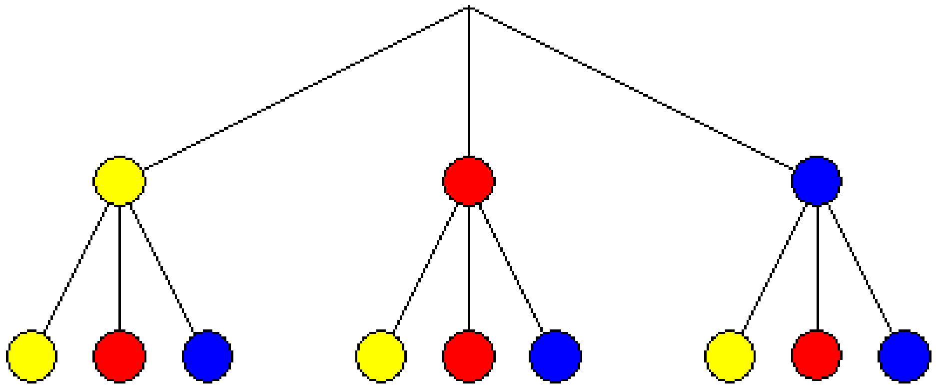
احتمالوالي شميرنه



ليکونکی: برينکمن(له برينکمن ن ج څخه)

ژباړونکی. ډاکتر [illegible] خان ([illegible]) شنواری

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پېژند

د کتاب نوم احتمالوالي شميرنه

ليکونکی: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميرې شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړی

خپرندوی : د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودریږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کتبه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو ليکونکو پروفيسرانو څخه زياته مننه، چې د ليکنو څخه يې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د ليکنو د ژباړې په هيڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې يوازې په يوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ويونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفيسرانو له خوا په پوهنيزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندويانو او په تيره بيا د مشر تابه څخه زياته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه يې د دې ليکنو زياته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کليوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زياته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنير ريحان الدين حساس، ښاغلي ډپلوم انجنير محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بيان، ښاغلي ډپلوم انجنيرمحمد ايوب بيان، همداسې زما د ملګري اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنير او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شينواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسين شينواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له ميرمن ښاپرۍ څخه ډېره زياته مننه، چې زما د ليکنو- نه دا چې مخه يې نه ده نيولې- پوره ملاتړ کړي.

بيا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شينواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نيوليک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

احتمالوالي شميرنه ۱
تصادفي يا توكلي پيښې ۱
تصادفي يا توكلي تجربې ۲
د يوه سترګيز يا سترګيز مكعب غورځول ۲
ډېرپريزه تصادفي تجربې ۴
دويم: په احتمالوالي شميرنه كې پيښې ۱۳
دريم: په احتمالوالي شميرنه كې د پيښو تړنه ۱۸
د ډېريو يا سټونو A او B ټولنه يا اتحاد ۲۱
د دوه ډېريو A او B كمښت -ياكمونډېرۍ (باقي سټ) ۲۲
ټولو پيښو ته بيلګې ۲۲
څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته ۳۲
نسبي ډېروالى ۳۲
د احتمالوالي تعريف: ۳۳
د لاپلاس تجربه ۴۰
پنځم - دډېرپوړيز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالى ۵۷
شپږ م – په احتمالوالي شميرنه كې د مرتبان مودل ۸۰
د مرتبان مودل ۸۰
اوم - د تړلو پيښو سره احتمالوالى ۸۶
اتم - شرطيز احتمالوالى ۹۴

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیبنو خپلواکوالی ۱۰۰

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګڼلو(شمیرلو) ۱۳۳

د مرتبان مودل سره مودل کول ۱۴۲

لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي ۱۷۷

توکلي متحولې یا تصادفي متحوله...... ۱۷۹

د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې توټه ۱۸۹

د احتمالوالي وېشنه یا په برخو توټه کونه: ۱۸۱

د یوه احتمالوالي برختوټه ونې انتظارارزښت ۱۸۲

د X د انتظار ارزښت ۱۸۴

یوولسم - د برنولي – ازماېښت ۲۲۱

د یوه تار لباره دk بریاوو سره احتمالوالی ۲۲۴

دولسم - انتظار ارزښت

او معیارې په څنګ کیدنې ۲۷۶

بینومیال وېشل شوې تصادفي لویه ۲۷۶

دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی ۲۸۳

څوارلسم - د بینومیالوېشنې اپروکسمیشن ۲۹۲

د نورمالوېشني یا - پاشنې له لارې ۲۹۲

پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه ۲۹۸

شپاړسم:د هیوپوتیزې ازماېښت ۳۰۶

اووه لسم – هیپوتیزې ازمایښت ته بنستونه ۳۳۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول ارزښتونه ۳۷۳

د نورمالېوتېه کونې تصادفي متحولې ۳۷۷

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانګه کې د ښوونځيو لپاره له درې لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالوالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکيږي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبيونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هرومرو به ناتيکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوي نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلې ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوينې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانګه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وړدې ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لګښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان ،، ميرۍ،، شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی شمیرنه

لومړی- . توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالي شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت څخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د اختمالوالي پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پیښیدني وړاندوییني او پلانکوني متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالي شمیرنې دنده په دې کې ده، چې پیښې تر څیړنې لاندې ونیسي د تصادفي پیښیدو(وتون) سره چې د ممکنه قانونمندۍ سره دا وړاندوییني د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

تصادفي- یا توکلي تجربه

د دانې(شپږسترګۍ) یا د لوبو مکعب غورځولو سترګیعدد(-ګڼ) د تصادف یا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبې په خوښه زیات واره تکرار کیدونکي عملیې دي، چې د هغو سره د سترګیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسي تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تصادفي-توکلي تحربې:

یوه تصادفي تجربه یوه تجربه ده د لاندې خویونو(خواصو) سره:

- د برابرو شرایطو لاندې په خوښه زیات تکرارو ړ ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پایلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پایله مخ له مخه کتنو ړ (لیدوړ) نه ده.

بیلګه :

د یوه سترګیز یا سترګیز مکعب غورځول:

- په خوښه زیات تکرارو ړ دی.

-لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راړنې شتون لري.

- پایله مخ له مخه لیدوړ نه ده.

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

یو پوړیزې تصادفي تجربې:

که یوه تصادفي پیښه یوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د یوه یو پوړیزې تصادفي پیښې غږیږو یا دا یو پوړیزه تصادفي پیښه بولو.

بیلګه:

	ممکنه نتیجې
یو ځل د یوې دانې یا لوبو مکعب غورځول.	۴
یو ځل د یوې پیسې غورځول	عدد (نه محراب ممبر)
د فوټبال په لوبې بایلونې باندې یو ځلې شرط.	بریا

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوره په یاد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري یوه مخ یې چې عدد (ګڼ) وربانديې کښلی دی په Z سره ښایو (له الماني چې عدد یا ګڼ ته وايي) او بل مخ یې چې محراب ممبر پرې کښل شوی ، د W سره ښایو (چې د الماني ځخه رانیول شوی او بیرغ ته وایي. هیله ده چې دا ستونځې به غبرګې سره ګالو).

نتیجه:

د تصادفي پیښي پایله د پایلي یا نتیجي په نامه بولو.

بیلګې:

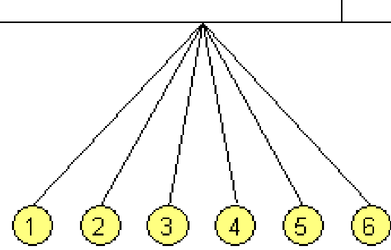
تصادفی تجربه	نتیجه ستې(- ډېرى)
د یوه سترګیز مکعب یو ځل غورځونه	S = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
د یوې پیسي یوځل غورځونه	S={ عدد، محراب ممبر]
د بوسبال ولبې باى باندې یوځلي شرط	S={ وړنه، مساوي، بایلنه}

تمرین:

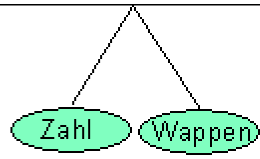
درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښنو ستې سره ورکړی.

د یوې تصادفي تجربې د نتیجو ډېرئ(- ستې) انځورونه

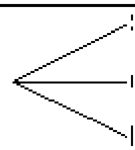
د نتیجو ستې کیدی شي د ستې لیکدود په ډول یا د ونې دیاګرام په توګه هم انځور شي.

د ستې لیکدود په ډول انځورونه	د ونې دیاګرام په توګه انځورونه
د یوه ګټونو یا اعدادو مکعب (سترګیزې دانې) یو ځل غورځونه S = {1; 2; 3; 4; 5; 6} پیښنه ډېرئ یا ـستې	

(c) ketabton.com: The Digital Library

 ممبرنښان عدد	یا یوې پیسې یو ځل غورځونه پیښه ډیرئ(- سټ): S= { د پیسي مخ(عدد)، - څټ(ممبرنښان}

د فوټبال د لوبې پای باندې یو خل شرط

	بریا، برابر بایلنه	پیښه ډیرئ(- سټ): S= {بریا ، برابر، بایلنه}

نتیجه او نتیجه سټ:

د تصادفي تجربې نتیجه د ډېرو وتون امکاناتو یو ګونی یا یو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتیجو ټولګه د نتیجو سټ (نتیجه -ډېرى) بلل کیږي.

$$S=\{e_1;e_2;e_3;\ldots;e_n\}$$

ډېر پوړیزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له ریاتو یو په بل پسې یو پوړیزو تجربو توګه وي ، ډېر پوړیزې تصادفي تجربې بلل کیږي.

بیلګه:

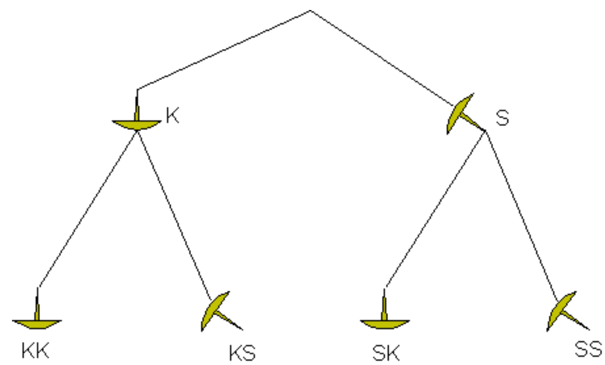
دوه واره د یوه کاغذي میخ یا کاغذ ستن غورځولو نتیجه ډېرئ(-سټ) د یوپوړیزې تجربې سره:

د یوپوړیزه تجربې نتیجه ډېرئ(-سټ)

S= {څوکه، سر } په لنډه بڼه: $S=\{S;K\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې دياګرام له لارې انځورونه:



نتيجه د ونې دياګرام څخه ساده لوستل کيږي:

$$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$$

څلور ممکنه نتيجې لرو. په ونه دياګرام کې مو هر تار يوې نتجې ته لارښودوي،

تمرين: په يوه مرتبان کې 2 شنه (g) او يوه اسمانرنګه غونداري(کرې) (b) پراته دی.
دوه غونداري د لاندې قانون له مخې راباسو:

يو په بل پسې په هر ځل يو غونداری اوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. ونه دياګرام
وکاږئ او نتيجه سټ (- ډېرئ) جوړه کړئ.

ځواب:

ايا د فوټبال لوبې وتون)(يعنې پايونې) باندې شرط اېښوونه يو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زيات تکرارولړ دی.

درې ممکنه نتيجې شتون لري(برايليتوب، برابر پاتې کيدنه، بايلودنه)

نتيجه وړاندوېينوړ نه ده(يعنې وړاند وېينه نه پرې کيږي)

پس د فوټبال لوبې پايونې باندې شرط اېښوونه يوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر يوه د نتيجې سټ سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته ته:

د بخت ډولکی: S= {بایلښت، ګټنه}

کتابچه میخ: S = {څوکه، سر}

د بخت څرخی

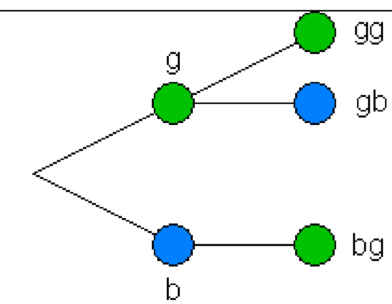
د 8 برخو سره: S= {1,2,3,4,5,6,7,8}

حل: په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداري (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری(که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری بې له بېرته ایښوني یا بې له بېرته د وراچوني سره   راوېستل کیږي..

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرۍ) جوړه کړی.



نتیجه- سټ

$S = \{(gg); (gb); (bg)\}$

حل:

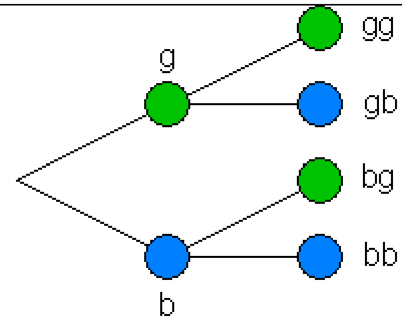
په یوه مرتبان کې *2* شنه غونډاري (غونډوسکې) *(g)* او یو اسمانرنګه غونداری (غنډوسکې) *(b)* پراته دي .

دوه غونډاری د لاندې قانون سره راوېستل کیږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډاری له بیرته ایښوني یا له بیرته د وراچوني سره راوېستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ست(-ډېرئ) جوړه کړئ.

	نتیجه – سټ $S = \{(gg); (gb); (bg); (bb)\}$

پوښتنې

تصادفي تجربې، ونه دیاګرام، نتیجې سټ(-ډېرئ) I

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږئ؟ غوره خویونه یې وښایئ.

دویم: څلور تصادفي پېښې د هغو د خویونو سره ورکړئ یا په ګوته کئ

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینګر او 20 زېړ باتینګر د همغه لویوالي سره پراته دي. . د کارتن څخه په پټو سترګو یو په بل پسې باتینګر راوېستل کیږي(بې له بیرته اینوولو سره) ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو سټ(ډېرئ) S یې سم کړئ.

څلورم – په یوه بوتل کې 5زېړ ، 3سره او4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوېستل کیږي(بې له بیرته اینسولو) ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو سټ(ډېرئ) S یې سم کړئ.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړئ مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکی هغه دئ، چې به لومړي ځل دوه لوبې وګټي.

ونه دیاګرام وکاږئ او د نتیجو سټ(ډېرئ) S یې سم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم-

یو کوتۍ 2سره او4 تور غونداري یا غونډوسکې (کرې) لري (یا په کوتۍ کې ... پراته دي). له کوتۍ څخه به پټو سترګو یو په بل پسې غونډوسکې راوستل کيږي(بې له بيرته اينوولو يا بيرته وراچول)

ونه دياګرام وکاږۍ او د نتيجو سټ(ډېرۍ) S يې سم کړۍ.

اوم- په یوه خلته کې 7 چکلیټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زیړ او 5 سره دي. له خلتې څخه یو په بل پسې 3 چکلیټ راوستل کيږي (بې له بيرته اينوولو).

څومره شتونوالۍ شتون لرۍ، چې دا چکلیټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - یو د ګڼونو (اعدادو) یعنې نمره يې قلف له درې څرخونو جوړ دۍ، چې له 1تر 9ګڼونه یا اعداد لري . یو کس دا ګڼې یا نمرې پیژنـي، خو په خواشینۍ باید وویل شي، چې د نمروو ترتیب يې له یاده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، ونه دياګرام رسم کړۍ. ؛بونه یا اعداد7 ,3 او9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه یا ټېرونه یا کړۍ له درې برابرو برخو (Segments)
څخه چې سرو(r) ، اسماني (b) او شنو(g) دۍ جوړ دي. دواړه څرخونه یو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کيږي او په عین وخت کې درول کيږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړۍ. د شرایطو سره يې نتیجې (r , b)ورکړۍ، چې نتيجه د)
(b , r سره برابره نه وي. که د نتیجې سټ(ډېرۍ) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابروخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب يې په دليلونو سمبال کړۍ.
د یوه مسلکي ښوونځي 3 نارينه 2 ښځينه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچولکيږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او ځوک يې مرستيال شي. لومړۍ ريس او بيا پسې مرستيال ټاکل کيږي.

یو ونه دياګرام وکاږۍ او نتیجې S يې ورکړۍ.

حلونه (اوبیونـې)
تصادفي تجربې، ونه دياګرام، نتیجې I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

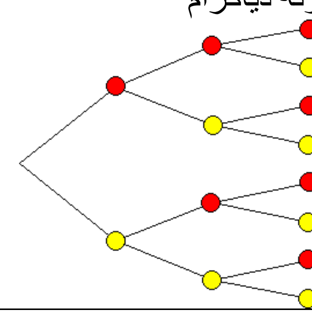
یوه تصادفی تجربه لاندې خویونه لري:

- د برابرو شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.
- لږ ترلږه دوه ممکنه نتیجې شتون لري.
- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

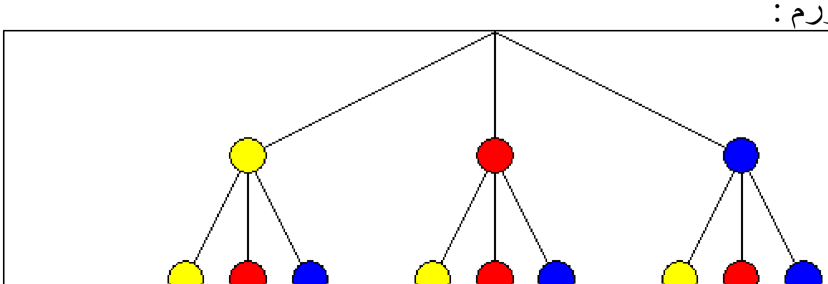
دویم:

تجربه	د حل سټ یا ډېری
الف – د داني یو وار غورځول	$S=\{1;2;3;4;5;6\}$
ب – د پیسي یو وار غورځول	$S=\{Z;W\}$
پ – د یوه بخت څرخ د 5برخو سره چې له 1 تر 5 بورې ګڼه یا نمره لری یو وار څرخول	$S=\{1;2;3;4;5\}$
ت – د یوه مرتبان څخه د2 غونډوسکو یا غونډارو راوېستل چې سره اوتور غونداری دي.	$S=\{rr;rs;sr;ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)

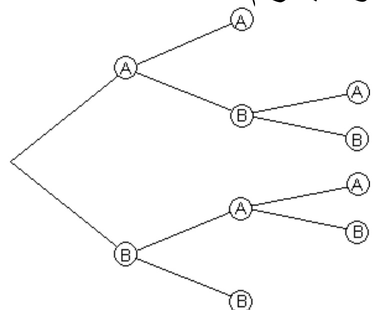
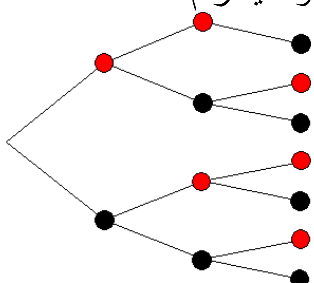
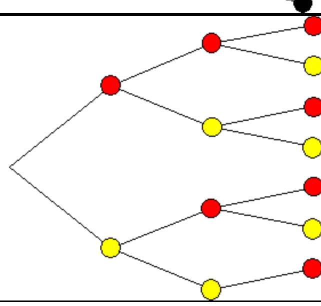
ونه دیاګرام	نتیجې:
	$S=\{rrr;rrg;rgr;rgg;grr;grg;ggr;ggg\}$

څلورم :



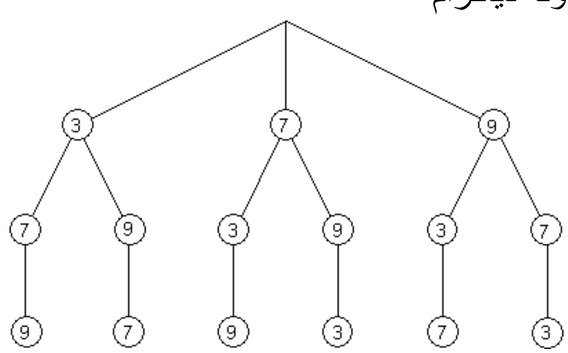
$S=\{gg;gr;gb;rg;rr;rb;bg;br;bb\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم : مفصل حل نتيجې: S = { AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB}	ونه یاګرام 
شپږم : مفصل حل نتيجې S = {rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss}	ونه یاګرام 
اوم : مفصل حل نتيجې S = {rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg} پس اوه امکانات شتون لي، چې له خلتې چکلیټ راوباسو	

اتم:مفصل حل

ونه دیاګرام



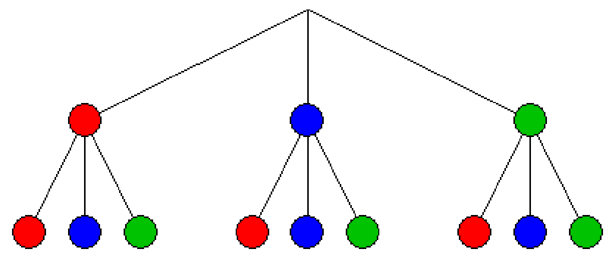
S = {379; 397; 739; 793; 937; 973}

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاګرام

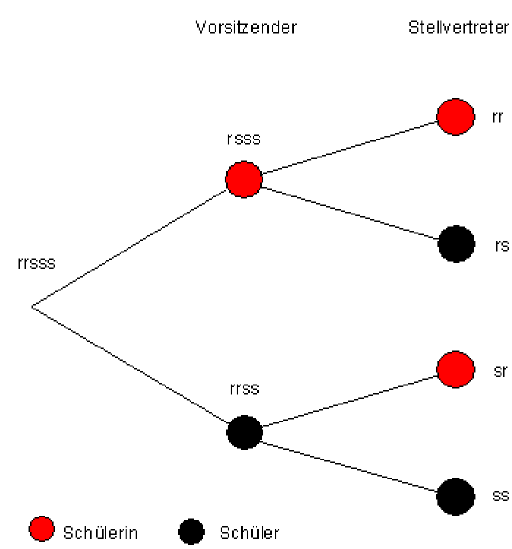


$S = \{rr; rb; rg; br; bb; bb; gr; gb; gg\}$.

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سړی کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واره و څرخوی.

لسم: ونه یاګرام

مرستیال ریس



ښی یا تور : نارینه ز. کین یا سور: ښځینه ز.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$

دلته w ښځینه او m نارینه زده کوونکي دي.

دويم - په احتمالوالي شمیرنه کې پیښې

پیښې

د یوه تصادفی تجربې نتیجه کېدی شي د پیښو په توګه را یوځای شي.

مورږ دانې دا یو ځل غورځول په پام کې نیسو.

نتیجه سټ یا نتیجه ډېرۍ له 6 ممکنه نتیجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتیجې په توګه A تعریفوو: غورځول شوی عدد یا ګڼ جوړه یا جفت دی.

نتیجه ډېرۍ له 3 ممکنه نتیجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتیجې ډېرۍ برخډېرۍ ده . د دې لپاره لیکو: $A \subset S$

پایله : د یوې تصادفي تجربې نتیجه سټ S هره برخسټ A, B, C, ... پیښه بلل کیږي.

د دې لپاره لیکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \ldots$

بیلګه:

یوه پیسه یو په بل پسې پرلپسې غورځول کیږي.

د ونه دیاګرام له لارې نتیجه سټ یا د نتیجې ډېرۍ S پیداکیږي.

$$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$$

A دې پایله (نتیجه) وي ، داسې چې دوه واره W ولویږي :. ست A څنګه ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A = \{(ZZZ);(ZZW);(ZWZ);(WZZ)\} \quad A \subset S$

تمرين :

B دې پيښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنګه ده ؟

تمرين:

C دې نتيجه وی، چې زيات له زياته يو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پيښو ډولونه چې په يوه خرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کيږي .

نتيجه سټ (د نتيجو ډېری) : $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

پيښه A : عدد له 9 ګوچنی دی:

$\Rightarrow \quad A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

نتيجه A د هرې تصادفي پيښې سره پيښيږي يا رامنځ ته کيږي ، دا متمأنه پيښه بلل کيږي: A = S.

نتيجه B: عدد له 7لوي دی:: $B = \{8\} \quad \Rightarrow$:

نتيجه B فقط يو توکی لري. دا ساده يا بنسټ پيښه بلل کيږي.

پيښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي $C = \{\ \}$ همداسې $C = \varnothing$.

نتيجه $C = \varnothing$ هيڅ وخت نه پيښيږي دا يوه نا ممکنه پيښه ده.

نتيجه D : عدد له 6 لوي دی. . پايله	$\Rightarrow \quad D = \{7;8\}$
نتيجه $\bar{D}$: عدد کوچنی يا برابر 6 دی. پايله	$\Rightarrow \quad \bar{D} = \{1;2;3;4;5;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$D\bar{D}$د مخامخ یا معکوسه پېښه ده.

د نتیجه سټ(-ډېرۍ) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېرۍ ډوله لیکنه: $\bar{D} = S \setminus D$ ، $\bar{D}$ سټ یا ډېرۍ ده fې له D .

د پېښې او معکوس پېښې تولنه یا اتحاد نتیجه سټ (- ډېرۍ) $D \cup \bar{D} = S$ ده .

مخامخ یا په ځټ یا معکوس پېښې ته بېلګې :

پېښه	معکوس پېښه
A: ځلور موټر زیانمن (خراب) دی	$\bar{A}$ لږ تر لږه 5موټر خراب دی
B:لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه یو موبیل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$ لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه تیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$ I : هیڅ یا دوه یا درې منې خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پېښې ته معکوس پېښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتیجه سټ S وټاکی.
دویم : پیښه ډېرۍ یا پیښه سټ و ټاکی

دریم : د پاتې – یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پېښې ډېرۍ جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .
د ساده کونې له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. تول د کمبینیشنونو امکانات د جوړ (H) او خراب (D) د پېښو ډېرۍS جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زیات له زیات څلور خرابيو شتونوالی شته د لږ تر لږه پنځه خربيو شتونوال شتون لري	S = {HHHHHH, DHHHHH, DDHHHH, DDDHHH, DDDDHH} = A {DDDDDH, DDDDDD} = $\bar{A}$

د حل امکانات ،، لږ .تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موبایلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات د غلا شوو(G) او نه غلا شوو (N) د پیښو ډېرۍS جوړوي..

لږ ترلږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته د لږ تر لږه یوه ملفون غلا امکانات	S = {GGGG, GGGN, GGNN} = B {GNNN, NNNN} = $\bar{B}$

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنګه نه دی،، لپاره.
د ساده کوني له امله له خورا زیات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمبینیشنونو امکانات (B) او نه اسمانینګه (N) د پیښو ډېرۍS جوړوي..

امکانات چې هیڅ موټر شین نه دی اکانات چې لږ تر لږه یو موټر شین دی	S = {NNNN} = C {BNNN, BBNN, BBBN, BBBB} = $\bar{C}$

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه تیک یوه منه خوسا ده،، لپاره.
موږ له درې منو څخه پیل کوو. د کمبینشن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N) یوه نتیجه ډیرۍ (-سټ) S جوړوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده	$\{FNN\} = D$
امکانات چې یوه، دوه یا هیڅ منه خوسا نه ده.	$S = \left\{ \begin{matrix} FNN \\ FFN \\ FFF \\ NNN \end{matrix} \right\}$, $\{FFN, FFF, NNN\} = \bar{D}$

تمرین: B دې نتیجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېرې څنګه ده یا کومه ده؟

حل : $B = \{(WWW)\} \quad B \subset S$

یادونه : دا چې د B سټ تیک یو توکی لري، په دې حالت کې له یوې ساده ـــ یا بنسټیزې پیښې عبارت دی.

تمرین : C دې نتیجه وي، چې خورا زیات یو ځل عدد را ښکاریږي. د C سټ کوم دی؟

حل :

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دریم - په احتمالوالي شمیرنه کې د پیښو ترڼه

د پیښو ترڼه

یوه دانه یو ځل غورځول کیږي. لاندې دوه پیښې منځ ته راځي.

A : د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B : د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

یوه نوې پیښه لکه چې ګورو لاس ته راځي :

C : د سترګیو تعداد له 3 لوې دی او د سترګیو تعداد یو جوړه عدد دی.

نتیجه C یوه له A او B جوړه د او-ترڼه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پیښې C ډېرۍ یا سټ څنګه ده؟

حل: $A=\{4;5;6\} \quad B=\{2;4;6\} \Rightarrow C=\{4;6\}$

د سټ یا ډېرۍ لیکدود له مخې دا په دې معنا دی

د A او B د اوترنه = د A او B غوڅډېرۍ یا قطاع = $C=A\cap B$

تمرین :

یوه نوې پیښه، لکه چې ګورو رامنځ ته کیږي:

D : د سترګیو تعداد یا ګڼون له 3 لوي دی یا د سترګیو عدد (ښه یې تعداد) یو جوړه عدد دی.

دا د پیښه د A اوB څخه یوه د یا – ترنه ده . دD پیښه څنګه لیکلی شو؟

د دې لپاره چې د پیښو ترنې یا عملیې جوړې کړو اړین دی، چې د سټتیوري (ډېرۍ پوهنه) باندې یو ځغلند نظر واچوو:

د ډېرۍ پوهنې یا سټ تیوري لنډیزI

د اعدادو(ګڼونو) سټ: د اعدادو سټ د یو له بل کره توپیروړ اعدادو ټولګه ده.

سټونه په لویو لاتین تورو په نخښه کیږي.

بیلګه:

M= {2,4,6,8,10}

2 د M توکی دی	$2\in M$
6 د M توکی دی	$6\in M$
3 د M توکی نه دی	$3\notin M$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سټونو لپاره ليکندود

ګڼنيزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه

په لغاتو يا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې يو طبيعي عدد دی.

تش سټ(تشدېرى)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته وييني يا ا فادې.

د او په معنا دی

د ډېريو يا سټونو لپاره ليکدود

شمېرنيزه انځورونه $A=\{1;2;3;4;5\}$

تشريحي انځورونه $A=\{x|1\leq x\leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: Aد ټولو x سټونو ډېرۍ ده، د کومو لپاره چې باور لري

x يو طبيعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېرۍ يا تش سټ $B=\{x|x\in A\wedge x>5\}=\{\ \}$

تش سټ کوم توکي نه لرى

سومبول $\{\ \}=\varnothing$ د تش سټ دليکلو لپاره برابرارزښته ليکندود دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\wedge$ منطقي او بلل کيږي

په سټونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوځډېرى)

$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$	$B = \{e; f; g; h; i; j\}$
د A او B د تقاطع سټ يا غوڅډېرئ $A \cap B$ (A قطعه شوى له B سره)	$C = A \cap B = \{e; f; g\}$
$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدې وخت کې په B کې هم پراته وي.	$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دى يا د A او B توکى دى.	د تقاطع سټ د دوه سټونو ترمنځ يوه د او ــ ترنه يا عمليه ده.

د ډېريو يا سټونو A او B تولنه يا اتحاد

$A = \{-4; -2; 1\}$	$B = \{2; 4; 6\}$
$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري	$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دى يا x په دواړو ډېريو کې پروتدى	د اتحاد سټ يا تولنډېرى د سټونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده

د سټونو نخښې، د منطق نخښې

$\cap$	غوڅ – يا قطع شوى	د سټونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ
$\cup$	تولنه يا اتحاد	
$\wedge$	منطقى او	د دوه ډېريو يا سټونو ترمنځ منطقى نخښې
$\vee$	منطقى يا	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دA برخډېرى يا سب سټ

ورکړ شوې ډېرىBد A يوه برخډېرى ده، ځکه چې د B هر توکى د A توکى هم دى.	$A=\{1;2;3;4;5;6\}$ $B=\{2;4;6\}$ $B\subset A$ په دې معنا چې B دA برخډېرى ده

د دوه ډېريو A او B کمېنت -ياکمونډېرى (باقي سټ)

د A او B کمېنتډېرى دA ټول هغه توکي لري، چې په B کې نه وي پراته. ليکنه يې: \ لوستنه يې. A بې له B	$A=\{1;4;9\}$ $B=\{0;2;4;6\}$ $A\setminus B=\{1;9\}$ $A\setminus B=\{x\mid x\in A\wedge x\notin B\}$ \ : په دې معنا چې ،،بې،،

$x\in A\setminus B$ په دې معنا چې : x پهA کې پروت دى، مګر نه په B کې

ترلو پيښو ته بيلګې

سترګى مکعب بيا غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي:

A: د سترګيو ګڼون يا تعداد يې له څلورو کم دى.

B : د سترګيو تعداد يې يو ناجوړه (طاق) عدد(ګڼ) دى.

C : [4 ; 5]

$A\cap B$ جوړ يا تشکيل کړى او ډېرى يا سټ په لغاتو وليکى.

حل(اوبى):

$A=\{1;2;3\}\quad B=\{1;3;5\}\quad\Rightarrow A\cap B=\{1;3\}$

$A\cap B$: د سترګيو تعداد له څلورو کوچنى او يو ناجوړه يا طاق عدد دى..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A \cup B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب :

$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow A \cup B = \{1;2;3;5\}$

$A \cup B$: د سترګیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\overline{A} \cap B$ تشکیل کړی او دېری په لغاتو کې تشریح کړی.

ځواب:

$A = \{1;2;3\} \quad \Rightarrow \quad \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$	د سترګیو تعداد له ۳ لوي دی د سترګیو تداد یو ناجوړه عدد دی

$\overline{A} \cap B = 5$ د سترګیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او دېری په لغاتو سره تشریح کړی.

ځواب: $A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow A \cap C = \{\ \} = \varnothing$

$A \cap B$: د سترګیو تعدا له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسي یوه پیښه نازغموړ یا بې قرارداده پیښه بلل کیږي.

نا زغم وړي پیښې:

د دوه پیښو A او B د او –ترنه نازغموړ بلل کیږي .که عوڅدېری یا د تقاطع سټ یې تشه وي، یعنې $A \cap B = \varnothing$.

د A او $\overline{A}$ د او- ترنه تل نازغوړ ده، څکه چې باور لري: $A \cap \overline{A} = \varnothing$

پام : تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$E \cup \bar{E} = S$ $\quad\quad$ $E \cap \bar{E} = \varnothing$

$E \cup S = S$ $\quad\quad$ $E \cap S = E$

حل (اوبی) :
یوه نوې پیښه ، لکه چې کره کیږي یا ځرګند کتل کیږي، منځ ته راځي:
D : د سترګیو تعداد له ۳ لوي یا د سترګیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.
دا پیښه D یو د او-ترنه ده له A او B .
پیښنه ډېرى D څنګه ښکاريږي؟

$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow D = \{2; 4; 5; 6\}$

دا ډېرى په لیکندود داسي بربښي

$D = A \cup B$ د A او B تولنډيرى = له A او B د یا- ترنه .

پوښتنې

پیښې او د پیښو تړنه I

لومړى – یوه دانه یو ځل غورځول کیږي.لاندې پیښې په ګڼلووالي لیکنډل ورکړئ.

الف – د سترګیو تعداد له ۳ لوی دی. ب - د سترګیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پیښه. ت – نه څلور .

دویم:یوه دانه پرلپسې دوه واره غورځول کیږي. لاندې پیښې په شمیرلې ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترګیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترګیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترګیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترګیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسې غونداري راوستل کیږي. غونداري بیرته مرتبان ته نه اجول کیږي. لاندې پیښې تعریفیږي:

الف- لومړى دواړه راوستل شوي غونداري همغه رنګ لري.

ب- لومړى او اخرنی راوستل شوی غونداری مختلف رانګونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – وروسته له وروسته له دریمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دویمې راوستنې لا یو تور غونډاری په مرتبان کې شته.

یو- ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه يې ورکړئ

دوه- ټولې پیښې په شمېرنیز یا زیاتیدوني ډول سره ورکړي

درې -هرې پیښې ته هغه مخامخ یا معکوس پیښه ورکړئ په ګڼنیز –یا زیاتیدوني ډول.

ځلورم: یو زده کوونکی په ځلور د شمیرپوهنې(ریاضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکی کار داسي اصلاح کوي، چې په ترتیب د هرې پوښتنې په پای کې r د ټیک او f د ناټیک لپاره لیکي. لاندې پیښې تعریفيږي:

الف- دریمه پوښتنه ناټیک ده.

ب – لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټیک دي.

پ – ټیک درې پوښتنې ټیک دي.

یو- ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجې يې ورکړئ.

دوه- ټولې پیښې په شمیرلي(زیاتیدوني) ډول ورکړئ

پنځم –

د یوه غونډاري د نتیجو ډېرئ ده:$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

لاندېS برخډیرئ کره کیږي:

$A=\{1,2,3\}$, $B = \{1,2,5,6\}$, $C = \{2,4\}$

الف - وټاکئ $A \cap B$همداسي $A \cap C; B \cap C$ اوی

ب - $\bar{A}$ وټاکي همداسي $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$.

پ - یوه پیښه $D \subset S$ ورکړئ، داسي چې پیښې A او D نازغمور دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پیښي او د پیښو ترڼه ا

مفصل ځوابونه :

لومړی :

د نتیجو ډېری $S=\{1;2;3;4;5;6\}$:

الف - $A=\{4;5;6\}$ ب - $B=\{2;4;6\}$

پ - $C=\bar{B}=S\setminus B=\{1;3;5\}$ ت - $D=\{1;2;3;5;6\}$

دویم -

$$S=\{(1|1);(1|2);(1|3);(1|4);(1|5);(1|6);(2|1);(2|2);(2|3);(2|4);(2|5);(2|6)\}$$
$$\cup\ \{(3|1);(3|2);(3|3);(3|4);(3|5);(3|6);(4|1);(4|2);(4|3);(4|4);(4|5);(4|6)\}$$
$$\cup\ \{(5|1);(5|2);(5|3);(5|4);(5|5);(5|6);(6|1);(6|2);(6|3);(6|4);(6|5);(6|6)\}$$

الف –

$$A=\{(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)\}$$

ب –

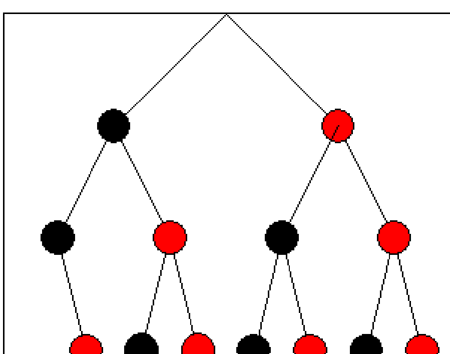
$$B=\{(2|6);(3|5);(4|4);(4|6);(5|3);(5|5);(6|2);(6|4);(6|6)\}$$

پ - $C=\{(1|1);(1|2);(1|3);(2|1);(2|2);(3|1)\}$

ت - $D=\{(2|5);(5|2)\}$

دریم - الف- نتیجه ډېرئ یا ـسټ: سور=r ، تور=s ,

$S=\{ssr;srs;srr;rss;rsr;rrs;rrr\}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $A = \{ssr; rrs; rrr\}$ $\quad B = \{ssr; srr; rss; rrs\}$

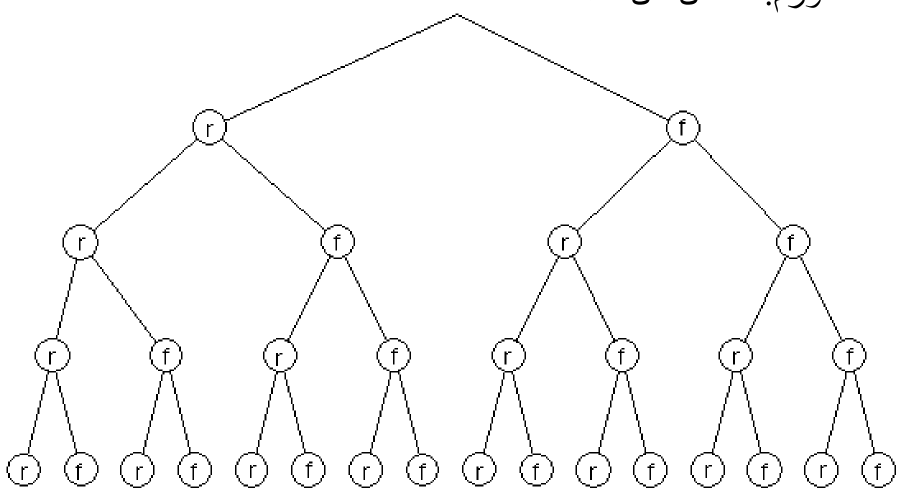
$C = \{ssr; srs; rss\}$ $\quad D = \{srs; srr; rss; rsr\}$

پ- $S = \{ssr; srs; srr; rss; rsr; rrs; rrr\}$

$\overline{A} = S \setminus A = \{srs; srr; rss; rsr\}$ $\quad \overline{B} = S \setminus B = \{srs; rsr; rrr\}$

$\overline{C} = S \setminus C = \{srr; rsr; rrs; rrr\}$ $\quad \overline{D} = S \setminus C = \{ssr; rrs; rrr\}$

ځلورم: مفصل حل   الف-



$S = \{rrrr; rrrf; rrfr; rrff; rfrr; rfrf; rffr; rfff; frrr; frrf; frfr; frff; ffrr; ffrf; fffr; ffff\}$

ب-

$A = \{rrfr; rrff; rffr; rfff; frfr; frff; fffr; ffff\}$ $\quad B = \{rrrr; rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$

$C = \{rrrf; rrfr; rfrr; frrr\}$ $\quad D = \{rrrr; rrrf; rrfr; rrff\}$

پنځم مفصل ځواب:

الف- $B \cup C = \{1; 2; 4; 5; 6\}$. $\quad A \cap C = \{2; 4\}$ $\quad A \cap B = \{1; 2\}$

ب -

$S \setminus B = \overline{B} = \{3; 4\}$ $\quad \overline{A \cap C} = S \setminus A \cap C = \{1; 3; 5; 6\}$ $\quad \overline{A} = S \setminus A = \{3; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-   او نازغموړ دي، که باور ولري:

او نازغموړ دي، که باور ولري: $A \cap D = \varnothing$

بېلګه:

$$D = \{3;6\} \Rightarrow A \cap D = \varnothing$$

پوښتنې

پېښې او د پېښو ترړنه II

لومړی – یوه سترګئ یو ځل غورځول کیږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا ګڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوړه –یا پاق عدد دی.

لاندې پېښې په شمیرلشوې بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ث - $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري(کرې) لري. د مرتبا څخه یوپه بل پسې درې غونډاري راوستل کیږي، بې له بیرته وراچونې څخه. لاندې پېښې تعریفیږي.:

A:لومړي دوه غونډارې بیلبیل رنګونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونډاري همغه یا برابر رنګ لري.

الف: ونه دیاګرام وکاږئ او نتیجه ډېرئ یا سټ یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \breve{A} \cup \bar{B}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – په لاتري ډول کې 15 لترې پرتې دي، له دې څخه 10 لاترۍ بيلونکي دي. د لاترۍ ډول څخه بو په بل پسې دوه لاترۍ راوستلکيږي. لاندې پيښې تعريفيږي يا راښوول کيږي:

: فقط بايلونکې راوستل کيږي.

: ټيک ګټونکې لاترۍ راوځي.

:دا اخر راوستله شوې لاترۍ بايلونکې ده.

الف- ونه زياګرام وکاږئ او نتجيه ډېرئ يې ورکړئ.

ب- لاندې پيښې واکئ: $D=\overline{A\cup B}$ ؛ او $E=B\cap\overline{C}$.

څلورم – له دوه پيښو A او B څخه پوهيږدو، چې $A\cup B=S$ او $A\cap B=\varnothing$ دي.

د پيښې A او B په هکله څه ويلای شو؟

پنځم - د يوه مرتبان د 100 برابرډوله ، له 1 تر 100 په ګڼه شوييا په شميره شوي غونډارو (يا کرو) څخه يو غونډاری راوستل کيږي.

لاندې پيښې تعريفيږي:

A : تعداد يا ګڼونې په ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی.

B: تعداد يا ګڼونې په 15 وېشوړ (قابل تقسيم) دی

C : تعداد يا ګڼونې په ۸ يا ۹ وېشوړ (قابل تقسيم) دی

D : تعداد يا ګڼونې يه ۹ يا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسيم) دی

E: تعداد يا ګڼونې يه ۱۲ يا ۱۵ وېشوړ (قابل تقسيم) دی

F : تعداد يا ګڼونې يه ۱۲ يا ۱۷ وېشوړ (قابل تقسيم) دی

G : تعداد يا ګڼونې يه ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی

H : تعداد يا ګڼونې په ۱۲ مګرنه په ۸ وېشوړ (قابل تقسيم) دی.

نتيجه ډېرئ په شميرنيزه توګه(چې ټول د ډېرئ توکي وګڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پيښو پيښې او د پيښو ترنه يا نښلونه॥

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف- $B=\{1;3;5\}$ $A=\{1;2;3\}$ $S=\{1;2;3;4;5;6\}$

ب - $A\cup B=\{1;2;3;5\}$

$A\cap B=\{1;3\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

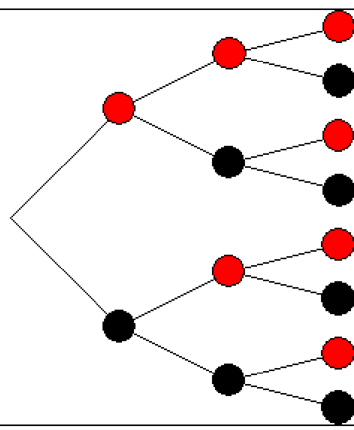
پ - $\overline{A} = S \setminus A = \{1;4;6\} \qquad \overline{B} = S \setminus B = \{2;4;6\} \Rightarrow \overline{A} \cap \overline{B} = \{4;6\}$

ت- $A \cap B = \{1;3\} \Rightarrow \overline{A \cap B} = S \setminus A \cap B = \{2;4;5;6\}$

ټ- $\overline{B} = \{2;4;6\} \Rightarrow A \cap \overline{B} = \{2\}$

ث - $\overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{4;6\}$

دويم:



الف-

د پيښو ډېرئ يا سټ

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

ب-

$S = \{rrr;rrs;rsr;rss;srr;srs;ssr;sss\}$

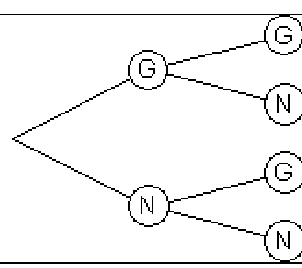
$A = \{rsr;rss;srr;srs\} \qquad B = \{rrr;rsr;srs;sss\}$

$A \cap B = \{rsr;srs\} \qquad \overline{A} = S \setminus A = \{rrr;rrs;ssr;sss\}$

$\overline{B} = S \setminus B = \{rrs;rss;srr;ssr\} \Rightarrow A \cup \overline{B} = \{rsr;rss;srr;srs;rrs;ssr\}$

دريم:

الف-



نتيجي:

$S = \{GG;GN;NG;NN\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$S=\{GG;GN;NG;NN\}$$
$$A=\{NN\} \quad B=\{GN;NG\} \quad C=\{GN;NN\}$$
$$A\cup B=\{NN;GN;NG\} \quad D=\overline{A\cup B}=S\setminus A\cup B=\{GG\}$$
$$\overline{C}=S\setminus C=\{GG;NG\} \quad E=B\cap\overline{C}=\{NG\}$$

څلورم: A او B نازغمور دي. B <= A = S\B د A مخامخ (په څټ یا معکوس) پیښه ده.

پنځم:

S = { 1; 2; ..... 99; 100}
A = { 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96 }
B = { 15; 30; 45; 60; 75; 90 }
C = { 8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99 }
D = { 9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99 }
E = { 12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96 }
F = { 12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96 }
G = { 8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88 }
H = { 12; 36; 60; 84 }

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ایا دوي يو ملفون لري. د دې پوښتنې پايله ده: له 120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي يو ملفون لري.

پيښه E : زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د حالتونو تعداد یا ګڼون دی، چې پېښې E په کې رامنځ ته کېږي یا پېښیږي.

د نمونه ازمايښت پراخوال یا غيږ   په دې حالت کې 120 دی.

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی: $h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0,825$

په ټولیزه توګه باور لري؛

د نمونه ازماېښت څومره والی/د یوې پیښې مطلق ډېروالی= د یوې پیښې ډېروالی

فورمال: $h(E) = \frac{H}{n}$

تمرین: د په څټ – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

یادونه: د پیښې E او د هغې معکوس پیښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

$\bar{E}$ gilt: $h(E) + h(\bar{E}) = 1$

د احتمالوالي تعریف:

د احتمالوالي تعریف کې سړی کلاسیکی احتمالوالي تعریف او ستاتیستیکي احتمالوالي تعریف ترمنځ توپیر کوي.

کلاسیکي یا ټولګیز احتمالوالی د یوې بیلګې په بنسټ:

د یوه ایدیال یا ډېر ټیک غورځووني یا سترګي(چې شپږ سترګې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6ترمنځ هر عدد یا ګڼ د رامنځ ته کیدو لپاره برابر چانس شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

موړ پېښه E تعریفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کیدو لپاره په لاندې توګه تفریف ورکوو:

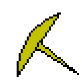
د ټولو ممکنه پیښنو تعداد/په Eپورې اړونده پیښنو تعداد=p=P(E)

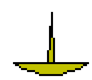
تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غورځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

حل وروسته راځي.

ستاتیستیکي احتمالوالی د بیلګې په توګه د یوه کاغذ ستن غورځولو لپاره:

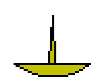
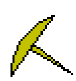
که څوک د کاغذ یوه ستن وغورځوي، نو دا یا په شا یا په اړخ لویږیدلې پاتیږي.





سږی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغیزوالی د کاغذمیخ په جوړیدنه کې پروت دی. کیدی شیچې دا د کاغذ ستن برابرډوله یا لږ برابرډوله جوړه شوې ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وینا وکړی شو، باید تجربی وکړو.

یوه د کاغذ ستن سل واره غورځول کیږي، نسبي ډیروالی شمیرل کیږي.

نتیجه			جمعهn
مطلق ډیروالیn_i	44	56	100

نسبي ډیروالی

$$h(e_i) = \frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100} = 0{,}44 \; \frac{56}{100} = 0{,}56 \; \frac{100}{100} = 1$$

نسبي ډیروالی په %کې،	44%	56%	100%

(c) ketabton.com: The Digital Library

تجربې ښايي، چې د جګیدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې(pendelt یا ټال خوري)کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتيستيکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره یوه د منلو وړ وینا وکړای شو، باید دا تجربه زیاته تکرار شي.

لکه په سترګي يا غورځووني کې ډېروټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوريدنه د يوه ټاکلي سترګی تعداد رامنځ ته کيدو لپاره په يوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کيدو باندې را تنګيږي يا را ټوليږي، په غورځوني یا سترګۍ کې په 1/6 ارزښت. له دې امله ستاتيستيکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حیث تعريفيږي، د ازماېښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره دتجربو د تعداد په حيث او د H(E) سره د مطلق ډېروالي په حيث.

یادونه: د توکلي ازماېښت د ټاکلو پيښنو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندويينه یا فرضيه ده.

یوه تجربه دې واضح کړي، چې دپيښو نسبي ډيروالی په یوه ټاکلي ارزښت خوزي یا حرکت کوي، که د ازماېښتونو تعدادپوره ستر وي.

ازماېښت: لس د کاغذ ستنې په همغه یا یوه وخت کې وغورځوئ او د پيښو تعداد په پام کې ولرئ.

E :د کاغذ ستنې په شا پرتې دي.

دا تجربه په ټولیزه توګه لس واره تکرار کړئ.
دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندې یو د کاغذ ستن دې سل واره غورځول شوې وي.دا راټول مطلقه ارزښت دې په یوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بیا وشميرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازماېښت نمره	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ni	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
H(E)راټول شوي	5	9	11	14	18	25	28	42	37	44
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,5	0,45	0,37	0,35	0,36	0,42	0,4	0,4	0,41	0,44

پورته کې د الماني پښتو په ترتیب: د تجربې نمره، راټول.

که دا تجربه یا ازماېښت له ډېرو کسانو له خوا د برابرو شرایطو لاندې وشي، نو کیدی شي د د تجربو د ډېروالي سره و ارزښتول شي.

دا د بیلګې په توګه د 10 تجربه کسانو د تجربو زیاتوالی یا جمعه کیدنه و 1000 تجربو ته د تعداد جګوالي سره په برابره معنا دی.

دلته هم نسبي ډېروالی وشمیرئ.

په لاندې د الماني پ: د کسانو ګڼه(نمره) ، راټول(ګڼوالی یا زیاتوالی.

د شخص ګڼهNi (Nr)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
H(E)	44	38	42	49	50	48	51	47	42	44
راټول H(E)	44	82	124	173	223	271	322	369	411	455
$h(E)=\frac{H(E)}{n_i}$	0,44	0,41	0,413	0,433	0,446	0,452	0,46	0,461	0,457	0,455

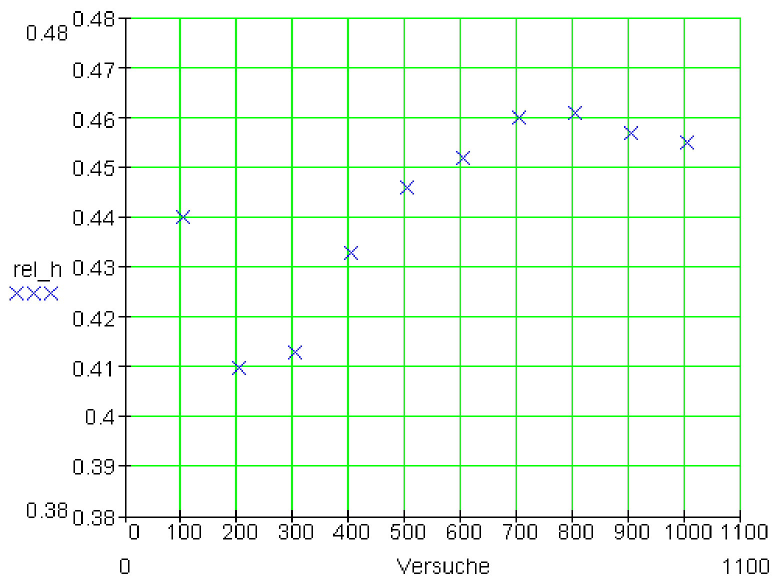
د پورته کیڼ په ترتیب

نسبي ډیروالی په یوه دیاګرام کې ولیکئ او د نسبي ډېروالي وده تر څیړنې لاندې ونیسئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو انتروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یاټال خوري.

د تجربي وتنه باندې کومنتار ورکړئ یا تشریح کړئ.



پورته کېن: نسبي ډېروالی، لندې یا کته: ازماېښت
داسې لیدل کیږي، چې نسبي ډېروالی په انتروال [0,45;0,46]=اکې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لړ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاور نږدې کیږي.

هر څومره چې د جربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کیږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیستیکي احتمالوالي په حیث د پیښې E د پیښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګې لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنې په شاپرتې دې د ازښتونو 0,45 او 0,46ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معکوس یا په څټ پیښې لپاره(د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او0,55 تر منځ پروت دی.

داپه دې معنا، چې دا استعمال شوې د کاغذستنې د دواړو پیښو رامنځ ته کیدو لپاره(په شا یاپه اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلګه: دا په ځنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه ډیرئ یا ــسټ په دې معنا چې S ممکنه پیښې:

S={1,2,3,4,5,6}

موږ دوه پیښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت)ده. لهدې لاس ته راځي:A={2,4,6}

B : ګڼه ناجوړه(طاق) ده له دې لاس ته راځي:B={1,3,5}

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 دریږي، نو وایو، چې پیښه A رامنځ ته شوې یاپیښه شوې ده.

که دا ښودونکی په برخو 1, 3 او 5ودریده، نو پیښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پیښو احتمالوالی تر ځیرنې لاندې نیسو

$$P(1)=P(3)=\frac{1}{8} \qquad P(2)=\frac{1}{4} \qquad P(4)=P(5)=P(6)=\frac{1}{6}$$

د A پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A)=P(\{2;4;6\})=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$$

د B پیښې د پیښدو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(\{1;3;5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرين: د A د معکوس – يا پېښې پېښي لپاره احتمالوالی وشميرئ.

ځواب وروسته راځي:

دA د معکوس پېښې $\overline{A}$ يو بل د حل امکانات:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پېښې S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو P(S)=1.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې ياده پېښې تل رامنځ ته کيږي، د بيلګې په توګه د يوه سترګې غورځولو سره تل يو عدد رامنځ ته کيږي.

د ساده پېښو ټولګه:

$S = \{e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n\}$ د يوه توکلي تجربې پېښه ډېرئ يا –سټ دی.

$e_1; e_2; e_3; \ldots; e_n$ د هغې ساده پېښې دي، د بيلګې په توګه د غورځوني يا سترګې سره اعداد 1,2,3,4,5 او6 .

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0 \leq P(e_i) \leq 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په دې معنا، چې د يوې پېښې احتمالوالی تل د 0او 1 ترمنځ پروت دی او ناکميز يا نامنفي دی.

$P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \ldots + P(e_i) = 1$ د جمعې يا زياتون ساده لار.

د A د معکوس پېښې لپاره، يعنې د $\overline{A}$ لپاره تل باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$$

د يوې ناشونې پيښې لپاره، د بيلګې په توګه په شپږيزسترګي(۶ سترګي مکعب يا غورځوونکي) سره چې يو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\varnothing) = 0$$

تمرين: يو سترګی يووار غورځول کيږي. لاندې پيښې کره کيږي.

A : د سترګيو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترګيو ګڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو يا لغاتو سره تشريح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپیژندل.

۱ – داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

۲ – داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترګي غورځول.
- د یوې پیسې غورځول.
- د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتوSegmenten سر.

په دویم ګروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
- د یوه بخت څرخ ګرځول د نابرابر لویو برخو سره.

د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتیجې(لومړی ګروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجرې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / p=1) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل -نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس – مودل) ده.

د لاپلاس د تجربي سره د یوې نتیجې د احتمالوالي (P(E لپاره باور لري:

د ټولوممکنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه=P(E)

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

حل وروسته:

تمرین:

په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟
دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

تمرین: د په څټ – یا معکوس پیښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه یا زیاتون جوړ کړئ.

ځواب: دا مخامخ –یا معکوس پیښه $\bar{E}$ ده. زده کوونکی ملفون(موبایل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډېروالی دی:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0{,}175$$

جمعه یا زیاتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0{,}825 + 0{,}175 = 1$$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غوروځولو سره احتماوالی وشمیرئ.

ځواب:

نتیجه ډېرئ له ۶ ممکنه پیښو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیښه ډېرئ له ۲ ممکنه نتیجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې یو جوړه عدد له ۲ څخه لوي وغورځول شي، د احتمالوالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پیښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب: نتیجه ډېرئ یا –سټ S له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پیښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 اړه لري. د A سره معکوس پیښه د کمبنتډېرئ یا تفریق سټ له لارې میدل کیږي.

$$\overline{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پیښه سټ یا –ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ یې شمیرل شوی دی.

تمرین: یو سترگی یووار غورځول کیږي. لاندې پیښې کره کیږي.

A : د سترگیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترگیو کڼ یا عدد ناجوړه یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ب- $E_2 = A \cup B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

پ- $E_3 = \overline{A} \cap B$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 ؛ د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ت- $E_4 = A \cap C$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

ځواب: الف-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1;3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1 : د سترګئ عدد له ۴ لوي او یو ناجوړه(طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1;2;3\} \qquad B = \{1;3;5\} \qquad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1;2;3;5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2 : تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوړه (طاق) عدد دی.

پ –

دسترګیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترګیو تعداد یو ناجوړه یا طاق عدد دی	$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \overline{A} = \{4;5;6\}$ $B = \{1;3;5\}$ $E_3 = \overline{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

E_3 : د سترګیو تعداد له ۳ لو دی او یو ناجوړه عدد دی.

ت-

$$A = \{1;2;3\} \qquad C = \{4;5\} \qquad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{\ \} = \varnothing$$
$$P(E_4) = P(\varnothing) = 0$$

E_4 : د سترګیو تعداد له۴ کوچنی دی او۴ یا ۵ دی.

داسې یوه پېښه نامناسب بې مصلحته یا ناغوښتونې یا که غواړئ نازغموړ بلل کیږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کیدو احتمالوالی صفر دی.

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : ښوونی یا ښوونستن په یوه په درې وېشوړ عدد باندې دریدلی پاتیږي.

P(E) وټاکئ.

د دې لپاره احتمالوای څومره لوي دی، چې ښوونی په یوه عدد ودریږي، چې په درې وېشوړ نه دی.

ځواب:

$$S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\} \qquad E = \{3;6;9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0,3$$
$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

تمرین: په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونداري شتون لري. یو ځل راوستل کیږي.

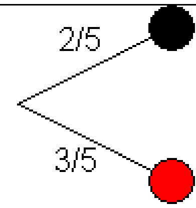
الف- د کوم احتمالوالي سره راوستل شوی غونداری تور دی؟

دوریم: څومره تر غونداري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونداري د راوستلو لپاره احتمالوالی له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

د ونې دياګرام له لارې حل. احتملوال چې تور غونډارى راووستل شي 2/5 دى، يو سور چې راووستل شي 3/5 دى. احتمالوالى په اړونده تار ليکل کيږي.	

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول x + 3 غونډاري شتون لري.

E :راوستلى غونډارى تور دى.

اينبوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \quad \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3)\cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 | -0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 | : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

بايد په مرتبانکې لږ ترلږه ٨ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسي لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالي سره يو غونډارى راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالى، احتمالوالى

لومړى:

په ليکني بيالوژي ازموېنه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه: په المان کې نمري له ۱ تر ۵ پورې ورکول کيږي، چې په ۵نمرو سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- يو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالی وشمرئ.

ب- وېشنه په يوه ګردئ- يا دايروي دياګرام انځور کړئ.

پ-يو د ازموينې کانديد تصادفي ټاکل کيږي. د کوم احتمالوالي سره هغه يوه ۱ اخستې؟

ت- يو د ازموينې کانديد تصادفي ټاکل کيږي. د کوم احتمالوالي سره هغه يو ۲ يا ۳ ليکلې يا اخستې؟

دويم: د يوې توکلي يا تصادفي ازماېښت نتيجې لپاره احتمالوالي p = 0,73 دی. دا نتيجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دريم: د يوه مسلکي کالج د زده کوونکو ستاتيستيک يا احسايه د په څلور پټيز- يا ساحوي تختو کې په ليست شوې داتا څخه را اخستل کيږي.

	M	$\bar{M}$	Summe
F		1200	1680
$\bar{F}$	672		1812
Summe	1152		3492

M معنا: زده کوونکی نارينه دی. د F معنا: د FORپه حيث د زده کوونکو وتون استعداد. Summe =زياتون.

الف- دا پاتې يا باقي ډېروالی وشميرئ او دا په يوه څلور سطحيزتخته باندې وليکئ.

ب - نسبي ډېروالی و ټاکئ او دا په يوه څلورپټي يا سطحيزه تخه وليکئ.

پ- يو نفر تصادفي ټاکل کيږي.

اول. دا د کوم احتمالوالي سره نارينه دی؟

دوه. د کوم احتمالوالي سره دا د FOR د ننوتنې(داخيلدو)اجازه لري؟

درې: د کوم حتمالوالي سره دا کس ښځينه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالوالي سره دا کس نارينه او FOR لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:په یوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په یوه سپورت کلوب کې دي. اجتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زدهکړی(نازینه یا ښځینه)، چې تفریحمیدانکي ورسره مخامخ کیږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترګي یو ځل غورځولو کې د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A : لږ تر لږه ۳ . B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره یا څو ِله. E : جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ یا ۶.

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی ا

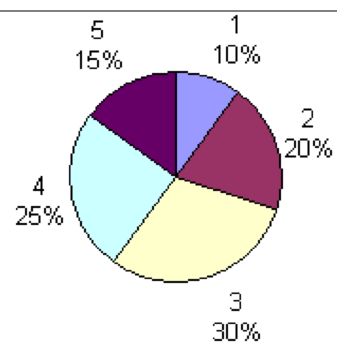
مفصل ځوابونه لومړی: الف-

نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20}=0,1$	$\frac{4}{20}=0,2$	$\frac{6}{20}=0,3$	$\frac{5}{20}=0,25$	$\frac{3}{20}=0,1$

د نمرو وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ $P(1)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$	$P(2\vee 3)=P(2)+P(3)$ $=\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}=0,5$

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشريحکونه يا څرګنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پيښې ټاکلي نتيجې احتمالوالی p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه ستر ګڼ يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې n.p-ځله رامنځ ته شي.

د p=0,73او n=350 سره به n.p=350.0,73=255,5~256 شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.

دريم: الف-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$1152-672=480$	1200	1680
$\overline{F}$	672	$1812-672=1140$	1812
Summe	1152	$1200+1140=2340$	3492

ب-

	M	$\overline{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492}\approx 0,137$	$\frac{1200}{3492}\approx 0,344$	$\frac{1680}{3492}\approx 0,481$
$\overline{F}$	$\frac{672}{3492}\approx 0,192$	$\frac{1140}{3492}\approx 0,326$	$\frac{1812}{3492}\approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492}\approx 0,330$	$\frac{2340}{3492}\approx 0,670$	$\frac{3492}{3492}=1$

پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

P. O (لومړی کس) p.۲ (کس FOR لري) p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري) p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$=\frac{1152}{3492}\approx 0{,}330$ $=\frac{1680}{3492}\approx 0{,}481$ $=\frac{1140}{3492}\approx 0{,}326$ $=\frac{480}{3492}\approx 0{,}137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B: زده کوونی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{480}{2680}\approx 0{,}82$$

احتمالوالی، چې یو زدهکوونکی سره د تفریح انګړ مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A=\{3;4;5;6\}\Rightarrow P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\bar{6} \qquad B=\{2;3;4;5\}\Rightarrow P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=0{,}\bar{6}$$

$$C=\{2;3;5\}\Rightarrow P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5 \qquad D=\{6\}\Rightarrow P(D)=\frac{1}{6}=0{,}1\bar{6}$$

$$E=\{2\}\Rightarrow P(E)=\frac{1}{6}=0{,}1\bar{6} \qquad F=\{1;6\}\Rightarrow P(F)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0{,}\bar{3}$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسې د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په برخه I کې 340 هلکان او320 نجونه دي. په برخه II کې 150هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلورساحه یي جدول یا تخته وکاږه او نسبي ډېروالی وشیره.

