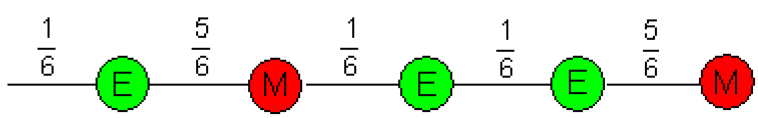
په نتيجه ونه کې د k = 3 سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د k = 3 برياو سره د د تارونو تعداد دی: $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

به دې تجربه کې په ټوليزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 برياوې خوندي لري.

د يوه تار لباره دk برياوو سره احتمالوالی

د يوې روښانه بيلګې سره دې د يوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرني قانون وښوول شي. دا قانون دې بيا توليز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړيو تعداد n = 5 دی.

د برياو تعداد k = 3 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کیږي

باور لري:$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:
:

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$برابر پاتې کیږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

$$\text{تاردیاګرام} = p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

د کوم سره چې $1\text{-}p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\substack{\text{Anzahl der Pfade} \\ \text{mit k Erfolgen}}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\substack{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad} \\ \text{mit k Erfolgen und n–k Misserfolgen}}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پيلبيلګي لپاره باور ري:

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=1\cdot1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}\approx\underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{75}{216}\approx\underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{3\cdot2}{1\cdot2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{15}{216}\approx\underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot1=\frac{1}{216}\approx\underline{\underline{0,0046}}$$

د بينوم وېشنه يا (په برابرو برخو) توټه کونه:

د يوه n-پوړيز برنولي – ازماېښت کې د p د بريا احتمالوالي لپاره او نابرياو احتمالوالي 1-p سره د k

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنوميالوېشنه بلل کيږی.

تمرين :

يوه کورنی 6 کوچنيان لري .

اتمالوالی، چې يوه نجلی وزيږوی، $p = 0,5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام وکاږی. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکی.

A : د کوچنيان تيک نيمايي نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمايي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمايي نجونې دي.

تمرین :

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

<u>Binomialverteilung</u> Kumulierte__کمولیر شوې دبینوم وېشنه

(cumulus – Anhäufung *cumulus* لاتین پنډغالي کیدنه)په سوبس کې د ټاکنو قانون کې، چې په یو ځل یو کس د ټاکنو غړونه ورکوي یا رایې اچوي.

بیلګه:

یوه سیکه 20 واره غورځول کیږي. د لاندې پېښنو، لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي.

a : تیک 10 ځله ممبرنښان

b : زیات له زیاته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله ممبرنښان.

(c) ketabton.com: The Digital Library

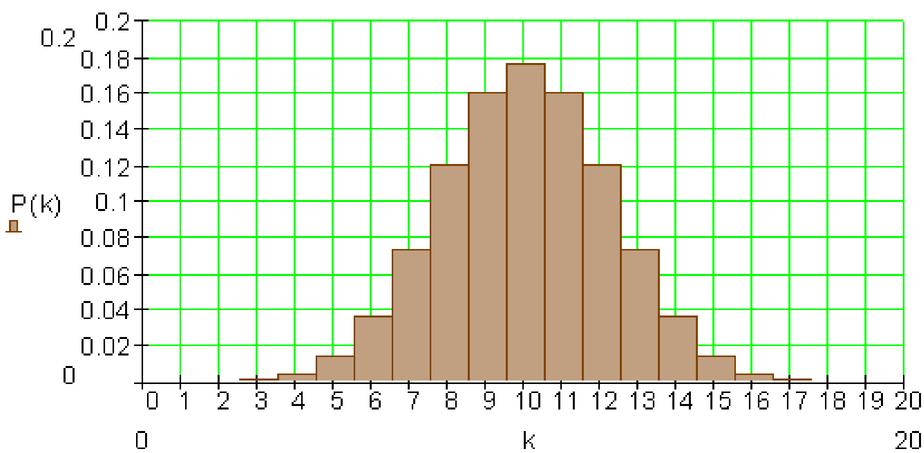
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را ګرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالوالی طبعاً صفر نه دی.
صفر داسې منځ ته ارځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راګرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوګرام په لاندې توګه ليدل کيږي:



الف – احتمالوالي $P(X = 10)$ کېدی شي دد جدول همداسې له هېستوګرام څخه ولوسستل شي.

احتمالوالی د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0,176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالوالی دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، تړلی ورپسې نه شي لوستل کيدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالی د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

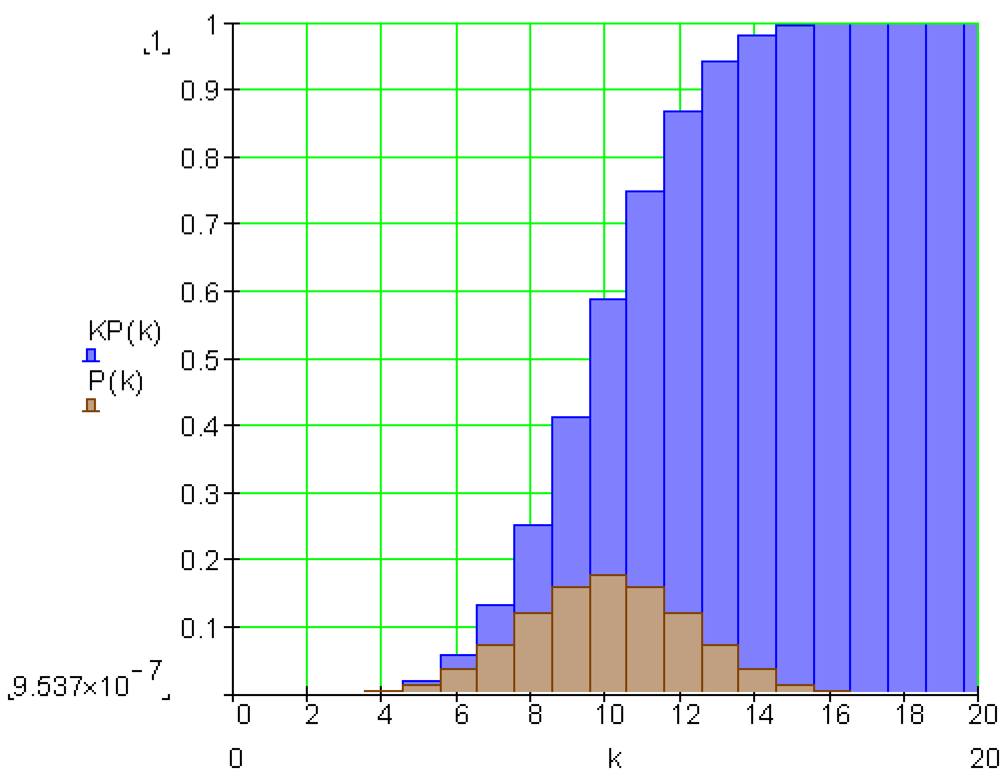
(c) ketabton.com: The Digital Library

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعنې یوه کمولېرې جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
P(X ≤ k)	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
P(X ≤ k)	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k < 3$ لپاره کمولېرې احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د$k < 20$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر یرې، چې سرې په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راکردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولیرې بینومیال وېشنې یا توټه کونې هیستوګرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0,994}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزیات له زیاته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلګه په ګوته کوي، چې کمولېړي جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفیواریابلې X اختمالوالی و شمېرو. دا ورشو د ګڼونو یا اعدادو به وړاګه هم د انټروال په توګه انځور شوې ده.

مور لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولټیپل چوېس تست یاازموینه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ ترلږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېړې بېنومیال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلۍ وزیږوی، p = 0,5 دی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښنو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجوني دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجوني دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماېښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .

غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

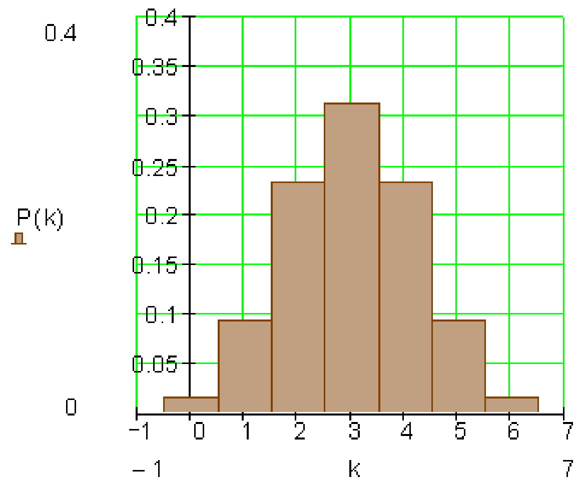
$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$
د 6 کوچنیانو څخه ټیک درې نجونې دي

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وي.

a   : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

داپرابلم کیدی شي د 5-پوړیز برنولي- ازماېښتپه ځېر د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکیږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \leq 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم ځله   ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل   ممبرنښان په دې معنا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرين ځواب:

يو مولتيپل چوېس تست ياازموينه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر يوه لپاره ټيک يو تې:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو ليد سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټيک ځواب وويل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزيات له زياته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټيک 15 پوښتنې

د پيښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا احتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عمليه د 50 پوړيز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنوميال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټيک يا صحيح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سيده لوستلکيږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ويېنې سره لږ تر لږه10 او زيات له زياته 20 پوښتنې ټيک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0{,}969 - 0{,}939 = \underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټیک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بینومیال وېشنې یا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځیر اوږدوالی

دویم – د لاندې تصادفي تجربې څخه یې کرمه د برنولی زنځیر دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځیر اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د شپږمو تعداد لیکل کیږي.

ب – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د سترګیو جمعه لیکل کیږي..

پ –د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کیږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت ـ د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کیږي.

ټ – د یوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې یو 1 راڅرګندیږي.، په هر 25% حالتونو کې یو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کیږی او عددونه د څلور ځایېز عدد په څېر لیکل کیږي

ث – له (ټ) څه یو د بخت څرخ اته واره څرخول کیږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سړی 10 سنته ګټي.

ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کیږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زیات له زیاته ۵ ځله.

دریم – یو څرخ درې برابر لویې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردی(دایره) چلیپا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کیږي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کيږي.f.

: زيات له زيته يو وار ستوری را منځ ته کيږي..

: زيات له زياته درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

څلورم – د شفتالانو د يوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: يو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د يوې نجلی د زيږېدنې لپاره احتمالوالی0,49 دی، يوهلک د زيږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوي دی، چې په يوه کورنۍ کې د څلورو کوچنيانو څخه

: تيک دوهنجونې دي؟

: زيات له زياته درې نجونې دي؟

شپږم – يوه پيسه لږ تر لږه بايد څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% يوه احتمالوالي سره يو ځل ګڼ يا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره بايد لږ تر لږه يو سترګيز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه يو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – يو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی ځومره لوي دی؟

: سړی تيک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

: سړی زيات له زياته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زيات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګيو عدد ناجوړه(طاق) عدد دی.

: د30 حالتونو څخه زياتوکې د سترګيو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زيات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

ځوابونه -

د بينوميالوېشنې I
نتيجې او مفصل حلونه
نتيجې

لومړی- د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجې لري. نتيجې بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کيونه) بلل کيږي.
د پيښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
يو برنولی زنځېر رامنځ ته کيږي، که برنولي –تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالی راکوي، چې دا يوګونې تجربه يو په بل پسې څومره تکراريږي.
دويم –

الف – برنولي زنځير3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، $p = 1/6;$
ب – د برنولي زنځير نه شته.
پ – د برنولي زنځير نه شته.
ت – د برنولي زنځير : 4 = n، رامنځ ته شوی : سپين $p = 3/10$ ، رامنځ ته شوی: سور $p = 7/10$.
ټ- د برنولي زنځير نه شته.
ث – برنولي زنځير8 = n ، رامنځ ته شوی: عدد3، $p = 0,25$
ج- د برنولي زنځير، رامنځ ته شوي: 3 ، $p = 0,25$،

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زنځېراوړدوالی ماکسیمال 5.

دریم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0{,}0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0{,}5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0{,}9877}}$$

څلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0{,}4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0{,}32768}};$$

$$;\ P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0{,}26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0{,}3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0{,}9424}}$$

شپږم – سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا ګڼ لاس ته راوړو.

اوم- با ید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو6 وغورځول شي.

اتم -

سړی تیک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0{,}137$
سړی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0{,}554$
سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0{,}583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0{,}759$
سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0{,}915$
د سترګیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0{,}078$
د سترګیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0{,}449$
له 25 څخه زیات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګیو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0{,}754$

مفصل ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پیښې یا رامنځ ته کیدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کیدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځیر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
بیلګه ؛ یوه سیکه 100 ځله یو په بل پسې غورځول کیږي. د سیکې عورځونه یو د برنولي تجربه ده، دوه نتیجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی p = 0,5 دی. دا چې د پیسې غورځونه 100 ځله تکراریږی، نو دا تجربه د برنولي زنځیر په نامه یادیږي. د دې برنولي زنځیر اوږدوالی100 = n دی.
دویم –
الف – دا دبرنولي زنځیر د 3 = n اودوالي سره دی. پیښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړی کې د 1/6 = p سره برابر دی.
ب- دا دبرنولي زنځیر نه دی، ځکه په هرې پوړی کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . { 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ;1 }. د یوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.
پ – دا د برنولي زنځیر نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه ایښول کیږي او له دې سره لهپوړی و پوړی ته احتمالوالی تغیر خوري. د برنولی زنځیر لپاره احتمالوالی باید د یوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړی کې برابر وی.
ت – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي 4 = n سره. د سپین منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت 3/10 = p دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره p = 7/10 دی.
ټ – دا د برنولي زنځیرنه دی، ځکه چې په هره پوړی کې درې نتیجې{ 3 ; 2 ; 1 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځیر کې به هره پوړی کې فقط دوه نتیجې لاس ته راتلیشي.
ث – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي 8 = n سره. د منځ ته راتګ په حیث ۳ عدد د p = 0,25 سره کره شوي. په هره پوړی کې احتمالوالی ثابت پاتیږي.
ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي 0,25 = p سره. د زنځیر ماکسیمال اوږدوالی 5 دی.

دریم -

$$P(A) = P(X=3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 4 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \approx \underline{\underline{0,0988}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک ۳ واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,0988 دی.

$$P(B) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= \frac{8}{81} + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{81} + 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9} = \underline{\underline{0,\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راځنځ ته کیږي، ...0,1111 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$$
$$=\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=1\cdot 1\cdot\frac{16}{81}+4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27}=\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}\approx\underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته يو وار ستوری رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

$$P(D)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)$$
$$=1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=1-1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{81}{81}-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}\approx\underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته درې واره ستوری رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

څلورم - رامنځ ته کيدنه: شفتالو خڅا دی. $n=5\ ;\quad p=20\%\Rightarrow p=\frac{1}{5}$
:

$$P(A)=P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4=5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625}=\frac{1280}{3125}=\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک يو شفتالو خوڅا دی،0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ يا سم دي، کوم شفتالو خوڅا نه دی.

$$P(B)=P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125}=\underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټيک دي، 0,32768 دی.

$$P(C)=P(X\le 5)-P(X=1)-P(X=0)$$
$$=1-\frac{1280}{3125}-\frac{1024}{3125}=\frac{3125-1280-1024}{3125}=\frac{821}{3125}=\underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوڅا دي،0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A)=P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2=6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$=6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000}=\frac{37.470.006}{100.000.000}\approx\underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې په فاميل کې ټيک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)=$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^0$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زیات له زیاته درې نجونې دي، 0,9424 دی.

شپږم –

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي($p = 0,5$) . برعکس پېښه چې لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان دی، چې هیڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پېښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بېلګې په توګه د ln سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01)|:\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کمیز یا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان یا تضمین سره لږ تر لږه یو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم – A : دn غورځولو سره لږ تر لږه یو6 .$p = 1/6$ $E = \{ 1; 2 ; 3 ; ... n \}$

دA برعکس پېښه ده: دn غورځول سره نه 6 یا 6 نه .

د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بذلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9|-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1| \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1||$$

لوګاریتم یې ونیسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0,1)|$$

بنه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1)| : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولیر یا سره راټول شوې بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0,583 - 0,446 = 0,137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0,446 = 0,554$$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کیږي.

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کیږی.

د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$$

: سړی له ۴ کم او له ۱۵ زیات ۶ غورځوي.

$$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$$

: د 25حالتون څخه زیاتو کې د سترګیو عدد ناجوړه (طاق) دی.

$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.

: د30 حالتو څخه زیاتو کې د سترګی عدد جوړه دی.

$$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$$

: له ۲۵ څخه زیات او له ۳۵ څخه لږ د سترګیو عدد رامنځ ته کیږي.

$$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$$

پوښتنې

بینومیال وېشنه II

لومړی – یوه کورنی ۶کوچنیان لري. دیوې نجلې زیږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشمیری، چې د ۶ کوچنیانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.

د لاندې پیښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

: د کوچنیان نټیکنیمایي نجونې دي.

: د کوچنیان زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

: د کوچنیان لږ تر لګه نیمایي نجونې دي.

دویم –

سیکه ۵ ځله غورځول کیږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واریابلې یا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زیات له زیاته ۳ ځله ممبرنښان؟

(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږتر لږه یو ۳ ځله ممبرنښان؟

(۴)زیات له یو ځله ممبرنښان؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم - یوه سیکه 20 ځله ِورځول کیږي
الف – د بینومیالوېشني هیستوګرام وکاږی.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کیږي.
(1) تیک ۱۰ځله ممبرنښان.
(2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هیستګرام وکاږی.
څلورم –
یو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او ۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر یوه لپاره تیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو لید له لارې توکلي لاندې د پوښتنې سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زیاتې پوښتنې.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتنې
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – تیک ۱۵ پوښتنې.

د هرې پوښتنې سره دپیښیدنې احتمالوالی $0,2 = 1/5$ دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څیرو ګڼل شي.

د $n = 50$ او $p = 0,2$ سره راوتنه د کمولیرشوي برنولي وېشنه باید مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

ځوابونه

د بینوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر کیدی شي رواړل شي د $n = 6$ او $p = 0,5$ سره .
غوښتونی$P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ الپاره

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

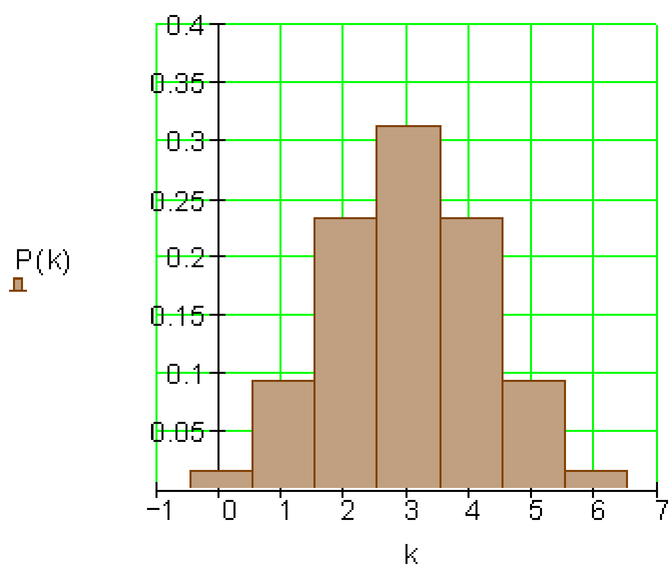
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0{,}3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو ښځه ټیک درې نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0{,}65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي
:

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0{,}65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ې برنولي –تجربې په څیر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0{,}5$ سره الف - غوښتونی $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5} = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0{,}8125}}$$

(2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دري واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(۳) لږ تر لږه يو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

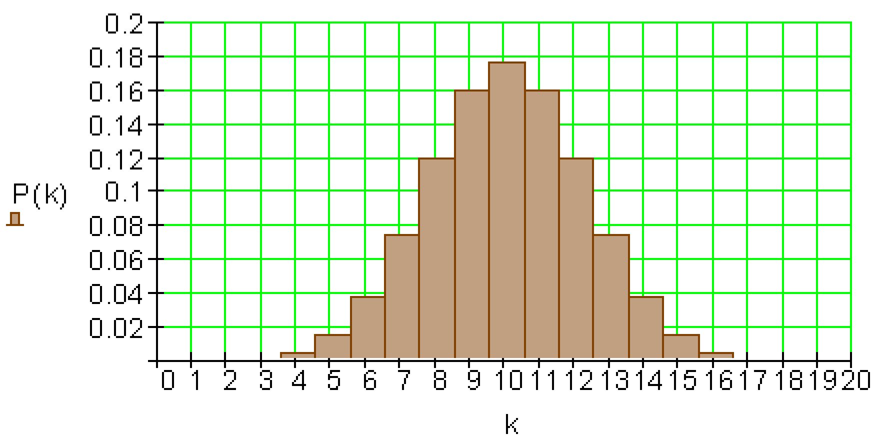
له يو وار زيات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

دريم –

الف –

د n = 20 او p = 0,5 لپاره د بېنوموېشني هيستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی P(X = 10) کېدی شي له جدل يا همداسې له هيستوګرام څخه ولوستل شي.

د پيښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: P(X=10)~ 0,176

(۲) د پېښې لپاره احتمالوالی

E : زيات له زياته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول بايد سره جمعه شوي وي.

P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)

که يو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تيار جمعه شوی وي، يعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X\le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X\le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $k<3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسي د $k<20$ لپاره هم1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیرېږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کي د عملي شمېرني لپاره د جدول راکړشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X\le 15)\approx \underline{\underline{0,994}}$

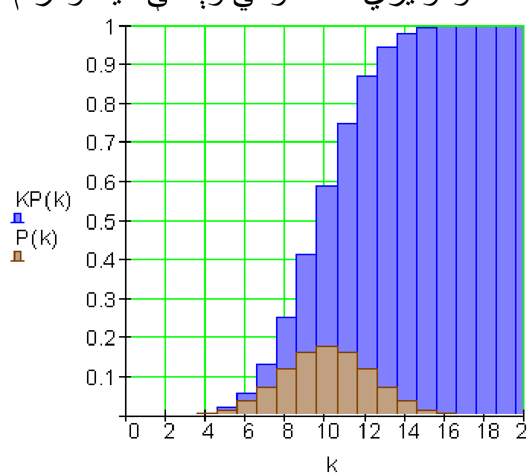
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X\ge 7)=P(X=20)-P(X\le 6)\approx 1-0,058=\underline{\underline{0,942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16)=P(X\le 16)-P(X\le 5)\approx 0,999-0,021=\underline{\underline{0,978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشنې هیستوگرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلږرم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمي ځواب شي له 0,001 (0,1%)څخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمي ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سیده لوستل کیږي

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمي ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي تیک 15 پوښتنو سمي ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې
بېنوموېشنه III

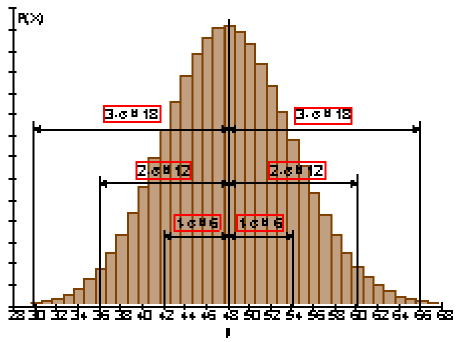
لومړی –
یوه سیکه 100 واره غورځول کیږي. د ممبرنښان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.
: تیک52 ځله ممبرنښان غورځول کیږي..
: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.
: لږ ترلږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان غورځول کیږي
:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کیږي.
: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان غورځول کیږی.
: له 47 ځله زیات ممبرنښان غورځول کیږي.
: لږ ترلږه 45ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان غورځول کیږي.
: تیک 50 ځله عدد یا ګڼ غورځول کیږي.
دویم – په الماں کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنی ټاکل کیږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکئ:
: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.
: په تیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: له 40 کورنیو څخه زیاتو کې دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زیات له زیاته 60 کورنیو کې دوه موټر شتونلري.
دریم – لاندې ګرافیک د بینوم وېشنه د مختلفو سیګما – چاپېریال سره ښایي

الف –
د انتظار یا اټکل ارزښت او معیاري تغیر و شمېرې
ب –
د لاندې سیګما-چاپیریال لپاره احتمالوالی وشمېرې.

$$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma)$$
$$P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma)$$
$$P(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma)$$



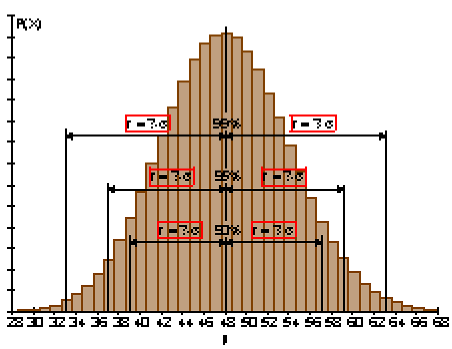
د بینومیالوېشنه د $n = 200$ او $p =$ 0,24 لپاره .

څلورم – لاندې ګرافیک یو بینومیال وېش ښایي په مختلفو په سلو کې چاپېریال وړانګو سره .

هره وړاګه څومره لویه ده، چې یوه95% ,90% همداسې99% چاپیریال پورې اړه ولري.؟

چاپیریال د سیګما واحد یا یوون سره افاده کړی.

$$\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z \cdot \sigma$$



د بینومیالوېشنه د $n = 200$ او $p =$ 0,24 لپاره

ځوابونه (حلونه یا اوبیونی)

بینوموېشنه III

مفصل ځوبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی -

دn=100 او p=0,5 لپاره کمولیري بینومیال ـوېشنه.

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټیک 52 ځله ممبرنښان {0, ...51, 52, 53, ..., 100}

$$P(A) = P(X = 52) = P(X \le 52) - P(X \le 51) = 0,691 - 0,618 = \underline{\underline{0,073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې ټیک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {0, ...,42, 43, 44, 45, ... ,100}

$$P(B) = P(X \ge 43) = P(X \le 100) - P(X \le 42) = 1 - 0,067 = \underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان {0, ...,37, 38,..., 56, 57, ..., 100}

$$P(C) = P(38 \le X \le 56) = P(X \le 56) - P(X \le 37) = 0,903 - 0,006 = \underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {0, 1, ..., 44, 45, 46, ..., 100}

$$P(D) = P(X \le 44) = \underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان {0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(E)=P(40\le X\le 60)=P(X\le 60)-P(X\le 39)=0,982-0,018=\underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زیات ممبرنښان {100 ,..... ,50 ,49 ,48 ,47,.....,0}

$$P(F)=P(X>47)=P(X\ge 48)=P(X\le 100)-P(X\le 47)=1-0,309=\underline{\underline{0,691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله څخه زیات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان ,55 ,...,45 ,44,.....,0}
56, ..., 100}

$$P(G)=P(45\le X\le 55)=P(X\le 55)-P(X\le 44)=0,864-0,136=\underline{\underline{0,728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټیک 50 ځله ممبرنښان {100 ,..... ,51 ,50 ,49...... ,0}

$$P(H)=P(X=50)=P(X\le 50)-P(X\le 49)=0,540-0,460=\underline{\underline{0,08}}$$
.

