د پوهنې وزارت
د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس د مرکز معینیت
د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست

د ریاضي د تدریس لارښود

یوولسم ټولګی

Ketabton.com

۱۳۹۲ هـ . ش.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پوهنې وزارت
د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس د مرکز معینیت
د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی ریاست

د ښوونکي کتاب

د ریاضي د تدریس لارښود

یوولسم ټولگی

د چاپ کال: ۱۳۹۲ هـ . ش.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکوالان:

- سرمؤلف نظام الدين د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- سرمؤلف عبدالکبير د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- د مؤلف مرستيال محمد خالد ستوري(ځدراڼ) د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- د مؤلف مرستيال نويدالله هاشمي د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

علمي او مسلکي ايډيټ:

- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعليمي نصاب د پراختيا په لوی رياست کې
- سرمؤلف ميرنقيب‌الله د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی
- محمد داؤد غيرت د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

د ژبې ايډيټ:

- محمد قدوس ذکوخېل د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف علمي غړی

ديني ،سياسي او کلتوري کميټه:

- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار
- محمد اصف کوچی د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې غړی

د څارنې کميټه:

- دکتور اسدالله محقق د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې او د ساينس مرکز معين
- دکتور شير علي ظريفي د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې مسؤول
- د سرمؤلف مرستيال عبدالظاهر گلستاني د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف لوی رئيس.

طرح او ډيزاين:

وليد((نويد)) نسيمي

د چاپ د سمون چارې: محمد کبير حقمل د پوهنې وزارت د نشراتو او اطلاعاتو رئيس

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی — دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې — هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی — د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو — د ترکمنو د تاجکو
ورسره عرب، ګوجر دي — پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي — هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل ځلیږي — لکه لمر پر شنه آسمان
په سینه کې د آسیا به — لکه زړه وي جاویدان
نوم د حق مو دی رهبر — وایو الله اکبر وایو الله اکبر

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

گرانو استادانو او ښوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختگ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د علمي پرمختگ او ټولنې د اړتياوو له مخې چمتوکيږي. څرگنده ده چې علمي پرمختگ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم د وخت له غوښتنوسره سم علمي او رغنده پراختيا ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

د ښوونکي د لارښود دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې بنسټ چمتو اوترتيب شوی دی. د تدريس د نويو ميتودونو له مخې فعاليتونه او معلوماتي مواد په کې ورزيات شوي دي چې په ډاډ سره به د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو د فعال ساتلو لپاره گټور او اغېزمن وي.

هيله من يم د دې کتاب منځپانگه، چې د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تاليف او چمتو شوې، ستاسو درنو استادانو د گټې وړ وگرځي. له فرصت څخه په استفادې د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه غوښتنه کيږي د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پرله پسې مرسته وکړي چې په دې توگه د پوهنې د نظام موخې او هيلې ترسره شي او ځوان نسل او هېواد ته ښې پايلې او برياوې ور په برخه کړي.

زموږ گران استادان او ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې ستره دنده او دروند مسؤوليت لري.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دين له بنسټونو او ارزښتونو، د ټولنې د څرگندو اړتياوو، ملي گټو او وطنپالنې له روحيې او د ساينس او تکنالوژۍ له نوو علمي معيارونو سره سم پراختيا ومومي.

ددې سترې ملي موخې د تر لاسه کولو لپاره د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده گټورو وړانديزونو له لار ې زموږ له مؤلفانو سره د درسي او د ښوونکي د لارښود د کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه، چې ددې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې برخه اخيستې او همدارنگه له ملي او نړيوالو درنو موسسو او نورو ملگرو هېوادونو څخه، چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي او د ښوونکي د لارښود کتابونو په چاپ او وېش کې يې مادي يا معنوي مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم او د لا نورو مرستو هيله يې لرم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردک

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکي سره څو خبرې

ښاغلی ښوونکیه!

د رياضي د ښوونکی د لارښود کتاب، چې د فعالې زده‌کړې په اساس تاليف شوی، يوازې د ښوونکي د ګټې اخيستنې لپاره دی، د زده کوونکو په لاس کې دې نه لوېږي.

د ښې او مؤثرې زده کړې او تدريس لپاره بايد دا لاندې ټکي په پام کی ونيول شي:

۱) ټولګي ته د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو لکه(د سلام او احوال پوښتنه، د ټولګي تنظيم، حاضرۍ اخېستلو، د کورنۍ دندې له ليدلو، د تېر لوست ارزونې او د امکان په صورت کې د تېر او راتلونکي لوست ترمنځ د اړيکې له پيدا کولو وروسته په نوي درس پيل وکړئ.

۲) درسي ګټور مواد، چې په چاپيريال کې پيدا کېږي او په لارښود کې يې يادونه شوې له مخکې يې ټولګي ته راوړئ.

۳) په دې لارښود کې په کارول شوو ميتودونو سربېره له هغو ګټورو ميتودونو څخه هم کار اخېستلای شئ، چې د دندې په اوږدو کې مو کارولي او تجربه کړي دي.

٤) په دغه کتاب کې د تدريس پړاوونه په عملي شکل په پام کې نيول شوي دي. که په سمه توګه عملي شي په يقين سره چې ستاسو تدريس به ګټور واقع شي.

٥) د امکان تر پولې په موضوع کې اضافي معلومات چمتو شوي دي. دا معلومات په تدريس کې له تاسو سره مرسته کوي. په همدې توګه کولای شئ د زده‌کوونکو احتمالي پوښتنو ته د ډاډ وړ ځوابونه ووايئ. له دې امله ضروري بريښي چې د موضوع له تدريس د مخه هغه په غور ولولئ او ځان پرې پوه کړئ.

٦) يو ٤٥ دقيقه‌يي درسي ساعت داسې وېشل شوی دی چې په ټاکل شوي وخت کې تدريس وشي او درس پای ته ورسېږي. که په هغه ټاکل شوي وخت کې ونه شئ کړای چې هغه عملي کړئ، نو واک لرئ چې هغه وختونه لنډ يا زيات کړئ د بېلګې په ډول: د درس د جريان فعاليت د مؤلفانو له خوا ۲۸ دقيقې ټاکل شوی دی. که ستاسو له نظره هغه زيات وي، کولای شئ د بېلګې په توګه هغه ۲۰ دقيقې کړئ او پاتې نورې اته دقيقې په نورو فعاليتونو ورزياتې کړئ.

۷) د تدريس په بهير او د فعاليتونو په سرته رسولو کې ټولو زده‌کوونکو ته برخه ورکړئ

۸) تمرينونه بايد په ټولګي کې د زده کوونکو په ګډون حل شي.

۹) که چيرې د يوه تمرين پوښتنې زياتې وي، يو شمېر دې د درس د پياوړتيا په پړاو کې د زده‌کوونکو له خوا په ټولګي کې حل او پاتې نورې دې زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړل شي.

۱۰) د هر څپرکي په پای کې اړوند تمرين ته ځای ورکړ شوی دی. کوښښ دې وشي چې د سختو او اسانه پوښتنو په پام کې نيولو سره د څپرکي د تمرين پوښتنې په دوو، دريو او يا څلورو درسي ساعتونو کې، يا هر څومره چې تاسو يې غوره بولئ، د زده‌کوونکو له خوا حل شي.

۱۱) د رياضي په درسي کتاب کې امکان لري چې ځينې طباعتي اشتباهګانې موجود وي او د تجديد نظر تر وخته نشي کيدای چې اصلاح شي ليکن د رياضي د لارښوود د ليکلو په وخت کې په پام کې نيول شوي دي، محترم ښوونکی کولای شي چې د لارښوود له مخې يې اصلاح کړي.

په درناوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

لړلیک

سرلیک **مـــخ**

لومړی څپرکی مخروطي مقاطع

- مخروطي مقاطع ۱
- الیپس(Ellipse) ٤
- قطرونه او راسونه، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه، د الیپس تناظري مرکز ، د الیپس تناظري محور او عن‌المرکزیت ٦
- د بیضوي معادله ۸
- د بیضوي معادله(دویم حالت) ۹
- د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت) ۱۲
- د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت) ۱٤
- پارابولا ۱۹
- د پارابولا معادله(لومړی حالت) ۲۱
- د پارابولا معادله(دویم حالت) ۲۳
- د هغې پارابولا معیاري معادله چې راس یې یو اختیاري ټکي وي ۲٦
- د هغې پارابولا معیاري معادله چې راس یې یو اختیاري ټکي وي(دویم حالت) ۲۸
- هایپربولا ۳۲
- د هایپربولا معادله ۳٤
- د هایپربولا د معادلې(دویم حالت) ۳٦
- د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت) ٤۰
- د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت) ٤۲
- دیوې کرښې مو قعیت نظرمخروطي مقاطعو ته ٤٥
- د لومړي څپرکي د عمومي پوښتنو حل ٥۱

دویم څپرکی مثلثات

- د ساین قانون ٦۱
- د ساین د قضیې ثبوت په منفرج‌الزاویه مثلث کې ٦۲
- د کوساین قانون ٦٥
- د ټانجنټ قانون ٦۸
- مثلثاتي مطابقتونه ۷٤
- مثلثاتي معادلې ۷۹
- دویمه درجه مثلثاتي معادلې ۸٤
- د دوه مجهوله مثلثاتي د معادلو سیستمونو حل ۸۷
- د دویم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۹۳

دریم څپرکی فضایي هندسه

- اساسي مفاهیم او اکسیومونه ۱۰۳
- په درې بُعدي فضا کې کرښه او مستوي ۱۰٥
- د دوو مستقیمو کرښو او دوو مستویګانو نسبتي حالتونه ۱۰۷
- په فضا کې موازي مستقیم خطونه ۱۱۰
- په فضا کې د دوو مستقیمو کرښو تر منځ زاویه ۱۱٥
- په فضا کې موازي مستقیم خطونه او موازي مستویګانې ۱۱۸
- په فضا کې متعامدې مستقیمې کرښې او مستویګانې ۱۲۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په فضا کې موازي مستوي‌گانې ۱۲۳
- د دریم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۱۲۵

څلورم څپرکی ترادفونه

- ترادفونه ۱۲۷
- حسابي ترادف ۱۳۰
- په یوه حسابي ترادف کې n – ام حد پیداکول ۱۳۳
- د حسابي ترادف وسطي حد ۱۳۵
- هارمونیکي ترادف ۱۳۷
- هندسي ترادف ۱۴۰
- په یوه هندسي ترادف کې n – ام حد پیداکول او د هندسي ترادف وسطي حد ۱۴۳
- د ترادفونو قسمي مجموعه ۱۴۶
- د حسابي ترادف د n لومړیو حدونو قسمي مجموعه ۱۵۳
- د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل ۱۵۶
- لایتناهي هندسي سلسلې ۱۵۹
- د څلورم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۱۶۲

پنځم څپرکی لوګاریتم

- اکسپوننشیل تابع ګانې ۱۶۷
- لوګاریتم ۱۷۳
- لوګاریتمي تابع ګانې ۱۷۵
- معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم ۱۷۸
- د لوګاریتم قوانین ۱۸۰
- د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول په بله قاعده ۱۸۴
- کرکټرستیک او مانتیس ۱۸۸
- د لوګاریتم جدول ۱۹۰
- انتي لوګاریتم ۱۹۳
- خطي انټرپولېشن ۱۹۵
- د لوګاریتمي او اکسپوننشیل معادلو حل ۱۹۸
- درياضیکی عملیوپه سرته رسولوکې له لوګاریتم څخه کار اخېستنه ۲۰۲
- د پنځم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۲۰۵

شپږم څپرکی متریکسونه

- متریکسونه ۲۱۱
- د متریکس ډولونه ۲۱۴
- د متریکسونو جمع او تفریق ۲۱۶
- په متریکس کې د سکالر ضرب ۲۱۸
- د دوو متریکسونو ضرب ۲۲۱
- د یوه متریکس ترانسپوز متریکس ۲۲۴
- دیترمېنانت ۲۲۶
- د دیترمېنانت خاصیتونه ۲۲۹
- د 2×2 مرتبې متریکسونو ضربي معکوس ۲۶۱
- له معکوس متریکس څخه په کاراخېستنې سره د خطي معادلو د سیستم حل ۲۳۴
- د خطي معادلو د سیستم حل دکرامر په طریقه ۲۳۷
- د معادلو د سیستم حل دګوس(Gouse) په طریقه ۲۴۰
- د شپږم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ۲۴۲

اووم څپرکی وکتورونه

- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وکتورونه ۲۴۹
- د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی ۲۵۲
- وکتورونه په سطح او فضا کې ۲۵۵
- په درې بعدي فضا کې د ټکي مختصات ۲۵۸

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د يوه وکتور د جهت زاويې او کوساينونه ٢٦٢
- د دوو وکتورونو د سکالري ضرب حاصل ٢٦٥
- د وکتوري ضرب حاصل ٢٦٩
- د طبيعي واحد وکتورونو د خطي ترکيب په واسطه د يوه وکتور ښودل ٢٧١
- د مخلوط ضرب حاصل يا درې ګونی ضرب ٢٧٣
- د اووم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ٢٧٧

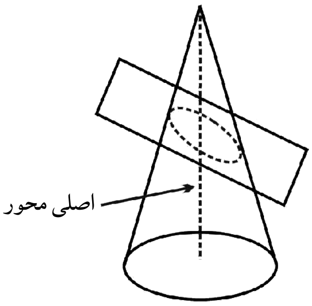
اتم څپرکی احصايه

- دبدلونونو ضريب ٢٨٥
- په نورمال منحني کې تېتوالی (پراګندګي) ٢٨٨
- د نورمال توزيع دېول شاخصونه ٢٩١
- د پرسوب ضريب ٢٩٥
- څو متحوله ټولنې ٢٩٨
- د پراګنده ګي ګراف ٣٠٠
- پيوستون او د پيوستون ضريب ٣٠٣
- د خطي ميلان معادله ٣٠٧
- د اتم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ٣١٠
- د څپرکي پوښتنې ٣٠١

نهم څپرکی احتمالات

- پرموټېشن يا ترتيب ٣١٧
- ترکيب ٣٢١
- تبديل ٣٢٨
- د بينوم قضيه ٣٣١
- دوه جمله يي احتمال ٣٣٤
- د نهم څپرکي د عمومي پوښتنو حل ٣٢٣

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

مخروطي مقاطع

د درسي کتاب (3) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	ددې لوست په پای کې زده کوونکي و توانېږي چې: • مخروط وپېژني او د مخروطي مقاطع په مفهوم پوه شي. • لـه یـوې چـارې څخـه پـه کـار اخېـستنې سـره د یـوې مـستوي پـه توگـه، مخـروط پـه څـو حـالتونو(افقي، مایـل او عمـودي) ډول پرېکـړې مخروطي مقـاطع پـه لاس راځـي او لاسـته راغلي شکلونه یو له بله تشخیص کړي. • د پورته پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	چاره، گازرې، بیاتې او کاغذ، د مخروطي مقاطع د تعریف د عنوان اړوند شکل، د شکل چارټ دکتاب 4 مخ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د سلام او احوال پوښتنې او د زدهکوونکو د ځواب له اورېـدو څخـه وروسـته جوړ کړی چارټ دې د ټولگي مخې ته ځوړند کړي او ورودي پوښتنې دې لـه هغـو وپوښـتي، کـه چیرې ځوابونه ونشي ویلای ښوونکی دې په لاندې ډول توضیح کړي: • که چیرې یو مخروط د یوې مستوي په واسطه په افقي ډول قطع شي د هغـه مقطع د دایـرې شکل لري. • که چیرې یو مخـروط د یـوې مـستوي پـه واسـطه پـه مایـل ډول قطع شي یوه بیضوي ترېنـه جوړېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی دې د مخروطي مقاطعو تعریف د تختې پرمخ ولیکي او اړونده چارټ چې مخکې یې جـوړ کـړی دی د ټولگي په مخکې ځوړند کړي.

- مخـروط، اصلي محـور، مؤلـد، راس، پـورتنی او ښـکتنی برخـه او د مخـروط د تـشکیلولو لاره دې زدهکوونکو تـه توضیح کړي.
- ښوونکی د مخروطي مقاطعو تعریف زدهکوونکو ته بیانوي.
- ښوونکی دې زدهکوونکي په مناسبو ډلو وویشي هرې ډلې ته دې دوې، دوې گازرې له یـوې چـارې سـره او یـا یـوه دانه بیاتي او د درملو پوړی(چې مخـروطي) شکل لري، توزیع ورکړي، چې زدهکوونکي دکتاب د 3 مـخ فعالیـت پـه منظمه توگه سرته ورسوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يعنې په اصلي محور يې عمود قطع کړي، (افقي مستوي)له اصلي محور سره مايل او له مؤلد خط سره يې موازي قطع کړي، دوې سر پر سرګازرې دې له لاربښوونې سره سمې قطع کړي او په پای کې د دريم مخ وروستی فعاليت دې لـه هدايت سـره سم سرته ورسوي.

- په پای کې دې ښوونکی د هرې ډلې استازی راوغواړي، ترڅو د خپل فعاليت پايله نورو ته توضيح کړي، که چيرې په توضيح او کارکولو کې تېروتنه کوي، د بلې ډلې استازي ته دې دنده ورکړي، ترڅو د فعاليت پايله خپلو ټولګيوالو ته بيان کړي. د ستونزو په صورت کې دې ښوونکی مرسته وکړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لاښه تحکيم لپاره 2,1 پوښتنې په ټولګي کې د زده‌کوونکو په ګډون سره حل کړي.

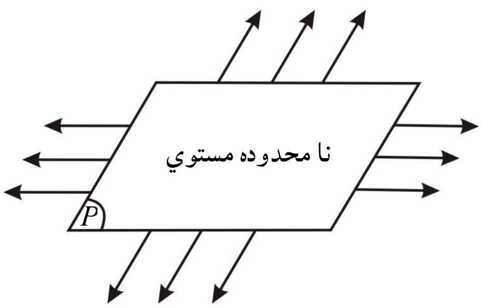
7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

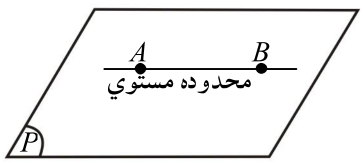
ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو د پوهې او مهارت د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه وپوښتي:

1. کوم هندسي شکلونو ته مخروطي مقاطع ويل کېږي؟
2. څوک کولای شي چې د تختې پر مخ يوې مستوي او يو مخروط ته داسې تقاطع ورکړي چې د تقاطع په پايله کې يوه دايره جوړه شي. همدارنګه يو بل زده‌کوونکی دې داسې تقاطع ورکړي چې د هغه له تقاطع څخه يو الپس جوړ شي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

مستوي يوه لومړنی(نه تعريف شوي) اصطلاح منـل شـوې ده، خـو کـولای شـو د ولاړو اوبـو سـطحه، د ميـز سـطحه د کاغذ د يوې پاڼې سطحه او يا د يوې هوارې تږې سطحه د يوې مستوي په توګه وپېژنو؛ له دې امله د يوې مستوي د ښودلو لپـاره لـه لاندې شکلونو څخه کار اخيستل کېږي:

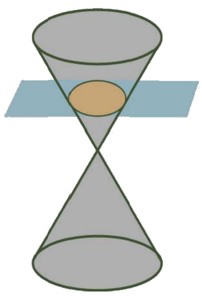




9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

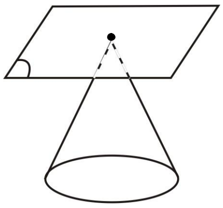
1- د پورتني شکل په پام کې نيولو سره، د مستوي او مخروط هغه متقاطع حالت رسم کړئ چې ګډ فصل يې يوه دايره او يا يو ټکی وي.

حل که چيرې يوه مستوي مخروط داسې قطع کړي، چې په اصلي محور باندې عمود او يا د مخروط له قاعدې سره موازي وي، پـه دې صـورت کې ګډ فصل يې يوه دايـره ده؛ لکه په مخامخ شکل کې:

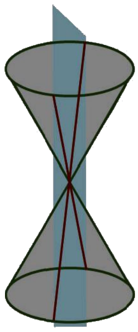


(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یوه مستوي د مخروط له قاعدې سره موازي وي او د مخروط له
راس سره تماس ولري د تقاطع ځای یې یو ټکی دی، لکه په شکل



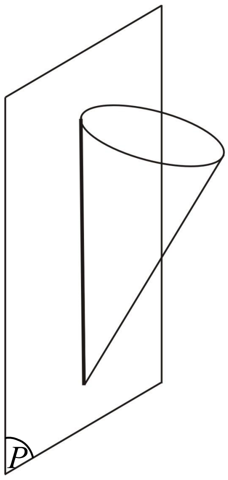
2- که چېرې یوه مستوي دوه څوکې په څوکې مخروطونه داسې قطع کړي چې د دواړو مخروطونو اصلي محورونه په برکې ولري، ګډ فصل یې څه ډول هندسي شکل دی ؟

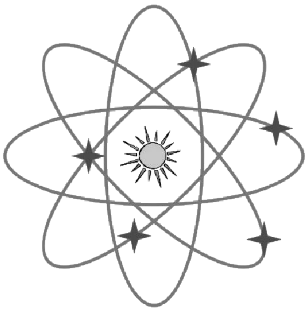


حل که چیرې یوه مستوي د دواړو مخروطونو اصلي محورونه په برکې ولري، په دې صورت کې د مستوي او مخروطونو ګډ فصل دوه متقاطع خطونه دي چې د کتاب په 4 مخ کې لیدل کېږي.

3- د یوې مستوي او مخروط ګډ فصل په کوم حالت کې یوه کرښه ده؟ په دې حالت کې شکل رسم کړئ؟

حل که چیرې یوه مستوي یو مخروط قطع کړي چې اصلي محور په بر کې ولري؛ نو ګډ فصل یې یو خط دی.





لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

الپس(*Ellipse*)

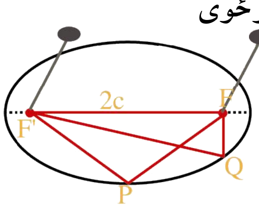
د درسي کتاب (5) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده‌کوونکي و توانیږي: • الپس وپېژني او په مفهوم يې پوه شي. • د الپس محراقونه، راسونه، اصلي محور، او د الپس مؤلد وپېژني. • پورتنی اصطلاحگاني(نومونه) په شکل کې وښودلای شي. • د دوو مېخونو او تار څخه په کار اخېستنې سره يوه بیضوي یا *Ellipse* رسم کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه په خپل ورځني ژوندکې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	شپشه‌یي مېخونه له تار سره یا د اړتیا په اندازه طناب د 4 انچه اوسپنیز یا د لرگیو له مېخونو سره، ورودي چارټ او د دویم فعالیت چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلي ښوونکي د سلام او لومړنیو فعالیتونو له اجراکولو څخه وروسته ورودي چارټ د ټولگي مخې ته ځوړند کړي او زده‌کوونکو ته و وایي چې تاسې د جغرافیې په مضمون کې لوستي دي چې سیارې د لمر په چاپېره بیضوي مسیر سرته رسوي او په شکل کې یې ورته وښایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلي ښوونکي! که چیرې د زده‌کوونکو مېزونه داسې وي چې وکولای شو د هغو پر مخ شپشه‌یي مېخونه ټک وهو، په دې صورت کې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ترڅو دکتاب د 5 مخ لومړی فعالیت سرته ورسوي، پرته له هغه زده‌کوونکي له ټولگي څخه بهر وباسئ، په دوو ډلو يې ووېشئ، په دوو ټکو کې د لرگیو یا 4 انچه مېخونو په ټک وهولو سره یو حلقه شوی تارچې فاصله يې د دواړو مېخونو له منځ څخه لږ څه زیاته وي داسې چې مېخونه د حلقې په منځ او ورسره نښتې وي، وروسته یو لرگوټی له حلقې سره نښتی د مېخونو په شا اوخوا وخوځوی و به لیدل شي چې د خوځېدلي لرگوټي مسیر دیوې بیضوي شکل جوړوي. هغه ټکي چې په هغو کې مېخونه ټکول شوي دي د الپس یا بیضوي محراقونه بلل کېږي.



ښاغلي ښوونکي د دویم فعالیت چارټ د ټولگي په مخ کې وځړوئ، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ترڅو د دوو ټکو ترمنځ د فاصلې له فورمول یعنې $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ څخه په‌کار اخېستنې سره د MF',MF او AA'

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوږدوالی پیدا کړي، همدارنګه د $|MF| + |MF'|$ د جمعې حاصل په لاس راوړي، په پای کې له ډلو څخه یو یا دوه کسه راوغواړئ، چې خپل ډلهییز کارونه نورو ته توضیح کړي.
ښاغلی ښوونکی د لومړي فعالیت دریم (5مخ جزء) زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د دویم فعالیت دریم جزء چې په 6 مخ کې دی، د زده‌کوونکو په ګډون سره د پوښتنې او ځواب په شکل د تختې پر مخ سرته ورسوئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د ډاډینې لپاره چې زده‌کوونکو پوهه او مهارت حاصل کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. الپس څه ډول هندسي شکل ته ویل کېږي؟
2. څوک کولای شي چې الپس رسم او د هغه محراقونه وښیي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

غواړو چې د $M(1,\frac{3}{2})$ او $F(1,0)$ ټکو ترمنځ فاصله پیدا کړو؛ نو:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$MF=d_1=\sqrt{(1-1)^2+(\frac{3}{2}-0)^2}=\sqrt{(\frac{3}{2})^2}=\frac{3}{2}$$
$$d_2=MF'=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(\frac{3}{2}-0)^2}$$
$$d_2=MF'=\sqrt{(1+1)^2+(\frac{3}{2})^2}=\sqrt{4+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{16+9}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$
$$|MF|=\frac{3}{2}\ ,\quad |MF'|=\frac{5}{2}\ ,\quad |MF|+|MF'|=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{8}{2}=4$$
$$AA'=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(0-0)^2}=\sqrt{(2+2)^2}=\sqrt{4^2}=4$$

څرنګه چې $AA'=|MF|+|MF'|=2a$ دی؛ نو ثابته شوه چې $AA'=|MF|+|MF'|=4$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

قطرونه او راسونه، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه، د الپس تناظري مرکز ، د الپس تناظري محور او عن‌المرکزیت

د درسي کتاب (6 او 7) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

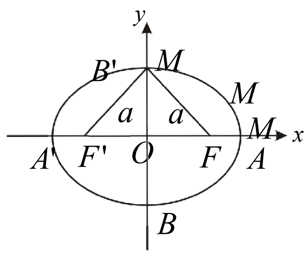
1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	ددې لوست په پای کې زده کوونکي و توانېږي چې: • د الپس قطرونه او راسونه وپېژني، د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه باندې پوه شي، د الپس تناظري مرکز او تناظري محور وپېژني او همدارنګه د عن‌المرکزیت په مفهوم پوه شي. • د محراقونو او قطرونو ترمنځ رابطه د فیثاغورث له قضیې څخه په کار اخېستنې سره پیدا کړي او همدارنګه له شکل څخه په کار اخېستنې سره د الپس عن‌المرکزیت په لاس راوړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 6 او 7 مخونو د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	څرنګه چې پورتني عنوانونه د الپس فرعي عنوانونه دي؛ نو له دې امله ورودي پوښتنې نه لري چې توضیح ورکړل شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی دې د سلام، احوال پوښتنې او نورو لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست عنوان د تختې پر مخ ولیکي او د کتاب د 6 مخ شکل چارټ دې د ټولګي مخې ته وځړوئ، وروسته دوه زده‌کوونکي راوغواړي، ترڅو لومړی زده‌کوونکی د الپس قطرونه په شکل کې وښیي او نوم یې واخلي د مثال په ډول AA' او BB' د الپس قطرونه دي او دویم زده‌کوونکی دې د الپس راسونه مشخص او نوم دې واخلي. وروسته له دریم زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ چې د الپس کبیر قطر او صغیر قطر له چارټ څخه په‌کار اخېستنې سره وښیي، چې AA' د الپس کبیر قطر او BB' د الپس صغیر قطر دی.

یادونه ښاغلی ښوونکی دې له یوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړي که چیرې د M ټکي د صغیر قطر په راسونو یعنې په B او یا B' چې د الپس راسونه دي واقع شي، په دې صورت کې $\overline{MF}$ او $\overline{MF'}$ فاصلې څه ډول رابطه غوره کوي.

که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ویلای، ښوونکی دې و وایي چې په هغه صورت کې $MF = MF'$ کېږي.



$$\overline{MF} + \overline{MF'} = 2a$$

$$2\overline{MF} = 2a \quad \Rightarrow \quad \overline{MF} = a$$

د $\overset{\Delta}{FMO}$ په قایم‌الزاویه مثلث کې د فیثاغورث له قضیې سره سم $a^2 = b^2 + c^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

$$c^2 = a^2 - b^2$$
$$c = \pm\sqrt{a^2 - b^2}$$

پورتنی فورمول د الپس د محراقونو او قطر ترمنځ اړیکه ښیي.

- ښاغلی ښوونکی دې له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړي چې د یوه الپس تناظري مرکز او تناظري محور وښیي، که چیرې زده‌کوونکي ونشي کړای چې تناظري مرکز او تناظري محور وښیي، وروسته دې ښوونکې وروښیي.
- همدارنگه ښوونکی دې پوښتنه وکړي چې: څوک کولای شي د الپس عن‌المرکزیت تعریف کړي؟

په هغه صورت کې چې زده‌کوونکي د عن‌المرکزیت تعریف ونشي کړای، خپله ښوونکی دې تعریف کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل یقین لپاره چې زده‌کوونکو پورتنی موضوع‌گانې زده‌کړي دي او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک کولای شي چې د الپس قطرونه او راسونه وښیي؟
2. څوک د الپس د اوږد او لنډ قطرونو ترمنځ اړیکه د فورمول په واسطه ویلای شي؟
3. له یوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ چې عن‌المرکزیت څه شی دی، تعریف یې کړی؟
4. په کوم دلیل د تل لپاره $e < 1$ دی؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1 – که چیرې په بیضوي کې د کبیر قطر او صغیر قطر اوږدوالی یو له بل سره مساوي وي، څه ډول منحني په لاس راځي؟

حل که چیرې په بیضوي کې د کبیر قطر او صغیر قطر اوږدوالی یو له بل سره مساوي وي، بیضوي په دایره بدلېږي؛ یعنې دغه ډول منحني ته دایره ویل کېږي.

2 – که چیرې د بیضوي عن المرکزیت $\frac{2}{3}$ وي، په دې صورت کې د کبیر قطر او صغیر قطر نسبت پیدا کړئ.

حل څرنگه چې $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$ ده؛ نو له دې څخه $c = 2$ او $a = 3$ قیمت اخلي.

د محراقونو او قطرونو ترمنځ د اړیکې له فورمول یعنې $a^2 = b^2 + c^2$ څخه کار اخلو او د b قیمت په لاس راوړو.

$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$b^2 = (3)^2 - (2)^2 = 9 - 4 = 5$$
$$b = \pm\sqrt{5}$$
$$\text{کبیر قطر} = 2a$$
$$\text{صغیر قطر} = 2b$$
$$\frac{a}{b} = \frac{\text{کبیر قطر}}{\text{صغیر قطر}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د بیضوي معادله

د درسي کتاب (9) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي د لوست په پای وتوانېږي چې: • د الپس یا بیضوي په معادله پوه شي. • د الپس معادله په لاس راوړای شي. • د الپس د فورمول په مرسته پوښتنې حل کړای شي. • له پورتنۍ پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د کتاب د 9 مخ د دویم شکل چارټ په ډېل خط، د ګراف کاغذ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې لـه مخکې مو جوړ کړی دی، د تختې پرمخ وځړوی او لـه زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وکړئ، ترڅو زده‌کوونکي د هغې په اړه فکر وکړي.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی دې د 9 مخ فعالیت یوه زده‌کوونکي ته ورکړي چې د تختې پر مخ یې سرته ورسوي، په عین وخت کې دغه فعالیت نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړي چې په ګرافي کاغذ کې یې سرته ورسوي.

ښوونکی دې د زده‌کوونکو له کار او فعالیت څخه څارنه وکړي او ضعیفو زده‌کوونکو ته دې لارښوونه او ورسره مرسته وکړي.

په پای کې هغه زده‌کوونکی چې فعالیت یې د تختې پر مخ سرته رسولی نورو زده‌کوونکو ته دې خپل کار توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې دې بل زده‌کوونکي ته دنده ورکړل شي چې فعالیت په تخته سرته ورسوي. هغه زده‌کوونکي چې تېروتنه یې کړې ده، خپله تېروتنه دې اصلاح کړي.

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره د پوښتنو او ځوابونو په ډول د الپس معادله ثبوت کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

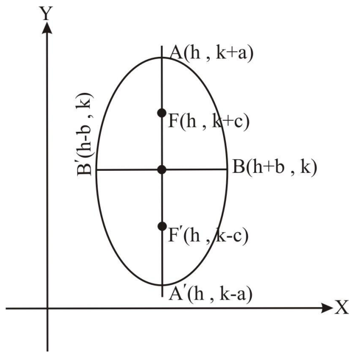
ښاغلی ښوونکی د کتاب د 11 مخ دویم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړی.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د باور د پیداکولو لپاره چې زده‌کوونکو لوست زده‌کړی، او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک د الپس معادله پر تخته لیکلای شي؟
2. که د الپس محراقونه د x پر محور وي، څوک د الپس د راسونو مختصات لیکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د بیضوي معادله- دویم حالت

د درسي کتاب (10) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د الپس په معادله پوه شي. • د الپس معادله په لاس راوړای شي. • د الپس د فورمول په مرسته پوښتنې حل کړای شي. • له پورتني پوهې او مهارت څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	په دې مخ کې د ورودي برخې د پوښتنې رسم شوی چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولګي په مخ کې وځړوئ او پوښتنه وکړئ، په تېر لوست کې د الپس محراقونه د x پر محور باندې پراته وو، نو د الپس معادله $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ په لاس راغله، اوس که چېرې محراقونه د y پر محور باندې وي، د الپس معادله به څه شکل ولري؟که چېرې ځواب مو په لاس را نه وړ، نو ورته ولیکئ چې معادله يې $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ ده او شکل يې همغه ګراف دی چې په چارټ کې رسم شوی دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د 10 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي، ترڅو دریم مثال د یو بل سره په مشوره حل کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو له ډلو څخه کتنه وکړي چې زده‌کوونکي د مثال حل له کتاب څخه نقل ونکړي.
- ښاغلی ښوونکی دې فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړي.
- کوښښ دې وشي چې په هره ډله کې لایق او ضعیف زده‌کوونکي تنظیم شي.
- ښاغلی ښوونکی دې د فعالیت په پای کې د هرې ډلې استازي راوغواړي چې خپل ډلهییز کار نورو ته د تختې پرمخ توضیح کړي که چیرې ونه توانېږي، مرسته او لارښوونه ورته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 12 مخ څلورم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.

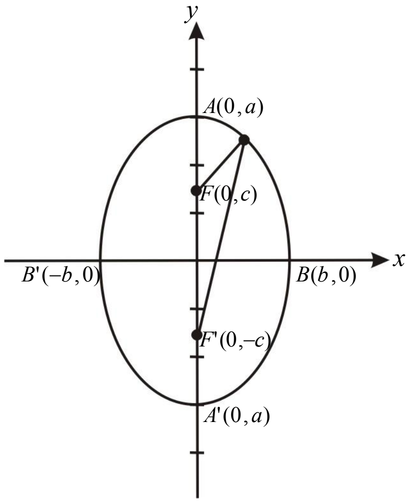
(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک د الپس معادله په هغه صورت کې لیکي چې محراقونه یې د x پر محور وي؟
2. څوک د الپس معادله په هغه صورت کې لیکلای شي چې محراقونه یې د y پر محور وي؟
3. څوک د الپس معادله لیکلای شي، چې د اوږده قطر نیمایي اوږدوالی $5cm$ او د لنډ قطر نیمایي اوږدوالی یې $2.5cm$ وي؟

8- د ښوونکی لپاره اضافي معلومات



$$MF=\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}$$
$$MF'=\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2}$$
$$MF+MF'=2a \;\dots\; I$$

MF او MF' په I رابطه کې وضع کوو:

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}+\sqrt{(x-0)^2+(y+c)^2}=2a \;\dots\; II$$

II معادله ساده کوو:

$$\sqrt{x^2+(y-c)^2}+\sqrt{x^2+(y+c)^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+(y-c)^2}=2a-\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$

دواړه خواوې مربع کوو:

$$x^2+(y-c)^2=(2a-\sqrt{x^2+(y+c)^2})^2$$
$$x^2+y^2-2cy+c^2=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2}+x^2+(y+c)^2$$
$$x^2+y^2-2cy+c^2=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2}+x^2+y^2-2cy+c^2$$
$$-4cy=4a^2-4a\sqrt{x^2+(y+c)^2} \;\; /\div(-4)$$
$$cy=-a^2+a\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$
$$cy+a^2=a\sqrt{x^2+(y+c)^2}$$

دواړه خواوې مربع کوو:

$$(cy+a^2)^2=a^2\{x^2+(cy+c)^2\}$$
$$c^2y^2+2a^2cy+a^4=a^2\{x^2+y^2+2cy+c^2\}$$
$$c^2y^2+2a^2cy+a^4=a^2x^2+a^2y^2+2a^2cy+a^2c^2$$
$$a^2x^2+a^2y^2-c^2y^2-a^4+a^2c^2=0$$
$$y^2(a^2-c^2)+a^2x^2-a^2(a^2-c^2)=0$$
$$y^2b^2+a^2x^2-a^2b^2=0$$
$$y^2b^2+a^2x^2=a^2b^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دواړه خواوې په a^2b^2 باندې ویشو:

$$\frac{y^2b^2}{a^2b^2}+\frac{a^2x^2}{a^2b^2}=\frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

$$\boxed{\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1}$$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1 – لاندې معادلې په پام کې ونیسئ د اوږده قطر د راسونو او محراقونو ترمنځ فاصله پیدا کړئ.

$a)\ \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ $\qquad b)\ \frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$

د $a)$ **جز حل**: د پوښتنو د حل لپاره لومړی باید اوږد قطر، لنډقطر او د محراقونو ترمنځ فاصله پیدا کړو.

$a)\ a^2=36 \Rightarrow a=\pm 6$

$b^2=16 \Rightarrow b=\pm 4$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=36-16=20$

څرنګه چې $a>b$ ده؛ نو له دې امله محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی.

$c^2=20 \Rightarrow c=\pm\sqrt{20}$ یا $c=\pm 2\sqrt{5}$

څرنګه چې a د اوږده قطر نیمایي اوږدوالی دی؛ یعنې اوږد قطر یې له $2a$ سره مساوي دی او $2c$ د محراقي محور اوږدوالی راښیي؛ نو:

$|AA'|=2a=2\cdot 6=12$ $\qquad , \qquad$ $|FF'|=2c=2\cdot(2\cdot\sqrt{5})=4\sqrt{5}$

د $b)$ **جز حل**:

$b)\ a^2=100 \Rightarrow a=\pm 10$

$b^2=36 \Rightarrow b=\pm 6$

بیا هم لیدل کېږي چې $a>b$ ده او محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی.

$c^2=a^2-b^2 \Rightarrow c^2=100-36=64$, $\boxed{c=\pm 8}$

$|AA'|=2a=2\cdot 10=10$ $\qquad , \qquad$ $|FF'|=2c=2\cdot 8=16$

2 – د هغې الیپس معادله ولیکئ چې عن‌المرکزیت یې 0.8 وي.

حل پوهېږو چې: $e=\frac{c}{a}=0.8=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$c=4 \ , \ a=5$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow b^2=a^2-c^2$

$b^2=25-16 \Rightarrow b^2=9$, $\boxed{b=\pm 3}$

څرنګه چې $a>b$ دی؛ نو محراقي محور یې د x له محور سره موازي دی او معادله یې په لاندې ډول ده:

$\boxed{\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1}$ یا $\frac{x}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت)

د درسي کتاب (13) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هغې الپس په معادلې چې مرکز یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه وي پوه شي. • الپس په هغه صورت کې رسم کړای شي چې د مرکز او محراقونو مختصات ورکړل شي. • د الپس د مرکز ځای د h او k د قیمتونو په پام کې نیولو سره تعیین کړای شي. • د پورتني پوهې او مهارت له اجرا کولو څخه د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب د 13 مخ د معادلو شکل یعنې د $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ او $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ معادلو چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولګي په مخ کې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ویلای ښاغلی ښوونکی شکل ته اشاره وکړئ او د الپس مرکز چې مختصات یې د(h ، k) مرتبه جوړه ده او په $O(h,k)$ سره ښودل شوې ده، زده‌کوونکو ته وروښایاست. څرنګه چې د الپس محراقونه په هغه خط باندې دي، چې د x له محور سره موازي دي؛ نو معادله یې $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ ده او همدارنګه د $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ معادله د هغه الپس معادله ده چې محراقونه یې په هغه خط باندې دي چې د y له محور سره موازي دی. د غه دا راښیي چې د دغې الپس مرکز له پورتنیو شرطونو سره سم د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته دنده ورکړئ چې د 13 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. په عین وخت کې دې دغه فعالیت یو زده‌کوونکی د تختې پر مخ سرته ورسوي.

ښاغلی ښوونکی دې څارنه وکړي چې زده‌کوونکي د خپل فعالیت په سرته رسولو کې بوخت دي او که نه؟ ترڅو د تختې له مخې یې نقل نه کړي. د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې د تختې مخې ته ولاړ دی خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. که چیرې د دغه زده‌کوونکي په کار کې تېروتنه ولیدل شي، ښاغلی ښوونکی دې لارښوونه ورته وکړي، ترڅو نور زده‌کوونکي خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

ښاغلی ښوونکی لومړی حالت چې محراقي محور د x له محور سره موازي دی، له چارټ څخه په کار اخېستنې سره د پوښتنو او ځوابونو په طریقې(د زده‌کوونکو په ګډون) په ټولګي کې کار وکړئ؛ یعنې: $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادله ثبوت کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د 14 مخ لومړی مثال په ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په طریقه حل کړي.

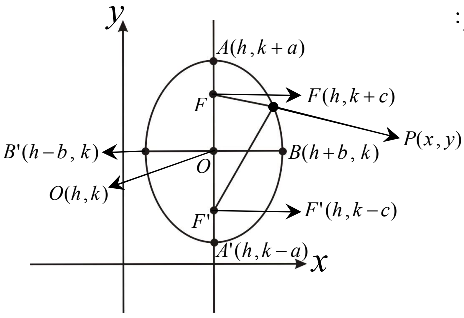
7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي.

1. څوک د هغه الپس معادله لیکلای شي چې مرکز یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې وي؟
2. د هغه الپس معادله څوک لیکلای شي چې مرکز یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه وي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د 15 مخ دویم حالت ثبوت د الپس له تعریف څخه په‌کار اخېستنې سره لرو:



$$|PF|+|PF'|=2a \;\ldots\; \text{I}$$

$$|PF|=\sqrt{(x-h)^2+\{y-(k+c)\}^2}=\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}$$

$$|PF'|=\sqrt{(x-h)^2+\{y-(k-c)\}^2}=\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}$$

د $|PF|$ او $|PF'|$ قیمتونه په I رابطه‌کې وضع کوو:

$$\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}+\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}=2a \;\ldots\; \text{II}$$

د II رابطې شکل ته تغیر ورکوو:

$$\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2}=2a-\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2} \;\ldots\; \text{III}$$

د III رابطې دواړه خواوې مربع کوو؛ نو لرو چې:

$$(x-h)^2+\{(y-k)-c\}^2=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}+(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2$$

$$(x-h)^2+(y-k)^2-2c(y-k)+c^2=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}+(x-h)^2+(y-k)^2+2c(y-k)+c^2$$

$$-2c(y-k)-2c(y-k)=4a^2-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}=-4c(y-k)-4a^2$$

دواړه خواوې په (−4) وېشو، نو لرو:

$$=-4a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}\,c(y-k)+a^2=a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}$$

اوس بیا د پورته مساوات دواړه خواوې مربع کوو:

$$\{c(y-k)+a^2\}^2=\left[a\sqrt{(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2}\right]^2$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2[(x-h)^2+\{(y-k)+c\}^2]$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2\left[(x-h)^2+(y-k)^2+2c(y-k)+c^2\right]$$

$$c^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^4=a^2(x-h)^2+a^2(y-k)^2+2a^2c(y-k)+a^2c^2$$

$$c^2(y-k)^2-a^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2=-a^4+a^2c^2$$

د مساواتو دواړه خواوې په (−1) کې ضربوو؛ نو لرو چې:

$$-c^2(y-k)^2+a^2(x-h)^2+a^2(y-k)^2=+a^4-a^2c^2$$

$$(y-k)^2(a^2-c^2)+a^2(x-h)^2=a^2(a^2-c^2)$$

$a^2-c^2=b^2$ وضع کوو:

$$(y-k)^2b^2+a^2(x-h)^2=a^2b^2$$

د پورته مساواتو دواړه خواوې په a^2b^2 وېشو:

$$\frac{(y-k)b^2}{a^2b^2}+\frac{a^2(x-h)^2}{a^2b^2}=1 \;\Rightarrow\; \boxed{\frac{(y-k)}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې بیضوي معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت)

د درسي کتاب (15) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • پوه شي چې د محراقي محور موقعیت ته په تغییر ورکولو سره(د x له محور سره موازي یا د y له محور سره موازي) د الپس د معادلې شکل تغییر مومي. • د الپس یا بیضوي شکل ته په کتو سره د الپس معادله تعیین کړای شي. • د $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ او $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادلو ته په کتو سره پوه شي چې د بیضوي شکل څه ډول یا محراقي محور کوم دی؟
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب 15 مخ د بیضوي د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی دې له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته وپوهېږي چې دکتاب د 13 مخ د لومړی حالت ورودي برخې په دې ځای کې هم صدق کوي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی په کتاب کې د دویم حالت ثبوت زده کوونکو ته دنده ورکړل شوېده، فکر کېږي چې دا د زده کوونکو لپاره یو څه ستونزمنه ده. په دې خاطر چې په پوښتنو کې هم درې پوښتنې په دې اړه شتون لري، نو ثبوت یې په اضافي معلوماتو کې موجود دی، هغه مطالعه کړئ، د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زده کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره په ټولګي کې کار وکړئ. د زده کوونکو ګډون شرط دی، د سم ځواب په ویلو سره زده کوونکو ته تحسین او وهڅوئ.

ښاغلی ښوونکی دې د درسي کتاب د 15 مخ یادونې له لوستلو څخه وروسته، د 15 مخ دویم مثال د زده کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د ښه تحکیم لپاره زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ او دکتاب د 16 مخ دریم مثال ورته ورکړئ چې د یو بل په مشوره یې حل کړي. تاسو د زده کوونکو له ډلهییز کار څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.

د فعالیت په پای کې له ډلو څخه یو یا دوه زده کوونکي راوغواړئ تر څو خپل ډلهییز کار نورو زده کوونکو ته توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره له زده کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

1. په شکل کې څوک د الپس د محراقونو، راسونو او مرکز مختصات ښودلای شي؟

2. څوک د محراقونو او راسونو مختصات ، د اوږد قطر او لنډ قطر اوږدوالي له لاندې معادلو څخه پیدا کولای شي:

$a)\ \dfrac{(x+3)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$, $b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$

دويمه پوښتنه دکتاب د 16 مخ له پوښتنو څخه ده، چې حل يې د پوښتنو په حل کې شتون لري.

8- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1. د بیضوي په لاندې معادلو کې د مرکز، محراقونو او راسونو مختصات پیدا کړئ.

$a)\ \dfrac{(x+3)^2}{2}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$ $b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$

حل:

$$a)\ \frac{(x+3)^2}{2}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$$

د بیضوي مرکز $(h,k)=(-3,1)$ يعنې $k=1$ ، $h=-3$ دی.

$$b^2=2\ \Rightarrow\ b=\pm\sqrt{2}$$
$$a^2=9\ \Rightarrow\ a=\pm 3$$

څرنګه چې د $(y-k)^2$ مخرج لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی او له $a^2=b^2+c^2$ رابطې څخه په کار اخیستنې سره، c په لاس راوړو:

$$c^2=a^2-b^2=9-2=7\ \Rightarrow\ c=\pm\sqrt{7}$$

$$\left.\begin{array}{l}F(h,k+c)=F(-3,1+\sqrt{7})\\ F'(h,k-c)=F'(-3,1-\sqrt{7})\end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

$$\left.\begin{array}{l}A(h,k+a)=A(-3,1+3)=(-3,4)\\ A'(h,k-a)=A'(-3,1-3)=(-3,-2)\end{array}\right\}$$ د راسونو مختصات

$$b)\ x^2+2y^2+4x-12y+20=0$$

لومړی له کاملې مربع څخه کار اخلو او معادله په معیاري ډول لیکو:

$$x^2+4x+2(y^2-6y)+20=0$$
$$x^2+4x+4-4+2(y^2-6y+9-9)+20=0$$
$$(x+2)^2+2\{(y-3)^2-9\}+16=0$$
$$(x+2)^2+2(y-3)^2-18+16=0$$
$$(x+2)^2+2(y-3)^2-2=0$$
$$(x+2)^2+2(y-3)^2=2$$
$$\frac{(x+2)^2}{2}+\frac{(y-3)^2}{1}=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له پورتنی معادلې څخه معلومېږي چې د $(x+2)^2$ مخرج لوی دی؛ یعنې د بیضوي محراقي محور د x له محور سره موازي دی:

$$a^2=2\ ,\quad a=\pm\sqrt{2}$$
$$b^2=1\ ,\quad b=\pm1$$
$$c^2=a^2-b^2 \ \Rightarrow\ c^2=2-1=1\ ,\quad c=\pm1$$

لیدل کېږي چې د بیضوي مرکز $(h,k)=(-2,3)$ یعنې: $h=-2,\ k=3$ دی.

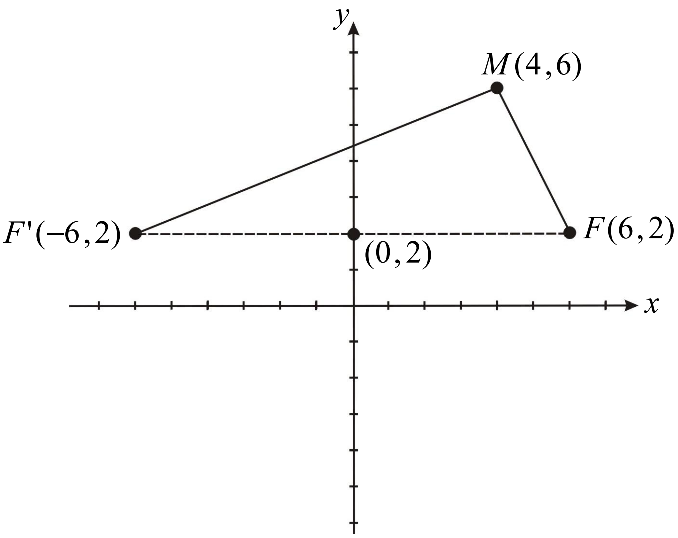
$$\left.\begin{array}{l} A(h+a,k)=A(-2+\sqrt{2},3) \\ A'(h-a,k)=A'(-2-\sqrt{2},3)\end{array}\right\}$$ د راسونو مختصات

$$\left.\begin{array}{l} F(h+c,k)=F(-2+1,3)=F(-1,3) \\ F'(h-c,k)=F'(-2-1,3)=F'(-3,3)\end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

2. د داسې بیضوي معادله ولیکئ چې مرکز یې د $(0,2)$ ټکی، محراق یې د $(2,6)$ ټکی او د $(4,6)$ له ټکي څخه تیره شي.

یادونه: دا پوښتنه په درسي کتاب کې په ټایپ کې غلطه شوې ده، نو په پورته ډول یې اصلاح کړی.

حل:



د بیضوي د تعریف په پام کې نیولو سره لرو چې:

$$|AF|+|AF'|=2a\ ,\quad |MF|+|MF'|=2a$$
$$|MF|=\sqrt{(4-6)^2+(6-2)^2}=\sqrt{(-2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$
$$|MF'|=\sqrt{\{4-(-6)\}^2+(6-2)^2}=\sqrt{(10)^2+(4)^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$$
$$|MF|+|MF'|=2\sqrt{5}+2\sqrt{29}=2(\sqrt{5}+\sqrt{29})=2a$$
$$a=\sqrt{5}+\sqrt{29}\ ,\quad |FF'|=2c=2\cdot6=12$$
$$b^2=a^2-c^2=(\sqrt{5}+\sqrt{29})^2-(6)^2=5+2\sqrt{5}\sqrt{29}+29-36=2\sqrt{145}-2$$
$$b^2=22.08\ \Rightarrow\ \boxed{b=\pm4.7}$$

د بیضوي معادله عبارت دی له: $\dfrac{(x-0)^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{29})^2}+\dfrac{(y-2)^2}{(2\sqrt{145}-2)^2}=1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د بیضوي لاندې معادلې د معیاري معادلو په ډول ولیکئ، د مرکز، راسونو، محراقونو وضعیه کمیات او همدارنګه د اوږده قطر، لنډ قطر اوږدوالی، عن المرکزیت پیدا او ګرافونه یې رسم کړئ.

$a)\ 9x^2+25y^2-36x-150y+36=0 \qquad b)\ 16x^2+4y^2+96x-8y+84=0$

حل $a)$: بیا هم له تکمیل مربع څخه کار اخلو:

$$9x^2+25y^2-36x-150y+36=0$$
$$9x^2-36x+25y^2-150y+36=0$$
$$9(x^2-4x)+25(y^2-6y)+36=0$$
$$9(x^2-4x+4-4)+25(y^2-6y+9-9)+36=0$$
$$9(x-2)^2-36+25(y-3)^2-225+36=0$$
$$9(x-2)^2+25(y-3)^2=225 \quad /\div 225$$
$$\boxed{\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1}$$
$$a^2=25 \Rightarrow a=5$$
$$b^2=9 \Rightarrow b=3$$
$$O(h,k)=O(2,3)$$

څرنګه چې د $(x-2)^2$ مخرج د $(y-3)^2$ د مخرج په پرتله لوی دی؛ یعنې $a>b$ څخه ده، نو د بیضوي محراقي محور د x له محور سره موازي دی؛ نو:

$$\left.\begin{array}{l}A(h+a,k)=A(2+5,3)=A(7,3)\\A'(h-a,k)=A'(2-5,3)=A'(-3,3)\end{array}\right\}$$ د اوږد قطر د راسونو مختصات

$$\left.\begin{array}{l}B(h,k+b)=B(2,3+3)=B(2,6)\\B'(h,k-b)=B'(2,3-3)=B'(2,0)\end{array}\right\}$$ د لنډ یا صغیر قطر مختصات

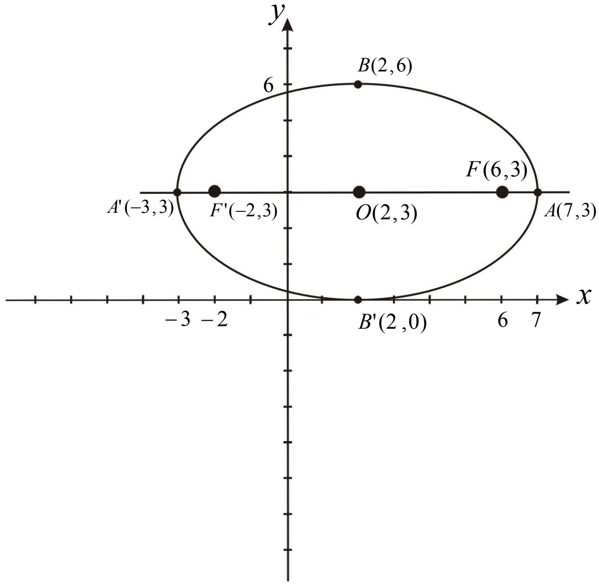
$$\left.\begin{array}{l}F(h+c,k)=F(2+4,3)=F(6,3)\\F'(h-c,k)=F'(2-4,3)=F'(-2,3)\end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

د اوږده قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot 5=10$

د لنډ قطر اوږدوالی $|BB'|=2b=2\cdot 3=6$

د محراقونو ترمنځ فاصله $|FF'|=2c=2\cdot 4=8$

عن‌المرکزیت $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}=0.8$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b)

$$16x^2+4y^2+96x-8y+84=0$$
$$16x^2+96x+4y^2-8y+84=0$$
$$16(x^2+6x)+4(y^2-2y)+84=0$$
$$16(x^2+6x+9-9)+4(y^2-2y+1-1)+84=0$$
$$16(x+3)^2-144+4(y-1)^2-4+84=0$$
$$16(x+3)^2+4(y-1)^2-64=0$$
$$16(x+3)^2+4(y-1)^2=64 \quad / \div 64$$
$$\boxed{\frac{(x+3)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{16}=1}$$

معلومېږي چې د $(y-1)^2$ مخرج د $(x+3)^2$ له مخرج څخه لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی او د بیضوي د مرکز مختصات $(h,k)=(-3,1)$، $h=-3, k=1$ دي.

$$a^2=16 \quad \Rightarrow \quad a=\pm4$$
$$b^2=4 \quad \Rightarrow \quad b=\pm2$$
$$c^2=a^2-b^2=16-4=12 \quad , \quad c=\pm\sqrt{12}$$
$$c=\pm2\sqrt{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} A(h,k+a)=A(-3,1+4)=A(-3,5) \\ A'(h,k-a)=A'(-3,1-4)=A(-3,-3) \end{array}\right\}$$ د کبیر قطر د راسونو مختصات

$$\left.\begin{array}{l} B(h+b,k)=B(-3+2,1)=B(-1,1) \\ B'(h-b,k)=B'(-3-2,1)=B(-5,1) \end{array}\right\}$$ د صغیر قطر د راسونو مختصات

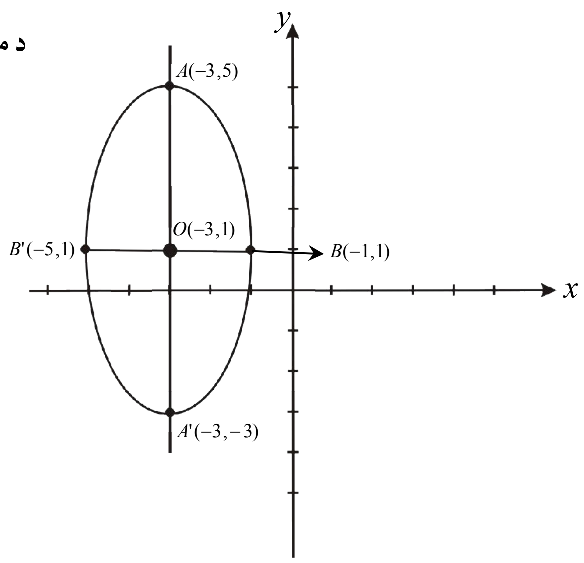
$$\left.\begin{array}{l} F(h,k+c)=F(-3,1+2\sqrt{3}) \\ F'(h,k-c)=F'(-3,1-2\sqrt{3}) \end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

د اوږده قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot4=8$

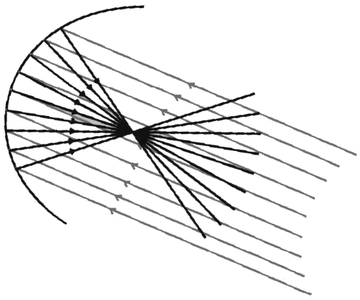
د لنډ قطر اوږدوالی $|BB'|=2b=2\cdot2=4$

د محراقونو ترمنځ فاصله $|FF'|=2c=2(2\sqrt{3})=4\sqrt{3}$

عن‌المرکزیت $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$



(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

پارابولا

د درسي کتاب (17) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي د لوست په پای کې به په دې و توانېږي چې: • پارابولا به د یوې مخروطي مقاطع په توګه وپېژني او د هغه په مفهوم به پوه شي چې پارابولا یو ډول منحني ده. • له پارابولیکو شکلونو څخه په انجنیري کې یعنې د پلونو، د کړکیو او داسې نورو شیانو په جوړلو کې کار و اخېستلای شي. • د پارابولا د اهمیت په پوهېدلو سره به د خوښی احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د فعالیت چارټونه او نور اړوند چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او حال پوښتنې څخه وروسته دکتاب 17 مخ د فعالیت اړوند چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتئ، ترڅو د هغې په اړه فکر وکړي او ځواب ورکړي. پرته له هغه ښاغلی ښوونکی دې و وایي هغه شعاع چې د مقعرې عدسیې له اصلي محور سره موازي وي او وروسته له انعکاس څخه له یوه ټکي تېرېږي چې هغه ټکي ته محراق وایي او په F' سره یې ښیي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د فعالیت چارټ چې مخکې مو په ډبل خط رسم کړی، د ټولګي په مخ کې وځړوئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشئ ترڅو نوموړی فعالیت د یو بل سره په مشوره سرته ورسوي. د فعالیت په پای کې د یو یا دوو ډلو استازو ته دنده ورکړئ چې خپل فعالیت نورو ته توضیح کړي. که چیرې د فعالیت په توضیح کولو کې تېروتنه وکړي لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی د فعالیت پایله له زده‌کوونکو څخه وپوښتي که چیرې زده‌کوونکو ځواب ورنه کړای شو، ښوونکی دې د فعالیت پایله چې د پارابولا تعریف دی، زده‌کوونکو ته و وایي.
- ښاغلی ښوونکی هغه چارټ چې په کې د پارابولا وتر رسم شوی دی، د ټولګي په مخ کې وځړوي او له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ. څوک د پارابولا وتر ښودلای شي؟ څوک د پارابولا وتر تعریفولای شي؟

که چیرې زده‌کوونکي په ځواب ورکولو باندې بریالي شول ښه ده، پرته له هغه ښاغلی ښوونکی وتر په شکل کې وروښیي او تعریف یې ورته کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لاښه تحکیم لپاره، د پارابولا، تناظري محور، هادي خط او راس د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره توضیح کړي.

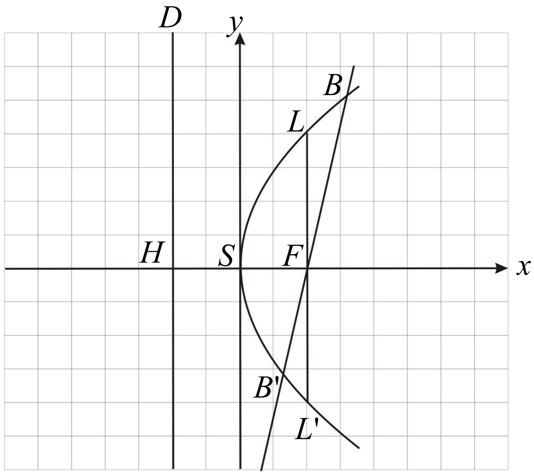
7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره چې زده‌کوونکي پوه شوي دي او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتي:

1. پارابولا څه ډول یو منحني دی؟
2. څوک کولای شي چې په شکل کې د پارابولا راس، هادي خط او محراق وښایي؟

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د پارابولا د محراقي وتر اوږدوالی د $\overline{FH}$ څو برابره دی.



حل:

د محراقي وتر تعریف داسې دی: هغه خط چې له محراق څخه تېر او د پارابولا دوه ټکي سره ونښلوي، د پارابولا محراقي وتر بلل کېږي او همدارنګه عمودي وتر هم له محراق څخه تېر او د F په نقطه کې عمود وي، د پارابولا دوه ټکي سره نښلوي؛ نو هر عمودي وتر محراقي وتر هم کېدای شي.

د پارابولا د عمودي وتر اوږدوالی د محراق او راس ترمنځ د فاصلې څلور برابره دی؛ یعنې: $LL'=4\overline{FS}$

پوهېږو چې $\overline{FS}=\overline{SH}$ او $\overline{FH}=2\overline{SF}$ دی؛ نو محراقي وتر $LL'=4\overline{SF}=4(\frac{\overline{HF}}{2})=2\overline{FH}$ دی، په پایله کې ویلای شو چې د پارابولا د محراقي وتر اوږدوالی د $\overline{FH}$ دوه برابره دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y^2 = 4px$$
$$x^2 = 4py$$

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د پارابولا معادله(لومړی حالت)

د درسي کتاب (19) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د پارابولا معادله وپېژني او د الپس له معادلې سره یې توپیر وکړای شي. • پوه شي چې د $y^2 = 4px$ او همدارنگه $x^2 = 4py$ د هغو پارابولا معادلې دي چې راسونه یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې دي. • په بېلابېلو حالتونو کې له شکل څخه په کار اخېستلو سره د پارابولا معادله په لاس راوړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 19 او 20 مخونو د پارابولا د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته په 19 مخ کې د پارابولا د شکل چارټ چې د لومړي حالت اړوند شکل دی، د ټولگي په مخ کې ځوړند کړي، په داسې حال کې چې $y^2 = 4px$ او $x^2 = 4py$ معادلې په نوموړي چارټ کې لیکل شوي دي. له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې دغه شکل په کومه معادله پورې اړه لري، ترڅو زده‌کوونکي په دې اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې ځواب ور نه کړای شي د فعالیت په سرته رسولو سره څرگندېږي چې نوموړی شکل له $y^2 = 4px$ معادلې سره مطابقت لري، ځکه چې د پارابولا محراق F د x پر محور باندې دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشئ چې د له ځوړند شوي چارټ څخه په کار اخېستو سره فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له ډلو څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې د $|MF|$ او $|MK|$ قیمتونه پر تخته پیدا کړي او د تعریف په رابطه کې یعنې $|MF| = |MK|$ کې یې وضع کړي او په پایله کې به د پارابولا معادله په لاس راوړي. په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي دغه فعالیت پرته له دې چې له تختې څخه یې نقل کړي، په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې فعالیت یې پر تخته سرته رسولی، خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې بل زده‌کوونکی د هغه تېروتنې د ښوونکي په مرسته اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- ښاغلي ښوونکی دې په پای کې د $P > 0$ او $P < 0$ حالتونه زده‌کوونکو ته بیا ووايي او په شکلونو کې دې وروښيي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکیم لپاره د 20 مخ لومړی مثال له زده‌کوونکو سره د پوښتنو او ځوابونو په شکل کار وکړی، تر څو زده‌کوونکي ښه زده کړه وکړای شي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره چې زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. د پارابولا معادله چې راس یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې وي څوک لیکلای شي؟
2. په کوم صورت کې د پارابولا خوله ښی او په کوم صورت کې د پارابولا خوکه کېڼ لور ته خلاصه وي؟
3. که چیرې د پارابولا محراق د x پر محور باندې وي، معادله به یې څه شکل ولري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د پارابولا معادله(دویم حالت)

د درسي کتاب (21) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د پارابولا معادله وپېژني په هغه صورت کې چې محراق یې د y په محور باندې وي. • له شکل څخه په کار اخېستنې سره د پارابولا معادله په لاس راوړای شي او د دوو نقطو ترمنځ فاصله پیدا کړي. • زده کوونکي په دې پوه شي چې که چیرې $P>0$ وي، د پارابولا خوله پورته خوا ته خلاصه ده او که چیرې $P<0$ وي، د پارابولا خوله ښکته خواته خلاصه ده.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د کتاب د 21 مخ چارټونه
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د کتاب د 21 مخ لومړی چارټ د ټولګي مخې ته وځړوئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، که چیرې د پارابولا محراق F د y په محور باندې او هادي خط یې د x له محور سره موازي وي، څوک کولای شي د پارابولا معادله په لاس راوړي؟ ښایي چې زده‌کوونکي چپ پاتې شي، نو د لوست بهیر داسې پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی دې یو زده‌کوونکی راوغواړي چې د پارابولا له تعریف څخه په‌کار اخېستنې سره د $|MF|=|MK|$ رابطه پر تخته ولیکي.
- دویم زده‌کوونکی دې له فورمول څخه په‌کار اخېستنې سره د $\overline{MF}$ او $\overline{MK}$ اوږدوالی په لاس راوړي.
- دریم زده‌کوونکی دې د $\overline{MF}$ او $\overline{MK}$ قیمتونه د $|MF|=|MK|$ په رابطه کې وضع کړي.
- بالاخره دریم زده‌کوونکی دې د ښوونکي په مرسته د رابطې دواړه خواوې مربع کړي او د پارابولا معادله چې $x^2=4py$ ده، په لاس راوړي.
- ښاغلی ښوونکی دویم او دریم چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او د P بېل بېل حالتونه یعنې که چیرې $P<0$ او یا $P>0$ وي، په پام کې ونیسئ او زده‌کوونکو ته یې په شکل کې وښایاست.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د تحکیم لپاره د کتاب 22 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې په زده‌کوونکو باندې کار وکړي، د اړتیا په صورت کې دې له زده‌کوونکو سره مرسته وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ د ترلاسه کولو لپاره له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. څوک د پارابولا معادله چې محراق یې د y په محور وي، لیکلای شي؟
2. څوک ویلای شي د $y^2 = 4px$ او $x^2 = 4py$ معادلو ترمنځ توپیر څه دی؟
3. څوک کولای شي چې د دوارو حالتونو شکلونه پر تخته رسم کړي؟

نوټ: چارټونه دې د تختې له مخ څخه لرې شي.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

$1-$ د $y^2-4x=0$ او $x^2=2y$ معادلو کې د هرې پارابولا د راس وضعیه کمیات او د هادي (موجه خط) معادلې پیدا او ګرافونه یې رسم کړئ.

حل:

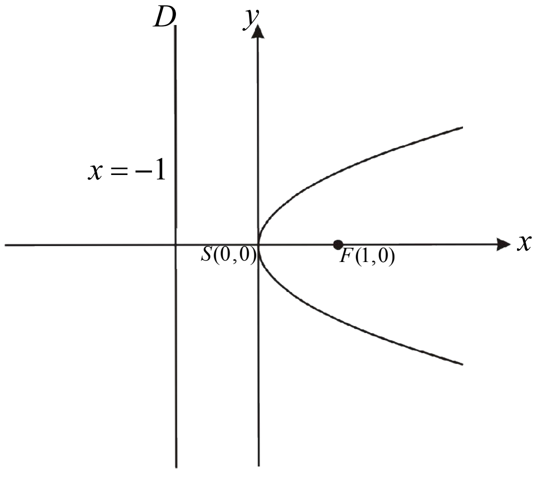
$$y^2-4x=0$$
$$y^2=4x \quad , \quad 4p=4 \quad \Rightarrow p=1>0$$

څرنګه چې $P>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور ښي خواته خلاصه ده.

$$\left.\begin{array}{l} y^2=0 \quad \Rightarrow \quad y=0 \\ 4x=0 \quad \Rightarrow \quad x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow S(0,0)$$ د پارابولا د راس مختصات

$F(P,0)=F(1,0)$ د محراق مختصات

$$\left.\begin{array}{l} x=-P \\ x=-1 \end{array}\right\}$$ د هادي خط معادله



$y^2=4Px$ د معادلې عمومي شکل

$$x^2=2y$$
$$4P=2 \quad \Rightarrow \quad P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad P=\frac{1}{2}>0$$

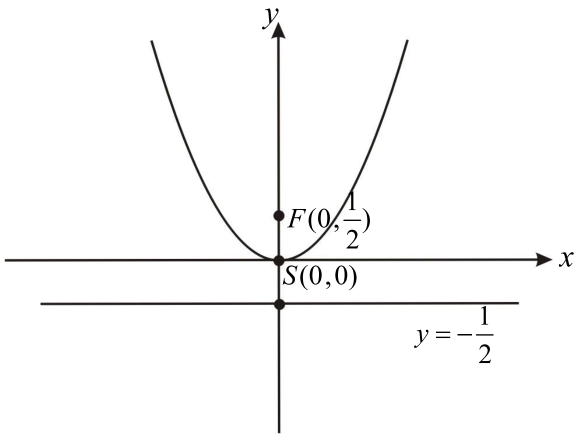
معلومېږي چې $P=\frac{1}{2}>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

$$\left.\begin{array}{l} x^2=0 \quad , \quad x=0 \\ 2y=0 \quad , \quad y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow S(0,0)$$ د راس وضعیه کمیات

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محراق وضعیه کمیات $F(0,P)=F(0,\frac{1}{2})$

د هادي خط معادله $y=-P \quad \Rightarrow \quad y=-\frac{1}{2}$



$2-$ د لاندې قیمتونو له مخې د هرې پارابولا معادله پیدا کړئ.

$a)\ S(0,0) \qquad F(0,5)$

$b)\ S(0,0) \qquad F(-2,0)$

حل $a)$:

د راس له وضعیه کمیاتو شخه معلومېږي چې د پارابولا راس د وضعیه کمیاتو په مبدا کې دی او له محراق شخه ثرګندېږي چې $P=5>0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خوا ته خلاصه ده او د هغې پارابولا معادله چې خوله یې د y پر محور پورته خواته خلاصه وي، عمومي شکل یې $x^2=4Py$ دی.

$x^2=4Py \quad , \quad x^2=4\cdot 5y \quad \Rightarrow \quad \boxed{x^2=20y}$

حل $b)$:

$b)\ S(0,0) \qquad F(-2,0)$

د پارابولا راس د وضعیه کمیاتو په مبداکې پروت دی او د محراق له مختصو شخه ثرګندېږي چې $P=-2<0$ دی؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کېڼې خوا ته خلاصه ده، عمومي معادله یې عبارت ده له: $y^2=4px$

$y^2=4Px \quad , \quad y^2=4(-2)x \quad \Rightarrow \quad \boxed{y^2=-8x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$
$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

د هغې پارابولا معياري معادله چې راس يې يو اختياري ټکی وي

د درسي کتاب (23) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې پارابولا د معياري معادلې په شکل به پوه شي چې راس يې يو اختياري ټکی وي. • د $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ او $(x-h)^2 = 4P(y-k)$ معادلو د شکلونو په توپير باندې به پوه شي. • د پارابولا معادله په هغه صورت کې چې راس يې د وضعيه کميات په مبداکې نه وي وليکلای شي او پوښتنې به حل کړای شي. • له پورتني پوهې او مهارت څخه به خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ييز او انفرادي کار
3- **مرستندويه مواد:**	د 23 مخ او 24 دوه لومړي چارټونه
4- **د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)**	ښاغلی ښوونکی د 23 مخ د شکل چارټ په توش قلم رسم د $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ او $(x-h)^2 = 4P(y-k)$ معادلې پر هغې وليکی او د ټولګي په مخ کې يې وځړوئ وروسته ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو د هغې په اړه فکر وکړي، که چيرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ويلای، د فعاليت له اجراکولو څخه وروسته به پوه شي چې د $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ معادله د هغه پارابولا معادله ده، چې د راس مختصات يې د وضعيه کميات په مبداکې نه دی.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:**

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، ترڅو د 23 مخ دوه فعاليتونه چې په (•) ټکی نښاني شوي دي سرته ورسوي. وروسته د MF او MN فاصلې د $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ فورمول څخه په کار اخېستو سره پيدا او د $\overline{MF} = \overline{MN}$ په مساوات کې يې وضع کړي او بيا به د مساوات د دواړو خواوو له مربع او ساده کولو وروسته لاندې معادله په لاس راوړئ.

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

پورتنی معادله په يقيني توګه د هغې پارابولا معادله ده چې د راس مختصات يې (h,k) او د وضعيه کميات په مبداکې واقع نه دی.

ښاغلی ښوونکی دې د زده‌کوونکو له ډله‌ييز کار څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشويق او له ضعيفو ډلو سره مرسته وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي او د فعالیت د اجرا په ترځ کې لاربښوونه او مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دې د کتاب 24 مخ دوه لومړي چارټونه د ټولګي په مخ کې وځړوي او په وار سره دې دوه زده‌کوونکي راوغواړي ترڅو د $P > 0$ او $P < 0$ په صورت کې اړونده شکلونه زده‌کوونکو ته وروپېژني.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب د 26 مخ لومړی پوښتنه د زده‌کوونکو په ګډون په ټولګي کې حل کړي.

د همدې مخ دویمه پوښتنه زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د زده‌کړې د ډاډ په هکله زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویي:

1. د هغې پارابولا معادله چې راس یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې نه وي، ولیکئ.
2. د پارابولا معادله په هغه صورت چې راس یې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې وي، پر تخته ولیکئ.
3. که چیرې $P > 0$ وي، د پارابولا خوله کومې خواته خلاص ده او که چیرې $P < 0$ وي، د پارابولا خوله به کومې خوا ته خلاصه وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې پارابولا معیاري معادله چې راس یې یو اختیاري ټکی وي(دویم حالت)

د درسي کتاب (24) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • پوه شي، که چیرې د پارابولا تناظري محور د y له محور سره موازي وي، د پارابولا معادله له $(x-h)^2 = 4P(y-k)$ څخه عبارت ده. • پورتنۍ معادله د شکل او د پارابولا له تعریف څخه په کار اخېستنې سره په لاس راوړای شي. • د پورتني مهارت او پوهې له حاصلولو څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 24 مخ د دوو وروستیو شکلونو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته له زده‌کوونکو څخه وپوښتي‌ که چیرې د پارابولا تناظري محور د y له محور سره موازي وي، د پارابولا معادله به څه شکل ولري؟ ښاغلی ښوونکی دې جوړ شوی چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوي، احتمال لري چې له شکل څخه په کار اخېستنې سره زده‌کوونکي وکولای شي، د پارابولا معادله په لاس راوړي؛ څکه په لومړي حالت کې مو چې معادله پیدا کړې وه، هغه له دوی سره مرسته کوي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي، ترڅو د هغه معلوماتو له مخې چې له تېر لوست څخه یې لري له یو بل سره په مشوره د پارابولا د معادلې دویم حالت حاصل کړي.
- د زده‌کوونکو د فعالیت له کارولو څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې وهڅوئ او له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ. د دویم حالت ثبوت د اضافي معلوماتو په توګه کار شوی دی.
- لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په شکل د زده‌کوونکو په ګډون په ټولګي کې حل کړئ.
- دویم مثال په زده‌کوونکو باندې د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې کار وکړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره دریم مثال په ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې کار وکړئ.

دریمه پوښتنه زده‌کوونکو ته کورنۍ دنده ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره په لاندې ډول وپوښتي:

1. د پارابولا معیاري معادله څه شکل لري؟(یو زده‌کوونکی دې پر تخته و لیکي)
2. څوک کولای شي د هغې پارابولا شکل رسم کړي چې د تناظر محور یې د y له محور سره موازي وي او په هغې کې وترونه او محراق په گوته کړي.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- د لاندې پارابولا معادله پیدا کړي، په داسې حال کې چې:

$$S(1,3), F(-1,3)$$

یادونه:په درسي کتاب کې د a جز اضافه غلط ټایپ شوی دی.

حل:

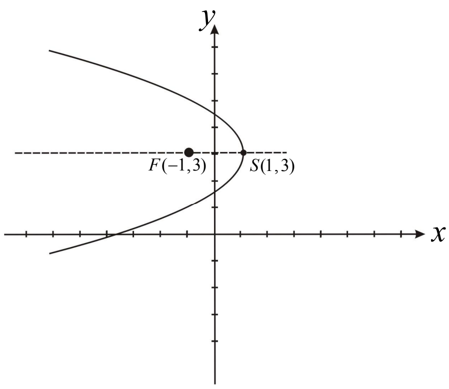
$$S(1,3) \Rightarrow h=1 \quad , \quad k=3$$
$$F(-1,3) \Rightarrow h+p=-1 \quad , \quad k=3$$
$$1+P=-1 \Rightarrow P=-2$$

څرنگه چې $P<0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کینې خوا ته خلاصه ده او د داسې پارابولا عمومي معادله عبارت ده له:

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$

نو:

$$(y-3)^2=4(-2)(x-1) \Rightarrow \boxed{(y-3)^2=-8(x-1)}$$



2- د $(y-1)^2=12(x-4)$ په معادله کې د پارابولا دراس مختصات، د محراق مختصات، د موجه خط معادله او د تناظر محور پیدا او گراف یې رسم کړئ.

$$(y-1)^2=12(x-4)$$
$$k=1 \quad , \quad h=4 \quad , \quad 4p=12 \Rightarrow p=3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

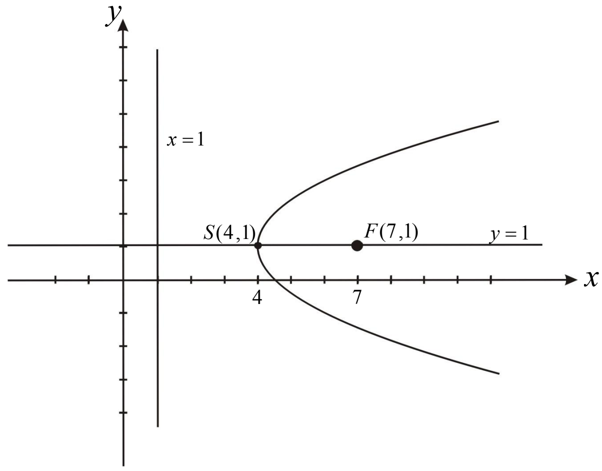
معلومېږي چې $P > 0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور ښي لوري ته خلاصه ده.

د راس مختصات $S(h,k) = S(4,1)$

د محراق مختصات $F(h+p,k) = F(4+3,1) = F(7,1)$

د هادي خط معادله $\boxed{x=1}$, $x = h - p \Rightarrow x = 4-3 = 1$

د تناظر محور $y=1$, $y = k$



3- لاندې معادلې د پارابولا د معیاري معادلې په ډول ولیکئ او ګراف یې رسم کړئ.

$a)\ y^2 - 6y + 8x + 41 = 0$ $b)\ x^2 - 2x - 6y - 53 = 0$

حل **a**) له کاملې مربع څخه په کار اخېستنې سره لرو چې:

$y^2 - 6y + 8x + 41 = 0$

$y^2 - 6y + 9 - 9 + 8x + 41 = 0 \Rightarrow (y-3)^2 + 8x + 32 = 0$

د پارابولا معادله: $(y-3)^2 = -8(x+4)$

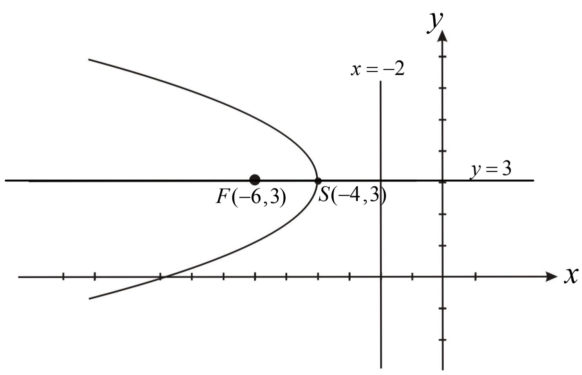
$h = -4\ ,\ k = 3\ ,\ S(h,k) = S(-4,3)\ ,\ 4P = -8\ ,\ P = -2$

څرنګه چې $P < 0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x پر محور کېڼ لوري ته خلاصه ده.

د محراق مختصات $F(h+p,k) = F(-4+(-2),3) = F(-6,3)$

د مؤجه خط معادله $\boxed{x=-2}$, $x = h - p\ ,\ x = -4+2 = -2$

د پارابولا تناظري محور $y=3$, $y = k$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل**b**) بیا هم له کاملې مربعې څخه کار اخلو:

$$x^2-2x-6y-53=0$$
$$x^2-2x+1-1-6y-53=0$$
$$(x-1)^2-6y-54=0 \ \Rightarrow \ (x-1)^2=6y+54$$

د پارابولا معیاري معادله $(x-1)^2=6(y+9)$

د پارابولا راس $h=1 \ , \ k=-9 \ , \ S(h,k)=S(1,-9)$

$$4P=6 \ \Rightarrow \ P=\frac{3}{2}$$

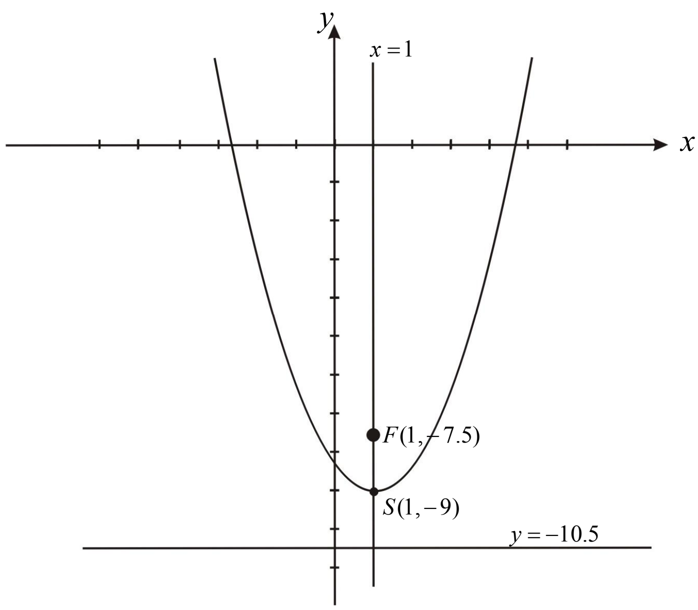
څرنګه $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

د محراق مختصات $F(h,p+k)=F(1,\frac{3}{2}-9)=F(1,\frac{3-18}{2})=F(1,-7.5)$

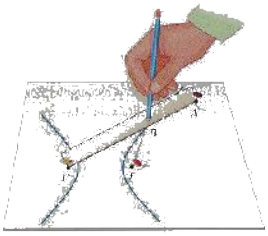
$$y=k-p \ \Rightarrow \ y=-9-\frac{3}{2}=\frac{-18-3}{2}=\frac{-21}{2}=-10.5$$

د موجه خط معادله $y=-10.5$

د تناظر محور $x=h \ \Rightarrow \ x=1$



(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

هایپربولا (*Hyperbola*)

د درسي کتاب (27) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هایپربولا په مفهوم پوه شي. • عن‌المرکزیت، تناظري محورونه او د هایپربولا راسونه وپېژني. • هایپربولا له نورو مخروطي مقاطعو سره تشخیص کړای شي. • د یوې هایپربولا اجزاوې په رسم کې وښودلای شي. • د پورتنی پوهې او مهارت له حاصلولو څخه په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د 27 مخ د هایپربولا چارټ او 28 مخ د هایپربولا د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی وروسته له سلام او احوال پوښتنې له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتيځ، ترڅو د هغې په هکله زده‌کوونکي فکر کولو ته اړ شي که چیرې زده‌کوونکي پوښتنې ته ځواب ورنشي کړای او په دې صورت کې د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته ځواب په لاس راوړي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی هغه چارټ چې مخکې مو تیار کړی دی، د ټولګي په مخ کې وځړوئ او یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې فعالیت پر تخته سرته ورسوي. په عین وخت کې دغه فعالیت د ټولګي نورو زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په انفرادي توګه یې په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې د تختې مخې ته ولاړ دی، خپل فعالیت دې نورو ته توضیح کړي. که چیرې د زده‌کوونکي توضیحات سم وي، ښه ده، له هغه پرته یوه داوطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې فعالیت پر تخته سرته ورسوي. ښاغلی ښوونکی دې د اړتیا په صورت کې لارښوونه ورته وکړي او هغه زده‌کوونکي چې د فعالیت په اجرا کې یې تېروتنه کړې ده، خپله تېروتنه دې اصلاح کړي. دفعالیت په پایله کې د هایپربولا تعریف لاسته راځي چې $|MF'|-|MF|=|A'A|=2a$ کېږي، پر تخته ولیکئ.
- ښاغلی ښوونکی د کتاب د 28 مخ چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ د پوښتنو او ځوابونو په ډول له زده‌کوونکو څخه، د هایپربولا محراقونه، راسونه، تناظري محورونه او د هایپربولا هادي وروپېژنئ.
- همدارنګه د هایپربولا عن‌المرکزیت فارمول $e=\frac{c}{a}$ توضیح او د $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$ رابطه دې پر تخته پیدا کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د لا ښه تحکیم لپاره یو زده‌کوونکی راوغواړي چې د 28 مخ د شکل په لېدلو سره د هایپربولا اجزاوې توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره ارزوي:

1. څوک هایپربولا تعریفولای شي؟
2. څوک د هایپربولا محراقونه، راسونه او هادي خطونه په رسم کې ښودلای شي؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

حل:

له عن‌المرکزیت $e=\dfrac{c}{a}$ رابطې څخه په‌کار اخېستنې سره د a او b عدونو ترمنځ اړیکه د یو بل له جنسه پیدا کړی، یعنې:

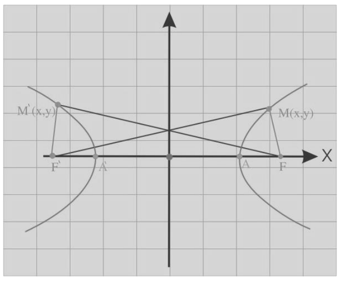
$$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$$

$$\boxed{e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}$$ د a او b عددونو او عن‌المرکزیت ترمنځ اړیکه

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هایپربولا معادله

د درسي کتاب (29) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • هایپربولا وپېژني او د هایپربولا په تعریف پوه شي. • د تعریف په پام کې نیولو سره د شکل له مخې د تعریف رابطه ولیکي. • د هایپربولا معادله د تعریف او د دوو ټکو ترمنځ د فاصلې له فورمول څخه په کار اخېستنې سره په لاس راوړای شي. • له پورتنۍ پوهې او مهارت څخه خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنې او ځوابونه، ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	د 29 مخ د هایپربولا د شکل د ورودي برخې چارټ او د فعالیت چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته ورودي چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ، د زده‌کوونکو پام عنوان ته راواړوئ، ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، همدارنګه وپوښتئ هغه هایپربولا چې راس یې د کمیات وضعیه د x پر محور باندې وي، محراقونه به یې په کوم ځای کې پراته وي؟ ښایي چې یو شمېر زده‌کوونکي له فکر کولو څخه وروسته ځواب ووایي چې د x پر محور باندې، او له هغې پرته ښاغلی ښوونکی د فعالیت اړوند چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او محراقونه چې د x پر محور باندې پراته دي، ور وښیي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې د کتاب د 29 مخ فعالیت له یو بل سره په مشوره سرته ورسوئ؛ یعنې $|PF'|$ او $|PF|$ په لاس راوړي او د تفریق په رابطه یعنې په $|PF'|-|PF|=2a$ رابطه کې یې وضع کړي، څرنګه چې د پارابولا له موضوع څخه پوهېږي، د معادلې دواړه خواوې دې مربع او ساده کړي. په پایله کې به د هایپربولا معادله؛ یعنې $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ په لاس راوړي.
- ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له ډلو څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې وهڅوئ او له ضعیفو ډلو سره مرسته او ورته لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ چې په هره ډله کې لایق او ضعیف زده‌کوونکي شتون ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره دکتاب د 31 مخ لومړی مثال د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخیستنې سره پر تخته حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د زده‌کړې د ارزونې لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک هایپربولا تعریف کولای شي؟
2. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلای شي چې راس یې د وضعیه کمیاتو په محورونو باندې وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هایپربولا د معادلې دویم حالت (متقاطع محور یعنې AA' د y پر محور پروت وي)

د درسي کتاب (30) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د متقاطع محور (AA') د ځای په پام کې نیولو سره د هایپربولا د دوو معادلو یعنې $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ او $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ په توپیر پوه شي. • په پورتنيو دواړو صورتونو کې د هایپربولا منحني ترسيم کړای شي. • د اړتیا په صورت کې د هایپربولا له فورمولونو او شکلونو څخه کار واخلي. • د پورتنيو موضوعاتو په عملي کولو سره د خوښي احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنې او ځوابونه، ډله ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	ددې لوست د اضافي معلوماتو چارټ د 31 او 32 مخونو چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضيح (5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ معادله پر تخته ولیکي او له زده کوونکو څخه وپوښتي: ایا ویلای شئ چې د هایپربولا راسونه او محراقونه په کوم محور باندې پراته دي؟ که چیرې زده کوونکي په ځواب ویلو بریالي نشي، نو هغه چارټ چې د کتاب د 32 مخ له دویم مثال څخه جوړ شوی دی، د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او د هایپربولا اجزاوې زده کوونکو ته وروپېژني.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی دې زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشي چې د یو بل په مشوره د $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ معادله له نوموړي چارټ څخه په کار اخیستنې سره ثبوت کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې د زده کوونکو د ډله ییز کار او فعالیت څخه څارنه وکړي. فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړي. د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله ییز کار نورو زده کوونکو ته توضيح کړي. د تېروتنې په صورت کې له بلې ډلې دې یو داوطلب زده کوونکی راشي، د هایپربولا معادله دې پر تخته ثبوت او توضيح کړي. د اړتیا په صورت کې لارښوونه ورته وکړي.
- ښاغلی ښوونکی د هایپربولا د مجانبونو عنوان پر تخته ولیکئ او له یوه زده کوونکي څخه وغواړئ چې د $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ له معادلې څخه د مجانبونو معادله چې له $y=\pm\frac{b}{a}x$ څخه عبارت ده، ثبوت کړي.
- ښاغلی ښوونکی په هره برخه کې پوښتنه وکړئ او زده کوونکي دې استدلال وکړي او ځواب دې ووایي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره د 31 مخ دویم مثال د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره پر تخته حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

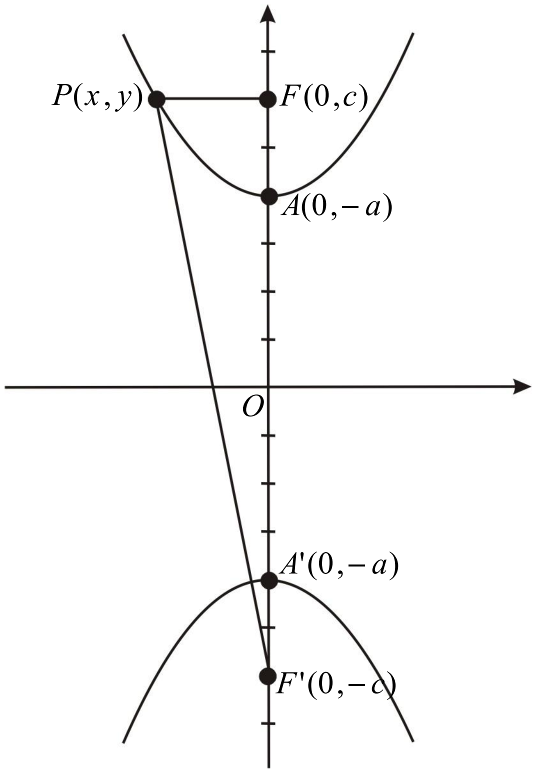
ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شئ، نو له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

1. که چیرې د AA' قاطع محور د y پر محور باندې پروت وي، د هایپربولا معادله کومه ده؟
2. څوک د عن‌المرکزیت فارمول پر تخته لیکي او د هغې د اجزاو و نومونه اخلي.
3. که چیرې د AA' قاطع محور د y پر محور پروت وي، د هایپربولا مجانب به کوم شکل ولري؟

یادونه: هره پوښتنه دې له یوه زده‌کوونکي څخه وشي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

دویم حالت: **د** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ **معادلې ثبوت**: د هایپربولا له تعریف سره سم، په یوه مستوي کې د هغه ټکو هندسي محل چې د فاصلو تفاضل یې له دوو ځای پر ځای ټکو څخه تل مساوي اوږدوالی ولري، هایپربولا بلل کېږي، لیکلای شو:



له شکل څخه پوهېږو چې:

$$|PF'|-|PF|=2a \;\dots\; I$$

$$|PF'|=\sqrt{(x-0)^2+\{y-(-c)\}^2}$$

$$|PF|=\sqrt{(x-0)^2+(y-c)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس پورتني قيمتونه په I رابطه کې وضع کوو:

$$\sqrt{x^2+(y+c)^2}-\sqrt{x^2+(y-c)^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+y^2+2cy+c^2}-\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}=2a$$
$$\sqrt{x^2+y^2+2cy+c^2}=2a+\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2} \quad ... \ II$$

د II رابطې دواړه خواوې مربع کوو:

$$x^2+y^2+2cy+c^2=4a^2+4a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2}+x^2+y^2-2cy+c^2$$
$$4cy-4a^2=4a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2} \quad ... \ III$$

د III رابطې دواړه خواوې پر 4 باندې وېشو:

$$cy-a^2=a\sqrt{x^2+y^2-2cy+c^2} \quad ... \ IV$$

د IV رابطې دواړه خواوې مربع کوو:

$$(cy-a^2)^2=a^2(x^2+y^2-2cy+c^2)$$
$$c^2y^2-2a^2cy+a^4=a^2x^2+a^2y^2-2a^2cy+a^2c^2$$
$$c^2y^2-a^2y^2-a^2x^2=-a^4+a^2c^2$$
$$y^2(c^2-a^2)-a^2x^2=a^2(c^2-a^2)$$

څرنګه چې $c^2-a^2=b^2$ دی؛ نو لرو:

$$y^2b^2-a^2x^2=a^2b^2$$

د پورتني معادلې دواړه خواوې پر a^2b^2 وېشو:

$$\frac{y^2b^2}{a^2b^2}-\frac{a^2x^2}{a^2b^2}=\frac{a^2b^2}{a^2b^2} \Rightarrow \boxed{\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1}$$

د محراقونو او راسونو مختصات په شکل کې نومول شوي دي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د $4x^2-y^2=16$ هایپربولا له معادلې څخه د محراقونو وضعیه کمیات، د راسونو وضعیه کمیات، د موجه خط معادلې او د مجانبونو معادلې په لاس راوړئ او په پای کې یې ګراف رسم کړئ.