ب-په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي تاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د ګټلو احتمالوالی او دګټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماېښت کې د ګټنې لپاره چانس:

(۱)۱ و ۳ ته (۲) ۱ و۱ ته (۳) ۲ و ۳ ته (۴) ۴ و۳ ته (۵)a و b ته

په نومولو حالتونو کې د ګټلو احتمالوالی څومره لوی دی؟

ب- د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی دی:

$$(1)\ \frac{1}{3} \quad (2)\ 0{,}6 \quad (3)\ 40\% \quad (4)\ \frac{3}{4} \quad (5)\ \frac{c}{d}$$

په هر یوه یوګوني حالت کې د ګټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – دکوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالولي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه ښوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکود ټول پوښتنې نتیجه وه، چې % 4,4 د نجونو او 6,4% د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په ښوونځي کې 5,2% نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړ شوو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلورسطحیز تختې جدول پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پیښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږی.

C : راوستل شوی غونډاری شین ن ه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډار ی نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پیښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پیښو A او Bد ,یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پیښه په متني لیکلې بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅټې پیښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پیښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p(زده کوومکي په برخهI کې)=0,66

پ- p (زده کوونکي په برخه IIکې او يوه نجلۍ)=0,19

دويم: الف- د ۱ و ۳ ته د د ګټې چانس کيدی شي سړی يو د مرتبان تجربه په خيال کې راوړي. په يوه مرتبان کې يو سور غونډارى(ګټنه) او ۳ تور غونډاري (بايلنه) پراته دي. فقط يو ځل راوستل کيږي. په دې حالت کې احتمالوالی چط يو سور غونډارى راووېستل شي 0,25 دی.

ب-

د ګټې چانس ۱ و ۲ ته	$(1)\quad p=\frac{1}{3}=\frac{1}{1+2}\Rightarrow$
د ګټې چانس ۳ و ۲ ته	$(2)\quad p=0,6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=\frac{3}{3+2}\Rightarrow$
د ګټې چانس ۲ و ۳ ته	$(3)\quad p=40\%=0,4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=\frac{2}{2+3}\Rightarrow$
د ګټې چانس ۳ و ۱ ته	$(4)\quad p=\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}\Rightarrow$
د ګټې چانس c و d-c ته	$(5)\quad p=\frac{c}{d}=\frac{c}{c+(d-c)}\Rightarrow$

دريم:

s تور، b شين، r سور له دې سره E={s,s,s,b,b,b,b,b,b,b,r,r,r,r,r}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(s)=\frac{3}{16}\qquad P(b)=\frac{7}{16}\qquad P(r)=\frac{6}{16}$$

الف-
$$P(r\vee b)=P(r)+P(b)=\frac{6}{16}+\frac{7}{16}=\frac{13}{16}=0,8125$$

ب-
$$P(s\vee r)=P(s)+P(r)=\frac{3}{16}+\frac{6}{16}=\frac{9}{16}=0,5625$$

پ-6/16 = P(r) نه سور په دې معنا، چې د سره مخمخ یا معکوس پیښنه

$$\bar{P}(r)=1-P(r)=1-\frac{6}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}=0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe	Summmeزیاتون یا جمعه
S				J ځوانان
N				M نجوني
Summe			1250	S لمبیدونکي
				Nنه لمبیدونکي

5,2% په ښوونځي کې نه لمبیدونکي په معنا چې

65 =1250.0,052نه لمبیدو ونکي ښوونخي کې شته دی.

له دې سره په ښوونخي کې 1250-65=1185 لمبید

لمبیدنکیونکي په ښوونځي کې شتون لري.

په ښوونخي کې دې د نارینه او ښځینه زده کوونکو تعداد دې وي:x+y=1250

له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبیدونکو تعداد 0,044x+0,064=65 دی(دوه کرښیز مsاوات د دوه مجهولو یا ناپیژندونکوسره)

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	$65000 \mid II-I$
44	44	55000
0	20	10000

$$20y = 10000 \mid : 20$$
$$\Leftrightarrow y = 500$$
$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid -44 \cdot 500$$
$$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$$
$$\Leftrightarrow x = 750$$

په ښوونځي کې ۷۵۰ نجونې او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو 4,4% نه شي لمبلی، دا نږدې 33=0,044 .750 دي، د هلکانو6,4% نه شي لمبلی، دا 32=500.0,064 دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته ییزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0{,}5736$	$\frac{468}{1250} = 0{,}3744$	$\frac{1185}{1250} = 0{,}948$
N	$\frac{33}{1250} = 0{,}0264$	$\frac{32}{1250} = 0{,}0256$	$\frac{65}{1250} = 0{,}052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0{,}6$	$\frac{500}{1250} = 0{,}4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی $P(A) = 0{,}6$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ- د دې لپاره احتمالوالی $P(B) = 0{,}3744$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یو هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د دې لپاره احتمالوالی P (C) = 0,0264 دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبیدی.

پنځم: الف- schwarz grün rotپه ترتیب له کیڼ ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E=\{\underbrace{r;r;r}_{3};\underbrace{g;g;g;g;g}_{5};\underbrace{s;s;s;s}_{3}\}$$

$$P(A)=\frac{5}{12} \qquad P(B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

$$P(C)=1-P(grün)=1-P(A)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

$$P(D)=1-P(rot)=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$P(E)=P(schwarz)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E})=1-P(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

دپیښې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دډېرپوړیز تصادفي ازماېښتونو احتمالوالی

پنځم: ډېرپوړیز تصادفي ازماېښت

زیات وخت داسې تصادفي ازمایښې کیږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماېښتونو (تجربو)څخه منځ ته راغلې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ازماېښتونه د زياتو يو په بل پسې يو پوړيزو ازمايښتونو رايوځاى شوي دي.
بيلګه يې د سيکې يا پيسې غورځول:
په همغه يا عين وخت کې دوه پيسې غورځول کيږي، چې دواړه مخونو ځخه يې ممبرنښان په w او ګڼ يا عدد يې په z سره په نخښه کوو. ټولې ممکنه(شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړونډېرۍ(په لاس ته راوړونست) کې رايوځاى کيږي. $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$.
احتمالوالى ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

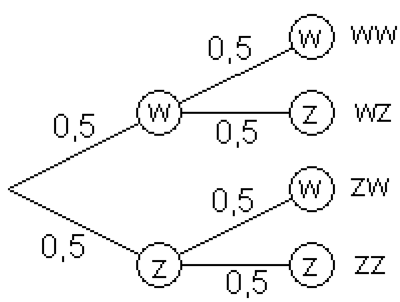
اوس يوه پيسه پرلپسې اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياګرام کښل کيږي. احتمالوالى په همغه تار ليکل کيږي

لاس ته راوړنې:{ S = { ww ; wz ; zw ; zz
پيداېښتي يا طبيعي ده، چې همغه دي لکه په لومړۍ تجربه کې

د يوګونو احتمالوالى د تار په اوږدو احتمالوالي ضريب ځخه لاس ته راځي:

$$P(ww) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$



د داسې لاسته راوړنو يا هم ونو دياګرام په مرسته کېدى شي د پام وړ احتمالوالى د ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونو په مرسته شوونى شي
بيلګه: د يوه مسلکې ښوونځې زده کوونکو شورا له درى نارينه ـ او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کيدى شي. لومړى ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کيدى ښي چې يوه زده کوونکې ريسه او بله يې مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدى شي يوه زده کوونکې ريسه او زده کووونکى مرستيال وټاکل شي؟

پ) د کوم احتماوالي سره به يوه زده کوونکې مرستياله وټاکل شي؟

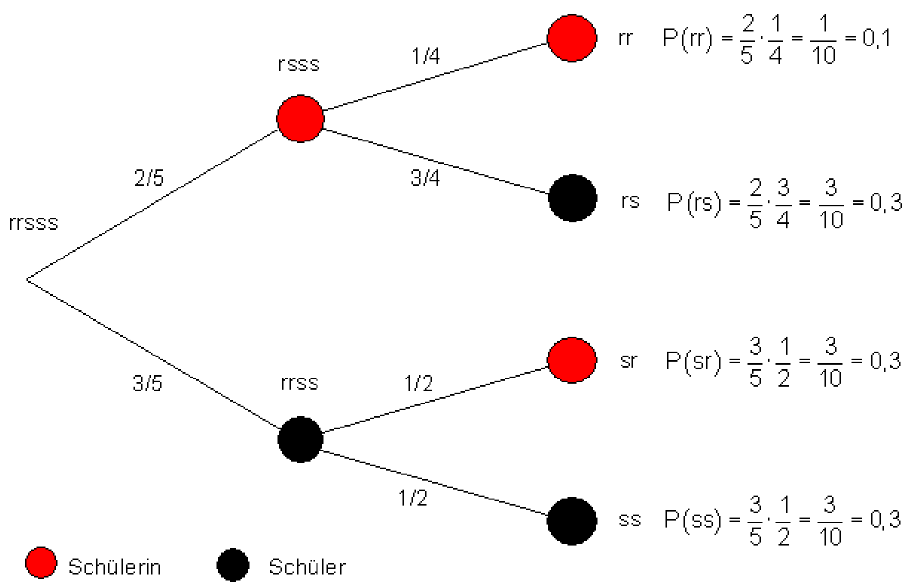
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا يوه   دوه پوړيزه تصادفي تجربه ده، چې د يوې لاترۍ په څير رامنځ ته کيږي.

په جام کې ۵ غونداري دي، ۲ سره د ښځينه زده کوونکو لپاه دي او   ۳ تور د نارينه زده کوونکو لپاره

له جام څخه يو په بل پسې دوه غونداري راوستل کيږي(راوستنه بې له بيرته اېښوونې يا بيا وراچونې) .

دا حالت يو ونه ډياګرام   ليدوړ کوي.



يادونه : سور خال ښځينه زده کوونکي، تور خال نارينه زده کوونکي

الف) : يوه زده کوونکې رييسه ده، بله مرستيا له

$$P(A) = P(rr) = 0{,}1$$

ب)   : زده کوونکې رييسه ده او رده کوونکی مرستيال

$$P(B) = P(rs) = 0{,}3$$

پ) زده کوونکې مرستياله

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow C = \{rr\,;sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0{,}1 + 0{,}3 = 0{,}4$$

په بیلګه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

١ . تارقاعده په یوه و نه دیاګرام کې د یوې پیښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

٢ . تارقاعده : په ونه دیاګرام کې د یو ې پیښې احتمالوالی ، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

<u>په یاد ولره:</u>

په ونه دیاګرام کې مو هر تار د یوې پیښې تصادف ازماېښت ته بیايي یا لاربښوده وي..
د داسې یوې پیښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

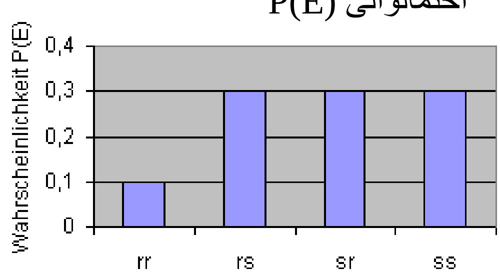
تارقاعده

کا د یوګونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توګه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
$P(E)$	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کیدی شي د مټې یا ستن دیاګرام په توګه هم انځو رشي. د ا حتمالوالو زیاتون تل ١ورکوي

احتمالوالی P(E)



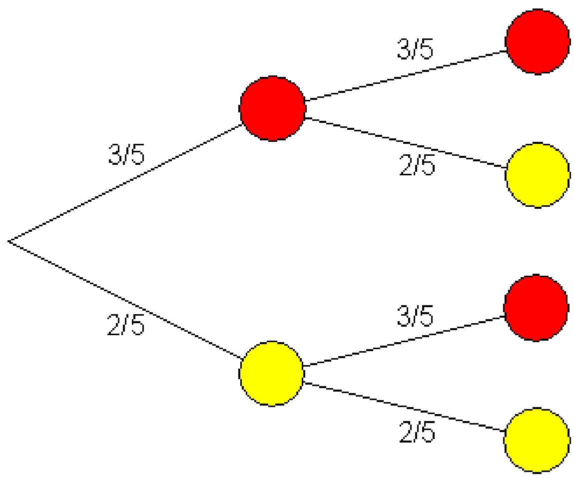
پیښه E

کیڼ لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زیړ عونداري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونداري راوستل کیږي د بیرته وراچولو سره
الف) ونه دیاګرام او احتمالوالي وېشنه د جدولکوني دیاګرام په ځیر وکاږی
ب) د پیښي A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: راوستلي غونداري نابرابر رنګ‚نه لري
پ) د پیښي B لپاره احتمالوالی وشمیرئ:کم له کمه یو راوستل شوی غونداری زیړ دی

ځوابونه   الف)



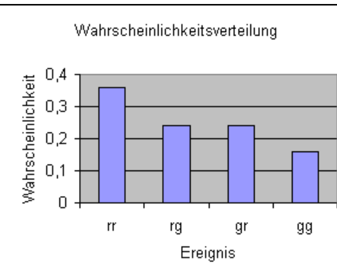
$$P(rr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(rg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(gg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

E	rr	rg	gr	gg
P(E)	0,36	0,24	0,24	0,16



په پورته کیڼ لور ځیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:
Wahrsheinlichkeitsverteilug د احتمالوالي وېشته، Wahrscheinlichkeit احتمالوالی، Ereignis   پیښه

ب)

$$A=\{rg;gr\}\Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}=0,48$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ)

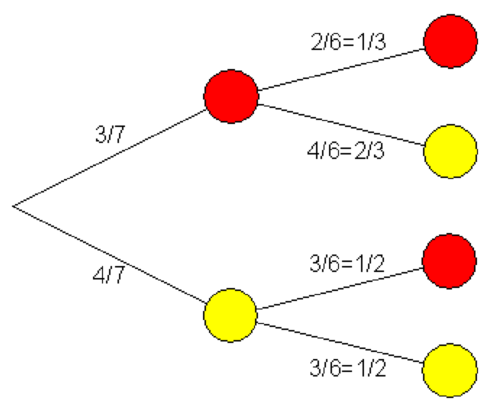
$$B=\{rg; gr; gg\} \Rightarrow P(A)=P(rg)+P(gr)+P(gg)=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}+\frac{4}{25}=\frac{16}{25}=0,64$$

بېلګه: په یوه کوټی کې ۳ سره او څلور زیړ غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچونې..

الف)ونه دیاګرام   او   احتمالوالی وېشنه د جدول   او دیاګرام په څیر وکاږی.

ب) د پیښې A لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

پ) د پیښې B لپاره احتمالوالی وشمیرئ: دواړه غونډاري برابر رنګ لري



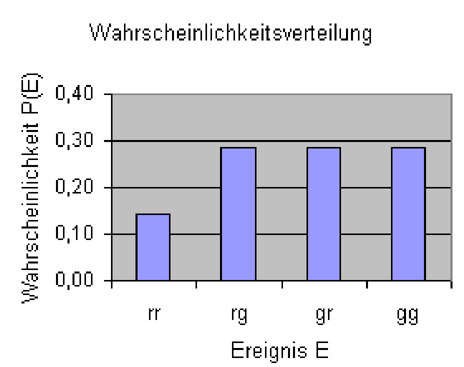
$$P(rr)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{7}\approx 0,143$$

$$P(rg)=\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gr)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

$$P(gg)=\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{7}\approx 0,286$$

E	rr	rg	gr	gg
$P(E)$	$\frac{1}{7}\approx 0,143$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}\approx 0,286$



ب)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

یادونه : په راتلونکي کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړیزې تصادفي ازمایښې I

لومړی - یوه پیسه دوه واره غورځول کیږي. ونه دیاګرام یې وکاږئ او د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی و ټاکئ.

الف -

A: ټیک یو ځل ممبرنښان (په W سره یې ښایو)

ب -

B : لږ تر لږه یو ځل ممبر نښان

پ – C: زیات له زیاته یو ځل ممبر نښان

دویم –

یو ه پیسه درې واره غورځول کیږي. ونه دیاکرام وکاږئ او د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی وټاکئ.

الف –

A : له دوه ځله زیات ممبر نښان

ب –

B : زیات له زیاته دوه واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

C: لږ ترلږه يو ځل ګڼ يا عدد (په Z سره يې ښايو)

ت –

D : ټيک يو ځل ممبرنښان:

دريم – يو مرتبان دوه2 سره 3 تور او5 زيړ غونډاري (غونډوسکې يا توپونه او يا باغکې(تشلې) او که غواړئ کرې) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کيږي، د بيرته وراچولو سره .ونه دياګرام و کاږئ، د لاندې پېښو لپاره د احتماوالی وېشنه او احتمالوالی و ټاکئ:

A : دوړاه غونډاری همغه يا يو رنګ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دويمه توره

C: دويمه غونډوسکه سره ده يا توره

D : دC مخامخ يا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالوالي سره پېښيږي؟

څلورم –

يوه ازموينه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټيک يو ځواب رښتيا دی ور کړ شوي دي. يو کس بې له چمتووالي ازموينې ته ځي او دا به په بخت چليپا کوي.

احتمالوالی څومره لوي دی، چې دی په ازموينه کې بريالی شي، که لږ تر لږه بايد درې پوښتنې رښتيا يا ټيک ځواب شوي وي.

پنځم –

پنځه ملګري له پولې اخوا ته مېلې ته ځي. د بيرته ستنېدو وخت کې بايد د ګمرک څخه تيرشي. سره له دې چې دوی وايې هغوي د اجازې سره سم سګرټ له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپين او نرنګ زيات سګرټ له ځانونو سره راوړي. د ګمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي يې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دوه قاچقوړونکو څخه لږ تر لږه يو قاچاقوړونکی نيسي؟

شپږم –

د ليسي د ۱۲ -م ټولګي زده کوونکي دوه ټولګي جوړوي چې په ټوليزه توګه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تياتر لپاره يوه يوه وړيا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرينځيپ يا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکی تنظيميږي. د کوم يو احتمالوالي سره په لومړيو شپږ ځايونو کې د يوه ټولګي زده کوونکي ځای نيسي؟ (لارښود: يو مناسب د مرتبان مودل و کاروئ).

اوم – يو د بخت څرخ د څلورو برابرو ټوټو(قطعو) سره ، چې شين، سور، سپين او اسماني رنګونه لر ي څرخول کيږي. يوه لوبه پای کيږي که دا څرخ ودريږي. له دې څلورو څخه يو رنګ د يوه غشي سره په نخښه يا په ګوته کيږي. د يوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې بايد لږ تر لږه وشي، چې د60% څخه زيات احتمالوالي سره لږ ترلږه يوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

دېر پوړيزې تصادفي ازمايښې I

مفصل ځوابونه

لومړی – A : تيک يو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{0,75}$$

يا برعکس پېښې $\overline{B}$:سره: هيڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

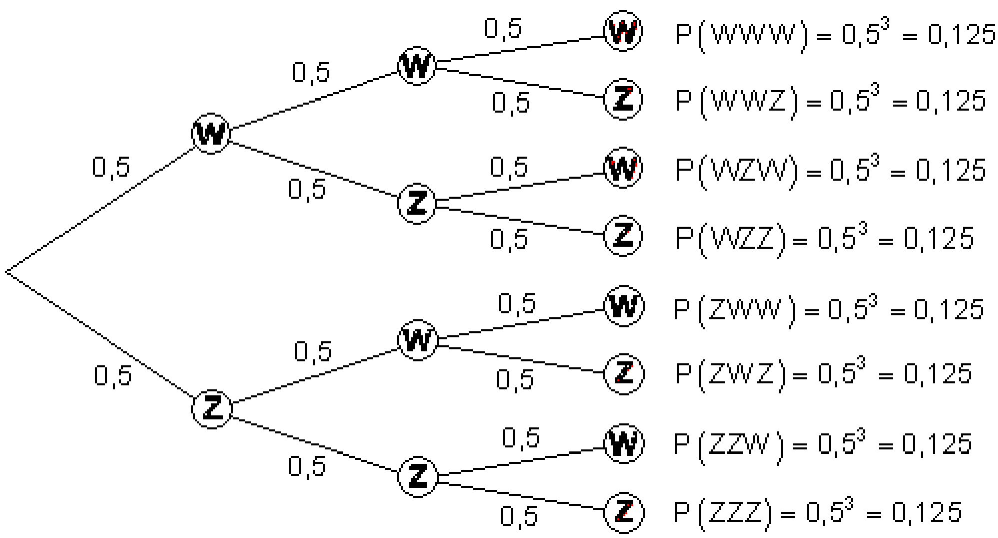
C : زيات له زياته يو ممبر نښان .

$$P(C)=P(\{WZ;ZW;ZZ\})=P(\{WZ\})+P(\{ZW\})+P(\{ZZ\})=3\cdot 0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

يا د متضاد پېښي $\overline{C}$ سره : دوه ځله ممبر نښان

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WW\})=1-0,25=\underline{\underline{0,75}}$$

دويم -



A : له دوه څخه زيات ځله ممبر نشآن

$$P(A)=P(\{WWW\})=\frac{1}{8}=0,125$$

B : زيات له زياته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، يو ځل يا دوه ځله ممبر نښان. د B برعکس پيښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

C : لږ تر لږه يو ځل عدد. لږ تر لږه يو ځل عدد په دې معنا دی، چې يو ځل، دوه ځله يا درز ځله عدد. د C برعکس پيښه د اسې ه: هيڅ حل عدد، دا مکرردرې ځله ممبر دی.

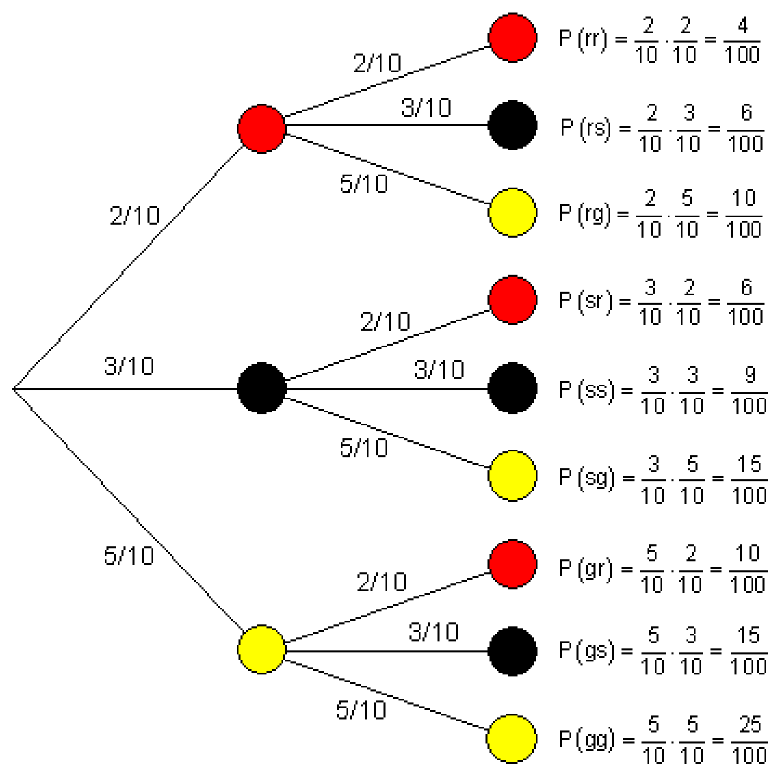
$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\{WWW\})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –   D : تیک یو ځل ممبرنښان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\})$$
$$= P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0{,}125 = 0{,}375$$

دریم -



e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونداري همغه رنګیز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0{,}38}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B)=P(\{rs\})=\frac{6}{100}=\underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$P(C)=P(\{rr\})+P(\{rs\})+P(\{sr\})+P(\{ss\})+P(\{gr\})+P(\{gs\})$$
$$=\frac{4}{100}+\frac{6}{100}+\frac{6}{100}+\frac{9}{100}+\frac{10}{100}+\frac{15}{100}=\frac{50}{100}=\underline{\underline{0,5}}$$

ت - دC برعکس پیښه څنګه ده او دا د کوم احتمالوالي سره رامنځ ته کیږي؟

$\overline{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-0,5=\underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پیښه ده (څلور پوښتني) . د یوه ټیک ځواب لپاره اختمالوالی1/3 دی، او د ناټیک لپاره 2/3 .

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتني ټیک دي

$$P(3\text{ Fragen richtig})=P(\{rrrr\})+P(\{rrrf\})+P(\{rrfr\})+P(\{rfrr\})+P(\{frrr\})$$

$$P(\{rrrr\})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

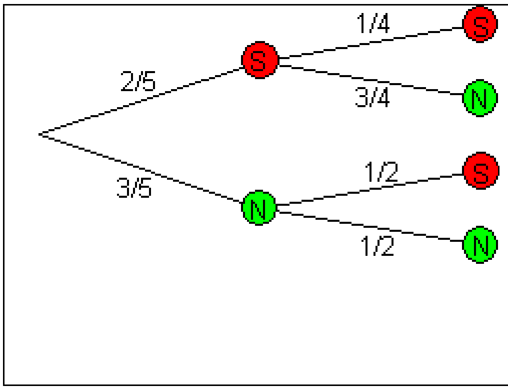
$$P(\{rrrf\})=P(\{rrfr\})=P(\{rfrr\})=P(\{frrr\})=\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}$$

$$P(3\text{ Fragen richtig})=4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{8}{3^4}+\frac{1}{3^4}=\frac{9}{3^4}=\underline{\underline{\frac{1}{9}\approx 0,11}}$$

پنځم -

مودل (Modell) : په یو ه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري(قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوېستل کیږي بې له بیرته ور اچولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(SS)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}=0,1$$
$$P(SN)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0,3$$
$$P(NS)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$
$$P(NN)=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{10}=0,3$$

الف – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

P (NN) = 0,3.

ب – د کوم احتمالوالي سره د ګمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

P(S لږ تر لږه یو)= P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.

شپږم – د مرتبان مودل :

20سره غونډاري (ټولګی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولګی 2) شپږ ځله را وباسی بې له بیرته ور اچولو.

P = P({rrrrrr})+P({gggggg})

احتمالوالی د دواړو ټولګیو لپاره برابردی(P({rrrrrr})=P({gggggg}

$$P(\{rrrrrr\})=\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$$

را وېستل بې له بیرته ور اچوني.

$$P=P(\{rrrrrr\})+P(\{gggggg\})=2\cdot\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16\cdot15}{40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}=\underline{\underline{0,02}}$$

اوم-

A : د n لوبو پرلپسي کې لږ ترلږه یوه لوبه پرلپسي درې ځله شنو سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$ په یوه لوبه یو ځل شین

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د یوې لوبې پرلپسې سره درېواره شین د A برعکس یاپه ځنې پیښنه ده:

$\overline{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$P(\{\overline{ggg}\}) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$ په یوه لوبه پرلپسې کې درېواره شین نه شته

$$P(\overline{A}) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \,|\, :(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \,|\, \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0,4) \,|\, : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

باید لږ ترلږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه یوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووېستل شي.

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېر پوړيز تصادفي ازمايښتونه II

لومړی - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف – A : ټول غونډاري شنه دي. . ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. .ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی

.

دويم – - په يوه لوښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوېستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری سور دی.

دريم – د خټينو لوښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوښي لرو.
الف – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟
ب – – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟
پ — څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوښو توليد څخه لږ ترلږه دوه د استعمال وړ وي؟
څلورم – د خټينو لوښو په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوښی شتون لري. سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناټيکاوي لري. څلور لوښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوېستل کيږي.

الف –
څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوښي جوړ يا بې ناټيکاوي دی؟
ب – څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوښو توليد څخه ټيک درې بې له ناټيکاوي يا جوړ دي.؟

پ – څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوښو لږ تر لږه درې بې غلطی ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي ناټیکاوی %10 سترګو ته نه راځي.
له دې امله دا تولید لهدرې مختلو کنترول کوونکو کنترولیږي. د دې لپاره احتمالوالی وټاکئ چې یو بې کاره تولید
الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بې کاره و پیژندل شي.
ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
پ- د بې کاره په توګه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوښي تولیدیږي. هر لوښی یو بل پسې په مختلفو کنترولونو کې د بڼې، رنګ او د باندنۍ سطحې جوړښت په بنسټ ازمایل کیږي.
د تجربې سره سم %25 بڼه د تولید ناټیکاوي له مخې کنترولیږي. د فابریک کنترول څخه %85 برخې بې له ناټیکاوي کنترول څخه تیریږي . په %20 کې ټولو حالتونو د بورته سطحې منترول د لومړي انتخاب غوښتنې (انتظار) نه پوره کوي. فقط که ټول درې کنتر لونه بې د ناټیکاوي کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په خیث، که هڅرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتې لوښي زیانمن (د غورځولو) تولید دی.
الف – ټول در پواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړئ
ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟.
پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پاڼو لپاره 4500 ګټونکي شته ، په لاتري B کې د15000 لاتریو لاندې 9500 ګټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه یوه اخلي .
الف – اختمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوې لاترې وګټي؟
E_1 : په دواړو لاتریو کې ګټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوي دی، چې لاتري ونه کټي؟
E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی،چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وګټي؟
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.
.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دېر پوړيزي تصادفی تجربې II

مفصل ځوابونه

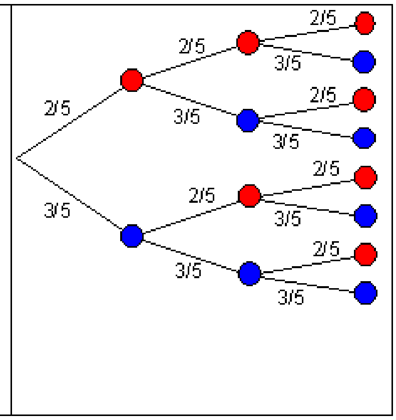
لومړی –

$$P(\{rrr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0{,}064$$

$$P(\{rrb\}) = P(\{rbr\}) = P(\{brr\}) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = 0{,}096$$

$$P(\{rbb\}) = P(\{brb\}) = P(\{bbr\}) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0{,}144$$

$$P(\{bbb\}) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}216$$



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0{,}216}}$$

ب -

B: یو غونډاری شین او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0{,}196 = \underline{\underline{0{,}288}}$$

پ –

C : یو غونډاری سور ، دوه شنه دي.

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}432}}$$

ت –

D : زیات له زیاته یو غونډاری سور دی. دا په دې معنا چې هيڅ یا یو غونډاری.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0{,}216 + 3 \cdot 0{,}144 = \underline{\underline{0{,}648}}$$

دویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\{rrr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{18}{48}$$

$$P(\{rrb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}\cdot\frac{30}{48} = C$$

$$P(\{rbr\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

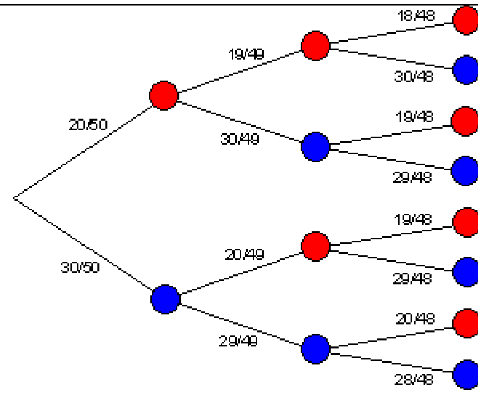
$$P(\{rbb\}) = \frac{20}{50}\cdot\frac{30}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{19}{48} = \frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{brb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}\cdot\frac{29}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbr\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{20}{48} = \frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48}$$

$$P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48}$$



الف -

A : تول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0,207}}$$

ب –

B : يو غونډارى شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 20\cdot 19}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,291}}$$

پ –

C : يو غونډارى سور دى، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,444}}$$

ت –

D : زيات له زياته يو غونډارى سور دى. دا په دي معنا چي هيڅ يا فقط يو.

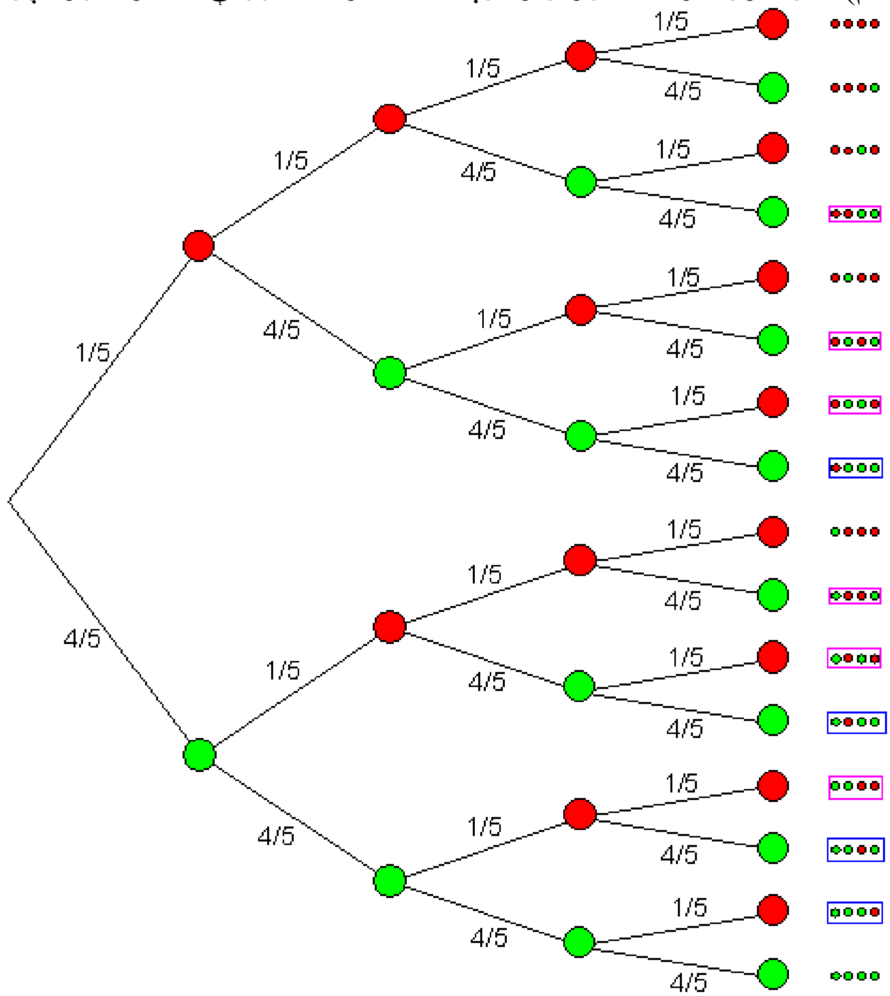
$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50}\cdot\frac{29}{49}\cdot\frac{28}{48} + 3\cdot\frac{30\cdot 29\cdot 20}{50\cdot 49\cdot 48} \approx \underline{\underline{0,651}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم –

مودل : مرتبان له يوه سره(ناتيک توليد سره) او څلور شنه (بې له ناتيکاوي يعنې تول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بيرته ايښووني يا بيرته ور اچوني سره.



الف –

A : درې له څلورو د کارونې دي. دا ونه دياګرام څلور تارونه لري، چې دA پيښې لپاره باوري relevant يا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0{,}4096}}$$

ب –

: له څلورودوه د کارونې دي. دا ونه دياګرام 6 تارونه لري، چې دB پيښې لپاره باوري يا د پوښتنې دي يعنې پوښتنه کې راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = 6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 6 \cdot \frac{16}{625} = \underline{\underline{0,1536}}$$

پ –

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. داپه دې معنا چې درې یا زیات د کاروړ دي.

$$P(C) = P(A) + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{64}{625} + \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم –

مودل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زیان سره) او80 شنه (بې زیانه) غونډاري څلورواره وېستل بې له بېرته اېښوونې یا بیرته ور اچوني سره. د لسمي پوښتنې دیاګرام کیدی شي وکارول شي. مګر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالوالی تغیر خوري.

الف –

A : ټول څلور لوښي بې زیانه دي. دا ونه دیاګران یو تارلري، چې د هغې لپاره پیښه A رامنځ ته کیږي یا پیښیږي.

$$P(A) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} \approx \underline{\underline{0,4033}}$$

ب –

B : دد رانیولو څلور لوښو څخه درې بې زیانه دي. دا ونه دیاګرام څلور تارونه لري، چې د پیښې B لپاره رلېوانت یا د باوروړ دي.

$$P(B) = 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,4191}}$$

پ – یا زیات

C : لږتر لږه درې له دې څلور رانیولشوو لوښو بې زیانه دي. دا په دې معنا چې درې یا زیات بې زیانه دي.

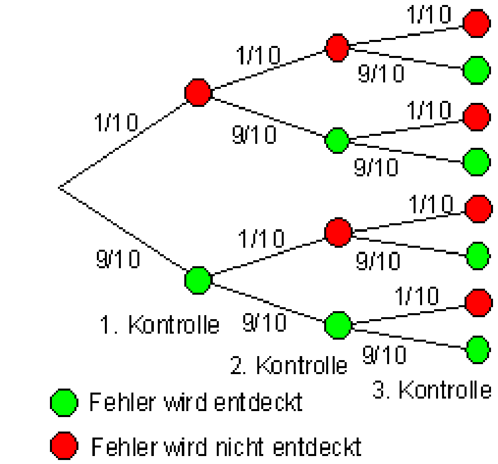
$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} + 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودلModell : مرتبان یا جام د1سره (زیانمن) او 9 شنه (بي زیانه) غونډارو سره . درې واره وېستنه د بیرته ور اچونې سره .

د لیل د بیرته وراچونې لپاره :
کنترول یو له بل خپلواک پېښیږي. وتون حالت د هر ځل وېستنې لپاره تل بیرته همغه یا برابر دی.(د زیان نه لیدنه 10%)
مخامخ د الماني پښتو له پورته وکښته لور ته:
١. کنترول،٢.کنترول، ٣.کنترول،شین:زیان کشف کیږي، سور:زیان نه کشفکیږي.



الف –
A : د دویم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوې ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دویم کنترول کې پیژندل کیږي.

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي: $P(1.) = \frac{9}{10} = 0{,}9$

د دویم کنترول سره پیژندل شوي: $P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0{,}09$

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0{,}99}}$$

ب –
B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0{,}009}}$$

پ –
C : نه پیژندل کیږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0{,}001}}$$

شپږم –
الف – د لاندې پښتو: له کیڼ کښته لور ته: بڼه، رنګ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له ښي کښته لور ته:١.انتخاب، ٢ .انتخاب،٢ . انتخاب،زیانمن (یعني د غوځولو)٢.انتخاب، زیانمن، زیانمن،زیانمن.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی انتخاب:

$0,75\cdot 0,85\cdot 0,8=\underline{\underline{0,51}}$

دويم انتخاب :

$0,75\cdot 0,85\cdot 0,2=0,1275$

$0,75\cdot 0,15\cdot 0,8=0,09$

$0,25\cdot 0,85\cdot 0,8=0,17$

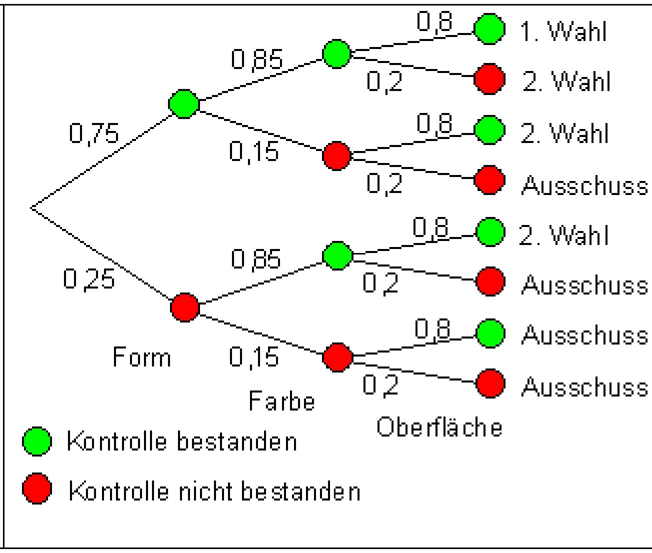
زيانمن:

$0,75\cdot 0,15\cdot 0,2=0,0225$

$0,25\cdot 0,85\cdot 0,2=0,0425$

$0,25\cdot 0,15\cdot 0,8=0,03$

$0,25\cdot 0,15\cdot 0,2=0,0075$



ب - $P(2.Wahl)=0,1275+0,09+0,17=\underline{\underline{0,3875}}$

پ- $P(1.Wahl)=\underline{\underline{0,51}}$

ت -

$P(Ausschuss)=0,0225+0,0425+0,03+0,0075=\underline{\underline{0,1025}}$

اوم –

الف -

$P(A)=\frac{4500}{10000}\qquad P(B)=\frac{9500}{15000}$

xx $P(E_1)=P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{4500}{10000}\cdot\frac{9500}{15000}=\underline{\underline{0,285}}$

ب – ګټه مخ ته نه لرو، که په لاټري A او لاټري B کې ونه ګټل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاټري A کې بايلنه $\bar{B}$ په لاټري B کې بايلنه

$P(E_2)=P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{5500}{10000}\cdot\frac{5500}{15000}=\underline{\underline{0,202}}$

پ - E_3 د E_2 په څټ – يا برعكس پيښنه

$P(E_3)=1-P(E_2)=1-0,202=\underline{\underline{0,798}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ م – په احتمالوالي شميرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کيدی شي، ديوه لوښي څخه د مختلفو غونډاروراوستلو له لارې، چې مر تبان يا کټوری يې بولو مودل يې جوړې شي. په يوه کټوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کيږي.

راوستنه کيدی شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونيسي:

اول - يو غونډاری راوستل کيږي اوبيرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل(ډول) بلل کيږي د بيرته وراچونې سره.

دويم – له راوستنې وروسته غونډاری بيرته نه وراچول کيږي.

دا د متربان مودل(ډول) بلل کيږي نه د بېرته وراچونې سره

ډېرې تصادفی تجربې کېدی شي د مرتبان ډول باندې بېرته واړول شي. دا تصادفي پېښنه په بام کې نيسو،، درې واره د پيسې غورځونه،، ، د دې په ځای کېدی شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واره يو يو غونډاری راووستل شي، د بيرته وراچونې سره.

د مرتبان مودلونې (د روستنې ډول) سره تصادفي ازماېښت

يو څو بيلګې دې د متبان مودلګټې په ګوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د يوه سترګي (مکعب) د دوه واره غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالوالی څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په ګڼه (نمره) شوي. دوه واره راوستنه د بېرته وراچونې سره. پلټونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	$P(6\,\|\,6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$
دیوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی توکلي یو زده کوونکی کنترولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زدهک وونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار یې نه دی کړی؟	مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپین او10 تور . پلټونکی احتمالوالی: $P(s)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}=0{,}4$
د لیسې په یوه ټولګي کې ۱۲۰ 120 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقې لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟	مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپین غونډاري(دښځینه وو لپاره او18 تور غونډاري (د نارینه ووو لپاره). دوه واره راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکی یا غوښتونکی احتمالوالی. $P(s\,\|\,s)=\frac{18}{120}\cdot\frac{17}{119}$ $=\frac{306}{14280}=\frac{51}{2380}\approx 0{,}021$
یو د احسایې انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زیږېدنو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر	مرتبان له 100 غونډاروسره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لباره). دوه واره راوستنه د بیرته وراچونې سره. غوښتونکی احتمالوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بل پسې دوه هلکان دنیا ته راوړي؟	$P(b\|b)=\frac{53}{100}\cdot\frac{53}{100}$ $=\frac{2809}{10000}\approx 0,2809$

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصاذفي تجربه د دوه واره روستنې له لارې د بیرته وراچونې له لارې سمیولي (د سیستم تحلیل تیوریتیکې یا د فرمولونو له لارې پیچلې وي) کېدی شي.

دا کیدی شي داسې په بام کې راولي، چې مورانې تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنیان نړی ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډاروبیرته ور اچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنیانوپه ځای له غونډارو کار اخستل کیږي) کیدی شي.

یو بیخي بل ډول سیمولاېشن حاکم کیږي، که د بیلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنیانو څخه مخ ته لاړ شو چې له هغو53% هلکان دي. تصادفي یا توکلي دوه کوچنیان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټیک دوه هلکان ټاکلي ،دی:

$$P(j|j)=\frac{53}{100}\cdot\frac{52}{99}=\frac{53\cdot 13}{25\cdot 99}\approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بېرته وراچونې.

د ختینو لوښو څخه له دې مخ ته څو چې 20% زیانمن یا ناسم تولیدیږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوښو څخه ټیک دوه د کار وړ وي؟

یادونه : په لاندې کېg د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کتوری له 8 شنه غونډارو سره (د کاروړ) او2 سرو غونډارو سره (زیان من). درې وراه وېستنه له بیرته وراچونې سره:

پیښنه A - له دریو څخه دوه لوښي د کا وړ دي.

د ونې دیاګرام په مرسته نتیجه ډېری لاس ته راځي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د راوستني نتيجه ډېرۍ ده : , S={ggg,ggr,grg; rgg,rrg;rgr;grr;rrr}

د پېښې ډېرۍ ده: A={ggr;grg;rgg}

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0{,}8 \qquad P(r) = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

$$P(gg) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \qquad P(ggr) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2$$

$$P(A) = P(ggr) + P(grg) + P(rgg)$$
$$= 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}8^2 = 3 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 = \underline{\underline{0{,}384}}$$

له څلورو کسانو، انګوره ,(A) ، بهير ,(B) ، کابلۍ ,(C)، داغي (D) څخه دوه د لوښو منځلو لپاره توکلي راووتل يا وټاکل شول، چې يو اوبه پرې تېروي يعنې يو يې غړوي او بل يې وچوي. د کوم احتمالوالي سره لومړی کابلۍ او پسې بهير راوځي؟

مودل :

کټوری له څلورو غونډارو سره چې په ليکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوستنه له بيرته وراچوني سره.
دلته د رواوستلو غونډارو د راوستني لړۍ په پام کې نيول کيږي. د الف پيښه داسې ده:
لومړی کابلۍ بيا بهير.

نتيجه ډېرۍ(سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه يزو کمبينيشنونو جوړه ده ، يعنې له

$$S = \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\}$$
$$A = \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0{,}08\overline{3}$$

په موټرشميرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصی موټر يعنې واړه موټړPkw او30% باروړونکي موټرLkw او5% نور خوزنده الات دي.
احتمالوالی څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټرPkw پسې لارۍLkw اوپسې دا بل خوزنده اله ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

مودل :

کټوری له غونډارو سره ،65 سره ګرندی (Pkw)، 30 تور لارئ (Lkw) او 5 سپین (نور څغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچونې سره.

غوښتونی احتمالوالی :
$$P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0{,}00975$$

یو لوبه کوونکی(لوبغاړی) جوارګر به یې څکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترګی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالي سره لږ ترلږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کټوری له سرو غونډارو(بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) n – ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره. عددn ناڅرګند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د6 راوتنې احتمالوالی 1/6 دی. احتمالوالی، چې 6شپږ ونه غورځول شي 5/6 دی. موږ د دې لپاره پیښې تعریفوو:

پیښه الف : یو شپږ غورځول، پیښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پیښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

–ِ په هر ه ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{1}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

- په هره غورځونه کې چې 6 ونه غور ځول شي:

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots\ldots \cdot \frac{5}{6}}_{n\ mal} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

برعکس د ،، په n –غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې ،، په n –غورځونو کې ټولټال یو 6 وغورځول شي،، بلکه ،، په n –غورځونو کې ټولوټال لږ تر لږه یو6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعریفوو: په n –غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو6 غورځوي.

برعکس یې $\overline{E}$ دی: په n –غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کېږي.

د $\overline{E}$ احامالوالی همدا اوس پېژنو : $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

له دې سره د E احتمالوالی دی: $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E)\geq 0,90$ باید وي.

$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90$ د n عدد غوښتل کېږي(د غورځولو تعداد)

حل یې د بڼه بدلو او لوګاریم نیونې له لارې .

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \mid \ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) \mid : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0,18 < 0 \Rightarrow$$

اړیکې $\leq$ په څټ کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,629$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 – ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه %90 اطمنان سره لږ ترلږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول يې افاده (ويينه): زه اجازه لرم چې ز يات له زياته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 –ځله غورځونه کې 6 لاس ته را نه وړم يا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پيښنو سره احتمالوالی

تړلې پيښې (چې په يوه عمليه کې سره راغلې وي)
تر اوسه يو ګونې پيښې تر پام نيول شوې وې. پيښې سره تړل کيږي هم.
پوښتنه: په يوه مسلکي ښوونځي کې100 زده کوونکي نارينه اوښځينه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې ، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته يا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي ياد واړه)

ب - يو زده کوونکی نارينه يا ښځينه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشميری، چې هغه / هغې هسپانوي يا فرانسوي زده کړې.

(دلته يا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي يا دواړه)

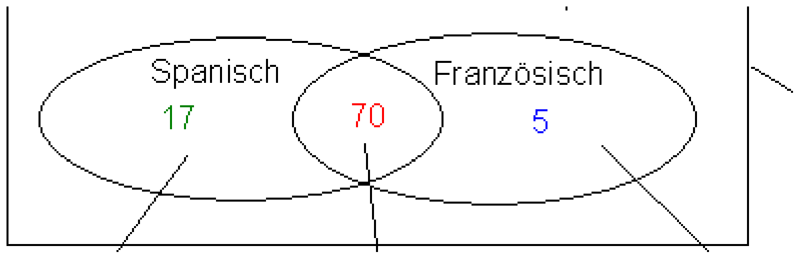
ځواب :

الف – همداسې په ساده ډول نه سي کيدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعه کړي، ځکه چې بيا به د زده کوونکو په يوه تعداد 162 = 75 + 87 راغلي وی.

دا له دې امله ناټيک دی، ځکه چې هغه نارينه اوښځينه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي يې زده کړي دوه واره ګڼل (شميرل) کيږي.

75 زده کوونکي (نارينه \ ښځينه) د فرانسوي له دوي څخه 70د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارينه اوښځينه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط17 له سپانوي سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دواړو څخه کومه نه  فقط سپانوي فرا نسوی او سپانوي فقط فرانسوي	ټول نارینه او ښځینه زده کوونکي

دا 70 نارینه او ښځینه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوی ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارینه او ښځینه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارینه اوښځینه (75) فرانسوي تعداد سره جمعه یا زیات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارینه اوښځینه زده کوونکو تعداد دوه واره وګڼل یا وشمیرل شو. نو له دې امله باید 70 له زیاتون یا جمعي (162) څخه کم یا تفریق شي.

د ښځینه او نارینه زده کونکو تعداد د سپانوي یا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دې معنا چې، 8نارینه او ښځینه زده کوونکي په لیسه کې له دې دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي(Spracherfüller in Sek I) .

ب – لومړی په لاندې توګه پیښي تعریفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لروده S: زده کوونکو سپانوي درلوده

احتمالوالی: $P(S\,\text{oder}\,F) = \dfrac{87 + 75 - 70}{100} = 0{,}92$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S\,\text{oder}\,F) = \underbrace{\frac{87}{100}}_{P(S)} + \underbrace{\frac{75}{100}}_{P(F)} - \underbrace{\frac{70}{100}}_{P(S\,\text{und}\,F)} = 0{,}87 + 0{,}75 - 0{,}70 = 0{,}92$$

odrد یا und او د او په معنا.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې بیلګې څخه د جمعي یا زیاتون قانون پېژندل کيږي.
د جمعي یا زیاتون قانون:
که یوه پیښه E د پېښو A او B څخه رايوځاى شي، چې دا سره غوځولاى هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پیښې خوندي لرودى شي لکه په يوه یا- ترڼه کي، نو بايد داپه پامکې ونيل شي، چې دا ګډې پیښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا – پیښه)
نو د پیښې لپاره احتمالوالى دى

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :
د یوه یا-پیښې احتمالوالى د دواړو پیښو د احتمالوالي جمعه ده، د او –پیښې په کمښت یا تفریق سره.

بیلګه:
یوه دانه (سترګيز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد یا ګڼ له 3 لوى دى.
B : د سترګيو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دى.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پيښيږي:
C : د سترګيو عدد له 3 لوى یا د سترګيو عدد یو جوړه عدد دى.
پیښه C د A او B یوه د یا - ترڼه ده. د P (C) احتمالوالى و شمیرئ.
لومړى دA اوB پیښه- ډېرئ یا - – سټ جوړوو:

$A=\{4,5,6\}$; $B = \{2,4,6\}$

د جمعي یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کيږي.

د دې لپاره د نتيجه ډېرئ ته اړکيږو

$A \cap B$. $A \cap B = \{4;6\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو پېښو احتمالوالي دي:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالوالی لرو:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

د نتیجو ټیکاوی ساده ازمیل کېدی شي، داسې چې د $C=A\cup B$ نتیجه ډېری جوړه شي اود هغې احتمالوالی و ټاکل شي.

$$C=A\cup B=\{2;4;5;6\}\Rightarrow P(C)=P(A\cup B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

تمرین:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.
B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده. د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.
بیلګه :

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.
لومړی د A او B نتیجه- ډېری جوړوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

A = {1,2,3} ; B={4,5}

د زیاتون قاعدې له مخې

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د $A\cap B$. نتیجه ډېری $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ ته اړ یو.

د یوګونو پیښنو احتمالوالی دی:

$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=P(\varnothing)=($$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-0=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{5}{6}}$$

یاودنه:

که $A\cap B=\{\ \}=\varnothing$ t نو باور لري $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.:.

تمرین:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یو ه کارته راباسو(Skat).

دا لاندې پیښنه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوېستلې کارتې د ځېرې کارتې ده یا د پښې Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پیژندل شوې د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:
S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېرۍ وي.
اول : د ټولو پېښنو E لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 \le P(E) \le 1$، چې $P(\varnothing)=0$ او $P(S) = 1$ دي.
دا په دي معنا ، چې د يو ي منځ ته راتګ احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کميز يا منفي نه شي کېدی.

دويم : که، $E=\{e_1;e_2;\ldots e_n\}$ وي، نو $P(E)=P(e_1)+P(e_2)+\ldots+P(e_n)$ باورلري
(بيلګه دانه يا سترګيز مکعب)

دريم : د ټول A او B پيښو لپاره باور لري
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ځلورم : د ټول C پيښو لپاره باور لري: $P(\bar{C})=1-P(C)$ (يښي او برعکس يا مخامخ پيښي)

دتمرينونو حل (اوبی):؟؟؟؟؟؟؟؟
يوه دانه (سترګيز مکعب) يو وارِ غورځول کيږي. دوه پيښي کره کيږي يا منځ ته ارځي:
A : د سترګيو عدد يا ګڼ له4 لوی دی.
B : د سترګيو عدد له *1* لوی دی.
يوه نوې پيښه په لاندې ډول پيښيږي:
C : د سترګيو عدد له 4 لوی يا د سترګيو عدد ناجوړه او يا له *1* لوی دی.
پيښه C د A او B يوه د يا - ترنه ده.
د P (C) احتمالوالی و ټاکئ.

لومړی د A او B نتيجي جوړوو.
$A=\{5;6\}\quad B=\{3;5\}$
د جمعي قانو له مخي اوس شمېرو:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
د دي لپاره د $A\cap B$ نتيجه ډېری يا نتيجه سټ $A\cap B=\{5\}$ ته اړتيا لرو.

د يوګونو پيښو احتمالوالی دی:
$$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\quad P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$
له دي سره د C احتماوالی دی:
$$P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تمرین حل (اوبی) :
یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار ِ غورځول کیږي. دوه پیښې کره کیږي یا منځ ته ارځي:
A : د سترګیو عدد یا ګڼ له4 کوچنی دی.
B : د سترګیو عدد 4 یا 5 دی.
یوه نوې پیښه په لاندې ډول پیښیږي:
C : د سترګیو عدد له 4 کوچنی یا د سترګیو عدد 4 دی.
پیښه C د A اوB یوه د یا - تړنه ده.
د P (C) احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:
یوه کارته له یوه لوبو کرتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي(سکاټ) لاندې پیښه کوم احتمالوالی لري؟
E : راباسل شوې کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشې کارته.

د ا پیښه E یو د او-تړنه ده د پیښو څخه:
A : غوښتونکې کارته یو څیره کارته ده.
B : پلټونکې کارتې یوه د پشې کارته ده.
لومړی د A او B پیښو ممکنه تعداد ټاکو.
A : له ټولو32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.
B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشې کارتې دي.
د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$. ممکنه پیښو ته اړتیا لرو.
$A \cap B$. : د پشې ۳ څیره کاتې شتون لري(غلام، ماتکه، پاچا)
د یوګونو پیښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -   شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترګي (سترګيز مکعب) په زيات-ځله غورځوني کې چې د1 او 6 ترمنځ يو ټاکلی عدد وغورځوي د پخوانۍ غورځوني په واک نې ده دی.

هره غورځونه د تېرې غورځوني خپلواکه ده.   د دې برعکس يا په ځټ که له يوه مرتبان ، چې د بېلګې په توګه د دوه رنګونو سره غونډاري په کې پراته وي يو په بل پسې يو غونډاری بې له بېرته وراجونې راووستل شي، نو د يوې ټاکلې پېښې احتمالوالی د تېرې پېښې په واک کې دی.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پيل بيلګه:

په يوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70   غونډاري له له لرګيزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مسنوعي موادو.

25 د لرګي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستيک جوړ غونډاري سره دي او20 شنه.

لاندې پېښې تعريُيږي:

A : غونډاری له لرګي دی. $\overline{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B : غونډاری سور دی. $\overline{B}$: غونډاری شين دی.

غونډاري دوه نخښې لري د هر دوه ډولونو يا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz $\overline{A}$: Kunststoff	Farbe	B: rot $\overline{B}$: grün

(c) ketabton.com: The Digital Library

پورته له کيڼ پورته څخه کښته په ترتيب ښي لورته:

نخښه۱، مواد، په نخښه ونه يا نخښه وړنه، لرګی، مصنوعي مواد، نخښه ۲ رنګ، نښه وړنه، سور ، شين.

دا شي حالت کيدی شي په يوه ډېرپټي ډوله يا ډېرمخيزه تخته انځور شي.
نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې يې جمعه يا زياتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		
		B: rot	$\bar{B}$: grün	Summe
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
	Summe	35	65	100

له مرتبان څخه يو غونډاری توکلي راوستل کيږی.

د تختې د داتا سره کيدی شي لاندې احتمالوالی سيده و شميرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0{,}7 \qquad P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0{,}35 \qquad P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0{,}65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

اړونده ډېر مخيزه (ډېرساحه وي) تخته

(c) ketabton.com: The Digital Library

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0{,}25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}45$	$P(A) = 0{,}7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}2$	$P(\bar{A}) = 0{,}3$
Summe	$P(B) = 0{,}35$	$P(\bar{B}) = 0{,}65$	1

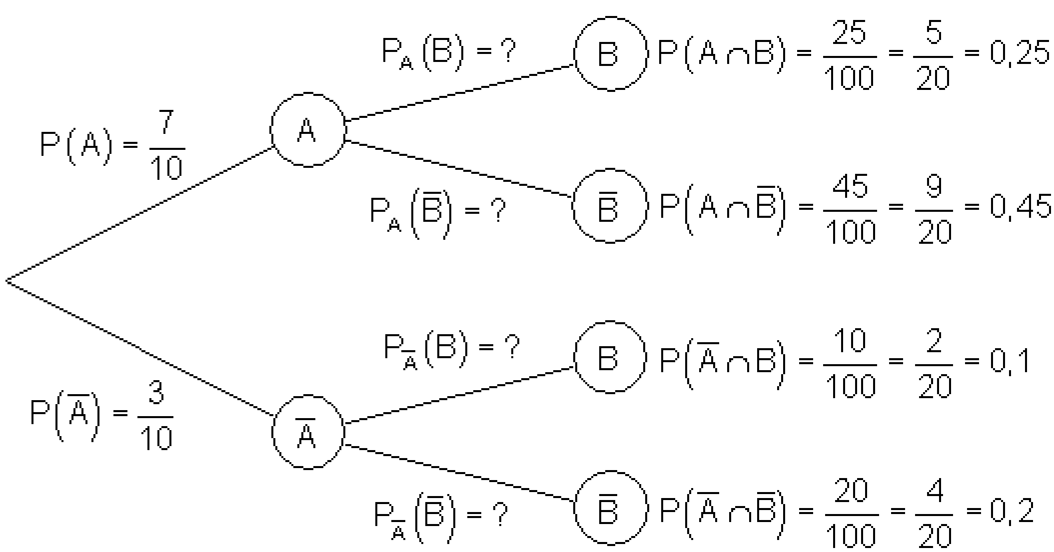
يو ځوک يو غونډارى را وباسي اوله لاس سره يې احساسوي، چې دا غونډارى له پلاستيک جوړ دى.

د دې لپاره احتمالوالى څومره لوي دى، چې د ده په لاس کې غونډارى شيندى؟

دا احتمالوالى نه دى، چې له هغې سره سرى له مرتبان څخه شين پلاستيکي غونډارى ر ا باسي.

له ډېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدى غوښتل شوى احتمالوالى وشمېرل شي.

د يوې پېښو ونې سره اوس کېدى شي دا احتمالوالى روښانه شي.



اړيکي $P_A(B)$ ، په دې معنا دي چې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلې ده.

دا احتمالوالی شرطيز احتمالوالی یا ،،احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کيږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوي د یوه شنه غوندارې د راوستنې لپاره، که سړی پوه شي چې راوستلی غوندارې د پلاستیک دی.

د یو ع احتمالوالي په لټه کې یو،چې دیوه شر ط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غوندارې پلاستیک دی.
د دې لپاره چې په ونه دیاګرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A)\cdot P_A(B) = P(A\cap B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کيږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځي او له دې امله د بای- قانونBayes په نامه یادیږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

که A اوB پېښې وي د $P(A)\neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{5}{20} : \frac{7}{10} = \frac{5\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A\cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{9}{20} : \frac{7}{10} = \frac{9\cdot 10}{7\cdot 20} = \frac{9}{14} \approx 0,64$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{20} : \frac{3}{10} = \frac{2\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{20} : \frac{3}{10} = \frac{4\cdot 10}{3\cdot 20} = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غوندارې د پلاستیک جوړدی، نو د دی لپاره احتمالوالی ،

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې شین رنګ راباسل شي،دی: 2/3. د دې برعکس دیوه شنه پلاسفیک غونډاري راوستل 0,2 دی.

یو بل ډول ورننوتنه:

یو مرتبان درې شنه او دوه سره ِغونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري یو بل پسې بې له بېرته وراچولو روستل کيږي.

A : په لومړی راوستنه کې شین راوستل کيږي.

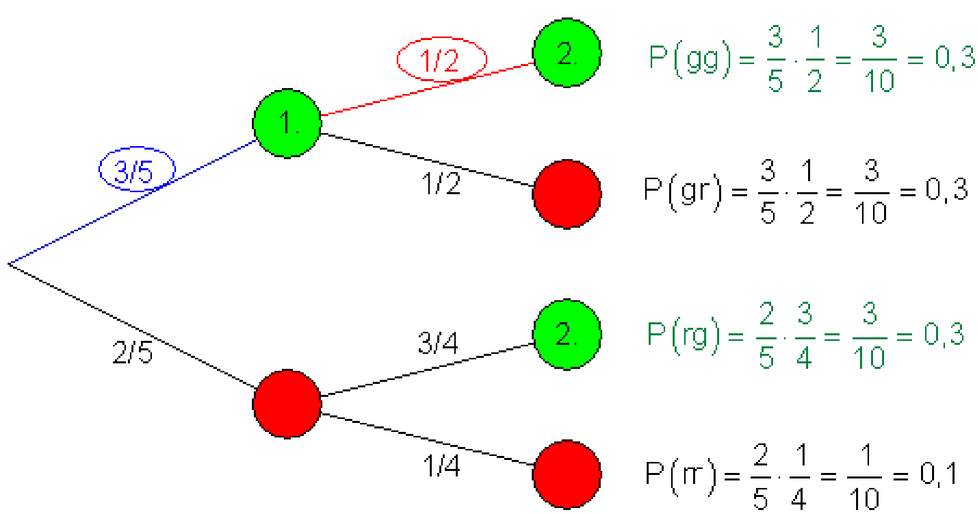
B : په دویمه راوستنه کې شین راوستل کيږي.

C: شین په لومړی او دویمه راوستنه کې شین راوستل کيږي.

D : شین په دویمه راوستنه کې له دې امله راوستل کيږي، چې شین په لومړي ځل تیار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالالی ټاکل کيږي.