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک 50 ځله ممبرنښان وغورڅول شي 0,08 دی.

دویم – له 60کورنیو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{100 ,... ,60 ,59 ,... ,1 ,0}

$$P(A)=P(X\le 59)=\underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنیوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري {100 ,..... ,61 ,60 ,59...... ,0}
د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک شپېته کورنیو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنیو څخه زیاتو کې دوه موټر شتون لري. ,... ,42 ,41 ,40,.....,0}
100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X>40)=P(X\geq 41)=P(X\leq 100)-P(X\leq 40)=1-0{,}028=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E)=P(40\leq X\leq 60)=P(X\leq 60)-P(X\leq 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنومیال وېشنه .

ګومان ارزښت:μ=n.p=200.0,24=48

معیاري تغیر : $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx\underline{\underline{6{,}04}}$

ب – د ساده سیګما –چاپېریال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)$

د μ=48او $\sigma\approx 6$، سره لرو $\mu-\sigma\approx 48-6=42$ او $\mu+\sigma\approx 48+6=54$

او له دې سره

$$P(42\leq X\leq 54)=P(X\leq 54)-P(X\leq 41)=0{,}859-0{,}140=0{,}719$$

د یو ه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سیګما- چاپېریال د انتظار ارزښت په کوته کوي.

د یوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نزدې د سیګما – چاپېریال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سیګما-چاپېریال احتمالوالی.

ټاکل کیږي: $P(\mu-2\sigma\leq X\leq\mu+2\sigma)$

د μ=48 او $\sigma\approx 6$ سره لرو $\mu-2\sigma\approx 48-12=36$ او $\mu+2\sigma\approx 48+12=60$ لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [60 ; 36] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپېريال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د درېواره سيګما-چاپېريال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [66 ; 30] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپېريال درې برابره دی.

ځلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کموليز شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتې بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کموليزي يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د $r = 10$ سره د 90% احتمالوالي لپاره تکیه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتني وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیال وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سړی د وړانګې لپاره پرېکړه(فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتلي احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. کا دا یرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په یوه $1,49\sigma$ چاپېریال کې نږدې 88,5% ټولې بریاوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې $r = 12$ سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\,\sigma}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه $1,82\sigma$ چاپېریال کې نږدې 94,3% ټولې بریاوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ چاپېریال کې نږدې 99% ټولې بریاوې پرتې دي.

پوښتنې

بینومیالوېشنه IV

د چاپېریال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړیزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشمیرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ P(X≥76)

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ P(X≤110)

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ P(X<60)

دویم – د انتظار ارزښت %95- چاپېریال وټاکئ. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0,28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0,7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0,5$

دریم – لاندې د چاپېریال احتمالوالی و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

ځلورم – د لاندې اسیومتري چاپیریال احتمالوالی وټاکی:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$ ؛

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پیښه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوم وېشنهIV

د چاپيريال احتمالوالي شميرنه

د بينوم وېشني لپاره شميرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی- الف –

$$n = 160 \qquad p = 0,45 \qquad P(X \geq 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,45 = 72$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0,55} = \sqrt{39,6} \approx 6,293 > 3$$

$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$

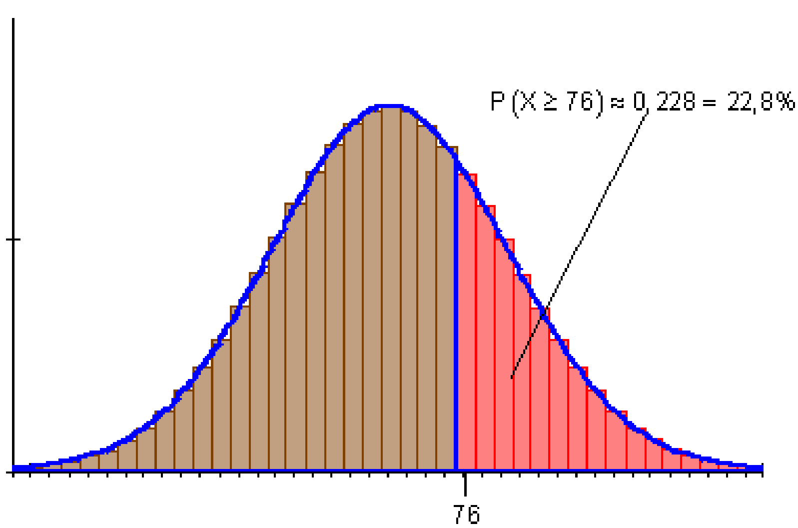
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$

$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68,5 \leq X \leq 75,5)$$

$$r = 3,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{6,293} \Rightarrow r \approx 0,56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,56$$

$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0,425$$

$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0,425] \approx \underline{\underline{0,288}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \ldots 110\}\{111 \ldots 126 \ldots 141\} \ldots]$$

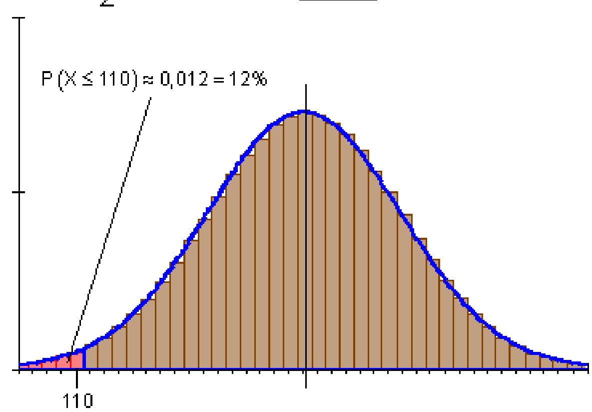
$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}\left[1 - P(111 \le X \le 141)\right]$$

$$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$$

$$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



پ -

$$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \ldots 59\}\{60 \ldots 65 \ldots 70\} \ldots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}\left[1 - P(60 \le X \le 70)\right]$$

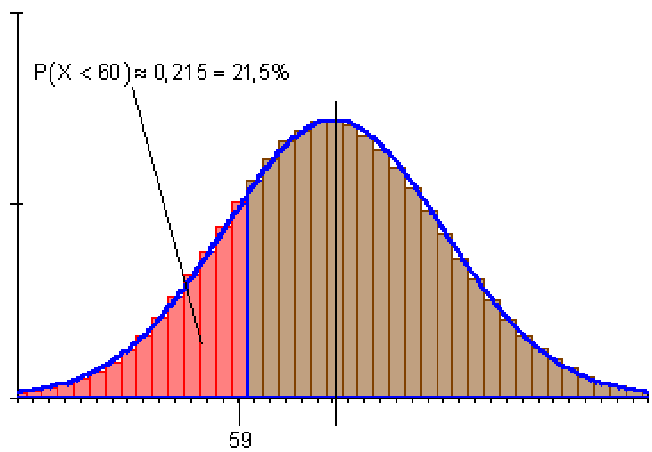
$$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دويم -

الف – لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \qquad p = 0,28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$
$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$
$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د ګردوني لپاره پام کونه:

بايد %95 چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انتروال [31...53] د پام لاندې نيسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا به د ق(۱۱ يوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \leq X \leq 53) > 0,95$.

د $r=10$ تاکني سره به وي$P(32 \leq X \leq 52) < 0,95$ وي.

زيات وخت دپوښتني کولو ډول ځخه رامنځ ته کيږي، چې ځنګه راکرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلي چاپړيال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \leq X \leq 53) = P(30,5 \leq X \leq 53,5) \Rightarrow r = 11,5$$

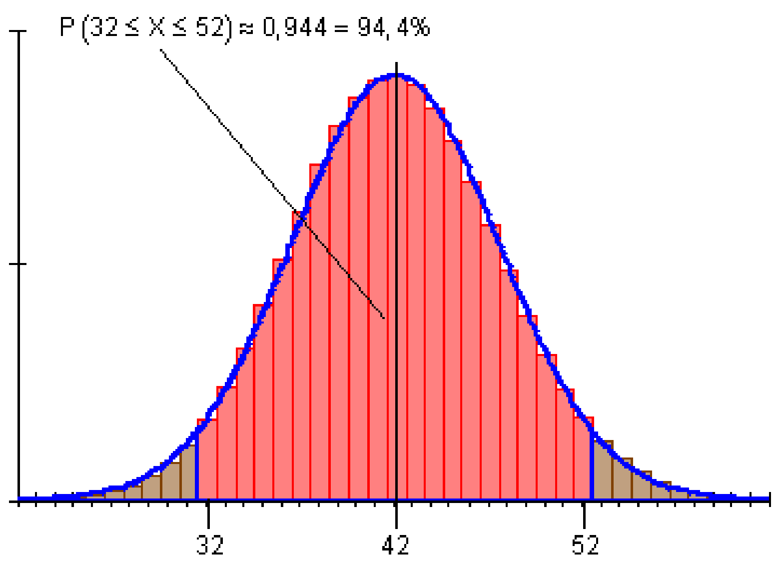
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 2,09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,09$$

$$P(31 \leq X \leq 53) \approx \underline{\underline{0,963}}$$

$$P(32 \leq X \leq 52) = P(31,5 \leq X \leq 52,5) \Rightarrow r = 10,5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 1,91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,91$$

$$P(32 \leq X \leq 52) \approx \underline{\underline{0,944}}$$



ب

$n = 250 \qquad p = 0,7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,7 = 175$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0,3} = \sqrt{52,5} \approx 7,246 > 3$

95% چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots 175 \ldots ?\}\ldots]$

$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 7,246 \approx 14,2$

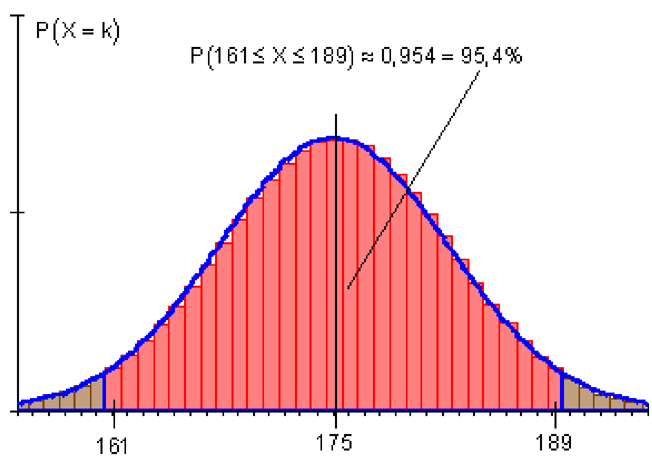
$\mu - r = 175 - 14,2 \approx 160,8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14,2 \approx 189,2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$P(161 \le X \le 189) = P(160,5 \le X \le 189,5)$

$r = 14,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14,5}{7,246} \Rightarrow r \approx 2,00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,00$

$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0,954}}$



پ –

$n = 392 \qquad p = 0,5$

$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0,5 = 196$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0,5} = \sqrt{98} \approx 9,899 > 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

95% -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$

$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$

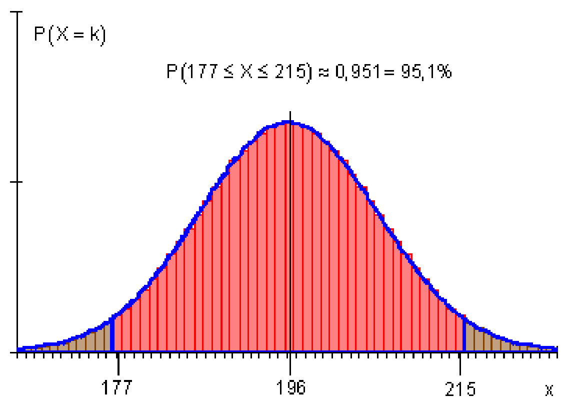
177 تاکنه $\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$

215 تاکنه: $\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$

$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$

$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$

$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$

$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}37 = 74$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$

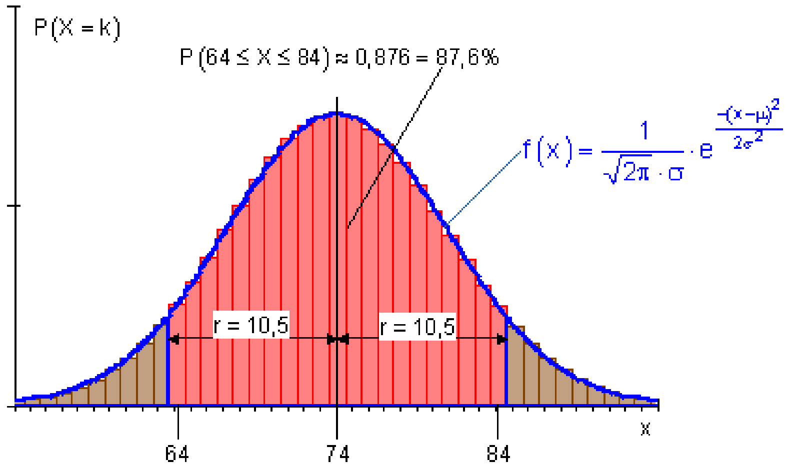
$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$

$$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$$

$$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$n = 300 \qquad p = 0{,}74 \qquad P(210 \le X \le 234)$$

$$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}74 = 222$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0{,}26} = \sqrt{57{,}72} \approx 7{,}597 > 3$$

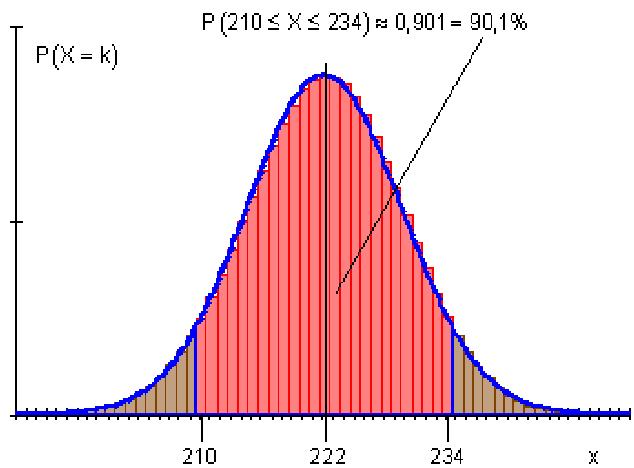
$$[\ldots\{210\ldots222\ldots234\}\ldots]$$

$$P(210 \le X \le 234) = P(209{,}5 \le X \le 234{,}5)$$

$$r = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{7{,}597} \Rightarrow r \approx 1{,}65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}65$$

$$P(210 \le X \le 234) \approx \underline{\underline{0{,}901}}$$

ب –



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 400 \qquad p = 0,17 \qquad P(60 \le X \le 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0,17 = 68$$

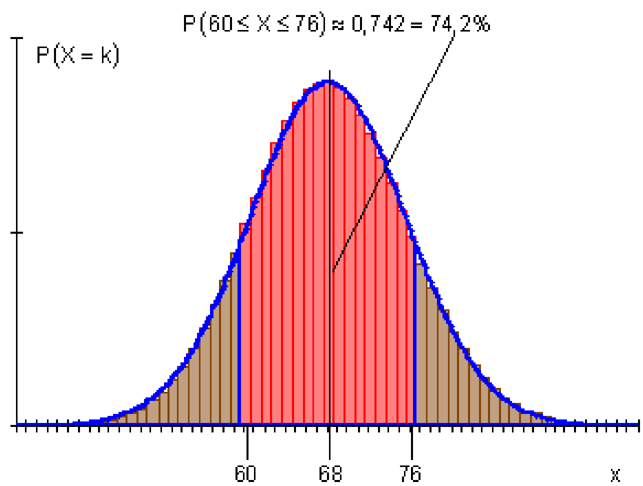
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0,83} = \sqrt{56,44} \approx 7,513 > 3$$

$$[\ldots\{60\ldots68\ldots76\}\ldots]$$

$$P(60 \le X \le 76) = P(59,5 \le X \le 76,5)$$

$$r = 8,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8,5}{7,513} \Rightarrow r \approx 1,13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,13$$

$$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0,742}}$$



ت -

$$n = 1000 \qquad p = 0,28 \qquad P(270 \le X \le 290)$$

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0,28 = 280$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0,72} = \sqrt{201,6} \approx 14,199 > 3$$

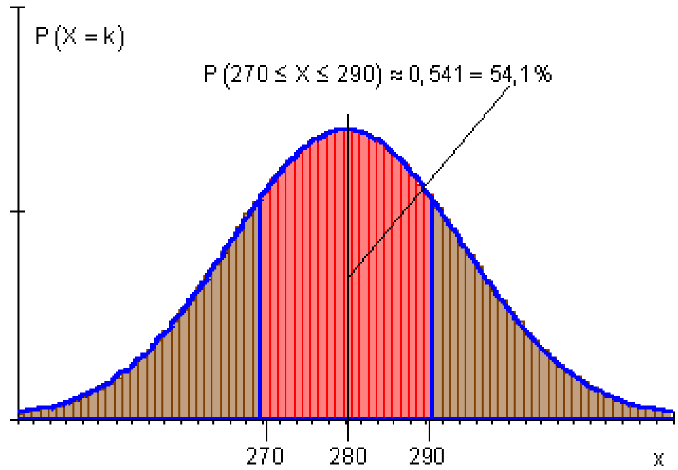
$$[\ldots\{270\ldots280\ldots290\}\ldots]$$

$$P(270 \le X \le 290) = P(269,5 \le X \le 290,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{14,199} \Rightarrow r \approx 0,74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,74$$

$$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0,541}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



خلورم –

الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}35 \qquad P(50 \le X \le 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0{,}65} = \sqrt{36{,}4} \approx 6{,}033 > 3$$

$$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots56\ldots60\}\{61,62\}\ldots]$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$$

$$P(50 \le X \le 62) = P(49{,}5 \le X \le 62{,}5)$$

$$r = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 1{,}08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}08$$

$$P(50 \le X \le 62) \approx 0{,}720$$

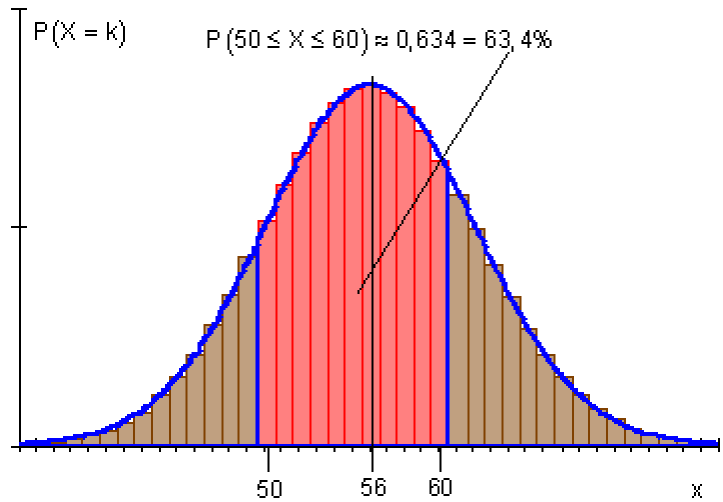
$$P(52 \le X \le 60) = P(51{,}5 \le X \le 60{,}5)$$

$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 0{,}75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}75$$

$$P(52 \le X \le 60) \approx 0{,}547$$

$$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0{,}720 + 0{,}547) \approx \underline{\underline{0{,}634}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$n = 250 \qquad p = 0,62 \qquad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ldots165\}\ldots]$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$$

$$P(145 \le X \le 165) = P(144,5 \le X \le 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

$$P(145 \le X \le 165) \approx 0,829$$

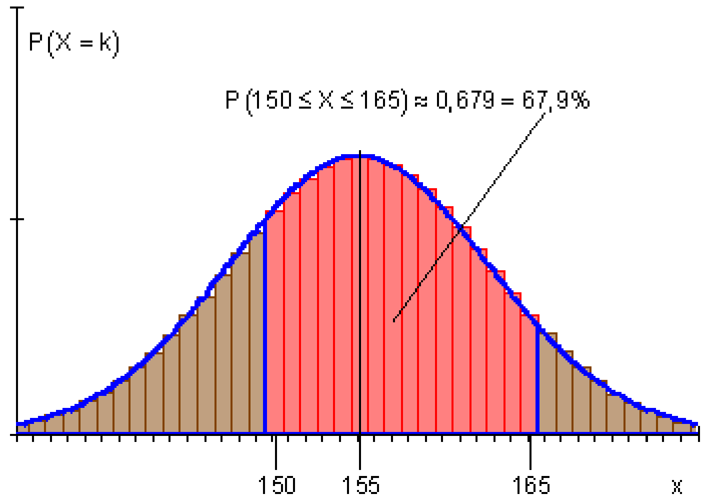
$$P(150 \le X \le 160) = P(149,5 \le X \le 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \le X \le 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ –

$$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

$$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$$

$$P(210 \le X \le 240) = P(209,5 \le X \le 240,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$$

$$P(210 \le X \le 240) \approx 0,989$$

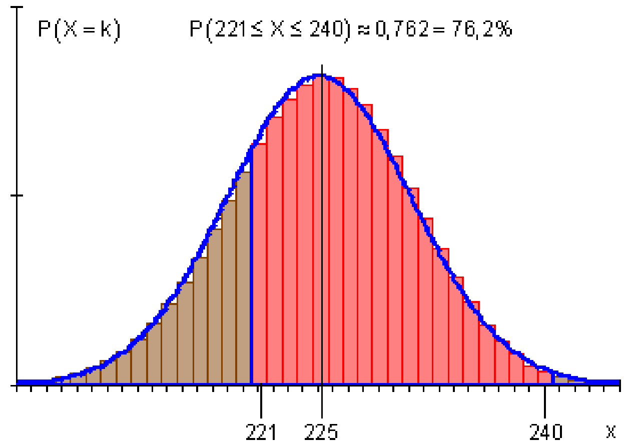
$$P(221 \le X \le 229) = P(220,5 \le X \le 229,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$$

$$P(221 \le X \le 229) \approx 0,535$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$n = 600 \qquad p = 1/6 \qquad P(90 \le X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$$

$$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$$

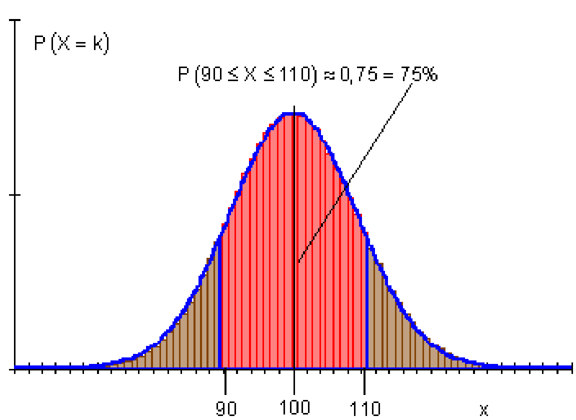
$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنځم –

د سيکې 600 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 90 - ځله او زيات له زياته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دی.



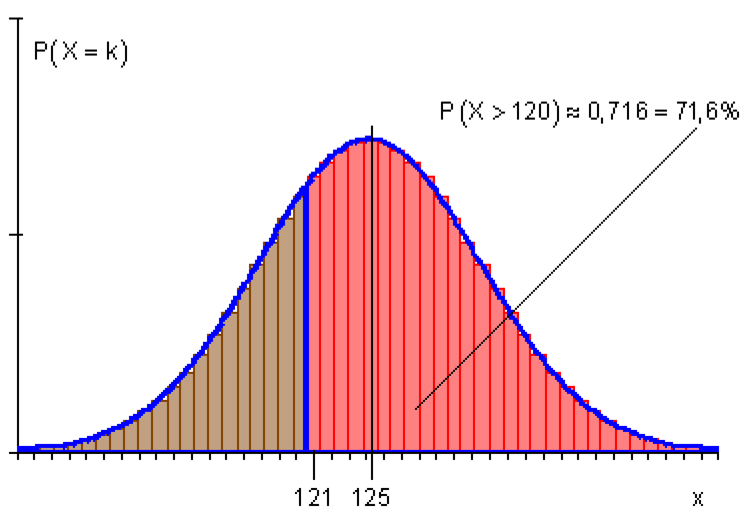
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0,5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120,5 \leq X \leq 129,5)$$
$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0,431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0,431] \approx \underline{\underline{0,716}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي له 120 زیات ممبر نبنان لاس ته راوړو 0,716 دی

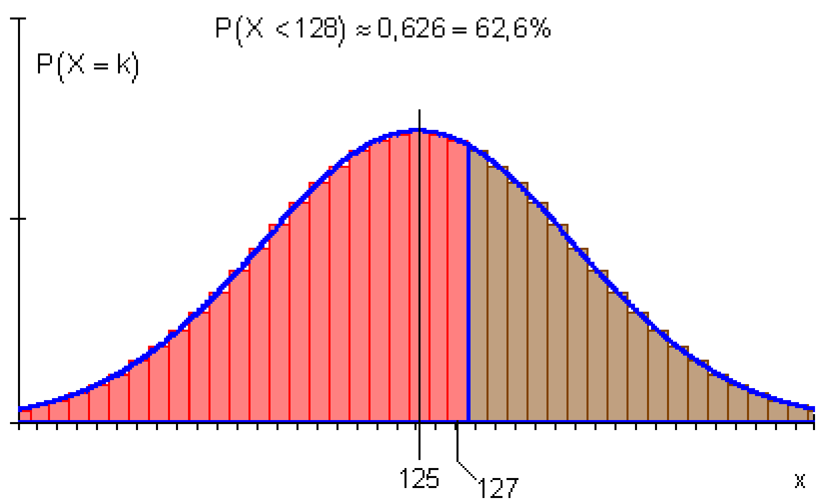


(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X < 128) = P(X \le 127)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$
$$P(X \le 127) = \frac{1}{2}\left[1 + P(123 \le X \le 127)\right]$$
$$P(123 \le X \le 127) = P(122{,}5 \le X \le 127{,}5)$$
$$r = 2{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}32$$
$$P(123 \le X \le 127) \approx 0{,}251$$
$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}251] \approx \underline{\underline{0{,}626}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.



