انجنیري پوهنځی

د موادو میخانیک

لومړی ټوک

حفیظ الله وردک او زرجان بها

پلورل منع دی

۱۴۰۲

د موادو میخانیک لومړی ټوک حفیظ الله وردک او زرجان بها

Afghanic

Shaikh Zayed Unversity, Khost, Engineering Faculty

Hafizullah Wardak & Zarjon Baha

Mechanics *of* Materials I

دا کتاب په امریکا کې په ډېرو مشــهورو پوهنتونونو کې تدریس کېږي. له نېکمرغه دا کتاب حفیظ الله وردک او زرجان بها په ډېر مهارت، په ساده او روانه ژبه ژباړلی او د ځینو برخو انګلیسي اصطلاحات په قوسونو کې کارولي دي.

دا کتاب په څوارلس (۱۴) فصلونو او په دوو ټوکونو کې لیکل شوی دی. په هر فصل کې موضوعګانې په روښانه برخو وېشل شوي، وروسته له هغو تشرېحي پوښتنې او په پای کې کورنۍ دندې پوښتنې راغلي دي .

د دې کتاب لومړی ټوک د اته فصلونو درلودونکی دی. د کتاب مهمې موضوعګانې د سټټیک اړین موضوعات، نارمل او شیر سټریس تعریف، د موادو ځینې اړین خواص، د محوري، تاوېدونکي او کږېدونکي بار او همدارنګه د عرضي شییر او یو ځای شوي بارونه په اړه بحث شوی دی.

حفیظه اللّه وردک د حاجي بسم اللّه خان زوی، د وردکو جغتو ولسوالۍ کې زېږېدلی دی .

نوموړي خپل لېســانس سند د امریکا له هاوایي پوهنتون، ماستري سند یې له کیس وسترن ریزور پوهنتون او دوکتورا درسونه یې په الباما پوهنتون کې بشپړه کړي.

ښاغلی حفیظ اللّه شپږ کاله د کابل پوهنتون په انجینري پوهنځي کې اسـتاد و. له هغه وروسـته په امریکا کې شپږ کاله د سـارجنت لندی د اټومي انرژي کمپني، بیا د بوینګ له کمپني سـره دېرش کاله د عالي‌رتبې انجنیر په حیث، د فضــــــایي هډې (International Space Station) د ناسا (NASA) مربوطه او هم د بوینګ کمپنۍ د ډول ډول موډلونو د نویو الوتکو په انجنیري کارونو کې د مشـــر سټرکچر انجنیر په حیث، د عالي‌رتبې انجنیر (تکنیکل فیلو) په صـفت کار کړی. د بوینګ سـره یوه اختراع هم لري او دا اختراع د امریکا د پتنټ په اداره کې رسمي ثبت شوې ده .

په کال ۲۰۲۲ کې د انجنیرۍ په مسـلک کې د رهبرۍ او لاسته راوړلو پر بنسـټ د نړۍ د انجنیرانو د سټرت مور په لسـت (Who's Who Worldwide) کې د انجنیر په توګه پېژندل شوی دی.

زرجان بها د بهاول زوی دی، د وردک سید آباد ولســـــوالۍ کې زېږېدلی دی. نوموړي خپل لوړې زده کړې د کابل پوهنتون په انجینري پوهنځي کې بشـپړه کړې دي، همدارنګه د ماسترۍ سند له واشنګټن پوهنتون او دوکتورا سند له نارت کرلینا پوهنتون څخه تر لاسه کړي دي .

ښاغلی بها د کابل پوهنتون د انجینري استاد، د زراعت او سیول دیپارتمنت مشـــر، د یاد پوهنځي رییس، د کرنې په وزارت کې د احصــــــایې او وترنري کورسونو استاد، د یاد پوهنځي په CECSAR کې مشـــاور، په پورډو پوهنتون کې د مېلمه پروفیســـور په توګه، د پورډو انټرنشـــنل پروګرام کې د Resident Program Coordinator په توګه دندې ترسره کړي دي.

ISBN 978-9936-622-66-1

Funded by
Kinderhilfe-Afghanistan

Not for Sale

بسم الله الرحمن الرحيم

اقرأ باسم ربك الذي خلق

د موادو میخانیک

لومړی ټوک

لومړی چاپ

حفیظ الله وردک او زرجان بها

د کتاب نوم	د موادو میخانیک (لومړی ټوک)
ژباړونکي	حفیظ الله وردک او زرجان بها
خپرندوی	شیخ زاید پوهنتون،خوست، انجنیري پوهنځی
وېب پاڼه	www.szu.edu.af
د چاپ کال	۱۴۰۲، لومړی چاپ
چاپ شمېر	۱۰۰۰
مسلسل نمبر	۳۸۷
ډاونلوډ	www.ecampus-afghanistan.org

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې، په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې لخوا تمویل شوی دی.
اداري او تخنیکي چارې یې د افغانیک لخوا ترسره شوي دي.
د کتاب د محتوا او لیکنې مسوولیت د کتاب په ژباړن او اړوند پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسوولیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:
ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، کارته ۴، کابل
موبایل ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴، ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰
ایمېل info@ecampus-afghanistan.org

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان ۱-٦٦-٦٢٢-٩٩٣٦-٩٧٨

د درسي کتابونو چاپول

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلينو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمېر استادان او محصلين نويو معلوماتو ته لاسرسی نه لري، په زاړه مېتود تدريس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلي چې پخواني دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتوکاپي کېږي.

مونږ د ۲۰۱۰ څخه تر ۲۰۲۳ کال پورې د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ، البيروني، کابل پوهنتون، د کابل طبي پوهنتون او د کابل پولي تخنيک پوهنتون لپاره ۳۸۹ عنوانه مختلف درسي کتابونه د طب، ساينس، انجنيري، اقتصاد، ژورنالېزم او کرهنې پوهنځيو لپاره چاپ کړي دي.

د يادونې وړ ده، چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هېواد ټولو اړوندو پوهنتونونو او يو زيات شمېر ادارو او موسساتو ته په وړيا توګه وېشل شوي دي. ټول چاپ شوي کتابونه له

www.ecampus-afghanistan.org ويب پاڼې څخه ډانلوډ کولی شئ.

دا کړنې په داسې حال کې ترسره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

"د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده، چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي، د تعليمي نصاب د ريفورم لپاره له انګريزي ژبې نه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړين دي، له دغو امکاناتو پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاسرسی نه شي پيدا کولای."

مونږ غواړو چې د درسي کتابونو په برابرولو سره د هېواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چپټر او لکچرنوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره اړينه ده چې د افغانستان د پوهنتونونو لپاره هر کال لږ تر لږه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ شي.

له ټولو درنو استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، ویې ژباړي او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچرنوټونه او چپټرونه ایډیټ او د چاپ لپاره تیار کړي، زموږ په واک کې یې راکړي چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یې د اړوند پوهنځیو، استادانو او محصلینو ته په واک کې ورکړو. همدارنګه د یادو ټکو په اړه خپل وړاندیزونه او نظریات له موږ سره شریک کړي، چې په ګډه په دې برخه کې اغېزمن ګامونه پورته کړو.

د لیکوالانو او خپرونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی، چې د کتابونو محتویات د نړیوالو علمي معیارونو پر اساس برابر شي، خو بیا هم کېدای شي د کتاب په محتوا کې ځینې تېروتنې او ستونزې ولیدل شي، نو له درنو لوستونکو څخه هیله لرو چې خپل نظریات او نیوکې لیکوال او یا موږ ته په لیکلې بڼه راولېږي، چې په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې او د هغې له مشر ډاکتر ایروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت یې ورکړی دی. دوی تر دې مهاله د ننګرهار پوهنتون د ۲۵۰ عنوانه طبي او غیر طبي کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه اخیستی دی.

د پوهنتونونو رئیسانو، د پوهنځیو رئیسانو او استادانو څخه مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ یې هڅولې او مرسته یې ورسره کړې ده. د دغه کتاب له لیکوال نه ډېر منندوی یم او ستاینه یې کوم، چې د کلونو - کلونو زیار محصول یې په وړیا توګه ګرانو محصلینو ته وړاندې کړ.

همدارنګه د خپل دفتر له همکارانو هر یو ښاغلي حکمت الله عزیز، ښاغلي فهیم حبیبي، ښاغلي ګل آغا احمدي او ښاغلي هېواد صافی څخه هم مننه کوم، چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې کړې دي.

ډاکتر یحیی وردک

د لوړو زده کړو وزارت، کابل، جون، ۲۰۲۳

د دفتر ټیلیفون: ۰۷۸۰۲۳۲۳۱۰، ۰۷۰۶۳۲۰۸۴۴

ایمیل: info@ecampus-afghanistan.org

د موادو د میخانیک بنیادي معادلې

Fundamental Equations of Mechanics of Materials

Axial Load

Normal Stress

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Displacement

$$\delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{A(x)E}$$

$$\delta = \Sigma \frac{NL}{AE}$$

$$\delta_T = \alpha \, \Delta T L$$

Torsion

Shear stress in circular shaft

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

where

$$J = \frac{\pi}{2} c^4 \quad \text{solid cross section}$$

$$J = \frac{\pi}{2} (c_o^4 - c_i^4) \quad \text{tubular cross section}$$

Power

$$P = T\omega = 2\pi f T$$

Angle of twist

$$\phi = \int_0^L \frac{T(x)dx}{J(x)G}$$

$$\phi = \Sigma \frac{TL}{JG}$$

Average shear stress in a thin-walled tube

$$\tau_{avg} = \frac{T}{2tA_m}$$

Shear Flow

$$q = \tau_{avg} t = \frac{T}{2A_m}$$

Bending

Normal stress

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Unsymmetric bending

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}, \qquad \tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\tan\theta$$

Shear

Average direct shear stress

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}$$

Transverse shear stress

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

Shear flow

$$q = \tau t = \frac{VQ}{I}$$

Stress in Thin-Walled Pressure Vessel

Cylinder

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \qquad \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

Sphere

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

Stress Transformation Equations

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

Principal Stress

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Maximum in-plane shear stress

$$\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)/2}{\tau_{xy}}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

Absolute maximum shear stress

$$\tau_{\substack{abs\\max}} = \frac{\sigma_{max}}{2} \quad \text{for } \sigma_{max}, \sigma_{min} \text{ same sign}$$

$$\tau_{\substack{abs\\max}} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{for } \sigma_{max}, \sigma_{min} \text{ opposite signs}$$

د هندسي شکلونو د مساحت خاصیتونه

Geometric Properties of Area Elements

Material Property Relations

Poisson's ratio

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{long}}$$

Generalized Hooke's Law

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy},\ \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz},\ \gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}$$

where

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Relations Between w, V, M

$$\frac{dV}{dx} = w(x), \qquad \frac{dM}{dx} = V$$

Elastic Curve

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$$EI\frac{d^4v}{dx^4} = w(x)$$

$$EI\frac{d^3v}{dx^3} = V(x)$$

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

Buckling

Critical axial load

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

Critical stress

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2},\ r = \sqrt{I/A}$$

Secant formula

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A}\left[1 + \frac{ec}{r^2}\sec\left(\frac{L}{2r}\sqrt{\frac{P}{EA}}\right)\right]$$

Energy Methods

Conservation of energy

$$U_e = U_i$$

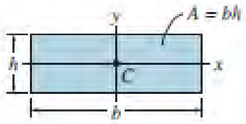
Strain energy

$$U_i = \frac{N^2L}{2AE} \quad \text{constant axial load}$$

$$U_i = \int_0^L \frac{M^2dx}{2EI} \quad \text{bending moment}$$

$$U_i = \int_0^L \frac{f_s V^2dx}{2GA} \quad \text{transverse shear}$$

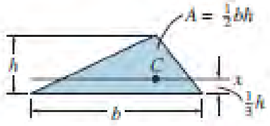
$$U_i = \int_0^L \frac{T^2dx}{2GJ} \quad \text{torsional moment}$$



$I_x = \frac{1}{12}bh^3$

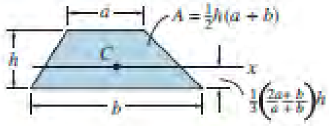
$I_y = \frac{1}{12}hb^3$

Rectangular area

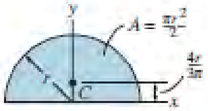


$I_x = \frac{1}{36}bh^3$

Triangular area



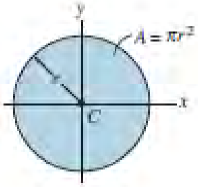
Trapezoidal area



$I_x = \frac{1}{8}\pi r^4$

$I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$

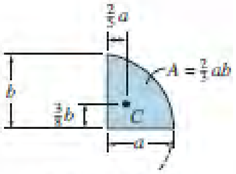
Semicircular area



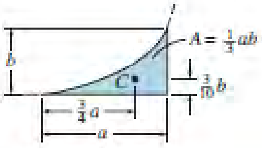
$I_x = \frac{1}{4}\pi r^4$

$I_y = \frac{1}{4}\pi r^4$

Circular area



Semiparabolic area



Exparabolic area

د موادو میخانیک

پښتو ژبی ژباړنه

د دی کتاب (د موادو میخانیک) ژباړنه پښتو ژبې ته، د پیرسن کمپنی په اجازه سره شوي ده. پښتو ژباړنه له انګلیسی نسخې د کال 2017 ، د موادو میخانیک لسمه نسخه رسل هیبلر ، کوم چې د پیرسن (Pearson Education, Inc. Hoboken, NJ 07030) لخوا چاپ شوی بشپړه شوي ده. خپرول يي د نسخې © 2017 حق دی . [د انګلیسی ژبی د چاپ حق د پیرسن کمپنی سره خوندی دي.]

ټول حقونه خوندي دي. د دې کتاب د انګلیسي ژبې چاپ شوی نسخې هیڅ برخه يي په هره بڼه یا په هره وسیله، بیا تولید یا لیږدول شوی، الکترونیکي یا میخانیکي، د فوټوکاپي په ګډون، ثبت کول یا د هر ډول معلوماتو ذخیره کولو سیستم له لارې، بدون له اجازی د Pearson Education, Inc، له خوا مجاز ندي او د چاپ حق © خوندی دي. د پښتو ژبی چاپ کال 2023.

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data
Hibbeler, R. C. ,
Mechanics of materials / R.C. Hibbeler.
Tenth edition. | Hoboken, NJ: Pearson, 2015. | Includes index.
LCCN 2015044964 | ISBN 9780134319650
Materials. | Mechanics, Applied. | Strength of materials. | Structural analysis (Engineering) | Materials—Problems, exercises, etc. | Mechanics, Applied—Problems, exercises, etc. | Strength of materials—Problems, exercises, etc. | Structural analysis (Engineering)—Problems, exercises, etc.
LCC TA405.H47 2015 | DDC 620.1/123—dc23
LC record available at http://lccn.loc.gov/2015044964
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
ISBN 10: 0-13-431965-6
ISBN 13: 978-0-13-431965-0

زده کوونکیو ته:

د دې امید سره چې دا کار به د موادو میخانیک کې علاقه رامینځته کړي او د پوهیدو لپاره به د منلو وړ لاربنود چمتو کړي.

سریزه (PREFACE)

دلته هدف دادی چی زده کوونکي په ډیره واضح او مکمله توګه د موادود میخانکیت په تیوری او دهغو په استعمال وپوهیږی. ددی موخی د رسیدولپاره، د ډیروکلونو په اوږدوکی د سلهاووپوهنتون استادانود وړاندیزونواود کتاب لیکونکي زده کوونکیوله تبصروڅخه ګټه اخستل شوی. لسم چاپ د پخوانیو چاپونونه خورا ښه شوی دی او هیله ده چی زدکونکي او استادان به لدی ښه توب نه ګټه واخلی.

ددی چاپ نوی شیان (NEW TO THIS EDITION)

. د موادو نوی کول. ډیر عنوانونه پدی کتاب کی له سره لیکل شوی تر څوپوهیدل یی اسانه شی. ځنی انځورونه لوی او ښه شوی دی تر څوداډول بدلیدونه ګټورتمام شی.

. د نوی ډیزاین طرحه. د ډیزاین نوری ځانګړتیاوی اضافه شوی تر څو مواد ښه وښودلشی. **ډیری**عنوانونه په یوه او یا دوومخوکی راغلی تر څو د د ډیرو مخونو اړولوته ضرورت نه وی.

. د لمړنیزو او بنسټیزو سوالونو ښه کول. دا ډول پوښتنی دمثالونودحل نه وروسته راغلی. زدکونکیو ته د هری برخی د مفهوموعملیکول ورښیی تر څو وکړلیشی د سوالونه دحلولو توان پیدا کړی پخوا لدی چی معیاری سوالونو ته ورسیږی. دا شمیرسوالونه هم کیدی شی د مثالو په ډله کی راشی ځکه چی مکمل حل یی د کتاب په پای کی راغلی. همدارنګه ددی سوالونو حل د زدکونکیو د پاره دا موقع برابره وی چی د ازموینی د پاره یی وګوری او حتی د انجینری مسلکی لایسنس اخستو د پاره د بنسټیزی برخی د ازموینی د پاره کار تری واخستل شی.

. نوی عکسونه. د ښی پوهی د پاره ۱۴ نوی او یا ښه شوی د واقعی ژوندعکسونه ددی چاپ د پاره اضافه شوی دی. دا عکسونه ښیی چی په څه ډول ددی مضمون اساساسات د واقعی ژوند په حالاتو کی کارکوی او مواد تر بار لاندی په څه ډول عکسالعمل ښیی.

. نوی سوالونه. د دی چاپ د پاره، ۳۰٪ یا ۴۳۰ نوی سوالونه اضافه شوی چی د مختلفو انجینری ساحو د پاره تری ګټه اخستل کیدی شی.

. د بیا کتنی نوی سوالونه. نوی دبیاکتنی سوالونه دهر څپرکی په پای کی په ځای شوی، تر څو ښونکی وکړلی شی د زدکونکیو د ازموینی د تیاری لباره د کورنی کار په توګه ورکا.

محتویات (CONTENTS)

محتویات په ۱۴ فصلونوو کی ترتیب شویی. اول فصل د سټټیک مهم موضوعات بحثکوی چی ورپسی په اساسی توګه نارمل او شیر سټریس تعریفوی، چی نارمل سټریس په هغو اعضاوو کی

چی د محور په اوږدوالی بار ورباندی پلی شوی او اوسط شیر ستریس چی د مستقیم شیر له امله پیښیږی، بحث کوی.

په دوهم فصل کی نارمل او شیر ستریس تعریف شوی، په ۳ فصل کی د موادو ځنی مهم خواص بحث شوی دی. په ځانګړی توګه د محوری بار، تاویدونکی، او کږیدونکی په ۴، ۵ او ۶ فصلونوکی په ترتیب سره معامله شویدی. په ټولو فصلونو کی دواړه، خطی الاستیکی اوپلاستیکی حالت د موادو په نظر کی نیول شوی کله چی ستریس د یوځای شوی بار نه پیداشوی. په ۹ فصل کی د څو اړخیزه ستریسو اړول وړاندی شوی. په همدی ډول ۱۰ فصل د سټرین اړول او د ماتیدو مختلفی تیوری ګانی وړاندی شویی. ۱۱ فصل یو ځل بیا د بیمونو او شافټونو د ډیزاین له لاری د موادو بیا کتنه کوی. په ۱۲ فصل کی مختلفی لاری څیړل شوی چی د بیمونو او شافټونو بیځایه کیدنه (Deflection) معلومه کړی. همدارنګه د دی ډول غړیو ریکشنونه پیداکوی که سټټیکلی نا معلوم وی. ۱۳ فصل د ستنیی (Column) په بیځایه کیدنه یا بکلینګ (Buckling) باندی بحث کوی، او به ۱۴ فصل کی د امپکټ (Impact) موضوع او د انرژی مختلفی طریقی د بیځایه کیدنی د پاره بحث کوی.

هغه حصی ددی کتاب چی پرمختللی موضوعات څیړی، د ستوری علامه وربانډی لګیدلی، چی کی وختوی په مضمون کی داخلیدی شی. همدارنګه دا مواد کیدی شی د ریفرینس مناسب مواد د لمړنیو اساساتو د پاره حساب شی کله چی د نورو مضمونو او یا پروژو د پاره تری ګار واخستل شی.

ددی مضمون دویلو دپاره بله لاره: ځنی استادان ممکن اول دستریس او سټرین اړول لمړی بحثکا پخوا لدی چی د محوری بار، تاویدل، کږیدل او شیر استعمال وڅیړی. یوه لاره ممکن دا وی چی ستریس او د هغو اړول په ۱ او ۹ فصلو کی اوبیا د سټرین اړول چی په ۲ فصل او په اوله برخه د ۱۰ فصل کی راغلی. ددی فصلونو بحث او مثالونه داسی ترتیب شوی چی دا کار کیدونکی دی. د سوالونو سټ داسی ویشل شوی چی بیله دی چی مخکنی بوهه ولری دا کار کیدی شی. د ۳ نه تر ۸ څپر کیو بیا داسی ویل کیږی چی نارمل دوام ته کومه ستونزه نه پیښیږی.

مهم عناصر (HALLMARK ELEMENTS)

ترتیب اوتګلاره. په هر فصل کی موضوعګانی په روښانه برخو ویشل شوی چی مواد بحث شوی، تشر یحی سوالونه، او په پای کی د کورنی کار سوالونه راغلی. عنوانونه په هره برخه کی په ځانته ګروپو ویشل شوی. ددی کار موخه داده چی نوی تعریفونه او موضوعګانی وښودل شی، اوکتاب د ماخذ او بیا کتنی د پاره آسانتیا راولی.

د فصلونو مواد. هر فصل په پوره مخکی چی عمومی تطبیقونه د فصل تشریحکوی شروع کیږی. دفصل موخی وړاندی شویی تر څوپه عمومی توګه د فصل مواد وښودل شی.

د تحلیل کړنلارې. پس د ډیروبرخو د کتاب نه دا روښانه شویې، چې دا تګلاره د زدکونکیو دپاره ښه لاره ده چې نظریې به عملی توګه استعمال کړې. تشریح شوې سوالونه همدا تګلاره تعقیبوی تر څو نظریې په شمیرنې سوالونو پلی شی. داښایی چې وپوهیدل شی کله چې زدکونکي وپوهیږی او په ځان ډاډه شی، کړی شی دخپله ځانه د سوالونو د حل لارې د ځان د پاره انتخاب کړې.

انځورونه. ډیر انځورونه په کتاب کی راغلی تر څو زدکونکي وپوهیږی چې د موادو دمیخانکیت اساسات په څه ډول د واقعی ژوند اړوند ستونزې حلکوی.

مهم ټکی. دا برخه دبیاکتنې اولنډیزد مهمو موضوعګانو په هره برخه کی په ګوته کوی تر څو زدکونکي وکړی شی له نظریو څخه دسوالونو د حل د پاره ګټه واخلی.

مثالی سوالونه. ټول مثالی سوالونه په ډېره واضحه توګه ښودل شوی چې په اسانی وپوهیدلشی.

د کورنې کار سوالونه. پدې کتاب کی برسیره پر لومړنی، اساسی، او مفهومی سوالونو، یو شمیر عددی معیاری سوالونه شته جې دانجینری واقعی حالتوته ورته دی. هیله ده چې زدکونکي ددې واقعیت نه ګټه پورته کړی او دا توان پیداکا چې د موضوع د شرحی او فزیکی ما ډل د پاره د اساساتو د استعمال نه ګټه واخلی. په کتاب کی کوشش شوی چې د بین المللی واحدو(SI) او فټ، پونډ، او ثانیې (FPS) واحدو سیستمو څخه د انډول په توګه کار واخستل شی. همدارنګه په هره برخه سوالو کی کوشش شوی چې د سختوالی اندازه یې په تدریجی ډول اضافه شی. د سوالو ځوابونه بیله هر څلورم سوال نه د کتاب په اخر کی راغلی. ددی د پاره چې زدکونکي وپوهیږی د هغو سوالو د پاره چې ځواب یې په کتاب کی نشته د سوال سره د ستورې (*) علامه ایښودل شویی. ځوابونه تر دریو مهمو شمیر راغلی که څه هم د موادو د خواصو مهمه شمیره به تر دریو کمه وی. که څه هم دا به ښه کار نه وی خو لدی کبله چې ټول وکړلی شی چې زدکونکي په دوامداره توګه وکړیشی خپل ځوابونه مقایسه کړی .

ضمیمې (Appendices). ضمیمې د دی کتاب د بیا کتنې دپاره او یو لړ د کار وړ جدولونه لری. د A ضمیمه د ساحی د مرکز او د انرشیا د مومنټ په هکله معلومات لری. د B او C ضمیمې د ساختمانی څیرو جدولونه د یو شمیر بیمو او شافټو انحنا او میلان په ګوته کوی.

د دروستی کتل. لسم چاپ د کتاب د جدی دریځله درستی کتلوڅخه تیر شوی. برسیره د کتاب د لیکونکی چې ټول مخونه او ارت یې کتلی، دا لاندی کسانو هم کتلی دی:

Scott Hendrick, Virginia Polytechnic University

Karim Nohra, University of Florida

Kurt Norlin, Bittner Development Group

Kai Beng Yap, Engineering Consultant

یادونه او مننه (ACKNOWLEDGEMENTS)

د کلونو په اوږدوکی دا کتاب د ډیرو دوستانو چی درسونه ورکوی د پاملرنی وړ او پر ښه توب کی یی برخه اخستیی. د دوی تشویق او د ښه توب دپاره انتقادونو زه مننوی کړی یم او هیله ده چی دا بینامه مننویی قبوله کړی. چا چی دا کتاب کتلی زمامننه ورته وړاندی ده.

S. Apple, Arkansas Tech University

A. Bazar, University of California, Fullerton

M. Hughes, Auburn University

R. Jackson, Auburn University

E. Tazel, Alfred State College

H. Zhao, Clemson University

یو شمیر کسان دی چی دلته د ځانګړتیا مننه تری کوم. زما ډیر پخوانی ملګری او همکار، Kai Beng Yap، چی زما سره یی د سوالونو په حلولو کی خورا مرسته کړی. خاصه مننه په همدی هکله Kurt Norlin ته وړاندی کیږی. د Rose Kernan څخه مننه کوم چی دډیرو کلو راهیسی زما دچاپیدو ایډیتر دی، او زما له میرمنی چی دا کتاب یی تایپ کړی چی د چاپ دپاره تیار شی.

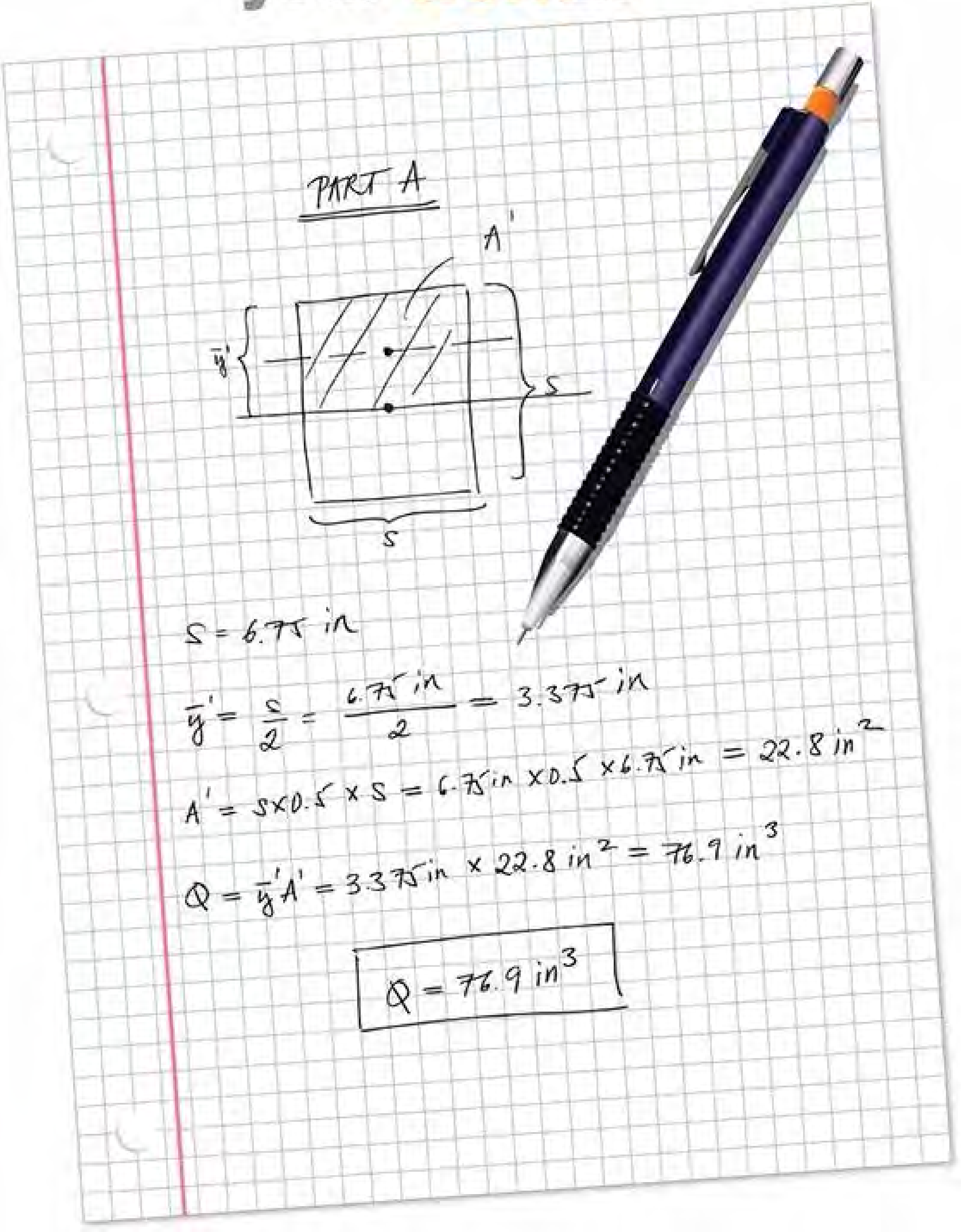
زه غواړم چی د هغوټولو زدکونکیو څخه مننه وکړم چی پخوانی چاپ یی لوستلی او د ښه توب وړاندیزونه یی کړی او په خاصه توګه هغه پخوانی زدکونکي چی اوس درس ورکوی او له هغوچی ماته یی بریښنا لیکونه راستولی او په خاصه توګه لهG. H. Nazari څخه.

زه به ډیر خوشحاله شم که تاسو ددی چاب د بهبود لپاره خپلی نیوکی او تبصری را سره شریکی کړی.

Russell Charles Hibbeler

hibbeler@bellsouth.net

your work...


PART A
A'
ȳ'
S
S
S = 6.75 in
ȳ' = S/2 = 6.75 in / 2 = 3.375 in
A' = S×0.5 × S = 6.75 in ×0.5 ×6.75 in = 22.8 in²
Q = ȳ'A' = 3.375 in × 22.8 in² = 76.9 in³
Q = 76.9 in³

ددی کتاب پښتو ترجمه

ددی کتاب د ژباړی لپاره موږ (حفیظ ا لله وردک او زرجان بها) دوه فکتورنه په نظر کی نیولي:
(۱) داچې په دی رشته کی تحول په کراری سره دی، او ډیر وخت نیسی چې کوم بنیادی تحول پکی راشی. (۲) داچې دا کتاب په امریکاکی ښه شهرت لری او په ډیرو معتبرو پوهنتونونو کی اوس تدریس کیږی. د موادو میخانکیت داسی یوه موضوع ده چې زموږ اول شرط یی پوره کړی. ممکن هغه ښه کتابونه چې پنځوس کاله مخ کی پدی ساحه کی لیکل شوی وی اوس هم د کټی وړ وی. همدا رنګه دا کتاب چې موږ خو ښکړی په ډیرد پوهنتونو کی تدریس کیږی چې زموږ دوهم شرط پوره کوی. ددی کتاب پوره معلومات په انګلیسی ژبه په لاندی ډول دی:

Mechanics of Materials

By Hibbeler , 10th edition 2017

Publisher is Pearson

دا کتاب ر.س. هیبلر لیکلی چې د پیرسن کمپنی چاپ کړی او لسم چاپ یی په ۲۰۱۷ کال کی راوتلي.

لمړی موږباید د نشرونکی کمپنی نه د ترجمی اجازه واخیستله چې ډیره اوږده مرحله وه او نیږدی دری کاله وخت یی ونیو. که څه هم موږ یو اندازه پیسی هم ورکړی چې د ترجمی اجازه واخلو خو دا زموږ د پاره کوم دیادولو وړ خبره نه وه. موږ دواړه ژباړونکی د پیرسن کمپنی د صلایت لرونکیو څخه، په خاصه توګه دښاغلی رندینا پابلو (Rendina, Pablo) نه ، د زړه له کومی مننه کوو چې موږ ته يي اجازه راکړه (9780134319650_Mechanics of Materials) چې ددوی یو مشهور کتاب د افغانستان په ملی ژبه پښتو تر جمه کړو. هیله ده چې په افغانستان کی اوسنی او راتلونکی انجینران تری پوره ګټه پورته کړی.

په امریکا کی داکتاب د سیول انجینری او میخانیک انجینری زده کونکیو دپاره دی، هیله ده چې په افغانستان کی هم پدی دوو انجینری رشتو کی تدریس شی. پدی کتاب کی په کافی اندازه مواد شته چې د دوو سمترو د پاره کار ورکا. دا ممکن په استاد او رشته پوری اړه ولری چې کوم څپرکی په یوه سمستر کی وړاندی شی.

موږ کوشش کړی چې به ډیرو ځایو کی په قوسو کی د انګلیسی لغتونه هم استعمال کړو چې زموږ د ترجمی پوره معنا لوستونکی وپوهیږی. موږ کوشش ندی کړی چې پدی برخه کی نور اثار چې په بښتو لیکل شوی دی ولولو او یا دهغو اصطلاحات استعمال کړو. کوشش مو کړی چې په ډیره رواجی ژبه داکتاب ولیکو. هیله ده چې د ټولو افغانانو د پاره اسانه وی چې د موضوع مطلب تری تر لاسه کړی.

منن لیک (حفیظ الله وردک)

ډیر خوشحاله یم ، الحمد الله ، چې الله (ج) دا توانايي راکړه چې د موادو میخانیک کتاب (Mechanics of Materials by R.C. Hibbeler) ژباړنه په ساده او روانه پشتو ژبه، د خپل فامیل په مرسته، د یو شمیر محترمو او معززو استادانو او ملګرو په لارښودنه او هڅونو، د ګران افغانستان د انجینری محصلینو او د افغانستان انجینرانو د زدکړي او ریفرینس لپاره تکمیل کړم . ددی کتاب په ژباړنه کی زما ګران او محترم استاد د کابل پوهنتون د انجینری پوهنځی پخوانی ریئس او د پوردو یونیورستی پخواني پروفیسور ډاکتر زرجان بها چی په انډیانا کی ژوند کوي زما سره ملګری وه اود هغه په مرسته موددی کتاب ژباړنه تکمیل کړه.

دلته غواړم چی له له ډیر قدرمن د کابل پوهنتون دانجینري پوهنځی پخوانی زما استاد او د ژوند ملګری محترم پروفیسورډاکتر سورګل وردک، چی اوس په ګلیفورنیا یونیورستی کی پروفیسور دی او هلته ژوند کړي د هغه له ارزښت ډکو لارښونو، د یو څو فصلونو بیا کتنه، هڅونو او نظریاتواو ملا تړ په ډیر قدر یاده ونه او مننه کړم.

له خپلی میرمنی ثریاجاني چی په ډیره حوصله مندی په کور کی یي هر ډول آسنتیاووی ماته برابري کړي او ملاتړي کړي په ډیر قدریادونه او مننه کوم. زما دوه زامنو د طبی پوهنتون پروفیسور ډاکتر ذبیح الله وردک او میرمن یي ډاکتر انجیلا فاروقي ، او بل زوی ډاکتر نجیب الله وردک او میرمن یي لانه میره کي ، او دوه لورګانو ډاکتر لمیا وردک او خاوند یي پروفیسور ډاکتر ښالان ، او بله لور می انجینره وژمه وردک او اولادونه یي ، ددوی له بیحده مرستو ، هڅونو، او دعاګانو په قدر یادونه او مننه کوم. زما دکور د دفتر وسایل په پشتو او انګلیسی ژبوسمبالول او زما د کمپیوتری ستونزو له مینځه وړل د څو کلونورا پدی خوا کله چی ما خپل رسمی کار له بوینګ کمپنی سره وروسته له دیرش کلونو بس کړي، ماته د قدر او منني وړ دی او له دوی ټولو د محبت ډکه مننه کوم.

په آخر کی غواړم چی د محترم ډاکتر صاحب یحیی وردک او د هغوی له ټیم څخه چی ددی کتاب په چاپ کی یي مرسته کړي ډیره مننه کوم. اوهم د ګران افغانستان د خوست ولایت د شیخ زاید پوهنتون محترم ریس حسین ګل آریوبي، د انجینري پوهنځي له محترم رئیس ریدی ګل همدرد، او د سیول انجینری دیپارتمنت مشر نصرت الله نصرت څخه ډیره مننه کوم، چی دا کتاب یي په کوریکیلم د انجینری پوهنځي کی شامل کړي. او هم له پیرسن (Pearson) کمپني ډیر مننه کوم چی د دی با ارزښته کتاب د ژباړني پښتو ژبی ته یي اجازه راکړه.

له ټولو لوستونکیو زما هیله دا ده چی خپل نظریات او انتقادات زموږ سره شریک کړی تر څو به بل چاپ کی هغه په نظر کی ونیسو. او که چیری کوم اشتباحات شوی له ټولو بښنه غواړو.

په درناوي حفیظالله وردک

منن لیک (زرجان بها)

تر هر څه د مخه زه د کایناتو د جوړوونکی **الله سبحان الله وتعالله** دی بی ساریه لورینونه چی په مابانډی یی کړی منند وی یم.

زما په ژوند کی زما پلار ډیر مثبت رول لوبولی چی په کوچنوالی کی یی ماته واک راکا چی کړی شم ددینی زده کړو د پاره د طا لبی لار ونیسم او یا د عمومی زده کړو د باره ښونخی ته ولاړ شم چی ما ښونځی خوښکا او د تکیی په ښونځی کی داخل شوم. او پدی کار کی زما تره چی ملک وا هم رول در لود چی ارزو یی وه چی زه په ښونځی کی لیک او لوست زده کړم تر څو وکړی شم د خپل پلار په څیر د وولس د پاره ګټور تمام شم. زما پلار زموږ د تولی که لی (قلعی) ښونکی وا چی نجونی او هلکان به هر سهار زمو کورته د درس ویلو د پاره راتلل. لږ تر لږه به تولو د قران مجید لوستل زده کړل. د سبق ویلو د پاره یو شمیرنوری نجونی او ښځی د نورو نیږدی که لونه هم را غلی دی. دقران مجید له لوستلو نه پس که چا غوښتل نور درس وواییی په هلکانو به یی پنجکتاب چی په دری ژبه وا او په نجونو به یی رشید بیان چی په پښتو ژبه وا شروع کړل او دا دده دپاره اخری مرحله د تدریس وه.

په دوهمه مرحله کی زما میرمنی فاطمی (ګول) زما به ژوند کی مثبت رول درلود چی په دوامداره توګه یی په ډیره حوصله ربړونه پر ځان قبول کړی وو تر څو زه وکړی شم د ارزو سره سم خپلو زده کړوته دوام ورکړم. همدارنګه نوموړیی د دریسو اولادو په روزنه کی د کورنی د نورو غړیو په مرسته پوره ونده اخستی وه چی ډیر وخت ځان ملامت بولم چی زه د افغانستان په جوړولو کی دومره مصروف وم چی دوی ته می ډیر کم وخت درلود او ښښنه تری غواړم.

زه ډیر طالع من یم چی اولادونو می عبدالغفورچی د ژوند شریکه یی ملالۍ ، عبد الرءوف چی د ژوند شریکه یی هیلۍ . او وسیمه چی د ژوند شر یک یی عبدالحکیم دی، نه یواځی په کوچنوالی کی ماته هیڅ تکلیف ندی راکړی ، او اوس چی لوی شوی او دژوند د شریکانو او اولادوسره په خپلو کورونو کی ژوند کوی زما او د ګول بی نهایته احترام او هر اړخیزه پام لرنه لری.

یو ډیر نیږدی ملګری می ډاکتر محمد رسول وردګ چی موږ دواړه په یوه وخت کی د کابل په پوهنتون کی وو او پس له پوهنتونه دواړه په پوهنتون کی د استادانو په توګه پاتی شوو. نوموړی څو کاله پخوا په سویس کی چی ډاکتر وا وفات شو. نوموړی دما دپاره د صداقت او دیانت نمونه وا او زما په ژوند کی چی وکړی شم پر خپلو کړنلارو کی بریالی شم مثبته اغیزه درلوده.

ددی کتاب به لیکلو کی زما خواخوږی ملګری چی د کابل د انجینری پوهنځی په استادانو کی یی خا ص او ډ یر پیاوړی ځای در لود، حفیظ الله وردګ، ددی کتاب په لیکلو کی بی ساریه زیاریستلی او زه تری مننه کوم چی ماته یی ددی کتاب په لیکلو کی برخه راکړه. هیله لرو چی په راتلونکیی وخت کی موږ په ګډه سره وکړی شو د افغانستان د پاره د نوروعلمی پروژو په تکمیلولو کی بریالی شو.

لیک لړ

1	(Stress) ستریس	1

2 (Chapter Objective) د فصل موخې

1.1 پیژندنه (Introduction) 2

1.2 د ارتجاعی جسمونو تعادل (Equilibrium of a Deformable Body) 3

1.3 ستریس (Stress) 32

1.4 نارمل اوسط ستریس په یوه محوری بارشویی میله کی (Average Normal Stress in an Axially Loaded Bar) 35

1.5 اوسط مماسي (غوښوونکی) ستریس (Average Shear Stress) 47

1.6 د منلو وړ د ستریس ډیزاین (Allowable Stress Design) 73

1.7 د محدوده حالت ډیزاین (Limit State Design) 76

106	(Strain) سترین	2

د فصل موخې (Chapter Objective) 107

2.1 د شکل بدلون (Deformation) 107

2.2 سترین (Strain) 108

3 د موادو میخانیکي خاصیتونه (Mechanical Properties of Material) 133
د فصل موخې (Chapter Objective) 134
3.1 کشش (کشکولو) او د کمپرشن (تیلوهلو) آزمویني (Tension and Compression Test) 134
3.2 د سترس- سترین ډایګرام (The Stress-Strain Diagram) 136
3.3 د سترس- سترین چلند دغوژیدونکیو او ماتیدونکیو مواد و (Stress -Strain Behavior of Ductile and Brittle Material) 143
3.4 سترین انرژي (Strain Energy) 150
3.5 د پویسان (پویزان)تناسب (Poisson's Ratio) 169
3.6 د شییر سترس-سترین ډایګرام (The Shear Stress Strain Diagram) 173
3.7 د موادو خرابیدل د کریپ او سټړ یا له امله (Failure of Materials Due to Creep and Fatigue) 178

4 محورې بار (Axial Load) 196

د فصل موخې (Chapter Objective) 196

4.1 د سنت وينانټ اصول(Saint-Venant's Principle) 197

4.2 د يوه محورى بار شوى غړى د شکل ارتجاعى بدلون: Elastic (Deformation of) An Axially Loaded Member 199

4.3 د سوپر پوزيشن اصول (Principle of Superposition) 224

4.4 ستاتيکى مجهول محوري بار شوى غړي (Statically Indeterminate Axially Loaded Members) 225

4.5 د محورى بار شويوغړيو لپاره د قوو د تحليل طريقه (The Force Method of Analysis for Axially Loaded Members) 237

4.6 حرارتي سترس (Thermal Stress) 254

4.7 د ستريس غلظت (Stress Concentrations) 267

4.8* محورى غير ايلستيکى بى ځايه کيدل (Inelastic Axial Deformation) 271

4.9* پاتي شوي سترس (Residual Stress) 274

5 تاویدنه (Torsion) 299

د فصل موخې (Chapter Objective) 300

5.1 د تاویدو له امله د دایروی غوڅې شافت د شکل تغیر (Torsional Deformation of a Circular Shaft) 301

5.2 د تاویدني فورمول (The Torsion Formula) 303

5.3 د توانايي ليږدول (Power Transmission) 315

5.4 د تاویدني زاویه (Angle of Twist) 337

5.5 په ستا تيکلی نا معلوم غړیو د تورک بار (Statically Indeterminate Torque-Loaded Members) 363

5.6* جامد (ډک) شافتونه چې غوڅه برخه یې ګرده نده (Solid Non-Circular Shafts) 375

5.7* د نازک ضخامت شافتونه کوم چې تړلشوی غوڅې برخې لری (Thin-Walled Tubes Having Closed Cross Sections) 379

5.8 د سترس غلظت (Stress Concentration) 396

5.9* غیر ارتجاعی تورژن (Inelastic Torsion) 401

5.10* پاتیکیدونکی ستریس (Residual Stress) 405

6 کږونکی (انحنايي) مؤمنت (Bending) 432

د فصل موخي (Chapter Objective) 432

6.1 شییر او مؤمنټ ډایګرامونه(Shear and Moment Diagrams) 433

6.2 د شییر او مؤمنت ډایګرامونو جوړه ول په ګرافیکی طریقه (Graphical Method for Constructing Shear and Moment Diagrams) 443

6.3 دیوه مستقیم غړی د کږیدو بیځایه کیدنه (Bending Deformation of a Straight Member) 477

6.4 د کږیدو فورمول (The Flexure Formula) 482

6.5 نامتناظر کوږوالي(Unsymmetric Bending) 514

6.6* مرکب بیمونه (Composite Beams) 532

6.7* د وسپنیز کانکریت بیمونه (Reinforced Concrete Beams) 536

6.8* کاږه (منحنی) بیمونه (Curved Beams) 544

6.9 د ستریس غلظت (Stress Concentration) 555

6.10 غیر ایلاستیکی کوږیدنه (Inelastic Bending) 574

7 عرضي شییر (Transverse Shear) 613

د فصل موخې (Chapter Objective) 614

7.1 په مستقیموغړیو کی شییر (Shear in Straight Members) 615

7.2 د شییر فورمل(Shear Formula) 617

7.3 د شییر بهیر په جوړ شویو (مرکب) غړیو کی (Shear Flow in Built-Up Members) 646

7.4 شییر بهیر د نازک دیوال په غړیو کی (Shear Flow in Thin-Walled Members) 665

*7.5 شییر مرکز د نري دیوال خلاصو غړیو کی (Shear Center for open Thin-Walled Members) 674

8 یوځاي شوی بارونه (Combined Loadings) 695

د فصل موخې (Chapter Objectives) 695

8.1 د نری دیوال د فشار مخزنونه (Thin-Walled Pressure Vessels) 696

8.2 ستریس حالت د یوځای شویو بارونو له امله (State of Stress Caused by Combined Loading) 707

9 د ستریس بدلون (Stress Transformation) 755

د فصل موخې (Chapter Objective) 756

9.1 د سطحی ستریس بدلون (Plane Stress Transformation) 757

9.2 د سطحی ستریس د بدلون عمومی معادله (General Equation of Plane Stress Transformation) 764

9.3 مهم (اصلی) ستریسونه او په - داخلی سطحه کی اعظمی شییر ستریس (Principal Stresses and Maximum In-Plane Shear Stress) 771

9.4 د موهردایره – سطحی ستریس(Mohr's Circle- Plane Stress) 805

9.5 مطلق اعظمی شییر ستریس (Absolute Maximum Shear Stress) 830

10 د سترین بدلون (Strain Transformation) 847

د فصل موخې (Chapter Objective) 848

10.1 سطحی سترین (Plane Strain) 849

10.2 د سطحی سترین بدلون عمومی معادلات (General Equations of Plane-Strain Transformation) 849

10.3* موهر دایره- سطحی-سترین (Mohr's Circle- Plane Strain) 864

10.4* مطلق اعظمی شییر سترین(Absolute Maximum Shear Strain) 879

10.5 د روزیټونو سترین (Strain Rosettes) 882

10.6* د موادو د خاصیتونو اړیکي(Material Property Relationships) 891

10.7* د ړنګیدو تیورۍ (Theories of Failure) 911

11 د بیمونو او شافتونو ډیزاین (Design of Beams and Shafts) 938

د فصل موخې (Chapter Objectives) 939

11.1 د بیم ډیزاین اساسات (Basis for Beam Design) 940

11.2 د پریزماتیک بیم ډیزاین (Prismatic Beam Design) 942

*11.3 په بشپړ ډول ستریس شوي بیمونه (Fully Stressed Beams) 967

*11.4 د شافت ډیزاین (Shaft Design) 973

12 دبیمونو او شافتونو بیځایه کیدل (Deflection of Beams and Shafts) 991

د فصل موخې (Chapter Objective) 992

12.1 ایلستیک منحنی (The Elastic Curve) 993

12.2 میلان او بیځایه کیدنه په انتیګریشن سره (Slope and Displacement by Integration) 997

12.3* غوڅ توابع (Discontinuity Functions) 1026

12.4* میلان او بیځایه کیدنه د مؤمنت-مساحت په طریقه (Slope and Displacement by Moment- Area Method 1044

12.5 د سوپر پوزیشن طریقه (Method of Superposition) 1070

12.6 ستاتیکلی نامعلوم بیمونه او شافتونه (Statically Indeterminate Beams and Shafts) 1082

12.7 ستاتیکلی نامعلوم بیمونه او شافتونه-د انتیګریشن په طریقه (Statically Indeterminate Beams and Shafts--Method of Integration) 1083

12.8* ستاتیکلی نامعلوم بیمونه او شافتونه-د مؤمنت-مساحت په طریقه (Statically Indeterminate Beams and Shafts-Moment– Area Method) 1091

12.9 ستاتیکلی نامعلوم بیمونه او شافتونه-د سوپرپوزیشن په طریقه (Statically Indeterminate Beams and Shafts-Superposition Method) 1100

13 دپایو (ستنیو) کړوپیدل (Buckling of Columns) 1123

د فصل موخې (Chapter Objective) 1124

13.1 بحرانی بار (Critical Load) 1125

13.2 خیالی کالم د پین اتکاوو سره (Ideal Column with Pin Supports) 1127

13.3 کالمونه چې مختلفی اتکاوی لری (Columns Having Various Types of Supports) 1137

13.4* د سیکنټ فورمول (The Secant Formula) 1164

13.5* غیر ایلستیکی کړوپیدل (Inelastic Buckling) 1173

13.6* د کالم ډیزاین د متمرکز بارلپاره (Design of Columns for Concentric Loading) 1188

13.7* کالم ډیزاین د نا متمرکز بارونو لپاره (Design of Columns for Eccentric Loading) 1207

د فصل موخې (Chapter Objective) 1230

14.1 بهرنی کار او سترین انرژي (External Work and Strain Energy) 1231

14.2 د مختلف ډول بارونو ایلستیکی سټرین انرژي (Elastic Strain Energy for Various Types of Loading) 1237

14.3 د انرژي زيرمه يا ساتنه (Conservation of Energy) 1260

14.4 د ټکر بار (Impact Loading) 1274

14.5* د مجازی کار اصول (Principal of Virtual Work) 1294

14.6* د مجازی قواوو پلی کیدل په ټرس (Method of Virtual Forces Applied to Trusses) 1299

14.7* د مجازی قوا وود طريقی تطبيق په بيمونو (Method of Virtual Forces Applied to Beams) 1314

14.8* د کاستګليانو قضيه (Castigliano’s Theorem) 1330

14.9* د کاستګلیانو قضيې پلي کول په ټرس (Castigliano’s Theorem’s Applied to Trusses) 1332

14.10* د کاستګلیانو قضيې پلی کول په بيم (Castigliano’s Theorem’s Applied to Beams) 1338

ضميمي (Appendix)

A د یوی ساحی هندسي خاصیتونه (Geometric Properties of an Area) 1355

B د ساختماني شکلونو هندسی خاصیتونه (Geometric Properties of Structural Shapes) 1380

C د بیمونو میلان او بیځایه کیدنه (Slopes and Deflections of Beams) 1388

د ابتدايي سوالونو حل او ځوابونه د لومړنی پوښتني (Solutions and Answers for Preliminary Problems) 1390

بنسټیز سوالونوجزوی حلونه او ځوابونه (Fundamental Problems Partial Solutions and Answers) 1401

د انتخاب شویو سوالونو ځوابونه (Selected Answers) 1424

اول فصل

(CHAPTER 1)

(© alexskopje/Fotolia)

د دې فولادی چوکاټ د نښلولو لپاره له بولټوکار اخستل شوی چی هر یو یی د ستریس سره مخامخ دي. پدې فصل کې به موږ پدې اړه بحث وکړو چې څنګه انجینران د ا ډول بندونکي (بندونکیونه) او بولټونه ډیزاین کوي

سټریس

(STRESS)

CHAPTER OBJECTIVES د فصل موخې

§ په دې فصل کې به د ستاتیک ځینو مهمو اصولو ته بیاکتنه وکړو او وبه ښیو چې ددی اصولوپه مرسته په څه ډول د جسم د داخلی لودونو (loads) محصله (resultant) پیدا کیږي . وروسته به د نارمل فشار (سټریس stress) او د مماسي فشار یا شیر (shear) مفهوم معرفي شي، بیا به د ځانګړیو غړیو په تحلیل او ډیزاین چې محوري بار یا مستقیم شیر وربانډی عمل کړی بحث وکړو.

1-1 پېژندنه (INTRODUCTION)

د موادو میخانیک (*Mechanics of material*) د میخانیک یوه څانګه ده چې د سټرس او سټرین داخلي اغیزه په یو ثابت کلک بدن (solid body) کی بحث او مطالعه کوي . سټرس د جسم د موادو په مقاومت چې له هغې څخه جوړیږي تړاو لري، پداسې حال کې چې سټرین (strain) د بدن د شکل بدلون (deformation) اندازه ده. د دې موضوع په اړه د اساساتو بشپړه پوهه د ډیزاین لپاره حیاتي اهمیت لري ځکه چی د هر ماشین یا جوړښت د ډیزاین ډیري فورمولونه او قواعد چې په انجینری کوډونوکی ذکر شوي د دې موضوع د اصولو پراساس دي.

تاريخي پرمختګ (Historical Development).

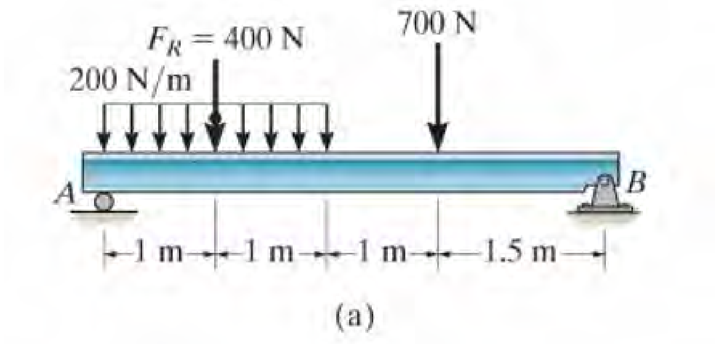
د موادو د میکانیزم اصل د اوولسمي پيړۍ په پيل کې، کله چې ګليليو ګليلي (Galileo Galilei) داسی تجربې ترسره کولې ترڅو په راډ (میلو) او بیمونو باندي چی د مختلفو موادو څخه جوړ شوي وه د بارونو اغيزې مطالعه کړې. د موادو د آزموينو میتودونه په پيل د نولسمي پيړۍ کی په پراخه کچه بنه شول. په هغه وخت کې ډيری تجربې او په دې موضوع کې نظرياتي مطالعات هم ترسره شول، په عمده توګه په فرانسه کې، د داسې مشهورو عالمانولخوا لکه سينټ وينټ (Saint-Venant) ، پويسان (Poisson)، لامې (Lame) او نوير (Navier).

د کلونو په اوږدو کې، وروسته له دې چې ډيرى بنسټيزې ستونزې حل شوې، دا اړينه شوه چې د ډيرو پيچلو ستونزو د حل کولو لپاره د پرمختللي رياضي او کمپيوټر نه کاروا‌خستل شی. د پايلې په توګه، د موادو میکانیزم د میخانیک نورو برخو ته پراختيا موندلې، *لکه د ايلستيستی تيوري (theory of elasticity) او د پلاستيک تيوري (theory of plasticity)* .

1-2 د ارتجاعی جسمونو تعادل (EQUILIBRIUM OF A DEFORMABLE BODY)

له هغه ځايه چې ستاتيک د موادو د میخانیک په پرمختګونو او پلي کولو کې مهم رول لوبوي، دا خورا مهم دي چې دلته يی اساسات په ښه توګه درک کړو. لدی کبله به موږ اوس د ستاتيک پر ځينې اصلي اصولو چې په ټول متن کې کارترى اخستل شوى بياکتنه کړو .

بارونه (Loads). د يو جسم بدن باندی دواړه سطحي بارونه او بدنی بارونه عمل کړی شي .
سطحي بارونه **:** که يو وی په کوچنی ساحه د تماس کې عمل کوي او په ***متمرکز قوه*** ښودل کيدی شي، پداسې حال کې چې ***ويشل شوي*** (Distributed) بارونه په لوی سطح باندې عمل کوي. کله چې بار ونه په عين سطحه کی وی کوپلينر(coplanar) ورته وايی، لکه څنګه چې په انځور (1-1a) کې ښودل شوي، بيا محصله قوه F_R د ويشل شوي بار مساوی ده په ويشل شوي بارشميره په يوه واحد د اوږدوالی ضرب د ساحی د اوږدوالی چې دا بار پری عمل کړی. دا پايله بار يا محصله به د هندسی مرکز په تکی کی يا د ثقل په مرکز کی عمل کوی.



انځور 1-1

د بدن قوه هغه وخت رامینځته کیږي کله چې یو بدن په بل باندې پرته له مستقیم فزیکي تماسه یوه قوه ولګوي. مثال یې د ځمکې د جاذبې یا د هغې له مقناطیسی ساحی امله رامینځته شوي تاثیرات شامل دي . که څه هم دا قواوی په ټولو ذراتو دجوړښت د بدن اغیزه کوي، اما دوی عموما په یو واحد چې په بدن باندې عمل کوي ښودل کیږي. او د جاذبې په حالت کې، دا قوه د بدن ***وزن (W)*** بلل کیږي او د بدن د ثقل په مرکز کی عمل کوي.

د ماشین ډیری غړی د پین په وسیله سره وصل دي د دې لپاره چې ازاد ګردش په ترل شوی ټکی کی ولري. دا اتکا یو قوه په غړي کې جوړه وی، مګر هیڅ مؤمنت نه شی جوړه وی.

د اتکا غبرګون (Support Reactions).

هغه اجسام چې د کوپلنر یا عین سطحه (coplanar) قواوو سیستم وربانڈی عمل کړی په جدول 1-1 کی د اتکاوو سره ښودل شوی. په عمومي قاعده، ***که اتکا په ټاکل شوي لوري د خوځیدو مخه ونیسي، بیا یو قوه په غړي باندې په هغه لوري رامینځته کیږی. په ورته ډول، که چیرې د تاویدو مخنیوی وشي مؤمنت باید شتون ولري.*** د مثال په توګه، ګاډی (رولر) اتکا یوازې دعمودی یا نارمل په سطح خوځیدلو مخه نیسي. له همدې امله، رولر یوه نارمل قوه $\boldsymbol{F}$ په غړي باندې د تماس په ځای کې جوړوي. ځکه چې غړی کولی شي په آزاده توګه د رولر (roller) په سطحه کی حرکت وکړی. پدی هکله بله قوه او مؤنټ یا کپل (couple) وده نشي کولی .

جدول 1-1

د اتکا ډول (Type of connection)	ریکشن (Reaction)	د اتکا ډول (Type of connection)	ریکشن (Reaction)
کیبل Cable	یو نامعلومه قوه F One unknown: F	بهرنی پن اتکا External pin	دوه نامعلومی قواوی F_x, F_y Two unknowns: F_x, F_y
رولر اتکا Roller	یو نامعلومه قوه F One unknown: F	داخلی پن اتکا Internal pin	دوه نامعلومی قواوی F_x, F_y Two unknowns: F_x, F_y
ښوي اتکا Smooth support	یو نامعلومه قوه F One unknown: F	ټرل شوی اتکا Fixed support	دری نامعلومی قواوی F_x, F_y M Three unknowns: F_x, F_y, M
جورنال بیرینګ اتکا Journal bearing	یو نامعلومه قوه F One unknown: F	ټرل شوی ترست اتکا Thrust bearing	دوه نامعلومی قواوی F_x, F_y Two unknowns: F_x, F_y

د توازن معادلي (Equations of Equilibrium).

د جسم توازن دوو حالتونو ته اړتیا لري. اول ***د قواو توازن***، ترڅو د جسم د بیځایه کیدني او یا دا چې د مستقیم یا منحني لارې په اوږدو کې د تګ د تیزوالی او یا وروکیدو مخه یې ونیول شي. دوهم د ***مؤمنت توازن*** دی چې د جسم د څرخیدو مخه ونیول شي . پورته شرایط د ریاضی له مخې په لاندی ډول د توازن د معادلو سره ښودل شوي :

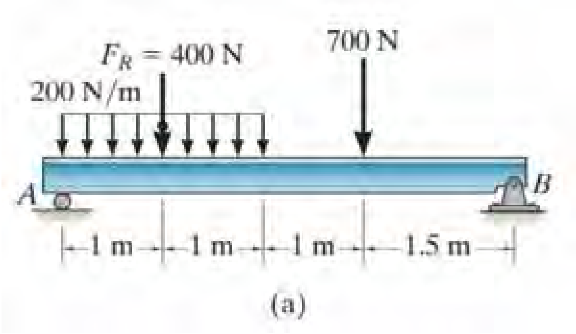
د دې لپاره چې ددی ودانی دچوکاټ غړي یې ډیزاین کړي ، لومړی اړین دی چې داخلي بار په مختلفو نقطو کې د دوی په اوږدوالی کی پیدا شي.

$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$
$$\Sigma \mathbf{M}_O = 0 \qquad (1\text{–}1)$$

دلته، $\Sigma \mathbf{F}$ د ټولو قواو د مجموعی استازیتوب کوي چې په جسم باندې عمل کوي، او $\Sigma \mathbf{M}_O$ مجموعه د ټولو قواو د مؤمنټ په هرې نقط د O کی ، په جسم کی او یا د جسم نه بهر.

که د x، y، z محوري سیستم چی مرکز یي په نقط O کې دی، په نظر کی ونیسو، قواوو او مؤمنت ویکتورونه کیدی شي چی په هر محوروليکل شي او پدی توګه پورته دوه معادلې په لاندی ډول د شپږو معادلو په توګه ليکل کيدی شي :

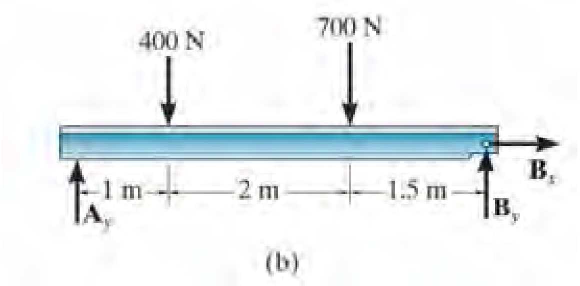
$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$$
$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0 \qquad (1\text{–}2)$$



(a)

ډیری وختونه د انجینری تحلیلونو پروسه کې د هم‌سطحې *قواوو* (coplanar forces) ښودنه په x-y سطحه کی ښودل کیږي. په دی صورت کې د توازن معادلې یوازې په دي لاندی دریو توازن مساواتو سره مشخص کیدی شي

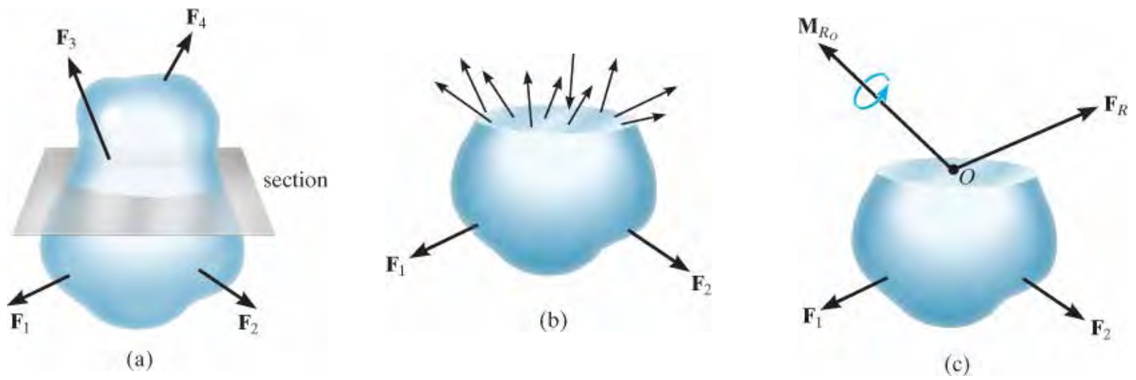
$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_O = 0 \qquad (1\text{–}3)$$



(b)

انځور 1-1

د مساواتو بریالي پلي کولو لپاره مخکې له دې چې د توازن معادلې پلي کړې، باید ټول پیژندل شوي او نامعلومی قواوی چې په جسم باندې عمل کوي په معادلو کی شمولیت ومومي . غوره لاره دا ده هغه بارونه چی په جسم عمل کړي د جسم په آزاد ډیاګرام (free-body diagram) کی باید ټول وښودل شي. د مثال په توګه، د بیم 1-1 a آزاد ډیاګرام په انځور 1-1b کې ښودل شوی. دلته دهری قوه اندازه ، سمت، او د جسم ابعاد پیژندل شوي.



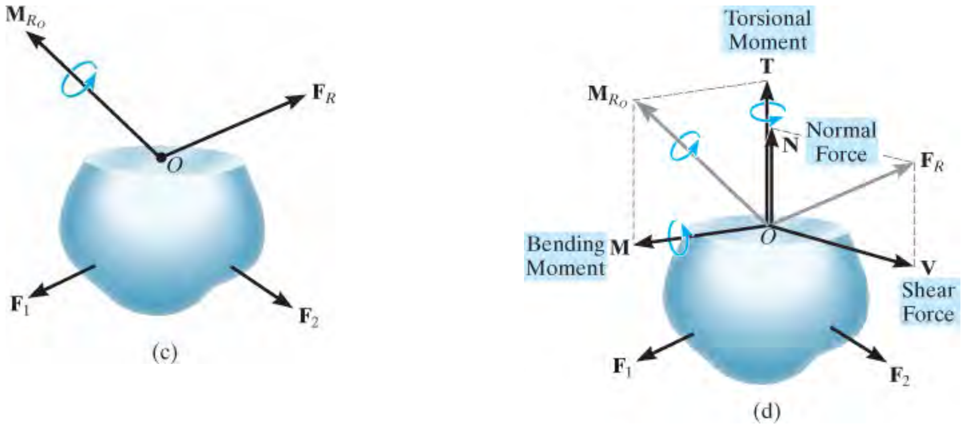
انځور 1-2

داخلي محصله بارونه (Internal Resultant Loadings).

د موادو په میخانیک کې، ستاتیک په ابتدایي توګه د محصله بارونو ټاکلو لپاره چې په جسم کی عمل کوي کارول کیږي . په جسم کې دا **دغوڅو برخو د طریقې** *په مرسته تر سره کیږی.* د مثال په ډول، په انځور 1-2a کې ښودل شوي جسم څلورو بهرني قواوو په توازن کې ساتلي. د جسم دننه په هغه ځانګړې سیمه کې د داخلي بارونو ترلاسه کولو لپاره اړینه ده چې یو خیالي برخه یوه غوڅه یا "cut" د دی سیمې له لارې تیره شي. بیا د بدن دوی برخې جلا شوی، او د یوې برخې آزاد ډیاګرام رسم شوی. دلته د داخلي قواو ویش چی د برخې په "پاتې" ساحه عمل کړې لیدل کیږي. او دا په انځور 1-2b کی ښودل شوي. دا قواوی په حقیقت کې د جسم د پورتنی برخې د موادو اغیزې استازیتوب په لاندې برخه کوي.

که څه هم د دې داخلي بارونو دقیق ویش ممکن نامعلوم وي، د هغې پایلې محصلی $\mathbf{F}_R$ او $\mathbf{M}_{RO}$ ، چې په انځور 1-2c کی ښودل شوي ، دتوازن معادلو په واسطه له انځور 1-2c ټاکل کیږي . دلته دا بار په O نقطه کې عمل کوي؛ که څه هم، دا ټکی اکثرا د قطع شوي ساحې په مرکز ثقل (سنټروید centroid) کې غوره کیږي .

*دلته د بدن وزن ندی ښودل شوی، ځکه چې دا خورا کوچنی ګڼل کیږي، او له همدې امله د نورو بارونو په پرتله د پام وړ ندي .



انځور 2-1 (ادامه)

درې ابعاد (Three Dimensions). د موادو میخانیک د فورمولونو پلي کولو لپاره، موږ به د F_R او M_{RO} اجزاوی چې په غوڅه شوی ساحه ، انځور 1-2d نارمل او مماسي عمل کړي په پام کې ونیسو . بیا محصلی د څلور مختلف ډوله بارونو په لاندې ډول تعریف کیدی شي:

د دې نښې وزن او د باد بار چې ور باندې عمل کوي هغوی به نورمال ، شیز، مؤمنت او تورژن په پایه کی مینځ ته راولي.

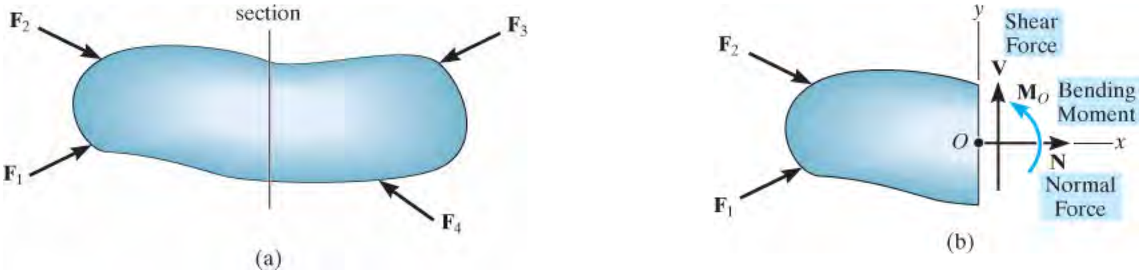
نارمل قوه، N (Normal force) . دا قوه په غوڅ مخ عمودي عمل کوي. دا هغه وخت وده کوي کله چې بهرني بارونه په دواړو برخو د جسم کش یا ټیله کړي.

د شیر قوه، V (Shear force) . د شیر قوه په غوڅ مخ کی پرته او دمماس په توګه عمل کوی. دا هغه وخت مینځ ته راځي کله چې د جسم یوه برخه پر بله برخه د ښویدوه (slide) حالت کی وي.

تاویدونکی مؤمنت یا تورک T (Torsional moment or torque, T) . دا اغیزه هغه وخت رامینځته کیږي کله چې د بهرني بارو له امله د جسم یوه برخه پر بله برخه په هغه محور چې په سطحه عمود وی را و څرخیږي.

انحنایي مؤمنت M (Bending moment M). دا مؤمنت هغه شیبه مینځ ته راځي کله چې یو بهرنی بار د جسم د ننه په محور چې په سطحه کی پروت وي جسم تاو کړي.

په یاد ولرئ چې مؤمنت یا تورک (torque) ګرافیکي نمایش په انځور کې چې دری ابعاده لری د ویکتور (غیشی) په توګه ښودل شوي . د ښي لاس قاعدی په اساس، غټه ګوته د غیشی د سر احساس ورکوي (انځور 1-2d).



انځور 1-3

کوپلنر بارونه (Coplanar Loading).

که چیرې په یو ه جسم باندی کوپلنر سیستم (coplanar system) قواوي ، انځور 1-3a ، عمل وکړي بیا به یوازې نارمل قوه، شیر قوه، او مؤمنټ په غوڅه برخه کې شتون ولري. انځور 1-3b که موږ له x ، y او z محورو کار واخلو ، لکه څنګه چې په چپه برخه کې ښودل شوي، بیا **N** د معادلي $\Sigma F_x = 0$ له پلی کیدو ترلاسه کیدی شي. **V** د معادلي $\Sigma F_y = 0$ له پلی کیدو څخه ترلاسه کیدی شي. په پای کې، د مؤمنت $\mathbf{M}_O$ مجموعه دمؤمنت په نقطه (O) د z دمحورپه خوا ټاکل کیدی شي ، د دې لپاره چې رامنځته شوي مؤمنت د نامعلومو **N** او **V** لخوپیداشوی له منځه یوسو.

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د موادو میخانیک د هغه اړیکو مطالعه ده کله چې بهرني بارونه د جسم په بدن باندې پلي شي سترین او سټریس د جسم د بدن د ننه له دی امله رامینځته کیږي.

- بهرني قواوی یا بارونه د جسم په بدن د ویشل شوی یا متمرکزبار، او یا دا چې د بدنی بار په توګه د بدن په ټول حجم کې عمل کوي .

- خطي توزیع شوي بارونه یو پایله قوه جوړه وي چې اندازه یې د بار د ډایاګرام لاندې ساحې سره مساوي، او داسې موقعیت لري چې د دې سیمې له مرکز څخه تیریږي.

- یو اتکا په یو ځانګړي لوري ، د ټرل شوی غړی، قوه تولیدوي تر څو دا په هغه سمت د غړي د بیځایه کیدو مخه ونیسي. او دا په غړي کې یو جوړه مؤمنت (couple moment) چې د ګردش مخه ونیسي تولیدوي.

- د توازن مساوات $\Sigma F = 0$ او $\Sigma M = 0$ باید وي، تر څو د جسم د بدن د ګړندی حرکت او د څرخیدو څخه مخنیوي وشي.

- د برخو طریقه د داخلي قواوو پیدا کولو لپاره کارول کیږي، تر څو د پایلی محصله بار چې د یوې برخې شوي بدن په سطح باندې عمل کوي پیدا شي. په عمومي توګه، دا پایلي محصله د نارمل قوه، شیر قوه، تورژن (torsional) مؤمنت ، او تاویدونکی مؤمنت دی.

د تحليل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د پايلی *داخلي* محصله قوه چی په يوه ټکي د جسم په برخه کي موقعيت لري د برخو د غوڅيدو له لاری تر سره کيږی چی دی لاندی ګامونو ته اړتيا لري.

د اتکا غبرګونونه (Support Reactions)

- کله چي د جسم بدنی برخه جوړه شی، پريکړه وکړئ چي کومه برخه بايد په پام کي ونيول شي. که چيرې برخه په بل جسم اتکا يا تړل شوی وی، نو مخکې له دې چې د جسم بدن قطع شي، اړين ده چی د عکس العملونو(reactions) ارزښتونه د يو جسم پر بل پيدا شي. ددی ټاکلو لپاره اړين دي چي د بشپړ بدن ازاد ډياګرام (free body diagram) رسم کړئ، او بيا د د توازن مساوات معادلي پلي کړئ تر څو د غبرګونونو قوی يا ريکشنونه ترلاسه کړئ.

د جسم آزاد دايګرام (Free-Body Diagram)

- ټول بهرنی توزيع شوي بارونه ،جوړه مؤمنت (couple moments)، تورک او نوری قواوي په هغه ټکی چی د داخلی بارونو محصله بايد و ټاکل شي په خپلو دقيقو ځايونو کي وساتئ. بيا د جسم بدن په برخوغوڅ شي.
- د غوڅ شوی برخي آزاد ډياګرام رسم کړئ او په برخه کي نامعلوم پايلي محصلي **N** ، **V**، **M**، او **T** په ګوته کړئ. دا پايلي محصلي معمولا په هغه ځای کي ځای پرځای کيږي چي هغه د برخی شوی ساحی د جيومټريک مرکز *يا* مرکز *ثقل* استازيتوب کوي.
- که په غړی*کوپلنر* (coplanar) قواوو سيستم عمل کړي وي، په هغه حالت کی يوازې **N**، **V**، او **M** په مرکز کي عمل کوي.
- په جيوميتريک سنټر کی د*x*، *y*، *z* محوررونو مرکز جوړ کړئ. او پايله لرونکي محصلی د داخلي بارونو وښيي چې د محور سره عمل کوي.

د توازن مساواتو معادلي (Equations of Equilibrium)

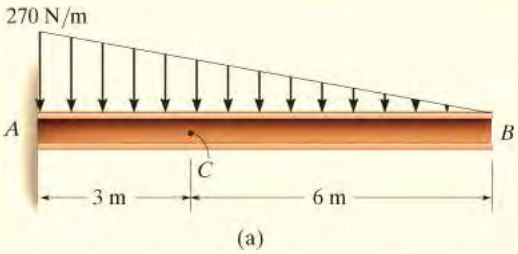
- د مؤمنت مجموعه د برخی په هر محور چی پايلي محصله عمل کړی لنديز شي. دا کار کول نامعلوم قوتونه **N** او **V** له منځه وړي او د **M** او **T** پيدا کولو لپاره مستقيم حل ته اجازه ورکوي.
- که چيرې د د توازن معادلي حل د منفي لاسته راشي، د نتيجه ورکوونکي جهت د هغه ***برعکس*** چې د آزاد بدن ډياګرام کی ښودل شوي دی.

دا لاندې مثالونه دا کړنلاره په عددي شکل روښانه کوي او هم د ستاتیک د ځینو مهمو اصولو بیاکتنه وړاندې کوئ.

مثالونه

مثال 1.1

د لاندی کنتیلیور بیم (cantilever beam) په ټکی C د مقطع کی داخلی بار محصله پیدا کړی. بیم په انځور 1-4 کی ښودل شوي.



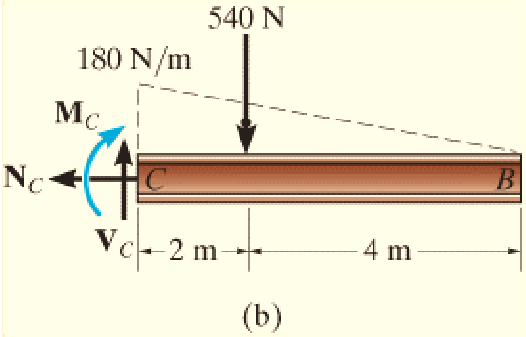
انځور 1-4

حل (SOLUTION)

د اتکا غبرگون (Support Reactions)

که چیرې CB برخه په پام کې ونیول شي بیا ریکشنونه په A کی چې لدی حصی وتلی دی په پام کی نه نیول کیږی.

د بیم د جسم آزاد دایگرام (Free-Body Diagram)



په انځور 1-4b کی د CB د حصی آزاد ډیاگرام ښودل شوی. دا مهمه ده چې توزیع شوي بار په هغه برخه چې په نظر کی نیول شوی وساتو او بیا یی د یوه متمرکز بار په شان معامله کړو. په یاد ولرئ چې د توزیع شوی بار اندازه په C کی د تناسب له مخې موندل کیږي.

د مثال په توګه، د انځور 1-4a څخه لیکلی شو

$$w/6\ \text{m} = (270\ \text{N/m})/9\ \text{m},\ w = 180\ \ \text{N/m}.$$

د توزیع شوی بار پایلې محصلی اندازه مساوی ده په مساحت د توزیع شوي بار، د بار لاندې ساحې (مثلث) . اومحصله د دې سیمې د ثقل په مرکزکی عمل کوي. په دې توګه

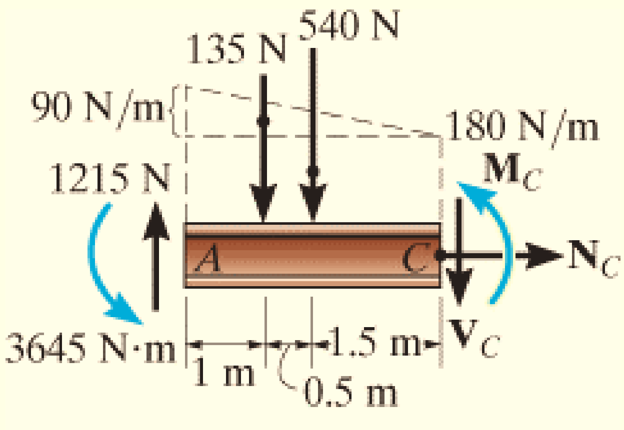
$$F = \frac{1}{2}(180 \text{ N/m})(6 \text{ m}) = 540 \text{ N}$$

کوم چې په $1/3\ (6m) = 2m$ د C څخه عمل کړی او په 1-4b انځور کی ښودل شوي.

د توازن معادلې (Equations of Equilibrium)

د توازن مساوات معادلې پدی لاندی ښودل کیږي

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$	$-N_C = 0$	
	$N_C = 0$	*Ans.*
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$V_C - 540 \text{ N} = 0$	
	$V_C = 540 \text{ N}$	*Ans.*
$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$-M_C - 540 \text{ N}(2 \text{ m}) = 0$	
	$M_C = -1080 \text{ N}\cdot\text{m}$	*Ans.*

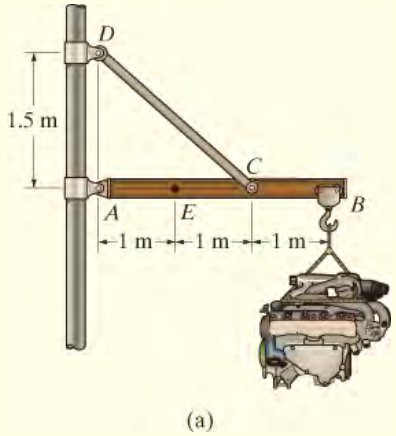


(c)

دا پورتني منفی علامه داسی ښیي چې M_C په مخالف لوري د هغه چې په ډیاګرام کې ښودل شوي عمل کوي . تاسو کوشش وکړی چی د دې ستونزې د حل کولو د AC برخه له لاری هڅه وکړئ . لومړی ریکشن په A کې چک (check) کړي کوم چې په شکل کې 1-4c ورکړل شوي.

مثال 1.2

یو 500 کیلو ګرام (kg) د موټر ماشین چې په 1-5a انځور کې ښودل شوی له یو کرین څخه ځوړند شوی. د داخلي بار پایله قوی چې د E په ټکی کی عمل کړی معلومی کړئ .

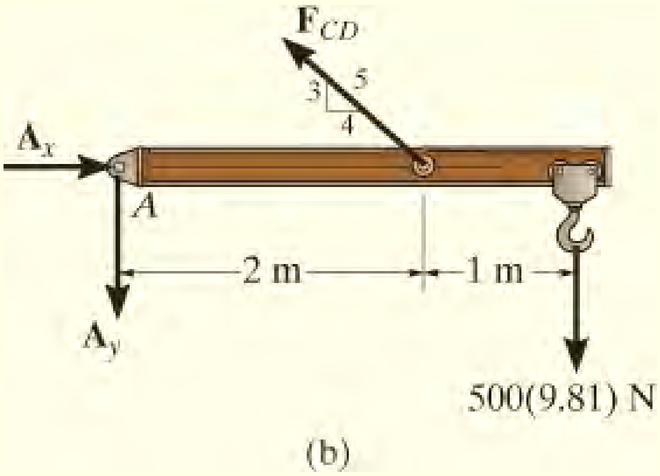


انځور 1-5

حل (SOLUTION)

د اتکا غبرګون یا ریکشنونه (Support Reactions)

د جوړښت AE برخه په پام کې ونیسو. دا ددی لپاره چې باید لومړی د پین اتکا عکس العمل په A کې وټاکو ځکه چې غړی CD د دوو قوو غړي دی، او دا د کیبل په څیر عمل کوي. له همدې امله د F_{CD} قوه یو پیژندل شوی جهت لري. د ویم، د بدن آزاد ډیاګرام په انځور 1-5b کې ښودل شوی . د توازن د مساوات معادلی په دی لاندی ډول پلي کوو.



$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F_{CD}\left(\tfrac{3}{5}\right)(2\text{ m}) - [500(9.81)\text{ N}](3\text{ m}) = 0$$

$$F_{CD} = 12\,262.5\text{ N}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad A_x - (12\,262.5\text{N})\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0$$

$$A_x = 9810\text{ N}$$

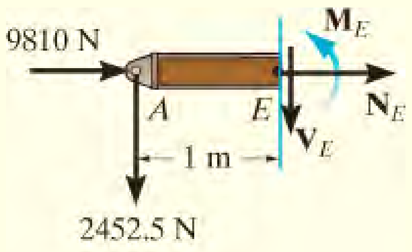
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -A_y + (12\,262.5\text{ N})\left(\tfrac{3}{5}\right) - 500(9.81)\text{ N} = 0$$

$$A_y = 2452.5\text{ N}$$

د جسم آزاد دایگرام (Fee-Body Diagram).

د جوړښت د AE برخی آزاد دایګرام په انځور 1-5c کی ښودل شوي.

د توازن معادلي (Equation of Equilibrium)



(c)

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad N_E + 9810\text{ N} = 0$$

$$N_E = -9810\text{ N} = -9.81\text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V_E - 2452.5\text{ N} = 0$$

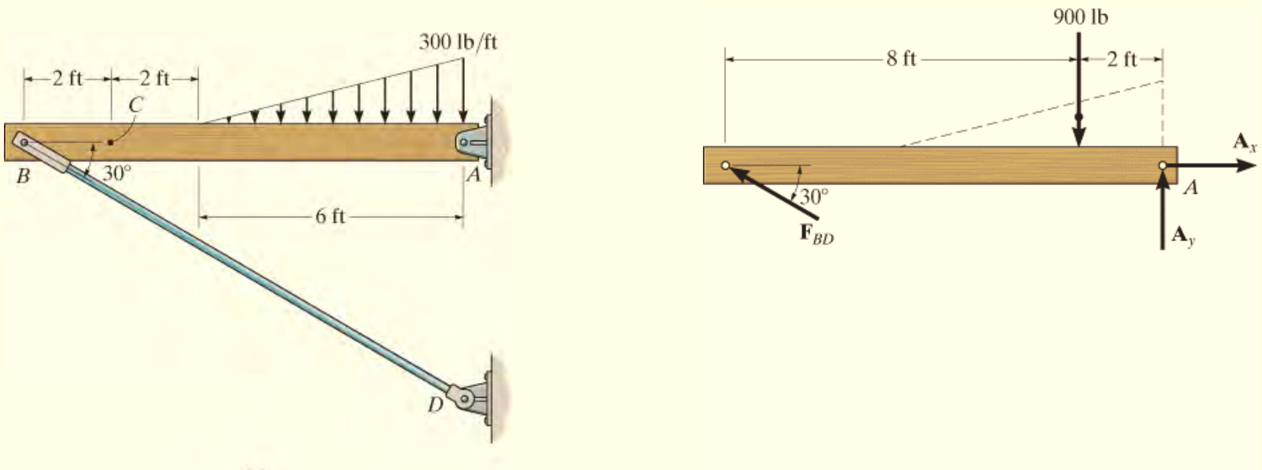
$$V_E = -2452.5\text{ N} = -2.45\text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_E = 0; \quad M_E + (2452.5\text{N})(1\text{ m}) = 0$$

$$M_E = -2452.5\text{ N}\cdot\text{m} = -2.45\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 1.3

ددی لاندی ښودل شوی بیم په C ټکی کی دداخلي لودونو محصله پیدا کوو.



(a) (b)

انځور 1-6

حل (SOLUTION)

د اتکا غبرګون یا ریکشنونه (Support Reactions)

دلته اول باید ریکشن د A په اتکا کی پیدا کړواو بیا به د BC برخه په پام کی ونیسو.

د ټول بیم آزاد ډیاګرام د 1.6b په انځورکي ښودل شوی. څرنګه چې د BD غړی د دوو قواوو غړی دی (د مثال 1.2 غړي CD په څیر) قوه په B کي یو پیژندل شوی جهت لري (انځور 1-6b).

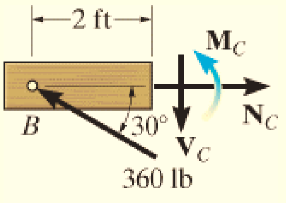
مورږ لیکلی شو:

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\ (900\text{lb})(2\text{ft}) - (F_{BD}\sin 30°)10\text{ft} = 0 \quad F_{BD} = 360\text{lb}$$

د جسم آزاد دایګرام (Free-Body Diagram)

د دې پایلې په کارولو سره، د بدن آزاد ډیاګرام د BC برخه په انځور 1.6c کې ښودل شوې .

(Equation of Equilibrium) د توازن معادلي



(c)

$$\xrightarrow{+}\Sigma F_x=0; \qquad N_C-(360\text{lb})\cos30°=0$$

$$N_C=312\text{lb} \qquad \text{Ans.}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y=0; \qquad (360\text{lb})\sin30°-V_C=0$$

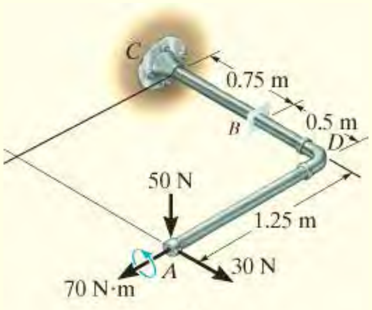
$$V_C=180\text{lb} \qquad \text{Ans.}$$

$$\circlearrowleft+\Sigma M_C=0; \qquad M_C-(360\text{lb})\sin30°(2\text{ft})=0$$

$$M_C=360\text{lb}\cdot\text{ft} \qquad \text{Ans.}$$

مثال 1.4

د داخلي بارونو پایله محصله چې د پایپ (pipe) د B برخه کې عمل کوي معلومه کړئ.دا ټکی د پایپ په انځور 1.7a کې ښودل شوی. د پایپ د A په سر کی یوه عمودی بار چې 50N دی عمل کړي . او هم پدی پای کی یوه بله افقي قوه د 30N په ارزښت اویوه جوړه مؤمنت (couple moment) په اندازه د 70 N.m عمل کړي. د پایپ وزن د پام وړ ندي.



(a)

انځور 1-7

حل (SOLUTION)

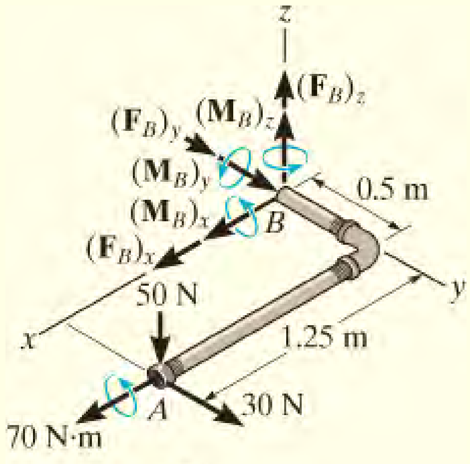
د داخلي بارونو پایله محصله چې د B په ټکی د پایپ عمل کوي د یوازی AB برخي په پام کي نیولو سره حل کیدی شي. دلته موږ اړتیا نلرود C د اتکا عکس العملونه محاسبه کړو.

د جسم آزاد ډیاګرام (Free-Body Diagram)

د AB برخي د جسم آزاد ډیاګرام په انځور 1.7b کي ښودل شوی. محورونه دx، y، z په B کي جوړ شوی. محصله قواوي او مؤمنتونه په دی برخه کی داسی فرض شوی چې په *مثبت جهتونو* عمل کوي، او دوی د B برخی د *ثقل مرکز (centroid)* نه تیریږي.

د توازن معادلې (Equations of Equilibrium)

د توازن شپږ سکیلر (scaler) معادلی پدی لاندی ډول پلي کوو موږ لرو*



(b)

$$\Sigma F_x = 0; \qquad (F_B)_x = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

$$\Sigma F_y = 0; \qquad (F_B)_y + 30\text{ N} = 0 \qquad (F_B)_y = -30\text{ N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\Sigma F_z = 0; \qquad (F_B)_z - 50\text{ N} = 0 \qquad (F_B)_z = 50\text{ N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\Sigma (M_B)_x = 0; \qquad (M_B)_x + 70\text{ N}\cdot\text{m} - 50\text{ N}\,(0.5\text{ m}) = 0$$

$$(M_B)_x = -45\text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\Sigma (M_B)_y = 0; \qquad (M_B)_y + 50\text{ N}\,(1.25\text{ m}) = 0$$

$$(M_B)_y = -62.5\text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\Sigma (M_B)_z = 0; \qquad (M_B)_z + (30\text{ N})(1.25) = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

$$(M_B)_z = -37.5\text{ N}\cdot\text{m}$$

يادونه: د $(F_B)_y$، $(M_B)_x$، $(M_B)_y$ ، او $(M_B)_z$ په ځواب کی منفي نښې څه په ګوته کوي؟

نارمل قوه $N_B = |(F_B)_y| = 30\ N$ ، پداسي حال کي چې شير قوه مساوی ده په :

همدارنګه د تورژن مؤمنت داسی ليکلی شو: $V_B = \sqrt{(0)^2 + (50)^2} = 50N$

$T_B = |(M_B)_y| = 62.5\ N\ .\ m$، او تاويدونکی مؤمنت عبارت دی په

$$M_B = \sqrt{(45)^2 + (37.5)^2} = 58.6\ N.m$$

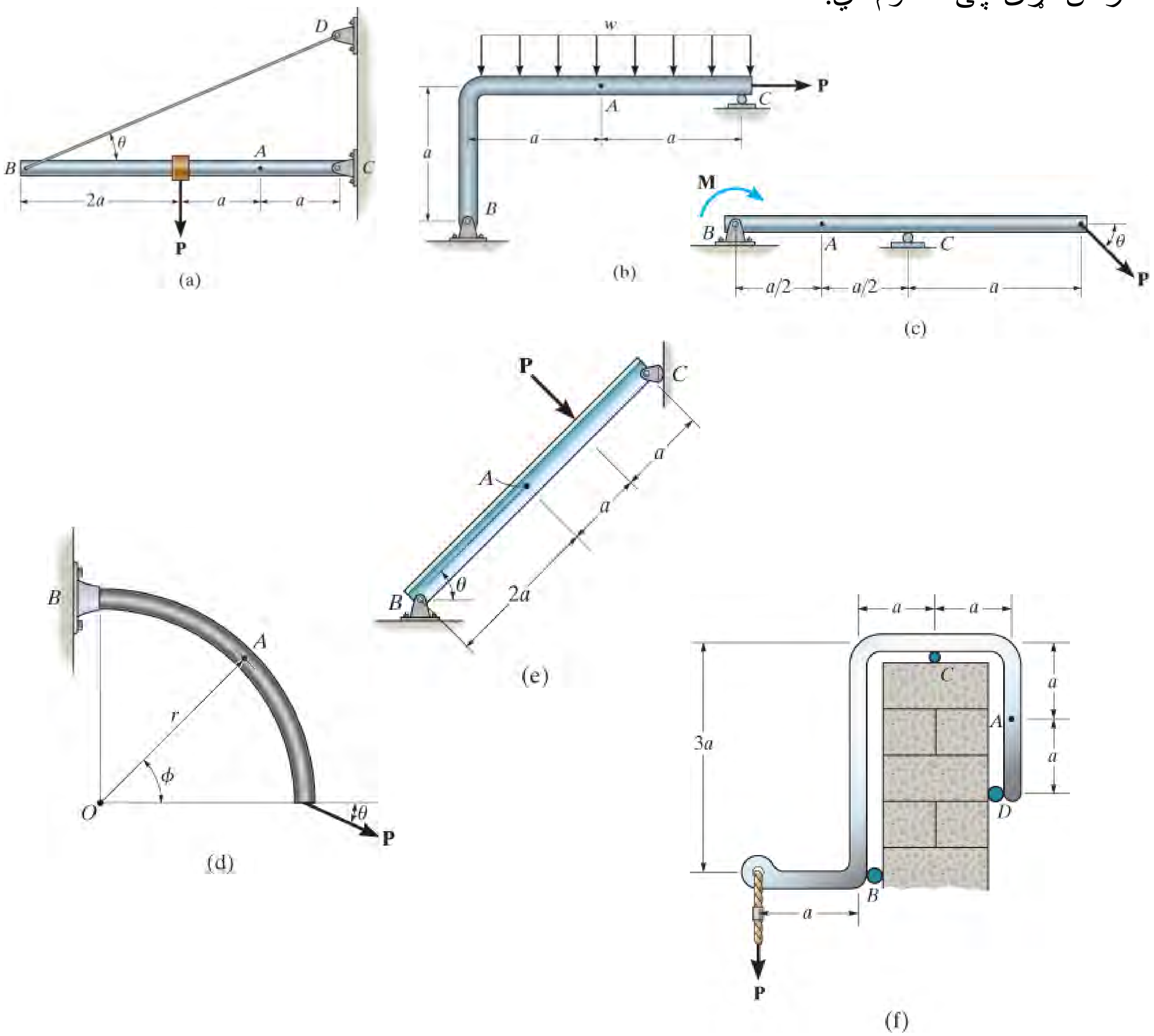
*يادونه: دهر مؤمنت اندازه په x، y ، يا z محور سره مساوي ده د قوه مقدار ضرب دی عمودی فاصلی له محور څخه د قوې د عمل کرښې پورې. د هر مؤمنت جهت د د ښي لاس قاعدې (right-hand rule) په کارولو سره ټاکل کيږي، مثبت مؤمنت د غټی ګوتی (thumb) د مثبت محور سره لاربنوونه کيږي .

وړانديز کيږي چې تاسو د دې مثالونو په حلونو باندې ځان وپوهوی، او بيا د دې په اړه فکر او هڅه وکړي چې کومی د توازن معادلې او په څه ډول پليی شی تر ټو نامعلومی قواوی پيدا شي. د حل کولو دمخه، لومړی هڅه وکړی چی خپل مهارتونه جوړ کړئ او دا د اولی برخی سوالونه چی په حقيقت کې لږ يا هيڅ محا سبو ته اړتيا نلري حل کړي. او بيا ځينې **بنسټيز سوالونه** چی په لاندې پاڼو کې ښودل شوي حل کړي . د دې ټولو سوالونو حل او ځوابونه د کتاب په آخر کې ورکړل شوي دي. **په حل ددی ډول سوالونو، د ټول کتاب په اوږدو کې، د تيوري د پلي کولو او څرنګوالي په پوهيدو کې خورا مرسته کوي ، او پدې توګه به وده وکړي تر څو ستاسو د سوالونو د حل کولو مهارتونه به زيادت شی.**

لومړنۍ پوښتني

PRELIMINARY PROBLEMS

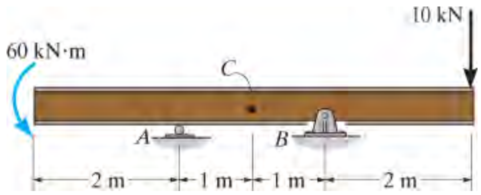
ل 1- . په دی لاندی انځورونو کی تشریح کړئ چې څنګه به داخلي محصله قووای په ټکی A کی وموميږ. ټول هغه اړین آزاد دایګرامونه رسم کړئ، او اړونده د توازن معادلي په ګوته کړي .
ارزښتونه مه محاسبه کوئ. لیکل شوی ابعاد، زاويې، او بارونه چې په حروفو ښودل شوی داسی فرض کړی چې معلوم دي.



بنسټیز سوالونه

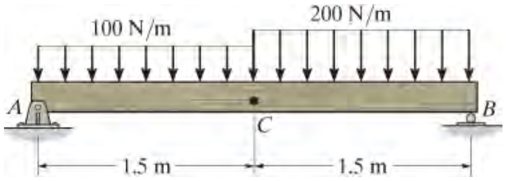
FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب 1.1. په ټکی C د لاندی بیم، داخلی محصله نارمل قوه، شیرقوه، او مؤمنټ پیدا کړي.



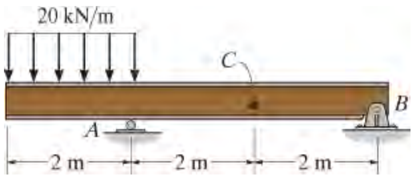
انځور ب 1-1

ب 1.2. په ټکی C د لاندی بیم، داخلی محصله نارمل قوه، شیرقوه، او مؤمنټ پیدا کړي.



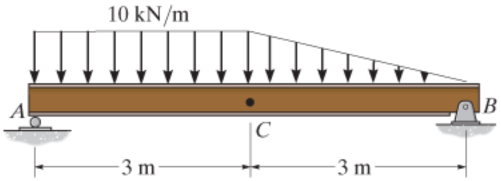
انځور ب 1-2

ب 1.3. په ټکی C د لاندی بیم، داخلی محصله نارمل قوه، شیرقوه، او مؤمنټ پیدا کړي.



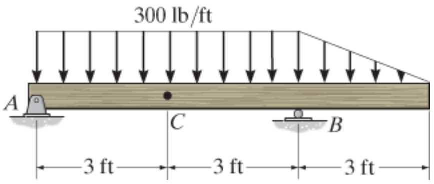
انځور ب 1-3

ب 1.4. په ټکی C د لاندی بیم، داخلی محصله نارمل قوه، شیرقوه، او مؤمنټ پیدا کړي.



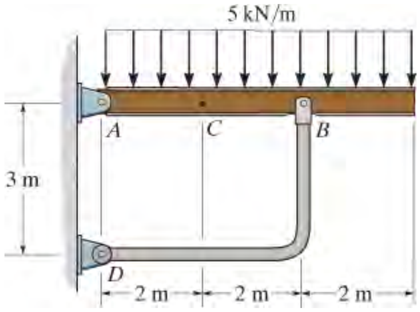
انځور ب 1-4

ب 1.5.د C په ټکی د لاندنی بیم کی د داخلی بار د نارمل قوي، شیر، او مومنټ محصله پیدا کړي.



انځور ب 1-5

ب 1.6.د C په ټکی کی د لاندنی بیم د داخلی بار د نارمل قوي، شیر، او مومنټ محصله پیدا کړي.

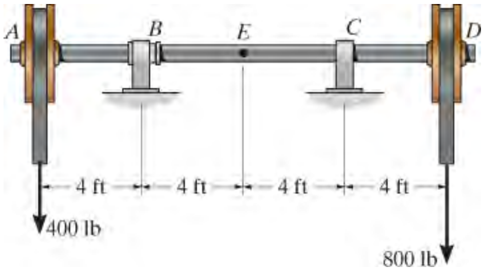


انځور ب 1-6

سوالونه

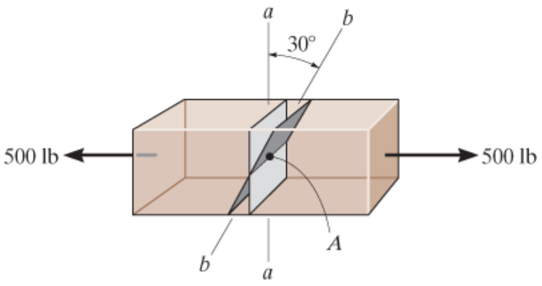
PROBLEMS

س 1-1 . دا لاندی بنودل شوی شافت (shaft) په اوار ستریس بیرنګ B(stress bearing) او په جورنال (journal) ستریس بیرینګ C کې تکیه لري . د داخلي بارونو محصله د E په غوځه کی معلوم کړئ.



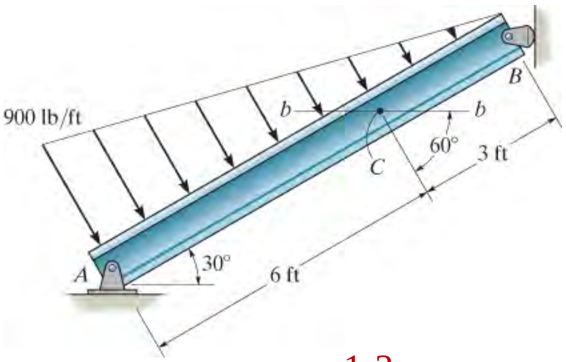
س 1-1

س 1-2 . د داخلي بارونو محصله د نارمل،او شیر قواو په لاندی غړي کی: (الف) په غوڅه د a-a او (ب) په غوڅه د b-b کې پيدا کړي. هر يو ددی محصلو د د غوڅی د ثقل له مرکزنه تيريږي. هغه 500 lb بار په مرکزي محور د غړی عمل کړي.



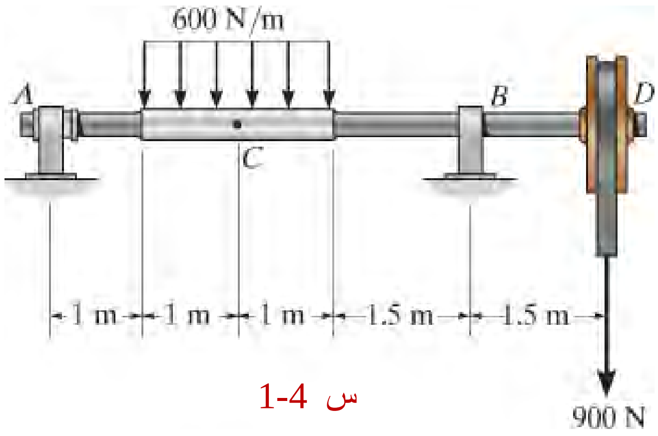
س 1-2

س 1-3 .د داخلی بار محصله د C په ټکی کی د b-b په غوڅه د بیم کی پیدا کړي.



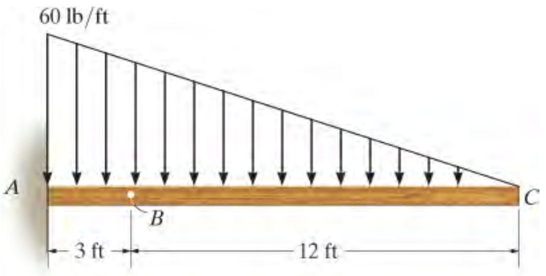
س 1-3

س *1-4 . دا لاندی ښودل شوی شافت په حواره تریست (smooth thrust) بیرنګ په A کی او په حواره جورنال بیرینګ B کې تکيه لري . د داخلي بارونو محصله په غوڅه برخه د C په ټکی کی پيدا کړئ.



س 1-4

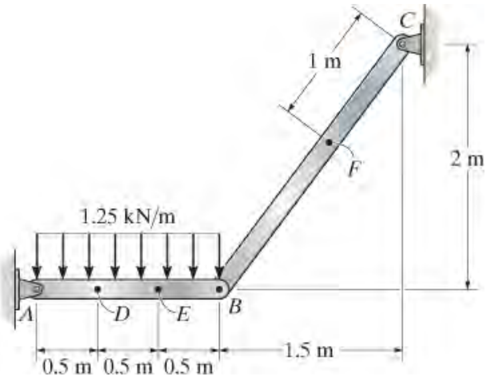
س 1-5 . ددی لاندی بیم د B په ټکی کی د داخلی بارونو محصله پیدا کړی.



س 1-5

س 1-6 . په ټکی B کی د داخلی بارونو محصله په لاندی جوړښت کی پیدا کړی.

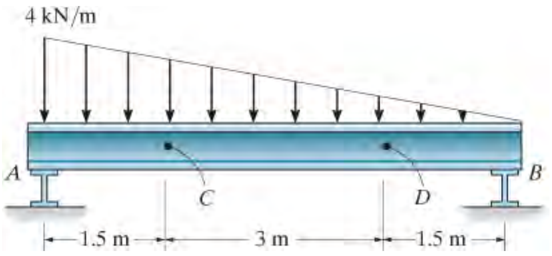
س 1-7 . په دی لاندی جوړښت کی د E او F په ټکیوکی د داخلی بارونو محصله پیدا کړی.



س 1-6/7

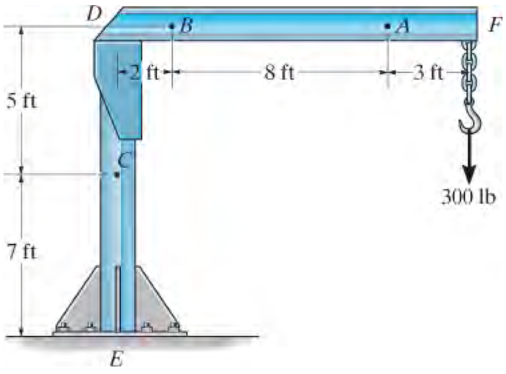
س *1-8 . په دی لاندی بیم یو ویشلشوی بار عمل کړی د C په ټکی کی د داخلی بارونو محصله کوم چې عمل کړی پیدا کړي. فرض کړی چې د A او B په اتکاوو کی غبرګونونه عمودی عمل کړی.

س 1-9 . په دی لاندی بیم یو ویشلشوی بار عمل کړي. د بیم په ټکی D کی د داخلی بارونو محصله کوم چې عمل کړی پیدا کړي. فرض کړی چې د بیم د A او B په اتکاوو کی غبرګونونوعمودی عمل کړی.



س 1-8/9

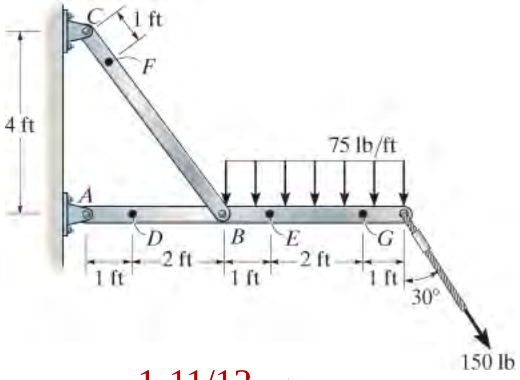
س 1-10 . دا لاندی بوم (boom)د جیب کرین (jib crane) DF او ستني DE ویشلشوي بدنی وزن 50 lb/ft لري. که چیری بهرنی بار 300 lb وی، د داخلی لودونو محصله په $A, B,$ او C کی پیدا کړي.



س 1-10

س 1-11 . په دی لاندی جوړښت کی د D او E په ټکیو کی د داخلی بارونو محصله پیدا کړي.

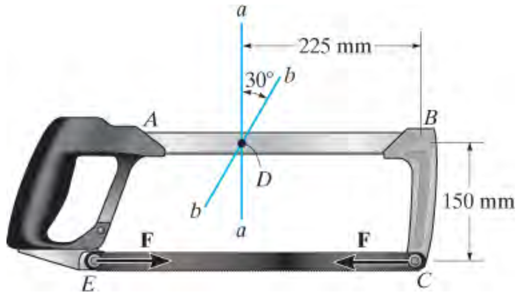
س 1-12 . په دی لاندی جوړښت کی د F او G په ټکیو کی د داخلی بارونو محصله پیدا کړي.



س 1-11/12

س 1-13 . د یوی اري په تیغ کی یوه مخکنی کش (pretension) شوي قووه $F = 100$ N شتون لري. د داخلي بارو محصله د D په ټکی کی د a-a پر غوڅه معلومه کړئ .

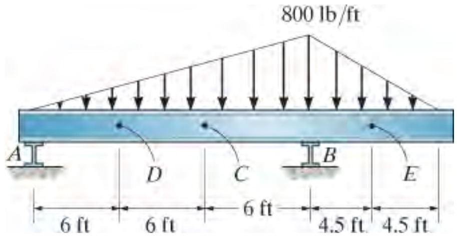
س 1-14 . د یو اري په تیغ کی یوه مخکنی کش شوي قوه $F = 100$ N شتون لري. د داخلي بارو محصله په ټکی D کی د b-b پر غوڅه کی معلومه کړئ



س 1-13/14

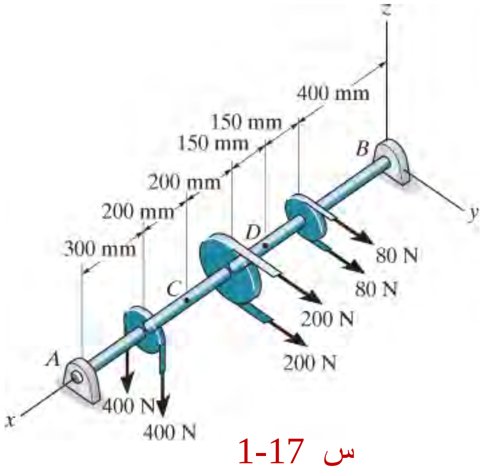
س 1-15 . په دا لاندی بیم یو ویشلشوی مثلثي بار عمل کړي. د داخلي بارو پایله محصله د C په ټکی کی معلومه کړي. فرض کړي چی د اتکا ریکشنونه عمودي عمل کړي.

س 1-16* . په دا لاندی بیم یو ویشلشوی مثلثي بار عمل کړي. د داخلي بارو پایله محصله په D او E تکیوکی معلومه کړئ. فرض کړي چی د اتکا ریکشنونه عمودي عمل کړي.



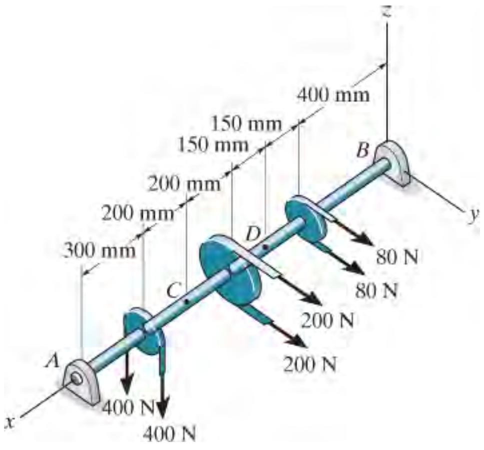
س 1-15/16

س 1-17 . د یو میلي (shaft) په دواړو سرو A , B کی دوه بیریګونو اتکاوي شتون لري او بهرنی بارونو د پولي (pulley) په واسط چی په میله باندی تړل شوی عمل کړي. د داخلي بارو پایله محصله د D په ټکی کی پیدا کړی. د 400N قوه په z- جهت او د 200N او 80N قواوی د $+y$ په خوا عمل کوي. د A او B جورنل بیرنګو باندی یوازی د y او z په سمت ریکشنونه جوړیږي .



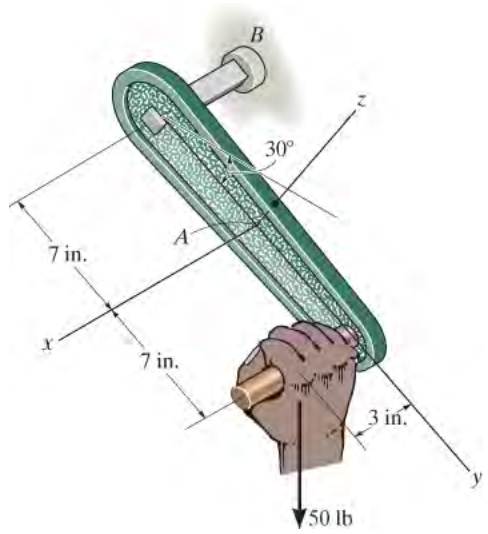
س 1-17

س 1-18 . د یو میلي (shaft) یا شافټ په دواړو سرو کی د بیرنگونو اتکاوي (A او B) شتون لري او بهرنی بارونه د پولي (pulley) په واسطه چی په میله باندی تړل شوی عمل کړي. د داخلي بارو پایله محصله د C په ټکی کی معلوم کړی. د 400N قوه په $-z$ جهت او د 200N او 80N قواوی د $+y$ په سمت عمل کوي. په A او B کې د جورنال بییرنگ یوازې y او z سمت ریکشنونه جوړه وي .



س 1-18

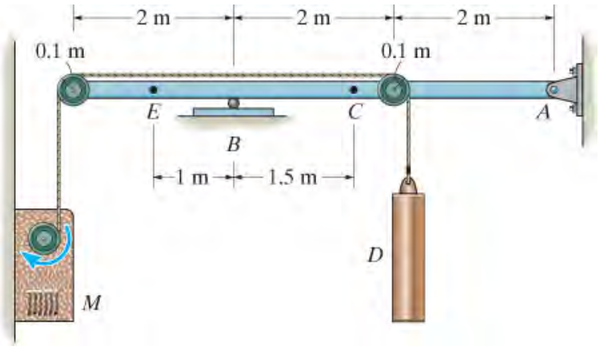
س 1-19 . د لاسي کرینک (crank) چې ابعاد یي په لاندی انځور کی ښودل شوي، یوه عمودی قوه د 50N په لاس ورباندی پلی کیږي. د داخلي بارونو پایله محصله د A په ټکی کی معلومه کړئ. فرض کړئ چې کرینک په B کې د شافټ سره کلک تړلي دي .



س 1-19

س *1-20 . د داخلي بارو محصله په ټکی C د بیم کوم چې په لاندی کی ښودل شوی معلوم کړئ. بهرنی بار D یوه 300 kg کتله لری او د M موټر په زریعه په یوه ثابت سرعت پورته خیږي.

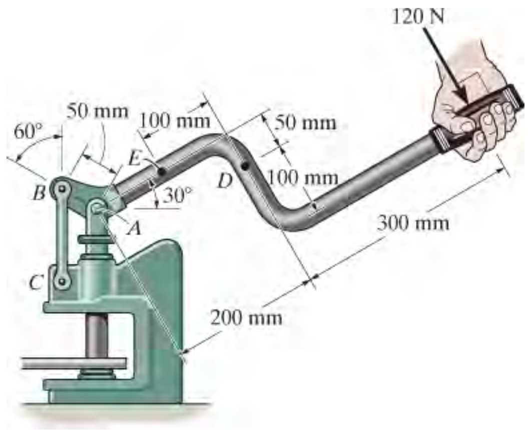
س 1-21 . د داخلي بارو محصله په ټکی E د لاندی ښودل شوی بیم معلوم کړئ. بهرنی بار D یوه 300 kg کتله لری او د M موټر په زریعه په یوه ثابت سرعت پورته خیږي



س 1-20/21

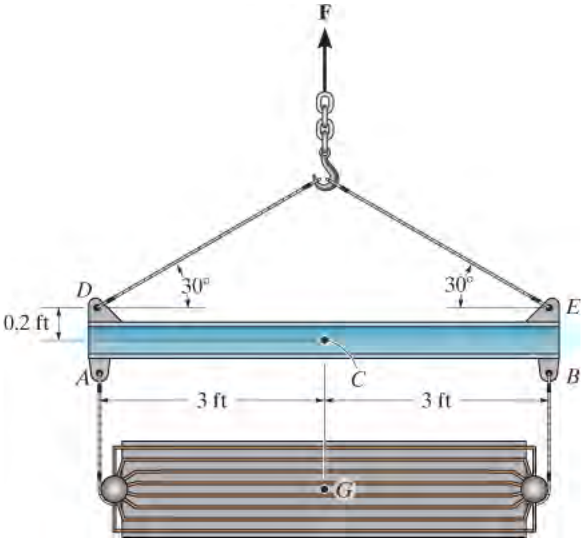
س 1-22 . فلزي سټډ پنچ (stud punch) چې لاندی ښودلشوی د لاس په زریع یو 120 N قوه پری عمل کړی. د عکس العمل قووي شدت په پین A او په لنډه عضوه BC کی معلوم کړئ . همدارنګه، د داخلی بارو محصله چی د D په ټکی کی عمل کړي معلوم کړئ.

س 1-23 . د داخلي بارونو محصله چې د لاستی په ټکی E کی او هم د لنډی عضوی BC په غوښه کی عمل کړي معلومه کړئ



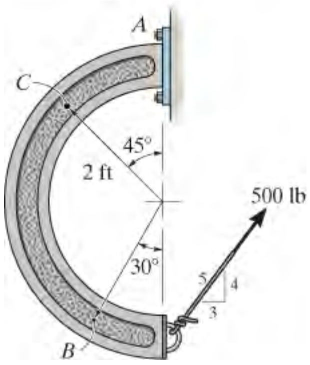
س 1-22/23

س 1-24 . د داخلي بارونو محصله چې په ټکی C کی عمل کړي معلوم کړئ. د سړیدو ماشین 52 kips درروند دی او د ثقل مرکز یی د G په ټکی کی دي.



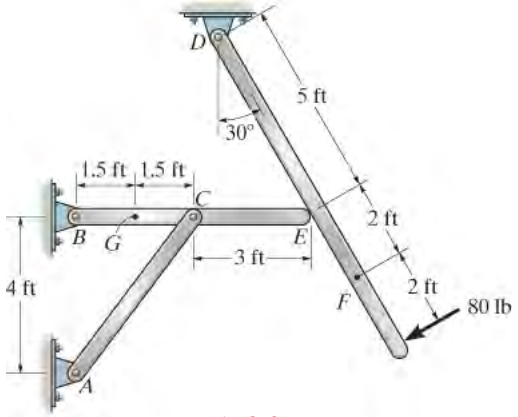
س 1-24

س 1-25 . د داخلي بارونو محصله چې د کاږه بیم په B او C تکیو کی یی عمل کړي معلومه کړي.



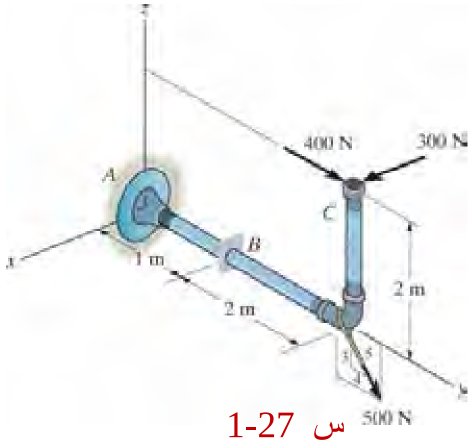
س 1-25

س 1-26 . د داخلي بارونو محصله چی په ټکیو F او G د لاندی چوکاټ کی عمل کړي معلومه کړي.



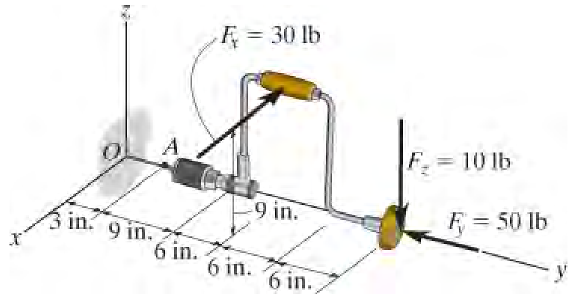
س 1-26

س 1-27 . په دی لاندی انځور کی ښودل شوی پایپ 12 kg/m کتله لري. دا پایپ په دیوال د A په برخه کی کلک تړل شوي، د داخلي بارونو محصله چی د B په غوڅه کی عمل کوی معلوم کړئ.



س 1-27

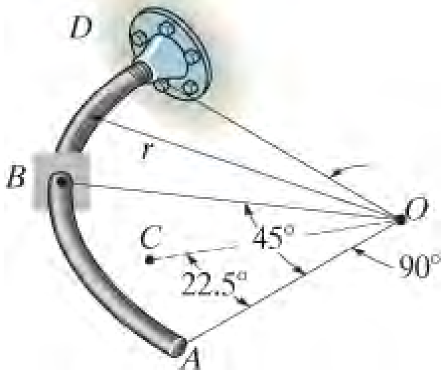
س 1-28* . یوه لاسی برمه په لاندی انځور کی ښودل شوي ،او په ټکی O کی د سوروي کولو لپاره تری کار اخستل کیږی. که چیري دا برمه ددي لاندی ښودل شویو قواو په واسطه د دریدو یا جام حالت ته رسیږي، د داخلي بارونو محصله نتیجه د برمی په A غوڅه کی معلومه کړئ.



س 1-28

س 1-29 . د کوږ راډ AD چې r یې د غوڅې شعاع او وزن یې په اوږدوالی باندی w دی او په افقی توګه پروت دی. د داخلي بار محصله چې د B په غوڅه کې عمل کوی پیداکړی.

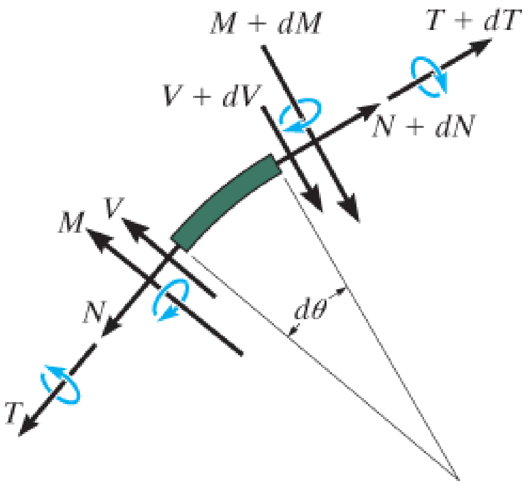
اشاره: د برخی AB د سینترویډ (مرکز ثقل) C څخه تر O پوری فاصله راکړل شوی چې $CO = 0.9745r$ ده .



س 1-29

س 1-30 . یو وړوکی برخه له منحنی بار یا راډ (rod) بیله شوی او په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. وښایي چې لاندی معادلی صحیح دی.

$$\frac{dN}{d\theta} = V, \qquad \frac{dV}{d\theta} = -N, \qquad \frac{dM}{d\theta} = -T, \qquad \frac{dT}{d\theta} = M.$$

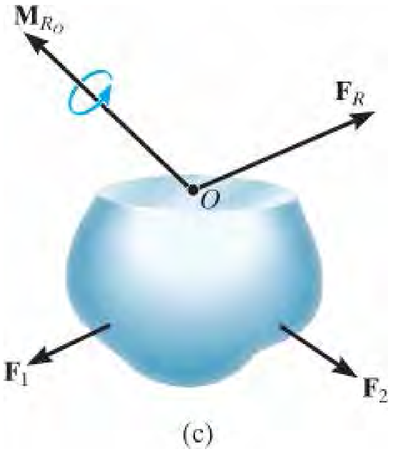


س 1-30

1.3 ستړیس (Stress)

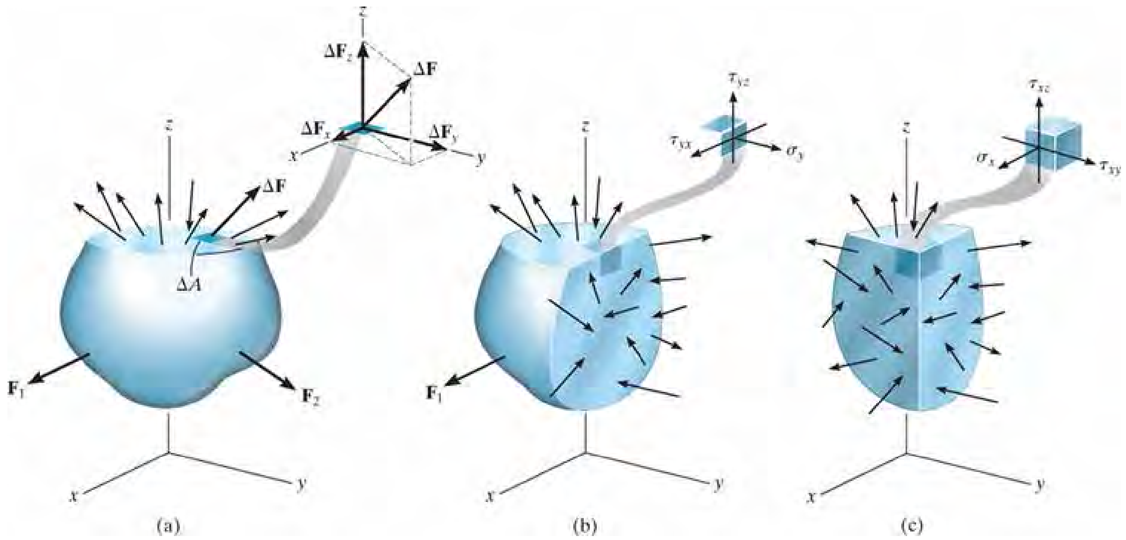
د اول فصل په 1.2 برخه کې وښودل شول کله چې یوه قوه او مؤمنت په یو مشخص ډول د جسم په غوڅه شوې ساحه د O ټکی کی عمل کوی،ا نځور 8-1 ، دا قوه استازیتوب کوی د هغه محصلی چې د *ویشلشوی بار له کبله* چې په یوه ساحه د انځور 1-9a یی عمل کړی. د دې *ویش* ترلاسه کول د موادو د میخانیک لپاره مهم دي . د دې سوال د حل لپاره په لومړي سر کې اړین دی چې د فشاریا ستړیس (stress) په مفهوم ځان و پوهه وو.