حل لومړی معادله په ستندرډ شکل اړوو؛ یعنې د معادلې اطراف په 16 باندې وېشو:

$$4x^2-y^2=16 \quad / \div 16 \quad \Rightarrow \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$$

معلومه شوه چې د هایپربولا متقاطع محور د x محور دی او مرکز یې په مبدا کې پروت دی.

د هایپربولا راسونه $a^2=4 \ \Rightarrow \ a=\pm 2 \ , \ A(2,0) \ , \ A'(-2,0)$

د هایپربولا د غیر حقیقي راسونو مختصات $b^2=16 \ \Rightarrow \ b=\pm 4 \ , \ B(0,4) \ , \ B'(0,-4)$

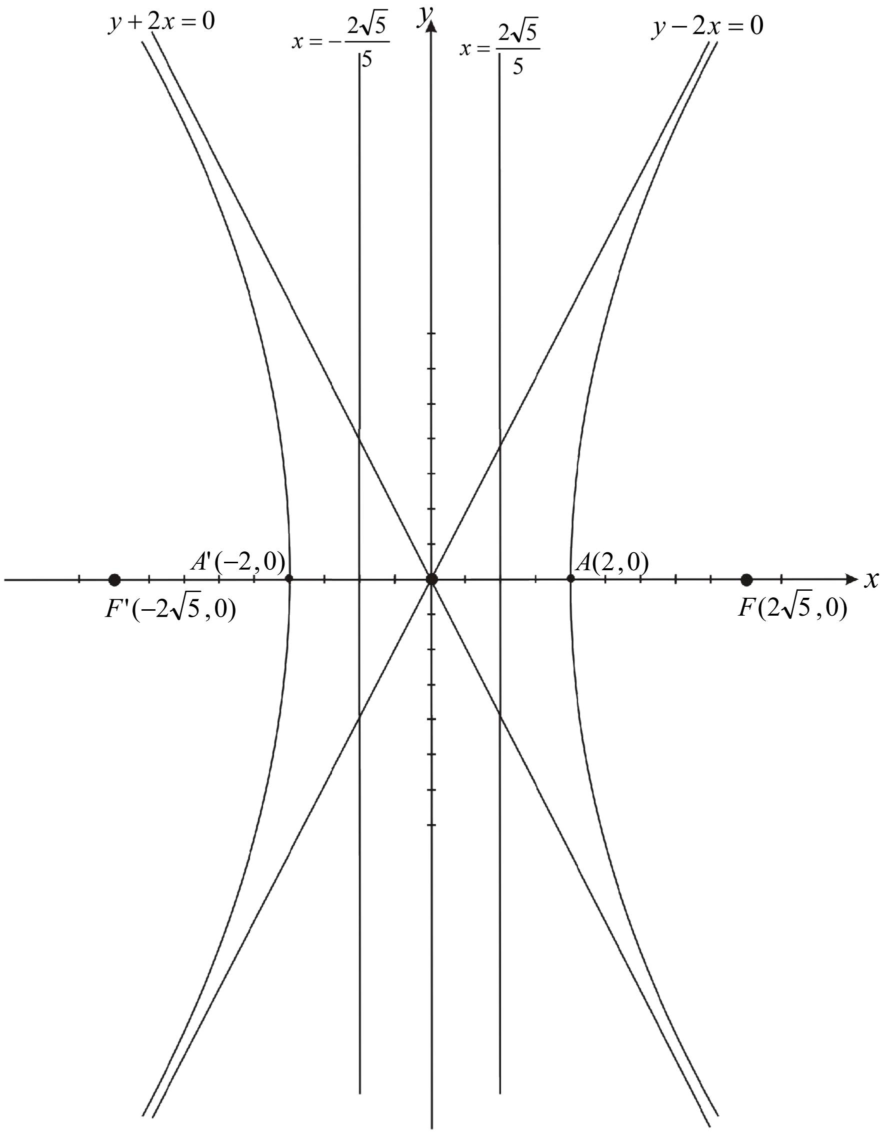
$$c^2=a^2+b^2 \ \Rightarrow \ c^2=16+4=20$$
$$c=\pm 2\sqrt{5}$$

د محراقونو مختصات $F(c,0)=F(2\sqrt{5},0) \ , \ F'(-c,0)=F'(-2\sqrt{5},0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مجانبونو معادلې $y=\pm\frac{b}{a}x \;,\; y=\pm\frac{4}{2}x \Rightarrow y=\pm 2x \;,\; y+2x=0 \;,\; y-2x=0$

د مؤجه خطونو معادلې $x=\pm\frac{a}{e}=\pm\frac{a}{\frac{c}{a}}=\pm\frac{a^2}{c}=\pm\frac{2^2}{2\sqrt{5}}=\pm\frac{4}{\sqrt{5}}=\pm\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې هایپربولا معادله چې مرکز یې یو اختیاري ټکی وي(لومړی حالت)

د درسي کتاب (33) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې هایپربولا معادله وپېژني چې مرکزې یې یو اختیاري ټکی وي. • د شکل په لېدو او د تعریف د رابطې په پام کې نیولو سره د هایپربولا معادله په لاس راوړای شي او پوښتنې حل کړای شي. • د محراقونو او راسونو مختصات د شکل له مخې وټاکلی شي. • د پورتنیو مفهومونو له بریالی اجرا څخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	دکتاب د 33 مخ د هایپربولا چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو(سلام او احوال پوښتنې...) څخه وروسته ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو زده‌کوونکي د پوښتنې په اړه فکر وکړي، ښه ده چې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي. ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د ځوابونو له اورېدو وروسته دوایاست: څرنګه چې نورې مخروطي مقاطع لکه الپس او پارابولا داسې معادلې درلودلې چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبدا کې نه و. په همدې ډول هایپربولا هم یو له هغه مخروطي مقاطعو څخه ده، کېدای شي چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبدا کې نه وي، یعنې اختیاري ټکی وي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ترڅو په ډله‌ییزه توګه خپل فعالیت سرته ورسوي، کله چېرې زده‌کوونکي په نوموړي فعالیت کې د هایپربولا د شکل په رسمولو سره بریالي نشي، هغه وخت چارټ د ټولګي په مخ کې وځروئ او لارښوونه ورته وکړئ چې چارټ ته په کتو سره زده‌کوونکي د هایپربولا معادله په لاس راوړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې لوست تحکیم ومومي د یوې ډلې استازی راوغواړي چې خپل ډله‌ییز کار نور زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره چې زده‌کوونکو څه زده‌کړه کړې او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلی شي چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبدا کې وي؟
2. څوک د هغې هایپربولا معادله لیکلی شي چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبدا کې نه وي.
3. څوک کولای شي له شکل څخه په کار اخیستنې سره په $|PF'|-|PF|=2a$ معادله کې د PF او PF' قیمتونه وضع کړي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د مجانبونو د معادلو لاس ته راوړلو لپاره د هایپربولا معادله $(\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1)$ په پام کې نیسو:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \qquad \Rightarrow \quad \frac{b^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2}{a^2b^2}=1$$

$$b^2(x-h)^2-a^2(y-k)^2=a^2b^2 \quad \Rightarrow -a^2(y-k)^2=a^2b^2-b^2(x-h)^2$$

$$a^2(y-k)^2=b^2(x-h)^2-a^2b^2 \quad , \quad (y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2-b^2$$

یا

$$(y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2\left\{1-\frac{a^2}{(x-h)^2}\right\}$$

په پورتني اړیکه کې، که چیرې x لایتناهي ته تقرب وکړي، د $\frac{a^2}{(x-h)^2}$ حد صفر ته تقرب کوي؛ نو له پورتنی اړیکې څخه

لرو: $$(y-k)^2=\frac{b^2}{a^2}(x-h)^2$$

د پورتنی معادلې دویم جذر نیسو: $$y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$$

د مجانبونو معادله $\boxed{y=\pm\frac{b}{a}(x-h)+k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړۍ څپرکی: مخروطي مقاطع

د هغې هایپربولا معادله چې محراقونه يې د y له محور سره موازي پر متقاطع محور پراته وي(دويم حالت)

د درسي کتاب (34) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنيزه** **- مهارتي** **- ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د هغې هایپربولا شکل چې محراقونه يې د y پر محور یا د y له محور سره په موازي محور پراته وي، رسم کړي. • د ورکړل شوي شرط لاندې د هغې د راسونو، محراقونو مختصات او د مجانبونو معادلې وټاکي. • او د $\left(\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1\right)$ معادله په لاس راوړای شي. • د پورتني پوهې او مهارت په حاصلولو سره به د رياضي د لازیاتې پوهې له حاصلولو سره علاقه‌مند شي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- مرستندويه مواد:	دکتاب د 34 مخ د هایپربولا د شکل چارټ
4- د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)	د لومړي حالت ورودي پوښتنه د همدې لوست لپاره هم صدق کوي.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

- ښاغلی ښوونکی د $\left(\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1\right)$ معادله پر تخته وليکئ، په معادله کې د هایپروبولا ټولې اجزاوې ورو‌پېژنئ، د $Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$ په برخه کې لنډه تبصره وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی دې د 32 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په توګه په ټولګي کې حل کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې دکتاب د 36 مخ دويم مثال يعنې $2x^2-8x-3y^2-18y-31=0$ معادله پر تخته حل کړي او يو زده‌کوونکی دې راوغواړي چې د هغې معیاري معادله وليکي، نور زده‌کوونکي دې په عين وخت کې نوموړی مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي(له کتاب څخه دې ګټه وانخلي).

د فعاليت په پای کې دې يو زده‌کوونکی خپل فعاليت نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي چې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

د لوست د لاښه پوهېدو لپاره ښاغلی ښوونکی دې د راسونو مختصات، د محراقونو مختصات او د مجانبونو معادلې زده‌کوونکو ته وروښيي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وازمويي:

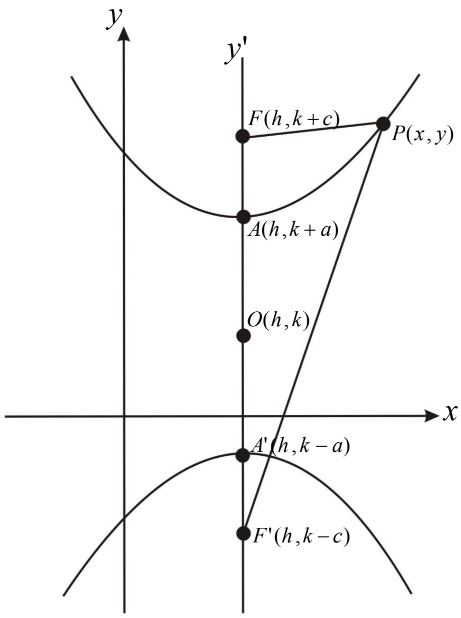
1. څوک د $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$ او $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ معادلو توپير ويلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. خوک کولای شي د پورتنیو دو و معادلو شکلونه په ساده ډول پرتله کړي ؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د هایپربولا د معادلې د دویم حالت ثبوت:



$A(h,k+a)$
$A'(h,k-a)$
$F(h,k+c)$
$F'(h,k-c)$
$P(x,y)$

$$|PF|-|PF'|=2a$$

$$\sqrt{(x-h)^2+(y-(k+c))^2}-\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}=2a$$

$$\left(\sqrt{(x-h)^2+(y-(k+c))^2}\right)^2=\left(2a+\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\right)^2$$

$$(x-h)^2+(y-(k+c))^2=4a^2+2\cdot 2a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+(x-h)^2+(y-(k-c))^2$$

$$y^2-2y(k+c)+(k+c)^2=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+y^2-2y(k-c)+(k-c)^2$$

$$-2yk-2yc+k^2+2kc+c^2=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}-2yk+2yc+k^2-2kc+c^2$$

$$-2yc+2kc=4a^2+4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}+2yc-2kc$$

$$-4yc+4kc-4a^2=4a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\quad /\div 4$$

$$-yc+kc-a^2=a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}$$

$$-c(y-k)-a^2=a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\qquad /\cdot(-1)$$

$$(c(y-k)+a^2)^2=\left(-a\sqrt{(x-h)^2+(y-(k-c))^2}\right)^2$$

$$c^2(y-k)^2+2ca^2(y-k)+a^4=a^2\left[(x-h)^2+(y-(k-c))^2\right]$$

$$c^2(y-k)^2+2ca^2(y-k)+a^4=a^2(x-h)^2+a^2\left[y^2-2y(k-c)+(k-c)^2\right]$$

$$c^2(y-k)^2-a^2(x-h)^2=a^2y^2-2a^2y(k-c)+a^2(k-c)^2-2a^2c(y-k)-a^4$$

$$=a^2y^2-2a^2yk+2a^2yc+a^2(k-c)^2-2a^2yc+2a^2ck-a^4$$

$$=a^2y^2-2a^2yk+a^2\left[k^2-2kc+c^2\right]+2a^2ck-a^4$$

$$=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2-2a^2kc+a^2c^2+2a^2ck-a^4$$

$$=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2+a^2c^2-a^4$$

$$=a^2y^2-2a^2yk+a^2k^2+a^2(c^2-a^2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خرنگه چې $b^2 = c^2 - a^2 \quad \Rightarrow \quad c^2 = a^2 + b^2$ دی؛ نو:

$$c^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2[y^2 - 2yk + k^2] + a^2b^2$$
$$c^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$
$$(a^2+b^2)(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$
$$a^2(y-k)^2 + b^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2(y-k)^2 + a^2b^2$$
$$b^2(y-k)^2 - a^2(x-h)^2 = a^2b^2 \quad / \div a^2b^2$$
$$\frac{b^2(y-k)^2}{a^2b^2} - \frac{a^2(x-h)^2}{a^2b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

د هایپربولا د دویم حالت معادله: $\boxed{\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1}$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

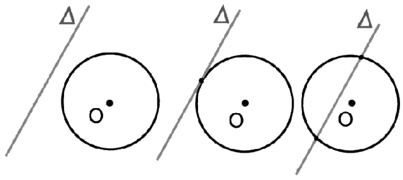
1- د $9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y - 79 = 0$ معادله د هایپربولا په معیاري معادلې باندې واړوئ.

حل: د پورتني معادلې له مخې معلومېږي چې $A \neq B$ او مختلف‌الاشاره دي.

$$9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y - 79 = 0$$
$$9(x^2 + 6x) - 4(y^2 - 4y) - 79 = 0$$
$$9(x^2 + 6x + 9 - 9) - 4(y^2 - 4y + 4 - 4) - 79 = 0$$
$$9(x+3)^2 - 81 - 4(y-2)^2 + 16 - 79 = 0$$
$$9(x+3)^2 - 4(y-2)^2 = 144 \quad / \div 144$$
$$\frac{9(x+3)^2}{144} - \frac{4(y-2)^2}{144} = 1$$

د هایپربولا معیاري معادلهٔ $\boxed{\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{36} = 1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

د یوې کرښې موقعیت نظر مخروطي مقاطعو ته

د درسي کتاب (37) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • د یوې کرښې او مخروطي مقاطعو د نسبتي حالتونو پر مفهوم پوه شي. • د دایرې او د مستقیمې کرښې معادلې وپېژني. • له معادلو څخه په کار اخېستنې سره دایره او د مستقیم خط ګراف رسم کړای شي. • د دایرې موقعیت له یوې کرښې سره وټاکلای شي. • بالاخره د پورتنی پوهې او مهارت له حاصلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندويه مواد**:	دکتاب 37، 38، 39 او 40 مخونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتي چې هغوی د دایرې او مستقیم خط د حالتونو په اړه فکر وکړي او نظر ورکړي، البته د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته به ورودي پوښتنه حل کړای شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو د ځوابونو له اورېدو څخه وروسته دکتاب 37 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخ کې ځوړند کړئ او زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې د 37 مخ فعالیت سرته ورسوي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته ورسره وکړئ، ترڅو هغه زده‌کوونکي چې تېروتنه یې کړې وي خپله تېروتنه اصلاح کړي.
- ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکی د ټولګي مخ ته راوغواړي چې د $x^2 + y^2 = 9$ دایره د وضعیه کمیاتو په سیستم کې پر تخته رسم کړي. له یوه بل داوطلب زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $y = x + 3$ مستقیمه کرښه هم رسم کړي، بیا ښوونکی شکل ته اشاره کوي او له یوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه کوي:
- کرښې دایره په څو ټکو کې قطع کړې ده؟ د زده‌کوونکو د ځواب له اورېدو څخه وروسته د لومړي مثال په حل د پوښتنو او ځوابونو په طریقه پیل کوي.
- ښاغلی ښوونکی دې دویم او دریم مثال د زده‌کوونکو په فعال ګډون او برخې اخېستنې سره حل کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکیم لپاره څلورم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړی، بیا د $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ معادله پر تخته ولیکئ او مناقشه وکړئ چې پورتنی معادله په کوم صورت کې د دایرې، په کوم حالت کې د الپس او په کوم صورت کې د هایپربولا معادله ده؟ همدارنګه د پارابولا معادله به څه شکل ولري؟

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډه شي چې زده‌کوونکو زده‌کړه، کړې ده او که نه؟ زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یوه مستقیمه کرښه د مخروطي مقاطعو له هر یوه سره څو حالتونه لري؟
2. که چیرې $\Delta = 0$ وي، ایا مستقیمه کرښه دایره قطع کوي که نه؟ که چیرې دایره قطع کوي؛ نو په څو ټکو کې؟
3. په کوم صورت کې مستقیمه کرښه له مخروطي مقاطعو سره په یوه ټکي کې مماس وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی: مخروطي مقاطع

پوښتنې

د درسي کتاب (40) مخ

د لوست وخت: (يو يا دوه درسي ساعتونه)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به په دې وتوانېږي چې: • هر يو له مخروطي مقاطعو (دايره، اليپس، پارابولا او هايپربولا) د معادلو له مخې تشخيص کړای شي. • اړونده پوښتنې حل کړي. • د پوښتنو له حل څخه به په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز انفرادي، پوښتنې او ځوابونه.
3- **مرستندويه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 **دقيقې**)	

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

- ښاغلی ښوونکی د کتاب 40 مخ د لومړی پوښتنې د a جزء ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په شکل حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، ترڅو د لومړی پوښتنې b جزء په خپلو ډلو کې حل او وروسته د يوې ډلې له استازي څخه وغواړی چې د خپل حل په اړه توضيحات ورکړي چې نورو زده‌کوونکو ته روښانه شي.
- ښاغلی ښوونکی د لومړی پوښتنې c جزء يوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته يې حل کړي. په عين وخت کې دغه پوښتنه نورو ته هم ورکړئ چې په انفرادي توګه يې په خپلو کتابچو کې حل کړي او د زده‌کوونکو څارنه وکړئ چې له تختې څخه يې نقل نکړي. وروسته د تختې مخې ته ولاړ زده‌کوونکی خپل حل دې نورو ته توضيح کړي، که چيرې کومه تېروتنه شتون ولري، لارښوونه او مرسته ورسره وکړئ، چې نور زده‌کوونکي خپلې تېروتنې اصلاح کړي. په هغه صورت کې چې پوښتنې په يوه ساعت کې حل نشي د رياضي په بل درسي ساعت کې دې پاتې پوښتنې حل شي.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- لاندې معادلې د هغوی د ګرافونو د منحني له مخې و ټاکئ.

$a)\ y^2-2y+x+3=0$ $\quad b)\ 9x^2+9y^2=27$

$c)\ 25x^2+16y^2=400$ $\quad d)\ x^2-y^2=0$

$e)\ y^2+6y-x+2=0$

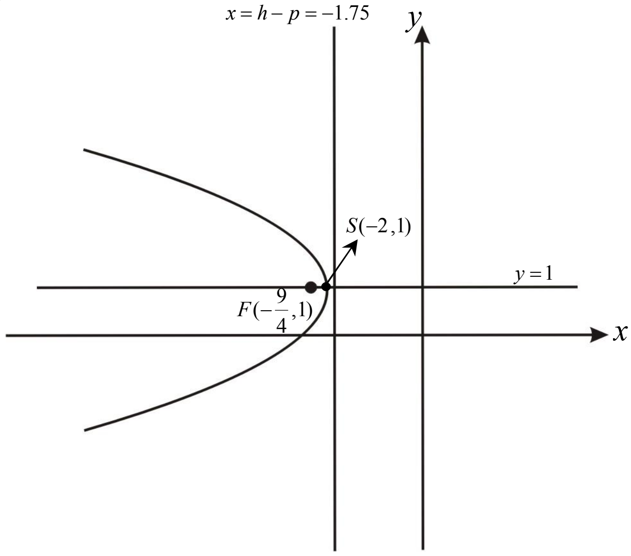
(c) ketabton.com: The Digital Library

حــل: a) مخکې لـه دې چې پوښـتنه حل کړو لـومړی بایـد د پوښـتنې تـولې اجـزاوې تکمیـل مربـع شـي چـې د منحنـي پـه تشخیص کې مرسته کوي.

$$y^2 - 2y + 1 - 1 + x + 3 = 0$$
$$(y-1)^2 + x + 2 = 0 \;\Rightarrow\; (y-1)^2 = -(x+2)$$

پورتني معادله د هغې پارابولا معادله ده چې راس یې په $(-2,1)$ ټکي کې دی او $4p = -1$ یا $p = \dfrac{-1}{4} < 0$ ده، نو د پارابولا محراق د x له محور سره پر موازي محور او خوله یې کیڼې خواته خلاصه ده.

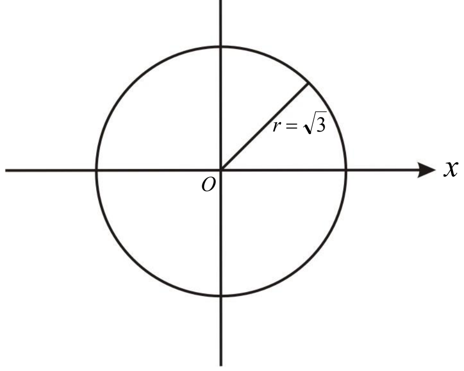
$$F(h+p,k) = F(-2-\frac{1}{4},1) = F(-\frac{9}{4},1)$$



حل: b)

$$9x^2 + 9y^2 = 27$$
$$9(x^2 + y^2) = 27 \;/ \div 9$$
$$x^2 + y^2 = 3$$

پورتنی معادله د هغې دایرې معادله ده چې مرکز یې د وضعیه کمیات په مبداکې دی او شعاع یې $r = \sqrt{3}$ ده.



(c) ketabton.com: The Digital Library

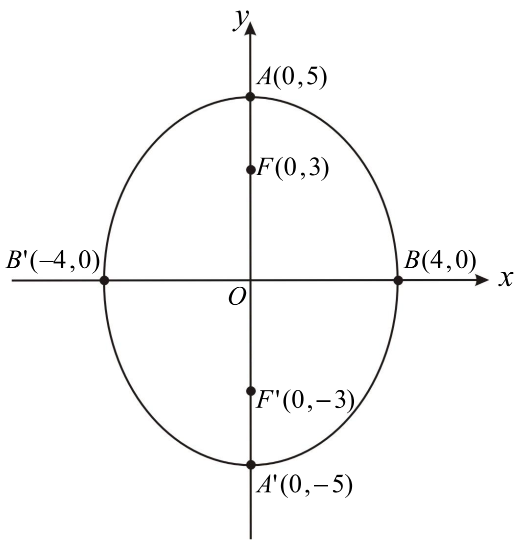
حل: (c

$$25x^2+16y^2=400\ /\div 400$$
$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$$

پورتنی معادله د داسې بیضوي معادله ده چې مرکز يې د وضعیه کمیاتو په مبدا کې دی، اوږد قطر يې د y پر محور پروت دی.

$$\left.\begin{aligned} a^2=25\ ,\quad a=\pm5 \\ b^2=16\ ,\quad b=\pm4 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &c^2=a^2-b^2 \\ &c^2=25-16=9\ ,\quad c=\pm3 \end{aligned}$$

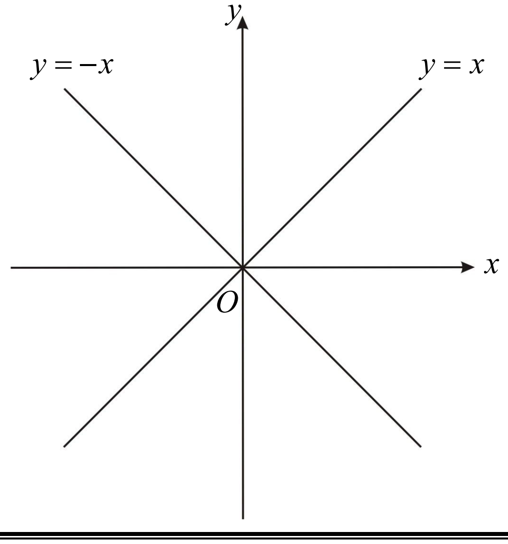
$$|AA'|=2a=10\ ,\quad |BB'|=2b=8\ ,\quad |FF'|=2c=6$$
$$A(0,5)\ ,\quad A'(0,-5)\ ,\quad B(4,0)\ ,\quad B'(-4,0)\ ,\quad F(0,3)\ ,\quad F'(0,-3)$$



حل: (d

$$x^2-y^2=0$$
$$-y^2=-x^2\ \Rightarrow\ y^2=x^2\ ,\quad y=\pm x$$

د هغو خطونو معادله ده چې د تقاطع ټکی يې د وضعیه کمیاتو مبدا ده.

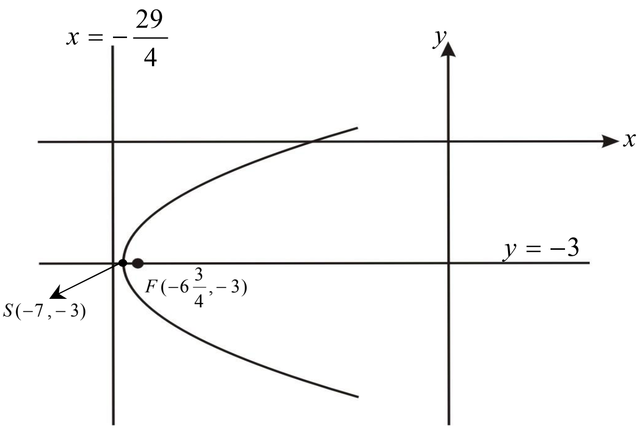


(c) ketabton.com: The Digital Library

حل: (e

$$y^2+6y-x+2=0$$
$$y^2+6y+9-9-x+2=0$$
$$(y+3)^2-(x+7)=0$$
$$(y+3)^2=x+7$$

پورتنی معادله د هغې پارابولا معادله ده چې راس یې د$(-7,-3)$ په ټکي کې پروت دی او $4p=1$ یا $p=\frac{1}{4}>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د x له محور سره پر موازي محور ښي خواته خلاصه ده محراق یې $F(h+p,k)$ یا $F(-6\frac{3}{4},-3)$

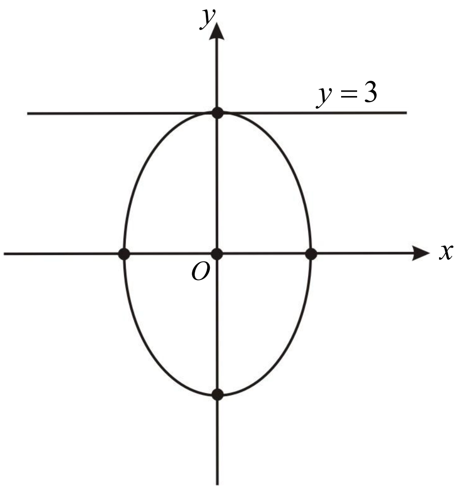


2- د $9x^2+4y^2=36$ الپس او د $y=3$ مستقیم خط یو بل په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$9x^2+4y^2=36$$
$$9x^2+4(3)^2=36$$
$$9x^2+36=36 \Rightarrow 9x^2=0 \Rightarrow x=0$$

ویلای شو چې د $y=3$ خط له بیضوي سره مماس دی او له بیضوي سره د تماس ټکی یې عبارت دی له $(0,3)$ څخه.



3- د $y=x$ خط او $x^2-2y^2=4$ هایپربول د تقاطع ټکي پیداکړئ.

حل:

$$x^2-2y^2=4$$
$$y^2-2y^2=4$$
$$-y^2=4 \Rightarrow y^2=-4$$

ځرنگه چې $y=x$ دی، نو:

معلومېږي چې y^2 یو منفي عدد دی، معادله حل نه لري؛ نو هایپربولا او $y=x$ خط یو بل نه قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

هرې پوښتنې ته څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه او کرښهترې تا و کړئ.

1- که چیرې یوه مستوي یو مخروط په مایل ډول قطع کړي، نو د مستوي او مخروط د تقاطع ګډ فصل عبارت دی له:

(a) بیضوي (b دایره (c هایپربولا (d دوه متقاطع خطونه

2- د الپس محراقونه هغه ټکې دي چې د الپس له مرکز څخه:

(a) برابر و اټن ولري (b مختلف و اټنونه لري

(c د اوږده قطر نیمایي واټن لري (d د لنډ قطر نیمایي ده.

3- که چیرې M د الپس یو ټکی F او F' محراقونه او $2a$ داوږده قطر اوږ دوالي وي، نو په دې صورت کې لرو چې:

(a $|MF|-|MF'|=2a$ (b $|MF|+|MF'|=a$

(c) $|MF|+|MF'|=2a$ (d $|MF'|+|MF|=0$

4- د الپس عن المرکزیت له لاندې کومې یوې رابطې څخه په لاس راځي:

(a: $e=\frac{a}{c}$ (b): $e=\frac{c}{a}$ (c: $e=\frac{b}{c}$ (d: $e=\frac{c}{b}$

5- په Ellips کې د لنډ قطر او محراقونو ترمنځ اړیکه عبارت ده له:

(a $a^2=b^2-e^2$ (b $a^2+b^2=c^2$

(c $a^2=b^2+e^2$ (d) $a^2=b^2+c^2$

6- د $(y-k)^2=4p(x-h)$ په معادله کې $p>0$ سره وي، نو:

(a د پارابولا خوله پاس خواته خلاصه ده. (b دپارابولا خوله لاندې خواته خلاص ده

(c) دپارابولا خوله ښي خواته خلاص ده (d دپارابولا خوله کیڼې خواته خلاص ده.

7- د $(x+1)^2=8(y-2)$ د پارابولا معادله په پام کې ونیسئ. دمحراق وضعیه کمیات یې عبارت دي له:

(a $F(-1,-2)$ (b) $F(-1,4)$ (c $F(-1,2)$ (d $F(-4,-1)$

8- که چیرې F او F' د هایپربولا محراقونه وي، د p ټکی په کوم شرط د هایپربولا د محیط یو ټکی کیدلای شي؟

(a $|PF|+|PF'|=2a$ (b $|PF|-|PF'|=a$

(c) $|PF|-|PF'|=2a$ (d $|PF|-|PF'|=0$

9: د $y=x^2$ د پارابولا ګراف متناظر دی نظر:

(a) د y محور ته (b د x محور ته

(c د x او y محورونو ته (c د وضعیه کمیاتو مبدا ته

10: په لاندې ځوابونو کې کوم یو د هایپربولا عن المرکزیت ښیي؟

(a $e<1$ (b $e=1$ (c) $e>1$ (d $e=-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

11: د $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ د بیضوي د اوږده قطر موقعیت:

a) د y پر محور باندې دی. (b) د x پر محور باندې دی.

c) د x پر محور عمود دی. d) د y له محور سره موازي دی.

12: په یوه مستوي کې د ټولو هغو ټکو هندسي محل چې له یوه ثابت ټکي څخه مساوي فاصلې لري. په څه نوم یادېږي؟

a) کره (b) دایره c) پارابولا d) بیضوي

13: د $y^2=-4(x+2)$ پارابولا د راس مختصات عبارت دی له:

a) $(2,4)$ b) $(4,2)$ c) $(2,0)$ (d) $(-2,0)$

14: د $4x^2+4y^2+8y+3=0$ معادله عبارت ده له:

(a) دایرې b) بیضوي c) پارابولا d) هایپربولا

15: د $y=2x$ مستقیم خط د $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1$ هایپربولا په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1 \Rightarrow \frac{9(x-1)^2-4(y-2)^2}{36}=1 \ / \cdot 36$$

$$9(x-1)^2-4(y-2)^2=36 \Rightarrow 9(x^2-2x+1)-4(y^2-4y+4)=36$$

$$9x^2-18x+9-4y^2+16y-16=36$$

$$9x^2-4y^2-18x+16y-7-36=0$$

$$9x^2-4(2x)^2-18x+16(2x)-43=0$$

$$9x^2-16x^2-18x+32x-43=0$$

$$-7x^2+14x-43=0 \ /(-1) \Rightarrow 7x^2-14x+43=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=196-4\cdot7\cdot43=196-1204=-1008$$

معلومېږي چې $\Delta<0$ ده او معادله په حقیقي عددونو کې حل نه لري؛ نو د $y=2x$ خط له هایپربولا سره هېڅ ګډ ټکی نه لري.

16: د $2y=3x$ مستقیم خط د $2y^2-6y+5x-12=0$ منحني په څو ټکو کې قطع کوي؟

حل:

$$2y=3x \Rightarrow y=\frac{3}{2}x$$

$$2y^2-6y+5x-12=0$$

$$2(\frac{3}{2}x)^2-6\cdot\frac{3}{2}x+5x-12=0$$

$$2\cdot\frac{9}{4}x^2-9x+5x-12=0$$

$$\frac{9}{2}x^2-4x-12=0 \ / \cdot 2$$

$$9x^2-8x-24=0$$

$$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=64-4(9)(-24)=64+864=928$$

څرنګه چې $\Delta>0$ ده؛ نو نوموړی مستقیم خط هایپربولا په دو و ټکو کې قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

17 : لاندې معادلې په پام کې ونیسئ، لومړی هغه په معیاري ډول ولیکئ، بیا یې ګرافونه رسم کړئ.

$a)\ x^2+4y^2=4$ $\qquad$ $b)\ 9x^2+2y^2=15$

$c)\ 16x^2-96x+9y^2+90y+225=0$ $\qquad$ $d)\ x^2+12x-120y+288=0$

حل a):

$$a)\ x^2+4y^2=4 \quad / \div 4$$

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1$$

پورتنی معادله د هغې بیضوي معادله ده چې مرکز یې په مبدا کې او محراقي محور یې د x محور دی. د ګراف د رسمولو لپاره مرکز، محراقونه، اوږد قطر او لنډ قطر پیدا کوو:

$$a^2=4\ ,\quad a=\pm 2\ ,\quad A(2,0)\ ,\quad A'(-2,0)$$

$$b^2=1\ ,\quad b=\pm 1\ ,\quad B(0,1)\ ,\quad B'(0,-1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \quad \Rightarrow \quad c^2=a^2-b^2$$

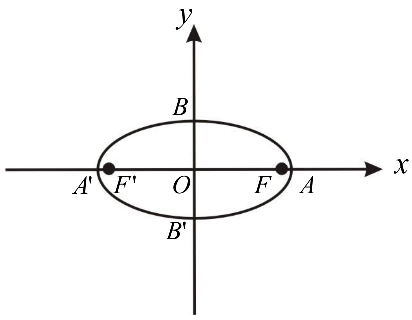
$$c^2=4-1=3 \ \Rightarrow\ c=\pm\sqrt{3}=\pm 1.73$$

$$\left.\begin{array}{l} F(c,0)=F(\sqrt{3},0) \\ F'(-c,0)=F'(-\sqrt{3},0)\end{array}\right\}$$ محراقونه

$|AA'|=2a=2\cdot 2=4$ د اوږده قطر اوږدوالي

$|BB'|=2a=2\cdot 1=2$ د لنډ قطر اوږدوالي

$|FF'|=2c=2\sqrt{3}$ د محراقونو ترمنځ واټن(فاصله)



حل b):

$$b)\ 9x^2+2y^2=15$$

$$9x^2+2y^2=15 \ / \div 15$$

$$\frac{9x^2}{15}+\frac{2y^2}{15}=1 \ \Rightarrow\ \frac{\frac{9}{9}x^2}{\frac{15}{9}}+\frac{\frac{2}{2}y^2}{\frac{15}{2}}=1 \ \Rightarrow\ \frac{x^2}{1.666}+\frac{y^2}{7.5}=1$$

پورتنی معادله د الپس معادله ده، نو څرنګه چې محراقونه د y پر محور باندې دي، د ګرافونو د رسمولو لپاره د الپس محراقونه پیداکوو:

$$a^2=7.5 \ \Rightarrow\ \boxed{a=\pm 2.73}$$

$$b^2=1.66 \ \Rightarrow\ \boxed{b=\pm 1.28}$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=7.5-1.66=5.84 \ \Rightarrow\ \boxed{c=\pm 2.41}$$

$$\left.\begin{array}{l} A(0,a)=A(0,2.73) \\ A'(0,-a)=A'(0,-2.73)\end{array}\right\}$$ د اوږده قطر راسونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} B(b,0)=B(1.28,0) \\ B'(-b,0)=B'(-1.28,0) \end{array}\right\}$$ د لنډ قطر راسونه

$$\left.\begin{array}{l} F(0,c)=F(0,2.41) \\ F'(0,-c)=F'(0,-2.41) \end{array}\right\}$$ د محراقونو مختصات

معلومېږي چې $A \neq B$ او يو شان علامې لري؛ نو پورتنی معادله د يوې بيضوي معادله ده، دګراف رسم دې د زده‌کوونکو په واسطه وشي.

حل c):

$$c)\ \ 16x^2-96x+9y^2+90y+225=0$$

$$16(x^2-6x)+9(y^2-10y)+225=0$$

$$16(x^2-6x+9-9)+9(y^2-10y+25-25)+225=0$$

$$16(x-3)^2-144+9(y-5)^2-225+225=0$$

$$16(x-3)^2+9(y-5)^2=144$$

$$\frac{16(x-3)^2}{144}+\frac{9(y-5)^2}{144}=1$$

$$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{16}=1$$

څرنګه چې د $(y-5)^2$ مخرج لوی دی؛ نو د بيضوي محراقي محور د y له محور سره موازي دی.

د بيضوي مرکز $(h,k)=(3,5)$

$a^2=16\ ,\quad a=\pm 4 \qquad A(h,k+a)=A(3,5+4)=A(3,9)$

$b^2=9\ ,\quad b=\pm 3 \qquad A'(h,k-a)=A'(3,5-4)=A'(3,1)$

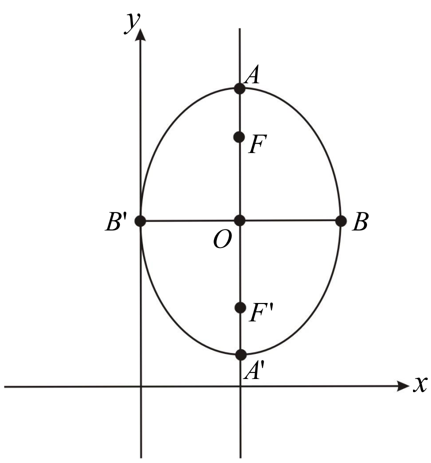
$B(h+b,k)=B(3+3,5)=B(6,5)$

$B'(h-b,k)=B'(3-3,5)=B'(0,5)$

$c^2=a^2-b^2=16-9=7=7\ ,\quad c=\pm\sqrt{7}$

$F(h,k+c)\ ,\quad F(3,5+\sqrt{7})$

$F'(h,k-c)\ ,\quad F'(3,5-\sqrt{7})$



(c) ketabton.com: The Digital Library

حل d):

$$d)\ \ x^2+12x-120y+288=0$$
$$x^2+12x+36-36-120y+288=0$$
$$(x+6)^2-120y+252=0$$
$$(x+6)^2=120y-252$$
$$(x+6)^2=120(y-2.1)$$

$h=-6$, $k=2.1$ $S(h,k)=(-6,2.1)$ د پارابولا راس

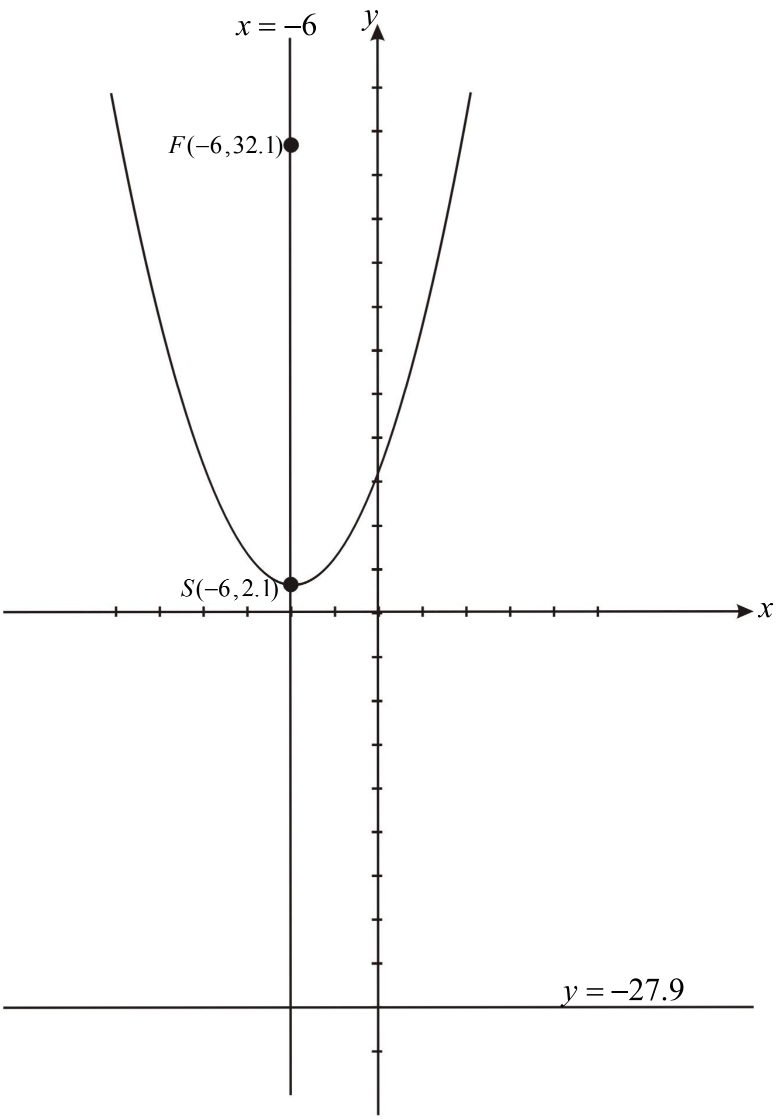
$4P=120 \Rightarrow P=30$

څرنګه چې $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده.

$F(h,k+p)=F(-6,2.1+30)=F(-6,32.1)$ د پارابولا محراق

$y=k-p=2.1-30=-27.9$ د مؤجه خط معادله

$x=h=-6$ د تناظر محور



(c) ketabton.com: The Digital Library

18: د لاندې قيمتونو له مخې د هرې يوې بيضوي معادله پيدا کړئ:

a) $(0,0)$ مرکزي مختصه، $a=-2$ او $e=0.75$ دي او لوی قطر يې د y پر محور باندې پروت دی.

b) $(0,0)$ مرکزي مختصه، $b=64$ $e=0.5$ دي او لوی قطر يې د x پر محور باندې پروت دی.

حلa: که چيرې د لوی قطر نيمايي a وي؛ نو :

$$a=2\ \ ,\quad e=\frac{c}{a}=0.75=\frac{3}{4}\ \ ,\quad c=a\cdot e=2\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$$

$$a^2=b^2+c^2\quad\Rightarrow b^2=a^2-c^2$$

$$b^2=4-\frac{9}{4}=\frac{16-9}{4}=\frac{7}{4}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{\frac{7}{4}}+\frac{y^2}{4}=1}$$

حلb:

$$e=0.5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

$$c^2=a^2-b^2\ \ \Rightarrow b^2=a^2-c^2\ \ ,\ \ b^2=a^2-a^2e^2$$

$$b^2=a^2(1-e^2)\ ,\ \ (64)^2=a^2\cdot(1-\frac{1}{4})=a^2(\frac{4-1}{4})$$

$$(64)^2=a^2(\frac{3}{4})\ \ \Rightarrow a^2=\frac{4}{3}(64)^2=\frac{(2\cdot 64)^2}{3}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4\cdot(64)^2}{3}}+\frac{y^2}{(64)^2}=1$$ يا د بيضوي معادله $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

19: له لاندې معادلو څخه د بيضوي ټولې اجزاوې پيدا کړئ.

a) $4(x-1)^2+y^2=4$ b) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

حلa)

$$4(x-1)^2+y^2=4\ /\div 4$$

$$(x-1)^2+\frac{y^2}{4}=1$$

څرنګه چې د y^2 مخرج لوی دی؛ نو د بيضوي محراقي محور(اوږد قطر) د y له محور سره موازي دی.

$$h=1\ \ ,\quad k=0$$

د بيضوي مرکز $(h,k)=(1,0)$

$$a^2=4\ \Rightarrow a=\pm2$$

$$b^2=1\ \Rightarrow b=\pm1$$

$$c^2=a^2-b^2=4-1=3\ \Rightarrow c=\pm\sqrt{3}$$

د بيضوي د اوږده قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot2=4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بیضوي د لنډ قطر اوږدوالی $|BB'|=2b=2\cdot 1=2$

د بیضوي د کبیر قطر د راسونو مختصات $A(h,k+a)=(1,2)\ ,\quad A'(h,k-a)=(1,0-2)=(1,-2)$

د محراق مختصات $F(h,k+c)=(1,\sqrt{3})\ ,\quad F'(h,k-c)=(1,-\sqrt{3})$

د بیضوي د صغیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{array}{l}(h+b,k)=(1+1,0)=(2,0)\\(h-b,k)=(1-1,0)=(0,0)\end{array}\right\}$

حل**b**)

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$$

بیا هم لیدل کېږي چې د y^2 مخرج لوی دی؛ نو د بیضوي محراقي محور د y له محور څخه عبارت دی.

$a^2=9\ \Rightarrow\ a=\pm 3$

$b^2=4\ \Rightarrow\ b=\pm 2$

$c^2=a^2-b^2=9-4=5$

$c=\pm\sqrt{5}$

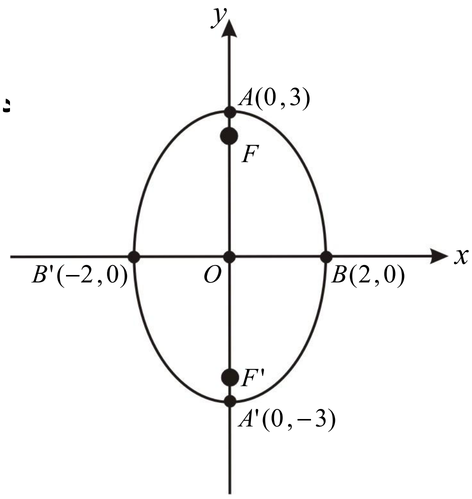
د بیضوي د کبیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{array}{l}A(0,a)=A(0,3)\\A'(0,-a)=A'(0,-3)\end{array}\right\}$

د بیضوي د صغیر قطر د راسونو مختصات $\left.\begin{array}{l}B(b,0)=(2,0)\\B'(-b,0)=(-2,0)\end{array}\right\}$

د کبیر قطر اوږدوالی $|AA'|=2a=2\cdot 3=6$

د صغیر قطر اوږدوالی $|BB'|=2b=2\cdot 2=4$

د بیضوي د محراقونو مختصات $\left.\begin{array}{l}F(0,c)=F(0,\sqrt{5})\\F'(0,-c)=F'(0,-\sqrt{5})\end{array}\right\}$



20: د پارابولا لاندې معادلې لومړی په معیاري شکل ولیکئ او بیاېې ګرافونه رسم کړئ.

a) $x^2-11y=0$

b) $y^2-4y-4x+2=0$

حل**a**)

$x^2-11y=0$

$x^2=4Py$

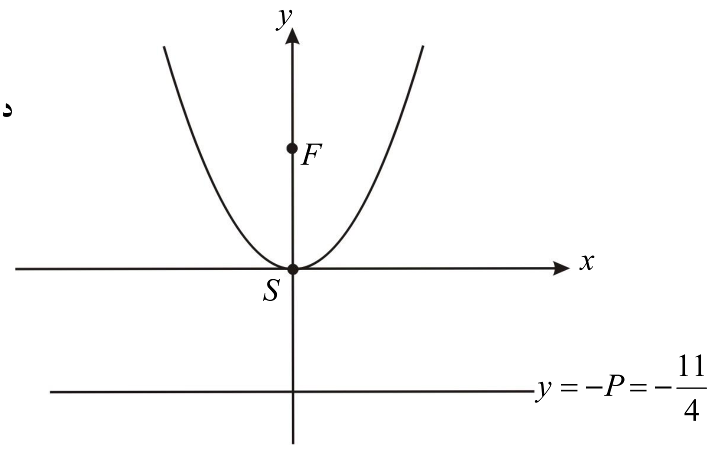
$x^2=11y\ ,\quad 4P=11\ \Rightarrow\ P=\frac{11}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خرنگه چې $P>0$ ده؛ نو د پارابولا خوله د y پر محور پورته خواته خلاصه ده او راس یې په مبداکې واقع دی.

محراق $F(0,p)=F(0,\frac{11}{4})$

د مؤجه خط معادله $y=-P=-\frac{11}{4}$



bحل)

$y^2-4y-4x+2=0$

$y^2-4y+4-4-4x+20=0$

$(y-2)^2-4x+16=0$

$(y-2)^2=4x-16$

$(y-2)^2=4(x-4)$

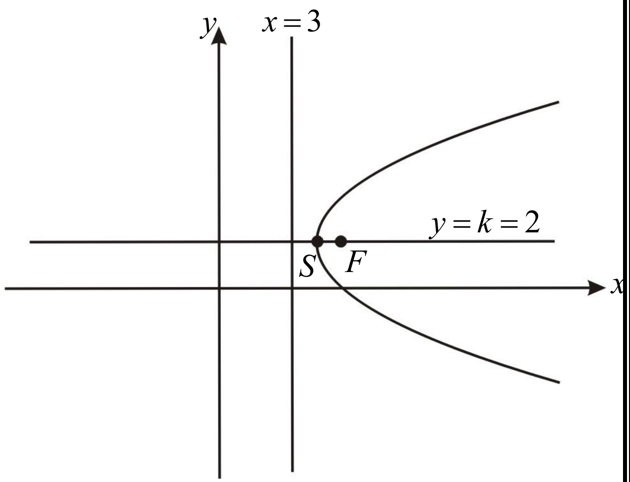
$4P=4 \quad , \quad P=1>0$

د پارابولا راس $S(h,k)=S(4,2)$

محراق $F(h+p,k)=F(4+1,2)=F(5,2)$

د مؤجه خط معادله $x=h-p=4-1=3$

د تناظري محور معادله $y=k=2$



21: د هایپربولا لاندې هره یوه معادله په معیاري ډول واړوئ:

a) $4x^2-y^2-8y-32=0$

b) $2y^2+4y-x^2+10x-25=0$

aحل)

$4x^2-y^2-8y-32=0$

$-y^2-8y+4x^2-32=0 \quad /\cdot(-1)$

$y^2+8y-4x^2+32=0$

$y^2+8y+16-16-4x^2+32=0$

$(y+4)^2-4x^2+16=0$

$(y+4)^2-4x^2=-16 \quad /\div(-16)$

$$\boxed{\frac{x^2}{4}-\frac{(y+4)^2}{16}=1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b)

$$2y^2+4y-x^2+10x-25=0$$
$$2(y^2+2y)-(x^2-10x)-25=0$$
$$2(y^2+2y+1-1)-(x^2-10x+25-25)-25=0$$
$$2(y+1)^2-2-(x-5)^2+25-25=0$$
$$2(y+1)^2-(x-5)^2-2=0$$
$$2(y+1)^2-(x-5)^2=2 \quad /\div 2$$
$$\boxed{(y+1)^2-\frac{(x-5)^2}{2}}=1$$

22: د هغې هايپربولا معادله پيداکړئ چې $(-4,0)$ او $(4,0)$ د راسونو مختصات او $y=\pm\frac{5}{4}x$ د مجانبونو معادلې وي.

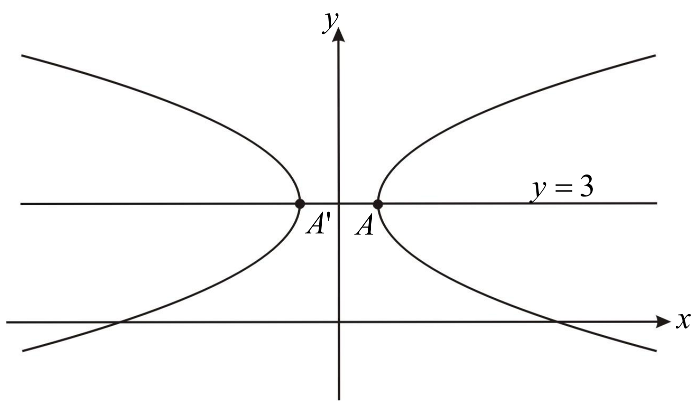
حل پوهېږو چې د مجانبونو عمومي معادله $y=\pm\frac{b}{a}x$ ده، هغه وخت چې د هايپربولا متقاطع محور د x له محور سره موازي وي.

$$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{5}{4}x \Rightarrow a=4 \;,\; b=5$$
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{يا} \quad \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$$

23: د هغې هايپربولا معادله پيداکړئ چې $(-1,3)$ ، $(1,3)$ د راسونو مختصات او محراقي اوږدوالی يې 4 واحده وي.

حل:

$$h=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1-1}{2}=0 \quad , \quad k=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{3+3}{2}=3$$
$(h,k)=(0,3)$ د هايپربولا مرکز
$$|FF'|=2c=4 \Rightarrow c=2$$
$$|AA'|=\sqrt{(1+1)^2+(3-3)^2}=2a$$
$$\sqrt{(2)^2}=2a \Rightarrow a=1$$
$$b^2=c^2-a^2=4-1=3 \Rightarrow b=\pm\sqrt{3}$$
$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-3)^2}{b^2}=1$$
$$\boxed{x^2-\frac{(y-k)^2}{3}=1}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

24: د $y = 2x$ مستقيم خط د $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ هایپربولا په څو نقطو کې قطع کوي؟

حل:

$$\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1 \; / \cdot (36)$$

$$9(x+1)^2 - 4(y-2)^2 = 36 \;\; \Rightarrow \; 9(x^2 + 2x + 1) - 4(y^2 - 4y + 4) = 36$$

$$9x^2 + 18x + 9 - 4y^2 + 16y - 16 = 36$$

$$9x^2 + 18x + 9 - 4(2x)^2 + 16(2x) - 16 = 36$$

$$9x^2 + 18x + 9 - 16x^2 + 32x - 16 = 36$$

$$-7x^2 + 50x - 7 = 36 \;\; \Rightarrow \; -7x^2 + 50x - 43 = 0 \;\; / \cdot (-1)$$

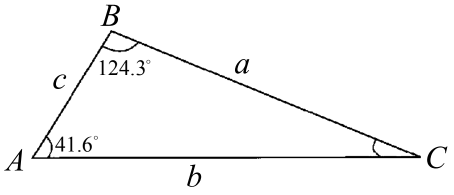
$$7x^2 - 50x + 43 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \;\; \Rightarrow \;\; \Delta = 2500 - 4 \cdot 7 \cdot 43 \;\; , \; \Delta = 2500 - 1204 = 1296$$

$$\Delta = 1296 > 0$$

څرنګه چې $\Delta > 0$ ده؛ نو $y = 2x$ خط هایپربولا په دو و نقطو کې قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د ساین قانون(Law of sine)

د درسي کتاب (49) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د يوې زاويې د ساين د قانون په مفهوم پوه شي. • د دوو ضلعو او يوې زاويې او يا د دوو زاويو او يوې ضلع د لرلو په صورت کې د مثلث نورې اجزاوې پيدا کړای شي. • په هر مثلث کې د ساين قانون ثبوت کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره په خپل ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله ييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	د هر لوست اړونده د شکلونو چارټونه په داسې رنګ چې وليدل شي، د ورودي پوښتنې چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د ورودي پوښتنې چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغه د حل په اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې زده‌کوونکي ونشي کولای پوښتنې ته ځواب ورکړي، د فعاليت د اجرا او د ساين د قضيې له ثبوتولو څخه وروسته ورودي پوښتنه حل کړئ.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشي، تر څو د کتاب 49 مخ فعاليت سرته ورسوي. د فعاليت په پای کې د يوې ډلې استازی دې خپل ډله ييز فعاليت نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي.

د زده‌کوونکو د تېروتنې په صورت کې ښوونکی دې د کتاب 49 مخ له دويم چارټ څخه په‌کار اخېستنې سره د ساين قانون زده‌کوونکو ته په پوره برخه ورکولو سره ثبوت کړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

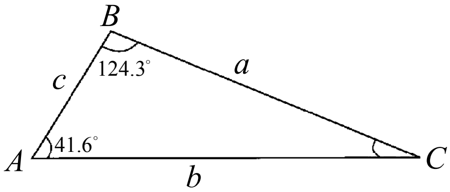
ښوونکی دې لوست ته د لانډه تحکيم لپاره د کتاب 51 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په توګه حل کړي.(د کتاب د نوموړي مخ د مثلث د شکل چارټ دې د ټولګي په مخې کې وځړوي.)

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ايا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتي:

1. له يوه زده‌کوونکي څخه دې پوښتنه وشي چې د ساين قضيه کومه موضوع بيانوي او فورمول دې وليکي؟
2. بل زده‌کوونکی دې راوغواړي، تر څو د $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ تناسب له مخې د b ضلعې اوږدوالی پيدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

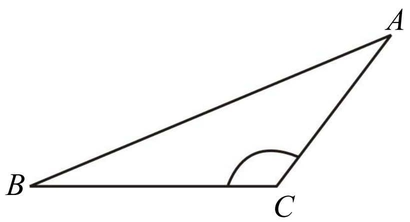


دويم څپرکی: مثلثات

د ساين د قضيې ثبوت په منفرج الزاويه مثلث کې

د درسي کتاب (50) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

<table>
<tr><td>1- د زده کړې موخې
- پوهنيزه
- مهارتي
- ذهنيتي</td><td>زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې:
• په منفرج الزاويه مثلث کې د ساين د قانون پر مفهوم پوه شي.
• د دوو ضلعو او يوې زاويې او يا يوې ضلعې او دوو زاويو په لرلو سره د مثلث نورې اجزاوې پيدا کړي.
• په ټولنه کې له دې موضوع سره د مخامخ کېدو په صورت کې ستونزه حل کړای شي.
• د پورته پوهې او مهارت په لاس ته راوړلو سره د رياضي له پوهې سره علاقه پيدا کړي.</td></tr>
<tr><td>2- د زده کړې لارې:</td><td>پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهييز کار</td></tr>
<tr><td>3- مرستندويه مواد:</td><td>د کتاب د 50 او 52 مخونو چارټونه</td></tr>
<tr><td>4- د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)</td><td>ښاغلی ښوونکی دې د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته د منفرج الزاويه مثلث چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوي او له زده کوونکو څخه دې پوښتنه وکړي چې ايا کولای شئ د ساين قضيه په منفرج الزاويه ملث کې ثبوت کړئ.


ښوونکی دې زده کوونکو ته د فکر کولو وخت ورکړي او زده کوونکي دې ځواب ووايي.</td></tr>
</table>

5- د لوست بهير او فعاليت (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی: په هغه صورت کې چې زده کوونکي سم ځواب ونشي ويلای، د 50 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او په لنډ ډول د a او b په غزېدلو ضلعو باندې په ترتيب سره د $\overline{AD}$ او $\overline{CE}$ ارتفاعګانې رسم او د چارټ په مخ يې وښياست، وروسته د پوښتنې او ځواب په طريقه(د زده کوونکو په ګډون) د ساين رابطه چې له $\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$ څخه عبارت ده په لاس راوړئ.

ښوونکی دې د کتاب د 52 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځړوي.

ښوونکی دې له يوه زده کوونکي څخه وغواړي چې د نوموړي مخ دويم مثال پر تخته حل کړي، په عين وخت کې دې دغه مثال نورو زده کوونکو ته هم ورکړي چې په انفرادي ډول(د کتاب د حل له ليدو پرته) په خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده کوونکي دې خپل حل نورو زده کوونکو ته واضح کړي، که چيرې دده په حل کې تېروتنه وليدل شي، بل زده کوونکی دې راوغواړي، ترڅو د هغه تېروتنه رفع کړي.

ښوونکی دې د فعاليت په ترڅ کې زده کوونکي وڅاري چې له کتاب څخه کار وانخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې د لوست د ښه تحکیم لپاره د کتاب 52 مخ دویم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوي او زده‌کوونکي دې په مناسبو ډلو وویشي. چې د نوموړي مخ دریم مثال یو د بل سره په مشوره حل کړي (ښوونکی دې د هغو زاویو ساین چې زده‌کوونکي ورته اړتیا ولري ووایي.)

ښوونکی دې زده‌کوونکو ته اجازه ورنه کړي چې د فعالیت د اجرا په ترڅ کې کومه ډله له کتاب څخه کار واخلي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. ایا په قایم‌الزاویه، حاده‌الزاویه او منفرج‌الزاویه مثلثونو کې د یوه مثلث د زاویو او ضلعو ترمنځ اړیکه توپیر لري او که نه؟ هغه اړیکه ولیکئ؟
2. په یوه متساوي‌الساقین قایم‌الزاویه مثلث کې، که چیرې یوه ضلع یې $10cm$ اوږدوالی ولري، د مثلث زاویې او ضلعې حساب کړئ؟

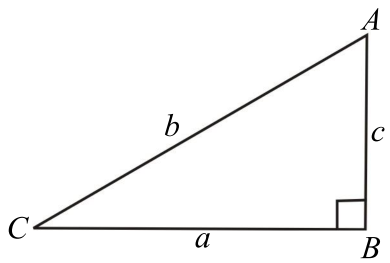
8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د ساین د قانون ثبوت په قایم الزاویه مثلث کې:

$$\sin A = \frac{a}{b} \Rightarrow b = \frac{a}{\sin A} \quad \dots (1)$$

$$\sin C = \frac{c}{b} \Rightarrow b = \frac{c}{\sin C} \quad \dots (2)$$

$$\sin B = \frac{b}{b} \Rightarrow b = \frac{b}{\sin B} \quad \dots (3)$$



د (1)، (2) او (3) اړیکو له پرتله کولو څخه لرو چې:

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$

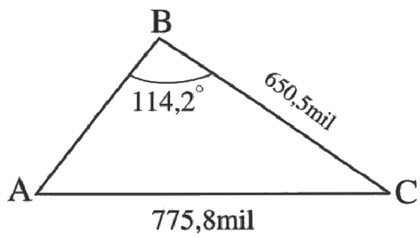
9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که چیرې د یوه مثلث د ضلعو اوږدوالی $a = 8$ ، $b = 5$ او $c = 10$ واحده وي، د B د زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: پورتنی پوښتنه د ساین له قانون څخه په کار اخېستنې نه حل کېږي. ولې دغه پوښتنه د کوساین له قانون څخه په کار اخېستلو سره حلېږي، چې تر اوسه زده‌کوونکو نه دی لوستی. یوازې دغه پوښتنه د زده‌کوونکو د ارزونې لپاره په پام کې نیول شوې ده، چې ایا زده‌کوونکي موضوع ته متوجه کېږي او که نه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. لاندې شکل په پام کې ونیسئ د A او B د بنارونو ترمنځ واټن پیدا کړئ؟



حل: د ساین د قانون په پام کې نیولو سره لرو:

$a = 650.5mil$

$b = 775.3mil$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin A = \frac{a \sin B}{b} = \frac{650.5 \cdot \sin 114.2^\circ}{775.8} = \frac{650.5 \cdot 0.9121}{775.8} = \frac{593.33}{775.8} = 0.765$$

$$A = arc \sin 0.764 = 49.9^\circ$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (49.8 + 114.2) = 180^\circ - 164^\circ = 16^\circ$$

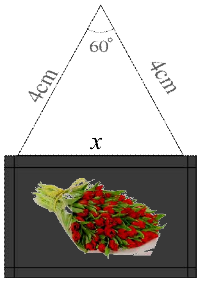
$$\boxed{\hat{C} = 16^\circ}$$

$$c = \overline{AB} = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{775.8 \cdot \sin 16^\circ}{\sin 114.2^\circ} = \frac{775.8 \cdot 0.27}{0.9121}$$

$$c = \overline{AB} = \frac{209.46}{0.9121} = 229.6mil$$

$$\boxed{c = 229.6mil}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د کوساين قانون (Law of cosine)

د درسي کتاب (55) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • دکوساين قانون او د هغه په فورمول پوه شي. • د يوې زاويې او دوو مجاورو ضلعو په لرلو سره د مثلث دريمه ضلع پيدا کړي، همدارنګه د مثلث د دوو مجاورو ضلعو په لرلو سره د هغو ضلعو ترمنځ زاويه پيدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	د ورودي پوښتنې د شکل چارټ او د کتاب 55، 57 او 58 مخونو د شکلونو چارټونه
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او ورودي پوښتنه وپوښتئ، ترڅو زده‌کوونکي د هغه په اړه فکر وکړي او خپل نظر وو ايي که چيرې د حل لاره پيدا نشي کړای. د فعاليت د سرته رسولو په پايله کې به وکولای شي چې حل يې کړي.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

- ښاغلی ښوونکی دکتاب 55 مخ دويم چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ.
- زده‌کونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې فعاليت د يو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د ډلو د فعاليت د اجراکولو د بهير څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشويق او له ضعيفو ډلو سره مرسته او لارښوونه وکړئ.
- د فعاليت په پای کې دې د يوې ډلې استازی خپل فعاليت نورو زده‌کوونکو ته د تختې پر مخ توضيح کړي. که چيرې توضيح يې سمه او فعاليت يې صحيح سرته رسولی وي، نورې ډلې دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.
- دکتاب 57 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طريقه د زده‌کوونکو په واسطه حل کړئ.
- يوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې د درسي کتاب 57 مخ دويم مثال پر تخته حل کړي. په عين وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي. (له کتاب څخه کار وانه خلي). په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعاليت نورو ته توضيح کړي، که چيرې سم حل شوی وي، نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکيم لپاره دکتاب 57 مخ دريم مثال د پوښتنې او ځواب پر طريقه په زده‌کوونکو باندې حل کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

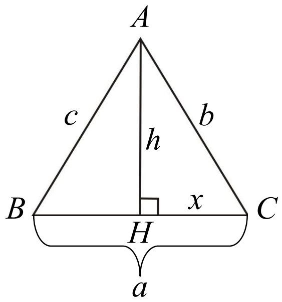
7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې څلورم مثال پر تخته حل کړي.
2. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ ترڅو د کوساین قضیه بیان کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د کتاب د 56 مخ د فعالیت اړونده رابطو ثبوت: د AHC په قایم‌الزاویه مثلث کې لرو:



$$\overline{AH}^2 = h^2 = \overline{AC}^2 - \overline{HC}^2 = b^2 - x^2$$

همدارنگه په نوموړي مثلث کې:

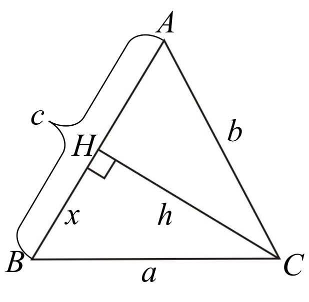
$$c^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2$$
$$\overline{BH} = a - x$$

نو:

$$c^2 = (a-x)^2 + h^2$$
$$c^2 = (a-x)^2 + b^2 - x^2$$
$$c^2 = a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - x^2$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax$$

د AHC په مثلث کې:

$$\cos C = \frac{x}{b} \Rightarrow x = b\cos C$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a\cdot b\cos C$$
$$2ab\cos C = a^2 + b^2 - c^2$$
$$\boxed{\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}$$



اوس غواړو چې $\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ رابطه په لاس راوړو.

د BHC په مثلث کې لرو چې: $h^2 = a^2 - x^2$

له بلې خوا د AHC په مثلث کې لرو:

$$b^2 = h^2 + (c-x)^2$$
$$b^2 = h^2 + c^2 - 2cx + x^2$$

په پورتني رابطه کې یې د h پر ځای قیمت وضع کوو:

$$b^2 = a^2 - x^2 + c^2 - 2cx + x^2$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2cx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

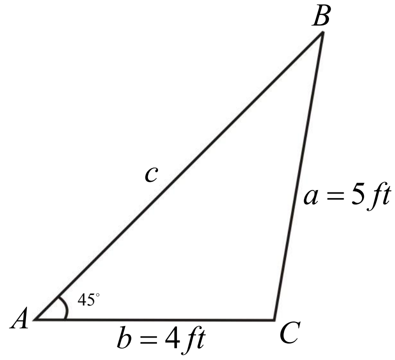
د BHC په مثلث کې:

$$\cos B = \frac{x}{a} \quad \Rightarrow \quad x = a\cos B$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$-2ac\cos B = b^2 - a^2 - c^2$$
$$2ac\cos B = a^2 + c^2 - b^2$$
$$\boxed{\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}}$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. که چیرې د ABC په مثلث کې $b = 4ft$, $a = 5ft$ او $A = 45^\circ$ وي، د مثلث نامعلومې ضلعې او زاویې پیدا کړئ.

حل:

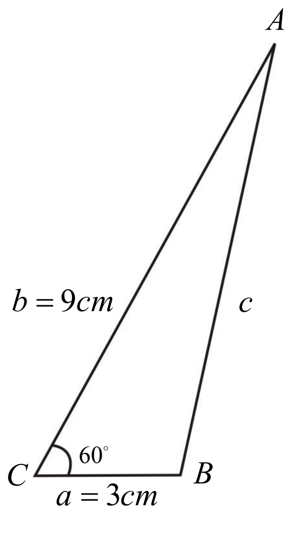


$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \quad \Rightarrow \quad \sin B = \frac{b\sin A}{a} = \frac{4\cdot\sin 45^\circ}{5}$$
$$\sin B = \frac{4\cdot 0.707}{5} = \frac{2.828}{5} = 0.565$$
$$\hat{B} = \sin^{-1} 0.565 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\hat{B} = 34.4^\circ}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (45^\circ + 34.4^\circ) = 180^\circ - 79.4^\circ = 100.6^\circ \quad \Rightarrow \quad \boxed{\hat{C} = 100.6^\circ}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C = 25 + 16 - 2\cdot 5\cdot 4\cos 100.6^\circ$$
$$c^2 = 41 - 40(-0.1839) = 41 + 7.356 = 48.356$$
$$\boxed{c = 6.953\,ft}$$

2. که چیرې په یوه مثلث کې $a = 3cm$ او $b = 9cm$ او د دوی ترمنځ زاویه 60° وي، د c د ضلعې اوږدوالی پیدا کړئ؟

حل:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$
$$c^2 = 9 + 81 - 2\cdot 3\cdot 9\cos 60^\circ$$
$$c^2 = 90 - 54\cdot\frac{1}{2} = 90 - 27 = 63$$
$$\boxed{c = 7.93cm}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د تانجنټ قانون(Law of tangent)

د درسي کتاب (59) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د تانجنټ په قانون پوه شي. • له نوموړي قانون څخه په کار اخېستنې سره نامعلومې زاویې او نامعلومې ضلعې پیدا کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه خوښې ښکاره کړي او د ریاضي له زده کړې سره علاقمند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې اړوند د تانجنټ د فورمول چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته هغه چارټ چې د $\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$ فورمول په کې لیکل شوی دی،د ټولګي په مخکې وځړوی او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې په اړه خپل نظرونه ووایي. په هغه صورت کې چې سم ځواب ونشي ویلای، په لنډه توګه ورته ووایاست، د لوست بهیر په لاندې ډول پیل کړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، چې د کتاب 59 مخ فعالیت د یو بل سره په مشوره سرته ورسوي، د زده‌کوونکو د ډله‌ییز فعالیت له اجراکولو څخه څارنه وکړئ. فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ.

ښاغلی ښوونکی تاسې باید د تانجنټ قانون ثبوت مخکې له مخکې لوستی وي، ترڅو وکولای شئ د زده‌کوونکو له ډلو سره مرسته وکړئ. البته د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته زده‌کوونکي د تانجنټ قانون هم په ډلو کې ثبوتوي، چې له دې قانون څخه په کار اخېستنې سره کولای شو د یو مثلث نامعلومې ضلعې او یا نامعلومې زاویې پیدا کړو.

باید په پام کې ولری چې د پورتني فعالیت د سرته رسولو پراوونه دې د یوې ډلې د استازي په مرسته پر تخته توضیح شي او ښوونکی دې مرسته ورسره وکړي.

ښاغلی ښوونکی د کتاب 60 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه پر یوه زده‌کوونکي باندې حل کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی تې لوست ته د تحکیم ورکولو لپاره د ضرب او تحویل رابطې یعنې $\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cdot\cos\dfrac{A-B}{2}$ او $\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cdot\sin\dfrac{A-B}{2}$ د زده‌کوونکو په واسطه پر تخته‌کار و کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتي:

1. څوک د تانجنټ قانون ویلای شي؟
2. که چیرې $B=30^\circ$, $A=60^\circ$ او د مثلث یوه ضلع $b=5cm$ وي، له تانجنټ د قانون څخه په‌کار اخېستنې سره د نوموړي مثلث a ضلع پیدا کړئ؟

8- **د ښوونکې لپاره اضافي معلومات**:

دکتاب د 60 مخ فعالیت اړوندو رابطو ثبوت:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=D$$

$$\frac{a}{\sin A}=D \;\Rightarrow\; a=D\sin A \;\dots\; 1$$

$$\frac{c}{\sin C}=D \;\Rightarrow\; c=D\sin C \;\dots\; 2$$

د 1 او 2 رابطې یو ځلې خوا په خوا جمع او بیا تفریق کوو:

$$c+a=D\sin C+D\sin A=D(\sin C+\sin A)\;\dots\; 3$$

$$c-a=D\sin C-D\sin A=D(\sin C-\sin A)\;\dots\; 4$$

دریمه اړیکه پر څلورمې اړیکې باندې وېشو:

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{D(\sin C+\sin A)}{D(\sin C-\sin A)}=\frac{\sin C+\sin A}{\sin C-\sin A}\;\dots\; 5$$

د ضرب او تحویل له فورمول څخه د $\sin C-\sin A,\sin C+\sin A$ قیمتونو په 5 اړیکه کې وضع کوو.

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{2\sin\frac{C+A}{2}\cdot\cos\frac{C-A}{2}}{2\cos\frac{C+A}{2}\cdot\sin\frac{C-A}{2}}=\frac{\sin\frac{C+A}{2}}{\cos\frac{C+A}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{C-A}{2}}{\sin\frac{C-A}{2}}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\tan\frac{C+A}{2}\cdot\cot\frac{C-A}{2}$$

څرنګه چې $\cot\dfrac{C-A}{2}=\dfrac{1}{\tan\dfrac{C-A}{2}}$ دی؛ نو:

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{C+A}{2}}{\tan\frac{C-A}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $D = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{b}{\sin B}$ وضع کړو لرو چې:

$b = D\sin B \;\; ... \; 1$

$c = D\sin C \;\; ... \; 2$

$b + c = D\sin B + D\sin C = D(\sin B + \sin C) \;\; ... \; 3$

$b - c = D\sin B - D\sin C = D(\sin B - \sin C) \;\; ... \; 4$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{D(\sin B + \sin C)}{D(\sin B - \sin C)} = \frac{2\sin\frac{B+C}{2}\cdot\cos\frac{B-C}{2}}{2\cos\frac{B+C}{2}\cdot\sin\frac{B-C}{2}} = \frac{\sin\frac{B+C}{2}}{\cos\frac{B+C}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{B-C}{2}}$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \tan\frac{B+C}{2}\cdot\cot\frac{B-C}{2} = \frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}} \;\Rightarrow\; \frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د تانجنټ قانون(دویم مثال)

د درسي کتاب (63) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ټانجنټ له قانون څخه په کار اخېستنې سره د یو مثلث ضلعې او زاویې پیداکړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییزکار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)**	

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د سوال او ځواب په طریقه دکتاب د 61 مخ دویم مثال په ټولګي کې کار وکړئ.

د وخت د لرلو په صورت کې دکتاب 62 مخ د پوښتنو a جزء یوه زدهکوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه پوښتنه نورو زدهکوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي.

په پای کې تختې ته ولاړ زدهکوونکی دې خپل حل نورو زدهکوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې ښوونکی مرسته ورسره وکړي. هغو زدهکوونکو چې فعالیت یې په خپلو کتابچو کې سرته رسولي دي، خپل فعالیت دې د تختې له حل سره پرتله کړي د اړتیا په صورت کې دې په خپل فعالیت کې لازم اصلاحات راوړي.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې ورکړل شوو عناصرو له مخې د مثلث نامعلومې اجزاوې پیدا کړئ.

a) که چیرې $a=35ft$, $\hat{B}=60^\circ$, $\hat{C}=75^\circ$ وي.

b) که چیرې $\hat{\alpha}=45^\circ$, $b=37m$ او $\hat{\gamma}=75^\circ$ وي.

حلa)

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$$

$$\hat{A}=180^\circ-(\hat{B}+\hat{C})=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)$$

$$\hat{A}=180^\circ-135^\circ=45^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجنټ له قانون څخه په کار اخېستنې سره لرو:

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{\hat{A}+\hat{B}}{2}}{\tan\frac{\hat{A}-\hat{B}}{2}}=\frac{35+b}{35-b}=\frac{\tan\frac{45^\circ+60^\circ}{2}}{\tan\frac{45^\circ-60^\circ}{2}}=\frac{\tan 52.5}{\tan(-7.5)}=\frac{1.303}{-0.131}=-9.946$$

$$\frac{35+b}{35-b}=-9.946 \;\Rightarrow\; 35+b=-9.946(35-b)$$

$$35+b=-348.11+9.946b$$

$$b-9.946b=-348.11-35$$

$$-8.946b=-383.11$$

$$b=\frac{-383.11}{-8.946}=42.82$$

$$\boxed{b=42.82\,ft}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{C+A}{2}}{\tan\frac{C-A}{2}}$$

$$\frac{c+35}{c-35}=\frac{\tan\frac{75^\circ+45^\circ}{2}}{\tan\frac{75^\circ-45^\circ}{2}}=\frac{\tan 60^\circ}{\tan 15^\circ}=\frac{1.732}{0.267}=6.486$$

$$c+35=6.486(c-35)=6.486c-227.01$$

$$c-6.486c=-227.01-35 \;\Rightarrow\; -5.486c=-262.01 \;\Rightarrow\; c=\frac{-262.01}{-5.486} \;\Rightarrow\; \boxed{c=47.76\,ft}$$

حلb)

$$\alpha=45^\circ \quad , \quad a=?$$

$$\gamma=75^\circ \quad , \quad b=?$$

$$\beta=?$$

$$b=37m$$

$$\beta=180^\circ-(\alpha+\gamma)$$

$$\beta=180^\circ-120^\circ=60^\circ$$

$$\boxed{\beta=60^\circ}$$

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha-\beta}{2}} \;\Rightarrow\; \frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{45^\circ+60^\circ}{2}}{\tan\frac{45^\circ-60^\circ}{2}}=\frac{\tan 52.5}{\tan(-7.5)}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{a+37}{a-37}=\frac{1.303}{-0.131}=-9.946$$

$$a+37=-9.946(a-37)$$

$$a+37=-9.946a+368.002$$

$$a+9.946a=368.002-37=331.002$$

$$10.946a=331.002$$

$$a=\frac{331.022}{10.946}=30.24$$

$$\boxed{a=30.24m}$$

$$\frac{c+a}{c-a}=\frac{\tan\frac{\gamma+\alpha}{2}}{\tan\frac{\gamma-\alpha}{2}}$$

$$\frac{c+30.24}{c-30.24}=\frac{\tan\frac{75+45}{2}}{\frac{75-45}{2}}=\frac{\tan 60^\circ}{\tan 15^\circ}=\frac{1.739}{0.267}=6.513$$

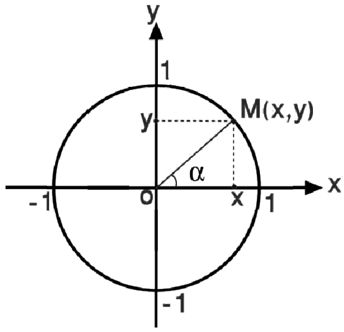
$$c+30.24=6.486(c-30.24)=6.486c-196.136$$

$$c-6.486c=-196.136-30.24 \quad \Rightarrow \; -5.486c=-226.376$$

$$c=\frac{-226.376}{-5.486}=41.26$$

$$\boxed{c=41.26m}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه

د درسي کتاب (63) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي مطابقت په مفهوم پوه شي. • د مثلثاتي مطابقتونو او مثلثاتي معادلو توپير وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	د ورودي پوښتنې د شکل چارټ او د کتاب 64 مخ چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی دې د لومړنيو فعاليتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه چې ايا $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ يو مطابقت دی او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه وپوښتي، ترڅو د هغه په اړه فکر وکړي. ورودي پوښتنه دکتاب 63 مخ د فعاليت له سرته رسولو څخه وروسته حلېږي. ځکه په فعاليت کې ثبوت کېږي چې $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ يو مطابقت دی.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډول وويشئ چې دکتاب 63 مخ فعاليت په ډله‌ييزه توگه سرته ورسوي، ددې فعاليت په سرته رسولو سره به د مطابقت په مفهوم پوه شي.

فعاليت داسې سرته رسول کېږي چې که چيرې د α قيمتونو په ترتيب سره د A او B په افادو کې وضع کړو معلوم به شي چې $A=B$ او يا $\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$ کېږي، چې دا يو مطابقت دی.

ښاغلی ښوونکی د ډله‌ييز کار له سرته رسولو څخه وروسته د يوې ډلې استازی راوغواړي چې خپل فعاليت نورو ته توضيح کړي او تاسې مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دواړه چارټونه د ټولگي په مخ کې وځروئ او دکتاب 63 مخ په چارټ کې وښاياست چې د مثلثاتي دايرې شعاع يو واحد دی.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 64 مخ له چارټ څخه په‌کار اخيستنې سره د $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ مطابقت د پوښتنې او ځواب په طريقه په داسې حال کې چې زده‌کوونکي په کې پوره ونډه ولري، ثبوت کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 65 مخ $1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$ او $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$ مطابقتونه یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې ثبوت کړي، په عین وخت کې دغه مطابقت نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې د $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \sec\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}$ او $\csc\alpha=\dfrac{1}{\sin\alpha}$ چې اساسي مطابقتونه دي، له دې څخه په کار اخیستنې سره په خپلو کتابچو کې حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. مثلثاتي مطابقت څه ډول مثلثاتي افاده ده؟
2. څوک کولای شي چې د $\beta=90^\circ$ قیمت لپاره د $\dfrac{\cot\beta}{\csc\beta-1}$ افاده ساده کړي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

(د کتاب 65 مخ فعالیت)

$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$$

د $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ قیمت په پورتنی رابطه کې ږدو:

$$\frac{1}{1}+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha \quad\Rightarrow\quad \frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha$$

څرنګه چې $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ دی؛ نو: $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\csc^2\alpha$

له اساسي مطابتونو څخه پوهېږو چې د یوې زاویې کوسیکنټ د هغه زاویې د ساین له معکوس سره مساوي دی، نو:

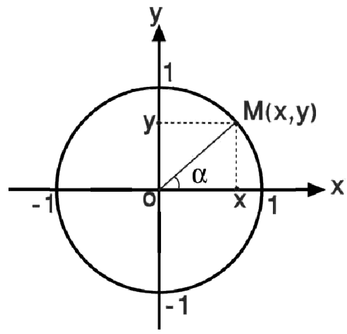
$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$$

اوس غواړو چې $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$ رابطه ثبوت کړو:

$$\cot\alpha=\frac{1}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

له اساسي مطابقت څخه پوهېږو چې: $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$؛ نو $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه

د درسي کتاب (65) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثالونو له حل څخه په کار اخېستنې سره له هغو سره ورته پوښتنې حل کړای شي. • د مثلثات له اساسي مطابقتونو څخه په کار اخېستنې سره مطابقتونه ثبوت او ورکړل شوې افادې ساده کړای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست بهیر داسې پیل کړئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې ددې عنوان د فعالیت په اړه په تېر لوست کې درته لارښوونه شوې ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د کتاب 65 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.
- د کتاب د 65 مخ دویم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې د ټولګي پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې نور زده‌کوونکي دې دغه مثال په داسې حال کې په کتابچو کې حل کړي چې کتابونه خلاص نه کړي. د لوست په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. که چیرې له کومې ستونزې سره مخامخ شي، بل زده‌کوونکی دې ستونزې پر تخته حل کړي.
- دریم مثال د کتاب 66 مخ څلورم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړي.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب د 66 مخ پنځم مثال په ډله‌ییزه توګه د یو بل په مشوره حل کړي. په پای کې د یوې ډلې استازي دې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو ترمنځ د مثبت او سالم رقابت د پیدا کولو لپاره زده‌کوونکو ته وواییې، څوک کولای شي چې 6 او 7 مثالونه په داوطلبانه توګه په ټولګي کې حل کړي او نمرې وګټي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي مطابقونه(د 8، 9 او 10 مثالونو حل)

د درسي کتاب (67-68) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثات له اساسي مطابقونو څخه په کار اخېستنې سره مثالونه او پوښتنې حل کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد:**	
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته په لاندې ډول د مثالونو په حل پیل وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي چې دکتاب د 67 مخ د اتم مثال اړونده مطابقت د یو بل په مشوره حل کړي.(د فعالیت په بهیر کې له‌کتاب څخه استفاده و نه شي)

ښاغلی ښوونکی د فعالیت په بهیر کې د زده‌کوونکو له ډلو څخه ځارنه او فعالې ډلې تشویق له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.

د ډله‌ییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 67 مخ نهم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لابنه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 68 مخ لسم مثال په ټولګي کې د پوښتنې او ځواب په طریقه حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې د ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړي.

1. کومې معادلې ته مثلثاتي مطابقت ویلای شو ؟
2. څوک کولای شي چې مثلثاتي اساسي مطابقتونه پر تخته ولیکي ؟

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه:**

1. د مثلثاتو د اساسي اړیکو په پام کې نیولو سره د هرې پوښتنې معادل افاده پیدا کړئ.

$a)\ \dfrac{\sin 250^\circ}{\cos 250^\circ} \qquad b)\ \sqrt{\sec^2\beta - 1} \qquad c)\ \dfrac{1}{\cos 80^\circ}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a)\ \frac{\sin 250^\circ}{\cos 250^\circ} = \tan 250^\circ$$

$$b)\ \sqrt{\sec^2\beta - 1} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\beta} - \frac{1}{1}} = \sqrt{\frac{1-\cos^2\beta}{\cos^2\beta}} = \sqrt{\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}} = \sqrt{\tan^2\beta} = \tan\beta$$

$$c)\ \frac{1}{\cos 80^\circ} = \sec 80^\circ$$

2. هره افاده د $\sin\beta$ له جنسه پیدا کړئ.

$a)\ \cot\beta\cos\beta \qquad , \qquad b)\ \cot^2\beta$

حل:

$$a)\ \cot\beta\cos\beta = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos\beta = \frac{\cos^2\beta}{\sin\beta} = \frac{1-\sin^2\beta}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta} - \frac{\sin^2\beta}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta} - \sin\beta$$

$$b)\ \cot^2\beta = \frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{1-\sin^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{1}{\sin^2\beta} - \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{1}{\sin^2\beta} - 1$$

3. لاندې مطابقتونه ثبوت کړئ.

$$a)\ \frac{\csc\alpha}{\cot\alpha + \tan\alpha} = \cos\alpha \qquad b)\ \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = 1 - 2\cos^2 x$$

$$c)\ \frac{\sin\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha} = \tan\alpha \qquad d)\ \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \cos 2x$$

یادونه: په درسي کتاب کې د $\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \cos 2x$ مطابقت په $\frac{1}{\csc\alpha - \tan\alpha} = \csc^2\alpha + \tan\alpha$ مطابقت بدل شوی دی.

حل:

$$a)\ \frac{\csc\alpha}{\cot\alpha + \tan\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\frac{1}{\sin\alpha}}{\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}} = \frac{\frac{1}{\sin\alpha}}{\frac{1}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\cdot\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{1} = \cos\alpha$$

$$b)\ \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos x\cdot\sin x}}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x\sin x}} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{1}$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 x - \cos^2 x = 1 - 2\cos^2 x$$

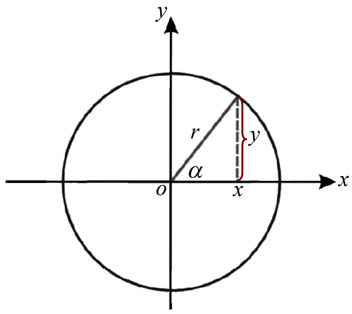
$$c)\ \frac{\sin\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos 2\alpha} = \frac{\sin\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{\sin\alpha(1 + 2\cos\alpha)}{1 + \cos\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha - 1}$$

$$= \frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha + 2\cos^2\alpha} = \frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha(1+2\cos\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

$$d)\ \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

مثلثاتي معادلې

د درسي کتاب (69) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانیږي چې: • د مثلثاتي معادلو په مفهوم پوه شي. • د مثلثاتي معادلو او د مثلثاتي مطابقتونو ترمنځ په توپیر پوه شي. • مثلثاتي معادلې حل کړي. • د پورته پوهې او مهارتونو په لرلو سره په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه له زده-کوونکو څخه وپوښتئ، ترڅو د پوښتنې په اړه فکر وکړي. په هغه صورت کې چې ځواب ونشي ویلای، ورته ووایئ چې که چیرې α ته مختلف قیمتونه ورکړو او د معادلې کینه خوا له ښئ خوا سره مساوي شي؛ نو دا معادله یو مطابقت دی، ولې که چیرې د α په ځینو قیمتونو سره ښئ خوا له کیڼې خوا سره مساوي نه شي مطابقت نه دی، یوه معادله ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب د 69 مخ فعالیت له یو بل سره په مشوره حل کړي، د زده‌کوونکو له ډله‌ییز کار څخه څارنه وکړي، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.

د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. د تېروتنې په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دکتاب 70 مخ لومړی مثال چې د لومړی حالت($a\sin x+b=0$) سره مطابقت لري د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

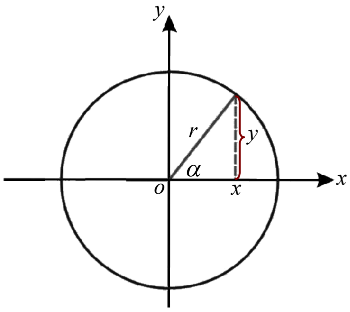
ښاغلی ښوونکی: لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره د 71 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست ښه زده کړی دی او که نه؟ له هغوی څخه په لاندې ډول وپوښتئ:

1. څوک کولای شي چې د ساین له جنسه د یوې مثلثاتي معادلې عمومي شکل ولیکي؟
2. څوک د $5\sin x-2=0$ او $2\sin x-5=0$ معادلو د حل په اړه مناقشه کوي؟
3. د یوې زاویې د ساین د تحول ساحه څوک لیکي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو دویم حالت $a\cos x+b=0$

د درسي کتاب (71) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو مختلف شکلونه وپېژني. • مثلثاتي معادلې حل کړي. • د مثلثاتي معادلو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییزکار
3- **مرستندویه مواد:**	دکتاب د 71 مخ د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سـرته رسـولو څخـه وروسـته د لوسـت بهیـر پـه لانـدې ډول پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، دکتاب 71 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخ کې وځړوئ او لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په توګه په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

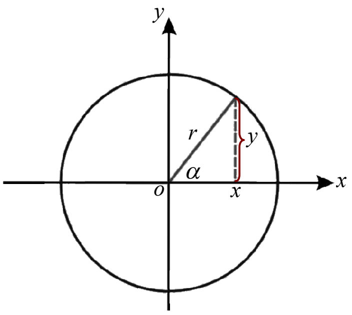
ښاغلی ښوونکی: لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 72 مخ دویم مثال یوه زده‌کوونکي تـه ورکـړئ چـې پـر تختـه یې حل کړي، په عین وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکـړئ چـې لـه کتـاب څخـه لـه کـار اخېـستنې پرتـه یې پـه خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت توضیح کړي، که چیرې حل یـې سـم وي، نـو هغو زده‌کوونکو ته چې تېروتنې یې کړي دي، خپلې تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې ډاډه شي، لاندې پوښتنې ترې وپوښتئ:

1. $\alpha=\dfrac{\pi}{6}rad$ له کومې درجې سره مطابقت لري؟
2. څوک د $2\cos x-\sqrt{3}=0$ معادلې د حل سټ لیکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو دريم حالت $a\tan x+b=0$

د درسي کتاب (72) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو د دريم حالت د حل په طريقې پوه شي. • مثلثاتي معادلې حل کړای شي. • د پورتنۍ معادلې د حل سټ وټاکلای شي. • د مثلثاتي معادلو له حلولو څخه د رياضي د پوهې له حاصلولو سره مينه پيدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډله‌ييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	دکتاب د 72 مخ د مثال چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی دې لومړني فعاليتونه سرته ورسوي.(سلام، احوال پوښتنې، تنظيمول...)

