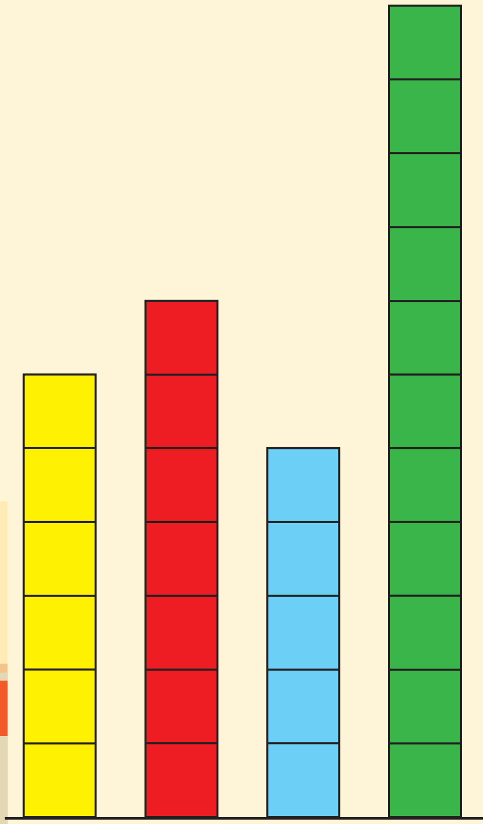
د پوهنې وزارت

رياضي

۸ ټولګی

۸ ټولګی



۱۳۹۸ هـ.ش

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هېواد به تل ځلیږي
په سینه کې د آسیا به
نوم د حق مو دی رهبر

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ایماق، هم پشه یان
لکه لمر پر شنه آسمان
لکه زړه وي جاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحيم

د ۸ ټولګی

رياضي

۱۳۹۸

هـ.ش

د کتاب ځانګړتیاوې

مضمون: ریاضي

مؤلفین: د تعلیمي نصاب د ریاضي دیپارټمنټ د درسي کتابونو مؤلفین

اډیټ کوونکي: د پښتو ژبې د اډیټ دیپارټمنټ غړي

ټولګی: اتم

د متن ژبه: پښتو

انکشاف ورکوونکی: د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تألیف لوی ریاست

خپروونکی: د پوهنې وزارت د اړیکو او عامه پوهاوي ریاست

د چاپ کال: ۱۳۹۸ هجري شمسي

د چاپ ځای: کابل

چاپخونه:

برېښنالیک پته: curriculum@moe.gov.af

د درسي کتابونو د چاپ، وېش او پلورلو حق د افغانستان اسلامي جمهوریت د پوهنې وزارت سره محفوظ دی. په بازار کې یې پلورل او پېرودل منع دي. له سرغړوونکو سره قانوني چلندکیږي.

د پوهنې د وزیر پیغام

اقرأ باسم ربک

د لوی او ښښونکي خدای ﷻ شکر په ځای کوو، چې موږ ته یې ژوند رابښلی، او د لوست او لیک له نعمت څخه یې برخمن کړي یو، او د الله تعالی پر وروستي پیغمبر محمد مصطفی ﷺ چې الهي لومړنی پیغام ورته (لوستل) و، درود وایو.

څرنګه چې ټولو ته ښکاره ده ۱۳۹۷ هجري لمریز کال د پوهنې د کال په نامه ونومول شو، له دې امله به د ګران هېواد ښوونیز نظام، د ژورو بدلونونو شاهد وي. ښوونکی، زده‌کوونکی، کتاب، ښوونځی، اداره او د والدینو شوراګانې د هېواد د پوهنیز نظام شپږګوني بنسټیز عناصر بلل کیږي، چې د هېواد د ښوونې او روزنې په پراختیا او پرمختیا کې مهم رول لري. په داسې مهم وخت کې د افغانستان د پوهنې وزارت د مشرتابه مقام، د هېواد په ښوونیز نظام کې د ودې او پراختیا په لور بنسټیزو بدلونونو ته ژمن دی.

له همدې امله د ښوونیز نصاب اصلاح او پراختیا، د پوهنې وزارت له مهمو لومړیتوبونو څخه دي. همدارنګه په ښوونځیو، مدرسو او ټولو دولتي او خصوصي ښوونیزو تأسیساتو کې، د درسي کتابونو محتوا، کیفیت او توزیع ته پاملرنه د پوهنې وزارت د چارو په سر کې ځای لري. موږ په دې باور یو، چې د باکیفیته درسي کتابونو له شتون پرته، د ښوونې او روزنې اساسي اهدافو ته رسېدلی نشو.

پورتنیو موخو ته د رسېدو او د اغېزناک ښوونیز نظام د رامنځته کولو لپاره، د راتلونکي نسل د روزونکو په توګه، د هېواد له ټولو زړه سواندو ښوونکو، استادانو او مسلکي مدیرانو څخه په درناوي هیله کوم، چې د هېواد بچیانو ته دې د درسي کتابونو په تدریس، او د محتوا په لېږدولو کې، هیڅ ډول هڅه او هاند ونه سپموي، او د یوه فعال او په دیني، ملي او انتقادي تفکر سمبال نسل په روزنه کې، زیار او کوښښ وکړي. هره ورځ د ژمنې په نوي کولو او د مسؤولیت په درک سره، په دې نیت لوست پیل کړي، چې د نن ورځې ګران زده‌کوونکي به سبا د یوه پرمختللي افغانستان معماران، او د ټولنې متمدن او ګټور اوسېدونکي وي.

همدا راز له خوږو زده کوونکو څخه، چې د هېواد ارزښتناکه پانګه ده، غوښتنه لرم، څو له هر فرصت څخه ګټه پورته کړي، او د زده کړې په پروسه کې د ځیرکو او فعالو ګډونوالو په توګه، او ښوونکو ته په درناوي سره، له تدریس څخه ښه او اغېزناکه استفاده وکړي.

په پای کې د ښوونې او روزنې له ټولو پوهانو او د ښوونیز نصاب له مسلکي همکارانو څخه، چې د دې کتاب په لیکلو او چمتو کولو کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې کړې دي، مننه کوم، او د لوی خدای ﷻ له دربار څخه دوی ته په دې سپېڅلې او انسان جوړوونکې هڅې کې بریا غواړم.

د معیاري او پرمختللي ښوونیز نظام او د داسې ودان افغانستان په هیله چې وګړي یې خپلواک، پوه او سوکاله وي.

د پوهنې وزیر

دکتور محمد میرویس بلخي

فهرست

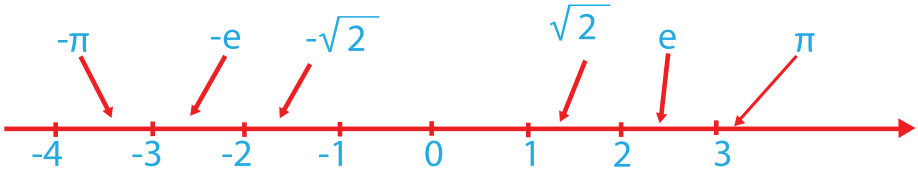
سرليکونه	مخونه
لومړی فصل (حقيقي عددونه)	**۱**
د حقيقي عددونو مفهوم، د حقيقي عددونو خواص	۳
د تقريبي دويم جذر د پيداکولو عمومي طريقه، د اوسط په طريقه د دويم جذر تقريبي قيمت، د اعشاريه لرونکو عددونو دويم جذر	۱۱
د جذري عددونو جمع، تفريق، ضرب او تقسيم	۱۹
د توان لرونکو عددونو قوانين	۲۳
کسري توانونه او قوانين يې	۲۹
دويم فصل (مالي محاسبې)	**۳۷**
نسبت، په متناسبو اجزاوو باندې ويشل	۳۹
تناسب، د تناسب خواص، د تناسب ډولونه، مرکب تناسب	٤۳
فيصد، احديت يا واحد، تخفيف	٥٥
ساده او مرکبه ربح	٦۱
دريم فصل مشابهتونه	**٦٧**
ورته(مشابه) شکلونه، ورته (متشابه) مضلع ګانې	٦۹
موازي خطونه، د تالس قضيه	۷۳
په مثلث کې د تالس قضيه، د مثلثونو د ورته والي حالتونه	۷۷
څلورم فصل تناظر	**۸۹**
د تناظر مفهوم، محوري تناظر، مرکزي تناظر	۹۱
پنځم فصل د مثلث قضيې	**۹۹**
د متساوي الساقين د مثلث قضيې، د فيثاغورث قضيه	۱۰۱
د فيثاغورث د قضيې معکوس (سرچپه)	۱۰۹
د قايم الزاويه مثلث قضيې، په قايم الزاويه مثلث کې د 30° او 60° زاويو لپاره قضيې	۱۱۱
ناصف الزاويه، د مثلث د داخلي زاويو ناصفونه، په يوه مثلث کې عمودي ناصف	۱۱۹
د مثلث ارتفاع ګانې، د مثلث مياني	۱۲۷

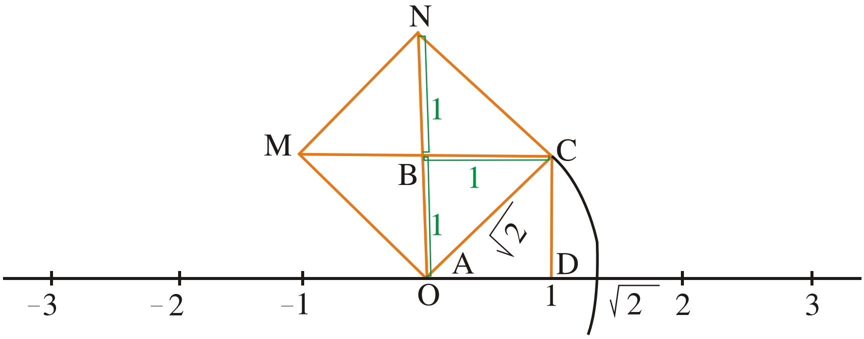
سرلیکونه	مخونه

شپږم فصل مساحت او حجمونه	**۱۳۵**
د مکعب مستطیل مساحت او حجم	۱۳۷
د منشور مساحت او حجم، د استوانې مساحت او حجم	۱۴۱
د هرم مساحت او حجم	۱۴۵
د مخروط مساحت او حجم، د کرې مساحت او حجم	۱۴۹
اووم فصل الجبري افادې	**۱۵۷**
د متحول مفهوم، الجبري افادې، د الجبري افادو ساده کول	۱۵۹
د یوه حده افادو ضرب، د یو حده افادو وېش، د الجبري افادو ضرب	۱۶۵
مطابقتونه، د دوه حده افادو د جمعې او تفاضل مربع، د الجبري افادو تجزیه	۱۷۱
اتم فصل معادلې	**۱۸۱**
د معادلې مفهوم، په معادله کې د جمعې او تفریق عملیې، په معادله کې د ضرب او وېش عملیې	۱۸۳
لومړۍ درجه یو مجهوله عمومي معادله، معادلې معادلې، د معادلو تشکیلول (جوړښت)	۱۸۹
نهم فصل رابطه او تابع	**۱۹۹**
ټکې په مستوي کې، د یوه ټکي مختصات په مستوي کې، مجهول او متحول	۲۰۱
رابطه، خطي رابطه، د خطي رابطو جوړښت، تابع	۲۰۹
لسم فصل احصائیه	**۲۱۹**
د منفصلې ډېټا د کثرت جدول، د کثرت د جدول د اجزاوو خاصیتونه	۲۲۱
ډله ییز (تجمعي) کثرت	۲۲۵
نسبي کثرت، میله یي ګراف، د منکسري کرښې ګراف	۲۲۷
د منفصلې ډېټا اوسط، د جدول په مرسته د متصلې ډېټا اوسط	۲۳۳
یوولسم فصل احتمال	**۲۴۱**
نسبي کثرت او احتمال	۲۴۳
په نمونه یي فضا کې برابر او نا برابر چانس	۲۴۵
د یوې نمونه یي فضا ناخاپې پېښه، د احتمال قاعدې	۲۴۷
ونه ییز (شجریي) دیاګرام، د مسیر لومړۍ قاعده (د ضرب حاصل)	۲۵۱

لومړی فصل

حقیقي عددونه

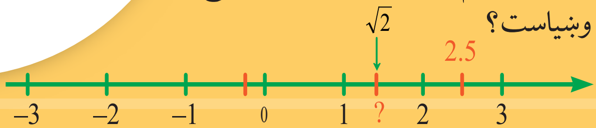




N
M
C
B
A
D
O
1
1
1
$\sqrt{2}$
−3
−2
−1
1
$\sqrt{2}$
2
3

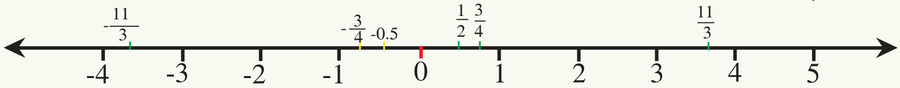
د حقيقي عددونو مفهوم

کولای شئ ټول نسبتي عددونه د عددي محور پر مخ باندې وښیاست، لکه په لاندې شکل کې چې د عددي محور پر مخ یو شمېر نسبتي عددونه ښودل شوي دي. آیا کولای شئ چې د $\sqrt{2}$ په ډول عدد هم د عددونو د محور پر مخ وښیاست؟



آیا ناطق عددونه مو پېژندلي دي؟

د اووم ټولګي او عددي محور په پام کې نیولو سره وېلای شو چې هر ناطق (نسبتي) عدد د عددونو د محور پر مخ باندې یوازې د یوې نقطې په واسطه ښودل کېدای شي، لکه لاندې شکل چې یو شمېر نسبتي عددونه د هغه پر مخ باندې ښودل شوي دي.



داسې نور عددونه هم شته چې تر اوسه پورې د محور پر مخ باندې ښودل شوي نه دي یا په بل عبارت یوازې نسبتي عددونه نشي کولای د عددونو د محور ټولې نقطې وښيي یعنې د عددي محور پر مخ باندې د نسبتي عددونو په منځ کې د داسې عددونو لپاره ډېر تش ځایونه شته چې هغه نسبتي یا ناطق عددونه، نه دي چې د همدې عددونو په واسطه د عددونو محور ډکېږي؟

فعالیت

• د لاندې عددونو دویم جذر پیدا کړئ:

عدد	25	16	2	100	4	$\frac{9}{4}$
دویم جذر				10		

• په پورته فعالیت کې د کوم عدد دویم جذر پیدا کول تاسو ته ستونزمنه ده؟

• آیا کولای شئ یو ناطق عدد پیدا کړئ چې په خپل ځان کې ضرب او د ضرب حاصل یې 2 عدد شي.

• مخامخ جدول ډک کړئ.

عدد	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
د عدد مربع	1					2.25

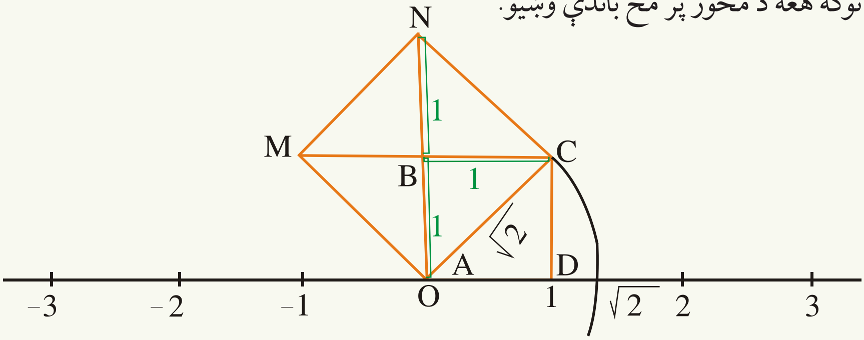
• د 2 عدد جذرالمربع د کومو دوو عددونو ترمنځ ده؟

• د 2 د عدد جذرالمربع د پیدا کولو نژدې قیمت ته د زیات پام لپاره لاندې جدول بشپړ کړئ:

عدد	1.40	1.41	1.42	1.43
د عدد مربع		1.9881		

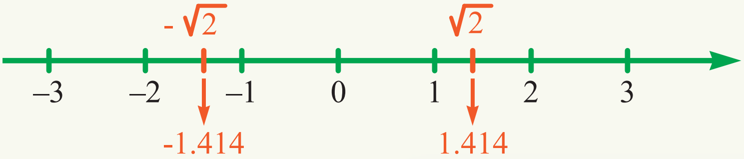
د پورته جدول په لیدو سره وواياست چې د 2 د عدد جذرالمربع د کومو دوو عددونو تر منځ پرته ده؟ د لومړۍ کرښې عددونه داسې عددونه دي چې د هغو په منځ کې د 2 د عدد جذرالمربع د شتون گومان پرې کېدای شي. هر څومره چې د جدول د لومړۍ کرښې عددونه یو بل ته نژدې وټاکل شي بیا هم په دویمه کرښه کې د 2 عدد نه لیدل کېږي او د 2 جذرالمربع نه پیدا کیږي. یعنې داسې ناطق عدد چې له $\sqrt{2}$ سره مساوي وي، پیدا کولای نشو، نو د عددونو یو نوی سټ شته چې د غیر ناطق (گونگ) عددونو له سټ څخه عبارت دی د غیر ناطق عددونو سټ په Q' سره ښیو، لکه: $\sqrt{7}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ او داسې نور.

سره له دې چې د $\sqrt{2}$ ناطق عدد نه دی کولای شو د هندسي ښوونې په کارولو سره په لاندې توگه هغه د محور پر مخ باندې وښیو.



په شکل کې لیدل کیږي د ABCD کوچنی مربع چې د ضلعو اوږد والی یې یو واحد دی په دوو قایم الزاویه مثلثونو ویشل شوي چې د ټولې کوچنی مربع مساحت یې یو واحد مربع دی.

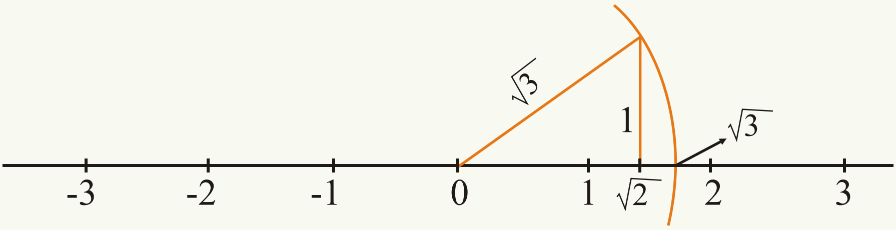
همدارنګه د AMNC د لويې مربع په شکل کې وينئ چې مساحت يې نسبتABCD کوچنی مربع ته زيات او 2 واحد مربع ده. له دې امله د مربع د مساحت د فارمول له مخې پوهيږو چې د لويې مربع د هرې ضلعې اوږدوالی له $\sqrt{2}$ واحد سره مساوي دی.
که چيرې د O ټکی مرکز ونيسو او د $\sqrt{2}$ په شعاع چې د يوې مربع يوه ضلع ده، يو قوس رسم کړو، تر څو د عددونو محور قطع کړي، د عددونو له محور سره د تقاطع نقطه د $\sqrt{2}$ ځای د عددونو د محور پر مخ باندې ټاکي.
څرنګه چې ناطق عددونه، جمعي معکوس عددونه لري غير ناطق عددونه هم جمعي معکوس عددونه لري. د بېلګې په توګه د $\sqrt{2}$ جمعي معکوس $-\sqrt{2}$ دی چې د عددونو پر محور د صفر کيڼې خوا ته ښودل شوی دی.
نو ويلی شو چې د عددونو هره نقطه له يوه حقيقي عدد سره او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يوې نقطې سره مطابقت کوي.



تعريف

د ناطق او غيرناطق عددونو يووالی (اتحاد) د حقيقي عددونو د سټ په نامه يادېږي او د حقيقي عددونو سټ په IR سره ښودل کېږي.

مثال: $\sqrt{3}$ د عددونو پر محور وښياست.
حل: د $\sqrt{2}$ له نقطې څخه د يوه واحد په اندازه پورته يو ټکی په نښه کوو او لاس ته راغلی ټکی له O سره نښلوو د (O) نقطه مرکز نيسو. يو قوس رسموو چې د عددونو محور قطع کړي. لاس ته راغلې نقطه د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{3}$ ځای ټاکي.



تمرين

1- دلاندې عددونو څخه کوم یو یې غیر ناطق دئ:

a) $\sqrt{16}$, b) $-\sqrt{5}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\sqrt{37}$

2- درې ناطق عددونه او درې غیر ناطق عددونه ولیکئ.

3- د $\sqrt{15}$ په اړه څه ډول فکر کوې ناطق دی؟ او که غیر ناطق؟

4- د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{5}$ او $1+\sqrt{2}$ ځایونه وښیاست.

5- د $8+2\sqrt{2}$ او $3+\sqrt{4}$ په عددي افادو کې کومه یوه ناطقه او کومه یوه یې غیر ناطقه ده.

6- د $\sqrt{36}, \sqrt{31}, \sqrt{5}$ او $\sqrt{144}$ په اړه څه فکر کوئ ناطق دي او که غیر ناطق؟

آیا حقیقي عددونه د بدلون (تبدیلي)، یووالي (اتحادي) او توزیعي خاصیتونه لري؟

د حقیقي عددونو خواص

$$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\left(\sqrt{2}\times\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{2}\times\sqrt{5}\right)$$

$$\sqrt{2}+\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}$$

?

- آ یا په حقیقي عددونو کې د تبدیلی، اتحادی او توزیعي خاصیتونه شتون لري؟

فعالیت

- د جدول له مخې لاندې قیمتونه پیدا کړئ.

عدد	تقریبي قیمت
$\sqrt{2}$	1.41
$\sqrt{3}$	1.73
$\sqrt{5}$	2.23

$\sqrt{3}+\sqrt{2}=?$ $\quad$ $\sqrt{2}+\sqrt{3}=?$

$2+\sqrt{2}=?$ $\quad$ $\sqrt{2}+2=?$

$\sqrt{1}+\sqrt{3}=?$ $\quad$ $\sqrt{3}+\sqrt{1}=?$

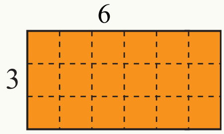
$1+\sqrt{3}=?$ $\quad$ $\sqrt{3}+1=?$

آیا د جمعې د عملې تبدیلي خاصیت د حقیقي عددونو په سټ کې صدق کوي او کنه.

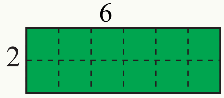
له پورتني فعالیت څخه داسې پایله په لاس راځي چې د a او b هر حقیقي عدد لپاره لیکلای شو:
$a+b=b+a$

پوښتنه: حقیقي عددونه د ضرب په عملیه کې د بدلون خاصیت لري؟
په خو مثالونو کې یې څرګند کړئ.

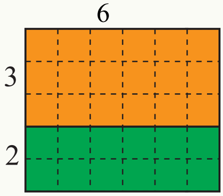
فعالیت



• د 6 واحد په اوږدوالی او 3 واحد په سور يو مستطيل رسم کړئ،
د دې مستطيل مساحت څومره دی؟



• يو بل مستطيل رسم کړئ چې اوږدوالی يې 6 او سوريې 2 واحده
وي، ددې مستطيل مساحت څومره دی؟



• دا دوه مستطيلونه يو د بل څنګ ته کيږدئ. له دواړو مستطيلونو
څخه د جوړ شوي لوی مستطيل په لاس راغلی مساحت څومره دی؟
• د لوی مستطيل مساحت د دوو کوچنيو مستطيلونو له مساحت سره
څه اړيکه لري؟

$$6(3+2)=(6\cdot3)+(6\cdot2)$$

له پورته فعاليت څخه داسې پايله په لاس راځي، د b,a او c اختياري حقيقي عددونو لپاره
لرو: $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

دا خاصيت په جمعي باندې د ضرب د توزيعي خاصيت په نامه ياديږي.

مثال: د $\sqrt{3}\times(\sqrt{2}+\sqrt{5})$ افادې بڼې خوا د حقيقي عددونو د خاصيت له مخې وليکئ:

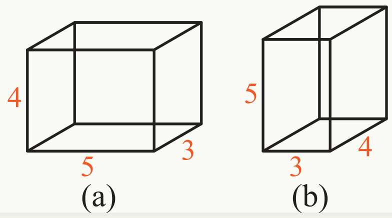
حل:

$$\sqrt{3}\times(\sqrt{2}+\sqrt{5})=(\sqrt{3}\times\sqrt{2})+(\sqrt{3}\times\sqrt{5})$$

فعالیت

مخامخ شکلونه په پام کې ونیسئ.

- د (a) په شکل کې د مکعب مستطیل حجم خومره دی؟
- د (b) په شکل کې مکعب مستطیل حجم څومره دی؟



له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي:

د b, a او c حقیقي عددونو لپاره لرو: $(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$

دا په ضرب کې د یووالي (اتحادي) خاصیت دی.

مثال: د حقیقي عددونو له خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د $\sqrt{2}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5})$ افادې بڼې خوا ولیکئ:

حل: $\sqrt{2}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5}) = (\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times\sqrt{5}$

آیا د حقیقي عددونو په جمع کې د یووالي خاصیت شته؟ په څو مثالونو کې یې څرګند کړئ.

یادونه

1- تاسو په یاد لرئ چې:

$a+0=0+a=a$

$a\times 1=1\times a=a$

پورته رابطه یا اړیکه د a د هر حقیقي عدد لپاره صدق کوي.

2- له دې وروسته د ضرب عملیې د (×) نښې په ځای د (·) نښه لیکو.

تمرين

لاندې هر يو مساوات په پام کې ونيسئ، اړوند خاصيتونه يې مخې ته وليکئ.

a – $\sqrt{5}(2+3)=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$ له کوم خاصيت څخه پيروي کوي؟.......

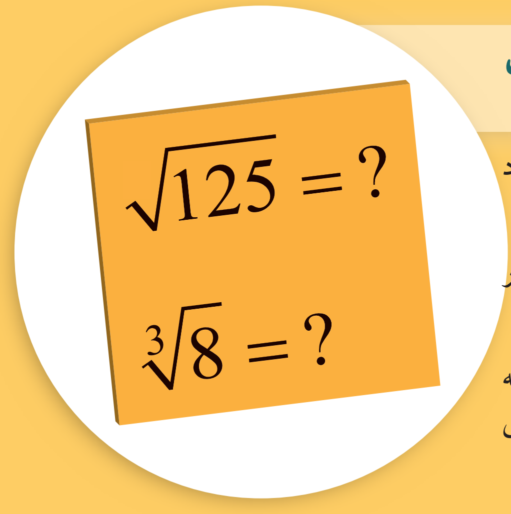
b – $\sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+\sqrt{5}$ له کوم خاصيت څخه پيروي کوي؟.......

c – $\sqrt{3}\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})=(\sqrt{3}\times\sqrt{2})\times\sqrt{3}$ له کوم خاصيت څخه پيروي کوي؟.......

d – $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ له کوم خاصيت څخه پيروي کوي؟.......

e – $\sqrt{3}+(\sqrt{5}+\sqrt{2})=(\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{2}$ له کوم خاصيت څخه پيروي کوي؟.......

د تقریبي دویم جذر د پیداکولو عمومي طریقه



تاسو د عددونو د مربع جذر پیداکول د تجزیې په طریقه باندې پوهېږئ.

آیا کولای شو د ټولو عددونو مربع جذر د تجزیې په طریقه پیداکړو؟

آیا د یوه عدد دریم جذر د تجزیې له طریقې پرته په کومه بله طریقه پیداکولای شئ؟

- د عددونو مربع جذر (دویم جذر) پیداکول مو د تجزیې په طریقه په یاد ده، مثلاً د $\sqrt{25}$ دویم جذر څو دئ.

- د عددونو دریم جذر په کومې طریقې پیداکولای شئ، مثلاً: $\sqrt[3]{27}$ څو دی؟

- د تجزیې له طریقې پرته د دویم جذر د پیداکولو لپاره کومه بله طریقه شته؟

-تاسو په اووم ټولګي کې د عددونو د دویم جذر د نیولو عمومي شکل، د هر مثبت عدد لپاره ولوستل د بیا یادونې لپاره لاندې مثالونه په پام کې نیسو:

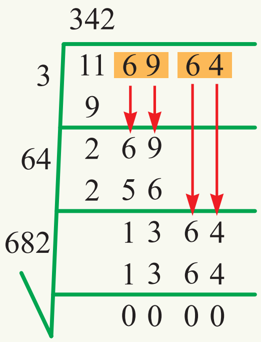
لومړی مثال: د 625 عدد دویم جذر پیدا کړو.
حل: د 625 عدد د جذر تر نښې لاندې لیکو:

```
          25
    ┌──────────
  2 │  6  25
    │  4
    ├──────────
 45 │  2 2 5
    │  2 2 5
  √ ├──────────
    │  0 0 0
```

په پایله کې: $\sqrt{625} = 25$

دويم مثال: د 116964 عدد دويم جذر پيدا کوو:

حل:



په پايله کې: $\sqrt{116964} = 342$

پوښتنه:

1- د دويم جذر د نيولو مرحلې تشريح کړئ.

2- د لاندې عددونو دويم جذر پيدا کړئ.

c) 1127   b) 5329   a) 1024

د c په جز کې مو وليدل چې د 1127 عدد مکمل دويم جذر نه لري.

آيا د عددونو تقريبي دويم جذر په عمومي شکل سره حسابولای شئ.

د يوه عدد د تقريبي دويم جذر د پيداکولو لپاره د عمومي طريقې څخه هم کار اخلو د دې لپاره چې وکولای شو تقريبي دويم جذر په لاس راوړو لاندې فعاليت سر ته رسوو:

فعاليت

	1.2	2.03	0.3	1.23	1.360
د عدد مربع	1.44	4.1209			

عدد

- د پورتني جدول له مخې د عدد د اعشاري رقمونو د شمېر او د هغه د مربع د اعشاري رقمونو د شمېر په منځ کې څه ډول اړيکه يا رابطه موجوده ده؟

• څرنګه کولای شو چې د یو مربع شوي عدد د اعشاري رقمونو د شمېر په درلودلو سره د نوموړي عدد د اعشاري رقمونو شمېر پیدا کړو؟

څرنګه چې په پورته فعالیت کې د یو عدد د دویم جذر د اعشاري رقمونو شمېر د همغه عدد د اعشاري رقمونو د شمېر د مربع نیمايي دی، له دې قاعدې څخه د تقریبي دویم جذر د نیولو لپاره کار اخلو.

لومړی مثال: غواړو چې د اعشاري تر یو رقم پورې د 1438 عدد دویم جذر حساب کړو

	37.9
3	14 38 . 00
	9
67	5 38
	4 69
749	69 00
	67 41
	1 59 پاتې

په پایله کې: $\sqrt{1438} \approx 37.9$

یوښتنه: آیا $1438 = 1438.00$ سره دي ولې، د 1438 عدد د دویم جذر د نیولو په وخت کې د 1438.00 په ډول لیکو.

دویم مثال: د اعشاري تر دویم رقم پورې د 2417 تقریبي دویم جذر پیدا کړئ.

	49.16
4	24 17 . 00 00
	16
89	8 17
	8 01
981	16 00
	9 81
9826	6 19 00
	5 89 56
	0 29 44 پاتې

په پایله کې: $\sqrt{2417} \approx 49.16$

په پورته مثالونو کې وينو چې د پاتې اعشاري رقمونو شمېر د اصلي عدد، د اعشاري رقمونو له شمېر سره مساوي دي چې غواړو د هغو دويم جذر پيدا کړو.

تمرين

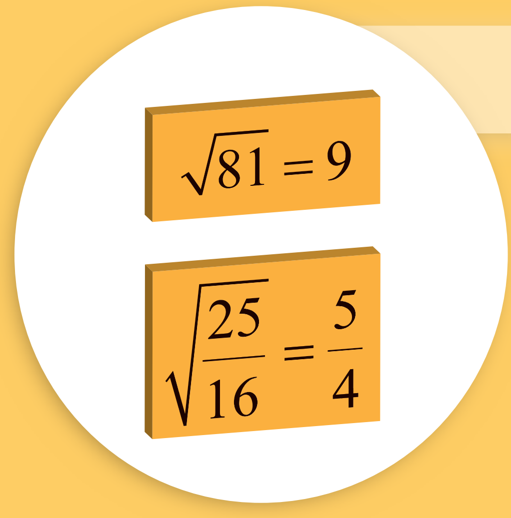
1- تر يوه رقم اعشاري پورې د لاندې عددونو دويم جذر پيدا کړئ:

a) 814　　b) 74　　c) 274

2- تر دوه رقمي اعشاري پورې د لاندې عددونو دويم جذر حساب کړئ:

a) 94752　　b) 5039　　c) 418

د اوسط په طریقه د دویم جذر تقریبي قیمت



-ویلای شئ چې د $\sqrt{81}$ څو دی؟

-ویلای شئ چې د $\sqrt{\frac{25}{16}}$ څو دی؟

تاسو پوهېږئ هر عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب لاس ته راغلی حاصل د لومړي عدد د مربع په نامه یادېږي، خو د ټولو مثبتو عددونو دویم جذر د کسري یا نسبتي عدد په ډول ښودلای نشو، لکه: $\sqrt{30}, \sqrt{10}, \sqrt{5}$

له دې امله د ځینو عددونو د دویم جذر قیمت په تقریبي ډول ښودل کېږي.

دلته غواړو د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت پیدا کړو.

پوښتنه: د 5 عدد، د کومو دوو عددونو د مربع په منځ کې دی؟

$\sqrt{5}$ د کومو دوو عددونو په منځ کې دی؟

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 دویم جذر د 2 او 3 په منځ کې دی کولای شو ووایو د 5 دویم جذر تقریباً د 2 او 3 په منځ کې له یو قیمت سره مساوي دی، یعنې: $\frac{2+3}{2} = 2.5$

د $\sqrt{5}$ د ښه دقیق قیمت پیدا کولو لپاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

مربع	د عدد
4	2
6.25	2.5
9	3

د $\sqrt{5}$ عدد د 2 او 2.5 په منځ کې قرار لري

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 عدد د 4 او 6,25 په منځ کې قرار لري کولای شو ووایو د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت د 2 او 2,5 په منځ کې له یو قیمت څخه عبارت دی، یعنې: $\frac{2+2.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$

مربع	د عدد
4	2
	اعداد
6.25	2.5

د پورتني جدول له مخې ویلای شئ چې د $\sqrt{5}$ د کومو دوو عددونو په منځ کې پروت دی؟ د

دې دوو لارو په کارولو سره ليدل کېږي چې د $\sqrt{5}$ تقريبي قيمت له 2.25 څخه عبارت دی

نو کولای شو وليکو چې: $\sqrt{5} \approx 2.25$

که چېرې پورتنی لارې بيابيا وکاروو، د $\sqrt{5}$ اصلي قيمت ته لا ډېر زيات نژدې کېږو.

په پايله کې کولای شو د عددونو تقريبي دويم جذر د پورتني طريقې په کارولو سره پيداکړو.

مثال: د $\sqrt{10}$ تقريبي دويم جذر پيدا کړئ.

حل: د پورتني طريقې په کارولو سره کېدای شي د $\sqrt{10}$ لومړني تقريبي قيمت د 4 او 3 عددونو په منځ کې وي

$$\frac{3+4}{2} = 3.5 \quad , \quad 3 < \sqrt{10} < 4 \quad , \quad 9 < 10 < 16$$

د پورته عملي لنډيز په لاندې جدول کې کتلای شو.

عدد	مربع
3	9
3.5	12.25
4	16

$\sqrt{10}$ د 3 او 3.5 په منځ کې

له پورته جدول څخه داسې پايله لاس ته راځي چې: $\sqrt{10} \approx 3.5$

د دې په پام کې نيولو سره چې د 10 عدد د 9 او 12,25 په منځ کې دی، کولای شو ووايو

چې د $\sqrt{10}$ تقريبي قيمت د 3 او 3,5 عددونو منځنې قيمت دی.

$$\frac{3+3.5}{2} = \frac{6.5}{2} = 3.25$$

د $\sqrt{10}$ د لا دقيق قيمت پيداکولو لپاره لاندې جدول په پام کې نيسو:

عدد	مربع
3	9
3.25	10.5625
3.5	12.25

د $\sqrt{10}$ د 3 او 3.25 په منځ کې

په پايله کې: $\sqrt{10} \approx 3.25$

تمرين

1- د لاندې هرې يوې غير تساوي سم والی وښياست.

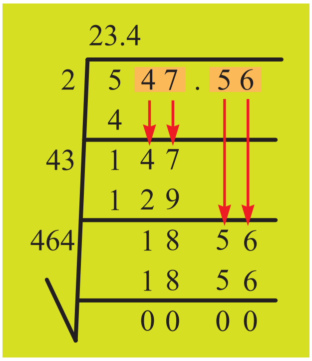
a) $3 < \sqrt{12} < 4$ b) $7.1 < \sqrt{15} < 7.2$

2-د اوسط طريقې په کارولو سره د لاندې عددونو تقريبي دويم جذر حساب کړئ.

a) 21 b) 12 c) 7

د اعشاریه لرونکو عددونو دویم جذر

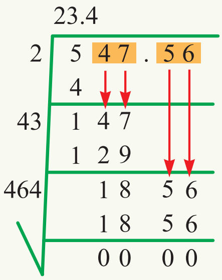
که چېرې یو عدد مربع کړو، د مربع کولو په صورت کې یې د اعشاري رقمونو شمېر جفت دی.
د اعشاریه لرونکو عددونو د دویم جذر د پیداکولو لپاره چې د اعشاري رقمونو شمېر یې تاق وي، څه باید وکړو؟



مثال: د 547.56 عدد دویم جذر محاسبه کړئ.

حل: د 547.56 عدد د دویم جذر د پیداکولو لپاره د نوموړی عدد صحیح برخه یې له ښي لورې څخه کیڼې لورې ته او اعشاري برخه یې برعکس له کیڼ لورې څخه ښي لورې ته دوه، دوه عددونه یا خانې رابیلوو او بیا د عمومي جذر نیولو د طریقې په کارولو سره د عدد دویم جذر په لاس راوړو.

په پایله کې: $\sqrt{547.56} = 23.4$



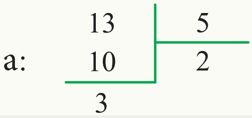
پوښتنه: ولې د 547.56 عدد په دویم جذر کې د اعشاري یوازې یو رقم لرو؟

- د 381.291 عدد څو اعشاري رقمونه لري؟
- د دې عدد د دویم جذر پیدا کولو لپاره په لومړني ګام کې څه باید وکړو؟
- د هغه دویم جذر پیدا کړئ:
- د دویم جذر له نیولو مخکې فکر وکړئ چې د دې عدد دویم جذر څو اعشاري رقمه لري؟
- د نیول شوي جذر پاتې باید څو اعشاري رقمونه ولري؟

په تیرو کې مو د څلورګونو عملیو د پوښتنو د سم حل لپاره، څواب ازمایلی دی. له دې امله د اعشاري جذر لرونکو عددونو دویم جذر لپاره هم دا عملیه سرته رسوو.

فعالیت

لاندې د تقسیم عملیې په پام کې ونیسئ. $5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$ ✓



b: $13 \div 5$: 13 − 5 = 8, quotient 1

$5 \times 1 + 8 = 5 + 8 = 13$ ✗

د a او b د عمليو په پام کې نيولو سره د تقسيم د عمليې د سموالي شرايط تشريح کړئ.

پوښتنه: څرنګه کولای شو ځان ډاډمن کړو چې د دوهم جذر د نيولو عمليه سمه ده؟

مثال: د 149 عدد دوهم جذر پيدا او سم والی يې و ازماوئ.

حل:

$$\sqrt{1\,49} = 12$$

1	1 49
	1
22	0 4 9
	4 4
	0 5

ازموينه: $(12\times 12)+5=144+5=149$

پوښتنه: ولې 12 په 12 کې ضربوو.

آيا د دوهم جذر د سموالي لپاره يوازې د دې عمليې سرته رسول بس دي؟

که چېرې زده کوونکي تېروتنه وکړي او د 149 د دوهم جذر (12) پرځای 11 په 11 کې ضرب او پاتې يعنې 28 له هغو سره جمع کړي له اصلي عدد سره مساوي کېږي، يعنې: $(11\times 11)+28=149$

آيا کولای شو چې 11 د سم ځواب په توګه ومنو؟

له پورته مثال څخه داسې پايله په لاس راځي چې د دوهم جذر عمليې د سموالي لپاره يو بل شرط هم لازم دی، يعنې: د 149 عدد د دوهم جذر دوه برابره (2×12)، جمع 1 له پاتې يعني 5 څخه لوی دی. يا $5<2\times 12+1$

پوښتنه: د پورته فعاليت په پام کې نيولو سره وښياست چې ولې د 11 ځواب سم نه دی؟

د دوهم جذر د آزمايلو لپاره بايد لاندې شرطونه په پام کې ونيول شي:

1- د دوهم جذر عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې بايد مساوي له اصلي عدد سره وي.

2- د يو عدد د دوهم جذر دوه برابره، جمع يو (1) له پاتې څخه بايد زيات وي.

تمرين

د لاندې عددونو دوهم جذر پيدا او وازموئ.

1) $\sqrt{780.81}=?$ 2) $\sqrt{6721}=?$ 3) $\sqrt{973}=?$ 4) $\sqrt{692.916}=?$

د جذري عددونو جمع او تفریق

$$2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-\sqrt{3}=?$$

$$x\sqrt[n]{a}\pm y\sqrt[n]{a}=?$$

تاسو پوهېږئ چې د نسبتي عددونو په سیټ کې کولای شو د هر a لپاره ولیکو:

$$3a+2a=(3+2)a=5a$$

$$3a-2a=(3-2)a=a$$

آیا کولای شئ، چې جذر لرونکي عددونه یو له بل سره جمع او تفریق کړئ؟

لاندې مساواتونه په پام کې ونیسئ.

$$2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2+4)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

$$2\times\sqrt{13}+3\times\sqrt{13}=(2+3)\times\sqrt{13}=5\times\sqrt{13}$$

د آسانتیا لپاره $5\times\sqrt{13}$ په ځای $5\sqrt{13}$ لیکو.

د جمعې د حاصل د پیدا کولو لپاره د حقیقي عددونو له خاصیت څخه کار اخلو.

پوښتنه: د حقیقي عددونو د تفریق لپاره د جمعې له طریقې څخه کار اخیستلای شو؟

فعالیت

په دویم مساواتو کې د 5 پر ځای(2-7) ولیکئ، پورته طریقې ته ورته محاسبه سرته ورسوئ.

د جذري عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کېدای شي چې تر جذر لاندې عدد او د جذر درجه یو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضریبونه یو له بل سره جمع او یا یې یو له بله تفریقوو.

په عمومي توګه:

$$x\sqrt[n]{a}\pm y\sqrt[n]{a}=(x\pm y)\sqrt[n]{a}$$

پوښتنه: ویلای شئ چې ورته یا مشابه جذرونه کوم دي؟آیا $\sqrt{10}$ او $\sqrt{5}$ سره مشابه دي؟

لومړی مثال: $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=?$

حل: څرنګه چې تر جذر لاندې عددونه او د جذرونو درجې یو له بل سره مساوي دي.

له دې امله:

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(2+5)\sqrt{3}=7\sqrt{3}$$

دویم مثال:

$$18\sqrt{12}-16\sqrt{12}=?$$

حل:

$$18\sqrt{12}-16\sqrt{12}=(18-16)\sqrt{12}=2\sqrt{12}$$

دریم مثال:

$$8\sqrt{48}-10\sqrt{48}-3\sqrt{48}=?$$

حل: لومړی د دوه حدونو نتیجه پیداکوو او بیا له دریم حد سره عملیه سرته رسوو.

$$=(8-10)\sqrt{48}-3\sqrt{48}$$
$$=-2\sqrt{48}-3\sqrt{48}$$
$$=(-2-3)\sqrt{48}=-5\sqrt{48}$$

فعالیت

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا قیمتونه یو له بل سره پرتله کړئ.
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا دوه قیمتونه یوله بل سره پرتله کړئ؟

له پورته فعالیت څخه نتیجه اخیستل کېږي چې:

$$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

تمرین

1-کوم جذري عددونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقولای شو؟

a) $4\sqrt[3]{2}+3\sqrt{2}$　b) $5\sqrt{4}+3\sqrt{4}$

c) $5\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{6}$　d) $7\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}$

2-په لاندې پوښتنو کې د جمعې او تفریق حاصل په لاس راوړئ.

a) $4\sqrt[3]{2}+3\sqrt{2}$　b) $5\sqrt{4}+3\sqrt{4}$

c) $\sqrt{5}\times\sqrt{36}+\sqrt{5}\times\sqrt{36}$　d) $\sqrt{27}+3\sqrt{3}$

د جذري عددونو ضرب او تقسیم

آیا کولای شو چې جذر لرونکي عددونه ضرب او تقسیم کړو؟

$$\sqrt{\frac{36\times9}{16}}=\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{6\times3}{4}=\frac{9}{2}$$

فعالیت

لاندې ځوابونه په لاس راوړئ.

$\sqrt{36\times9}=\sqrt{\quad}=$.............

$\sqrt{36}\times\sqrt{9}=$........×............. =

$\sqrt{4\times25}=\sqrt{100}=$...........

$\sqrt{4}\times\sqrt{25}=$.......×........... =

$\sqrt{25\times36}=\sqrt{\quad}=$................

$\sqrt{25}\times\sqrt{36}=$..........×............ =

$\sqrt{4\times9}=\sqrt{\quad}=$...............

$\sqrt{4}\times\sqrt{9}=$.........×.......... =

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

د صفر څخه لوی د هره a او b حقیقي عددونو لپاره لرو: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

لومړی مثال:

حل:

$\sqrt{2}\times\sqrt{32}=\sqrt{2\times32}=\sqrt{64}=8$

$\sqrt{20}\times\sqrt{5}=\sqrt{20\times5}=\sqrt{100}=10$

$\sqrt{0.5}\times\sqrt{0.5}=\sqrt{0.5\times0.5}=\sqrt{0.25}=0.5$

په جذرونو باندې د عملیو په سرته رسولو سره، کوښښ کوو، چې یوه ساده افاده په لاس راوړو، دې ډول عملیې ته د جذرونو ساده کول وایي.

دویم مثال:

$$\sqrt{75} = ?$$

حل:

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

دریم مثال: دا افاده ساده کړئ:

حل:

$$\sqrt{64a^2} = ?$$

$$\sqrt{64a^2} = \sqrt{64} \times \sqrt{a^2}$$

$$= \sqrt{8^2} \times \sqrt{a^2} = 8a$$

څلورم مثال: غواړو لاندې جذري افادې یو له بله سره ضرب کړو.

حل:

$$(2\sqrt{6})(5 - \sqrt{3}) = ?$$

$$= (2\sqrt{6} \times 5) - (2\sqrt{6} \times \sqrt{3})$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{18} = 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9 \times 2}$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

آیا کولای شئ د جذری عددونو د ضرب قاعدې ته ورته، د وېش لپاره هم قاعده پیدا کړئ.

لاندې مثال په پام کې ونیسئ:

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \sqrt{16 \times 0.01} = \sqrt{16} \times \sqrt{0.01} = 4 \times 0.1 = 0.4 = \frac{4}{10} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}$$

که چیرې د 16 عدد پرځای a او د 100 عدد پرځای b ولیکو، نو لرو چې:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad b \neq 0$$

پنځم مثال:

حل:

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = ?$$

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = \sqrt{\frac{9 \times 4}{49}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$$

تمرین

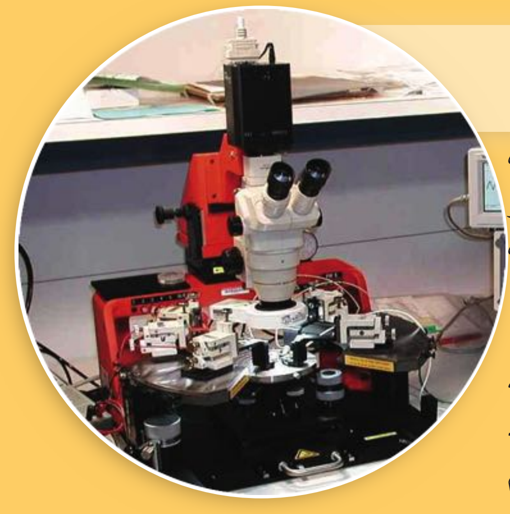
1- لاندې افادې ساده کړئ.:

$a)\sqrt{144a^2}$ $b)\sqrt{169a^2}$ $c)\sqrt{0.09}$ $d)\sqrt{6} \times \sqrt{27}$

2- لاندې افادې ساده کړئ.:

a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = ?$ b) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = ?$ c) $\sqrt{\frac{81a^4}{c^2}} = ?$

د توان لرونکو عددونو قوانين
د توان لرونکو عددونو ضرب:



په لابراتوار کې د جسم د لوی ښودلو لپاره له مايکروسکوپ څخه کار اخلي. هر مايکروسکوپ دوه عدسيې لري چې يوه يې سترګې ته نژدې او بله يې شي يا جسم ته نژدې وي. هغه عدسيه چې جسم ته نژدې ده د جسم اندازه د 2^2 برابره او هغه عدسيه چې سترګې ته نژدې ده تصوير يا څېره د 2^3 برابره غټوي. ويلای شئ، چې د جسم تصوير څو برابره لويږي؟

په تير ټولګي کې مو د توان اړوند قوانين د طبيعي عددونو لپاره ولوستل په دې برخه کې غواړو چې د حقيقي عددونو لپاره نومړي قوانين ولولو.

فعاليت

تش ځايونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$5^6 = 5^2 \times 5^4 = 5^3 \times .... = 5^4 \times .... = ... \times 5^1$$

$$.... = (\frac{2}{5})^2 \times (\frac{2}{5})^8 = (\frac{2}{5})^3 \times .... = (\frac{2}{5})^9 \times ....$$

$$a^5 = a^4 \times .... = ... \times a^2 = ... \times a^3$$

له پورته فعاليت څخه داسې پايله لاسته راوړو چې که چېرې m او n تام عددونه او a يو حقيقي عدد وي نو ليکلای شو چې: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

که چيرې د توان لرونکو عددونو د ضرب په حالت کې قاعدې سره مساوي او توانونه مختلف وي په دې صورت د مساوي قاعدو څخه يوه قاعده ټاکو او توانونه سره جمع کوو.

مثال: $2^3 \times 2^4 = ?$

حل: $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

پوښتنه:

د يو عددي مثال په واسطه څرګنده کړئ چې $(-a)^n = -a^n$ تل سم نه دی.

فعالیت

$$(14^9)^4 = (14^9)\times(14^9)\times(14^9)\times(14^9) = (14)^{9+9+9+9} = 14^{9\times 4}$$

لاندې تساوي په پام کې ونیسئ:

لاندې تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ

$$(2^3)^4 = 2^3 \times .... \times .... \times .... = 2^{3+....+3+3} = 2^{3\times ....}$$

$$(a^n)^4 = a^n \times .... \times .... \times .... = a^{n+....+....+....} = a^{......\times 4}$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي چې: که چېرې m او n دوه تام عددونه او a یو حقیقي عدد وي نو لرو: $(a^n)^m = a^{m\cdot n}$

مثال: $(2^{-2})^3 = (2^{-2})(2^{-2})(2^{-2}) = (2)^{-2-2-2} = 2^{-2\times 3} = (2)^{-6}$

لاندې تساوي ګانو ته پاملرنه وکړئ.

$$3^2 \times 4^2 = (3\times 3)(4\times 4) = (3\times 4)(3\times 4) = (3\times 4)^2 = (12)^2$$

$$6^3 \times 5^3 = (6\times 6\times 6)(5\times 5\times 5) = (6\times 5)(6\times 5)(6\times 5) = (6\times 5)^3 = (30)^3$$

په عمومي توګه که چېرې a او b دوه حقیقي عددونه او n یو تام عدد وي نو پورته تساوي په لاندې ډول لیکلای شو. $a^n \times b^n = (a\times b)^n$

که چیرې د توان لرونکو عددونو په ضرب کې قاعدې مختلفې او توانونه مساوی وي، نو قاعدې سره ضرب کوو او د مساوي توانونو څخه یو توان لیکو.

مثال:

$$4^3 \times 5^3 = ?$$

حل:

$$4^3 \times 5^3 = (4\times 5)^3 = 20^3$$

تمرین

د توان لرونکو عددونو د ضرب قانون څخه په ګټې لاندې هره یوه افاده د یو توان په ډول ولیکئ:

1) $6^2 \times 6^3 = ?$ 2) $(0.2)^2 \times (0.2)^2 = ?$ 3) $(\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^3 = ?$ 4) $(\frac{1}{4})^{-7} \times (\frac{1}{4})^{-5} = ?$

5) $5^4 \times 5 = ?$ 6) $27 \times 5^3 = ?$ 7) $(4^{-2})^7 = ?$ 8) $a^5 \times b^5 \times c^5 = ?$

9) $2^3 \times 5^3 = ?$ 10) $81 \times a^2 = ?$ 11) $2^{-1} \times 3^{-1} = ?$ 12) $(10^2)^3 = ?$

د توان لرونکو عددونو تقسیم

آیا تر اوسه پورې مو خپل عکس د $\frac{1}{2}$ په اندازه کوچنی کړی دی؟ د دې کار لپاره د ریاضي له کومې عملیې څخه کار اخلو؟

د توان لرونکو عددونو د ضرب لپاره مو وکولای شول چې د توان او قاعدې په منځ کې اړیکه پیدا کړو. آیا کولی شئ ضرب ته ورته د دوو توان لرونکو عددونو د وېش اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$$3^5 \div 3^4 = \frac{3^5}{3^4} = \frac{3^{\square} \times 3^4}{3^4} = 3^1 = 3^{5-\square}$$

د مقسوم، مقسوم علیه او د وېش د حاصل د توانونو تر منځ څه ډول اړیکه موجوده ده؟

آیا د ټولو توان لرونکو عددونو د وېش لپاره چې قاعدې یې مساوي وي دا اړیکه تطبیق کېدای شي؟

په عمومي توګه که چېرې a یو حقیقي عدد، n او m تام عددونه وي په دې صورت کې لرو چې:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

د دوو توان لرونکو عددونو په وېش کې چې قاعدې یې سره مساوي وي له مساوی قاعدو څخه یوه قاعده ټاکو بیا د مقسوم له توان څخه د مقسوم علیه توان تفریق او د تفریق حاصل یې د ټاکلې قاعدې د توان په توګه لیکو.

مثال: لاندې د وېش عملیې سرته ورسوئ.

$a)\, 5^3 \div 5^3 \qquad b)\, 5^{-7} \div 5^{-1}$

حل:

$$a)\, \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$$

$$b)\, 5^{-7} \div 5^{-1} = 5^{-7-(-1)} = 5^{-7+1} = 5^{-6}$$

فعالیت

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ.

$$12^3 \div 4^3 = \frac{12^3}{4^3} = \frac{\square \times 12}{4 \times \square \times 4} = (\frac{\square}{4}) \times (\frac{12}{\square}) \times (\frac{12}{4}) = (\frac{12}{4})^3 = 3^3$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاسته راځي: په عمومي توګه د هر a او b اختیاري عددونو لپاره په داسې حال کې چې $b \neq 0$ او n یو تام عدد وي لیکلای شو چې: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

د توان لرونکو عددونو په وېش کې که چېرې قاعدې مختلفې او توانونه مساوي وي د مقسوم قاعده د مقسوم علیه په قاعدې باندې وېشو او له مساوي توانونو څخه یو یې د وېش د حاصل د توان په توګه لیکو.

مثال: $a)\ 25^4 \div 5^4 = ?$ $b)\ 3^2 \div 10^2 = ?$

حل: د توان لرونکو عددونو د وېش له قاعدې څخه لیکلای شو:

a) $25^4 \div 5^4 = (25 \div 5)^4 = ?$

b) $3^2 \div 10^2 = (3 \div 10)^2 = (0.3)^3$

که چېرې په وېش کې د مقسوم او مقسوم علیه قاعدې او توانونه یو له بله سره توپیر ولري د وېش د حاصل د پیدا کولو لپاره باید هر توان لرونکي عدد په خپل توان ساده کړل شي او وروسته د تقسیم عملیه سرته ورسول شي.

یادونه: پورتني قوانین په داسې حال کې چې m او n حقیقي عددونه وي هم سم دي.

تمرین

1- د وېش د قانون په کارولو سره لاندې پوښتنې حل کړئ.

1) $(\frac{1}{2})^4 \div (\frac{1}{2})^3 = ?$ 2) $13^7 \div 13^8 = ?$ 3) $\frac{12^6}{12^5} = ?$

4) $\frac{7^5}{7^3} = ?$ 5) $\frac{8^5}{8^3} = ?$ 6) $6^3 \div 2^3 = ?$

2- په مثال کې وښیاست چې:

$a^m - a^n \neq a^{m-n}$

$(a-b)^n \neq a^n - b^n$

د صفر او منفي توان

$2^3 = ?$

$2^0 = ?$

$2^{-1} = ?$

2^3 حساب کړئ .

آیا کولی شو 2^0 حساب کړو؟

آیا عددونه د صفر په توان لیکلای شو؟

آیا عددونه د منفي عدد په توان سره هم لیکلای شو؟

فعالیت

لاندې جدول بشپړ کړئ.

توان لرونکی عدد	$2^4 \div 2$	$2^3 \div 2$	$2^2 \div 2$	$2^1 \div 2$
حاصل يې	8			

- د جدول په لومړۍ لیکه کې د توانونو تر منځ څه اړیکه شتون لري؟
- د جدول د دویمې لیکې د عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ.
- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ د وروستی توان لرونکی عدد (2^0)لپاره په دویمې لیکې کې د عددونو تر منځ د اړیکې له مخې کوم عدد لیکلای شئ؟
- پورته جدول د 3 عدد لپاره بشپړ کړئ.
- لاندې جدول د $a \neq 0$ عدد لپاره بشپړ کړئ.

توان لرونکی عدد	$a^4 \div a$	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a^1 \div a$
حاصل يې	a^3			

- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ، د وروستی توان لرونکی عدد (a^0) لپاره په دویمې لیکې کې د عددونو تر منځ د اړیکې له مخې څه ډول عدد لیکلی شئ؟

له پورتنی فعالیت څخه داسې پایله لاسته راځي چې پرته له صفر $(a \neq 0)$ د بل هر عدد لپاره $a^0 = 1$ دی.

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونیسئ:

توان لرونکی عدد	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}
حاصل يې	27	9	3	1	

• د جدول د لومړۍ او دويمې لیکې عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ؟
• د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ وروستی توان لرونکی عدد یعنې 3^{-2} ولیکئ.

اوس د دويمې لیکې عددونو تر منځ د اړیکې له مخې د 3^{-1} او 3^{-2} لپاره کوم عددونه پیدا کولای شئ.

• د $a \neq 0$ عدد لپاره پورتنی جدول د a توانونو لپاره ولیکئ. د a^{-1} او a^{-2} لپاره د کومو عددونو ګومان کولای شئ.