موږ دا غوڅه شوې ساحه داسی په پام کی ونیسو چې په وړو فرعی ساحو لکه ΔA ویشل شوې، چې د 1-9a په انځور کې ښودل شوي. لکه څنګه چې موږ ΔA اندازه په ورو ورو را کمه وو ، موږ به د موادو د ځانګړتیاوو په اړه دوی انګیزی په پام کې ونیسو .



انځور 1.8

مواد ***دوامداره*** (***continuous***) دی، یعني مواد په ټول بدن کی یو ډول جوړه شوي او هغه نیږدی تداوم (*continuum*) لري پدی معنی چې په منځ کی هیڅ خلا نلري. همدارنګه، مواد باید ***همغږي*** (***cohesive***) وي، په دی معنی چې د هغې د بدن ټولی برخې پرته له وقفې نه یوځای سره تړلي دي، درزونه، یا جلا کیدل شتون نلري. یوه معینه او خورا کوچنی قوه $\Delta \mathbf{F}$ په یوه وړوکی ساحی ΔA عمل کوي چې د 1-9a په انځور کې ښودل شوی. دا قوه، د نورو ټولو په څیر، به یو ځانګړی سمت ولری، مګر د نورو ټولو قواو سره په پرتله کولو لپاره، موږ به یې د هغې په دریو برخو بدل کړو، یعني ΔF_x ، ΔF_y، اوΔF_z . که ΔA صفر ته نږدې کیږي، نو $\Delta \mathbf{F}$ او د هغې برخې به هم کوچنی کیږي. پدی حالت کی د قوی او ساحه ضریب یو محدود حد ته رسیږي. دې حا صل ته ***فشار یا ستړیس*** (***stress***) ویل کیږی، او دا د *داخلي قوی شدت* بیانوي چې په یوه ځانګړې سطحه باندې عمل کوي او د یوې نقطې څخه تیریږي .



انځور 1.9

نارمل ستریس (Normal Stress) د هغه قووی شدت چې په ساحه ΔA عمودی یا نارمل عمل کوي د ***نارمل ستریس*** یا ستړس (s) په نوم یادیږي، s (سیګما).

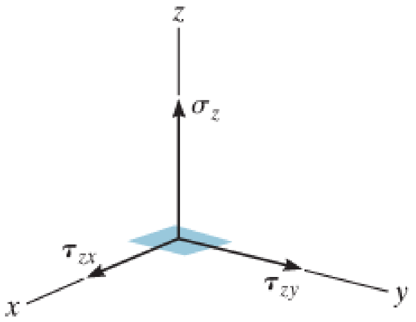
ځکه چې ΔF_z عمود دی په ساحه باندی او د ریاضی په توګه په لاندی ډول ده:

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} \qquad (1\text{–}4)$$

که چیری نارمل قوه یا ستریس د ΔA په ساحه کی کشش جوړ کړی په نامه د ی کششی ستریس (tensile stress) او که چیری په ساحه تیله کول وکړی په نامه دی ***تیلوهنکی ستریس*** (compressive stress) یا دیږی.

شیر یا مخنی ستریس (Shear stress) د قوی شدت چی د ΔA په سطحه (مخ) باندی مماسی عمل کوی د ***مخنی ستریس یا شیر*** (t) (تو) په نامه بلل کیږی. دا لاندی دمخنی ستریس دوی برخی بنودل شویی:

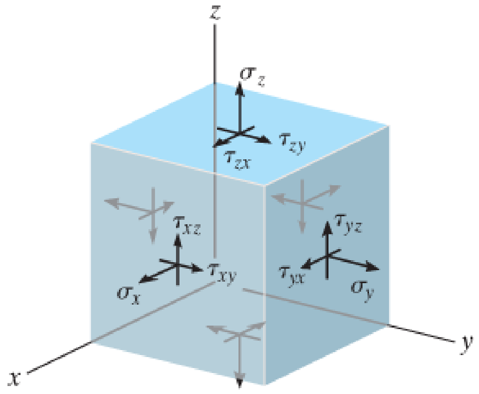
دلته دا ټیټه علامه (subscript) د z موقعیت د ΔA مخ ښتکه چې په 1-10 انځورکی ښودل شوي ښیي. هغه ټیټ علامه د x او y هغه محورونه په ګوته کوي چې هرمحنی ستریس یا شیر په هغه جهت عمل کړي.



$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$
$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} \qquad (1\text{–}5)$$

انځور 1.10

د ستریس عمومی حالت (General State of Stress): کله چې یو جسم د یو سطحې په واسطه چې موازی په سطح $x–z$ وی غوڅ شي چې دا په 1-9b انځورکی ښودل شوی. او که جسم په سطحه چې موازي په $y–z$ سطحه وی غوڅ شي چې په 1-9c انځور کی ښودل شوی. د دی غوڅیدو حاصل بیا یو مکعب حجم جوړوی چې د ټاکل شوي ټکی د شاوخوا د***ستریس حالت*** چې هلته ښتون لری لاس ته راوړل کیږي. د ستریس دری اجزا وی په هر سطحه د مکعب عمل کوي . دا ستریسونه په 1-11 انځورکی ښودل شوي.



انځور 1.11

واحدونه (Units). د ستریس واحد په نړیواله کچه په SI سیستم کی د نارمال او مماسي ستریس (شیر) شدت په نیوټن په یوه مربع متر (N/m^2) واحدونو سره مشخص شوي. د دی واحدونو ترکیب ته پاسکل هم ویل کیږي ($1\ Pa = 1\ N/m^2$)، او دا کوچني مخففونه لکه کیلو- (10^3)، مخفف یي k، میګا- (10^6) مخفف یی د M په حرف ، یا ګیګا (10^9) د G په حرف ښودل شوی چې په انجینری کې تری کار اخستل کیږی او د ستریس د حقیقي ارزښتونو استازیتوب کوی .

* د فوټ – پونډ، ثانيي واحدونو په سيستم کې، انجنيران معمولا سټريس په پونډ پر یوه مربع انچ (psi) یا کیلوپونډ پر مربع انچ (ksi)، ښیی او زر پونډه په (kip = 1000 lb,) په کیپ ښودل کیدی شی.

*کله ناکله د SI په سیستم کی سټریس د N/mm^2 په واحدونو کې څرګندیږي، چیرته چې $1\ mm = 10^{-3}\ m$. په هرصورت، په SI سیستم کی، مخکینی برخې (prefixes) ته په مخرج کی اجازه نه ورکول کیږي، او له همدې امله دا غوره ده چې داسی ولیکل شي: $1N/mm^2 = 1\ MN/m^2 = 1\ MPa$ چی میګا پسکل دی.

1.4 نارمل اوسط سټریس په یوه محوری بارشوی میله کی (AVERAGE NORMAL STRESS IN AN AXIALLY LOADED BAR)

موږ به اوس اوسط سټريس، د یوی میلی (bar) په غوڅه چې د محوری بارعمل کولو له امله مینځ ته راغلي، تشريح کړو. او دا په 1-12a انځور کی ښودل شوی. په ځانګړې توګه، دا غوڅه په عمود ډول د میلی د محورپه اوږدوالي اخیستل شوي. څنګه چې د میلی ټوله غوڅه یو شان یا پریزماتیک (prismatic) ده نو ټولی برخې د میلی په اوږدو کې یو شان غوڅه لري. د میلی مواد هم یو شان یا ***همو جنیس*** (homogeneous) او په ټولو جهتو یو شان یا ***آیسو ټرافیک*** (isotropic) دي، پدی معني چی په ټول حجم کی یو شان فزیکي او میخانیکی خاصیت لري او هم د غوڅی ساحه يي په هراوږدوالی یو شان ده. بیا کله چې بار P په مرکز د غوڅی عمل وکړي دا میله به په ټول اوږدو کې یو ډول تغیر وومومي. دا په لاندی انځور کی ښودل شوي.

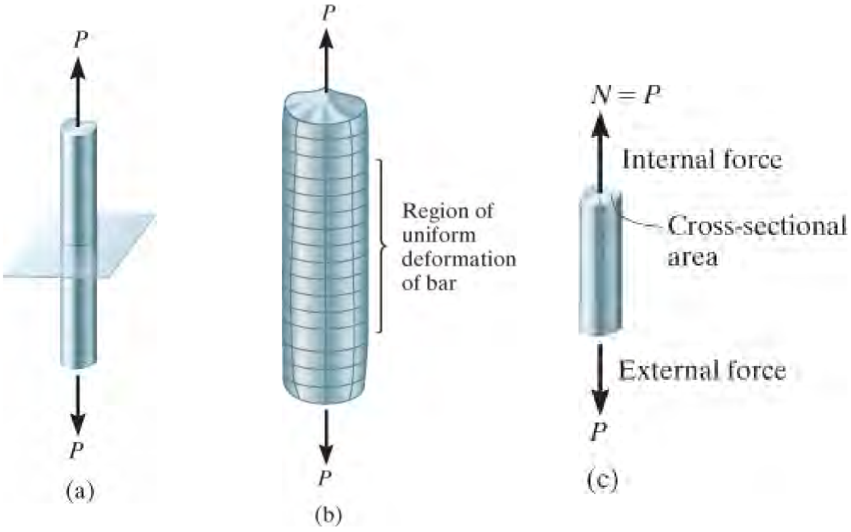
باید یوه شئ چې ډیری انجینري مواد یو شان او ایسوټروپیک اټکل کیږي. فولاد، د مثال په توګه، په هر مکعب ملی متر حجم کې په زرګونو تصادفي کرسټالونه فزیکي اندازه په هر لور لري ، او څکه هغه جسم چی د دې موادو څخه جوړ شوي فزیکي اندازه يي د کریستلو په اندازه د یو واحد کرسټال څخه خورا لوی دی، پورته انګیرنه د موادو د جوړښت په اړه خورا حقیقت دی.

په یاد ولرئ چې ***ان ایسوټروپیک*** مواد چې خواص یی په لوری پوری تړلی لکه لرګي، مختلف خاصیتونه په مختلفو جهتو لري؛ اما که د لرګیو دانې د بار د محور په لور ځاې په ځاې شي (د مثال په توګه د لرګي په یوه عادي تخته کې) بیا به میله هم کله چې د محوري بار P سره مخ شي په مساوي ډول تغیر وومومي .

د اوسط نارمل سټریس ویش (Average Normal Stress Distribution). که موږ

یوه برخه یا سطحه له میلي تېره کړو، او میله له دی لارې په دوو برخو جلا شي، بیا توازن لپاره

اړتیا ده چې د نارمل قوه پایله محصله N په دی برخه کې د P سره مساوي وي. دا په 1-12c انځورکی ښودل شوي. او ځکه چې مواد یونیفورم تغیر مومي ، دا اړینه ده چې د غوڅې برخه د دوامداره نارمل ستریس ویش سره مخ وي.



انځور 1.12

د پایلې په توګه، د یوی کوچنۍ ساحه ΔA په غوڅه کی یوه قوه $\Delta N = s\,\Delta A$ عمل کړي لکه په 1-12d انځور کی، او د دې قواوو مجموعه چې په ټوله ساحه عمل کوي باید مساوي د **P** قوی پدی برخه کی شي. که موږ اجازه ورکړو چې $\Delta A \rightarrow dA$ او $\Delta N \rightarrow dN$ ، نو د s قیمت ثابت دي او موږ لیکلی شو:

$$+\uparrow F_{Rz} = \Sigma F_z; \qquad \int dN = \int_A \sigma\, dA$$

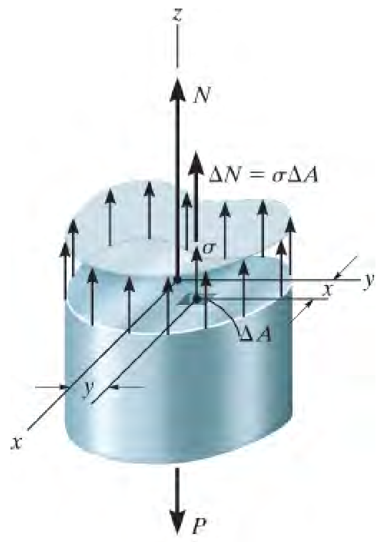
$$N = \sigma A$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \qquad (1\text{–}6)$$

دلته s منځنی ستریس په هره ټکي د غوڅې کی

N = د نارمل بار داخلي پایله لرونکي محصله، کوم چې د مرکز ثقل له لارې عمل کوي . د N ارزښت د برخي میتود او د توازن معادلو په کارولو سره ټاکل کیږي او په دی اساس $N = P$ لاس ته را ځي.

A = دمیلی د غوڅې ساحی مساحت ده چې s وربانډی ټاکل کیږي



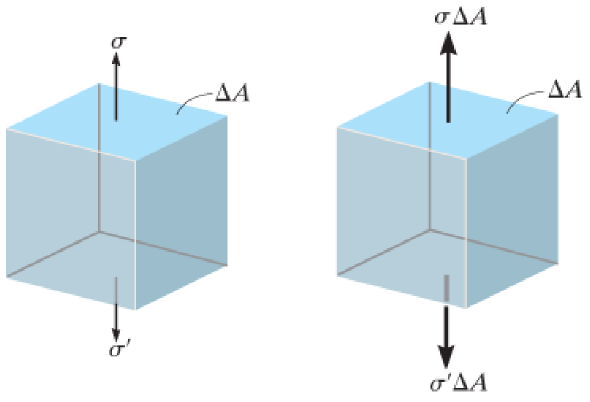
(d)

انځور 1.12 (دوام)

توازن (Equilibrium). د ستریس ویش ځنګه چی په 1-12 انځور کې په ګوته شوي یو نارمل ستریس د جسم د موادو په هر کوچني حجم کې شتون لري . پدی توګه که موږ عمودی توازن د یوی برخی په پام کی ونیسو او بیا د توازن معادلی پلی کړو ځنګه چی په 1-13 آزاد دایګرام کی ښودل شوی

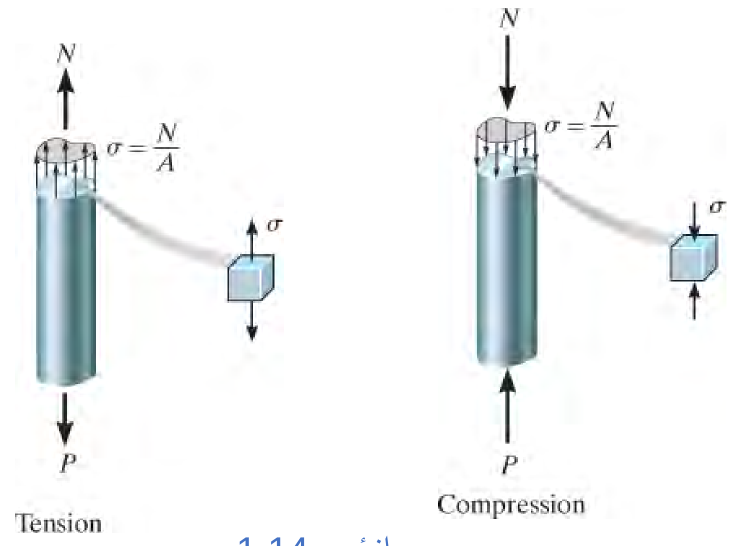
$$\Sigma F_z = 0; \qquad \sigma(\Delta A) - \sigma'(\Delta A) = 0$$

$$\sigma = \sigma'$$



Stress on element　　Free-body diagram

انځور 1.13



انځور 1.14

په بل عبارت، په عنصر کې د نارمل ستریس اندازه په شدت کې مساوي مګر په جهت کې مخالف وی. په دې حالت کی مواد د *یوه محوري ستریس (uniaxial stress)* سره مخ دي، او دا تحلیل هغه ځرو ته پلي کیږي چې د عنصر مواد په حالت د کشش یا تیل و هلو ستریس سره مخ وي، لکه څنګه چې په انځور 1-14 کی ښودل شوي.

د زینې یوه برخه له دی فولادو تای راډ ځړه ول شوی. په نتیجه کی د ا تای راد د کشش ستریس سره مخ کیږي

که څه هم موږ دا تحلیل د *پریزماتیک* میلو لپاره رامینځته کړی ، دا انګیرنه یو څه نرم کیدی شي ترڅو هغه میلي شامل کړو چې لږ څه تغیر په ضخامت کی (taper) لري. د مثال په توګه د دی حالت د دقیق تحلیل (د ایلیستیستي تیوري) په کارولو سره ښودل کیدی شي. که یو میله چې مستطیل غوڅه ولری که چیرې چې د دوه نږدې اړخونو تر مینځ زاویه 15 درجې وي، اوسط نارمل ستریس څنګه چې د $s = N/A$ لخوا حساب شوی، یوازې د موندل شوي ارزښت د ایلستسیتی تیوري څخه په ٪ 2.2 کی کم دی.

اعظمي اوسط نارمل ستریس (Maximum Average Normal Stress).

زموږ د تحلیل لپاره دواړه، داخلي قوه N او د میلی د غوڅی ساحه A د میلی د محور په اوږد والي کی ثابت وو . په پایله کې نارمل ستریس $s = N/A$ هم د میلی په اوږدو کې ثابت دی. کله ناکله میله کیدای شي د څو *خارجي محوري بارونو* درلودلو سره

مخ شي، یا د هغو غوڅه ساحه ممکن بدلون ولري. د پایلې په توګه، نارمل ستریس ممکن د میلی له یوې برخې څخه بلې برخې ته توپیر ولري ، او که چیرې اعظمي اوسط ستریس غوښتل شوي وي بیا دا مهم کیږي چې هغه ځای ومونډل شی چیرې چې د N/A ارزښ اعظمي دی. په 1.5 مثال کی دا کړنلاره روښانه شویی . یوځل چې داخلي بار د میلی په اوږدو کی و پیژندل شي، د N/A اعظمي نسبت په اسانی پیژندل کیدی شي.

مهم ټکي

IMPORTANT POINTS

- کله چې په یوجسم خارجي بارونه عمل وکړي او هغه د یوی سطحی پواسط غوڅ او برخه شي، هلته په غوڅ شوی برخه یو لړ قواوی عمل کوي کوم چې هره برخه په توازن کی ساتي. د دې قواو شدت ته په هغه یوه نقطه کې د داخلي قواوو فشار ویل کیږي.
- فشار په یوه ساحه کی چې بارهلته عمل کړی عبارت دی په ارزښت د بار تقسیم د ساحی پر واحد، کله چې ساحه صفر ته نږدې کیږي. د دې تعریف لپاره، مواد باید دوامداره او همغږي وي.
- په یوه ټکی کې د فشار د اجزاوو اندازه د بارپه ډول، چې په بدن باندې عمل کوي او په جهت د ټکی اړه لري.
- کله چې یو پریزماتیک میله له همجنس او ایسوتراپیک موادو څخه جوړه شوی وي، او یو محوري قوه چې په مرکز د ثقل د ساحی عمل وکړي د میلی مرکز ساحه په یو ډول تغیر ومومي. په پایله کې، مواد به یوازې تر *نارمل فشار* لاندې وی. دا فشاریو شانته یا اوسط دی په غوڅ د ساحه کې .

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د $s = N/A$ معادله د یو غړي په غوځه اوسط ډول نارمل ستریس جوړوی، کله چی په ساحه یو داخلي د نارمل بار **N** محصلی عمل کړی وی. د دې معادلې د تطبیق پاره دا لاندي ګامونو اړتیا لري.

داخلی بارونه (Internal Loading)

- غړي د خپل اوږدوالي محور سره په عمودي برخه کې ، هغه نقطه چیرې چې نارمل فشار باید وټاکل شي غوڅ یې کړي. او بیا د غوڅ شوی یوې برخې آزاد ډیاګرام رسم کړئ. د داخلي محوري قوی N ترلاسه کولو لپاره د توازن معادلی تطبیق کړئ .

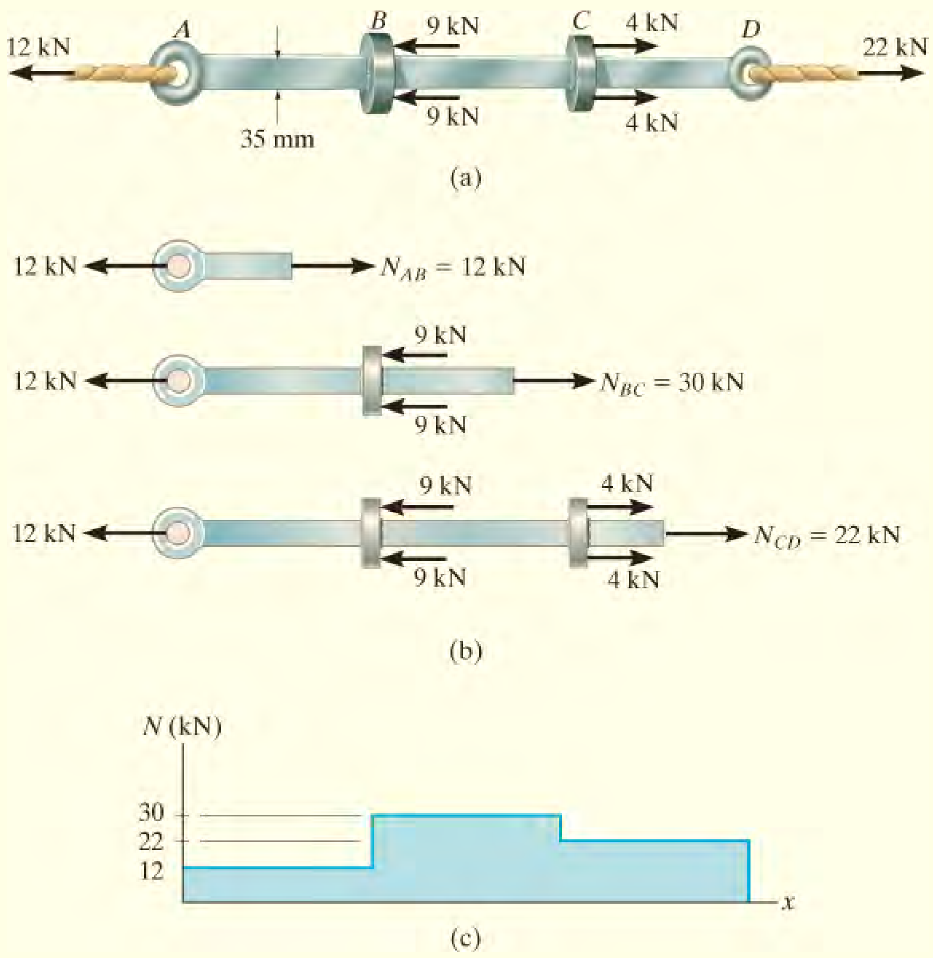
اوسط نارمل فشار (Average Normal Stress)

- په غوڅه برخه کې د غړي د غوڅی ساحه مشخص کړئ او اوسط نارمل فشار د لاندی معاړلی نه معلوم کړی: $S = \frac{N}{A}$
- دا وړاندیز کیږي چې S د غړي د موادو په هغه کوچني حجم باندې وښودل شي چیرې چې د فشار محاسبه غوښتل شوي. د دې کولو لپاره، لومړی د غړي په غوڅه شوی ساحه A پر مخ S رسم کړئ . دلته په قطع شوي ساحې ستریس به په ورته جهت د داخلی محصله N عمل کړي. ځکه چې ټول نارمل ستریسونه په دې غوڅه برخه دا محصله جوړه کړې ده ،او نارمل ستریس S د غړی په مقابل مخ په مخالف لوري عمل کوي .

مثالونه

مثال 1.5

دا لاندې یوه میله چې په انځور 1-15a کې ښودل شوي 35mm سوراو 10 mm پینډوالی لري. غواړو چې اعظمی اوسط نارمل ستریس په میله کې کله چې ښودل شوی بارونه پرې عمل وکړي پیدا کړو.



انځور1-15

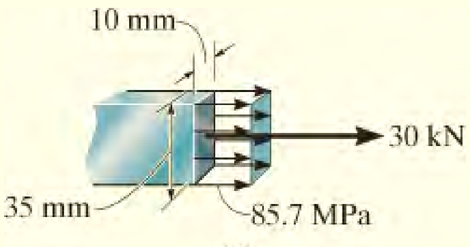
حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loading) په پورته انځور کی ښکاری چی داخلی محوري بارونه په AB ، BC، او CD برخو کی ثابت مګر بیا هم په هره برخه کی مختلفی اندازې لري. د برخو په طریقه دا بارونه په آزاد دایګرام د کیڼ اړخه په 1-15b* انځور کی ښودل شوی. د نارمل بار ډیاګرام د میلی د پاره د ګرافیک په ډول په 1-15c انځور کی ښودل شوي. ښکاره ده چی ترټولو لوی بار د BC په سیمه کي دی، چیرې چي $N_{BC} = 30$ kN . له هغه ځایه چي دمیلی غوڅه یو شان او ثابته ده، ترټولو لوی اوسط نارمل ستریس هم د میلی په دې سیمه کي واقع کیږي .

اوسط نارمل ستریس (Average Normal Stress)

له معادلی 1-6 ګټه اخلو او داسی لیکلی شو

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A} = \frac{30(10^3)\text{ N}}{(0.035\text{ m})(0.010\text{ m})} = 85.7\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$



(d)

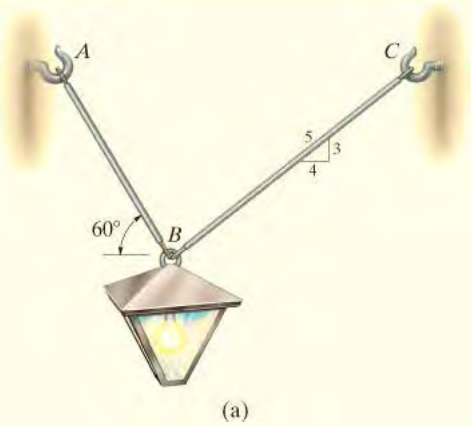
انځور 1.15

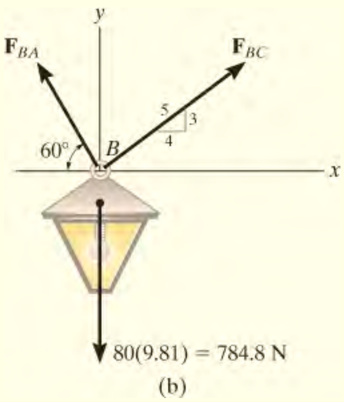
د ستریس توزیع چی د میلی په غوڅه د BC په سیمه کی عمل کړی په 1-15d انځور کی ښودل شوي.

* که چیری تاسو د ښي لور له سیمی کار واخلي وبه ګوری چې تاسو به ورته پایلې ترلاسه کړئ .

مثال 1.6

په دی لاندی انځور کی یو د 80 kg څراغ په دوو راډونو AB او BC تړل شوي . د راډ AB قطر 10 mmاو د راډ BC قطر 8 mm دي. په هر راډ کې اوسط نورمال سټريس وټاکئ





انځور 1.16

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loading). اول باید محوری قوه په راډو کی پیدا کړو. په 1-16b انځور کی د څراغ آزاد ډایاګرام ښودل شوي. کله چی د توازن معادلی پلیی کړو دا لاندی معلومات په لاس راځي.

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad F_{BC}\left(\tfrac{4}{5}\right) - F_{BA}\cos 60^\circ = 0$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad F_{BC}\left(\tfrac{3}{5}\right) + F_{BA}\sin 60^\circ - 784.8\text{ N} = 0$$

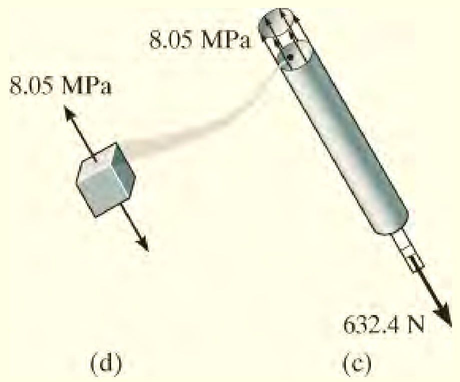
$$F_{BC} = 395.2\text{ N}, \qquad F_{BA} = 632.4\text{ N}$$

د نیوټن دریم قانون له مخې، هر عمل مساوي او مخالف غبرګون لري. دا قواوی په راډونو کی سټریس جوړوی.

اوسط نارمل سټريس (Average Normal Stress). د 1-6 معادلی له مخی په لاندی ډول پیداکیږی:

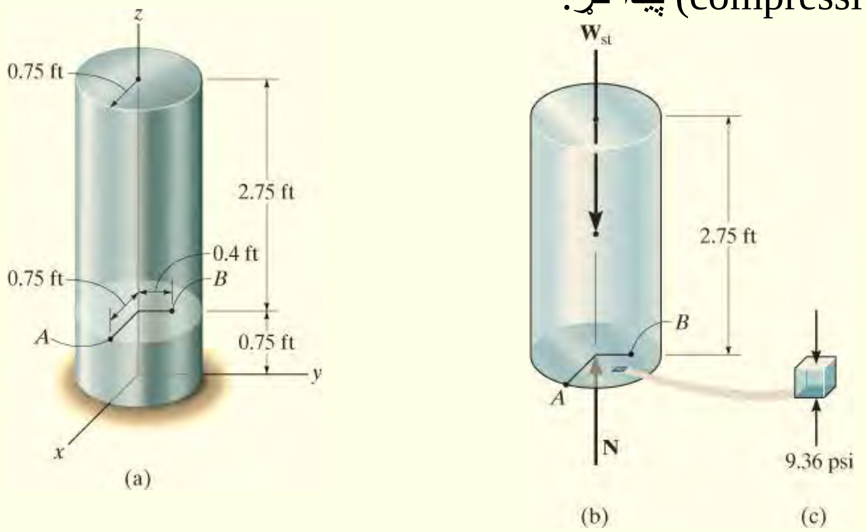
$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395.2 \text{ N}}{\pi(0.004 \text{ m})^2} = 7.86 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632.4 \text{ N}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 8.05 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$



مثال 1.7

په لاندی 1-17a انځور کی یو فولادی سلنډر چی کثافت وزنی یي (specific weight) g_{st} =490 lb./ft^3 دی ښودل شوي. د A او B په ټکیو کی ټیلوهونکي یا کمپرسر سټریس(compressive stress) پیدا کړه.



انځور 1.17

حل (SOLUTION)

داخلي باروونه (Internal Loading). د سلندر د پورتني برخی آزاد دایګرام په 1-17b انځور کی ښودل شوي. ددی برخی وزن داسی پیدا کولای شو چی $W_{st} = g_{st}V_{st}$. او دا وزن داخلی محوری قوه N جوړوی.

$$+\uparrow \Sigma F_z = 0; \qquad N - W_{st} = 0$$

$$N - (490\text{lb/ft}^3)(2.75\text{ft})\pi(0.75\text{ft})^2 = 0$$

$$N = 2381\text{lb}$$

اوسط تیلوهونکی ستریس (Average Compressive Stress). د مقطع مساحت پدی برخه کی $A = \pi\ (0.75\ \text{ft})^2$ دی، او اوسط تیلوهونکی یا کمپرسو ستریس (compressive stress) په لاندی ډول پیدا کیږی:

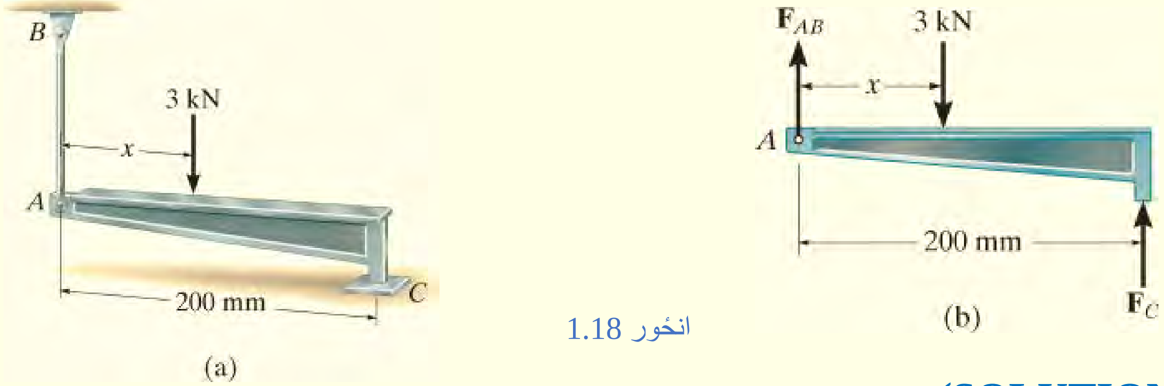
$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{2381\ \text{lb}}{\pi(0.75\ \text{ft})^2} = 1347.5\ \text{lb/ft}^2$$

$$\sigma = 1347.5\ \text{lb/ft}^2(1\ \text{ft}^2/144\ \text{in}^2) = 9.36\ \text{psi} \qquad \textit{Ans.}$$

هغه ستریس چی په 1-17c انځور کې د جسم د موادو د حجم استازیتوب کوی د A او B په تکیو کی یو شان دی. په پام کې ونیسئ چې دا ستریس د جسم په ښکته یا سیوري شوي مخ کې پورته لور عمل کوي او پایله لرونکی محصله قوه N پورته خوا ته عمل کوی چی د نیوټن قانون پری پلي کیږی.

مثال 1.8

په انځور 1-18a کی د AC په غړی باندی یو 3 kN بار عمل کړي. فاصله x په دی غړی داسی پیدا کړی کله چی اوسط کمپرسو (تیلوهونکی) ستریس په C ساوی په کششي ستریس په تای راد (tie rod) AB کی شي. د تای راد د غوڅی مساحت 400mm^2 او د C د اتکا مساحت $650\ \text{mm}^2$ دي.



انځور 1.18

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loading). په ټکی A او C د نا معلومو قواو پیدا کولو لپاره آزاد دایګرام د AC د غړی په پام کی نیسو. دلته دری نامعلوم F_{AB}, F_C او x شتون لري. د حل لپاره له نیوتن او ملی میتر واحدو (SI system) کار اخلو او داسی لیکلی شو:

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad F_{AB} + F_C - 3000\text{ N} = 0 \qquad (1)$$
$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \qquad -3000\text{ N}(x) + F_C(200\text{ mm}) = 0 \qquad (2)$$

اوسط نارمل ستریس (Average Normal Stress). دریمه ضروری معادله داسی لیکلی شو چی تیلوهونکی ستریس په C ټکی کی مساوی په کششي ستریس په تاي راد AB کی وی:

$$\sigma = \frac{F_{AB}}{400\text{ mm}^2} = \frac{F_C}{650\text{ mm}^2}$$
$$F_C = 1.625F_{AB}$$

د F_C مقدار په معادله (1) کی ځاي په ځای کوو او د F_{AB} مقدار داسی لیکلی شو:

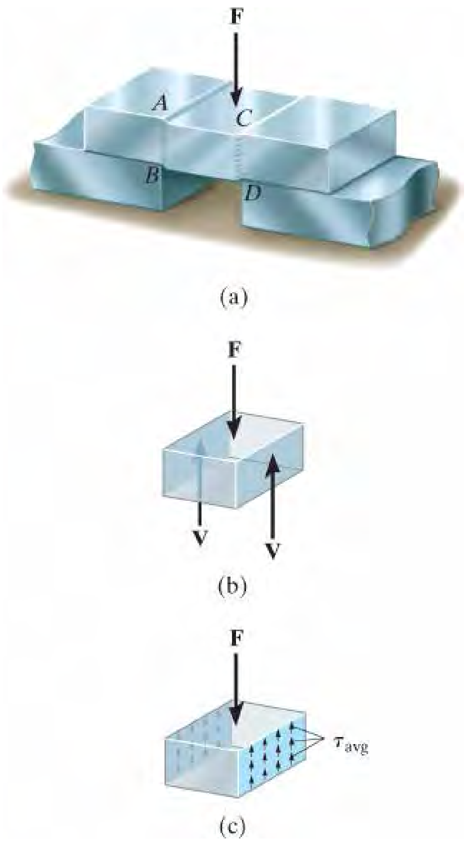
$$F_{AB} = 1143\text{ N}$$
$$F_C = 1857\text{ N}$$

د بهرنی بار موقعیت له (2) معادلی داسی پیدا کوو:

$$x = 124\text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

وینو چی د فاصلی ارزښت $0 < x < 200\text{ mm}$ دي

1.5 اوسط مماسي ستړیس (AVERAGE SHEAR STRESS)



انځور 1.19

مماسي ستړیس یا شییر (Shear stress) په 1.3 برخه کې د ستړیس برخې په توګه تعریف شوی او هغه په غوڅه شوي برخه د سطحی عمل کوي. د ښودلو لپاره چې دا ستړیس څنګه وده کوی د یوه پلی شوی بار **F** اغیزه په پام کې نیسواو دا په انځور 1-19a کې ښودل شوي. که بار **F** په کافي اندازه لوی وی، کولی شي د میلی موادو د خرابیدو لامله د *AB* او *CD* په سطحو کی مات او ړنګ شي. د میلی د یوی برخی چی اتکا نلری په انځور 1-19b آزاد ډیاګرام کی ښودل شوي . پدی انځور کی وینو ددی لپاره چی دا برخه په توازن کی پاتی شي $V = F/2$ په هره برخه باید پلی شي. اوسط مماسی ستړیس یا شیر ویشل شوی په هره برخه پدی لاندی ډول تعریف شوی :

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A} \qquad (1\text{–}7)$$

دلته

t_{avg} = اوسط شییر په غوڅه سطحه باندی دی، کوم چې ورته فرض کیږي په هره برخه کې

V = د داخلی شییر محصله ده او د توازن له معادلی پیدا کیږي.

A = د غوڅی برخي مساحت دی

د اوسط شییر ویش چی په برخو کې عمل کوي په انځور 1-19c کې ښودل شوي. په یاد ولرئ چي t_{avg} د **V** په څیر په ورته جهت کې دی، څکه چی شییرستریس باید اړوند قوی رامینځته کړي چي د ټولو پایله محصله مساوی په **V** شي.

د بارولو قضیه چې دلته بحث شوه یو ***ساده یا مستقیم*** مثال د شییر دی، ځکه چې شییر د پلي شوي بار **F** *مستقیم عمل* له امله رامینځته کیږي. دا ډول شییر ډیری وختونه په مختلفو ډولونو ساده تړونکیو (connections) کې واقع کیږي. په دې ټولو قضیو کې بولټونه، میخ، د ویلډینګ مواد او داسې نور کارول کیږي. پدې ټولو حالتو کې 1-7 معادله یوازې *اټکل* دی. ډیر دقیق تحقیق له مخی د شییر ستریس ویش اکثرا په موادو کې د دې معادلې په پرتله خورا زیات محاسبه کیږي. که څه هم 1-7 معادله په عمومی توګه د ډیرو ستونزو د حل لپاره د منلو وړ ده. د مثال په توګه د انجینری کوډونه اجازه ورکوي چې د دی معادلی له مخی د بولټونو اندازه او مساحت او یا دا چې د سریښ تاو شوی مقاومت د برخو چې شییر ورباندی عمل کړي پیدا شي.

پین *A* لینک ددی تراکتور نښلولي ، او دی پین باندی ډبل شییر عمل کوي، ځکه چې شییر ستریس په سطحه د پین په *B* او *C* کی پلی کیږي. انځور 1-21c وګورئ .

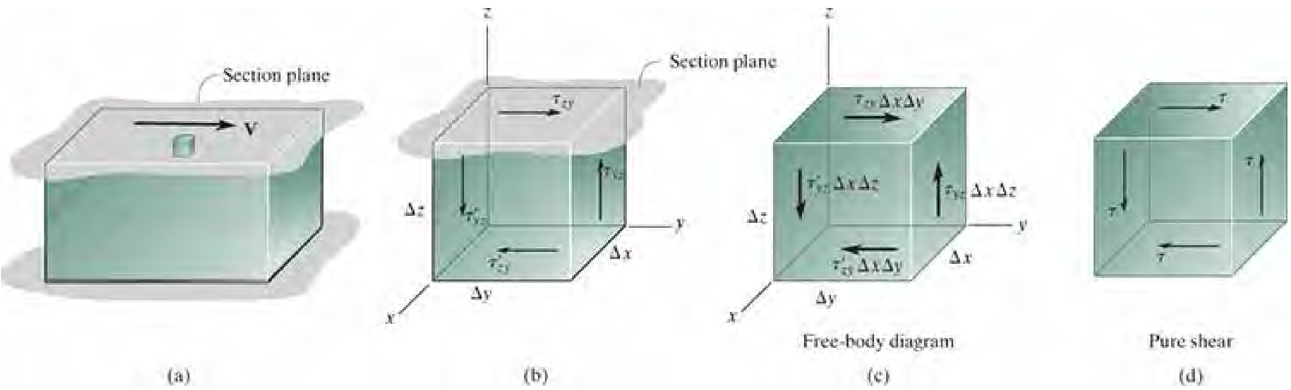
د مماسی سټریس توازن (Shear Stress Equilibrium).

راځئ چې هغه بلاک چې په انځور 1-20a کی ښودل شوی په پام کې ونیسو. دا بلاک په یوه سطحه غوځ شوی او مماسی قوه *V* ورباندی عمل کړي. یو عنصر حجم له یوی نقطی چې په سطحه کی موقعیت لری اخیستل شوی ، لکه څنګه چې په انځور 1-20b کې ښودل شوي . پدی حجم یو مستقیم مماسی ستریس t_{zy} عمل کړي. د دې عنصر توازن اړتیا لري چې مماسی ستریس یا شییر ستریس د عنصر په دریو نورو اړخونو هم رامینځته شي. ددی ښودلو لپاره لومړی اړین دی چې د عنصر د بدن آزاد ډیاګرام رسم شئ.او دا په انځور کی ښودل شوي. توازن په y لوري د قواو لیکلی شو:

$$\Sigma F_y = 0; \qquad \underbrace{\tau_{zy}}_{\text{stress}}\underbrace{(\Delta x\,\Delta y)}_{\text{area}} - \tau'_{zy}\,\Delta x\,\Delta y = 0$$

(force = stress × area)

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy}$$



انځور 1.20

په ورته توګه توازن په z لور ليکلی شو تر څو $\tau_{yz} = \tau'_{yz}$. مؤمنت د x په محورنيسو:

moment: force (stress area) arm

$$\Sigma M_x = 0; \qquad -\tau_{zy}(\Delta x\,\Delta y)\,\Delta z + \tau_{yz}(\Delta x\,\Delta z)\,\Delta y = 0$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$

په بل عبارت داسی ليکلي شو:

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy} = \tau_{yz} = \tau'_{yz} = \tau$$

او په دې توګه، ***ټول څلور مماسی ستريسونه بايد مساوي اندازه ولري او د عنصر په مخالفو څندو کې د يو بل په لور يا ليرې يو له بل نه*** ، څنګه چې په انځور 1-20d کی ښودل شوي جهت لری. دا د مماسی ستريس د ***تکميلی خواص*** (complementary property) په نامه هم يادېږی.
او په دې حالت کې په عنصر باندی خالص مماسی ستريس عمل کړي.

مهم ټکي

IMPORTANT POINTS

- که دوه نازکي یا کوچنی برخې یو بل سره یوځای شي، پلی شوی بارونه کیدای شي داسی مماسی فشار پیدا کړي چی د کوږوالی ارزښت به یې د اهمیت وړ نه وي. نو عموما داسې انګیرل کیږي چې یو اوسط مماسی فشار په غوڅه عمل کړی.

- کله چې مماسی فشار t په یوه سطحه کې عمل وکړي، نو د عنصر د حجم د توازون اړتیا ده چی په دریو نورو اړخونو باندې د ورته شدت سره عمل وکړی.

د تحليل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

په $t = V/A$ معادله کې د یو غړي په غوڅه برخه کې اوسط ډول مماسی ستریس ورکوي . د دې معادلې تطبيق د پاره دا لاندې کړنوته اړتيا لري.

داخلی مماسی ستریس (Internal Shear)

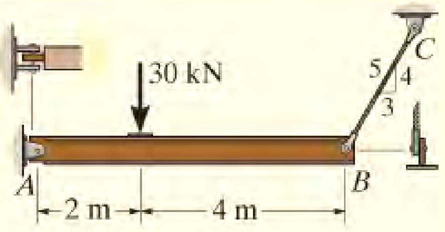
- غړي په هغه نقطه کې غوڅ کړئ چیرې چې اوسط شییر ټاکل کیږي.
- د بدن آزاد ډیاګرام رسم کړئ، او داخلي مماسی قوه **V** چې په هغه برخه کې عمل کوي د توازن له معادلې محاسبه کړئ .

اوسط شییر ستریس (Average Shear Stress)

- د برخی غوڅه شوی مساحت A مشخص کړئ او اوسط مماسی فشار $t_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$ محاسبه کړئ.
- دا وړانديز کيږي چې t_{avg} د غړي د موادو په هغه کوچني حجم باندې وښودل شي چيرې چې د مماسي ستريس محاسبه غوښتل شوي. د دې کولو لپاره، لومړی د غړي په غوڅه شوی ساحه A پر مخ t_{avg} رسم کړئ . په غوڅه شوي ساحې مماسی ستریس په ورته جهت د داخلی محصلی **V** عمل کوي. مماسی ستریس چې په دریو نورو سطحو عمل کوی مساوی او د جهت ټاکلو دپاره کړي شی 1-20d انځورپه پام کی ونیسيي.

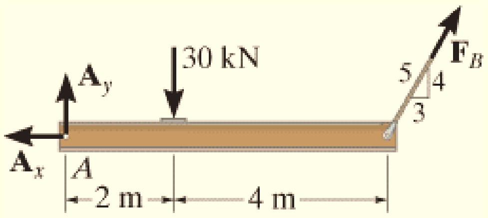
مثالونه

مثال 1.9



(a)

په دی لاندی انځور 1-21a کی د AB بیم د A او B په اتکاوو کی د پین په واسطه تړل شوي ده . غوارو په پین A کی مماسی ستریس پیدا کړو. د بنودل شوی پین A قطر 20-mm او د هغه پین چی په B کي دی قطر يي 30 mm دي.



(b)

حل (SOLUTION)

داخلی بارونه (Internal Loading). په پین باندی داخلی بارونه د توازن د معادلو په پلی کولو د AB په بیم چی په انځور 1-21b کی ښودل شوي په دی لاندی ډول پیيدا کوو.

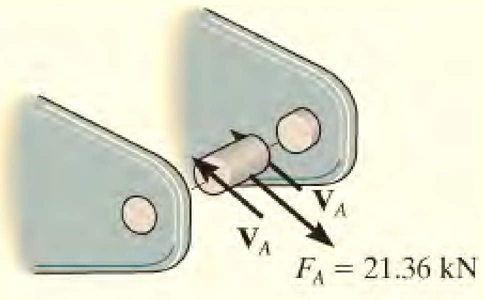
$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;$$

$$F_B\left(\frac{4}{5}\right)(6\text{ m}) - 30\text{ kN}(2\text{ m}) = 0 \qquad F_B = 12.5\text{ kN}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad (12.5\text{ kN})\left(\frac{3}{5}\right) - A_x = 0 \qquad A_x = 7.50\text{ kN}$$

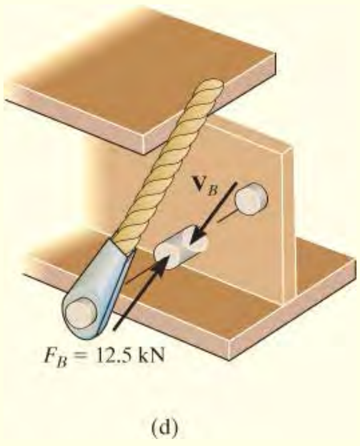
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y + (12.5\text{ kN})\left(\frac{4}{5}\right) - 30\text{ kN} = 0 \quad A_y = 20\text{ kN}$$

محصله د بارونو په پین A کی عبارت ده



(c)

$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(7.50\ \text{kN})^2 + (20\ \text{kN})^2} = 21.36\ \text{kN}$$



انځور 1.21

پين A په دوه ثابتو "پاڼو" تړل شوي. د پين د مرکزي برخې آزاد ډياګرام په 1-21c انځور کی ښودل شوی، او دا دوه مماسی سطحی په مينځ د بيم او هره پاڼه کی ښودل شوي دي. د بيم بار 21.36 kN بار د پين په هر دوو سطحو عمل کوي ، او دې ته ***دوه ځله مماسی بار*** ويل کيږي او په دې توګه،

$$V_A = \frac{F_A}{2} = \frac{21.36\ \text{kN}}{2} = 10.68\ \text{kN}$$

په 1-21a انځور کی پين **B** تر يوه مماسی بار لاندی دی، او دا ***يوازځنی مماسی بار*** په هغه برخه چی د کيبل او بيم تر مينځ ده په 1-21d انځور کی ښودل شوي. او موږ ليکلی شو:

$$V_B = F_B = 12.5\ \text{kN}$$

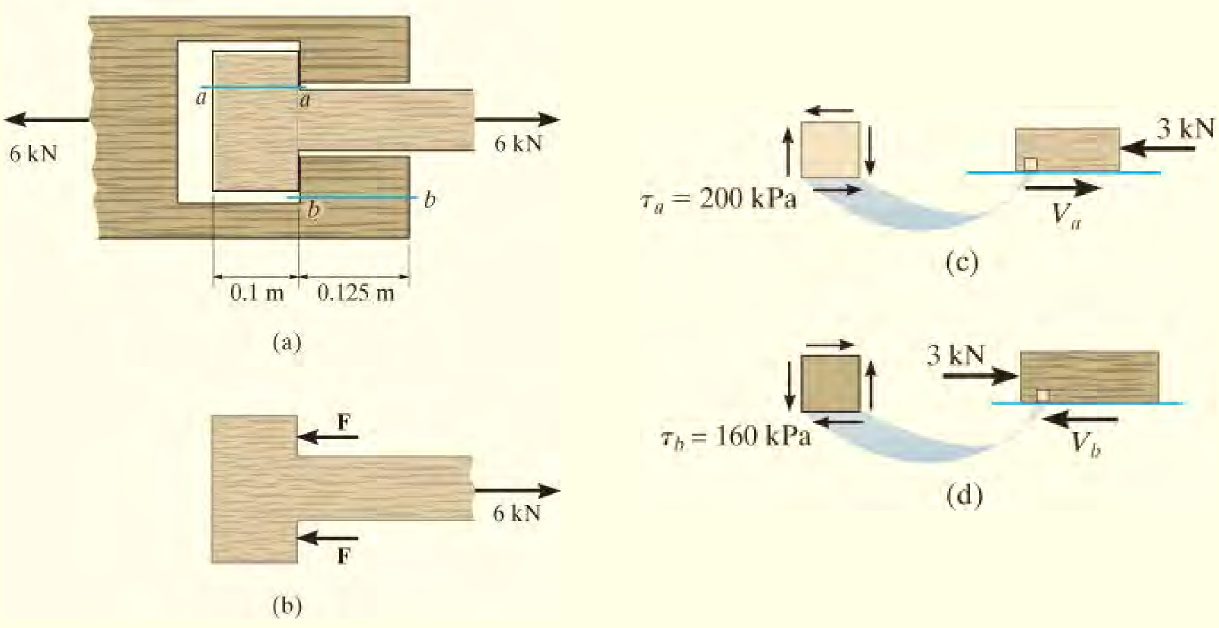
اوسط مماسی ستریس (Average Shear Stress):

$$(\tau_A)_{avg} = \frac{V_A}{A_A} = \frac{10.68(10^3)\ \text{N}}{\frac{\pi}{4}(0.02\ \text{m})^2} = 34.0\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$(\tau_B)_{avg} = \frac{V_B}{A_B} = \frac{12.5(10^3)\ \text{N}}{\frac{\pi}{4}(0.03\ \text{m})^2} = 17.7\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 1.10

په 1-22a انځور کې د لرګیو یو بندونکي (joint) ښودل شوي. ددی بندونکي یا جاینټ پیندوالی 150 ملي میتره دي. مماسی ستریس په a-a او b-b سطحو د وصل شوی غړي معلوم کړئ. په هره سطحه د ستریسحالت و ښایي



انځور 1.22

حل (SOLUTION)

داخلی بارونه (Internal Loading). آزاد دایګرام د غړی وینو

Fig. 1–22b,

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad 6\text{ kN} - F - F = 0 \quad F = 3\text{ kN}$$

اوس د توازن له معادلو د a-a او b-b سطحو لپاره چې په 1-22c او 1-22d انځورونو کی ښودل شوی کار اخلو

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad V_a - 3\text{ kN} = 0 \quad V_a = 3\text{ kN}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad 3\text{ kN} - V_b = 0 \quad V_b = 3\text{ kN}$$

اوسط مماسی ستریس (Average Shear Stress):

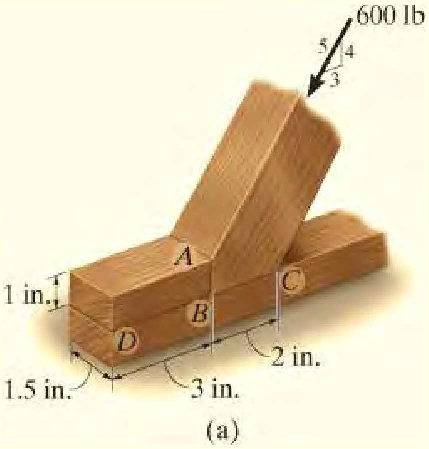
$$(\tau_a)_{avg} = \frac{V_a}{A_a} = \frac{3(10^3)\text{ N}}{(0.1\text{ m})(0.15\text{ m})} = 200\text{ kPa} \qquad \textit{Ans.}$$

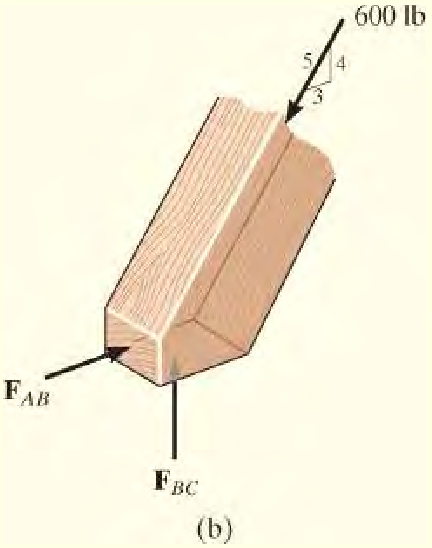
$$(\tau_b)_{avg} = \frac{V_b}{A_b} = \frac{3(10^3)\text{ N}}{(0.125\text{ m})(0.15\text{ m})} = 160\text{ kPa} \qquad \textit{Ans.}$$

د ستریس حالت د a-a او b-b په سطحو په انځور 1-22c او 1-22d کی ښودل شوي.

مثال 1.11

په انځور 1-23a کې یو مایل (inclined) غړي د کمپرسو(تیلوهونکي) 600 lb قوی لاندی راغلي. اوسط تیلوهونکي ستریس په هموراه سطحو د AB او BC معلوم کړي. او هم په سطحه DB اوسط مماسی ستریس پیدا کړي.





انځور 1.23

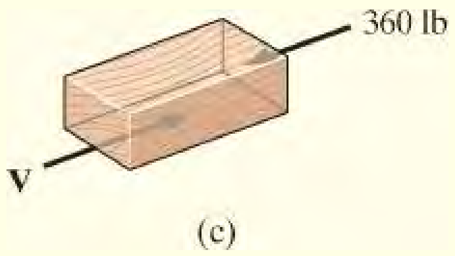
حل (SOLUTION)

داخلی بارونه (Internal Loading). د مایل سطحی آزاد دایګرام په 1-23b انځور کی ښودل شوي. ټيلوهنکي ستريس به د تماس په سطحه عبارت وی په

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad F_{AB} - 600\text{ lb}\left(\tfrac{3}{5}\right) = 0 \quad F_{AB} = 360\text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{BC} - 600\text{ lb}\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0 \quad F_{BC} = 480\text{ lb}$$

همدارنګه، د ABD برخي د جسم آزاد ډیاګرام ځخه، 1-23cانځور، په افقي سطحه DB مماسی ستریسچی عمل يي کړي عبارت دی له :



$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad V - 360\text{ lb} = 0 \quad V = 360\text{ lb}$$

اوسط سټریس (Average Stress):

اوسط ټیلوهونکي سټریس په عمودي او افقي سطحو د مایل غړي پدی ډول دی:

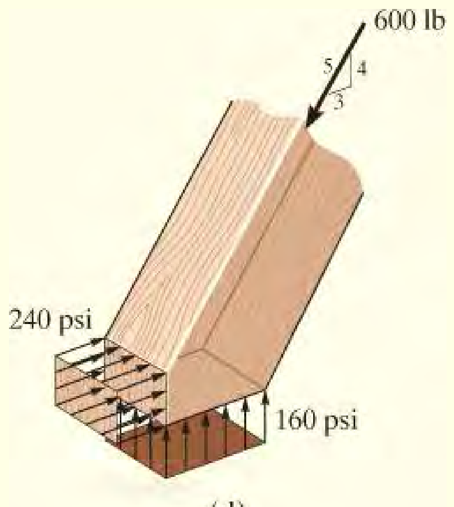
$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{360 \text{ lb}}{(1 \text{ in.})(1.5 \text{ in.})} = 240 \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{480 \text{ lb}}{(2 \text{ in.})(1.5 \text{ in.})} = 160 \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

د سټریس دا ویشل په 1-23d انځور کي ښودل شوي.

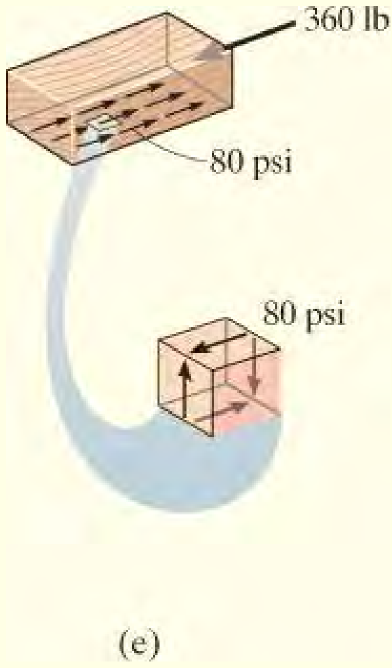
په افقی سطحه اوسط مماسی سټریس داسی تعریف شوی

$$\tau_{avg} = \frac{360 \text{ lb}}{(3 \text{ in.})(1.5 \text{ in.})} = 80 \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$



(d)

دا سټریس په مساوي ډول په غوځه شوی برخو او د موادو په عنصر ویشل شوي او په 1-23e انځور کی دا لیدل کیږي .



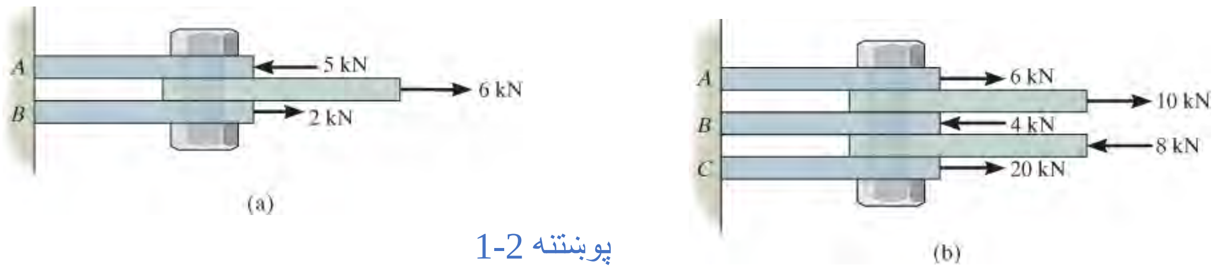
(e)

لومړنی پوښتني

PRELIMINARY PROBLEMS

پوښتنه (ل) 1-2

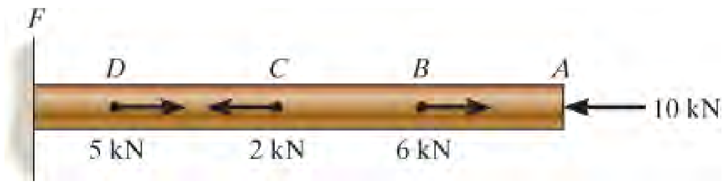
په دی لاندی حالتو کې، ترتیولو لوی داخلي مماسی قوه په بولټ کی وټاکئ . ټول اړین د جسم آزاد دایګرمونه شامل کړئ .



(a) (b)

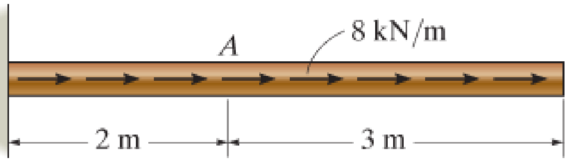
پوښتنه 1-2

ل 1-3 په میله کی لوي داخلی بار معلوم کړي.



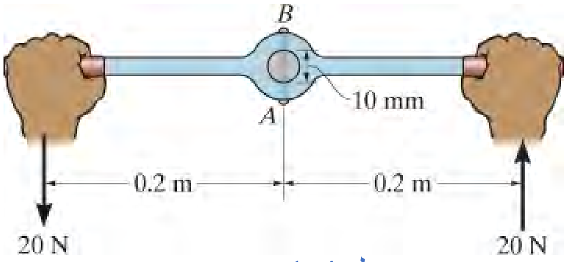
ل 1-3

ل 1-4 داخلي نارمل قوه په برخه د A کی د بنودل شوی میلی مشخص کړئ . پر میله یو یونیفورم ډول توزیع شوي بهرنی بار د 8 kN/m په اوږدوالي د میلی عمل کړي.



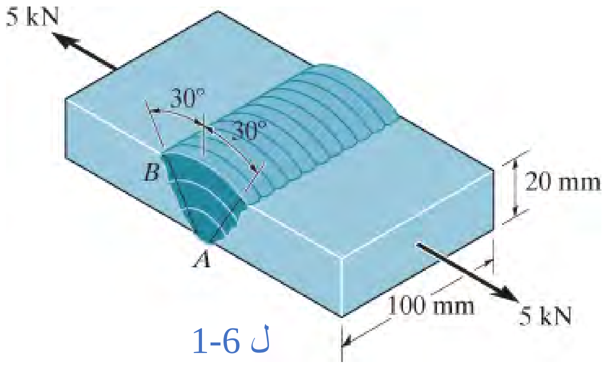
ل 1-4

ل **1-5** پدی لاندی انځور کی لیور (lever) په یو شافت د پن *AB* په ذریعه تینګ سا تل کیږي. که چیری کپل په لیور عمل وکړي مماسی قوه په پن کی مشخص کړئ .



ل 1-4

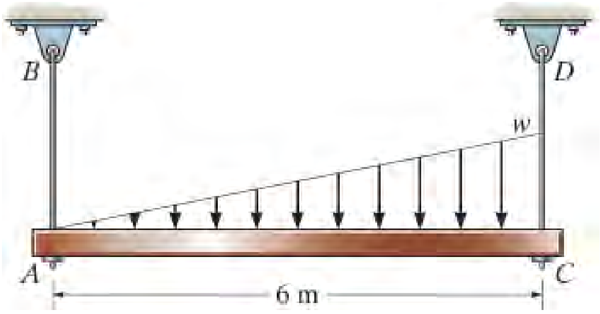
ل **1-6** یو V- بټ بندونکي (butt joint) یوه د 5kN قوه له یوی میلی نه بلی میلی ته لیږدوي. اوس د AB د ویلډ (weld) په سطحه باندی نارمل یا عمودی او مماسي قواوي پیدا کړی.



ل 1-6

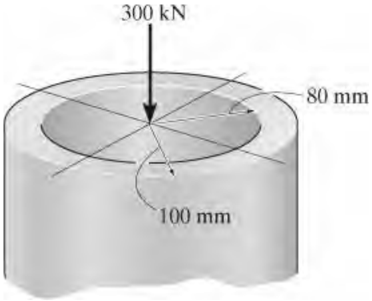
بنسټيز سوالونه
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 1-7 يو بيم د دوو راډو *AB* او *CD* پواسطه تړل شوي . د *AB* د غوڅې مساحت $10\ mm^2$ او د *CD* مساحت $15\ mm^2$ دي. د توزيع شوي بار شدت w مشخص کړئ ترڅو په هر ميله کې اوسط نارمل ستريس له 300 kPa څخه ډير نشي.



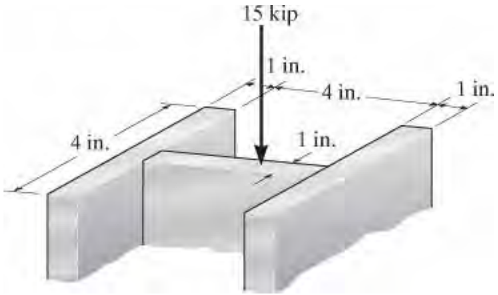
ب 1-7

ب 1-8 په غوڅه اوسط نارمل ستريس پيدا کړي. دا نارمل ستريس ويشل په غوڅه وښايي.



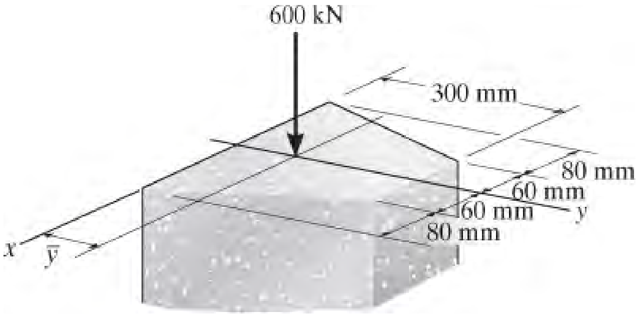
ب 1-8

ب 1-9 په غوڅه اوسط نارمل ستريس پيدا کړي. ددی نارمل ستريس ويشل په مقطع رسم کړی.



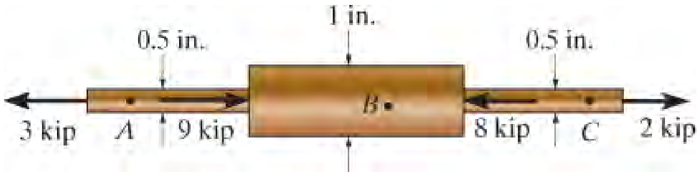
ب 1-9

ب 1-10 که چیرې یو 600-kN بار د غوڅې د ثقل په مرکز عمل وکړی، د ثقل د مرکز موقعیت y’ مشخص کړئ او هم په غوڅه برخه کې اوسط نارمل ستریس معلوم کړي. همدارنګه، په غوڅه برخه کې ددی نارمل ستریس ویشل به غوڅه سکیچ کړئ .



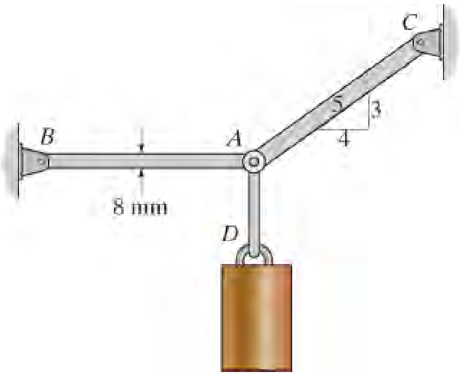
ب 1-10

ب1-11 د اوسط نارمل ستریس د A, B , او C.په تکیوکی پیدا کړي. قطر د هری برخي په انځور کی ښودل شوي



ب 1-11

ب 1-12 اوسط نارمل ستریس د AB په میله کی پیدا کړي. د ځوړند کتلی وزن 50 کیلو ګرام دی. د AB میلی قطر 8 میلی متره دی.



ب 1-12

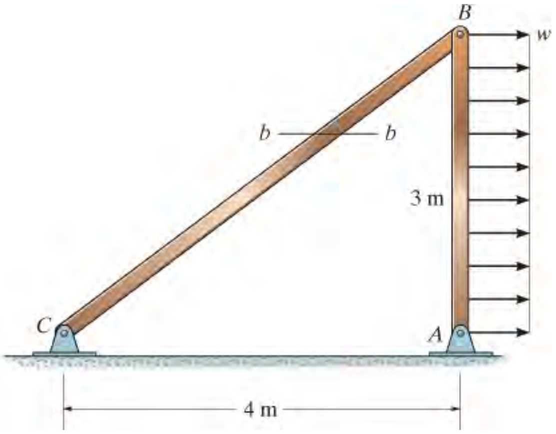
سوالونه

PROBLEMS

سوال 1-31 . د یوی خوازی (سکه فولډ) د پینی په څرخ چی په پین تړلشوی او د پین قطر 4 mm دی چی به لاندی انځور کی ښودل شوی. که چیری په څرخ یوه 3 kN نارمل قوه عمل و کړي، اوسط مماسی ستریس په پین کی معلوم کړئ. فرض کړئ چې په پین یوازي دا عمودي بار 3-kN عمل کړی.

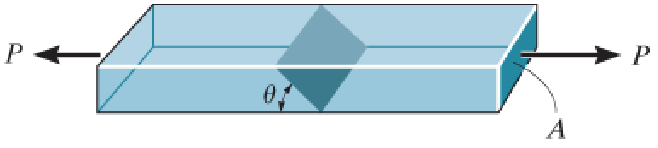
سوال 1-31

س *1-32 . په لاندی ښودل شوی انځور کی د یو ډول بار شدت (w) داسی وټاکی چی د b-b په غوځه کی اوسط نارمل ستریس له s = 15 MPa او اوسط مماسی ستریس له t = 16 MPa څخه ډیر نشي. د CB غړی مربع غوځه لري چی هر اړخ يي 30 ملي متره دی.



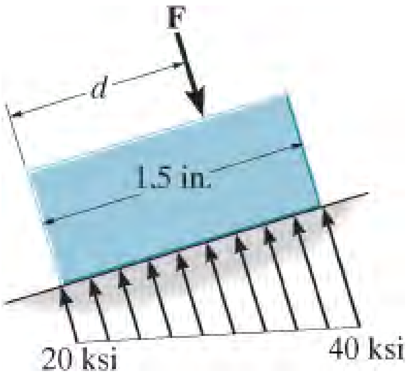
س 1-32

س 1-33 . یو میله چې د غوڅې سطحې A ده، یو محوری بار P ورباندی پلی شوي. اوسط نارمل او مماسی ستریسونه په سیوري شوي سطحه مشخص کړئ. دا سطحه د q زاویه د افقی جهت سره جوړوی. د ستریسونو توپیر د q په توپیرونو سره رسم کړی. $(0 <= q <= 90^o)$



سوال 1-33

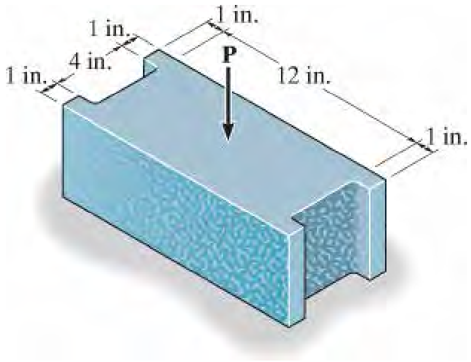
سوال 1-34 . د یوه کوچنی بلاک پینډوالی 0.5 انچه دي. که په اتکا کی توپیر لرونکي ویشل شوی ستریس د بار لخوا رامینځته شوي لکه چې په لاندی انځور کی ښودل شوی. د F بار ارزښت و ټاکی او هم د دی بارد پلی کیدو فاصله x پیدا کړي.



سوال 1-34

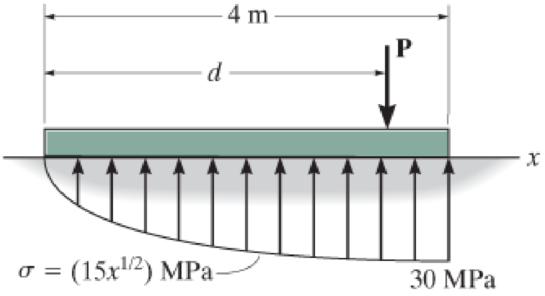
س 1-35 . که چیری دیو بلاک مواد هغه وخت ماتیږی کله چې د اوسط عادي ستریس 120 psiته ورسي. بهرنی عمودي لوي بار P وټاکی چې دا بلا ک کولی شي ویی زغمی.

س 1-36* . که پدی بلاک یو مرکزي بار P= 6 kips پلي شوي وی، اوسط نارمل ستریس په موادو کی مشخص کړئ. او هم دا ستریس چی په یوه کوچنی حجم ددی بلاک یی عمل کړی ښکاره کړئ.



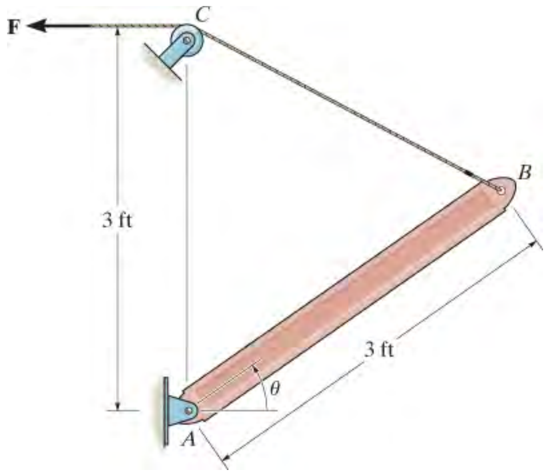
س 1-35/36

س 1-37 . په لاندې انځور کې چې ښودل شوې تخته 0.5 متره سور لرې. که د سټریس ویش ځنګه چې په اتکا کې ښودل شوی دی وی، د بهرنی بار، P ، ارزښت او هم ي د d فاصله معلومه کړي.



س 1-37

س 1-39 . په لاندې انځور کې يو بوم (boom) چې يو شان 600 lb تول وزن لري ښودل شوي او د BC کيبل په مرسته سره اوسنی موقعيت ته پورته شوی. کيبل 0.50 انچه قطر لري. اوسط نارمل سټريس په کيبل کې چې د بوم د زاويي تابع دی رسم کړی. $0^o <= q <= 90^o$.

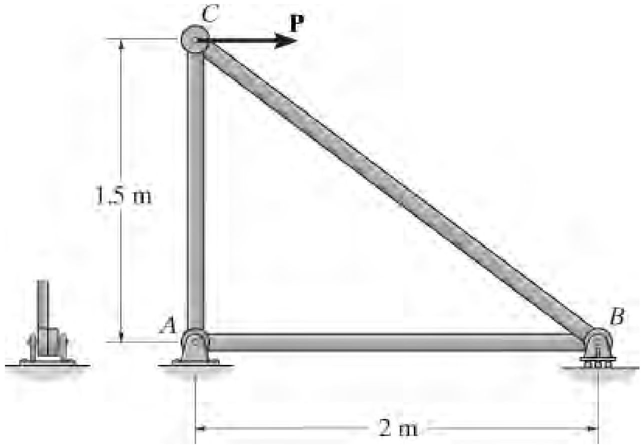


س 1-39

س *1-40 . اوسط نارمل سټريس په هر يو غړي د قيچي (truss) کې پيدا کړئ . د هر غړی قطر 20 ملي متر او بهرنی بار P = 40 kN دي.

س 1-41 . که په هر يوه 20 mm غړي کي اوسط نارمل سټريس له 150 MPa زيادت ونکړي د بهرنی بار **P** اعظمي حد چی په بندونکي C کی پلي کيدی شي وټاکئ.

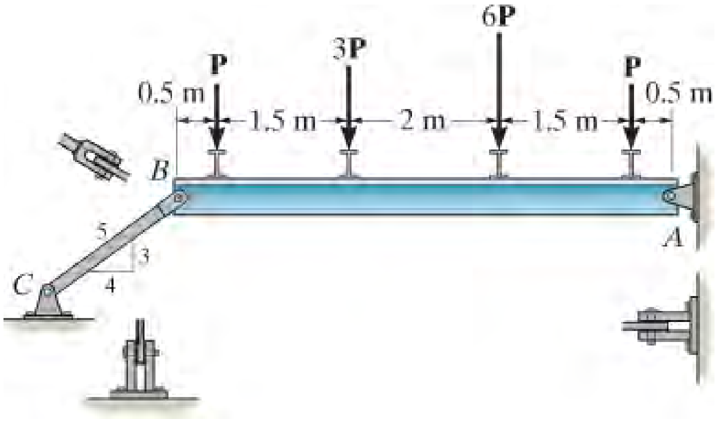
س 1-42 . د پین A اعظمي اوسط شییر ستریس مشخص کړئ. یوه افقي بار $P = 40$ kN په بندونکي C کی پلی شوي. هر پین په جا ینټ کی 25 mm قطر لري او په پین کی دوه شیر (ډبل شیر) حالت لري.



س 1-40/41/42

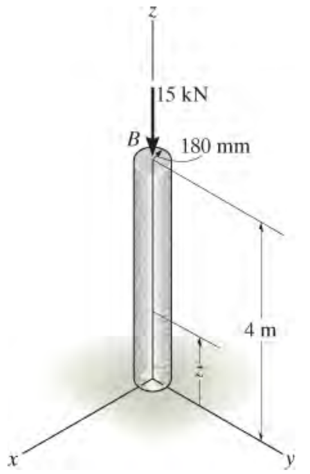
س 1-43 . که $P = 5$ kN وي، اوسط مماسی ستریس (شییر) په A, B, C پینو کی په ګوته کړئ . ټول پینونه په دوه اړخیزو شیر حالت کی دی ، او هر یو 18 ملي میتره قطر لري.

س 1-44* . د بارونو اعظمي اندازه P چی بیم کولای شی تحمل یي کړي معلوم کړئ . که چیرې په هر پین کي اوسط مماسی ستریس له 80 MPa څخه ډیر نه وي. ټول پینونه په دوه ګونی شیرکي دي، او هر یو د 18 ملي میتره قطر لري .



س 1-43/44

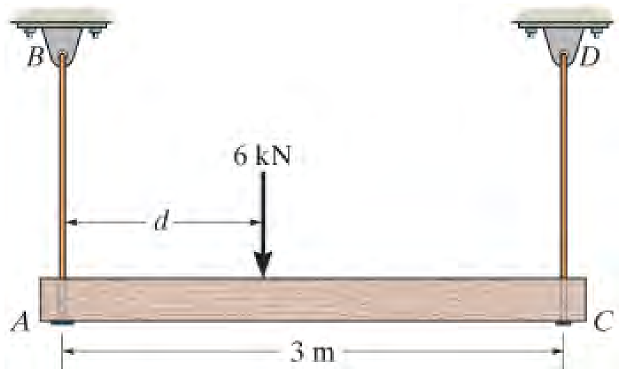
س 1-45 . دا لاندی کالم د کانکریټ څخه جوړ شوی او $2.30\ Mg/m^3$ کثافت لري. د هغې په پورتنی برخه *B* کې یو محوري بار 15kN پلی شوي. اوسط نارمل سټریس په کالم کی چی د z فاصلی تا بع دی له بنسټ څخه معلوم کړئ .



س 1-45

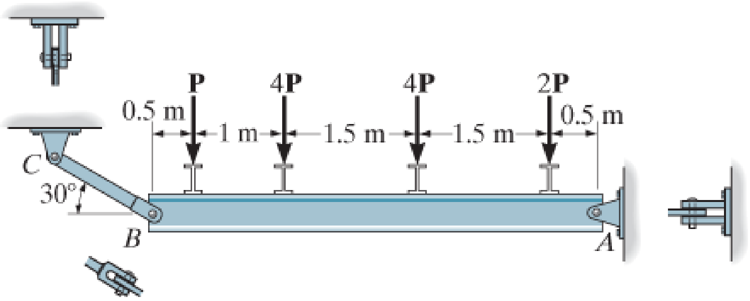
س 1-46 . بیم *AC* د دوو راډونو *AB* او *CD* لخوا چی په ترتیب سره $12\ mm^2$ او $8\ mm^2$ مساحت لري ځوړنده شوي. که d = 1 متر وي، په هر راډ کې اوسط نارمل سټریس وټاکئ.

سوال 1-47 . بیم *AC* د دوه راډونو *AB* او *CD* لخوا چی په ترتیب سره $12\ mm^2$ او 8 mm^2 مساحت لري ځوړند شوي. . د 6 kN بار موقعیت *d* مشخص کړئ ترڅو په هر راډ کې اوسط نارمل سټریس یو شان وی .



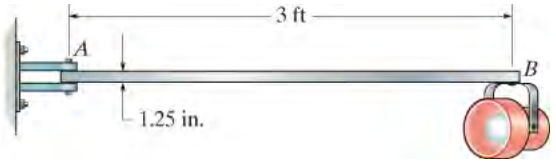
س 1-46/47

س 1-48 . که P = 15 kN وي، اوسط مماسی ستړيس په *A* ،*B* ، او *C* پينونوکې مشخص کړئ . ټول پينونه په دوه اړخيزو مماسی ستړيس حالتونو کې دي، او هر يو 18 ملي ميتره قطر لري.



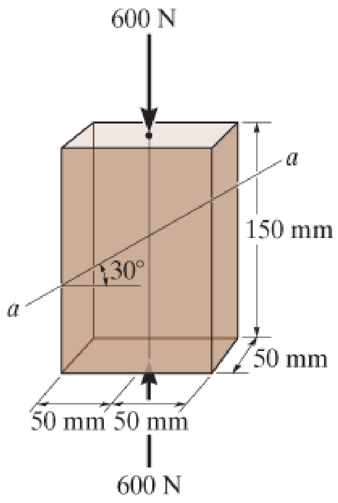
سوال 1-48

س 1-49 . **د** ريل د دريدو چراغ د يوه پين چې قطريي 1/8 انچه دی د *A* په اتکا کې ځړيدلی. که چراغ 4 پونډه وزن ولري، او د اوږدی شوی ميلی *AB* وزن 0.5 lb/ft وی ، اوسط مماسی ستړيس په پين کی داسی معلوم کړي چې د چراغ ټول واخلی . د حل توصيه: په پين کې د شيير قوه د مؤمنت له کبله رامينځ ته کيږي او په A کې د توازن له معادلی کار واخلي.



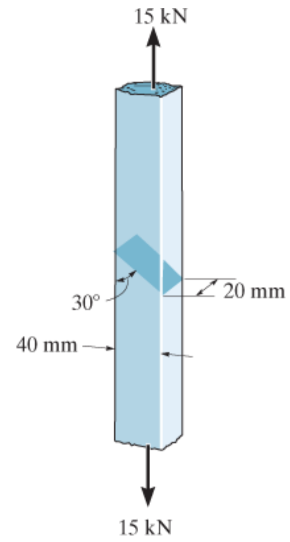
س 1-49

س 1-50 . پلاستيکي بلاک د محوري 600N کمپرسو بهرنی بار سره مخ دی. داسي انګيرل کيږي چې د بلاک پوښونه په پورتنی او ښکته برخه کې بار په مساوي ډول په ټول بلاک کې توزيع کړئ ، اوسط نارمل او اوسط مماسی ستړيس چې د a-a په سطحه عمل کوی وټاکئ .



س 1-50

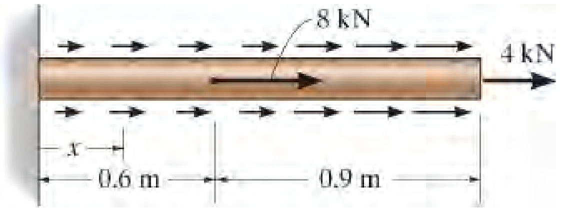
سوال 1-51 . دوه فولادی غړی د یو بل سره د یوه 30° ویلډینګ (weld) په واسطه یو ځای شوي. اوسط نارمل او اوسط مماسی سټریس چې د ویلډینګ په سطحه کی عمل کوی وټاکئ .



س 1-51

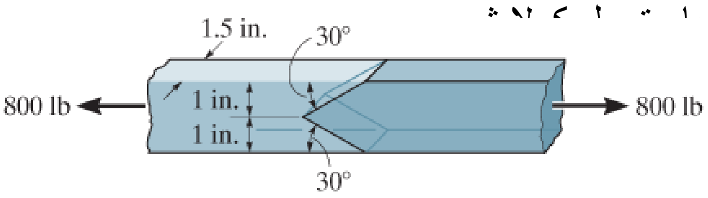
س *1-52 . یو میله $400\ (10^{-6})m^2$ د غوڅې مساحت لري. که دا د یوه مثلثی محوری ویشل شوي بار سره په اوږدوالی مخ شي پدی معني چې په x=0 اندازه يي صفر او په x= 1.5 m اندازه يي 0.9 kN/m وی، او برسیره پر دی دوه تمرکزي بارونه څنګه چې په انځور کی ښودل شوي وربانّدی عمل کړی. تاسو معلوم کړي اوسط نارمل سټریس په میله کی چی د x فا صلی تابع وی. $0 <= x <= 0.6$ m .

س 1-53 . یو میله $400\ (10^{-6})m^2$ د مقطع مساحت لري. که دا د یوه محوری یو شان ویشل شوي بار چی اندازه يي 9 kN/m سره په اوږدوالی مخ شي، او برسیره پر دی دوه تمرکزي بارونه څنګه چې په انځور کی ښودل شوي وربانّدی عمل وکړي، تاسو اوسط نارمل سټریس په میله کی چی د x تابع وی پیدا کړی کله چې $0.6 <= x <= 1.5$ m وی.



س 1-52/53

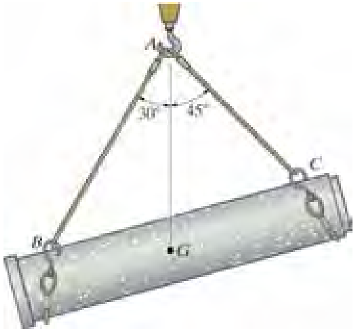
س 1-54 . دوه غړي د یوې الوتکې فیوزولاج (fuselage) په جوړولو کې کارترى اخستل شوی، او د 30° فیش موت (fish-mouth) ویلډ (weld) په زریع نیښلول شوی دی. اوسط نارمل سټریس او اوسط مماسی سټریس په هر ه سطحه د ویلډ معلوم کړي. فرض کړي چې هره کږه سطحه یو 400 lb افقی



سوال 1-54

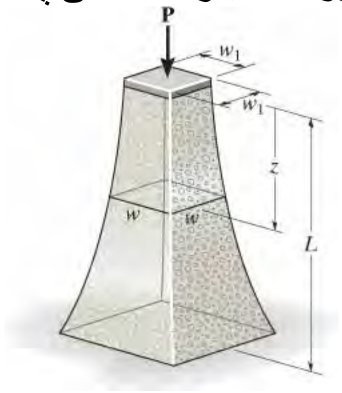
س 1-55 . د 2-Mg کانکریټ پایپ مرکز ثقل په G نقطه کی دي که چیری دا د ABاو AC د کیبلونو څخه وځړول شي، په نوموړیو کیبلونو کې اوسط نورمال سټریس وټاکئ. د AB او AC قطرونه په ترتیب سره 12 mm او 10 mm دي.

س *1-56 . د 2-Mg کانکریټ پایپ مرکز ثقل په نقطه G کی دی. که چیرې دا د ABاو AC کیبلونو څخه وځړول شي، د AB د کیبل قطر داسی و ټاکی ترڅو اوسط نامل سټریس به یی د AC د کیبل چې 10 mm قطر لري یو شان وی.



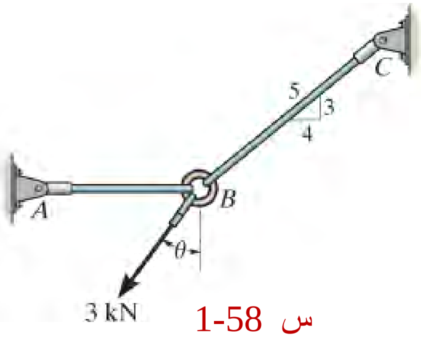
س 1-55/56

س 1-57 . دا لاندی پایه د هغه موادو څخه جوړ شوی چی ځانګړی وزن یي **g** دی. که چیري دا پایه مربع غوڅه برخه ولري، د هغې پلنوالی w تابع د z داسی وټاکئ جی اوسط نارمل سټریس په پایه کی ثابت پاتې شي. په پایه یو ثابت بار **P** د هغی په سر کی چیرې چې د هغې عرض w_1 دی عمل کوي .



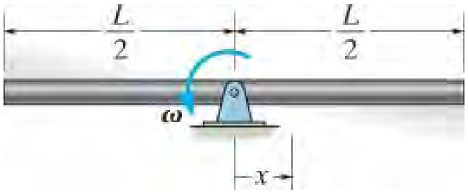
س 1-57

س 1-58 . د AB او BC میلی په ترتیب سره 4 ملي متره او 6 ملی متره قطر لري .که چیرې د 3 kN قوه په حلقه باندی به B کی عمل وکړی، د q زاویه داسی مشخص کړئ ترڅو اوسط نارمل ستریس په هر میله کې مساوي وی.



س 1-58

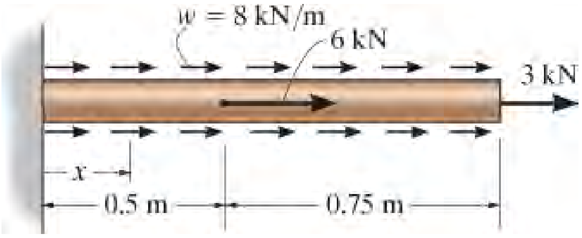
س 1-59 . یوشانته میله چی غوڅه یی A او کتله یی m په هر واحد اوږدوالي کی ده چی د ثقل په مرکز کی په یوه پین تړل شوي. که چیر دا میله په یوه افقی سطحه کی په یوه ثابت زاویوی سرعت w و څرخیږي،اوسط نارمل ستریس په میله کی چی د x تابع وی مشخص کړئ.



س 1-59

س 1-60 . یوه میله د غوڅی مساحت یی $400\ (10^{-6})\ m^2$ دی. که چیرې یو شانته محوري توزیع شوي بار او هم د هغې په اوږدوالی دوه متمرکز بارونو عمل وکړی، په میله کی اوسط نارمل ستریس چی د x تابع وی معلوم کړی. $0 < x <= 1.25$ m .

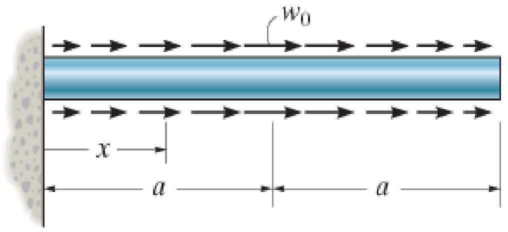
س 1-61 . یوه میله چی د غوڅی مساحت یی $400\ (10^{-6})\ m^2$ دی په نظر کی ونیسی. که چیرې یو شانته محوري توزیع شوي بار او هم د هغې په اوږدوالی دوه متمرکز بارونو عمل وکړی، په میله کی اوسط نارمل ستریس چی د x تابع وی معلوم کړی. 0.5 m $< x <= 1.25$ m .



س 1-60/61

س 1-62 . یو پریز ماتیک میله چې A غوڅه لري. یو توزیع شوي محوري بار تابع د فاصلی x په خطي ډول زیادت مومي پلی کیږي کله چې $w=0$ $x=0$ او په $x=a$ کی اندازه یي بیا $w=w_0$ او وروسته په خطی ډول کمیږي چې د $x=2a$ فاصله کی $w=0$ ده . اوسط نارمل ستریس په میله کی تابع د x کله چې x پدی حد کی وي : $0<=x<a$. پیدا کړی.

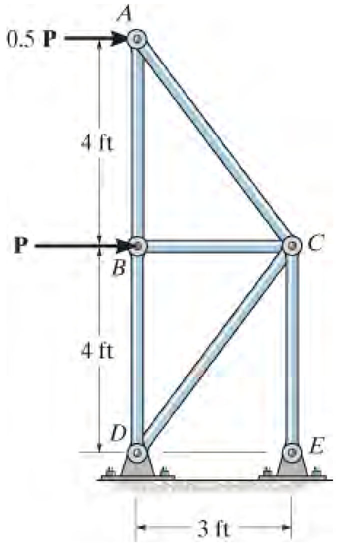
س 1-63 . یو پریز ماتیک میله چې A غوڅه لري. یو توزیع شوي محوري بار تابع د فاصلی x په خطي ډول زیادت مومي پلی کیږي کله چې $w=0$ $x=0$ او په $x=a$ کی اندازه یي بیا $w=w_0$ او وروسته په خطی ډول کمیږي په فاصله $x=2a$ کی $w=0$ ده . اوسط نارمل ستریس په میله کی تابع د x کله چې x پدی حد کی وي $a<=x<2a$ پیدا کړی.



س 1-62/63

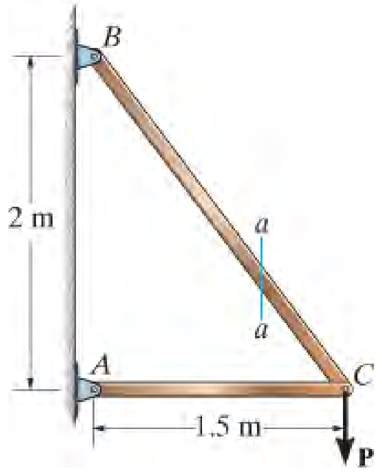
س *1-64 . د ښودل شوی قیچي د هر غړی د غوڅی مساحت $1.25\ in^2$ دي. اوسط نارمل ستریس په غړیو AB, BD او CE د بهرنی بار $P = 6$ kips له امله معلوم کړي. او هم دا په ګوته کړي چې ستریس په هر غړی کی کشش یا تیلوهونکی دی.

س 1-65 . د ښودل شوی قیچي د د هر غړی د غوڅی مساحت $1.25\ in^2$ دي. که چیرې د اوسط نارمل ستریس اعظمی حد له 20 ksi نه لوړ نه شي، اعظمي اندازه د P چې په قیچی پلي کیدی شي وټاکئ .



س 1-64/65

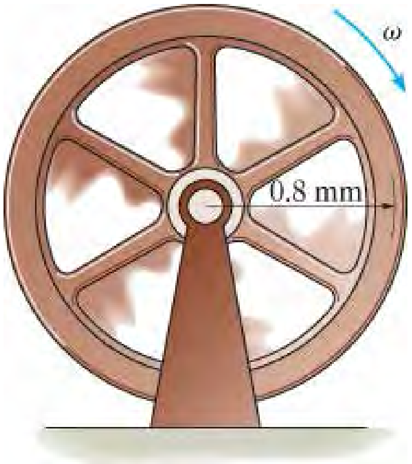
س 1-66 . ترټولو لوی بار د P داسی مشخص کړئ چې په دی چوکات پلي کیدی شي، پرته له دې چې د اوسط نارمل او مماسی سټریس د a-a په سطحه کی له s =150, t = 60 MPa نه زيات نشي . غړی CB مربع غوښه لری او هر اړخ يي 25 mm وږد والی لري.



س 1-66

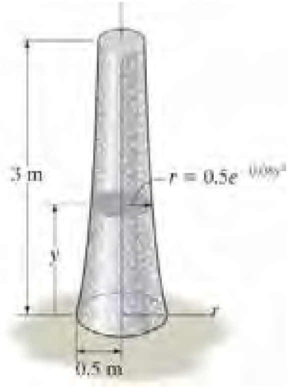
سوال 1-67 . ترټولو لوی ثابت دوراني سرعت w د ښودل شوی څرخ داسی معلوم کړئ تر څو د هغې په بهرنی څنډه کې اوسط نارمال سټريس له s = 15 MPa څخه ډير نه شي. فرض کړئ چې بهرنی څنډه یو حلقه ده چی 3 ملي میتره پیندوالی ، 20 ملي میتره سور ، او کتله يي 30 kg/m ده. تاویدل په افقی سطحه کی واقع کیږي. هغه میلی چې د څرخ مرکز د هغې د بهرنی څنډې سره نښلوي تاثير يي مه حسابوي.

کومکي یادونه:: د نیمه دايروي برخی آزاد دایګرام د حلقي په پام کې ونیسئ . د دې برخې د کتلی د ثقل مرکز له مرکزه په r^ = 2r/π کې موقعیت لري .



سوال 1-67

س 1-68* . په لاندی انځور کی ښودل شوي پایي شعاع (r) تعریف شوي $r = (0.5e^{-0.08y^2})$ m ، چیرته چي د y واحد په مترو دی. که د موادو کثافت $2.5\ Mg/m^3$ وی اوسط نارمل ستریس په اتکا کی معلوم کړي.



س 1-68

1.6 د منلو وړ د ستریس ډیزاین (ALLOWABLE STRESS DESIGN)

کرینونه اکثرا د جوړښتونو په وادانولو کی کارول کیږي او بییرنگ تختی دوی ته ثبات ورکوي. پاملرنه باید وشي چي ملاتړکونکی سطحه دلته د هغه لوی ستریس چی د سطحی او تختی ترمینځ رامینځته کیږي مات نشي.

د دی لپاره چی د ساختماني یا میخانیکي غړیو له خوندیتوب ډاډ من وو، اړینه ده چی پلي شوي بارونه له هغه حده چی غړی یی وړی شی کم وي. د دې کار لپاره ډیری دلیلونه شته.

- ممکن د جوړښت یا ماشین تعین شویی اندازی دقیقی نه وي . ممکن د غړیو په جوړولو او یا یوځایکیدوکی دا بدلون راغلی وی.
- نامعلوم اهتزازات، د وهلواغیزې، یا داسی بارونه چی په دیزاین کی حساب شوی نه وی کیدای شي واقع شي.
- د جوړښت مواد په هوا کی د زنگ، او تدریجی تخریب د ساختمان د خرابیدو امکانات راوړی.
- ځینی مواد لکه لرگی، کانکریټ یا تقویه شوی فایبر کی خاصیتونه ډیر بدلون لری.

یوه لار چې د غړی د منلو وړ بار وټاکلشی د خوندیتوب د فکتور (factor of safety = F.S.) لاره ده. د ا فکتور د ماتیدو بار او د موادو د منلو د بار له نسبت نه پیدا کیږی.

$$\text{F.S.} = \frac{F_{\text{fail}}}{F_{\text{allow}}} \qquad (1\text{–}8)$$

دلته F_{fail} د موادو د تجربوي ازمويني څخه موندل کيږي.

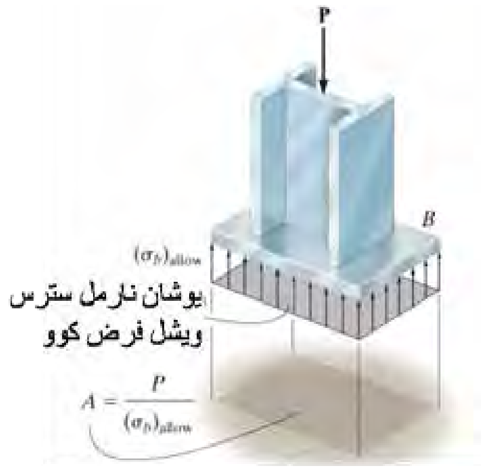
که چیرې په غړي باندې پلي شوي بار په *خطـي ډول* د غړي د داخلي ستريس سره تړاو ولري، لکه څنګه چې $s = N/A$ او $t_{avg} = V/A$ ښودل شوی، بیا موږ کولی شو د خوندیتوب فکتور د بهرنی بار ماتونکی ستریس (s_{fail} یا t_{fail}) د موادو *منلو وړ ستریس* (s_{allow} یا t_{allow}) په تناسب پیدا کړو.

دلته د A ساحه به دوا ړو کی یو شان ده اوپه تناسب کی له منځه ځی (حذ ف کیږی)

$$\text{F.S.} = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}} \qquad (1\text{–}9)$$

یا

$$\text{F.S.} = \frac{\tau_{\text{fail}}}{\tau_{\text{allow}}} \qquad (1\text{–}10)$$



د کالم تیټه تختی B ساحه د کانکریټ له منل شوی بیرینګ سترس څخه ټاکل کیږي

د خوندیتوب فکتور (F.S) ځانګړي ارزښتونه لرى چې د موادو په ډولونو، او د جوړښت یا ماشین په مطلب او هدف پورې اړه لري. د دی فکتور په تعینولو کی هغه مخکنې ذکر شوي ناڅرګندتیاوی او نیمګړتیاوی د محاسبې پرمهال په نظر کی نیول کیږی. د مثال په توګه، د خوندیتوب فکتور د الوتکي یا فضايي وسايطو په ډيزاين کي د وزن کمولو لپاره ممکن د 1 (یو) سره نږدې وي. همدارنګه د اټومي بریښنا فابریکو د ډيزاين په صورت کي، د ځینو برخو لپاره د خوندیتوب فکتور ممکن وي د بارولو یا موادو خاصیتونو ناڅرګندتیا له امله تر 3 پورې لوړ وی. په عامه توګه د خوندیتوب فکتور او د منلو وړ ستریس له ډيزاين کوډونو او انجینری لاسي کتابونو نه موندل کیدی شي. د جوړښت هغه ډيزاين چې د منلو وړ ستریس پر بنسټ ديزاين شي د ***منلو وړ ستريس ډيزاين*** (ASD) بلل

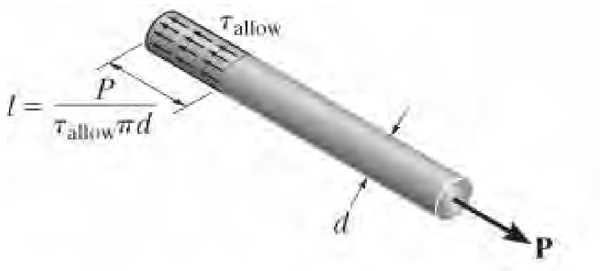
کیږي . د دې طریقې نه ګټه اخستل به د خلکو او چاپیریال ساتنه او اقتصادي ملحوظات په توازن کی وساتی.

ساده ترونکي (Simple Connections). د تحلیل او دیزاین ساده کولو لپاره د موادو د خاصیت په نظر نیولو سره لدی معادلو $s = N/A$ او $t_{avg} = V/A$ ګټه اخستل کیدی شی. د مثال په توګه، که په یوه برخه د غږی نارمل بار عمل کړي وي، د هغې د اړتیا ساحه له دی معادلي ټاکل کیږي

یو شان شییر فرض شوي

$$A = \frac{N}{\sigma_{allow}} \qquad (1\text{–}11)$$

یا دا چی که په یوه برخه اوسط شییر بار پلی شوي، د برخی ساحه پدی لاندی معادله پیدا کیدی شي



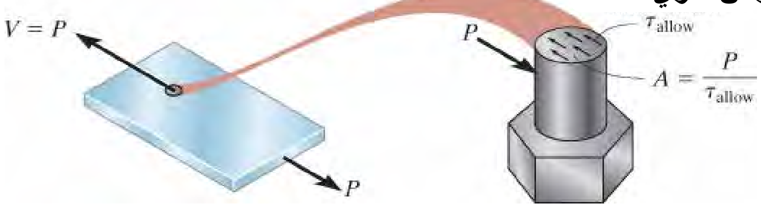
$$A = \frac{V}{\tau_{allow}} \qquad (1\text{–}12)$$

د دې میلي هغه اوږدوالی (l) چی په کانکریت کی داخل شوی د منلو وړ شیر په کارولو سره ټاکل کیدی شي .

دري مثالونه چیرې چې پورته معادلې پلي کیږي په انځور 1-24 کې ښودل شوي. لومړی شمیره نارمل ستریس چی په لاندی برخه د تختي عمل کوی ښیي. دا فشاري ستریس چی له یوې سطحې له امله پر مقابل سطحه رامینځته اوورل کیږی په نامه ***دوړلو فشار*** (bearing stress) بلل کیږي.

د دې لیپ جوینت (lap joint) بولټ ساحه له شییر ستریس چی ددواړو تختو ترمنځ شتون لری ټاکل کیږي

یو شان شییر سترس فرض شوي



انځور 1-24

1.7 د محدود حالت ډيزاين (LIMIT STATE DESIGN)

موږ په تيره برخه کې وويل چې په سمه توګه ډيزاين شوی غړی بايد هغه ناڅرګندتياوي او نيمګړتياوي په نظر کی ونيسي چې د موادو خاصيتونو او پلي شوي بارو د بدلون له امله رامينځته کيږي. هر يو د دې بې باوری کيدی شي د احصايوې او احتمالي تيوري په کارولو سره وڅيړل شي. د جوړښتونو انجينر تمايل لري چې د بار ناڅرګندتياوی د موادو ناڅرګندتيا څخه جلا کړي او دا تمايل مخ په زياتيدو دي.* د ډيزاين دې طريقې ته د ***محدود حالت ډيزاين*** ويل کيږي(LSD) ، يا په ځانګړي توګه، په متحده اياالتو کې دا د ***بار او مقاومت فکتور(*** **LRFD)** په نوم ياديږي . موږ به اوس بحث وکړو چې دا طريقه څنګه پلي کيږي .

د بار ضريبونه يا فکتورونه (Load Factors) . مختلف ډولوو بارونه R کولی شي په جوړښت يا د جوړښت په غړي باندې عمل وکړي، او هر يو د ***بار فکتور*** g (ګاما) سره ضرب کيدی شي چې د بارونو بدلون يا نيمګړتياوو لپاره حساب شي. په بارونو کې *مړ بار* (dead load) شامل دی، کوم چې د جوړښت ثابت وزن دی، او *ژوندی بارونه* (live load) لکه خلک يا موټر چې حرکت کوي پکې شامل دي . د ژوندی بارونو نور ډولونه دي باد، زلزله او د واورې بارونه. د مړو بار D په واسطه د نسبتا کوچنی فاکتور لکه $g_D = 1.2$ ضرب کيږي ، ځکه چې دا نسبتا په ډير دا‌ډ سره ټاکل کيدی شي . د مثال په توګه د ژوندی بار L د خلکو لخوا بار يا ټول شيان چې په حرکت وی رامينځته شوی ، کوم چې فکتور يې $g_L = 1.6$ د ي.

د ودانيو کوډونه ډيری وخت دی ته اړتيا لري چې د مختلفو بارونو ترکيب يا ګډوالي لپاره ډيزاين شي، او په ترکيب کې به يې هر ډول بار يو ځانګړی بار فکتور ولري. د مثال په توګه، د يو ډول بار ترکيب کی که مړو(D) ، ژونديو(L) ، او د واورې بار (S) د شامل وی نو ټول بار R په لاندی معادله کی ښودل شوی.

$$R = 1.2D + 1.6L + 0.5S$$

دا فکتورونه د بارونو د ترکيب لپاره *احتمال* د شتون په بار R کی منعکس کوي چې د ټولو بيان شويو پيښو لپاره پيښيږي. په دې معادله کې، د بار فکتور ته پام وکړئ $g_S = 0.5$ چې تر ټولو کوچنی دی،پدی معنی ده چې لږ احتمال لری چې اعظمي واوره به له دا ډير مړ او ژونديو بارونو سره په ورته وخت کې پيښه شي .

د مقاومت ضريبونه يا فکتورونه (Resistance Factors). د ***مقاومت فکتورونه يا ضريبونه*** f(فی phi) د موادو د شکست د احتمال څخه ټاکل کيږي. او د شکست احتمال د موادو له کيفيت او د هغې د استحکام دوام سره تړاو لري . دا فکتورونه په همدی دليل د مختلفو موادو لپاره توپير

لري. د مثال په توګه، کانکریټ د فولادو په پرتله کوچني ضریب لري، ځکه چې انجنیران د فولادو د چلند په اړه تر کانکریټو ډېر باور لري . د مقاومت یو عادي ضریب $f = 0.9$ د فولادو غړي لپاره چې د کشش په حالت کې کارول کیږي .

* ASD دا ناڅرګندتیا د خوندیتوب فکتور یا د منلو وړ فشار سره یوځای کوي

د ډیزاین معیارونه (Design Criteria). یوځل چې د بار او مقاومت ضریبونه g او f د کوډ په کارولو سره مشخص شی، بیا د جوړښت غړي مناسب ډیزاین اړتیا لري چې د دې وړاندوینه شوي توانایي، fP_n، د وړاندویني بار څخه چې ورباندی پلی به شي ډیر وي. په دې توګه، د LRFD معیار په توګه ویل کیدی شي

$$\phi P_n \geq \Sigma \gamma_i R_i \qquad (1\text{–}13)$$

دلته P_n د غړي نومول شوی توانایي یا مقاومت ده، پدې معنی ، کله بار په غړي باندې پلي شي، د دې لامل کیږي چې غړي شکست وکړي (زوروور بار ultimate load)، یا تغیر د شکل یوداسی حالت ته ورکړي چې غړي نور د خدمت وړ نه وي. په لنډيز کې، د مقاومت یا توانایي فکتور f د غړي نومي مقاومت کموي او اړتیا لري چې دا د پلي شوي ترکیب شوی بار چې د فکتورونو g په کارولو سره محاسبه شوي ورسره مساوي یا لوی وي .

مهم ټکي

IMPORTANT POINTS

- د غړي ډیزاین د مقاومت درلودلو لپاره د منلو وړ سټریس یا د خوندیتوب فکتور استعمالیږی چې د (ASD) په نامه یادیږي، یا د بار او د موادو د مقاومت فکتورونو سره چې د موادو د مقاومت اوبار په تعدیل سره چې د (LRFD) په نامیږي، دی.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د خوندیتوب مناسب فکتورونه د کرینونو او کیبلونو چې د درنو بارونو لیږدولو لپاره کارول کیږي د ډیزاین کولو پرمهال باید په پام کې ونیول شي

کله چې ځواړی د اوسط نارمل او اوسط شییرستریس معادلو په کارولو سره ستونزې حل کړئ، لومړی هغه برخه چې مهم ستریس وربانده عمل کوي باید په احتیاط سره وموندل شي. یوځل چې دا برخه وټاکل شي، غړی بیا ډیزاین کړي ترڅو کافي ساحه د غوڅی په هغه برخه کی چې دا مهم ستریس ور باندې عمل کوي ولري. دا ساحه د لاندې ګامونو په کارولو سره ټاکل کیږي.

داخلی بارونه (Internal Loading)

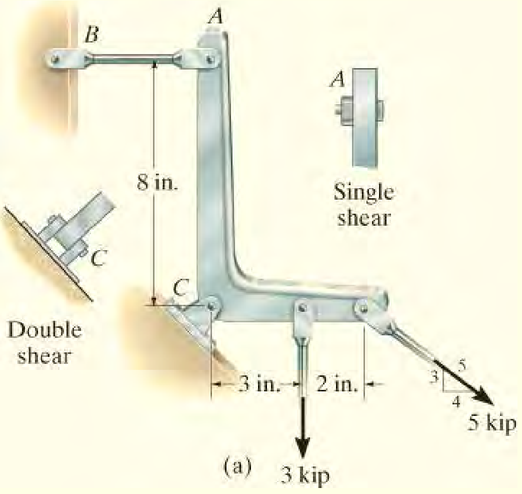
- غړي د مساحت له لارې غوڅ کړئ او د غړي برخې آزاد دایګرام رسم کړئ. بیا د توازن معادلو په ذریعه د برخی داخلي پایله قوه وټاکی.

د اړتیا وړ مساحت (Required Area).

- د منلو وړ ستریس، یا بار او د مقاومت فکتورونه باید وپیژندل شي یا و ټاکل شي، بیا اړین مساحت چې د محاسبې شوي بار یا فکتور شوي بار د ورلو لپاره اړتیا لري د تعادول له معادلو $A = N/s$ یا $A = V/t$ څخه ټاکل کیږي .

مثالونه

مثال 1.12



(a)

یو د کنټرول بازو چې په دی لاندی انځور 1-25a کی ښودل شوی دوه بهرنی بارونه وربانندی پلی شوي. که چیری د شیر سټرس د خوندیتوب فکتور F.S. = 1.5 او ماتیدونکی حد یی t_{fail} =12 ksi وی، تاسو د فولادو د پینونو اړین قطرپه A او C کی پیدا کړی. د قطر اندازه تر 1/4 د انچ ته نیږدی وټاکی.

حل (SOLUTION)

پین قواوي (Pin Forces). د کنټرول د بازو آزاد دایګرام جوړه وو، انځور 1-25b ، د توازن لپاره داسی لیکلی شو:

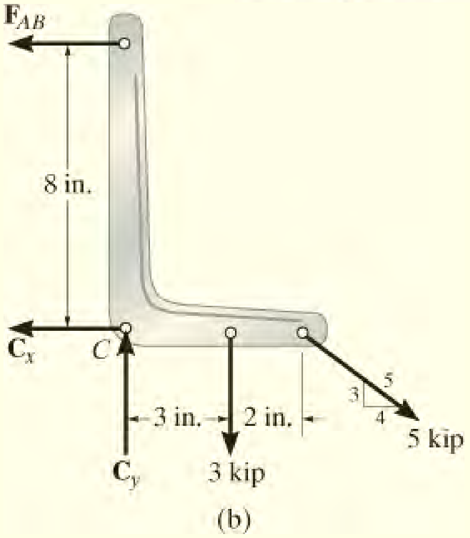
$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$$

$$F_{AB}(8\text{ in.}) - 3\text{ kip}\,(3\text{ in.}) - 5\text{ kip}\left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ in.}) = 0$$

$$F_{AB} = 3\text{ kip}$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\ \Sigma F_x = 0; \qquad -3\text{ kip} - C_x + 5\text{ kip}\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0 \qquad C_x = 1\text{ kip}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad C_y - 3\text{ kip} - 5\text{ kip}\left(\tfrac{3}{5}\right) = 0 \qquad C_y = 6\text{ kip}$$



(b)

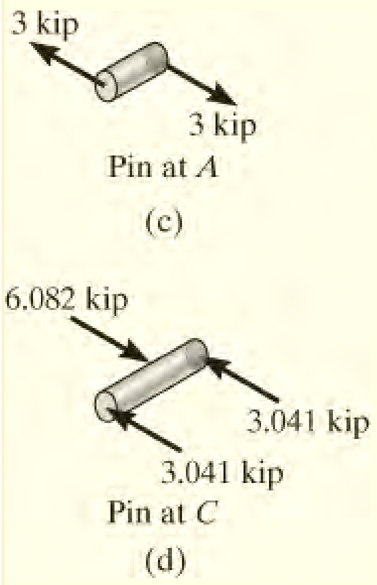
د C په پین کی د مقاومت محصله قوه په لاندی ډول ده:

$$F_C = \sqrt{(1\text{ kip})^2 + (6\text{ kip})^2} = 6.083\text{ kip}$$

د منلو وړ شییر ستریس (Allowable Shear Stress)

موږ لرو

$$F.S. = \frac{\tau_{fail}}{\tau_{allow}}; \quad 1.5 = \frac{12\text{ ksi}}{\tau_{allow}}; \quad \tau_{allow} = 8\text{ ksi}$$



انځور 1-25

پین A . دا پن یو شییر لری چی په انځور 1-25c ښودل شوی:

$$A = \frac{V}{\tau_{allow}}; \quad \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 = \frac{3\text{ kip}}{8\text{ kip/in}^2}; \quad d_A = 0.691\text{ in.}$$

د پین تقریبی قطر به په لاندی ډول وی:

$$d_A = \tfrac{3}{4}\text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

پین C . څرنګه چې پر دی پین شیر دوه ګوني (double shear) ډول دی او د شیر یوه قوه د 3.041 kip په غوڅه، چې د بازو او ملا ترې پانیو تر منځ ځای لری عمل کوي، لکه چې په انځور کی ښودل شوي 1-25d .مونږلیکلی شو:

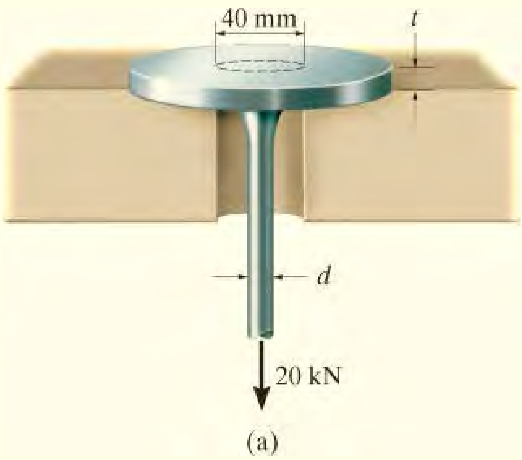
$$A = \frac{V}{\tau_{allow}}; \quad \pi\left(\frac{d_C}{2}\right)^2 = \frac{3.041\text{ kip}}{8\text{ kip/in}^2}; \quad d_C = 0.696\text{ in.}$$

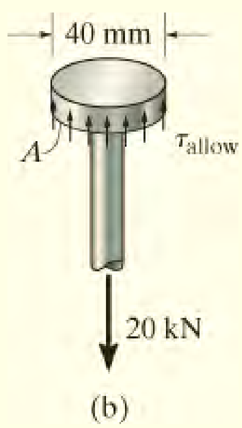
د پین تقریبی قطر عبارت د ی

$$d_C = \tfrac{3}{4}\text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 1.13

یو ځړیدلی راډ په سر کې په یو ثابت دایروی ډیسک (disk) لکه څنګه چې په انځور 1-26a کې ښودل شوي وصل شوی. که چیرې راډ د 40 ملی میتر قطر سوري څخه تیریږي ، د راډ لږ تر لږه اړین قطر او لږترلږه ضخامت د ډیسک داسی وټاکئ تر څود 20 kN بار یو وړی شی. د راډ لپاره د منلو وړ نارمل ستریس $s_{allow} = 60$ MPa ، او د منلو وړ شییر ستریس د ډیسک لپار $t_{allow} = 35$ MPa دی.





انځور 1-26

حل (SOLUTION)

د راډ قطر (Diameter of Rod). د معاینې له مخې په راډ کې محوری قوه 20kN ده. په دې توګه د راډ اړین غوڅه مساحت په لاندی توګه پیدا کیږی:

$$A = \frac{N}{\sigma_{allow}}; \qquad \frac{\pi}{4}d^2 = \frac{20(10^3)\ \text{N}}{60(10^6)\ \text{N/m}^2}$$

پدی حساب د راډ قطر عبارت دی:

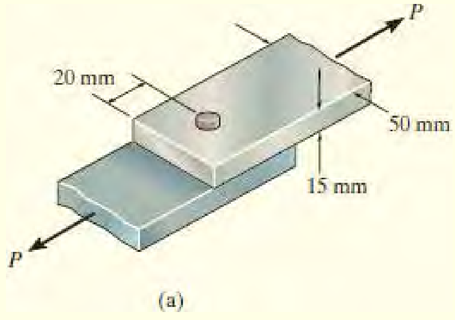
$$d = 0.0206\ \text{m} = 20.6\ \text{mm}$$ *Ans.*

د ډیسک ضخامت (Thickness of Disk). لکه څنګه چې په انځور 1-26b کې د جسم آزاد ډیاګرام ښودل شوي، د ډیسک مواد په قطع شوي مساحت کې باید د *شییر ستریس* سره مقاومت وکړي تر څو د سوروي له لارې د ډیسک د حرکت مخه ونیول شی. که دا شییر ستریس داسې انګیرل کیږی چې په مساوي ډول په ساحه کې ویشل شوي، V = 20 kN او دا لاندی معادله کی مونږ لرو :

$$A = \frac{V}{\tau_{allow}}; \qquad 2\pi(0.02\ \text{m})(t) = \frac{20(10^3)\ \text{N}}{35(10^6)\ \text{N/m}^2}$$

$$t = 4.55(10^{-3})\,\text{m} = 4.55\ \text{mm} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 1.14



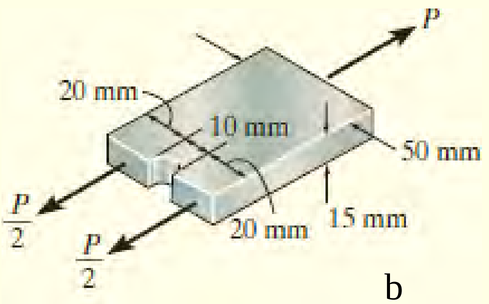
انځور 1-27

په انځور 1-27 کی یوه تخته پر بله تخته د یوه بولت په واسط یو ځای شوی. ترټولوهغه لوی بار *P* مشخص کړئ کوم چې پلي کیدی شي .د بولت قطر 10 ملي میتره او د منلو وړ شییر ستریس 80 MPa د ي. د هری تخته د منلو وړ کششی ستریس یی 50 Mpa ، بیرینګ ستریس یي 80 MPa ، او شییر ستریس یی 30 MPa دی.

حل (SOLUTION)

د دی سوال د حل لپاره به مونږ د هري احتمالي ماتیدو لپاره *P* وټاکو. بیا به مونږ ، د *P* تر ټولو کوچنی ارزښت غوره کړو. که چیری د بار اندازه له هغه کوچنی قیمت زیاته شی دا یو ځایوالی به له منځه ولاړ شی.

د پلیت ناکامي یا ماتیدل په کشش حالت کی (Failure of Plate in Tension).



b
د پلیت ماتیدل په کشش سره

که تخته په کشش حالت کی ماتیږی نو دا قوه په لاندی ډول په لاس راځی:

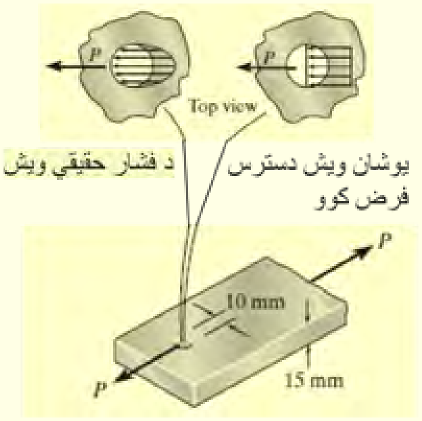
انځور 1-27b وګوري .

$$(\sigma_{allow})_t = \frac{N}{A}; \qquad 50(10^6)\ \mathrm{N/m^2} = \frac{P}{2(0.02\ \mathrm{m})(0.015\ \mathrm{m})}$$

$$P = 30\ \mathrm{kN}$$

د بیرنګ له امله د تختی ماتیدل (Failure of Plate by Bearing) :

د پورتنی تختی آزاد ډیاګرام ، په 1-27c انځورکی ښيي چې بولټ یو پیچلي ویشلشوی سټریس په هغه برخه کی چی بولت د پلیټ د منحني مرکزي ساحې په اوږدو کې په تماس کی دی جوړه وی.* د تحلیل ساده کولو لپاره د وړو برخو د یو ځای کیدو چې پنونه یا بولټونه لري ، د ډیزاین کوډونه د بیرینګ سټریس محاسبه کولو اجازه ورکوي چې د بولټ اټکل شوې ساحه وکارول شي له همدې امله:



c

انځور 1-27

$$(\sigma_{allow})_b = \frac{N}{A}; \qquad 80(10^6)\mathrm{N/m^2} = \frac{P}{(0.01\ \mathrm{m})(0.015\ \mathrm{m})}$$

$$P = 12\ \mathrm{kN}$$

*د بولټ یا پن د موادو قوت عموما د پلیټ له موادو څخه ډیر وي، نو د غړي بیرینګ ماتیدل د لوی اندیښنې وړ دي

د تختی ماتیدل د شییر پواسطه (Failure of Plate by Shear):

امکان ددی شته چی بولټ، په اوږدوالي د برخی ښکه چی په آزاد دایګرام کی ښودل شوي، تخته ښیری کړی. د هغه برخې آزاد ډیاګرام په انځور 1-27 d کی ښودل شوي . دلته $V = P/2$ ده او داسې لیکلی شو:

$$(\tau_{allow})_p = \frac{V}{A}; \qquad 30(10^6)\ \mathrm{N/m^2} = \frac{P/2}{(0.02\ \mathrm{m})(0.015\ \mathrm{m})}$$

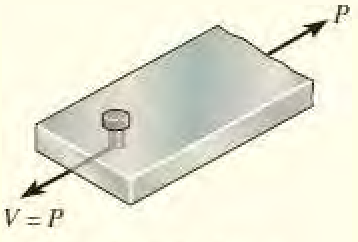
$$P = 18\ \mathrm{kN}$$

د بولټ ماتيدل د شيير پواسطه (Failure of Bolt by Shear):

بولټ کیدی شي چی د سطحی په اوږدو ترمنځ د دو تختو کې مات شي. دا آزاد ډايګرام په انځور 1-27e کې دې ته اشاره کوي $V = P$ ، نو داسې

$$(\tau_{allow})_b = \frac{V}{A}; \qquad 80(10^6)\ \mathrm{N/m^2} = \frac{P}{\pi(0.005\ \mathrm{m})^2}$$

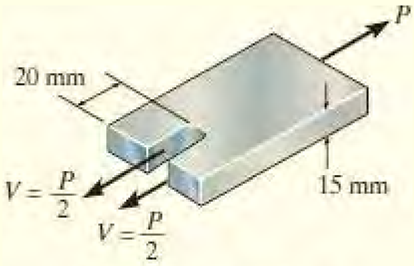
$$P = 6.28\ \mathrm{kN}$$



Failure of bolt by shear
(e)

د پورته پایلو پرتله کول، ترټولو لوی د منلو وړ بار د بولټ شيير پورې اړه لري. له همدې امله د سوال ځواب پدی ډول دی:

$$P = 6.28\ \mathrm{kN} \qquad \textit{Ans.}$$



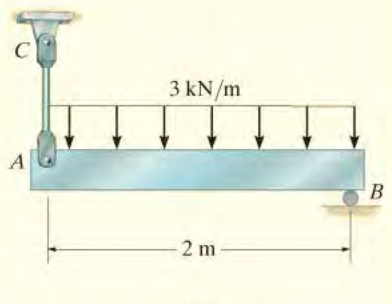
Failure of plate by shear
(d)

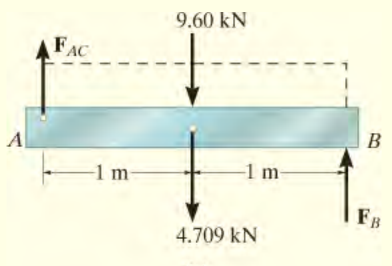
د بولټ ماتيدل د شيير په واسطه

د انځور 1-27 تکرار

مثال 1.15

یوه 400 kg یوشان میله AB چې په 1-28a انځور کې ښودل شوی د دیوه فولادی راډ AC لخوا ځوړند او په B کې یو رولر اتکا لري. که چیرې یو ژوندی ویشل شوی بار 3 kN/m وربانډی پلی شي، د راډ اړین قطر وټاکئ. د راډ د فولادو لپاره د ماتیدو سټریس $\sigma_{fail} = 345$ MPa دی. د LRFD طریقی نه کاروالخئ، چیرته چې د مقاومت فکتورد کشش لپاره $\phi = 0.9$ دی او د ساکن او ژوندیو بارونو لپاره فکتورونه په ترتیب سره مساوی دی په $\gamma_D = 1.2$ او $\gamma_L = 1.6$.





انځور 1-28

حل (SOLUTION)

فکتور شوی بارونه (Factored Loads).

دلته د ډنډی د مړ بار وزن D دی $D = 400(9.81)$, N =3,924 kN .

فکتور شوی بارعبارت دی په 1.2 D = 4,709 kN

د ژوندی بار محصله مساوی ده په $L = (3\ \text{kN/m})(2\text{m}) = 6\text{kN}$.

د ډنډی ازاد دایگرام په انځورکی ښودل شوي اوفکتور شوی بارونه په راډ کی په دی لاندی ډول پیدا کیدی شي:

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad 9.60\ \text{kN}(1\ \text{m}) + 4.709\ \text{kN}(1\ \text{m}) - F_{AC}(2\ \text{m}) = 0$$

$$F_{AC} = 7.154\ \text{kN}$$

مسا حت (Area).