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی مثال چې په هغه کې $a=1$ او $b=-\sqrt{3}$ ده، د پوښتنې او ځواب په توګه په ټولګي کې حل کړي او د معادلې د حل سټ چې کوټرمينل زاويې دې وليکي.

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکو ته ووايي چې خپل کتابونه وتړي او يوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړي چې دکتاب د 73 مخ دويم مثال پر تخته حل کړي، په عين وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړي چې په خپلو کتابچو کې يې حل‌کړي.

په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل حل نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي او د معادلې د حل سټ دې هم پر تخته وليکي، که چيرې ستونزه ولري بل داوطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړي چې نوموړی مثال حل کړي.

ښاغلی ښوونکی د اړتياپه صورت کې زده‌کوونکي ته لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشي چې د يو بل په مشوره دکتاب 73 مخ دريم مثال حل کړي.

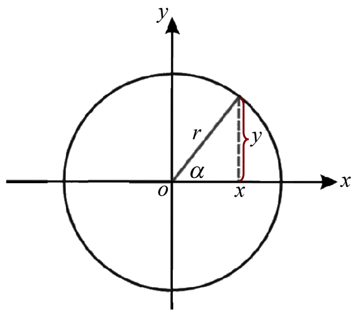
ښاغلی ښوونکی د فعاليت په بهير کې د زده‌کوونکو له ډله‌ييز کار څخه څارنه کوي، فعالې ډلې تشويق او له ضعيفو ډلو سره دې مرسته وکړي، د فعاليت په پای کې د يوې ډلې استازي ته دنده ورکړي چې خپل ډله‌ييز کار نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي، که چيرې دده په فعاليت کې تېروتنه شتون ولري لارښوونه ورته وکړي او يا بل زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې پوښتنه سمه حل کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو د پوهې او مهارت له زده‌کړې څخه ځان ډاډمن کړي، نولاندې پوښتنې له هغوی څخه وپوښتئ.

1. د $\tan(2x-\frac{\pi}{4})=\tan(x+\frac{\pi}{3})$ معادلې عمومي حل عبارت دی له $x=K\pi+\frac{7\pi}{12}$. څوک کولای شي چې د $K=3$ لپاره د معادلې حل پيدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم څپرکی: مثلثات

د مثلثاتي معادلو څلورم حالت $a\cot x + b = 0$

د درسي کتاب (73) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي معادلو د څلورم حالت د حل په طريقه پوه شي. • هغه معادلې چې $a\cot x + b = 0$ شکل ولري، حل کړای شي. • له پورته معادلې سره د مشابه معادلو د حل په سټ پوه شي او د پورته معادلو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهييز کار
3- **مرستندويه مواد**:	دکتاب د 74 مخ د دريم مثال چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی د لومړنيو فعاليتونو لـه سـرته رسـولو څخـه وروسـته لـومړی مثـال چـې د $a\cot x + b = 0$ معادلې ته ورته دی او په هغه کې $a = 1$ او $b = -1$ ده پر تخته وليکئ او بيا د لوست بهير پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی دکتاب د 74 مخ د شکل چارټ د ټولګي په مخکې وځړوی او د 73 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په شکل په ټولګي کې حل کړئ.(زده‌کوونکو ته د مثال په حلولو کې برخه ورکړئ.)

6- **د زده کړې تحکيم: (7) دقيقې**

لوست ته د لاښه تحکيم ورکولو لپاره دويم مثال يعنې د $\cot 3x = \cot x$ معادله د يوه زده‌کوونکي په واسطه په ټولګي کې حل کړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه: (5) دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د دزده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډمـن شـئ، د خپـل ډاډ لپـاره د 74 مـخ د پوښـتنو a جـزء پـه ډله‌ييزه توګه په زده‌کوونکو باندې حل کړئ.

په پای کې د يوې ډلې استازی راوغواړئ چې د خپل ډله‌ييز کار توضيح وکړي.

8- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې معادلو د عمومي حل ځوابونه پيدا کړئ.

$a)\ 3\cos x + 5 = 0$ $\quad b)\ 4\tan x + \cot x - 5 = 0$ $\quad c)\ \tan x = \sqrt{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a):

$$3\cos x = -5$$

$$\cos x = \frac{-5}{3} = -1.6$$

څرنگه چې $\cos x$ د هرې زاويې د $[-1,1]$ په انټروال کې تحول کوي؛ يعنې: $-1 \le \cos x \le 1$

نو داسې زاويه نشته چې کوساين يې -1.6 وي، نو پورتنی معادله حل نه لري.

حل b):

$$4\tan x + \cot x - 5 = 0$$

لومړی معلوموو چې معادله د حل وړ ده او که نه، ددې لپاره د معادلې د حل د امکان شرط تطبيقوو:

نو بايد چې: $c^2 \ge 4ab$ وي.

$$a = 4 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad c = 5$$

$$c^2 = 25 \quad , \quad 4ab = 4\cdot 4\cdot 1 = 16$$

څرنگه چې $c^2 \ge 4ab$ ده؛ نو معادله د حل وړ ده، ليکلای شو چې:

$$4\tan x + \frac{1}{\tan x} = 5 / \cdot \tan x$$

$$4\tan^2 x + 1 = 5\tan x \;\Rightarrow\; 4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4\cdot 4\cdot 1 = 25 - 16 = 9$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm 3$$

$$\tan x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+3}{2\cdot 4} = \frac{8}{8} = 1$$

هغه کوچنۍ مثبته زاويه يا قوس چې تانجنټ يې (1) وي، هغه له 45° يا $\frac{\pi}{4}$ څخه عبارت ده؛ يعنې:

$$\tan x = \tan\frac{\pi}{4} = 1 \;\Rightarrow\; x = \frac{\pi}{4}$$

نو: $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$

$$\tan x = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x = \tan^{-1}\frac{1}{4} \;\Rightarrow\; x = 14.03^\circ$$

هغه کوچنۍ مثبته زاويه چې تانجنټ يې $\frac{1}{4}$ دی عبارت ده له 14.03° څخه ، نو عمومي حالت يې: $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$

حل c):

$$\tan x = \sqrt{3} \quad , \quad x = \tan^{-1}\sqrt{3} \;\Rightarrow\; x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

هغه کوچنۍ مثبته زاويه چې تانجنټ يې $\sqrt{3}$ دی عبارت دی له $\frac{\pi}{3}$؛ نو عمومي حل يې عبارت دی له: $x = n\pi + \frac{\pi}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم څپرکی: مثلثات

$$a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x\cos x = d$$

دویمه درجه مثلثاتي معادلې

د درسي کتاب (75) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د مثلثاتي دویمه درجه معادلې په مفهوم پوه شي. • دویمه درجه معادله حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په حاصلولو سره د ریاضي له علم سره علاقمند شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د لوست بهیر پیل کړی. ځکه چې ورودي پوښتنه شتون نه لري، چې د هغې په اړه توضیحات ورکړل شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

دکتاب 75 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب د 76 مخ دویم مثال په ډلهییزه توګه د یو بل په مشوره حل کړي.

ښاغلی ښوونکی له زده‌کوونکو څخه غوارنه وکړئ چې له کتاب څخه کار وانخلي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډلهییزه فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي او تاسې مرسته ورسره وکړی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته ووایې چې د لوست کتابونه وتړي.

لوست ته د لانښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 77 مخ دریم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه مثال دې نور زده‌کوونکي هم په خپلو کتابچو کې حل کړي.

د فعالیت په پای کې هغه زده‌کوونکی چې تختې ته ولاړ دی خپل فعالیت دې نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې دده په کار کې تېروتنه شتون ولري، بل زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې تېروتنه یې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

د زده‌کوونکو له زده‌کړې د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. څوک کولای شي چې د دویمې درجې مثلثاتي معادلې عمومي شکل ووایي؟
2. څوک د لومړی درجه او دویمې درجې مثلثاتي معادلو توپیر پر تخته لیکلای شي؟
3. څوک کولای شي چې په دویمه درجه مثلثاتي معادله کې ثابت عددونه وښیي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې معادلو د حل ستونه پیدا کړئ:

1- $\cos 2x + 1 = 2\sin^2 \frac{x}{2}$

2- $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$

3- $\sin^2 x - (1-\sqrt{3})\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$

حل 1:

$$\cos 2x + 1 = 2\sin^2 \frac{x}{2} \Rightarrow \cos 2x = 2\sin^2 \frac{x}{2} - 1 \ / \cdot (-1)$$

$$-\cos 2x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

پوهېږو چې $1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} = \cos x$ دی؛ نو په ځای یې ږدو:

$$-\cos 2x = \cos x \Rightarrow -\cos 2x - \cos x = 0$$

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

اوس که $\cos x = y$ وضع کړو؛ نو لرو چې:

$$2y^2 + y - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-1) = 1 + 8 = 9$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = \pm 3$$

$$y_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \ , \quad y_2 = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \cos^{-1}\frac{1}{2} \Rightarrow x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$A_1 = \left\{\frac{\pi}{3}, 2\pi + \frac{\pi}{3}, 4\pi + \frac{\pi}{3}, \ \dots \ , 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in IZ\right\}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = \cos^{-1}(-1) \quad , \quad x = \pi$$

$$A_2 = \{2k\pi + \pi / k \in IZ\} \ , \quad A = A_1 \cup A_2 = \left\{2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \pi \ / \ k \in IZ\right\}$$

حل 2:

$$3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0$$

که چیرې $\cos x = y$ وضع کړو؛ نو:

$$3y^2 + 2y - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4\cdot 3\cdot(-5) = 4 + 60 = 64$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = \pm 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د Δ له قیمت څخه معلومه شوه چې پورتنۍ معادله د حل وړ ده.

$$y_1=\frac{-2+8}{6}=\frac{6}{6}=1 \quad , \quad y_2=\frac{-2-8}{6}=\frac{-10}{6}=\frac{-5}{3}$$

$$\cos x=1 \Rightarrow x=\cos^{-1}(1) \Rightarrow x=0^\circ$$

هغه کوچنۍ زاویه چې د هغې کوساین 1 وي، له 0° څخه عبارت ده او د حل سټ یې:

$$A=\{2k\pi+0^\circ \, , \, k\in IZ\}$$

$$\cos x=\frac{-5}{3}$$

او $\cos x=\frac{-5}{3}$ امکان نه لري؛ ځکه د هرې زاویې کوساین د 1+ او 1− ترمنځ تحول کوي، نود حلونو سټ یې د A له سټ څخه عبارت دی.

حل 3:

$$\sin^2 x-(1-\sqrt{3})\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x=0/\div\cos^2 x$$

$$\tan^2 x-(1-\sqrt{3})\tan x-\sqrt{3}=0$$

$$\tan^2 x+0.73\tan x-1.73=0$$

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$\Delta=(0.73)^2-4(1)(-1.73)=0.53+6.92=7.45$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{7.45}=\pm 2.73$$

$$\tan x=\frac{-0.73+2.73}{2}=\frac{2}{2}=1$$

$$x=\tan^{-1}(1) \Rightarrow x=45^\circ \text{ یا } x=\frac{\pi}{4}$$

$$x=\left\{2k\pi+\frac{\pi}{4} \, , \, k\in IZ\right\}$$

$$\tan x=\frac{-0.73-2.73}{2}=\frac{-3.46}{2}=-1.73$$

$$x=arc\tan(-1.73)=\tan^{-1}(-1.73) \Rightarrow x=-60^\circ=-\frac{\pi}{3}$$

$$x=180^\circ-60^\circ=120^\circ=\frac{2\pi}{3}$$

$$x=\left\{(2k-1)\pi+\frac{2\pi}{3} \, , \quad k\in IZ\right\}$$

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستمونو حل(لومړی او دویم ډولونه)

د درسي کتاب (79-81) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستم او یا د هغه ډولونه وپېژني. • په دې پوه شي چې $\begin{cases}\sin x+\sin y=a\\ x+y=\alpha\end{cases}$ او $\begin{cases}\sin x-\sin y=a\\ x-y=\alpha\end{cases}$ هر یو یو سېستم دی. • د دوه مجهوله معادلو سېستم حل او د هغه له حلولو څخه د خوښۍ احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، انفرادي او ډلهییز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې اړونده معادلو د سېستمونو چارټ په روښانه لیک.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې په اړه فکر وکړي او له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ چې د چارټ پر مخ لیکل شوې معادلې له څو سېستمونو څخه جوړې شوې دي؟ د ورودي پوښتنې ځواب دا دی، هو: کولای شو چې د مثلثاتي معادلو سېستم حل کړو. د مثالونو په حلولو سره د هو ځواب په حقیقت بدلېږي، خو د پوښتنې دویمه برخه په اضافي معلوماتو کې ورکړل شوې ده او توضیح کېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی عنوان(لومړی ډول معادله) پر تخته ولیکئ، د پوښتنې او ځواب په طریقه دغه لوست پای ته ورسوئ.

د کتاب د 80 مخ لومړی مثال چې $\begin{cases}\sin x+\sin y=1\\ x+y=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ دی، پر تخته ولیکئ او له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د چارټ پر مخ له لیکل شوو معادلو سره یې پرتله کړي په هغو کې د a او α قیمتونه ولیکي.

که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري، ښاغلی ښوونکی دې ووایي چې چارټ او ورکړل شوي مثال ته په کتو سره $a=1$ او $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ ده. په همدې ډول د پوښتنې او ځواب په طریقه او زده‌کوونکو ته په فعال برخه ورکولو سره مثال په تبولګې کې حل کړئ.

ښاغلی ښوونکی وروسته له دې چې د دویم ډول معادلو سېستم مو زده‌کوونکو ته توضیح کړ، دویم مثال د لوست د تحکیم لپاره حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ترڅو د یو بل په مشوره دویم مثال حل کړي.(په دې وخت کې د زده‌کوونکو کتابونه باید تړلي وي.)

ښاغلی ښوونکی د ډله‌ییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت توضیح کړي. البته د اړتیا په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د ډاډ لپاره زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. څوک کولای شي چې د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستم ولیکي؟
2. څوک ویلای شي چې د لومړی ډول د مثلثاتي معادلو سېستم له څو سېستمونو څخه جوړ شوی دی؟
3. څوک د لومړي ډول اړوند د مثلثاتي معادلو سېستمونه لیکي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د لومړی ډول د مثلثاتي معادلو اته سېستمونه چې په متن کې یې نومونه اخېستل شوي دي په لاندې ډول دي:

1) $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$

5) $\begin{cases} \cos x + \cos y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \cos x - \cos x = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$

7) $\begin{cases} \cos x + \cos y = a \\ x - y = \alpha \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \cos x - \cos y = a \\ x + y = \alpha \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستمونو حل(دریم او څلورم ډول)

د درسي کتاب (82-84) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د دریم او څلورم ډول د معادلو سېستمونه وپېژني. • د پورته یاد شویو معادلو سېستم حل کړای شي. • د پورته معادلو له پېژندلو او حلولو څخه په خپل نفس باورمند شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد:**	د دوه مجهوله معادلو د سېستم د دریم او څلورم ډول چارټونه.
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته په لاندې ډول د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی د لوست عنوان(د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سېستم دریم ډول) پر تخته ولیکئ او د دریم ډول د معادلو د سېستم اړونده چارټ د ټولګي په مخکې وځړوی. وروسته دریم مثال پر تخته ولیکي له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د a او α قیمتونه په ورکړل شوي مثال کې وښیي. وروسته د پوښتنو او ځوابونو په طریقه نوموړی مثال په ټولګي کې حل کړئ.

ښاغلی ښوونکی د څلورم ډول د معادلو سېستم پر تخته ولیکئ په داسې حال کې چې د څلورم ډول د معادلو د سېستم چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند وي، ددې سېستم د حل شرطونه هم پر تخته ولیکئ او د پوښتنو او ځوابونو په طریقه زده‌کوونکو ته په فعال برخه ورکولو سره څلورم مثال په ټولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره څلورم مثال د یوه داوطلب زده‌کوونکي په واسطه په تکراري ډول حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې په لاندې پوښتنو سره وارزوي:

1. څوک د دریم ډول د مثلثاتي معادلو سېستم لیکلای شي؟
2. څوک د څلورم ډول د مثلثاتي معادلو سېستم لیکلای شي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos x \pm \cos y = a \\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

دویم څپرکی: مثلثات

د دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستمونو حل(پنځم او شپږم ډولونه)

د درسي کتاب (85-87) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د پنځم او شپږم ډول سیستمونه له نورو ډولونو سره تشخیص کړای شي. • دا ډول معادلې حل کړای شي. • د پورته دوو ډولونو د سیستمونو د حل په شرط پوه شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	هغه چارټ چې په هغه کې پنځم او شپږم ډول لیکل شوي وي.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د پنځم ډول د معادلو د سیستم چارټ د تولګي په مخکې وځړوئ او له زده کوونکو څخه داسې وپوښتئ څوک کولای شي چې په پنځم ډول کې دوه سیستمونه په جلا، جلا توګه ولیکي؟ که چیرې زده کوونکي ونه شو کړای په هغه صورت کې $\begin{cases}x+y=\alpha \\ \tan x \cdot \tan y = 0\end{cases}$ د یوه سیستم په توګه او $\begin{cases}x-y=\alpha \\ \tan x \cdot \tan y = 0\end{cases}$ د بل سیستم په توګه وروپېژنئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د کتاب د 85 مخ پنځم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده کوونکو په ګډون په تولګي کې حل کړئ.

د شپږم ډول معادلو د سیستم چارټ د تولګي په مخکې ځوړند کړئ او د کتاب د 87 مخ شپږم مثال چې د شپږم ډول معادلو له سیستم سره مطابقت لري، هم د پوښتنې او ځواب په طریقه په تولګي کې حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره شپږم مثال په یوه داوطلب زده کوونکي باندې په تولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. څوک د پنځم ډول د معادلو سیستم پر تخته لیکي؟
2. څوک د شپږم ډول د معادلو سیستم پر تخته لیکي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

دکتاب د 87 مخ د شپږم مثال توضیح:

$$\frac{\tan x-\tan y}{\tan x+\tan y}=2$$

په صورت او مخرج کې د $\tan x$ او $\tan y$ قیمتونه لیکو:

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{\sin y}{\cos y}}{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}}=2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{\sin x\cos y-\cos x\sin y}{\cos x\cdot\cos y}}{\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cdot\cos y}}=2$$

پوهېږو چې $\sin x\cos y-\cos x\sin y=\sin(x-y)$ او همدارنګه $\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin(x+y)$ دی؛ نو:

$$\frac{\sin(x-y)}{\sin(x+y)}=2 \quad \Rightarrow 2\sin(x+y)=\sin(x-y)$$

څرنګه چې $x-y=\frac{\pi}{2}$ دی؛ نو:

$$2\sin(x+y)=\sin\frac{\pi}{2}$$

$$2\sin(x+y)=1$$

$$\sin(x+y)=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow x+y=\frac{\pi}{6} \quad , \quad x-y=\frac{\pi}{2}$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې مثلثاتي معادلو سیستمونه حل او و وایاست چې په کوم ډول پوري اړه لري؟

$$a)\ \begin{cases}x+y=\frac{\pi}{4}\\ \tan x+\tan y=1\end{cases} \qquad b)\begin{cases}x-y=\frac{\pi}{3}\\ \frac{\sin x}{\cos x}=2\end{cases}$$

حل a): د $x+y=\frac{\pi}{4}$ معادلې د دواړو خواوو تانجنټ نیسو:

$$\tan(x+y)=\tan\frac{\pi}{4}$$

څرنګه چې $\tan x+\tan y=1$ په پام کې نیول شوی دی، نو:

$$\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\cdot\tan y}=1$$

$$\frac{1}{1-\tan x\cdot\tan y}=1 \quad \Rightarrow 1-\tan x\cdot\tan y=1$$

$$-\tan x\cdot\tan y=1-1$$

$$\tan x\cdot\tan y=0 \quad \dots\ I$$

$$\tan x+\tan y=1 \ \dots\ II$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له II رابطې څخه د $\tan x$ قیمت په لاس راوړو او په I رابطه کې ږدو:

$$\tan x = 1 - \tan y$$

$$(1-\tan y)\cdot \tan y = 0 \;\Rightarrow\; \tan y - \tan^2 y = 0$$

$$\tan y(1-\tan y) = 0 \;\;,\;\; \tan y = 0 \;\Rightarrow\; y = \tan^{-1} 0 = 0^0 \;\;,\;\; 1-\tan y = 0 \;\Rightarrow\; \tan y = 1$$

$$y = \tan^{-1}(1) \;\Rightarrow\; y = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

اوس د y قیمتونه په I معادله کې ږدو او د x قیمتونو لپاره زاویه(قوس) په لاس راوړو.

$$\tan x \cdot \tan y = 0$$

$$y = 0^\circ \;\Rightarrow\; \tan x = 0 \;\Rightarrow\; x = 0^\circ$$

$$y = \frac{\pi}{4} \;\Rightarrow\; \tan x \cdot 1 = 0 \;\Rightarrow\; \tan x = 0 \;\;,\;\; x = 0^\circ$$

او ناویلی پاتې نشي چې نوموړی سیستم په څلورم ډول پورې تړلی دی.

حل $b)$:

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{3} \\ \dfrac{\sin x}{\cos x} = 2 \end{cases}$$

پورتنی سیستم په هیڅ یو له شپږ ډولونو څخه چې لوستی مو دی اړه نه لري.

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 2 \;\Rightarrow\; \tan x = 2 \;\Rightarrow\; x = arc\tan 2 = 63.434^\circ$$

نو $\boxed{x = 63.434^\circ}$ دی، اوس د x قیمت په لومړي معادله کې وضع کوو:

$$x - y = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$63.434^\circ - y = 60^\circ \;\Rightarrow\; y = 63.434^\circ - 60^\circ = 3.434^\circ \;\Rightarrow\; \boxed{y = 3.434^\circ}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې په ځېر سره ولولئ، هرې يوې ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې په نښه کړئ.

1. که چیرې $A=20^\circ$, $b=10cm$ او $c=7cm$ وي، د a د ضلعې اوږدوالی عبارت دی له:

$a)$ 16.4cm　　$b)$ 16cm　　$c)$ 15.9cm　　(d) 4.176cm

2. که چیرې $a=8$, $b=5$ او $c=10$ وي، د B زاویې اندازه عبارت ده له:

$a)$ 28°　　$b)$ 29°　　(c) 29.4°　　$d)$ 28.5°

3. که چیرې $A=48^\circ$, $B=22^\circ$ ، $a=5ft$ وي، د b اوږدوالی عبارت دی له:

$a)$ 8ft　　(b) 8.5ft　　$c)$ 9ft　　$d)$ −9.5ft

4. د $\sec x(\sec x-\cos x)$ مثلثاتي مطابقت مساوي دی له :

$a)$ $\tan x$　　$b)$ $\frac{1}{\tan x}$　　$c)$ $\cot x$　　(d) $\tan^2 x$

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. که چیرې د $A=30^\circ$, $c=8$, $b=5$ واحده وي، د a ضلع او $\sin C$ پیدا کړئ.

حل:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=25+64-2\cdot5\cdot8\cos 30^\circ$$

$$a^2=89-80\frac{\sqrt{3}}{2}=89-40\sqrt{3}=89-40\cdot1.73=89-69=20$$

$$\boxed{a=\sqrt{20}=4.47}$$

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin C}{c}\ \Rightarrow\ \sin C=\frac{c\sin A}{a}=\frac{8\cdot\sin 30^\circ}{\sqrt{20}}$$

$$\sin C=\frac{8\cdot\frac{1}{2}}{2\cdot\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}=0.8945$$

$$\boxed{\sin C=0.8945}$$

2. که په یوه مثلث کې $a=8$, $b=5$, $c=10$ واحده وي، د B زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: دکوساین له قانون څخه په کار اخېستنې سره لرو چې:

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\ \Rightarrow\ \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos B=\frac{64+100-25}{2\cdot8\cdot10}=\frac{164-25}{160}=\frac{139}{160}=0.8687$$

$$\cos B=0.8687\ \Rightarrow\ \hat{B}=\cos^{-1}(0.8687)$$

$$\boxed{\hat{B}=29.7^\circ\approx30^\circ}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. د ABC په مثلث کې که $\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ او $A=30^\circ$ وي، د B او C زاويو اندازه پيداکړئ.

حل:

$$\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c=\sqrt{3} \quad , \quad b=2$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=4+3-2\cdot 2\cdot\sqrt{3}\cos 30^\circ$$

$$a^2=7-4\cdot\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{2}=7-6=1 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B \Rightarrow \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos B=\frac{1+3-4}{2\cdot 1\cdot\sqrt{3}}=\frac{4-4}{2\sqrt{3}}=\frac{0}{2\sqrt{3}}=0$$

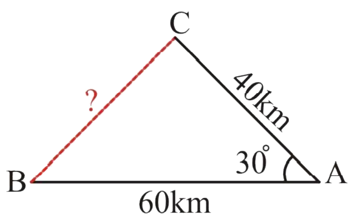
$$\hat{B}=\cos^{-1}(0^\circ) \Rightarrow \boxed{\hat{B}=90^\circ}$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \Rightarrow \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$\cos C=\frac{1+4-3}{2\cdot 1\cdot 2}=\frac{5-3}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\hat{C}=\cos^{-1}(\frac{1}{2}) \Rightarrow \boxed{\hat{C}=60^\circ}$$

4. دوې بېړۍ د A له يوې ځايه په دوو مختلفو خواوو داسې په حرکت پيل کوي چې د منځ زاويه يې 30° ده، که له يوه ساعت ځخه وروسته، لومړۍ بېړۍ $40\,km$ او دويمه بېړۍ $60\,km$ واټن وهلی وي، د دوو بېړيو ترمنځ واټن پيدا کړئ.



حل: دکوساين له قانون ځخه ګټه اخلو:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$a^2=(40)^2+(60)^2-2\cdot 40\cdot 60\cos 30^\circ \Rightarrow a^2=1600+3600-4800\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2=5200-2400\cdot 1.73=5200-4152 \Rightarrow a^2=1048 \Rightarrow a=\sqrt{1048}=32.37km$$

$$\boxed{a=32.37km}$$

5. د $\cot^2\beta$ او $\sin\beta$ او $\cos\beta$ له جنسه محاسبه کړئ.

حل:

$$\cot^2\beta=(\frac{\cos\beta}{\sin\beta})^2=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1-\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{1}{\sin^2\beta}-1 \Rightarrow \cot^2\beta=\frac{1}{\sin^2\beta}-1$$

$$\cot^2\beta=(\frac{\cos\beta}{\sin\beta})^2=\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{\cos^2\beta}{1-\cos^2\beta} \Rightarrow \cot^2\beta=\frac{\cos^2\beta}{1-\cos^2\beta}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. لاندې مطابقتونه ساده کړئ.

$a)\ \dfrac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\tan A$ $\qquad b)\ \dfrac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A}=\tan^2 A$

$c)\ \tan A+\cot A=2\csc 2A$ $\qquad d)\ \dfrac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\tan\dfrac{A}{2}\cdot\cot\dfrac{B}{2}$

$e)\ \dfrac{\cos A}{1-\sin A}=\tan(45+\dfrac{A}{2})$ $\qquad f)\ \cos\alpha\cos(60^\circ-\alpha)\cos(60^\circ+\alpha)=\dfrac{1}{4}\cos 3\alpha$

حل:

یادونه: د a جز په درسي کتاب کې غلط شوی دی، سم یې دا دی:

$a)\ \dfrac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\tan A$

$$\frac{\sin 2A}{1+\cos 2A}=\frac{2\sin A\cos A}{1+\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{2\sin A\cos A}{\sin^2 A+\cos^2 A+\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{2\sin A\cos A}{2\cos^2 A}=\frac{\sin A}{\cos A}=\tan A$$

$b)\ \dfrac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A}=\tan^2 A$

$$\frac{1-(1-2\sin^2 A)}{1+(2\cos^2 A-1)}=\frac{1-1+2\sin^2 A}{1+2\cos^2 A-1}=\frac{2\sin^2 A}{2\cos^2 A}=\tan^2 A$$

$c)\ \tan A+\cot A=2\csc 2A$

$$\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\cos A\sin A}=\frac{1}{\cos A\sin A}$$

که صورت او مخرج دواړه په 2 کې ضرب کړو، نو لرو چې:

$$\tan A+\cot A=\frac{2}{2\sin A\cdot\cos A}=\frac{2}{\sin 2A}=2\cdot\frac{1}{\sin 2A}=2\csc 2A$$

په پایله کې: $\tan A+\cot A=2\csc 2A$

$d)\ \dfrac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\tan\dfrac{A}{2}\cdot\cot\dfrac{B}{2}$

صورت ته په بېل ډول او مخرج ته په بېل ډول انکشاف ورکوو:

$$1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)$$

$$1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-(2\cos^2\frac{A}{2}-1)(2\cos^2\frac{B}{2}-1)+2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\cdot 2\sin\frac{B}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-(4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}-2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1)+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=1-2\cos^2\frac{A}{2}+1+2\cos^2\frac{B}{2}-1-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+2\cos^2\frac{A}{2}+2\cos^2\frac{B}{2}-1+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{B}{2}-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{B}{2}(1-\cos^2\frac{A}{2})+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos^2\frac{B}{2}\sin^2\frac{A}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}(\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}+\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2})=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نو صورت ته له انکشاف ورکولو څخه وروسته: $1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)=4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$

اوس مخرج ته په لاندې ډول انکشاف ورکوو:

$$1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)=1+2\cos^2\frac{A}{2}-1-2\cos^2\frac{B}{2}+1-\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-(2\cos^2\frac{A}{2}-1)(2\cos^2\frac{B}{2}-1)+2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-(4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}-2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1)+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=2\cos^2\frac{A}{2}-2\cos^2\frac{B}{2}+1-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+2\cos^2\frac{A}{2}+2\cos^2\frac{B}{2}-1+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}-4\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}(1-\cos^2\frac{B}{2})+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$$

$$=4\cos^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}+4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}(\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}+\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2})$$

$$=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cdot\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})$$

مخرج ته له انکشاف ورکولو څخه وروسته لرو:

$$\boxed{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)=4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\cdot\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}$$

اوس د صورت او مخرج قیمتونه په اصل مطابقت کې ږدو:

$$\frac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B)}=\frac{4\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}{4\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin(\frac{A}{2}+\frac{B}{2})}=\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}\cdot\frac{\cos\frac{B}{2}}{\sin\frac{B}{2}}=\tan\frac{A}{2}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

په پایله کې: $\frac{1-\cos A+\cos B-\cos(A+B)}{1+\cos A-\cos B-\cos(A+B}=\tan\frac{A}{2}\cdot\cot\frac{B}{2}$

یادونه: د e جز مطابقت په درسي کتاب کې په لاندې ډول اصلاح کړئ.

دې مطابقت د حل لپاره له ښي لوري څخه کیڼ لوری په لاس راوړو:

$$e)\ \frac{\cos A}{1-\sin A}=\tan(45+\frac{A}{2})$$

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\tan 45^\circ+\tan\frac{A}{2}}{1-\tan 45^\circ\cdot\tan\frac{A}{2}}=\frac{1+\tan\frac{A}{2}}{1-\tan\frac{A}{2}}=\frac{1+\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}{1-\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}=\frac{\frac{\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}{\frac{\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}}=\frac{\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د کسر صورت او مخرج د صورت په مزدوج کې ضربو و:

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{(\cos\frac{A}{2}+\sin\frac{A}{2})}{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}\cdot\frac{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}{(\cos\frac{A}{2}-\sin\frac{A}{2})}$$

$$\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}}{\cos^2\frac{A}{2}-2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}+\sin^2\frac{A}{2}}=\frac{\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}}{1-2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}=\frac{\cos A}{1-\sin A}$$

نو: $\tan(45^\circ+\frac{A}{2})=\frac{\cos A}{1-\sin A}$

یادونه: **په کتاب کې غلطه ټایپ شوېده، اصلاح یې کړئ.**

$$f)\ \cos\alpha\cdot\cos(60^\circ-\alpha)\cdot\cos(60^\circ+\alpha)=\frac{1}{4}\cos3\alpha$$

$$\cos\alpha\cdot(\cos60^\circ\cos\alpha+\sin60^\circ\sin\alpha)(\cos60^\circ\cos\alpha-\sin60^\circ\sin\alpha)$$

$$=\cos\alpha\cdot(\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha)(\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha)=\cos\alpha\cdot(\frac{1}{4}\cos^2\alpha-\frac{3}{4}\sin^2\alpha)$$

$$=\frac{1}{4}\cos^3\alpha-\frac{3}{4}\sin^2\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}\cos^3\alpha-\frac{3}{4}\cos\alpha(1-\cos^2\alpha)=\frac{1}{4}\cos^3\alpha=-\frac{3}{4}\cos\alpha+\frac{3}{4}\cos^3\alpha$$

$$=\cos^3\alpha+\frac{3}{4}\cos\alpha=\frac{1}{4}(\underbrace{4\cos^3\alpha-3\cos\alpha})$$

خرنګه چې $4\cos^3\alpha-3\cos\alpha=\cos3\alpha$ دی؛ نو:

$$\boxed{\cos\alpha\cdot\cos(60^\circ-\alpha)\cdot\cos(60^\circ+\alpha)=\frac{1}{4}\cos3\alpha}$$

7. لاندې مثلثاتي معادلې حل کړئ.

$a)\ \cos^2x+3\cos x+2=0$ $\qquad b)\ \cos^2x+\cos^4x=0$

$c)\ 4\cos\beta-2=0$ $\qquad d)\ \cos x-\sqrt{3}\sin x=1$

$e)\ \cos^2x+3\sin x\cdot\cos x=-1$

حل $a)$: لومړی $\cos x=y$ سره تعویضو و:

$y^2-3y+2=(y-2)(y-1)=0$

$y_1=2\quad,\quad y_2=1$

$\cos x=y=2$ امکان نه لري

$\cos x=y=1\ \Rightarrow\ x=\cos^{-1}1=0^\circ$

د معادلې د حل سټ عبارت دی له:

$A=\{x/x=0^\circ+2\pi,0^\circ+4\pi,\ \dots\}$

$A=\{x/x=0^\circ+2k\pi,k\in IZ\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$b)\ \cos^2 x+\cos^4 x=0$

حل b):

$\cos^2 x(1+\cos^2 x)=0 \ \Rightarrow \cos^2 x=0\ ,\ \ \cos^2 x+1=0$

$\cos x=0 \quad \Rightarrow x=arc\cos 0=\dfrac{\pi}{2}$

$\cos^2 x=-1 \ \Rightarrow \cos x=\sqrt{-1}$ امکان نه لري

د حل سټ يې عبارت دی له:

$A_1=\left\{x/x=\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}+2\pi,\dfrac{\pi}{2}+4\pi,\ ...\right\}$

$A_2=\left\{x/x=2\pi-\dfrac{\pi}{2},4\pi-\dfrac{\pi}{2},\ ...\right\}$

$A=A_1\cup A_2=\left\{x/x=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{2},\ k\in IZ\right\}$

$c)\ 4\cos\beta-2=0$

حل c):

$4\cos\beta-2=0 \ \Rightarrow 4\cos\beta=2/\div 4$

$\cos\beta=\dfrac{1}{2} \ \Rightarrow \beta=arc\cos\dfrac{1}{2}$

$\beta=60^\circ=\dfrac{\pi}{3}$

$A_1=\left\{\beta/\beta=\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}+2\pi,\dfrac{\pi}{3}+4\pi,\ ...\right\}$

$A_2=\left\{\beta/\beta=2\pi-\dfrac{\pi}{3},4\pi-\dfrac{\pi}{3},\ ...\right\}$

$A=A_1\cup A_2=\left\{\beta/\beta=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{3},\ k\in IZ\right\}$

$d)\ \cos x-\sqrt{3}\sin x=1$

حل d):

$\cos x-\sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x})=1$

$-\sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x})=1-\cos x/\cdot-1$

دواړه خواوې مربع کوو: $\sqrt{3}(\sqrt{1-\cos^2 x})=\cos x-1$

$3(1-\cos^2 x)=\cos^2 x-2\cos x+1$

$3-3\cos^2 x-\cos^2 x+2\cos x-1=0$

$-4\cos^2 x+2\cos x+2=0\ /\cdot(-1)$

$4\cos^2 x-2\cos x-2=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $\cos x = y$ وضع کوو:

$$4y^2 - 2y - 2 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(4)(-2) = 4 + 32 = 36$$
$$\sqrt{\Delta} = \pm 6$$
$$y_{1,2} = \frac{+2 \pm 6}{2 \cdot 4}$$
$$y_1 = \frac{8}{8} = 1$$
$$y_2 = \frac{2-6}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$
$$\cos x = y_1 = 1 \quad \Rightarrow x = \cos^{-1} 1 \quad , \quad x_1 = 0^\circ$$
$$\cos x = y_2 = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow x = \cos^{-1}(-\frac{1}{2}) \quad , \quad x_2 = 120^\circ$$

$e)$ $\cos^2 x + 3\sin x \cdot \cos x = -1$

حل $e)$:پوهېږو چې $\sin x = \sqrt{1-\cos^2 x}$ دی: $\cos^2 x + 3\cos x\sqrt{1-\cos^2 x} + 1 = 0$

دواړه خواوې مربع کوو: $\cos^2 x + 1 = -3\cos x\sqrt{1-\cos^2}$

$$\cos^4 x + 2\cos^2 x + 1 = 9\cos^2 x(1-\cos^2 x) \quad \Rightarrow \cos^4 x + 2\cos^2 x + 1 = 9\cos^2 x - 9\cos^4 x$$
$$\cos^4 x + 9\cos^4 x + 2\cos^2 x - 9\cos^2 x + 1 = 0$$
$$10\cos^4 x - 7\cos^2 x + 1 = 0$$

که چیرې $\cos^2 x = y$ سره تعویض کړو، نو:

$$10y^2 - 7y + 1 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4(10)(1) = 49 - 40 = 9$$
$$\Delta = 9 \quad \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \pm 3$$
$$y_1 = \frac{7+3}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$
$$y_2 = \frac{7-3}{2 \cdot 10} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \quad , \quad x_{1,2} = arc\cos(\pm\sqrt{\frac{1}{2}})$$
$$x_1 = arc\cos(\frac{1}{\sqrt{2}}) = arc\cos(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$
$$x_2 = arc\cos(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = arc\cos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 135^\circ$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{5}} \quad , \quad x_{3,3} = arc\cos(\pm\sqrt{\frac{1}{5}})$$
$$x_3 = arc\cos(\frac{1}{\sqrt{5}}) = arc\cos(\frac{\sqrt{5}}{5}) = 63^\circ$$
$$x_4 = arc\cos(-\frac{1}{\sqrt{5}}) = arc\cos(-\frac{\sqrt{5}}{5}) = 116^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

8. ایا د $2\sin^2 x - \cos x = 2\cos 2x + \sin x$ مساوات یو مطابقت دی او که معادله؟

حل: ددې لپاره چې ثبوت کړو ایا پورتنۍ رابطه مطابقت دی او که معادله؛ نـو د څو مختلفو زاویـو قیمتونـه پـه کـې ږدو کـه چیرې په ټولو قیمتونو کې مساوات صدق وکړي؛ نو مطابقت دی او کـه پـه ټولـو قیمتونـو کـې مـساوات صـدق ونـه کـړي، نـو معادلعه ده. څو لاندې قیمتونه په پام کې نیسو:

$$x = 30^\circ \ , \ 45^\circ \ , \ 60^\circ \ , \ 90^\circ \ , \ 100^\circ \ , \ 120^\circ \ , \ 180^\circ \ , \ 230^\circ \ , \ 280^\circ \ , \ 360^\circ$$

$$x = 30^\circ \quad \Rightarrow \ 2(\sin 30^\circ)^2 - \cos(30^\circ) = 2\cos(2\cdot 30^\circ) + \sin 30^\circ \quad \Rightarrow \ 2\cdot\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \ 1-\sqrt{3} \neq 3$$

$$x = 45^\circ \quad \Rightarrow \ 2\sin^2(45^\circ) - \cos(45^\circ) = 2\cos(2\cdot 45^\circ) + \sin 45^\circ$$

$$2\frac{2}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \ \frac{2-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \ 2-\sqrt{2} \neq \sqrt{2}$$

$$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \ 2\sin^2(60^\circ) - \cos 60^\circ = 2\cos(2\cdot 60) + \sin 60$$

$$2(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{1}{2} = 2(-\frac{1}{2}) + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\cdot\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = -1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1 \neq \frac{-2+\sqrt{3}}{2} \quad \text{یا} \quad 2 \neq -2+\sqrt{3}$$

څرنګه چې معلومېږي د څو قیمتونو په اېښودلو سره مساوات صدق نه کوي؛ نو پورتنۍ اړیکه مطابقت نه دی، بلکې یوه معادله ده.

9. لاندې معادلې حل کړئ.

د a, c, d او e جزونه په اوومه پوښتنه کې حل شوي دي، دلته یوازې د b جز حلوو:

$$b) \ \tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0$$

حل:که چیرې $\tan x = y$ وضع کړو، نو:

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-3)(y-1) = 0 \quad \Rightarrow \ y_1 = 3 \quad , \quad y_2 = 1$$

$$\tan x = 1 \quad \Rightarrow \ x_1 = \tan^{-1} 1 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan x = 3 \quad \Rightarrow \ x_2 = \tan^{-1} 3 = 71.56^\circ$$

10. لاندې افادې ساده کړئ.

$a) \ \dfrac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}$ $\qquad b) \ 1 - 2\sin^2\alpha + \cos 2\alpha = ?$

$c) \ \cos 4x + 2\sin^2 2x$ $\qquad d) \ (\cos^2 x + 2\sin x\cos x - \sin^2 x)^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a):

$$a)\ \frac{2\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}=\frac{\tan 15^\circ+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ\cdot\tan 15^\circ}=\tan(15^\circ+15^\circ)=\tan 30^\circ=\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

حل b): پوهېږو چې $1-2\sin^2\alpha=\cos 2\alpha$ دی؛ نو:

$$b)\ 1-2\sin^2\alpha+\cos 2\alpha=\cos 2\alpha+\cos 2\alpha=2\cos 2\alpha$$

حل c):

$$c)\ \cos 4x+2\sin^2 2x$$
$$\cos 4x=\cos(2x+2x)=\cos^2 2x-\sin^2 2x$$
$$1-\sin^2 2x-\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x\ \ldots\ *$$
$$\cos 4x+2\sin^2 2x=1-2\sin^2 2x+2\sin^2 2x=1$$

حل d):

$$d)\ (\cos^2 x+2\sin x\cos x-\sin^2 x)^2=(\cos^2 x-\sin^2 x+2\sin x\cos x)^2$$
$$(\cos 2x+\sin 2x)^2=\cos^2 2x+2\sin 2x\cos 2x+\sin^2 2x$$
$$\cos^2 2x+\sin^2 2x+2\sin 2x\cos 2x=1+2\sin 2x\cos 2x=1+\sin 4x$$

11. د لاندې مثلثاتي معادلو سیستمونه لومړی تشخیص او بیا یې حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}\tan x+\tan y=1\\ \cos x\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\qquad b)\ \begin{cases}\sin(x+y)=\cos(x-y)\\ \tan x-\tan y=1\end{cases}$$

یادونه: په درسي کتاب کې د $\begin{cases}\sin x+\sin y=1\\ \cos x\cos y=\frac{3}{4}\end{cases}$ جز اضافي ټایپ شوی دی.

حل a):

$$a)\ \tan x+\tan y=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}=\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y}$$
$$=\frac{\sin(x+y)}{\cos x\cos y}=1\ \Rightarrow\ \sin(x+y)=\cos x\cos y$$

څرنګه چې په خپله پوښتنه کې $\cos x\cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ دی؛ نو:

$$\sin(x+y)=\frac{\sqrt{2}}{2}\ \Rightarrow\ \boxed{x+y=45^\circ=\frac{\pi}{4}}$$

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}[\cos(x+y)+\cos(x-y)]$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\cos\frac{\pi}{4}+\cos(x-y)\right\}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos(x-y)\right\}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\quad\Rightarrow\quad\frac{1}{2}\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{4}\quad/\cdot 2$$

$$\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{2}\quad\Rightarrow\quad\boxed{(x-y)=45^\circ=\frac{\pi}{4}}$$

$$x+y=\frac{\pi}{4}\quad .... \ (1)$$

$$x-y=\frac{\pi}{4}\quad .... \ (2)$$

د 1 او 2 رابطې خوا په خوا سره جمع کوو:

$$2x=\frac{\pi}{2}\quad\Rightarrow\quad\boxed{x=\frac{\pi}{4}}$$

$$x+y=\frac{\pi}{4}$$

$$y=\frac{\pi}{4}-x$$

$$y=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\quad\Rightarrow\quad\boxed{y=0^\circ}$$

حل $b)$:

$$b)\ \tan x-\tan y=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}=1$$

$$\sin(x-y)=\cos x\cos y\ \ ...\ *$$

$$\sin(x+y)=\cos(x-y)$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

له * رابطې څخه په کار اخیستنې سره لرو، چې:

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin(x-y)+\sin x\sin y$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin x\cos y-\cos x\sin y+\sin x\sin y$$

$$\sin x\cos y+\cos x\sin y-\sin x\cos y+\cos x\sin y=\sin x\sin y$$

$$2\cos x\sin y=\sin x\sin y\ \ /\div\sin x\sin y$$

$$\frac{2\cos x}{\sin x}=1$$

$$2\cot x=1\quad\Rightarrow\quad\cot x=\frac{1}{2}\ \text{یا}\ \frac{1}{\cot x}=2$$

$$\tan x=2\quad\Rightarrow\quad x=\arctan 2\quad\Rightarrow\quad\boxed{x=(63.43^\circ)}$$

$$\tan x-\tan y=1$$

$$\tan y=\tan x-1=2-1$$

$$\tan y=1\quad\Rightarrow\quad\boxed{y=\frac{\pi}{4}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

اساسي مفهومونه او اکسیومونه

د درسي کتاب (95) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اساسي مفهومونو او اکسیومونو په مفهوم پوه شي. • د اساسي مفهومونو او اکسیومونو توپير وکړای شي. • له اساسي مفهومونو او اکسیومونو څخه په ورځني ژونده کې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز، انفرادي، پوښتنې او ځوابونه
3- **مرستندويه مواد**:	د مستوي چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د نوي څپرکي لومړی لوست داسې پيل کړي: • د اقليدس په نامه د رياضي نامتو عالم څوک پېژني؟ • په عمومي توګه اُقليدس د هندسې په کومو برخو کې نړيوالو ته خدمت کړی دی؟ که چيرې زده‌کوونکي ځواب وواېي ښه به وي له هغه پرته تاسو ورته وواياست چې يوناني اقليدس له ميلاد څخه 325- 270 کاله مخکې د مصر په سکندريه کې ژوند کړی، نوموړي د مسطح او فضايي هندسې يو نامتو پوه او عالم ؤو چې په خپل ټول عمر کې يې د رياضياتو خصوصاً د هندسې په برخه کې خدمت کړی دی چې تراوسه نړيوال‌ه کچه د هغه هندسي مفاهيم او زده‌کړو څخه د ژوندانه په چارو کې کار اخلي. هغه د هندسې د مفاهيمو په برخه کې څېړنې ترسره کړي دي: 1. په دوو بُعدونو کې د مسطحې هندسې په نامه يادېږي. 2. هغه هندسي مفاهيم، چې په دريو اړخونو(بُعدونو) کې څېړل کېږي فضا يي هندسه نومېږي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی دې اساسي مفهومونو په برخه کې لکه اوليه اصطلاح ګانو، قضيو او اکسیومونو په برخه کې په لنډ ډول معلومات ورکړي او زيار دې وباسي چې د امکان ترحده له هر بيان سره سم مثال وواېي.

همدارنګه د منلو شوو اوليه اصطلاح ګانو (تعريف شوی نه دي) په برخه کې د زده‌کوونکو په فعالې برخه اخيستنې او ګډون سره ګام په ګام کار وکړي. چې هغوی د پورته شيانو هر يوه په مفهوم پوه شي.

بيا دې لومړی، دويم او دريم اصلونه د زده‌کوونکو په واسطه بيان شي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

ښاغلی ښوونکی دې د مستوي مفهوم د محيطي(چاپيريال) ساده مثالونو په ويلو سره څرګند کړي او مستوي دې په شکل يا هغه چارټ کې چې مخکې يې جوړ کړی دی، زده‌کوونکو ته وروښيي، وروسته دې د مستوي لومړی، دويم او دريم اصلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

له زده‌کوونکو څخه وپوښتل شي.

کولای شئ د کاغذ مخ، تخته، د ولاړو اوبو سطح د مستوي په توګه ومنئ او اکسیومونه يې په عملي ډول کار وکړئ. همدا ډول د متقاطع مستوي‌ګانو اکسیومونه په هکله چې یو ګډ فصل جوړوي معلومات ورکړئ.

په پای کې د مسطحې هندسې او فضایي هندسې په برخه کې داسې معلومات ورکړئ.

په مسطحه هندسه کې د مستوي رسم کولو ته اړتیا نشته، خو په فضایي هندسه کې ورته اړتیا شته، زیاتره په فضایي هندسه کې مستوي د مستطیل یا متوازي‌الاضلاع په ډول ښیي، هغه مستوي‌ګانې چې په شکلونو کې ښودل شوي دي، په همدې پراخوالي سره نه دي، بلکې تر لایتناهي پورې امتداد لري؛ خو دا دیوې اوارې سطحې ښوونه ده، هغه اکسیومونه چې په مسطحه هندسه کې شتوالی لري، په فضایي هندسه کې هم کار ورڅخه اخېستل کېږي، په فضایي هندسه کې ځانګړي اکسیومونه هم شته چې هر یو يې په کتاب کې بیان شوی دی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لا ښه تحکیم لپاره په انفرادي توګه له زده‌کوونکو څخه د اولیه اصطلاح‌ګانو، اکسیومونو په برخه کې پوښتنې وکړئ، کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ. دستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او ځوابونه يې په لاس راوړئ:

1. د لیل او برهان څه شی دی؟
2. د قضیې د سموالي لپاره څه شي ته اړتیا ده؟
3. څوک د خط لومړی اکسیوم وایي؟
4. د مستوي د ښوولو لپاره څوک مثال ویلی شي؟

د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. څرګنده کړئ چې ولې درې پښې لرونکی مېز د څلورو پښو لرونکی مېز په پرتله ټېنګ دی؟

حل څرنګه چې له هر دریو ټکو څخه یوه مستوي تېرېږي؛ نو د څلورو پښو مېز کله ناکله یوه پښه يې په سطح نه لګېږي، خو درې پښې لرونکی مېز له دغې نیمګړتیا څخه خلاص دی.

2. ولې نقطه، خط او مستوي لومړنۍ اصطلاح‌ګانې بولي؟

حل څرنګه چې نقطه د یوه ذهني مفهوم په توګه پېژنو او هغه تعریف شوې نه ده؛ نو د لومړی اصطلاح په توګه يې پېژنو. همدارنګه د مستقیم خط بېلېدونکې علامې دا دي چې له دوو راکړل شوو ټکو څخه یوازې او یوازې یو مستقیم خط تېرېدلای شي کوم ځانګړی تعریف نه لري(تعریف شوی نه دی)؛ نو مستقیم خط هم د لومړنۍ اصطلاح‌ګانو په توګه پېژنو.

3. له دوو نقطو څخه څو مستوي‌ګانې تیرېدلای شي چې دواړه نقطې په کې پرتې وي؟

حل له دوو نقطو څخه بې شمېره مستوي‌ګانې تېرېدلای شي، چې دغه دوه نقطې په کې پرتې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم څپرکی: فضايي هندسه

په درې بُعدي فضا کې خط او مستوي(لومړی برخه)

د درسي کتاب (97) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په درې بُعدي فضا کې د خط او مستوي په مفهوم پوه شي. • پوه شي چې په درې بُعدي فضا کې ژوند کوو. • په درې بُعدي فضا کې خط او مستوي تشخيص کړای شي. • په درې بُعدي فضا کې د ژوند ټولې چارې سرته ورسوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ييز، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	قلمونه يا لبنتي، د کاغذ پاڼې
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او داسې وپوښتئ: 1. په فضا کې دوه قلمونه په خپل منځ کې کوم يا څو حالتونه لري؟ 2. په فضا کې دوه کتابونه په خپل منځ کې کوم يا څو حالتونه لري؟ 3. په فضا کې يو قلم او يو کتاب يا د کاغذ پاڼه کوم يا څو حالتونه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ او له هغه پرته تاسو درې واړه حالتونه، متقاطع، منطبق او موازي ورته څرګند او تشريح کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی د درې بُعدي فضا مفهوم زده‌کوونکو ته وواياست، چې يوه له نه تعريف شوي او لـه لومړنيـو اصطلاحګـانو څخه ده او يادونه وکړئ د لايتناهي نقطو مجموعې ته فضا وايي. همدارنګه د يوې مستقيمې کرښې او يـوې مـستوي نـسبي حالـت چې پـه ترتيـب سـره يـو بُـعد اودوه بُعدونـه لـري او هـر يـو د فـضا د سـيت يـوه برخـه(جـز) ده، پـه عملـي توګـه داسـې وروښياست چې د کاغـذ مـخ د يـوې مـستوي پـه توګـه او قلـم د يـوه مـستقيم خـط پـه توګـه ومنـي، زده‌کـوونکي پـه دريـو ډلـو ووېشئ ورته وواياست:

- لومړی ډله دې قلم پر کاغذي مستوي باندې داسې کېږدي چې قلم له کاغذ څخه تېر يعنې کاغذ سوری کړي او حالت دې بيان کړي.
- دويمه ډله دې قلم پر کاغـذي مـستوي بانـدې داسـې کېږدي چې د قلـم او کاغـذي مـستوي تـولې نقطې ګـډې وي او حالت دې بيان کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- دریمه ډله دې قلم او کاغذي مستوي په فضاکې داسې ونیسي چې هېڅ مشترکه نقطه ونه لري یعنې امتداد یې هم یو بل قطع نه کړي او حالت دې بیان کړي.

که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري مرسته او لارښوونه وکړئ په عملي توګه سرته ورسوی، درې واړه حالتونه ورته بیان او د هر یوه حالت شکل پر تخته باندې رسم کړئ چې زده‌کوونکي یې د متقاطع، منطبق او موازي حالتونو په ډول پوه او وپېژني.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست لاتحکیم او زده‌کړې لپاره په انفرادي ډول له زده‌کوونکو څخه داسې وپوښتئ:

- که چیرې مستوي او مستقیم خط یو په بل منطبق وي، په دې صورت کې څو مشترکې نقطې لري؟
- که چیرې مستوي او مستقیم خط متقاطع وي، څو مشترکې نقطې لري؟
- که چیرې مستوي او مستقیم خط هیڅ مشترکه نقطه ونه لري کوم حالت غوره کوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، شکلونه یې رسم کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي چې ایا زده‌کړې صورت موندلی دی او که نه؟ د لاندې پوښتنو ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

1. څوک ویلی شي که چیرې یو مستقیم خط او مستوي یوه مشترکه نقطه ولري کوم حالت بلل کېږي؟
2. څوک یو مستقیم خط او مستوي داسې رسمولای شي چې یو پر بل منطبق وي؟
3. څوک کولای شي یو مستقیم خط او یوه مستوي داسې رسم کړي چې یو له بل سره موازي وي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

د دوو مستقیمو کرښو او دوو مستويګانو نسبي حالتونه(دویمه برخه)

د درسي کتاب (98-99) مخونه

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو مستقیمو کرښو او دوو مستويګانو د نسبي حالتونو په مفهوم پوه شي. • د دوو مستقیمو کرښو حالتونه رسم کړای شي. • د دوو مستويګانو حالتونه رسم کړای شي. • پورتنۍ پوهه او مهارت په ورځنۍ ژوندکې وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډلهييز کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د کاغذ پاڼې، لښتې
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته لوست د لاندې پوښتنو په کولو سره پيل کړئ: 1. څوک کولای شي په فضاکې د موازي خطونو ډول وښيي؟ 2. څوک په فضاکې د متقاطع خطونو ډول ښودلای شي؟ 3. څوک په فضاکې دوې مستوي چې يو پر بل منطبق وي، ښودلای شي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده کوونکو څخه واورئ او له هغه پرته تاسو د لښتو او کاغذي پاڼو په کارولو سره مثالونه ورته وواياست او د لوست بهير داسې پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی: زده کوونکو ته وواياست چې د ميز مخ د يوې مستوي او لښتې د مستقيمو کرښو په توګه منو. بيا يوه زده کوونکي ته بلنه ورکړئ ورته وواياست دا دوه لښتې د مېز پر مخ داسې کېږدی چې ګډ ټکي ونلري او امتداد ورکوونکي هم يو بل قطع نکړي. که چيرې زده کوونکي وکولای شي ښه به وي له هغه پرته تاسو مرسته وکړي، په همدې ډول يو بل داوطلب زده کوونکی راوغواړئ چې همدا دوه لښتې د ميز پر مخ داسې کېږدي چې يوه مشترکه نقطه ولري. خو د ستونزو په صورت کې مرسته وکړي.

بيا دريم داؤطلب زده کوونکی راوغواړی چې يوه لښته د مېز څخه پر مخ او بله له ميز د باندې داسې کېږدي، چې کومه مشترکه نقطه ونه لري او متنافر حالت وښيي.

په پای کې هغه درې حالتونه(موازي، متقاطع، متنافر) چې دوه مستقيم خطونه په يوه مستوي کې يو له بل سره لري د کتاب له مخې تشريح او درې واره حالتونه يې پر تخته باندې رسم او وښاياست. په همدې ډول بيا درې نور داوطلب زده کوونکي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

وار سره د ټولګي مخې ته راوغواړئ دکاغذ دوه پاڼې چې هره يوه يې د مستوي په توګه منلي دي، ورکړی، چې د دوو مستويګانو درې حالتونه متقاطع، منطبق او موازي وښيي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې ښوونکی دې درې واړه حالتونه پر تخته باندې د شکلونو له مخې تشريح او تعريف کړي.

- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی ورته وواياست چې هره ډله دې د مستقيم خط او مستوي درې واړه حالتونه او هم د دوو مستويګانو ترمنځ درې واړه حالتونه په خپلو کتابچو کې رسم کړي او ښوونکي دې دکار څارنه وکړي، په پای کې د دوو ډلو استازي د تختې څنګ ته راځي او د خپل د فعاليت په برخه کې نورو ډلو ته معلومات ورکوي، که چيرې کومه ډله تېروتنه کوي د هغوی پام تېروتې ته راواړوئ او سم ډول يې ورته وښياست.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

د لوست د لاښه تحکيم لپاره زده‌کوونکو ته په لاندې ډول پوښتنې ورکړئ او ځوابونه يې له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ:

- که چيرې دوه مستقيم خطونه لږترلږه دوه مشترکې نقطې ولري کوم حالت غوره کوي؟
- که چيرې دوې مستويګانې لږ تر لږه درې متشرکې ټکي(نقطې) ولري، داسې چې ټکي د يوه مستقيم خط په امتداد پرتې نه وي، څه ډول مستويګانې بلل کېږي.
- که چيرې دوه مستقيم خطونه هېڅ مشترکه نقطه ونلري څه ډول خطونه بلل کېږي؟

کوښښ وکړی چې پورته پوښتنو ته زده‌کوونکي ځوابونه ورکړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د لوست پايله وازمويي او ډاډمن شي؛ نو له زده‌کوونکو څخه دې په لاندې ډول وپوښتي:

1. په فضاکې له يوې نقطې څخه څو مستقيم خطونه تېرېږي؟
2. له دوو نقطو څخه څو مستقيم خطونه تېرېږي؟
3. په کوم حالت کې دوه مستويګانې يو پر بل باندې منطبق کيدای شي؟
4. د دوو مستويګانو تقاطع يو ټکی دی او که يو خط؟

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1- د R او T نقطې د P په مستوي کې پرتې دي، دکوم دليل له مخې د $\overline{RT}$ خط د P په مستوي کې پروت دی؟

حل پوهېږو چې له دوو نقطو څخه يوازې او يوازې يو مستقيم خط تېريدلای شي؛ نو څرنګه چې د R او T له نقطو څخه د RT خط تېرېږي او نوموړي نقطې په مستوي کې پرتې دي؛ نو د هغو ترمنځ مستقيم خط يعنې RT مستقيم خط په مستوي کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2- که د Δ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت نه وي، د Δ مسقیم خط به د P مستوي په څو نقطو کې قطع کړي؟

حل که چیرې د Δ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت نه وي په دې صورت کې د P مستوي په یوه نقطه کې قطع کولای شي.

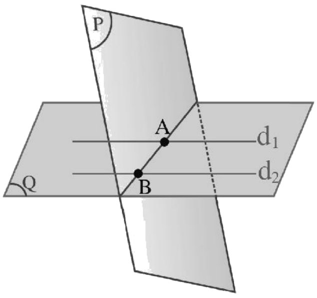
3- که چیرې د AB مستقیم خط او د P مستوي د M او K دوې ګډې نقطې ولري، د $\overline{AB}$ مستقیم خط د P په مستوي کې پروت دی؟

حل که چیرې د $\overline{AB}$ مستقیم خط له P مستوي سره دوې ګډې نقطې ولري نو د $\overline{AB}$ مستقیم خط ټول ټکي د P پر مستوي پراته دي یا ویل کېږي چې مستقیم خط له مستوي سره منطبق او یا مستقیم خط په مستوي کې پروت دی.

4- د B, A او C نقطې د P په مستوي کې واقع دي او همدارنګه د B, A او C نقطې د p' په مستوي کې هم پرتې دي، د P او p' مستوي ګانې یو له بلې سره څه اړیکه لري؟

حل لیدل کېږي چې د P او P' مستوي ګانې دوې ګډې نقطې لري په داسې حال کې چې نوموړي نقطې د یوه مستقیم خط په امتداد پرتې نه دي، نو د P او P' مستوي ګانې یو په بل باندې منطبق دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقیم خطونه(لومړی برخه)

د درسي کتاب (101) مخ

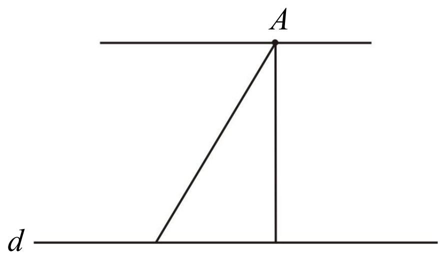
د لوست وخت: (دوه درسي ساعتونه)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د موازي مستقیم خطونو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې موازي مستقیم خطونه رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې یې وکاروي او خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زدهکوونکو پام د لوست عنوان او ورودي شکل ته راوګرزوئ او وپوښتئ: 1. په ورودي شکل کې څو مستويګانې لیدل کېږي؟ 2. په ورودي شکل کې څه ډول مستقیمونه لیدل کېږي؟ او یو له بل سره کوم حالت لري؟ که چیرې زدهکوونکي ځوابونه ووایي ښه به وي، له هغه پرته تاسو د هغو په برخه کې لنډ معلومات ورکړی او د هغه په ادامه دلوست پیل وکړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

لومړی د موازي خطونو اکسیوم له زدهکوونکو څخه وپوښتئ ښایي چې ځواب ووایي، وروسته زدهکوونکي په مناسبو ډلو وویشی او د کتاب(101) مخ فعالیت ورکړی چې په خپلو کتابچو کې له بحث او خبرو وروسته یې سرته ورسوي. د فعالیت له سرته رسولو وروسته دې د دوو ډلو استازي خپل ډلهییز فعالیت نورو ته تشریح کړي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، تېروتنه یې د هغې ډلې په واسطه صحیح او اصلاح کړی چې صحیح کار یې کړی وي.

بیا وریسې زدهکوونکو ته هغه قضیه چې له یوې خارجي نقطې څخه له یوه مستقیم خط سره یوازې او یوازې یو موازي مستقیم خط رسمولای شو او بس، بیان کړئ او معلومات ورکړئ. د لاښه پوهېدو لپاره پر تخته باندې یو مستقیم خط د (d) او یوه نقطه د (A) چې په مستقیم پرته نه وي داسې رسم کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته درې داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ، ورته وواياست يو يې د A له نقطې څخه پر d باندې عمود، دويم يې د A له نقطې څخه د غير موازي(متقاطع) او دريم يې د A له نقطې څخه له d سره موازي رسم کړي. بيا پوښتنه وکړئ. څوک ويلای شي د A له نقطې څو نور موازي مستقيمونه رسمولای شو ؟

که زده‌کوونکي ځواب وواېي ښه تربنه، له هغه پرته تاسو ورته وواياست له يوې نقطې څخه په يوه خط باندې لايتناهي متقاطع رسم کولی شو، خو يوازې او يوازې يو موازي او يو عمودي رسم کيدای شي او بس.

په پای کې دا هم ورته وواياست د A له يوې نقطې او d مستقيم څخه يوازې يوه مستوي تېرېږي.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم لپاره يو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د نوموړي قضيې شکل پر تخته رسم کړي، نور زده‌کوونکي دې داکار په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي. که چيرې کوم زده‌کوونکی د قضيې ثبوت وکولای شي ودې کړي.

له هغه پرته تاسو يې د شکل له مخې ثبوت او زده‌کوونکي ورباندې پوه کړئ.

په انفرادي توگه له زده‌کوونکو څخه دقضيې په اړه پوښتنې وکړئ او په شفاهي توگه ځوابونه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته اولارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړي.

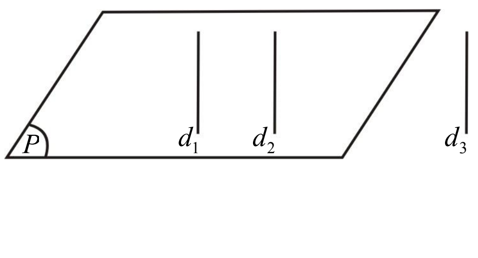
1. له يوې خارجي نقطې څخه له يوه مستقيم سره څو موازي مستقيمونه رسمولای شو ؟
2. څوک کولای شي له يوې خارجي نقطې څخه له يوه مسقتيم خط سره موازي خط رسم کړي ؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- که چيرې دوه مستقيم خطونه له يوه دريم مستقيم خط سره موازي وي، ثبوت کړئ چې دا مستقيم خطونه په خپل منځ کې هم موازي دي؟

حل څرنگه چې $d_2 // d_3$ دی، غواړو ثبوت کړو چې $d_1 // d_2$.



که چيرې د d_1 خط د d_2 له خط سره موازي وي؛ نو دواړه د P په مستوي کې پراته دي او که چيرې د d_1 خط د d_2 له خط سره موازي نه وي، په دې صورت کې د P مستوي چې د d_1 خط په کې پروت دی د d_2 خط د A په ټکي کې قطع کوي.

ليدل کېږي چې د d_2 خط د d_3 له خط سره موازي دی، نو d_3 د p مستوي هم قطع کوي، په داسې حال کې چې د p مستوي د d_3 خط نشي قطع کولی، ځکه چې d_1 او d_3 خطونه يو له بل سره موازي او د P په متسوي کې پراته دي. له بلې خوا پوهېږو چې $d_2 // d_3$ دی؛ نو د P مستوي د d_2 مستقيم خط هم نشي قطع کولای، په دې صورت کې ويلای شو

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې د d_1 او d_2 مستقیم خطونه د P په مستوي کې شامل او يو له بل سره موازي دي.

اوس ښيو چې د d_1 او d_2 مستقيم خطونه يو له بل سره هيڅ ګډ ټکی نه لري. فرض کوو چې d_1 او d_2 مستقيم خطونو ګډ ټکي(O) وي، کولای شو د (O) له ټکي څخه دوه موازي خطونه له d_3 خط سره رسم کړو. چې دا نظر د 102 مخ قضيې ته چې مخکې تاسو لوستې ده، نا شونی ده؛ نو په نتيجه کې د d_1 او d_2 مستقيم خطونه يو له بل سره موازي دي؛ يعنې $d_1 // d_2$

2- که چيرې د E او F مستوي‌ګانې سره موازي وي او د L_1 مستقيم خط د E په مستوي کې او د L_2 مستقيم خط د F په مستوي کې واقع وي ايا $L_2 // L_1$ دی؟

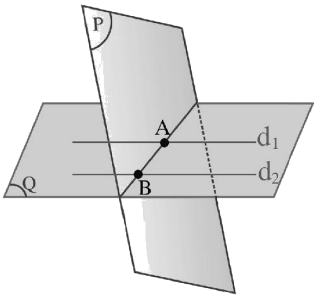
حل څرنګه چې د E او F متسوي‌ګانې يو له بل سره موازي دي د L_1 او L_2 مسقتيم خطونه چې په ترتيب د E او F په مستوي‌ګانو کې واقع دي؛ نو ويلای شو چې د L_1 او L_2 مستقيم خطونه هم يوله بل سره موازي يا يوله بل سره متنافر دي.

3- که چيرې د E او F مستوي ګانې سره متقاطع او د P مستوي هغوی دواړه قطع کړي، آيا د E او همدارنګه د F ګډ فصل د E او P له مشترک فصل او د F او P له مشترک فصل سره موازي دی؟

حل

ددې پوښتنې په حل کې ويلای شو چې د نوموړو مستويګانو په موقعيت يا نسبي حالتونو پورې اړه لري، کېدای شي چې موازي او هم کېدای شي چې متقاطع شي؛ يعنې که چيرې له ګډ فصل سره يې موازي قطع کړي؛ نو ګډ فصلونه سره موازي او له هغه پرته ګډ فصلونه متقاطع دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقیمونه(دویمه برخه)

د درسي کتاب (101) مخ

د لوست وخت: (دوه درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو موازي مستقیمونو او متقاطع مستويګانو په مفهوم پوه شي. • دوه موازي مستقیمونه د یوې مستوي په واسطه قطع کړای شي. • د تقاطع حالت یې پیدا کړای شي. • د پورته حالتونو په سرته رسولو خوښي ښکاره کړي او خوند ورځنې واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد.
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د لومړي برخې په ادامه ورپسې بل لوست داسې پیل کړي: چې د تېر لوست لنډه یادونه د پوښتنو په کولو سره وکړي او زده‌کونکي دې ځوابونه ووایي. ډېره پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي سم ځواب ووایي او که نه؟ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي ورته ووایاست چې د درسي کتاب د 102 مخ فعالیت سرته ورسوي. په ډلو کې د فعالیت له سرته رسولو وروسته د هرې ډلې استازی خپل فعالیت نورو ته تشریح کوي، که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي د هغوی پام تېروتنې ته راواړوي. چې صحیح یې کړي بیا نوموړی فعالیت په عملي توګه دیوه داؤطلب زده‌کوونکي په واسطه داسې سرته ورسوی چې دوه لښتې په موازي ډول د میز په سطحې باندې کښېږدي او د یوې پاڼې په واسطه یې قطع کړی، له نورو زده‌کوونکو څخه وپوښتئ د کاغذ د پاڼې او لښتې چې په یوه مستوي کې دي، ایا تقاطع یې ټکي دي که خط ؟ که زده‌کوونکي ستونزې ولري تاسو شکل پر تخته رسم او تشریح یې کړي.

په پای کې د اړوندفعالیت قضیه دکتاب له مخې بیان او مفهوم یې تشریح کړئ، چې زده‌کوونکي یې پر مفهوم باندې پوه او د یو بل په مقابل کې استدلال وکړای شي. وروسته یو داوطلب زده‌کوونکي تختې راوغواړئ چې قضیه د شکل له مخې داسې ثبوت او تشریح کړي چې نور زده‌کوونکي هم په کې فعاله ونډه واخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لا ښه تحکیم لپاره له زده‌کوونکو څخه په انفرادي ډول داسې پوښتنې وکړئ:

1. که چیرې دوه مستقیم خطونه موازي وي او د P مستوي یو له هغو څخه قطع کړي ایا بل یې هغه قطع کولای شي؟
2. که چیرې یوه مستوي دوه موازي خطونه قطع کړي، ایا دا دواړه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې پراته دي، کـه پـه بېـل بېل مستوي‌گانو کې؟

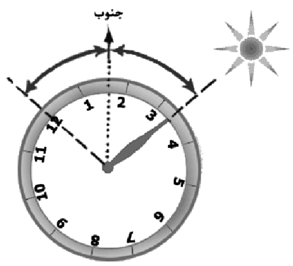
کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړئ.

1. که چیرې دوې مستوي‌گانې متقاطع وي، ایا ویلای شو چې تقاطع یې یوه نقطه ده که یو خط؟
2. د دوو مستوي‌گانو د تقاطع فصل په یوه مستوي کې وي او که په دواړو کې؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې د دوو مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه

د درسي کتاب (103) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د دوو مستقیمو کرښو ترمنځ د زاویې پر مفهوم پوه شي. • زده کوونکي د موازي ضلعو په رسمولو سره مساوي زاویې رسم کړای شي. • له پورته پوهې او مهارت څخه په مسطحه هندسې کې هم کار واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راواړوئ او ورڅخه وپوښتئ: • څوک ویلای شي که چیرې د یوې زاویې د دویمې ضلعې دوران د ساعت له عقربې سره سم (عین لور) حرکت وکړي زاویه مثبت ده او که منفي ؟ • څوک ویلای شي که چیرې د یوې زاویې د دویمې ضلعې دوران د ساعت د عقربې په مخالف لوري حرکت وکړي، زاویه مثبت ده او که منفي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ځوابونه ورته وواياست دلوست بهیر اوفعالیت پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی: زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشی، دنده ورکړئ چې دکتاب(103) مخ فعالیت له هدایت سره سم سرته ورسوي. د زده کوونکو دکار څارنه وکړی که چیرې کومه ډله پوښتنه کړي لارښوونه وکړی. د فعالیت د سرته رسولو وروسته د هرې ډلې استازی خپل فعالیت پر تخته نورو ډلو ته تشریح کوي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، د یوې بلې ډلې یا یو داوطلب زده کوونکي په واسطه یې اصلاح کړئ.

بیا یو داوطلب زده کوونکی راوغواړی چې د همدې فعالیت د اړوندې قضیې شکل پر تخته رسم کړي؛ نور زده کوونکي دې په خپل کتابچو کې رسم کړي، د شکل د سموالي لپاره دې زده کوونکي شکلونه د تختې له شکل سره پرتله کړي، وروسته تاسو د قضیې مفهوم ورته بیان او تعریف کړئ. ثبوت یې د شکل له مخې د زده کوونکو په فعال ګډون او برخې اخېستنې سره سرته ورسوئ. بیا یو زده کوونکی تختې ته راوغواړئ ورته وواياست چې موازي ضلعې او مساوي زاویې په نښه کړي، په همدې ډول دوه نور داوطلب زده کوونکی په وار سره راوغواړی چې د قضیې لومړی او دویمه پایله بیان، شکلونه یې پر تخته رسم کړي، که چیرې زده کوونکي له ستونزو سره مخامخ کېږي مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لا ښه تحکیم لپاره لاندې پوښتنې چې له نوي لوست سره اړیکې لري ورکړئ او ځوابونه دې زده‌کوونکي ووايي.

1. هغه زاويې چې په ترتيب سره يې ضلعې يوه په يوه موازي او هم جهت وي، نوموړي زاويې تل يو له بله سره مساوي دي؟

2. هغه زاويې چې ضلعې يې يوه په يوه موازي او مختلف الجهت وي، تل يو له بله سره مساوي دي؟

له ځواب ويلو وروسته دوه زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې نوموړي زاويې پر تخته باندې رسم او اندازه کړي او نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې سمې کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره ارزونه وکړئ:

1. څوک کولای شي دوه مساوي زاويې چې ضلعې يې يوه په يوه موازي او هم جهت وي، رسم کړي؟

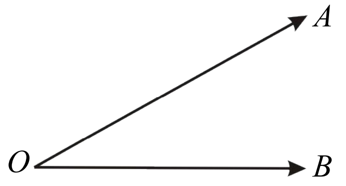
2. څوک کولای شي داسې دوه زاويې چې ضلعې يې يوه په يوه موازي او مختلف‌الجهت وي، رسم کړي؟

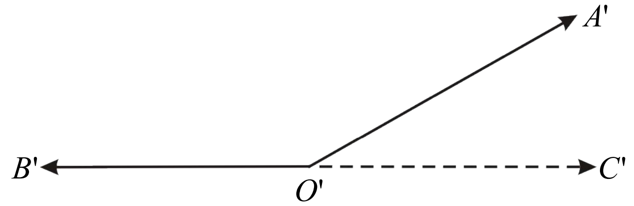
پوښتنې د زده‌کوونکو په واسطه حل او ځوابونه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

که چیرې د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهت او د هغو یوه، یوه ضلع موازي او مختلف جهتونه ولري، ددې دواړو زاویو مجموعه 180° دي، داسې ثبوتوو:

لومړی شکلونه رسموو، غواړو ثبوت کړو چې:





$A\hat{O}B + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

د O له نقطې څخه د OB له ضلعې سره موازي او مخلتلف‌الجهت رسموو.

په شکلونو کې ليدل کېږي چې $\overline{OA}\,//\,\overline{O'A'}$, $\overline{OB}\,//\,\overline{O'B'}$ دي، همدارنګه $\overline{OA}$ او $\overline{O'A'}$ ضلعې هم جهته، $\overline{OB}$ او $\overline{O'B'}$ ضلعې مختلف‌الجهت دي، د مخکې قضيې له مخې ليکلای شو: $A\hat{O}B = A'\hat{O}'C'$

له بلې خوا پوهېږو چې $A'\hat{O}'C' + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

اوس له پورتنۍ مساوات څخه د $A'\hat{O}'C'$ زاويې مساوي قيمت په ليکلو سره ليکو: $A\hat{O}B + A'\hat{O}'B' = 180^\circ$

(c) ketabton.com: The Digital Library

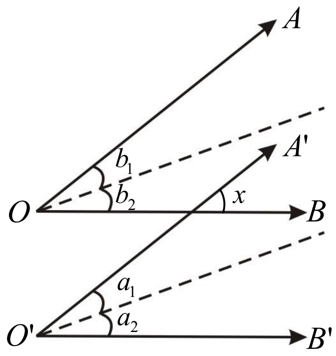
9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- که د دوو زاويو پراخوالی سره مساوي وي او د يوې زاويې يوه ضلع د بلې زاويې له ضلعې سره موازي وي، ايا د هغو زاويو نورې ضلعې هم يوه له بلې سره موازي دي. ولې؟

حل: د تېر لوست، د لوستل شوي قضيې له مخې(په فضا کې دوې زاويې چې دوه په دوه موازي او هم جهت ضعلې ولري يو له بل سره مساوي دي).

څرنګه چې د دوو زاويو پراخوالی سره مساوي دي او د يوې زاويې يوه ضلع د بلې زاويې له يوې ضلعې سره موازي ده؛ نو نورې ضلعې يې هم سره موازي دي.

2- که د دوو زاويو ضلعې سره موازي وي، ثابت کړئ چې د دغو زاويو، ناصف‌الزاويې هم يو له بل سره موازي او ايا يو پر بل عمود دي.



حل: په $A\hat{O}B$ زاويه کې $\hat{b}_1=\hat{b}_2$

او په $A'\hat{O'}B'$ زاويه کې $\hat{a}_1=\hat{a}_2$

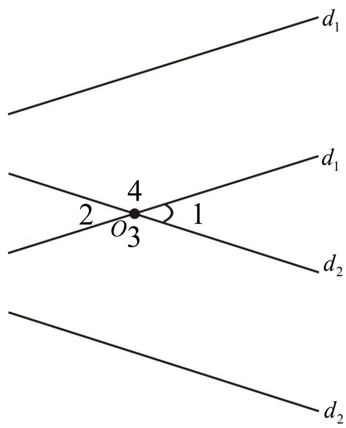
څرنګه چې $\hat{x}=\hat{a}_1+\hat{a}_2$ ...(متوافقې له مخې) او همدارنګه $\hat{x}=\hat{b}_1+\hat{b}_2$ ...(متوافقې له مخې) کېږي؛نو له بلې خوا پوهېږو چې $\hat{a}_1=\hat{a}_2$ او $\hat{b}_1=\hat{b}_2$ ده؛نو:

$$2\hat{a}_1=2\hat{b}_1 \;\Rightarrow\; \hat{a}_1=\hat{b}_1 \quad , \quad \hat{a}_2=\hat{b}_2$$

همدارنګه له پوښتنې څخه پوهېږو چې $\overline{OB}$ او $\overline{O'B'}$ سره موازي دي او وښوول شو چې $\hat{a}_1=\hat{b}_1$ ده؛ نو که چيرې دوې زاويې سره مساوي او يوه، يوه ضلع يې موازي وي؛ نو بله ضلع يې هم خامخا يو له بله سره موازي ده.

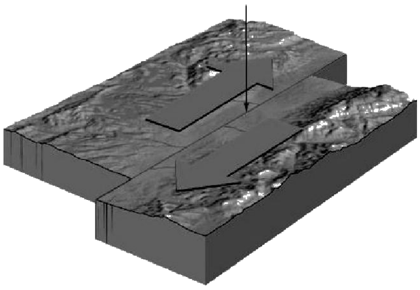
په نتيجه کې که چيرې د دوو زاويو ضلعې دوه په دوه سره موازي وي؛ نو د هغو زاويو ناصف‌الزاويې هم سره موازي دي.

3- د d_1,d_2 دوو متنافرو مستقيمونو ترمنځ زاويه پيدا کړئ.



حل: د d_1 او d_2 دوه متناظر خطونه په فضا کې په پام کې نيسو، د مستوي د (O) له اختياري ټکي څخه د Od_1 او Od_2 خطونه په ترتيب له d_1 او d_2 سره موازي رسمو، لکه په شکل کې څلور زاويې چې د Od_1 او Od_2 خطونو په واسطه جوړېږي، دوه په دوه يو له بل سره مساوي او يا يو د بل متممې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې موازي مستقيم خطونه او موازي مستوي‌ګانې

د درسي کتاب (105) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د مستقيم خطونو او مستوي‌ګانو په موازي حالتونو پوه شي. • د متقاطع مستوي‌ګانو له ګډ فصل سره موازي مستقيم رسم کړای شي. • له پورتنی پوهې او مهارت څخه په ورځنی ژوند کې کار واخېستلای شي او خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندويه مواد**:	د کاغذ دوې پاڼې- لښتې او ميز
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راواړوئ او ورڅخه وپوښتئ: • څوک ويلای شي څه وخت يو مستقيم خط له يوې مستوي سره موازي بلل کېږي ؟ • کوم دوه مستقيم خطونو ته يو له بل سره موازي ويل کېږي ؟ • کيدای شي چې په فضا کې دوې مستوي‌ګانې يوه له بلې سره موازي وي ؟ زده‌کوونکو ته وخت ورکړی چې پورتنی ځوابونه وو ايي له هغه پرته تاسو په لنډه توګه معلومات ورکړئ، بيا د لوست بهير او فعاليت پيل کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، دنده ورکړئ چې د کتاب(105) مخ فعاليت له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي. په ياد ولرئ چې دا فعاليت په درې قضيو پورې اړه لري. له فعاليت وروسته د دوو ډلو استازي راځي او د خپل ډلې کارونه ته تشريح او ځرګندوي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. وروسته په عملي توګه د زده‌کوونکو په ګډون سره داسې کار وکړئ يو داوطلب زده‌کوونکی د ټولګي مخې ته راوغواړئ ورته وواياست چې دا دوې لښتې د خطونو په توګه او د مېز سطح د يوې مستوي په توګه ومنئ.

غوښتل شوي زده‌کوونکي ته وواياست چې يوه لښته د مېز په سطحې باندې کښېږدي او بله لښته په فضا کې داسې ونيسي چې د نوموړې لښتې سره موازي وي، که زده‌کوونکی ستونزه ولري، مرسته او لارښوونه وکړئ، بيا له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ:

ايا دا لښته يوازې د مېز په سطحې باندې له پرتې لښتې سره موازي ده او که د مېز له سطحې سره هم موازي ده ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښايي چې زده‌کوونکي ځواب و وايي له هغه پرته شکل په تخته بانـدې رسـم د قضيې مفهـوم ورتـه بيـان او ثبـوت يـې د زده-کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره وکړئ. په همدې ډول دويـم داوطلـب زده‌کوونکی د ټـولګي مخـې تـه راوغـواړئ يـوه لښته او دوې پاڼې د کاغذ ورکړئ د کاغذ دواړه پاڼې دې څنګ، په څنګ داسې ونيسي چې له تقاطع يې يو ګـډ فـصل مـنځ تـه راشي او لښته دې په فضا کې داسې ونيسي چې له ګډ فصل سره موازي ډول غوره کړي او وپوښتئ؛ دا لـښته يـوازې لـه ګـډ فصل سره موازي ده که له مستوي‌ګانو سره هم موازي ده ؟که زده‌کوونکي ځواب و وايي ښه به وي، له هغه پرته تاسـو ورتـه و واياست دا لښته له مستوي‌ګانو سره هم موازي ده.

په پای کې ددې فعاليت د اړوند قضيې مفهوم بيان او شکل يې پر تخته بانـدې رسـم د شـکل لـه مخـې د زده‌کوونکـو پـه ګـډون اوفعالې برخې اخېستنې سره ثبوت کړئ.

په همدې ډول د درسي کتاب 106 مخ وروستی قضيه د پوښتنې او ځواب په توګه د زده‌کوونکـو پـه فعـالې برخـې اخېـستنې سره د شکل له مخې پر تخته باندې ثبوت کړئ او مفهوم يې له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکيم لپاره څو تنه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړي د هـرې قـضيې مفهـوم او بيان ورکړئ ورته و واياست چې د قضيو له بيان سره سم شکلونه پر تختې باندې رسم کړئ د ستونزو پـه صـورت کـې مرسـته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ د لوست په اړه داسې پوښتنې وکړئ:

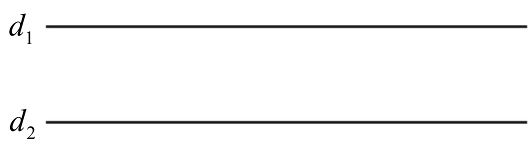
1. که چيرې Δ د يو مسقتيم خط له يوې مستوي سره موازي وي، ايا د Δ مستقيم له هغه خطونو سره چې په مـستوي کې پراته دي موازي دی ؟(ځواب هو)
2. که چير د Δ مستيم خط له دوو متقاطع مستويګانو سره موازي وي، ايا د Δ مستقيم خط د نومـوړي مـستوي‌ګـانو له ګډ فصل سره هم موازي دی ؟(ځواب هو)

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

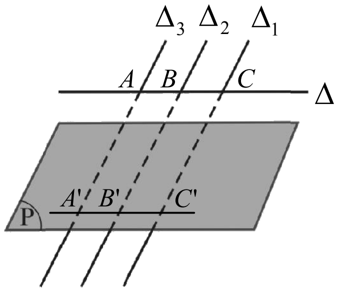
9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1- که چيرې د d_1 او d_2 مستقيم خطونه سره موازي وي، څو موازي مستوي‌ګانې له هغو سره رسمولای شئ؟

حل: که چيرې دوه خطونه سره موازي وي له هغو سره بې شمېره موازي مستوي‌ګانې رسم کيدای شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library



2- که چيرې د Δ_1 , Δ_2 او Δ_3 موازي خطونه د P مستوي او د Δ مستقيمې کرښې په واسطه په داسې حال کې چې د Δ مستقيمه کرښه د P له مستوي سره موازي ده، قطع شي، ثبوت کړئ چې مخامخ قطع شوي قطعات يو له بل سره مساوي دي.

حل: که چيرې Δ_1 , Δ_2 او Δ_3 موازي خطونه د Δ مستقيم خط د B, A او C په ټکو کې قطع کړي او د P مستوي نوموړي خطونه د B', A' او C' په ټکو کې قطع کوي، نو د $\overline{AB}$ او $\overline{A'B'}$ خطونه سره موازي دي، څرنګه چې د Δ مستقيمه کرښه د P له مستوي سره موازي ده، نو $AA'BB'$ شکل يوه متوازي‌الاضلاع ده، همدارنګه د $\overline{BC}$ او $\overline{B'C'}$ خطونه سره موازي دي؛ له دې امله $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ دی، همدارنګه د BC او $B'C'$ خطونه سره موازي دي، نو د $BB'CC'$ شکل هم يوه متوازي‌الاضلاع ده؛ چې په نتيجه کې $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضايي هندسه

په فضا کې متعامدې مستقیمې کرښې او مستوي ګانې

د درسي کتاب (107) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د متعامد مستقیمو کرښو او مستوي‌ګانو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې یو پر بل باندې متعامد مستقیم خطونه او مستوي‌ګانې رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې له متعامدو مستقیم خطونو او مستوي‌ګانو څخه کار واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډله‌ییز او انفرادي کار
3- **مرستندویه مواد:**	چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی: د سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • که چیرې د Δ مستقیمه کرښه د P په مستوي باندې د (O) په ټکي کې عمود وي، ایا هغه ټول مستقیم خطونه چې د مستوي د همدې (O) له ټکي څخه تېرېږي د Δ پر مستقیمې کرښې عمود دي؟ ښاغلی ښوونکی که چیرې زده‌کوونکي ځواب و وایي ښه به وي، پرته له هغه کوښښ وکړئ چې د پوښتنې ځواب په لنډه توګه و وایاست، هو ټول هغه مستقیمونه چې د مستوي د (O) له نقطې څخه تېرېږي، د Δ پر مسقتیم باندې عمود دي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

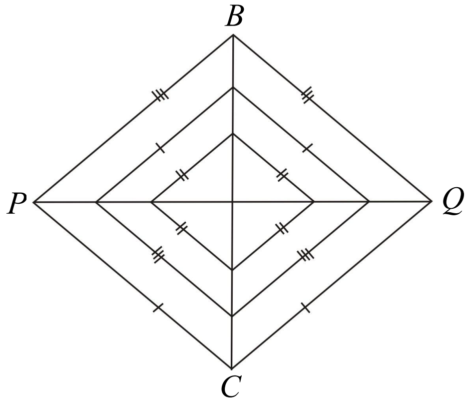
ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو و وېشئ ورته و وایاست چې د درسي کتاب(107) مخ فعالیت له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي او شکل یې په بشپړ ډول رسم کړي. وروسته دې د دوو ډلو استازي د رسم شوي شکل طریقه نورو ته تشریح او توضیح کړي. که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي. کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د دوستي په فضا کې د بلې ډلې په واسطه سمه شي؛ یعنې د یوه سالم رقابت په منځ ته راوړلو یوه ډله د بلې ډلې تېروتنې سمې کړي، په پای کې ښوونکی د همدې مخ د قضیې مفهوم ورته بیان او شکل دې مرحله په مرحله په بشپړ ډول پر تخته باندې رسم کړي او ثبوت دې د شکل له مخې د زده‌کوونکي څخه د پوښتنې او ځواب په ډول وشي.

ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ هغه کرښې یو پر بل عمود یا یو له بل سره مساوي او همدارنګه هغه شکلونه چې یو په بل انطباق منونکي وي،بړ د زده‌کوونکو په واسطه پیدا کړئ، که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو یې په جلا، جلا ډول ورته پیدا او وښایاست. په پای کې یې ثبوت د هغه چارټ له مخې چې مخکې مو جوړ کړی دی د زده‌کوونکو په ګډون او فعالې ونډې اخېستنې سره سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوخوالي لپاره دکتاب د 108 مخ فعالیت زده‌کوونکو ته ورکړئ چې هر یو یې په انفرادي ډول په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي، وروسته درې تنه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې هر یو یې د فعالیت یوه، یوه برخه سرته ورسوي او تشریح یې کړي، که چیرې ستونزې ولري، مرسته او لارښوونه وکړئ او مخامخ شکل پر تخته باندې رسم مساوي اندازې یې وروښایاست.



7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ د لوست په اړه داسې پوښتنې وکړئ:

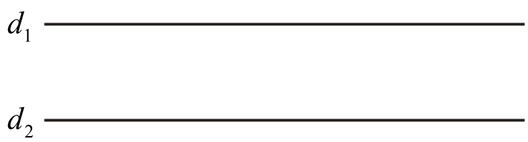
1. که چیرې د Δ مستقیمه کرښه د P پر مستوي باندې د (O) په ټکي کې عمود وي، ایا کیدای شي ټول هغه مستقیمونه چې د(O) له ټکي څخه تېرېږي د Δ پر مستقیم عمود وي؟
2. که چیرې دوه مستقیم خطونه د Δ پر مستقیم خط چې د مستوي د(O) له نقطې څخه تېرېږي عمود وي، ایا د Δ مستقیم په هغه مستوي باندې چې ددې دوو مستقیمو له تقاطع څخه تېرېږي، هم عمود دی؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ او شکلونه یې پر تخته باندې رسم کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

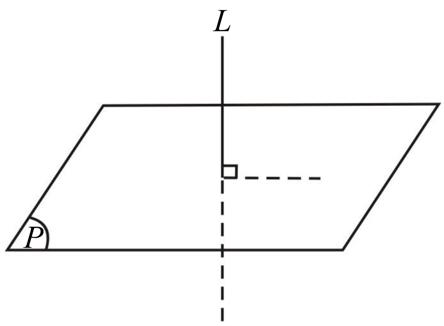
1- که چیرې د d_1 او d_2 خطونه یو له بل سره موازي وي، له هغو سره څو موازي مستوي‌گانې رسمولای شئ؟

حل: که چیرې دوه خطونه سره موازي وي، له هغو سره بې شمېره موازي مستویگانې رسمولای شو.