له پورتني جدول څخه داسې پایله لاسته راځي چې د هر a حقیقي عدد($a \neq 0$) او n تام عدد لپاره لیکلای شو:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

مثال : د $(1.3)^{-3}$ او $(-15)^{-21}$ افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

حل:

$$(-15)^{-21} = \frac{1}{(-15)^{21}} \quad , \quad (1.3)^{-3} = \frac{1}{(1.3)^3}$$

تمرین

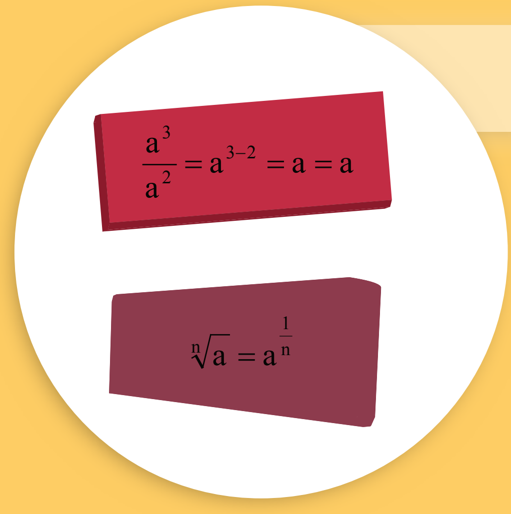
1- لاندې افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

a) 5^{-2} b) $(\sqrt{7})^{-5}$ c) $(\frac{1}{3})^{-3}$ d) $(2\pi)^{-3}$

2- لاندې افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

a) 0.0001 b) $\frac{1}{b^2}$ c) $\frac{1}{6^4}$ d) $\frac{1}{3^{11}}$

کسري توانونه او قوانين يې



تاسو مخکې تام توانونه ولوستل، آیا کولای شئ همغه قوانین په کسري توانونو باندې هم تطبیق کړئ.

فعالیت

- آیا د $\sqrt{16}$ او $\sqrt{-16}$ یو له بل سره مساوي دي؟
- $\sqrt[3]{-8}$ او $\sqrt[3]{8}$ له څو سره مساوي کېږي؟
- آیا $\sqrt{a}$ د توان په شکل لیکلی شو؟ $\sqrt[n]{a}$ د توان په شکل ولیکئ.

کولای شو پورته فعالیت داسې بیان کړو:

د حقیقي عددونو په سیټ کې منفي عددونه دویم جذر نه لري، خو هر عدد که مثبت یا منفي وي جذر مکعب یا دریم جذر لري.

په عمومي توګه یو جذر لرونکی عدد داسې لیکل کېږي:

$\sqrt[n]{a}$ ، داسې لوستل کېږي (د a، nام جذر).

د یوه عدد n ام جذر له هغه عدد څخه عبارت دی چې که چېرې هم هغه عدد (تر جذر لاندې عدد) د n په توان لوړ شي تر جذر لاندې عدد په لاس راشي.

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

تر جذر لاندې عدد توان

د جذر درجه

په یاد ولرئ: که چېرې د یوه عدد توان او د جذر درجه یو له بل سره مساوي، وي داسې پایله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

فعالیت

لاندې تش ځایونه ډک کړئ

$$a^{\frac{1}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}=(1+\quad)a^{\frac{1}{3}}=3\sqrt[3]{a}\qquad ,3a^{\frac{1}{5}}-a^{\frac{1}{5}}=(\quad-1)a^{\frac{1}{\square}}=2\cdot\sqrt{a}$$

کولای شو له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

I-که چیرې قاعدې او کسرې توانونه سره مساوي وي د هر یوې $a\in IR$ لپاره داسې چې $a\neq 0$ وي لیکلی شو:

$$ma^{\frac{1}{n}}\pm ba^{\frac{1}{n}}=(m\pm b)a^{\frac{1}{n}}=(m\pm b)\sqrt[n]{a}$$

مثال:

$$2(15)^{\frac{1}{3}}+3(15)^{\frac{1}{3}}-15^{\frac{1}{3}}=(2+3-1)(15)^{\frac{1}{3}}=4\sqrt[3]{15}$$

II- که چیرې د ویش په عملیه کې قاعدې مساوي او کسرې توانونه مختلف وي، د هر یوې $a\in IR$ لپاره داسې چې $a\neq 0$ وي لرو:

$$\frac{a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{1}{n}}}=a^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}=a^{\frac{n-m}{m\cdot n}}=\sqrt[m\cdot n]{a^{n-m}}$$

مثال:

$$\frac{5^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{2}{3}}}=5^{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}=5^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{5}$$

III-که چیرې د ضرب په عملیه کې قاعدې مختلفې او کسرې توانونه مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي، نو لیکلای شو.

$$a^{\frac{1}{n}}\cdot b^{\frac{1}{n}}\cdot c^{\frac{1}{n}}=(a\cdot b\cdot c)^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{abc}$$

مثال:

$$(7)^{\frac{-5}{8}}\cdot(6)^{\frac{-5}{8}}\cdot(4)^{\frac{-5}{8}}=(7\cdot6\cdot4)^{\frac{-5}{8}}=\sqrt[8]{(7\cdot6\cdot4)^{-5}}=\frac{1}{\sqrt[8]{(7\cdot6\cdot4)^{5}}}$$

IV:

$$(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}}=a^{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{m}}=a^{\frac{1}{m\cdot n}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$$

مثال:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}}=?$$

حل:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}}=(a)^{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}=(a)^{\frac{1}{8}}=\sqrt[8]{a}$$

$$\sqrt{2} \approx ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx ?$$

د کسرونو ناطق یا ګویا کول

څنګه کولای شو چې د ($\frac{1}{\sqrt{2}}$) کسر مخرج له جذری شکل څخه وباسو.

په عمومي توګه په هغو کسرونو باندې چې مخرج یې جذر و نه لري کارکول آسان دي. که چیرې د کسر په مخرج کې جذري عدد وي، نو دا ډول کسري عددونه باید له جذر څخه وباسو، داسې چې د کسر په مخرج کې جذري عدد نه وي، خو دا کار په څه ډول باید سرته

فعالیت

ورسوو؟

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$\sqrt{3} \times \square = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \square = 2$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15 \times \square}{\sqrt{5} \times \square} = \frac{15\,\square}{5} = 3\sqrt{5}$$

د پورتني فعالیت له مخې د یو کسر د مخرج دویم جذر د له منځه وړلو لپاره کولای شو د کسر صورت او مخرج د هغه په مخرج کې ضرب کړو.

مثال: آیا کولی شو چې د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ په عددکې د مخرج دویم جذر له منځه یوسو؟

حل: ددې لپاره صورت او مخرج په $\sqrt{2}$ کې ضرب کوو:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ:

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^{\square}}=\square$

$\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{\square^{3}}=\square$

$\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{\square^{\square}}=2$

$\sqrt[3]{9}\times\sqrt[3]{\square}=\sqrt[3]{\square^{3}}=\square$

$\frac{6}{\sqrt[3]{4}}=\frac{6\times\square}{\sqrt[3]{2^2}\times\sqrt[3]{2}}=\frac{6\sqrt[3]{\square}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{\square\sqrt[3]{2}}{2}=3\sqrt[3]{2}$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د مخرج د دریم جذر د له منځه وړلو لپاره باید صورت او مخرج د داسې عدد په دریم جذر کې ضرب کړو، تر څو تر جذر لاندې عدد د 3 توان ته لوړ شي.

مثال: لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

حل:

$$a)\ \frac{2}{\sqrt[3]{4}}=\frac{2}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{2\times\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}\times\sqrt[3]{2}}=\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{2\sqrt[3]{2}}{2}=\sqrt[3]{2}$$

$$b)\ \frac{5}{\sqrt[3]{5}}=\frac{5\times\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{5^2}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5}=\sqrt[3]{5^2}=\sqrt[3]{25}$$

تمرین

1- لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

4) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$ 5) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$ 6) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

د لومړي فصل مهم ټکي

• حقيقي عددونه

1- د ناطق او غير ناطق عددونو د سټ يووالى د حقيقي عددونو د سيټ په نامه يادېږي.

2- د عددونو د محور هر ټکی يو حقيقي عدد او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يوه ټکي سره مطابقت کوي.

• د حقيقي عددونو خواص

1- د جمع او ضرب د عمليو د بدلون خاصيت

2- دجمع او ضرب د عمليو د يووالي خاصيت

3- د جمعې پر عمليې باندې د ضرب توزيعي خاصيت

• د عددونو تقريبي دويم جذر

1 - په عمومي طريقې سره د تامو او اعشاري عددونو د دويم جذر پيدا کول.

2 - د اوسط په طريقه د دويم جذر تقريبى قيمت

• د جذرونو ضرب او وېش

1- د جذرونو ضرب $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

2- د جذرونو وېش $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

• په جذري عددونو کې يوازې ورته جذرونه يعنې چې د جذرونو درجې او تر جذر لاندې عددونه يو شی وي، يو له بله سره جمع او يا تفريق کولای شو.

توان لرونکي عددونه او قوانين يې:

1- $a^0=1$, $a\neq 0$, aحقيقي عدد دی.

2- $a^{-1}=\dfrac{1}{a}$, $a\neq 0$, aحقيقي عدد دی.

3- $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$, $a\neq 0$, aحقيقي عدد دی.

4- د توان لرونکو عددونو ضرب $(a^m)^n=a^{m\times n}$ ، $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ، $a^n\times b^n=(a\times b)^n$

5- توان لرونکو عددونو وېش $\dfrac{a^n}{b^n}=(\dfrac{a}{b})^n$ $b\neq 0,$ $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ $a\neq 0,$

• د کسرونو ناطق يا گويا کول: د کسرونو د گويا کولو لپاره د کسر مخرج له جذر باسو.

د لومړي فصل پوښتني

I. لاندي مساواتونه او عبارتونه په پوره پاملرنې سره ولولئ، تش ځایونه یې په مناسبو عددونو او کلمو ډک کړئ.

-1 $(\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{2})^5 = ... = ...$

-2 $a^{-8} \div a^{-1} = ...$

-3 $5^9 \times .... = (5\times 7)^9$

-4 د π عدد یو .... عدد دی.

II. لاندي پوښتني په ځیر ولولئ که چېرې سمې وي د(ص) توری او که چېرې ناسمې وي د(غ) توری یې مخې ته ولیکئ.

-1 (   ) د نسبتي عددونو او تامو عددونو یووالی د حقیقي عددونو د سټ په نامه یادوي.

-2 (   ) په حقیقي عددونو کې د ضرب توزیعي خاصیت د جمعې په عملیې باندې سم دی.

-3 (   ) $\sqrt{3}$ غیر ناطق عدد دی.

-4 (   ) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

III. د لاندي پوښتنو لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي، سم ځواب یې پیدا او کرښه تري تاو کړئ.

-1 $\frac{4^7}{4^5} = ?$

$a)\ 4^0$ $b)\ 4^2$ $c)\ 4^{-1}$ $d)\ 4^1$

-2 $(6y^3z^2)^2 = ?$

a) $36y^6z^4$ b) $36y^3z^4$ c) $36y^6z^2$ d) هیڅ یو

-3 $\sqrt{81\times 9} = ?$

$a)\ 27$ $b)\ \frac{1}{27}$ $c)\ 24$ $d)\ 25$

4- $\sqrt{\dfrac{49a^4}{144b^4}} = ?$

$a)\ \dfrac{8a^2}{12b^2}$ $b)\ \dfrac{7a^2}{12}$ $c)\ \dfrac{7a}{12b^2}$ $d)\ \dfrac{7a^2}{12b^2}$

۵- کوم دوه جذر لرونکي عددونه سره ورته دي؟

$a)\ 2\sqrt{3}\ ,\ 3\sqrt{2}$ $b)\ 5\sqrt{2}\ ,\ 3\sqrt{2}$

$c)\ 5\sqrt{3}\ ,\ 2\sqrt{5}$ $d)\ 6\sqrt{3}\ ,\ \sqrt[3]{3}$

IV. لاندې پوښتنې حل کړئ:

1- $6\sqrt{125a^2} + \sqrt{5a^2} = ?$

2- د $\sqrt{0.5}$ تقریبي قیمت حساب کړئ.

3- لاندې افادې ساده کړئ:

$a)\ (-25a^2b^2)^6 = ?$ $b)\ (-4a \times 2a)^2 = ?$ $c)\ (-2^{-4}x)^3$

4- د 2475 دویم جذر پیدا او بیا یې وازموئ.

5- لاندې افادې ساده کړئ.

$(625a^2b^2)^6\ ,\ (-10^3)^5\ ,\ (-4q^2p^3)^4$

6- لاندې افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

$(27)^{-7}\ ,\ (9x^2)^{-4}\ ,\ (6ab)^{-6}$

7- لاندې افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

$\dfrac{1}{(36)^2}\ ,\ \dfrac{26}{(16)^6}\ ,\ \dfrac{-ab}{(cd)^4}$

8- لاندې افادې ساده کړئ:

$$(\frac{1}{2})^{-1}\times(\frac{1}{6})^{-1} \quad , \quad (\frac{1}{3})^{-4}\times(\frac{1}{5})^{-4} \quad , \quad \sqrt{144}\times\sqrt{169}$$

$$(-6)^{3}\cdot(-6)^{-5} \quad , \quad (13a^{2})^{6} \quad , \quad \left\{(\frac{1}{4}xy)^{2}\right\}^{6}$$

9-لاندې افادې یو په بل کې ضرب کړئ:

$a)$ $(3\sqrt{8}+2)(\sqrt{2}-3\sqrt{7})$

$b)$ $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

10- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست چې: $a^{m}+a^{n}\neq a^{m+n}$

11- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست چې: $(a+b)^{2}\neq a^{2}+b^{2}$

12- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست چې: $a^{m}-a^{n}\neq a^{m-n}$

13- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست چې: $(a-b)^{2}\neq a^{2}-b^{2}$

14- لاندې افادې ساده او د جذر په ډول یې ولیکئ.

a) $5(25)^{\frac{1}{7}}+7(25)^{\frac{1}{7}}+4(25)^{\frac{1}{7}}=?$ b) $36(15)^{\frac{6}{7}}-17(15)^{\frac{6}{7}}=?$

c) $\dfrac{(7)^{\frac{3}{5}}}{(7)^{\frac{3}{5}}}=?$ d) $\dfrac{(17)^{\frac{2}{9}}}{(17)^{\frac{2}{3}}}=?$ e) $(17^{\frac{3}{8}})^{\frac{1}{2}}=?$ f) $(19^{\frac{5}{7}})^{\frac{2}{3}}$

دویم فصل

مالي محاسبي

نسبت
Ratio

د اوبو په هر مالیکول کې د هایدروجن او اکسیجن کیمیاوي فرمول ولیکئ؟ د هایدروجن او اکسیجن د اتمونو نسبت څو دی؟

فعالیت

یو مالیکول اوبه له دوو برخو هایدروجن او یوې برخې اکسیجن څخه ترکیب شوي دي. په لاندې جدول کې د هایدورجن او اکسیجن نسبت ولیکئ.

د اوبو مالیکولونه	1	2	3	4	5
د هایدروجن او، اوکسیجن نسبت	$\frac{2}{1}=2$				$\frac{10}{5}=2$

آیا د اوبو د بېلابېلو مالیکولونو لپاره د هایدروجن نسبت پر اکسیجن باندې ثابت دی؟

مثال: که چېرې د یوې کوټې سور 3 متره او اوږدوالی 5 متره وي د سور او اوږدوالي نسبت يې څو دی؟

حل:

$$\frac{3 \text{ متره}}{5 \text{ متره}} = \frac{3}{5}$$ یا $3 \div 5$

فعالیت

• د 6cm په اوږدوالي او 3cm په سور یو مستطیل رسم کړئ. محیط او مساحت یې پیدا کړئ.

• د 4cm په اوږدوالي او 2cm په سور داسې یو بل مستطیل رسم کړئ چې د لومړي مستطیل د اوږدوالي نسبت د دویم مستطیل په اوږدوالي باندې او د لومړي مستطیل سور د دویم مستطیل پر سور باندې پیدا کړئ.

• د دویم مستطیل محیط او مساحت پیدا کړئ.
• د لومړي مستطیل د محیط نسبت د دویم مستطیل پر محیط باندې څو دی؟
• د لومړي مستطیل د مساحت نسبت د دویم مستطیل پر مساحت باندې څو دئ؟
• د دې نسبتونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ.

تعریف

د دوو همجنسو (یوشان) کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وښیې لومړی کمیت د دویم کمیت څو برابره دی یا لومړی کمیت د دویم کمیت څومه برخه ده او یا دویم کمیت څوځلې په لومړي کمیت کې شامل دی.

د دوو عددونو نسبت عموماً د کسري کرښې (ـــ) یا (:) او (÷) نښو په واسطه ښيي.

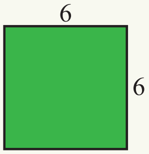
مثال: کولای شو د 5 پر 3 نسبت د 5÷3، $\frac{5}{3}$ یا 5:3 په ډول وښيو.

تمرین

1- د یوې دایرې 4 پر 7 برخې نسبت د یوې دایرې د 16 پر 28 برخې له نسبت سره پرتله کړئ.

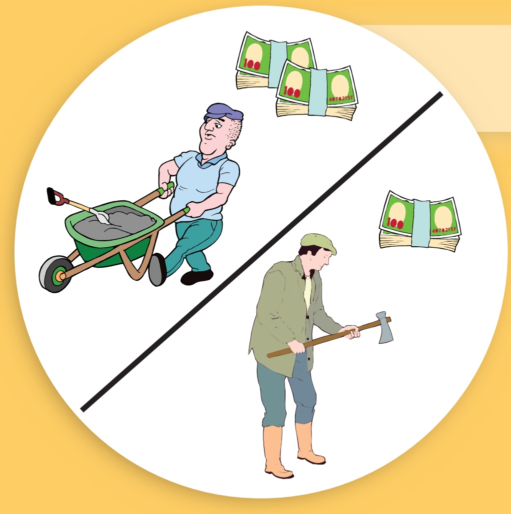
2- که چېرې د یوه ټولګي د لومړي ګروپ د زده کوونکو شمېر 25 تنه او د دویم ګروپ شمېر 40 تنه وي، د دویم ګروپ د زده کوونکو شمېر پر لومړي ګروپ باندې پیدا کړئ.

3- یوه مربع داسې رسم کړئ چې د یوې ضلعې نسبت یې د لاندې رسم شوې مربعې د یوې ضلعې سره $\frac{1}{2}$ وي.



د دویمې مربع د محیط نسبت د لومړۍ مربع په محیط باندې او د دویمې مربع د مساحت نسبت د لومړۍ مربع په مساحت باندې پیدا کړئ.

په متناسبو اجزاوو باندې ويشل
Proportional division



دوه ورونه په ګډه يوه ودانۍ جوړوي. که چېرې يو يې له بل څخه زيات کار کړی وي، آيا فکر کوئ چې دواړو ته بايد په يوه اندازه اجوره ورکړل شي؟
څرنګه پيداکولای شو چې هر يوه ته بايد څومره پيسې ورکړل شي؟

فعاليت

يوه ورځ د يوه ټولګي زده کوونکو پرېکړه وکړه چې ميله وکړي. يوه زده کوونکي وويل زه درې داني هګۍ او څلور داني منې راوړم. ټولو وويل موږ هم همدا شيان راوړو. يعني پرېکړه يې وکړه چې له هرو درېو هګيو سره څلور داني منې راوړي.

- لاندې جدول بشپړ کړئ.

هګۍ	3	6	9
منې	4		
د هګيو او منو مجموعه	7		

- د هګيو د شمېر نسبت د هګيو او منو د مجموعې پر شمېر باندې په پورته هر يوه حالت کې پيدا کړئ.
- د نسبتونو په منځ کې يې څه ډول اړيکه موجوده، ده؟

له پورته فعاليت څخه پايله په لاس راځي چې: دوه مقداره هغه وخت سره متناسب دي. چې د هر مقدار نسبت په مجموعه د هم هغو دوو مقدارو باندې تل يو ثابت عدد وي. له دې پايلې څخه کولای شو د پوښتنو په حل کې کار واخلو.

فعالیت

د یوې مستطیل ډولې ځمکې د اوږدوالي او سور نسبت 4 پر 3 دی. که چېرې ددې ځمکې محیط 280 متره وي مساحت یې څو متره مربع دی؟
ددې پوښتنې ځواب لپاره مخامخ جدول بشپړ کړئ:

	نسبتی مقدار	واقعي مقدار
اوږدوالی	4	
سور	3	
محیط		280
مساحت		

ددې لپاره چې یو عدد په راکړ شوو نسبتونو باندې وویشو، لومړی د راکړل شوو نسبتونو د جمعې حاصل په لاس راوړو، وروسته له هغه مفروض عدد د جمعې په حاصل باندې ویشو او د ویش حاصل یې د نسبتونو په هر یوه عدد کې ضربوو. کوم عددونه چې لاس ته راځي، د راکړ شوو نسبتونو اړوند عددونه دي.

مثال: غواړو چې 27000 افغانی د احمد او مسعود ترمنځ د 2 پر 3 په نسبت وویشو.
لومړی لاندې جدول بشپړ کړئ.

احمد	مسعود	مجموعه
2	3	5
x	y	27000

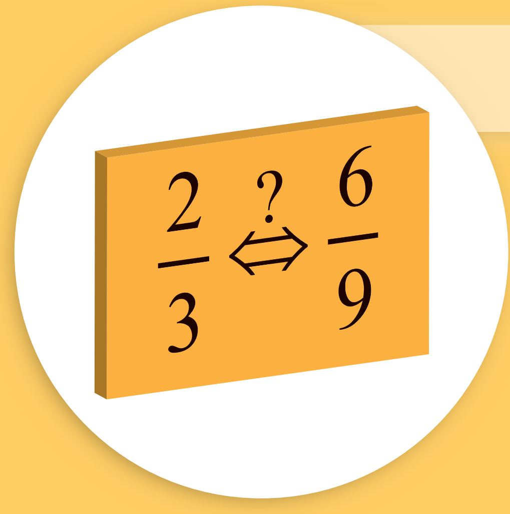
د احمد برخه: $x = \frac{27000}{5} \times 2 = 5400 \times 2 = 10800$

د مسعود برخه: $y = \frac{27000}{5} \times 3 = 5400 \times 3 = 16200$

تمرین

1- که چېرې د دوو عددونو نسبت $\frac{3}{5}$ او دویم عدد یې 25 وي، لومړی عدد یې معلوم کړئ.
2- دوه تنه په ګډه کار کوي چې د هغو د پیسو مجموعه 280 افغانی او نسبت یې $\frac{3}{4}$ دی. آیا پیدا کولای شئ چې لومړي تن او دویم تن هر یوه څو افغانی اخیستی دي.
3- د $\overline{AB}$ د ټوټه خط اوږدوالی 32cm دی د M ټکی داسې وټاکئ چې نوموړې ټوټه خط د $\frac{AM}{BM} = \frac{3}{5}$ په نسبت وویشي د $\overline{AM}$ او $\overline{BM}$ اوږدوالی پیدا کړئ.
4- 321.3 منه غنم په دریو تنو بزګرانو باندې د 7،9 او 5 په نسبت وویشئ.

تناسب
Proportion



- د $\frac{3}{5}$ په نسبت کې څو عددونه وينئ؟
- د $\frac{2}{3}$ او $\frac{6}{9}$ نسبتونو ترمنځ څه ډول اړيکه شته؟

آيا کولی شئ يو بل نسبت وليکئ چې له پورتنيو نسبتونو سره مساوي وي.

فعاليت

د پنسل پاکونو او قلمونو د شمېر نسبت 3 پر 4 دی.

1- د پنسل پاکونو د شمېر او قلمونو د شمېر د نسبت په پام کې نيولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

د پنسل پاکونو شمېر	3	6
د قلمونو شمېر	4	
نسبت		

- د پنسل پاکونو د شمېر نسبت پر قلمونو باندې په هر يوه درکړل شوي نسبت کې يو له بله سره پرتله کړئ.
- د نسبتونو په پورته مساوات کې يعنې $3 : 4 = 6 : 8$ د کومو جوړو عددونو د ضرب حاصل يو له بل سره مساوي دي؟ ولې؟

هغه وخت څلور مقداره يو تناسب جوړوي چې د لومړي او دويم مقدار نسبت د دريم او څلورم مقدار له نسبت سره مساوي وي.

مثال: په لاندې نسبتونو کې مساوي نسبتونه وښياست:

$\frac{5}{8}, \frac{9}{6}, \frac{3}{6}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

حل: که چېرې د $\frac{3}{6}$ صورت او مخرج اختصار کړو، يعنې د هغه صورت او مخرج په 3 ووېشو $\frac{1}{2}$ لاس ته راځي. نو ويلای شو چې دواړه نسبتونه يو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$
$$\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$$

په راکړل شوو نسبتونو کې داسې یو نسبت پیداکولای نشو چې له $\frac{5}{8}$ سره مساوي وي، یعنې: د څینو نسبتونو ترمنځ د مساواتو رابطه منځ ته راتللی نشي.

تعریف

د دوو نسبتونو مساواتو ته تناسب وایي، مثلاً $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$ یو تناسب دی چې د $\frac{5}{8}$ او $\frac{10}{16}$ نسبتونو څخه لاس ته راغلی دی.

پورتنی تناسب په لاندې شکل هم لیکلای شو:

$$5 : 8 = 10 : 16$$

دلته د لومړي نسبت صورت او د دویم نسبت مخرج د طرفین په نامه یادوي همدارنګه د لومړي نسبت مخرج او دویم نسبت صورت د وسطین په نامه یادوي.

$$5 : 8 = 10 : 16$$

تمرین

1- په لاندې نسبتونو کې کومه جوړه نسبتونه یو له بله سره یو تناسب جوړوي؟

$a)\ \frac{3}{8}\ ,\ \frac{12}{30}$ $\qquad c)\ \frac{7}{3}\ ,\ \frac{35}{15}$

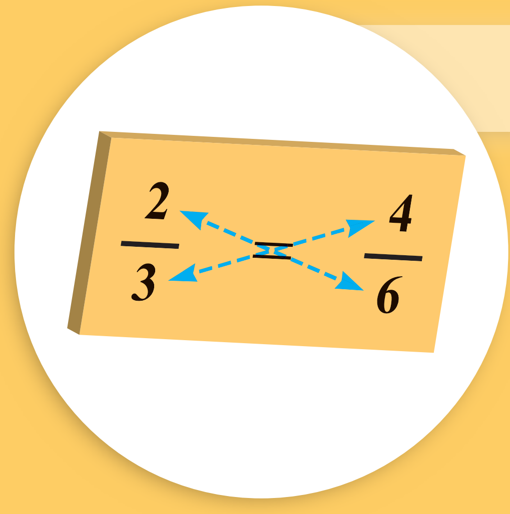
$b)\ \frac{2}{5}\ ,\ \frac{40}{100}$ $\qquad d)\ \frac{49}{35}\ ,\ \frac{7}{5}$

2- د یوه تناسب درې حده درکړل شوي دي، نامعلوم حد یې پیدا کړئ.

a) $\frac{2}{6}=\frac{5}{\square}$ $\qquad$ b) $\frac{14}{8}=\frac{7}{\square}$ $\qquad$ c) $\frac{1}{3}=\frac{2}{\square}$

d) $\frac{\square}{9}=\frac{3}{27}$ $\qquad$ e) $\frac{\square}{8}=\frac{6}{12}$ $\qquad$ f) $\frac{\square}{14}=\frac{21}{7}$

د تناسب خواص
Properties of proportion



- خلور عددونه داسې وټاکئ چې يو تناسب جوړ کړي.
- په جوړ شوي تناسب کې د عددونو تر منځ څه ډول اړيکه پيدا کولای شئ؟

فعاليت

د درکړشوو قيمتونو په پام کې نيولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	a . d	b . c
4	12	2	6	$\frac{4}{12}$			
5	20		8		$\frac{2}{8}$	40	

- د $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ په تناسب کې (a ، d) او همدارنګه (b ، c) په څه نامه يادېږي؟
- د جدول د ټولو قيمتونو لپاره په $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ تناسب کې د $a \cdot d$ او $b \cdot c$ د ضرب حاصل له يو بل سره پرتله کړئ.

په عمومي توګه ويلای شو:

لومړۍ خاصيت: په دوه مساوي نسبتونو کې چې يو تناسب جوړوي د طرفينو او وسطينو د ضرب حاصل يو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

مثال: د طرفينو او وسطينو تر منځ د خاصيت په کارولو سره په لاندې تناسب کې نامعلوم جز پيدا کړئ:

حل:

$$\frac{2}{5}=\frac{\square}{12}$$

$$2 \times 12 = 5 \times \square$$

$$\square = 24 \div 5 = 4.8$$

فعالیت

د درکړ شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{d}$	$\frac{d}{b}$	$\frac{c}{a}$
3	4	6	8	$\frac{3}{4}$					
9	12	21	28			$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$			

- د جدول د ټولو قیمتونو لپاره وګورئ چې هره جوړه $(\frac{a}{b},\frac{c}{d}),(\frac{a}{c},\frac{b}{d})$ او $(\frac{d}{b},\frac{c}{a})$ نسبتونه، تناسب جوړوي او که نه؟

په عمومي توګه ویلای شو:

دویم خاصیت: که چېرې په یوه تناسب کې د وسطینو ځایونه بدل شي یو نوی تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

دریم خاصیت: که چېرې په یوه تناسب کې د طرفینو ځایونه سره بدل کړو، یو نوی تناسب جوړېږي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

مثال: د یوه مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{4}{3}$ دی. ددې مستطیل اوږدوالي او سور دوه برابره کوو، د نوي مستطیل د اوږدوالي او د سور نسبت څومره دی؟ آیا د دواړو مستطیلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو تناسب جوړوي؟

حل: د نوي مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{8}{6}$ دی.

د دې لپاره چې پوه شو د $\frac{4}{3}$ او $\frac{8}{6}$ نسبتونه یو تناسب جوړوي او که نه؟

باید د طرفینو او وسطینو د ضرب حاصل سره مساوي وي.

$$\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\Rightarrow 4\times 6=8\times 3$$

فعالیت

د درکړشوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړی.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{d}{c}$
2	3	8	12	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$	
6	9	10	15		$\frac{10}{15}$		

• د $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$ او $(\frac{b}{a}, \frac{d}{c})$ نسبتونه د جدول د ټولو عددونو لپاره وګورئ چې تناسب جوړوي او که نه؟

په عمومي توګه ویلای شو:

څلورم خاصیت: که چیرې دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي، د هغو سرچپه (معکوس) هم یو تناسب جوړ وي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{b}$	$\frac{c+d}{d}$	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{c-d}{d}$
6	9	12	18	$\frac{6}{9}$		$\frac{6+9}{9}$			
12	18	24	36		$\frac{24}{36}$				

• د جدول د ټولو قیمتونو لپاره وګورئ چې هره جوړه $(\frac{a}{b}, \frac{c}{d})$، $(\frac{a+b}{b}, \frac{c+d}{c})$ او $(\frac{a-b}{b}, \frac{c-d}{d})$ نسبتونه، تناسب جوړوي او که نه؟

پنځم خاصیت: که چیرې دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي او د هر نسبت مخرج له صورت سره جمع او حاصل یې پر لومړني مخرج ولیکو بیا هم یو تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

شپږم خاصیت: که چیرې په یو تناسب کې د هر نسبت مخرج له صورت څخه تفریق او حاصل یې پر لومړي مخرج ولیکو یو نوی تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+c}{b+d}$
1	2	7	14		$\frac{7}{14}$	
3	4	6	8			$\frac{3+6}{4+8}$

• د جدول د ټولو قیمتونو لپاره وګورئ چې هره جوړه $(\frac{a}{b},\frac{c}{d})$، $(\frac{a}{b},\frac{a+c}{b+d})$ او $(\frac{c}{d},\frac{a+c}{b+d})$ نستبونه، تناسب جوړوي او که نه؟

اووم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې صورتونه یو له بله سره جمع او په صورت کې او مخرجونه یو له بل سره جمع او په مخرج کې ولیکل شي، نو نوی نسبت منځ ته راځي چې له هرٍ راکړل شوي نسبت سره مساوي دی او نوي تناسبونه جوړوي.

مثلاً:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d},\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}\Rightarrow\frac{3+6}{4+8}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}\Rightarrow 3\times12=4\times9$$

$$\frac{6}{8}=\frac{9}{12}\Rightarrow 6\times12=9\times8$$

تمرین

1- لاندې مساواتونه د درکړل شوو عددونو په نظر کې نیولو سره په عددی شکل سره ولیکئ:

• که چیرې $a=10$ ، $b=5$ ، $c=30$ او $d=15$ وي: $\frac{b}{a-b}=\frac{d}{c-d}$

• که چیرې $a=8$ ، $b=9$ ، $c=32$ و $d=36$ وي: $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$

2- که چیرې $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ وي څرنګه کولی شو د تناسب د خاصیت په کارولو سره د $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ تناسب په لاس راوړو؟

د تناسب ډولونه

1- مستقيم تناسب Direct proportion

د ټولګي ښاروندکي د لاسي کارونو د جوړولو لپاره هر زده کوونکي ته 2 بستې رنګه کاغذ ورکوي. که چیرې اتم ټولګی 20 زده کوونکي ولري څو بستو رنګه کاغذ ته اړتیا ده تر څو ټولو زده کوونکو ته يې ورکړي؟

فعالیت

د یو کیلو ګرام او 10 کیلو ګرامه بورې د بیې په پام کې نیولو سره لاندې جدولونه بشپړ کړئ

5 کیلو ګرامه	4 کیلو ګرامه	3 کیلو ګرامه	2 کیلو ګرامه	1 کیلو ګرامه	اندازه (مقدار)
				50 افغانۍ	بیه

6 کیلو ګرامه	7 کیلو ګرامه	8 کیلو ګرامه	9 کیلو ګرامه	10 کیلو ګرامه	اندازه (مقدار)
				500 افغانۍ	بیه

- د بورې د اندازې په زیاتېدو سره د هغې بیه څه ډول بدلون مومي؟
- د بورې د اندازې په کمېدو سره د هغې بیه څه ډول بدلون کوي؟
- د بورې د اندازې او بیې ترمنځ څه ډول اړیکه وجود لري؟

له پورته فعالیت څخه ويلی شو چې:

د بورې اندازه د هغې له بیې سره مستقیمه اړیکه لري یعنې، په هره اندازه چې بوره زیاته شي بیه یې هم زیاتیږي او په هر اندازه چې بوره کمه شي بیه یې هم کمیږي.

تعریف

که چېرې په یوه تناسب کې د لومړي مقدار په زیاتیدو، دویم مقدار هم زیات شي او یا د لومړي مقدار په کمیدو، دویم مقدار هم کم شي دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي، یعنې نوموړي مقدارونه یو له بل سره مستقیماً متناسب دي.

مثال: که چېرې د 8 قطیو اورلگیت بیه 4 افغانۍ وي د 62 قطیو بیه به څو افغانۍ وي؟

حل: که چېرې د 62 قطیو اورلگیت بیه m افغانۍ وي. څرنگه چې د اورلگیت د قطیو شمېر دهغو له بیې سره مستقیماً متناسب دي، نو دا یو مستقیم تناسب دی.

اورلگیت	بیه
8	4
62	m

$$\frac{8}{62}=\frac{4}{m}$$

$$m=\frac{4\times 62}{8}=31$$ افغانۍ

تمرین

1- د 12 تنو کارکوونکو اجوره 480 افغانۍ ده د 10 تنو اجوره پیدا کړئ. (د ټولو کارکوونکو اجوره برابره ده)

2-که چېرې یو تن کارکوونکی په 5 ورځو کې 1500 افغانۍ اجوره واخلي، د هغه د 18 ورځو اجوره څو افغانۍ کېږي؟

3- که چېرې د 3 مترو ټوکر د رانیولو لپاره 330 افغانیو ته اړتیا وي. د 15 مترو ټوکر رانیولو ته به څو افغانۍ په کار وي؟

۲- معکوس تناسب
Indirect proportion

د ټولګي څارونکی د ټولګي له پاکولو څخه وروسته غواړي چې ټولګی منظم کړي. که چېرې يو زده کوونکی ټولګی په 60 دقيقو کې پاك كړي. 6 زده كوونكي يې په څو دقيقو كې پاکولی شي؟

فعالیت

که چېرې يو رنګمال يوه کوټه په څلورو ورځو کې رنګ کړي، نو که په يوې يا دوو ورځو کې مو په کار وې څو رنګمالانو ته اړتيا ده؟
د پوښتنې د ځواب لپاره لاندې جدول د درکړل شوو قيمتونو په پام کې نيولو سره بشپړ کړئ:

په ورځو کې سرته رسيدلي کار	4 ورځې	2 ورځې	1 ورځ
د کار کوونکو شمېر	1		

- د ورځو په لږيدو سره د کار کوونکو شمېر زياتېږي او که کمېږي؟
- د کار په سرته رسيدو کې د ورځو د او کارکوونکو د شمېر تر منځ څه ډول اړيکه وجود لري؟

تعريف

که چېرې په يو تناسب کې د يوه کميت مقدار زيات او باالمقابل د بل کميت مقدار کم شي او يا د يوه کميت مقدار کم او د بل کميت مقدار زيات شي، دا ډول تناسب د معکوس تناسب په نامه يادېږي، يعنې د لومړي کميت او دويم کميت ترمنځ معکوسه اړيکه يا رابطه وجود لري.

مثال: 20 تنه یو جومات په 15 ورځو کې جوړوي که چېرې وغواړو چې دا جومات په 10 ورځو کې جوړ شي، نو څو تنو کارکوونکو ته اړتیا ده؟

حل: دا تناسب معکوس دی، ځکه چې د لږو ورځو لپاره زیاتو کارکوونکو ته اړتیا شته.

تنه	$\frac{1}{\text{ورځ}}$
20	$\frac{1}{15}$
m	$\frac{1}{10}$

$$\frac{20}{m}=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{10}}=\frac{10}{15} \quad , \quad \frac{20}{m}=\frac{10}{15} \quad , \quad m=\frac{20\times 15}{10}=30$$

تمرين

1- د اوبو څلور نله یو حوض په 8 ساعتو کې ډکوي، 5 نله به نوموړی حوض په څو ساعتونو کې ډک کړي؟ (د نلونو قطرونه یو له بله سره مساوي دي)

2- یو موټر په یو ساعت کې د 50 کیلومترو په چټکتیا سره لاره وهي او د دوو ښارونو تر منځ واټن په 3 ساعتو نو کې وهي که چېرې د یو بل موټر چټکتیا په یوه ساعت کې 75 کیلو متره وي، نو د نوموړو ښارونو تر منځ واټن به په څو ساعتونو کې ووهي؟

مرکب تناسب
compound proportion

$$\frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{30}{18}$$

تناسب په څو ډوله دی؟
کېدای شي یو تناسب یوازې مستقیم او یا معکوس وي؟
آیا داسې یو تناسب پېژنئ چې په عین وخت کې هم مستقیم او هم معکوس وي؟

فعالیت

د چای دوه کاچوغې شربت د اوبو په یو ګیلاس کې له مخامخ شکل سره سم حل شوی دی، د هر ګیلاس د اوبو او شربت نسبت 1 پر 2 دی. د مخامخ شکل جګ د 2 ګیلاسونو اوبو ځای لري. د شکل سره سم د چای خوړلو 4 کاچوغې شربت په هغه کې حل شوی دی، آیا د ګیلاس او جګ د اوبو خوږوالی به په یوه اندازه وي؟
لاندې جدول بشپړ کړئ:

د ګیلاسونو شمېر	1	2	3	4
د کاچوغو شمېر	2		6	

- د اوبو د ګیلاسونو د شمېر او د شربت د کاچوغو د شمېر نسبت ولیکئ.
- ددې نسبتونو ترمنځ څه ډول رابطه شته؟

له پورته فعالیت څخه ویلی شو:
په هر اندازه چې د اوبو د ګیلاسونو شمېر زیات یا لږ شي، د شربت د کاچوغو شمېر متناسباً بدلون کوي، تر څو د $\frac{1}{2}$ نسبت ثابت پاتې شي. له دې امله پورتنی جدول د تناسب یو جدول دی.

یادونه: د تیر جهت پورته خوا ته د مستقیم او ښکته خوا ته د معکوس تناسب په معنا په کار وړل شوی دی.

لومړی مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورځو کار لپاره 80000 افغانۍ مزدوري اخلي. 8 تنه به د 6 ورځو کار لپاره څو افغانۍ مزدوري واخلي؟

حل: څرنګه چې د نسبتونو تر منځ رابطه مستقیمه ده نو لاندې جدول جوړوو.

د تنو شمېر	ورځې	مزدوري
5	4	80000
8	6	x

$$\frac{80000}{x}=\frac{5}{12}\ ,\ \frac{80000}{x}=\frac{4\times5}{6\times8}$$

$$x=192000$$

دویم مثال: که چېرې 10 تنه یو کانال چې اوږدوالی یې 12 متره دی، په 8 ورځو کې وکني نو 5 تنه هغه ته ورته کانال چې اوږدوالی یې 15 متره دی، په څو ورځو کې کنلای شي.

حل: څرنګه چې متحول یعنې د ورځو شمېر د تنو له شمېر سره معکوس تناسب او د کاناالونو له اوږدوالي سره مستقیم تناسب لري، نو په لاندې ډول یې حلوو:

د تنو شمېر	اوږدوالی	ورځې
10	12	8
5	15	x

$$\frac{8}{x}=\frac{12\times5}{15\times10}\ ,\ x=\frac{8\times15\times10}{12\times5}$$

$$x=20$$

تعریف

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کېږي، په مرکب تناسب کې د لومړي نسبت صورت او د نورو نسبتونو مخرجونه طرفین، د لومړي نسبت مخرج او د نورو نسبتونو صورتونو ته د تناسب وسطین ویل کېږي.

لکه:

$$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}=\frac{18}{27}$$

18 ← وسطین

27 ← طرفین

تمرین

1- که چېرې 24 تنه بزګران د ورځې 8 ساعته کار وکړي، یوه ځمکه چې 2000 متر مربع پراخوالی لري په 20 ورځو کې په بیلونو واړوي. که چېرې 40 تنه بزګران د ورځې 12 ساعته کار وکړي یوه بله توټه ځمکه چې 3000 متر مربع پراخوالی لري په څو ورځو کې به یې په بیل واړوي؟

2 - که چېرې د 4200 کیلوګرامو غنمو د وړلو لپاره د 810 کیلو مترو په واټن 500 افغانیو ته اړتیا وي د 6000 کیلوګرام غنمو وړلو لپاره د 630 کیلو متر په واټن څو افغانیو ته اړتیا ده؟

فیصد
Percentage

$$\frac{15}{11}=\frac{100}{x}$$

د یو ښوونځي د والیبال ټیم 15 لوبې سر ته رسولي خو 11 لوبې یې ګټلي دي، خو د بل ښوونځي د والیبال ټیم 12 لوبې سر ته رسولي او 10 لوبې یې ګټلي دي.ستاسو په نظر کوم ټیم زیاتې لوبې ګټلې دي؟

فعالیت

اوبه	تیل
20	80
x	100

که چېرې په 80 لیترو تیلو کې 20 لیتره اوبه ګډې وي نو په 100 لیترو کې څو لیتره اوبه ګډې دي؟

• د پورته قیمتونو په پام کې نیولو سره تناسب جوړ کړئ.
• د طرفین او وسطین د خاصیت په کارولو سره د x قیمت پیدا کړئ چې په 100 لیترو کې څو فیصده اوبه شته؟

لومړی مثال: یوه سرې په بانک کې 45000 افغانۍ کېښودلې. له څه وخت وروسته یې 900 افغانۍ ګټه وکړه. نوموړې سرې له خپلې اصلي سرمایې څخه څو فیصده ګټه اخیستې ده؟

حل:

ګټه	سرمایه
900	45000
x	100

$$\frac{45000}{100}=\frac{900}{x}$$

$$x=\frac{900\times 100}{45000}=\frac{90000}{45000}=\frac{90}{45}=2\%$$

د مثال له حل څخه پوهېږو چې نوموړې سرې په هر 100 افغانیو کې 2 افغانۍ یا 2% ګټه کړې ده.

دويم مثال: د پوهنتون دکانکور په آزموینه کې د حبیبې د لیسې له 320 تنو فارغانو څخه 256 تنه بریالي او د غازي د لیسې له 400 تنو فارغانو څخه 300 تنه بریالي شوي دي. ویلای شئ چې له نوموړو ښوونځیو څخه په ازموینه کې کوم یوه ښوونځي زیات بریالي ورکړي دي؟

د بریالیو زده کوونکو سلنه (فیصدي) څو ده؟

حل:

بریالي	فارغان
256	320
x	100

$$\frac{256}{x}=\frac{320}{100}\quad,\quad x=\frac{256\times 100}{320}=\frac{2560}{32}=80\%$$
د حبیبې د لیسې د بریالیو فارغانو فیصدي

بریالي	فارغان
300	400
x	100

$$\frac{300}{x}=\frac{400}{100}\quad,\quad x=\frac{300\times 100}{400}=\frac{300}{4}=75\%$$
د غازي د لیسې د بریالیو فارغانو فیصدي

نو ویلای شو چې د کانکور په ازموینه کې د حبیبې لیسې نسبت د غازي لیسې ته زیات بریالي ورکړي دي.

تعریف

فیصدي د داسې کسر ښودنه ده چې په مخرج کې یې 100 وي. د فیصدي د ښودلو لپاره د % نښې څخه کار اخیستل کیږي.

تمرین

1- یو هیتوال په یوه میاشت کې دوه واړي مالونه راوړي دي. لومړی وار یې د 25000 افغانیو په پانګې، 800 افغانۍ ګټه کړې ده او دویم وار یې د 10000 افغانیو په پانګې، 330 افغانۍ ګټه کړې ده. نوموړي هیتوال کوم واړي نظر سرمایې ته زیاته ګټه کړې ده؟

2- عبدالرحیم د ریاضي په مضمون کې له 75 نمرو څخه 60 نمرې لاس ته راوړې، د ریاضي په مضمون کې د عبدالرحیم د نمرو فیصدي په لاس راوړئ؟

3- په لاندې مساواتونو کې کوم یو یې سم دی؟ هغه چې سم نه دي صحیح نسبت یې ولیکئ.

$$50\%=\frac{1}{2}\quad,\quad \frac{111}{1000}=11\%\quad,\quad \frac{21}{100}=21\%\quad,\quad 4\%=\frac{4}{100}\quad,\quad 30\%=\frac{30}{50}$$

احديت يا واحد
Unitary

که چېرې په عمومي توګه د يوه جنس د خو شيانو يا دانو قيمت درکړ شوی وي. څرنګه کولای شي د هغې يوې دانې قيمت پيدا کړئ؟

- که چېرې د يوه قلم قيمت درکړل شوی وي آيا د هغه د څو دانو قيمت پيدا کولای شي؟

فعاليت

د کمپسونو او د ورځو د شمېر نسبت چې يو ګنډونکی يې ګنډي، $\frac{28}{4}$ دی، يعني دا ګنډونکی 28 کمپسونه په 4 ورځو کې ګنډي په يوه ورځ کې به څو کميسونه وګنډي؟
د پورته وينا له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ:

د کميسونو شمېر	28	x
ورځې	4	1
نسبت		

- د پورته جدول له مخې تناسب جوړ کړئ.
- د طرفين او وسطين له خاصيت څخه په کار اخيستنې د x قيمت پيدا کړئ.

په پايله کې ويلای شو که چېرې د څو شيانو قيمت راکړل شوی وي کولای شو د يوې دانې قيمت پيدا کړو.

لومړی مثال: د تيلو د يوه بيرل (200ليترو) بيه 40000 افغانۍ ده. د هغه د يوه ليتر بيه پيدا کړئ.

تيل	افغانۍ
200	40000
1	x

$$\frac{200}{1} = \frac{40000}{x}$$

$$200x = 40000$$

$$x = \frac{40000}{200} \quad , \quad x = 200$$

دویم مثال: د پنسل یو درجن (12 دانې) قلمونه په 60 افغانیو را نیول شوی دی د هغه د 7 دانو قیمت څو افغانۍ کیږي؟

لومړی د یوه قلم قیمت پیدا کوو.

د پنسل د قلمونو شمېر	افغانۍ
12	60
1	x

$$\frac{12}{1}=\frac{60}{x}$$

$$12x=60$$

$$x=\frac{60}{12}\quad,\qquad x=5\ \text{افغانۍ}$$

نو د 7 دانو قیمت عبارت دی له:

$$5\cdot 7=35$$

د سوداګرۍ په ډېرو راکړو ورکړو کې د جنسونو او شیانو پلورل او پیرودل د درجن او د سټ په توګه کېږي کله ناکله ارتیا پیدا کېږي چې د هغو د یوه یا څو دانو قیمت پیدا کړو. ددې عمل د سرته رسولو لپاره له داسې طریقې څخه کار اخیستل کېږي چې احدیت بلل کېږي او داسې یې تعریفوو:

تعریف

احدیت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیدا کوو او بیا یې په راکړشوي مقدار کې ضربوو.

تمرین

1- 2 متره ټوکر 300 افغانۍ بیه لري. لومړی د هغه د یوه متر بیه پیدا کړئ او بیا ووایاست چې د 17 مترو بیه څو افغانۍ کېږي؟

2- د یو جنس د 60 کیلوګرام د وړلو لګښت 2400 افغانۍ کېږي لومړی د هغه د یوه کیلوګرام د وړلو لګښت پیدا او بیا ووایاست چې د 35 کیلوګرام د وړلو یې څو افغانۍ کېږي؟

تخفیف
Discount

ځیني وختونه به پلورنځي ته تللي یاست او دا اعلانونه به مو لیدلي یا اوریدلي وي:

د پسرلنیو جامو په بیه کې 10% تخفیف.

د سیم کارت په بیه کې 50% تخفیف.

په اجناسو کې 15% تخفیف.

فعالیت

یو زده کوونکی د کیسو د کتاب د اخیستلو لپاره د کتابونو پلورنځي ته ځي د کتاب بیه 60 افغانۍ ده نوموړی زده کوونکی 55 افغانۍ لري. کتاب پلورنکی نوموړی کتاب په زده کوونکي باندې په 55 افغانیو پلوري.

- زده کوونکي دا کتاب له اصلي بیې څخه څو افغانۍ ارزانه اخیستی دی؟
- د کتاب له اصلي بیې څخه یې څو فیصد لږې پیسې ورکړې دي؟
- که چیرې دا فیصدي د کتاب په اصلي بیه کې ضرب شي کوم عدد را شیږي؟

ویلی شو چې: په همغه اندازه چې زده کوونکي کتاب له اصلي بیې څخه ارزان اخیستی دی د کتاب تخفیف بلل کیږي.

لومړی مثال: د میوې د اوبو ایستلو ماشین 4000 افغانۍ بیه لري او د 8% په تخفیف پلورل کیږي د پلورلو بیه یې پیدا کړئ.

حل:

تخفیف	بیه
8	100
x	4000

$$(x)\ \text{تخفیف} = 4000 \times \frac{8}{100} = 40 \times 8 = 320\ \text{افغانۍ}$$

$$\text{د پلورلو بیه} = 4000 - 320 = 3680\ \text{افغانۍ}$$

دويم مثال: يو تن يو جنس چې اصلي بيه يې 3000 افغانۍ ده له تخفيف وروسته يې په 2895 افغانيو واخيست، معلوم کړئ چې نوموړي اخيستونکی څو فيصده تخفيف اخيستی دی؟

حل: لومړی ټول تخفيف په لاندې ډول په لاس راوړو:

$$3000 - 2895 = 105$$

ټول تخفيف 105 افغانۍ دي اوس د تناسب په مرسته د 100 تخفيف پيدا کوو.

تخفيف	بيه
105	3000
x	100

$$(x)\ \text{تخفيف} = 100 \times \frac{105}{3000} = \frac{10500}{3000} = 3.5\%$$

$$(x) = 3.5\%$$

تعريف

هغه پيسې چې سوداګران يې د سيالۍ او د خپلو مشتريانو د جذب لپاره له اصلي بيې څخه کموي. تخفيف بلل کېږي. ددې تخفيف فيصدي نسبت اصلي قيمت ته د تخفيف د فيصدۍ په نامه يادېږي.

تمرين

1- د يوه بايسکل اصلي بيه 5000 افغانۍ ده که چېرې پلورونکی خپل اخيستونکي ته 2% تخفيف ورکړي، د بايسکيل بيه پيدا کړئ.

2- که چېرې د يوې ګازې بخارۍ اصلي بيه 8000 افغانۍ وي، هټيوال د خپلې اړتيا لپاره هغه په 7600 افغانۍ وپلوري، تخفيف اندازه او د تخفيف فيصدي پيدا کړئ.

3- د يوې برقي جارو بيه 5730 افغانۍ ده او هغه د 3% په تخفيف پلورل کېږي. د پلورلو بيه يې پيدا کړئ.

ساده او مرکبه ربح
Simple and compound Intrest

یو هېيوال په یو بانک کې 1000 افغانی زېرمه کړې له یوه کاله وروسته یې خپلې پیسې بیرته واخیستلې چې د اخیستل شوو پیسو اندازه یې 1100 افغانی شوی وه د بانک له متصدي څخه یې وپوښتل چې دا 100 زیاتې شوې افغانی د څه شي دي؟

تعریف

هغه ګټه چې د یوې ټاکلې فیصدۍ له مخې له یوې سرمایې څخه په یوه ټاکلي وخت او ټاکلي نرخ سره لاس ته راځي، د ساده ربحې یا Simple Interst په نامه یادېږي.
څرنګه چې ساده ربح له سرمایې او ټاکلي نرخ سره مستقیماً متناسب ده. یعني:

$$p = A \cdot R \cdot T \quad \text{ربح}$$

دلته A سرمایه، R نرخ د فیصدۍ له مخې اوT وخت په کال سره ښیي.

لومړی مثال: له یوه کال څخه وروسته د 8% نرخ له مخې د 5600 افغانیو ربح(ګټه) څو افغانی کیږي؟
حل:
سرمایه(A) $= 5600$

نرخ (R) $= 8\% = \frac{8}{100}$ ربح $P = A \cdot R \cdot T = 5600 \times 1 \times \frac{8}{100} = 56 \times 8 =$ افغانی 448

وخت (T) = یو کال

دویم مثال: له 7 میاشتو څخه وروسته د 13% نرخ له مخې د 156000 افغانیو ساده ربح حساب کړئ.
حل:
سرمایه(A) $= 156000$

نرخ (R) $= 13\% = \frac{13}{100}$ ربح $P = A \cdot R \cdot T = 156000 \times \frac{13}{100} \times \frac{7}{12} = 11830$

وخت (T) = 7 میاشتې = $\frac{7}{12}$ کال

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونیسئ:

د اصلي پيسو اندازه	د پيسو اندازه وروسته له 1 کال	د پيسو اندازه وروسته له 2 کاله	د پيسو اندازه وروسته له 3 کاله	د پيسو اندازه وروسته له 4 کاله
1000	1100	1210	1331	1464.1

- د هر کال د ګټې توپير نسبت مخکني کال ته په يو جدول کې وښياست.
- لاس ته راغلي توپيرونه ثابته اندازه لري او که نه؟
- د هر کال د ګټې نسبت نظر مخکني کال ته په يوه جدول کې وښياست.
- آيا دا نسبتونه ثابت دي او که نه؟

تعریف

که چېرې د یوې سرمايې ګټه د اصلي سرمايې له اندازې سره یو ځای شي او بیا په ګټه ورکړل شي، هغه ګټه چې له دې سرمايې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحې په نامه یادېږي چې له لاندې رابطې څخه په لاس راځي.

$$P = A(1+r)^n$$

دلته P سرمايه له ګټې سره، A لومړۍ سرمايه، r نرخ د فيصدۍ له مخې او n وخت په کال سره ښيي.

مثال: د 2000000 افغانیو سرمايه د کال په 10% مرکبې ربحې سره په بانک کې اېښودل کېږي د 5 کالو وروسته نوموړې سرمايه څو افغانۍ کېږي؟

حل: قیمتونه په فارمول کې اېږدو:

$$\left.\begin{array}{l} A = 2000000 \\ r = 10\% \\ n = 5 \\ P = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} P = 2000000(1+\frac{1}{10})^5 = 2000000(1.1)^5 \\ P = 2000000 \times 1.61051 = 3221020 \\ P = 3221020 \end{array}$$

تمرین

1- احمد 4000 افغانۍ د 8% نرخ له مخې د مرکبې ربحې په توګه په خپل حساب کې سپما کړي ده. د کال په پای کې به ورته بانک څومره ګټه ورکړي؟

2- د 1500 افغانیو پانګې ګټه د 10% نرخ له مخې د 3 کلونو وخت لپاره څو افغانۍ کېږي؟

د دویم فصل مهم ټکي

• نسبت

د دوو همجنسو کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وښيي لومړی کمیت د دویم کمیت څو برابره دی یا یو کمیت د بل کمیت څومه برخه ده او یا دویم کمیت څو ځلې په لومړی کمیت کې شامل دی.

• په متناسبو اجزاو ویشل

د یوه عدد د ویشلو لپاره په راکړ شوو نسبتونو، لومړی د راکړ شوو نسبتونو د جمعې حاصل په لاس راوړو له هغه وروسته مفروض عدد د نستونو په مجموعې باندې ویشو او د وېش حاصل یې په راکړ شوي هر یوه نسبت کې ضربوو لاس ته راغلي عددونه په راکړ شوي نسبتونو باندې د نوموړی عدد ویشل دي.

• تناسب

د دوو نسبتونو مساواتونو ته تناسب وایي.

• د تناسب خواص

-1 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

-2 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

-3 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$

-4 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

-5 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

-6 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

-7 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}, \frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

-8 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

• د تناسب ډولونه

1- **مستقیم تناسب**: که چېرې په یوه تناسب کې لومړۍ مقدار زیات او دویم مقدار یې هم ورسره زیات شي او یا که چېرې لومړۍ مقدار کم او دویم مقدار یې هم کم شي، دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي.

2- **معکوس تناسب**: که چېرې په یوه تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او باالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادېږي.

• مرکب تناسب:

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کېږي.

• فیصد

فیصد د داسې یوه کسر ښودونکی دی چې مخرج یې 100 وي.

• احدیت:

احدیت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیدا کوو او بیا په راکړ شوې مقدار کې یې ضربوو.

• تخفیف:

هغه پیسې چې سوداګران یې د سیالۍ او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلي بیې څخه کموي تخفیف بلل کېږي. ددې تخفیف فیصدي نسبت اصلي قیمت ته د تخفیف د فیصدي په نامه یادېږي.

• ربح

- **ساده ربح**: هغه ګټه چې د یوې ټاکلې فیصدي له مخې له یوې سرمایې څخه په یوه ټاکلې وخت او ټاکلې نرخ سره لاس ته راځي د ساده ربحې یا Simple Interst په نامه یادېږي.

$$P = A \cdot R \cdot T$$

- **مرکبه ربح**: که چېرې د یوې سرمایې ګټه د اصلي سرمایې له اندازې سره یو ځای شي او بیا ګټې ته کېښودل شي، هغه ګټه چې له دې نوي سرمایې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحې په نامه

$$P = A(1+r)^n$$

عمومي پوښتني

یادېږي.

د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي د سم ځواب څخه یې کرښه تاو کړئ:

1- د دوو کمیتونو نسبت داسې یو عدد دی:

a) منفي   b) مثبت   c) له واحد څخه پرته   d) هیڅ یو

2- د فیصد نښه عبارت ده، له:

a) ×   b) ÷   c) +   d) %

تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- په تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دویم نسبت مخرج د .... په نامه او د لومړي نسبت مخرج د دویم نسبت صورت د .... په نامه یادېږي.

2- په مستقیم تناسب کې دواړه کمیتونه په عین وخت کې .... یا .... کیږي.

3- هغه ګټه چې له یوې ټاکلې سرمایې څخه په یوه ټاکلې .... او په یوه ټاکلې .... د یوې فیصدي له مخې لاس ته راځي د ساده............................... په نامه یادېږي.

4- هغه کسر چې مخرج یې .... وي د .... په نامه یادېږي.

لاندې یو شمېر جملې درکړ شوي دي، د سمې جملې مخې ته د (ص) توري او د ناسمې جملې مخې ته د (غ) توري ولیکئ:

1- (   ) په یوه تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دویم نسبت مخرج د طرفین په نامه او د لومړي نسبت مخرج د دویم نسبت صورت د وسطین په نامه یادېږي.

2- (   ) که چېرې د یوې پانګې ګټه له اصلي پانګې سره یو ځای او بیا ګټې ته کېښودل شي نوې پانګه چې په لاس راځي د ساده ربحې په نامه یادېږي.