د راډ نومي (nominal) قوت له $P_n = \sigma_{fail} A$ څخه تاکل کيږي، او څنګه چې نومول شوي د مقاومت فکتور $\phi = 0.9$ لخوا تعريف شوی، موږ اړتيا لرو

$$\phi P_n \geq F_{AC}; \qquad 0.9[345(10^6)\ \text{N/m}^2]\ A_{AC} = 7.154(10^3)\ \text{N}$$

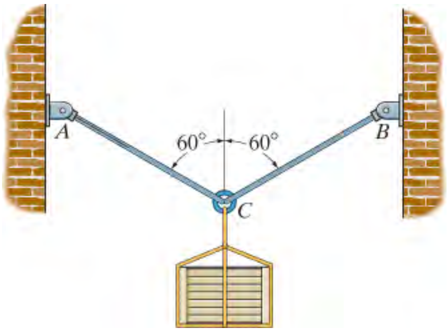
$$A_{AC} = 23.04(10^{-6})\ \text{m}^2 = 23.04\ \text{mm}^2 = \frac{\pi}{4} d_{AC}^2$$

$$d_{AC} = 5.42\ \text{mm} \qquad \textit{Ans.}$$

بنسټيز پوښتني

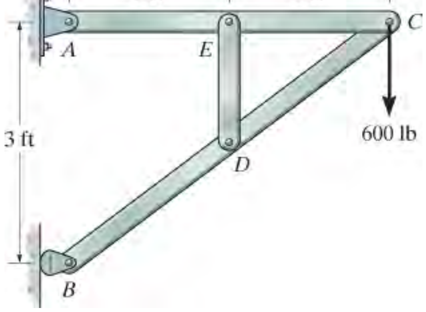
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 1-13 راډونه AC او BC د 200 کيلو ګرامه کتلی د ځړه ولو لپاره جوړ شوي. که هر راډ له داسی موادو څخه جوړه شوې وي چې اوسط نارمل سټريس يي له 150 MPa څخه ډير نه شي، د هر راډ لږ تر لږه اړين قطر تر نږدې ملي ميتر پورې مشخص کړئ .



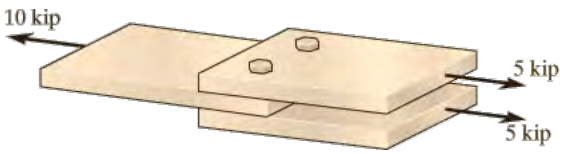
ب 1-13

ب 1-14 په اتکا A کې پين 0.25 انچ قطر لري. که چیری دا دوه ګونی شيير سټريس هلته موجود وی، په پين کی اوسط شيير مشخص کړئ.



ب 1-14

ب 1-15   اعظمي اوسط شيير ستريس په هر بولټ کی چی ¾ mm قطر لري مشخص کړئ

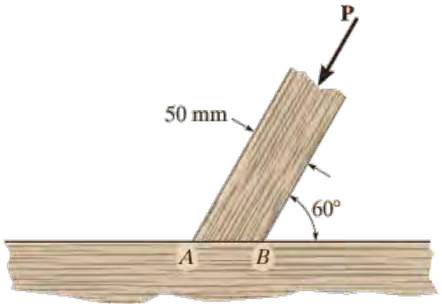


ب 1-15

ب 1-16 په دی لاندی تخته کی قطر د هر يوه د دريو ميخونو 4 ملي ميتره دي ، او کولی شي چی د 60 MPa   اوسط شيير ستريس مقاومت ولری. د P اعظمی قوه چې د تختی پر پای پلي کيدی شي معلومه کړئ

ب 1-16

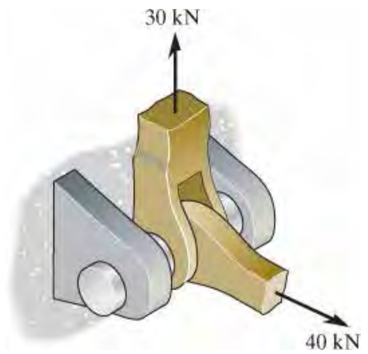
ب 1-17 سټرټ (strut) په يوه افقی غړي د *AB* په سطحه کی سريښ شوی.   که د سټرټ پنډوالی 25 ملي متره او که سريښ په اوسط ډول د 600 kPa شير ستريس مقاومت ولری، د P اعظمی قوه چې په سټرټ باندې پلي کيدی شي معلومه کړئ .



ب 1-17

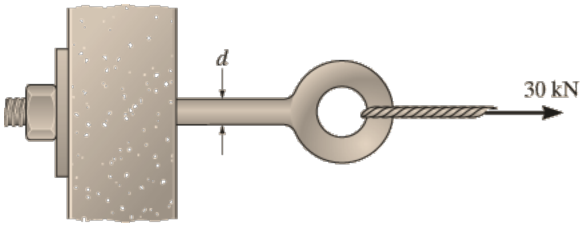
ب   1-18

اوسط اعظمی شيير ستريس په mm 30 قطر پين کی معلوم کړي.



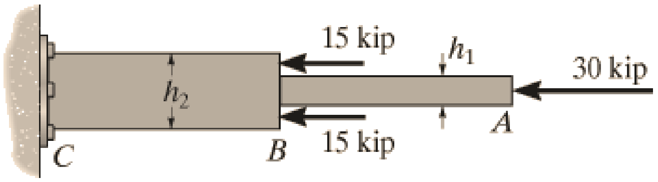
ب 1-18

ب 1-19 که چیرې د آی- بولټ (eyebolt) له داسي موادو څخه جوړې شوی وی چې ییلډ ستریس يي د s_Y =250 MPa وی، لږ تر لږه اړین قطر د هغې د لنګی (shank) و ټاکی . د خوندیتوب فکتور F.S. = 1.5 د ییلډ (yield) د پاره ټاکلی دی.



ب 1-19

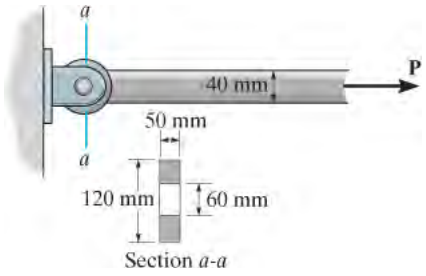
ب 1-20 که د میلی اسمبلي له یوه داسی موادو څخه جوړ شوی وي چی د ییلډ ستریس يي s_Y = 50 ksi وی ، د اړتیا وړ لږ تر لږه د h_1 او h_2 اړین ابعاد 1/8 انچو ته نیږدی و ټاکی. د خوندیتوب فکتور F.S = 1.5 د ییلډ لپاره تطبیق کړئ . هر میله 0.5 میلی متر ضخامت لري.



ب 1-20

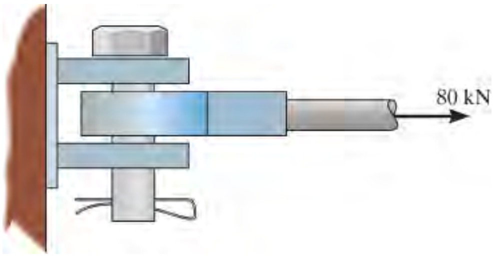
ب 1-21 اعظمي قوه P چې په دی لاندی راډ باندی پلی کیدی شي معلومه کړئ . که چیرې دا راډ د داسی موادو څخه جوړ وي چې د ییلډ مقاومت يي s_Y = 250 Mpa وی. د ماتیدو احتمال په

راډ او د a-a په برخه کی په نظر کی ونیسی. د خوندیتوب فکتور د یلد په مقابل کې F.S. = 2 دی.



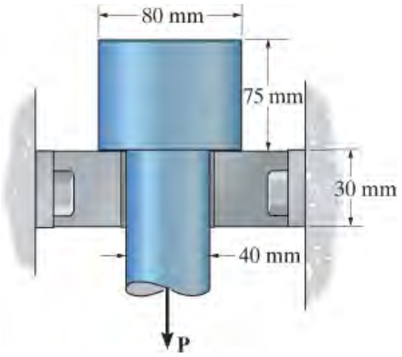
ب 1-21

ب 1-22 دا لاندی ښودل شوی پین د داسی مواد‌و څخه جوړ شوی دی چې د ماتیدو مماسی ستریس يي t_{fail} = 100 Mpa دي. د اړتیا وړ د پین د قطر اندازه ملي متر ته نیږدی وټاکی . د خوندیتوب فکتور F.S = 2.5 د مماسی ستریس په وړاندې تطبیق کړی



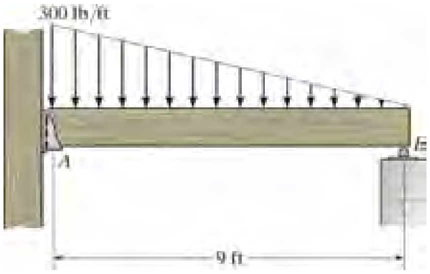
ب 1-22

ب 1-23 د بولټ سر او د ملاتړ برکیټ (bracket) يي د ورته موادو څخه جوړ شوی، د ماتیدو شییر ستریس ييt_{fail} = 120 Mpa دي. اعظمي قوه د P د بولت لپاره داسی معلومه کړی تر څو بولټ له برکیټه و نوزي . د خوندیتوب فکتور F.S =2.5 د شییر ستریس لپاره تطبیق کړئ .



ب 1-23

ب 1-24 شیږ بولټونه په برخه A کی د انګر (hanger) اتکا ساتلو لپاره د ستني سره کارول شوي . که چیری د بولټونو موادو د ماتیدو ستریس یي t_{fail} = 16 ksi وی لږ تر لږه اړین قطر د هر بولټ نږدې 1/16 inch انچو ته و ټاکي. د خوندیتوب فکتور F.S =2 تطبیق کړئ.

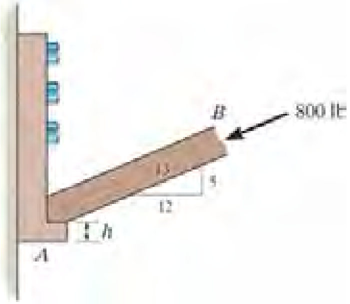


ب 1-24

سوالونه

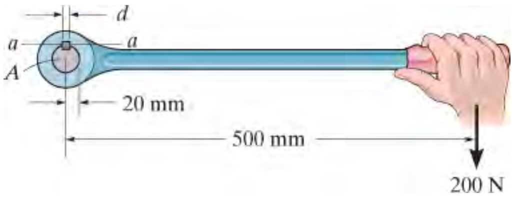
PROBLEMS

س 1-69 . که A او B دواړه د لرګیو څخه جوړ شوي او 3/8 inch پنډ والی لری ، تر ټولو کوچنی اندازه د h نږدې ¼ انچ ته د عمودی برخې مشخص کړئ چې دا په شییر کې ماته نشي. د د برخې لپاره د منلو وړ شییر ستریس مساوی دی په t_{allow} = 300 psi.



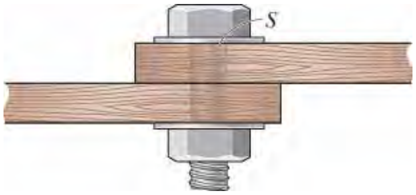
س 1-69

س 1-70 . یوه میله د کلی (key) پواسطه په شفت A ټینګ تړلی شوی وصل شوی ده. هغه په لاندی انځور کی ښودل شوي. د کلی پلنوالي d او اوږدوالی یی 25 ملي میتره دي. که چیرې په میله یوه عمودی قوه 200N څنګه چې په لاندی انځور کی ښودل شوي تطبیق شوی وی، د d پلنوالی معلوم کړئ . د منلو وړ شییر ستریس د کلی لپاره t_{allow} = 35MPa دي.



س 1-70

س 1-71 . دا لاندی دوه غړي د بولټ او نټ (bolt and nut) او دوو واشرو (washers) پواسطه سره تړل شوي ، که چیرې د واشرونو د منلو وړبیرینګ ستریس د تختی په سر $(s_b)_{allow} = 2$ ksi، او د منلو وړ کششي ستریس د بولټ په لینګي کی عبارت دی په $(s_t)_{allow} = 18$ ksi، د بولټ په لینګی کې اعظمي کششی قوه پیداکړی. د بولټ لنګي 0.31 انچه قطر لري، او د واشر بهرنی قطر 0.75 انچه او داخلي قطر (سوری) 0.50 انچه دی.

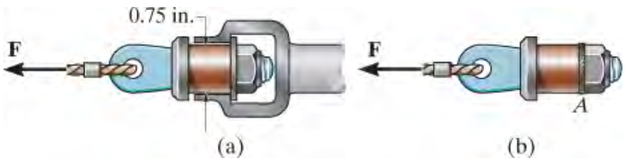


س 1-71

س *1-72 . د کشش غړی د دوو بولټونوپه واسطه چی یو د غړی په هر اړخ کی دی تړلشوی لکه چی په انځور کی ښودل شوي. هر بولټ 0.3 انچه قطر لري. د اعظمي بار P اندازه معلومه کړئ . د منلو وړ شيير ستريس د بولت لپاره $t_{allow} = 12$ ksi او د منلو وړ نارمل ستریس یی $s_{allow} = 20$ ksi دی .

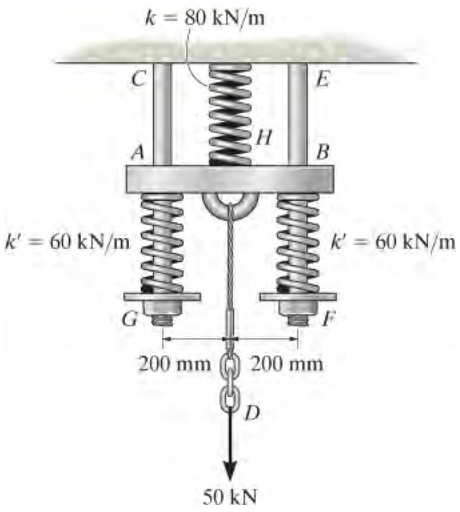
س 1-72

س 1-73 . په الوتکه کی د ایلیوټر (elevator) کنترول د یوه فولادی سوایول بوشینګ (swivel bushing) په واسطه چی د نټ او واشر په واسطه په ځای ساتل کیږي ، لکه چی د (a) په انځورکی ښودل شوي. د واشیر A ماتیدل کولی شي د ټیلوهلو راډ جلا کړي، لکه څنګه چې په انځور(b) کې ښودل شوي. که اعظمي اوسط شير ستريس $t_{max} = 21$ ksi وی، د F قوه چې باید په بوشینګ باندې تطبیق شي مشخص کړئ . واشر 1/16 انچه پنډوالی لري.



س 1-73

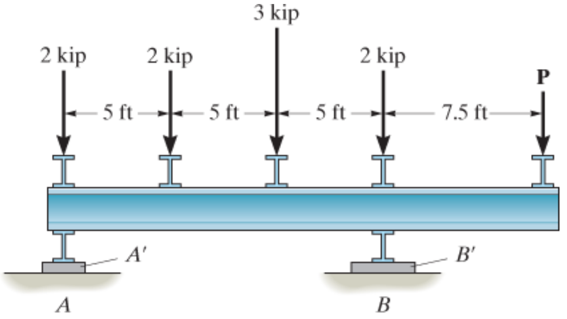
س 1-74 . د فنر میکانیزم د شاک جذبونکي (shock absorbing) په توګه د هغه بار لپاره چې په میله AB باندې پلي کیږي کارول کیږي . که چیری یوه قوه 50 kN پلی شي په هر فنر کی قوه مشخص کړئ . فنرونه کش شوی ندی او میله د CG او EF پوستو په اوږدوالی حرکت کړی شی. د فنروسرونه لکه چی ښودل شوی په غړیو اتکا لری. د CG او EF بولټونو د لنګیو قطر پیدا کړی کله چی د منلو وړ ستریس د بولټونو لپاره $\sigma_{allow} = 150$ MPa دی .



س 1-74

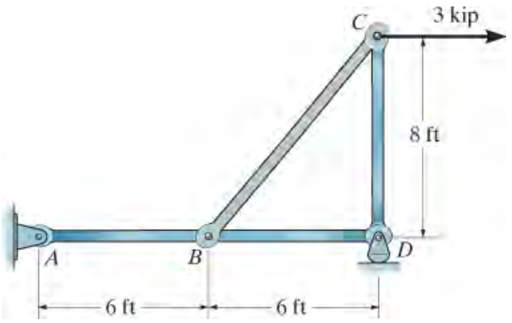
س .1-75 د مربع بیرینګ تختو A' او B' اندازي چی د بارورلو توان ولری معلومی کړي. دلته بار P=1.5 kip دي. د تختو اندازه 1/2 انچ ته نیږدی پیدا کړی. په اتکاووکی ریکشنونه عمودی دی . د منلو وړ بیرینګ ستریس دتختوو لپاره $(\sigma_b)_{allow} = 400$ psi دي

س *1-76 . اعظمي بار P چې کیدی شي په بیم باندې تطبیق شي معلوم کړئ. د بیرنګ تختی A' او B' اندازي په ترتیب سره 2 انچ مربع (2 x 2) او څلور انچ مربع (4 in x 4 in) دی. د تختو لاندی مواد د منلو وړ د بیرینګ ستریس $(\sigma_b)_{allow} = 400$ psi دي.



س 1-75/76

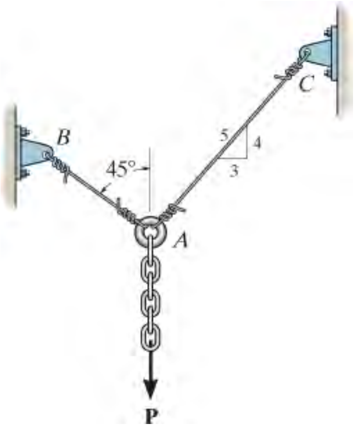
س 1-77 . د پینونو اړین قطر په A او B کې 1/16 in ته نیږدی معلوم کړی، که چیرې د موادو د منلو وړ شییر ستریس $t_{allow} = 6$ ksi وې . پین A د دوه ګونی شیر سره مخ دی، پداسې حال کې چې پین B د واحد شییر سره مخ دی .



س 1-77

س 1-78 .د منلو وړ کششی ستریس د AB او AC سیمونوکی $s_{allow} = 200$ MPa دی، د اړتیا وړ قطر د هر سیم وټاکئ . پلې شوی بار $P = 6$ kN دې .

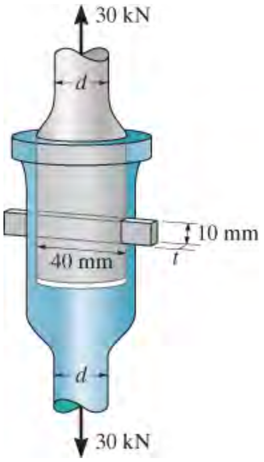
س 1-79 . که د AB او AC سیمونو د منلو وړ کششی ستریس $s_{allow} = 180$ Mpa وې، او که د سیم AB قطر 5 ملی متره اود AC تار قطر 6 ملې میتر وې، ترټولو لویه قوه P وټاکئ چې په زنځیر کې پلې کیدی شې .



س 1-78/79

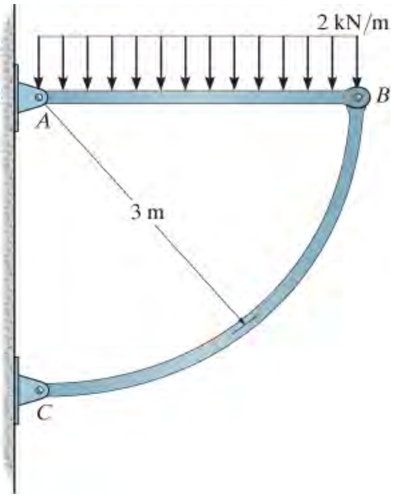
س *1-80 . یوه میله د دوو راډو د یوځای کیدلو د پاره کارول شوې. د میلی تر ټولو کوچنی پنډوالی او د راډ ترټولو کوچنی قطر په ګوته کړئ . ټولې برخې د فولادو څخه جوړی شوې دې ،

کوم چې د ماتیدونارمل ستریس s_{fail} = 500 MPa او د ماتیدو شییر ستریس t_{fail} = 375 MPa دی. د خوندیتوب فکتور د نارمل ستریس $(F.S)_t = 2.50$ او د شییر خوندیتوب فکتور $(F.S)_s$ = 1.75 د ي.



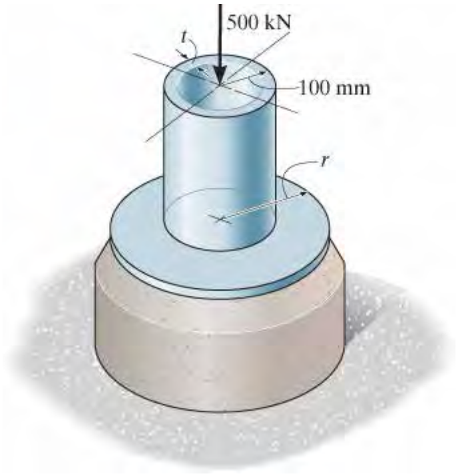
س 1-80

س 1-81 . د پینونو اړین قطر په *A* او *B* کی په ګوته کړئ . د موادو لپاره د منلو وړ شییر ستریس. t_{allow} = 100 MPa. دی. په دواړه پنونو دوه ګوني شییر عمل کړي .



س 1-81

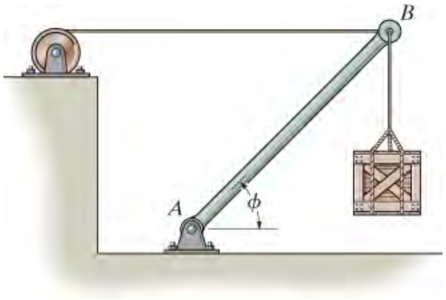
س 1-82 . د فولادو پایپ په یوه دایروی تخته اوبیا په کانکریټی ستني اینودل شوي. که د پایپ پندوالی $t = 5$ mm وی او د دایروی تختی شعاع 150 میلی متر و ي، د فولادو او کانکریټو د ماتیدو په وړاندې د خوندیتوب فکتور وټاکئ . بهرنی پلی شوی قوه 500 kN ده. او د فولادو او کانکریټو د ماتیدو نارمل ستریسونه $(s_{fail})_{st} = 350$ MPa او $(s_{fail})_{con} = 25$ MPa په ترتیب سره دی.



س 1-82

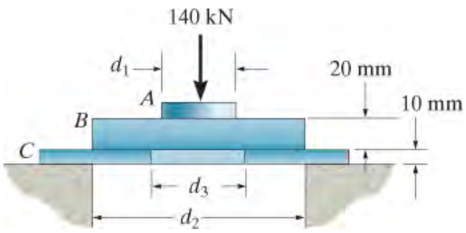
س 1-83 . یو بازو د کشیدونکی کیبل لخوا ملاتړ کیږي، او ددی کیبل قطر 0.25 انچ او د منلو وړ نارمل ستریس يي $s_{allow} = 24$ ksi. دی. د ښودل شوی کریټ (crate) ترټولو لوی هغه وزن معلوم کړئ چي پرته له دې چي د کیبل د شکیدو لامل شي. زاویه $f = 30°$ ده. کیبل و زن د اندازې نه دی .

س *1-84 . یو بازو په کشیدونکی کیبل پوری تړل شوی لکه چی په لاندی انځور کی ښودل شوی. که د کیبل د منلو وړ نارمل ستریس يي $s_{allow} = 24$ ksi ، دکریټ وزن 5000 پونډه اود بازو زاویه $f = 20°$ وي، د کیبل ترټولو کوچنی قطر 1/16 انچ ته نیږدی پیدا کړي .



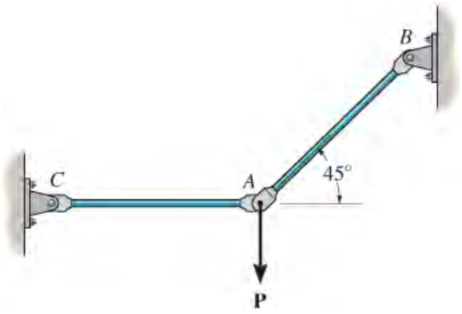
س 1-83/84

س 1-85 . دا لاندی بنودل شوی اسامبلي له دریو برخو A ، B او C څخه جوړ شوی ده ، او د 140 کیلو نیوټن بارد پلی کیدو د پاره کار تری اخستل کیږي. ترټولو کوچنی قطر d_1 ، لوی قطر d_2، او د سوروي ترټولو لوی قطر d_3 په لاندي غړی کې وټاکی. د منلو وړ د موادو د بیرینګ ستریس $(\sigma_b)_{allow} = 350$ MPa دی او د منلو وړ د شییر ستریس $\tau_{allow} = 125$ MPa دی.



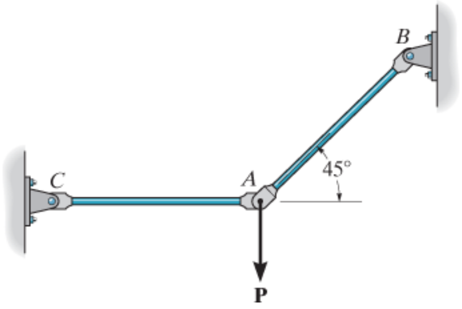
س 1-85

س 1-86 . **په لاندی انځور کی،** دوه المونیم راډونه د یوی عمودی قوه $P = 20$ kN د وړلو توان لری. که چیرې د المونیم لپاره د منلو وړ کششی ستریس $\sigma_{allow} = 150$ MPa وی د د دوی اړین قطرونه مشخص کړئ .



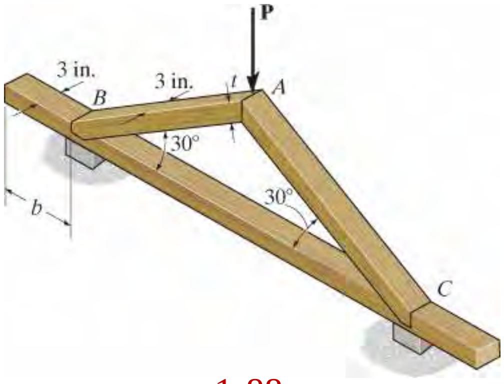
س 1-86

س 1-87 . دوه المونیم راډونه AB او AC د 10 میلی متر او 8 میلی متر په ترتیب سره قطر لري. ترټولو لوی عمودی بار P چي وړی شی معلوم کړی. د منلو وړ کششی ستریس د المونیم لپاره $\sigma_{allow} = 150$ MPa دی .



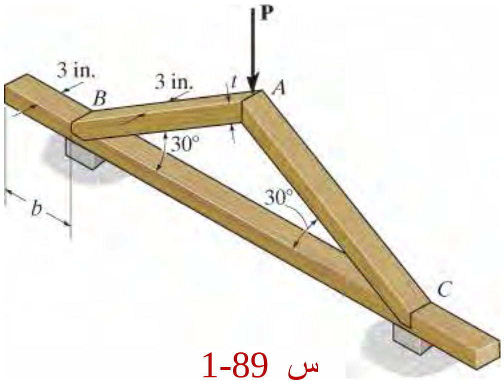
س 1-87

س 1-88 . د اړتیا وړ لږ تر لږه ضخامت د غړي AB او د چوکاټ د څنډې فاصله b و ټاکي . بهرنی بار $P = 9$ kip او د ماتیدو په وړاندې د خوندیتوب فکتور 2 دی. د لرګي د نارمل ماتیدو سټریس $\sigma_{fail} = 6$ ksi ، او د شییر د ماتیدو سټریس $\tau_{fail} = 1.5$ ksi. دی .



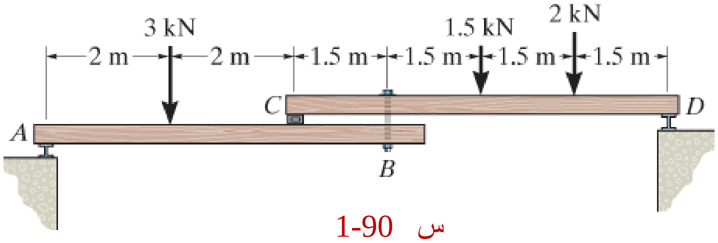
س 1-88

س 1-89 . په دی لاندی انځور کی یو د لرګیو چوکاټ ښودل شوي. که چیری $t = 1.25$ in. او $b = 3.5$ in. وی اعظمي بار P مشخص کړئ چې وکولی شي د چوکاټ لخوا په خوندي ډول انتقال شی. د لرګي ماتیدو نارمل سټریس $\sigma_{fail} = 6$ ksi دي، او د شییرد ماتیدوسټریس $\tau_{fail} = 1.5$ ksi. او د خوندیتوب فکتور د ماتیدو په وړاندې 2 دی.



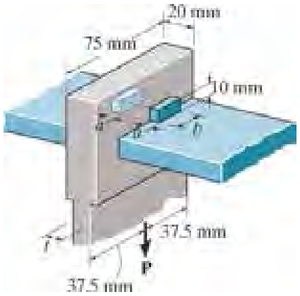
س 1-89

س 1-90 . د لرګیو دوه بیمونه د یو بل سره په B کې د بولټ په واسطه وصل شوی دی . داسې انکیرل کیږي چې په A، B، C او D کې یوازې عمودی قووی عمل کوی. د بولټ د اړتیا وړ قطر په B او د واشیر اړین بهرنی قطر معلوم کړی. د منلو وړ کششی سټریس د بولټ $(\sigma_t)_{allow} = 150$ MPa او د منلو وړ بیرینګ سټریس د لرګي لپاره $(\sigma_b)_{allow} = 28$ MPa دی. فرض کړئ چې د واشیر سوروي د بولټ د قطر په اندازه دی.



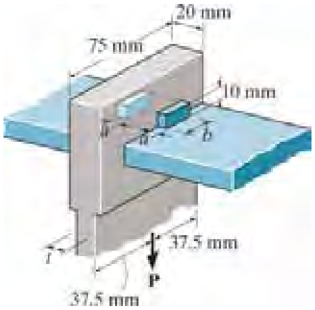
س 1-90

س 1-91 . دا لاندی هنگر (hanger) د مستطیلی پین په واسطه تړل شوی. د منلو وړ بار P اندازه معلومه کړئ ، که د منلو وړ بیرینګ ستریس $(s_b)_{allow} = 220$ MPa ، او د منلو وړ کششی ستریس $(s_t)_{allow} = 150$ MPa ، او د منلو وړ شییر ستریس $t_{allow} = 130$MPa وی. د لته $t =$ 6 mm ، $a = 5$ mm او $b = 25$ mm. بنودل شویی.



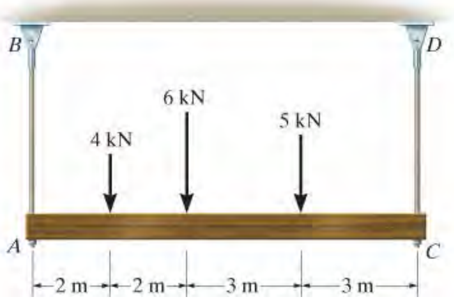
س 1-91

س 1-92 . دا لاندی هنگر د مستطیلی پین په واسطه تړل شوي. د منلو وړد هنگر پنډوال t او a او b اندازی و ټاکی، کله چی پلی شوي بار $P = 60$ kN وی. د منلو وړ بیرینګ ستریس $(s_b)_{allow} = 290$ MPa، او د منلو وړ کششی ستریس $(s_t)_{allow} = 150$ MPa ، او د منلو وړ شییر ستریس $t_{allow} = 125$ MPa دی.



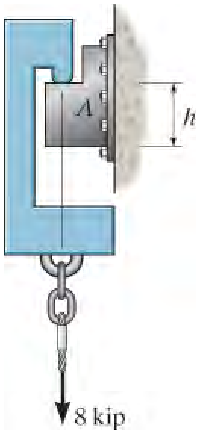
س 1-92

س 1-93 . راډونه AB او CD له فولادو څخه جوړ شوي دي. ترټولو کوچنی قطر د دوی معلوم کړی ترڅو دوی لاندی ښودل شوی مړه بارونو یو وړی شی. داسي انګیرل کیږي چي بیم په A او C کي د پین سره وصل شوی. د LRFD میتود څخه کار واخلئ، چیرته چي د مقاومت فکتور په کشش کي د فولادو لپاره $f = 0.9$ دی، او د مړه بار فکتور $g_D = 1.4$ او د ماتیدو ستریس $s_{fail} = 345$ MPa دی .



س 1-93

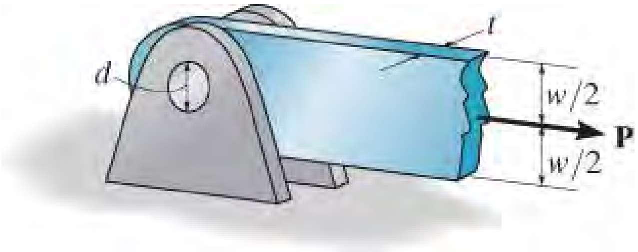
س 1-94 . د المونیم بریکټ A د 8 کیپ وزن د وړلو د پاره جوړ شوی. که دبرګیټ پنډوالی 0.5 انچه وی، تر ټولو کوچنی لوړوالی h وټاکئ ترڅو د شییر د ماتیدو مخه ونیسي . د شییر د ماتیدو ستریس t_{fail} = 23 ksi اود شیر د خوندیتوب فکتور F.S= 2.5 دی.



س 1-94

س 1-95 . که چیرې د میلی لپاره د منلو وړ کښشی ستریس (s_t) allow = 21 ksi، او د پین لپاره د منلو وړ شییر ستریس t_{allow} =12 ksi وی د پین قطر په دې توګه مشخص کړئ چې بار P به اعظمي ارزښت ولري. دا بار څه شی دی؟ فرض کړی چی په میله کې سوري د پین د قطر په اندازه دی. په انځور کی ښودل شوی ابعادو پدی ډول دی: t = 14 in. او w = 2 in.

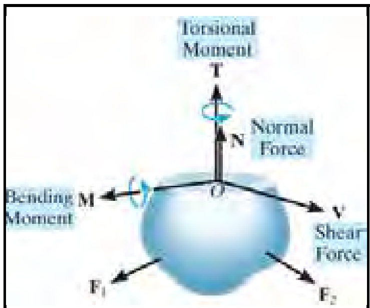
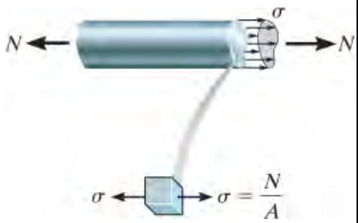
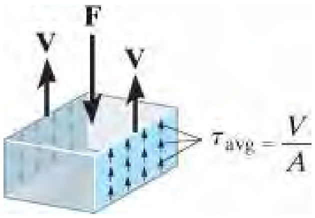
س *1-96 . دا لاندی میله د پین په واسطه چې d = 1 انچ قطرلري د اتکا سره وصل ده. د منلو وړ کښشی ستریس د میلی لپاره (s_t) allow = 20 ksi او د منلو وړ بیرینګ ستریس د پین او میلی تر مینځ (s_b) allow = 30 ksi دی. د w او t ابعاد داسی وټاکئ ترڅو د غوڅی برخی مساحت $wt = 2$ in^2 وی او بار P اعظمي حد ولری. دا اعظمي بار څومره دی؟ فرض کړئ چې په میله کې سوري د پین د قطر په اندازه دی.



س 1-95/96

د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

	$\Sigma F_x=0$ $\Sigma F_y=0$ $\Sigma F_z=0$ $\Sigma M_x=0$ $\Sigma M_y=0$ $\Sigma M_z=0$	د جسم په داخلي باروکی نارمل قوه، شییر قوه، کږوونکی مؤمنټ، او تاویدونکی مؤمنت شاملدی. دوی د دواړو نارمل او شییر قوی چی په غوڅه برخه عمل کوی استازیتوب کوی. د دې محصلی ترلاسه کولو لپاره، د برخو له طریقی او د توازن د مساواتوله معادلو کار اخیستل کیږي.
	$s = \frac{N}{A}$	که یو میله له یو شان او ایسو تراپیک **(isotropic)** موادو څخه جوړ شوی وي او یو شمیر خارجي محوري بارونه لری چی د غوڅی برخی د ثقل د مرکزله لارې تیرشي، بیا یو شان نارمل ستریس په غوڅه برخه عمل کوي. دا اوسط نارمل سټریس له $s = N/A$ معادلی څخه، چیرته چې N په برخه داخلي محوری بار دی ټاکل کیدی شي .
	$t = \frac{V}{A}$	د اوسط شییر ستریس کیدی شي د $t_{avg} = V/A$ معادلی سره وټاکل شی، چیرته چې V د شییر قوه په غوڅه برخه عمل کوي. دا فورمول اکثرا د اوسط شییر ستریس موندلو لپاره په بولټونو او د نښلولو برخو لپاره کارول کیږي.
	$\text{F.S.} = \frac{\sigma_{fail}}{\sigma_{allow}} = \frac{\tau_{fail}}{\tau_{allow}}$	د ASD طریقی په اساس هر ساده ډیزاین د پیوست شویو برخو د اوسط شییر ستریس او اوسط نارمل سټریس پیدا کولو له پاره اړتیا لري چی ستریس په غوڅه برخه کی د منلو وړستریسو s_{allow} او t_{allow} څخه زیات نه

		وي . دا د منلو وړ سترس ارزښتونه په کوډونو کې راپور شوي او د آزموينو او کاری تجربو له لارې خوندي ګڼل کيږي. ځينې وختونه د خونديتوب فکتور راپور شوی هغه حالت ته چې د ماتيدو ستريس معلوم وي.
	$\phi P_n \geq \Sigma \gamma_i R_i$	د LRFD طريقه هم د جوړښتونودغړيو د ډيزاين لپاره کارول کيږي. په دی طريقه کی په جلا توګه بار او د موادومقاومت ته په جلا توګه بدلون ورکوی چی د بار او مقاومت له فکتروګته اخلی.

مفهومی پوښتني

CONCEPTUAL PROBLEMS

م 1-1. ددی لويي لارې نښه طوفاني بادونو را چپه کړي ده. فرض کړئ چې باد يوشان فشار 2 kPa پدی نښه رامينځته کړي. د دی نښې لپاره مناسب ابعاد معلوم کړی اومحصله د شير او مؤمنت په هر يوه ترل شوی برخه کی چی مات شوی و ټاکی .

م 1-1

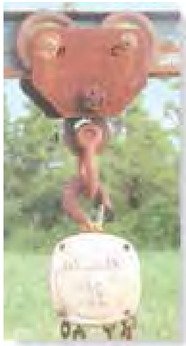
م 1-2. لوړ پونده (heel) بوټان اکثرا نرم لرګي یا لینولیم (linoleum) فرشونو ته زیان رسوي. د یو مناسب انسان وزن او عادی ابعاد د دعادی بوټانو او د لوړ پونده بوټانو په نظر کی ونیسی. که چیرې وزن یوازې د یوې پښي بوټ ته ولیږدول شي، ترهره پوندی لاندې د بیرینګ فشار مشخص کړئ .

م 1-2

م 1-3. دلته بولټ د یو ګونی شییر تابع دی او د دی شییر له امله مات شوي . د بولټ مناسب آزاد ډیاګرامونو کارولو سره تشریح کړئ چې ولې بولټ د تختو تر مینځ برخې په اوږدو کې مات شو، او ولی په a-a برخه کی مات نه شو.

م 1-3

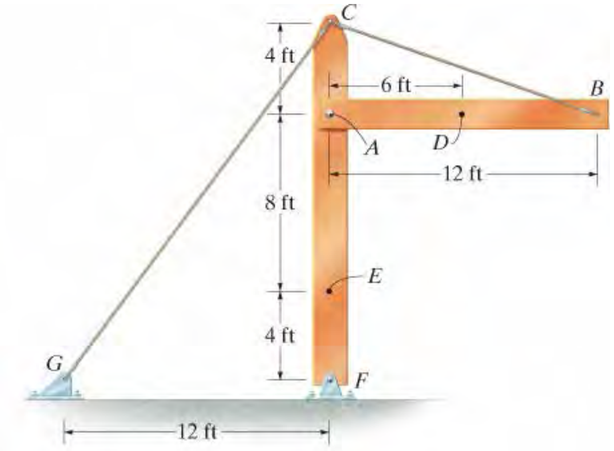
م 1-4. په چنګک باندې یو عمودی بار 1000 پونډه پلی شوی دی. مناسب د بدن آزاد ډیاګرامونه رسم او اعظمي اوسط شیر اندازه پهA، B، او C پینونو کې معلوم کړی. په یاد ولرئ چې د همغږي له کبله د پټلی خلور ځرخونه د باروړلو لپاره کارول شوي.



م 1-4

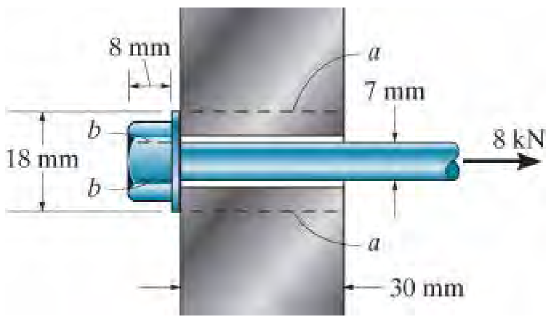
بیا کتنی پوښتني
REVIEW PROBLEMS

ب 1-1. بیم AB د یو پین په ذریعه په اتکا A کې او په یو کیبل BC تړل شویدی. او هم د یو جلا کیبل CG سره دا چوکاټ ساتل کیږي. که چیرې د غړی AB ویشلی وزن 120 lb/ft وي اود ستني FC وزن 180 lb/ft وی، د داخلي بارو پایله په غوټه برخود D او E کی معلومه کړئ .



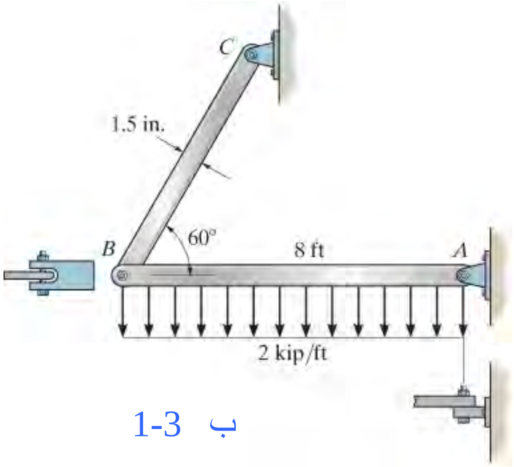
ب 1-1

ب 1-2. یو اوږد بولټ له 30 ملي متر پندی پلیټ (تختی) څخه تیریږي. که چیرې د بولټ په لینګي کی قوه 8 کیلو نیوټن وي، اوسط نارمل ستریس د بولټ په لینګي کی او اوسط شیر ستریس د پلیټ په سلنډری ساحه چی په کرښو a-a ښودل شوی معلوم کړئ. او هم د بولټ په سر د سلنډری (cylindrical) ساحه چی په کرښو b-b ښودل شوی اوسط شییر ستریس پیدا کړي.



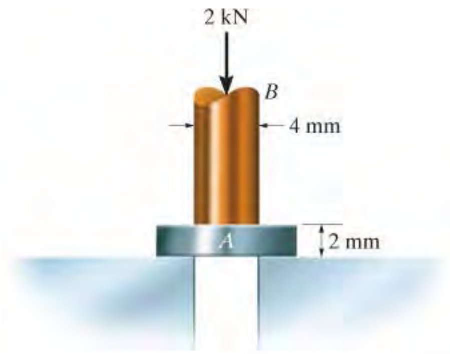
ب 1-2

ب 1-3. د غړی BC اړین پنډوالی 1/16 انچ ته نیږدی معلوم کړئ . ، او د پینونو قطر په A او B کې پیداکړی که چیرې د BC غړي لپاره د منلو وړ نارمل ستریس $\sigma_{allow} = 29$ ksi ، او د پینونو لپاره د منلو وړ شییر ستریس $\tau_{allow} = 10$ ksi. وي.



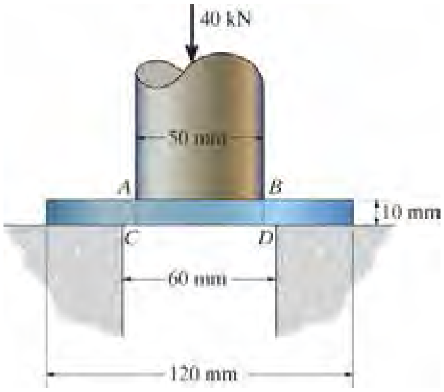
ب 1-3

ب *1-4. یو دایروی میخوهونکی (punch) B یوه 2 کیلو نیوټن قوه د پلیټ (تختی) A په سر برخه اچوي . په پلیټ کې اوسط شییر ستریس ددی بار له امله معلوم کړئ .



ب *1-4

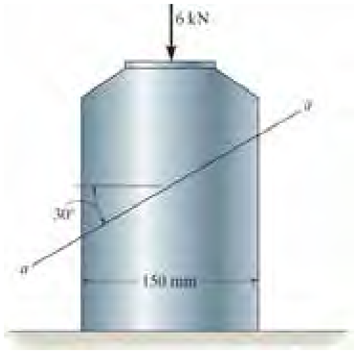
ب 1-5. اوسط میخوهونکی شییر ستریس د AC او BD فلزی پلیټ کی چی دایروی شفټ یې جوړه وی معلوم کړی. اوسط بیرینګ ستریس چی د پلیټ پر سطحه تر شفټ لاندی جوړیږي هم پیدا کړي.



ب 1-5

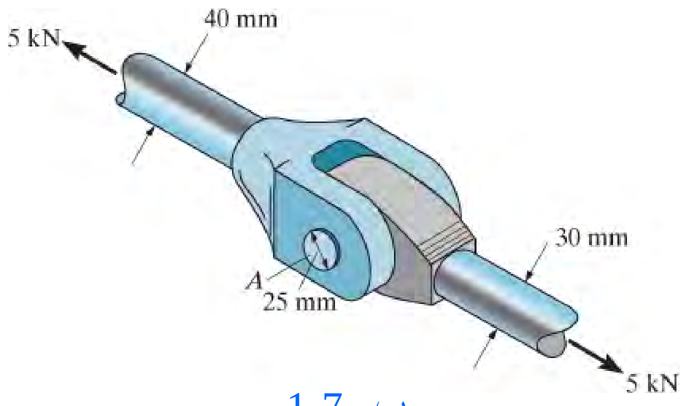
ب **1-6.** د المونیم 150 میلی متر په 150میلی متر بلاک د 6 کیلو نیوټن تیلوهونکی بار سره مخامخ دی. اوسط نارمل او شییر ستریس چې د a-a په سطحه عمل کوي معلوم کړئ . پایلې یې د یوه واړه حجمی عنصر په سطحو وښایاست.

.



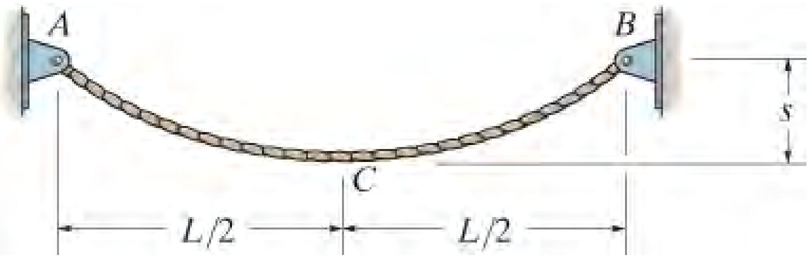
ب 1-6

ب **1-7.** د ژغ او راډ په یوځایوالی یو کششی بار 5 کیلو نیوټن پلی شوي. اوسط نارمل ستریس په هر راډ او اوسط شییر ستریس په پین A کې د غړو ترمنځ معلوم کړی.



ب 1-7

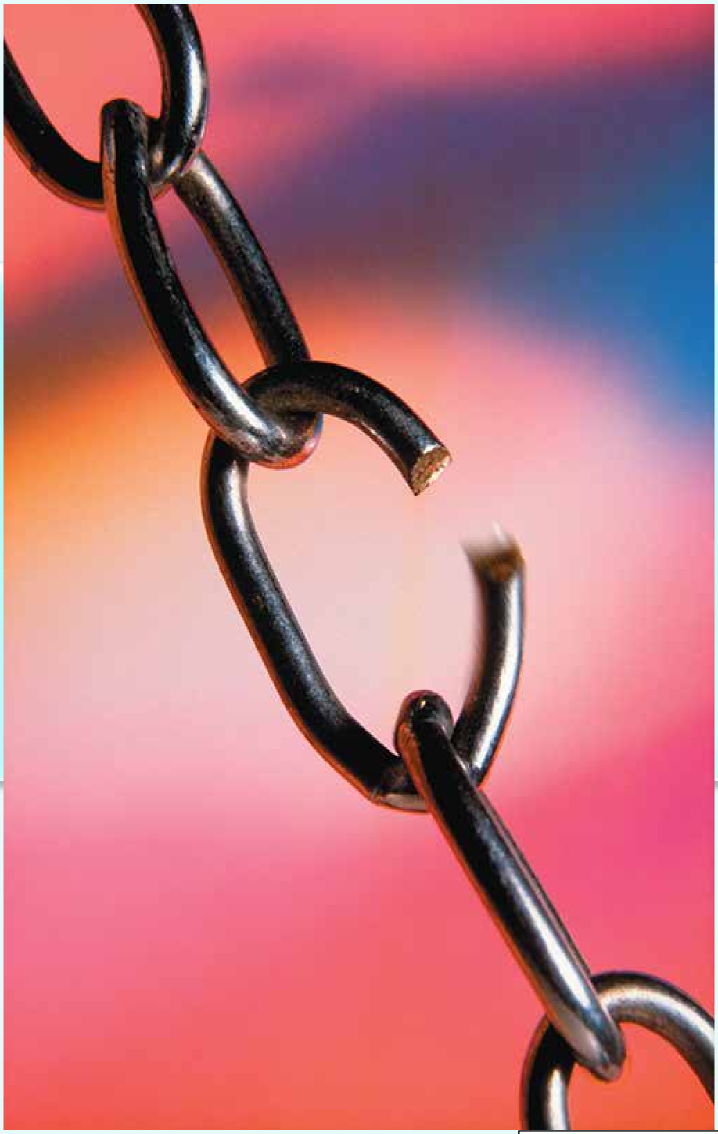
ب ***1-8.** په لاندی انځور کی ښودل شوی کیبل یو ځانګړی وزن g(وزن/حجم) لري ، او د غوښی برخی مساحت يې A ده. فرض کړئ چې لویدنه (sag) s کوچنی ده. د کیبل اوږدوالی تقریبا L دی او وزن یې کولی شي د افقی محور سره په مساوي ډول وویشی، په کیبل کې اوسط نارمل فشار په خپله ټیټه نقطه د C کې پیدا کړی.



ب 1-8

دوهم فصل

(CHAPTER 2)



(© Eyebyte/Alamy)

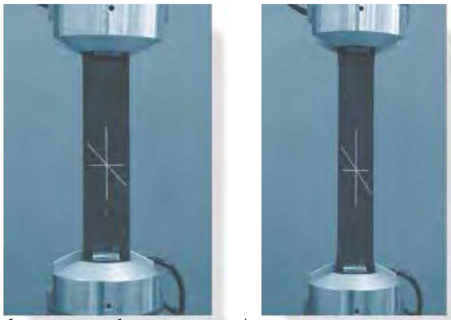
د ډیر ستریس له امله د دې زنځیر په کړي کې د پام وړ تخریب رامینځته شوی او د ماتیدو لامل شو

سټرين

(STRAIN)

د فصل موخې (CHAPTER OBJECTIVES)

§ په انجينرۍ کې، د جسم ړنګېدل د نارمل او شيير سټرين د مفهوم په کارولوسره مشخص کېږی. په دې فصل کې به دا مفهومونه تعريف کړو او وبه ښيو چې سټرين دمختلفو ستونزو د حل له پاره څنګه ټاکل کيدی شي .



په دی ربړ توټي باندی دريو کرښو مخکې او وروسته حالتونو ته کله چې کششي قوه سره مخ کيږي پام وکړئ . عمودی کرښه اوږده شوې، او افقی کرښه لنډ شوی . اومايل کرښه خپل اوږدوالی بدلوي او څرخي .

2.1 د شکل بدلون (Deformation)

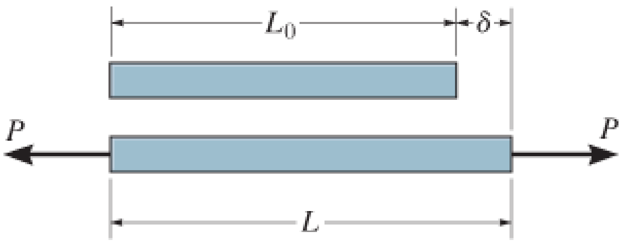
هرکله چې يو قوه په جسم پلي شي هغه جسم بدلون مومي. شکل او اندازه يي بدليږی او دا ***د شکل د بدلون*** (***deformation***) په نامه ياديږی. کيدای شي چې بدلونونه ډير ښکاره وي يا په عملي توګه د پام وړ نه وي. د مثال په توګه، يوه د ربړ حلقه کله چې و غځول شي په شکل کی يي ډير لوی بدلون راځي، پداسي حال کې کله چې په يو ودانی کی اوسيدونکی ژوند کړي د ساختماني غړو بدلولونه د ليدو وړنه وی منځ ته راتلي شي . کله چې د تودوخې درجه د جسم بدلون ومومي د جسم بدن تغير کوي. يو

ځانګړی مثال د جوړښت د بام بدلون چې د هوا د د تودوخې درجې د تغیرله کبله راځي.

په عمومي توګه د جسم په بدن کی بدلون ټول یو شان نه وي، او د بدن دننه د هرې کرښې برخي د جیومیټري په اوږدوالي کې بدلون کیدای شي د پام وړ توپیر ولري. له همدې امله، د بدلون مطالعې لپاره، موږ هغه برخي د کرښي په پام کې نیسو کوم چې خورا لنډی دي اود نظر ټکی ته نیږدی موقعیت لري. په هرصورت،باید پوه شئ چې بدلون په یوه نقطه کې د کرښي په لور پورې هم اړه لري. د مثال په توګه، لکه ښکله چې په دې عکسونو کې ښودل شوي، د کرښې یوه برخه په یوه طرف کیدای شي اوږده شي ، پداسې حال کې که چېرې په بل لور شي دا ممکن لنډه شی.

2.2 سټرین (STRAIN)

ددی لپاره چی د یو جسم د شکل بدلون د کرښې په اوږدوالي او د دوی تر مینځ د زاویوو بدلونونه تشریح کړو موږ به د سټرین مفهوم ته وده ورکړو . سټرین په حقیقت کې د تجربې لخوا اندازه کیږي، او یو ځل چی سټرین ترلاسه شی ، په راتلونکي فصل کې به وښودل شي چې د جسم په بدن کی د ستریس سره ښکګه تړاو لري.



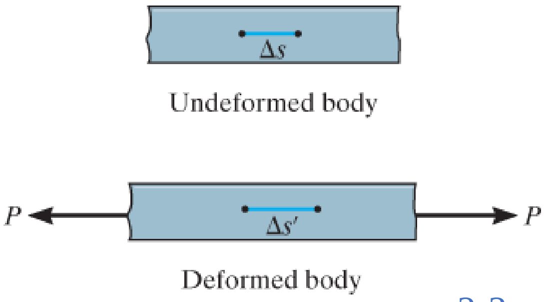
انځور 2-1

نارمل سټرین (Normal Strain). که چیرې محوری بار P په میله چی په انځور 2-1 کې ښودل شوي تطبیق شي، د میلی اوږدوالی L_0 به په اوږدوالي L بدل شي. موږ اوسط نارمل سټرین e (اپیسلان) (epsilon) تعریف کوو چی هغه عبارت دی د اوږدوالي په بدلون $d = L - L_0$ (دیلتا) چې وویشل شی په اصلي اوږدوالي د میلی، او هغه داسې لیکلی شو:

$$\epsilon_{avg} = \frac{L - L_0}{L_0} \qquad (2\text{–}1)$$

نارمل سټرین په یو ټکی د یوه جسم چې اختیاری شکل ولري په ورته ډول تعریف کیدی شي. د مثال په توګه په انځور 2-2 کی، د یوی کرښې خورا کوچنی برخې Ds ته چی په یوه نقطه کې موقعیت لري پام وکړئ. د بدلون وروسته دا Ds` شوی، او بدلون په اوږدوالي کې له دې امله

Ds`-Ds دی. کله چې د Ds ارزښت صفر ته نیږدی شی د حد یا لیمت له لاری په نقطه کې نارمل سټرین پدی لاندی ډول لیکلی شو:



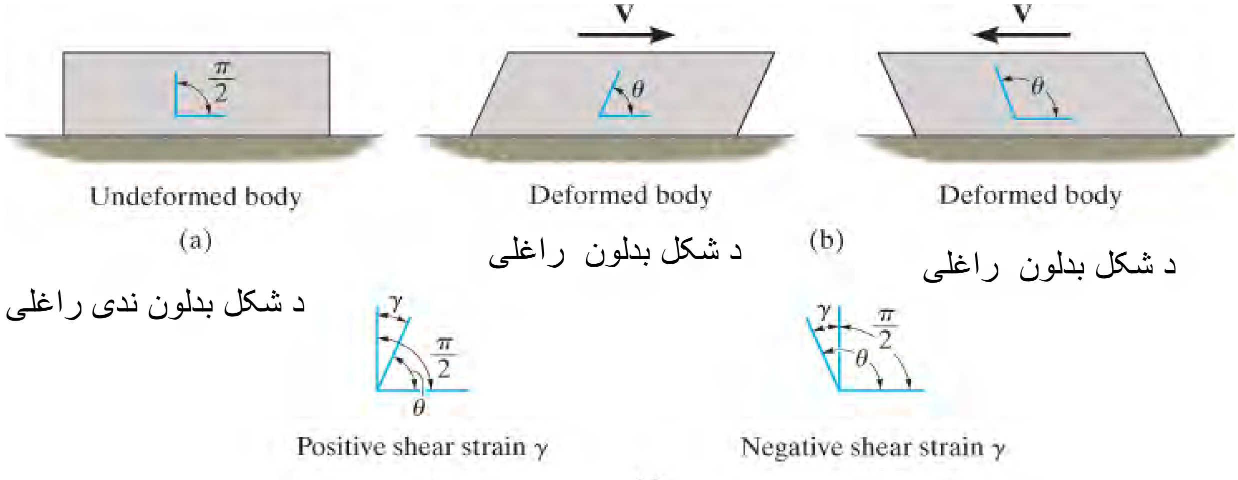
$$\epsilon = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} \qquad (2\text{–}2)$$

انځور 2-2

په دی حالتونوکی e (یا e_{avg}) بدلون په هر واحد د اوږدوالي کې دی، او دا مثبت دی کله چې لومړنی کرښه اوږده شي، او منفي کله چې کرښه لنډه شي.

واحدونه (Units). لکه څنګه چې ښودل شوي، نارمل سټرین **یو بې ابعاده مقدار** دی، ځکه چې دا دی دوو اوږدوالی تناسب دی. په هرصورت، واحد یې ځینې وختونه د اوږدوالی واحدونو د تناسب له مخې هم ویل کید شي . که چیرې د SI سیسټم وکارول شي، چیرته چې د اوږدوالي واحد متر (m) دي، پدی حالت کی د **e** (ایپسلان) ارزښت په عامه توګه خورا کوچنی دی. په انجینری غوښتنلیکونو کی په مایکرو میټر په هر متر (mm/m) چیرته چې $1 mm = 10^{-6}$ m ښودل کیږی.

د فوټ - پونډ – ثانیې سیسټم کې، سټرین ډیری وختونه په هر انچ په انچو واحدونو کې ښودل کیږي (in./in.) ، او په ازموینو کی سټرین ځینې وختونه د فیصدي په توګه څرګندیږي. د مثال په توګه، یو نارمل سټرین د$480(10^{-6})$ راپور ورکول کیدلی شی د $480(10^{-6})$ in/in یا   480 mm/m او یا 0.0480% توګه راپور کیدی شي. یا یو څوک کولی شي سټرین په ساده ډول 480 m (میکران)   (480 "میکرو") بیان کړي .



د شکل بدلون ندی راغلی

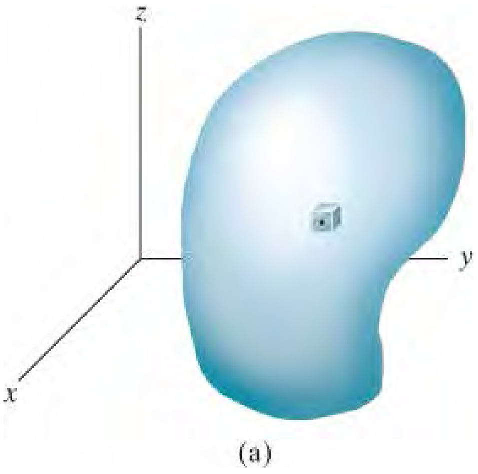
د شکل بدلون راغلی

د شکل بدلون راغلی

مثبت شییر سټرین g

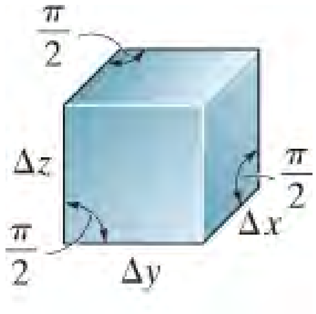
منفي شییر سټرین g

انځور 2-3



انځور 2-4

شییر سټرین (Shear Strain). د شکل بدلون یوازې د کرښې اوږدوالی یا لنډوالی لامل نه دي، بلکه هغه د جهت بدلون سبب هم کیږي. که موږ دوه کرښې چې په اصل کې یو بل ته عمودي دي وګاکو ، بیا په زاویه کې بدلون چې د کرښو ترمنځ یې واقع کیږي. دی ته **شییر سټرین (*shear strain*)** ویل کیږي. دا زاویه په **g** (ګاما) مشخص کیږي او تل په radians (rad) اندازه کیږي چې ابعاد نلری. د مثال په توګه، دوه عمودي کرښې برخې چې د بلاک په یوه نقطه کې په انځور 2-3a ښودل شوی په پام کې ونیسئ . که چیرې پلې شوې بار د بلاک د ښویدو لامل شي او هغه په انځور 2-3b کې ښودل شوي، د لمړنیو کرښو ترمنځ زاویه q ده، بیا شیر سټرین پدی ټکی کی عبارت دی په:



b

د شکل بدلون ندی راغلی

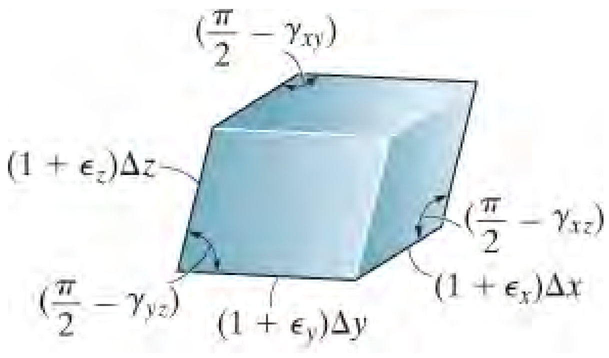
انځور 2-4 (تکرار)

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta \qquad (2\text{–}3)$$

که زاویه کوچنی شوه مثبت شیر سټرین او که لویه شوه منفی شیر سټرین بلل کیږی.

د کارتیزین سټرین اجزاوی (Cartesian Strain Component). موږ کولی شو خپل د نارمل او شییر سټرین تعریفونه عمومي کړو. انځور 2-4a په پا م کی نیسو. څرنګه چې د عنصر ابعاد خورا کوچني دي د شکل له بدونه وروسته له هغه یوه کره څلور اړخیزه ورځینی جوړه شوی او دا په انځور 2-4b کی ښودل شوي. دلته د نارمل سټرین د عنصر اړخونه بدلشوي

$$(1 + \epsilon_x)\Delta x \qquad (1 + \epsilon_y)\Delta y \qquad (1 + \epsilon_z)\Delta z$$



(c) د شکل بدلون راغلی

انځور 2-4 (تکرار)

او کوم چې د ***عنصر په حجم کې بدلون*** رامینځته کوي. او شییر سترین د عنصر د اړخونو تر مینځ زاویه بدل کړي په

$$\frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \qquad \frac{\pi}{2} - \gamma_{yz} \qquad \frac{\pi}{2} - \gamma_{xz}$$

کوم چې ***د عنصر په شکل کې بدلون*** رامینځته کوي.

د کوچنی سترین تحلیل (Small Strain Analysis). په ډیری انجینري ډیزاین غوښتنلیکونو کی د شکل ***کوچني بدلونونه منل شوي او*** اجازه لري. په دې متن کې، له همدې امله، موږ فرض کړئ چې بدلونونه چې په بدن کې واقع کیږي بی نهایت کوچینی دي. د مثال په توګه، ***نارمل سترین*** چې په موادو کې واقع کیږي د 1(یو) په پرتله خورا کوچني دي، نو ځکه $e \ll 1$. دا انګیرنه په انجینرئ عملي غوښتنلیکونوکی پراخه ده ، او دا ډیری وختونه د ***کوچني سترین تحلیل*** په توګه یاد شوي . دا هم کارول کیدی شي کله چې په زاویه کې بدلون، $D\theta$ ، خورا کوچنی وي، نو: $\sin D\theta$, $\tan D\theta \sim= D\theta$ او , $\cos D\theta \sim= 1 \sim= D\theta$,

په دی ربری بییرنګ کی چی د کانکریتی پله د ګرډر لاندی یي اتکا جوړه کړی په هغه کی شییر او نارمل سترین دواړه مینځ ته راځی. نارمل سترین د تول هغه بارونوله امله چی له پله پر ګاډر باندی عمل او ریکشن جوړه کړی مینځ ته راځي. شییر سترین له افقی حرکت د ګاډر چی د هوا د درجی د تغیر له امله را مینځ ته کیږي جوړیږي.

مهم ټکي

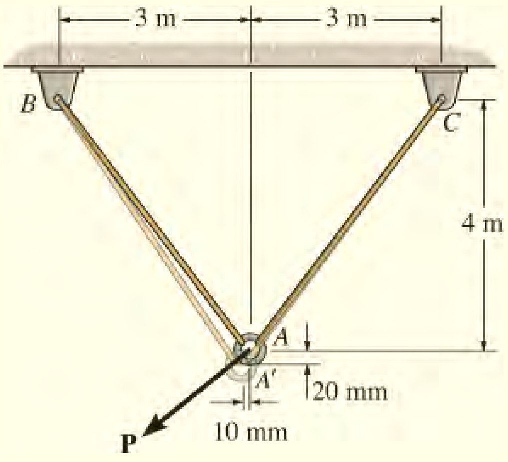
IMPORTANT POINTS

- بارونه په موادو کی د بدن د بدلونو لامل کیدی شي، او په پایله کې ټکي په بدن کې بې ځایه کیږی او په موقعیت کی یي بدلون مینځ ته راځي.
- ***نارمل سترین*** عبارت له غزیدني او یا لنډیدني نه دی چی په یوه واحد د اوږدوالي د یوی کرښی کی حسابیږي. پداسې حال کې ***شییر سترین*** دزاوي په منځ کی د بدلون اندازه ده . زاویه په منځ د دوو کوچنیو کرښو د برخې چې په اصل کې یو بل ته عمودي وي ده.
- په یوه ټکی کې د سترین حالت د شپږو سترین اجزاوو لخوا مشخص کیدی شي، او دسترین اجزاوي عبارت دی په : درې نارمل سترینونه e_x ،e_y ،e_z او درې د شییر سترین اجزاوی g_{xy}, g_{yz}, g_{xz} . دا ټول اجزا د کرښی برخی په اصلی جهت او د دوی په موقعیت د جسم په بدن کی اړه لري.
- سترین هغه جیومیټریک مقدار دی چې د آزموینو په کارولو سره پیدا کیږي. یوځل چې سترین ترلاسه شي، په بدن کې ستریس د موادو له خاصیتونواو اړیکو څخه ټاکل کیدی شي، په راتلونکي څپرکي کې به په دی باره کی بحث وشي.
- ډیری انجینري موادو کی د شکل خورا کوچني بدلونونه پیشیږی، او په دې توګه نارمل سترین خورا کوچنی دی $e << 1$. دا انګیرنه د "کوچني سترین تحلیل" عادي سترین محاسبې ته اجازه ورکوي چې ساده شي، ځکه چې د لومړي ترتیب اټکل د هغې د اندازې په اړه کیدی شي .

مثالونه

مثال 2.1

دی لاندی دوو سیمو کی چی په انځور 2-5 کې ښودل شوي اوسط نارمل سترين معلوم کړئ.
حلقه A له ښودل شوی ځای A' ته حرکت کوي .



انځور 2-5

حل (SOLUTION)

د سيمو هندسه (Geometry) . د هر سیم اصلی اوږدوالی پدی ډول دی

$$L_{AB} = L_{AC} = \sqrt{(3\text{ m})^2 + (4\text{ m})^2} = 5\text{ m}$$

اوږدوالي د هرسیم عبارت دی په

$$L_{A'B} = \sqrt{(3\text{ m} - 0.01\text{ m})^2 + (4\text{ m} + 0.02\text{ m})^2} = 5.01004\text{ m}$$

$$L_{A'C} = \sqrt{(3\text{ m} + 0.01\text{ m})^2 + (4\text{ m} + 0.02\text{ m})^2} = 5.02200\text{ m}$$

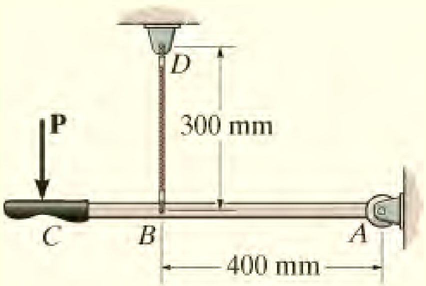
اوسط نارمل سترین (Average Normal Strain).

$$\epsilon_{AB} = \frac{L_{A'B} - L_{AB}}{L_{AB}} = \frac{5.01004 \text{ m} - 5 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 2.01(10^{-3}) \text{ m/m} \quad \textit{Ans.}$$

$$\epsilon_{AC} = \frac{L_{A'C} - L_{AC}}{L_{AC}} = \frac{5.02200 \text{ m} - 5 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 4.40(10^{-3}) \text{ m/m} \quad \textit{Ans.}$$

مثال 2.2

کله چې قوه P په یوه کلک بازو ABC پلي شي، بازو په پین A د 0.05 درجی زاویی له لارې د ساعت په مخالف سمت حرکت کوي، او دا په انځور 2-6a کې ښودل شوي. په تار BD کې نارمل سترین معلوم کړي.



(a)

انځور 2-6

حل I (SOLUTION I)

هندسه (Geometry). د بازو لوري وروسته له دې چې دا په ټکی A راتاو شي په انځور 2-6b کې ښودل شوي. د دې انځور له هندسی داسی لیکلی شو:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{400 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}\right) = 53.1301°$$

$$\phi = 90° - \alpha + 0.05° = 90° - 53.1301° + 0.05° = 36.92°$$

له مثلث ABD د پیتاګورین تیورم په اساس لیکلی شو

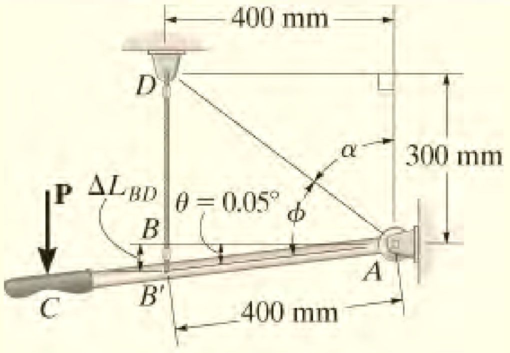
$$L_{AD} = \sqrt{(300 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2} = 500 \text{ mm}$$

اوس د کوساین قانون په اساس له مثلث $AB`D$ دا لاندی په لاس راځي

$$\begin{aligned} L_{B'D} &= \sqrt{L_{AD}^2 + L_{AB'}^2 - 2(L_{AD})(L_{AB'})\cos\phi} \\ &= \sqrt{(500 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2 - 2(500 \text{ mm})(400 \text{ mm})\cos 36.92^\circ} \\ &= 300.3491 \text{ mm} \end{aligned}$$

نارمل سترین (Normal Strain).

$$\begin{aligned} \epsilon_{BD} &= \frac{L_{B'D} - L_{BD}}{L_{BD}} \\ &= \frac{300.3491 \text{ mm} - 300 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0.00116 \text{ mm/mm} \end{aligned} \quad \textit{Ans.}$$



(b)

انځور 2-6

حل II (SOLUTION II)

ځکه چې سترین کوچنی دی، په تقریبی توګه د تار BD اوږدوالي $DLBD$ به ورته پایلی په لاس راکړي، انځور 2-6b و ګوری.

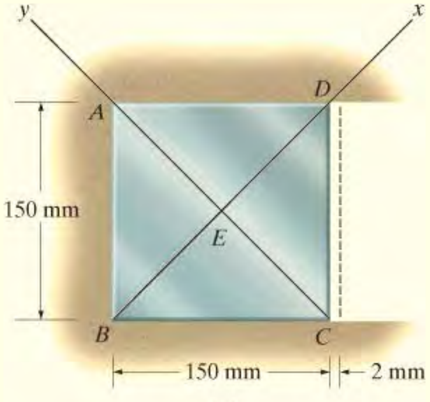
$$\Delta L_{BD} = \theta L_{AB} = \left[\left(\frac{0.05^\circ}{180^\circ}\right)(\pi \text{ rad})\right](400 \text{ mm}) = 0.3491 \text{ mm}$$

له همدی امله

$$\epsilon_{BD} = \frac{\Delta L_{BD}}{L_{BD}} = \frac{0.3491 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0.00116 \text{ mm/mm} \qquad Ans.$$

مثال 2.3

یو پلیټ چې په انځور 2-7a کې ښودل شوی، اړخ AB يې کلک او ټینګ نښلول شوی . او په پورتنی AD اړخ او ښکته اړخ BC کی افقی متحرک لاربښودنه کیدلای شی. که ښي اړخ ته 2 (دوه) ملي میتر یوشان افقی بې ځایه کیدنه ورکړل شي، مشخص کړئ (a) اوسط نارمل سترین د قطر AC په اوږدو کې، او (b) شییر سترین په E کی د x ، y محوررونو په پرتله.



(a)

انځور 2-7

حل (SOLUTION)

اوله برخه (Part a) .

کله چې تخته بيځايه شي، له قطر AC کربښه $AC`$ جوړیږي انځور 2.7b ووينې .اوږدوالي د قطرونو $AC$ او $AC`$ د پیتاګورین تیوریم څخه موندل کیدی شي. مونږیې لرو

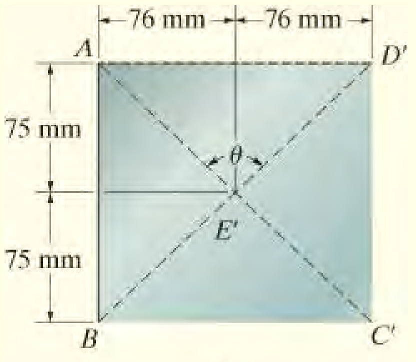
$$AC = \sqrt{(0.150 \text{ m})^2 + (0.150 \text{ m})^2} = 0.21213 \text{ m}$$

$$AC' = \sqrt{(0.150 \text{ m})^2 + (0.152 \text{ m})^2} = 0.21355 \text{ m}$$

له همدی امله اوسط نارمل سترین پر AC عبارت دی په

$$(\epsilon_{AC})_{avg} = \frac{AC' - AC}{AC} = \frac{0.21355\text{ m} - 0.21213\text{ m}}{0.21213\text{ m}}$$

$$= 0.00669\text{ mm/mm} \qquad \textit{Ans.}$$



(b)

انځور 2-7 (تکرار)

دوهمه برخه (Part b) . د x او y محوررونو په پرتله په E کي شيير سترين موندلو لپاره، کوم چي 90 درجی له يو بل څخه جلا دي، اړينه ده چي په ټکی E کی د زاويو بدلون وموندل شي . وروسته د بيځايه کيدنی انځور 2-7b ووينی

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{76\text{ mm}}{75\text{ mm}}$$

$$\theta = 90.759° = \left(\frac{\pi}{180°}\right)(90.759°) = 1.58404\text{ rad}$$

له معادلی 2-3 ګته اخلو او شيير سترين په ټکی E کی عبارت دی په تغير د زاويه AED کی

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - 1.58404\text{ rad} = -0.0132\text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

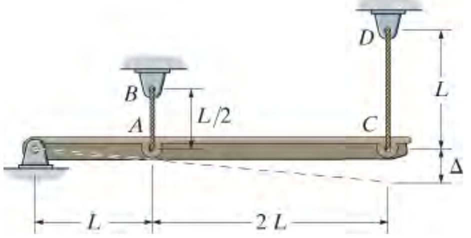
منفي علامه دا ښاي چی 90^0 درجی زاويه لويږي.

نوټ: که چيری x او y محوررونه په ټکی E کی افقي اوعمودي وی، بيا د 90^0 درجی زاويه په بين ددی دواړو محوررونو کی تغير نه مومي او په دی دليل په ټکی E کي شير سترين صفر دی ، $g_{xy} = 0$.

لمړنی سوالونه

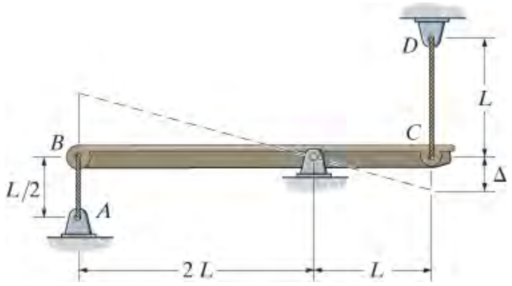
PRELIMINARY PROBLEMS

ل 2-1. **د** بار له امله د غړو بیځایه کیدنه په ټوټه شوی کرښه په لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چې ځنګه نارمل سترینونه e_{CD} او e_{AB} مشخص کړو .بې ځایه شوي D او لیکل شوي ابعاد معلوم دي .



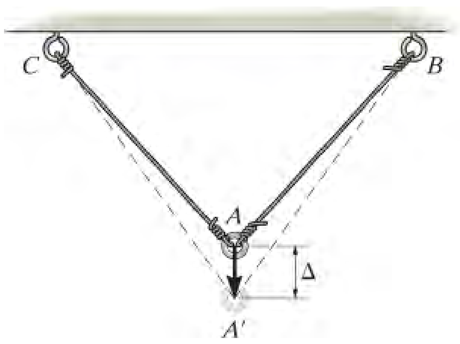
ل 2-1

ل 2-2. **د** بار له امله د غړو بیځایه کیدنه په ټوټه شوی کرښه په لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چې ځنګه نارمل سترینونه e_{CD} او e_{AB} مشخص کړو. .بې ځایه کیدنهD او لیکل شوي ابعاد معلوم دي.



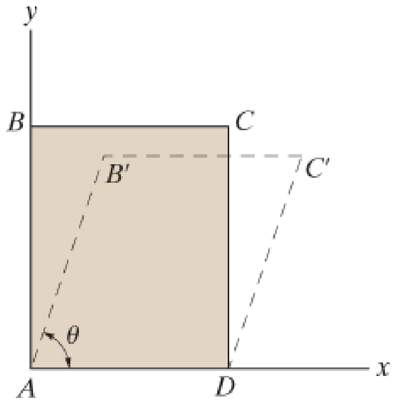
ل 2-2

ل 2-3. د بار له امله د تارونو اوږدوالي منځ ته راغلي، دا اوږدوالي په ټوټه شوی کرښه په لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چې ځنګه نارمل سترین e_{AB} په تار AB کی معلوم کیدی شئ. بې ځایه کیدنه D او فاصلی د ټولو لیکل شویو ټکو ترمنځ معلوم دي .



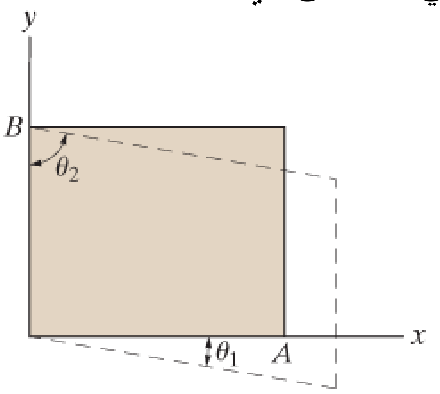
ل -2

ل 2-4. بار پلی کیدل د بلاک د شکل تغیرلامل شوي اودا تغیر د شکل په توته شوی کربنه پدی لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چي څنګه سترین $e_{AB}, e_{AC}, e_{BC}, (g_A)_{xy}$ پیدا کیږي. زاویې او د ټولو ترمنځ فاصلې معلومی دي .



ل 2-4

ل 2-5. بار پلی کیدل د بلاک د شکل تغیرلامل شوي اودا د شکل تغیر په توته شوی کربنه پدی لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چي څنګه سترین $(g_A)_{xy}$ او $(g_B)_{xy}$ پیدا کیږي. زاویې او د ټولو ترمنځ فاصلې معلومی دي .

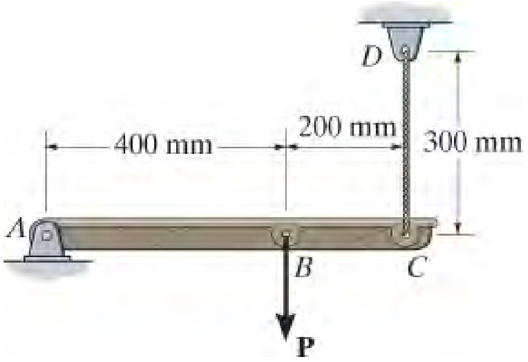


ل 2-5

بنسټیز سوالونه

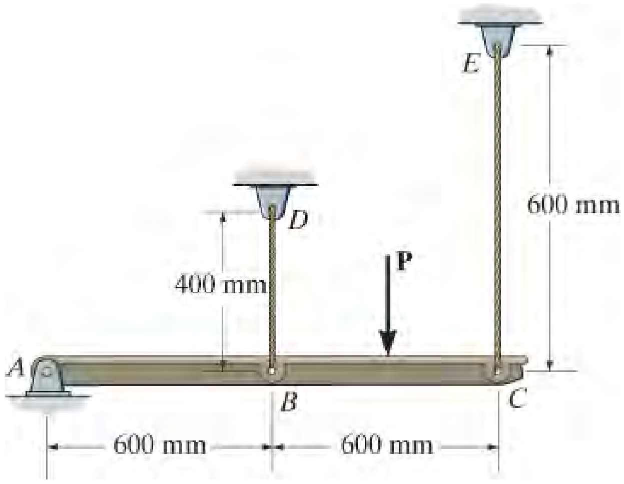
FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب **2-1.** کله چي قوه P په کلک بازو ABC باندې پلی شي، ټکی B د فاصلې له لارې په عمودي توګه ښکته خوا ته په فاصله دی 0.20 mm بې ځايه کيږي، په تار CD کي نارمل سترين معلوم کړئ.



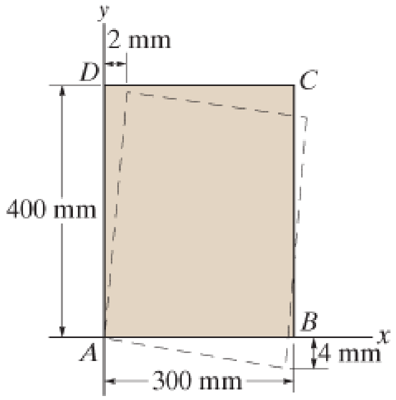
ب 2-1

ب **2-2.** کله چي قوه P په کلک بازو ABC پلی شي بازو په پين A کی په زاويه 0.02 درجه د ساعت په لور څرخيږي، نارمل سترين په تارونو BD او CE کي مشخص کړئ .



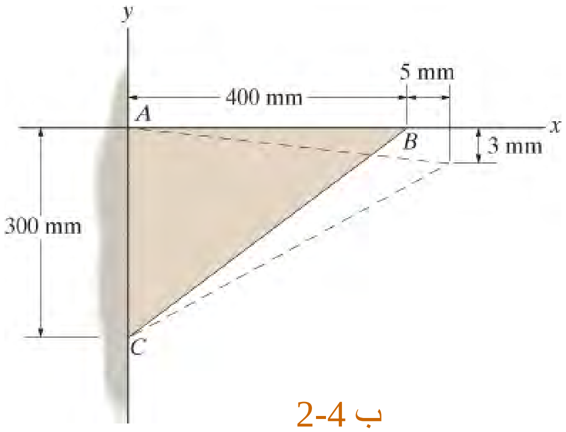
ب 2-2

ب 2-3. يو مستطيلی شکل تخته په متوازی الاضلاع بدله او په لاندی انځور کی د ټوټه شوی کرښي لخوا ښودل شوي . اوسط شيير ستړين په کونج A کی د x او y محورونو په پام کې نيولو سره معلوم کړئ .



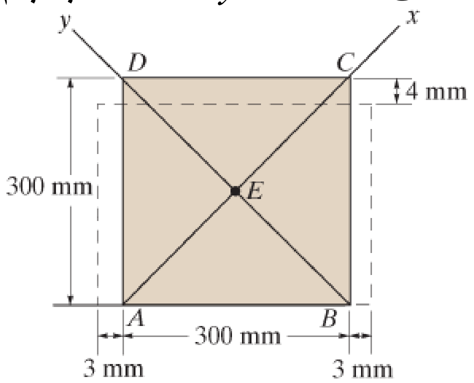
ب 2-3

ب 2-4. د مثلثی تختي شکل بدلون موندلي، چی په لاندی انځور کی په ټوټه شوي کرښي په واسطه ښودل شوي . نارمل ستړين د BC په څنډه کې او اوسط شيير ستړين د A په کنج کې د x او y محورونو په پام کې نيولو سره معلوم کړئ .



ب 2-4

ب 2-5. د مربع تختی شکل چی په ټوټه کرښو ښودل شوي بدلون موندلي. د اوسط نارمل ستړين په قطر AC کی او هم شييرستړين په ټکی E د x او y محورونو په پام کې نيولو سره مشخص کړئ .



ب 2-5

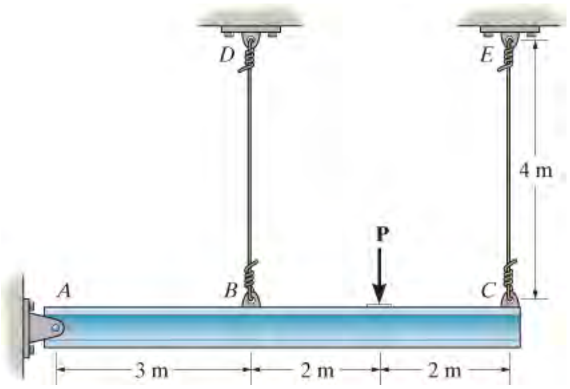
سوالونه

PROBLEMS

س 2-1. یو د ربړ توپ چې 6 انچ قطر لري له هوا څخه ډک دی. که چیری د توپ دننه د هوا فشار تر هغه حد لوړ شی چې قطر يي 7 انچه شي په ربړ کی اوسط نارمل سترين و ټاکي.

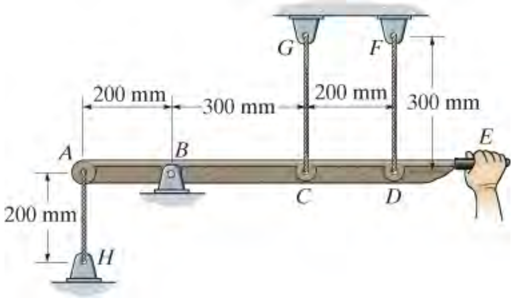
س 2-2. د ربړ یو پټلی چی کشیدلی نده 15 انچه اوږدوالی لري. که چیرې دا د پایپ شاوخوا وغزول او تاو شي تر څو بهرنی قطر يي 5 انچه شي په پټلی کې اوسط نارمل سترين و ټاکی.

س 2-3. که چیرې بار P په لاندی بيم باندې ټکی C له اصلی ځایه 10 mm ښکته خوا ته بې ځایه کړي، نارمل سترين په تارونو CE او BD کی پیدا کړي.



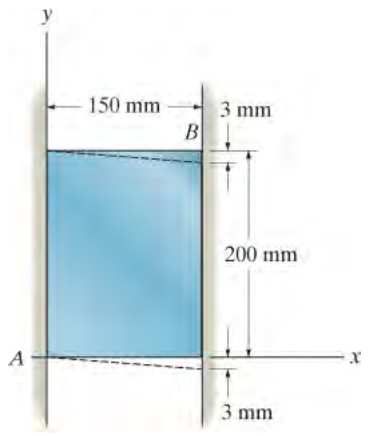
س 2-3

س 2-4. په کلک بازو څنګه چې په لاندی انځور کی ښودل شوی د لاس په واسطه په ټکی E کی یوه قوه پلی شوی، بازو په پين B په 2 (دوه) درجو زاویه په جهت د ساعت څرخیدلی. په هر یوتار کې اوسط نارمل سترين مشخص کړئ کله چې بازو په افقی موقعیت کې وي تارونه کش شوی نه وی.



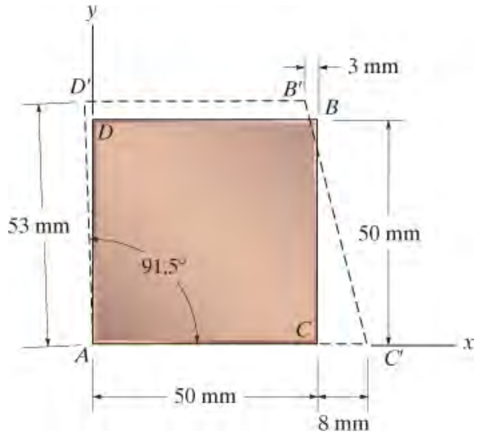
س 2-4

س 2-5. د یو مستطیل تختی په شکل کی بدلون راغلي چی د توته شوی کرښو له لاری په لاندی انځور کی ښودل شوي. په تخته کی اوسط شییر g_{xy} سترین وټاکي.



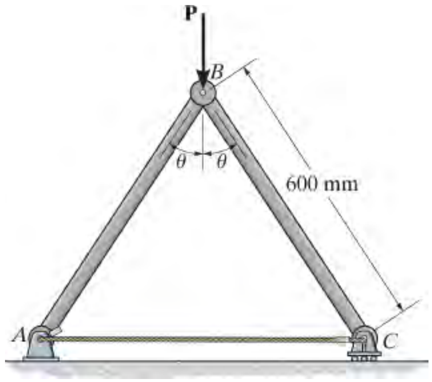
س 2-5

س 2-6. د یو مربع په شکل کی بدلون راغلي او د هغه نوی موقعیت د توته شوی کرښولخواپه لاندی انځور کی ښودل شوی . شییر سترین د A، B، C، او D په کنجونوکی چی د x ، y محوررونو سره تړاو لري پیدا کړي. اړخ $B'D'$ په افقی حالت کی پاتي کیږي.



س 2-6

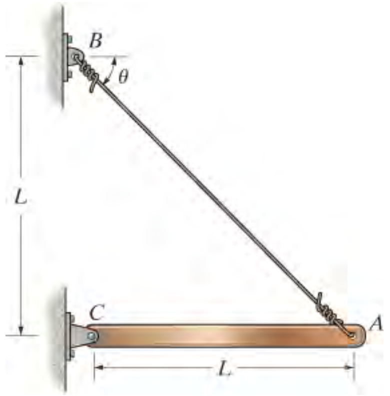
س 2-7. دوه کلک راډونه AB او BC یو بل سره د میلان په زاویه $\theta = 30°$ ، د پین پواسط چې بار وربادنی عمل کړی وصل شوی دی. کله چې قوه P پلیی شي نوموړی زاویه $\theta = 30.2°$ کیږي. اوسط نارمل سترین په تار AC کې معلوم کړئ .



س 2-7

س 2-8*. تار AB هغه وخت نه غځول کیږي کله چې $\theta = 45°$ وي. که یو بار په AC باندې داسی پلي شي چې د $\theta = 47^0$ لامل شي، په تار کې نارمل سترین معلوم کړئ.

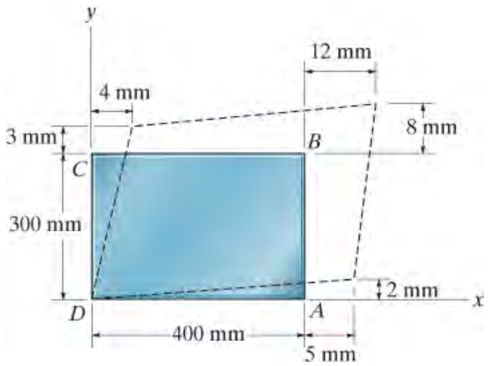
س 2-9. که چیری یو افقي بار په AC عمل وکړي چی ټکی A په اندازه د DL ښي لور ته بیځایه شی. نارمل سترین په تار AB کی پیدا کړي. زاویه θ اصلاً $\theta = 45^0$ وه.



س 2-8/9

س 2-10. د A او B په کونجونو کې شییر سترین γ_{xy} مشخص کړئ که چیرې د پلاستیک تختی بیځایه کیدنه په توته شوی کرښو ښودلشوی وی.

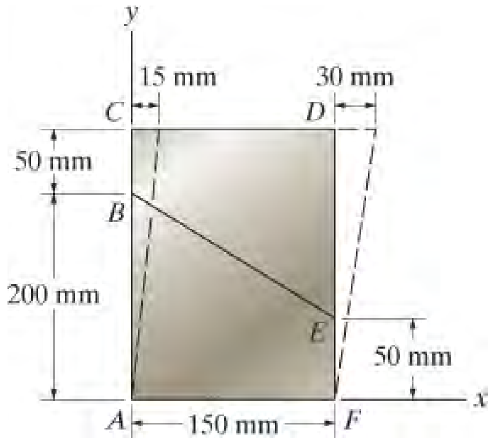
س 2-11. شییر سترین γ_{xy} په کونجونو D او C کې مشخص کړئ که چیرې د پلاستیک تختی بیځایه کیدنه په ټوټه شوی کرښو ښودلشوی وی.



س 2-10/11

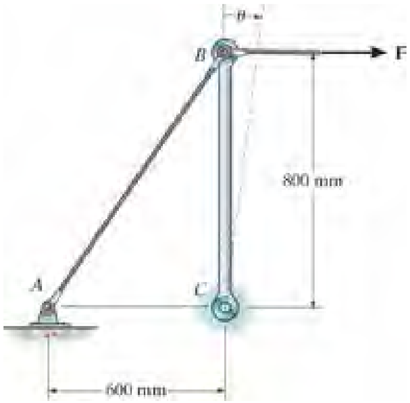
س *2-12. د یوې تختی بیځایه شوی موقعیت په ټوټه شوی کرښو په لاندی انځور کی ښودل شوې.اوسط نارمل سترین e_x, e_y او شییر سترین γ_{xy} په ټکی A کی او اوسط نارمل سترین په کرښه BE پیدا کړې.

س 2-13. د یوی تختی بیځایه شوی موقعیت په ټوټه شوی کرښه په لاندی انځور کی ښودل شوې. اوسط نامل سترین په اوږدو د ډایګلنونو AD او CF کی مشخص کړئ .



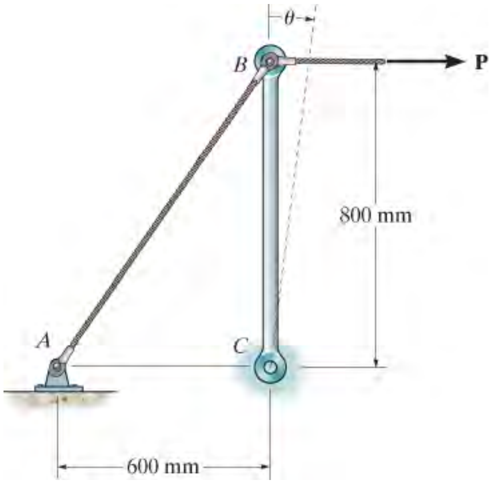
س 2-12/13

س 2-14. د الوتکې د کنټرول اړیکې یوه برخه له کلک غړی CB او یو د انعطاف وړ کیبل AB څخه جوړه ده. که یو قوه په پای B دغړي پلي شي او هغه په زاویه $\theta = 0.5°$ د څرخیدو لامل شي ، په کیبل کې نارمل سترین معلوم کړئ. کیبل په اول کې خوځیدلی نه دی.



س 2-14

س 2-15. د الوتکي د کنټرول اړيکي يوه برخه له کلک غړی CB او يو انعطاف وړ (flexible) کيبل AB جوړه ده. که يو قوه د B په پای دغړي پلي شي اوپه هغه کی نارمل سترين 0.004 mm/mm جوړ کړي د ټکی B بې ځايه کيدنه مشخص کړئ . کيبل په ا ول کي خوځيدلی نه دی.

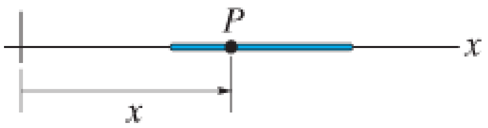


س 2-15

س *2-16. د نيلون تار اصلي اوږدوالی L دی، او په A کي په بولټ او په B کی په رولرتړل شوی. که چيرې قوه P په رولر پلي شي، په تار کې نورمال فشار مشخص کړئ کله چي رولر په C، او D کي وی. که چيری تار په اصل کې کله چي په C کي وی خوځيدلی نه وی نارمل سترين $e`_D$ مشخص کړئ کله چې رولر $D$ ته حرکت وکړي. وښيي چې که چيری بې ځايه کيدنه ( $D$ په $C$ او $D$ کی کوچني وي ، بيا $e`_D = e_D - e_C$

س   2-16

س   2-17. یو نازک تار، په ایکس (x) محور پروت دی، داسی غځول شوی چی په هره تکی د تار بیځایه کیدنه عبارت ده په $\Delta x = kx^2$. دلته k یو ثابت ارزښت دی. نارمل سترین په هر تکی P د تار په اوږدو په تار کی پیدا کړي؟

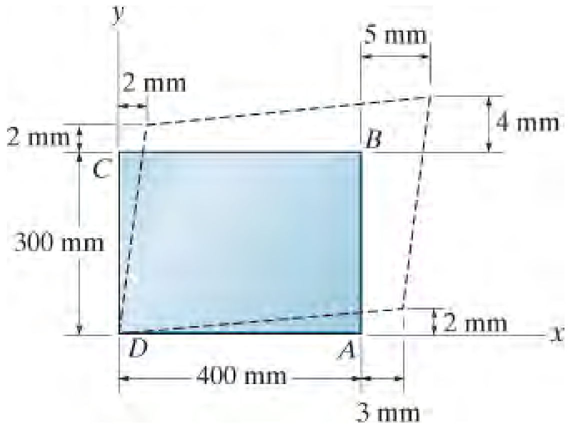


س   2-17

س   2-17. د یوی تختی په کنجونو A او B کې د شییر سترین γ_{xy} مشخص کړئ . د تختی تغیر شکل په ټوټه شوی کرښو پدی لاندی انځور کی ښودل شوي.

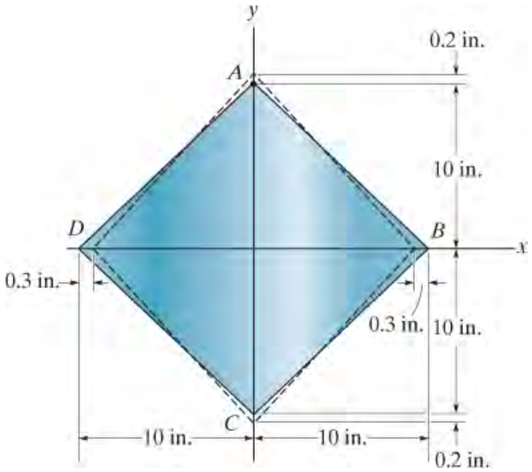
س   2-18. د یوی تختی په کنجونو C او D کې د شییر سترین γ_{xy} مشخص کړئ . د تختی تغیر شکل په ټوټه شوی کرښو پدی لاندی انځور کی ښودل شوي.

س   *2-19. اوسط نارمل سترین په دایګنلونو AC او DB پیدا کړي .



س   2-18/19/20

س 2-21. د یو مربع شکل تختی بیځایه شوی کنجونه پدی لاندی انځور کی په ګوته شوي. اوسط نارمل سترین e_x, e_y په x او y محوررونو په جهت معلوم کړي .

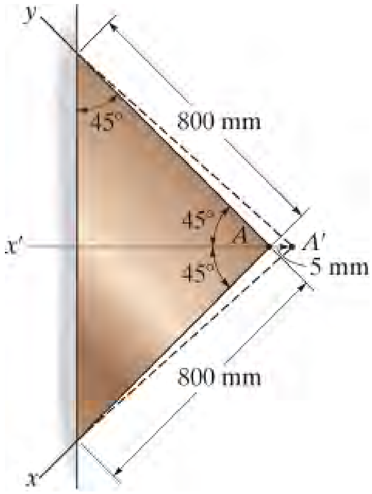


س 21 -2

س 2-22. مثلثي تخته په خپل پایه کې ټینګه تړل شوی، او د هغې سر A ته د 5 mm په اندازه په افقی جهت بې ځایه کیدنه ورکړل شوي. شییر سترین g_{xy} په ټکی A کی معلوم کړي.

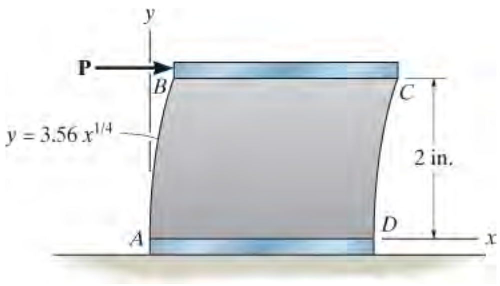
س 2-23. مثلثي تخته په خپل پایه کې ټینګه تړل شوی، او د هغې سر A ته د 5 mm په اندازه په افقی جهت بې ځایه کیدنه ورکړل شوي.اوسط نارمل سترین e_x د x محور په اوږدو کې معلوم کړي.

س 2-24. مثلثي تخته په خپل پایه کې ټینګه تړل شوی، او د هغې سر A ته د 5 mm په اندازه په افقی جهت بې ځایه کیدنه ورکړل شوي.اوسط نارمل سترین $e_{x'}$ د x' محور په اوږدو کې معلوم کړي.



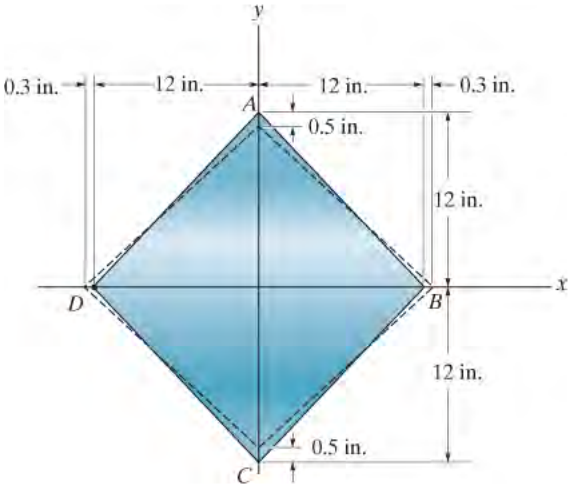
س 2- 22/23/24

س **2-25.** د پولی سلفون (polysulfone) بلاک په پورتنی او ښکته برخو کی د کلکو تختو سره سرېښ شوی دی. که چیری یو ه افقی قوه په دی کلکه تخته عمل وکړي ، د موادو د بیځایه کیدو لامل کیږي او د هغې د اړخونو بیخای کیدنه د $y = 3.56\ x^{1/4}$ معادلی بواسطه ښودل شوی. د شییر سترین اندازه د A او B په کنجونوکی مشخص کړئ .



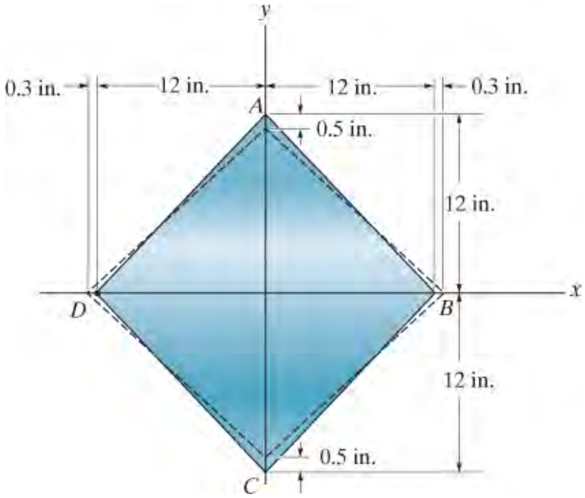
س 2- 25

س **2-26.** د مربع تختی کونجونو ته چی په لاندی انځور کی ښودلشوی بې ځایه کیدل په ګوته شوي . په ټکی A کی شییر سترین د AB او AD محورو په اوږدوالی مشخص کړئ. او هم شیر سترین په ټکی B کې چی د BC او BA محوررونو په اوږدوالی معلوم کړي.



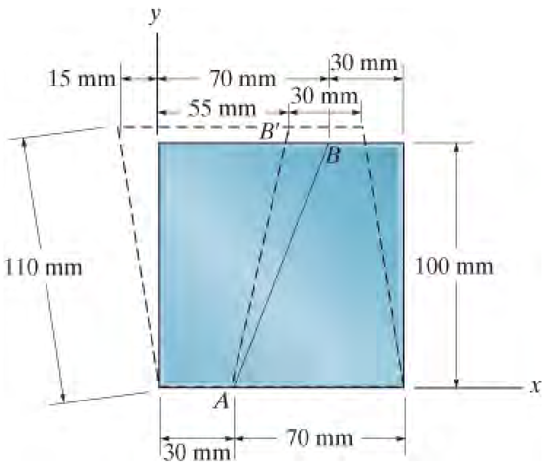
س 2- 26

س **2-27.** د مربع تختی کونجونو ته چی په لاندی انځور کی ښودلشوی بې ځایه کیدل په ګوته شوي . اوسط نارمل سترین د AB په اوږدوالی او دایګنلونو AC او BD په جهت معلوم کړي.



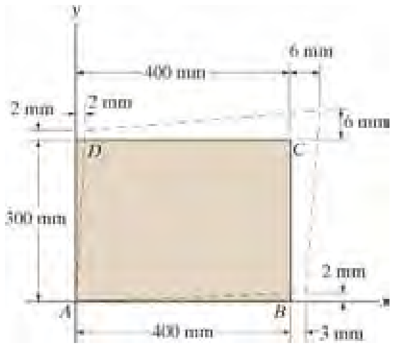
2- 27 س

س 2-28. د دی لاندی بلاک بیځایه کیدنه په ټوټه شویو کرښو ښودل شوي. اوسط نارمل سترین د AB کرښی په اوږدوالی پیدا کړي.



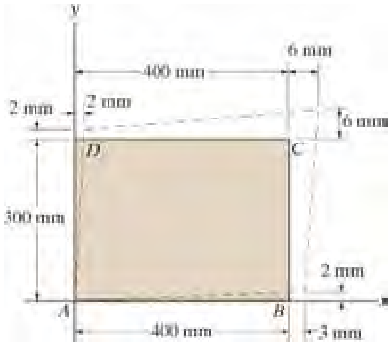
2- 28 س

س 2-29. **د** مستطیل تختی بدل شوی شکل پدی لاندی انځور کی په ټوټه شوی کرښو ښودل شوی . اوسط نارمل سترین په دایګنل AC او اوسط شییر سترین په کونج A کی د x ، y محور په لور معلوم کړئ .



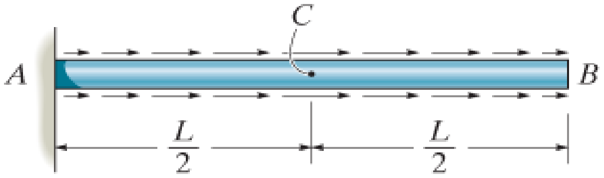
2- 29 س

س 2-30. د مستطیل تختی بدل شوی شکل پدی لاندی انځور کی په ټوټه شوی کرښو ښودل شوی . اوسط نارمل سترین په دایګنل BD او اوسط شییر سترین په کونج B کی د x ، y محور په لور معلوم کړئ .



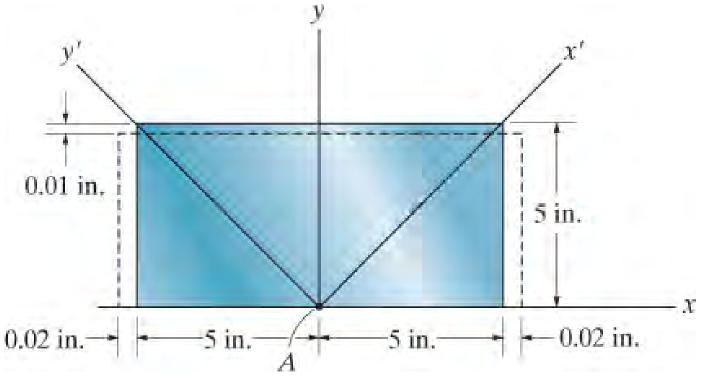
س 2- 30

س 2-31. غیر یونیفورم بارپه میله باندی د نارمل سترین لامل کیږي . او دا سترین په میله کی پدی معادله $\epsilon_x = k \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)$ سره ښودل کیدی شي . چیرته چې k ثابت ارزښت لری. بې ځایه کیدنه په وسط C ټکی کی مشخص کړئ او هم په ټول راډ کې اوسط نارمل سترین معلوم کړي .



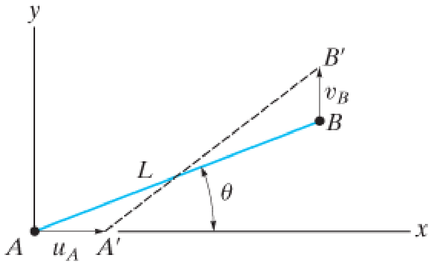
س 2- 31

س 2-32. د یو مستطیل تختی شکل کی بدلون راغلي او دا بدلون په دی لاندی انځور کی په ټوټه شوی کرښو ښودل شوی. شییر سترین γ_{xy} او γ_{xy} د A په ټکی کې مشخص کړئ .



س 2- 32

س 2-33. یو تار (fiber) AB اوږدوالی L او q جهت لري. که د دی تار پای A او B کوچني بې ځایه کید نه u_A او v_B په ترتیب سره ووینې، په فایبر کې نارمل سترین په `$A$ `B موقعیت کی مشخص کړئ .



س 33 -2

س 2-34. که چیرې نارمل سترین نظر آخری اوږدوالي `Ds ته په عوض د اولی یا اصلي اوږدوالي، چی په معادله 2-2 پیدا کیږی ، په دی لاندی معادله تعریف شي

$$\epsilon' = \lim_{\Delta s' \to 0} \left(\frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s'} \right)$$

تاسو وښیي چی تفاوت ددی دواړو سترینو په منځ کی به دوهمه درجه ارزش ولری چی په لاندی ډول به وی. e- e` = e e`

دريم فصل

(CHAPTER 3)

(© Tom Wang/Alamy)

د دی کانکريټ ستني تخريب کيدل د ځمکې افقي بې ځايه کيدلو د زلزلې له امله رامينځته شوي. د فولادو او کانکريټو د موادو ځانګړتياوې او پيژندنه بايد په پام کې ونيول شي ترڅو انجينران وکولی شي په سمه توګه کالم د اړوند مقاومت لپاره ډيزاين کړي

د موادو میخانیکې خاصیتونه

MECHANICAL PROPERTIS OF MATERIALS

د فصل موخې (CHAPTER OBJECTIVES)

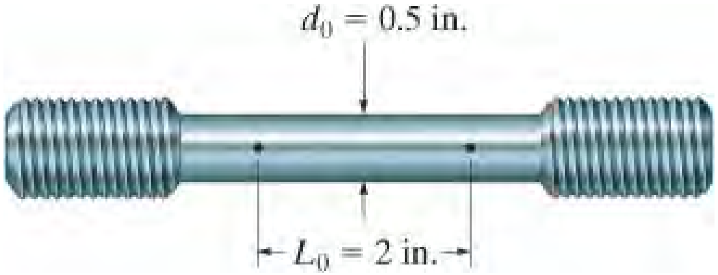
په دې فصل کې د سترس او سترین په بنسټیزو مفاهیمو بحث کیږی او موږ به وښیو چې سترس د سترین سره څه تړاو لري او د آزموینو له لاري د سترس - سترین ډیاګرام د ځانګړیو مواد لپاره څنګه جوړیږي. نور میخانیکي ځانګړتیاوې او ازموینې چې د موادو د میخانیکی خواصو د مطالعې سره تړاو لري بحث به وربادی وشي.

3.1 کشش او د ټیلوهلوآزموینې (THE TENSION AND COMPRESSION TEST)

د موادو پیاوړتیا د هغوې په توانایي پورې اړه لري تر څو د بهرنی بار له امله خراب یا له منځه لاړ نشي. دا پیاوړتیا په موادو کې ذاتي خاصیت دی او د ***تجربې*** له لارې ټاکل کیږي. یو خورا مهم ازموینه پدې برخه***کې د کشش (ټینشن) اوټیلوهل (کمپریشن)*** ازموینه ده. یوځل چې دا ازموینه ترسره شي، بیا موږ کولی شو چې د سترس او سترین ترمنځ اړیکی وټاکو . او دا په

انجینری کې د اکثر موادو لکه فلزات، سیرامیک، پولیمر، او د ګډ شویو موادو(کمپازیټ) لپاره اجرا کیږي.

د کشيدو يا ټيل وهلو ازمويني ترسره کولو لپاره، د موادو نمونه ښا يی چی په يو "معياري" شکل او اندازه جوړه شی، څنګه چی په انځور شکل 3-1 کی ښودل شوي. لکه څنګه چې ښودل شوي دا نمونه يوه ثابت دايروی غوځه برخه لري چی د راډ په سرو کی لويه شوي ده. کله چې ازموينه وشي ، د نمونی ماتيدل يا شکل بدليدل به د مرکزي سيمې په اوږدو کې واقع شي. د ازمويني دمخه، دوه کوچني نښانی د راډ په اوږدوالي کی پرځای کيږي چی ګيج ورته وايی. د نموني د غوڅی برخی مساحت لومړني اندازه A_0 او د*ګيج اوږدوالي*، L_0 ، لمړنی فاصله د نښان شويو ټکيو تر منځ ده چی اندازه يی پخوا له ازموينی معلومه شي. د مثال په توګه، کله چې فلزي نمونه د کشکيدو په ازموينه کې تری کار اخستل کيږی، په عمومی ډول لمړنی قطر يی ($d_0 = 0.5$ in. (13 mm او د ګيج (gage) اوږدوالی ($L_0 = 2$ in. (51 mm وی، انځور 3-1.

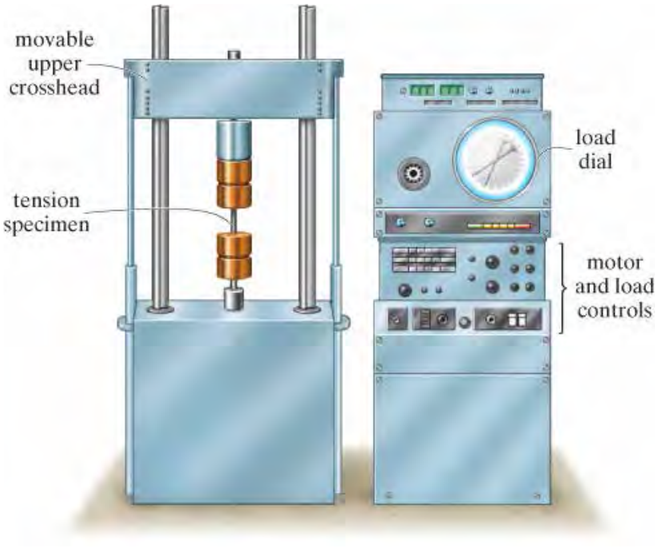


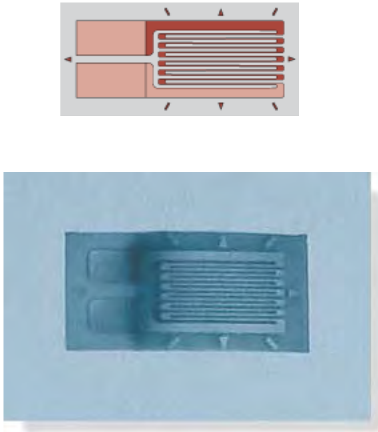
انځور 3-1

د ازمويني ماشين لکه څنګه چې په انځور 3-2 کې ښودل شوی د کش کيدو لپاره کارول کيږي. دا نمونه په خورا ورو او دوامداره توګه غځول کيږی تر څو هغه ماته شي. ماشين د دې يوشان غځيدنی ساتلو او اړين بار لوستلو لپاره ډيزاين شوی تر څو غځول په پرله پسې وقفو کې،او د پلي شوي بار P معلومات ثبت شي.

همدارنګه، د اوږدوالی تغير $d = L - L_0$ د نمونی د نښان شويو ټکيو ترمينځ اندازه شي. داکار د کليپر، ميخانيکي، يا نوری وسيلې په کارولو سره چی ***ايکسنسامتر*** (***extensometer***) په نوم ياديږي تر سره کيږی.. د دې اندازه کولو په پرتله بيا د نمونی سترين محاسبه کيدی شی. دا هم ممکنه ده چې نارمل سترين د ***بريښنايی مقاومت سترين ګيج*** په کارولو سره په مستقيم ډول ولولئ لکه څنګه چې په 3-3 شکل کې ښودل شوي. لکه څنګه چې په لاندی عکس کې ښودل شوي، ګيج د نمونی په اوږدو کې سيمنټ کيږي، ترڅو دا ګيج د نمونې يوه برخه شي. کله چې نمونه کې سټرين د ګيج په جهت راوړل شي، دواړه تار او نمونه به ورته سترين وينی. د بريښنا د تار مقاومت د بدلون اندازه او ګيج ممکن کليبريټ شي تر څو نارمل سترين په نمونه کې په مستقيم ډول ولوستل شي.

د فولادو ځانګړي نمونه چې سترين ګيج ورسره وصل شوي.





انځور 3-2

انځور 3-3

3.2 د سترس- سترين دیاګرام (THE STRESS-STRAIN DIAGRAM)

یوځل چې د ازمویني سترس او سترين ډیټا معلومه شي ، بیا له پایلې ډیټا کیدای شي چې ګراف ورځینې جوړ شي. دا ګراف د ***سترس – سترين ګراف*** په نوم یادیږي. دا ډیاګرام خورا ګټور دی ځکه چې دا د جوړ شوي موادو د هری اندازي نموني لپاره تطبیق کیږی. دلته دوه لارې شتون لري چې د سترس-سترين ډیاګرام په عام ډول تشریح کیدی شي.

دودیز سترس- سترين دیاګرام. (Conventional Stress-Strain Diagram)

دودیز یا د ***انجینری سترس عبارت دی په*** پلي شوي بار P *چې وویشل شی* د غوټی برخي د نموني په لمړنی مساحت A_0. دا محاسبه داسي انګيري چې سترس په غوټه برخه او د ګيج په اوږدوالی کې ثابت دی. مونږیې لرو

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \qquad (3\text{–}1)$$

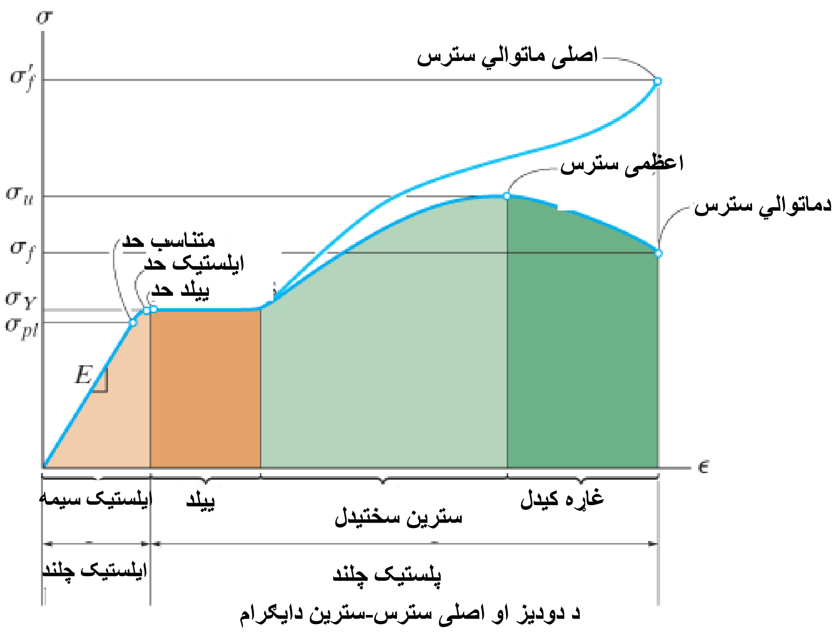
په ورته ډول، دوديز يا انجنيري سترين په مستقيم ډول د سترين ګيج له لوستلوڅخه هم موندل کيدي شي . د نموني او د ګيج اوږدوالي بدلون d چی وویشل شی په لمړنی اوږدوالي د ګيج L_0 ، په دې توګه ليکلی شو،

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0} \qquad (3\text{–}2)$$

کله چې د s او e دا ارزښتونه په ګراف کی رسم شی، چيرته چې عمودی محور سټرس او افقی محور سټرين دی، پايله لرونکی ګراف ***دوديز سترس – سترين ډياګرام*** ***(conventional stress-strain diagram)*** په نوم ياديږی . د دې منحني يو عادي مثال په انځور 3-4 کې ښودل شوي. په هرصورت، پوه شئ چې دوه د سترس-سترين ډياګرامونه د ځانګړي مواد به ورته وي، مګر هيڅکله به دقيق يو شان نه وي. دا ځکه چې پايلي په حقيقت کې په ورته د نمونی په حالتونو پورې اړه لري، لکه د موادو جوړښت، مايکروسکوپي نيمګړتياوې، د نمونی جوړيدل، د بارولو کچه، او د تودوخي درجه د ازموينې په وخت کې.

په انځور 3-4 کې، موږ کولی شو څلور مختلفی سيمې په ګوته کړو کوم چې مواد په ځانګړي ډول چلند کوي، او دا پدی پوری اړه لري چې په کومه اندازه سترين په موادو کې.عمل کوی.

ارتجايي چلند (Elastic Behavior) . د دايګرام لومړنی سيمه چې په رڼا نارنجي رنګ ښودل شوي ده دی ته ايلستيکی سيمه ويل کيږي. دلته ګراف مستقيمه کرښه دي تر هغه ځای پورې چې د سترس حد s_{pl} (proportional limit) ته رسيږي. کله چې سترس يو اندازه د دې ارزښت څخه ډير شي، ګراف لږ څه منحنی کيږي تر څوسترس ايلستيک حد s_y پورې رسيي. د ډيری موادو لپاره، دا ټکي د يو بل سره خورا نږدې وی او له همدې امله د دوی دقيق توپير کول خورا ستونزمن کيږي. کوم چې د ايلستيک حد سيمه او ارزښت ځانګړي کوي هغه دا دی که سترس تر دی سيمی s_y پوري ورسيږی او بيا بار له نموني ليري شي، نمونه به خپل اصلي شکل بيرته ترلاسه کړي ، په بل عبارت، موادو ته به هيڅ زيان ونه رسيږي.



د دودیز او اصلی سترس-سترین دایګرام
د انعطاف پزیر موادو لپاره (فولاد) (ګراف سکیل نلری)

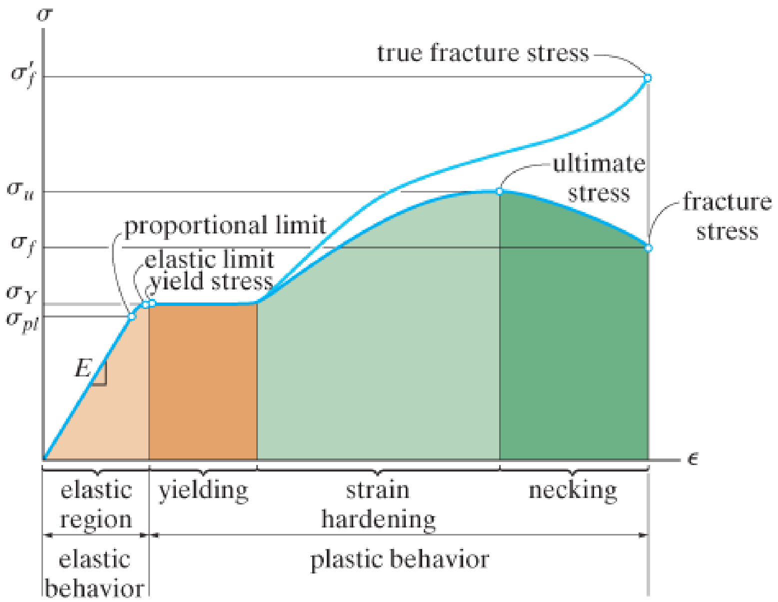
انځور 3-4

ځکه چې په سترس دایوګرام کی وینو کربنه ترمتناسب (پروپورشنل) حد s_{pl} پورې مستقیمه کربنه ده، تر هغه ځایه هر ډول زیاتوالی په سترس کې به په متناسب ډول د سترین د زیاتوالي لامل کیږي. دا حقیقت په 1676 کې د رابرټ هوک لخوا د فنر په کارولو سره کشف شو، او د ***هوک قانون*** ***(Hook's Law)*** په نوم پیژندل کیږي. دا په ریاضي سره په لاندی ډول ښودل شوي:

$$\sigma = E\epsilon \qquad (3\text{–}3)$$

دلته E یو ثابت تناسب ځرګندوي، کوم چې په نامه د***رتجاعیت ماجولس*** (***Modulus of Elasticity***) یا ***یانګ ماجولس*** (***Young's modulus***) یادیږي. تامس ینګ (Thomas Young) په 1807 کال کی په دی لړ یو مقاله خپره کړه او وروسته له هغه دا د هغه په نوم نومول شوی.

لکه څنګه چې په انځور 3-4 کې ښودل شوي د ارتجاعیت ماجولس د یو مستقیمی کربني د میلان استازیتوب کوي. ځکه چې سترین ابعاد نه لری نو د 3-3 معادلی نه E به د سترس په څیر ورته واحدونه ولري، لکه psi ، ksi ، یا پاسکالونه.



Conventional and true stress–strain diagram
for ductile material (steel) (not to scale)

انځور 4-3 (تکرار)

ييلډينګ (Yielding) . که چيرې سترس د ارتجاعيت حد څخه لږزياتوالی و مومي په پايله کې به د موادو ماتول او ***د تل لپاره د دڅيرې د بدلون*** لامل کيږي. دی حالت ته ***ييلډينګ*** ***(yielding)*** ويل کيږي، او دا په انځور 4-3 کی په نارنجی مستطيل سيمه ښودل شوي. هغه سترس چې د ييلډ سترس حاصلولو لامل کيږي په نوم د ييلډ سترس يا ييلډ ټکی ياديږي. s_Y او هغه بدلون چې په لمړنی ځيره کی واقع کيږي ***پلاستيکی بدلون*** بلل کيږي. که څه هم په انځور 4-3 کې د ټيټ کاربن فولادو يا هغه مواد چې سور رول شوي وي نه دی ښودل شوي چې د ييلډ ټکی په دوه (2) ارزښتونه ولری. ***پورتني ييلډ ټکی*** لومړی واقع کيږي، وروسته د ناڅاپي کمښت سره د بار وړلو ظرفيت ټيټ ټکی ته چې ***ټيټ ييلډ ټکي*** ياديږي ځی. يوځل چې د ييلډ ټکي ته ورسيد، بيا لکه څنګه چې په انځور 4-3 کې ښودل شوي،د نمونی خوځيدل (سترين) به دوام ومومي پرته له دی چې بار زيات شی. کله چې مواد پدې طريقه چلند کوي دا ډيری وختونه د ***بشپړ پلاستيک*** په توګه ويل کيږي .