د ونې دیاګرام د تار احتمالوالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دیاګرام څخه لاندې نتیجې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړۍ راوستنه کې شين : $P(A)=3/5 = 0,6$ او

په دويمه راوستنه کې شين: $P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

په لومړۍ ر اوستنه کې شين او دويمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

$P(D)= 1/2$ لوستل کيږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

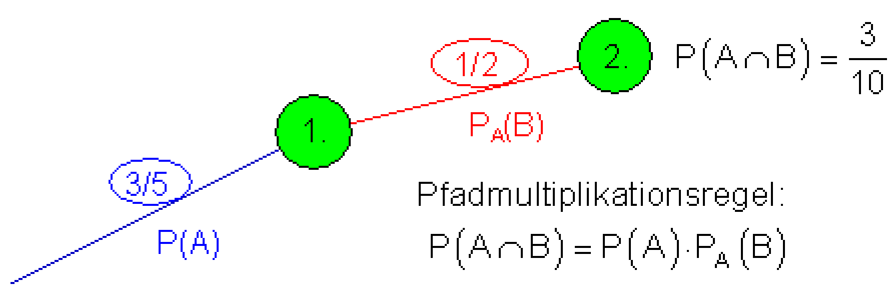
د نيونو (فرضيو) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپين راوه وستل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونداري په مرتبان کې شتون لري.

د شنه راوستنې لپاره په دويمه راوستنه کې1/2 دی.

د D احتمالولي لپاره (شين په دويمه راوستنه کې) د نيونو (فرضيو) (شين په لومړۍ راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخښونه يا نخښه کونه $P(D) = P_A(B)$. ښاکل کيږي.

په انځور شوي حالتکې باور لري: $P_A(B) = \frac{1}{2} \qquad \left(\neq P(B) = \frac{3}{5}\right)$

د پسې کتنې لپاره د تارډياګرام د برخډېرۍ(قطاع) په جوړ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسې کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدی شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A تياره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرتې نتيجې سره ازمايو

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}, \quad P(A) = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (ډېرواره راوستل بې له بېرته وراچونې) روښانه څرګندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي(يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره(ډېرواره راوستنه د بيرته وراچونې سره)، بيل شرايط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسې راوستنې لپاره شرايط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړی راوستنې شرايط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډاری پرلپسې د بېرته ايښونې يا وراچونې راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفيږي:

A : په لومړی راوستنه کې شين راوستل کيږي.

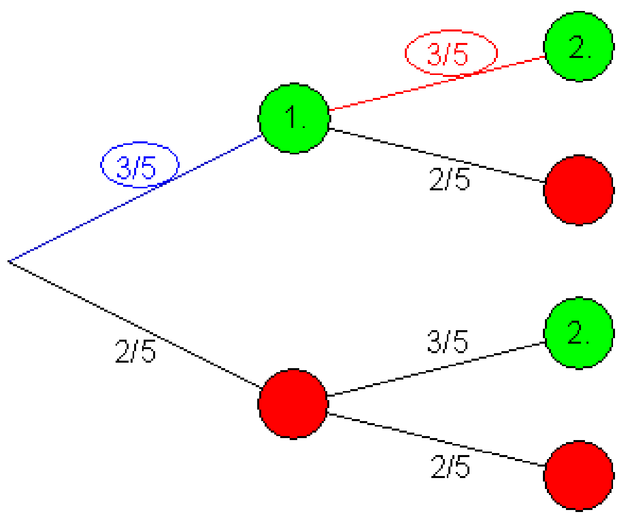
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

N: شين په لومړی او دويمه راوستنه کې راوستل کيږی.

D: شين په دويمه راوستنه کې راوستل کيږي، په دې شرط، چې ګرون هودا اوس په لومړی راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دياګراک د اړونده تارونو احتمالوالي سره :



$$P(gg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}=0,36$$

$$P(gr)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(rg)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{25}=0,24$$

$$P(rr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}=0,16$$

له ونې دياګرام څخه لاس ته راځي:

په لومړی راوستنه کې شين: $P(A)=3/5=0,6$

په دويمه راوستنه کې شين: $P(B)=\frac{9}{25}+\frac{6}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}=0,6$

د شنه لپاره په لومړی راوستنه کې او شين لپاره په دويمه راوستنه کې د تارضربقانون له مخې لاس ته راځی

$$P(C)=P(A\cap B)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

$P(D)=\frac{3}{5}$ لوسټل کيږي.

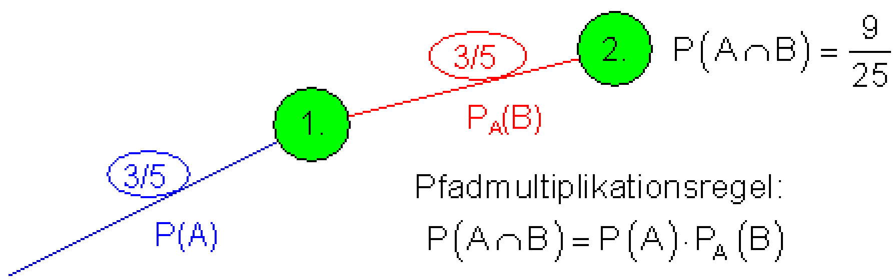
(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیږي، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچوني سره پیل حالت بېرته برقراریږي.

د دویم ځل د شنه راوستنې لپاره همغه د لومړي ځا د راوستنې سره بېرته برابریږي $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دیاګرام څخه یوه برخه:

په لاندې کې Pfadmultiplikaionsregel د تارضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

$$P_A(B) = P(B)$$

له دې سره د تارضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پیښیدنه د B احتمالوالي باندې کومه اغیزه نه لري.

سرې وایي، چې پیښه A او B یو له بل خپلواکې دي.

خپلواکې پیښې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېښه B له پېښي A خپلواکه ده، که دA د پېښيدني ځخه دB دپېښيدني لپاره احتمالوالی بې اغيزه وي (خپلواک).

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

ب

يلګه : له مرتبان راوستنه د بيرته وراچوني سره.

په ياد ولرئ: د دوه پېښو A اوB پېښي د يو له بل خپلواکوالی ښووني لپاره په لاندې توګه مخ ته ځو:

شميرل کيږي $P(A); P(B)$ او $P(A \cap B)$

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$، سره .

نو پېښي A اوB يو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې يا پرته له دې پېښي A او B يو د بل په واک کې دي.
په ونه دياګرام کې دپېښو خپلواکوالی له دې ځخه پېژندل کيږي، داسې چې په دويمه پوړۍ کې د ونې دياګرامونه برابر دي. که برعکس ياپه ځېټ دا يو له بل مختلف وي،نو پېښې بيا يو د بل په واک کې دي.

بيلګه ۱: د يوه ښه جوړ شوي (ideal)سترګيز(سترګيز مکعب) په لاندې توګه رنګه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنګ سره او دوه د شنه رنګ سره رنګين شوي. يوه اړخسطحه توره او بله اسماني رنګ شوي دي.

غونډارۍ دوه واره غورځول کيږي. لاندې پېښي تعريفيږي:

A : په لومړۍ اچوني سره رنګ سور يا تور لويږي يا منځ ته راځي.

B : په دويمه غورځونه کې رنګونه شين يا تور را ځرګنديږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و ځيرئ، چې پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام يا فکرکونه : $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A);\ P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$A = \{(rx);(sx)\}$ د x= په خوښه <= $P(A) = P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

$B = \{(xg);(xb)\}$ د x= په خوښه <= $P(B) = P(g) + P(b) = 1/3 + 1/6 = ½$

$$A \cap B = \{(rg);(rb);(sg);(sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg) + P(rb) + P(sg) + P(sb)$$
$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نتيجه : $P(A) = \frac{1}{2};\ P(B) = \frac{1}{2};\ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

دوه پيښې A او B يو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \\ P(B) = \dfrac{1}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \dfrac{1}{2} \\ \text{Unabhängigkeit} \end{array}$$

نتيجې A او B يو له بل خپلواکې دي.

بيلګه ۲ : يو سترګی د يوه درېګوډي اهرام په بڼه څلور برابرې لويې سطحې لري د عدد 4 ;3 ; 2 ; 1 (څلوريزه ياڅلور اړخيزه سترګی) سره.

دا سترګی درېواره غورځول کيږي. لاندې پيښې تعريفيږي:

A : په لومړی غورځونه کې عدد ۱ يا ۲ راښکاره کيږي(راوځی) اوپه دويمه غورځونه کې 2 ; 1 يا 4.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : به د ویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غروځونې کې.

و څېړی، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکرکونه : $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$

د $P(A);P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمیرنه

$$A = \{(1|1);(1|2);(1|4);(2|1);(2|2);(2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2);(1|3);(1|4);(2|1);(2|3);(2|4);(3|1);(3|2);(3|4);(4|1);(4|2);(4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2);(1|4);(2|1);(2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

نتیجه: $P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$:

دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3} \\ P(B) = \dfrac{3}{4} \end{array} \right| \begin{array}{l} \Rightarrow P_A(B) = \dfrac{2}{3} \neq P(B) = \dfrac{3}{4} \\ \text{Abhängigkeit} \end{array}$$

پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکې45% په مزه شګولاد خوري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو زده کوونکو څخه 55% نور خوارږه غوره ګڼي.

د ټولو زده کوونکو څخه 60% وويل چې خويندې ورونه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خويندو ورونو سره د زړه له کومې شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکی مينه يا علاقه لري، چې ايا زده کوونکي د خويندو ورونو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځاګړی له مخه مينه لري .

واقعيت دی، چې خويندوو ورونو سره زده کوونکي ، د شکولادو   خوراک سره د (مخه) مينې لرلو له امله اغيزه لري؟

د داتا منځ ته راتګ په يوه څلور مخيزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A\cap B)=0,27$	$P(A\cap \bar{B})=0,33$	$P(A)=0,6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)=0,18$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})=0,22$	$P(\bar{A})=0,4$
Summe	$P(B)=0,45$	$P(\bar{B})=0,55$	1

د پيښې اړونده نتيجې دي:

A : زده کوونکی خويندې ورونه لري.

B : زده کوونکی د زړه له کومې شکولاد خوري.

په بلواکوالي يې ازمايښت:

$$\left.\begin{array}{l} P(A)=0,6 \\ P(B)=0,45 \\ P(A\cap B)=0,27 \end{array}\right| \Rightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,27}{0,6}=0,45=P(B)$$

پيښې يو له بل څخه خپلواکې دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خويندې-ورونه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مينه باندې اغيزه نه لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۴:

د څلوراړخیزې تختې او ونې دیاګرام سره

یو مسلکې ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پهزده کوونکي ملفونونه څنګهوېشل شوي دي.

	B : ښځینه	$\bar{B}$: نارینه	جمعه
A: یو ملفون لري :	410	397	807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	114	79	193
جمعه	524	476	1000

الف – نسبي ډېروالی وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګډه اخستنې ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالوالي وشمیرئ او دا په ونه دیاګرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه توکلی یو زده کوونکی داسې ټاکل کیږي.

یو – د کوم احتمالوالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالوالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالوالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکې شتون لري؟

ځواب :

الف –

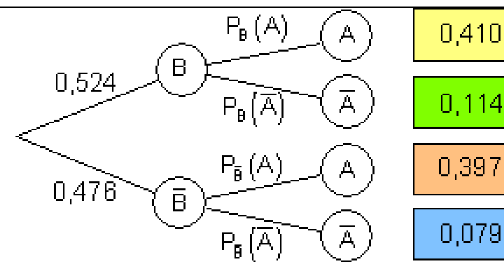
(c) ketabton.com: The Digital Library

	بنځينه B	$\bar{B}$: نارينه	جمعه
ملفون لري: A	0,410	0,397	0,807
ملفون نه لري: $\bar{A}$	0,114	0,079	0,193
جمعه (زياتون)	0,524	0,476	1

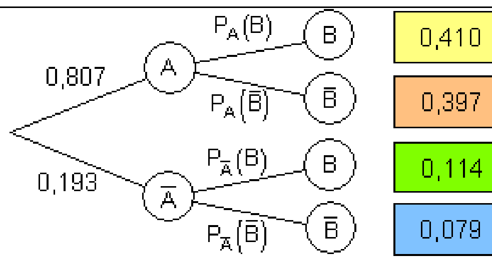
ب –

A : يو ملفون لري $\bar{A}$: يو ملفون نه لري

B : زده کوونکی ښځينه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارينه دی.



د تار احتمالونه | ۲. نخبنه ملفون لري | ۱.نخبنه: نر- ښځوالی



د تار احتمالونه | ۲. نخبنه نر- ښځوالی | ۱.نخبنه: ملفون لري

پ –

د شرطيزو احتمالونو شميرنه

احتمالوالي، چي له څلورمخيز جدول څخه لوستل کيږي او په پيښو تماميږي

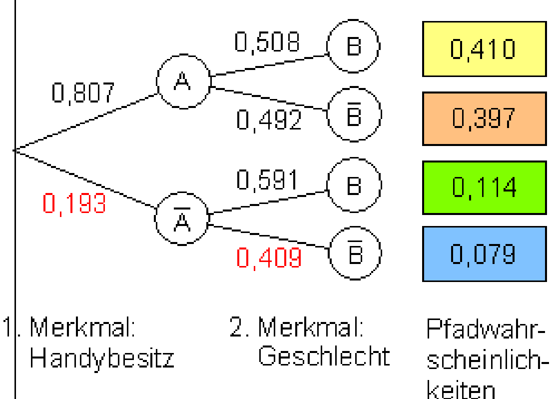
	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0{,}410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}397$	$P(A) = 0{,}807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0{,}114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}079$	$P(\bar{A}) = 0{,}193$
	$P(B) = 0{,}524$	$P(\bar{B}) = 0{,}476$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0{,}410}{0{,}807}\approx 0{,}508$	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0{,}410}{0{,}524}\approx 0{,}782$
$P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(A)}=\frac{0{,}397}{0{,}807}\approx 0{,}492$	$P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{0{,}114}{0{,}524}\approx 0{,}218$
$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{0{,}114}{0{,}193}\approx 0{,}591$	$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0{,}397}{0{,}476}\approx 0{,}834$
$P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{0{,}079}{0{,}193}\approx 0{,}409$	$P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0{,}079}{0{,}476}\approx 0{,}166$

A : زده کوونکی ملفون لري

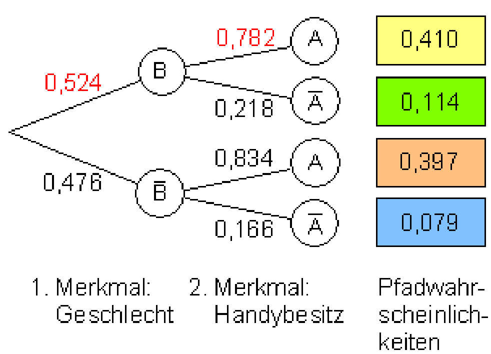
B : زده کوونکی بشځینه دی.



١.نخبه: ملفون لري ۲. نخبه نربشځوالی د تار احتمالوالی

$\overline{A}$: زده کوونکی ملفون نه لري

$\overline{B}$: زده کوونکی نارینه دی



١.نخبه: نربشځوالی ۲. نخبه ملفون لري د تار احتمالوالی

ت – غوښتنکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاګرامه ولوستل شي

١ : $P(\overline{A})=0{,}193$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالي سره یو ملفون نه لري.

۲ : $P(B)=0{,}524$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالي سره یو ښځینه دی

۳ : $P_{\overline{A}}(\overline{B})=0{,}409$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو توکلي تاکل شوی کس، چې له هغه پوهيږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالي سره نارينه دی.

۴ : $P_B(A) = 0,782$

يو توکلي تاکل شوی کس، چې پوهيږو چې ښځينه دی، د 0,782 احتمالوالي سره يو ملفون لري

۵ : د په واکوالي ازماښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړيکو کې)

پېښنه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې يو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرتو نتيجو څخه کېدی شي و ښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\overline{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\overline{A}) \approx 0,218 \neq P(\overline{A}) = 0,193 \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) \approx 0,166 \neq P(\overline{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونوکې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دياګرام څخه کېدی شي د پېښنو بلواکوالی سيده ولوستل شي، ځکه چې د دويمې پوړۍ ترخونې يو له بل مختلفې دي.

که د يوه څلوراړخيز جدول اړيکې مو د ونې دياګرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زيار سره هم حل کړوای شو.

دا به اوس لاندې بېلګه وښايي.

بيلګه ۵ :

د انټرنت زيات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکايت کوي يا ګېله من دي.

نيسو چې په 1% ښو او 40% سبم-مېل (برېښنا ليک)Spam- Mails کې لغات ,,Viagra" مخ ته راځي.

پرته له دې دې 10% برېښناليکونه ښه او 90% دې سپم وي.

احتمالوالی څومره لو دی، چې يو برېښنا ليک، له هغه پوهيږو چې په هغه کې دا لغات ,,Viagra"،،وياګرا،، مخ ته راځي، يو سپيم برېښنا ليک دی؟

پيښنه:

A : برېښنا ليک لغات ،، وياګرا،، لري

$\overline{A}$: برېښنا ليک لغات،، وياګرا،، نه لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : سپیم ــبرېښنا لیک　　　$\bar{B}$: بنه برېښنا لیک

د دې لړلو داتا سره د څلور مخیزجدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي دېروالی په ګوته کوي(احتمالوالی)

د 90 % سپیم په دې معنا چې د سپیم جمعه = 0,9

10% بنه برېښنا لیکونه په دې معنا چې جمعه بنه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې 0,9 x 0,4 = 0,36

10% بنه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

=0,1 x 0,01 = 0,001

سرې کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، څکه چې جمعه یې معلومه ده.

	د سپم-مایل Spam-Mail	بنه مایل Gute Mail	جمعه Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summeجمعه	0,9	0,1	1

سپیم بې له ویاګرا بنه برېښنا لیک بې ویاګرا	0,9 – 0,36 = 0,54 0,1 – 0,001 = 0,099

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0{,}36 + 0{,}001 = 0{,}361$ $0{,}54 + 0{,}099 = 0{,}639$	د ټولو ب ل جمعه له وياګرا د ټولو ب ل بې وياګرا

د دې ارزښتونو سره اوس ځلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B : Spam-Mail	ښه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe جمعه
د وياګرا سره A : mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بې له ويا ګرا	0,54	0,099	0,639
Summe جمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوی دی، چې يو برېښناليک، په کوم کې چې ،، وياګرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوې وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0{,}36 \text{ und } P(A) = 0{,}361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$$

د $P(A \cap B) = 0{,}36$ او $P(A) = 0{,}361$ سره دی $P_A(B) = \frac{0{,}36}{0{,}361} \approx \underline{\underline{0{,}997}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا په دې معنا چې په 99,7% ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې وياګرا منځ ته راغلې يو سپيم -مايل دی.

تمرين :

جدول د يوې فيرما ميرمنې شو سړي ښايي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوې.

	B : ښځينه	$\bar{B}$: نارينه	جمعه
A:سکوونکی	200	800	1000
$\bar{A}$:نه سکوونکی	300	200	500
جمعه	500	1000	1500

الف –احتمالوالی وشميرئ، چې يو کس سره مخامخ شي، چې سکوونکی دی

ب –احتمالوالی وشميرئ، چې د يوې ښځې سره مخامخ شي،

پ – احتمالوالی وشميرئ، چې د يوې سکووني سره مخامخشي.

ت –دوی د يوې ښځې سره مخامخ کيږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکوونکې ده؟

ټ – و ازمايئ، چې ايا پيښې A او B يو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

د B پيښې د رامنځ ته کېدو د احتمالوالی رامنځ ته کيدو لپاره د شرايطو لاندې، چې پيښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

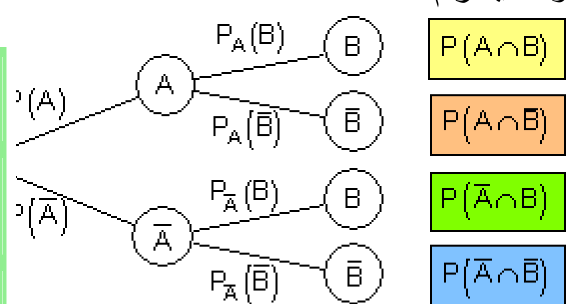
خپلواکې پيښې : پيښه B له پيښېA خپلواک بلل کيږي، که د A رامنځ ته کيدو له امله د B د رامنځ ته کيدو لپاره احتمالوالی نه اغيزمن کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري: $P_A(B)=P(B)$ د $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ سره.

د ځلور تخته ييز جدول او ونې دياګرام ترمنځ اړيکې:

ونه دياګرام



ځلور پټۍ(تخته يي) جدول

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A\cap B)$	$P(A\cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}\cap B)$	$P(\bar{A}\cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

که په يوه ونه دياګرام کې د راوړل شوو پيښنو دلړی پرلپسي بدل شيو نو سرې په ځتې يا برعکس ونه دياګ رام لاس ته راوړي . په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لړۍ پرلپسې پورې تار ونه يو له بل سره همغيز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طيز احتمالوالی هم په توليزه توګه يو له بل توپير لري. دوی د مختلفو پيښنو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مګر په پام کې ولرې:

تل باور لري: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

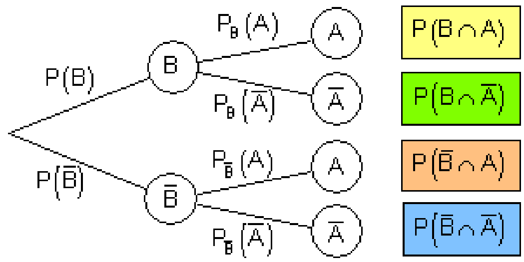
په ځتې يا برعکس ونه دياګرام

برعکس يا په ځتې ځلور تخه يي جدول

	A	$\bar{A}$	Σ

(c) ketabton.com: The Digital Library

B	$P(B\cap A)$	$P(B\cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B}\cap A)$	$P(\bar{B}\cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



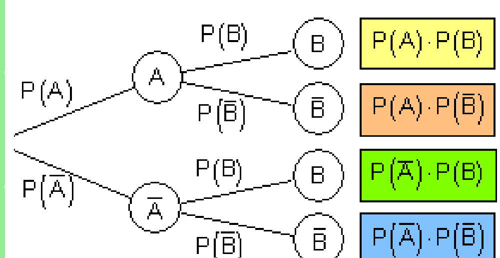
ځلورتخته ييز جدول او ونه دياګرام په ستوښاستيکی خپلواکوالي کې د ستوښاستيکي خپلواکي پيښې A او B ځلور تخته جدول په لومړي تخته کې د $P(A\cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A)\cdot P(B)$: راځي.

د نورو تختو (پټيو) لپاره د يوه ضربجدول ته په ورته توګه باور لري.

په ونه دياګرام کې د پيښو يو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کيږي، چې په دويمه پوړۍ کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

ځلورتخته جدول   ونه دياګرام

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A)\cdot P(B)$	$P(A)\cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A})\cdot P(B)$	$P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1



حل (اوبی):

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسبې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلګه کې د راګردولو ناټیکاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتومالوالی په ماتبڼه(کسري بڼه) انځور کړو.

د المانې له کیڼ کښته ښی لور ته: سګونکی، نه سګونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\overline{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500}=\frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$
$\overline{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500}=\frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500}=\frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500}=\frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500}=\frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500}=\frac{15}{15}=1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A)=\frac{2}{3}\approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي ، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A\cap B)=\frac{2}{15}\approx 0,133$$

ت –د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوې ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A)=\frac{P(B\cap A)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}}=\frac{2}{5}=0,4$$

ټ – دوه پیښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باړر ړلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{5} \\ P(B) = \dfrac{1}{3} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{1}{5} \neq P(B) = \frac{1}{3}$$

Abhängigkeit

الماني په پښتو: بلواکوالی

پورته پیښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی I

لومړی -

په یوه لوی ازمایښت کې یوه دوا ازمایل کیږي. پیښې په یوه جدول کې ځا په ځای ښوي. په دې معنا:

M : دوا نیولې(اچولې)

$\bar{M}$: پلاسیبو اچولې

G : روغ شوی.

$\bar{G}$: نه دی روغ شوی.

	G	$\bar{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\bar{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

الف – نسبي ډېروالی په څلور تخته یي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاګرام رسم کړی.
ب – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د دوا نیولو وروسته روغ شوی وي.؟
پ – احتمالوالی څومره لوي دی، چې د پلاسدو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي.؟
دویم – د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخنې په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په رېزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

گروپ	Bباکتریا	$\bar{B}$: نه ناروغه	جمعه
Aدایمپف سره	60	540	600
$\bar{A}$: بي له ا یمپف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پېچکاري شوی،، اودB تنیجه : ، سړی ناروغ شوی،،. وشمېرئ:

$P(A)$ | $P(B)$ | $P(A\cap B)$ | $P_A(B)$ | $P_B(A)$ | $P(\bar{A}\cap B)$ | $P_{\bar{A}}(B)$

یوګوني نتیجي څه معنا لري؟

دریم – ډېرې نجونې د متورا ولا نسبت ومتورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځواونانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډېتولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښوونځي وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونوکې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرګنده جګه وه نسبت غربې ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته ییز جدول وکاږئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړۍ نخښې ،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه نخښه ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه). پ – یو ونه دیاګرام وکاږئ د لومړۍ نخښې ،و جنس،، (نارینه ، ښځینه) او دویمه نخښه. ،، راتلنځای،، (ختیز، لوېدیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه،ښځینه) د ټولګې څخه یو کس توکلي ټاکل شوی.
یو – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالوالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالوالي سره د ایو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالوالي سره دا له لوېدیزه راځي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرطيز احتمالوالى I

مفصل ځوابونه

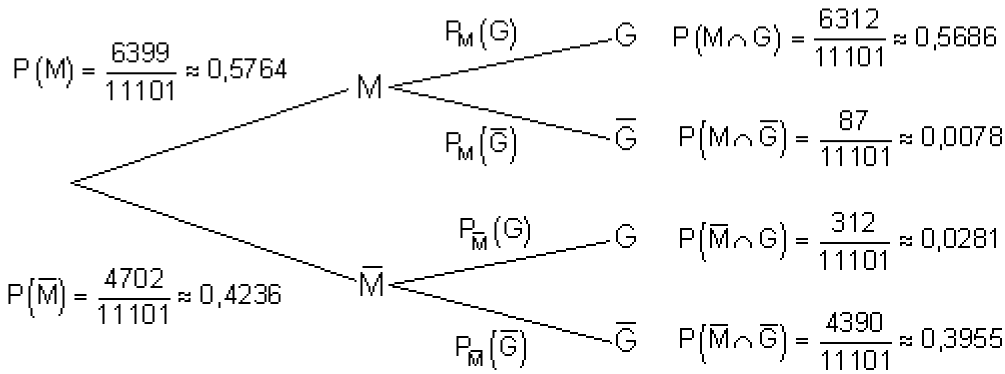
لومړى – الف – څلور- تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\overline{M}$: پلاسيبو يي نيولي

G : روغ شوى $\overline{G}$: روغ شوى نه دى.

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياګرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب –

د يوه کس ، چې له هغه پوهيږو چې دوا يا دارو نيسي، احتمالوالى 0,9864 دى، چې هغه روغ شوى دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{\overline{M}}\left(\overline{G}\right)=\frac{P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{M}\right)}=\frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}}=\frac{4390}{4702}\approx 0{,}9336$$

پ –

د یوه کس ، چې له هغه پوهیږو چې هغه پلاسیبو Placebo نیولې، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوې.

دویم –

A : کس واکسین شوی $\overline{A}$: کس نه دی واکسین شوی

B : کس ناروغه دی $\overline{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې یو واکسین شوی کس پیدا کړو 0,666... دي.	$P(A)=\frac{600}{900}=0{,}\overline{6}$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,2. دي.	$P(B)=\frac{180}{900}=0{,}2$
د یوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسین یو ناروغ شوی کس پیدا کړو 0,06666.... دي.	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0{,}0\overline{6}$
یو ځوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه واکسین شوې ده د یوه 0,1 احتمالوالي سره بیاهم ناروغه شوې.	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0{,}1$
یو ځوک، چې له هغې پوهیږو، چې هغه ناروغه شوې د 0,333.. یوه احتمالوالي سره واکسین شوې	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0{,}\overline{3}$
دیوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه	$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{120}{900}=0{,}1\overline{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333 دی.	
یو څوک، چې پوهیږو هغه نه ده واکسین شوې د یوه احتمالوالي 0,4 سره ناروغه شوې هم ده.	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0,4$

د پورته جدول لوستل له کیڼ ښي لورته.

دریم –

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیز څخه راغلی

$\overline{A}$: څوک چې له نوو ایالاتو ختیز اڅخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\overline{B}$: چې نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524\cdot 244600=128170,4\approx 128170$

جمعه نارینه: $244600-128170=116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

244600-x: د ټولو له ختیز څخه متوراوالو ټولګه

د لودیز څخه د متواراوالو %50,8 له x

د ختیز څخه د متوراوالو تعداد %59,1 له (244600-x) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې له کيڼ وښي لرو ته: ښځينه لوديز   ښځينه ختيز ټول (جمعه) ښځينه

$$\underbrace{0{,}508\cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0{,}591\cdot(244600-x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0{,}508x + 0{,}591\cdot 244600 - 0{,}591x = 128170 \,|\, -0{,}591\cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0{,}083x = -16388{,}6 \,|\, :(-0{,}083)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388{,}6}{-0{,}083} = 197453{,}012 \approx 197453$$

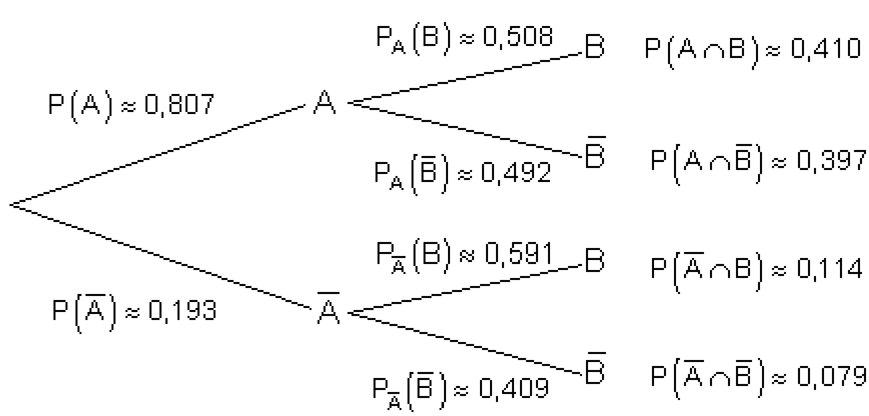
د ټولو له

د لوديز ځخه متوراوالو(هغه زده کوونکي، چط له ۱۲ يا پخوا له ۱۳ ټولګي ځخه وزي) ټولګه.

ښځينه لوديز:	$0{,}508\cdot x = 0{,}508\cdot 197453 = 100306{,}124 \approx 100306$
ښځينه ختيز:	$128170 - 100306 = 27864$
نارينه لوديز:	$197453 - 100306 = 97147$
نارينه ختيز:	$116430 - 97147 = 19283$

ځلور تختيز جدول:

	B ښځينه	$\overline{B}$ (نارينه)	
Aلوديز	100306	97147	197453
Bختيز	27864	19283	47147
	128170	116430	244600



ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونې لپاره باوري ټولو احتمالواليو شميرنه

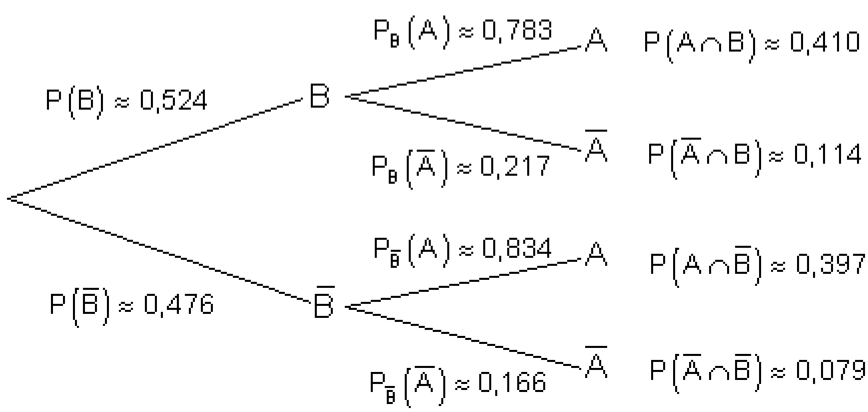
$$P(A)=\frac{197453}{244600}\approx 0,807 \qquad P(\overline{A})=\frac{47147}{244600}\approx 0,193$$

$$P(A\cap B)=\frac{100306}{244600}\approx 0,410 \qquad P(A\cap\overline{B})=\frac{97147}{244600}\approx 0,397$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{27864}{244600}\approx 0,114 \qquad P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{19283}{244600}\approx 0,079$$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{100306}{197453}\approx 0,508 \qquad P_A(\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)}=\frac{97147}{197453}\approx 0,492$$

$$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{27864}{47147}\approx 0,591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})}=\frac{19283}{47147}\approx 0,409$$



پ –

ونې لپاره باوري ټولواحتمالواليو شميرنه

$$P(B)=\frac{128170}{244600}\approx 0,524 \qquad P(\overline{B})=\frac{116430}{244600}\approx 0,476$$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{100306}{128170}\approx 0,783 \qquad P_B(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{27864}{128170}\approx 0,217$$

$$P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{97147}{116430}\approx 0,834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{19283}{116430}\approx 0,166$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

يو	$P(\overline{A}) \approx 0,193$	توکلي تاکل شوی کسان د19,3% يوه احتمالوالي سره له ختيزو ايالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0,524$	توکلي تاکل شوی کس د 52,4% يوه احتمالوالي سره ښځينه دی.
درې	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0,409$	که پوهيږو، چې دا توکلي تاکل شوی کس له ختيز څخه راځي، نو دا د 40,9% يوه احتمالوالي سره نارينه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0,783$	که پوهيږو، چې دا توکلي ټاکل شوی کس ښځينه دی، نو دا د78,3% احتمالوالي سره له لوديزه راځي.

پوښتنې

شرطيز احتمالوالی II

لومړی –

د يوه تلوېزيون ګرانښت دې ازمايل شوی وي. يوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتيجې ورکوي:

دليدونکو 30%، چې خپرونه يې ليدلې ده، 25کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه 50% او له پاتو ليدونکو (له 25کالوجګ) څخه 80% مثبت نظر لروده.

الف - د شی اړيکي په يوه څلور-تخته ييز جدول کې انځوز کړئ. پيښې وکاروئ (د هغو د برعکس پيښو سره):

A : کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروګرام څخه مثبت نظر لري

ب – ونه دياګرام ووکاږئ او معکوسه يا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکئ.
پ – څورمه % ليدونکي، چې له هغوپوهيږو، چې دوی د خپرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – څو په % ليدونکي، چې له هغوپوهيږو، چې له 25 کلنو زاړه دي ، د خپروني مثبت نظر نه لروده؟

ټ – د شمېرني له لارې و ازمايی چې ايا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دويم – د دريمې نړۍ په يوه هيواد کې 1% وګړي په يوه ټاکلي ساري ناروغتيا ناروغ دي. يو ازمايښت په ريښتونی ناروغ شوي ناروغتيا ټيک 98% ښايې. متأسفانه چې ازمايښت 3% روغ ناروِ غ ښايي.

الف – دا شي اړيکې په يوه څلورتخته يز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی(د هغو د برعکس پيښو سره):

K: ازمايښت شوی کس ناروغ دی

T: ازمايښت نتيچه مثبت ده (کس ناروغ و ازمايل شو).

ب – ونه دياګرام رسم کړی او د هغهپه څټ يا برعکسونه.

ټول تاراحتمالوالي وشميری.

پ – په څومره احتمالوالي سره د يو توکلي تاکلي کس تست مثبته (زياتيزه) نتيجه ښايي؟

ت – د کوم احتمالوالي سره يو د مثبت ازمايښت په حيث کس په رښتيا هم ناروغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی.

ټ – د کوم احتمالوالي سره يو منفی ازماښت په حيث کس روغ دی؟

دې نتيجه باندې کمنتار ورکړی

دريم - په يو ه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کيږي چې ايا دوی سګرټيان دي، که نه. د پوښتنو نتيجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارينه) څخه وويل چې سګرټ سکوونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځينه) وويل چې دوی سګرټ نه سکوي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د شیاړیکې په یوه څلور-تختخ بیز جدول کې انځور کړی. پیښې وښایی(د برعکس پیښو سره):

A : کس نارینه دیی

B : کس سګرټ سکوي.

ب – د کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سګرټ نه سکوونکی دی.

پ – یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې ویني. دکوم احتمالوالي سره دا زده کوونکې سګرټ نه سکوونکې ده؟

ت – و څیړی، چې ایا دا نتیجه،، نارینه،، او دانتیجه،، سګرټ سکوونکي،، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطیز احتمالوالی II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف –

A : لیدونکی 25 ≤ کالونه عمر لري

A' : لیدونکی 25< کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B' : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د% 30 لیدنکو چې له ۲۵ کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د70% لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = 0,7$$

د ۲۵ کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخ کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ۲۵ کاله څخه ستر د لیدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(\overline{A}\cap B) = 0,8\cdot 0,7 = 0,56$$

د څلور تخته ییز جدول دا پاتې(باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

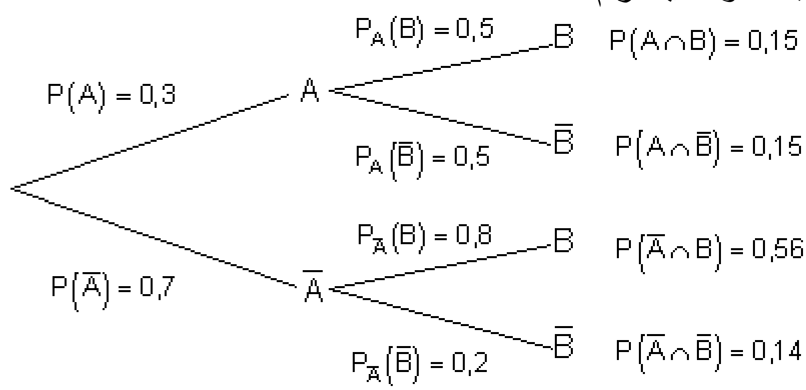
$$P(B) = 0,15 + 0,56 = 0,71$$
$$P(\overline{B}) = 1 - 0,71 = 0,29$$
$$P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 0,29 - 0,15 = 0,14$$

څلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\overline{B}$ (Meinung negativ)	
$A(\le 25)$	0,15	0,15	0,3
$\overline{A}(>25)$	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کيڼ: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب – ونه دیا ګرام



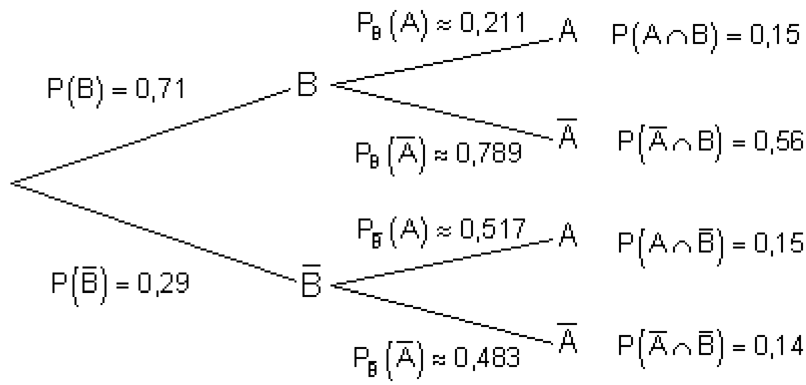
د ټولو غوره احتمالالیو لپاره شمdرنه.

$$P_A(\overline{B}) = \frac{P(A\cap\overline{B})}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5 \qquad P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{A})} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2 \qquad P_{\overline{A}}(B) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{0,56}{0,7} = 0,8$$

په څټ یا برعکس ونه :

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ټولو غوره احتمالواليو لپاره شميرنه.

$$P_B(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A\cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

ث	$P_B(\overline{A}) \approx 0,789$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري ، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.
ت	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,2$	له ټولو ليدونکو څخه،له کومو چې پوهيږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپرو نې په هکله منفي نظر لري .

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A) = P(A)$ باور ولري

$$\begin{matrix} P_B(A) \approx 0,211 \\ P(A) = 0,3 \end{matrix} \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی يا طابعيت.

د B نتيجه د A له نتيجې څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلويزيون خپرونې په هکله وثبت نظر د ليدونکو د عمر په واک دی.

دويم –

الف –

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\overline{K}$: ازمایل شوی کس روغ دی.

T : د ازماېښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و ازمایل شو).

$\overline{T}$: دزامایینت نتیجه منفي ده(کس د روغ په څیر وازمایل شو).

1% انسانان ناروغه دي => $P(K) = 0,01$.

انسانان روغ دي $P(\overline{K}) = 0,99$.

ازماېښت ښايي نارغتیا دِ 98% ریښتوني ناروغانو لپاره تیک ده.

$$\Rightarrow P(K \cap T) = 0,98 \cdot 0,01 = 0,0098$$

ازماېښتِ د3% روغ همِناروغ ښايي

$$\Rightarrow P(\overline{K} \cap T) = 0,03 \cdot 0,99 = 0,0297$$

د څلورتخته ییز جدول پاتې ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو ارزښتونووشمیرل شي.

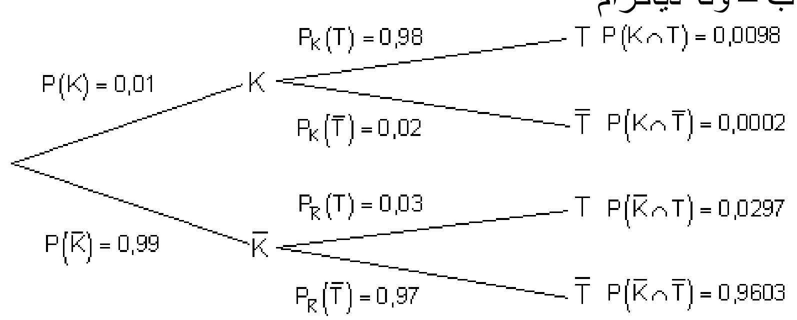
$$P(T) = 0,0098 + 0,0297 = 0,0395$$
$$P(K \cap \overline{T}) = 0,01 - 0,0098 = 0,0002$$
$$P(\overline{K} \cap \overline{T}) = 0,99 - 0,0297 = 0,9603$$
$$P(\overline{T}) = 1 - 0,0395 = 0,9605$$

څلور تخته ییزه جدول:

	T (positiv)	$\overline{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\overline{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پېښتو ، له کېن کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي

ب – ونه دیاګزام



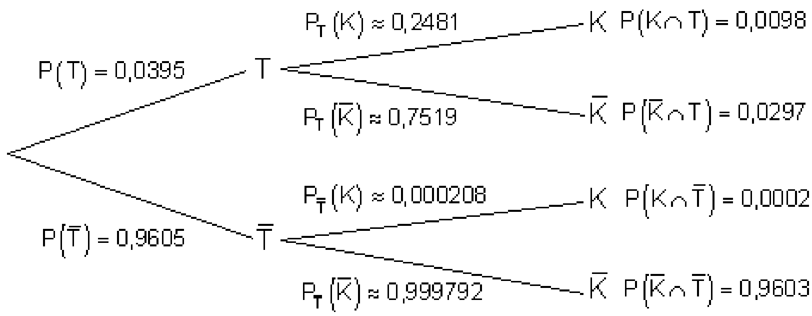
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه.

$$P_K\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P(K)}=\frac{0{,}0002}{0{,}01}=0{,}02 \quad P_K(T)=\frac{P(K\cap T)}{P(K)}=\frac{0{,}0098}{0{,}01}=0{,}98$$

$$P_{\overline{K}}\left(\overline{T}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}99}=0{,}97 \quad P_{\overline{K}}(T)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P\left(\overline{K}\right)}=\frac{0{,}0297}{0{,}99}=0{,}03$$

په څټ یا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالوالو شمیرنه

$$P_T(K)=\frac{P(K\cap T)}{P(T)}=\frac{0{,}0098}{0{,}0395}\approx 0{,}2481$$

$$P_T\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap T\right)}{P(T)}=\frac{0{,}0297}{0{,}0395}\approx 0{,}7519$$

$$P_{\overline{T}}(K)=\frac{P\left(K\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}0002}{0{,}9605}\approx 0{,}000208$$

$$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right)=\frac{P\left(\overline{K}\cap\overline{T}\right)}{P\left(\overline{T}\right)}=\frac{0{,}9603}{0{,}9605}\approx 0{,}999792$$

پ –

پ	$P(T)=0{,}0395$	د یوه توکلي ټاکلي کس ازمابښت د0,0395 یوه احتمالوالي سره یوه مثبته نتیجه ښایي.
ت	$P_T(K)\approx 0{,}2481$	یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمایل شوی د 0,2481 یوه احتمالوالي سره په رښتوني هم ناروغ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

		کومنتار: د نږدې 25% نتیجه کفایت بخښونې نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمایل شوي په ریښتیني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمایل شوي روغ دي. هیله به داوي، چې ازمایښت ښه شي.
ټ	$P_{\overline{T}}\left(\overline{K}\right) \approx 0,999792$	یو کس(ښ) چې له هغه پوهیږو منفی ازمایله شوې 0,999792یو احتمالوالی دی په ریښتونې هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمایلشوي کسان په رېښتونې ناروغ دي.

دریم -

الف – A : کسان نارینه دي.

$\overline{A}$: کسان ښځینه دي.

B : کسان سګرټ سکوونکي دي.

$\overline{B}$: کسان سګرټ نه سکوي.

څلورتخته ییزه جدول

	B (Raucher)	$\overline{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\overline{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب –

ب	$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{250}{674} \approx 0,371$	یو توکلي ټاکلی کس د 0,371 یوه احتمالوالي سره ښځینه او سګرټ نه سکوي.
پ	$P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right) = \frac{P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0,656$	یو کس، له کوم چې پوهیږو ، هغه ښځینه دی، د 0,656 یوه احتمالوالي سره سګرټ نه سکوي.

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}} = \frac{82}{293} \approx 0,28 \quad \Rightarrow \quad P_A(B) \neq P(B)$$

$$P(B) = \frac{213}{674} \approx 0,316$$

نتیچه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د ګټلو(شمیرلو) ستراتیژي له لارې

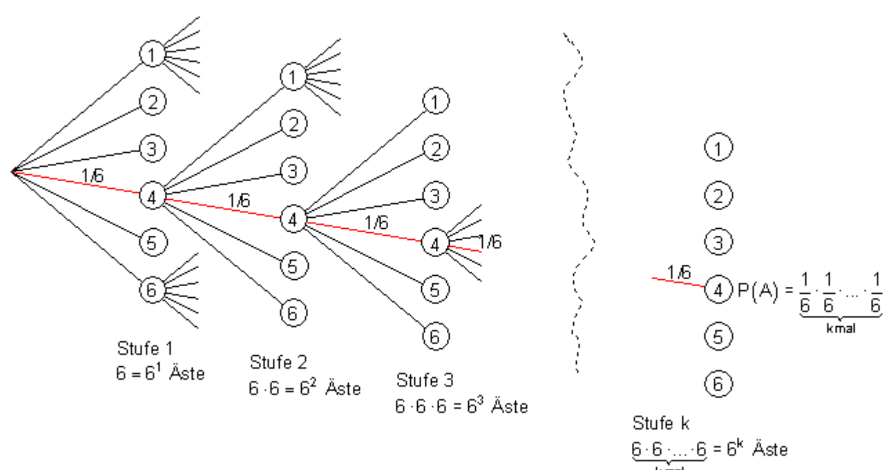
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په ځرګنده توګه داسې په د لېدنېزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري.
دا همدا اوس ځانله د یوه سترګېز مکعب ځو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي.
بیلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کیږي. د مرتبانمودل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له ۱ تر ۶ نومونه خوندي لري k -ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وسل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4ځلور لاس ته راځي.

الف – د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډېرۍ(-سټ) څومره توکي لري(د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-   دا چي دا تجربه يوه د لاپلاس – تجربه ده، چېرته چي د ټولو نتيجو لپاره برابر احتمالوالی نيول کېدی شي (يا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چي د هر ي پوړی سره يو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{6}}_{k\ mal} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب – په ونه دياګرام کي د ښاخونو تعداد به هر ه پوړی سره شپږ واره کيږي، نو د k - پوړيو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6\cdot 6\cdot\ldots\cdot 6}_{k\ mal} = 6^k$$

ښاخونه دا ټيک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د يوګونو پېښنو نتيجو له لارې بيدا کړو. د دې يوګونو نتيجو لپاره باور لري:
$$P(e_i) = \frac{1}{6^k}$$

دا چي د ټولو پيښنو د احتمالوالو جمعه بايد ١ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x\cdot\frac{1}{6^k} = 1 |\cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونيت داسې تولېز شي، چي سړی وايي:

په يوه مرتبان کي   همډوله n غونډاري (غونډوسکي)پراته دي د ګڼو(شمېرو) ,1, 2 n ,... سره، چي k ځله د بېرته ور اچولو سره راوستل کيږی، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله : د يوې ډېرې دn مختلفو توکو څخه دk - ځله را وستلو سره

$$\underbrace{n\cdot n\cdot\ldots\cdot n}_{k-mal} = n^k \quad (n,k\in N^*)$$

منظم نمونه ازماينت د بيرته وراچولو سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه :   د فوټبال شرط (توټو) اېښوونې پاندې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړاندوېینه وشي، چې د کور ټیم ګټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتېږی (Tipp: 0) .

الف – د یوې توټو(شرط) پاڼې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د یوه ټیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبانمودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونداري یا غودوسکي لري د درې ګڼو یا نمرو 1 ;0 او 2 سره. یولس ځله د بېرته اېښوونې سرا راوستل کیږي.

n = 3 نتیجه ډېرۍ (نتیجه سټ) د یوې وستنې لپاره : E= {0,1,2}

K =11 دا تصادفي تجربه 11- پوړیزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینېشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینېشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې د لومړي ځای په ځای کونې یا وازولو ازماېښت سره قلف واز کړي؟
حل (اوبی)
تمرین: له الماني (انګریزي؟) البا 26 تورو په پټو سترګو یو په بل پسې درېواره توري راوستل کیږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه یو توری درې واره راوه وستل شي؟

حل (اوبی) منظم نمونه ازماېښت بې له بیرته وراچولو

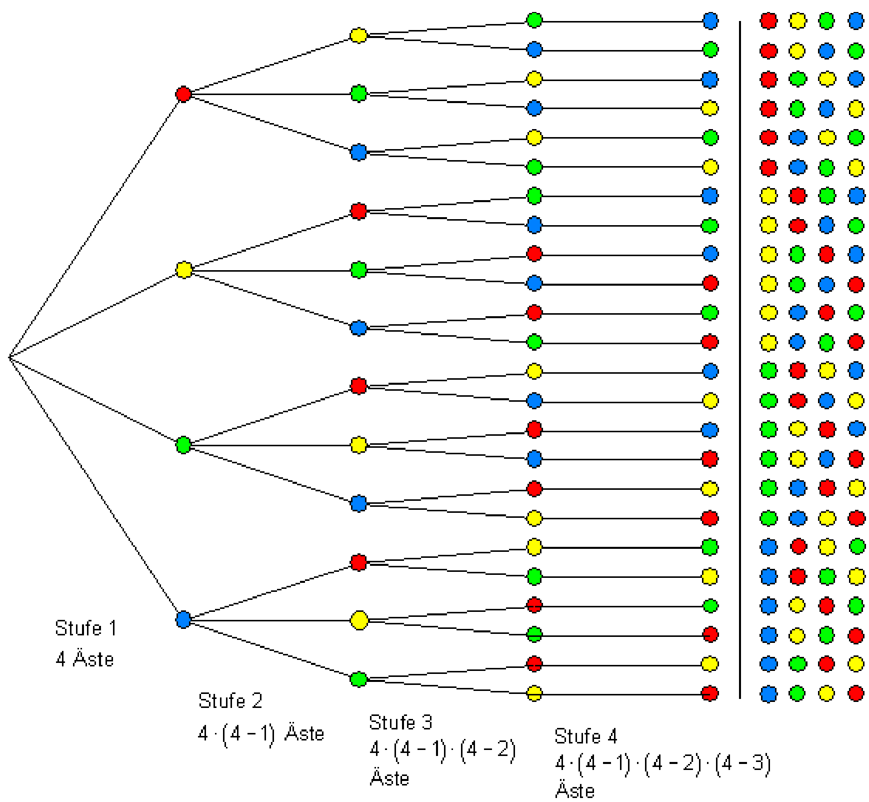
(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلګه : په يوه مرتبان کې 4 غونداري د څلورو رنګونو سره و زيړ، شين او اسماني سره پراته دي.

يو غونډاری راوستل کیږی او ګڼه يې ليکل کيږي، غونداری څنګ تهږدي او دابرسه تکراريږي.

ټوليز څلور 4 راوستني ممکن دي.

نتيجه ډېرې يا ــسټ ځومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دياګرام څخه چې په ساده توګه ليدل کيږي، له يوې پوړی څخه و بلې پوړی ته د ښخونو تعداد په 1کميږی.

د امکاناتو تعداد دی: $\cdot(4-1)\cdot(4-2)\cdot(4-3) = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \underline{\underline{24}}$

دا دونې دياګرام څخه ليدلې قانونمندي کېدی شي توليزه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له1 تر n پورې او k راوستني سرته و رسوي بې له بېرته وراچوني، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$

یو ضرب (حل) ، کوم کې چې هر پرلپسي ضریب (څلوونی یا څلکېدونی) ، نو دا فاکولتي یا فاکتوریل بلل کیږی.

که ولرو 4.3.2.1. ، نو 4- فاکلتي یا 4 - فاکتوریل بلل او دسي يې ليکو: 4! .

له دې امله د عددn لپاره باور لري:

$$n!= n.(n-1).(n-2)....3.2.1$$

(n!لوستل n - فکلتي یا n -ضریبونه)

$(n.k)!=n-k).(n-k-1).(n-k-2).(n-k-3). \ldots .3.2.1$ او یا په لنډّ بنه

$$(n-k)!=(n-k)....3.2.1$$

دا افاده یا وېينه $n.(n-1).(n-2)\ldots(n-k+1)$ کېدی شي په لاندې توګه بنه بدل کړو:

$$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)\cdot(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}{(n-k)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله :

د یوې ډېرۍ د n مختلفوتوکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازمايښت بې لهبېررته ور اچونې.

کره کېدنه: 1 =0! او 1!=1

بیلګه :

یو د شمېروني یا کمپیوتر پروګرام ي یوه پاس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف – څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب – د کوم احتمالوالي سره کېدی شي دا کود واز شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (اوبی):

الف – ټول د البا26 توري ټيک يو ځل په اختيار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دويم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسي نور يا داسي پسې. دا يوه منظمه نمونه ازماېښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له 26 = n تورو 4 = k توري راوستل کيږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټيک يو رښتونی يا ټيک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې ترلی شمېرل کيږی:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0{,}000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرين :

په يوه لاتريې لوبښي کې لاتري ټکټونه له ګڼې 1 تر 6 شتون لري. يو لوبه کوونی يو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتيب د ګڼو 2, 4 او6 ټکټونه وکاږي، نو ګټلې يې ده. د يوې ګټنې لپاره احتمالات وشمېرئ.

حل:

نا منظم نمونه ازماېښت بې له بيرته وراچونې

بېلګه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توګه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کيږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

د منظم نمونه ازمايښت د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کمیږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظمیږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36 ,22 ,17 ,12 ,3 او 41 راووستل شي، نو کېدی شي دا په 36 ,3 ,41 ,22 ,17 او12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټني لپاره پې معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیداکړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویېلی)، موږ باید بیداکړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنطمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کیږي.

پهیوه مرتبان کې n = 6 توپونه یا غونډاري پراته دي د ګڼې1 تر6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب(بې له بېرته وراچونې) k = 6 ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = \underline{\underline{6!}}$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو را وستل تر هغې دوام لري(بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،،پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کېn = k دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم n! Vollerhebungen. شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېرۍ د n مختلفو توکو سره کېدی شي چې ځان په n! مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولې وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کیږي، نو باید دا ممکنه تعداد په 6! ووېشل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې سره به په لوټو کې چې6 تيک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{49!}{6!\cdot 43!} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

بيلګه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه4 کارتې راوستل کيږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورواړه راوستل شوې کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازمايښت نه د بېرته اېښوولو سره

n=32; k=4   له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{32!}{4!\cdot 28!} = \frac{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 35960$$

$$P(A) = \frac{1}{35960} \approx \underline{\underline{0{,}000028}}$$

تمرين :

د يوه   32کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کيږي.
د دې لپاره احتمالالی څومره لوی دی، چې 8 ــواړه د پښې کاتې دي؟
د دې غوره غوښتنو لپاره يو جېشمېروني شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمې لري،
دا شمېروني داسې شمېرعمليې ډېرې ساده کوي:
د تکساس الې يا جېشمېرې د تکمو TI - 30 eco RS لپاره   د بېلګې په تګه باور لري:

ځانګړی		تولیز	
2^8	[2] [y^x] [8] [=] [256]	n^k	[n] [y^x] [k] [=] [.......]
$\frac{26!}{(26-4)!}$	[26] [2nd] [nPr] [4] [=] [258800]	$\frac{n!}{(n-k)!}$	[n] [2nd] [nPr] [k] [=] [.......]
$\binom{32}{4}$	[32] [2nd] [nCr] [4] [=] [35960]	$\binom{n}{k}$	[n] [2nd] [nCr] [k] [=] [.......]
$4!$	[4] [x!] [=] [24]	$n!$	[n] [x!] [=] [.......]

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د k توکو نظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمې نمونه ازماېښت دبیرته اېښوونې سره یا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد : n^k (k -ځله وباسی)

منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k- ځله وېستل)

نا منظمه نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -ځله راوېستنه)

باور لري : $o!=1!=1$ او $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل : د یوه بایکسکل قلف(د عددونو قلف یا کلپ) له څلور یو له بل خپلواک څرخیدونو څرخونو څخه جوړ دی، چې هر یو یې شپږ څیفرونه یا عددونه(له۱ - ۶) لري(څیفر : بنستعددونه له ۰ تر ۹ پورې).دا قلف فقط په یوه ټاکلي عددکمبینیشن وازېدی شي. څومره ځایونه(د اعدادو کمبینیشن) دا د بایسلکل قلف لري او احتمالوالی یې څومره لوي دی، چې په لومړي ځل ځای اینبوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

یو مرتبان $n = 6$ غونډاري (غوږوسکې یا باغکې یا تشلې) لري د 1 څخه تر 6ګڼو. $k = 4$ –ځله راوستل کیږي د بیرته وراچونې سره.

د اعدادو کمبینیشن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ازماېښت سره احتمالوالی.

ټیک کمبینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو(لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترګو یو بل پسې
درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راوباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله راوېستل کیږي له بېرته وراچوني سره.

د اعدادو (ګڼونو) کمبینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلګې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې c یا یو بل توری وېستل کیږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتملوالی چې درې برابر تورو راوباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:
د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاټري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه
کوونکی یا شرط اینونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲و۴و او ۶
لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کیږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې وړلو یا ګټلو ته مو بیایي، دا په نامه د عددونو پرلپسې6 ,4 ,2 . دایوه منظمه نمونه- ازماېښت دی بې له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوېستل کیږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 6\cdot5\cdot4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0{,}0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې ۸ واړه د پښې کارتې راووستل شي؟

$n=32 \; ; \; k=8$ له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{32!}{8!\cdot24!} = \frac{32\cdot31\cdot30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26\cdot25}{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژيI

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه(دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنخښې(Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د –ځایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A : ټول اعداد ناجوړه) طاق) دي

B : فقط اعداد0 او 1 منځ ته راځي.

C : عدد يو ،،هندارونکی،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دويم او دريم عددونه مساوي دي.

دويم-

په يوه مرتباکي ۶ سره او ۴ سپين غونډاري (کېدی شي دا باغکې (تشلې)و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توکه توګه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دريم – په يوه مرتبان کې په ګڼه (نمرو)سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په5 وېشوړ دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم – څلور ملګري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په ګڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملګرو تر منځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: تور او برګ غاړو (دباندې) ته کښيني.

: تور او برګ يو د بل تر څنګ کښېني.

پنځم - د 6, 5, 4, 3 تيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکی او ستاسو تګلار تشريح کړئ.

: په لوتو کې 6 تيک .

: په لوتو کې 5 تيک.

: په لوتو کې 4 تيک.

: په لوتو کې 3 تيک يا صحيح.

شپږم – د يوې غاړکۍ د پېرلو لپاره سرې، اسماني او شنې مرغلرې په واک کې لرو. شپږ مرغلري پېرل کيږي. د لاندې پېښو پاره احتمالوالی څومره لوي دی،ګه رنګونه په خوښه وټاکل شي؟

: سره مرغلره منځ ته نه راځي.

: دا لومنۍ درې مرقلرې شنې دي.

: يوپه بل پسې تل سرې او شنې مرغلرې راځي.

اوم -
د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفې وېشل کيږي. د لاندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟
: څانګه دا1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جاېزې ګټي.
: څانګه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه ګټي.
: څانګه جايزه نه ګټي.
: دا درې نجونې څانګه، لښته اوزرغونه جايزه ه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادې (مفتې) کارتې وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښحينه زدهکوونکو نومونه ليکل کيږی او پانې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4) , 5 ازادې کارتې نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

: نجوني 5 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني 4 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني3 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني2 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني1 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
: نجوني هيڅ ازادي کارتي لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بريکړه شي. له دې درې په ازموينه کې پوښتل کيږي. يو ازماينبتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمايل کيږي) فقط 6 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ازمايښتي له درې تاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی(ځان نه دی چمتو کړی)

B : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه يوې ته جمتووالی نيولی.

C : : ازمايښتی له دې درې ټاکلو موضاتو څخه دوه وو ته چمتووالی نيولی.

D : ازمايښتی ټولو درې ټاکلو موضواتو ته چمتووالی نيولی.

حلونه (اوبيوني)

نمونه ازماښت او د ګټلو ستراتيژي I

مفصل حلونه

لومړی –

مودل : منظم نمونه ازماښت د بېرته ور اچوني سره

د ټول امکاناتو تعداد:

د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر9) شته. له دې سره 10.000 عددونه انځوربدلای شي.

- ټول عد ونه ناجوړه (طاق) { 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } دي. د A لپاره دامکاناتو تعداد5^4 دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ټول عدونه ناجوړه (طاق)دي.

- فقط عددونه 0 او1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 } دB لپاره د ممکنه تعداد2^4 دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$

د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

– فقط هنداروني اعداد منځ ته ارځي یعنې [xy|yx] . لومړی او دویم عدد ازاد یا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

له دې سره دی: $P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شوېيا ښوول شوی عدد هنداره شوی عدد دی.

دویم –

مودل : منظم نمونه ازماېښت بې له بېرته اچولو سره

6 سره او4 سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوی، $k = 5$ ځله وستل کيږي بې له بېرته ایښونې.

له دې سره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $\frac{6!}{1!} = 720$

له دې سره دی: $P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$

د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپین غونډاري اوبیا یو سور.

د ټولو امکاناتو تعداد دی : $\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$

له دې سره دي : $P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپین او بیا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپین دی (داپه دې معنا چې 4 ,.3 ,.2 او5 په خوښه دي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.9.8.7.6 = 12096$

له دې سره دی: $P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دي لپاره احتماوالی، چې په لومړۍ راوستنه سپین غونډاری راو وستل شي.

- رد بدل سپین او سور راوستل کیږي. (wrwrw) یا (rwrwr) . (د سپین لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کیږي).
د D لپاره دامکاناتو تعداد دی:4.6.3.5.2+6.4.5.3.4=2160

له دې سره دی:

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ردبدل سپین او سره غونډاري راووستل شي.
دریم –
مودل : نامنظم نمونه ازماېښتونه بې له بېرته وراچونې سره
اویا په یو ځل راوستل:
دا د په 5 وشوړ عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25
د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.
–
– ټول اعداد په 5 وېشوړ دي.
– د په 5 وېوړ اعدادو تعداد5 دی.
له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد یې دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا دA منځ ته راتګ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره اد حتمالوالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشوړ وي.
– ټول عددونه جوړه دي.
جوړه یا جفت اعداد دي:24 ,22 ,20 ,18 ,16 ,14 ,12 ,10 ,8 ,6 ,4 ,2
د جوړه اعداد تعداد 12 دی.
د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را و وستل شي.

– د4 اعداد جمعه له 12 کوجنی ده.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$
$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط 2 امکانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4عددونه راوه وستل شي چې جمعه يې له 12 کوچنی ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0{,}0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کيږي، چې ضرب يې12 دی.

څلورم - مودل : دk توکو نظم

د امکاناتو تعداد چې 4کسان په 4 ځایونو ځای په ځای کړو!4 دی.

- س د دوه ملګرو تر منځ دی.

هغه دوه امکاناتلري : xSxx يا xxSx (دويمه چوکی يا دريمه)

دا درې نور ملګري !3 امکانات لري.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد 12= !2.3 دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- س او ک دباندې لور ته کښېني.
یا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملګري هم.
له دې سره د B لپاره دامکاناتو تعداد 4 = 2.2 دی.
له

$$t\ P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

سره د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک دباندې لور یا څنګونو ته کښېني.
- س او ک ترڅنګ کښېني.
یعني SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد 12=6.2 دی.
له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک څن؛ تر څنګ کښیني

پنځم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچولو.
یا په یو ځل راوستل.
د امکاناتو تعداد6 عددونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلیپا کړو دی:

$$\binom{49}{6}=\frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټیک یا رښتیا.
د امکاناتو تعداد 6 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 0 عددونه له 43 نا ګټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}=1\cdot 1=1$$

دا د A ننوتنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A)=\frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}}=\frac{1}{13.983.816}\approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 6 ګټوني عددونه چلیپا شوي دي(ټیک 6)
- په لوتو کې 5ټیک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا دB د رامنځ ته کېدني لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې 5 ګټونکي عددونه چلیپا شوي(5ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 ګټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناګټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42}{2\cdot 1} = 13545$$

د دC د منځ ته راتګ لپاره دامکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک
د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6ګټونکو عددونو چې چلیپا شي او 3 عددونه له 43 نا کټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{43\cdot 42\cdot 41}{3\cdot 2\cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(3 ټيک)

شپږم –

مودل : منظم نمونه ازمايښت د بيرته ور اچونې سره.