2- که د L خط د P پر مستوي عمود وي، آیا ټولې هغه مستوي‌گانې چې د L خط په کې پروت دی، د P پر مستوي باندې عمود دي؟

حل: (هو) که چیرې د L خط د P پر مستوي عمود وي، په دې صورت کې ټولې هغه مستوي‌گانې چې د L خط په کې پروت دی، د P پر مستوي باندې عمود دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم څپرکی: فضایي هندسه

په فضا کې موازي مستوي ګانې

د درسي کتاب (109) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په فضا کې د دوو موازي مستوي ګانو په مفهوم پوه شي. • په فضا کې د دوو موازي مستوي ګانو په جوړښت به پوه شي. • په فضا کې موازي مستوي ګانې به رسم کړای شي. • د اړتیاپه وخت کې موازي مستوي ګانې وکارولای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز او انفرادي کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سلام او احـوال پوښـتنې وروسـته د زده‌کوونکـو پـام د کتـاب عنـوان او ورودي برخې ته راوګرځوي او وپوښتئ: • د کتاب د ورودي برخې مخامخ شکل څو پوړه(طبقې) لري؟ • د پورته پوړ کړکی، د کښته پوړ له کړکیو سره څه ډول حالت لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونـه لـه زده‌کوونکـو څخـه پـه لاس راوړئ، لـه هغـه پرتـه د هغـو دمـوازي والي حالتونه تشریح او څرګند کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي پـه مناسـبو ډلـو وویشئ ورتـه وواياسـت چې د درسـي کتـاب 109 مـخ فعاليـت لـه بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعالیت له سرته رسولو وروسـته د دریـو ډلـو اسـتازي راوغـواړی چې خپـل سـرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، د کومې ډلې د تېروتنې په صورت کې بله داوطلب ډله دې هغه داسې اصلاح کړي چې د ټولـو د قناعت وړ وګرځي.

بیا د یوه زده‌کوونکي په واسطه د(110) مخ هغه دوه شکلونه چې پـه فعالیـت کې $d_1 // \Delta_1$ او $d_2 // \Delta_2$ دي، پـر تختـه رسـم کړی د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

همدارنګـه یـو داوطلـب زده‌کـوونکی تختې تـه راوغـواړئ چې دوې مـوزاي مـستوي‌ګـانې د شـرطونو لـه مخې پـر تختـه او نورزده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې رسم کړي، یو له بل سره دې پرتله کړي. په پای کې د شکلونو له مخې د قضیې مفهـوم او پایله ورته بیان او ثبـوت یې د زده‌کوونکـو پـه ګـډون او فعـالې برخې اخېـستنې سره، دپوښـتنې او ځـواب پـه ډول سـرته ورسوئ، ترڅو زده‌کوونکي د قضیې په مطلب ښه پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره له زده‌کوونکو څخه په لاندې ډول پوښتنې وکړئ، چې ځوابونه وو ایي:

- څوک کولای شي څلور مستقیم خطونه داسې رسم کړي چې نوموړي خطونه دوه په دوه متقاطع او هم دوه په دوه یو له بل سره موازي وي؟
- ایا د پورته هرې متقاطع جوړې خطونو څخه یوه مستوي تېرېږي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په انفرادي ډول له زده‌کوونکوڅخه په لاس راوړئ، که چیرې کوم زده‌کوونکی تېروتنه کوي د بل داوطلب زده‌کوونکي په واسطه یې تېروتنه اصلاح کړی.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي چې زده‌کړه شوي ده او که نه؟ د ارزونې لپاره داسې پوښتنې وکړی:

1. په فضاکې د دوو موازي مستويګانو امکان شته؟
2. څوک دوې موازي مستويګانې رسمولای شي؟
3. موازي مستويګانې څو مشترکې نقطې لري؟

کولای شئ په همدې ډول نورې پوښتنې وکړئ او ځوابونه یې له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، تر څو سمه ارزونه وشي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

که چیرې د E او F مستويګانې سره موازي وي او د L_1 مستقیمه کرښه د E په مستوي او د L_2 مستقیمه کرښه د F په مستوي کې پرتې وي، آیا $L_1 // L_2$ دی؟

حل: که چیرې E او F مستویګانې سره موازي وي او د L_1 او L_2 مستقیم خطونه په اختیاري لورې په ترتیب سره د E او F په مستويګانو کې واقع وي، څرنګه د E مستوي د F له مستوي سره موازي ده؛ نو ټول هغه خطونه چې د E په مستوي کې پراته دي،له هغه ټولو خطونو سره چې د F په مستوي کې دي موازي دي، په پایله کې ویلای شو $L_1 // L_2$ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(څلور درسي ساعتونه)

هرې پوښتنې ته څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب يې پيدا او کړۍ ترې تاو کړئ.

1- د P مستوي د A او B نقطې مفروض دي. که د A او B د نقطو فاصله له p مستوي څخه مساوي وي، د P مستوي په هر حال کې:

a) د AB له خط سره موازي ده.
b) د AB خط يې له منځه تيرېږي.
c) د AB خط عمودي ناصف دی.
(d) د AB له خط سره موازي دي يا له AB څخه تيرېږي.

2- که د Δ خط د P په مستوي باندې عمود وي، نو:

(a) د Δ خط د مستوي پر ټولو خطونو عمود دی.
b) د Δ خط يوازې د P مستوي پر دو و خطونو عمود دی.
c) د Δ خط د P مستوي له بې شمېره خطونو سره موازي دی.
d) د Δ خط يوازې د P مستوي له يوه خط سره موازي ده.

3- په دقيق ډول له لاندې کومو اجزاو و څخه يوه مستوي نه تيرېږي له:

(a) له هغو درې نقطو څخه چې پر يو مسقيم واقع دی.
b) له دو و متقاطع خطونو څخه.
c) د يو خط او د هغې له خارجې نقطې څخه.
d) څلور متمايزې(مختلفې نقطې)

4- له لاندې ځوابونو څخه کوم يو يې هر وخت سم نه وي.

(a) که د Δ مستقيم خط د P له مستوي سره موازي وي او له هغه خط څخه يوه مستوي تېره کړو، دا مستوي د P له مستوي سره موازي ده.
b) که د Δ او Δ' دوه خطونه د d له خط سره موازي وي، هغه وخت Δ او Δ' يو له بل سره موازي دي.
c) که د Δ او Δ' دوه خطونه موازي وي او د P مستوي د Δ خط قطع کړي، د Δ' خط هم قطع کولای شي.
d) که دوې مختلفې مستوي‌ګانې په يوه نقطه کې شريکې وي، نو نوموړې مستوي‌ګانې د ياد شوې ټکي په امتداد شريکې دي.

5- د Δ خط د P مستوي قطع کوي، خو د P پر مستوي عمود نه دی. دا خط د P مستوي په څو خطونو باندې عمود دی؟

(a) 0   b) 1   c) 2   d) بې شمېره

6- له لاندې ځوابونو څخه کوم يو يې هر وخت سم نه دی.

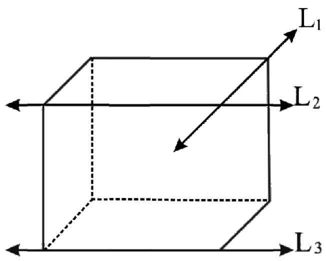
(a) که کوم خط د مستوي له خطونو سره موازي وي او متمايز وي، نوموړی خط د هغې له مستوي سره موازي دی.
b) که يو خط يوه له متقاطع مستويګانو څخه قطع کړي، بله هم قطع کوي.
c) که يو خط يوه له دو و موازي مستويګانو څخه قطع کړي، بله يې هم قطع کوي.
d) که يوه مستوي يوه له دو و موازي مستوي‌ګانو څخه قطع کړي، بله يې هم قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې سوالونه حل کړئ.

1- که دوه مستقیم خطونه له یوې مستوې سره موازي وي، نوموړي مستقیم خطونه په خپل منځ کې عمودکېدای شي؟

حل: نوموړي خطونه په خپلو منځو کې عمودکېدای نشي.

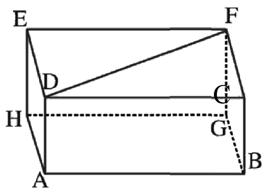


2- په لاندې مستطیل کې د L_1, L_2 او L_3 خطونو موقعیت نظر یو بل ته څرګند کړئ. د دې خطونو کومې جوړې متقاطع، کومې جوړې یې موازي او کومې جوړې متنافرې دي؟

حل: د L_1 او L_2 خطونه په یوه سطح کې دي، خو د L_3 خط د L_1 او L_2 خطونه نسکته خوا ته موقعیت لري. L_1 او L_2 خطونه متقاطع خو د L_2 او L_3 خطونه نوموازي دي، نو L_1 او L_3 خطونه متنافر دي.

3- که د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې د P پر مستوي باندې عمود وي، د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې په خپل منځ کې موازي دي؟

حل: هو، که چیرې د P_1 او P_2 مستوي‌ګانې د P پر مستوي باندې عمود وي؛ نو P_1 او P_2 مستوي‌ګانې پخپل منځ کې سره موازي دي.



4- په مخامخ شکل کې هر څلور ضلعي یو مستطیل دی.

a) د دوو مستوي‌ګانو نومونه واخلئ چې پر $\overline{AD}$ عمود وي او وواېئ ولې عمود دي؟

b) د دریو قطعه خطونو، نومونه واخلئ چې پر $ABCD$ مستوي باندې عمود وي.

c) د $E\hat{D}F$ زاویه قایمه ده.

d) د $D\hat{F}C$ زاویه قایمه ده.

حل:

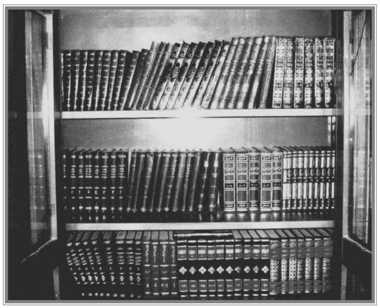
a) د $ABGH$ او $DCFE$ مستوي‌ګانې د معکب مستطیل دوې سطحې دي او یو له بل سره موازي دي. د یوې قضیې په اساس چې وایي(که چیرې دوې مستوي‌ګانې په یو خط عمود وي، په خپل منځ کې موازي دي.)؛ نو څرنګه چې نوموړي دواړه مستویګانې موازي دي؛ نو ځکه په $\overline{AD}$ خط عمودي دي.

b) $\overline{ED}, \overline{AH}$ او $\overline{FC}$ خطونه پر $ABCD$ مستوي باندې عمود دي

c) د $E\hat{D}F$ زاویه قایمه نه ده؛ ځکه چې پورتنی شکل یو مکعب مستطیل دی، د $E\hat{D}C$ زاویه یوه قایمه ده، په داسې حال کې چې د $E\hat{D}F$ زاویه د $E\hat{D}C$ له زاویې څخه کوچنۍ ده.

d) د $D\hat{F}C$ زاویه قایمه نه ده؛ ځکه چې $E\hat{F}C$ زاویه قایمه؛ یعنې 90° ده، ولې د $D\hat{F}C$ زاویه د $E\hat{F}C$ له زاویې څخه کوچنۍ ده؛ نو ځکه قایمه نشي کېدلای.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

ترادفونه *Sequences*

د درسي کتاب (117) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د ترادفونو، متزايد ترادفونو او متناقصو ترادفونو په مفهوم پوه شي. • ترادفونه جوړ او a_n حد یې پيدا کړای شي. • د ترادفونو په جوړولو او n – ام حد په پيدا کولو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پيدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ييز، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • څوک کولای شي و وايي چې د طبيعي عددونو د هر وروستيو او مخکينيو عددونو ترمنځ توپير څو دي؟ • څوک کولای شي په ترتيب 8 عددونه له کوچني څخه د لوی خوا ته وليکي؟ • څوک کولای شي 12 عددونه له لوی څخه د کوچني خوا ته وليکي؟ همدارنګه د کتاب د ورودي شکل په برخه کې معلومات وغواړی او کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی، له هغه پرته تاسولنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی یوه داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ چې په ترتيب سره تر شلو پورې ټول جفت عددونه وليکي او بيا وپوښتئ چې د هر دوو پرله پسې عددونو ترمنځ توپير څو دي؟

که چيرې زده‌کوونکي ځواب وواييي ښه به وي له هغه پرته تاسو ځواب وواياست. په همدې ډول يو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په ترتيب سره تر شلو پورې ټول طاق عددونه پر تخته وليکي، بيا وپوښتئ چې د هر دوو پرله پسې عددونو ترمنځ توپير څو دی؟

ښايي زده‌کوونکي ځواب وواييي د ځواب د نه ويلو په صورت کې تاسو ځواب وواياست او هم وواياست چې لومړی يې د جُفت عددونو د ترادف په نامه او دويم يې د طاق عددونو د ترادف په نامه يادېږي، چې د جفت عددونو ترادف د $2n$ او د طاق عددونو ترادف د $2n-1$ په واسطه په لاس راځي. په پای کې د ترادف تعريف ورته بيان او د تعريف ناحيه يې(طبيعي

(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونه) د قیمتونو ناحیه یې(حقیقي عددونه) ورته وواياست او دا ترادف یعنې $a_1, a_2, a_3 \; ... \; a_n$ چې د ترادف په نامه یادېږي پر تخته ولیکئ او هم ورته وواياست ترادف باید مرتب او منظم شکل ولري، نه نامرتب او غیر منظم شکل.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ د کتاب 117 مخ فعالیت ورکړئ چې د بحث او خبرو وروسته د هر یوه ترادف پراختیایي شکل ولیکي، وروسته د متزایدو او متناقصو ترادفونو په برخه کې پوښتنې وکړئ چې هره ډله په وار سره ځواب ووايي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې یو یې د $a_n = n^2$ ترادف او بل یې د $b_n = \frac{n}{3}$ ترادف د $n = 1,2,3,4, \; ...$ لپاره پیدا کړي، دریم زده‌کوونکی دې په هغو کې متزاید او متناقص ترادف وښیي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم او زده‌کړې لپاره د کتاب 118 مخ دویم مثال د یو داوطلب زده‌کوونکي په واسطه حل کړئ او نور زده‌کوونکي دې په خپل کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي، په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي ترادف په منظم او مرتب ډول لیکي او که نه؟ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډ من شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

1. د ترادف د تعریف ناحیه کوم عددونه کیدای شي؟
2. د ترادف د قیمتونو ناحیه کوم عددونه کیدای شي؟
3. ایا نامرتب یا غیرمنظم عددونه یو ترادف جوړولای شي؟

کوښښ وکړئ چې هر ځواب په وار سره له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته اولارښوونه وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی دې په ردیفونو کې د عددونو ترتیب په پام کې ونیسي؛ لکه:

1) $1 \; , \; 3 \; , \; 5 \; , \; 7 \; ,9 \; ...$

2) $1 \; , \; \frac{1}{2} \; , \; \frac{1}{3} \; , \; \frac{1}{4} \; , \; \frac{1}{5} \; , \; ...$

3) $1^2 \; , \; 2^2 \; , \; 3^2 \; , \; 4^2 \; , \; 5^2 \; , \; ...$

چې د ردیفونو مثالونه دي. تکی، تکی او درې تکی(...) راښیي چې عددونه دوام لري په عمومي ډول د عددونو ترتیب: $a_1, a_2, a_3 \; ... \; a_n$ تر یوې ځانګړې قاعدې لاندې د ردیف یا *Sequence* په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ عددونه دي چې هر يو يې د رديف د حد په نامه يادېږي، څرنګه چې د طبيعي عـددونو شـمېر نـه ختمېږي، نو ددې رديف د حدونو شمېر هم بېشمېره او اخري حد يې نه شو ټاکلی، معمولاً يـو رديـف د هغـه د $n-$ام حـد يعنـې a_n پـه مرسته تعريفېږي چې د لاندې سلسلې حدونه داسې ښو ول کېږي، په داسې حال کې چې $n > 0$ وي:

$$0,1,0,1,0\ ,\ \ldots\ ,\ \frac{1+(-1)^n}{2}$$

$$0,2,0,2,0\ ,\ \ldots\ ,\ [1+(-1)^n]$$

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- په لاندې ترادفونوکې $n-$ام حد وټاکئ؟

$$\left.\begin{array}{l} 1,3,5,7,\ \ldots \\ \frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9}\ ,\ \ldots \end{array}\right\}$$

حل:

$$\left.\begin{array}{l} 1,3,5,7\ ,\ \ldots\ ,\ 2n-1 \\ \frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{9}\ ,\ \ldots\ ,\ \frac{1}{3n} \end{array}\right\} \quad n=1,2,3\ \ldots$$

2- که يو ترادف د $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ راکړل شوی وي، 6 لومړني پرله پسې حدونه يې وليکئ.

حل n ته له طبيعي عددونو څخه قيمت ورکوو:

$$a_1 = \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \frac{(-1)^{1+1}}{1} = \frac{(-1)^2}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$a_2 = \frac{(-1)^{2+1}}{2} = \frac{(-1)^3}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{(-1)^{3+1}}{3} = \frac{(-1)^4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$a_4 = \frac{(-1)^{4+1}}{4} = \frac{(-1)^5}{4} = -\frac{1}{4}$$

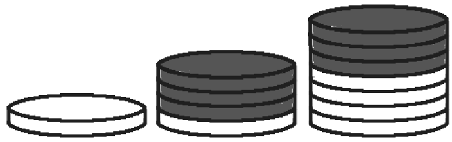
$$a_5 = \frac{(-1)^{5+1}}{5} = \frac{(-1)^6}{5} = \frac{1}{5}$$

$$a_6 = \frac{(-1)^{6+1}}{6} = \frac{(-1)^7}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$1\ ,-\frac{1}{2}\ ,\frac{1}{3}\ ,-\frac{1}{4}\ ,\frac{1}{5}\ ,-\frac{1}{6}\ ,\ldots,\ \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه



حسابي ترادف *Arithmetic sequence*

د درسي کتاب (119) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف په مفهوم پوه شي. • حسابي ترادفو نه جوړ او هر حد يې پيدا کړای شي. • د حسابي ترادفونو په اړوند پوښتنې وکړای شي. • ددې پوهې او مهارت په سرته رسولو سره په ځان باور پيدا او خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهييز، انفرادي ، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • مخامخ څو شکلونه وينئ؟ • په هر شکل کې څو کړۍ(حلقې) ليدل کېږي؟ • د هر دوو پرله پسې شکلونو دکړيو ترمنځ توپير څو دي؟ • ايا توپيرونه مساوي دي او که نه؟ زده‌کوونکي د هر شکل کړۍ شمېرې او د هر دوو پرله پسې شکلونو د حلقو توپير په‌گوته کوي د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ او ورته وواياست چې توپيرونه يو ثابت عدد دی.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ دکتاب 119 مخ فعاليت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعاليت سرته ورسوي، د فعاليت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې د دريو ډلو استازی خپل سرته رسولي فعاليت نورو ته د يو مثال په ورکولو سره توضيح کوي. که کومې ډلې تېروتنه کړې وي کوښښ وکړئ تېروتنه يې د يوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بيا تاسو د حسابي ترادف تعريف ورته بيان او په هغو کې ګډ توپير(*Common differents*) لومړی حد(a_1) وروښاياست داسې چې د متزايد او متناقص ترادفونو خاصيتونه د (d) په اشارې پورې اړه لري دکتاب د مثالونو په واسطه چې $d<0, d>0$ وي، تشريح او توضيح کړئ.

يو داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړی چې دکتاب د 120 مخ لومړی مثال پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې دکتاب له لېدو پرته حل کړي د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کوي، د تېروتنې په صورت کې هغه اصلاح او ځانونه پرې وپوهوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې د کتاب دویم مثال د (a) او (b) اجزاوې پر تخته حل کړي او څرګند یې کړي چې کوم یو یې ترادف دی او کوم یو یې ترادف نه دی، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډ مـن شـي ایـا زده‌کوونکـو لوسـت زده کـړی او کـه نـه؟ نـو د لانـدې پوښـتنوپه کولـو سـره دې زده‌کوونکي وارزوي:

1. که چیرې $d < 0$ وي، ترادف متزاید دی او که متناقص؟
2. که چیرې $d > 0$ وي، ویلای شئ چې ترادف متزاید دی او که متناقص؟
3. که چیرې د هرو دوو پرله پسې حدونو توپیر ثابت عددونه وي؛ حسابي ترادف کیدای شي؟
4. څوک د حسابي ترادف تعریف ویلی شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو یې بیا هم ورته توضیح کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښـاغلی ښـوونکی د ردیفونـو د هـرو دوو پرلـه پـسې حـدونو فـرق یـو پېژنـدل شـوی او ثابـت عـدد دی د $a_1, a_2, a_3 \;...\; a_n$ ردیف چې د حسابي ردیف(*Arithmetic sequence*) یا حسابي تصاعد(*Arithmetic progression*) پـه نامـه یـادېږي او هـر حد یې نظر د هغه مخکني حد څخه یو ثابت او پېژندل شوی فرق لري چې د مـشترک تفاضـل پـه نامـه یـادېږي او پـه d سـره ښوول کېږي کیدای شي d یو مثبت یا منفي عدد او یا هم صفر وي.

په همدې ډول که چیرې پوښتنه وشي په کوم صورت کې د b, a او c عددونه یو حسابي ردیف جوړوي. باید ورته و وایاست د تصاعد د تعریف په پام کې نیولو سره تل په یو حسابي تصاعد کې داسې رابطه شتوالی ولري:

$$b - a = c - b$$

همدارنګه پورته رابطه د حسابي تصاعد وسطي حد په لاس راوړو چې په ټولو حسابي ردیفونو کې مطابقت کوي.

$$b - a = c - b \quad \Rightarrow \; b + b = c + a$$

$$2b = c + a \qquad \Rightarrow \; b = \frac{c + a}{2}$$

b د یو ردیف د دوو حـدونو تـرمنځ وسـطي عـدد دی چـې د a او c پـه مـنځ کـې قـرار لـري او دا خاصـیت پـه ټولـو حـسابي ردیفونو کې صدق کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب (126) مخ د دويمې او څلورمې پوښتنې حل.

2- ايا $\frac{5}{4}, 1, \frac{3}{4}$ يو حسابي ترادف تشکيلوي؟ د پوښتنې د سموالی په صورت کې يې مشترک توپير پيدا کړئ.

حل ددې پوښتنې د پوهېدو لپاره چې پورتنی ترادف حسابي ترادف دی او که نه؟ بايد د هر دو و پرله‌پسې حدونو ترمنځ ګډ توپير ثابت عدد وي.

$$1-\frac{3}{4}=\frac{4-3}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{4}-1=\frac{5-4}{4}=\frac{1}{4}$$

څرنګ چې ګډ توپير ثابت عدد يعنې $\frac{1}{4}$ دی، نو راکړل شوی ترادف، حسابي ترادف دی.

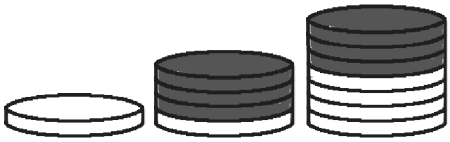
4- که $a_1=-\frac{1}{2}$ ، $a_{10}=\frac{84}{2}$ وي، د d قيمت په لاس راوړئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} a_1=-\frac{1}{2} \\ n=10 \\ a_{10}=\frac{84}{2}=42 \\ d=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n=a_1(n-1)d \\ a_n-a_1=(n-1)d \\ d=\frac{a_n-a_1}{n-1}=\frac{42-(-\frac{1}{2})}{10-1}=\frac{42+\frac{1}{2}}{9}=\frac{\frac{84+1}{2}}{2}=\frac{\frac{85}{2}}{9}=\frac{85}{18}=4.7\overline{2} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه



په یوه حسابي ترادف کې n – ام حد پیدا کول

د درسي کتاب (121) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د $a_n = a+(n-1)d$ په رابطه کې n, a, a_n او d وپېژني. • په نوموړي رابطه کې نامعلوم یا غوښتل شوي حد یا برخه پیدا کړای شي. • د اړتیا په وخت کې لاس ته راغلی فورمول او نورې برخې یې وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته یو ځل بیا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • که چیرې په یوه حسابي ترادف کې لومړی حدي(a)، ګډ توپیر(d) راکړل شوي وي، څوک کولای شي n – ام حد یې پیدا کړي؟ • څوک د ... $a_n = 2, 6, 10$ په ترادف کې لومړی او ګډ توپیر ښودلای شي. ښایي چې زده‌کوونکي ځوابونه وواییٍ له هغه پرته تاسو ځوابونه ورته وواياست او بیا د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ او د کتاب حسابي ترادف یعنې ... 5,7,9,11,13 پر تخته ولیکئ ورته وواياست چې هره ډله دې له خبرو او بحث وروسته په نوموړي ترادف کې لومړی حد، ګډ توپیر پیدا او بیا دې د یوې رابطې له مخې دویم حد، دریم حد، څلوم حد، پنځم حد، شپږم حد... وښیي او هره ډله دې کوښښ وکړي چې د پیدا شوو رابطو له مخې د a_n عمومي رابطه هم په لاس راوړي. د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته تشریح کوي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

د موضوع د مهم‌والي له امله تاسو هم په بشپړ ډول د n – ام حد پیدا کولو لپاره ګام په ګام کار وکړئ چې په پایله کې د $a_n = a+(n-1)d$ عمومي فارمول ثبوت او په لاس راوړئ، ترڅو زده‌کوونکي وکولای شي په نوموړي رابطه کې n, a, d او a_n وپېژني، بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې هر یو د په ترتیب سره لومړی مثال او دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم عینې مثالونه دکتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. که چیرې د تختې په حل کې کومه تېروتنه وي، د یو بل داوطلب زده‌کوونکي په واسطه یې اصلاح کړئ، د ستونزو په

(c) ketabton.com: The Digital Library

صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د کتاب 123مخ فعالیت په لاندې ډول زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل کړي:

$a_4 = 3$, $a_{25} = 87$, 315 – ام حد يې په لاس راوړی.

$a_4 = a+(n-1) = a+(4-1)d \quad \Rightarrow \quad a+\ 3d = 3$

$a_{25} = a+(n-1) = a+(25-1)d \quad \Rightarrow \quad \pm a \pm 24d = \pm 87$

$$-21d = -84 \quad \Rightarrow d = \frac{-84}{-21} = 4$$

په پورته معادلو کې لومړی a او d پیدا، وروسته 315 حد دې پیدا کړي، لومړی دې زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې حل او په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی هغه پر تخته حل کړي، ترڅو زده‌کوونکي په خپلو تېروتنو پوه شي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې زده‌کوونکي وارزوي:

1. د $a_n = a+(n-1)d$ رابطه په پام کې ونیسئ:

- a_n د ترادف څوم حد ښيي؟
- a د ترادف کوم حد ښيي؟
- n په یوه ترادف کې څه شي ښيي.
- d په یوه ترادف کې څه شي ښيي.

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- د مخامخ ترادف35 -ام حد پیدا کړئ. $-2\ ,\ 5\ ,\ 12\ ,\ ...$

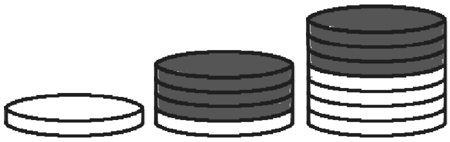
حل پوهېږو چې پورتنی ترادف یو حسابي ترادف او ګډ توپیر يې 7 دی، نو د n – ام حد پیدا کولو له فورمول څخه کار اخلو.

$$\left.\begin{array}{l} a=-2 \\ d=7 \\ n=35 \\ a_{35}=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n = a+(n-1)d \\ a_{35} = -2+(35-1)\cdot 7 \\ a_{35} = -2+34\cdot 7 \\ a_{35} = -2+228 = 236 \end{array}$$

$$a_{35} = 236$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه



د حسابي ترادف وسطي حد

د درسي کتاب (123) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف د وسطي حد هارمونیکي ترادف پر مفهوم پوه شي. • د حسابي ترادف وسطي حد او هارمونیکي پوښتنې حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره د موضوع په اړه ورځني ستونزې حل او په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي ، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې وروسـته د موضـوع د ښـه پوهېـدو لپـاره د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرزوي: • څوک کولای شي د 5 او 7 عددونو حسابي وسط پیدا کړي. • د 19 او 17 عددونو ترمنځ کوم عدد دی؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو د هرې پوښـتنې ځواب د اړوندې عملیې په واسطه پیدا کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست که چیرې د یوه حسابي ترادف درې پرله پسې حدونـه؛ لکه: a_{n-1}, a_n او a_{n+1} ولرو، په داسې حال کې چې a_{n-1} او a_{a+1} معلوم وي، څرنګه کولای شو د a_n یعني وسطي حد پیدا کړو.

زده‌کوونکي له کتاب څخه استفاده نه کوي په خپلو ډلو کې دې بحث وربانـدې وکړي او فعالیت دې سـرته ورسـوي، پـه پای کې د دریو ډلې استازي خپل کار نورو ته توضیح کوي د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړئ که چیرې ټولو ډلـو تېروتنې کړې وي، تاسو د $\frac{a_{n+1}+a_{n-1}}{2}$ په افاده کې د هر یوه قیمت په اېښودلو سره a_n وسطي حد په لاس راوړئ.

یو داوطلب زده‌کوونکي ته بلنه ورکړئ چې د فورمول په تطبیق کولو سره لومړی مثال پر تخته حل کړي په همـدې ډول دویـم داوطلب زده‌کوونکی تختې تـه راوغـواړئ چې دویـم مثـال پـر تختـه حـل او د x قیمت لـه پیداکولـو وروسـته یې تـرادف ولیکي او نور زده‌کوونکي دې عین کار د کتاب له لېدو پرته په خپلوکتابچو کې سرته ورسوي. پـه پـای کـې دې خپـل حلونـه له تختې سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول د 123مخ يادونه چې د يوه حسابي ترادف له لومړي حده پرته دوه نور حدونه ورکړل شوي دي. د هغو له مخې دې ګډ توپير په لاس راوړي.(ثبوت يې د زده‌کوونکو دنده ده) که چيرې زده‌کوونکي ونه شي کولای، تاسو يې له اضافي معلوماتو څخه په استفادې سره ثبوت کړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او پوهې لپاره دکتاب 124مخ لومړی مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې دکتاب له لېدو پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړي او ترادف يې بشپړ کړي. دکار څارنه وکړي. په پای کې يو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وارزوي:

1. که چيرې a_n د يوه حسابي ترادف وسطي حد وي د هغه مخکنی او وروستنی حد په څه شي سره ښودلای شو ؟
2. د يوه حسابي ترادف وسطي حد د يوه حسابي ترادف د دوو پرله پسې حدونو له مجموع سره مساوي کيدا شي ؟
3. که د يوه ترادف درې پرله پسې حدونه د a_n , a_{n-1} او a_{n+1} ولرو د نوموړي حسابي ترادف وسطي حد دکوم فورمول په واسطه افاده کېږي.

کوښښ وکړی چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی له هغه پرته تاسو ورته تشريح او توضيح کړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی که چيرې په حسابي ترادف کې يوازې د $n-$ام او $m-$ام حدونه معلوم وي؛ نو ګډ توپير يې داسې په لاس راوړو:

$$a_n = a + (n-1)\cdot d \quad \ldots \text{ I}$$
$$a_m = a + (m-1)\cdot d \quad \ldots \text{ II}$$

له I معادلې څخه II معادله تفريقوو:

$$\begin{aligned} a_n - a_m &= a + (n-1)\cdot d - \{a + (m-1)\cdot d\} \\ &= a + (n-1)\cdot d - a - (m-1)\cdot d \\ &= a + nd - d - a - md + d \\ &= nd - md = (n-m)d \end{aligned}$$

$$a_n - a_m = (n-m)d \quad \Rightarrow \; d = \frac{a_n - a_m}{n-m}$$

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 126 مخ دريمې پوښتنې حل.

3- د $2\sqrt{2}$ او $16\sqrt{2}$ تر منځ حسابي وسط په لاس راوړئ.

حل د حسابي وسط له عمومي فورمول څخه په‌کار اخيستنې سره لرو چې:

وسطي حد $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$

$$A = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 16\sqrt{2}}{2} = \frac{18\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \; A = 9\cdot\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه

هارمونيکي ترادف

د درسي کتاب (124) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هارمونيکي ترادف او هارمونيکي حسابي ترادف په مفهومونو پوه شي. • هارمونيکي ترادفونه او د هغه عکس تشخيص کړای شي. • د يوه حسابي ترادف لپاره هارمونيکي ترادف په پيدا کولو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	انفرادي، ډله‌ييز، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندويه مواد:**	د اړتيا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرزوي: • څوک د 5 عدد معکوس عدد پرتخته ليکي؟ • څوک ويلای شي چې $\frac{1}{25}$ دکوم عدد معکوس دی؟ • که چيرې a هر حقيقي عدد وي، څوک ويلای شي د هغه معکوس څه ډول ليکلای شو؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:**

ښاغلی ښوونکی يو حسابي ترادف پر تخته وليکئ او يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې ددې ترادف د هر حد معکوس په پرله پسې ډول چې ترادف جوړ کړي، وليکي. که چيرې زده‌کوونکي يې وليکي ښه به وي له هغه پرته تاسو يې په بشپړ ډول ورته وليکئ او د هغه له مخې د هارمونيکي ترادف تعريف وکړئ.

همدارنګه ورته وواياست که چيرې a_n يو حسابي ترادف وي او د هغه معکوس $\frac{1}{a_n}$ هم يو ترادف وي، نو نوموړی ترادف يو هارمونيکي ترادف بلل کېږي.

همدارنګه درې داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې يو يې لومړی مثال بل يې دويم مثال او دريم يې، دريم مثال پر تختې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې کار وکړي او خپل حلونه دې له تختې سره پرتله کړي، د ستونزې په صورت کې مرسته وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ ورته وواياست د هارمونيکي حسابي وسط فورمول د درې پرله پسې حدونو؛ لکه a_{n+1}, a_n, a_{n-1} په داسې حال کې چې $n = 2,3,4, ...$ وي پيدا کړي، زده‌کوونکي په خپلو ډلو کې بحث وربانديې کوي او فعاليت سرته رسوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فعالیت په پای کې د دریو ډلو استازي خپل کار نورو ته توضیح او معلومات ورکوي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې ښوونکی د مخکینیو معلوماتو له مخې عمومي فورمول؛ یعنې $a_n = \frac{2(a_{n-1})(a_{n+1})}{a_{n-1}+a_{n+1}}$ ورته توضیح او تشریح کوي او نوموړي افاده په لاس راوړي اړوند مثال دې پر تخته حل کوي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د هارمونیکي ترادف او هارمونیکي حسابي وسط په اړه لاندې پوښتنې زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل یې کړي:

- د $4, 7, 10, 13, 16, \ldots$ حسابي ترادف، هارمونیکي ترادف ولیکئ.
- د 4 او 10 عددونو هارمونیکي حسابي وسط پیدا کړی د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

د کار څارنه وکړئ په پای کې دې داوطلب زده‌کوونکي نوموړي پوښتنې پرتخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې زده‌کوونکي وازمويي:

1. څوک هارمونیکي ترادف تعریفوي؟
2. که چیرې په یوه هارمونیکي ترادف کې $a_1 = \frac{1}{2}$ او $d = -2$ وي، هارمونیکي ترادف یې پیدا کړئ.
3. ایا هر حسابي ترادف هارمونیکي ترادف لري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ او د زده‌کړې په هکله ځان ډاډمن کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی ښایي چې زده‌کوونکي ددې پوښتنې په برخه کې ستونزې ولري، ایا د طبیعي طاقو عددونو معکوس ترادف، یو هارمونیکي ترادف کیدای شي n – ام حد یې ولیکئ.

طبیعي طاق عددونه: $1, 3, 5, 7, 9, \ldots, 2n+1$

په پورته ترادف کې $d = 2, a = 1$ دی؛ نو معکوس یې عبارت دی له: $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9} \ldots \frac{1}{2n+1}$ په دې صورت کې پورتنی ترادف یو هارمونیکي ترادف دی n – ام حد یې له $\frac{1}{2n+1}$ څخه عبارت دی چې $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ قیمتونه اخېستلای شي او پورتنی ردیف په لاس راتلای شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 126 مخ د پنځمې پوښتنې حل.

5- له لاندې ترادفونو څخه کوم یو حسابي ترادف دی؟

$a)\ 2\ ,\ \frac{9}{4}\ ,\ \frac{5}{2}\ ,\ \frac{11}{4},\ \ldots$

$b)\ 3\ ,\ 6\ ,\ 9\ ,\ 12,\ \ldots$

حل که چیرې د دواړو ترادفونو د هر دوو پرله پسې حدونو ګډ توپیر ثابت عدد وي؛ نو نوموړي ترادفونه حسابي ترادف کیدای شي.

د b جزء حل

$$d = 6 - 3 = 3$$
$$d = 9 - 6 = 3$$
$$d = 12 - 9 = 3$$

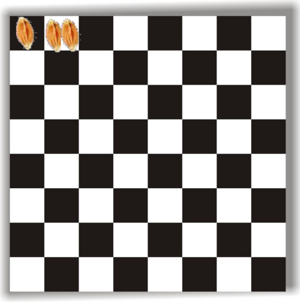
د b جزء ترادف هم حسابي ترادف دی او ګډ توپیر یې عبارت له 3 څخه دی.

د a جزء حل

$$\left.\begin{aligned} d &= \frac{9}{4} - \frac{2}{1} = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4} \\ d &= \frac{5}{2} - \frac{9}{4} = \frac{10-9}{4} = \frac{1}{4} \\ d &= \frac{11}{4} - \frac{5}{2} = \frac{11-10}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}\right\}$$

د a جزء ترادف حسابي ترادف دی او ګډ توپیر یې $\frac{1}{4}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

هندسي ترادف(*Geometric sequences*)

د درسي کتاب (127) **مخ**

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هندسي ترادف په مفهوم پوه شي. • د هندسي ترادف په اړه پوښتنې حل او له حسابي ترادف سره يې توپير وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیدا کولو سره په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ....
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد....
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي شکل ته راوګرزوئ او د شطرنج تخته او د هغه خانې(کورونه) ورو پېژني. بیا داسې ورته وواياست او وپوښتئ: • که چیرې د یوې تختې په لومړی خانه کې یوه دانه غنم په دویمه خانه کې دوه دانې غنم په همدې ترتیب په هره وروستی خانه کې د مخکینی خانې دوه برابره غنم کېښودل شي وواياست چې: 1. په دریمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 2. په شپږمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 3. په اتمه خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ 4. په 64 خانه کې څو دانې غنم کېږي ؟ ښايي چې زده‌کوونکي د درې لومړیو پوښتنو ځوابونه ووايي؛ خو د 64 خانې د غنمو شمېر پیدا کول ستونزمن کار دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته وواياست چې دکتاب 127مخ فعاليت په خپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعاليت په پای کې د دریو ډلو استازي خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کوي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

که چیرې a_1 د هندسي ترادف لومړی حد او q یو ثابت عدد وي په عمومي ډول یو هندسي ترادف داسې لیکل کېږي:

$$a_1 \ , \ a_1q \ , \ a_1q^2 \ , \ a_1q^3 \ , \ a_1q^4 \ , \ \dots \ , \ a_1q^{n-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې دلته a_1 لومړی حد او q ګډ نسبت دی، یو هندسي ترادف د ګډ نسبت او لومړي حد په درلودلو سره پېژندل کېږي او داسې تعریف کېږي:

هغه ترادف چې د دوو پرله پسې حدونو ترمنځ نسبت یو ثابت عدد(q) وي، د هندسي ترادف په نامه يادېږي.

ورته وواياست د حسابي ترادف په شان، په هندسي ترادف کې هم متزايد او متناقص ترادف شته چې د(q) د لاندې په خصوصيت سره پېژندل کېږي:

- که چیرې $q > 1$ وي، ترادف متزاید دی، د یوه مثال په واسطه يې توضيح کړی.
- که چیرې $q < 1$ وي، ترادف متناقص دی، په یوه مثال کې وښاياست.
- که چیرې $q = 1$ وي، ثابت ترادف په لاس راځي.

بيا يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د کتاب د 128 مخ لومړی مثال پر تخته حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي او د تختې له حل سره دې پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم:** (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لابنه تحکيم او پوهې لپاره د کتاب د 128 مخ دا فعالیت ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي.

- په یوه هندسي ترادف کې $a_1 = 2$ او $q = 3$ دي a_3, a_2 او a_4 حدونه پيدا کړئ.

حل:

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = a_1q = 2\cdot 3 = 6$$
$$a_3 = a_1q^2 = 2\cdot 3^2 = 2\cdot 9 = 18$$
$$a_4 = a_1q^3 = 2\cdot 3^3 = 2\cdot 27 = 54$$

په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی پورتنی پوښتنه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل تېروتنې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه:** (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د کتاب د 128 مخ دويم مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې په خپلو کتابچو کې حل او د q ثابت عدد له مخې متزايد ترادف او متناقص ترادف وښيي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:**

ښاغلی ښوونکی د ردیفونو بل ډول له هندسي ردیفونو څخه عبارت دی د $a_1, a_2, \ldots, a_n$ يو رديف د هندسي رديف(*Geometric sequences*) يا هندسي تصاعد (*Geometric progression*) په نامه يادېږي چې هر حد يې د مخکيني حد له ضربولو څخه په يو مشخص او ثابت عدد کې حاصل شي او n-ام حد يې عبارت دی له aq^{n-1} څخه.

تاسو پوهېږئ چې په عمومي ډول يو هندسي رديف د لاندې شکل لرونکی دی:

$$a\ ,\ a\cdot q\ ,\ a\cdot q^2\ ,\ a\cdot q^3\ ,\ \ldots\ ,\ aq^{n-1}$$

q مشترک نسبت بلل کېږي.

همدارنګه که چیرې څوک وپوښتي که b, a او c يو هندسي رديف جوړ کړي، د هغو ترمنځ به څه ډول رابطه شتوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

ولري.(q د هغو مشترک نسبت دی)

$$b = aq \qquad c = bq = (aq)\cdot q = aq^2$$

$$b^2 = a^2 \cdot q^2 \;\Rightarrow\; b^2 = a\cdot a\cdot q^2 \;\Rightarrow\; b^2 = a\cdot c \;,\; aq^2 = c \;\Rightarrow\; b^2 = ac$$

يعنې b د a او c وسطي حد دی.

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 132 مخ د لومړی او دويمې پوښتنې حل.

1. د هندسي ترادف 5 حدونه داسې وليکئ چې لومړی حد يې 5 او اخيري حد يې $\frac{5}{16}$ وي.

حل

$$\left.\begin{array}{l} a = 5 \\ n = 5 \\ a_n = \frac{5}{16} \\ q = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_n = a\cdot q^{n-1} \;\Rightarrow\; \frac{5}{16} = 5\cdot q^{5-1} \\ \frac{5}{16} = 5\cdot q^4 \;\Rightarrow\; q^4 = \frac{5}{16\cdot 5} = \frac{5}{80} \\ \sqrt[4]{q^4} = \sqrt[4]{\frac{5}{80}} \;\Rightarrow\; q \approx \frac{1.5}{3} \approx \frac{1}{2} \end{array}$$

$$5\;,\; 5(\tfrac{1}{2})\;,\; 5(\tfrac{1}{2})^2\;,\; 5(\tfrac{1}{2})^3\;,\; 5(\tfrac{1}{2})^4$$

ترادف عبارت دی له:

$$5\;,\;\frac{5}{2}\;,\;\frac{5}{4}\;,\;\frac{5}{8}\;,\;\frac{5}{16}$$

2. له لاندې ترادفونو څخه کوم يو يې هندسي ترادف دی؟

$a)\;\; \frac{2}{3}\;,\; -\frac{2}{3}\;,\; \frac{2}{3}\;,\; -\frac{2}{3}\;,\; \ldots$

$b)\;\; -4, -2, 0, 2, 4, \ldots$

حل a) که چيرې د دواړو ترادفونو د هر دوو پرله پسې حدونو ګډ نسبت ثابت عدد وي؛ نو نوموړي ترادفونه هندسي ترادفونه کيدای شي.

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}(\frac{3}{2}) = -1$$

$$q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}(-\frac{3}{2}) = -1 \;\Rightarrow\; q = \frac{a_4}{a_3} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}(\frac{3}{2}) = -1$$

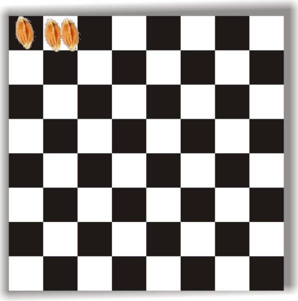
د a جزء يو هندسي ترادف دی.

حل b)

$$q = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \qquad , \qquad q = \frac{0}{-2} = 0 \qquad , \qquad q = \frac{4}{2} = 2$$

له ګډ نسبت څخه موږ لرو چې د b جزء ترادف، هندسي ترادف نه دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

په هندسي ترادف کې د n – ام حد پیدا کول او د هندسي ترادف وسطي حد

د درسي کتاب (130) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • په هندسي ترادف کې د n – ام حد او وسطي حد په مفهومونو پوه شي. • په هندسي ترادف کې د n – ام حد او وسطي حد تشخیص او پوښتنې حل کړای شي. • د پورتنیو مفهومونو په پوهېدو سره خوښ او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ....
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد....
4- **د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راواړوي: • په یوه هندسي ترادف کې a څه شی ښیي؟ • په یوه هندسي ترادف کې q څه شی ښیي؟ • په یوه هندسي ترادف کې a_n څه شی ښیي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده کوونکو څخه واورئ له هغه پرته تاسو هر یو وروپېژنئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

زده کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ او د هندسي ترادف لاندې حدونه پر تختې ولیکئ:

$$a \ , \ a\cdot q \ , \ a\cdot q^2 \ , \ a\cdot q^3 \ , \ a\cdot q^4 \ , \ \ldots$$

ورته وواياست په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته د پورتني هندسي ترادف n – ام حد پیدا کړئ، همدارنګه د دوو پرلهپسې حدونو له وېشلو څخه د (q) ګډ نسبت په لاس راوړئ، بیا د دوو ډلو استازی راځي او خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته تشریح کوي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې تاسو د عمومي نظر په اچولو سره n – ام حد یعنې $a_n = a\cdot q^{n-1}$ د پیداکولو طریقه توضیح او معلومات ورکړئ، ترڅو زده کوونکي د هغه په مفهوم لا ښه پوه شي.

بیا دوه داوطلب زده کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل او تشریح کړي نور زده کوونکي د کتاب له لېدلو پرته په خپلو کتابچو کې حل او خپل حلونه دې له تختې سره پرتله کړي.

په همدې ډول زده کوونکو ته وواياست که چیرې M د یو تناسب طرفین a او b وسطین وي، په څه ډول کولای شو د M قیمت د a او b حقیقي مثبتو عددونو په واسطه پیداکړو په خپلو ډلو کې دې کار وکړي، چې د M قیمت د a او b له جنسه پیدا کړي. زده کوونکي په خپلو ډلو کې کار کوي او بیا د دریو ډلو استازي خپل فعالیت نورو ته تشریح کوي د ستونزو په صورت کې دې مرسته او لارښوونه وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې تاسو د تناسب په جوړلو سره د $M=\sqrt{a\cdot b}$ رابطه تشریح او معلومات ورکړئ همدارنګه ورته و وایاست که چیرې د هندسي ترادف درې پرله پسې حدونه؛ لکه: a_{n-1}, a_n او a_{n+1} ولرو په دې صورت کې لیکلای شو چې:

$$q=\frac{a_n}{a_{n-1}} \ \dots \ \mathrm{I}$$

همدارنګه:

$$q=\frac{a_{n+1}}{a_n} \ \dots \ \mathrm{II}$$

د I او II له پرتلې لیکو:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n} \ \Rightarrow \ a_n^2=(a_{n+1})(a_{n-1}) \ \Rightarrow \ a_n=\sqrt{(a_{n+1})(a_{n-1})}$$

پورتنی دواړه رابطې د یو هندسي ترادف د وسطي حد د پیداکولو طریقه ده. په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې د کتاب د 131 مخ دریم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم دا مثال د کتاب له لېدلو پرته حل، او حلونه دې له تختې سره پرتله کړي، تېروتنې دې وپوښتي او اصلاح دې کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره د کتاب 131 مخ څلورم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته و وایاست چې د کتاب له لېدو پرته یې په انفرادي توګه په خپلو کتابچو کې حل کړي، بیا یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې پرتخته یې حل کړي که چیرې تېروتنه کوي، مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د کتاب 131 مخ وروستی فعالیت دې له مثال سره ورکړي چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، د کار څارنه وکړئ، که چیرې کوم زده‌کوونکی پوښتنه کوي، ښوونکی دې مرسته وکړي. په پای کې دې دوه زده‌کوونکي په وارسره راوغوښتل شي چې پر تخته یې حل کړي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د درسي کتاب د 131 مخ فعالیت په لاندې توګه سرته ورسوی:

$$a \ , \ a\cdot q \ , \ a\cdot q^2 \ , \ a\cdot q^3 \ , \ a\cdot q^4 \ , \ \dots$$

$$a_n=a\cdot q^{n-1}$$

$$\frac{a_n}{a}=q^{n-1}$$

$$\sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a}}=q$$

په همدې ډول که چیرې درې پرله پسې حدونه a_{n-1}, a_n, a_{n+1} ولرو؛ نو q په لاندې ډول هم په لاس راځي:

$$q=\frac{a_n}{a_{n-1}} \ , \ \ q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$$

په دې ځای a_{n-1} د a_n مخکینی حد او همدارنګه a_n د a_{n+1} مخکینی حد دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 132 مخ د دریمې، څلورمې او پنځمې پوښتنې حل.

3- د $5, \frac{5}{2}, \frac{5}{8}, \ldots$ هندسي ترادف دولسم حد پیدا کړئ.

حل

$$a = 5$$
$$n = 12$$
$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{5}{2}}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$
$$a_{12} = a_1 \cdot q^{12-1} = 5 \cdot (\frac{1}{2})^{11} = 5(\frac{1}{2})^{11} = \frac{5}{2048}$$

4- د $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$ هندسي وسط په لاس راوړي.

حل

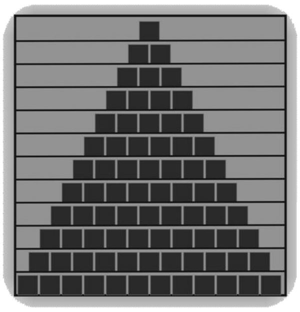
$$M = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3})^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

5- د $27, ?, ?, ?, \frac{1}{3}$ حدونو تر منځ درې هندسي وسطونه په لاس راوړئ.

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = \frac{1}{3} \\ n = 5 \\ a_5 = 27 \\ q = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} = a_1 q^4 \\ 27 = \frac{1}{3} \cdot q^4 \\ 81 = q^4 \Rightarrow \sqrt[4]{81} = \sqrt{q^4} \Rightarrow q = 3 \end{array}$$

$$a_1 = \frac{1}{3}$$
$$a_2 = a_1 \cdot q = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$
$$a_3 = a_1 \cdot q^2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$$
$$a_4 = a_1 q^3 = \frac{1}{3}(3^3) = \frac{1}{3} \cdot 27 = 9$$
$$a_5 = a_1 \cdot q^4 = \frac{1}{3} \cdot 3^4 = \frac{1}{3} \cdot 81 = 27$$
$$\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, \ldots$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شلورم څپرکی: ترادفونه

د ترادفونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (133) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د ترادفونو د قسمي مجموعې په مفهوم پوه شي. • د ترادفونو د قسمي مجموعې پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د پورته پوهې اخېستلو او مهارت په سرته رسولو سره خوښی ښکاره کوي او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي موضوع ته راوګرزوئ او وپوښتئ: • یوه زده‌کوونکي ته وواياست چې له پورته څخه کښته خوا ته د الماری د لسم کتار د قوطیو شمېر څو دي؟ • زده‌کوونکي هغه شمېرې، د قوطیو له شمېرلو وروسته ځواب وايي. • په همدې ډول زده‌کوونکو ته وواياست تاسو هر یو په الماری کې د ټولو قوطیو شمېر پیدا کړئ. زده‌کوونکي شمېرې، هر یو په وار سره خپل ځواب وايي، وګورئ چې ځوابونه یې سم دي او که نه؟ په پای کې سم ځواب پر تخته ولیکئ او بیا د لوست بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی او ورته وواياست چې دکتاب د 133 مخ فعالیت له خبرو او بحث وروسته په خپلو ډلو کې سرته ورسوي، بیا د هرې ډلې استازی راځي د خپلې ډلې کار نورو ته توضیح کوي، ښایي چې د لومړی او دویمې پوښتنو ځوابونه د هغوی لپاره اسانه وي، خو د $n-$ ام حد د جمعې حاصل پیداکول به ورته ستونزمن کار وي، تاسو ورته وواياست چې حقیقتاً د یو ترادف د زیاتو یاد بې نهایت د حدونو د جمعې حاصل پیداکول ستونزمن کار دی؛ خو په عمومي ډول د $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ ترادف د n لومړیو حدونو د جمعې حاصل داسې لیکو:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې په پورته افاده کې $\sum$ سېګما د يوې مجموعې په توګه د محاسبې د اسانتيا او لنډولو لپاره په کار وړل شوې ده او i د هغه د انډکس په نامه يادېږي چې i له يو څخه تر n پورې قيمتونه اخېستلای شي، يوازې i د انډکس په توګه نه استعمالېږي بلکې نور توري هم په کار وړي، خو i, n, k ډېر د پام وړ او معمول دي؛ لکه: $\sum_{i=1}^{n} 2i, \sum_{k=1}^{n} 2k$ او $\sum_{j=1}^{n} 2j$ هر يو يې له 1 څخه تر n پورې قيمت اخلي او جمع کېږي، لکه:

$$\sum_{j=1}^{n} 2j = 2\cdot1 + 2\cdot2 + 2\cdot3 + \ ... \ + 2n = 2 + 4 + 6 + \ ... \ + 2n$$

همدارنګه د لومړی مثال $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{10}$ په غزېدلي شکل د جمعې حاصل پيدا او حل کړی. چې د موضوع پر مفهوم ښه پوه شي، د مثال له حل وروسته د دويم مثال دواړه اجزاوې پر تخته وليکئ او دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې يو يې د a جزء او بل يې د b جزء پر تخته حل کړي. نور زده‌کوونکي دې همدا مثال د کتاب له لېدلو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې زده‌کوونکي خپل حل د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې سموي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره د کتاب 134 مخ دويم او څلورم مثالونه زده‌کوونکو ته ورکړئ چې د کتاب له لېدو پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړي، بيا دوه داوطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړئ چې پر تخته يې حل او توضيح يې کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ډاډمن شي چې ايا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

- په عمومي ډول د ترادف n لومړيو حدونو د جمعې د حاصل په ډول ليکلای شو: $\sum_{i=1}^{n} ai$
- په $\sum_{i=1}^{n} ai$ کې (i) د څه په نامه يادېږي؟
- په پورته افاده کې i کوم قيمتونه اخېستلای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د پوښتنو په صورت کې زده‌کوونکو ته ويلای شي، کولای شو د n متحول په تعويض سره د L له جنس چې وروستی حد دی، د جُفتو عددونو د ترادفونو قسمي مجموعه په لاس راوړو، د جفت عددونو لپاره $a = 2$ او $d = 2$ دي، اوس د L وروستی حد فارمول په پام کې نيولو سره د n قيمت په لاس راوړو:

$$L = a + (n-1)\cdot d \ \Rightarrow \ 2 + (n-1)\cdot 2 = 2 + 2n - 2$$
$$L = 2n \ \Rightarrow \ n = \frac{L}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس $S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ په عمومي فورمول کې د n پر ځای $\frac{L}{2}$ لیکو:

$$S=\frac{\frac{L}{2}}{2}\left[2a+(\frac{L}{2}-1)\cdot d\right] \Rightarrow \frac{\frac{L}{2}}{2}\left[2a+(\frac{L-2}{2})2\right]$$

$$S=\frac{L}{4}(2a+l-2)=\frac{2aL+L^2-2L}{4}$$

$$S=\frac{2L(a-1)+L^2}{4}=\frac{2l(2-1)+L^2}{4}=\frac{2l+l^2}{4}=\frac{l(l+2)}{4}$$

د دو و قوسونو په شکل داسې لیکلای شو:

$$S=\frac{(L+a)(l-a+2)}{4}$$

اوس غواړو چې د ... $1,3,5,7,9,$ طاق عددونو لپاره هم د L له جنس فورمول لاس ته راوړو، چې $a=1$ او $d=2$ کېږي، لرو چې:

$$L=a+(n-1)d$$

$$L=1+(n-1)\cdot 2=1+2n-2=2n-1 \Rightarrow L+1=2n \Rightarrow \boxed{n=\frac{L+1}{2}}$$

$$S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]=\frac{1}{2}\cdot\frac{L+1}{2}\left[2a+(\frac{L+1}{2}-1)\cdot 2\right]$$

$$S=\frac{L+1}{4}\left[2a+\frac{L+1-2}{2}\cdot 2\right]=\frac{L+1}{4}(2a+L-1)=\frac{(L+a)(2\cdot a+l-1)}{4}=\frac{(L+a)(2\cdot 1-L-1)}{4}$$

$$S=\frac{(L+a)(l+1)}{4}=\frac{(L+a)(L+a-1+1)}{4}=\frac{(l+a)(l-1+2)}{4}$$

$$S=\frac{(l+a)(l-a+2)}{4}$$

په دریم حالت کې غواړو له وروستي حد څخه په کار اخیستنې د مسلسلو عددونو لپاره فورمول په لاس راوړو؛ یعنې د ... $1,2,3,4,5,6,$ په پام کې نیسو، مونږ لرو چې: $a=1$ او $d=1$ دی.

$$L=a+(n-1)\cdot d=1+(n-1)\cdot 1=1+n-1$$

$$L=n$$

اوس په $S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)\cdot d]$ په فارمول کې د n پر ځای L ږدو:

$$S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)\cdot d]=\frac{l}{2}[2a+(L-1)\cdot 1]$$

$$S=\frac{l}{2}(2a+L-1)=\frac{l}{2}(2\cdot 1+L-1)=\frac{L}{2}(l+1)$$

$$S=\frac{L(L+1)}{2} \quad \text{یا} \quad S=\frac{(L+1)(L-1+1)}{2}$$

$$S=\frac{(L+1)(L-a+1)}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 136 مخ د پوښتنو حل.

1. لاندې مجموعې حساب کړئ.

$a)\ \sum_{i=1}^{6}\sqrt{i}$ $\quad b)\ 3\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{i+1}$ $\quad c)\ \sum_{k=1}^{3}(4k^2-3k)$

حل

$$a)\ \sum_{i=1}^{6}\sqrt{i}=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{5}+\sqrt{6}=3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}$$
$$=3+1.4+1.73+2.23+2.44=10.81$$

$$b)\ 3\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{i+1}=3(\frac{1}{1+1}+\frac{1}{2+1}+\frac{1}{3+1}+\frac{1}{4+1}+\frac{1}{5+1}+\frac{1}{6+1})=3(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7})$$
$$=3(\frac{420+280+210+168+140+120}{840})=3(\frac{1338}{840})=\frac{4041}{840}=4.77$$

$$c)\ \sum_{k=1}^{3}(4k^2-3k)=(4\cdot1^2-3\cdot1)+(4\cdot2^2-3\cdot2)+(4\cdot3^2-3\cdot3)=(4-3)+(16-6)+(36-9)$$
$$=1+10+27=38$$

2. لاندې مجموعې د $\sum$ په شکل کې ولیکئ.

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\ldots+\frac{19}{20}$

$b)\ 1+4+9+\ldots+n^2$

$c)\ 1+3+5+7+\ldots+(2n-1)$

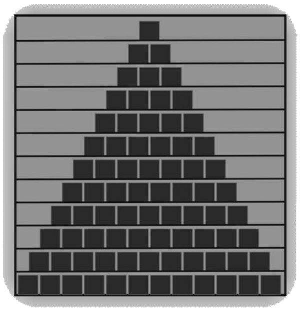
حل

$$a)\ \frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\ldots+\frac{19}{20}=\sum_{k=2}^{20}\frac{k-1}{k}$$

$$b)\ 1+4+9+\ldots+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2$$

$$c)\ 1+3+5+7+\ldots+(2n-1)=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

د ترادفونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (133) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د یوه ترادف د قسمتي حدونو د جمعې حاصل په مفهوم پوه شي. • د یوه ترادف د قسمي حدونو د جمعې حاصل پوښتنې حل کړای شي. • د ترادفونو قسمي مجموعې او ټولو حدونو مجموعې توپیر وکړای شي. • د پورته دوارو مجموع له توپیر پیدا کولو سره په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	انفرادي، تشریحي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام بیا یو ځلې ورودي موضوع ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • له یوه زده‌کوونکي څخه پوښتنه وکړئ د اتم کتار د قوطیو شمېر څو دي؟ • ایا کولای شئ د قوطیو د ټولو کتارونو له مخې د هغه ترادف ولیکئ؟ ښایي چې زده‌کوونکي د تېر لوست په پوهېدو ځوابونه ووایي او که ستونزه ولري، تاسو مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو پام موضوع ته راوګرزوئ او وواياست، تراوسه مو یوازې د یوه ترادف n حدونو د جمعې حاصل ترلاسه کړ، که وغواړو د $\{a_n\}_{n\in N}$ د ټولو حدونو د جمعې حاصل پیدا کړو، ایا د حدونو د جمعې حاصل د افادې په ډول ورته لیکلای شو؟

که چیرې زده‌کوونکي ځواب ووايي ښه به وي، له هغه پرته يې تاسو يې داسې ولیکئ:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ \dots \ + a_n + \ \dots \ = \sum_{i=1}^{\infty} a_i$$

په دې صورت کې i ټول طبیعي عددونه اخیستلای شي چې $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ د بې‌نهایت سلسلې یا(Series) په نامه یادېږي.

کولای شو په ریاضي کې د عددونو د بې‌نهایت شمېر جمع کول د ریاضي د ځینو قاعدو په کارولو سره د یوې سلسلې د n لومړیو عناصرو مجموعه پیدا کړو؛ لکه:

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ \dots \ + a_n + \ \dots$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې د نوموړي سلسلې د n حدونو د قسمي مجموعې په نامه يادېږي، پيدا کړو که هغه په S_n سره وښيو داسې ليکو:

$$S_1 = a_1$$
$$S_2 = a_1 + a_2$$
$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ ...\ + a_n = \sum_{i=1}^{\infty} a_i$$

بيا يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې دکتاب 135 مخ مثال پر تختې حل کړي، د لوست په پای کې د سلسلو درې واړه خاصيتونه چې دکتاب 136 مخ کې دي، درې زده‌کوونکي دې په وار سره تشريح کړي، د ستونزو په صورت مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره په لاندې ډول پوښتنې زده‌کوونکوی ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې کار ورباندې وکړي.

د $1 + 2 + 3 + \ ...\ ...\ + n + \ ...$ سلسلې S_5 او S_{10} محاسبه کړي.

زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې کار کوي، بيا دې يو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی پوښتنه پر تخته حل کړي، که چيرې کوم زده‌کوونکي تېروتنه کړي وي اصلاح دې کړي.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ډاډمن شي ايا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی دی او که نه؟ نو د لاندې پوښتنو په کولو سره دې وازمويي:

- $\sum_{i=1}^{n} a_i$ ، i د څه په نامه او کوم قيمتونه اخېستلای شي؟
- $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ، k د څه په نامه او کوم قيمتونه اخېستلای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی که چيرې په يوه ترادف کې وروستی حد وپېژنو، د جُفتو او طاقو عددونو مجموعه د وروستی حد له جنسه هم په لاس راوړلای شو، L وروستی حد، d ګډ توپير دی، غواړو چې د ترادف د مجموعې فورمول د L له جنس پيدا کړو، اوس د n قيمت پيدا کوو:

$$L = a + (n-1) \cdot d$$

$$L - a = nd - d \quad \Rightarrow L - a + d = nd \quad \Rightarrow n = \frac{L - a + d}{d}$$

څرنګه چې په جُفتو عددونو کې $a = 2$ او $d = 2$ کېږي؛ نو لرو:

$$n = \frac{L - 2 + 2}{2} \quad \Rightarrow n = \frac{L}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د $S=n(n+1)$ په فورمول کې د n په ځای $\frac{1}{2}L$ ږدو: $S=\frac{L^2-2L}{4} \Rightarrow S=\frac{1}{2}L(\frac{1}{2}L+1)=\frac{1}{4}L^2-\frac{1}{2}L$

پوهېږو چې $d=2$ ده: $S=\frac{l^2+2l}{2\cdot d} \Rightarrow S=\frac{L^2+2L}{2\cdot 2}$

همدارنګه په طاقو عددونو د $1,3,5,7,9,\ \ldots$ کې $a=1$ او $d=2$ ده موږ لرو چې:

$$L=a+(n-1)\cdot d \Rightarrow L=1+2n-2 \quad \text{يا} \quad L=2n-1 \Rightarrow L+1=2n \Rightarrow \boxed{n=\frac{L+1}{2}}$$

اوس د $S=n^2$ په فورمول کې د n پر ځای $\frac{L+1}{2}$ لیکو: $S=(\frac{L+1}{2})^2$ يا $(\frac{L+a}{2})^2$

پوهېږو چې $d=2$ ده؛ نو: $S=(\frac{L+a}{d})^d$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د درسي کتاب د 136 مخ د دریمې پوښتنې حل.

3. لاندې قسمي مجموعې په لاس راوړئ.

$$a)\ \sum_{i=4}^{n} i(i+2) \qquad b)\ \sum_{i=1}^{n}(3i-2) \qquad c)\ \sum_{i=1}^{n}(2+5i)$$

حل

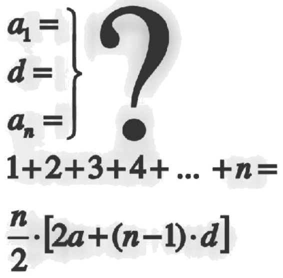
$$a)\ \sum_{i=4}^{n} i(i+2)=4(4+2)+5(5+2)+6(6+2)+\ \ldots\ +n(n+2)=4\cdot 6+5\cdot 7+6\cdot 8+\ \ldots\ +n(n+2)$$

$$=24+35+48+\ \ldots\ +n(n+2)$$

$$b)\ \sum_{i=1}^{n}(3i-2)=(3\cdot 1-2)+(3\cdot 2-2)+\ \ldots\ +(3n-2)=1+4+7+\ \ldots\ +(3n-2)$$

$$c)\ \sum_{i=1}^{n}(2+5i)=(2+5\cdot 1)+(2+5\cdot 2)+(2+5\cdot 3)+\ \ldots\ +(2+5n)=7+12+17+\ \ldots\ +(2+5n)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم څپرکی: ترادفونه

د حسابي ترادف د n لومړيو حدونو قسمي مجموعه

د درسي کتاب (137) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د حسابي ترادف د حدونو د مجموعې يا حسابي سلسلې په مفهوم پوه شي. • د حسابي سلسلې اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د حسابي سلسلې د مفهوم په پوهېدو او د هغو د پوښتنو په حلولو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهييز، انفرادي، پوښتنه او ځواب . . . .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد. . .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوي او پوښتي: • په کتاب کې د $a_n = ?, d = ?, a = ?$ هر يو څه شی افاده کوي؟ • د $1+2+3+4+ \dots +n$ افاده کومه مجموعه ښيي؟ • که چيرې $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ يو ترادف وي، ايا $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ د پورته ترادف قسمي مجموع کېدای شي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو يې تشريح کړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ چې دکتاب(137) مخ د حدونو د جمعې لپاره عمومي فورمول په خپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته ثبوت کړي او بيا دې د يوې ډلې داوطلب استازی هغه پر تخته ثبوت کړي، که چيرې نوموړی زده‌کوونکی تېروتنه کوي د بلې ډلې په واسطه دې اصلاح شي.

له ډلهييز فعاليت وروسته تاسو د فارمول له مخې د حسابي سلسلې تعريف وکړئ، چې زده‌کوونکي د حسابي سلسلې په مفهوم ښه پوه شي.

بيا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې يو يې لومړی مثال او بل يې دويم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي دکتاب له حل څخه ګټه وانه خلي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په همدې ډول د کتاب د 139 مخ لومړی فعالیت زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې کار وربانـدې وکـړي چې د طبیعي پرله پسې عددونو د جمعې د حاصل؛ یعنې د $S=\frac{n}{2}(n+1)$ فارمول په لاس راوړي، که زده‌کوونکي ستونزې ولـري تاسو یې داسې ثبوت کړئ، په طبیعي پرله پسې عددونو کې $a=1$ او $d=1$ په پام کې ونیسئ د $S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ په فورمول کې محاسبه سرته ورسوئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لانبه تحکیم لپاره د کتاب 139 مخ کې د طبیعي جُفت پرله پسې عددونو د جمعې پـه اړونـد مثـال او همدارنګه دریم مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې د کتـاب لـه لیـدو پرتـه حـل کـړي، بیـا دې یـو داوطلب زده‌کونکی هغه پر تخته حل کړي او نـور زده‌کـوونکي دې خپـل حلونـه ورسـره پرتلـه کـړي. د سـتونزو پـه صـورت کـې مرسـته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست زده‌کړې دی او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښـتنو په واسطه وازمویي:

- خوک کولای شي د طبیعي طاقو پرله پسې عددونو د جمعې د حاصل فورمول پر تخته ولیکي؟
- په لاندې افادو کې کومه یوه حسابي سلسله او کومه یوه یې حسابي ترادف ده:

$a_1, a_2, a_3, \ \dots \ , a_n$

$a_1+a_2+a_3+ \ \dots \ +a_n$

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د حسابي ردیف د n لومړیو حدونو د قسمي مجموعې لپاره لاندې دوه فورمولونه پیدا شول:

$$S_n=\frac{n(a+a_n)}{2} \ \dots \ (I) \qquad S_n\frac{n[2a+(n-1)d]}{2} \ \dots \ (II)$$

له I فورمول څخه هغه وخت کار اخیستل کیږي چې لومړی حد، n-ام حد او د حدونو شمیر یې معلوم وي.

او له (II) فورمول څخه هغه وخت کار اخیستل کیږي چې لومړی حد، ګډ توپیر او د حـدونو شـمیر معلـوم وي؛ لکـه لانـدې مثالونه:

1) د $2,5,8, \ \dots$ په حسابي ردیف کې د 8 حدونو مجموعه پیدا کړئ:

په نوموړي ردیف کې $n=8$ ، $d=5-2=3$ ، $a=2$ نو د (2) فورمول په‌کار اخیستنې سره لیکو:

$$S_8=\frac{8[(2\cdot2+(8-1)\cdot3]}{2}=\frac{8[4+(7)\cdot3]}{2}=\frac{8\cdot(4+21)}{2}=\frac{8\cdot25}{2}$$

$$S_8=\frac{200}{2}=100$$

2) د $21,17,13,9,5$ حسابي ردیف مجموع پیدا کړئ.

په لومړی ردیف کې $a=21, a_n=5, n=5$ لرو؛ نو د (1) فورمول په کار اخیستنې سره لیکو:

$$S_5=\frac{5(21+5)}{2}=\frac{5(26)}{2}=\frac{130}{2} \ \Rightarrow \ S_5=65$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 140 مخ د پوښتنو حل.

1. د لاندې حسابي ترادفونو لسم او n – ام حدونه پیدا او همدرانګه د نومړو ترادفونو د لسو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

$i)\ \ 2,0,-2,-4,\ \ldots$
$ii)\ 1,5,9,13,\ \ldots$
$iii)\ -2,-1,0,1,2,\ \ldots$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ n = 10 \\ d = -2 \\ a_{10} = ? \end{cases}$$

حل $i)$

$$a_{10} = a_1 + (n-1)d = 2 + (10-1)(-2) = 2 + 9(-2) = 2 - 18 = -16$$
$$S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 2 + (10-1)(-2)]$$
$$S_{10} = 5[4 + 9(-2)] = 5(4-18) = 5(-14) = -70$$

حل $ii)$

$$\left.\begin{aligned} a &= 1 \\ d &= 4 \\ n &= 10 \\ a_{10} &= ? \\ S_{10} &= ? \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &a_{10} = 1 + (10-14)4 = 1 + 9\cdot 4 = (1+36) = 37 \\ &a_n = a + (n-1)d = 1 + (n-1)4 = 1 + 4n - 4 = 4n - 3 \\ &S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 1 + (10-1)4] = 5[2 + 9\cdot(4)] = 5(2+36) \\ &S_{10} = 5\cdot 38 = 190 \end{aligned}$$

حل $iii)$

$$\left.\begin{aligned} a &= -2 \\ d &= 1 \\ n &= 10 \\ a_{10} &= ? \\ S_{10} &= ? \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &a_{10} = a + (n-1)d = -2 + (10-1)\cdot 1 = -2 + 9\cdot 1 = -2 + 9 = 7 \\ &a_n = a + (n-1)d = -2 + (n-1)\cdot 1 = -2 + n - 1 = n - 3 \\ &S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2(-2) + (10-1)\cdot 1] = 5[-4 + 9] = 5\cdot 5 = 25 \end{aligned}$$

2. که یو ترادف د ... $2,5,8,11,$ په ډول راکړل شوی وي. د لاندې مجموعو قیمتونه حساب کړئ.

$a)\ \ S_8 = ?$ $\qquad\qquad b)\ \ S_{10} = ?$

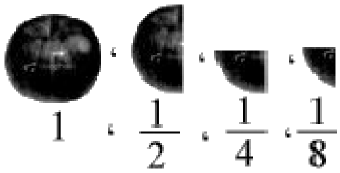
حل $a)$

$$\left.\begin{aligned} a &= 2 \\ d &= 3 \\ n &= 8 \\ S_8 &= ? \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &S_8 = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{8}{2}[2\cdot 2 + (8-1)\cdot 3] = 4(4 + 7\cdot 3) = 4(4+21) \\ &S_8 = 4\cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

حل $b)$

$$\left.\begin{aligned} a &= 2 \\ d &= 3 \\ n &= 10 \\ S_{10} &= ? \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &S_{10} = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{10}{2}[2\cdot 2 + (10-1)\cdot 3] = 5(4 + 9\cdot 3) = 5(4+27) \\ &S_{10} = 5\cdot 31 = 155 \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شلورم څپرکی: ترادفونه

د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل

د درسي کتاب (141) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هندسي ترادف د جمعې حاصل یا هندسي سلسلې په مفهوم پوه شي. • د هندسي سلسلې اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د هندسي سلسلې په پوهېدو او د هغو د پوښتنو په حللو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي کار، تشریحي، پوښتنه او ځواب ... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرزوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي دوه نیمایي($\frac{1}{2},\frac{1}{2}$) څو کېږي؟ • څوک ویلای شي $\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4}$ او $\frac{1}{4}$ څو کېږي؟ • څوک ویلای شي $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}$ او $\frac{1}{16}$ څو کېږي؟ • ایا ویلای شئ چې په وروستی افاده کې هر یو حد له بل حد څخه څه ډول لاس ته راځي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته وواياست په هره پوښتنه کې ټول حدونه سره جمع کوو، خو په وروستی افاده کې هر حد په $\frac{1}{2}$ کې ضرب او وروستی حد لاسته راغلی دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته ووایاست چې د کتاب 141 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي او په پای کې د هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل یا د هندسي سلسلې فورمول په لاس راوړي. بیا د دوو ډلو استازي راځي او خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کوي که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، هغه د بلې ډلې په واسطه د دوستی په فضا کې اصلاح کړئ. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او بیا تاسو همدا فعالیت په بشپړ توګه ورته تشریح او توضیح کړئ د ټولو مراحلو په پام کې نیولو سره د $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$ عمومي فارمول په داسې حال کې چې $q \neq 1$ وي، په لاس راوړی او د زده‌کوونکو پوښتنو ته ځوابونه ووایاست.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیا دوه داو طلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې په عین وخت کې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي او بیا دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي، د اړتیا په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکو د لوست د لاښه تحکیم او زده‌کړې لپاره زده‌کوونکو ته په لاندې ډول پوښتنه ورکړی چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي:

- که په یوې هندسي سلسلې کې $a_1 = 3$ او $q = 2$ وي، په دې صورت کې S_6 پیدا کړئ.

ښاغلی ښوونکی د کار څارنه کوي او په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دې پوښتنه پر تخته حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د لوست له زده‌کړې څخه ځان ډاډمن کړي؛ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په واسطه وازمويي:

1- په هندسي سلسله د $S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ کې وواياست:

- a_1 څه شي ښيي؟
- q څه شي ښيي ؟
- S_n څه شي ښيي ؟

2- د $2, 6, 18, 54$ ... په ترادف کې د 10 حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ.

کوښښ وکړئ چې زده‌کوونکي هر یو یې په خپلو کتابچو کې حل کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د $S_n = \dfrac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ فورمول د یوه هندسي ترادف د n حدونو د جمعې حاصل ښیي، د نوموړي فورمول تطبیقول په پوښتنو کې په لاندې ډول کېدای شي:

1) د $3, 6, 12,$ ... په هندسي تصاعد کې د لس لومړیو حدونو د جمعې حاصل پیدا کړئ.

په دې تصاعد کې $a = 3$, $q = \dfrac{6}{3} = 2$ او $n = 10$ دي.

$$S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3(1024 - 1)}{1} = 3 \cdot 1023 = 3069$$

2) که چیرې په یو هندسي تصاعد کې لومړی حد 2، ګډ نسبت یې (-2) وي، د څو حدونو د جمعې حاصل یې 22 کېږي؟

$$a = 2 \quad , \quad q = -2 \quad , \quad S_n = 22 \quad , \quad n = ?$$

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{2\left[(-2)^n - 1\right]}{-2 - 1} = 22$$

مساوات دواړه خواوې په $\dfrac{1}{2}$ کې ضربوو:

$$\Rightarrow \left\{\frac{2\left[(-2)^n - 1\right]}{-3}\right\}\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \frac{(-2)^n - 1}{-3} = 11 \;\Rightarrow\; (-2)^n - 1 = -33$$

$$\Rightarrow (-2)^n = -33 + 1 \;\Rightarrow\; (-2)^n = -32 \;\Rightarrow\; (-2)^n = (-2)^5 \;\Rightarrow\; \boxed{n = 5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د درسي کتاب د 142 مخ د پوښتنو حل.

1. په ... $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9},$ هندسي ترادف کې د 10 جملو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

حل

$$a = 2,\quad q = \frac{1}{3},\quad n = 10,\quad S_{10} = ?$$

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_{10} = \frac{2(1-\frac{1}{3})^{10}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{2\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{\frac{3-1}{3}} = \frac{2\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{\frac{2}{3}} = \frac{2\cdot 3\left[-(\frac{1}{3})^{10}\right]}{2} = 3\cdot\left[1-(\frac{1}{3})^{10}\right]$$

$$S_{10} = 3 - 3\cdot 3^{-10} = 3 - 3^{-9} = 3 - \frac{1}{3^9} = 3 - \frac{1}{19683} = \frac{3\cdot 19683 - 1}{19683}$$

$$S_{10} = \frac{59049}{19683} = 3$$

2. د $384,\ \ldots\ ,3,6,12,$ په هندسي ترادف کې د حدونو شمېر او مجموعه پیدا کړئ.

حل

$$a = 3,\quad q = 2,\quad a_n = 384,\quad n = ?,\quad S_n = ?$$

$$a_n = a\cdot q^{n-1} \Rightarrow 384 = 3\cdot 2^{n-1}\ /\div 3 \Rightarrow 2^{n-1} = 128 \Rightarrow 2^n\cdot 2^{-1} = 128$$

$$\Rightarrow \frac{2^n}{2} = 128 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow 2^n = 2^8 \Rightarrow \boxed{n = 8}$$

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_8 = \frac{3(1-2^8)}{1-2} = \frac{3(1-256)}{-1} = \frac{3(-255)}{-1} \Rightarrow \boxed{S_8 = 765}$$

3. د $4,12,36,\ \ldots$ په ترادف کې د څو جملو د جمعې حاصل 484 کېږي، د n – ام حد قیمت پیدا کړئ.

حل

$$a = 4,\quad q = 3,\quad S_n = 484,\quad n = ?,\quad a_n = ?$$

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{4(1-3^n)}{1-3} = 484 \quad \text{یا} \quad \frac{4(3^n-1)}{3-1} = 484$$

$$= \frac{4\cdot(3^n-1)}{2}\cdot 2 = 484/\cdot 2 \Rightarrow 4\cdot(3^n-1) = 968 \Rightarrow 4\cdot 3^n - 4 = 968$$

$$4\cdot 3^n = 968 + 4 \Rightarrow 4\cdot 3^n = 972/\div 4$$

$$3^n = 243 \Rightarrow 3^n = 3^5 \Rightarrow \boxed{n = 5}$$

$$a_n = a\cdot q^{n-1} = 4\cdot 3^{5-1} = 4\cdot 3^4 = 4\cdot 81 = 324$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی: ترادفونه

$$S_\infty = \frac{a}{1-q}\ ,\ |q|<1$$

لایتناهي هندسي سلسلې

د درسي کتاب (143) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د هندسي سلسلې د متباعد او متقارب سلسلو په مفهوم پوه شي. • متباعد او متقارب سلسلې تشخیص او یو له بله یې توپیر وکړای شي. • د متباعد او متقاربو سلسلو په پوهېدو سره خوبني ښکاره او په ځان باور پیداکوي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب ....
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد....
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرزوئ: • که یو ترادف په ترتیب حد په حد کوچنی شي څه ډول ترادف بلل کېږي؟ • که یو ترادف په ترتیب حد په حد لوی شي څه ډول ترادف بلل کېږي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه واورئ له هغه پرته تاسو ځوابونه وواياست(یعنې لومړی یې متقارب او دویم یې متباعد دی)

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ او داسې پوښتنه وکړئ که $q=\frac{1}{2}, a=3$ وي، هندسي ترادف یې پیداکړی او د هندسي سلسلې عمومو فورمول یعنې د $a(\frac{q^n-1}{q-1})$ په تطبیقولو سره د پنځو لومړیو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

که چیرې زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو مرسته وکړئ او داسې یې حل کړئ:

$$S_5=\frac{3\{(\frac{1}{2})^5-1\}}{\frac{1}{2}-1}=3\frac{3(\frac{1}{32}-1)}{\frac{1}{2}-1}=3\cdot(\frac{\frac{1-32}{32}}{-\frac{1}{2}})=\frac{3\cdot(-\frac{31}{32})}{\frac{-1}{2}})=3(-\frac{31}{32}\cdot\frac{-2}{1})=3\cdot(\frac{31}{16})=\frac{93}{16}$$

په همدې ډول یو بل داطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ ورته وواياست که چیرې $a=3$ او $q=2$ وي، هندسي ترادف یې پیدا او د هندسي سلسلې د عمومي فورمول په تطبیقولو سره د پنځو لومړیو حدونو د جمعې حاصل پیداکړئ که بیا هم ستونزه ولري، تاسو یې داسې حل کړئ: $S_5=\frac{3\cdot(2^5-1)}{2-1}=\frac{3(32-1)}{1}=3\cdot31=93$

بیا له زده‌کوونکو څخه پوښتنه وکړئ په لومړی او دویم ځواب کې څه توپیر وینئ. کوم یو یې کوچنی او کو یو یې زیات دی او په هره یوه ډله کې ګډ نسبت څومره دی، ښایي ټول زده‌کوونکي ځوابونه وواېي بیا هم تاسو د لاښه پوهېدو لپاره له پورته مثالونو څخه په ګټې اخیستنې سره موضوع داسې تشریح کړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې په یوه هندسي سلسله کې $|q|>1$ وي او د حدونو شمېر يې معلوم نه وي، د متباعدې (Divertgent series) په نامه يادېږي. او که چیرې $|q|<1$ وي هغه د متقاربې (convergent series) په نامه يادېږي او د دوارو د جمعې حاصل د $S=a(\frac{q^n-1}{q-1})$ په واسطه پيدا کېږي. د لوست په پای کې دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې یو یې د 144 مخ لومړی مثال او بل یې دویم مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لېدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د کار څارنه وکړئ د پوښتنو او تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې دې زده‌کوونکي هر یو خپل حل د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

د لوست د لاښه تحکيم او پوهېدو لپاره ښاغلي ښوونکي دې د کتاب دريم او څلورم مثالونه د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخېستنې سره پر تخته حل کړي په داسې حال کې چې د مثالونو ټولې مرحلې گام په گام په پام کې ونيسي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی ځان ډاډمن کړي چې زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي.

- که چیرې د $(\frac{1}{2})$ عدد د $3,2$ او 5 په توانونو رفع شي، لاس ته راغلي عددونه په ترتيب زياتېږي او که کوچني کېږي؟
- که چیرې د 2 عدد په ترتيب د $3,2$ او 5 په توانونو رفع شي، لاس ته راغلي عددونه په ترتيب زياتېږي او که کوچني کېږي؟
- که $|q|<1$ وي او د حدونو شمېر معلوم نه وي کومه سلسله جوړوي؟
- که $|q|>1$ وي او د حدونو شمېر معلوم نه وي کومه سلسله جوړوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د هندسي ترادف تر عنوان لاندې د 127 مخ ورودي برخې کې د شطرنج د تختې په 64 کور کې د غنمو شمېر او همدارنگه د ټولو غنمو شمېر په لاند ډول معلوموﻻی شو:

حل: $q=2, a=1$ او $n=64$ دی؛ نو:

$a_{64}=1\cdot 2^{64-1}=2^{63}=9.22337\cdot 10^{18}$ دانې غنم

اوس بيا مطالعه کوو چې د شطرنج په ټولو خانو کې مجموعاً څو دانې غنم دي؟

حل: څرنگه چې $q=2, a=1$ او $n=64$ دي، نو د عمومي فورمول له مخې ليکو:

$$S_{64}=\frac{a\cdot(q^n-1)}{q-1}=\frac{1\cdot(2^{64}-1)}{2-1}=2^{64}-1=1.84467\cdot 10^{19}-1\approx 1.84467\cdot 10^{19}$$ دانې غنم

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1. لاندې هندسي مجموعې په لاس راوړئ.

$i)\ 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots \qquad , \qquad ii)\ 5+1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل i) سلسله متقاربه ده:

$$\left.\begin{aligned} a&=1\\ q&=\frac{1}{3}\\ S_n&=?\end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &|q|=\left|\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}<1\\ &S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\frac{3-1}{3}}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

حل ii) سلسله متقاربه ده:

$$\left.\begin{aligned} a&=5\\ q&=\frac{1}{5}\\ S_n&=?\end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &|q|=\left|\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{5}<1\\ &S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{5}{\frac{1}{1}-\frac{1}{5}}=\frac{5}{\frac{5-1}{5}}=\frac{5}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{1}\cdot\frac{5}{4}=\frac{25}{4}=6.25\end{aligned}$$

2. لاندې اعشاري پيريوديک(متوالي) کسرونه په عام کسر واړوئ.

$a)\ 0.2\overline{4}$ $\qquad$ $b)\ 0.\overline{5}$

حل a)

$$0.2\overline{4}=0.2444\ \ldots=0.2+0.04+0.004+0.0004+\ \ldots=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{4}{1000}+\frac{4}{10000}+\ \ldots$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{4}{100}\left[1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\ \ldots\right]$$

د قوس په دننه کې يوه بې نهايت هندسي سلسله ده؛ يعنې: $S_n=?\ ,\quad a=1\ ,\quad q=\frac{1}{10}\ ,$

نو سلسله متقاربه ده: $|q|=\left|\frac{1}{10}\right|=\frac{1}{10}<1$

$$S_n=\frac{a}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{10-1}{10}}=\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{1}{1}\cdot\frac{10}{9}=\frac{10}{9}$$

$$0.2\overline{4}=\frac{1}{5}+\frac{4}{100}\cdot\frac{10}{9}=\frac{1}{5}+\frac{4}{90}=\frac{18+4}{90}=\frac{22}{90}=\frac{11}{45}\ \Rightarrow\ \boxed{0.2\overline{4}=\frac{11}{45}}$$

حل b)

$$0.\overline{5}=0.5555\ \ldots$$

$$0.5=0.5+0.05+0.005+0.0005+\ \ldots\quad=\frac{5}{10}+\frac{5}{100}+\frac{5}{1000}+\frac{5}{10000}+\ \ldots$$

$$=\frac{5}{10}(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ \ldots)$$

$$\left.\begin{aligned} a&=1\\ q&=\frac{1}{10}\\ S_n&=?\end{aligned}\right\} \quad |q|=\left|\frac{1}{10}\right|=\frac{1}{10}<1$$

نو سلسله متقاربه ده.

د قوس په دننه کې يوه بې نهايت هندسي سلسله ده، چې:

$$S_n=\frac{5}{10}\cdot\frac{a}{1-q}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{\frac{10-1}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{5}{10}\cdot\frac{10}{9}=\frac{5}{9}\ \Rightarrow\ \boxed{S_n=\frac{5}{9}=0.\overline{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې ولولئ، د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب يې پيدا او له هغه څخه کړۍ تاو کړئ.

1. د ... $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4},$ ترادف $n-$ ام حد کوم دی؟

a) $\frac{\sqrt{n}-1}{n}$ b) $\frac{\sqrt{n}+3}{n+2}$ c) $\frac{n}{n-1}$ (d) $\frac{n+1}{n}$

2. که $a_n = \frac{3n-1}{2n-1}$ د ترادف $n-$ ام حد وي، د دغه ترادف څوم حد $\frac{11}{7}$ دی؟

a) 3 (b) 4 c) 5 d) 6

3. د ... $-9, -5, -1, 3,$ حسابي ترادف دولسم حد عبارت دی، له:

(a) 35 b) 38 c) -35 d) -38

4. د ... $0.1, 0.4, 0.7, 1, 1.3,$ حسابي ترادف ګډ توپير عبارت دی، له:

(a) 0.3 b) 0.1 c) $\frac{2}{3}$ d) $-\frac{2}{3}$

5. د ... $96, 48, 24, 12, 6,$ هندسي ترادف ګډ نسبت عبارت له:

a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $-\frac{2}{3}$

6. د ... $5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{16},$ هندسي ترادف لسم حد عبارت دی، له:

a) $\frac{3}{512}$ b) $\frac{5}{510}$ c) $-\frac{5}{512}$ (d) $\frac{5}{512}$

7. د يوه هندسي ترادف د n جملو د جمعې د حاصل فورمول عبارت دی، له:

a) $S_n = a\frac{1+q^n}{1-q}$ (b) $S = a\frac{q^n-1}{q-1}$ c) $S = a\frac{1+q^n}{1+q}$ d) هيڅ يو

8. په بې نهايت هندسي متقاربو سلسلو کې ګډ نسبت عبارت دی، له:

a) $q = 0$ b) $|q| > 1$ (c) $|q| < 1$ d) هيڅ يو

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. څو دوه رقمي طبيعي عددونه لرو چې د څلورو مضرب وي؟

حل: لومړی دوه رقمي طبيعي عددونه ليکو:

10 , 11 , (12) , 13 , 14 , 15 , (16), 17 , 18 , 19 , (20), 21 , 22 , 23
(24), 25 , 26 , 27 , (28), 29 , 30 , 31 , (32), 33 , 34 , 35 , (36), 37
38 , 39 , (40) , 41 , 42 , 43 , (44), 45 , 46 , 47 , (48), 49 , 50 , 51
(52), 53 , 54 , 55 , (56), 57 , 58 , 59 , (60), 61 , 62 , 63 , (64), 65
66 , 67 , (68), 69 , 70 , 71 , (72), 73 , 74 , 75 , (76), 77 , 78 , 79
(80), 81 , 82 , 83 , (84), 85 , 86 , 87 , (88), 89 , 90 , 91 , (92), 93
94 , 95 , (96), 97 , 98 , 99

دوه ويشت دوه رقمي عددونه لرو چې د 4 مضرب دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. د 21 او 31 ترمنځ په بېل بېل ډول درې حسابي وسطونه وليکئ. $21, \square, \square, \square, 31$

حل:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 21 \\ a_1 + 4d &= 31 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} 4d &= 31 - 21 = 10 \\ d &= \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5 \end{aligned}$$

$21, 23.5, 26, 28.5, 31$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{21 + 26}{2} = \frac{47}{2} = 23.5$$

a_3 وسطي حد دی، نو:

$$a_3 = \frac{21 + 31}{2} = \frac{52}{2} = 26$$

$$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{26 + 31}{2} = \frac{57}{2} = 28.5$$

3. که يوه حسابي ترادف د لومړی او وروستی جملې مجموعه ($a_1 + a_n = 24$) او د n لومړيو جملو مجموعه يې 3720 وي، د نوموړي ترادف د حدونو شمېر وټاکئ؟

حل: پوهېږو چې د n لومړيو جملو مجموعه له $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$ فارمول څخه لاسته راځي، نو:

$$a_1 + a_n = 24$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] = 3720 \quad \Rightarrow \frac{n}{2}[24] = 3720$$

$$12n = 3720 \quad \Rightarrow n = \frac{3720}{12} = \frac{1240}{4} = 310 \quad \Rightarrow \boxed{n = 310}$$

4. د لاندې ترادف د 100 جملو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

$$3, 5, 7, 9, 11, \ \ldots$$

حل:

$$\left.\begin{aligned} a &= 3 \\ d &= 2 \\ n &= 100 \\ S_{100} &= ? \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{100}{2}[2 \cdot 3 + (100-1)2] \\ &S_{100} = 50[6 + 99 \cdot 2] = 50[6 + 198] = 50[204] \\ &\boxed{S_{100} = 10200} \end{aligned}$$

5. که د يوه هندسي ترادف دويمه جمله 6 او اوومه جمله يې 192 وي ،ګډ نسبت يې وټاکئ.

حل:

$$\left.\begin{aligned} aq &= 6 \\ aq^6 &= 192 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &(aq)q^5 = 192 \\ &6q^5 = 192 / \div 6 \quad \Rightarrow q^5 = 32 \quad \Rightarrow q^5 = 2^5 \quad \Rightarrow \boxed{q = 2} \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د يوه هندسي ترادف د 8 لومړيو جملو د جمعې قسمي حاصل 17 برابره ،د هغه د څلورو لومړيو جملو دى، د نوموړي ترادف ګډ نسبت حساب کړئ.