د سترين سختيدل (Strain Hardening). کله چې ييلډينګ پای ته ورسيږي، يو ځل بيا نمونه کړی شی نور بار واخلی چې دی سترس د زياتوالی لامل کيږي، په پايله کې کربښه په منحنی ډول پرله پسې لوړيږي تر هغه اعظمي سترس حد ته چې د نهايي سترس s_u **(ultimate stress)** په نوم ياديږي ورسيږي او پس له هغو بيرته هواريږی. داډول د منحنی کربښی زياتوالی په دايګرام کی د ***سترين سختول (strain hardening)*** په نوم ياديږي، او دا په 4-3 انځور کې په رڼا شنه سيمه پيژندل شوی.

د غوڅۍ برخی کمښت یا غاړه کيدل (necking). تر نهایی سترس s_u پورې نمونه اوږدیږي او د نمونې دغوڅۍ برخې ساحه د ګيج په اوږدوالي کی په کافي اندازه په ***یوشان*** ډول کميږي. وروسته له دی چی نهایی سترس ته ورسيږی د غوڅۍ برخی په یوه حصه کی مساحت شروع په لږيدو کوی او هلته د سترس ډیروالي پیل کيږي. د پایلې په توګه، یو نریتوب یا "غاړه" د ګيج په اوږدوالی کی جوړيږي او دا په انځور 3-5a کی ښودل شوي. دا سيمه د غاړې له امله په انځور 3-4 کی په تیاره شنه رنګ ښودل شوي. دلته د سترس-سترين ډیاګرام کرښه ښکته خوا ته دوام لری تر څو نمونه ماتيږي او دی سترس ته د ***ماتیدو سترس*** s_f (***fracture stress***) او دا په انځور 3-5b کی ښودل شوي.

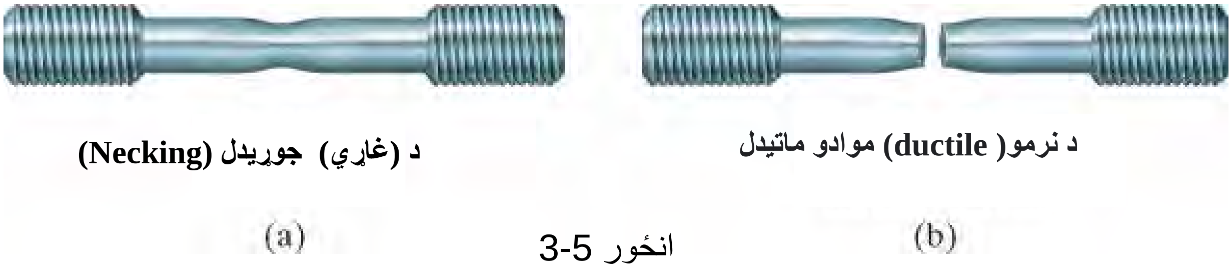
عادي غاړه کيدل یا د غوڅۍ برخی
کمښت چي د فولادو نمونه کی
مخکې له ماتیدو ښودل شوي

ریښتینی سترس-سترين ډیاګرام (True Stress-Strain Diagram).

د غوڅۍ برخی لمړنی مساحت A_0 او د نمونې د لمړنی اوږدوالی L_0 پرځای چی د (انجینري) سترس او سترين محاسبه کولو لپاره مو ورځینی کار واخست، موږ کولی شو چی د غوڅۍ برخې ***اصلي*** مساحت A او د نمونې اوږدوالی L په هغه ***لحظه*** کی چی سمدستي توګه بار اندازه کيږي کار واخلو. د سترس ارزښتونه او د دې اندازه کولو څخه موندل شوي سترس د ریښتیني سترس او سترين د ریښتیني سترين په نوم یادیږي ، او د دوی د ارزښتونو دایګرام د ریښتیني سترس-سترين ډیاګرام په نوم یادیږي. کله چې دا ډیاګرام جوړ شی، دا یو شکل لري چې په انځور 3-4 کی په پورتنی نیلي منحني ښودل شوي. په یاد ولرئ چې دودیز او ریښتیني *s-e* ډیاګرامونه په عملي توګه د کوچنی سترين لپاره یو شان ښکاری. توپيرونه هغ وخت پیل کيږی کله چی د سترين سختوالی حصی ته ورسيږي، چیرې چې د سترين اندازه ډیریږي .

د پام وړ خبره داده چی له دوديز s-e ډياګرام څخه داسې ښکاري چی د نمونی سترس يا بار مخ په کميدو دی، ځکه چې A_0 ثابته ده او $s = N/A_0$. په حقيقت کې، ريښتيني s-e ډياګرام ښيي چې د غاړې سيمی مساحت A تر هغه وخته پورې چې د نموني ماتيدل s_f پيل مومي کوچنی ده او په دې توګه مواد په حقيقت کې د سترس زياتوالی وينی ځکه چې $s = N/A$.

که څه هم د دې دوو ډياګرامونو ترمنځ دا توپير شتون لري، موږ کولای شو چی ددی اغيزې ته پام ونکړو ځکه چې ډيری انجينري ډيزاين يوازې د ايلستيک په سيمه کی تر سره کيږي. دا به په عمومی توګه د موادو د شکل تغير ډير کوچنيو ارزښتونوته محدود کړي، او کله چې بار لرې شي مواد به بيرته پخپله خپل اصلي شکل ته راشي. د دوديز سترس - سترين ډياګرام کيدی شي په ايلستيک لرونکي سيمه کې وکارول شي ځکه چې ريښتيني سترين دايلستيک ترحده پورې په کافي اندازه کوچنی او د s او e تېروتنه په انجينري ارزښتونو کی د دوی د ريښتيني ارزښتونو په پرتله خورا کوچنی (شاوخوا 0.1٪) دی.



انځور 3-5

دا د فولادو نمونه په واضح ډول د غاړې جوړيدل مخکی له ماتيدو ښيې. دا د "پيالی مخروط" په ماته سيمه کی جوړوي کوم چې دی د نرمو موادود ځانګړتيا ده.

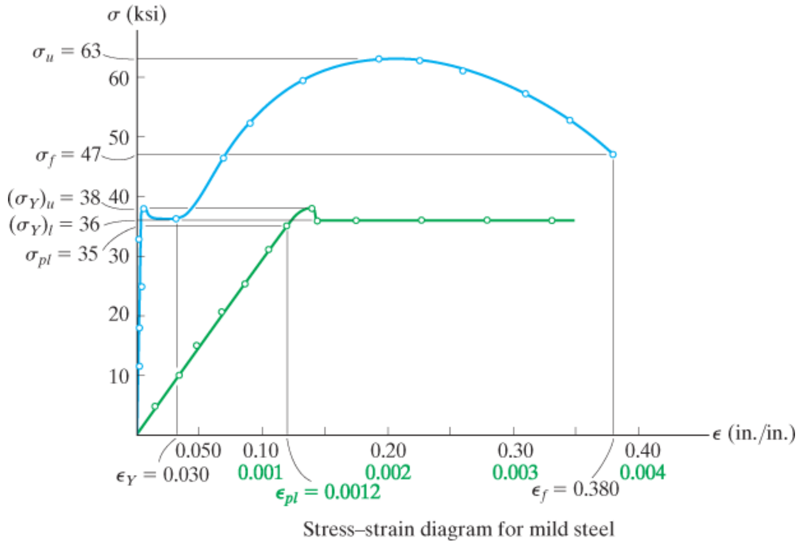
فولاد (Steel).

د معتدل فولادو لپاره یو عادي دوديز سترس – سترين ډياګرام نمونه په انځور 3-6 کې ښودل شوې. د توضيحاتو لوړولو لپاره ايلستيک ساحه د سترين په شنه رنګ ښودل شوې. د دې منحنی کرښی په تعقيب، لکه څنګه چې بار (سترس) زيادت مومي د تناسب حد MPa (241) σ_{pl} = 35 ksi کيږی، چيرته چې ϵ_{pl} = 0.0012 in./in . که چيري بار نور هم زيات شي سترس پورتني ييلډ ټکي $(\sigma_Y)_u$ = 38 ksi (262 MPa) ته رسيږي، په تعقيب کې سترس د ټيټی ييلډ ټکی $(\sigma_Y)_l$ = 36 ksi (248 MPa) ته راکم کيږئ. آخربرخه د ييلډ کی سترين ϵ_Y = 0.030 in./in. دی، کوم چې 25 ځله ډيردی له تناسب حد (ϵ_{pl}) ستر ين څخه . په دوام سره نمونه د سترين سختوالي څخه تيريږي تر څوهغه وروستي آخری لوړ سترس ته ورسيږي σ_u = 63 ksi (434 MPa) ; بيا تر ماتيدو پورې غاړه جوړيدل يا د غوڅې برخی کميدل پيل کيږي او د نموني ماتيدل σ_f = 47 ksi (324 MPa) پيل کيږي، د ماتيدو سترين ϵ_f = 0.380 in./in. د دی چې د ϵ_{pl} په پرتله 317 ځله لوی دی.

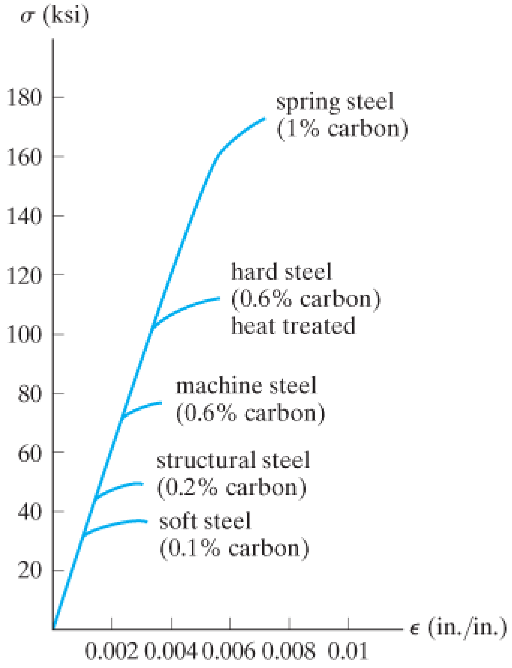
څرنګه چې σ_{pl} = 35 ksi او ϵ_{pl} = 0.0012 in./in. ، موږ کولی شو چې د ايلستيستی ماجولس مشخص کړو چې د هوک د قانون له مخی دا دی

$$E = \frac{\sigma_{pl}}{\epsilon_{pl}} = \frac{35\text{ ksi}}{0.0012\text{ in./in.}} = 29(10^3)\text{ ksi}$$

که څه هم د فولادو ډولونه مختلف کاربن مواد لري، ډيری درجې فولاد، له نرم رول شوي فولادو څخه تر خورا سخت وسيلې فولادو پورې، د ايلستيستی ماجولس يې کابو يو شان دی، لکه څنګه چې په انځور 3-7 کې ښودل شوي .



انځور 3-6



انځور 3-7

3.3 د سترس- سترین چلند دغوڅیدونکي او ماتیدونکی مواد و STRESS -STRAIN BEHAVIOR OF DUCTILE AND BRITTLE) (MATERIAL

د موادو طبقه بندی په دې پورې اړه لري چې غوڅیدونکی دی او یا ماتیدونکي او دا د دوی د سترس – سترین د خاصیتونو سره تړاو لری.

غوڅیدونکی مواد (Ductile Materials). هر هغه مواد مخکې له دې چې مات شي د لوی سترین توانايي ولري. غوڅیدونکی ***فولاد***، لکه مخکې بحث پری و شوی یو عادي مثال دی. انجینران په ډیزاین کی اکثرا غوڅیدونکی مواد غوره کوي ځکه چې دا مواد شاک یا د انرژي د جذب وړ دي. او که دوی بار شي، دوی به معمولا مخ کی لدی چی مات شی د لوی بدلون توانايي لري.

یوه لاره چې د موادو غوڅیدل مشخص شی داده چې د ماتیدو په وخت کی د غړی اوږدوالی یا د مساحت کمښت په سلنه د ماتیدو په لحظه کی راپور ورکول کیدی شي. د نموني د ماتیدو په وخت کی د سترین په سلنه توګه څرګند کیدی شي. که د نمونې اصلي ګيج اوږدوالی L_0 وي او د ماتیدو اوږږوالي په L_f وبنودل شي، بیا

$$\text{Percent elongation} = \frac{L_f - L_0}{L_0}(100\%) \qquad (3\text{–}4)$$

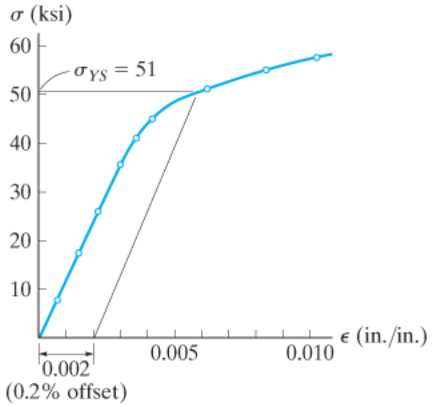
د مثال په توګه په انځور 3-6 کی د ماتیدو سترین 0.380 =e دی، دا ارزښت 38% د متعدل فولادو د نمونی دی.

په **مساحت کې د فیصدو کمښت** د غځېدونکیوموادو د مشخص کولو لپاره بله لاره ده. دا د غاړې په سیمه کې په لاندې ډول تعریف شوی :

$$\text{Percent reduction of area} = \frac{A_0 - A_f}{A_0}(100\%) \qquad (3\text{–}5)$$

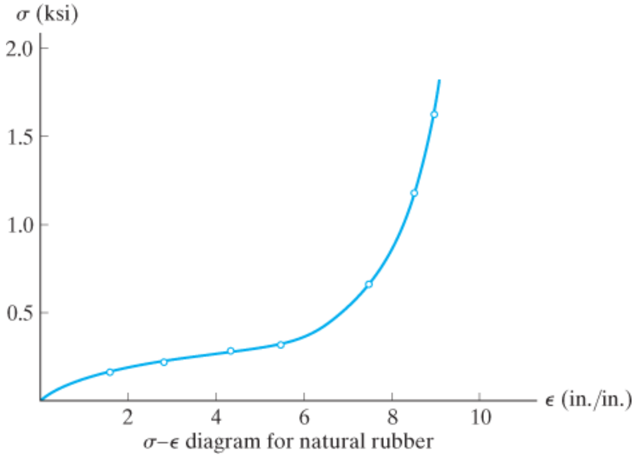
دلته A_0 د نمونې اصلي غوځه برخې ساحه ده او A_f ساحه د غاړې د ماتیدو په وخت کې ده. په معتدلو فولادو کی دا عدد امعمولاً 60٪ ارزښت لري.

د فولادو تر څنګ نور فلزات لکه برنج (brass)، مولیبډینم (molybdenum) او زینک (zinc) کیدای شي همدارنګه د فولادو په شان د غوړېدونکیو موادو د سترس – سترین ځانګړتیاوې لری. په ثابت سترس کی ییلد، د سترین سختوالي او په پای کې غاړه کیدل تر ماتیدو د مخه لري. په ډېرو نورو فلزاتواو ځینې پلاستیکونو کی، وروسته له ایلستیک سیمی ثابت ییلد شتون نه لری. یو فلز چې ددی قضیی سره مطابقت لری هغه المونیم دی،او د سترس –سترین داایګرام يي په انځور 3-8 کی ښودل شوي. په حقیقت کې، دا فلز اکثرا ښه تعریف شوي *ییلد نقطه* نلري، او د ***ییلد مقاومت*** معلومولو لپاره له ګرافیکي کړنلاری چی د ***آفسټ میتود*** په نوم یادیږي کار اخیستل کیږي. عموما په ډیزاین کی یو 0.2٪ سترین (0.002 in /in) غوره شوی، او له دې ځای څخه په e محور یو کرښه موازی په اوله مستقیمه برخه د ډایکرام رسم کیږي. هغه نقطه چې دا کرښه د ډایګرام منحنی سره یو ځای کیږي هغه ټکی ییلد مقاومت تعریفوي. د ګراف څخه، د ییلد مقاومت s_{YS} = 51 ksi (352MPa) دی.

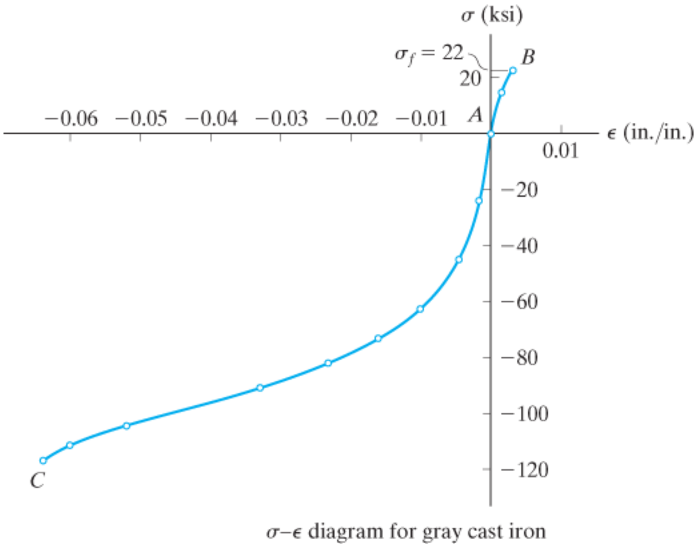


د المونیم سترس - سترین گراف

انځور 3-8



انځور 3-9



انځور 3-10

باید پوه شو چې د ییلډ مقاومت د موادو فزیکي خاصیت ندی، ځکه چې دا یو سترس دی چې په موادو کې داسې *تاکل شوي د* دایمي سترین لامل کیږي. په هرصورت، پدې متن کې به موږ فرض کړو چې د ییلډ مقاومت، د ییلډ نقطه، ایلستیک حد، او متناسب حد ټول سره یو ځای په یوه ټکي کې دي. یو استثنا ربړ دي، کوم چې په حقیقت کې یو متناسب حد نه لري، ځکه چې سترس او سترین په *خطي توګه تړاو نلري*. پرځای یې، لکه څنګه چې په انځور 3-9 کې ښودل شوي، دا مواد چې د پولیمر په نوم پیژندل کیږي، غیر خطي ایلستیک چلند ښیي .

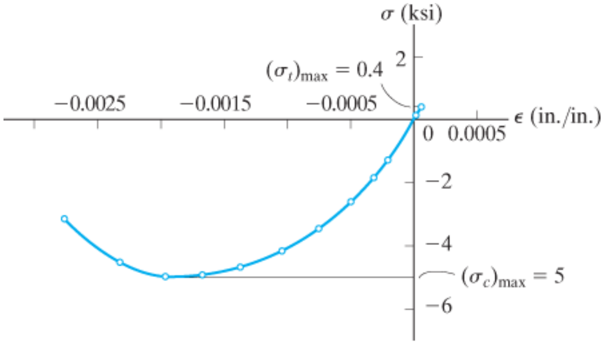
لرګي یو داسې مواد دی چې ډیری وختونه په معتدل ډول غوڅیدونکی دی، او د پایلې په توګه معمولا یوازې د ایلستیک بار لپاره ډیزاین کیږی. د لرګیو مقاومت ځانګړتیاوې له یو ډول څخه بل ته خورا توپیر لري، او په یوه ډول کې هم مقاومت یې په لندوالی، عمر، په اندازه او څرنګوالی د خنډو تړاو لری. له هغه ځایه چې لرګی فایبر دی اد اوپه غوڅه کې کانی حلقی لری، مقوامت یې د بار د جهت سره چې په لرګی عمل کوی پراخ توپیر لری. که په یوه لرګی د کشش داسې قوه عمل وکړی چې په حلقو (لیکو)عمودی جهت ولری، لرګی به په اسانی جدا شی.

کانکریټ د ساختماني موخو لپاره کارول کیږي باید په کمپریشن کې ازموینه وشي داډه ده چې دا خپل وروستي ډیزاین ته رسیږي د 30 ورځو درملنې وروسته سترس .

Tension failure of
a brittle material
(a)

Compression causes
material to bulge out
(b)

انځور 3-11



σ−ϵ diagram for typical concrete mix

انځور 3-12

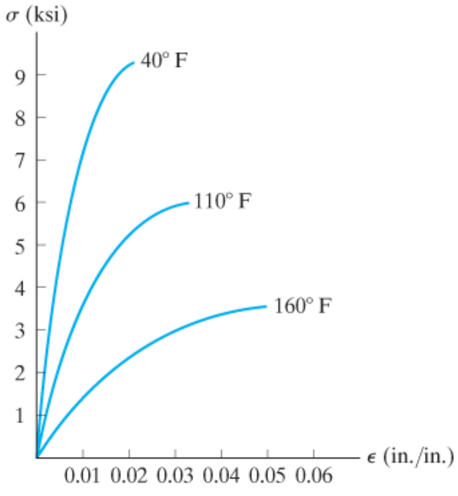
ماتیدونکی مواد (Brittle Material). هغه مواد چې لږ یا هیڅ ییلډ حد نه مخکې مات شی، دا ډول مواد په نامه د *ماتیدونکی مواد* یادیږي. خړه کاسټ وسپنه (Gray cast iron) یو مثال دی چې په کشش کې يی د سترس – سترين ډیاګرام په انځور 3-10 کی په AB ښودل شوي . دلته په سترس $s_f = 22$ ksi (152 MPa) کې د مایکروسکوپي درز له امله ماتیدل رامینځته شوی ، چې بیا په چټکۍ سره په ټوله نمونه کې خپورشو ی او د نمونی د بشپړ ماتیدلو لامل شوي. په یوه نمونه کې درزونه او پیل یې خورا تصادفي دي. په ماتیدونکی مواد کی ښه تعریف شوي کششی ماتیدونګی سترس نه لري . پرځای یې اوسط ماتیدونکي سترس له ليدل شوي ازموينو راپور ورکول کیږي. یو عادي تخریب شوی نمونه په انځور 3-11a کې ښودل شوې . پدی انځورکی په ماته حصه کی غاړه نده جوړه شوی لکه په فولادی نمونه کی چی وه.

فولاد په چټکۍ سره خپل قوت له لاسه ورکوي کله چې ګرم شی . د دې دلیل لپاره ډیری وختونه انجینران اصلي جوړښتي غړو ته اړتیا لري چې د اور په صورت کې عایق ولرې شی.

د کشش چلند په پرتله ، ماتیدونکی مواد د محوري کمپريشن په وړاندې خورا لوړ مقاومت لري، لکه څنګه چې د خړی کاسټ وسپنې منحنی AC په انځور 3-10 کې ښودل شوی. د دې قضیې لپاره هر ډول درزونه په نمونه کې څنګه چې بار زیاتیږي نردې کیږي. مواد په عموم ډول کله چې سترین زیات شي پړسوب کوی او د بیرل په څیر څنګه چی په انځور 3-11b کی ښودل شوی وده کړي .

د خړی کاسټ وسپنې په څیر، کانکریټ د ماتیدونکیو مواد په توګه په کشش کې د ټیټ قوت ظرفیت لري. د هغې ځانګړتیاوې د سترس – سترين ډیاګرام په عمده ډول د کانکریټو په مخلوط پوري اړه لري (اوبه، شګه، ریګ او سیمنټ) او پخیدو (curing) چی په وخت او تودوخه پوری تړاولری. د کانکریټ لپاره د "بشپړ" سترس – سترين ډیاګرام د مثال په توګه په انځور 3-12 کې ورکړل شوی. د معاینې په واسطه، د هغې اعظمي تخته کیدو قوت یې شاوخوا 12.5 ځله د خپل کششی قوت څخه ډیر دي، $(s_c)_{max} = 5$ ksi (34.5 MPa) په تناسب د کشش 0.40 ksi (2.76 MPa) $= (s_t)_{max}$. په همدې خاطر، کانکریټ په عمومی توګه د فولادو بارونو یا نورو ریبنو سره تقویه کیږي کله چې د کششی بارونو د وړلو لپاره ډیزاین شویوی.

په عموم ډول ويل کيدی شي چې ډيری مواد دواړه نرم او ماتيدونکی خاصيتونه لری. د مثال په توګه، فولاد ګله چی لوړه اندازه د کاربن ولری کلک او ماتيدونکی وی، او کله چی د کاربن مقدار يي لږ وی نرم خاصيت لري . همدارنګه، په ټيټ حرارت کې مواد سخت او ډير ټوټه کيدونکی حالت غوره کوی ، په داسې حال کې چې کله د تودوخې درجه لوړه شي دوی نرم او د نرمی خاصيت غوره کوی. دا اغيزی په 3-13 انځورکې د ميتاکريليټ پلاستيک لپاره ښودل شوی .



σ−ϵ diagrams for a methacrylate plastic

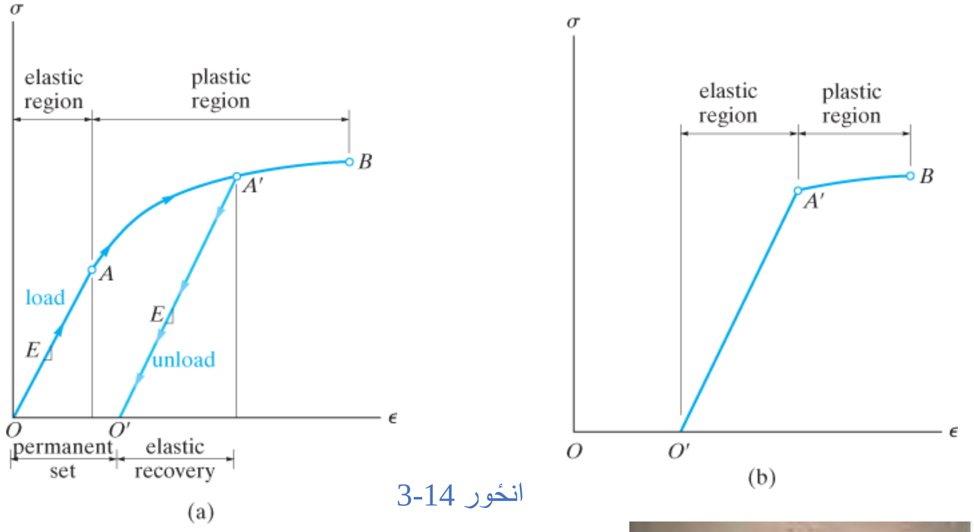
انځور 3-13

شخي (stiffness). ايلستيستی ماجولس يو ميخانيکي خاصيت دی چې د موادو سختوالی په ګوته کوي . هغه مواد چې ډير سخت يا کلک وي، لکه فولاد، د E $[E_{st}]$ يی لوی ارزښت لري، E $[E_{st} = 29(10^3)$ ksi or 200GPa]، په داسې حال کې چې سپنج لرونکي مواد لکه ولکانيز شوي ربړ ماجولس يي ټيټ ارزښت لري $[E_r = 0.10$ ksi or 0.69 Mpa] . د عام استعمال شوي انجينري موادو لپاره د E ارزښتونه اکثرا په انجينری جدولونو او کوډونو کی ښودل شوي. نمونيي ارزښتونه يی ددی کتاب آخر په داخلي پوښ کې ليست شوي دي .

د ايلستيستی ماجولس يو له خورا مهم ميخانيکي خاصيتونوڅخه دی چی دهغه ځانګړتياوې په متن او د معادلوکې په جوړولو کی دلته وړاندې شوي . دا بايد تل په ياد وساتل شي، که څه هم، هغه E، چی د هوک قانون له لارې، Eq. 3-3، په لاس راځی يوازې هغه وخت کارول کيدی شي چې مواد *خطي ايلستيکی چلند* ولري. همدارنګه، که په موادو کې سترس له تناسب حد څخه ډير شی، د سترس - سترين ډياګرام په مستقيم کرښه کې نه پاتې کيږي، او د هوک قانون نورد اعتبار وړ نه دی.

د سترين سختيدل (Strain Hardening). که د نرمو موادو نمونه، لکه فولاد، تر *پلاستيک* حد پوري بار شی او بيا بار ورځينی لري شي، *ايلستيک سترين* بيرته ترلاسه کيږي کله چي مواد خپل توازن حالت ته راستون شي. *پلاستيک سترين پاتې کيږي*، او د پايلې په توګه په مواد و کی يوه **دايمي کيناسته يا تغير** *(permanent set)* *منځ ته راځی*. د مثال په توګه، يو سيم کله چې تاو شی(پلاستيکي) کله چی بار ترى لرى شی يو څه بيرته (په ايلستيکی ډول) خپل حالت راځی؛ اما په بشپړه توګه خپل اصلي حالت ته نه راستون کيږی. دا چلند دسترس –سترين دايګرام سره په انځور 3-14a کې ښودل شوی. دلته نمونه بار شوې ده له خپل ايلستيک نقطې A څخه د $A`$ نقطې ته. ځکه چې بار بايد په بين الاتومي قواوو غالب شي تر څو نمونه اليستيکی و غځول شي ، بيا ورته قواوی کله چې بار لرې شي اتومی قوی بيرته نمونه لنډوی، چې دا په انځور 3-14a کی ښودل شوي. په پايله کې، د ايلستيستی ماجولس$E$ ، ورته دی، او له همدې امله د $O`A`$ کرښی ميلان د OA کرښې سره ورته دی. د بار لرې کولو سره، دايمي کيناستنه OO منځ ته راځی.

که بار بيا عمل وکړی اتومونه به بيځايه شی اوييلډ به د $A`$ سره واقع شی او د سټريس- سترين ډاياګرام به په پخوانی لاره لاړ شی، لکه چې په Fig. 3-14b انځور کی ښودل شوی. دا نوی سټريس- سترين داياګرام چې په $O`A`B$ ښودل شوی تر پخوا لوړ ييلډ ټکی ($A`$) لری چې دا کار د سترين سختوالی له کبله شوی دی، چې اوس د غوڅېدونکی يا پلاستيکی سا حه يی نسبت اولی ته کوچنی شوه.



انځور 3-14

دا پين د سخت فولاد څخه جوړ شوی و، يعني هغه يو چې لوړ کاربن لري. دا د ماتيدو نکی موادو په توګه دوی ټوټي شو .

3.4 سټرین انرژي (STRAIN ENERGY) .

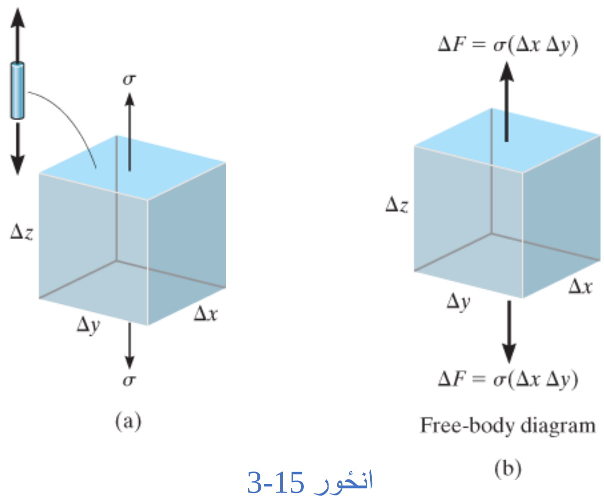
لکه څنګه چې مواد د بهرني بار لخوا تغیرکوی، بهرني بار کار کړي ، کوم چې په پایله کې په موادو کې د داخلي انرژي په توګه زیرمه کیږي. دا انرژي په موادو کې د سټرینونو سره تړاو لري، او له همدې امله دا د ***سټرین انرژی*** په نوم یادیږي. د سټرین انرژي محاسبه کولو څرنګوالي او ښودلو لپاره ، د موادو یو کوچني توټه د حجم، چې د کشش سټرس ازموینې نمونې څخه اخیستل شوي، په پام کې نیسو. او دا حجم د نمومی په ا نځور 3-15 ښودل شوي. په دی حجم یو محوری کششی سټرس **s** عمل کړي. دا کششی سټرس یو قوه جوړه وی او هغه عبارت ده په $DF = s\,DA = s(Dx\,Dy)$ چی د عنصرپه پورته او ښکته مخونو عمل کوی، کوم چې د عنصر د عمودي بې ځایه کیدو eDz لامل کیږي ، دا په انځور 3-15b کی لیدل کیږي. د تعریف له مخې، ***کار*** د قو ی او د قوی په لوری د بیځایه کیدنی لخوا ټاکل کیږي . دلته قوه په مساوي ډول له ***صفر*** څخه وروستي حد ته DF ته لوړ شوی کله چې بې ځایه کیدنه eDz ده. او همداسی بې ځایه کیدنه د قوی لخوا په عنصر باندې کار ترسره کوی او مساوی دي په اوسط قوه $(DF/2)$ ضرب د بې ځایه کیدو eDz . د انرژی ساتنی قانون په اساس د عنصر په اړه دا "بهرنی کار" ته اړتیا ده چې په عنصر کې زیرمه شوي "داخلي کار" یا سټرین انرژي سره مساوي وي، داسې انګیرل کیږي چې هیڅ انرژي د تودوخې په بڼه نه ضایع کیږي. په پایله کې، سټرین انرژي $DU = (1/2DF)\,e$ $Dz = (1/2\,s\,Dx\,Dy)\,eDz$ ده . د عنصر یا توټې حجم $DV = Dx\,Dy\,Dz$ دی، نو د سټرین انرژی به $D\,U = ½\,s\,eDV$.

د انجینری کارو لپاره ، ډیری وختونه اسانه ده چې د سټرین انرژي د موادو په هر واحد د حجم کی مشخص شي . دې ته ***دایلستیک سټرین انرژي تراکم (strain energy density)*** ویل کیږي ، او دا په دی توګه بیان کیدی شي:

$$u = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{1}{2}\sigma\epsilon \qquad (3\text{–}6)$$

په نهایت کې ، که چیرې د موادو چلند خطي ایلستیک وي ، نو د هوک قانون تطبیق کیږي، $s = Ee$، او له همدې امله موږ کولی شو ***دایلستیک سټرین انرژي تراکم*** د محوری سټرس سره بیان کړو

$$u = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E} \qquad (3\text{–}7)$$

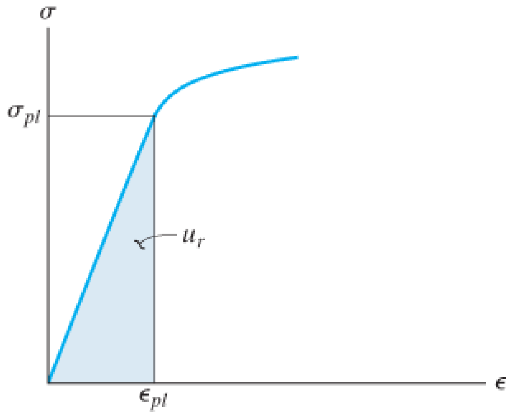


انځور 3-15

د انعطاف ماجولس (Modulus of Resilience). کله چې په موادو کې سترس د تناسب حد ته ورسیږي، ***د سترین انرژي تراکم*** ، لکه څنګه چې د معادلی 3-6 او یا 3-7 لخوا محاسبه کیږي د انعطاف ماجولس (modulus of resilience) په نوم یادیږي. دا دی

$$u_r = \frac{1}{2}\sigma_{pl}\,\epsilon_{pl} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_{pl}^2}{E} \qquad (3\text{–}8)$$

دلته u_r د ایلیستیک برخه د سترس- سترین ډایګرام کی سیوري شوي مثلث ساحې سره مساوي ده او دا په انځور 3-16a کی ښودل شوی. په فزیکي ډول د انعطاف ماجولس ترټولو لوی مقدار سترین انرژی په هر واحد حجم د موادو کی ده چې مواد کولی شي جذب یي کړي پرته له دې چې د موادو د دایمي زیان لامل شي . یقینا دا خاصیت به د بمپرونو یا شاک جذبونکیو توتو د ډیزاین پرمهال مهم کیږي .



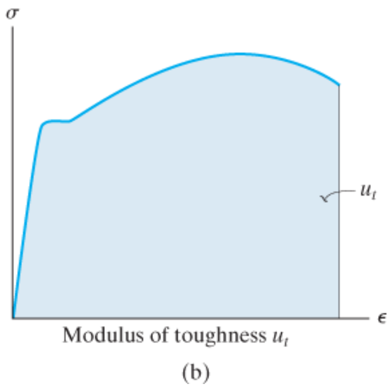
Modulus of resilience u_r

(a)

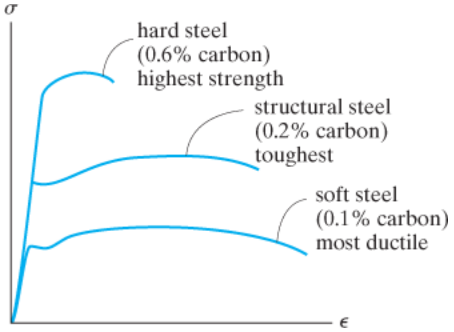
انځور 3-16

د سختۍ ماجولس (Modulus of Toughness).

د موادو بل مهم خاصیت د **سختۍ ماجولس** u_t دی. دا مقدار د سترس-سترين ډايګرام لاندې ټوله ساحه څرنګه چې په انځور3-16b کې ښودل شوی ، او له همدې امله دا د هر واحد حجم د سترين انرژي اعظمي اندازه په ګوته کوي او مواد کولی شي د ماتیدو دمخه يي جذب کړي. البته دا د ډيزاين کولو د هغه غړيو چې ممکن په ناڅاپي ډول ډير بار پرى را شي، په وخت کې مهم کيږي. د فلزاتوپه مخلوطی سره ، انجنيران کولی شي انعطاف او سختۍ په فلزاتو بدل کړي . د مثال په توګه، په فولادو کې د کاربن سلنه بدلولو سره، نتيجه په انځور 3-17 کې د سترس-سترين ډياګرامونه ښيي چې څنګه انعتاف او سختۍ بدليدلی شي .



انځور 3-16



انځور 3-17

دا نايلان نمونه لوړه کچه سختۍ ښکاره کوی لکه څنګه چې دلته ليدل کيږي، نمونه لويه اندازه د غاړي جوړيدل مخه دماتيدو

مهم ټکي

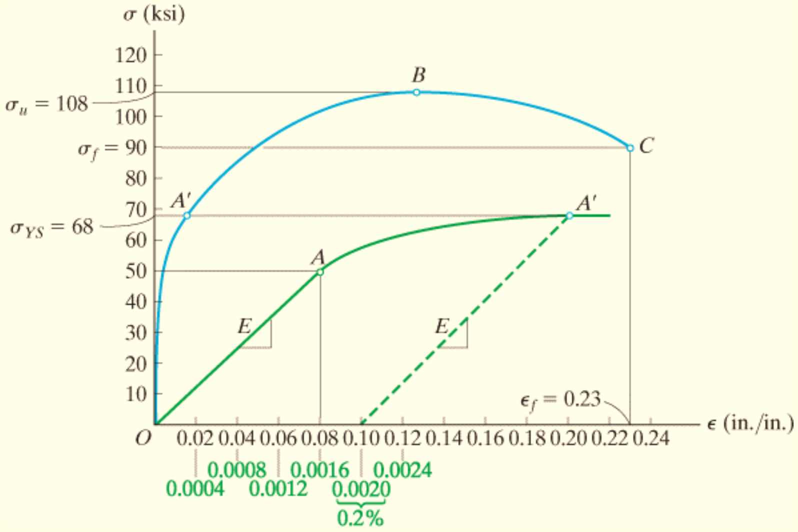
(IMPORTANT PONTS)

- *دوديز سترس – سترين ډياګرام* په انجينرۍ کې مهم دی، ځکه چې دا د موادو په اړه د کششي يا ټيلوهونکی مقاومت معلومات پلاس راوړی پرته له دې چې د موادو فزيکي اندازه او شکل ته پام وکړي .
- د *انجنيري سترس او سترين* د پاره د اصلي غوښې برخي ساحه او د نمونې لمړنی اوږدوالی په کارولو سره محاسبه کيږي.
- *غوڅيدونکی مواد*، لکه نرم فولاد، کله چې بار شی څلور جلا چلندونه يي ليدل کيږي. دا عبارت دی له ايلستيک چلند، ييلد، سټرين سختيدل، او غاړه جوړيدل.
- که چيری سټرس د سټرين سره متناسب وي مواد خطي ايلستيک دی. دا چلند د هوک قانون لخوا تشريح شوی $s = E\ e$، چيرته چې د *ايلستيک ماجولس* E د کربښي ميلان دی.
- د سټريس – سټرين ډياګرام مهم ټکي عبارت دی په: متناسب حد، *ايلستيک* حد، *ييلد سترس*، *اعظمی سترس*، او د *ماتيدو سترس*.
- د *موادو غځيدل* د نمونې د اوږدوالی په سلمه واسطه، يا د ساحی په سلنه کمښت مشخص کيدی شي.
- که چيرې يو مواد د ييلد ځانګړی نقطه ونلري، د ييلد مقاومت د ګرافيکي له لاری لکه د *آفسيټ طريقه* په کارولو سره پيدا کيدی شی.
- *مواد چې په آسانی ماتيږي*، لکه خړه کاسټ وسپنه، ييلد يي ډير لږ يا هيڅ شتون نه لري او په دې توګه دوی ناځاپه ماتيږي.
- د *سترين سختيدل* د ييلد لوړوالي لپاره کارول کيږي. مواد له ايلستيک حد څخه اضافه سترين کيږي او بيا بار تری لری کيږی. د ايلستيک ماجولس همداسې پاتې کيږي. په دی صورت کی، د موادو نرمښت کميږي.
- *سترين انرژی* هغه انرژي ده چې په موادو کې د شکل د بدلون له امله ذخيره کيږي. دا انرژي په هر واحد حجم کی په نامه د سترين انر ژي تراکم ياديږي. که دا د تناسب ترحده اندازه شي د انعطاف ماجولس ورته ويل کيږي، او که د ماتيدو تر نقطې پورې اندازه شي، دې ته د سختۍ ماجولس ويل کيږي. اودا دواړه د s-e ډياګرام لاندې ساحې څخه ټاکل کيدی شي .

مثالونه

مثال 3.1

د فولادو د کشش ازموینی حاصل دا لاندی سترس –سترین ډیاګرام چی په انځور 3-18 کې ښودل شوی دی. د ایلستیستی ماجولس او ییلد مقاومت په اساس دی % 0.20 آفسيټ محاسبه کړئ. په ګراف کې نهایی سترس او د ماتیدو سترس معلوم کړی.



انځور 3-18

حل (SOLUTION)

د ارتجاعیت ماجولس (Modulus of Elasticity). موږ باید اول میلان د ابتدایي مستقیمی کربښي برخی د ِغښ شوی ډایګرام محاسبه کړو . دا منحنی په شنه رنګ کې ښودل شوي. دا کربښه د O نقطې څخه A نقطې ته غځول شوی ، کوم چي دا مختصات (0.0016in/in, 50 ksi) لري . له همدې امله

$$E = \frac{50 \text{ ksi}}{0.0016 \text{ in./in.}} = 31.2(10^3) \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

معادله د OA کربښی داسی ده $\sigma = 31.2\,(10^3)\,\epsilon$

د ییلد مقاومت (Yield Strength) . د 0.20% آفسيټ لپاره، موږله سترین د 0.20% یا 0.0020 in/in څخه پیل کوو او په ګرافیک ډول موازي په OA د توته توته شوي کربښه پراخه کړئ تر هغه چي په A کې د σ-ϵ منحني قطع کړي. حاصل د ییلد د مقاومت تقریبا دی

$$\sigma_{YS} = 68 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

نهایی مقاومت (Ultimate Strength) . دا لوړه نقطه د سترس سترین s-e ګراف چې په انځور 3-18 کې په B ښودل شوی.

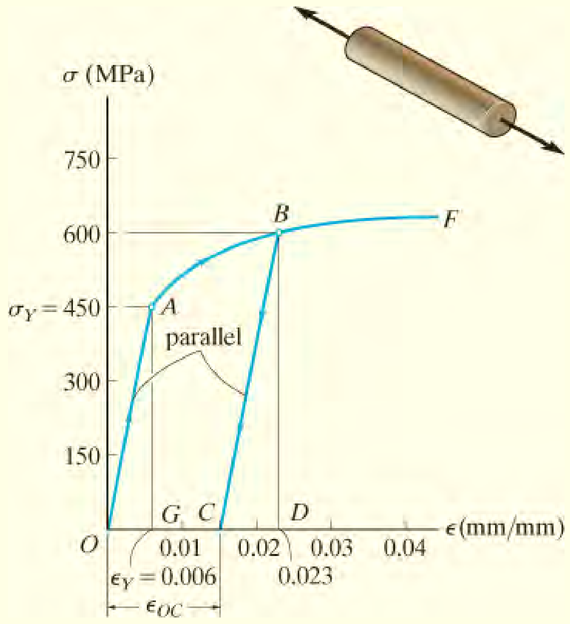
$$\sigma_u = 108 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

د ماتیدو حد (Fracture Strength) . کله چې نمونه د سترین اعظمی حد $e_f = 0.23$ in/in ته ورسيږي نمونه په ټکی C کی ماتيږي.

$$\sigma_f = 90 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 3.2

د المونیم مخلوط سترس – سترین ډیاګرام چی د الوتکي یو برخي جوړولو لپاره کارول کیږي په انځور 3-19 کې ښودل شوي. که د دې موادو یوه نمونه تر $s = 600$ MPa سترس لاندی وی، او کله چې بار خوشې شي دايمي کیناسته (permanent Set) چې پاتی کیږي مشخص کړئ . همدا رنګه، د انعطاف ماجولس د بار کولو دمخه او وروسته د بار کولو ومومئ .



انځور 3-19

(SOLUTION) حل

(Permanent Strain) دايمي سترين

کله چې په نمونه بار عمل وکړي، دا نمونه هغه وخت سترين سختوالي مومی کله چې ټکی B ته چې په سترس –سترین ډایګرام s - e دی ورسیږي. سترين په دی نقطه کی تقريبا 0.023 mm/mm دی. کله چې بار يسته شی، مواد د مستقيم کرښه BC په تعقيب سره چلند کوي، کوم چې موازي دي د OA کرښې ته. له دې امله چې دا دواړه کرښې يو شان ميلان لري، سترين په نقطه C کی په تحليلي ډول ټاکل کيدی شي. د کرښه OA ميلان د ارتجاعيت ماجولس ده .

$$E = \frac{450\ \text{MPa}}{0.006\ \text{mm/mm}} = 75.0\ \text{GPa}$$

له مثلث CBD داسي ليکلی شو

$$E = \frac{BD}{CD}; \qquad 75.0(10^9)\ \text{Pa} = \frac{600(10^6)\ \text{Pa}}{CD}$$

$$CD = 0.008\ \text{mm/mm}$$

دا سترين د بيرته ترلاسه شوي ارتجاعي سترين اندازه څرګندوي. دايمي بدلو د شکل يا سترين ، e_{OC}، په دې توګه دی

$$\epsilon_{OC} = 0.023\ \text{mm/mm} - 0.008\ \text{mm/mm}$$

$$= 0.0150\ \text{mm/mm} \qquad \textit{Ans.}$$

يادونه: که چيرې په نمونه کې د ګيج نښه په اصل کې د 50 ملي ميتره فاصله وي، نو بيا وروسته له دې چې بار بيسته شی دا نښې چې 50 ملي ميتره لری وی اوس به نښان شوی ټکی به لاندی واټن لری: (50 +0.0150)(50 mm) = 50.75 mm .

د انعطاف ماجولس (Modulus of Resilience). له معادلې 8-3 ګټه اخلو مساحت د منحنی OAG او CBD لاندی په انځور 19-3 کی پدی لاندی ډول دی:

$$(u_r)_{initial} = \frac{1}{2}\sigma_{pl}\,\epsilon_{pl} = \frac{1}{2}(450\ \text{MPa})(0.006\ \text{mm/mm})$$

$$= 1.35\ \text{MJ/m}^3 \qquad \textit{Ans.}$$

$$(u_r)_{final} = \frac{1}{2}\sigma_{pl}\,\epsilon_{pl} = \frac{1}{2}(600\ \text{MPa})(0.008\ \text{mm/mm})$$

$$= 2.40\ \text{MJ/m}^3 \qquad \textit{Ans.}$$

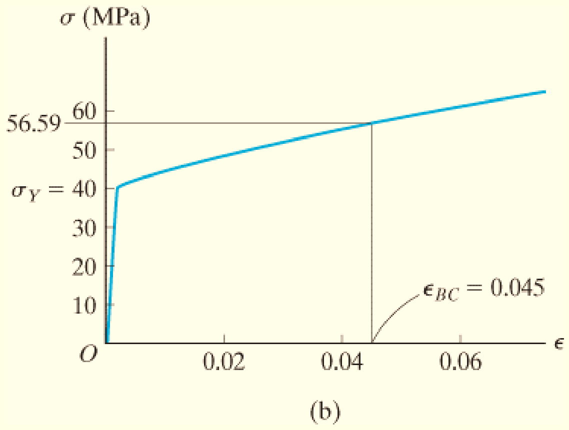
یادونه : په پرتله کولو سره، د موادو د سترين سختيدل د انعطاف په انډول اغيز لري او د زياتوالي لامل شوی؛ په هرصورت، دا په ياد ولرئ د موادو لپاره کلک والی ماجولس (Modulus of toughness) انډول يي کم شوی، له دی خاطره چې د اصلي منحني لاندي ساحه، $OABF$، له لاندي ساحې د منحنی CBF لويه ده.

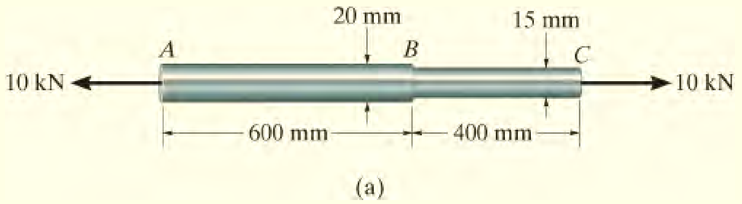
* کار په اندازه کولو سیستم د SI کی په جول (joules) سره اندازه کیری کله چی یو جول مساوی دی په یو تن متر (1J = 1 N.m).

مثال 3.3

د المونيم ميله ، چې په انځور 3-20a کې ښودل شوی، يو ګردي غوڅه برخه لري او دا دی د 10 kN محوری بار سره مخامخ شوی. که د سترس-سترين يوه برخه په انځور 3-20b کې ښودل شوی وی، د ميلی د اوږدوالی اندازه معلومه کړی کله چې محوری بار وربانذی پلي شي.

د $E_{al} = 70$ GPa راکړل شوی.





انځور 3-20

حل (SOLUTION)

د دې لپاره چې د میلې اوږدوالی ومومو ندل شی، موږ باید لومړی سترین ترلاسه کړو. اول باید سترس محاسبه کړو بیا به له سترس- سترین ډایګرام کار واخلو تر څو سترین پیدا کړو. په هره برخه کې نارمل سترس عبارت دی په

$$\sigma_{AB} = \frac{N}{A} = \frac{10(10^3)\ \text{N}}{\pi(0.01\ \text{m})^2} = 31.83\ \text{MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N}{A} = \frac{10(10^3)\ \text{N}}{\pi(0.0075\ \text{m})^2} = 56.59\ \text{MPa}$$

له سترس –سترین ډایګرام داسی معلومیږي چی مواد د AB په برخه د ډایګرام کی سترین ایلستیک دی ځکه $\sigma_{AB} < \sigma_Y = 40$ MPA ، د هوک قانون په اساس لیکلي شو

$$\epsilon_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E_{al}} = \frac{31.83(10^6)\ \text{Pa}}{70(10^9)\ \text{Pa}} = 0.0004547\ \text{mm/mm}$$

د BC په برخه کي مواد په پلاستیکي ډول سترین شوي، ځکه چي $\sigma_{BC} > \sigma_Y = 40$ Mpa . د ګراف څخه، د $\sigma_{BC} = 56.59$ MPa لپاره، $\epsilon_{BC} = 0.045$ mm/mm. له همدې امله د میلی اوږدوالی

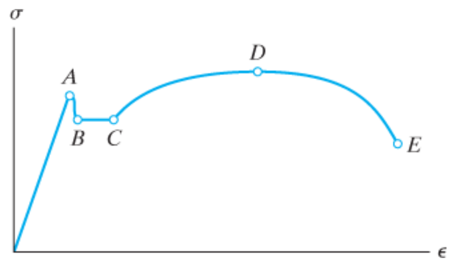
$$\delta = \Sigma\epsilon L = 0.0004547(600\ \text{mm}) + 0.0450(400\ \text{mm})$$
$$= 18.3\ \text{mm} \qquad \textit{Ans.}$$

بنسټيز سوالونه

FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب 3-1. يو متجانس مواد تعريف کړئ.

ب 3-2. په سترس-سترين ډاياګرام کې متناسب حد او نهايی يا اعظمی سترس ټکي په ګوته کړئ



ب 3-1

ب 3-3. د ارتجاعيت ماجولس (modulus of elasticity) تعريف کړئ.

ب 3-4. د خوني په حرارت کې، معتدل فولاد يو نرم مواد دی. سم دی يا ناسم؟

ب 3-5. انجنيري سترس او سترين په کارولو د*لمړنی* غوڅې برخی مساحت او د نمونې اوږدوالی سره محاسبه کيږي. سم دی يا ناسم؟

ب 3-6. کله چې د حرارت درجه لوړه شي د ارتجاعيت ماجولس به زيات شي. سم دی يا ناسم؟

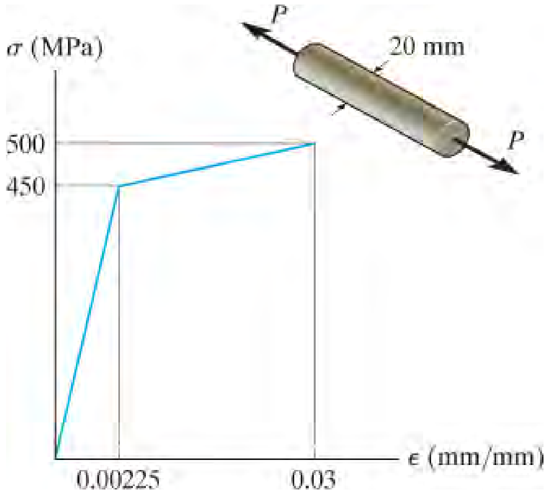
ب 3-7. يو 100 ملی ميتر اوږده ميله 15 ملی ميتر قطر لري. که يو د 100 kN محوری کشونکی بار وربانډی پلي شي، د هغې په اوږدوالي کې بدلون مشخص کړئ . خطي ارتجاعي چلند فرض کړئ $E = 200$ GPa.

ب 3-8. يو ډنډه د 8 انچ اوږدوالی او د غوڅې برخی مساحت يي 12 مربع انچه دی. د موادو ارتجاعيت ماجولس معلوم کړئ په داسی حالت کی چې اد د 10 کيپ محوری کششی بار سره مخ وي او 0.003 انچه اوږدوالی مومي. مواد د خطي ارتجاعيت چلند لري.

ب 3-9. یو د 10 mm-قطر لرونکی ډنډه د ارتجاعیت ماجولس يي $E = 100$ GPa. که دا 4 متره اوږد وي او یو 6 kN محوری کششی بار ورباندی عمل کړي ، د هغې اوږدوالی مشخص کړئ. مواد خطي ارتجاعیت ور چلند فرض کړئ

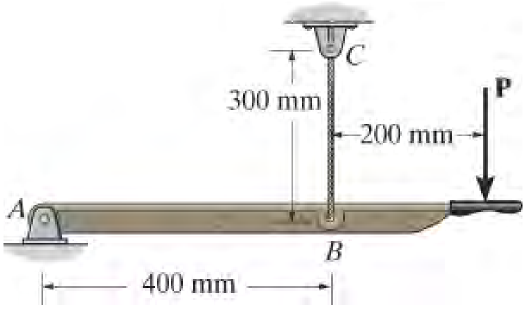
ب 3-10. د یو 50 mm-اوږد نموني موادو لپاره د ا لاندی سترس – سترین ډایګرام بنودل شوی. که P = 100 kN وي، د نموني اوږدوالی معلومه کړئ

ب 3-11. د یو 50 mm-اوږد نموني موادو لپاره د ا لاندی سترس – سترین ډایګرام بنودل شوی . که P = 150 kN تطبیق شي او بیا دا بار بیسته شی، دایمي اوږدوالی د نموني مشخص کړئ .



ب 3-10/11

ب 3-12. که د BC سیم 0.2 ملي متره اوږد شی کله چی د **P** قوه پری پلي کیږي، د **P** اندازه معلومه کړي. سیم A-36 فولاد دی او د 3 ملي میتره قطر لري.



ب 3-12

سوالونه
PROBLEMS

3-1 . د کشش ازموینه د فولادو په یوه نمونه باندې ترسره شوې . د نمونی اصلي قطر 0.503 انچه او د ګیج اوږدوالی 2.00 انچه دی. د ازموینی اخیستل شوی معلومات په لاندی جدول کی بنودل شوي. سترس - سترین ډیاګرام جوړ کړي. او د ارتجاعیت ماجولس، د ییلد سترس، د آخری مقاومت سترس، او د ماتیدو سترس اندازې مشخص کړئ . 1 in = 20 ksi او 1 in = 0.05 in/in اندازه وکاروئ. د ورته سترس معیار په کارولو سره ایلستیک لرونکي سیمه بیا رسم کړئ مګر د سترین اندازه 0.001 in/in = 1 انچ کار واخلي.

بهرنی بار(kips)	غزیدل (انچ)
0	0
1.50	0.0005
4.60	0.0015
8.00	0.0025
11.00	0.0035
11.80	0.0050
11.80	0.0080
12.00	0.0200
16.60	0.0400
20.00	0.1000
21.50	0.2800
19.50	0.4000
18.50	0.4600

س 3-1

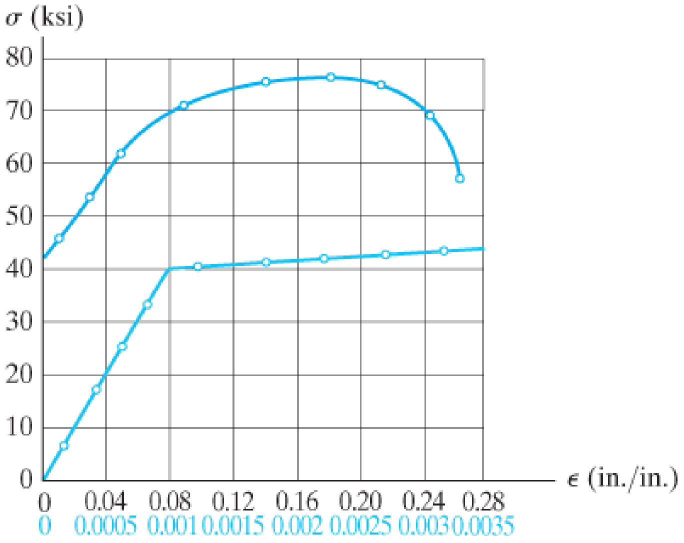
س **3-2.** د سیرامیک (ceramic) لپاره د سترس-سترین ازموینې څخه اخیستل شوي معلومات په لاندی جدول کې ورکړل شوی. منحنی خط د اصل مبدا او تر لومړی تکی ترمنځ خطی ده. ډایاګرام پلاټ کړئ، د ارتجاعیت ماجولس او د انعطافیت ماجولس وټاکئ .

س **3-3.** د سیرامیک لپاره د سترس-سترین ازموینې څخه اخیستل شوي معلومات په لاندی جدول کې ورکړل شوی. منحنی خط د اصل مبدا او تر لومړی تکی ترمنځ خطی ده. ډایاګرام پلاټ کړئ، د سختی ماجولس و ټاکي . د ماتیدو ستریس σ_f=53.4 ksi دی.

سترس s (ksi)	سترین e (in/in)
0	0
33.2	0.0006
45.5	0.0010
49.4	0.0014
51.5	0.0018
53.4	0.0022

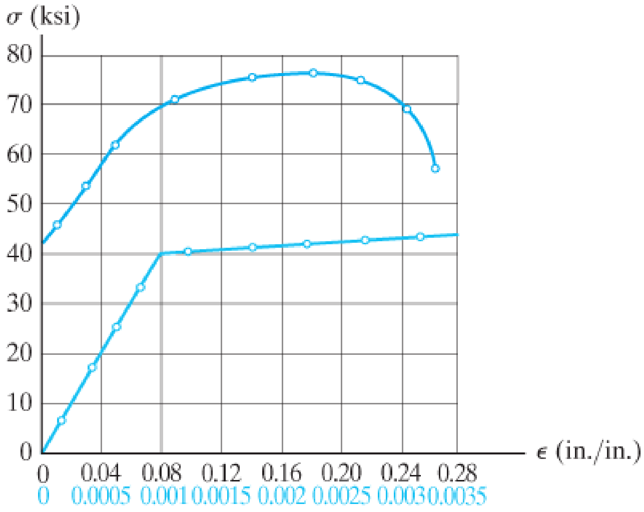
س 3-2/3

س * 3-4. د فولادو الیاژ لپاره د سترس-سترین ډایاګرام د یوی نمونی لپاره چې اصلي قطر 0.5 انچه او د ګیج اوږدوالی 2 انچه دی ښودل شوي. د موادو لپاره د انعطاف ماجولس معلوم کړئ، او هم په نمونه باندې هغه بار چې د ییلد سترس او نهایی اعظمی سترس جوړ کړي پیدا کړي.



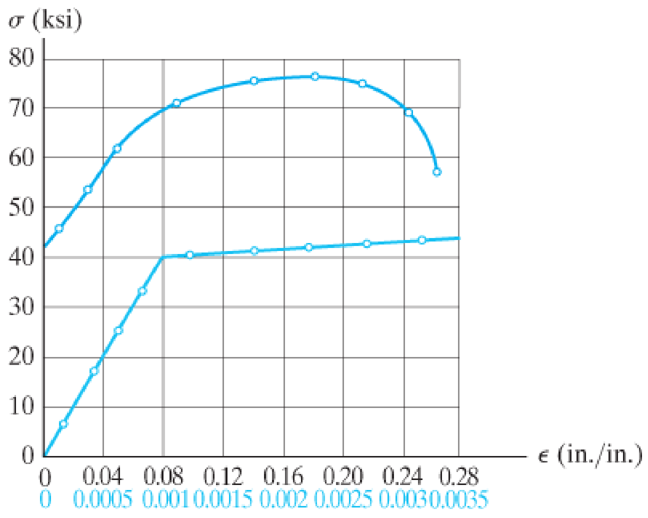
س 3-4

س 3-5. د فولادو الیاژ نمونی لپاره د سترس-سترین ډیاګرام په لاندی انځور کی ښودلشوي. د نمونی اصلي قطر 0.5 انچه او د ګیج اوږدوالی 2 انچه دی. که په نمونه باندی یو بار تر هغه لحظی پلی شی تر څو سترس په اندازه دی 70 ksi شی. کله چې بهرنی بار ورځینی لری شي ایلستیک بیرته تګ او د ګیج زیاتوالي وروسته له لری کیدو د بارپیدا کړي.



س 3-5

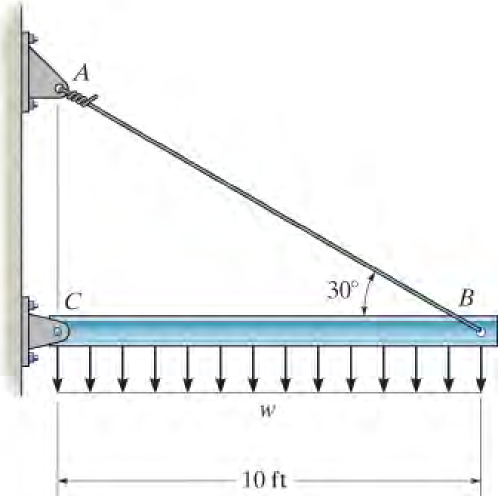
س 3-6. د فولادو الیاژ یوه نمونه چې اصلي قطر يي 0.5 انچه او د ګیج اوږدوالی 2 انچه دی ورکړل شوی او په لاندی انځور کې یی د سترس-سترین ډایاګرام ښودلشوی. د انعطاف ماجولس او د موادو د سختۍ ماجولس اندازی معلومه کړئ .



س 3-6

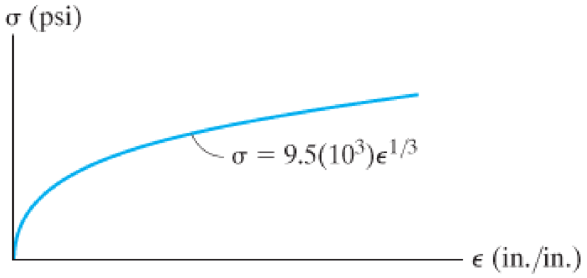
س 3-7. یو سخت بیم په پین C او له A-36 فولادی سیم لخوا ملاتړ کیږي. که سیم د 0.2 انچه قطر ولري، دا معلومه کړئ چې دا څومره اوږديږي کله چې توزیع شوي بار w = 100 lb/ft په بیم باندې عمل کوي. مواد ایلستیکی پاتې کیږي.

س 3-8*. یو سخت بیم په پن C او له A-36 فولادی سیم لخوا ملاتړ کیږي. که سیم د 0.2 انچه قطر ولري، ویشل شوی بار w وټاکئ که چیرې پای B په اندازه دی 0.75 انچه ښکته لور ته بې ځایه شي .



س 3-7/8

س 3-9. د اسيتل (acetal) پلاستيک د سترس –سترين ډاياګرام په لاندی انځور کی ښودل شوي. که د دې موادو میله 3 فوټ اوږدوالی او غوڅی برخی برخی مساحت د 0.875 مربع انچه مساحت ولری، او د 2.5 کيپ محوری بار سره مخ کيږي، اوږدوالی يې د بار له کبله مشخص کړئ .

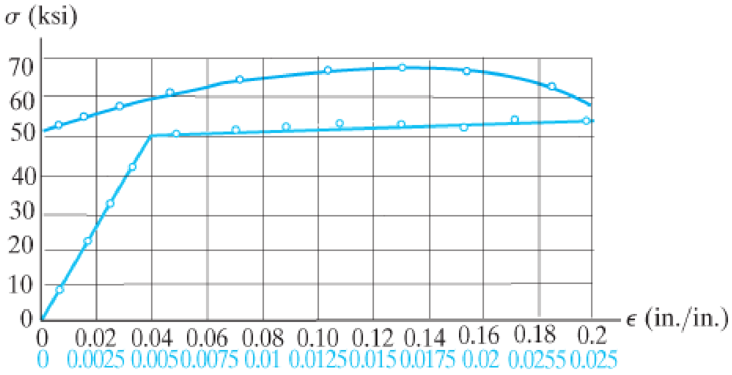


س 3-9

س 3-10. د المونيم الياژ د يوی نمونې د سترس-سترين ډاياګرام يې په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. ددی نمونې اصلي قطر يې 0.5 انچه او د ګيج اوږدوالي 2 انچه لري. د موادو ايلستيک ماجولس د موادو لپاره مشخص کړئ، او هم هغه بار چې په نمونه کی ييلډينګ راولی او اعظمی بار چې دا نموه کولای شی ملاتړ وکړی پيدا کړي.

س 3-11. د المونيم الياژ د يوی نمونې د سترس-سترين ډاياګرام يې په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. ددی نمونې اصلي قطر يې 0.5 انچه او د ګيج اوږدوالي 2 انچه لري. که نمونه تر هغه وخته پورې بار شی چې سترس په نمونه کی 60 ksi شي. د ګيج اوږدوالي او ايلستيک بيرته راتلنه وروسته له دی چې بار لری شي پيدا کړي.

س 3-12* د المونيم الياژ د يوی نمونې د سترس-سترين ډاياګرام يې په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. ددی نمونې اصلي قطر يې 0.5 انچه او د ګيج اوږدوالي 2 انچه لري. د انعطاف ماجولس (modulus of resilience) او د سختوالي ماجولس (modulus of toughness) په تقريبی توګه مشخص کړئ .



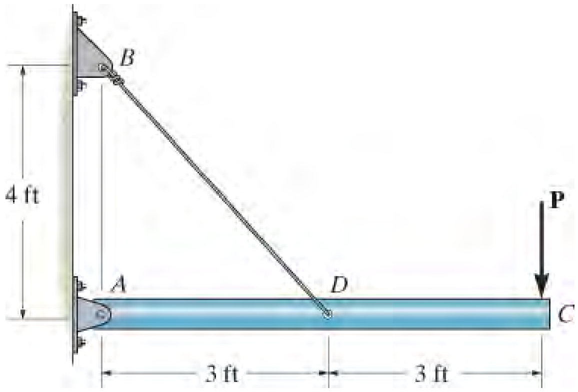
س 3-10/11/12

س 3-13. یو میله چې 5 انچه اوږدوالی لري او د غوڅې برخې مساحت يې د 0.70 انچ مربع دی ، د یوی محوری قوی 8000 پونډ سره مخ کیږي. که چیری دا میله 0.002 انچه وغځول شي، د ارتجايي ماجولس يي وټاکي. مواد خطي ارتجايي چلند لري .

س 3-13

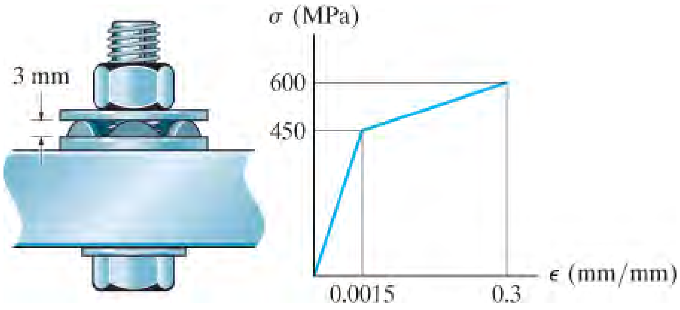
س 3-14. یو سخت پایپ په پین A او له A-36 فولادی سیم BD لخوا ملاتړ شوی. که سیم د 0.25 انچه قطر ولري، معلومه کړئ چې دا سیم څومره اوږدیږي کله چې د $P = 600$ lb په اندازه پدی پایپ عمل وکړي.

س 3-15. **یو** سخت پایپ په پین A او د A-36 فولادی سیم BD لخوا ملاتړ شوی. که سیم د 0.25 انچه قطر ولري، بار P معلوم کړئ که چیري پاي C ، 0.075 in. ښکته خوا ته بې ځایه شي



س 3-14/15

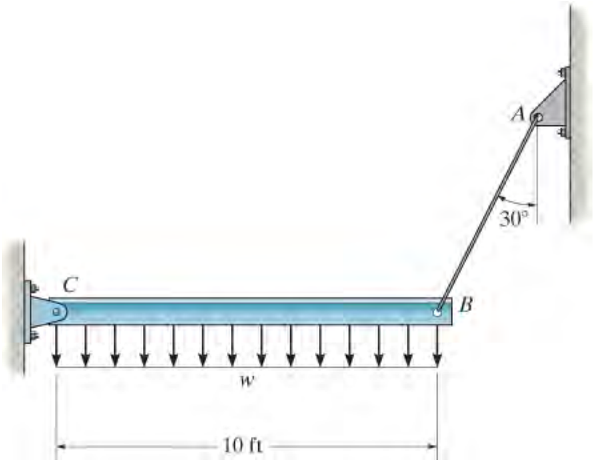
س *3-16. ځيني وختونه د مستقيم کشش شاخصونه د تورک رنچونو پرځای د دې لپاره کارول کیږي تر څو داډ ترلاسه شي چې بولټ هغه ټاکل شوی کشش ته رسیدلي دی که نه. که یو نټ پر بولټ داسې کلک شوی ترڅو د شپږ 3 ملي ميتر لوړ سرونه د شاخص په اندازه د 0.10 mm/mm سترين شي، او د تماس ساحه په هر سر کی $1.5\ mm^2$ پریږدئ ، د بولت کشش په لنګی کی معلوم کړي. مواد بنودل شوی سترس-سترين دايګرام لري.



س 3-16

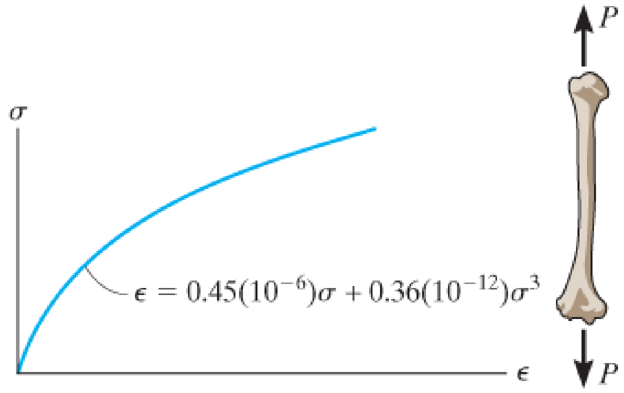
س 3-17. یو سخت بیم په پین A او له A992 فولادی سیم AB لخوا ملاتړ شوی. سیم 6 فټه اوږدوالی لري. که چیری د سیم قطر 0.20 انچه وی او یو ویشل شوی بار w = 200 lb/ft په بیم عمل وکړي معلومه کړئ چې دا سیم څومره اوږدیږي. سیم په ارتجاعي حالت کی پاتې کیږي.

س 3-18. یو سخت بیم په پین A او له A992 فولادی سیم AB لخوا ملاتړ شوی. سیم 6 فټه اوږدوالی لري. که چیری د سیم قطر 0.20 انچه وی ، ویشل شوی بار w وټاکئ که پای B د بیم 0.12 انچه ښکته لورته بې ځایه شی. سیم په ارتجاعی حالت کی پاتې کیږي .



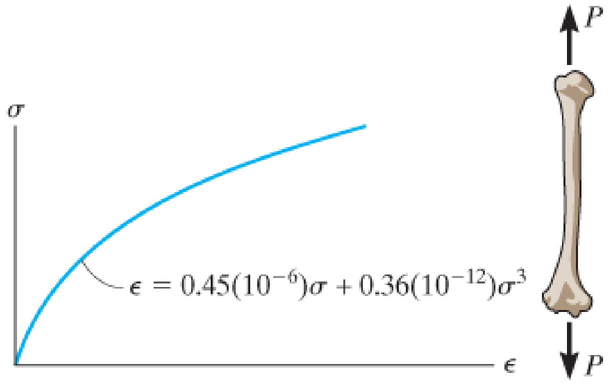
ت 3-17/18

س 3-19. د هډوکي لپاره د سترس- سترین دیاګرام په لاندی انځور کی ښودل شوی، او دا ډایګرام پدی معادله $e = 0.45\,(10^{-6})\,s + 0.36(10^{-12})\,s^3$ ښودل کیدی شی ، دلته د s واحد kPa دی . د ییلد حد معلومولو لپاره د 0.3٪ آفسیټ په پام کې و نیسي.



س 3-19

س *3-20. د هډوکي لپاره د سترس- سترين ډياګرام په لاندې انځور کې ښودل شوی. او دا ډايګرام پدې معادله $e= 0.45\ (10^{-6})\ s\ +\ 0.36(10^{-12})\ s^{3}$ ښودل کيدی شی ، دلته د s واحد kPa دی د سختۍ ماجولس او د يو 200 mm اوږدې برخې غځيدنه، مخکې له دې چې په سترين $e= 0.12$ mm/mm ټوټه ټوټه اومات شي معلوم کړئ .

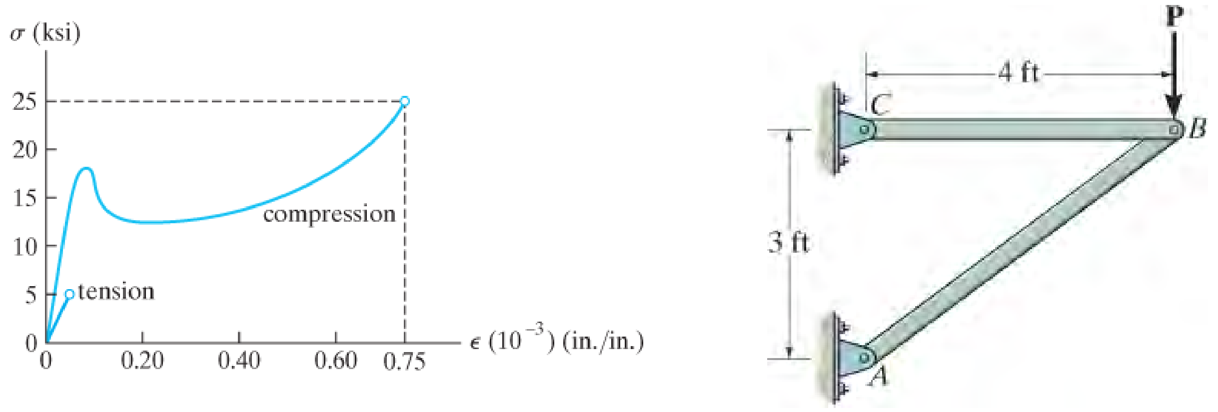


س 3-20

س 3-21. دوه بارونه د هغه موادو څخه جوړ شوي دي چې دا لاندی سترس-سترين ډاياګرام لريی. که چيرې د غړي AB د غوټۍ برخې مساحت 1.5انچ مربع وي او د غړي BC مساحت 4 انچ مربع وي، ترټولو لوی قوه P داسی وټاکئ کوم چې يو غړي هم مات نشي. فرض کړئ چې هر غړی استوار پاتی کيږی او بکلينګ پکی نه پيښيږي.

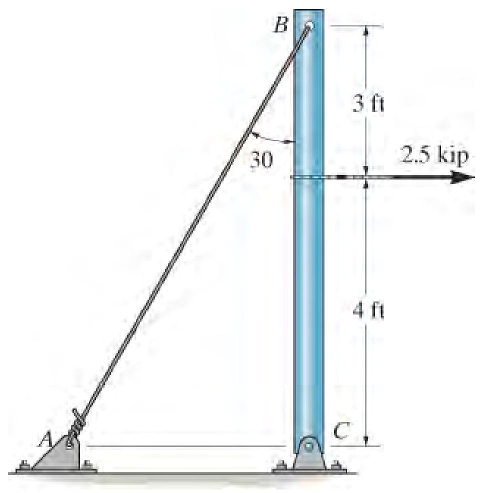
س 3-22. دوه بارونه د هغه موادو څخه جوړ شوي دي چې دا لاندی سترس-سترين ډاياګرام لريی. د غوټۍ برخې مساحت د هر يوه غړي داسی مشخص کړئ ترڅو بارونه په ورته وخت کې

یو ځای مات شي کله چې بار $P = 3$ کیپ وي. فرض کړئ چې هر غړی استوار پاتې کیږی او کږوپیدنه پکی نه پیښیږي.



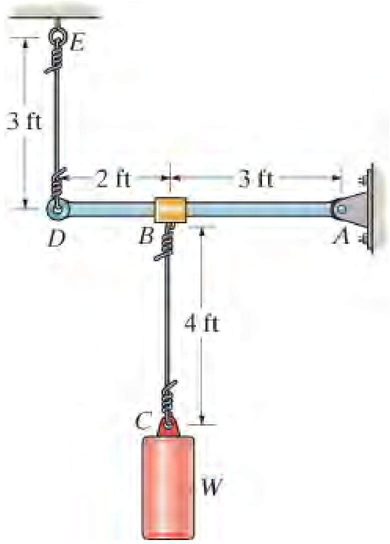
س 3-21/22

س 3-23. یوه پایه په پین C اود A-36 فولادو سیم AB لخوا ملاتړ کیږي. که سیم 0.2 انچه قطر ولري، معلومه کړئ چې دا څومره غځیږی کله چې یو افقي 2.5 کیپ قوه په پایه باندې عمل وکړي .



س 3-23

س *3-24. میله DA یو سخت غړي دی او په ابتدا کې وزن W چې په ټکی C کی ځوړند دي میله یی په افقي حالت کی یی ساتلی ده. که چیرې وزن د B ټکی په اندازه دی 0.025 انچ په لاندی خوا بیځایه کړی، سترین په DE او BC سیمونو کې معلوم کړئ. همدارنګه، که سیمونه د A-36 فولادو څخه جوړ شوي وی او د غوڅی برخې ساحه یې 0.002 انچ مربع وی د W وزن وټاکئ.



س 3-24

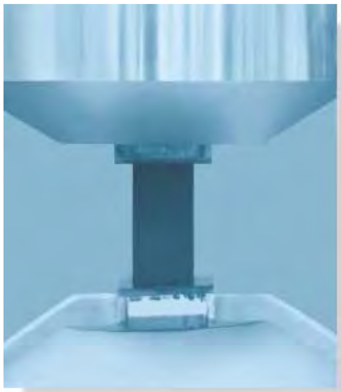
3.5 د پويسان تناسب (Poisson’s Ratio)

کله په يو جسم ، چی خرابيدی شی ، يوه قوه عمل وکړي، نه يوازې دا اوږديږي مګر دا په بل لور هم منقبض کيږي. د مثال په توګه، په انځور 3-21 کې يو ميله په پام کې ونيسئ چې اصلي شعاع يې r او اوږدوالی L لري، او يو کششی بار P ور ل باندی عمل کړي. دا قوه ميله په اندازه د δ اوږدوي او د هغې شعاع په اندازه د δ' منقبض شوی . سترين په اوږدوالي يا محوري لوري کې او په طرف يا شعاعی لوري عبارت دی په

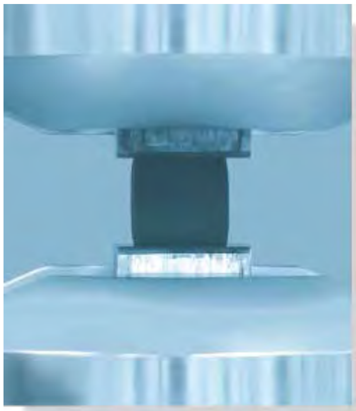
$$\epsilon_{\text{long}} = \frac{\delta}{L} \quad \text{and} \quad \epsilon_{\text{lat}} = \frac{\delta'}{r}$$

په لومړيو 1800 لسيزې کې، يو فرانسوي ساينس پوه S.D. Poisson په دې پوه شو چې د موادو په ارتجاعي سيمه کی د تناسب ددی سترين ثابت دی، ځکه چې بې ځايه کيدنه δ او δ' د ورته پلي شوي قوی يا بار سره متناسب دي. دا تناسب د پويسان تناسب ν (نيو) (***Poisson’s ratio***) ويل کيږي، او د هغو موادو لپاره چې متجانس (*homogeneous*) او آيسو ترافيک (*isotropic*) دی ځانګړي ارزښت لري. په رياضي کی د معادلې په شکل داسی ليکلی شو

$$\nu = -\frac{\epsilon_{\text{lat}}}{\epsilon_{\text{long}}} \tag{3–9}$$

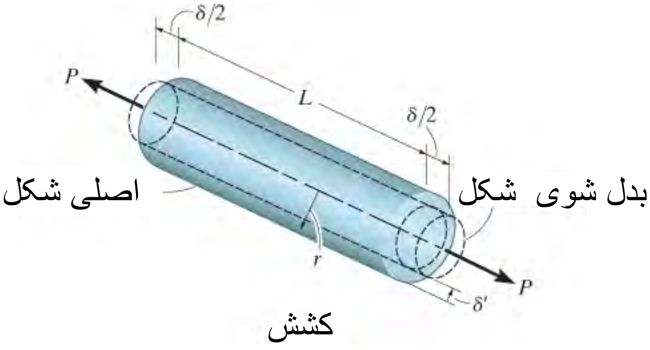


منفي نښه دلته ځکه ښودل شوي د *اوږدوالي غځيد نه* (مثبت سترين) سبب د *اړخ لوری انقباض* لامل کيږي (منفي سترين) او برعکس يي. په ياد ولرئ چې دا سترينونه يوازې د يوه واحد محوری يا اوږدوالی بار P له امله رامينځته شوي. د بيلګې په توګه، هيڅ قوه په يوه اړخ کې عمل نه کوي تر څو مواد په دې لوري سترين کړئ.



د Poisson تناسب *ابعادي نه لری*، او دا به په 10.6 برخه کې به و ښودل شي چې د هغې اعظمي احتمالي ارزښت 0.5 دی، نو په دی توګه به يی قيمت 0.5 => u => 0 دی. د ډيری غير قابل نفوذ (nonporous) جامدو ارزښت عموما د 0.25 او 0.355 تر منځ دی. د عامو انجينری موادو لپاره ځانګړي ارزښتونه ددی کتاب د شا پوښ دننه.کی ليست شوی .

کله چې د ربړ بلاک تخته شي (منفي سترين)، د هغي اړخونه به پراخ شي (مثبت سترين). د دې سترينو تناسب ثابت دی.

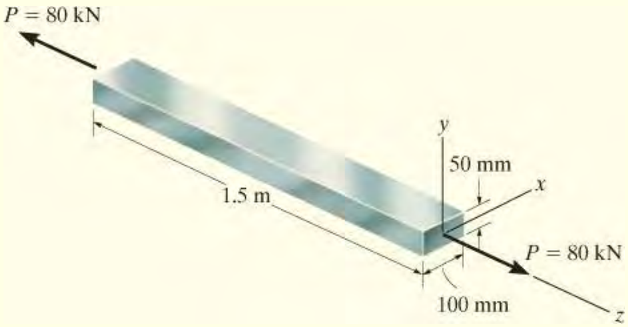


انځور 3-21

مثال

مثال 3.4

یوه میله د A-36 فولادو څخه جوړ شوی او ابعاد یي پـه انځور 22-3 کې ښودل شوي. که یو د P = 80 kN محوری قوه په میله باندې عمل وکړي، بدلون د هغې په اوږدوالي او د غوڅی برخي په ابعادو کې معلوم کړي . مواد په ارتجایي ډول چلند کوي .



انځور 22-3

حل (SOLUTION)

نارمل سترس په میله کی عبارت دی په

$$\sigma_z = \frac{N}{A} = \frac{80(10^3)\ \text{N}}{(0.1\ \text{m})(0.05\ \text{m})} = 16.0(10^6)\ \text{Pa}$$

له هغه جدول چې ددی کتاب د ښټ په پوښ د A-36 فولادو د پاره دی، $E_s = 200$ GPa او بیا سترین په z لور عبارت دی په

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_{st}} = \frac{16.0(10^6)\text{ Pa}}{200(10^9)\text{ Pa}} = 80(10^{-6})\text{ mm/mm}$$

محوری خوځیدل د میلی عبارت دی په

$$\delta_z = \epsilon_z L_z = [80(10^{-6})](1.5\text{ m}) = 120\ \mu\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

له معادلی 9-3 کار اخلو او کله چې د پویسان نسبت $u_{st} = 0.32$ دی نو د اړخ منقبض سترین په دواړو جهتونو x او y داسی پیدا کوو

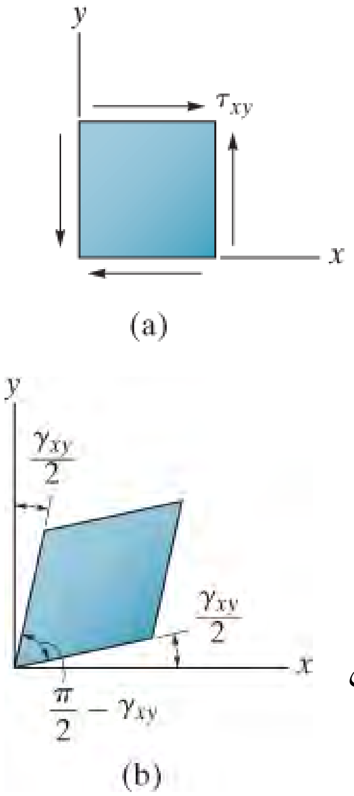
$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\nu_{st}\epsilon_z = -0.32[80(10^{-6})] = -25.6\ \mu\text{m/m}$$

نو د غوڅی د ابعادو تغیر عبارت دی په:

$$\delta_x = \epsilon_x L_x = -[25.6(10^{-6})](0.1\text{ m}) = -2.56\ \mu\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\delta_y = \epsilon_y L_y = -[25.6(10^{-6})](0.05\text{ m}) = -1.28\ \mu\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

3.6 د شییر سترس-سترین ډایګرام (-THE SHEAR STRESS (STRAIN DIAGRAM



انځور 3-23

په 1.5 برخه کی وښودل شول چې کله د موادو په یوه کوچنی عنصر خالص شییر عمل وکړي ، د توازن د اړتیا له کبله مساوي شییر سټرسونه د عنصر په څلورو مخونو کې رامینځته کیږي، او دا په انځور 3-23a کی ښودل شوي. سربیره پردې که مواد هوموجنیس او ایسوټراپیک وي، نو دا شییر سترس به د عنصر په شکل کی په مساوی ډول بدلون راولي او څنګه چې په انځور 3-23b کی ښودل شوی چې شیر سترین په عنصر کی جوړوي.

د دې لپاره چې د هغو موادو چلند چې د خالص شیرتابع وي مطالعه کړو، انجینران یوه نازکه نمونه د ټیوب په پام کی نیسی او یو تاویدونکی بار (تورژن) وربادی عمل کوی. که اندازه کول د پلي شوي تاویدونکی بار او د تاو زاویه شي، بیا د هغه میتودونو له مخې چې په 5 څپرکی کی تشریح کیږي، راټول شوی ارقام د شییر سترس او شییر سترین په ټیوب کی پیدا او په دې توګه د شییر سترس- شییر سترین ډایاګرام لکه څنګه چې په انځور 3-24 کې ښودل شوي جوړ یدی شی. د کشش ازموینې په څیر، دا مواد کله چې شییرعمل پری وکړي خطي ارتجایي چلند څرګند کوي او دا یو تعریف شوی متناسب حد t_{pl} لري. همدارنګه ، د سترین سختیدل به تر هغه پورې پیښ شي تر څو اعظمی یا نهایي شییر سترس t_u ته ورسیږي. او بالاخره، مواد به خپل د شییر توان له لاسه ورکوی تر څو چې هغه یوې نقطې t_f ته ورسیږي چیرې چې نمونه به توټه توټه شي .

د ډیری انجنیري موادو لپاره، لکه څنګه چې تشریح شوه، ارتجایي چلند خطي دی، او له همدې امله د شییر لپاره د هوک قانون په توګه لیکل کیدی شي

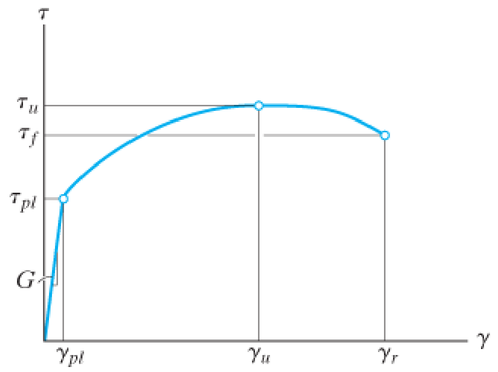
$$\tau = G\gamma \qquad (3\text{–}10)$$

دلته G ته د شییرارتجایي ماجولس یا د سختي ماجولس ویل کیږي. ارزښت یې د t-g په ډیاګرام کې د کرښې د میلان استازیتوب کوي، دا دی، $G = t_{pl}/g_{pl}$. د واحدونو د G لپاره ورته د شییر سترس (t) یعنی (Pa او یا psi) وی ، ځکه چې g په ریډ ین اندازه کیږي، چې یو بې ابعاده مقدار دی. د عامو انجنیری موادو لپاره ځانګړي ارزښتونه ددی کتاب شاته پوښ کی لیست شوي دي.

وروسته به په 10.6 برخه کې وښودل شي چې د موادو درې ثابت u , E او G تړول یو بل سره په دی لاندی معادله سره تړاو لري

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3\text{-}11)$$

له همدې امله، که E او G وپیژندل شي، نو بیا د **u** ارزښت تاکل کیدی شي له دې معادلې څخه نه د تجربې اندازه کولو له لارې.

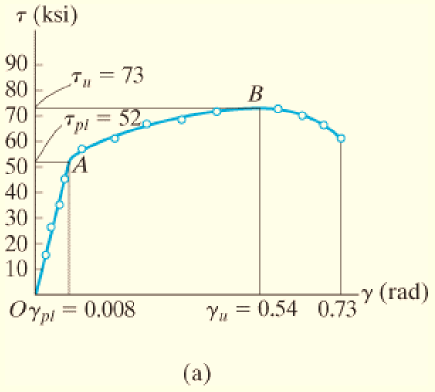


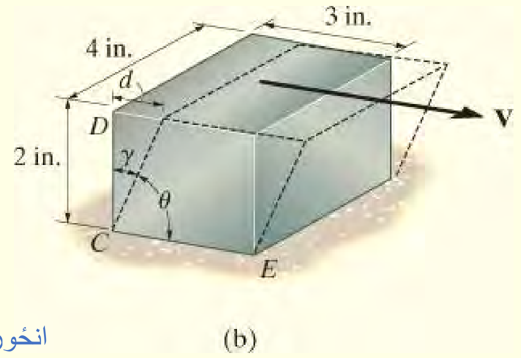
انځور 3-24

مثالونه

مثال 3.5

د ټايټانيوم یوه نمونه خښته په تاو (torsion) سره ازمول شوی، او د شییر سترس- سترین ډایاګرام يې په انځور 3-25a کې ښودل شوی. د شییرماجولس G ، د تناسب حد، او د شییر اعظمی او یا وروستی لوړ سترس مشخص کړئ . همدارنګه، اعظمي فاصله d ددی موادو چې د خښتې پورتنی برخه کی په نښه شوی او دا په انځور 3-25b کې ښودل شوي. د موادو دا خښته په افقی ډول بې ځایه کیږی کله چې د شییر یوه قوه **V** ورباندی عمل وکړي. د **V** اندازه څومره ده تر څو هغه د د ي بې ځایه کیدنی (d) لامل شي؟





انځور 3-25

حل (SOLUTION)

د شییر ماجولس (Shear Modulus) . عبارت دی په میلان د مستقیمی کرښي OA چی په t-g دایگرام کی ښودل شوی ، مختصات دی ټکي A عبارت دی په (0.008 rad, 52 ksi). بیا

$$G = \frac{52 \text{ ksi}}{0.008 \text{ rad}} = 6500 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

معادله د کرښي OA مساوی ده په $t = Gg = 6500g$ ، او دا د هوک قانون دی د شییر لپاره.

د تناسب حد (Proportional Limit). په لیدو سره دایگرام له خطی حالت په ټکی A کی خلاصیږي. او بیا

$$\tau_{pl} = 52 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

اعظمی حد (Ultimate Stress). **دا ارزښت** اعظمی شییر سترس په نقط B کی ښودل شوی.

$$\tau_u = 73 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

اعظمي ارتجاعی بې ځایه کیدل او د شییرقوه (Maximum Elastic Displacement and Shear Force). شییر سترین د ښبتی په کونج C چی په انځور 3-25b کې ښودل شوي له توپیر مونډلو د 90 درجو او زاویه DCE او زاویه q ، له لارې ټاکل کیږي. دا زاویه عبارت ده په $g = 90^0 - u$ لکه څنګه چي ښودل شوي. د t - g دایاګرام څخه اعظمي ارتجایي شییر سترین 0.008 rad (رید ین) دی، چي دا یو ډیر کوچنی زاویه ده. د بلاک یا ښبتی پورتنۍ برخه په انځور 3-25b کې به له همدې امله په افقی ډول بې ځایه شي او د d فاصله به وی

$$\tan(0.008 \text{ rad}) \approx 0.008 \text{ rad} = \frac{d}{2 \text{ in.}}$$

$$d = 0.016 \text{ in.}$$

په بلاک کې اړونده اوسط شییر سترس t_{pl} = 52 ksi دی. په دې توګه، د شیر قوه V چې د بې ځایه کیدو لامل کیږي عبارت ده په

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}; \qquad 52\text{ ksi} = \frac{V}{(3\text{ in.})(4\text{ in.})}$$

$$V = 624\text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 3.6

انځور 3-26

د المونیم یوه نمونه چې په انځور 3-26 کې ښودل شوې قطر $d_0 = 25$ mm لري او د ګیج اوږدوالی $L_0 = 250$ mm دی. که یوه قوه چې165 کیلو نیوټن ده د ګیج اوږدوالی 1.20 ملي میتر اوږد کړي ، د ارتجاعیت ماجولس یې معلوم کړئ. همدارنګه، دا قوه څومره د نمونې قطرمنقبض کولو لامل کیږي . تاسو له $G_{al} = 26$ GPa او $s_Y = 440$ MPa کار واخلئ

حل (SOLUTION)

د ارتجاعیت ماجولس (Modulus of Elasticity). اوسط نارمل سترس په نمونخ کی عبارت دی په

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{165(10^3)\text{ N}}{(\pi/4)(0.025\text{ m})^2} = 336.1\text{ MPa}$$

اوسط نارمل سترین پدی لاندی ډول دی

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{1.20\text{ mm}}{250\text{ mm}} = 0.00480\text{ mm/mm}$$

په پورتني عملیه کی وینو چې $s < s_Y = 440$ MPa ، مواد په ارتجايي ډول چلند کوي. پس د ارتجايي ماجولس عبارت دی په

$$E_{al} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{336.1\,(10^6)\ \text{Pa}}{0.00480} = 70.0\ \text{GPa} \qquad \textit{Ans.}$$

د قطر انقباض (Contraction of Diameter). اول به د پویسان تناسب (Poisson’s Ratio) له معادلی 11-3 پیدا کړو

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$26\ \text{GPa} = \frac{70.0\ \text{GPa}}{2(1+\nu)}$$

$$\nu = 0.347$$

د اوږدوالي سترين $e_{long} = 0.0080$mm/mm بیا له معادلي 9-3 داسی لیکلی شو

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{long}}$$

$$0.347 = -\frac{\epsilon_{lat}}{0.00480\ \text{mm/mm}}$$

$$\epsilon_{lat} = -0.00166\ \text{mm/mm}$$

د قطر انقباض پدی لاندی ډول دی

$$\delta' = (0.00166)(25\ \text{mm})$$

$$= 0.0416\ \text{mm} \qquad \textit{Ans.}$$

*3.7 د موادو خرابيدل د کريپ او سټرې يا له امله
(FAILURE OF MATERIALS DUE TO CREEP AND FATIGUE)

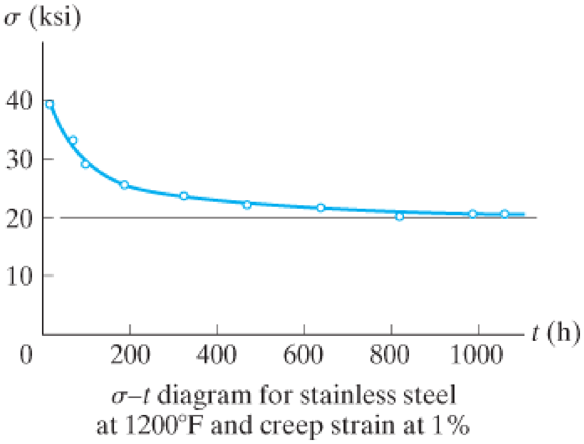
د موادو ميخانيکي ځانګړتياوې تر دې وخته پورې يوازې د جامد يا ورو پلي شوي بارو لپاره چې د حرارت درجه متغير نه وی بحث شوی. په ځينو وختو کې، په هرصورت، يو غړی کيدای شی چې په داسی چاپيريال کې ترى کار واخستل شی چې بار کول به د اوږدې مودې لپاره دوام وومومي او د تودوخې درجه به تغير مومي، يا په نورو حالتو کې، بار کول ممکن تکرار يا سايکلونه ولری. موږ دا اغيزې به په دې کتاب کې نه څيړو، که څه هم موږ به په لنډه توګه يادونه وکړو څنګه يو څوک د دې شرايطو لپاره د موادو قوت يا توانايي ټاکي، ځکه چی په ځينو مواردو کې دوی بايد د ډيزاين لپاره په پام کې ونيول شي .

کريپ (Creep). کله چې يو مواد د اوږدې مودې لپاره تر بار لاندی وی ، د وخت په تيريدو سره، دا ممکن تر هغه وخته پورې خرابيدل دوام وکړي تر څو چې ناڅاپه مات شي يا د هغې ګټورتوب زيانمن شی. دا د وخت پورې تړلی خرابوالی د **کريپ** (Creep) په نوم پيژندل کيږي. په نورمال ډول کريپ هغه په پام کې نيول کيږي کله چې فلزات او سيراميکونه د ساختماني غړو يا ميخانيکي برخو لپاره کارول کيږي چې تابع دي لوړ حرارت وی . د ځينو موادو لپاره، په هرصورت، لکه پوليمر او کمپازيت مواد – د لرګيو يا کانکريټ په شمول – د تودوخې درجه نه ده مهم فکتور، او بيا هم د اوږدمهاله بار له امله کريپ رامينځته کيدی شي. د يو عادي مثال په توګه، دا حقيقت په پام کې ونيسئ ، کله چې د ربړ يوه کړې چې د اوږدی مودی لپاره غځيدلی وساتل شي او دا له غځيدلو څخه د خلاصيدو وروسته بيرته خپل اصلي شکل ته نه راستنيږي .

د عملي موخو لپاره، کله چې کريپ د يو جولښت لپاره مهم او په نظر کی بايد ونيول شي ، هغه بايد داسی ډيزاين شی چی د يوې ټاکلي مودې لپاره د ځانګړي کريپ سټرين سره مقاومت وکړي. يو مهم ميخانيکي خاصيت چې پدې برخه کې کارول کيږي د **کريپ مقاومت** په نوم ياديږي. دا ارزښت د لوړ سترس استازيتوب کوي، مواد کولی شي د يو ټاکلي وخت په اوږدو کې د منلو وړ کريپ سټرين حد څخه ډير مقاومت وکړي . د کريپ توانايي د تودوخې سره توپيرمومي، او د ډيزاين لپاره، د تودوخې درجه، د بار کولو موده، او د منلو وړ کريپ سټرين بايد ټول مشخص شي. د مثال په توګه، په هر کال کې د 0.01 % د کريپ سټرين د فولادو لپاره وړانديز شوی چې د بولټونو او پايپ لپاره ترى کار اخستل کيږی.

د یو ځانګړی موادو د منلو وړ کریپ قوت ټاکلیدلو لپاره ډیری طریقی شتون لري .د یو ځانګړي موادو لپاره. یوه ساده ازموینه داده چی یو لړنمونې د موادو په ورته وخت کې په ثابت تودوخې کې، مګر هر یو د نمونې د مختلف محوری سترس سره مخ وی. د هری نمونی د وخت په اوږدوالي کوم وخت چی د منلو وړ کریپ سترین ته رسیږي اندازه شی. او کیدی ښی چی لدی اندازې د وخت په مقابل کی به د (سترس -وخت) ګراف تاسیس شي. معمولا دا ازموینې په اعظمي توګه 1000 ساعتونو وخت نیسي. د مثال په توګه د بی زنګه فولادو لپاره په تودوخې 1200 درجی فارنهایت کې کریپ سترین % 1 ټاکل شوي او دا په انځور 3-27 کې ښودل شوي. لکه څنګه چې یادونه وشوه، دا مواد 40 ksi (276 MPa) ییلد قوت لري، چی د خونې په حرارت کې (0.2% آفسیټ) وی، او د کریپ قوت یی په 1000 ساعتونو کی تقریبا s_c = 20 ksi (138 MPa) ښودل شوی.

په دې پایه باندی اوږدمهاله د کیبل بار د دې پایي د کږیدلو مخ په خرابیدو لامل کریپ شوی



انځور 3-27

د اوږدې مودې لپاره، له منحنې څخه باید اټکل (extrapolations) شي. د دې کار اجرا کولو لپاره معمولا یو مشخص مقدار تجربه د کریپ چلند، او د موادو دکریپ په اړه ځینې اضافي پوهی ته اړتیا شته. یوځل چې د موادو کریپ قدرت وټاکل شي، د خوندیتوب یو مناسب فکتور د دیزاین د منلو وړ سترس ترلاسه کولو لپاره تری کار اخستل کیږی.

ستړیا (Fatigue). کله چې یو فلز تکراری سایکلی سترس یا تکرار سایکلی سترین عمل وکړي، دا د دې سبب ګرځي چې داخلي جوړښت مات شي، او په نهایت کې لامل د ماتیدو کیږي. دا چلند د ***ستړیا*** په نوم یادیږي، او دا معمولا په لویه سلنه ماتیدو د انجنونو د راډونو او کرینشافتونو په نښلولو کې کیږي. همدا راز د بخار یا ګاز توربین چاړی ، د پلونو، ریل پټلۍ لپاره نښلول یا ملاتړ څرخونه او محورونه؛ او نورې برخې د تکراری سایکلی بارونو سره مخ دي. په ټولو دې حالتو کې، تخریب په هغه سترس کې واقع کیږی چې د موادو له ارتجایي (elastic) حد څخه لږ وي.

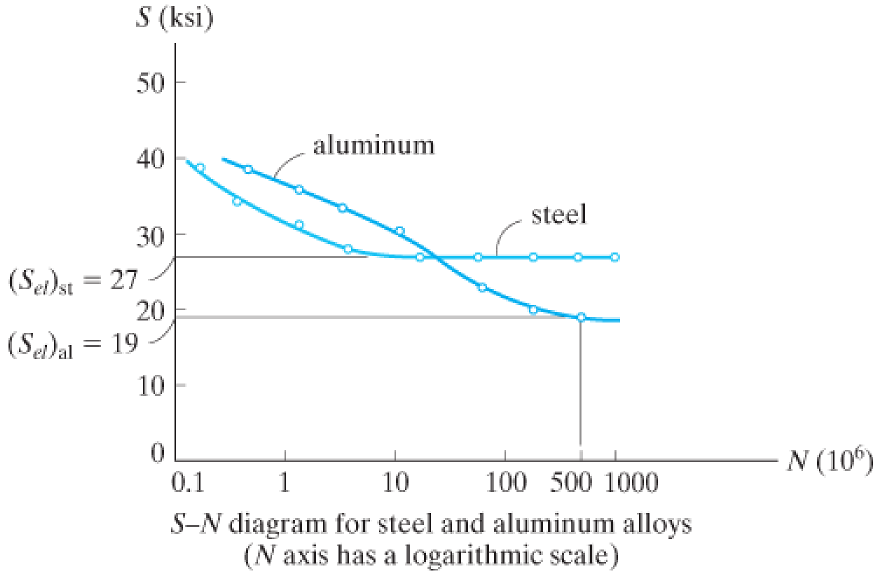
د دې ناکامۍ ماهیت په حقیقت سره دا دی چې معمولا د غړي په سطحه مایکروسکوپي نیمګړتیاوې شتون لري ، چیرته سیمه ایز سترس د اوسط سترس عمل کولو په پرتله د غوڅې برخې په اوږدو کې خورا لوی کیږي. لکه څنګه چې دا لوړ سترس سایکل کیږي، دا د وړو درزونو جوړولیدو لامل کیږي. د دې درزونو پیښیدل د سترس د زیاتوالي د ددرز په څوکه کې لامل کیږي، کوم چې په پایله کې درز د نور پراخیدو خواته ځی کله چې په موادو کې څنګه چې سترس د سایکل چلولو ته دوام ورکوي. په نهایت کې د غړي غوڅه برخه ساحه دی ته راټیټه کیږي چیرې چې د بار نور توان نلري او په پایله کې ناڅاپه ماتیدل واقع کیږي. مواد که څه هم د نرمۍ په توګه پیژندل کیږي، داسې چلند کوي لکه څنګه چې دا ماتیدونکی وو.

د غړو ډیزاین د پارک د تفریحی سواری لپاره تری کار اخستل کیږی ، او احتیاط ته اړتیا لري چی سایکلیک بارونه کولی شي د سټړیا لامل شي

انجینر د تیلو د راستلو د ماشین هغه برخی چی په حرکت کیدی باید د سټړیا لپاره په ډیزاین کی په پام کی ونیسي.

د دی لپاره چی د منلو وړ مقاومت یا توان د فلزی موادو لپاره چی تکراری بار پری عملکوی مشخص شي، اړینه ده چې د یو خوندی سترس حد او سایکلونو حد وټاکل شی چې د دی حد لاندې یې د تکراری بار پلی کیدوسره د ماتیدو شواهد و نه لیدل شی. د دی سټریس حد د ***ایندورنس*** (***endurance***) یا ***سټړیا*** سټریس په نوم یادیږي. دا حد د ازموینې ماشین کارولو له لاری چی یوه لړۍ نمونو چی هر یو د یو مشخص سترس سره مخ شوي تر هغه چی ماتي شي. د آزموینوله پایلي د ګراف جوړ شي چې په عمودی محور کې سترس S (یا s) استازیتوب کوي او په افقی محور کې د سایکلونو شمیر چی ماتیدل مینځ ته راولي (N) داخل شي. دا ګراف په نامه د ***S–N ډیاګرام*** یا د ***سترسسایکلی ډیاګرام*** په نوم یادیږي، او ډیری وختونه د N ارزښتونه په لوګاریتمیک پیمانه ترتیب کیږی ځکه چې دوی عموما ډیر لوی دي .

د دوه عام انجینري فلزاتو لپاره د $S–N$ ډیاګرامونو مثالونه په انځور 3-28 کې ښودل شوي. د برداشت یا ایندورنس (***endurance***) حد معمولا د هغه سترس په توګه پیژندل کیږي کوم چې د $S–N$ ګراف افقی یا اسمپټاټیک (asymptotic) کیږي. لکه څنګه چې یادونه وشوه، دا د فولادو لپاره د $(S_{el})_{st}$ = 27 ksi (186 Mpa) ښه تعریف شوی ارزښت لري. د المونیم لپاره د برداشت حد ښه نه دی تعریف شوی، او همداسې دلته دا ممکن د سترس په توګه مشخص شي چې 500 ملیون دورې یا سایکل محدودیت لري، $(S_{el})_{al}$ = 19 ksi (131 Mpa) . یوځل چې یو ځانګړی ارزښت ترلاسه شي، ډیری وختونه داسې انګیرل کیږي چې د دې ارزښت لاندې د هر ډول فشار لپاره به د سټرېیا ژوند لامحدود وي، او له همدې امله د ماتیدو د پاره د باریدو دورې شمیرو ته نورغورنه ورکول کیږي .



انځور 3-28

مهم ټکي

(IMPORTANT PONTS)

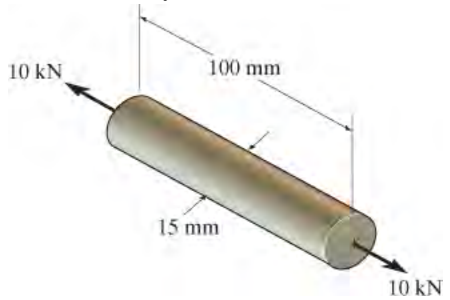
د پویسان نسبت u (Poisson’s ratio, u) –دا د یو متجانس او ایسوتراپیک (isotropic) موادو د اړخ د سترین تناسب د اوږدوالي سترین سره دی. په عمومي توګه دا سترینونه مخالفو نښو څخه دي، په بل عبارت سره که یو اوږدوالی ولري، بل به انقباض وکړي .

- د شییر سترس – سترین ډیاګرام هغه جوړ شوی ډایګرام دي چې شییر سترس په مقابل د شییر سترین کی یوه پلاټ دی. که چیری مواد متجانس او ایسوټروپیک وي، او همدارنګه خطي ارتجاعیت ولري، د مستقیم کرښې میلان په ارتجاعي لرونکي سیمه کی په نامه د سختوالي ماجولس یا شییر ماجولس G په نوم یادیږي .
- د $G, E, u,$ تر منځ یو د ریا ضی اړیکه شتون لري
- کریپ (creep) د موادو پر وخت پوري تړلی د شکل بدلون دی کوم چې سترس او/ یا د حرارت درجه پکی مهم رول لوبوي. غږي داسی ډیزاین کیږی ترڅو د دوی موادو د کریپ اغیزو سره مقاومت وکړي چې د کریپ پر مقاومت پوری اړه لری. هغه د موادو ترټولو لوی لومړنی سترس دی چې د یو ټاکلي وخت په اوږدو کې تحمل ولری او د ټاکل شوي کریپ سترین له حد څخه زیات نشی.
- ستړیا په فلزاتو کې هغه وخت پیښیږي کله چې سترس یا سترین دوریی (سایکل) شي. دا پدیده د موادو د ماتیدو لامل کیږي. غړي باید داسی ډیزاین شي چې د ستړیا په وړاندې مقاومت وکړي ترڅو داډ ترلاسه شي چې سترس او سترین دغړی د خپل *برداشت* یا *ستړیا له* حد څخه زیادت ونکړي. دا ارزښت له $S–N$ ډیاګرام د اعظمي سترس په توګه ټاکل کیږي چې مواد کولی شي مقاومت وکړي کله چې یو مشخص شوي دورې شمیر د بارولو عمل وربانذی پلی شی.

بنسټيز سوالونه

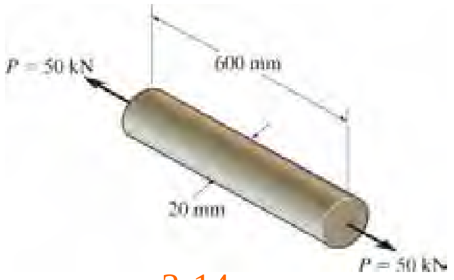
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 3-13. يو 100 ملی ميتر اوږد راډ يا ميله 15 ملی ميتر قطر لري. که يو د 10 kN محوری کششی بار په دې باندې پلي شي، د قطر بدلون مشخص کړئ. E = 70 GPa ، u = 0.35



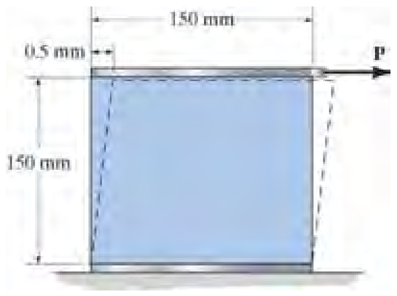
ب 3-13

ب 3-14. يوه کلک ميله يا راډ ګرده غوټه برخه چې قطر يې 20 ملي ميتر او 600 ملي ميتر اوږدوالی لري يو محوری قوه د P = 50 kN وربانډی عمل کړيدی. د راډ اوږدوالی d = 1.40 mmدی، او د هغې قطر d` = 19.9837 mm شوی. ارتجايي ماجولس او هم د سختوالي ماجولس معلوم کړي. مواد ييلد نکړي.



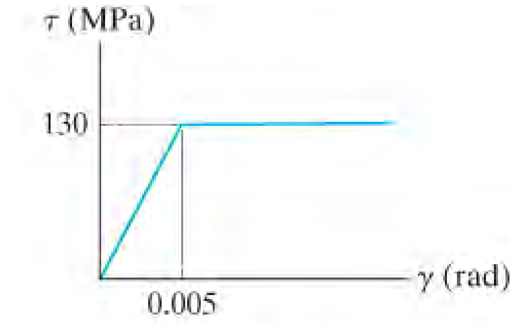
ب 3-14

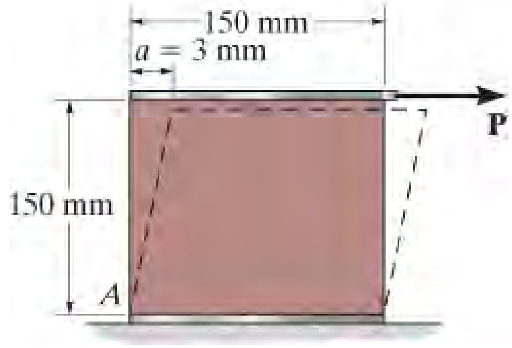
ب 3-15. يو 20 ملی متره پراخ بلاک په پورتنۍ او ښکته کې تختي سره ترل شوی دی. کله چې يوه قوه P وربانډی پلی شي د بلاک شکل بدلون مومی او دا بدلون د شکل په توته توته شوی کرښې په لاندی انځور کی ښودل شوي. د P ارزښت معلوم کړئ. د بلاک مواد د سختی ماجولس يې G = 26 GPa . فرض کړئ چې مواد ييلد نه کوي او د کوچني زاويې تحليل و کاروي.



ب 3-15

ب 3-16. يو 20 ملی متره سورور بلاک په پورتنۍ او ښکته کې تختې سره تړل شوی دی. کله چې يوه قوه P وربانډی پلی شي د بلاک شکل بدلون مومي اودا بدلون په ټوټه ټوټه شوی کرښې په لاندی انځور کی ښودل شوي. که a = 3 mm او P لری شي، دايمي شيير سترين په بلاک کی مشخص کړئ .





ب 3-16

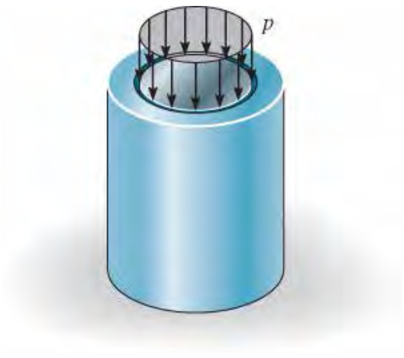
سوالونه

(PROBLEMS)

3- 25. د اکريليک (acrelic) پلاستيکي راډ چی 200 ملي ميتر اوږد او 15 ملي ميتره قطر لري. که چيرې يو بهرنی محوري بار د 300 N په دې باندې تطبيق شي، معلوم کړئ بدلونونه د هغې په اوږدوالي او قطر کې $E_p = 2.70$ GPa ، $u_p = 0.4$

س 3-25

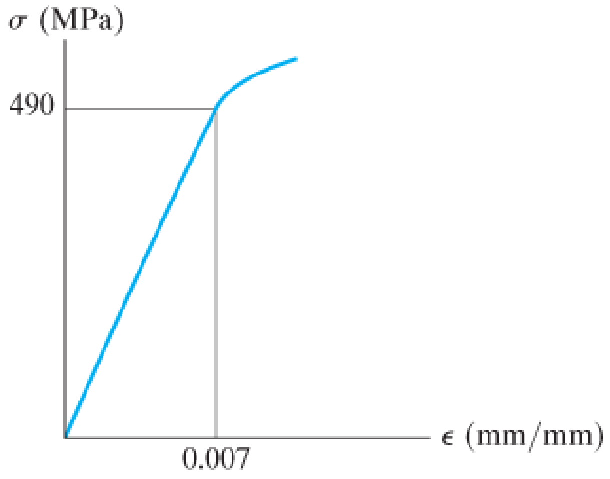
3- 26. دا پلګ (plug) 30 ملي ميټر قطر لري او په يو سخت لستوڼی (sleeve) کې چې 32 ملي ميټر داخلي قطر لري داخلی دی شي. دواړه پلګ او لستوڼی 50 ملی متره اوږد والي لري. محوری فشار p مشخص کړئ چې بايد د پلګ په پورتنۍ برخه کې پلي شي تر څو د دې لامل شی چې د لستوڼی اړخونو سره اړيکه ونيسي. همدارنګه، څومره لرې بايد د ا پلګ په کوز لور تخته شي تر څو د اړخونه سره په اړيکه کی شی.؟ پلګ د هغه موادو څخه جوړ شوی چې $E = 5$ Mpa ، $u = 0.45$ دي.



3-26

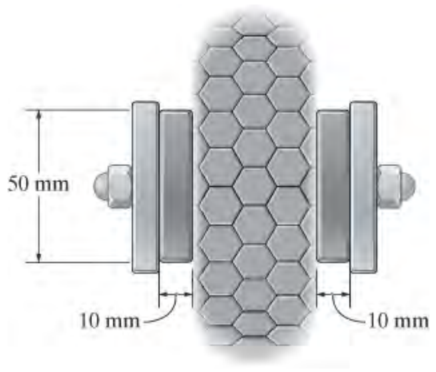
3- 27. د المونيم ارتجاعي برخی د سترس- سترين ډياګرام په لاندی انځور کې ښودل شوی. له هغه نمونی چې دا ترلاسه شوی اصلي قطر يې 12.7 mm او د ګيج اوږدوالی 50.8 .mm دی . کله چې يو د کشش بار 50 کيلو نيوټن ورباندی پلي شي د نمونی قطر 12.67494 mm کيږی. د موادو لپاره د Poisson تناسب معلوم کړئ.

3-28* . د المونيم ارتجاعي برخی ديو سترس- سترين ډياګرام په لاندی انځور کې ښودل شوی. له هغه نمونی څخه چې دا ترلاسه شوی اصلي قطر يې 12.7 mm او د ګيج اوږدوالی 50.8 .mm دی . که چيرې يو بار د P = 60 kN ورباندی پلی شي د نمونې نوی قطر او اوږدوالي وټاکئ. $u = 0.35$ واخله.



س 3-27/28

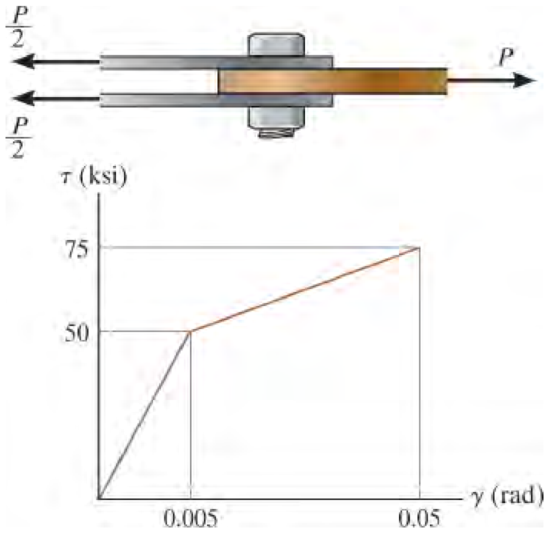
.3-29 د بایسکل ټایر د بریک پډونه (pads) له ربړ څخه جوړ شوي دي. که چیرې یوه قوه د 50 نیوټن د اصتحکاک په هر اړخ د ټایر عمل وکړي په ربړ کې اوسط شییر سترین مشخص کړئ. دهر پډ غوڅه برخه د 20 mm او 50 mm ابعاد لري $G_r = 0.20$ MP .



س 3-29

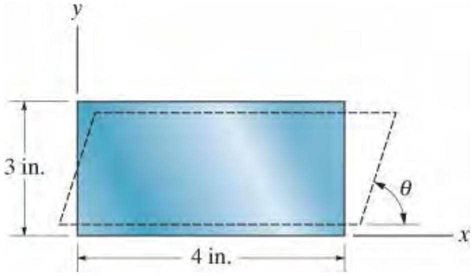
.3- 30 یو لپ ګنډونګي (lap joint) د یوه بولټ چې 1.25 انچه قطر لري په کارولو سره یوځای شوی. او یو بهرنی بار P= 75 kips ورباندی عمل کړی. که بولټ د داسي موادو څخه جوړ شوی وي چې د شییر سترس – سترین ډیاګرام يي لاندی ښودل شوی، د شییر په سطحه کې رامینځته شوی د شییر سترس مشخص کړئ.

.3- 31 یو لپ ګنډونګي د یوه بولټ چې 1.25 انچه قطر لري په کارولو سره یوځای شوی. که بولټ د داسي موادو څخه جوړ شوی وي چې د شییر سترس – سترین ډیاګرام يي لاندی ښودل شوی، د شییر په سطحه کې رامینځته شوی دایمی شییر سترین مشخص کړئ، کله چې پلي شوي بهرنی بار P = 150 کیپ لیرې شي.



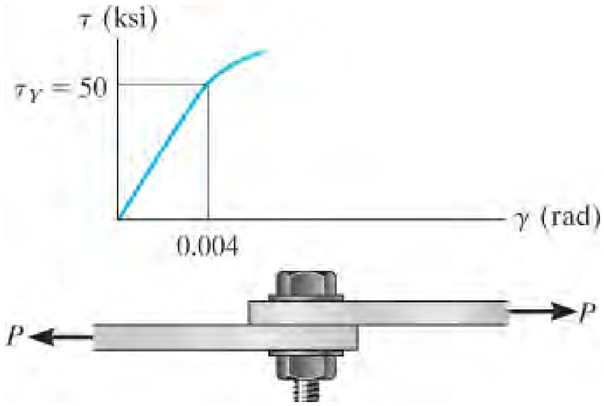
س 3-30/31

3-32*. د ربړ بلاک د 0.03 انچه اوږدوالي سره د x محور په اوږدو کې مخامخ دی، او د هغې عمودی مخونه کوږوالي د $\theta = 89.3$ پیدا کړي. د سترین د ϵ_x ، ϵ_y او γ_{xy} ارزښتونه مشخص کړئ. د نیو ارزښت $\nu_r = 0.5$ دی.



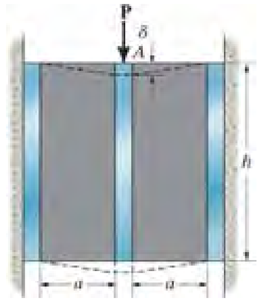
س 3-32

3-33. د یو ډول موادو لپاره د شییر سترس – سترین ډیاګرام په لاندی انځور کی ښودل شوی. که یو بولټ د دې موادو څخه جوړ او د 0.25 انچ قطر ولري او د لپ (lap) په ګنډونکې کی کارول کیږي، د ارتجاعي ماجولس حد E مشخص کړئ او هغه قوه P چې لامل کیږي چې مواد ییلد وکړي معلوم کړي. د مواد د نیو ارزښت $\nu_r = 0.3$ دی.



س 3-33

3-34. یو د شیر فنر د ربړ له دوه بلاکونو څخه جوړ شوی، هر یو لوړوالی h ، او سور یې b، او پنډ والی a لري. بلاکونه لکه څنګه چې ښودل شوي په درېو تختو پورې تړلي دي. که تختې سخت وي او د ربړ شییر ماجولس G دی، د تختې A بې ځایه کیدل کله چې عمودی بار P پلې کیږي معلومه کړئ . فرض کړئ چې بې ځایه کیدنه کوچنی ده نو داسې $\delta = a \tan \gamma = a\gamma$.

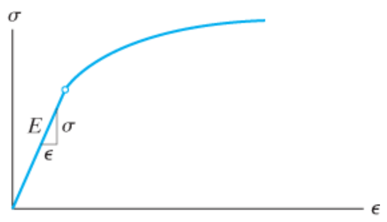
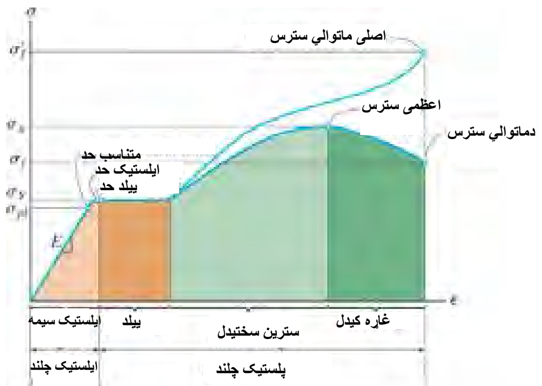


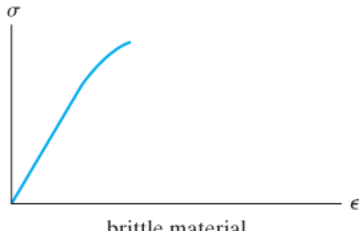
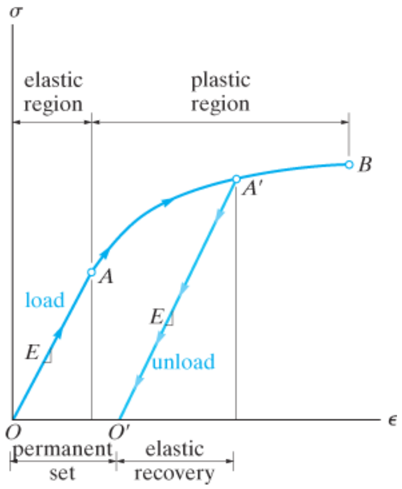
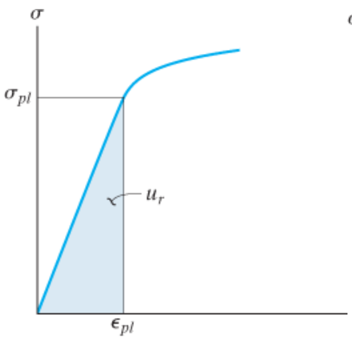
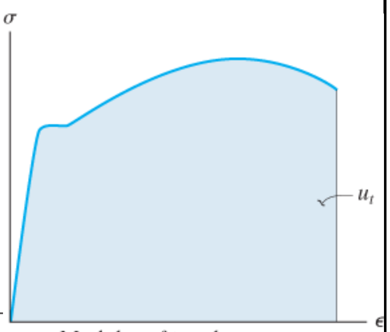
س 3-34

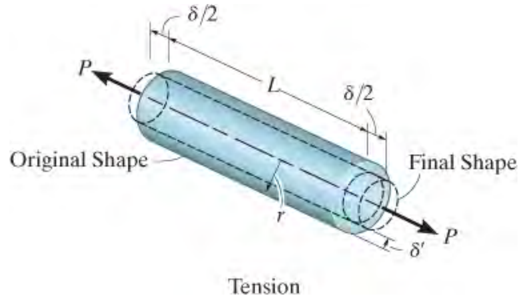
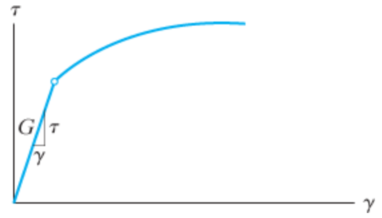
د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

د موادو د توان معلومولولپاره یو له خورا مهمو ازموینو څخه د کشش ازموینه ده. په نتیجه د غځیدل شوی نمونې کی، په عمودی محور کې د نارمل سترس په توګه او نارمل سترين په افقی محور پلاټ کيږي .