د رنګ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنګ برابر احتمال لري.

د مرغلرو لپاره درې رنګونه په اختيار کې لرو ،

له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

- سور رنګ نه رمنځ ته کيږي. دا چې فقط دوه رنګونه راوتل کيږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$

له دې سره لرو:

$$t\,P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.

- لومړي درې ازمايښتونه شنه دي.

له دې سره اخرني درې په خوښه ټاکل کيدای شي.

يعنې يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دريو لپاره.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$

له دې سره

$$P(B)=\frac{27}{729}=\frac{1}{27}\approx 0{,}0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

- مرغلرې تبديلی سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg يا grgrgr.

د C لپاره امکانات دي:2

له دې سره

$$P(C)=\frac{2}{729}\approx 0{,}00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې يوبل پسې سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونه ازمايښتونه بې د بېرته ور اچونې سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د امکاناتو تعداد دی: 720 =10.9.8
- ځانګه (لومړی جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه(دریمه جایزه)
د لپاره د امکاناتو تعداد دی : 1
له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0{,}00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګې 1-جایزه، لښتې 2.جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړې.
-ځانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 6 = !3
له دې سره

$$t\, P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0{,}00833$$

د دې لپاره احتمالوالی ی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه یوه جایزه ګټي او ځانګه جایزه نه ګټي.
- ځانګه جایزه نه ګټي.
د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:9.8.7
د دې سره

$$P(C) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ځانګه جایزه نه ګټي.
D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.
د D لپاره احتمالوالی دی:210 = 7.6.5
له دې سره

$$t\, P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0{,}293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:
اتم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.
یا د یوه وار سره راوستنه.
د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0د هلکانو).
له ټول ۱۳ پاڼو څخه چې ۵ پاڼې د نجونو نومونو سره او له ۱۲ پاڼو څخه چې 0 پاڼې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعدد دی:

$$\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot1=1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{12}{0}}{\binom{25}{5}}=\frac{1287}{53130}\approx0{,}0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې5 مفتې کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4پانې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx0{,}161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3پانې نجونو ته ځي(2 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 3 د نجونو په نامه او 2 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا دC د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx0{,}355$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4پاڼې نجونو ته ځي(1 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 12=8580$$

دا دB د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0,161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2پاڼې نجونو ته ځي(3 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot 12}{2\cdot 1}\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=17160$$

دا دD د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0,323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E -1پاڼه نجونو ته ځي(4 پاڼې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4} = 13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0{,}121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F -0پاڼې نجونو ته ځي(5 پاڼه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پاڼو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پاڼه له 12 پاڼو څخه د هلکانو په نامه راوه وستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5} = 1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0{,}0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم –

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچوني سره.

یا په یوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کیږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6لپاره زده کوي. له 10موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$$

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومې لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتنې ټاکل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P(A)$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$: P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هیڅ پوښتنې لپاره ځان نه دی چمتو کړی.

B - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی یوه ټاکل کیږي

دB لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی.

C - زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښت کیدونکي ورته ځان نه دی چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی2 موضوعات ټاکل کیږي. دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتن, لپاره ځان چمتو کړی.

- زده کړي د ي درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی . له 4 موضوګانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کیږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان جمتو کړی3 موضوعات ټاکل کیږي

دC لپاره د امکاناتو عداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمویني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د ګڼلو ستراتیژي II

لومړی – د تورو اوسپینو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل اېښوول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

ټولې تیکې همغه رنګ لري

- فقط یوه تیګه سپينې ده.

- اخرنی او اولنۍ تیګه همغه ر نګ لري

دويم - په یوه خلته کې يو سور، دوه شنه او درې زېړ او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غړنداري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – تیک يو شين غونډاری راوستل کيږي

د ريم – د يوې خيريه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره.د پروګرام لړۍ ټاکل کيږي. . د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونګلوېر د پروګرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونګلوېرنمر (نوبت یا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق ګروبونه دي، لهدې دوه زيانمن. د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا ګروبونه په پټو ستر ګو را و وستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټول درې ګروپونه جوړ دي.

- ټیک یو ګروپ زیانمن دی.

- ټیک دوه ګروپونه زیانمن دي.

پنځ- اختمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دووه په همغه میاشت کې زیږېدلي وي؟ په نزدې (تقریبي) توګه ونیسی(فرض کړی) چې ټولې میاشتي برابرې اوږدې دي.

- لږ ترلږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زیږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره ، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پېښنو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د ر وستل شوو غوندارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه،، هرات ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونده لري. د لاندې پیښنو احتمالوالی وشمېری؛

- لرغونی اخر ته پاتیږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې باتیږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې10 پوښتنې راځي، هره د درې ځابونو سره، چې له هغو ټیک یو ټیک (صحیح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې ، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د اندې پېښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- ټول ځوابونه نا ټیک دي.

- لومړي پنځه ټیک دي، اخرني ۵ ناټیک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټیک نیمایي ټیک دي.

D - 4ځوابونه ټیک دي، 6 ناټیک.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم - دANANAS لغات توري سره ګډېږي او نوې ترتيبيږي. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوی دی؟

- لغات ANANAS بيرته منځ ته راځئ.

- د تورو کمبينېشن چې د AAA سره پييل کيږي.

- کمبينېشن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماېښت II

مفصل حلونه يا اوبيونې

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشيېښت د بېرته وراچونې سره.

د هرو اته تيګو لپاره يو رنګ په اختيار کې لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچونې سره).

د ټولو رنګه کمبينېشن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولې اته تيګې همغه يا يو رنګ لري. دايه دې معنا چې ټولې اته تيګې يا تورې دي يا سپينې.

د A لپاره امکان 2 دی :

له دې سره لرو: $P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټولې تيګې همغه رنګ لري.

- فقط يوه تيګه سپينه ده. دا چې دا تيګه په هر ځاي کې، چې ټول8ځايونه دي ايښول کيدی شي، د دې لپاره 8 امکانات شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د B لپاره امکانات دي:8

له دې سره لرو: $P(B)=\frac{8}{256}=\frac{1}{32}=0,03125$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 تیګو څخه فقط یوه سپینه ده.

لومړنۍ او اخرنۍ تیګه یو یا همغه رنګ لري. د لومړنۍ او اخرنۍ تیګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 تیګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2\cdot 2^6=2^7=128$

له دې سره دی: $P(C)=\frac{128}{256}=\frac{1}{2}=0,5$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخرنۍ تیګه همغه رنګ لري.
دويم — مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا د یو حل اخستنې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې درې غونداري له ټولیزه لس غونډارو څخه را وه وستل شي دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

- چې ټیک یو شین غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه وستل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه ر وه وستل شي دی:

$$\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}=2\cdot\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0{,}467$$

احتمالوالی دی، چې تیک یو شین غونډاری را وه وستل شي.

دریم –   - ژونګلوبړ په درې ځایونو ولاړدی۵ په ګڼه یانمره شوي.

xxJxx   د هر ې راوستنې سره   کېدی شي په هر خوښه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل : مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عدددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونګلوبړ پروګرام لري. یو ځل وستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوبړ راځي.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{1}{5}=0{,}2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبړ   په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوښه ځای کې هم راشي.

- ژونګلوبړ په بای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 3 ,.2 ,.1   او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره دد جمعي جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0{,}8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوبړ په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم -   مودل : نامنظم نمونه ازماېښت نه بېرته اېښوولو سره .

(c) ketabton.com: The Digital Library

n = 10 برىښنا ګروپونه، له دې څخه 2 زيانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د يوه پ څخه چې له لسو ګروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې ګروپونه سالم يا ټيک دي. له اتو سالمو څخه ګروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم ګروپونه وټاکو..

- ټيک يو ناسالم دی. د اتو سالمو ګروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو ګروپونو څخه يو راوستل کيږي.

د لپاره امکانات دي:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0{,}4\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه يو ناسالم دی.

- ټيک دوه ګروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو ګروپونو څخه يو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0{,}0\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو ګروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

xx-

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته ور اچوني سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووېشو 12^8 دی.(له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچوني سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زیږېدلي یا د زیږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښنه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زیږېدني نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کیږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\overline{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$= 12.11.10.9.8.7.6.5.\overline{A}$$

له دې سره

$$P\left(\overline{A}\right)=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتوکې زیږېدلي دي.

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{12^8}\approx 0{,}954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زیږدني نېټه لري.

شپږم – مودل : نامنظم نمونه ازماېښت د نه بیرته اچوني سره

یا د یوځل سره وېستنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راووستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غونډارو څخه اویوه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنګونو راووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د دA د رامنځ ته کېدو لپاره احتمالوالی تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0{,}145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

- هیڅ شین غونډاری راوستل کیږي یا کوم شینغوډاری نه روستلکیږي..

د دې لپارهامکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې د نورو رنګونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پېښېدو لپاره دامکانتو تعداد دی.

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونداری نه راستل کیږي.

اوم - په لوبه کې اته کسانونده اخلي. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وځي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8!=40.320$$

- لاروی اخر پاتېدي.

xxxxxxxL د امکاناتوتعداددی، اوه کسان په اوه ځایونو وویشو او لاروی اخر ځای ونیسي !7 دی.

د دې سره دA لپاره ا د امکاناتو تعداد دی:7!.1

له دې سره

$$P(A)=\frac{7!\cdot 1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتیږي.

- ا انا او وارثه په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxAV یا xxxxxxVA

د دې لپاره د امکاناتوتعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونواو دوه کسان په دوه ځایونو وویشو!6 ضرب !2 دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی :!2 . !6.
له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0{,}0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم – 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړلشي 3^{10} ډی. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له له بېرته وراچونې سره راوستل کیږي)

- ټول ځوابونه ناټیک یا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

دA لپاره د امکاناتوتعداد2^{10} دی.

له دې سره ه

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0{,}0173$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې ټولې پوښتنې نټیک چلیپا شي.

- لومړي ۵ ځابونه ټیک او احرنې ۵ ځوابونه ناټیک چلیپا شوي.

د لومړی ۵ پوښتنو لپاره هر ځل یوه او اخرو ۵ پوښتنولپاره هر ځل دوه د چلیپا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتوتعداد دی:6!-2!

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0{,}0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ټيک نيمايي پوښتنې سمې چليپا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوې پوښتنې په پوښتنو و پوشو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته.

هر يو ځانله احتمالوالی Bلري،

له دې سره دی: $P(C)=\binom{10}{5}\cdot\frac{1^5\cdot 2^5}{3^{10}}=252\cdot\frac{2^5}{3^{10}}\approx 0{,}137$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نيمې ټيک يا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم يا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وه وېشل شيدی :

د هر ۶ ناسم چليپا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکاناتدي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چليپا شوې دي.

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی: $\binom{10}{4}=210$

په هر ۶ چليبا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

د fpr D لپاره امکانت دي: $\binom{10}{4}\cdot 2^6=210\cdot 2^6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره دی: $P(D)=\frac{210\cdot 2^6}{3^{10}}\approx 0,228$

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې ۴ پوښتنې تیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د !6 امکاناتو تعداد دی.

- بdرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد :3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره:1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

3.2.1.2.1.1=12

له دې سره دی: $P(A)=\frac{12}{6!}=\frac{1}{60}=0,01\overline{6}$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې له ګډولو یا ښورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي یعني AAAxxx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره:3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:3.2.1.3.2.1=36

له دې سره دی: $P(B)=\frac{36}{6!}=\frac{1}{20}=0,05$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوال یدی،چې د ښورولو یا ګډولو لپاره دښړول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسې منځ تع راځي.

AAAxxxیا xAAAxx یا xxAAAx یاxxxAAA

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{54} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناتدي، چې د ښورولو وروسته لغات د پرلپسې درېواره A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازمايښت او د ګټلو ستراتيژي III

لومړی – په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابرې لویې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توری کښل شوی دی،

د تورو سره کوتئ	A | E | N | O | T
د کوتیو تعداد	1 | 4 | 5 | 1 | 3

لاندې تصادفي ازموينې ازمايل کيږي:

الف – له مرتبان څخه په یوه ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پيښې پيژندل (تعريف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوې کارتې ثابتې دي.

د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

$$P(A); \quad P(B); \quad P(A \cup B); \quad P_B(A)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړئ.

ب – د ترتبان څخه یوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کیږي او په لړۍ یو پربل پسې ایښول کیږي. د دې لپارع احتمالوالی څومره لوي دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ– ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کیږي. د دې لپاره امتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کیږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کیږي.

بیسې ورکونه	راوستلي توري له لاندې سره
1€	۱ غبرلرونکی
7 €	۲ غبرلرونکي
21€	۳ غبرلرونکي
28 €	E,E,E

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا منساب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کیږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ –ي څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

نمونه ازماېښت او د ګټلو ستراتیژي III

مفصل حلونه

لومړی – مرتبان په ټولیزه توګه ۱۴ توري لري:

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کرتو برابر توري دي0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$:

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارتو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوای، چې برابرې یا کونزونانت دي 0,374 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} : \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0{,}464$$

که پوهيږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی ، له دې امل چې بربر ه لر و توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې چې په ترتيب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0{,}001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ –۵ کارتې په يوه وار.

اړتيا شته: $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(TANTE) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0{,}03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پېښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونسونانت لپهاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپهاره

$$P(X=x_4)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{1}{91}\text{ für EEE}$$

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}\text{ für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}\text{ für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلې احتمالوالی او د انتظارارزښت شمیرنه:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 د لوبې پیل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ –

ټ۱- 6وکال او 8کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV\vee KK)=P(VV)+P(KK)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ۲- که x وکالونه ورته ریشي، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. 8 + x

Mit P(VV vKK) = 0,5 gilt:

$$P(VV\ vKK)=\frac{\binom{6}{2}+\binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}}=\frac{\frac{6\cdot5}{2\cdot1}+\frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2\cdot1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2\cdot1}}$$

$$=\frac{30+(8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)}=0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2+3x-10=0\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-5\wedge x_2=2}}$$

باید ۲ کارتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه (P = 0,5) لاس ته راشي، که له دي ۵ کونزونانت لرې شي.

لسم – تصادفي واریابلې، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبیلګه:

		blauer Würfel ⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
grüner Würfel	⚀	15	9	12	13	12	11
	⚁	5	8	11	11	9	15
	⚂	10	9	14	10	10	17
	⚃	12	7	9	7	17	15
	⚄	10	14	7	13	9	14
	⚅	5	12	15	14	11	8

دوه سترګیزې داني(یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکیږي. د هرې یوې نتیجې ډېروالی په یوه جدولکې په لیست کیږي.

هر اعدادو جوړه (6 | 6) ... (1 | 1) کیدی شي د هغو سترګیو جمعه باندې تنظیم شي.

د سترګیو د جمعې نسبي ډېروالی دي د دې درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

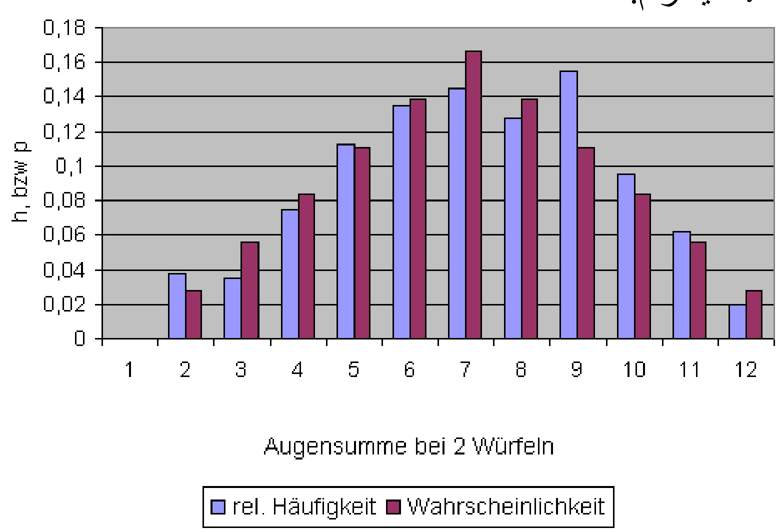
دا شي ځان نیونه دي په یوه جدول او یوه مټه یا ستندیاګرام کې انځور شي.

جدول: له کینې ښی لور ته د الماني پښتو:د سترګیو جمعه،اړونده نتیجه،مطلق ډېروالی،نسبي ډېروالی،

(c) ketabton.com: The Digital Library

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1|1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$
3	(1|2);(2|1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
4	(1|3);(2|2);(3|1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
5	(1|4);(2|3);(3|2);(4|1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
6	(1|5);(2|4);(3|3);(4|2);(5|1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
7	(1|6);(2|5);(3|4);(4|3);(5|2);(6|1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0{,}167$
8	(2|6);(3|5);(4|4);(5|3);(6|2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0{,}139$
9	(3|6);(4|5);(5|4);(6|3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0{,}111$
10	(4|6);(5|5);(6|4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0{,}083$
11	(5|6);(6|5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0{,}056$
12	(6|6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0{,}028$

د مټ،دیاګرام:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه ګوزارونو سره د سترګیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوګونو سترګیو جمعي لپاره په تولیزه توګه د احتمالوالي شمېرنې څخه ډېر قوي څنګ نه کوي(یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

<u>توکلي متحولې یا</u> تصادفي متحوله(اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$E = \{(1|1);(1|2);(1|3);....;(6|6)\}$

که هره نتیجه د سترګیو جمعي باندې ترتیب شي یا تنظیم شی، نو یوه توکلی اووښتوني په باندې بڼه لاس ته راځي:

$X((1|1)) = 2 \quad X((1|3)) = 4 \quad X((6|3)) = 9$

x=4 د نتیجې لپاره لیکو: د ستګیو جمعه 4 دی ، ىuنې د {(1|3);(2|2); (3|1)} لپاره.

x=2 د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترګیو زیاتون 2 دی، یعنې د {(1|1)} لپاره.

توکلي متحولې:

د یوې توکلې تجربې توکلي متحولې یا اووښتوني X لانې یوفنکشن پوهیږو، کوم چې د نتیجه ډېرۍ (سټ) Eهره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

$X: \quad e_i \rightarrow X(e_i)$ په ورته والي و تابع f ته د f:x->f(x) سره:

دیوې توکلې متحولې د ا رزښت جدول د دوه سترګیو غورځولو لپاره، چې د هغو دسترګیو ګڼون یا تعداد جمعه شي.(لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

(5|6)	(6|5)	(6|6)
11	11	12

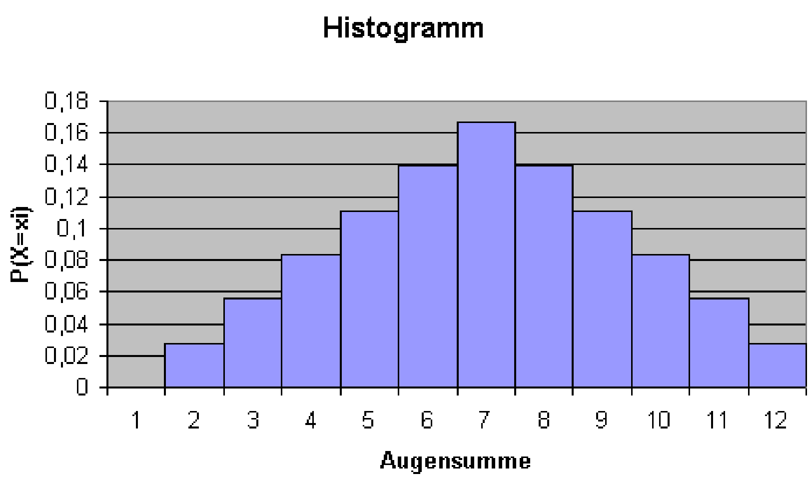
(c) ketabton.com: The Digital Library

Ergebnis	(1|1)	(1|2)	(2|1)	(1|3)	(2|2)	(3|1)	....	(5|6)	(6|5)	(6|6)
$X(e_i)=x_i$	2	3	3	4	4	4	....	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه يا ښه يې ټوټه كونه يا په برخو يا ټوټو وېشنه
كه د دوه سترګيو غورځولو سره د نتيجه د سترګيو د جمعي سره(باندې) تنظيم شي ، نو توكلي متحوله يا اووښتونې X منځ ته راځي.
كه د دې توكلي متحولې د هغې د احتمالوالي سره تنظيم كړي، نو يو احتمالواليويش (احتمالوالي فنكشن) منځ ه ارځي. د احتمالوالي وېشنه يا د توكلي لويې وېشنه كېدى شي سرې د يوه جدول له لارې او يوه هېستوګرام له لارې انځور كړي.
جدول :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هيستوګرام: د المانيپښتو: هيستوګرام، د سترګيو زياتون يا جمعه



د احتمالوالي وېشنه يا په برخو ټوټه كونه:

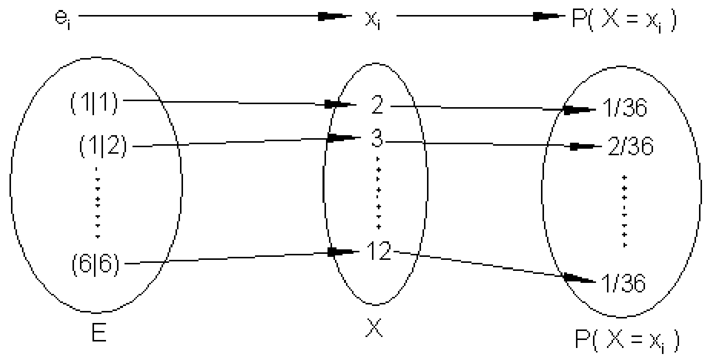
د تصادفي متحولې د يوه احتمالوالي وېشني (احتمالوالي فنكشن يا تابع) f لاندې يو فنكشن fپوهيږود لاندې سره

$$f: x_i \to P(X=x_i)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=xi)$ د دې لپاره احتمالوالی راکوي، چې X ارزښت xi نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه ددوه دانوسترګیزو غور ځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلیږي.



د یوه احتمالوالي په برخېوته ونې انتظارارزښت

د احتمالوالي شمیرنې د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلوبو د انتظار ګټې همداسې بایلښت انتظار په هکله وېناوې و کوي. داپوښتنه رامنځ ته کیږي: دزیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کیدی شي؟

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$

د لیدوړوالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګیو سترګو جمعې ته ځو. له دې کیدی شي یوه بختلوبه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:
قانون: په یوه ګوزارونه یا اچونه کې د سترګیو جمعې لپاره په € ورکولکیږی. د لوبو خاوند طبعأ باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه تاوان ونه کړي.
د دې لپاره باید دی یوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي،چې زیات کسان په لوبه احته وي. همدومره جګه باید د بیسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

اینوونه یا شرط هم باید وي.

په ورته توګه لکه په تشریحي ستاتیستیک کې د یوه زیاتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نیسي د پیسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې یو ارزښت جوړ کړي.

دا ار زښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلګې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جګ تعداد لوبو کې په منځنی توګه دلوبې په سر 7 € تادیه یا ورکړل شي.

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{252}{36} = 7$

د لوبو خاوند باید لږ تر لږه یو د پیسو اینوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پیسو ورکوني ارزښتونه د تصادفي متحولي X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له لید څېرو، چې د لوبې لپاره 7 € باې ورکړي یا کیږدي..

د هغه لپاره ګټه داسې شمېرل کیږي:

ګټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پیسې – دلوبې اینوولې پیسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

ګټه تصادفی متحوله یا اووښتوني سره برابره ده، چې Y یې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره :

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره د ګټې کېدی شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5\cdot\frac{1}{36} - 4\cdot\frac{2}{36} - 3\cdot\frac{3}{36} - 2\cdot\frac{4}{36} - 1\cdot\frac{5}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} +$$

$$+3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36} = 0$$

د انتظارارزښت د ګټې لپاره 0 دی. داپه دې معنا چې په اوږده موده کې یاپه اوږده لید لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه ګټي. مګر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحوله X ارزښت $x_1, x_2, ... x_n$ ولري ، نو

$$E(X) = x_1\cdot P(X = x_1) + x_2\cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n\cdot P(X = x_n) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i\cdot P(X = x_i)$$

دx انتظار ارزښت بلل کیږی.

په یاد ولره :

که $E(X) > 0$ وي، نو نودا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعده ده (ګټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده(ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظا ارزښت دX انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي ازمایښتونو په یوه لړی کې دی.
په دې ترځ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیستیک څخه یوه لویه- په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتونې رامنځ ته شوي دی، د انتیار ارزښت یوع لویه تشریح کوي، چې په راتلونکې پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره یه هغې حساب کولی شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μx یا لنډ μ

د $P(X=xi)$ په ځای Pi سړی هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښتکي همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونوپورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه يې نيولی شي.

بیلګه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونحي په انګړ کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کيږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اینوولو ارزښت 2 € دی.

لوبه کوونکی لومړی عددونه $1, 2, 3, ... , 6$ نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

که دا غوره شوي عدد را نه ووځی نو لوبه بایلل شوې.
که غوره شوی هدد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو ایښول شوی ارزښت بیرته راکوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې ایښول شوو پیسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد دری واره راووځي،نو لوبه کوونکی د دې ایښول شوو پیسودرې برابره لاس ته راوړي

غوره پوښتنه، چې دلته رامنح کیږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زدهکوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهیږي، او په رېښتونی هغه ، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري(هغه ځوک چې لوبه مخ ته بیایي او نورو ټولو سره شرط کې دی).
دا پوښتنه د احتمالوالي شمېرنې سرهکېدی شي ځاب شي.

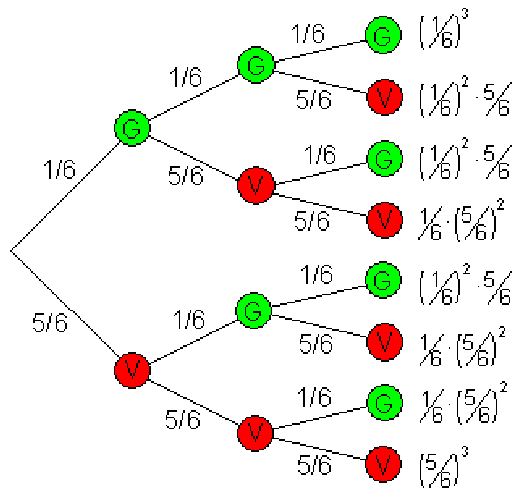
تصادفی متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکې ته ورکول کیږي، دا د2 € په کمښت سره چې شرط یې ایښوولی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درې پوړيزې ونې دياګرم او د تار قانون په مرسته سړى احتمالوالى د يوې بايليدني يا همداسي يوې ګټني لپاره شميري. باور لري: G = ګټنه

V= بايلنه .

x_i	$P(X = x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}3472$
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \approx 0{,}0694$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}00463$



د ګټلو چانس شميرنه کې د تصادفي پيښي ارزښتونو د اړونده احتمالواليو سره ضربول او نتيجې يې سره جمعه کول.

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
−2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شميرلى عدد-1 دا وايي، چې به اوږده موده کې، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زيان انتظار دى. دا پيسي طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کيږي، ځکه چې د اړدې مودې ګټه اوزيان سره برابر ده يا په انډول کى دي.

ګټه او زيان به په يوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وى. دا به بيا عادلانه لوبه وى. دا به د بيلګې په تکه د ګټني چګوالي سره د رسيدو وى يا لاس ته راغلي وى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرین:

په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د یوه لوبهکوونکی لپاره پیسې ایښوونه باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کیږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پیسوورکونه 0 € ده.

که هغه د شرط عدد یو ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) 2 € دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) 4 € دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پیسو ورکونه(ګټونکي ته) .6 € دي.

تمرین:

په لاتري لوبهکې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تماميدو (بکلوريا) جشنکې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاترى واخلي.

لومړی جایزه د 100 € یو ارزښتلري، دویم د 25 € دریم د 10 € .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت 1 € اخلي.

دا لاتري باید څومره ګرانه وي، چې اخستني او ورکوني برابرې وي؟

هره لاترې په 5 € خرڅیږي. دا خستلي پیسې یوې خریه تولنې ته ورکولکیږي. دالاس ته راوړنه څومره لویه ده؟

تمرین :

یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونداری خوندي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره يو غونډارى راوستل کيږي تر څو شين غونډارى را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 2 ده.

که په دويمه وېستنه کې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 1 ده.

که په دريمه وېستنهکې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې ګټنه € 0 ده.

شرط باېد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

ځوابونه:

تمرين: په پورته معرفي شوې سترګي لوبه کې د انتظار ارزښت E(X) = -1 وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبهکوونکی لپاره پيسې اينوونه بايد څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د ګټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کيږي:
که هغه د شرط عدد را ونه ووځي،نو د پيسوورکونه € 0 ده.
که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) € 2 دي.
که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) € 4 دي.
که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه(ګټونکي ته) .€ 6 دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده ليد کې څومره پيسې چې لاس ته راځي همغومره بايد بېرته ګټونکو ته ورکړي.
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	ددې لپاره د ګټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	E(X) = 1 په دې معنادی، چې په يوه اوږد ليد يا موده کې په منځنۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$	توګه € 1 د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.
	Erwartungswert E(X)	$\frac{216}{216} = 1$	د لوبې په سر د € 1 په شرط دا لوبه عادلانه ده
		انتظار ارزښت	

تمرين: په لاتري لوبه کې هرلاتري ګټي.

د دولسم درس تماميدو (بکلوريا) جشنکې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاترى واخلي.
لومړى جايزه د € 100 يو ارزښتلري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښى ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري بايد څومره ګرانه وي، چې اخستنې او ورکونې برابرې وي؟

هره لاترې په € 5 خرڅيږي. دا خستلي پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راوړنه څومره لويه ده؟

حل (اوبى)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$	انتظار ارزښت شمېرل کيږي:
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$	$E(X) = 3{,}64$ په دې معنا دى، چې بايد هره لاتري € 3,65 قيمت ولري
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$	د € 5 لاترې قيمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې يوه ګټه خوندي لري:
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	$50(5 - 3{,}64) = 68$ €
	Erwartungswert E(X)	$\frac{182}{50} = 3{,}64$	دا پيسې خيريه ټولنې ته ځي.
		انتظار ارزښت	

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرين : يو مرتبان يو سور، يو تور او يو شين غونډارى خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچوني سره يو غونډارى راوستل كيږي تر څو شين غونډارى ر ا ووستل شي.

كه په لومړى وېستنه كې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې گټنه 2 € ده.

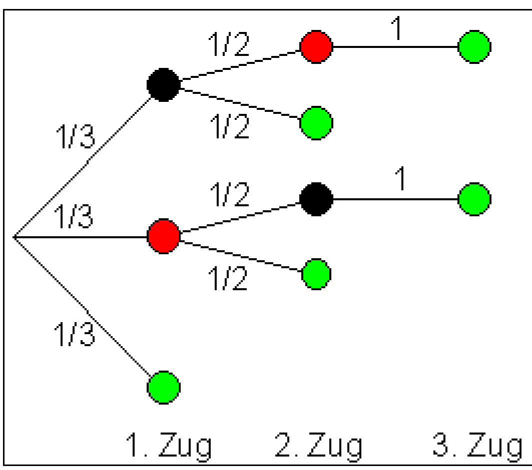
كه په دويمه وېستنه كې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې گټنه 1 € ده.

كه په دريمه وېستنهكې شين غونډارى را ووېستل شي، نو د لوبې گټنه 0 € ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلاه وي؟

حل : د درې پوړيز ونې دياگرام او تار قانو په مرسته د دې لپاره احتمالوالى شمېرل كيږي،چې شين غونډارى راووځي.

د لاندې پېنتو: له كيڼ وښي لور ته: غورځونه، نتيجې، بايلنه



Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	1€
3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	0€

$$E(X) = 2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{1}}$$

د لوبې ياى انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دى.

كه دا يوه عادلانهلوبهوي، نو بايد شرط هم 1 € وي.

پوښتنې

د ګنلويا شكپرلوستراتيرې ته نمونه ازماېښت I

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ـ یو تصادفی جنریټر (د کود بیداکوونکی) یو له بل څخه پلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوروسته دا ۴ – ځایز عدد په ځېر په دیسپلې راڅرګندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتماوالی څومره دی؟

A : ټول ارزښتځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښتځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،،هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی او اخر او همداسې دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کټوري کې ۶ سره او ۴ سپین غړنداری پراته دي. یو بل پسې ۵ غوداري بې له بېرته وراچونې راوستل کیږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟
A : سړی فقط سره غونداري راباسي.
B : سړی لومړی ټول سبین بیا یو سور غونداری راباسی.
C : لومړی غونډار ی سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور ِغونداری راباسي.

دریم – په یوه مرتبان کې25 په ګڼه سمبال یا نمره شوېې غونداري (له 1 تر25 عددونه)براته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې4 غونداري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېښوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه(زیاتون) له ۱۲ کوچنیدی.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.
څلورم - څلور ملګري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنګ په څنګ ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A : س د وه د دوه ملګرو ترمنځ کیني B : س او ک دباندې لور ته کیني

(c) ketabton.com: The Digital Library

C : س ا ک څنګ تر څنګ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالوالی احتمالوالی وټاکی او ستاسو د تګلار ډول تشريح کړی.

A: ۶ په لوتو کې ټيک دي : ۵ په لوتو کې ټيک دي.

ک ۴ په لوتو کې ټيکدي : ۳ په لوتو کې ټيکدي.

شپږم- د يوې غاړکی د اوبدلو لپاره سرې او شنې مرغلرې لرو. ۶ مرواري (مرغلري) پيېل کيږي. د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغلره مخ ته نه راځي. : لومړې درې مرغلرې شنې دي.

: تل ردبدل سرې او شنې مرغلري منځ ته راځي.

اوم – د زېږدنې جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړی ، دويمه او دريمه جايزه ورکولکيږي. د لندې پيښنو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ا يوه لوم ړی ي يوه دويمه او ک يوه وريمه جايزه ګټي.

: ا، ي، ک هر ه يوه يوه جايزه ګټي .

: ا جايزه نه ګټي
: له دې درې نجونو ا، ي او ک هيڅ يوه جايزه نه ګټي.

اتم – په يوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغ ټوټو د نجونو او هلکانو نومونه ليکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم ا حتمالوالي سره (4, 3, 2, 1, 0) , 5 ازادې کارتي نجونو(هلکانو) ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کاتي راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته يوه ازاده کارته راوحي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم – د یوې ازموینې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعګانې ټاکی کیږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموینه کې ازمایل کیږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموینې له دې درز موضوعاتو یوې ته هم چمتووالی نه لریې

: ازموینی درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوړې.

: ازموینې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره چمتوالی لري.

: ازموینې ټولو ټاکلو دریو موضواتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د شمېرلو ستراتیژي I

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9) . له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي .{ 9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t\,P(A)=\frac{5^4}{10^4}=\frac{1}{16}=0{,}0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 1 ; 0 }. د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې دی:
$$t\,P(B)=\frac{2^4}{10^4}=\frac{1}{625}=0{,}0016$$

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. [xy|yx] . لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کیږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دی.

له دې سره
$$t\,P(C)=\frac{10^2}{10^4}=\frac{1}{100}=0{,}01$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې دابښوولی عدد(ګڼ) یو هنداره شوی عدد(ګڼ) دی.

دویم –

مودل: منظم نمونه ازماېښت د نه (بې له) بېرته وراچوني سره.

۶ سره او ۴ سپین غونډاري $n = 10$ غونډاري راکوي. $k = 5$ ځله راوستل کیږي،بې له بېرته ور اچوني سره.

له دې سره د د امکاناتو تعداد $\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{10!}{5!}=30.240$ دی.

: فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

د A لپاره د راوستلو د ا مکاناتو تعداد دی $\frac{6!}{1!}=720$:

او له دې سره دی:
$$P(A)=\frac{720}{30.240}=\frac{1}{42}\approx 0{,}0238$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې فقط سره غونډاري راوستل کیږي.

: سرې لومړی ټول سپین غونډاري راباسي او بیا یو سور غونډاری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{4!}{0!}\cdot\frac{6!}{5!}=4!\cdot 6=144$$

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$:P(B)=\frac{144}{30.240}=\frac{1}{210}\approx 0{,}00476$$

او له دې سره :

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنداري راوځي او بیا یو سور غنداری راوځي.

: لومړی غونډاری سپین دی(دا به دې معنا چې .4 ,.3 ,.2 او 5 غونډاري په خوښه دي).

$$4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=12.096$$

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی :

$$:P(C)=\frac{12.096}{30.240}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړی راوستنه کې سپین غونداری راوځي.

: سرې رد بدل سبي او سور غنداری راباسي (wrwrw) یا (rwrwr) .

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4\cdot 6\cdot 3\cdot 5\cdot 2+6\cdot 4\cdot 5\cdot 3\cdot 4=2160$$

$$P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx 0{,}0714$$

او له دې سره :

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ردبدل سبین او سره غونداري راوستل کیږي.

دریم – مودل : نامنظم نمونه ازمایښت بې له بېرته وراچونې .
یا په یو ځل راوستنه.
دا پر ۵ وېشوني عددونه دي : 5, 10, 15, 20, 25
د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=25\cdot 23\cdot 22=12.650$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشوړدي:

د په ۵ وېشوړ عددونو تعداد(ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0{,}000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشوړ وي.

B : ټول عددونه جوړه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونوتعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد ، چې له دې څخه ۴ راباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0{,}0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو جمعه(زیاتون) له 12 کوچنی ده:.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پیښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0{,}000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې جمعه یې له 12کوچنی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4\cdot6\cdot3\cdot5\cdot2+6\cdot4\cdot5\cdot3\cdot4=2160$

د دې سره دی: $P(D)=\frac{2160}{30.240}=\frac{1}{14}\approx0{,}0714$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه وستل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل : د k توکو نظم

د امکاناتو تعدادچې ۴ کسان په څلوروځایونو ووېشو !4 دی.

: س د دوه ملګرو تر منځ کيني.

هغه دوه امکانات لري: xSxx یا xxSx (دویم ځای یا دریم ځای)

درې ملګر ي !3 امکانات لري.

له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره 12 = !2.3 دی.

له دې سره دی

$$P(A)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کښيني.

B : س او ک دباندې لورو ته کيني.

SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.

د دې سره د B لپاره امکانات 2.2=4 دي.

له دې سره

$$P(B)=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}=0{,}1\overline{6}$$

.

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنګونو لور ته کېني.

C: س او ک يو د بل ترڅنګ کېني.

SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

.

د نورو داړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.

له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد 6.2=12 دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک يو د بل ترڅنګ کېني.

پنځم – مودل : نامنظمې نمونه ازماېښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يا په يوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په يوه ځل له چې له تولټال49 عددونو څخه چې 6 عددونه چليپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ تيک ياپه ربنتيا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ ګټونکو عددونو څخه چليپا شي او 0 عدونه له 43 نا ګټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0} = 1\cdot 1 = 1$$
.

د ا دA د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6}\cdot\binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0{,}000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ ګټونکي عددونه چليپا شوي دي. (۶ ګټونکي)
B : په لوتو کې ۵ تيک
له ټول ۶ ګټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو تيک چليپاکېدنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناګټونکی عدد دی چليپا نه شي ، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1} = 6\cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره د رامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5}\cdot\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0{,}000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ ګټونکي عددونه]ليپا شوي(۵ تيک).
C : په لوتو کې ۴ تيک
د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۴ ګټونکي عددونه چليپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چليپا نه شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42}{2\cdot1}=13545$$

دا د C لپاره د رامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}=\frac{13545}{13.983.816}\approx 0{,}000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چليپا شوي دي(۴ ټيک)

D : په لوټو کې ۳ ټيک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چليپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چليپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{43\cdot42\cdot41}{3\cdot2\cdot1}=246.820$$

دا د D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی،

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}}=\frac{246.820}{13.983.816}\approx 0{,}0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چليپا شي(۳ ټيک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنګ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رننګ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنګه په اختيار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنګه راوه وستل شي دی:

$2^6 = 64$

د A لپاره د امکاناتو تداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{64}{729}\approx 0{,}0878$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړۍ درې مرغلرې شنې دي.

له دې سره احرنۍ درې په خوښه ټاکل کېدی شي.

نو يو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودريو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:27= $1.\ 3^3$

له دې سره

$$t\ P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

C: مرغلرې رد-بدل سرې او شنې دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg ياgrgrgr شتونلري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{\bar{2}}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې ردبدل سرې او شنې دي.

اوم – مودل : منظم نمونهازماښت د نه (بې) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړې جايزه) اي (دويمه جايزه)، ک (دريمه جايزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړۍ جاېزه، اي دويمه جايزه او ک دريمه جايزه ګټي.

B: ا، اي اوک هر يو يوهجاېزه ګټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد6 = !3 دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{\breve{6}}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر يوه =اېزه ګټي.

C: ا جاېزه نه ګټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$t\ P(C) = \frac{\bar{9} \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جاېزه نه ګټي

D: له دې درې نجونو څخه کونه یوه جاېزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی:

له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0{,}293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جاېزه نه ګټي.

7.6.5 = 210

اتم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بې لهبېرته وراچونې.

یا پخ یوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۲۵ پاڼو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A: ۵ پاڼې نجونو ته ځي (0 پاڼې هلکانوو ته)

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاڼې له ټولو ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره راووځي

او0 پاڼې له ټولو ۱۲ پاڼو د هلکانو په نامه راووځي دی.:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0{,}0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي

B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي(۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې دد نجونوو پهنامه راووځي او ۱

ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووځي دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{13}{4}\cdot\binom{12}{1}}{\binom{25}{5}}=\frac{8580}{53130}\approx 0{,}161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسيږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسيږي(۲ هلکانوو ته)

د ا مکاناتو تعداد چې ۳ پاڼې له ټولټال ۱۳ پاڼو د نجونو د نومونو سره را وه وستل شي او ۲ پاڼې د ټولټال ۱۲ پاڼو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی: :

$$\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=18867$$

دا د C د رامنځ ته کېدولپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C)=\frac{\binom{13}{3}\cdot\binom{12}{2}}{\binom{25}{5}}=\frac{18876}{53130}\approx 0{,}355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکيږي.

D: ۲ پاڼې نجونو ته ورکولکيږي(۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه د هلکانو نومونو سره راووستل شي دی:

$$\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}=\frac{13\cdot12}{2\cdot1}\cdot\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=17160$$

دا د D د رانمنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(D)=\frac{\binom{13}{2}\cdot\binom{12}{3}}{\binom{25}{5}}=\frac{17160}{53130}\approx 0{,}323$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتې کارتې نجونو او ۳ مفتې کارتې هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کارتې له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4} = 13\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0{,}121$$

د دې لپاره احتمالواليدی، چې ۱ ازاده کارته نجونه ګټي او ۴ ازاده کارتې همکانو ته ځي.

F: 0 پانه نجونو ته ورکول کيږي(۵ هلکانو ته)
د دې لپاره احتمالوالی چې 0 پانه له ټولټال ۱۳ پاڼو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پاڼې له ټولټال ۱۲ پاڼو څخه دهلکانو په نامه راوځي دی:

$$\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5} = 1\cdot\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتوتعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0}\cdot\binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0{,}0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 0 ازاده کارتې نجونو ته او ۵ ازاده کارتې هلکانو ته ځي يا ورکول کيږي.

نهم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه(بې) بېرته وراچولو سره.
يا ديوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازمويېنی د ازموينې لپاره ۶ پوښتنې زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ازمویښي له دې ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومې ته تیاری نه دی نیولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چې ازمویني ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کیږي:

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

.

له دې سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0{,}0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،چې، چې ازمویښی کومې موضوع ته چمتووالی نهلري.

B: ازمویښي له دې درې ټاکلو موضواتو څخه یوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضواتو څخه چې ازمویښي ورته ځان نه دی جمتو کړی، ۲ ټاکل کیږي، له ۶موضواتو څخه کومو ته چې ازمویښي ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کیږي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمویښي ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی.

C: ازمویښیي له درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه، چې ازمویښي ځان نهدی چمتو کړی، ۱ ټاکل کیږي، له ۶ موضوعاتو چې ځان یې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کیږي.

دC لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

د دې پاره احتمالوالی دی، چې ازمویښي د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

D: ازمويښني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضواتو چې ازمويښني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې ازمويښني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{3}=1\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$$

له دې سره

$$P(C)=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}\approx 0{,}1\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ازمويښني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماېښت او د شميرلو ستراتيژي II

لومړی – د زرندو د تورو او سپينو تيګو څخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې   اته تيږې يو په بل کېښول کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنګ توکلی وټاکل شي؟

A   : ټولې تيګی همغه يا برابر رنګ لري.

B: فقط يوه تيږه سپينه ده.

C: لوم ړۍ او اخرنی تيګه همغه ر نګ لري.

دويم - په يوه خلته کې يو سور، ۲ شنه، ۳ زيړ او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. يو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ټيک يو شين چاکلېټ راوستل کيږي.

دريم – په يوه خريه غونډه کې ۵ نمرې اختيار کې لرو، لهد ېڅخه يوه د ژونګليوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارويا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري) . د پروګرام لړۍ پرلپسې تصادفې راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ژودنګليوال د پروګرام په دريم قطار کې راځي.

B:ژونګليوال اخر   ځای کې نه راځي.

څلورم – په يوه کارتون کې ۱۰ بريښنا څراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که بريښنا څراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

A: ټول درې څراغونه چوړ دي.
B: تیک یو ځراغ زیانمن دی.
C: تیک دوه ځراغونه زیانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه ولري؟ په نږدې توګه ونیسی، چې ټولې میاشتې برابرې اوږدې دي.
A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه میاشت کې د زیږېدو نیټه لري.
شپږم – په یوه مرتبان کې ۶ سره ، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: دوه شنه غونډاري راوستل کیږي
B: په راوستلو غونډاروکې شنهغونډاري نه شته.
اوم –په بیلګه کې،، بیت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکئ.
A: ل اخر ته پاتیږي
B: ا او و اخرنی پچه کې دي.
اتم – په یوه ډېر تاکنیزه ازموینه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر یوه څخه فقط یو تیک دی. یو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلیپا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: ټول ځابونه ناتیک دي.
B: لومړي پنځه تیک ، اخرني پنځه ناتیک چلیپا شوي دي.
C: په دقیقه توګه نیمایي ځوابونه تیک دي.
D: ۴ ځوابونه تیک دي، ۶ ناتیک دي.
نهم – د لغات ANANAS توري په یوه لوښي کې ګډوډیږي او نوي تنظیمیږي. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟
A: بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تور کمبېنېشن د AAA سره پیل کیږي.
C: یو لغات د درېواره A سره یو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو ستراتېژيII
مفصل ځوابونه
لومړی – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره
د هر اتو تیګړ لپاره دوه رنګونه اختیار کې لرو(اته ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره)
.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولو رنګونو کمبېنېشن امکاناتو تعداد دی : $2^8 = 256$

A: ټولې اته تیګې همغه رنګ لري. دا په دې معنا چې یا ټولې تورې دې یا ټولې سپینې دي.

دA لپاره د امکاناتو تعداد۲ دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې تیګې برابر رنګ لري.

B: فقط یوه تیګه سپینه ده. داچې دا تیګه یه دې اته ځایونو کې هرځای ایښودله کیدی شي، د دې لپاره اته امکانات شتون لري.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته تیګو فقط یوه سپینه ده.

C: لومړۍ او اخره تیګه همغه رنګ اري. د اخرې او لومړۍ تیګې لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ تیګو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړۍ تیګه او اخره همغه رنګ لري.

دویم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتې څخه ۳ چکلیټ له ټولټال لسو چکلېټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټیک یو شین چکلیټ راوستل کیږي.

د دې لپاره د امکاناتو تعداد +ې ۱ سین چاکلیټ له ټولټال ۲ شنو چکلېټو څخه راوه وىستل شي او ۲ چکلیټ له ۸ بل رنګ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{10}{3}}=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,467$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې تیک ۱ شین چکلېټ راوه وېستل شي.
دریم - A: د ژدنګلوېږ نمره په دری ځای کې قرار لري.
xxJxx . د پچې اچولو له مخې ژونګلوېږ کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په ګڼه شوي(نمره شوي)

عددونه ځایونه ورکوي، په کومو کې د ژونګلور پروګرام ځای شوی، ي، ځل راوستنه په پروګرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونګلوېږ راځي.
له دې سره

$$:P(A)=\frac{1}{5}=0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونګلوېږ په دریم ځای کې راځي. دې سره برابر االحتمالوالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وی.
B: د دژونګلوېږ لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په .3 ,.2 ,.1 یا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$t\,P(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی،، چې ژودګلوېږ په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم – مودل: نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچوني سره.
$n = 10$ برىښنا څراغونه ، له دې څخه ۲ زیانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل کیږي. د امکاناتو تعداد چې له یوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو یا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$$

A:ټول درې څراغونه جوړ دي. دامکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳ له اتو دی.
د لپاره دامکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A:\binom{8}{3}=56$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(A)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه تاکل کېږي.

B: تیک یو څراغ زیانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زیانمنو څراغونو ۱ زیانمن راوستل کېږي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2}\cdot\binom{2}{1}=\frac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\cdot 2=56$$

له دې سره

$$P(B)=\frac{56}{120}=\frac{7}{15}\approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زیانمن دی.

C: تیک دوه څراغونه زیانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زیانمنو څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کېږي.

دC لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$:\ \binom{8}{1}\cdot\binom{2}{2}=8\cdot 1=8$$

له دې سره

$$t\,P(C)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}\approx 0,0\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زیانمن دي.

xx:D

پنځم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بیرته وراچونې سره.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ میاشتو وه وېشو 12^8 دی(له یوه مرتبان څخه چې ۱۲ مختلف غونداري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).

A: له ۸ مسانو څخه هلږ ترلږه ۲ مسان په همغه میاتکې د زېږېدنې روځ لري. دA په برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو میاشتوکې د زېږدنې روځ لري. اوس ۸ کسان په ۱۲ میاشتو داسې وېشل کېږي، چې دوه والی یا ډېلوالی منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\bar{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$$

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(\overline{A}) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلو یاشتو کې د زیږېدنې روح لري.

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,954$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی،چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشتکې زیږېدلي دي یا د زیږېدوروځ لري.

شپږم –

نامنظم نمونه ازماېښت د نه بېرته وراچونې سره.

یاپه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

A : ټیک دوه شنه غونداري راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونداري له ټولټال ۴ غونډارو راوه وستل شي او ۱ بل رنګه له ټولټال ۱۱ نورو رنګونو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

دا دA پېښېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټیک دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

B: شین غونډاری نه راوستل کیږي.

د دې لپاره دامکاناتوتعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنګیز د ټولټال ۱۱ غونډارو را وه وستل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

دا دB پیښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره

$$P(B)=\frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{165}{455}\approx 0,363$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې کوم شين غونډاری نه راوستل کيږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي(وستل کيږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دويم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي((له لوبې وستل کيږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=8!=40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځاونو وه وېشو او لارس په اخرني ځای ځای کړو 7! دی.

له دې سره د A لپاره دامکاناتو تعداددی: $A:7!\cdot1$

له دې سره

$$:P(A)=\frac{7!\cdot1}{8!}=\frac{1}{8}=0,125$$

د دې لپار هاحتمالوالی دی، چې لارس ته اخرنی ځای باتيږي.

B: انيا او وانسا اخرنی مسابقه کوي.

xxxxxxVA يا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ځايونو او ۲ کسان په ۲ ځايونو وه وېشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6!\cdot2!$

له دې سره

$$P(B)=\frac{6!\cdot2!}{8!}=\frac{2}{8\cdot7}=\frac{1}{28}\approx 0,0357$$

د دې لپاره امتمالوالی دی، انيا او وانسا احرني سيالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځابونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې يو چليپا کوو 3^{10} دی. (مرتبانله ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A :ټول ځوابونه نا ټيک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټيک چليپا شي.

د A لپاره دامکاناتوتعداد دی: 2^{10}

له دې سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$: P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه ناټیک دي.
B: لومړی پنځه پوښتنې ټیک دي، اخرنی ۵پوښتنې ناټیک دي.
د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هریوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$: 1^5 \cdot 2^5$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0,000.542$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی دوهپوښتنې ټیک ځواب شوي دي.
C: ټیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.
دا پنځه ټیک حابونه چې په لسو پوښتنو وه وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوګونی د B احتمالوالی لري.
له دې سره

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

د دې لپارهاحتمالوالی دی، چې پوره نیمايي پوښتنې ټیک ځواب شوې دي. .
D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ ناټیک دي.
د امکاناتو تعداد ۴ پ،ښنتې چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$: \binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکاننات شته.
دا $!\, 2^6$ امکانات دي.
د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دې سره

$$t\, P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ تورې ترتیب کړو!6 دی
A: دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1
د N لپاره :2.1
د S لپاره :1
د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 12 = 3.2.1..2.1.1
له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\overline{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د ګډوډولو وروشته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.
B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کیږي:.
AAAxxx
دA لپاره د امکاناتو تعداد:3.2.1
د x لپاره3.2.1
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 36 = 3.2.1.3.2.1

له دې سره

$$: P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$$

د دې لپاره اجتمالوالی دی،چې د خوزولو یا ګډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتې کیږي.
: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منځ ته راځي.

xxxAAA یاxxAAAx یا xAAAxx یاAAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړی – په یوه مرتبانکې ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کارته له دې تورو سره	A E N O T / 1 4 5 1 3
د کارتونو تعداد	

لاندې تصادفي ترجربې سرته رسيږي:

الف : د مرتبان څخه په يو ځل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پيښې تعريف دي:

A : پهدواړو کارتو همغه يا برابر تور ي دي.

B : دواړه راوستل شوې کارتې غږ نه لرونکي ((= (v. lat.: *con* = mit + *sonare* =
(Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پdښو لپاره احامالوالی وشمېرئ
$P(A);\ \ P(B);\ \ P(A \cup B);\ \ P_B(A)$ او د جلې په ښه ځواب ورکړئ.

ب – د مرتبان څخه يوپه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي اوپه ترتيب او په پرلپسې توګه يږ بل پسې ايښول کيږی. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، دا لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په يوځل ۵ کارتې راوستلکيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تور سره لغات TANTE کېښوول شي.

ت – ينس لاندې د لاندې لوبې وړانديز کوي:

د مر تبان څخه په يو ځل درې کارتې راوستل کيږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کيږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

(c) ketabton.com: The Digital Library

شرط باید ځومره جګ وي،چې لوبه عادلانه وي؟

ټ – د مرتبان څخه پهیوه ځل دوه کارتې راوستلکیږي.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکی،چې راوستل شوې توري وکال (Vokale)یا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور ځومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازماېښت او د مشېرلو ستراتیږي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري.(لاندې المني: و)

$$1\cdot A \quad 4\cdot E \quad 5\cdot N \quad 1\cdot O \text{ und } 3\cdot T$$

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0{,}209}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t\ NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0{,}307}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي 0,307 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\ \text{mit}\ A\cap B=NN\vee TT$$

$$P(A\cap B)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}}+\frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}}=\frac{13}{91}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{19}{91}+\frac{28}{91}-\frac{13}{91}=\underline{\underline{\frac{34}{91}\approx 0{,}374}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې پهدواړو کارتو توري برېر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{13}{91}:\frac{28}{91}=\underline{\underline{\frac{13}{28}\approx 0{,}464}}$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کارتې ترتیب شوې لغات TANNE جوړوي.

$$P(TANNE)=\frac{3}{14}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{4}{10}=\underline{\underline{\frac{1}{1001}\approx 0{,}001}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی ، چې لغات TANNE منځ ته ارښي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کارتې په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT\wedge A\wedge N\wedge E$

$$P(TANTE)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{14}{5}}=\underline{\underline{\frac{30}{1001}\approx 0{,}03}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې دا لغات TANTE جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.
د تصادفي متحولو(اووښتونو یا واریابلو)X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X=x_i$	1	7	21	28	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X=x_1)=\frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{14}{3}}=\frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسوناتت لپاره:

$$P(X=x_2)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{30}{91}$$

د۲ وکال او ۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X=x_3)=\frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}}-\frac{1}{91}=\frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X=x_5)=\frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}}=\frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X=x_i$	0	1	7	21	28
$P(X=x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X)=\sum_i x_i\cdot P(X=x_i)=0\cdot\frac{14}{91}+1\cdot\frac{42}{91}+7\cdot\frac{30}{91}+21\cdot\frac{4}{91}+28\cdot\frac{1}{91}=\frac{364}{91}=\underline{\underline{4}}$$

د € 4 شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري:x + 8

د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x)\cdot(7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x)\cdot(13+x)}{2 \cdot 1}}$$

$$= \frac{30 + (8+x)\cdot(7+x)}{(14+x)\cdot(13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه (P = 0,5) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لرې شي.

یوولسم - د برنولي – ازماېښت

او د بینومیال وېشنه یا خورونه

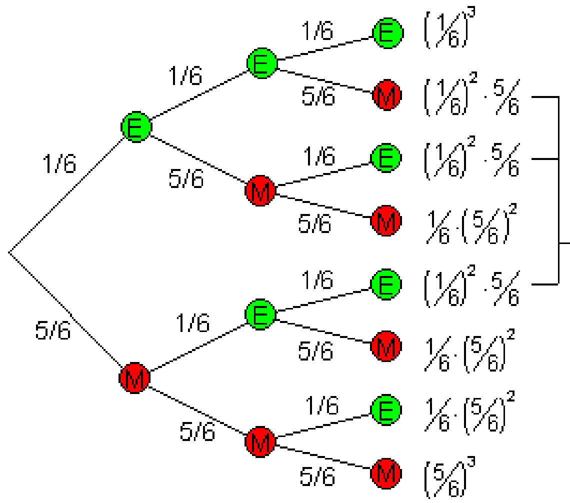
ډېرې تصادفي تجربې کېدی شي د دوه پېښو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د
بېلګې په توګه
-
د سیکې غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼې یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکې یا شا سره.
د یوه سترګي غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

داسې تجربې د برنولي-تجروبو په نامه یادیږي. د داسې تجربو دواړه نتیجې سرې د بریاوو یا نه بریا په څېر په نخښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوړیزې برنولي –تجربې څخه غږېږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n -پوړیز ې برنولي –تحربې څخه غوښتل کیږي، چې د یوې تجربې نتیجه د

(c) ketabton.com: The Digital Library

بلې تجربې څخه بې تاثیره پاتې کیږي. د داسې یوې n -پوړیزې تجربې سره سړی د تجربو د بریاوو او نابریاوو تعداد لپاره علاقه نیسي.

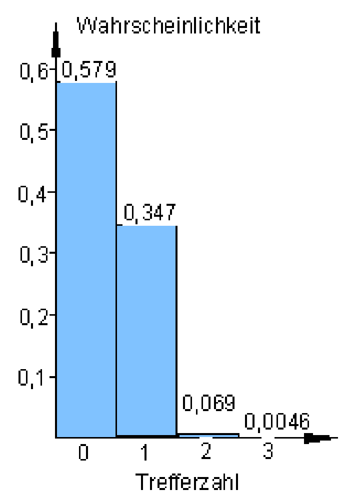
پیل بیلګه: یو سترګیز مکعب یو په بل پسې درې واره غورځول کیږي. موږ د احتمالوالې سره علاقه لرو، چې وپو هیږو، چې ایا عدد (ګڼ) 6 په دې ازماېښت کې 0, 1, 2 یا 3ځله رامنځ ته کیږي. E (Erfolg)د بریا یا رمنځ ته کېدنې په معنا او M (Misserfolg)د نابریا د ر امنځ ته کxدنې په معنا دي.



Treffer – zahl	Wahrschein – lichkeit
0	$1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}579$
1	$3\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}347$
2	$3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{5}{6} \approx 0{,}069$
3	$1\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}0046$

Anzahl der Pfade

لاندې الماني=احتمالوالی



پورته ا لماني = راوستل شوی عدد.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته دایو دريِ پوړیز برنولی- ازماېښت دی.
د وني دیاګرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی کنټل (شمېرل)کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د دريِ پرلپسي پېښنو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پوړیو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین کارونه د وني دیاګرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه پوړ n -پوړیزيِ برنولي – ازماېښت سره د نتیجي ډېری هر توکی د پرلپسي پېښنو څخه منځ ته راغلی.

د بیلګې په توګه EM....... EEMMEEEM . د تارونو تعداد چې د بریاوو سره بیداکړو، له دې سرهپه همغه معنا دی، چې د نتیجه ډېری څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چې k -ځله د لړی پرلپسي څخه خپلواک یوه بریا وښایي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسي هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شیان د n شیانو څخه د لړیِ پرلپسي څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

دا لوتو-پرابلم رايادوي، په هغې کې چې له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بې د پرلپسي لړی ترتیب څخه وټاکلشي. په دې حالت کې د امکاناتو تعداد وو: $\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$ دا د شمېرني قانون د برنولي –تجربې باندې هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.	زموږ د بیلګې لپاره باور لري: $n=3$; $k=0;1;2;3;$

k = د بریاوو تعداد	د تارونو تعداد
0	$\binom{3}{0} = 1$
1	$\binom{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$
2	$\binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$
3	$\binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د n - پوړيزې برنولي –تجربې د تارونو تعداد دk برياوو سره دی:

n د تجربو تعداد اوk د برياوو تعداد	$\binom{n}{k}$

بیلګه: يو سترګيز مکعب n = 5 ځله غورځول کيږي

د بريا ارزښت د سترګيو تعداد 6 دی.

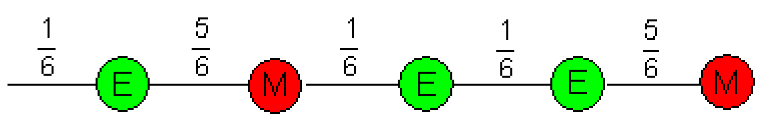
په نتيجه ونه کې د k = 3 سره څومره تارونه شتونلري؟

حل (اوبی) د k = 3 برياو سره د د تارونو تعداد دی: $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

به دې تجربه کې په ټوليزه توګه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 برياوې خوندي لري.

د يوه تار لپاره دk برياوو سره احتمالوالی

د يوې روښانه بيلګې سره دې د يوه تار احتمالوالی د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون دې بيا توليز شي.



د دې تار احتمالوالی کېدی شي دتار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(EMEEM) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پوړيو تعداد n = 5 دی.

د برياو تعداد k = 3 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نابریاوو تعداد $n - k = 5 - 3 = 2$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو $(p = 1/6)$ لپاره د اکسپوننت یا جګ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاو$(q = 5/6)$ لپاره رامنځ ته کیږي

باور لري:$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لرووشمېرل شي:
:

$$P(EMEEM) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

تولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوړیز برنولي – ازماېښت سره یو ازماېښت دی، د کوم سره چې هره پوړۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$برابر پاتې کیږی ، تارضربقوانو له مخې د هر k بریا وو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

تاردیاګرام = $p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n – پوړیز برنولي-ازماېښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\text{Anzahl der Pfade mit k Erfolgen}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad mit k Erfolgen und n-k Misserfolgen}}$$

د بینومیال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \ldots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \ldots +$$

$$+ \ldots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پيلبيلګي لپاره باور ري:

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}\approx \underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{75}{216}\approx \underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1=\frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{15}{216}\approx \underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot 1=\frac{1}{216}\approx \underline{\underline{0,0046}}$$

د بينوم وېشنه يا (په برابرو برخو) تونه کونه:

د يوه n-پوړيز برنولي – ازماېښت کې د p د بريا احتمالوالي لپاره او نابرياو احتمالوالي 1-p سره د k

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنوميالوېشنه بلل کيږی.

تمرين :

يوه کورنی 6 کوچنيان لري .

اتمالوالی، چې يوه نجلی وزيږوی، $p = 0,5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام وکاږی. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکی.

A : د کوچنيان تيک نيمايي نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

تمرین :

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وې.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

<u>Kumulierte Binomialverteilung</u>__کمولیر شوې دبینوم وېشنه

(*cumulus* – Anhäufung لاتین پنډغالي کیدنه)په سوبس کې د ټاکنو قانون کې، چې په یو ځل یو کس د ټاکنو غړونه ورکوي یا رایې اچوي.

بیلګه:

یوه سیکه 20 واره غورځول کیږي. د لاندې پېښو، لپاره احتمالوالی شمېرل کیږي.

a : تیک 10 ځله ممبرنښان

b : زیات له زیاته 15 ځله ممبرنښان

c :لږ تر لږه 7 ځله ممبرنښان

d:لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله ممبرنښان.