3- (   ) فیصد داسې کسر دی چې مخرج یې 100 وي.

4- (   ) تخفیف مستقیم تناسب دی چې لومړی له اړوند نسبت څخه د یو واحد قیمت پیدا او بیا په راکړ شوي مقدار کې یې ضربوو.

5- (   ) د دوو تناسبونو مساواتو ته نسبت وایي.

لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- د دوو ښوونځيو د زده کوونکو شمېر په ترتيب 720 او 810 تنه دي. د نوموړو ښوونځيو د زده کوونکو ترمنځ نسبت په لاس راوړئ.

2- په يوه بڼ کې 45 ونې د منو، 30 ونې د ناکو او 75 ونې د انارو دي. د دوه دوه ډولونو ترمنځ نسبت پيدا کړئ.

3- د 3 مترو ټوکر د رانيولو لپاره 450 افغانيو ته اړتيا ده . نو د 15 مترو ټوکر رانيولو ته به څو افغانۍ په کار وي؟

4- 27 تنه يو رستورانت په 20 ورځو کې جوړ وي، که چېرې وغواړو چې دا رستورانت په 15 ورځو کې جوړ شي، د هغه لپاره څو تنه په کار دي؟

5- د ملالۍ د عالي لېسې په يوه ټولګي کې د 50 تنو په شمېر نجونې شاملې دي، د هغو ښوونکې غواړي په داسې دوو ګروپونو يې ووېشي چې د هغو تر منځ نسبت $\frac{2}{3}$ وي. د هر ګروپ شمېر معلوم کړئ؟

6- $1200m^2$ ځمکه 14 کسه په دې شرط چې 3 ساعته د ورځې کاروکړي په 8 ورځو کې بېل وهي، $1500m^2$ ځمکه 10 کسه چې د ورځې 6 ساعته کار وکړي په څو ورځو کې بيل وهلی شي؟

7- د ښوونځي اداره له يوه کتاب پلورنکي څخه د 2560 افغانيو کتابونه را نيولي دي، د دې لپاره چې کتاب پلورونکی نوموړي اخيستونکی خپل پېرويدونکي (مشتري) وګرځوي د اصلي قيمت څخه 5 فيصده لږ افغانۍ اخلي معلوم کړئ چې د ښوونځي اداره څومره افغانۍ کتاب پلورونکي ته ورکړي دي؟

8- دوه سوداګر د 2540000 افغانيو په ګډه پانګې سوداګري کوي، د هغو د پانګې نسبت $\frac{3}{5}$ دی. د هر يوه پانګه پيدا کړئ؟

9- 12000 افغانۍ پانګه د کال 6 فيصده د مرکبې ربحې په ډول په بانک کې ايښودل کېږي د 4 کلونو د تيريدو وروسته نوموړې پانګه څو افغانۍ کيږي؟

10- که چېرې يو کال مخکې د يوه کلي نفوس 600 تنه شمېرل شوي وي او د کلي نفوس د کال 3 فيصده زيات شوي وي د کلي اوسنی نفوس څو تنه دی؟

11- په يوه کال کې د 4800 افغانيو ګټه د 9 فيصده نرخ له مخې څو افغانۍ کېږي؟

دریم فصل

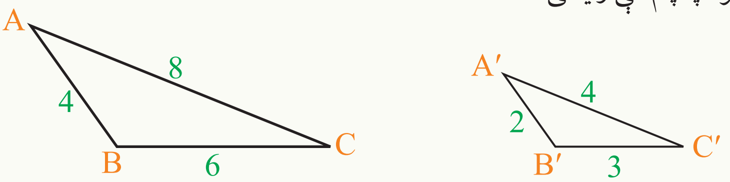
مشابهتونه

ورته (مشابه) شکلونه

آیا هم ډوله شکلونه مو په بیلو اندازو لیدلي دي؟
زموږ په شاوخوا کې داسې شکلونه شته چې اندازه یې یو له بله سره مساوي نه وي، خو هم ډوله (هم شکله) وي، مثلاً: د پغمان د تاق ظفر تصویرونه چې یو یې لوی او بل یې کوچنی دی، خو د شکل له نظره یو بل ته ورته دي.

فعالیت

لاندې دوه مثلثونه په پام کې ونیسئ:

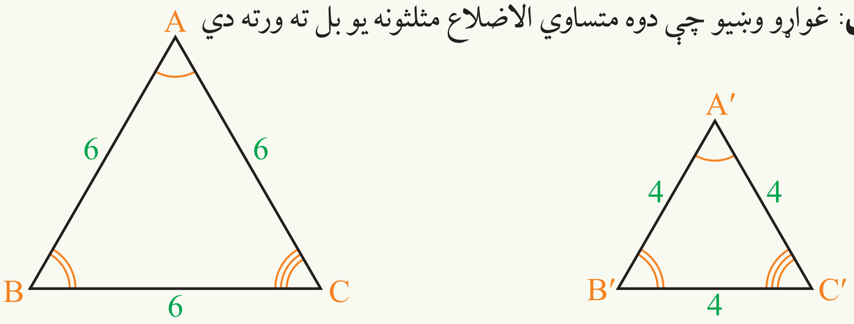


- آیا فکر کوئ چې پورته مثلثونه یو بل ته ورته دي؟
- په پورته مثلثونو کې متناسبې ضلعې او مساوي زاویې په نښه کړئ.
- هم ډوله زاویې د نقالې په واسطه اندازه او پرتله یې کړئ.
- د متناسبو ضلعو نسبتونه حساب کړئ.

پورتنی فعالیت موږ ته راښيي چې:

په ورته شکلونو کې د متناسبو اضلاعو پر وړاندې زاویې یو له بله سره یو په یو انطباق منونکې دي او د متناسبو ضلعو نسبتونه د یو ثابت مقدار دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والي نسبت وايي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

مثال: غواړو وښیو چې دوه متساوي الاضلاع مثلثونه یو بل ته ورته دي



حل: د دواړو مثلثونو ټولې زاویې یو له

بل سره انطباق منونکي دي.

د ضلعو ترمنځ تناسب وجود لري.

$\hat{A} \cong \hat{A}'$, $\hat{B} \cong \hat{B}'$, $\hat{C} \cong \hat{C}'$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

نو:

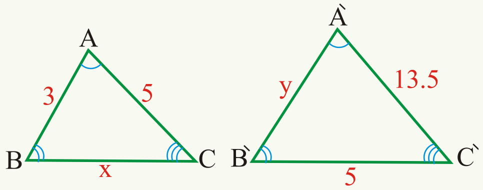
$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

تمرین

1- لاندې کومه یوه جمله تل سمه ده؟ دهرې یوې لپاره مثال ووایاست.

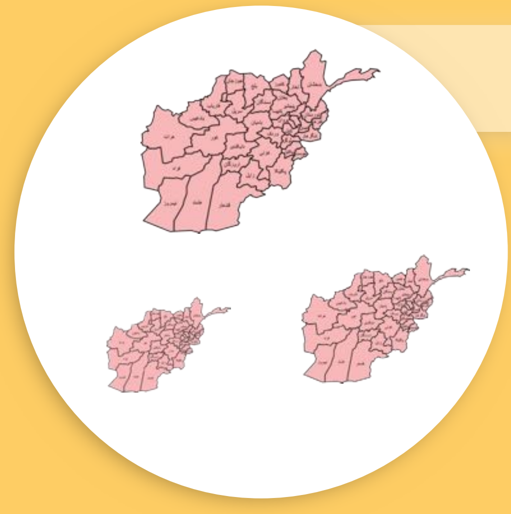
- دوه مربع ګانې تل یو بل ته ورته دي.
- دوه مثلثونه تل یو بل ته ورته دي.
- دوه مستطیلونه تل یو بل ته ورته دي .
- دوه متساوي الساقین مثلثونه تل یوبل ته ورته دي.
- دوې لوزې ګانې تل یوبل ته ورته دي.

2- د $A'B'C'$ او ABC مثلثونه یو بل ته ورته دي. د هغو زاویې ټاکل شوي دي. د مخامخ ضلعو تر منځ یې نسبت ولیکئ او وروسته د x او y اوږدوالی پیدا کړئ.



3- دوه مشابه پنځه ضلعي ګانې رسم کړئ.

ورته (متشابه) مضلع ګانې



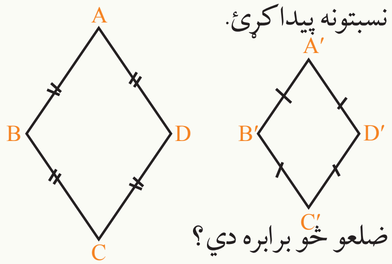
آیا د پورته نقشې لاندې دوه نقشې په یوه اندازه سره کوچنۍ شوې دي؟

فعالیت

د شکل په پام کې نیولوسره د خط کش په واسطه لاندې نسبتونه پیدا کړئ.

$\frac{BC}{B'C'}=\square$ $\frac{AB}{A'B'}=\square$

$\frac{AD}{A'D'}=\square$ $\frac{CD}{C'D'}=\square$

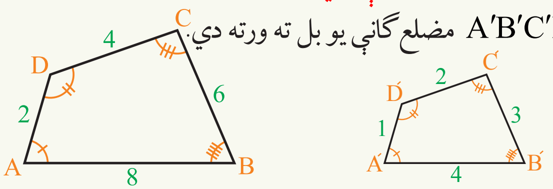


- د ABCD د لوزي ضلعې د A′B′C′D′ د لوزي د ضلعو څو برابره دي؟
- د ABCD او A′B′C′D′ زاویې اندازه کړئ څه اړیکه د زاویو ترمنځ شتون لري؟

په پورته فعالیت کې لیدل کېږي چې د دواړو شکلونو د متناسبو ضلعو نسبت تل ثابت او یو له بله سره مساوي دی. همدا رنګه د متناسبو ضلعو پر وړاندې زاویې یو له بل سره مساوي دي، نو دا دوه شکلونه یوبل ته ورته دي، په پایله کې ویلای شو: څو ضلعي شکلونه مشابه بلل کېږي چې لاندې خواصونه ولري:

1- د راسونو شمېر يې مساوي وي.
2- په ورته مضلع ګانو کې باید ټولې زاویې یو په یو له یو بل سره انطباق منونکې وي.
3- د مساوي زاویو پر وړاندې ضلعې یوله بله سره متناسبې وي.

مثال: ښیو چې د ABCD او A′B′C′D′ مضلع ګانې یو بل ته ورته دي.



حل: د نقالي په کارولو سره په شکلونو کې لیدل کیږي، چې:

1- زاویې یو له بل سره انطباق منونکی دي:

$$\hat{A} \cong \hat{A'}\ ,\ \hat{B} \cong \hat{B'}\ ,\ \hat{C} \cong \hat{C'}\ ,\ \hat{D} \cong \hat{D'}$$

2- د ضلعو ترمنځ تناسب شتون لري:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}} = 2$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

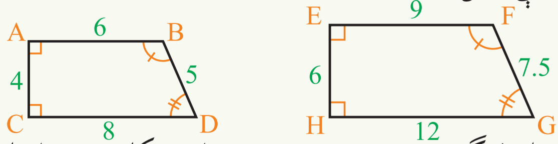
نو دا دواړه شکلونه یو بل ته ورته دي.

په پورته مثال کې د ورته والي نسبت 2 دی، یعني د ABCD مضلع ضلعې د A′B′C′D′ د مضلع د ضلعو دوه برابره دي، نو ABCD ~ A′B′C′D′

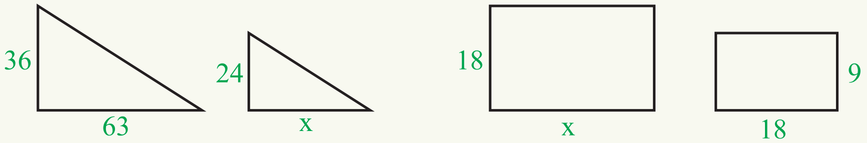
پوښتنه: د A′B′C′D′ مضلعې ضلعې د ABCD مضلعې د ضلعو څو برابره دي؟

تمرین

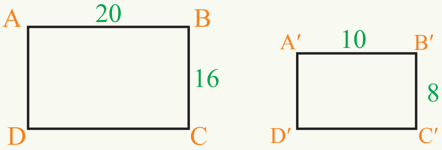
1– په لاندې شکلونو کې وښیاست چې یو بل ته ورته دی.



2- لاندې هره جوړه شکلونه چې د یو بل څنګ ته رسم شوي دي ورته (مشابه) شکلونه دي. نامعلوم اوږد والي چې په x سره ښودل شوي دي، حساب کړئ.



3- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې په دوو ورته مستطیلونو کې د یوه د اوږد والي او سور نسبت د بل د اوږدوالي او سور له نسبت سره مساوي دی.

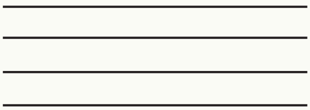


4- آیا ټول انطباق منونکي شکلونه یو بل ته ورته دي؟ په دې صورت کې د ورته والی ضریب څو دی ؟ د یوه مثال په واسطه یې وښیاست.

موازي خطونه

د اورګاډي د خطونو ترمنځ فاصله يو له بله سره څه اړيکه لري.

فعاليت



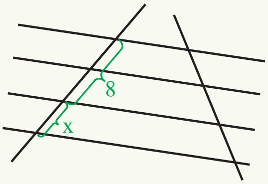
- مخامخ څلور موازي خطونه په پام کې ونيسئ.
- په دې څلور خطونو باندې يو عمود خط رسم کړئ.
- هغه قطعه خطونه چې د قاطع په واسطه د موازي خطونو ترمنځ جوړ شوي، اندازه کړئ.
- يو بل خط داسې رسم کړئ چې دا څلور موازي خطونه قطع کړي.
- هغه ټوټه خطونه چې د دې قاطع او موازي خطونو په واسطه لاس ته راځي اندازه او وواياست چې يو له بله سره څه ډول رابطه لري؟
- يو بل کيفي قاطع رسم کړئ او پورته فعاليت سرته ورسوی.

له پورته فعاليت څخه لاندې تعريف ترلاسه کولای شو:

تعريف

که چېرې څو موازي خطونه، چې يو له بل څخه په مساوي فاصلو سره پراته وي، د يوه قاطع په واسطه قطع شي، موازي خطونه د قاطع خط په مخ باندې مساوي ټوټه خطونه جلا کوي.

مثال: په لاندې شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړشوي دي د x فاصله په لاس راوړئ.



حل: څرنګه چې د جلا شوي دوو ټوټه خطونو مجموعه چې د موازي خطونو ترمنځ ده، له 8 واحده سره مساوي دي.

نو هر ټوټه خط څلور واحده کېږي او x د دې هر يوه واحد سره برابر دی، نو x=4 دی.

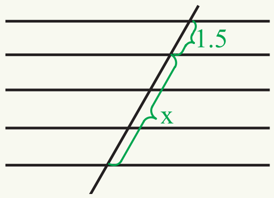
فعالیت

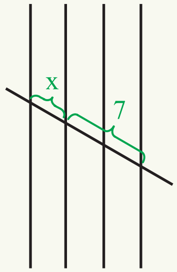
1- د $\overline{AB}$ کیفي ټوټه خط رسم کړئ.
2- د A له ټکي څخه د $\overline{AX}$ یو کیفي مستقیم خط داسې رسم کړئ چې دABs خط سره حاده زاویه جوړه کړئ.
3- د $\overline{AX}$ پر مخ باندې د A له ټکي څخه پیل او5 واحده پر له پسې جلا کړئ. دې ټکو ته په ترتیب سره M، N،P،Q او C ووایاست.
4- د C ټکی له B سره ونښلوئ.
5- اوس د M، N، P او Q له ټکو څخه له $\overline{BC}$ سره موازي خطونه رسم کړئ.
6- پنځه پیدا شوي ټوټه خطونه له یو بل سره څه ډول رابطه لري؟

که چېرې وغواړو یو ټوټه خط په مساوي برخو وویشو، کولای شو په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو له خاصیت څخه کار واخلو.

تمرین

1- په لاندې هر یوه شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړشوي دي. د x قیمت پیدا کړئ.





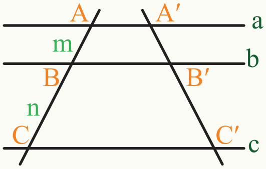
2- دوه ټوټه خطونه رسم کړئ، وروسته یو له هغو څخه په درې مساوي بر خو او بل یې په څلورو مساوی بر خو وویشئ.
3- یو ټوټه خط د 12cm په اوږدوالی سره رسم او په 8 مساوي برخو یې وویشئ.

د تالس قضیه
(Thales)

دا مخامخ ودانۍ څو پوړه لري؟
آیا د پوړونو فاصلې یې یو له بله سره مساوي دي؟

فعالیت

- د a، b او c درې موازي خطونه رسم کړئ چې یوله بله سره مساوي فاصلې و نه لري.
- دوه قاطع خطونه چې یو بل قطع نه کړي داسې رسم کړئ چې درې موازي خطونه یې په ترتیب سره د A، B، C او A′، C′، B′ په ټکو کې قطع کړي وي.
- لاندې نسبتونه پیدا کړئ.



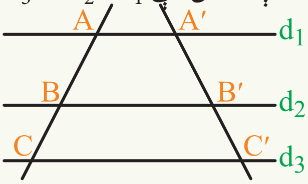
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = ?$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = ?$$

- یو بل کیفي قاطع رسم کړئ او د پیدا شوو ټوټه خطونو نسبت پیدا کړئ.

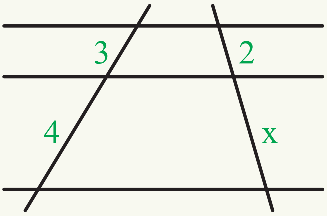
تالس یوناني ریاضي پوه(548- 624 له میلاد د مخه) د پورته فعالیت نتیجه په لاندې ډول ویلې وه.

د تالس قضیه: که چېرې دوه یا څو موازي ټوټه خطونه د دوه خطونو په واسطه قطع شي، د هغو په مخ باندې متناسب ټوټه خطونه جلا کوي، لکه: په لاندې شکل کې d_1، d_2 او d_3 درې موازي خطونه دي.



نو:
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

مثال: په مخامخ شکل کې د x قیمت حساب کړئ



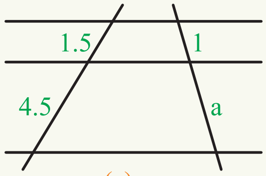
حل:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2}{x}$$

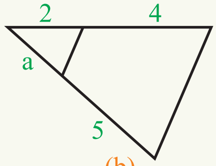
$$x = \frac{2\cdot 4}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

تمرین

1- په لاندې هر يوه شکل کې د a قیمت پیدا کړئ.

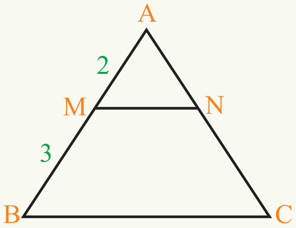


(a)



(b)

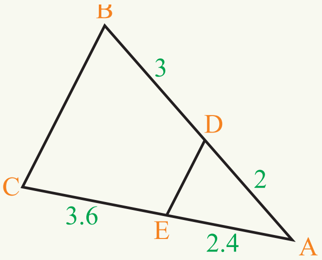
2- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ او لاندې نسبتونه بشپړ کړئ.



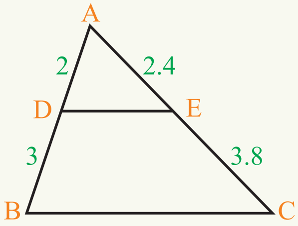
$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = ?$ $\qquad \frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = ?$

$\frac{\overline{MB}}{\overline{AB}} = ?$ $\qquad \frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = ?$

3- په لاندې کوم يوه شکل کې $\overline{DE}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دی؟



(a)



(b)

په مثلث کې د تالس قضیه

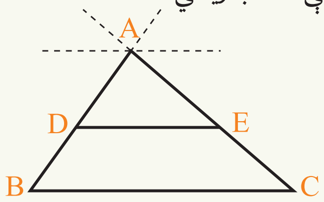
آیا کولای شئ په مثلث کې موازي خطونه ووینئ؟

فعالیت

- یو کیفي مثلث رسم کړئ او د هغه په یوې ضلعې با ندې یو ټکی په پام کې ونیسئ.
- له دې ټکي څخه د مثلث له یوې ضلعې سره موازي خط رسم کړئ، تر څو د مثلث بله ضلع قطع کړي. رسم شوی مثلث د تورو په واسطه وښیا ست.
- د رسم شوي مثلث د هرې ضلعې نسبت د لومړي مثلث له متناسبو ضلعو سره ولیکئ دا نسبتونه یو له بله سره څه ډول اړیکه لري؟

د پورته فعالیت په سرته رسولو سره لاندې قضیه بیانولای شو:

لومړی قضیه: که چېرې د مثلث د یوې ضلعې له یوه ټکي څخه یو داسې خط رسم شي چې د مثلث له یوې ضلعې سره موازي وي نو د مثلث دوه نورې ضلعې متناسباً ویشي.



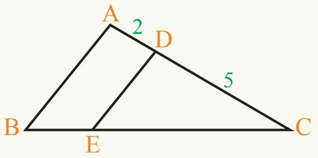
$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

دویمه قضیه: که چېرې په پورته ABC مثلث کې د D ټکی د $\overline{AB}$ په ضلعې باندې او د E ټکی د $\overline{AC}$ په ضلعې باندې داسې پروت وی چې $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ شتون ولري نو په پایله کې $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ دی.

دا رابطه د تالس د قضیې د معکوسي قضیې په توګه پېژنو.

یعنې که یو خط د مثلث دوه ضلعې متناسباً تقسیم کړي، له دریمې ضلعې سره موازي دی.

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $\overline{AB} // \overline{DE}$ او $\frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{5}{2}$ دي د $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ نسبت له څو سره مساوي دی؟

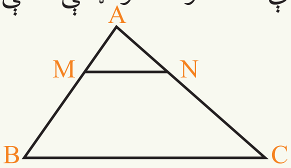


حل: څرنګه چې $\overline{AB} // \overline{DE}$ دی.

او د ضلعو تر منځ تناسب شته یعنې: $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}}$

نو: $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{5}{2}$ $\qquad \frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{5}{2}$

دویم مثال: د ABC په مثلث کې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ په ضلعو باندې د M او N دوه ټکي داسې وټاکئ چې $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, $\overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ وي.



آیا $\overline{MN}$ او $\overline{BC}$ سره موازي کېدای شي؟

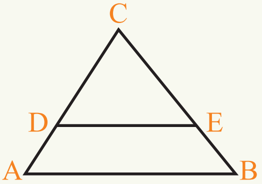
حل: له پورته رابطو څخه لیکلای شو: $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3}$, $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{1}{3}$

د پورته، اړیکو له پرتله کولو څخه لرو چې: $\frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}$

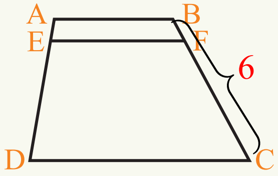
څرنګه چې دضلعو په منځ کې تنا سب شته، د تالس معکوسي قضیې په اساس لیکلی شو:

$$\overline{MN} // \overline{BC}$$

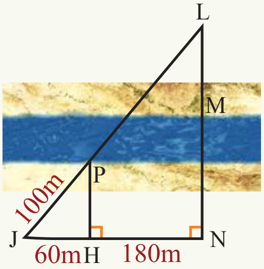
تمرین



1- په مخامخ شکل کې $\overline{DE} \| \overline{AB}$ ، $\overline{AC} = 12cm$ ، $\overline{BC} = 15cm$ او $\overline{EB} = 5cm$ دي د $\overline{AD}$ او $\overline{DC}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



2- د $ABCD$، په ذوذنقه کې $\overline{EF} \| \overline{CD}$ او $\overline{AE} = \frac{1}{7}\overline{ED}$ او $\overline{BC} = 6$ دي $\overline{BF}$ او $\overline{FC}$ پیدا کړئ.



3- د L کلی د رود یوې خواته او د برېښنا دلېږدولو پایې د رود بلې خواته دي. په شکل کې د درکړشوي فاصلې له مخې د اړتیا د سیم اوږدوالی چې کلي ته برېښنا ورسوي پیدا کړئ یعنې JL محاسبه کړئ.

د مثلثونو د ورته والي حالتونه
لومړی حالت

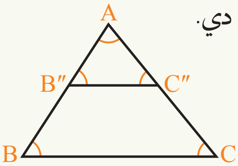
آیا کولای شئ د احمد او د ونې د سیورې له مخې د ونې ارتفاع پیدا کړئ؟

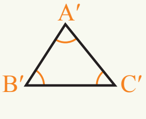
فعالیت

- د ABC او $A'B'C'$ مثلثونه داسې رسم کړئ که چېرې $\hat{A}=\hat{A}'$ او $\hat{B}=\hat{B}'$ وي.
- د $\overline{AB}$ په ضلعې باندې د B'' ټکی داسې وټاکئ چې $\overline{A'B'}=\overline{AB''}$
- د یو خط په رسم کولو سره د B'' په ټکي کې یوه زاویه جوړه کړئ چې له B' سره مساوي وي او د AC ضلع د C'' په ټکي کې قطع کړئ. آیا د $\overline{CB}$ خط $B''C''$ له خط سره موازي دی، ولې؟
- د $AB''C''$ او $A'B'C'$ مثلثونه یوله بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د ABC په مثلث کې $\overline{B''C''}\parallel\overline{BC}$ دی، د تالس رابطه ولیکئ.
- آیا پایله اخیستلی شئ چې $\overset{\Delta}{AB''C''}\sim\overset{\Delta}{ABC}$ ؟

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{AB''C''}$ یو بل ته ورته دي څرنګه چې $\overset{\Delta}{AB''C''}\cong\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نو: $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{A'B'C'}$

قضیه: که چېرې دوه مثلثونه دوې مساوي زاویې ولري مثلثونه یو بل ته ورته دي.



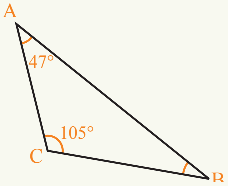


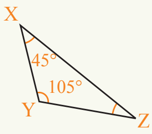
نو:
$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{A}'\\ \hat{B}=\hat{B}'\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{A'B'C'}$$

مثال: آیا لاندې مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

حل: له شکل څخه لیدل کیږي چې

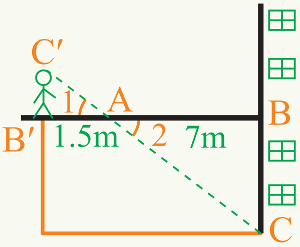
$$\hat{A}=47^\circ\ ,\ \hat{X}=45^\circ\ ,\ \hat{C}=\hat{Y}=105^\circ\ ,\ \hat{B}=28^\circ$$





او $\hat{Z}=30^\circ$ لیدل کېږي چې د دواړو مثلثونو زاویې یو په یو، له یو بل سره مساوي نه دي، له دې امله
د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{XYZ}$ مثلثونه یو له بل سره ورته مثلثونه، نه دي.

مثال: د یوه روغتون دوه مختلفي برخې د یوه هوایي پله په واسطه نښلول شوي دي.
بریالی د دې پله د جګوالي د پیدا کولو لپاره، لکه: په شکل کې د پله په پای کې درېږي او د خپل لیدلو شعاع یې د زاویې په راس باندې د لیدلو د خط او ودانۍ ترمنځ په پام کې ونیوله.



ولې د ABC او $AB'C'$ دوه مثلثونه یوبل ته ورته دي؟
په شکل کې د ټاکلو اندازو په پام کې نیولو سره که چېرې د بریالي د تنې اوږدوالی $1,8m$ وي د پله جګوالی یعنې $\overline{BC}$ په لاس راوړئ.

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې: $\hat{B}=\hat{B}'=90^\circ$
متقابل بالرأس دی. $\hat{A}_1=\hat{A}_2 \quad \cdots$

نو: $\hat{C}=\hat{C}'$
د مثلثونو د ورته والي له لومړي حالت څخه لیکلی شو: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AB'C'}$
څرنګه چې مثلثونه یوبل ته ورته دي، نو د هغو د ضلعو په منځ کې تناسب موجود دی.

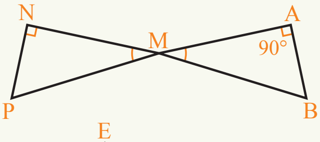
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{1.8m}=\frac{7m}{1.5m} \quad , \quad \overline{BC}=\frac{7m\cdot 1.8m}{1.5m}=\frac{7\cdot 18m^2}{15m}$$

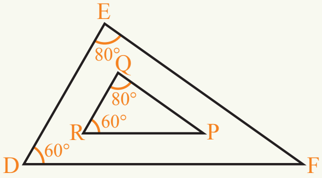
$$\overline{BC}=\frac{42}{5}m$$

$$\overline{BC}=8.4m$$

تمرین

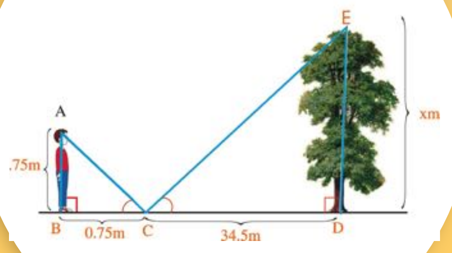


1- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ چې: $\overset{\Delta}{NMP} \sim \overset{\Delta}{MAB}$



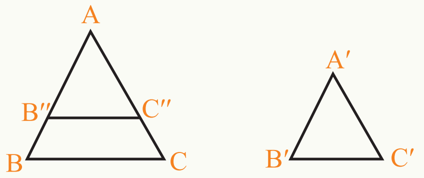
2- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ چې: $\overset{\Delta}{RQP} \sim \overset{\Delta}{DEF}$

دویم حالت



خرنګه کولای شو چې د ونې جګوالی محاسبه کړو؟

فعالیت



د ABC او $A'B'C'$ په دوو مثلثونو کې $\hat{A}=\hat{A'}$ او $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ په پام کې ونیسئ.

• د B'' ټکی د $\overline{AB}$ په ضلع باندې داسې وټاکئ چې $\overline{AB''}=\overline{A'B'}$ شي.

• د B'' له نقطې څخه د $\overline{BC}$ له ضلعې سره داسې یو موازي خط رسم کړئ چې د $\overline{AC}$ ضلع قطع کړي او د تقاطع ټکی یې په C'' سره وښیاست.

• د ABC په مثلث کې د تالس قضیه ولیکئ.

• د $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ په تناسب کې د $\overline{A'B'}$ او $A'C'$ پر ځای د هغه مساوي قیمتونه ولیکئ.

• د $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ او $\frac{AB}{AB''}=\frac{AC}{AC''}$ له تناسبو څخه څه ډول اړیکه په لاس راوړلای شئ؟

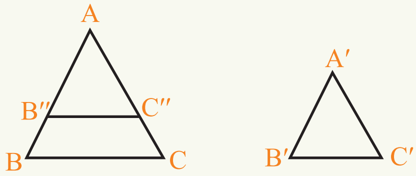
• آیا د $A'B'C'$ او $AB''C''$ دوه مثلثونه یوله بل سره انطباق منونکي دي؟ ولې؟

• د $\overset{\triangle}{ABC}$ او $\overset{\triangle}{AB''C''}$ دوه مثلثونه یو له بل سره څه اړیکه لري؟ ولې؟

• آیا کولای شئ له $\overset{\triangle}{ABC}$ او $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ څخه د ورته والي نتیجه په لاس راوړئ؟

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې $\overset{\triangle}{AB''C''}\cong\overset{\triangle}{A'B'C'}$ او $\overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{AB''C''}$ دي.
نو کولای شو دې پایلې ته ورسیږو چې $\overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{A'B'C'}$ دی.

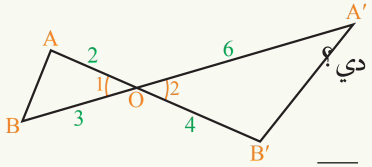
قضيه: که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعې د بل مثلث له دوو ضلعو سره متناسبې او په دواړو مثلثونو کې، د دې دوو ضلعو په منځ کې زاويې انطباق منونکې وي، مثلثونه يو بل ته ورته دي.



که چېرې $\hat{A} = \hat{A'}$ او $\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'}$ وي.

نو: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

مثال: آيا د $O\overset{\Delta}{A}B$ او $O\overset{\Delta}{A'}B'$ مثلثونه يوبل ته ورته دي؟



حل: څرنګه چې

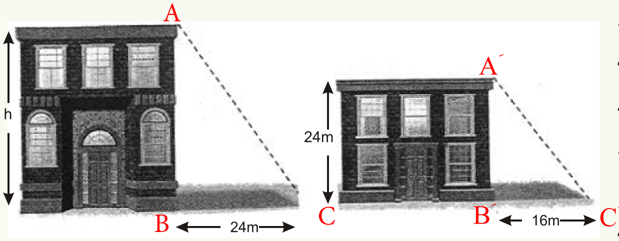
متقابل بالراس: .... $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA'}} = \frac{1}{2}$$

څرنګه چې د مثلثونو دوه ضلعې يوله بل سره متناسبې او د ضلعو په منځ کې زاويې مساوي دي.

نو: $\overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{OA'B'}$

مثال: د يوې ودانۍ د سيورې اوږدوالی 16m دی. په داسې حال کې چې له هغه څخه د بلې ځګې ودانۍ د سيورې اوږدوالی 24m دی د ځګې ودانۍ جګوالی په داسې حال کې پيدا کړئ چې د کوچنۍ ودانۍ جګوالی 24m وي.

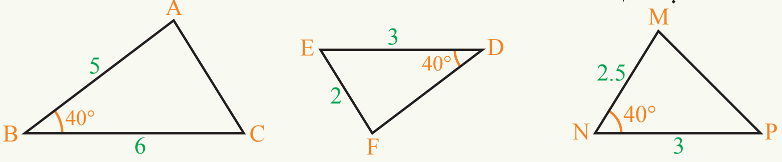


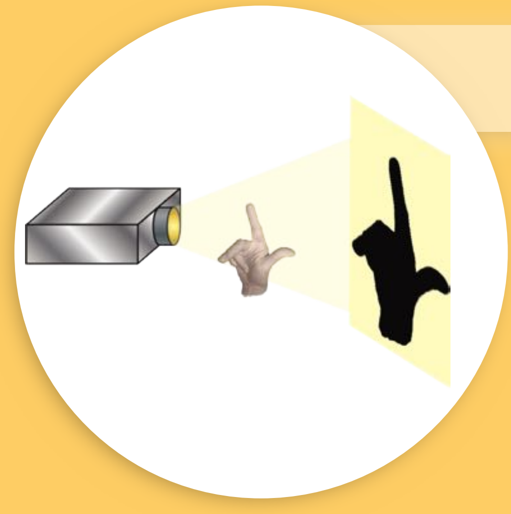
حل: که چېرې د سيورې په پای کې ودرېږو او د جګوالي وروستي ټکي ته وګورو نو دوه ورته مثلثونه جوړېږي. د ABC او A′B′C′ د ورته مثلثونو ضلعو د تناسب څخه ليکلی شو چې:

$$\frac{h}{24m} = \frac{24m}{16m} \Rightarrow h = \frac{24m \cdot 24m}{16m} = 36m$$

تمرين

1- په لاندې شکلونو کې کوم دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي؟





دریم حالت

که چېرې د گوټي اوږدوالی $5cm$ وي د گوټي تصویر څومره اوږدوالی لري؟

فعالیت

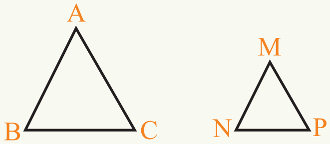
- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC}=12$, $\overline{AC}=9$, او $\overline{AB}=6$ وي وروسته له هغه يې زاويې اندازه کړئ.
- د MNP مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{NP}=4$, $\overline{MP}=3$, او $\overline{MN}=2$ وي د نوموړي مثلث د زاويو اندازه پیدا کړئ.
- د پورته قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

په

زاويې	ضلعې	مثلث
$\hat{A}=?\ ,\ \hat{B}=?\ ,\ \hat{C}=?$	$\overline{AB}=6\ ,\ \overline{AC}=9\ ,\ \overline{BC}=12$	$\overset{\Delta}{ABC}$
$\hat{M}=?\ ,\ \hat{N}=?\ ,\ \hat{P}=?$	$\overline{MN}=2\ ,\ \overline{MP}=3\ ,\ \overline{NP}=4$	$\overset{\Delta}{MNP}$
	$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}=?\ ,\ \frac{\overline{BC}}{\overline{NP}}=?\ ,\ \frac{\overline{AC}}{\overline{MP}}=?$	د ضلعو تر منځ نسبت

پورته فعالیت کې مو ولیدل چې د مثلثونو د ضلعو په منځ کې نسبت شته او همدارنگه د دواړو مثلثونو زاويې يو له بل سره مساوي دي.

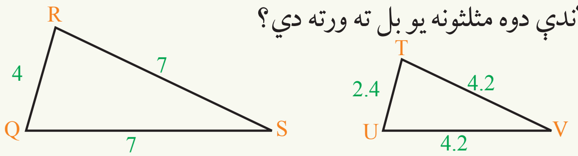
نو له دې امله $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{MNP}$



قضیه: که چېرې د يوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له دريو ضلعو سره متناسبې وي دا دوه مثلثونه ورته مثلثونه دي.

مثال: آیا لاندې دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

حل:



$$\frac{\overline{QR}}{\overline{UT}} = \frac{4}{2.4} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{TV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{QS}}{\overline{UV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$

نو: د $\overset{\Delta}{RQS} \sim \overset{\Delta}{TUV}$ دي.

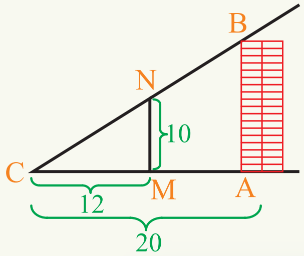
مثال: د برج جگوالي ($\overline{AB}$) د هغه د سیورې ($\overline{AC}$) له مخې وټاکئ.

حل: د دې کار لپاره یوه ستن (میله) د ځمکې په سطحې باندې په عمودي توگه داسې دروو چې پورته سر يې يعني د N ټکی د B او C له ټکو سره په یوه مستقیم خط باندې راشي. خرنگه چې: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{CMN}$ دي، نو:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{MC}}$$

په پورته رابطه کې د $\overline{MN}$, $\overline{MC}$ او $\overline{AC}$ اوږدوالي معلوم دي. کولای شو د پورته رابطې په مرسته د $\overline{AB}$ اوږدوالی چې د برج جگوالي دی په لاندې توگه پیدا کړو. د $\overset{\Delta}{CMN}$ او $\overset{\Delta}{CAB}$ په ورته مثلثونو کې لرو:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{MC}}$$



$$\frac{\overline{AB}}{10} = \frac{20}{12}$$

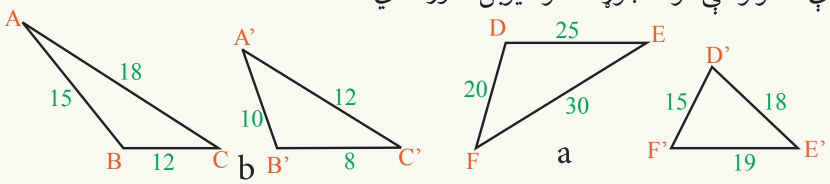
$$12\overline{AB} = 20 \cdot 10$$

$$\overline{AB} = \frac{200}{12}$$

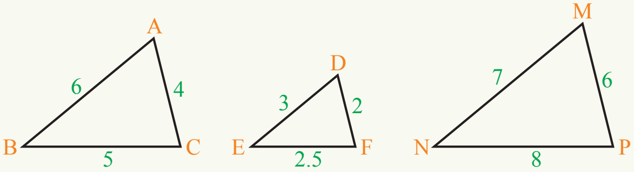
$$\overline{AB} = 16.6$$

تمرین

1- په لاندې مثلثونو کې کومه جوړه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟



2- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې کوم دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟



ددریم فصل مهم ټکي:

1-ورته شکلونه له هغه شکلونو څخه عبارت دي چې هم شکله وي، خو ضرور نه ده چې اندازې يې يو له بله سره مساوي وي.
2- مضلع گانې هغه وخت يو بل ته ورته وي چې لاندې خواص ولري:
a) په ورته مضلع گانو کې ټولې زاويې بايد يو په يو سره انطباق منونکې وي.
b) د مضلع گانو د زاويومخامخ اړوندې ضلعې يوله بل سره متناسبې وي.
3- که چېرې په مساوي فاصلو سره موازي خطونه يو قاطع، پرې کړي د هغو پر مخ باندې په مساوي اندازو سره ټوټه خطونه جلا کوي.
4- په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو په کارولو سره کولای شو يو ټوټه خط پر مساوي ټوټه خطونو باندې وويشو.
5- که چېرې موازي خطونه دوه قاطع، پرې کړي او د يوه قاطع پر مخ باندې مساوي ټوټې جلاکړي. د بل پر مخ باندې هم مساوي ټوټې جلا کوي.
6- د تالس قضيه په مثلث کې: که چېرې يو خط د مثلث د يوې ضلعې له يوه ټکي څخه يو موازي خط د مثلث له بلې ضلعې سره رسم شي، دا دوه متقاطع ضلعې متناسبا وېشي.
7- د تالس د قضيې عکس: که چېرې يو خط د مثلث دوه ضلعې متنا سبا قطع کړي يعنې يو تناسب جوړ کړي، نو دا خط له درېيمې ضلعې سره موازي دی.
8- دوو مثلثونو ته هغه وخت ورته مثلثونه وايو چې ټولې زاويې يې يو په يو انطباق منونکې او يا ضلعې يې يوله بل سره متناسبې وي يعنې که چېرې له دې دوو خاصيتو نوڅخه يويې په مثلثونو کې سم وي مثلثونه يو بل ته ورته دي.
9- مثلثونه په درېو حالتونو کې يو بل ته ورته دي:
a) **لومړی حالت**: که چېرې د يوه مثلث دوه زاويې د بل مثلث له دوو زاويو سره مساوي وي، مثلثونه ورته دي.
b) **دويم حالت**: که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعې د بل مثلث له دووضلعوسره متناسب اود ضلعو په منځ کې زاويې يې مساوي وي مثلثونه يو بل ته ورته دي
c) **دريم حالت**: که چېرې د يوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له دريو ضلعو سره متناسبې وي، نو دا دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي.

عمومي پوښتني

• لا ندې پوښتني په ځیر سره ولولئ د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي. سم ځواب يې وټاکی او کرښه تری تاوه کړئ.

1- یو متساوي الاضلاع مثلث ورته دی:

a) مختلف الاضلاع مثلث ته b) متساوي الاضلاع مثلث ته

c) متساوي الساقين مثلث ته d) یوه ته هم نه دی

2- ټولې متساوي الزاويې څلور ضلعي ګانې یو بل ته:

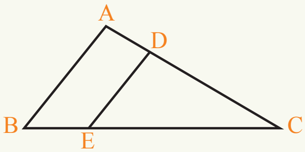
a) ورته دي b) انطبا ق منونکی دي c) متوازي الاضلاع دي d) یو يې هم نه دي

3- د ABC او DEF مثلثونه یو بل ته ورته دي. که چېرې $\hat{A}=\hat{D}, \hat{B}=\hat{E}$ او، $\overline{AC}=12cm$, $\overline{AB}=9cm$ او $\overline{DE}=3cm$ وي، په دې صورت کې د $\overline{DF}$ اوږدوالی عبارت دی له:

a) 3cm b) 4cm

c) 6 cm d) 7cm

4- په لاندې شکل کې $\overline{AB}//\overline{ED}$ او $\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{5}{2}$ دي د $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ نسبت عبارت دی له:



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

5- د ABC مثلث د ضلعو اندازه 8، 12او 16 سانتي متره دي. دا مثلث لاندې کوم یوه مثلث ته ورته دی؟ د ضلعو اندازې یې په لاندې توګه درکړ شوي دي.

a) هغه مثلث چې ضلعې يې 6 ، 9 او 12 سانتي متره وي.

b) هغه مثلث چې ضلعې يې 12، 8 او6 سانتي متره وي.

c) هغه مثلث چې ضلعې يې 8، 9 او 12 سانتي متره وي.

d) هغه مثلث چې ضلعې يې 16 ، 10او 12 سانتي متره وي.

• لاندې جملې په پام سره ولولئ، سمې پوښتنې ته د (ص) توری او ناسمې پوښتنې ته د (غ) توری وليکئ.

1- ( ) دوه قایم الزاويه مثلثونه په هغه صورت کې یوبل ته ورته دي چې د وترونو اوږد والې يې سره مساوي وي.

2- ( ) ټول مستطیلونه یو بل ته ورته دي.

3-(   ) که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعې او د منځ زاويه يې د بل مثلث له دووضلعو او د منځ له زاويې سره ا نطباق منونکې وي نومورې مثلثونه يو بل ته ورته دي.

4- (   ) که چېرې د يوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له دريو ضلعوسره متنا سب وي نومورې مثلثونه يو بل ته ورته دي.

5- (   ) ټول ورته مثلثونه انطبا ق منونکي دي.

6- (   ) ټول قايم الزاويه مثلثونه يو بل ته ورته دي.

7- (   ) که چېرې يو خط د مثلث له يوې ضلعې سره موازي وي، نو له دوو نورو ضلعوسره مساوي دی.

• لاندې جملې په پوره پام سره ولولئ او تشې ځايونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ:

1-که چېرې يو خط د مثلث دوه ضلعې متناسباً ووېشي نو دا خط د مثلث له دريمې ضلعې سره .... دئ.

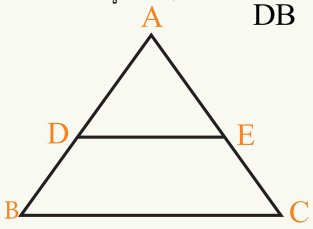
2- که چېرې په مساوي فاصلو سره موازي خطونه څو ټوټه خطونه قطع کړي، د هغو په مخ باندې....... جلا کوي.

3- دوه مثلثونه هغه وخت يوبل ته ورته دي چې د يوه مثلث.......... د بل ....انطباق منونکي وي.

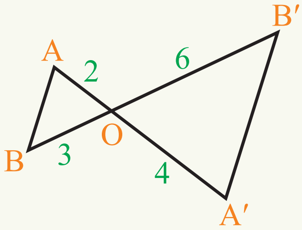
4- ورته مضلعات............ ضلعو لرونکې او زاويې.......................... وي.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

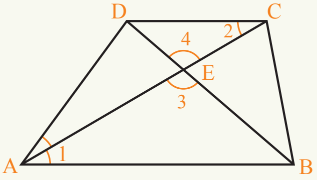
1- په لاندې شکل کې D د $\overline{AB}$ منځنۍ ټکی دی د $\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$ نسبت پيدا کړئ.



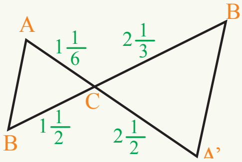
2- د OAB , $O'A'B'$ دوه مثلثونه ولې يو بل ته ورته دي؟ دهغو دضلعو تر منځ تناسب وليکې او مساوي زاويې يې وټاکی.

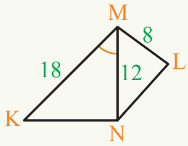


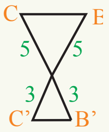
3- په لاندې ذوذنقه کې ثبوت کړئ چې د $\overset{\Delta}{ABE}$ او $\overset{\Delta}{ECD}$ مثلثونه یو بل ته ورته دي.



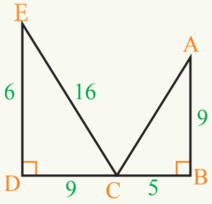
4- په لاندې مثلثونو کې د دوومثلثونو کومه جوړه یو بل ته ورته دي.

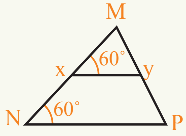


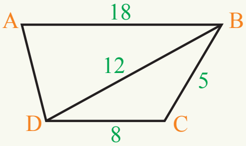




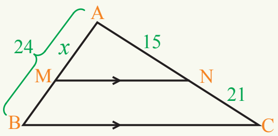
5- په هر شکل کې په مثلثونو باندې غور وکړئ ویې ټاکئ چې کومه جوړه مثلثونه د ورته والي په کوم حالت کې یو بل ته ورته دي.

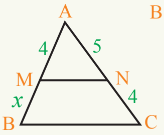


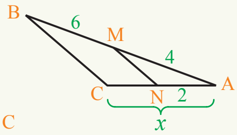




6- په لاندې ورته شکلونو کې $\overline{BC} \,//\, \overline{MN}$ دي د تالس د قضیې په کارولو سره x پیدا کړئ.







څلورم فصل

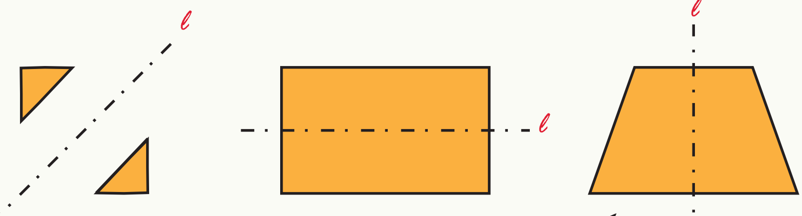
تناظر

د تناظرمفهوم

آیا تر اوسه مو فکر کړی دی چې خومره متناظر شکلونه زموږ په چاپېریال اوطبیعت کې شته دي؟

فعالیت

لاندې شکلونو ته پاملرنه وکړئ:

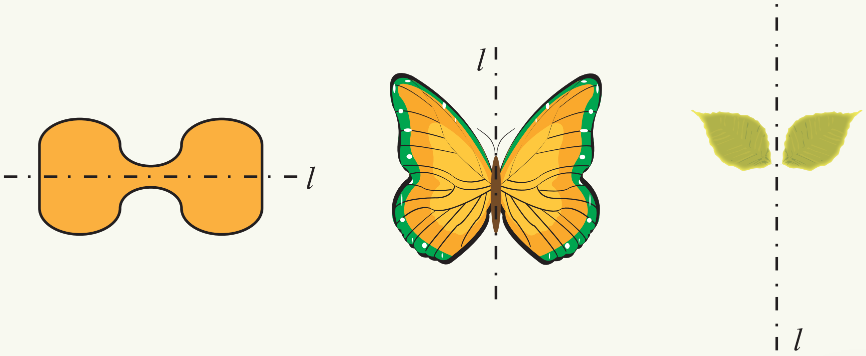


- که چېرې پورتني شکلونه د l د خط په امتداد سره قات کړو څه شئ لیدل کېږي؟
- آیا ویلای شو چې د شکل دوه برخې چې د l خط دواړه خواوته دي انطباق منونکي دي؟
- آیا کولای شو د پورتنیو شکلونو پر مخ باندې بل خط رسم کړو؟ که چېرې شکل د رسم شوی خط په امتداد قات کړو، د شکل دوې برخې یو په بل باندې منطبق شي؟

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي چې ځینې شکلونه دا خاصیت لري که چېرې هغه د یو خط په امتداد سره قات کړو، نو د شکل دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کېږي.
دلته وایو چې شکل نسبت خط ته متناظر دی.

که چېرې یو شکل د خط په امتداد سره قات شي او دواړه برخې یې یو پر بل باندې منطبق شي، دې ډول شکلونو ته متناظر شکلونه نسبت مستقیم خط ته وایي او هغه خط چې شکل په هغه باندې قات شوی دی د تناظر محور بلل کېږي.

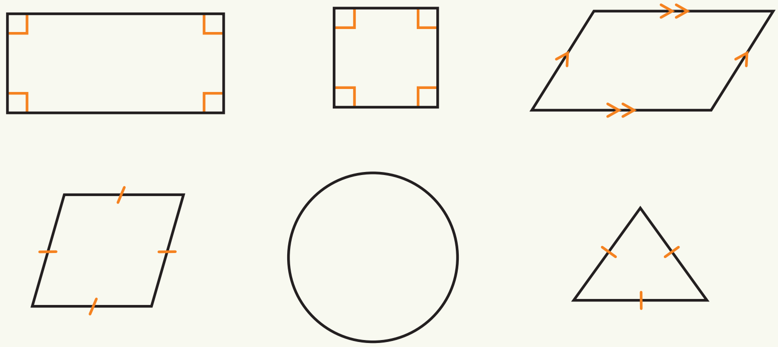
مثال: لاندې شکلونه نسبت د l خط (د تناظر محور) ته متناظر دي:



تمرين

په لاندې هر یوه شکل کې د تناظر محور د شتوالي په صورت کې رسم کړئ او ووایاست چې هر یو شکل د تناظر څو محوره لري او همدارنګه لاندې جدول بشپړ کړئ.

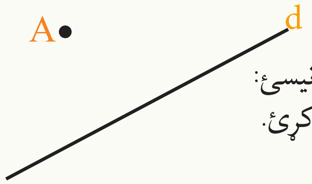
شکل	مستطیل	مربع	متوازي الاضلاع	لوزي	دایره	متساوي الاضلاع مثلثونه
د تناظر د محورونو شمېر						



محوري تناظر

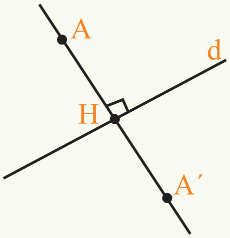
د طبیعت ډېر موجودات متناظر حالت لري.
آیا کولای شئ په طبیعت کې د متناظرو شکلونو نومونه واخلئ؟

فعالیت



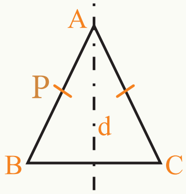
- د d خط او د هغه څخه د باندې د A یو ټکی په پام کې ونیسئ:
- د A له ټکي څخه د d پر خط باندي عمودي خط رسم کړئ.
- د هغو د تقاطع ټکي ته H وواياست.
- $\overline{AH}$ په خپله اندازې اوږد کړئ چې د A' ټکی لاس ته راشي.
- آیا $\overline{AH} = \overline{A'H}$ دی. ولې؟
- آیا $A'H \perp d$ دی. ولې؟
- آیا دې پایلې ته رسیږو چې d د $\overline{AA'}$ عمودي ناصف دی؟

تعریف



د A' ټکې د A ټکې متناظر نسبت د d خط ته بولي. که چیرې د d خط عمودي ناصف د هغه ټوټه خط وي چې A او A' يې سره نښلولي دي، لکه: مخامخ شکل.
د هر هندسي شکل محوري تناظر له هغه شکل څخه عبارت دی چې هره نقطه يې نسبت د لومړي شکل يوې نقطې ته متناظره وي.

فعالیت



• د ABC په متساوي الساقين مثلث کې د d خط د $\overline{BC}$ د قاعدې عمودي ناصف دی.

• که چیرې نوموړی مثلث د d پر خط باندې قات کړو.
آیا د مثلث دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کیږي؟

• د $\overline{AB}$ پر ضلعې باندې د P یو ټکی وټاکئ.

• د P له ټکي څخه پر d باندې عمود رسم کړئ او د تقاطع ټکي ته H وواياست. امتداد ورکړئ تر څو $\overline{AC}$ په P' کې قطع کړي.

• آیا کولای شئ نتیجه واخلئ چې $\overline{PH}=\overline{P'H}$ دئ؟ ولې؟

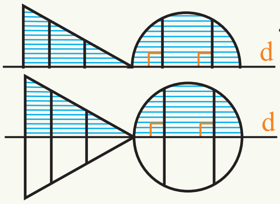
• آیا کولای شئ نتیجه واخلئ چې د d خط د $\overline{PP'}$ د ټوټه خط عمودي ناصف دی؟ ولې؟

• د Q یو بل ټکی د $\overline{AC}$ د ضلعې په مخ باندې وټاکئ او پورتنۍ مرحلې تکرار کړئ.

له پورته فعالیت څخه لیدل کیږي چې د $\overline{AB}$ د ضلعې د هر ټکي تناظر نسبت د d تناظري محور ته د $\overline{AC}$ په ضلعې باندې دی.

که چیرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د هغه شکل تناظري محور د هغو ټوټه خطونو عمودي ناصف دی چې د شکل مخامخ ټکي یو له بل سره نښلوي.

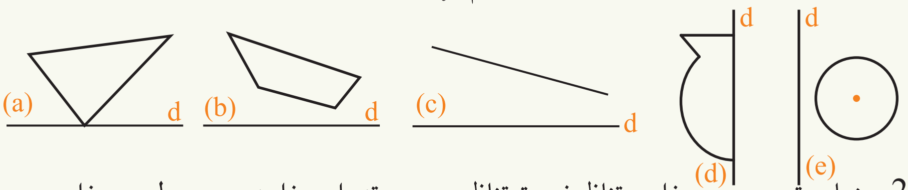
مثال: د درکړ شوي شکل متناظر نسبت د d خط ته په لاس راوړئ.



حل: ددې په پام کې نیولو سره چې د تناظر محور د مخامخ ټکو د نښلولو ټوټه خطونو عمودي ناصف دی. نو دلته د شکل له هر ټکي څخه د d په خط باندې عمود رسموو او په خپلې اندازې یې اوږدوو د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه د شکل تناظریه لاس راځي.

تمرین

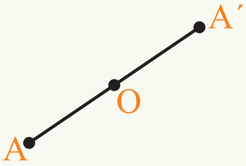
1- د هر شکل متناظر نسبت د d خط ته رسم کړئ.



2–وښیا ست چې د یوې زاویې تناظر نسبت تناظري محور ته داسې زاویه ده چې د لومړۍ زاویې سره مساوي او مختلف الجهت ده.

مرکزي تناظر

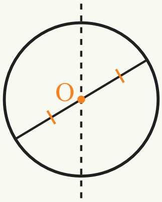
آیا په خرخ کې تناظر لیدلای شی؟

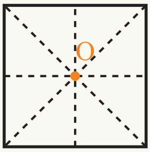


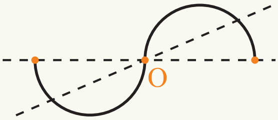
د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته بولي که چېرې O د $\overline{AA'}$ د ټوټه خط منځنی ټکی وي. په دې حالت کې O ته مرکزي تناظر وایي او وایو A او A' نسبت د O ټکی ته متناظر دي.

همدا رنګه که چېرې S د ټکو یو سټ او O یو ټکی وي او هم د S د هر ټکي متناظر نسبت د O ته د S پر مخ باندې وي، نو وایو S نسبت O ته متناظر دی. په دې حا لت کې O د S مرکزي تناظر دی او S مرکزي تناظر لري.

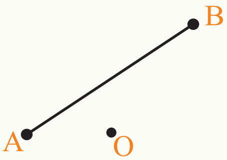
مثال: لاندې شکلونه نسبت د O ټکي ته متناظر دي:







فعالیت

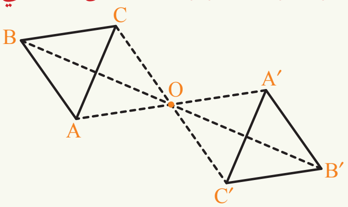


- د AB ټوټه خط او د O ټکی په پام کې ونیسئ.
- د A ټکی له O سره ونښلوئ او په خپل یعنې د $\overline{OA}$ په اندازه سره یې اوږد کړئ او پای ته یې A' ووایا ست.
- آیا د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته دی؟
- د B ټکی له O سره ونښلوئ او د $\overline{OB}$ په اندازه سره یې اوږد کړئ

او پای ته یې B' وواياست.