پ –

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(115 \le X \le 135)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

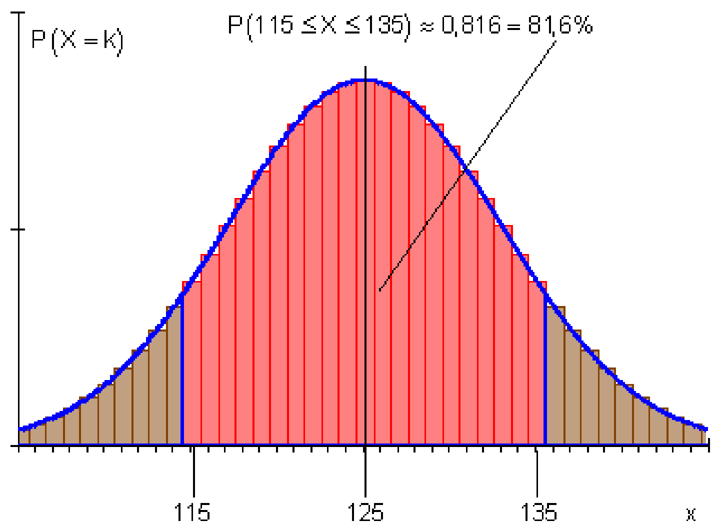
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$

$$P(115 \le X \le 135) = P(114,5 \le X \le 135,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 1,33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,33$$

$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0,816}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چي لږ تر لږه 115 او زيات له زياته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

او معياري په ځنګ کيدنې

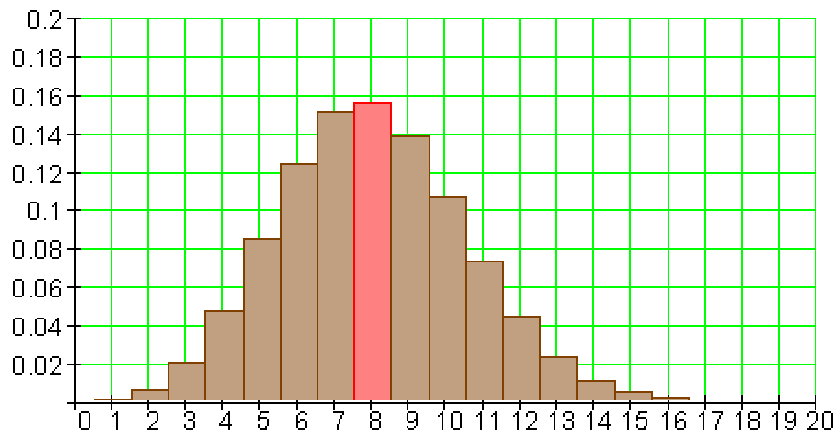
بينوميال ويشل شوې تصادفي لويه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیال وېشني بیلګه د_ n = 40   او p متحولې لپاره

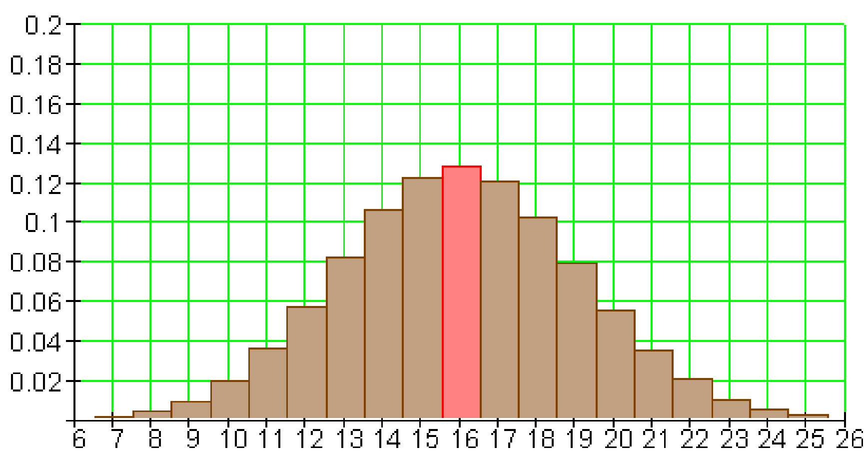
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کیدني احتمالوالی یې p = 0,2 دی، n = 40   ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ ګټني انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۱۶ ګټنو(دا داسې دی، لکه چې د لاتري راوتنو) انتظار شته.

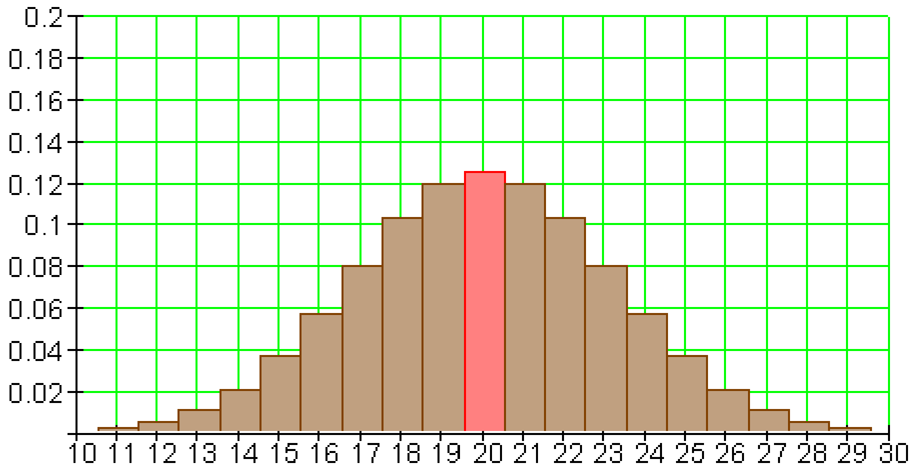
د بینومیالوېشنه د n = 40 او p = 0,4 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی p = 0,5 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 20 ګټنو انتظار شته

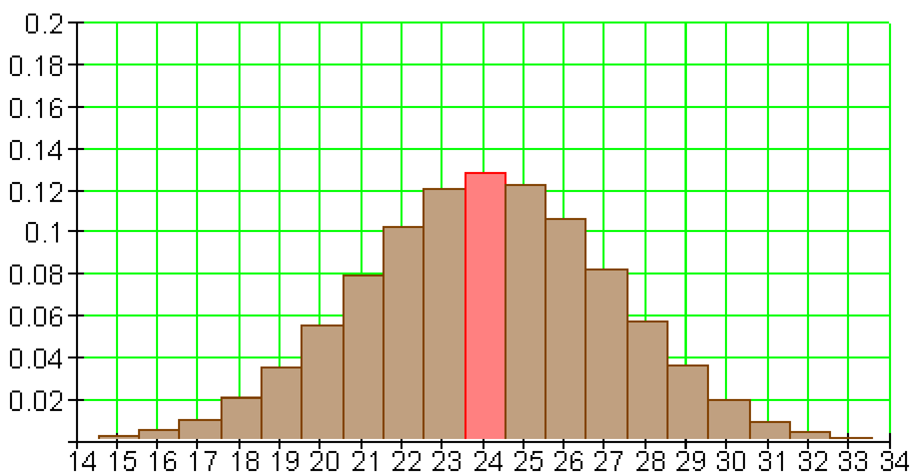
(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

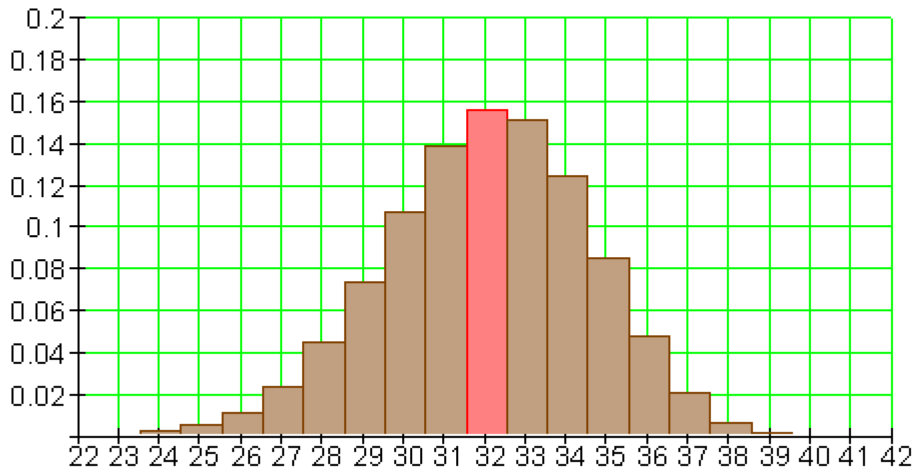
د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د يوه بينوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګي غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د دانې (سترګي)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کيږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ريښتونې1000 ځله اروځې يا رامنځ ته کيږي. د انتظار ارزښت ناپای زياتې تجربې مخ د مخه نيسي(وړاندنيونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتول شوي توګه ويلای شو:

که برنولي –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی يوهp ده، n ځله يو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د يوه بينوميال وېشنې انتظار ارزښت:
په يوه n -پوړيز برنولی – تجربه يا ازماېښت کې د بريا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د برياو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د EX) لپاره هم μ ليکو (دا د رياضي ادبياتو کې معمول دی).

له دې سره دبينوميال وېشل شوې لويې X انتظار ارزښت دی.

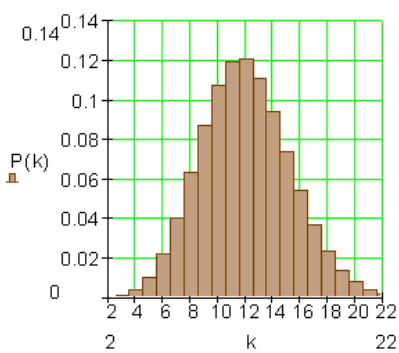
$$\mu = n.p$$

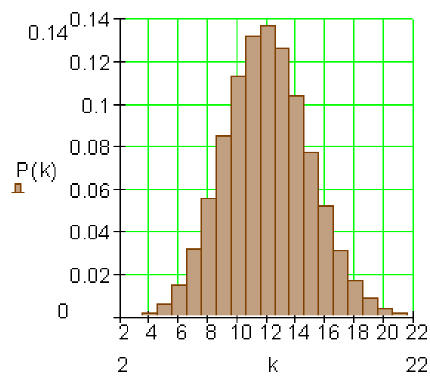
(c) ketabton.com: The Digital Library

حل یا اوبی یې دلته نه راوړل کیږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

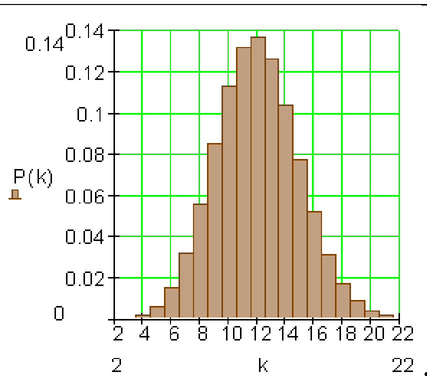
د هیستوګرام د کټلو سره مو بام دی ته را اوړي، چې د هغه خورا لوي احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه یو بل ته ورته ده، دا د یوه زنګ بڼه لري. د $p = 0,5$ لپاره ارزښتونه یو بل سره سیومتریک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه ،، کیڼ تیته یا کیڼ ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره یا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې نتیجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتیجې احتمالوالی په ګوته کوي یا ښایي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوګون احتمالوالیو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلي انټروال کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انټروال کې پرته ده.

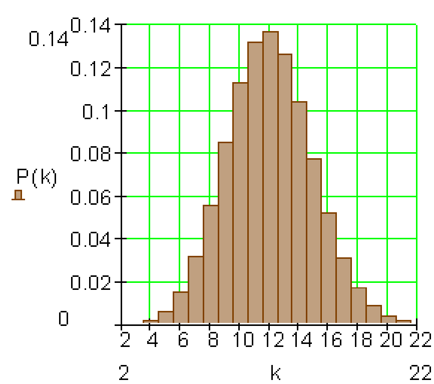
واریانځ او معیاري ترځنګیدنه یا انحراف.





د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبینومیال وېشنه





(c) ketabton.com: The Digital Library

د $n = 40$ او $p = 0,3$ لپاره بينوميال وېشنه	د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبېنوميال وېشنه

دواړه بينوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف ليدل کيږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړی پاشل) تر څېړنې لاندې نيسو. د تحليلی ستاتيسک له مخې واريانځ همداسې معياری انحراف د خورلو کچې په حيث شهرت لري.

افاده يا وييله

$$s^2 = h(x_1)\cdot\left(x_1-\bar{x}\right)^2 + h(x_2)\cdot\left(x_2-\bar{x}\right)^2 + h(x_3)\cdot\left(x_3-\bar{x}\right)^2 + \ldots + \\ + \ldots + h(x_n)\cdot\left(x_n-\bar{x}\right)^2$$

د يوه نمونه ازماېښت واريانځ په حيېث نومول کيږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots; h(x_n)$ نسبي ډېروالی انځوروي

د معياري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالواليوېشنه تعريفوو:

جمله : واريانځ او معياري انحراف

X د ې يوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نيولی شي اوμ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1-\mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2-\mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n-\mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واريانځ ،، بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تصادفي لويي د واريانځ مر بع ريښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانګړي ډول باور لري[

جمله : د بينوميال وېشنې لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n- پوړيز برنولي-تجربه د بريالى احتمالواليp سره او او نابريالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لويي X. د بريا تعداد د واريانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا ځنګېدنې $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=40.0,3=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=120.0,1=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړي وېشنه کې خورونه یا پاشنه لویه ده نسبت و دویمې وېشنې ته.

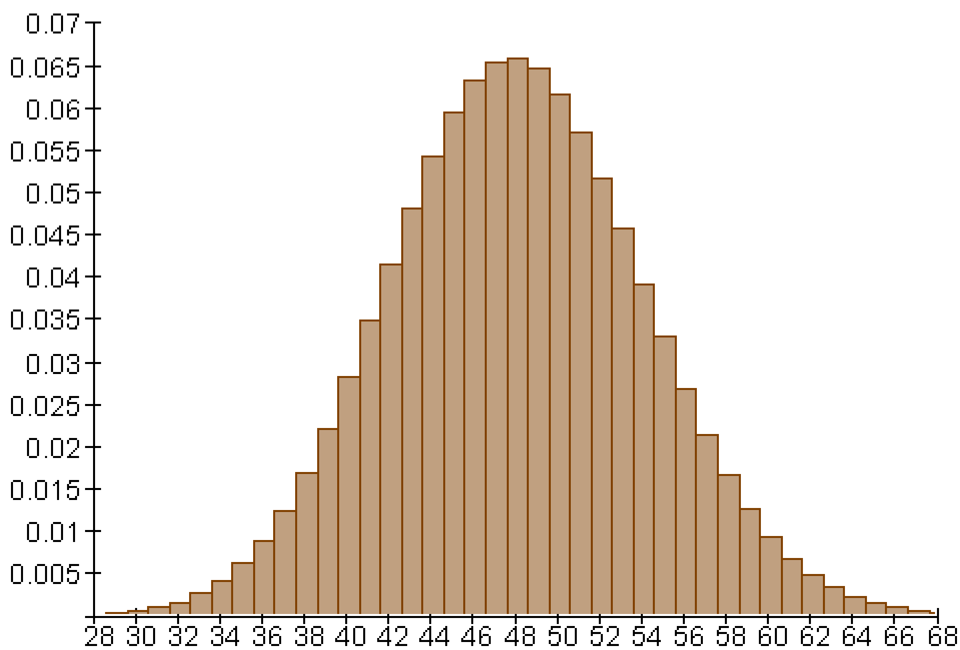
دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی

د بینومیال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی یې خورا لوي وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپیریال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرخومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه یې اختمالوتلی کمیږي. زموږ لومړی علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپیریال سره ده او هغه په دې ورشو یا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی.
لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپېر کې لرو:

د $n=200$ او $p=0{,}24$ لپاره دبینوم وېشنه

د انتظار ارزښت : $\mu=n.p=200.0{,}24=48$

معیاري تغیر: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx \underline{\underline{6{,}04}}$



د یوه سیګما چاپیریال احتمالوالی

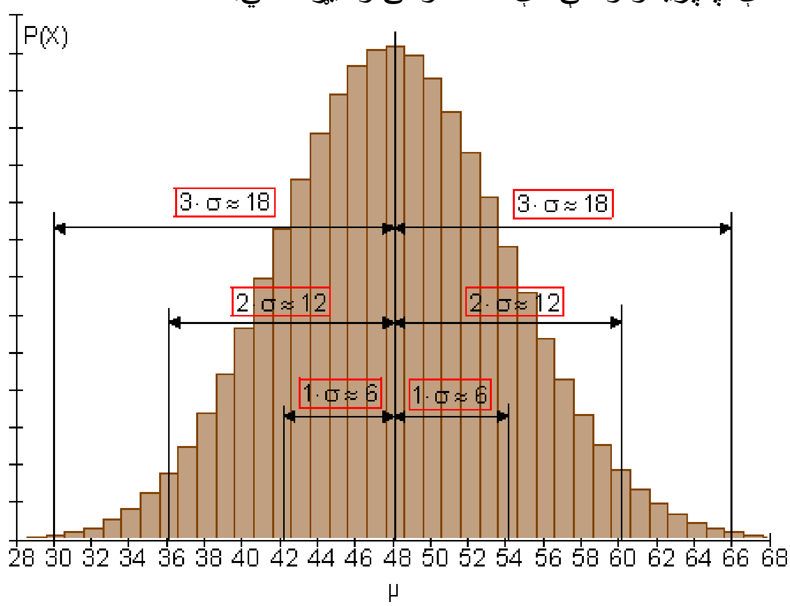
(c) ketabton.com: The Digital Library

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپيريالونه په نخښه کيږي،

اول – يو σ ؛ - چاپيريال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دويم- يو 2σ - چاپيريال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دريم - يو 3σ - چاپيريال د $3\sigma \approx 18$ سور سره
په دې چاپريالونو کې دې احتمالوالی وڅيړل شي.



د غلاقې وړ چاپيريال لپاره لومړی دکموليري يراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتيا لرو

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوموېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیګما-چاپیریال احتمالوالی

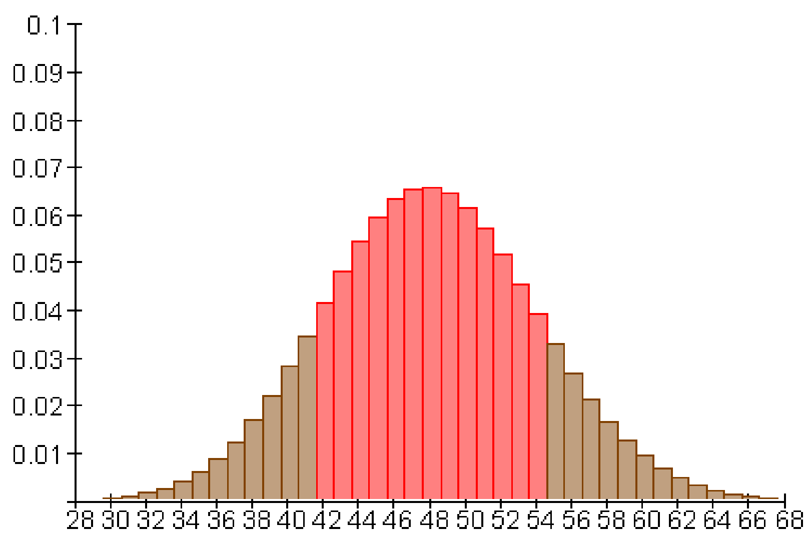
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0{,}859 - 0{,}140 = \underline{\underline{0{,}719}}$$

دیوه نږدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا د ساده سیګما-چاپیریال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ ؛- چارپیریال احتمالوالی ~0,719

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د ډېل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال اختمالوالی

د ټاکلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

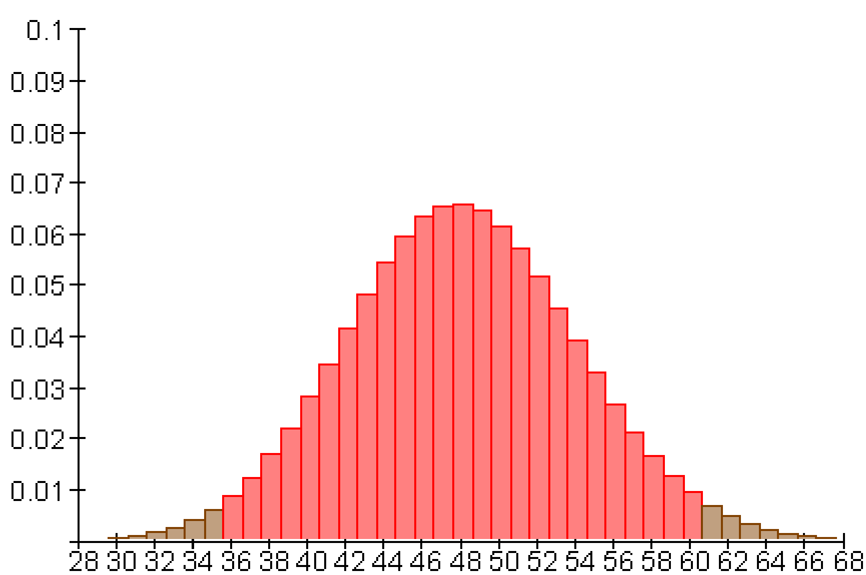
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې یوه   (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال [60 ; 36] کې پروت دی.

د ا نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډېل انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د دو برابره سیګما σ – چاپیریال $\approx 0{,}962$ احتمالوالی

د درېواره سیګا- چاپیریال اختمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

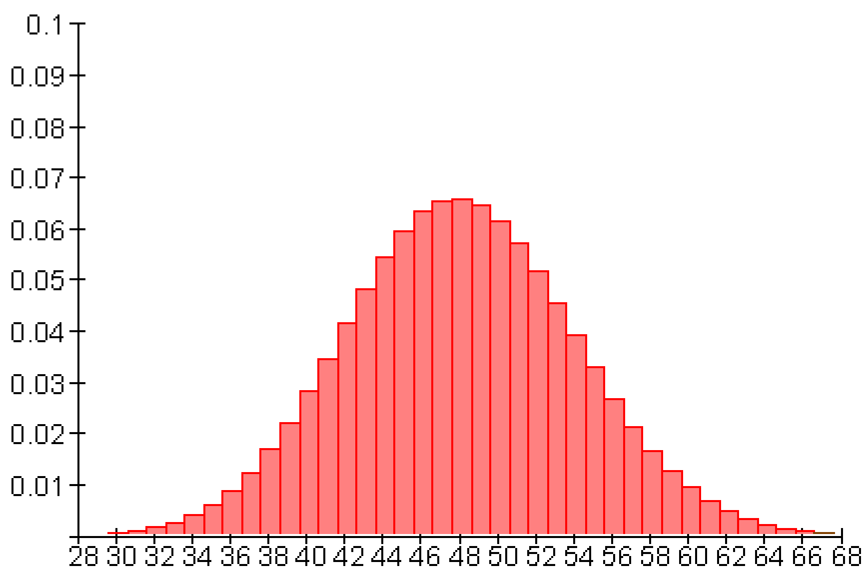
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0{,}998 - 0{,}001 = \underline{\underline{0{,}997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انټروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.



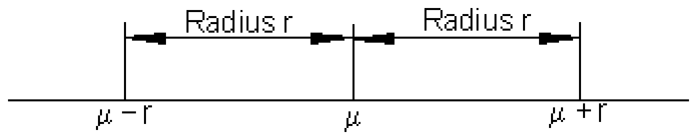
د درېواره σ - چاپیریال $\approx 0{,}997$ احتمالوالی .

د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهېږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

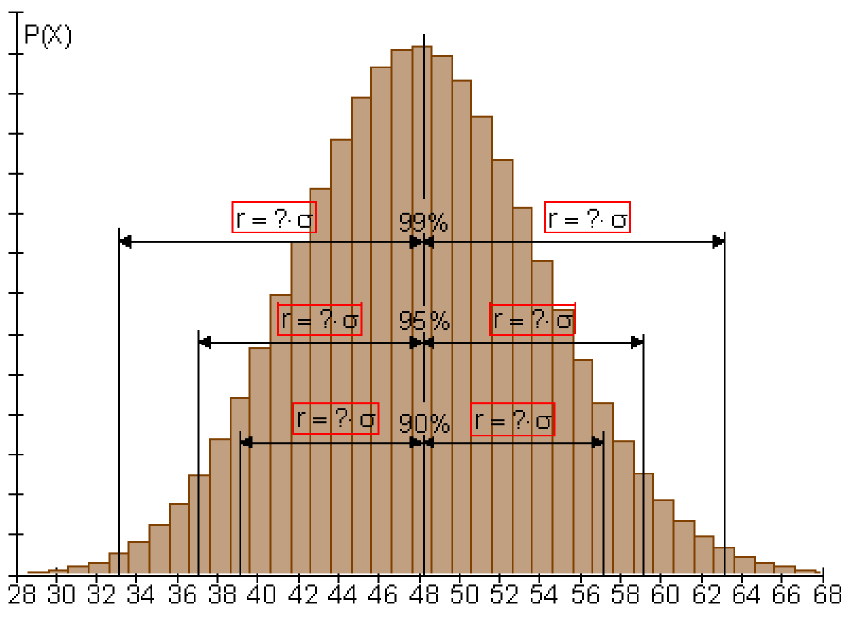


د هر چاپیریال وړانګې یو ټاکلی احتمالوالی سره ترتیب یا تنظیمیږي.

په پورته راوړل شوي پیلګه کې یوه ساده سبنګما – چاپیریال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپیریال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سبنګما – چاپیریال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و دریواره سبنګما – چاپیریال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپیریال ته یوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپیریال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بینومیالوېشني لپاره ي، جدول د کمولیری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوټۍ بندونې له لارې حل شي. د دوه سیګما –چاپیریال لپاره (په پورته بیلګه کې r = 12) د چاپیریال احتمالوالی نږدې 96,2% وو.

د 90% احتمالوالي لپاره د چاپیریال وړانګه کوچنۍ ده.