(c) ketabton.com: The Digital Library

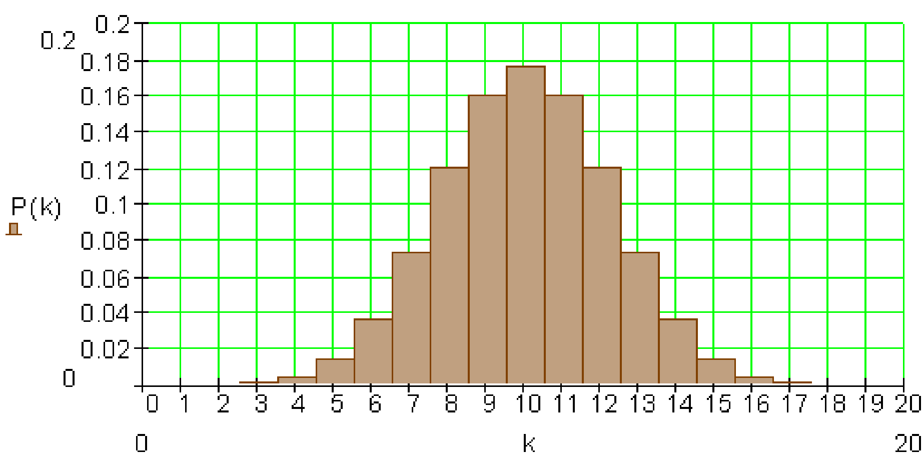
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را ګرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او $18, 19, 20$ لپاره احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. صفر داسې منځ ته ارځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راګرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوګرام په لاندې توګه ليدل کيږي:



الف – احتمالوالي $P(X = 10)$ کېدی شي دد جدول همداسې له هېستوګرام څخه ولوستل شي.

احتمالوالی د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx \underline{\underline{0,176}}$

ب – د پيښې لپاره احتمالوالی دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، تړلی ورپسې نه شي لوستل کيدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالی د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

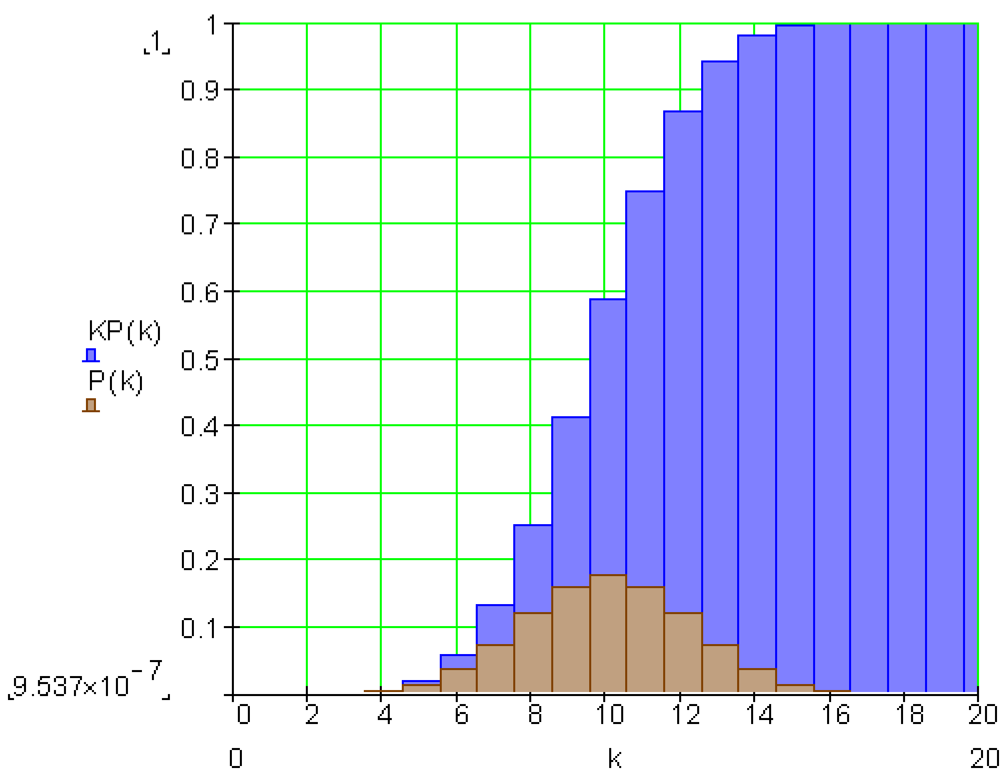
(c) ketabton.com: The Digital Library

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعني یوه کمولېرې جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې ځخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(X = k)	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
P(X ≤ k)	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
P(X = k)	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
P(X ≤ k)	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه : د $3 > k$ لپاره کمولېري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د$20 < k$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر یري، چې سرې په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راکردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولیري بینومیال وېشني یا توټه کوني هیستوګرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \leq 15) \approx \underline{\underline{0,994}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : لږ ترلږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \ge 7) = P(X = 20) - P(X \le 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ ترلږه 6 ځله اوزیات له زیاته16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6,7,...16) = P(X \le 16) - P(X \le 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلګه په ګوته کوي، چې کمولېري جدول کومې ګټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفیواریابلې X اختمالوالی و شمېرو. دا ورشو د ګڼونو یا اعدادو به وړاګه هم د انتروال په توګه انځور شوې ده.

مورږ لاندې حالتونه سره توپیروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولتیپل چوېس تست یاازموینه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ ترلږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 1/5 = 0,2 دی. دا چې دا االحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بینومیال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \le k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \le k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل:یوه کورنی 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلی وزیږوی،$p = 0,5$ دی .

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره احتمالوالی وشمېرئ، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام وکاږئ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکئ.

A : د کوجنیان تیک نیمایي نجوني دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجوني دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازمايښت په څېرر راوړل شي د $n = 6$ او $p = 0{,}5$ سره .

غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}015625}}$$

$$P(X = 1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}3125}}$$

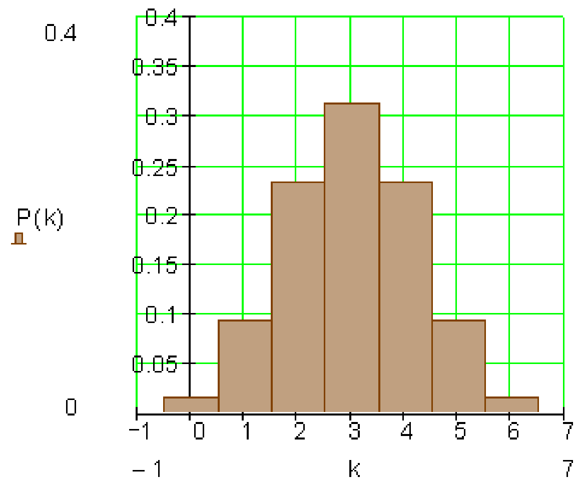
$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0{,}234375}}$$

$$P(X = 5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0{,}09375}}$$

$$P(X = 6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0{,}015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوګرام:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$
د 6 کوچنیانو ښځه ټیک درې نجونې دي

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه زیات له زیاته درې نجونې دي

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو ښځه لږ تر لږه درې نجونې دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واریابلې X احتمالوالي وېشنه وټاکی: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1)زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3)لږ ترلږه ۱ ځل ممبر نښان

(4)له یوه ځل زیات ممبرنښان.

داپرابلم کیدی شي د 5-پوړیز برنولي- ازماېښتپه ځېر د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره راوړل شي.

الف – غوښتلکيږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot 1 = 1\cdot\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم ځله ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبرنښان په دې معنا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1ځل زيات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرین ځواب:

یو مولتیپل چوېس تست یاازموینه له 50 پوښتنو څه د هر 5 ځوابونو سره ، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترګو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زيات.

ب لږ ترلږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پیښېدنې احتمالوالی په پوښتنه 0,2 = 1/5 دی. دا چې دا ااحتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېرې بېنومیال وېشنې څخه وتنهAuszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټیک یا صحیح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%)کوچنی دی.

ب –

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ ترلږ 10 پوښتنې او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - P(X≤ 9) = 0,444 د جدول څخه سیده لوستلکیږي:

د دې لپاره احتمالوالی چې د توکلي ویېنې سره لږ تر لږه10 او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب شي .(56,5%) 0,565 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0{,}969 - 0{,}939 = \underline{\underline{0{,}03}}$

د دې لپاره احتمالوالی چې تیک 15 پوښتنې سمې ځواب شي .(3%) 0,03 دی.

د بینومیال وېشنې یا خورونې ته پوښتنې I

لومړی – دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی -تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولی- ځنځېر او د برنولی زنځیر اوږدوالی

دویم – د لاندې تصادفي تجربې څخه یې کرمه د برنولی زنځیر دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولي –زنځیر اوږدوالیn هم ورکړئ.

الف – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د شپږمو تعداد لیکل کیږي.

ب – یو سترګیز مکعب درېواره غورځول کیږي او د سترګیو جمعه لیکل کیږي..

پ –د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) تر هغې راوستل کیږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړی سور غونډاری را ښکاره شي.

ت ـ د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډاری(غونډوسکې) ۴ –ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کیږي.

ټ – د یوه بحت څرخ 50% ټولو حالتونو کې یو 1 راڅرګندیږي.، په هر 25% حالتونو کې یو2 همداسې3 . دا څرخ څلورواره څرخول کیږی او عددونه د څلور ځایېز عدد په څېر لیکل کیږي

ث – له (ټ) څه یو د بخت څرخ اته واره څرخول کیږي، که ۳ راڅرګند شي،نو سړی 10 سنته ګټي.
ج – د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کیږي، ترڅو ۳ راڅرګند شي، زیات له زیاته ۵ ځله.

دریم – یو څرخ درې برابر لویې ټوټې (قطعې) د نخښو ګردی(دایره) چلیپا او ستوری لري. دا څلورواره څرخول کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کیږي..

(c) ketabton.com: The Digital Library

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کيږي.f.

: زيات له زيته يو وار ستوری را منځ ته کيږي..

: زيات له زياته درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

څلورم – د شفتالانو د يوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږی. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: يو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ ترلږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د يوې نجلی د زېږېدنې لپاره احتمالوالی0,49 دی، يوهلک د زېږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوي دی، چې په يوه کورنۍ کې د څلورو کوچنيانو څخه

: تيک دوهنجونې دي؟

: زيات له زياته درې نجونې دي؟

شپږم – يوه پيسه لږ تر لږه بايد څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% يوه احتمالوالي سره يو ځل ګڼ يا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څوواره بايد لږ تر لږه يو سترګيز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د90% احتمالوالي سره لږ تر لږه يو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – يو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی ځومره لوي دی؟

: سږی تيک 10 واره 6 وغورځوي.

: سږی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

: سړی زيات له زياته 10 واره 6 وغورځوي

. : د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زيات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کې د سترګيو عدد ناجوړه(طاق) عدد دی.

: د30 حالتونو څخه زياتوکې د سترګيو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زيات او له 35 څخه لږ ناجوړه د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

ځوابونه -

د بينوميالوېشنې I
نتيجې او مفصل حلونه
نتيجې

لومړی- د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجې لري. نتيجې بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کيونه) بلل کيږي.
د پېښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
يو برنولی زنځېر رامنځ ته کيږي، که برنولي –تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځېر اوږدوالی راکوي، چې دا يوګوني تجربه يو په بل پسې څومره تکراريږي.
دويم –

الف – برنولي زنځير3 = n ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، p = 1/6;
ب – د برنولي زنځير نه شته.
پ – د برنولي زنځير نه شته.
ت – د برنولي زنځير : 4 = n، رامنځ ته شوی : سپين p = 3/10 ، رامنځ ته شوی:
سور p = 7/10 .
ټ- د برنولي زنځير نه شته.
ث – برنولي زنځير8 = n ، رامنځ ته شوی: عدد3، p = 0,25
ج- د برنولي زنځير، رامنځ ته شوي: 3 ، p = 0,25،

(c) ketabton.com: The Digital Library

د زنځیراوږدوالی ماکسیمال 5.

دریم –

$$P(A)=P(X=3)=\frac{8}{81}\approx \underline{\underline{0{,}0988}} \qquad P(B)=P(X\geq 3)=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

$$P(C)=P(X\leq 1)=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0{,}5926}} \qquad P(D)=P(X\leq 3)=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0{,}9877}}$$

څلورم –

$$P(A)=P(X=1)=\underline{\underline{0{,}4096}};\ P(B)=P(X=0)=\underline{\underline{0{,}32768}};$$

$$;\ P(C)=P(X\geq 2)=\underline{\underline{0{,}26272}}$$

پنځم -

$$P(A)=P(X=2)\approx \underline{\underline{0{,}3747}} \qquad P(B)=P(X\leq 3)\approx \underline{\underline{0{,}9424}}$$

شپږم – سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمنان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا ګڼ لاس ته راوړو.

اوم- با ید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو6 وغورځول شي.

اتم -

سړی تیک10 ځله 6 غورځوي	$P(A)=P(X=10)\approx 0{,}137$
سړی لږ تر لږه10 ځله 6 غورځوي	$P(B)=P(X\geq 10)\approx 0{,}554$
سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي	$P(C)=P(X\leq 10)\approx 0{,}583$
د غورځولو شپږو تعداد د6 او 12 (په شمول)تر منځ پروتدی	$P(D)=P(6\leq X\leq 12)\approx 0{,}759$
سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.	$P(E)=P(5\leq X\leq 14)\approx 0{,}915$
د سترګیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی	$P(F)=P(X\leq 24)\approx 0{,}078$
د سترګیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.	$P(G)=P(X\geq 31)\approx 0{,}449$
له 25 څخه زیات او له 35څخه کم ناجوړه د سترګیو تعداد راوځي	$P(H)=P(26\leq X\leq 34)\approx 0{,}754$

مفصل ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نابریا (نه رامنځ ته کیونه) بلل کیږي.
د پیښې یا رامنځ ته کیدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کیدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولی زنځیر رامنځ ته کیږي، که برنولي –تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوګونې تجربه یو په بل پسې څومره تکراریږي.
بیلګه ؛ یوه سیکه 100 ځله یو په بل پسې غورځول کیږي. د سیکې عورځونه یو د برنولي تجربه ده، دوه نتیجې شته، عدد او سر(ممبرنښان). د منځ ته راتګ احتمالوالی p = 0,5 دی. دا چې د پیسې غورځونه 100 ځله تکراریږی، نو دا تجربه د برنولي زنځیر په نامه یادیږي. د دې برنولي زنځیر اوږدوالی100 = n دی.
دویم –
الف – دا دبرنولي زنځیر د n = 3 اودوالي سره دی. پیښه ۶ راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پوړۍ کې د p = 1/6 سره برابر دی.
ب- دا دبرنولي زنځیر نه دی، ځکه په هرې پوړۍ کې6 مختلفې پېښې پېښېدی شي . { 6 ; 5 ; 4 ; 3 ; 2 ;1 }. د یوه برنولي زنځېر لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.
پ – دا د برنولي زنځیر نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه ایښول کیږي او له دې سره لهپوړۍ و پوړۍ ته احتمالوالی تغیر خوري. د برنولی زنځیر لپاره احتمالوالی باید د یوه منځ ته راتګ لپاره په هره پوړۍ کې برابر وی.
ت – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي n = 4 سره. د سپین منځ ته راتګ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت p = 3/10 دی، او د سره منځ ته راتګ لپاره p = 7/10 دی.
ټ – دا د برنولي زنځیرنه دی، ځکه چې په هره پوړۍ کې درې نتیجې{ 3 ; 2 ; 1 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځیر کې به هره پوړۍ کې فقط دوه نتیجې لاس ته راتلیشي.
ث – دا د برنولي زنځیر دی د اوږدوالي n = 8 سره. د منځ ته راتګ په حیث ۳ عدد د p = 0,25 سره کره شوي. په هره پوړۍ کې احتمالوالی ثابت پاتیږي.
ج – دا د بنولي زنځېر دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رمنځ ته کېدنې عدد ۳ کره شوی د احتمالوالي p = 0,25 سره. د زنځیر ماکسیمال اوږدوالی 5 دی.

درېیم -

$$P(A)=P(X=3)=\binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1=4\cdot\frac{1}{27}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{81}\approx\underline{\underline{0{,}0988}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک ۳ واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,0988 دی.

$$P(B)=P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)$$

$$=\frac{8}{81}+\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{8}{81}+1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{8}{81}+\frac{1}{81}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}=\underline{\underline{0{,}\bar{1}}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راڅئ ته کیږي،...0,1111 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C)=P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$$
$$=\binom{4}{0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4+\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=1\cdot 1\cdot\frac{16}{81}+4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{27}=\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}\approx \underline{\underline{0,5926}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته يو وار ستوری رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

$$P(D)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)$$
$$=1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0=1-1\cdot\frac{1}{81}\cdot 1=\frac{81}{81}-\frac{1}{81}=\frac{80}{81}\approx \underline{\underline{0,9877}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زيات له زياته درې واره ستوری رامنځ ته کيږي، 0,5926 دی.

ځلورم - رامنځ ته کيدنه: شفتالو خټا دی. $n=5\ ;\quad p=20\%\Rightarrow p=\frac{1}{5}$
:

$$P(A)=P(X=1)=\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^4=5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{256}{625}=\frac{1280}{3125}=\frac{256}{625}=\underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک يو شفتالو خوټا دی،0,4096 دی.

B : ټول شفتالان روغ يا سم دي، کوم شفتالو خوټا نه دی.

$$P(B)=P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^5=1\cdot 1\cdot\frac{1024}{3125}=\underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټيک دي، 0,32768 دی.

$$P(C)=P(X\le 5)-P(X=1)-P(X=0)$$
$$=1-\frac{1280}{3125}-\frac{1024}{3125}=\frac{3125-1280-1024}{3125}=\frac{821}{3125}=\underline{\underline{0,26272}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوټا دي،0,26272 دی.

پنځم –

$$P(A)=P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^2\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^2=6\cdot\left(\frac{49\cdot 51}{100\cdot 100}\right)^2$$
$$=6\cdot\frac{6.245.001}{100.000.000}=\frac{37.470.006}{100.000.000}\approx \underline{\underline{0,3747}}$$

د دې لپارهاحتمالوالی،چې په فاميل کې ټيک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B)=P(X\le 3)=P(X\le 4)-P(X=4)=1-P(X=4)=$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 1-\binom{4}{4}\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot\left(\frac{51}{100}\right)^0$$

$$= 1-1\cdot\left(\frac{49}{100}\right)^4\cdot 1 = 1-\frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000-5.764.801}{100.000.000}$$

$$= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې په کورنۍ کې زيات له زياته درې نجونې دي، 0,9424 دی.

شپږم –

د ممبرنښان او عدد لپاره امکانات برابر دي(p = 0,5) . برعکس پېښه چې لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان دی، چې هيڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پېښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1\cdot 1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01|$$

لوګارتمونه د بېلګې په توګه د ln سره.

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01)|:\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(په پام کې ولرئ، چې $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ کميز يا منفي دی)

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سيکه بايد لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د99% اطمنان يا تضمين سره لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان لاس ته راوړی شو.

اوم – A : د n غورځولو سره لږ تر لږه يو6 .p = 1/6 { E = { 1; 2 ; 3 ; ... n

دA برعکس پېښه ده: د n غورځول سره نه 6 يا 6 نه .

د لاندې الماني پښتو: لوګارتمونه، بڼه بدلون

$$P(A) = 1-P(\overline{A}) = 1-\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-1\cdot 1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9|-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}1 | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}1 ||$$

لوګاریتم یې ونیسئ

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0{,}1) |$$

بڼه بدل کړئ

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}1) | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \qquad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}6$$

سړی باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم – د n=60 او P=1/6 لپاره کومولیر یا سره راټول شوې بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0{,}583 - 0{,}446 = 0{,}137$$

سړی لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0{,}446 = 0{,}554$$

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول لوستل کيږي.

سړی زيات له زياته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \le 10) = 0,583$ له جدول خخه دلوستل کيږی.

د غورځول شوو شپږ تعدادد ۶ او ۱۲ په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$P(D) = P(6 \le X \le 12) = P(X \le 12) - P(X \le 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$

: سړی له ۴ کم او له ۱۵ زيات ۶ غورځوي.

$P(E) = P(5 \le X \le 14) = P(X \le 14) - P(X \le 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$

: د 25حالتون څخه زياتو کې د سترګيو عدد ناجوړه (طاق) دی.

$P(F) = P(X \le 24) = 0,078$ له جدول لوستل شوی.

: د30 حالتو څخه زياتو کې د سترګی عدد جوړه دی.

$P(G) = P(X \ge 31) = 1 - P(X \le 30) = 1 - 0,551 = 0,449$

: له ۲۵ څخه زيات او له ۳۵ څخه لږ د سترګيو عدد رامنځ ته کيږي.

$P(H) = P(26 \le X \le 34) = P(X \le 34) - P(X \le 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$

پوښتنې

بينوميال وېشنه II

لومړی – يوه کورنی ۶کوچنيان لري. ديوې نجلې زيږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشميری، چې د ۶ کوچنيانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکاږئ.

د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی وشمېرئ:

: د کوچنيان نتيکنيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان زيات له زياته نيمايي نجونې دي.

: د کوچنيان لږ تر لګه نيمايي نجونې دي.

دويم –

سيکه ۵ ځله غورځول کيږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واريابلې يا اووښتونې د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زيات له زياته ۳ ځله ممبرنښان؟

(۲) له ۳ ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږتر لږه يو ۳ ځله ممبرنښان؟

(۴)زيات له يو ځله ممبرنښان؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم - یوه سیکه 20 ځله ِورځول کیږي
الف – د بینومیالوېشني هیستوګرام وکاږئ.
ب – دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کیږي.
(1) ټیک ۱۰ځله ممبرنښان.
(2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنښان.
(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنښان.
(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنښان.
پ- د کمولر شوي احتمالوالي وېشني هیستګرام وکاږئ.
څلورم –
یو Multiple- Choice- Test له 50پوښتنو او ۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو د هر یوه لپاره ټیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترګو لید له لارې توکلي لاندې د پوښتنې سمې ځواب کړي؟
الف – له ۲۰ زیاتې پوښتنې.
ب – لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتنې
پ – له لسو پوښتنو کم.
ت – ټیک ۱۵ پوښتنې.

<table>
<tr>
<td>د n = 50 او p = 0,2 سره راوتنه د کمولیرشوي برنولي وېشنه باید مرستې په څېر استعمال شي. .

k	9	10	11	14	15
P(X ≤ k)	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
P(X ≤ k)	0,986	0,999	1	1	1

</td>
<td>د هرې پوښتنې سره دپیښیدنې احتمالوالی 0,2 = 1/5 دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څېرو ګڼل شي.</td>
</tr>
</table>

ځوابونه

د بینوموېشنه II
مفصل ځوابونه . لومړی –
دا پرابلم د ۶ –پوړیز ې برنولي –تجربې په څېر کیدی شي رواړل شي د n = 6 او p = 0,5 سره .
غوښتونی(P(X = k د k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 الپاره

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X=0)=\binom{6}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1)=\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

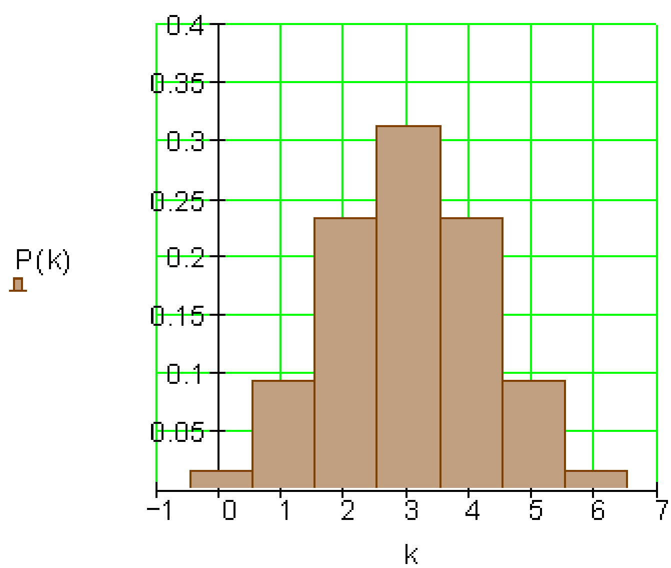
$$P(X=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=20\cdot\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4)=\binom{6}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=15\cdot\frac{1}{64}=\frac{15}{64}=\underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5)=\binom{6}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=6\cdot\frac{1}{64}=\frac{6}{64}=\underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6)=\binom{6}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6=1\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{64}=\underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هيستوګرام



:

$$P(A)=P(X=3)=\underline{\underline{0,3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنيانو ښځه ټيک درې نجونې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(B) = P(X \le 3) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$$

$$= \frac{1}{64}+\frac{6}{64}+\frac{15}{64}+\frac{20}{64}=\frac{42}{64}=\frac{21}{32}=\underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجونې دي
:

$$P(C) = P(X \ge 3) = P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)$$

$$= \frac{20}{64}+\frac{15}{64}+\frac{6}{64}+\frac{1}{64}=\frac{42}{64}=\frac{21}{32}=\underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجونې دي

دویم – دا پرابلم د 5 –پوړیز ي برنولي –تجربې په څېر رواړل شي د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره الف - غوښتونی $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X=k)$
0	$\binom{5}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-0}=1\cdot1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1}=\frac{5}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=5\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=10\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3}=\frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=10\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-4}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1=5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=5\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-5}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot1=1\cdot\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \le 3) = \frac{1}{32}+\frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{10}{32}=\frac{26}{32}=\underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دري واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X<3)=\frac{1}{32}+\frac{5}{32}+\frac{10}{32}=\frac{16}{32}=\underline{\underline{0,5}}$$

(۳) لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X\geq 1)=\frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{31}{32}=\underline{\underline{0,96875}}$$

(4)

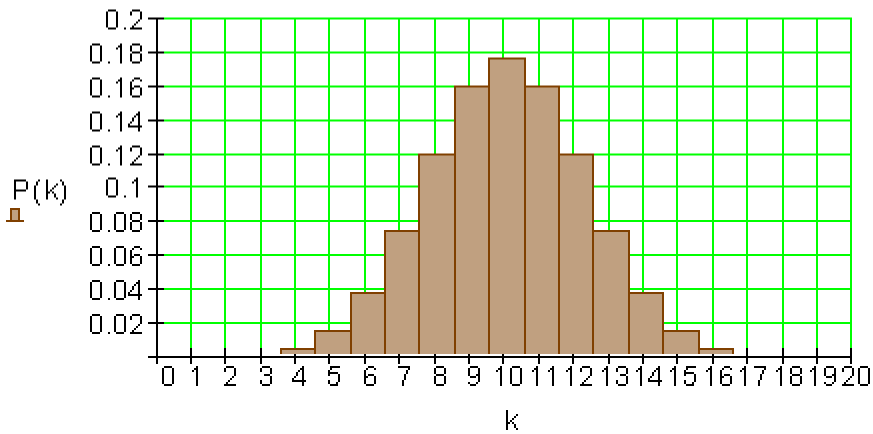
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X>1)=\frac{10}{32}+\frac{10}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{26}{32}=\underline{\underline{0,8125}}$$

دریم –

الف –

د $n = 20$ او $p = 0,5$ لپاره د بېنوموېشني هیستوګرام



ب –

(۱) احتمالوالی $P(X = 10)$ کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوګرام څخه ولوستل شي.

د پېښي 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: $P(X=10)\sim 0,176$

(۲) د پېښي لپاره احتمالوالی

E : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نهشي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احامالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0.005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \le k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588

k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0
$P(X \le k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1

یادونه : د $k < 3$ لپاره کومولیري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسې د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیرېږي، داسې چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکړشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی $P(X \le 15) \approx \underline{\underline{0{,}994}}$

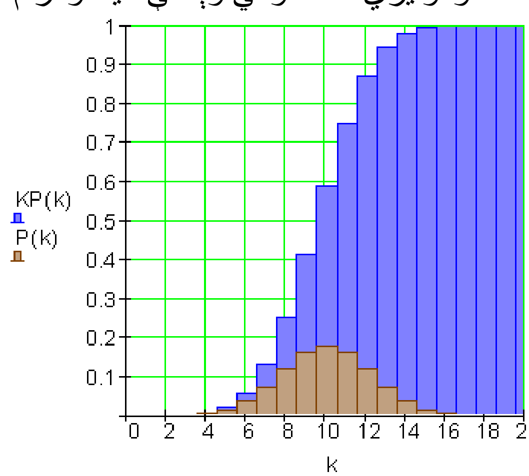
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X \ge 7) = P(X = 20) - P(X \le 6) \approx 1 - 0{,}058 = \underline{\underline{0{,}942}}$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6,7,\ldots 16) = P(X \le 16) - P(X \le 5) \approx 0{,}999 - 0{,}021 = \underline{\underline{0{,}978}}$$

پ – د کومولیري احتمالوالي وېشنې هیستوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلړرم –

الف - $P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 20 پوښتنو زياتي سمې ځواب شي له 0,001 (0,1%)څخه کوچنی دی.

ب – $P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,565}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له لږ تر لږه 10 او زيات لهزياته 20 پوښتنو سمې ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ – $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سيده لوستل کيږي

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي له 10 پوښتنو کم سمې ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = \underline{\underline{0,03}}$

احتمالی چې په غړولو سترګو توکلي ټيک 15 پوښتنو سمې ځواب شي 0,03 (3%). دی

پوښتنې
بېنوموېشنه III

لومړی –

يوه سيکه 100 واره غورځول کيږي. د ممبرنښان او عدد هر يوه لپاره احتمالوالی p = 0,5 دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېرئ.

: ټيک52 ځله ممبرنښان غورځول کيږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان غورځول کيږي.

: لږ ترلږه 38 ځله او زيات له زياته 56 ځله ممبرنښان غورځول کيږي

:له 45ځله کم ممبرنښان ورځول کيږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زيات له زياته 60 ځله ممبرنښان غورځول کيږی.

: له 47 ځله زيات ممبرنښان غورځول کيږي.

: لږ ترلږه 45ځله او زيات له زياته 55 ځله ممبرنښان غورځول کيږي.

: ټيک 50 ځله عدد يا ګڼ غورځول کيږي.

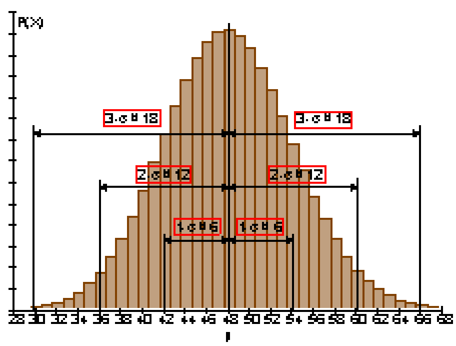
دويم – په المان کې په 50% ټولو کورنيو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره تصادفي 100 کورنی ټاکل کيږی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکئ:

: له 60 کورنيو کمو کې دوه موټر شتون لري.

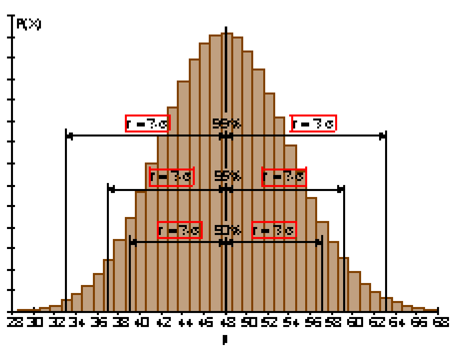
: په ټيک 60 کورنيو کې دوه موټر شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

: له 40 کورنيو څخه زياتو کې دوه موټر شتون لري
: لږ تر لږه 40 او زيات له زياته 60 کورنيو کې دوه موټر شتونلري.
دريم – لاندې ګرافيک د بينوم وېشنه د مختلفو سيګما – چاپېريال سره ښايي

الف – د انتظار يا اټکل ارزښت او معياري تغير و شمېرې ب – د لاندې سيګما-چاپيريال لپاره احتمالوالی وشمېرې. $P(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma)$ $P(\mu-2\sigma \leq X \leq \mu+2\sigma)$ $P(\mu-3\sigma \leq X \leq \mu+3\sigma)$	 د بينوميالوېشنه n = 200 او p = 0,24 لپاره .

څلورم – لاندې ګرافيک يو بينوميال وېش ښايي په مختلفو په سلو کې چاپيريال وړانګو سره .

هره وړاکه څومره لويه ده، چې يوه95% ,90% همداسې99% چاپيريال پورې اړه ولري.؟ چاپيريال د سيګما واحد يا يوون سره افاده کړی. $\frac{r}{\sigma} = z \Rightarrow r = z \cdot \sigma$	 د بينوميالوېشنه n = 200 او p = 0,24 لپاره

ځوابونه (حلونه يا اوبيونې)

بينوموېشنه III

مفصل ځوبونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی -

دn=100 او p=0,5 لپاره کمولیري بینومیال ـــوېشنه.

k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$	k	$P(X\leq k)$
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټیک 52 ځله ممبرنښان {0, ...51, 52, 53, ..., 100}

$$P(A)=P(X=52)=P(X\leq 52)-P(X\leq 51)=0,691-0,618=\underline{\underline{0,073}}$$

د دې لباره احتمالوالی،چې ټیک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان {0, ...,42, 43, 44, 45, ... ,100}

$$P(B)=P(X\geq 43)=P(X\leq 100)-P(X\leq 42)=1-0,067=\underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر وغورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان {0, ...,37, 38,..., 56, 57, ..., 100}

$$P(C)=P(38\leq X\leq 56)=P(X\leq 56)-P(X\leq 37)=0,903-0,006=\underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله اوزیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان {0, 1, ..., 44, 45, 46, ..., 100}

$$P(D)=P(X\leq 44)=\underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان {0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(E)=P(40\le X\le 60)=P(X\le 60)-P(X\le 39)=0{,}982-0{,}018=\underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,964 دی.

: له 47 ځله زیات ممبرنښان {0, ...,47, 48, 49, 50, ... ,100}

$$P(F)=P(X>47)=P(X\ge 48)=P(X\le 100)-P(X\le 47)=1-0{,}309=\underline{\underline{0{,}691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47ځله خخه زیات ممبرنښان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنښان {0, ...,44, 45,...,55, 56, ..., 100}

$$P(G)=P(45\le X\le 55)=P(X\le 55)-P(X\le 44)=0{,}864-0{,}136=\underline{\underline{0{,}728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبر نښان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټیک 50 ځله ممبرنښان {0, ...49, 50, 51, ... ,100}

$$P(H)=P(X=50)=P(X\le 50)-P(X\le 49)=0{,}540-0{,}460=\underline{\underline{0{,}08}}.$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک 50 ځله ممبرنښان وغورځول شي 0,08 دی.

دویم – له 60کورنیو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري{0, 1, ..., 59, 60, ... ,100}

$$P(A)=P(X\le 59)=\underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی،چې د 60څخه کمو کورنیوکې دوه موټر ي 0,972 دی.

:په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري {0, ...59, 60, 61, ... ,100}

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک شپېته کورنیو دو موټرشتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنیو څخه زیاتو کې دوه موټر شتون لري. {0, ...,40, 41, 42, ... ,100}

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(C) = P(X > 40) = P(X \geq 41) = P(X \leq 100) - P(X \leq 40) = 1 - 0{,}028 = \underline{\underline{0{,}972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک څلوېښت کورنیو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کور نیو کې او زیات له زیاته په شپېته کورنیو کې دوه موټره شتون لري.

{0, ...,39, 40,..., 60, 61, ..., 100}

$$P(E) = P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0{,}982 - 0{,}018 = \underline{\underline{0{,}964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې لږ ترلږه ۴۰ او زیات له زیاته ۶۰ کورنیو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف – د n=200 او p=0,24 لپاره بېنومیال وېشنه .

ګومان ارزښت: μ=n.p=200.0,24=48

معیاري تغیر : $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}76} \approx \underline{\underline{6{,}04}}$

ب – د ساده سیګما –چاپیریال احتمالوالی

د ټاکنو دی: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$

د μ=48او $\sigma \approx 6$، سره لرو $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او $\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$

او له دې سره

$$P(42 \leq X \leq 54) = P(X \leq 54) - P(X \leq 41) = 0{,}859 - 0{,}140 = 0{,}719$$

د یو ه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال پروت دی. دا ساده سیګما- چاپېریال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د یوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انتروال .[54 ; 42] کې پروت دی. دا نزدې د سیګما – چاپیریال ساده انتظار ارزښت په ګوته کونه ده .

د ډبل سیګما-چاپیریال احتمالوالی.

ټاکل کیږي: $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$ او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې 0,962 (96,2%) احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [36 ; 60] کې پروت دی. دا نږدې د سيګما-چاپيريال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د دريواره سيګما-چاپيريال احتمالوالی

د ټاکلو دی : $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د μ=48 او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$ او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$.

او له دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې 0,997 (99,7%) احتمالوالي سره د برياو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظارارزښت د سيګما – چاپيريال درې برابره دی.

خلورم –

که د بينوميال وېشنې جدول لپاره يو کمولير شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتۍ بندولو له لارې ځواب کړو.

د n=200 او p=0,24 لپاره د بينوميال کموليري يا راټوله وېشنه.

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د $r = 10$ سره د 90% احتمالوالي لپاره تکيه ټکي

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتني وړانګه د9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بينوميال وېشنه يوه سيده وېشنه ده، بايد سړی د وړانګې لپاره پرېکړه(فيصله) وکړي، هغه چې د غوښتلي احتمالوالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. کا دا يرزښت د سيګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سيګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,49\,\sigma}}$$

په يوه $1,49\sigma$ چاپېرياِل کې نږدې 88,5% ټولې برياوې پرتې دي.

د95% لپاره په احتمالوالی تکيه کوو، د وړانګې $r = 12$ سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتلې وړانګه د11 او 12 ارزښتونترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\,\sigma}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه $1,82\sigma$ چاپېریال کې نږدې 94,3% ټولې بریاوې پرتې دي.

د99% لپاره په احتمالوالی تکیه کوو، د وړانګې r = 14 سره.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکې وړانګه r = 15 ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow r \approx 2,48\sigma$$

په یوه $2,48\sigma$ چاپېریال کې نږدې 99% ټولې بریاوې پرتې دي.

پوښتنې

بینومیالوېشنه IV

د چاپېریال احتمالوالي شمېرنه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوړیزې برنولی-تجربې دي

لومړی – لاندې احتمالوالي وشمیرئ.

الف – n=160 او p=0,45 لرو و ټاکئ P(X≥76)

ب - n=200 او p=0,63 لرو و ټاکئ P(X≤110)

پ – n=250 او p=,26 لرو و ټاکئ P(X<60)

دویم – د انتظار ارزښت 95%- چاپېریال وټاکئ. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150 \text{ und } p = 0,28$ ب - $n = 250 \text{ und } p = 0,7$

پ - $n = 392 \text{ und } p = 0,5$

دریم – لاندې د چاپېریال احتمالوالی و ټاکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکې $P(64 \le X \le 84)$

ب – $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکئ

$P(210 \le X \le 234)$

پ – $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکئ، $P(60 \le X \le 76)$

ت – $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکئ، $P(270 \le X \le 290)$

څلورم – د لاندې اسیومتري چاپيرېال احتمالوالی وټاکئ:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکئ، $P(50 \le X \le 60)$؛

ب – $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکئ، $P(150 \le X \le 165)$

پ – $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکئ $P(221 \le X \le 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کیږي(پیښه عدد 6 ، p = 1/6).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګیو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول)ترمنځ پروت دی؟

شپږم – یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کیږي. لاندې احتمالوالي وټاکئ.

الف – له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګندیږي.

پ – لو تر لږه 115او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینوم وېشنهIV

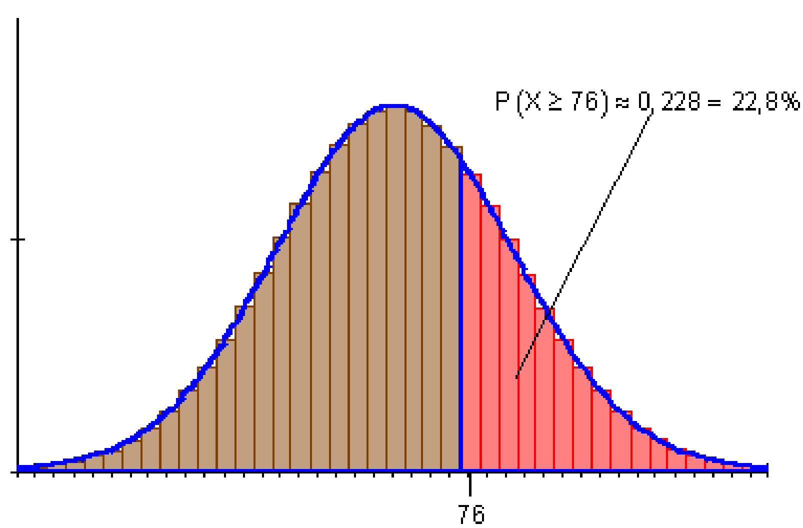
د چاپیریال احتمالوالي شمیرنه

د بینوم وېشني لپاره شمیرمرستي سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړی- الف –

$$n = 160 \qquad p = 0{,}45 \qquad P(X \geq 76)$$
$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}45 = 72$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0{,}55} = \sqrt{39{,}6} \approx 6{,}293 > 3$$
$$[\ldots\{69\ldots72\ldots75\}\{76\ldots160\}]$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}\left[1 - P(69 \leq X \leq 75)\right]$$
$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68{,}5 \leq X \leq 75{,}5)$$
$$r = 3{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3{,}5}{6{,}293} \Rightarrow r \approx 0{,}56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}56$$
$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0{,}425$$
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0{,}425] \approx \underline{\underline{0{,}288}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$n = 200 \qquad p = 0,63 \qquad P(X \le 110)$

$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$

$[\{0 \ldots 110\}\{111 \ldots 126 \ldots 141\} \ldots]$

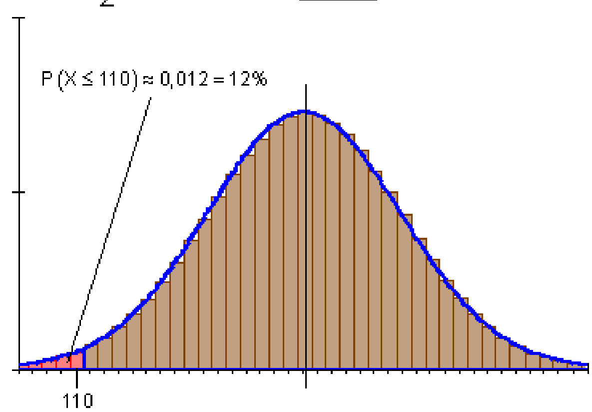
$P(X \le 110) = \frac{1}{2}\left[1 - P(111 \le X \le 141)\right]$

$P(111 \le X \le 141) = P(110,5 \le X \le 141,5)$

$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$

$P(111 \le X \le 141) \approx 0,977$

$P(X \le 110) = \frac{1}{2}[1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$



پ -

$n = 250 \qquad p = 0,26 \qquad P(X < 60)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$

$[\{0 \ldots 59\}\{60 \ldots 65 \ldots 70\} \ldots]$

$P(X < 60) = \frac{1}{2}\left[1 - P(60 \le X \le 70)\right]$

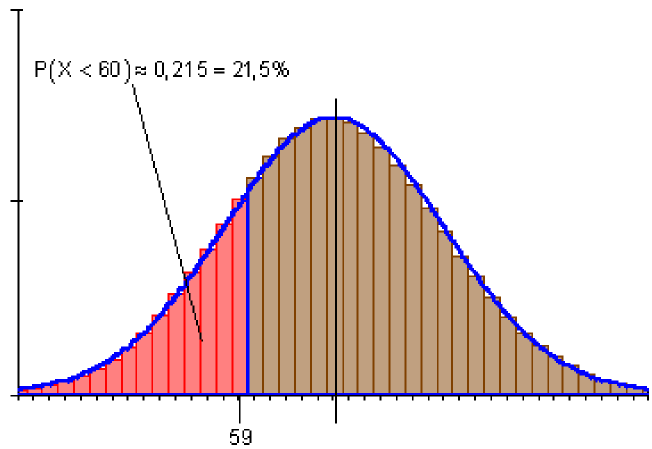
$P(60 \le X \le 70) = P(59,5 \le X \le 70,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \le X \le 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دویم -

الف – لاندې الماني: چاپیریال

$$n = 150 \qquad p = 0,28$$
$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$
$$95\% - \text{Umgebung}: [\ldots\{?\ldots 42 \ldots ?\}\ldots]$$
$$z = 1,96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$
$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$
$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د ګردونې لپاره پام کونه:

باید 95% چاپیریال د انتظار ارزښت ته سیومتري پروت وي.بلده ګردونه، به دا انتروال [31...53] د پام لاندې نیسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا به د ق(۱۱ يوه وړانګه وي. له دې سره به وي$P(31 \le X \le 53) > 0,95$.

د r=10 تاکنې سره به وي$P(32 \le X \le 52) < 0,95$ وي.

زيات وخت دپوښتنې کولو دول څخه رامنځ ته کيږي، چې څنګه راګرديږي.

په هر حالت بايد د ټاکلې چاپرپال ريښتونی احتمالوالی وټاکل شي.

$$P(31 \le X \le 53) = P(30,5 \le X \le 53,5) \Rightarrow r = 11,5$$

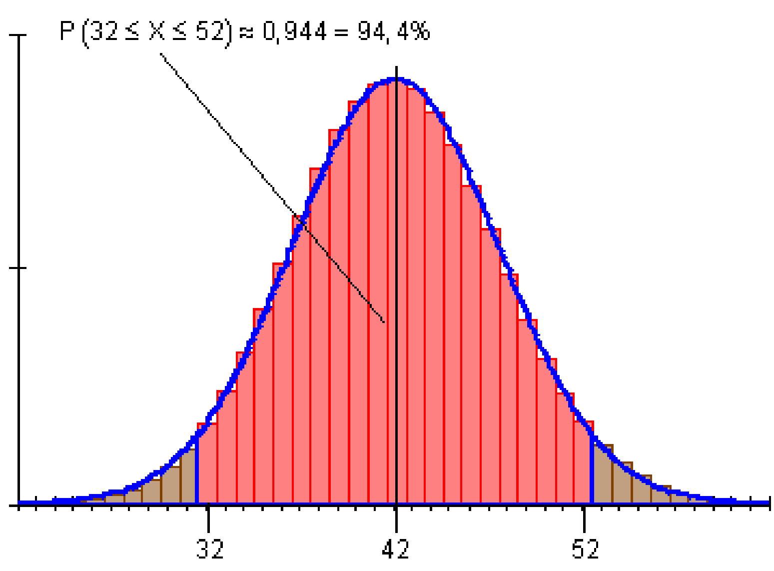
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 2,09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,09$$

$$P(31 \le X \le 53) \approx \underline{\underline{0,963}}$$

$$P(32 \le X \le 52) = P(31,5 \le X \le 52,5) \Rightarrow r = 10,5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 1,91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,91$$

$$P(32 \le X \le 52) \approx \underline{\underline{0,944}}$$



ب

$n = 250 \qquad p = 0,7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0{,}3} = \sqrt{52{,}5} \approx 7{,}246 > 3$$

95% چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots175\ldots?\}\ldots]$ ·

$$z = 1{,}96 \qquad r = z \cdot \sigma = 1{,}96 \cdot 7{,}246 \approx 14{,}2$$

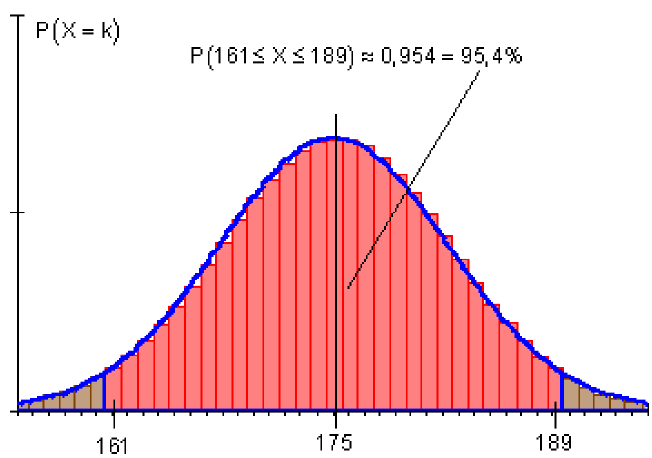
$\mu - r = 175 - 14{,}2 \approx 160{,}8$ تاکنه 161

$\mu + r = 175 + 14{,}2 \approx 189{,}2$ تاکنه یا انتخاب: 189

$$P(161 \le X \le 189) = P(160{,}5 \le X \le 189{,}5)$$

$$r = 14{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14{,}5}{7{,}246} \Rightarrow r \approx 2{,}00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2{,}00$$

$$P(161 \le X \le 189) \approx \underline{\underline{0{,}954}}$$



پ –

$$n = 392 \qquad p = 0{,}5$$

$$\mu = n \cdot p = 382 \cdot 0{,}5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0{,}5} = \sqrt{98} \approx 9{,}899 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

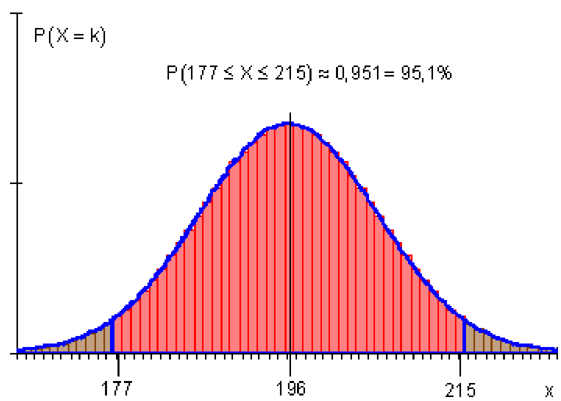
95% -چاپیریال: $[\ldots\{?\ldots196\ldots?\}\ldots]$

$z = 1{,}96 \qquad r = z\cdot\sigma = 1{,}96\cdot 9{,}899 \approx 19{,}40$

177 تاکنه $\mu - r = 196 - 19{,}4 \approx 176{,}6$

215 تاکنه: $\mu + r = 196 + 19{,}4 \approx 215{,}4$

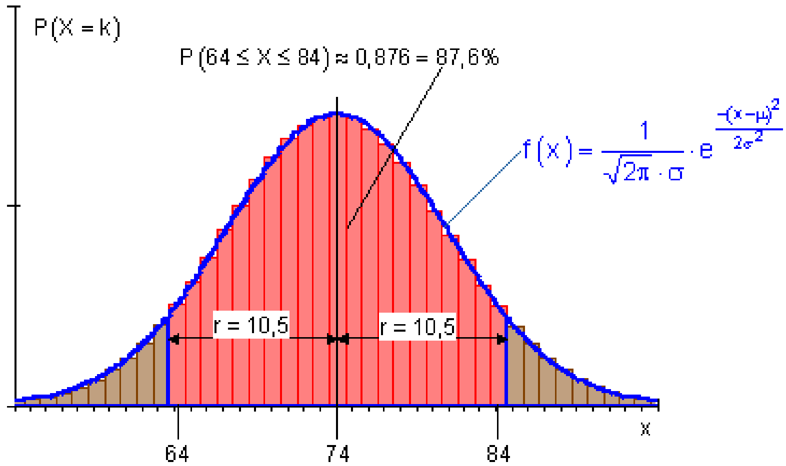
$$P(177 \le X \le 215) = P(176{,}5 \le X \le 215{,}5)$$
$$r = 19{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19{,}5}{9{,}899} \Rightarrow r \approx 1{,}97\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}97$$
$$P(177 \le X \le 215) \approx \underline{\underline{0{,}951}}$$



دریم – الف-

$n = 200 \qquad p = 0{,}37 \qquad P(64 \le X \le 84)$
$\mu = n\cdot p = 200\cdot 0{,}37 = 74$
$\sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{74\cdot 0{,}63} = \sqrt{46{,}62} \approx 6{,}828 > 3$
$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$
$P(64 \le X \le 84) = P(63{,}5 \le X \le 84{,}5)$
$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{6{,}828} \Rightarrow r \approx 1{,}54\cdot\sigma \Rightarrow z \approx 1{,}54$$
$$P(64 \le X \le 84) \approx \underline{\underline{0{,}876}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$n = 300 \qquad p = 0{,}74 \qquad P(210 \le X \le 234)$

$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}74 = 222$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0{,}26} = \sqrt{57{,}72} \approx 7{,}597 > 3$

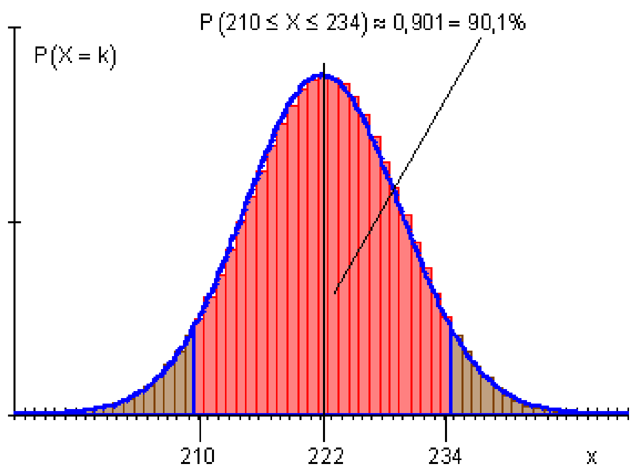
$[\ldots\{210\ldots222\ldots234\}\ldots]$

$P(210 \le X \le 234) = P(209{,}5 \le X \le 234{,}5)$

$r = 12{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12{,}5}{7{,}597} \Rightarrow r \approx 1{,}65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}65$

$P(210 \le X \le 234) \approx \underline{\underline{0{,}901}}$

ب –



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$n = 400 \qquad p = 0{,}17 \qquad P(60 \le X \le 76)$

$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0{,}17 = 68$

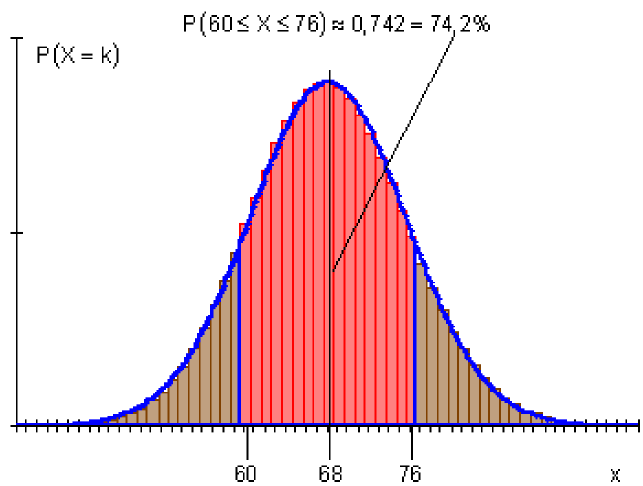
$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0{,}83} = \sqrt{56{,}44} \approx 7{,}513 > 3$

$[\ldots\{60\ldots68\ldots76\}\ldots]$

$P(60 \le X \le 76) = P(59{,}5 \le X \le 76{,}5)$

$r = 8{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8{,}5}{7{,}513} \Rightarrow r \approx 1{,}13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}13$

$P(60 \le X \le 76) \approx \underline{\underline{0{,}742}}$



ت -

$n = 1000 \qquad p = 0{,}28 \qquad P(270 \le X \le 290)$

$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}28 = 280$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0{,}72} = \sqrt{201{,}6} \approx 14{,}199 > 3$

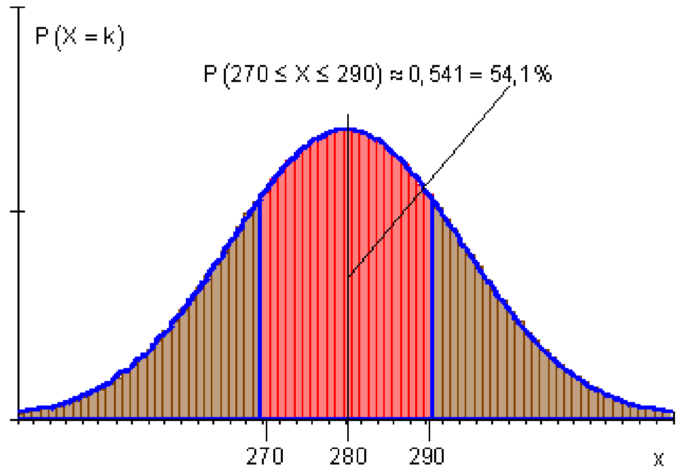
$[\ldots\{270\ldots280\ldots290\}\ldots]$

$P(270 \le X \le 290) = P(269{,}5 \le X \le 290{,}5)$

$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{14{,}199} \Rightarrow r \approx 0{,}74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}74$

$P(270 \le X \le 290) \approx \underline{\underline{0{,}541}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



مرور –

الف –

$n = 160 \qquad p = 0{,}35 \qquad P(50 \le X \le 60)$

$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0{,}35 = 56$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0{,}65} = \sqrt{36{,}4} \approx 6{,}033 > 3$

$[\ldots\{50,51\}\ \{52\ldots 56\ldots 60\}\{61,62\}\ldots]$

$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}\left[P(50 \le X \le 62) + P(52 \le X \le 60)\right]$

$P(50 \le X \le 62) = P(49{,}5 \le X \le 62{,}5)$

$r = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 1{,}08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}08$

$P(50 \le X \le 62) \approx 0{,}720$

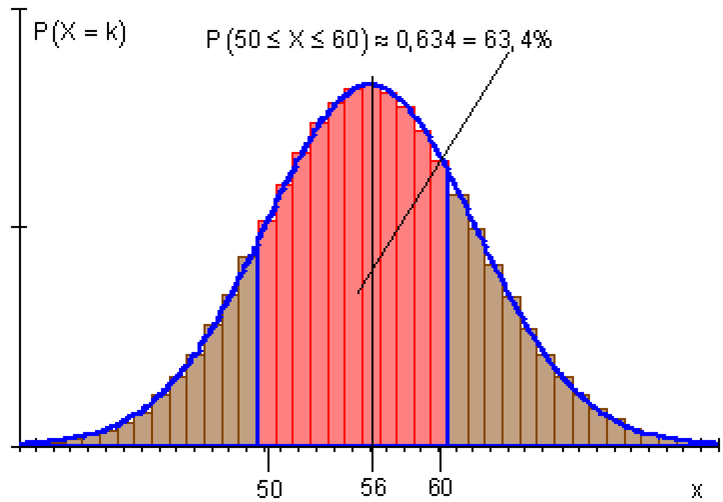
$P(52 \le X \le 60) = P(51{,}5 \le X \le 60{,}5)$

$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{6{,}033} \Rightarrow r \approx 0{,}75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}75$

$P(52 \le X \le 60) \approx 0{,}547$

$P(50 \le X \le 60) = \frac{1}{2}(0{,}720 + 0{,}547) \approx \underline{\underline{0{,}634}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$n = 250 \quad p = 0,62 \quad P(150 \le X \le 165)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$

$[\ldots\{145\ldots149\}\ \{150\ldots155\ldots160\}\ \{161\ \ldots165\}\ldots]$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}\left[P(145 \le X \le 165) + P(150 \le X \le 160)\right]$$

$$P(145 \le X \le 165) = P(144,5 \le X \le 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

$$P(145 \le X \le 165) \approx 0,829$$

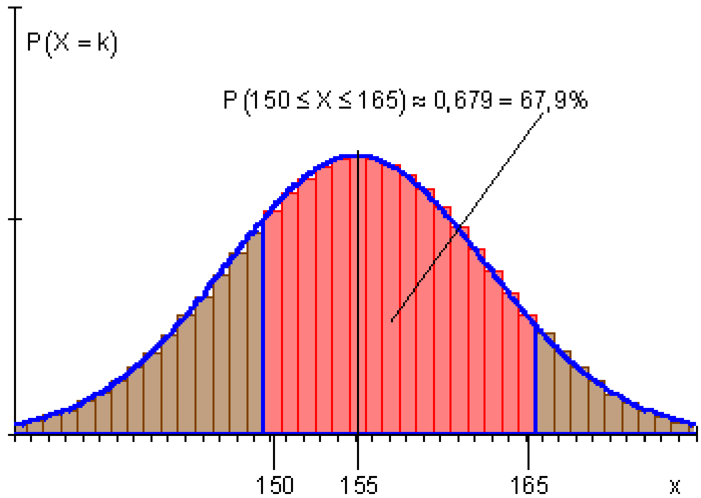
$$P(150 \le X \le 160) = P(149,5 \le X \le 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \le X \le 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \le X \le 165) = \frac{1}{2}(0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب –

$$n = 270 \qquad p = \frac{5}{6} \qquad P(221 \le X \le 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

$$[\ldots\{210\ldots220\}\ \{221\ldots225\ldots229\}\ \{230\ \ldots240\}\ldots]$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}\left[P(210 \le X \le 240) + P(221 \le X \le 229)\right]$$

$$P(210 \le X \le 240) = P(209,5 \le X \le 240,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$$

$$P(210 \le X \le 240) \approx 0,989$$

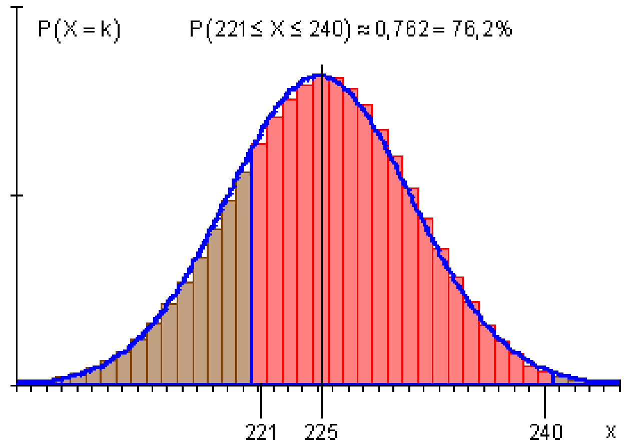
$$P(221 \le X \le 229) = P(220,5 \le X \le 229,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$$

$$P(221 \le X \le 229) \approx 0,535$$

$$P(221 \le X \le 240) = \frac{1}{2}(0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$n = 600 \qquad p = 1/6 \qquad P(90 \le X \le 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,\overline{3}} \approx 9,129 > 3$$

$$[\ldots\{90\ldots100\ldots110\}\ldots]$$

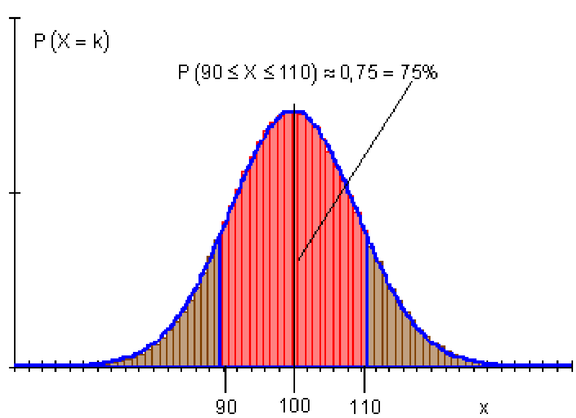
$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 \le X \le 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \le X \le 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنځم –

د سیکې 600 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 90 - ځله او زیات له زیاته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750دی.



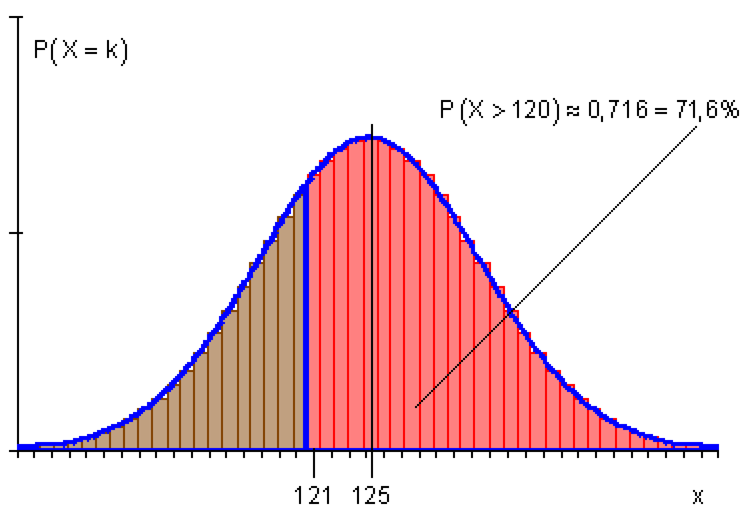
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$
$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$
$$[\ldots\{121\ldots125\ldots129\}\{130\ldots250\}]$$
$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2}\left[1 + P(121 \leq X \leq 129)\right]$$
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120{,}5 \leq X \leq 129{,}5)$$
$$r = 4{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}57$$
$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0{,}431$$
$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}431] \approx \underline{\underline{0{,}716}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 120 زیات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(X < 128) = P(X \le 127)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$

$$[\{0 \ldots 122\}\{123 \ldots 125 \ldots 127\} \ldots]$$

$$P(X \le 127) = \frac{1}{2}\left[1 + P(123 \le X \le 127)\right]$$

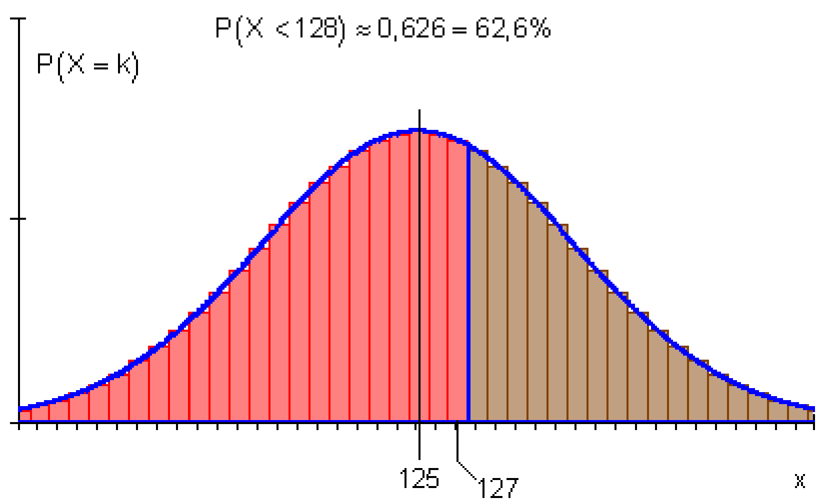
$$P(123 \le X \le 127) = P(122{,}5 \le X \le 127{,}5)$$

$$r = 2{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{2{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 0{,}32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}32$$

$$P(123 \le X \le 127) \approx 0{,}251$$

$$P(X < 128) \approx \frac{1}{2}[1 + 0{,}251] \approx \underline{\underline{0{,}626}}$$

د سيکې 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.