ډيری انجينري مواد ابتدايي خطي ارتجايي چلند لري، په دې توګه سترس د سترين سره متناسب دی، او د هوک قانون $s = Ee$ لخوا تعريف شوی، دلته E د موادوارتجايي ماجولس نوميږي او دا د خطی کربښی ميلان د دې سترس ـــسترين دايګرام دي.	$s = E\,e$	 ductile material
کله چې مواد له ييلد سيمی اضافتر سترس لاندی راشي په موادو کی دايمي د شکل تغير پيښيږي. په ځانګړې توګه، فولاد د يلد (yield) ساحه لري ، کوم ځای چې مواد د سترين زياتوالی ښکاره کوی بيلدی چې سترس وربانډی زيات شي . د سترين ساحه سخت کيدل سبب د نور يلډينګ لامل کيږي چې مواد د زياتوالي د سترس سره مخ کيږی. په نهايت کې، په اعظمی سترس يوه سيمه ايزه سيمه به په نمونه کې تنګيدل يا غاړه پيل کړئ، او په همدی غاړه کی به وروسته نمونه ماتيږي.	 د دوديز او اصلی سترس-سترين دايګرام د انعطاف پزير موادو لپاره (فولاد) (ګراف سکيل نلری)	
نرم مواد، لکه ډيری فلزات، دواړه ارتجاعي لرونکي او پلاستيکي چلند ښکاره کوي. لرګی په اعتدال ډول نرم دی. نرمښت معمولا په سلنه د اوږدوالي تر ماتيدو پوری مشخص کيږي يا په سلني کمښت د غوڅی برخی مساحت کې .	سلنه اوږدوالي = $\dfrac{L_f - L_0}{L_0}(100\%)$ سلنه د ساحی کمښت = $\dfrac{A_0 - A_f}{A_0}(100\%)$	

	ماتیدونکی مواد لږ یا هیڅ یلډ مخ کی له ماتیدو نه ښکاره کوي . کاسټ وسپنه، کانکریټ، او شیشې ددی ډول موادوعادي مثالونه دي.
	د موادو د یلډ ټکی په A کې کیدی شي د سترس په سختولو سره زیاتوالی ومومي . دا د داسی بار په پلي کولو سره په لاس راتلی شی چی سترس د یلډ څخه زیا توالی وکړي او بیا بار لری شی. دا لوی سترس A` د موادو لپاره نوی د یلډ ټکی کیږي.
 Modulus of resilience u_r  Modulus of toughness u_t	کله چې یو بار په غړي باندې پلي شي، د شکل بدلون دسترین انرژی د جوړیدو سبب ګرځي اوهغه په موادو کې ساتل کیږي. د سترین انرژي په هر واحد حجم، یا د سترین انرژي غلظت د سترس-سترین ګراف د لاندی ساحی سره برابر وی. دا ساحه تر یلډ ساحی پورې د انعطاف ماجولس په نوم یادیږي . د سترس-سترین لاندې ټوله سیمه د سختۍ ماجولس په نامه یادیږی.

	$\nu = -\frac{\epsilon_{\text{lat}}}{\epsilon_{\text{long}}}$	د Poisson تناسب u بې له ابعادو دموادو خاصیت دی چې د اړخ سترین د اوږد والی سترین سره په تړاوکی راولي. د هغې د ارزښتونو اندازه $0 < u < = 0.5$ ده.
	$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$	د شییر سترس –سترین ډیاګرامونه هم کیدی شي د موادو لپاره جوړ شی. په ارتجاعي سیمه کې، $t = Gg$، چیرته چې G د شییر ماجولس shear modulus، د کرښی له میلان څخه موندل کیږي . د u ارزښت د هغه اړیکو څخه چې د G, E ، او u ترمنځ شتون لري ترلاسه کیدی شي .
		کله چې مواد د اوږدې مودې لپاره په خدمت کې وي، د کریپ په نظرکی نیول مهم کیږي. کریپ د وخت په تیریدو د شکل د تغیر عملیه ده، کوم چې د لوړ سترس او/یا لوړ حرارت په شتون کی واقع کیږي. په ډیزاین کی دی ته اړتیا ده چې سترس دمواد د منلو وړ سترس څخه ډیر نه وي کوم چې د موادو د کریپ پر بنسټ تثبیت شوی او دمنلو وړ وی. د موادو ستړیا هغه وخت واقع کیدی شي کله چې په موادوباندی لوی شمیر دوري بار عمل وکړي ، او دا د دی لامل کیږی چې واړه مایکروسکوپي درزونوبه غړی کی جوړیږی، چې په پایله کی د ماتیدو

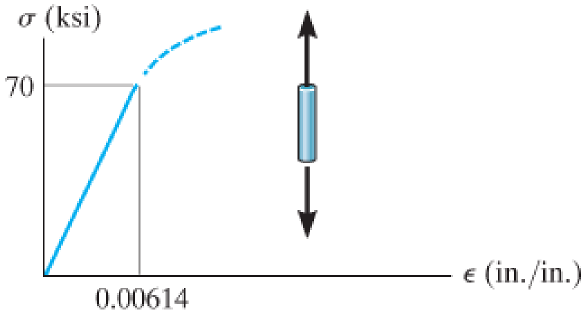
		سبب کيږي. د سټريا د مخنيوي لپاره، په موادو کې سټرس بايد د برداشت يا ايندورنس حد يا منل شوی حد د سټريا د سټريس څخه ډير نه شي.

بيا کتنی پوښتني

REVIEW PROBLEMS

ب 3-1. د ارتجايي برخی د کشش سټرس - سټرين ډايګرام د المونيم الياژ لپاره په لاندی انځور کې ښودل شوی. د ازمويني لپاره کارول شوي نمونه 2 انچ اوږدوالی او د 0.5 انچ قطر لري. کله چې يو بار 9 کيپ وربانډی پلي شي د نمونې قطر 0.49935 انچه کيږی. شيير ماجولس G_{al} د المونيم لپاره محاسبه کړئ.

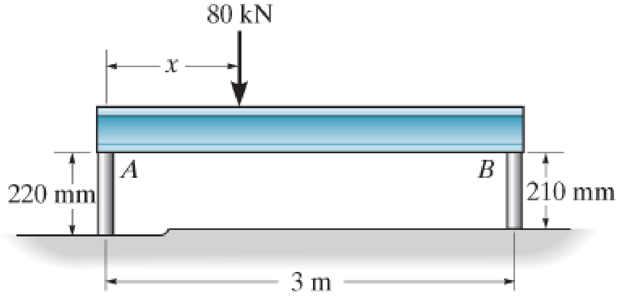
ب 3-2. د ارتجايي برخی د کشش سټرس - سټرين ډايګرام د المونيم الياژ لپاره په لاندی انځور کې ښودل شوی. د ازمويني لپاره کارول شوي نمونه 2 انچ اوږدوالی او د 0.5 انچ قطر لري. که چيرې پلي شوی بار 10 کيپ وي، معلوم کړئ د نمونې نوی قطر. د شير ماجلس $G_{al} = 3.8\ (10^3)$ ksi دی.



ب 3-1/2

ب 3-3. يو سخت بيم په افقی موقعيت کې په دوه 2014 - T6 المونيم سلنډرونو تکيه دی. د سلنډرونو اوږدوالی په انځور کی ښودل شوی. که هر سلنډر د 30 ملي ميتر قطر ولري، د پلي

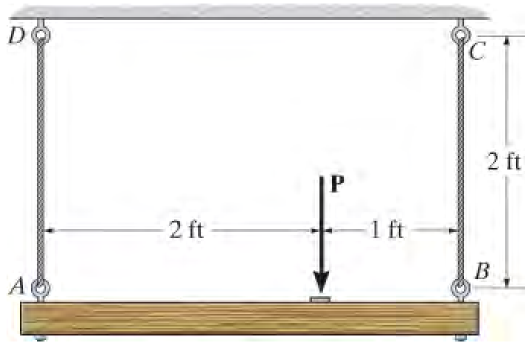
شوي 80 kN بار ځای x مشخص کړئ تر څو بیم افقي پاتې شي. وروسته له دې چې بار پلي شي د سلندر A نوی قطر څه شی دی ؟ u_{al} = 0.35.



ب 3-3

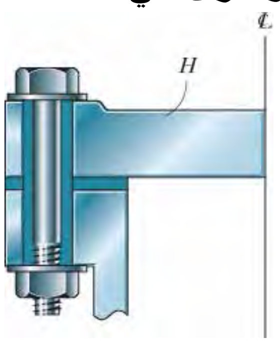
ب 3-4. سیمونه چې هر یو يې ½ انچ قطر او اوږدوالی 2 فوټه دی ، له 304 فولادو (دزنګ ضد فولاد) څخه جوړ شوي. که چیری P = 6 kip کړه شوي زاویه د سخت بیم *AB* وټاکی.

ب 3-5. سیمونه چې هر یو يې ½ انچ (نیم انچ) قطر او اوږدوالی 2 فوټه دی ، له 304 فولادو (دزنګ ضد فولاد) څخه جوړ شوي. د P قوه اندازه معلومه کړئ تر څو سخت بیم 0.015^0 درجې ته کړه (tilt) شي .



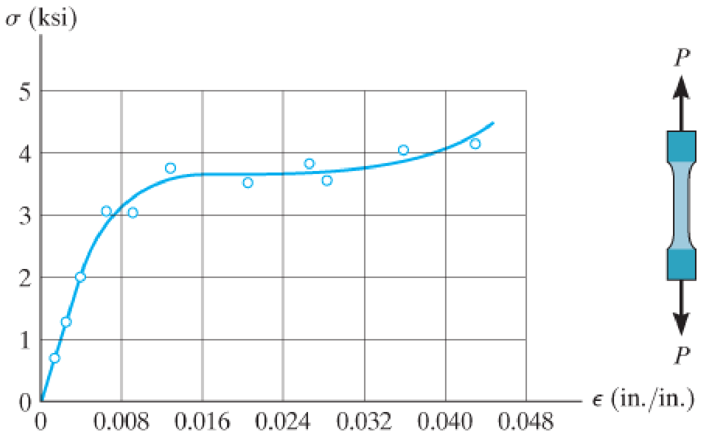
ب 3-4/5

ب 3-6. سر *H* د شیږ 3/16 in قطر فولادی بولټونو په کارولو سره د کمپرسور سلنډر سره وصل دی. که په هر بولټ کې د کلمپ یا فشار کولو قوه 800 پونډه وي، نارمل سترین په بولټونو کې وټاکئ. که s_Y = 40 ksi او E_{st} = 29(10³) ksi وي، په هر بولټ کې سترین څومره دی کله چې نټ خلاص شی، ترڅو د کلمپینګ قوه لری شي؟



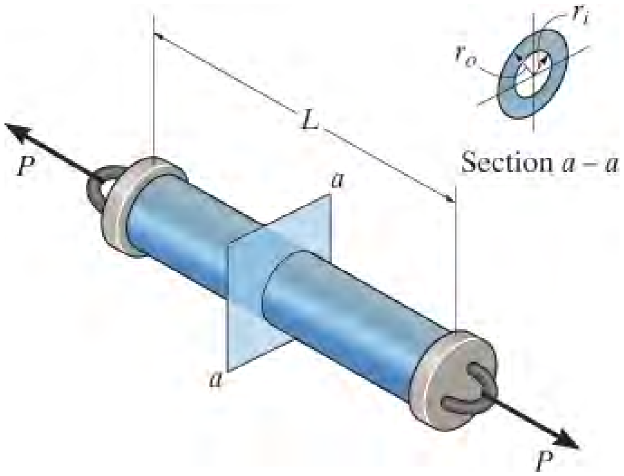
ب 3-6

ب 3-7. د پولیتیلین (polyethylene) لپاره د سترس-سترین ډایاګرام، کوم چې دی د کواکسیل کیبلونو پوښ کولو لپاره کارول کیږي ، د ازمویني څخه ټاکل کیږي . یوه هغه نمونه چې د ګیج اوږدوالی 10 انچه دی ددی ستر سترین جوړه ولو لپاره کارول شوي دی. که چیری یو بار P پدی نمونه کی د سترین رامینځته کړي، د نموني اوږدوالی چې په منځ د ګیج e = 0.024 in/in ټکیو کی اندازه کیږي معلوم کړي کله چې بار لیرې شي. فرض کړئ چې نمونه په ارتجاعی ډول بیرته راګرځي .



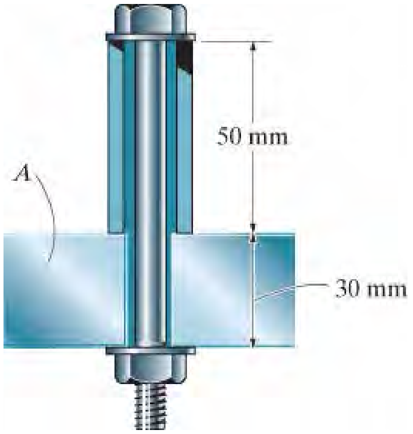
ب 3-7

ب 3-8*. یو جامد راډ، چې قطر یي r، د دوو سختو سرپوښونو سره چې د هغې په سرو کی دی ترل کیږي، یو محوري بار P ور باندی پلی شوی. که چیرې راډ د داسي موادو څخه جوړ شوی وي چې د ارتجاعیت ماجولس یي E او Poisson's د پویسان تناسب u، وی، د موادو په حجم کې بدلون معلوم کړی.



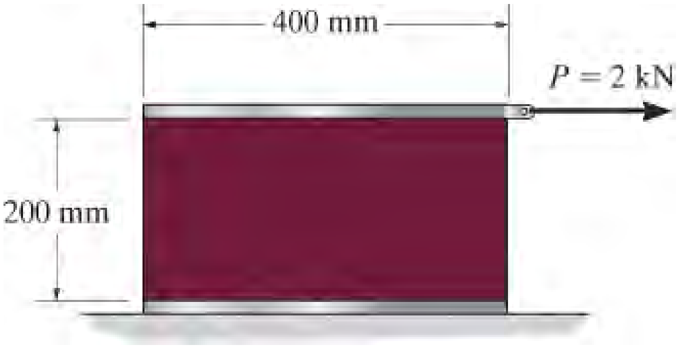
ب 3-8

ب 3-9. د 8 mm قطر بولټ د المونيم الیاژ ځخه جوړ شوی. دا د میګنیشیم لستونی کی، چی داخلی قطر يي 12 mm او بهرنی قطر يې 20 mm دی، داخلی دی شي . که اصلي اوږدوالی د بولټ او لستونی په ترتیب سره 80 mm او 50 mm وي، په لستونی او بولت کې سترین و ټاکي که چیرې په بولټ باندې نټ سخت وي نو په بولټ کې د کشش قوه 8 kN وي . فرض کړئ چې مواد A سخت يا کلک دي، $E_{al} = 70\ G_{pa}$, $E_{mg} = 45$ Gpa



ب 3-9

ب 3-10. د اسیتل پولیمر (acetal) بلاک د سختو تختو سره په پورته او ښکته سطحو کې تینګ شوي . که پورتنی تخته يي 2 mm په افقی ډول بې ځایه شي کله چې افقی قوه P = 2 kN، عمل وکړي د پولیمر د شییر ماجولس مشخص کړئ. د بلاک پنډوالی 100 ملي متره دی. فرض کړئ چې پولیمر خطي ارتجاعي لرونکي او د کوچني زاويي تحليل وکاروئ



ب 3-10

C 4

څلورم فصل

(CHAPTER 4)

(© Hazlan Abdul Hakim/Getty Images)

د تېلو په دې برمه کې پیپونه به د لوی محوري تغیر د شکل (deformation) تابع وي کله چې په سوري کې کینودل شي.

محوري بار

AXIAL LOAD

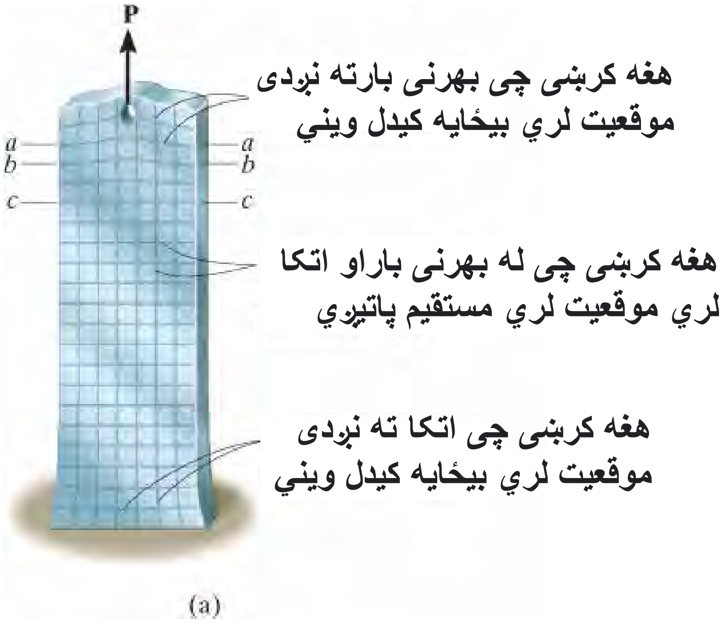
د فصل موخې (CHAPTER OBJECTIVES)

په دې فصل کې به موږ په دې اړه بحث وکړو چې څنګه د محوري بار شوي غړي د شکل تغيرپيداکړو، او هم موږ به يو طريقه رامينځته کړو چې د اتکا ريکشنونه که چيرې د تعادل او مساواتوله معادلو وټاکل نشي څنګه به يې معلوم کړو. همدارنګه به د حرارتي سترس اغيزې، د سترس غلظت، د شکل غير الستيک بدلون، او پاتې سترس په غړى کى به لنډه توګه تحليل شي .

4.1 د سنت وینانت اصول (SAINT-VENANT'S PRINCIPLE)

په تیرو فصلونو کې، موږ د ستریس مفهوم چې د هغه په ذریعه دغږی د بدن دننه د قوو د ویش اندازه او سټرين چې د هغه پواسطه د جسم د شکل تغیر اندازه وښيې بیان کړل. موږ دا هم وښودل چې د سترس او سترين تر مينځ رياضياتي اړيکه شتون لري او دا ترون د موادو په ځرنګوالی پورې اړه لري . په ځانګړې توګه، که مواد په خطي ارتجاعي ډول چلند کوي، بيا د هوک قانون پلي کيږي، او يو متناسب اړيکی دی سترس او سترين ترمنځ پيدا کيږی.

د دې مفکورې په کارولو سره، په پام کې ونیسئ، که چیری په یوه مستطيل شکل ميله باندی يو بهرنی محوری بار **P** پلی شی ميله په ارتجاعی حالت کی د شکل بدلون مومي، او دا په انځور 4-1a کی ښودلشوي. ځنی افقی او عمودی کرښې چی په ميله باندې رسم شویی تاو مومي، او ***ځايی تغير د شکل*** په هر پای کې واقع کيږي چیرته چې بار پری عمل کړی. د ميلی د مينځنی برخې په اوږدو کې، کرښې افقی او عمودی پاتې دي ځکه چې دا حصه د بار نه لری ده.



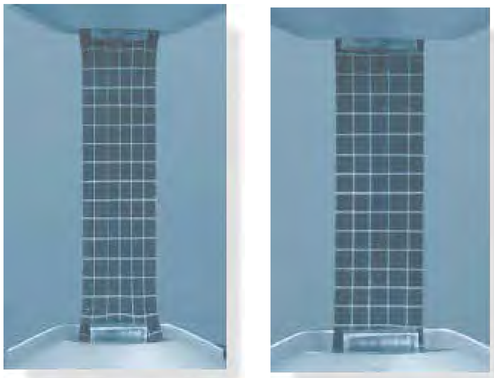
انځور 4-1

که چیرې مواد ارتجاعي حالت کی پاتې شي، نو رامينځته شوي سترين د دې کشکيدو له امله د سترس سره د هوک د قانون له لارې مستقیم تړاو لري، $s = Ee$. په نتيجه کی د ستريس پروفايل په توپیری ډول د a-a ، b-b، او c-c په غوڅو په انځور 4-1b کې ښودل شوي.
معلوميږی چی فشار د c-c په غوڅه کې یوشان ارزښت ته رسيږي، کوم چې د پای ځخه په کافي اندازه لیرې دي، ځکه چې د P لخوا جوړشوي د شکل ***ځايی تغير له مينځه ځي***. د بار له پای ځخه لږترلږه فاصله چيرې چې دا ځایی پیښيږي د رياضی په کارولو سره چې د ايلستيستی تيوری له بنسټ کار اخلی ټاکل کيدی شي. دا معلومه شوی چې دا فاصله باید لږترلږه د بار شوي غوڅی

برخي ترټولو *لوی ابعاد* سره مساوي وي. له همدې امله، برخه *c–c* باید لږ تر لږه د عرض سره مساوي فاصله کې موقعیت ولري (نه ضخامت) د بار.*

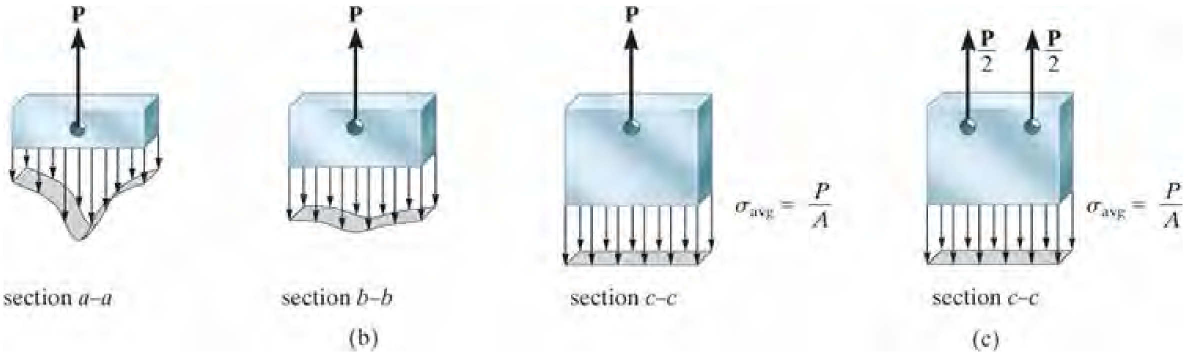
په ورته ډول، په شکل 4-1a کې د سترس ویش په اتکا کی به د غوښی برخې چې په ورته فاصله کی موقعیت لري یوشان شئ.

دا حقیقت چي سیمه ایز سترس او د شکل تغیر په دې ډول چلند کوي د ***سینټ وینټ اصول*** ***(Saint-Venant's principle)*** ورته ویل کیږي ، ځکه چي دا د لومړي ځل لپاره د فرانسوي ساینس پوه، **بارې ډی سینټ وینټ** (***Barre de Saint-Venant***) ، لخوا په 1855 کې لیدل شوی وه. په اصل کې دا وايي چي له بهرنی بار څخه پیدا شوی سترس او سترین د جسم په هغو نقطو کې چې په*کافی اندازه د بهرنی پلی شوی بار له ساحی لری* وی، دا به د سترس او سترین په څیر چې د کوم بل پلي شوي بهرنۍ بار لخوا تولید شوی وی مساوی وی کله چي دابار مساوی محصله ولری او په ورته سیمه د جسم کی پلي شي. د مثال په توګه، که چیرې دوی په متناسب ډول پلي شوي قواوی P/2 په میله باندې عمل وکړي، انځور 4-1c، د سترس ویش به په *c-c* برخه کې به یو شان وي او له همدې امله د $s_{avg} = P/A$ سره مساوي وي لکه څنګه چي په انځور 4-1c کې ښودل شوی.



*کله چي د *c-c* برخه دومره موقعیت ولري، د ایلستیستی تیوري د اعظمي سترس وړاندوینه کوي، $s_{max} = 1.02\ s_{avg}$

پام وکړئ چي په دې ربړ کې کربښي څنګه د غځولو وروسته تغیر مومي. سیمه ایز بیځایه شوي تحریفونه سم شوی څنګه چي د سینټ وینټ د اصولو لخوا بیان شوی.



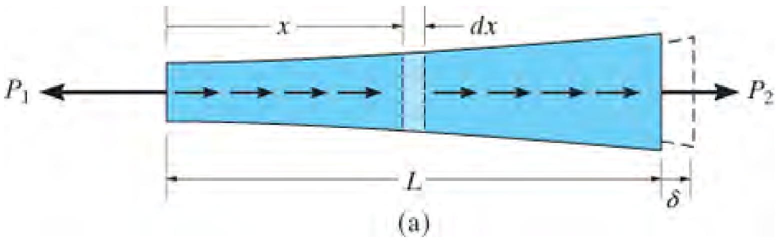
انځور 4-1 (تکرار)

4.2 د یو محوری بار شوی غړی د شکل ارتجاعی بدلون: (Elastic (Deformation of An Axially Loaded Member

عمودی بیځایه کیدنه د پایې په پوړ B کی یوازې په هغه قوه چې د راډ AB په اوږدوالی سره عمل کړ اړه لري. په هرصورت، بی ځایه کیدنه د لاندې پوړ C اړه لري په قواو چې د هغې په ټوله برخه د اوږدوالی ABC پلی کیږي.

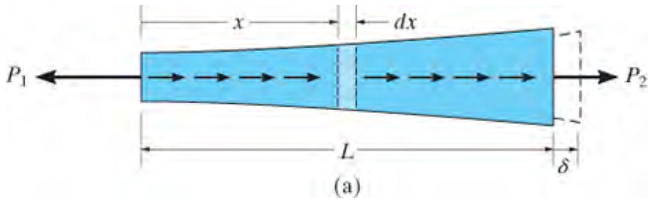
د هوک قانون او د سترس او سترین تعریفونو له مخې، موږ به اوس یو داسې مساوات رامینځته کړو چې دهغه په واسطه غړي چې محوري بار ور باندې عمل کوی نو ارتجاعي بې ځایه کیدنه یې په څه ډول پیدا کیږی. د دی مفهوم عمومي کولو لپاره، هغه بار په پام کې ونیسئ چې په انځور 4-2a کې ښودل شوي، کوم چې د غوڅې برخې ساحه یې په تدریجي ډول د هغې اوږدوالی L سره تغیر کوی، او د داسې موادو څخه جوړ شوی چې متغیره سختی (stiffness) یا ارتجاي ماجولس (modulus of elasticity) لري . پدی باربانډی معین متمرکز بارونه په پای کې او یو متغیر خارجي ویشل شوی بار د هغې په اوږدوالی سره عمل کوی. دا توزیع شوی بار کولی شي، د بیلګې په توګه، استازیتوب وکړي د میلی په وزن، که چیری دا په عمودی موقعیت کې وي، دا ویشل شوی بار کیدی شی چې اصتحکاکی قوه د بار په سطحه وی.

دلته موږ غواړو د یوه پای نسبي بې ځایه کید نه d (ډیلتا) نسبت بل پای ته د پلی شوی بار له امله پیدا کړو. موږ به د محلي شکل تغیرو څخه سترګې پټې کړو چې د بارد پلیکیدو په نقطو کې واقع کیږي او یا کله چې غوڅه برخه ناڅاپه بدلیږي. د سینټ وینانټ اصول سره، دا اغیزې د بار په کوچنیو سیمو کې واقع کیږي، او په اوږدوالي د بارکی یې اغیزه له مینځ ځي. له همدې امله به په وروستی پایله کې کومه د پام وړ اغیزه ونلري. ډیری برخه د میلی به په مساوي ډول د شکل تغیر کوی او نارمل ستریس به په مساوي ډول په غوڅه برخه ویشل شوي وی .



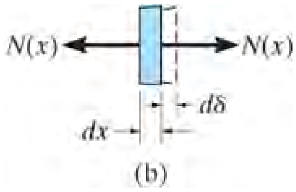
انځور 4-2

د برخو د طریقو له مخی، د اوږدوالي dx او دغوڅی برخی مساحت $A(x)$ د میلی څخه په موقعیت x کې جلا کیږي، چیرته چې د ارتجاعي ماجولس $E(x)$ دي. د دې عنصر آزاد ډیاګرام په انځور 4-2b کې ښودل شوی. محصله د داخلی محوری قواوو تابع د x دی، ځکه چی بهرنی ویشل شوي بار د میلی د اوږدوالی سره تړاو لري. دا بار، $N(x)$، به عنصر په هغه شکل بدل کړي چې په توټه توټه شوی کرښو ښودل شوی، او له همدې امله د عنصر د یوه پای بې ځایه کیدل نسبت بل پای ته $d\delta$ کیږي. له همدې امله په عنصر کې سترس او سترین پدی ډول دي:



$$\sigma = \frac{N(x)}{A(x)} \text{ and } \epsilon = \frac{d\delta}{dx}$$

په دې شرط چې سترس د تناسب حد څخه زیات نه وي، موږ کولی شو د هوک قانون له مخی، د بیلګي په توګه، $\sigma = E(x)\epsilon$ او :



انځور (ادامه) 4-2

$$\frac{N(x)}{A(x)} = E(x)\left(\frac{d\delta}{dx}\right)$$

$$d\delta = \frac{N(x)dx}{A(x)E(x)}$$

د بار د اوږدوالی L لپاره، د δ موندل پدی لاندی ډول دی:

$$\delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{A(x)E(x)} \qquad (4\text{–}1)$$

دلته

δ = په میله کې د یوې نقطې بې ځایه کیدل د بل نقطی په پرتله

L = د میلی اصلي اوږدوالی

$N(x)$ = داخلي محوري قوه په یوه برخه چی د x په فاصله کې له یوه پایه موقعیت لري

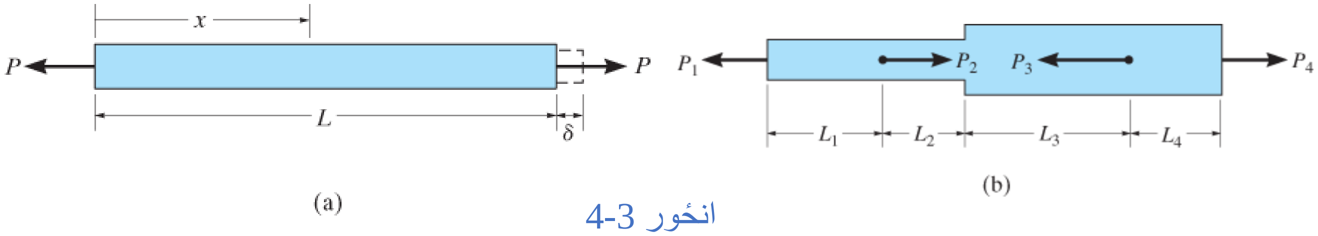
$A(x)$ = د میلی د غوڅی برخی ساحه د x په فاصلی

$E(x)$ = د موادو لپاره د ارتجاعي ماجولس چې د x فاصلی تابع په توګه څرګند شوی

دوامداره یا ثابت بار او د غوښې برخې ساحه (Constant Load and Cross-Sectional Area)

په ډېرو مواردو کې میله به یوه ثابته غوښه مساحت A ولري؛ مواد به یو شان وي، نو E ثابت دی. سربېره پردې، که یوه ثا بته قوه په هرپای کې پلي شي، انځور 4-3a، بیا داخلي قوه N د میلې په اوږدو کې هم ثابته ده. د پایلې په توګه، معادله 4-1 کله چې مدغم شي لاندې معادلعه ترې جوړیږی:

$$\delta = \frac{NL}{AE} \quad (4\text{–}2)$$

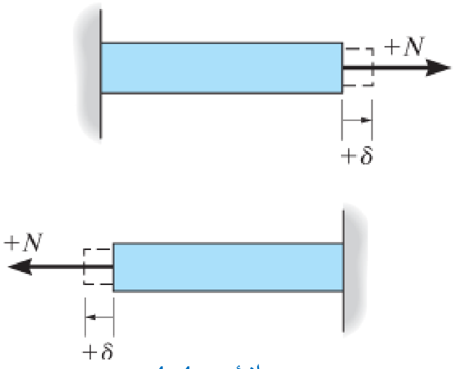


انځور 4-3

که بار د خپل اوږدوالي په اوږدو کې د څو مختلف محوري ځواکونو تابع وي، یا د غوښې برخې مساحت یا د ارتجایي ماجولس کی په ناڅاپي ډول د بار له یوې سیمې څخه بلې ته بدلون را شی ، لکه څنګه چې په انځور 4-3b کښودل شوي بیا پورته مساوات د *میلې هرې برخې* ته چیرې چې دا مقدارونه *ثابت* وی پلي کیدی شي. د میلې پایلی بې ځایه کیدنه د یو پای نظر بل پای ته بیا د د الجبری یو ځای کولو د هرې برخې د پایلود بې ځایه کیدلو څخه موندل کیږي. د دې عمومي قضیې لپاره:

$$\delta = \sum \frac{NL}{AE} \quad (4\text{–}3)$$

د نښاني کنونشن (Sign Convention) : کله چې 4-1 تر 4-3 معادلی پلي کوو دا غوره ده چې د داخلي محوري قوو او بېځایه کیدنی لپاره یو ثابت کنونشن انتخاب کړو. د دې لپاره، که قوه د کشش په حالت کې وی او بېځایه کیدنه د اوږدوالی لا ملشی دا به مثبت وی، او که قوه د ټیل وهلو او بېځا یه کیدنه د لنډوالی لامل شی دا به منفی وی، انځور، 4-4 .



انځور 4-4

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د سینټ ویننانټ اصول وایي چې دواړه، ځایی د شکل بدلون او سترس چې د بهرنی بار په نیږدو سیمو کې پیښیږي په لرې واټن کې "اوار کیږی" کله چې له دې سیمو څخه په کافي اندازه وا ټن ولرې.

- د محوري بار شوي غړي د یوې پای بې ځایه کیدل نظر بل پای ته په کارولو د هغه تړون چې د سترس او بار تر مینځ شتون لري $s = N/A$، او هم هغه تړون د سترین له بیځایه کیدنی $e = d$ d/dx سره تړاو لري ټاکل کیدی شی . په نهایت کې دا دوه معادلې د هوک د قانون په کارولو سره یوځای کیږي، $s = Ee$ ، کوم چې معادله 4-1 جوړه وی.

- له هغه وخته چې د هوک قانون د بیځایه کیدو مساوات په جوړه ولوکی کار ورځینی اخیستل شوی دا مهمه ده چې داخلی بار په موادو کی ییلډ جوړ نه کړی ، او مواد یو خطي ارتجاعي چلند ولري .

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د محوري بار شوي غړي د هر دوه نقطو A او B ترمنځ نسبي بې ځایه کیدل د معادلی 4-1 یا معادلی 4-2 په پلي کولو سره تاکل کیدی شي. ددی معادلدود پلی کولو د پاره لاندې مرحلو ته اړتیا ده.

داخلی قوواوي (Internal Force)

- د اخلی محوري قوه N د غوڅیدو په طریقه سره په غړی کی پیدا کیدی شي.
- که چیری محوری قوه د غړی په اوږدوالی د *بهرنی ویشل شوی بار* له امله توپیر ولري ، یوه برخه باید په خپل سر په فاصله د x د غړي له یوه پایه څخه بیله شي، او داخلي قوه تابع د x هلته وښودل شی، د بیلګې په توګه، $N(x)$

- که څو *پرله پسې بهرني بارونه* په غړي عمل وکړي، د غړو په هره برخه کې د هر دوو بارو تر منځ داخلي قوه د بهرني بارونو له امله باید مشخص شي.

- د هرې برخي لپاره، داخلي *کششی قوه مثبت* ده او داخلي فشاري یا تیلو هونکی قوه منفي ده. د آسانتیا لپاره، د ټول غړي داخلي بار پایلي کیدی شي د *نارمل قووی دیاګرام* په جوړولو سره په ګرافیک ډول وښودل شی .

بې ځایه کیدل (Displacement)

- کله چې د غړي غوڅې برخي مساحت د هغې اوږدوالی سره *توپیر* ولري، مساحت باید د خپل موقعیت x تابع په توګه څرګند شي، د بیلګې په توګه، $A(x)$.

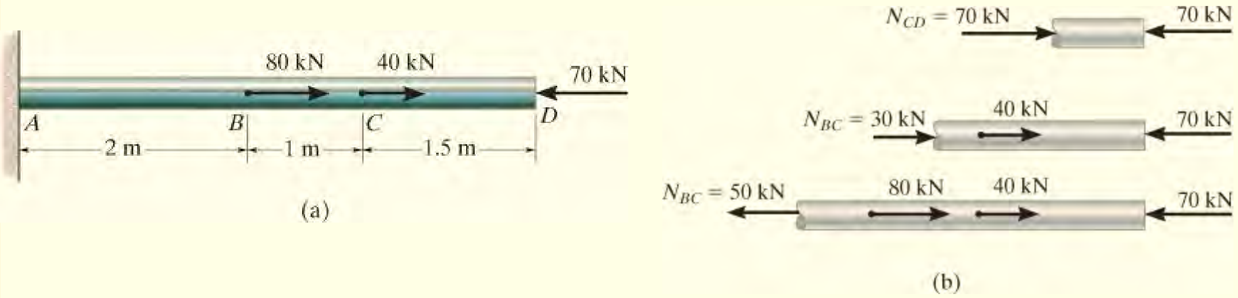
- که د غوڅې برخي مساحت ، د ارتجاعیت ماجولس یي، او یا داخلي بار په *ناڅاپی بدلیږي*، بیا معادله 4-2 باید په هرې برخه کې کوم چې دا مقدارونه ثابت دی پلي شی

- کله چې معلومات په معادلو 4-1 تر 4-3 پورې ځای په ځای کیږئ داډ ترلاسه کړئ قواوی N له مناسبي نښي سره حساب کیږی . کششي قواوی مثبت دي او تیلو هونکي قوواوی منفي دي. همدارنګه، له واحدونوپه منظم توګه کار واخلي. د هرې برخي لپاره، که پایله مثبت وي عددي مقدار اوږدوالی په ګوته کوي؛ که دا منفي وي، دا لنډوالي ته اشاره کوي .

مثالونه

مثال 4.1

یوډول د A-36 فولادو میله په انځور 4-5a کی 50 ملی متره قطر لري او ښودل شوي بهرنی بار وربانډی پلی شوي. په ټکی D کې بې ځایه کیدنه ، او هم د ټکی C بیځایه کیدنه نسبت د B ټکی ته معلوم کړي.



انځور 4-5

حل (SOLUTION)

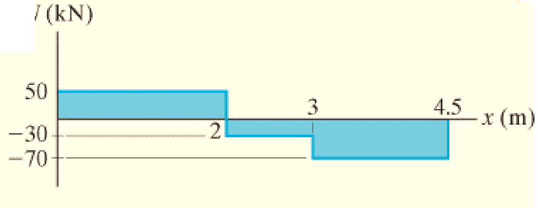
داخلی قواوي (Internal Forces). د بار دننه داخلي قواوی د برخو او افقی توازن طریقو له کارولو ټاکل کیږي. پایلي په انځور 4-5b کې د میلی په آزاد ډایاګرام کې ښودل شوي. د نارمل قوو آزاد ډایګرام په انځور 5.4c کې د میلی په اوږدو کې د دې قواوو توپیر ښیې.

بې ځایه کیدل. د دی کتاب پا ی برخه په پوښ کی، د A-36 فولادو لپاره، E = 200 GPa. د قبول شوی کنوانسیون علامو په کارولو سره، د میلي د پای بې ځایه کیدنه عبارت ده په

$$\delta_D = \sum \frac{NL}{AE} = \frac{[-70(10^3)\text{ N}](1.5\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

$$+ \frac{[-30(10^3)\text{ N}](1\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]} + \frac{[50(10^3)\text{ N}](2\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

$$\delta_D = -89.1(10^{-3})\text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$



(c)

دا منفي پایله ښیي چې ټکی D کيڼ لور ته حرکت کوي.

بیځایه کیدنه د B ، نسبت C ته عبارت ده په $d_{B/C}$ او دا یوازې د داخلي بار له امله چې په BC سیمه کې شتون لري رامینځته کیږي. په دې توګه

$$\delta_{B/C} = \frac{NL}{AE} = \frac{[-30(10^3)\text{ N}](1\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]} = -76.4(10^{-3})\text{ mm} \quad \textit{Ans.}$$

دلته دا منفي نښانه ښیي چې ټکی B د ټکی C په لور حرکت کوي.

$$\delta_D = \sum\frac{NL}{AE} = \frac{[-70(10^3)\text{ N}](1.5\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

$$+ \frac{[-30(10^3)\text{ N}](1\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]} + \frac{[50(10^3)\text{ N}](2\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

$$\delta_D = -89.1(10^{-3})\text{ mm} \quad \textit{Ans.}$$

منفي علامه ددې معنا لرې چې د D ټکی کښته خواته حرکت کوی.

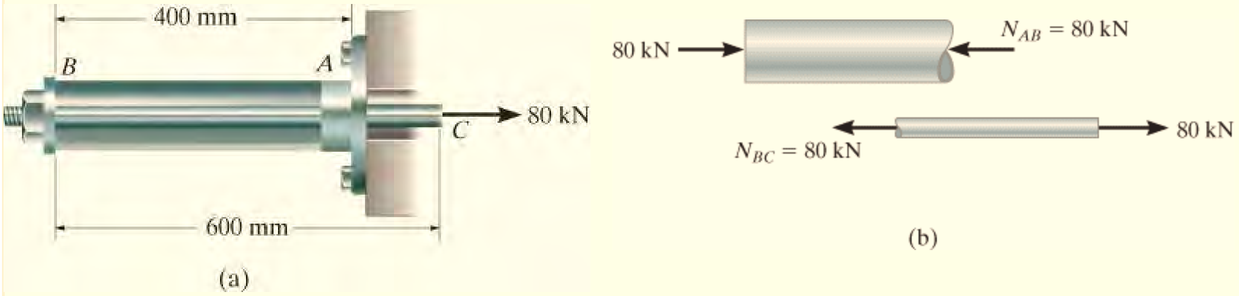
د B د ځای بدلون د C ټکی نه $d_{B/C}$ د هغو داخلی قوی له امله کیږی چې د BC په حصه کې عمل کوی.

$$\delta_{B/C} = \frac{NL}{AE} = \frac{[-30(10^3)\text{ N}](1\text{ m})}{\pi(0.025\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]} = -76.4(10^{-3})\text{ mm} \quad \textit{Ans.}$$

دلته منفي علامه دا معنا لرې چې B د C خواته ځی.

مثال 4.2

یو اسمبلي چې له یوه تیوب AB د الومنیم څخه جوړه په لاندی انځور 4-6a کې ښودل شوي. د تیوب د غوټې برخې مساحت 400mm^2 دی. یو فولادي میله چې 10 ملي میټر قطر لري په یوه سخت کالر سره نښلول شوي او د تیوب له لارې تیریږي. که کششی بار 80 kN په میله باندې تطبیق شی، د میلی د پای C بې ځایه کیدل مشخص کړئ . لدی معلوماتو کار واخلی $E_{st} = 200$ GPa ، $E_{al} = 70$ GPa.



انځور 4-6

حل (SOLUTION)

داخلی قواوي (Internal Forces). د ټیوب او میلی برخو آزاد ډایاګرامونه په انځور 4-6b کې ښيي چې میله باندی د 80 kN کشش عمل کړي او ټیوب باندی 80 kN کمپریشن راغلي.

بې ځایه کیدل (Displacement). اول به بیځایه کیدل د C نسبت B ته معلوم کړو. دلته واحدونه نیوتن او متر دي

$$\delta_{C/B} = \frac{NL}{AE} = \frac{[+80(10^3)\ \text{N}]\ (0.6\ \text{m})}{\pi(0.005\ \text{m})^2[200\ (10^9)\ \text{N/m}^2]} = +0.003056\ \text{m} \rightarrow$$

مثبت نښه ښيي چې C په ښي لور نسبت B ته حرکت کوي، ځکه چې بار اوږدیږي.

د B بیځایه کیدل نسبت ثابت پای A ته پدی لاندی ډول ده

$$\delta_B = \frac{NL}{AE} = \frac{[-80(10^3)\ \text{N}](0.4\ \text{m})}{[400\ \text{mm}^2(10^{-6})\ \text{m}^2/\text{mm}^2][70(10^9)\ \text{N/m}^2]}$$
$$= -0.001143\ \text{m} = 0.001143\ \text{m} \rightarrow$$

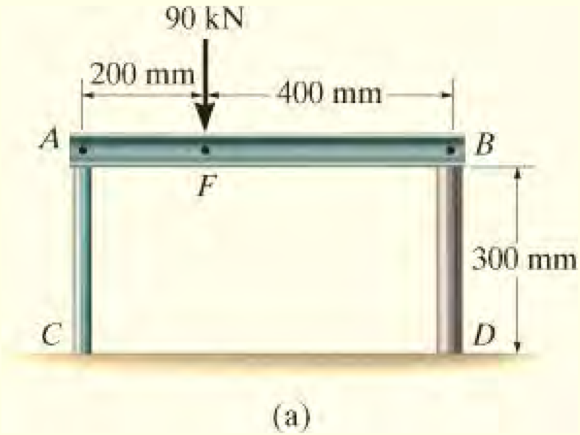
دلته منفي نښه ښيي چې ټیوب لنډیږي، او B حرکت کوي ښي خوا ته نسبت A ته.

څرنګه چې دواړه بې ځایه کیدل ښي خوا ته دي، له همدې امله C بې ځایه کیدل نسبت تړل شوی پای A ته عبارت دی په

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \qquad \delta_C = \delta_B + \delta_{C/B} = 0.001143\text{ m} + 0.003056\text{ m}$$
$$= 0.00420\text{ m} = 4.20\text{ mm} \rightarrow \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 4.3

سخت بیم AB په دوه لنډو پایو چې په انځور 4-7a کې ښودل شوي تکیه کړی ده. غړی AC د فولادو څخه جوړ شوی دی او 20 ملي متره قطر لري. اوغړی BD د المونیم څخه جوړ شوی او 40 ملي میتر قطر لري. د ټکی B چی په بیم AB موقعیت لري، بیځایه کیدنه معلوم کړي . په ټکی F باندی یو بهرنی بار د 90 kN عمودی پلي شوي. E_{st} = 200GPa او E_{al} = 70 GPa.



(a)

حل (SOLUTION)

داخلی قواوي (Internal Forces).

ټیلوهونکي قواوي د هرې پایي په سر کې عمل کوي او د غړي AB د تعادل معادلو څخه ټاکل کیږي، انځور 4-7b . دا قواوی مساوی دی په داخلی قواوو په هره پایه کې ، انځور 4-7c .

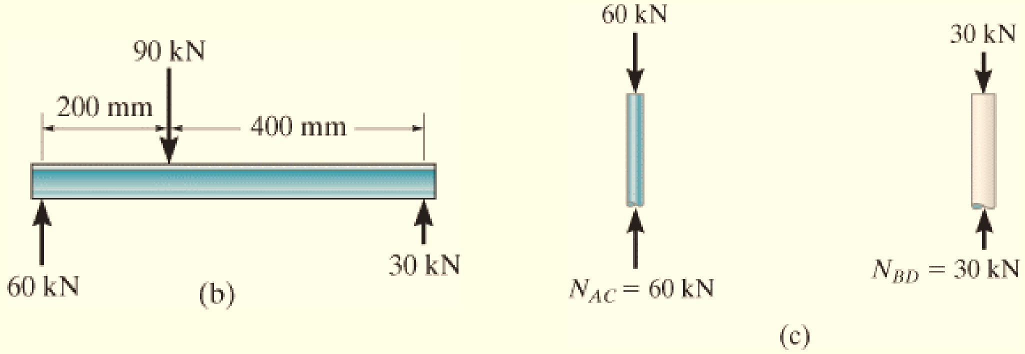
بې ځایه کیدل. بیځایه کیدل په سر د هر پایي کی عبارت دی په

پایه AC

$$\delta_A = \frac{N_{AC}L_{AC}}{A_{AC}E_{st}} = \frac{[-60(10^3)\ \text{N}](0.300\ \text{m})}{\pi(0.010\ \text{m})^2[200(10^9)\ \text{N/m}^2]} = -286(10^{-6})\ \text{m}$$
$$= 0.286\ \text{mm} \downarrow$$

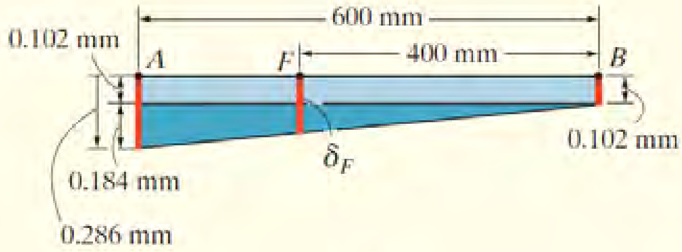
پایه BD

$$\delta_B = \frac{N_{BD}L_{BD}}{A_{BD}E_{al}} = \frac{[-30(10^3)\ \text{N}](0.300\ \text{m})}{\pi(0.020\ \text{m})^2[70(10^9)\ \text{N/m}^2]} = -102(10^{-6})\ \text{m}$$
$$= 0.102\ \text{mm} \downarrow$$



یو ډیاګرام د بیم په A، B ، او F کې د مرکزي کرښې بې ځایه کیدل ښیي او دا په انځور 4-7d کې ښودل شوی. د نیلي رنګ مثلث په تناسب د F نقطې بې ځایه کیدنه:

$$\delta_F = 0.102\ \text{mm} + (0.184\ \text{mm})\left(\frac{400\ \text{mm}}{600\ \text{mm}}\right) = 0.225\ \text{mm} \downarrow \qquad \textit{Ans.}$$

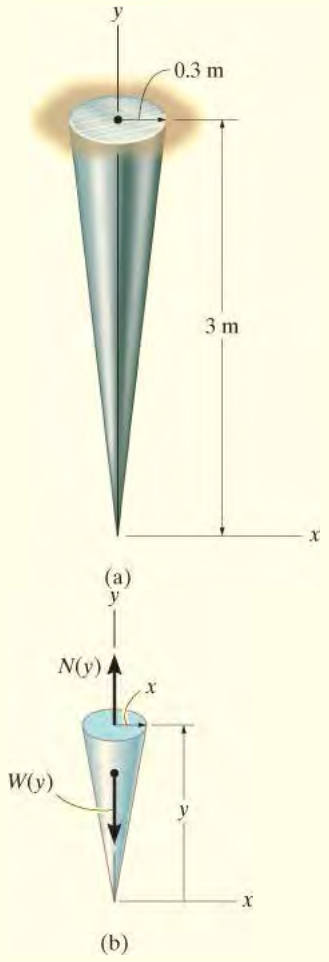


(d)

انځور 4-6

مثال 4.4

یو غرۍ له داسې موادو څخه جوړ شوی چې ځانګړی وزن یې $g = 6 kN/m^3$ او د ارتجاعي ماجولس يې 9 GPa دي. که دا غرۍ د یو مخروط په بڼه وي او ابعاد يې په انځور 4-8a کې ښودل شوي، دا معلومه کړي کله چې دا په عمودي موقعیت کې وځړول شي د هغې پای څومره د خمکی د جاذبي له امله بې ځایه شوی .



انځور 4-8

حل (SOLUTION)

داخلی قواوي (Internal Forces).

داخلي محوري قوه د غرۍ په اوږدو سره توپير لري، ځکه دا د لاندي غرۍ د يوې برخې وزن $W(y)$ پورې اړه لري او دا په انځور 4-8b کی ښودل شوی. د بې ځایه کیدو محاسبه کولو لپاره، موږ باید Eq. 4-1. نه کار واخلو. په یوه برخه کې چې د مخروط له آزاد پای څخه یو فاصله y موقعیت لري، د د مخروط شعاع x په نسبت د y د د تناسب له مخې ټاکل کیږي. یعنی

$$\frac{x}{y} = \frac{0.3\text{ m}}{3\text{ m}}; \qquad x = 0.1y$$

حجم د مخروط چې د پای شعاع يې x او لوړوالي y لری پدی ډول دی

$$V = \frac{1}{3}\pi y x^2 = \frac{\pi(0.01)}{3} y^3 = 0.01047y^3$$

اوس $W = gV$ داخلی قوه د برخی مساوی ده په

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad N(y) = 6(10^3)(0.01047y^3) = 62.83y^3$$

بې ځایه کیدل (Displacement). مساحت دغوڅی برخی هم تابع د مو قعیت y دی ، لکه څنګه چې په انځور 4-8b کی ښودل شوي.

$$A(y) = \pi x^2 = 0.03142\, y^2$$

له معادلی 4-1 څخه کار اخلو او لیمت د $y = 0$ او $y = 3$ m داسی په لاس راځي

$$\delta = \int_0^L \frac{N(y)\,dy}{A(y)\,E} = \int_0^3 \frac{(62.83y^3)\,dy}{(0.03142y^2)\,9(10^9)}$$

$$= 222.2(10^{-9}) \int_0^3 y\,dy$$

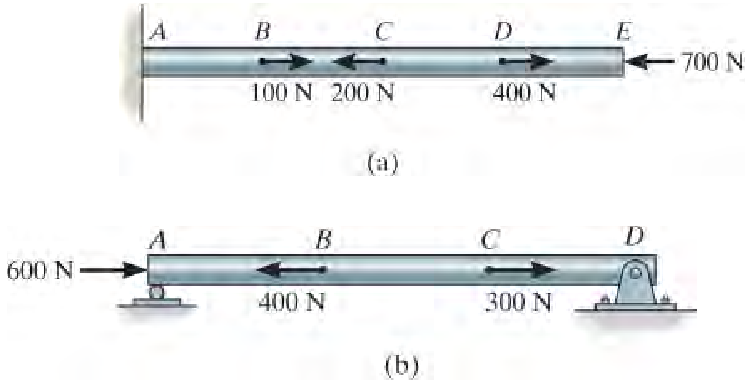
$$= 1(10^{-6})\text{ m} = 1\ \mu\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

یا دونه: دا یوه ډیر کوچني اندازه ده.

لمړني سوالونه

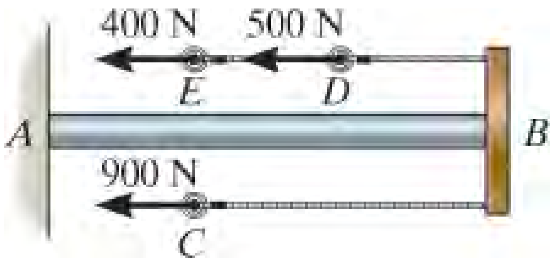
PRELIMINARY PROBLEMS

ل **4-1.** **دلاندی ښودلشوی** میلي په هر یوه حالت کي، د لیکل شویو ټکو ترمینځ داخلي نارمل قوه پیدا کړئ. ټول اړین آزاد ډیاګرامونه رسم کړئ .



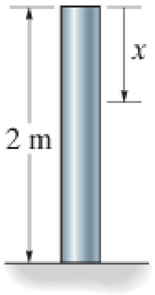
ل 4-1

ل **4-2.** داخلی نارمل قوه په بین د ښودل شویو ټکیو د کیبل وټاکئ. اړونده آزاد ډایګرامونه رسم کړي.



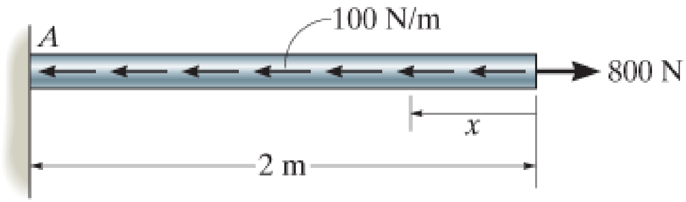
ل 4-2

4-3. د پایی وزن 8kN/m دی. په پایه کی د نارمل قوی اندازه چی د x تلبع وی، وښیی.



ل 4-3

P4-4. لاندی راډ باندی یه خارجی قوه 800 N او خپور شوی بار 100 N/m عمل کوی. په راډ کی داخلی محوری قوه چی د x سره تړاو ولری پیدا کړی.

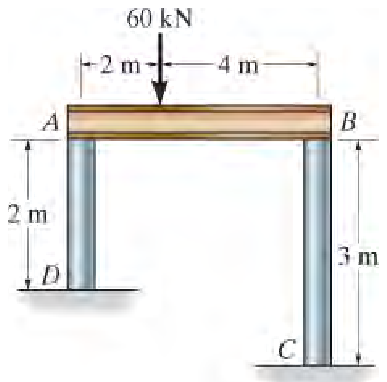


ل 4-4

P4-5.

په کلکه بیم 60 kN بار پلی شوی. د B بیځای کیدنه معلومه کړی.راکړل شوی:

E= 60 GPa , $A_{BC}=2(10^{-3})\text{m}^2$

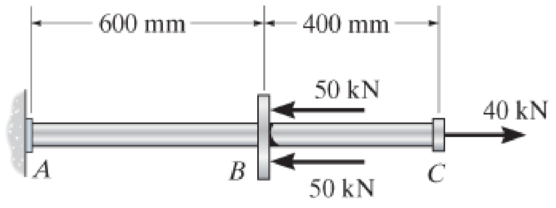


ل 4-5

بنسټیز سوالونه

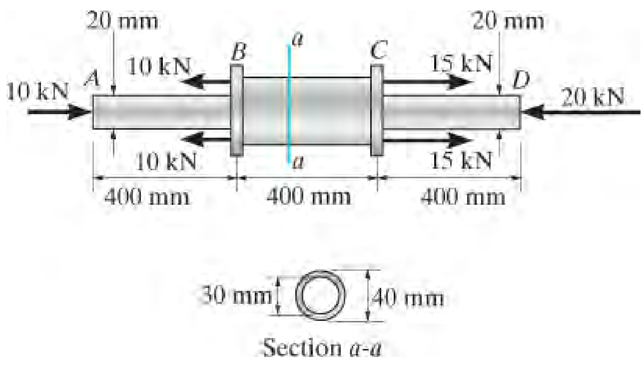
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 4-1 د A36 فولادوپه یو ه راډ چې قطر یې 20 mm دی لاندې قوې عمل کوی. د C بیځایه کیدل د A نه چې کلکه اتکا ده پیدا کړی.



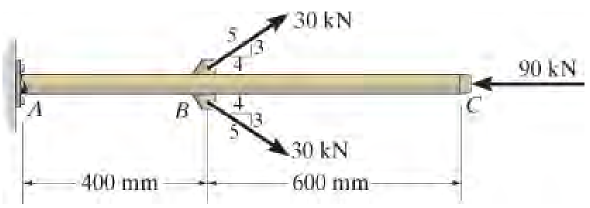
ب 4-1

ب 4-2 د AB او CD سلنډرونه ډک او BC برخه یو تیوب وی. که دا اسمبلی د 6061-T6 المونیم نه جوړه شوې وی، د D بیخایه کیدل د A پای نه پیدا کړی.



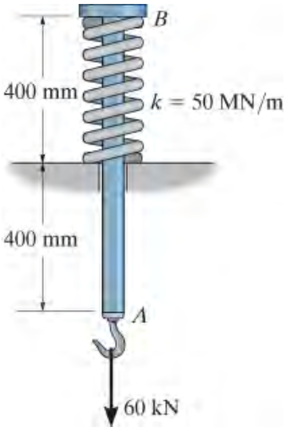
ب 4-2

ب 4-3 یو راډ چې د A992 فولادو نه جوړ شوی او قطر یې 30 mm دی پرې لاندې بارونه پلې شوی. د C د پایلې بیځایه کیدنه معلومه کړی.



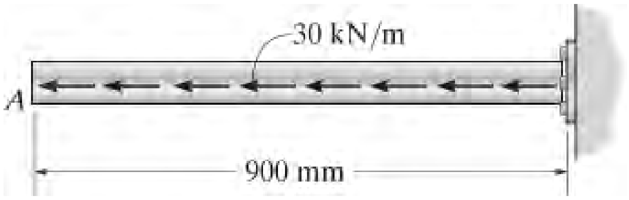
ب 4-3

ب 4-4. که چیرې دا ښودل شوی میله له A-36 فولادو څخه جوړه او قطر يي 20-mm میلی متر وی، د تړل شوی فنر شخی $k = 50$ MN.m ده د پای A بیځایه کیدنه معلومه کړی، کله چی بهرنی بار 60-kN پلی شي.



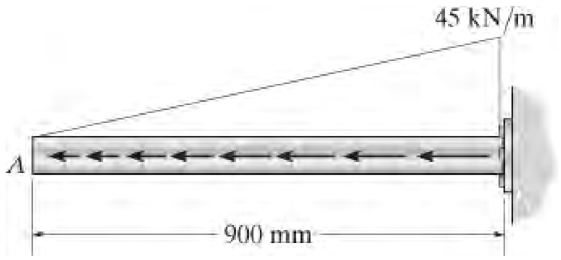
ب 4-4

ب 4-5. په لاندی انځور کی ښودل شوی میله 20-mm ملی متر قطر لري او له الومنیم 2014-T6 څخه جوړه شوي او یو محوری یوشان ویشل شوی بارورباندی عمل کړي د پای A بیځایه کیدنه معلومه کړي



ب -4

ب 4-6. په لاندی انځور کی ښودل شوی میله 20-mm ملی متر قطر لري او له الومنیم 2014-T6 څخه جوړه شوي او یو مثلثي ویشل شوی بار ورباندی عمل کړي د پای A بیځایه کیدنه معلومه کړي.

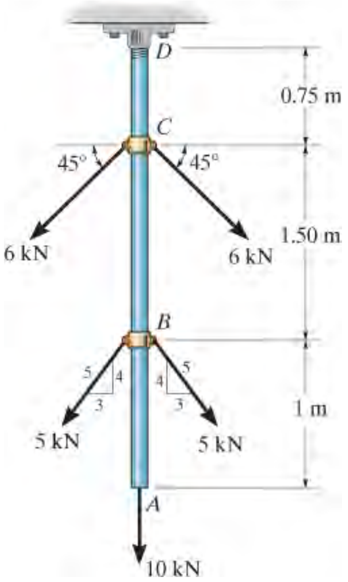


ب 4-6

سوالونه

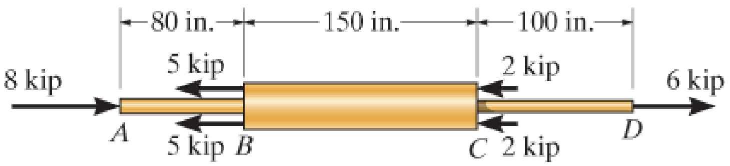
(PROBLEMS)

س 4-1. یو فولادی (A992) میله چې د غوڅې برخې مساحت يې 80-mm^2 دی، په انځور کې ښودل شوی بار ور باندی پلي شوي بيځايه کيدنه د B او A پيدا کړي. د کپلينګ (couplings) اندازه په B او C کی په پام کی مه نيسي.



س 4-1

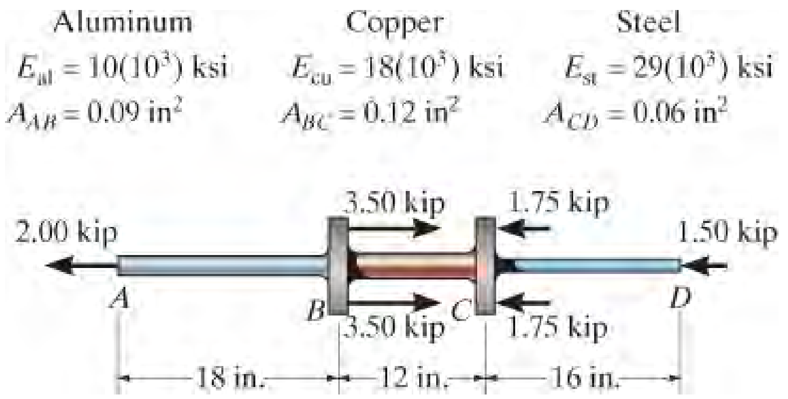
س 4-2. یو مسی شافت چې محوري بار ورباندی پلي شوي دی په لاندی انځور کی ښودل شوي. بيځايه کيدنه د پای A نسبت پا ي D ته معلوم کړي، قطرونه د شافت په لاندی ډول دی: $d_{AB} = 0.75$ in, $d_{BC} = 1$ in., $d_{CD} = 0.50$ in . د ارتجاعيت ماجولس $E_{cu} = 18(10^3)$ ksi ده.



س 4-2

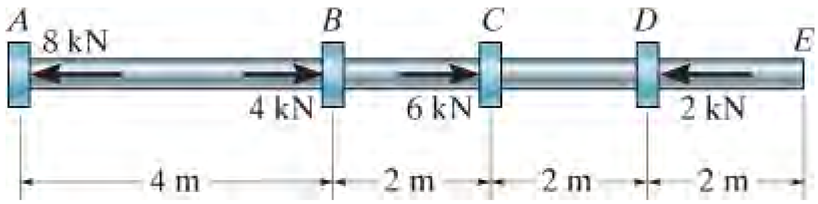
س **.4-3** دا لاندی کمپازت شافټ، د المونیم، مسو، او د فولادو برخې لری ، او په لاندی انځور کی ښودل شوي بار ور باندی پلی شوي دي. د پای A بې ځایه کیدل نسبت پای D ته مشخص کړئ او په هره برخه کې نارمل سترس معلوم کړي. د غوڅې برخی مساحت د هرې سیمی لپاره د ارتجاعیت ماجولس په لاندی انځور کې ښودل شوي.د کالرونو (collars) اندازې په B او C کې په پام مه نیسي.

س **.4-4** دا لاندی کمپازت شافټ، د المونیم، مسو، او د فولادو برخې لری ، او په لاندی انځور کی ښودل شوي بار ور باندی پلی شوي دي. د B بې ځایه کیدل نسبت C ته مشخص کړئ او په هره برخه کې نارمل سترس معلوم کړي. د غوڅې برخی مساحت د هرې سیمی لپاره او د ارتجاعیت ماجولس په لاندی انځور کې ښودل شوي. د کالرونو (collars) اندازې په B او C کې په پام مه نیسي.



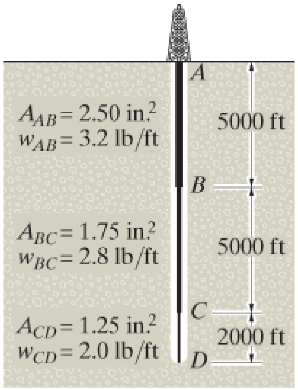
س 4-3/4

س **.4-5** د المونیم 2014 T6 میله 30 ملي میتر قطر لري او ښودل شوي بار ورباندی پلي شوي. بی ځایه کیدنه د پای A په نسبت د پای E معلوم کړي. د کپلینګ اندازې ته پام مه کړئ .



س 4-5

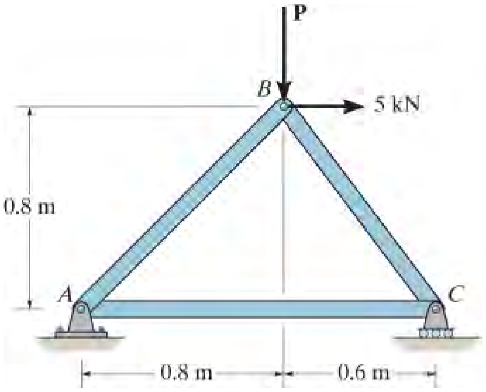
س 4-6. د تېلو څاه د A-36 فولادو برمی شافټ 12 000 ft فوټ اوږدوالی سره د ځمکی لاندی ته رسیدلی ده . فرض کړئ چې پایپ د څاه کیندلو لپاره کارول کیږي او په آزاده توګه دکرین له ماشین څخه په A کې ځړلول شوي، په هر پایپ کې اعظمي اوسط نارمل سترس معلوم کړئ. او هم د پای D اوږدیدل نسبت ثابت پای A ته پیدا کړي. شافټ له دریو مختلف اندازو پایپونو څخه جوړ دی، AB، BC، او CD ، د هر یوه اوږدوالي وزن په اوږدوالی کی او د غوڅې برخي مساحت په انځور کی ښودل شوي.



س 4-6

س 4-7. ټراس د دریو A-36 فولادو غړیو څخه جوړه شوی، هر یوغړی د 400 mm^2 غوڅې برخی مساحت لري. د رولر C افقی بې ځایه کیدنه کله چې $P = 8$ kN قوه عمل وکړي و ټاکی.

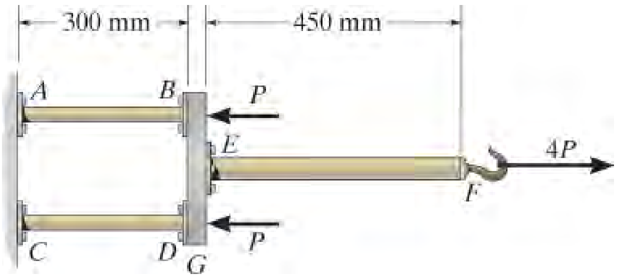
س * 4-8. ټراس د دریو A-36 فولادو غړیو څخه جوړه شوی، هر یوغړی د 400 mm^2 غوڅې برخی مساحت لري. د P شدت معلوم کړی کله چې رولر بني لور ته 0.20 ملی متره بې ځایه شي.



س 4-7/8

س 4-9. دا لاندی اسامبلی د دوه 10 mm ملی متر قطر سره مس C83400 میلو AB او CD، او د 15 mm-قطر 304 فولادو میلی EF، او یوی سختی میلی G څخه جوړ دی. که $P = 5$ kN وی، د پای F میلی EF افقی بې ځایه کیدنه مشخص کړئ.

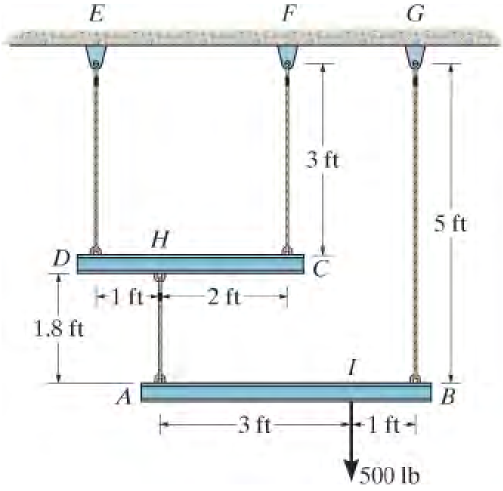
س **4-10.** دا لاندی اسامبلی د دوه 10 mm ملی متر قطر سره مس C83400 میلو ABاو CD، او د 15 mm-قطر 304 فولادو میلی EF، او یوی سختی میلی G څخه جوړ دی. که چیری افقی بیځایه کیدل د پاي F د میلی EF 0.45 ملي میتره وی، د P شدت مشخص کړئ .



س 4-9/10

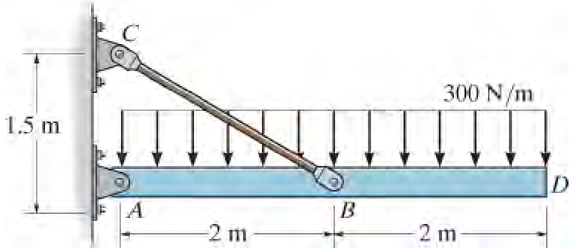
س **4-11.** بهرنی بار د څلور 304 فولادی سیمونو لخوا چی په سختو غړو AB او DC سره وصل دي ملاتړ کيږي. د 500 پونډ بهرنی بار عمودی بې ځایه کیدل معلوم کړئ که چیرې غړي په اصل کې افقی وو. او د هر سیم د غوڅی برخی مساحت $0.025\ in^2$ وی.

س ***4-12.** بهرنی بار د څلور 304 فولادی سیمونو لخوا چی په سختو غړو AB او DC سره وصل دي ملاتړ کيږي. دهر غړي د تاویدو زاویه وروسته له دی چی 500 پونډه بهرنی بار پری پلی شي معلوم کړئ. که چیرې غړي په اصل کې افقی وو، او دهر سیم غوڅی برخی مساحت $0.025\ in^2$ دی.



س 4-11/12

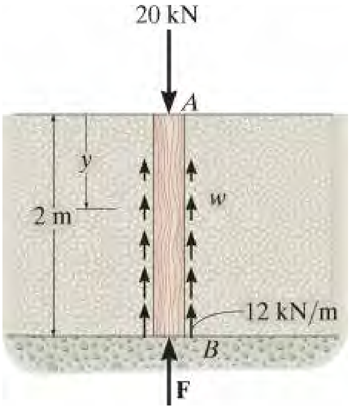
س 4-13. یو سخت بیم د یوه راډ CB په ذریعه په B کی په پن سره وصل شوي . د راډ CB غوڅې برخی مساحت يې $14mm^2$ دی او له 6061-T6 المونیم څخه جوړ شوی . د ټکی D عمودی انعطاف معلوم کړئ کله چې لاندی توزیع شوی بار په بیم پلی شي .



س 4-13

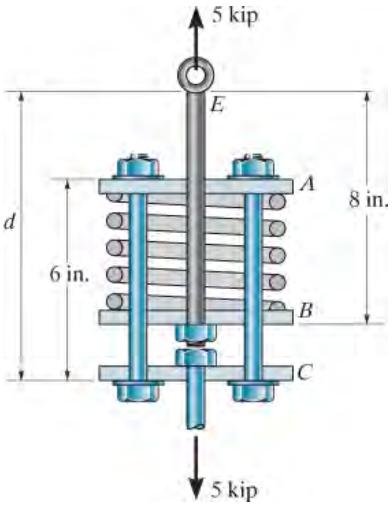
س 4-14. دا لاندی پایه د ډګلاس صنوبر (Douglas fir) څخه جوړ شوی او 100 mm قطر لري. که چیرې په دی پایه 20 kN بهرنی بار عمل وکړي او د خاورې له خوا د پایی په اوږدوالی د ځمکی لاندی د پوست په شاوخوا اړخونو کې توزیع شوي د خاوری سره اصتحکاکی مقاومت عمل کړي کله چې په $y = 0$ د اړخ اصتحکاکی قوه $w= 0$ kN/m او په $y = 2$ m کی یی ارزښت $w = 12$ kN/m وی د F قوی ارزښت په لاندی پاي کی د تعادل لپاره معلوم کړي.
همدارنګه، د پايي د پورتنی برخي بې ځایه کول A د پايي په سر کی نسبت پای B ته معلوم کړي.
د پايي وزن په پام کې مه نیسئ.

س 4-15. دا لاندی پایه د ډګلاس صنوبر څخه جوړ شوی او 100 mm قطر لري. که چیرې په دی پایه 20 kN بهرنی بار عمل وکړي او د خاورې له خوا د پایی په اوږدوالی د ځمکی لاندی د پوست په شاوخوا اړخونو کې توزیع شوي د خاوری سره اصتحکاکی مقاومت عمل کړي کله چې په $y = 0$ د اړخ اصتکاکی قوه $w= 4$ kN/m او په $y = 2$ m ارزښت $w = 12$ kN/m وی د F قوی ارزښت په لاندی پاي کی د تعادل لپاره معلوم کړي. همدارنګه، د پايي د پورتنی برخي بې ځایه کول A د پايي په سر کی نسبت پای B ته معلوم کړي. د پايي وزن په پام کې مه نیسئ.



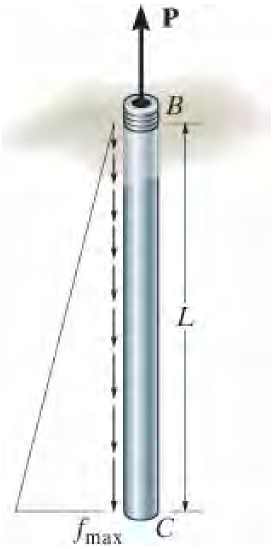
س 4-14/15

س **5-16*** د نبلولو راډ باندی د 5 کيپ قوه عمل کړي دی. د d واټن د C او E تر منځ کله چې د فنر د کمپريشن او د بولت د شکل تغير تاثير په نظر کی ونيول شي محاسبه کړي. کله چې هيڅ بار لګول شي نه وی او فنر پراخ شوی نه وی واټن $d = 10$ انچه دی. مواد A-36 فولاد دی او هر بولټ 0.25 انچ قطر لري. تختي په A ، Bاو C کې سختی دي او د فنر سختوالی $k =$ 12 kip/in دی.



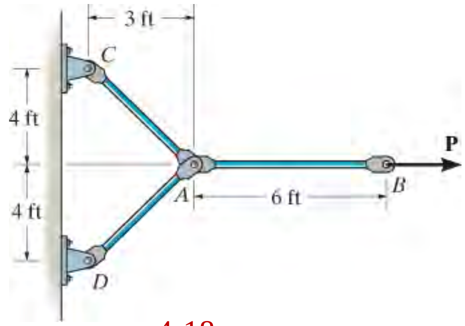
س 4-16

س **4-17.** پايپ په ځمکه کې بند ځړيدل شوی کله چې په پورته خوا کش شي د اوږدوالي په اوږدو کې اصتحکاکی قوه له صفر څخه په B کې تر f_{max} (قوت/اوږدوالی) په C کې په خطي ډول توپير لري. د پايپ د ايستلو او د پايپ اوږدوالی لپاره لومړنی قوه P مشخص کړئ يوازې مخکې له دې چې پايپ ټوټه ټوټه شي. د پايپ اوږدوالی L دی، د غوڅی برخی مساحت يي A ، او د هغه مواد چې له هغې څخه جوړ شوي دي د ارتجاعي ماجولس يي E دي .



س 4-17

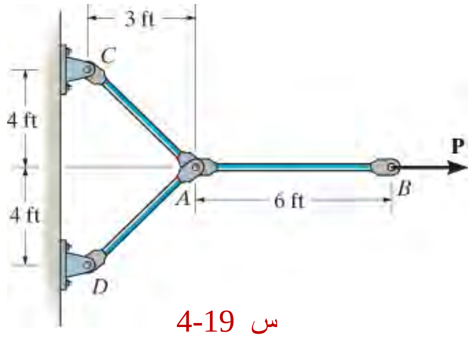
س 4-18 دا لاندې اړيکه د دريو پينوسره وصل شوی او غړی د A992 فولادو څخه جوړشوې دی چی د هر يوه قطر in 1 ¼ انچه دي . که افقي قوه P = 60 کيپ په پاي B د غړي AB پلي شي، د B نقطې بې ځايه کيدل معلوم کړی.



س 4-18

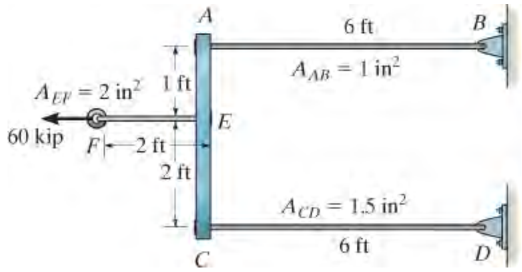
س 4-19. دا لاندې اړيکه د دريو پينوسره وصل شوی او غړی د A992 فولادو څخه جوړه شوې ده چی د هر يوه قطر in 1 ¼ انچه دي . د افقي قوی P ارزښت مشخص کړئ کله چی

د B دټکی د AB غړی، بې ځايه کيدنه په ښي لور 0.25 in انچه وی.



س 4-19

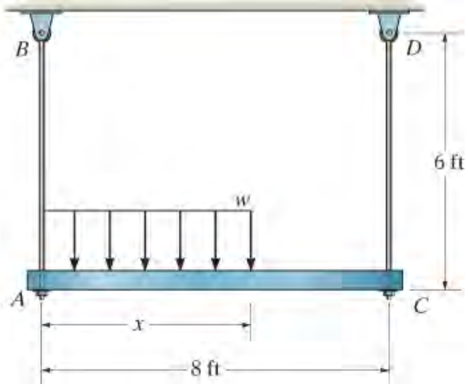
س 4-20*. دا لاندې اسمبالی له دري تايتينيم (Ti-6A1-4V) ميلونو او يوه سخت غړی AC څخه جوړ دی . د هر ميلی غوڅه برخه مساحت په انځور کي ورکړل شوی دی. که چيرې د 60 کيپ قوه په حلقه F کی پلي شي، د F نقطې افقي بې ځايه کيدنه مشخص کړئ .



س 4-20

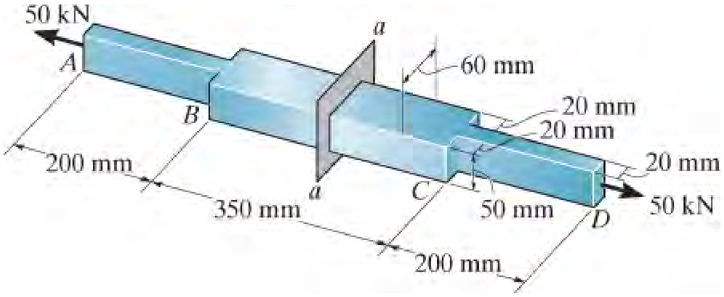
س 4-21. دا لاندی بنودل شوی سخت بیم په دوو A-36 فولادی میلو سره په پای کی تړل شوي ده. که چیرې د فولادو لپاره د منلو وړ سترس s_{allow} = 16.2 ksi، او بهرنی ویشلشوی بار w = 3 kip/ft ، او x = 4 ft وی، د هر میلی ترټولو کوچنی قطر معلوم کړئ ترڅو بیم په افقی موقعیت کې، کله چې بار شوی وي، پاتې شي .

س 4-22. دا لاندی بنودل شوی سخت بیم په دوو A-36 فولادی میلو سره په پای کی تړل شوي ده. د میلی AB قطر d_{AB} = 0.5 انچه او د میلی CD قطر d_{CD} = 0.3 in. دی. که چیرې د فولادو د منلو وړ فشار s_{allow} = 16.2 ksi، د تر ټولو لوی شدت د ویشل شوی بار w او د هغې اوږدوالی x معلوم کړئ ترڅو بیم په افقی حالت کې پاتې شي کله چې بار وي .



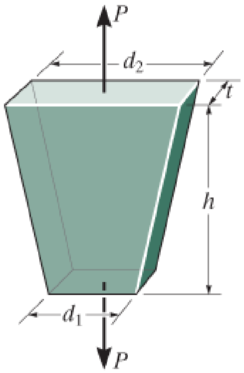
س 4-21/22

س 4-23. د فولادو میله اصلي ابعاد يي په لاندی انځور کی بنودل شوي. که چیرې یو 50 kN محوری بار وربانډی پلی شي، د هغې په اوږدوالي کې بدلون او د هغې د نوي غوڅی برخې ابعاد په برخه a–a. کی وټاکئ . او اټکل کړي چې E_{st} = 200 Gpa, u_{st} =0.29 دی.



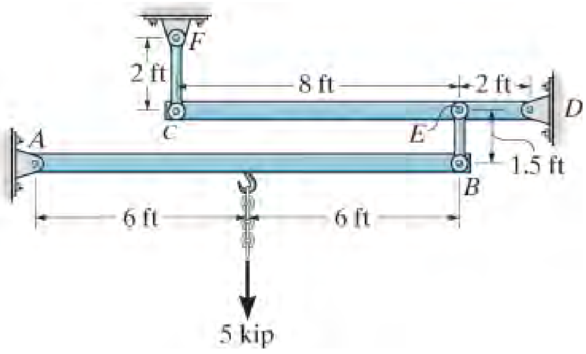
س 4-23

س *4-24 د یوه مخروطي تختي د یوه پای بې ځایه کیدنه نسبت بل پای ته کله چې محوري بار وربانده پلی شي معلوم کړي.



س 4-24

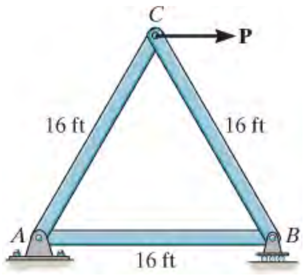
س 4-25. دا لاندی اسامبلی له دو میلو چې اصلاً افقي حالت کی موقعیت لری جوړه شوي. دوی د پین په ذریعه او فولادی A36 میلو چې 0.25 in انچه قطر لري اتکا کړي. که چیری یو 5 kips کیپ بار په میله AB پلی شي د C, B او E بیځایه کیدل معلوم کړي.



س 4-25

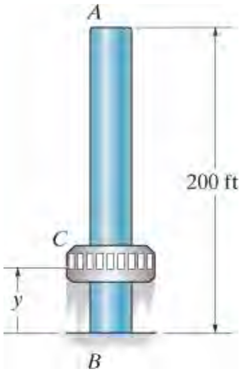
س 4-26. دا لاندی ترس (truss) درې غړي لري، هر یویې د A-36 فولادو څخه جوړ شوی او د غو څې برخی مساحت یې $0.75\ in^2$ دي. ترټولو لوی بار P داسی وټاکئ کله چې پلي شي په Bکې د رولر بیځایه کیدنه له 0.03 انچو څخه زیاته نه شي.

س 4-27. سوال 4-26 حل کړئ کله چې بار P په C کې عمودي په ښکته لورعمل وکړی.



س 4-26/27

س *4-28. د ځارنې پنجره C، 250 kips وزن لري او د ګیرونو سیستم له لارې پورته لور د فولادی A36 پايي په اوږدو کې په ثابت سرعت حرکت کوي . د پايي لوړوالی 200ft دی. د پايي بهرنی قطر 3 فوټه دي او د فولادو تختو څخه جوړ شوی چې د 0.25 انچه ضخامت لري. د کالم وزن د حساب وړ نه دي. په کالم کې اوسط نارمل سترس په ټيټه برخه B کی تابع د لوړوالي y وټاکي . همدارنګه، د پای A بې ځايه کيدل تابع د y مشخص کړئ.

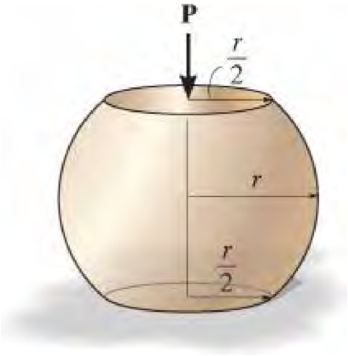


س 4-28

س 4-29. د المونيم ټوټی اوږدیدل معلوم کړي کله چې يو محوريی بار 30 kN عمل وکړي. د المونيم ماجولس E_{al} = 70 Gpa دی.

س 4-29

س 4-30. د لاندی توپ په پای کې لدی لپاره غوڅ شوی تر څو د بيرينګ بار P ملاتړ وکړي. که د توپ د موادو ارتجاعي ماجولس E وي د توپ په لوړوالي کې کمښت مشخص کړئ کله چې بار پلي شي.



س 4-30

4.3 د سوپر پوزیشن اصول (PRINCIPLE OF SUPERPOSITION)

د سپرپوزیشن اصول اکثرا د سترس یا بيځایه کيدنی ټاکلو لپاره په یوه ټکی د غړي کله چې په غړی پيچلي بار عمل کړی وی کارول کيږي. دا اصول وايي چی پيچلي بار په برخو ويشل کيږی، پایله کې سترس یا بې ځایه کيدل په یوه نقطه کې عبارت دي په الجبری مجموعه د فشار یا بې ځایه کيدو چی د هر بار اجزاوو لخوا په جلا توګه په غړي باندی پلي شوي اولامل شوي وی.

د دی اصول منلو لپاره لاندې دوه شرطونه باید پوره شي.

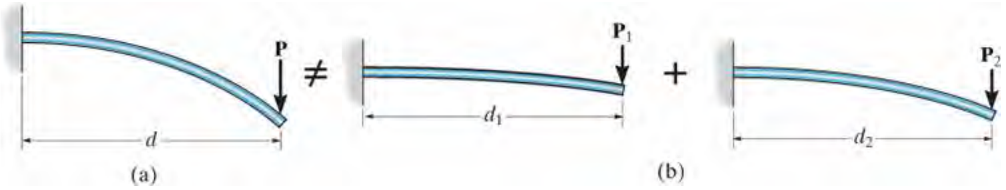
1. ***بار N باید په خطي ډول د سترس s یا بې ځايه کيدل d سره چې باید وټاکل شي تړاو ولري.*** د مثال په توګه، په لاندی مساواتو کی $s = N/A$ او $d = NL/AE$ ستر س s د بار N سره یو خطي اړيکه ولري او d د بار N سره خطي اړيکه ولري.

2. ***بار کول باید د پام وړ اصلي جيوميتري یا شکل د غړي بدل نه کړي.*** که د پام وړ بدلونونه واقع شي، د پلي شوي قواوو جهت او موقعيت او د دوی د مؤمنت فاصله به تغير و مومي. د مثال په توګه، په انځور 4-9a کی یوه نازکه ميله چی بار P وربانددی پلی شوی ښودل شوی اوپه پام کې ونيسئ. په انځور 4-9b کوم چې P بار په دوو اجزاوو عوض شوي.، د دې اجزاو څخه، $P = P1 + P2$. که P د لوی بيځايه کيدني لامل شي ، څنګه چې په انځورکی ښودل شوي، د دې بار مؤمنت Pd، به مساوی د هغې د اجزاو مؤمنتونوپه دقيقو مجموعو نه وی.

$$Pd \neq P_1d_1 + P_2d_2.$$

ځکه چې

$$d_1 \neq d_2 \neq d.$$



انځور 4-9

4.4 ستاتيکی مجهول محوري بار شوی غړي (STATICALLY INDETERMINATE AXIALLY LOADED MEMBERS)

په انځور 4-10a کې ښودل شوي میله، په دواړو پایلو کی ټینګه تړل شوی او پام ورته وکړئ. د دې د آزاد ډیاګرام څخه، انځور 4-10b ، داسی څرګندیږي چی دوه نامعلوم ریکشنونه په پایلو کی شتون لري. د توازن معادله داسی ده:

$$+\uparrow \Sigma F = 0; \qquad F_B + F_A - 500\text{ N} = 0$$

دا ډول ستونزه د توازن له امله د ***ستاتيکی مجهول*** (*statically indeterminate*) په نوم یادیږي، ځکه چی د توازن معادله د نامعلومو ریکشنو د پیدا کولو لپاره *کافي نده.*

د حل لپاره د اضافي معادلې رامینځته کولو لپاره ، دا اړینه ده چې بیځایه کیدنه د میلی په ټکیوکی پیدا کړو. په ځانګړې توګه، یو مساوات چې د بې ځایه کیدو شرایط مشخص کوي د *مطابقت* (*compatibility*) یا کینماتیک حالت په توګه پیژندل کیږي. په دې حالت کې، یو مناسب مطابقت شرط ته اړتیا ده، او هغه د میلی په پای A کی بې ځایه کیدنه نسبت پای B ته صفر ده، ځکه چی د پای اتکاوی دواړي کلکی تړل شوی او له دې امله د دوی ترمنځ هیڅ نسبي حرکت نشي واقع کیدی. له دې امله، د مطابقت حالت داسی دی:

$$\delta_{A/B} = 0$$

دا معادله د داخلي بارونو له مخې د داخلی بار او بیځایه کیدنی اړیکو په کارولو سره څرګنده کیدی شي ، او هغه د موادو چلند پوری اړه لري. د مثال په توګه، که خطي ارتجاعي چلند ولری، نو $d = NL/AE$ کا رول کیدی شي. پدی باید و پوهیږو چی داخلی قوه په برخه AC کی $+F_A$ ده، او په CB برخه کې دا $-F_B$ ده، دا په انځور 4-10c کی ښودل شوی . بیا د مطابقت مساوات په دی توګه لیکل کیدی شي:

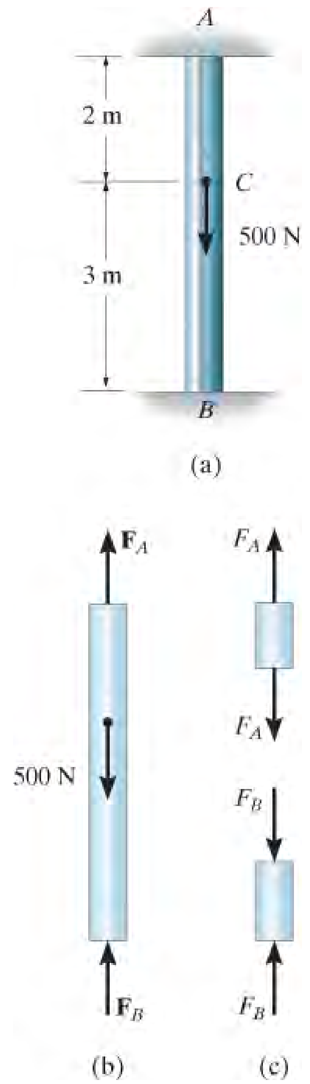
$$\frac{F_A(2\text{ m})}{AE} - \frac{F_B(3\text{ m})}{AE} = 0$$

څرنګه چې AE ثابت دی، نو $F_A = 1.5F_B$. په نهایت کې، د پورته مساواتو له مخی، ریکشنونه له همدې امله په لاندی ډول دی.

$$F_A = 300\text{ N} \quad \text{and} \quad F_B = 200\text{ N}$$

څرنګه چې دا دواړوپایلې مثبتې دي، د ریکشنونو انتخاب چې په آزاد ډایګرام کې ښودل شوی وو سم دي.

د هر ستټیکلی ناڅرګند ریکشنو د حل لپاره باید له همدې دواړو د مساوات او مطابقت معادلو څخه کار وا خستل شي. دلته د بار او بې ځایه کیدنی له اړیکو څخه کاراخیستلکیږی.



انځور 4-10

مهم ټکي

IMPORTANT POINTS

- د سوپربوزيشن (superposition) *اصول* کله کله د دی لپاره چی د بې ځایه کیدنی او سترس د معلومولو دپاره چی د پیچلیو بارو پواسطه منځته راځی کارول کیږي . پلی شوی بار په فرعی برخو ویشل کیږی او پایله یی په الجبریک ډول یوله بل سره یوځای کیږی.
- superposition دی ته اړتیا لري چې بار د سترس یا بیځایه کیدنی سره خطی تړاو ولري، او بار کول د غړي په اصلي جیومیتري کی د پام وړ بدلون را نه وړي.
- د *ستاتیکی نامعلومو* جوړښتونو لپاره چیری چی د توازن معادلي د ریکشنونو معلومولو لپاره کافی نه وي دا یوه ستونزه ده.
- د *مطابقت شرایط* د بې ځایه کیدو محدودیتونه د غړي په اتکا یا نورو ټکیو کې چی پیښیږي مشخص کوي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د اتکا ریکشنونه د ستېتیکلی نامعلومو غړو لپاره د توازن له معادلو، مطابقت (compatibility) ، او د بار او بې ځایه کیدو د اړیکو له مخې ټاکل کیږي .

توازن (Equilibrium)

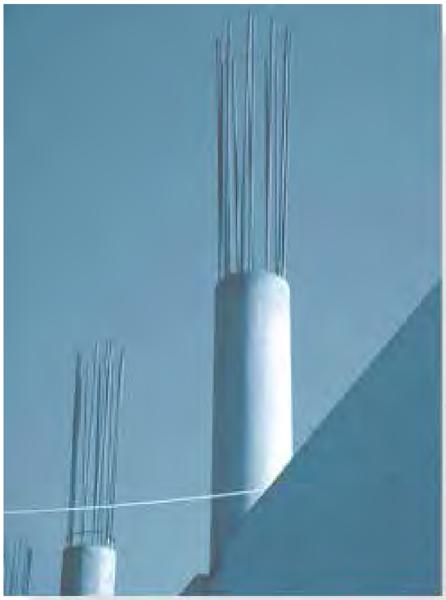
- د پیژندلو لپاره د غړي آزاد ډایاګرام رسم کړئ تر څو ټولې قواوی چې پرې عمل کوي وښودلشي.
- غړي د ستاتیکی نامعلوم (statically indeterminate) په توګه طبقه بندي کیدی شي که چیري په آزاد ډایاګرام کې د نامعلومو ریکشنوشمیر د مساواتو د معادلو په پرتله ډیر وی.
- د غړي لپاره د توازن مساوات ولیکئ.

مطابقت (Compatibility)

- د بې ځایه کیدو ډیاګرام رسم کړئ تر څو هغه وڅیرئ چې غړی د بهرني بارونو له امله اوږدیږي یا لنډیږی.
- د مطابقت شرایط تابع د هغی بې ځایه کیدنی چې د بهرنی بار له امله مینځ ته راغلي ځرګند کړئ.

بار - بېځایه کیدنه (Load-Displacement)

- د بار - بې ځایه کیدو اړیکه وکاروئ، لکه $d=NL/AE$ ، تر څو د مجهولی بې ځایه کیدنی تړاو د ریکشن سره د تطابق په معادله کی و پیرندل شي.
- ټول معادلې د ریکشن پیدا کولو لپاره حل کړئ. که کومې پایلې منفي ارزښت لري، دا په ګوته کوي چې دا قوه په مخلف جهت له هغه چې په آزاد ډایګرام په نښه شوي عمل کوی.

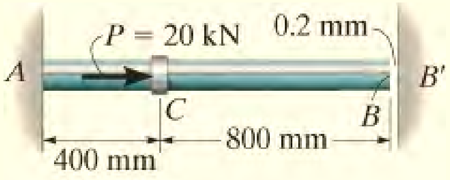


ډیری کانکریټ کالمونه د فولادو سیخونو سره پیاوړي کیږي؛ ځکه دا دوه توکي یو ځای په ګډه د پلی شوی بار ملاتړ کوي، په هریوه موادو کې د قوی پیاد کول د ستاتیکلی نامعلومو تحلیل طریقو په کارولوسره ټاکل کیږي.

مثالونه

مثال 4.5

د فولادومیله یا راډ چې په انځور 4-11a کې ښودل شوی 10 ملي میتر قطر لري. دا په پای A کی د دیوال سره کلکه تړل شوي . مخکې له دې چې بار شي، د 0.2 ملي میتر واټن یا درز په B` کی د دیوال او راډ تر منځ شتون لري . که چیری یومحوری بار P = 20 kN په راډ عمل وکړي ، ریکشن په راډ مشخص کړئ . د غاړي پټي وزن او اندازه په C کی دپام نیولو وړ ندی. E_{st} = 200 GPa.



(a)

انځور 4-11

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). لکه څنګه چې په آزاد دایاګرام کې ښودل شوي، انځور 4-11b ، موږ دا به فرض کړو کله چې P قوی عمل کړی، دا دومره لویه ده چې د راډ پای B به له دیوال سره اړیکه ونیسئ . کله چې دا پیښ شي، دا سوال په ستاتیکی نا معلوم حالت بدلیږی، څکه یوه معادله د توازن اما دوه نا معلوم ریکشنونه شتون لري.

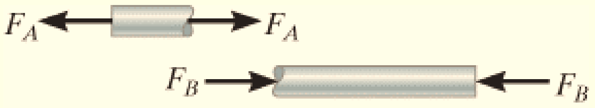
(b)

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad -F_A - F_B + 20(10^3)\text{ N} = 0 \qquad (1)$$

مطابقت (Compatibility)

قوه P د B نقطی سبب دحرکت ګرځي او د B` سره اړیکه نیسي، پرته له دی چی نوره بې ځایه شی. له همدې امله د مطابقت شرط دا لاندی دی

$$\delta_{B/A} = 0.0002\text{ m}$$



(c)

انځور 11-4 (تکرار)

بار - بې ځایه کیدل (Load-Displacement).

دا بې ځایه کیدل د نامعلوم ریکشن په شتون سره د بار-او بیځایه کیدنی اړیکو په کارولو سره پیدا کیدی شي. برخه AC او CB څنګه چې په انځور 4-11c کې ښودل شوی په واحدونو نیوټن او مترو، موږ لرو

$$\delta_{B/A} = \frac{F_A L_{AC}}{AE} - \frac{F_B L_{CB}}{AE} = 0.0002 \text{ m}$$

$$\frac{F_A(0.4 \text{ m})}{\pi(0.005 \text{ m})^2 [200(10^9) \text{ N/m}^2]} - \frac{F_B(0.8 \text{ m})}{\pi(0.005 \text{ m})^2 [200(10^9) \text{ N/m}^2]} = 0.0002 \text{ m}$$

یا

$$F_A(0.4 \text{ m}) - F_B(0.8 \text{ m}) = 3141.59 \text{ N} \cdot \text{m} \qquad (2)$$

له معادلی 1 او 2 داسی په لاس راځي

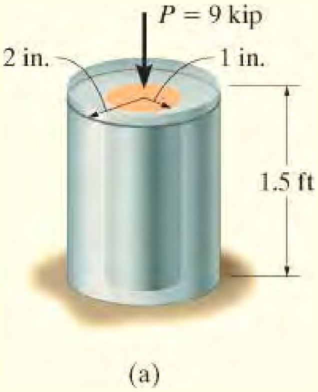
$$F_A = 16.0 \text{ kN} \qquad F_B = 4.05 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

دلته وینو چې F_B مثبت دی، پدی معنی چې پای B د دیوال $B`$ سره اړیکه نیسي او هلته د تیلوهلو قوه پیدا کیږی.

یادونه: که چیری F_B منفی عدد راغلي وی ، بیا دا سوال ستاتیکی معلوم حالت کیدا. او $F_B = 0$ او $F_A =$ 20 kN به وه.

مثال 4.6

د المونيم پايه چی په انځور 4-12 a کې ښودل شوی د برنجو په اضافه کولو په مابين د سلندرکی پياوړی شوی. که دا اسامبلي باندی يو محوری ټيلوهونکي بار P = 9 kips په کلک سر پوښ باندی پلي شي، اوسط سترس په المونيم او برنجو کی معلوم کړي. E_{br} او E_{al} =10(10³) ksi واخلئ= 15(10³) ksi .

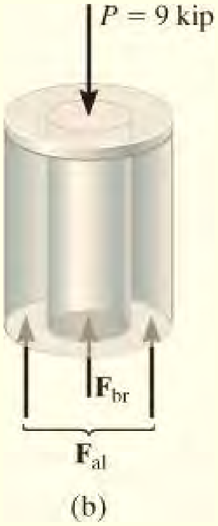


انځور 4-11

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). د پايي آزاد بدن ډاياګرام په انځور 4-12 b کې ښودل شوی. دلته پايله محور د محصله اجزاوی په پای د سلندر کی په المونيم او برنجو $\mathbf{F}_{al}$ او $\mathbf{F}_{br}$ باندی عمل کړي دی، او دا سوال ستاتيکلی نامعلوم دي.

عمودی توازن پدی ډول دی:



انځور 4-12

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -9\text{ kip} + F_{al} + F_{br} = 0 \qquad (1)$$

مطابقت (Compatibility) کلک سر پوښ د پايي دواړه المونيم او برنج يو شان بيځايه کوي. ليکلی شو:

$$\delta_{al} = \delta_{br}$$

بار- بېځايه کيدل (Load-Displacement). د بار او بيځايه کيدلو له اړيکو کار اخلو او ليکلی شو:

$$\frac{F_{al}L}{A_{al}E_{al}} = \frac{F_{br}L}{A_{br}E_{br}}$$

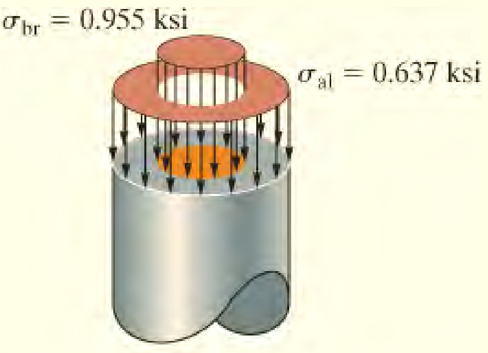
$$F_{al} = F_{br}\left(\frac{A_{al}}{A_{br}}\right)\left(\frac{E_{al}}{E_{br}}\right)$$

$$F_{al} = F_{br}\left[\frac{\pi[(2\text{ in.})^2 - (1\text{ in.})^2]}{\pi(1\text{ in.})^2}\right]\left[\frac{10(10^3)\text{ ksi}}{15(10^3)\text{ ksi}}\right]$$

$$F_{al} = 2F_{br} \qquad (2)$$

معادله 1 او 2 حل کوو

$$F_{al} = 6\text{ kip} \qquad F_{br} = 3\text{ kip}$$



(c)

انځور 12-4

اوسط نارمل سترس په المونیم او برنج کی عبارت دی په

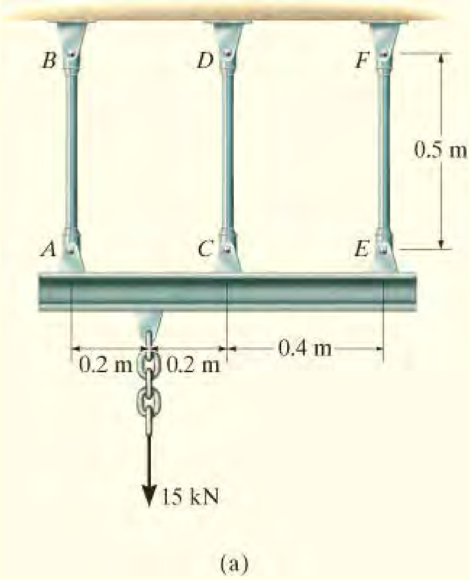
$$\sigma_{al} = \frac{6 \text{ kip}}{\pi[(2 \text{ in.})^2 - (1 \text{ in.})^2]} = 0.637 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{br} = \frac{3 \text{ kip}}{\pi(1 \text{ in.})^2} = 0.955 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

نوټ: پایلی په پام کی نیسو او دسترس ویشل په موادو باندی په انځور   4-12 c کی ښودل شوي. دلته هغه سخت مواد برنج اعظمی سترس ويني.

مثال 4.7

د A992 فولادو دری بارونه (میلي) چې په 4-13 a انځورکې ښودل شوي د پين پواسط دیو کلک غړي سره وصل دي. که چيرې په غړي باندې يو بار 15 kN پلي شوي وی، په هر بار کې قوه پيداکړی. میله AB او EF هر يو غوځه برخه مساحت 50 mm^2، او د بار CD د غوځی برخي مساحت 30 mm^2 دی   .



انځور 4-13

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). آزاد ډایګرام د کلک غړي په انځور 4-13 b کی ښودل شوي. دا سوال ستاتیکلی نامعلوم دی ځکه د توازن دوه معادلی اما دری نامعلمومه شتون لري.

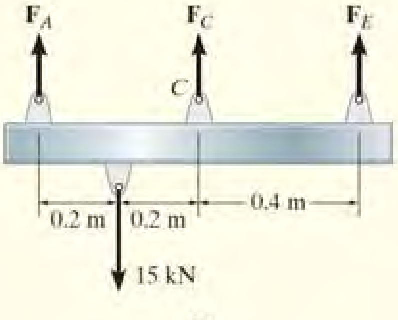
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_A + F_C + F_E - 15\text{ kN} = 0 \qquad (1)$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -F_A(0.4\text{ m}) + 15\text{ kN}(0.2\text{ m}) + F_E(0.4\text{ m}) = 0 \qquad (2)$$

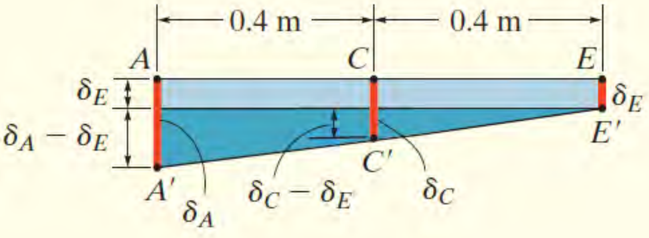
مطابقت (Compatibility) پلي شوی بار به افقی کربنه ACE چې په انځور 4-13 c کی ښودل شوي کاږه حالت $A`C`E`$ ته حرکت ورکړي. بیځایه کیدنه d_A, d_C, d_E چې په سره کربنه ښودل شوي په ورته مشابه مثلثونو په شان د یو بل سره تړاو لري. په دې توګه د مطابقت مساوات چې د دې بې ځایه کیدو سره تړاو لري په لاندی ډول دی

$$\frac{\delta_A - \delta_E}{0.8\text{ m}} = \frac{\delta_C - \delta_E}{0.4\text{ m}}$$

$$\delta_C = \frac{1}{2}\delta_A + \frac{1}{2}\delta_E$$



(b)



(c)

انځور 4-13

بار- بېځایه کیدل (Load-Displacement). د بار او بیځایه کیدلو له اړیکو معلادله 4-2 کار اخلو او لیکلی شو:

$$\frac{F_C L}{(30\ \text{mm}^2)E_{st}} = \frac{1}{2}\left[\frac{F_A L}{(50\ \text{mm}^2)E_{st}}\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{F_E L}{(50\ \text{mm}^2)E_{st}}\right]$$

$$F_C = 0.3F_A + 0.3F_E \qquad (3)$$

معادلې 1-3 یو ځای حل کوو

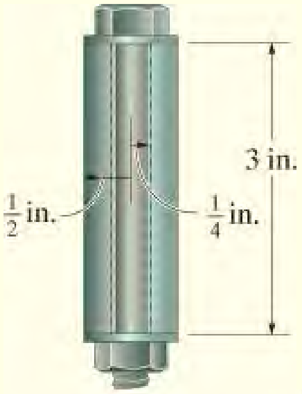
$F_A = 9.52$ kN *Ans.*

$F_C = 3.46$ kN *Ans.*

$F_E = 2.02$ kN *Ans.*

مثال 4.8

په انځور 4-14a کې ښودل شوی بولټ د المونیم الیاژ 2014-T6 څخه جوړ شوی دی، او دا له یو سلنډر تیوب چې له Am 1004-T61 مګنیزیم څخه جوړ شوي تیریږي. تیوب بهرنی ½ in (نیم انچ) شعاع لري، او داسي انګیرل کیږي چې د دواړو د تیوب داخلي شعاع او د بولټ شعاع 1/4 انچ دي. کله چې بولټ د تیوب وړاندې ټینګ شي دا په تیوب کې د حسابولو وړ قوه نه تولیدوي. د رنچ په کارولو سره دا نټ نور هم په نیم تاو سره ټینګ شوي. که چیرې بولټ په هر انچ کې 20 رخې ولرې، په بولټ کې فشار مشخص کړئ .



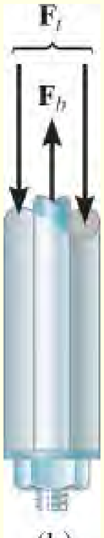
(a)

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). آزاد ډایګرام د بولټ او تیوب په انځور 4-14 b کې ښودل شوي. او د قوی F_b ترون له قوی F_t سره ښودل شوي. د توازن په پام نیولو سره داسی لیکلی شو

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_b - F_t = 0 \qquad (1)$$

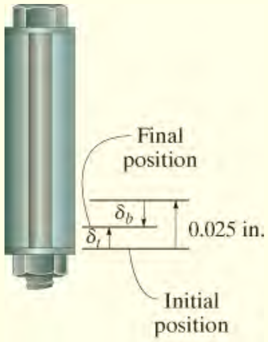
مطابقت (Compatibility). څنګه چې په انځور کی ښودل شوي کله چې نټ نیمه دوره تاوشی دا یوه فاصله د $0.025 \text{ in} = (1/2)(1/20 \text{ in})$ جوړه وی. دا لامل د دی کیږي چې ټیوب په اندازه دی d_t لنډ اوبولټ په اندازه دی d_b اوږدوالي وموميي. تطابق ددی بیځایه کیدنی پدی ډول کیږي



(b)

$$(+\uparrow) \qquad \delta_t + \delta_b = 0.025 \text{ in.}$$

بار- بېځایه کیدل (Load-Displacement). د موادو ارتجاعي ماجولس له هغه جدول چې ددی کتاب په آخری پوښ کی ښودل شوی په لاس راوړو او د بېځایه کیدنی او بار له اړیکو کار اخلو معادله 4-2 داسی لیکو:



(c)

انځور 4-14 (تکرار)

$$\frac{F_t\,(3 \text{ in.})}{\pi[(0.5 \text{ in.})^2 - (0.25 \text{ in.})^2][6.48(10^3) \text{ ksi}]} + \frac{F_b\,(3 \text{ in.})}{\pi(0.25 \text{ in.})^2\,[10.6(10^3) \text{ ksi}]} = 0.025 \text{ in.}$$

$$0.78595 F_t + 1.4414 F_b = 25 \qquad (2)$$

که معادلې يو په بل پسې حل کړو او دا لاندې پایلې په لاس راځي

$$F_b = F_t = 11.22 \text{ kip}$$

سترس په بولټ او تيوب کې په دی لاندې ډول دي

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_b} = \frac{11.22 \text{ kip}}{\pi(0.25 \text{ in.})^2} = 57.2 \text{ ksi} \qquad Ans.$$

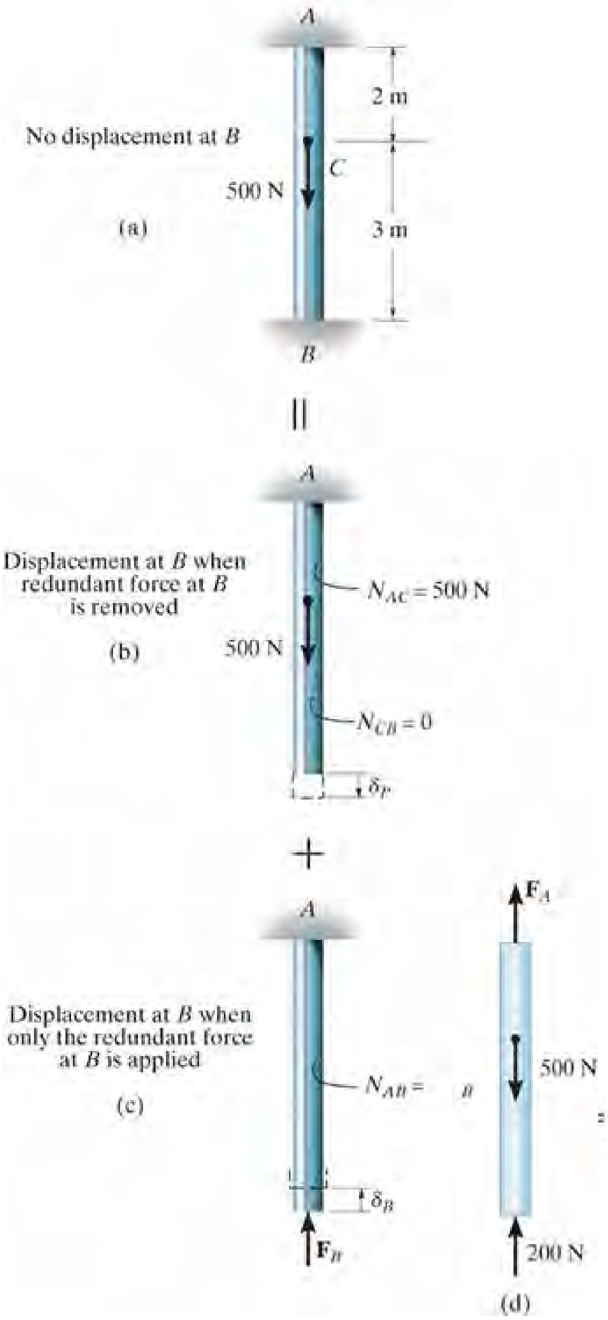
$$\sigma_t = \frac{F_t}{A_t} = \frac{11.22 \text{ kip}}{\pi[(0.5 \text{ in.})^2 - (0.25 \text{ in.})^2]} = 19.1 \text{ ksi}$$

د دواړو موادو د سترسونو اندازه له ییلد سترس څخه لږ دی ، $(\sigma_y)_{al} = 60$ ksi او $(\sigma_y)_{mg} = 22$ ksi (د کتاب پوښ په آخر ددی کتاب کې وګوري) "په دی اساس دا ایلستیکی تحلیل د اعتبار وړ دي.

4.5 د محوری بار شویوغړیو لپاره د قووی د تحلیل طریقه (THE FORCE METHOD OF ANALYSIS FOR AXIALLY LOADED MEMBERS)

دا هم ممکنه ده چې د ستاتیکی نامعلوم سوالونه د مطابقت معادلې له لارې د سوپر پوزیشن اصولو په کارولو سره حل شي. د حل دا طریقه ډیری وختونه د ***انعطاف یاد قووی د تحلیل*** په نوم یادیږي. د دې لپاره چې دا طریقه وښودل شي چې څنګه پلي کیږي، انځور 4-14 a په پام کې ونیسئ. که موږ اتکا B "زائد (redundant) " په توګه وټاکو او په لنډمهاله توګه یې له پایې لرې کړو، نو بار به په ستاتیکلی معلوم حالت بدل شی، لکه څنګه چې په انځور 4-15b کې لیدل کیږي. د سوپر پوزیشن اصولو په کارولو سره هغه اتکا به بیرته اضافه کړو په نامه د "اضافه قوه" $\mathbf{F}_B$ څنګه چې په انځور 4-15c کی ښودل شوي. څرنګه چې د بار P لامله B د يو مقدار d_P *ښکته خوا* ته بې ځایه کیږي، ریکشن F_B باید د بار پای B په اندازه د d_B *پورته خوا* ته ځای په ځای کړي ، تر څو چې په B کې کله چې دواړه بارونه يو بل باندی کیښودل شي (superimposed) هیڅ بې ځایه کیدنه واقع نشي. فرض کوو چې بیځایه کیدنه ښکته خوا ته مثبت ده، موږ لرو

$$(+\downarrow) \qquad 0 = \delta_P - \delta_B$$



دا حالت $d_p = d_B$ استازیتوب د مطابقت معادلی د بیځایه کیدنی په ټکی *B* کی کوي.

د *بار-بیځایه کیدنی* تړاو په هر پایه پلی کوو، او بیا داسی لیکلی شو

$d_B = F_B$ او $d_p = 500$ N (2m)/ (AE)
(5m)/(AE) . په پایله کی موږ لرو

$$0 = \frac{500\,\text{N}(2\,\text{m})}{AE} - \frac{F_B(5\,\text{m})}{AE}$$

$$F_B = 200\ \text{N}$$

د پایی له آزاد ډایګرام چی په انځور 4-15d کی ښودل شوي توازون غواړي

$$: 0; \qquad 200\ \text{N} + F_A - 500\ \text{N} = 0$$

بیا

$$F_A = 300\ \text{N}$$

د پایلی په توګه دا شمیری د هغو شمیرو سره چی په 4.4 کی وی یو شان دی.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د قوی د تحلیل طریقی پلی کول لپاره دا لاندې مرحلو ته اړتیا لري.

مطابقت (Compatibility)

یو له اتکاوو څخه د ریډنډټ (اضافی) په توګه غوره کړئ اوبیا د مطابقت مساوات په لیکلو د مطابقت شرایط تابع د هغی بې ځایه کیدنی چی د بهرنی بار له امله مینځ ته راغلي څرګند کړئ. د دې کولو لپاره، پیژندل شوی بې ځایه کیدل د اتکا، چې معمولا صفر وي، مساوی دی په بیځایه کیدنه *بوازي* د بهرنی بار له امله چې په غړی یې عمل کړي جمع (ویکتوري ډول) بیځایه کیدنه پدی اتکا کی *یوازی* د ریډنډټ ریکشن له امله چې په غړی یې عمل کوي.

بې ځایه کیدل او بار (Load-Displacement)

- د بهرنی بار او ریډنډټ (redundant) بې ځایه کیدو اړیکه وکاروئ، لکه $d=NL/AE$.
- کله چې د تطابق د معادلو په حل کولو سره اندازه د ریډنډټ قووی معلومیدی شي.

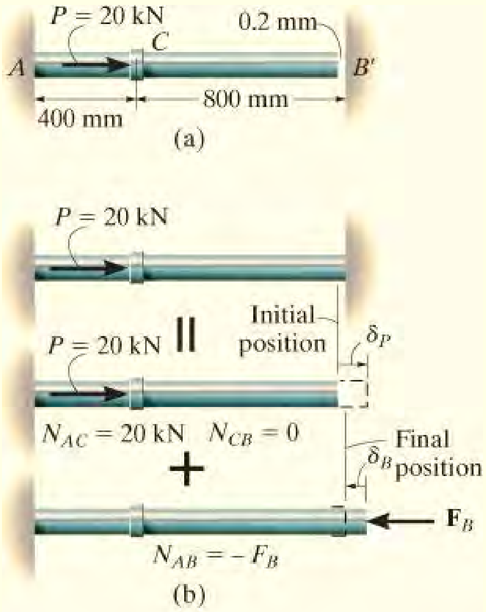
توازن (Equilibrium)

- د پیژندلو لپاره د غړي آزاد ډایاګرام رسم کړئ او د توازن معادلي د غړی لپاره د ریډنډټ محاسبی له حاصلولو نه پس کړی شی، د نورو ریکشنود معلومولو لپاره اړینی معادلي حل کړئ.

مثال

مثال 4.9

د فولادو A-36 میله یا راډ چې په انځور 4-16a کې ښودل شوی 10 ملي میتر قطر لري. دا په پای A دیوال سره کلکه تړل شوي . مخکې له دې چې بار شي، د 0.2 ملي میتر واټن یا درز په B` کی د دیوال او راډ تر منځ شتون لري . که چیری یومحوری بار P = 20 kN په راډ عمل وکړي ریکشن په $A$ او $B$` کی مشخص کړئ . د غاړه کی وزن او اندازه په C کی دپام نیولو وړ ندی. E_{st} = 200 GPa.

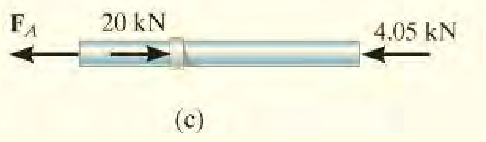


حل (SOLUTION)

مطابقت (Compatibility)

اتکا په B` کی اضافی (redundant) په پام کی نیسو. د سوپر پوزیشن د اساساتو سر ه د انځور 4-16b لپاره داسی لیکلی شو

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \qquad 0.0002 \text{ m} = \delta_P - \delta_B \qquad (1)$$



انځور 4-16

بار- بيځايه کيدنه (Load-Displacement) له معادلې 2-4 بې ځايه کيدنه d_P او d_B پيدا کوو

$$\delta_P = \frac{N_{AC} L_{AC}}{AE} = \frac{[20(10^3)\ \text{N}](0.4\ \text{m})}{\pi(0.005\ \text{m})^2\,[200(10^9)\ \text{N/m}^2]} = 0.5093(10^{-3})\ \text{m}$$

$$\delta_B = \frac{N_{AB} L_{AB}}{AE} = \frac{F_B\,(1.20\ \text{m})}{\pi(0.005\ \text{m})^2\,[200(10^9)\ \text{N/m}^2]} = 76.3944(10^{-9})F_B$$

په معادله 1 کې دا ځای په ځای کوو او دا لاندې په لاس راځي:

$$0.0002\ \text{m} = 0.5093(10^{-3})\ \text{m} - 76.3944(10^{-9})F_B$$

$$F_B = 4.05(10^3)\ \text{N} = 4.05\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

توازن (Equilibrium). له آزاد دايګرام چې په انځور کې ښودل شوي دا لاندې پيدا کوو

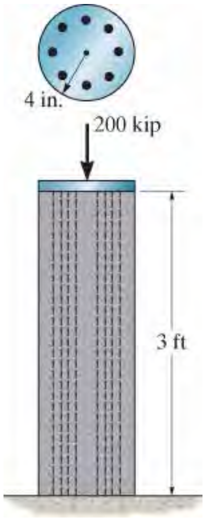
$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad -F_A + 20\ \text{kN} - 4.05\ \text{kN} = 0 \quad F_A = 16.0\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

سوالونه

PROBLEMS

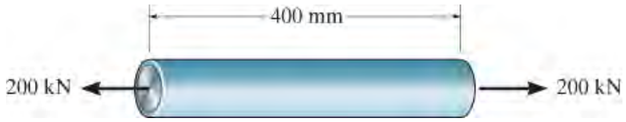
س 4-31. دا لاندی کالم د لوړ توان کانکریټ او اته A992 فولادو تقویه کونکي سیخونو څخه جوړ شوی دی . که په کالم یوبهرنی محوری بار 200 کیپ عمل وکړي ، په کانکریټ او په هر فولادی سیخ کي اوسط نارمل سترس معلوم کړي. هر یو راډ 1 انچ قطر لري.

س *4-32. دا لاندی کالم د لوړ توان کانکریټ او اته A992 فولادو تقویه کونکي سیخونو څخه جوړ شوی دی . که په کالم یوبهرنی محوری بار 200 کیپ عمل وکړي ، د هر سیخ اړین قطر داسي معلوم کړئ ترڅو د محوری بهرنی بار 60٪ د کانکریټ په واسطه یو وړل شی.



س 4-31/32

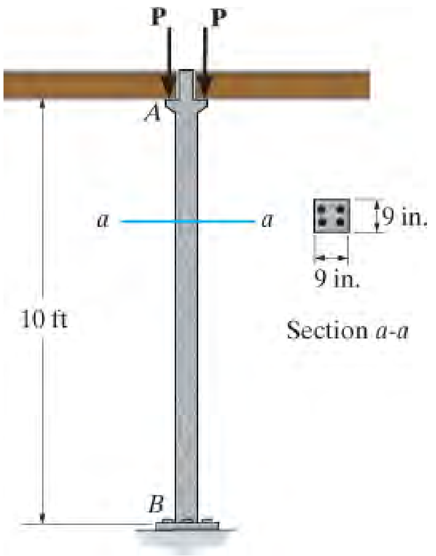
س 4-33. د A-36 فولادو پایپ د 6061-T6 المونیم په منځ کی لري. یو بهرنی کششی قووه د 200 kN ورباندی پلي شوي. په المونیم او فولادو کی اوسط نارمل سترس د دی بهرنی بار له امله معلوم کړي. پایپ 80 ملي میتره خارجي قطر او 70 ملي میتر داخلي قطر لري.



س 4-33

س 4-34. کالم *AB* د لوړ توان پریکاسټ کانکریټ (precast concrete) څخه جوړ شوی او د څلورو ¾ in انچ قطر فولادی A-36 سیخونو سره تقویه شوی. په کانکریټ او هر سیخ کی اوسط نارمل سترس معلوم کړي. بهرنی بار $P = 75$ kips کیپ دي.

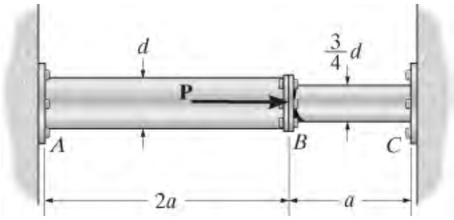
س 4-35. کالم *AB* د لوړ توان پریکاسټ کانکریټ ځخه جوړ شوی او د څلورو in ¾ انچ قطر فولادی A-36 سیخونو سره تقویه شوی. د اعظمي اجازه وړلو بار P مشخص کړئ . د کانکریټ او فولادو لپاره د منلو وړ نارمل سترسونه په ترتیب سره $(s_{allow})_{con} = 2.5$ ksi او $(s_{allow})_{st} = 24$ ksi دي .