- آيا B' د B د ټکي متناظر نسبت O ته دی؟
- د خط کش په واسطه د A' او B' ټکي له يو بل سره ونښلوئ.
- په خپله خوښه د P ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط پر مخ وټاکئ.
- د Pټکی له O سره ونښلوئ او په خپله اندازه يې اوږد کړئ پای ته يې P' وواياست.
- آيا P' د $\overline{A'B'}$ پر مخ باندې راځي.
- آيا د $\overline{A'B'}$ ټوټه خط د $\overline{AB}$ ټوټه خط متناظر نسبت O ته دی؟

د يوه شکل د تناظر پيداکولو لپاره نسبت د O يوه ټکي ته بايد د شکل هر ټکی له O سره ونښلوو او په خپل اندازه سره امتداد ورکړو. هغه شکل چې د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه لاس ته راځي د اصل يا لومړنی شکل متناظر د O ټکي ته دئ.

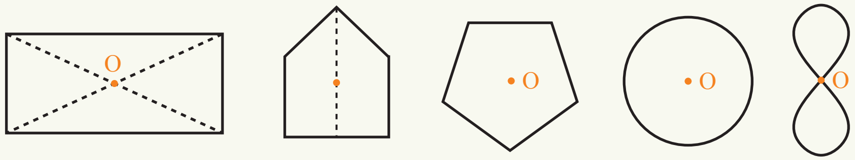


مثال: په مخامخ شکل کې د $A'B'C'$ مثلث د ABC د مثلث متناظر نسبت د O ټکی ته دی.

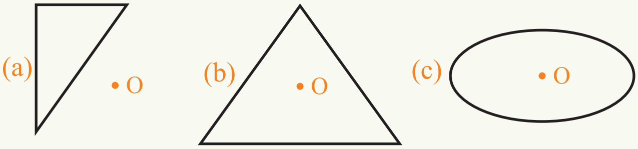
پوښتنه: د ABC زاويې متناظره زاويه نسبت د O ټکي ته په لاس راوړئ؟

تمرين

1- په لاندې کوم يوه شکل کې د O ټکی د تناظر مرکز دی؟



2- د لاندې شکلونو متناظر نسبت د O ټکي ته رسم کړئ:



د څلورم فصل مهم ټکي

• د تناظر او تناظري محور مفهوم

که چېرې د یو خط په امتداد سره یو شکل داسې قات کړو چې د شکل دوه برخې یو پر بل باندې منطبقې شي، دې شکل ته متناظر شکل نسبت خط ته وایې او هغه خط چې شکل یې پر مخ باندې قاتیږي د شکل تناظري محور بلل کیږي.

• محوري تناظر

د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د d خط ته وایو که چېرې د d خط د A او A' تر منځ د ټوټه خط عمودي نا صف وي.

• که چېرې د A ټکی د d د خط پر مخ باندې وي، متناظر یې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکی دی.

• که چېرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د شکل تناظري محور د هغه ټوټه خطونو عمودي ناصف دی چې د شکل پر مخ د متناظر نښلوونکو ټکو په منځ کې دی.

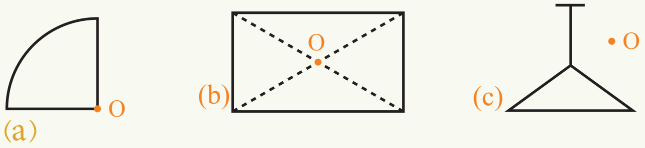
• مرکزي تناظر

که چېرې S د ټکو یو سیټ او (O) یو ټکی وي. د S د هر ټکي متناظر نسبت (O) ته په خپله د S پر مخ باندې دی نو وایو S نسبت د (O) ټکي ته متناظر دی. په دې صورت کې (O) د S تناظري مرکز دی او S مرکزي تناظر لري.

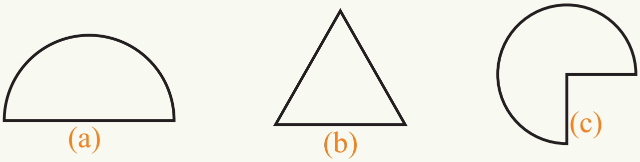
عمومي پوښتني:

لاندي پوښتني حل کړئ:

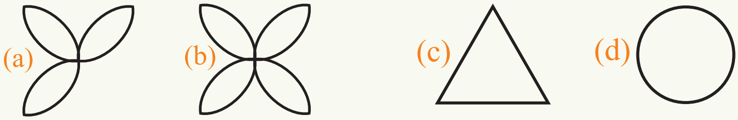
1- د لاندې هر شکل متناظر نسبت د O ټکي ته رسم کړئ.



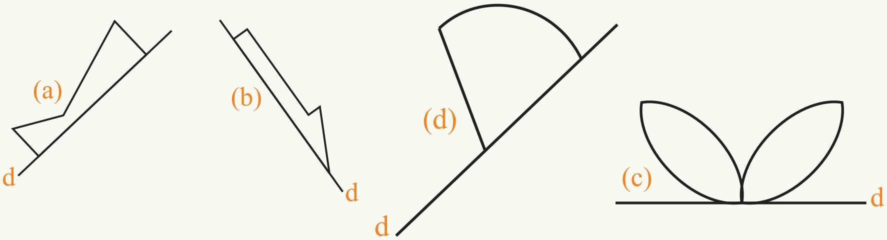
2- د هر شکل تناظري محور رسم کړئ:



3- هغه شکلونه وټاکئ چې مرکزي تناظر لري او بیا د هر شکل پر مخ باندې مرکزي تناظر وښیاست:



4- د هرشکل متنا ظر نسبت د d خط ته پیداکړئ:

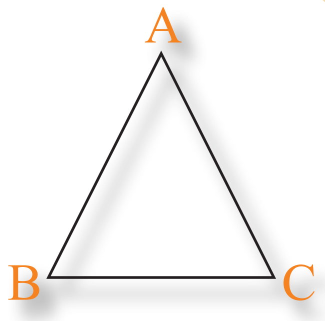


5- په دووشکلونو کې وښیا ست که چېرې یو شکل د تناظر دوه محوره ولري د هغو د تقاطع ټکی د شکل مرکزي تناظر دی.

پنځم فصل

د مثلث قضيې

د متساوي الساقين د مثلث قضيې



د ABC د مثلث ضلعې اندازه کړئ.
دا مثلث څه ډول مثلث بلل کېږي؟
ددې مثلث د زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې شته؟

فعالیت

- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې د هغه $\overline{AB} = \overline{AC}$ وي.
- د ABC په مثلث کې مساوي ضلعې په څه نامه یادېږي؟

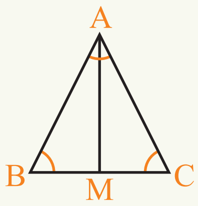
د مساوي ضلعو مخامخ زاویې د نقالې په مرسته اندازه کړئ. ددې دوو زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې لیدلای شئ؟

- د ABC مثلث د څه په نوم یادېږي.
- یو بل متساوي الساقین مثلث رسم کړئ، پورتنی عملیه وربا‌ندې تکرار کړئ او وواياست څه ډول پایله لاس ته راځي؟

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي چې په متساوي الساقین مثلث کې د مساوي اضلاعو مخامخ زاویې یو له بل سره مساوي دي چې دا مفهوم د لاندې قضیې په توګه لولو.

قضیه: که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي د هغو دوو ضلعو مخامخ زاویې هم یو له بل سره مساوي دي.

ثبوت: فرض کړئ چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی. د $\overline{BC}$ د ضلعې منځنۍ ټکي ته M وایو. د $\overline{AM}$ میانه رسموو.

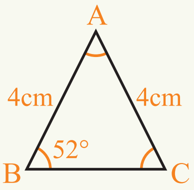


د ABM او ACM د دوو مثلثونو له مخې لرو:

$$\left.\begin{array}{ll} \overline{AB} = \overline{AC} & \text{د فرضیې له مخې} \\ \overline{BM} = \overline{CM} & (M \text{ د } BC \text{ منځنۍ ټکی دی}) \\ \overline{AM} = \overline{AM} & \text{ګډه ضلع (مشترکه)} \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{B}M = A\hat{M}C$$

د دریو مساوي ضلعو له مخې داسې پایله لاس ته راورو چې د ABM او AMC مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغو ټولې زاویې هم یو په یو سره مساوي دي.

په پایله کې: $\hat{B} = \hat{C}$



لومړی مثال: که چېرې د ABC په مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC} = 4cm$ او $\hat{B} = 52^\circ$ وي. د C څو درجې ده؟

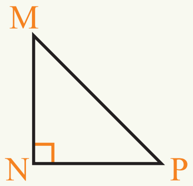
حل: څرنګه چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ ده، په نتیجه کې $\hat{B} = \hat{C}$

نو: $\hat{C} = 52^\circ$ ده.

دویم مثال: په قایم الزاویه متساوي الساقین مثلث کې د هغه دوو ضلعو مخامخ زاویې څو درجې دي؟

حل: د MNP په مثلث کې د N زاویه قایمه ده.

څرنګه چې $\overline{MN} = \overline{NP}$ ده. د پورتنۍ قضیې په پام کې نیولو سره د نوموړي مثلث دوه مخامخ زاویې یو له بل سره مساوي دي یعنې $\hat{M} = \hat{P}$



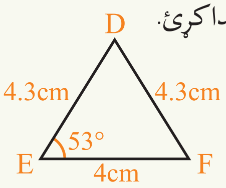
پوهیږو چې د مثلث د داخلي زاویو مجموعه 180° دي او $\hat{N} = 90^\circ$

په نتیجه کې:

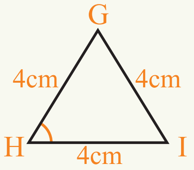
$$\left.\begin{array}{l} \hat{M} + \hat{P} = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{P} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{P} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې زاویې پیدا کړئ.

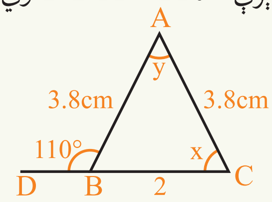


$\hat{F} = ?$



$\hat{H} = ?\ ,\ \hat{I} = ?\ ,\ \hat{G} = ?$

2- په لاندې شکل کې د $A\overset{\Delta}{B}C$ مثلث متساوي الساقین دی که چېرې $D\hat{B}A = 110^\circ$ وي د x او y زاویې پیدا کړئ.



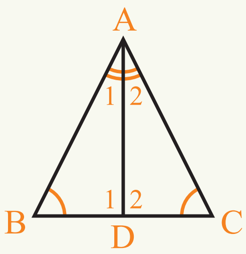
فعاليت

- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې په هغه کې $\hat{B} = \hat{C}$ وي.
- د خط کش په کارولو سره د ABC د مثلث د ضلعو اوږدوالی اندازه کړئ.
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول اړيکې ليدل کيږي؟
- يو بل مثلث چې دوه زاويې يې سره مساوي وي، رسم کړئ او پورتنی عمل وربانديې تکرار کړئ

له پورته فعاليت څخه ليدل کيږي، هغه مثلث چې دوه مساوي زاويې ولري د مساوي زاويو مخامخ ضلعې يې هم يو له بل سره مساوي دي. دا مطلب د قضيې په توګه په لاندې ډول بيانوو:

قضيه: که چيرې د يوه مثلث دوه زاويې يو له بل سره مساوي وي د نومورو زاويو مخامخ ضلعې هم يو له بله سره مساوي دي.

ثبوت: د ABC مثلث په پام کې نيسو داسې چې $\hat{B} = \hat{C}$ ده، د $\hat{A}$ زاويې ناصف الزاويه رسموو او هغه ته $\overline{DA}$ وايو.



د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C}\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \qquad \text{(ولې؟)}$$

اوس د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

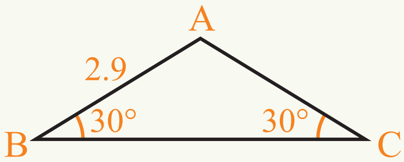
$$\left.\begin{array}{ll}\hat{A}_1 = \hat{A}_2 & \text{، AD ناصف الزاويه دی} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 & \text{، قايمه دي} \\ \overline{AD} = \overline{AD} & \text{، ګډه ضلع ده}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABD} \cong \overset{\Delta}{ACD}$$

د مثلث د دوو زاويو او د هغوی ترمنځ د ضلعو د مساوي والي په پام کې نيولو سره د ABD او ACD مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغوی متناسبې ضلعې يو له بله سره مساوي دي.

يعنې: $\overline{AB} = \overline{AC}$

مثال: په لاندې شکل کې $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ ، $\overline{AB} = 2.9cm$ دي د $\overline{AC}$ ضلع معلومه کړئ.

حل:



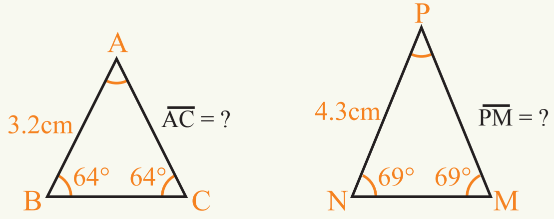
څرنګه چې: $\hat{B} = \hat{C}$ ده، نو نوموړی مثلث متساوي الساقين دی.

د مخکنی قضيې له مخې چې د یوه مثلث د مساوي زاويو مخامخ ضلعې سره مساوي دي، نو:

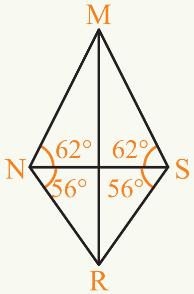
$$\overline{AB} = \overline{AC} = 2.9cm$$

تمرين

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې ضلعې پيدا کړئ.

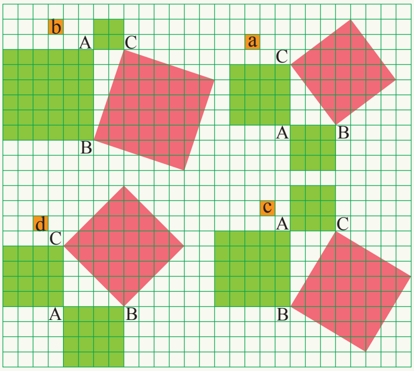


2- د زاويو د اندازې له مخې په لاندې شکل کې وښاياست چې د MNR او MSR دوه انطباق منونکي مثلثونه دي.



د فيثاغورث قضيه
Pythagorean theorem

فيثاغورث يو نامتو رياضي پوه او د پخواني يونان فيلسوف و چې له ميلاد څخه 530 کاله مخکې يې ژوند کاوه.

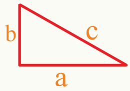


په پورته شکلونو کې ليدل کېږي چې د ABC مثلث د A په راس کې قايم الزاويه دی. د هغو مربع گانو مساحت چې د ABC د مثلث د ضلعو په واسطه جوړې شوې دي. د کوچنيو مربع گانو د شمېر په شمېرلو سره د هغو مساحت تخمين کړئ، لکه: په لاندې جدول کې ليکل شوي دي. د c, b او d جزونه بشپړ کړئ:

	د هغو مربع گانو شمېر چې د AB په ضلعې باندې دي	د هغو مربع گانو شمېر چې د AC په وتر باندې دي	د هغو مربع گانو مجموعه چې د AB او AC په ضلعو باندې دي	د هغو مربع گانو شمېر چې د BC په وتر باندې دي
a	9	16	25	25
b				40
c				34
d				32

په جدول کې د ليکل شوو عددونو له مخې د قايم الزاويه مثلثونو د ضلعو په واسطه د جوړو شوو مربع گانو د مساحت په منځ کې څه ډول رابطه ليدلای شئ؟

فعالیت

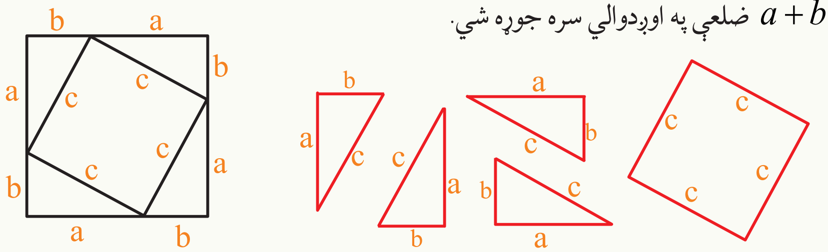


• د b, a او c ضلعو په اوږدوالي قایم الزاویه مثلث رسم کړئ او هغه بیاتي کړئ.

• دې مثلث باندې درې نور انطباق منونکي مثلثونه له کاغذ څخه جوړ کړئ.

• د c د وتر په اوږدوالي سره یوه مربع له کاغذ څخه جوړه کړئ.

• له لاندې شکل سره سم څلور جوړ شوي مثلثونه او مربع ګانې د یو بل ترڅنګ داسي کېږدئ چې یوه مربع د $a+b$ ضلعې په اوږدوالي سره جوړه شي.



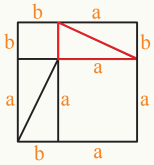
د شکل له مخې آیا لاندې مساوات سم دي؟

د هغې مربع مساحت چې ضلعې یې c وي + د 4 انطباق منونکي قایم الزاویه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د (a+b) په ضلعې سره

• بیا د b, a په اوږدوالي څلور انطباق منونکي قایم الزاویه مثلثونه او دوه مربع ګانې چې د ضلعو اوږدوالی یې د مثلث د قایمو ضلعو سره مساوي یعني a او b وي، جوړ کړئ.

• دا څلور مثلثونه او دوه مربع ګانې لکه مخامخ شکل یو د بل ترڅنګ داسي کېږدئ چې یوه بله لویه مربع د($a+b$) د ضلعې په اوږدوالي سره جوړه شي.

د پورته شکل له مخې آیا لاندې مساوات سم دی؟

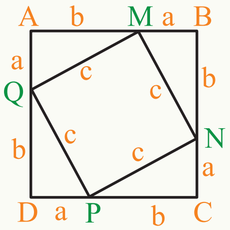


د مربع مساحت د b په ضلعې سره + د مربع مساحت د a په ضلعې سره + ٤ انطباق منونکو قایم الزاویه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د (a+b) په ضلعې سره

د پورته مساوات له مخې د پورتنیو شکلونو د هغو مربع ګانو مساحت، چې د ضلعو اوږدوالی یې $a+b$ دي، که چېرې له پورته دوو شکلونو څخه 4 انطباق منونکی ورکړ شوي مثلثونه لرې کړو، د هغو پاتې مساحت هم باید یو له بل سره مساوي وي. له دې امله ویلای شو: $c^2 = a^2 + b^2$ او دا رابطه په لومړي ځل د فیثاغورث په واسطه ثابته شوې ده.

قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي د هغو دوو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د مثلث د قایمې زاویې د اضلاعو په اوږدوالي جوړېږي.

فعالیت

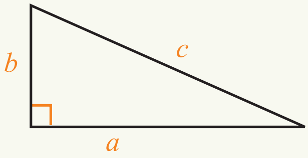


په مخامخ شکل کې د $a+b$ په ضلعې یوه مربع لرو:

- آیا د MNPQ څلور ضلعي یوه مربع ده؟ څرګنده یې کړئ.
- د ABCD د مربع مساحت یو ځل په مستقیمه توګه د $a+b$ د ضلعې د اوږدوالي په کارولو سره محاسبه کړئ.
- د ABCD د مربع مساحت د څلورو $\overset{\Delta}{AMQ}$، $\overset{\Delta}{MNB}$، $\overset{\Delta}{NCP}$، $\overset{\Delta}{DPQ}$ انطباق منونکو مثلثونو او MNPQ د مربع د مساحتونو د مجموع په کارولو سره محاسبه کړئ.

په دوو پړاونو کې د لاس ته راغلو رابطو له پرتله کولو څخه نتیجه اخلئ.

پورتنی فعالیت د فیثاغورث د قضیې په نامه شهرت لري.



د فیثاغورث قضیه

په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر مربع د هغه مثلث د قایمو ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي ده، یعنې: $a^2+b^2=c^2$

ثبوت: د پورته شکل له مخې لیکلای شو:

$$S_{(ABCD)}=(a+b)(a+b)$$
$$=a(a+b)+b(a+b)$$
$$=a^2+ab+ba+b^2$$
$$=a^2+2ab+b^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

له بلې خوا، څرنګه چې:

$$S_{(ABCD)}=4S_{(\overset{\Delta}{AMQ})}+S_{(MNPQ)}$$
$$=4(\frac{1}{2}ab)+c^2 \ldots\ldots\ldots\ldots II$$

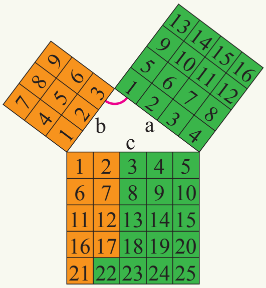
د I او II رابطو له پرتله کولو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

$$a^2+b^2+2ab=4(\frac{1}{2}ab)+c^2$$
$$\Rightarrow \quad a^2+b^2+2ab=2ab+c^2$$
$$\Rightarrow \quad \boxed{a^2+b^2=c^2}$$

لومړی مثال: د یوه مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاندې ډول دي.

$a=4cm$ ،$b=3cm$ ،$c=5cm$

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د (a) پر ضلعې باندې 16 مربع ګانې چې هره ضلع یې $1cm$ دی، شته.
د (b) په قایمې ضلعې باندې 9 مربع ګانې چې هره ضلع $1cm$ اوږده ده، شته او د c په قایمې ضلع باندې 25 مربع ګانې چې هرې ضلعې اوږدوالی یې $1cm$ دی شته دي



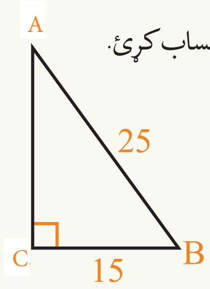
$$25cm^2 = 16cm^2 + 9cm^2$$

په نتیجه کې:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې د AC د ضلعې اندازه حساب کړئ.

حل:



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(25)^2 = \overline{AC}^2 + (15)^2$$

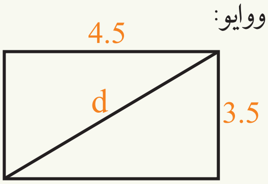
$$625 = \overline{AC}^2 + 225$$

$$\overline{AC}^2 = 625 - 225$$

$$\overline{AC}^2 = 400 \,,\quad \overline{AC} = 20\,\text{cm}$$

دریم مثال: د مستطیل ضلعې په ترتیب سره $3.5cm$ او $4.5cm$ دي د قطر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د فیثاغورث له قضیې سره سم که چېرې د قطر اوږدوالی ته d ووایو:



$$d^2 = (4.5\text{cm})^2 + (3.5\text{cm})^2$$

$$d^2 = 20.25\text{cm}^2 + 12.25\text{cm}^2$$

$$d^2 = 32.50\text{cm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{32.50\text{cm}^2} \Rightarrow d \approx 5.7\text{cm}$$

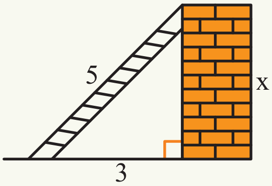
تمرین

1- د خپل ټولګی اوږدوالی او سور په متر اندازه کړئ. د دوو مخامخ کونجونو ترمنځ فاصله لومړی د فیثاغورث د قضیې په کارولو او بیا د متر په واسطه حساب کړئ. نتیجې یې پرتله کړئ.

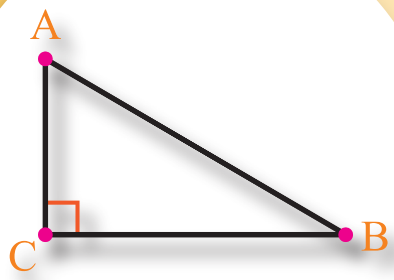
2- که چېرې د مربع د یوې ضلعې اوږدوالی 4 واحده وي د قطر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

3- د ABC په قایم الزاویه مثلث کې $\overline{BC} = 6$ ، $\overline{AB} = 8$ دی د وتر اوږدوالی پیدا کړئ؟

4- په مخامخ شکل کې زینې له ځمکې او دیوال سره یو قایم الزاویه مثلث جوړ کړی دی. که چېرې د زینې اوږدوالی 5m او د یوې قایمې ضلعې اوږدوالی 3m وي د هغې بلې ضلعې یعنې x قیمت پیدا کړئ.



د فیثاغورث د قضیې معکوس (سرچپه)
Pythagoraen



درې اختیاري توټه خطونه په کوم حالت کې قایمه الزاویه مثلث جوړولای شي؟

فعالیت

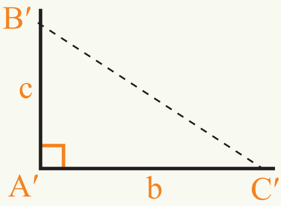
- یو مثلث چې د ضلعو اوږدوالی یې 4,3 او 5 سانتي متر وي، رسم کړئ.
- ددې مثلث د زاویو اندازه حساب کړئ.
- لاس ته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی؟
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه لیدل کېږي؟
- پورتنی فعالیت د داسې مثلث لپاره سرته ورسوئ چې د ضلعو اوږدوالي یې په ترتیب سره 10,8 او 6 وي.

پورتنی فعالیت د فیثاغورث د قضیې د معکوس (سرچپه) قضیې په توګه په لاندې ډول بیانولی شو:

د فیثاغورث د قضیې معکوس (سرچپه):

که چېرې په یوه مثلث کې د دوو ضلعو د مربعاتو مجموعه د هغه د درېیمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قایم الزاویه دی.

ثبوت: فرض کړئ چې د ABC مثلث د a, b او c ضلعو اوږدوالی لرو: $a^2 = b^2 + c^2$



د $A'B'C'$ مثلث د b او c ضلعو په اوږدوالي سره داسې رسموو چې د A' راس یې قایم وي. ددې کار لپاره لومړی د A' قایمه زاویه رسموو او د هغې زاویې د ضلعو په مخ باندې د b او c په اوږدوالي توټه خطونه جلاکوو او هغو ټکو ته B' او C' وایو.

د فیثاغورث له قضیې سره سم د $A'B'C'$ په قایم الزاویه مثلث کې لرو: $\overline{B'C'}^2 = b^2 + c^2$

له بلې خوا پوهېږو چې: $b^2 + c^2 = a^2$

په نتیجه کې: $\overline{B'C'}^2 = a^2$

$\overline{B'C'} = a$

نو د ABC او $A'B'C'$ دوه مثلثونه چې درې واړه ضلعې یې سره مساوي دي، انطباق منونکي دي.
په نتیجه کې د هغو زاویې هم یو په یو مساوي دي، نو د A زاویه یې قایمه ده، یعنې د ABC مثلث، قایم الزاویه مثلث دی.

مثال: یو مثلث چې د ضلعو اوږدوالی یې په ترتیب $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ او $\overline{BC} = \sqrt{5}$ وي، وواياست چې دا مثلث څه ډول مثلث دی؟

حل: د مثلث د ضلعو د اندازو له مخې لرو چې:

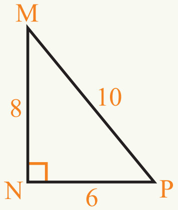
$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2$$

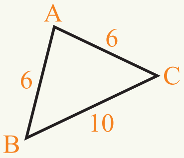
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

نو د فیثاغورث د قضیې له عکس سره سم ویلای شو چې ABC مثلث د A په راس کې قایم دی.

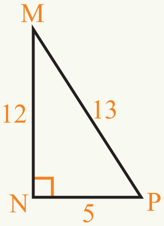
تمرین

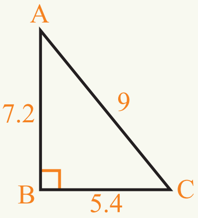
1- د ABC او MNP دوه مثلثونه درکړل شوي دي وښیاست چې کوم یو یې قایم الزاویه مثلث دی؟



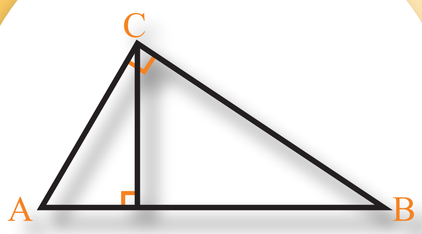


2- په لاندې قایم الزاویه مثلثونو کې د فیثاغورث د قضیې د سموالي څېړنه وکړئ.





د قايم الزاويه مثلث قضيې



په مخامخ شکل کې څو قايم الزاويه مثلثونه وينئ؟ آيا دا مثلثونه يو بل ته ورته دي؟

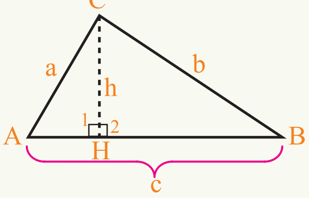
فعاليت

- د ABC قايم الزاويه مثلث داسې رسم کړئ چې د C زاويه يې قايمه وي.
- د C له راس څخه د هغه په وتر باندې يوه ارتفاع رسم کړئ او هغه ته $\overline{CH}$ وواياست؟
- د ACH او BCH مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟
- آيا د ACH او ABC مثلثونه يو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آيا د BCH او ABC مثلثونه يو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آيا د ACH او BCH مثلثونه يو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟

له پورتني فعاليت څخه ليدل کيږي چې که د قايم الزاويه مثلث په وتر باندې ارتفاع رسم شي، نوموړی مثلث په دوو ورته مثلثونو باندې ويشي. ددې مطلب په کارولو سره کولای شو د لاندې قضيې په ثبوت کې ترې ګټه واخلو:

لومړۍ قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کې، د قايمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او په وتر باندې د رسم شوي ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي وي.

ثبوت: فرض کړئ چې $\overline{CH}$ د ABC قايم الزاويه مثلث پر وتر باندې ارتفاع وي نو د ACH او ABC په دوو مثلثونو کې لرو چې:



نتيجه: $\left.\begin{array}{l}\hat{C} = \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ ګډه زاويه}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ACH}$

له دوو، ورته مثلثونو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د دوو مثلثونو د مساوي زاويو مخامخ ضلعې سره متناسبې دي، يعني:

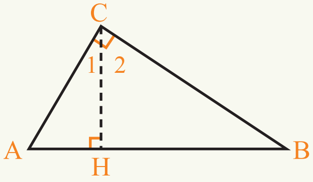
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CH}}{\overline{CB}}\Rightarrow \overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB}$$

دویمه قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر اړوند د ارتفاع مربع د هغو دوو ټوټه خطونو د ضرب له حاصل سره مساوي ده چې نوموړی ارتفاع يې پر وتر باندې بېلوي.

ثبوت: فرض کړئ چې CH د ABC قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع وي.

د ABC په قایم الزاویه مثلث کې لرو چې: $\hat{A}+\hat{B}=90^\circ$..............I

همدارنګه د ACH په قایم الزاویه مثلث کې لرو چې: $\hat{A}+\hat{C}_1=90^\circ$............II



د I او II رابطو له پرتله کولو څخه نتیجه لاس ته راځي چې: $\hat{B}=\hat{C}_1$

په همدې ډول ښودلای شو چې: $\hat{A}=\hat{C}_2$ ده. ولې؟

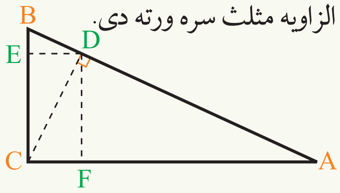
د ACH او CBH په دوو قایم الزاویه مثلثونو کې لرو:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{C}_2\\ \hat{C}_1=\hat{B}\\ \hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ACH}\sim\overset{\Delta}{CBH}$$

د پورته دوو مثلثونو له ورته والي څخه ویلای شو چې ددې دوو مثلثونو د مساوي زاويو مخامخ ضلعې سره متناسبې دي، يعني:

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{HB}}=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}\Rightarrow \overline{CH}^2=\overline{AH}\cdot\overline{HB}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $\overline{CD}$ پر $\overline{AB}$ باندې عمود دی او د DECF څلور ضلعي یو مستطیل دی، وښیاست چې BED مثلث له ABC قایم الزاویه مثلث سره ورته دی.



حل: د $\overset{\Delta}{ACB}$ او $\overset{\Delta}{BED}$ په مثلثونو کې وینو چې:

مشترکه زاویه ده $\hat{B} = \hat{B}$

څرنګه چې $\overline{DE} // \overline{AC}$ دی او $\overline{BC}$ د هغو قاطع ده، نو د قاطع یوې خوا ته زاویې سره مساوي دي، یعني: $\hat{C} = \hat{BED} = 90°$

د دواړو مثلثونو دوه زاویې یو له بله سره مساوي دي، نو له دې امله د ضلعو په منځ کې یې تناسب شته.

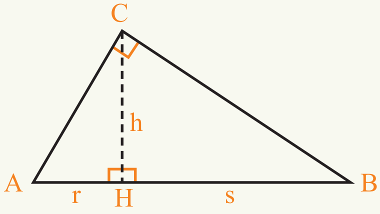
په پایله کې د مثلثونو د ورته والي (مشابه) په پام کې نیولو سره ویلای شو.

$$\overset{\Delta}{BDE} \sim \overset{\Delta}{ACB}$$

نوټ: په شکل کې د ورته (مشابه) مثلثونو شمېر حساب کړئ.

دویم مثال: په لاندې شکل کې $\overline{CH}$ د ABC قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع ده. که چېرې $r = 4cm$ ، $s = 9cm$ وي h پیدا کړئ.

حل:



$$\overline{CH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{BH}$$

$$\overline{CH}^2 = 4 \cdot 9$$

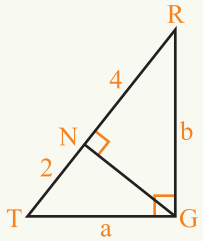
$$\overline{CH}^2 = 36$$

$$\sqrt{\overline{CH}^2} = \sqrt{36}$$

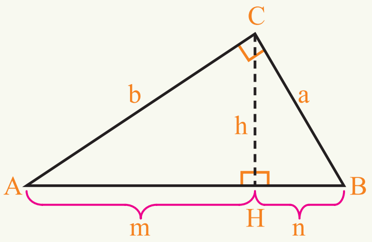
$$\overline{CH} = 6cm$$

تمرین

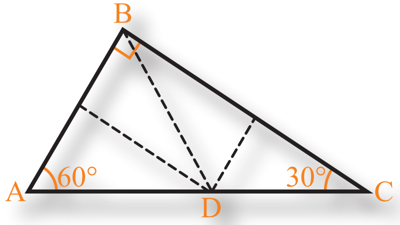
1- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې چې د G زاویه یې قایمه ده، د a او b قیمتونه په لاس راوړئ.



2- په لاندې شکل کې که چېرې m=9 ، n=3 وي او $\overline{CH}$ د ABC قایم الزاویه مثلث د $\overline{AB}$ پر وتر باندې ارتفاع وي، د a ، b او h قیمتونه پیدا کړئ.

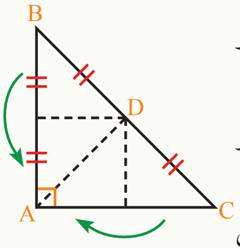


په قایم الزاویه مثلث کې د 30° او 60° زاویو لپاره قضیې



آیا په مخامخ شکل کې د 30° زاویې مخامخ ضلع د وتر د اوږدوالي له نیمایي سره برابره ده؟

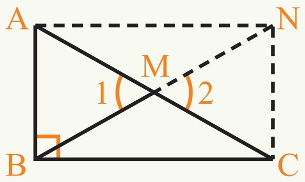
فعالیت



- د کاغذ پر مخ باندې یو قایم الزاویه مثلث دلاندې شکل په توګه رسم او بیاتې کړئ.
- د ABC مثلث داسې قات کړئ چې د B راس د A په راس سر په سر ولویږي.
- همدارنګه دویم واري داسې قات کړئ چې د C راس د A په راس باندې ولویږي.
- که چیرې د تقاطع ټکې ته D ووایو. آیا ویلای شو چې $\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{DB}$ دي؟ ولې؟

هغه پایله چې د پورته فعالیت څخه په عملي توګه لاس ته راځي کولای شو د لاندې قضیې په توګه یې ثابت کړو:

قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې میانې اوږدوالی چې له قایم راس څخه په وتر باندې رسم کیږي د وتر د اوږدوالي له نیمایي سره مساوي دی.



ثبوت: فرض کړو چې $\overline{BM}$ د ABC د مثلث په وتر باندې میانه ده. غواړو وښیو چې:

$$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$

د ثبوت لپاره د $\overline{BM}$ میانه په خپله اندازه اوږدوو، تر څو د N ټکی په لاس راشي.

نو: $\overline{BM}=\overline{MN}$

د AMB او MNC په دوو مثلثونو کې لرو چې:

$\overline{AM}=\overline{MC}$ ...BMمیانه ده

$\overline{BM}=\overline{MN}$ ...د ترسیم له مخې

$\hat{M}_1=\hat{M}_2$ ...متقابل بالراس

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{AMB}\cong \overset{\Delta}{MNC}$$

د AMB او MNC دوو انطباق منونکو مثلثونو په پام کې نیولو سره داسې پایله لاس ته راځي چې ددې مثلث متناسبی اضلاع هم سره انطباق منونکي دي، یعنې:

$\overline{AB}=\overline{NC}$.............I

په همدې ډول د AMN او BMC دوو انطباق منونکو مثلثونو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

$\overline{AN}=\overline{BC}$.............II

له I اوII رابطو څخه لیکلای شو چې د ABCN په څلور ضلعي کې مخامخ ضلعې یو له بله سره مساوي دي، څرنګه چې یوه زاویه یې قایمه ده، نو: ABCN یو مستطیل دی.

له بلې خوا پوهېږو چې په مستطیل کې قطرونه یو له، بل سره مساوي او همدارنګه د یو بل نمایي کوي.نو:

$$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$

فعالیت

- د ABC قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د حاده زاویو اندازه یې په ترتیب سره 30° او 60° وي.
- د وتر او قایمو ضلعو اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ.
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه شته؟
- پورتنی فعالیت په بل قایم الزاویه مثلث باندې چې زاویې یې 30°, 60° وي، تکرار کړئ.

له پورتني فعالیت څخه په ګټې لاندې قضیه بیان او ثبوتولای شو.

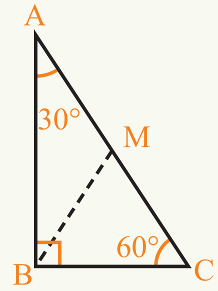
قضیه: که چېرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې اندازه 30° وي، د دې زاویې مخامخ ضلعې اوږدوالی د وتر د اوږدوالي نیمایي دي.

ثبوت: د ABC په قایم الزاویه مثلث کې فرض کړو $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=90^\circ$ وي.

غواړو ثبوت کړو چې:

$$\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$

د ثبوت لپاره میانه رسموو او هغه ته $\overline{BM}$ وایو. د مخکنۍ قضیې له مخې پوهیږو چې په قایم الزاویه مثلث کې میانه د اړوند وتر نیمایي ده.



نو: $\overline{BM} = \overline{MC}$

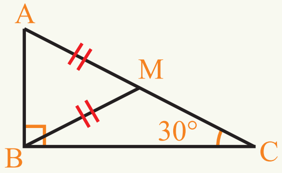
په پایله کې د BMC مثلث متساوی الساقین دی.

له دې خخه لاس ته راځي چې: $\widehat{MBC} = \widehat{MCB} = 60^\circ$

نو د MBC مثلث متساوي الاضلاع دی. ولې؟

له دې امله: $\overline{BC} = \overline{MC}$

څرنګه چې M د AC منځنی ټکی دی. $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$



مثال: که چېرې د ABC مخامخ شکل قایم الزاویه مثلث او $\overline{BM}$ د هغه اړوند میانه چې اوږدوالی یې 3 واحده دی، د مثلث د ضلعو اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: په قایم الزاویه مثلث کې پوهیږوچې میانه د اړوند وتر نیمایي ده:

نو:
$$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 6$$

له بلې خوا پوهیږو چې د 30° زاویې مخامخ ضلع د اړوند وتر نیمایي ده.

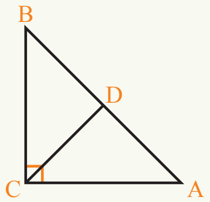
نو:
$$\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 \Rightarrow \overline{AB} = 3$$

اوس د فیثاغورث د قضیې په کارولو سره د مثلث د دریمې ضلعې اندازه محاسبه کوو.

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$
$$\Rightarrow 3^2 + \overline{BC}^2 = 6^2$$
$$\Rightarrow 9 + \overline{BC}^2 = 36$$
$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 36 - 9$$
$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 27$$
$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

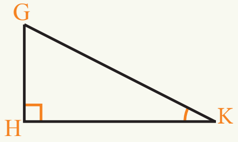
تمرين

1- د ABC په مثلث کې د $\hat{C}$ قايمه ده. که چېرې $\overline{AB}=16$ او $\overline{CD}$ د نوموړي مثلث ميانه وي، د $\overline{CD}$ اوږدوالی پيدا کړئ.

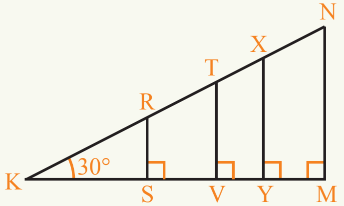


2- که چېرې په پورتني شکل کې د مياني اوږدوالی يعني $\overline{CD}=15$ وي $\overline{AB}$ پيدا کړئ؟

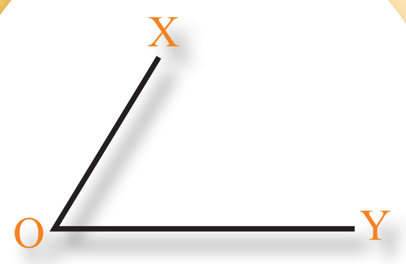
3- د GHK په مثلث کې د $\hat{H}$ قايمه او $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GK}$، سره دی د K زاويې اندازه څومره ده.



4- د KMN په مثلث کې د M زاويه قايمه ده $\hat{K}=30^\circ$ ده. $\overline{XY}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$ پر $\overline{KM}$ عمود دي. که چېرې $\overline{KR}=6$، $\overline{KN}=16$، $\overline{KX}=13$ او $\overline{KT}=10$ وي په دې صورت کې $\overline{XY}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$ او $\overline{MN}$ پيدا کړئ.



ناصف الزاویه



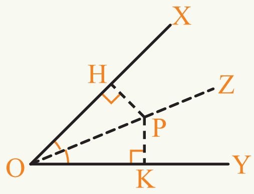
آیا د یوه ناصف الزاویې ټول ټکي د همغه زاویې له دوو ضلعو څخه مساوي فاصله لري؟

فعالیت

- د $\hat{xoy}$ زاویې، ناصف الزاویه رسم او هغه ته $\overline{OZ}$ ووایاست.
- یو اختیاري ټکی د $\overline{OZ}$ په مخ باندې وټاکی او هغه ته P ووایاست.
- د P له ټکي څخه د زاویې په دوو ضلعو د ox او oy باندې عمودونه رسم کړې هغو ته $\overline{HP}$ او $\overline{KP}$ ووایاست.
- د $\overline{HP}$ او $\overline{KP}$ اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ. ددې عمود د اوږدوالي تر منځ څه ډول اړیکي لیدل کیږي؟

کولی شو پورتنی لیدنې د لاندې قضیې په توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: د ناصف الزاویې هر ټکی د زاویې له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله دی.



ثبوت: فرض کوو چې $\overline{OZ}$ د $Y\hat{O}X$ ناصف الزاویه وي، غواړو وښیو چې:

$$\overline{PH} = \overline{PK}$$

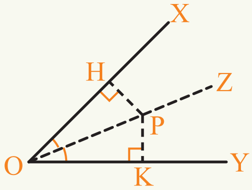
د OHP او OKP په دوو مثلثونو کې لرو چې:

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ & \\ X\hat{O}Z = Y\hat{O}Z & \overline{OZ}\ \text{ناصف الزاویه دی،} \\ \overline{OP} = \overline{OP} & \text{ګډه ضلع،} \end{array}\right\} \Rightarrow O\overset{\Delta}{P}K \cong O\overset{\Delta}{P}H$$

د OPK او OPH په دوو قايم الزاويه مثلثونو کې د وتر او يوې حاده زاويې له مساوي کېدو څخه داسې نتيجه اخلو چې دا دوه مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله: $\overline{PH} = \overline{PK}$

د پورتنۍ قضيې معکوس (سرچپه) هم سم دی.

قضيه: هر ټکی چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه متساوي الفاصله وي هغه ټکی د ناصف الزاويې پر مخ باندې پروت دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د $\overline{XO}$ او $\overline{YO}$ له دوو ضلعو څخه متساوي الفاصله وي، يعني: $\overline{PH} = \overline{PK}$

غواړو وښيو چې د P ټکی د YOX زاويې د ناصف الزاويې پر مخ باندې دی يعني: $X\hat{O}P = Y\hat{O}P$

ددې ثبوت لپاره د $\overline{OX}$ او $\overline{OY}$ پر ضلعو باندې د $\overline{PH}$ او $\overline{PK}$ عمودونه رسموو د HPO او KPO دوه قايم الزاويه مثلثونه په پام کې نيسو:

$$\left.\begin{array}{ll} \overline{PH} = \overline{PK} & \text{د فرضيې له مخې} \\ \hat{H} = \hat{k} = 90^\circ & \\ \overline{OP} = \overline{OP} & \text{ګډه ضلع} \end{array}\right\} = \overset{\Delta}{OPH} \cong \overset{\Delta}{OPK}$$

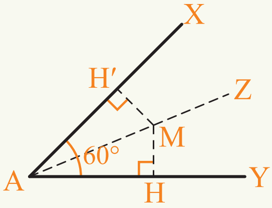
نو د حاده زاويې د يوې ضلعې او وتر له مساوي کېدو څخه داسې پايله لاس ته راځي چې د OPH او OPK مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغو هم ډوله زاويې هم سره انطباق منونکي دي.

نو: $X\hat{O}P = Y\hat{O}P$

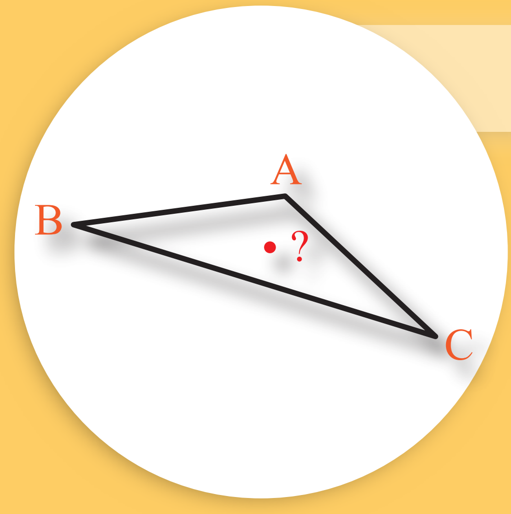
يعني د P ټکی د $X\hat{O}Y$ د ناصف الزاويې پر مخ باندې موجود دی.

تمرين

په لاندې شکل کې د M ټکی د A زاويې د ناصف الزاويې پر مخ باندې دی او $\overline{MH'}$ پر $\overline{AX}$ باندې عمود دی د AMH مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاس راوړئ.



د مثلث د داخلي زاويو ناصفونه



آیا کولای شو د مثلث دننه داسې یو ټکی پیدا کړو چې له دریو واړه ضلعو سره مساوي فاصله ولري؟

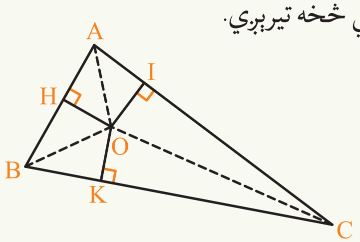
فعالیت

- د ABC یو اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د B او C زاویو داخلي ناصفونه رسم کړئ چې یو بل دO په ټکی کې قطع کړي.
- د A زاویې داخلي ناصف الزاویه رسم کړئ.
- آیا د A ناصف الزاویه هم د O له ټکی څخه تیریږي؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختیاري مثلث رسم کړئ او پورتنی فعالیت د هغه لپاره هم تکرار کړئ.

کولای شو پورتنۍ لیدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاویې یو بل دمثلث په دننه کې په یوه ټکي کې قطع کوي.

ثبوت: فرضوو چې د ABC په مثلث کې د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ ناصف الزاویې یو بل د O په ټکي کې قطع کوي. اوس ښيو چې د $\hat{A}$ ناصف الزاویه هم د O له ټکي څخه تیریږي.



د لاندې شکل په پام کې نیولو سره لرو:

څرنګه چې O د $\hat{B}$ ناصف الزاویې پر مخ باندې دی.

نو: $\overline{OH}=\overline{OK}$..................I

همدارنګه O د $\hat{C}$ ناصف الزاویې پر مخ باندې هم دی.

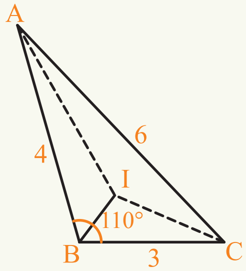
نو: $\overline{OK}=\overline{OI}$..................II

پوهیږو که چیرې د دوو مساواتو یوه خوا یو له بل سره مساوي او بله خوا یې هم سره مساوي کیږي له دې امله د I او II رابطو څخه نتیجه لاس ته راځي:

$\overline{OH}=\overline{OI}$

له بلې خوا له مخکنۍ قضيې څخه پوهيږو هر ټکی چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله وي هغه ټکی د هغې زاويې د نيمايي کوونکي (ناصف الزاويه) پر مخ پروت دی.
له دې امله د O ټکې د A ناصف الزاويې پر مخ باندې هم پروت دی.
په نتيجه کې ويلای شو: د مثلث درې واړه داخلي ناصف الزاويې يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.
مثال: يو مثلث د 3،6 او 4 ضلعو په اوږدوالي رسم کړئ. وښياست چې ناصفونه يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.

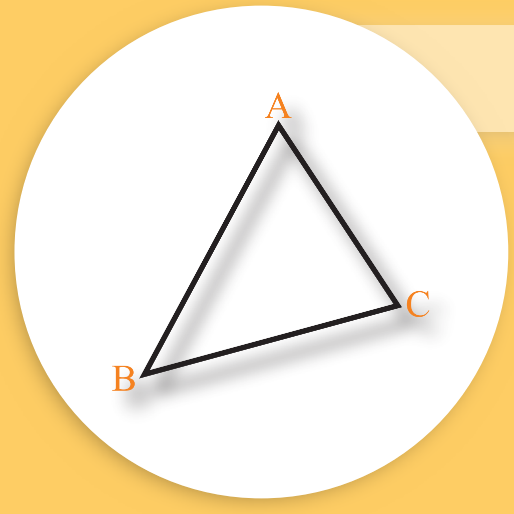
حل: لومړی د راکړ شوو ضلعو په ا وږدوالي د ABC مثلث رسموو. بيا په ترتيب سره د A ، B او C له راسونو څخه د هغو زاويو ناصفونه رسموو.
ليدل کيږي چې درې واړه ناصفونه يو بل په يوه ټکي کې قطع کړي دي.



تمرين

1- يو مثلث د $\hat{A}=20^\circ, \hat{B}=75^\circ$ او $\hat{C}=85^\circ$ په زاويو سره رسم کړئ وښاياست چې ددې زاويو ناصفونه يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.

په یوه مثلث کې عمودي ناصف



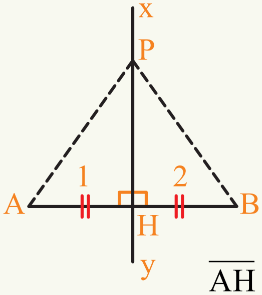
آیا د مثلث د یوې ضلعې عمودي ناصف هرومرو د هغې له مخامخ راس څخه تیرېږي؟

فعالیت

- د $\overline{AB}$ د ټوټه خط عمودي ناصف رسم کړئ.
- د $\overline{AB}$ د ټوټه خط پر عمودي ناصف باندې د P یو ټکی وټاکئ.
- د $\overline{AB}$ د ټوټه خط دوه سرونه (پای ټکي) له P سره ونښلوئ.
- د $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ، دا اوږدوالی یو له بل سره څه ډول رابطه لري؟
- د $\overline{A'B'}$ یو بل ټوټه خط رسم کړئ او پورتنی فعالیت پر هغه باندې تکرار کړئ.

د پورتنی لیدنې نتیجه په لاندې توګه ثبوت او بیانولای شو:

قضیه: د یوه ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې هر ټکی د نوموړي ټوټه خط له دوو سرونو (انجامونو) څخه متساوي الفاصله دی.



ثبوت: فرضوو چې XY د $\overline{AB}$ د ټوټه خط عمودي ناصف دی غواړو وښیو د P هر اختیاري ټکی چې د عمودي ناصف پر مخ باندې دی د A او B څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.

یعنې: $\overline{PB} = \overline{PA}$

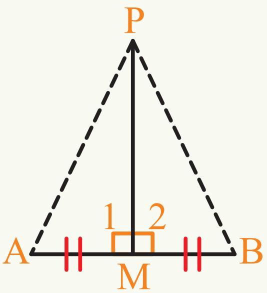
د PAH او PHB له دوو مثلثونو څخه لرو چې:

$$\left.\begin{array}{ll} \overline{AH} = \overline{BH} & \text{XY عمودي ناصف دی،} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ & \text{XY عمودي ناصف دی،} \\ \overline{PH} = \overline{PH} & \text{ګډه ضلع،} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PAH} \cong \overset{\Delta}{PBH}$$

خرنگه چې د PAH او PBH په دوو مثلثونو کې دوه ضلعې او د منځ زاويې يې مساوي دي له دې امله نوموړي مثلثونه انطباق منونکي دي. په نتيجه کې د هغو هم دوله ضلعې هم يو له بل سره مساوي دي يعنې: $\overline{PB} = \overline{PA}$

د پورتنۍ قضيې معکوس (سرچپه) هم سم دی.

قضيه: هر ټکی چې د يوه ټوټه خط له دوو انجامونو څخه مساوي فاصله ولري نوموړی ټکی د ټوټه خط په عمودي ناصف باندې پروت دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د AB د ټوټه خط له دوو انجامونو څخه مساوي فاصله لري.

يعنې: $\overline{PB} = \overline{PA}$

غواړو وښيو چې دP ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې پروت دی.

خرنگه چې: $\overline{PB} = \overline{PA}$ دی، نو PAB مثلث متساوي الساقين دی له دې امله: $\hat{A} = \hat{B}$

د $\overline{AB}$ ټوټه خط منځنې ټکي ته M وايو.

نو: $\overline{AM} = \overline{MB}$

اوس د P ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط له منځنې ټکي سره نښلوو چې د PAM او PBM دوه مثلثونه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{array}{ll} \overline{PA} = \overline{PB}\cdots & \text{د فرضيې له مخې} \\ \overline{MA} = \overline{MB}\cdots & \text{منځنی ټکی } M \\ \hat{A} = \hat{B}\cdots & \text{د متساوي الساقين مثلث له مخې} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PAM} \cong \overset{\Delta}{PBM}$$

اوس د PAM او PBM دوه مثلثونه په پام کې نيسو چې د هغو دوه ضلعې او د منځ زاويه يې مساوي او يو په بل باندې منطبق دي، په پايله کې نورې هم دوله زاويې هم سره مساوي دي، يعنې:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

خرنگه چې:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ$$

نو:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$$

نو ويلای شو چې $\overline{PM}$ د $\overline{AB}$ ټوټه خط عموداً نيمايي کړی دی او د P ټکی د AB د ټوټه خط په عمودي نيمايي کوونکي باندې پروت دی.

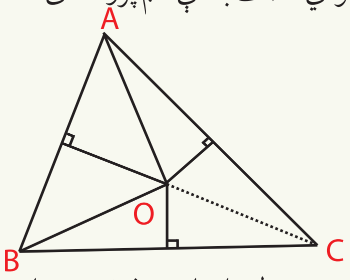
فعالیت

- د ABC یو کیفي مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ. د هغو د تقاطع ټکي ته O وواياست.
- د $\overline{BC}$ د ضلعې عمودي ناصف رسم کړئ آیا دا عمودي ناصف هم د O له ټکي څخه تیریږي؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختیاري مثلث رسم او پورتنۍ فعالیت وربانديې سر ته ورسوئ.

کولی شو د پورتني فعالیت لیدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هر مثلث کې د هغه د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل د O په ټکي کې قطع کړي دي. غواړو وښیو چې د O ټکی د $\overline{BC}$ د ضلعې په عمودي ناصف بانديې هم پروت دئ.



څرنګه چې O د $\overline{AB}$ پر عمودي ناصف بانديې پروت دی.

نو: $\overline{OA}=\overline{OB}$.................I

همدارنګه O د $\overline{AC}$ پر عمودي ناصف بانديې پروت دی.

نو: $\overline{OA}=\overline{OC}$.................II

د I او II مساواتو څخه لیکلای شو چې:

$$\overline{OB}=\overline{OC}$$

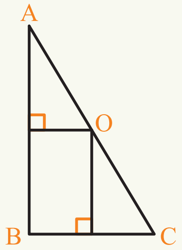
له بلې خوا له مخکنۍ قضیې څخه پوهیږو چې هر ټکی د یوه توټه خط د انجامونو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي دا ټکي د نوموړي توټه خط د عمودي ناصف په مخ بانديې پروت دی، نو ویلای شو چې د O ټکی د $\overline{BC}$ د ضلعې په عمودي ناصف بانديې پروت دی.

په نتیجه کې ویلای شو: د هر مثلث د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

مثال: یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د ضلعو د عمودي ناصفونو ځای پیدا کړئ.

حل: د ABC قایم الزاویه مثلث رسم او د هغه د ضلعو عمودي ناصفونه رسموو. لیدل کیږي چې په قایم الزاویه مثلث کې د قایمو ضلعو عمودي ناصفونه یو بل د وتر په منځنۍ ټکي کې، چې د وتر پر مخ بانديې پروت دی، قطع کوي.

په نتیجه کې ویلای شو: په هر قایم الزاویه مثلث کې عمودي ناصفونه یو بل په یو داسې ټکی کې چې پر وتر بانديې منځنۍ ټکی دی قطع کوي.

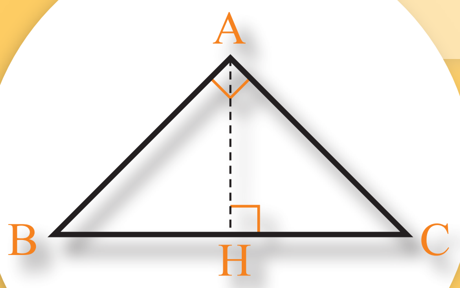


تمرین

1- د ABC مثلث د $30^\circ, 70^\circ$ او 80° په زاویو سره رسم کړئ، ددې مثلث د ضلعو د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

2- یو مثلث د 6، 4 او 2.5 سانتي مترو ضلعو په اوږدوالي سره رسم کړئ او وروسته د هغو ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

د مثلث ارتفاع ګاني



د ABC مثلث قایم الزاویه دی. که چېرې $\overline{AH}$ د نوموړي مثلث ارتفاع په وتر باندې وي، د مثلث نورې ارتفاع ګانې کومې دي؟

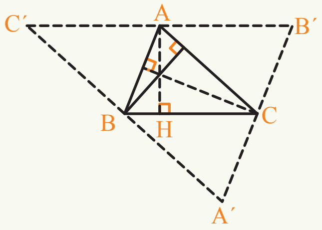
فعالیت

- د ABC اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د A له راس څخه د $\overline{BC}$ په ضلعې باندې ارتفاع رسم او د هغه پای ته H ووایاست.
- د ABC مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړئ.
- له دې خطونو څخه لاس ته راغلې مثلث ته $A'B'C'$ ووایاست. په داسې حال کې چې $\overline{B'C'} // \overline{BC}$, $\overline{A'C'} // \overline{AC}$ او $\overline{A'B'} // \overline{AB}$ دي.
- آیا $\overline{AH}$ پر $\overline{B'C'}$ عمود دی؟ ولې؟
- آیا د $ABCB'$ څلور ضلعي متوازي الاضلاع ده؟ ولې؟
- آیا $\overline{AC} = \overline{AB'}$ دي؟ ولې؟
- آیا $\overline{AH}$ د $\overline{B'C'}$ عمودي ناصف دی؟ ولې؟

له پورته فعالیت څخه لیدل کېږي که چېرې د یوه مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړو، یو بل مثلث جوړېږي چې په دې صورت کې د لومړي مثلث ارتفاع ګانې د جوړ شوي مثلث د ضلعو عمودي ناصف دي.