پ –

$$n = 250 \qquad p = 0{,}5 \qquad P(115 \le X \le 135)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0{,}5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0{,}5} = \sqrt{62{,}5} \approx 7{,}906 > 3$$

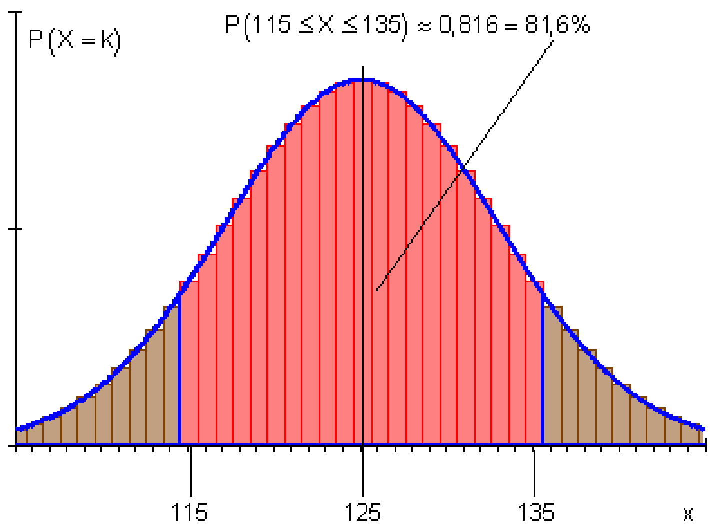
$$[\ldots\{64\ldots74\ldots84\}\ldots]$$

$$P(115 \le X \le 135) = P(114{,}5 \le X \le 135{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{7{,}906} \Rightarrow r \approx 1{,}33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}33$$

$$P(115 \le X \le 135) \approx \underline{\underline{0{,}816}}$$

د سيکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 115 او زيات له زياته 135 ځله ممبرنښان لاس ته راوړو0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

او معياري په څنګ کيدنې

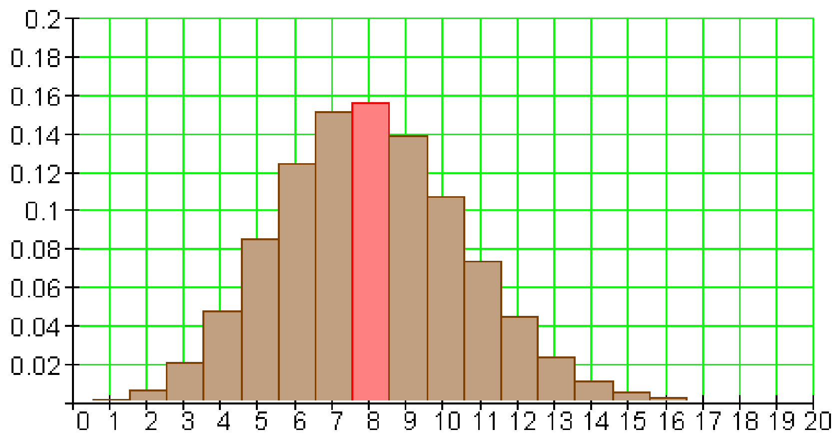
بينوميال وېشل شوې تصادفي لويه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیال وېشنې بیلګه د_ n = 40 او p متحولې لپاره

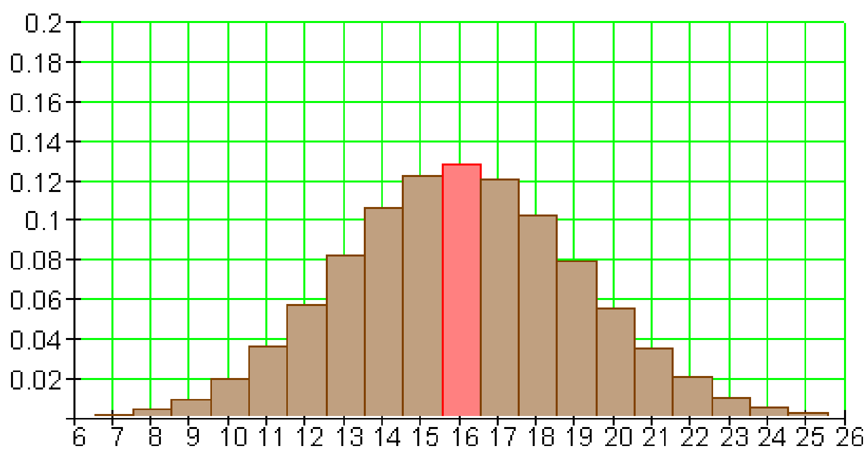
که یوه برنولي تجربه ، د رامنځ ته کیدني احتمالوالی يې p = 0,2 دی، n = 40   ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ ګټنې انتظار باسو.

د بینومیال – وېشنه د n = 40 او p = 0,2 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی p = 0,4 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د ۱۶ ګټنو(دا داسې دی، لکه چې د لاتري راوتنو) انتظار شته.

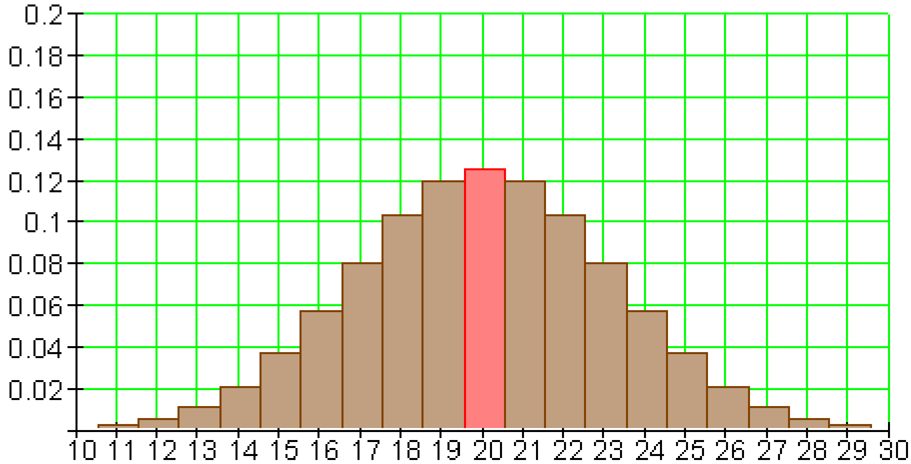
د بینومیالوېشنه د n = 40 او p = 0,4 لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی p = 0,5 دی، n = 40 ځله تکرار شي، نو په منځنې ډول د 20 ګټنو انتظار شته

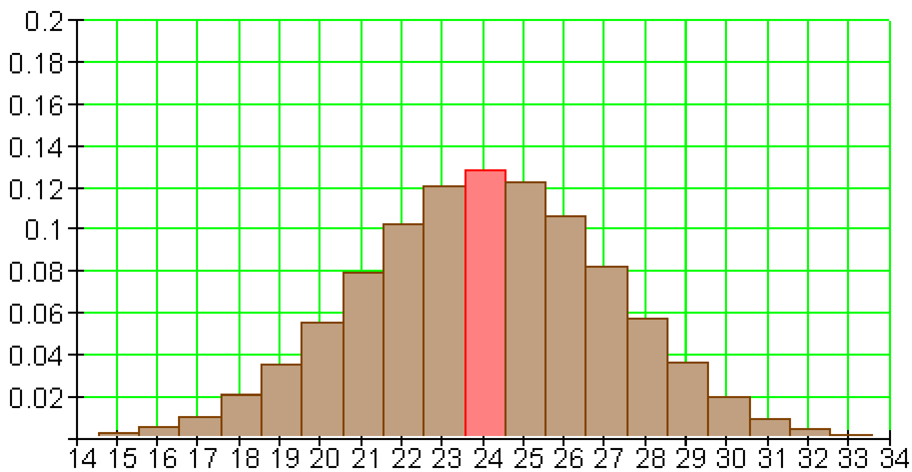
(c) ketabton.com: The Digital Library

د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

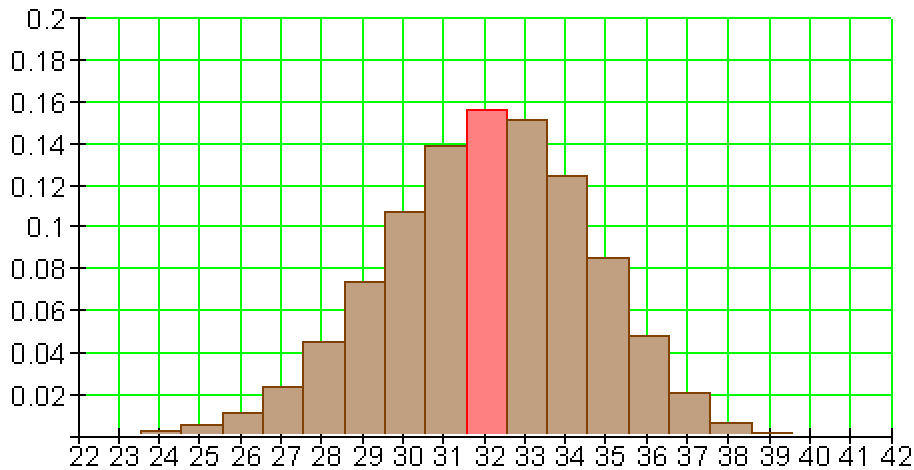
د بینومیالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه ، چې په هغې کې د ګټني احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو(راوتنو) انتظار شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بينوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د يوه بينوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګي غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 د دانې (سترګې)غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کيږي . دا په دې معنا نه دی، چې ګوندې ۶ عدد په ريښتونې1000 ځله اروځي يا رامنځ ته کيږي. د انتظار ارزښت ناپای زياتې تجربې مخ د مخه نيسي(وړاندنيونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راتول شوي توګه ويلای شو:

که برنولي –تجربه کې، د راوتنې احتمالوالی يوهp ده، n ځله يو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کاږو.

جمله : د يوه بينوميال وېشنې انتظار ارزښت:
په يوه n -پوړيز برنولی – تجربه يا ازماېښت کې د بريا احتمالوالی p د تصادفي متحولې X د انتظار ارزښت E(X) ،، د برياو تعداد،، لپاره باور لري.:

$$E(X) = n.p$$

د EX) لپاره هم μ ليکو (دا د رياضي ادبياتو کې معمول دی).

له دې سره دبينوميال وېشل شوې لويې X انتظار ارزښت دی.

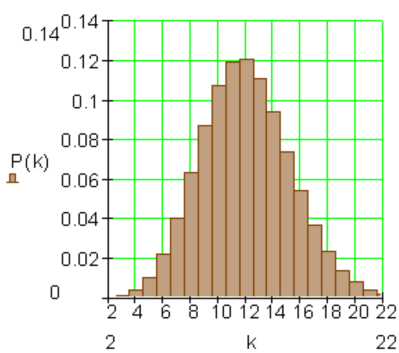
$$\mu = n.p$$

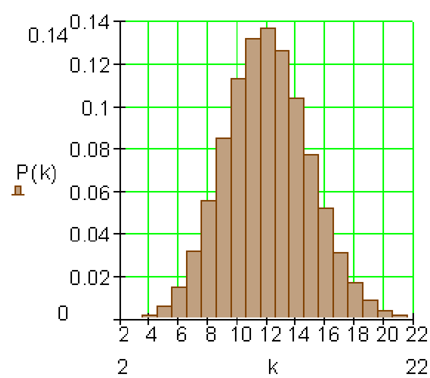
(c) ketabton.com: The Digital Library

حل یا اوبی یې دلته نه راوړل کیږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

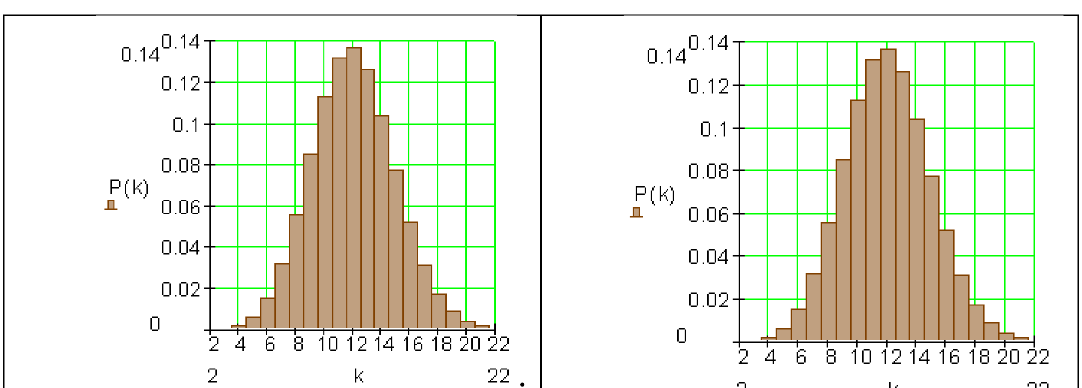
د هیستوګرام د کتلو سره مو بام دی ته را اوړي، چې د هغه خورا لوی احتمالوالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هېستوګرامونو بڼه یو بل ته ورته ده، دا د یوه زنګ بڼه لري. د $p = 0,5$ لباره ارزښتونه یو بل سره سیومتریک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه ،، کیڼ ټیټه یا کیڼ ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپار ه برعکس،، ښي ژوره یا ـکږه،، ده.
د انتظار ارزښت په نږدې کې نتیجې پرتې دي، د خورا لوی احتمالوالي سره. د متې جګوالی د د اړونده نتیجې احتمالوالی په ګوته کوي یا ښایي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوګون احتمالوالیو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو متو (ستنو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلي انټروال کې د ټول برياوو د احتمالوالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انټروال کې پرته ده.

واریانځ او معیاري ترڅنګیدنه یا انحراف.





د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره دبینومیال وېشنه



(c) ketabton.com: The Digital Library

د n = 40 او p = 0,3 لپاره بينوميال وېشنه	د n = 120 او p = 0,1 لپاره دبېنوميال وېشنه

دواړه بينوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{12}} \qquad \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0{,}1 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف ليدل کيږي. موږ دانتظار ارزښت شنل (خورول، که غواړې پاشل) تر څېړنې لاندې نيسو. د تحليلی ستاتيسک له مخې واريانځ همداسې معياری انحراف د خورلو کچې په حيث شهرت لري.

افاده يا وييئه

$$s^2 = h(x_1)\cdot\left(x_1 - \bar{x}\right)^2 + h(x_2)\cdot\left(x_2 - \bar{x}\right)^2 + h(x_3)\cdot\left(x_3 - \bar{x}\right)^2 + \ldots +$$

$$+ \ldots + h(x_n)\cdot\left(x_n - \bar{x}\right)^2$$

د يوه نمونه ازماېښت واريانځ په حېث نومول کيږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \ldots; h(x_n)$ نسبي ډېروالی انځوروي

د معياري انحراف لپاره باور لري : $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالوالېوېشنه تعريفوو:

جمله : واريانځ او معياري انحراف

X د ې يوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه $x_1; x_2; x_3; x_4; \ldots; x_n$

نيولی شي او μ انتظارارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1)\cdot(x_1 - \mu)^2 + P(X = x_2)\cdot(x_2 - \mu)^2 + \ldots + P(X = x_n)\cdot(x_n - \mu)^2$$

د ، وتصادفي پېښې واريانځ ،، بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تصادفي لويي د واريانځ مر بع ريښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانګړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشني لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n- پوړيز برنولي-تجربه د بريالی احتمالوالي p سره او او نابريالي احتمالوالي 1-p

سره اوتصادفي لويي X. د بريا تعداد د واريانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا ځنګېدني $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

ښوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د n=40 او p=0,3 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=40.0,3=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx \underline{\underline{2{,}898}}$$

د n=120 او p=0,1 لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

μ=n.p=120.0,1=12

معياري انحرا

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \underline{\underline{3{,}286}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لومړي وېشنه کې خورونه یا پاشنه لویه ده نسبت و دویمې وېشنې ته.

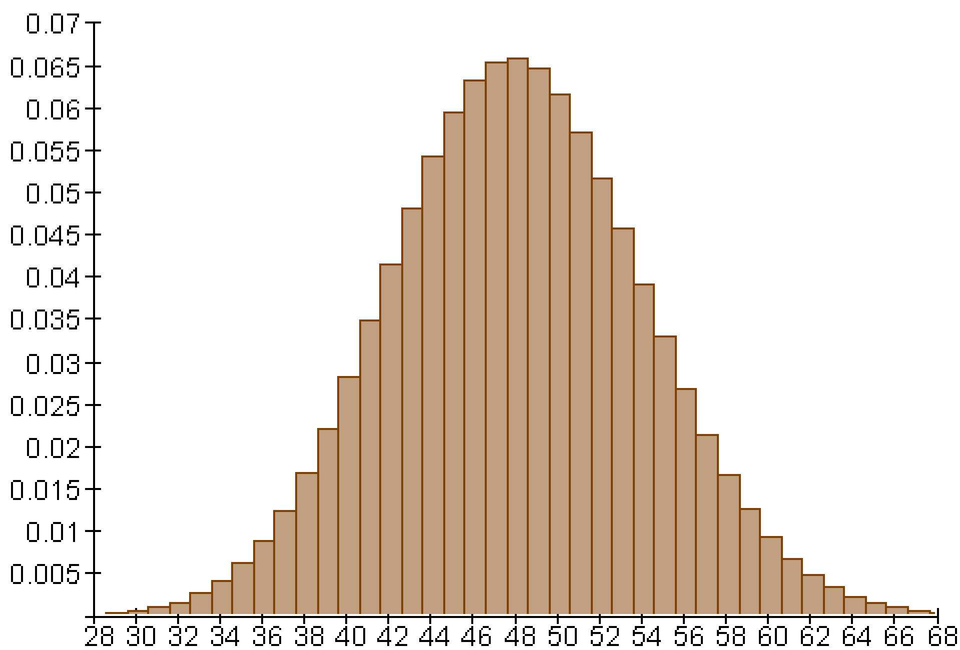
دیارلسم: د چاپېریال احتمالوالی

د بینومیال وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی یې خورا لوی وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپېریال کې د برياو تعدادونه شتون لري، د خورا جګ احتمالوالي سره . هرځومره چې د د برياو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په همغه کچه یې احتمالوتلی کمیږي. زموږ لومړی علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپېریال سره ده او هغه په دې ورشو یا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی. لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0{,}24$ لپاره دبینوم وېشنه

د انتظار ارزښت : $\mu=n.p=200.0{,}24=48$

معیاري تغیر: $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{200\cdot 0{,}24\cdot 0{,}76}\approx \underline{\underline{6{,}04}}$



د یوه سیګما چاپېریال احتمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

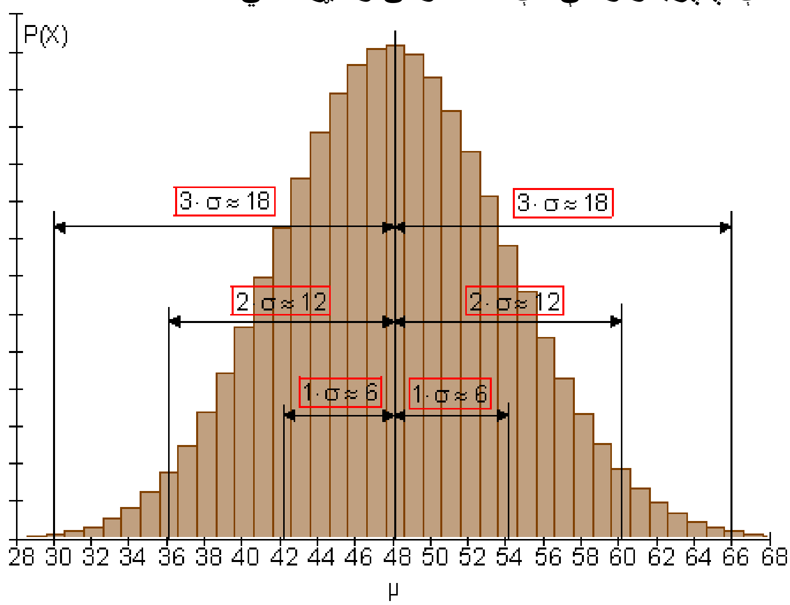
د انتظار ارزښت 48 دوه چاپيريالونه په نخښه کيږي،

اول – يو σ ؛ - چاپيريال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دويم- يو 2σ - چاپيريال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دريم - يو 3σ - چاپيريال د $3\sigma \approx 18$ سور سره

په دې چاپريالونو کې دې احتمالوالی وڅيړل شي.



د غلاقي وړ چاپيريال لپاره لومړی دکموليري يراتول ا احتمالوالي جدول ته اړتيا لرو

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره د بينوموېشنه

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X≤k)	k	P(X≤k)
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیګما-چاپیریال احتمالوالی

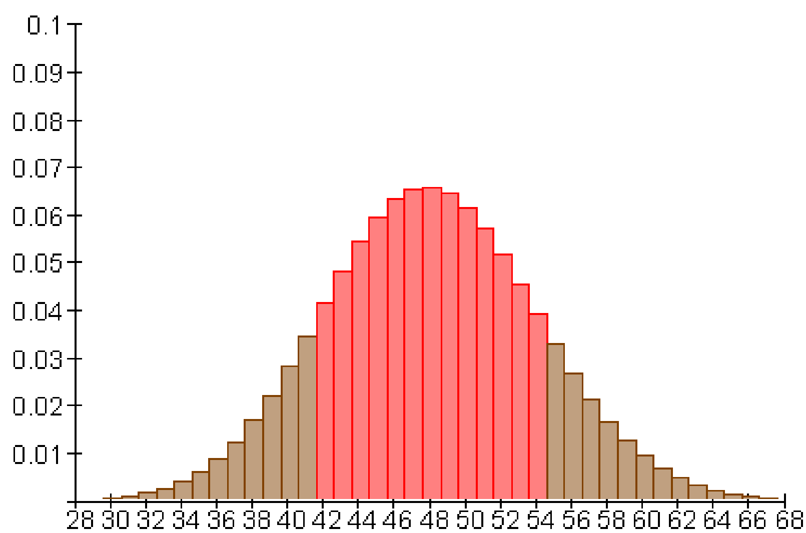
د ټاکلودی $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره :

$$P(42 \le X \le 54) = P(X \le 54) - P(X \le 41) = 0{,}859 - 0{,}140 = \underline{\underline{0{,}719}}$$

دیوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د برياو تعداد په انټروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا د ساده سیګما-چاپیریال انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د ساده σ - چارپيريال احتمالوالی ~0,719

(c) ketabton.com: The Digital Library

د د ډېل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال اختمالوالی

د ټاکلو دی $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma)$

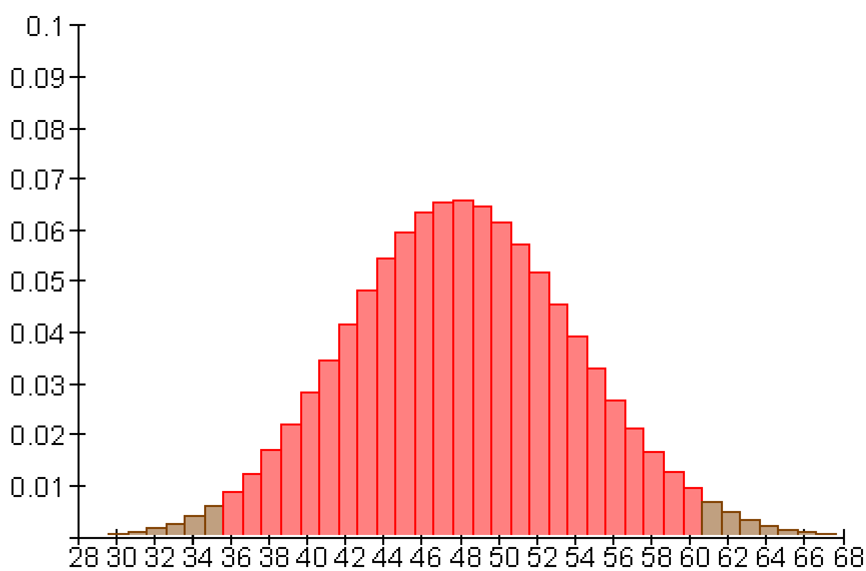
د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$

او $\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60$ او له دې سره

$$P(36 \le X \le 60) = P(X \le 60) - P(X \le 35) = 0{,}979 - 0{,}017 = \underline{\underline{0{,}962}}$$

د نږدې یوه   (96,2%) 0,962 اختمالوالي سره د بریا تعداد په انتروال [60 ; 36] کې پروت دی.

د ا نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډېل انتظار ارزښت په ګوته کوي.



د دو برابره سیګما σ – چاپیریال $\approx 0{,}962$ احتمالوالی

د درېواره سیګا- چاپیریال اختمالوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

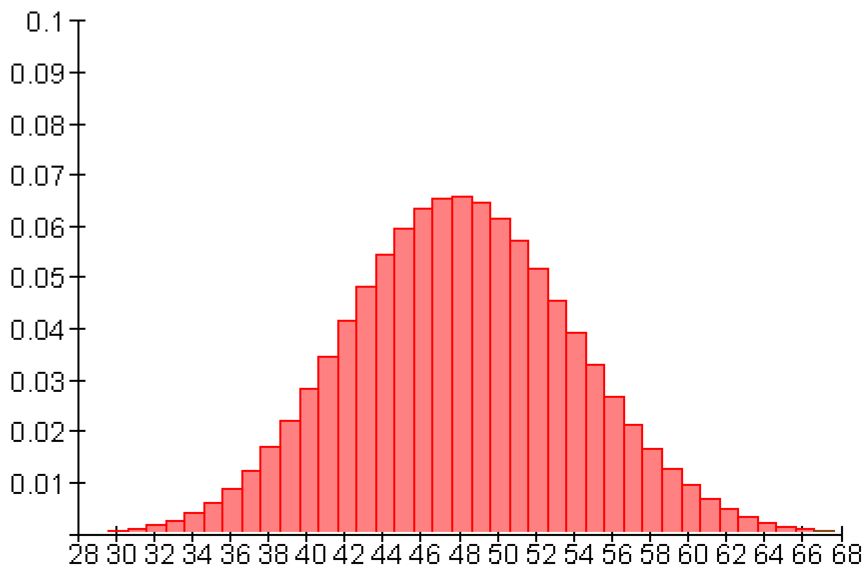
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دې سره

$$P(30 \le X \le 66) = P(X \le 66) - P(X \le 29) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د برياوو تعداد په انتروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.



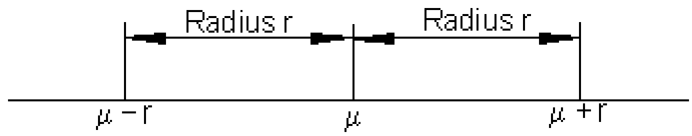
د دریواره σ - چاپیریال $\approx 0,997$ اختمالوالی .

د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهیږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

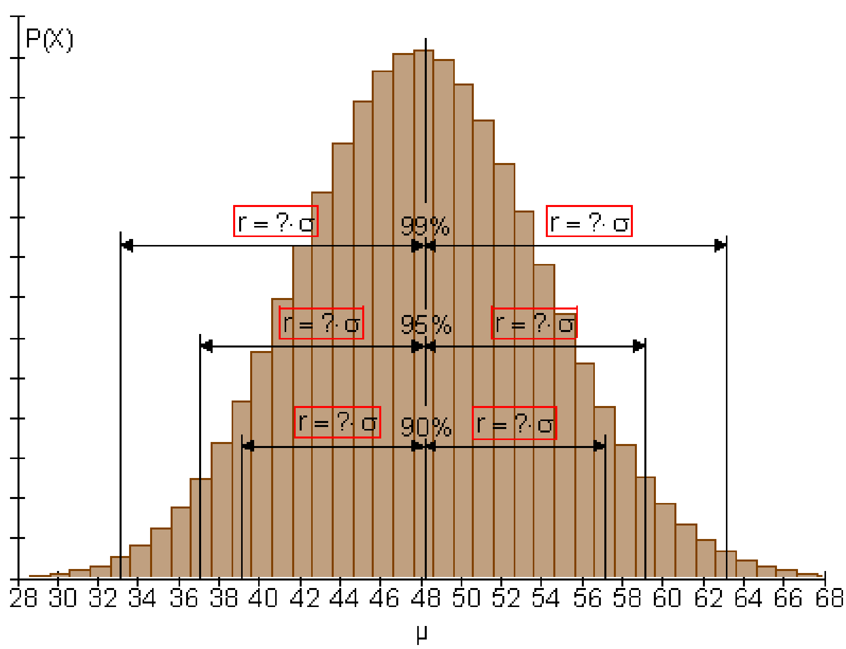


د هر چاپيريال وړانګې يو ټاکلى احتمالوالى سره ترتيب يا تنظيميږي.

په پورته راوړل شوي پېلګه کې يوه ساده سېنګما – چاپېريال (r = 6) ته نږدې 0,719 چاپېريال احتمالوالى شتون لري ، و دبل سېنګما – چاپېريال (r = 12) ته نږدې 0,962 او و درېواره سېنګما – چاپېريال (r = 18) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپېريال ته يوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړشوي چاپېريال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانګه په لاندې توګه وټاکل شي:



که بينوميالوېشني لپاره ي، جدول د کموليرى احتمالوالي سره مخ ته ولړو، کېدى شي دا پرابلم د کوټئ بندونې له لارې حل شي. د دوه سيګما –چاپېريال لپاره (په پورته بيلګه کې r = 12) د چاپېريال احتمالوالى نږدې 96,2% وو.

د 90% احتمالوالي لپاره د چاپېريال وړانګه کوچنۍ ده.

د r = 10 سره پيل.

(c) ketabton.com: The Digital Library

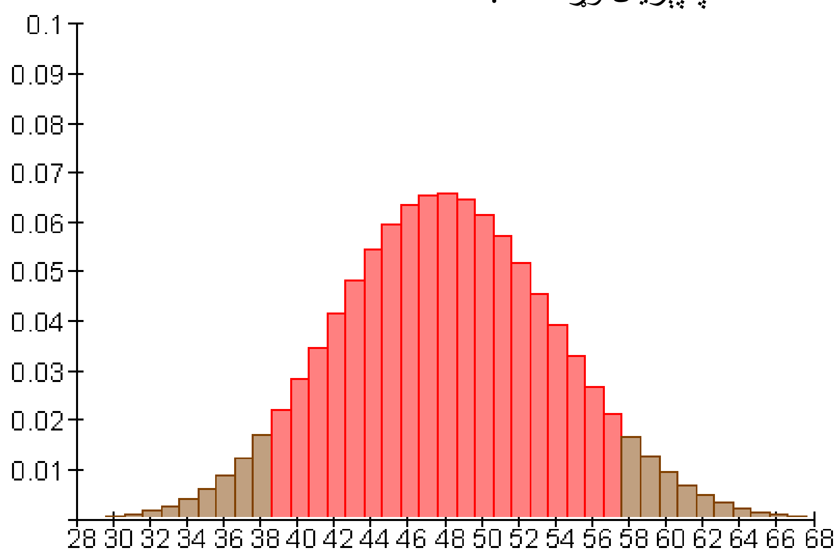
μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	10	$38 \le X \le 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \le X \le 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتوني وړانګه د 9 او10 ارزښتونوترمنځ پرته ده. دا چې د بېنوميال وېشنې سره دېسکرت وېشنه لرو، بايد هغه وړانګه و ټاکل شي، چې د غوښتونوکي احتمالوالي سره ور (دابل)نږدېې پروت وي. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سيګما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سيګما زياتځله يا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx 1,49\,\sigma$$

په $1,49\,\sigma$ يوه چاپېريال کې نږدې $88,5\%$ ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% -چاپېريال وړانګه : $P(\mu - 9 \le X \le \mu + 9) \approx 0,885$ $r \approx 9 \approx 1,49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالوالي لپاره د $r = 12$ ايښوني يا پيل سره

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	12	$36 \le X \le 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \le X \le 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

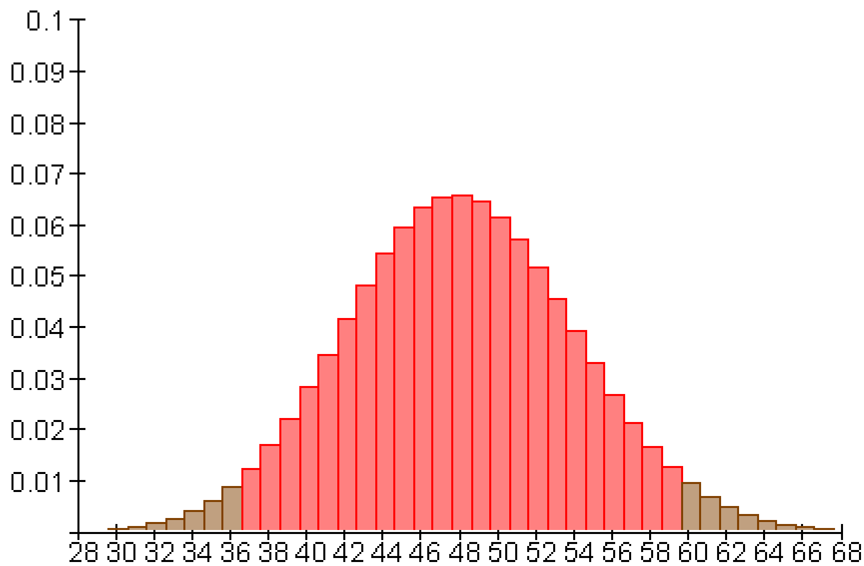
غوښتوني وړانګه د ارزښتونو11 او12 ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ غوښتوني احتمال پسې پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82\sigma}}$$

په یوه $1,82\sigma$ سیگما چاپیریال کې نږدې $94,3\%$ تولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپdریال وړانګه : $P(\mu - 11 \le X \le \mu + 11) \approx 0,943$ $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالوالي لپاره د r = 14 سره ابېنوونه ازمایل کیږي.

μ	r	$\mu - r \le X \le \mu + r$	$P(X \le \mu + r) - P(X \le \mu - r - 1)$
48	14	$34 \le X \le 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \le X \le 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

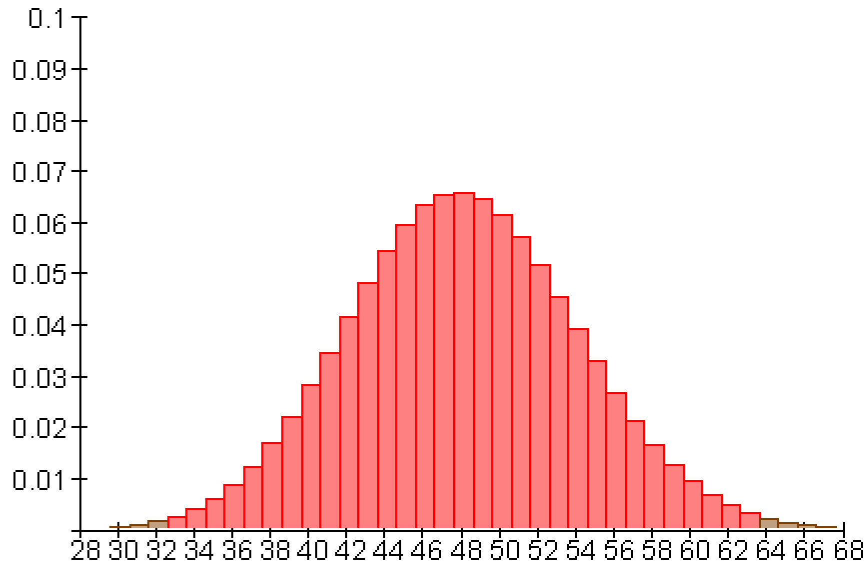
غوښتوني وړانګه ارزښت r = 15 لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48\sigma}}$$

په یوه $2,48\sigma$ سیگما چاپیریال کې نږدې 99% تولې برياوې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 99% چاپdریال وړانګه : $P(\mu-15 \le X \le \mu+15) \approx 0{,}99$ $r \approx 15 \approx 2{,}48\cdot\sigma$



خوارلسم - د بینومیالتوته کوني اپروکسمیشن

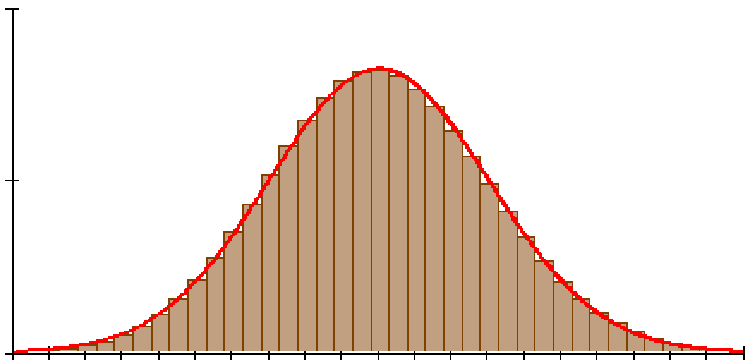
د نورمالتوته کوني یا - پاشنې له لارې

د بینوموېشني هېستوګرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ یا ګېنګړي ډوله دی. د لوي کېدونکيn لپاره د ګینګړی بڼه تل واضح رامنځ ته کیږي. د تل لوی کېدونکي سره هیستوګرام تل د ګاوس وېشني منحني (ګرېږ) ته نږدې کیږي، چې د زنګ یاګینګړي منحني هم بلل کیږي. د منحني او د پرتي یا افقي کرښې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو مټو سطح لپاره هم باور لري.

د زنګمنحنی یادزنګ کرږي تابع ساوات : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

د ګاوس نورمال وېشني له لارې د بینومیالوېشني اپروکسیمیشن (Approximation)

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انتروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه يې د x– محور سره ترې يا رابندوي، کېدی شي د انتيګرال

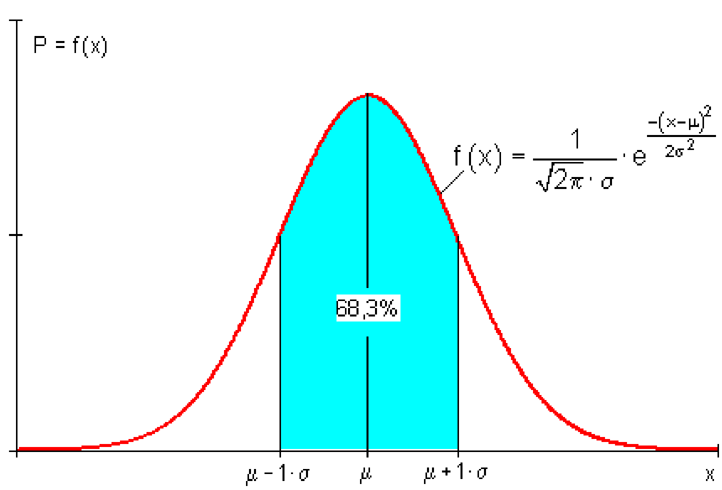
$$I \int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطخې شميرنه د انتيګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سيګما –چاپيريال دليست سره ورکړ شوی دی.

د سيګما –چاپيريال لپاره لاندې اړيکې شته.

$P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx 0{,}683 = 68{,}3\%$ (ساده سيګما σ – چاپېريال)

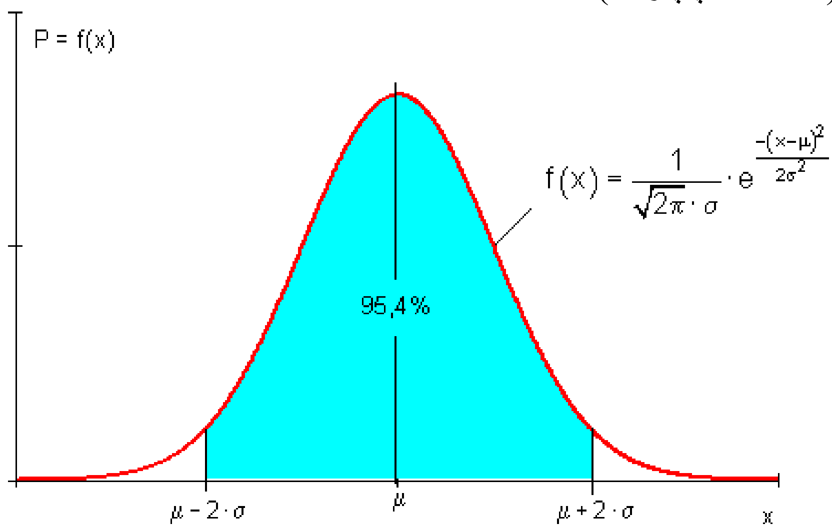


(c) ketabton.com: The Digital Library

(ډبل سيګما –چاپيريال)

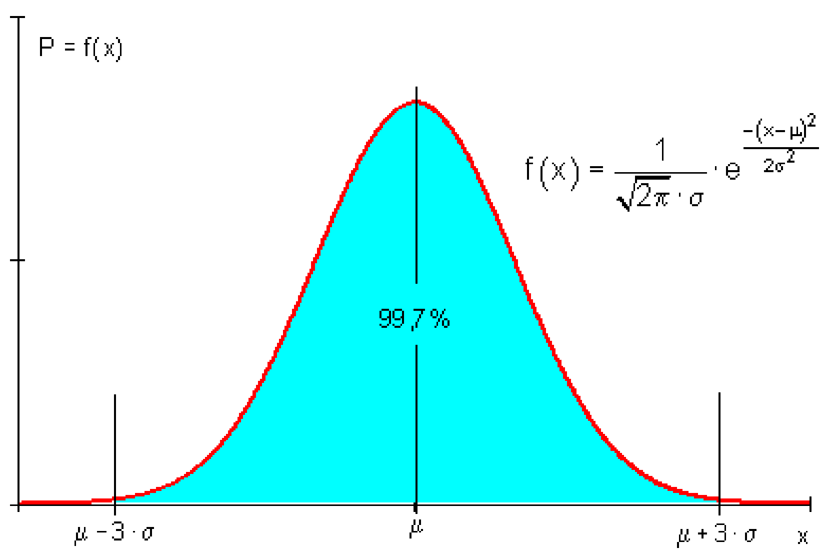
$$P(\mu - 2\cdot\sigma \le X \le \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0,954 = 95,4\%$$

(ډبل σ -چاپيريال)



$$P(\mu - 3\cdot\sigma \le X \le \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0,997 = 99,7\% \text{ (dreifache } \sigma\text{ -Umgebung)}$$

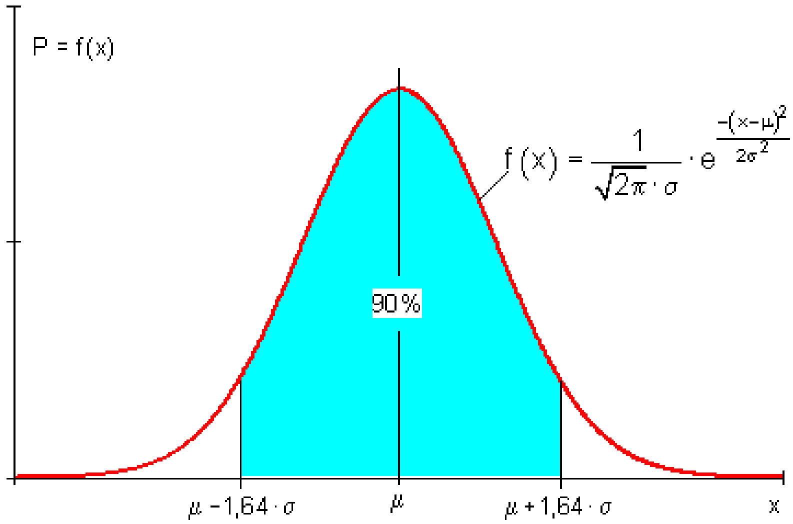
د پورته الماني پښتو: درې برابره سيګما-چاپيريال)



(c) ketabton.com: The Digital Library

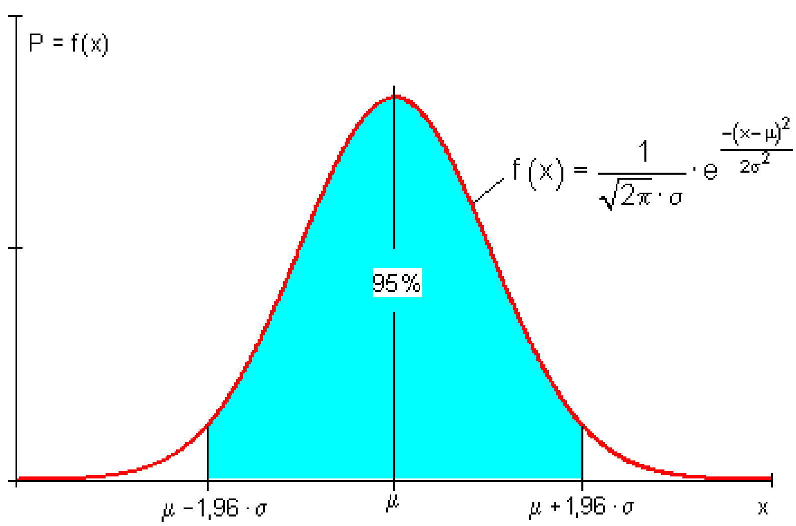
د % - چاپيريال لپاره لاندې اړيکې صدق کوي:

(-90% چاپريال) $P(\mu - 1{,}64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}64 \cdot \sigma) \approx 0{,}899 = 89{,}9\%$



(95% - چاپيريال)

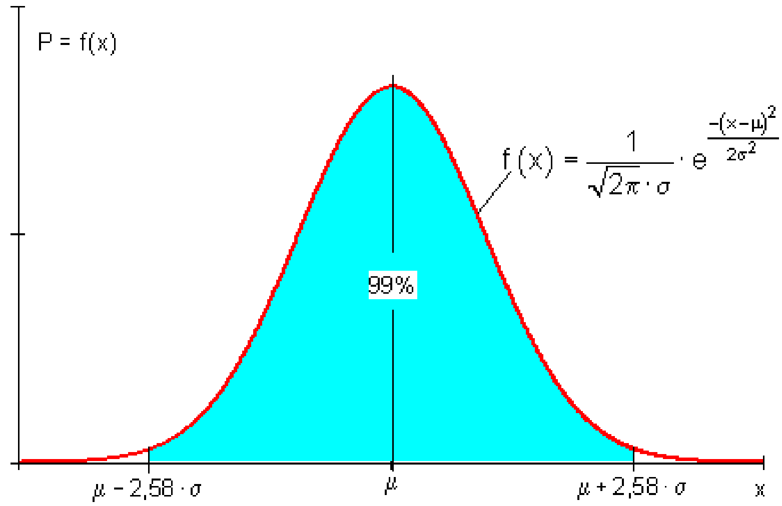
چاپيريال $P(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1{,}96 \cdot \sigma) \approx 0{,}95 = 95\%$ (95% − Umgebung)



(99% - چاپيريال)

(c) ketabton.com: The Digital Library

چاپیریال $P(\mu - 2{,}58 \cdot \sigma \le X \le \mu + 2{,}58 \cdot \sigma) \approx 0{,}99 = 99\%$ (99% – Umgebung)



په ادبیاتویا کتابونوکې په لاندې چاپیریال احتمالوالي توافق کړل شوی:

د چاپریال وړانګه	د چاپړیال احتمالوال	د چاپیریال احتمالوال	د چاپیریال وړانګه
$1 \cdot \sigma$	0,68	0,90	$1{,}64 \cdot \sigma$
$2 \cdot \sigma$	0,955	0,95	$1{,}96 \cdot \sigma$
$3 \cdot \sigma$	0,997	0,99	$2{,}58 \cdot \sigma$

داچې د بینمیالوېشني دهستوګرام بڼه(فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشني بڼې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کریتیریوم د نورمالوېشنو د انتروال احتمالوالی د استعمال لپاره باور لري.

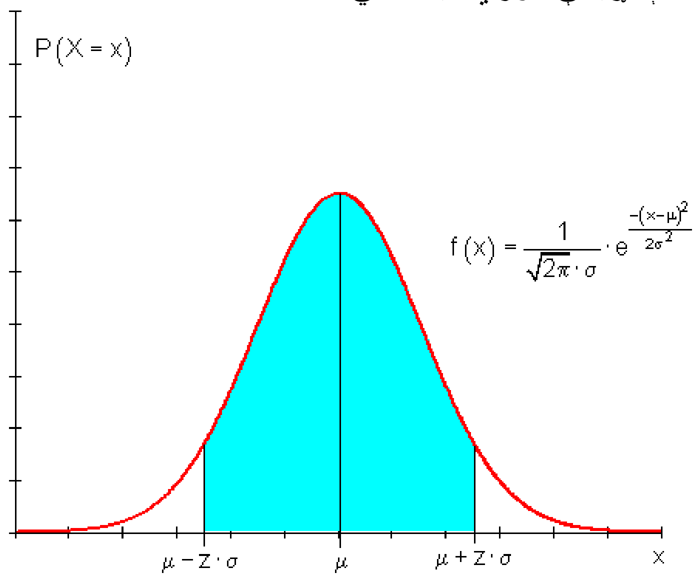
که شرایط $\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} > 3$ پوره وي(د لاپلاس شرایط) ، نو نورمالوېشني له لارې نږدې والی څخه پوره تیک (یا وررسپدونکی تیک) انتروال احتمالوالی راکوي.

تر اوسه د بینومیالوېشني لپاره د یوه ټاکلي n او یوه ټاکلي احتمالوالي p لپاره هروار یو جدول د کمولیري احتمالوالي سره اړیین وو، چې چاپیریال احتمالوالی وټاکل شي.که چیري اوس د د یوه بینومیالوېشني ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د د نورمال وېشني د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې اړيکې باوري کيدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپيريال وړانګه(Umgebungsradius) ډېرواره د سيګما د واحد (يوون) په حيث افاده کيږي. دلته د z ضريب دی، چې له هغه سره سيګما ضربيږي. د داسې سيګما –چاپيريالو احتمالوالی په لاندې جدول کې دz ضريب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په يوه بينوميالوېشني کې يې د احتمالوالي انځوروني سره غوره توپير ، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پريکېدونکي يا پرلپسې ليدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکريټ (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپيريال احتمالوالي شميرنه

په يو څو بيلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د يوه د تصادفي واريابلې د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دې وي، چې د z ارزښت اړونده چاپيريال ته تل نسبت د انتظار ارزښت µ ته تل سيومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سيومتريک انتروال

يو n -پوړيز برنولي – ازماښت دې د n = 500 او p = 0,33 سره ور کړ شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په انتروال .[180 ; 150] کې دي د برياوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.

د يوه له لسميز وروسته د درې ځايونو تيکوالي سره دې شمېرنه وشي يا وشميرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0{,}33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0{,}33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0{,}33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0{,}67} = \sqrt{110{,}55} \approx 10{,}514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)^{*)}$$

له دې د ا نتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149{,}5 = 165 - 149{,}5 = 15{,}5$$

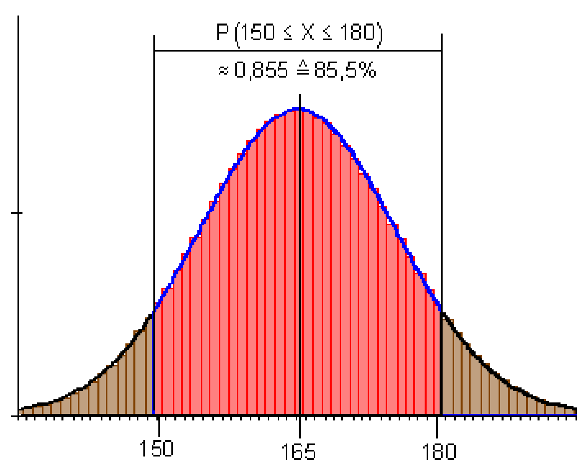
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15{,}5}{\sqrt{110{,}55}} \approx 1{,}474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1{,}474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1{,}474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1{,}474 \cdot \sigma)$$

Z=1,474له دې جدول ازښت لاس ته راځي:0,858

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0{,}858 \quad (85{,}8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.

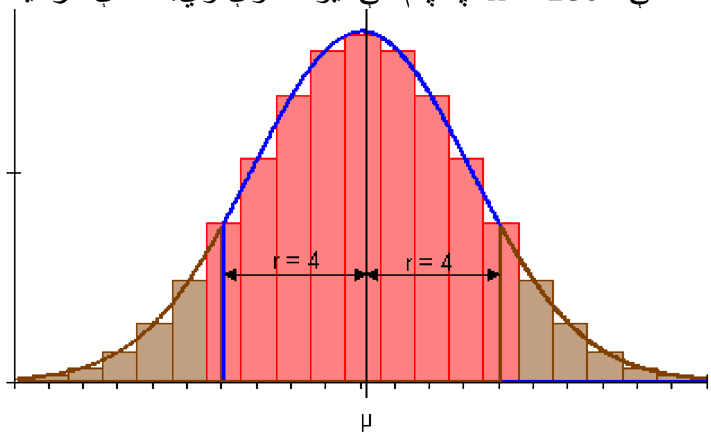


(c) ketabton.com: The Digital Library

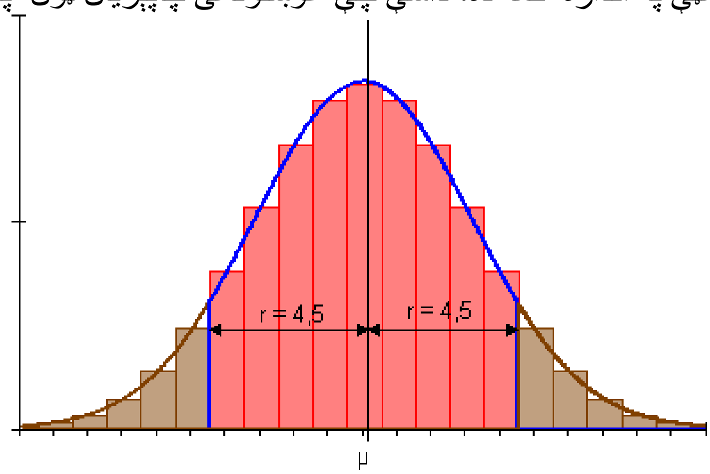
ولې دې د انتروال پولې په 0,5 لوېي شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انترو الاحتمالوالى تاکل کيږي؟

Bei $P(150 \leq X \leq 180) = P(149{,}5 \leq X \leq 180{,}5)$ war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نومالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5کوچنى وي. دا به د برجونو يا متو نيمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نيول شوې وي. لاندې ګرافيک به دا روښانه کړي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنى ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکى چاپيريال ټول په بر کې نه رانيول کيږي.



تاکل شوې وړانګه $r = 4{,}5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د يوې نيمې متې په اندازه زياته ده، داسې چې غوښتونکى چاپيريال ټول په بر کې رانيول کيږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپير يال

د $n = 550$ او $p = 0{,}36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90%- چاپيريال وټاکى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 550 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$
$$p = 0{,}36 \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$
$$P(\mu - z\cdot\sigma \le X \le \mu + z\cdot\sigma) = 0{,}90$$

د p=0,90 لپاره دې پورې اړونده z -ارزښتونه د جدول څخه لوستل کيږي.

Z=1,64 له دې لاس ته راځي، د چاپيريال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z\cdot\sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z\cdot\sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

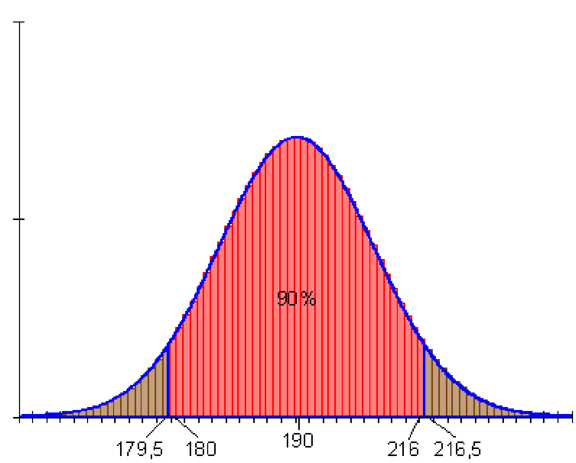
انتروال انتظار ارزښښت $\mu = 198$ ته سيومتريک پروت دی.

موړ ټاکو: $P(180 \le X \le 216)$

بايد و ازمايل شي، چې ايا انتروال {216...198...180}پسې لاس ته راتلنه(90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

په انتروال [180 ; 216]کې داحتمالوالي د برياوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د چاپيريال څخه دباندې انټروال

n - پوړيزه برنولی-ازمايښت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپيريال دباندې نتيجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $n = 300 \quad p = 0{,}56$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکی.

ب – که $n = 240 \quad p = \frac{1}{3}$ وې، نو وټاکی $P(X > 80)$.

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انټروال [161 ; 0] لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتریک انټروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه [162 ... 168 .... 174] خوندي لري. پهدې پسې تړلی دا انټروال [300 .... 175] لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلايلو پر بنسټ برابر لوي دی ، لکه

[161 ; 0] . لاندې يشوونه یا پيل لاس ته راځي: ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 174 } { 175 ... 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

وړانګه:

د z~0,76 سره په ولرو

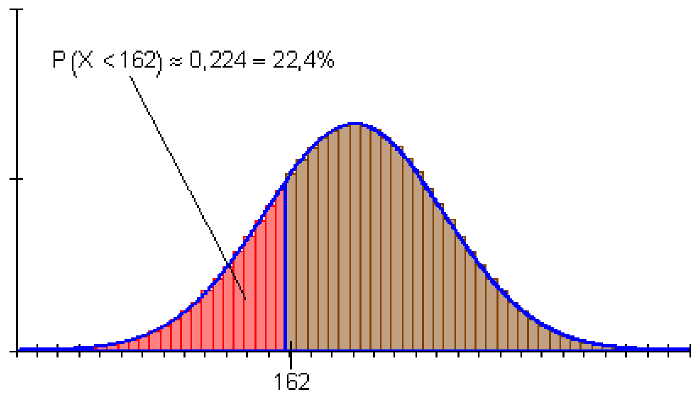
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د له 162ځخه کمو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 22,4% دی.



و ب ته –

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79,5 \le X \le 80,5)\right]$$

وړانګه :

–

$$: r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

لهz~0,07 سره به شي

$$P(79,5 \le X \le 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره په شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

$$\begin{matrix} n=240 \\ p=\frac{1}{3} \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \mu=n\cdot p=240\cdot\frac{1}{3}=80 \\ \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{80\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{160}{3}}\approx 7,303>3 \end{matrix}$$

$$[0;79][79,5;80,5][81;240]$$

$$P(X>80)=\frac{1}{2}\left[1-P(79,5\le X\le 80,5)\right]$$

$$r=80-79,5=0,5\Rightarrow\frac{r}{\sigma}=z=\frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}}\approx 0,068\Rightarrow r\approx 0,07\cdot\sigma$$

ورانکه:

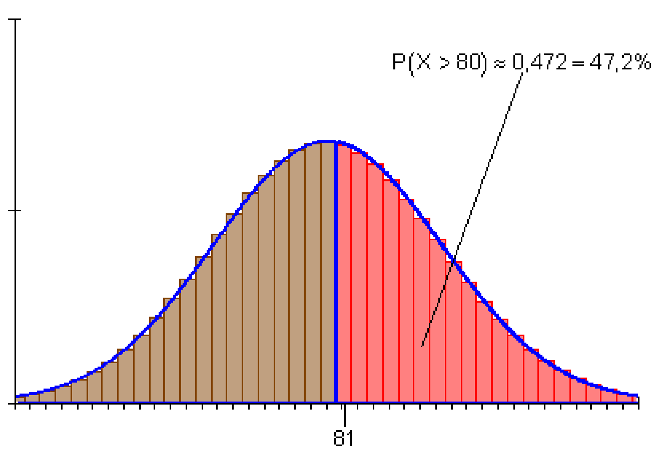
له ١ $z\approx 0,07$ سره کيږي

$$P(79,5\le X\le 80,5)=P(\mu-z\cdot\sigma\le X\le\mu+z\cdot\sigma)\approx 0,056$$

او له دې سره کيږي

$$P(X>80)\approx 0,5\cdot(1-0,056)=0,5\cdot 0,944\approx \underline{\underline{0,472}}$$

د له 80 خخه زياتو برياو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اسيومتريکي چاپيريال

د انتظار ارزښت د يوه نه سيومتريکي چاپيريال احتمالولی و ټاکی.

لرو $p=0,55$ $n=180$ وټاکی$P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89\ldots93\}\{94\ldots99\ldots104\}\{105\ldots109\}\right]$$

اينمونه: $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

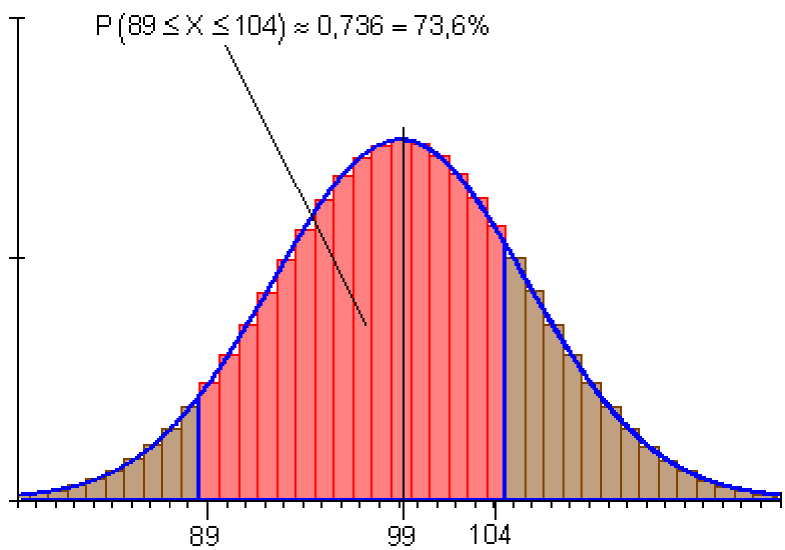
$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0,55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88,5 \le X \le 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93,5 \le X \le 104,5)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5{,}5}{6{,}675} \approx 0{,}82 \Rightarrow r \approx 0{,}82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [104 ; 89] کې د برياوو احتمالوالی نږدې .73,6% دی.

شپاړسم:د هيوپوتيزې ازماينښت **Hypothesentest**

د سترګې(سترکيزمکعب) سره ننوتنه

بېل :

د يوه لاپلاس غورځوني يا سترګي(مکعب) څخه پيژندل شوې، چې د هر وار غورځوني سره د شپږو عددونو هر يو د 1/6 احتمالوالي سره رامنځ ته کيدی شي يا غورځول کيدی شي. د ډېرو سترګيو(مکعبونو) لوبو سره ۶ يوه ځانګړې معنا لري. د لته د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زيات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبي مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي يا ۶ راووځي. دلته مخطلفې علاقي مخ ته لرو، چې د غورځووني(مکعب) غلطيدنه ممکن وبرېښي. په لاندې کې دې غورځوني و ازمايل شي.

لومړی حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زياتواره راوځي، لکه په لاپلاس-غرځونه کې يې چې انتظار بايد وي (p > 1/6). د دې لپاره چې غورځونی وازمايلی شو، پلان کيږي، چې غورځونی n = 600 واره و غروځول شي او له دې سره د تصادف اووښتوني يا وارابله X = د منځ ته راغلو شپږو ګڼون يا تعداد وڅيړو. د يوه هيوپوتيز ازماينښت سره بايد وازمايل شي چې ايا p > 1/6باور لري.

د دې لپاره بايد کومه هيپوتيز وټاکل شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دې لپاره چې سړی $p > 1/6$ د ټيک په توګه وکتلی شي، بايد سړی له دې باوري وي، ځکه چې $p \le 1/6$ صدق نه کوي. يعنې هيوپوتيز ې صفر هيوپوتيز H_0. $p \le 1/6$ چې صفرهم بلل کيږي ازمايل کيږي. که چيرې دا بايد رد شي، نو $H1$: $p > 1/6$ چې الترناتيو يا بديل هيوپوتيز هم بلل کيږي بايد ونيول شي.

صفرهيوپوتيز ته يادونه

صفر هيوپوتيزې H_0 دې تل هيوپوتيزې وي، چې د هغې سره ازماېښت سرته رسيږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$H_0 : p = p_0$; $H_0 : p \le p_0$ يا $H_0 : p \ge p_0$

صفر هيوپوتيزې ته تل بديل يا الترناتيو هيوپوتيز شتون لري

ښی اخيز ازماېښت	$H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$
دوه اړخيز ازماېښت	$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \ne p_0 \Rightarrow$
کيڼ اړخيز ازماېښت	$H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د د H_1 د نفې کولو په لور يعنې رده ولو په لورلاربنودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نيولو ته بيايي.

هغه ناټيکاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کيدی شي، بايد زيات له زياته په 5% محدود شي. دا لويه سيګنيفيکانس significance بلل کيږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه يا سترګيز مکعب) و ازمايو، د

$$H_0 : p \le \frac{1}{6}$$

لپاره يو د نيوني ورشو يا ساحه او يوه د رديدلو ورشو بايد وشميرل شي.