س 4-34/35

س *4-36. د سخت اتکاو *A* او *C* ریکشنونه مشخص کړئ . دا مواد د ایلستیک ماجولس E لری.

س 4-37. که اتکاو *A* او *C* انعطاف منونکي وي او د k سختی ولري، ریکشنونه په *A* او *C* کی مشخص کړئ . د موادو د ایلستیک ماجولس *E* دی.

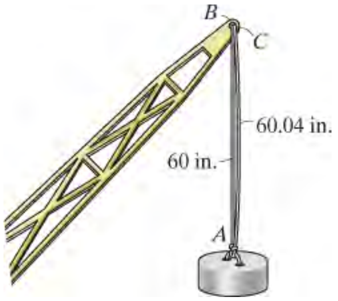


س 4-36/37

س 4-38. د 2000 lb وزن په دوو عمودی فولادی سیمانو چې $s_Y = 70$ ksi لخوا ملاتړ شوی. په اصل کې د سیم *AB* اوږد والي 60 انچه دی او د سیم *AC* اوږدوالي 60.04 in انچ

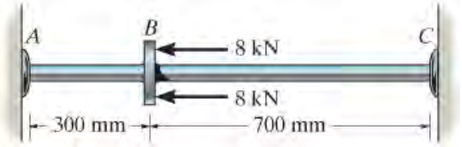
دی. کله چې دا وزن په سیمانو و ځړ ول شي هغه قوه چې په هر سیم کی رامینځته کیږي معلومه کړي. د هر سیم غوڅی برخې ساحه $0.02\ in^2$ ده، $E_{st} = 29.0\ (10^3)$ ksi

س **4-39.** د 2000 lb وزن په دوه عمودی فولادو سیمانو چې $\sigma_Y = 70$ ksi لخوا ملاتړ شوی. په اصل کې د سیم AB اوږد والي 60 انچه دی او د سیم AC اوږدوالي 60.04 in انچ دی. د AB غوڅی برخه ساحه مشخص کړئ که چیري بار د دواړو سیمانو ترمینځ مساوي شریک شي. د تار AC غوڅه برخه $0.02\ in^2$ ساحه لري. $E_{st} = 29.0\ (10^3)$ ksi



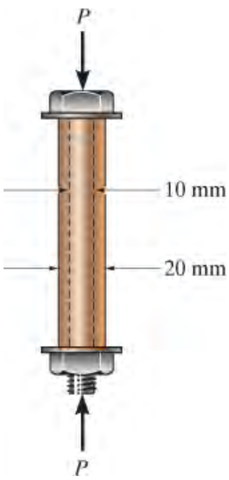
س 4-38/39

س ***4-40.** د A-36 فولادو پایپ د 20 ملي میتره بهرنی شعاع او د 15 ملي میتر داخلي شعاع لري. که چیري دا مخکې له دې چې بار شي په دوو د یوالونو سخت (ټینګ) ځای په ځای شوي، په دیوالونو کی ریکشنونه کله چې پایپ د ښودل شوي بار سره مخ کیږي وټاکئ.



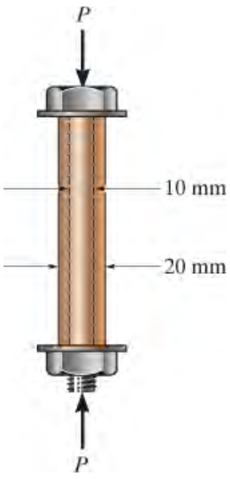
س 4-40

س **4-41.** د 10 mm-قطر فولاد بولټ د برنجو د پوښ سره پټ شوی. بهرنی قطر د دې پوښ 20 ملي متره دی او داخلي قطریې 10 ملي میتره دی. که د فولادو لپاره د ییلد سترس $(\sigma_Y)_{st} =$ 640 MPa، او د برنجو لپاره $(\sigma_Y)_{br} = 520$ MPa وی، ترټولو لوی ارتجاعي بار P چې په اسامبلي پلي کیدی شي وټاکئ. $E_{st} = 200$ GPa، او $E_{br} = 100$ GPa.



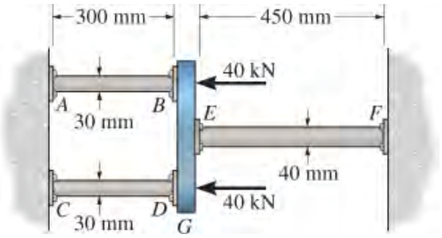
س 4-41

س 4-42. د 10 mm قطر فولاد بولټ د برنجو په پوښ پټ شوی. بهرنی قطر د دې پوښ 20 ملي متره دی، او داخلي قطر يې 10 ملي ميتره دی. که چيری په بولت باندی يوه ټيلوهونکی قوه P=20 kN پلی شي، اوسط نارمل سترس په فولادو او برنجو کی معلوم کړي. E_{st} = 200 GPa، او E_{br} = 100 GPa.



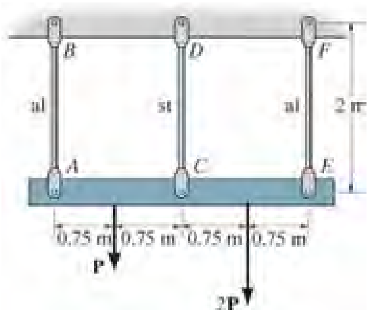
س 4-42

س 4-43. دا لاندی اسامبلي د دووسره رنګو برنجو C83400 مسی راډونو *AB* او *CD* چې 30 ملي ميتر قطر لری، د 304 فولادو راډ *EF* چې 40 ميلی ميتره قطر لري او يو کلکی سر تختی *G* څخه جوړ دی. که چيرې اتکا *A*، *C*، او *F* کلک ټينګ وي، په راډونو کې رامينځته شوي اوسط نارمل سترس و ټاکي .



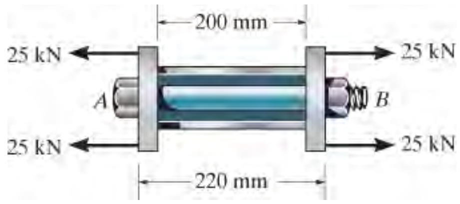
4-43 س

س *4-44. دا لاندې یوسخت بیم په دریو میلو ځړولشویې. میلي AB او EF له المونیم څخه جوړې او میله CD د فولادو څخه جوړه شوې ده. که هر میله د 450 میلی میتر مربع غوڅې برخه ساحه ولري، د P اعظمي ارزښت مشخص کړئ که چیرې د منلو وړ فشار د فولادو لپاره $(\sigma_{allow})_{st} = 200MPa$ وي اود المونیم لپاره $(\sigma_{allow})_{al} = 150\ MPa$ وي. اتکل کړی چې $E_{st} = 200\ GPa$ ،او $E_{al} = 70\ GPa$.



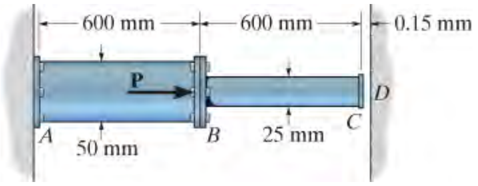
4-44 س

س 4-45. بولټ AB چې 20 ملي میتر قطر لري د یوه پوښ نه چې د 40 ملي میتر داخلي قطر او 50 ملی متر بهرنی قطر لري تیریږي. بولټ او پوښ له A-36 فولاد څخه جوړ شوي دي او په یوه سخت بره کیټ خوندي شوي چې په لاندې انځور کې ښودل شوي . که د بولټ اوږدوالی 220 ملي میتره وی او د پوښ اوږدوالی 200 ملي میتر وی، په بولټ کې کشش معلوم کړئ ، کله چې بهرنی قوه 50kN په برکیټونو پلي شي .



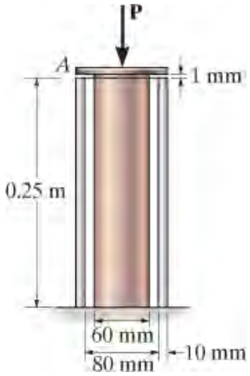
4-45 س

س **4-46.** که چیرې د C او سخت دیوال تر مینځ په پیل کې فاصله په D کې 0.15 میل متر وي، کله چې قوه $P = 200$ kN عمل وکړي په A او D کې د ملاتړ ریکشنونه مشخص کړئ. اسامبلی د جامد A-36 فولادی سلنډرونو څخه جوړ شوی .



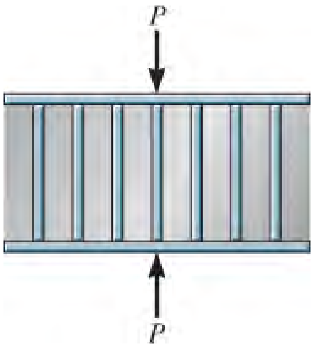
س 4-46

س **4-47.** یو پایه له جامد سور رنګ مسی برنجو C83400 چی د 304 فولادو په ټیوب سره نغښتل شوی جوړه شوی ده. مخکې له دی چی بار وربان‌دی پلي شي د دې دوو برخو تر مینځ خلا 1 (یو)ملي میتر ده. ټول ابعاد په لاندی انځور کی ښودل شوی او هغوی ته په پام سره ، ترټولو لوی بهرنی محوری بار چی په کلکه سر تخته A باندی پلی کيږي داسی وټاکئ پرته له دی چی د کوم یو مواد ییلډ وکړي.



س 4-47

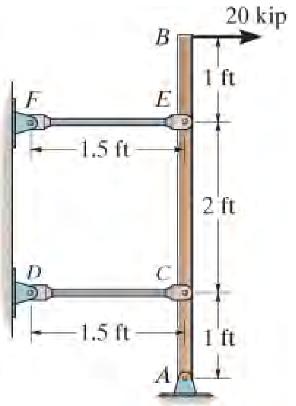
س **4-48*.** نمونه د تقویه شویی فلیمینټ (filament-reinforced) میتریکس سیستم استازیتوب کوي چې له پلاستیک (میتریکس) اود شیشې (فایبر) څخه جوړه شویی. که چیرې n فایبرونه شتون ولري، دهر یوه غوښی برخی مساحت A_f او ایلستیک ماجولس یي E_f وی او دا ټول په یوه میتریکس کې ځای پرځای شوی چې د غوښې برخې ساحه یې A_m او ایلستیک ماجولس یي E_m دی. مشخص کړي سترس په میترکس او په هر فایبر کې کله چې بهرنی بار P په نمونه کې پلي کیږي .



س 4-48

س 4-49. سخت میله AB په A کې د پین اتکا سره تړلی ده ، اود دوو المونیم راډونوله خوا يي هم ملاتړ کیږي. د هر يو راډ قطر 1 (یو) انچ دی او دایلستیسټی ماجولس يي $E_{al} = 10(10^3)$ ksi، او د ییلد سترس يي $(\sigma_Y)_{al} = 40$ ksi دي. که میله په پیل کې عمودی وي، کله چې د 20 کیپ قوه پلي شي د میلی د پای B بې ځایه کیدنه پیدا کړی .

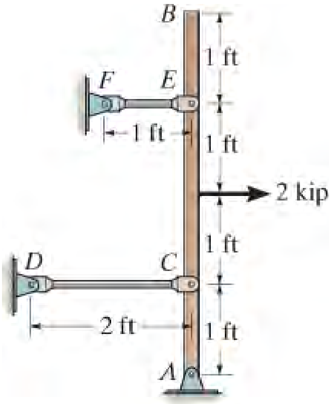
س 4-50. سخت میله AB په A کې د پین اتکا سره تړلی ده ، اود دوو المونیم راډونوله خوا يي هم ملاتړ کیږي. د هر يو راډ قطر 1 (یو) انچ دی او دایلستیسټی ماجولس يي $E_{al} = 10(10^3)$ ksi، او د ییلد سترس يي $(\sigma_Y)_{al} = 40$ ksi دي. که میله په پیل کې عمودی وي، کله چې د 20 کیپ قوه پلي شي ، د میلی دکوږوالي زاویه پیدا کړئ.



س 4-49/50

س 4-51. یوه سخته میله AB په پای A کې د پن اتکا سره تړلی ده او د دو المونیم راډونو لخوا يي ملاتړ کیږي، هر یو راډ 1 (یو) انچ قطر او د ایلستیک ماجولس يي $E_{al} = 10(103)$ ksi دي. که میله په پیل کې عمودی وي، د 2 کیپ قوه وربانډی پلي کیږي د پای B بې ځایه کیدنه مشخص کړئ.

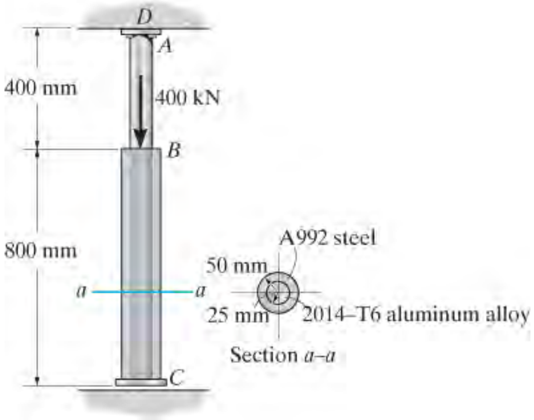
س 4-52*. یوه سخته میله په پای A کې د پن اتکا سره تړلی ده او د دوو المونیم راډونو لخوا يي ملاتړ کیږي، هر یو راډ 1 (یو) انچ قطر او د ایلستیک ماجولس يي $E_{al} = 10(103)$ ksi دي. که میله په پیل کې عمودی وي، د 2 کیپ قوه وربانډی پلي شی، په هر راډ کې قوه پیداکړئ.



س 4-51/52

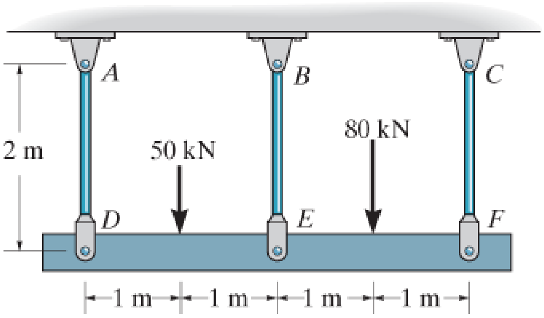
س **4-53.** د المونيم 2014-T6 راډ AC د A992 فولادو ټيوب BC سره تقويه شوی. که چيرې دا اسمبلي داسی ټړل شوی وی ترڅو په C کې هيڅ خلا شتون ونلري، د اتکا ريکشنونه مشخص کړئ کله چې يو محوری قوه 400 kN پرې عمل وکړي. اسمبلی په D کې نښلول شوی ده.

س **4-54.** د المونيم 2014-T6 راډ AC د A992 فولادو ټيوب BC سره تقويه شوی. کله چې بهرنی بار په اسمبلی عمل نه وی کړي د پای C او سختی اتکا تر منځ فاصله 0.5 ملي متره ده. د اتکا ريکشنونه مشخص کړئ کله چې د 400 kN محوری قوه پرې تطبيق شي .



س 4-53/54

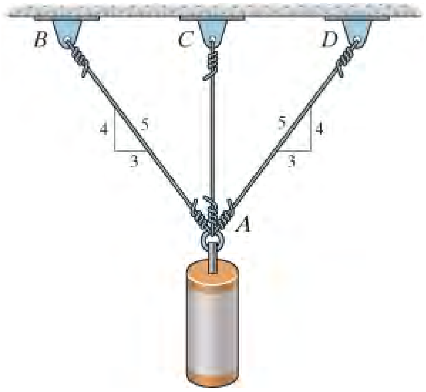
س **4-55.** درې ځړلول شوي ميلی د A992 فولادو څخه جوړی شوي او مساوي د 450 ميلی متره مربع د غوځی برخی مساحت لری. په هر ميله کې اوسط نارمل سترس معلوم کړئ که چيرې په سخت بيم ښودل شوي بهرنی بار عمل وکړي.



س 4-55

س *** 4-56.** درې A-36 فولادی سيمونه، هر يو د 2 ملي ميتر قطر لري، او مخ کی ليدی چې بهرنی بار عمل وکړي اوږدوالی يې $L_{AC} = 1.60$ m او $L_{AB} = L_{AD} = 2.00$ m. دی . په هر سيم کی قوه معلومه کړې کله چې په حلقه A باندی 150 کيلو ګرام وزن وځړول شی.

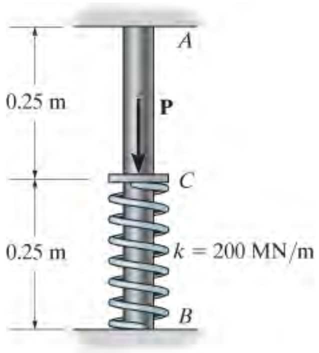
س **4-57.** د A-36 فولادو سیمونه AB او AD هر يو د 2 ملي میتر قطر لري او او مخکی لدی چی بهرنی بار عمل وکړي اوږدوالی یی $L_{AC} = 1.60$ m او $L_{AB} = L_{AD} = 2.00$ m. دی. د سیم AC اړین قطر داسي مشخص کړئ ترڅو په هر سیم کی ورته قوه جوړه شی کله چی په حلقه A باندی 150 کیلو ګرام وزن وځړول شی.



س 4-56/57

س **4-58.** دا لاندی پایه له المونیم 6061-T6 څخه جوړه شوی او 50 ملي میتر قطر لري، او په A او B کې په اتکا سره کلکه تړل شوي. دپایي په منځ C کی یو فنر شتون لري چی د یو سختی غاړي تختی (یا کالر)سره وصل دی. که فنرپه اصل کې کمپریس شوی نه وی، ریکشنونه په A او Bکې مشخص کړئ کله چې قوه $P = 40$ kN په کالر باندې پلی شي.

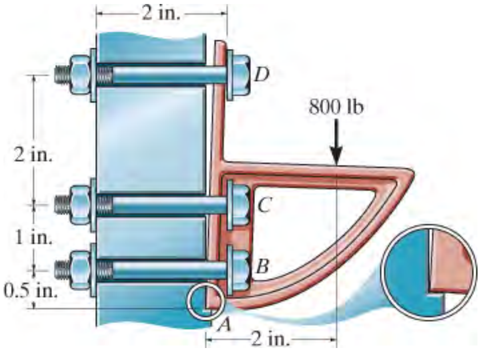
س **4-59.** دا لاندی پایه له المونیم 6061-T6 څخه جوړه شوی او 50 ملي میتر قطر لري، او په A او B اتکا وو کی کلکه تړل شوي. دپایي په منځ C کی یو فنرشتون لري چی د یوی سختی غاړي تختی (یا کالر)سره وصل دی. که فنرپه اصل کې کمپریس شوی نه وی، کمپرشن قوه په فنر کې مشخص کړئ کله چې قوه $P = 40$ kN په کالر باندې پلی شي.



س 4-58/59

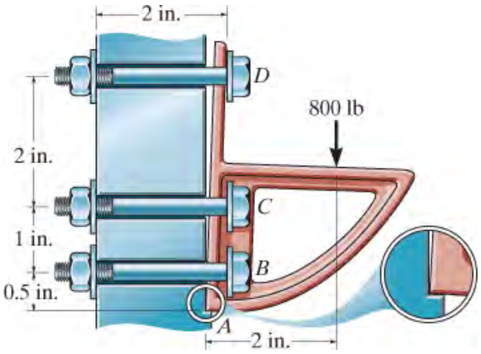
س ***4-60.** دالاندی برکیت په دیوال کې د دریو A-36 فولادی بولټونو په کارولو سره په B ، C او D کې ساتل کیږي. د هر بولټ قطر 0.5 انچه او اوږدوالی یې 2 انچه دی. که یوه قوه د

800 پونډه په برکیټ کې، لکه څنګه چې ښودل شوي، په هر بولټ کی قوه پیدا کړی. د محاسبې لپاره، دا فرض کړئ چی بولټونه هیڅ شییر قوه نه لري؛ بلکه دا 800 lb عمودی قوه د کنج (toe) A لخوا ملاتړ کیږي. همدارنګه، فرض کړئ چې دیوال او برکیټ سخت دي. د بولټونو خورا مبالغه شوی بیځایه کیدل ښودل شوی .



س 4-60

س 4-61. دالاندی برکیټ په دیوال کې د دریو A-36 فولادی بولټونو په کارولو سره په B ، C او D کې ساتل کیږي. د هر بولټ قطر 0.5 انچه او اوږدوالی یې 2 انچه دی. که یوه قوه د 800 پونډه په برکیټ لکه څنګه چې ښودل شوي کیښودل شي، فاصله s د برکټ پورتني خوا په بولټ D کی له دیواله څومره لري کیږي. د محاسبې لپاره، دا فرض کړئ چی بولټونه هیڅ شییر قوه نه لري؛ بلکه دا 800 lb عمودی قوه د کنج (toe) A لخوا ملاتړ کیږي. همدارنګه، فرض کړئ چې دیوال او برکیټ سخت دي. د بولټونو خورا مبالغه شوی بیځایه کیدل ښودل شوی

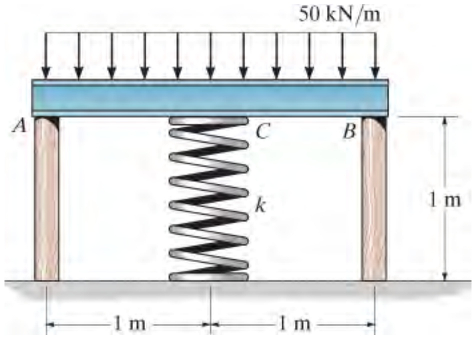


س 4-61

س 4-62. یوی سختی میلی په دوو لنډو سپینو سپروس لرګیو پایو او فنر سره تکیه کړی. که دهر یوی پایی مخ کی له دی چې وزن وربانډی عمل وکړی، اوږدوالی 1 متر او د غوڅی برخی ساحه یې 600 میلی متر مربع ، او د فنر سختوالی $k = 2$ MN/m او او اوږدوالی یې مخ کی لدی چې

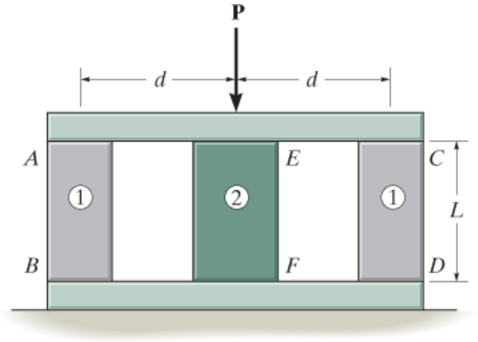
پراخ شی 1.02 متره وی ، په هر پایه کې قوه مشخص کړئ وروسته له دې چې ښودل شوی بهرنی بار بری تطبیق شي.

س 4-63. یوی سختی میلی په دوو لنډو سپینوپروس لرګیو پایو او فنر سره تکیه کړی. که هر یوه پایه مخ کی له دی چی وزن وربانداې عمل وکړی اوږدوالی یې 1 متر او د غوښی برخی ساحه یې 600 میلی متر مربع ، او د فنر سختوالی $k = 2$ MN/m او اوږدوالی یې مخ کی لدی چې پراخ شی 1.02 متر وی، عمودی بیځایه کیدل د A او B وروسته له دې چې بار پلې شي معلوم کړې.



س 4-62/63

س *4-64. دا لاندی اسمبلی له دریو پایو او دوو تختو جوړه شوې. دوی پایې AB او CD یې هر یو د دی دوو پایو 1 موادو څخه جوړی شوی چې ماجولس ایلستیستی E_1 او د غوښی برخی ساحې A_1 د ي. او دریمه پایه (مرکزي پایه) د 2 موادو جوړه شوی چی د ایلستیستی ماجولس یې E_2 او غوښی برخی ساحه A_2 لري. که یو بهرنی بار P په سخت سر تخته کې پلې شي، په هر موادو کې قوه مشخص کړئ .

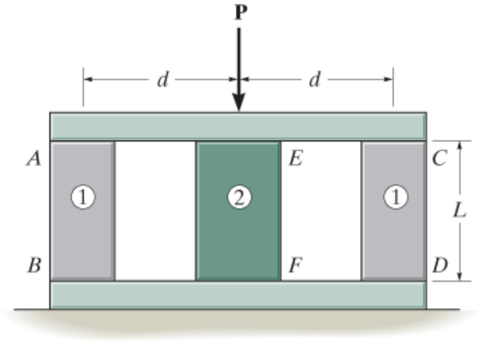


س 4-64

س 4-65. دا لاندی اسمبلی له دریو پایو او دوو تختو جوړه شوي. دوه پایی AB او CD یې هر یو د دی دوه پایو 1 موادو څخه جوړ شوی چې ماجولس د ایلستیستی E_1 او د غوښی برخی ساحې A_1 د ي. او دریمه مرکزی پایه EF چې مواد یې 2 او د ایلستیستی ماجولس یې E_2 او

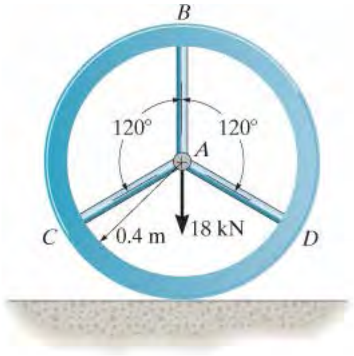
غوښه برخ ساحه A_2 لري. که AB او CD پايې له موادو 2 څخه جوړې شی او هغه ځای په ځای شي، اړين ساحه د غوښې برخې ددی نويو پايو لپاره داسی مشخص کړئ ترڅو دواړه اسمبلی کله چی بهرنی بار ورباندی پلې شي ورته مقدار بې ځایه کیدل ولري.

س 4-66. دا لاندی اسمبلی له دريو پايو او دوه تختو جوړه شوي. دوه پايې AB او CD يې هر يو د دی دوه پايو له 1 موادو څخه جوړ شوی چې ماجولس د ایلستیستی E_1 او د غوښې برخې ساحې A_1 د ي. او دریمه مرکزی پایه EF چې مواد يې 2 او د ايلستيستی ماجولس يې E_2 او غوښه برخ ساحه A_2 لري. که پایه EF عوض شی په مواد 1 او هغه ځای په ځای شي، اړين ساحه د غوښې برخې ددی نوي پايې لپاره داسی مشخص کړئ ترڅو دواړه اسمبلی کله چی بهرنی بار ورباندی پلې شي ورته مقدار بې ځایه کیدل ولري.



س 4-65/66

س 4-67. دا لاندی څرخ باندی د اکسل A څخه د 18 کیلو نیوټن قوه عمل کړی. په هر يو شاخه (spoke) کې قوه مشخص کړئ. فرض کړئ چې رم (rim) سخت دی او شاخی د ورته موادو څخه جوړی اوهر يو د ورتی غوښې برخې مساحه لري .



س 4-67

4.6 حرارتی سترس (THERMAL STRESS)

د تودوخې بدلون کولی شي د جسم ابعاد بدل کړي. عموما، که د تودوخې درجه لوړه شي، بدن به پراخ شي، پداسې حال کې چې که د تودوخې درجه راټیټه شي، دا به لنډ شي.* معمولا دا پراختیا یا لنډوالي د تودوخې له زیاتوالي یا کمیدو سره خطي تړاو لري . له تجربو معلومه شوی کله چې مواد متجانس او ایسوترافیک وی د پای بیځایه کیدنه د یو غړی له اوږدوالي L سره په دی لاندی فارمول محاسبه کیدلی شي

ډیری ترافیکي پلونه د پراخیدو جوینټ سره ډیزاین شوي چی د تودخی درجی له ټیټیدو یا لوړیدو په حالت کی داسی توان ولری چی د حرارتی سترسونه مخ نیوی وشي.

$$\delta_T = \alpha \Delta T L \qquad (4\text{–}4)$$

دلته

a = د موادو خاصیت دی چې د تودوخې توسعې خطي ضریب (linear coefficient of thermal expansion) ویل کیږي. دا واحدونه د تودوخې په هره درجې کې د یوه واحد اوږدوالی بدلون اندازه کوي. دوی په FPS سیستم کې $1/F^o$ (فارن هایټ) دي، او په SI سیستم کې $1/°C$ (Celsius) یا $1/K$ (کیلوین). د ضریب نمونه یی ارزښتونه ددی کتاب په آخر کی ښودل شوي.

DT= په غړي کی د حرارت درجی الجبریک بدلون

L = د غړي اصلي اوږدوالی

d_T = دغړي په اوږدوالي کې د الجبریک بدلون

د *ستاتیکلی معلومو* غړیو په اوږدوالي کی د تودوخې له امله بدلون په اسانۍ سره دمعادلی 4-4 په کارولو سره محاسبه کیدی شي، ځکه چې غړی د تودوخې د بدلون په وخت کې د ابعادو د بدلون لپاره آزاد دي. له هغه ځایه چې د ستاتیکی نامعلوم غړي لپاره، دا حرارتي بې ځایه کیدل به محدود وي ځکه دوی په اتکا کی تړلی دی. په دې توګه د ***تودوخې سترسونه*** تولیدوي چې باید په ډیزاین کې په پام کې ونیول شي. په تیرو برخو کې تشریح شوي میتودونو په کارولو سره ، دا ممکنه ده چې دا حرارتي سترسونه مشخص کړئ شی، لکه څنګه چې په لاندې مثالونو کې ښودل شوي .

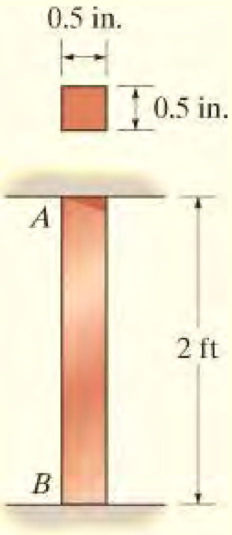
*دلته ځیني مواد شتون لري، لکه انوار (Invar) ، د اوسپني او نکل الیاژ، او سکینډیم ټرای فلوراید (scandium trifluoride)، چې په مخالف ډول چلند کوی، مګر موږ به دلته هغه په پام کې نه نیسو.

د نالیو (ډکتونه) او پایپونو اوږده حالتونه چې مایعات لیږدوي د حرارت د درجی تغیراتو سره مخ دي چې د دوی د پراختیا یا لنډوالی لامل کیږي. ددی دپاره چې د حرارتی سترس مخنیوی وشید دوی په اوږدوالی کی جاینتونه جوړیږی.

مثالونه

مثال 4.10

د A-36 فولادو میله چې په شکل 4-17a کې ښودل شوی په $T_1 = 60^o$ F درجه حرارت کی د دوو اتکاوو تر منځ جفت ځای په ځای شوي، که چیرې د تودوخې درجه $T_2 = 120^o$F ته لوړه شی، اوسط نارمل حرارتي سترس چې په میله کې رامینځته شوی پیدا کړئ.



(a)

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). د میلی ازاد ډایګرام په انځور 4-17b کی ښودل شوي. بهرنی بار عمل نه دی کړي، قوه په A کی مساوی په قوه چې په B کی ده او جهت یې سرچپه دی. او داسی لیکلی شو:

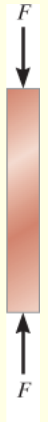
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_A = F_B = F$$

دا سوال ستاتیکلی نامعلوم دي ، ځکه د توازن له معادلی نشي موندل کیدی.

مطابقت (Compatibility)

ځرنګه چې نهايي بيځايه کيدل صفر $(d_{A/B} = 0)$ دی. هغه بيځايه کيدل چې د حرارت د تغير له کبله (d_T) په A نمنځ ته کيږی يوه معادل قوه F به په مخالف جهت عمل وکړی چې بيځايه کيدنه بيرته لمړی حالت ته راوړی. د مطابقت حالت په A کی موږ دا لاندی ډول ليکلی شو:

$$d_{A/B} = 0 = d_T - d_F$$

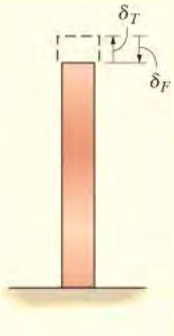


بار- بېځايه کيدل (Load-Displacement). د بار او بيځايه کيدلو اړيکی له حرارت ځخه کار اخلو او ليکلی شو:

$$0 = \alpha \Delta T L - \frac{FL}{AE}$$

د a ارزښت چې په آخر ددی کتاب کی دی تری کار اخلو او موږ لرو:

$$F = \alpha \Delta T A E$$
$$= [6.60(10^{-6})/°F](120°F - 60°F)(0.5\ in.)^2\ [29(10^3)\ kip/in^2]$$
$$= 2.871\ kip$$



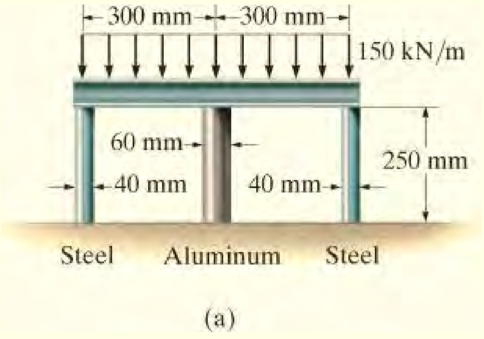
ځرنګه چې **F** هم د ميلی د داخلي محوري قووی استازيتوب کوي، اوسط نارمل تيلو هونکی سترس په دې توګه دی

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{2.871\ kip}{(0.5\ in.)^2} = 11.5\ ksi \qquad \textit{Ans.}$$

انځور 4-17

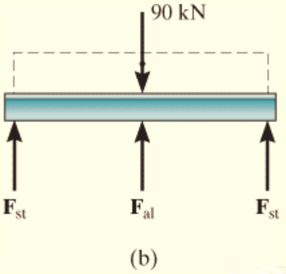
يادونه: دا مقدار دا ښه يي چې د حرارت درجی بدلون، لويه داخلی قوه په ستاتيکلی نامعلوم غړی کی جوړه وي.

مثال 4.11



یو سخت بیم چې په انځور 4-18a کې ښودل شوي په دریو پایو چې له 2014-T6 المونیم او A992 فولادو جوړې شوی ترلی دي. کله چې بهرنی بار عمل نه وی کړی هره یوه پایه 250 میلی متره اوږدوالي لری او د تودوخې درجه پدی حالت کی $T_1 = 20^o$ C وي. که چیرې په بیم باندې یو ویشل شوی بار د 150 kN/m پلی شي او د تودوخې درجه $T_2 = 80^o\ C$ ته لوړه شی، قوه په هر پایه کی قوه پیدا کړئ .

حل (SOLUTION)

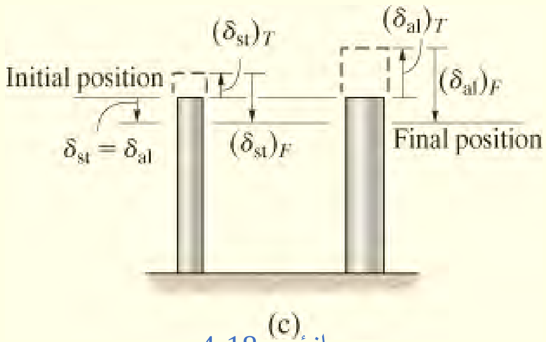


توازن (Equilibrium). د بیم ازاد ډایګرام په انځور 4-18b کې ښودل شوي. کې چیرې مؤمنت د بیم په وسط کې وکورو دواړه اتکاوو ریکشنونه به یو شان وي. مجموعه د قواوو پدی ازاد ډایګرام کې لرو

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 2F_{st} + F_{al} - 90(10^3)\ \text{N} = 0 \qquad (1)$$

مطابقت (Compatibility). د بار، جیومیتری، او د موادو همغږي له امله، پورته برخه د هرې پایي په مساوي مقدار کې بې ځایه کیږي. له همدې امله

$$(+\downarrow) \qquad \delta_{st} = \delta_{al} \qquad (2)$$



انځور 4-18

د هرې پایي د سر وروستی موقعیت د هغې د بې ځایه کیدو سره مساوي دی په بیځایه کیدل د تودوخې د زیاتوالي له امله او جمع هغه بې ځایه کیدل د داخلي محوري تیلوهونکی داخلی قووچې په انځور 4-18 c کی ښودل شوي . په دې توګه، د فولادو او د المونیم پایو کی، موږ لرو

$$(+\downarrow) \qquad \delta_{st} = -(\delta_{st})_T + (\delta_{st})_F$$
$$(+\downarrow) \qquad \delta_{al} = -(\delta_{al})_T + (\delta_{al})_F$$

له پورته (2) معادلی کار اخلو او لیکلی شو:

$$-(\delta_{st})_T + (\delta_{st})_F = -(\delta_{al})_T + (\delta_{al})_F$$

بار- بېځایه کیدل (Load-Displacement). له معادلو 2-4 او 4-4 او د موادو له خاصیتونو کار اخلو ، دا لاندی په لاس راځي:

$$-[12(10^{-6})/°C](80°C - 20°C)(0.250\text{ m}) + \frac{F_{st}(0.250\text{ m})}{\pi(0.020\text{ m})^2[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$
$$= -[23(10^{-6})/°C](80°C - 20°C)(0.250\text{ m}) + \frac{F_{al}(0.250\text{ m})}{\pi(0.030\text{ m})^2[73.1(10^9)\text{ N/m}^2]}$$
$$F_{st} = 1.216F_{al} - 165.9(10^3) \qquad (3)$$

د دی لپاره چی یو شان وو، ټول شمیري معلومات په نیوتن، متر، او درجي سانتی ګرید څرګند شوي . معادلي 1 او 3 په ورته وخت کي حل کوو او حاصل یي دی:

$$F_{st} = -16.4\text{ kN} \quad F_{al} = 123\text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

منفي ارزښت د F_{st} ښايي چی قوه خلاف جهت د هغه چی په انځور کی ښودل شوي ده، پدی معنی چی د فولادو پايي په حالت د کشش کی او د المونيم پايي په تیلوهلو کی دی.

مثال 4.12

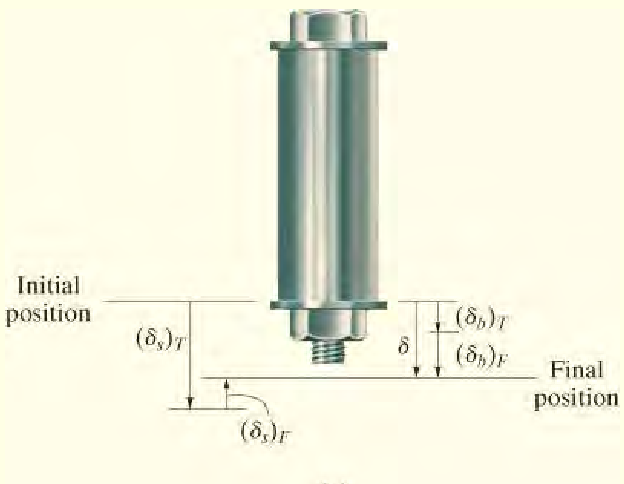
د المونيم 2014-T6 ټیوب چې د 600 میلی متر مربع غوڅی برخې ساحه لري د A-36 فولادو بولټ لپاره چې دغوڅی برخې ساحه یی 400 میلی متر مربع ده د پوښ په توګه کله چې د تودوخې درجه $T_1 = 15$ C وي کارول کیږي. او دا په انځور 4-19a کی ښودل شوي. نټ دا اسامبلي په دی موقعیت کې ټینګ ساتلي او په دی حالت کی د بولټ محوری قووه د پام وړ نه ده. که د تودوخې درجه $T_2 = 80$ C ته لوړه شي، په بولټ او پوښ کی یې قوی پیدا کړئ.

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium). د اسمبلي پورتنۍ برخې آزاد ډایاګرام په انځور 4-19b کې ښودل شوي. قواوي F_b او F_s د پوښ څخه پیدا شوي څکه چې د پوښ ضریب د تودوخې پراخیدلو په پرتله د بولټ لوړ دی، او له همدې امله کله چې تودوخه لوړه شي پوښ به نور پراخ شي. دا دې ته اړتیا لري

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad F_s = F_b \qquad (1)$$

مطابقت (Compatibility). د تودوخې لوړوالي بولت او پوښ دواړه پراخیږي $(\delta_s)_T$ او $(\delta_b)_T$ انځور 4-19c وویني.



(c)

په هرصورت، تکراری قواوي F_b او F_s بولټ اوږدوي او پوښ لنډوي. په پایله کې، اسمبلي وروستي حالت ته رسي، کوم چې د هغې ابتدايي سره ورته نه وي. له دې امله، د مطابقت حالت داسی کیږي

$$(+\downarrow) \qquad \delta = (\delta_b)_T + (\delta_b)_F = (\delta_s)_T - (\delta_s)_F$$

بار- بېځايه کيدل (Load-Displacement). له معادلو 4-2 او 4-4 او د موادو له خاصيتونو کار اخلو ، دا لاندې په لاس راځي:

$$[12(10^{-6})/°\text{C}](80°\text{C} - 15°\text{C})(0.150\text{ m}) + \frac{F_b\,(0.150\text{ m})}{(400\text{ mm}^2)(10^{-6}\text{ m}^2/\text{mm}^2)[200(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

$$= [23(10^{-6})/°\text{C}](80°\text{C} - 15°\text{C})(0.150\text{ m})$$

$$- \frac{F_s\,(0.150\text{ m})}{(600\text{ mm}^2)(10^{-6}\text{ m}^2/\text{mm}^2)[73.1(10^9)\text{ N/m}^2]}$$

له معادلی 1 کار اخلو او حل کوو یی چې دا لاندې په لاس راځي

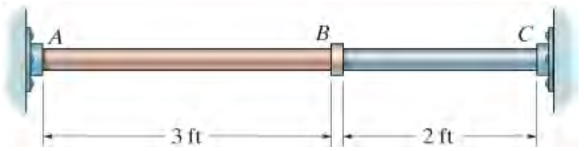
$$F_s = F_b = 20.3\text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

يادونه: ځکه چې په دې په تحليل کی مو خطي ارتجاعي چلند د موادو فرض کړی وا، اوسط نارمل سترسونه بايد د ډاډ ترلاسه کولو لپاره وڅيړل شي چې دوی د موادو له متناسب حد (proportional limit) نه نه دی تيرشوي .

سوالونه

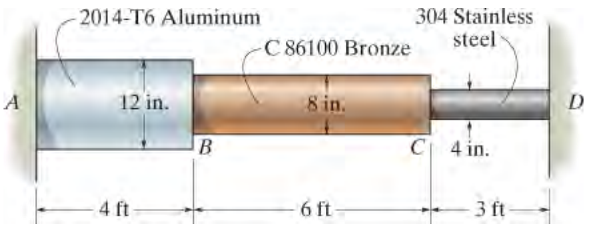
PROBLEMS

س *4-68. یو سور رنګ برنجی C83400 راډ AB او د د المونیم 2014-T6 راډ BC په کالر(پټي) B کی یوځای شوی اوپه پایونو کی په اتکا کلک وصل شوي، کله چی د تودوخی درجه $T_1 = 50\ °\ F$ وي په غړیو کې بار نه وي. کله چې $T_2 = 120\ °\ F$ شي په هر یو غړي کې اوسط نارمل سترس وټاکئ . همدارنګه، د غاړي پټي خومره بې ځایه شوي؟ د هر غړي غوڅې برخه ساحه 1.75 انچ مربع ده .



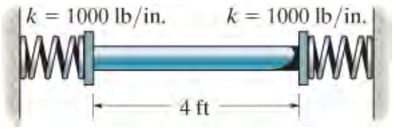
س 4-68

س. 4-69 ددی لاندی اسمبلي مواد او ابعاد په انځور کی ښودل شوی. کله چی د حرارت درجه $T_1 = 70^oF$ وی غړی له اتکا سره جفت ساتل کیږي. اوسط نارمل سترس په موادو کی کله چی د حرارت $T_2 = 110^oF$ درجی شي، پیدا کړی.



س 4-69

س 70 -4. دا لاندی راډ چی له فولادو A992 جوړ شوی قطر یې 0.25 in انچ دی. کله چې فنرونه 0.5 انچه کمپرس (compressed) شي اوږدوالي یې 4 ft فت دی او درجه حرارت $T = 40^oF$ وی. قوه په راډ کی کله چی د تودوخی درجه $T = 160^oF$ ته لوړه شي معلوم کړي.

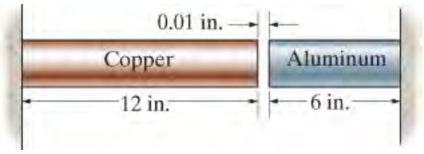


س 4-70

س 4-71. دوه سلنډر راډونه له دوو سخت دیوالونو سره داسی تړل شوی د چې د دوی تر مینځ د 0.01 انچ فاصله شتون لري، په دی حالت کی د تودوخی درجه $T_1 = 60°F$. ده. ددی لپاره چی

یوازی دا خلا ورکه شي څومره لوی تودوخي T_2 ته اړتیا ده؟ هر راډ د 1.25 انچ قطر لري. که
چیر د حرارت درجه $T_2 = 300^o$ F وی په هر راډ کي اوسط نارمل سترس معلوم کړئ.   که
چیرې $\alpha_{al} = 13(10^{-6})/°F$ ، $E_{al} = 10(10^3)$ ksi، $(\sigma_Y)_{al} = 40$ ksi ، $\alpha_{cu} = 9.4(10^{-6})/°F$ ، $E_{cu} = 15(103)$ ksi، او $(\sigma_Y)_{cu} = 50$ ksi.

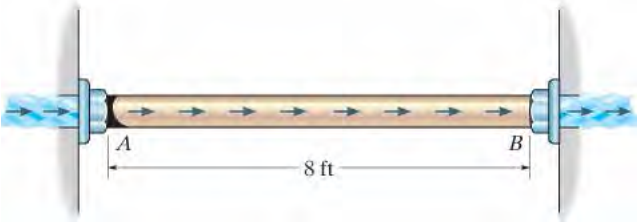
س *4-72. دوه سلنډر راډونه له دوو سخت دیوالونه سره داسی تړل شوی چې د دوی تر مینځ د 0.01 انچه فاصله شتون لري، په دی حالت کی د تودوخی درجه $T_1 = 60°F.$ ده. هر راډ د 1.25 انچ قطر لري.   په هر راډ کي اوسط نارمل سترس مشخص کړئ که $T_2 = 400$ F ، او همدارنګه   نوي اوږدوالی د المونیمو برخی محاسبه کړئ . چیرې چې $\alpha_{al} = 13(10^{-6})/°F$ ، $E_{al} = 10(10^3)$ksi ، $(\sigma_Y)_{al} = 40$ ksi ، $\alpha_{cu} = 9.4(10^{-6})/°F$ ، $E_{cu} = 15(103)$ ksi ، او $(\sigma_Y)_{cu} = 50$ ksi



س 4-71/72

س 4-73. دا لاندی پایپ د A992 فولادو څخه جوړ شوی او په غاړه پټی په A او B کی وصل دی. کله چې د تودوخې درجه 60 F^o وي، په پایپ کې محوری بار شتون نلري . که ګرم ګاز د پایپ له منځه چی تیریږی د تودوخې د لوړیدو لامل کیږي $\Delta T = (40 + 15x)$ F^o ، چیرته x په فټ اندازه کیږی، په پایپ کې اوسط نارمل سترس وټاکئ. داخلي قطرد پایپ 2 انچه دی، او د دیوال ضخامت 0.15 انچه دی.

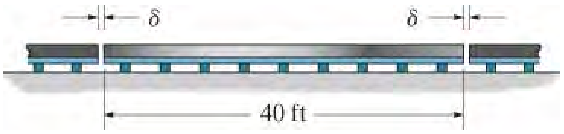
س 4-74. د برونزو C86100 پایپ داخلي شعاع 0.5 انچه او د دیوال ضخامت يي 0.2 انچه دي. که ګاز پکی جریان ولري د پایپ تودوخه په مساوي ډول بدلوي له $T_A = 200$ F څخه په A کي $T_B = 60$ F په B کې، محوری قوه چې دا په دیوالونو لګوي وټاکي. کله چې پایپ د دیوالونو په منځ کی نصب شو د تودوخی درجه T=60°F وه.



س 4-73/74

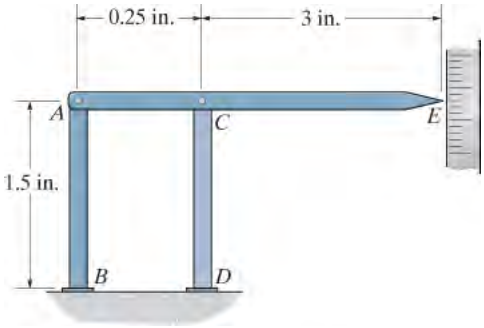
س 4-75. د اورګاډي د A-36   فولادو پټلۍ چې 40 فوټه اوږدوالي لري، د یو کوچني خلا سره اینودل شوي تر څو د تودوخي پراختیا لپاره اجازه ورکړي. د اړتیا وړ خلا مشخص کړئ ترڅو پټلی کله چې د تودوخې درجه له $T_1 = -20$ °F څخه $T_2 = 90$ °F ته لوړه شي یو بل سره ولګی .

په پټليوکې به محوری قوه څومره وي که د تودوخې درجه $T_3 = 110^oF$ ته لوړه شي؟ د هر ی پټلی غوڅی برخې ساحه 5.10 انچه مربع ده.



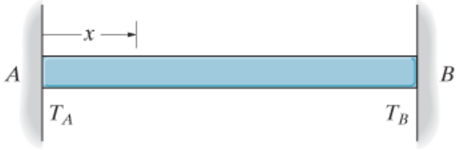
س 4-75

س 4-76*. دا لاندی وسیله د تودوخی درجی د بدلون اندازه کولو لپاره کارول کیږي. د حرارت پایي AB او CD د A-36 فولادواو المونیم الیاژ 2024-T6، څخه په ترتیب سره جوړ شوي دي . کله چې د حرارت درجه په 75^oF کې وی، ACE په افقي موقعیت کې وی. د اشاره کونکی (pointer) عمودی بې ځایه کیدل په E کې کله چې د تودوخې درجه 150 F ° ته لوړیږي پیدا کړي.



س 4-76

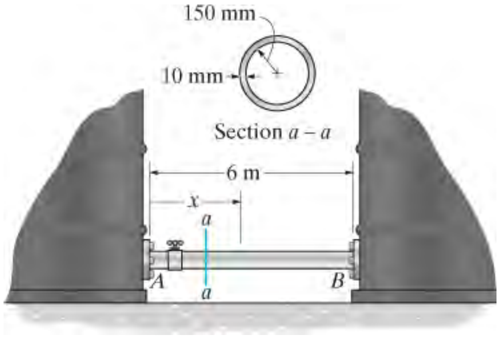
س 4-77. د لاندی میلی غوڅه برخ A، اوږدوالي L د ارتجاعیت ماجولس E او تودوخی پراخوالي ضریب a لری. د تودوخی درجه په مساوی ډول (uniformly) په اوږدوالي کی له T_A په A کی تر T_B په B کی اوپه هره نقطه کی په اوږدوالي د بار $T = T_A + x(T_B-T_A) / L$. هغه قوه چې بار يي په سختو دیوالونو جوړه وی معلومه کړي. په ابتدا کی کله چې د تودوخی درجه حرارت T_A وی.



س 4-77

س 4-78. دا لاندی د فولادو A-36 پایپ کله چې د تودوخی درجه 30^oC ده د دو د تیلو ټانکونو په منځ کی جوت ځای په ځای شوي. کله چې تیل په پایپ کی جریان پیدا کړي د تودوخی درجه په

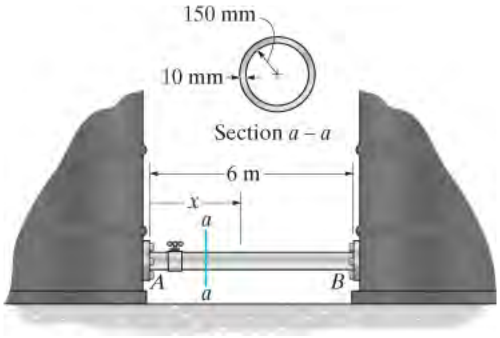
پای A او B کی $130\ ^oC$ او 80^oC ته په ترتیب سره لوړیږي. که چیری د حرارت درجی ټیټوالي په پایپ کی خطي وي اوسط نارمل سترس په پایپ کی پیدا کړي. فرض کړي چی هر ټانک په A او B کی کلکی اتکا وی لري.



س 4-78

س 4-79. دا لاندی د فولادو A-36 پایپ کله چی د تودوخی درجه 30^oC ده د دو تیلو ټانکونوتر منځ جوت ځای په ځای شوي. کله چی تیل په پایپ کی جریان پیدا کړي د تودوخی درجه په پای A او B کی $130\ ^oC$ او 80^oC ته په ترتیب سره لوړیږي. که چیری د حرارت درجی ټیټوالي په پایپ کی خطي وي اوسط نارمل سترس په پایپ کی پیدا کړي. فرض کړئ چې د هر ټانک دیوالونه لکه فنر عمل کوي، چی هر یوه k =900 MN/m سختوالی لري.

س *4-80. دا لاندی د فولادو A-36 پایپ کله چی د تودوخی درجه 30^oC ده د دو تیلو ټانکونوپه منځ کی جوت ځای په ځای شوي. کله چی تیل د پایپ له لارې تیریږي، د دې سبب کیږي چې د حرارت درجه په پایپکی په لاندی ډول توپیر $T = (\frac{5}{3}x^2 - 20x + 120)°C,$ وکړي، چیرته چې x په مترو کې دی. نارمل سترس چی په پایپ کی رامینځته شوی مشخص کړئ. فرض کړئ هر ټانک په A او B کې کلکه اتکا لري .

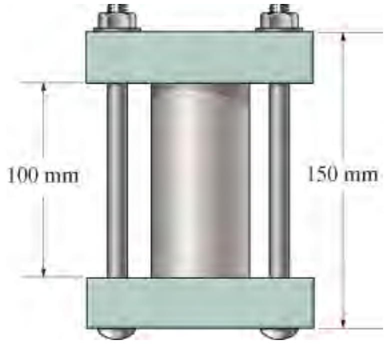


س 4-79/80

س 4-81. د 50 mm-قطر سلنډر له میګنیشیم Am 1004-T61 څخه جوړ شوی دی او کله چی د تودوخې درجه $T_1 = 20\ °$ C. ده په کلمپ (clamp) کې ځای پرځای شوي . د کلمپ د بار

وړلو دوه بولټونه چې هر يو 10 ملي ميتر قطر لري او له 304 فولادو جوړ شوی، او دوی سلنډر ټينګ په يوه قوت سره چې د محاسبې وړه نه ده نيسي، په سلنډر کې قوه مشخص کوي کله چې د تودوخې درجه $T_2 = 130^o$ C ته لوړيږي.

س 4-82. د 50 mm-قطر سلنډر له ميګنيشيم Am 1004-T61 څخه جوړ شوی دی او کله چې د تودوخې درجه $T_1 = 15$ ° C. ده په کلمپ (clamp) کې ځای پرځای شوي . د کلمپ د بار وړلو دوه بولټونه چې هر يو 10 ملي ميتر قطر لري او له 304 فولادو جوړ شوی، دوی سلنډر ټينګ په يوه قوت سره چې د محاسبې وړه نه دی نيسي. د تودوخې درجه مشخصوي چې په ميګنيشيم يا فولاد کې اوسط نارمل سترس په لومړی ځل MPa 12 ته ورسيږی.

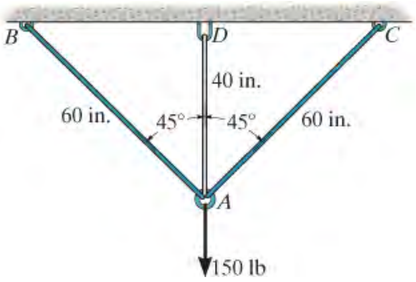


س 4-81/82

س 4-83. دوه سيمان AB او AC له فولادو جوړ شوی ، او دريم سيم AD له مسو جوړ دي.

مخ کی لدی چې يوه بهرنی قووه 150 lb پلی شی د سيم AB او AC اوږدوالي 60 انچه او دسيم AD اوږدوالي 40 in انچ دی. که د تودوخی درجه 80°F درجی زياتوالي ومومي قوه په هر سيم کی چې دا بهرنی وزن يو وړلی شی پيدا کړي. هر سيم غوڅه برخه 0.0123 in² مربع انچه مساحت لري.

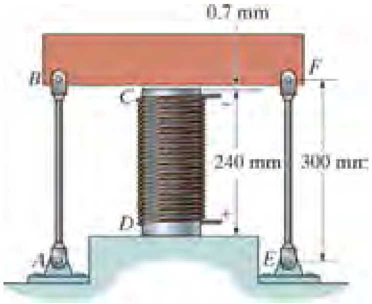
$a_{cu} = 9.6(10^{-6})$ / °F او د مسو $E_{cu} = 17(10^3)$ ksi, $a_{st} = 8(10^{-6})$/°F



س 4-83

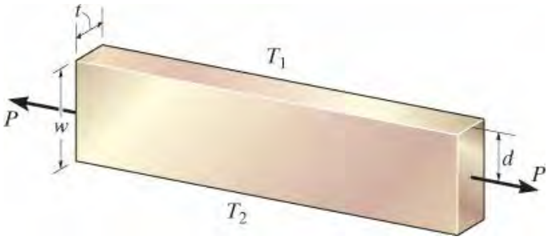
س *4-84. سلنډر CD له تودوخه درجې $T_1 = 30\ °C$ څخه تر $T_2 = 180\ °C$ د برېښنايي مقاومت په کارولو سره حرارت ورکړل شوي. په ټيټه درجه د تودوخې T_1 خلا د C او سختې ميلې تر مينځ 0.7 mm ده. په راډونو AB او EF کې هغه قوه چې د تودوخې درجې د زياتوالي له امله رامينځته کيږي په ګوته کړئ . راډونه AB او EF له فولاد څخه جوړ شوي دي، او دهر يوه د غوڅې برخې 125 ميلی متر مربع ساحه لري. CD د المونيم څخه جوړ شوی او د 375 ميلی متر مربع غوڅې برخه ساحه لري. راکړل شوی $E_{st} =$ 200 GPa، $E_{al} =$ 70 GPa ، او $a_{al} = 23(10^{-6})/°C$

س 4-85. سلنډر CD له تودوخه درجې $T_1 = 30\ °C$ څخه تر $T_2 = 180\ °C$ د برېښنايي مقاومت په کارولو سره حرارت ورکړل شوي. همدارنګه، دوه پايې راډونه AB او EF له $T_1 = 30\ °C$ تر $T_2 = 50°C$ درجې حرارت ورکول کيږي. په ټيټه درجه د تودوخې T_1 خلا د C او سختې ميلې تر مينځ 0.7 mm دی. قوه په راډونو AB او EF چې د تودوخې د زياتوالي له امله رامينځته کيږي کې مشخص کړئ . راډونه AB او EF د فولادو څخه جوړ شوي، او دهر يوه غوڅه برخه 125 ميلی متر مربع مساحت لري . CD د المونيم څخه جوړ شوی او د غوڅې برخې مساحت يې 375 ميلی متر مربع لري. اټکل کړي $E_{st} =$ 200 GPa، $E_{al} =$ 70 GPa ، او $a_{al} = 23(10^{-6})/°C$ ، $a_{st} = 12(10^{-6})/°C$



س 4-84/85

س 4-86. دا لاندې فلزي ټوټه چې ضخامت يې t او پلنوالی يې w دي ، د تودوخې درجې د T_1 څخه تر T_2 $(T_1 < T_2)$ پورې تابع دي. دا توپير (gradient) د تودوخې درجې لامل شوی چې دموادو د ايلستيستي ماجولس په پورتنۍ برخه کې له E_1 څخه يو کوچني مقدار E_2 ته په لاندې برخې کې په خطي ډول توپير مومي. په نتيجه کې د هر عمودی موقعيت y لپاره، کله چې اندازه شي د پورتنۍ سطحې څخه د ايلستيستي ماجولس $E = [(E_2 - E_1)/w]y + E_1$. هغه موقعيت d داسې معلوم کړي که چيرې محوری څواک P پلي شي بار په مساوي ډول په غوڅه برخه وغځول شی.



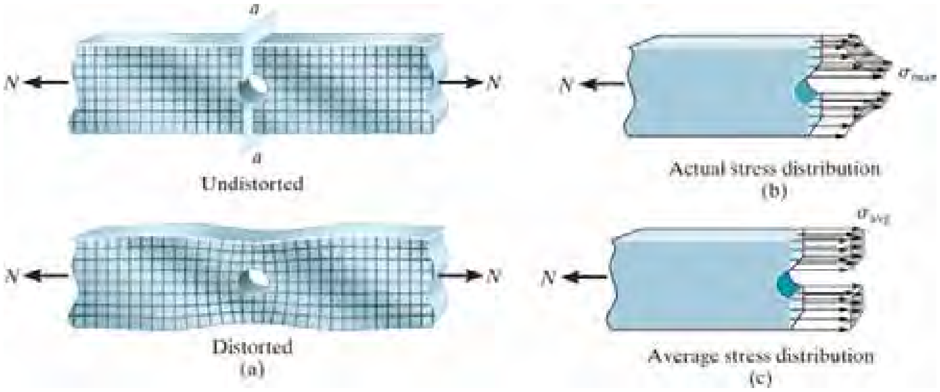
س 4-86

4.7 د ستریس غلظت (STRESS CONCENTRATIONS)

په 4.1 برخه کی مو وویل کله چې یوه محوری قوه په یوه بار باندې پلي شي، دا قوه په هغه ټکی چې پلیی کیږی په شاوخوا کی یی یو پیچلي ویشل شوی ستریس رامینځته کوي . په هرصورت، د پیچلي سترس ویش نه یوازې په نقطه کی چې متمرکز لود عمل کړی رامنځته کیږی بلکی کیدی شي په نورو برخو کې چې غوڅه برخه بدلون ولري هم راپورته کیږي. د مثال په توګه، بار چې په انځور 4-20a کی ښودل شوی په پام کې ونیسئ کوم چې یو ی محوری قوی N پری عمل کړي دی. دلته د هغه افقی او عمودی کرښي چې پخوا لدی چې قوه پری پلیی شی اوس دسورري شاوخوا د بار په مرکز کی په غیر منظم شکل انعطاف کوي. په بار کې اعظمي نارمل سترس په برخه a-a کې پیښیږي، ځکه چې غوڅه برخه د بار پدی ځای کی تر ټولو کوچنۍ ساحه لري. که د موادو چلند خطي ایلستیک وی، د سترس ویش په دی برخه کی د ریاضیاتي تحلیل په کارولو سره ټاکل کیدی شي کله چې د ایلستیستی تیوري څخه کار واخیستل شي، یا په تجربوي توګه نارمل سترین په دی برخه a-a کی اندازه شی بیا د هوک قانون په کارولو سره سترس محاسبه کیدی شي $s = E\epsilon$ پرته له دې چې کومه طریقه په پام کی ونیول شي، د سترس ویش عمومي بڼه به د هغه په څیر وي

د دې آری تیغ دې چې غوڅ شوی کرښی لري د دې لپاره چې دواړه متحرک سترسونه کم کړي چې د هغې دننه وده کوي کله چې دا ګردش کوي او د تو دوخی سترس چې له حرارت پیداش کوي. او د تودوخی سره وده کوي. توجو وکړي هغه کوچنی دایروی د یو ټکی په شکل چې په غوڅ کرښه کی لیدل کیږي، د هر یو په پای کې کوچنۍ حلقې په پام کې ونیسئ دا د سترس د غلظت د کمولو کار کوي.

لکه چې په انځور 4-20b کې ښودل شوي. که پرځای ددي د بار په یوه برخه کی د غوڅی برخه کې کمښت ولري، لکه څنګه چې په انځور 4-20 a کی ښودل شوی ، بیا تر ټولو کوچنی غوڅی برخي ساحه د a–a په برخه کی ده او د ستریس ویش به لکه چې په 4-21b شکل کی ښودل شوی، عمل وکړ.



انځور 4-20

په دی دواړو حالتو کی د قواوو توازن اړین بولی چی مقدار د قواوو محصله چی د سترس د ویش په برخه کی رامنځ ته شوی باید مساوی په **N** وي. یا په بل عبارت

$$N = \int_A \sigma \, dA \qquad (4\text{–}5)$$

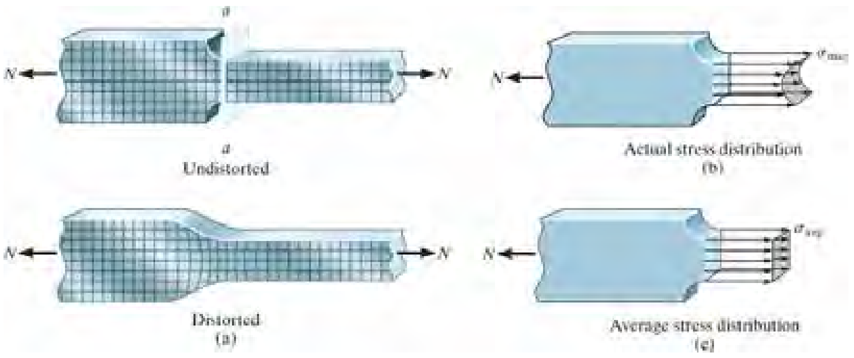
د فشار غلظت اکثرا د درنو ماشینونو په تیزو کنجونوکی رامینځته کیږي. انجینران کولای شي د ستیفنر ویلډینګ په کارولو سره په کونجونو کی دا اغیز کم کړئ

دا انتیګرال په *ګرافیک* ډول د سترس- ویشلو ډایګرام لاندې ټول حجم ځرګندوي او دا په انځور 4-20b او 4-21b کې ښودل شوي. سربیره پردې، نتیجه اخیستونکی محصله N باید د دې هر حجم د ثقل له مرکز له لارې عمل وکړي.

د انجینرئ په عادی کارونو کې، د اصلي سترس ویش د انځور 4-20b او انځور 4-21b اړتیا وړ ندی چی مشخص شي. پرځای یې، د ډیزاین هدف لپاره، یوازې په دې برخو کې *اعظمي سترس* باید وپیژندل شي. مشخص اعظمي نارمل ارزښتونه د سترس د مختلفو ابعادو لپاره ټاکل شوي، او پایلې په ګرافیکي ډول ***د سترس غلظت فکتور K*** په نامه په انځورونو 4-23 او 4-24 راپور شوي. تعریف د فکتور *K* عبارت دی په نسبت د اعظمی سترس په اوسط نارمل سترس په غوځه برخه د یوتناسب په توګه عمل کوي یعنی

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{avg}} \qquad (4\text{–}6)$$

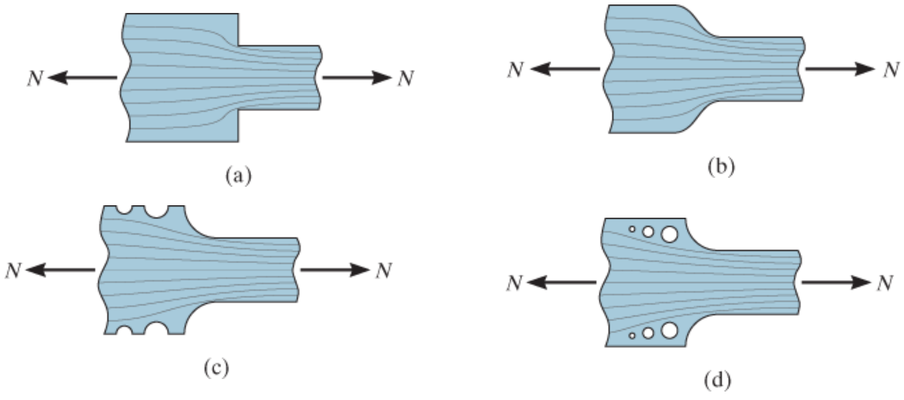
یو ځلی چی د K ارزښت له ګرافه پیدا شو ، او اوسط نارمل سترس پدی معادله $s_{avg} = N/A$ معلوم شو کله چی A کوچنی غوځه برخی مساحت دی، انځور 4-20c او4-21c ، بیا اعظمی نارمل سترس په غوځه برخه کی عبارت کیږی په $s_{avg} = K(N/A)$



انځور 4-21

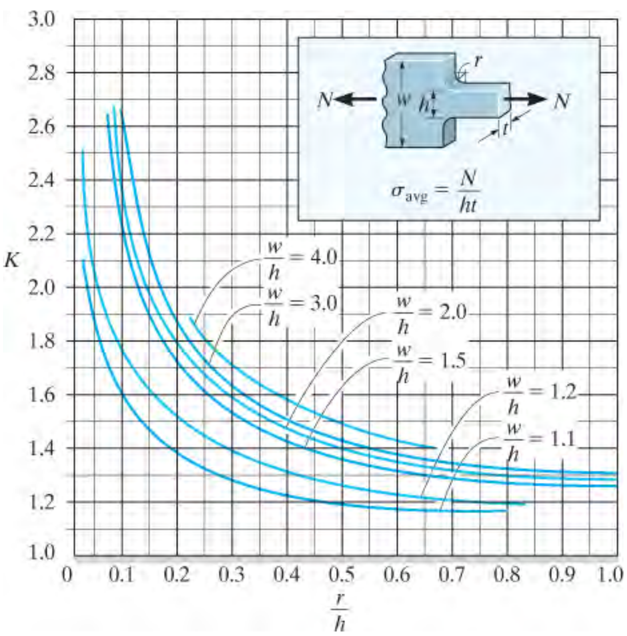
په انځور 4-23 کې لیدل کیږی کله چی شعاع r ، کم شی د سترس غلظت زیاتیږی. د مثال په توګه، که یو بار یو تیز کونج ولري، انځور 4-22a، دلته $r = 0$ ، په دې توګه د سترس غلظت فکتور به څو ځله ډیر شي په بل عبارت، اعظمي نارمل سترس په کوچنۍ غوڅه برخه کې به د اوسط نارمل سترس څخه له دریو څخه ډیر وي. مناسب ډیزاین کولی شي دا د ګردي څنډې په معرفي کولو سره کم کړي، انځور 4-22b . او نور کمښت هم د کوچنیو سوریو په واسطه رامینځته کیدی شي انځور 4-22c او 4-22d .

په دې ټولو ډیزاینونو کې د موادو سختوالي د کونجونو په شاوخوا کې کم شوي، تر څو دواړه سترین او سترس په مساوي ډول په ټول بار کې خپور شي .

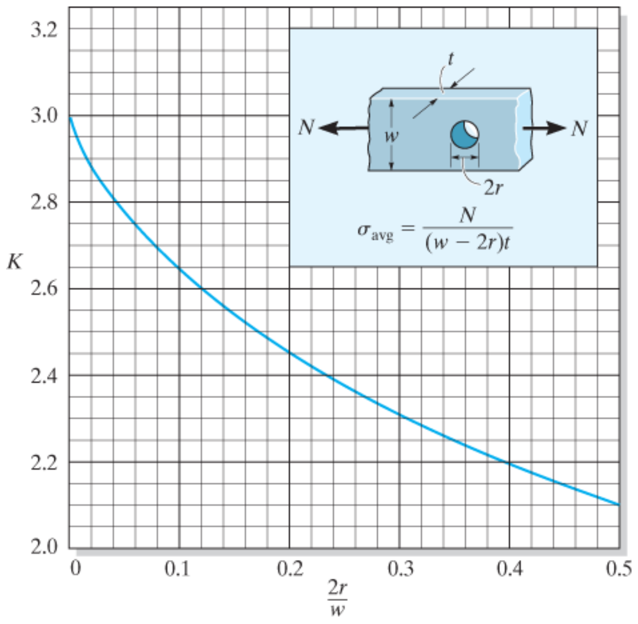


انځور 4-22

په یاد ولرئ چې د سترس غلظت فکتورونه چې په انځور 4-23 او 4-24 کې ورکړل شوي انګیرنه دا وه چې د جامد و(static) بارو په پلی کیدو پر بنسټ داسی ټاکل شوي وه، چې په موادو کې سترس له متناسب حد (proportional limit) څخه زیات نه وي . که مواد *ډیرماتیدونکی* (brittle) وي، د تناسب حد کیدای شي د فریکچر سترس په حد کی وي، او د دې موادو ماتیدل به د سترس غلظت په ټکی کی (s_{max}) پیل شي . په اصل کې په دی نقطه کی چی سترس اعظمی شی درز پیل کیږي، او د لوړ سترغلظت به د درز په څوکه کی وده ومومي. دا لامل د درز د خپریدو کیږي په غوځه برخه کی او په پایله کی ناڅاپه ماتیدل را منځ ته کیږي. په دې دلیل، د غړو ډیزاین د ماتیدونکیو موادو لپاره د سترس غلظت فکتورونو کارول مهم دي. . له بلې خوا، که مواد نرم وي او د سټتیک بار سره مخ وي، ډیری وختونه د غلظت فکتورونو کارولو ته اړتیا نلري ځکه هر ډول سترس چې له تناسب حد څخه ډیر وي د درز جوړیدو لامل نشي کیدلی. پرځای یې، لکه څنګه چې به په راتلونکی برخه کې وښودل شي، موادد ییلد (yield) کوی اود سترین سختیدو له امله ذخیره شوی توان لري .



4-23 انځور



4-24 انځور

مهم ټکي

IMPORTANTANTNT POINTS

- کله چې د یو غړي غوڅه برخه په نا څاپي ډول بدلون ومومي د سترس غلظت په هغه برخو کی منځ ته راځی. دغلظت زیاتوالی د بدلون سره تړاو لری.
- د ډیزاین یا تحلیل لپاره یوازی دا اړین دی چې اعظمی سترس په کوچنی غوڅه برخه کی معلوم کړی . او دا کیدی شی چې د سترس غلظت فکتوررونو *K* چې د آزموینو له لاری معلوم شوي کار واخیستل شي. دا فکتور د غړی په جیومتری پوری اړه لري.
- په عادی چلندونو کی د نرمو موادو د ډیزاین او تحلیل لپاره کله چې ستټیک بار پلی شوی وی د سترس غلظت فکتورکارول *اړین نه دی*. اما که مواد ماتیدونکی وی یا *د ستړیا* (fatigue) پر له پسی بارونو پری عمل وکړی بیا د سترس د غلظت فکتور کارول ضروری دی.

دا فولادی پایپ د کشش له امله په کوچني غوڅه برخه کی چې د سوروی په حصه کی ده ماته منځ ته راغله. د مواد ییلد کیدل په ماته برخه کی د لیدو وړ ده.

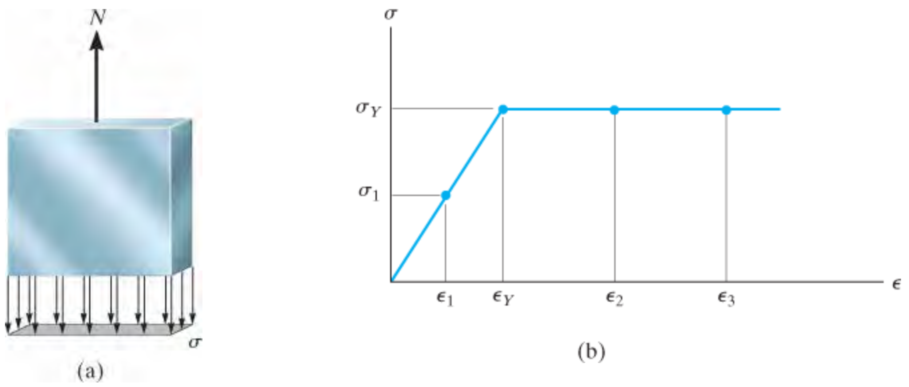
*4.8 محوری غیر ایلستیکی بی ځایه کیدل (INELASTIC AXIAL DEFORMATION)

تر دي دمه پوري موږ یوازي هغه بارونه په پام کي نیولي وو چي د موادو چلند ایلستیکی وا. څینې وختونه، یو غړی ممکن داسي ډیزاین شي چي د بهرنی بار له امله مواد یي ییلد وکړي او په دایمي توګه د شکل بدلون ورته پیدا شي. دا ډول غړي اکثرا د خورا نرم فلز څخه لکه انیلد (annealed) ټیټ کاربن فولاد چیرته چې د سترس – سترین ډیاګرام يي 3-6 انځور ته ورته دی، او د لړ ییلد کیدو په حالت سره کیدای شي یو ماډل شي لکه څنګه چې په انځور 4-25b کي ښودل شوي. هغه

مواد چې دا چلند څرګندوي هغه ته ***ایلستیک په بشپړه توګه پلاستیک یا ایلستوپلستیک*** (elastoplastic) ویل کیږي.

د فزیکي روښانه کولو لپاره چې دا ډول مواد څنګه چلند کوي، هغه بار په پام کې ونیسئ چې په انځور 4-25a کوم چې محوري بار N وربانډی پلی شوي. که بار د ایلستیک سترس سبب شي $s = s_1$ باید په بار کې رامینځته شي، بیا د *توازن* اړتیا ده چې $N = \int \sigma_1\, dA = \sigma_1 A$

دا سترس د دې لامل کیږي چې بار e_1 سترین وویني او دا د 4-25b انځور په ستریس – *ستړین ډایګرام* کی ښودل شوي. که N اوس دومره زیات شوی وي چې دا د موادو د ییلد لامل شي، بیا $s = s_Y$. دې بار ته N_p ***پلاستیک*** (plastic) ویل کیږي ، ځکه چې دا د هغه اعظمي بار استازیتوب کوي چې ایلستیک پلستیک (elastoplastic) مواد کولای شی ملاتړ یې وکړي. د دې قضیې لپاره، سترینونه بې ساري *ندي* تعریف شوی. پرځای یې، په سمد ستي توګه s_Y ترلاسه کیږي، بار به ییلد سترین e_Y, ویني دا په انځور 4-25b کی لیدل کیږي. هغه بار *ییلد کیدو ته دوام ورکوي* (یا اوږد یږي) او سترین e_2، بیا e_3 ، او نورو ته دوام کوی. زموږ د موادو "موډل" په بشپړ ډول د پلاستیکي موادو چلند څرګندوي، دا اوږدوالی تمه کیږي تر نامعلوم وخته دوام وکړي. په هرصورت، مواد به وروسته له څه نور ییلد کیدو څخه سترین سخت کیدل پیل کړي، نو دا اضافي سترین به ودریږي او په دی توګه بار ته اجازه ورکوي چې د اضافي بار ملاتړ وکړي .



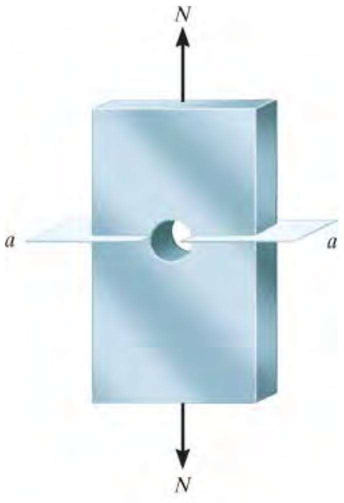
انځور 4-25

د دې بحث د پراخولو لپاره، اوس د بار قضیه چې بار سوری لري په پام کې نیسو او دا په انځور 4-26a کی ښودل شوي. کله چې N پلي شي، د سوري په څنډه کې د a–a په برخه موادوکی د فشار غلظت واقع کیږي. دلته سترس به $s_{max} = s_1$ اعظمي ارزښت ته ورسیږي او اړوند سترین به یې e_1 وي دا په انځور 4-26b کی ښودل شوي.

سترسونه او اړوند سترینونه په نورو نقطو د غوڅې برخو کی ځنګه چې د سترس ویش شکل په انځور 4-26c کی ښودل شوی کوچنی به وی.د توازن له پاره بیا اړتیا ده چې $N = \int \sigma\, dA$ ، کوم چې په جیومیټریک ډول مساوی په د ویش شوی سټریس په "حجم" دی .

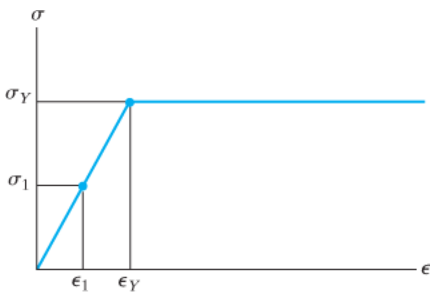
که بار نور هم N' ته لوړ شي، نو $s_{max} = s_Y$ ، نو بیا مواد به د سوري ځخه بهر ته ییلډ پیل کړي، تر هغه پورې چې د توازن حالت $N' = \int \sigma\, dA$ برقرار شي او دا په انځور 4-26d کی ښودل شوي . لکه ځنګه چې ښودل شوي دا نوی د ویشلشوی سټریس د جیومیټریک له پلوه ډیر "حجم" لري چې په انځور 4-26c کې ښودل شوي. د بار نور زیاتوالی په پای کې د موادو ټوله غوڅه برخه ییلډ کوی، انځور 4-26e وګوري. کله چې دا پیښ شي بارداعظمی بار وړلو حد ته رسیدلی او تر دی زیات بار نشي وړلی. اوس دی ته د **پلاستیک بار** N_p ویل کیږی چې خورا زیات دی نسبت هغه بارته چې په انځور 4-26(d) کی ښودل شوی.

$$N_p = \int_A \sigma_Y\, dA = \sigma_Y A$$

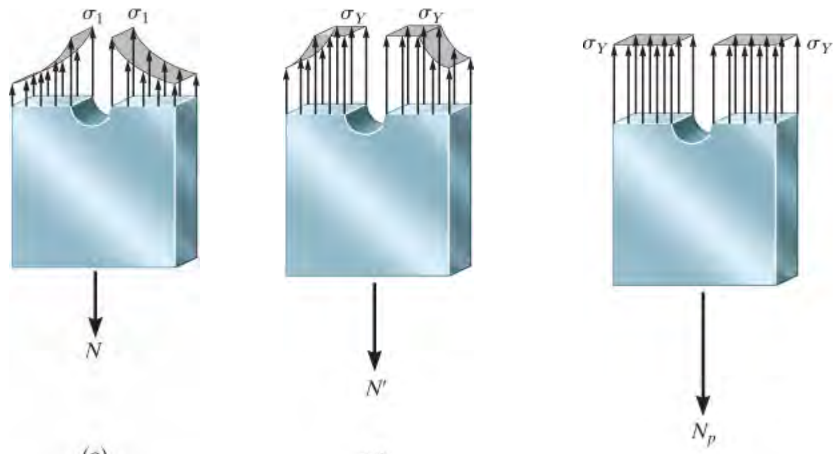


(a)

دلته A د بار دغوڅې برخې ساحه د a-a په برخه کی ده.



(b)



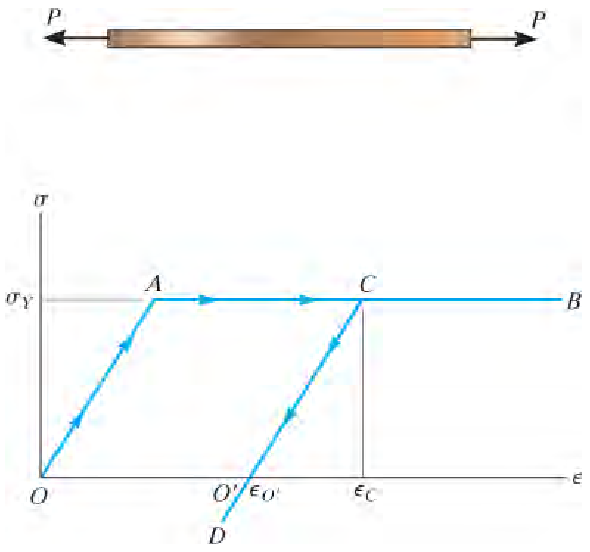
(c) (d) (e)

انځور 4-26

4.9* پاتي شوي سترس (RESIDUAL STRESS)

يو پريزماتيک غړی چې د اليستوپلاستيک موادو څخه جوړ شوی په پام کې ونيسئ ، د سترس او سترين ډياګرام يې په 4-27 انځور کی ښودل شوی. که محوری بار په موادو کې سترس s_Y او ورته سترين e_C جوړ کړي، بيا کله چې بارلرې شی، مواد به په الاستيکی صورت سره حرکت وکړی او د يو څه سترين د بيرته تر لاس کولود پاره به د CD کرښه تعقيب کوي. بيرته تګ (recovery) تکی $O`$ ، يعنی صفر سترس ته هغه وخت به ممکنه وي که چيرې غړی ستاتيکلی معلوم وی، او کله چی بهرنی بار ليرې شي ريکشنونه صفر کيږي. په دې شرايطو کې غړی به دايمي بدلون وکړی او په غړي کې به دايمي سيټ (set) يا سترين $e_{O`}$ پاتی شی.

که چيرې غړی *ستاتيکلی نا معلوم وی*،ليري کول يا مينځه وړل د بهرنۍ بار به د دې لامل شي چې د اتکاو ريکشنونه به ارتجايي بيرته تګ د CD کرښی په مسير عکسالعمل وښيي. څکه چې ادا قواوی به غړي له بشپړ بيرته تګ لاری څخه منع کړي، او په غړي کې به ***پاتې سترسونه (residual stresses)*** جوړ کړي. د دې ډول سوالونو د حل کولو لپاره ، بشپړه توګه د بارولو او بيا د بار لری کولو دوره په پام کی نيول کيږی، سوپر پوزيشن (superposition)، د مثبت بار (لوډ کول) پرمنفي بار (د لود ليری کول) په غړی باندي ګنل کيدی شي . د O څخه تر C پوری بار کول، پلاستيکي سترس ويش جوړه وی ، پداسي حال کې چې ليری کول د بار د CD کرښی سره ايلستيک ويش د سترس جوړه وی. د سوپر پوزيشن په اساس دا بارونه بايد يو بل سره کنسل کړي، اما د سترس ويش، يو بل له منځه نه وړي يا د سترس ويش به لغوه نشي، لدی کبله سترس په غړی کی پاتی کيږي. مثالونه 4.14 او 4.15 په عددي توګه به دا حالت روښانه کړئ .



انځور 4-27

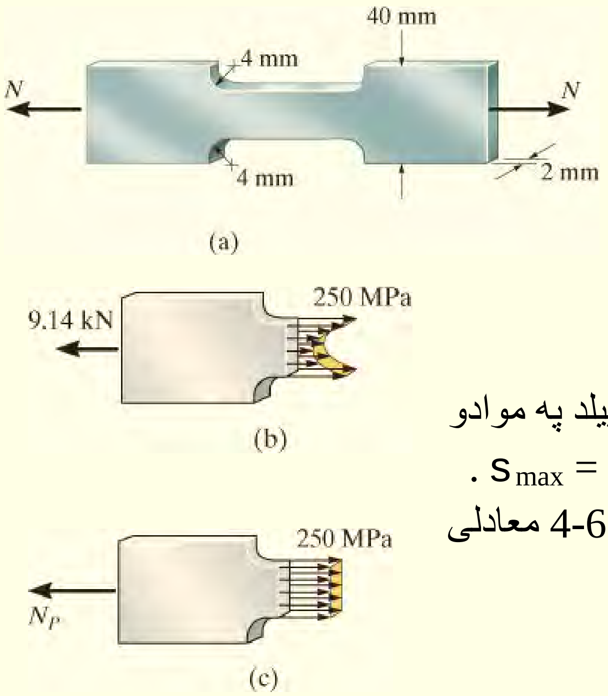
مثالونه

مثال 4.13

په دی لاندی انځور 4-28a کې یو بار یا میله له فولادو څخه جوړ شوی، چې دلته په بشپړ ډول ایلستیک پوره پلستیک فرض شوی، او σ_Y =250 Mpa. وټاکي (a) اعظمي ارزښت د هغه پلي شوي بار N چې په فولادو کی لامل د ییلد نشی. (b) د N اعظمي ارزښت چې بار یې ملاتړ کولی شي. د سترس ویش په مهمه برخه د بار کی د هرحالت لپاره سکیچ کړي.

حل (SOLUTION)

برخه (a). کله چې مواد ارتجاعي چلند ولري موږ باید د سترس له غلظت فکتور چې په انځور 4-23 کی ښودل شوی کار واخلو. دلته



انځور 4-28

$$\frac{r}{h} = \frac{4\text{ mm}}{(40\text{ mm} - 8\text{ mm})} = 0.125$$

$$\frac{w}{h} = \frac{40\text{ mm}}{(40\text{ mm} - 8\text{ mm})} = 1.25$$

له انځور پیدا کوو $K \sim = 1.75$. اعظمی بار چې ییلد په موادو کی منځ ته را نه وړي هغه وخت واقع کیږي چې $\sigma_{max} = \sigma_Y$. اوسط نارمل سترس عبارت دی په $\sigma_{avg} = N/A$. د 4-6 معادلی نه داسی لیکلی شو:

$$\sigma_{max} = K\sigma_{avg}; \qquad \sigma_Y = K\left(\frac{N_Y}{A}\right)$$

$$250(10^6)\text{ Pa} = 1.75\left[\frac{N_Y}{(0.002\text{ m})(0.032\text{ m})}\right]$$

$$N_Y = 9.14\text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

د میلی د پار بار کله چی لهکوچنـي غوڅی برخی کار اخستل شوی پیدا شو. د ستریس ویش په انځور 4-28b کی ښودل شوي. د توازن لپاره، هغه حجم چی په داخل د ستریس د ویش دایګرام کی ښودل شوی باید مساوی په 9.14 kN وي.

برخه (b). اعظمی لوډ په بار باندی هغه وخت راځی چی په کوچنی برخه د غوڅی کی ټول مواد ییلډ وکړی. کله چی د N ارزښت پلستیک لوډ N_P ته لوړ شي دا د سترس ویش له ایلستیکی حالت نه چی په انځور 4-28b کی ښودل شوی د پلستیک حالت ته لکه چی په 4-28c انځور کی ښودل شوی بدلوي او موړ لیکلی شو.

$$\sigma_Y = \frac{N_p}{A}$$

$$250(10^6)\ \text{Pa} = \frac{N_p}{(0.002\ \text{m})(0.032\ \text{m})}$$

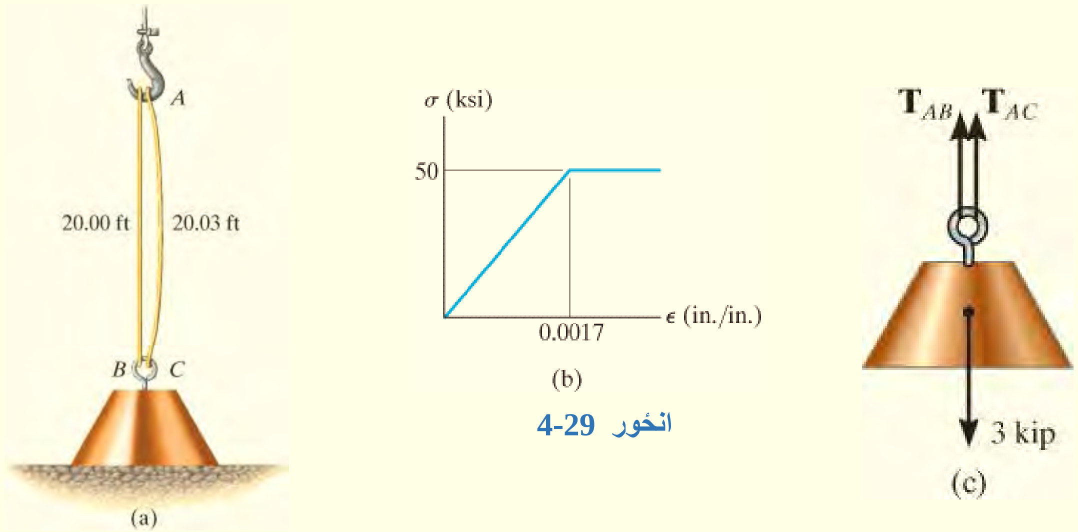
$$N_p = 16.0\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

دلته N_P مساوی په حجم داخل د سترس ویش دی ، چی په دی برخه کی $N_P = \sigma_Y A$

مثال 4.14

دوه فولادي کیبلونه د 3 کیپ وزن پورته کولو لپاره کارول کیږي، انځور 4-29a . د کیبل AB اوږدوالي له غزیدو مخ کی 20.00 فوټه دي ، او کیبل AC اوږدوالي مخ کی له غزیدو 20.03 فوټه دي . که دهر یوه کیبل دغوځی برخی ساحه 0.05 انچ مربع وي، او فولاد لکه څنګه چي ښودل شوي ایلستیک-په بشپړ ډول - پلاستیک و ګڼل شي او د $s - e$ ګراف يي په انځور 4-29b کی ښودل شوی. په هر یو کیبل کی قوه او غزیدل يي معلوم کړي.

حل (SOLUTION)



انځور 4-29

کله چې وزن پورته شي قوه (یا سترس) په هر کیبل کې تړاو لری د سترین سره چې په هر کیبل کی دی.

دلته دري امکانات شتون لري: سترين په دواړو کې ایلستیک دي، سترين په کیبل AB کی پلاستیکي حد لري پداسې حال کې چې سترين په کیبل AC کی ایسلستیک دي ، یا سترين په دواړه کیبلونو کی په پلاستیکي حد کی شوي. موږ به فرض کړئ چې AC ایلستیک پاتې کیږي او AB په پلاستیکي توګه سترس لري.

د ځوړند شوي وزن آزاد ډیاګرام ځیرنه، انځور 4-29c، په ګوته کوي چې سوال ستاتیکلی نا معلوم دی. د توازن مساوات په دی لاندی ډول دی

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad T_{AB} + T_{AC} - 3\text{ kip} = 0 \qquad (1)$$

په کیبل AB کی پلستیکی سترین هغه وخت جوړ شوي کله چې هغه د اعظمی بار ملا تړ وکړي

$$T_{AB} = \sigma_Y A_{AB} = 50\text{ ksi }(0.05\text{ in}^2) = 2.50\text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

له معادله 1 داسی پیدا کوو

$$T_{AC} = 0.500\text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

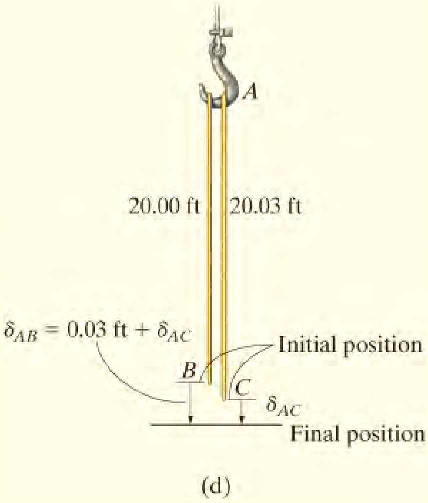
ځنګه مو چی فرض کړی وه کیبل AC ایلستیک پاتی کیږي ، سترس پدی کیبل کی

$\sigma_{AC} = 0.500\ \text{kip}/0.05\ \text{in}^2 = 10\ \text{ksi} < 50\ \text{ksi}$

او ایلستیک سترین له تناسب پیدا کوو انځور 4-29b

$$\frac{\epsilon_{AC}}{10\ \text{ksi}} = \frac{0.0017}{50\ \text{ksi}}$$

$$\epsilon_{AC} = 0.000340$$



انځور 4-29 (تکرار)

اوږدوالي د کیبل AC عبارت دي په

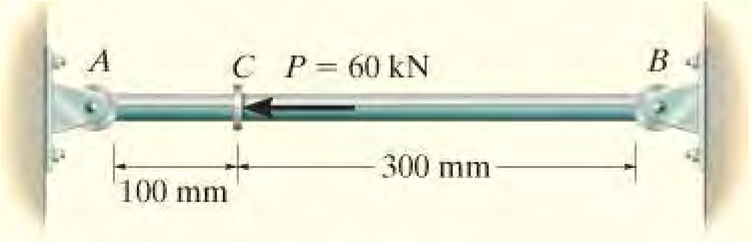
$$\delta_{AC} = (0.000340)(20.03\ \text{ft}) = 0.00681\ \text{ft} \qquad \textit{Ans.}$$

او له انځور 4-29d اوږدوالي د AB داسی دی

$$\delta_{AB} = 0.03\ \text{ft} + 0.00681\ \text{ft} = 0.0368\ \text{ft} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 4.15

په انځور 4-30a کې یوه میله یا راډ ښودل شوي. دا راډ 5 mm میلی متر شعاع لری او له پوره ایلستی‌کی - پلستیکی موادو جوړه شوي. s_Y =420 MPa, E =70 Gpa, . که یوه قوه P = 60kN وربانډی پلي شي او بیا ورځینی لیری شي، پاتي شوی ستریسونه په راډ کی معلوم کړي.



(a)

حل (SOLUTION)

(b)

انځور 4-29

د راډ آزاد ډایګرام په انځور 4-30b کی ښودل شوي. کله چی بهرنی قوه پلی شي دري امکانات کیدی شی چی پیدا شي. دواړه AC او CB ایلستیکی وی، AC به پلستیکی او CB به ایلستیکی، او یا دواړه AC او CB به پلستیکی وی.*

ایلستیک تحلیل لکه هغه چی په برخه 4.4 کی وربانډی بحث وشو F_A =45kN او F_B = 15kN په اتکا ووکی حاصل شی. دا لاندی سترسونه په لاس راځي

$$\sigma_{AC} = \frac{45 \text{ kN}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 573 \text{ MPa (compression)} > \sigma_Y = 420 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CB} = \frac{15 \text{ kN}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 191 \text{ MPa (tension)}$$

ځرنګه چې په AC برخه کې به مواد ییلد وکړي ، موږ به د AC حصه فرض کړوچې په پلاستیکی حالت بدلیږي، پداسې حال کې چې CB ایلستیکی پاتې کیږي.

د دې حالت لپاره، په AC کې ترټولو ممکنه لوی ځواک رامینځته شوی

$$(F_A)_Y = \sigma_Y A = 420(10^3)\ \text{kN/m}^2[\pi(0.005\ \text{m})^2] = 33.0\ \text{kN}$$

د راډ توازن چې په انځور 4-30b کی ښودل شوي لیکلی شو

$$F_B = 60\ \text{kN} - 33.0\ \text{kN} = 27.0\ \text{kN}$$

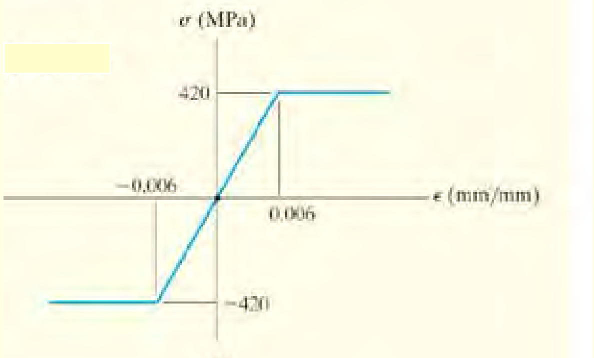
سترس په هره برخه د راډ کی عبارت دی په

$$\sigma_{AC} = \sigma_Y = 420\ \text{MPa (compression)}$$

$$\sigma_{CB} = \frac{27.0\ \text{kN}}{\pi(0.005\ \text{m})^2} = 344\ \text{MPa (tension)} < 420\ \text{MPa (OK)}$$

*د AC ځخه دمخه د CB پلاستیکي کیدو احتمال نشته ځکه کله چې نقطه C حرکت کوي، په AC کې سترین (ځکه چې دا لنډ دی) به تل د CB سترین ځخه لوی وي .

پاتی شوی سترس (Residual Stress). ددی لپاره چې پاتی شوی سترس پیدا کړو دا ضرور ده چې سترین په هره برخه کی معلوم کړو. لدینه چې غړی CB ایلستیکی حالت لری، لیکلی شو



(c)

$$\delta_C = \frac{F_B L_{CB}}{AE} = \frac{(27.0 \text{ kN})(0.300 \text{ m})}{\pi(0.005 \text{ m})^2 [70(10^6) \text{ kN/m}^2]} = 0.001474 \text{ m}$$

$$\epsilon_{CB} = \frac{\delta_C}{L_{CB}} = \frac{0.001474 \text{ m}}{0.300 \text{ m}} = +0.004913$$

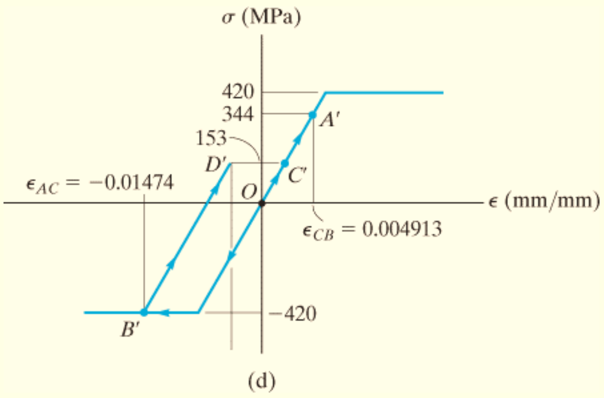
$$\epsilon_{AC} = \frac{\delta_C}{L_{AC}} = -\frac{0.001474 \text{ m}}{0.100 \text{ m}} = -0.01474$$

دلته ییلد سترین ، انځور 4-30c له مخې:

$$\epsilon_Y = \frac{\sigma_Y}{E} = \frac{420(10^6) \text{ N/m}^2}{70(10^9) \text{ N/m}^2} = 0.006$$

کله چې P پلی شي، د موادو د سترس - سترین چلند په برخه CB کې له ټکی O حرکت کړي ټکی `$A$ ته انځور 4-30d، او د سترس-سترین چلند د موادو په برخه $AC$ کې حرکت کړي له ټکی $O$ ټکی `B ته.

کله چې بهرنی بار P په خلاف جهت پلي شي ، په بل عبارت دا بهرنی بار لیري شي، بیا ایلستیکی حالت منځ ته راځي او دا خلاف جهت قوه $F_A = 45\text{kN}$ او $F_B = 25$ kN باید په هره برخه عمل وکړي. او دا قواوی دا ډول سترس جوړي s_{AC} = 573 Mpa (tension) او s_{CB} = 191 Mpa (compression)، په نتیجه کې پاتې شوی سترس په هر غړي کې عبارت دی په



انځور 4-30 (تکرار)

$$(\sigma_{AC})_r = -420 \text{ MPa} + 573 \text{ MPa} = 153 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$(\sigma_{CB})_r = 344 \text{ MPa} - 191 \text{ MPa} = 153 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

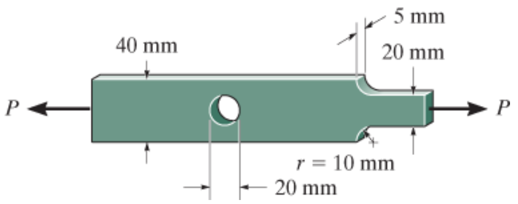
ځنګه چې پوهیدلو دا پاتې شوی سترس یو شان دی په دواړو برخو کی. همدا رنګه سترس-سترین چلند د برخی AC حرکت کړی له ټکی `$B$ څخه ټکی `D ته، انځوز 4-30d، او سترس-سترین چلند د برخی CB حرکت کړي له `$A$ څخه ټکی `C ته کله چې بهرنی بار لیری شي.

سوالونه

PROBLEMS

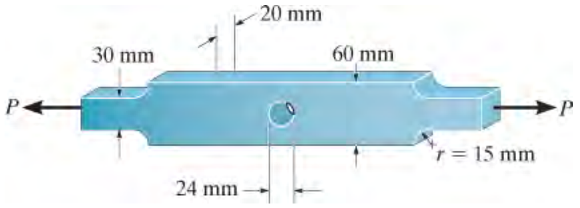
س 4-87. اعظمی نارمل سترس پدی لاندی بار کی کله چې بهرنی لود $P = 8kN$ وربانډی پلي شي معلوم کړي.

س 4-88. که چیری د منلو وړ نارمل سترس په دی لاندی بار کی $S_{allow} = 120$ Mpa وی، اعظمی بهرنی بار **P** چې په بار پلی کیدی شی پیدا کړي.



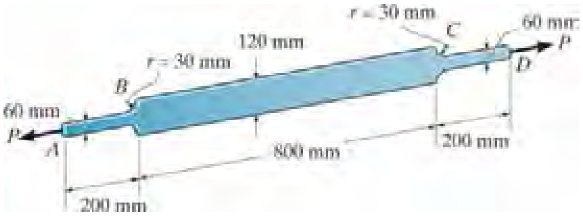
س 4-87/88

س89 -4. د فولادی بار ابعاد په دی لاندی انځور کی ښودل شوی. اعظمی نارمل قوه P داسی پیدا کړی تر څو د منلو وړ کششی سترس له $s_{allow} = 150$ MPa څخه زیات نشی.



س 4-89

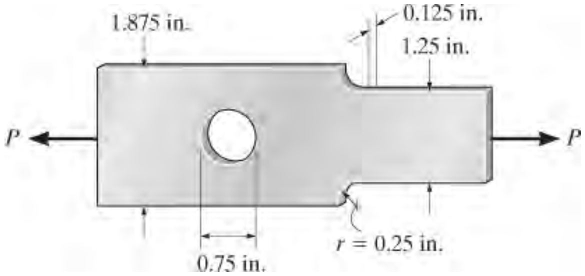
س90 -4. د فولادو A-36 تختی ضخامت 12 mm دی. که چیری $s_{allow} = 150$ MPa وی، اعظمی بهرنی لوډ چی کیدی شی په دی تخته عمل وکړی پیدا کړي. او هم اوږدیدل ددی تختی پیدا کړی، د فیلت (fillets) تاثیر د ارزش وړ ندی.



س 4-90

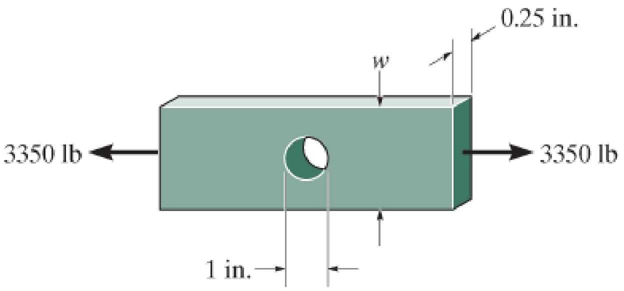
س 91 -4. اعظمی محوری قوه P چی په دی لاندی ښودل شوی بار باندی پلی کیدی شی مشخص کړي. بار د فولادو څخه جوړ دي او د منلو وړ سترس $s_{allow} = 21$ ksi دی.

س92 -4. اعظمی نارمل سترس په دی لاندی بار کی پیدا کړی کله چی بهرنی کششي بار P = 2 kips وربادی پلی شي.



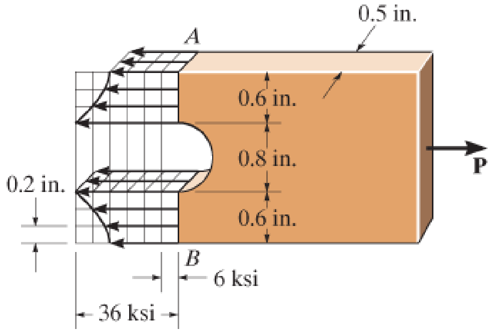
س 4-91/92

س 93 -4. دا لاندی غړی د فولادو له تختی څخه جوړ شي او 0.25 انچه ضخامت لري. که د 1-in. سوري د تختی په مرکز کی جوړ شي، د تختی پنډ والي w وټاکئ ترڅو دا د یو محوری قوی 3350 پونډ ملاتړ وکولی شي. د منلو وړ سترس ددی تختی د پاره $s_{allow} = 22$ ksi. دی



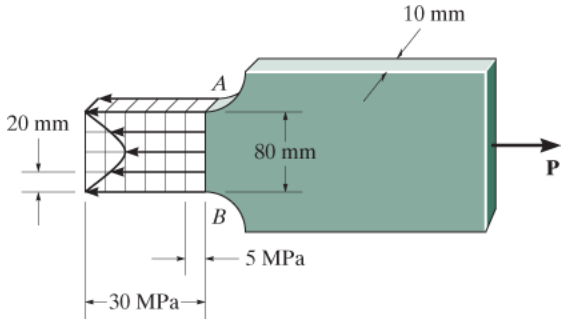
س 4-93

س 94 -4. دسترس د محصلی ویش په سطحه AB په دی لاندی انځور کی ښودل شوي . له دی سترس ویش اعظمی محوری بهرنی بار P چی کیدی شی په دی بار پلی شي معلوم کړي . او هم د سترس د غلظت فکتور معلوم کړی.



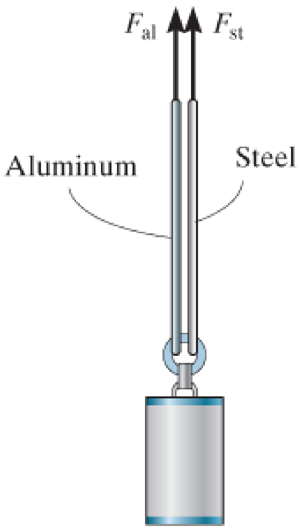
س 4-94

س 95 -4. دسترس د محصلی ویش په سطحه AB په دی لاندی انځور کی ښودل شوي . له دی سترس ویش اعظمی محوری بهرنی بار P چی کیدی شی په دی بار پلی شي معلوم کړي . او هم د سترس د غلظت فکتور معلوم کړی.



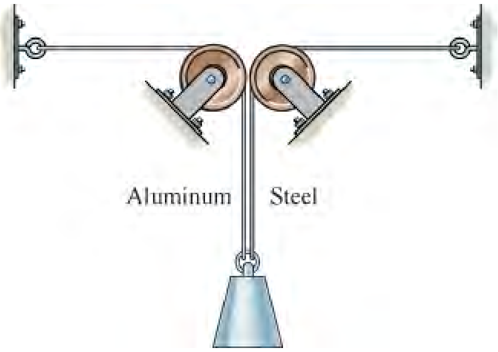
س 4-95

س *96 -4. یو وزن د فولادو او المونیم کیبلونو څخه ځړول شوی ، هر یو ورته ابتدايي اوږدوالی 3 متر او د غوښي برخې ساحه 4 میلی متر مربع ده. که مواد په بشپړ ډول ایلستیکی- پلستکی فرض کړل شي او $(\sigma_Y)_{st} = 120$ MPa او $(\sigma_Y)_{al} = 70$ MPa وی، په هر کیبل کې قوه معلومه کړئ که وزن يې (a) 600 N او (b) 720 N وي، $E_{al} = 70$ GPa . ، $E_{st} = 200$ GPa. .



س 4-96

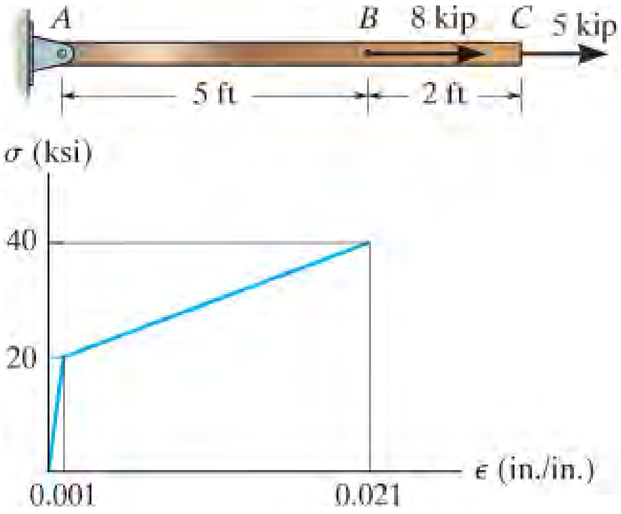
س 97 -4. یو وزن د فولادو او المونیم کیبلونو څخه ځړول شوی ، هر یو ورته ابتدايي اوږدوالی 3 متر او د غوښي برخې ساحه 4 میلی متر مربع ده. که مواد په بشپړ ډول ایلستیکی- پلستکی فرض کړل شي او $(\sigma_Y)_{st} = 120$ MPa او $(\sigma_Y)_{al} = 70$ MPa وی، په هر کیبل کې قوه معلومه کړئ که وزن يې (a) 600 N او (b) 720 N وي $E_{al} = 70$ GPa . ، $E_{st} = 200$ GPa.



س 4-98

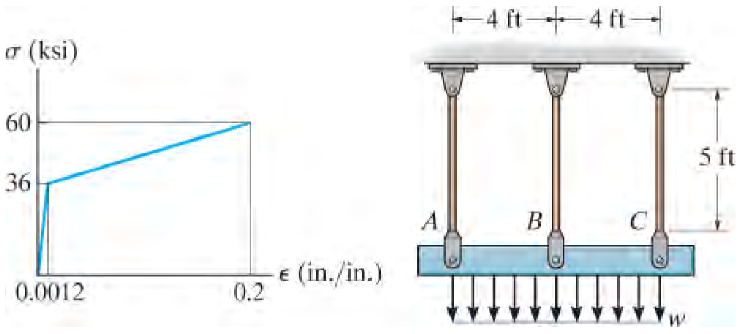
س 98 -4. دا لاندی بنودل شوی بار 0.5 انچ مربع دغوښی برخی مساحت لري او له داسې موادو څخه جوړ شوی چې په انځور کی ښودل شوی د سترس - سترین ډیاګرام لري، چې کیدی

شي په دوو سيده (مستقيمو) کرښو برخو سره اټکل شي. د بار اوږدوالی د پلي شوي بار له امله پيدا کړي .



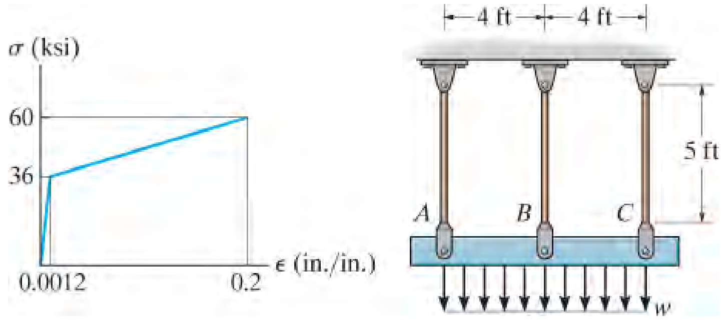
س 4-98

س 4- 99. ويشل شوي بار په دی لاندی کلک بيم پلي شوي ، او د دی بيم د دريو بارونو لخوا ملاتړ کيږي. د هر بار د 1.25 انچ مربع غوځه برخه   ساحه لري او د داسی موادو څخه جوړ شوی چی د سترس – سترين   ډاياګرام يي دوه سيده کرښي برخي لري او په لاندی انځور کی ښودل شوي. که چيرې د w =25 kip/ft بار په بيم پلي شي ، په هر بار کی سترس او عمودی بې ځايه کيدل د بيم وټاکئ .



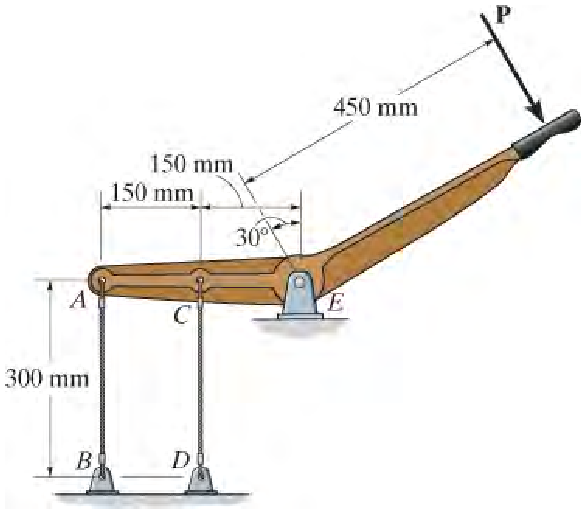
س 4-99

س 100 -4. ویشل شوي بار په دی لاندی سخت بیم پلي شوي ، او د دی بیم د دریو بارونو لخوا ملاتړ کیږي. هر بار د 0.75 انچ مربع دغوڅې برخې مساحت لري او د داسی مواد وڅخه جوړ شوی چی د سترس – سترین ډایاګرام یې دوه سیده کرښې برخې لري او په لاندی انځور کی ښودل شوي. که چیرې ویشل شوی لوډ w په بیم باندی پلي شي معلوم کړي چی بیم ټیټی خواته 1.5 in انچه عمودی بې ځایه کړي .



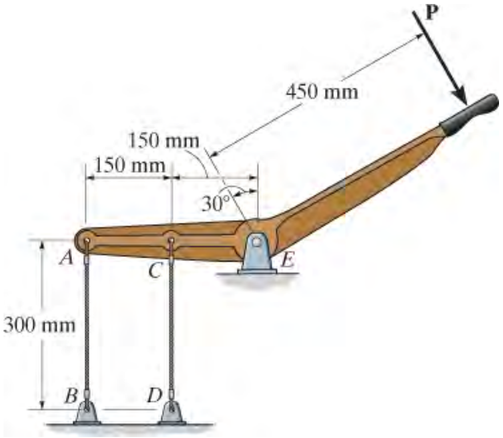
س 4-100

س 101 -4. یو کلک لیور (lever) مټ د دوو A-36 فولادی کیبلونو لخوا ملاتړ کیږي چې د هر یوه قطر 4 میلی متره دی . که چیرې د $P = 3$ kN قوه په مټ باندې تطبیق شي، قوه په دواړو کیبلونو کی او د دوی اړونده اوږدوالي مشخص کړئ. فولاد A-36 داسی پام وکړئ چی له بشپړ ایلستیکی او پلستیکی موادو دی.



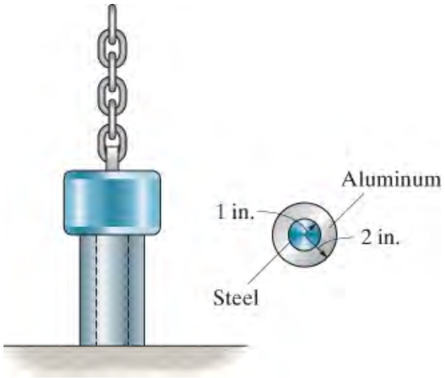
س 4-101

س 102 -4. کلک لیور (lever) متې د دوو A-36 فولادی کیبلونو لخوا ملاتړ کیږي چې د هر یوه قطر 4 میلی متره دی . کوچنی بهرنی لوډ P داسی پیدا کړي چی (a) یوازي یو کیبل ییلد وکړي (b) دواړه کیبلونه ییلد وکړلایشی. فولاد A-36 داسی پام وکړئ چی له بشپړ ایلستیکی او پلستیکی موادو څخه دی.



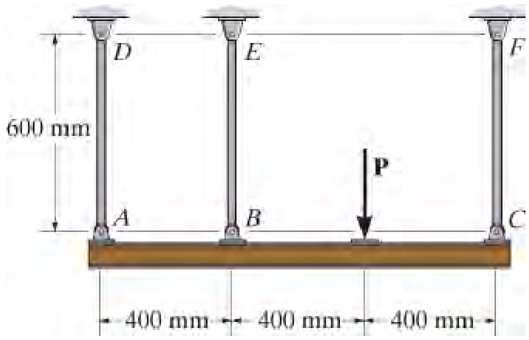
س 4-102

س 103 -4. په دی لاندی انځور کی یو 300 کیپ وزن ورو ورو د پا یي په سر اینودل کیږي. پایه له A-36 فولادو داخلی برخه او وتلی برخه یی المونیم 2014-T6 څخه جوړ شوی. که دواړه مواد په بشپړ ډول ایلستیکی او پلاستیکی و ګڼل شی، په دواړو موادو کې اوسط نارمل سترس وټاکئ .



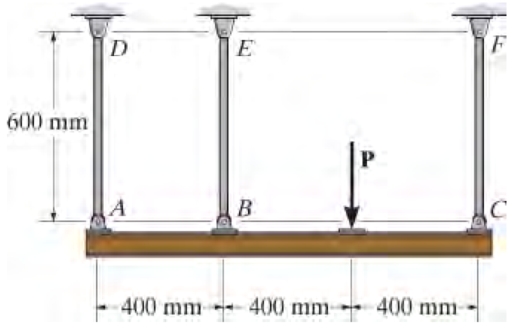
س 4-103

س *104 -4. یو کلک بیم په دریو راډونو چی 25-mm میلی متر قطر لري او له A-36 فولادو څخه جوړ شوی د بیم ملا تړ کوي. که چیری یو بهرنی لوډ P= 230kN په بیم پلی شی، په هر راډ کی قوه معلومه کړي. پام وکړي چی فولاد په بشپړ توګه ایلستیکی- پلستیکی حالت لری.



4-104 س

س 105 -4. یو کلک بیم په دریو راډونو چې هر یو 25-mm میلی متره قطر لري او له A-36 فولادو جوړ شوی د بیم ملا تړ کوي. که چیری یو بهرنی لوډ P= 230kN په بیم پلی شی او بیا لیری شی پاتی شوی سترس په هر راډ کی معلوم کړي. پام وکړي چی فولاد په بشپړ توګه ایلستیکی- پلستیکی حالت لری.

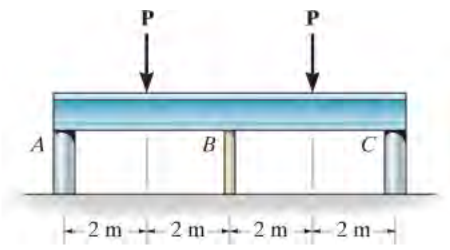


4-105 س

س 106 -4. یوی کلکی بیم په دریو پایو *A* ،*B* ، او *C* اتکا کړي او دری واړه مساوي اوږدوالي لري. د پایو *A* او *C* قطر 75 میلی متر او د هغه موادو څخه جوړ شوي چې E = 70 GPa او s_Y = 20 MPa. دی. د پایي *B* قطر 20 ملي میتر او د هغه موادو ځخه جوړ شوی چې د E = 100 GPa او $s_{Y`}$ = 590 MPa. دی. کوچنی اندازه د P معلوم کړئ چې (a) یوازې د *A* او *C* پایی ییلد وکړي او (b) ټولی پایي ییلد وکړي.

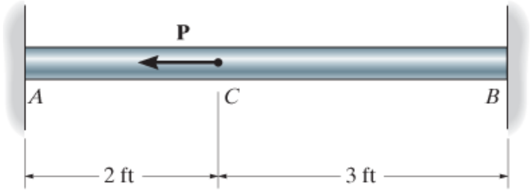
س 107 -4. یوی کلکی بیم په دریو پایو *A* ،*B* ، او *C* اتکا کړي .پایي *A* او *C* 60 ملي میتر قطر لري او د داسې موادو څخه جوړ شوی چې E` = 70 GPa او  $s_{Y`}$ = 20 MPa. د *B*

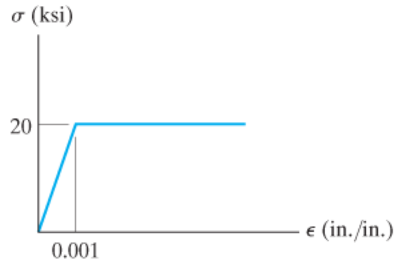
پایه د هغه موادو څخه جوړ شوی چې د $E = 100$ GPa او $s_Y = 590$ MPa. دي. که P = 130 kN وی، د پایي B قطر وټاکئ ترڅو ټولی درې پایي ییلد وکړي .



س 4-106/107

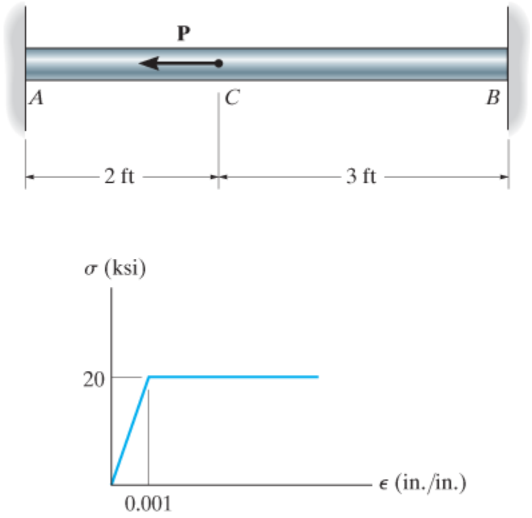
س * 108 -4. یو بار چې 2 انچ قطر لری او دواړو سرو کی سخت تړل شوی، یو بهرنی محوری لوډ P وربانډی عمل کړي. که چیری مواد یي ایلستیکی - بشپړ پلستیکی وی او په انځور کی ښودل شوی سترس-سترین ډایګرام لري ، هغه کوچنی قوه P چې برخه CB کی ییلد جوړ کړي معلومه کړي. که چیری دا لوډ لیری شي هغه دایمی بیځایه کید نه په ټکی C کی معلومه کړي.





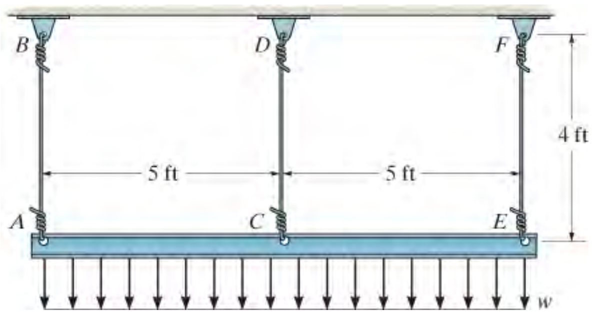
س 4-108

س 109 -4. په سوال 108-4 کې د میلې اوږدوال معلوم کړی کله چې بهرنی بار او اتکاوی لیری شي.



س 109-4

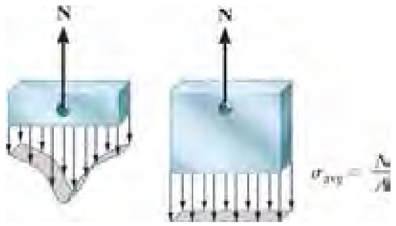
س 110 -4. یو کلک بیم په دریو A-36 فولادی سیمانو چې څلور فټه اوږدوالي لری ملا تړ شوي. دغوڅې برخې مساحت د هر یو AB او EF سیمانو دپاره 0.015 مربع انچه دی، او د سیم CD دغوڅې برخې مساحت 0.006 مربع انچه دی. هغه لوی ویشل شوی بهرنی لوډ w مخکې لدی چې هر یو د دریواړه سیمانو ییلد وکړي پیدا کړي. که چیر د سیمانو مواد ایلستیکی- بشپړ توګه پلاستیکی وی د بیم بیځایه کیدنه تیتي خوا ته مخ کې لدی چې ییلد شروع شي پیدا کړي.

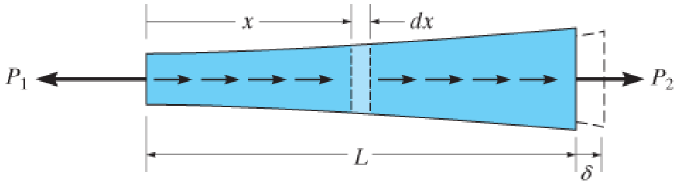


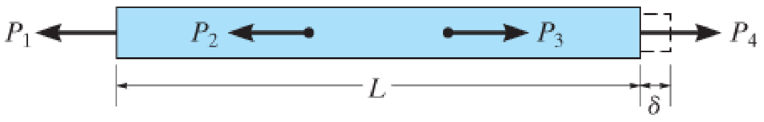
س 110-4

د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

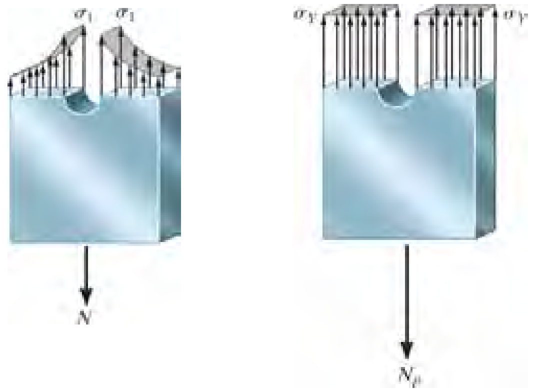
<table>
<tr>
<td>کله چې بهرنی بار د جسم په یوه نقطه کې پلي کیږي، دا په جسم کې د سترس ویش رامینځته کوي چې د بار د پلي کیدوو نقطې څخه لرې سیمو کې یوشان ډول ویشل جوړیږي. دې ته د سینټ وینانټ اصول ویل کیږي</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>د یو محوری غړي د یوه پای نسبي بې ځایه کیدل د بهرنی بار له امله د غړی بل پای ته لدی لاندی معادلی تاکل کیدلی شي

$$\delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{A(x)E(x)}$$</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>که چیری یو لړ بهرنی بارونه په یو غړی عمل وکړی او AE هم په ټولو ټوټو کی ثابت وی بیا لیکلی شو

$$\delta = \sum \frac{NL}{AE}$$</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>د داخلی لوډ N او بیځایه کیدنی d لپاره اړینه ده چې د علامی کنوانسیون وکاره وو. کششی لوډ او غزیدنه به مثبت ارزش وی. او همدا راز مواد باید ییلد ونکړی اړین دی چې دوی خطی ایلستیکی پاتی شي.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>سوپرپوزیشن د بارونو او بیځایه کیدنی په دی شرط د منلو وړ دی چې مواد خطی ایلستیکی چلند ولری او د غړو په</td>
<td></td>
</tr>
</table>

جیومتری کی کوم مهم بدلون د بار دپلی کیدو وروسته پیښ نه شی.	