پوهېږو د مثلث د ضلعو عمودي ناصف یو بل، په یوه ټکي کې قطع کوي، نو د مثلث ارتفاع ګانې هم یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

قضیه: په هر مثلث کې ارتفاع ګانې په یوه ټکي کې متقاطع دي.



ثبوت: د ABC مثلث له راسونو څخه داسې خطونه رسموو چې د نوموړي خطونو له تقاطع څخه، لکه په شکل کې، د $A'B'C'$ مثلث جوړ شي. له شکل څخه لیکلای شو:

$\overline{B'C'} // \overline{BC}$, $\overline{A'C'} // \overline{AC}$ او $\overline{A'B'} // \overline{AB}$.

ددې په پام کې نیولو سره چې د $ABCB'$ څلور ضلعي مخامخ ضلعې یو له بله سره موازي دي. نو داسې پایله لاس ته راځي چې دا څلور ضلعي یوه متوازي الاضلاع ده.

له دې امله د $ABCB'$ د څلور ضلعي مخامخ ضلعې سره مساوي دي.

یعنې: $\overline{AB'} = \overline{BC} \cdots\cdots\cdots I$

په همدې ډول د $ACBC'$ څلور ضلعي هم یوه متوازي الاضلاع ده، په پایله کې:

$\overline{AC'} = \overline{BC} \cdots\cdots\cdots II$

د I او II رابطو څخه نتیجه لاس ته راځي چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$

له بلې خوا څرنګه چې $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ او $\overline{BC} \| \overline{B'C'}$ دي نو $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دی.

څرنګه چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$ او $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دی.

نو: $\overline{AH}$ د $\overline{B'C'}$ عمودي نیمایي کوونکی دی.

په همدې ډول ښودلای شو چې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ په ضلعو باندې ارتفاع ګانې هم په ترتیب سره د $\overline{A'B'}$ او $\overline{A'C'}$ د ضلعو عمودي نیمایي کوونکي دي. څرنګه چې عمودي نیمایي کوونکي یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي، نو ارتفاع ګانې هم یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

تمرین

1- د ABC مثلث د 4، 5 او 6 سانتي مترو ضلعو په اوږدوالي سره رسم کړئ د هغه د ضلعو ارتفاع ګانې رسم او د هغو د تقاطع د ټکی ځای وټاکئ.

2- یو قایم الزاویه مثلث رسم او ددې مثلث د ارتفاع ګانو د تقاطع ځای وټاکئ.

3- یو مثلث چې یوه زاویه یې منفرجه وي رسم او د هغه د ارتفاع ګانو د تقاطع ځای وټاکئ.

د مثلث مياني

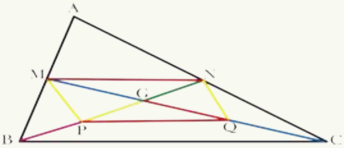
آيا فکر کولای شئ يو مثلث د يوه پنسل په تيره څوکه باندې داسې کېږدی چې ونه لوېږي؟

فعاليت

- د ABC اختياري مثلث رسم کړئ.
- د B له راس څخه د $\overline{BN}$ ميانه او د C له راس څخه د $\overline{MC}$ ميانه رسم کړئ.
- د هغو دوو ميانو د تقاطع ټکی په G سره وښياست.
- د $\overline{BG}$ او $\overline{GN}$ اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ، اوږدوالی يې له يو بل سره څه رابطه لري؟
- د $\overline{CG}$ او $\overline{GM}$ اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ، اوږدوالی له يو بل سره څه ډول رابطه لري؟
- د A له راس څخه د $\overline{BC}$ په ضلعې باندې ميانه رسم او د هغه پای ته K وواياست.
- آيا $\overline{AK}$ د G له ټکي څخه تيرېږي؟
- د $\overline{AG}$ او $\overline{GK}$ اوږدوالی په خط کش سره اندازه کړئ دا اوږدوالی له يو بل سره څه ډول رابطه لري؟

قضيه: د هر مثلث مياني يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي او د تقاطع ټکی، هره ميانه د 2 او 1 په نسبت ويشي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د G ټکی د $\overline{BN}$ او $\overline{MC}$ د ميانو د تقاطع ځای دی. د دې په پام کې نيولو سره چې د $\overline{MN}$ ټوټه خط د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو منځنی ټکي له يو بل سره نښلوي نو د تالس د قضيې له مخې نتيجه کېږي چې: $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$



$$\Rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots I$$

د $\overline{BG}$ منځنی ټکي ته P وايو او د $\overline{CG}$ منځنی ټکي ته Q وايو.

$\overline{PQ}$ داسې ټوټه خط دی چې د BGC د مثلث د $\overline{BG}$ او $\overline{CG}$ د ضلعو منځنۍ ټکی یو له بل سره نښلوي، د تالس د قضیې له مخې د GBC په مثلث کې لرو چې:

$$\overline{BC} \parallel \overline{PQ}$$

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} \ldots\ldots\ldots\ldots II$$

د I او II له رابطو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د MNQP څلور ضلعې چې ضلعې یې دوه په دوه موازي او مساوي دي، یوه متوازي الاضلاع ده.

د MNQP په متوازي الاضلاع کې قطرونه یو بل نیمایي کوي، له دې امله:

$$\overline{PG} = \overline{GN} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM}$$

له بلې خوا پوهېږو:

$$\overline{PG} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{QC}$$

له دې امله لیکلای شو:

$$\overline{PG} = \overline{GN} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM} = \overline{QC}$$

په پایله کې:

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{GM}} = \frac{2}{1}$$

څرنګه چې د ABC په مثلث کې د $\overline{CN}$ او $\overline{BN}$ میانې په خپله خوښه یا اختیاري ټاکل شوي دي. خو دا رابطه د هرو دوو نورو غوښتل شوو میانو لپاره هم سمه ده. له دې څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د مثلث درې واړه میانې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي (ولې)؟

د تقاطع ټکی، هر دوه میانې د 2 او 1 په نسبت ویشي.

د میانو د تقاطع ټکي د مثلث د ثقل مرکز دی.

تمرین

1- یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د میانو دتقاطع ځای وټاکئ؟

2- وښیاست چې په هر متساوي الاضلاع مثلث کې د میانو، ناصفونو او ارتفاع ګانو د تقاطع ځای یو ټکی دئ؟

3- که چېرې د ABC په مثلث کې د G ټکی د $\overline{AM}, \overline{BN}$ او $\overline{CK}$ د میانو د تقاطع مرکزوي وښیاست چې؟

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{\overline{GM}}{\overline{AM}} = \frac{1}{3}$$

د پنځم فصل مهم ټکي

د متساوي الساقين مثلث قضيې

- که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعې يو له بل سره مساوي وي، نو د هغو دوو ضلعو مخامخ زاويې هم يو له بل سره مساوي دي.
- که چېرې د يوه مثلث دوې زاويې يو له بل سره مساوي وي. د نومړو زاويو مخامخ ضلعې سره مساوي دي

د فيثاغورث قضيه:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي، د هغو دوه نورو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د قايمو ضلعو په اوږدوالي جوړېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر مربع د هغه د قايمو ضلعو د مربع له مجموعې سره مساوي ده:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

د قضيې عکس (سرچپه):

که چېرې په يوه مثلث کې د دوو ضلعو مربعاتو مجموعه د هغه د درېمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قايم الزاويه دی .

د قايم الزاويه مثلث قضيې:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او د هغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي دی چې پر نومړې وتر باندې دی.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې دهغې مياني اوږدوالی چې له قايم راس څخه رسم کېږي. عبارت دی د قايمو ضلعو د هندسي وسط څخه چې د نومړي مثلث پر وتر باندې دی.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې ارتفاع اوږدوالی چې له قايم راس څخه د هغه پر وتر باندې رسمېږي د وتر د اوږدوالی د نيمايي سره مساوي دی.
- که چېرې په يوه قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې $30°$ وي، د دې زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی د وتر د اوږدوالی نيمايي دی.

د هغو خطونو قضیې چې د مثلث په دننه کې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي

- د ناصف الزاویې په مخ باندې هر ټکی یې د زاویې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.

- هر ټکی چې د یوې زاویې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي هغه ټکی د ناصف الزاویې په مخ باندې پروت دی.

- په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاویې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

- د یوه ټوټه خط د عمودي ناصف په مخ باندې هر ټکی د هغه له انجامونو څخه متساوي الفاصله دی.

- هر ټکی چې د یوه ټوته خط له انجامونو څخه مساوي فاصلې ولري دا ټکی د نوموړي ټوټه خط په عمودي ناصف باندې پروت دی.

- په هر مثلث کې د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

- په هر مثلث کې ارتفاع ګانې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

- د هر مثلث میانې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي او د میانو د تقاطع ټکی، هره میانه د 2 او 1 په نسبت ویشي.

عمومي پوښتني

په لاندي پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي صحيح ځواب يې پيدا او کرښه ترې تاو کړئ.

1- په منفرجه الزاويه مثلث کې د درې واړو عمودي ناصفونو د تقاطع ځای چېرې دی؟

a) د مثلث دننه　　b) د مثلث د باندې

c) په لويه ضلع باندې　　d) يو يې هم نه دی

2- يو مثلث د 8، 4 او 5 ضلعو په اوږدوالي سره په پام کې ونيسئ، ددې مثلث درې واړه ارتفاع ګانې يو بل په:

a) د مثلث په دننه کې قطع کوي

b) د مثلث د باندې قطع کوي

c) د هغې ضلعې پر مخ باندې چې اوږدوالی يې 5 دی قطع کوي

d) په هغه راس کې قطع کوي چې د لويې ضلعې مخامخ ته دی.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د $30°$ زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی عبارت دی، له:

a) د وتر نيمايي　　b) د وتر سره مساوي　　c) 1 پر 3 د وتر　　d) 1 څلورم د وتر

4- که چېرې په يوه قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو اندازه 3 او 2 وي، د وتر اوږدوالی عبارت دی، له:

a) $\sqrt{13}$　　b) $\sqrt{3}$　　c) 3　　d) 2

5- په متساوي الساقين مثلث کې د قاعدې يوه زاويه $65°$ ده. د قاعدې بله زاويه يې عبارت ده له:

a) $50°$　　b) $65°$　　c) $70°$　　d) $45°$

په لاندي جملو کې تش ځايونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو د ضرب حاصل مساوي دی د هغه مثلث د وتر ارتفاع ....

2- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر .... چې له قايم راس څخه رسم کېږي مساوي دی د .... ضرب له حاصل سره چې د نوموړي مثلث په وتر باندې يې بيلوي.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د $30°$ زاويې .... اوږدوالی د وتر له .... مساوي دی.

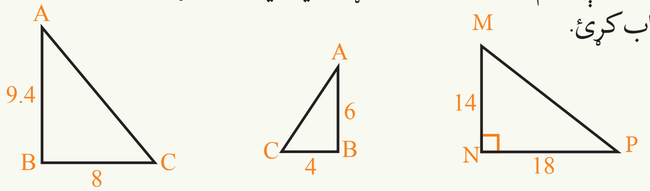
4- په منفرج الزاويه مثلث کې ارتفاع ګانې يو بل په .... قطع کوي.

5- که چېرې د يوه مثلث د ضلعو اوږدوالی په ترتيب 3cm، 4cm او 5cm وي نوموړی مثلث .... دی.

6- که چیرې په یوه مثلث کې دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي نو .... یې هم یو له بل سره مساوي دي.

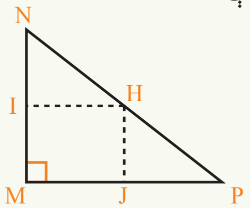
لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې قایم الزاویه مثلثونه درکړ شوي دي، د نوموړو مثلثونو وترونه د 0.1 لړوالی په تقرب کې حساب کړئ.



2- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC} = 6$ ، $A\hat{B}C = 80^\circ$ او $A\hat{C}B = 80^\circ$ وي، وروسته د نوموړی مثلث ناصفونه رسم کړئ.

3- د MNP مثلث چې د M په راس کې قایم وي، په پام کې ونیسئ په نوموړي مثلث کې د $\overline{MH}$ ارتفاع رسم کړئ داسې چې د I او J ټکي د $\overline{MN}$ او $\overline{MP}$ منځنۍ ټکي دي.



a) ثبوت کړئ چې MIH او MJH متساوي الساقین مثلثونه د $\overline{MH}$ په ګډې قاعدې سره دي.

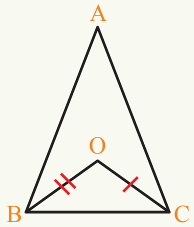
b) ثبوت کړئ چې $\overline{IJ}$ د $\overline{MH}$ عمودي ناصف دی.

c) ثبوت کړئ چې $\overline{HI}$ او $\overline{HJ}$ یو پر بل عمود دي.

٤- د ABC په متساوي الساقین مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی که چیرې هغوی د $\overline{OB}$ او $\overline{OC}$ په واسطه نیمايي کړو ثبوت کړئ چې:

a) $\overline{OB} = \overline{OC}$

b) د $\overline{OA}$ د $\hat{A}$ نیمايي کوونکی دی.



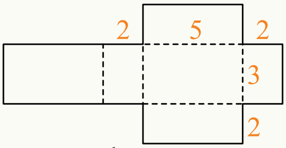
شپږم فصل

مساحت او حجمونه

د مکعب مستطیل مساحت او حجم

آیا تر اوسه مو فکر کړئ چې یو انسان د نفس په ایستلو هر وار د هوا څومره حجم خپلو سږو ته داخلوي.

فعالیت

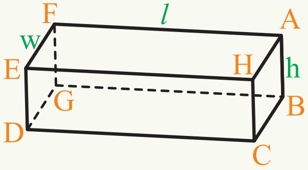


- مخامخ شکل په کاغذ کې رسم او قیچي یې کړئ او بیا یې په ټکي ټکي کرښو باندې قات کړئ
- یو مکعب مستطیل د 5cm په اوږدوالي 2cm په سور او 3cm په ارتفاع سره رسم کړئ.
- نوموړی مستطیلي مکعب څو راسونه، څو ضلعې او څو سطحې لري؟ هر یو یې وشمېرئ.
- د جانبي (اړخو) سطحو مساحت، چې هره سطح یې مستطیل دی، پیدا یې کړئ.
- نوموړی مستطیلي مکعب څو قاعدې لري؟ د هغه د قاعدې مساحت پیدا کړئ.
- د مساحتونو د مجموع په کارولو سره د مستطیلي مکعب د ټول مساحت فرمول ولیکئ.

له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو چې:

تعریف

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهي جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاویې یې قایمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل اوږدوالی په l، سور یې په w او ارتفاع یې په h سره وښیو، څرنګه چې مکعب مستطیل شپږ سطحې لري او د هرې سطحې مساحت یې په لاندې ډول دی:



د جانبي سطحو مساحت یې مساوي دی له: $S = 2(w \cdot h + h \cdot \ell)$

دقاعدو مساحت یې مساوي دی له: $B = 2w \cdot \ell$

$A = w\ell + \ell h + wh + w\ell + \ell h + wh$ د مستطيلي مکعب کلي مساحت

یا $A = 2(\ell w + \ell h + wh)$

هغه مکعب مستطيل چې ټولې ضلعې يې له يو بل سره مساوي وي، مکعب بلل کېږي. که چېرې مساحت په A سره وښيو، لرو چې:

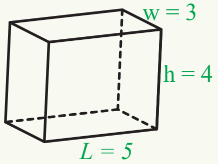
$A = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$ د مکعب کلي مساحت

$A = 6a^2$

هغه مکعب چې اوږدوالی، سور او ارتفاع يې يو وي. واحد مکعب بلل کېږي.

لومړی مثال: د مستطيلي مکعب کلي مساحت پيدا کړئ، په داسې حال کې چې اوږودوالی يې 5cm، سور يې 3cm او ارتفاع يې 4cm وي.

حل:



$\ell = 5cm$

$w = 3cm$

$h = 4cm$

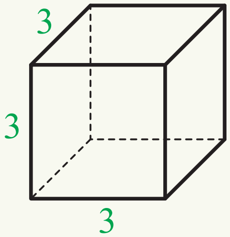
$A = 2(\ell w + \ell h + wh) = 2(5\cdot3 + 5\cdot4 + 3\cdot4)$

$A = 2(15 + 20 + 12) = 2(47)$

$A = 94cm^2$ کلي مساحت

دويم مثال: که چېرې د يوه مکعب کلي مساحت 54cm وي، ددې مکعب د ضلعو اوږدوالی پيدا او رسم يې کړئ.

حل:



$A = 6a^2 \qquad 6a^2 = 54$

$a^2 = \frac{54}{6} = 9 \qquad a = 3cm$

فعاليت

- د واحد مکعبونو په درلودلو، مستطيلي مکعب چې اوږدوالی $3cm$، سور يې $2cm$ او ارتفاع يې $2cm$ وي، رسم کړئ.

• د څو واحده مکعبونو په درلودلو سره کولای شو دا مکعب مستطیل ډک کړو. د جوړ شوی شکل حجم څومره دی؟
• که چېرې د نوموړي مستطیلي مکعب مخ بیا په ترتیب سره د نورو واحد مکعبونو په واسطه ډک کړو څه ډول شکل په لاس راځي؟ د هغه حجم به څومره وي؟
• د مکعب مستطیل د اوږدوالی، سور او ارتفاع په منځوکې څه ډول اړیکې شته چې د هغه په واسطه یې حجم پیدا کړو؟
• که چېرې د واحد مکعب لس نور کتاړونه د لومړی مکعب مستطیل په منځ یا څنګ کې کېږدو د جوړ شوي شکل حجم څومره دی؟
• آیا کولای شی د مکعب مستطیل دحجم د محاسبې کولو لپاره فارمول وښیاست؟

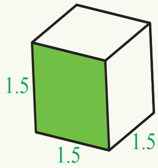
له پورتنی فعالیت څخه پوهېږو چې:

د هغه مکعب مستطیل حجم چې اوږدوالی یې l، سور یې w او ارتفاع یې h وي مساوي دی له:

$$v = l \times w \times h$$ د مکعب مستطیل حجم

$$V = a \times a \times a = a^3$$ د مکعب حجم

لومړی مثال: د مخامخ مکعب حجم پیدا کړئ:



حل:

$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$V = 1.5 \times 1.5 \times 1.5$$

$$V = 3.375 cm^3$$ د مکعب حجم

دویم مثال: د یوه مکعب مستطیل حجم 24 متر مکعب او د قاعدې مساحت یې 8 متره مربع دی ددې مکعب مستطیل ارتفاع څو متره ده.

حل:

$$v = l \times w \times h$$ د مکعب مستطیل حجم

$$24 = 8 \times h$$

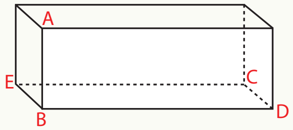
$$h = 24 \div 8 = 3\,m$$

تاسو پوهېږئ په هر مکعب مستطیل کې هغه ټوټه خط چې د مکعب مستطیل دوه مخامخ راسونه یو له بل سره نښلوي د مکعب مستطیل قطر بلل کیږي. ددې د لاس ته راوړلو لپاره لاندې فعالیت سرته ورسوئ.

فعالیت

• په درکړ شوي شکل کې $\overline{AB}$, $\overline{BE}$ او $\overline{EB}$ اوږدوالي په ترتیب سره b,a او c ونوموی.
• د A راس له C او د C له B سره ونښلوی، تر څو یو قایم الزاویه مثلث جوړ شي.
• په شکل کې د ABC د قایم الزاویه مثلث وتر $\overline{AC}$ دی، د $\overline{AC}$ د پیدا کولو لپاره د فیثاغورث

له قضيي څخه کار واخلئ.



• څرنګه چې د يو مکعب مستطيل ټولې سطحې مستطيلي دي
او يو پر بل باندې انطباق منونکي دي، نو: $\overline{BE} = \overline{DC} = ?$
• همدارنګه د BCD په قايم الزاويه مثلث کې $\overline{BC}$ وتر دی.
د فيثاغورث د قضيې په کارولو سره د $\overline{BC}$ اوږدوالی پيدا او په مخکنۍ رابطه کې د $\overline{BC}$ په ځای کېږدی.

د پورته فعاليت څخه لرو:

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

که چېرې په يوه مکعب مستطيل کې a=b=c وي، نو د مکعب قطر په لاس راځي.

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} \Rightarrow \overline{AC} = a\sqrt{3}$$

مثال: د مکعب مستطيل د قطر اوږدوالی پيدا کړئ چې ابعاد يې په ترتيب 2cm ، 3cm او 6cm وي.

حل: که چېرې $a = 2cm$, $b = 3cm$ او $c = 6cm$ وي د $\overline{AC}$ د قطر اوږدوالی په لاس راوړو

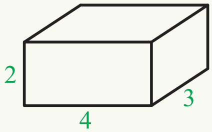
$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7cm$$

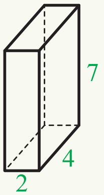
تمرين

1- د ډبرو د يوه ديوال اوږدوالی 60cm، سور يې 30cm او ارتفاع يې 120cm ده. د هغه حجم په سانتي متر مکعب سره پيدا کړی.

2- که چېرې د يوه مکعب اوږدوالې سور او ارتفاع يې 3 برابره شي، د مکعب حجم څو برابره کېږي؟

3 - دلاندې مکعب مستطيلونو حجم او کلي مساحت په لاس راوړئ.



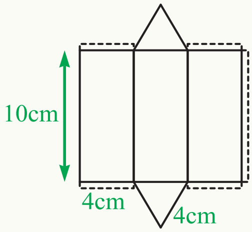


4 - که چېرې د يوه مکعب اوږدوالی سور او ارتفاع دوه برابره کړو د هغه د قطر اوږدوالی څه ډول بدلون مومي.

د منشور مساحت او حجم
Surface Area and Volume of Prisms

آيا تر اوسه مو فکر کړی دی د ژوند کولو
خیمه څه ډول هندسي شکل لري؟

فعالیت



مخامخ شکل په درکړل شوو اندازو سره په یوه کاغذ باندې رسم کړئ. د کاغذ له شکل څخه د پرېکولو او جلا کولو وروسته جلا شوي ټوټې په ترتیب یو د بل تر څنګ داسې کېږدئ چې ونښلول شي.

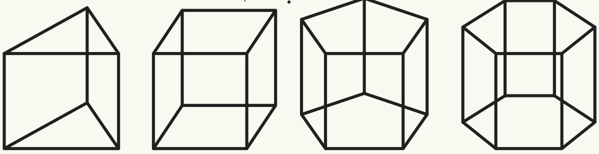
- جوړ شوی شکل کوم هندسي شکل دی؟
- په پورتني شکل کې څو سطحې او څو قاعدې لیدلای شئ؟
- د پورتنیو هر یوه مساوي مستطیلونو مساحت په لاس راوړئ.
- د پورته دوو قاعدو د مثلثونو مساحت پیدا کړئ.
- د پورته دوو لاس ته راغلي مساحتونو مجموعه څه شی را ښیي؟

له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو چې:

تعریف

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ جانبي سطحې یو له بل سره مساوي او موازي دي او د مخامخ جانبي سطحو زاویې یو پر بل باندې انطباق منونکي دي.
د منشور جانبي سطحې مستطیل شکله دي او د نوموړو مستطیلونو د مساحت مجموعه د منشور د جانبي سطحې مساحت بلل کېږي. په یوه منشور کې د جانبي سطحو د مساحت له جمع کولو څخه د ټول جانبي مساحت په لاس راځي او د ټول جانبي مساحت او دوو قاعدو د مساحت له جمع کولو څخه د منشور کلي مساحت لاس ته راځي. که چېرې د منشور سطحې پر قاعده باندې عمود وي هغه ته قایم منشور ویل کېږي.

منشورونو ته د قاعدو د ضلعو د شمېر له مخې نوم ورکول کېږي.

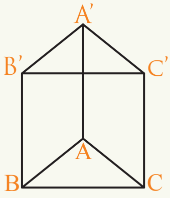


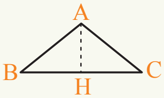
خپل او د خپل ټولګیوالو د ریاضي کتابونه واخلئ او په لاندې توګه يې يو پر بل باندې کېږدئ جوړ شوی شکل يو مستطيل القاعده منشور دی. د مکعب مستطيل حجم د کتابونو له مجموعې سره مساوي دی. يا په بل عبارت د قاعدې مساحت ضرب په ارتفاع کې دی. که چېرې اوس د رياضي کتابونو په ځای چې مستطيل شکل دی خپل ګونياګانې يو بر بل باندې کېږدی يو مثلث القاعده منشور لاس ته راځي. چې ددې شکل حجم هم د قاعدې د مساحت او ارتفاع د ضرب سره مساوي دی. $V=B\times h$ چې په هغه کې B د قاعدې مساحت او h ارتفاع ده.

مثال: د مثلث القاعده منشور کلي مساحت او حجم پيدا کړئ په داسې حال کې چې قاعده يې يو متساوي الاضلاع مثلث چې د هرې ضلعې اوږدوالی $2cm$ او ارتفاع يې $4cm$ دی.

حل: په لومړي ګام کې د منشور د قاعدې د مثلث ارتفاع يعنې $\overline{AH}$ پيدا کوو:

$$\overline{AH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=(2^2)-(1)^2 \Rightarrow \overline{AH}=\sqrt{3}$$





دهرې جانبي سطحې مساحت $=2\times4=8cm^2$

د دريو جانبي سطحو مساحت $=3\times8=24cm^2$

دمنشورد قاعدې مساحت $=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

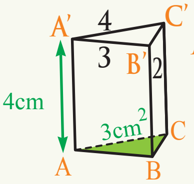
د دواړو قاعدو مساحت $=2\sqrt{3}$

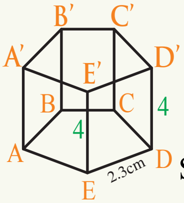
د قاعدو مساحتونه + دجانبي سطحو مساحتونه = ټول مساحت

ټول مساحت $=24+2\sqrt{3}$

$V=B\cdot h=4\sqrt{3}$

تمرين





1- دمخامخ منشورونو کلي مساحت او حجم حساب کړئ په داسې حال کې چې:

$S_{(ABCD)}=12.92cm^2$ ، $S_{(ABC)}=3cm^2$

د استوانې مساحت او حجم

ډېر هغه وسایل چې په ورځني ژوند کې ورسره مخامخ کېږو، استوانه یي شکلونه دي، لکه: د اوبو ګیلاس، د اوبو نل او نور...

آیا کولای شئ د څو نورو استوانه یي شکلو شیانو نومونه واخلئ؟

فعالیت

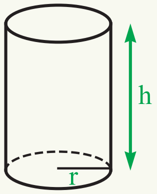
د یوې قایمې استوانې د ارتفاع اوږدوالی 5cm او د قاعدې شعاع یې 2cm ده د ارتفاع په اوږدوالي استوانه خلاصه او رسم یې کړئ.

- د لاس ته راغلي مستطیل اوږدوالی او سور څومره دی؟
- د مستطیل مساحت لاس ته راوړئ.
- ددې مستطیل مساحت د استوانې د جانبي سطحې له مساحت سره څه ډول اړیکې لري؟
- د استوانې د هرې قاعدې مساحت په داسې حال کې په لاس راوړئ چې د قاعدې شعاع یې $2cm$ وي؟
- د استوانې کلې مساحت حساب کړئ.

له پورته فعالیت څخه ویلای شو:

تعریف

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوی ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو، نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:



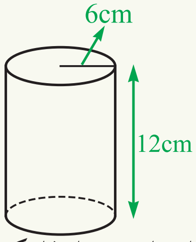
د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$

د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$\pi = 3.14$ $\quad A = 2\pi r(r+h)$

لومړی مثال: د مخامخ استوانې مساحت حساب کړئ.



حل:

$$A = 2\pi r(r+h) = 2\times 3.14(6)(6+12)$$

$$A = 6.28\times 6(18) = 37.68(18)$$

$$A = 678.24cm^2$$

یادونه: د منشور د حجم د پیداکولو لپاره مو لومړی د قاعدې مساحت پیدا او بیا هغه په ارتفاع کې ضربوو د استوانې د حجم د پیداکولو لپاره هم لومړی د دایروي قاعدې مساحت پیدا او بیا هغه په ارتفاع کې ضربوو که چېرې د استوانې حجم په V سره وښیو نو لرو چې: $V = \pi r^2 \times h$

دویم مثال: که چېرې د یوه 4 سلندره ماشین حجم چې د هر سلندر قطر یې 8cm دی له $1600cm^3$ سره مساوي وي د هر سلندر ارتفاع څومره ده؟

حل: څرنګه چې r=4cm، $V=1600cm^3$ دي، نو h=? ، له فارمول څخه په کار اخستیني سره د 4 سلندرو لپاره لرو:

$$v = (4\pi r^2\cdot h)$$

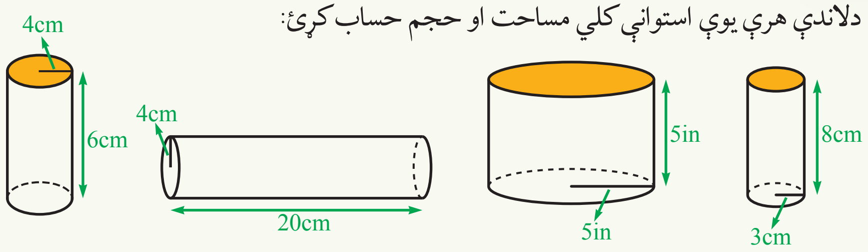
$$1600 = 4(16\pi\cdot h) = 4(16\cdot 3.14\cdot h)$$

$$1600 = 200.96h$$

$$h = \frac{1600}{200.96} = 7.96 \qquad h = 7.96cm$$

تمرین

1- دلاندې هرې یوې استوانې کلي مساحت او حجم حساب کړئ:



2- که چېرې د یوې استوانې د قاعدې شعاع 3 برابره شي د هغې په حجم کې څومره بدلون راځي؟

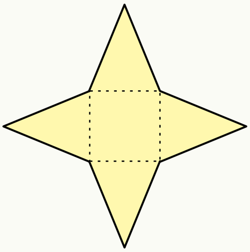
3- د اوبو ذخیره چې استوانه یې شکل لري د قاعدې شعاع یې 5m او ارتفاع یې 8m دي. د اوبو په نوموړې ذخیره کې څو متره مکعبه اوبه ځاییږي؟

4- که چېرې د یوې استوانې ارتفاع دوه برابره شي د جانبي سطحې اندازه یې څومره بدلون مومي؟

د هرم مساحت او حجم

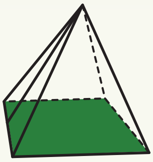
آیا تر اوسه مو فکر کړی چې مصریانو د مصر هرمونه په څو کلونو کې جوړ کړي دي؟

فعالیت



- مخامخ شکل د کاغذ پر مخ رسم کړئ.
- که چېرې د مثلثونو راسونه یو له بل سره ونښلوی څه ډول شکل په لاس راځي؟
- د شکل له مخې آیا کولای شئ د هرم د جانبي سطحو د مساحت د پیدا کولو لپاره یوه طریقه بیان کړئ؟

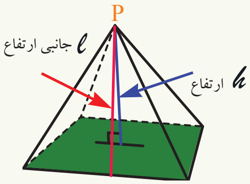
له پورته فعالیت څخه لرو چې:



تعریف

هرم یو هندسي څو وجهي شکل دی چې قاعده یې یوه مضلع او جانبي سطحې یې مثلثونه دي او یو ګډ راس لري.

$S=\frac{1}{2}n.b.l$ د جانبي سطحو مساحت

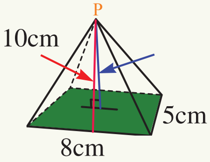


دلته n د ضلعو شمېر، b د هغه مثلث قاعده ده چې جانبي ارتفاع وربانديې رسم کېږي او l جانبي ارتفاع (د مثلث ارتفاع) ده. د هرم ارتفاع له هغه تړېه خط څخه عبارت ده چې د هرم له راس څخه د هغه په قاعده باندې عمود وي.

د جانبي سطحو مساحت + د قاعدې مساحت= د هرم کلي مساحت

یا $A=B+S$

مثال: په لاندي شکل کې د هرم اوږدوالی سور او جانبي ارتفاع درکړ شوي دي د هغه کلي مساحت پيدا کړئ.



حل: پوهیږو چې د هرم قاعده مستطیلی ده او څلورضلعي لری، نو:

$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8cm \cdot 10cm \quad , \quad S = 160cm^2$ د هرم د جانبي سطحو مساحت

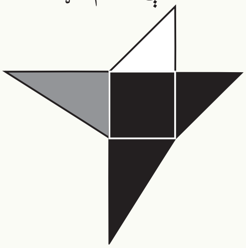
$B = 8cm \cdot 5cm = 40cm^2$ د هرم د قاعدې مساحت

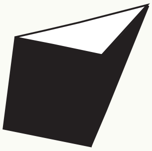
$A = S + B \Rightarrow A = 160cm^2 + 40cm^2$ د هرم کلي یا ټول مساحت

$\Rightarrow A = 200cm^2$

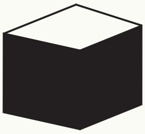
فعالیت

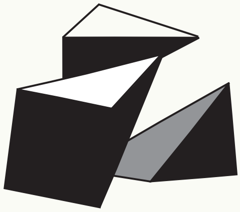
- دري تختې کاغذونه په پام کې ونیسئ او لاندې شکل په هر یوه کې رسم کړئ.





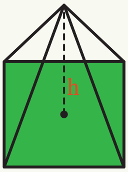
- دري واړه سپیني تختې کاغذونه پرې کړئ او له هغو څخه دري هرمونه جوړ کړئ.
- جوړ شوي هرمونه یو د بل تر څنګه داسې کېږدئ چې یو مکعب په لاس راشي.
- د هرم او مکعب حجمونه یو له بله سره پرتله کړئ.





له پورته فعالیت څخه لرو چې:

د مکعب مستطیل حجم د هرم د حجم 3 برابره دی، نو د هرم حجم د مکعب مستطیل دحجم یو دریمه دی.



نوکه چېرې د هرم حجم په V ارتفاع يې په h او د قاعدې مساحت يې په B سره وښيو، نو د هرم حجم مساوي دی له:

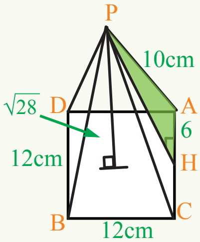
$$V = \frac{1}{3}B \cdot h$$

مثال: په لاندې مربع القاعده هرم کې د قاعدې د ضلعې اوږدوالی او د هرم ارتفاع يې درکړل شوې دي د هرم کلي يا ټول مساحت او حجم حساب کړئ.

حل: څرنګه چې د هرم قاعده مربع ده، نو مساحت يې عبارت دی له.

$$B = a^2 \Rightarrow B = 12 \cdot 12 = 144cm^2$$

اوس د AHP په قايم الزاويه مثلث کې $\overline{PH}$ چې د $\overset{\Delta}{APC}$ مثلث ارتفاع ده، په لاس راوړو.



$$\overline{PA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{PH}^2$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{PH}^2 \Rightarrow \overline{PH} = l = 8cm$$

$$S = \frac{1}{2} n \cdot b \cdot l$$

د هرم څلور واړه سطحې له مثلثونو څخه جوړې شوې دي.نو:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12cm \cdot 8cm$$

$$S = 4 \times \frac{1}{2}(12 \times 8)cm^2$$

$$= 2(96)cm^2 = 192cm^2$$

د هرم کلي مساحت $A = 192 + 144 = 336cm^2$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} 144 \cdot \sqrt{28}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144cm^2 \cdot 5.29cm$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 761.76cm^3$$

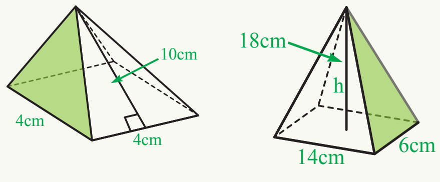
$$V = 253.92cm^3$$

تمرین

1- د هغه هرم حجم پیدا کړئ چې قاعده یې مربع او د مربع د ضلعې اوږدوالی یې $40m$ او د هرم ارتفاع $27m$ وي.

2- یوه خیمه د مربع القاعده هرم شکل لري په دې خیمې کې څو متره مکعب هوا وجود لري؟ په دې صورت کې چې د مربع د ضلعې اوږدوالی $7m$ او د هرم ډوله خیمې ارتفاع $5m$ وي.

3- د لاندې شکلونو هر یوه حجم پیدا کړئ:



د مخروط مساحت او حجم

آيا تر اوسه مو فکر کړی دی چې یو مخروط د يوې ضلعې په شاوخوا د کوم ډول مثلث له دوران څخه منځ ته راځي؟

تعريف

قايم مخروط داسې جسم دی چې په يوې قايمې ضلعې باندې د يوه قايم الزاويه مثلث له دوران څخه لاسته راځي، هغه توپه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مرکز سره نښلوي د مخروط محور بلل کيږي. که چېرې محور په قاعدې باندې عمود وي قايم مخروط دی له هغه پرته مايل مخروط بلل کيږي د مخروط مساحت د لاندې فرمول په واسطه په لاس راځي چې l په کې د مخروط د مولد خط اوږدوالی دی: $B = \pi r^2$ د قاعدې مساحت

$S = \pi r \cdot l$ د يوې جانبي سطحې مساحت

$$A = B + S = \pi r^2 + \pi r \cdot l = \pi r(r+l)$$

فعاليت

- يوه استوانه يي ډوله او يو مخروطي ډوله جسمونه چې قاعدې يې يو له بله سره مساوي وي له کاغذ څخه جوړ کړئ، مخروطي جسم له ريګ څخه ډک او په استوانه يي جسم کې يې تش يعنې واچوئ.
- د څو ډکو مخروطونو په واسطه استوانه يي جسم په بشپړه توګه ډکيږي.
- د استوانې او مخروط حجمونه يو له بله سره څه ډول اړيکې لري؟

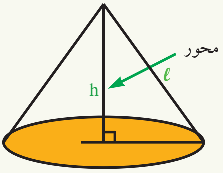
له پورته فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

ليدل کيږي چې د استوانې حجم د مخروط 3 برابره دی، نو د مخروط حجم د استوانې د حجم يو دريمه دی،

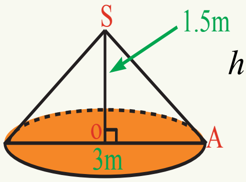
$V = \frac{1}{3}$ د استوانې حجم د مخروط حجم

څرنګه چې: $\pi r^2 h$ د استوانې حجم دی

نو د مخروط حجم يعنې: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$



لومړی مثال: د غنمو يو درمند د مخروط شکل لري چې ارتفاع يې $1.5m$ او د قاعدې قطر يې $3m$ دی. د هغه کلي مساحت پيدا کړئ.



حل: $r=1.5m$, $d=3m$, $h=1.5m$

څرنګه چې د مخروط قاعده دايروي ده، نو:

$$B=\pi r^2=3.14(1.5)^2=7.065m^2$$ د قاعدې مساحت

اوس د جانبي سطحې د پيداکولو لپاره بايد د قايم الزاويه مثلث وتر پيداکړو:

$$\overline{SA}^2=\overline{OA}^2+\overline{OS}^2$$

$$\overline{SA}^2=(1.5m)^2+(1.5m)^2=4.5m^2$$

$$\overline{SA}=2.12$$

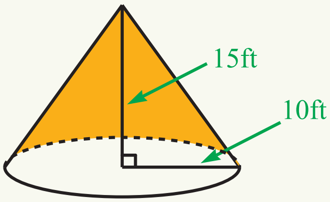
$$S=\pi r\ell=3.14\times1.5\times2.12$$

$$S=4.17\times2.12=9.9852m^2$$

$$A=B+S=7.065+9.9852=17.0502m^2$$ کلي مساحت

دويم مثال: د لاندې مخروط حجم د درکړ شوو قيمتونو له مخې حساب کړئ:

$r=10\,ft$, $h=15\,ft$



حل:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2\times h=\frac{1}{3}\times3.14(10)^2\times15$$

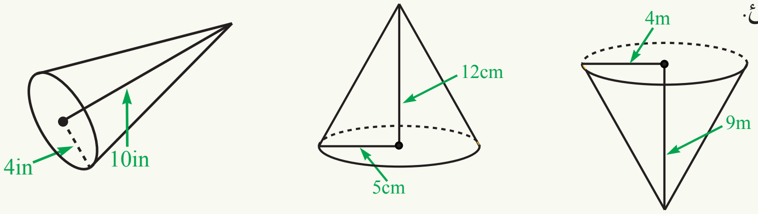
$$V=\frac{1}{3}\times4710=1570$$

$$\boxed{V=1570\,ft^3}$$

تمرين

1- د شګو يوه کوټه يا ډېرى مخروطي شکل لري چې ارتفاع يې $2m$ او د قاعدې قطر يې $4m$ دی، د شګو حجم پيدا کړئ.

2- په لاندې شکلونو کې د هر مخروط د قاعدې شعاع او ارتفاع درکړ شوې دي د هر يوه حجم حساب کړئ.

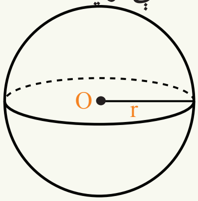


د کرې مساحت او حجم

آیا ستاسو په چاپېریال کې داسې شکلونه او جسمونه شته چې دایروي یا کروي شکل ولري؟ نمونه یې واخلئ.

تعریف

کره داسې جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې لري. ثابتې نقطې ته د کرې مرکز، له مرکز څخه د هغې تر سطحې پورې ثابتې فاصلې ته د کرې شعاع (r) وایي. که چېرې د کرې مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لیکلای شو:



$$A = 4\pi r^2 \quad \text{د کرې مساحت}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{د کرې حجم}$$

لومړی مثال: د هغې کرې سطحې مساحت او حجم پیداکړئ چې قطر یې $10cm$ وي.

حل:

$$d = 10cm$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10cm}{2} = 5cm$$

د کرې مساحت:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (5)^2$$

$$= 12.56 \times 25 \Rightarrow A = 314cm^2$$

د کرې حجم:

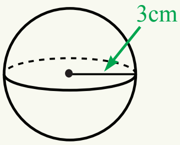
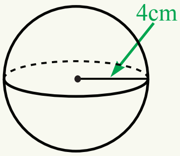
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 125 = \frac{4}{3} \times 392.5$$

$$= \frac{1570}{3} = 523.33cm^3$$

$$V = 523.33cm^3$$

دویم مثال: په لاندې شکلونو کې د هرې کرې حجم د درکړ شوو قیمتونو له مخې پیدا کړئ:

a جزشکل  b جز شکل 

حل a:

$$r = 3 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (3)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27 = \frac{4}{3} \times 84.78 \quad \Rightarrow \quad V = 113.04cm^3$$

حل b:

$$r = 4 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 64 = \frac{4}{3} \times 200.96 \quad \Rightarrow \quad V = 267.946cm^3$$

تمرین

1- دیوې کرې مساحت 36π سانتي متر مربع دی.

الف: ددې کرې شعاع په لاس راوړئ. ب: د کرې حجم حساب کړئ.

2- په لاندې جدول کې د کرې شعاع درکړ شوي ده د کرې حجم او مساحت پیدا کړئ او د جدول په تشو ځایونو کې یې ولیکئ:

r	6cm	$6\times\frac{3}{4}cm$	9cm	12cm	314cm
A					
V					

3- که چېرې د کرې شعاع 2 برابره شي، په حجم او مساحت کې څه ډول بدلون راځي؟

• مکعب مستطیل

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهي جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاویې یې قایمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل کلي مساحت په A او حجم یې په V سره و ښیو په دې صورت کې لیکلای شو:

$$A = 2(l w + l h + wh)$$

$$v = l \times w \times h$$

• مکعب

هغه مکعب مستطیل چې د هغه ټولې ضلعې یو له بل سره مساوي په a وي مکعب بلل کېږي. که چېرې د هغه مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

• منشور

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ سطحې یې یو له بل سره مساوي او موازي دي او د مخامخ سطحو زاویې یې یو په بل باندې انطباق منونکي دي.

• استوانه

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او له یوې جانبي سطحې څخه چې پرقاعدې باندې عمود وي جوړه شوې ده.که چېرې حجم یې په V او مساحت یې په A سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 2\pi r(r+h)$$

$$V = \pi r^2 \times h$$

• هرم

هرم یو هندسي څو وجهي شکل دی چې قاعده یې یوه مضلع او جانبي سطحې یې مثلثونه دي او په یوه راس کې ګډ دي.

د جانبي سطحو مساحت + د قاعدې مساحت = د هرم کلي مساحت

A=B+S

که چېرې د هرم حجم په V او ارتفاع یې په h او د قاعدې مساحت یې په B سره وښیو، نو لرو چې:

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

• مخروط

قایم مخروط داسې جسم دی چې په یوې قایمې ضلعې باندې د یوه قایم الزاویه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي، هغه ټوټه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مرکز سره نښلوي د مخروط

محور بلل کېږي. که چېرې محور په قاعدې باندې عمود وي، قایم مخروط او له هغه پرته مایل مخروط بلل کېږي.
که چېرې د مخروط کلي مساحت په A او حجم یې په v سره وښیو نو لرو:

$$A = \pi r^2 + \pi r \times \ell$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$$

• کره

کره هغه جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري. ثابتې نقطې ته د کرې مرکز وایي، که چېرې دکرې مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو. لیکلی شو:

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

عمومي پوښتنې

• د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.

1- د استوانې محور له قاعدې سره لاندې زاويې جوړوي:

a) حاده   b) منفرجه

c) قايمه   d) a او b سم دي.

2- د هرم ارتفاع هغه ټوټه خط دی چې له راس څخه پرقاعدې باندې:

a) موازي دی   b) مايل دی

c) عمود دی   d) يو يې هم نه دی

3- که چېرې د يوه مخروط ارتفاع چې قاعده يې دايروي وي $20cm$ او د قاعدې شعاع يې $10cm$ وي حجم يې مساوي دی له:

a) $2093.3cm^3$ b) $2093.3cm^2$

c) $209.33cm^2$ d) $209.33cm^3$

4- که چېرې د يوه مکعب مستطيل اوږدوالی، سور او ارتفاع يې په ترتيب 3، 2 او 1 سانتي متره وي د هغه د CA قطر اوږدوالی عبارت دی، له:

a) 2 b) $\sqrt{14}$

c) $\sqrt{1}$ d) 6

5- هغه فضا چې د يوه جسم په واسطه نيول کېږي په کوم نامه يادېږي:

a) د جسم وزن   b) د جسم حجم

c) د جسم کتله   d) درې واړه صحيح دي.

• لاندې تش ځايونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ:

1- هغه مکعب مستطيل چې اوږدوالی، سور او ارتفاع يې سره مساوي دي له .... عبارت دی.

2- مکعب مستطيل يو منظم هندسي.................... دی چې ټولې .... د سطحو مخامخ .... قايمه دي.

3- قايم استوانه داسې جسم دی چې له دوو انطباق منونکو.................... قاعدو او .... باندې عمود دي جوړه شوي ده.

4- دهرم حجم د .... د حجم څومه.......... ده چې د عينې قاعدې او ...... لرونکي وي.

5- قايمه مخروط هغه جسم دی چې په يوه .... د يوه .... مثلث له دوران څخه لاس ته راځي.

• له لاندې جملو څخه کومه يوه سمه او کومه يوه غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توری او د غلطې مخې ته د(غ) توری وليکئ:

1- (   ) په يوه منشور کې د ټولو سطحو د مساحتونو او قاعدو دمساحتونو له جمع کولو څخه

جانبي سطح په لاس راځي.

2- (   ) که چېرې استوانه د محور په اوږدوالي سره قطع او خلاصه شي یو هرم لاس ته راځي.

3- (   ) که چېرې د مکعب مستطیل اوږدوالی a، بر یې b او ارتفاع یې c وي د نوموړي مکعب مستطیل حجم له abc څخه عبارت دی.

4- (   ) کره هغه جسم دی چې دهغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري.

5- (   ) د مخروط حجم د استوانې حجم $\frac{1}{5}$ برخه ده په دې صورت کې چې د هماغه قاعدې او ارتفاع لرونکي وي.

- لاندې پوښتنې حل کړئ.

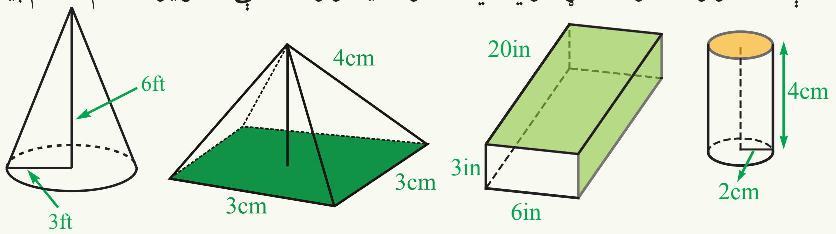
1- د مکعب کلي مساحت او حجم پیدا کړئ چې د راس خط (ارتفاع) یې په لاندې توګه درکړل شوي ده

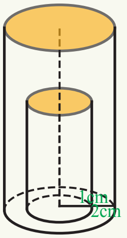
$a)\ 24m \qquad b)\ \sqrt{9}m \qquad c)\ 3\frac{3}{5}m \qquad d)\ 4\sqrt{27}$

2- د پوډرې شیدو قوطي استوانه یي شکل لري چې د قاعدې شعاع یې $6cm$ او ارتفاع یې $12cm$ ده. د نوموړې قوطي کلي جانبي مساحت او حجم پیدا کړئ.

3- په مربع القاعده خیمه کې څو متره مکعبه هوا شته، په داسې حال کې چې د خیمې د هرم د مربع د ضلعې اوږدوالی او ارتفاع $5m$ وي.

4- دلاندې جسمونو شکلونه درکړ شوي دي د هغو د قیمتونو له مخې د هر یوه جسم حجم پیدا کړئ.





5- دوې کرې په ترتیب د $1cm$ او $2cm$ شعاع لرونکي دي.

الف: د هرې یوې مساحت پیدا کړئ.   ب: د هرې یوې حجم پیدا کړئ.

6- د مخامخ شکل په توګه دوه قایمې استوانې په پام کې ونیسئ چې د قاعدو مرکز یې یو (عیني مرکز) وي.

الف: د لویې استوانې او کوچنۍ استوانې د جانبي سطحو د مساحتونو نسبت پیدا کړئ.

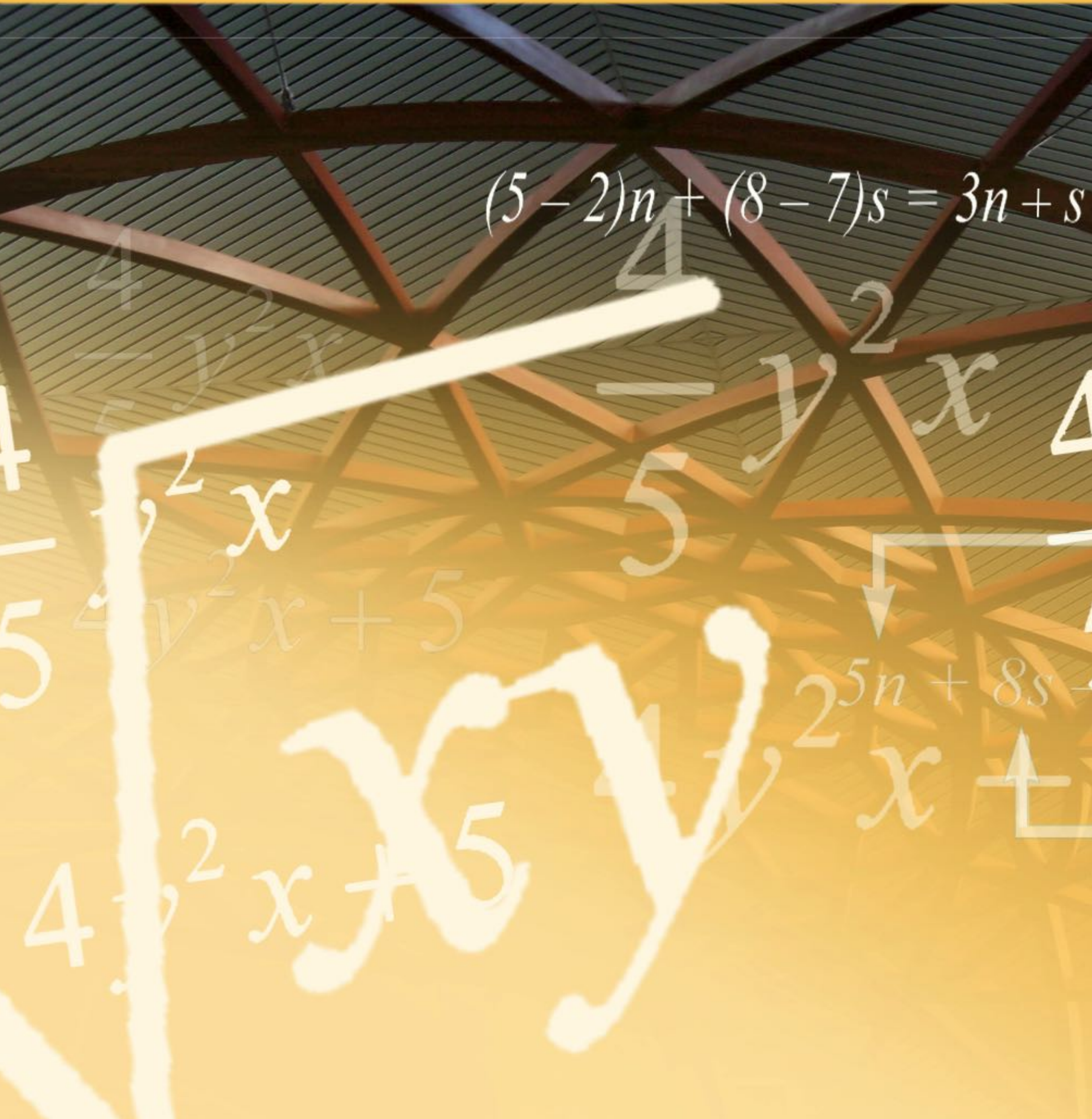
ب: د لویې استوانې او کوچنۍ استوانې د حجمونو نسبت څومره دی.

7- ځمکه چې کابو کروي ده. که چېرې د ځمکې شعاع 6400 کیلو متره وي.

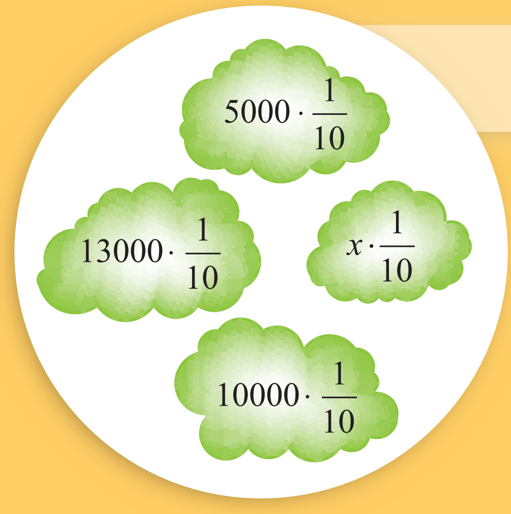
الف: د ځمکې مساحت حساب کړي.   ب: د ځمکې حجم حساب کړئ.

اووم فصل

الجبري افادي


(5 – 2)n + (8 – 7)s = 3n + s

د متحول مفهوم



یو شته من غواړي د خپلو عوایدو $\frac{1}{10}$ بیوزلو ته ورکړي. دا خبره د ریاضي له مخي څنګه بیانولای شو؟

فعالیت

لاندې جدول بشپړ کړئ:

د مربع د ضلعې اوږدوالی	2	1	3	10	$\frac{1}{10}$	9
د مربع محیط	4×2					
د مربع مساحت			3×3			

- $4 \times a$ یعني څه؟ د $4 \times a$ د ساده کولو لپاره په $4a$ سره ښیو.
- آیا کولای شو د هرې مربع مساحت د a^2 په شکل سره وښیو؟
- آیاکولای شو د مربع د مساحت د ښودلو لپاره له نورو توروڅخه کار واخلو؟
- که چېرې محیط (چاپېریال) په P او مساحت په S سره وښیو د مربع د مساحت او محیط د پیدا کولو لپاره قاعدې پیدا کړئ.
- د a په ځای د 4 په اېښودلو سره چې 4 د مربع د ضلعې اوږدوالی وښیي د مربع محیط او مساحت پیدا کړئ.
- آیا کولای شو د a په ځای بل هر مثبت عدد ولیکو؟ دا مثبت عدد څه راښیي؟

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره له تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو، نو دغه ډول توري متحول بلل کېږي.

لومړی مثال: د a او 5 عدد جمع کولو څخه یوه افاده ولیکئ او د $a=2\ ,\ -3\ ,\ 5$ لپاره د افادې قیمتونه پیدا کړئ.

حل: نوموړې افاده د $a+5$ څخه عبارت ده چې د a مختلفو قیمتونو لپاره لاندې جدول بشپړ وو.

a	2	-3	5
$a+5$	$2+5=7$	$-3+5=2$	$5+5=10$

دویم مثال: هر یو عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب حاصل یې د 2 په توان له همغه عدد سره مساوي وي. دا عبارت د یوې افادې په شکل ولیکئ او په دوو مثالونو کې وښیاست.

حل: د تورو افاده یې عبارت ده، له: $a\times a=a^2$

که چیرې $a=2$ وي نو: $2\times 2=2^2=4$ دی.

که چیرې $a=\frac{1}{2}$ وي نو: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$

تمرین

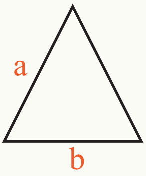
لاندې جملې د مناسبو تورو په ټاکلو سره د تورو د افادو په شکل وښیاست او د هر یوه لپاره 3 عددي مثالونه ولیکئ.

- هر عدد د یو په توان مساوي دی له خپل هم هغه عدد سره.
- یو د هر عدد په توان مساوي دی له یوه سره.
- هر عدد د صفر په توان مساوي دی له یوه سره.
- صفر د هر عدد په توان مساوي دی له صفر سره.
- د یوه مکعب د حجم اندازه مساوي ده د هغه د یوې ضلعې اندازه په توان د 3 سره.
- آیا کولای شئ د پورته رابطو په ډول نورې رابطې ولیکئ؟ دوه مثالونه راوړئ.

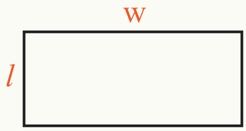
الجبري افادې

يوه بانک اعلان کړی دی چې د بانک د کلنۍ ربح نرخ 10% دی. ناصر له ځان سره فکر وکړ چې څومره پانګه د څومره وخت لپاره په بانک کې کېږدي چې له ګټې سره يې پانګه 2 برابره شي؟

فعاليت



- په مخامخ متساوي الساقين مثلث کې د ساق د ضلعې اندازه په a او قاعده يې په b سره ښيو، ولې دواړه ساقونه په a سره ښيو؟
- د مثلث محيط د يوې الجبري افادې په واسطه وليکئ او محيط يې د $a = 4$ او $b = 5$ لپاره پيدا کړئ.
- د مستطيل محيط او مساحت د يوې الجبري افادې په شکل وليکئ.
- د مستطيل مساحت او محيط د $w = \frac{3}{4}$ او $l = \frac{2}{3}$ لپاره پيدا کړئ.