د (کار) مخ ته تلنې لپاره يادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غورځووني یا سترګي(سترکي لرونکی مکعب) تجربې د تصادفي متحولې یا اووښتوني X د برنولي ا زماېښت دی د یوه بینومیال وېشني سره. داسي یوه وېشنه هلته و یوه انتظارارزښت μ ته سیومتریک ده، که $p = 0,5$ وي. د $p = 1/6$ لپاره وېشتابع نوره سیومتریک نه ده. د پوره کیدونکي یا رسیدونکي جګي خوروني یاپاشني سره لاپلاس-شرایط (3 <سیګما) پوره شوې دي. نو بیا کیدی شي د بینوموېشنه د انتظارارزښت ته سیومتریک یوه نورمالوېشني له لارې نږدې (اپرکسیمي) (approximation =نږدېونه) شي، داسي چې د چاپیریالاحتمالوالي شمیرنې ته د سیګا-چاپیریال لپاره د نورمالوېشل شوی تصادفي اووښتوني یا متحوله احتمالوالي جدول اسعمال کیدی شي. په انتظار ارزښت د یوه -x%-چاپیریال لپاره باور لري:

90%-چاپیریال 95% -	$\Rightarrow r = 1,64 \cdot \sigma$
چاپیریال99% -چاپیریال	$\Rightarrow r = 1,96 \cdot \sigma$
	$\Rightarrow r = 2,58 \cdot \sigma$

شمیرنه: صفر هیپوتیز H_0: $p \le \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 600 ; p = \frac{1}{6} ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یو بنې اړخیز هیپوتیز ازماېښت دې سر ته ورسیږي، ځکه چې د شپږو یو جګ تعداد د H_0په ضد ځان ښایي یا په ګوته کونه ده.

د 5% یوه سیګنیفیکانځنیوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انتروالون په پام کې نیسو:

{ 5% }{ 90% }{ 5% }
Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 100 + 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114{,}97$$

دا د H_0 لپاره د قبلوني يا نيوني د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيوني يا قبلوني ورشو:

د H_0 لپاره د ردوني ورشو:{ 0 ... 115 }

د ردوني ورشو د ازمايلو ده داسې، چې باور لري:{ 116 ... 600 }

$$P(116 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

$$P(116 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(116 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښنه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 116 د ردوني ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

ممکن دا به غلط (د ټګۍ لپاره)جوړ شوی وي.

که د H_0 هيوپوتيز د ازماينت نتيجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45%) شميرل شوې سيګنفيکانڅ نيو يا اشتباهي احتمالوالی) يوه ناټيکاوي يا اشتباه پيښيږي. دا د لومړي ډول ناټيکاوی دی او په دې معنا دی:

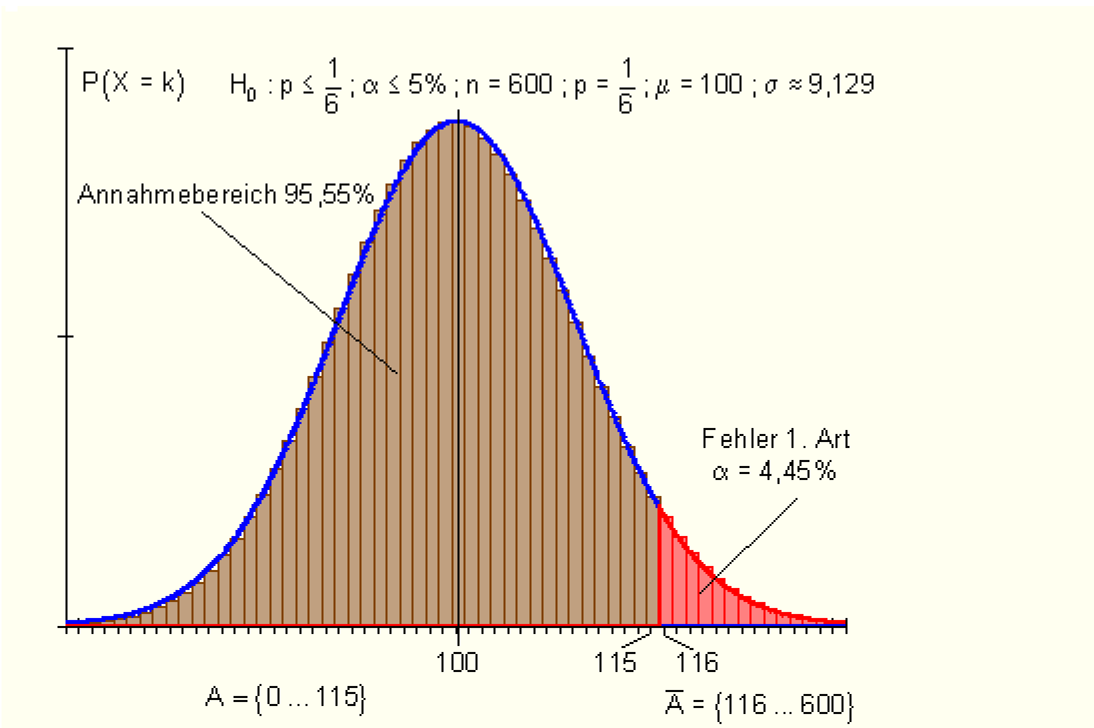
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالیپه نامه هم بلل کیږي.

د 4,45% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه:

د په ځیره کې دننه پېنتو:د نیونې ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی



دویم حالت:

ګومان به وشي، چې یو سترګی لږ شپږ غوځوي، لکه له یوه لاپلاس غورځونې یا دانې څخه چې انتظار کیږي (p < 1/6).

تلنلار یا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باید معاینه یا وکتل شي چې ایا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کیږي هیوپوتیز H_0 : $p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو H_1 : $p < 1/6$ نیول کیږي یا قبلیږي.

شمیرنه: صفر هیوپوتیز H_0 : $p \geq \frac{1}{6}$ سیګنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600;\ p = \frac{1}{6};\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز- تست کیږي، ځکه چې د شیږو کم تعداد دH_0 په ضد دی.

د یو سیګنیفیکانځنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H_0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 100 - 1{,}64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85{,}03$ کیږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلوو روشو(منلورشو):{ 85 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردولو ورشو(ردونورشو):{ 0 ... 84 }

د ردوني ورشو (ردونورشو) څیړل کیږي، داسې چېې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(0 \le X \le 84) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 84\}\{85 \ldots 100 \ldots 115\}\{116 \ldots 600\}$$

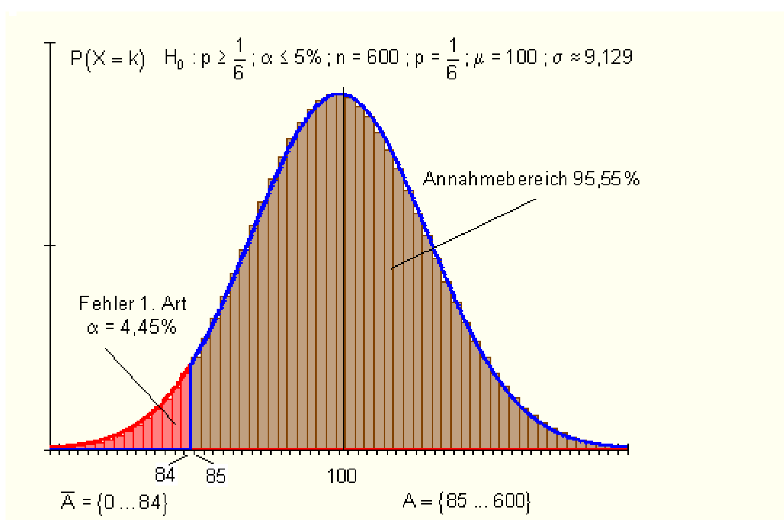
$$P(0 \le X \le 84) = \frac{1}{2}\left[1 - P(85 \le X \le 115)\right]$$

$$P(85 \le X \le 115) \Rightarrow r = 15{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1{,}7 \Rightarrow P(85 \le X \le 115) \approx 0{,}911$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 84) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}911] = 0{,}0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د (H_0
({ 84 ... 0 } د ردوني ورشو کې ولویږي، نو H_0 دې رده شي اوH_1 دې قبوله يا
ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په ريښتونې کم شپږ.
ورکوي، لکه چې دا باید وی.
ممکن دا به غلط (د ټګۍ لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هیوپوتیز د ازماېښت نتیجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45% (
شمیرل شوې سیګنفیکانڅ نیو یا اشتباهي احتمالوالی) یوه ناټیکاوي یا اشتباه پیښیږي. دا د
لومړي ډول ناټیکاوی دی او په دې معنا دی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هيوپوتيز د ازمايښت نتيجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټيک ده، دا نږدې $4,45\%$ ده.
په بل ډول ويلي يا افاده شوي: د $4,45\%$ احتمالوالي سره سړی نيسي يا فرضوي، چې سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټيک يا روغ دی.
ګرافيکي انځورونه: په ګراف کې دننه(د نيونې ورشو، لومړی ډول ناټيکاوی خيره پورته

په خيره کې دننه: له کيڼ ښي لور ته: لومړی ډول ناټيکاوی، د نيونې ورشو

دريم حالت: د يوه سترګي څخه ا ټکل کيږي، چې شپږ د يوه احتمالوالي سره راکوي، چې د $1/6$ سره برابر نه دی، لکه څنګه چې د لاپلاس غورځوني يا مکعب څخه انتظار کيدی شي. بايد يو ازمايښت داسې جوړ شي، چې هيوپوتيز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه يا د کار مخ ته بيونه د لومړي حالت او دويم حالت ته ورته دی.

بايد وڅيړل شي، چې ايا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفرهيوپوتيز H_0: $p = 1/6$ ؛ بديلي هيوپوتيز H_1: $p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دويم حالت په بل ډول دلته دH_0 د ردونې ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي يا ويناوې کوي.د سيګنيفيکانځ نيو د دواړو ردونې ورشو په برابر ډول وېشل کيږي. د داسې يوه ازمايښت يا تست سره سړی د يوه دوه اړخيز تست څخه غږيږي.

شميرنه:

صفر هيوپوتيز H_0 ؛ : $p = \frac{1}{6}$ د سيګنيفيکانځ نيو $\alpha \leq 5\%$

دتا:

$$n = 600\,;\, p = \frac{1}{6}\,;\, \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9{,}129 > 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه دوه اړخيزه هيوپوتيز دې راوړل شي، ځکه چې يو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د يوه سيګنيفيکانځنيو سره لاندې انتورالونه تر څېړنې نيول کيږي:

$\underbrace{\{ \quad 2{,}5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 95\% \quad \} \underbrace{\{ \quad 2{,}5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$

د H_0 ؛ رده ونې ورشو   د H_0 ؛ رده ونې ورشو

له دې سره دی يا کيږي:

$$\mu - 1{,}96 \cdot \sigma = 100 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82{,}1$$

د H_0 لپاره د منلو يا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1{,}96 \cdot \sigma = 100 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117{,}9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: $\{ 82 \dots 118 \}$

د H_0 لپاره دردونې ورشو: $\{ 0 \dots 81 \} \cup \{ 119 \dots 600 \}$

د ردونې ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 81\}\{82 \dots 100 \dots 118\}\{119 \dots 600\}$$

$$P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) = 1 - P(82 \le X \le 118)$$

$$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2{,}03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0{,}958$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) + P(119 \le X \le 600) \approx 1 - 0{,}911 = 0{,}042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د {) H_0 ({ 600 ... 119 } u { 81 ... 0 د ردوني ورشو کې ولوېږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترګی دې په رېښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.

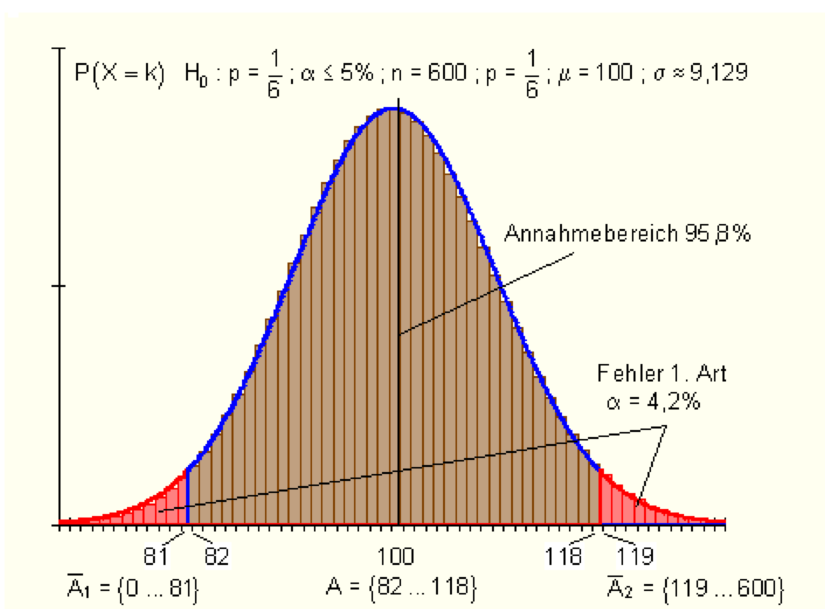
ممکن دا به غلط (د ټګئ لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هیوپوتیز د ازمایښت نتیجو په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,2% (شمیرل شوې سیګنفیکانځ نیو یا اشتباهي احتمالوالی) یوه ناټیکاوي یا اشتباه پیښیږي. دا د لومړي ډول ناټیکاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره ا حتمالوالی، چې H_0–هیوپوتیز د ازمایښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,2%. ده.

په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترګی ټګئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نیوني ورشو، د لومړي ډول ناټیکاوي



(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباه راوړنه یا ــځیرنه

له لومړي حالت څخه تر دریم حالت پورې ښایي، چې دا هر جوړړ شوی قضاوت کیدی شي ناټیک وي.

لومړی ډول:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه په د H_0 د ردونې په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ریښتونې هیوپوتیزې ردیږي.

دویم ډول ناټیکاوی:

داپه حقیقت کې د لاپلاس غورځونی یا سترګی(-مکعب) نه دی، مګر دا چې د ازماېښت توکلي نتیجه د H_0 د منلو یا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناټیکاوي په ډول یا په غلط ډول منل یا قبلول کیږي.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط هلته وشمیرل شي، که سړی په ناټیکه یا غلطه ډول یو ناتیک یا غلط شوی سترګی(-مکعب) سره یو یو ټاکلی احتمالوال د یوه شېړ لپاره قبلول کړي او یا سړی هغه پوهیږي.

یوبه حالتبیلګه به دا پهپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بیلګه:

په کلني جشن کې یو ه لوبه ،، هر شېړ ګټي،، بلل کیږي.

یو د پخا وخت همکار پولیس ته ځي او ثبوتوي یا غواړي وښایی، شېړ فقط د د یوه p = 0,13 احتمالوالي سره رمنځ ته کیږي یا لویږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هیّت سپین ګل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنګه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځوونی یا سترګی یوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د یوه لاپلاس سترګي سره مخ ته راتلی شي، چې له شېړو غورځونو زیاتو کې هم شېړ کیدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتیستیکي د

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټیکاوي لپاره پیدا کړي، باید په ډېرو زرهاو تجربې وکړي.دا چې دی د خپل تفاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربي غواړي وکړي او له نتیجې څخه یوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستوښاستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پیدا کوونې لپاره پریکړه یا فیصله کوي یو هیوپوتیز ازماېښت ته وده ورکړي یا منځ ته راولیې.

$H_0 : p \geq \frac{1}{6}$ (صفر هیوپوتیز)، $; H_1 : p < \frac{1}{6}$ (الترناتیو هیوپوتیز) هیوپوتیزې د

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو(د اشتباه احتمالوالی) وازمایل شي.

دا همغه با برابر ازماېښت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د H_0 { 85 ... 600 } د منلو یا قبلولو ورشو،

د { 84 ... 0 } H_0 د رده ولو ورشو د یوه $4,45\%$. اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرې، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره ریښوتی احتمالوالی $p = 0,13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیونه یا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0,13$ ټیک ده، د H_0 د قبلونې په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$\beta = P_{0,13}(85 \leq X \leq 600)$ غواړو وشمیرو

داتا: $n = 600 ; p = 0,13 ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرنې لپاره دې سیومتریکې انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د نیوني ورشو

$$\{0 \ldots 71\}\ \{72 \ldots 78 \ldots 84\}\quad \underbrace{\{85 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(72 \le X \le 84)\right]$$

$$P(72 \le X \le 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \le X \le 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,570] = 0,215$$

له دي لاس ته راځي د دویم ډول ناټیکاوی $\beta \approx 21,5\%$

ارزونه:

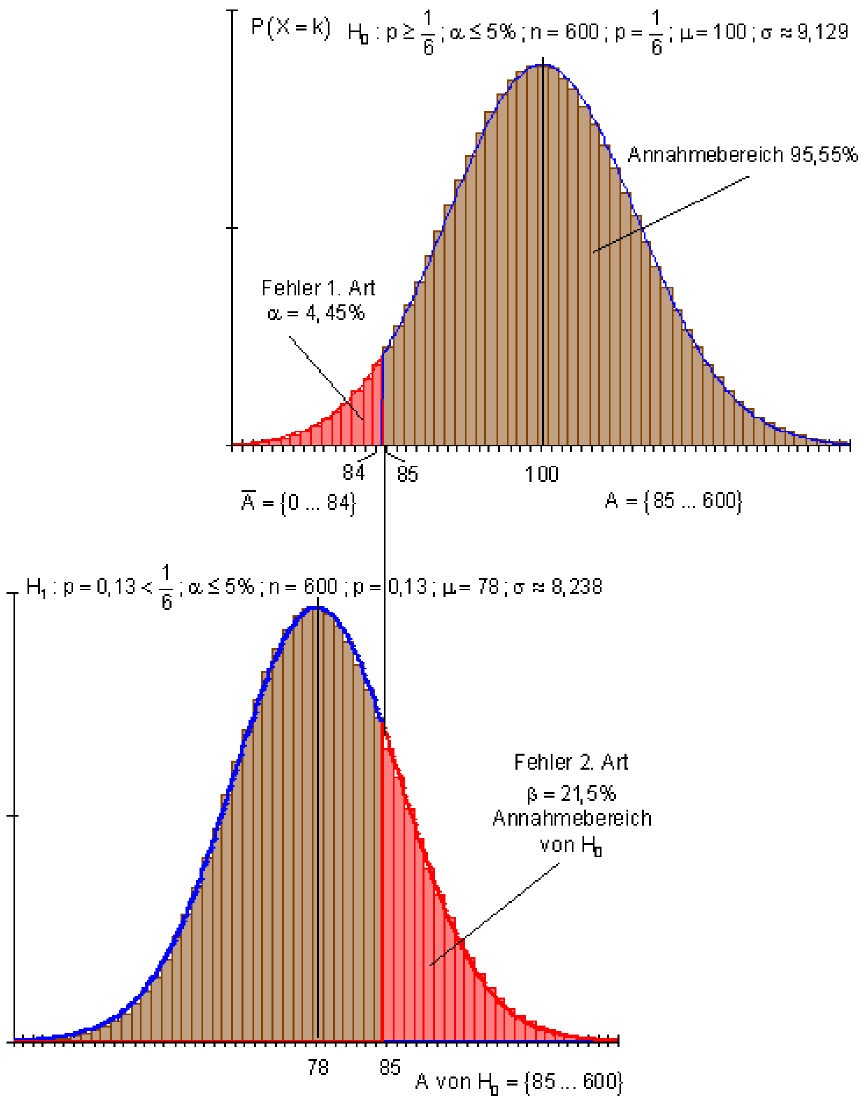
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي یا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کومیسار به په عقیده غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباه چې په دې پرېکړې سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونیداپیښه بنایي، 4,45% ده.کومیسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی ربښتیا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کومیسار به دا غلط شوی غورځوونی یا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پیژندل شي.

ګرافیکي انځورونه(په ګراف کې دننه له پورته کښته لور ته: نیون یا قبلونورشو، لومړی ډول ناټیکاوی، دویم ډول ناټیکاوی،د نیونې – یا قبلونې ورشو)

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سیګنیفیکانځنیو (اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برګ یو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چې د ستوبنایتیک څخه کم معلومات لري، د سپین ګل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي یا سیګنیفیکانځنیو ورته ډېره جګه بریښیحتمالوالي سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمانان احتمالوالي سره خپله پریکړه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شميرنه:

H_0 صفرهيپوتيز: $p \geq \frac{1}{6}$ سيګنيفيکانځنيو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600 ; p = \frac{1}{6} ; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دې صورت ونيسي، څکه چې يو مناسب شېږ د H_0 په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه 2,5% سيګنيفيکانځنيو يا اشتبا احتمالوالي سره لاندې انتروالونه تر څېرنې لاندې نيسو.

$\{ \; 2,5\% \; \}$ $\{ \; 95\% \; \}$ $\{ \; 2,5\% \; \}$

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره کيږي $\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$

د H_0 لپاره د قبلونې ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلونې ورش:{ 82 ... 600 }

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: { 0 ... 81 }

د ازمايلو د ردونې ورشو ده، داسې چې باورلري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P(0 \le X \le 81) \le \alpha = 2,5\%$

$\{0 \ldots 81\}\{82 \ldots 100 \ldots 118\}\{119 \ldots 600\}$

$P(0 \le X \le 81) = \frac{1}{2}\left[1 - P(82 \le X \le 118)\right]$

$P(82 \le X \le 118) \Rightarrow r = 18,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2,03 \Rightarrow P(82 \le X \le 118) \approx 0,958$

$\Rightarrow P(0 \le X \le 81) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,958] = 0,021$

د دویم ډول ناتیکاوی:

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600;\ p = 0,13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$

$\beta = P_{0,13}(82 \le X \le 600)$ شمیرو

داتا:

$n = 600;\ p = 0,13;\ \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$

د شمیرني لپاره سیومتریک انتروالونه راوړو

$\{0 \ldots 74\}\{75 \ldots 78 \ldots 81\}\quad \underbrace{\{82 \ldots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$

د H0 د منلو ورشو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{0,13}(82 \le X \le 600) = \frac{1}{2}\left[1 - P(75 \le X \le 81)\right]$$

$$P(75 \le X \le 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \le X \le 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,326\right] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيکاوی

$\beta \approx 33,7\%$

ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نخښه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردوني په ساحه کې پروت دی، کوميسار برګ په عقيده به د غلط شوی سترګی(سترګز مکعب) beschlagnahmenونيس يا سرکاري کړي(د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

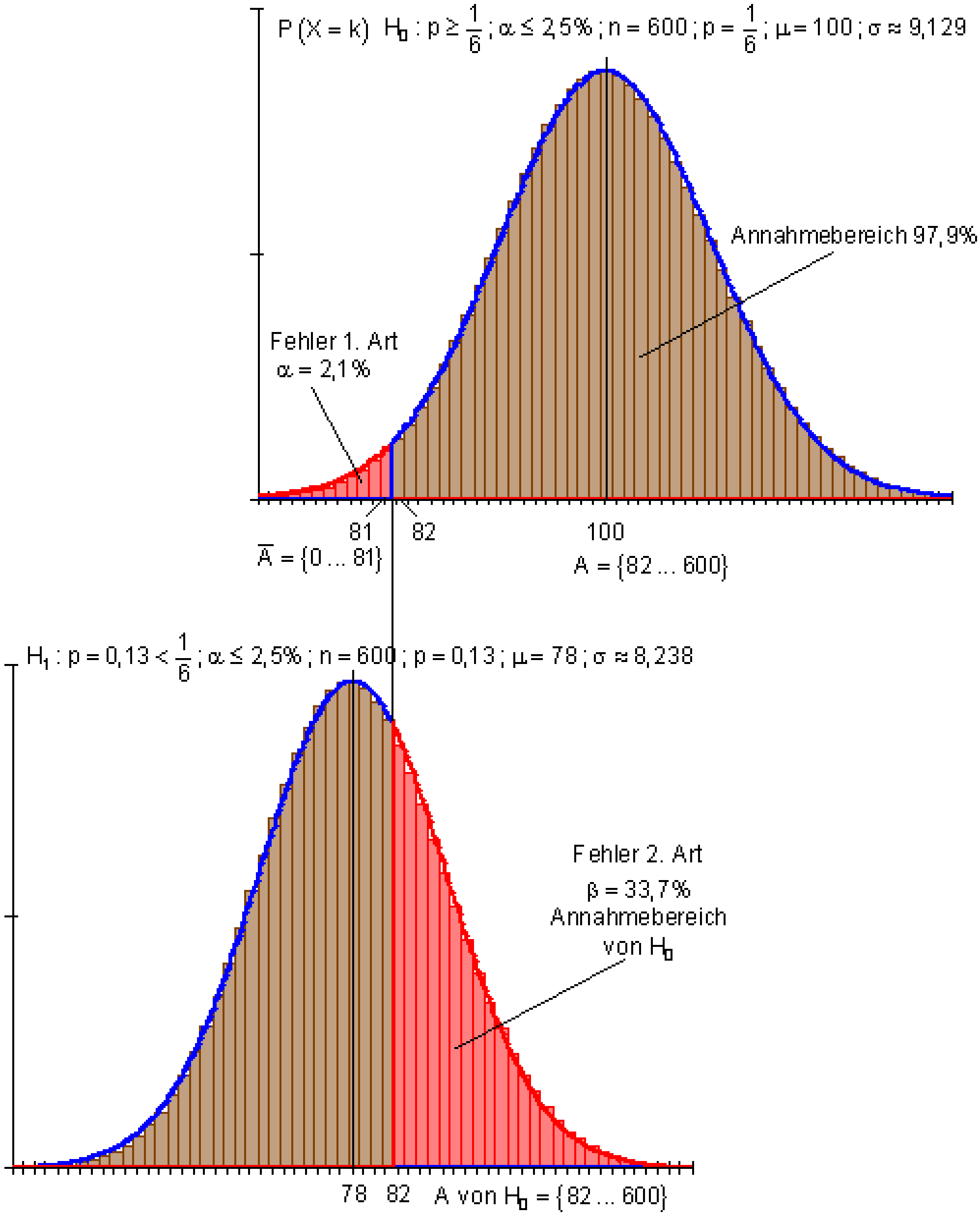
اشتباه چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترګی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځوونی يا سترګيز مکعب داپيښه ښايي، 2,1% ده.کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضأ دا غورځوونی ربښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نخښه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترګی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

ګرافيکي انځورونه: په ځيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضيه ورشو

پسې ځيره کې . دويمهډول ناتيکاوی، نيونورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نتیجه یا لاسته راوړنه:

خطر، چې د چټکې پریکړې له لارې، چې د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړي د برگ کم دی نسبت و سپینګل ته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اطمنان لپاره يې قيمت د دويم ډول ناتيکاوي ډېر لوی دی، دا پهدې معنا چې غلط سترکئ مکعبونه کم د غلطو په حيث پيژندل کيږي.

د چاپيريال احتمالوالي شميرنه:

د يو ښو بيلګو سره دې وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کيږي. په پام کې د نيول شوی وي، چې په **z** پورې اړوند ارزښت تل و انتظارارزښت **μ** ته سيمتريک پروت دی.

انتروال و انتظارارزښت ته سويمتريک پروت دی:

يو n -پورړيز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0,33$ سره ورکړ شوې وي.

په انتروال [150 ; 180]. کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \quad \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$\begin{matrix} n = 500 \\ p = 0,33 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3 \end{matrix}$$

$$P(150 \le X \le 180) = P(149,5 \le X \le 180,5)^{*)}$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$

$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

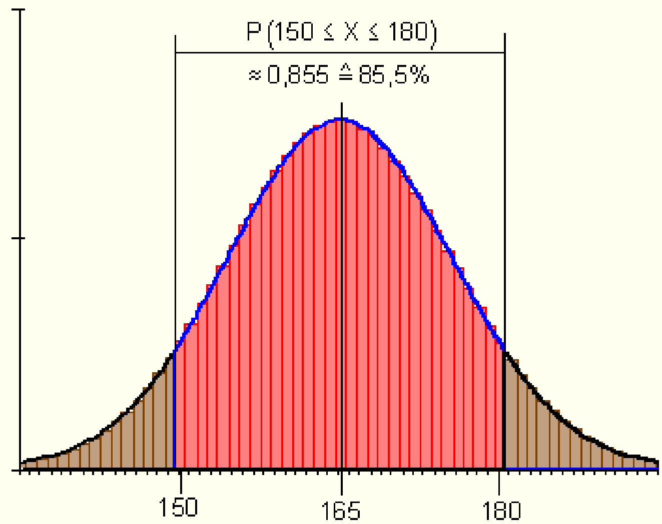
$$P(150 \le X \le 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \le X \le \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$z = 1,474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: $0,858$

$$\underline{\underline{P(150 \le X \le 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)}}$$

په انتروال [180 ; 150] کې د برياو د تعداد لپاره احتمالوالی نږدې 85,8% دی

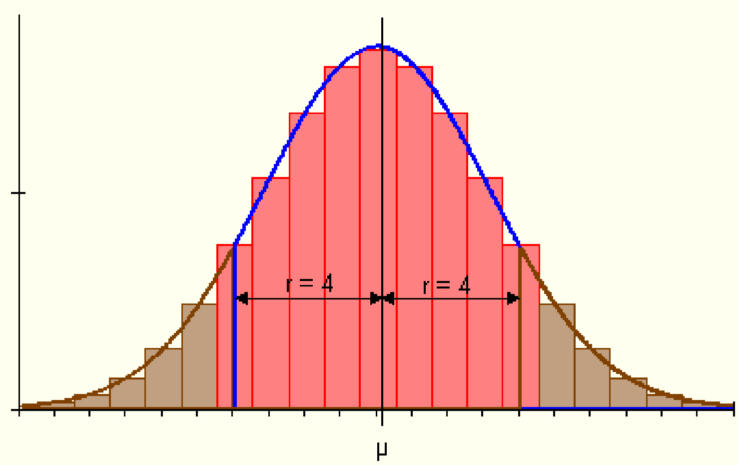
(c) ketabton.com: The Digital Library



ولې دې د ا نتروال پولې هره يوه په 0,5 لويه شي، که د نورمالوېشني د جدول ارزښت سره د انتروال احتمالوالی تاکل کيږي؟

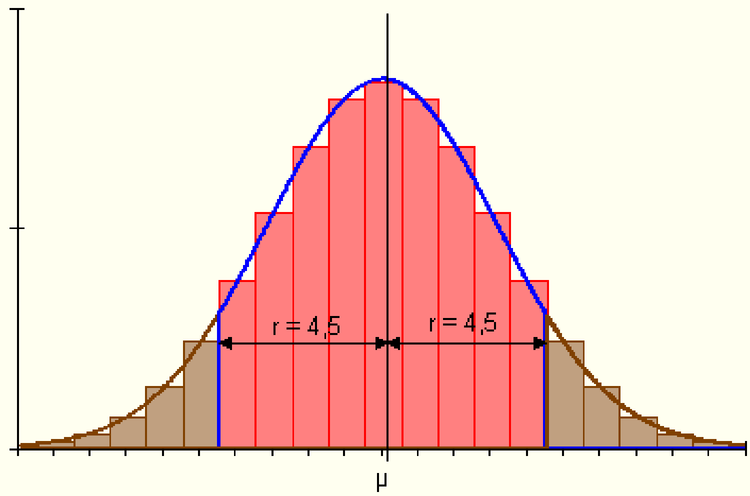
Bei $P(150 \le X \le 180) = P(149{,}5 \le X \le 180{,}5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k = 180$ د متې يا ستنې فقط نيمه سطحه په پام کې نيول کيږي. لاندې ګرافيک دې دا روښانه کړي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپېریال پوره نه شي رانیول کیدی.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېر دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلی چاپېریال پوره رانیول کیدی.

د انتظارارزښت %- چاپریال

د $n = 550$ او $p = 0{,}36$ لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپریال وټاکئ.

$$n = 550 \quad \Rightarrow \quad \mu = n \cdot p = 550 \cdot 0{,}36 = 198$$
$$p = 0{,}36 \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0{,}64} = \sqrt{126{,}72} \approx 11{,}257 > 3$$
$$P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) = 0{,}90$$

د $P=0{,}90$ لپاره د z-ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کیږي

$Z=1{,}64$ له دې لاس ته راځي، چې جاپیریالوړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1{,}64 \cdot \sqrt{126{,}72} \approx 18{,}46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18{,}46 = 179{,}54 \approx 180$$
$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18{,}46 = 216{,}46 \approx 216$$

انټرول باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتریک پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورږ تاکو: $P(180 \le X \le 216)$

دا باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال $\{180 \ldots 198 \ldots 216\}$ دا (90%)غوښتنې پوره کوي

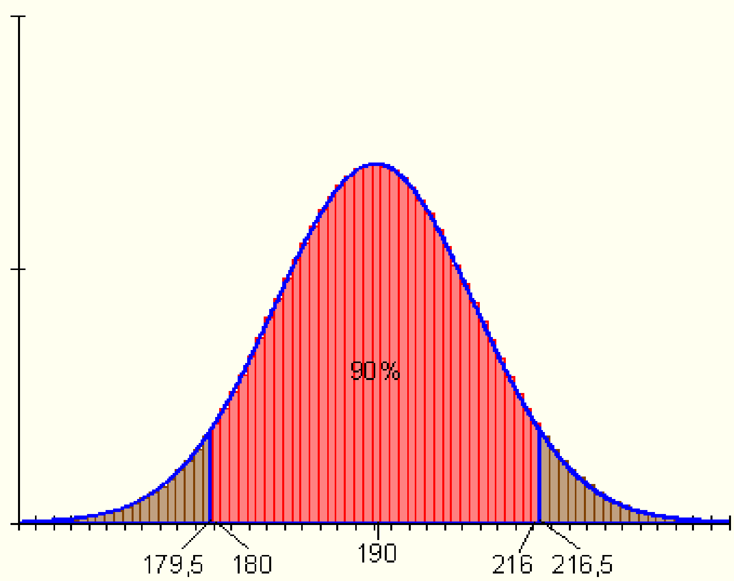
$$P(180 \le X \le 216) = P(179{,}5 \le X \le 216{,}5)$$
$$r = 18{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18{,}5}{11{,}257} \Rightarrow r \approx 1{,}64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}1{,}64$$
$$P(180 \le X \le 216) \approx 0{,}899$$

دا اړونده د z– ارزښت د p=0,90 لپاره له جدول څخه لوستل کیدی شي

له دې لاس ته را ځي دد چاپیالوړانګه

انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک پروت دی

په انتروال [216 ; 180] کې دبریاو د تعداد احتمالوالی 90% دی.



له چاپیریال دباندې انتروالونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

n -ځايز د برنولي تجربه ورکړ شوي ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپيريالونو دبانودې د نتيجو لپاره احتمالوالی غواړو پيدا کړو.

الف- $p = 0{,}56$ ا $n = 300$ وټاکی $P(X < 162)$

ب – $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکی $P(X > 80)$

و الف ته –

$$\begin{matrix} n = 300 \\ p = 0{,}56 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}56 = 168 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0{,}44} = \sqrt{73{,}92} \approx 8{,}598 > 3 \end{matrix}$$

د انتروال [161 ; 0] لپاره احتمالوالی غواړو وټاکو. د جدول څخه کيدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سيومتريک انتروال احتمالوالی ولوستل شي، دا ارزښت .... 162] 174 ... 168 لري. په دې پسې تړلی انتروال لاس ته راځي، کوم چې د سيومتريک دلايلو له امله برابره لويه لري لکه يې چې [161 ; 0] لري.

لاندې اينونه باور لري: ... 175 } { 174 ... 168 ... 162} { 161 ... 0 }] 300}]

$$P(X < 162) = P(X \le 161) = \frac{1}{2}\left[1 - P(161{,}5 \le X \le 174{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 168 - 161{,}5 = 6{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6{,}5}{\sqrt{73{,}92}} \approx 0{,}756 \Rightarrow r \approx 0{,}756 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}76$ wird

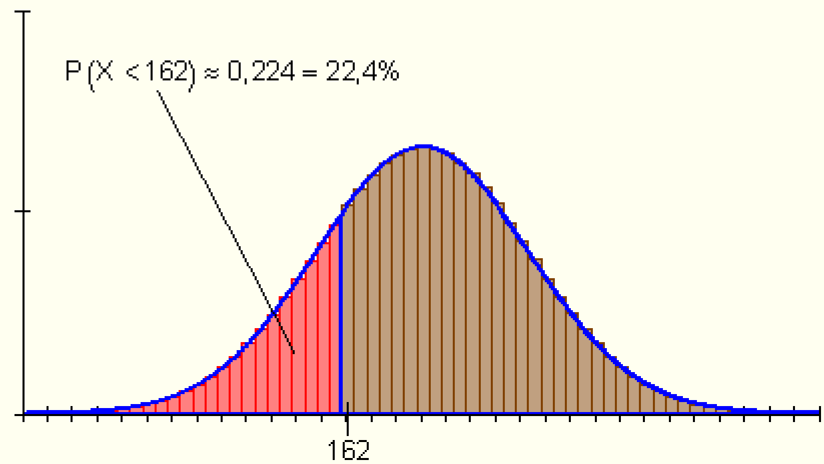
$$P(161{,}5 \le X \le 174{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}553] = \frac{1}{2} \cdot 0{,}447 = \underline{\underline{0{,}2235}}$$

له 162 څخه لږ برياو لپاره احتمالوالی 22,4% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



و ب ته-

$$n = 240 \qquad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7{,}303 > 3$$

$$[0;79][79{,}5;80{,}5][81;240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2}\left[1 - P(79{,}5 \le X \le 80{,}5)\right]$$

$$\text{Radius}: r = 80 - 79{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0{,}5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0{,}068 \Rightarrow r \approx 0{,}07 \cdot \sigma$$

mit $z \approx 0{,}07$ wird

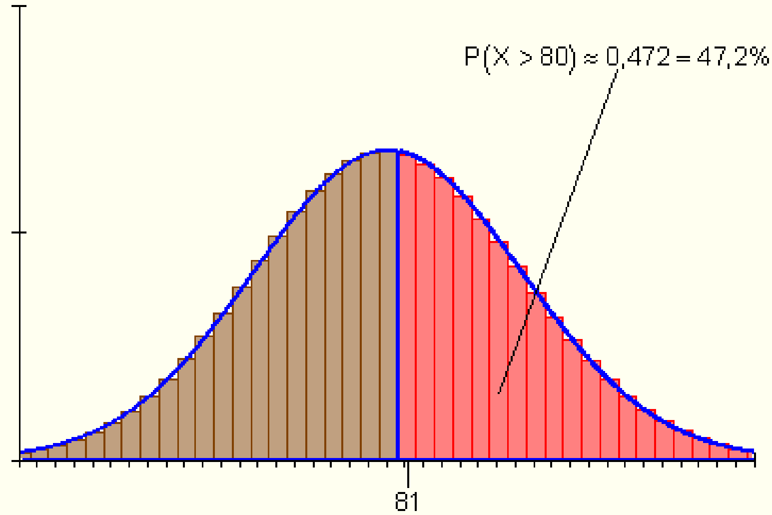
$$P(79{,}5 \le X \le 80{,}5) = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma) \approx 0{,}056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}056) = 0{,}5 \cdot 0{,}944 \approx \underline{\underline{0{,}472}}$$

له 80خخه ډېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Asymmetrische Umgebungen اسیومتریک چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انټروال احتمالوالی وټاکی.

$n = 180 \quad p = 0{,}55$ وټاکي $P(89 \le X \le 104)$

$$\left[\{89 \ldots 93\}\{94 \ldots 99 \ldots 104\}\{105 \ldots 109\}\right]$$

اینوونه $P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}\left[P(89 \le X \le 109) + P(94 \le X \le 104)\right]$

$$\begin{matrix} n = 180 \\ p = 0{,}55 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 180 \cdot 0{,}55 = 99 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0{,}45} = \sqrt{44{,}55} \approx 6{,}675 > 3 \end{matrix}$$

$$P(89 \le X \le 109) = P(88{,}5 \le X \le 109{,}5)$$

$$r = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10{,}5}{6{,}675} \approx 1{,}57 \Rightarrow r \approx 1{,}57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \le X \le 109) \approx 0{,}884$$

$$P(94 \le X \le 104) = P(93{,}5 \le X \le 104{,}5)$$

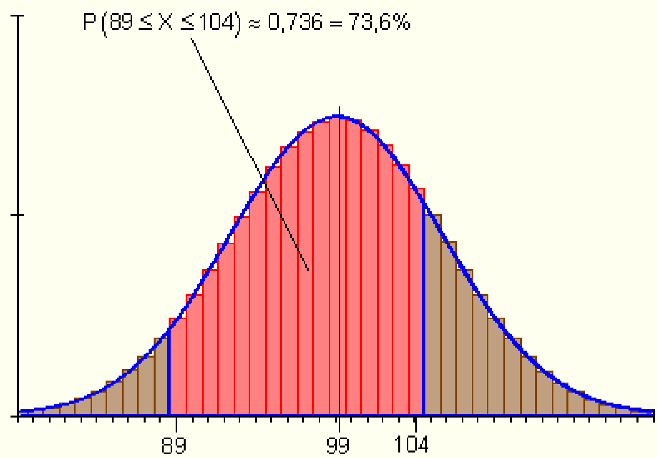
$$r = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5{,}5}{6{,}675} \approx 0{,}82 \Rightarrow r \approx 0{,}82 \cdot \sigma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(94 \le X \le 104) \approx 0{,}588$$

$$P(89 \le X \le 104) = \frac{1}{2}[0{,}884 + 0{,}588] = 0{,}736$$

په انتروال [89 ; 104] کې برياوې نږدې 73,6%. دي.



اووه لسم – هيپوتيزې ازمايښت ته بنسټونه

پيلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زيات وخت له هغې وروسته پوهيږي چې ايا پرېکړه يې تيک وه. نا اطمنان، چې پريکړه وکړي، تل يو د ناتيکاوي احتمالوالى لري. د هيوپوتيز ازمايښت تل موږ ته ديوه بديل يا الترناتيوي پرېکړې لپاره يوه لار ښايي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه تيک ګڼو. دا موږ صفر هيپوتيزH_0 بولو.

يوه الترناتيو پرېکړه الترناتيو هيوپوتيز بولو.

د هيپوتيزو ازمايښت تل يوه تلنلار ده يا کونه ده، چې سرى يې په زياتو پلونو يا قدمونو وېشلى شي:

- د صفرهيپوتيزH_0 او د الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز H_1فرمول بندي کونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د سګنیفیکیشن نیوو Signifikanzniveaus کره کونه.

- د صفر هیپوتیز د نیونې – او رده ونې ورشو.

- د توکلي ازماېنې روستنه.

- د ازماېښت پرېکړه کونه او د هغې انترپریتیشن یا تشریح:

که د راوستن ازماېښت یا توکلي از ماېښت د نیونې ورشو کې پروت وي، نو H_0 نیول کیږي، پرته له دې ردیږي.

د هیپوتیز د ټیک نیولو یا ځا په ځای کولو لپاره یو څو بیلګې شتون لري:

- څه چې ښول یا ثبوتول غواړم، په الترناتیو هیپوتیز پورې اړه لري

- دا د مساوي یا برابر نخښه تل په صفرهیوپوتیز پورې اړه لري

- د صفر هیوپوتیز په لیکنه یا ځای په ځای کونه کېسرې له دې مخ ته ځي، چې،، تول زاړه په زاړه پاتیږي، هیڅ تغر نه دی خوړلی،،

د صفرهیوپوتیز نیونه مو تل د الترناتیو هیوپوتیز رده ونې ته لارښودوي، مګر د ې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیوپوتیز دې ټیک وي.

د صفر هیوپوتیز رده ونه مو د الترناتیو هیوپتیز نیونې ته بیایي یا لارښودوي.

بیلګه ۱ : په اخرنیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتریا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې ګومان کیږي چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوې ده. د کافتریا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مړئ ښه کولو ته باید ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوومکو څخه پوښته کوي.

الف- که د مړئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
ب – د مفتریا ټیم د راوستنپوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیږي او په دویمه پوشته ې ۱۰۰ زده کوونکې بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمنان سره د پوښتنتنیجې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکې د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنګه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیوپوتیزې ازماېښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

داپه دې معنا : د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړئ سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیوپوتیز کره دي.

$H_0 : p \le 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$ او $H_0 : p \le 0,1 \text{ und } H_1 : p > 0,1$

الف- -هیوپوتیز ازمایل کیږي. دا نیول کیږي یا همداسې ساتل کیږي، که د زده کوونکو تعداد یا ګڼون په نیونورشو(نیول شوي ورشو)او دا وساتل شي، که د زده کوونکو تعداد په ردیدونکې ورشو کې پروت وي.

$$H_0 : p \le 0,1 \quad \begin{array}{ll} \text{Annahmebereich} & A : \{0,1,....,10\} \\ \text{Ablehnungsbereich} & \overline{A} : \{11,12,....,100\} \end{array}$$

په لومړي ازماېښت کې 12 د زده کوونکو د مړئ سره خوښي ښایي،

په لومړي ازماېښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړئ سره خوښ نه دي.

د H_0- هیوپوتیز له دې سره رد شوه، مګر دا کیدی شي د نمونه ازماېښت د توکلیوالي سره ممکن ناټیک وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیټولوالي کې(د مسلکي ښوونځي دټول زده کوونکو ډېرئ یا سټ) په ریښتونې یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0–هیوپوتیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناټیکاوی یا اغلطي ، چې د ازماېښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کیږي، د رده شوو-احتمالوالي څخه شمیرل کیږي.

$$P(X \ge 11) = 1 - P(X \le 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad \text{(siehe Tabelle 1).}$$

داپه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

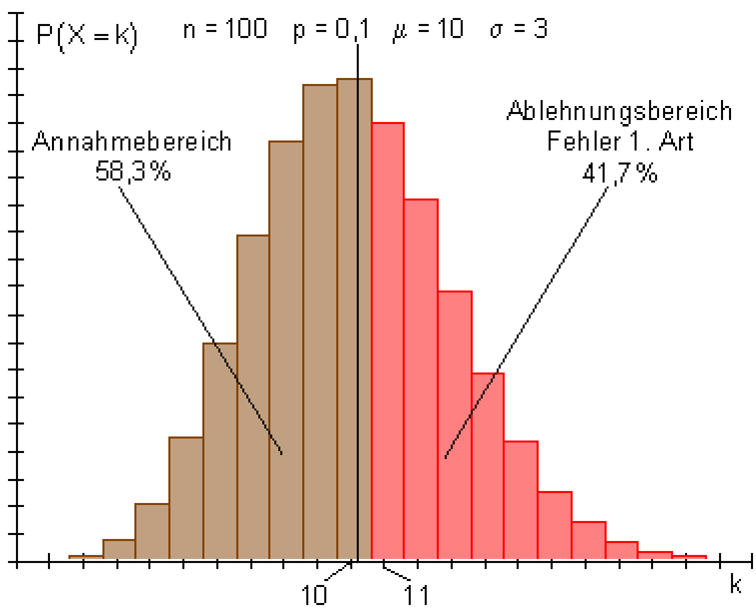
(c) ketabton.com: The Digital Library

نو سړی باید ووايي: ،، د نيوني له مخې، چې په ريښتونې د ټول زده کوونکو10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د يوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره يوې داسې نتيجې ته رسيږي او له دې سره د صفر هيوپوتيز يوې ناټيکې رده وني ته،،.

يو وېشنتابع يا پاشل – يا خورونتابع دې دا روښانه يا واضح کړي:

ښی: د رده وني ورشو ، کيڼ: د منلو يا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټيکاوی



ب – د دويم ازمايښت سره يو د 5% ناټيکاوي باندې قانع کيږي(د 95% تظمين).

له دې سره د نيونې- يا قبلونې- او رده وني ورشو تغير خوري.

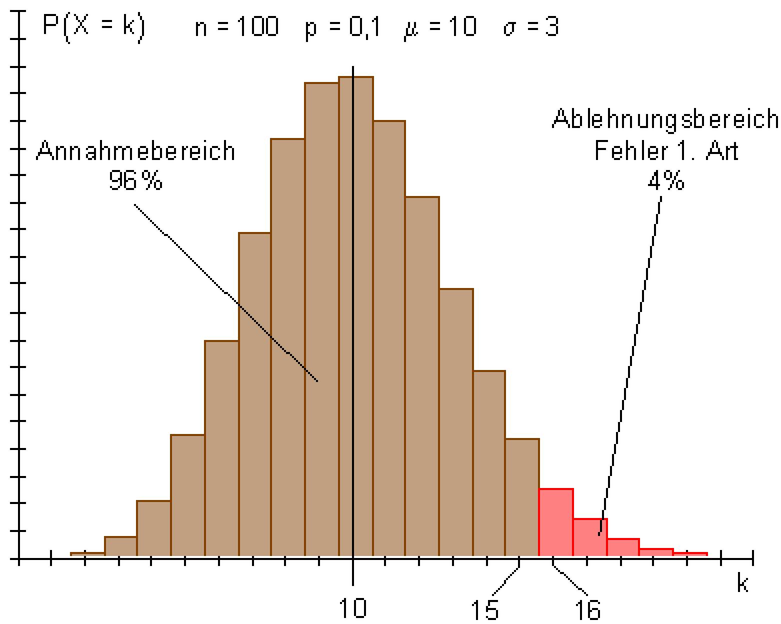
د منلو قبلولو ورشو لويوالي سره، د رده ولو يا نه قبلولو ورشو يا ساحه لوييږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کوونکو سره په نوي قبلوني ورشو کې راځي، د صفر هيوپوتيز نيول – يا قبلول کيږي. د کفيتريا ټيم دليل نه ويني، چې غزا يا مړئ ښه‌کړي. ټيک هلته که ۱۵ زده کوونکي د غزا يا مړئ سره ناخوښ وی، کيدی شوی، چې صفر هيوپوتيز رد يا ناقبوله شي، الترناتيو يا بديلي هيوپوتيز قبوله شي يا ومنل شي او غزا ښه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو د وېشنې تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بڼې: د رده ونې ورشو ، کېڼ: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناټیکاوی



په یوه ازماېښت کې چې څه ناټیکاوي ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کیږي. دا د قانون یا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کیږي. له دې سره 1% او 5% عادي یا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0-هیوپوتیز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوال ی دی.

اشتباهي رده ونې ته سړی سیګنیکانس نیوSignifikanzniveau (انګریزي: significanceniveau)هم وایي.

جدول ۱: کومولیر شوی د بینوم وېشنه د n=100 او p=0,1 لپاره.

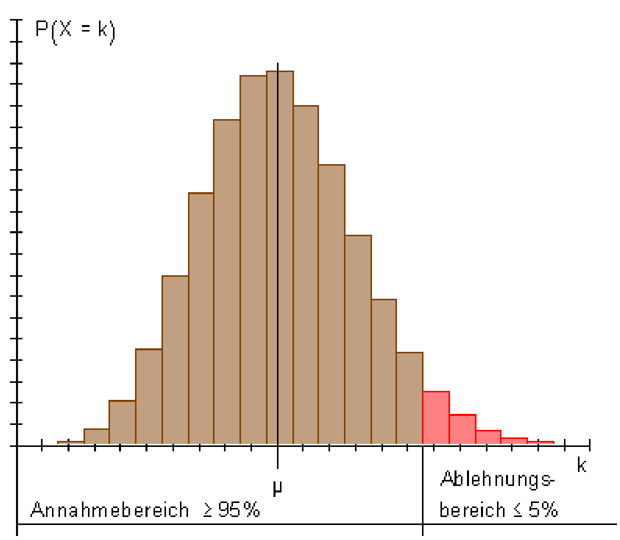
(c) ketabton.com: The Digital Library

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

یو ازماېښت، د کوم سره چې د رده وني ورشوپورته لور ته، یعني د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، *ښي لوریز هیپوتیز ازماېښت* بلل کیږي. دېرواره دا تلنلار هلته کارول کیږي، چې بدیل هیپوتیز $H_1 : p > a$ وي، او $H_0 : p \leq a$ ازمایل کیږي. دا چې د بینومیالوېشنه یوه دیسکرېټ وېشنه انځوروي زیات وخت نه توانیږو، د رده ولو ساحه داسې وټاکلی شو، چې اشباه احتمالوالی تیک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په ګوته کوي. دا باید نه د غوښتوني ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

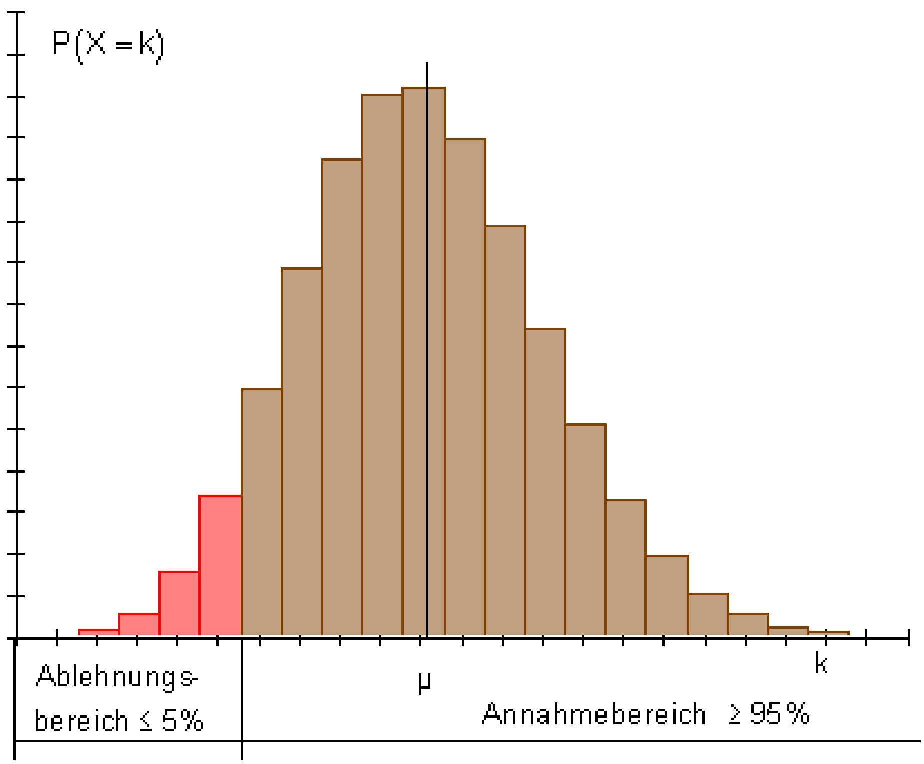
ښی لوریز هیوپوتیز - ازماېښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه ازماېښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعنې د انتظارارزښت مینې لور ته پرته وي، کیڼ هیوپوتیز ازماېښت بلل کیږي. زیات واره دا تلنلارهلته استعمالیږي، چې بدیل هیوپوتیز H_1: p < a وي، او H_1 : p ≥ a ازماېل کیږي.

کیڼ اړخیز هیوپوتیز- ازماېښت



د هیوپتیزو په ازماېښت کې ناتیکاوی:

پرېکړه، چې د ازماېښت په نتیجه کې (ازماېښت، ټولپوښتنې،...) کیدی شي ناتیک وي.

ازماېښت کونکې هیوپوتیزېH_0 (زیات له زیاته 10% زده کوونکي د غزا یا مړئ سره ناخوښ دي) کیدی شي رښتیا یا نارښتیا (ناتیک) وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سړی د ناټیکاوي(غلطئ) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناټیکاوی(غلطي): د صفر هیوپوتیزې غورځول کیږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی:

د صفر هیوپوتیزې قبلیږي، سره له دې چې دا ناټیک ده.

د دویم ډول ناټیکاوی کیدی شي فقط وشمیرل شي، که سړی د بدیلي یا الترناتیو هیوپوتیزې لپاره یوبل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه(بدیلي یا الترناتیو تست(ازماېښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال(د دویم لاس یازاړه) د کوچنیانو بوټان خرڅوي.
نږدې 60% بوټان بې له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی(ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښایي، چې دی استعمال بوټان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناټیک- یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمایي.
د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوټان د خرڅوونکي له زخیرې څخه راباسي،

لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوټانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې ګڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفرهیوپوتیزH_0 : $p \geq 0,8$ او بدیلي هیوپوتیز$H1$: $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوټانو یوه ازماېښت سره سړی د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یاسمو جوړو بوټانو انتظار باسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوټان ټیک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت یا غوښتنه په ګوته کوي، نو بیا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوټان ټیک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۶ بوټانو لږ ټیک وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت لرو؟

$P(X \leq 15) = 0,370$ (Siehe Tabelle 3).

د یوه %37 احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په یوه ازمایښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوټان جوړ وي، سره له دې چې د بوټانو %80 روغ یا جوړ دي. سړی کړی شي د %37یوه احتمالوالي څخه اشباهآ صفرهیوپوتیزې رد کړي.

دویم حالت:

نیسو، چې د بوټراوړونکي بوټان %60 ټیک او جوړ روغ دي. د دې نیونې یا فرضیې سره لاندې هیوپوتیز ترتیبوي:

صفرهیوپوتیزې H_0 : $p \leq 0,6$ او الترنایو یا بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,6$

د $n = 20$ جوړه بوټانو ازمایښت سره سړی انتظار باسي، چې

$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زیات روغ جوړ بوټان ومیندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وینا وې دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کیدی شي چې له ۱۲ جوړو زیات بوټان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهیوپوتیز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زیات بوټان ټیک روغ جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X>12)=P(X\le 20)-P(X\le 12)=1-0{,}584=0{,}416 \quad \text{(siehe Tabelle 2)}$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماېښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتړان روغرمټ دي، سره له دې چې فقط 60% بوتړان روغرمټ دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهاً صفرهیوپوتیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی(لومړی حالت 37% ، دویم حالت41,6%).

د مخه له دې چې ازماېښت وشي، موخه ور(هدفمند) دئ،چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتړان سړی د روغرمټ په حیث غوره کوي $p = 0{,}8$ یا $p = 0{,}6$. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناتیکې پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمټ وي، نو $p = 0{,}8$د ټیک په توګه کتل کیږي، پرته له ې دې $p = 0{,}6$ باور ولري.

د هیوپوتیز ازماېښت داسې دی : $H_0 : p \ge 0{,}8$ او $H_1 : p < 0{,}8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راکوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $A = \{15 \dots 20\}$ ، د ره ولو یا نه قبلولو ورشو: $\overline{A} = \{0 \dots 14\}$

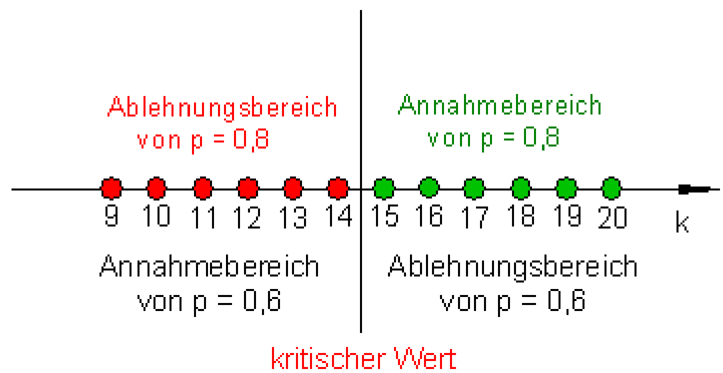
که H_0 باید رد شي، نو$H_1 : 0{,}6 = 0{,}8 > p$ دې باور ولري.

د الماني ېښتو له کینکښته څخه ښي لورته:د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}8$ رده ونې ورشو، د $p=0{,}6$د منلو یا قبلولو ورشو، د $p=0{,}6$ د منلو روشو.

په څیره کې پورته له ښي کیڼ لور ته او بیا له پروتولاړ سیستم کښته له ښي کیڼ لور ته:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منلو ورشو	د نه منلو ورشو
له...	له...
د نه منلو یا نه قبلولو ورشو	د رده ولو یا نه قبلولو ورشو
له...	له .....



کریتیکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتیکاوې امکانات:

١ - $p = 0{,}8$ ټیک دی، دا پهدې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښترنې دښه خرنګوالي یا کایټي بوټان راوړي. توکلي کیدی شي مخ ته راشي، چې له ١٥ جوړه بوټانو څخه لږ یا کم په ریښتوني روغرمټ وي. نو سړی به بیا په راوړنکي باور ونه لري. د د اسې یوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$P_{80}(X \le 14) = 0{,}196$ (siehe Tabelle 3).

دا په دې معنا، چې که څوک داسې یوه تکلي تجربه د ٢٠ جوړه بوټانو سره زیات ځله وکړي، نو کیدی شي چې سړی په 19,6% حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي خرنګوالي یا کوالیټي په ضد وي(په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتیکاوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیوپوتیز، (د نوي راوړونکي بوټان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړی –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوټ راوړونکي هم ښه بوټان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر توکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوټان روغرمټ دي. د لته به سړی د نوي بوټراوړنکي بوټان په ناټیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{60}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126 \quad \text{(siehe Tabelle 2).}$$

داپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوټانو سره داسې یوه توکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې دبوټانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتونې دی.

د ویم ډول ناټیکاوی:

په ټول 12,6% حالتونو کې به ناټیک هیوپوتیز، (د نوي بوټ راوړونکي بوټان ډېرښه دي) له منځه لرې نه شي.

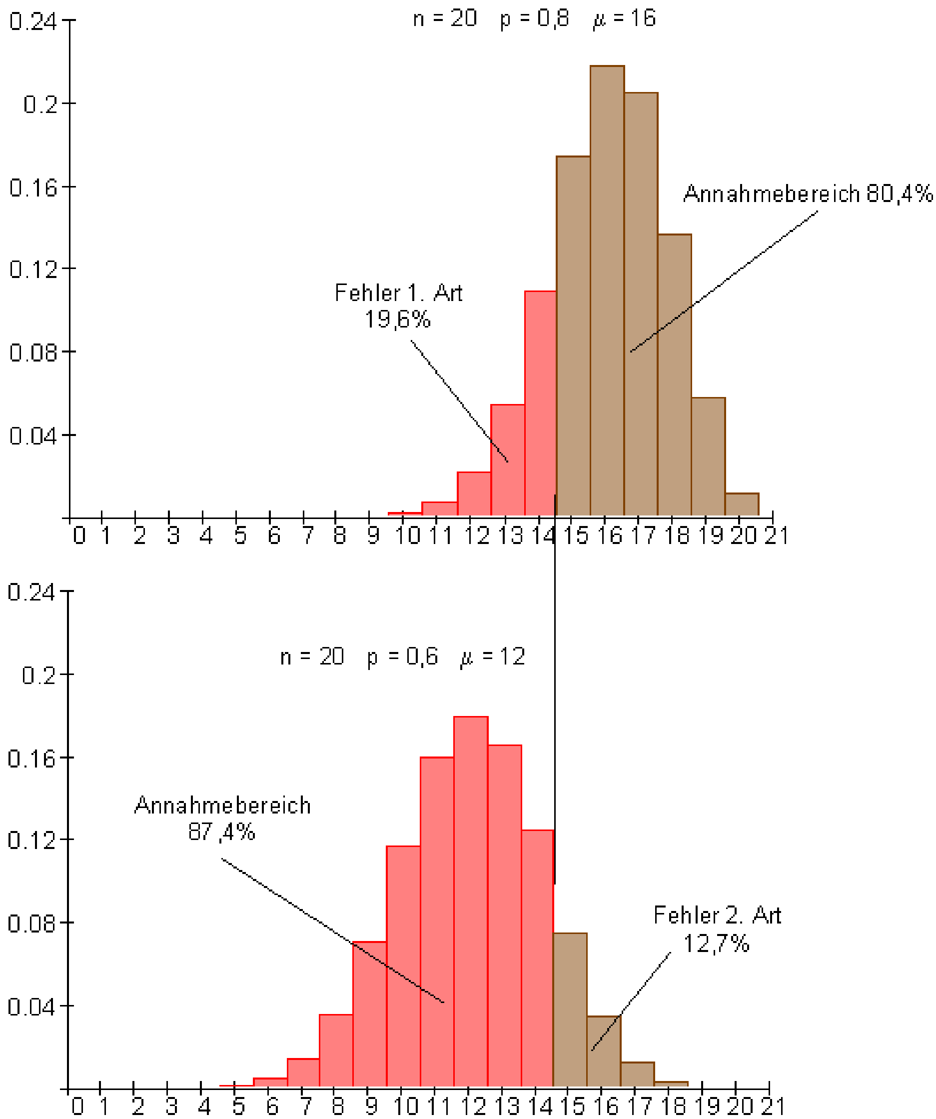
دلومړي حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نخښه کوو $(\alpha = 0,196)$

ددویم حالت د ناټیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د ß په نخښه کوو

$(\beta = 0,126)$

د دې لپاره چې د دویم ډول ناټیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې ورشو ترڅیرنې لاندې نیسي د فرضیې یا نیونې لاندې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري. د دویم ډول ناټیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماېښت نتیجه د صفر هیوپوتیز د قبلیدنې په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلي هیوپوتیز باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کیږي.

که یو د اشباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلوني او رده وني ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0,1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{0,8}(X \le k) \le 0,1 \Rightarrow k = 13$ له دریم جدول څخه ولولئ، څکه چې

$$P_{0,8}(X \le 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د یوه لومړئ ډول ناټیکاوي لپاره احتمالوالی دی

د قبلوني ورشو: $A = \{14,15,\ldots,20\}$ د رده وني ورشو: $\overline{A} = \{0,1,\ldots,13\}$

$$P_{0,6}(X \ge 14) = P_{0,6}(X \le 20) - P_{0,6}(X \le 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د یوه دویم ډول ناټیکاوي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول ناټیکاوي لپاره احتمالوالی له نیمایي څخه زیات باندې راکم شي، د دویم ډول اشتباه دوه برابره کیږي.