د r = 10 سره پیل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

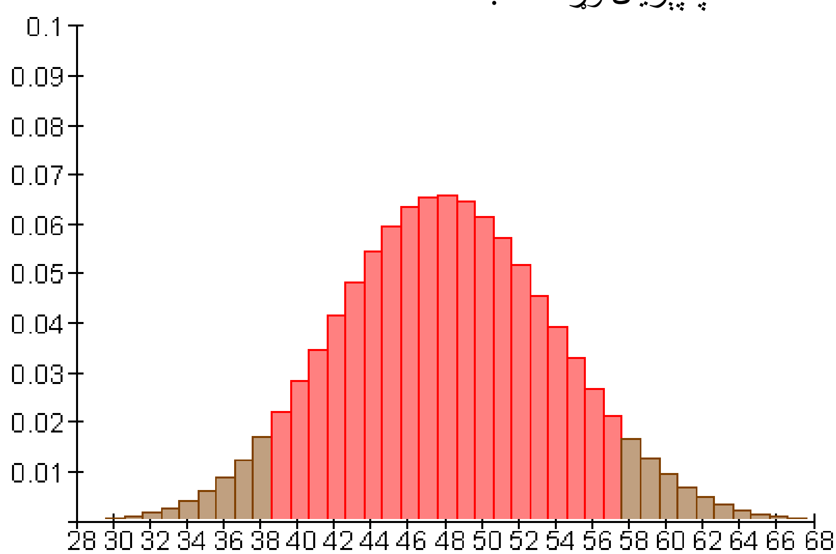
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بېنومیال وېشني سره دېسکرت وېشنه لرو، باید هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدې پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سیګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما زیاتځله یا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په $1,49\,\sigma$ یوه چاپېریال کې نږدې $88,5\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% -چاپېریال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0,885$ $r \approx 9 \approx 1,49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ایښوني یا پیل سره

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

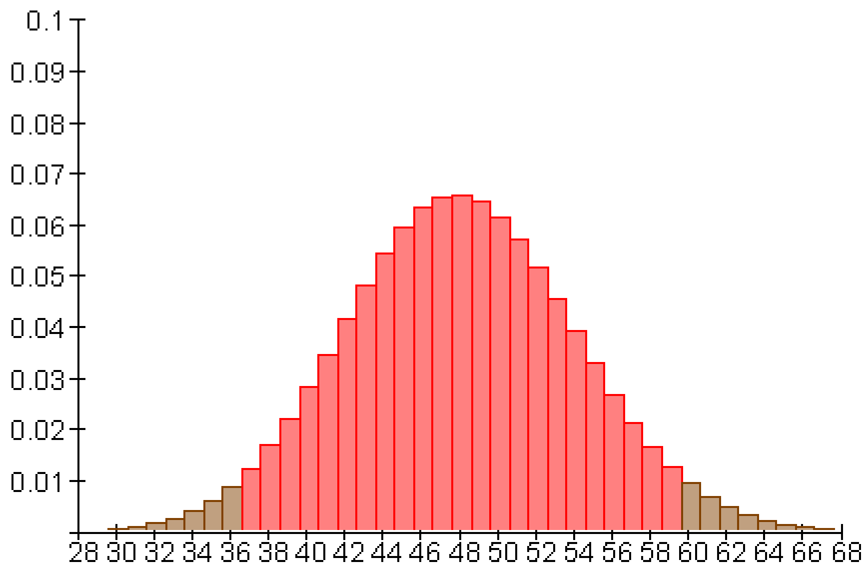
غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\sigma}}$$

په یوه $1,82\sigma$ سیګما چاپیریال کې نږدې $94,3\%$ تولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 11 \le X \le \mu + 11) \approx 0,943$ $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د r = 14 سره ابینوونه ازمایل کیږي.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

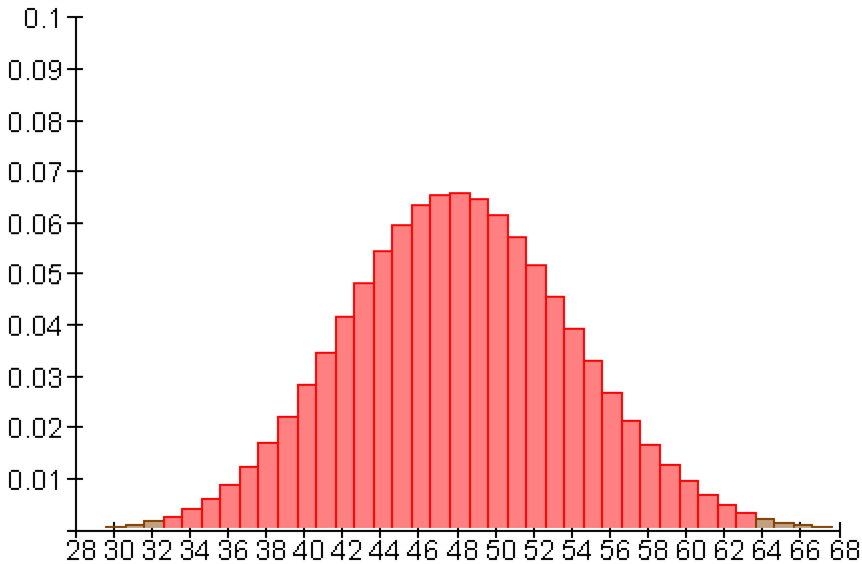
غوښتونې وړانګه ارزښت r = 15 لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ سیګما چاپیریال کې نږدې 99% تولې برياوې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 99% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 15 \le X \le \mu + 15) \approx 0{,}99$ $r \approx 15 \approx 2{,}48 \cdot \sigma$



خوارلسم - د بينوميالتوته كوني اپروكسميشن

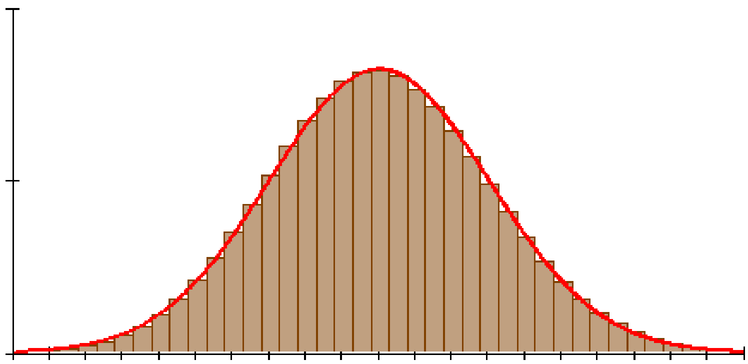
د نورمالتوته كوني يا - پاشنې له لارې

د بينوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ یا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګينګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کيږي. د تل لوی کېدونکي سره هيستوګرام تل د ګاوس وېشني منحني (ګرېږ) ته نږدې کيږي، چې د زنګ یاګينګړي منحني هم بلل کيږي. د منحني او د پرتې یا افقي کرښې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو منټو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنی يادزنګ کرېږ تابع ساوات : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشنې له لارې د بينوميالوېشنې اپروکسيميشن (Approximation)

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کې په نږدې توګه وټاکو.
سطحه، چې نورمالوېشنه يې د x– محور سره ترې يا رابندوي، کېدی شي د انتيګرال

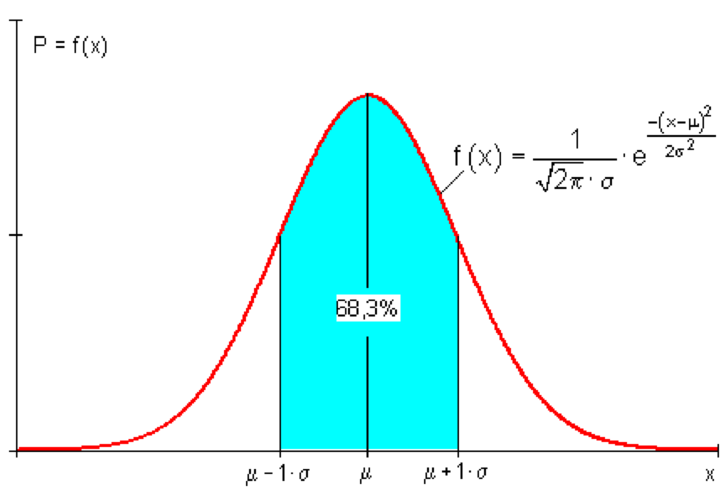
$$I\int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطخې شمېرنه د انتيګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سيګما –چاپېريال دليست سره ورکړ شوی دی.

د سيګما –چاپېريال لپاره لاندې اړيکې شته.

$P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 0{,}683 = 68{,}3\%$ (ساده سيګما σ – چاپېريال)

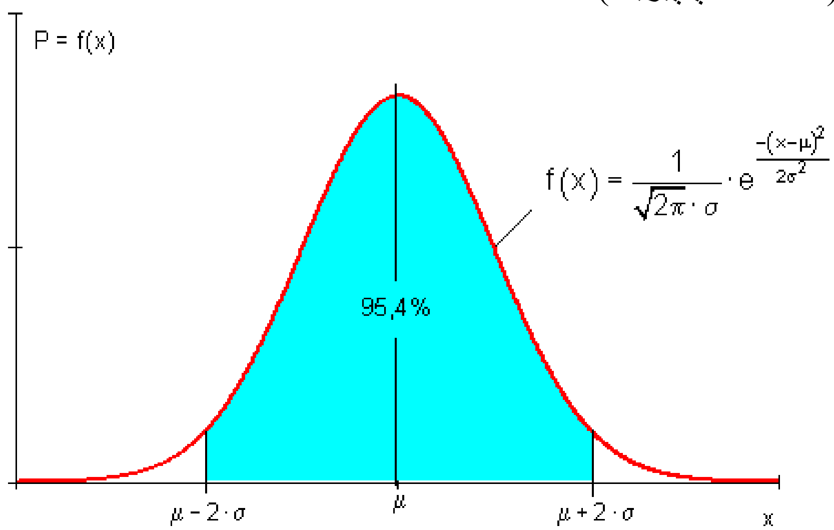


(c) ketabton.com: The Digital Library

(ډبل سيګما –چاپيريال)

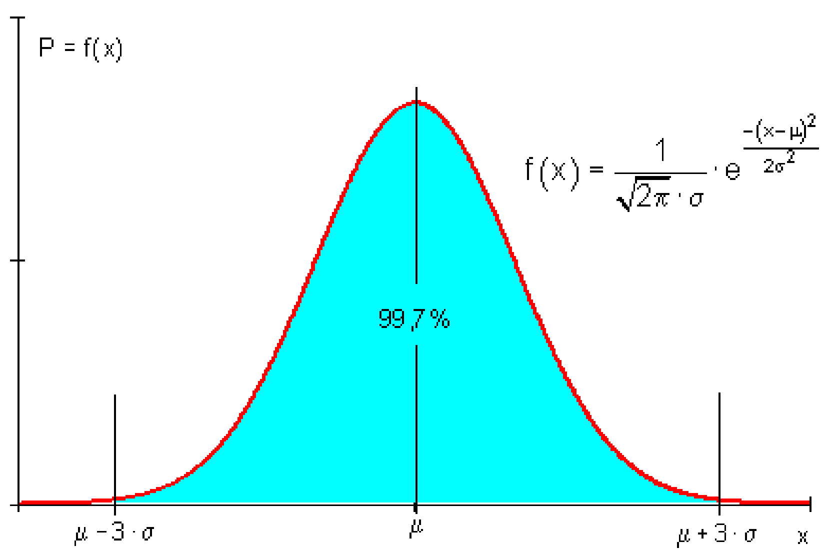
$$P(\mu - 2\cdot\sigma \le X \le \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0{,}954 = 95{,}4\%$$

(ډبل σ -چاپيريال)



$$P(\mu - 3\cdot\sigma \le X \le \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0{,}997 = 99{,}7\%$$ (dreifache σ – Umgebung)

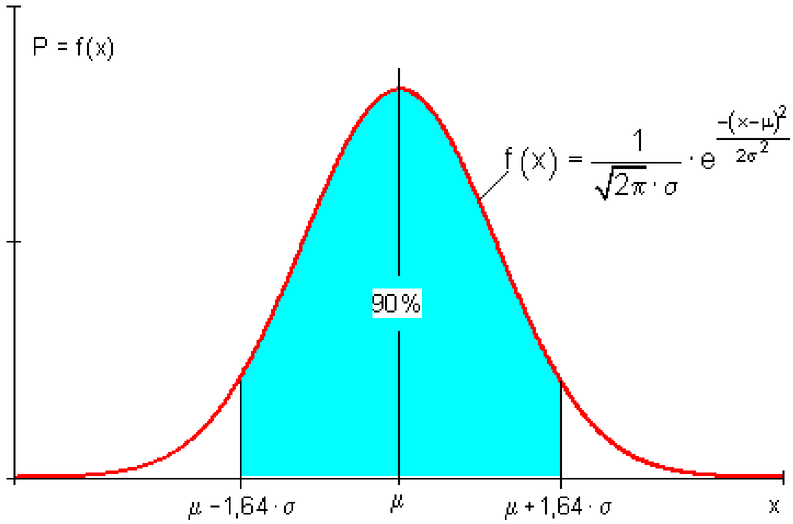
د پورته الماني پښتو: درې برابره سيګما-چاپيريال)



(c) ketabton.com: The Digital Library

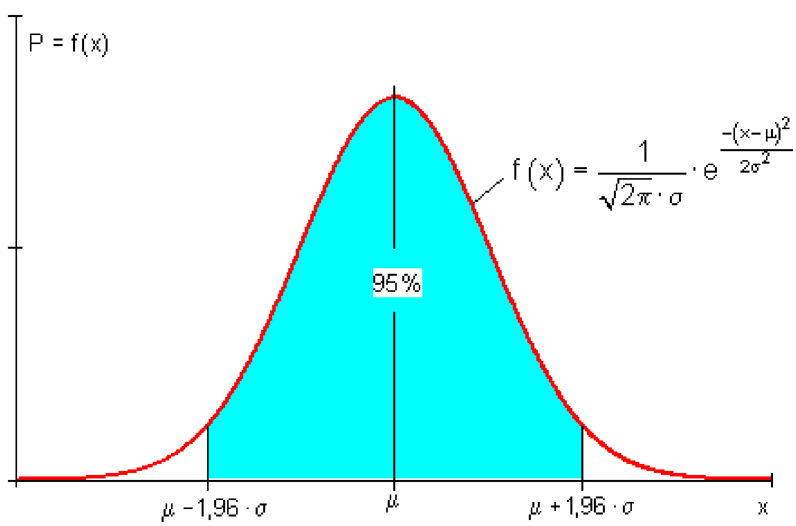
د   % - چاپيريال لپاره لاندې اړيکې صدق کوي:

$P(\mu - 1{,}64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}64 \cdot \sigma) \approx 0{,}899 = 89{,}9\%$ (90%- چاپريال   )



(95% - چاپيريال)

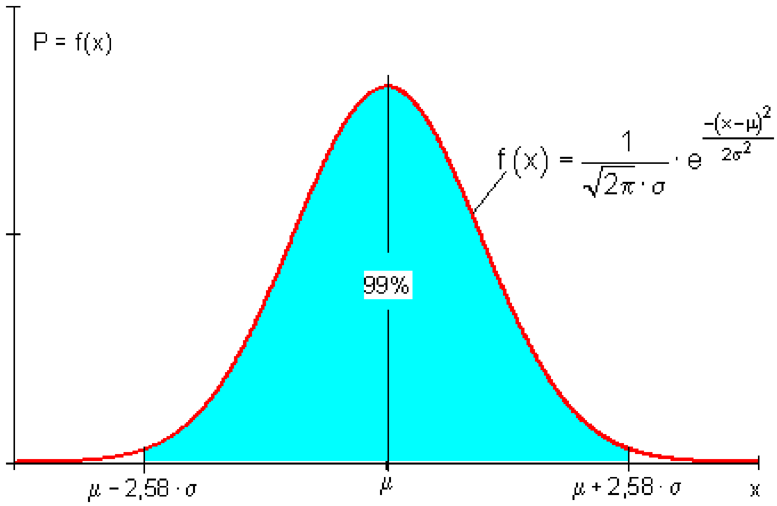
$P(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96 \cdot \sigma) \approx 0{,}95 = 95\%$ (95% − Umgebung) چاپيريال



(99% - چاپيريال)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\mu - 2,58\cdot\sigma \le X \le \mu + 2,58\cdot\sigma) \approx 0,99 = 99\%$ (99% − Umgebung) چاپیریال



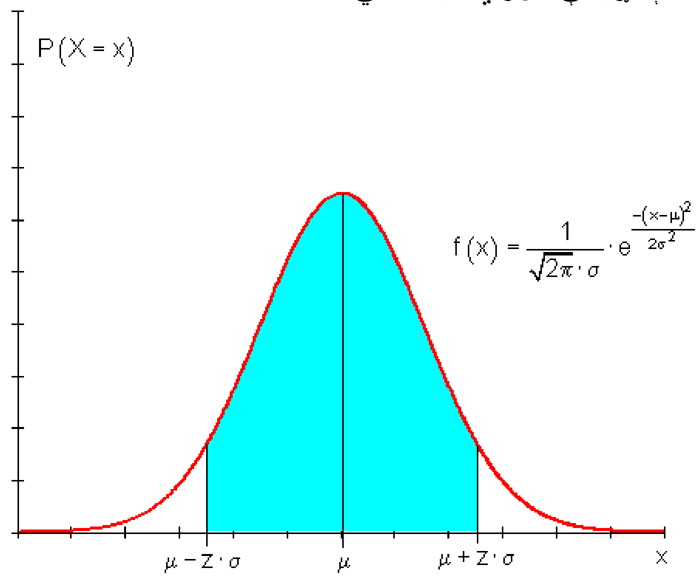
په ادبیاتویا کتابونوکې په لاندې چاپیریال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپیریال ورانګه	د چاپیریال احتمالوال	د چاپریال احتمالوال	د چاپریال ورانګه
$1,64\cdot\sigma$	0,90	0,68	$1\cdot\sigma$
$1,96\cdot\sigma$	0,95	0,955	$2\cdot\sigma$
$2,58\cdot\sigma$	0,99	0,997	$3\cdot\sigma$

داچې د بینمیالوېشنې دهستوګرام بنه(فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشنې بنې ته تل زیات ورنږدې کوې، لاندې کریتیریوم د نورمالوېشنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لرې.
که شرایط $\sigma=\sqrt{n.p.(1-p)}>3$ پوره وې(د لاپلاس شرایط) ، نو نورمالوېشنې له لارې نږدې والی څخه پوره تیک (یا وررسپدونکی تیک) انتروال احتمالوالی راکوې.
تر اوسه د بینومیالوېشنې لپاره د یوه ټاکلې n او یوه ټاکلې احتمالوالې p لپاره هروار یو جدول د کمولیرې احتمالوالي سره اړیین وو، چې چاپیریال احتمالوالی وټاکل شې.که چیرې اوس د د یوه بینومیالوېشنې ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړې، اجازه شته چې د د نورمال وېشنې د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شې. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شې.
په دې حالت کې چې د چاپریال ورانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شې، نو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې اړيکې باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانګه(Umgebungsradius) دېروراه د سيګما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د z ضريب دی، چې له هغه سره سيګما ضربيږي. د داسې سيګما –چاپيريالو احتمالوالی په لاندې جدول کې دz ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په يوه بينوميالوېشني کې يې د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپير ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسې ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکريت (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه

په يو څو بيلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د يوه د تصادفي واريابلې د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دې وي، چې د z ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سيومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سيومتريک انټروال

يو n -پوړيز برنولي – ازماېښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په انتروال .[180 ; 150] کې دې د برياوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو تيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

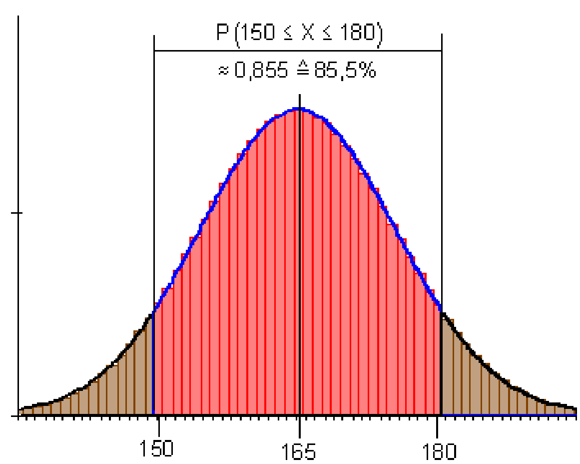
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.

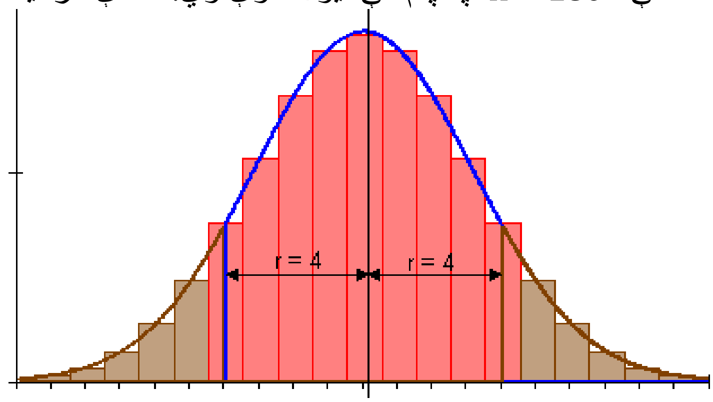


(c) ketabton.com: The Digital Library

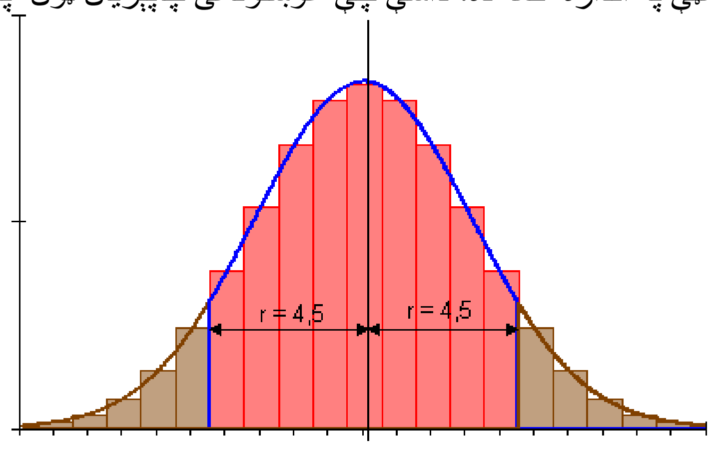
ولې دې د انتروال پولې په 0,5 لویې شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انتروالاحتمالوالی تاکل کیږي؟

Bei P(150 ≤ X ≤ 180) = P(149,5 ≤ X ≤ 180,5) war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنی وي. دا به د برجونو یا مټو نیمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنی ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې نه رانیول کیږي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4,5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه زیاته ده، داسې چې غوښتونکی چاپیریال ټول په بر کې رانیول کیږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپیر یال

د $n = 550$ او $p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90%- چاپیریال وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 550 \qquad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$
$$p = 0,36 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کيږي.

Z=1,64له دې لاس ته راځي، د چاپيريال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

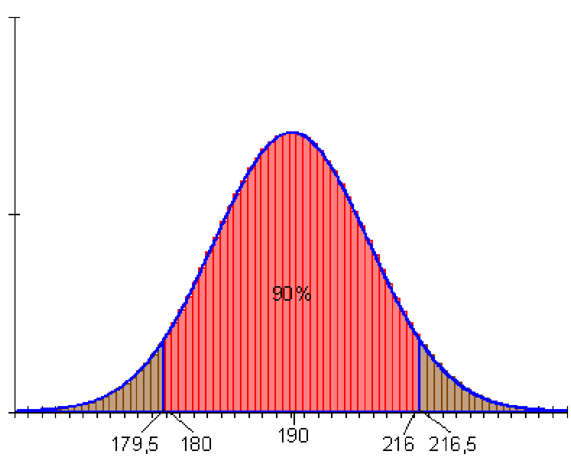
$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سيومتريک پروت دی.

موږ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$
بايد و ازمايل شي، چې ايا انتروال {216...198...180}پسې لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \le X \le 216) = P(179,5 \le X \le 216,5)$$
$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0,899$$

په انتروال [216 ; 180]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپیریال څخه دباندې انټروال

n - پوړیزه برنولی-ازمایښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپیریال دباندې نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وي، نو وټاکی $P(X > 80)$.

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انټروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتریک انټروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 ... 168 .... 174] خوندي لري. پهدې پسې ترلی دا انټروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې یشوونه یا پیل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

د z~0,76 سره په ولرو

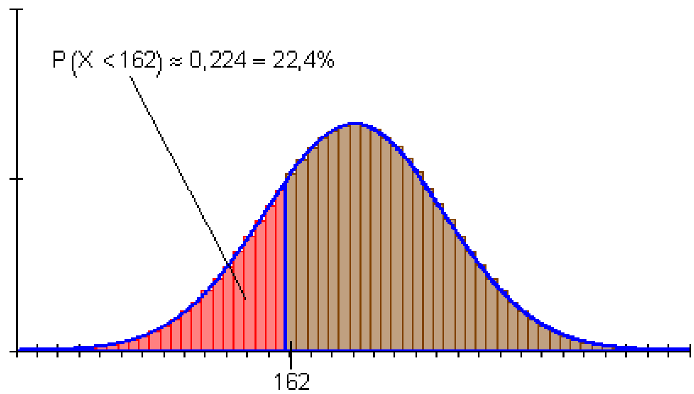
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د له 162څخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79,5 \le X \le 80,5)\right]$$

وړانګه :

–

$$: r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

له$z \sim 0,07$ سره به شي

$$P(79,5 \le X \le 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره په شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

$$n=240 \qquad \mu = n\cdot p = 240\cdot\frac{1}{3}=80$$

$$p=\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{80\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{160}{3}}\approx 7,303>3$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X>80)=\frac{1}{2}\left[1-P(79,5\le X\le 80,5)\right]$$

$$r=80-79,5=0,5\Rightarrow\frac{r}{\sigma}=z=\frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}}\approx 0,068\Rightarrow r\approx 0,07\cdot\sigma$$

ورانکه:

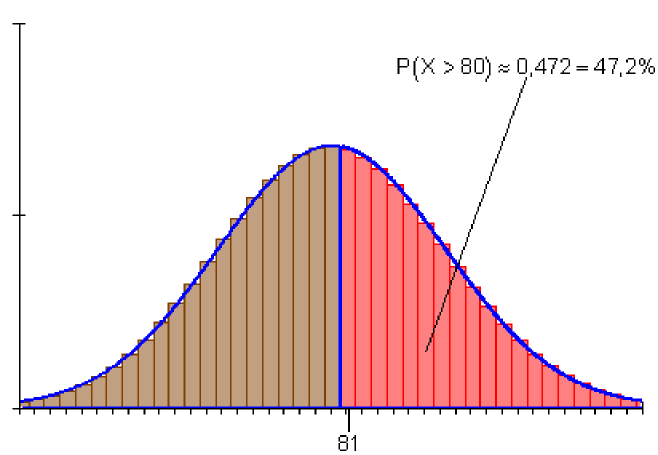
له ۱ $z\approx 0,07$ سره کيږي

$$P(79,5\le X\le 80,5)=P(\mu-z\cdot\sigma\le X\le\mu+z\cdot\sigma)\approx 0,056$$

او له دې سره کيږي

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

د له 80خخه زياتو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اسیومتریکي چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیومتریکي چاپیریال احتمالولی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی $P(89 \leq X \leq 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینبوونه: $P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \leq X \leq 109) + P(94 \leq X \leq 104)\right]$

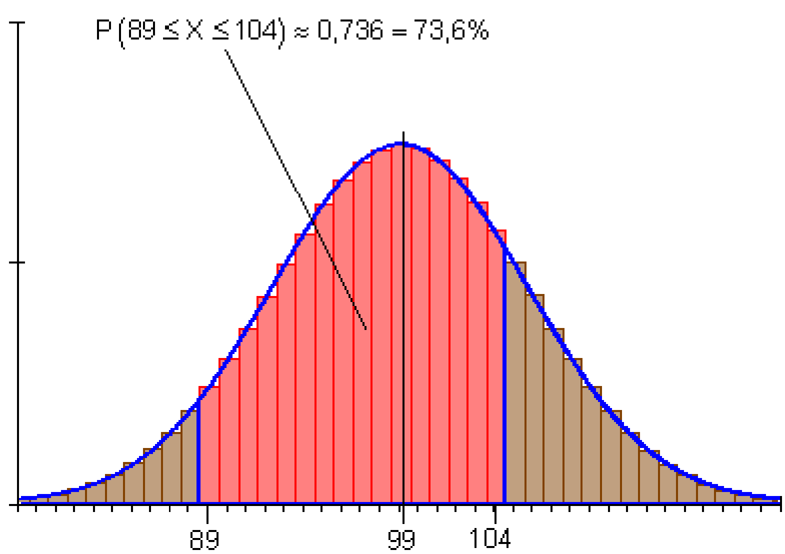
$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \leq X \leq 109) = P(88,5 \leq X \leq 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \leq X \leq 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \leq X \leq 104) = P(93,5 \leq X \leq 104,5)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انتروال [104 ; 89] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .73,6% دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماېښت **Hypothesentest**

د سترګي(ستركيزمكعب) سره ننوتنه

پيل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترګي(مكعب) څخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته كيدی شي يا غورځول كيدی شي. د ډېرو سترګيو(مكعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانګړې معنا لري. د لته د لوبه كونكي له لورې ممكن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ وركړي. برعكس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممكن لږ واره شپږ وركړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مكعب) غلطيدنه ممكن وبرېښي. په لاندې كې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه كې يې چې انتظار بايد وي ($p > 1/6$). د دې لپاره چې غورځونی وازمايلی شو، پلان كيږي، چې غورځونی $n = 600$ واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله X = د منځ ته راغلو شپږو ګڼون يا تعداد وڅيږو. د يوه هيوپوتيز ازماېښت سره بايد وازمايل شي چې ايا $p > 1/6$ باور لري.