له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:

د $2a+b, 3a-b, a \cdot b, 4a, \frac{4a-b}{2}, \sqrt{4a}$ او a^2 افادې چې جمعې، تفريق، وېش، توان او جذر عمليو له ترکيب څخه چې پکې عددونه يو يا څو متحولين دي، جوړې شوې وي الجبري افادې بلل کېږي، کولای شو د يوې الجبري افادې قيمت د متحول د مختلفو قيمتونو لپاره پيدا کړو

لومړی مثال: د $2b$ الجبري افادې قيمت د 2 , -2 , -3 , 4 , $\frac{3}{2}$ =b لپاره پيدا کړئ.

حل:

b	2	4	−2	−3	$\frac{3}{2}$
2b	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times (-2) = -4$	$2 \times (-3) = -6$	$2 \times \frac{3}{2} = 3$

دويم مثال: که چېرې د يوه بانک کلنۍ ربح 10% وي، هغه قاعده چې بانک يې پانګوالو ته د ربحې لپاره لري د الجبري افادې په شکل وليکئ.

حل: که چېرې ربح په P، پانګه په A، بيه په R او وخت په T سره وښيو، نو ليکلای شو:

$$P = A \times R \times T$$

تمرين

1- د درکړل شوو قيمتونو له مخې د هرې الجبري افادې عددي قيمت پيدا کړئ.

a	2	-5	3
b	$-\frac{1}{2}$	9	5
$b(a+7)$			

x	1	6	-2
$x-\frac{1}{2}$			

2- پروين هره ورځ د تاريخ د کتاب څو مخه لولي. که چيرې پروين په يوه ورځ کې د کتاب x مخونه ولولي د هغو مخونو شمېر چې پروين يې په يوه ورځ کې لولي او د هغو مخونو شمېر چې پروين يې په يوه اونۍ کې لولي د يوې الجبري افادې په واسطه وښياست.

د الجبري افادو ساده کول

مریمي وویل: ما دوه کتابچې درلودې. پلار مې نورې درې کتابچې راته راونیولې اوس 5 کتابچې لرم.
کبیر وویل: زه هم درې کتابچې لرم. پلار مې 2 قلمونه راته واخیستل، څه ویلای شم؟

x: کتابچه

y: قلم

$$2x + 3x = 5x$$

$$3x + 2y = ?$$

فعالیت

لاندې افادې ساده او بشپړې کړئ.

$5\times3+2\times3=(5+2)\times3=7\times3$

$8\times0.5-2\times0.5=(.....-.....)\times...=.....\times.....=.....$

2 +3 = (.....+.....) = ...

4 +3 +2 = (.....+.....+.....) = ...

$2a+3a=(.....+.....)a=.....a$

$-3y+4y=(.....+.....)y=.....y$

$2ax+3ax=(.....+.....)\times ax=.....ax$

- د پورته افادو په ساده کولو کې له کوم خاصیت څخه کار اخیستل شوی دی؟
- آیا کولای شو د 2+ 3 افاده ساده کړو؟
- آیا کولای شو د $2b+3b$ افاده، ساده کړو؟

کولای شو له پورته فعالیت څخه داسې پایله تر لاسه کړو:

په پورته هره الجبري افاده کې $2ax$, $-3y$, $2a$ یو حده افاده بلل کېږي. هغه دوه حدونه چې د هغو توپیر یوازې په ضریبونو کې دی، یعني ضریبونه یې توپیر لري خو توري او توانونه یې یو ډول وي، مشابه حدونه بلل کېږي. د الجبري افادې د ساده کولو لپاره مشابه حدونه په پام کې نیسو او هغوی یو له بله سره جمع یا یو له بله څخه تفریقوو.

لومړی مثال: لاندې افادې ساده کړئ:

$$5n + 8s - 2n - 7s = ?$$

حل: څرنګه چې د $5n$ او $-2n$ توپیر یوازې د متحول په ضریبونو کې دې، نو مشابه حدونه دي په همدې ډول $-7s$ او $8s$ هم مشابه دي چې په لاندې ډول ښودل شوي دي:

$$5n + 8s - 2n - 7s = (5-2)n + (8-7)s = 3n + s$$

څرنګه چې s او $3n$ یو له بله سره مشابه نه دي له دې څخه زیات ساده کېدای نشي.

دویم مثال: د $5xy^2 + 4yz - 8$ او $xy^2 + 3yz + 8$ افادې جمع کړئ.

$$\begin{array}{r} 5xy^2 + 4yz - 8 \\ + \quad xy^2 + 3yz + 8 \\ \hline 6xy^2 + 7yz \end{array}$$

تمرین

1- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $5a + 7d - 4a + 3d$

b) $8c + 3k + 5k - 8k$

c) $3d + 2c + 4d + 3c - 5d$

d) $4b - 5 - 3b + 2$

e) $9xy - 7x + 5 - x^2 + 2xy + 2x^2 - 2$

f) $3a^2 - 7a - 2 - 5a^2 + 3a + 17$

g) $\begin{array}{r} 3x^2 + 6xy + 4y \\ + \; -x^2 + 4xy + 9y \\ \hline \end{array}$

h) $\begin{array}{r} 3xy - 2yz + 4zx \\ + \; -2xy + yz + 32zx \\ \hline \end{array}$

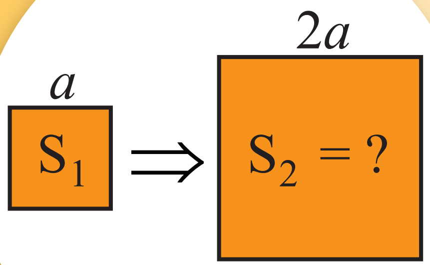
2- لاندې کومې افادې یو له بله سره مشابه دي:

a) $-4x^2y \,,\, 2x^3y^3$

b) $3xy^2 \,,\, 8x^3y$

c) $3x^2 \,,\, 9x^2$

د یو حده افادو ضرب



د a ضلعي په اوږدوالي یوه مربع لرو که چیرې د مربع ضلعې دوه برابره شي د لومړۍ مربع پر دویمې مربع د مساحتونو نسبت څومره دی؟

فعالیت

لاندې تساوي ګانې په پام کې ونیسئ:

$$(3x^3y^2)\cdot(2x^2y)=(3\times2)x^3y^2\cdot x^2y=6x^{3+2}y^{2+1}=6x^5y^3$$

$$(4a^2b)\cdot(6ab^2)=(4\times6)a^2b\cdot ab^2=24a^3b^3$$

- د ضرب په دې حاصل کې د ضرب د عملیې له کوم خاصیت او د طاقتونو د ضرب له کومې قاعدې څخه کار اخیستل شوی دی؟
- د مساواتو د کیڼ لوري د حدونو عددي ضریبونه او د ښي لوري د حدونو عددي ضریبونه یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د کیڼ لوري اوښي لوري په دوو الجبري افادو کې د هر یوه متحول توان یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د پورته قواعدو په نظر کې نیولو سره لاندې افادې ساده کړئ. $3x^2y^3z^2\times4x^2y^3z=\ldots$

$$-9x^3a^2\times\frac{1}{5}ya^3=\ \ldots$$

له پاسني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

خرنګه چې په پورتني فعالیت کې، لکه: $3x^3y^2, 2x^2y, 6ab^2, 4a^2b$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې په متحولینو کې ضرب شوي دي، د یو حده ضریب بلل کیږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضریبونه یو له بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

لومړی مثال: د $6b^3$ او $-4ab$ الجبري افادې یو له بله سره ضرب کړئ.

حل: $(-4ab)(6b^3) = (-4 \cdot 6)abb^3 = -24ab^4$

دویم مثال:په لاندې الجبري افادو کې کومه یوه یې یو حده ده؟

a) $\frac{4}{5}y^2x$

b) $4y^2x + 5$

c) $\frac{4y^2}{x}$

d) $\sqrt{xy}$

حل: (a) c او d هریو، یو حده دی، ځکه د یوه عدد او توان لرونکو متحولینو له ضرب څخه جوړې شوې دي.

تمرین

د لاندې یو حده افادو د ضرب حاصل پیدا کړئ:

$a)\ \frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$

$b)\ \frac{a^4b^2}{a^6b^2}$

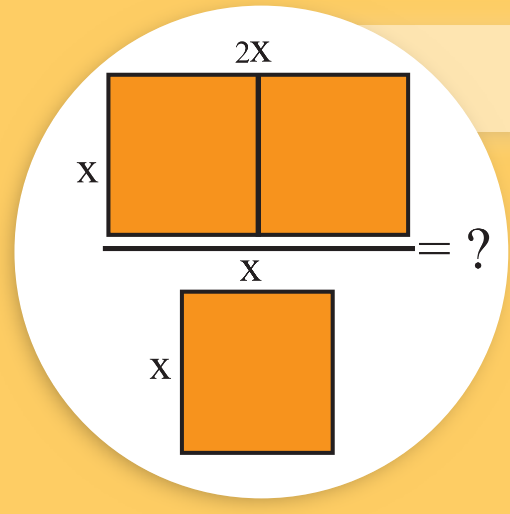
$c)\ \frac{10m^4}{30m}$

$d)\ \frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$

$e)\ \frac{6xy^2 - 3xy + 2x^2y}{xy}$

$f)\ \frac{4y^2 + 6}{2}$

د يو حده افادو ويش



د يوه مستطيل مساحت چې اوږدوالی 2x او سور يې x دي، د هغې مربع د مساحت څو برابره کېږي چې اوږدوالی يې x دی؟

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$$\frac{3y^5}{y^2}: \quad \frac{3y^5}{y^2} = \frac{3y^{\square}\,y^{\square}}{y^2}, \qquad \frac{3y^5}{y^2} = 3y^{\square-\square} = 3y^{\square}$$

$$\frac{6x^5y^5}{7x^2y^3}: \quad \frac{6x^5y^5}{7x^2y^3} = \frac{6x^{\square}\,x^{\square}\,y^{\square}\,y^{\square}}{7x^2y^3} = \frac{6}{7}x^{\square}y^{\square}, \qquad \frac{6x^5y^5}{7x^2y^3} = \frac{6}{7}x^{\square-\square}y^{\square-\square} = \frac{6}{7}x^{\square}y^{\square}$$

- د يو حده افادو د ويش دواړه طريقې يو له بل سره پرتله او وواياست چې په هره طريقه کې له کوم خاصيت څخه کار اخيستل شوی دی؟
- د متحولينو ضريب او توانونه چې په مقسوم او مقسوم عليه کې دي يو له بل سره څه ډول اړيکې لري؟

د پورته فعالیت څخه ويلای شو:

د يو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طريقې څخه کار اخيستل کېږي. لومړی د يو حده افادې عددي ضريبونه يو پر بل وېشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانينو له مخې سره ساده کوو.

لومړی مثال: د $-20x^4y^3z$ يو حده افاده پر $5x^3y^2z$ باندې وېشو:

حل:

$$\frac{-20x^4y^3z}{5x^3y^2z} = \frac{-20}{5} \times \frac{x^4}{x^3} \times \frac{y^3}{y^2} \times \frac{z}{z}$$
$$= -4xy$$

دويم مثال: د $\frac{12x^3+8x^2}{2x}$ الجبري افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{12x^3+8x^2}{2x} = \frac{12x^3}{2x} + \frac{8x^2}{2x}$$
$$= 6x^2 + 4x$$

تمرین

ساده يې کړئ:

a) $\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$

b) $\frac{a^4b^2}{a^6b^2}$

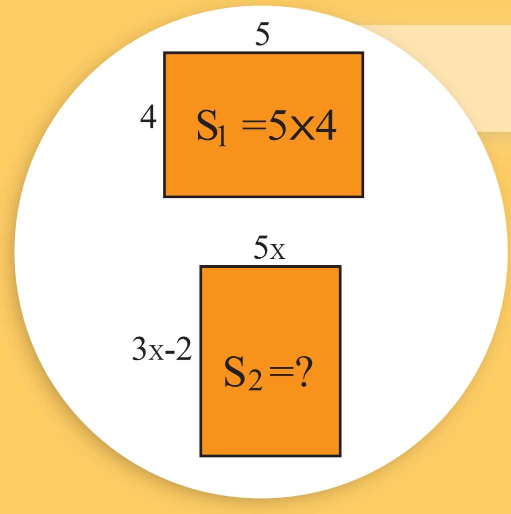
c) $\frac{10m^4}{30m}$

d) $\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$

e) $\frac{6xy^2-3xy+2x^2y}{xy}$

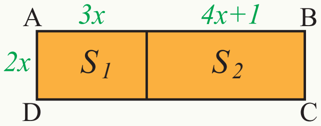
f) $\frac{4y^2+6}{2}$

د الجبري افادو ضرب



پوهیږو، که د یو مستطیل اوږدوالی 5 او سور یې 4 سانتي متره وي، مساحت یې څنګه پیدا کولای شو؟آیا د یو داسې مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې 3x-2 او سور یې 5x وي هم پیدا کولای شو؟

فعالیت



مخامخ شکل په پام کې ونیسئ:

- د S_1 مستطیل مساحت د یوې الجبري افادې په ډول ولیکئ.
- د S_2 مستطیل مساحت د یوې الجبري افادې په ډول ولیکئ.
- د $ABCD$ مستطیل مساحت د یوه الجبري افادې کې ولیکئ او هغه په S سره وښیاست.
- د S ، S_1 او S_2 ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري؟

د پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

که چیرې یو الجبري حد په یوې الجبري افادې کې ضرب کړو ددې لپاره په جمع کې د توزیعي له خاصیت څخه کار اخیستلی شو.

لومړی مثال: د $-5ax^2$ یو حده د $x^2 - a^2$ په الجبري افادې کې ضرب او دضرب حاصل یې پیدا کړئ.

حل:

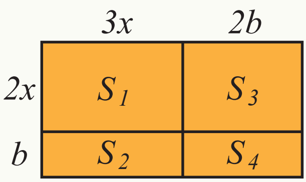
$$-5ax^2(x^2 - a^2) = (-5ax^2)\times x^2 + (-5ax^2)\times(-a^2)$$
$$= -5ax^4 + 5a^3x^2$$

دویم مثال: $3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = ?$

حل:

$$3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = 3a^2(a^3) + 3a^2(-2a^2) + 3a^2(6a)$$
$$= 3a^5 - 6a^4 + 18a^3$$

فعالیت



- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ.
- د S_1 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_2 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_3 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_4 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- که چېرې د مستطیل اوږدوالی $3x+2b$ او سور يې $2x+b$ وي. د لوی مستطیل مساحت پیدا کړئ او هغه په S سره وښیاست.
- د S، S_1، S_2، S_3 او S_4 تر منځ اړیکې ولیکئ.

له پورته فعالیت څخه لیکلی شو:

که چېرې دوه الجبري افادې يو له بل سره ضرب کړو ددې له پاره په جمع کې د توزیعي خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د لومړۍ افادې ټول حدونه په ترتیب سره د دویمې افادې په ټولو حدونو کې ضربوو.

لومړی مثال: د $x+2$ دوه حده د $x-1$ په دوه حده کې ضرب او د ضرب حاصل يې په لاس راوړئ.

حل:

$$(x+2)(x-1)=x(x-1)+2(x-1)$$
$$=x^2-x+2x-2$$
$$=x^2+x-2$$

دویم مثال: د $(x+2)(x-2)$ افاده ساده کړئ.

حل:

$$(x+2)(x-2)=x(x-2)+2(x-2)$$
$$=x^2-2x+2x-4$$
$$=x^2-4$$

دریم مثال: د $(x-2)$ دوه حده د (x^3+5x-7) په درې حده کې ضرب او د ضرب حاصل يې پیدا کړئ.

حل:

$$(x-2)(x^3+5x-7)=x\cdot x^3+x\cdot 5x+x(-7)-2x^3-2(5x)-2(-7)$$
$$=x^4+5x^2-7x-2x^3-10x+14$$
$$=x^4+5x^2-2x^3-17x+14$$

تمرین

د لاندې افادو د ضرب حاصل لاس ته راوړئ:

1) $-3n(2n^4-6n^2)$
2) $5ab(a^2-ab+b^2)$
3) $-9k^3(2k^2-4k-7)$
4) $(a+b)(x+y)$
5) $(x+1)(x^2-x+1)$
6) $(2a+3b)(2a-\frac{3c}{2})$

مطابقتونه
Identities

آیا کولای شئ د، 10002×9998 د ضرب لپاره یوه ساده او لنډه لار پیدا کړئ؟

$$(10002)(9998) =$$
$$(10000+2)(10000-2)$$
$$= (10000)^2 - 2^2$$

فعالیت

په لاندې جدول کې د A او B دوو الجبري افادو قیمت د x د مختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړئ:

x	$A = 3x(2x-4)$	$B = 6x^2 - 12x$
3		
2		
-4		
0		
$\frac{1}{2}$		

- د A او B ترمنځ څه ډول اړیکې شته دي؟
- لاس ته راغلې رابطه په دوو نورو مثالونو کې وازمویئ.

له پورته فعالیت څخه کولای شو د A او B ترمنځ اړیکې په لاندې توګه په لنډه ډول بیان کړو:
دوه الجبري افادې چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره، تل سره مساوي وي یو مطابقت بلل کیږي.

فعالیت

- د ضرب لاندې عملیې د مطابقت په پام کې نیولو سره سرته ورسوئ.

a) $202 \cdot 198 = ?$
b) $104 \cdot 96 = ?$
c) $32 \cdot 28 = ?$

• تش ځایونه ډک کړئ.

$a: \quad (a+b)(a-b) = \cdots - \cdots + \cdots - \cdots$

$b: \quad (a-b)(a+b) = \cdots + \cdots - \cdots - \cdots$

• په پورته افادو کې $a = 200$ او $b = 2$ د مساوات په ښی او کیڼې خواو کې کېږدي د a او b اجزاو د ضرب حاصل یو له بل سره پرتله کړئ. کومه طریقه ساده ده؟

• بیا $a = 100$ او $b = 4$ د مساوات په ښي او کیڼې خواوو کې کېږدي د a او b د ضرب حاصل یو له بله سره پرتله کړئ.

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي:

د دوو عددونو د مجموع او هم د همدغو دوو عددونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی د هم هغه دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره، لکه: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ چې د مربعاتو د تفاضل په نامه یادېږي.

مثال: دلاندې هرې افادې د ضرب حاصل پیدا کړئ:

a) $(x-5)(x+5)$ b) $(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7)$

c) $(2a^2+5a)(2a^2-5a)$ d) $(\frac{x}{4}-1)(\frac{x}{4}+1)$

حل a):

$$(x-5)(x+5) = x \times x + 5x - 5x - 5 \times 5$$
$$= x^2 - 25$$

b):

$$(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7) = (5x^2y^5)^2 - 7(5x^2y^5) + 7(5x^2y^5) - (7)^2$$
$$= 25x^4y^{10} - 49$$

c):

$$(2a^2+5a)(2a^2-5a) = (2a^2)^2 - (5a)^2$$
$$= 4a^4 - 25a^2$$

d):

$$(\frac{x}{4}+1)(\frac{x}{4}-1) = (\frac{x}{4})^2 - (1)^2$$
$$= \frac{x^2}{16} - 1$$

تمرین

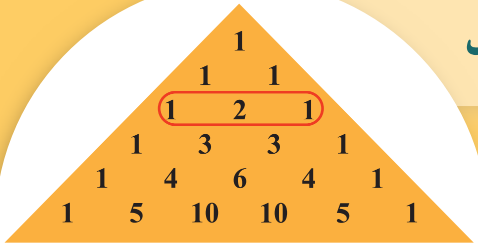
لاندې افادې ضرب او د دوه حده د مربعاتو د تفاضل په شکل یې ولیکئ.

a) $(P-7)(P+7)$ b) $(\frac{1}{x}+1)(\frac{1}{x}-1)$ c) $(x+2)(x-2)$

d) $(2x+5)(2x-5)$ e) $(49+1)(49-1)$ f) $(6x-y)(6x+y)$

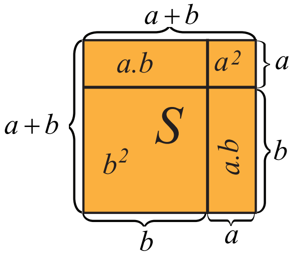
د دوه حده افادو د جمعي او تفاضل مربع

مخامخ عددي مثلث د پاسکال مثلث
په نامه یادیږي ددې مثلث دریمه لیکه
څه را ښیي؟



فعالیت

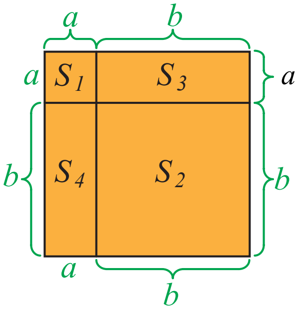
- یوه مربع په پام کې ونیسئ چې د ضلعې اوږدوالی یې $a+b$ وي.
- د مربع مساحت په S سره وښیاست او قیمت یې ولیکئ.
- نوموړې مربع په داسې دوو مربع ګانو چې مساحتونه یې a^2, b^2 او دوو مستطیلونو چې مساحتونه یې a.b وي د لاندې شکل په ډول وویشئ او هغه په S_1, S_2, S_3 او S_4 سره وښیاست.
- د مربع ګانو او مستطیلونو د مساحتونو مجموعه ولیکئ.
- د اصلي یعنې لومړنۍ مربع مساحت د مربع ګانو او مستطیلونو د مساحتونو له مجموعې سره څه ډول اړیکه لري؟
- لاسته راغلې رابطه په جمع کې د ضرب توزیعي خاصیت په کارولو سره وښیاست.



له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

د دوو حدونو د مجموعې مربع مساوي دی د لومړي حد مربع جمع د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع سره یعنې:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



لومړی مثال: د $(x+3)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2\times 3\times x + (3)^2$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

دویم مثال: د $(3x+5y)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5y) + (5y)^2$$
$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

دریم مثال: $(x+\frac{1}{2})^2 = x^2 + 2\frac{1}{2}x + (\frac{1}{2})^2$

حل: که چیرې د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ په مطابقت کې د b په ځای (-b) کېږدو، نو یو نوی مطابقت لیکو.

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي دی د لومړي حد مربع منفي د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع لکه: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

څلورم مثال: د $(x-1)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$(x-1)^2 = x^2 - 2(x)(1) + (1)^2$$
$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

پنځم مثال: د $(8x-\frac{1}{3})^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل:

$$(8x-\frac{1}{3})^2 = (8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2$$
$$= 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$$

تمرین

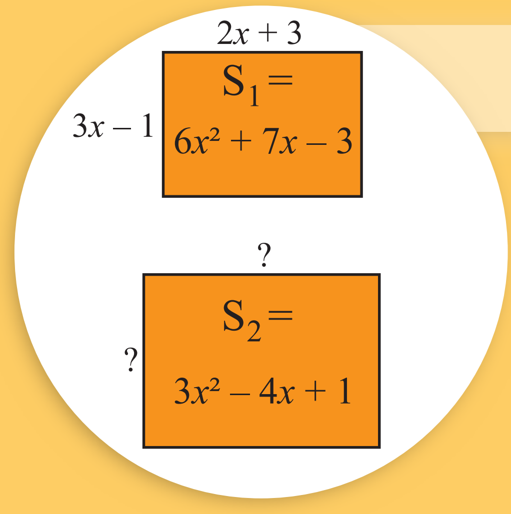
1- لاندې افادو ته د مطابقت په ډول پراختیا ورکړئ.

a) $(m+1)^2 = ?$ b) $(x+7)^2 = ?$ c) $(x+12)^2 = ?$ d) $(x+4)^2 = ?$

2- لاندې افادو ته پراختیا ورکړئ.

a) $(\frac{1}{x}-3)^2 = ?$ b) $(12x-5y)^2 = ?$ c) $(6x-\frac{1}{2})^2 = ?$

د الجبري افادو تجزيه



تاسو تر اوسه وکړای شول د یوه مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې $2x+3$ او سور یې $3x-1$ دی پیدا کړئ.
آیا فکر مو کړی دی څرنګه کولای شو د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړو په داسې حال کې چې مساحت یې $3x^2-4x+1$ وي؟

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$(2x-3)(2x+3) = \ldots - \ldots$

$(3y+\ldots)(3y-\ldots) = 9y^2 - a^2$

$(\ldots+\ldots)(\ldots-\ldots) = 4x^2 - 9$

$(4y-2x)^2 = \ldots - \ldots + 4x^2$

$(\ldots+2y)^2 = a^2 - 4ay + \ldots$

$(\ldots+\ldots)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې څینې وخت یوه الجبري افاده د ضرب په شکل په دوو الجبري افادو سره لیکلی شو:

د یوې الجبري افادې لیکل د دوو او یا څو افادو د ضرب په ډول سره تجزیه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $4-16x^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل: د مطابقت په کارولو سره لرو:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(2)^2 - (4x)^2 = (2-4x)(2+4x)$$

دویم مثال: د $25a^2-4b^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$25a^2 - 4b^2 = (5a)^2 - (2b)^2$$
$$= (5a-2b)(5a+2b)$$

دريم مثال: د $x^2+12x+36$ الجبري افاده تجزيه کړئ.

حل: پوهېږو چې:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$x^2+2\times x\times 6+(6)^2$$

ليدل کيږي چې د لومړي او دريمو حدونو د دويم جذر د ضرب حاصل دوه برابره منځنۍ (دويم حد) حد راکوي، نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2+12x+36=(x+6)^2=(x+6)(x+6)$$

څلورم مثال: د $4a^2+28a+49$ افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل وليکئ.

حل:

$$(2a)^2+2\times 2a\times 7+(7)^2$$

ليدل کېږي چې د لومړي او دريمو حدونو جذرالمربع د ضرب حاصل دوه برابره منځنۍ (دويم حد) حد راکوي، نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

په پايله کې:

$$4a^2+28a+49=(2a+7)^2=(2a+7)(2a+7)$$

پنځم مثال: د x^2-4x+4 الجبري افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل وليکئ.

حل:

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$x^2-2\times x\times 2+(2)^2$$

ليدل کېږي چې د لومړي او دريمو حدونو جذرالمربع د ضرب حاصل دوه برابره منځنۍ (دويم حد) حد راکوي، نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

په پايله کې:

$$x^2-2\times x\times 2+(2)^2=(x-2)^2=(x-2)(x-2)$$

تمرين

1- لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ:

$a)\ 49x-16$ $\quad b)\ m^2-36$ $\quad c)\ 49-y^2$

$d)\ 25-x^2$ $\quad e)\ x^2y^2-64$ $\quad f)\ \frac{1}{64x^2}-y^2$

2- لاندې افادې د $(a+b)^2$ او $(a-b)^2$ مطابقتونو په ډول په دوو قوسونو سره تجزيه کړئ.

$a)\ x^2+2xy+y^2$ $\quad b)\ x^2+6x+9$ $\quad c)\ 2a^2+4ab+b^2$

$d)\ 4x^2y^2+4xy+1$ $\quad e)\ b^2-12b+36$ $\quad f)\ 4a^2-12ab+9$

د اووم فصل مهم ټکي

• د متحول مفهوم

کولای شو د عمومي قاعدې او قانون د بیانولو لپاره له تورو څخه کار واخلو او د تورو په مختلفو قیمتونو سره افاده مختلف قیمتونه غوره کوي چې په دې صورت کې تورو ته متحول ویل کېږي.

• مشابه یا ورته حدونه

هغه حدونه چې د هغو توپير یوازې په ضریبونو کې وي او ضریبونه یې توپير ولري، توري او توانونه یې یو ډول وي مشابه حدونه بلل کیږي.

• الجبري افادې

د $2a+b$, $\sqrt{4a+b}$, ab, $3x-4$, a^2 افادې چې د جمعې، تفریق، ضرب، وېش توان او جذر د عملیو له ترکیب څخه چې په کې عددونه، یو یا څو متحولین دي جوړې شوی وي، الجبري افادې بلل کېږي.کولای شو د یوې الجبري افادې قیمت د متحول دمختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړو.

• د یوه حده افادې تعریف

هغه عددونه یا الجبري تورې، چې د ضرب، وېش، طاقت او جذر عملیو لاندې راغلی وي، یو حده الجبري افاده بلل کېږي.

• د یو ه حده افادې ضریب

هغه عدد چې په متحولینو کې ضربېږي د یوه حده افادې ضریب بلل کېږي.

• د دوو یو حده الجبري افادو ضرب کول

څرنګه چې په پورتني فعالیت کې لکه $4a^2b$, $2x^2y$, $\frac{2y}{x}$, $3x^3y^2$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې په متحولینو کې ضرب شوي دي، د یوه حده ضریب بلل کېږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضریبونه یو بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

یوحده: یوه الجبري افاده چې یوازې د ضرب او یا وېش په حالت کې وي یو حده افاده جوړوي.

لکه: $4a^2b$, $6ab^2$, $\frac{3y^2}{3x^2}$, $\frac{3abc}{c^2}$, $2x^2y$ او $\frac{3x^2y^2}{5ab}$

• د يوې الجبري افادې وېش پر بلې باندې:

د يو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طريقې څخه کار اخيستل کېږي لومړی د يو حده افادې عددي ضريبونه يو پر بل باندې وېشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانينو څخه په کار اخيستنې سره ساده کوو.

• مطابقت:

• دوه الجبري افادې چې د مساواتو په دواړو خواو کې د متحول د ټولو قيمتونو لپاره تل مساوي وي، يو مطابقت بلل کېږي.

• د دوو عددونو مجموعه او د همغه دوو عددونود تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی د هم هغو دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره چې د مربعاتو د تفاضل په نامه يادېږي.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

• د دوو حدونو د مجموع مربع مساوي دی د لومړي حد مربع جمع د لومړي او دويمو حدونو د ضرب حاصل دوه بر ابره جمع د دويم حد مربع: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

• د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي ده د لومړي حد مربع منفي د لومړي او دويم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دويم حد مربع:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

عمومي پوښتنې

1- لاندې پوښتنې په غور سره ولولئ د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي سم ځواب يې وټاکئ او کرښه ترې تاو کړئ.

- يو عدد ضرب په خپل عدد کې جمع 6 عبارت دي له:

$a)\ x^2-6$ $b)\ x+6$ $c)\ x^2+6$ $d)$ هيڅ يو يې هم نه دی

- د $-5ab(4ac)$ د ضرب حاصل عبارت دي له:

a) $-2a^2bc$ b) $-20a^2bc$ c) $2ab^2c$ d) $20a^2bc^2$

- د $\dfrac{4m^2n^2}{-4m^3n^2}$ د وېش حاصل عبارت دي له:

$a)\ m^{-1}$ $b)\ \dfrac{-1}{m}$ $c)\ -m^{-1}$ $d)$ د b او c ځوابونه صحيح دي

- که چېرې $x=\dfrac{1}{2}$ وي په دې صورت کې د $6x^3-\dfrac{1}{2}$ افادې قيمت عبارت دی له:

$a)\ -\dfrac{1}{4}$ $b)\ 4$ $c)\ 4^{-1}$ $d)\ \dfrac{1}{4}x$

- m^2-9n^2 مساوي دی له:

$a)\ (m-3n)(m+3n)$ $b)\ (m-3n)(m-3n)$

$c)\ (m+3n)(m+3n)$ $d)$ درې واړه غلط دي

2- لاندې جملې په غور ولولئ تش ځايونه يې په مناسبو کلمو او عددونو سره ډک کړئ:

- د الجبري افادو د ساده کولو لپاره .... يو له بل سره جمع او يا يو له بل څخه تفريقوو.
- $(a+b)^2=\cdots+2ab+b^2$
- هغه عددونه يا الجبري توري چې .... تر عمليو لاندې راغلی وي يو الجبري حد بلل کېږي.
- هغه عدد چې په متحولينو کې .... کېږي. د يوه حده ضريب بلل کېږي.

3- لاندې افادې ساده کړئ:

$a)\ 2b(-3c)^2$ $\quad b)\ (-6xy^2)(-ax^2y^2)$ $\quad c)\ -3b^2(-2ab)(6a^2b)$

$d)\ -2a(-3ab)^2$ $\quad e)\ 4y^2(6xy)$ $\quad f)\ (-2a^3)(-5ab^2)$

4- لاندې کسرونه ساده کړئ:

$a)\ \dfrac{12x^2y^4}{2xy^3}$ $\quad b)\ \dfrac{3ab}{-3a}$ $\quad c)\ \dfrac{16r^3s}{-2rs}$

$d)\ \dfrac{-15xyz}{-3xy}$ $\quad e)\ \dfrac{-5a^2b+10ab^2}{-5ab}$ $\quad f)\ \dfrac{6x^2-4x^2}{-2x^2}$

5- ساده يې کړئ:

$a)\ 7a^3b^4c^2-8a^3b^4c^2$

$$b)\ \begin{array}{r} 5x+y \\ +\ 3x-2y \\ \hline \end{array} \qquad c)\ \begin{array}{r} 4a+5b-2c \\ +\ 4a-3b-2c \\ \hline \end{array}$$

6- لاندې هره دوه حده تجزيه کړئ:

$a)\ x^2-1$ $\quad b)\ x^2y^2-64$ $\quad c)\ \dfrac{4a^2}{b^2}-25$

$d)\ m^2-16a$ $\quad e)\ x^2-\dfrac{1}{4}$ $\quad f)\ \dfrac{1}{4}a^2-\dfrac{1}{9}b^2$

$g)\ 121-y^2$ $\quad h)\ \dfrac{25a^2}{b^2}-\dfrac{36a^2}{d^2}$ $\quad i)\ \dfrac{81}{a^2}-\dfrac{b^2}{49}$

7- د مطابقت په کارولو سره لاندې افادې ساده کړئ:

$a)\ (\frac{1}{2}+z)(\frac{1}{2}-z)$ $\quad b)\ (\frac{a}{5}+\frac{1}{b})(\frac{a}{5}-\frac{1}{b})$ $\quad c)\ (5a+2b)(5a-2b)$

8- لاندې الجبري افادو ته پراختيا ورکړئ:

$a)\ (m+1)^2$ $\quad b)\ (y-2)^2$ $\quad c)\ (x+\frac{3}{2})^2$

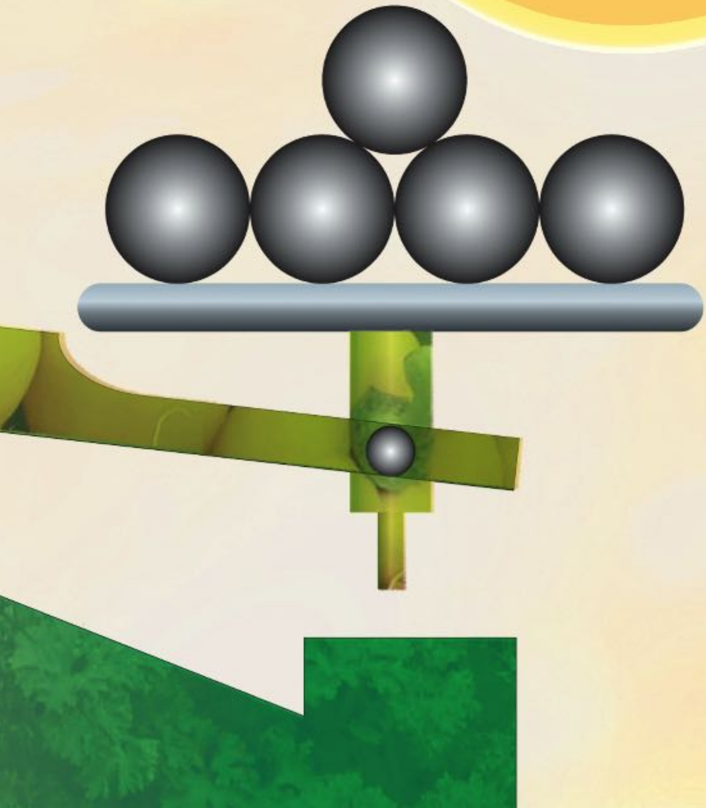
$d)\ (b-\frac{5}{2})^2$ $\quad e)\ (a+7)^2$ $\quad f)\ (m+\frac{1}{4})^2$

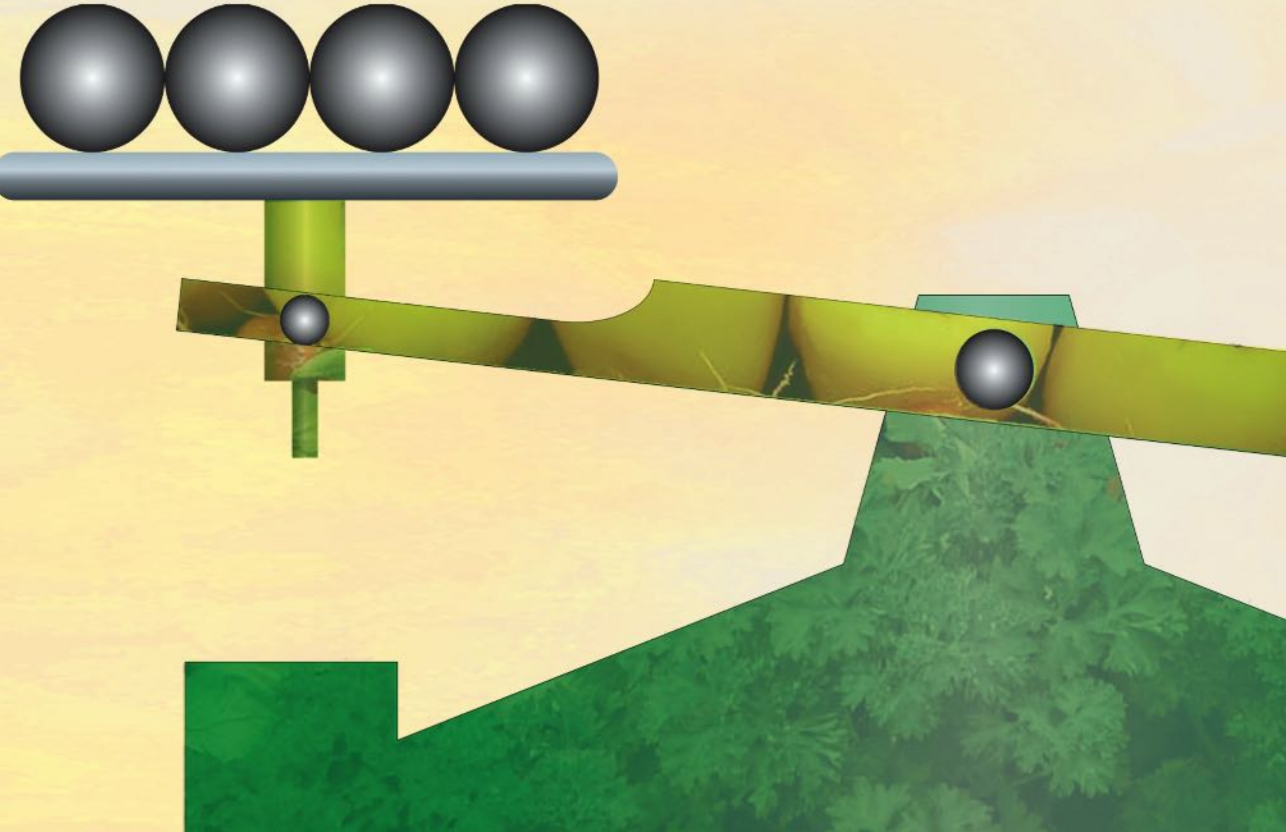
9- لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ:

$a)\ 4x^2y^2-9z^4$ $\quad b)\ x^2-8x+16$ $\quad c)\ a^2x^2+4axy+4y^2$

اتم فصل

معادلې





د معادلې مفهوم

زرغونه: په لاس کې دې څو افغانۍ دي؟
فهیمه: که زما د لاس د پیسو له دوه برابره څخه دوه افغانۍ کمې شي، شل افغانۍ کېږي.
زرغونه:پوه شوم چې اوس څو افغانۍ لري.
فهیمه: څنګه پوه شوې چې زه څو افغانۍ لرم؟

فعالیت

زلمي وغوښتل له یوې هټۍ څخه یو کیلوګرام بوره راونیسي. هټیوال یوازې د 100 ګرامو، 150 ګرامو، 250 ګرامو، نیم کیلویي او د دوه کیلو یې وزنونه درلودل.

- هټیوال زلمي ته په څه ډول بوره وتلې؟ د یو کیلوګرام بورې تللو لپاره کومه یوه لاندې طریقه سمه ده؟
- هټیوال لومړی نیم کیلو بوره تلې، بیا د نیم کیلویي وزن د نیم کیلو تلل شوې بورې سره یو ځای د تلې په یوه پله کې ږدي او د تلې په بله پله کې یو کیلوګرام بوره تلي.
- هټیوال دوه کیلوګرامه بوره تلي او بیا 2 کیلو تلل شوې بوره د تلې په دواړو پلو کې نیمايي کوي.
- د پورته وزنونو په درلودلو تاسو کولای شئ د یو کیلوګرام بورې د اندازه کولو لپاره کومه بله طریقه وړاندې کړئ؟ د هرې طریقې په پای کې د تلې دواړه پلې نسبت یو بل ته څه ډول حالت لري په هره طریقه کې د تلې د دواړو پلو توکې یو له بل سره څه ډول نسبت لري؟
- که چېرې د تلې په یوه پله کې یو نامعلوم تړلی وزن او یو کیلویي وزن او په بله پله کې یې د نیم کیلویي او دوه کیلویي وزنونه داسې کېښودل شي چې تله د تعادل او برابروالي حالت ولري. د تلې د پلو تعادل او برابروالی د یوې الجبري مساوات په واسطه وښیاست؟
- آیاګومان کولای شی چې تړلې وزن څومره دی؟ په بل عبارت نامعلوم تړلی شی به څومره وزن ولري تر څو تله د تعادل حالت وساتي.

په پورته فعالیت کې د یوه کیلوګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل، د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم (مجهول) متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کېږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کېږي.

- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیداکوو د معادلې مجهول بلل کېږي او هغه په x سره ښیي.

مثال: که چېرې له یوه عدد سره د 5 عدد جمع شي له 15 سره مساوي کېږي، عدد پیداکړئ؟

حل: هغه عدد چې غواړو پیدا یې کړو، یعنې مجهول ته x وایو، نو پوښتنه داسې ده که چېرې له x سره د 5 عدد جمع شي 15 کېږي، یعنې: $x+5=15$

هغه کوم عدد دی چې له 5 سره جمع شي او په پایله کې 15 لاس ته راشي؟

له پورته معادلې ځخه کولای شو ووایو چې د 10 عدد دی یعنې:

$$x=10$$

اوس که چېرې د پوښتنې د ازمولو لپاره لاس ته راغلی عدد د $x+5=15$ په معادله کې کېږدو، نو لرو:

$$x+5=15$$
$$10+5=15$$
$$15=15$$

ځرنګه چې عددي مساوات د $15=15$ صحیح دی له دې امله هغه د ګومانې عدد ځواب د معادلې لپاره سم دی.

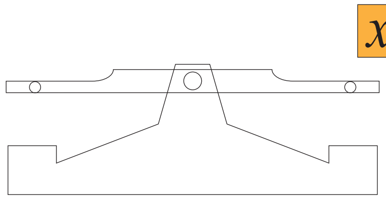
تمرین

1- که چېرې د یوه متساوي الاضلاع مثلث محیط (شاوخوا) مساوي د 9 واحده سره وي د یوه الجبري مساوات په واسطه د مثلث د ضلعو اوږدوالی پیداکړئ.

2- که چېرې د یوه عدد سره 9 جمع شي 14 په لاس راځي، عدد کوم دی؟

3- د لوست په پیل کې د زرغونې او فهیمې ترمنځ خبرې شوې دي په یوه الجبري مساوات کې ولیکئ.

په معادله کې د جمعې او تفریق عملیې



که چېرې یو نا معلوم وزن او دوه غونډارې د تلې په یوه خوا کې او په بله خوا کې یې 5 غونډارې داسې کېښودل شي چې د تلې خواوې سره برابرې او مساوي وي. نامعلوم وزن د څو غونډارو سره مساوي کېږي؟ څه ویلای شئ؟

فعالیت

په پورتني حالت کې د تلې تعادل په دې معنا دی چې د جسمونو وزن د تلې په دواړو پلوکې یو له بل سره برابر دی، نو که چېرې د کیڼې خوا نامعلوم وزن ته x ووایو، لاندې پوښتنو ته ځواب ووایاست:

- هغه عبارت یا ریاضیکي افاده چې د تلې د تعادل لپاره 2 غونډارو او یوه مجهول وزن په یوه خواکې او په بله خواکې د 5 غونډارو څخه جوړېږي، ولیکئ؟
- که چېرې د تلې له دواړو پلو څخه 2 غونډارې واخیستل شي آیا د تلې تعادل پاتې کېږي؟
- د تلې له دواړو پلو څخه د غونډارو اخیستل د ریاضي له نظره یا د ریاضي په عملیه کې یو ډول دی؟
- دا چې د غونډارو په کمولو سره تعادل له منځه نه ځي دا عمل د ریاضي له نظره څه معنا لري؟
- که چېرې اوس د تلې په دواړو پلوکې 4 غونډارې چې سره مساوي او هم ډول دي، ورزیات شي څه پېښېږي؟

د پورته فعالیت سرته رسولو او لیدلو څخه لاندې پایله په لاس راځي:

که چېرې یو تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړو پلوکې مساوي مقدارونه یا اندازې ورزیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي.
د ریاضي په اصطلاح که چېرې د یوه مساوات له دواړو خواو څخه عیني عدد کم او یا له هغه سره هماغه عدد جمع کړو بیا هم د مساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوي پاتې کېږي، یعنې:

که چېرې $a=b$ وي، د c هر حقیقي عدد لپاره:

$a+c=b+c$ او $a-c=b-c$ دي.

له دې خاصیت څخه د معادلو په حل کې کار اخیستل کېږي.

لومړی مثال: د $x + 7 = 9$ معادله حل کړئ؟

پوهېږو که چېرې د معادلې له دواړه خوا څخه 7 تفریق کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راځي، له دې امله:

$$x + 7 - 7 = 9 - 7$$
$$x = 2$$

ازمايښت: که چېرې د معادلې حل يعنې 2 په راکړل شوی لومړی معادله کې د x په ځای کېښودل شي، نو لرو:

$$x + 7 = 9$$
$$2 + 7 = 9$$
$$9 = 9$$

څرنګه چې د مساوات دواړه خواوې سره مساوي دي، د معادلې حل يعنې $x = 2$ سم دی.

دويم مثال: د $x - 5 = 4$ معادلې حل په لاس راوړی؟

حل: که چېرې د معادلې په دواړو خواو باندې 5 ورزيات کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راځي.

$$x - 5 + 5 = 4 + 5$$
$$x = 9$$

ازمايښت: د معادلې حل يعنې 9 په اصلي معادله کې د x په ځای ږدو:

$$x - 5 = 4$$
$$9 - 5 = 4$$
$$4 = 4$$

څرنګه چې د $4 = 4$ مساوات شتوالی لري له دې امله؛ $x = 9$ د معادلې حل دی.

تمرين

1- که چېرې په يوه عدد باندې 3 ورزيات کړو 15 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

2- که چېرې له يوه عدد څخه 7 تفريق شي 13 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

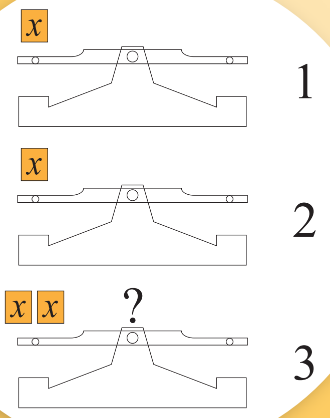
3- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\quad x - 6 = 2$

$b)\quad x + 4 = 1$

$c)\quad 2 + x = 3$

په معادله کې د ضرب او وېش عملیې



1 او 2 دوه تلې دي د دواړو تلو په یوه، یوه پله کې دوې مساوي غونډارې او په پاتې نورو پلو کې یې یو نامعلوم وزن دی چې تلې د تعادل په حالت کې ساتې. که چېرې د تلو د لومړیو دوو پلو غونډارې په یوه درېمه پله او نامعلوم وزن په بله درېمه پله کې واچوو، د لاندې پوښتنې ځواب پیدا کړئ:

آیا درېمه تله به د تعادل په حالت کې وي او که نه؟

فعالیت

درېمه تله په پام کې ونیسو لیدل کېږي چې د تلې په یوې خوا کې دوه مجهول وزنونه او په بله خوا کې یې 4 دانې مساوي غونډارې دي، خو بیا هم تله د تعادل په حالت کې ده. که چېرې مجهول وزنونو ته x ووایو. د لاندې پوښتنو د حل لپاره فکر وکړئ:

- د درېمې ګڼې تلې د تعادل لپاره د ریاضي افاده یا په بل عبارت الجبري بیان کوم دی؟
- که چېرې اوس غونډارې او وزنونه نیمایي کړو یوه برخه یې بیا د لومړۍ تلې په پلوکې او بله برخه یې د همدې درېمې تلې په پلو کې پاتې او کېږدو. آیا بیا به هم په دې حالت کې لومړۍ او درېمه تله تعادل ولري؟
- د غونډارو او وزنونو نیمایي کول د ریاضي له نظره څه معنا لري؟
- آیا دا فعالیت له دوو د زیاتو تلو لپاره هم سرته رسولای شو؟

کولی شو د پورته فعالیت څخه لاندې پایله بیان کړو:

که چېرې د تلې د دواړو خواو وزنونه په دوو یا زیاتو مساوي برخو ووېشو او یا د تلې له دواړه خواو څخه نیمایي وزنونه واخلو بیا هم تعادل پاتې کېږي، ځکه د تلې د دواړو خواو وزنونه یو له بل سره مساوي دي. د ریاضي له نظره که چېرې د یوه مساوات دواړه خواوې په یوه عدد کې ضرب او یا دواړه خواوې پرته له صفر څخه په یوه عدد ووېشو بیا هم دمساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوي پاتې کېږي.

په بل عبارت که چېرې $a=b$ وي نو د c هر حقیقي عدد لپاره لیکلی شو، $ac=bc$ دی.

او د هر حقیقي عدد لپاره چې c د صفر خلاف وي، $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ دی.

مثال: د $3x = 6$ مساوات په پام کې ونیسئ او حل یې پیدا کړئ:

د پورته مساوات دواړه خواوې په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

ازموینه: که چېرې $x = 2$ سره په راکړل شوې معادله کې کېږدو، نو لرو:

$$3 \times x = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 = 6$$

لیدل کېږي چې $x = 2$ د معادلې حل دی.

تمرین

لاندې معادلې حل کړئ؟

1) $4x = 2$

2) $\frac{x}{5} = 12$

3) $3x = -6$

4) $\frac{-2}{x} = -4$

5) $\frac{x}{2} = 4$

6) $\frac{4}{x} = -2$

7) $\frac{3x}{4} = \frac{2}{3}$

لومړی درجه یو مجهوله عمومي معادله

$$4x + 8 = 0$$

$$4x = -8$$

$$x = ?$$

ښوونکي له زده کوونکو څخه وپوښتل:
که چېرې د یوه عدد له څلور برابر(څلور چنده) سره 8 جمع شي له صفر سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟

فعالیت

آیا د ښوونکي د پورته پوښتنې دحل لپاره د سم ځواب ګومان کولای شي یا ځواب لرئ؟

- که چېرې غوښتل شوي عدد ته x ووایو، آیا کولای شی پورتنی پوښتنه د ریاضي په یوې افادې کې ولیکئ؟
- د هغه د حل د پیدا کولو یا د حل د طریقې لپاره څه ډول سوچ کوئ؟
- که چېرې د یوه عدد له 3 چنده څخه 9 تفریق شي نتیجه یې له صفر سره مساوي ده، ددې پوښتنې ریاضیکي افاده ولیکئ؟
- د دې معادلې د حل لپاره د څه ډول طریقې څخه کار اخلئ؟
- که چېرې د یوه عدد په a چند باندې د b عدد ورزیات شي، نتیجه یې له صفر سره مساوي کېږي عدد څو دی؟ (a او b حقیقې عددونه او a خلاف د صفر دی.)

د پورته فعالیت د سرته رسولو سره لاندې پایله په لاس راځي:

پورته عملیو کې نامعلوم مقدار په x سره ښودل کېږي، کولای شو د هغه لپاره یو تساوي د x له مخې په لاس راوړو.

تساوي ته معادله او نا معلوم مقدار ته د معادلې مجهول ویل کېږي او هغې طریقې ته چې د مجهول د پیدا کولو لپاره په کاروړل کېږي د معادلې حل بلل کېږي.

د معادلې عمومي شکل له $ax + b = 0$ څخه عبارت دی چې په دې معادله کې، a او b حقیقي عددونه ا و a خلاف د صفر دی پورتنی شکل د معادلې معیاري یا ستندرد حالت بلل کېږي.

د معادلې حل د ساده الجبري عملیو د سرته رسولو په واسطه ګام په ګام په لاندې توګه په لاس راوړو.

- د معادلې له دواړو خواو سره د مساوي مقدار جمع یا تفریق.

- د معادلې دواړه خوا وې په مساوي مقدار کې ضرب یا وېشل (پرته له صفره).

د پورته عملیو او محاسبې په سرته رسولو سره داسې ځای ته رسېږو چې د معادلې مجهول د مساوات یوې خوا ته او معلوم مقدار یې بلې خوا ته پاتې کېږي په دې ډول د معادلې حل په لاس راځي.

لومړی مثال: د $3x-4=5$ معادله حل کړئ.

حل: لومړی 4 د معادلې له دواړه خواو سره جمع کوو:

$$3x-4+4=5+4 \Rightarrow 3x=9$$

اوس د معادلې دواړه خواوې په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3} \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د $2(3x+4)=-1-3x$ معادله حل کړئ.

$$2(3x+4)=-1-3x$$

$$6x+8=-1-3x$$

له دواړو خواو سره 3x جمع کوو

$$6x+3x+8=-1-3x+3x$$

$$9x+8=-1$$

له دواړو خواو څخه 8 تفریقوو

$$9x+8-8=-1-8$$

$$9x=-9$$

دواړه خواوې په 9 وېشو

$$\frac{9x}{9}=-\frac{9}{9}=-1$$

$$x=-1$$

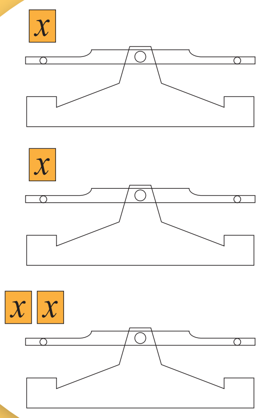
تمرین

1- د $x=-1$ معادلې حل چې له پورته دویم مثال څخه په لاس راغلی دی په اصلي معادله کې وازمویئ.

2- د $2(2x+3)=2x-2$ معادلې حل په لاس راوړئ؟

3- د $\frac{3}{2}(4x-2)=5x+2$ معادله حل کړئ.

معادلي معادلي



په 1، 2، او 3 ګڼو تلو کې څه شی وینئ؟
درې واړه تلې د تعادل په حالت کې دي؟
د تعادل څه ډول نور حالتونه د مساوي او برابرو وزنونو د یو ځای کولو په واسطه، چې د دواړو خواوو پلې د تعادل په حالت کې وساتل شي کار اخیستلای شی، سوچ وکړئ.

فعالیت

لاندې جمله په پام کې ونیسئ.
که چیرې د یوه عدد له دوه برابره (دو چنده) څخه 4 تفریق شي 8 په لاس راځي، عدد کوم دی؟
که چیرې مجهول ته x وواېو په دې صورت کې کولای شو پورتنی بیان د معادلې په شکل په لاندې ډول ولیکو:

$$2x-4=8$$

- د پورته معادلې په پام کې نیولو سره لاندې فعالیت د جدول د تش ځایونو په ډکولو سره، سرته ورسوی:

حل	لاس ته راغلې معادله	د معادلې په دواړه خواو باندې عملیې	ګڼه
	$2x-4=8$	معادله راکړل شوې ده	1
		د (1) ګڼې معادلې له دواړه خواو سره (8−) جمع کوو	2
		د (1) ګڼې معادلې دواړه خواوې په 2 وېشو	3
	$x-6=0$	1 ګڼه معادله په معیاري ډول لیکو	4

- دا هره یوه معادله د الجبري ساده عملیو په واسطه په لاندې ډول په لاس راوړئ.
- له (1) ګڼې معادلې څخه ← 2 ګڼه معادله ← 3 ګڼه معادله ← 4 ګڼه معادله

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

هغه معادلې چې مساوي حل لري معادلې، معادلې بلل کېږي. په یوه معادله باندې د الجبري ساده عملیو په سرته رسولو یو له بل سره معادلې معادلې منځ ته راځي. د معادلې د حل لپاره کوښښ کېږي چې یو له بل سره د معادلو، معادلو طریقې په کارولو معادله په لاس راشي. د معادلې د مجهول د حل پیدا کولو لپاره باید ساده شکل ولري.

مثال: د $2x-4=0$ معادله حل کړئ؟

$$2x-4=0$$

له دواړو خواو سره 4 جمع کوو:

$$2x-4+4=0+4$$

$$2x=4$$

دواړه خواوې په 2 ویشو:

$$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$$

$$x=2$$

ازموینه: پیدا شوی حل په راکړل شوې معادله کې ږدو لرو چې:

$$2\times2-4=0$$

$$4-4=0$$

$$0=0$$

څرنګه چې د $0=0$ عددې مساوات شتوالی لري، له دې امله $x=2$ د معادلې حل دی.

د معادلې پیدا شوی قیمت د $2x=4$ په معادله کې ږدو لیدل کېږي $2\times2=4$ نو د $2x=4$ او $2x-4=0$ معادلې، معادلې (منطبقې) معادلې دي.

تمرین

1- د لاندې معادلو حل پیدا او وازمویې؟

1) $\frac{(a-2)}{3}=3$

2) $2(2x-1)=4$

3) $\frac{2}{5}+x=1$

4) $16-3t=0$

5) $3-4y=2-6y$

2- لاندې کومې معادلې یو د بل معادل دي؟

a) $\begin{cases} x+1=\frac{x}{2}+2 \\ \frac{x}{2}+1=x+2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-4=8 \\ 2x-2=4 \end{cases}$

د معادلو تشکيلول (جوړښت)

$$\frac{1}{2}x - 5 = x - 25$$

عثمان: فرهاده ته څو کلن يې؟

فرهاد: که چېرې زما د پلار له نيمايي عمر څخه 5 کم شي زما له عمر سره مساوي کيږي. هغه وخت چې زه پيدا شوم زما پلار 25 کلن وو.

عثمان: پوه شوم چې ستا پلار 40 کاله او ته 15 کاله عمر لرې.

آيا کولای شی ووایاست عثمان څرنگه پوه شو چې فرهاد 15 کلن دی؟

فعاليت

ورځنی حسابي پوښتنه په الجبري افادې باندې بدلوو. هڅه کوو چې د فعاليت په پای کې د معادلې د جوړښت او حل طريقه پيدا کړو.

- که چېرې د يوه عدد له دوه برابره سره د 4 عدد جمع شي له 16 سره مساوي کيږي، عدد کوم دی؟
- آيا پر پوښتنې باندې پوه شوئ؟ څرنگه کولای شئ هغه په يوه معادله باندې واړوئ.
- په معادلې باندې له بدلولو وروسته د هغه حل په لاس راوړئ؟
- آيا په رښتيا سره ستاسو حل سم دی؟ ويې ازموئ.

له پورته فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

د يوې معادلې د جوړښت او حل د پيدا کولو لپاره د پورته فعاليت په پام کې نيولو سره لازمه ده چې لاندې گامونه په پام کې ونيول شي:

- درک او پوهيدل.
- د مجهول ټاکل او د نوم ايښودل.
- له بيانيې سره سم په ډېر غور د يوې معادلې جوړښت.
- د پوښتنې حل، يا د مجهول د قيمت پيدا کول.
- د پوښتنې ازمويل د پيدا شوي حل په واسطه.