حل:

$$S_8 = a\frac{1-q^8}{1-q} \quad a\frac{1-q^8}{1-q} = 17a\frac{1-q^4}{1-q} \; / \cdot (1-q)$$

$$1-q^8 = 17-17q^4 \;\Rightarrow\; 1-q^8-17+17q^4 = 0 \;\Rightarrow\; -q^8+17q^4-16=0 \; / \cdot (-1)$$

$$S_4 = a\frac{1-q^4}{1-q} \quad q^8-17q^4+16=0$$

که چيرې $q^4 = y$ وضع کړو، نو:

$$y^2-17y+16=0$$

$$\Delta = 289-64 = 225 \;\Rightarrow\; \sqrt{\Delta} = \pm 15$$

$$y = \frac{17+15}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$q^4 = 16 \;\Rightarrow\; q^4 = 2^4 \;\Rightarrow\; \boxed{q=2}$$

7. د لاندې سلسلې د جمعې قسمي حاصل په لاس راوړئ.

$$0.1+0.01+0.001+0.0001+\ldots$$

حل:

$$0.1+0.01+0.001+0.0001 = \frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ \ldots$$

$$= \frac{1}{10}\left[1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}+\ \ldots\right]$$

$$= \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{1-q} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{\frac{1}{1}-\frac{1}{9}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{\frac{9}{10}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{10}{9} = \frac{1}{9}$$

8. د يوه ناپايه هندسي ترادف لومړی حد 9 او پنځم حد يې $\frac{1}{9}$ دی، د نوموړي ترادف د حدونو د جمعې حاصل پيدا کړئ.

حل:

$$a = 9, \quad aq^4 = \frac{1}{9}, \quad S_n = ?$$

$$aq^4 = \frac{1}{9} \;\Rightarrow\; aq^4 = \frac{1}{9} \;\Rightarrow\; 81q^4 = 1$$

$$q^4 = \frac{1}{81} \;\Rightarrow\; q^4 = (\frac{1}{3})^4 \;\Rightarrow\; \boxed{q = \frac{1}{3}}$$

$$S_n = 9\frac{1-q^n}{1-q} = 9\frac{\frac{1}{1}-(\frac{1}{3})^5}{1-\frac{1}{3}} = 9\frac{\frac{1}{1}-\frac{1}{243}}{\frac{2}{3}} = 9\frac{\frac{243-1}{243}}{\frac{2}{3}} = 9\frac{242}{243}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9\cdot 242}{162} = \frac{1089}{81} = 13.\overline{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. د 3 او 96 عددونو تر منځ 4 هندسي وسطونه په بېل بېل ډول وليکئ.

$$3,\square,\square,\square,\square,96$$

حل:

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6$$

$$\left.\begin{array}{l} a=3 \\ aq^5=96 \\ n=6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3q^5=96 \ /\div 3 \\ q^5=32 \ \Rightarrow q^5=2^5 \quad \Rightarrow \boxed{q=2} \end{array}$$

$$3\ ,\ 6\ ,\ 12\ ,\ 24\ ,\ 48\ ,\ 96$$

$$a_n=\sqrt{a_{n-1}\cdot a_{n+1}}$$

$$a_2=\sqrt{a_1\cdot a_3}=\sqrt{3\cdot 12}=\sqrt{36}=6$$

$$a_3=\sqrt{a_2\cdot a_4}=\sqrt{6\cdot 24}=\sqrt{144}=12$$

$$a_4=\sqrt{a_3\cdot a_5}=\sqrt{12\cdot 48}=\sqrt{576}=24$$

$$a_5=\sqrt{a_4\cdot a_6}=\sqrt{24\cdot 96}=\sqrt{2304}=48$$

10. د $2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\ldots$ هندسي سلسلې د اتو لومړيو حدونو د جمعې حاصل په لاس راوړئ.

حل:

$$S_n=a\cdot\frac{1-q^n}{1-q}$$

$$\left.\begin{array}{l} a=2 \\ q=\frac{1}{3} \\ n=8 \\ S_8=? \end{array}\right\} \begin{array}{l} S_8=2\dfrac{1-(\frac{1}{3})^8}{1-(\frac{1}{3})} \\ S_8=2\dfrac{1-\frac{1}{6561}}{\frac{2}{3}}=2\dfrac{\frac{6560}{6561}}{\frac{2}{3}}=2\dfrac{6560}{6561}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{19680}{6561}=2.9995\overline{4} \quad \Rightarrow \boxed{S_8\approx 3} \end{array}$$

11. که $a=4$ او $d=3$ وي، هارمونيکي ترادف د $n=12$ لپاره په لاس راوړئ.

حل:

$$4\ ,\ 7\ ,\ 10\ ,\ 13\ ,\ 16\ ,\ 19\ ,\ 22\ ,\ 25\ ,\ 28\ ,\ 31\ ,\ 34\ ,\ 37$$

$$\frac{1}{4},\frac{1}{7},\frac{1}{10},\frac{1}{13},\frac{1}{16},\frac{1}{19},\frac{1}{22},\frac{1}{25},\frac{1}{28},\frac{1}{31},\frac{1}{34},\frac{1}{37}$$

لاندې پيريوديک(متوالي) کسرونه په عامو کسرونو واړوئ.

$a)\ 2.\overline{8}$ $\qquad b)\ 3.\overline{57}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل $a)$:

$$2.\overline{8} = 2.8888\ \ldots = 2 + 0.8 + 0.08 + 0.008 + 0.0008 + \ \ldots$$

$$= 2 + \frac{8}{10} + \frac{8}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{8}{10000} + \ \ldots$$

$$= 2 + \frac{8}{10} \cdot \left[1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \ \ldots\right] = 2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{\frac{9}{10}}$$

$$= 2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{10}{9} = 2 + \frac{8}{9} = \frac{18+8}{9} = \frac{26}{9}$$

حل $b)$:

$$3.5\overline{7} = 3.57575757\ \ldots$$

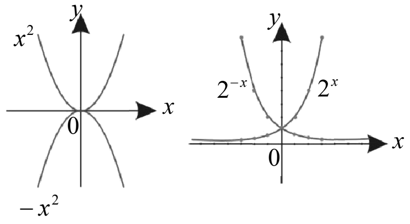
$$= 3 + 0.57 + 0.0057 + 0.000057 + 0.00000057 + \ \ldots$$

$$= 3 + \frac{57}{100} + \frac{57}{10000} + \frac{57}{1000000} + \frac{57}{100000000} + \ \ldots$$

$$= 3 + \frac{57}{100} \cdot \left[1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000} + \frac{1}{100000000} + \ \ldots\right]$$

$$= 3 + \frac{57}{100} \cdot \frac{1}{\frac{99}{100}} = 3 + \frac{57}{100} \cdot \frac{100}{99} = 3 + \frac{57}{99} = \frac{297+57}{99} = \frac{354}{99} = \frac{118}{33} \Rightarrow \boxed{3.5\overline{7} = \frac{118}{33}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

اکسپوننشیل تابعګانې (*Exponential functions*)

د درسي کتاب (153) مخ

د لوست وخت: (دوه درسي ساعتونه) لومړی درسي ساعت

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اکسپوننشیل تابعګانو په مفهوم پوه شي. • د اکسپوننشیل تابعګانو ګرافونه رسم او پوښتنې حل کړای شي. • د اکسپوننشیل تابعګانو په پوهېدو او د هغو ګرافونو په رسمولو خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی: له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواګرځوئ او وپوښتئ: • تاسو له تېر ټولګي څخه پوهېږئ چې د $f(x)=x^2$ او $f(x)=-x^2$ ګرافونه نظر د y محور ته یو د بل متناظر دي. • ایا ویلای شئ دکتاب د ورودي برخې له شکلونو څخه کوم یو شکل په دې تابعګانو پورې اړه لري؟ په همدې ډول په ورودي شکل کې یو بل شکل هم لیدل کېږي، ایا هغه هم یو د بل متناظر دي؟ که زده‌کوونکي ستونزې ولري، تاسو ورته وواياست. وروسته به ثابت شي چې د $f(x)=2^x$ او $f(x)=2^{-x}$ تابعګانو ګرافونه هم یو د بل متناظر دي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د فعالیت په پای کې د تابع عمومي شکل یعنې $f(x)=a^x$ تعریف دکتاب له مخې زده‌کوونکو ته بیان او ورته وواياست چې پورتنی تابعګانې د اکسپوننشیل تابع د a په قاعده بولي.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي دکتاب 153 مخ فعالیت ورکړئ چې د $f(x)=2^x$ تابع د $x\in Z$ مختلفو قیمتونو لپاره ګراف رسم او د y له محور سره د تقاطع ټکی په لاس راوړي.

بیا په همدې ډول دې د $f(x)=2^{-x}$ تابع ګراف رسم کړي او د دواړو تابعګانو ګرافونه او قیمتونه دې یو له بل سره پرتله کړي، چې د قیمتونو له مخې متزایده او متناقصه تابع وبنيي.

په پای کې د دوو ډلو له استازو څخه وغواړئ چې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي، که چیرې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کومې ډلې تېروتنه کړې وي د بلې ډلې په واسطه يې اصلاح کړئ.

يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پورتنی فعاليت د $f(x)=(\frac{1}{2})^x$ تابع لپاره سرته ورسوي، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی څرنګه چې د اکسپوننشيل تابع د زده‌کوونکو لپاره نوي موضوع او څه نا څه ستونزمنه هم ده، د لوست د لاښه تحکيم او زده‌کړې لپاره تاسو يو ځل بيا د زده‌کوونکو په فعالې برخې اخيستنې سره(د پوښتنې او ځواب په توګه) موضوع تکرار کړی، چې زده‌کوونکي د اکسپوننشيل تابع په هکله ښه پوه شي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

1. د $f(x)=x^2$ او $f(x)=-x^2$ ګرافونه نظر کوم محور ته يو د بل متناظر دي؟
2. د $f(x)=x^2$ په تابع کې $x\in Z$ ټولو قيمتونو لپاره تل مثبت دي او که منفي؟
3. د $f(x)=a^x$ په تابع کې $a=1$ کېدای شي او که $a\neq 1$ وي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په وار سره له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې اکسپوننشيل تابع ګانو ګرافونه په قايمو مختصاتوکې رسم کړئ.

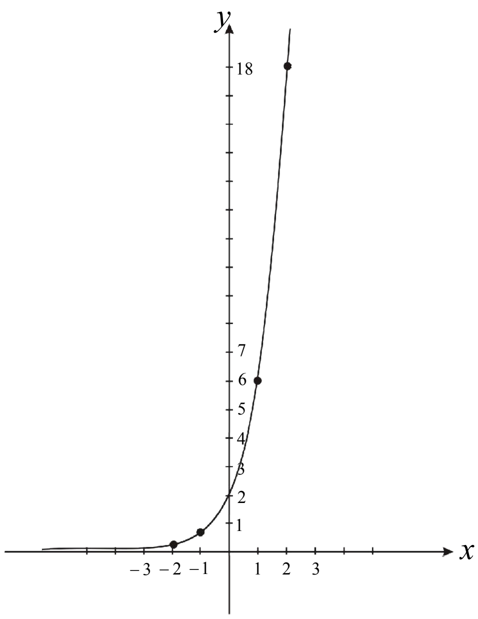
$a)\ f(x)=2\cdot 3^x$

$b)\ f(x)=2\cdot 3^{-x}$

د (a) **حل:** په هره تابع کې x ته څو تام مثبت او منفي قيمتونه ورکوو او د تابع قيمت په لاس راوړو:

x	$f(x)$
0	2
1	6
-1	$\frac{2}{3}$
2	18
-2	$\frac{2}{9}$

$f(x)=2\cdot 3^x$

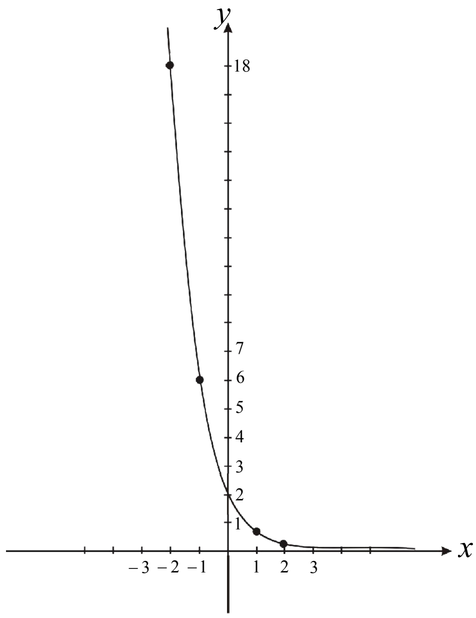


(c) ketabton.com: The Digital Library

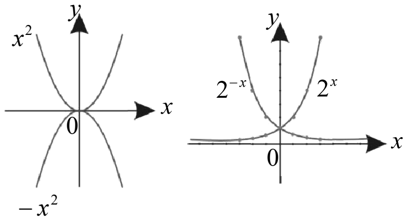
د (b) **حل**:

x	$f(x)$
0	2
1	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{2}{9}$
-1	6
-2	18

$$f(x)=2\cdot 3^{-x}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

اکسپوننشیل تابعګانې(*Exponential functions*)

د درسي کتاب (154) مخ

د لوست وخت:(دوه درسي ساعتونه) دویم درسي ساعت

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د اکسپوننشیل په تابع کې متزایده او متناقصه تابع وپېژني. • متزاید او متناقصې تابعګانې تشخیص او توپیر یې وکړای شي. • ددې پوهې او مهارت له سرته رسولو څخه خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډلهییز، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوي او وپوښتي: • د $f(x)=2^x$ تابع د y محور په کوم ټکي کې قطع کوي؟ • د $f(x)=2^{-x}$ تابع د y محور په کوم ټکي کې قطع کوي؟ • ایا دا دواړه تابعګانې نظر کوم محور ته یو د بل متناظر دي؟ ښایي چې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي، له هغه پرته تاسو له تېر لوست څخه په ګټې اخېستنې سره ځوابونه ورته ووایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لوست د پوښتنې او ځواب په توګه داسې پیل کړئ:

- څوک ویلای شي د $f(x)=a^x$ په تابع کې که $a>1$ وي، تابع متزایده ده او که متناقصه؟
- څوک ویلای شي د $f(x)=a^x$ په تابع کې که $a<1$ وي، تابع متزایده ده او که متناقصه؟

که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي ښه به وي او که نه تاسو داسې ورته تشریح کړئ:

که چیرې د اکسپوننشیل په تابع کې $a>1$ وي، تابع متزایده او که $1>a$ وي، تابع متناقصه او که $a=1$ وي؛ نو تابع ثابته ده.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ دکتاب د 154 مخ جدولونه چې یو یې د $f(x)=2^x$ او بل یې د $f(x)=2^{-x}$ تابع پورې اړه لري، په کمیات وضعیه کې د هر ټکي د کمیاتو په ټاکلو سره د دواړو تابعګانو ګرافونه رسم او په هغو کې دې متزایده او متناقصه منحني لومړی د قیمتونو له مخې او بیا په ګرافونو کې وښیي، ددې فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ او خپل سرته رسولي فعالیت دې د غوښتنو سره سم نورو ډلو ته تشریح کړي، که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي د یوې بلې ډلې په واسطه یې اصلاح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيا يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې دکتاب 154 مخ مثال جدول جوړ او گراف يې د جدول له مخې په دقيقه توگه رسم کړي او نور زده‌کوونکي دې دکتاب له ليدو پرته په خپلو کتابچوکې حل کړي. که کوم زده‌کوونکی پوښتنه کوي، مرسته ورسره وکړئ، په پای کې د اکسپوننشيل تابع خاصيتونه يو په يو ورته وواياست چې زده‌کوونکي ورباندې پوه شي.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

د لوست د لاښه تحکيم لپاره د $f(x)=2^x$, $f(x)=\frac{1}{2^x}$ تابعگانې زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په هغوی کې متزايدې او متناقصې ساحې وښيي او هم د y له محور سره د تقاطع ټکی پيداکړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وازمويي:

1. د اکسپوننشيل هره تابع د $a>1$ قيمتونو لپاره متزايده ده؟
2. که د هرې اکسپوننشيل تابع د تعريف ناحيه ټول حقيقي عددونه وي، د قيمتونو ناحيه يې څه ډول‌عددونه کېدای شي؟
3. ايا هره اکسپوننشيل تابع، معکوس تابع لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د کتاب 155 مخ فعاليت په لاندې ډول ثبوت کېږي، که زده‌کوونکي ونشي کولای تاسو يې ورته ثبوت کړئ:

1) $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, 2) $f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$

3) $f(a\cdot x)=(f(x))^a$

که $(x,y)\in R$ وي؛ نو:

$$1)\ f(x+y)=a^{(x+y)}=a^x\cdot a^y=f(x)\cdot f(y)\ \Rightarrow\ f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$$

$$2)\ f(x-y)=a^{(x-y)}=a^x\cdot a^{-y}=a^x(a^y)^{-1}=a^x\cdot\frac{1}{a^y}=f(x)\cdot\frac{1}{f(y)}=\frac{f(x)}{f(y)}\ \Rightarrow\ f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$$

$$3)\ f(a\cdot x)=a^{ax}=(a^x)^a=(f(x))^a\ \Rightarrow\ f(a\cdot x)=(f(x))^a$$

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې اکسپوننشيل تابع‌گانو گرافونه په قايمو مختصاتوکې رسم کړئ.

$c)\ f(x)=-2^x$

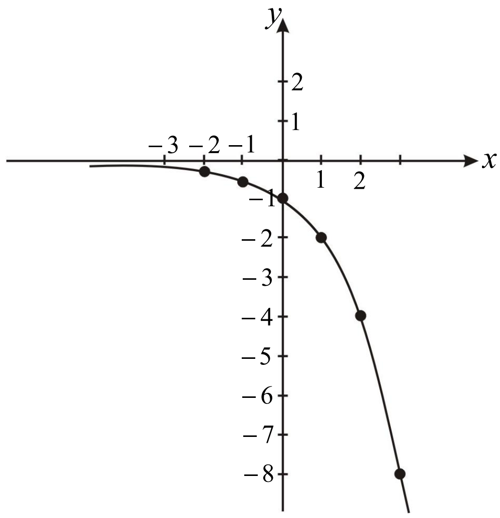
$d)\ f(x)=-2^{-x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د (c) **حل**: په هره تابع کې x ته ځو تام مثبت او منفي قیمتونه ورکوو او د تابع قیمت په لاس راوړو:

x	$f(x)$
0	-1
1	-2
2	-4
3	-8
-1	$-\frac{1}{2}$
-2	$-\frac{1}{4}$

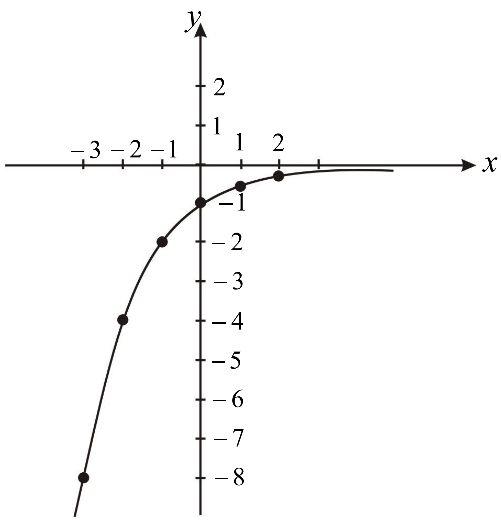
$f(x) = -2^x$



د (d) **حل**:

x	$f(x)$
0	-1
1	$-\frac{1}{2}$
2	$-\frac{1}{4}$
-1	-2
-2	-4
-3	-8

$f(x) = -2^{-x}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوگاریتم

$$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$$

لوگاریتم

د درسي کتاب (157) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوگاریتم په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي په طاقت لرونکو عددونو کې لوگاریتمي قیمتونه تشخیص او وټاکي. • زده‌کوونکي د عددونو لوگاریتمي قیمتونه پیداکړای شي. • زده‌کوونکي د پورته مهارت په سرته رسولو سره خوښي ښکاره او په ځان به باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب عنوان او ورودي برخې ته راوگرځوي او وپوښتي: • د $y = x^3$ په افاده کې د $x = 2,3,4$ په قیمتونو سره y کوم قیمتونه غوره کوي؟ • ایا د $y = a^x$ تابع په کوم بل ډول هم لیکلای شو؟ که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي ښه به وي، له هغه پرته تاسو ورته وواياست او بیان یې کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ دکتاب د 157 مخ فعالیت ورکړئ چې په خپلو ډلو کې یې له بحث او مشورې وروسته جدول بشپړ کړي او پوښتنو ته سم ځوابونه پیدا کړي.

بیا د درې ډلو استازي راوغواړئ چې د خپلې ډلې سرته رسولي فعالیت او ځوابونه نورو ته توضیح کړي. که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي د بلې ډلې په واسطه یې اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې تاسو د لوگاریتم عمومي حالت او تعریف د $y = a^x \quad \Leftrightarrow \quad \log_a y = x$ افادې له مخې زده‌کوونکو ته تشریح کړی، ترڅو هغوی د لوگاریتم په مفهوم او ضرورت ښه پوه شي.

له هغه وروسته اړوند مثالونه یعنې $\log_2 8 = 3$ او $\log_{10} 1000 = 3$ پر تخته حل او تشریح کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه پوهېدو لپاره د حل شوي مثال په ډول پوښتنې پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، تاسو دکار څارنه او کنترول وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي. د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. نور زده‌کوونکي دې خپل ځوابونه د تختې له حل سره پرتله او د تېروتنې په صورت کې دې اصلاح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې پوښتنو په واسطه سره وازمویي:

1) $\log_3 9 = ?$ 2) $\log_2 16 = ?$ 3) $\log_3 27 = ?$

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. لاندې لوګاریتمي اړیکې د هغوی په اړوندو افادو واړوئ.

$a)\ \log_{10} N = x$, $b)\ \log_{\frac{1}{6}} 36 = -2$

$c)\ \log_9 81 = 2$, $d)\ \log_5 5 = 1$

حل: څرنګه چې لوګاریتم د طاقت یو بېل ډول ښوونه ده، نو اړوند افادې یې د طاقت په شکل په لاس راوړو:

$a)\ \log_{10} N = x \Rightarrow N = 10^x$

$b)\ \log_{\frac{1}{6}} 36 = -2 \Rightarrow 36 = (\frac{1}{6})^{-2}$

$c)\ \log_9 81 = 2 \Rightarrow 81 = 9^2$

$d)\ \log_5 5 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1$

2. د لوګاریتم په کارونې سره د لاندې افادو (طاقت لرونکو عددونو) معادل شکل ولیکئ.

حل:

$a)\ 4^3 = 256 \Rightarrow \log_4 256 = 3$

$b)\ 2^5 = 32 \Rightarrow \log_2 32 = 5$

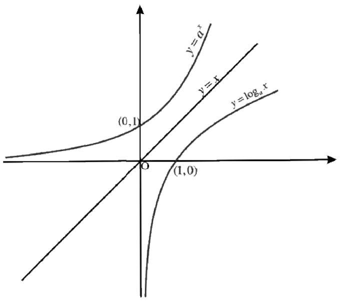
$c)\ 10^4 = 10000 \Rightarrow \log_{10} 10000 = 4$

$d)\ 10^{-1} = 10^y \Rightarrow \log_{10} 10^{-1} = y$

$e)\ y = 2^x \Rightarrow \log_2 y = x$

$f)\ y = 3^x \Rightarrow \log_3 y = x$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

لوګاریتمي تابعګانې

د درسي کتاب (159) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوګاریتمي تابعګانو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د لوګاریتمي تابعګانو پوښتنې حل او ګرافونه به یې رسم کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې له لوګاریتمي تابعګانو څخه کار واخلي او خوښي به ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته د لاندې پوښتنو په طرح کولو سره راوګرځوئ: • څوک ویلای شي د 8 عدد، معکوس عدد، کوم عدد دی؟ • څوک ویلای شي د $\frac{2}{3}$ عدد، معکوس عدد کوم عدد دی؟ • څوک ویلای شي کوم ډول تابعګانې معکوسې تابګانې لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزې په صورت کې تاسو ورته لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی د اکسپوننشیل تابع معکوسه تابع چې د لوګاریتمي تابع په نامه یادېږي، ددې تعریف او شرایطو په برخه کې زده‌کوونکو ته بشپړ معلومات ورکړئ، وروسته د $f(x)=a^x$ او $g(x)=\log_a x$ تابعګانې چې د یو بل معکوسې تابعګانې بلل کېږي وروپېژني او ګرافونه یې رسم کړئ، وروښیاست چې دا ګرافونه د $y=x$ مستقیم ته متناظر دي، بشپړ توضیحات ورته ورکړي.

وروسته زده‌کوونکو ته دنده ورکړئ چې د درسي کتاب 160 مخ لومړی مثال د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل او ګراف یې رسم کړي. د کار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، بیا یو دا وطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ورته وواياست چې د کتاب د همدې مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د بحث او مشورې په کولو سره سرته ورسوئ. د فعالیت په پای کې د دوو یا دریو ډلو استازي خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کوي. که

(c) ketabton.com: The Digital Library

چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، د یوې بلې ډلې په واسطه یې اصلاح کړی(ددې فعالیت بشپړ حل تاسو ته په اضافي معلوماتو کې درکړل شوی دی).

د لوست په پای کې دې ښاغلی ښوونکی د لوګاریتمي تابعګانو خاصیتونه، هر یو جلا جلا توضیح او تشریح کړي. ترڅو زده‌کوونکي د لوګاریتمي تابع په مفهوم او خاصیتونو ښه پوه شي او هغه مثال چې د 2 په قاعده، لوګاریتمي قیمتونه یې غوښتل شوي حل او ځوابونه یې په لاس راوړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره دویم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې د کتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي. په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی مثال پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډه شي، د لوست دریم مثال پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست د کتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي. د کار څارنه وکړئ، په پای کې یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د کتاب 160 مخ فعالیت چې د $2^x, (\frac{1}{2})^x$ اکسپوننشیل تابعګانې دي، ګرافونه او معکوس تابعګانې په لاندې ډول دي:

$y = 2^x$ تابع په پام کې نیسو:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

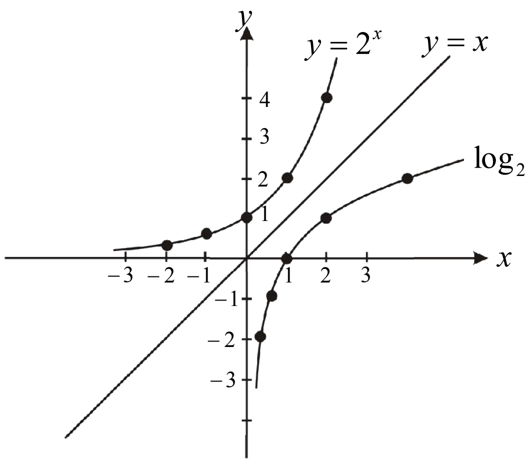
$$\left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=2 \end{array}\right\}(1,2) \quad , \quad \left.\begin{array}{l} x=2 \\ y=4 \end{array}\right\}(2,4)$$

د $y = 2^x$ تابع معکوسه تابع $f(x) = \log_2^x$ ده.

x	1	2
$f(x)$	0	1

$$\left.\begin{array}{l} x=1 \\ f(x)=\log_2^x=0 \end{array}\right\}(1,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} x=2 \\ f(x)=1 \end{array}\right\}(2,1)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د $y=(\frac{1}{2})^x$ تابع په پام کې نیسو:

x	0	1	2
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

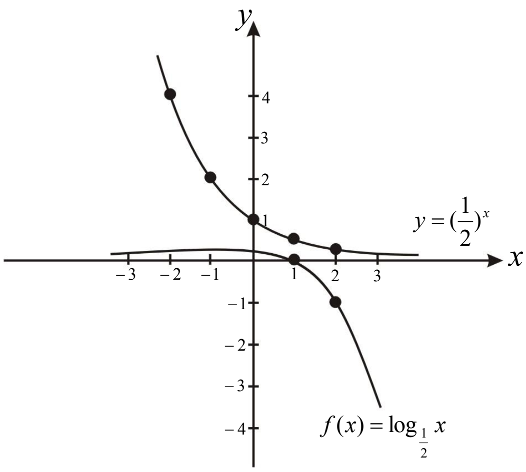
$$\left.\begin{matrix}x=0\\ y=1\end{matrix}\right\}(0,1) \qquad \left.\begin{matrix}x=1\\ y=\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}(1,\frac{1}{2}) \qquad \left.\begin{matrix}x=2\\ y=\frac{1}{4}\end{matrix}\right\}(2,\frac{1}{4})$$

د $y=(\frac{1}{2})^x$ تابع معکوسه تابع عبارت له $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ څخه ده.

x	1	2
$f(x)$	0	-1

$$\left.\begin{matrix}x=1\\ \log_{\frac{1}{2}}x=0\end{matrix}\right\}(1,0)$$

$$\left.\begin{matrix}x=2\\ \log_{\frac{1}{2}}x=-1\end{matrix}\right\}(2,-1)$$



9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د $f(x)=\log_2 x$ تابع قیمتونه په $f(32), f(\frac{1}{32}), f(1), f(2)$ کې پیدا کړئ.

حل:

$$f(x)=\log_2 x$$
$$f(2)=\log_2 2=1$$
$$f(1)=\log_2 1=0$$
$$f(\frac{1}{32})=\log_2\frac{1}{32}=\log_2 2^{-5}=-5\log_2 2=-5\cdot 1=-5$$
$$f(32)=\log_2 32=\log_2 2^5=5\cdot\log_2 2=5\cdot 1=5$$

2. د $f(x)=\log_3 x$ تابع قیمتونه په $f(1)$ او $f(\frac{1}{81})$ کې په لاس راوړئ.

حل:

$$f(x)=\log_3 x$$
$$f(1)=\log_3 1=0$$
$$f(\frac{1}{81})=\log_3(\frac{1}{81})=\log_3 3^{-4}=-4\cdot\log_3 3=-4\cdot 1=-4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l}\log_e N\\ \log_{10}10^3\end{array}\right\}=?$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم

د درسي کتاب (163) مخ

د لوست وخت:(یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د معمولي او طبیعي لوګاریتمونو په مفهومونو پوه شي. • معمولي او طبیعي لوګاریتمونه یو له بله تفکیک، د هر یوه پوښتنې حل او ګرافونه یې رسم کړای شي. • د اړتیا په وخت کې له هر یو لوګاریتم څخه کار واخلي او خپلې ستونزې حل کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډلهییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب عنوان او ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • په‌کومو قاعدو سره لوګاریتمونه پېژنی ؟ • ایا د لوګاریتمونو قاعدې یوازې 2 او 3 دي، که نور عددونه هم د لوګاریتم قاعده کېدای شي ؟ • ایا تاسو د معمولي لوګاریتم او طبیعي لوګاریتم سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونـه لـه زده‌کوونکـو څخـه پـه لاس راوړئ، لـه هغـه پرتـه تاسـو معلومـات ورکړئ او یوه انګیزه پیدا کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی دلوګاریتم تعریف او د هغوی ډولونـه(معمـولي لوګـاریتم، طبیعـي لوګـاریتم) ورتـه توضـیح کـړئ، بیا معمولي لوګاریتم چې قاعـده یـې 10 ده، ورتـه تعریف او لازم توضـیحات ورکـړئ د همـدې پـه اړونـد مثـال کـې 10^0 او 10^2 لوګاریتمونه ورته پیدا کړئ، د نورو عددونو لوګاریتمونه دې زده‌کوونکي هر یو په خپلو کتابچو کې پـه لاس راوړي او ګـراف دې په خپلو کتابچو کې رسم کړي. دکار څارنه وکړئ، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په پای کې څو داوطلب زده‌کوونکي دې د نومړو عددونو لوګاریتمونه پر تخته پیدا کړي، ستاسو په مرسته دې ګراف پر تخته رسم کړي.

په همدې ډول طبیعي لوګاریتم چې قاعده یـې e ده ورتـه تعریـف او د e قیمـت چـې $e = 2.71828182...$ ده، ورتـه پـه ګوتـه کړئ(پیدا کول یې د همدې ټولګي کار نه دی).

زده‌کـوونکي پـه مناسـبو ډلـو وویـشئ د $y = e^x$ او $y = e^{-x}$ تـابع ګرافونـه دې د $x = -2,-1,0,1,2$ قیمتونـو لپـاره رسـم کړي، د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل سرته رسولي فعالیت په برخـه کـې نـورو تـه معلومات ورکړي د اړتیا په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

وروسته ښاغلی ښوونکی دې دکتاب د 165 مخ د همدې اړوند مثال پر تخته حل او ګراف دې رسم کړي، ترڅـو زده‌کـوونکي د دواړو موضوعګانو په مفهوم ښه پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لا ښه تحکیم لپاره زده‌کوونکو ته د $\ln e^4$ او $\ln e^{-3}, 10^5, 10^4$ پوښتنې ورکړئ چې د نوموړو عددونو لوګاریتمونه په خپلو کتابچو کې پیدا کړي، بیا یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې هغه پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویي:

- هغه لوګاریتم چې قاعده یې 10 ده په څه نوم یادیږي؟
- هغه لوګاریتم چې قاعده یې e ده په څه نوم یادیږي؟
- ایا د 1 عدد هم د لوګاریتم قاعده کېدای شي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه په شفاهي توګه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د کتاب د 162 مخ فعالیت په لاندې توګه حلیږي:

د $f(x)=\log_2 x$ تابع قیمت د $\sqrt{2}$ ، $x=28$ لپاره په لاس راوړئ.

حل:

$$f(\sqrt{2})=\log_2\sqrt{2}=\log_2 2^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_2 2=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$$

$$f(28)=\log_2 28=\log_2 4\cdot 7=\log_2 4+\log_2 7=\log_2 2^2+\log_2 7$$
$$=2\cdot\log_2 2+\log_2 7=2\cdot 1+\log_2 7=2+\log_2 7$$

ښاغلی ښوونکی د 166 مخ فعالیت په لاندې توګه سرته ورسوئ:

$$a)\ \ y=\ln\frac{1}{e^7}=\log_e\frac{1}{e^7}=\log_e e^{-7}=-7\log_e e=-7\cdot 1=-7$$

$$b)\ \ \log 0.0001=\log 10^{-4}=-4\cdot\log 10=-4\cdot 1=-4$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

لاندې لوګاریتمونه حساب کړئ.

$a)\log_e e^8$ $\qquad b)\ln\frac{1}{e^{-3}}$

$c)\log 0.01$ $\qquad d)\log\frac{1}{10^{-2}}$

حل:

$$a)\ \ \log_e e^8=8\cdot\log_e e=8\cdot 1=8$$

$$b)\ \ \ln\frac{1}{e^{-3}}=\ln e^3=3\ln e=3$$

$$c)\ \ \log 0.001=\log 10^{-3}=-3\cdot\log 10=-3$$

$$d)=-2\log\frac{1}{10^{-2}}=\log 10^2=2\cdot\log 10=2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

$$\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم قوانین

د درسي کتاب (167) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي به د لوګاریتم د قوانینو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د لوګاریتم د قوانینو په تطبیق سره پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې لوګاریتمي قوانین وکاروي او په ځان باور پیدا کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب عنوان او ورودي برخې ته د لاندې پوښتنو په کولو سره راوګرځوئ: • په ضرب کې د مساوي قاعدو لپاره د توانونو قانون څه ډول دی؟ • ایا د $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ له افادې سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو داسې معلومات ورکړئ چې د یوې انګیزې د پیداکولو سبب وګرځي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست چې د کتاب 167 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د بحث او مذاکرې په کولو سره سرته ورسوي، د فعالیت له پای ته رسولو وروسته د دریو ډلو استازي راوغواړئ چې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته پر تخته توضیح او تشریح کړي، د ستونزو او تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. بیا دوو زده‌کوونکو ته هدایت ورکړئ چې په وار سره لومړی او دویم قوانین ولولي او مفهوم یې په ورکړل شوو مثالونو کې پر تخته توضیح کړي، که اړتیا وي لارښوونه ورته وکړئ، وروسته تاسو دریم قانون(چې د دوو یا څو عددونو د حاصل ضرب لوګاریتم دی) د مفهوم له توضیح کولو وروسته د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله په مرحله ثبوت کړي، وروسته د کتاب لومړی مثال پر تخته حل او توضیح کړئ، چې زده‌کوونکي د نوموړي قانون په مفهوم پوه شي، په همدې ډول د کتاب د 168 مخ فعالیت ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې بحث او مذاکره وربانديې وکړي او فعالیت د عددي مثالونو په واسطه سرته ورسوي، که چیرې ستونزې ولري، له اضافي معلوماتو څخه په کار اخیستنې سره یې تاسو ورته توضیح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم لپاره دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې هر یو یې په خپله کتابچه کې حل کړي، دکار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دا پوښتنه پر تخته حل او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمويي:

$\log_{10}(100\cdot 5)=?$ $\qquad \log_{116}1=?$ $\qquad \log_2 8$

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د 168 مخ فعالیت په لاندې توگه سرته ورسوي:

حل:

1) $\log(x+y)\neq\log_a x+\log_a y$

2) $\log(x\cdot y)\neq\log x\cdot\log y$

د پورته مساوات سموالی د عددي مثال په واسطه ښیو:

1) $\log(10+100)\neq\log 10+\log 100$

$\log 110\neq 1+2 \quad\Rightarrow\quad 2.414\neq 3$

2) $\log(10\cdot 100)\neq\log 10\cdot\log 100$

$\log(1000)\neq 1\cdot 2$

$3\neq 2$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. لاندې ضربي افادې د جمعې د حاصل په شکل او دجمعې د حاصل افادې د حاصل ضرب په شکل ولیکئ او د امکان په صورت کې یې وروستی قیمت په لاس راوړئ.

حل:

$a)\ \log_4(5x^2)=\log_4 5+\log_4 x^2=\log_4 5+\log_4 x+\log_4 x=\log_4 5+2\log_4 x$

$b)\ \log_{10}(10x^2y)=\log_{10}10+\log_{10}x^2+\log_{10}y=1+\log_{10}x+\log_{10}x+\log_{10}y$

$c)\ \log_{10}5+\log_{10}20=\log_{10}(5\cdot 20)=\log_{10}100=\log_{10}10^2=2$

$d)\ \log_{12}36+\log_{12}4=\log_{12}(36\cdot 4)=\log_{12}144=\log_{12}12^2=\log_{12}12+\log_{12}12=1+1=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

$$\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم قوانین

د درسي کتاب (168) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوګاریتم د څلورم او پنځم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د پورته قوانینو اړوند پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي پورتني قوانین د مسایلو په حل کې وکاروي او خپلې ستونزې حل کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د یوې انګیزې پیداکولو لپاره د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرځوئ: • په تقسیم کې د مساوي قاعدو لپاره د توانونو قوانین څه ډول دي؟ • ایا له $\log(\frac{x}{y}) = \log x - \log y$ او $\log x^n = n\log x$ افادو سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی په 168 مخ کې د لوګاریتم څلورم قانون(چې د دوو عددونو د لوګاریتم تقسیم دی) د یوه زده‌کوونکي په واسطه ولولئ، کوښښ وکړئ چې زده‌کوونکي د هغه مفهوم په فارمولي ډول پر تخته ولیکي، له هغه پرته تاسو مفهوم ورته توضیح او فارمول یې پر تخته ولیکئ او مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره یې پر تخته ثبوت کړئ. بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ چې لومړی او دویم مثالونه د فارمول په تطبیق کولو سره پر تخته حل کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

په همدې ډول د لوګاریتم پنځم قانون(چې د یوه توان لرونکي عدد لوګاریتم دی) د یوه بل زده‌کوونکي په واسطه ولولئ او مفهوم دې بیان کړي. که چیرې زده‌کوونکي ستونزه ولري، تاسو ورته بیان او مفهوم په فارمولي ډول پر تخته ولیکئ او د $\log x^n = n \cdot \log x$ فارمول ثبوت د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله په مرحله توضیح او تشریح کړئ او پایله په لاس راوړئ، له همدې قانون څخه په کار اخیستنې سره د $\sqrt[n]{x}$ لوګاریتم یعنې $\frac{1}{n}\log x$ په لنډ ډول ولیکئ او په پای کې لومړی مثال ورته حل او توضیح کړئ، چې زده‌کوونکي د لوست په مفهوم پوه او هغه وکاروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم لپاره د 169 مخ وروستی دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته و وایاست چې د کتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته باندې یې حل کړي. نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په کولو سره وازمویې:

$\log(\frac{A}{B}) = ?$ $\log(A)^n = ?$ $\log(\frac{100}{10}) = ?$

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی: د کتاب 169 مخ وروستی فعالیت په لاندې توگه حلېږي:

حل:

$$a)\ \log_3(0.12) = \log_3(\frac{12}{100}) = \log_3(\frac{3}{25}) = \log_3 3 - \log_3 25 = 1 - \log_3 25$$

$$b)\ \log_5 \sqrt{8} = \log_5 (8)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_5 8$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

2. لاندې د خارج قسمت افادې په تفاضل او د تفاضل افادې په خارج قسمت واړوئ، د امکان په صورت کې وروستي ځوابونه په لاس راوړئ.

حل:

$$a)\ \log_7 \frac{63}{49} = \log_7 63 - \log_7 49 = \log_7(7 \cdot 9) - \log_7 7^2$$
$$= \log_7 7 + \log_7 9 - 2 \cdot \log_7 7 = 1 + \log_7 9 - 2 = \log_7 9 - 1$$

$$b)\ \log \frac{125}{80} = \log 125 - \log 80 = \log 125 - \log(10 \cdot 8)$$
$$= \log 125 - \log 10 - \log 8 = \log 125 - 1 - \log 8$$

$$c)\ \log_a(x^2 a) - \log_a x^2 = \log_a \frac{x^2 \cdot a}{x^2} = \log_a a = 1$$

$$d)\ \log_{10} 1000 - \log_{10} 100 = \log_{10} \frac{1000}{100} = \log_{10} 10 = 1$$

3. لاندې لوگاریتمونه حساب کړئ.

$a)\ \log_{10}(0.0001) = ?$ $b)\ \log_2 (8)^{-\frac{1}{3}} = ?$

حل:

$$a)\ \log_{10}(0.0001) = \log_{10} \frac{1}{10000} = \log_{10} \frac{1}{10^4} = \log_{10} 10^{-4} = -4 \log_{10} 10 = -4 \cdot 1 = -4$$

$$b)\ \log_2 (8)^{-\frac{1}{3}} = \log_2 (2^3)^{\frac{1}{3}} = \log_2 2^{\frac{3}{3}} = \log_2 2 = 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\log_b m = \frac{\log_a m}{\log_a b}$$

د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول په بله قاعده

د درسي کتاب (171) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د یوه عدد لوګاریتم په یوه مشخصه قاعده وپېژني. • زده‌کوونکي د شپږم او اووم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي یو لوګاریتم له یوې قاعدې څخه بلې قاعدې ته واړوي. • زده‌کوونکي ددې قاعدو په اړولو سره خوښي ښکاره او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(چارت)
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي چې 4^2 او 2^4 یو له بله سره څه توپیر لري؟ او حاصلونه یې پیدا کړئ. • څوک کولای شي د $\log_b m = \frac{\log_a m}{\log_a b}$ افاده توضیح کړئ. • ایا په لوګاریتم کې د قاعدو د اړولو امکان شته؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، که چیرې ستونزې ولري تاسو ځوابونه ورته ووایاست.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی: شپږم قانون چې د لوګاریتم د یوې قاعدې اړول بلې قاعدې ته دي، په درسي کتاب کې له تعریف څخه مفهوم اخېستل یوه اندازه ستونزمن دی، نو زده‌کوونکي داسې وپوهوئ:

که چیرې $\log_a m$ ولرو غواړو د قاعدې په بدلولو سره یعنې $\log_b m$ پیدا کړو.

ثبوت یې مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره پر تخته توضیح او تشریح کړئ، وروسته دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې لومړی او دویم مثالونه پر تخته حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ. په همدې ډول د لوګاریتم اووم قانون چې د یوه معکوس لوګاریتم پیدا کول دي‌ورته تعریف‌او فارمولي شکل یې پر تخته‌ولیکئ.

ددې ثبوت هم د زده‌کوونکو په فعال ګډون او برخې اخېستنې سره سرته ورسوئ. کوښښ وکړئ چې د ثبوت په وخت کې د پوښتنې او ځواب په توګه د زده‌کوونکو پام لوست ته راواړوئ.

په پای کې د موضوع اړوند مثال د یوه داوطلب زده‌کوونکي په واسطه پر تخته حل کړئ، چې زده‌کوونکي په مطلب پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست لاښه تحکیم لپاره ددې لوست وروستنی فعالیت یعنې د 172 مخ فعالیت پوښتنې پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي، د ستونزو په صورت کې يې تاسو پر تخته حل او توضیح کړئ او زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه د $\log_a M = \dfrac{1}{\log_M a}$ له فارمول تطبیق سره وازمويي:

$a)\ \log_{32} 2 = ?$ $\qquad b)\ \log_{27}\sqrt{3} = ?$

حل:

$$\log_{32} 2 = \frac{1}{\log_2 32} = \frac{1}{\log_2 2^5} = \frac{1}{5\cdot\log_2 2} = \frac{1}{5\cdot 1} = \frac{1}{5}$$

$$\log_{27}\sqrt{3} = \log_{27}(3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_{27} 3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_3 27} = \frac{1}{2\cdot\log_3 3^3} = \frac{1}{2\cdot 3\log_3 3} = \frac{1}{6\cdot 1} = \frac{1}{6}$$

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی هغه فعالیت چې د لوست د تحکیم لپاره درکړل شوی دی داسې حلېږي:

حل:

$$a)\ \log_{64} 2 = \frac{1}{\log_2 64} = \frac{1}{\log_2 2^6} = \frac{1}{6\cdot\log_2 2} \Rightarrow \log_{64} 2 = \frac{1}{6\cdot 1} = \frac{1}{6}$$

$$b)\ \log_4\sqrt{(25)^6} = \log_4(25^6)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_4(25)^6 = \frac{6}{2}\cdot\log_4 25 = 3\cdot\log_4 25 = 3\cdot\log_4 5^2 = 3\cdot 2\log_4 5 = 6\log_4 5 = \frac{6}{\log_5 4}$$

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

لاندې لوګاريتمونه ساده کړئ.

حل:

$$d)\ \log_{121} 14641 = \log_{(11)^2}(11)^4 = \frac{4}{2}\log_{11} 11 = 2\cdot 1 = 2$$

$$e)\ \ln x = 2.3026\cdot\log x = \ln 672000 = 2.3026\cdot\log 672000 = 2.3026\cdot\log 6.72\cdot 10^5$$
$$= 2.3026(\log 6.72 + \log(10^5)) = 2.3026(\log 6.72 + 5) = 2.3026\log 6.72 + 11.513$$

$$f)\ \ln 0.00927 = 2.3026\cdot\log 0.00927 = 2.3026\cdot\log(9.27\cdot 10^{-3}) = 2.3026\cdot\log 9.27 + 2.3026\cdot\log 10^{-3}$$
$$= 2.3026\cdot\log 9.27 + 2.3026(-3)\log 10 = 2.3026\log 9.27 - 6.9078$$

$$g)\ \ln 0.235 = 2.3026\log 0.235 = 2.3026\log(2.35\cdot 10^{-1})$$
$$= 2.3026(\log 2.35 - 1) = 2.306\cdot\log 2.35 - 2.3026$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم قوانین

د درسي کتاب (172) مخ

د لوست وخت:(یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزې** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د لوګاریتم د اتم قانون په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د اتم قانون مطابق پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت نوموړی قانون وکاروي.
2- **د زده کړې لارې:**	انفرادي ، ډله‌ییز، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې وروسته د زده‌کوونکو پام لاندې پوښتنو ته راوګرځوي: • څوک ویلای شي، د یوه توان لرونکي عدد لوګاریتم مساوي له څه شي سره دی؟ • څوک د $\sqrt{10}$ لوګاریتمي قیمت پیدا کولای شي؟ • ایا د $\log_{a^n} x$ (قاعده توان لرونکی وي) افادې سره بلدیت لرئ. کوښښ وکړئ چې د یوې انګیزې پیدا کولو لپاره ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د هرې پوښتنې ځواب ورته وواياست او هم یادونه وکړئ چې د $\log_{a^n} x$ افادې قیمت پیدا کېدای شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی اتم قانون چې په یوه لوګاریتمي افاده کې قاعده یې توان لرونکی وي کولای شو، لوګاریتمي قیمت یې پیدا کړو چې عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب د هغه عدد په لوګاریتمي قیمت کې یعنې: $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$

ددې مفهوم له توضیح کولو وروسته ثبوت یې مرحله په مرحله د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره توضیح او تشریح کړئ. ترڅو مطلوب په لاس راشي.

وروسته هغه پایلې چې د پورتني قانون له ثبوت څخه په لاس راځي هر یو تشریح او معلومات ورکړئ. بیا دوه زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې د لوست اړوند لومړی او دویم مثالونه پر تخته حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب 173 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له بحث او مذاکرې وروسته سرته ورسوي د فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل سرته رسولي فعالیت په برخه کې نورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ته معلومات ورکړي، دستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.
ښاغلی ښوونکی په همدې توګه د معمولي او طبیعي لوګاریتمونو ترمنځ اړیکه د لوګاریتمونو د یوې قاعدې اړول بلې قاعدې ته په ګټه اخېستنې سره داسې ثبوت کړئ چې زده‌کوونکي فعال ګډون ولري او بیا یې لومړی مثال پر تخته حل کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د لوست دویم مثال پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته و وایاست چې د کتاب له لیدو پرته یې خپلو کتابچو کې حل کړي،بیا یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې توضیح او حل کړي. نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د ورکړ شوو مثالونو په ډول پوښتنې دې پر تخته ولیکي او زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، د کار څارنه وکړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ تر څو پایله لاسته راشي.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

$$a)\ \log_{\frac{1}{3}} 3^{-4} = \log_{3^{-1}} 3^{-4} = \frac{-4}{-1}\log_3 3 = \frac{4}{1}\cdot 1 = 4$$

$$b)\ \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2}\log_3 3 = \frac{3}{2}\cdot 1 = \frac{3}{2}$$

$$c)\ \log_8 4 = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3}\log_2 2 = \frac{2}{3}\cdot 1 = \frac{2}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log_{10} 10 = 1$$
$$\log_{10} 100 = 2$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

کرکترستیک او مانتیس

د درسي کتاب (175) مخ

د لوست وخت:(یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د کرکترستیک او مانتیس په مفهومونو پوه شي. • زده‌کوونکي د یوه عدد په لوګاریتمي قیمت کې کرکترستیک او مانتیس تشخیص کړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې کرکترستیک او مانتیس هر یو وکاروي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • څوک ویلای شي چې $\log_{10} 100 = ?, \log_{10} 1000 = ?$ او $\log_{10} 10000 = ?$ • وواياست چې د پورته عددونو د ارقامو د شمېر او صحیح لوګاریتمي قیمتونو ترمنځ کومه اړیکه یا توپیر لیدل کېږي ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د صحیح لوګاریتمي او د عددي ارقامو د شمېر توپیر په لنډ ډول ورته وواياست.

5- **د لوست بهير او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی د موضوع تعریف د یوه زده‌کوونکي په واسطه داسې ولولئ چې ټول زده‌کوونکي یې واوري. له هغه وروسته تاسو په دې برخه کې لنډ معلومات ورکړئ ورته وواياست:

په لوګاریتمي قیمتونو کې دوه برخې لیدل کېږي، یو یې صحیح عدد چې کرکترستیک نومېږي، بله یې مانتیس ده چې اعشاري برخه ده.

په حقیقت کې د یوه عدد لوګاریتمي قیمت د هغه کرکترستیک او مانتیس له مجموع څخه عبارت دی.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته وواياست چې هره ډله دې دکتاب د 175 مخ جدول بشپړ کړي او تش ځایونه دې د مناسبو عددونو په واسطه ډک کړي. د ډله‌ییز فعالیت له سرته رسولو وروسته د دوو ډلو استازي راوغواړئ چې د خپل ډلې سرته رسولي کار نورو ته توضیح او تشریح کړئ د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

وروسته هغه پوښتنې چې په دې اړه دکتاب په 176 مخ کې راغلي، د پوښتنې او ځواب په توګه له زده‌کوونکو څخه وپوښتی او صحیح ځوابونه په لاس راوړئ او پایله یې توضیح کړئ، په پای کې د عدد لیکنې علمي طریقه(scientific notation) ورته

(c) ketabton.com: The Digital Library

وليکئ او ورته وواياست هر عدد، د 10 پر توان يعني د $N = a\cdot 10^{n}$ په شکل ليکلای شو، په داسې حال کې چې $1 \le a < 10$ او n يو تام عدد دی، پوره معلومات ورکړی او په دې اړه لومړی مثال چې درې اجزاوې لري، په ترتيب حل او زده‌کوونکي ورباندې پوه کړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکيم او زده‌کړې لپاره دويم مثال پر تخته وليکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې د کتاب له ليدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې يو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته يې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي د کتاب د **177** مخ دريم مثال پر تخته وليکی او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې يې حل کړي، همدرانګه د 0.995,56.784,89.435 او 0.0789 عددونو کرکترستيک په شفاهي توګه وپوښتئ او زده‌کوونکي وازمويي.

8- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

دلاندې لوګاريتمونو کرکټرستيک په شفاهي ډول وواياست؟

$a)\ \log 0.9560$ $\qquad b)\ \log 956.0$

$c)\ \log 2345$ $\qquad e)\ \log 9560$

$d)\ \log 3.875$ $\qquad f)\ \log 0.0009560$

حل:

$a)$: له يوه څخه کوچنی عدد کرکترستيک منفي علامه لري او قيمت يې د اعشاري علامې ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د يوه په اندزه زيات دی، څرنګه چې د اعشاري ښی لوري ته صفرونه نشته، نو کرکترستيک يې منفي يو دی.

$b)$: که چيرې د يوه عدد صحيح برخه چې د صفر خلاف وي، نو د هغه عددونو لوګاريتم کرکترستيک مساوي دی د صحيح برخې د ارقامو شمېر منفي يو دی، نو کرکترستيک يې 2 دی.

$c)$: څرنګه چې د صحيح ارقامو شمېر 4 دي، نو کرکترستيک يې 3 دی.

$d)$: بيا هم د صحيح ارقامو شمېر 1 او که يو ورڅخه کم شي، نو کرکترستيک يې صفر دی.

$e)$: کرکترستيک 3 دی.

$f)$: د اعشاري علامې ښي لوري صفرونه 3 دي، که يو ورسره جمع شي 4 کېږي، څرنګه چې عدد له يوه څخه کوچنی دی، نو کرکترستيک يې -4 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l}\log 0.501\\ \log 5.01\\ \log 50.1\\ \log 501\end{array}\right\} = ?$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتم جدول

د درسي کتاب (179) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي په لوګاریتمي جدول کې د مانتیسا پیداکولو په طریقه پوه شي. • زده‌کوونکي لوګاریتمي جدول وکارولای شي او د عددونو مانتیسا قیمت به پیداکړای شي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې په لوګاریتمي محاسبو کې له جدول څخه ګټه واخېستلای شي.
2- **د زده کړې لارې**:	تشریحي، ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • د یوه عدد په لوګاریتمي قیمت کې کرکترستیک برخه څه ډول پیداکولای شو ؟ • ایا د مانتیس برخې ټاکلو لپاره هم کومه طریقه شته ؟ • د 50.1,5.01,0.501 او 501 عددونو هر یوه کرکترستیک وټاکئ او وایاست د کرکترستیکونو توپیر په څه شي کې دي ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې د تېر لوست په مرسته لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د مانتیس د پیداکولو طریقې پوهېدو لپاره لومړی د لوګاریتمي عدد دوه برخې یعنې صحیح او اعشاري برخې ورته تشریح کړئ، ورته وواياست صحیح برخه یا مشخصه د ارقامو د شمېر له مخې په یوه طریقه سره چې مخ کې لوستل شوې ده او مانتیسا یوازې او یوازې د جدول له مخې په یوه خاصه طریقه سره پیداکېږي، له جدول څخه پرته بله کومه طریقه نه لري چې د یوه عدد، د مانتیسا برخه پیدا شي.

جدولونه مخکې جوړ شوي چې د مختلفو ارقامو درلودونکي دي، یعنې ځینې 7 رقمي، ځینې 5 رقمي، ځینې 4 او یا 3 رقمي اعشاري خانې لري. چې د مانتیسا پیداکولو لپاره کار ورڅخه اخېستل کېږي، په جدول کې ستون او سطر په نښه شوي دي چې د ستون او سطر له مخې مانتیسا داسې ټاکل کېږي، په کوم عدد کې چې د هغو تقاطع مطابقت کوي، مانتیسا بلل کېږي، چې دا موضوع په درسي کتاب کې هم په څرګنده توګه تشریح شوې ده.

له څرګندونو وروسته اړوند مثال یې ورته حل کړئ د جدول له مخې د 76 سطر او 5 ستون د تقاطع عدد چې له مانتیسا څخه عبارت ده په ګوته کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د تحکیم لپاره د کتاب د 180 مخ دویم او دریم مثالونه پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته و وایاست چې له کتاب څخه د نه استفادې په صورت کې یې په خپلو کتابچو کې حل کړي. بیا دې دوه زده‌کوونکي په وار سره مثالونه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د زده‌کوونکو د ازمویلو لپاره د کتاب څلورم مثال عددونه پر تخته ولیکئ چې لوګاریتمي قیمتونه یې به خپلو کتابچو کې پیدا کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. دلاندې لوګاریتمونو کرکترستیک په شفاهي ډول و وایاست او مانتیس یې د جدول له مخې پیدا کړئ.

$a)\ \log 222$ $\quad b)\ \log 0.921$

$c)\ \log 928$ $\quad d)\ \log 527$

$e)\ \log 0.024$ $\quad f)\ \log 2400$

$h)\ \log 0.00024$ $\quad j)\ \log 24$

حل:

$a)$: کرکترستیک یې 2 او مانتیسا یې د جدول له مخې پیداکوو، یعنې:

$$\log 222 = \log(2.22\cdot 10^2) = \log 2.22 + 2$$

اوس د 2.22 عدد مانتیس د جدول په 22 سطر او 2 ستون کې لټوو چې د هغو تقاطع له 3464 عدد سره مطابقت کوي، په پای کې لوګاریتم داسې محاسبه کوو:

$$\log 222 = \log 2.22 + 2 = 0.3436 + 2 = 2.3436$$

$b)$: د b جز کرکترستیک -1 دی.

$$\log 0.921 = \log(9.21\cdot \mathbf{10}^{-1}) = \log 9.21$$

د 9.21 عدد مانتیسا په جدول کې د لومړي ستون او 92 – ام سطر د تقاطع عدد دی چې عبارت دی له9643 څخه یعنې:

$$\log 0.921 = \log 9.21 - 1 = 0.9643 - 1 = \overline{1}.9643$$

$c)$: د c جزء کرکترستیک 2 دی.

$$\log 928 = \log(9.28\cdot 10^2) = \log 9.28 + 2$$

د 9.28 مانتیس د لوګاریتم جدول د اتم ستون او 92 – ام سطر د تقاطع عدد دی، یعنې: $\log 9.28 = 0.9814$

$$\log 928 = \log 9.28 + 2 = 0.9675 + 2 = 2.9675$$

$d)$: د d جزء کرکترستیک 2 دی.

$$\log 527 = \log(5.27\cdot 10^2) = \log 5.27 + 2$$

د 5.27 عدد مانتیسا په جدول کې د 7 – ام ستون او 52 – ام سطر په تقاطع کې ګورو، معلومېږي چې:

$$\log 527 = \log(5.27 + 2) = 0.7218 + 2 = 2.7218$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

e): د e جزء کرکترستیک -2 دی.

$$\log 0.024 = \log 2.4 \cdot 10^{-2} = \log 2.4 - 2$$

څرنګه چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 0.024 = \log 2.4 - 2 = 0.3802 - 2 = \overline{2}.3802$$

f): د f جزء کرکترستیک 3 دی.

$$\log 2400 = \log(2.4 \cdot 10^{3}) = \log 2.4 + 3$$

څرنګه چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 2400 = \log 2.4 + 3 = 0.3802 + 3 = 3.3802$$

h): د h جزء کرکترستیک -4 دی.

$$\log 0.00024 = \log(2.4 \cdot 10^{-4}) = \log 2.4 - 4$$

د e او f جزونو څخه پوهېږو چې $\log 2.4 = 0.3802$ دی، نو:

$$\log 0.00024 = \log 2.4 - 4 = 0.3802 - 4 = \overline{4}.3802$$

j): د j جزء کرکترستیک 1 دی.

$$\log 24 = \log(2.4 \cdot 10) = \log 2.4 + 1 = 0.3802 + 1 = 1.3802$$

2. د لاندې لوګاریتمونو قیمتونه په لاس راوړئ.

$a)\ \log(2.73)^{3}$ $\qquad$ $b)\ \log \sqrt[5]{0.0762}$

حل:

$$a)\ \log(2.73)^{3} = 3\log(2.273) = 3(0.4362) = 1.3086$$

$$b)\ \log \sqrt[5]{0.0762} = \log(0.0762)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}\log(0.0762) = \frac{1}{5}\log(7.62 \cdot 10^{-2}) = \frac{1}{5}[\log 7.62 - 2]$$

$$= \frac{1}{5}[0.8820 - 2] = \frac{1}{5}[-1.118] = -0.2236 \pm 1 = \overline{1}.7764$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپرکی: لوګاریتم

$$\log 481 = 2.6821$$
$$\log N = 1.6580$$
$$N = ?$$

انتي لوګاریتم

د درسي کتاب (183) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د انتي لوګاریتم په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي د ورکړل شوو لوګاریتمونو له مخې اړوند عددونه پیدا کړي. • زده‌کوونکي د اړتیا په وخت کې له نوموړي عملیې څخه کار واخلي او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، انفرادي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د لاندې پوښتنو په کولو سره د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ: • څوک ویلای شي که لوګاریتمي قیمت ولرو د اړوند عدد پیدا کول ممکن دي؟ (هو) • د لوګاریتمي کوم قیمت له مخې ویلای شو چې عدد څو رقمي دی؟ (د کرکترستیک له مخې) کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې تاسو لنډ معلومات ورکړئ بیا د لوست فعالیت پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی: لومړی د انتي لوګاریتم تعریف ورته ووایاست او بیا د داسې مثال په ورکولو سره تشریح کړي که چیرې $\log_{10} 20 = 1.30103$ وي، نو 1.30103 د 20 د عدد لوګاریتم بلل کېږي او د 20 عدد، د 1.30103 انتي‌لوګاریتم بلل کېږي. وروسته زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې هره ډله د کتاب 183 مخ فعالیت د بحث او مشورې وروسته سرته ورسوي، د کار څارنه وکړئ.

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ په پای کې د دوو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې په وار سره خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کړي او تېروتنې اصلاح شي.

وربسې اړوند مثال پر تخته حل کړئ او په جدول کې د عدد د پیدا کولو طریقه د پوښتنې او ځواب په توګه وروښیاست چې زده‌کوونکي د انتي لوګاریتم په پیدا کولو کې مهارت پیدا کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره دویم او دریم مثالونه پر تخته باندې ولیکئ، زده‌کوونکو ته وواياست چې دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د زیات ستونزو په صورت کې تاسو یې بیا پر تخته حل او تشریح کړئ چې زده‌کوونکي تېروتنې اصلاح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو د زده‌کوونکو د ازمویلو لپاره دکتاب څلورم مثال عددونه پر تخته ولیکي یو داوطلب زده‌کوونکی راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او لوست وازمویي.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

دلاندې هر یوه انتي لوګاریتم قیمت په لاس راوړئ.

$a)\ anti\log 4.9479 \qquad b)\ anti\log(-5.0521)$

حل a):

$$anti\log 4.9479 = N \Rightarrow \log N = 4.9479$$

د نومورې لوګاریتم د مانتیس برخه یعنې 0.9479 د لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو، په جدول کې ګورو چې دکوم سطر او ستون تقاطع دی، دغه د سطر او ستون د تقاطع عدد داسې لیکو چې د ستون عدد اړوند عدد ښي لوري ته قرار ولري چې عبارت دی له 8.87 عدد څخه، یعنې: $\log 8.87 = 0.9497$

څرنګه چې کرکترستیک 4 دی، نو د صحیح رقمونو شمېر 5 دی، په پایله کې $N = 88700$ دی:

$$anti\log 4.9497 = 88700$$

حل b):

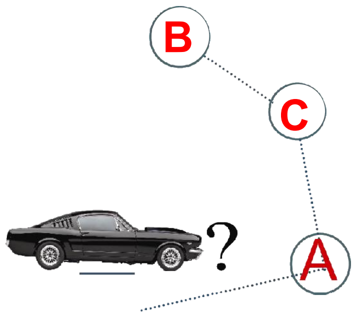
$$anti\log(-5\ ,\ 0521) = N \Rightarrow \log N = -5\ ,\ 0521\ ,\ N = ?$$

څرنګه چې مانتیسا باید منفي نه وي، ددې لپاره لیکو: $(-5-1+1-5.052) = -6 + 9479$

اوس د نومورې لوګاریتم د مانتیس برخه یعنې 0.9497 د لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو چې عبارت دی له 8.87 عدد څخه، نو په پایله کې:

$$N = (8,87 \cdot 10^{-6}) = 0.00000887 \Rightarrow N = 0.00000887$$
$$\Rightarrow anti\log(-5,0521) = 0.00000887$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاريتم

خطي انټرپولېشن

د درسي کتاب (185) مخ

د لوست وخت:(يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د خطي انټرپولېشن په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د هغو عددونو لوګاريتم چې په جدول کې نشته د انټرپولېشن په طريقه پيدا کړي. • زده‌کوونکي د اړتيا په وخت کې د خطي انټرپولېشن طريقه په مناسب ډول وکاروي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډله‌ييز، انفرادي، پوښتنه او ځواب. . .
3- **مرستندويه مواد:**	د اړتيا وړ مواد(چارټ)
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوی، بيا د A، B او C ټکي پر تخته رسم او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: که د C ټکی د A او B ټکو منځنی(وسطي) ټکي وي: • د A او C ټکو ترمنځ فاصله په همدې ثابت سرعت سره په څومره وخت کې وهي؟ • د C او B ټکو ترمنځ فاصله په همدې ثابت سرعت سره په څومره وخت کې وهي؟ ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو وواياست چې د A او B ښارونو ترمنځ د وخت په نيمايي کولـو سره د A او C ، همدارنګه د C او B ښارونو ترمنځ وختونه ټاکل کېدای شي.

5- **د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:**

ښاغلی ښوونکی: زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی، دکتاب د 185 مخ فعاليت ورکړی چې له بحث او مذاکرې وروسته يې سرته ورسوي او ځوابونه يې پيداکړي. بيا د دوو يا دريو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې خپل سرته رسولی فعاليت نورو ته تشريح او توضيح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړی. وروسته تاسو دا پايله که چېرې د يو نامعلوم قيمت پيدا کولو لپاره چې د دوو معلومو عددونو ترمنځ پروت وي، د معلومو عددونو په مرسته د نامعلوم عدد قيمت پيدا کړو، په لنډ ډول توضيح کړي او خطي انټرپولېشن ورته تعريف، زده‌کوونکي د هغه په مفهوم پوه کړئ.

په پای کې د هغه په اړوند لومړی مثال چې په هغه کې خطي انټرپولېشن توضيح شوې ده، پر تخته مرحله په مرحله يعنې د عددونو او مانتيسونو توپيرونو پيداکول او تناسب جوړول د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره سرته ورسوئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د کتاب دویم مثال پر تخته ولیکئ ورته و وایاست چې د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي چې ایا زده‌کوونکو لوست زده‌کړی او که نه؟ د کتاب دریم مثال پر تخته ولیکئ او یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي همدارنګه څو پوښتنې په شفاهي توګه وپوښتئ او زده‌کوونکي وازمویې.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

په لاندې اړیکو کې د x او z قیمتونه پیدا کړئ.

$a)\quad z=\log 0.001582 \qquad\qquad b)\quad x=\log 6.289$

حل $a)$:

$$\log 0.001582=\log(1.582\cdot 10^{-3})=\log 1.582-3$$

څرنګه چې د 1.582 عدد لوګاریتم په جدول کې نشته، نو له خطي انټرپولېشن څخه کار اخلو یعنې د 1.580 او 1.590 عددونو لوګاریتم په جدول کې شته.

نو څرنګه چې: $1{,}590>1{,}582>1{,}580$ دی.

له بلې خوا له جدول څخه پوهېږو چې:

$$\left.\begin{array}{l}\log 1.580=0.1987\\ \log 1.590=0.2014\end{array}\right\}$$

$$\log 1.580<\log 1.582<\log 1.590$$

$$0.1987<\log 1.582<0.2014$$

که $\log 1.582=x$ سره وښیو، نو $0.1987<x<0.2014$

د عددونو او لوګاریتمونو د توپیر په پام کې نیولو سره داسې لیکو:

	عددونه	لوګاریتمونه	
0.01	1.590	0.2014	0.0027
0.002	1.582	x	d
	1.580	0.1987	

$$\frac{d}{0.0027}=\frac{0.002}{0.01}\quad\Rightarrow\ d=\frac{0.0027\cdot 0.002}{0.01}=0.00054$$

اوس د d قیمت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو چې حاصل یې د مطلوب عدد لوګاریتم دی.

$$0.1987+d=0.1987+0.00054=0.1992\quad\Rightarrow\ \log 1.582=0.1992$$

$$=\log 0.001582=\log 1.582-3=0.1992-3=-2.8008\pm 1$$

$$\Rightarrow\ z=\log 0.001582=-3+0.1992=\overline{3}.1992$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$x = \log 6.289$

د 6.289 عدد لوګاریتم په جدل کې نشته، خو د 6.280 او 6.290 عددونو لوګاریتمونه په جدول کې شته، یعنې:

$\log 6.280 = 0.7980$

$\log 6.290 = 0.7987$

پوهېږو چې:

$6.280 < 6.289 < 6.290$

$\log 6.280 < \log 6.289 < \log 6.290$

$0.7980 < \log 6.289 < 0.7987$

که $x = \log 6.289$ وضع کړو، نو $0.7980 < x < 0.7987$

	عددونه	لوګاریتمونه	
0.01	6.290	0.7987	0.0007
0.009	6.289	x	d
	6.280	0.7980	

$$\frac{d}{0.0007} = \frac{0.009}{0.01} \Rightarrow d = \frac{0.0007 \cdot 0.009}{0.01} = 0.00063$$

$$0.7980 + d = 0.7980 + 0.00063 = 0.7986 \Rightarrow x = \log 6.289 = 0.7986$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log_2(x^2-1)=3$$
$$5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$$

پنځم څپرکی: لوګاریتم

د لوګاریتمي او اکسپوننشیل معادلو حل(اکسپوننشیل معادلې)

د درسي کتاب (189) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د اکسپوننشیل معادلو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي اکسپوننشیل معادلې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د اکسپوننشیل معادلو د حل طریقه په ریاضیکي مسایلو کې وکاروي او په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، تشریحي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راوګرځوي، داسې چې د ورودي برخې معادلې پر تخته ولیکي: • څوک ویلای شي د $2x+4=20$ په معادله کې مجهول څه شی ده؟ • د $5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$ په معادله کې مجهول څه شی ده؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې په لنډ ډول ورته وواياست په دواړو معادلو کې x مجهول دی، خو په لومړي معادله کې x دیو حد ضربي عامل په ډول او په دویمه معادله کې x د مساوات دواړه خواوو ته د توان په شکل دی او په دواړو معادلو کې د x لپاره هغه قیمتونه پیداکوو چې د معادلو تعادل برقرار شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د $5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$ اکسپوننشیل معادله پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په دې اړه فکر وکړئ بیا له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ:

د x په کومو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوي کېږي؟

څرنګه کولای شو په دې ډول معادلو کې د x مجهول لپاره قیمت پیداکړو؟

ښايي چې ځینې زده‌کوونکي ځوابونه ووايي، خو بیا هم د اکسپوننشیل معادلو تعریف ورته وکړئ او داسې ورته وواياست:

د اکسپوننشیل معادلو د حل لپاره د دواړه خواوو قاعدې سره مساوي کوو او بیا د توان د قوانینو له مخې چې قاعدې مساوي وي، نو توانونه یې هم خامخا یو له بل سره مساوي کېږي، توانونه یو له بله سره مساوي ونیسی او حل یې کړئ.

بیا د تعریف او راکړل شوې معلومات په اړه د کتاب لومړی مثال پر تخته ولیکئ او د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله

(c) ketabton.com: The Digital Library

په مرحله پر تخته حل کړئ، ترڅو زده‌کوونکي د قاعدو په مساوي کولو پوه شي، او قاعدې مساوي کړای شي، په پایله کې د مجهول توان لپاره قیمت پیدا کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د $8^{3x-1} = 2^{4}$ اکسپوننشیل معادله پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکو ته وواياست چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي د $16^{x+1} = 64^{x-2}$ اکسپوننشیل معادلې په واسطه وازمویي چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ.

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په لاندې اکسپوننشیل معادلو کې د x قیمت په لاس راوړئ.

$a)\quad (11)^{3x-1} = 11$

$b)\quad 7^{2x-1} = 3^{x+3}$

حل $a)$:

$$(11)^{3x-1} = 11 \;\Rightarrow\; 11^{3x} \cdot 11^{-1} = \frac{11^{3x}}{11} = 11 \;\Rightarrow\; 11^{3x} = 121 \;\Rightarrow\; 11^{3x} = 11^{2}$$

قاعدې مساوي دی، نو توانونه هم مساي کېږي:

$$3x = 2 \;\Rightarrow\; x = \frac{2}{3}$$

حل $b)$:

$$7^{2x-1} = 3^{3x+3} \;\Rightarrow\; 7^{2x} \cdot 7^{-1} = 3^{3x} \cdot 3^{3} \;\Rightarrow\; \frac{7^{2x}}{7} = 27 \cdot 3^{x} \;\Rightarrow\; 7^{2x} = 7 \cdot 27 \cdot 3^{x} \;\Rightarrow\; 7^{2x} = 189 \cdot x^{3}$$

$$\Rightarrow\; \log 7^{2x} = \log(189 \cdot 3^{x}) \;\Rightarrow\; 2x \cdot \log 7 = \log 189 + \log 3^{x}$$

$$\Rightarrow\; 2x(0.8451) = 2.2765 + x \cdot \log 3$$

$$\Rightarrow\; 1.6902x = 2.2765 + x(0.4771) = 1.6902x - 0.4771x = 2.2765$$

$$\Rightarrow\; 1.2131x = 2.2765 \;\Rightarrow\; x = \frac{2.2765}{1.2131} \;\Rightarrow\; x = 1.8765$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\log_2(x^2-1)=3$$

$$5^x=5^{\frac{1}{2}x-2}$$

پنځم څپرکی: لوګاريتم

لوګاريتمي معادلې

د درسي کتاب (190) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي په لوګاريتمي معادلو کې د متحول يا مجهول په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي لوګاريتمي معادلې حل کړای شي او طريقه يې وکاروي. • زده‌کوونکي لوګاريتمي معادلې د اړتيا په وخت کې په رياضيکي مسايلو کې وکاروي او خپلې ستونزې په خوښی سره حل کړئ.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ييز، انفرادي، تشريحي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتيا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضيح** (5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د ورودي برخې لاندې پوښتنو ته راوګرځوئ: • د $8^{3x-1}=2^4$ معادله د کومې معادلې په نامه يادېږي؟ • د $\log_2(x^2-1)=3$ معادله د کومې معادلې په نامه يادېږي؟ • د $\log_2(x^2-1)=3$ معادلې معادل شکل ليکلای شی؟ ښاغلی ښوونکی کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې تاسو لومړی ته د اکسپوننشيل معادله دويمې ته لوګاريتمي معادله ووايي او د دويمې معادلې، معادل شکل چې له $x^{2-1}=3^2$ څخه عبارت دی او دلوست د پيل لپاره ښه انګيزه کېدای شي، وليکي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی لوګاريتمي افادې يا هغه لوګاريتمي معادلې چې مجهول لرونکی وي، زده‌کونکي ته تعريف او د لوګاريتمي معادلو ډولونه وروښياست، بيا د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره لومړی د څو لوګاريتمي معادلو، معادل شکلونه پيداکړئ او وروسته د هغه د حل طريقه د لوګاريتمي قوانينو له مخې ساده او بيا چې د اکسپوننشيل په معادله بدلېږي، طريقه يې کار وکړئ.

د اکسپوننشيل معادلو د حل طريقې په‌کار اخېستنې سره د مجهول قيمت په لاس راوړئ.

د پوښتنې او ځواب په ډول توضيح او تشريح کړئ او وريسې د لوست لومړی مثال پر تخته د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره مرحله په مرحله حل کړئ او د x قيمتونه په لاس راوړئ.

وروسته دوه داوطلب زده‌کوونکي تختې ته راوغواړئ چې دويم او دريم مثالونه په وار سره پر تخته حل کړي، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهېدو لپاره د کتاب څلورم مثال پر تخته ولیکئ، څرنګه چې پوښتنه یوه اندازه ستونزمنه ده،لومړی یو څه معلومات ورکړئ، وروسته یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او نور زده‌کوونکي دې د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د $\log(x^2+36)-2\log(-x)=1$ معادلې په واسطه وارزوي چې په خپلو کتابچو کې حل او د x قیمت په لاس راوړي.

حل:

$$\log\frac{x^2+36}{x^2}=\log 10 \;\Rightarrow\; \frac{x^2+36}{x^2}=10 \;\Rightarrow\; x^2+36=10x^2$$

$$\Rightarrow\; -x^2+10x^2-36=0 \;\Rightarrow\; 9x^2=36 \;,\; x_{1,2}=\pm 2 \;\Rightarrow\; \begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=-2 \end{matrix}$$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په لاندې لوګاریتمي معادلو کې د x قیمت په لاس راوړئ.

$c)\quad \log\sqrt{x}+3=4$

$d)\quad \log_5\frac{x-1}{x-2}=2$

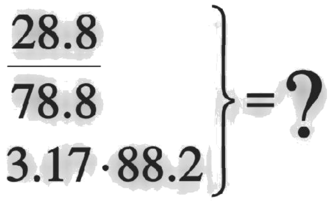
حل $c)$:

$$\log\sqrt{x}+3=4 \;\Rightarrow\; \log\sqrt{x}=4-3 \;\Rightarrow\; \log\sqrt{x}=1$$
$$\sqrt{x}=10^1 \;\Rightarrow\; \sqrt{x}=10 \;\Rightarrow\; (\sqrt{x})^2=10^2 \;\Rightarrow\; x=100$$

حل $d)$:

$$\log_5\frac{x-1}{x-2}=2$$
$$\frac{x-1}{x-2}=5^2 \;\Rightarrow\; \frac{x-1}{x-2}=25$$
$$x-1=25(x-2) \;\Rightarrow\; x-1=25x-50$$
$$x-25x=-50+1 \;\Rightarrow\; -24x=-49$$
$$24x=49 \;\Rightarrow\; x=\frac{49}{24}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



پنځم څپرکی: لوګاریتم

د ریاضیکي عملیو په سرته رسولو کې له لوګاریتم څخه کار اخېستنه

د درسي کتاب (193) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده‌کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ریاضیکي عملیو په سرته رسولو کې له لوګاریتم څخه د کار اخېستنې په طریقه پوه شي. • د هرې عملیې اړوند لوګاریتمي قانون تشخیص، تطبیق او پوښتنې حل کړای شي. • ددې عملیو په سرته رسولو او د لوګاریتمي قوانینو تطبیق په‌کارولو خوښې ښکاره‌کوي.
2- **د زده کړې لارې**:	انفرادي، ډله‌ییز، تشریحي، پوښتنه او ځواب... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • ایا په ضرب او تقسیم کې د اعشاري عددونو عملیې د لوګاریتم په‌کارولو سره سرته رسولای شو ؟ • ایا د لوګاریتم په واسطه د توان او جذر عملیې په اسانۍ سره سرته رسولای شو ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، پرته له هغه تاسو ځوابونه ورکړئ، ورته ووایاست. هو کولای شو د لوګاریتم په مرسته پورتنی عملیې په اسانی سره سرته ورسوو.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی لومړی یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې په لوګاریتم کې د ضرب قانون پر تخته ولیکي، وروسته ورته ووایاست چې دکتاب لومړی مثال یعنې د ضرب د حاصل لوګاریتم په مرسته له جدول څخه په‌کار اخېستنې حل کړي. زده‌کوونکی پر تخته کار کوي. په پای کې لیدل کېږي چې د لاس ته راغلې مانتیس عدد په جدول کې نشته، ورته ووایاست چې د انترپولېشن په مرسته د لوی او کوچني مانتسونو عددونو په پام کې نیولو سره اړونده عدد په لاس راوړئ. زده‌کوونکي له تېر لوست څخه په‌کار اخېستنې سره عملیې سرته رسوي او مطلوب په لاس راوړي، وروسته په دې هکله تاسو د مرحلو په پام کې نیولو سره لنډ معلومات ورکړئ. په همدې ډول یو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په لوګاریتم کې د یو خارج قسمت پیدا کولو قانون پر تخته ولیکي، لکه په ضرب کې د قانون ټولې مرحلې دې دکتاب په اړوند مثال باندې سرته ورسوي. وروسته تاسو د ټولو مرحلو په پام کې نیولو سره لنډ معلومات ورکړئ چې زده‌کوونکي د تقسیم په عملیه کې له لوګاریتم څخه په‌کار اخېتسنې سره پوه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

همدارنگه دریم داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ ورته وواياست چې د لوګاریتم د توان لرونکي عددونو قانون پر تخته ولیکي او د همدې قانون په اړوند مثال پر تخته حل کړي. د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، د کتاب د 194 او 195 مخونو فعالیتونه چې ضرب او تقسیم دي ورکړئ چې له بحث او مذاکرې وروسته هره ډله فعالیتونه سرته ورسوي، وروسته د دوو ډلو استازي تختې ته راوغواړئ چې یو یې د ضرب په برخه کې او بل یې د تقسیم په برخه کې خپل د ډلې کار نورو ته توضیح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لا ښه تحکیم لپاره د کتاب 195 مخ فعالیت چې یو توان لرونکی عدد دی پر تخته ولیکئ او زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي او نور زده-کوونکي دې خپلې تېروتنې اصلاح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ښاغلی ښوونکی د زده‌کړې په هکله ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي دې د لاندې شفاهي پوښتنو په واسطه وازمويي:

- آیا کولای شو د ضرب د عملیې د ساده کولو لپاره له لوګاریتم څخه کار واخلو ؟
- آیا د تقسیم د عملیې د اسانه کولو لپاره له لوګاریتم څخه کار اخېستلای شو ؟
- آیا د لوګاریتم په واسطه د توان لرونکي عددونو محاسبه سرته رسولای شو ؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

8- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. لاندې د ضرب حاصل د لوګاریتم په واسطه محاسبه کړئ.

$$0.097\cdot 7.78=?$$

حل:

$$\log 0.097\cdot 7.78=\log 0.097+\log 7.78=\log(9.7\cdot 10^{-2})+\log 7.78$$
$$=\log 9.7+\log 7.78-2=0.9868+0.8910-2$$
$$1.8778-2=\pm 1-0.1222=-1+0.8778=\bar{1}.8778$$
$$anti\log(-0.1222)=anti\log(-1.8778)$$
$$anti\log(-1)=10^{-1}$$
$$anti\log(-0.1222)=7.55\cdot 10^{-1}=0.755=\bar{1}.8778$$
$$anti\log(-0.1222)=0.755\quad\Rightarrow\quad 0.097\cdot 7.78=0.755$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. لاندې د تقسيم حاصل د لوګاريتم په واسطه حساب کړئ.

$$a)\quad \frac{8}{737}=? \qquad\qquad b)\quad \frac{32.2}{25.1}=?$$

حل a):

$$\log\frac{32.2}{25.1}=\log 32.2-\log 25.1=\log 3.22\cdot 10-\log 2.51\cdot 10$$
$$=\log 3.22+\log 10-\log 2.51-\log 10=\log 3.22+1-\log 2.51-1$$
$$=0.5079-0.3997=0.1082$$
$$anti\log 0.1082=1.28 \quad\Rightarrow\quad \frac{32.2}{25.1}=1.28$$

حل b):

$$\log\frac{32.2}{25.1}=\log 32.2-\log 25.1=\log 3.22\cdot 10-\log 2.51\cdot 10+1-1$$
$$=\log 3.22+1-\log 2.51-1=0.5079-0.3997=0.1082$$
$$anti\log 0.1082=1.28 \quad\Rightarrow\quad \frac{32.2}{25.1}=1.28$$

3. لاندې توان لرونکي عدد دلوګاريتم په واسطه محاسبه کړئ.

$$(964)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(964)^2}=?$$

حل:

$$\log(964)^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}\log 964=\frac{2}{3}\log(9.64\cdot 10^2)=\frac{2}{3}\log 9.64+\frac{4}{3}=\frac{2}{3}\cdot 0.9841+\frac{4}{3}$$
$$=0.6560+1.3333=1.9893=0.9893+1$$
$$anti\log 1.9893=9.76\cdot 10=97.6 \quad\Rightarrow\quad (964)^{\frac{2}{3}}=97.6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پنځم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(شپږ درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنې په غور ولولئ، د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب یې پیدا او له هغه څخه کړۍ تاو کړئ.

1. $\log_{\sqrt{2}}(\frac{1}{4})$ مساوي له څو سره دی ؟

$a)\ 4$ — $b)\ -4$ (circled) — $c)\ 3$ — $d)\ -3$

2. د $\log_b \sqrt[4]{81} = \frac{1}{4}$ اړیکه کې د b قیمت عبارت دی له:

$a)\ \frac{1}{4}$ — $b)\ 81$ (circled) — $c)\ \sqrt{81}$ — $d)\ -4$

3. د $\log_3 81 - \log 0.01$ افادې قیمت په لاس راوړئ.

$a)\ 0$ — $b)\ 4$ — $c)\ 6$ (circled) — $d)\ 9$

4. د x قیمت په $\log 81 - \log 2x = \log 3$ افاده کې مساوي له څو سره دی.

$a)\ 2$ — $b)\ 3$ — $c)\ 4$ — $d)\ 13.5$ (circled)

5. $\log_2 16 = ?$

$a)\ 4$ (circled) — $b)\ 3$ — $c)\ 5$ — $d)\ -4$

6. $\log_{\frac{1}{5}} 125$

$a)\ 3$ — $b)\ -3$ (circled) — $c)\ 4$ — $d)\ 5$

7. د $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$ قیمت عبارت دی له :

$a)\ \frac{1}{2}$ — $b)\ -\frac{1}{2}$ — $c)\ 1$ (circled) — $d)\ -1$

8. د x قیمت د $3^{x-1} = 9$ په معادله کې عبارت دی له :

$a)\ x=-3$ — $b)\ x=9$ — $c)\ x=-9$ — $d)\ x=3$ (circled)

9. د $\log 234.21$ مشخصه یاکرکترستیک عبارت دی له:

$a)\ 0$ — $b)\ 1$ — $c)\ 2$ (circled) — $d)\ 3$

10. د یوه عدد دلوګاریتم معکوس عبارت دی له:

$a)\ \log_a m = \frac{1}{\log_a m}$ — $b)\ \log_a m = -\frac{1}{\log_a m}$ — $c)\ \log_a m = \frac{1}{\log_m a}$ (circled) — $d)$ هیڅ یو

1. په لاندې معادلو کې د x قیمت پیدا کړئ

$a)\ 3^x = 3^{3x+2}$ — $b)\ 3^{2x} = 9^{4x-1}$

$c)\ \log_3(x+2) = 2\log_3 9$ — $d)\ 16^{x+1} = 64^{x-2}$

$e)\ 15^{2x-1} = 7^{x+1}$ — $f)\ \log\sqrt{x+1} = 1 - \frac{1}{2}\log x$

$g)\ \log(4x-3) = 2 - \log 20$ — $h)\ \log_5(x-1) - \log_5(x-2) = \log_5 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a):

$$3^x = 3^{3x+2} \Rightarrow 3x+2 = x \Rightarrow 3x - x + 2 = 0 \Rightarrow 2x+2=0 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1$$

حل b):

$$3^{2x} = 9^{4x-1} \Rightarrow 3^{2x} = (3^2)^{4x-1} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{2(4x-1)} \Rightarrow 2(4x-1) = 2x$$

$$8x - 2 = 2x \Rightarrow 8x - 2x = 2 \Rightarrow 6x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

حل c):

$$\log_3(x+2) = 2\log_3 9$$

$$\log_3(x+2) = \log_3 9^2$$

که چیرې په لوګاریتم کې قاعدې سره برابر وي، نو خپله اعداد هم سره برابر وي، نو:

$$x + 2 = 9^2 = 81$$

$$x = 81 - 2 = 79 \Rightarrow x = 79$$

حل d):

$$16^{x+1} = 64^{x-2}$$

$$((4)^2)^{x+1} = ((4)^3)^{x-2} \Rightarrow 4^{2(x+1)} = 4^{3(x-2)} \Rightarrow 2x+2 = 3x-6 \Rightarrow 8 = x \Rightarrow x = 8$$

حل e):

$$(15)^{2x-1} = 7^{x+1} \Rightarrow \log(15)^{2x-1} = \log 7^{x+1} \Rightarrow (2x-1)\log 15 = (x+1)\log 7$$

$$\Rightarrow (2x-1)(1.1761) = (x+1)(0.8451) \Rightarrow 2.3522x - 1.1761 = 0.8451x + 0.8451$$

$$\Rightarrow 2.3522x - 0.8451x = 1.1761 + 0.8451 \Rightarrow 1.5071x = 2.0212 \Rightarrow x = \frac{2.0212}{1.5071}$$

حل f):

$$\log\sqrt{x+1} = 1 - \frac{1}{2}\log x$$

$$\log\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}\log x = 1 \Rightarrow \log\sqrt{x+1} + \log x^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\log(\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x}) = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x} = 10^1$$

$$(x+1)\cdot x = 100 \Rightarrow x^2 + x - 100 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(-100) = 1 + 400 = 401$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{401}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{-1-\sqrt{401}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+20.02}{2} = \frac{19.02}{2} = 9.51 \quad , \quad x_2 = \frac{-1-20.02}{2} = \frac{-21.02}{2} = --10.51$$

حل g):

$$\log(4x-3) = 2 - \log 20 \Rightarrow \log(4x-3) + \log 20 = 2$$

$$\log[(4x-3)\cdot 20] = 2 \Rightarrow 20(4x-3) = 10^2$$

$$80x - 60 = 100 \Rightarrow 80x = 160 \Rightarrow x = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل h):

$$\log_5(x-1)-\log_5(x-2)=\log_5 2 \quad\Rightarrow\quad \log_5\frac{x-1}{x-2}=\log_5 2$$

څرنګه چې قاعدې سره مساوي دي، نو خپله لوګاریتمي عددونه هم سره مساوي دي:

$$\frac{x-1}{x-2}=2 \quad\Rightarrow\quad x-1=2x-4$$

$$x-1-2x+4=0 \quad\Rightarrow\quad -x+3=0 \quad\Rightarrow\quad -x=-3 \quad\Rightarrow\quad x=3$$

2- لاندې لوګاریتمي افادې د لوګاریتم د قوانینو په کارولو سره ساده کړئ.

$a)\log_8 3\sqrt{4}=?$ $\qquad b)\log_3\frac{1}{243}=?$

$c)\log_{10}\sqrt[4]{100}=?$ $\qquad d)\log(\frac{8}{\sqrt{128}})=?$ $\qquad e)\ \log_{10}\frac{\sqrt[3]{10}}{0.1}=?$

حل a):

$$\log_8\sqrt[3]{4}=\log_{2^3}2^{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{2}{3}}{3}\log_2 2=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$$

حل b):

$$\log_3\frac{1}{243}=\log_3 1-\log_3 243=0-\log_3 3^5=-\log_3 3^5=-5\log_3 3=-5\cdot 1=-5$$

حل c):

$$\log_{10}\sqrt[4]{100}=\log_{10}(100)^{\frac{1}{4}}=\log_{10}10^{\frac{2}{4}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

حل d):

$$\log\frac{8}{\sqrt{128}}=\log 8-\log\sqrt{128}=\log 8-\log(128)^{\frac{1}{2}}=\log 8-\frac{1}{2}\log 128=\log 8-\frac{1}{2}\cdot\log 1.28\cdot 10^2$$

$$=\log 8-\frac{1}{2}\log 1.28+2=0.9031-0.5(0.1072)+2$$

$$=0.9031-0.0536+2=0.8495+2=2.8495$$

حل e):

$$\log\frac{\sqrt[3]{10}}{0.1}=\log\sqrt[3]{10}-\log 0.1=\frac{1}{3}\log 10-\log 10^{-1}=\frac{1}{3}\cdot 1-(-1)\log 10$$

$$=\frac{1}{3}+1=\frac{1+3}{3}=\frac{4}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. لاندې لوګاريتمونه محاسبه کړئ.(دا پوښتنې تکراري دي)

$a)\quad \log_8 \sqrt[3]{4} = ?$ $\qquad b)\quad \log_3 \dfrac{1}{243} = ?$

$c)\quad \log_{10} \sqrt[4]{100} = ?$ $\qquad d)\quad \log_{10} \dfrac{\sqrt[3]{10}}{0.1} = ?$ $\qquad e)\quad \log \dfrac{8}{\sqrt{128}} = ?$

4. لاندې انتي لوګاريتمونه پيدا کړئ.

$a)\ 1.7300 \quad b)\ 0.8954 \quad c)\ 4.5682 \quad d)\ \overline{2}.1987$

حل $a)$: په جدول کې د 1.7300 لوګاريتم اړوند عدد پيدا کوو:

$$anti\log 1.7300 = anti\log(0.7300+1) = 5.37\cdot 10 = 53.7$$
$$anti\log 1.7300 = 53.7 \quad \Rightarrow \quad \log 53.7 = 1.7300$$

حل $b)$:

$$anti\log(0.8954)$$

$$anti\log 0.8954 = 7.86$$

حل $c)$:

$$anti\log 4.5682 = anti\log(0.5682+4) = 3.7000\cdot 10^4 = 37000$$

حل $d)$:

$$anti\log \overline{2}.1987 = nati\log(0.1987-2) = (1.58\cdot 10^{-2} = 0.0158$$
$$anti\log \overline{2}.1987 = 0.0158$$

5. دلاندې هر عدد لوګاريتم حساب کړئ.

$a)\ 89500 \quad b)\ 91 \quad c)\ 3065.3 \quad d)\ \log 0.002$

حل $a)$:

$$\log 89500 = \log(8.59\cdot 10^4) = \log 8.95 + 4$$
$$= 0.9518 + 4 = 4.9518$$

حل $b)$:

$$\log 91 = \log(9.1\cdot 10) = \log 9.1 + 1 = 0.9590 + 1$$
$$= 1.9590$$

حل $c)$:

$$\log 65.3 = \log 6.53\cdot 10 = \log 6.53 + 1$$
$$= 0.8149 + 1 = 1.8149$$

حل $d)$:

$$\log 0.002 = \log(2.00\cdot 10^{-3}) = \log 2.00 - 3$$
$$= 0.3010 - 3 = \overline{3}.3010$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د لوگاریتم په مرسته لاندې حاصل ضرب پیدا کړئ.