د ستاتیکلی ناځرګند غبرګون ریکشنونه کیدی شي د توازن د مساواتو او د بيځایه کیدنی د مطابقت شرایطوپه مرسته پیدا کی او تاکل شي. دا بې ځایه کیدل بیا د بارونو سره تړاو لري. د لوډ - بې ځایه کیدو اړیکې په کارولو سره لکه $d = NL/AE$	
یو متجانس او ایسوترافیک غړی د تودوخی درجی تغیر له امله یی په اوږدوالي کی بدلون راځی چی په لاندی ډول ښودل شوی. $\delta = \alpha \Delta T L$	
په غوڅه برخه کې سوري او تیزبدلونونه د سترس غلظت رامینځته کوی. د ډیزاین لپاره هغه غړی چې د ماتیدونکی موادو څخه جوړ شوی وي د سترس غلظت فکتور K له ګراف څخه کوم چی له آزموینو څخه تاکل شوی ترلاسه کړي. په غوڅه برخه کی داعظمی سترس حاصل کولو لپاره اړوندی چی دا ارزښت بیا ضرب د اوسط سترس شي. $\sigma_{max} = K\sigma_{avg}$	

که یو غړی د نرم موادو څخه جوړ شوي وي او دبهرنی بار له امله مواد ییلد وکړي بیا د سترس ویش چې منځ ته راځی د سترین له ویش او د سترس-سترین ډایګرام او تړون څخه ټاکل کیدی شي. فرض کړئ چې مواد په بشپړ ډول پلاستیکي دي، ییلد لامل ددی کیږی چې د غوڅی برخی د سوروی یا تیز بدلون څخه لیری د سترس ویش یونیفورم (یو ډول) شي.	
که یو غړي محدود شوی وی او بهرنی لوډ سبب د موادو د ییلد شي ، بیا که بهرنی بار لیری شي پدی حالت کی پاتی شوی ستریسونه په غړی کی منځ ته راځي.	

مفهومي پوښتني

CONCEPTUAL PROBLEMS

م 4-1. په لاندی عکسونو کی کانکریټ تداوونه (footings) د کالم د مخه اچول شوی وو. وروسته د کانکریټ فرش واچول شو. تشریح کړئ چې ولې 45 درجې درزونه په هر کونج د مربع تداو کی رامنځه ته شوی اوپه دایروی تداو کی درځ نشته دی.

م 1 -4

م 4-2. یو سرطاق د کړکی په پورتني برخه کی د تقوي لپاره د خښتو قطارد سمنتی مسالی او فولادی سیخونو اینبودلو په مرسته د هغو خښتو د بار وړلو چی د سرطاق نه بری دی جوړ شوی. دا سرطاق په یوه ودانی کی په بهرنی دیوال کی د هوا کشی د کړکی په پورتنی برخه کی دي چی پدی لاندی انځور کی ښودل شوي. تشریح کړئ چې د خښتو د ماتیدو لامل لکه چی ښودل شوی، څه کیدی شي .

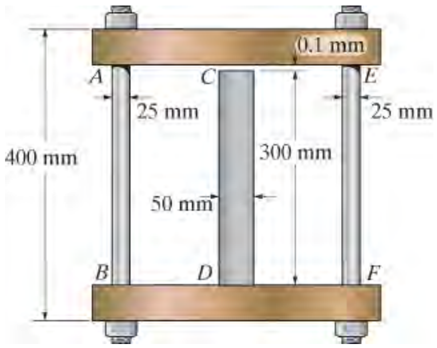
م 2 -4

د بیا کتنی سوالونه

REVIEW PROBLEMS

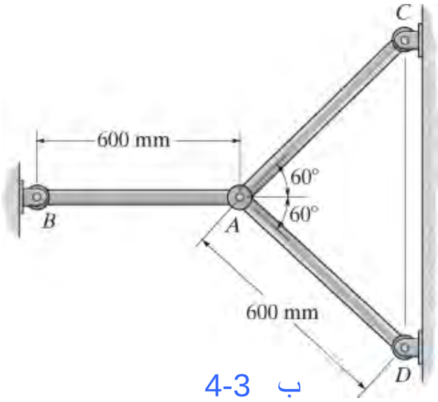
ب 4-1. دا لاندی اسمبلي د دوو A992 فولادی بولټونو AB او EF او د 6061-T6 المونیم راډ CD څخه جوړ شوی دي. کله چې د تودوخي درجه 30 سانتي ګراده وي، د راډ او کلک غړي AE ترمنځ فاصله 0.1 میلی متر ده. په بولټونو او راډ کې رامینځته شوي نارمل سترس معلوم کړئ که چیرې تودوخه تر 130 درجو د سانتی ګرید ته لوړه شي . فرض کړئ BF هم کلک غړی دی .

ب 4-2. دا لاندی اسمبلي د دوو A992 فولادی بولټونو AB او EF او د 6061-T6 المونیم راډ CD څخه جوړ شوی دي. کله چې د تودوخي درجه په 30 سانتي ګراد کې وي، د راډ او کلک غړي AE ترمنځ فاصله 0.1 میلی متر ده. د اسامبلی لپاره ترټولو لوړه تودوخی درجه معلومه کړئ پرته له دی چې راډ او بولټونه ییلډ وکړي . فرض کړئ BF هم کلک غړی دی.



ب 4-1/2

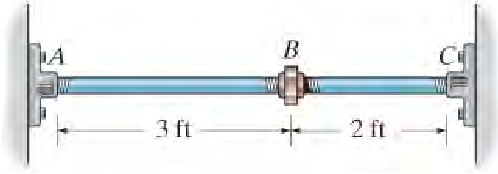
ب 4-3. په دی لاندی انځور کی هر یو راډ 25 ملی میتر قطر او 600 میلی متر اوږدوالی لري. که دوی د A992 فولادو څخه جوړ شوي وي، مشخص کړئ قوه په هر راډ کې کله چې د تودوخي درجه د 50 سانتي ګراده زیاتوالی ومومی.



ب 4-3

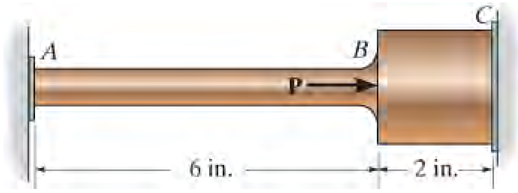
ب 4-4. د فولادو A992 دوه پایپونه چې د هر يو يي دغوڅې برخې مساحت 0.32 انچ مربع ده، په B کې د یونین (union) په کارولو سره یوځای پیچل شوي. په اصل کې دا اسمبلی داسی تنظیم شوی ترڅو هیڅ قوه په پایپ کې وجود نلرې. کله چې یونین ټینګ شي تر څو د هغې پیچ رخې 0.15 انچ مخ په وړاندې دی، دوه بشپړه تاو وخوري، په پایپ کې اوسط نارمل سترس چې رامینځته شوی مشخص کړئ . دا فرض کړئ چې یونین او په A او C کې کپلنګ (couplings) کلک دي. د یونین اندازه د حساب وړ نه ده، له پامه غورځول کیدی شي.

یادونه: مخ په وړاندی تګ د پایپ کله چې یونین یوه دوره څرخ وخوري او لوډ وربانـدی نه وی، لامل د 0.15 انچ لنډیدو کيږي.



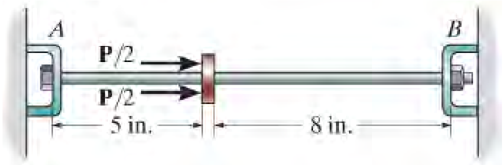
ب 4-4

ب 4-5. قوه P په لاندی راډ باندې پلی شوي. راډ له داسی موادو جوړ شوی چې ایلستیک بشپړ پلستیک چلند لري. یو داسی ګراف جوړ کړی او وښایاست چې په هره برخه AB او BC (عمودی محور) کې قوه څنګه توپیر مومي کله چې P (افقی محور) زیاتیږي. دا ښودل شوی بار په AB سیمه کې د 1انچ مربع او په سیمه BC کې 4 انچ مربع غوڅه برخه لري. د موادو د ییلډ سترس $s_Y = 30$ ksi دی.



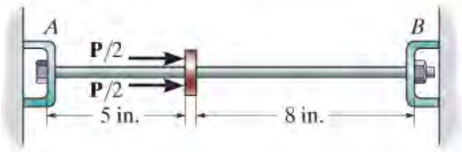
ب 4-5

ب 4-6. د 2014-T6 المونیم راډ 0.5 انچ قطر لري او په نرمۍ سره په کلکه اتکا A او B کې داسی وخت وصل شوی کله چې $T_1 = 70$ ° F . که د تودوخې درجه $T_2 = -10$ °F شي، او د P محوری قوه = 16 پونډ په کلکه غاړه (collar) باندې چې په انځور کی ښودل شوي تطبیق شي، ریکشنونه په کلکو اتکا وو A او B کی وټاکئ .



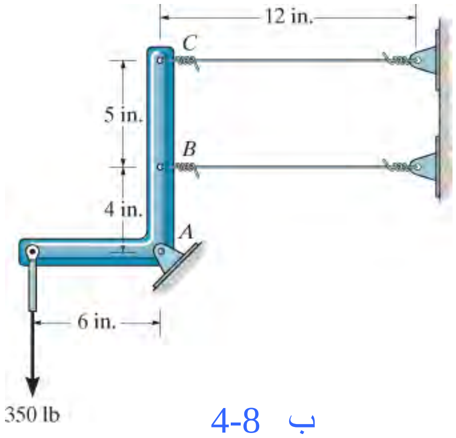
ب 4-6

ب 4-7. د 2014-T6 المونیم راډ 0.5 انچ قطر لري او په نرمۍ سره په کلکو اتکاوو A او B کې هغه وخت وصل شوی دی، کله چې $T_1 = 70\ ^\circ F$. هغه قوه P داسی پیدا کړي کله چې په غاړه (collar) عمل وکړي او د تودوخي درجه $T = 0^\circ F$ او ریکشن په B کی صفر وی.



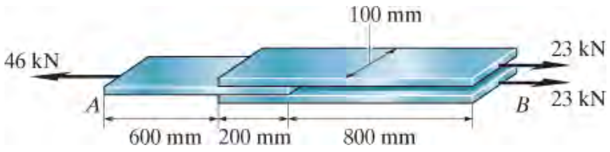
ب 4-7

ب *4-8. په دی لاندی انځور کی یو کلک لینک ښودل شوي. دا کلک لینک په A کې په پن اتکا لری، او هم په دوو فولادی A-36 سیمونو چې هر یو یې 12 انچه اوږدوالی لري او د 0.0125 انچ مربع غوڅی برخی ساحه لری ترلي دی. په سیمانو کی رامینځته شوي قوه ، کله چې په لینک یو بهرنی لوډ د 350 lb عمودی عمل وکړي، وټاکي.



ب 4-8

ب 4-9. دا لاندی جاینت د دریو A992 فولادو تختو څخه جوړ شوی چې دوی په درز کی یو بل سره یوځای ترل (bonded) شوي. د پای A بې ځایه کیدل په نسبت د پای B کله چې محوري بهرنی لوډ ورباندی پلي شي مشخص کړئ. هره تخته 5 ملي میتره ضخامت لري .



ب 4-9

پنځم فصل

(CHAPTER 5)

(© Jill Fromer/Getty Images)

د خاورې برمې تاویدونکې سترس او د تاو زاویه د ماشین په تاویدونکې توان او همدارنګه د خاورې تماس مقاومت د برمې د شافټ سره تړون لري.

تاويدنه

(TORSION)

(CHAPTER OBJECTIVES) د فصل موخې

په دې فصل کې به موږ د تاويدونکې مؤمنت (Torsion) اغيزی په اوږده مستقيم غړی لکه شافټ يا ټيوب بحث وکړو. په پيل کې به موږ هغه غړی په پام کې ونيسو چې ګردي غوڅه برخه (مقطع) ولري. موږ به وښيو چې څنګه د غړی دننه د سټرس ويش اود تاويدو زاويه (angle of twist) پيدا کړو. ستاتيکلی نا معلوم تحليلونه به د شافتونو او تيوبونو د پاره بحث شی او هم به په ځانګړی توګه هغه موضوعات چې غړی ګردی غوڅه و نلری پکې شامل شی. په پا کی به د سټرس غلظت او پاتي سټرسونه چې د تويدونکی لوډ له امله رامينځته کيږي ځانګړې پاملرنه وکړو.

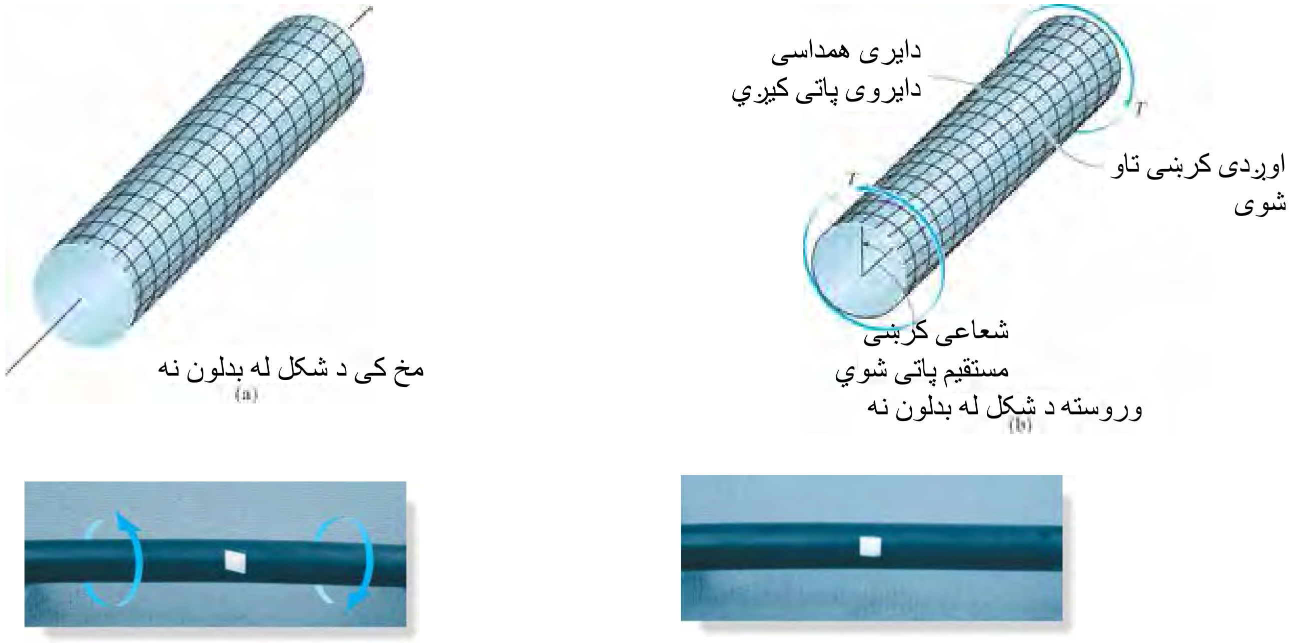
5.1 د تاویدو له امله د دایروی غوښی شافت د شکل تغیر (TORSIONAL DEFORMATION OF A CIRCULAR SHAFT)

تورک (Torque) هغه تاویدونکي مؤمنټ دی چې یوغړی په اوږده محور تاوه وی. د موټرو او ماشینوشافتونو په ډیزاین کی اړوند دی چې د تاو سټرسونه او تاویدو اندازه چې د تاویدو د بار له امله مینځته کیږی معلوم شی.

موږ کولی شو په فزیکي توګه روښانه کړو کله چې تورک پلي کیږي څه پیښیږي. ددی لپاره یو شافټ چې د ایروی غوڅه لری او له داسی موادو جوړ شوی وی چې په اسانی د څیری تغیر کوی لکه ربړ په پام کې نیسو. کله چې تاو وربادی پلی شی هغه د ګرید کر ښی چې د شافت په اوږدوالی کې په نښه شوي وی، انځور 5-1a ، په هیلکس (helix) چې په انځور 5-1b کې بڼودل شوی تحریف کیږي، او دایرې یې په مساوی زاویوسره قطع کړي. همدارنګه، ټولی غوڅی د شافټ اواری پاتې شوي – په دی معني چې دوی بلی خوا ته ، بیرون یا داخل ته حرکت او تغیر د انځور نه کوي. د شعاعوکرښو لینونه مستقیم پاتې کیږي اود تاو له کبله ګرزی. کله چې د تاو زاویه کوچنی وي، بیا د شافټ اوږدوالی او د هغې شعاع به په عملي توګه نه بدلیدونکي پاتې وي .

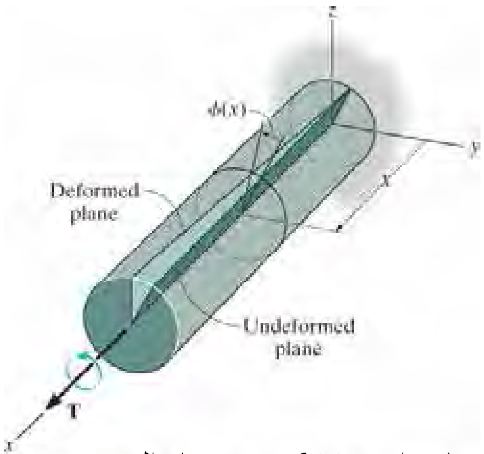
که شافټ په یوه پای کې تړل شوی وي او په بل سر کې تورک وربادی عمل وکړي، بیا په انځور 5-2a کې تیاره شنه سطحی تحریف او کوږ شکل نیسي. دلته شعاعی کرښه په غوڅه برخه کې چې په فاصله x له تړل شوی پاي موقعیت لري په زاویه $f\ (x)$ څرخ خوري. دا زاویه په نامه ***د تاو زاویه*** (***angle twist***) یادیږي. دا د x په موقعیت پورې اړه لري او د شافټ په اوږدو کې لکه څنګه چې ښودل شوي توپیر کوی.

د دي لپاره چې پوه شو ، دا تحریف څنګه سترین په مواد و کی منځ ته راوړي ، موږ به یوه کوچنی ټوټه د عنصر جلا کړو. دا ټوټه د شافټ له تړل شوی پای په فاصله د x موقعیت لري، انځور 5-2bوګوري. د شکل بدلون له امله، د عنصر مخکینۍ او شاته مخونه څرخ مومي - شاته مخ په اندازه د $f(x)$ او او مخکی مخ په اندازه د $f(x) + df$ څرخ خوري . د پایلي په توګه، په دې څرخونو کې توپیر، df، د دی لامل کیږي چې عنصر د شیر سترین g سره مخ کیږي، (انځور 3-25b وګورئ).



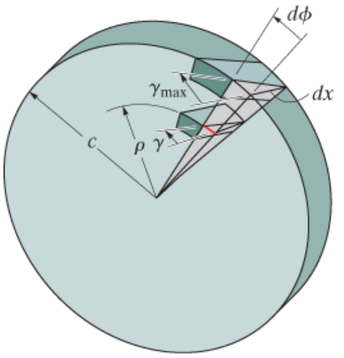
د ربړ بار کله چې تورک وربانډی پلی شی د
یومستطیل برخی د شکل بدلون لیدل کیږی.

انځور 5-1



د تاو زاویه $f(x)$ د x زیاتوالی سره
ډیر والي مومي .

(a)



شیر سترین په یوه نقط د غوځی برخی
کی په خطی ډول لهg زیاتوالی مومي
.($\gamma = (\rho/c)\gamma_{max}$.)

(b)

انځور 5-2

دا زاویه (یا شیر سترین) کیدی چې د زاویه df سره تړون ولري که اوږدوالی د سره قوس په انځور 5-2b کې ووینو داسې لیکلی شو

$$\rho\, d\phi = dx\, \gamma$$

$$\gamma = \rho \frac{d\phi}{dx} \qquad (5\text{–}1)$$

څرنګه چې dx او df د ټولو ټوټو لپاره یو شان دي، نو df/dx د ټولې غوڅې برخې په اوږدو کې ثابت دی، اود معادلې 5-1 په اساس اندازه د شیر سترین توپیر پیدا کوی یوازې د شعاع په فاصله r د شافټ له محور څخه . څرنګه چې $df/dx = g/r = g_{max}/c$ ، بیا

$$\gamma = \left(\frac{\rho}{c}\right)\gamma_{max} \qquad (5\text{–}2)$$

په بل عبارت شیر سترین په شافت کی په *خطي ډول تغیر* مومی د شعاع په کرښه ، له صفرنه په مرکز د محور تر اعظمی حد g_{max} په بیرونی سرحد کی، انځور 5-2b و وینې.

5.2 د تاویدني فورمول (THE TORSION FORMULA)

کله چې یو بهرنی تاو (تورک) په شافټ پلي شي، دا یو داخلي تورک د شافت دننه رامینځته کوي.
په دې برخه ددی فصل کې، موږ یوی معادلی ته پراختیا ورکوو چې هغه داخلی تورک ، کوم چې د شافت په غوڅه برخه یې عمل کړي، د شیر سترس ویش سره څه ډول تړاو لری.

که مواد خطي ایلستیک چلند لرونکي وي، نو د هوک قانون تطبیق کیږي $t = Gg$، ،

یا $t_{max} = G\, g_{max}$ ، او پایله کې په شییر سترین کې یو خطي توپیر، لکه څنګه چې په مخکینۍ برخه کې یادونه وشوه، لامل کیږي د اړونده شییر سترس خطي توپیر د هر شعاعی کرښی په اوږدو کې. له دې امله، t به له صفر څخه د شافت په اوږده محور توپیر ولري تر اعظمي ارزښت، t_{max} ، په بهرنی سطحه کې، انځور5-3. له همدې امله معادله 5-2، موږ لیکلی شو

$$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max} \qquad (5\text{–}3)$$

انځور 3-5

هره برخه د ساحې dA چې په فاصله r موقعيت لري يوه قوه $dF = t\ dA$ ، انځور 3-5 ، ورباندې عمل کوي. او دا قوه تورک جوړه وی چې عبارت دی په $dT = r\ (t\ dA)$. چې د ټولی غوڅي برخې لپاره په لاندې ډول کیږي:

$$T = \int_A \rho(\tau\ dA) = \int_A \rho\left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max}\ dA \qquad (5\text{–}4)$$

دلته t_{max}/c یو ثابت عدد دي پدی اساس ليکلی شو:

$$T = \frac{\tau_{max}}{c}\int_A \rho^2\ dA \qquad (5\text{–}5)$$

دا انتيګرال استازيتوب د **پولرانرشيايي مؤمنت** (*polar moment of inertia*) د شافټ دغوځی برخې په اوږده محور کوي. په راتلونکی صفحه کی به د دی ارزښت معلوم کړو او سمبول يي J دي. په پايله کی پورتني معادله په لنډه توګه داسی ليکلی شو:

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \qquad (5\text{–}6)$$

په دی معادله کی:

t_{max} = اعظمی شیر سترس د شافټ په بیرونی سطحه کی

T = د *داخلی تورک محصله* چی په غوڅه برخه عمل کوی. ارزښت يي د برخی په طريقه د مؤمنت توازن حالت نه د شافټ په اوږده محور

J = د غوڅی برخی د ساحی پولر انرشيايي مؤمنت

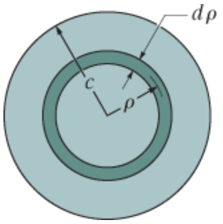
c = د شافټ وتلي شعاع

که چیری معادله 5-6 په معادله 5-3 کی ځاي پر ځايي شي شيير سترس په فاصله د r د غوڅی برخي پيدا کيدی شی.

$$\tau = \frac{T\rho}{J} \qquad (5\text{–}7)$$

شافټ چی په مرکز ددی څرخ سره وصل دی تورک وربادی پلی کيږی، او اعظمي سترس چې رامينځته کوي بايد د شافټ لخوا مقاومت وشی ترڅو د ماتيدو مخه ونيول شي .

هر يو ددی دو معادلو په نامه دی ***تورژن فورمول*** ياده ول کيږي. په ياد ولری چی شافټ بايد دايروی غوڅه برخه ولری او مواد يي متجانس او ايلستيک چلند ولري، ځکه چی معادله 5-3 د هوک قانون په اساس جوړه شوي.



انځور 5-4

قطبي انرشيايي مؤمنت (Polar Moment of Inertia)

که چیری شافټ جامده دایروی غوڅه برخه ولري د انرشيايي پولر مؤمنت J پیدا کولو لپاره د غوڅې یوه حلقیی ساحه په پام کی نیسو. د حلقی ضخامت یي dr او محیط یي $2pr$ او دحلقی مساحت $dA= 2pr\ dr$ دی، انځور 4-5 ، چی دا لاندی په لاس راځي.

$$J = \int_A \rho^2\, dA = \int_0^c \rho^2 (2\pi\rho\, d\rho)$$

$$= 2\pi \int_0^c \rho^3\, d\rho = 2\pi\left(\frac{1}{4}\right)\rho^4\Big|_0^c$$

$$J = \frac{\pi}{2} c^4 \qquad (5\text{–}8)$$

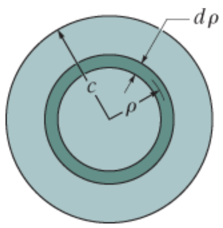
Solid Section

J همیشه مثبت دی. او واحد د اندازي يي mm^4 یا in^4 .

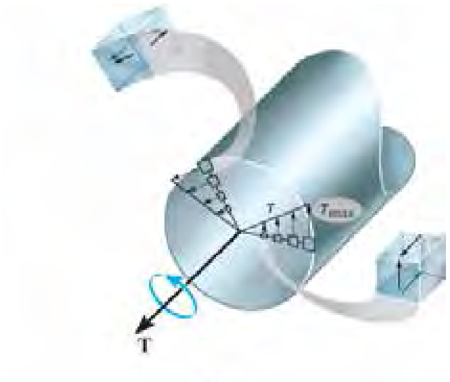
که چیری غوڅه برخه د شافټ تیوب وی ، داخلی شعاع c_i او وتلی شعاع c_o وی انځور 5-5. ددی حالت لپاره له 8-5 معادلی نه ګټه اخلو چی اول پولر انرشيايي مؤمنت J د شافټ چی شعاع یي c_o دی پیدا کوو، او لدی د هغه شافټ J چی شعاع یي c_i وی تفریق کوو. پایله به داسی وی:

$$J = \frac{\pi}{2}(c_o^4 - c_i^4) \qquad (5\text{–}9)$$

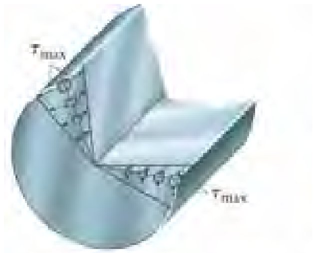
Tube



انځور 5-5



(a)



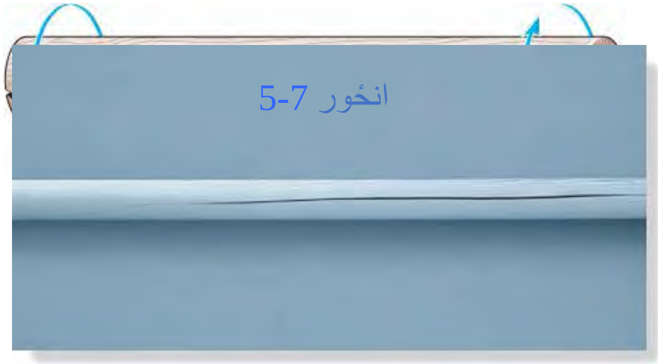
شییر سترس په اوږدو د هری شعاعی کرښې
د غوڅې برخې سره خطی توپیر مومي

(b) انځور 5-6

د شیر سترس ویش (Shear Stress Distribution)

که د یوه شافټ یا ټیوب دغوڅی (مقطع) برخی له موادو یو برخه جلا شي، بیا د دشیر سترس متممیت له امله، مساوي شییر سترسونه باید د هغې په څلورو مخونو باندې هم عمل وکړي ، لکه څنګه چې په انځور 5-6a کې ښودل شوي. ***د پایلې په توګه، داخلي تورک T د شییر سترس خطی ویش دشعاع د کرښی په اوږدو د غوڅی برخی په سطحه کی جوړه وی، او همدا رنګه دا ډول شیر سترس ویش په محوری سطحه کی*** رامینځته کیږي، انځور 5-6b . دا په زړه پورې یادونه ده د شییر سترس محوری ویش له امله د لرګیو جوړشوی شافټونه کله چې ډیر تورک سره مخ شي په محوری سطحه سره په دوو برخو جدا کیږی، انځور 5-7 . دا ځکه چې لرګی یو ان ایسوترووپیک مواد دی، چې د شیر مقاومت موازی په فایبر د محوری کرښې په اوږدو د هغه مقاومت نه چی د فایبر په عمودی جهت د غوڅی برخی په سطحه کی وی ډیر لږ دی.

پورته تیوبی ډرایو شافټ د دی لاری د ډیر تورک سره مخ شوی چې په پایله کې د شکل بدلیدل د موادو د بیلد له امله رامنځته شوی. انجینران په قصدي ډول ډرایو شافټونه داسی ډیزاین کوي چی مات شي ، مخکې لدې چې د انجن کومه برخی ته زیان رامینځته شي .



مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- کله چې یو شافټ چې ګردی غوځه برخه *(مقطع)* لري اوکه تاویدونکی مؤمنت (تورک) وربانډی پلي شي، د غوځی مخ اوار پاتې کیږي پداسې حال کې چې په مخکی شعاعی (radial) کرښې ګرزی. او دا د موادو دننه د *شییر سترین* د جوړیدو لامل کیږي چې د هر شعاعی کرښې سره په خطي *ډول توپیر* لري. پدی معنی چې د شافټ په محور کې صفر اواعظمي حد ته په بهرنی برخه کې رسیږی.

- د خطي ایلستیک، متجانس موادو لپاره، د شافټ د هرې شعاعی کرښې په اوږدو سره *شییر سترس* هم په خطي توګه توپیر لري، په دی معنی چې په محور کې صفر او اعظمي حد په بهرنی برخه کې وی. دا اعظمي شییر سترس باید له متناسب حد (proportional limit) څخه ډیر نه وي .

- د شییر د متمیمیت خاصیت له امله، د خطی شییر سترس ویش د شافټ د مقطع دننه سطحه کې چې وی به ورته ډول په نږدې محوري سطحه ویشل کیږي.

- د تورژن فورمول دې اړتیا پراساس چې په مقطع کې پایله لرونکی تورک مساوي دي په هغه تورک چې د شییر ویش د شافټ په اوږده محور جوړ کړي دی . دلته اړینه ده چې شافټ یا ټیوب ګردی غوځه ولري او د متجانسو موادو څخه جوړ شوی وي کوم چې خطي ایلستیک چلند لري.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د تورژن فورمول دکارولو لپاره له د لاندی طریقی کار اخستل کیږی.

د اخلی تاویدونکې مؤمنت (Internal Torque)

- په هغه ټکی یا برخه کی چې شییر سترس باید وټاکل شی هلته شافټ عمود په خپل محور غوڅ کړی د اړین وړ آزاد ډایګرام جوړاود توازن معادلو په مرسته داخلی تاویدونکی مؤمنت یا تورک تر لاسه کړي.

د غوڅی برخی خاصیتونه (Section Property)

- پولرانرشیای مؤمنټ د مقطع و ټاکي. د جامد برخی شعاع *c* پولرانرشیايي مؤمنټ *J* عبارت دی په $J= pc^4/2$ ، او د تیوب لپاره چې بیروني شعاع يې c_0 او داخلی شعاع c_i وی، پولرانرشیايي مؤمنت يې $J = p(c_0^4 - c_i^4)/2$ دی.

شییر سترس (Shear Stress)

- عرضانی (radial) فاصله *r* و ښايي ، دا فاصله له مرکز د مقطع تر هغه ټکی چې د سترس ټاکل غوښتل شوي ده. بیا د تورژن فورمول $t = Tr/J$ او یا که اعظمی شییر ټاکیدل هدف وی لدی معادلی $t_{max} = Tc/J$ کار واخلي. د ارقامو واحدو ته باید پام وکړي .
- شیر سترس چې په مقطع عمل کړي همیشه عمود په *r* وی.هغه قوه چې دا رامینځته کوي باید د شافټ د محوری تورک سره مرسته وکړي او د داخلی تورک په څیر **T** چې په مقطع عمل کړی *یو شان* جهت ولري. یوځل چې دا سمت رامینځته شي ، هغه نقطه د برخی چې چیرې *t* وټاکل شی جلا کیدی شي ، او د *t* جهت په پاتې دریو نږدې مخونو د توټی حجم باندې عمل کړی ښودل کیدی شي.

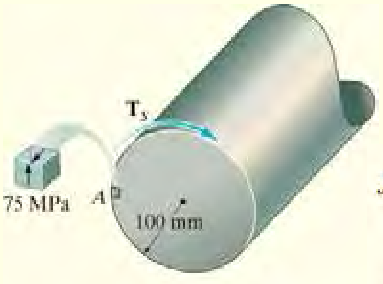
مثالونه

مثال 5.1

يوجامد شافټ او يو تيوب چې د موادو منل شوى شيير سترس يې 75 Mpa دى په دى لاندى انځور (5-8) کې ښودل شوى . اعظمى تورک وټاکى ترڅو هغه د هر شافټ په غوڅه برخه پلې شي. او سترس په يوه وړه ټوټه په ټکى A د جامد شافټ او په ټکي B او C د تيوب و ښيايي.

حل (SOLUTION)

د برخې خاصيتونه (Section Properties). پولر انرشيايي مؤمنت د جامد او تيوب شافټو پدى لاندى ډول محاسبه کيږي:



$$J_s = \frac{\pi}{2}c^4 = \frac{\pi}{2}(0.1\text{ m})^4 = 0.1571(10^{-3})\text{ m}^4$$

$$J_t = \frac{\pi}{2}(c_o^4 - c_i^4) = \frac{\pi}{2}\left[(0.1\text{ m})^4 - (0.075\text{ m})^4\right] = 0.1074(10^{-3})\text{ m}^4$$

انځور 5-8

شيير سترس (Shear Stress). اعظمى تورک په هره قضيه کې عبارت دى په

$$(\tau_{max})_s = \frac{Tc}{J}; \qquad 75(10^6)\text{ N/m}^2 = \frac{T_s(0.1\text{ m})}{0.1571(10^{-3})\text{ m}^4}$$

$$T_s = 118\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$(\tau_{max})_t = \frac{Tc}{J}; \qquad 75(10^6)\text{ N/m}^2 = \frac{T_t(0.1\text{ m})}{0.1074(10^{-3})\text{ m}^4}$$

$$T_t = 80.5\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

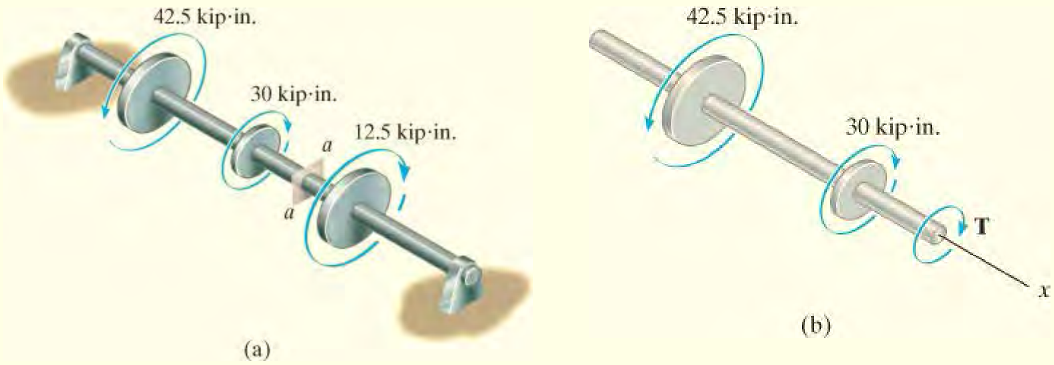
او هم شیر سترس په داخلی شعاع د تیوب عبارت دی په

$$(\tau_i)_t = \frac{80.5(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (0.075\ \text{m})}{0.1074(10^{-3})\ \text{m}^4} = 56.2\ \text{MPa}$$

ددی پایلی په انځور 8-5 کې په کوچنیو ټوټو ښودل شوي. پام وکړئ چې شیر سترس دټوټی په مخ سطحه (سیوري شوي) د تورک په جوړه ولو کی مرسته کوي. د پایلي په توګه، د شیر سترس برخی په نورو دریو مخونو باندې هم عمل کوي. د شافټ یا ټیوب په بهرنۍ سطحو کې هیڅ شییر سترس عمل نه کوي، او هم د ټیوب په داخلي سطحه کې شییر سترس شتون نلری ځکه چې دا باید له سترس څخه آزاد وي .

مثال 5.2

یو شافټ چی 1.5 in قطر لری په دوه بیرینګ اتکاو ترړی شوی دی. پدی شافټ دری تورک وربادی پلی شوي او دا په انځور 5-9a کی ښودل شوي. شیر سترس په ټکیو A او B چی په برخه a-a د شافټ، انځور 5-9c ، موقعیت لری وټاکي.



حل (SOLUTION)

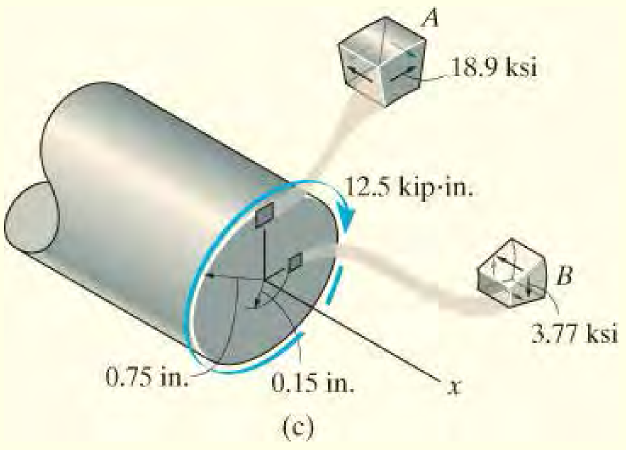
داخلی تورک (Internal Torque). د بیرینګ ریکشنونه د شافټ تاویدو ته کوم مقاومت نه ښنه يي. پلی شوی تورکونه د مومنټ توازن د شافټ په محور سره جوړوی.

داخلي تورک په برخه a-a کې به د چپې خوا له آزاد ډایګرامه چې په انځور 5-9b کې ښودل شوی پیدا شی.

$$\Sigma M_x = 0; \quad 42.5\ \text{kip}\cdot\text{in.} - 30\ \text{kip}\cdot\text{in.} - T = 0 \quad T = 12.5\ \text{kip}\cdot\text{in.}$$

د برخې خاصیتونه (Section Property). پولرانر شیایي مؤمنت د شافټ عبارت دی په:

$$J = \frac{\pi}{2}(0.75\ \text{in.})^4 = 0.497\ \text{in.}^4$$



انځور 5-9

شیر سترس (Shear Stress). په ټکی A کې $r = c = 0.75$ in

$$\tau_A = \frac{Tc}{J} = \frac{(12.5\ \text{kip}\cdot\text{in.})(0.75\ \text{in.})}{(0.497\ \text{in.}^4)} = 18.9\ \text{ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

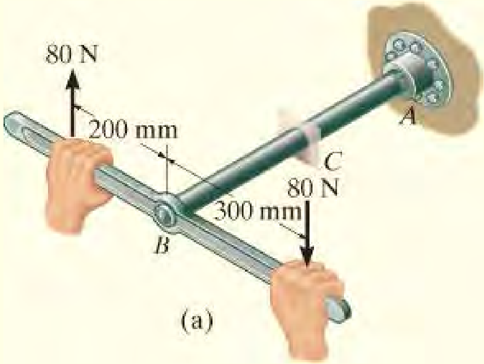
همداسې په ټکی B کې $r = 0.15$ in. او موږ لرو:

$$\tau_B = \frac{T\rho}{J} = \frac{(12.5\ \text{kip}\cdot\text{in.})(0.15\ \text{in.})}{(0.497\ \text{in.}^4)} = 3.77\ \text{ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه : ددی سترسونو جهتونه په هر یو عنصر A او B ، انځور 5-9c ، په سطحه د هر عنصر داسې ښودل شوی چې د پلی شوی تورک سره چې د ساعت د حرکت په شکل دی یو ډول وی.

مثال 5.3

یو پایپ چی داخلی شعاع يي 40 mm او بهرنی شعاع يي 50 mm ده په دی لاندی انځور 5-10a کی ښودل شوي. د دی پایپ پای په A کی تړل شوي . د یو رنچ په واسطه پدی پایپ تورک وربانډی پلی ګیږی، شیر سترس ددی پایپ په موادو کی په بیرونی او داخلی برخه د پایپ چی د پایپ د امتداد په مرکزی حصه کی وی معلوم کړي.



حل (SOLUTION)

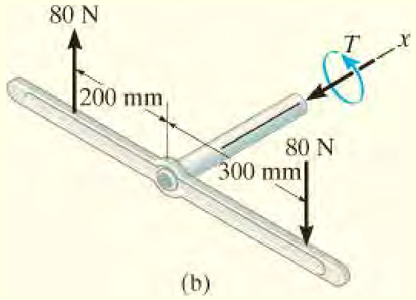
داخلی تورک (Internal Torque) . پایپ د C په تکی کی په یوه سطحه چی د پیپ په محور عمود ده غوځ شوی ، انځور 5-10b. تنها مجهول دلته داخلی تورک **T** دی. د توازن له معادلی داسی لیکلی شو:

$$\Sigma M_x = 0; \qquad 80\text{ N}(0.3\text{ m}) + 80\text{ N}(0.2\text{ m}) - T = 0$$

$$T = 40\text{ N}\cdot\text{m}$$

د غوځی خاصیتونه (Section Property). انرشیايي پولر مؤمنت د پایپ د غوځی عبارت دی په:

$$J = \frac{\pi}{2}\left[(0.05\text{ m})^4 - (0.04\text{ m})^4\right] = 5.796(10^{-6})\text{ m}^4$$



انځور 5-10

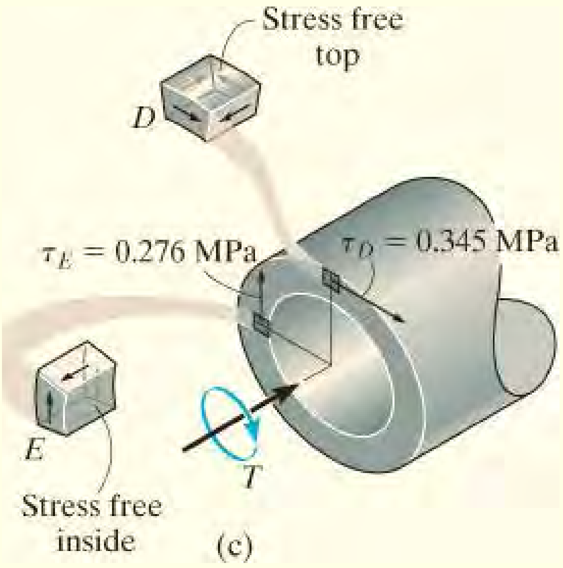
شیر سترس (Shear Stress). د هر تکي چې د پایپ په بهرنی سطحه موقعیت لری $r = c_0$ او موږ لرو: 0.05m=

$$\tau_o = \frac{Tc_o}{J} = \frac{40\ \text{N}\cdot\text{m}(0.05\ \text{m})}{5.796(10^{-6})\ \text{m}^4} = 0.345\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

او هر تکی چی په داخلی سطحه د پایپ موقعیت لري $r = c_i$ =0.04m او لیکلی شو:

$$\tau_i = \frac{Tc_i}{J} = \frac{40\ \text{N}\cdot\text{m}(0.04\ \text{m})}{5.796(10^{-6})\ \text{m}^4} = 0.276\ \text{MPa}$$

پایلی ددی تحلیل په دوو وړو ټوټو په انځور 5-10c کی ښودل شوي.



انځور 5-10

یادونه: ځنګه چی پورتني مخ د عنصر په D او داخلی مخ په E کی له سترس پاک دی لدی کبله شیر سترس پدی مخونو او نورو اړینومخونو شتون نلری.

5.3 د توانايي ليږدول (POWER TRANSMISSION)

شافټونه او ټيوبونه چې ګرده غوڅه برخه لري اکثرا د توانايي (power) ، چې دماشين په زريعه را مينځ ته شوی، د ليږدولو لپاره کارول کيږي . کله چې د دې هدف لپاره وکارول شي، دوی باندی تورک عمل کوي او هغه (تورک) د ماشين په توانايي او د شافټ په زاويه يی سرعت سره تړاو لری. دلته توان يا پاور (Power) داسی تعريف کيږی چه هغه کار کړل دی په يوه واحد د وخت کی. همدارنګه کار چې د تاويدونکی شافټ لخوا ليږدول کيږي مساوی دی په تورک ضرب د تاويدلو زاويی سره. له همدې امله،که په يوه شيبه د وخت dt کی تورک T په شافټ کی dq زاويه منځته راوړی، نو کار چې تر سره کيږی هغه مساوی دی په Tdq سره، او لحظوی توان عبارت دی په:

$$P = \frac{T\,d\theta}{dt}$$

تورک دبرقی ماشين په مرسته د کمر بند خوځيدونکی تسمی پواسطه شافت ته په A کی ليږدول کيږی. په شافت کی د سترس منځ ته راتلل له هغه توانايي چی له ماشينه ليږدول شوی او په تناسب د ګردش د شافت تړون لري $P = T\omega$.

څرنګه چې د شافټ تاويدونکی سرعت $\omega = dq/dt$ نو توانايي (پاور) عبارت دی په :

$$P = T\omega \qquad (5\text{–}10)$$

په SI سيستم کی توانايي په واتس (watts) کله چې د تورک واحد نيوتن متر (N.m) وی او w په راديان په ثانيه کی (rad/s) (1 W = 1 N.m/s).

په FPS سيستم کی د توانايي واحد فوټ-پوند په ثانيه (ft.lb/s) دی. اګر چی په انجينری پرکتس کی *هارس پاور* (horsepower (hp)) استعماليږی او مورږ لرو:

$$1\text{ hp} = 550\text{ ft}\cdot\text{lb/s}$$

په ماشينونو کی استعمال د *فريکونسی f* (frequency) د شافت د تاويدو راپور ورکول شوي. دا اندازه د شافت د تاويدو يا سايکل (cycles) په دقيقه کی ده او هغه په هرتز (hertz) (= 1 Hz

(1 cycle/s بنودل کيږي. څرنګه چې 1 cycle = 2 p rad بيا w= 2pf . نو د توانايي فورمول داسې ليکلی شو:

$$P = 2\pi f T \qquad (5\text{–}11)$$

شافټ ډيزاين (Shaft Design). کله چې توانايي (پاور) د شافت په واسطه وليږدول شي او د تاويدو فريکونسي يي معلومه وی هغه تورک چې په شافت کی منځ ته راځی د 5-11 معادلی نه په لاس راتلی شی چې عبارت دی په *T =P/(2pf)* . کله چې تورک معلوم شو او د موادو د منلو وړ سترس **t allow** معلوم وی بيا د شافت دغوڅه برخی ابعاد پيدا کيدی شی. په ځانګړی توګه د ديزاين يا هندسی پراميترونه *J/c* عبارت کيږی په:

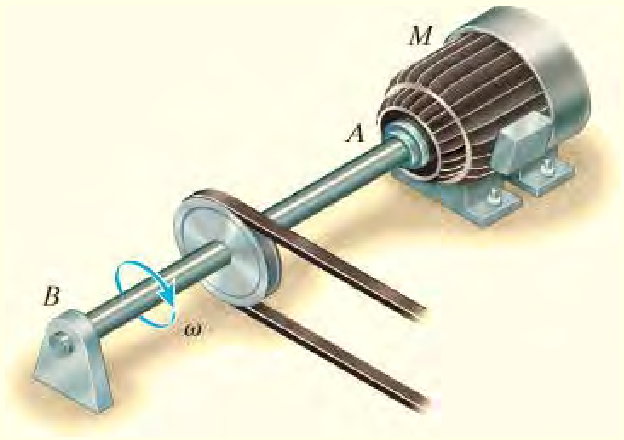
$$\frac{J}{c} = \frac{T}{\tau_{\text{allow}}} \qquad (5\text{–}12)$$

د جامد شافت لپاره $J = (p/2)c^4$ کله چې په معادله کی ځای په ځای شی يو *خاص ارزښت* د شافت د شعاع پيدا کيږي. او که چيری شافت تيوبی وی بيا

$J = (p/2)\ (c_0^4 – c_i^4)$ او ددی حل يو زياد شمير د ډيزاين امکانت منځ ته راوړي. او دا لدی کبله چې يو فرضی انتخاب د c_i يا c_0 کيږی او بياهغه بل له معادلی 5-12 پيدا کيږي.

مثال 5.4

د يو جامد فولادی شافت AB ، انځور 5-11، په واسطه 5 hp له يوه ماشين M چې ورباندی تړلی دی، ليږدول کيږي. که چيری شافت په w= 175 rmp سرعت وګرزی او د فولادو د منلو وړ شيير سترس يې t_{allow} = 14.5 ksi وی د شافت قطر تر 1/8 انچ ته نيږدی معلوم کړي.



انځور 5-11

حل (SOLUTION)

له معادلی 5-10 تورک په شافت کی پيدا کوو، او هغه عبارت دی په $P= T\,w$. دلته P په فوټ - پونډ په هر ثانيه او w په راديان په هره ثانيه کی اندازه کيږي او موږ لرو:

$$P = 5\text{ hp}\left(\frac{550\text{ ft}\cdot\text{lb/s}}{1\text{ hp}}\right) = 2750\text{ ft}\cdot\text{lb/s}$$

$$\omega = \frac{175\text{ rev}}{\text{min}}\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ rev}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right) = 18.33\text{ rad/s}$$

پدی توګه

$$P = T\omega; \qquad 2750\text{ ft}\cdot\text{lb/s} = T(18.33\text{ rad/s})$$

$$T = 150.1\text{ ft}\cdot\text{lb}$$

د معادلی 12-5 نه کار اخلو:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi}{2}\frac{c^4}{c} = \frac{T}{\tau_{allow}}$$

$$c = \left(\frac{2T}{\pi\tau_{allow}}\right)^{1/3} = \left(\frac{2(150.1\ \text{ft}\cdot\text{lb})(12\ \text{in./ft})}{\pi(14\,500\ \text{lb/in}^2)}\right)^{1/3}$$

$$c = 0.429\ \text{in.}$$

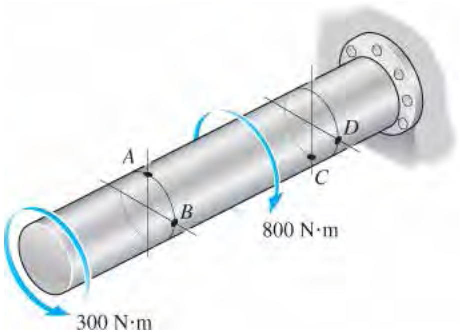
دلته وینو چی ارزښت د 2c= 0.858 انچ کيږي له دی امله موږ به د شافت قطر په دی لاندی ډول انتخاب کړو:

$$d = \frac{7}{8}\ \text{in.} = 0.875\ \text{in.} \qquad \textit{Ans.}$$

لومړنی پوښتني

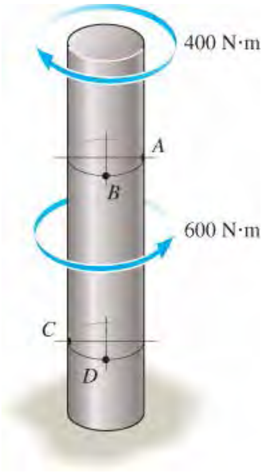
PRELIMINARY PROBLEMS

ل 5-1. په دی لاندی انځور کی داخلی تورک په هره غوځه کی پیداکړی، اوشییر سترس په هره حصه حجمی توټه چی په *A, B, C,* and *D* ښودل شوی معلوم کړي.



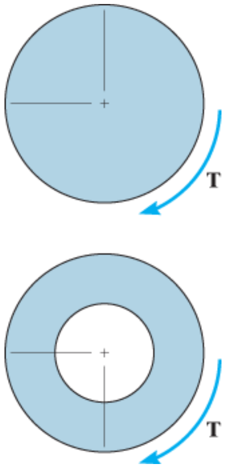
ل 5-1

ل 5-2. داخلی تورک په هره برخه او شییر سترس په هره حصه حجمی توټه چی په *A, B, C* او *D* کی واقع شویی معلوم کړي.



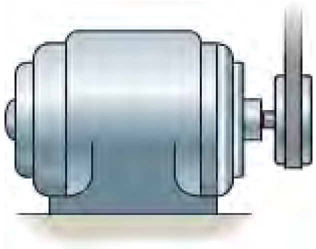
ل 5-2

ل **5-3.** په یوه منځ خالي او بل جامد شافتونو باندی تورک **T** پلی شوي. په هر یوه د شیر سترس ویش د شعاع په امتداد سکیچ کړي.



ل 5-3

ل **5-4.** یو موټور 10 hp یو شافت ته لیږدوي. که دی په 1200 rpm سرعت وگرزی، هغه تورک چی دا موټور جوړه وی معلوم کړي.

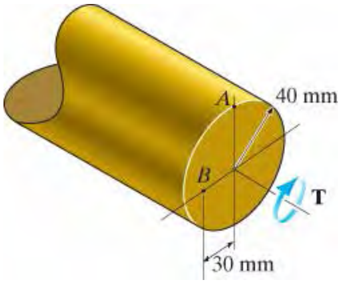


ل 5-4

بنسټيز پوښتنې

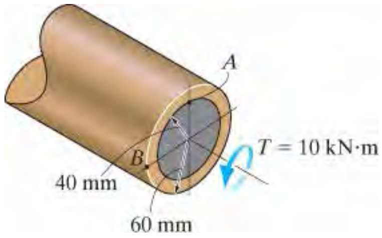
FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب 5-1. په یوجامد ګرد شافټ داخلی تورک T =5 kN.m عمل کړي. په ټکيو A او B کی شيير سترس معلوم کړي. د سترس هر حالت په حجمی توټه وښايي.



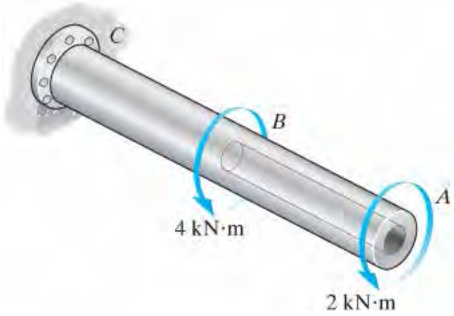
ب 5-1

ب 5-2. په دی لاندی منځ خالی ګرد شافټ تورک T= 10 kN .m پلی شوي. په ټکيو A او B کی شيير سترس معلوم کړي. د سترس هر حالت په حجمی توټه وښايي.



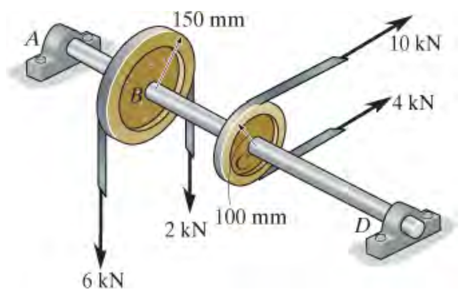
ب 5-2

ب 5-3. دا لاندی شافت له A تر B پوري منځ خالي دی او له B تر C پوري جامد دی. اعظمی شيير سترس په شافت کی و مومي. د شافت بهرنی قطر 80 mm او د ديوال ضخامت په خالی برخه کی 10 mm دی.



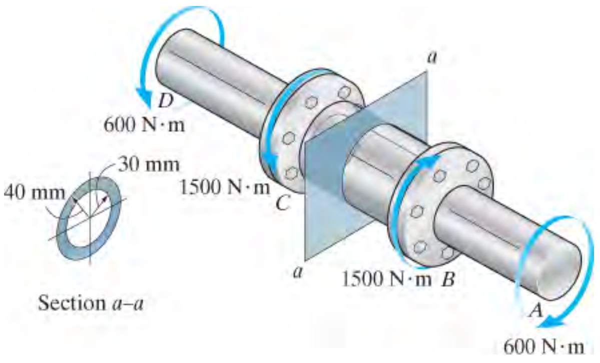
ب 5-3

ب **5-4.** اعظمی شییرسترس په د ی لاندی شافت کی چی 40 mm قطر لری پیدا کړي.



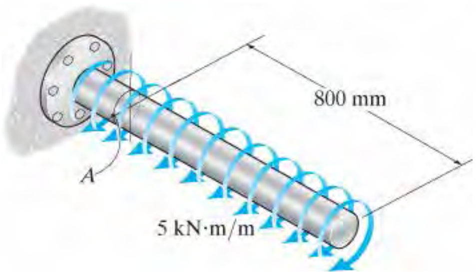
ب 5-4

ب **5-5.** اعظمی شییرسترس په د ی لاندی شافت کی د *a-a* په غوڅه کی پیدا کړی.



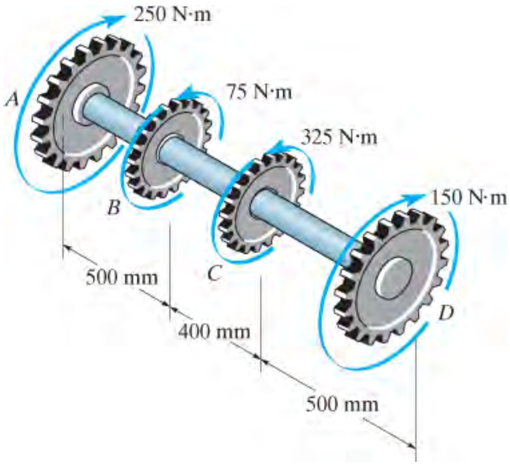
ب 5-5

ب **5-6.** په دی لاندی انځور کی په سطحه د شافت په ټکی *A* کی شییر سترس معلوم کړي. د سترس حالت په حجمی توټه پدی ټکی کی وښايي. د شافت قطر 40 mm دی.



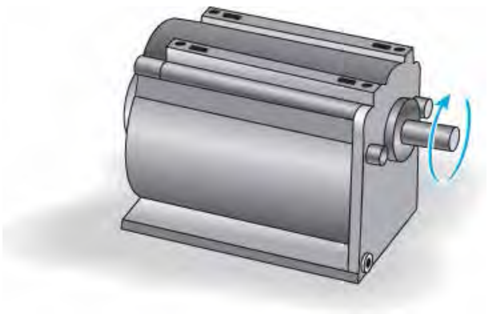
ب 5-6

ب **5-7.** جامد شافت 50-mm قطر لري او د ګیرونو په واسطه تورک ورباندی پلی شوي. اعظمی مطلق شیر په شافت کی معلوم کړي.



ب 5-7

ب **5-8.** د ګیر موټور کله چي په 150 rev/min څرخیږی 3 hp جوړه وی. که چیری منل شوی شییر سترس د شافت t allow = 12 ksi وی وړوکی قطر د شافت تر 1/8 in. نیږدی پوری پیدا کړي.



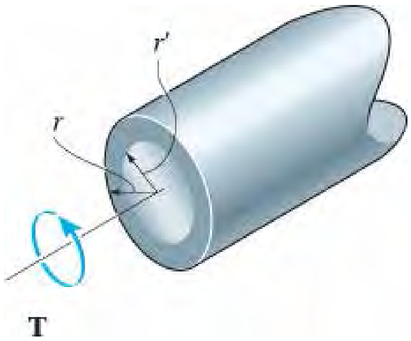
ب 5-8

سوالونه

PROBLEMS

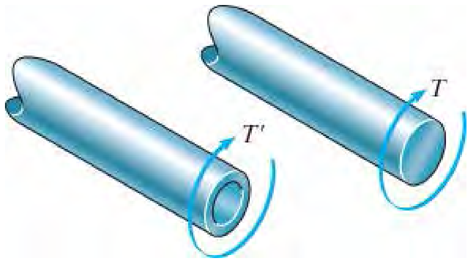
س 5-1. يوجامد شافټ چې شعاع يې r ده تورک **T** ور باندې پلي شوی دی. د شافټ داخلي شعاع r` داسې په ګوته کړئ چې د تطبيق شوي تورک نيمايي برخه($T/2$) مقاومت ولري. د حل له پاره له دوو لارو کار واخلي (a) : د تورژن فارمول په کارولو سره، (b) د شيير سترس د ويش د محصلې له موندلو نه.

س 5-2. يوجامد شافټ چې شعاع يې r دی تورک T ور باندې پلي شوی دی. د شافټ داخلي شعاع r` داسې په ګوته کړئ چې د تطبيق شوي تورک څلورمه برخه ($T/4$) مقاومت ولري. د حل له پاره له دوولارو کار واخلي (a) : د تورژن فارمول په کارولو سره، (b): د شيير سترس د ويش د محصلې له موندلو نه.



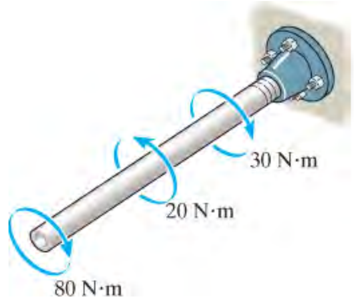
س 5-1/2

س 5-3. يو شافټ چې له المونيم الياژڅخه جوړ دی منل شوی شيير سترس يې t_{allow} = 100 Mpa دی. د شافت قطر 100 mm دی اعظمی تورژن **T** چېورباندې پلي کيدی شي معلوم کړي. که چيرې يو سورې چې قطر يې 75-mmوی په دی شافت کی جوړ شي اعظمی تورک **T**` چې په دی شافت پلی کيدی شي معلوم کړي. د شير سترس ويش د شعاع په اوږدود دواړو لپاره رسم کړي.



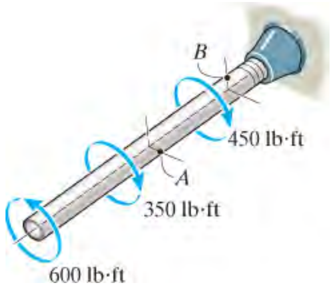
س 5-3

س5-4. دا لاندی د میسو پایپ چې بهرنی قطریی 40 mm او داخلی قطریی 37 mm دی په نظر کی ونیسی. که چیری دا پایپ په یوه پای کی کلک ټینګ شوی وی او دری تورکه ورباندی پلي شي، مطلق اعظمی شیر سترس په پایپ کی پیدا کړي.



س 5-4

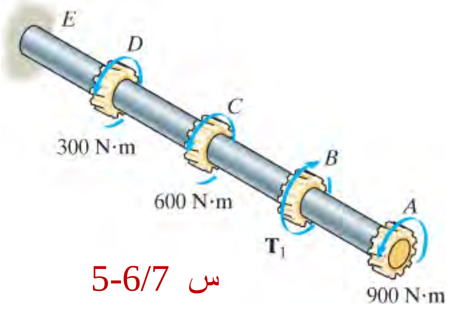
س5-5. دا لاندی د میسو پایپ چې بهرنی قطریی 2.5 in او داخلی قطریی 2.30 in دی په نظر کی ونیسی. که چیری دا پایپ په یوه پای کی د دیوال سره کلک ټینګ شوی وی او دری تورکه ورباندی پلي شي، اعظمی شیر سترس د A او B ټکیو کی پیدا کړي. دا ټکی په بیروني سطحه د پایپ موقعیت لري. د شیر سترس په حجمی ټوټه د A او B په برخه کی رسم کړی.



س 5-5

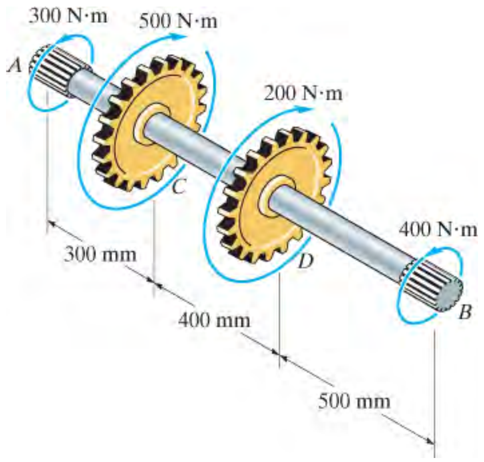
س 5-6. د المونیم جامد شامت 50 mm قطر لري او د منلو وړ شییر سترس یي $t_{allow} = 60$ Mpa دي. اعظمی تورک T_1 چې برسیره په هغه پلیوشویو تورکو کیدی شی په دی شافت پلي شي پیدا کړي. داسی انګیرل شوی چې T_1 په بنودلشوی جهت عمل کوی. همدارنګه اعظمی شیر سترس چې د CD او DE په ساحو کی عمل کوی پیداکړی.

س 5-7. د المونیم جامد شامت 50 mm قطر لري. مطلق اعظمی شیر سترس په دی شافت کی معلوم او په شعاع ددی شافت شیر سترس په هغه برخه کی چې اعظمی دی رسم کړي. دلته T_1 = 2000 N.m. دی .



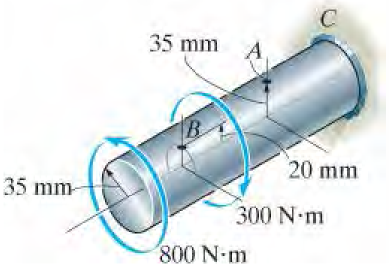
س 5-6/7

س *5-8. دا لاندی جامد شافت 30-mm قطر لري او ښودل شوی تورکونه چې په ګیرو عمل کوی لیږدوي. مطلق اعظمی شییر سترس په شافت کی معلوم کړي.



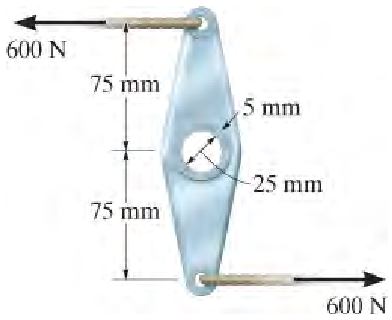
س 5-8

س 5-9. دا لاندی جامد شافت په پاي C کی کلک تړل شوي او ښودل شوي تورک وربانډی پلی شوي. اعظمی شیر سترس په ټکی A او B چی په سطحه د شافت موقعیت لری پیدا کړي. او شییر سترس په حجمی توټو په دی ټکیو کی و ښايي.



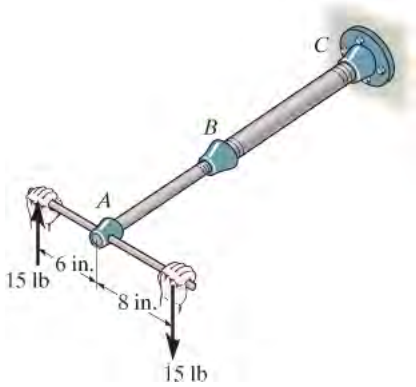
س 5-9

س 5-10. دا لاندی لینک (link) د یوی کوچنی الوتکی ایلیوتر (elevator) کنترول یو جز دی. که چیري د المونیم تړل شوی تیوب داخلی قطر 25 mm او د دیوال ضخامت يي 5 mm ولري، اعظمی شیر سترس په تیوب کی، کله چی یو قوه 600 N په کیبل عمل کړي پیدا کړي. همدارنګه د شیر سترس ویش په غوځه رسم کړی.



س 5-10

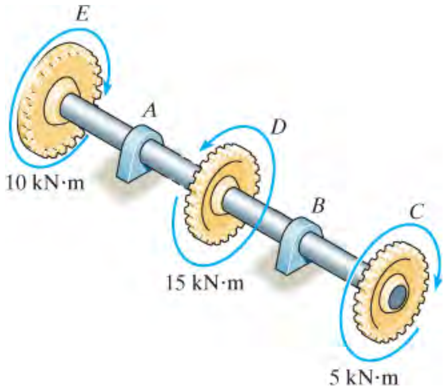
س 5-11. دا لاندی اسامبلی دوي برخی د ګلونایزد (galvanized) فولادی پایپونه د یو بل سره د کمونکی کپلینګ (coupling) په واسطه په B کی ترل شوي دی. د وړوکی پایپ بیروني قطر 0.75 in دي او داخلی قطر يي 0.68 انچه دی. د لوی پایپ بیرونی قطر 1 in او داخلی قطر یی 0.86 in دی. که چیری پایپ په دیوال C کی کلک ترل شوي وی. اعظمي شیر سترس په هره برخه د پایپ کی معلوم کړی کله چی د رینچ په ذریعه یو بیروني کپل عمل وکړي.



س 5-11

س 5-12* په لاندی انځور کی بنودل شافت بیرونی قطر 100 mm او داخلی قطر 80 mm لری. که چیری دری بنودل شوي تورک عمل وکړي مطلق اعظمی شییر سترس په شافت کی معلوم کړي . اواره یا نرم بیرینګ A او B کی د تورک توانايي نلري.

س 5-13. په لاندی انځور کی د بنودل شافت بیرونی قطر 100 mm او داخلی قطر 80 mm دی. که چیری دری بنودل شوي تورکونه پری عمل وکړي د شییر سترس ویش د شعاع په اوږدوالی د CD برخی د شافت په غوڅه کی رسم کړي. . اواره بیرینګ A او B د تورک مقاومت توانايي نلري.



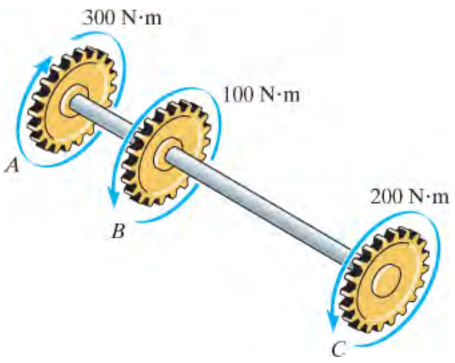
س 5-12/13

س 5-14 یو فولادی تیوب بهرنی قطر 2.5 in لری او 9 hp لیږدوی کله چې 27 rev/min دور خوری. د اخلی قطر د تیوب d تر 1/8 in نیږدی حد پوری معلوم کړي. منل شوی شییر سترس t_{allow} = 10 ksi دی.

س 5-14

س 5-15 په دی لاندی ګیرونو په انځور کی ښودل شوی تورکونه پلی شوی، اعظمی شییر سترس د *AB* او *BC* برخو کی د A-36 فولادو د پاره پیدا کړي. د شافټ قطر 40 mm دی.

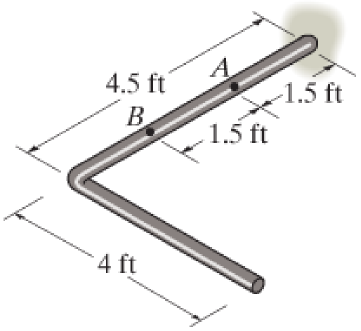
س 5-16 په دی لاندی ګیرونو په انځور کی ښودل شوی تورکونه پلی شوی، اړین قطر د فولادی A-36 شافټ لپاره، یوه ملی متر ته نیږدی پیداکړی. منل شوی شیر سترس t_{allow} = 60 Mpa دی.



س 5-15/16

س 5-17 د لاندی راډ قطر 1 in (یو انچ) او دروند والی یي 10 lb/ft دی. د تورژن اعظمی سترس په ټکی *A* د راډ کی د خپل دروندوالی له امله معلوم کړي.

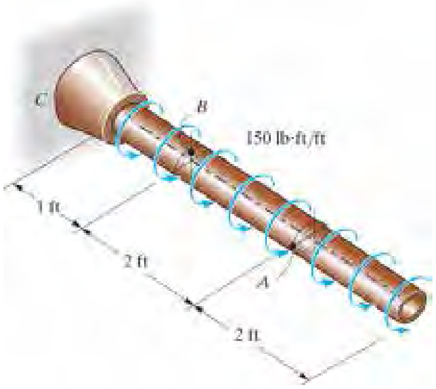
س 5-18 د لاندی راډ قطر 1 in (یو انچ) او دروندوالی یی 15 lb/ft دی. د تورژن اعظمی سترس د *B* په برخه د راډ کی د خپل دروندوالی له امله معلوم کړي.



س 5-17/18

س 5-19 د لاندی میسو پایپ بهرنی قطر 3 in او داخلی قطر يي 2.5 in دي. دا پايپ په ټکی C کی په ديوال کلک ترل شوي . او مساويانه ويشل شوی تورک څنګه چې په انځور کی ښودل شوی وربادی پلی شوي. په ټکيو A او B کی شيير سترس معلوم کړي. دا ټکی په بيرونی سطح د پايپ موقعيت لري. شير سترس په حجمی ټوټو د A او B په ټکيو کی و ښايي.

س 5-20 د لاندی میسو پایپ بهرنی قطر 3 in او داخلی قطر يي 2.5 in دي. دا پايپ په ټکی C کی په ديوال کلک ترل شوي . او مساويانه ويشل شوی تورک څنګه چې په انځور کی ښودل شوی په اوږدوالي د راډ پلی شوي. مطلق اعظمی شير سترس په پايپ کی معلوم کړي. د خپلي پايلی د صحت په هکله معلومات ورکړي.

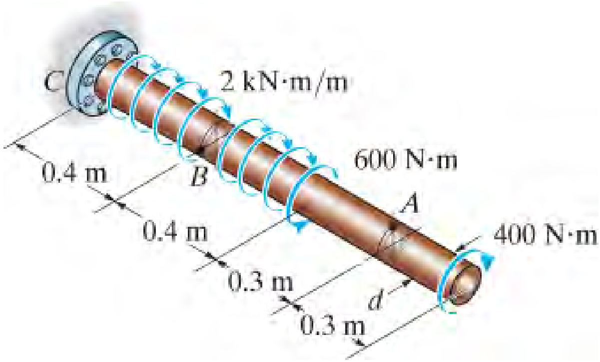


س 5-19/20

س 5-21 دا لاندی 60-mm جامد شافت ويشل شوی او ثابت تاويدونکی بار څنګه چې په انځور کی ښودل شوي وربادی پلي شوي. شيير سترس په ټکيو A او B کی معلوم کړي، او شير سترس په حجمی ټوټو په دی ټکيو کی رسم کړي.

س 5-22 دا لاندی 60-mm جامد شافت ويشل شوی او ثابت تاويدونکی بار څنګه چې په انځور کی ښودل شوي وربادی پلي شوي. مطلق اعظمی او لږ تر لږ شيير سترس د پايپ په سطحه معلوم کړي، او ځا يونه يی له ټکی C وښايي.

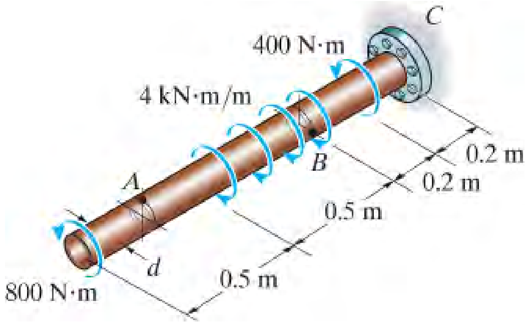
س 5-23 په دی لاندی جامد شافت ویشل شوی او ثابت تاویدونکی بار څنګه چی په انځور کی ښودل شوي ورباندی پلي شوي. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 1.6 Mpa اړین قطر d د شافت معلوم کړي.



س 5-21/22/23

س *5-24 دا لاندی 60-mm جامد شافت ویشل شوی او ثابت تاویدونکی بار څنګه چی په انځور کی ښودل شوي ورباندی پلي شوي. مطلق اعظمی او لږ تر لږ شییر سترس د پایپ په سطحه معلوم کړي، او ځای يي له ازاد (خوشی) پایه وښايي.

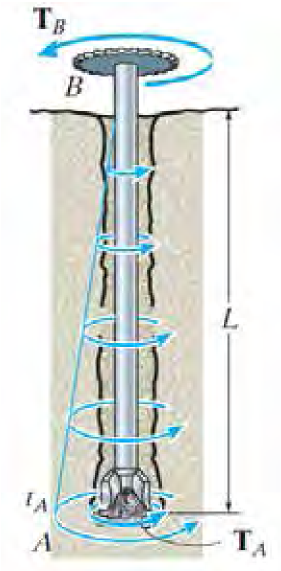
س 5-25 په دی لاندی جامد شافت ویشل شوی او ثابت تاویدونکی بار څنګه چی په انځور کی ښودل شوي ورباندی پلي شوي. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 60 Mpa وی اړین قطر d د شافت معلوم کړي.



س 5-24/25

س 5-26 یوه برمه په ثابت دورانی سرعت سره څاه کیندی، د برمی پایپ لاندینی پای د تورژن مقاومت T_A سره مخ کیږي . همدارنګه، د پایپ په اوږدو کي د خاوری اصتحکاکی تورک په و یشل شوی توګه د پایپ په اوږدو کی جوړیږی ، او ددی خطی ویشل شوی تورک ارزښت په سطح B کی صفر او په پای A د پایپ کی t_A دی. لږ تر لږه تورک T_B د برمی د ډرایو

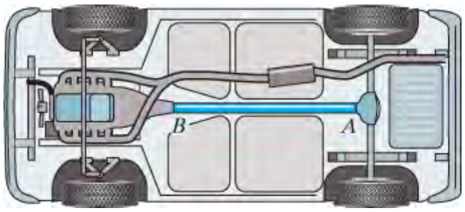
پیداکړی تر څو له مقاومتی تورکونو ډیر شي، او هم اعظمی شییر سترس په پایپ کی پیدا کړي. د پایپ بهرنی شعاع r_o او داخلي شعاع يي r_i دی.



س 5-26

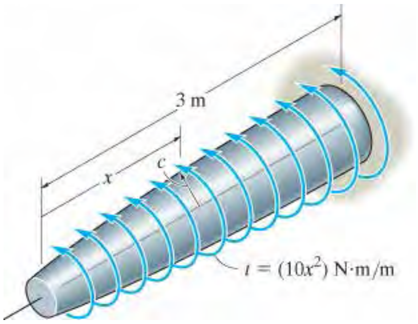
س 5-27 د موټر چلولو شافټ AB له فولادو څخه جوړ شوی چی د منلو وړ شییر سترس t_{allow} =8 ksi دی. بهرنی قطر د شافټ 2.5 انچه دی او انجن کله چی 1140 rev/min دورانی سرعت ګرزی شافت ته 200 hp توان لیږدوی، د شافټ دیوال لږترلږه اړین ضخامت مشخص کړئ .

س *5-28 د موټر چلولو ډرایو شافت دنازګ-تیوب په شکل ډیزاین کیږي. کله چی شافت 1000 rev/min دورانی سرعت ګرزی، انجن 150 hp توانايي لیږدوی . که د شافت بیرونی قطر 2.5 انچ وی لږ تر لږ ضخامت د شافت د تیوب معلوم کړي. د موادو د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 7 ksi.



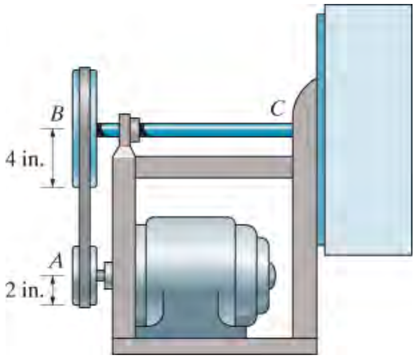
س 5-27/28

س 5-29 پہ دی لاندی شافت یو ویشل شوی تورک $t = (10x^2)$ N.m/m پہ امتداد د اوږدوالی پلی شوی. دلته د x واحد متر دی. که اعظمی سترس په شافت کی ثابت 80 Mpa وی اړین تغیر په شعاع د شافت کی پیداکړی کله چی $0 <= x <= 3$ m



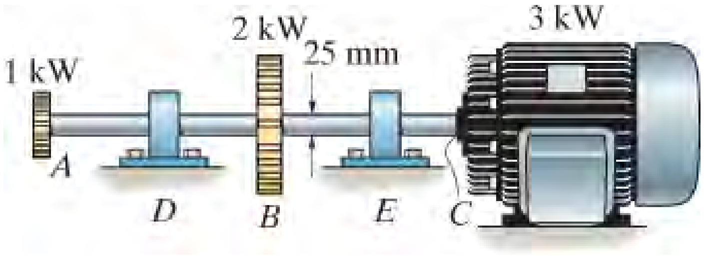
س 5-29

س 5-30 دا لاندی موټور په ثابت دورانی سرعت 1350 rpm په A کی 50 hp توان لیږدوي. د کمربند او پولی (pulley) سیستم په واسطه دا بار د یو فولادی بلور (blower) شافت BC ته لیږدول کیږي. د شافت لږ تر لږ قطر 1/8 in ته نیږدی پیدا کړي. د فولادو منل شوی شییر سترس $t_{allow} = 12$ ksi دی.



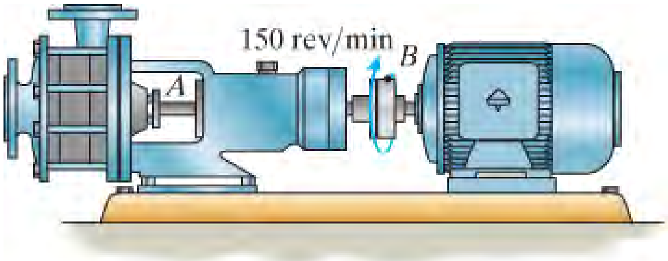
س 5-30

س 5-31 دا لاندی جامد شافت AC چی په انځور کی ښودل شوي 25 mm قطرلري او په دوو اوارو (smooth) بیرینګ په D او E کی تړل شوي. په C کی، له یوه موټور سره تړل شوی چی 50 rev/s دورانی سرعت وګرزی او 3KW توان شافت ته لیږدوي. که چیری ګیرونه په A او B کی په ترتیب سره 1kW او 2kW کم کړی، اعظمی شییر سترس د AB او BC برخو د شافت کی معلوم کړی. شافت په بیرینګ D او E اتکاوو کی په ازاده توګه تاویدي شي.



س 5-31

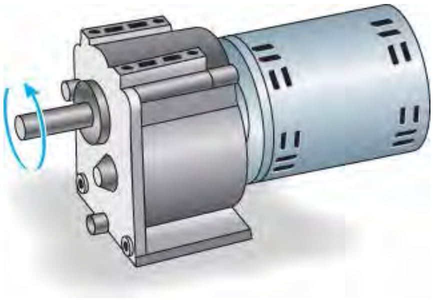
س 5-32 دا لاندی پمپ د یو موټور په واسطه چې 85W پاور لري کار کړي. که چیرې ګرزیدونکی یا امپلر (impeller) په B کې 150 rev/min دورانی سرعت وګرزی اعظمی شیر سترس د ترانزمیشن (transmission) په شافت A کې چې 20 mm قطر لرې پیدا کړي.



س 5-32

س 5-33 . دا لاندی ګیر موټور کولا ی شی چې 1/8 hp جوړ کړی کله چې 300 rev/min دورانی سرعت ولری. اعظمی شییر سترس په شافټ کی معلوم کړي.

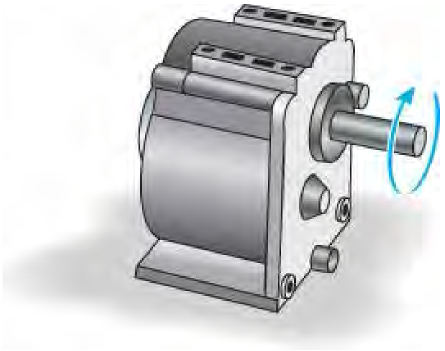
س 5-34 . دا لاندی ګیر موټور کولا ی شی چې 1/10 hp جوړ ګړی کله چې 80 rev/min دورانی سرعت ولری. که چیرې منل شوي شییر سترس د شافت t_{allow} =4 ksi وی، د شافت لږ تر لږ قطر 1/8 in ته نیږدی معلوم کړي.



س 5-33/34

س 5-35 . دا لاندی ګیر موټور کولا ی شی چی 1/4 hp جوړ کړی کله چی 600 rev/min دوراني سرعت ولری. که چیری د شافت قطر ½ in وی اعظمی شییر سترس په شافت کی پیدا کړي.

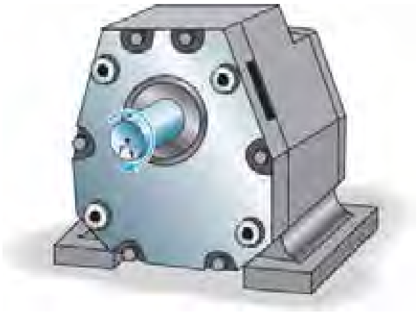
س 5-36*. دا لاندی ګیر موټور کولا ی شی چی 2 hp جوړ کړی کله چی 150 rev/min دوراني سرعت ولری. که چیری منل شوي شییر سترس د شافت t_{allow} =8 ksi وی، د شافت لږ تر لږ قطر 1/8 in پوری نیږدی معلوم کړي.



س 5-35/36

س 5-37 . یو 6-hp کم کیدونکی (reducer) موټور کولای شی چی په 1200 rev/min دوراني سرعت وګرزی. که چیری منل شوي شییر سترس د شافت t_{allow} =6 ksi وی، د شافت لږ تر لږ قطر 1/16 in پوری نیږدی معلوم کړي.

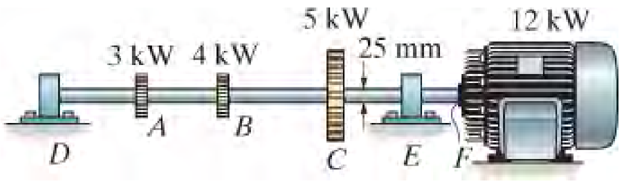
س 5-38 . یو 6-hp کم کیدونکی (reducer) موټور کولای شی چی په 1200 rev/min دوراني سرعت وګرزی. که چیری د شافت قطر 5/8 in وی اعظمی شییر سترس په شافت کی پیدا کړي.



س 5-37/38

س 5-39 . دا لاندی جامد شافت DF چې په انځور کی ښودل شوي 25 mm قطرلري او په دوو اوارو (smooth) بیرینګ په D او E کی تکیه شوي. په F کی، له یوه موټور سره تړلی چی 50 rev/s دورانی سرعت لری، او 12 kW توان شافت ته لیږدوي. که چیری ګیرونه په A ، B او C کی په ترتیب سره 3kW او 4kW او 5 kW لرې کړی، اعظمی شییر سترس په شافت په CF او BC برخو کی معلوم کړی. شافت د D او E بیرینګ اتکاوو کی په ازاده توګه تاویدي شي.

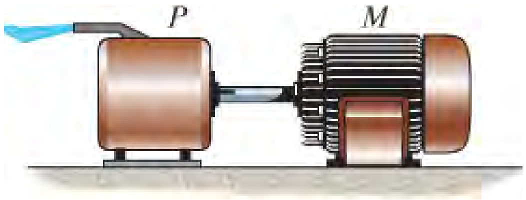
س 5-40* . دا لاندی جامد شافت DF چې په انځور کی ښودل شوي 25 mm قطرلري او په دوو اوارو (smooth) بیرینګ په D او E کی تکیه شوي. په F کی، له یوه موټور سره تړلی چی 50 rev/s دورانی سرعت لری، او 12 kW توان شافت ته لیږدوي. که چیری په A ، B او C کی ګیرونه په ترتیب سره 3kW او 4kW او 5 kW توان کم کړی، مطلق اعظمی شییر سترس په شافت کی معلوم کړی.



س 5-39/40

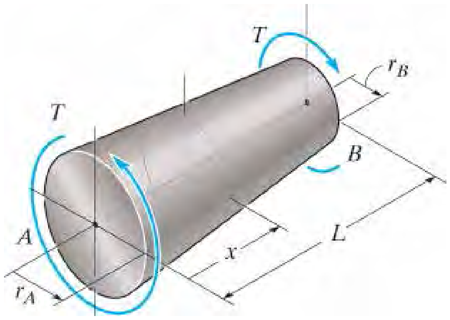
س 5-41 . د A-36 فولادو تیوبي (tubular) شکل شافت 2 m اوږد او 50 mm بیرونی قطر لري. او له موټور M کله چې په 40 rad/s دورانی سرعت ګرزی پمپ P ته 25 kW طاقت لیږدوي. د تیوب لږ تر لږ ضخامت پیدا کړي، کله چې د منلو وړ شییر سترس t_{allow} =80 Mpa وی.

س 5-42 . د A-36 فولادو تیوبي (tubular) شکل شافت 2 m اوږد او 60 mm بیرونی قطر لري. اړین ده چې 60 kW توانایي (پاور) له موټور M پمپ P ته ولیږدوي. لږ تر لږ دوراني (angular) سرعت د شافت معلوم کړي. د منلو وړ شییر سترس t_{allow} =80 Mpa دی.



س 5-41/42

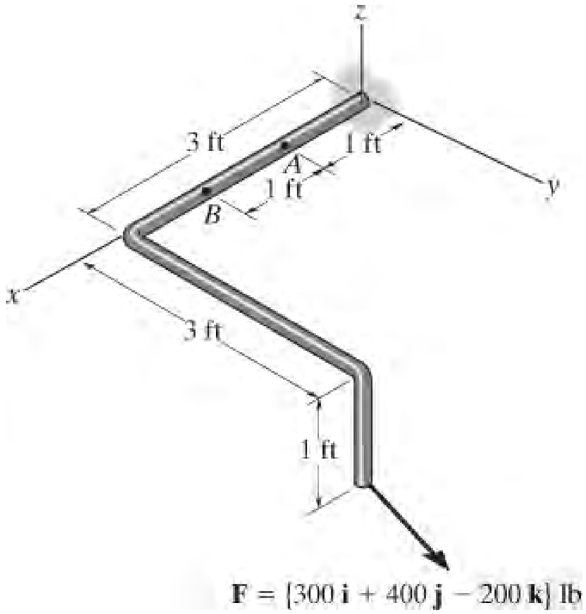
س 5-43 . جامد شافت مخروطي شکل لري او په خطي توګه تغير کوي چې r_A په يو پای کې او r_B په بل پای کې شعاعوي دي. داسې معادله جوړه کړي چې اعظمي شيير سترس په شافت کې د x په فاصله د شافت د محور په اوږدوکی درکوي.



س 5-43

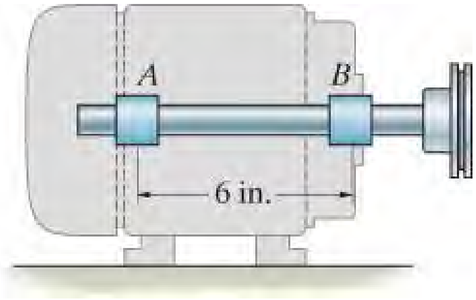
س *5-44 . په انځور کې ښودل شوی لاندې راډ يو انچ (1 in) قطر لري او ښودل شوی بهرنی بار ورباندې پلی شوی. د A برخې په غوټه د راډ کې تاويدونکی (torsional) سترس پيدا کړي.

س 5-45 . په انځور کې ښودل شوی لاندې راډ يو انچ (1 in) قطر لري او ښودل شوی بهرنی بار ورباندې پلی شوی. د B برخې په غوټه د راډ کې تاويدونکی (torsional) سترس پيدا کړي.



س 5-44/45

س 5-46 . يو موټور 500 hp توان يو تيوبی شافت ته ليږدوی. ددی شافت بيرونی قطر 2 in دی. که چيری په 200 rad/s دورانی سرعت ولری د شافټ داخلی قطر 1/8 in ته نيږدی معلوم کړي. د موادو منل شوی سترس $t_{allow} = 25$ ksi دي.



س 5-46

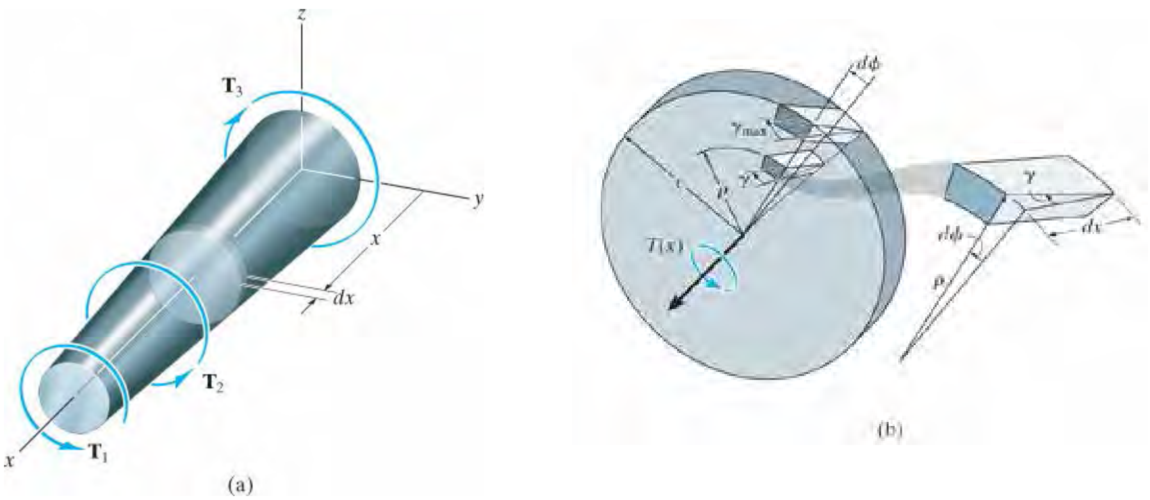
5.4 د تاويدنې زاويه (ANGLE OF TWIST)

پدې برخه کې به موږ د تاو زاويې (angle of twist) د معلومولو لپاره په يوه يو فارمول بحث وکړو. د تاو زاويه په f (phi فی) ښودل کيږي او دا زاويه د شافت يو پايي تاو نسبت د هغې بل پای ته ښايي. د دې پرمختګ عمومي کولو لپاره، موږ به فرض کړو چې شافټ يوه ګردي غوڅه برخه لري او په تدريجي ډول د هغې اوږدوالی سره توپير پيدا کوي، انځور 5-12a ووينئ . همدارنګه، داسې انګيرل کيږي کله چې تورک پلي کيږي مواد متجانس او خطي ايلستيک ډول چلند لري . لکه څنګه چې د محوري بار شوی راډ په حالت کې، موږ به د ځايی د شکل تغيرځخه، په هغه ټکی کی چې تورک عمل کوی، او يا غوڅه برخه په ناڅاپي ډول بدليږي، سترګی پټی کړو. د سينټ وينانټ اصول له مخی، دا اغيزې د شافت اوږدوالی په کوچنيو سيمو کې واقع کيږي، او عموما دوی په وروستی پايله کې لږ اغيزه لری.

په اوږده شافتونو کی کله چې تورژن وربانډی پلي شي د ليدنی وړتاو واضح ليدل کيږي.

د برخو طريقوپه کارولو سره ، يو وړوکی ډيسک چې ضخامت يې dx او په موقعيت x کې واقع دی، له شافټ څخه جلا شوی، انځور 5-12 b ووينئ. په دې ځای کې داخلي تورک $T(x)$ شتون لري، ځکه چې بهرنی بار ممکن د شافټ په اوږدو کې د بدلون لامل شي. د $T(x)$ له امله، ډيسک تاو مومي، داسې چې نسبي تاو د يو مخ نسبت بل مخ په اړه df دي. د پايلې په توګه د موادو يو ټوټه د ډيسک دننه چې په يوه فرض شوی برخه کی چې په شعاع r کې موقعيت لري د شيير سترين ارزښت به g وی. د g او df ارزښتونه په Eq. 5-1 معادلہ سره تړاو لري، يعنی :

$$d\phi = \gamma \frac{dx}{\rho} \qquad (5\text{–}13)$$



انځور 5-12

د هوک قانون په اساس $g = t/G$، او شییر سترس د پلی شوی تورک (تاو مؤمنت) له مخی د تورژن فورمول په واسط داسی څرګند کیدی شي $t = T(x)r/J(x)$ او بیا لیکلی شو $g = T(x)r/J(x)G(x)$. دا په معادله 5-13 کي ځای په ځای کوو، د ډیسک د تاو زاویه عبارت کیږي له:

کله چی د خاوری برمی ماشین سترس او د تاو زاویه دواړه محاسبه شی، اړین ده چی توپیرلرونکی د تورژن بار په اوږدوالي د برمی په پام کی و نیول شي.

$$d\phi = \frac{T(x)}{J(x)G(x)}dx$$

که انتیګرال ددی معادلی په اوږدوالي د شافت و نیسو نولیکلی شو:

$$\phi = \int_0^L \frac{T(x)\,dx}{J(x)G(x)} \qquad (5\text{–}14)$$

دلته:

f = د تاو زاویه د یوه پای د شافت نسبت بل پای ته، چی په راددیان (radians) اندازه کیږي.

$T(x)$= داخلی تاو (torque) په یو فرضی موقعیت x کی . او دا د برخه کیدو په طریقه د مؤمنت د توازن له معادلی د شافت په محور باندی په لاس راځي.

$J(x)$ = د شافت قطبی انرشیايي مؤمنت (Polar moment of inertia) دی چی د x تابع دی.

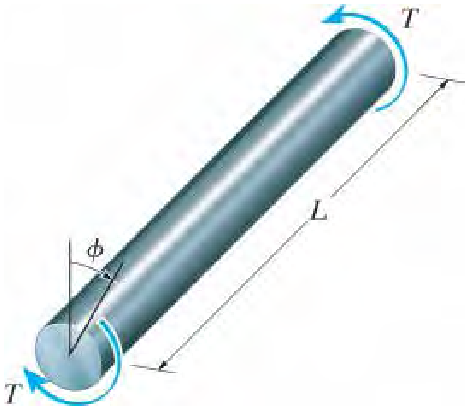
G(x) = د موادو د شییر ایلستیک ماجولس دی چی د x تابع دی .

د تاو ثابت مؤمنت او د غوڅی برخی مساحت (Constant Torque and Cross-Sectional Area):

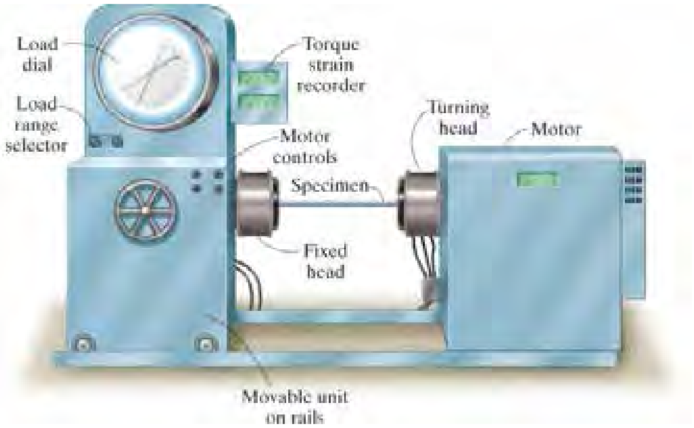
معمولا د انجینرۍ په پرکتس کی مواد متجانس وي نو G ثابت وي. او هم، د غوڅی برخي ساحه او بهرنۍ تورک د شافټ په اوږدوالی کی ثابت وی، لکه څنګه چی په انځور 13-5 کی ښودل شوی.
کله چې دا حالت وي، داخلي تورک $T(x) = T$، او قطبي انرشیايي مؤمنت $J(x) = J$ اوکله چی د Eq. 5-14 معادلي نتګرال ونیسو نو پایله یی داسی لیکلی شو:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \qquad (5\text{–}15)$$

د پورتنیو دوو معادلو ترمنځ ورته والی کتلی شی او د یوه محوري بار شوی میلی سره د فورمولو ورته والی د پام وړ دی.

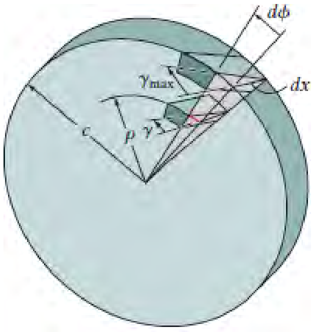


انځور 13-5



انځور 5-14

معادله 5-15 اکثرا د موادو د شییر ایلستیک ماجولس G، معلومولو لپاره کارول کیږي. د دی کار لپاره یوه نمونه چې پیژندل شوي اوږدوالی او معلوم قطر ولری په تورژن ماشین کی کیښودل کیږي. د ازمویني یو ماشین په انځور 5-14 کې ښودل شوی. تطبیق شوی تورک T او د تاو زاویه f بیا د L په اوږدوالي اندازه کیږي. له معادلی 5-15 څخه موږ $G = TL/Jf$ ترلاسه کوو. د ډیر باوري G ارزښت لپاره، ډیری ازمویني ترسره کیږي او اوسط ارزښت ټاکل کیږي .



شیر سترین په غوڅه برخه په خطي توګه

د r سره زیاتوالي مومي لکه

$$\gamma = (\rho/c)\gamma_{max}.$$

د انځور 5-12 تکرار

ګڼ شمیر تورکونه (Multiple Torques)

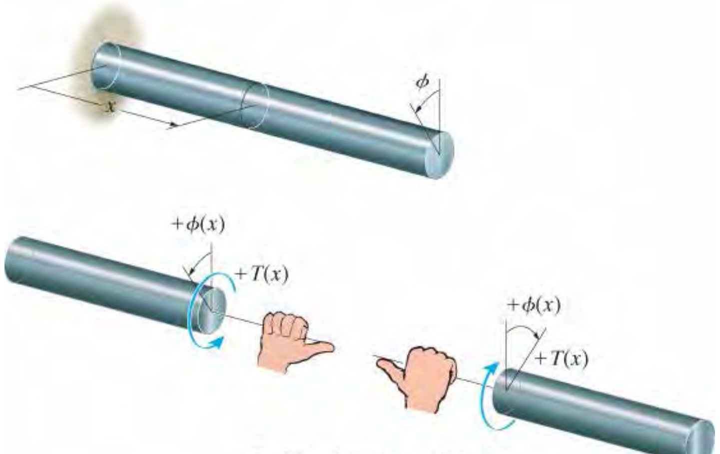
که په شافټ څو مختلف تورکونو عمل وکړی، یا د غوڅی برخی ساحه، یا د شییر ماجولس په ناڅاپي ډول د شافټ له یوې سیمې څخه بلې ته بدلیږي ، لکه څنګه چې په انځور 5-12 کې ښودل شوی، بیا 5-15 معادله د شافټ د هرې برخې سره چیرې چې دا مقدارونه ټول ثابت وی تطبیق کیږی.

د شافټ د یوه پای د تاو زاویه نسبت بل پای ته له الجبری جمعه کولو د تاو د زاویو د هرې برخې
ځخه لاس ته راځی. د دې قضیې لپاره، موږ لیکلی شو:

$$\phi = \sum \frac{TL}{JG} \qquad (5\text{–}16)$$

د علامې یا نښانی کانونشن (Sign Convention)

د دې لپاره چې له دې معادلو د داخلی تورک او تاو زاویې د شافت یوه پای نسبت بل پای ته کار واخلو غوره لاره داده چې د دواړو لپاره د نښاني کانونشن وکارول شي. موږ به د ښي لاس قاعده پلي کړو، په کوم کې چې تورک او زاویه به ***مثبت*** وي، په دې شرط چې ***غټه ګوته*** د شافټ ځخه ***بهرلور ته*** جهت ونیسی پداسې حال کې چې نوری ګوتې د لاس د تورک په جهت تر شافت راتاو شي، انځور 15-5 ووینی:



Positive sign convention
for T and ϕ.

انځور 15-5

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- کله چې له معادلی 14-5 د تاو زاویه پیدا کولو لپاره کار اخلی ، دا اړین ده چې تورک د شافت د موادو د ییلډ (yield) سبب نه شي. او مواد باید متجانس او خطی ایلستیک چلند ولري.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د شافت او یا تیوب د ***تاو زاویه*** د یوه پای نسبت بل پاي ته پیدا کولو لپاره دا لاندې کړنلاره باید وکارول شي.

داخلی تورک (Internal Torque)

- د اخلی تورک د شافټ په محور په یوه نقطه کې داسی موندل کیږي چی د برخو میتود په کارولو سره د مؤمنت د توازن معادلی ، د شافټ په محور باندی تطبیق کړي.
- که چیرې تورک د شافټ په اوږدوالی کې توپیر ولري، یوه برخه د شافت د x په موقَعیت کی جداکړی، داخلی تورک هلته دx تابع دی، یعنی د ***T(x)*** په توګه ښودل کیږی.
- که څو پرله پسي خارجي تورکونه د شافټ د دواړو پایلو په منځ کې عمل کړي وی، د شافټ په هره برخه کې داخلي تورک، د هر دوو خارجي تورکونو ترمنځ باید پیدا شی.

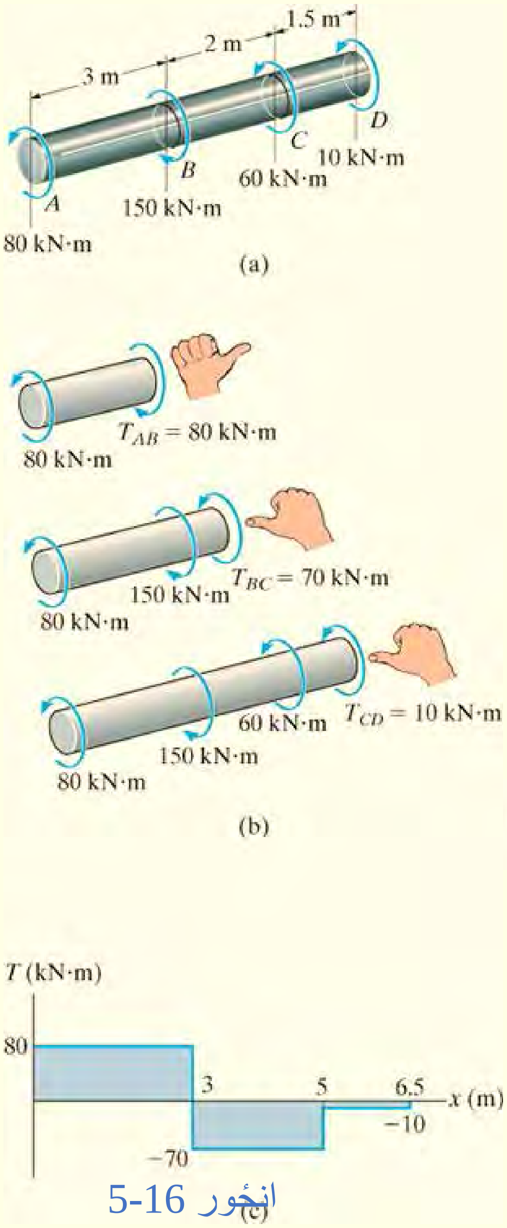
د تاویدنې زاویه (Angle of Twist)

- کله چې د شافټ ګردی غوڅی برخی ساحه د شافټ د محور په اوږدو توپیر ولري، قطبي انرشیايي مؤمنت (J) باید د محور په اوږدو کې د **x** موقعیت تابع وی او د ***J(x)*** په توګه څرګند شي
- که چیرې د قطبي انرشیايي مؤمنت (J) او یا داخلي تورک د شافټ د پایلونو تر منځ ناځاپی بدلون راشي، بیا ($\phi = \int (T(x)/J(x)G(x))\, dx$) یا $\phi = TL/JG$ باید په هره برخه کی چې J، G، او T دوامداره یا ثابت وي، پلي شي .
- کله چې په هره برخه کې داخلي تورک ټاکل کیږي، باید چې د شافت یا برخی لپاره یو ثابت د علامی کنوانسیون وکاروئ، لکه څنګه چې په انځور 5-15 کې ښودل شوي. او هم ډاډ ترلاسه کړئ چې د واحدونو د پاره ثابت او یو شان عددي ډیټا په معادلو کی ځای په ځای شي.

مثالونه

مثال 5.5

د A-36 فولادی شافت د پای A د تاو زاویه معلومه کړي. شافت په انځور 5-16 a کی ښودل شوي. همدارنګه د A تاو زاویه نسبت C ته پیدا کړي. د شافت قطر 200 mm دی.



انځور 5-16

بنی

10

دا

حل (SOLUTION)

داخلی تورک (Internal Torque): د برخو له طریقي کار اخلو او په هره برخه کی ***داخلی تورک*** پیدا کوو، لکه په انځور 5-16 b کی چی ښودلشوی. د لاس د قانون په اساس د مثبت تورک جهت د شافت *برخی په آخرکی بیرون طرف ته* لیدل کیږي. موږ لرو T_{AB} = +80kN.m, T_{BC} = -70 kN.m او T_{CD} = - kN.m . دا د تورک په ډایګرام کی هم ښودل شوي، او د تورک توپیر د شافت د محور په اوږدو ښکاره کوی، انځور 5-16c وګوري.

د تاویدني زاویه (Angle of Twist). قطبي انرشیايي مؤمنت د شافت عبارت دی په:

$$J = \frac{\pi}{2}(0.1\ \text{m})^4 = 0.1571\,(10^{-3})\ \text{m}^4$$

د A-36 فولادو لپاره G = 76GPa (د کتاب د اخر په جدول کی). نو پای A د شافت دا لاندی تاو لری:

$$\phi_A = \Sigma\frac{TL}{JG} = \frac{80(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (3\ \text{m})}{(0.1571(10^{-3})\ \text{m}^4)(75(10^9)\ \text{N/m}^2)}$$

$$+ \frac{-70(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (2\ \text{m})}{(0.1571(10^{-3})\ \text{m}^4)(75(10^9)\ \text{N/m}^2)} + \frac{-10(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (1.5\ \text{m})}{(0.1571(10^{-3})\ \text{m}^4)(75(10^9)\ \text{N/m}^2)}$$

$$\phi_A = 7.22(10^{-3})\ \text{rad} \qquad \textit{Ans.}$$

د پاي A د تاو زاویه نسبت C ته، تنها دوی برخی د شافټ شامليږی.

$$\phi_{A/C} = \Sigma\frac{TL}{JG} = \frac{80(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (3\ \text{m})}{(0.1571(10^{-3})\ \text{m}^4)(75(10^9)\ \text{N/m}^2)}$$

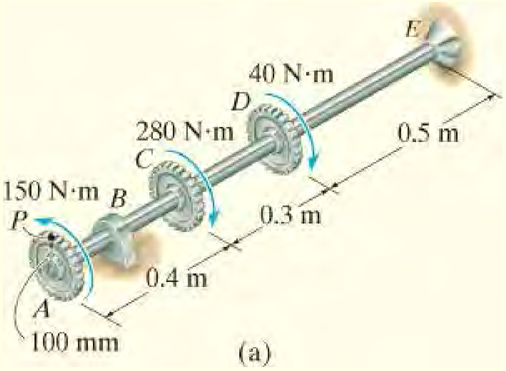
$$+ \frac{-70(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}\ (2\ \text{m})}{(0.1571(10^{-3})\ \text{m}^4)(75(10^9)\ \text{N/m}^2)}$$

$$\phi_{A/C} = 8.49(10^{-3})\ \text{rad} \qquad \textit{Ans.}$$

دواړه نتیجی مثبت دی، په دی معنی چی پای A داسی تاویږی لکه د ښی لاس تاو ګوتی چی غټه ګوته له شافت نه په لري لورلیدل کیږي.

مثال 5.6

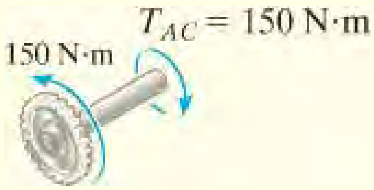
په دی لاندی شافت چی ګیرونه ورباندی وصل شوی، ښودل شوی تورک ورباندی عمل کړي. او دا شافت په دیوال کی کلک ټرل شوي. انځور 5-17a ووینی. که چیری د شافت قطر 14 mm وی، د غاښ P بیځایه کیدنه په ګیر A کی معلومه کړي. $G = 80$ Gpa



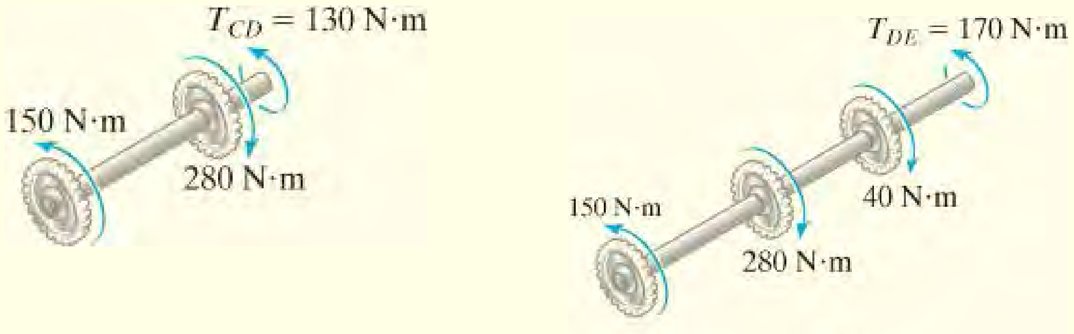
انځور 5-17

حل (SOLUTION)

داخلی تورک (Internal Torque): وینو چی تورک په AC, CD او DE برخو کی ثابت او له یو بل سره په هره برخه کی توپیر لري . آزاد ډیګرامونه ددی برخو سره له محاسبه شویوداخلی تورکو په انځور 5-17b کی ښودل شوي. په اساس د ښی لاس قانون او قبول شوی نښان د مثبت تورک له پاره چی وتلی جهت د شافت د پای په غوښه کی وی موږ لرو:



$$T_{AC} = +150\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad T_{CD} = -130\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad T_{DE} = -170\ \text{N}\cdot\text{m}$$

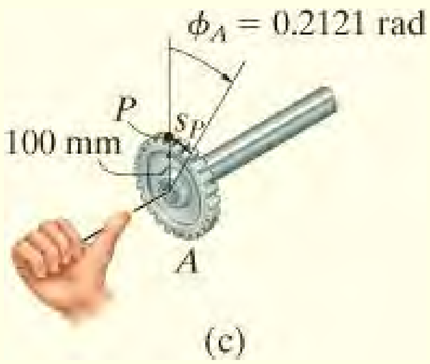


(b)

انځور 5-17

د تاو زاویه (Angle of Twist). قطبي انرشیايي مؤمنت د شافت عبارت دی په

$$J = \frac{\pi}{2}(0.007\ \text{m})^4 = 3.771\,(10^{-9})\ \text{m}^4$$



د هرى برخى له پاره له معادلى 16-5 كار اخلو اود الجبرى جمع كيدلو وروسته لرو:

انځور 17-5

$$\phi_A = \sum\frac{TL}{JG} = \frac{(+150\ \text{N}\cdot\text{m})(0.4\ \text{m})}{3.771(10^{-9})\text{m}^4\,[80(10^9)\text{N/m}^2]}$$

$$+\frac{(-130\ \text{N}\cdot\text{m})(0.3\ \text{m})}{3.771(10^{-9})\text{m}^4\,[80(10^9)\text{N/m}^2]}+\frac{(-170\ \text{N}\cdot\text{m})(0.5\ \text{m})}{3.771(10^{-9})\text{m}^4\,[80(10^9)\ \text{N/m}^2]}$$

$$\phi_A = -0.2121\ \text{rad}$$

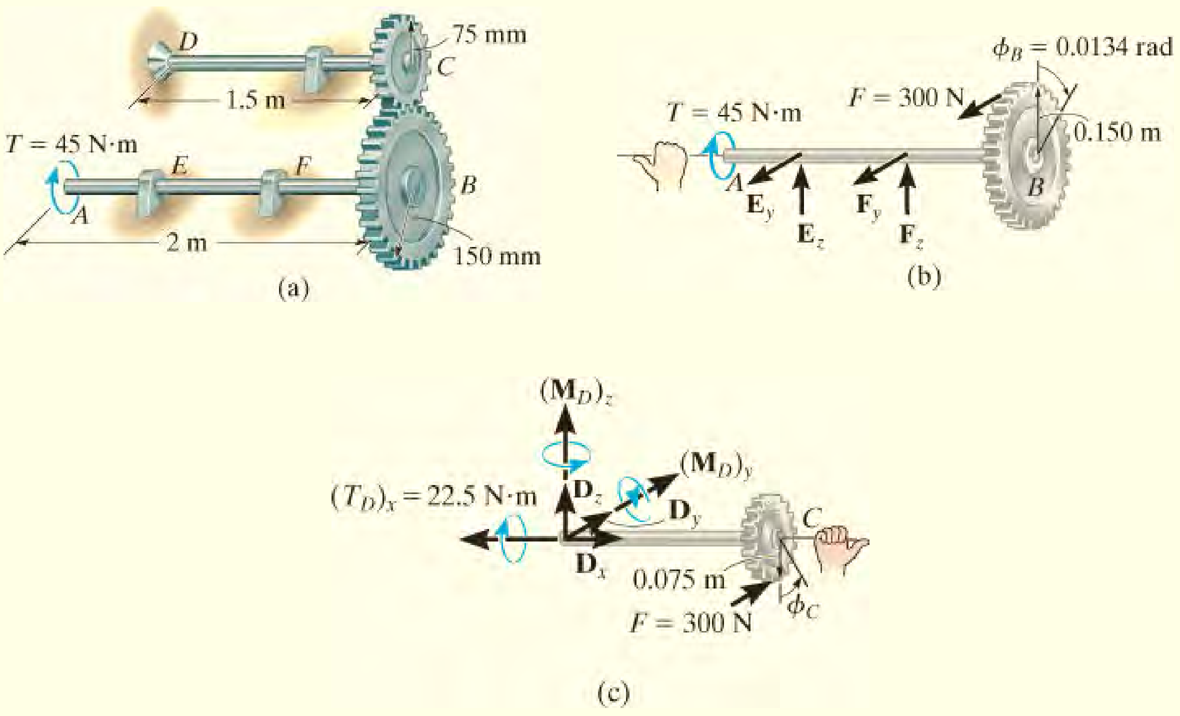
دلته وينو چى ځواب منفي راغلي، د ښى لاس قانون له مخى غته گوته د شافت د اتكا E په لور جهت لرى، پدى معنى چى گير A به په هغه جهت تاو شى كوم چى په انځور 5-17c كى ښودل شوي.

په گير A كى ، د P غاښ بيځايه كيدنه عبارت ده په:

$$s_P = \phi_A r = (0.2121\ \text{rad})(100\ \text{mm}) = 21.2\ \text{mm} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 5.7

دوه فولادی جامد شافتونه چې په انځور 5-18a کې ښودل شوی د ګیرونو رخیو په واسطه یو بل سره یو ځای شوی . کله چې یو تورک T =45 N.m ور باندی پای شي د تاو زاویه په پای د A شافت AB کې پیدا کړی. شافت DC په D کې کلک تړل شوي. د هر شافت قطر 20 mm دی. G =80 GPa



انځور 5-18

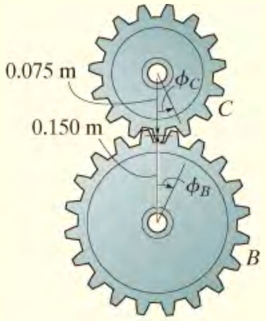
حل (SOLUTION)

داخلی تورک (Internal Torque): آزاد ډایګرام د هر شافت په انځورونو 5-18b او 5-18c کې ښودل شوي. کله چې د مؤمنت مجموعه د شافت AB په محور ونیول شی پایلی يي مماسی ریکشن په بین د ګیرونوکی F= 45 N.m/0.15 m =300N لاس ته راځی. او مجموعه د مؤمنتونو په محور د شافت DC یوه قوه جوړه وی او دا قوه بیا تورک د $(T_D)_x$ = 300 N (0.075m) = 22.5 N. m په شافت DC کې جوړه وی.

د تاو زاویه (Angle of Twist). ددی حل لپاره اول د ګیر C تاویدل د DC په شافت کې د 22.5 N.m تورک له

$$\phi_C = \frac{TL_{DC}}{JG} = \frac{(+22.5\ \text{N}\cdot\text{m})(1.5\ \text{m})}{(\pi/2)(0.010\ \text{m})^4\,[80(10^9)\text{N/m}^2]} = +0.0269\ \text{rad}$$

امله چی په انځور 5-18c کی ښودل شوی پیدا کوو. د تاو زاویه مساوی ده په:



(d)

انځور 5-18

ځرنګه چی ګیرونه د شافتونو په پای کی د یو بل په رخو کی تماس لری، د ګیر C د تاو زاویه f_C سبب دی ګیر B د تاوزاویه f_B کیږي. دا په انځور5-18d کی ووینو.

$$\phi_B(0.15\ \text{m}) = (0.0269\ \text{rad})(0.075\ \text{m})$$
$$\phi_B = 0.0134\ \text{rad}$$

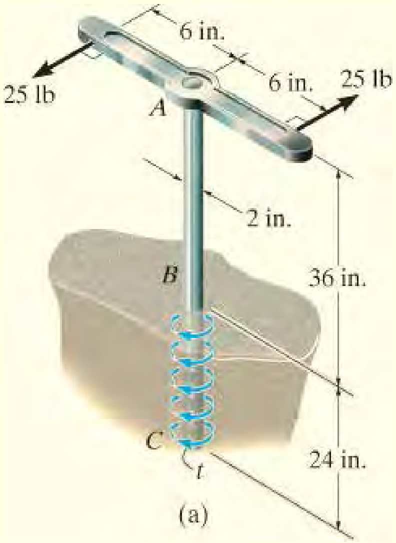
اوس به موږ د تاو زاویه د شافت AB پای A نسبت پای B ، د تورک 45 N .m له امله پیدا کړو. دا په انځور 5-18b کی ښودل شوي.

$$\phi_{A/B} = \frac{T_{AB}L_{AB}}{JG} = \frac{(+45\ \text{N}\cdot\text{m})(2\ \text{m})}{(\pi/2)(0.010\ \text{m})^4\,[80(10^9)\ \text{N/m}^2]} = +0.0716\ \text{rad}$$

کله جی د تاو زاویي f_B او $f_{A/B}$ سره جمع کړو د پای A چرخش پیدا کوو . دواړي زاویي یو شان جهت لری ، انځور 5-18b . موږ لرو

$$\phi_A = \phi_B + \phi_{A/B} = 0.0134\ \text{rad} + 0.0716\ \text{rad} = +0.0850\ \text{rad} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 5.8



د یوه 2-in جامد د کست وسپنی پایه 24 in په خاوره کی ننوتلی ده. که چیری د کلک رینچ په واسطه چی د پايي په سر کی دی تورک پلی شی، اعظمی شیرسترس په پایه او د تاو زاویه د رینچ معلوم کړي. فرض کړي چی تورک د پايي لاندی پای گرزیداته تیار کړی او خاوره یو شان تورژن مقاومت د t lb. in/in په 24 انچ اوږدوالي د پايي چی په خاوره کی ده جوړه وي. . $G =$ 80 Gpa

حل (SOLUTION)

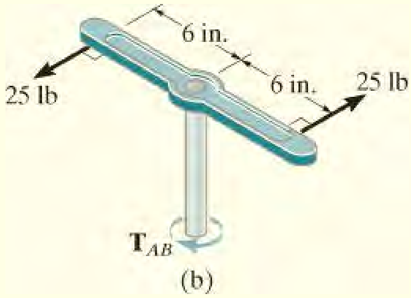
داخلی تورک (Internal Torque): داخلی تورک په برخه AB د پايي کی ثابت دی. له آزاد ډایگرام چی په انځور 5-19b کی ښودل شوي، موږ لرو

$$\Sigma M_z = 0; \qquad T_{AB} = 25 \text{ lb } (12 \text{ in.}) = 300 \text{ lb} \cdot \text{in.}$$

د مساوی ویشل شوی تورک اندازه په خښه شوی برخه BC کی دغوندِ پايي د توازن له معادلی پیدا کیږي. له انځور 5-19c داسی لیکلی شو

$$\Sigma M_z = 0 \qquad 25 \text{ lb } (12 \text{ in.}) - t(24 \text{ in.}) = 0$$

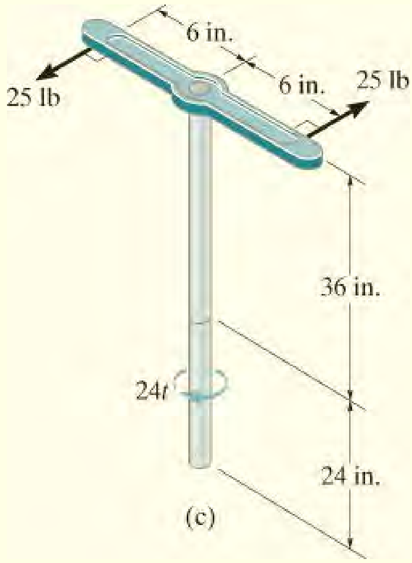
$$t = 12.5 \text{ lb} \cdot \text{in./in.}$$

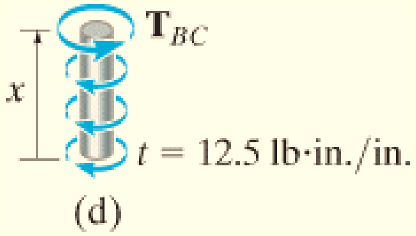


له همدی امله د پايي لاندی برخی د آزاد ډایگرام خخه په فاصله x ، انځور 5-19d داسی لیکلی شو

$$T_{BC} - 12.5x = 0$$

$$T_{BC} = 12.5x$$





انځور 5-19

اعظمی شییر سترس (Maximum Shear Stress).

اعظمی شییر سترس د AB په برخه کی دی، ځکه چی تورک دلته اعظمی دی او د J ارزښت د پايي لپاره ثابت دی. د تورژن معادلي په اساس لیکلی شو

$$\tau_{max} = \frac{T_{AB}\,c}{J} = \frac{(300\text{ lb}\cdot\text{in.})(1\text{ in.})}{(\pi/2)(1\text{ in.})^4} = 191\text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

د تاو زاویه (Angle of Twist).