د دې لپاره بايد كومه هيپوتيز وټاكل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دې لپاره چې سړی $p > 1/6$ د ټيک په توګه وکتلی شي، بايد سړی له دې باوري وي، ځکه چې $p \le 1/6$ صدق نه کوي. يعني هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0: $p \le 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1$: $p > 1/6$چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپيوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزېH_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p \geq p_0$ يا $H_0 : p \leq p_0 ; H_0 : p = p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښی اخيز ازماېښت	$H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$
دوه اړخيز ازماېښت	$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \neq p_0 \Rightarrow$
کيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د د H_1 د نفې کولو په لور يعنې رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کيدی شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \leq \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيونې ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلنې لپاره يادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غورځووني يا سترګي(سترکي لرونکی مکعب) تجربې د تصادفي متحولي يا اووښتوني X د برنولي ا زمايښت دی د يوه بينوميال وېشني سره. داسي يوه وېشنه هلته و يوه انتظارارزښت μ ته سيومتريک ده، که $p = 0,5$ وي. د $p = 1/6$ لپاره وېشتابع نوره سيومتريک نه ده. د پوره کيدونکي يا رسيدونکي جګي خوروني ياپاشني سره لاپلاس-شرايط (3 <سيګما) پوره شوې دي. نو بيا کيدی شي د بينوموېشنه د انتظارارزښت ته سيومتريک يوه نورمالوېشني له لارې نږدې (اپرکسيمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسي چې د چاپيرياالاحتمالوالي شميرنې ته د سيګا-چاپيريال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتوني يا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال کيدی شي. په انتظار ارزښت د يوه   -x%-چاپيريال لپاره باور لري:

$\Rightarrow r = 1,64 \cdot \sigma$	90%-چاپيريال 95% -
$\Rightarrow r = 1,96 \cdot \sigma$	چاپيريال99% -چاپيريال
$\Rightarrow r = 2,58 \cdot \sigma$	

شميرنه: صفر هيوپوتيز H_0 : $p \le \frac{1}{6}$ سيګنيفيکانځ نيو يا اندازه $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

يو بنې اړخيز هيوپوتيز ازمايښت دې سر ته ورسيږي، ځکه چې د شپږو يو جګ تعداد د H_0په ضد ځان ښايي يا په ګوته کونه ده.

د 5% يوه سيګنيفيکانځنيوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انتروالون په پام کې نيسو:

{ 5% }{ 90% }{ 5% } (Ablehnungsbereich für H_0)

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu + 1,64 \cdot \sigma = 100 + 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114,97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسې، چې باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: كه د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښنه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 116 ... 600 } د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی ډې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټګئ لپاره)جوړ شوی وي.

كه د H_0 هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

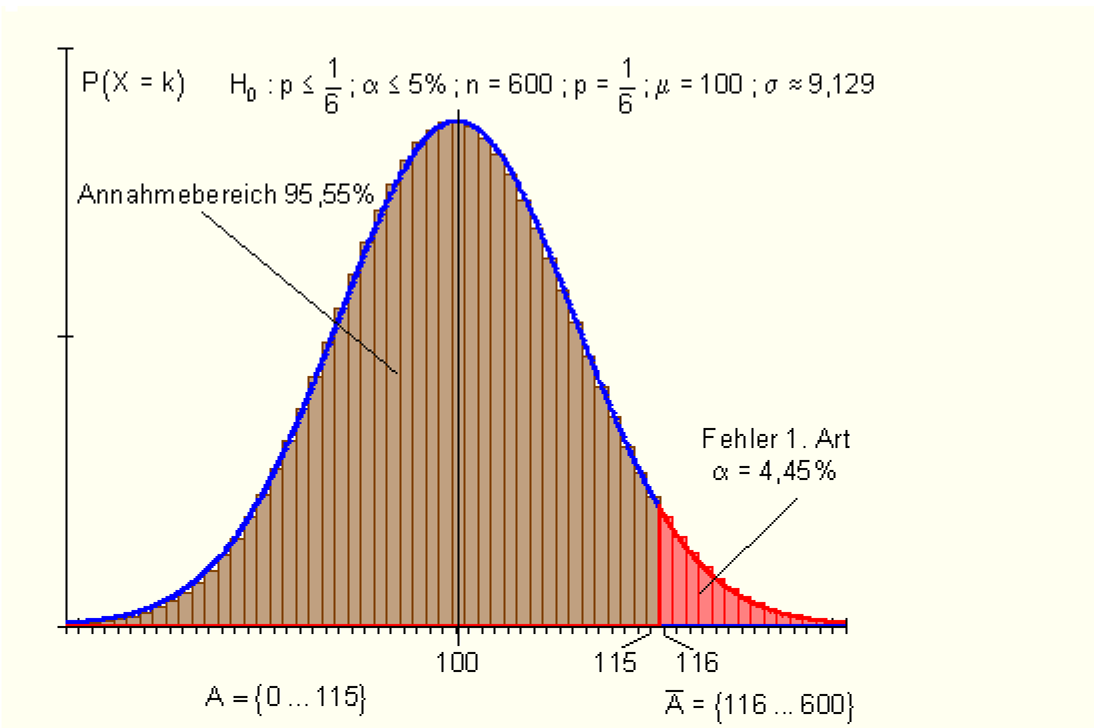
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازماېښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټيک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالیپه نامه هم بلل کيږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.

ګرافيکي انځورونه:

د په ځيره کې دننه پښتو:د نيونې ورشو، لومړی ډول ناتيکاوی



دويم حالت:

ګومان به وشي، چې يو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له يوه لاپلاس غورځونې يا دانې څخه چې انتظار کيږي (p < 1/6).

تلنلار يا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز H_0 : $p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو H_1 : $p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز $H_0: \; p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600;\; p = \frac{1}{6};\; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد د H_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انټروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 100 - 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85{,}03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردوني ورشو (ردونورشو) څیړل کیږي، داسې چېې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

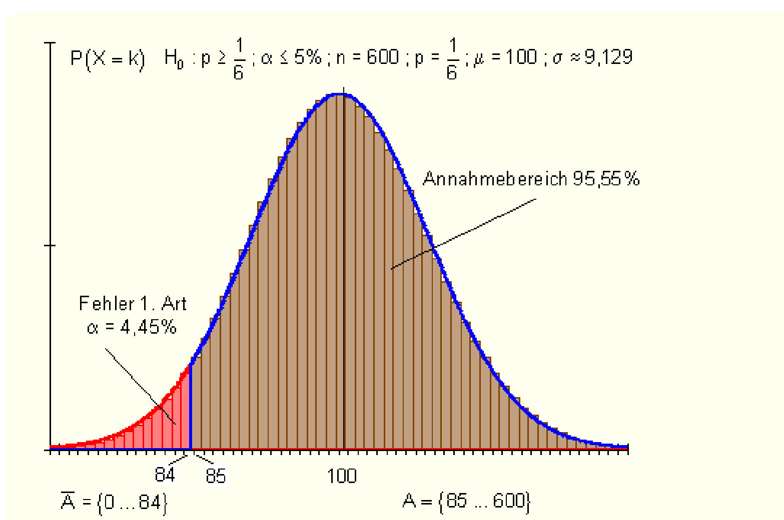
$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښنه شوو شپږو تعداد د H_0 (({ 84 ... 0 } د ردوني ورشو کې ولویږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترګی دې په ریښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.
ممکن دا به غلط (د ټګئ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هیپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45% (شمیرل شوې سیګنفیکانځ نیو یا اشتباهي احتمالوالی) یوه ناټیکاوي یا اشتباه پیښیږي. دا د لومړي ډول ناټیکاوی دی او په دې معنا دی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,45% ده.
په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.
ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نیونې ورشو، لومړی ډول ناټیکاوی خیره پورته

په خیره کې دننه: له کیڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټیکاوی، د نیونې ورشو

دریم حالت: د یوه سترګي څخه ا ټکل کیږي، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د 1/6 سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهیوپوتیز H_0: $p = 1/6$ ؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا ویناوې کوي.د سیګنیفیکانځ نیو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کیږي. د داسې یوه ازماښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیږي.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 ؛ : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانځ نیو $\alpha \leq 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\ p = \frac{1}{6}\,;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه دوه اړخيزه هيوپوتيز دې راوړل شي، ځکه چې يو کوچنى تعداد، لکه لوى تعداد شپږ هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د يوه سيګنيفيکانځنيو سره لاندې انتورالونه تر څېړنې نيول کيږي:

{ 2,5% } { 95% } { 2,5% }

Ablehnungsbereich für H_0 — Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 رده ونې ورشو — د H_0 رده ونې ورشو

له دې سره دى يا کيږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو يا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: { 82 ... 118 }

د H_0 لپاره دردونې ورشو: { 0 ... 81 } u { 119 ... 600 }

د ردونې ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0,911 = 0,042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کې ولوېږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترګی دې په ریښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.

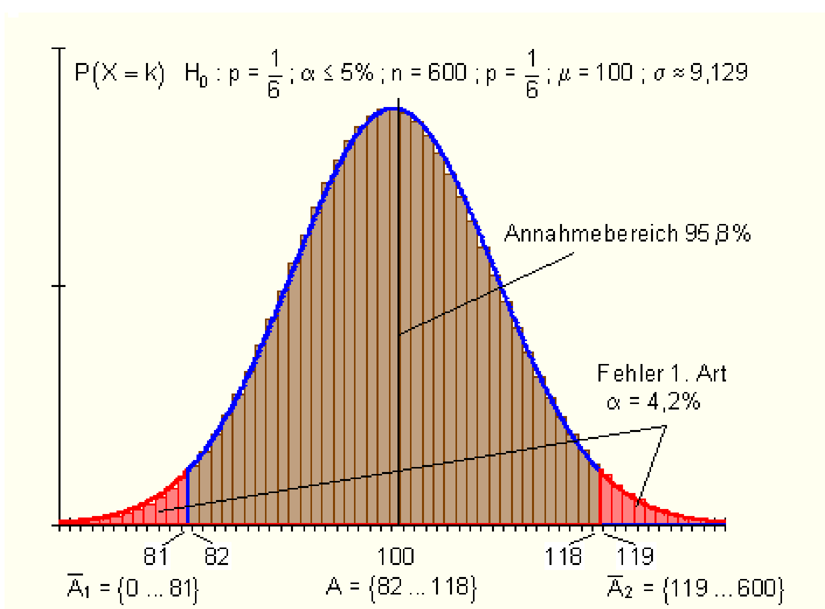
ممکن دا به غلط (د ټکۍ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هیوپوتیز د ازمایښت نتیجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (شمیرل شوې سیګنفیکانځ نیو یا اشتباهي احتمالوالی) یوه ناټیکاوي یا اشتباه پیښیږي. دا د لومړي ډول ناټیکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازمایښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټکۍ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نیوني ورشو، د لومړي ډول ناټیکاوي



(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباه راوړنه یا ـــځیرنه

له لومړي حالت څخه تر دریم حالت پورې ښايي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازماښنت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ریښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازماښنت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناټیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شیږ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شیږ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښایی، شیږ فقط د د یوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شیږو غورځونو زیاتو کې هم شیږ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیې.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازماېل شي.

دا همغه با برابر ازماېښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د H_0 { 85 ... 600 }د منلو یا قبلولو ورشو،

د { 84 ... 0 } H_0د رده ولو ورشو د یوه .$4{,}45\%$اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښونتی احتمالوالی $p = 0{,}13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0{,}13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}\,(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600\,;\, p = 0{,}13\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکې انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د نیوني ورشو

$$\{0 \ldots 71\}\ \{72 \ldots 78 \ldots 84\}\quad \underbrace{\{85 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,570] = 0,215$$

له دي لاس ته راځي د دویم ډول ناټیکاوی $\beta \approx 21,5\%$

ارزونه:

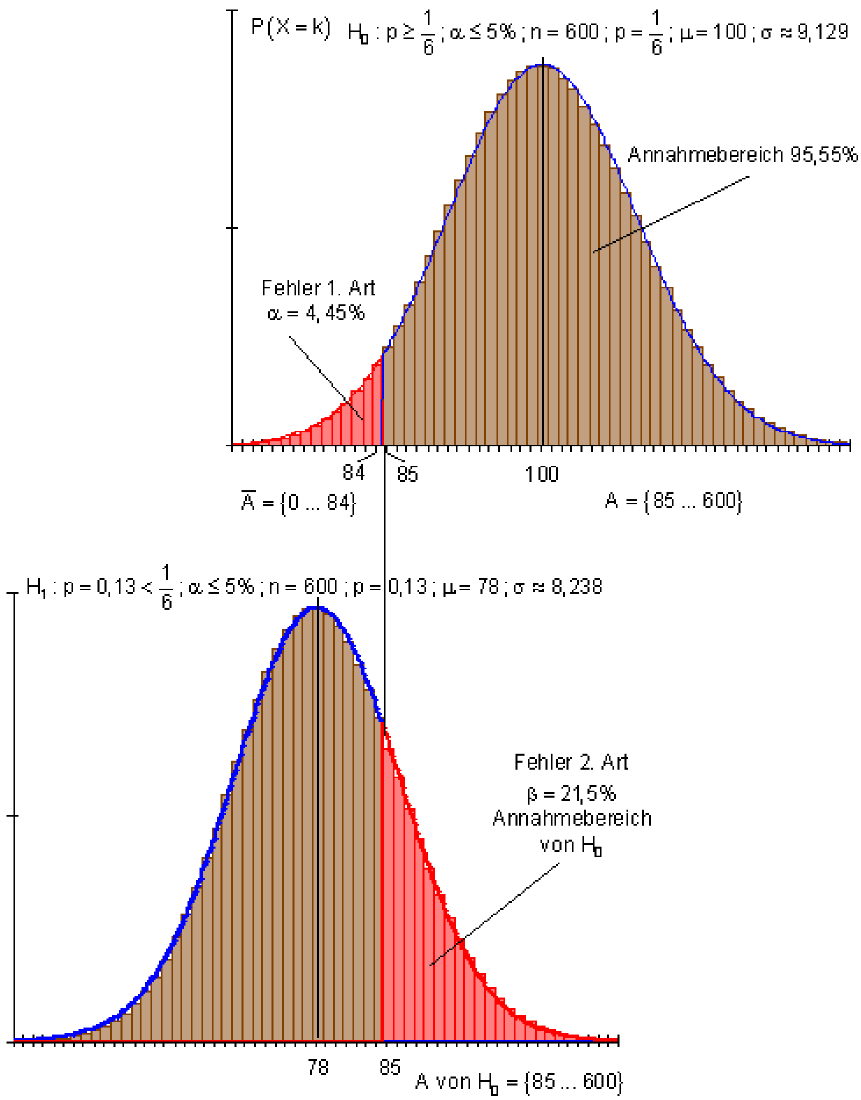
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي یا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کومیسار به په عقیده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې په دي پرېکړې سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونیداپیینه بنایي، 4,45% ده.کومیسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی ربښتیا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کومیسار به دا غلط شوی غورځوونی یا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پیژندل شي.

ګرافیکي انځورونه(په ګراف کي دننه له پورته کښته لور ته: نیون یا قبلونورشو، لومړی ډول ناټیکاوی، دویم ډول ناټیکاوی،د نیوني – یا قبلوني ورشو)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سيګنيفيکانځنيو (اشتباهي احتمالوالی)تغيرونه:

کوميسار برګ يو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چې د ستوبنايتيک څخه کم معلومات لري، د سپين ګل معلومات غواړي ورته راوليږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي يا سيګنيفيکانځنيو ورته ډېره جګه بريښيحتمالوالي سره . دی غواړي د يوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پريکړه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنه:

H_0 صفرهیپوتیز: $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځنیو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600 ; p = \frac{1}{6} ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یو کيڼ اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دې صورت ونيسي، ځکه چې يو مناسب شېړ د H_0 په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه 2,5% سيګنيفيکانځنيو يا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انتروالونه تر ځيرنې لاندې نيسو.

$\{ \quad 2,5\% \quad \} \{ \quad 95\% \quad \} \{ \quad 2,5\% \quad \}$

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کيږي $\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش:{ 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 81 ... 0 }

د ازمايلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(0 \le X \le 81) \le \alpha = 2{,}5\%$

$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$

$P(0 \le X \le 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \le X \le 118)\right]$

$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$

$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}958] = 0{,}021$

د دویم ډول ناتیکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ شمیرو

داتا:

$n = 600;\ p = 0{,}13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0{,}13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0{,}87} = \sqrt{67{,}86} \approx 8{,}238 > 3$

د شمیرني لپاره سیومتریک انتروالونه راوړو

$\{0 \ldots 74\}\{75 \ldots 78 \ldots 81\} \quad \underbrace{\{82 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$

د H0 د منلو ورشو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,326] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناټيکاوی

$$\beta \approx 33,7\%$$

ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار برگ په عقيده به د غلط شوی سترگی(سترگز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

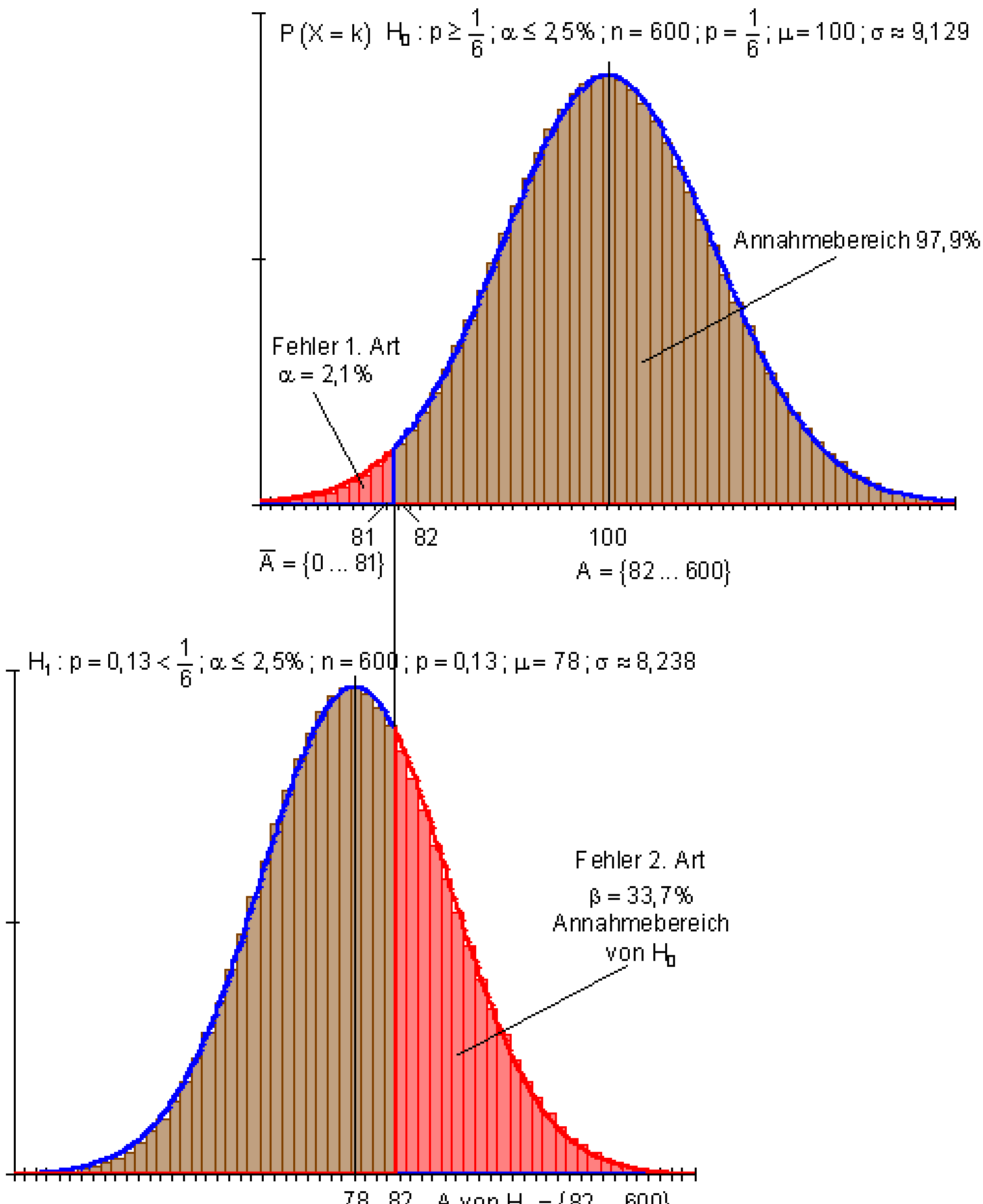
اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترگيز مکعب داپيښه ښايي، 2,1% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی رښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدني په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترگی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

گرافيکي انځورونه: په ځيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې ځيره کې . دويمهډول ناټيکاوی، نيونورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نتیجه یا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پریکړې له لارې، چې د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړې د برګ کم دی نسبت و سپینګل ته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اطمنان لپاره یې قیمت د دویم ډول ناټیکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکۍ مکعبونه کم د غلطو په حیث پیژندل کیږي.

د چاپیریال احتمالوالي شمیرنه:

د یو ښو بیلګو سره دې وښول شي، چي د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کیږي. په پام کې د نیول شوی وي، چي په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سیمتریک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سویمتریک پروت دی:

یو n -پورړیز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0,33$ سره ورکړ شوې وي.

په انتروال .[180 ; 150] کي د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0,33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$

$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

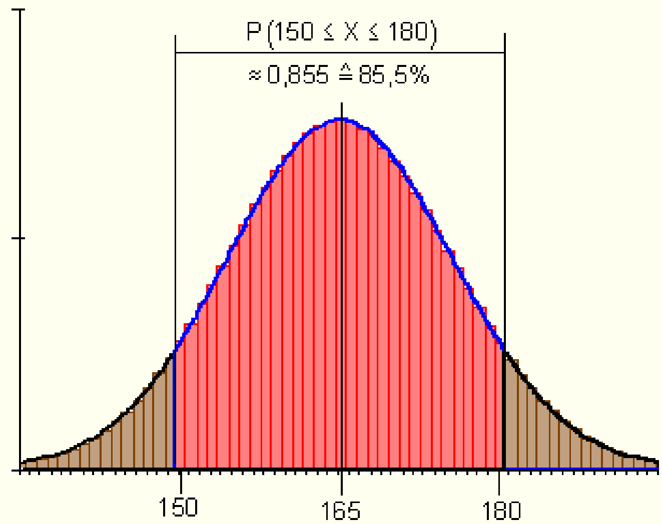
$$P(150 \leq X \leq 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$z = 1,474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0,858$

$$P(150 \leq X \leq 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)$$

په انتروال [180 ; 150] کي د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی

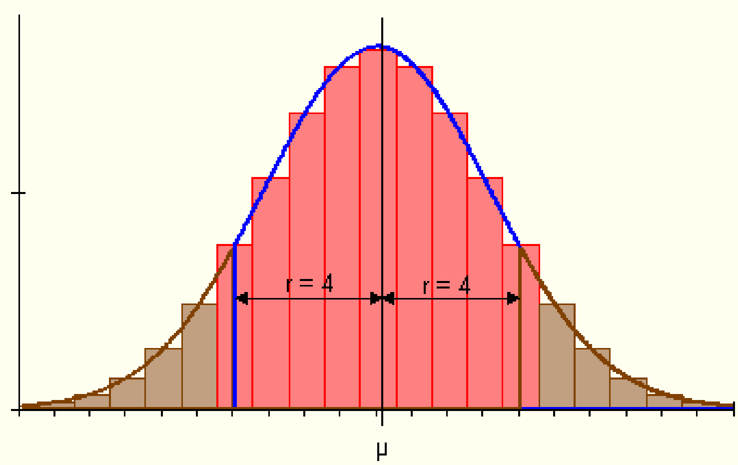
(c) ketabton.com: The Digital Library



ولې دې د ا نتروال پولې هره يوه په 0,5 لويه شي، که د نورمالوېشني د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کيږي؟

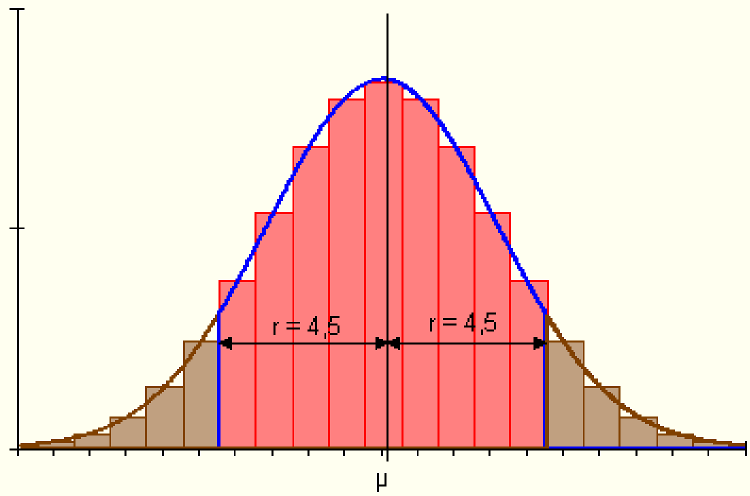
Bei $P(150 \leq X \leq 180) = P(149{,}5 \leq X \leq 180{,}5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k = 180$ د متې يا ستنې فقط نيمه سطحه په پام کې نيول کيږي. لاندې ګرافيک دې دا روښانه کړي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپېریال پوره نه شي رانیول کیدی.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپېریال پوره رانیول کیدی.