$a)\quad 2.01\cdot 52.9 \qquad\qquad b)\quad (0.0062)(-34.8)$

حل a):

$$\log 2.01\cdot 52.9 = \log 2.01 + \log 52.9 = \log 2.01 + \log(5.29\cdot 10)$$
$$= \log 2.01 + \log 5.29 + 1$$
$$0.3032 + 0.7235 + 1 = 2.0267$$
$$anti\log 2.0267 = anti\log(0.0267 + 2) = 1.06\cdot 100 = 106 \quad\Rightarrow\quad 2.01\cdot 59.9 = 106$$

حل b): خرنگه چې د b په جزکې د ضرب حاصل یو منفي عدد کېږي، منفي عددونه لوگاریتمي قیمت نـه لـري او پـه جـدول کې هم نشته له دې امله د لوگاریتمي له طریقې د هغه حل نا ممکن دی.

7. د لاندې تقسیم حاصل د لوگاریتم په مرسته پیدا کړئ.

حل a):

$$\log\frac{0.888}{256} = \log 0.888 - \log 256 = \log 0.888 - \log(2.56\cdot 10^2) = \log 0.888 - \left[\log(2.56\cdot 10^2)\right]$$
$$= \log(8.88\cdot 10^{-1}) - \log 2.56 - 2 = \log 8.88 - 1 - \log 2.56 - 2$$
$$= \log 8.88 - \log 2.56 - 3 = 0.9484 - 0.4082 - 3$$
$$= 0.5402 - = \overline{3}.5402$$
$$anti\log(-2.4598) = anti\log(0.5402 - 3) = 3.47\cdot 10^{-3} = 0.00347$$
$$\Rightarrow\quad 0.888 \div 256 = 0.00347$$

حل b):

$$\log\frac{17.3}{7.47} = \log 17.3 - \log 7.47 = \log(1.73\cdot 10) - \log 7.47 = \log 1.73 - \log 7.47 + 1$$
$$= 0.2380 - 0.8733 + 1 = 0.3647.$$
$$anti\log 0.3647 = 2.32 \quad\Rightarrow\quad 17.3 \div 7.47 = 2.32$$

8. د لاندی توان لرونکو عددونو قیمتونه د لوگاریتم په مرسته پیدا کړئ.

$a)\,(7.42)^3 \qquad b)\,(-84.7)^2 \qquad c)\,\sqrt{418} \qquad d)\,\sqrt{0.21}$

حل a):

$$\log(7.42)^3 = 3\log 7.42 = 3(0.8704) = 2.6112$$
$$anti\log(2.6112) = anti\log(0.6112 + 2) = 4.09\cdot 100 = 409$$
$$\Rightarrow\quad (7.42)^3 = 409$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$$\log(-84.7)^2 = 2\log(-84.7) = 2\log(-8.47\cdot 10) = 2\log(-8.47) + 2\log 10$$
$$= 2\log(-8.47) + 2$$

پوهېږو چې عدد په توان د جفت مساوي له يوه مثبت عدد سره دی، د منفي علامې په پام کې نـه نيولـو سـره لوګـاريتمي عمليـې سرته رسوو چې د 8.47 مانتيس عبارت دی له 0.9279 څخه، نو:

$$2(0.9279) + 2 = 1.8558 + 2 = 3.8558$$

مانتيس يعنې 0.8558 په جدول کې نه ليدل کېږي، نو د انترپولېشن عمليې ته اړتيا ده او دا وروستی موضوع ده چې راځي.

حل c):

$$\log\sqrt{418} = \log(418)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log 418 = 0.5\log(4.18\cdot 10^2) = 0.5\log 4.18 + 0.5\cdot 2$$
$$= 0.5(0.6212) + 1 = 0.3106 + 1 = 1.3106$$
$$anti\log 1.3106 = anti\log(0.3106 + 1) = 2.05\cdot 10 = 20.5$$
$$\Rightarrow \sqrt{418} = 20.5$$

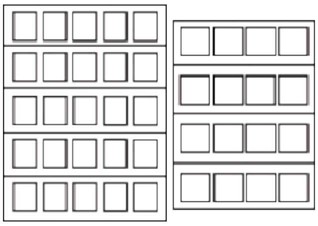
حل d):

$$\log\sqrt{0.21} = \log(0.21)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log 0.21 = 0.5\log(2.1\cdot 10^{-1}) = 0.5\log 2.1 + 0.5(-1)$$
$$= 0.5(0.3222 - 1) = 0.5(-0.6778) = -0.33890$$

څرنګه چې مانتيسا بايد مثبت وي، نو د -0.33890 سره د مثبت او منفي يو عدد جمع کوو:

$$-0.33890 + 1 - 1 = 0.6611 - 1 = \overline{1}.6611$$
$$anti\log(\overline{1}.6611) \approx 0.459 \quad \Rightarrow \sqrt{0.21} \approx 0.459$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپږم څپرکی: مټریکسونه

مټریکسونه(Matrices)

د درسي کتاب (205) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې و توانېږي چې: • د مټریکسونو په مفهوم پوه شي. • د M نقطې متناظر نظر د x یا y محور ته پیداکړای شي، همدارنګه ضرایب په جدول کې وښودلای شي. • د مټریکسونو په کارولو سره د ریاضي له علم سره مینه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ، د 206 مخ د مټریکسونو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته هغه چارټ چې مخکې لـه مخکې مو جوړ کړی دی، د ټولګي مخې ته وځړوي او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتي. طبیعي ده چې زده‌کوونکي پوښتنې ته ځواب وایي، ځکه ډېره ساده پوښتنه ده.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلي ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي چې د کتاب 205 مخ فعالیت په خپلو کتابچو کې سرته ورسوي.
- د فعالیت په بهیر کې د ډلو له کار او فعالیت څخه کتنه وکړئ او د اړتیا په صورت کې مرسته ورسره وکړئ.
- د ډله‌ییز کار په پای کې یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې تاسو د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده‌کوونکو فعالیت اصلاح کړی.
- ښاغلی ښوونکی د مټریکس تعریف زده‌کوونکو ته وواییي او د کتاب د 206 مخ د B, A او C مټریکسونو سطرونه او ستونونه په داسې حال کې چې چارټونه یې د ټولګي په مخکې ځوړند دي، زده‌کوونکو ته وروپېژنئ.
- له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د مټریکس مرتبه څه شی ده، که چیرې کوم زده‌کوونکی ځواب ورکړ ښه ده، که چیرې ځواب یې ورنه کړ د مټریکس مرتبه هم زده‌کوونکو ته وروپېژنئ.
- د کتاب د 207 مخ د فعالیت اړوند C, B, A او D مټریکسونه یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته د هغو مرتبه وټاکي، په عین وخت کې نورو زده‌کوونکو ته وواياست چې د نوموړو مټریکسونو مرتبه په خپلو کتابچو کې وټاکي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې بل زده‌کوونکی دې د نوموړو مټریکسونو مرتبه پر تخته وټاکي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 207 مخ مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډمن شي، نو زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. مټریکس څه ته وايي؟ یو زده‌کوونکی دې تعریف کړي.
2. یو زده‌کوونکی دې د $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ مټریکس مرتبه ولیکي.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

د A مټریکس د $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ یا $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ په واسطه ښودل کېږي او که مرتبه يې معلومه وي د $[a_{ij}]$ یا $\left(a_{ij}\right)$ په شکل لیکو، څرګنده ده چې د $m\times n$ مرتبې مټریکس د $m\cdot n$ په شمېر عناصر لري.

مثال: یو مټریکس چې 12 عنصره ولري، څو ممکنه ترتیبونه به ولري؟

حل: څرنګه چې د $m\times n$ مرتبې مټریکس د $m\cdot n$ په شمېر عناصر لري، نو یو مټریکس چې 12 عنصره ولري د هغه ټولې مرتبې جوړې داسې په لاس راوړو چې د ضرب حاصل يې 12 شي.

$(1,12),\ (12,1),\ (2,6),\ (6,2),\ (3,4),\ (4,3)$

نو د دغه مټریکس ممکنه مرتبې $1\times 12\ ,\ \ 12\times 1\ ,\ \ 2\times 6\ ,\ \ 6\times 2\ ,\ \ 3\times 4\ ,\ \ 4\times 3$

دي، چې په ترتیب سره د کیڼې خوا فکتورونه د سطرونو شمېر او ښي خوا فکتورونه د ستونونو شمېر ښيي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. د لاندې مټریکسونو مرتبې ولیکئ.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

حل: پوهېږو چې د یو مټریکس مرتبه د $m\times n$ په شکل ښودل کېږي، داسې چې m د سطرونو او n د ستونونو شمېر راښيي، نو:

$$A_{m\times n}=A_{3\times 3} \qquad , \qquad B_{m\times n}=B_{2\times 3}$$

2. لاندې مټریکسونه د مستطیلي جدول په شکل ولیکئ.

$$a)\ (a_{ij})_{3\times 3}=(2i+3j)_{3\times 3} \qquad b)\ (a_{ij})_{2\times 3}=\left(\frac{i}{j}\right)_{2\times 3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a): د $(a_{ij})_{3\times3}$ متريکس عمومي حالت ليکو او پوهېږو چې i د عنصر ځای په سطر کې او j د عنصر ځای په ستون کې ښيي:

$$(a_{ij})_{3\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=(2i+3j)_{3\times3}$$

$a_{11}\ ,\ i=1\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=2+3=5$

$a_{12}\ ,\ i=1\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=2+6=8$

$a_{13}\ ,\ i=1\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=2+9=11$

$a_{21}\ ,\ i=2\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=4+3=7$

$a_{22}\ ,\ i=2\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=4+6=10$

$a_{23}\ ,\ i=2\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=4+9=13$

$a_{31}\ ,\ i=3\ ,\ j=1 \Rightarrow 2i+3j=6+3=9$

$a_{32}\ ,\ i=3\ ,\ j=2 \Rightarrow 2i+3j=6+6=12$

$a_{33}\ ,\ i=3\ ,\ j=3 \Rightarrow 2i+3j=6+9=15$

$$(a_{ij})_{3\times3}=(2i+3j)_{3\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 8 & 11 \\ 7 & 10 & 13 \\ 9 & 12 & 15 \end{pmatrix}_{3\times3}$$

حل b):

$$(a_{ij})_{2\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}=(\frac{i}{j})_{2\times3}$$

$a_{11}\ ,\ i=1\ ,\ j=1 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{1}=1$

$a_{12}\ ,\ i=1\ ,\ j=2 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{2}$

$a_{13}\ ,\ i=1\ ,\ j=3 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{1}{3}$

$a_{21}\ ,\ i=2\ ,\ j=1 \Rightarrow \frac{i}{j}=2$

$a_{22}\ ,\ i=2\ ,\ j=2 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{2}{2}=1$

$a_{23}\ ,\ i=2\ ,\ j=3 \Rightarrow \frac{i}{j}=\frac{2}{3}$

$$(a_{ij})_{2\times3}=(\frac{i}{j})_{2\times3}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}4 & 5 & 6\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د متریکس ډولونه

د درسي کتاب (209) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د متریکس ډولونه وپېژني. • متریکسونه له یو بل سره تشخیص کړای شي. • په ژوندکې د متریکسونو په ارزښت پوه شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سـرته رسـولو څخـه وروسـته ورودي پوښـتنه لـه زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې زده‌کوونکي د هغې پـه اړه فکـر وکـړي. د پوښـتنې لـومړي جز تـه زده‌کوونکي ځواب ویلای شي، خو د دویم جز ځواب د فعالیت له سر تـه رسـولو څخـه وروسـته روښانه کېږي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- ښاغلی ښوونکی په ترتیب سره د متریکسونو عنوانونه پر تخته ولیکئ او په نوبت سره له زده‌کوونکو څخه وغواړئ چې د هر متریکس بېلګه پر تخته ولیکي، که چېرې ستونزې ولري لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی چې د کتاب 211 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي. د ډلهییز کار په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډلهییز کار پر تخته نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې د نوموړي توضیحاتو د زده‌کوونکو قناعت حاصل نه کړ، بل داوطلب زده‌کوونکی دې دغه فعالیت توضیح کړي.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 212 مخ لـه پوښـتنو څخه د a او b جزونـه د پوښـتنې او ځواب په طریقه په زده‌کوونکو باندې حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه:** (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د خپل ډاډ لپاره له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وپوښتئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د متریکسونو ډولونه پر تخته ولیکي.
2. یو زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د یو متریکس اصلي قطر او فرعي قطر راوښیي.
3. یو زده‌کوونکی دې دکتاب د 212 مخ د پوښتنو c جز حل کړي، یعنې نوم او مرتبه دې مشخصه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د دوه قطري مترېکسونو د جمعې حاصل بیا هم یو قطري مترېکس دی.

ثبوت: څرنګه چې د قطري مترېکس ټول عناصر له اصلي قطر پرته ټول صفرونه دي، نو فرضوو چې $A=(a_{ii})$ او $B=(b_{ii})$ قطري مترېکسونه دي، په دې حالت کې په اسانۍ سره لیدل کېږي چې:

$$C=A+B=(a_{ii}+b_{ii})=((a+b)_{ii})=(c_{ii}) \;\;\Rightarrow\; C=(c_{ii})$$

مثال: که چیرې $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&6\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&5\end{pmatrix}$ قطري مترېکسونه وي، نو:

$$A+B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&0\\0&0&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+1&0+0&0+0\\0+0&4+3&0+0\\0+0&0+0&6+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&7&0\\0&0&11\end{pmatrix}$$

ولیدل شو $A+B$ یو قطري مترېکس دی.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. لاندې مترېکسونه په پام کې ونیسئ، مرتبې او اړوند نومونه یې وټاکئ:

$a)\; A=\begin{pmatrix}3&4&-5\\1&-2&3\\0&1&0\end{pmatrix}$ $\quad b)\; B=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ $\quad c)\; C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

$d)\; D=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}$ $\quad e)\; E=\begin{pmatrix}5&-6&7&8\end{pmatrix}$ $\quad f)\; F=\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}$

$g)\; G=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\\0\end{pmatrix}$ $\quad h)\; H=\begin{pmatrix}3&-1\\-1&0\end{pmatrix}$

حل $a)$: د a جز مترېکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او مربعي مترېکس دی.

حل $b)$: د b جز مترېکس مرتبه $O_{m\times n}=O_{3\times 3}$ او صفري مترېکس دی.

حل $c)$: د c جز مترېکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او واحد مترېکس دی.

حل $d)$: د d جز مترېکس مرتبه $m\times n=3\times 3$ او سکالري مترېکس دی.

حل $e)$: د e جز مترېکس مرتبه $m\times n=1\times 4$ او سطري مترېکس دی.

حل $f)$: د f جز مترېکس مرتبه $m\times n=1\times 2$ او سطري مترېکس دی.

حل $g)$: د g جز مترېکس مرتبه $m\times n=4\times 1$ او ستوني مترېکس دی.

حل $h)$: د h جز مترېکس مرتبه $m\times n=2\times 2$ او له مربعي مترېکس څخه عبارت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A+A=$
$A-A=$
$A+B=$
$A-B=$
$B+B=$
$B-B=$
?

شپږم څپرکی: متریکسونه

د متریکسونو جمع او تفریق

د درسي کتاب (213) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د متریکسونو د جمعې او تفریق په طریقه پوه شي. • د متریکسونو د جمعې او تفریق عملیه سرته ورسوي. • په بریالیتوب سره د ریاضي د عملیو په سرته رسولو سره خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي افادو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي افادو چارټ د ټولګي په مخکې وځړوئ او د ورودي پوښتنې په اړه لـه زده‌کوونکـو څخـه وپوښـتئ، زده‌کوونکي دې له فکر کولو څخه وروسته ځواب و وایي، که چیرې سم ځواب ورنه شي کړای د متریکسونو د جمعې لومړی مثال د ورودي پوښتنې حل دی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی(د متریکسونو جمع) عنوان پر تخته ولیکئ او له لنډو توضیحاتو څخه وروسته د مثال حل د پوښتنې او ځواب په طریقه حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د کتاب 213 مخ فعالیت د یو بل په مشوره په خپلو ډلو کې سرته ورسوي، په پای کې د یوې ډلې استازي ته دنده ورکړئ چې خپل ډلهییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې زده‌کوونکو تېروتنه وکړه لارښوونه ورته وکړئ.
- د متریکسونو د جمعې او تفریق د خاصیتونو عنوان پر تخته ولیکئ، د پوښتنې او ځواب په طریقه د لوست بهیر ته ادامه ورکړئ.
- په داسې حال کې چې زده‌کوونکو کتابونه ترلي وي، د کتاب 214 مخ لومړی مثال دې د یو کسیز فعالیت په توګه سرته ورسوي، د فعالیت په پای کې یو زده‌کوونکی دې خپل فعالیت پر تخته نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې تاسو مرسته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب 214 مخ د فعالیت دویم مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې کار وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $A_{2\times2}$ میټریکس پر تخته ولیکي.
2. له یوه زده‌کوونکي څخه وغواړئ چې د $B_{2\times3}$ میټریکس پر تخته ولیکي.
3. یو زده‌کوونکی راوغواړئ چې دکتاب 214 مخ د پوښتنو د a جز اړوند A او B میټریکسونه سره جمع کړي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

دکتاب د 214 مخ د فعالیت حل:

فعالیت: د یوه مثال په واسطه وښایاست چې $A-B\neq B-A$

حل: که چیرې $A=\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}$ وي، نو:

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-0&2-7&4-9\\5-8&8-10&7-4\\6-3&3-5&9-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-5&-5\\-3&-2&3\\3&-2&3\end{pmatrix}$$

$$B-A=\begin{pmatrix}0&7&9\\8&10&4\\3&5&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2&4\\5&8&7\\6&3&9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0-1&7-2&9-4\\8-5&10-8&4-7\\3-6&5-3&6-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&5&5\\3&2&-3\\-3&2&-3\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\ A-B\neq B-A$$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

لاندې میټریکسونه د امکان تر حده جمع او تفریق کړئ:

$a)\ A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$

$b)\ A=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}$

$c)\ A=\begin{pmatrix}1&1\\2&0\\-1&3\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}1&3&4\\-1&0&1\end{pmatrix}$

حل: دوه میټریکسونه هغه وخت سره جمع او تفریق کېدلای شي چې یو شان مرتبه ولري.

$$a)\ A+B=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+3&2-1&3+0\\4+0&-1+(-1)&0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&1&3\\4&-2&1\end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-3&2+1&3-0\\4-0&-1+1&0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&3&3\\4&0&-1\end{pmatrix}$$

$$b)\ A+B=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+2&2+2\\-1+1&-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&4\\0&-2\end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-2&2-2\\-1-1&-1+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\-2&0\end{pmatrix}$$

a) : څرنگه چې لیدل کېږي د c جز اړونده A او B میټریکسونه هم مرتبه نه دي، نو د نوموړو میټریکسونو د جمعې او تفریق حاصل په لاس نه شو راوړای، یعنې جمع او تفریق کیدای نه شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$K\cdot A=K\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\square & \square\\ \square & \square\end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

په متریکس کې د سکالر ضرب

د درسي کتاب (215) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • په یوه متریکس کې د سکالر د ضرب په مفهوم پوه شي. • په یوه متریکس کې سکالر ضرب کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره د ریاضي له علم سره مینه پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ، په 216 مخ کې د b,a او c افادو چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، طبیعي ده چې زده‌کوونکو ته انګیزه پیداکېږي او د پوښتنې په اړه فکر کوي، که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونه شي ویلای د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې ځواب په لاس راځي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 215 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د ډلو د فعالیت له بهیر څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او له ضعیفو ډلو سره مرسته وکړئ.
- د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډلهییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، که چیرې ستونزې ولري لارښوونه ورته وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی هغه تعریف چې د فعالیت پایله ده، زده‌کوونکو ته وواياست.
- دکتاب د 215 مخ مثال د پوښتنو او ځواب په طریقه په زده‌کوونکو حل کړئ.
- دکتاب د 216 مخ(په متریکس کې د سکالر د ضرب خاصیتونه) عنوان پر تخته ولیکئ او د اړونده افادو چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او د هغه په اړه اړین توضیحات ورکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکیم ورکولو لپاره درې زده‌کوونکي په وار سره راوغواړئ، چې یو زده‌کوونکی $\alpha(\beta\cdot A)$، دویم زده‌کوونکی $(\alpha\beta)A$ او دریم زده‌کوونکی $\beta(\alpha\cdot A)$ پیداکړي او په پای کې پایلې یې سره پرتله کړي، معلوم به شي، چې: $\alpha(\beta A)=(\alpha\cdot\beta)A=\beta(\alpha A)$ کېږي.

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکو ته وواياست چې له کتاب څخه کار وانه خلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې په یو متریکس کې د یو سکالر د ضرب قاعده بیان کړي.

2. یو زده‌کوونکی دې لاندې مساواتونه بشپړ کړي:

$\alpha(A+B)=?$

$(\alpha+\beta)A=?$

$\alpha(\beta A)=?$

8- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. که چیرې $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $\alpha=2$ او $\beta=1$ راکړل شوي وي. په متریکس کې د سکالر د ضرب درې خاصیتونه تطبیق کړئ؟

حل:

$a)\ \alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$

$$2\left[\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right]=2\left[\begin{pmatrix}2-1 & 0+0\\ 1+1 & -1+0\end{pmatrix}\right]=2\left[\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 4 & -2\end{pmatrix}$$

$$\alpha A=2\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2 & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$$\alpha B=2\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(-1) & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2\cdot 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 2 & 0\end{pmatrix}$$

$$\alpha A+\alpha B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-2 & 0+0\\ 2+2 & -2+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 4 & -2\end{pmatrix}$$

$b)\ (\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$

$$(\alpha+\beta)A=(2+1)\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot 2 & 3\cdot 0\\ 3\cdot 1 & 3(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$$

$$\alpha A=2\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2 & 2\cdot 0\\ 2\cdot 1 & 2(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$$\beta A=1\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 2 & 1\cdot 0\\ 1\cdot 1 & 1\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

$$\alpha A+\beta A=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+2 & 0+0\\ 2+1 & -2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$c)\ \alpha(\beta A) = (\alpha \beta)A = \beta(\alpha A)$

$$\alpha(\beta A) = 2\left[1\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right] = 2\begin{pmatrix} 1\cdot 2 & 1\cdot 0 \\ 1\cdot 1 & 1\cdot(-1) \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(\alpha \beta) A = (2\cdot 1)\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\beta(\alpha A) = 1\left[2\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right] = 1\cdot\begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 2\cdot 0 \\ 2\cdot 1 & 2\cdot(-1) \end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 4 & 1\cdot 0 \\ 1\cdot 2 & 1\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

2. که $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ او $K=3$ وي، KA او $\frac{1}{K}A$ پیداکړئ.

حل:

$$KA = 3\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 5 & 3\cdot 1 & 3\cdot 1 \\ 3\cdot 0 & 3\cdot 1 & 3\cdot 2 \\ 3\cdot 0 & 3\cdot 0 & 3\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{K}A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\cdot 5 & \frac{1}{3}\cdot 1 & \frac{1}{3}\cdot 1 \\ \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 1 & \frac{1}{3}\cdot 2 \\ \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: متریکسونه

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&0\\1&1\end{pmatrix}=?$$

د دوو متریکسونو ضرب

د درسي کتاب (217) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د دوو متریکسونو د ضرب په طریقه پوه شي. • دوه ورکړ شوي متریکسونه سره ضرب کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت او د فعالیتونو له سرته رسولو څخه خوښي وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، چې د هغې پـه اړه فکر وکړي او ځواب ووایي، که ځواب ونه شـي ویلای، د توضیحاتو او د مثال لـه حلولـو څخه وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د دوو متریکسونو د ضرب په اړه له لنډو توضیحاتو څخه وروسته دکتاب د 218 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه داسې چې خپل توضیحات مو په کې تطبیق کړی وي، حل کړئ.
- دکتاب د 218 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشی، زده‌کوونکي دې کتابونه وتړي، ترڅو د یو بل په مشوره دکتاب د 218 مخ دریم مثال حل کړي. په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډلهییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.
- دکتاب د 219 مخ فعالیت یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته کار وکړي په عین وخت کې دغه فعالیت نورو زده-کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې یې په انفرادي ډول حل کړي. په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې د نورو زده‌کوونکو پام ځان ته واړوي او خپل فعالیت دې هغو ته توضیح کړي. د اړتیا په صورت کې تاسو لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست تـه د ښـه تحکیم ورکولـو لپاره دکتـاب 219 مـخ څلورم مثـال د پوښـتنې او ځوابونـو پـه طریقـه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره حل کړئ او دا چې په عمومي ډول د دوو متریکسونو په ضرب کې د بـدلون خاصیت صدق نـه کوي، زده‌کوونکو ته بیان کړئ چې دا د ورودي پوښتنې ځواب دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ښوونکی دې د متریکسونو د ضرب خاصیتونه د افادو په پام کې نیولو سره یعنې:

$A(B+C)=AB+AC \quad , \quad K(AB)=(KA)B=A(KB)$

$(A+B)C=AC+BC \quad , \quad IA=AI=A$

زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو وارزوي:

1. یو زده‌کوونکی دې ووایي چې د دوو متریکسونو د ضربولو لپاره کوم شرط ضروري دی؟
2. یو زده‌کوونکی دې د متریکسونو د ضرب خاصیتونه ووایي.
3. که چیرې د A, B او C درې متریکسونه ولرو، یو زده‌کوونکی دې د راکړل شوو متریکسونو توزیعي خاصیت ولیکي.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

i) : که چیرې n یو طبیعي عدد او A یو مربعي متریکس وي، په دې حالت کې که $A^{n+1}=A$ وي وایي چې د A متریکس پریودي (Periodic) دی او پیریود یې n دی. د $n=1$ لپاره $A^2=A$ کېږي. په دې حالت کې A متریکس ته Idempotent متریکس وایي.

ii) : که چیرې A یو مربعي متریکس وي او $n\in IN$ وي، نو که $A^n=0$ شي په دې حالت کې A متریکس ته Nilpotent متریکس وایي، داسې چې انډکس یې n دی. یا په بل عبارت د A متریکس ته Nilpotent د n انډکس سره وایي.

مثال i) : وښایاست چې $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ متریکس Idempotent دی.

حل:

$$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4+2-4 & -4-6+8 & -8-8+12 \\ -2-3+4 & 2+9-8 & 4+12-12 \\ 2+2-3 & -2-6+6 & -4-8+9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}=A \;\Rightarrow\; A^2=A$$

څرنګه چې $A^2=A$ په لاس راغی، نو د A متریکس Idempotent دی.

مثال ii) : وښایاست چې $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ متریکس Nilpotent او انډکس یې 3 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$A^2 = A\cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+5-6 & 1+2-3 & 3+6-9 \\ 5+10-12 & 5+4-6 & 15+12-18 \\ -2-5+6 & -2-2+3 & -6-6+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2\cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 3+15-18 & 3+6-9 & 9+18-27 \\ -1-5+6 & -1-2+3 & -3-6+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

څرنګه چې $A^3 = 0$ شو، نو د A متریکس د 3 له انډکس سره Nilpotent دی.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې متریکسونو د ضرب حاصل په لاس راوړئ.

$a)\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = ?$ $\qquad b)\ \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = ?$

$c)\ (3 \quad -2 \quad 1)\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad d)\ \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = ?$

حل $a)$: هغه وخت دوه متریکسونه یو له بل سره ضربولای شو چې د لومړي متریکس د ستونونو شمېر د دویم متریکس د سطرونو له شمېر سره برابر(مساوي) وي او دریم متریکس چې له ضرب څخه په لاس راځي.

د سطرونو شمېر يې د لومړی متریکس د سطرونو او د ستونونو شمېر يې د دویم متریکس د ستونونو له شمېر سره برابر دی:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\cdot 5+1\cdot 0 & 0\cdot 0+1\cdot 1 \\ 2\cdot 5+0\cdot 0 & 2\cdot 0+0\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+0 & 0+1 \\ 10+0 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 0 \end{pmatrix}$$

د $b)$ **جز حل**:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\cdot 3+3\cdot 4 \\ -1\cdot 3+2\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+12 \\ -3+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

د $c)$ **جز حل**:

$$(3 \quad -2 \quad 1)\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \left(3\cdot(-2)+(-2)\cdot 1+1\cdot 1\right) = (-6-2+1) = (-7)$$

د $d)$ **جز حل**:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot(-3)+3\cdot 2 \\ 4\cdot(-3)+2\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+6 \\ -12+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -1 & 4\end{pmatrix}$$

$$A^T=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د یوه متریکس ټرانسپوز متریکس

د درسي کتاب (217) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې وتوانېږي چې: • د یوه متریکس د ترانسپوز متریکس په مفهوم پوه شي. • متناظر متریکسونه وپېژنئ. • د ټرانسپوز متریکس له خاصیتونو سره بلدتیا پیدا کړي. • د یوه متریکس ټرانسپوز او همدارنگه متناظر متریکس ولیکلای شي. • د پورتنیو مفهومونو د پوهېدو له امله به خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د(متناظر متریکس پېژندل) عنوان اړونده چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي پوښتنې چارټ د ټولگي په مخکې وځروئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، د زده‌کوونکو پام پوښتنې ته راواړوئ چې د هغې په اړه فکر وکړي که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونشي ویلای د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته به د پوښتنې ځواب په لاس راوړي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 221 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د فعالیت له بهیر څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ، په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې لارښوونه وکړئ.
- ښاغلی ښوونکی دلوست عنوان(متناظر متریکس پېژندل) پر تخته ولیکئ او اړونده چارټ یې د ټولگي په مخکې وځروئ، په وار سره دوه، دوه زده‌کوونکي راوغواړئ چې لومړی د متریکس اصلي او فرعي قطرونه او وروسته په متناظرو متریکسونو کې عناصر نظر اصلي قطر ته خپلو ټولگیوالو ته ورو‌پېژني.
- ښاغلی ښوونکی د ټرانسپوز متریکس د خواصو عنوان پر تخته ولیکئ او د خاصیتونو په اړه زده‌کوونکو ته توضیحات ورکړئ.
- دکتاب د 222 مخ فعالیت یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته کار وکړي په عین وخت کې دغه فعالیت نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې پرې کار وکړي، په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لا ښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب 222 مخ مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. د یو متریکس ترانسپوز څه ته وایي؟
2. یو زده‌کوونکی دې پر تخته یو متناظر متریکس په رقمونو ولیکي؟
3. د ترانسپوز متریکس هر یو خاصیت دې یو زده‌کوونکی پر تخته ولیکي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د A او B متریکسونه په پام کې ونیسئ، د هغوی ترانسپوز متریکسونه په لاس راوړئ.

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}_{3\times3} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}0&4&-2\\4&5&3\\-2&3&0\end{pmatrix}_{3\times3}$$

حل:

$$A^T=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&2\\3&5&3\end{pmatrix}_{3\times3} \quad , \quad B^T=\begin{pmatrix}0&4&-2\\4&5&3\\-2&3&0\end{pmatrix}_{3\times3}$$

2. په پورتنیو متریکسونو باندې د 3 عدد لپاره د ترانسپوز متریکس د څلورم خاصیت سموالی وښایاست.

حل:

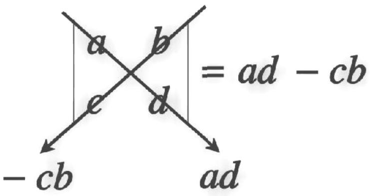
$$(\alpha A)^T=\alpha A^T \quad , \quad \alpha\in IR$$

$$(\alpha A)^T=\left[3\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}\right]^T=\begin{pmatrix}3&6&9\\0&3&15\\0&6&9\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}3&0&0\\6&3&6\\9&15&9\end{pmatrix}$$

$$\alpha A^T=3\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&2&3\end{pmatrix}^T=3\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&2\\3&5&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&0\\6&3&6\\9&15&9\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (3A)^T=3A^T$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شپږم څپرکی: متریکسونه

ډیترمېنانت

د درسي کتاب (223) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د ډیترمېنانت په مفهوم پوه شي. • د ډیترمېنانت اړونده پوښتنې حل کړای شي. • د پوښتنو له حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ، د 3×3 متریکسونو د ډیترمېنانت د محاسبې اړونده چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د پوښتنې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: • څوک کولای شي چې یو مربعي متریکس داسې وټاکي چې $ad-cb=0$ شي؟ زده‌کوونکي پرېږدی چې د ورودي پوښتنې د حل په اړه فکر وکړي، که چیرې زده‌کوونکي په دې ونتوانېږي، نو ښاغلی ښوونکی دې د اصلي قطر او فرعي قطر عددونه داسې وټاکي، چې د دواړو قطرونو د ضرب حاصل یې عین عدد شي، لکه: $\begin{vmatrix}7 & 5\\7 & 5\end{vmatrix}=7\cdot5-5\cdot7=35-35=0$

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د هغه تعریف له مخې چې د A له متریکس څخه د یوه ډیترمېنانت نسبت ورکړل شوی دی، توضیح کړئ، وروسته د کتاب هغه عنوان چې د(2×2 مرتبې متریکسونو د ډیترمېنانت محاسبه) ده، پر تخته ولیکئ او اړونده مثال یې د پوښتنې او ځوابونو په طریقه حل کړئ.
- دکتاب د 223 مخ فعالیت په ډلهییزه توګه په زده‌کوونکو باندې کار وکړئ.
- د کتاب عنوان د(3×3 متریکسونو ډیترمېنانت محاسبه) پر تخته ولیکئ او له اړونده چارټ څخه په کار اخېستنې سره د حل ټول پړاوونه یې ګام په‌ګام سرته ورسوئ او زده‌کوونکو ته د حل په بهیر کې برخه ورکړئ.
- دکتاب 225 مخ مثال په ټولګي کې د پوښتنو او ځوابونو په طریقه حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې د 225 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- دکتاب د 226 مخ دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره د کتاب 226 مخ فعالیت په انفرادي ډول په ټولګي کې کار وکړئ(انفردي ډول، هغه ډول دی چې ښاغلی ښوونکی ورسره بلدتیا لري.)

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د 3×3 متریکس ډیترمېنانت پر تخته ولیکي؟
2. یو زده‌کوونکی دې د ساروس په طریقه د ډیترمینانت محاسبه توضیح کړي؟

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د لاندې دیترمېنانتونو مقدار په لنډ ډول محاسبه کړئ.

$$a)\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}\quad,\quad b)\begin{vmatrix}5&-2\\3&7\end{vmatrix}\quad,\quad c)\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}\quad,\quad d)\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}$$

حل:

$$a)\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}=1\cdot4-2\cdot0=4-0=4$$

$$b)\begin{vmatrix}5&-2\\3&7\end{vmatrix}=5\cdot7-(-2)\cdot3=35+6=41$$

$$c)\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=-1(1\cdot6-3\cdot5)=-1(6-15)=-1(-9)=9\ \dots\ I$$

$$\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=-1(2\cdot6-1\cdot3)=-(12-3)=-9\ \dots\ II$$

$$\begin{vmatrix}-1&1&0\\2&1&3\\1&5&6\end{vmatrix}=0(2\cdot5-1\cdot1)=0(10-1)=0\cdot9=0\ \dots\ III$$

$$I+II+III=9-9+0=0$$

$$d)\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=0(5-3)=0\cdot2=0\ \dots\ I$$

$$\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=-(-25-6)\cdot4=-(-31)4=124\ \dots\ II$$

$$\begin{vmatrix}0&4&2\\-5&1&3\\2&1&5\end{vmatrix}=(-5-2)\cdot2=(-7)\cdot2=-14\ \dots\ III$$

$$I+II+III=0+124-14=110$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. د لاندې دیترمېنانتونو مقدار د ساروس په طریقه پېدا کړئ.

$$a)\begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 7 \end{vmatrix} \quad , \quad b)\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

حل:

$$a)\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 5 & 6 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 7 & -4 & 1 \end{array}\right| = (42+0-6)-(-48+0-35) = 36+83 = 119$$

$$b)\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & -3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 7 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 & 2 \end{array}\right| = (-3+14-30)-(-3+14-30) = -19+19 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 5 & 3 & -1\end{vmatrix}$$

$$|B|=\begin{vmatrix}2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\\ 5 & 3 & -1\end{vmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د ډېترمېنانت خاصیتونه

د درسي کتاب (227) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د ډیترمېنانت په خاصیتونو پوه شي. • د ډیترمېنانت له خاصیتونو څخه د پوښتنو په حل کې کار واخلي. • په اړونده موضوع کې د پوهې او مهارت په لرلو سره خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي پوښتنې چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو لـه سرته رسـولو څخـه وروسـته ورودي برخـې چـارټ د تولګي په مخکې ځوړند کړئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې د هغې پـه اړه فکـر وکړي. کـه چیـرې زده‌کـوونکي ځـواب ونـشي ویـلای. دکتـاب د 228 مـخ د لـومړي مثال لـه حلولو وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب 227 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د فعالیت په بهیر کې د زده‌کوونکو له ډله‌ییز کار څخه څارنه وکړئ، فعالې ډلې تشویق او ضعیفو ډلو ته لارښوونه وکړئ، په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې دې ښاغلی ښوونکی مرسته ورسره وکړي.
- ښاغلی ښوونکی د فعالیت له سرته رسولو څخه وروسته د ډیترمېنانت خاصیتونه زده‌کوونکو ته توضیح کړي او د کتاب د 227 مخ لومړی خاصیت په انفرادي ډول په زده‌کوونکو باندې سرته ورسوی، ترڅو د نوموړي خاصیت سموالی په عملي ډول وویني.
- ښاغلی ښوونکی لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په تولګي کې حل کړئ چې د دې مثال له حل څخه د ورودي پوښتنې حل څرګندېږي.
- دکتاب د 228 مخ دویم مثال د ډیترمېنانت ګډ ضربي عامل پیدا کړئ او له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ چې ایاددې ډیترمېنانت دکوم بل سطر یا ستون ګډ ضربي عامل پیداکولای شو او که نه؟ زده‌کوونکي دې استدلال وکړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب 228 مخ د پوښتنې د a جز ډیترمېنانت د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د ډیترمېنانت لومړی او دویم خاصیتونه ووایي.

2. یو زده‌کوونکی دې د $|A|=\begin{vmatrix}1&5&4\\2&15&3\\3&25&7\end{vmatrix}$ ډیترمېنانت ګډ ضربي عامل پیدا کړي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د ډېترمېنانت دخواصو په مرسته د لاندې ډېترمېنانتونو قیمت په لاس راوړئ.

$$a)\begin{vmatrix}0&1&2\\0&3&4\\0&5&6\end{vmatrix}\qquad b)\begin{vmatrix}1&2&4\\7&9&11\\0&0&0\end{vmatrix}\qquad c)\begin{vmatrix}3&5&8\\0&4&2\\0&0&1\end{vmatrix}$$

حل a): د a جز د ډیترمېنانت د لومړي ستون ټول عناصر صفرونه دي، نو نوموړی ډیترمېنانت له صفر سره مساوي دی.

حل b): څرنګه چې د b جز د ډیترمېنانت د دریم سطر ټول عناصر صفرونه دي، نو ډیترمېنانت له صفر سره مساوي دی.

حل c):

$$\begin{vmatrix}3&5&8\\0&4&2\\0&0&1\end{vmatrix}=1\cdot(3\cdot4-0\cdot5)=12$$

یا په بله طریقه:

$$\begin{vmatrix}3&5&8\\0&4&2\\0&0&1\end{vmatrix}\begin{matrix}3&5\\0&4\\0&0\end{matrix}=(12+0+0)-(0+0+0)=12-0=12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د 2×2 مرتبې متریکسونو ضربي معکوس

د درسي کتاب (229) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د 2×2 مرتبې متریکسونو د ضربي معکوس په مفهوم پوه شي. • د نوموړو متریکسونو ضربي معکوس پیدا کړای شي. • د 2×2 مرتبې متریکسونو د ضربي معکوس له پیدا کولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیز کار...
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي برخې د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته د ورودي برخـې د شـکل چـارټ د تولګي په مخکې وځروئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ ترڅو فکر وکړي او ځواب ووايي له هغه پرته د فعالیت له سرته رسولو څخه به وروسته د ورودي پوښتنې پـه ځـواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

• ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي چې دکتاب 229 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي. د فعالیت په پایله کې د یوې ډلې له استازي وغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې لارښوونه ورته وکړئ.

• ښاغلی ښوونکی د فعالیت پایله چې د ورودي پوښتنې ځواب دی او تعریف هم له هغه څخه په لاس راځي، زده‌کوونکو ته وواياست. وروسته دکتاب د 229 مخ لومړی مثال د پوښتنې او ځواب په طریقه زده‌کوونکو ته حل کړئ.

• د(الحاقي متریکس(Adjoint matrix) عنوان پر تخته ولیکئ او د لوست بهیر د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره یې پر مخ بوزی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 230 مخ لومړی مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه حل کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د معکوس منوونکي متریکس شرطونه ووايي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. یو زده‌کوونکی دې و وایي چې د دوو مربعي مترېکسونو یعنې د A او B د ضربولو په صورت کې کوم ډول مترېکس لاس ته راځي؟

3. یو زده‌کوونکی دې و وایي چې د یوه مترېکس د الحاقي مترېکس پیداکولو لپاره څه باید وکړو؟

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. له لاندې مترېکسونو څخه کوم یو مترېکس معکوس لري؟

$$a)\quad A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ -10 & -2\end{pmatrix}\qquad b)\quad B=\begin{pmatrix}5 & 19\\ 4 & 15\end{pmatrix}$$

حل a): هغه وخت یو مترېکس معکوس مترېکس لري چې:

- مترېکس مربعي وي.
- ډیترمېنانت یې خلاف د صفر وي.

$$A=\begin{vmatrix}5 & 1\\ -10 & -2\end{vmatrix}=-10-(-10)=-10+10=0$$

د a جز د مترېکس اړونده ډیترمېنانت صفر دی، نو معکوس نه لري.

حل b):

$$|B|=\begin{vmatrix}5 & 19\\ 4 & 15\end{vmatrix}=75-76=-1\neq 0$$

څرنگه چې ډیترمېنانت د صفر خلاف دی، نو د b جز مترېکس معکوس مترېکس لري او په لاندې ډول یې په لاس راوړ:

$$AdjB=\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{1}{|B|}adjB=\frac{1}{-1}\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}=-1\begin{pmatrix}15 & -19\\ -4 & 5\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\begin{pmatrix}-15 & 19\\ 4 & -5\end{pmatrix}$$

2. د لاندې مترېکسونو معکوس مترېکس په لاس راوړئ او ویې ازمویئ.

$$1)\quad A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}\qquad 2)\quad B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}\qquad 3)\quad C=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

حل 1):

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=1-6=-5\neq 0$$

$$adjA=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-5}\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}$$

$$AA^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{-1}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{5}+\frac{6}{5} & \frac{2}{5}-\frac{2}{5}\\ \frac{-3}{5}+\frac{3}{5} & \frac{6}{5}-\frac{1}{5}\end{pmatrix}\Rightarrow AA^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل 2):

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 2 = -5 \neq 0$$

$$adjB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} adjB = \frac{1}{-5}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$BB^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5}+\frac{2}{5} & \frac{-2}{5}+\frac{2}{5} \\ \frac{-3}{5}+\frac{3}{5} & \frac{2}{5}+\frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{5} & 0 \\ 0 & \frac{5}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

حل 3):

$$|C| = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 3 = 2 \neq 0$$

$$adjC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{|C|} adjC = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$CC^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}+\frac{3}{2} & -\frac{3}{2}+\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2} & \frac{3}{2}-\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم څپرکی: مټریکسونه

$$X = A^{-1} \cdot B$$

له معکوس مټریکس څخه په کار اخېستنې سره د خطي معادلو د سېستم حل

د درسي کتاب (231) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • له معکوس مټریکس څخه په کار اخېستنې سره د خطي معادلو د سیستم د حل په طریقه پوه شي. • له معکوس مټریکس څخه دکار اخېستنې په صورت کې د خطي معادلو سیستم حل کړي. • د پورته پوهې او مهارت په لرلو سره په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي برخې د شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکي د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته د ورودي برخې چارټ د ټولګي په مخکې ځوړند کړئ او له زده‌کوونکو څخه ورودي پوښتنه وپوښتئ، چې زده‌کوونکي د ورودي پوښتنې په اړه فکر وکړي. امکان لري چې زده‌کوونکي ځواب ونه شي ویلای، خو د دوی فکر موضوع ته راټولېږي، د فعالیت له سرته رسولو او د لومړي مثال له حللو وروسته د ورودي پوښتنې ځواب په لاس راځي او د زده‌کوونکو په ذهن کې ځای نیسي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ چې دکتاب د 231 مخ فعالیت د یو بل په مشوره سرته ورسوي.
- د زده‌کوونکو له ډله‌ییزکار او فعالیت څخه څارنه وکړئ او د زده‌کوونکو هغه ډلې چې ستونزې لري لارښوونه ورته وکړئ. د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ، چې خپل ډله‌ییزکار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي.
- دکتاب د 232 مخ لومړی مثال د موضوع د څرګندوالي لپاره د پوښتنې او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.
- دکتاب د 232 مخ دویم مثال یوه زده‌کوونکي ته ورکړئ چې پر تخته یې حل کړي. په عین وخت کې دغه مثال نورو زده‌کوونکو ته هم ورکړئ چې په خپلو کتابچو کې حل کړي.(البته د زده‌کوونکو کتابونه به ترلې وي.) په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکی دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت کې، ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکي ته لارښوونه وکړئ چې مثال په صحیح ډول حل کړي.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لاښه تحکیم ورکولو لپاره دکتاب د 233 مخ دریم مثال د پوښتنو او ځوابونو په ډول په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې وو ایي چې د معادلو سیستم له څو معادلو څخه جوړ شوی وي؟
2. یو زده‌کوونکی دې د معادلو یو سیستم پر تخته ولیکي.
3. یو زده‌کوونکی دې د دویمې پوښتنې اړونده معادلو سیستم د ضریبونو متریکس، د معادلو د ښي خوا د ثابتو عددونو ستوني متریکس او همدارنګه د مجهولو عددونو ستوني متریکس پر تخته ولیکي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

له معکوس متریکس څخه په‌ګټه اخېستنې، د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}2x-y=1\\5x-2y=2\end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases}3p-5q=7\\2p-4q=6\end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases}a+b=11\\4a-b=9\end{cases}$$

حل a):

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\5 & -2\end{pmatrix}\ ,\quad B=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\ ,\quad X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B$$

هغه وخت یو سیستم حل لري، چې د متحولینو د ضریبونو د متریکس ډیترمېنانت د صفر خلاف وي.

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & -1\\5 & -2\end{vmatrix}=-4+5=1\neq 0$$

څرنګه چې $|A|\neq 0$ دی، نو سیستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{1}\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\-5 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2+2\\-5+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ x=0\ ,\quad y=-1$$

$$b)\ \begin{cases}3p-5q=7\\2p-4q=6\end{cases}$$

حل b):

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\begin{pmatrix}3 & -5\\ 2 & -4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}7\\ 6\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}3 & -5\\ 2 & -4\end{vmatrix}=-12+10=-2\neq 0$$

لیدل کېږي چې $|A|\neq 0$ دی، نو سیستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-4 & 5\\ -2 & 3\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}-4 & 5\\ -2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -\frac{5}{2}\\ 1 & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}2 & -\frac{5}{2}\\ 1 & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14-15\\ 7-9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}\Rightarrow p=-1,\quad q=-2$$

$$c)\ \begin{cases}a+b=11\\ 4a-b=9\end{cases}$$

حل c):

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}11\\ 9\end{pmatrix},\quad X=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{vmatrix}=-1-4=-5\neq 0$$

خرنګه چې $|A|\neq 0$ دی، نو سیستم حل لري.

$$adjA=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -4 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adjA=\frac{1}{-5}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -4 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & \frac{1}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & \frac{1}{5}\\ \frac{4}{5} & \frac{-1}{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}11\\ 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{11}{5}+\frac{9}{5}\\ \frac{44}{5}-\frac{9}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{20}{5}\\ \frac{35}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 7\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 7\end{pmatrix}\Rightarrow a=4,\quad b=7$ یا $(a,b)=(4,7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}$$

$$z=\frac{|A_z|}{|A|}$$

شپږم څپرکی: متریکسونه

د خطي معادلو سیستم د کرامر په طریقه(crammers rule)

د درسي کتاب (235) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانیږي چې: • د خطي معادلو د سیستم حل دکرامر په طریقه پوه شي. • د معادلو سیستم دکرامر په طریقه حل کړي. • دکرامر په طریقه د معادلو د سیستم له حلولو خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیز کار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي پوښتنې شکل چارټ او د درې مجهوله معادلو د سیستم چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح(5 دقیقې)**	ښاغلی ښوونکی د لومړنیو فعالیتونو له سرته رسولو څخه وروسته ورودي چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او ورودي پوښتنه له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ، چې زده‌کوونکي د پوښتنې په اړه فکر وکړي که چیرې زده‌کوونکي ځواب ونه شي ویلای، د لوست د بهیر له توضیحاتو څخه وروسته به د ورودي پوښتنې په ځواب پوه شي.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:**

- د معادلو د سیستم چارټ د ټولګي په مخکې وځروئ او له زده‌کوونکو څخه وغواړئ چې د ضریبونو متریکس یعنې A پر تخته ولیکي. که چیرې زده‌کوونکي ونشي کولای، ښاغلی ښوونکی دې د لوست بهیر د پوښتنو او ځوابونو په طریقه څرګند کړي.
- ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي او د کتاب د 236 مخ فعالیت په ډله‌ییزه توګه په زده‌کوونکو سرته ورسوي د فعالیت په پای کې د یوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د ستونزو د لرلو په صورت کې لارښوونه ورته وکړئ.
- د $|A_x|$,$|A_y|$ او $|A_z|$ ډیترمینانتونو د محاسبې لپاره د لومړي مثال پر ځای لومړی دویم مثال د پوښتنو او ځوابونو په طریقه کار وکړئ، ځکه چې لومړی مثال د 236 مخ $|A_x|$,$|A_y|$ او $|A_z|$ ډیترمینانتونو د محاسبو په اړه له ویناوو سره مطابقت نه لري.
- دکتاب د 236 مخ د لومړي مثال $\begin{cases} x-3y=3 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ سیستم د پوښتنو او ځوابونو په طریقه په ټولګي کې حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د لا ښه تحکیم ورکولو لپاره یوه زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې د $\begin{cases} x-3y=3 \\ x+2y=5 \end{cases}$ معادلو سیستم د کرامر په طریقه پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دغه د معادلو سیستم دې نور زده‌کوونکي په کتابچو کې حل کړي، په پای کې تختې ته ولاړ زده‌کوونکي دې خپل فعالیت نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي، د تېروتنې په صورت یوه داوطلب زده‌کوونکي ته وواياست چې تېروتنې یې اصلاح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه د خپل ډاډ لپاره زده‌کوونکي په لاندې پوښتنو سره وارزوئ:

1. یو زده‌کوونکی دې د درې مجهوله معادلې عمومي شکل(په حرفونو) پر تخته ولیکي.
2. یو زده‌کوونکی دې د y, x او z ضریبونه چې په عمومي معادله کې لیکل شوي دي، پر تخته ولیکي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د لاندې معادلو سیستمونه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y-z=2 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x+y-az=0 \\ ax+2y-z=0 \\ 2x+ay+2z=0 \end{cases}$$

حل $a)$:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}1$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{matrix}=(2-2+1)-(-2-1-2)=1-(-5)=1+5=6\neq 0$$

څرنګه چې $|A|=6\neq 0$ نو سیستم د حل وړ دی.

$$|A_x|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{matrix}=(2-1+2)-(-1-1-4)=3-(-6)=3+6=9$$

$$|A_y|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{matrix}=(-4-2+1)-(4-1-2)=-5-1=-6$$

$$|A_z|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{matrix}=(-1+4+1)-(-2+2+1)=4-1=3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{|A_x|}{|A|}=\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{|A_y|}{|A|}=\dfrac{-6}{6}=-1 \\ z=\dfrac{|A_z|}{|A|}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow (x,y,z)=(\frac{3}{2},-1,\frac{1}{2})$$

حل b):

$$\begin{cases} x+y-az=0 \\ ax+2y-z=0 \\ 2x+ay+2z=0 \end{cases} \qquad A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -a \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -a \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 1 \\ a & 2 \\ 2 & a \end{matrix}=(4-2-a^3)-(-4a-a+2a)=2-a^3+3a$$

پورته سیستم هغه وخت د حل وړ دی چې $2+3a-a^3 \neq 0$ وي.

$$|A_x|=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -a \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & a & 2 \end{vmatrix}=0 \quad , \quad |A_y|=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}=0 \quad , \quad |A_z|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 2 & a & 0 \end{vmatrix}=0$$

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{0}{|A|}=0 \quad , \quad y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{0}{|A|}=0 \quad , \quad z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{0}{|A|}=0$$

$$(x,y,z)=(0,0,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases}$$

شپږم څپرکی: متريکسونه

د معادلو د سيستم حل دگوس(Gouse) په طريقه

د درسي کتاب (239) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • دگوس(Gouse) په طريقه د معادلو د سيستم په حل پوه شي. • دگوس(Gouse) په طريقه د معادلو سيستم حل کړای شي. • د معادلو د سيستم د حلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهييز او يو کسيزکار... .
3- **مرستندويه مواد**:	د ورودي برخې د معادلو سيستم چارټ
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی لـه سـلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته ورودي پوښـتنه لـه زده‌کوونکو څخه وپوښـتئ، ترڅـو زده‌کـوونکي موضـوع تـه ځيـر شـي، ځکـه کلـه چـې د مثـال لـه حـل څخـه وروسته د ورودي پوښتنې ځواب وواياست، موضوع به د زده‌کوونکو په ذهن کې وي.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

- ښاغلی ښوونکی دکتاب د 239 مخ مثال په ټولګي کې حل کړئ.
- زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، ترڅو دکتاب د 239 مخ فعاليت د يو بل په مشوره سرته ورسوي. په پای کې د يوې ډلې استازی راوغواړئ چې خپل ډله‌ييز فعاليت نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي. د تېروتنې په صورت کې(که چيرې وخت شتون ولري، د بلې ډلې استازي ته دنده ورکړئ) لارښوونه ورته وکړئ او تېروتنې يې اصلاح کړئ.
- دکتاب د 240 مخ دويم مثال د زده‌کوونکو په ګډون سره په ټولګي کې حل کړئ.
- ښاغلی ښوونکی يوه زده‌کوونکي ته وواياست چې دکتاب د 240مخ فعاليت پر تخته سرته ورسوي. په پای کې هغه زده‌کوونکی چې تختې ته ولاړ دی، خپل فعاليت دې نورو زده‌کوونکو ته توضيح کړي. که چيرې د فعاليت په بهير کې تېروتنه وليدل شي، لارښوونه ورته وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی لوست ته د ښه تحکيم ورکولو لپاره دکتاب د 241 مخ دريم مثال د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره د پوښتنو او ځوابونو په طريقه په ټولګي کې حل کړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې د زده‌کوونکو له زده‌کړې څخه ډاډه شی له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

1. يو زده‌کوونکی دې د معادلو په يو سيستم کې د مجهولو عددونو ضريبونه او ثابت عددونه وښيي.
2. يو زده‌کوونکی دې په لنډ ډول د معادلو د سيستم حل د(Gouse) په طريقه توضيح کړي.

8) د ښوونکي لپاره اضافي معلومات

$$\begin{cases} x_2+x_3=0 \\ x_1+x_3=2 \\ x_1+x_2=0 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2-R_3\to R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2+R_1\to R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$2x_3 = 2 \quad \Rightarrow \boxed{x_3 = 1}$

$-x_2 + x_3 = 2 \;\Rightarrow -x_2 + 1 = 2 \;\Rightarrow -x_2 = 1 \;\Rightarrow \boxed{x_2 = -1}$

$x_1 + x_2 = 0 \quad \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \;\Rightarrow x_1 - 1 = 0 \;\Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې خطي معادلو سیستمونه دګوس په طریقه حل کړئ.

$a)\;\begin{cases} 3x - y = -5 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \qquad b)\;\begin{cases} 2x + 4y - 10z = -2 \\ 3x + 9y - 21z = 0 \\ x + 5y - 12z = 1 \end{cases} \qquad c)\;\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \\ -3y = -6 \end{cases}$

حل $a)$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 3 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{-3R_2\to R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ -3 & -9 & -15 \end{array}\right) \xrightarrow{R_1+R_2\to R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & -5 \\ 0 & -10 & -20 \end{array}\right)$$

$-10y = -20 \;\Rightarrow\; y = 2$

$3x - y = -5$

$3x - 2 = -5 \;\Rightarrow\; 3x = -3 \;\Rightarrow\; x = -1 \;\Rightarrow\; (x, y) = (-1, 2)$

حل $b)$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -10 & -2 \\ 3 & 9 & -21 & 0 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-R_1\to R_1} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 3 & 9 & -21 & 0 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1+R_2\to R_2} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 1 & 5 & -11 & 2 \\ 1 & 5 & -12 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{-R_2+R_3\to R_3} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 1 & 5 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{2R_2+R_1\to R_2} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 & 2 \\ 0 & 6 & -12 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$-z = -1 \;\Rightarrow \boxed{z = 1}$

$6y - 12z = 6 \;\Rightarrow 6y - 12\cdot 1 = 6 \;\Rightarrow 6y = 6 + 12 \;\Rightarrow 6y = 18 \;\Rightarrow \boxed{y = 3}$

$-2x - 4y + 10z = 2 \;\Rightarrow -2x - 4\cdot 3 + 10\cdot 1 = 2 \;\Rightarrow -2x - 12 + 10 = 2$

$-2x - 2 = 2 \;\Rightarrow -2x = 4 \;\Rightarrow \boxed{x = -2}$

$(x, y, z) = (-2, 3, 1)$

حل $c)$:دغه سیستم تقریباً حل دی، ځکه چې:

$-3y = -6 \;\Rightarrow\; y = 2$

$x + 2y = 3$

$x + 4 = 3 \;\Rightarrow\; x = -1$

$(x, y) = (-1, 2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(اووه درسي ساعتونه)

لاندې پوښتنو ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، له سم ځواب څخه کړۍ تاو کړئ.

1. که $|A|=3$ وي، نو $|A^{-1}|$ پیدا کړئ.

(a) $\frac{1}{3}$ (ګردچاپېر) b) 9 c) $\frac{1}{9}$ d) 3

2. که $A=\begin{pmatrix} 2m-3 & -1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ معکوس منونکې متریکس وي، نو د m قیمت به څو وي؟

a) $m=1\,,\,\frac{1}{2}$ b) $m\neq 1$ c) $m=0$ (d) $m\neq 1\,,\,\frac{1}{2}$

3. که $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ وي، د x هغه متریکس په لاس راوړئ چې په دغه رابطه کې $Ax=A^{-1}$ صدق وکړي.

a) $\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 25 & 14 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -25 & 14 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ -25 & -16 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -25 & -12 \end{pmatrix}$

4. د $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ متریکس لاندې د $y=2x$ د خط بدلون منونکي خط پیدا کړئ.

a) د y محور b) د x محور (c) $y+2x=0$ d) $y=0$

5. د x په کومو قیمتونو دغه دیترمینانت $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$ صفر دی؟

a) $x=1,2$ b) $x=3,1$ c) $x=\frac{1}{2},3$ (d) $x=3,2$

6. د $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ دیترمینانت حاصل په لاس راوړئ.

a) 29 b) 39 (c) 19 d) 9

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1. که $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ وي، لاندې محاسبې غوښتل شوې دي:

a) $3A-2B$ b) $-4A+3B$

حل a):

$$3A-2B=3\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3+10 & 9-2 \\ 0-4 & 12-6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 13 & 7 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

حل b):

$$-4A+3B=-4\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 0 & -16 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -15 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4-15 & -12+3 \\ 0+6 & -16+9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -19 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2. که چیرې $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\-1 & 0 & 3\end{pmatrix}$ او $B=\begin{pmatrix}2 & 0\\-1 & 3\\2 & -1\end{pmatrix}$ راکړل شوی وي، نو AB او BA محاسبه کړئ او وواياست چې $AB=BA$ دی او که نه؟

حل:

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\-1 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0\\-1 & 3\\2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+0+4 & 0+0-2\\-2+0+6 & 0+0-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & -2\\4 & -3\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 0\\-1 & 3\\2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\-1 & 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+0 & 0+0 & 4+0\\-1-3 & 0+0 & -2+9\\2+1 & 0+0 & 4-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0 & 4\\-4 & 0 & 7\\3 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

نو ويلای شو چې $AB\neq BA$ دی.

3. لاندې متريکسونه په پام کې ونيسي:

$$C=\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}\;,\; B=\begin{pmatrix}3 & 4\\-2 & 2\end{pmatrix}\;,\; A=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}$$

اشتراکي خاصيت، توزيعي خاصيت او د متريکسونو ضرب د دريو متريکسونو لپاره وښاياست.

حل:

$$A(B+C)=AB+AC$$

$$\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}3 & 4\\-2 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 8\\-2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-8 & 16+4\\0-2 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 20\\-2 & 1\end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 4\\-2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6-8 & 8+8\\0-2 & 0+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 16\\-2 & 2\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+0 & 8-4\\0+0 & 0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}$$

$$AB+AC=\begin{pmatrix}-2 & 16\\-2 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 20\\-2 & 1\end{pmatrix}\;\Rightarrow\; A(B+C)=AB+AC$$

$$(A+B)C=AC+BC$$

$$\left[\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & 4\\-2 & 2\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 8\\-2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10+0 & 20-8\\4+0 & -8-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\4 & -11\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}2 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+0 & 8-4\\0+0 & 0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}$$

$$BC=\begin{pmatrix}3 & 4\\-2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6+0 & 12-4\\4+0 & -8-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 8\\4 & -10\end{pmatrix}$$

$$AC+BC=\begin{pmatrix}-4 & 4\\0 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6 & 8\\4 & -10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\4 & -11\end{pmatrix}\;\Rightarrow\;(A+B)C=AC+BC$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس د متریکسونو ضرب د دریو متریکسونو لپاره بنیو:

$$ABC=\left[\begin{pmatrix}2&4\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\-2&2\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6-8&8+8\\0-2&0+2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-2&16\\-2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&4\\0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+0&-8-16\\4+0&-8-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&-24\\4&-10\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2&-12\\2&-5\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}1&-6\\1&-\frac{5}{2}\end{pmatrix}$$

4. لاندې دیترمېنانت په لنډ ډول محاسبه کړئ.

$$A=\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}$$

حل:

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=1(0-2)=-2\ \ldots\ I$$

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=-2(1-4)=-2(-3)=6\ \ldots\ II$$

$$\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=-1(1-0)=-1\ \ldots\ III$$

$$I+II+III=-2+6-1=3\ \Rightarrow\begin{vmatrix}1&2&-1\\1&0&2\\2&1&1\end{vmatrix}=3$$

5. د لاندې متریکس معکوس متریکس د الحاق(ad joint) په طریقه پیدا کړئ.

$$M=\begin{pmatrix}2&-5\\3&-9\end{pmatrix}$$

حل:

$$adjM=\begin{pmatrix}-9&5\\-3&2\end{pmatrix}$$

$$|M|=\begin{vmatrix}2&-5\\3&-9\end{vmatrix}=-18+15=-3\neq 0$$

څرنگه چې $|M|\neq 0$ دی، نو M متریکس معکوس منو ونکی دی.

$$M^{-1}=\frac{1}{|M|}\cdot adjM$$

$$M^{-1}=\frac{1}{-3}\begin{pmatrix}-9&5\\-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-\frac{5}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}\ \Rightarrow M^{-1}=\begin{pmatrix}3&-\frac{5}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6. د لاندې خطي معادلو سیستمونه د کرامر په طریقه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}2x+y+z=6\\ x-2y+2z=10\\ 3x-y-z=4\end{cases}\qquad b)\ \begin{cases}x_1-2x_2=4\\ 2x_1+4x_2=5\end{cases}$$

حل $a)$:

$$A=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&-2&2\\3&-1&-1\end{pmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}2&1&1\\1&-2&2\\3&-1&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}2&1\\1&-2\\3&-1\end{matrix}=(4+6-1)-(-6-4-1)=9-(-11)=9+11=20$$

$$|A_x|=\begin{vmatrix}6&1&1\\10&-2&2\\4&-1&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}6&1\\10&-2\\4&-1\end{matrix}=12+8-10-(-8-12-10)=10-(-30)=10+30=40\ \Rightarrow |A_x|=40$$

$$|A_y|=\begin{vmatrix}2&6&1\\1&10&2\\3&4&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}2&6\\1&10\\3&4\end{matrix}=-20+36+4-(30+16-6)=20-40=-20\ \Rightarrow |A_y|=-20$$

$$|A_z|=\begin{vmatrix}2&1&6\\1&-2&10\\3&-1&4\end{vmatrix}\begin{matrix}2&1\\1&-2\\3&-1\end{matrix}=-16+30-6-(-36-20+4)=8-(-52)=8+52=60\ \Rightarrow |A_z|=60$$

$$\left.\begin{aligned}x&=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{40}{20}=2\\ y&=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{-20}{20}=-1\\ z&=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{60}{20}=3\end{aligned}\right\}\Rightarrow (x,y,z)=(2,-1,3)$$

حل $b)$:

$$\begin{cases}x_1-2x_2=4\\ 2x_1+4x_2=5\end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix}1&-2\\2&4\end{pmatrix}\ ,\quad |A|=\begin{vmatrix}1&-2\\2&4\end{vmatrix}=4+4=8\neq 0$$

$$|A_{x_1}|=\begin{vmatrix}4&-2\\5&4\end{vmatrix}=16+10=26\ \Rightarrow |A_{x_1}|=26$$

$$|A_{x_2}|=\begin{vmatrix}1&4\\2&5\end{vmatrix}=5-8=-3\neq 0\ \Rightarrow |A_{x_2}|=-3$$

$$x_1=\frac{|A_{x_1}|}{|A|}=\frac{26}{8}=\frac{13}{4}\quad ,\quad x_2=\frac{|A_{x_2}|}{|A|}=\frac{-3}{8}\ \Rightarrow (x_1,x_2)=(\frac{13}{4}\ ,\ -\frac{3}{8})$$

میزان:

$$x_1-2x_2=4$$

$$\frac{13}{4}-2\cdot(-\frac{3}{8})=\frac{13}{4}+\frac{3}{4}=\frac{16}{4}=4$$

$$2x_1+4x_2=5$$

$$2\cdot\frac{13}{4}+4\cdot\frac{-3}{8}=\frac{13}{2}-\frac{3}{2}=\frac{10}{2}=5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7. د لاندې خطي معادلو سیستمونه دګوس په طریقه حل کړئ.

$$a)\begin{cases}2x-3y+3z=0\\3x+2y-5z=0\\5x-4y-2z=0\end{cases}\qquad b)\begin{cases}2x+3y-7=1\\2y+27=-2\end{cases}$$

حل $a)$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}2&-3&3&0\\3&2&-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)\xrightarrow{\frac{1}{2}R_1\to R_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\3&2&-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-3R_1+R_2\to R_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{9}{2}+2&\frac{-9}{2}-5&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{cccc}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\5&-4&-2&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-5R_1+R_3\to R_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{15}{2}-4&\frac{-15}{2}-2&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{7}{2}&\frac{-19}{2}&0\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{-R_2+R_3\to R_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&\frac{7}{2}-\frac{13}{2}&0&0\end{array}\right)\longrightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-\frac{3}{2}&\frac{3}{2}&0\\0&\frac{13}{2}&\frac{-19}{2}&0\\0&-3&0&0\end{array}\right)$$

$$-3y=0\quad\Rightarrow\quad y=0$$

$$\frac{13}{2}y-\frac{19}{2}z=0\quad\Rightarrow\quad-\frac{19}{2}z=0\quad\Rightarrow\quad z=0$$

$$2x-3y+3z=0\quad\Rightarrow\quad 2x-3\cdot0+3\cdot0=0\quad\Rightarrow\quad 2x=0\quad\Rightarrow\quad x=0\quad\Rightarrow\quad(x,y,z)=(0,0,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$$\begin{cases}2z+3y-7=1\\2y+27=-2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x+3y=8\\0\cdot x+2y=-29\end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 8\\0 & 2 & -29\end{pmatrix}$$

$$2y=-29 \ \Rightarrow \ y=-\frac{29}{2}$$

$$2x+3y=8 \ \Rightarrow \ 2x+3\cdot\frac{-29}{2}=8 \ \Rightarrow \ 2x-\frac{87}{2}=8 \ \Rightarrow \ 2x=8+\frac{87}{2} \ \Rightarrow \ 2x=\frac{16+87}{2}=\frac{103}{2}$$

$$\Rightarrow \ x=\frac{130}{4} \ \Rightarrow \ (x,y)=(\frac{103}{4},\frac{-29}{2})$$

8. د لاندې خطي معادلو سیستمونه د معکوس متریکس په طریقه حل کړئ.

$$a)\ \begin{cases}3x+y+1=0\\4x+3y-2=0\end{cases} \qquad b)\ \begin{cases}x-y=2\\x+2y=-1\end{cases}$$

حل a):

$$\begin{cases}3x+y+1=0\\4x+3y-2=0\end{cases} \qquad \begin{cases}3x+y=-1\\4x+3y=2\end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\4 & 3\end{pmatrix} \ , \quad B=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \ , \quad X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B$$

$$|A|=\begin{vmatrix}3 & 1\\4 & 3\end{vmatrix}=9-4=5$$

$$adjA=\begin{pmatrix}3 & -1\\-4 & 3\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adjA=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & -1\\-4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\\\frac{-4}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{-1}{5}\\\frac{-4}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\\\frac{4}{5}+\frac{6}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-5}{5}\\\frac{10}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \ \Rightarrow x=-1 \ , \quad y=2$$

$$(x,y)=(-1,2)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل b):

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 1 = 3$$

$$adjA = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

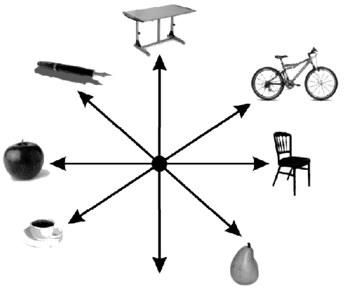
$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adjA = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1}B = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} - \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{3} \\ \frac{-3}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1 \quad , \quad y = -1$$

$$\Rightarrow (x, y) = (1, -1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د وضعیه کمیاتو په قایم سېستم کې وکتورونه

د درسي کتاب (249) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د وکتور په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکولای شي د وکتور په اړه مثال حل کړای شي. • زده‌کوونکي له وکتور څخه په ورځنی ژوندکې کار واخلي او ورڅخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز کار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغي ښوونکی له سلام او روغبړ وروسته د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې څخه مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په ورودي شکل کې څه شی وینئ؟ • په ځینو دیوالونو باندې به مو دغه → نښه لیدلی وي، څه معنا لري؟ • ستاسو په فکر یا نظر وکتور له قطعه خط سره څه توپیر لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې لنډ معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ورته وواياست چې د کتاب 249مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي. بیا د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته توضیح کوي، که چیرې کومې ډلې تېروتنه کړې وي، هغه د بلې ډلې په واسطه په دوستانه فضاء کې پر تخته اصلاح کړی، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او خپل لوست داسې پیل کړئ:

جهت لرونکی قطعه خط ته وکتور وایي، یا په بل عبارت هغه کمیت چې هم مقدار لري او هم جهت لري؛ لکه تعجیل، فاصله، قوه او داسې نور او هر غشی د یوه وکتور ممثل دی.

هغه وکتور چې مبداء یې د وضعیه کمیتونو دقایم سېستم په مبداء کې وي، د شعاع وکتور(*Position vector*) په نوم یادېږي، هغه وکتور چې طول یعنې اوږدوالی یې صفر وي، له صفر وکتور(*Zero vector*) څخه عبارت دی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم لپاره د درسي کتاب 250 مخ مثال زده‌کوونکو ته په یو کسیز ډول ورکړئ، هر زده‌کوونکی دې په

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلبېل ډول د کتاب له لیدلو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړئ بیا تاسو څو تنه زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې پر تخته یې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره مقایسه کړي، تاسو څارنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لوست یو ځل بیا ورته توضیح کړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوی:

1. څوک وکتور تعریف کولای شي؟
2. د وکتور تیر د څه شي په معنا دی؟
3. که د یوه وکتور اوږدوالی صفر وي، کوم وکتورو ته ویلای شو؟
4. که چیرې د یوه وکتور مبداء د قایمو مختصاتو په مبداء کې واقع وي، دغه ډول وکتور ته څه وایي؟

کوښښ وکړی چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د وکتور بحث له ډېرو مهمو بحثونو څخه شمېرل کېږي، زیاتې کارونې یې په فزیک کې دي، ځکه هغه کمیتونه چې هم مقدار لري او هم جهت لري وکتوري کمیتونه دي، لکه د نیوټن قانون کې چې قوه مساوي ده د کتلې او تعجیل له حاصل ضرب څخه یا په سمبولیک ډول $\vec{F} = m\vec{a}$ یعنې هم قوه او هم تعجیل وکتوري کمیتونه دي، همدارنګه کار چې فارمول یې $\vec{W} = \vec{F} \cdot d \cdot \cos\theta$ دی یو وکتوري کمیت دی. مقناطیسي ساحه هم یوه وکتوري فضا تشکیلوي.

د وکتور اوږدوالی د هغه وکتور له طول څخه عبارت دی. دوه وکتورونه هغه وخت سره مساوي بلل کېږي، چې عین جهت ولري او اوږدوالی یې سره برابر وي که چیرې د وکتور جهت بدلون ومومي منفي کېږي؛ لکه په لاندې ډول:

$\overrightarrow{OB} = \vec{a} \qquad O \xrightarrow{\vec{a}} B$

$\overrightarrow{BO} = -\vec{a} \qquad O \xleftarrow{-\vec{a}} B$

وکتور په دوه ډوله ښوول کېږي:

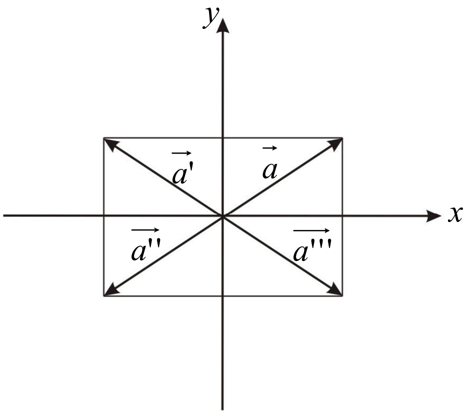
1. د وکتور ستوني ښوونه.
2. د وکتورسطري ښوونه.

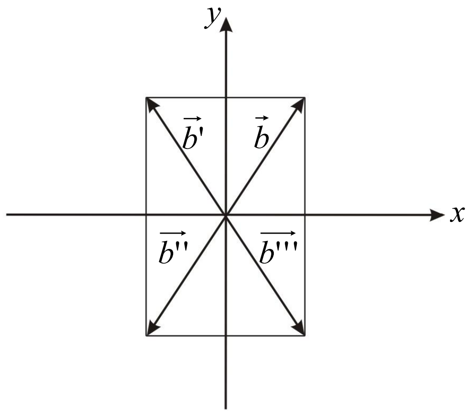
9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د هغو وکتورونو لپاره چې په لومړي مثال کې ورکړل شوي دي، مطلوب دي:
   a. د هر یوه وکتور درې ممثل وکتورونه رسم کړئ.
   b. دواړه وکتورونه د شعاع وکتور په موقعیت کې رسم کړئ.
   c. د هغوی مخالف وکتورونه کوم وکتورونه دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل a) : د لومړي مثال وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ او $\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$





د $\overrightarrow{a}$ درې ممثل وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{a}'$ ، $\overrightarrow{a}''$ او $\overrightarrow{a}'''$ او د $\overrightarrow{b}$ درې ممثل وکتورونه عبارت دي له $\overrightarrow{b}'$ ، $\overrightarrow{b}''$ او $\overrightarrow{b}'''$ وکتورونو څخه.

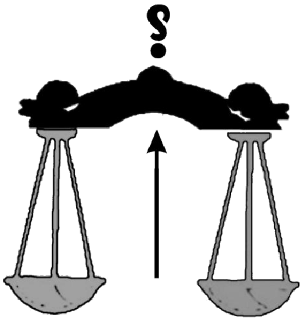
حل b) : د b جزء پوښتنه د کتاب په 250 مخ کې حل شوی(کوم وکتورونه چې رسم شوي دي د شعاع وکتور په موقعیت کې رسم شوي دي.)

حل c) : پوهېږو چې $\overrightarrow{a}=-\overrightarrow{a}$ یو د بل خلاف وکتورونه دي؛ نو:

$$\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \quad , \quad -\overrightarrow{a}=-\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \quad , \quad -\overrightarrow{b}=-\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی

د درسي کتاب (251) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د دوو ټکو ترمنځ د واټن او منځنی ټکي په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د اړوندې موضوع پوښتنې حل کړای شي. • زده‌کوونکي د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره وکولای شي ورځنی مسایل حل او ورځخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز، یوکسیزکار، پوښتنه او ځواب
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تیار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • ایا کولای شی د دوو معلومو ټکو ترمنځ واټن پیدا کړئ؟ • هغه فارمول چې د دوو ټکو ترمنځ واټن پرې معلومېږي څه شی دی؟ • د خط کش پرمخ هغه ټکي وټاکئ چې د شهادت دګوتې په واسطه یې تعادل وساتل شي؟ کوښښ وکړئ‌چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ، ورته وواياست چې دکتاب 251 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوي، بیا دې د یو یا دوو ډلو استازی خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او خپل د لوست بهیر داسې پیل کړی:

د دوو ټکو ترمنځ واټن او منځنی ټکی:

د دوو ټکو ترمنځ واټن د $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ فارمول په واسطه لاس ته راځي چې دلته x_1 لومړی مرکبه او y_1 دویمه مرکبه او همدارنګه x_2 لومړی مرکبه او y_2 دویمه مرکبه ښیي.

او د دوو ټکو یعنې (x_1, y_1) او (x_2, y_2) منځنی ټکي فورمول $X_m = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} \\ \frac{y_1+y_2}{2} \end{pmatrix}$ دی چې X_m د همدې خط یا

وکتور منځنی ټکی دی $X_m = (x_m, y_m) = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم لپاره د درسي کتاب 252 مخ لومړی مثال زده‌کوونکو ته په ګروپي ډول ورکړئ، هر زده‌کوونکی دې په بېل بېل ډول په خپل ګروپ کې د کتاب له لیدو پرته فکر وربانديې وکړي. بیا تاسو په وار سره د یو یا دوو ډلو استازی د تختې مخې ته راوغواړئ چې نوموړی مثال پر تخته حل کړئ که د کومې ډلې استازي تېروتنه کوي، تېروتنه یې د یو بل ګروپ په واسطه حل کړئ.

تاسو د کار څارنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې لوست ورته یو ځل بیا توضیح او تشریح کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وارزوئ:

1. ایا له دوو (x_1 , y_1) او (x_2 , y_2) ټکو څخه همېشه یوه کرښه تېرېږي؟
2. د نوموړي کرښې ریاضیکي معادله کوم شکل لري؟
3. د هغه ټکي فارمول وواياست چې نیمایي خط یې ښي لوري او نیمایي خط یې کیڼ لوري ته پراته دي.

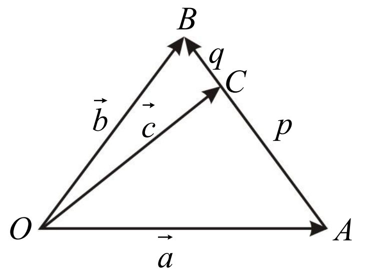
کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، مونږ لاندې قضیه په پام کې نیسو:

قضیه: که چیرې $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د A او B ټکو شعاع وکتورونه وي، C ټکی د AB خط داخلاً د $\frac{p}{q}$ په نسبت ویشي، نو د $\vec{c}$ شعاع وکتور د C په ټکي کې عبارت دی له: $\vec{c} = \dfrac{qa + pb}{q + p}$

که چیرې $p = q$ سره شي، C ټکی د AB خط منځنی ټکی دی.



ثبوت: که C د AB کرښه داخلاً د $\frac{p}{q}$ په نسبت وویشي؛ نو:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{p}{q} \Rightarrow q \cdot AC = p \cdot BC$$

د OAC له مثلث څخه پوهېږو چې:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \vec{p} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{\overline{AB}} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{p+q} \cdot \overrightarrow{AB}$$

له شکل څخه پوهېږو چې $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \frac{\vec{p}}{\overline{p+q}}(\vec{b} - \vec{a}) = \vec{a} + \frac{\vec{p}\vec{b} - \vec{a}\vec{p}}{\overline{p+q}}$$

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\vec{a}p + \vec{a}q + p\vec{b} - \vec{a}p}{\vec{p} + \vec{q}} = \frac{\vec{a}q + p\vec{b}}{p+q}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

د لاندې درکړ شوو ټکو ترمنځ واټن او همدارنګه منځني ټکي یې پیدا کړئ.

$i)\quad B(2,7) \qquad , \qquad A(3,4)$

$ii)\quad N(5,1) \qquad , \qquad M(1,5)$

$iii)\quad Q(8,8) \qquad , \qquad P(1,8)$

حل:

$$i)\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{a^2{}_x + a^2{}_y} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2-3)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3+2}{2} \\ \frac{4+7}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

$$ii)\ \left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (1-5)^2}$$

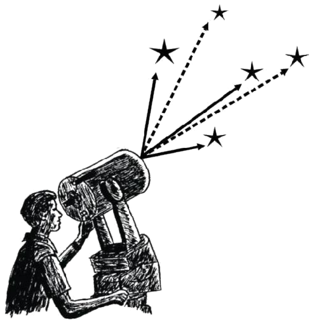
$$\left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = \sqrt{4\cdot 4\cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+5}{2} \\ \frac{5+1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$iii)\ \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(8-1)^2 + (8-8)^2} \ \Rightarrow \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{49+0} = 7$$

$$M = \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8+1}{2} \\ \frac{8+8}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{16}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

وکتورونه په سطح او فضاء کې

د درسي کتاب (254-253) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي په سطح او فضاکې د وکتورونو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي په دې اړه پوښتنې حل کړي . • زده‌کوونکي د سطحې او فضا د وکتورونو ترمنځ توپیر وکړای شي او ورځخه په ورځني ژوندکې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • په سطح او فضاکې وکتورونه یو له بل سره څه توپیر لري؟ • ایا د یوه وکتور ستوني او سطري ښوونه د وکتور په طول کومه اغیزه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی، زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی ورته وواياست چې د کتاب 253 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ، بیا دې د یوې یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزې په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ وروسته د

i) $\vec{u}+\vec{v}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ (د جمعې قاعده)

ii) $a\cdot\vec{u}=a\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ax\\ay\end{pmatrix}$ (دسکالري ضرب قاعده)

قاعدې په بشپړه توګه تشریح او توضیح کړئ.

د هغو ټولو مرتبو جوړو سیټ چې د پورته قاعدې په څېر د جمعې او سکالري ضرب قاعدې پرې تطبیق وي، د $1R^2$(مستوي) د وکتورونو فضا او یا په مستوي کې د وکتور په نامه یادېږي.

د دوو ځانګړو وکتورونو $\vec{i}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ او $\vec{j}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ په پام کې نیولو سره چې اوږدوالی یې یو واحد او $|\vec{i}|=|\vec{j}|=1$ دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\overrightarrow{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ هر اختیاري وکتور لپاره او $\overrightarrow{u}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\y\end{pmatrix}=x\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=x\overrightarrow{i}+y\overrightarrow{j}$

$\overrightarrow{i}$ او $\overrightarrow{j}$ واحد وکتورونه دي چې د x او y محورونو په امتداد پراته دي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د درسي کتاب 254 مخ لومړی مثال ii او iii جزونه زده‌کوونکو ته په یو کسیز ډول ورکړئ چې د کتاب له لیدو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړي، بیا وروسته څو زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې نوموړي مثالونه پر تخته حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، که کوم زده‌کوونکي تېروتنه کړې وي، تېروتنه دې له تختې څخه اصلاح کړي، تاسو د کار څارنه وکړئ او د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وارزوئ:

1. له وکتور څخه په سطحه کې څه ډول استفاده کېږي؟
2. د وکتور ستوني ښوونه او سطري ښوونه یو له بل سره څه توپیر لري؟
3. له واحد وکتور څخه په کوم ځای کې کار اخېستل کېږي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه لاس ته راوړئ له هغه پرته تاسو مرسته ورسره وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي؛ نو د واحد وکتور په اړه لنډ معلومات په لاندې ډول دي:

واحد وکتور له هغه وکتور څخه عبارت دی چې طول یې یو واحد او د مختصې د جهت د تزاید لپاره ترې کار اخلي، ټولې مقناطیسي او برقي ساحې وکتوري ساحې دي، چې له واحد وکتور څخه ګټه اخلي. د یوه وکتور واحد وکتور عبارت دی د هغه وکتور نسبت د وکتور پر اوږدوالي یعنې د $\overrightarrow{a}$ واحد وکتور عبارت دی له: $\overrightarrow{a}=|\overrightarrow{a}|\cdot\overrightarrow{e_a}$ یا $\overrightarrow{e_a}=\dfrac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}$

یعنې د $\overrightarrow{a}$ یو وکتور مساوي دی د هغه وکتور له طول، ضرب د نوموړی په واحد وکتور کې په سطح کې د x او y محورونو واحد وکتورونه $\overrightarrow{i}$ او $\overrightarrow{j}$ دي چې $\overrightarrow{i}=(1,0)$ او $\overrightarrow{j}=(0,1)$.

مثال: د $\overrightarrow{a}=2\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}$ راکړل شوی واحد وکتور یې په لاندې ډول په لاس راوړو:

$$\overrightarrow{e_a}=\frac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}=\frac{2\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}}{\sqrt{4+16}}=\frac{2\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}}{\sqrt{20}}=\frac{2\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}}{2\sqrt{5}}=\frac{2\overrightarrow{i}}{2\sqrt{5}}+\frac{4\overrightarrow{j}}{2\sqrt{5}}$$

د $\overrightarrow{a}$ د وکتور واحد وکتور $\overrightarrow{e_a}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\overrightarrow{i}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}\overrightarrow{j}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرين او پوښتنو ځوابونه:

1. که $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ او $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ وي، $\vec{u}+2\vec{v}$ ، $\vec{u}-2\vec{v}$ او $2\vec{u}+4\vec{v}$ پيداکړئ.

حل:

$$2\vec{u}=2\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2\\2(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$$

$$2\vec{v}=2\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 3\\2\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$$

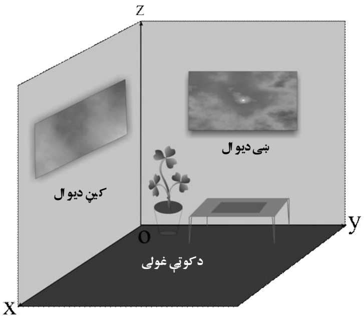
$$4\vec{v}=4\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot 3\\4\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12\\8\end{pmatrix}$$

$$\vec{u}+2\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+6\\-1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix}$$

$$\vec{u}-2\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-6\\-1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-5\end{pmatrix}$$

$$2\vec{u}+4\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}12\\8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+12\\-2+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16\\6\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

په درې بعدي فضا کې د ټکي مختصات

د درسي کتاب (258-255) مخونه

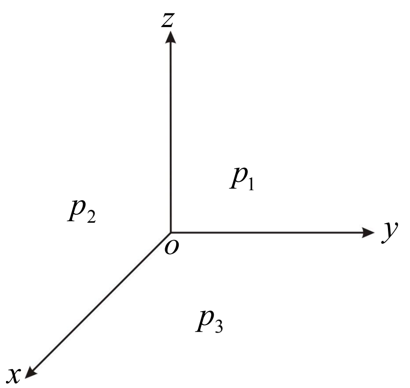
د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي په درې بعدي فضا کې د ټکي د مختصاتو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي وکړای شي یو ټکی په درې بعدي فضا کې وټاکي. • زده‌کوونکي د پورتنی پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي په ورځنی ژوندکې ورڅخه کار واخلي او ترې خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیزکار
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تیر لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تیار کړی راواړوئ او وپوښتئ: • تاسو په شکل کې څه وینئ؟ • کیڼ دیوال، ښي دیوال او د ټولګي غولی یو له بل سره څه اړیکه لري؟ • په شکل کې څو مستوي‌ګانې وینئ؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د خپل لوست بهیر داسې پیل کړئ:

هغه فضا چې موږ په کې ژوندکوو د درې بعدي فضا په نامه یادیږي، درې بعدي (IR^3) فضا د ټولو هغو مرتبو درې ګونو (x, y, z) څخه عبارت دی چې په دې ډول تعریفیږي: $IR^3 = IR \times IR \times IR = \{(x, y, z) \ / \ x, y, z \in IR\}$



درې بعدي فضا د درې محورونو x, y او z په واسطه تعریفیږي، دغه محورونه د O په ټکي کې یو پر بل عمود دي او له دغو محورونو څخه درې د P_1, P_2 او P_3 مستویګانې لاس ته راځي. د درې بعدي فضا قایم مختصات داسې نوموي چې که یو تن ودریږي، هغه محور چې د لیدونکي د تنې په لور دی د z محور او هغه محور چې د لیدونکي د لید په لوري دی د y محور او هغه محور چې د لیدونکو د ښي لاس په لوری پروت دی، د x محور دی.
د دغو درې واړو محورونو د تقاطع ټکی(O) د مختصاتو مبدا ده، په پای کې د یوه ټکي ټاکل په درې بعدي فضا کې ورته توضیح کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره د درسي کتاب 255 مخ هغه معلومات چې د یوه ټکي د ټاکلو لپاره ورکړ شوي دي(په درې بعدي فضا کې د یوه ټکي د ځای ټاکل) مرحله په مرحله یې د زده‌کوونکو په ګډون پر تخته باندې په عملي توګه تطبیق کړی، وروسته ورته په درې بعدي فضا کې د $(x, y, z) = (2,3,1)$ ټکی د زده‌کوونکو په مرسته وټاکئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په پوښتلو سره وارزوئ:

1. ایا کولای شئ د (x, y) ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ؟
2. دوه بعدي فضا له درې بعدي فضا سره څه توپیر لري؟
3. ایا کولای شئ چې د $(6,3,7)$ ټکی په درې بعدي فضا کې وښایاست؟

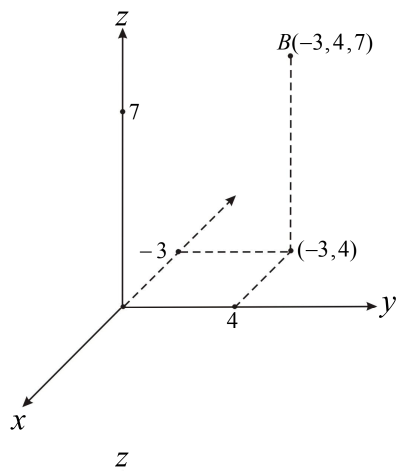
کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ، د ځواب د نه ویلو په صورت کې ورسره مرسته او د لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ.

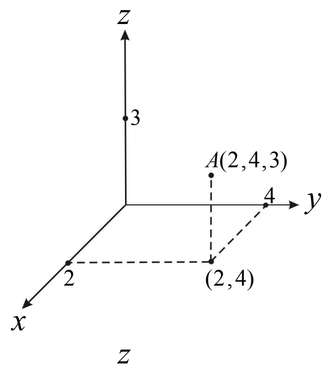
8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

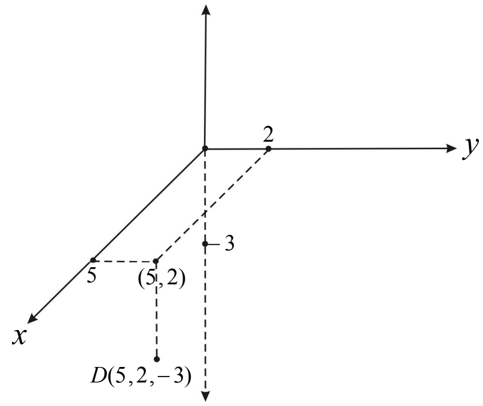
ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي؛ نو لاندې څو مثالونه په پام کې ونیسئ:

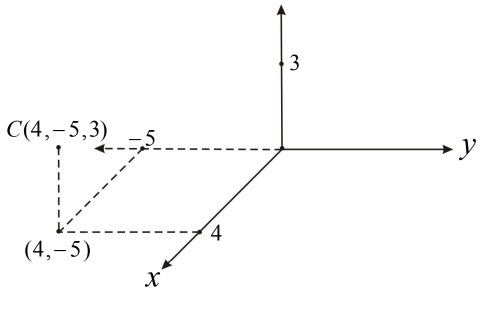
مثال: د $A(2,4,3)$ ، $B(-3,4,7)$ ، $C(4,-5,3)$ او $D(5,2,-3)$ ټکي په درې بعدي فضا کې وښایاست.

حل: پوهېږو چې د هر محور منفي جهت د هغه محور له امتداد یافته څخه حاصلېږي.









(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه:**

1. لومړۍ پوښتنه تکرار راغلې دی.

2. که $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ او $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ وي د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو جهت ته واحد وکتور پیدا کړئ.

حل: له واحد وکتور څخه د مختصې د جهت د تزاید لپاره استفاده کېږي او واحد وکتور عبارت دی له نسبت د وکتور پر نورم د وکتور یا په سمبولیک ډول د $\vec{a}$ وکتور واحد وکتور عبارت دی له: $\vec{e_a}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

$$\vec{e_u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\frac{\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}{\sqrt{2^2+1}}=\frac{\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{\sqrt{5}}\\-\frac{1}{\sqrt{5}}\end{pmatrix}$$

$$\vec{e_v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{9+4}}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}}{\sqrt{13}}=\frac{1}{\sqrt{13}}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{\sqrt{13}}\\\frac{2}{\sqrt{13}}\end{pmatrix}$$

3. که د $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$ ، $\vec{v}=4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}$ درکړل شوي وکتورونه په پام کې ونیسئ او لاندې پوښتنو ته ځوابونه ومومئ.

$a)\ 2\vec{u}-6\vec{v}+4\vec{w}=?$ $\qquad b)\ |\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{v}-2\vec{w}|=?$

یادونه: ددې پوښتنې a او b جزونه په کتاب کې نه دي چاپ شوي.