له دې مخ ته ځیره لاندې راغلي:

که هیوپوتیز p = 0,8 رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه تست په بنسټ په ناټیک ډول رد شي، 8,7% دی.

څکه چې په 8,7% ټولو حالتونو کې ازماینښت نتیجه په p = 0,8.

د رده وني ورشو کبېرته ده.

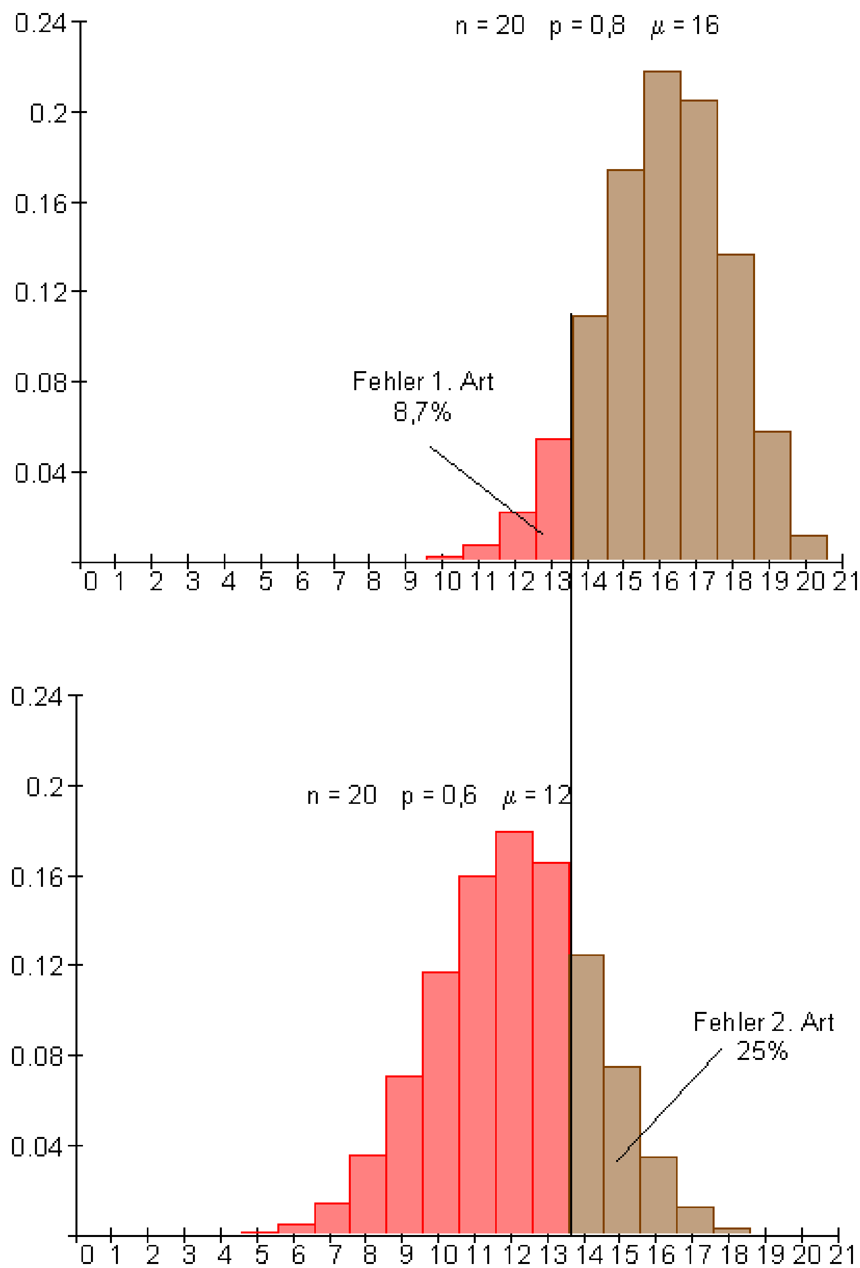
که هیوپوتیز p = 0,8 رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه ازماینښتپه نتجه کې په ناټیک ډول رد شي، 8,7% ده.

څکه چې د ټول حالتونو په 8,7% کې د ازماینښت نتیجه د p = 0,8 رده وني ورشو کې پرت ده.

که هیوپوتیز رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی،چې د تست په نتیجه کې په غلطه توګه ردیږي 25% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځکه چې په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه(ازماېښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونې ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,6 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د n=20 او p=0,8 لپاره

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \le k)$	k	$P(X \le k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه څنګه کله ازمایل کیږي؟

د صفرهیوپوتیز(H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز(H_1) ځاي په ځای کول.

صفرهیوپوتیز د علاًقې (ځای) په واک کې ده.

د ګټې یا علاقې I ډله ثبوتوي	$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \le p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$
د ګټې II ډله ثبوتنوي	$p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \ge p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کیږي.

د علاقې یا ګټو مختلفې ډلې یا ګروپونه مختلفې صفرهیوپوتیز ځاي په ځای کوي. د دې پایله دا ده، چې د مختلفو ګټو ګروپونو لپاره د منلو یا قبلولو – او رده ولو ورشو ګانې مختلفې دي. د سرته رسیدلي د ازماېښت نتیجې هم د اړوند ځای په ځای شوې هیوپوتیز په واک کې دي.

کیڼ اړخیز تست که وي	$H_0 : p \geq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p < p_0$
ښی اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p \leq p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p > p_0$
دواړه اړخیز ازماېښت که وي	$H_0 : p = p_0$ بدیلي ازمایو $H_1 : p \neq p_0$

په اساي توګه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو ګروپونه مخامخې یو د بل معکوس (konträre) صفرهیوپوتیز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هیوپوتیز ازماېښت ۱

دیوه نورمال ویشل شوي توکلي اووښتونې(متحولې) یا واریابلې د سیګما چاپیریال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون یوه زیریال په اخر کال کې منځني لید کووت(چې څومره کسان فلویزین ګوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت ګومان کوي، چې د زیریال ګرانښت یا محبوبیت د کال په اخره کې څلورمه یا ربعه کې حتی زیات شوی دی. نور زیریاله باید ورسره وا خستل شي، که د خپروني ګرانښت پهریښتونې زیات شوی وي. د دې لپار باید ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتیجو په هکله هم شعوري دی او د یوې 95% خال خال پوښتنو نتیجې سره خوښي ښایي.

د منني یا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېشنتابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم: په يوهکوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري . د رحمان بابا ښوونځی هځي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتني له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جګ شوی دی.

د منلو – او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکی، همداسې د لومړي ډول ريښتيني اشتباه.
وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ. د سيګنيبيکيشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دريم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴ (۶) ټولګي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت ګومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بې تغيره پاتې شوې ده. دا نيونه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازماېل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنګه دی؟

د لومړي ډول ناټيکاوی تشريح او وشميرئ.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

ب- د دويم ډول اشتباه تشريح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دبريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

څلورم: د يوه بختلوبو ااومات ماشين جوړونکی ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي ګټې کمبينيشن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی $p = 0,3$ دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمايل شي.

الف- ديوه سيګنيفيکانځ نيوويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دپرېکړې قوانين ورکړئ او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښنه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: د قبلوني ورشو دې د انتظار ورشو ته سیمتریک پرته وي.

ب – د دویم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشمیرئ، که د ګټې کمبینین احتمالوالی فقط p = 0,2 وي.

وېشن تابع په شډله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نخښه کړئ.

حلونه:

هیوپوتیز ۱

مفصل حلونه.

لومړی:
د پوښتني شنه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځای کونه.
سړی غولږي و ازمایي، چې ایا د خپروني ګرتنښت زیات شوی دی، ایا دا ګومان $p >$ 0,1 ټیک دی. د هیوپوتیز د راوني یا ځای په ځای کونې سړی په لاندې توګه مخ ته ځي:
دا څه چې باید وښوول شي، بدیلي هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس یا په ښت صفرهیوپوتیز.
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,1$ ، بدیل هیوپوتیز $H_1 : p > 0,1$.
د صفرهیوپوتیز د رده ونې سره د بدیل هیوپوتیز نیول کیږي یا قبلیږي.
H_0 دې د ټول پوښتني له لارې و ازماېل شي.
د 95% اطمنان په دې معنا دی، چې دیوه 5% احتمالوالي سره د صفرهیوپوتیز قبلونه یو ناټیک پرېکړه ده، سیګنیکانښ نیو یا –کچه 5% .
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره یو قبلوني او یو د رده وني ورشو کره کیږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو یو ښي اړخیز ازماېښت دی.
صفرهیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,1$ سیګنیفیکانښ نیو(کچه) $\alpha \leq 5\%$
داتا:

$$n = 200;\ p = 0,1;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0,9} = \sqrt{18} \approx 4,243 > 3$$

ډ 5% په یوه سګنیفیکانښنیو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:

{ 5% }{ 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma = 20 + 1{,}64 \cdot \sqrt{18} \approx 26{,}95$ کيږي، چې په 27 راګرديږي.

د H_0 لپاره د قبلوني يا منني پورته ورشو

باور لري:	د H_0 د قبليدني ورشو $A = \{0 \ldots 27\}$ د H_0 د ردېدني ورشو $\overline{A} = \{28 \ldots 200\}$

د ردوني ورشو داسې د ازمايلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 12\}\{13 \ldots 20 \ldots 27\}\{28 \ldots 200\}$$

$$P(28 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(13 \le X \le 27)\right]$$

$$P(13 \le X \le 27) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{18}} \approx 1{,}77 \Rightarrow P(13 \le X \le 27) \approx 0{,}923$$

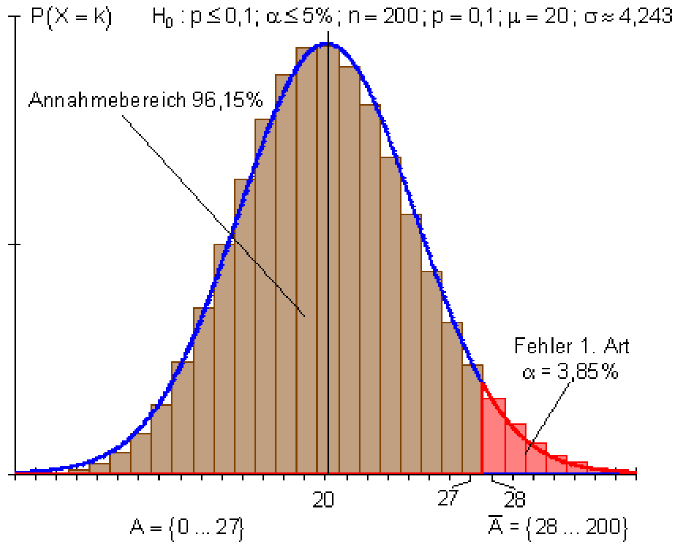
$$\Rightarrow P(28 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}923] = 0{,}0385$$

ارزونه:

که په ټول پ،ښتنو کې راووځي، چې له ۲۷ کسانو زيات خپرونه ګوري، نو دا د H_0 د رده وني په ورشو کې پروت دی. صفرهيوپوتيز به ردشي. بديل هيوپوتيز H_1: $p > 0{,}1$ به ومنل شي يا قبوله شي. نوي زيريالونه به واخستل شي.
ناتيکاوی، کوم چې په دې پرېکړه کې کيدی شي $3{,}85\%$ دی. دا په دې معنا چې ، د $3{,}85\%$ يوه حتمالوالي سره به هيوپتيز H_0په ناحقه رد شي. د تانيکاوي احتمالوالي $(3{,}85\%)$ د اشتبا احتمالوالی بلل کبږي. د اشتباه احتمالوالي لپاره سړی سګنيفيکانځ نيو يا کچه هم وايي.
که په ټول پوښتنه کې را ووځي، چې زيات له زياته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاوړي، نو بيا به هيوپوتيز H_0ونيول- يا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. د ې پسې به بل سريال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هيوپوتيز د ردهولو ورشو د احتمالوالی وېشني په ښئ ورشو کې پرته ده، نو دا هيپتيز تست ښي اړخيز تست بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: مفصل حل يا ځواب:

د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه.

سړی غواړي وازمايي، چې ايا د ښوونځي ګرانښت زيات شوی دی، اياګومان $p > 0,37$ رښتيا کيږي.

د هيوپوتيز د راوړنې لپاره داسې مخ ته ځو:

دا څه چې ښوول کيږي، بديل هيوپوتيز جوړوي، د دې معکوس د صفر هيوپوتيزدی.

صفرهيوپوتيز $H_0 : p \leq 0,37$ بديل – يا الترناتيو هيوپوتيز H_1: $p > 0,37$.

د صفرهيوپوتيز د رده ونې سره بديل هيوپوتيز قبليږي.

H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمايل شي.

د سګنيفيکانڅ نيو دې زيا له زياته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره يوه د منلو – يا قبلولو ورشو او يوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – يا برعکس خبرې کوي، نو دا يو ښې اړخيز تست(ازماېښت) دی.

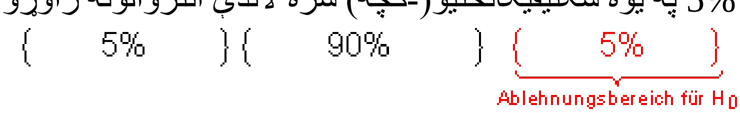
صفرهيوپوتيز $H_0 : p \leq 0,37$، سيګنيفيکانڅ نيو(-کچه) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200;\ p = 0,37;\ \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په يوه سګنيفيکانڅنيو(-کچه) سره لاندې انتروالونه راوړو:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0 د رده وني ورشو

له دي سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 74 + 1,64 \cdot \sqrt{46,62} \approx 85,2$ شي، راګرد يا راټول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmebereich von H_0	$A = \{0 \ldots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\overline{A} = \{86 \ldots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمايلو ده، داسي چي باور ولري:

$$P(86 \le X \le 200) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 62\}\{63 \ldots 74 \ldots 85\}\{86 \ldots 200\}$$

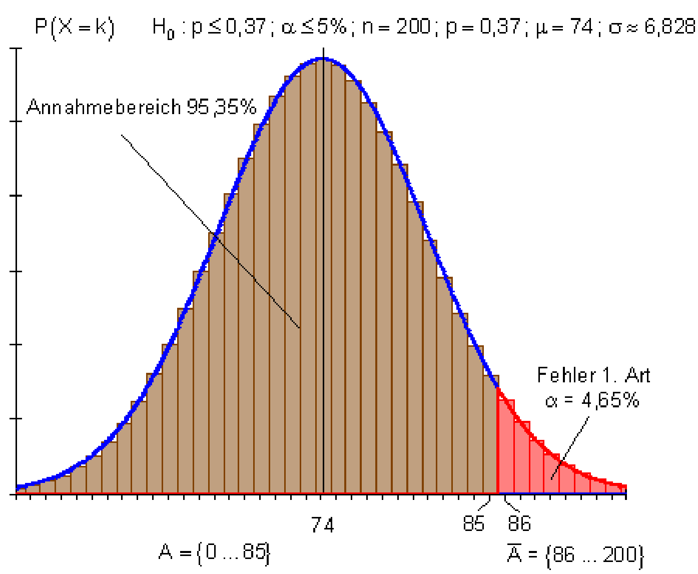
$$P(86 \le X \le 200) = \frac{1}{2}\left[1 - P(63 \le X \le 85)\right]$$

$$P(63 \le X \le 85) \Rightarrow r = 11,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{46,62}} \approx 1,68 \Rightarrow P(63 \le X \le 85) \approx 0,907$$

$$\Rightarrow P(86 \le X \le 200) \approx \frac{1}{2}[1 - 0,907] = 0,0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولوو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلرونو زياتيز يا مثبت عقيدې په برکې لري يا نيسي.

د H_0 رده وني روشو له 86 تر 200 پورې د ميندو-پلرونو مثبت نظر په بر کې نيسي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې دمیندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 د رده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفرهیوپوتیز به رد شوې وی. بدیل هیوپوتیز H_1: $p > 0,37$ به قبول شوی وی.
بربښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناټیکاوی(غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوې وی 4,65% به وی. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0هیوپوتیز په ناحقه رد شوې وي.

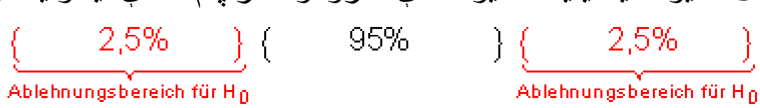
که په ټولپوښتنه کې راوتلي وی، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وی، نو هیوپوتیز H_0 به قبوله شوې وی.
په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی.
دریم: مفصل ځواب یا حل:
الف- د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه.
باید و ارزمایل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدلیږي، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلی انحراف ګومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کیږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیوپوتیز ازماېښت دی.
هیوپوتیزونه دي:
صفرهیوپوتیز: H_0 : $p = 0,75$ ، بدیلي هیوپوتیز H_1: $p \neq 0,75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنفیکانځنیو له لارې ټاکل شوې، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کیږي یا خوریږي.

صفرهیوپوتیز H_0 : $p \le 0,75$، سیګنیفیکانځ نیو(-کچه) $\alpha \le 5\%$
داتا:

$$n = 120;\ p = 0,75;\ \mu = n\cdot p = 120\cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{90\cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیوپوتیز ازماېښت مخ ته بیول کیږي، ځکه چې د بریاو یو کم تعداد یا ګڼون او جګ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.
د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انتروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیرو:



د H_0 لپاره د رده وني ورشو　　　د H_0 لپاره د رده مني وشو

له دې سره $\mu - 1,96\cdot\sigma = 90 - 1,96\cdot 4,743 \approx 80,7$ کیږي.
د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

(c) ketabton.com: The Digital Library

او $\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

باور لري	دH0 نیولو یا منلو ورشو (سیومتریک) د H0 د ردهولو یا نه منلو ورشو	$A = \{81...90...99\}$ (symmetris $\overline{A} = \{0...80\} \quad \{100...120\}$

د رده وني ورشو ازمایل کیږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \le \alpha = 5\%$$

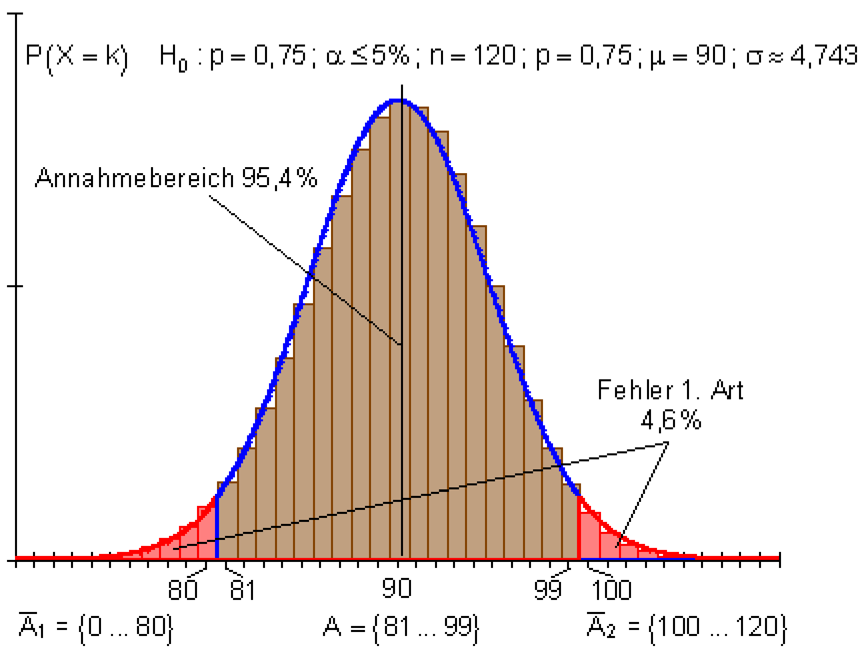
$$\{0...80\}\ \{81...90...99\}\ \{100...120\}$$

$$P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) = 1 - P(81 \le X \le 99)$$

$$P(81 \le X \le 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \le X \le 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 80) + P(100 \le X \le 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکې نیسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H_0د رده وني ورشو د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي.
که $p = 0,75$ وي، مګر د نمونه ازماېښت توکلي يا تصادفي د رده وني ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سرې H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوي لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده وني ورشو لپاره.
$1 - 0,954 = 0,046$ (4,6%).
ب -
که باور ونه لري، بلکه $p = 0,7$ تيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0,75$ ناتيک ده، مګر دا د نمونهازماېښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا حتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوي دی.
سرې دا ناتيکاوی شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې $p = 0,7$ تيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$\beta = P_{0,7}(81 \le X \le 99)$ شميرو

داتا:

$$n = 120\,;\; p = 0,7\,;\; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0,3} = \sqrt{25,2} \approx 5,02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څېړني لاندې نيسو

$$\left[\ldots\{69\ \ldots\ 80\}\ \underbrace{\{81\ldots 84 \ldots 87\}\ \{88\ \ldots\ 99\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\ \ldots\right]$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) - P(81 \le X \le 87)\right] + P(81 \le X \le 87)$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}\left[P(69 \le X \le 99) + P(81 \le X \le 87)\right]$$

$$P(69 \le X \le 99) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{25,2}} \approx 3,09 \Rightarrow P(69 \le X \le 99) \approx 1$$

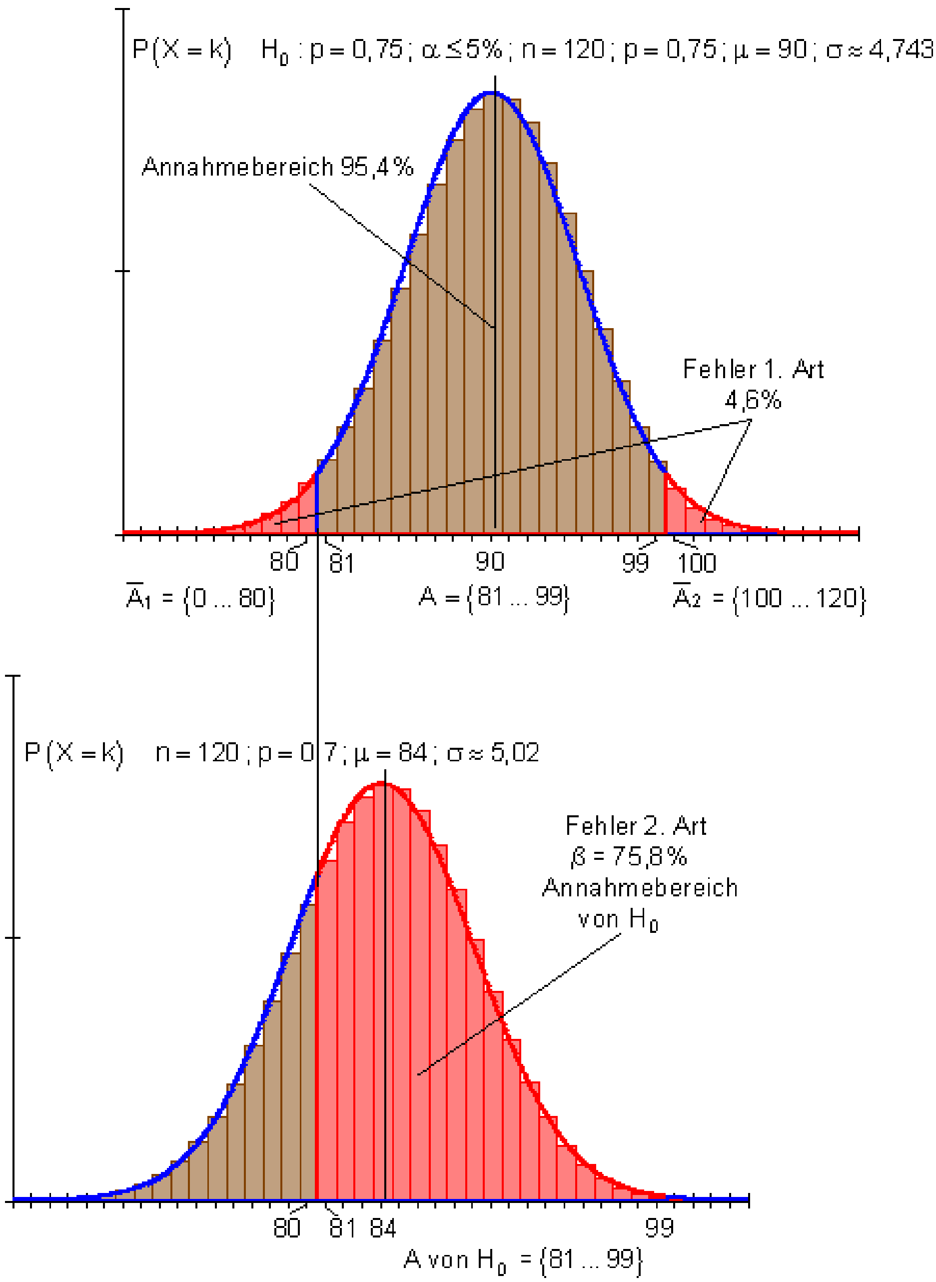
$$P(81 \le X \le 87) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{25,2}} \approx 0,70 \Rightarrow P(81 \le X \le 87) \approx 0,516$$

$$P(81 \le X \le 99) = \frac{1}{2}(1 + 0,516) \approx \underline{\underline{0,758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او $p = 0,7$ تيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه دقبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفر هیوپوتیز به په ناټیک ډول قبوله شي. دا نآتیکاوی د دویم ډول ناټیکاوی بلل کیږي.
دا 75,8% دی او د لومړي ناټیکاوي د 4,6% سره په پرتله خورا لوي دی.



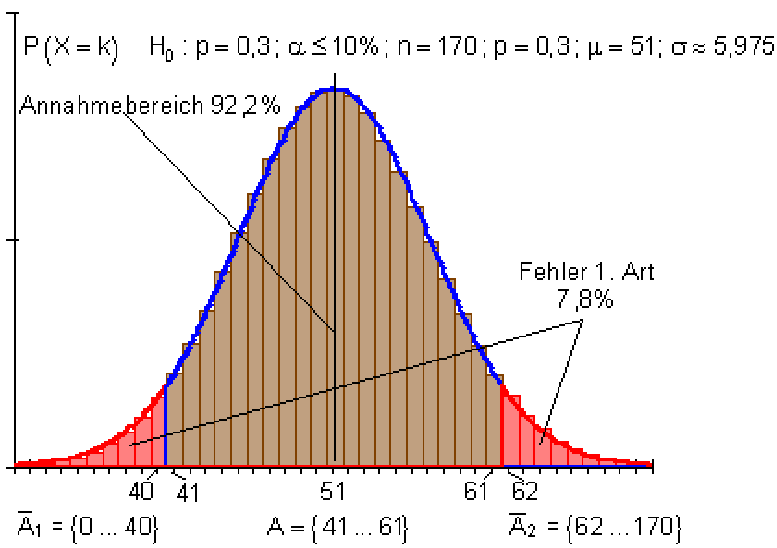
څلورم: مفصل حل:
الف- د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه یا ځا په ځاي کونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

و دې ازمايل شي، چې ايا د $p = 0,3$ احتمالوالي سره يو ټاکلی د کټې ګډون يا کمبينيشن رامنځ ته کيږي. دا چې نه پورته لور ته يا کښته لور ته د يوه يوائځنی انحراف اټکل يا ګومان رامنځ ته کيدی شي، نو دا يو دوه اړخيز هيوپوتيز ازماېښت دی.

د هيوپوتيز ازماېښت دی:
صفر هيوپوتيز: $H_0 : p = 0,3$؛ بديلي يا الترناتيو هيوپوتيز $H_1 : p \neq 0,3$.
د رده ونې ورشو، چې د10% سيګنيفيکانځ له لارې ټاکل شوې په برابر ډول په داړو لورو وېشل کيږي يا خورشيږي.

ارزونه:
که $p = 0,3$ ټيک وي، مګر که نمونه ازماېښت په توکلي توګه د ردونې په ورشو کې ولويږي، نو سرې په ناټيکه توګه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 بايد رد شي. د لومړي ډول ناټيکاوي احتمالوالی د رده ونې احتمالوالي سره برابردی،
يعني $1 - 0,922 = 0,078$ (7,8%) .



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0,2$ ټيک وي، دا په دې معنا، چې هيوپوتيز $p = 0,3$ ناټيک ده، مګر نمونه ازماېښت توکلي د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناټيک ډول سرې H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطي چې وکړي دويم ډول ناټيکاوی دی. دا ناټيکاوی سرې داسې شميري، د فرصيې يا نيونې لاندې، چې $p = 0,2$ ټيک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.
$\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$ دشميرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

داتا:

$$n = 170;\ p = 0{,}2;\ \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0{,}2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0{,}8} = \sqrt{27{,}2} \approx 5{,}215 > 3$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انتروال تر څیرني لاندې نیسو

$$\left[\ldots\{7\ldots 27\}\ \{28\ldots 34\ldots 40\}\quad \underbrace{\{41\ldots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}\quad \ldots\right]$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}\left[P(7 \le X \le 61) - P(28 \le X \le 40)\right]$$

$$P(7 \le X \le 61) \Rightarrow r = 27{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 5{,}27 \Rightarrow P(7 \le X \le 61) \approx 1$$

$$P(28 \le X \le 40) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{27{,}2}} \approx 1{,}25 \Rightarrow P(28 \le X \le 40) \approx 0{,}789$$

$$P(41 \le X \le 61) = \frac{1}{2}(1 - 0{,}789) \approx \underline{\underline{0{,}106}}$$

ارزونه:

که H_0 ناټیک او $p = 0{,}2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم 10,6% د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفرهیوپوتیز به په ناټیکه توګهونیول – یاقبوله شي. دا د دویمډول ناټیکاوی بلل کیږي. دا 10,6% دی او لومړي ناټیکاوي ته په پرتله د 7,8% سره په خورا لږه توګه لوی دی.

د دې څیره په لاندې مخ کې کښل شوې ده.

پوښتنې:

د هیوپوتیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوې توکلي یا تصادفي متحولي یا اووښتوني (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشني د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ.

له دې د مخه څیره په لادې مخ کې

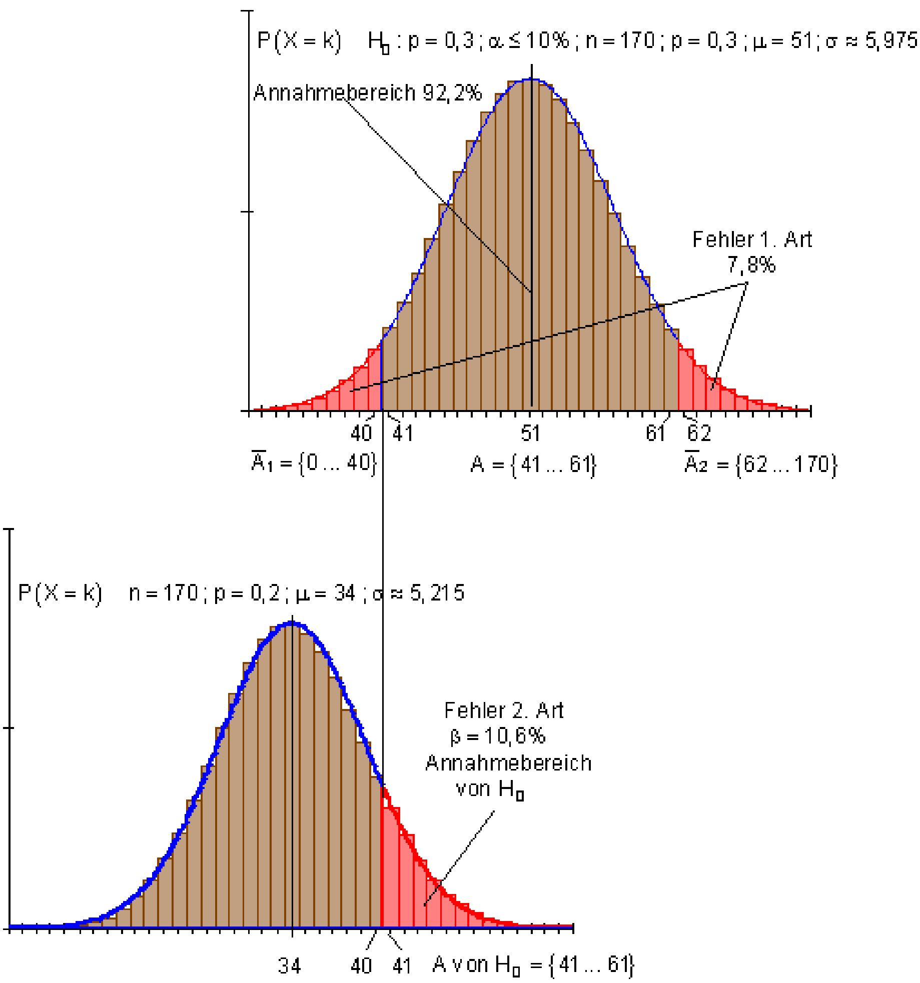
لومړی: د ،، شلمرلند،، فیرما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیرما یې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،،کاویار(د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له 5% څخه هم ټیټ دی او له دې املځ مشتریان غولوي.

اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنې ولري.

،، ارزان غزا،، دا ردوي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

،، له 5% کم پاکټول کموزني ده،،.
يو د 300 کسانو خپلواک کميسين دا پاکټونه څيړي.
د دواړو فيرماګانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر يوه هيو هيوپوتيز ارزښت د زيات له زياته 5% د يوه سيګنيفکانځنيو سره غوره کوي. پيښي تشريح کړئ يا کومنتار په ورکړئ.
دويم: د يوې ليسې په اخرني نمرو کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون کې کمبنت لروده. په سمستر جريان کې دې رده کوونکو ته په دې کريتيکل مضمونونو کې د کورسونو وړانديز کيږي. په بل د نمرو کنفرانس کې له ۱۴۰ زده کوونکو څخه ۱۸ کمبنت لري.



الف- کيدی شي سړی زيات له زيات 5% داشتباه احتمالوالي سره قبول کړي، چې د ښوونکو هلې ځلې بريالئ وې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – صفرهیوپوتیز د تستپه بنسټ ردیږي. د لومړي ناټیکاوي ډول ځومره لوي دی؟
دریم: یوې ځیړنې ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي ګولۍ.
د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو60%، چې د سردرد ګولئ نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرنې لپاره د الف،، ب- او پ- په ورزیاتې ګولۍ(ګولۍ ۱ او ګولۍ ۲) و کاروي.
الف- یو د کلینیک ډاکټر ثبوتوې یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې ګولۍ ورکوي او کره کوي، چې له دوي ځخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.
Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0 : p_0 \leq 0,6$ verworfen werden?
دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشمیرئ.
ب – د دویم ډول ناټیکاوی ځومره لوي دی، که د ترخې ګولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
پ – د دویم ډول ناټیکاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې دH_0 د قبلونې – او ردونې ورشو ځنګه تغیر خوري؟
د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟
ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناټیکاوی په نخښه کړئ.
جدول ۱ .

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بینوم وېشنه

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲ :

k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)	k	P(X ≤ k)
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړی: د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پهځای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو ګټو یا علاقو په بنسټ مختلفۍ هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلوني – او ردوني ورشو هم توپیر پیدا کوي. ،، شلمرلند،، غواړي وښايي، چې $p > 0,05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفرهیوپوتیز H_0 : $p \leq 0,05$؛ بدیلي هیوپوتیز H_1: $p > 0,05$: .

دا یو ښي اړخیز هیوپوتیز ازمايښت دی.

،، ارزان غزا(دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0,05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفرهیوپوتیز H_0: $p \geq 0,05$ ، بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز H_1 : $p < 0,05$.

دا یو کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفرهیوپوتیز H0 : $p \leq 0,05$ سیګنیفیکانس نیو(s-niveau) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300;\ p = 0,05;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انتروالونه شمیرل کیږي:

$$\{\quad 5\% \quad\}\{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده ونې ورشو.

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 15 + 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 21,19$ په21 راتړوله یا راګرده شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د H0 لپاره د رده وني ورشو پورته پولې

$A = \{0 \ldots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \ldots 300\}$	د H0 لپاره د منلو ورشو د H0 لپاره رده ونو ورشو	باور لري:

د ازمايلو لپاره د رده وني ورشو ده، داسې چې باور ولرى:

$$P(22 \le X \le 300) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(22 \le X \le 300) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(22 \le X \le 300) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

د،، ارزان غزا،، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H0 : p≥0,05 سيګنيفيکانس نيو $\alpha \le 5\%$

داتا:

$$n = 300\,;\ p = 0{,}05\,;\ \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0{,}95} = \sqrt{14{,}25} \approx 3{,}775 > 3$$

د يوه 5% سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه شميرل کيږي:

{ 5% } { 90% } { 5% }

Ablehnungsbereich für H_0

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 15 - 1{,}64 \cdot \sqrt{14{,}25} \approx 8{,}81$ په 9 راګرديږي

د H0 لپاره د منلو ورشو لاندې پولې

(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري	د H0 د منلو ورشو د H0 د رده وني ورشو	$A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$

د ازمايلو د رده وني ورشو ده، داسي چي باور لري

$$P(0 \le X \le 8) \le \alpha = 5\%$$

$$\{0 \ldots 8\}\{9 \ldots 15 \ldots 21\}\{22 \ldots 300\}$$

$$P(0 \le X \le 8) = \frac{1}{2}\left[1 - P(9 \le X \le 21)\right]$$

$$P(9 \le X \le 21) \Rightarrow r = 6{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6{,}5}{\sqrt{14{,}25}} \approx 1{,}72 \Rightarrow P(9 \le X \le 21) \approx 0{,}915$$

$$\Rightarrow P(0 \le X \le 8) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}915] = 0{,}043$$

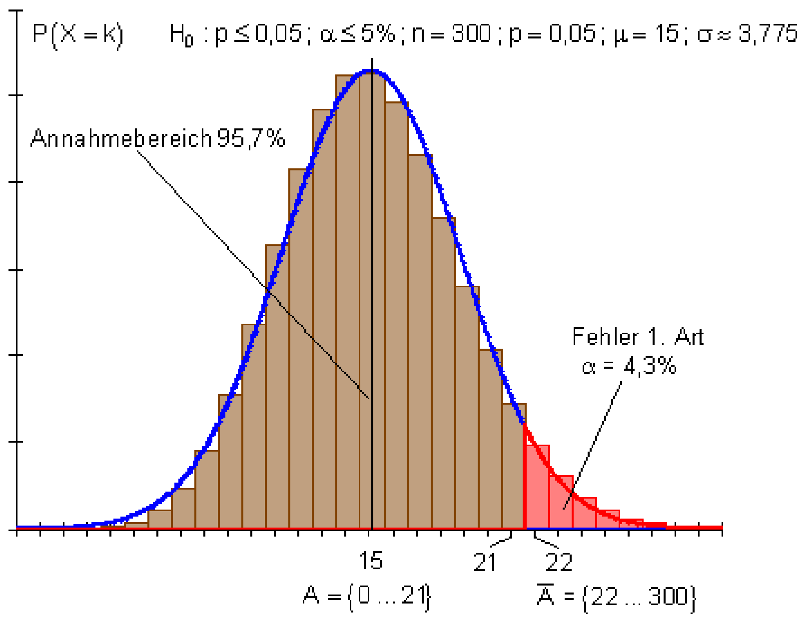
ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه ښايي:

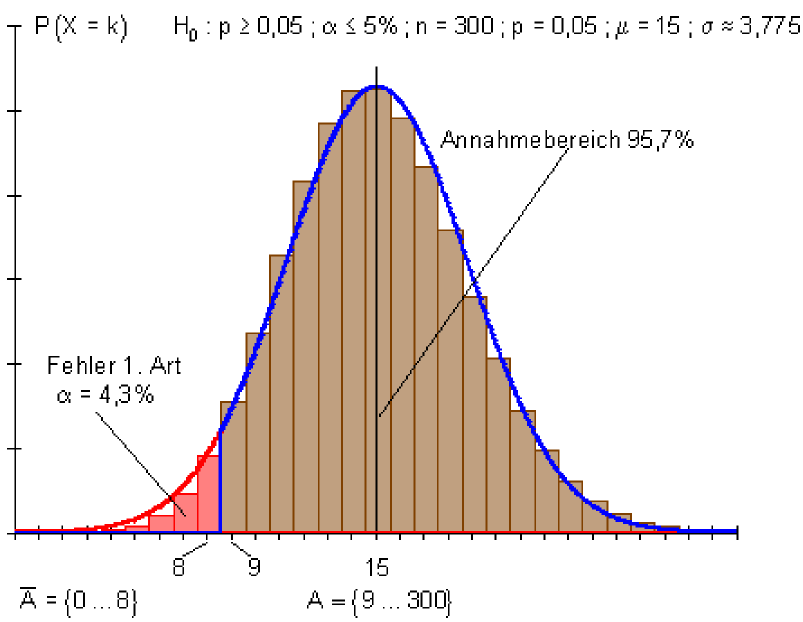
،، ارزانه غزا،، هيوپوتيز: $H_0 : p \ge 0{,}05 ; H_1 : p < 0{,}05$ $A = \{9 \ldots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \ldots 8\}$ كيڼ اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، ارزانغزا،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې له 5%كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنرول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كېH_0قبول شي، مګر له دې سره څه نه دي ښوول شوي.	،،شلمرلاند،، هيوپوتيز $H_0 : p \le 0{,}05 ; H_1 : p > 0{,}05$ $A = \{0 \ldots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \ldots 300\}$ ښى اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوى: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 رديږي. له دې څخه بيا، شلمرلاند،، د4,3% اشتباه احتمالوالي سره له دې مخ ته ځي، چې د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولني ګومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشوH_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كېH_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي ښوول شوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه بني اړخیز هیوپوتیزتست پرتله کونه د یوه کیڼ اړخیز هیوپوتیز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کیڼ کښته لور ته: د منلو ورشو، لوړی ډول ناتیکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول ناتیکاوی.





(c) ketabton.com: The Digital Library

د اشتباهي احتمالوالي شميرنې لپاره يادونه.

د هر ردېد ونکي ورشو د انتروالاحتمالوالي شميرنې د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسيده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سيومتريک دي.

برابر [اپيريال وړانګې(شعاع وې)د برابرو سېحو هوداسې %-ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوې مټې يا ستنې بينوميالوېشنه په ګوته کوي يا ښايي.دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظارارزښت سره سيومتريک دي. يوه ټيک شميرنه به دبينوميالوېشنې ارزښتونو سره د يوې د 4,9% ناټيک ښې اړخيز تست سره او د 3,4% ناټيک کيڼ اړخيز تست يا ازماېښت سره و ښوول شي.

دا توپير په $p = 0,05$ د بينوميالوېشنې د اکستريم يا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دويم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هيوپوتيز راوړنه

که د ښوونکو انګاژما يا فعاليت بريا لروده؟ که هو، بايد له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت يا ضعف وښايي. څېرنه بايد وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هيوپوتيز راوړل کيږي يا ځا په ځای کيږي:

صفر هيوپوتيز H_0: $p \geq 0,15$ ؛ بديل هيوپوتيز H_1: $p < 0,15$.

صفر هيوپوتيز دې ټيک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سړی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا يو کيڼ اړخيز هيوپوتيز تست دی.

صفر هيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,15$ سيګنيفيکانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n = 140;\ p = 0{,}15;\ \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0{,}15 = 21$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0{,}85} = \sqrt{17{,}85} \approx 4{,}225 > 3$$

د 5% يوه سيګنيفيکانس نيو سره لاندې انټروالونه ر ځيرني لاني نيسو:

$$\underbrace{\{\quad 5\% \quad\}}\ \{\quad 90\% \quad\}\{\quad 5\% \quad\}$$

د H0 لپاره د رده وني ورشو

له دې سره $\mu - 1{,}64 \cdot \sigma = 21 - 1{,}64 \cdot \sqrt{17{,}85} \approx 14{,}07$ په 14 راګرديږي.

د H_0 لپاره د منلورشو لاندې پولې

باور لري	دH0 د منلو ورشو د H0 د ردهوني ورشو	$A = \{14 \ldots 140\}$ $\overline{A} = \{0 \ldots 13\}$

د رده وني ورشو د شميرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \le X \le 13) \le \alpha = 5\%$$
$$\{0 \ldots 13\}\{14 \ldots 21 \ldots 28\}\{29 \ldots 140\}$$
$$P(0 \le X \le 13) = \frac{1}{2}\left[1 - P(14 \le X \le 28)\right]$$
$$P(14 \le X \le 28) \Rightarrow r = 7{,}5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7{,}5}{\sqrt{17{,}85}} \approx 1{,}78 \Rightarrow P(14 \le X \le 28) \approx 0{,}925$$
$$\Rightarrow P(0 \le X \le 13) \approx \frac{1}{2}[1 - 0{,}925] = 0{,}038$$

ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.

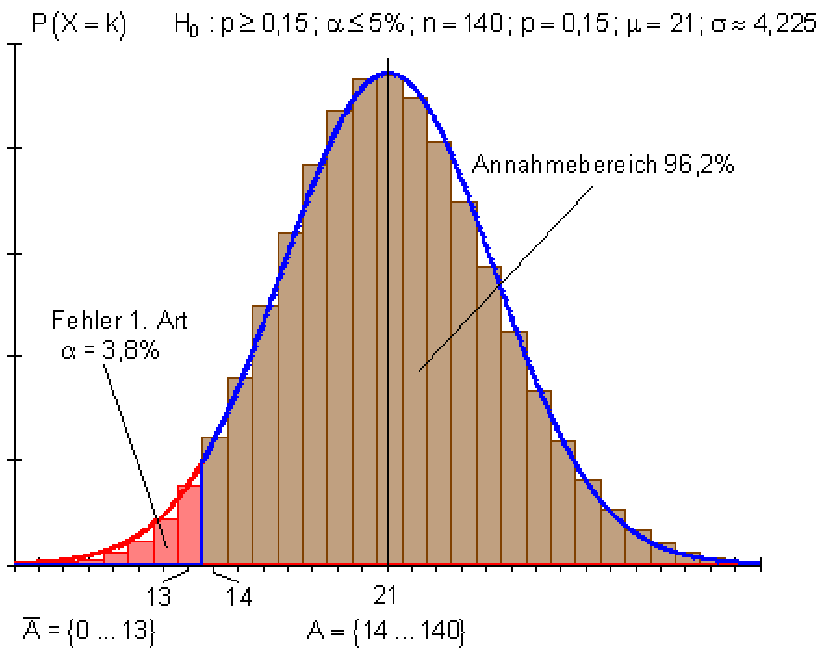
د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف يا کمبنت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمبنت ښايي،، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لويږي يا پرېوځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرهیوپوتیز باید وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار یې باید شوی وی یاکیده، کمښت لري. سرِی له مثبت تغیر څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعالیت برياوې لرودې.

له دې سره به د اشتباه احتمالوالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتني شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د دې واقعیت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، یعنې له ۲۱ څخه کم، لکه په p = 0,15 کې یې چې انتظار باید شوی وی، کمښت ښايي، باید د صفرهیوپوتیز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلوني ورشو لاندې پوله نیسي ، د لومړي ډول ناتیکاوی تغیر خوري. د قبلوني – او ردوني ورشو په لاندې توګه تغیر خوري.

د قبلوني ورښو: { 140 ... 19 }؛ د ردوني ورشو:{ 18 ... 0 }

د ناتیکاوي احتمالوالی د ردوني ورشو له لارې ټاکل کیږي.

{ 0 ... 18 } {19 ... 21 ...23 } { 24 ... 140 }

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\{0 \ldots 18\}\{19 \ldots 21 \ldots 23\}\{24 \ldots 140\}$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}\left[1 - P(19 \le X \le 23)\right]$$

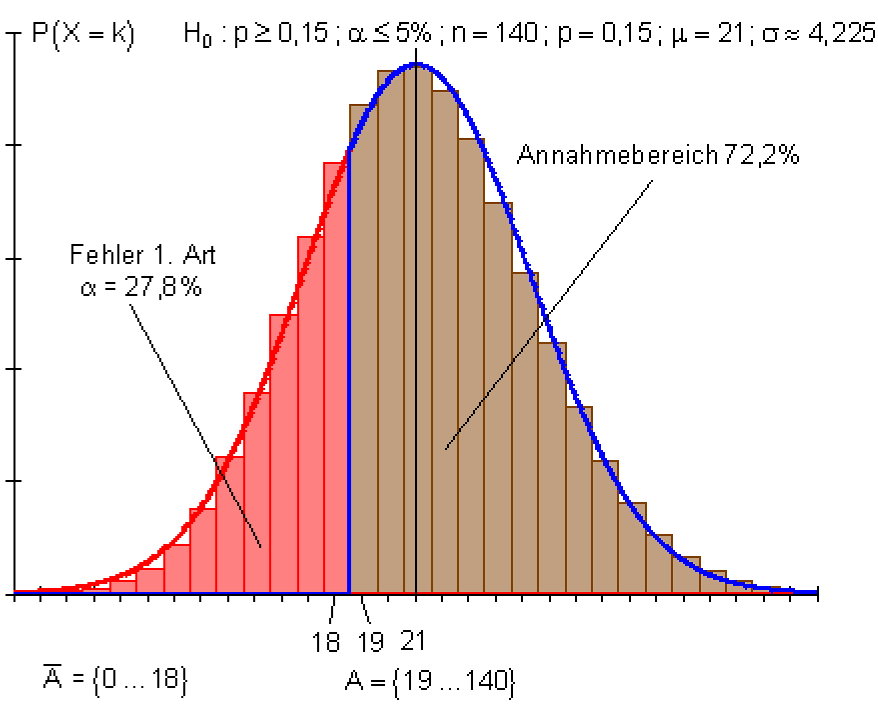
$$P(19 \le X \le 23) \Rightarrow r = 2,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2,5}{\sqrt{17,85}} \approx 0,59 \Rightarrow P(19 \le X \le 23) \approx 0,445$$

$$P(0 \le X \le 18) = \frac{1}{2}[1 - 0,445] = 0,278 = \alpha$$

ارزونه: د H_0 د قبلوني ورشو د کمښت يا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0 د رونې ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کوونکي خوندي لري.

که د صفرهيوپوتيز دستي له ۱۸ د کمښت سره زده کوونکو سره رد شي، نو دې پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالوالی نږدې يا څه ناڅه 27,8% دي. ويناء، چې دښوونکو فعاليت برابوې لرودہ، د يوې 27,8% غلطې سره شتون لري.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسې د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راوړنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسیبو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. ګومان کیږي، چې د ترخه خوند سره پلاسیبو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښایي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p \le 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیز H_1: $p > 0,6$

صفرهیوپوتیز دې تیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسیبو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتتونه د H_0 په ضد دي . دا ړخیزه هیوپوتیزي یو ښي ازماېښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظارارزښشت ښي لور ته پرته ده.او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیګما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولې احتمالوالی.

1 $P = P(\mu - z \cdot \sigma \le X \le \mu + z \cdot \sigma)$ که $\sigma > 3$ د لاپلاس شرایط وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1.12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

(c) ketabton.com: The Digital Library

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالټوته کونې تصادفي متحولې او احتمالو الود جدول استعمال

1. انټروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$$n = 150;\ p = 0,5;\ P(65 \le X \le 85)$$

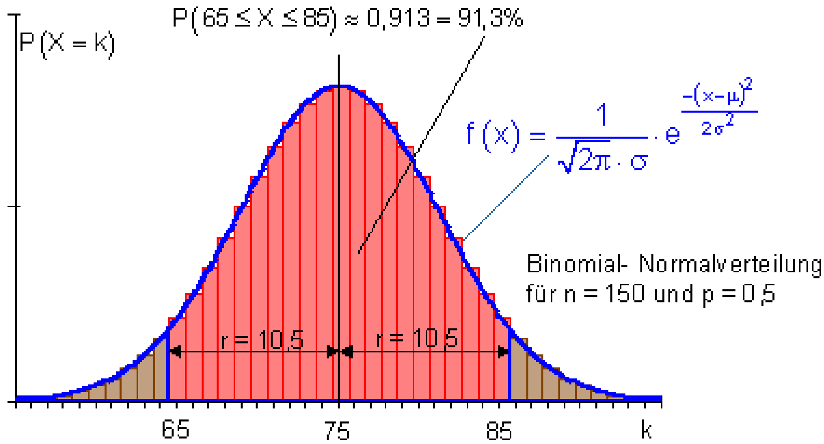
$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$[\ \dots \{ 65 \dots 75 \dots 85 \} \dots]$ (سيومتريک انټروال په انتظار ارزښت)

$P(65 \le X \le 85) = P(64,5 \le X \le 85,5)$ د نورمالوېشنې لپاره

چاپيريال وړانګه(شعاع):

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx \underline{\underline{0{,}913}}$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښې لورته د الماني پښتو: بينوميال-ويشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زيات له زياته k برياوو لپاره انټروال

$$n = 150;\ p = 0{,}5;\ P(X \le 65)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right]$$

ترخنګ يا څنګيزه شميرنه : $1 - P(66 \le X \le 84) = P(x \le 65) + P(X \ge 85)$

مګر د سيومترۍ دلايلو له امله دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

P(x≤65)+P(X≥85)

او له دې سره

1 – P(66≤ X≤84) =2 P(x≤65) |:2

⇔ P(x≤65) = 1 /2 [1 – P(66≤ X≤84)]

P(66≤ X≤84) = P(65,5≤ X≤84,5) د نورمال وېشني لپاره

چاپيريالوړانګه

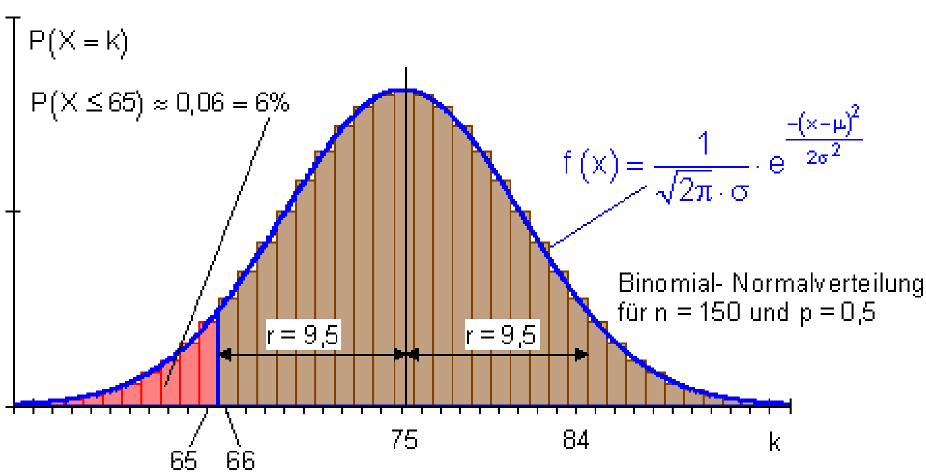
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0,879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \le 65) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \le X \le 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0,879\right] = \underline{\underline{0,06}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د لږ تر لږه k برياوو لپاره انټروال

$$n = 150 ; p = 0,5 ; P(X \geq 85)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \ldots 65\}\{66 \ldots 75 \ldots 84\}\{85 \ldots 150\}]$$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترخنګ یا فرعي شمرنه

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سیومتری دلایلو له امله دی:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \,|: 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2}[1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

د نورمالوېشني لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپیریالوړانګه:

$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

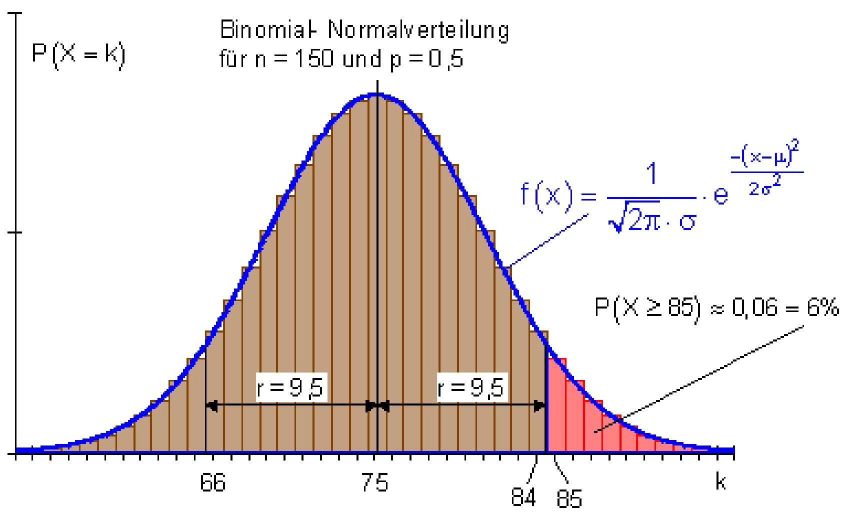
د $z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$ ارزښت لپاره جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2}\left[1 - P(66 \leq X \leq 84)\right] \approx \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}879\right] = \underline{\underline{0{,}06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بينوميال-نورمالوېشنه يا نوره هم ښه :نورمال توېته کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سيومتري نه دی

$$n = 150\,;\, p = 0{,}5\,;\, P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0{,}5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0{,}5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0{,}5} = \sqrt{37{,}5} \approx 6{,}124 > 3 \end{array}$$

$$[\ \ldots \{65 \ldots 69\}\{70 \ldots 75 \ldots 80\}\{81 \ldots 85\}\ \ldots]$$

ږدو:

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$
$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځنګیزه یا فرعي شمیرنه:

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(81 \le X \le 85)$$

د اسیمپټوټي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \le X \le 69) = P(81 \le X \le 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80) = 2 \cdot P(65 \le X \le 69) |: 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \le X \le 69) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right]$$

$$P(65 \le X \le 80) = P(65 \le X \le 69) + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) - P(70 \le X \le 80)\right] + P(70 \le X \le 80)$$

$$= \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$

چاپیریالوړانګه:

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د $z = 1{,}71$ لپاره جدول ارزښت دی $0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913$.

د نورمال وېشنې لپاره $P(70 \le X \le 80) = P(69{,}5 \le X \le 80{,}5)$

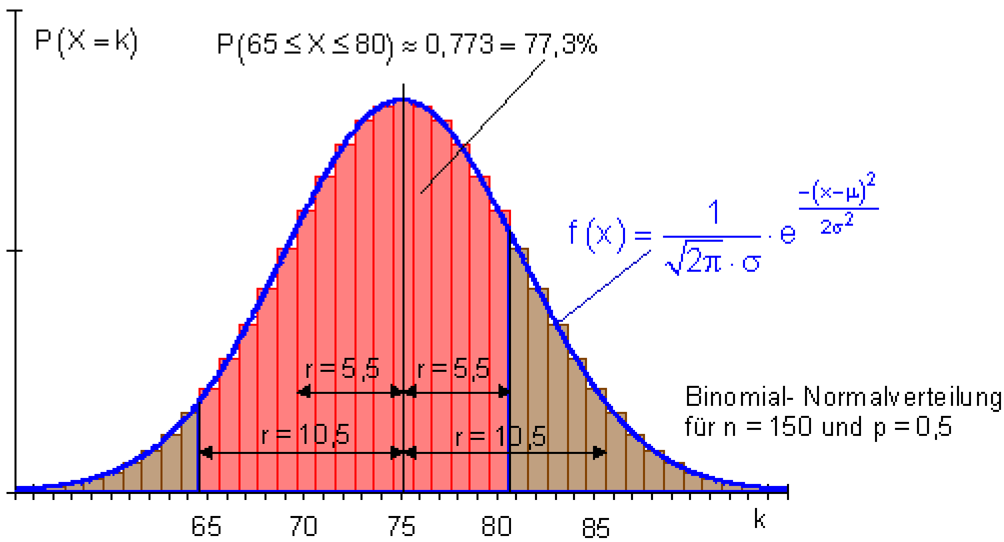
چاپیریالوړانګه:

$$r = 80{,}5 - 75 = 5{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 0{,}9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0{,}9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \Leftrightarrow P(70 \le X \le 80) \approx 0,632$.

$$P(65 \le X \le 80) = \frac{1}{2}\left[P(65 \le X \le 85) + P(70 \le X \le 80)\right] \approx \frac{1}{2}\left[0,913 + 0,632\right] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د يوه له مخه ورکړل شوي چاپيرېال احتمالوالي وړانګې شميرنه

90% $n = 150;\ p = 0,5;$ -چاپيرېال: $[\ldots\{?\ldots 75 \ldots ?\}\ldots]$.

$$\left.\begin{matrix} n = 150 \\ p = 0,5 \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{matrix}$$

$Z=1,64$ (د 90%- چاپيرېال لپاره دول ارزښت)

د چاپيرېال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندې يا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګردوني Round ofته پام:

90% کې چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتریک پروت وي.

ګردونه: $[\ \dots \{65 \dots 75 \dots 85\} \dots\ ]$ انتروال انتظارارزښت ته سیمتریک دی.

$P(65 \le X \le 85) = P(64{,}5 \le X \le 85{,}5)$ د نورمال وېشني لپاره.

چاپریالورانګه

$$r = 85{,}5 - 75 = 10{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}71$$

د z لپاره جدولارزښت

$$z = 1{,}71 \text{ ist } 0{,}913 \Leftrightarrow P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%$$

کنترول چې ایا ښه ارزښت ممکن دی:

$[\ \dots \{66 \dots 75 \dots 84\} \dots\ ]$ د انتروال کوچنی کیدنه

$P(66 \le X \le 84) = P(65{,}5 \le X \le 84{,}5)$ د نورمالوېشني لپاره

چاپریالورنګه

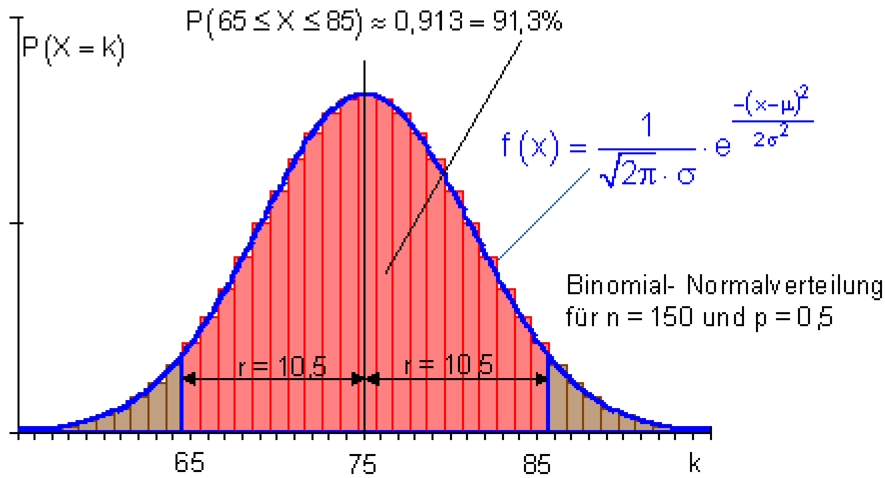
$$r = 84{,}5 - 75 = 9{,}5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9{,}5}{\sqrt{37{,}5}} \Rightarrow r \approx 1{,}55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1{,}55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$$z = 1{,}55 \text{ ist } 0{,}879 \Leftrightarrow P(66 \le X \le 84) \approx 0{,}879 = 87{,}9\%$$

$\underline{\underline{P(65 \le X \le 85) \approx 0{,}913 = 91{,}3\%}}$ i خورابنه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپیرم: د نورو احتمالوالي شمیرني لپاره ورته ډول تلنه کیږي. (دلته 95% -چاپیریال)

$n = 150;\ p = 0,5;$

90% - چاپریال: $[\ldots\{?\ldots 75\ldots ?\}\ldots]$

$$\left.\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n\cdot p = 150\cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n\cdot p(1-p)} = \sqrt{75\cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

z=1,96(د 90% - چاپیرال لپاره جدول ارزښت)

چاپیریالورانګه: $r = z\cdot\sigma = 1,96\cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله یا لیمیټ: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د ګردوني لپاره فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د 95% -چاپیریال دې انتظارارزښت ته سیومتریک وي.

ګردونه: [… { 63 … 75 … 87} …] انتروال انتظارارزښت ته سیومتریک دی.

$P(63 \le X \le 87) = P(62,5 \le X \le 87,5)$ د نورمالوېشني لپاره.\

چاپریالوړانګه $r = 87,5 - 75 = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 2,04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,04$

د z لپاره جدول ارزښت

$z = 2,04 \text{ ist } 0,959 \Leftrightarrow P(63 \le X \le 87) \approx 0,959 = 95,9\%$

کنترول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

د انتروال کوچنیوال [… { 64 … 75 … 86} …]

چاپریال وړانګه $r = 84,5 - 75 = 11,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,88$

د z لپاره جدول ارزښت $z = 1,88 \text{ ist } 0,94 \Leftrightarrow P(64 \le X \le 86) \approx 0,94 = 94\%$

$\underline{\underline{P(63 \le X \le 87) \approx 0,913 = 91,3\%}}$ خورا ښه ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

<u>1988 Vienna (Austria):</u>

<u>لومړی:</u>

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

<u>1987 Vienna (Austria):</u>

<u>دویم:</u>

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Uni. Wien

Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras, at the University of Vienna/Austria

لاندې د شمیرپوهني پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

<u>2000 Bonn (Germany):</u>

دریم: د شمیرپوهني ستر کتاب : د شمیرپوهني برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او ګټې د ګټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

<u>2003 Bonn (Germany):</u>

شپږم: د شمیرپوهني انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):

اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):

اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې ځانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003

نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):

لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپینې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکټر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلي.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de) :

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه د ښوونځي لپاره

۵ – احصایه یا ستاتیستیک دښوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګڼونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲-   داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزي پښتو او عربي + دري ډکشنري

۲۴ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرړي شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولي.

د هسکې مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګې پیل او د دویم ټولګې څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرړي په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیرړي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library