د انتظارارزښت %- چاپریال

د $n = 550$ او $p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپریال وټاکئ.

$$n = 550 \qquad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198$$
$$p = 0,36 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0,90$$

د $P=0,90$ لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کیږي

$Z=1,64$ له دې لاس ته راځي، چې جاپیریالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انټرول باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومټریک پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورڼ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتني پوره کوي

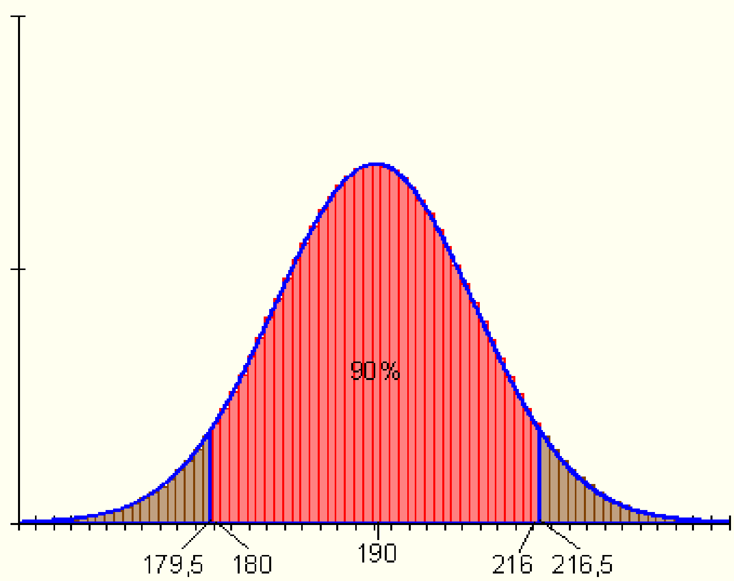
$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپییالوړانګه

انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انتروال [216 ; 180] کي دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انتروالونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

n -ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالوالی غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ او $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$n = 300, \quad p = 0{,}56 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتریک انتروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې تړلی انتروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتریک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اینسونه باور لري: ... 175 } { 174 ... 168 ... 162} { 0 ... 161 } [300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}76$ wird

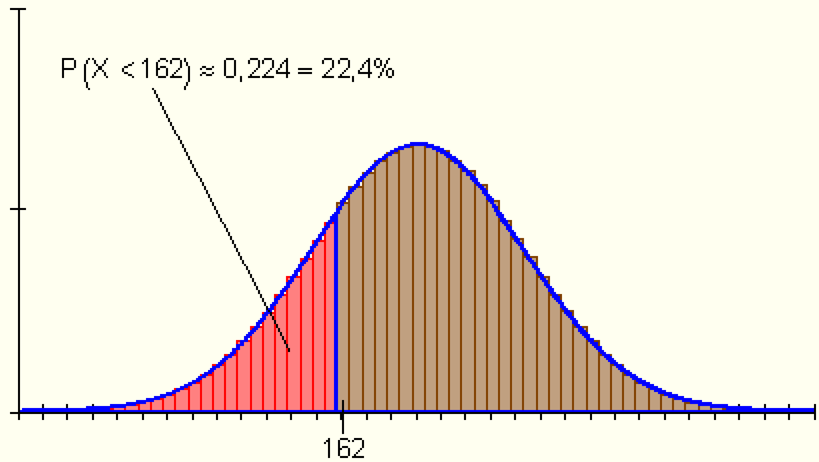
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ بریاو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}07$ wird

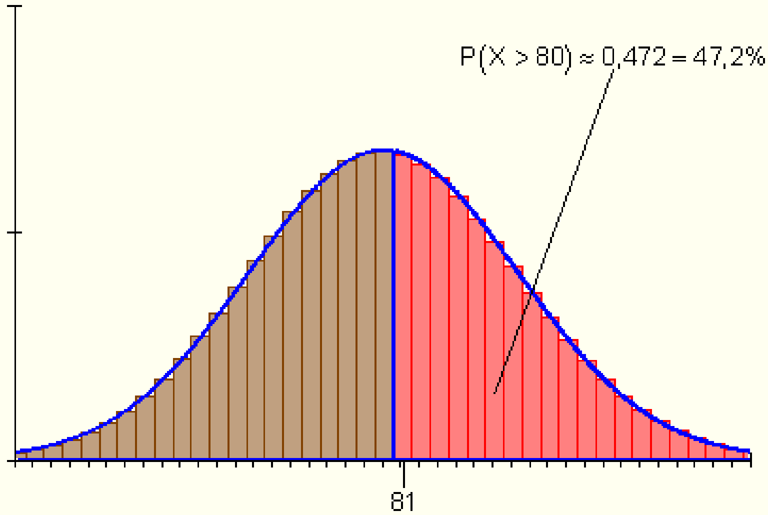
$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

له 80څخه ډېرو بریاو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Asymmetrische Umgebungen اسیومتریک چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انتروال احتمالوالی وټاکی.

$n = 180 \quad p = 0,55$ وټاکي $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینوونه $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$

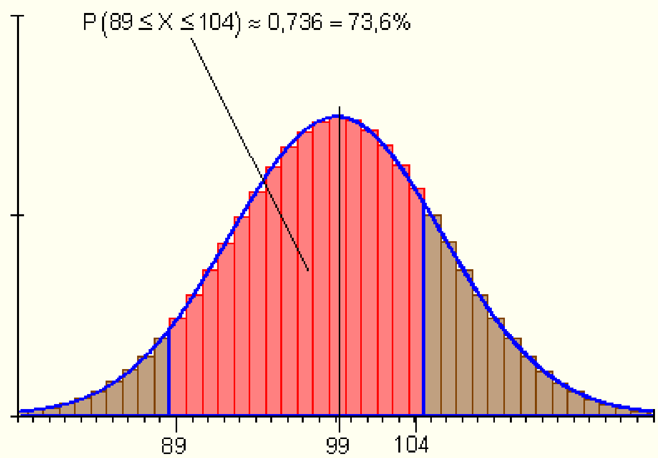
$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [104 ; 89] کې برياوې نږدې 73,6%. دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهېږي چې ايا پرېکړه يې ټيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناټيکاوې احتمالوالی لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه ټيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيز H_0 بولو.

يوه الترناتيو پرېکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سرې يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلی شي:

- د صفرهيپوتيز H_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1 فرمول بندي کونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د سګنيفيکيشن نيوو Signifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هيپوتيز د نيونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلې ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپريتيشن يا تشريح:

که د راوستن ازماېښت يا توکلي از ماېښت د نيونې ورشو کې پروت وي، نو H_0 نيول کيږي، پرته له دې رديږي.

د هيپوتيز د ټيک نيولو يا ځا په ځاى کولو لپاره يو څو بېلګې شتون لري:

- څه چې ښول يا ثبوتول غواړم، په الترناتيو هيپوتيز پورې اړه لري

- دا د مساوي يا برابر نخښه تل په صفرهيوپوتيز پورې اړه لري

- د صفر هيوپوتيز په ليکنه يا ځاى په ځاى کونه کېسړى له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتيږي، هيڅ تغر نه دى خوړلى،،

د صفرهيوپوتيز نيونه مو تل د الترناتيو هيوپوتيز رده ونې ته لاربښودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دى چې د صفر هيوپوتيز دې ټيک وي.

د صفر هيوپوتيز رده ونه مو د الترناتيو هيوپتيز نيونې ته بيايي يا لاربښودوي.

بيلګه ۱ : په اخرنيو لسو کالونو کې د يوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافيتريا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کيږي چې د سمستر جريان کې نا خوښي حتى زياته شوې ده. د کافتريا ټيم نو اوس دې پرېکړې ته اړين دى چې د مړئ ښه کولو ته بايد ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړى شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زيات زده کوونکي ناخوښ وي، نو بايد مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتريا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتريا ټيم د راوستنپوښتنې توکليوالي څخه شعوري دي يا بوهيږي او په دويمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بيا پوښتي. په دې حالت کې ټيم په 95% اطمنان سره د پوښتنتنيجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماېښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0 : p \le 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$ او $H_0 : p \le 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$H_0 : p \le 0,1$	Annahmebereich	$A : \{0,1,\ldots,10\}$
	Ablehnungsbereich	$\overline{A} : \{11,12,\ldots,100\}$

په لومړي ازماېښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماېښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماېښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیزلوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو ډېرئ یا سټ) په ریښتوني یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماېښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \ge 11) = 1 - P(X \le 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad (\text{siehe Tabelle } 1).$$

داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

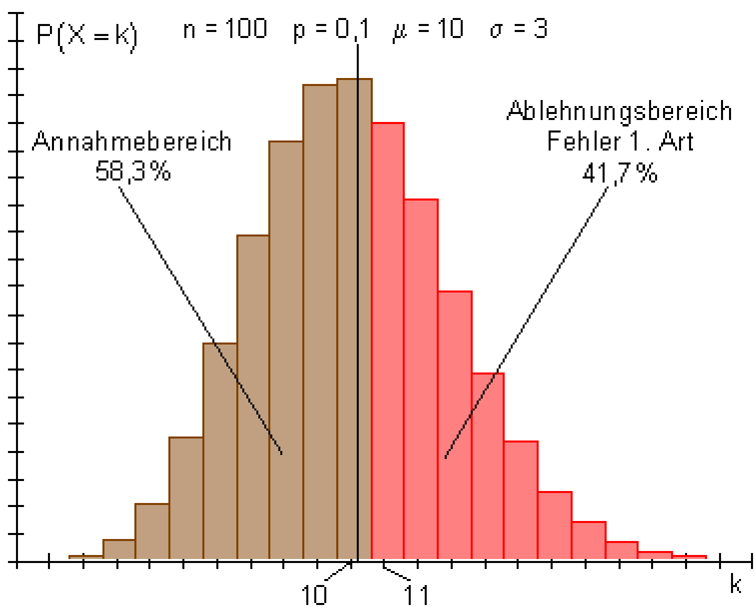
(c) ketabton.com: The Digital Library

نو سړی باید ووایي: ،، د نیوني له مخې، چې په ریښتونې د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د یوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره یوې داسې نتیجې ته رسیږي او له دې سره د صفر هیوپوتیز یوې ناټیکې رده ونې ته،،.

یو وېشنتابع یا پاشل – یا خورونتابع دې دا روښانه یا واضح کړي:

ښی: د رده ونې ورشو ، کیڼ: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټیکاوی



ب – د دویم ازماښت سره یو د 5% ناټیکاوي باندې قانع کیږي(د 95% تظمین).

له دې سره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو تغیر خوري.

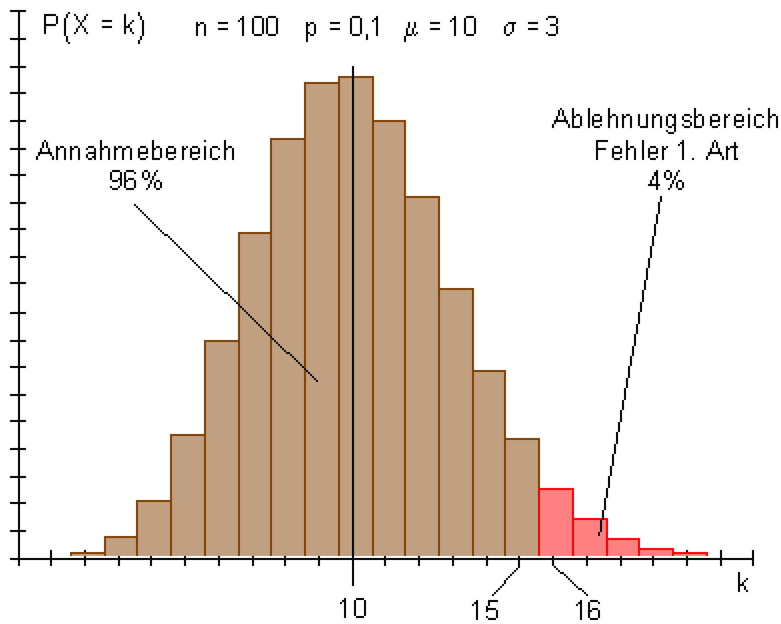
د منلو قبلولو ورشو لویوالي سره، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو یا ساحه لوییږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلونې ورشو کې راځي، د صفر هیوپوتیز نیول – یا قبلول کیږي. د کفیتریا ټیم دلیل نه وینې، چې غزا یا مړئ ښهکړي. ټیک هلته که ۱۵ زده کوونکي د غزا یا مړئ سره ناخوښ وی، کیدی شوی، چې صفر هیوپوتیز رد یا ناقبوله شي، الترناتیو یا بدیلي هیوپوتیز قبوله شي یا ومنل شي او غزا ښه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو د وېشني تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بڼې: د رده وني ورشو ، کيڼ: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناتیکاوی



په یوه ازماېښت کې چې څه ناتیکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون یا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي یا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هیوپوتیز د اشتباهي رده وني هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده وني ته سړی سیګنیکانس نیوSignifikanzniveau (انګریزي: significanceniveau)هم وایي.

جدول ۱: کوموليز شوی د بینوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

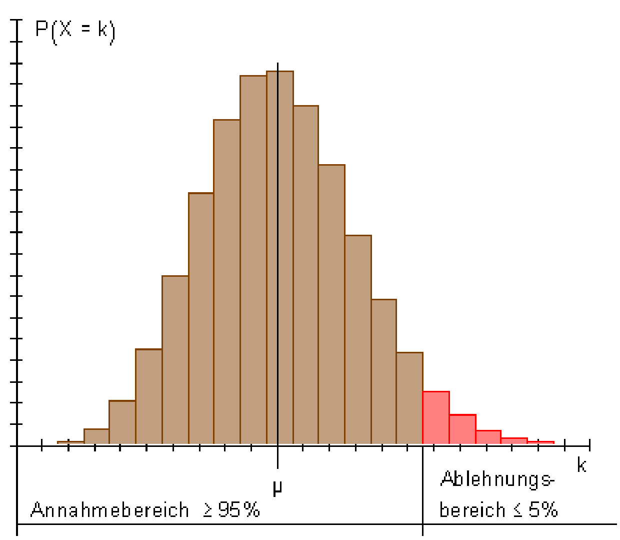
(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

يو ازماېښت، د کوم سره چې د رده وني ورشوپورته لور ته، يعني د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوريز هيپوتيز ازماېښت* بلل کيږي. ډېرواره دا تلنلار هلته کارول کيږي، چې بديل هيپوتيز H_1 : $p > a$ وي، او H_0 : $p \leq a$ ازمايل کيږي. دا چې د بينوميالوېشنه يوه ديسکرېټ وېشنه انځوروي زيات وخت نه توانيږو، د رده ولو ساحه داسي وټاکلی شو، چې اشباه احتمالوالی تيک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په ګوته کوي. دا بايد نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

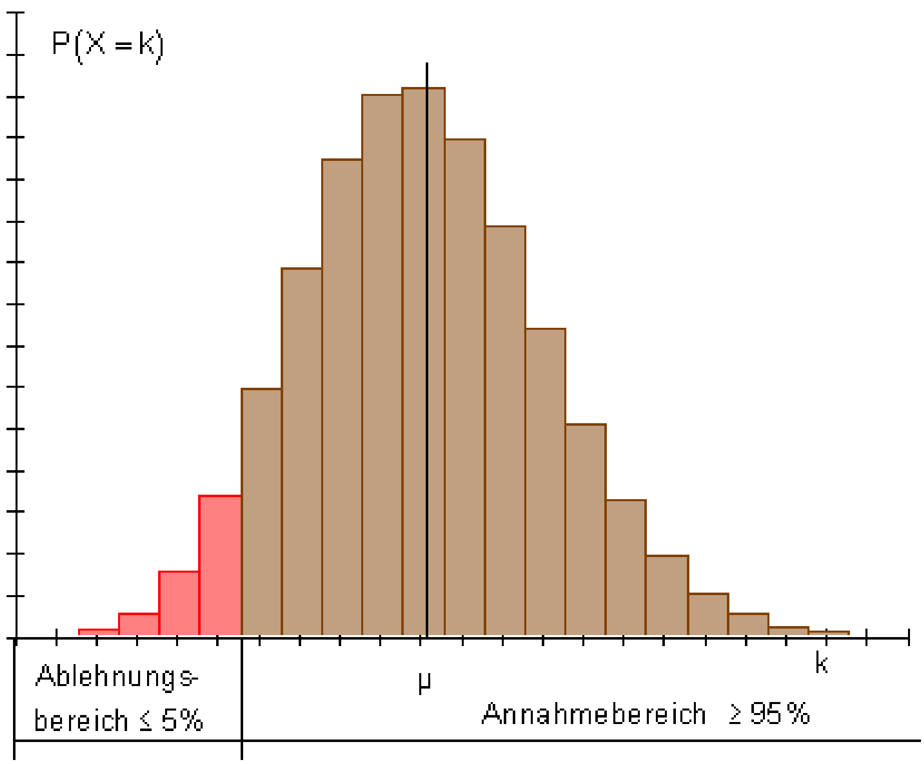
ښی لوريز هيوپوتيز - ازماېښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه ازماېښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعنې د انتظارارزښت مينې لور ته پرته وي، کينې هیوپوتیز ازماېښت بلل کيږي. زيات واره دا تلنلارهلته استعماليږي، چې بدیل هیوپوتیز $H_1: p < a$ وي، او $H_1: p \geq a$ ازماېل کيږي.

کينې اړخيز هیوپوتیز- ازماېښت



د هيوپتيزو په ازماېښت کې ناتيکاوى:

پرېکړه، چې د ازماېښت په نتيجه کې (ازماېښت، ټولپوښتنې،...) کيدى شي ناتيک وي.

ازماېښت کونکې هیوپوتیزېH_0 (زيات له زياته 10% زده کوونکې د غزا يا مړئ سره ناخوښ دي) کيدى شي رښتيا يا نارښتيا (ناتيک) وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلګه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي. نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0,8$ او بدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټيک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت يا غوښتنه په ګوته کوي، نو بيا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټيک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټيک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \leq 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د يوه %37 احتمالوالي سره کيدی شي مخ ته راشي، چې په يوه ازمايښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو %80 روغ يا جوړ دي. سړی کړی شي د %37يوه احتمالوالي څخه اشباهآ صفرهيوپوتيزې رد کړي.

دويم حالت:

نيسو، چې د بوټراوړونکي بوټان %60 ټيک او جوړ روغ دي. د دې نيونې يا فرضيي سره لاندې هيوپوتيز ترتيبوي:

صفرهيوپوتيزې H_0 : $p \leq 0,6$ او الترنايو يا بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازمايښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زيات روغ جوړ بوټان وميندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وينا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کيدی شي چې له ۱۲ جوړو زيات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زيات بوټان ټيک روغ جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0,584 = 0,416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوتان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهاً صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي $p = 0,8$ یا $p = 0,6$. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناتیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو $p = 0,8$ د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې $p = 0,6$ باور ولري.

د هیوپوتیز ازماښت داسې دی : $H_0 : p \geq 0,8$ او $H_1 : p < 0,8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $A = \{15 \ldots 20\}$ ، د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $\overline{A} = \{0 \ldots 14\}$

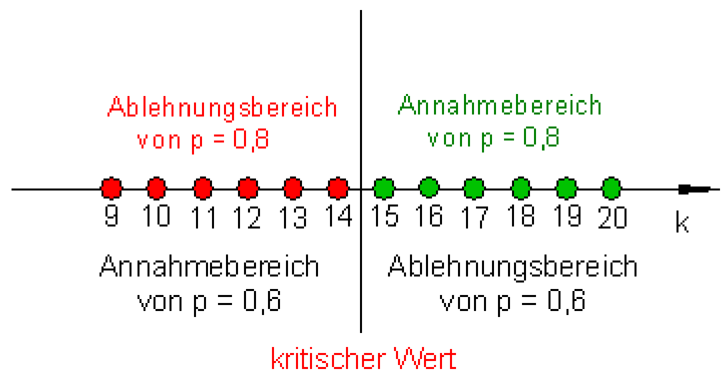
که H_0 باید رد شي، نو $H_1 : 0,6 = p < 0,8$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښته څخه ښي لورته:د $p=0,8$ رده ونې ورشو، د $p=0,8$ رده ونې ورشو، د $p=0,6$ د منلو یا قبلولو ورشو، د $p=0,6$ د منلو روشو.

په څیره کې پورته له ښي کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منلو ورشو	د نه منلو ورشو
له...	له...
د نه منلو یا نه قبلولو ورشو	د رده ولو یا نه قبلولو ورشو
له...	له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوي امکانات:

۱ - $p = 0,8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښترنې دېنه ځرنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ۱۵ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \leq 14) = 0,196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ۲۰ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي ځرنګوالي یا کوالیټي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0{,}874 = 0{,}126 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}.$$

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسي یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتونې دی.

د ویم ډول ناټیکاوی:

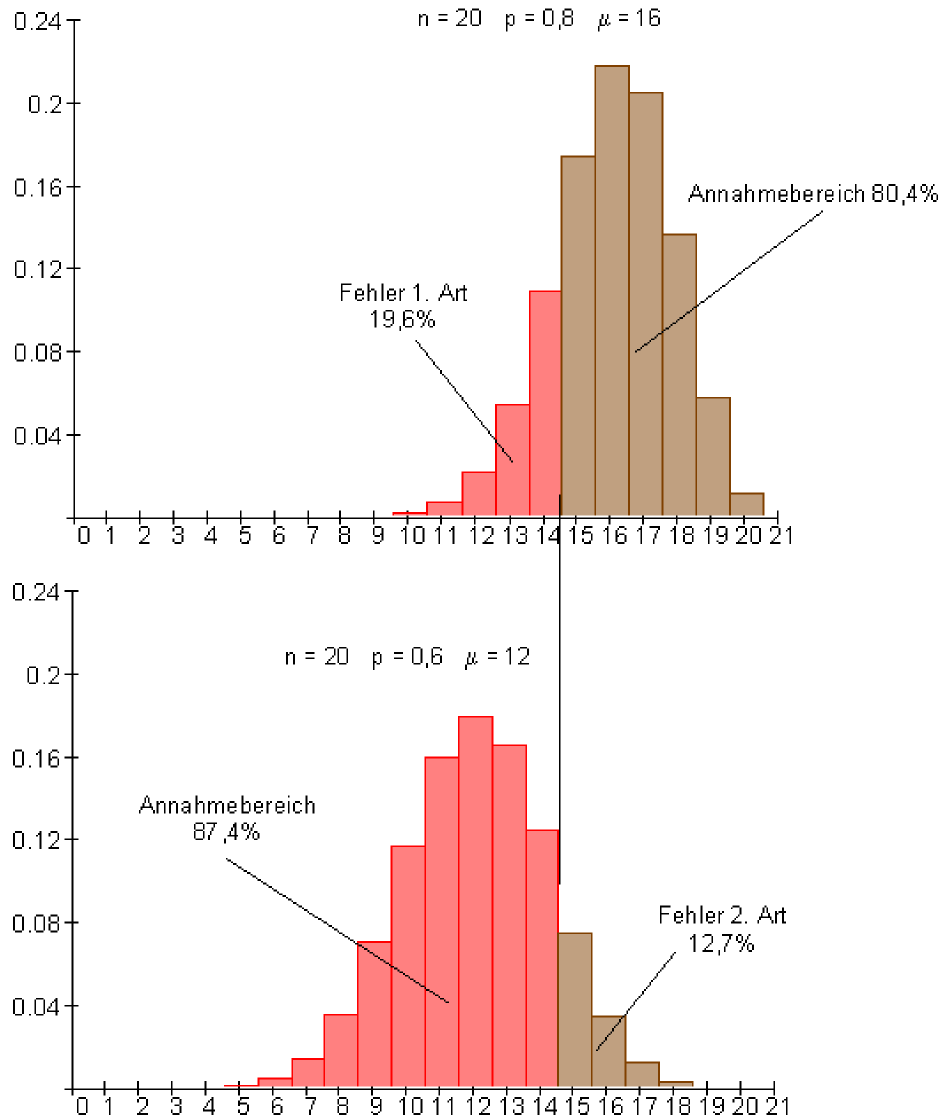
په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو
$(\alpha = 0{,}196)$
ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

$(\beta = 0{,}126)$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترخیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماېښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د اشتباه احتمالوالى له مخه ورکول کيږي.

که يو د اشباه احتمالوالى له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلوني او رده وني ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0{,}1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دریم جدول څخه ولولئ، څکه چې $P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د یوه لومړئ ډول ناټیکاوي لپاره احتمالولی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14, 15, \ldots, 20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0, 1, \ldots, 13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د یوه دویم ډول ناټیکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناټیکاوي لپاره احتمالوالی له نیمایي څخه زیات باندې راکم شي، د دویم ډول اشتباه دوه برابره کیږي.

له دې مخ ته ځیره لاندې راغلي:

که هیوپوتېز p = 0,8 رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه تست په بنسټ په ناټیک ډول رد شي، 8,7% دی.

څکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماېښت نتیجه په p = 0,8.

د رده وني ورشو کېپرته ده.

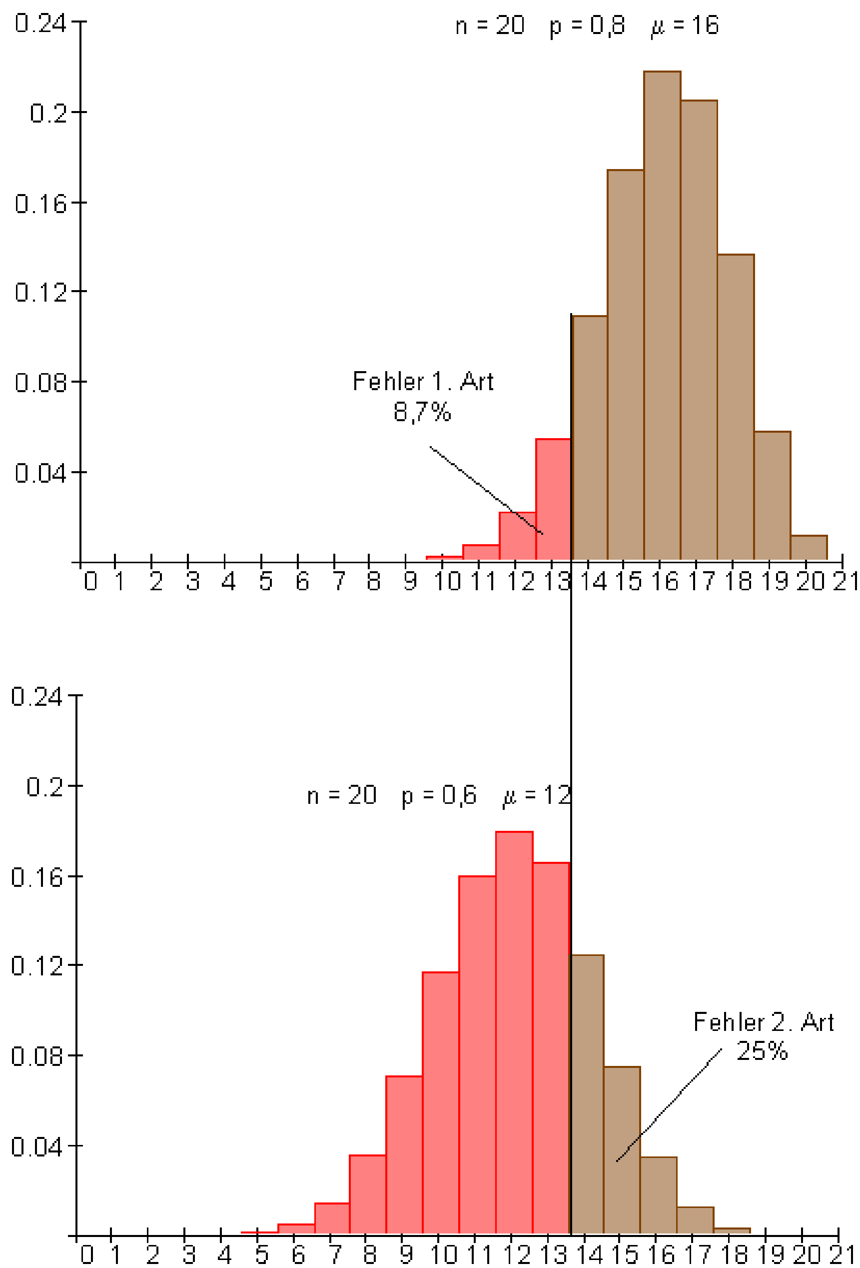
که هیوپوتیز p = 0,8 رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه ازماېښتپه نتجه کې په ناټیک ډول رد شي، 8,7% ده.

څکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماېښت نتیجه د p = 0,8 رده وني ورشو کې پرت ده.

که هیوپوتیز رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتیجه کې په غلطه توګه ردیږي 25% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونې ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,6 لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,8 لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه ځنګه کله ازمایل کیږي؟

د صفرهیوپوتیز(H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهیوپوتیز د علاًقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې یا علاقې I ډله ثبوتوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$
د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کیږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاې په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلي د ازماېښت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0: p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p < p_0$
ښی اړخیز ازماېښت که وي	$H_0: p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p > p_0$
دواړه اړخیز ازماېښت که وي	$H_0: p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1: p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخي یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماېښت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتونې(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځنې لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپروني ګرانښت پهریښتوني زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښي ښایي.

د منني یا قبلوني او رده وني ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتينې اشتباه.
وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو اوومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی p = 0,3 دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانځ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سيمتريک پرته وي.

ب – د دويم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشميرئ، که د ګټې کمبينين احتمالوالی فقط $p = 0{,}2$ وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هيوپوتيز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتنې شنه او د هيوپوتيز راوړنه يا ځا په ځای کونه.
سرې غولړي و ازمايي، چې ايا د خپروني ګرتنښت زيات شوی دی، ايا دا ګومان $p >$ $0{,}1$ ټيک دی. د هيوپوتيز د راونې يا ځای په ځای کونې سرې په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې بايد وښوول شي، بديلي هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس يا په څټ صفرهيوپوتيز.
صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}1$ ، بديل هيوپوتيز $H_1 : p > 0{,}1$.
د صفرهيوپوتيز د رده ونې سره د بديل هيوپوتيز نيول کيږي يا قبليږي.
H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازماېل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې ديوه 5% احتمالوالي سره د صفرهيوپوتيز قبلونه يو ناټيک پرېکړه ده، سيګنيکانځ نيو يا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره يو قبلونې او يو د رده ونې ورشو کره کيږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو يو ښي اړخيز ازماېښت دی.
صفرهيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}1$ سيګنيفيکانځ نيو(کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0{,}1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0{,}9} = \sqrt{18} \approx 4{,}243 > 3$$

ډ 5% په يوه سګنيفيکانځنيو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کيږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلوني يا منني پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبليدني ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدني ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردوني ورشو داسي د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

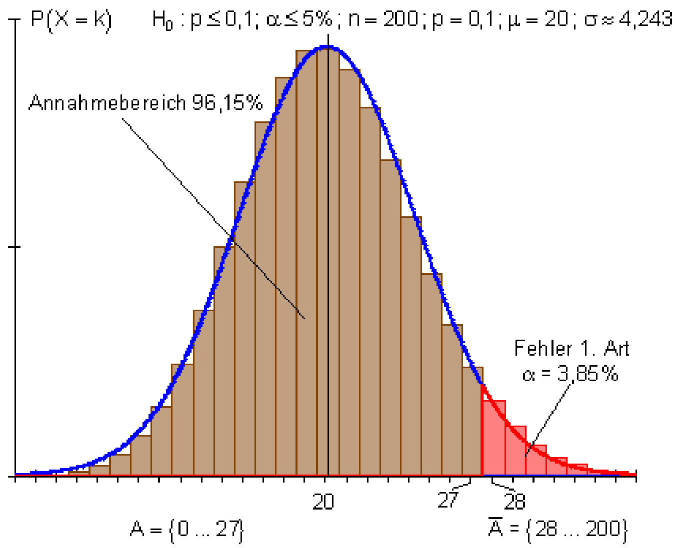
$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}923] = 0{,}0385$$

ارزونه:

که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده وني په ورشو کې پروت دی. صفرهيوپوتيز به ردشي. بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زيريالونه به واخستل شي.
ناتيکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کيدی شي $3{,}85\%$ دی. دا په دې معنا چې ، د $3{,}85\%$ يوه حتمالوالي سره به هيوپتيز H_0په ناحقه رد شي. د تانيکاوي احتمالوالی ($3{,}85\%$) د اشتبا احتمالوالی بلل کېږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سرِی سګنيفيکانڅ نيو يا کچه هم وايي.
که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زيات له زياته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بيا به هيوپوتيز H_0ونيول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ې پسې به بل سريال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هيوپوتيز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشني په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هيپتيز تست ښي اړخيز تست بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: مفصل حل يا ځواب:

د پوښتني شننه او د هيوپوتيز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ايا د ښوونځي گرانښت زيات شوی دی، اياگومان $p > 0{,}37$ ربښتيا کيږي.

د هيوپوتيز د راوړني لپاره داسي مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کيږي، بديل هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس د صفر هيوپوتيزدی.

صفرهيوپوتيز H_0 : $p \le 0{,}37$ بديل – يا الترناتيو هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}37$.

د صفرهيوپوتيز د رده وني سره بديل هيوپوتيز قبليږي.

H_0 دې د ټول پوښتني له لارې و ازمايل شي.

د سگنيفيکانځ نيو دې زيا له زياته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره يوه د منلو – يا قبلولو ورشو او يوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – يا برعکس خبرې کوي، نو دا يو ښي اړخيز تست(ازماېښت) دی.

صفرهيوپوتيز H_0 : $p \le 0{,}37$، سيگنيفيکانځ نيو(-کچه) $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 200;\ p = 0{,}37;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$$

د 5% په يوه سگنيفيکانځنيو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 74 + 1,64 \cdot \sqrt{46,62} \approx 85,2$ شي، راګرد يا راټول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \dots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \dots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمايلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 62\}\{63 \dots 74 \dots 85\}\{86 \dots 200\}$$

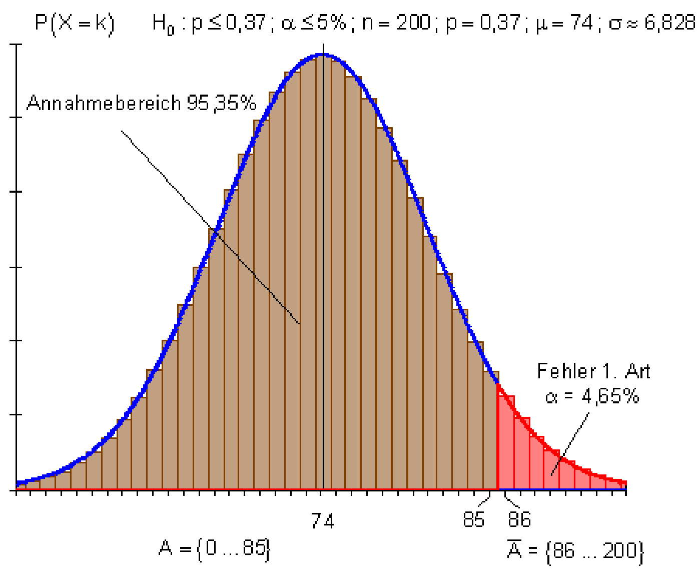
$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{46,62}} \approx 1,68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0,907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,907] = 0,0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولوو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلرونو زياتيز يا مثبت عقيدې په برکې لري يا نيسي.

د H_0 رده وني روشو له 86 تر 200 پورې د ميندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نيسي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}37$ به قبول شوی وی.
برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی $4{,}65\%$ به وی. داپه دې معنا، چې د $4{,}65\%$ یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0{,}75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0{,}75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0{,}75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$
داتا:

$$n = 120;\ p = 0{,}75;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0{,}25} = \sqrt{22{,}5} \approx 4{,}743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د بریاو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انتروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیرو:

2,5% | 95% | 2,5%

Ablehnungsbereich für H_0 | | Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده وني ورشو | | د H_0 لپاره د رده مني وشو

له دې سره $\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 90 - 1{,}96 \cdot 4{,}743 \approx 80{,}7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

(c) ketabton.com: The Digital Library

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	دH0 نیولو یا منلو ورشو (سیومتریک) د H0 د ردهولو یا نه منلو ورشو	$A = \{81 \ldots 90 \ldots 99\}$ (symmetris $\bar{A} = \{0 \ldots 80\} \quad \{100 \ldots 120\}$

د رده وني ورشو ازمایل کیږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$$

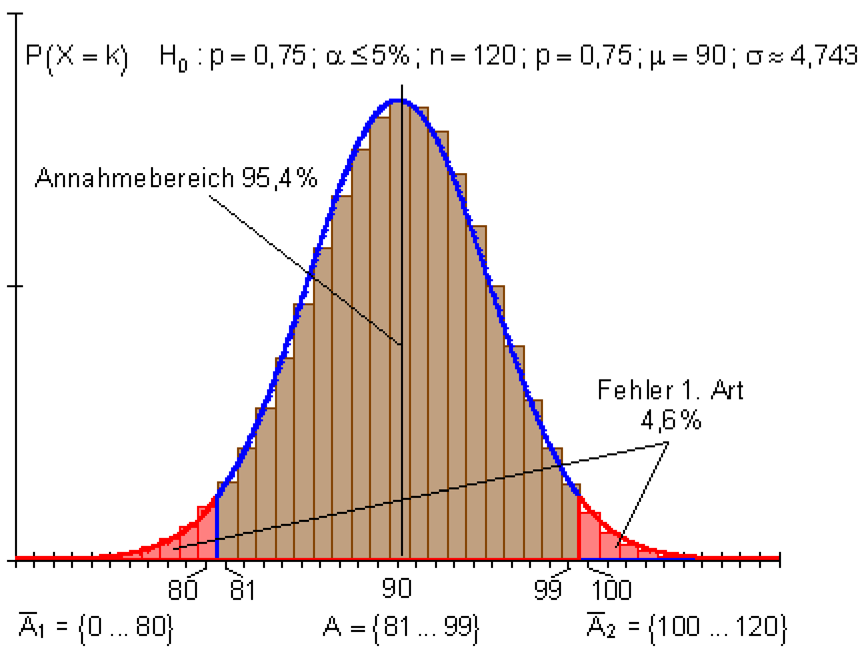
$$\{0 \ldots 80\}\ \{81 \ldots 90 \ldots 99\}\ \{100 \ldots 120\}$$

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$$

$$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکې نیسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که $p = 0{,}75$ وي، مګر د نمونه ازماېښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سرې H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.

$$1 - 0{,}954 = 0{,}046\ (4{,}6\%).$$

ب -
که باور ونه لري، بلکه $p = 0{,}7$ تيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0{,}75$ ناتيک ده، مګر دا د نمونهازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوي دی.
سرې دا ناتيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې $p = 0{,}7$ تيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$ شميرو

داتا:

$$n = 120\,;\ p = 0{,}7\,;\ \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0{,}3} = \sqrt{25{,}2} \approx 5{,}02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څېړني لاندې نيسو

$$\left[\ldots \{69 \ldots 80\}\ \underbrace{\{81 \ldots 84 \ldots 87\}\ \{88 \ldots 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0} \ldots \right]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\right] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\right]$$

$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 3{,}09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

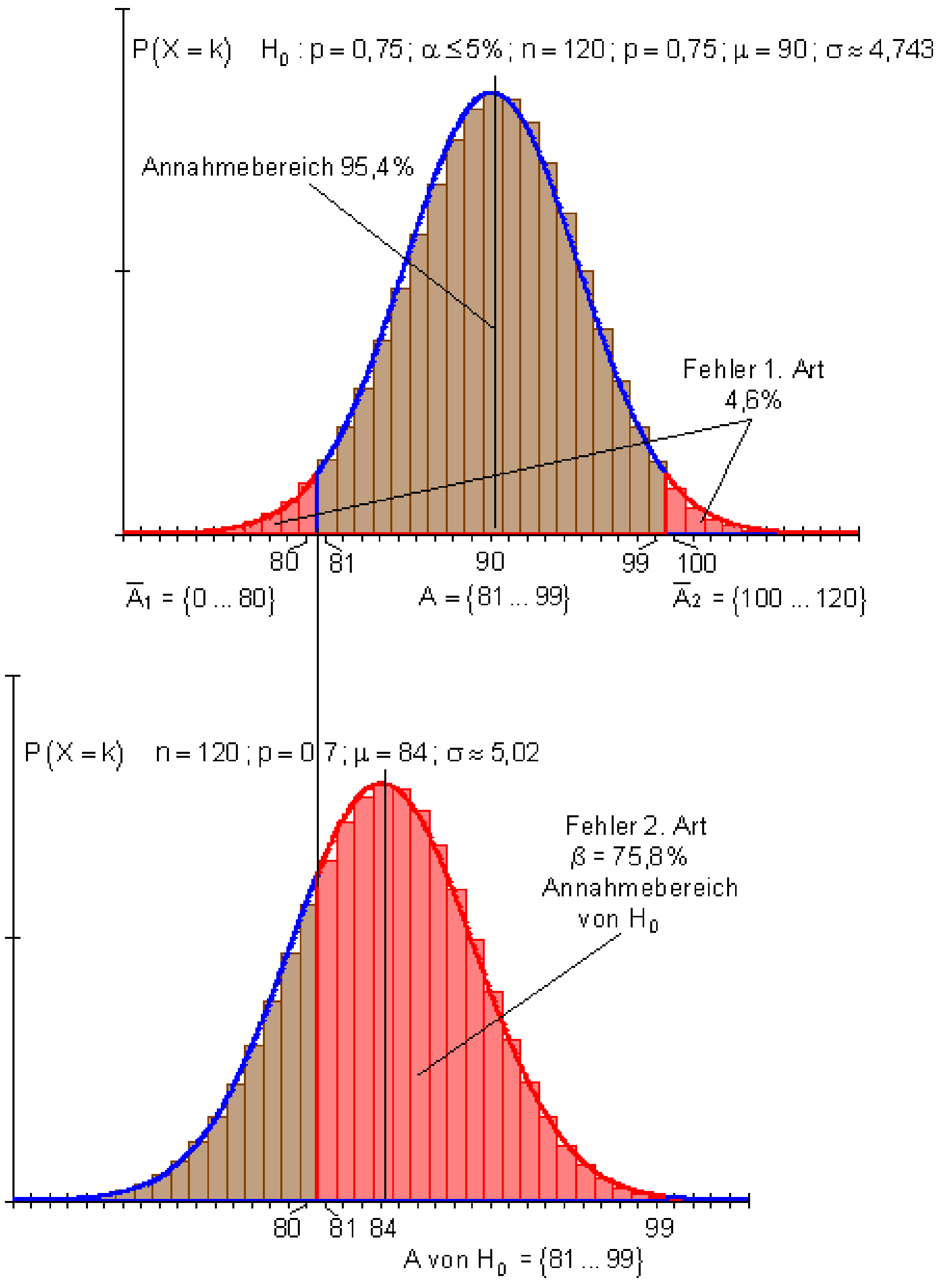
$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{\sqrt{25{,}2}} \approx 0{,}70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0{,}516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0{,}516) \approx \underline{\underline{0{,}758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او $p = 0{,}7$ تيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفر هیپوتیز به په ناټیک ډول قبوله شي. دا نآتیکاوی د دویم ډول ناټیکاوی بلل کیږي.
دا 75,8% دی او د لومړي ناټیکاوي د 4,6% سره په پرتله خورا لوی دی.



څلورم: مفصل حل:

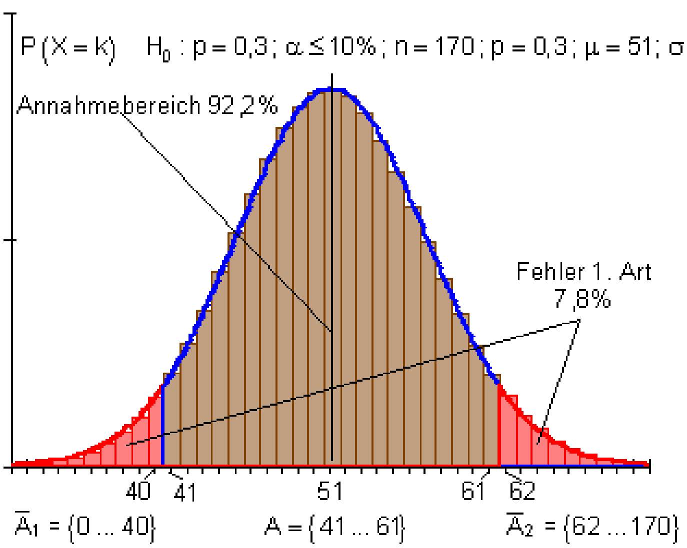
الف- د پوښتنې شننه او د هیپوتیز راوړنه یا ځا په ځاي کونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

و دې ازمايل شي، چې ايا د $p = 0,3$ احتمالوالي سره يو ټاکلی د کتې ګډون يا کمبينيشن رامنځ ته کيږي. دا چې نه پورته لور ته يا کښته لور ته د يوه يواځنی انحراف اټکل يا ګومان رامنځ ته کيدی شي، نو دا يو دوه اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دی.

د هيوپوتيز ازماېښت دی:
صفر هيوپوتيز: $H_0 : p = 0,3$؛ بديلي يا الترناتيو هيوپوتيز $H_1 : p \neq 0,3$.
د رده ونې ورشو، چې د10% سيګنيفيکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کيږي يا خورشېږي.

ارزونه:
که $p = 0,3$ ټيک وي، مګر که نمونه ازماېښت په توکلي توګه د ردونې په ورشو کې ولويږي، نو سړی په ناټيکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 بايد رد شي. د لومړي ډول ناټيکاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابردی،
يعنې $1 - 0,922 = 0,078$ (7,8%) .



ب – که H_0 باور ونه ړي، بلکه $p = 0,2$ ټيک وي، دا په دې معنا، چې هيوپوتيز $p = 0,3$ ناټيک ده، مګر نمونه ازماېښت توکلي د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناټيک ډول سړی H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطي چې وکړي دويم ډول ناټيکاوی دی. دا ناټيکاوی سړی داسې شميري، د فرضيې يا نيونې لاندې، چې $p = 0,2$ ټيک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.
$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$ دشميرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 170;\ p = 0{,}2;\ \mu = n\cdot p = 170\cdot 0{,}2 = 34$$

داتا:

$$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{34\cdot 0{,}8} = \sqrt{27{,}2} \approx 5{,}215 > 3$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انتروال تر څیرني لاندې نیسو

$$\left[\ldots\{7\ldots 27\}\ \{28\ldots 34\ldots 40\}\qquad \underbrace{\{41\ldots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\qquad \ldots\right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 5{,}27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 1{,}25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0{,}789$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0{,}789) \approx \underline{\underline{0{,}106}}$$

ارزونه:

که H_0 ناټیک او $p = 0{,}2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم 10,6% د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفر هیوپوتیز به په ناټیکه توګهونیول – یاقبوله شي. دا د دویمډول ناټیکاوی بلل کیږي. دا 10,6% دی او لومړي ناټیکاوي ته په پرتله د 7,8% سره په خورا لږه توګه لوی دی.

د دې څیره په لاندې مخ کې ښکنل شوې ده.

پوښتنې:

د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوې توکلي یا تصادفي متحولي یا اووښتوني (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشني د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.

له دې د مخه څیره په لادې مخ کې

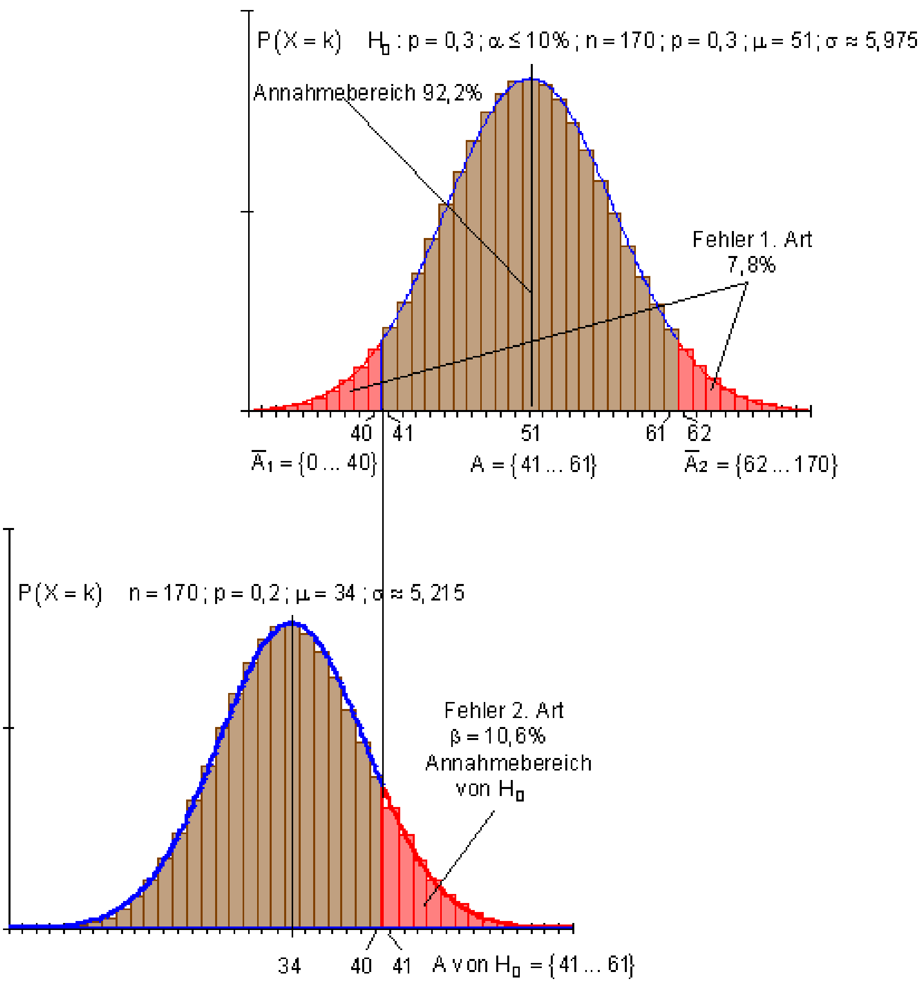
لومړی: د ،، شلمرلند،، فیرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیرما یې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاویار(د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له 5% څخه هم ټیټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي.

اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنې ولري.

،، ارزان غزا،، دا ردوي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

،، له 5% کم پاکټول کموزني ده،،.
یو د 300 کسانو خپلواک کمیسین دا پاکټونه څیړي.
د دواړو فیرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر یوه هیو هیوپوتیز ارزښت د زیات له زیاته 5% د یوه سیګنیفکانځنیو سره غوره کوي. پیښي تشریح کړئ یا کومنتار په ورکړئ.
دویم: د یوې لیسې په اخرني نمرو کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمښت لروده. په سمستر جریان کې دې رده کوونکو ته په دې کریتیکل مضمونونو کې د کورسونو وړاندیز کیږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمښت لري.



الف- کیدی شي سړی زیات له زیات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلي ځلي بریالئ وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – صفر هیوپوتیز د تستپه بنسټ ردیږي. د لومړي ناټیکاوي ډول څومره لوي دی؟
دریم: یوې څیړنې ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي ګولۍ.
د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزیاتې ګولۍ(ګولۍ ۱ او ګولۍ ۲) و کاروي.
الف- یو د کلینیک ډاکتر ثبوتوي یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولۍ ورکوي او کره کوي، چې له دوي څخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.
Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \le 0,6$ verworfen werden?
دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشمیرئ.
ب – د دویم ډول ناټیکاوی څومره لوي دی، که د ترخې ګولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دویم ډول ناټیکاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او ردونې ورشو څنګه تغیر خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناټیکاوی په نخښه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بینوم وېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړی: د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پهځای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو یا علاقو په بنسټ مختلفئ هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلوني – او ردوني ورشو هم توپیر پیدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفرهیوپوتیز H_0 : $p \le 0{,}05$؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p > 0{,}05$: .

دا یو ښي اړخیز هیوپوتیز ازمایښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0{,}05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفرهیوپوتیز H_0: $p \ge 0{,}05$ ، بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز H_1 : $p < 0{,}05$.

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهیوپوتیز H0 : $p \le 0{,}05$ سیګنیفیکانس نیو(s-niveau) $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300\,;\ p = 0{,}05\,;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انتروالونه شمیرل کیږي:

$$\{\ \ 5\%\ \ \}\{\ \ 90\%\ \ \}\{\ \ 5\%\ \ \}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو.