حل:

$$a)\ 2\vec{u}-6\vec{v}+4\vec{w}=2(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-6(4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k})+4(6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k})$$
$$=4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}-24\vec{i}-36\vec{j}-12\vec{k}+24\vec{i}-36\vec{j}-12\vec{k}$$
$$=(4-24+24)\vec{i}+(6-36-36)\vec{j}+(2-12-12)\vec{k}$$
$$=4\vec{i}-66\vec{j}-22\vec{k}$$

$$b)\ |\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{v}-2\vec{w}|=\left|(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-\frac{1}{3}(4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k})-2(6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k})\right|$$
$$=\left|(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k})-\frac{4}{3}\vec{i}-2\vec{j}-\frac{2}{3}\vec{k}-12\vec{i}+18\vec{j}+6\vec{k}\right|$$
$$=\left|(2-\frac{4}{3}-12)\vec{i}+(3-2+18)\vec{j}+(1-\frac{2}{3}+6)\vec{k}\right|=\left|-\frac{34}{3}\vec{i}+19\vec{j}+\frac{19}{3}\vec{k}\right|$$
$$=\sqrt{(-\frac{34}{3})^2+(19)^2+(\frac{19}{3})^2}=\sqrt{\frac{1156}{9}+361+\frac{361}{9}}=\sqrt{361+\frac{1517}{9}}=\sqrt{\frac{3249+1517}{9}}$$
$$=\sqrt{\frac{4766}{9}}=\frac{69.036}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4. $\vec{u}$ او $\vec{v},\vec{v}$ او $\vec{w},\vec{w}$ او $\vec{u}$ وکتورونو ترمنځ واټن پیدا کړئ.

حل:

$$\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{(4-2)^2+(6-3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{2^2+3^2+1^2} = \sqrt{14} \Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{uv}\right| = \sqrt{14}}$$

$$\left|\overrightarrow{vw}\right| = \sqrt{(6-4)^2+(-9-6)^2+(-3-2)^2} = \sqrt{2^2+15^2+5^2} = \sqrt{4+225+25} = \sqrt{254}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{vw}\right| = \sqrt{254}}$$

$$\left|\overrightarrow{wu}\right| = \sqrt{(2-6)^2+(3+9)^2+(1+3)^2} = \sqrt{4^2+12^2+4^2} = \sqrt{16+144+16} = \sqrt{176} = 4\sqrt{11}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|\overrightarrow{wu}\right| = 4\sqrt{11}}$$

5. هغه وکتور واحدونه پیدا کړئ چې د $\vec{v},\vec{u}$ او $\vec{w}$ وکتورونو په جهت پراته وي؟

حل:

$$\overrightarrow{e_u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \frac{2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}}(2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}) = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{e_u} = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

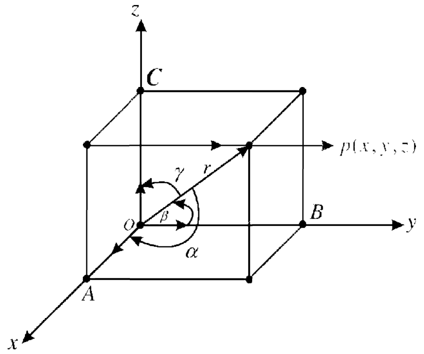
$$\overrightarrow{e_v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{4^2+6^2+2^2}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{16+36+4}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{56}} = \frac{4\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}}{2\sqrt{14}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{e_v} = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{e_w} = \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{6^2+(-9)^2+(-3)^2}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{36+81+9}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{\sqrt{126}} = \frac{6\vec{i}-9\vec{j}-3\vec{k}}{3\sqrt{14}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}-\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{e_w} = \frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i}-\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د یوه وکتور د جهت زاویې او کوساینونه

د درسي کتاب (259) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي به د یوه وکتور د جهت زاویو او کوساینونو په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي به د یوه وکتور د جهت زاویو او کوساینونو اړوند پوښتنې حل کړای شي. • د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باور پیداکړي او ورځخه خوښې ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد(د ورودي شکل چارټ)
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې څه شي وینئ؟ • د شعاع وکتور په واسطه په فضا کې څو زاویې جوړېږي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، ورته وواياست چې د کتاب 259 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ، بیا دې د یو یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

که د $\vec{r}$ شعاع وکتور د قايمو مختصاتو له محورونو سره په ترتیب د α, β او γ زاویې جوړې کړي، په دې صورت کې لیکلای شو:

$$\overrightarrow{OP} = \vec{r} \quad , \quad \overrightarrow{OA} = \vec{r_x} \quad , \quad \overrightarrow{OB} = \vec{r_y} \quad , \quad \overrightarrow{OC} = \vec{r_z}$$

کولای شو د $\vec{r}$ د وکتور د جهت کوساینونه په لاندې ډول ولیکو:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos\alpha$$

$$\cos\beta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\cos\beta$$

$$\cos\gamma = \frac{z}{r} \Rightarrow z = r\cos\gamma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې هره ډله په درې بعدي فضا کې یوه نقطه وښیي، همدارنګه د نوموړي نقطې شعاع وکتور رسم کړي، بیا دې د نوموړي وکتور د جهت زاویې او کوساینونه پیدا کړي، تاسو څارنه وکړئ یعنې له ډلو څخه لیدنه وکړئ، د ستونزو او تېروتنو په صورت کې ورسره مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو زده‌کوونکي د لاندې پوښتنو په واسطه وارزوئ:

1. دکوم ډول وکتور د جهت زاویې او کوساینونه پیدا کولای شو؟
2. د α زاویه له کوم محور سره جوړېږي؟
3. د β زاویه د څه شي په واسطه لاس ته راځي؟
4. د γ زاویه له شعاع وکتور سره څه ډول اړیکه لري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ د ځواب د نه ویلو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، لاندې تعریف په پام کې نیسو:

شعاع وکتور: هغه وکتور چې مبداء یې د درې بعدي فضا د وضعیه کمیاتو په مبداء کې واقع وي، α هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د x له محور سره جوړ وي.

β: هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د y له محور سره جوړ وي.

γ: هغه زاویه ده چې شعاع وکتور یې د z له محور سره جوړ وي.

همدارنګه $\vec{i}$, $\vec{j}$ او $\vec{k}$ په درې بعدي فضا کې واحد وکتورونه دي. $\vec{i}$ د x د محور واحد وکتور $\vec{j}$ د y د محور واحد وکتور او $\vec{k}$ د z د محور واحد وکتور دی، قیمتونه یې په لاندې ډول دی:

$$\vec{i}=(1,0,0)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{j}=(0,1,0)=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{k}=(0,0,1)=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$، $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ وي، پیدا کړئ؟

$a)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=?$ $\qquad b)\ \vec{v}-3\vec{w}=?$ $\qquad c)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$$a)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+2(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$$

$$=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+6\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}$$

$$b)\ \vec{v}-3\vec{w}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-3(5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k})=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-15\vec{i}+3\vec{j}-9\vec{k}$$

$$=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k} \quad \Rightarrow \boxed{\vec{v}-3\vec{w}=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}}$$

$$c)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\left|3(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|=\left|9\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|$$

$$=\left|14\vec{i}-7\vec{j}+9\vec{k}\right|=\sqrt{14^2+(-7)^2+9^2}=\sqrt{196+49+81}=\sqrt{326}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\sqrt{326}}$$

2. د α اندازه داسې پیدا کړئ چې د $\alpha\vec{i}+(\alpha+1)\vec{j}+2\vec{k}$ وکتور اوږدوالی مساوي په 3 وي.

حل:

$$\left|\alpha\vec{i}+(\alpha+1)\vec{j}+2\vec{k}\right|=3$$

$$\sqrt{\alpha^2+(\alpha+1)^2+2^2}=3$$

$$\sqrt{\alpha^2+\alpha^2+2\alpha+1+4}=3 \quad \Rightarrow \quad (\sqrt{2\alpha^2+2\alpha+5})^2=3^2 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha^2+2\alpha+5=9$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2+2\alpha-4=0 \quad \Rightarrow \alpha^2+\alpha-2=0 \quad \Rightarrow (\alpha-1)(\alpha+2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha-1=0 \Rightarrow \alpha=1\\ \alpha+2=0 \Rightarrow \alpha=-2\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\theta$$

اووم څپرکی: وکتورنه

د دوو وکتورونو د سکالري ضرب حاصل

د درسي کتاب (261) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	• زده‌کوونکي د دوو وکتورونو د سکالري ضرب په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د دوو وکتورونو سکالري ضرب په یوه عددي پوښتنه کې تطبیق کړای شي. • زده‌کوونکي د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باورمن او ډاډ پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیزکار
3- **مرستندویه مواد:**	د اړتیا وړ مواد، د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې له مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • ایا کولای شئ د دوو حقیقي عددونو ضرب حاصل په لاس راوړئ. • تاسو د دوو یا څو حقیقي عددونو د ضرب لپاره دغو دوو ($\cdot,\times$) علامو څخه کار اخیستی دی ایا د دوو وکتورونو د ضرب لپاره هم کولای شئ، له نوموړو علامو څخه کار واخلئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست چې د کتاب 261 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې له خبرو او بحث وروسته سرته ورسوئ بیا دې د یو یا دوو ډلو استازي خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي که چیرې کومه ډله تېروتنه کوي، هغه د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ او د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

که $\vec{u}$ او $\vec{v}$ دوه وکتورونه چې صفر نه وي په مستوي یا فضا کې په پام کې نیسو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ سکالري ضرب په ($\cdot$) سره ښیي، که $\vec{u}$ او $\vec{v}$ دوه وکتورونه وي او وغواړو د سکالري ضرب حاصل یې په لاس راوړو نو:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta$$

په داسې حال کې چې $|\vec{u}|$ د $\vec{u}$ د وکتور اوږدوالی او $|\vec{v}|$ د $\vec{v}$ د وکتور اوږدوالی او θ د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو ترمنځ زاویه ده. په داسې حال کې چې ($0\le\theta\le\pi$) سره وي. که وغواړو د دوو وکتورونو ترمنځ زاویه په لاس راوړو له دغه فورمول $\cos\theta=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$ څخه کار اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پای کې د درسي کتاب 262 مخ لومړی مثال د سکالري ضرب د تعریف په پام کې نیولو سره ورته مرحله په مرحله حل له خواصو سره یې تشریح او توضیح کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاښه تحکیم او پوهې لپاره زده‌کوونکو ته په یو کسیزه توګه دنده ورکړئ چې د کتاب له لیدلو پرته د درسي کتاب 263 مخ دریم مثال حل کړي، تاسو د ټولګي څارنه وکړئ او د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ډاډمن شئ ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ نو له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ:

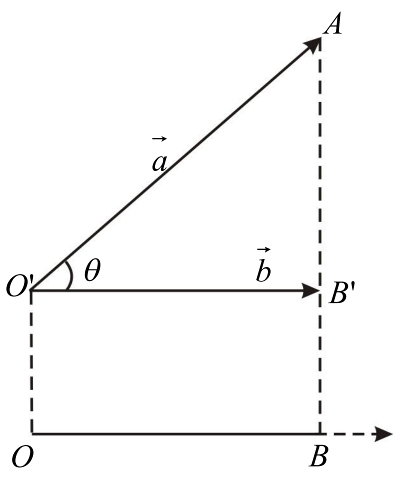
1. د دوو حقیقي عددونو د ضرب حاصل کوم عدد دی؟
2. ایا د دوو وکتورونو د سکالري د ضرب حاصل وکتوري کمیت دی او که سکالري کمیت؟
3. په حقیقي عددونو کې تبادلوي خاصیت یعنې $2\cdot3=3\cdot2$ یا $a\cdot b=b\cdot a$ دی، ایا د دوو وکتورونو په سکالري ضرب کې تبادلوي خاصیت $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ هم صدق کوي؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ، د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ستاسو معلومات په دې اړه زیات شوی وي، همدارنګه ځینې پوښتنې په تمرین کې راغلي دي چې حل یې د لاندې معلوماتو په واسطه کېږي.

د یوه وکتور تصویر (ارتسام) په ټاکلي جهت: که د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو ترمنځ زاویه په θ سره وښیو، نو د $\vec{a}$ د وکتور تصویر (ارتسام) (*projection*) د $\vec{b}$ وکتور په جهت عبارت دی، له:



$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=|\vec{a}|\cos\theta\,\vec{e_b}$$

پوهېږو چې:

$$\vec{e_b}=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=|\vec{a}|\cos\theta\cdot\vec{e_b}=|\vec{a}|\cdot\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\vec{b}$$

$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\vec{b}$ د $\vec{a}$ وکتورمرتسم (تصویر) د $\vec{b}$ په جهت.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. وښایاست چې د $\vec{v}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ د وکتور مرتسمونه د $\vec{k},\vec{j},\vec{i}$ واحد وکتورونو په امتداد په ترتیب سره له c,b,a سره مساوي دي.

حل: د $\vec{a}$ وکتور مرتسم د $\vec{b}$ د وکتور په امتداد په لاندې ډول دی:

$$P_{\vec{b}}^{\vec{a}}=\frac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}\cdot\vec{b}$$

نو لرو چې:

$$P_{\vec{i}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{i}\cdot\vec{v}}{\vec{i}\cdot\vec{i}}\cdot\vec{i}=\frac{\vec{i}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{i}=(ai\cdot i+bi\cdot j+ci\cdot k)i=(a+b\cdot 0+c\cdot 0)\cdot i=ai$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{i}}^{\vec{v}}=ai}$$

$$P_{\vec{j}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{j}\cdot\vec{v}}{\vec{j}\cdot\vec{j}}\cdot\vec{j}=\frac{\vec{j}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{j}=(ai\cdot j+bj\cdot j+ck\cdot j)j=(a\cdot 0+b+c\cdot 0)j=bj$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{j}}^{\vec{v}}=bj}$$

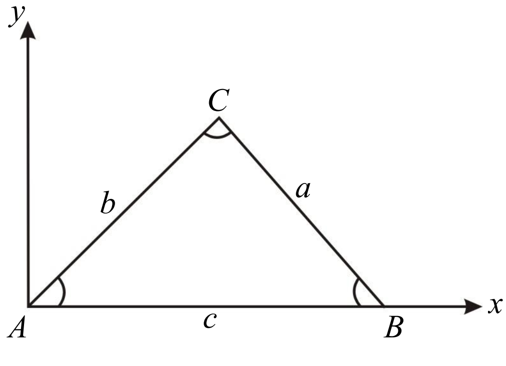
$$P_{\vec{k}}^{\vec{v}}=\frac{\vec{k}\cdot\vec{v}}{\vec{k}\cdot\vec{k}}\cdot\vec{k}=\frac{\vec{k}(a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k})}{1}\cdot\vec{k}=(ai\cdot k+bj\cdot k+ck\cdot k)k=(a\cdot 0+b\cdot 0+c)k=ck$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\vec{k}}^{\vec{v}}=c\vec{k}}$$

2. وښایاست چې په هر $\overset{\Delta}{ABC}$ کې لاندې اړیکې وجود لري:

$i)\ a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A \qquad ii)\ a=b\cdot\cos C+c\cdot\cos B$

حل:



$i)$

$$a=|\overline{BC}|=\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

څرنګه چې $x=b\cos A$ او $y=b\sin A$ دی؛ نو:

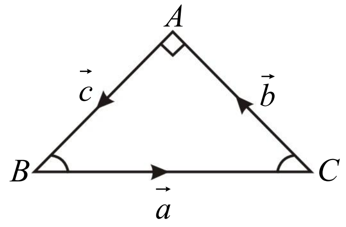
$$a=\sqrt{(b\cos A-c)^2+(b\sin A)^2}\quad\Rightarrow\ a=\sqrt{b^2\cos^2 A-2bc\cos A+c^2+b^2\sin^2 A}$$

$$\Rightarrow a^2=b^2(\cos^2 A+\sin^2 A)-2bc\cos A+c^2$$

$$\boxed{a^2=b^2+c^2-2bc\cos A}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ii)



$\overrightarrow{BC}=\vec{a} \quad , \quad \overrightarrow{CA}=\vec{b} \quad , \quad \overrightarrow{AB}=\vec{c}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0 \ /\cdot\vec{a}$

$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot 0=0$

$\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}=0$

$|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|+|\vec{a}||\vec{b}|\cos(180^\circ-C)+|\vec{a}||\vec{c}|\cos(180^\circ-B)=0$

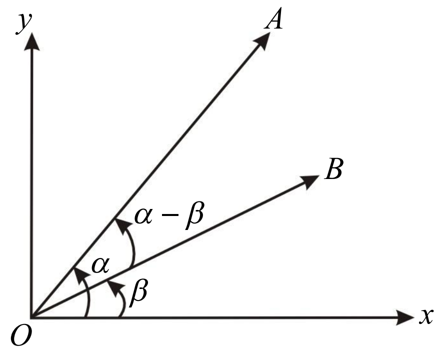
$a\cdot a-ab\cos C-ac\cos B=0$

$a^2-ab\cos C-ac\cos B=0/\div a$

$a-b\cos C-c\cos B=0 \quad\Rightarrow\quad a=b\cos C+c\cos B$

3. ثبوت کړئ چې: $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

حل:



$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

که چیرې $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ او $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ دوه واحد وکتورنه د xy په مستوي کې وي، دغه دوه واحد وکتورونه د xy په مستوي کې د α او β زاويې جوړوي، همدارنګه پوهېږو چې: $\vec{a}=a_1i+a_2j=xi+yj$

د $\vec{a}$ د وکتور مرکبه د x پر محور عبارت دی له $a_1=x=\cos\alpha$، همدارنګه د $\vec{a}$ د وکتور مرکبه د y پر محور عبارت دی له $a_2=y=\sin\alpha$ او د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو نورم یا طول عبارت دی له $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ دی؛ نو ليکلای شو:

$\vec{a}=a_1i+a_2j=xi+yj=\cos\alpha\, i+\sin\alpha\, j \ \ldots\ \text{I}$

$\vec{b}=b_1i+b_2j=xi+yj=\cos\beta\, i+\sin\beta\, j \ \ldots\ \text{II}$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو ترمنځ زاويه عبارت ده له: $(\alpha-\beta)$ او د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونو سکالري ضرب په لاس راوړو:

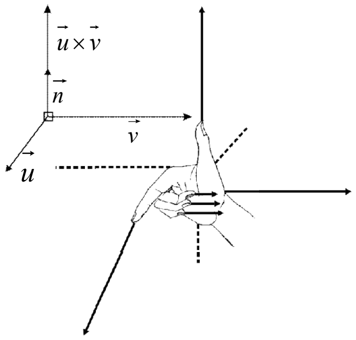
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\alpha-\beta)=1\cdot1\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha-\beta) \ \ldots\ \text{III}$

که د I او II اړیکې له یو بل سره ضرب کړو، په لاس راځي:

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b}&=(\cos\alpha\, i+\sin\alpha\, j)\cdot(\cos\beta\, i+\sin\beta\, j)\\&=\cos\alpha\, i\cos\beta\, i+\cos\alpha\, i\sin\beta\, j+\sin\alpha\, j\cos\beta\, i+\sin\alpha\, j\sin\beta\, j\\&=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta \ \ldots\ \text{IV}\end{aligned}$$

له III او IV اړيکو څخه ليکلای شو، چې $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

(c) ketabton.com: The Digital Library



اووم څپرکی: وکتورنه

د وکتوري ضرب حاصل

د درسي کتاب (265) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	• زده‌کوونکي د وکتوري ضرب په مفهوم پوه شي. • زده‌کوونکي د دوو وکتورونو وکتوري ضرب په لاس راوړای شي. • زده‌کوونکي د پورتني پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان ډاډمن او ورځخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام د ورودي شکل چارټ ته چې مخکې مو تیار کړی دی راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې څه وینئ؟ • په چارټ کې څو وکتورونه وینئ او یو له بل سره څه اړیکه لري؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی د لوست بهیر داسې پیل کړئ:

د $\vec u$ او $\vec v$ وکتورونه چې د صفر خلاف وي په پام کې نیسو د $\vec u$ او $\vec v$ دوو وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل په $\vec u \times \vec v$ سره ښیي او په لاندې ډول تعریفېږي: $\vec u \times \vec v = |\vec u| \cdot |\vec v| \cdot \sin\theta\, \vec n$

په داسې حال کې چې θ د $\vec u$ او $\vec v$ $(0 \le \theta \le \pi)$ وکتورونوترمنځ زاویه او $\vec n$ د $\vec u$ او $\vec v$ وکتورونو په واسطه د جوړې شوې مستوي له عمود واحد وکتور څخه عبارت دی، یا په بل عبارت د $\vec u$ او $\vec v$ وکتورونو وکتوري ضرب له هغه دریم وکتور څخه عبارت دی چې ددوی په مبدا باندې عمود دی.

یو مهم توپیر د سکالري او وکتوري ضرب دا دی چې د دوو وکتورونو سکالري ضرب یو سکالر دی او د دوو وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل یو وکتور دی.

د دوو وکتورونو خطي ترکیب:

د یوه سیټ د وکتورونو د سکالري مضربونو مجموعه د همغه سیټ د وکتورونو د خطي ترکیب په نامه یادېږي. که $\vec a_1, \vec a_2, \dots, \vec a_n$ د یوه سیټ وکتورونه او $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in IR$ سکالرونه وي، په دې صورت کې د $\vec a$ وکتور په

(c) ketabton.com: The Digital Library

داسې حال کې چې $\vec{a}=\alpha_1\vec{a_1}+\alpha_2\vec{a_2}+\dots+\alpha_n\vec{a_n}$ وي، د $\vec{a}$ وکتور د $\vec{a_1},\vec{a_2},\dots,\vec{a_n}$ وکتورونو د خطي ترکیب په نامه یادېږي.

که چیرې په یوه خطي ترکیب کې $\alpha_1=\alpha_2=\dots=\alpha_n=0$ وي، وکتورونه خطي خپلواکي لري او که یو د $(i=1,2,\dots,n)\alpha_i$ د صفر خلاف وي، وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

په پای کې د درسي کتاب 265 مخ لومړی مثال د $\vec{a_1}$ او $\vec{a_2}$ وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل په لاس راوړئ او په دویم پړاو کې د نوموړو وکتورونو خطي ترکیب، خطي خپلواکي او خطي غیر خپلواکي ورته په لاس راوړی.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

د لوست د لاښه تحکیم او پوهې په موخه د درسي کتاب 266 مخ دویم مثال زده‌کوونکو ته په یوکسیزه توګه ورکړی چې د کتاب له لیدلو پرته یې حل کړي، په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی د تختې مخې ته راوغواړئ چې نوموړی مثال پر تخته باندې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، د ټولګي څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

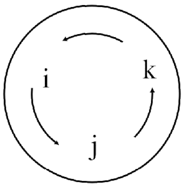
7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ډاډمن شی ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده‌کوونکي وارزوئ:

1. د دوو وکتورونو وکتوري او سکالري ضرب یو له بل سره څه توپیر لري؟
2. که چیرې $\alpha_1=\alpha_2=\dots=\alpha_n=0$ سره وي، ایا وکتورونه خطي خپلواکي لري او که نه؟
3. که یو د $(i=1,2,\dots,n)\alpha_i$ خلاف د صفر وي، ایا وکتورنه خطي خپلواکي لري او که نه؟
4. ایا د دوو وکتورنو وکتوري ضرب حاصل وکتوري کمیت دی او که سکالري؟

کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه تر لاسه کړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته او لوست ورته یو ځل بیا توضیح او تشریح کړئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:



ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي، یو ځل بیا د واحد وکتورونو د تشکیل لپاره هغه دایروي جوړښت چې په درسي کتاب کې هم راغلی لیکو:

او د دوو وکتورونو وکتوري ضرب تعریف چې وایي د دوو وکتورونو وکتوري ضرب له هغه دریم وکتور څخه عبارت دی چې د نوموړو وکتورونو په مبداء باندې عمود دی؛ یعنې:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\sin\theta\,\vec{n}$$

د درسي کتاب 270 مخ کې $\vec{i}\times\vec{i}=0$ ، $\vec{j}\times\vec{j}=0$ او $\vec{k}\times\vec{k}=0$ دی.

$$\vec{i}\times\vec{i}=|\vec{i}|\cdot|\vec{i}|\cdot\sin 0^\circ=1\cdot1\cdot0=0$$

$$\vec{j}\times\vec{j}=|\vec{j}|\cdot|\vec{j}|\cdot\sin\theta=1\cdot1\cdot\sin 0^\circ=1\cdot1\cdot0=0$$

$$\vec{k}\times\vec{k}=|\vec{k}|\cdot|\vec{k}|\cdot\sin\theta=1\cdot1\cdot0=0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی: وکتورنه

د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور ښودل

د درسي کتاب (267) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور دښودلو په مفهوم پوه شي. • په دوه بُعدي، درې بُعدي او بالاخره په n بُعدي فضاکې طبیعي واحد وکتورونه وپېژني. • یو وکتور د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په شکل وښودلای شي. • د پورته پوهې او مهارت له حاصلولو څخه خوښ شي.
2- **د زده کړې لارې**:	ډله‌ییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست چې د وکتورونو خطي ترکیب دی، زده‌کوونکو ته په لنډ ډول تکرار کړئ، وروسته له زده‌کوونکو څخه وپوښتئ: • ایا د (x_1, x_2, x_3) وکتورد طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په شکل ښودلای شو ؟ ښاغلی ښوونکی که چیرې زده‌کوونکي ځواب ووایي ښه به وي، له هغه پرته تاسې یې حل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی په دوه بُعدي، درې بُعدي او بالاخره په عمومي حالت یعنې n بُعدي فضاکې د ورکړ شوو وکتورونو ښودل د واحد وکتورونو د ضربېونو د مجموعې په شکل زده‌کوونکو ته توضیح او تشریح کړئ.
- ښاغلی ښوونکی هغه عنوان چې د(وکتورونو خطي خپلواکي) ده، پر تخته باندې ولیکئ او زده‌کوونکو ته ووایي چې د $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ وکتورونه په یوه وکتوري ساحه کې خطي خپلواکي لري، که چیرې د غه خطي ترکیب $\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + \ldots + \alpha_n\vec{a}_n = 0$ مساوي صفر وي، نو په دې صورت کې $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0$ سره شي.
وروسته د(غیر خپلواک) عنوان پر تخته ولیکئ، زده‌کوونکو ته یې تعریف او توضیح کړئ، وریسې هغه یادونه چې په کې د یوه سټ د وکتورونو د خطي خپلواکي په لاس راوړلو پراوونه دي، د 268 مخ مثال په حلولو سره په ټولګي کې توضیح او تشریح کړئ، تر څو زده‌کوونکي د وکتورونو د خطي خپلواکي په مفهوم ښه پوه شي.
- ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ چې دکتاب د 269 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د یو بل په مشوره سرته ورسوي. وروسته د یوې ډلې استازي راوغواړئ چې خپل ډله‌ییز کار نورو زده‌کوونکو ته توضیح کړي. بیا تاسې د فعالیت پایله ورته توضیح او ددې مخ لومړی مثال پر تخته مرحله په مرحله حل کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د کتاب 270 مخ دویم مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې په انفرادي توگه یې د کتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. وروسته یو داوطلب زده‌کوونکی دې نوموړی مثال پر تخته حل او د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دې لپاره چې ډاډه شي ایا زده‌کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده‌کوونکي وارزوی:

1. یو زده‌کوونکی دې په درې بُعدي فضاکې طبیعي واحد وکتور پر تخته ولیکي؟
2. یو زده‌کوونکی دې د $\vec{a}=(2,3)$ وکتور د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په شکل ولیکی؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

د درسي کتاب د 267 مخ د فعالیت حل:

$$S=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$$
$$\alpha_1(1,0,0)+\alpha_2(0,1,0)+\alpha_3(0,0,1)=0$$
$$(\alpha_1,0,0)+(0,\alpha_2,0)+(0,0,\alpha_3)=0$$
$$(\alpha_1+0+0,\ 0+\alpha_2+0,\ 0+0+\alpha_3)=0$$
$$(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=0 \Rightarrow \alpha_1=0,\quad \alpha_2=0,\quad \alpha_3=0$$

څرنگه چې $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$ دی، نو S خطي خپلواکي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپرکی: وکتورنه

د مخلوط ضرب حاصل یا درېګونی ضرب (*Triple product*)

د درسي کتاب (270) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د مخلوط ضرب حاصل په مفهوم پوه شي. • په مخلوط ضرب پورې اړونده پوښتنې حل کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په لاس ته راوړلو سره خوښي ښکاره کوي.
2- **د زده کړې لارې:**	ډلهییز او یوکسیز کار
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته تېر لوست په لنډ ډول تکرار کړئ او ددې لپاره چې د زده‌کوونکو پام موضوع ته راواړوئ، په لاندې ډول وپوښتئ: • د $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$ د ضرب حاصل وکتور دی او که سکالر ؟ • ایا $(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$ له $(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$ سره مساوي دي ؟ که چیرې زده‌کوونکي ځوابونه ووایي ښه به وي، له هغه پرته تاسو په لنډ ډول معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

- ښاغلی ښوونکی د لوست عنوان(د مخلوط د ضرب حاصل) پر تخته باندې ولیکئ او زده‌کوونکو ته د دوو یا څو وکتورونو د ضربولو ټول حالتونه توضیح او تشریح کړي، بیا زده‌کوونکو ته ووایئ چې د $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c})$ اړیکه د متوازي‌السطوح له حجم څخه عبارت ده، په داسې حال کې چې د $\vec{a}, \vec{b}$ او $\vec{c}$ وکتورونه د متوازي‌السطوح ضلعې وي.
- ښاغلی ښوونکی د درسي کتاب 271 مخ د تطبیقاتي مسئلې عنوان پر تخته ولیکئ او د 2،1 او 3 مسئلې د پوښتنو او ځوابونو په طریقه د زده‌کوونکو په فعال ګډون سره حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکیم:** (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا ښه تحکیم لپاره دکتاب 273 مخ څلورم مثال چې د یوې متوازي‌السطوح مساحت شکل یې پر تخته رسم کړي او یو داوطلب زده‌کوونکي ته وواياست چې پر تخته یې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې یې دکتاب له لیدو پرته په خپلو کتابچو کې حل کړي. د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړی. په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي او تېروتنې دې اصلاح کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډه شئ ایا زده کړه شوې ده او که نه؟ د لاندې پوښتنو په کولو سره زده کوونکي و ارزوئ:

1. د $(\vec{c}\cdot\vec{a})\vec{b}$ د ضرب حاصل وکتور دي او که سکالر؟

2. یو زده کوونکی دې $\sin(\alpha+\beta)$ ته د تختې پر مخ انکشاف ورکړي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. که $\vec{a}_1 = t^2+t+2$ ، $\vec{a}_2 = 2t^2+t$ او $\vec{a}_3 = 3t^2+2t+2$ وي، وښایاست چې نوموړي وکتورونه خطي خپلواکي لري؟

حل:

$$\alpha\overrightarrow{a_1}+\beta\overrightarrow{a_2}+\gamma\overrightarrow{a_3} = \alpha(t^2+t+2)+\beta(2t^2+t)+\gamma(3t^2+2t+2)=0$$
$$=\alpha t^2+\alpha t+2\alpha+2\beta t^2+\beta t+3\gamma t^2+2\gamma t+2\gamma=0$$
$$=(\alpha+2\beta+3\gamma)t^2+(\alpha+\beta+2\gamma)t+2\alpha+2\gamma=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha+2\beta+3\gamma=0\\ \alpha+\beta+2\gamma=0\\ 2\alpha+2\gamma=0\end{cases} \Rightarrow 2\alpha+2\gamma=0 \Rightarrow \boxed{\alpha=-\gamma}$$
$$\alpha+\beta+2\gamma=0 \Rightarrow -\gamma+\beta+2\gamma=0 \Rightarrow \beta+\gamma=0 \Rightarrow \boxed{\beta=-\gamma}$$
$$\Rightarrow \boxed{\alpha=\beta=-\gamma}$$

نو د $\alpha=\beta=-\gamma$ د ټولو قیمتونو لپاره پورتنۍ خطي ترکیب صدق کوي او د α, β او γ لپاره داسې قیمتونه هم شتون لري چې صفر نه وي؛ نو په نتیجه کې نوموړي وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

2. وښایاست چې $\vec{a}=2i+3j+4k$ او $\vec{b}=4i+6j+8k$ وکتورونه یو له بل سره کوم ډول خطي اړیکه لري؟

حل:

$$\alpha\vec{a}+\beta\vec{b} = \alpha(2i+3j+4k)+\beta(4i+6j+8k)$$
$$=2\alpha i+3\alpha j+4\alpha k+4\beta i+6\beta j+8\beta k=0$$
$$=(2\alpha+4\beta)i+(3\alpha+6\beta)j+(4\alpha+8\beta)k=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}2\alpha+4\beta=0\\ 3\alpha+6\beta=0\\ 4\alpha+8\beta=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha+2\beta=0\\ \alpha+2\beta=0\\ \alpha+2\beta=0\end{cases}$$
$$\Rightarrow \alpha=-2\beta$$

نو په نتیجه کې د $\alpha=-2\beta$ په ټولو قیمتونو کې پورتنۍ خطي ترکیب صدق کوي او د α او β لپاره د صفر خلاف قیمتونه هم موجود دي، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونه خطي خپلواکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3. ثبوت کړئ چې $\vec{a}_1 = 2i$, $\vec{a}_2 = 5j$ او $\vec{a}_3 = 9k$ وکتورونه خطي خپلواکي لري.

حل:

$$\alpha_1\overrightarrow{a_1} + \alpha_2\overrightarrow{a_2} + \alpha_3\overrightarrow{a_3} = 0$$

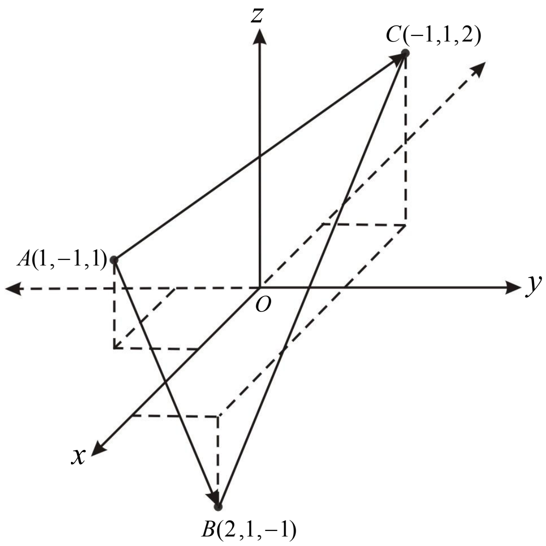
$$\alpha_1 2i + \alpha_2 5j + \alpha_3 9k = 0 \;\Rightarrow\; 2\alpha_1 = 0 \;\;,\;\; 5\alpha_2 = 0 \;\;,\;\; 9\alpha_3 = 0$$

$$\Rightarrow\; \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

په پایله کې ویلی شو چې پورتني وکتورونه خطي خپلواکي لري.

4. د هغه مثلث مساحت پیدا کړئ چې راسونه یې $A(1,-1,1)$ ، $B(2,1,-1)$ او $C(-1,1,2)$ وکتورونو په واسطه درکړل شوي وي، همدارنګه هغه واحد کتور چې پر ABC مستوي عمود دی، مطلوب دی.

حل:



$$\overrightarrow{AB} = (2-1, 1-(-1), -1-1) = (1, 2, -2) = i + 2j - 2k$$

$$\overrightarrow{AC} = (-1-1, 1-(-1), 2-1) = (-2, 2, 1) = -2i + 2j + k$$

$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left|(i+2j-2k)\times(-2i+2j+k)\right| = \frac{1}{2}\left|2k - j + 4k + 2i + 4j + 4i\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|6i + 3j + 6k\right| = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 3^2 + 6^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 9 + 36}$$

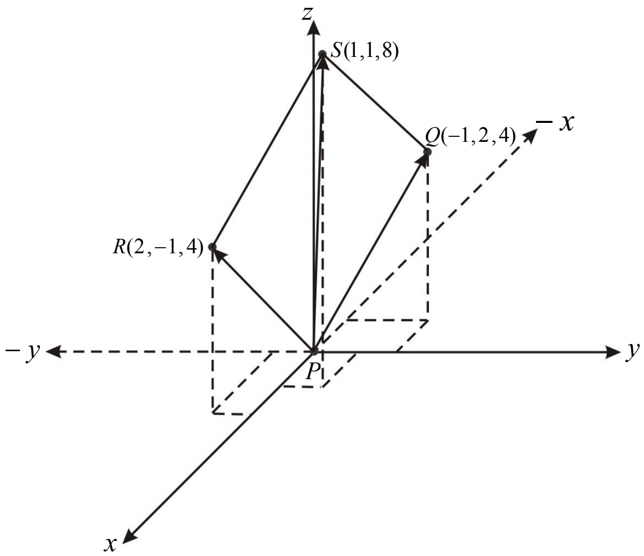
$$= \frac{1}{2}\sqrt{81} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{1}{2}\sqrt{81} = \frac{1}{2}\cdot 9 = 4.5unit^2}$$

هغه واحد وکتور چې د ABC پر مستوي عمود دی، دغه بحث د درسي کتاب او خصوصاً د دغه فصل له سویې لوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. د هغې متوازي الاضلاع مساحت پیدا کړئ چې د $P(0,0,0)$, $Q(-1,2,4)$، $R(2,-1,4)$ او $S(1,1,8)$ وکتورونو په واسطه ځانګړی شوی وي.

حل:



$$\overrightarrow{PQ} = (-1-0, 2-0, 4-0) = (-1, 2, 4) = -i + 2j + 4k$$

$$\overrightarrow{PR} = (2-0, -1-0, 4-0) = (2, -1, 4) = 2i - j + 4k$$

$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = i\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= i(8+4) - j(-4-8) + k(1-4) = 12i + 12j - 3k$$

$$\left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right| = \sqrt{12^2 + 12^2 + (-3)^2} = \sqrt{144+144+9} = \sqrt{297} = 3\sqrt{33}$$

د متوازي‌الاضلاع مساحت $= 3\sqrt{33}$

6. که $\vec{u} = 2i - j + k$ ، $\vec{v} = 4i + 2j - k$ سره وي، د لاندې وکتورونو د ضرب حاصل پیدا کړئ؟

$i)\ \vec{u} \times \vec{u}$ $\qquad ii)\ \vec{u} \times \vec{v}$ $\qquad iii)\ \vec{v} \times \vec{u}$

حل:

$$i)\ \vec{u} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1+1)i - (2-2)j + (-2+2)k = 0$$

$$ii)\ \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (1-2)i - (-2-4)j + (4+4)k = -i + 6j + 8k$$

$$iii)\ \vec{v} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (2-1)i - (4+2)j + (-4-4)k = i - 6j - 8k = -(-i + 6j + 8k)$$

$$= -\vec{u} \times \vec{v}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم ټولګي د عمومي پوښتنو حل(اته درسي ساعتونه)

1): که $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$ او $\vec{b}=4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ وي:

a): $\vec{a}\cdot\vec{b}$ b): $\vec{b}\cdot\vec{a}$ مطلوب دی

حل:

$$a)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k})(4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k})=3\cdot4+(-1)(3)+(5)(-2)$$
$$=12-3-10=12-13=-1$$

$$b)\ \vec{b}\cdot\vec{a}=(4\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k})(3\vec{i}+-\vec{j}+5\vec{k})=12-3-10=-1$$

2): که چېرې د $P(2,3)$ او $Q(6,-2)$ ټکي د $\overrightarrow{OP}$ او $\overrightarrow{OQ}$ شعاع وکتورونو پای وي، په دې صورت کې د P او Q په مستوي کې د $xi+yj$ وکتور په څیر ولیکئ.

حل:

$$\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=2\vec{i}+3\vec{j}$$
$$\overrightarrow{OQ}=\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}=6\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=6\vec{i}-2\vec{j}$$

3): که چیرې $A(1,-1)$ ، $B(2,0)$ ، $C(-1,3)$ او $D(-2,2)$ درکړل شوي وي، د $\vec{AB}$ او $\vec{CD}$ وکتورونو حاصل جمع مطلوب دی.

حل:

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2-1\\0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\vec{i}+\vec{j}$$
$$\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}-2+1\\2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}=-\vec{i}-\vec{j}$$
$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{i}-\vec{j}=0$$

4): که چیرې $A(2,5)$ ، $B(-1,1)$ او $C(2,-6)$ درکړل شوي وي، مطلوب دی:

$i)\ \vec{AB}=?$ $ii)\ 2\vec{AB}-\vec{CB}=?$ $iii)\ 2\vec{CB}-2\vec{CA}=?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل:

$i)\ \overrightarrow{AB}=(-1-2,1-5)=(-3,-4)=-3\vec{i}-4\vec{j}$

$ii)\ \overrightarrow{CB}=(-1-2,1+6)=-3\vec{i}+7\vec{j}$

$2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=2(-3\vec{i}-4\vec{j})-(-3\vec{i}+7\vec{j})=-6\vec{i}-8\vec{j}+3\vec{i}-7\vec{j}=-3\vec{i}-15\vec{j}$

$iii)\ \overrightarrow{CA}=(2-2,5+6)=(0,11)=+11\vec{j}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{CA}=2(-3\vec{i}+7\vec{j})-2(11\vec{j})$

$=-6\vec{i}+14\vec{j}-22j=-6\vec{i}-8\vec{j}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{CA}=-6\vec{i}-8\vec{j}$

5: که چېرې $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ ، $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ او $\vec{w}=5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ ورکړل شوی وي، مطلوب دی:

$i)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}$ $\quad ii)\ \vec{v}-3\vec{w}$ $\quad iii)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=?$

حل:

$i)\ \vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=(\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k})+2(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$

$=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}+6\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$

$=(1+6+5)\vec{i}+(2-4-1)\vec{j}+(-1+4+3)\vec{k}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$

$$\boxed{\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=12\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}$$

$ii)\ \vec{v}-3\vec{w}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-3(5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k})=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}-15\vec{i}+3\vec{j}-9\vec{k}$

$=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$

$$\boxed{\vec{v}-3\vec{w}=-12\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}}$$

$iii)\ \left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\left|3(3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k})+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|=\left|9\vec{i}-6\vec{j}+6\vec{k}+5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\right|$

$=\left|14\vec{i}-7\vec{j}+9\vec{k}\right|=\sqrt{14^2+(-7)^2+9^2}=\sqrt{196+49+81}=\sqrt{326}$

$$\boxed{\left|3\vec{v}+\vec{w}\right|=\sqrt{326}}$$

$iv)$: د $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ او $\vec{w}$ راکړل شوو وکتورونو په جهت واحد وکتورونه پیداکړئ

$$\overrightarrow{e_u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\frac{\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{i}+\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{j}-\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{e_v}=\frac{3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}}{\sqrt{9+4+4}}=\frac{3}{\sqrt{17}}\vec{i}-\frac{2}{\sqrt{17}}\vec{j}-\frac{2}{\sqrt{17}}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{e_w}=\frac{5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}}{\sqrt{5^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{5\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}}{\sqrt{25+1+9}}=\frac{5}{\sqrt{35}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{35}}\vec{j}+\frac{3}{\sqrt{35}}\vec{k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

6): د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ درکړل شو و وکتورونو لپاره سکالري ضرب حاصل د $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ، $\vec{b}\cdot\vec{a}$ او وکتوري ضرب حاصل د $\vec{a}\times\vec{b}$ او $\vec{b}\times\vec{a}$ پیدا او دوه په دوه یې پرتله کړئ، که چیرې $\vec{a}$ او $\vec{b}$ په لاندې توګه وي:

$$i)\begin{cases}\vec{a}=2i+j-k\\ \vec{b}=i-j+k\end{cases}\qquad ii)\begin{cases}a=i+j\\ b=i-j\end{cases}$$

$$iii)\begin{cases}\vec{a}=3i-2j+k\\ \vec{b}=i+j\end{cases}\qquad iv)\begin{cases}\vec{a}=-4i+j-2k\\ \vec{b}=2i+j+k\end{cases}$$

حل:

$$i)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})=2(i\cdot i)-j\cdot j-k\cdot k=2-1-1=0$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})=2-1-1=0\ \Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})\times(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})=2i\times i-2i\times j+2i\times k+j\times i-j\times j+j\times k-k\times i+k\times j-k\times k$$

$$=2\cdot0-2k-2j-k-0+i-j-i-0=-3j-3k\ \Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-3j-3k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})\times(2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})=2i\times i+i\times j-i\times k-j\times2i-j\times j+j\times k+k\times2i+k\times j-k\times k$$

$$=0+k+j+2k-0+i+2j-i-0=3j+3k\ \Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$$

$$ii)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(i+j)(i-j)=i\cdot i-j\cdot j=1-1=0$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(i-j)(i+j)=i\cdot i-j\cdot j=1-1=0$$

$$\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(i+j)\times(i-j)=i\times i-i\times j+j\times i-j\times j=0-k-k+0=-2k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(i-j)\times(i+j)=i\times i+i\times j-j\times i-j\times j=0+k+k=2k$$

$$\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$$

$$iii)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})(i+j)=3i\cdot i+3i\cdot j-2j\cdot i-2j\cdot j+k\cdot i+k\cdot j=3-2=1\ \Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=1$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(i+j)(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})=i\cdot3i-i\cdot2j+i\cdot k+j\cdot3i-j\cdot2j+j\cdot k=3-0+0+3\cdot0-2+0$$

$$=3-2=1\ \Rightarrow\ \vec{b}\cdot\vec{a}=1\qquad\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})\times(i+j)=3i\times i+3i\times j-2j\times i-2j\times j+k\times i+k\times j$$

$$=3\cdot0+3k+2k-2\cdot0+j-i=-i+j+5k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(i+j)\times(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})=3i\times i-2i\times j+i\times k+3j\times i-2j\times j+j\times k$$

$$=0-2k-j-3k-2\cdot0+j=i-j-5k=-(-i+j+5k)\qquad\boxed{\Rightarrow\ \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$vi)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$

$$=-4\cdot 2i\cdot i-4i\cdot j-4i\cdot k+2j\cdot i+j\cdot j+j\cdot k-2\cdot 2k\cdot i-2k\cdot j-2k\cdot k$$

$$=-8-4\cdot 0-4\cdot 0+2\cdot 0+1+0-4\cdot 0-2\cdot 0-2\cdot 1=-8+1-2=-9 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=-9}$$

$$\vec{b}\cdot\vec{a}=(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})=-2\cdot 4+1-2\cdot 1=-8+1-2=-9 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\vec{b}\cdot\vec{a}=-9}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})\times(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$$

$$=-4i\times 2i-4i\times j-4i\times k+j\times 2i+j\times j+j\times k-2k\times 2i-2k\times j-2k\times k$$

$$=0-4k-4(-j)-2k+0+i-4j-2(-i)+0=-4k+4j-2k+i-4j+2i=3i-6k$$

$$\vec{b}\times\vec{a}=(2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})\times(-4\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k})$$

$$=2i\times(-4i)+2i\times j+2i\times(-2k)+j\times(-4i)+j\times j+j\times(-2k)+k\times j+k\times(-2k)$$

$$=0+2k+4j+4k+0-2i-4j-i+0=-3i+6k=-(3i-6k)$$

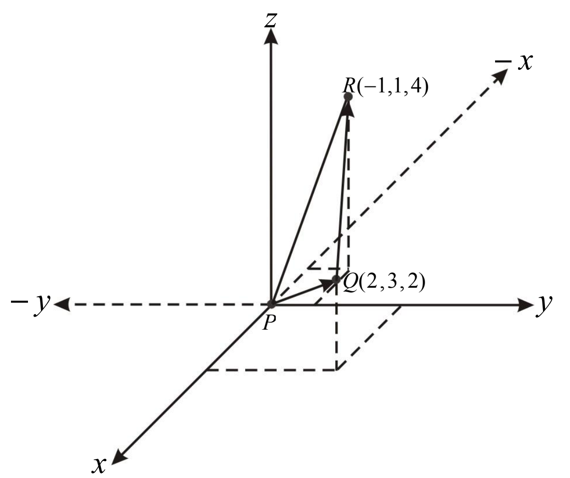
$$\boxed{\Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}}$$

7: د هغو مثلثونو مساحت مطلوب دی چې راسونه یې د لاندې ټکو په واسطه ټاکل کېږي:

$i):\quad P(0,0,0),\quad Q(2,3,2),\quad R(-1,1,4)$

$ii):\quad P(1,-1,-1),\quad Q(2,0,-1),\quad R(0,2,1)$

حل $i)$:



$$\overrightarrow{PQ}=(2-0,3-0,2-0)=(2,3,2)=2i+3j+2k$$

$$\overrightarrow{QR}=(-1-2,1-3,4-2)=(-3,-2,2)=-3i-2j+2k$$

$$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{QR}\right|=\frac{1}{2}\left|(2i+3j+2k)\times(-3i-2j+2k)\right|$$

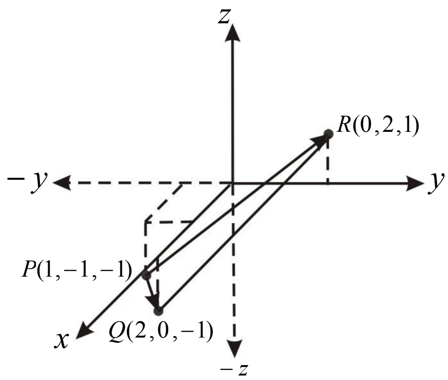
$$=\frac{1}{2}\left|-4k-4j+9k+6i-6j+4i\right|=\frac{1}{2}\left|10i-10j+5k\right|$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{10^2+(-10)^2+5^2}=\frac{1}{2}\sqrt{100+100+25}=\frac{1}{2}\sqrt{225}$$

$$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\frac{15}{2}=7.5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل ii):



$$\overrightarrow{PQ}=(2-1,0-(-1),-1-(-1)=(1,1,0)=i+j$$
$$\overrightarrow{PQ}=i+j$$
$$\overrightarrow{PR}=(0-1,2-(-1),1-(-1)=(-1,3,2)$$
$$\overrightarrow{PR}=-i+3j+2k$$
$$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}\right|=\frac{1}{2}\left|(i+j)\times(-i+3j+2k)\right|$$
$$=\frac{1}{2}\left|3k-2j+k+2i\right|=\frac{1}{2}\left|2i-2j+4k\right|$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+(-2)^2+4^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4+4+16}=\frac{1}{2}\sqrt{24}=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}=\sqrt{6}$$
$$A(P\overset{\Delta}{Q}R)=\sqrt{6}$$

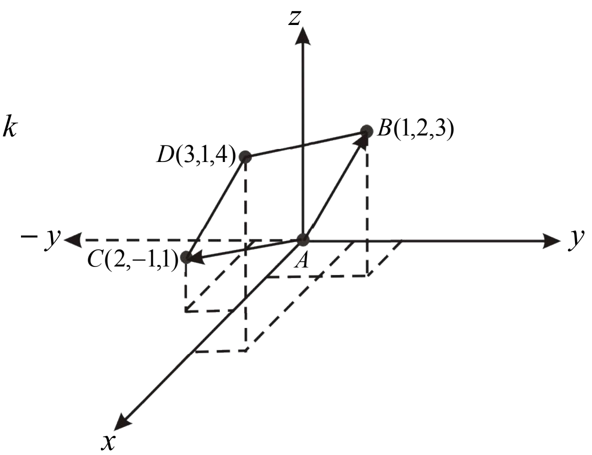
8): د هغې متوازي الاضلاع مساحت مطلوب دی چې راسونه يې د لاندې ټکو په واسطه ټاکل شوي وي.

$i)\quad A(0,0,0)\ ,\ B(1,2,3)\ ,\ C(2,-1,1)\ ,\ D(3,1,4)$

$ii)\quad A(1,2,-1)\ ,\ B(4,2,-3)\ ,\ C(6,-5,2)\ ,\ D(9,-5,0)$

$iii)\quad A(1,-1,1)\ ,\ B(-1,2,2)\ ,\ C(-3,4,-5)\ ,\ D(-3,5,-4)$

حل i):



$$\overrightarrow{AB}=(1-0,2-0,3-0)=(1,2,3)=i+2j+3k$$
$$\overrightarrow{AB}=i+2j+3k$$
$$\overrightarrow{AC}=(2-0,-1-0,1-0)=(2,-1,1)=2i-j+k$$
$$\overrightarrow{AC}=2i-j+k$$

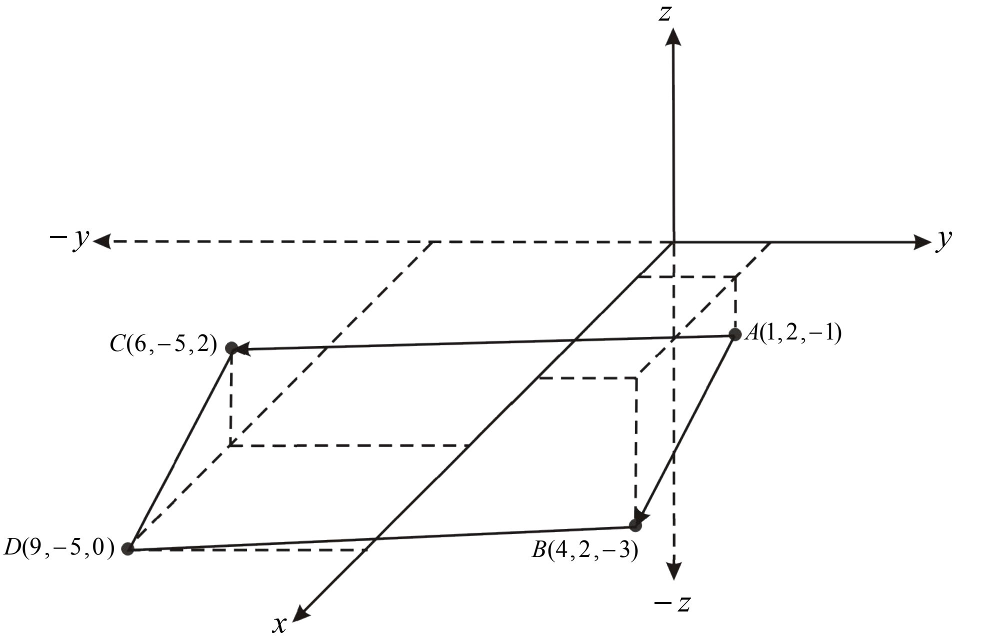
د متوازي الاضلاع مساحت $=A=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\left|(i+2j+3k)\times(2i-j+k)\right|$

$$=\left|-k-j-4k+2i+6j+3i\right|=\left|5i+5j-5k\right|$$
$$=\sqrt{5^2+5^2+(-5)^2}=\sqrt{25+25+25}$$

د متوازي الاضلاع مساحت $A=\sqrt{75}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل (ii):



$$\overrightarrow{AB} = (4-1, 2-2, -3-(-1)) = (3, 0, -2) = 3i - 2k$$

$$\overrightarrow{AC} = (6-1, -5-2, 2-(-1)) = 5, -7, 3 = 5i - 7j + 3k$$

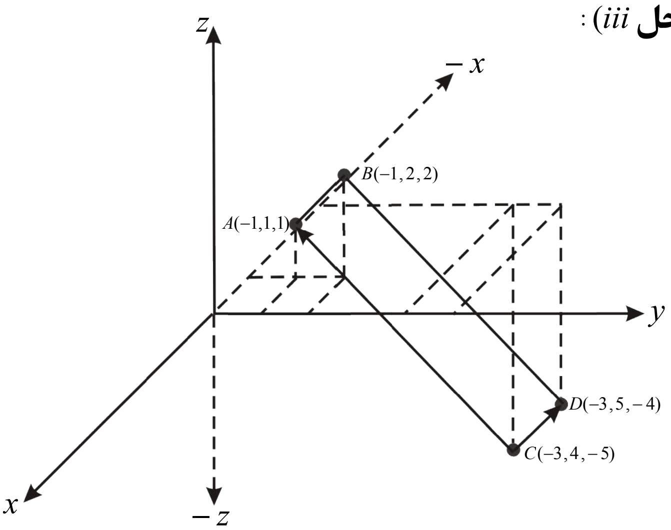
$$\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \left|(3i-2k)\times(5i-7j+3k)\right| = \left|15i\times i - 21i\times j + 9i\times k - 10k\times i + 14k\times j - 6k\times k\right|$$

$$= \left|0 - 21k - 9j - 10j - 14i - 0\right| = \left|-14i - 19j - 21k\right|$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(-14)^2 + (-19)^2 + (-21)^2} = \sqrt{196+361+441} = \sqrt{998} = 31.591$$

مساحة متوازي الاضلاع $= 31.591$

حل (iii):



$$\overrightarrow{CD} = (-3-(3), 4-5, -5-(-4))$$

$$= (0, 1, -1) = j - k$$

$$\overrightarrow{CA} = (-3-(-1), 4-1, -5-1)$$

$$= (-2, 3, -6) = -2i + 3j - 6k$$

$$\left|\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CD}\right| = \left|(-2i+3j-6k)\times(j-k)\right|$$

$$= \left|-2k + 2(-j) + 3\times 0 - 3j - 6(-i) + 6\times 0\right|$$

$$= 6i - 5j - 2k = \sqrt{6^2 + (-5)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{36+25+4} = \sqrt{65} = 8.062$$

مساحة متوازي الاضلاع $= 8.062\,unit^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9): کوم وکتورونه عمود او کوم موازي دي؟

$$i)\quad \vec{u}=5i-j+k,\quad \vec{v}=j-5k,\quad \vec{w}=-15i+3j-3k$$

$$ii)\quad \vec{u}=i+2j-k\ ,\quad \vec{v}=i+j+k,\quad \vec{w}=-\frac{\pi}{2}\vec{i}+\frac{\pi}{2}\vec{j}$$

پوهېږو چې دوو $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو د سکالري ضرب حاصل عبارت دی له:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

اوس که چیرې $\cos\theta=\pm1$ وي، د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه یو له بل سره موازي او که چیرې $\cos\theta=0$ شي، نوموړي وکتورونه یو پر بل عمود دي.

حل $i)$: ټول وکتورونه دوه پر دوه تر څېړنې لاندې نیسو:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(5i-j+k)(j-5k)}{\sqrt{5^2+(-1)^2+1^2}\sqrt{1^2+(-5)^2}}=\frac{-1-5}{\sqrt{25+1+1}\sqrt{1+25}}$$

$$=\frac{-6}{\sqrt{27\cdot26}}=\frac{-6}{26.49}=-0.226 \Rightarrow \cos\theta=-0.226$$

نو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(5i-j+k)(-15i+3j-3k)}{\sqrt{5^2+(-1)^2+1^2}\sqrt{(-15)^2+3^2+(-3)^2}}=\frac{-75-3-3}{\sqrt{27}\sqrt{243}}=\frac{-81}{\sqrt{27\cdot243}}$$

$$=\frac{-81}{\sqrt{6561}}=\frac{-81}{81}=-1 \Rightarrow \cos\theta=-1$$

څرنگه چې $\cos\theta=-1$ دی، نو د $\vec{u}$ او $\vec{w}$ سره موازي خو جهتونه مخالف دي.

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(j-5k)(-15i+3j-3k)}{\sqrt{1+(-5)^2}\sqrt{(-15)^2+3^2+(-3)^2}}=\frac{3+15}{\sqrt{26}\sqrt{243}}=\frac{18}{\sqrt{26\cdot243}}$$

$$=\frac{18}{\sqrt{6381}}=\frac{18}{97.485}=0.2265 \Rightarrow \cos\theta=0.2265$$

څرنگه چې $\cos\theta=0.2265$ دي، نو د $\vec{v}$ او $\vec{w}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل ii):

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+2j-k)(i+j+k)}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{1+2-1}{\sqrt{1+4+1}\sqrt{1+1+1}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{6\cdot 3}}=\frac{2}{\sqrt{18}}=\frac{2}{4.242}=0.4715 \Rightarrow \cos\theta=0.4715$$

څرنګه چې $\cos\theta=0.4715$ دي، نو د $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+2j-k)(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}j)}{\sqrt{6}\sqrt{\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}+\pi}{\sqrt{6}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\sqrt{6\cdot\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\sqrt{3\pi^2}}=\frac{-\frac{\pi}{2}}{\pi\sqrt{3}}=\frac{-1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\theta=\frac{-1}{2\sqrt{3}}$$

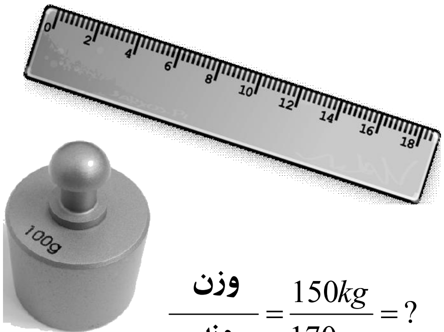
نو د $\vec{u}$ او $\vec{w}$ وکتورونه نه سره موازي او نه یو پر بل عمود دي.

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|}$$

$$\cos\theta=\frac{(i+j+k)(-\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}j)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{\frac{\pi^2}{4}+\frac{\pi^2}{4}}}=\frac{-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}}{\sqrt{3}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}}=\frac{0}{\sqrt{3}\sqrt{\frac{\pi^2}{2}}} \Rightarrow \cos\theta=0$$

څرنګه چې $\cos\theta=0$ په لاس راغلی، نو $\vec{v}$ او $\vec{w}$ وکتورونه یو پر بل عمود دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\frac{\text{وزن}}{\text{ونه}}=\frac{150kg}{170cm}=?$$

اتم څپرکی: احصائیه

د بدلونونو ضریب (*Coefficient Variations*)

د درسي کتاب (281-282) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د بدلون(تغیراتو) د ضریب په مفهوم پوه شي. • د یوې ټولنې د بدلون ضریب پیدا کړای شي. • د بدلون د ضریب په مفهوم پوه او له محاسبې څخه یې په ورځنی ژوندکې ګټه واخلي او د خوښی احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یوکسیزکار. . .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیاوړ مواد. . .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • څوک کولای شي چې ووایي که چیرې د یوې ټولنې اندازه په متر او د بلې ټولنې اندازه په کیلو ګرام اندازه شوي وي ایا دا دوه ټولنې سره د پرتلې(مقایسې) وړ دي. • څوک کولای شي ووایي چې دوه ټولنې څه وخت یو د بل سره د پرتلې(مقایسې) وړ دي. همدارنګه دکتاب د ورودي شکل په اړه معلومات وغواړئ او کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او معلومات ورکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی یو داوطلب زده‌کوونکي ته دنده ورکړئ چې په ټولګي کې لس تنه زده‌کوونکي ناڅاپه وټاکي، په همدې ډول یو بل زده‌کوونکی راوغواړئ چې په ترتیب سره د دغو لس تنو زده‌کوونکو د ونې او وزن پوښتنه وکړي او پر تخته یې ولیکي؛ بیا نورو زده‌کوونکو ته ووایاست چې هر تن دې د ونې او وزن اوسط او معیاري انحراف په خپلو کتابچو کې په لاس راوړي او له زده‌کوونکو وپوښتئ؛ څوک کولای شي د تختې پر مخ د لیکلې ډېټا اوسط او معیاري انحراف په لاس راوړي؟ که چیرې داوطلب زده‌کوونکی پیدا شي اجازه ورکړئ چې په لاس یې راوړي او د نه شتون په صورت کې تاسو پخپله د نوموړې ډېټا اوسط او معیاري انحراف په لاس راوړئ وروسته دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

په پای کې تاسو ورته د بدلون ضریب تعریف؛ یعنې د بدلون یا تغیراتو ضریب چې په C.V ښودل کېږي او له هغه نسبت

(c) ketabton.com: The Digital Library

څخه عبارت دی چې د معیاري انحراف او اوسط له تقسیم څخه پـه لاس راځـي او مطلق یو بې واحده عـدد دی چې د دو و نامتجانسو ټولنو د پرتلې لپاره کارول کېږي او په سـمبولیک ډول یې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ پـر تختـه ولیکـئ چې لـه لاس تـه راغلـي ډېټا اوسط او معیاري انحراف څخه پیدا شوی دی، نسبت یې په لاس راوړئ.

زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ او د درسي کتـاب(281) مـخ فعالیـت ورکـړئ چې لـه بحث او خبـرو وروسـته د بـدلون ضریب ولیکي او هره ډله دې په وار سره ځواب ووایي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

د لوسـت د لا پوخـوالي لپـاره د درسـي کتـاب(282) مـخ لـومړی مثـال د داوطلـب زده‌کـوونکی پـه واسـطه حـل کـړئ او نـور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې د درسي کتاب له لیدو پرته حل کړي.

په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي اوسط او معیاري انحراف سم په لاس راوړای شي او که نه؟

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمـن شـئ، ایـا زده‌کـوونکو لوسـت زده کـړی دی او کـه نـه؟ د لوسـت پـه اړونـد لـه زده‌کـوونکو څخـه لانـدې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

1. د یوې ټولنې د بدلون ضریب څه مفهوم لري؟
2. که چیرې د یوې ټولنې د بدلون ضریب زیات وي دا په څه معنا ده؟
3. که چیرې ټوله ډېټا سره برابره وي، د بدلون ضریب مساوي له څو سره کېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلي ښوونکي کوم فرمول چې د بدلون ضریب لپاره په درسي کتاب کې لیکل شوی دی او دوه مثالونه هم په همـدې اړونـد حل شوي دي، که چیـرې ډېټـا د فریکونـسي د یـو جـدول پـه شـکل راکـړل شـوی وي یـا زده‌کـوونکي پوښـتنه وکـړه چـې د دغـه جدول د بدلون ضریب څرنگه محاسبه کولای شو، د دې پوښـتنې د ځـواب لپـاره بیـاهم د بـدلون د ضـریب فرمـول پـه پـام کـې نیسو چې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ دی، S معیاري انحراف او $\bar{x}$ اوسط ښیي.

د فریکونسي د جدول اوسط د $\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$ فرمول په واسطه لاسته راځـي، چې x_i د دسـتو(گـېډیو) مرکـز f_i یـې اړونـده فریکونسي ښیي یا په بل عبارت $\bar{x}=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\ \dots\ +x_nf_n}{f_1+f_2+\ \dots\ +f_n}$ او د فریکونـسي د جـدول معیـاري انحـراف د $S=\sqrt{\frac{f_1(x_1-\bar{x})^2+f_2(x_2-\bar{x})^2+\ \dots\ +f_n(x_n-\bar{x})^2}{f_1+f_2+\ \dots\ +f_n}}=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i}}$ فرمـول پـه واسـطه محاسـبه‌کـو و او وروسته له محاسبې څخه د بدلون ضریب د $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ فرمول په واسطه په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1. دلاندې ډېټا د بدلونونو یا تغیراتو ضریب حساب کړئ؟

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

حل پوهېږو چې د بدلونونو یا تغیراتو د ضریب فرمول عبارت دی؛ له $C\cdot V = \dfrac{S}{\bar{x}}$ چې په ذکر شوي فرمول کې S معیاري انحراف او $\bar{x}$ اوسط ښيي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+3+4+5+6}{5} = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5} = 3.8$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1-3.8)^2 + (3-3.8)^2 + (4-3.8)^2 + (5-3.8)^2 + (6-3.8)^2}{5}$$

$$S^2 = \frac{(-2.8)^2 + (-0.8)^2 + (0.2)^2 + (1.2)^2 + (2.2)^2}{5} = \frac{7.84 + 0.64 + 0.04 + 1.44 + 4.84}{5} = \frac{14.8}{5}$$

$$S^2 = 2.96 \quad \Rightarrow \quad S = \sqrt{2.96}$$

$$C\cdot V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2.96}}{3.8} = \frac{1.72}{3.8} = 0.452$$

که د تغیراتو ضریب په 100 کې ضرب شي، د تحول ضریب په لاس راځي:

$$C\cdot V = \frac{\sqrt{2.96}}{3.8}\cdot 100 = 0.452\cdot 100 = 45.2\%$$

2. که چیرې اوسط مساوي په 4 او معیاري انحراف مساوي په 6 وي، د بدلون یا تغیراتو ضریب څو دي؟

حل:

$$\left.\begin{aligned} \bar{x} &= 4 \\ S &= 6 \\ C\cdot V &= ? \end{aligned}\right\}$$

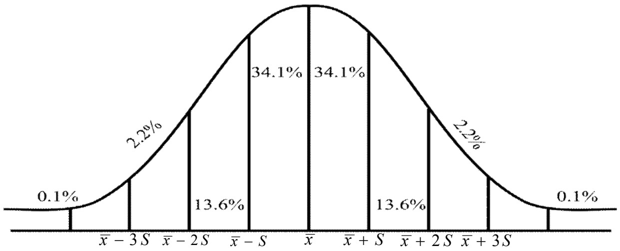
د تغیراتو ضریب $C\cdot V = \dfrac{S}{\bar{x}}$

د تغیراتو ضریب $C\cdot V = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2} = 1.5$

3. ستاسو د ټولګي د زده‌کوونکو د سن دبدلون ضریب 10 کاله وروسته څومره تغیر یا بدلون کوي؟ کمېږي او که ډېرېږي؟

4. **حل** څرنګه چې د ټولګي د زده‌کوونکو شمېر تغیر نه‌کوي او سن یې لوړېږي، په دې معنا چې اوسط یې زیاتېږي؛ نو د بدلون یا تغیراتو ضریب کمېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

په نورمال منحني کې تېتوالی(پراګندګي)

د درسي کتاب (283-284) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د نورمال منحني، پراګندګی(تېتوالی) په مفهوم پوه شي. • د نورماله منحني او غیر نورمالې منحني توپیر وکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ځان باور پیدا کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوي اوپه نورمال منحني کې د ډېټا د توزیع سلنه په بېلو بېلو انټروالونو کې وښیاست او داسې پوښتنه وکړئ، که چیرې د ټولې ډېټا توزیع د یوې نورمال منحني په شکل وي؛ څومره ډېټا په $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ انټروال کې او څو سلنه ډېټا په $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ انټروال کې پرته ده. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشی په‌کتاب کې د A او B شرکت د حقوقو د تادیې ګراف په بېل بېل ډول پر تخته رسم کړئ او له زده‌کوونکو وغواړئ چې هره ډله دې دګراف له مخې د شرکتونو د تادیې په اړه بحث وکړي او وواییې چې کوم شرکت د حقوقو په ورکړه کې زیاته پراګندګي لري، وروسته د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته تشریح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

د موضوع د مهم والی له امله تاسو هم په بشپړه توګه د نورمالې توزیع په هکله ګام په‌ګام توضیحات ورکړئ، داسې چې که چیرې مونږ د یوې ټولنې راټول شوې ډېټا د یوې منحني په شکل سره وښیو، دغه منحني به‌کوم شکل غوره کړي او د منحني نورمال حالت مونږ ته د ډېټا په هکله کوم معلومات راکولای شي.

بیا دوه داوطلب زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې هر یو په ترتیب سره د درسي‌کتاب د مثال د لومړی او دویم جزونه پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې هم نوموړی مثال په خپلو کتابچو کې دکتاب له لیدو پرته حل کړي که چیرې د تختې په حل کې څه ستونزه وي د یو بل داوطلب زده‌کوونکی په مرسته یې اصلاح کړئ، تاسو مرسته وکړئ او په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې دې اصلاح کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاپوخوالي لپاره د درسي کتاب د (283) مخ فعالیت په لاندې ډول زده‌کوونکو ته ورکړي، چې په خپلو کتابچو کې یې حل کړي:

1. په اوسط ډول دکوم شرکت د حقوقو تادیه ډېره ده؟
2. کوم شرکت د حقوقو د تادیې په میزان کې خپلو کارکوونکو ته لږه پراګندګي لري؟
3. د دواړو شرکتونو د حقوقو تادیات سره پرتله کړئ؟

تاسو د کار څارنه وکړئ او په پای کې یو داوطلب زده‌کوونکی دې نوموړي پوښتنې پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه ورسره پرتله کړي.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شئ، ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- د نورمال توزیع منحني په $(\overline{x}-S,\overline{x}+S)$ انټروال کې څو سلنه ډېټا پرته ده؟
- د نورمال منحني په $(\overline{x}-2S,\overline{x}+2S)$ انټروال کې څومره ډېټا پرته ده؟
- د نورما منحني په $(\overline{x}-3S,\overline{x}+3S)$ انټروال کې څوسلنه(فیصده) ډېټا پرته ده؟
- په یوه نورمال منحني کې له $2S$ ډېر انحراف او له $3S$ څخه زیات انحراف د څه شي په معنا ده؟
- هغه ډېټا چې د $3S$ په اندازه له اوسط څخه واټن ولري دکوم ډول ډېټا په نوم یادېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی پوهانو نارمل منحني د یو موډول په شکل منلي او د مشاهدو او د ناڅاپي پېښو د پایلو له مخې یې د خطاګانو قانون ته پراختیا ورکړې ده، په لومړي پړاو کې د خطاګانو قانون محض د عمومیاتو د یوې مجموعې په شکل چې په اکثرو مواردو او حادثاتو کې به یې صدق کاوه، منلی وه Abraham Demoiver(1667-1745م) تقریباً دوه سوه کاله د مخه کله چې د نارمل منحني معادله استخراج کړه، د خطاګانو قانون یې د ریاضي په شکل تعریف کړ.

د نارمل منحني معادله: د متحولینو ترمنځ د اړیکې څېړل په حقیقت کې د علمي فعالیتونو اساسي موضوع ده او هره تابع دا ډول اړیکې(رابطې) افاده کوي، پوهېږو چې یوه تابع معمولاً د $y=f(x)$ په شکل ښودل کېږي دا فرمول ښیي چې y د x تابع ده.

د نارمل منحني ګراف د ریاضي یوه ستونزمنه تابع ده چې د منحني‌ګانو یو صنف ورکوي او شمېر یې بې‌نهایت زیات دی چې د حسابي اوسط او معیاري انحراف په قیمتونو سره تاکل کېږي، د نارمل منحني معادله دا ده: $y=\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2S^2}}$

په دې تابع کې:

y : د منحني جګوالی دی چې د x له یوه ټاکلي قیمت سره تطابق کوي.

x : یو عدد یا رقم(په ازموینه کې نمره) ده چې د y له یو ټاکلي قیمت سره مطابقت کوي.

$\overline{x}$: د x متحول حسابي اوسط دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

S : د x متحول معیاري انحراف دی.

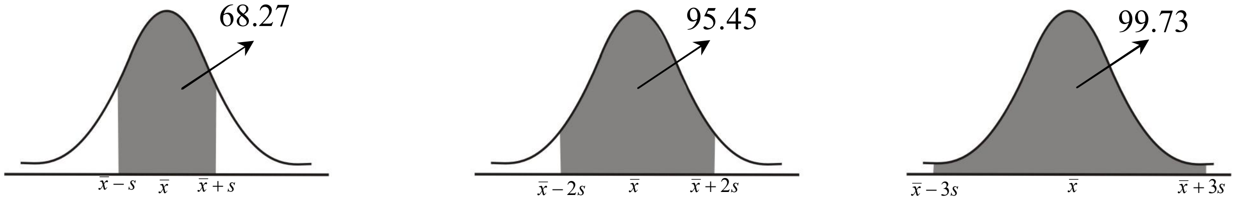
π : یو ثابت عدد دی چې عددي قیمت یې تقریباً ...3.1416 دی.

e : یو ثابت عدد دی چې عددي قیمت یې تقریباً ...2.7183 دی.

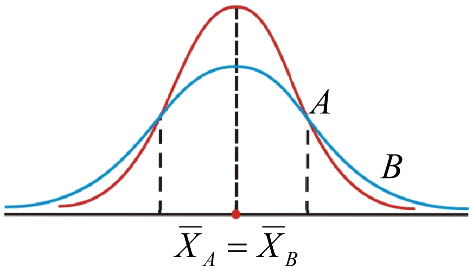
9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

کـه چیـرې 68.28% فیـصده مـشاهدات د $(\bar{x}-S\,,\ \bar{x}+S)$ پـه فاصـله کـې پراتــه وي، ایـا ویــلای شــئ، چــې 95.45%او 99.73% مشاهدات په کومه فاصله کې قرار لري؟ انټروالونه له نورمالې منحني سره وښایاست؟

حـل: ویـلای شـو چې 95.45% مـشاهدات پـه $(\bar{x}-2S\,,\bar{x}+2S)$ انټـروال کـې پراتـه دي او 99.73% مـشاهدات پـه $(\bar{x}-3S\,,\bar{x}+3S)$ واټن(فاصله) کې پراته دي او ګرافونه یې په لاندې ډول دي:



(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د نورمال توزیع د ډول شاخصونه

د درسي کتاب (285) مخ

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنیزه** **- مهارتي** **- ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانيږي چې: • د نورمالي توزیع په شاخصونو او د هغوی د موقعیت په مفهوم پوه شي. • د نورمالي توزیع توپیر له غیرنورمالي توزیع سره وکړای شي. • د اړتیا په وخت کې لاس ته راغلي فرمول او نوري اجزاوې يې پیداکړای شي او ورسره د خوښي احساس وکړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسيزکار... .
3- مرستندویه مواد:	د اړتیاوړ مواد... .
4- د ورودي برخې توضیح (5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتني څخه وروسته یو ځل بیا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او وپوښتئ: • د نورمالي توزیع منحني کوم شکل لري او څه وخت متناظره بلل کېږي؟ • ددې لپاره چې د یوې احصایوي مجموعې اطلاعات متناظر د مثبت او منفي اشارو لرونکي وي؛ نو له‌کوم ډول منحني څخه بایدکار واخلو؟ • ایا ویلای شئ چې اوسط، وسط او موډ په نورماله توزیع کې څېرې موقعیت لري؟ ښايي چې زده‌کوونکي ځوابونه وواېي له هغه پرته تاسو ځوابونه ورته وواياست او دلوست بهیر پیل کړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) دقیقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ ورته وواياست چې د درسي کتاب(285) مخ فعالیت پخپلو ډلو کې له بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي. د فعالیت د سرته رسولو په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته او لاربنوونه وکړئ په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواو و متناظره نه وي، خمبدل نومېږي چې په لاندې دوو ضریبونو سره ښودل کېږي:

الف) $\alpha_3 = \dfrac{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$ دا هغه شاخص دی چې د خمبدلو د میزان د ټاکلو لپاره کارول کېږي او α_3 هغه عدد دی چې یوازې د پرتله کولو لپاره ترې کار اخیستل کېږي که $\alpha_3 = 0$ وي؛ نو توزیع متناظره ده او که $\alpha_3 > 0$ وي، توزیع مثبت خمبدګي *Positive skewness* لري، یعنې د توزیع منحني ښي لوري ته پرته ده او که $\alpha_3 < 0$ وي؛ نو د توزیع منحني کيڼې خوا ته خمبدګي لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) $SK_{(P)} = \frac{3(\overline{x} - med)}{S}$ دا فرمول د پیرسـن د فرمـول پـه نامـه یـادېږي، پـه متنـاظره توزیـع کـې د پیرسـن د خمېـدلو ضـریب مساوي له صفر سره دی که $SK_{(P)} > 0$ وي، د توزیع منحني ښي لـوري تـه پرتـه ده او کـه $SK_{(P)} < 0$ وي، د توزیـع منحنـي کیڼې لوري ته پرته ده.

یوه داوطلب زده‌کوونکي ته بلنـه ورکـړئ چې د $\{6,9,5,4,3,12,19,30\}$ ډېټـا د خمېـدلو میـزان د α_3 پـه واسـطه پـه لاس راوړي او نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې لـه حـل سـره پرتلـه کړي، د تېروتنې په صورت کې ورسره مرسته او لارووښوونه وکړئ.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلي ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره له زده‌کوونکو څخه په وار سره وپوښتئ:

1. هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره نه وي په څه نوم یادېږي؟
2. هغه شاخص چې د توزیع حالت څرګندوي په څو ډوله دی؟
3. که چیرې $\alpha_3 > 0$ وي، توزیع څه ډول توزیع ده؟
4. که چیرې $\alpha_3 = 0$ وي، توزیع کوم حالت لري؟
5. $SK_{(P)}$ د څه شي شاخص دی او په کوم نوم یادېږي؟
6. که چیرې $SK_{(P)} < 0$ وي، د توزیع حالت څرګند کړئ؟
7. که چیرې $SK_{(P)} = 0$ وي اوسط، وسط او موډ یو له بل سره څه ډول اړیکه لري؟
8. که چیرې $SK_{(P)} > 0$ وي ایا اوسط او وسط یو له بل سره برابر دي؟

د ځواب نه ویلو په صورت کې ښوونکی دې ورته تشریح او توضیح کړي.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ددې لپاره چې ډاډمن شي، ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لانـدې پوښـتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- یوه توزیع څه وخت نورماله توزیع ده؟
- د پیرسن فرمول څه راښیي؟ ویې لیکئ.
- که چیرې د α_3 په فرمول کې $x_i = \overline{x}$ سره شي د توزیع منحني کوم حالت لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د خمېدلو کوم فرمول چې په درسي کتاب کې تشریح شوی دی د خامې ډېټا لپـاره صـدق کـوي خـو کـه چیـرې د فریکونسي جدول درکړل شوی وي او د خمېدلو ضـریب پیـدا کـول مطلـوب وي د هغـې لپـاره د α_3 فرمـول داسـې بڼـه(شـکل) لري $\alpha_3 = \frac{\sum f_i (x_i - \overline{x})^3}{S^3}$ چې د لته f_i د اړوندو صنفونو فریکونسي ښیي او پراختیایي شکل یې په لاندې ډول دی:

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n}\left[f_1(x_1 - \overline{x})^3 + f_2(x_2 - \overline{x})^3 + \ \dots \ + f_n(x_n - \overline{x})^3\right]}{S^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مهمه خبره دا ده چې د پیرسن ضریب د خمېدګي بنه شاخص دی؛ یعنې $SK_{(P)}=\dfrac{3(\bar{x}-med)}{S}$ فرمول کې له med څخه کار اخېستل شوي او په درسي کتاب کې med د خامې ډېټا لپاره کار شوی مګر د فریکونسي د جدول لپاره نه دی کار شوی دا به د راتلونکي لوست په اضافي معلوماتو کې توضیح شي چې څرنګه کولای شو د فریکونسي د جدول لپاره med په لاس راوړو او همدارنګه که چیرې توزیع نارمل وي؛ نو: $SK_{(P)}=0$

$$SK_{(P)}=0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}=0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med=0$$

$$3\bar{x}=3med \;\Rightarrow\; \bar{x}=med$$

یعنې په نورمال توزیع کې اوسط له وسط سره برابر دی.

همدارنګه که چیرې توزیع ښي لوري ته خمېدګي ولري؛ یعنې $SK_{(P)}>0$ دی نو په دې حالت کې اوسط له وسط څخه لوی دی:

$$SK_{(P)}>0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}>0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med>0 \;\Rightarrow\; \bar{x}>med$$

او که چیرې توزیع کیڼ لوري ته خمېدګي ولري په دې معنی چې $SK_{(P)}<0$ دی؛ نو اوسط له وسط څخه کوچنی دی:

$$SK_{(P)}<0 \;\Rightarrow\; \frac{3(\bar{x}-med)}{S}<0 \;\Rightarrow\; 3\bar{x}-3med<0 \;\Rightarrow\; \bar{x}<med$$

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د یوه ټولګي د زده‌کوونکو د احصایې د مضمون نمرې په لاندې ډول ورکړ شوي دي، د پیرسون د پرسوب ضریب حساب کړئ.

نمرې	د زده‌کوونکو شمېر
40-50	4
50-60	6
60-70	10
70-80	4
80-90	4
90-100	2

حل: په لومړي ځل د خمېدلو ضریب په لاس راوړو:

$$\alpha_3=\frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3}{S^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}=\frac{4\cdot 45+6\cdot 55+10\cdot 65+4\cdot 75+4\cdot 85+2\cdot 95}{4+6+10+4+4+2}=\frac{1990}{30}=66\frac{1}{3}=66.3$$

$$S^2=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i}=\frac{4(45-66.3)^2+6(55-66.3)^2+10(65-66.3)^2+4(75-66.3)^2+4(85-66.3)^2+2(95-66.3)^2}{30}$$

$$=\frac{4\cdot 453.7+6\cdot 127.7+10\cdot 1.7+4\cdot 75.7+4\cdot 349.7+2\cdot 823.7}{30}$$

$$=\frac{1814.8+766.2+17+302.8+1398.8+1647.4}{30}=\frac{5947}{30}=198.23 \Rightarrow \boxed{S=14.07}$$

$$\sum f_i(x_i-\bar{x})^3=4(45-66.3)^3+6(55-66.3)^3+10(65-66.3)^3+4(75-66.3)^3+4(85-66.3)^3+2(95-66.3)^3$$

$$=4\cdot 9663.6+6\cdot 1442.9+10\cdot 2.2+4\cdot 658.5+4\cdot 6539.2+2\cdot 23639.9$$

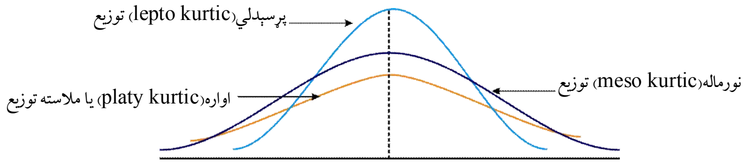
$$=38654.4+8657.4+22+2634+26156.8+47279.8=123404.4$$

$$\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3=\frac{123404.4}{30}=4113.48$$

$$\alpha_3=\frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i-\bar{x})^3}{S^3}=\frac{4113.48}{(14.07)^3}=\frac{4113.48}{2785.36}=1.47$$

څرنګه چې $\alpha_3>0$ **دی؛ نو منحني ښي لوري ته خمېدګي**(*positive skewness*) **لري.**

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائيه

د پړسوب(kurtosis) شاخص

د درسي کتاب (286) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې **- پوهنيزه** **- مهارتي** **- ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د پړسوب د شاخص په مفهوم پوه شي. • د توزيع منحني تشخيص کړای شي. • د پورته پوهې په درلودلو سره د موضوع په اړه ورځنی ستونزې حل او په ځان باور پيدا کړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهييز او يو کسيزکار. . .
3- مرستندويه مواد:	د 286 مخ د شکل چارټ . . . .
4- د ورودي برخې توضيح(5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته يو ځل بيا د زده‌کوونکو پام د تېر لوست شکل ته راوګرځوئ او ووپوښتئ: په تېرو لوستونو کې مو د توزيع د منحنې نورمال حالت د توزيع د منحنې خمېدل ښي لورته او کيڼ لوري ته او اړوند شاخصونه مو مطالعه کړل، اوس يو بل شاخص چې د نورمال منحنې جګوالی او ټيټوالي پرې څرګندېږي، تر څېړنې لاندې نيسو، له زده‌کوونکو وپوښتئ: • څوک ويلای شي چې د منحنې لوړوالی او ټيټوالی په کوم کميتونو پورې اړه لري؟ ښايي چې زده‌کوونکي ځواب ونه وايي له هغه پرته تاسو ځواب ورته ووايااست او د لوست بهير پيل کړئ.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشی ورته وواياست که چيرې د توزيع منحنې د يوې ډېټا لپاره رسم شي جګوالی او ټيټوالی يې په څه پورې اړه لري، په (داسې حال کې چې د منحنې خمېدګي ښي او کيڼ لوري ته د پوښتنې وړ نه ده)، جګوالی يې په ډېټاکومه اغېزه لري او هغه درې شاخصونه چې عبارت دي له اوسط، وسط او مود څخه ايا په دغه ډول منحنې کې سره برابر دي او که نه؟

زده‌کوونکي له کتاب څخه ګټه نه اخلي، په خپلو ډلو کې دې بحث وربانديې وکړي اوفعاليت دې سرته ورسوي، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل کارونه نوروته توضيح کړي، د تېروتنې په صورت کې مرسته وکړئ که چيرې تولـو ډلو تېروتنې کړي وي؛ نو تاسو ورته توضيح او تشريح ورکړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د منحني د جگوالی او تېښوالي لپاره يو بل شاخص چې په لاندې ډول دی:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^4}{S^4} = \frac{\frac{1}{n}\left[(x_1 - \bar{x})^4 + (x_2 - \bar{x})^4 + (x_3 - \bar{x})^4 + \ \dots \ + (x_n - \bar{x})^4\right]}{s^4}$$

ترې کار اخېستل کېږي او د منحني جگوالی او تېښوالی پرې تشخيص کېږي؛ يعنې که $\alpha_4 = 3$ وي؛ د توزيع منحني نارمل حالت لري او که چېرې $\alpha_4 > 3$ وي؛ منحني د نارمل منحني پـه پرتلـه تېښوالی لـري او کـه $\alpha_4 < 3$ وي؛ منحني د نارمل منحني په پرتله جگوالی لري.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي او پياوړتيا د درسي کتاب 286 مخ مثال زده‌کوونکو ته ورکړئ چې د درسي کتـاب لـه ليدلو پرته يې په خپلو کتابچو کې حل کړئ، د کار څارنه وکړئ، په پای کې دې يو داوطلب زده‌کوونکی نوموړي مثـال پـر تختـه حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، تاسو وگورئ که چېرې زده‌کوونکو د مثـال لـه حـل سره ستونزې درلودې، تاسو نوموړی مثال پر تخته حل کړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او کـه نـه؟ د لوست پـه اړونـد لـه زده‌کوونکـو څخـه لانـدې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- که چېرې $\alpha_4 = 3$ وي؛ د توزيع منحني کوم شکل ځانته غوره کوي؟
- که چېرې $\alpha_4 > 3$ وي؛ د توزيع منحني د نارمل منحني په پرتله جگوالی لري او که تېښوالی لري؟
- که چېرې $\alpha_4 < 3$ وي؛ د توزيع منحني د نارمل منحني په پرتله جگوالی لري او که تېښوالی لري؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښـوونکی په درسي کتاب کې د منحني د جگوالي او تېښوالي لپاره يو مثال کار شـوی او هغـه هـم د خـامې ډېټا لپـاره، که چېرې د کثرت جدول موجود وي، د منحني د جگوالي او تېښوالـي شـاخص (α_4) د لانـدې فرمـول پـه واسطه چـې f_i د اړوندو صنفونو فريکونسي ښيي په لاس راځي:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4} = \frac{\frac{1}{n}\left[f_1(x_1 - \bar{x})^4 + f_2(x_2 - \bar{x})^4 + f_3(x_3 - \bar{x})^4 + \ \dots \ + f_n(x_n - \bar{x})^4\right]}{s^4}$$

او بله مهمه خبره دا ده چې په پوښتنو کې د فريکونسي جدول درکړل شوی او د پيرسن ضريب غوښتل شوی چې پـه نومـوړي فرمول کې وسط (med) ته اړتيا ده او وسط د فريکونسي په جدول کې نه دی تطبيق شوی، نو که چېرې د فريکونـسي جـدول درکړل شوی وي او وسط پيداکول مطلوب وي له لاندې فرمول څخه په لاس راځي: $med = L + C(\frac{\frac{N}{2} - fc}{fm})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چې په پورتني فرمول کې:

L: د وسط د صنف ښکتنی سرحد دی.

C: د وسط د صنف وسعت دی.

N: د ټول جدول مجموعي فریکونسي ښیي.

fc : د وسط صنف تجمعي فریکونسي ده.

fm : د وسط صنف فریکونسي ده.

نوټ د وسط صنف له هغه لومړنی صنف څخه عبارت دی چې د هغه تجمعي فریکونسي له $\frac{N}{2}$ څخه زیاته وي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

په تېر لوست کې مو د خمېدګي اړوند پوښتنې حل کړې، هغه پوښتنې چې په جګوالي پورې اړه لري په لاندې ډول یې حلو و.

حل: اوس د پړسوب(kurtosis) ضریب په لاس راوړو:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

$$\sum f_i(x_i - \bar{x})^4 = 4(45-66.3)^4 + 6(55-66.3)^4 + 10(65-66.3)^4 + 4(75-66.3)^4 + 4(85-66.3)^4 + 2(95-66.3)^4$$
$$= 823338.46 + 97828.41 + 28.56 + 22915.90 + 489132.38 + 1356930.43 = 2790174.14$$

$$\frac{1}{n}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4 = \frac{2790174.14}{30} = 93005.80$$

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4} = \frac{93005.80}{(14.07)^4} = \frac{93005.80}{39190.10}$$

$$\alpha_4 = 2.37$$

څرنګه چې $\alpha_4 < 3$ دی؛ نو نظر نورمال منحني ته د منحني پړسوب کم دی؛ یعنې نظر نارمل منحني ته ټیټوالی لري.

اوس د پیرسن د خمېدګي(خمېدل) ضریب په لاس راوړو او پوهېږو چې دریم صنف د وسط صنف دی، ځکه تجمعي فریکونسي یې له $\frac{N}{2}$ څخه زیاته ده.

$$N = 30 \Rightarrow \frac{N}{2} = 15,\quad fc = 10,\quad fm = 10,\quad L = 60,\quad C = 10$$

$$SK_{(P)} = \frac{3(\bar{x} - med)}{S}$$

$$med = L + C\left(\frac{\frac{N}{2} - fc}{fm}\right)$$

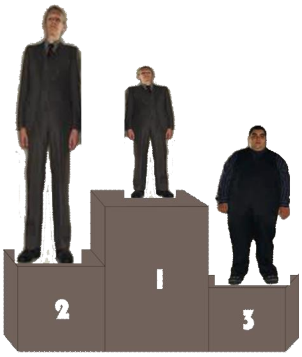
$$med = 60 + 10\left(\frac{15-10}{10}\right) = 60 + 5 = 65$$

$$SK_{(P)} = \frac{3(\bar{x} - med)}{S} = \frac{3(66.3-65)}{14.07} = \frac{3(1.3)}{14.07} = \frac{3.9}{14.07}$$

$$\boxed{SK_{(P)} = 0.277}$$

څرنګه چې $SK_{(P)} = 0.277 > 0$ دی؛ نو د توزیع منحني مثبت خمېدګي یا ښي لوري ته پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

څو متحوله ټولنې

د درسي کتاب(287-288) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د څو متحوله ټولنې په مفهوم پوه شي. • یومتحوله، دوه متحوله، درې متحوله... ټولنې یو له بل څخه توپیر وکړای شي. • د دوه متحوله ټولنې د متحولینو ترمنځ د اړیکې له پیداکولو څخه په خپل ورځني ژوند کې کار واخېلستلای او ورڅخه خوښي ښکاري کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) ....
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل تنظیم کړی راوګرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • په ځوړند شوي چارټ کې څه شی وینئ؟ • که چیرې د یوه تن وزن معلوم وي کولای شی د ونې اندازه یې وټاکئ؟ • که چیرې د یوه تن د ونې اندازه معلومه وي، ایا کولای شئ وزن یې پیدا کړئ؟ • دغه ټولنه څو متحولین لري؟ او کوم دي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 287 مخ فعالیت ورکړی چې له خبرو او بحث وروسته یې سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، تېروتنه یې د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، بیا یې تاسو داسې تشریح کړئ:

څو متحوله ټولنې له هغو ټولنو څخه عبارت دی چې په هغو کې څو متحولین موجود وي هر هغه شی چې د اندازې وړ وي متحول بلل کېږي؛ خو په دغه لوست کې موږ دوه متحوله ټولنې تر څېړنې لاندې نیسو، لکه د ونې او وزن ترمنځ اړیکه چې دا یوه دوه متحوله ټولنه ده، غواړو چې د دغو دوو متحولینو(ونې او وزن) ترمنځ اړیکه پیدا کړو په دې معنا چې که یو یې معلوم وي بل یې په څه ډول پیدا کولای شو ؟

ددې لپاره په لومړي ګام کې دې د معادلو د جوړېدو لپاره لازم معلومات راټول شي او په دویم ګام کې دې راټول شوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

معلومات د ارزښت لرونکو متحولینو په څېر قایم مختصات په یوه مستوي کې راټول او په نښه کېږي، هغه شکل چې د دغو ټکو له نښلېدو څخه په لاس راځي موږ ته یو دګراف راښیي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی دلوست د لا پوخوالي او پیاوړتیا لپاره د درسي کتاب 287 مخ مثال زده‌کوونکو ته ورکړي چې د درسي کتاب له لیدلو پرته یې په خپلو کتابچو کې حل کړئ دکار څارنه وکړئ، په پای کې دې یو داوطلب زده‌کوونکی نوموړی مثال پر تخته حل کړي او نور زده‌کوونکي دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي، تاسو وګورئ که چیرې زده‌کوونکو د مثال له حل سره ستونزې درلودې تاسو نوموړی مثال پر تخته حل کړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- که چیرې د خپل یوه ټولګیوال د ونې په اندازه وپوهېږئ کولای شئ د هغه د وزن اندازه په لاس راوړئ؟
- که وغواړو د یوه ټولګي د زده‌کوونکو د ونې او وزن مقدار یو ځای وڅېړو؛ نو دغه څه ډول یوه ټولنه ده؟
- د احصایې له نظره متحول تعریف کړئ.
- د داسې یوې ټولنې نوم واخلئ چې یوازې او یوازې یو متحول ولري.
- په تېر حل شوي مثال کې لومړی او دویمه مختصه څه شی راښیي؟
- ایا کولای شئ چې د یوې درې متحوله ټولنې نوم واخلئ.