مثال: که چېرې د رشاد د پیسو په دوه برابر 20 افغانۍ ورزیاتې شي نو د خوشحال له پیسو سره مساوي کېږي او که چېرې خوشحال 60 افغانۍ ولري د رشاد د پیسو اندازه څو ده؟

$$2x + 20 = 60$$

حل: د معادلې د جوړښت او حل پیدا کولو لپاره په لاندې توګه ګام په ګام پوښتنه حل کوو:

- د پوښتنې پوهیدل او د هغې لوستل په ډېر غور سره.
- د مجهول ټاکل، د رشاد د پیسو اندازه ده چې په x سره یې ښیو.
- د معادلې جوړښت: د رشاد د پیسو په دوه برابر (2x) باندې 20 ورزیاتې شي (2x+20) د خوشحال د پیسو سره مساوي کېږي. 2x+20=60
- د معادلې حل

$$2x + 20 = 60$$

له دواړو خواو 20 تفریق کوو:

$$2x = 60 - 20 = 40$$

دواړه خواوې په 2 وېشو :

$$2x = 40$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{40}{2}$$

د رشاد د پیسو اندازه:

$$x = 20$$

ازموینه: که چېرې د رشاد د پیسو په دوه برابر باندې 20 افغانۍ ورزیاتې کړو، نو د خوشحال له پیسو سره مساوي یعنې 60 کېږي. چې دا پوښتنه هم سمه ده:

$$2 \times 20 + 20 = 60$$

$$40 + 20 = 60$$

$$60 = 60$$

څرنګه چې د $60 = 60$ مساوات شته، له دې امله پیدا شوی حل یا قیمت سم دی.

تمرین

1- که چېرې د یوه عدد له درې برابر څخه 5 تفریق شي. د 4 سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟

2- د زرغونې او ملالۍ د عمرونو د جمعې حاصل د 30 سره مساوي کېږي، که چېرې زرغونه د ملالۍ څخه 2 کاله لویه وي، ملالۍ څو کلنه ده؟

د اتم فصل مهم ټکي

• معادله

معادله یو الجبري مساوات دی چې مجهول پکې د جمعې، تفریق، وېش او ضرب عملیو په واسطه یو له بل سره تړل شوي وي، معادله بلل کېږي. د معادلې په دواړو خواو باندې د حسابي عملیو په کارولو سره د معادلې مجهول په لاس راځي.

• الجبري عملیې او معادله

که چېرې د هرې معادلې له دواړو خواو سره یو عدد جمع، تفریق، یا دواړه خواوې (پرته له صفره) په یوه عدد کې ضرب او پرې ووېشل شي په معادله کې کوم بدلون نه راځي.

• لومړۍ درجه یو مجهوله معادله

د $ax+b=0$ ، $a \neq 0$ ، معادله په داسې حال کې چې a خلاف د صفر، x مجهول (a او b حقیقي عددونه دي) لومړۍ درجه یو مجهوله معادله بلل کېږي.

پورتنۍ معادله د یو مجهوله خطي معادلې په نامه هم یادېږي او هره خطي معادله یوازې د $x=-\dfrac{b}{a}$ ، $a \neq 0$ حل لري.

• معادلې معادلې

هغه معادلې چې ورته او برابر یعنې مساوي ځواب ولري، معادلې معادلې بلل کېږي. په یوې معادلې باندې د عملیو سرته رسول اود یوې ساده معادلې لاس ته راوړلو په صورت کې معادلې معادلې منځ ته راځي چې دواړه یو ډول یعنې مساوي حل لري.

د یوې معادلې د حل پیداکولو لپاره هڅه کېږي چې د معادلو، معادلو پیداکولو طریقې په کارولو سره چې لومړی د راکړل شوی معادلې ساده شکل چې د معادلې حل آسانوي د الجبري عملیو په واسطه بدلون ورکوي.

• د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت

که چېرې وکولای شو ورځنۍ حسابي پوښتنې د یوې الجبري معادلې په ډول ترتیب کړو، تر څو د هغې له مخې د معادلې حل پیداکړو دا پړاوونه د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت ده چې د هغې حل مونږ ته راکوي. دا مسئله د عبارتي پوښتنو د معادلو د جوړښت په نامه یادېږي.

عمومي پوښتنې

د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.

1-ددې معادلې $10 + x = 18$ حل عبارت دی له:

a) -8 b) 8

c) 2 (d 4

2- ددې معادلې $12x + 2(5x + 22) = 0$ حل عبارت دی له:

a) 0 b) 1

c) 2 d) -2

3- د یوې معادلې د حل پړاوونه عبارت دي له:

a) درک او پوهېدل

b) د مجهول ټاکل او د نوم اېښودل

c) د پوښتنې حل، یا د مجهول د قیمت پیدا کول

d) ټول صحیح دی

4- د دې معادلې $3x - 6 = 3$ معادل عبارت دی له:

$3x - 2 = 1$ (a

$x - 2 = 3$ (b

$x - 2 = 1$ (c

هیڅ یو (d

لاندې تش ځایونه په مناسب کلمو سره ډک کړئ.

1- یو الجبري مساوات چې د ځینو .... مجهولونو سره چې سمون وکړي............ یادېږي.

2- هغه معادلې چې .... لرونکي وي د .... په نامه یادېږي.

3- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د......... بلل کېږي.

له لاندي جملو څخه کومه یوه سمه او کومه یو غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توری او د غلطې مخې ته د (غ) توری ولیکئ.

1 (   ) که چېرې یوه تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواوو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړه پلو کې مساوي مقدارونه یا اندازې ور زیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي.

2 (   ) هغه معادلې چې د حل لرونکي وي د غیر تساوي معادلاتو په نامه یادېږي.

3(   ) یو الجبري مساوات چې د مجهولونو په ځینو قیمتونو کې صدق وکړي د معادلې په نامه یادېږي.

4(   ) که د معادلې دواړه خواوې په مساوي مقدار کې ضرب یا غیر له صفره وویشو په کې کوم توپیر نه پیدا کېږي.

لاندې سوالونه حل کړئ:

1- لاندې معادلې حل کړئ:

$a)\ t+5=2$ $\qquad b)\ x-9=-5$

$c)\ x+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $\qquad d)\ x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

2- د لاندې هرې یوې معادلې حل غوښتل شوی دی:

$a)\ 6y=2$ $\qquad b)\ -3x=-4$

$c)\ \frac{x}{2}+1=2$ $\qquad d)\ \frac{3}{t}+1=2$

$e)\ 3(2y-1)=x$ $\qquad f)\ \frac{1}{2}(4x-1)=\frac{3}{2}$

3- که چېرې د یوه عدد له 5 برابر څخه 2 تفریق شي له 3 سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟

4- که چېرې د یوه عدد په نیمایي باندې 4 ورزیات کړو له 8 سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟

5- د یوه متساوي الساقین مثلث ارتفاع مساوي له 6 واحده سره ده. د مثلث د قاعدې اوږدوالی پیدا کړئ، که چېرې د مثلث مساحت 9 واحد مربع وي؟

6- احمد 100 افغانۍ درلودې 6 دانې کتابچې یې راونیولې چې بیا هم د هغه سره 25 افغانۍ پاتې دي معلوم کړئ چې احمد هره کتابچه په څو افغانیو رانیولې ده.

7- د دوو عددونو مجموعه 30 ده که چېرې یو له هغو څخه 20 وي دویم عدد څو دی؟

8- د درې عدد له کوم عدد سره ضرب شي، تر څو د ضرب حاصل مساوي له a سره شي؟
9- که چېرې د دوو عددونو تر منځ توپیر 11 وي او کوچنی عدد x وي، لوی عدد به یې څو وي؟

نهم فصل

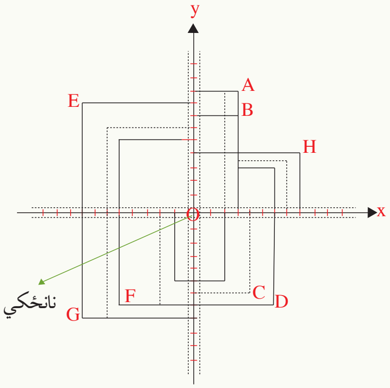
رابطه او تابع

ټکي په مستوي کې

آسمان له ستورو ډک دی.
د سپوږمۍ څلورو خواو ته، يعنې شمال، سويل، ختيځ او لوېديځ ته د ستورو ځايونه څنګه ټاکلی شئ؟

فعاليت

مخامخ شکل په پام کې ونيسئ، د O له ټکي څخه داسې خطونه رسم شوي دي چې د O په ټکي کې يو پربل عمود دي او هغوی د پورته، ښکته، ښي او کيڼ لورو ته په مساوي واحدونو سره په نښه شوي دي. کوښښ وکړئ هغه ټکي چې په دې مخ کې درکړ شوي د نانځکې لورې د هغو خواته کړئ او لاندې فعاليت سرته ورسوئ:



- نانځکې ته د O له ټکي څخه د B خوا ته لوري ورکړئ.
- آيا کولی شئ له O څخه د B لوري ته بله لنډه فاصله پيداکړئ؟
- پورتنی فاصلې يو له بله څه توپير لري؟
- دF ټکي ته د رسيدلو لپاره فاصله داسې وټاکی چې نانځکه يوازې، يو وارې کيڼې خواته د لورې بدلون ولرې.
- د F ټکي ته د رسيدلو لپاره فاصله وټاکئ چې نانځکه يوازې يو وارې ښي خواته د لورې بدلون ولرې.
- پورتنی فاصلې د کومو عددونو له مخې ټاکلی شو؟
- د ښي او کيڼو فاصلو په ځای له افقي محور څخه چې د O ټکی په صفر باندې منطبق او

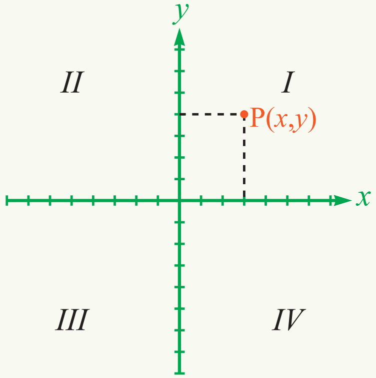
پروت دی. د پورته او ښکته فاصلو لپاره له عمودي محور څخه لکه په شکل کې د O ټکی په صفر باندې منطبق او پروت دی، کار واخلئ او نانځکه د C ، D ، G او H د ټکو خواته د متقاطع محورونو په پام کې نیولو سره لوري ورکړئ او ونښلوئ هغه جوړه عددونه چې د هر ټکې لپاره یې په لاس راوړئ، د هغو په واسطه لاندې جدول بشپړ کړئ.

تکې	A	B	C	D	E	F	G	H
د افقي محور په مخ	3					-5		
د عمودي محور په مخ				-7				6

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې موږ نشو کولای د یوه مخ یا مستوي اختیاري ټکی یوازې د هغو عددي محورونو په مخ باندې وټاکو چې موږ یې پیژنو. له دې امله یو بل عمودي محور ته اړتیا ده چې د هغه تعریف د لاندې سیستم په توګه چې دوه قایم محورونه دي وپیژنو.

تعریف



دوه محوره د XX' او YY' چې د O په ټکې کې یو پر بل باندې عمود دي، د قایمو مختصاتو سیستم بلل کیږي.

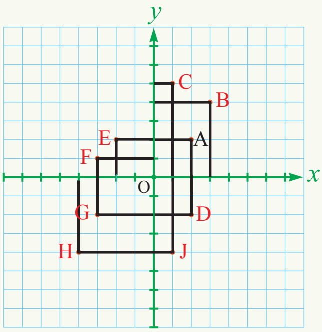
د XX' فاصلې د محور په نامه او د YY' د ترتیب د محور په نامه یادیږي چې د (x,y) هره ترتیب شوې جوړه د قایمو مختصات په سیستم کې د P یو ټکی ټاکي په داسې حال کې چې د XX' محور پر مخ باندې د ټکې فاصله یعني x او د YY' محور پر مخ باندې د ټکي ترتیب یعني y ټاکي.

د مختصاتو د سیستم محورونه مستوي په څلورو برخو د I، II، III او VI باندې ویشي.

یادونه: غور وکړئ د P(x , y) او P'(x', y') ټکي یو له بله توپیر لري، لکه: د A(3,1) او $A'(1,3)$ ټکي چې په مستوي کې دوه بیل ځایونه دي.

د A(3,1) ټکي یعني 3 واحده ښي او یو واحد پورته خواته، خو د $A'(1,3)$ ټکي یعني 1 واحد ښي خواته او 3 واحده پورته خواته ښیي.

مثال: د لاندي ټکو فاصله او ترتیب چې د قایمو مختصاتو په سیستم کې درکړل شوي دي د مرتبو جوړو په توګه په تشریحي ډول په یوه جدول کې ولیکئ:



حل: د قایمو مختصاتو په سیستم کې د مرتبو جوړو په توګه د ټکو مختصات عبارت دي له:

A(2,2)   B(3,4)   C(1,5)

D(2,–2)   E(–2,2)   F(–3,1)

G(–3,–2)   B(–4,–4)   J(1,–4)

په لاندي ډول د جدول په توګه د پورتنیو ټکو په ښودنه په لاس راوړو:

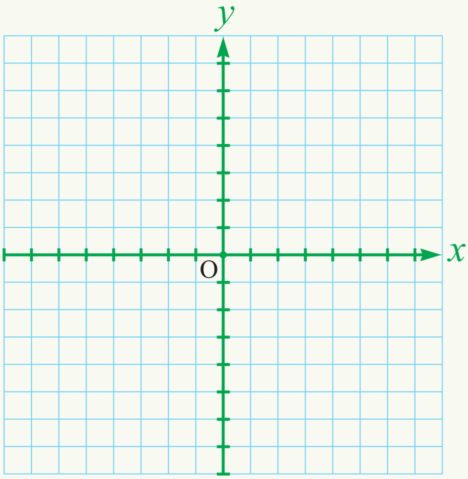
ټکي	A	B	C	D	E	F	G	H	J
x	2	3	1	2	–2	–3	–3	–4	1
y	2	4	5	–2	2	1	–2	–4	–4

تمرین

1- د لاندي مرتبو جوړو جدولي ښوونه ولیکئ:

A(5,5) , B(0,3) , C(–1,1) , D(2,–1)

2- هغه ټکي چې د مرتبو جوړو مختصات يې $A(1,-1)$, $B(-3,1)$, $C(-1,-2)$, $D(-5,-3)$ او $E(1,4)$ دي ځايونه يې د قايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ.



2- لاندې ټکي د قايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ:

a) $A(4,5)$

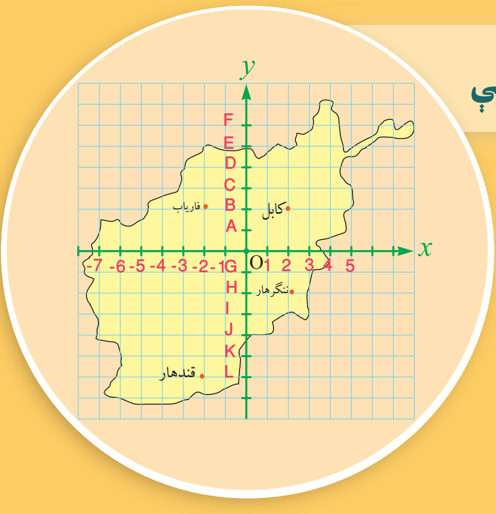
b) $B(-2,-4.5)$

c) $G(0.5,4)$

d) $E(-7,0)$

e) $F(0,4.5)$

f) $K(0,0)$



د يوه ټکي مختصات په مستوي کې

د افغانستان خلور ولايتونه وټاکئ وواياست چې د کوم توري او کوم عدد په تقاطع کې واقع دي؟
آيا د هر توري او عدد تقاطع د افغانستان يوه نقطه يا يو ځای ښيي؟

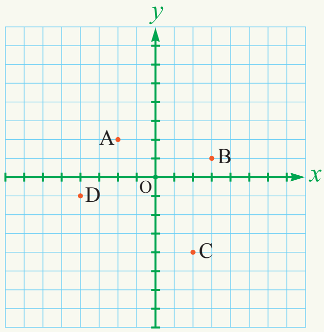
فعاليت

د قايمو مختصاتو سيستم رسم کړئ.

- محورونه د يوه سانتي متر په اندازه سره وويشئ او هر واحد د ملي متر په توګه په نښه کړئ.
- 4 اختياري نقطې د مختصاتو په سيستم کې په خپله خوښه په څلورو ناحيو کې په نښه کړئ. هغه وکړئ د عمودي او افقي خطونو له مخې د xx́ او yý محورونو په مخ باندې د هغو مختصات وټاکئ.
- آيا ګومان کولای شی چې د مستوي دوه بيل ټکي مساوي مرتبې جوړې لري؟
- آيا دا امکان شته چې دوه بيلې مرتبې جوړې په مستوي کې يو ځای يوه نقطه وښيي؟

د پورته فعاليت له سرته رسولو څخه لاندې پايله په لاس راځي:

د قايمو مختصاتو په مستوي کې د P د هر ټکي لپاره يوازې د P (x, y) يوه مرتبه جوړه او برعکس د (x, y) هرې مرتبې جوړې لپاره يوازې او يوازې د قايمو مختصاتو په مستوي کې د P يو ټکی وجود لري.



يادونه: د x محور په مخ باندې y=0 دی، لکه (5,0) او همدارنګه د y محور په مخ باندې x=0 دی، لکه (0,2).

مثال: د قايمو مختصاتو يو سيستم په پام کې ونيسئ.

a) د هغو ټکو مختصات چې د مختصاتو په سيستم کې په نښه شوي دي د مرتبو جوړو په ډول يې په جدول کې وليکئ.

b) د $A(1,2)$ ، $B(-3,4)$ ، $C(-2,-4)$ ، $D(2,-2)$ او $E(4,5)$ مرتبې جوړې د قايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ او يو له بل سره يې ونښلوی.

حل:

a)

$A(-2,2)$

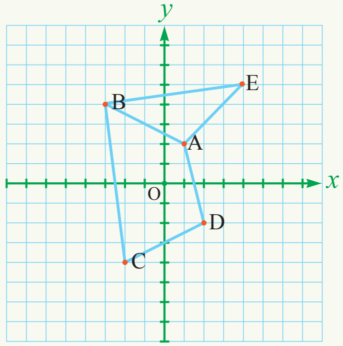
$B(3,1)$

$C(2,-4)$

$D(-4,-1)$

ټکي	A	B	C	D
x	−2	3	2	− 4
y	2	1	−4	−1

b)



تمرين

1- د ټکو مختصات په لاندې ډول د مرتبو جوړو په توګه درکړ شوي دي، د قايمو مختصاتو په سيستم کې يې وټاکې او ټکې په ترتيب يو له بل سره ونښلوئ:

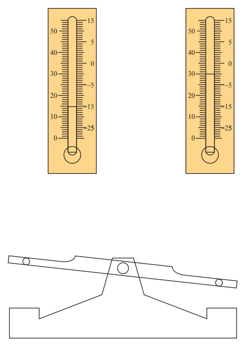
$P_1(1,1)$ ، $P_2(2,-3)$ ، $P_3(3,1)$ ، $P_4(4,-3)$ ، $P_5(6,-2)$ او $P_6(-4,-5)$

2- د لاندې ټکو مختصات پيدا کړئ:

a) د XX' پر محور باندې يو ټکي چې له مبدا څخه ښې لورې ته د 6 واحدو په اندازه فاصله ولري.

b) د YY' پر محور باندې يو ټکي چې له مبدا څخه ښکته لورې ته 5 واحده فاصله ولري.

مجهول او متحول



• د تلې تعادل په کوم وزن سره منځ ته راتلی شي؟
• آیا یوازې یو وزن دی چې تله د تعادل په حالت کې راوړلای شي؟
• په یو ه شپه او ورځ کې د تودوخې درجه ثابته ده که متحوله ده؟

فعالیت

لاندې مساوات چې دوه تش ځایونه لري، په پام کې ونیسئ.
تش ځایونه یو پر بل پسې داسې ډک کړئ چې لومړی د مساواتو لومړی تش ځای او بیا دویم تش ځای ډک شي.

دویم تش ځای　لومړی تش ځای

$$2 \times \square + \square = 9$$

• که چېرې په لومړي تش ځای کې د، 1 عدد ولیکل شي، د دویم تش ځای عدد به څو وي؟
• که چېرې په لومړي تش ځای کې د، 2 عدد ولیکل شي د دویم تش ځای عدد پیدا کړئ.
• آیا کولای شو په لومړی تش ځای کې هر عدد ولیکو؟
• آیا د لومړي تش ځای د بدلیدونکو قیمتونو (متحول) په وړاندې او د تېرو معلوماتو نه په ګټه د دویم تش ځای د عدد نوم واخلې؟

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

• د لومړي تش ځای د عدد د ټاکلو لپاره موږ دا امکان درلود چې د خپلې خوښې عدد وټاکو او د هغه لپاره اړیو چې د معادلې د مجهول د حل له مخې د دویم تش ځای قیمت په لاس راوړو.
• که چېرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې یوه توری ته د مختلفو قیمتونو د ورکولو امکان موجود وي، نوموړي توری د متحول په نامه یادېږي.
• په عمومي توګه که چېرې متحول د اختیاري بدلوونکو وړ نه وي مجهول بلل کېږي.

مثال: د $2x - y = 1$ په مساوات کې د x د متحول د قیمتونو له مخې په لاندې جدول کې د y مجهول قیمت په لاس راځي:

د مثال په توګه: د $x = -3$ لپاره د $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$ کېږي.

د x متحول قیمتونه	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
د y مجهول قیمتونه	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	0	-2

تمرین

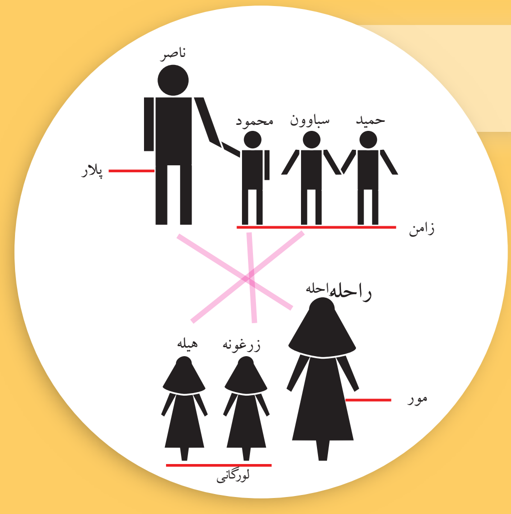
1- یو متحول او یو مجهول یو له بل سره څه توپیر لري؟ په مثال کې یې څرګند کړئ.

2- د هغو ټکو مرتبې جوړې چې د پورته مثال په جدول کې په لاس راغلي دي د مختصاتو په سیستم کې یې وټاکئ، نوموړي ټکي یو له بل سره ونښلوئ.

3- د $2x - y = 7$ په مساوات کې د x متحول لپاره ځینې قیمتونه درکړل شوي دي، په نوموړي مساوات کې د x قیمتونو په اېښودلو سره د y مجهول قیمت په لاس راوړئ:

x	-3	-2	-1	1	2
y					

رابطـــه



خـوک لـه چا سـره څـه ډول اړیکه یا رابطه لري؟

فعالیت

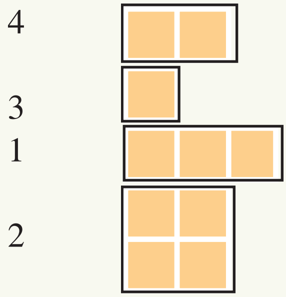
پورته شکل په پام کې ونیسئ، هغه اړیکې چې د یوې کورنۍ د غړو ترمنځ شته دي د هغو له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ورکړئ:

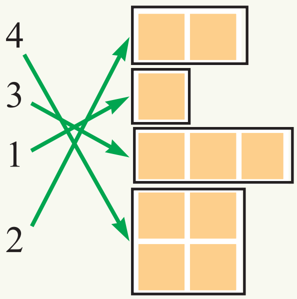
- راحله د ناصر مېرمن ده، حمید له ناصر سره څه اړیکې لري؟
- محمود د ناصر زوی دی، راحله او حمید څه رابطه لري؟
- هیله د سباوون خور ده، آیا سباوون د هیلې ورور دی؟
- زرغونه د هیلې خور او زرغونه د محمود خور هم ده، نو هیله د محمود سره څه اړیکې لري؟
- د کورنۍ د غړو د اړیکو لپاره ځو نور مثالونه چې د کورنۍ خپلوی وښیې، ووایاست.

کولای شو د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو؟

که چېرې د دوو شیانو، جسمونو او یا دوو سیټونو د عناصرو ترمنځ د ریاضي د عملیو په واسطه او یا د کومې تولنیزې اړیکې ترمنځ شتوالي ولري رابطه بلل کېږي.

لومړی مثال: د 1،2،3 او 4 عددونو او مخامخ مربع ګانو د شمېر ترمنځ یوه رابطه پیدا کړئ:





دويم مثال: که چېرې ځانګه 26 کلنه او سپوږمۍ 16 کاله عمر ولري د 5 ، 10 او 15 کلونو وروسته به ځانګه او سپوږمۍ څو کاله عمر ولري؟

د انجيلا عمر	16	21	26	31
د نسرين عمر	26	31	36	41

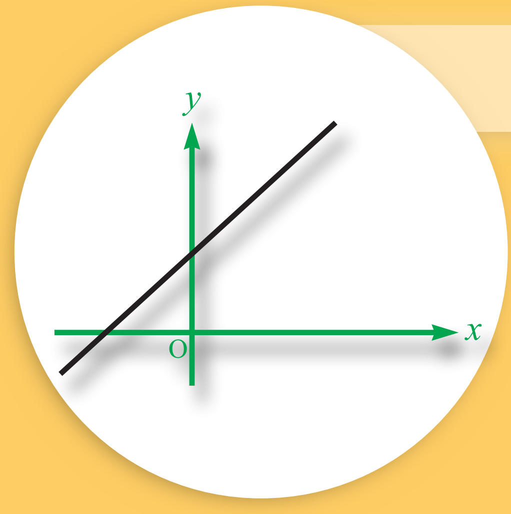
که چېرې د مختصاتو په سيستم کې د سپوږمۍ د عمر ګراف نظر د ځانګې عمر ته رسم کړو، نو يو مستقيم خط دی، له دې امله د سپوږمۍ او ځانګې د عمرونو ترمنځ رابطه يا اړيکه يوه خطي رابطه ده.

تمرين

1- د خپلو ټولګيوالو يو سيټ سپوږمۍ چې 5 عنصره او هم د مختلفو مېوو يوسيټ، چې 5 عنصره ولري، جوړ کړئ د خپل هر ټولګيوال نوم د هغه دخوښې وړ مېوې سره په جوړه ييز ډول په قوس کې وليکئ.

2- د 1، 2، 3، 4، 5، 6 او 8 عددونو په پام کې ونيسئ، د مساوي رابطې په واسطه هغه عددونه پيدا کړئ چې جذرالمربع يې مساوي له يو پورتني عدد سره وي، لکه: $5 = \sqrt{25}$ دی.

خطي رابطه



که چېرې د يوې رابطې ګراف مستقيم خط وي د x او y تر منځ رابطې ته څه وايي؟

فعاليت

محمود 20 کلن و چې نجلا لور يې وزيږيدله.

- کوم وخت چې نجلا په 7 کلنۍ کې ښوونځي ته شامله شوه ويلی شئ چې محمود څو کلن وو؟
- کله چې نجلا 20 کلنه شي پلار به يې څو کلن وي؟
- د نجلا او پلار د عمرونو په پام کې نيولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

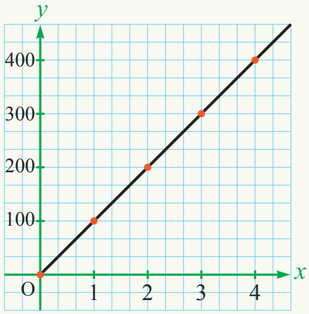
د نجلا عمر	15		7		
د محمودعمر		29		23	20

- د نجلا د عمر ګراف نظر د محمود عمر ته د قايمو مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- که چېرې محمود 24 کلن وي، د ګراف له مخې يې پيدا کړئ چې نجلا څو کلنه ده؟
- د محمود او نجلا د عمرونو ترمنځ څه ډول رابطه شته دی؟
- که چېرې د محمود عمر په y او د نجلا عمر په x سره وښيو، د محمود او نجلا د عمرونو ترمنځ رابطه د يوې الجبري افادې په واسطه وليکئ.

د پورته فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راوړو:

که چېرې د يوې رابطې ګراف مستقيم خط وي، په دې صورت کې د متحولينو تر منځ رابطه خطي رابطه بلل کېږي.

لومړی مثال: که چېرې د کابل او هرات تر منځ واټن په منځني چټکتیا سره په یوه ساعت کې 100Km ووهو څه ډول رابطه ده؟

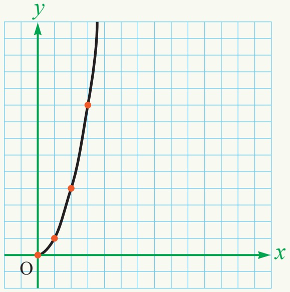


حل: لومړی د وهل شوي واټن رابطه نظر وخت ته په لاندې جدول کې لیکو:

وخت په ساعت	0	1	2	3	4
واټن په کیلومتر	0	100	200	300	400

که چېرې پورتنی مرتبې جوړې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې په نښه او یو له بل سره ونښلوو، لیدل کېږي چې یو مستقیم خط منځ ته راځي. له دې امله د منځنۍ چټکتیا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه یوه خطي رابطه ده.

دویم مثال: د یوې مربع د اضلاعو د اوږدوالی او مساحت ترمنځ رابطه په پام کې ونیسئ، ددې لپاره که چېرې د مربع ضلع په a او مساحت یې په a^2 سره وښیو، د a مختلفو قیمتونو لپاره د مساحت مختلف قیمتونه په لاس راوړو چې په لاندې جدول کې لیکل شوي دي.



a د مربع ضلع	1	2	3	4	5
a^2 د مربع مساحت	1	4	9	16	25

پورتنی ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ. آیا ګراف یې یو مستقیم خط دی؟آیا دا یوه خطي رابطه ده؟نه: دا ډول رابطې چې a یعني د ضلعې اوږدوالی او a^2 یعني د مربع مساحت خطي نه دی چې د غیر خطي رابطې په نامه یادېږي.

تمرین

1- د یوه فنر اوږدوالی چې وزن ورباندې ځوړند دی، 10cm دی، که چېرې m کیلوګرامه وزن وربانډې ځوړند کړو د فنر اوږدوالی د $L = 10 + 0.5 \times m$ رابطې په واسطه په لاس راځي.

a) د 4 کیلوګرامه وزن لپاره د فنر اوږدوالی څومره دی؟

b) په فنر باندې څومره وزن ځوړند شي چې د فنر اوږداولی 15 سانتي مترو ته ورسېږي؟

2- د یوه نوي زېږېدلي مار اوږدوالی 30 سانتي‌متره دی. که چېرې هر کال په منځنۍ توګه د نوی زېږېدلي مار اوږدوالی 22 سانتي‌متره زیات شي، نو په څومره وخت کې به د نوموړي مار اوږدوالی 96 سانتي متره شي؟

د خطي رابطو جوړښت

د 100 پوکڼیو پلورل به څومره ګټه ولري؟

فعالیت

ددې لپاره چې احمد د خپل قلم او کاغذ پیسې پیدا کړي د خپلې مور په مشورې سره تصمیم نیسي چې په ښار کې له غرمې وروسته هوایي پوکڼۍ وپلوري که چېرې احمد د 100 دانو پوکڼیو د رانیولو لپاره 260 افغانۍ ورکړي او سربېره پر هغه 20 افغانۍ د ډوډۍ خوړلو او 20 افغانۍ د ترانسپورټ کرایه ورکړي په دې صورت کې تصمیم نیسي چې هره پوکڼۍ په 6 افغانیو وپلوري.
د پوهنتې د ارزونې لپاره دا موضوع د ریاضي له ښوونکي سره ګډه او ښوونکي هغه ته مشوره ورکوي تر څو د پوکڼیو د شمېر معادلې نظر ټول لګښت او ګټې ته د پلورلو له مخې جوړ او د دواړو حالتو ګرافونه یو له بل سره پرتله کړي. د ګراف د تحلیل او پوښتنې په ارزونه کې د ځوابونو د فعالیت په بشپړ ولو کې له احمد سره مرسته وکړئ.

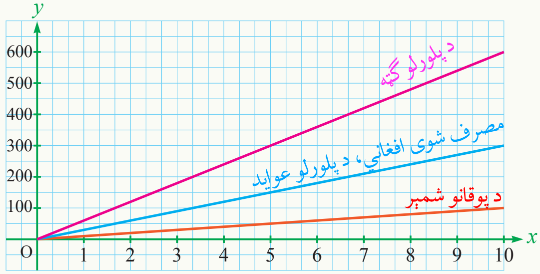
- د څو دانو پوکڼیو له پلورلو وروسته د پلورلو عواید له ټول لګښت سره مساوي کېږي؟
- د ټول جدول مصرف چې د 100 دانو پوکڼیو لپاره چې ټولې 300 افغانۍ لګېدلی دي بشپړ کړئ:

د پوکڼیو شمېر	0	10		30	40		60	70			100
لګېدلی افغانۍ	0	30	60			150			240	270	

- که چېرې x د پوکڼیو شمېر او y د لګښت اندازه وي د پوکڼیو د لګښت الجبري رابطه په لاس راوړئ او ګراف یې د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ.

لکه د ټول لګښت جدول د پلورلو لاندې جدول د پوکڼیو د پلورلو عوایدو له مخې بشپړ کړئ.

د پوکنیو شمېر	0	10			40			70		90	100
لګېدلې افغانۍ	0		60			150			240		
د پلورلو عواید	0	60		180			360				
د پلورلو ګټه	0		60								



• د ګرافونو د تقاطع په ټکي کې ګټه او لګښت یو له بل سره څه ډول رابطه یا اړیکه لري؟

•څو دانې پوکنۍ وپلورل شي، تر څو د پلورلو او لګښت اندازه سره برابره شي؟ دا غوښتنه د ګراف له مخې څه معنا ورکوي.

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

د دوو خطي معادلو حل، د هغو د ګراف د تقاطع له نقطې څخه عبارت دي، څکه چې په هغو کې x او y یعنې فاصله او ترتیب په دواړه معادلو کې مساوي یا یو ډول دي.

تمرين

1- یو رستوانت د یو شرکت لپاره ډوډۍ پخوي. دا رستورانت 1000 افغانۍ یو کال مخکې او سربېره پر هغه په هره میاشت کې 600 افغانۍ غوښتې دي. بل رستورانت د مخکنۍ غوښتنې پرته د میاشتې 850 افغانۍ غوښتې دي. لاندې جدول بشپړ کړئ.

میاشتې	وری	غویی	غبرګولی	چنګاښ	زمری	وږی	تله	لړم	لندۍ	مرغومی	سلواغه	کب
لومړی رستورانت												
دویم رستورانت												

دې دوو رستورانتونو ته د پیسو ورکولو ګراف د قایمو مختصاتو په یو سیستم کې رسم کړئ که چېرې 6 میاشتې ډوډۍ وغواړو کوم یو رستورانت زموږ په ګټه دی.

تابع

- که چېرې د يوه موټر چټکتيا $50\frac{Km}{h}$ وي:
  - په دوو ساعتونو کې څومره واټن وهي؟
  - په درې ساعتونو کې څومره واټن وهي؟
- آيا ويلای شئ چې د هر وخت لپاره يو ځانګړی واټن په يوه ټاکلې چټکتيا پورې اړه لري؟

فعاليت

اوس د يوه موټر د چټکتيا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه نظر وخت ته په پام کې نيسو:

- که چېرې يو موټر د $60\frac{Km}{h}$ په ثابتې چټکتيا سره حرکت وکړي، لاندې جدول د درکړل شوي وختونو په پام کې نيولو سره د وهل شوي فاصلې لپاره بشپړ کړئ:

t	1h	2h	3h	4h	5h	6h
x						

- د لاس ته راغلو مرتبو جوړوو لپاره که چېرې پورته رابطه د قايمو مختصاتو په سيستم کې، په داسې حال کې چې وخت يعنې د t لپاره عمودي محور او د x وهل شوي واټن لپاره افقي محور په پام کې ونيسو د هغو ګراف رسم کړئ.
- آيا ويلای ای شئ چې د هر راکړ شوي وخت لپاره يو ځانګړی واټن وجود لري؟
- که چېرې په پورته رابطه کې t يو مستقل متحول وي په دې حالت کې د کوم کميت قيمتونه د هغه تابع دي.

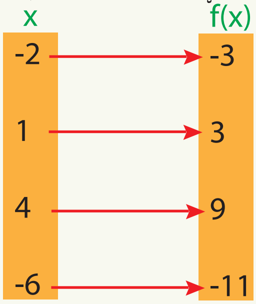
له پورته فعاليت څخه لاندې تعريف لاس ته راوړو:

- د دوو سيټونو د عناصرو تر منځ داسې يوه رابطه چې د متحول هرقيمت لپاره يوازې يو قيمت يا د متحول هر قيمت يوازې د يوه عدد سره ارتباط ولري تابع، بلل کېږي.
- د قيمتونو ناحيه چې مستقل متحول يکې قيمتونه اخلي د تعريف ناحيه (Domain) بلل کېږي.
د ناحيې هغه قيمتونه، چې د تعريف د ناحيې څخه د مجهول لپاره په لاس راځي، د قيمتونو ناحيه (Codomain) په نامه يادېږي.

که چېرې د يوې تابع د تعريف ناحيه A او د قيمتونو ناحيه B وي په دې صورت کې y تابع د x بلل کېږي او داسې ليکل کېږي: y=f(x)

مثال: د $f(x)=2x+1$ تابع د 2- ، 1 ، 4 ، 6-=x قيمتونو په واسطه وښاياست چې f يوه تابع ده.

حل: په تابع کې د راکړل شوو قيمتونو په اېښودلو سره دتابع قيمتونه په لاندې ډول په لاس راځي:



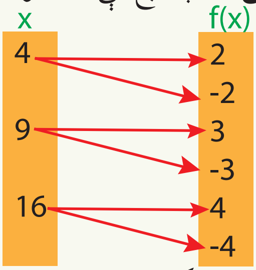
$$f(x)=2x+1$$
$$f(-2)=2(-2)+1=-3$$
$$f(1)=2(1)+1=3$$
$$f(4)=2(4)+1=9$$
$$f(-6)=2(-6)+1=-11$$

له پورته شکل څخه ښکاري چې د تعريف په ناحيه کې دمتحول د هر قيمت لپاره يو قيمت دقيمتونو په ناحيه کې شته دې، نو د تابع دتعريف له مخې f يوه تابع ده او لاندې پايله په لاس راوړو:

هره الجبري افاده چې د $y=ax+b$ شکل ولري يا په بل عبارت هره خطي رابطه د تابع په نامه يادېږي.

مثال: که چېرې د 4، 9 او 16 قيمتونه د $f(x)=\sqrt{x}$ تابع لپاره درکړل شوي وي آيا f يوه تابع ده او که نه؟

حل: د f په تابع کې د متحول د قيمتونو په اېښودلو سره د تابع قيمتونه په لاس راوړو:



$$F(x)=\pm\sqrt{x}$$
$$F(x)=\sqrt{4}=\pm2$$
$$F(9)=\pm\sqrt{9}=\pm3$$
$$F(16)=\pm\sqrt{16}=\pm4$$

په پورته شکل کې ليدل کېږي چې د x د سټ دهر عنصر لپاره د $f(x)$ په سيټ کې دوه قيمتونه دي، نو له دې امله د تابع د تعريف له مخې f يوه تابع نه ده.

تمرين

آيا د $f(x)=\frac{4}{3}x$ تابع د 0، 1، 2، 3 او 3- درکړل شوو قيمتونو لپاره يوه تابع ده؟

ټکی په مستوي کې: کولای شو د قایمو وضعیه کمیاتو د یو سیستم په واسطه یو ټکی تعریف کړو چې د (x,y) دوو مختصو په واسطه چې د فاصلې او ترتیب په نامه یادېږي وټاکل شي.
د قایمو مختصاتو سیستم:دوه عمود محورونه د xx' او yy' چې یو بل د o په ټکی کې قطع کوي دقایمو مختصاتو سیستم په نامه یادېږي، او د (x,y) هرې مرتبې جوړې سره د مستوي یو ټکی اړیکې لري.
د x ټکې د فاصلې او y د ترتیب په نامه یادېږي، د هغو قیمتونه د محورونو له مخې چې په مساوي واحدونو سره وېشل شوي دي، ټاکل کېږي.
په مستوي کې د یوه ټکي مختصات: د قایمو مختصاتو په یوه مستوي کې د P هر ټکي یوازې د $P(x,y)$ یوه مرتبه جوړه عددونه او برعکس (سرچپه) دقایمو مختصاتو په مستوي کې د $P(x,y)$ هره مرتبه جوړه عددونه یوازې د P یو ټکي ټاکلی شي.
مجهول او متحول: که چېرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې د یوه جز دبدلون امکان یو عدداو یا بل هر عدد سره شتون ولري متحول بلل کېږي.
که چېرې په کلي ډول متحول د خوښې سره سم اختیاري بدلون منونکي نه وي، مجهول بلل کېږي.
رابطــه: که چېرې د دوو شیانو، جسمونو یا د دوو سیټونو دعناصرو ترمنځ د ریاضي د عملیو په واسطه او یا د کومو ټولنیزو اړیکو د ترون ترمنځ شتوالی ولري رابطه بلل کېږي.
خطي رابطه: که چېرې د یوې رابطې ګراف مستقیم خط وي په دې صورت کې د متحولینو تر منځ خطي رابطه بلل کېږي.
د خطي رابطو جوړښت: د هغو خطي رابطو شمېر چې ګرافونه یې یو مستقیم خط جوړ کړي او د شفاهي وینا په واسطه وویل شي د الجبري افادې د رابطو په واسطه ښودل کېږي او حل یې پیدا کېږي، دا ټول پړاوونه د خطي رابطو جوړښت په نامه یادېږي چې په حقیقت کې په ورځني ژوند کې د خطي معادلو تطبیق کول دي.
تابع: د دوو سیټونو د عناصرو تر منځ رابطه خرنګه چې په نوموړې رابطه کې د متحول د هر قیمت لپاره د تابع یو قمیت خرګندوي، نو په دې صورت کې د تابع په نامه یادېږي.

عمومي پوښتني

1- لاندې درکړل شوي ټکي دقایمو مختصاتو په سیستم کې وټاکئ:

$$D(-1,4)\quad C(4,-1)\quad B(3,-5)\quad A(1,5)$$

2- د 3 ټکو مختصات داسې پیدا کړئ چې د مساوي ترتیب لرونکي، خو نوموړي ټکي یو پر بل باندې پراته نه وي.

3- دمتساوي الساقین مثلث د راسونو مختصات پیدا کړئ چې یو راس یې د $y = 5$ د y پر محور باندې او دوه نور راسونه یې د x پر محور باندې وي، په داسې حال کې د قاعدې اوږدوالی 9 واحده دی؟

4- د $A = \{1,2,3,4\}$ او $B = \{5,6,7,8\}$ سیټونو د عناصرو ترمنځ یوه رابطه د ګراف په واسطه رسم کړئ.

5- د A له سیټ څخه د B سیټ ته د هر عنصر لپاره یوه رابطه د "$<$"نښې په واسطه تعریف کړئ د درکړل شوو سیټونو په پام کې نیولو سره په 4 مثال کې د A او B سیټونو د عنصرونو لپاره د "$<$" نښې په واسطه مثال ولیکئ ؟ (مثلاً $1<5$ دی) آیا برعکس رابطه هم شتوالی لري.

6- لاندې معادلې حل کړئ:

a) $5x - 5 = 5$　　b) $3x + 8 = 23$

c) $7x - 2 = 19$　　d) $x + \frac{1}{2} = 4$

7- ملالی له خپلې مور څخه 25 کاله کوچنۍ ده. که چېرې د نرګس او مور د عمرونو مجموعه 41 کاله وي، نرګس څو کلنه ده؟

8- زلمي او نصیر 36 ټوکه کتابونه ولوستل، که چېرې زلمي له نصیر څخه 6 ټوکه زیات لوستلي وي معلوم کړئ چې هر یوه څو ټوکه کتابونه لوستلي دي؟

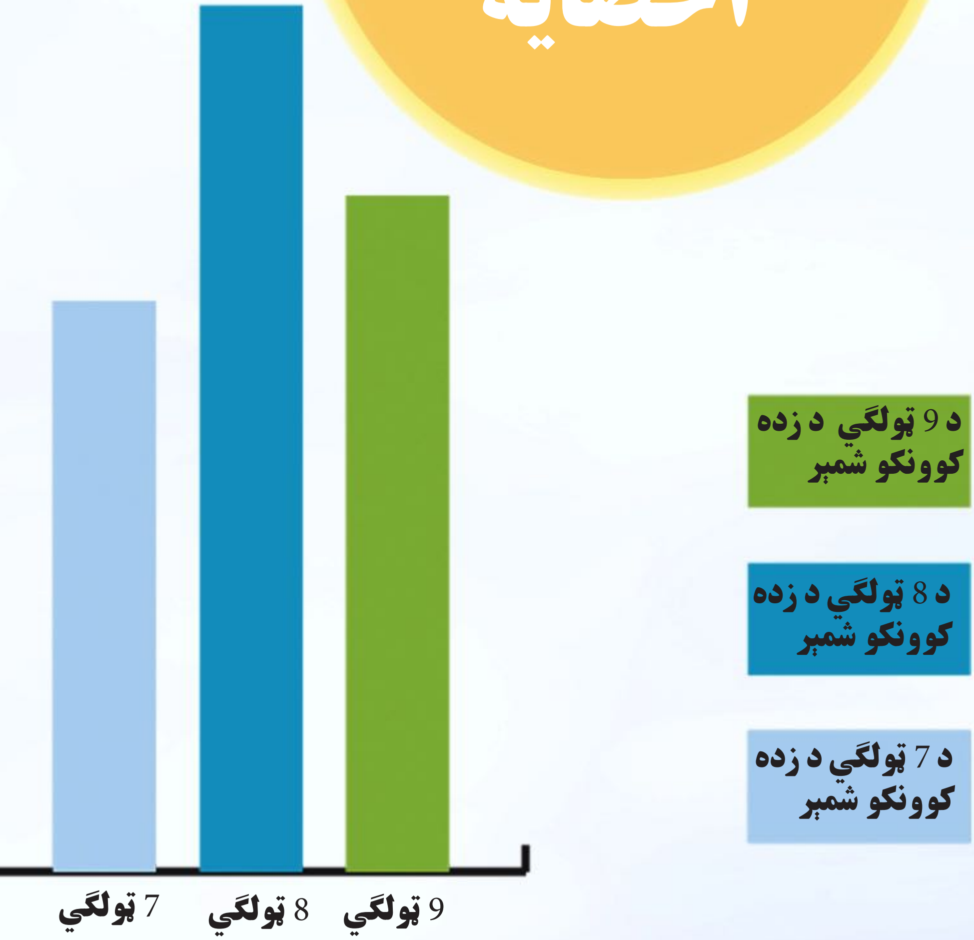
9- یو توپ ټوکر 30 متره دی، 7 جوړې کالې یې ورڅخه ګنډلي دي که چېرې 2 متره ټوکر ورڅخه پاتې وي، نو د هرې جوړې کالیو لپاره څومتره ټوکر مصرف شوي دي؟

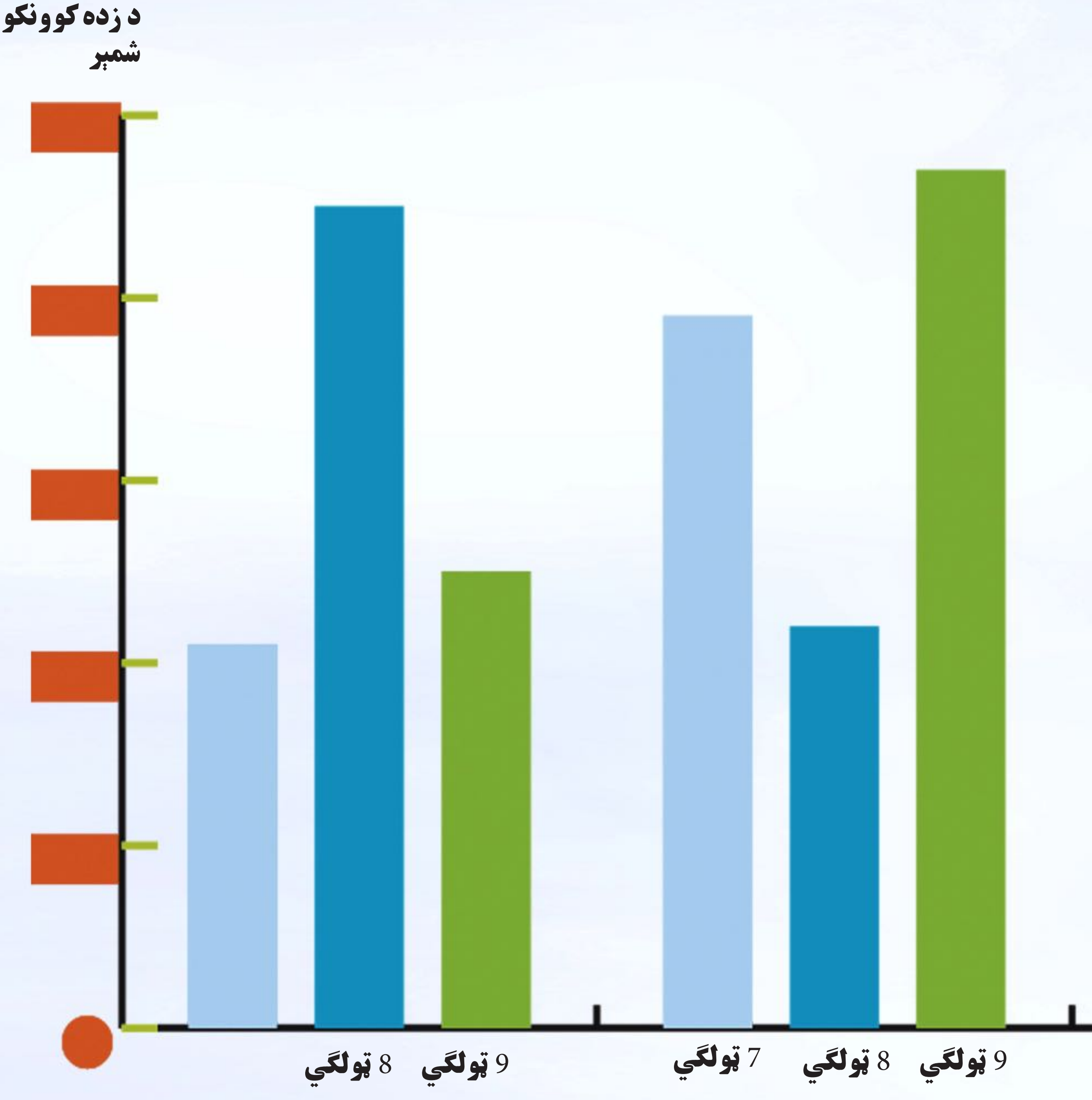
10- که چېرې د یوه عدد له 3 برابر سره د 4 عدد زیات شي د 10 سره مساوي کېږي عدد څو دی؟

11- که چېرې د یوه عدد له دوه برابر څخه 5 منفي شي مساوي د خپل عدد سره کېږي عدد کوم دی؟

لسم فصل

احصایه




د زده کوونکو
شمير
8 ټولګي
9 ټولګي
7 ټولګي
8 ټولګي
9 ټولګي

د منفصلې ډېټا د كثرت جدول

يو سړى غواړي له كابل څخه مزارشريف ته لاړ شي. د لارې په اړه له يوه لاروي څخه معلومات غواړي.

لاروى: له كابل نه كاريزمير ته، له كاريزمير نه قلعه مراد بېك، له قلعه مراد بېك نه سراى خواجې،...، له چاريكار نه جبل السراج ته او ...،

اوريدونكى ددې معلوماتو په اورېدو گيچ شو.

آيا لاروي نه شو كولاى چې دغه ځواب په لنډو جزياتو وركړي؟

فعاليت

د رياضي په مضمون كې د يوه ټولگي د زده كوونكو نمرې په دې ډول ليكل شوي دي:

42	25	30	35	48	67	59	51	58	88
82	77	48	56	75	78	72	91	56	43
94	53	57	63	82	100	42	95	47	20
59	40	62	12	75	26	76	92	83	96

- كه وغواړو چې د پورتنيو معلوماتو (ډېټا) د كثرت جدول جوړ كړو، آيا دا به ښه پرېكړه وي چې د دې كار لپاره له 1 نه تر 100 پورې نمرې وليكو آيا ستونزه شته؟
- لاندې جدول بشپړ كړئ:

صنف	شمېر f
0 تر 9	
10 تر 19	
20 تر 29	2
30 تر 39	
40 تر 49	
50 تر 59	
60 تر 69	
70 تر 79	
80 تر 89	
90 تر 100	

- د هغې ډیټا شمیر پیدا کړئ چې د جدول په پنځم صنف کې راتلای شي.
- د جدول د دویمې کرښې ډیټا یعنې څه؟
- که پورتنۍ ډیټا نه وی، آیا ویلای شو د هغو دوو تنو نمرې چې د 11 او 20 ترمنځ دي، څو دي؟
- څو بېلا بېلې ډیټاوې په هر صنف کې شاملیدای شي؟

کله چې د ډیټا شمېر زیات وي او یا په جدول کې د ډیټا د کثرت عدد ډېر کوچنی او یا صفر وي، په دې صورت کې د مجزا د کثرت جدول ډېره مرسته نه شي کولای او یا د هغه د جدول جوړول هم ډېر گران دي، نو ځکه په دې حالت کې د صنف بندی په ډول د کثرت له جدول څخه گټه اخلو. په دې صورت کې د هر صنف کثرت دا راښئ چې په صنف کې څو ډیټاوې شاملې دي، خو موږ نه شو ویلای چې هغه کومې دي.

مثال: د پورتنیو معلوماتو په رڼا کې لاندې جدول بشپړ کړئ:

شمېرf	صنف
13	0 – 49
8	50 – 59
3	60 – 69
6	70 – 79
4	80 – 89
6	90 – 100

لومړی صنف څه شی درښئ؟
له کوم جدول څخه گټه اخیستل به ساده وي؟
که د یوه زده کوونکي نمرې 62 وي په کوم صنف کې راتلای شي؟
په دویم صنف کې د 50 او 59 عدد څه شی راښئ؟

حل: لومړی صنف د هغه شمېر زده کوونکو نمرې راښئ چې نمرې یې له 50 څخه لږې دي او یا نه دي بریالي شوي.
که وغواړو چې پوه شو څو زده کوونکي نه دي بریالي شوي دویم جدول زموږ کار یو څه اسانه کوي، ځکه د لومړي جدول د پنځو صنفونو معلومات (ډیټا) په یوه صنف کې په لنډ ډول لیکل شوي دي.
د 62 عدد په درېیم صنف کې راغلی دی.
په دویم صنف کې 50 د ډېر کوچني عدد او 59 د ډېر لوی عدد ښکارندوی دی چې په نوموړي صنف کې راتلای شي.

تمرین

د لاندې ډیټا د کثرت جدول بشپړ کړئ.

10	40	30	20	8	10
18	30	35	25	14	12
37	29	28	17	15	14

صنف	1 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39
شمېرf				

د کثرت د جدول د اجزاو خاصيتونه

له هغې وروسته چې ښوونکي د ټولګي زده کوونکي په درېو (ښه، منځنۍ، او ضعيفو) ډلو (صنفونو) وويشل، د ښې ډلې (صنف) يو زده کوونکي چې 98 نمرې يې درلودلې پوښتنه وکړه، آيا زه له هغه چا سره په کورس کې يو شان يم؟ چې 82 نمرې لري؟

فعاليت

د تېر شوي لوست په رڼا کې د يوه زده کوونکي د رياضي د مضمون نمرې او د کثرت جدول په پام کې ونيسئ.

ددې ټولګي ښوونکي غواړي زده کوونکو ته نصيحت وکړي چې د مضمون د ښو پايلو د لاسته راوړلو لپاره شخصي کورسونه ونيسي.

ددې کار لپاره ټولګي په درېو (ضعيف، متوسط، ښه) ډلو (ګروپونو يا صنفونو) وويشئ او لاندې جدول بشپړ کړئ:

شمېر f	د زده کوونکو حالت
	ضعيف : 59 – 0
	متوسط : 79 – 60
	ښه : 100 – 80

- د 60 او 80 عددونه څه شئ را ښيي؟
- څو بېلابېلې نمرې په دويم صنف کې راتلای راشي؟
- دا عددونه د 80 او 60 له توپير سره پرتله کړئ؟
- د هغو زده کوونکو نمرې چې د 80 او 100 ترمنځ دي په کوم صنف کې پرتې دي؟
- آيا دغه کورس چې زده کوونکي پکې ګډون کوي، له هغه کورس سره يو شان دی چې د دويمې صنف زده کوونکي پکې ګډون کوي؟
- آيا هغه کورس چې يو زده کوونکی د 83 نمرو په درلودلو سره په هغې کې ګډون کوي له هغه کورس سره، چې د 93 نمرو په درلودلو سره په کې ګډون کوي او هغه زده کوونکي چې 93 نمرې يې اخيستي دي، يو شان دئ؟

د نمرو ترټولو هغه لږ مقدار چې کولای شي په يوه صنف کې راشي ټيټ سرحد او ترټولو ډېر مقدار ته يې لوړ سرحد وايي، د صنف د ټيټ او لوړ سرحد د ډيټا موقعيت په يوه صنف کې ټاکي يعنې ددې

ښودنه کوي چې ډېټا په کوم صنف کې وي. همداسې ټيټ او لوړ سرحد د يوه صنف پراخوالي چې د نومړو سرحدونو د تفاوت څخه لاسته راځي، ټاکي.

پورتنی فعاليت دا را ښيئ چې کومې ډېټاوې په يوه صنف کې راځي د احصايې له پلوه موږ ته کوم خاص توپير نه لري کولای شو هغه ټولې ډېټاوې يو شان په نظر کې ونيسو او د يو شان ښودلو لپاره يې د هر صنف له اوسط څخه ګټه اخلو .

مثال: د يوه ټولګي د رياضي د مضمون نمرې په لاندې توګه مخامخ ليکل شوي دي.

آيا د برياليتوب او پاتې والي له پلوه هغه هلکان چې 12 نمرې يې تر لاسه کړې وي له هغه زده کوونکي سره کوم توپير لري چې 25 يا 48 نمرې يې اخيستې وي؟

د لومړي، دويم او دريم صنف پراخوالی پيدا کړئ.

حل: هغه زده کوونکو چې 12، 25 او 48 نمرې اخيستې دي، د برياليتوب له پلوه يو تر بله کوم توپير نه لري، ځکه ټول بريالي شوي نه دي.

د رياضي نمرې	شمېرf	د صنف وسط
0 – 49	4	$\frac{0+49}{2}=24.5$
50 – 59	2	$\frac{50+59}{2}=54.5$
60 – 69	7	$\frac{60+69}{2}=64.5$
70 – 79	10	$\frac{70+79}{2}=74.5$
80 – 89	9	$\frac{80+89}{2}=84.5$
90 – 100	8	$\frac{90+100}{2}=95$

د لومړي صنف پراخوالی $= 50 - 0 = 50$

د دويم صنف پراخوالی $= 60 - 50 = 10$

د دريم صنف پراخوالی $= 70 - 60 = 10$

کولای شو چې د هر صنف لپاره داسې ووايو:

څلور تنو زده کوونکو 24,5 نمرې، 2 تنو 54,5 نمرې، 7 تنو 64,5 نمرې، 10 تنو 74,5، 9 تنو 84,5 نمرې او 8 تنو 95 نمرې اخيستې دي.