له دې سره به $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 15 + 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 21{,}19$ په21 راټوله یا راګرده شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولې

$A = \{0 \ldots 21\}$	د H0 لپاره د منلو ورشو	باور لري:
$\overline{A} = \{22 \ldots 300\}$	د H0 لپاره رده ونو ورشو	

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولرى:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : p≥0,05 سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0{,}05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انتروالونه شميرل کيږي:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A=\{9\dots300\}$ $\bar{A}=\{0\dots8\}$

د ازمایلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0\le X\le 8)\le\alpha=5\%$$

$$\{0\dots8\}\{9\dots15\dots21\}\{22\dots300\}$$

$$P(0\le X\le 8)=\frac{1}{2}\left[1-P(9\le X\le 21)\right]$$

$$P(9\le X\le 21)\Rightarrow r=6{,}5\Rightarrow z=\frac{r}{\sigma}=\frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}}\approx 1{,}72\Rightarrow P(9\le X\le 21)\approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(0\le X\le 8)\approx\frac{1}{2}[1-0{,}915]=0{,}043$$

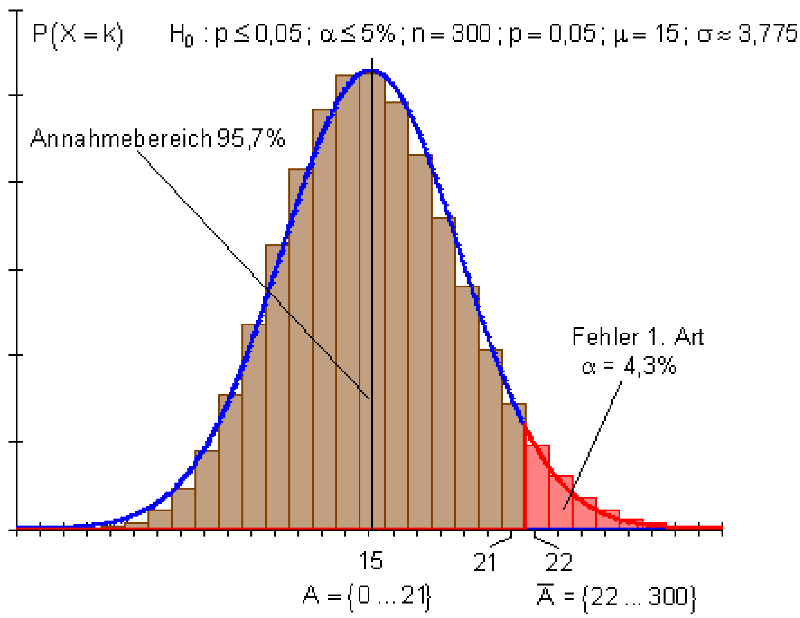
ارزونه: یوه مخامخ کونه یا مخامخ سره درونه ښایي:

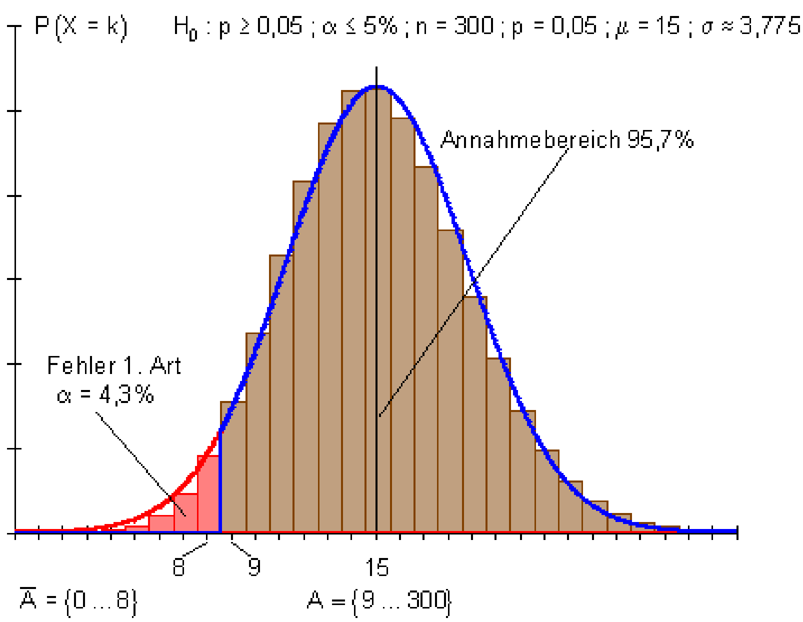
،، ارزانه غزا،،	،،شلمرلاند،،
هیوپوتیز: $H_0:p\ge 0{,}05;H_1:p<0{,}05$ $A=\{9\dots300\}$ $\bar{A}=\{0\dots8\}$ کیڼ ا ړخیز تست لومړي ډول ناتیکاوی: 4,3% که په کنترول کې له ۹ پاکټونو زیات کموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دي څخه بیا، ،ارزانغزا،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دي مخ ته ځي، چي له 5%کم کموزنیز پاکټونه لري. که د کنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 کې پرته وي باید په حقیقت کې H_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي بنوول شوي.	هیوپوتیز $H_0:p\le 0{,}05;H_1:p>0{,}05$ $A=\{0\dots21\}$ $\bar{A}=\{22\dots300\}$ ښی اړخیز تست لومړي ډول ناتیکاوی: 4,3% که په کنترول کې له ۲۱ پاکټونو زیات کموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دي څخه بیا، شلمرلاند،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دي مخ ته ځي، چي د 5% څخه زیات ټول پاکټونه کموزنه دي. د غولني ګومان به سخت یا جدي شي. که د کنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 کې پرته وي، باید په حقیقت کېH_0 قبول شي، له دي سره څه نه دي بنوول شوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه بني اړخیز هیپوتیزتست پرتله کونه د یوه کیڼ اړخیز هیپوتیز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کیڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتیکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی.





(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباهي احتمالوالي شميرنې لپاره يادونه.

د هر ردېد ونکي ورشو د انتروالاحتمالوالي شميرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسيده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سيومتريک دي.

برابر [اپيريال وړانګې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوې مټې يا ستنې بينوميالوېشنه په ګوته کوي يا ښايي.دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظارارزښت سره سيومتريک دي. يوه ټيک شميرنه به دبينوميالوېشنې ارزښتونو سره د يوې د 4,9% ناټيک ښې اړخيز تست سره اود 3,4% ناټيک کيڼ اړخيز تست يا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپير په $p = 0,05$ د بينوميالوېشنې د اکستريم يا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دويم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه

که د ښوونکو انګاژما يا فعاليت بريا لروده؟ که هو، بايد له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت يا ضعف وښايي. څېرنه بايد وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز راوړل کيږي يا ځا په ځای کيږي:

صفر هيوپوتيز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بديل هيوپوتيز H_1: $p < 0,15$.

صفر هيوپوتيز دې ټيک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سړی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,15$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 140;\ p = 0{,}15;\ \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0{,}15 = 21$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0{,}85} = \sqrt{17{,}85} \approx 4{,}225 > 3$$

د 5% يوه سيګنيفيکانس نيو   سره لاندې انټروالونه ر ښيرني لاني نيسو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 21 - 1{,}64 \cdot \sqrt{17{,}85} \approx 14{,}07$ په 14 راګرديږي.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولې

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهوني ورشو	$A = \{14 \ldots 140\}$ $\overline{A} = \{0 \ldots 13\}$

د رده وني ورشو د شميرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \le X \le 13) \le \alpha = 5\%$$
$$\{0 \ldots 13\}\{14 \ldots 21 \ldots 28\}\{29 \ldots 140\}$$
$$P(0 \le X \le 13) = \frac{1}{2}\left[1 - P(14 \le X \le 28)\right]$$
$$P(14 \le X \le 28) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 1{,}78 \Rightarrow P(14 \le X \le 28) \approx 0{,}925$$
$$\Rightarrow P(0 \le X \le 13) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}925] = 0{,}038$$

ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.

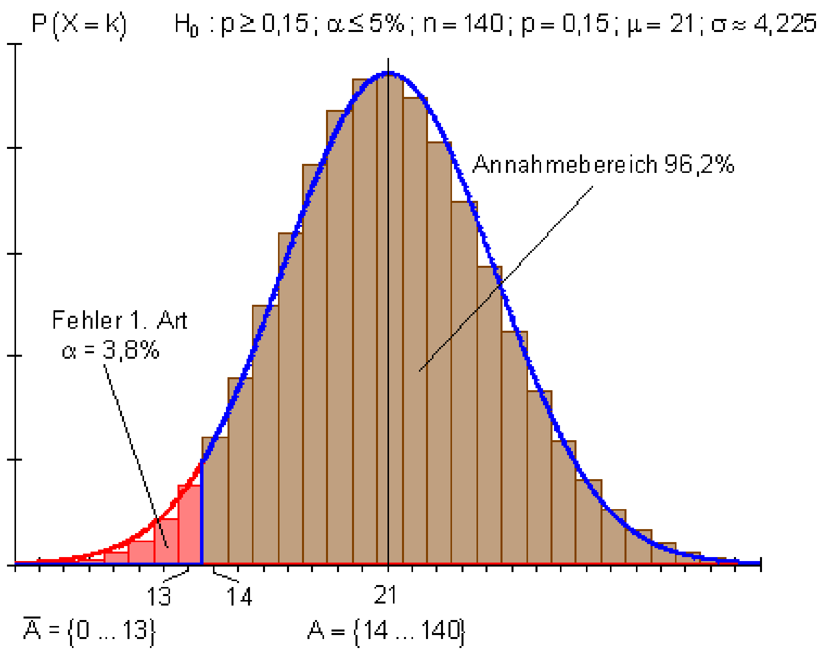
د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.

دا چې ١٨ زده کوونکي نوي څل کمبنت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لويږي يا پرېوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرهیوپوتیز باید وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار یې باید شوی وی یاکیده، کمښت لري. سرې له مثبت تغیر څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعالیت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د دې واقعیت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، یعنې له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې یې چې انتظار باید شوی وی، کمښت ښايي، باید د صفرهیوپوتیز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلونې ورشو لاندې پوله نیسي ، د لومړي ډول ناټیکاوی تغیر خوري. د قبلونې – او ردونې ورشو په لاندې توګه تغیر خوري.

د قبلونې ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردونې ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناټیکاوي احتمالوالی د ردونې ورشو له لارې ټاکل کیږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

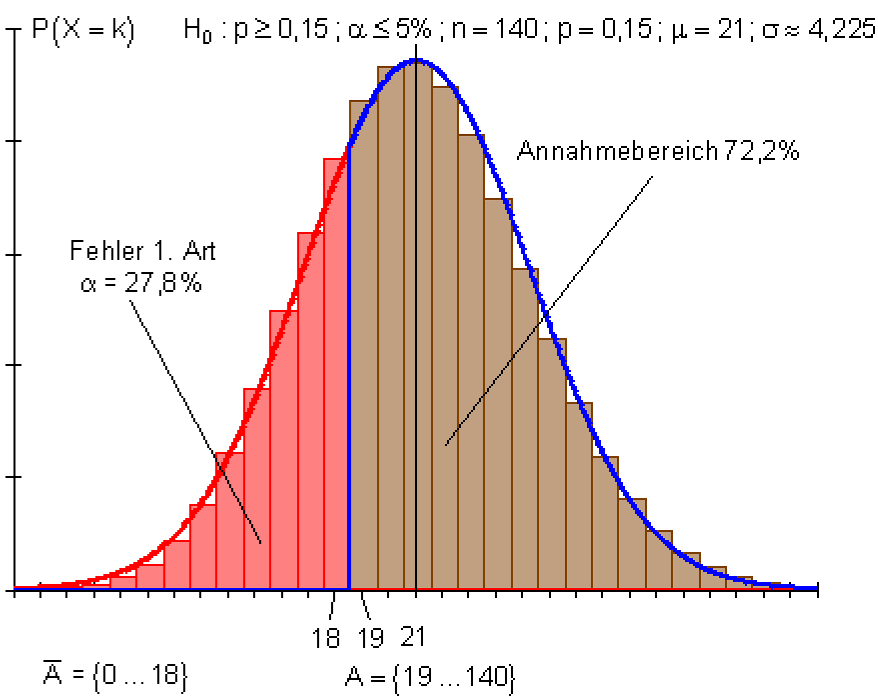
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 0{,}59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0{,}445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}445] = 0{,}278 = \alpha$$

ارزونه: د H_0 د قبلوني ورشو د کمښت یا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0د روني ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهیوپوتیز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دي پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالی نږدې یا څه ناڅه 27,8% دي. ویناء، چې دښوونکو فعالیت برابوې لروده، د یوې 27,8% غلطې سره شتون لري.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسې د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. ګومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښایي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیزH_0 : $p \leq 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیزH_1: $p > 0,6$

صفرهیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتتونه د H_0 په ضد دي . دا ږخیزه هیوپوتیزي یو ښي ازماېښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیګما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولې احتمالوالی.

$P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma)$ 1 که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرایط وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالتوته کوني تصادفي متحولي او احتمالولد جدول استعمال

1. انتروال و انتظار ارزښت ته سیومتریک دی.

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(65 \le X \le 85)$$

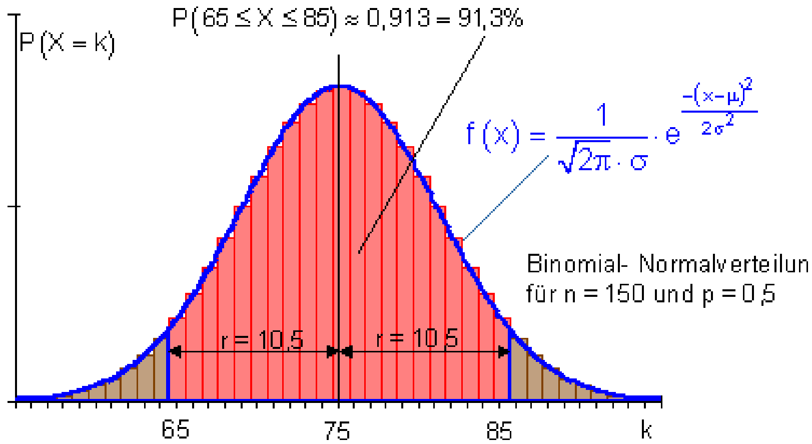
$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$[\ \dots \{\ 65\ \dots\ 75\ \dots\ 85\ \}\ \dots\ ]$ (سیومتریک انتروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپیریال وړانګه(شعاع):

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0{,}913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښي لورته د الماني پښتو: بينوميال-وېشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته k برياوو لپاره انتروال

$$n = 150;\, p = 0{,}5;\, P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right]$$

ترخنګ يا څنګيزه شميرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سيومترۍ دلايلو له امله دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(x \leq 65) + P(X \geq 85)$

او له دې سره

$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2\,P(x \leq 65) \;\; |:2$

$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2\,[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$

د نورمال وېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$

چاپيريالوړانګه

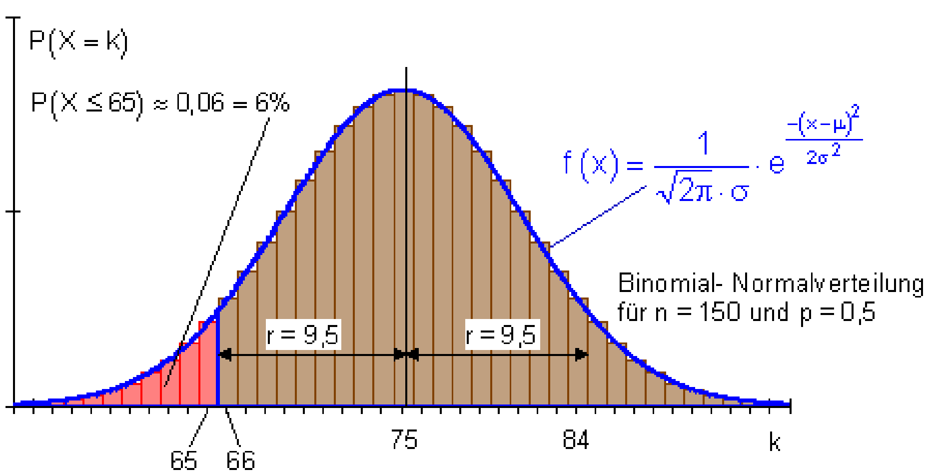
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انتروال

$n = 150 ; p = 0{,}5 ; P(X \geq 85)$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$[\{ 0 \ldots 65 \} \{ 66 \ldots 75 \ldots 84 \} \{ 85 \ldots 150 \}]$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

ترخنګ يا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سيومترى دلايلو له امله دى:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \,|: 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right]$$

$P(66 \leq X \leq 84) = P(65{,}5 \leq X \leq 84{,}5)$ د نورمالوېشنې لپاره

چاپېريالوړانګه:

$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

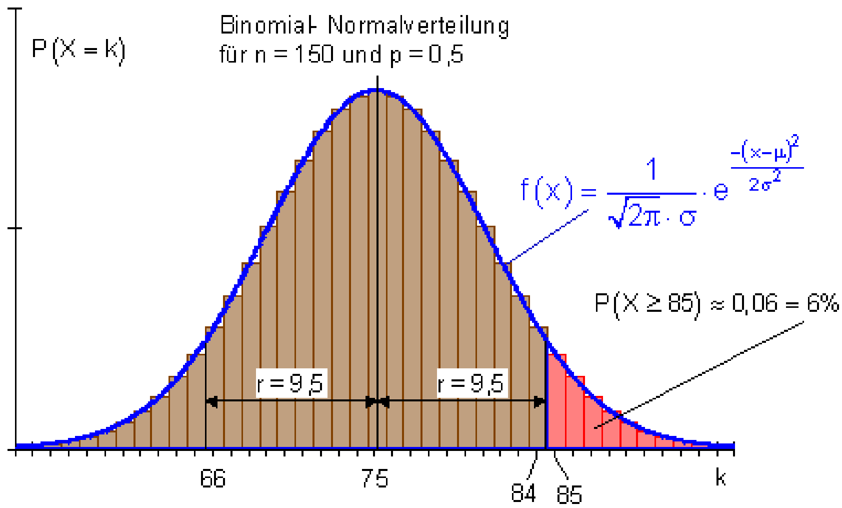
د $z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0{,}879$ ارزښت لپاره جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بینومیال-نورمالوېشنه یا نوره هم ښه :نورمال توټه کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سیومتري نه دی

$$n = 150;\ p = 0{,}5;\ P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$\left[\ \ldots \{65 \ldots 69\}\{70 \ldots 75 \ldots 80\}\{81 \ldots 85\}\ \ldots\right]$$

ږدو:

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$
$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګيزه يا فرعي شميرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسيمپټوټي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال ويشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$

چاپيريالوړانګه:

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ لپاره جدول ارزښت دی $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913$.

د نورمال ويشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69{,}5 \le X \le 80{,}5)$

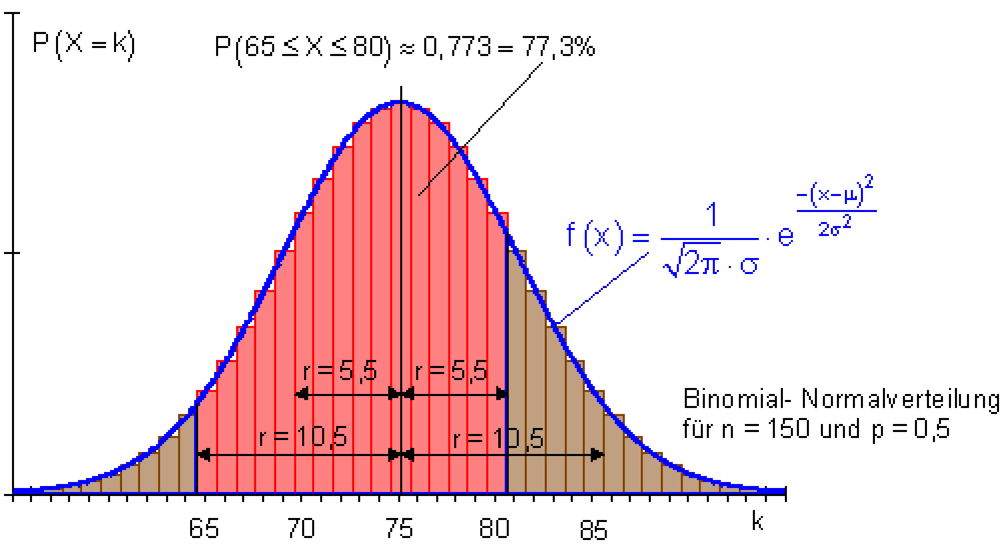
چاپيريالوړانګه:

$$r = 80{,}5 - 75 = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 0{,}9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right] \approx \frac{1}{2}[0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د یوه له مخه ورکړل شوي چاپیریال احتمالوالي وړانګې شمیرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots 75\ldots ?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

Z=1,64 (د 90%- چاپیریال لپاره دول ارزښت)

د چاپیریال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې یا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتریک پروت وي.

ګردونه: $[\;\ldots\;\{65\;\ldots\;75\;\ldots\;85\}\;\ldots\;]$ انتروال انتظارارزښت ته سیمتریک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

چاپریالوړانګه $r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$

د z لپاره جدولارزښت

$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$

کنترول چې ایا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\;\ldots\;\{66\;\ldots\;75\;\ldots\;84\}\;\ldots\;]$ د انتروال کوچنی کیدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپریالوړنګه

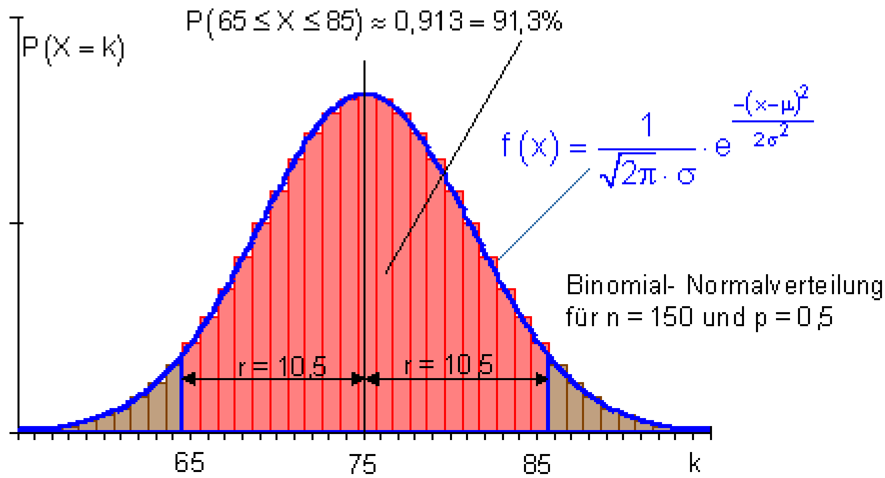
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپږم: د نورو احتمالوالي شميرنې لپاره ورته ډول تلنه کيږي. (دلته %95 -چاپيرېال)

$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;$

%90 - چاپرېال: $[\ldots\{?\ldots 75 \ldots ?\}\ldots]$

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{matrix}$$

z=1,96(د %90 - چاپيرال لپاره جدول ارزښت)

چاپيريالوړانګه: $r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 6{,}124 \approx 12{,}00$

لاندې پوله يا ليميټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردونې لپاره فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 95% -چاپیریال دې انتظارارزښت ته سیومتریک وي.

ګردونه: $[\ \dots \{ 63 \dots 75 \dots 87 \} \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62{,}5 \le X \le 87{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره.\

$r = 87{,}5 - 75 = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 2{,}04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}04$ چاپریالوړانګه

د z لپاره جدول ارزښت

$z = 2{,}04 \text{ ist } 0{,}959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}959 = 95{,}9\%$

کنترول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

$I\ [\ \dots \{ 64 \dots 75 \dots 86 \} \dots\ ]$ د انتروال کوچنیوال

$r = 84{,}5 - 75 = 11{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}88$ چاپریال وړانګه

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1{,}88 \text{ ist } 0{,}94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0{,}94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ خورا ښه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندي د شمیرپوهني پښتوټول کتابونه په المان کي د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دريم: د شمیرپوهني ستر کتاب : د شمیرپوهني برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسي د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کي چاپ او دا نوې لیکنه به یي څنو ځایونو غزېدلي او څني ځایونه تري لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: څمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کي شمیرنه، د کټي – او کټي د کټي شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولي اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهني انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنخیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: *Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)*

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې د برېنککن لیکنې چې له پرېنمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهني ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهني برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ ـــ الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه يا سټ تيوري

۱۹ ـــ د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ ـــ د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، څو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ ـــ د شميرپوهنې انګريزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ ـــ د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ ـــ د شميرپوهنې پښتو ډکشنري د شميرپوهنيزو وييونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه ليکنې دي، چې ځنې يې په نړيول جالونو کې خپرې شوي دي.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۷ ـــ د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

ـــ د شنوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرې شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

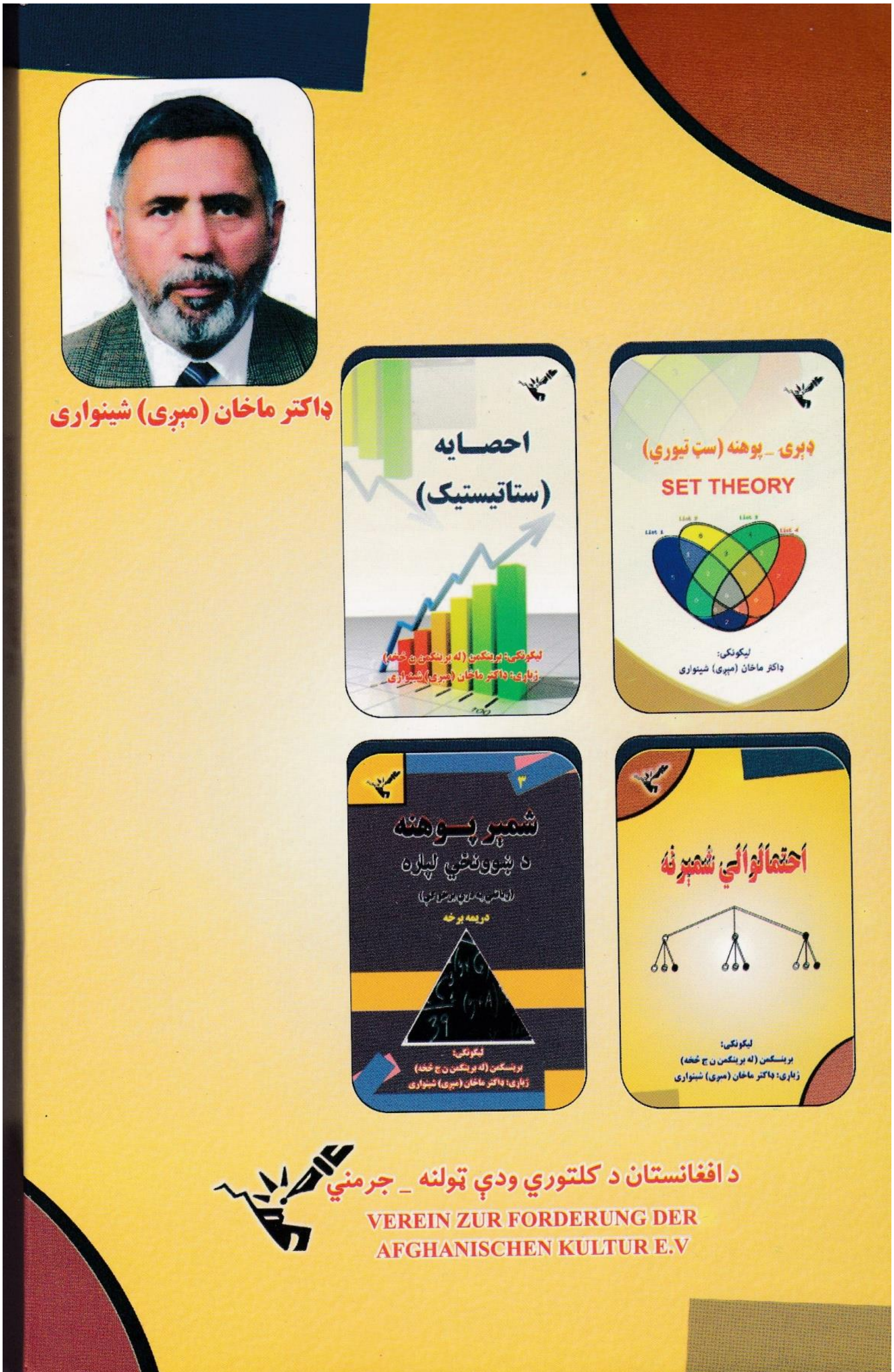
د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرې. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library