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ستاسو په معلوماتو کې زیاتوالی راغلی وي؛ یعنې څرنګه کولای شو د دوو متحولینو ترمنځ اړیکه پیدا کړو؟

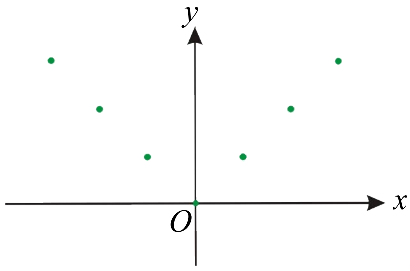
ددې لپاره چې یو متحول د بل متحول له مخې وړاند وینه وکړو؛ نو باید د دواړو متحولینو ترمنځ د اړیکو په هکله پوره معلومات ولرو؛ یعنې لومړی باید د یوې ټولنې د ټولو غړو په هکله چې د اندازې په هکله یې کومې پایلې موجودې وي، تر کتنې لاندې ونیول شي او وروسته ددې متحول له مخې د بل متحول لپاره وړاندوینه کیدای شي د وړاندوینې په پروسه کې چې یوه مهمه فرضیه موجوده ده او باید هغه موږ ترکتنې لاندې ونیسو، د دوو متحولینو ترمنځ خطي اړیکه ده، دا اړیکه د یوې مستقیمې کرښې په شکل ښودل کېږي او پوهېږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = a + bx$ شکل لري، په دې معادله کې a یو ثابت مقدار دی، که $x = 0$ شي؛ نو $y = a$ کېږي او هغه معادله چې د متحولینو ترمنځ اړیکه افاده کوي د تخمین یا د سنجش د معادلې په نوم یادېږي.

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

د زراعتي محصولاتو دلوړوالي لپاره فکتورونه، لکه اوبه، دکود اندازه، دکود ډول، لمر او د خاورې ډول موثر ګڼل کېږي، ایا ویلی شئ چې په دغه ټولنه کې لږ تر لږه له څو ډوله متحولینو سره سر اوکار لرئ؟

حل: په دې ټولنه کې لږ تر لږه پنځه ډوله متحولین موجود دي؛ ځکه چې په احصائیه کې یې متحول داسې تعریف کړی دی: هر شی چې د اندازې وړ وي متحول دی؛ نو په نوموړې ټولنه کې پنځه متحولین چې عبارت دي له: اوبه، کود، دکود ډول، لمر او د خاورې ډول.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د پراګندګی ګراف

د درسي کتاب (289-290) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي و توانېږي: • د پراګندګی د ګراف په مفهوم پوه شي. • د یوې دوه متحوله ټولنې د پراګندګی ګراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په سرته رسولو سره په ځان باور پیدا کړي او د پراګندګی د ګراف له رسم څخه د خوښی احساس وکړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) ... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست له مهمو ټکو څخه یادونه وکړي او د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوګرځوئ بیا داسې وپوښتئ: • ایا په ګراف کې ټول ټکي په یوه مستقیمه کرښه پراته دي؟ • ولې دغه ډول ګراف ته د پراګندګی ګراف وایي؟ • کولای شئ د ګراف ټول ټکي د مرتبو جوړو په شکل وښایاست؟ • کولای شئ د دغه ګراف ریاضیکي معادله په لاس راوړئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړی او خپل درسي بهیر پیل کړی.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ د درسي کتاب 289 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي. که کومې ډلې تېروتنه کړي وي، کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بیا تاسو د پراګندګی د ګراف په هکله داسې معلومات ورکړی د پراګندګی ګراف ته ځکه د پراګندګی ګراف وایي چې په دغه ګراف کې ټول ټکي تیت او پاشان دي د یوې مستقیمې کرښې په امتداد نه دي پراته.

همدارنګه یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د 289 مخ مثال پر تختې حل کړي، نور زده‌کوونکي دې د کتاب

(c) ketabton.com: The Digital Library

له لیدو پرته همدغه مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي او خپل حلونه دې د تختې له حل سره پرتله کړي، د ستونزو په صورت کې مرسته ورسره وکړي، په پای کې ټولو زده‌کوونکو ته په یو کسیزه توګه دنده ورکړي چې د $\{(4,5),(5,2),(3,2),(5,1),(1,5)\}$ ټکي د پراګنده‌ګی په ګراف کې رسم کړي، تاسو څارنه وکړئ او د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړی.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لاپوخوالي او پیاوړتیا لپاره یو داوطلب زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د د درسي کتاب 290 مخ د الف او هـ اجزاوې د پراګنده‌ګی د ګرافونو اړوندې مرتبې جوړې او په لاس راوړي، نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې حل کړي، په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

تاسو څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه ورته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی: ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه ترلاسه کړئ د ستونزو په صورت کې ورسره مرسته وکړئ:

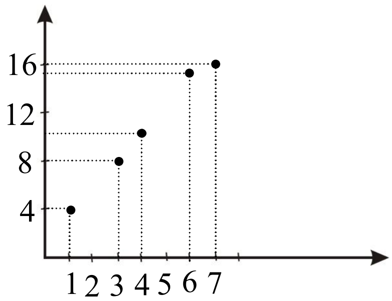
- د پراګنده‌ګی ګراف ته ولې د پراګنده‌ګی ګراف وایي؟
- که چیرې د پراګنده‌ګی ګراف درکړل شوی وي، تاسو یې اړوندې مرتبې جوړې او په لاس راوړلای شئ؟
- ایا د پراګنده‌ګی په ګراف کې ټول ټکي د یو خط په امتداد واقع دي؟
- ایا حتمي ده چې د پراګنده‌ګی په ګراف کې به ټول ټکي د یوه مستقیم خط په امتداد پراته نه وي؟
- د 290 مخ د (ج) جزء د پراګنده‌ګی په ګراف کې اړوندې مرتبې جوړې، کومې دي؟
- د ب جزء د پراګنده‌ګی د ګراف د ټولو ټکو له نښلېدو څخه کوم ډول شکل لاس ته راځي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د پراګندګی د ګراف په اړه اضافي معلوماتو ته اړتیا نشته؛ ځکه دا داسې یوه موضوع ده چې د پیوستون له ضریب سره کمک کوي؛ نو موږ په دغه ځای کې په یوه مثال باندې بسنه کوو.

که د یو شمېر زده‌کوونکو د دوو ازموینو پایلې په پام کې ونیسو او د لومړي ازموینې پایلې په x او د دویمې ازموینې پایلې په y سره وښیو د x او y ترمنځ اړیکه د قایمو مختصاتو په افقي او عمودي محور باندې ښودلای شو، داسې چې د نمرو هره جوړه په قایمو مختصاتو کې یوه نقطه ورکوي، د نمرو لاندې جدول د هغه له ګراف سره په پام کې نیسو:

x	1	3	4	6	7
y	4	8	10	14	16

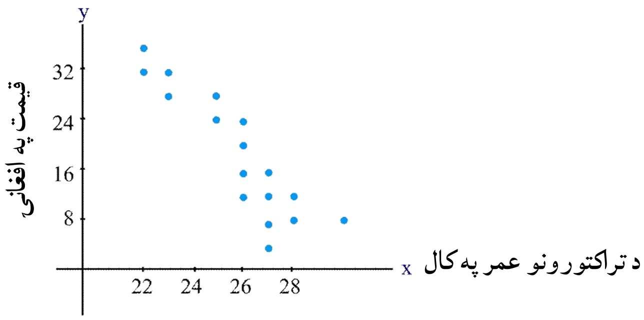


(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله د دغه بحث مهم ټکي دا دي چې د پراګندګی په ګراف کې هر ټکی یوه مرتبه جوړه او هره مرتبه جوړه یو ټکی د پراګندګی په ګراف کې را په ګوته کوي.

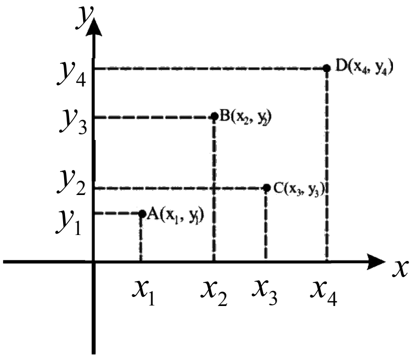
9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

لاندې ګراف دیو شمیر تراکتورونو عمر راښیي، ایا ددې دوو متحولینو تر منځ کومه اړیکه یا ارتباط وینې؟ توضیح یې کړئ.



حل څرنګه چې له پوښتنې څخه څرګندېږي په دغه ټولنه کې دوه متحولین موجود دي، یو یې د تراکتورونو عمر او بل یې د تراکتورونو قیمت دی، څرنګه چې په ګراف کې معلومېږي ټول ټکي تقریباً په یوه خط پراته دي(ځینې یې د خط پاس او ځینې یې د خط ښکته لور ته واقع دي)؛ نو د دواړو متحولینو ترمنځ هغه وخت قوي اړیکه شتون لري چې ټکي خط ته نږدې یا په خط باندې پراته وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

پیوستون او د پیوستون ضریب

د درسي کتاب (291-294) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانېږي چې: • د پیوستون او د پیوستون د ضریب په مفهوم پوه شي. • د یوې ټولنې د متحولینو ترمنځ د لږ پیوستون او ډېر پیوستون توپیر وکړای شي. • دپورته پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي چې په ورځنیو چارو کې تړې ګټه واخلي او په ځان ډاډمن شي.
2- **د زده کړې لارې:**	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یوکسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد:**	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) ... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د موضوع د ښه پوهېدو لپاره د تېر لوست لنډه یادونه اړینه ده، د زده‌کوونکو پام د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوګرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • ایا شونې ده چې د چارټ ګراف ټول ټکي د یوې مستقیمې کرښې په واسطه سره ونښلول شي؟ ولې؟ • ایا داسې کومه کرښه شتون لري چې له دغو ټکو څخه تېره شي او ټول ټکي ورته نږدې واټن ولري؟ • وواياست چې د مناسبې کرښې معادله به کوم شکل ولري چې ټولو ټکو ته نږدې وي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشي د درسي کتاب 291 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولي فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي. که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړئ چې تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، په پای کې تاسو موضوع داسې توضیح کړئ: که چیرې یوه دوه متحوله ټولنه ولرئ او وغواړئ چې ددغې ټولنې د متحولینو ترمنځ اړیکه پیدا کړئ؛ نو باید د ټولنې د پراګندګۍ ګراف رسم شي، په هره اندازه چې د پراګندګۍ د ګراف ټکی د یوه مستقیم خط په امتداد واقع وي د متحولینو

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمنځ پیوستون زيات دی او په هره اندازه چې ټکي لـه مـستقيمې کرښـې څخـه لـري پراتـه وي، د متحولینـو تـرمنځ د پیوسـتون اړیکه کمه ده؛ نو هغه شاخص چې د دوو متحولینو ترمنځ پیوستون ښيي د پیوستون له ضریب څخه عبـارت دی او پـه r سـره ښودل کېږي چې فرمول يې $r = \frac{\frac{1}{n}\sum xy - \overline{x}\,\overline{y}}{S_x \cdot S_y}$ دی.

د موضوع د مهمو الي لـه املـه ښاغلی ښـوونکی دې د درسـي کتـاب 292مـخ مثـال پـر تختـه حـل کـړي او د فرمـول اجـزاوې؛ لکه $\frac{1}{n}\sum xy , \overline{x} , \overline{y} , S_x$ او S_y د زده‌کوونکو په واسط په لاس راوړي، زده‌کوونکي دې پـه خپلـو کتـابچو کـې نـوټ کـړي. د فرمول د اجزاوو د په لاس راوړلو په وخت کې که کومې ستونزې پيدا شي، تاسو ورسره مرسته او لارښوونه وکړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره د درسي کتاب 293 مخ مثال د يو داوطلـب زده‌کـوونکي پـه واسـطه حـل کـړی او نور زده‌کوونکي دې همدغه مثال په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدلو پرته حل کړي، په پـای کـې زده‌کـوونکي دې خپـل حلونـه د تختې له حل سره پرتله کړي.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي د پیوستون د ضریب د فرمول اجزاوې په سمه توگه په لاس راوړلـی شـي او کـه نـه؟ د سـتونزو په صورت کې تاسو مرسته او لارښوونه وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شی، ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لانـدې پوښـتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- پیوستون او د پیوستون ضریب څه مفهوم لري او کوم وخت پکارېږي؟
- که چیرې د پراگنده‌گی د گراف ټول ټکي په یوه کرښه پراته وي د r قیمت څو دی؟
- که r مثبت وي؛ نو د x د قیمتونو په ډېروالي y کمېږي او که زیاتېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د پیوستون(اړیکې ضریب) د متحولینو د اړیکو ترمنځ يو شاخص دی چې مختلف ډولونه لـري؛ خـو د هغـوی اکثریت ځینې مشترک صفتونه لري، که دوه متحوله په خپل منځ کې مثبته اړيکه ولري؛ نو د هغوی د پیوسـتون ضـریب مثبـت 1 دی او که منفي اړیکه ولري؛ نو د پیوستن ضریب يې -1 دی او که دوه متحوله په خپل مـنځ کـې هـیڅ اړیکـه ونلـري؛ نـو د پیوستون ضریب يې صفر دی، په دې ډول که د پیوستون ضریب په r وښيو؛نو $-1 \le r \le +1$ په لنډه توگـه کـه $r = +1$ وي؛ نـو د دوو متحولینـو تـرمنځ اړیکـه کـاملاً مثبـت او کـه $r = -1$ وي، نـو اړیکـه کـاملاً منفـي او کـه $r = 0$ وي؛ نـو د دواړو متحولینو ترمنځ اړیکه شتون نلري.

په نورو حالتونو کې چې ټکي په بشپړه توگه په مستقيمه کرښه نه وي، کیدای شي چې اړیکـه مثبـت، کیـدای شـي اړیکـه منفـي او کیدای شي چې اړیکه د منحني کرښې په شکل وي او يا دا چې هیڅ اړیکه شتون ونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هرڅومره چې ټکي مستقیمې کرښې ته نږدې کېږي د پیوستون درجه لوړېږي، د پیوستون ضریب ددې فرمول په واسطه چې د انحرافي ارقامو په نوم یادېږي، هم محاسبه کېږي $r = \frac{\sum xy}{\sum x^2 \cdot \sum y^2}$ چې دلته $x = X - \overline{X}$ او $y = Y - \overline{Y}$ ښيي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1- لاندې ډېټا راکړل شوې ده، د ډېټا د پیوستون ضریب محاسبه کړئ.

x	1	2	3	4	5
y	4	3	2	1	0

حل:

$$\overline{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\overline{y} = \frac{4+3+2+1+0}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n} = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S_y^2 = \frac{(4-2)^2 + (3-2)^2 + (2-2)^2 + (1-2)^2 + (0-2)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow S_x = \sqrt{2} \quad , \qquad S_y = \sqrt{2}$$

د x ونو او y ګانو د ضرب حاصل $= \sum xy = 1\cdot 4 + 2\cdot 3 + 3\cdot 2 + 4\cdot 1 + 5\cdot 0 = 4+6+6+4+0 = 20$

$$r = \frac{\frac{\sum x\cdot y}{n} - \overline{x}\cdot\overline{y}}{S_x \cdot S_y}$$

$$r = \frac{\frac{20}{5} - 3\cdot 2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

موږ ویلي وو که چیرې د پیوستون ضریب قیمت ± 1 شي، نو ټول ټکي پر خط باندې پراته دي او د y خطا شتون نه لري.

2- د خپلو ټولګیوالو د ونې او وزن تر منځ د پیوستون ضریب حساب کړئ؟

حل که چیرې د زده‌کوونکو ونې په x او وزن یې په y سره وښیو؛ نو د ټولګي د زده‌کوونکو لپاره لاندې جدول یو فرضي ټولګی د لس تنو زده‌کوونکو لپاره په پام کې نیسو:

$x(cm)$	163	165	167	169	171	145	142	140	130	147
$y(kg)$	62	65	70	75	80	70	75	60	55	50

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{n}=\frac{163+165+167+169+171+145+142+140+130+147}{10}=\frac{1539}{10}=153.9$$

$$\bar{y}=\frac{62+65+70+75+80+70+75+60+55+50}{10}=\frac{662}{10}=66.2$$

$$S_x^2=\frac{(163-153.9)^2+(165-153.9)^2+(167-153.9)^2+(169-153.9)^2+(171-153.9)^2}{}$$

$$+\frac{(145-153.9)^2+(142-153.9)^2+(140-153.9)^2+(130-153.9)^2+(147-153.9)^2}{10}$$

$$S_x^2=\frac{82.81+123.21+171.61+228.01+292.41+79.21+141.61+193.21+571.21+47.61}{10}$$

$$S_x^2=\frac{1930.9}{10}\quad\Rightarrow\quad\boxed{S_x=13.89}$$

$$S_y^2=\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}$$

$$=\frac{(62-66.2)^2+(65-66.2)^2+(70-66.2)^2+(75-66.2)^2+(80-66.2)^2+(70-66.2)^2}{}$$

$$+\frac{(75-66.2)^2+(60-66.2)^2+(55-66.2)^2+(50-66.2)^2}{10}$$

$$S_y^2=\frac{17.64+1.44+14.44+77.44+190.44+14.44+77.44+38.44+125.44+262.44}{10}$$

$$S_y^2=\frac{819.6}{10}=81.96\quad\Rightarrow\quad S_y=9.05$$

$$\sum x\cdot y=163\cdot62+165\cdot65+167\cdot70+169\cdot75+171\cdot80+145\cdot70+142\cdot75+140\cdot60+130\cdot55+147\cdot50$$

$$\sum x\cdot y=10106+10725+11690+12675+13680+10150+10650+8400+7150+7350$$

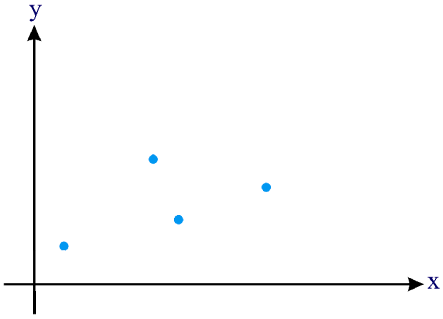
$$\sum x\cdot y=102576$$

$$\frac{\sum x\cdot y}{n}=\frac{102576}{10}=10257.6$$

$$r=\frac{\frac{\sum x\cdot y}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x\cdot S_y}=\frac{10257.6-10188.18}{13.89\cdot9.05}=\frac{69.42}{125.704}\quad\Rightarrow\quad r=0.552$$

د 0.552 عدد رابنيي د ټکو نيمايي يې د خط پورته خوا ته او نيمايي نور يې د خط ښکته خوا ته پراته دي، يعنې ويلی شو چې د x (ونې) او y (وزن) ترمنځ 55% اړيکه شتون لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



اتم څپرکی: احصائیه

د خطي میلان معادله(*The linear regression equation*)

د درسي کتاب (**298-295**) **مخونه**

د لوست وخت: (**یو درسي ساعت**)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به دلوست په پای کې و توانیږي چې: • د خطي میلان معادلې په مفهوم پوه شي. • د یوې ډېټا(چې په هر ارتباط وي) د خطي میلان معادله پیدا کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره وکړای شي له هغه څخه په ورځنیو چارو کې کار واخلي او ورڅخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د ورودي شکل چارټ(د اړتیا مواد) ... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته له زده‌کوونکو څخه د تېر لوست پوښتنه وکړئ او پام یې د درسي کتاب ورودي شکل ته چې تاسو ورته د چارټ په شکل چمتو کړی راوګرځوئ، بیا داسې وپوښتئ: • په مخامخ چارټ کې څه شی وینئ؟ • ایا ټول ټکي د یوې مستقیمې کرښې په امتداد پراته دي؟ • کولای شئ و وایاست چې که چیرې د پراګندګی ګراف موجود وي، تاسو یې د په نښو شوو ټکو له ښئلولو څخه د منحنی معادله لاس ته راوړئ؟ • ایا په مخامخ شکل کې داسې یوه کرښه رسمېدلای شي چې ټول ټکي ورته نږدې وي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ له هغه پرته تاسو ورته لارښوونه او مرسته وکړئ او خپل درسي بهیر پیل کړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشئ ورته و وایاست چې د درسي کتاب د 295 مخ فعالیت په خپلو ډلو کې د بحث او خبرو وروسته سرته ورسوي، د فعالیت په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل فعالیت نورو ته توضیح او تشریح کړي د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ، په پای کې تاسو موضوع داسې تشریح کړئ.

د خطي میلان معادله څرنګه چې له نوم څخه یې هم څرګنده ده د هغه مناسب خط معادله ښیي چې د پراګندګی د ګراف ټول

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکي ورته نږدې پراته وي، د پراګنده‌ګی په ګراف کې ټول ټکي په یوه خط نه وي پراته، بلکې له هر ټکی څخه یوه کرښه تېرېدلای شي، نو ددې لپاره باید داسې یوه کرښه چې ټولو ټکو ته نږدې وي په لاس راوړو چې دغه کرښه د خطي میلان په نوم یادېږي د خطي میلان معادلې په لاس راوړلو لپاره باید a او b معلوم وي او همدارنګه پوهېږو چې د هر خطي ګراف معادله $y = ax + b$ دی؛ نو باید a او b معلوم وي، نو $a = r\frac{S_y}{S_x}$ او $b = \overline{y} - a\overline{x}$ چې دلته r د پیوستون ضریب $\overline{y}$ د y متحول اوسط، $\overline{x}$ د x د متحول اوسط، S_y د y د متحول معیاري انحراف او S_x د x د متحول معیاري انحراف دی، د a او b لاس ته راوړلو څخه وروسته د $y = ax + b$ په معادله کې د a او b قیمتونه ږدو او په لاس راغلې معادله د خطي میلان له معادلې څخه عبارت ده.

6- د زده کړې تحکیم: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره د درسي کتاب 298 مخ مثال د یو داوطلب زده‌کوونکي په واسطه حل کړی او نور زده‌کوونکي دې همدغه مثال په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي، په پای کې دې زده‌کوونکي خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي.

تاسو د کار څارنه وکړئ، د ستونزو په صورت کې یو ځل بیا لوست توضیح کړئ او مثال ورته حل کړئ.

پاملرنه وکړئ چې زده‌کوونکي په سمه توګه a, $S_x, S_y, r, \overline{y}, \overline{x}$ او b په لاس راوړلی شي او که نه؟ بیاهم د ستونزو په صورت کې ورته لارښوونه وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

- د خطي میلان معادله څه شی راښیي؟
- ایا د پراګنده‌ګی په ګراف کې ټول ټکي په یوه کرښه واقع کیدای شي؟
- ایا د پراګنده‌ګی په ګراف کې داسې کرښه رسمولای شي چې له ټولو ټکو تېره شي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی یو بل مفهوم چې د پیوستون په موضوع کې د یادونې وړ دی، د رجعت مفهوم دی چې دا د میلان په مفهوم هم یادوي په احصائیه کې د پیوستون او میلان(*Regression*) موضوعات یو له بل سره دومره نږدې اړیکه لري چې اکثراً یود بل پر ځای په کار وړل کېږي.

د پیوستون اصطلاح د دوو متحولینو د ارتباط درجې ته اطلاق کېږي.

کله چې دوه متحوله یو له بل سره ارتباط ولري، نو د یو متحول له مخې د بل متحول وړاندوینه کېدای شي، خو د میلان

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلمه د یوې پېښې د متحولینو هغو صفاتو او مشخصاتو ته اطلاقېږي چې د دوو متحولینو ترمنځ ارتباط بشپړ نه وي.
د وړاندوینې په پروسه کې چې یوه مهمه فرضیه موجوده ده او باید هغه مورږ یې ترکتنې لاندې ونیسو، د دوو متحولینو ترمنځ خطي رابطه ده، دا رابطه د یوه مستقیم خط په شکل ښودل کېږي او پوهېږو چې د مستقیم خط معادله د $y = ax + b$ شکل لري، په دې معادله کې a یو ثابت مقدار دی که $x = 0$ شي، نو $y = b$ کېږي، که د پراگندګۍ(متفرق دیاگرام $scater \ \ diagram$) په گراف کې ټولې نقطې په یوه مستقیم خط قرار ولري چې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط او پیوستون($Linear \ Regression$) موجود دی کیدای شي ساده یا څو خطي بلل کېږي.
په دې خصوصیت سره نوموړی منحني ته په احصائیه کې($Least \ Squares \ Curves$) او یا($Least \ Square \ Regression$) وایي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

که چیرې $y = 2x + 3$ د y د ریگریشن معادله نظر x ته او د x اوسط مساوي په 2 راکړل شوی وي، د y اوسط څومره دي؟

حل د خطي میلان د معادلې په پام کې نیولو سره:

$$y = 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad a = 2 \ , \quad b = 3$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{x} &= 2 \\ \bar{y} &= ? \end{aligned}\right\} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$b - \bar{y} = -a\bar{x}$$

$$-\bar{y} = -a\bar{x} - b \,/ \cdot (-1)$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b = 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{y} = 7}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي د عمومي پوښتنو حل(شپږ درسي ساعتونه)

1-که چيرې په يوه ټولنه کې چې اوسط يې $\bar{x}=50$ او واريانس يې $S^2=64$ سره وي، د بدلون ضريب y چې له $y=2x+10$ رابطې سره سم بدلون مومي څو دی؟

حل:

$$\left.\begin{aligned}&\bar{x}=50\\&S^2=64 \;\Rightarrow\; S=8\end{aligned}\right\}\quad C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{8}{50}$$

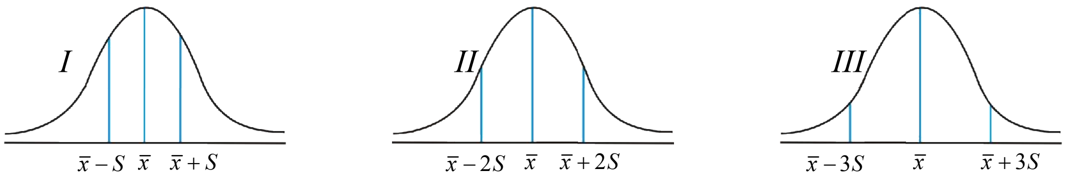
$$C\cdot V=0.16$$

$$C\cdot V=16\%$$

2-که چيرې د هر زده کوونکی په نمرو کې 20% نمبرې ورزياتې شي، نو د نمبرو د بدلون په ضريب څه اغيزه کوي؟

حل: که چيرې د هر زده‌کوونکي په نمرو باندې 20% ورزياتې شي، نو اوسط يې زياتېږي څرنګه چې $\bar{x}$ د بدلون په ضريب کې $C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}$ په مخرج کې قرار لري، نو د بدلون يا تغيراتو ضريب يې هم کمېږي.

3- د هغو ټولنو فيصدي چې په لاندې درکړل شوو منحني ګانو کې پرتې دي، وليکئ؟



حل: په I ټولنه کې د پلټنې ټول موارد په $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ کې 68% دي په II ټولنه کې ټول د پلټنې موارد چې په $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ انټروال کې پراته دي، 96% دي.

او په III منحني ګراف کې هغه ډېټا چې په $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ انټروال کې پرته ده 99% ده.

4- لاندې اړيکو ته په پاملرنې سره وواياست چې کومه يوه له دغو اړيکو څخه يو متحوله، دوه متحوله او درې متحوله اړيکې دي.

الف: ستاسو د ټولګيوالو د ونو اندازه؟

ب: د يو شي د عمومي مصرف او جنس ترمنځ اړيکه؟

ج: د يوې استوانې د حجم، جګوالي او د قاعدې د مساحت تر منځ اړيکې؟

حل: هر شی(عنصر) چې د اندازې وړ وي متحول بلل کېږي.

الف: يو متحوله اړيکه ده او متحول يې د ټولګي د زده‌کوونکو د ونو اندازې دي.

ب: دوه متحوله اړيکه ده او متحولين يې عمومي مصرف او جنس دی.

ج: درې متحوله اړيکه ده او متحولين يې حجم، جګوالی او د قاعدې مساحت دی.

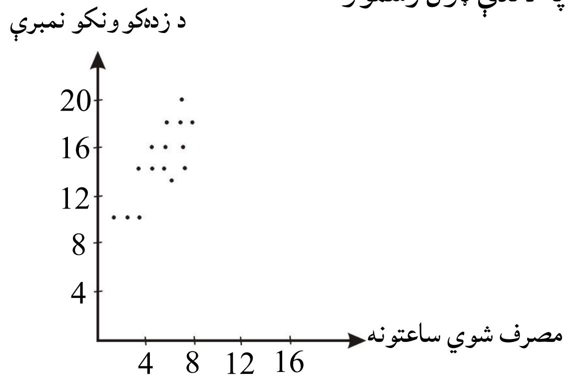
(c) ketabton.com: The Digital Library

5- د یو ټولګي د مصرف شوو ساعتونو د شمېر او د زدکوونکو د نمبرو تر منځ چې د 20% له مخې اخېستل شوي دي، د مرتبو جوړو په شکل په لاندې ډول دی:

(2,10) , (3,10) , (3,14) , (4,10) , (4,14)
(5,14) , (5,16) , (6,12) , (6,16) , (6,18)
(7,14) , (7,18) , (7,20) , (8,16) , (8,18)

د زده کونکو د مصرف شوو ساعتونو او نمبرو تر منځ د اړیکو له مخې ګراف رسم او خپلې پایلې وڅېړئ؟

حل: تر هر څه د مخه لومړی د وضعیه کمیاتو سېستم رسموو، د x پر محور مصرف شوی ساعتونه او د y پر محور د زده‌کوونکو نمرې ښیو او ګراف یې په لاندې ډول رسموو:



له پورته ګراف څخه دا پایله په لاس راځي چې د مصرف شوو ساعتونو په زیاتوالي د زده‌کوونکو نمبرې هم زیاتېږي.

6- مخامخ ډېټا په پام کې ونیسئ:

x	1	1	2	3
y	1	5	4	2

په ورکړ شوي ډېټا کې د پیوستون ضریب حساب کړئ؟

حل:

$$\bar{x}=\frac{1+1+2+3}{4}=\frac{7}{4}=1.75$$

$$\bar{y}=\frac{1+5+4+2}{4}=\frac{12}{4}=3$$

$$S_x^2=\frac{(1-1.75)^2+(1-1.75)^2+(2-1.75)^2+(3-1.75)^2}{4}=\frac{0.56+0.56+0.06+1.56}{4}=\frac{2.74}{4}$$

$$S_x=0.82$$

$$S_y^2=\frac{(1-3)^2+(5-3)^2+(4-3)^2+(2-3)^2}{4}=\frac{4+4+1+1}{4}=\frac{10}{4}=2.5 \Rightarrow S_y=1.58$$

$$\sum x\cdot y=1\cdot1+1\cdot5+2\cdot4+3\cdot2=1+5+8+6=20$$

$$\frac{1}{n}\sum x\cdot y=\frac{20}{4}=5$$

$$r=\frac{\frac{\sum x\cdot y}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x\cdot S_y}=\frac{5-1.75\cdot3}{0.82\cdot1.58}=\frac{5-5.25}{1.29}=\frac{-0.25}{1.29} \Rightarrow \boxed{r=-0.19}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

7- که چیرې د پیوستون ضریب صفر ته نږدې وي، نو خطا ډېره، که لږه ده؟

حل: هر څومره چې د پیوستون ضریب صفر ته نږدې وي، په دې معنی دی چې د متفرق دیاگرام ټول ټکي له خط څخه زیاته فاصله لري، نو خطا ډېره ده.

8- که چیرې د پیوستون ضریب د $+1$ او -1 عدد ته نژدې وي، نو د y د خطا په اړوند څه وایئ؟

حل: که چیرې $r = \pm 1$ وي، نو ټول ټکي د $y = ax + b$ په خط باندې پراته دي او خطا هېڅ شتون نه لري.

9- د سروې له مخې چې د یوه ښوونځي د A او B په دوو ټولگیو کې شوې ده،لاندې عددونه د کیلوگرام پـه حساب د زده‌کوونکو د وزن لپاره راټول شوي دي:

A:	65	63	67	64	62	70	66	68	67	78	69	71
B:	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

د پاسنیو عددونو په پام کې نیولو سره:

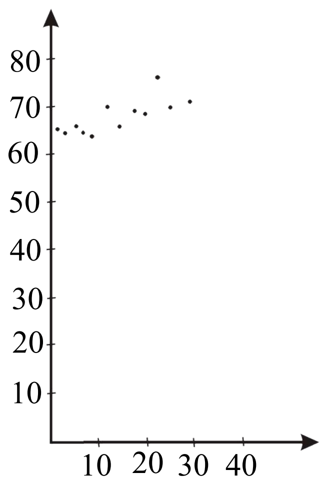
الف: د ډېټا د پراگنده‌گي گراف رسم کړئ؟

ب: د اړوندې مستقیمې کرښې معادله په لاس راوړئ a او b وټاکئ؟

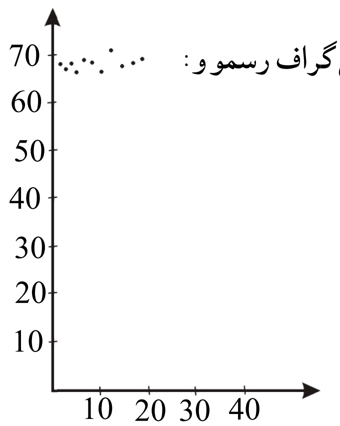
ج: اړونده مستقیمه کرښه نظر د ریگرېشن معادلې ته رسم کړئ؟

حل:

الف) لومړی د هر گروپ بېل بېل د پراگندگی گراف رسمو و:



(A)



(B)

ب)

$$A_{\bar{x}} = \frac{65+63+67+64+62+70+66+68+67+78+69+71}{12} = \frac{810}{12} = 67.50$$

$$B_{\bar{y}} = \frac{68+66+68+65+69+66+68+65+71+67+68+70}{12} = \frac{811}{12} = 67.58$$

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(65-67.5)^2 + (63-67.5)^2 + (67-67.5)^2 + (64-67.5)^2 + (62-67.5)^2 + (70-67.5)^2 + (66-67.5)^2 + (68-67.5)^2 + (67-67.5)^2 + (78-67.5)^2 + (69-67.5)^2 + (71-67.5)^2}{12}$$

$$= \frac{6.25 + 20.25 + 0.25 + 12.25 + 30.25 + 6.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25 + 110.25 + 2.25 + 12.25}{12}$$

$$= \frac{203}{12} = 16.9 \Rightarrow \boxed{S_x = 4.1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S_y^2=\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}=\frac{(68-67.58)^2+(66-67.58)^2+(68-67.58)^2+(65-67.58)^2+(69-67.58)^2+(66-67.58)^2}{}$$

$$\frac{+(68-67.58)^2+(65-67.58)^2+(71-67.58)^2+(67-67.58)^2+(68-67.58)^2+(70-67.58)^2}{12}$$

$$=\frac{0.176+2.496+0.176+6.656+2.016+2.496+0.176+6.656+11.696+0.336+0.176+5.856}{12}$$

$$=\frac{38.91}{12}=3.24\ \Rightarrow\ \boxed{S_y=1.8}$$

$$\sum A_xB_y=65\cdot68+63\cdot66+67\cdot68+64\cdot65+62\cdot69+70\cdot66+66\cdot68+68\cdot65+67\cdot71+78\cdot67+69\cdot68+71\cdot70$$

$$=4420+4158+4556+4160+4278+4620+4488+4420+4757+5226+4692+4970$$

$$\sum A_xB_y=54745\ \Rightarrow\ \frac{\sum A_xB_y}{n}=4562.08$$

$$r=\frac{\frac{\sum A_xB_y}{n}-A_{\bar{x}}\cdot B_{\bar{y}}}{S_x\cdot S_y}=\frac{4562.08-67.50\cdot67.58}{4.1\cdot1.8}=\frac{4562.08-4561.65}{7.38}=\frac{0.43}{7.38}=0.058$$

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=0.058\frac{1.8}{4.1}=0.0256$$

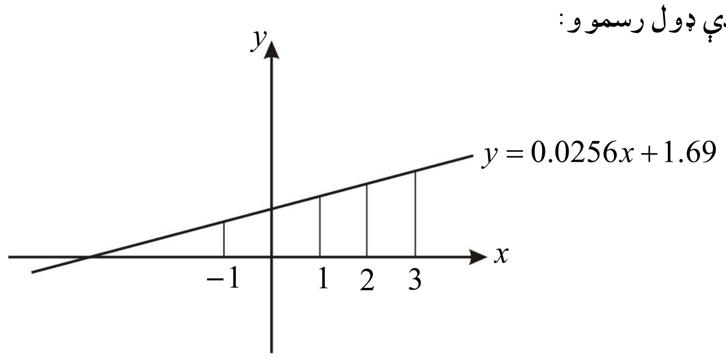
$$b=\bar{y}-a\bar{x}=1.8-(0.0256)(4.1)=1.8-0.105=1.69$$

$$y=ax+b$$

د ریګرېشن معادله $\boxed{y=0.0256x+1.69}$

ج: خرنګه چې د ریګرېشن معادله چې له $y=0.0256x+1.69$ څخه عبارت ده، په لاس راوړو اوس خط یې دقیمتونو له مخې په لاندې ډول رسمو و:

x	y
1	1.71
2	1.74
3	1.76
-1	1.6



10- که چیرې x او y سره بشپړ پیوستون او معکوس ولري، یعنې $S_x=S_y$، نو د y د ریګریشن خط نسبت x ته کوم دی؟

1) $y=-\frac{1}{2}x+b$ 2) $y=\frac{1}{2}x+b$

(3) $y=x+b$ (4) $y=-x+b$

حل: که چیرې x او y بشپړ پیوستون ولري، په دې معنا دی چې د تغییراتو ضریب $r=\pm1$ دی، نو:

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=\pm\frac{S_y}{S_x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څرنګه چې $S_x = S_y$ دی، نو:

$$a = \pm \frac{S_y}{S_x} = \pm 1$$

$$y = ax + b$$

$$y = \pm x + b \quad \Rightarrow \quad y = x + b \quad , \quad y = -x + b$$

11- د 20 تنو زده‌کوونکو د رياضي او فزيک د مضمون 20% د آزموينې پايلې چې په لاندې ډول وركړ شوي، رسم كړئ؟

زده‌کوونکي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
د رياضي نمرې (x)	18	8	12	18	16	6	10	6	16	10	12
د فزيک نمرې (y)	16	10	8	18	14	10	10	6	10	14	10

زده‌کوونکي	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(x) د رياضي نمرې	12	10	16	18	12	6	14	14	12
(y) د فزيک نمرې	6	12	16	12	12	8	12	14	16

_ د ريګربشن د کرښې معادله په لاس راوړئ؟

_ آيا د دوو آزموينو د پايلو تر منځ اړيکې شتون لري؟

حل:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{246}{20} = 12.3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{20} y_i}{20} = \frac{234}{20} = 11.7$$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20}(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(18-12.3)^2 + (8-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (18-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (10-12.3)^2 + (16-12.3)^2 + (18-12.3)^2 + (12-12.3)^2 + (6-12.3)^2 + (14-12.3)^2 + (14-12.3)^2 + (12-12.3)^2}{20}$$

$$= \frac{32.49 + 18.49 + 0.09 + 32.49 + 13.69 + 39.69 + 5.29 + 39.69 + 13.69 + 5.29 + 0.09 + 0.09 + 5.29 + 13.69 + 32.49 + 0.09 + 39.69 + 2.89 + 2.89 + 0.09}{20} = \frac{258.51}{20} = 12.92 \Rightarrow \boxed{S_x = 3.59}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S_y^2=\frac{\sum_{i=1}^{20}(y_i-\bar{y})^2}{n}=(16-11.7)^2+(10-11.7)^2+(8-11.7)^2+(18-11.7)^2+(14-11.7)^2+(10-11.7)^2+$$

$$\frac{+(10-11.7)^2+(6-11.7)^2+(10-11.7)^2+(14-11.7)^2+(10-11.7)^2+(6-11.7)^2+(12-11.7)^2+ \\ +(16-11.7)^2+(12-11.7)^2+(12-11.7)^2+(8-11.7)^2+(12-11.7)^2+(14-11.7)^2+(16-11.7)^2}{20}$$

$$S_y^2=\frac{18.49+2.89+13.69+39.69+5.29+2.89+2.89+32.49+2.89+5.29+2.89+32.49+0.09+}{}$$

$$\frac{+18.49+0.09+0.09+13.69+0.09+5.29+18.49}{20}$$

$$S_y^2=\frac{218.2}{20}=10.91 \Rightarrow \boxed{S_y=3.3}$$

$$\sum x\cdot y=18\cdot16+8\cdot10+12\cdot8+18\cdot18+16\cdot14+6\cdot10+10\cdot10+6\cdot6+16\cdot10+10\cdot14+12\cdot10+12\cdot6$$
$$+10\cdot12+16\cdot16+18\cdot12+12\cdot12+6\cdot8+14\cdot12+14\cdot14+12\cdot16$$
$$=288+80+96+324+224+60+100+36+160+140+120+72+120+256+216+144+48+168+196+192$$

$$\sum x\cdot y=3040 \;,\quad \frac{\sum x\cdot y}{n}=\frac{3040}{20}=152$$

$$r=\frac{\frac{\sum x\cdot y}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x\cdot S_y}=\frac{152-12.3\cdot11.7}{3.59\cdot3.3}=\frac{152-143.91}{11.847}=\frac{8.09}{11.847}=0.68$$

د پیوستون له ضریب څخه لاندې پایله په لاس راځي.

- د x قیمت په ډېروالي د y قیمت هم ډېرېږي.
- یعنې x او y ترمنځ تقریباً 68% پیوستون شتون لري.

$$a=r\frac{S_y}{S_x}=0.68\frac{3.3}{3.59}=\frac{2.244}{3.59}=0.625$$

$$b=\bar{y}-a\bar{x}=11.7-0.625(12.3)=11.7-7.687=4.013$$

د رېګرېشن معادله: $y=ax+b \Rightarrow \boxed{y=0.625x+4.013}$

هو، د دوو ازموینو ترمنځ ($y=0.625x+4.013$) اړیکه شتون لري.

12- پر چنګښو د خوراک د مالګې د 5 او 1 فیصده محلول اغیزې د یون پلازما پر میزان د هغوی په بدن کې په لاندې جدول کې ثبت شوي دي؟

د مالګې په محلول کې د پاتېکېدو وخت	50	40	30	20	10	5	0
د یون پلازما میزان(mm)	136	132	126	122	118	110	90

ـ په پاسنی جدول کې متحولین وڅېرئ؟

ـ په پورتنیو متحولینو کې کوم یو خپلواک او کوم یو ناخپلواک متحول دی؟

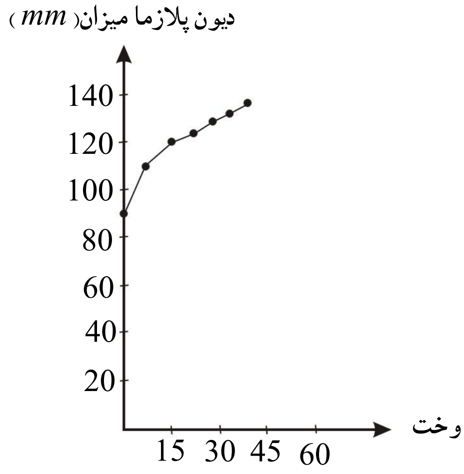
ـ د دې ګراف په رسم کې خپلواک متحول په افقي محور وښایاست؟

ـ یو داسې ګراف رسم کړئ چې د دواړو متحولینو ترمنځ اړیکه وښیي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

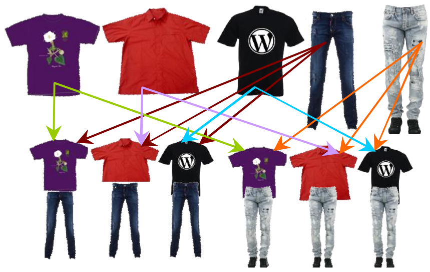
حل:

- په پورتني جدول کې دوه ډوله متحولين دي لومړی يې وخت دويم متحول يې د يون پلازما ميزان دی.
- په پورتنيو متحولينو کې وخت خپلواک متحول او يون پلازما ناخپلواک متحول دی.



له پورتني گراف څخه څرگندېږي چې د وخت په زياتېدو سره د يون پلازما ميزان هم زياتېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نهم څپرکی: احتمالات

پرموټېشن یا ترتیب(*Permutation*)

د درسي کتاب (**308-305**) **مخونه**

د لوست وخت: (**یو درسي ساعت**)

1- د زده کړې موخې - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د پرموټېشن یا ترتیب په مفهوم پوه شي. • د پرموټېشن یا ترتیب په اړه پوښتني حل کړي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ځان باور پیدا کړي او په ورځنیو مسائلو کې ترې کار واخلي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییز او یو کسیزکار. . .
3- مرستندویه مواد:	د اړتیا وړ مواد. . .
4- د ورودي برخې توضيح(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوی او وپوښتي: • څوک ویلای شي په څو ډوله کولای شو دري کمېسونه او دوه پطلونونه سره جوړه جوړه واغوندو؟ • په څو ډوله کولای شئ دري قلمونه د قلمونو په بکسه کې سره خوا په خوا کېږدئ؟ • له {2,5,7} عددونو څخه څو دري رقمي عددونه جوړېدای شي؟ په دې شرط چې عدد په کې تکراري نه وي. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- د لوست بهیر او فعالیت (28) **دقیقې:**

ښاغلی ښوونکی دې زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي، د درسي کتاب 305 مخ فعالیت ورکړي چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړئ، تېروتنه یې د بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ، بیا تاسې د پرموټېشن یا ترتیب تعریف داسې ورته وکړئ:

په یوه کتار کې یو د بل څنګ ته د n متمایزو شیانو تنظیم داسې چې د هغوی د اېښودلو ترتیب په پام کې وي، د ترتیب په نامه یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که په ترتیب کې تکرار مجاز نه وي، نو مساوي په $P_n = n!$ او که چیرې تکرار مجاز وي، نو مساوي په $P_n = n^n$ دی.
د لاندې پوهې لپاره زده‌کوونکي دې د 306 مخ لومړی مثال په خپلو کتابچو کې حل کړي او وروسته تاسو نومړی مثال پر تخته باندې حل کړئ چې زده‌کوونکي خپل حل د تختې له حل سره پرتله او تېروتنې اصلاح کړي.

6- د زده کړې تحکیم: (7) دقیقې

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره زده‌کوونکي په وار سره تختې ته راوغواړئ چې د کتاب دویم، دریم او څلورم مثالونه پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- د لوست د پایلې ارزونه: (5) دقیقې

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځواب له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړئ:

1. څوک پرموټېشن یا ترتیب تعریفولای شي؟
2. $5!$ مساوي له کوم عدد سره دی؟
3. له $2,3,4,7,8$ عددونو څخه څو پنځه رقمي عددونه جوړېدای شي؟(تکراري رقم نه وي).
4. په څو ډوله کولای شو چې د A, B او C هېوادونو بیرغونه په یوه کتار کې سره څوا په څوا کېږدو؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د یوه طبیعي عدد لپاره د($n\cdot(n-1)\cdot\ ...\ \cdot 3\cdot 2\cdot 1$) حاصل ضرب په لنډ ډول په $n!$ ،(n – فکتوریل) ښودل کېږي او د تعریف له مخې $1!=1$ او $0!=1$ دی.

$$2! = 2\cdot 1 = 2$$
$$3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$$
$$4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$$
$$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120$$
$$6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 720$$
$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\ \ ...\ \ 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$

$$1)\ \frac{4!\,6!}{8!} = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 6!}{8\cdot 7\cdot 6!} = \frac{8\cdot 3}{8\cdot 7} = \frac{3}{7}$$
$$2)\ \frac{(n+1)(n+2)!}{(n+3)!} = \frac{(n+1)(n+2)!}{(n+3)(n+2)!} = \frac{n+1}{n+3}$$
$$3)\ \frac{6!}{7!-6!} = \frac{6!}{6!(7-1)} = \frac{6!}{6!\cdot 6} = \frac{1}{6}$$
$$4)\ \frac{2n!(n-2)!}{4(2n-2)!n!} = \frac{2n(2n-1)(2n-2)!(n-2)!}{4(2n-2)!n(n-1)(n-2)!} = \frac{2n(2n-1)}{4n(n-1)} = \frac{2n-1}{2(n-1)}$$

د لوست په اړوند د لازیاتو معلوماتو لپاره یو مثال په پام کې نیسو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: له $\{1,5,4,2,8\}$ عددونو څخه څوپنځه رقمي عددونه پرته له تکراري رقم څخه چې له 30000 څخه لوی وي جوړولای شو.

حل: د پنځو رقمونو لپاره پنځه تش ځایونه په پام کې نیسو او دغو پنځو ځایونو ته عددونه داسې ټاکو چې له 30000 څخه لوی وي.

د لس زریز خانې د ډکولو لپاره د راکړل شوو عددونو له سټ څخه درې امکانه شتون لري، چې دا درې د لس زریز خانې لاندې لیکو یعنې په لس زریز خانه کې د پوښتنې د شرط سره سم 4,5,8 رقمونه لیکلای شو او د لس زریز خانې د ډکولو لپاره له نوموړي سټ څخه د 1 او 2 رقمونه نشو ټاکلی ځکه چې غوښتل شوی پنځه رقمي عدد له 30000 کمېږي، څرنګه چې د لس زریز خانې د ډکولو لپاره یو له 5,4 او 8 رقمتونو څخه وټاکل شو، په سټ کې څلور رقمونه پاتې کېږي، چې د زریز خانې د ډکولو لپاره له دغو څلورو رقمتونو څخه هر یو رقم ټاکلی شو، یعنې د زریز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شتون لري چې 4 د زریز خانې لاندې لیکو او همدارنګه د سلیز خانې د ډکولو لپاره درې رقمه پاتې کېږي چې د سلیز خانې د ډکولو لپاره درې امکانه شتون لري، چې په پورته ډول 3 د سلیز خانې لاندې لیکو، په همدې ډول د لسیز خانې د ډکولو لپاره دوه امکانه او یویز خانې لپاره یو امکان شتون لري چې په ترتیب سره 2 او 1 د لسیز او یویز خانو لاندې لیکو.
په پای کې د نوموړو خانو د ډکولو لپاره د امکاناتو د ضرب حاصل د غوښتل شوو پنځه رقمي عددونو شمېر راښيي.

لس زریز	زریز	سلیز	لسیز	یویز
↓	↓	↓	↓	↓
3	4	3	2	1

$$N = 3\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 12\cdot 6 = 72$$

یعنې له پورته رقمونو څخه 72 پنځه رقمي عددونه چې تکرار په کې شونی نه وي په لاس راتلای شي.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. څو پنځه رقمي عددونه وجود لري چې لومړی رقم یې 2 او وروستي رقم یې مساوي په 4 وي، په عدد کې هیڅ رقم تکراري نه وي؟

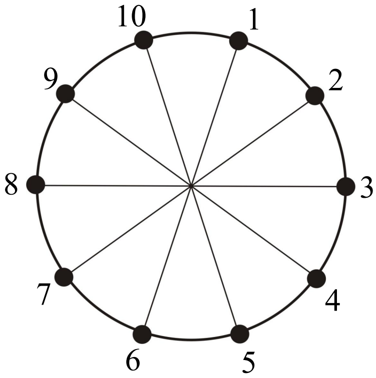
حل: پوهېږو چې ټول یو رقمي عددونه $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ دي، نو لاندې پنځه خالي ځایونه په پام کې نیسو:

↓	↓	↓	↓	↓
1	8	7	6	1

$336 = 56\cdot 6 = 1\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 1 =$ ټول پنځه رقمي عددونه چې لومړی رقم یې 2 او وروستی رقم یې 4 او تکرار هم مجاز نه وي.

2. په څو ډوله 10 نفره کولای شي، د یوه ګردی میز په شاوخوا کښېني چې له دې جملې څخه 2 تنه غواړي په هر حالت کې سره خوا په خوا کښېني.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل

هغه دوه تنه چې غواړي هر وخت سره خوا په خوا کېنې، دوی دواړو ته یو حالت په پام کې نیول کېږي، نو کله چې دوه چوکۍ د دوو تنو په واسطه اشغال شي، نو 8 چوکۍ پاتې کېږي په !8 ډوله دوی وربانـدې کښېناستلی شي او دوی دواړه هم دوه حالتونه لري، یعنې د دوی دواړو د ځای بدلون هم دوه حالتونه دي چې په 2 کې ضربېږي یعنې په لاندې ډول:

$$2(8!) = 2(8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1) = 2(40320) = 80640$$

یعنې دوی په 80640 ډوله کولای شي د گردي میز په شاوخوا کښېني.

3. په څو ډوله کولای شئ 3 سره توپونه، 2 آسماني او څلور زیړ توپونه سره خوا په خوا په یو کتار کې کېږدو. (د هم رنگه توپونو په کتار کې د هم رنگه توپونو ځای بدلول بل حالت نه شمېرل کېږي.)

حل دا پوښتنه په مرکب ترتیب باندې حلېږي، په کتاب کې له دغه نوم څخه یادونه نه ده شوې، ولې فرمول یې په کتاب کې شته.

$$P_n^{(k_1,k_2,\ \dots\ ,k_n)} = \frac{n!}{(k_1!\cdot k_2!\cdot\ \dots\ \cdot k_n!)}$$

$$\left.\begin{aligned} n &= 3+2+4=9\\ k_1 &= 3\\ k_2 &= 2\\ k_3 &= 4\end{aligned}\right\}\quad P_9^{(3,2,4)} = \frac{9!}{3!\cdot2!\cdot4!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1\cdot4!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot5}{2\cdot1} = 9\cdot4\cdot7\cdot5 = 36\cdot35 = 1260$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات

ترکیب(Combination)

د درسي کتاب (309-310) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د ترکیب په مفهوم پوه شي. • د ترکیب په اړه پوښتنې حل او تشخیص کړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په پیداکولو سره په ورځنی ژوندکې ورځخه کار واخلي او له امله یې خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یو کسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېرلوست په یادونې سره د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • د 2او 3 عددونو ترکیب له‌کوم عدد سره مساوي دی؟ • ایا ستاسو له نظره ترتیب او ترکیب یو له بل سره څه اړیکه لري؟ • د دوو تابع‌گانو ترکیب په څه ډول او شرط یې کوم دی؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 309 مخ فعالیت ورکړئ، چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې د هرې ډلې استازی دې خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته د یوه مثال په ورکولو سره توضیح کړي، که‌کومې ډلې تېروتنه کړې وي، کوښښ وکړی، تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی، بیا تاسو داسې د ترکیب تعریف ورته وکړئ:

له n متمایزو شیانو څخه د r شیانو ټاکل($r \le n$) داسې چې په هغو کې د ټاکلو(انتخاب) ترتیب په پام کې نیول شوی نه وي، ترکیب نومېږي او ترکیب د $C\binom{n}{r} = C_r^n = \binom{n}{r}$ په سمبول سره ښیي. او $\binom{n}{r}$ داسې لوستل کېږي(n په r) او د تعریف له مخې $\binom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ سره دی، وروسته ښاغلی ښوونکی دې دکتاب 310 مخ لومړی مثال په تخته حل کړي او له زده‌کوونکو څخه دې د حل شوي مثال په اړه توضیحات وغواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره یو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب دویم مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې نور زده‌کوونکي دې په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړي او کوښښ وکړي چې سم ځوابونه له زده‌کوونکو څخه ترلاسه کړي:

1. د ترتیب او ترکیب ترمنځ څه توپیر دی؟

2. $C_3^5=\binom{3}{5}$ له کوم عدد سره مساوي دی؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی غواړو وښیو چې $0!=1$ دی، پوهېږو چې $n!=n(n-1)(n-2)\ \dots\ 3\cdot2\cdot1$ دی، نو لرو:

$$(n+1)!=(n+1)n!$$

که دلته $n=0$ شي، نو:

$$(0+1)!=(0+1)0!$$
$$1=1!=1\cdot0!\ \Rightarrow\ 0!=1!=1$$

اوس غواړو ثابت کړو چې $C_n^n=\binom{n}{n}=1\ ,\ \ C_0^n=\binom{n}{0}=1$ او $\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\binom{n+1}{r}$ دی.

حل: د ترکیب له تعریف څخه په کار اخیستنې سره لرو چې:

$$C_0^n=\binom{n}{0}=\frac{n!}{0!(n-0)!}=\frac{n!}{1\cdot n!}=1$$

$$C_n^n=\binom{n}{n}=\frac{n!}{n!(n-n)!}=\frac{n!}{n!\cdot0!}=\frac{n!}{n!\cdot1}=\frac{n!}{n!}=1$$

$$\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\frac{n!}{r!(n-r)!}+\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}=\frac{n!(n-r+1)+rn!}{r!(n-r+1)!}$$
$$=\frac{n!(n-r+1+r)}{r!(n+1-r)!}=\frac{(n+1)n!}{r!(n+1-r)!}$$

$$\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}=\frac{(n+1)n!}{r!(n+1-r)!}=\frac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!}=\binom{n+1}{r}=C_r^{n+1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- د تمرین او پوښتنو ځوابونه:

1- له او و تورو لکه د F,E,D,C,B,A او G څو 4 توري کلمې، پرته له تکراري توري څخه جوړولای شو ؟

حل پوهېږو چې ټول توري 7 دي، نو د څلورو تورو د کلمو د جوړولو لپاره موږ څلور تش ځایونه په پام کې نیسو چې د لومړي تش ځای لپاره د 7 تورو له ډلې څخه 7 امکان شتون لري، یعني:

↓	↓	↓	↓
4	5	6	7

$840 = 42\cdot 20 = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 =$ ټولې څلور حرفي کلمې چې له پاسنیو تورو څخه په لاس راځي.

2- د والیبال په یوه لیګ کې، 7 ټیمونه ګډون لري. ټیمونه په څو ډوله کولای شي لومړی، دویم او دریم مقام لاس ته راوړي؟

حل

دریم مقام	دویم مقام	لومړی مقام
↓	↓	↓
5	6	7

$= 7\cdot 6\cdot 5 = 42\cdot 5 = 210$

یعنې ټیمونه په 210 ډوله کولای شي لومړی، دویم او دریم مقام لاسته راوړي.

3- له 4 نارینه‌وو او 6 مېرمنو څخه 2 نارینه او 3 ښځې داسې ټاکو چې نارینه په کې یو رئیس او دویم یې مالي مسؤول وي.

حل له پوښتنې څخه معلومېږي چې له 4 نارینه‌وو او 6 مېرمنو څخه 2 نارینه او 3 مېرمنې داسې ټاکو چې لومړی نارینه رئیس او دویم نارینه مالي مسؤول وي، د نارینه‌وو په ټاکلو کې د ټاکلو ترتیب په پام کې دی، نو د نارینه‌وو ټاکل په تبدیل حلېږي او د مېرمنو ټاکل 3 تنه او د ټاکلو ترتیب یې هم په پام کې نه دی، نو د مېرمنو ټاکل په ترکیب باندې حلېږي.

د نارینه‌وو ټاکل $= P_2^4 = V_2^4 = \dfrac{4!}{(4-2)!} = \dfrac{4!}{2!} = \dfrac{4\cdot 3\cdot 2!}{2!} = 4\cdot 3 = 12$

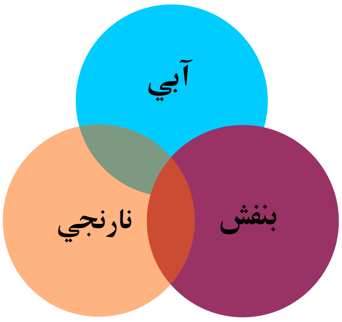
د مېرمنو ټاکل $= C_3^6 = \binom{6}{3} = \dfrac{6!}{3!(6-3)!} = \dfrac{6!}{3!\cdot 3!} = \dfrac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3!} = \dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{6} = 5\cdot 4 = 20$

له 4 نارینه‌وو او 6 مېرمنو څخه د 2 نارینه‌وو او 3 مېرمنو ټاکل $= P_2^4 \cdot C_3^6 = 12\cdot 20 = 240$

په پایله کې ویلی شو چې موږ دوه نارینه او درې مېرمنې شرایطو ته په پاملرنې سره په 240 ډوله ټاکلی شو.

نوټ: ښاغلی ښوونکی، دریمه پوښتنه د تبدیل په عنوان پورې اړه لري، د تبدیل له لوست وروسته دې دا پوښتنه حل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



نهم څپرکی: احتمالات

ترکيب (Combination)

د درسي کتاب (311) مخ

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- د زده کړې موخې	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې:
- پوهنيزه	• د ترکيب په مفهوم پوه شي.
- مهارتي	• د ترکيب په اړه پوښتنې حل او تشخيص کړای شي.
- ذهنيتي	• د پورته پوهې او مهارت په پيداکولو سره په ورځنې ژوندکې ورځنه کار واخلي او له امله يې خوښي ښکاره کړي.
2- د زده کړې لارې:	پوښتنه او ځواب، ډلهييز او يو کسيزکار . . .
3- مرستندويه مواد:	د اړتيا وړ مواد . . .
4- د ورودي برخې توضيح (5 دقيقې)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست په يادونې د زده-کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په شکل کې څو رنګونه وينئ؟ • د ابي او نارنجي رنګ ترکيب کوم رنګ دی؟ • ستاسو په نظر ژېړ رنګ دکومو رنګونو له ترکيبه جوړېږي؟ • د 5 او 2 عددونو ترکيب کوم عددونه دي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- د لوست بهير او فعاليت (28) دقيقې:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وويشئ، د درسي کتاب 311 مخ فعاليت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعاليت سرته ورسوي، د فعاليت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې تاسو موضوع داسې تشريح کړئ:

ځينې وخت د بېلابېلو شيانو، اجزاوو، امکاناتو او شکلونو ترتيبول په مطلوب شکل هم د ترتيب او هم د ترکيب له لارې کيدای شي، مثلاً د بېلابېلو ګلانو ګډون د زينتي ساحې لپاره، د بېلابېلو ګلانو غوره کول، د بېلابېلو هوادونو د بيرغونو اېښودل داسې چې خپل لازم موقعيت ولري او داسې نور مثالونه، خو بياهم ترکيب له ترتيب سره توپير لري، موږ ترکيب داسې تعريفوو: د عددونو، شيانو يا اجزاوو داسې ګروپبندي ده چې په هغو کې سلسلهٔ مراتب او نوبت نه مراعات کېږي، يا په بل عبارت له n شيانو څخه r داسې چې $0 \le r \le n$ شيانو ټاکل چې د ټاکلو ترتيب په کې په پام کې نه وي نيول شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

او فرمول يې $C_r^n = \binom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ دی.

د لاندې پوهې لپاره تاسو ورته د کتاب 312 مخ لومړی مثال پر تخته حل کړئ.

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره يو داوطلب(چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 312 مخ دويم مثال پر تخته حل کړي، په عين وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچوکې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او همکاري وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. څوک ترکيب تعريفولای شي؟
2. ترکيب له ترتيب سره څه توپير لري؟
3. د ترکيب $C_2^6 = \binom{6}{2}$ حاصل له کوم عدد سره مساوي کېږي؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی د ترکيب اهميت په دې کې دی چې د څېړنو لپاره د نمونو(*sample*) غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د عددونو له يوې مجموعې څخه تول عددونه په نمونه کې ځای ونيسي او برعکس د بېلابېلو افرادو يا شيانو څخه يو جمعيت يا نفوس(*papulation*) ترکيب شي، نو ځکه دا دوه اړخيز اهميت لري. په احتمالاتو کې مورږ هم د جمعيت(نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعريف لرو: نفوس د هغوشيانو، افرادو، پېښو يا امکاناتو څخه عبارت دی چې مجموعه يې ګډ خصوصيات لري. اوس څو مثالونه چې د ترکيب د بحث اړوند دي په پام کې نيسو.

غواړو وښيو چې د هر $k \geq 1$ څخه $\dfrac{k}{n}\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1}$ دی.

ثبوت:

$$\frac{k}{n}\left[\frac{n!}{k!(n-k)!}\right] = \frac{k}{n}\left[\frac{n(n-1)!}{k(k-1)!(n-k)!}\right] = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \quad \ldots *$$

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-k+1)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \quad \ldots **$$

$$*,** \Rightarrow \frac{k}{n}\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1}$$

همدارنګه غواړو ثبوت کړو چې $(k+1)\binom{n}{k+1} = (n-k)\binom{n}{k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت:

$$(k+1)\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}=(k+1)\frac{n!}{(k+1)k!(n-k-1)!}=\frac{n!}{k!(n-k-1)!}=\frac{(n-k)n!}{k!(n-k)(n-k-1)!}$$

$$=(n-k)\frac{n!}{k!(n-k)!}=(n-k)\binom{n}{k}\ \Rightarrow\ (k+1)\binom{n}{k+1}=(n-k)\binom{n}{k}$$

$$\Rightarrow\ (k+1)!\binom{n}{k+1}=(n-k)\binom{n}{k}$$

9- **د تمرين او پوښتنو ځوابونه**:

1- که چيرې په يوه ازموينه کې له 10 پوښتنو څخه 7 پوښتنو ته ځوابونه مطلوب وي، په څو ډوله کولای شو چې له 10 پوښتنو څخه 7 پوښتنې د حل لپاره وټاکو ؟

حل څرنگه چې له لس پوښتنو څخه 7 پوښتنو ته ځواب مطلوب دی، له دې څخه معلومېږي چې د انتخاب ترتيب په نظر کې نه دی، له دې امله دا پوښتنه د ترکيب په طريقه حلېږي.

$$C_r^n=\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C_7^{10}=\frac{10!}{7!(10-7)!}=\frac{10!}{7!3!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7!}{7!\cdot3\cdot2\cdot1}$$

$$C_7^{10}=10\cdot3\cdot4=120$$

2- په يوه مستوي کې پنځه ټکي چې په يوه کرښه پراته نه دي، په پام کې ونيسئ د دې ټکو په نښه کولو سره په څو ډوله مثلث جوړولای شو.

حل دا پوښتنه د ترکيب په طريقه حلېږي، ځکه چې په همدې کې د انتخاب ترتيب په هغو کې په پام کې نه دی نيول شوی څرنگه چې مثلث له دريو ټکو څخه تېرېږي،نو:

$$C_3^5=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5\cdot4\cdot3!}{3!2!}=\frac{5\cdot4\cdot3!}{3!\cdot2\cdot1}$$

$$C_3^5=5\cdot2=10$$

يعنې په 10 ډوله کولای شو چې له ټکو څخه مثلثونه جوړ کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- که چيرې $P(n,2)-C_2^n=36$ سره وي، د n قيمت پيدا کړئ؟

حل

$$P(n,2)=\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$C_2^n=\frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$P(n,2)-C_2^n=\frac{n!}{(n-2)!}-\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{2!n!-n!}{2!(n-2)!}=\frac{n!(2!-1!)}{2!(n-2)!}=\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!}=36$$

$$=\frac{n(n-1)}{2}=36/\cdot 2$$

$$\Rightarrow\ P(n,2)-C_2^n=n^2-n=72$$

$$\Rightarrow\ n^2-n-72=0\ \ \Rightarrow\ \Delta=1^2-4(1)(-72)$$

$$\Delta=1+288=289$$

$$\sqrt{\Delta}=\pm 17$$

$$n_1=\frac{1+17}{2}=\frac{18}{2}=9\quad,\quad n_2=\frac{1-17}{2}=\frac{-16}{2}=-8$$

څرنگه چې n منفي قيمت نه شي اخيستلای، نو $n=9$ دی.

ميزان:

$$P(n,2)-C_2^n=36$$

$$P(9,2)-C_2^9=36$$

$$P(9,2)=\frac{9!}{(9-2)!}=\frac{9!}{7!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7!}{7!}=9\cdot 8=72$$

$$C_2^9=\binom{9}{2}=\frac{9!}{2!(9-2)!}=\frac{9!}{2!7!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7!}{2\cdot 1\cdot 7!}=9\cdot 4=36$$

$$P(9,2)-C_2^9=72-36=36$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات

تبدیل(Variation)

د درسي کتاب (313-316) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د تبدیل په مفهوم پوه شي. • د تبدیل اړوند مثالونه حل کړای شي. • د تبدیل د موضوع په اړه ورځنی ستونزې حل او په ځان باورمن شي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډلهییز او یوکسیزکار... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح**(5 دقیقې)	ښاغلی ښوونکی لـه سلام او احـوال پوښـتنې څخـه وروسـته د زده‌کوونکو پـام تېر لوسـت تـه راواړوئ او د کتاب د ورودي برخې په اړه داسې وپوښتئ: • د چارټ په شکل کې څه شی وینئ واضح یې کړئ. • ستاسو په نظر تبدیل له ترکیب سره څه توپیر لري؟ • له $\{a,b,c,d,e\}$ تورو څخه څو درې حرفي کلمې جوړیدای شي؟ کوښـښ وکـړئ چـې ځوابونـه لـه زده‌کوونکـو څخـه پـه لاس راوړئ، د سـتونزو پـه صـورت کـې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ، د درسي کتاب د 313 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبـرو او بحـث وروسـته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې څارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړی په پای کې د یوې یـا دوو ډلو اسـتازي دې خپـل سـرته رسـولی فعالیـت نـورو تـه د یـوه مثـال پـه ورکولـو سـره توضـیح کـړي، کـه کـومې تېروتنـې وي، کوښښ وکړي، تېروتنې یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړی. بیا وروسته تاسې داسې د تبدیل تعریف وکړئ:

له n متمایزو شیانو څخه د k شیانو ټاکل داسې چې $k \le n$ وي او د ټاکلو ترتیـب یـې پـه پـام کـې وي، لـه تبـدیل څخـه عبـارت دی او په $V_k^n = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ فارمول سره، ښودل کېږي، یا په بل عبـارت د عـددونو، شـیانو او اجـزاوو داسـې تنظیمـول دي چې د نوبت سلسله په کې رعایت شي، د موضوع د لاښه پوهاوی لپاره د درسي کتـاب د 313 مـخ مثالـه پـر تختـه حل کـړئ او گـام پـه گام د تبدیل فرمول وریاندې تطبیق کړئ او لازم توضیحات ورکړئ په پای کـې یـو داوطلـب زده‌کـوونکی تختـې تـه راوغـواړئ او ورته وواياست چې د پوهنتون له کلمې څخه څو درې حرفي کلمې پرته له تکراري توري څخه جوړیدای شي؟

د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

6- **د زده کړې تحکيم**: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره يو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکي تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 314 مخ مثال پر تخته حل کړي، په عين وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته قضيه حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پايلې ارزونه**: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. د تبديل او ترکيب ترمنځ څه توپير وجود لري؟
2. $V(5,2)=V_2^5$ له کوم عدد سره مساوي دی؟
3. په څو مختلفو ډولونو کولای شو 5 تنه محصلين له يوه 17 کسيز ټولګي څخه يوه پنځه ځانګيزه کورس ته نوم ليکنه وکړو؟

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی تبديل نه يوازې د پلټونو په تبديل، نسل ګيری، د بوټو د تنظيم، د يو شمېر عملياتو، او به لګولو او نورو په هکله د ګټې وړ دی، بلکې په ورزشي، سياسي، کلتوري، ګڼ شمېر مسائلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظيمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلاً د هېواد د 34 ولايتونو ورزشي ټيمونه څو څو ځله يو له بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لوبې بايد ورته تنظيم شي، يا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکيلانو، بهر ته د تلونکو هياتونو د تبديل په جوړولو، په نړېوالو غونډو کې د هېوادونو د بېرغونو اېښودلو شکل، د لويو غونډو لپاره د هر هېواد يا د هيات هر غړي ته يوه ورځ د رياست مشرې سپارل او نورو مسائلو کې هم ډېر کارول کېږي.

د موضوع د لاښه وضاحت لپاره لاندې مثال په پام کې نيسو.

فرضوو چې د يو روغتون رئيس غواړي له 5 تنو ډاکټرانو څخه درې تنه ډاکټران داسې وټاکي چې تر ټولو ښه او لايق وي، نو د روغتون رئيس د 5 تنو څخه به لومړی ډاکټر د څلور تنو څخه به دويم ډاکټر او له درې تنو څخه دريم تن وټاکي، نو دلته 60 لارې(طريقې) شتون لري، ترڅو درې تنه ډاکټران له 5 تنو ډاکټرانو څخه وټاکل شي. دا 60 طريقې ددې فورمول په واسطه محاسبه کولای شو:

حل:

$$V_k^n = V(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$V_3^5 = V(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2!}{2!} = 5\cdot 4\cdot 3 = 60$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

1. د فوټبال په یوه سیالۍ کې 12 ټیمونه ګډون لري، په څو ډوله کولای شو ګټونکي لومړی، دویم او دریم مقام ته وټاکو.

حل پورتنی پوښتنه په تبدیل پورې اړه لري، ځکه چې په هغه کې د انتخاب ترتیب په پام کې دی:

لومړی مقام	دویم مقام	دریم مقام
↓	↓	↓
12	11	10

$$N = 12\cdot 11\cdot 10 = 12\cdot 110 = 1320$$

له فورمول څخه هم همدغه ځواب لاسته راځي:

$$V_3^{12} = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9!}{9!} = 12\cdot 11\cdot 10 = 1320$$

2. د یوولسم ټولګي له 20 تنو زده‌کوونکو څخه په څو ډوله دوه تنه، د ټولګي د استازي او د استازي د مشرمرستیال په توګه ټاکلی شو.

حل

استازي	د استازي مشر مرستیال
↓	↓
20	19

$$N = 20\cdot 19 = 380$$

یا د فورمول څخه هم په لاس راځي:

$$V_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20\cdot 19\cdot 18!}{18!} = 20\cdot 19 = 380$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{array}{c}
1 \\
1 \quad 1 \\
1 \quad 2 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1
\end{array}
$$

نهم څپرکی: احتمالات

د بېنوم قضیه

د درسي کتاب (317-318) مخونه

د لوست وخت: (یو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنیزه** - **مهارتي** - **ذهنیتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د بینوم د قضیې په مفهوم پوه شي. • د بینوم د قضیې په مرسته د $(a \pm b)^n$ مطابقت ته پراختیا ورکړای شي. • د پورته پوهې او مهارت په درلودلو سره په ځان باور پیدا کړي او په ورځني ژوند کې ترې کار واخلي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ییزکار او یو کسیز... .
3- **مرستندویه مواد**:	د اړتیا وړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضیح** (5 **دقیقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته د تېر لوست لنډه یادونه وکړئ او د زده‌کوونکو پام دکتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په مخامخ شکل کې عددونه په کوم ترتیب تنظیم شوي دي؟ • د څلورمې لیکې عددونه کوم دي؟ • د $(a+b)^3$ مطابقت ضریبونه په لاس راوړئ. کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړئ، ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهیر او فعالیت** (28) **دقیقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو وویشئ د درسي کتاب 317 مخ فعالیت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعالیت سرته ورسوي، د فعالیت د سرته رسولو په وخت کې ځارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ، په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولی فعالیت نورو ته توضیح کړي، که کومې ډلې تېروتنې کړې وي، کوښښ وکړی تېروتنه یې د یوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ. بیا وروسته تاسو موضوع داسې تشریح کړئ:

په یوه ناځایي تجربه کې چې دنمونې فضا غړي یې په مساوي احتمال په تجربه کې بیا بیا د تکرار وړ وي، د تجربې په n ځله تکرار کې د بینوم د انکشاف k - ام حد کې لاندې احتمال لري: $\binom{n}{k}P^k(1-P)^{n-k}$

پورتنی بینوم په $B(n,p,k)$ سره ښودل کېږي چې د برنولي د احتمال په نامه یادېږي او داسې $B(n,p,k)=\binom{n}{k}P^k(1-P)^{n-k}$ لیکل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دغه فورمول د هغې پېښې لپاره کارول کېږي چې له دوو حالتونو څخه خالي نه وي یا کامیابي یا ناکامي مثلاً د یوې سکې په غورځېدو کې که د خط راتګ مطلوب وي؛ نو دلته دوه حالتونه شتون لري یا به خط راشي یا به شېر.

او همدارنګه د یوې پیښې د پېښېدو احتمال P او د نه پېښېدو احتمال یې $q = 1 - p$ دی.

6- **د زده کړې تحکیم**: (7) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره یو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړي چې د درسي کتاب 318 مخ مثال پر تخته حل کړي، په عین وخت کې دې نور زده‌کوونکي په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

7- **د لوست د پایلې ارزونه**: (5) **دقیقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شی، چې ایا زده‌کوونکو لوست زده کړی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. کولای شو د هرې ناڅاپي تجربې نمونه‌یي فضا په داسې یوې نمونه‌یي فضا واړوو چې دوه غړي ولري؟
2. که چیرې د یوې نمونه‌یي فضا د یوه غړي د پېښېدو احتمال P وي، د بلې پیښې احتمال به یې څو وي؟
3. که چیرې دا ډول تجربې n ځلې تکرار شي، نو د $k-$ ام ځلې وړل په n ځلې تکرار کې یې احتمال پیدا کړئ.

8- **د ښوونکي لپاره اضافي معلومات**:

ښاغلی ښوونکی تراوسه مو د بینوم قضیې په هکله یو څه معلومات ترلاسه کړل، خو اوس غواړو پوه شو چې په احتمالاتو کې د بینوم له قضیې څخه د څه شي لپاره استفاده کېږي، دا موضوع په یوه مثال کې ښیو:

مثال: یوه دوه مخیزه سکه په پام کې ونیسئ، یوه مخ ته یې شېر نوم ورکړئ او بل مخ ته یې خط ووایې، که د H حرف له شېر څخه او T حرف له خط څخه نمایندګي وکړي د H او T د فریکونسي وېش چې د سکې د څلور ځلې غورځولو په واسطه منځ ته راځي، د بینوم د قضیې په کارولو سره یې محاسبه کوو.

$$(H+T)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$$

ددې مساوات ښی خوا د H او T د تورو توانونه د ترکیب له نوعیت څخه نمایندګي کوي، داسې چې ښي خوا د هر حد ضریبونه هغه فریکونسي ښیي، چې یو ترکیب مثلاً H^3 یا H^2 تکرارېږي، په دې ډول ویلای شو چې $H^3(H,H,H)$ په کې 4 ځلې تکرار شوی دی او د پایلو مجموع د سکې د غورځولو په عملیه کې مساوي په 16ده؛ یعنې د ټولو حدونو د ضریبونو مجموعه 16 کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

وښیئ چې:

$$\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\cdots+(-1)^n\binom{n}{n}=0 \qquad (I)$$

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n \qquad (II)$$

حلI: د I مساوات له ښي لورى څخه کيڼ لوري په لاس راوړو او همدارنگه د نيوټن له بينوم څخه کار اخلو؛ يعنې:

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\ \dots\ +\binom{n}{n}b^n$$

$$0=(1+(-1))^n=\binom{n}{0}1^n+\binom{n}{1}1^{n-1}(-1)+\binom{n}{2}1^{n-2}(-1)^2+\binom{n}{3}1^{n-3}(-1)^3+\ \dots\ +\binom{n}{n}(-1)^n$$

$$0=\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-\binom{n}{3}+\ \dots\ +(-1)^n\binom{n}{n}$$

حل II : پوهېږو چې $2=1+1$ کېږي؛ نو بيا هم د نيوټن له بينوم څخه کار اخلو او له ښى لورى کيڼ لورى په لاس راوړو:

$$2^n=(1+1)^n=\binom{n}{0}1^n+\binom{n}{1}1^{n-1}\cdot 1+\binom{n}{2}1^{n-2}\cdot 1^2+\binom{n}{3}^{n-3}\cdot 1^3+\ \dots\ +\binom{n}{n}1^n$$

$$2^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\ \dots\ +\binom{n}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی: احتمالات

دوه جمله‌يي احتمال

د درسي کتاب (319-322) مخونه

د لوست وخت: (يو درسي ساعت)

1- **د زده کړې موخې** - **پوهنيزه** - **مهارتي** - **ذهنيتي**	زده کوونکي به د لوست په پای کې وتوانېږي چې: • د دوه جمله‌يي احتمال په مفهوم پوه شي. • د دوه جمله‌يي احتمال په هکله اړوندې پوښتنې حل کړای شي. • له دوه جمله‌يي احتمال څخه په ورځني ژوند کې کار واخلي او ورڅخه خوښي ښکاره کړي.
2- **د زده کړې لارې**:	پوښتنه او ځواب، ډله‌ييزکار او يو کسيز... .
3- **مرستندويه مواد**:	د اړتياوړ مواد... .
4- **د ورودي برخې توضيح**(5 **دقيقې**)	ښاغلی ښوونکی له سلام او احوال پوښتنې څخه وروسته له تېر لوست څخه په يادونې سره د زده‌کوونکو پام د کتاب ورودي برخې ته راواړوئ او وپوښتئ: • په چارټ کې کوم شکلونه ګورئ؟ • که چيرې يوه سکه پورته واچول شي، کله چې سکه بېرته په ځمکه لوېږي، کوم مخ به يې پورته خواته راشي(شېر که خط)؟ • ايا د يوې سکې په اچولو سره به له شېر او خط راتلو څخه پرته کوم بل حالت راشي؟ کوښښ وکړئ چې ځوابونه له زده‌کوونکو څخه په لاس راوړی د ستونزو په صورت کې مرسته او لارښوونه وکړئ.

5- **د لوست بهير او فعاليت** (28) **دقيقې**:

ښاغلی ښوونکی زده‌کوونکي په مناسبو ډلو ووېشي د درسي کتاب 319 مخ فعاليت ورکړئ چې له خبرو او بحث وروسته فعاليت سرته ورسوي د فعاليت د سرته رسولو په وخت کې ځارنه او د ستونزو په صورت کې مرسته وکړئ په پای کې دې د هرې ډلې استازی خپل سرته رسولی فعاليت نورو ته د يوه مثال په ورکولو سره توضيح کړي، که کومې ډلې تېروتنې کړې وي، کوښښ وکړی چې تېروتنې يې د يوې بلې ډلې په واسطه اصلاح کړئ. بيا وروسته تاسو موضوع داسې تشريح کړئ:

کولای شو د هرې ناڅاپې تجربې نمونه‌يي فضا په داسې يوې نمونه‌يي فضا واړوو چې دوه غړي لري.

که چيرې د دا ډول نمونه‌يي فضا د يوه غړي احتمال P وي، نو هرومرو د بل حالت احتمال $q = 1 - p$ او ناکامې دي.

که چيرې دا ډول تجربې n ځلې تکرار شي، نو د k − ام ځلې ورل(بريالی کېدل) په n ځلې تکرار کې P او له n ځلې څخه پاتې حالتونه چې د بايللو او ماتې خوړلو احتمال يعنې $q = 1 - p$ دی.

په پورته فورمول کې: $P(k,n,p)$ په n ځلې تکرار کې k − ام ځلې ورل $= \binom{n}{k}P^k(1-p)^{n-k}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

P : د ناڅاپي پيښې د پېښېدو احتمال د نمونې په هر واحد کې

k : ناڅاپي مطلوبه پايله

n : د نمونې فضا شمېر

$\binom{n}{k}$ د مطلوبې پيښې ضريبونه چې مساوي دی په $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

وروسته تاسو د درسي کتاب 320 مخ لومړی مثال له فورمول څخه په کار اخېستنې سره د پوښتنې او ځواب په طريقه حل کړئ.

6- د زده کړې تحکيم: (7) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی د لوست د لا پوخوالي لپاره يو داوطلب (چې په خپله وغواړي) زده‌کوونکی تختې ته راوغواړئ چې د درسي کتاب 320 مخ دويم مثال په تخته حل کړي، په عين وخت کې دې نور زده‌کوونکي هم په خپلو کتابچو کې د کتاب له لېدو پرته حل کړي او په پای کې دې خپل حلونه د تختې له حل سره پرتله کړي. د ستونزو په صورت کې لارښوونه او مرسته وکړئ.

په پای کې داوطلب زده‌کوونکي په وارسره تختې ته راوغواړئ چې ددرسي کتاب د 320 او 321 مخونه دريم، څلورم او پنځم مثالونه پر تخته حل کړي، تېروتنې يې د نورو زده‌کوونکو په واسطه اصلاح کړئ له هغه پرته تاسو ورسره مرسته وکړئ.

7- د لوست د پايلې ارزونه: (5) **دقيقې**

ښاغلی ښوونکی ددې لپاره چې ډاډمن شي، چې ايا زده‌کوونکو لوست زده کړی دی او که نه؟ د لوست په اړوند له زده‌کوونکو څخه لاندې پوښتنې وکړئ او کوښښ وکړئ چې له زده‌کوونکو څخه سم ځوابونه ترلاسه کړئ:

1. که يوه سکه 5 ځلې واچول شي په دريم ځل کې يې د خط راتګ احتمال پيدا کړئ.
2. د دوه جمله‌يي احتمال فورمول وواياست او اجزاوې يې تشريح کړئ.
3. که يوه سکه 20 ځلې واچول شي، په 12 ام ځل کې يې د شېر راتګ احتمال څومره دی؟
4. دوه جمله‌يي احتمال په احتمالاتو کې د څو احتمالي پېښو لپاره په کار وړل کېږي؟

8- د ښوونکي لپاره اضافي معلومات:

ښاغلی ښوونکی د دوه جمله‌يي احتمال هره هغه رياضيکي افاده ده چې دوه حده ولري؛ يعنې هغه ناڅاپي پېښه چې د پېښېدو احتمال يې له دوو حالتونو څخه خالي نه وي، يا کاميابي او يا ناکامي په احتمالاتو کې دوه جمله‌يي احتمال هغه وخت کارول کېږي چې کله موږ دوې مشاهدې سره يو ځای ليکو په ځانګړي توګه د احتمالاتو په سنجش کې ډېر معمول دی، د لاښه وضاحت لپاره لاندې مثال په پام کې نيسو.

مثال: که چيرې په 6 دانو هګيو کې د څلورو چرګانو او دوو چرګو د راوتلو احتمال پيدا کړو، نو په 6 واړو کې د ښځينه چرګوړو احتمال داسې محاسبه کوو:

$$P(k,n,p)=\binom{n}{k}P^k(1-P)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}P^k(1-p)^{n-k}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$k=4$ تولې ناڅاپي پېښې

$n=6$ تولې هګۍ

$P=\frac{1}{2}$ د چرګ یا چرګې د وتلو احتمال یا په یوه هګۍ کې 50% د چرګې او 50% د چرګ احتمال:

$$P(4,6,\frac{1}{2})=\binom{6}{4}(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2=\frac{6!}{4!(6-4)!}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}=\frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}$$

$$P(4,6,\frac{1}{2})=\frac{6\cdot5\cdot4!}{4!\cdot2\cdot1}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}=\frac{15}{64}=0.23=23\%$$

یعنې له 6 هګیو څخه د ښځینه چرګوړی راوتل 23% امکان لري.

9- **د تمرین او پوښتنو ځوابونه**:

یوه سکه څو ځله غورځوو، د دې احتمال پیداکړي چې:

(i): په 4 ځله غورځېدو کې، 2 ځلې خط راشي.

(ii): په 6 ځله غورځېدو، 3 ځلې خط راشي

(iii): په 8 ځله غورځېدو کې، 4 ځلې خط راشي.

(iv): فکر وکړئ چې که سکه 2n ځلې وغورځول شي او n ځلې خط راشي، د n په ډېریدو، د p بدلون په څه ډول دی؟

حل (i): د درسي کتاب د 316 مخ د خط راتګ له فورمول څخه په کار اخېستنې سره لرو:

$$P\text{(خط راتګ)}=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$ د خط راتګ احتمال په $k-$ ام مرتبه کې

$$P(2)=\frac{\binom{4}{2}}{2^4}=\frac{\frac{4!}{2!(4-2)!}}{16}=\frac{\frac{4\cdot3\cdot2!}{2!\cdot2!}}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

حل (ii):

$$P\text{(3 ځلې خط راتګ)}=\frac{\binom{6}{3}}{2^6}=\frac{\frac{6!}{3!(6-3)!}}{64}=\frac{\frac{6!}{3!\,3!}}{64}=\frac{\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3\cdot2\cdot1\cdot3!}}{64}=\frac{20}{64}=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$$

په همدې ډول:

حل (iii):

$$P\text{(4 ځلې خط راتګ)}=\frac{\binom{8}{4}}{2^8}=\frac{\frac{8!}{4!\,4!}}{256}=\frac{\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot4!}}{256}=\frac{7\cdot2\cdot5}{256}=\frac{70}{256}=\frac{35}{128}$$

په عمومي توګه:

حل (iv):

$$P\text{(په }2n\text{ ځلې غورځېدو کې }n\text{ خط)}=\frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}=\frac{\binom{2n}{n}}{4^n}=\frac{\frac{(2n)!}{n!(2n-n)!}}{2^{2n}}=\frac{\frac{(2n)!}{n!\cdot n!}}{2^{2n}}$$

یعنې ددې احتمال چې په $2n$ ځلې غورځېدو کې n ځلې خط راشي عبارت دی له: $\frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم ټولګي د عمومي پوښتنو حل(څلور درسي ساعتونه)

1- د لاندې عددونو سټ په پام کې ونیسئ:

$$S=\{0,1,2,3,4,5,6\}$$

(i): په څو ډوله کولای شو له پورتنیو عددونو څخه 3 رقمي عددونه جوړ کړو.

(ii): ټول 3 رقمي جفت عددونه به څو وي؟

حل (i) : د درې رقمي عددونو د جوړولو لپاره درې تش ځایونه په پام کې نیولی شو، اوس د سلیز خانې د ډکولو لپاره د S په سټ کې له راکړل شوو عددونو څخه شپږ امکانه شتون لري، ځکه چې یو رقم یې صفر دی، چې د سلیز په خانه کې یې نه شو لیکلای، ځکه درې رقمي عدد په لاس نه راځي. څرنګه چې په نوموړي سټ کې ټول اووه عددونه دي او یو یې په سلیز خانه کې ټاکل شوی دی، نو د لسیز خانې لپاره هم شپږ امکانه موجود دي، له هغه وروسته د یویز خانې د ډکولو لپاره پنځه عددونه پاتې کېږي، ویلای شو چې د یویز خانې د ډکولو لپاره پنځه امکانه شته، چې په لاندې ډول لیکل شوي دي:

↓	↓	↓
6	6	5

$$6\cdot6\cdot5=36\cdot5=180$$

حل (ii) : د ټولو درې رقمي جُفتو عددونو د شمېر د پیدا کولو لپاره درې تش ځایونه په پام کې نیسو. له شرط سره سم لومړی د یویز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شته، یعنې د یویز خانه د $(0,2,4,6)$ هر یوه عدد په واسطه ډکولای شو. د لومړي جزء په ډول د لسیز خانې ډکولو لپاره شپږ امکانه شتون لري، نو د سلیز خانې د ډکولو لپاره پنځه عددونه پاتې کېږي، خو څرنګه چې صفر د سلیز په خانه کې نه شو لیکلای، ځکه درې رقمي عدد نه راکوي، نو له دې امله د سلیز خانې د ډکولو لپاره څلور امکانه شتون لري، چې په لاندې ډول ښودل شوي دي:

↓	↓	↓
4	6	4

$$4\cdot6\cdot4=24\cdot3=96$$

2- په څو ډوله 6 تنه زده‌کوونکي په یوه کتار کې څنګ په څنګ دریدلي شي؟

حل:

↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	2	3	4	5	6

$$N=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=30\cdot24=720$$

یعنې په 720 ډوله کولای شي په یوه کتار کې ودرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په څو ډوله ابوبکر، زبیر، یاسر، حنظله او خبیب کولای شي، په یوه کتار کې خوا په خوا د یو یادګاري تصویر د اخیستلو لپاره ودریږي؟

حل:

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

1 2 3 4 5

$$N = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 20\cdot6 = 120$$

یعنې ابوبکر، زبیر، یاسر، حنظله او خبیب کولای شي، د تصویر اخیستلو لپاره په یوه کتار کې په 120 ډوله ودریږي.

4- په څو ډولونو کولای شو چې 9 تنه په دریو 3 ګروپونو ووېشو؟

حل:

$$N_1 = C_3^9 = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!\,6!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6!}{3\cdot2\cdot1\cdot6!} = 3\cdot4\cdot7 = 12\cdot7 = 84$$

$$N_2 = C_3^6 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3\cdot2\cdot1\cdot3!} = 5\cdot4 = 20$$

$$N_3 = C_3^3 = \binom{3}{3} = 1$$

$$N = N_1\cdot N_2\cdot N_3 = 84\cdot20\cdot1 = 1680$$

یعنې کولای شو 9 تنه په 1680 ډوله په 3 ګروپونو باندې ووېشو.

5- د پاسکال د مثلث له مخې د $(a+b)^7$ انکشاف په لاس راوړئ؟

حل:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library