دا ضرور نه ده چې د هر صنف پراخوالی دې يو تر بله مساوي وي. د صنف پراخوالی په دې پورې اړه لري چې صنف بندي د کوم مطلب لپاره کوو او څه معلومات ترې اخيستې شو، لکه: د تېر شوي مثال په صنف بندي کې مو وغوښتل چې د شخصي کورس زده کوونکي په درې برخو وويشو.

تمرين

لاندې جدول بشپړ کړئ:

د هر صنف ډېټا	صنف	د صنف پراخوالی	دصنف وسط
16 , 16.5 , 17 , 17.5	16 – 18		
18 , 18.5 , 19.5 , 20	18 – 20		

ډله ییز (تجمعي) کثرت

ځنګه پوهېدلای شو چې د زمري د میاشتې تر پایه څو ورځې رخصتي لرو؟

فعالیت

د یوې کلیزې په مرسته لاندې جدول ډک کړئ:

- د وري په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- د غويي په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- د غبرګولي په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- د کال له پیل څخه د غبرګولي تر پایه څو ورځې رخصتي لرو؟
- د پورتني کثرت د جدول دریم ستون داسې ډک کړئ چې په هر سطر کې د همغه صنفونو کثرت او د مخکنیو صنفونو کثرت یو له بل سره جمع شوی وي.

د کال میاشتې	جمعي او د رخصتیو ورځې	دریم ستون
وری		
غویی		
غبرګولی		
چنګاښ		
زمری		
وږی		
تله		
لړم		
لیندۍ		
مرغومی		
سلواغه		
کب		

• آیا ددې ستون په مرسته په اسانۍ سره ویلای شئ چې د غبرګولی تر پایه څو ورځې رخصتي لرئ؟
• په دریم ستون کې د کربښې ورستی عدد څو دی؟ د غه عدد څه شی راښیي؟

په پورتني فعالیت کې د هرې میاشتې د رخصتیو ورځو شمیره د مطلق کثرت په نامه یادېږي. د دغې دورې تر پایه د رخصت ورځو شمېره د ډله ییز (تجمعي) کثرت په نامه یادېږي. د هر صنف ډله ییز کثرت مساوي دی د هغه صنف د مطلق کثرت او د هغې د مخکینیو صنفونو د مطلق کثرت مجموعي سره.

مثال: یوې کار خانې اعلان وکړ، که چېرې زموږ د کار خانې په جوړو شوو توکو کې که کومې ستونزې پیدا شوې، پلورونکي کولای شي چې دغه توکي د بیا جوړولو لپاره بیرته کارخانې ته راواستوي.

وروسته له پلورلو میاشتې	مطلق کثرت (د مسترد شوو کالیو شمېر)
10 – 13	3
13 – 16	6
16 – 19	7
19 – 22	4

دغه جدول د هغو پلورل شوو توکو شمیره راښیي چې د جوړولو لپاره بیرته کار خانې ته استول شوي دي.

16 میاشتې وروسته څو توکي د جوړولو لپاره کارخانې ته استول شوي دي؟ د 16 او 19 میاشتو ترمنځ څو توکي د بیا جوړولو لپاره استول شوي دي؟

صنف	مطلق کثرت	ډله ییز کثرت
10 – 13	3	3
13 – 16	6	6 + 3 = 9
16 – 19	7	9 + 7 = 16
19 – 22	4	16 + 4 = 20

حل: ډله ییز کثرت یې پیداکوو. د دویم سطر په پام کې نیولو سره وینو چې په لومړیو 16 میاشتو کې 9 توکي او د 16 او 19 میاشتو ترمنځ 7 توکي د بیا جوړولو لپاره را استول شوي دي. که چېرې دغه عدد مو نه پېژندلای. موږ کولای شول چې د ډله ییز کثرت په مرسته یې داسې پیداکړو: 7 = 9 - 16

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

صنف	مطلق کثرت	ډله ییز کثرت
10 – 15	3	
15 – 20	2	
20 – 25	4	
25 – 30	7	
30 – 35	6	
35 – 40	5	

نسبي کثرت

د دوو ښيلو ښوونځيو زده کوونکو ملالۍ او درخانۍ په خپل منځ کې خبرې کولې:

درخانۍ: زموږ په ټولګي کې 37 تنه بريالي شوي دي.

ملالۍ: زموږ په ټولګي کې 30 تنه بريالي شوي دي.

آيا د کوم ټولګي لوست به ښه وي؟

فعاليت

د يوه ښوونځي په (الف) ټولګي کې 40 تنه او په (ب) ټولګي کې 35 تنه زده کوونکي شته، د رياضي په مضمون کې د (الف) د ټولګي 32 تنه او د (ب) د ټولګي 30 تنه بريالي شوي دي.

- د (الف) ټولګي د بریالیو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دی؟
- د (ب) ټولګي د بریالیو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دی؟
- د دې دواړو نسبتونو له پرتله کولو وروسته ووايئ چې د کوم ټولګي زده کوونکو ښه لوست ويلی دی.
- آيا د دواړو ټولګيو د بریالیو زده کوونکو په پرتلې، کولای شئ دا ځواب ووايئ؟

پورتنی فعالیت دا را څرګندوي چې په ځینو حالتونو کې د دوو وضعیتونو، د پرتلې کولو لپاره نشو کولای چې مطلق کثرتونه سره پرتله کړو. په داسې حالتونو کې د $\frac{\text{مطلق کثرت}}{\text{د ټولې ډیټا کثرت}}$ له نسبت څخه ګټه اخلو.

ددې نسبت لاس ته راغلې قیمت ته نسبي کثرت وايو، او د لاښه پرتله کولو لپاره دغه عدد په فیصدۍ ښيو چې د نسبي کثرت د فیصدۍ په نامه يادېږي.

مثال: په یوه ازموینه کې د دوو ټولګیو نمرې په لاندې جدول کې راوړل شوي دي. دا دوه ټولګي سره پرتله کړئ.

مطلق کثرت	د (ب) ټولګی
19	ضعیف 10 – 30
25	متوسط 30 – 50
16	ښه 50 – 70

مطلق کثرت	د (الف) ټولګی
6	ضعیف 10 – 30
10	متوسط 30 – 50
4	ښه 50 – 70

حل: څرنګه چې وینو ددې دواړو ټولګیو د زده کوونکو مجموعي شمېر په جدول کې سره مساوي نه دی نو ځکه نه شو کولای چې د دواړو صنفونو مطلق کثرت سره پرتله کړو.
ددې کار لپاره لومړی د دواړو صنفونو نسبي کثرت پیدا کوو. وینو چې ضعیف زده کوونکي په دواړو ټولګیو کې تقریبا سره نژدې دي، مګر د (الف) ټولګي متوسط زده کوونکي څه نا څه بهتر دي.

د ب ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
10 – 36	19	$\frac{19}{60}$	31.6%
30 – 50	25	$\frac{25}{60}$	41.6%
50 – 70	16	$\frac{16}{60}$	26.6%

د الف ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
10 – 36	6	$\frac{6}{20}$	30%
30 – 50	10	$\frac{10}{20}$	50%
50 – 70	4	$\frac{4}{20}$	20%

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

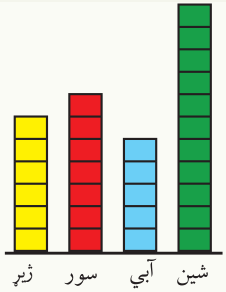
د الف ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
5 – 10	2		
10 – 15	3		
15 – 20	1		
20 – 25	4		
25 – 30	6		

میله یي ګراف

په انځورکې هغه ونې وینئ چې ټولې له یوه ډوله دي تاسې ویلای شئ چې د لوړوالي له مخې د کومې یوې عمر ډېر دی؟

فعالیت

د یوه ښوونځي له زده کوونکو څخه پوښتنه وشوه چې د خپلې خوښې د موټر رنګ وواییږ.
د دوی د ځرګندونو پایله مو د ګراف په څېر په مخامخ شکل کې لنډه کړې ده.

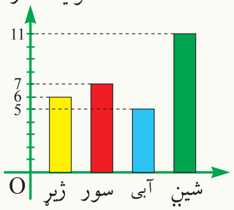


- په هره میله کې د مربعو شمېر څه شی څرګندوي؟
- د شکل له مخې وواییږ چې څو تنو ژیړ رنګ غوره کړی دی؟
- کوم رنګ له ټولو نه لږ ټاکل شوی دی؟
- که چېرې د هر ستون لاندې رنګونه، نه وي لیکل شوی آیا تاسې کولای شول چې لازم معلومات ترلاسه کړئ.
- که د ګراف لاندې عبارت نه وای آیا یوازې د ګراف په لیدلو تاسې کولای شول وواییږ چې ګراف د څه شي په اړه دی؟

لاندې جدول راکړ شوی دی کوښښ وکړئ چې ګراف یې رسم کړئ.

شین	ژیړ	آبي	سور
11	6	5	7

- دغه ګراف ته وګورئ:



• آیا کولای شئ د پورتني جدول ځرګندونې په دغه ګراف کې په آسانۍ سره وګورئ؟
• په لومړي ګراف کې مو ولې د مربع ګانو څخه ګټه اخیستې ده؟ او په دویم ګراف کې مو دا کار نه دی کړئ؟
• د ګراف په لیدو او د میلو د اوږدوالي په پرتله کولو سره په ترتیب ووایي چې کوم رنګونه زده کوونکو ډېر غوره کړي دي؟
• آیا د ګراف په رسمولو کې د ډیټا د ځای تغیر د اطلاعاتو په تفسیر کې توپیر راوړي شي؟

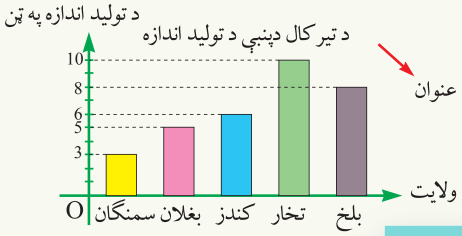
د فعالیت په پیل کې که چېرې تاسې دغه پوښتنه نه وی لوستلې، آیا تاسې ویلای شول چې دا رنګ څه شی راښیي. ځرګنګه وړاندیز کوئ. پورتني ګراف، میله یي ګراف نومېږي. یو میله یي ګراف باید د سر لیک، مقیاس او د محور مشخصې لرونکی وي. په میله یي ګراف کې د ډیټا ځای مهم نه دی، د میلې اوږدوالی د ډیټا کثرت را ښیي او د میلو ترمنځ فاصله باید سره مساوي وي.

مثال: په لاندې جدول کې د هیواد د پنځو ولایتونو د پنبې د تولید اندازه د ټن په حساب راکړشوې ده.

ولایتونه	بلخ	تخار	کندز	بغلان	سمنګان
د تولید اندازه f	8	10	6	5	3

د هر ولایت تولید د میله یي ګراف په ډول وښیئ. کوم ولایت ډېر تولید لري؟

حل:



تمرين

1- د میله یي ګراف د رسمولو لپاره کومو معلوماتو ته اړتیا لرئ؟
2- د یوه ښوونځي د ورزشي ټیمونو شمېر په لاندې جدول کې درکړ شوې دی:

ورزشي ټیمونه	باسکټبال	واليبال	فوټبال	منډه
د لوبغاړو شمېر f	8	12	11	6

میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د منکسرې کربښې ګراف

دا ګرافونه ډاکټران څنګه تفسیروي؟

فعالیت

د مزار شریف د ښار د هوا پېژندنې ادارې د ورې په میاشت کې د یوې شپې او ورځې د تودوخې درجه د سانتي ګرېد په حساب په لاندې جدول کې اعلان کړې ده.

د شپې وروسته له 12	د شپې 8	د ماسپښین 6	د ورځې 11	د سهار 8	د سهار 5	د شپې 12
18	23	21	28	25	20	15

پورتنې ډیټا د راکړل شوو مختصاتو پر بنسټ د مستوي پرمخ د ټکو په شودلو سره په نښه کړئ او د مستقیمې کربښې په مرسته دغه ټکي سره و نښلوئ.
د ګراف له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ووایئ.

- د تودوخې ډېره لوړه او ډېره ټیټه درجه په کومو ساعتونو کې وه؟
- په کوم ساعت کې د تودوخې درجه د 25 درجو نه پورته شوې وه؟
- د کومو ساعتونو ترمنځ د تودوخې د درجې بدلون ډېر وو.

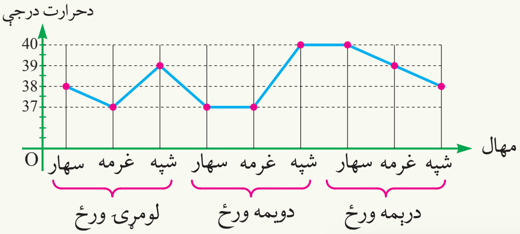
له پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي

نوموړی فعالیت دا راښيي چې کولای شو را ټول شوي معلومات (ډیټا) د ټکو په مرسته د مختصاتو په مستوي کې رسم کړو او بیا دغه ټکي د مستقیمو کرښو په مرسته یو تربله سره ونښلوو. کوم گراف چې د ټکو د نښلولو په مرسته په لاس راځي د منکسرې کرښې گراف په نامه یادیږي.

مثال: یو ډاکټر د رنځور تبه په دريې ورځو کې په سهار، غرمه او ماښام کې معاینه کړه او دا لاندې ارقام یې په لاس راوړل. د تودوخې د درجې د بدلون گراف یې رسم کړئ.

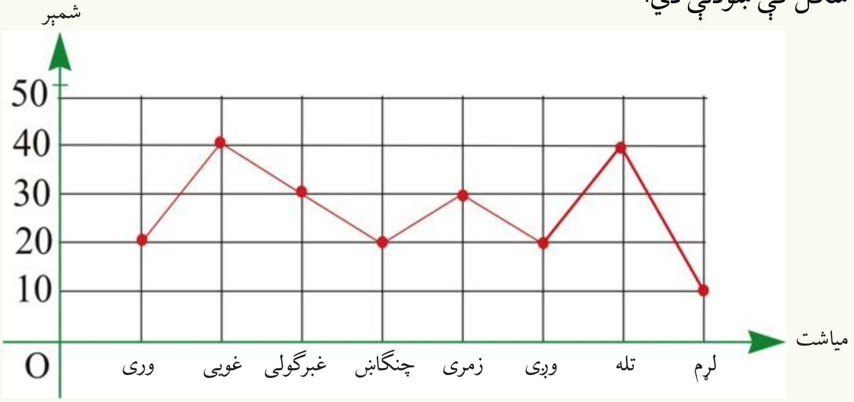
حل: په لاندې جدول کې دغه ډیټاوې راکړل شوي دي.

لومړۍ ورځ			دویمه ورځ			دریمه ورځ		
سهار	غرمه	شپه	سهار	غرمه	شپه	سهار	غرمه	شپه
38	37	39	37	37	40	40	39	38



تمرين

1- د ریاضي په مضمون کې درخانۍ خپلې میاشتنۍ نمرې د منکسرې کرښې گراف په ډول په لاندې شکل کې ښودلې دي.



- درخانۍ په کومه میاشت کې تر ټولو ډېرې نمرې وړې دي؟
- درخانۍ په کومه میاشت کې تر ټولو لږې نمرې وړې دي؟
- په کومه میاشت کې یې نمرې له 35 نه ډېرې دي؟

د غیر متصلي ډیټا اوسط

سرې خپل یو لاس په داسې لوښي کې چې د تودوخې درجه یې د سانتي ګرید 10 درجې د صفر نه لوړه وه او بل لاس یې په داسې ساړه لوښي کې چې د هغې د تودوخې درجه د سانتي ګرید منفي 10 درجې وه، کیښود. له هغه نه پوښتنه و شوه چې حال یې څنګه دی؟ نوموړي ووېل په اوسط ډول ښه یم. آیا په دې وضعیت کې د اوسط موندل سم دي؟

فعالیت

د کال په پای کې د آصف نمرې په لاندې ډول دي.

75 75 82 75 82 97 82 92 92 84

- د آصف د نمرو اوسط پیداکړئ.
- د دې لپاره چې د 75عدد درې ځلې یو له بل سره جمع کړئ، نور څه کولای شئ؟
- د آصف د نمرو د کثرت جدول جوړ کړئ.
- د کثرت د جدول له مخې، د آصف د نمرو د اوسط د پیداکولو لپاره لاره پیداکړئ.

پورتنی فعالیت موږ ته دا را ښیي. چې د ډیټا د اوسط د پیداکولو لپاره د ډیټا د تکرار په صورت کې کولای شو د ډیټا د جمعې پر ځای د ډیټا د کثرت له ضرب څخه ګټه واخلو. که چېرې په کلي حالت کې یوه ډیټا په x او د هغې کثرت په f وښیو د دوی د ضرب حاصل به د $f \cdot X$ سره مساوي وي. که لومړۍ ډیټا او د هغې کثرت په x_1 او f_1، او دویمه ډیټا او د هغې کثرت په x_2 او f_2 او . . . اخري ډیټا په x_n او کثرت یې په f_n سره وښیو، ددې ډیټا اوسط مساوي دی:

$$\overline{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{n}$$

مثال: د یوه شرکت د کارکوونکو د عاید اندازه په لاندې جدول کې ښودل شوې ده.

دنده	د افغانیو په حساب میاشتنی عاید
رییس	50000
دوه مرستیالان	40000
منشي	20000
دري متخصصان	30000
پنځه مامورين	25000
دوه خانه سامان	10000

د شرکت مدير وايي د شرکت د کارکوونکو د عايد اوسط له 30000 افغانيو نه زيات دی. آيا دا رقم به د شرکت د ټولو کارکوونکو لپاره سم وي؟ آيا د مدير دا خبره به سمه وي؟ د کثرت د جدول په کارولو سره د کارکوونکو د عايد اوسط پيدا کړئ.

د کارکوونکو شمېر f		د هریو عاید x	f·x
رییس	1	50000	1 × 50000 = 50000
مرستیال	2	40000	2 × 40000 = 80000
منشي	1	20000	1 × 20000 = 20000
متخصصین	3	30000	3 × 30000 = 90000
مامورین	5	25000	5 × 25000 = 1250000
خانه سامان	2	10000	2 × 10000 = 20000

شمېر $n = 1+2+1+3+5+2 = 14$

$$\overline{x} = \frac{50000+80000+20000+90000+125000+20000}{14} = \frac{385000}{14} = 27500$$

څرنګه چې له محاسبې څخه وليدل شول د عايد اوسط له 30000څخه لږ دی، نو ويلای شو چې د مدير ادعا سمه نه ده.

تمرين

احمد هره شنبه او يکشنبه د کتاب 12 مخه او هره سه شنبه، چهارشنبه او پنجشنبه 10 مخه او د جمعې په ورځ د کتاب 16 مخه لولي. د کثرت د جدول په جوړېدو سره د کتاب د هرې ورځې د لوستل شوو مخونو اوسط پيدا کړئ.

د جدول په مرسته د متصلې ډیټا اوسط

د سوداګرۍ وزارت اعلان وکړو چې په تېرکال کې بهر ته د ممیزو د لېږدولو اندازه لس زره ټنه وه یعنې څه؟

فعالیت

یوه بزګر د خپلو کچالانو په لاس راغلی محصول په بېلابېلو وزنونو په بوریو کې واچاوه. بزګر وویل ددې بوریو وزن په اوسط ډول اووه منه دی.

مګر د ښاروالۍ له خوا دا بورۍ بیا وزن شوې چې نتیجه یې په لاندې جدول کې راغلې ده.

آیا د بزګر وینا سمه ده؟

دهرې بورۍ وزن	د بوریو شمېر f
6 – 6.5	11
6.5 – 7	14
7 – 7.5	12
7.5 – 8	8

- د 7 او 6.5 ترمنځ بوریو د وزن اوسط به څو وي؟
- د 7 منو بورۍ به کوم صنف کې راځي؟
- د هر صنف اوسط پیدا کړئ.
- د مخامخ جدول له مخې ویلای شو چې:

د بوریو وزن	د بوریو شمېر f
6.25	11
6.75	14
7.25	12
7.75	8

- ددې بورږيو اوسط څو دی؟
- آيا د بزګر وينا سمه ده؟

مثال: د کرنې يوه متخصص د چنار د 35 ونو لوړ والی اندازه کړ نوموړی متخصص غواړي چې د دغو ونو د لوړالي اوسط پيدا کړي.

لوړوالي	د ونو شمېرf	اوسط x	f·x
8 – 8.5	4	8.25	$4 \times 8.25 = 33$
8.5 – 9	5	8.75	$5 \times 8.75 = 43.75$
9 – 9.5	8	9.25	$8 \times 9.25 = 74$
9.5 – 10	7	9.75	$7 \times 9.75 = 68.25$
10 – 10.5	6	10.25	$6 \times 10.25 = 61.5$
10 .5– 11	5	10.75	$5 \times 10.75 = 53.75$

$$\bar{x} = \frac{33+43.75+74+68.25+61.5+53.75}{35} = \frac{334.25}{35} = 9.55$$

تمرين

د يوه ښوونځي د 20 تنو زده کوونکو د ونې (قد) د اندازې په هکله معلومات په لاندې ډول راکړل شوي دي.

قد	158 – 162	162 – 166	170 – 174	166 – 170	174 – 178
کثرتf	2	6	4	5	3

د راکړل شوي ډېټا اوسط پيدا کړئ.

د لسم فصل مهم ټکي

• کله چې ډیټا ډېره وي هغه صنف بندي کوو او بیایې د کثرت له جدول څخه ګټه اخلو. په دې حالت کې د هر صنف کثرت دا راښیي چې په هر صنف کې څو ډیټاوې شاملې دي.
• د صنف تر ټولو لړې اندازې ته ټیټ سرحد او تر ټولو ډېرې اندازې ته یې لوړ سرحد وایي.
• د هر صنف د یو شان ښودلو لپاره له هغه عدد څخه ګټه اخلو چې د نوموړي صنف اوسط وښیي.
• د کثرت په جدول کې د هرې ډیټا تکرار ته د هغې ډیټا مطلق کثرت وایي.
• د ډیټا په صنف بندی کې د هغو ډیټاوو شمېر، چې په یوه صنف کې شامله وي، د هغه صنف د کثرت په توګه په پام کې نیول کېږي.
• د صنفونو مرکز د هغو غړو په شمېر تکرارېږي چې په هغه صنف کې شامل وي، یعنې د صنفونو د کثرت مرکز د هغو غړو له شمېر سره مساوي دی چې په هغه صنف کې شامل وي او دې کثرت ته مطلق کثرت وایو.
• د یوه صنف او د هغه څخه د مخه صنفونو د کثرت مجموعې ته د دغه صنف تجمعي کثرت ویل کېږي او د وروستی صنف تجمعي کثرت مساوي دې د ډیټا د ټول شمېر سره.
• د هر صنف د کثرت نسبت د ټولو ډیټاوو پر شمېر ته نسبي کثرت وایي. که چېرې f د یوه صنف مطلق کثرت او n د ټولې ډیټا شمېر وي. د $\frac{f}{n}$ کسر ته د هغه صنف نسبي کثرت وایي.
• که چېرې نسبي کثرت په 100 کې ضرب کړو د نسبي کثرت فیصدي په لاس راځي.
• د میله یي ګراف څخه د کیفي او مجزا ډیټاوو د ګراف د رسمولو لپاره، ګټه اخیستل کېږي د میله یي ګراف په رسمولو کې د میلو په ترتیب سره را تلل اهمیت نه لري کوم شی چې په دې ګراف کې اهمیت لري هغه د ډیټا کثرت دی.
د میله یي ګراف په رسمولو کې درې لاندې موضوع ګانې په پام کې ونیسئ.
عنوان: موضوع دې په لنډ ډول د ګراف سرته او یا لاندې ولیکل شي.
د محورونو مشخصه: محورونه هر یو مشخصه لري. دغه مشخصه د هغه متحول څرګندونه کوي چې هغه محور یې ښیي.
مقیاس: د هر محور مقیاس باید څرګند او مشخص وي یعنې د ډیټا لپاره دې واحد وټاکل شي او دغه واحد دې د ګراف په څنډه کې ذکر شي.
که چېرې ډیټا د مختصاتو په یوې مستوي کې په ټکو وښودل شي او بیا دغه ټکي د مستقیمو کرښو، په مرسته یو تر بله ونښلول شي. دغه په لاس راغلی ګراف د منکسرې کرښې ګراف په نامه یادېږي.
• د ډیټا د اوسط د پیداکولو لپاره د ډیټا د تکرار په صورت کې د ډیټا د جمعې پر ځای کولای شو چې

په ډېټا کې د کثرت د ضرب څخه په دې ډول ګټه واخلو.

•په نښتو یا متصلو ډېټاوو کې، د صنفونو مرکز د هغو په کثرت کې ضرب او جمع کوو او وروسته له هغې یې د کثرتونو پر مجموعې (چې د ډېټا شمېر ده) ویشو.

$$\text{د کثرت د جدول اوسط} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$$

عمومي پوښتنې

1- یو ښوونځی دولس ټولګي لري او هر ټولګی یې په دوه (الف) او (ب) ټولګیو وېشل شوې دی د دغه ښوونځي د زده کوونکو شمېر په لاندې ډول دی.

د (الف) جدول

30	35	38
31	32	41
36	35	44
45	37	38

د (ب) جدول

40	45	42	37
48	49	32	35
46	35	46	32

- پورتنی ډیټا په څلورو (34-30 ، 39-35 ، 44-40 ، 49-45) صنفونو کې تنظیم او د هر صنف کثرت ولیکئ:
- د هر یوه صنف پراخوالی او اوسط پیدا کړئ.
- د هر یوه صنف نسبي کثرت او د نسبي کثرت فیصدي پیدا کړئ.
- د هر یوه صنف تجمعي کثرت پیدا کړئ.
- د ټولو صنفونو د نسبي کثرت مجموعه له څه شي سره مساوي دی؟

2- د یوې مغازې خاوند په یوه اونۍ کې د بسکوټو کارتنونه د لاندې جدول له مخې پلورلي دي:

شنبه	یک شنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهار شنبه	پنج شنبه	جمعه
8	11	15	9	13	6	4

- د پورتنی ډیټا میله یي ګراف رسم کړئ.

3- د مریم د اووم ټولګي د کلنۍ ازموینې نمرې په لاندې جدول کې راکړل شوې دي:

بدني روزنه	ریاضي	ساینس	عربي	انګلیسي	اسلامي تعلیمات	دري	پښتو	هنرونه	اجتماعي علوم
76	92	82	75	85	90	95	80	88	84

- د مریم نمرې د منکسرې کرښې ګراف په ډول وښیئ.
- تر ټولو ډېرې او تر ټولو لږې نمرې یې څرګندې کړئ.

4- د یوه ښوونځي د مدیر، سرښوونکي، ښوونکو، مامورینو، تحویلدارانو او ملازمینو عاید په لاندې جدول کې ښودل شوی دی:

دنده f	د افغانیو په حساب میاشتنی عایدx
د ښونځی مدیر	10000
سرښوونکی	8000
4 تنه مامور	4000
25 تنه ښوونکي	5000
2 تنه تحویلدار	3500
5 تنه ملازم	3000

- د دغه کارکوونکو ټوله شمېره پيدا کړئ.
- د هرې ډيټا او د هغې د کثرت د ضرب حاصل وشمېرئ
- د دغه کار کوونکو د عايد اوسط پيدا کړئ.

5- د کرنې یو متخصص د 500 بوټو لوړوالی تر څېړنې لاندې ونيو. له راکړ شوو معلوماتو څخه يې د اټکل په توګه لاندې 30 بوټي وټاکل:

40	50	51	47	34	35	45	45
60	65	50	67	54	55	43	40
58	57	54	51	38	39	47	43
62	65	64	60	30	35		

- راکړل شوی معلومات ترتيب کړئ.
- دغه ډيټا د يوه جدول په ترڅ کې په څلورو 40-30 ، 50-40 ، 60-50 ، 70-60 صنفونو ووېشئ.
- د هر صنف کثرت پيدا کړئ.
- د هر صنف اوسط پيدا کړئ.
- د هر صنف د کثرت او د کثرت د اوسط د ضرب حاصل پيدا کړئ.
- د ډيټا اوسط پيدا کړئ.

6- په يوه ټولګي کې د زده کوونکو شمېر 25 تنه دی. دغه زده کوونکي د بادغيس، فارياب، ارزګان، زابل او غور ولايتونو دي، که چېرې د بادغيس ولايت په 1، فارياب ولايت په 2 ، ارزګان ولايت په 3، زابل ولايت په 4 او غور ولايت د 5 په عدد وښيو. دغه لاندې معلومات (ډيټا) د زده کوونکو د زېږېدنې د ځای پر اساس لاسته راغلي دي.

د راکړل شوو معلوماتو (ډيټاوو) د کثرت جدول بشپړ کړئ.

5, 5, 3, 1, 5, 4, 3, 5, 1, 2, 1, 3, 5, 2
1, 5, 1, 2, 4, 1, 2, 1, 3, 2, 1

صنف	کثرت f	نسبي کثرت	ډله ييز کثرت
بادغيس (1)			
فارياب (2)			
ارزګان (3)			
زابل (4)			
غور (5)			

ددې راکړل شوو معلوماتو (ډيټاوو) ميله يي ګراف رسم کړئ.

یوولسم فصل
احتمال

نسبي کثرت او احتمال

د رمل د 6 شمېرې د راوتلو د چانس،
وړاندوینه یا پیش بیني وکړئ.
د رمل د 6 شمېرې د راتلو دشمېر نسبت
په 30 ځلې اچولو کې حساب کړئ.
دا عددونه څه شی موږ ته راښيي؟

فعالیت

د ریاضي په ازموینه کې 35 تنو ګډون کړی وو.

له ازموینې څخه وروسته څرګنده شوه چې 7 تنو د 90 (عالي) نمرو څخه لوړې، 15 تنو د 60 او 90 ترمنځ (ډېر ښه) نمرې 8 تنو د 50 او 60 ترمنځ (ښه) او 5 تنو د 50 نه ښکته (ناکام) نمرې اخیستي دي.

- د کثرت جدول یې جوړ کړئ او د زده کوونکو د درجو نسبي کثرت د عالي، ډېر ښه، ښه او ناکام لپاره محاسبه کړئ.
- په ټولګي کې د پاتې شوي یا ناکامو زده کوونکو شمېر په سلو کې څو دی؟
- که په ټولګي کې یو تن په پټې وټاکل شي، د دې احتمال، چې ټاکل شوی زده کوونکی په لاندې ډله کې وي، پیدا کړئ:
  - عالي وي.
  - ښه وي.
  - پاتې یا ناکام وي.
- د نومړې هر ټاکلې حالت د احتمال پایلې د هغه حالت له نسبي کثرت سره پرتله کړئ.

له نومړي فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي:

- احتمال، د پېښې له پېښېدو نه د مخه وړاندوینه ده.مګر نسبي کثرت د یوه ازمایښت له پایلې نه وروسته د لاسته راوړل شوو ارقامو په اساس حسابیږي.
- د یوې ناڅاپي پېښې لپاره د تجربي احتمال د پېښې د نسبي کثرت سره مساوي دی.
- څرنګه چې د ټولو حالتونو د نسبي کثرت مجموعه له 1 سره مساوي ده. له دې امله د احتمال د ټولو حالتونو مجموعه هم له یوه (1) سره مساوي ده.

مثال: تیرکال د لینډۍ په میاشت کې 10 ورځې وریځ او اورښت وو.

a) د اورښت او د ورېځو ورځو نسبي کثرت دلینډۍ په میاشت کې پیدا کړئ.

b) ستاسې وړاندوینه به د راتلونکی لینډۍ میاشتې په هکله څرنگه وي؟

c) آیا دا وړاندوینه قطعي ده چې هرکال به د لینډۍ په میاشت کې داسې وي؟

حل:

a) څرنگه چې د لینډۍ د میاشتې له 30 ورځو څخه 10 ورځې وریځ او یا اورښت دی. نو له دې کبله د اورښت او یا ورېځو ورځو نسبي کثرت د $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}\approx 0.33=33\%$ سره برابر دی.

b) د راتلونکې لینډۍ میاشتې لپاره واړندوینه به د تیرکال د نسبي کثرت له مخې هم 33٪ ده.

c) دا وړاندوینه قطعي نه ده دا امکان شته چې د راتلونکي لینډۍ په میاشت کې د وریځ او اورښت ورځې له 10 څخه ډېرې او یا لږې وي.

تمرین

1- د E_1: یوه ناځاپي پېښه (دیوه ماشوم زېږېدل): په دې پېښه کې نسبي کثرت یعنې $h(E_1)=0.51$ او احتمال یعنې $P(E_1)=0.51$ دی. څرنگه کولای شئ چې د نسبي کثرت او احتمال ترمنځ توپیر څرگند کړئ؟

2- هرکال د زده کوونکو د اوړي رخصتۍ د زمري د میاشتې لومړۍ 10 ورځې وي. تیرکال د زیاتې گرمۍ له امله په رخصتۍ 10 ورځې نورې هم زیاتې شوې،غواړو:

د تیرکال د زمري میاشت د اوړي د رخصتیو، نسبي کثرت او د هغې پرتله کول د راتلونکی کال د اوړی له رخصتیو سره پیدا کړو.

په نمونه يي فضا کې برابر او نا برابر چانس

له هرې کڅوړې څخه يو پنډوس اخلو.
له کومې کڅوړې څخه پنډوس واخلو
تر څو دشنه پنډوس د راوتلو چانس ډېر
وي؟

فعالیت

دوه تنه زده کوونکي غواړي چې د رمل په يوه لوبه کې له 1 څخه تر 6 پورې شمېرې وټاکي؟

- آيا له 1 څخه تر 6 شمېرو پورې د راوتلو چانس برابر دی؟
- که چېرې د رمل د دانې په دوو خواو کې د 6 شمېره وي؟ په دې صورت کې د ټاکلو چانس په لاندې کوم حالت کې په خپله ګټه ګڼئ؟

– که ټاکلې شمېره 6 وي.
– که د مخامخ لورې لوبغاړې ټاکلې شمېره (1) وي.
– آيا د (1) او (6) شمېرو احتمال سره برابر دی؟

له نوموړې فعالیت څخه لاندې پايله په لاس راوړو.

تر اوسه له داسې پېښو سره مخامخ وو چې د غړو احتمال يې په يوه نمونه فضا کې يو شان او د هغې په اساس احتمال تعریف شوی دی.
عموما احتمال د P په توري ښودل کيږي او P(A) د A د ناڅاپې پېښې احتمال ښيي.
هرکله چې يوه نمونه فضا n غړي ولري، په دې صورت کې د هرې لومړنۍ E پېښې احتمال مساوي په $P(E)=\frac{1}{n}$ سره دی.

لومړی مثال: د يوې داسې پېسې يا سکې اچول په پام کې نيسو چې دواړه مخونه يې شېر وي. غوښتنه داده چې ددې سکې احتمال په لاندې حالتونو کې پيدا کړئ.

a) پيسه شير راشي.
b) پيسه خط راشي.

c) آیا په نوموړي مثال کې د شېر او خط د اتفاقي پېښو احتمال د یو بل سره برابر دي؟

حل: پوهېږو چې د سکې دواړه مخونه شېر دي، نو نمونه فضا عبارت له $S = \{\text{شیر}\}$ ده:

$$(a):\ P(\text{شیر}) = \frac{1}{1} = 1$$

$$(b):\ P(\text{خط}) = \frac{0}{1} = 0$$

دواړه خواوې یعنې شېر او خط برابر چانس نه لري، نو ځکه چې: $(c):\ 0 \neq 1$

دویم مثال: د یوه نورمال رمل اچول په پام کې نیسو. پوهېږو چې د نمونې فضا $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ده نو له دې کبله:

$$P(E) = P(\{6\}) = P(\{5\}) = P(\{4\}) = P(\{3\}) = P(\{2\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6} \approx 0.17 = 17\%$$

تمرین

1- د یوې کڅوړې څخه چې په هغې کې (3) سره توپونه، (4) داني اسماني او یو دانه زېړ توپ پروت دی په اتفاقي ډول یو دانه توپ ترې اخلو د لاندې پېښو احتمال پیدا کړئ:

a) راوتلی توپ سور وي.

b) راوتلی توپ زېړ وي.

c) راوتلی توپ اسماني وي.

d) که چېرې سره توپونه د زېړو توپونو دوه برابره وي، ایا د سرو او زېړو توپونو د راوتلو احتمال یو له بل سره برابر دی؟

2- د یوه ټولګي د زده کوونکو د نومونو لومړي توري را ټول شوي او په مخامخ جدول کې لیکل شوي دي.

a) د م، ع، ف او ک د تورو په اساس د زده کوونکو د ګروپ نسبي کثرت پیدا کړئ.

b) که چېرې له زده کوونکو څخه یو تن د استازي په توګه د پچې له مخې وټاکل شي، نو د لاندې پېښو احتمال پیدا کړئ.

- د ټاکل شوي استازي نوم د (م) په توري پیل شوی وي.
- د ټاکل شوي استازي نوم د (ک) په توري پیل شوی وي.

د زده کوونکو د نومونو لومړي توري	مطلق کثرت
م	9
ع	8
ف	5
ک	3
د زده کوونکو ټوله شمېره	25

د يوې نمونه يي فضا ناڅاپي پېښنه

اسمان وريځ دی!
څه به پېښ شي؟

فعاليت

د ښار له ګڼې ګوڼې څخه په ډکې برخې کې د احمد د جيب بټوه د سهار د 10 او 12 بجو ترمنځ غلا شوې ده. پوليسو ته د خبرتيا نه وروسته لومړنيو کتنو څرګنده کړه چې په همدغه وخت او ځای کې درې تنه ګنګپاڼ د x ، y او z په نامه، چې د پوليسو سره جنايي سابقه هم لري ليدل شوي دي. ددې لپاره چې د غلو د پېژندګلوۍ په هکله له پوليسو سره مرسته وشي، لاندې فعاليت سرته ورسوئ:

ښايي چې دا بټوه يوه او يا څو شکمنو غلو په ګډه غلا کړې وي. د پېښې په څېړنه کې کوم ترکيب بايد په پام کې ونيول شي؟

– که چېرې د مشکوکو تورنو سيټ په $S = \{x , y , z\}$ وښودل شي نو د شکمنو سرو کوم فرعي سټ او يا لست کولای شو جوړ کړو .

– يا ددې احتمال موجود دی چې شکمن نيول شوي سړي بې ګناه وي؟ په دې صورت کې په لاس راغلی سيټ، د رياضي په ژبه په څه ډول سيټ وښيو؟

له نوموړي فعاليت څخه لاندې پايلې په لاس راځي.

- په نوموړي فعاليت کې موولېدل د يوې پېښې په درشل کې دا امکان شته چې هر ممکن حالت پېښ شي، نو ځکه د اتفاقي يا ناڅاپي پېښې په نامه يادېږي.
- د S د نمونه يي فضا هر فرعي سيټ، يوه اتفاقي پېښنه ده چې په E ښودل کېږي.
- هرکله که د يوې نمونه يي فضا د غړو شمېر له n سره مساوي وي، د هغې د اتفاقي پېښو ټول شمېر مساوي د 2^n سره دی.

لومړی مثال: د نوموړي فعالیت لپاره د $S = \{x, y, z\}$ د نمونه يي فضا اتفاقي يا ناخاپي پېښې پیدا کړئ.

حل: د نوموړې نمونه يي فضا د اتفاقي پېښو يا په بل عبارت د s د نمونې فضا د فرعي ستونو، فهرست عبارت دی له:

$E_1 = \{x\}$	په پېښه کې یوازې x غل دی.
$E_2 = \{y\}$	په پېښه کې یوازې y غل دی.
$E_3 = \{z\}$	په پېښه کې یوازې z غل دی.
$E_4 = \{x, y\}$	په پېښه کې دواړه x او y غله دي.
$E_5 = \{x, z\}$	په پېښه کې دواړه x اوz غله دي.
$E_6 = \{y, z\}$	په پېښه کې دواړه y او z غله دي.
$E_7 = \{x, y, z\}$	په پېښه کې دري واړه x، y او z غله دي.
$E_8 = \{\quad\} = \emptyset$	په پېښه کې y،x او z يو هم غل نه دی.

له نوموړي مثال څخه پايله يعني د ناخاپي يا اتفاقي پېښو ټول شمېر چې $2^3 = 8$ دی په لاس راځي. چې د یوې 3 عنصره نمونه یي فضا د ناخاپي پېښو د پیدا کولو لپاره د طاقت له فورمول څخه کار اخیستل شوی دی.

تمرين

1- د يوې پيسې يا سکې په اچولو د ناخاپي پېښو فهرست جوړ کړئ.

2- د C, B, A او D څلور ګوندونه چې په پارلماني ټاکنو کې يې ونډه اخستې ده، غواړي چې د بريالیتوب لپاره يو ممکن اتحاد جوړکړي:

- د ګوندونو د يووالي ټول ممکنه حالتونه يا په ځانګړې توګه برخه اخيستنه فهرست کړئ؟
- د هر ګوند ځانته ونډه او يا ناشوني يعني $(\emptyset)$ سېټ يې ستاسې له نظره د اتحاد په اړوند پېښې څرنګه د توضيح وړ دي؟

3- په يوه مثال کې $S = \{A, B, C, D\}$ د نمونې فضا لپاره د يوې ناممکنې ياناشونې $(\emptyset)$ ناخاپي پېښې او حتمي يا ډاډمنې پېښې S توضيح کړئ؟

د احتمال قاعدې

- آیا د کرېکټ په ډګر کې چې هر څه د لوبغاړي زړه غواړي، له توب سره یې کولای شي؟
- آیا قاعدې موجودې دي او که نه؟

فعالیت

د کرېکټ د لوبې په شان د احتمال د علم د تیوري پرمخ وړلو لپاره د پوهانو له خوا د تجربي مسایلو له مخې قاعدې وضع شوي دي هڅه وکړئ چې هغه پیدا کړئ.

- آیا ویلای شئ چې د یوې ناځاپي پېښې احتمال مساوي په هر مثبت عدد سره دی؟
- ولې د یوه عدد احتمال له یو څخه کوچنی دی؟ څرګنده یې کړئ.
- آیا کیدای شي د یوې ناځاپي پېښې احتمال مساوي په یو منفي عدد وي؟
- آیا د یوې نمونه یي فضا ددوه لومړنیو پېښو احتمال د لومړنیو پېښو د احتمالونو له مجموعي سره مساوي دي او که نه؟
- آیا د ناشونو یا ناممکنو پېښو احتمال د ریاضي په ژبه لیکلای شئ.

له پورتنیو معلوماتو څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

1- د E د اتفاقي پېښې احتمال تل د 0 او 1 ترمنځ دی. یعني: $0 \le P(E) \le 1$

2- که چېرې S د یوه ازمایښت نمونه یي فضا وي، $P(S) = 1$

د S ناځاپي پېښه د حتمي (ډاډمنې) پېښې په نامه هم یادېږي.

3- دناشونې یا ناممکنې پېښې لپاره لرو: $P(\varnothing) = 0$ یوه ناشونې اتفاقي حادثه یا ناځاپي پېښه ده

مثال: د دوه سکو د اچولو د نمونې فضا یعني $S = \{TT, TH, HT, HH\}$ په پام کې نیسو.

(خط $= T$، شېر $= H$) د لاندې پېښو احتمال مطلوب دی:

a) دواړه سکې شېر وي.

b) یوه سکه شېږ وي.

c) دواړه سکې یو شان وي.

d) دواړه سکې یو شان نه وي.

e) د سکو یوه هم خط نه وي.

حل : لرو چې:

a) د دواړو سکو لپاره چې شېږ وي. ناخاپي پېښه یې عبارت ده، له: $E_1 = \{HH\}$ له دې کبله:

$$P(E_1) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

b) یوه سکه شېږ وي $E_2 = \{TH, HT\}$، له دې کبله:

$$P(E_2) = \frac{2}{4} = 0.5 = 50\%$$

c) د دواړو یو شان سکو لپاره ناخاپي پېښه عبارت ده، له: $E_3 = \{TT, HH\}$ نو لیکلی شو:

$$P(E_3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

d) د دواړو سکو لپاره چې یو شان نه وي ناخاپي پېښه عبارت ده، له: $E_4 = \{TH, HT\}$ له دې کبله:

$$P(E_4) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

e) د سکو چې یوه یې هم خط نه وي، ناخاپي پېښه عبارت ده له: $E_5 = \{HH\}$ له دې کبله:

$$P(E_5) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

تمرین

د لاندې پوښتنو سم ځوابونه په تشو ځایونو کې د ✓ په علامه په نښه کړئ.

1– هر کله که S د یو ناخاپي ازمایښت نمونه یې فضا او E یوه ناخاپي پېښه وي په دې صورت کې د E احتمال مساوي دی په:

☐ a) $P(E) = \frac{E}{S}$ ☐ b) $P(E) = \frac{\text{د E عناصرو شمېر}}{\text{د S عناصرو}}$

2– که A یوه ناخاپي پېښه وي بیا:

☐ a) $P(A) \geq 1$ ☐ b) $0 \leq P(A) \leq 1$

3– که چېرې S یوه نمونه یې فضا وي لاندې کوم جز سم دی؟

☐ a) $P(S) = 0$ ☐ b) $P(S) = 1$

4– د یوې ناشونې یا ناممکنه پېښې احتمال برابر دی په:

☐ a) $P(\varnothing) = 0$ ☐ b) $P(\varnothing) = 1$

ونه ییز (شجریي) دیاګرام

خرنګه کولای شو چې د A ټکي ته ورسیږو.

فعالیت

• د پلار له نیکه څخه را په دې خوا د خپلې کورنۍ د نسب د شجرې ګراف تر خپل ځانه پورې رسم کړئ.

• له یوه سیند څخه یو کانال بېلیږي، کانال د O له ټکي څخه تیر او په درې ویالو کې، چې یو له بل سره د 30 درجو زاویه جوړه وي بېلیږي، درې واړه ویالې بیا د A،B،C له ټکو نه تیریږي. له پاس درې ټکو نه په ترتیب سره له هر ټکي څخه، درې سیمونه لکه (3,2,1)، (6,5,4)، (9,8,7) ته رسیږي. د نوموړي پلان ګراف رسم کړئ.

• هر کله که یوه سکه درې ځله واچوو، پوهیږو چې د هر ممکن حالت شیر یا خط په لومړي ځل اچولو سره برابر دي او په دویم ځل اچولو د 2 ممکنو حالتونو په شمېر چې موجود دي هر یوه ته دوه حالته شیر یا خط پیښېدلای شي، له هغې وروسته په دریم ځل اچولو هره شونې یا ممکنه پایله، لکه: تیر حالتونه، د شیر او خط دوه حالتونه شته په لاس راځي. موضوع د یوه ګراف په مرسته رسم کړئ؟

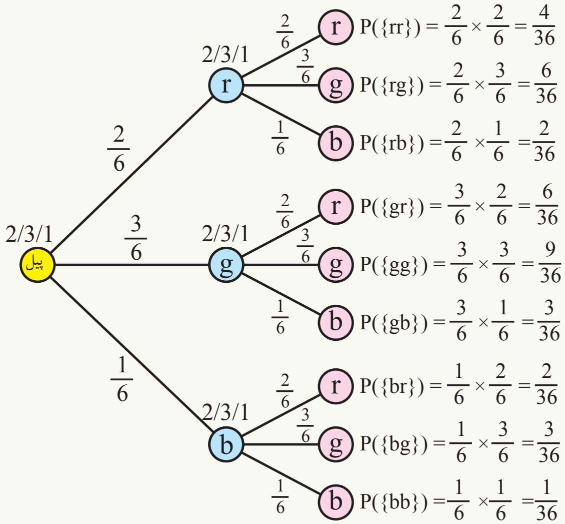
• د لومړنیو پېښو د احتمالاتو قیمت د هغه څانګو د احتمالونو د ضرب له حاصل سره پرتله کړئ چې په دغه مسیر یا لارې کې پراته دي.

• کولای شو هر ناڅاپي ازمایښت د یوه دیاګرام په مرسته، چې ازمایښت له پیل څخه پیل کېږي، د څانګو د ممکنه پایلو په شمېر رسم کړو. د دویم ځل د سرته رسولو لپاره تجربه یا ازمایښت یو ځل بیا د لومړي پړاو په شان، د څانګې په هره ممکنه پایله رسمیږي. نوموړي ګراف چې د ونې په شان ښاخ او څانګې کوي د ونه ییز دیاګرام په نامه یادیږي.

• د احتمالونو د جمع حاصل د څانګو د نشرېدو په هر ټکي کې له (1) سره مساوي دي.

• د ټولو لومړنیو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل هم مساوي له (1) سره دي.

مثال: په یوه کڅوړه کې 6 توپونه پراته دي. دوه توپونه په سره رنګ (r) درې توپونه په شنه رنګ (g) او یو توپ په تور رنګ (b)، ددې کڅوړې له منځ نه دوه توپونه یو په بل پسې راخستل کېږي او وروسته له کتلو بیا په کڅوړې کې اچول کیږي. د ازمایښت د ټولو لومړنیو پېښو احتمال وټاکئ. دا په پام کې ونیسئ چې په هر پړاو کې د وېشونکي ټکي پر مخ عددونه هر یو د رنګ په پام د توپونو د شمېر ښودونکي او له هرې څانګې پر مخ عددونه، د هرې ناځایي پېښې احتمال په هر پړاو کې ښیي. د پېښو په اړوند په لاس راغلي احتمالونه په لاندې جدول کې لیکو:



w	rr	rg	rb	gr	gg	gb	br	bg	bb
P({w})	$\frac{4}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

ددې لپاره چې د پېښو د احتمالونو په پرتله کولو کې یو څه اسانتیاولرو، نو ټول احتمالونه په جدول کې له لنډوني یا اختصار پرته په واحد مخرج لیکل شوي دي.

تمرین

1- که چېرې یوه پیسه یا سکه درې ځلې په پرله پسې ډول واچول شي د لاندې ممکنه پېښو پایلې او احتمال د ونه ییز دیاګرام په مرسته محاسبه کړئ.

دا احتمال چې:

a) پیسه یو ځلې یې خط راشي.

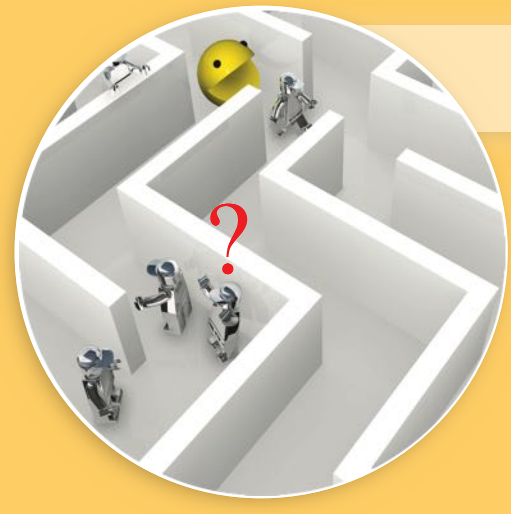
b) پیسه دوه ځلې یې خط راشي.

c) پیسه لږ تر لږه یو ځلې خط راشي.

d) پیسه یو شیر وي.

e)پیسه په اکثر ډول یو ځل شېر راشي.

د مسیر لومړی قاعده (د ضرب حاصل)



ددې بندو لارو څخه نانځکه په کومه لار وتلای شي؟

فعالیت

د پلار له نیکه څخه خپله شجره پیل او د خپل نیکه د اړوندې کورنی تر کوچني غړي پورې یې د شجرې ګراف رسم کړئ.

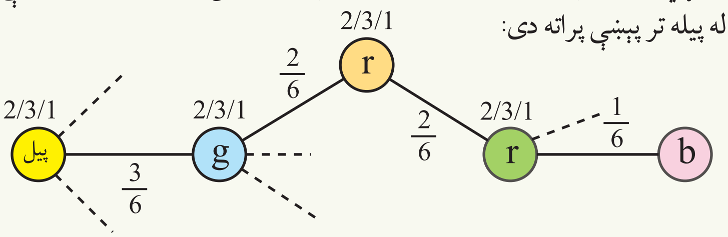
- په ګراف کې له نیکه سره د خپلو اړیکو لاره یا مسیر په سره رنګ څرګند کړئ.
- د خپل تره د زوی د اړیکو لاره یا مسیر له خپل نیکه سره څرګند کړئ.
- د پلار د تره د لمسي د اړیکو لاره یا مسیر د خپل پلار د نیکه سره پیدا کړئ.

له پاسني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

- هر مسیر یا لاره موږ یوې ځانګړې پایلې ته رسوي.
- د یو ازمایښت په پای ته رسولو کې د هرې شجرې د ګراف مسیر په یوې لومړنی ناڅاپي پېښې پای ته رسېږي.
- هرې لومړنی ناڅاپي پېښې ته رسېدل د بېلو مسیرونو او د ځانګو له بېلابېلو منتشره ټکو څخه تیرېږي.
- د یوې لومړنی پېښې احتمال عبارت دی د مسیر له پیل نه تر پېښې پورې د احتمالونو د ضرب له حاصل څخه.

مثال: له یوې کڅوړې څخه چې په هغې کې 2 سرې مرۍ (r) ، او درې شنې مرۍ (g) او یوه تور رنګه مرۍ (b) پرته ده ، د یوې مرۍ راوېستلو لپاره د ونه ییز ډیاګرام په داسې حال په پام کې ونیسئ چې مرۍ له راویستلو او کتلو وروسته بیا کڅوړې ته اچول کېږي او غوښتنه مو د $W = \{grrb\}$ (شنې، سرې، سرې او تورې) د پېښې احتمال وي.

حل: په دې صورت کې دا ضرور نه ده چې د ونې دیاګرام د شکل په څلور پړاوونوکې ټول په مکمله توګه رسم کړو. بلکې هغه لاره یا مسیر په پام کې نیسو چې مونږ ناشاپې مطلوبې پېښې ته رسوي او د پېښې احتمال د نوموړي مسیر له پلوه د هغه احتمالونو د ضرب له حاصل څخه عبارت دی چې په همدې مسیر کې له پیله تر پېښې پراته دی:



له دې کبله د مسیر د لومړنی قاعدې په مرسته د نوموړې پېښې د احتمال قیمت عبارت دی له:

$$P(\{w\}) = P(\{grrb\}) = \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{12}{1296} = 0.0092 = 0.92\%$$

$$\Rightarrow P(\{w\}) = 0.0092 = 0.92\%$$

یعنې: د (شنې، سرې، سرې، تورې) مریو د وتلو احتمال 0.92% دی.

تمرین

1-د مسیر د لومړی قاعدې په مرسته له کڅوړې څخه د مریو د ناشاپې راوتلو احتمال، د لاندې ناشاپې پېښو لپاره پیدا کړئ.

- $w_1 = \{gbbr\}$
- $w_2 = \{rggb\}$
- $w_3 = \{brrg\}$

د فصل مهم ټکي

• **نسبي کثرت او احتمال**: د يوې تجربې نسبي کثرت عبارت دی د مطلق کثرت نسبت، نظر د هغو ټولو پېښو شمېر ته چې په يوه تجربه يا ازمايښت کې يې د پېښدو امکان موجود وي. مګر د احتمال شمېرنه د يوې پېښې له پېښدو نه د مخه حسابيږي. د A پېښې نسبي کثرت په $h(A)$ ښودل کيږي. او $0 \le h(A) \le 1$ په داسې حال کې چې $h_n(\phi) = 0$ او $h_n(S) = 1$ دي.

• **برابر چانس**: هغه پېښې چې دېوې ناڅاپه (تصادفي) تجربې په سرته رسولو کې هېڅ ډول برلاسې د يوې او بلې پېښې تر منځ موجود نه وي د برابر چانس د پېښو په نامه يادېږي.

مثلاً: د رمل د شمېرو راتګ هر يو، برابر چانس يعنې مساوي په $\frac{1}{6}$ سره وي.

• **اتفاقي پېښه**: د يوې نمونه يي فضا هر فرعي سېټ د هماغې تجربې د يوې ناڅاپي پېښې په توګه شمېرل کيږي. تش سټ يوه ناشونې يا ناممکنه ناڅاپي پېښه او S يوه حتمي ناڅاپي پېښه ده.

• **د احتمال قاعدې**: هر کله که E يوه ناڅاپي پېښه د S د نمونې فضا وي

1) $0 \le P(E) \le 1$

2) $P(\phi) = 0 \quad , \quad P(S) = 1$

• **ونه ييز دياګرام**: هره ناڅاپه تجربه د پيل له ټکي څخه يي ناڅاپي ممکنه پېښې په بېلو څانګو وېشل کېږي. د هغې د دويمې مرتبې سرته رسول، لکه د لومړی پړاو په څېر ممکنه پايله يې د پيل د ټکي په څېر يو ځل بيا د ناڅاپي پېښو د څانګو ګراف يې رسمېږي. په همدې ترتيب دغه لاره ادامه مومي. د هري لومړنی پېښې په لاس راوړل شوي احتمال، عبارت دی له هغو څانګو څخه چې په يوه بند کي راټولېږي. په دې ډول دهر ښاخ يا څانګې د احتمالاتو د ضرب له حاصل څخه چې مورږ د پيل له ټکي څخه د مطلوبه مسير پرمخ په ناڅاپی پېښه پای ته رسوي.

- د څانګو د انتشا ريه هر ټکي کې د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 سره مساوي دی.
- د هماغه مسيرونو ټولو لومړنيو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 يوه سره مساوي دی.

• **د احتمال د مسير لومړی قاعده**:

پر ونه ييز ګراف باندې د هر ټاکلي مسير په پای کې، د هري ناڅاپه پېښې احتمال مساوي دی د مطلوبه مسير په لار د هري څانګې د احتمالونو د ضرب له حاصل سره.

عمومي پوښتني

1-که چېرې یوه سکه 200 ځلې واچول شي او د دغو جملې څخه 92 ځله شېر راشي. په دې صورت کې تاسې د لاندې پېښو نسبې کثرت په لاس راوړئ.

- سکه شیر راشي

- سکه خط راشي

- د خط د راتلو او د شېر د راتلو د نسبي کثرت مجموعه څو ده؟ بې له محاسبې څخه ځواب ووایئ.

2- که چېرې په کال کې د اورښتي ورځو د مطلق کثرت ورځو په شمېر 62 ورځې وي. غوښتل کېږي:

- په کال کې د اورښتي یا باراني ورځو نسبي کثرت (که چېرې کال 365 ورځې په پام کې ونیول شي)

- نسبتي کثرت د باران ورځې وي.

- دا احتمال چې باران یوه ورځ وي.

- نسبي کثرت او د یوې اورښتي ورځې لپاره احتمال، توضیح کړئ.

3- د رمل د یوې دانې د اچولو لپاره نمونه فضا جوړه کړئ. هغه اتفاقي پېښې چې د برابر چانس لرونکي وي فهرست کړئ.

4- یوه سکه او یو رمل واچوئ غوښتنه داده چې د تجربې نمونه فضا او ونه ییز دیاګرام یې پیدا کړئ. په داسې احتمال چې سکه شېر او د رمل دانه 6 راوتلې وي.

5- د یوې تیارې کوټې په الماری کې دوه (تور او سپین) کمیسونه پراته دي. ددې دوارو ترمنځ درې ځله کمیس ټاکو (دبیرته اېښودلو په صورت کې) لاندې احتمال پیدا کړئ که:

E_1) : دویم کمیس تور وي

E_2) : یوازې دویم کمیس تور وي

E_3) : لږترلږه یو کمیس تور وي

E_4) : له یو نه زیات کمیسونه تور وي.

E_5) : لومړنی او یا اخیرنی کمیس تور وي

E_6) : لومړنی او اخیرنی کمیس تور وي.

6- په یوې الماری کې د ریاضي 5 کتابونه او د فزیک 6 کتابونه پراته دي. د تصادف په صورت کې د دوی له منځه 6 کتابونه ټاکو. داسې احتمال پیدا کړئ چې دوه کتابونه ریاضي وي.