د تاو زاویه په سر د پايي کی نسبت لاندی پاي ته پیدا کیدی شي، ځکه چی هغه پای کلک دی او په شروع د ځرخیدو حالت کی دی. دواړه برخی AB او BC تاو خوري او موږ دا لاندی لرو

$$\phi_A = \frac{T_{AB}L_{AB}}{JG} + \int_0^{L_{BC}} \frac{T_{BC}\,dx}{JG}$$

$$= \frac{(300\text{ lb}\cdot\text{in.})\,36\text{ in.}}{JG} + \int_0^{24\text{ in.}} \frac{12.5x\,dx}{JG}$$

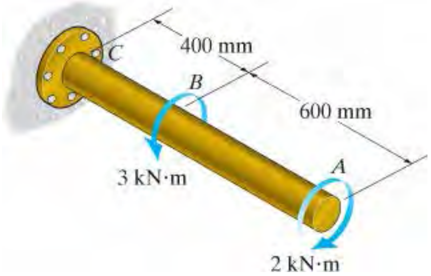
$$= \frac{10\,800\text{ lb}\cdot\text{in}^2}{JG} + \frac{12.5[(24)^2/2]\text{ lb}\cdot\text{in}^2}{JG}$$

$$= \frac{14\,400\text{ lb}\cdot\text{in}^2}{(\pi/2)(1\text{ in.})^4\,5500(10^3)\text{ lb/in}^2} = 0.00167\text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

بنسټيز سوالونه

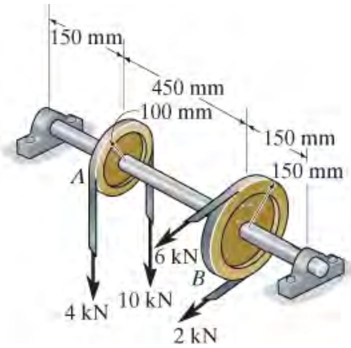
FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب 5-9. دا لاندی فولادی شافت 60 mm قطر لري او ښودل شوی تورک وربااندی پلی شوي. د پای A د تاو زاویه نسبت C ته پیدا کړي. G = 75 GPa



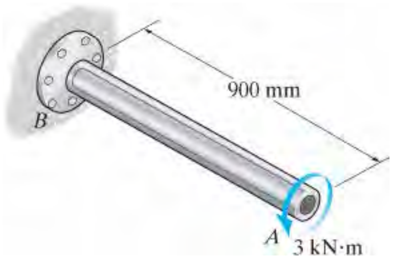
ب 5-9

ب 5-10. د څرخ(ویل) B د تاو زاویه نسبت څرخ (ویل) B ته پیدا کړي. د شافت قطر 40 mm او له فولادو جوړ شوي. G = 75 GPa



ب 5-10

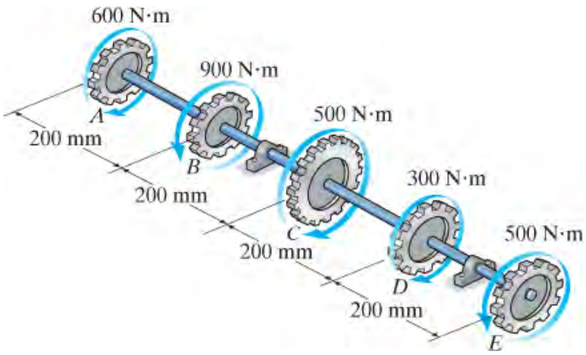
ب 5-11. دا لاندی شافت په شکل د تیوب له المونیم څخه جوړ شوی ، بهرنی شعاع یی $c_o =$ 40 mm او داخلی شعاع یي $c_i = 30$ mm ده. د پای A د تاو زاویه معلومه کړي. د B اتکا ارتجاعي لکه تاویدونکی فنر (torsional spring) غوندی ده، چې $T_B = k_B\, \phi_B$ او تاویدونکی شخي یی (torsional stiffness) $k_B = 90$ kN.m/ra ده.



ب 5-11

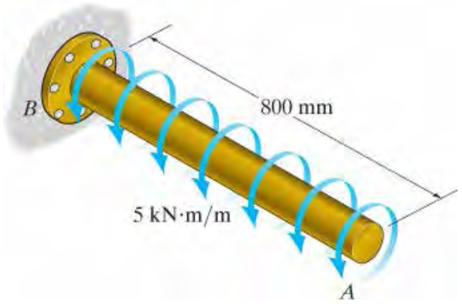
ب 5-12. په یو فولادی شافت یو لړګیرونو وصل شوی او د شافت قطر 40 mm دی. د E د ګیر د تاو زاویه نسبت ګیر *A* ته پیدا کړي.

G = 75 GPa



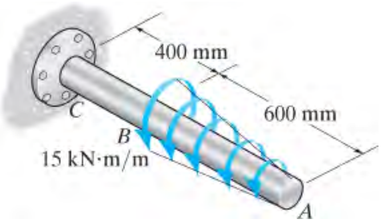
ب 5-12

ب 5-13. د 80-mm قطر شافت له فولادو جوړ شوي. که مساوی ویشل شوی تورک وربانډی پلی شي، د تاو زاویه د پای *A* پیدا کړي. G = 75 GPa دی



ب 5-13

ب 5-14. د 80-mm قطر شافت له فولادو جوړ شوي. که چیری مثلثي ویشل شوی بار وربانډی پلی شي، د تاو زاویه د پای *A* پیدا کړي. G = 75 GPa دی.



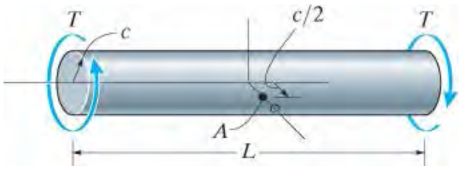
ب 5-14

سوالونه

PROBLEMS

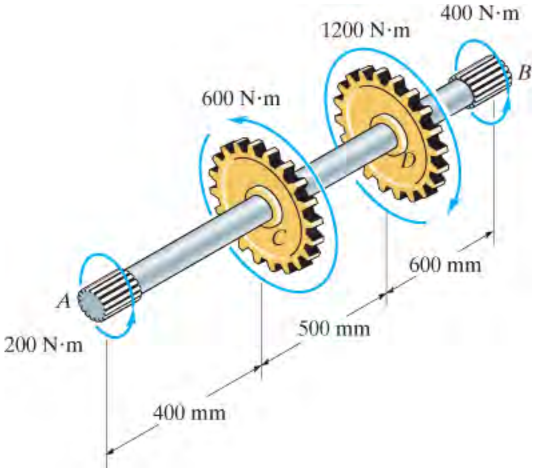
س 5-47. د کښتۍ پروپيلر (propellers) د A-36 فولادو شافت سره وصل دي چې 60 متره اوږدوالى لري او بهرنى قطر يي 340 mm او داخلي قطر يي 260 mm دي. كه د بريښنا توليد 4.5 ميګاواټه وي كله چې شافټ په 20 rad/s دوراني سرعت ګرځي، نو په شافت كي اعظمي تاويدونكى سترس (torsional stress) او د هغې د تاو زاويه معلومه كړئ.

س *5-48. يو جامد يا كلك شافټ چې شعاع يي c ده په دواړو پايلو كى تورک T وربانده عمل كوى. وښاياست چې په شافټ كې اعظمي شيير سترين $g_{max} = Tc/JG$. دى. په يوه ټوټه چې د A په ټكى كې چى د شافت له مركزڅخه $c/2$ موقعيت لرى، د شيير سترين څه شى دى؟. د شير سترين تحريف ددى ټوټې سكيچ (رسم) كړي.



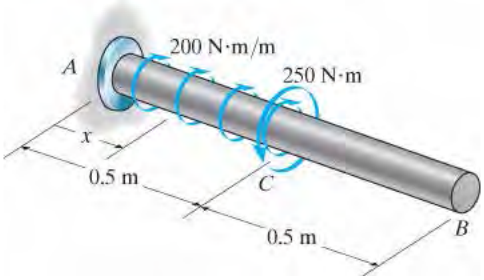
س 5-48

س 5-49. په يوه A992 فولادى شافت چې دواړه پايلى يى سپلانيد (splined) او ګيرونه وربانده وصل دى ښودلشوى توركونه پلى شويدى. د پاى B د تاو زاويه نسبت پاى A ته پيدا كړي. د شافت قطر 40 mm دى.



س 5-49

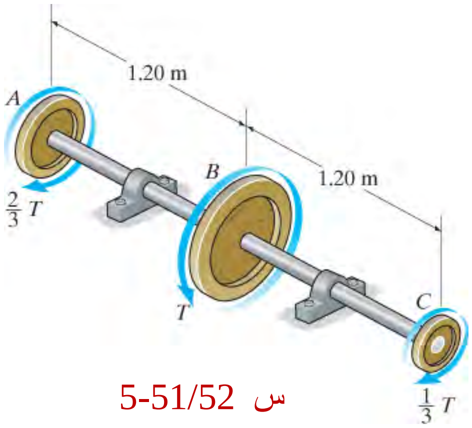
س 5-50. د A-36 فولاد و شافت چې 50 mm قطر لري يويشلشوی او تمرکزی بار ورباندی پلی شوي. مطلق اعظمی شير سترس په شافت کی پيدا کړي او د تاو زاويه د شافت په راډيان د x د فاصلی په مقابل کی رسم کړي.



س 5-50

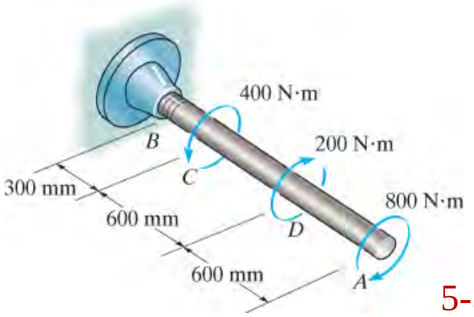
س 5-51. دا لاندی شافت چې 60-mm قطر لری له المونيم 6061-T6 جوړ شوی. د منلو وړ شيير سترس t_{allow} = 80 Mpa دی اوس د منلو وړ اعظمی تورک T پکی معلوم کړي. او هم د تاو زاويه د ډيسک A نسبت ډيسک C ته پيدا کړي.

س *5-52. دا لاندی شافت 60-mm قطر لری او له المونيم 6061-T6 جوړ شوی. که چيری د منلو وړ شيير سترس t_{allow} = 80 Mpa وی، د تاو زاويه د ډيسک A نسبت ډيسک C ته محدوده شوی چی تر 0.06 rad ډيره نشي، د منلو وړ اعظمی تورک T معلوم کړي.



س 5-51/52

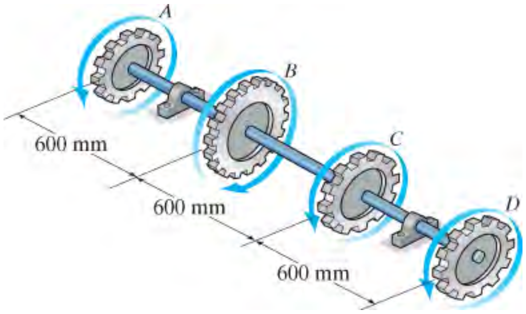
س 5-53. د A992 فولادو جوړ شوی شافت 50-mm قطر لري او ښودل شوی تورک پری پلی شوي. د پای A د تاو زاويه وټاکي.



س 5-53

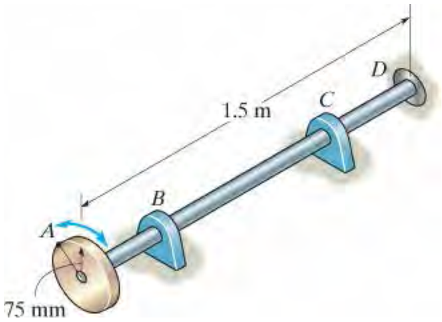
س **5-54.** شافټ د A992 فولادو څخه جوړ شوی چې د منلو وړ شییر سترس t_{allow} =75 MPa دی. که چیرې ګیر B د 15 کیلو واټه توانايي چمتو کړي، پداسې حال کې چې ګیر A ، C او D په ترتیب سره 6 kW ، 4 kW او 5kW خوری(مصرفوی). د اړتیا وړ لږ تر لږه قطر د شافت نږدې ملی متر ته وټاکئ . همدارنګه، د ګیر A د تاو زاویه نسبت ګیر D ته ومومئ . شافټ په 600 rpm کې ګرځي.

س **5-55.** ګیر B چه په دی لاندی انځور کی ښودل شوي 15 kW توانايي چمتو کوي، پداسې حال کې چې ګیر A, C او D په ترتیب سره 6 kW، 4 kW او 5 kW خوری . که شافټ له فولادو څخه جوړ شوی وی چې د منلو وړ شییر سترس يي t_{allow} = 75 MPa ، او د هر دوو ګیرونو تر منځ د تاو زاویه نشي کولی د 0.05 rad څخه ډیره وي، د شافټ اړین لږترلږه قطر تر نږدې ملی متره پورې مشخص کړئ . شافټ په 600 rpm کې ګرزی.



س 5-54/55

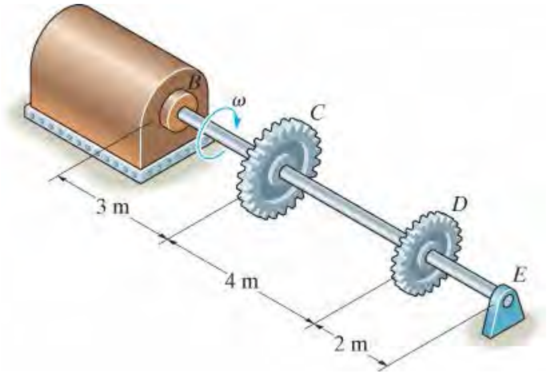
س ***5-56.** څرخیدونکی فلای ویل (flywheel-and-shaft) او شافت ، کله چې په D کې ناڅاپه ودرول شی ، د ساعت په لور - د ساعت په مقابل لور په حرکت پیل کوي او A ټکی د فلای ویل په بهرنی څنډه کی6 mm قوس په اندازه بې ځایه کیږي. په تیوبی A-36 فولادی شافت کې رامینځته شوی اعظمي شییر سترس د دې حرکت له امله معلوم کړي. د شافټ داخلي قطر 24 ملی متره او بهرنی قطر يي 32 میلی متره دی. بیرنګونه په B او C کی شافټ ته اجازه ورکوي چې په آزاده توګه وګرځي، پداسې حال کې چې د D په اتکا کې شافټ ټینګ ترل شوی.



س 5-56

س 5-57. دا لاندی توربین 150 کیلوواټه برېښنا رامینځته کوي ، کوم چې ګیرونو ته لیږدول کیږي. چې ګیر C او D په ترتیب سره 70% او 30% ترلاسه کوي. که شافت د A-36 فولادو څخه جوړ او mm - 100 قطر لري او ګردش یي 800 rev/min وی، په دی شافټ کې مطلق اعظمي شییر سترس مشخص کړئ. او د شافټ د پای E د تاو زاویه نسبت B ته معلومه کړي. په E کې د ژورنال بییرنګ شافټ ته اجازه ورکوي چی په خپل محور په آزاده توګه وګرځي.

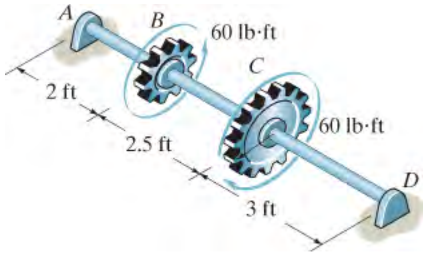
س 5-58. توربین 150 کیلوواټه برېښنا رامینځته کوي ، کوم چې ګیرونو C او D ته مساوی مقدار لیږدول کیږي. که شافت له A-36 فولادو څخه جوړ او mm - 100 قطر ولري، او ګردش یي 500 rev/min وی، په دی شافټ کې مطلق اعظمي شییر سترس مشخص کړئ. او د شافټ د پای B ګردش (rotation) نسبت E ته معلومه کړي. ژورنال بییرنګ په E کې شافټ ته اجازه ورکوي چی په خپل محور په آزاده توګه وګرځي.



س 5-57/58

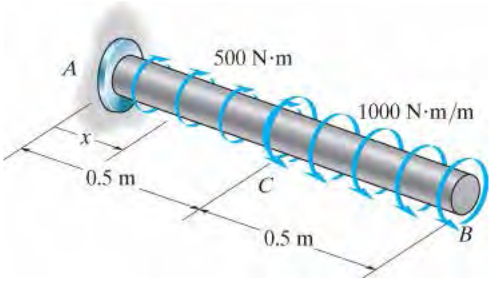
س 5-59. شافټ د A992 فولادو څخه جوړ او in– 1 قطر لري . په A او D کې یي له بیرنګونو لخوا ملاتړ کیږي، کوم چې اجازه ورکوي په ازاده توګه وګرزی. د B د تاو زاویه نسبت D ته پیدا کړی.

س *5-60. شافټ د A-36 فولاد څخه جوړ شوی او in– 1 قطر لري . په A او D کې یي له بیرنګونو لخوا ملاتړ کیږي، کوم چې اجازه ورکوي په ازاده توګه وګرزی. د ګیر C د تاو زاویه نسبت B ته پیدا کړی.



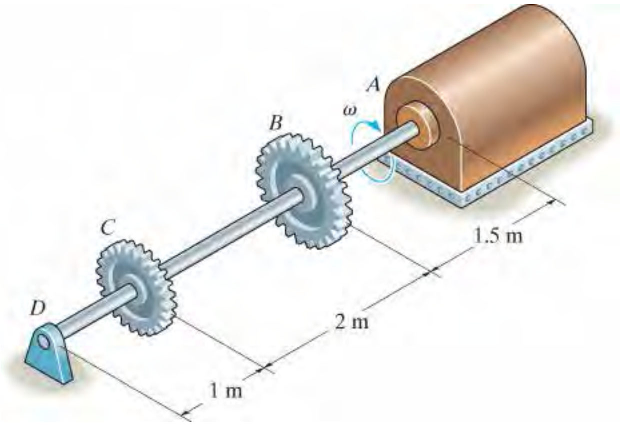
س 5-59/60

س 5-61. شافټ د A992 فولادو څخه جوړ او 50-mm قطر لري ، او يو ويشل شوی بهرنی بار وربانديز پلی شوی. مطلق اعظمی شير سترس په شافت کی مشخص کړی او د تاو زاويه د شافت په راديان د فاصله *x* په مقابل کی رسم کړي.



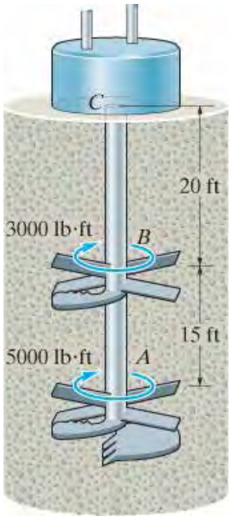
س 5-61

س 5-62. توربين 300 کيلوواټه برېښنا رامينځته کوي ، کوم چې ګيرونو C او B ته مساوی مقدار ليږدول کيږي. که شافت له A992 فولادو څخه جوړ او mm - 100 قطر ولري، او ګردش يي 600 rev/min وی، په دی شافټ کي مطلق اعظمي شيير سترس مشخص کړئ. او د شافټ د پای D ګردش (rotation) نسبت A ته معلوم کړي. په D کې ژورنال بيرنګ شافټ ته اجازه ورکوي چی په خپل محور په آزاده توګه وګرځي.



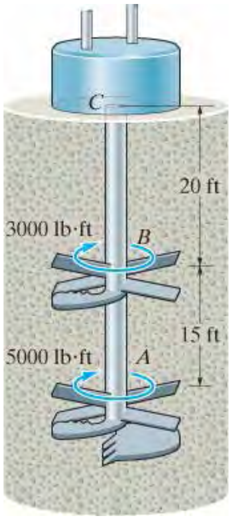
س 5-62

س 5-63. ښودل شوي وسيله د خاورې مخلوط کولو لپاره کارول کيږي تر څو د ساحی خاوری په حالت کی ثبات راولی. مکسر (mixer) له يو A-36 فولادی ټيوبی شافت چې د 3 انچ داخلي قطراو 4.5 انچ خارجي قطر لري وصل دی. د تاو زاويه د شافت په A کې نسبت C ته پيدا کړی، کله چی د ميکسر په هر ه تيغه ښودل شوي تورکونو عمل وکړی.



س 5-63

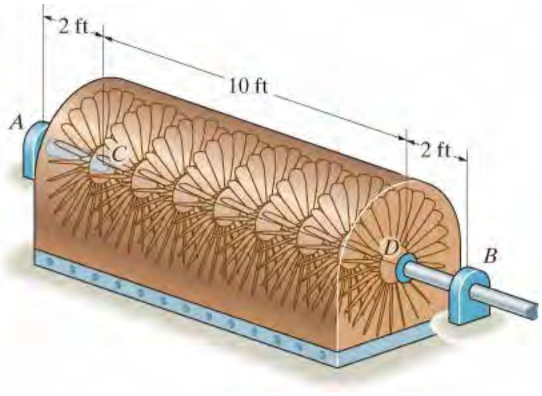
س *5-64. ښودل شوي وسیله د خاورې مخلوط کولو لپاره کارول کیږي تر څو د ساحې خاوري په حالت کې ثبات راولې. مکسر (mixer) له یو A-36 فولادی تیوبی شافټ چې د 3 انچ داخلي قطراو 4.5 انچ خارجي قطر لري وصل دی. د تاو زاویه د شافټ په A کې نسبت B ته پیداکړی او هم اعظمی شییر سترس په شافت کې معلوم کړي. د میکسر په هره تیغه په لاندی انځور کې د ښودل شوي تورکونو عمل کوی.



س 5-64

س 5-65. د دی لاندی توربین شافت 6 -in قطر لري اوله L-2 فولادو څخه جوړ ښوي. د شافت په A او B کې يي د ژورنال بیرنګونو په واسط ملاتړ کیږي. که په C کی کلک تړل شوی وي، او د توربین تیغونه په شافټ کې تورک چې په C کې صفر او په خطي ډول D ته 2000

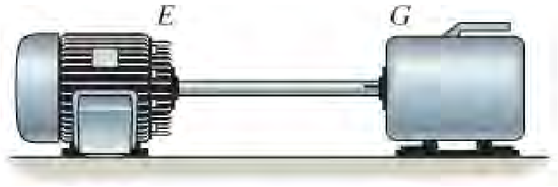
lb.ft لوړیږي ، د تاو زاویه د شافت په D کی نسبت C ته مشخص کړئ. همدارنګه، مطلق اعظمي شییر سترس په شافت کی محاسبه کړئ . د تیغونو اندازه په پام کې مه نیسئ .



س 5-65

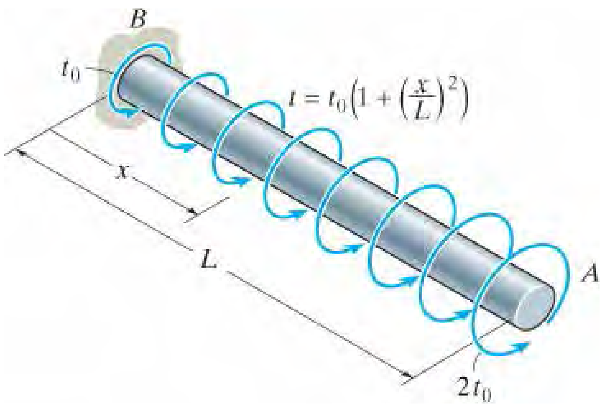
س 5-66. د A-36 فولادو جوړ شوی خالي شافټ 2 متره اوږد دی او بهرنی قطریي 40 ملي متره دی. کله چې دا په 80 rad/s کې ګرځي له انجن E څخه 32 kW برېښنا جنراتور G ته لیږدوي. د شافټ ترټولو کوچنی ضخامت معلوم کړئ که چیرې د منلو وړ شییر سترس $t_{allow} = 140$ MPaوی او شافټ تر 0.05 رادیان ډیرتاو نشی.

س 5-67. د A-36 جامد فولادو شافټ 3 متره اوږد دی او 50 ملي میتر قطر لري. اړتیا ده چی دا 35 کیلوواټ بریښنا له انجن E څخه جنراتور G ته ولیږدوی. د شافټ ترټولو کوچنی تاویدونکی سرعت (angular velocity) معلوم کړئ که چیرې شافت محدود شوی چی له 1° (یوی درجی)څخه ډیرتاو و نخوري.



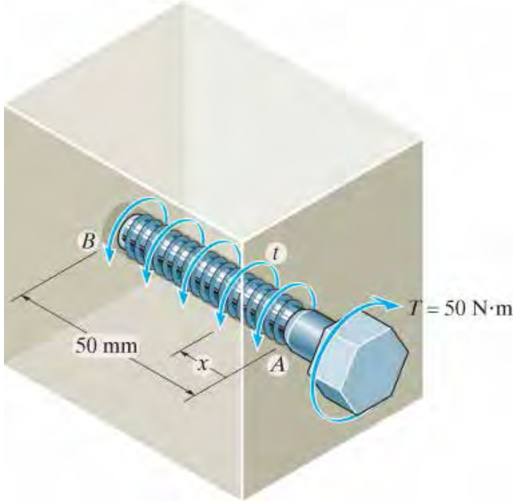
س 5-66/67

س *5-68. د لاندی شافت شعاع c دی او ویشلشوی تورک t چی اندازه کیږی په تورک/اوږدوالي د شافت. د تاو زاویه په پای A کی معلومه کړي. د شییر ماجولس G دی.



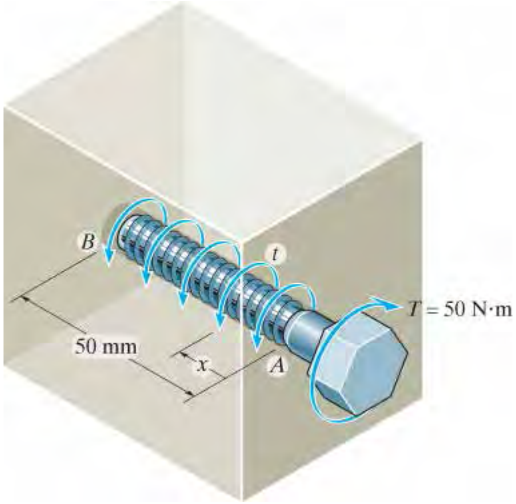
س 5-68

س 5-69. یو د A-36 فولادو بولت په سورې کې داسې تینګ شوی چې په لنګي (shank) AB کې يي د ریکشن تورک په معادله $t= (kx^2)\ N.m/m$ *بنودل شوی.* پدی معادله کی x په متر اندازه کیږی. که چیری تورک $T = 50\ N.m$ د بولټ په سر پلی شی د ثابت ضریب $\boldsymbol{k}$ ارزشت او د تاومقدار په 50-mm اوږدوالي د بولت کی معلوم کړي. فرض کړی چی د بولت د لنګي شعاع ثابت او 4-mm ده.



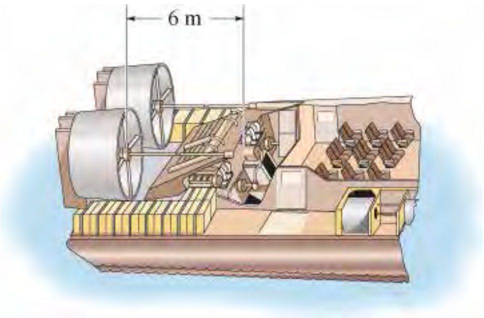
س 5-69

س 5-70. یو د A-36 فولادو بولت په سورې کې داسې تینګ شوی چې په لنګي (shank) AB کېيي د ریکشن تورک په معادله $t= (kx^{2/3})$ N. m/m بنودل شوی. پدی معادله کی x په متر اندازه کیږی. که چیری تورک $T = 50\ N.m$ د بولت په سر پلی شی 39 کی معلوم کړي.
فرض کړی چی د بولټ د لنګي شعاع ثابت او 4-mm ده.



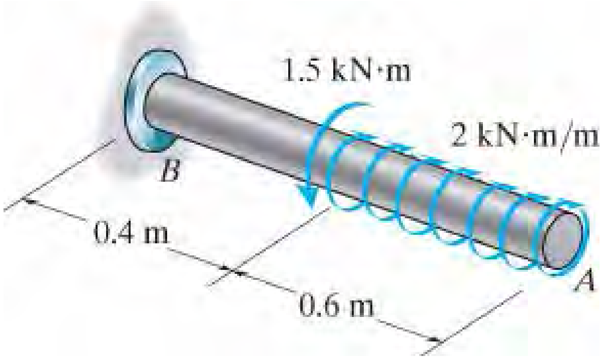
س 5-70

س 5-71. په لاندې انځور کې تیوبي ډرایو شفت د هور بیړي پراپلر (propeller of a hovercraft) 6 متره اوږد والی لری. موټور $4MW$ توانايي شافت ته لیږدوی کله چې پراپلر (propellers) په 25 rad/s سرعت ګرزی. د شافت داخلی قطر معلوم کړي په داسی حال کې چې بهرنی قطر يي 250 mm دی . او هم د شافت د تاو زاویه معلومه کړي کله چې ګرزی. دلته د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 90 Mpa او د G = 75 Gpa دي.



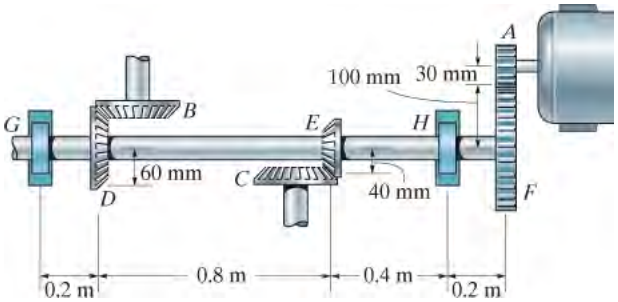
س 5-71

س *5-72. په دی لاندی انځور کی بنودل شوی شافت 60-mm قطر لري او له المونیم -2014 T6 څخه جوړ شوي. په شافت ویشل شوی او یو ثابت تاویدونکی بار پلی شوي. د تاو زاویه د پای A د شافت معلومه کړي.



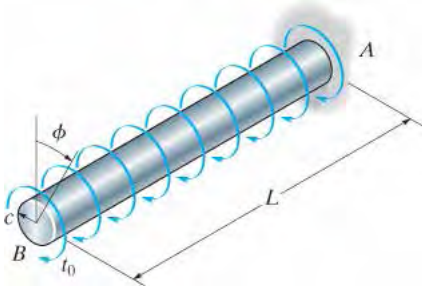
س 5-72

س 5-73. موټور یو تورک T =20 N.m په ګیر A پلی کوی. که چیرې ګیر C په ناڅاپه و تړل شی چی نورنه تاویږي، په داسی حال کی چی ګیر B کولی شي په آزاده توګه وګرځي. د تاو زاویه د F نسبت E او D ته د L2 فولادو شافټ د پاره وټاکي . دا شافت داخلی قطر 30-mm او بهرنی قطر 50 mm دي.. هم دا رنګه ، په شافټ کې د مطلق اعظمي شییر سترس محاسبه وکړئ. د شافټ په H او په G کې د ژورنال بیرینګونو په واسط ملاتړ کیږي .



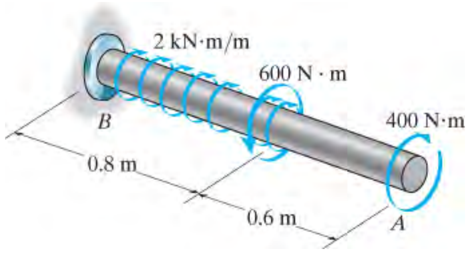
س 5-73

س 5-74. د لاندی شافت شعاع c دی او ویشلشوی تورک په واحد اوږدوالي t_0 د شافت په اوږدوالي L پلی شوی. شافت په پای A کی کلک تړل شوي، د تاو زاویه φ په پای B کی معلوم کړي. د شییر ماجولس G دی.



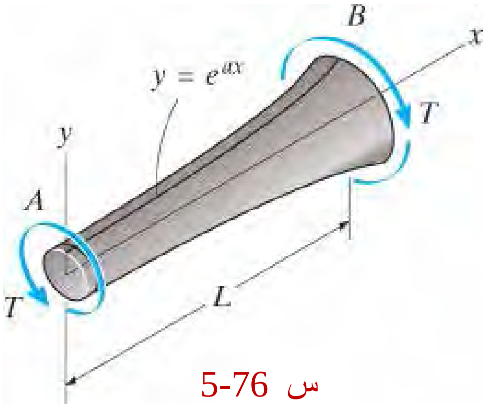
س 5-74

س 5-75. په دی لاندی انځور کی ښودل شوی شافت 60-mm قطر لري او له A-36 فولادو
څخه جوړ شوي. په شافت ویشل شوی او ثابت تاویدونکی بارونه پلی شوي. د تاو زاویه د ازاد
پای A د شافت ددی بارونو له امله معلومه کړي.



س 5-75

س 5-76*. د شافټ د سطحي کنټور (contour) په واسطه د معا دله $y = e^{ax}$ تعریف شوی ،
چیرته چي a ثابت ضریب دی. که د شافت په پایلوکي تورک T پلی شوی و ی، د تاو زاویه د پاي
A نسبت پای B ته مشخص کړئ . د شییر ماجړلس G دی .



س 5-76

5.5 په ستا تیکلی نا معلوم غړیو د تورک بار (STATICALLY INDETERMINATE TORQUE-LOADED MEMERS)

کله چی د توازن معادلی په تورژن بار شوي شافټ پلی شی او دا معادلی کافی نه وی چی نا معلوم
تورکونه د شافت وموندل شي، په دی حالت کی شافت ستاتیکلی نا معلوم حالت لری. یو مثال ددی
حالت په انځور 5-20 a کې ښودل شوی. لکه څنګه چې په آزاد دیاګرام کې ښودل شوي، انځور 5-
20b، د تورک ریکشنونه په A او B اتکا ووکې نامعلوم دي. د شافټ محور سره، مورږ اړتیا
لروچی:

$$\Sigma M = 0; \qquad 500\ \text{N} \cdot \text{m} - T_A - T_B = 0$$

د حل د ترلاسه کولو لپاره، موږ کړی شو د هغه تحلیل نه چی په 4.4 برخه کی بحث شوی ګڼه پورته کړو. اړین مطابقت دی ته اړتیا لري چی د تاو زاویه د شافت د یوه پای نسبت بل پاي ته به صفر وی ځکه چی دواړه پایلونه کلک تړل شوي. له همدې امله:

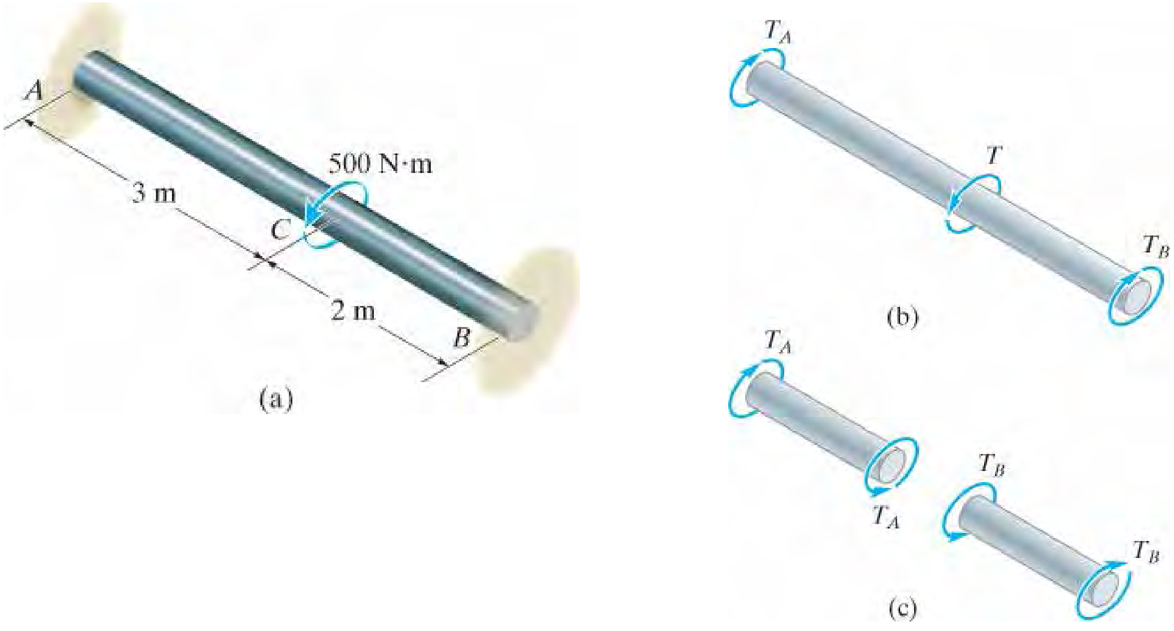
$$\phi_{A/B} = 0$$

په دې شرط چې مواد خطي ایلستیک چلند ولري، موږ بیا کولی شو چې د بار- بیځایه کیدنی اړیکی او د نا معلوم تورکونو څرګند کولو لپاره $\phi = TL/JG$ معادله پلي کړو . پوهیږو چې په AC برخه کې داخلي تورک $+ \boldsymbol{T_A}$ او په CB برخه کې دا $\boldsymbol{T_B}$- دی. په انځور 5-20c کی ووینو او لیکلی شو:

$$\frac{T_A(3\text{ m})}{JG} - \frac{T_B(2\text{ m})}{JG} = 0$$

پورتنی دوی معادلی د ریکشنو دپاره حل کو:

$$T_A = 200\text{ N}\cdot\text{m} \quad \text{and} \quad T_B = 300\text{ N}\cdot\text{m}$$



انځور 5-20

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د ستاتیکلی نا معلوم شافتونولپاره، نامعلوم تورکونه، د توازن (equilibrium) معادلو، مطابقت (compatibility)، او بار- بیځایه کیدو (load-deflection) اړتیاوو پوره کولو سره پیدا کیدی شي.

توازن (Equilibrium)

د شافت آزاد ډایګرم رسم کړي تر څو ټول نا معلوم تورکونه چې پرې عمل کوی معلوم شی. بیا د مؤمنت معادله د توازن لپاره د شافت په محور ولیکی.

مطابقت (Compatibility)

- د مطابقت مساوات ولیکی. دا چي اتکاوی، کله چی شافت تاو وخوري ، څرنګه محدودیتونه جوړه وی په پام کی ونیسي.

بار-بیځایه کیدنه (Load-displacement)

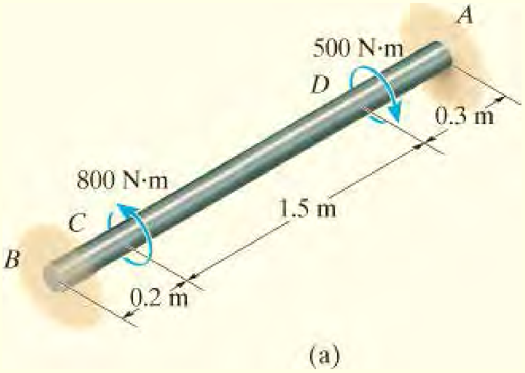
- د مطابقت په حالت کی د تاو زاویه د تورک سره چې د بار- بیځایه کیدو له اړیکو لکه $f = TL/JG$ په لاس راځی تشریح کړي.
- دا معادلی د نا معلوم تورکو ریکشنو لپاره حل کړي. که چیری مقدار د تورک منفی عددی ارزښت ولری، دا په دی معني چې تورک خلاف د هغه جهت عمل کوی کوم چې په آزاد ډایګرام کی ښودل شوي.

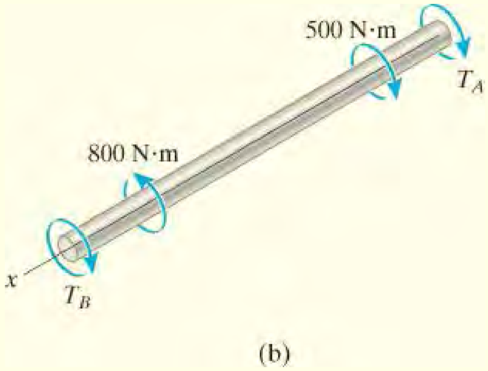
د دی غوڅولو ماشین شافټ په دواړو پایلونو کی کلک تړل شوي، او یو تورک په ما بین کی پلي شوي تر څو د تاویدونکی فنر په توګه عمل وکړي.

مثالونه

مثال 5.9

فولادی جامد شافت چې په 5-21a کې انځور ی ښودل شوی، 20 mm قطرلری. که چیری دوه تورکونه ورباندی پلی شي، ریکشنونه په دوو کلکو تړل شویو پایلو A او B کی معلوم کړي .

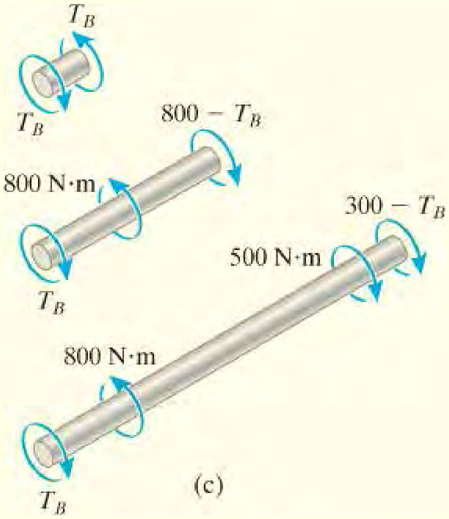




حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium) . د آزاد ډایگرام په لیدو ، انځور 5-21b ، دا یو ستاتیکلی نا معلوم شافټ دی ، ځکه د توازن یوه معادله لرو او دلته دوه مجهوله دی. اړین دی:

$$\Sigma M_x = 0; \qquad -T_B + 800\ \text{N}\cdot\text{m} - 500\ \text{N}\cdot\text{m} - T_A = 0 \qquad (1)$$



انځور 5-21

مطابقت (Compatibility). څرنګه چې دواړه پایلونه د شافت کلک ترل شوي، د تاو زاویه د یو پاي نسبت بل پاي ته صفر ده. په دی اساس د مطابقت معادله داسی لیکلی شو:

$$\phi_{A/B} = 0$$

بار- بیځایه کیدنه (Load-displacement) . دا حالت کیدی شی چی نا معلوم تورکونه د بار- بیځایه کیدو معادله $f = TL/JG$ سره تشریح شی. دله شافت دری برخی لري چی داخلی تورک په کی ثابت دی. په انځور 5-21c کی آزاد ډاګرم لیدلي شو کوم چی داخلی تورکونه د شافت په څپو برخو پلی شوي. پدی لړ داخلی تورک تنها د T_B تابع دی. له علامو کنوانسیون چی په 5.4 برخه کی تشریح شوی کار اخلو:

$$\frac{-T_B(0.2\text{ m})}{JG} + \frac{(800 - T_B)(1.5\text{ m})}{JG} + \frac{(300 - T_B)(0.3\text{ m})}{JG} = 0$$

پدی توګه:

$$T_B = 645\text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

له معادلي 1 کار اخلو:

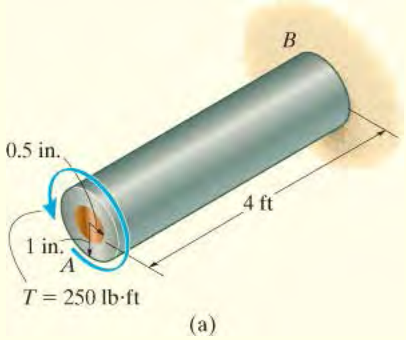
$$T_A = -345\text{ N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

دا منفي علامه په دی معني ده چی T_A خلاف دی هغه جهت چی په انځور 5-21b کی ښودل شوی عمل کوي.

مثال 5.10

په انځور 5-22a کی یو فولادی لوله شافت ښو دل شوي. د لوله په داخل کی په یوه جامد ه برنجی هسته پوری تړلشوی. که یو تورک $T = 250$ lb-ft په پای د شافت کی وربانډی پلی شي ، د شییر سترس ویش د غوڅي برخی په شعاع پلاټ کړي.

$$G_{st} = 11.4\ (10^3)\text{ ksi},\ G_{br} = 5.20\ (10^3)\text{ ksi}$$



انځور 5-22

حل (SOLUTION)

توازن (Equilibrium) . د شافت آزاد ډایګرام په انځور 5-22b کې ښودل شوي. ریکشن په دیوال کی عبارت دی له T_{st} په فولادی برخه کی T_{br} او په برنجی برخه کی. د انچ او پونډ له واحدونو کار اخلو، د توازن حالت داسې لیکلې شو:

$$-T_{st} - T_{br} + (250\ \text{lb} \cdot \text{ft})(12\ \text{in./ft}) = 0 \qquad (1)$$

مطابقت (Compatibility). اړین ده چی د تاو زاویه په اخر پای د شافت د دواړو فولادی لولی او برنجي هستی یو شان وی، ځکه چی دواړه سره تړلشوی دی:

$$\phi = \phi_{st} = \phi_{br}$$

بار-بیځایه کیدنه (Load-displacement) . د بار - بیځایه کیدو $f = TL/JG$ معادلې کار اخلو

$$\frac{T_{st}L}{(\pi/2)[(1\ \text{in.})^4 - (0.5\ \text{in.})^4]\ 11.4(10^3)\ \text{kip/in}^2} = \frac{T_{br}L}{(\pi/2)(0.5\ \text{in.})^4\ 5.20(10^3)\ \text{kip/in}^2}$$

$$T_{st} = 32.88\, T_{br} \qquad (2)$$

1 او 2 معادلی حل کوو:

$$T_{st} = 2911.5\ \text{lb} \cdot \text{in.} = 242.6\ \text{lb} \cdot \text{ft}$$
$$T_{br} = 88.5\ \text{lb} \cdot \text{in.} = 7.38\ \text{lb} \cdot \text{ft}$$

شییر سترس په برنجي هسته کی توپیر لری له صفرنه په مرکزکی تر اعظمی حده پوری چی د فولادی لولی داخلی تماس سطحی سره دی. د تورژن له فارمول کار اخلو:

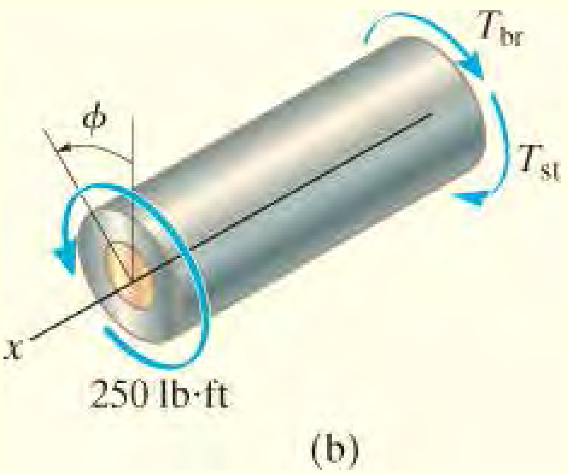
$$(\tau_{br})_{max} = \frac{(88.5\ \text{lb} \cdot \text{in.})(0.5\ \text{in.})}{(\pi/2)(0.5\ \text{in.})^4} = 451\ \text{psi}$$

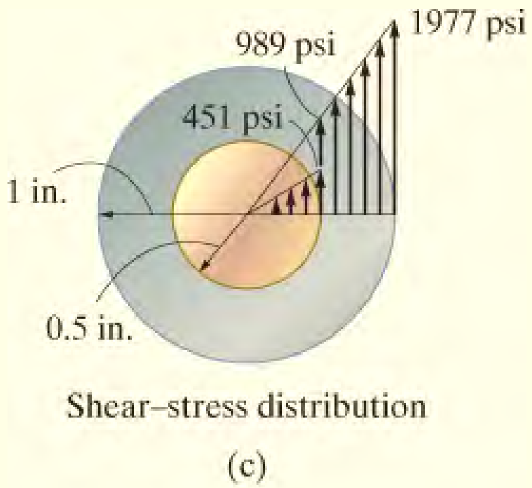
د فولادی لولی اعظمی او اصغری شییرسترسونه عبارت دی له:

$$(\tau_{st})_{min} = \frac{(2911.5\ \text{lb}\cdot\text{in.})(0.5\ \text{in.})}{(\pi/2)[(1\ \text{in.})^4 - (0.5\ \text{in.})^4]} = 989\ \text{psi}$$

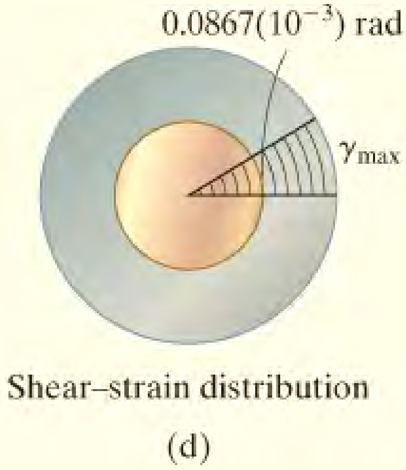
$$(\tau_{st})_{max} = \frac{(2911.5\ \text{lb}\cdot\text{in.})(1\ \text{in.})}{(\pi/2)[(1\ \text{in.})^4 - (0.5\ \text{in.})^4]} = 1977\ \text{psi}$$

پایلې په انځور 5-22c کې رسم شوی. د فولادو لولی او برنجی هستی د تماس په سطخ کی پام وکړی چی شییر سترس خطس دوام نلری. دا تمه کیده ، ځکه چی د دواړوموادو سختوالی متفاوت دی . فولاد د برنجو په پرتله سخت دی،$(G_{st} > G_{br})$ /و پدې توګه دا په انټرفیس یا د تماس سطحه کی ډیر شییر سترس لري. که څه هم د شییر سترس دلته خطی دوام نلری ، اما ***شییر سترین داسی*** ندی. بلکه، شییر سترین د فولادو او برنجو د انټرفیس دواړو خواو ته ورته دي لکه چی په انځور 22-5d کی لیدل کیږی.





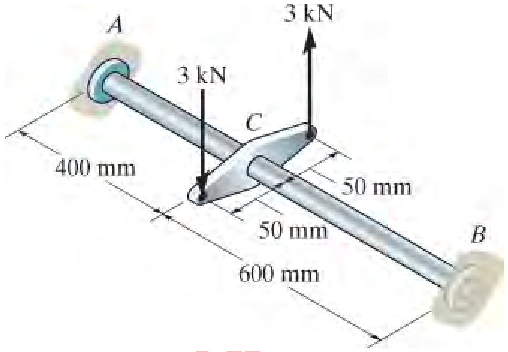
انځور 5-22 (ادامه)



سوالونه

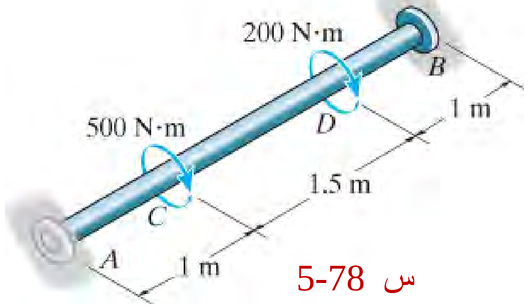
PROBLEMS

س 5-77. له فولادو جوړ شوی شافت 40 mm قطر لري او په دواړو پایلو A او B کی کلک تړل شوی دی. که چیری ښودل شوی تورک ورباندی پلی شي اعظمی شیر سترس په AB او CB برخو د شافت کی معلوم کړي.



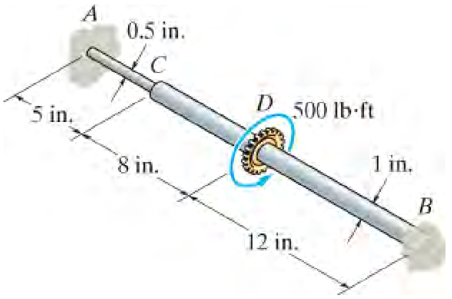
س 5-77

س 5-78. له A992 فولادو جوړ شوی شافت 60 mm قطر لري او په دواړو پا یلو A او B کی کلک تړل شوی دی. که چیری ښودل شوی تورک ورباندی پلی شي مطلق اعظمی شیر سترس په شافت کی معلوم کړي.



س 5-78

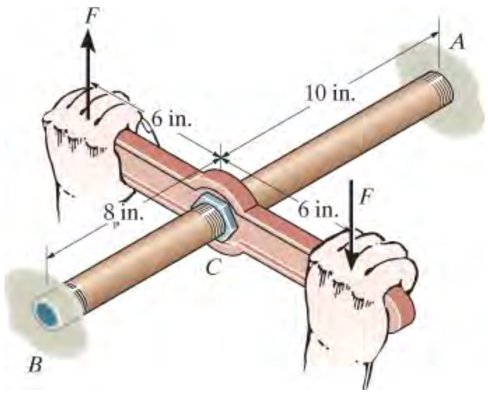
س 5-79. دا لاندی فولادی شافت له دوو برخو جوړ شوی: AC قطر 0.5 in دی، او د CB قطر 1.0 in دی. که چیری دا شافت په A او B پایلو کی کلک تړل شوی او 500 lb-ft تورک ورباندی پلی شي په شافت کی اعظمی شییر سترس معلوم کړي. $G_{st} =$ 10.8 (103) ksi



س 5-79

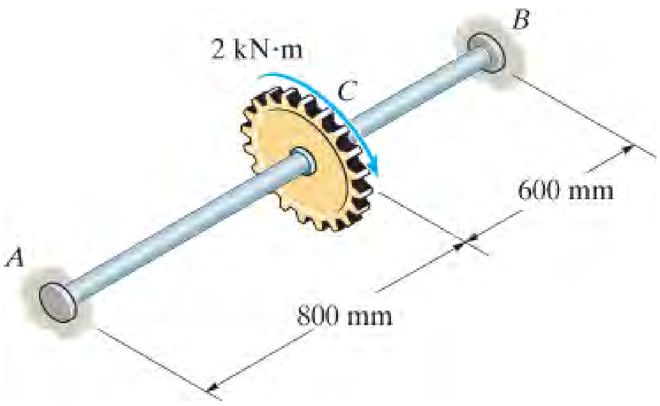
س *5-80. د C86100 برنجو پایپ بهرنی قطر 1.5 in او ضخامت يي 0.125 in لرى. په C کی کپلینګ (coupling) د رینچ په ذریعه تینګیږي. که چیری تورک په A کی 125 lb.in جوړ شی مقدار د کپل قووي F معلوم کړي. پایپ په اتکا B کی کلک تړل شوي.

س 5-81. د C86100 برنجو پایپ بهرنی قطر 1.5 in او ضخامت يي 0.125 in لرى. په C کی کپلینګ (coupling) د رینچ په ذریعه تینګیږي. که چیری پلی شوی قوه F= 20 lb وی. اعظمی شییر سترس په پایپ کی معلوم کړي.



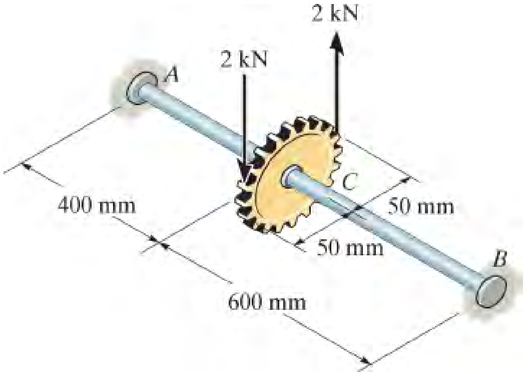
س 5-80/81

س 5-82. دا لاندی شافت له افزاری فولادو L2 څخه جوړ او 40 mm قطر لري، په اتکا A او B کی کلک تړل شوي. که بنودل شوی تورک وربادی پلی شی، اعظمی شییر ستریس په AC او CB برخوکی معلوم کړي.



س 5-82

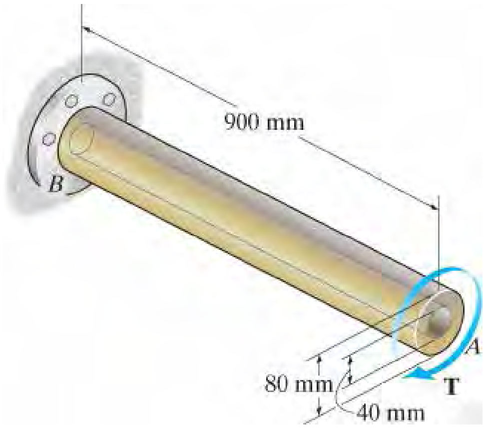
س 5-83. دا لاندی شافت له افزاری فولادو L2 څخه جوړ او 40 mm قطر لري، په اتکا A او B کی کلک تړل شوي. که بنودل شوی کپل قوه ورباندی پلی شی، اعظمی شییر سټریس په AC او CB کی معلوم کړي.



س 5-83

س *5-84. د مګنیزیم Am1004-T61 تیوب د فولادو A-36 راډ سره سرېښ (bonded) شوي. که د منلو وړ شییر سټرس په مګنیزیم او فولادو کی په ترتیب سره $(t_{allow})_{st}$ = 75 Mpa او $(t_{allow})_{mg}$ =45MPa وی، هغه اعظمی منل شوی تورک چی کیدی شی په A کی پلی شی پیدا کړي. او هم د تاو زاویه د A په پای پیدا کړي.

س 5-85. د مګنیزیم Am1004-T61 تیوب د فولادو A-36 راډ سره سرېښ (bonded) شوي. که یو تورک T =5 kN.m په A کی پلی شی اعظمی شییر سټریس په هر یوه موادو کی پیدا کړي. او هم د شییر سټرس ویش رسم کړي.

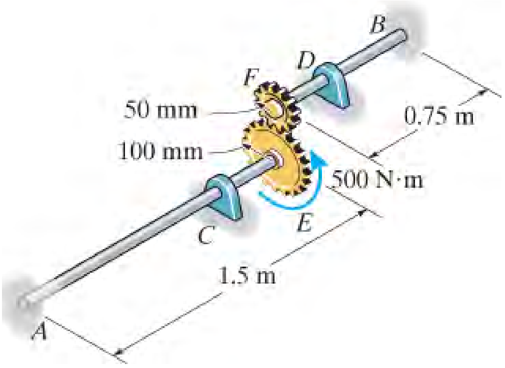


س 5-84/85

س 5-86. دا لاندی دوه شافتونه له فولادو A-36 جوړ شوي، او په پای کی ګیرونه وربانذی کلک تړل شوي . دا شافتونه د ګیرونو په واسطه د یو بل سره وصل شوی، او په بل پایلونه یی په A او B اتکاوو کی کلک تړل شوي. ژورنال بیرینګ C او D دی شافتونو لپاره اتکا هم جوړه کړي

چی کولای شی په بیرینګ کی په آزاده توګه خرخ و مومي. که چیری تورک 500 N.m په ګیر E پلی شی، ریکشنونه په A او B کی معلوم کړی.

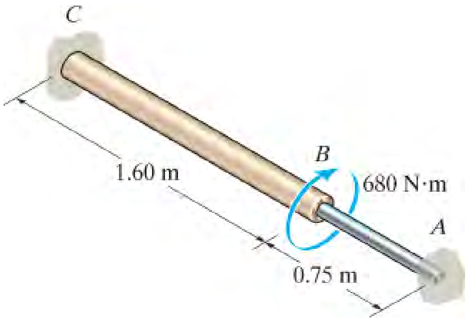
س 5-87. دا لاندی دوه شافتونه له فولادو A-36 جوړ شوي، او په پای کی ګیرونه ورباندی کلک ترل شوي . دا شافتونه د ګیرونو په واسطه د یو بل سره وصل شوی، او په بل پایلونو یی په A او B اتکا وو کی کلک ترل شوي. ژورنال بیرینګ C او D دی شافتونو لپاره اتکا هم جوړه کړي چی کولای شی په بیرینګ کی په آزاده توګه خرخ و مومي. که چیری تورک 500 N.m په ګیر E پلی شی، ددی ګیرد تاو اندازه معلومه کړی.



س 5-86/87

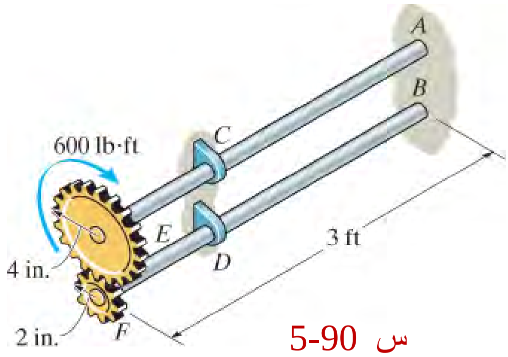
س *5-88. دا لاندی راډ له دو برخو جوړ شوي: AB برخه فولاد او BC برخه برنجی ده. په پایلونو کی کلک ترل شوي او یو تنورک $T = 680$ N.m ور باندی پلی شوي. که چیری د فولادی راډ قطر 30 mm وی د برنجی برخی قطر په داسی حالت کی معلوم کړي چی د دواړو برخو ریکشنونونه په دیوال کی یو شان وی. $G_{st} = 75$ GPa او $G_{br} = 39$ GPa دی.

س 5-89. په سوال 5-88 کی مطلق اعظمی شییر سترس معلوم کړي.



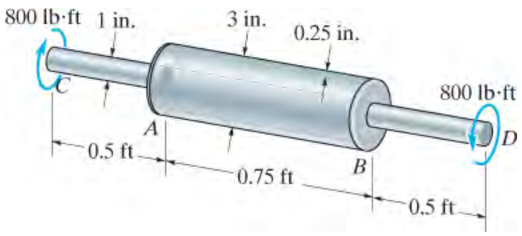
س 5-88/89

س 5-90. دا لاندی دوه دری فټه (3 -ft) اوږد شافټونه له المونیم 16-2014 څخه جوړ شوی. هر یو 1.5 in قطر لری او په پای کی د ګیرونو په واسطه له یو بل سره کلک تړل شوي. د دوی پاتی پایلونه په اتکا A او B کی کلک تړل شوي. په C او D بیرینګ کی اتکا وی لری چی شافټونه کولای شی په خپلو محورو ازاد وڅرخی. که چیری ښودل شوی تورک 600 lb.ft په برسیرن ګیر پلی شی اعظمی شیر ستریس په هر شافټ کی پیدا کړي.



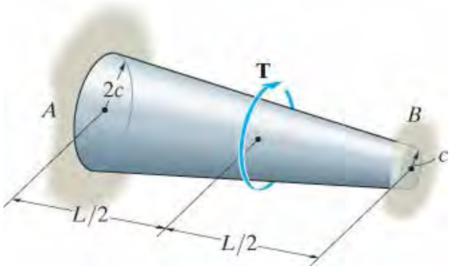
س 5-90

س 5-91. دا لاندی ترکیبی (composite) شافت شامل دی په منځنۍ برخه او 1-in قطرجامد شافت او یو تیوب چی په سختو فلنجونو A او B کی په شافت ویلد شوی. ضخامت د فلنج په پام کی مه نیسي ، تاو زاویه د پای C نسبت پای D ته معلومه کړي. په شافت یو تورک 800 lb-ft عمل کړي. مواد A-36 فولاد دی .



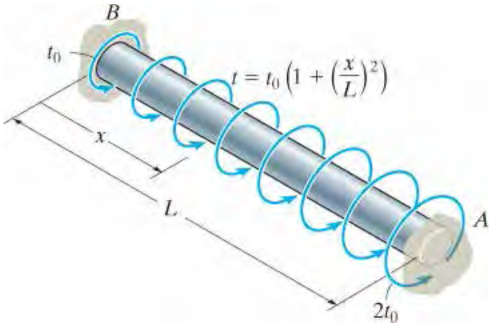
س 5-91

س 5-93. دا لاندی مخروطي شافت په دو کلکو اتکا وو A او B کی محدود شوي. که چیری یو تورک **T** په منځ کی پری پلی شي په اتکاوو کی ریکشنونه و مومي.



س 5-93

س 5-94. په دی لاندی انځور کی ښودل شوی شافت شعاع c لری، او ویشل شوی تورک t وربانډی پلی شوي، چې تورک/ په اوږدوالي د شافټ اندازه کیږی. په کلکو اتکاوو A او B کی ریکشنونه معلوم کړي.



س 5-94

*5.6 جامد شافتونه چې غوڅه برخه یې ګرده نده (SOLID NON-CIRCULAR SHAFTS)

په 5.1 برخه کی مو ولیدل کله چې شافټ ګردي غوڅه ولری - دا چې په محورونو متناظروی او تورک وربانډی پلي شي، شییر سترینونه به په مرکز د غوڅی کې له صفر څخه شروع او تراعظمي حده پورې چی په بهر سطحه وی، په خطي ډول توپیر لري. سربیره پردې ، د یووالي له امله ، غوڅه برخه تغیر د شکل نه مومي ، اود شافټ له تاویدو وروسته اواره (plane) پاتې کیږي. هغه شافتونه چې ګردی غوڅه نلري ، په محورونو نا متنا ظر حالت لری، کله چې تورک وربانډی پلی شی د دوی غوڅې اواره نه پاتې کیږی، له خپل موقعیت نه بیرون سطحی ته وځي (bulge) یا کوږ انځور(warp) مومي. دا شواهد د هغه حالت څخه لیدل کیدی شي څنګه چې په انځور 5-23 کی ښودل شوي د یوشافت چې مربع غوڅه برخه لری او وربانډی ښودل شوی څلورخواوی کرښی (grid lines) تغیر د انځور کوی. د دې تغیر د انځور له امله، د تورژن تحلیل د هغه شافتونو چې ګردی غوڅه وه نلری خورا پیچلی کیږي او پدی متن کی به پرې بحث ونشي .

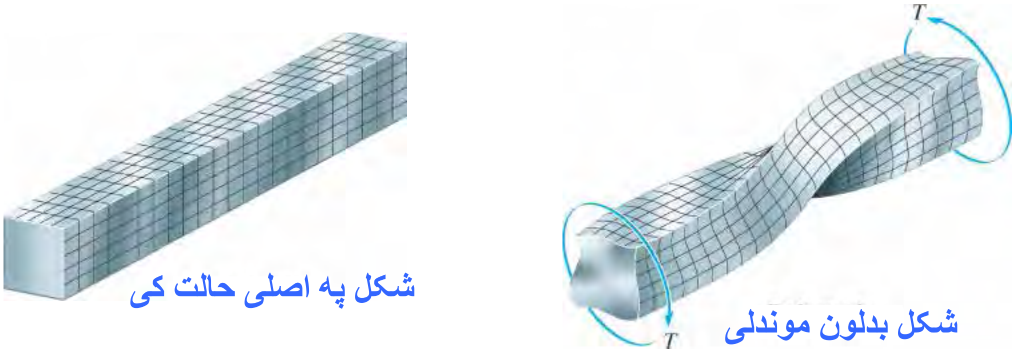
د ریاضی تحلیل له مخی چې د ایلستیستی تیوري پراساس کار کوی د مربع غوڅی شافتونو د پاره د شیر ستریس ویش ټاکل شوې دي. دا چې په مربعی غوڅه کی شییر ستریس په دوو شعاعی کرښو څنګه توپیر لري په انځور 5-24a کی یې مثالونه ښودل شوی. او څنګه چې د دی شییر سترس ویش توپیر لری، د شیرسترین چې شیر ستریس رامینځته کوي لکه څنګه چې په انځور 5-24b کی ښودل شوي غوڅه برخه کږیږی.

په ځانګړې توګه، پام وکړي د شافت کونج ټکي ته چې د صفر شيير سترس سره مخ دي او له همدې امله د صفر شيير سترين سره. د دې لامل کيدای شي، د موادو يو عنصر په پام کې نيولو سره چې په دې کونج نقطو کې موقعيت لري په ګوته شي . او دا په انځور 5-24c کې ښودل شوی. يو به تمه لري چې د دې عنصر پورتنۍ مخ به تابع د شيير وی تر څو بهرنی پلی شوی تورک T ته مرسته وکړي. اما دا نشي واقع کيدی، ځکه چې بشپړونکي شير t او t` په بهرنۍ سطحه د شافت بايد صفر وي .

شيير سترس ويش به دوه شعاعی کرښو

غوڅه برخی پيچ او تاب شوي

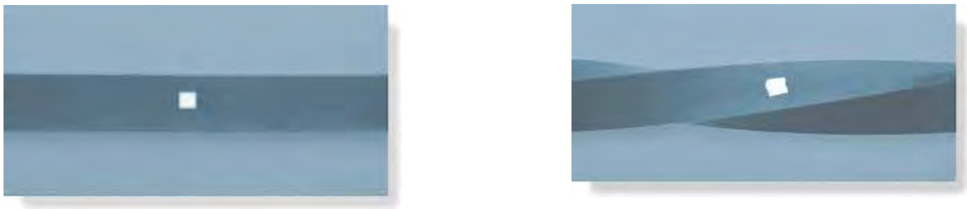
انځور 5-24



شکل په اصلی حالت کی

شکل بدلون موندلی

انځور 5-23



پام وکړي د مربع توتی د شکل بدلون، کله چې تورک په ربړين غړی پلی شوی

د الاستیستې اساس له مخې، جدول 5-1، د مربع غوڅې برخو، اود هغو شافتونو لپاره چې مثلثی او بیضوی غوڅې برخې لري، د تحلیل نتایج وړاندې کوي . په ټولو قضیو کې، اعظمي شیر سترس د غوڅې برخې په څنډه کې، په هغه ټکی کی چې د شافټ مرکزي محور ته نږدې وي پیښیږي.
همدارنګه د تاو زاویې فورمولونه د هر شافټ د پاره ورکړل شوي. د دې پایلو په پراخولو سره، دا کیدی شي وښودل شي چې خورا ډیر موثر شافټ هغه دی چې ګردی غوڅه ولری، ځکه چې کوچنی د تاو زاویه او کوچني اعظمی شییر سترس لری، نسبت هغه شافت ته چې ګردی غوڅه نلری مګر ورته مساحت لری او یو شان تورک ورباندی عمل وکړي.

جدول 5-1

Shape of cross section	τ_{max}	ϕ
Square (side a)	$\dfrac{4.81\,T}{a^3}$	$\dfrac{7.10\,TL}{a^4G}$
Equilateral triangle (side a)	$\dfrac{20\,T}{a^3}$	$\dfrac{46\,TL}{a^4G}$
Ellipse (semi-axes a, b)	$\dfrac{2\,T}{\pi ab^2}$	$\dfrac{(a^2+b^2)TL}{\pi a^3b^3G}$

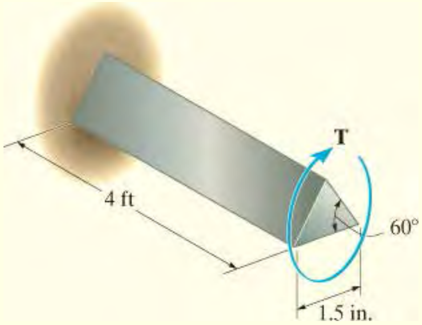
شافت چې د خاورې د برمې سره ترل شوی مربع غوڅه لرې

مثال

مثال 5.11

د 6061-T6 المونیم شافټ په انځور 5-25 کی ښودل شوی او د مساوی اضلاعو مثلث په شکل غوڅه برخه لري. که چیری منل شوی شیر سترس $\tau_{allow} = 8$ ksi او د تاو زاویه $\phi_{allow} = 0.02$ rad محدوده شوی وی تر ټولو غټ تورک د شافټ په اخر کی پیدا کړي. همدارنګه که چیری د شافټ غوڅه برخه ګردی وی څومره تورک په آخر د شافټ کی پلی کیدی شي.

حل (SOLUTION)



انځور 5-25

محصله د داخلی تورک په هره برخه د شافت په امتداد د محوری کربښي مساوی دی په **T** . له فورمول د اعظمی شیر τ_{max} او ϕ له جدول 5-1 کار اخلو . موږ لرو

$$\tau_{allow} = \frac{20T}{a^3}; \qquad 8(10^3)\ \text{lb/in}^2 = \frac{20T}{(1.5\ \text{in.})^3}$$

$$T = 1350\ \text{lb}\cdot\text{in.}$$

Also,

$$\phi_{allow} = \frac{46TL}{a^4 G_{al}}; \qquad 0.02\ \text{rad} = \frac{46T(4\ \text{ft})(12\ \text{in./ft})}{(1.5\ \text{in.})^4\,[3.7(10^6)\ \text{lb/in}^2]}$$

$$T = 170\ \text{lb}\cdot\text{in.} \qquad \textit{Ans.}$$

په پرتله کولو سره تورک د تاو زاويي له امله محدود دي.

ګردی غوڅه برخه (Circular Cross Section) که چیری ګردی شافت ورته د المونیم اندازه او ورته اوږدوالی ولری بیا د ګردی شافټ شعاع په دی لاندی ډول محاسبه کیدی شي

$$A_{\text{circle}} = A_{\text{triangle}}; \qquad \pi c^2 = \frac{1}{2}(1.5 \text{ in.})(1.5 \sin 60°)$$

$$c = 0.557 \text{ in.}$$

محدودیت د سترس او د تاوی زوایي اړین لري

$$\tau_{\text{allow}} = \frac{Tc}{J}; \qquad 8(10^3) \text{ lb/in}^2 = \frac{T(0.557 \text{ in.})}{(\pi/2)(0.557 \text{ in.})^4}$$

$$T = 2170 \text{ lb} \cdot \text{in.}$$

$$\phi_{\text{allow}} = \frac{TL}{JG_{\text{al}}}; \qquad 0.02 \text{ rad} = \frac{T(4 \text{ ft})(12 \text{ in./ft})}{(\pi/2)(0.557 \text{ in.})^4 [3.7(10^6) \text{ lb/in}^2]}$$

$$T = 233 \text{ lb} \cdot \text{in.} \qquad \textit{Ans.}$$

دلته بیا د تاو زاویه په پلی شوی تورک محدودیت لري.

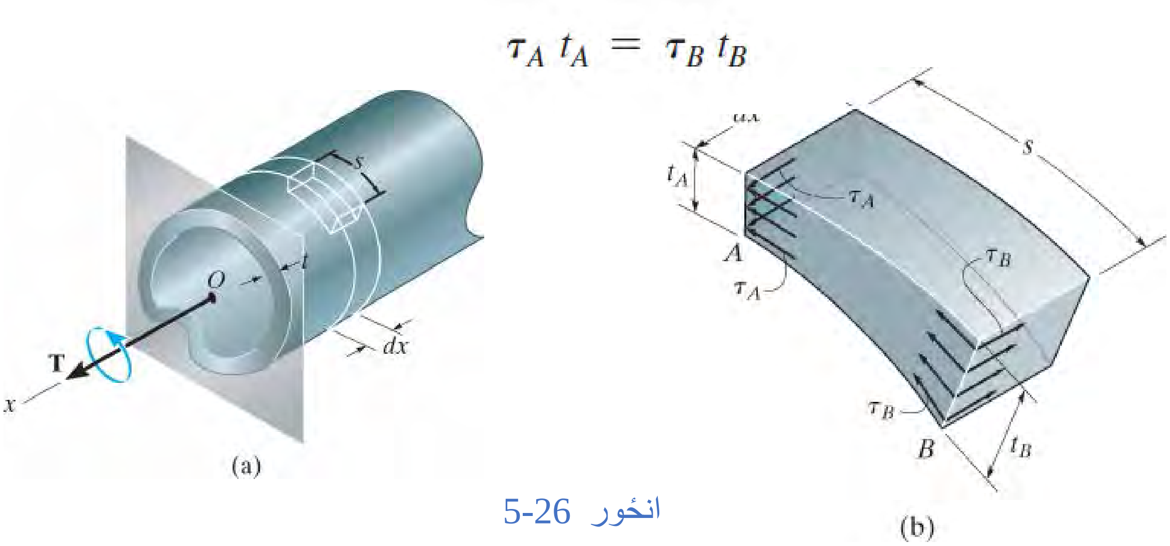
یادونه: د پایلی په پام کی نیولو د (233 lb-in) له (170 lb, in) سره هغه شافټ چی ګردی غوڅه برخه لری 37% ډیر تورک د مثلثي غوڅې برخې په پرتله تحمل کولی شی.

5.7* . د نازک ضخامت شافتونه کوم چې تړلشوی غوڅې برخې لری (THIN-WALLED TUBES HAVING CLOSED CROSS SECTIONS)

د غیر ګردی غوڅې برخې د نازک ضخامت تیوبونه اکثرا د سپک وزن چوکاټونو لکه د الوتکو په جوړولو کی کارول کیږي . په ځینوبرخو کې ، ممکن د تورژن بار ورباندی عمل وکړی چې دلته به موږ پدی غړیو د تاویدو اغیزي تحلیل کړو. دلته به موږ یو تیوب چې تړل شوي غوڅه برخه ولري په پام کې ونیسو چې دهغوپه اوږدوالي کی هیڅ ډول خلا او یا درز نشته لکه په انځور-5 26a . ځرنګه چې ضخامت ددی تیبونو کوچنی دی، موږ کړی شو چې د تیوب په ضخامت کی یو شان ویشل شوی شییر سترس په هره حصه د تیوب کی فرض کړو.

شییر جریان (Shear Flow). په انځور 5-26a او 5-26b کی یوه کوچنی توته د تیوب چې یو محدود اوږدوالی s او توپیري پلنوالی dx لري بنودل شوي. په یوه پای کې د توتی ضخامت t_A دی، او په بل پای کې یی ضخامت t_B دی. د تورک **T** له امله، شییر سترس د عنصر په مخکینۍ سطحه کې رامینځته شوی. په ځانګړې توګه، په پای A کې شییر سترس t_A دی ، او په پای B کې شییر سترس t_B دی. دا سترسونه یو بل سره تړاو لري چې مساوي په شییر سترسو د t_A او t_B ، باید د عنصر په اوږدوالي اړخونو کې هم عمل وکړي. دا اړخونه **ثابت** پلنوالی dx لري، او په دې توګه هغه قوه چې په دوی عمل کوي $dF_A = t_A\ (t_A\ dx)$ او دي $dF_B = t_B\ (t_B\ dx)$. ځکه تعادل د دې قواوو اړتیا لري چې مساوی شدت ولري مګر مخالف لوري. موږ لرو:

$$\tau_A\, t_A = \tau_B\, t_B$$



انځور 5-26

دا مهمه پایله ښیي چې ***محصول د اوسط شییر سترس او د تیوب ضخامت د غوځی برخي په هر ځای کې یو شان دی.*** دا محصول q د شییر جریان* په نوم یادیږي، او په عمومي اصطلاحاتو کې موږ کولی شو په لاندی توګه یی بیان کړو

$$q = \tau_{avg} t \qquad (5\text{–}17)$$

څرنګه چې q د غوځی برخي په اوږدو کې ثابت دی، *ترټولو لوی* اوسط شییر سترس باید واقع شي په کوم ځای کی چې د تیوب ضخامت ترټولو کوچنی وي .

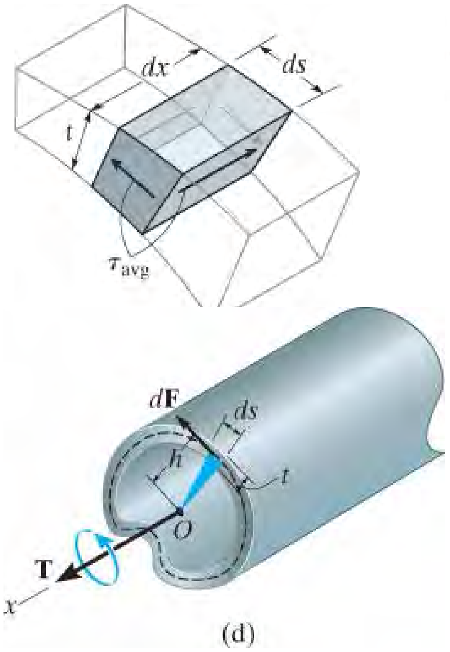
*د "بهیر یا جریان" اصطلاح له دی کبله کارول کیږي ځکه چې q لکه د اوبو جریان د مستطیل غوځی برخی له لاري د یوه لینتی یا چینل ، چې ثابت ژوروالی او متغیر سورلري، سره ورته دی .

که چیری یوه کوچنی ټوټه چې ضخامت یي t ، عرض یي dx او اوږدوالي يي ds له ټیوب څخه جلا شی، انځور 5-26c وګوری . بیا د مخی مخ یی چې اوسط شییر سترس ور باندی عمل کړی هغه عبارت دی په $dA = tds$ او قوه $dF = t_{avg}\ (tds) = qds$ او یا $q = dF/ds$

په بل عبارت، د ***شییر جریان اندازه د قوی په هر واحد اوږدو د غوڅی برخي*** $q = \mathbf{dF/ds}$ ***کې ده.***

اوسط شییر سترس (Average Shear Stress). اوسط شییر سترس د تورک T سره تړاو

لري، چې د شییر سترس په واسطه چې په یوه ټاکل شوي نقطه O د ټیوب چې د ټیوب په حدودو کې وی ونیولشی، لکه چې په انځور 5-26d ښودل شوي. لکه چې ښودل شوی، شییر سترس په یو عنصر د ټیوب یو قوه رامینځته کوي $dF = t_{avg}\ dA = t_{avg}\ (t\ ds)$. دا قوه د مرکزی کرښی د ټیوب په دیوال مماس ده، او که د مؤمنت بازو یي $\boldsymbol{h}$ وي، تورک عبارت دی په :



$$dT = h(dF) = h(\tau_{avg}\, t\, ds)$$

د ټول غوڅی برخی لپاره موږ لرو:

$$T = \oint h\tau_{avg}\, t\, ds$$

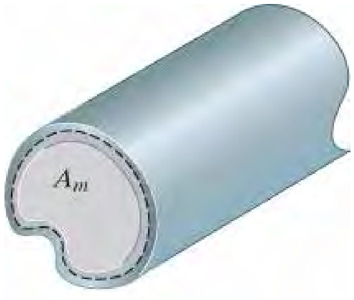
انځور 5-26 (تکرار)

دلته دا خطی انتیګرا ل داسی دی چې انتیګرال په ټول حدودو کی ونیول شي. څرنګه چې د شییر بهیر $q = t_{ave}\ t$ *ثابت دی.* او موږ یي په دی لاندی ډول لیکلی شو

$$T = \tau_{avg} t \oint h\, ds$$

دا پورتنی معادله د یوه ګراف په جوړیدو سره ساده کیدی شي ، په یاد ولرئ چې *منځنی ساحه*، چې په انځور 5-26d کې په نیلي رنګ مثلث په توګه ښودل شوې عبارت ده په $dA_m = (1/2)h\ ds$ *او* په دې توګه:

$$T = 2\tau_{avg} t \int dA_m = 2\tau_{avg} t A_m$$



(e)

انځور 5-26 (تکرار)

اوسط شییر سترس t_{avg} لپاره لیکلی شو

$$\tau_{avg} = \frac{T}{2tA_m} \qquad (5\text{–}18)$$

دلته

t_{avg} = اوسط شییرسترس چې د تیوب په ځانګړي ضخامت عمل کړي

T = محصله د داخلی تورک په غوځه برخه کې

t = د تیوب ضخامت په هغه برخه کې چې t_{avg} غوښتل شوي.

A_m = منځني ساحه چې مرکزی کربني د تیوب ضخامت ترړلی ده ، او دا په انځور 5-26e کې د سیوری په ډول ښودل شوي.

څرنګه چې $q = t_{avg}\, t$ دی د شییر بهیر په غوځه برخه کې کیږي

$$q = \frac{T}{2A_m} \qquad (5\text{–}19)$$

د تاو زاویه (Angle of Twist) . د نازک ضخامت تیوبونو چې L اوږدوالي لری، د انرژی میتودونو په کارولو سره پیدا کیدی شي. د اړوندو فورمولونو جوړه ول به د کتاب په راتلونکی برخه کی راشی. * که چیری مواد خطی ایلیستک چلند ولري او شیر ماجولس G وی بیا زاویه f چې په رادیان اندازه کیږي عبارت ده په:

$$\phi = \frac{TL}{4A_m^2 G} \oint \frac{ds}{t} \qquad (5\text{–}20)$$

دلته انتیګریشن د تیوب دغوځې برخې په ټول ترړل شوی حدودی کی نیول کیږي.

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

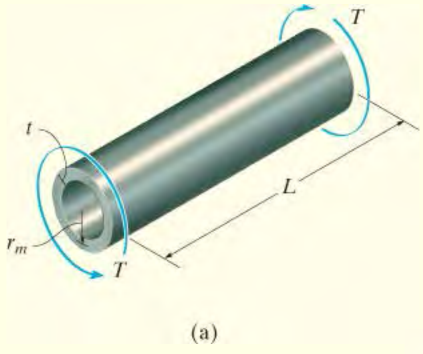
- شییر بهیر q حاصل دی ټیوب د ضخامت او اوسط شییر سترس دی. او دا ارزښت د ټیوب د غوڅی برخی په هره نقطه کی یو شان دي. په پایلی کی اعظمی اوسط شییر سترس په هغه برخه د غوڅي کی وی چی هلته ضخامت کوچنی وی.
- شییر بهیر او اوسط شییر سترس دواړه مماس په توګه د ټیوب د دیوال په هره نقطه کی وی ، او جهت یي د اسی وی چی د داخلی ټورک محصله تری لاسلس ته راځي.

مثالونه

مثال 5.12

یو د نازک دیوال ټیوب چی ګردی غوڅه برخه لري په انځور 5-27a کی ښودل شوي. ددی ټیوب متوسط شعاع r_m او ضخامت يي t دی او یو ټورک T وربandی پلی شوي. اوسط شییر سترس او د تاو زاویه د ټیوب کله چی اوږدوالي يي L وی پیدا کړي.

حل (SOLUTION)



انځور 5-27

اوسط شییر سترس (Average Shear Stress)

منځینی ساحه د ټیوب مساوی ده په $A_m = \pi r_m^2$.

له معادلی 5-18 کار اخلو

$$\tau_{avg} = \frac{T}{2tA_m} = \frac{T}{2\pi t r_m^2} \qquad \textit{Ans.}$$

موږ کولای شو چې ددې پایلې اعتبار او صحیحوالی یي د تورژن په فورمول سره په دی لاندی ډول و آزمی یو. دلته

$$J = \frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$$

$$= \frac{\pi}{2}(r_o^2 + r_i^2)(r_o^2 - r_i^2)$$

$$= \frac{\pi}{2}(r_o^2 + r_i^2)(r_o + r_i)(r_o - r_i)$$

Since $r_m \approx r_o \approx r_i$ and $t = r_o - r_i$, $J = \frac{\pi}{2}(2r_m^2)(2r_m)t = 2\pi r_m^3 t$

$$\tau_{avg} = \frac{Tr_m}{J} = \frac{Tr_m}{2\pi r_m^3 t} = \frac{T}{2\pi t r_m^2} \quad \textit{Ans.}$$

دا ځواب له پورتني پایلې سره یوشان دی.

د اوسط شییر سترس ویش د ټیوب په ټوله غوخه برخه کی په انځور 5-27b کی ښودل شوی.

همدارنګه په شعاع کرښه د شییر سترس ویش چی د تورژن فورمول په واسط محاسبه شوی ښودل شوی. یاداشت کړی کله چی د ټیوب ضخامت کمیږی شییر سترس په تیوب کی اوسط شییر سترس ته نیږدی کیږی.

د شییر سترس اصلی ویش
(د تورژن فورمول)

اوسط شییر سترس ویش
(د نازک-دیوال تخمین)

(b)

انځور 5-27 (تکرار)

د تاو زاویه (Angle of Twist). له معادلی 5-20 کار اخلوچی لیکلی شو

$$\phi = \frac{TL}{4A_m^2 G}\oint \frac{ds}{t} = \frac{TL}{4(\pi r_m^2)^2 Gt}\oint ds$$

دا انتیګرال د مرکز کربښي د حد د اوږدوالي استازیتوب کوي، او هغه عبارت دی په $2\pi r_m$.

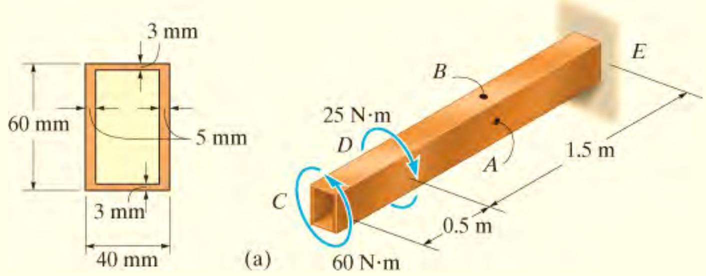
د ځاي په ځای کولونه لاندی پایلی پلاس راځی.

$$\phi = \frac{TL}{2\pi r_m^3 Gt} \qquad \textit{Ans.}$$

تاسو وښايي کله چی له معادلی 5-15 کار واخلو یو شان پایلی به په لاس راشي.

مثال 5.13

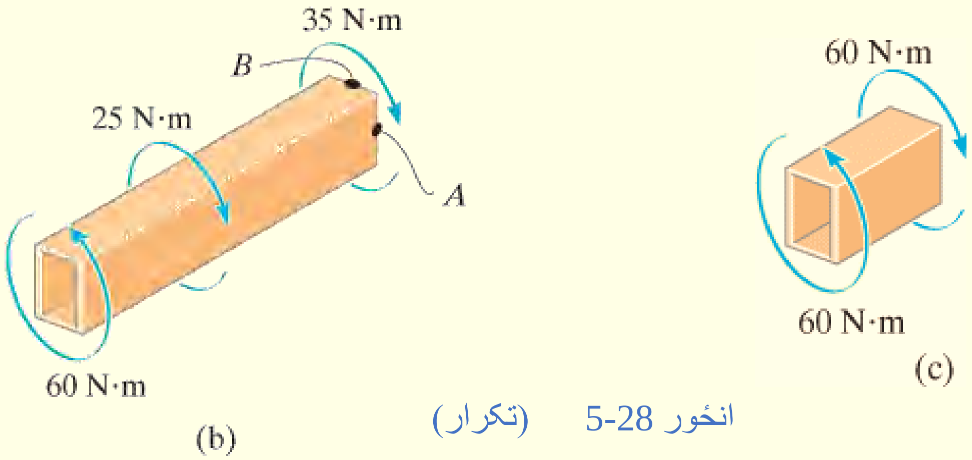
دا لاندی ټیوب مستطیلی غوڅه برخه لری او له برنجو C86100 موادو جوړ شوی. که چیری دوه ښودلشوی تورک ورباندی پلی شی اوسط شییر سترس په ټکیو A او B کی معلوم کړي. او هم د تاو زاویه په پای C کی پیدا کړي. ټیوب په پای E کی کلک تړل شوی دی.



انځور 5-28

حل (SOLUTION)

شییر سترس (Average Shear Stress). که چیری ټیوب په ټکیو A او B کی غوڅ شی، حاصل آزاد ډایګرام په انځور 5-28b کی ښودل شوي. داخلی تورک مساوی کیږی په 35 N.m . منځنی ساحه د ټیوب د غوڅی برخی کیږي په



انځور 5-28 (تکرار)

$$A_m = (0.035\ \text{m})(0.057\ \text{m}) = 0.00200\ \text{m}^2$$

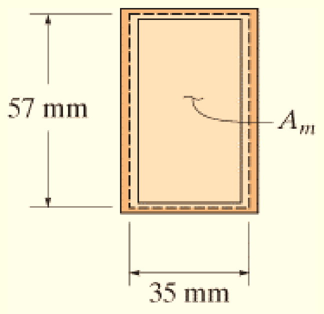
د ټکی A لپاره له معادلی 5-18 کار اخلو ، دلته t=5 mm

$$\tau_A = \frac{T}{2tA_m} = \frac{35\ \text{N}\cdot\text{m}}{2(0.005\ \text{m})(0.00200\ \text{m}^2)} = 1.75\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

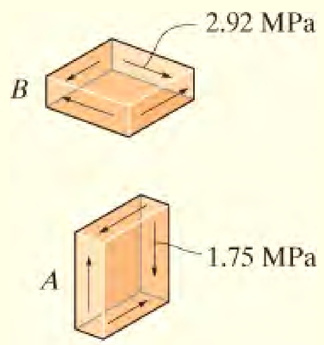
په ټکی B کی t = 3mm او لیکلی شو

$$\tau_B = \frac{T}{2tA_m} = \frac{35\ \text{N}\cdot\text{m}}{2(0.003\ \text{m})(0.00200\ \text{m}^2)} = 2.92\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

دا پایلی د ټکیو A او B په انځور 5-28e په یوه عنصر د موادو ښودل شوي. پام وکړي څنګه 35.N.m تورک په انځور 5-28b کی د عنصر په شاه باندی سترس جوړه وی.



(d)



انځور 5-28 (تکرار) (e)

د تاو زاویه (Angle of Twist). له آزاد ډایګرامونو چی په انځورونو 5-28b او 5-28c کی ښودل شوی داخلی تورکونه د برخی CD او DE عبارت دی په 35 N.m او 60 N.M په ترتیب سره. د علامی کنوانسیون چی په برخه 5.4 کی تفصیل شرړ دات تورکونه دواره مثبت دی.

له معادلی 5-20 کار اخلو، لیکلی شو

$$\phi = \frac{TL}{4A_m^2G}\oint\frac{ds}{t} = \frac{TL}{4(\pi r_m^2)^2Gt}\oint ds$$

$$= \frac{60\ \text{N}\cdot\text{m}\ (0.5\ \text{m})}{4(0.00200\ \text{m}^2)^2\ (38(10^9)\ \text{N/m}^2)}\left[2\left(\frac{57\ \text{mm}}{5\ \text{mm}}\right) + 2\left(\frac{35\ \text{mm}}{3\ \text{mm}}\right)\right]$$

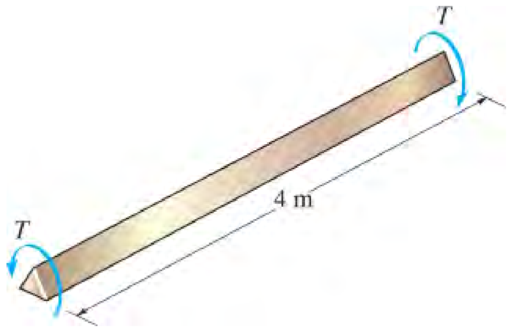
$$+ \frac{35\ \text{N}\cdot\text{m}\ (1.5\ \text{m})}{4(0.00200\ \text{m}^2)^2\ (38(10^9)\ \text{N/m}^2)}\left[2\left(\frac{57\ \text{mm}}{5\ \text{mm}}\right) + 2\left(\frac{35\ \text{mm}}{3\ \text{mm}}\right)\right]$$

$$= 6.29(10^{-3})\ \text{rad} = 0.360^\circ$$ *Ans.*

سوالونه

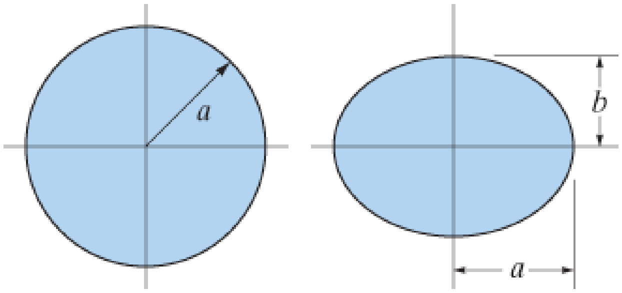
PROBLEMS

5-95 د برنجو موادو جوړ شوی سیم مثلثي غوڅه برخه لري، هر ضلع يي 2mm ده. که چیری ییلد سترس د برنج موادو t_y =205 MPa وی هغه اعظمی تورک T چې کیدای شی په سیم پلی شي تر څو سیم ییلد ونکړي معلوم کړي. او هم که چیری دا تورک په 4-m اوږده برخه د سیم پلی شی، اعظمی د تاو زاویه د یو پای نسبت بل پای ته داسی معلوم کړی چی هغه به په سیم کی دایمی د شکل بدلون را نه وړي. G_{br} =37GPa



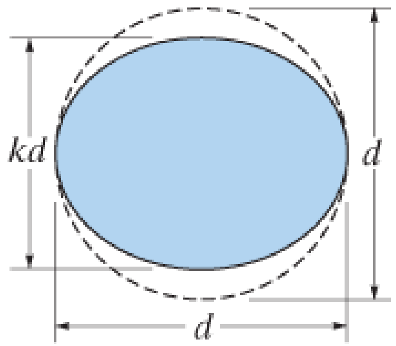
س 5-95

*5-96 . په دی لاندی انځور کی a=25 mm او b=15 mm دی. کله چې یو تورک T =80 N.m. په ګردی او بیضوی شافتونو عمل وکړی اعظمی شیر د هر یوه لپاره پیدا کړي. او هم په کومه سلنه هغه شافت چې ګردي غوڅه برخه لری نسبت بیضوی غوڅی برخی لرونکی شافت ته د ډیر تورک توانايي لری.



س 5-96

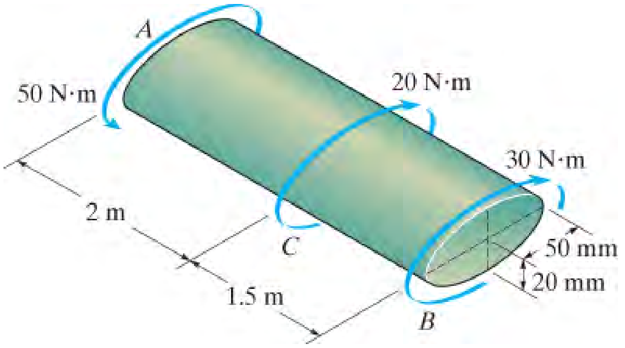
5-97 . غواړو چې یو ګردی میله جوړه شي، تر څو د تورک توانايي ولري، اما په جوړه ولو کی دا میله بیضوی راغله. یو ه خوا د بلی خوا په پرتله د k فکتور په اندازه کوچنی جوړه شوی. دا فکتور داسی پیدا کړي چې اعظمی شییر سترس زیاتوالي و مومي.



س 5-97

5-98 . دا لاندی شافت له C83400 سور رنګ برنجو جوړ شوی او بیضوی غوڅه برخه لری. که چیرا دا لاندی بنودل شوي تورک وربانډی پلی شی اعظمی شییر سترس د AC او BC په برخو کی پیدا کړی. او هم د تاو زاویه f د پای B نسبت پای A ته معلوم کړي.

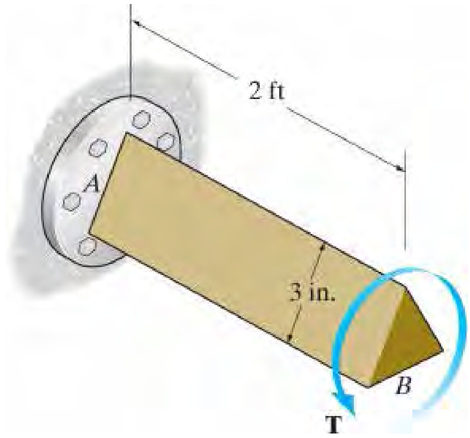
5-99 . په سوال 5-98 کی اعظمی شیر سترس د AC او BC په برخو کی، او د تاو زاویه د f پای B نسبت C ته معلوم کړي.



س 5-98/99

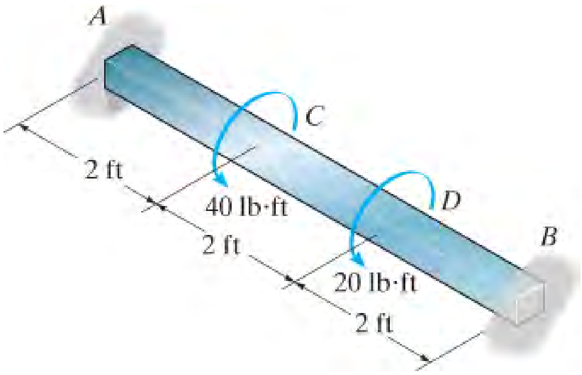
*5-100 . که چیری په پای B د یو مثلثی شافت تورک T =900 lb.ft عمل وکړي اعظمی شییر سترس په شافت کی پیدا کړي. او هم د تاو زاویه په پای B کی معلوم کړي. شافت له 6061-T1 المونیم څخه جوړ شوی.

5-101 . که چیری شافت مثلثي غوځه برخه چې تولی ضلعی یي مساوی دی له داسی موادو جوړ شوی وی چې د منلو وړ شییر سترس t_{allow} =12 ksi دی، هغه اعظمی ټورک چې کیدی شی په پای B پلی شي معلوم کړي.



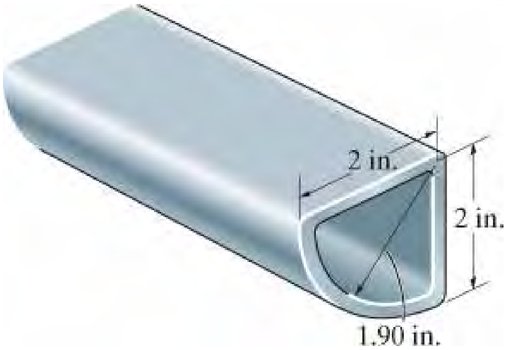
س 5-100/101

5-102 . دا لاندی د 2014-T6 الومنیم جوړه شوی سترت په A او B ک پایلوکی کلک ترل شوی. که چیری غوځه برخه ددی سترت مربع 2 in په 2 in وی ، او ښودل شوی تورک ورباندی پلی شوی وی ریکشنونه په اتکاوو کی معلوم کړي. او هم د تاو زاویه په C کی معلوم کړي.



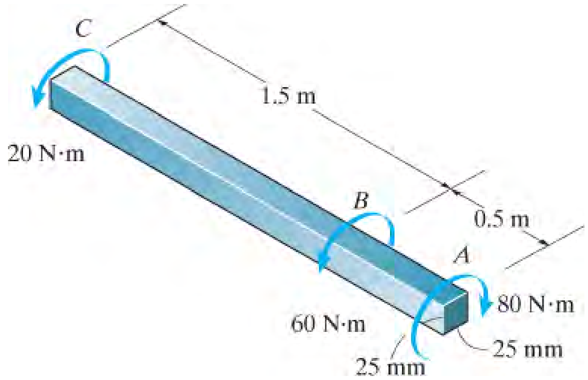
س 5-102

5-103 . په دی لاندی تیوب یو تورک 2 kip.in پلی شوی دی. که د دیوال ضخامت 0.1 in وی اعظمی شییر سترس په ټیوب کی معلوم کړي.



س 5-103

5-104* . د 6061-T6 المونيم میله مربع غوڅه برخه 25 mm په 25 mm ده چی په لاندی انځور کی ښودل شوی. که چیر اوږدوالي يي 2m وی اعظمی شییر سترس په میله کی او هم د یو پای نسبت بل پای ته تاویدل معلوم کړي.



س 5-104

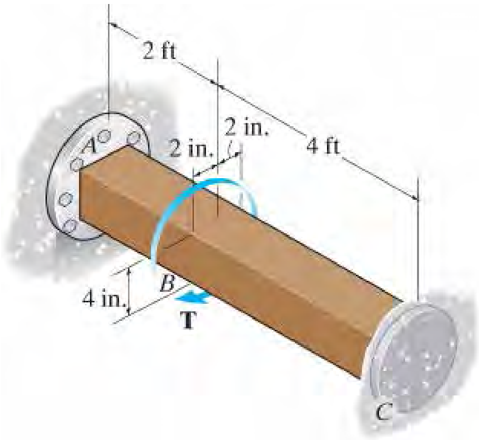
5-105 . دا لاندی شافت باندی یو تورک 3kN.m عمل کړی، اعظمی شییر سترس په شافت کی معلوم کړي. او هم د تاو زاویه په پای *B* کی معلومه کړي. شافت له A-36 فولادو جوړ شوی. ارزښت د a =50 mm دی.

5-106 . که چیری دا لاندی شافت له A-36 فولادو جوړ شوی وی چی منل شوی شییر سترس يي t_{allow} = 75 MPa دی. اصغری ارزښت د *a* د غوڅی برخی، میلی متر ته نیږدی، پیدا کړي، او هم د تاو زاویه په پای *B* کی معلومه کړي.

س 5-105/106

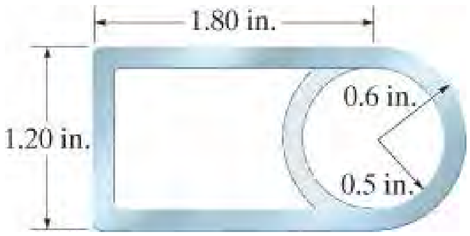
5-107 . که چیری دا لاندی جامد شافت له C83400 سرو برنجو جوړ شوی وی او د منلو وړ شیر سترس یي $t_{allow} = 4$ ksi وی، اعظمی د منلو وړ تورک **T** چی په پای *B* کی پلی کیدی شی معلوم کړي.

***5-108 .** که چیری دا لاندی جامد شافت له C83400 سرو برنجو جوړ شوی وی او تورک **T** = 6 kip.ft په *B* کی عمل وکړي اعظمی شییر سترس معلوم کړي.



س 5-107/108

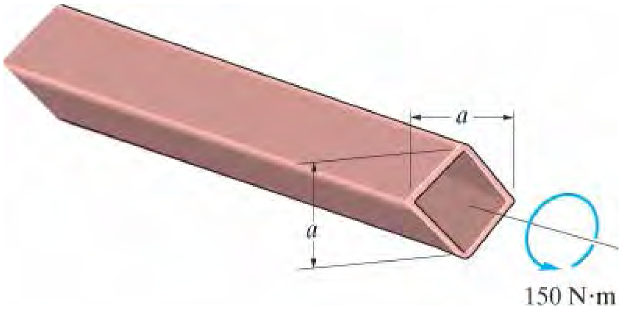
5-109 . د ورکړل شوي اعظمي اوسط شییر سترس لپاره ، داسی فاکتور چې د هغه په واسطه د تورک بار وړلو ظرفیت لوړیږي مشخص کړئ ، کله چی نیمه گردی برخه چی په ټوټه شوي کربښي بنودل شوی بیرته مکمل کربښي ته راوګرځی. تیوب 0.1 انچه ضخامت لري .



س 5-109

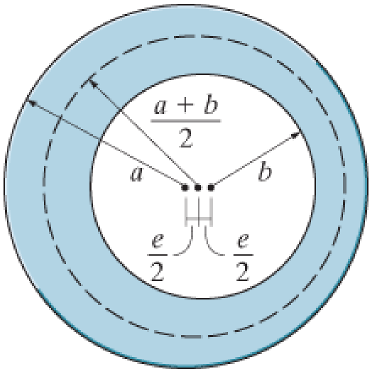
5-110 . په دی لاندی پلاستیکی ټیوب باندی 150 N.m تورک عمل کړي. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 60 MPa وی اوسط اندازه د ***a*** معلومه کړی. د هر اړخ ضخامت t = 3mm دی.

5-111 . په دی لاندی پلاستیکی ټیوب باندی 150 N.m تورک عمل کړي. که چیری اوسط اندازه د a = 200 mm وی اوسط شییر سترس په ټیوب کی معلوم کړی . د هر اړخ ضخامت t = 3mm دی.



س 5-110/111

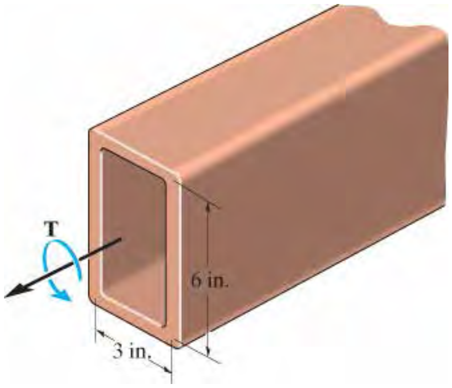
5-112 . د جوړوني تېروتنې له امله د داخلي حلقې د ټیوب د بهرنی دایرې په تړاو بیځایه (eccentric) شوی. په کوم سلنه (فیصدی) د تورژن توانايي کمه شوی کله چی د ایکسینتریستی (eccentricity) ***e*** ارزښت د شعاع په پرتله څلورمه (1/4) برخه توپیر ولری.



س 5-112

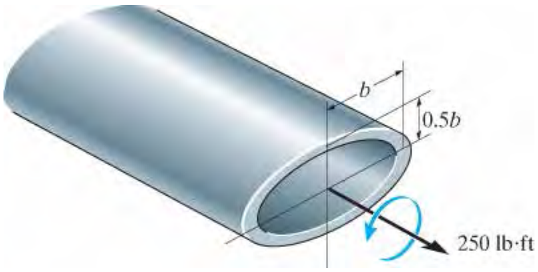
5-113 . کله چې تورک T = 100kip.in په دی لاندی تیوب پلی شی ، په داسی حال کی چی اوسط شییر سترس له 12 ksi زیاتوالی ونه مومي، د تیوب ثابت ضخامت پیدا کړي.

5-114 . په دی لاندی مستطیلی تیوب پلی کیدل د تورک ***T*** معلوم کړی کله چی د اوسط شییر سترس اندازه له 12 ksi زیاتوالی ونه مومي . د تیوب ابعاد لاندی ښودل شوی او د تیوب ضخامت 0.25 in دی.



س 5-113/114

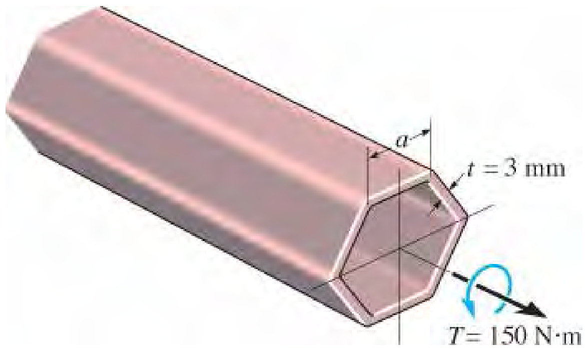
5-115 . دا لاندی فولادی تیوب بیضوی غوڅه برخه او ښودل شوی ابعاد لري. د تیوب ضخامت t = 0.20 in دی. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 8 ksi او په تیوب یو تورک T = 250 lb.ft پلی شي، اړوند اندازه د ***b*** معلومه کړي. د بیضوی ساحه را کړل شوی. $A_m = pb(0.5b)$ ده.



س 5-115

5-116* . په پلاستیک جوړشوی شپږ ضلعی (hexagonal) تیوب یو تورک د 150 N.m عمل کړي. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 60 MPa وی، د منځنی ابعاد ***a*** مشخص کړي.

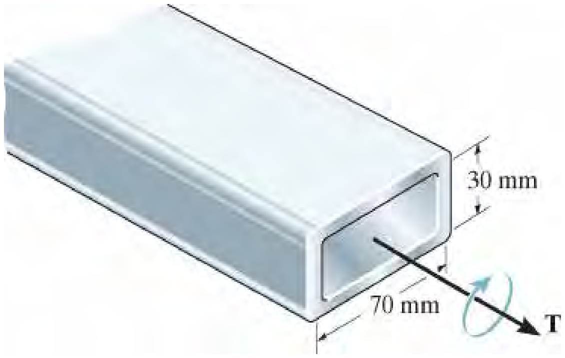
دهر ضلعی ضخامت $t = 3$ mm دی.



س 5-116

5-117 . دا لاندی ښودل شوی ټیوب له 304 فولادو چی ضخامت یی 10 mm دی جوړ شوی. که چیری د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 80 MPa وی اعظمی تورک ***T*** چی پلی کیدی شی معلوم کړی. همدا رنګه که چیری ټیوب 4 m اوږد وی د تاو زاویه د یوه پای نسبت بل پای ته معلومه کړي. ابعاد په انځور کی ښودل شوی.

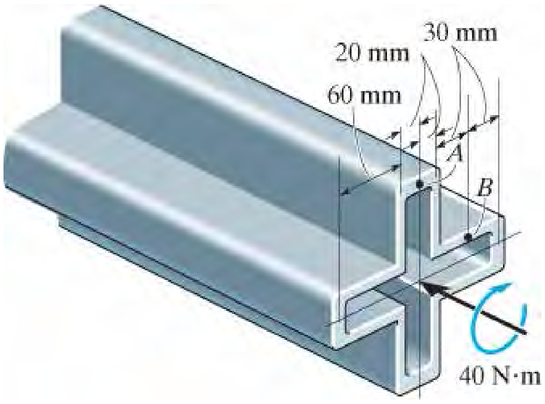
5-118 . دا لاندی ښودل شوی ټیوب له 304 فولادو چی ضخامت یی 10 mm دی جوړ شوی . که چیری تورک T = 50 N.m ورباندی پلی شی، اوسط شییر سترس په ټیوب کی معلوم کړي. ابعاد په انځور کی ښودل شوي.



س 5-117/118

5-119 . یو سیمیتریک (symmetric) ټیوب له فولادو جوړ شوی، ضخامت یي 5 mm او نور ابعاد یي په لاندی انځور کی ښودل شوي. که چیری یو تورک T = 40 N. m وربادی پلی

شي اوسط شییر سترس د A او B په ټکیو کی پیدا کړي. بیا شیر سترس په یوه حجمی ټوټه په هر ټکی کی وښي .



س 5-119

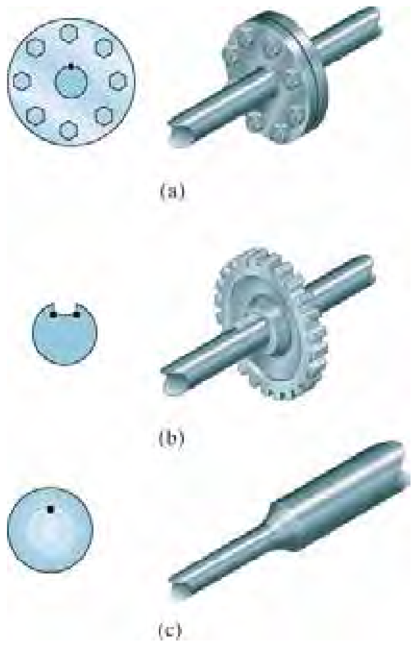
5.8 د سترس غلزت (STRESS CONCENTRATION).

د تورژن فورمول، $t_{max} = Tc/J$ ، د شافټ په هغه سیمو کې چی په غوڅه برخه کې ناڅاپه بدلون راغلی وی، نشي پلي کیدی، ځکه چې په دی سیمو کی د شییر سترس او شییر سترین ویش پیچلي کیږي. اما په هرصورت کیدی شي، د تجربوي طریقو له مخی او یا د ریاضی تحلیل چی د ایلستیستی تیوری پر بنسټ ولاړ وی پایلی تر لاسه شی.

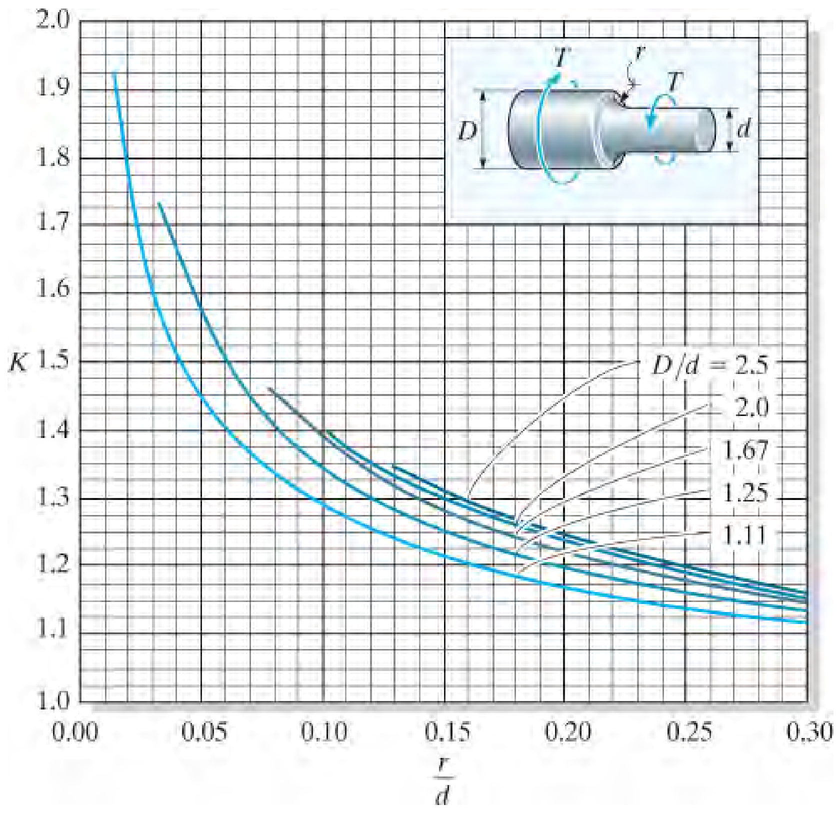
د غوڅی برخې درې عام بدلونونه چې په عمل کی لیدل کیږي په انځور 5-29 کې ښودل شوی. دوی، لکه کپلینګ (*couplings*) ، چې د داسی حالت لپاره کارول کیږي کوم دوه شافتونه چې دیوی کرښی په اوږدوالی وی د یو بل سره وصل کړئ، انځور 5-29a . کلیدي لارې (*keyways*) کوم چې ګیرونه یا پولی (*pulleys*) له شافټ سره وصل کړئ ، انځور 5-29b . اویا د ګام شافټ (*step shaft*) چې له یوه شافټ څخه جوړ یا ماشین شوی وی، انځور 5-29c . په هره قضیه کې اعظمي شییر سترس به په هغه نقطه کې رامینځته شي چې په غوڅه برخه کې ښودل شوي.

ددی لپاره چې له پیچلی سترس تحلیل نه مخنیوی و شی ، په هغه شافتونو کې چې په غوڅه کی یی ناڅاپه بدلون راځی، کیدی شی چې د اعظمي شییر سترس تر لاسه کولو لپاره د ***تورژن د غلظت له فکتور K*** څخه کاروا خستل شي. لکه څنګه چې د محور ی بار شوی غړی په قضیه کې برخه 4.7 برخه کی د K ارزښت معمولا له هغه ګرافونو څخه چې د آزموینو پر بنسټ ولاړ دی اخیستل کیږي .

یوه بیلګه يي د اوږو – فلیت (*shoulder fillet*) شافټ لپاره، په انځور 5-30 کې ښودل شوي. د دې ګراف کارولو لپاره، یو څوک د جیومیټریک نسبت D/d د مناسب کرښې تعریف کولو لپاره پیدا کوي ، او بیا د r/d محاسبه کولو وروسته د K ارزښت د عمودی محور سره موندل شوی .



انځور 5-29

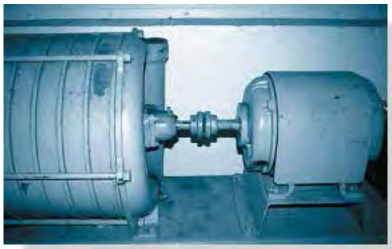


انځور 5-30

اعظمی شییر سترس بیا مساوی دی په

$$\tau_{max} = K\frac{Tc}{J} \qquad (5\text{–}21)$$

دلته د ټورژن فورمول د هغو دوو شافتونو چې یو بل سره وصل شوی د کوچنی شافټ د پاره پلی کیږی. او اعظمی شییر سترس t_{max} د فیلیت (fillet) په ټیټه برخه کی جوړیږي، انځور 5-29c .



په دی ډول شافتونو کی د سترس غلظت
په کپلینک را مینځ ته کیږی اود ډیزاین په
مرحله کی باید په پام کی ونیول شی.

د گراف په پام کی نیول ښیی، کله چی د فیلیټ (fillet) شعاع r زیاتوالی وموموی د K د کمښت لا مل کیږي . له دې امله اعظمي شییرسترس په شافټ کې د شعاع په زیاتوالي سره کم کیدی شي.
همدارنګه، که د لوی برخې قطر کم شي، د D/d نسبت به ټیټ وي او د K ارزښت به هم ټیټ وي او له همدې امله t_{max} به ټیټ وي

د محوري بار شوي غړو قضیې په څیر، د تورژن سترس شاغلظت فکتورونه باید تل د هغه شافتونو په ډیزاین کی وکارول شي کله چې شافټونه د ماتیدونکیو موادو څخه جوړ شوي وی، یا کله چې شافټونه د ستړیا ، یا سایکلیک تورژن بار وربандی عمل کړي . دا شرایط لامل کیږی چی د فشار غلظت په برخه کی درزونو جوړ او ډیری وختونه د ناڅاپي ماتیدو لامل کیدی شي. له بلې خوا، که چیرې لوی سټاټیکی تورژن بارونه په هغو شافټونو چی له نرمو موادو څخه جوړ شوی وربандی پلي شي، نو بې الاستیکه سترینونه به د شافت دننه وده ومومي.دموادو ییلد (yield) کیدل ددی لامل کیږي چی د سترس ویش په ټول شافت کی په مساوي ډول توزیع شي، او اعظمي سترس به د غلظت په ساحې پورې محدود نه وي. دا اغیزی به په راتلونکې برخه کې تر بحث لاندې ونیول شي .

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

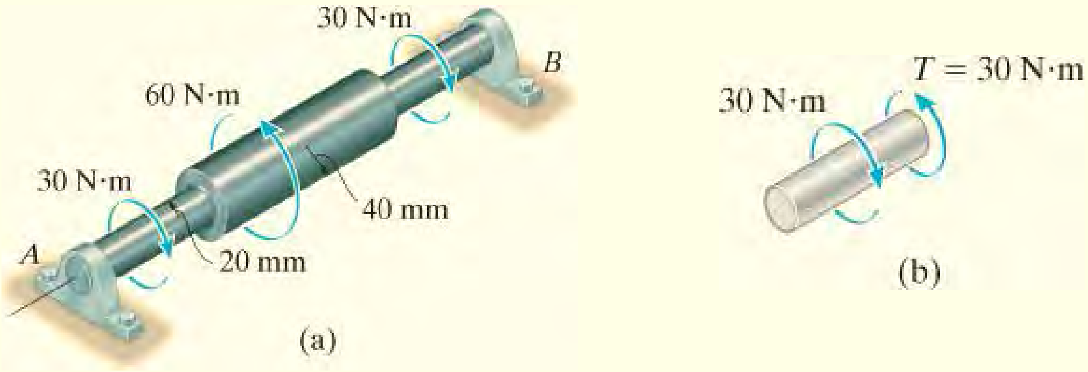
- په شافټ کی د سترس غلظت په هغه ټکیو کی پیښیږی چی غوڅه برخه په ناڅاپه ډول بدلون مومی لکه کپلینګ (couplings) ، یا د کلی لارې (keyways) او یا د ګام شافټ (*step shaft*) . هر څومره چی د جیومتری یا هندسی بدلون ډیر وی هغومره د سترس غلظت هم ډیروي.

- په غوڅه برخه د سترس ویش پوهیدل د ډیزاین او تحلیل لپاره اړوند نه دی. کیدی شی چی اعظمی شیر سترس د سترس غلظت فکتور K چی له آزموینو لاس ته راځی کار واخیستل شی. د غلظت فکتور ازرزښت یوازې د شافت د هندسی څرنګوالی سره تړاو لری.

- په عادی حالتونو کی شافټ چی له نرمو موادو (ductile) څخه جوړ او ستا تیک تورک وربادی پلې شي د غلظت فکتور د ډیزاین په مرحله کی *اړوند نه دي*، اما که چیری له ماتیدونکیو موادو (*brittle*) جوړ او یا دا چی فتیګ بار ور باندی عمل کوی د غلظت فکتور بیا مهم ګڼل کیږی.

مثال 5.14

دا لاندی د ګام شافت په پای A او B کی د بیرینګ په واسطه تړل شوي، انځور 5-31a . په انځور کی ښودل شوی بهرنی ټورکونه وربانذی پلی شوی، اعظمی شییر سترس په شافټ کی معلوم کړي. د اوړي د فیلیت شعاع په هری برخه کی r =6 mm .



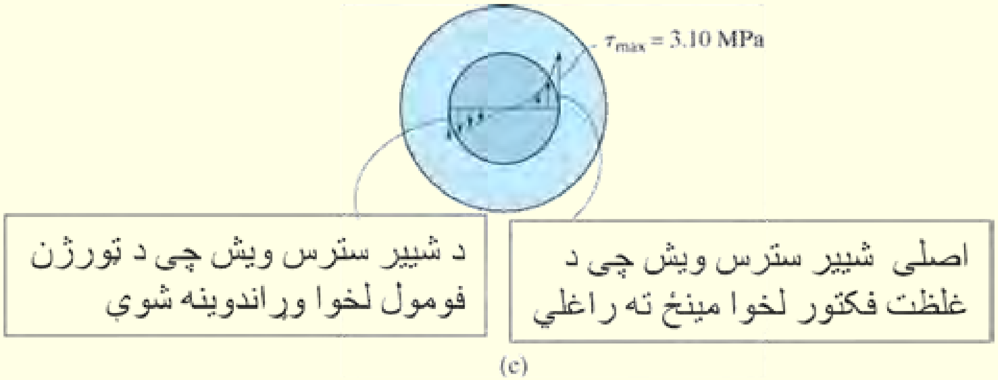
حل (SOLUTION)

داخلی ټورک (Internal Torque) . دکتنی له مخی د مؤمنت توازن د شافټ په محوربرابر دی. څرنګه چی اعظمی شییر سترس د کوچنی قطرشافټ په بیخ کی دی چی د بهرنی ټورک (30 N. m)له امله که چیری د برخو له طریقی کار واخلو پیدا کیدی شي ، او دا په انځور 5-31b کی ښودل شوي.

اعظمی شییر سترس (Maximum Shear Stress) . د انځور 5-30 په کارولو سره د سترس غلظت فکتور پیدا کیدی شي. د شافټ له هندسی نه لرو:

$$\frac{D}{d} = \frac{2(40\text{ mm})}{2(20\text{ mm})} = 2$$

$$\frac{r}{d} = \frac{6\text{ mm}}{2(20\text{ mm})} = 0.15$$



انځور 5-31

پدی صورت کی ارزښت K =1.3 لاس ته راځي.

له معادلی 5-21 کار اخلو او مونږ لرو:

$$\tau_{max} = K\frac{Tc}{J};\quad \tau_{max} = 1.3\left[\frac{30\ \text{N}\cdot\text{m}\ (0.020\ \text{m})}{(\pi/2)(0.020\ \text{m})^4}\right] = 3.10\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه: د آزموینو له څرګندونه، د سترس اصلی ویش د غوڅی برخی د شعاع په کربنه، په خطرناکه برخه کی ورته دی هغه ته چې په انځور 5-31c کی ښودل شوي. په یاد ولري چې دا ویش د خطی سترس ویش چې له تورژن فورمول پیدا شوی څه رنګه پرتله کیږي.

5.9* غیر ارتجاعی تورژن (INELASTIC TORSION)

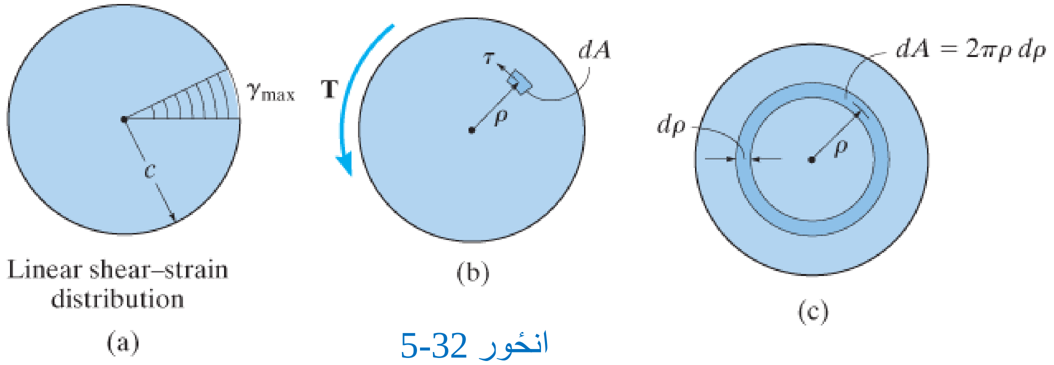
که چیرې په شافټ باندی پلي شوي تورژن بارونه ډیر شی، نو بیا مواد ممکن ییلډ وکړي، او په دی حالت کی د شیر سترس او د تاو زاویي معلومولو لپاره باید له "پلاستیکی تحلیله" کارواخستل شي.

څنګه چې په برخه 5.1 کې ښودل شوی، پرته له پام نیولو موادو د څرنګوالی نه، شییر سترین په ګردي شافټ کې له صفر څخه په خطي ډول وده او توپیر لري. پدی معنی چې د شافت په مرکز کی صفر او په بهرنی برخه کی اعظمی حد ته رسیږی چې په انځور 5-32a کی ښودل شوی. همدا رنګه ، رامینځته شوي تورک په برخه کې باید مساوی وی په هغه تورک سره چې د شییر-سترس تول ویش چې په غوڅه برخه یې عمل کړې، جوړوی. کله شییر سترس t په ساحه dA د عنصر باندې عمل وکړی یوه قوه

د پلاستیکي تورک کارول لامل د الومینیم نمونې شدید تاویدل شوی

$dF = t\,dA$ ، انځور 5-32b جوړه وی . بیا د شافټ په محور تورک $T = r\,dF = r(t\,dA)$. .
د ټول شافټ لپاره موږ اړتیا لرو

$$T = \int_A \rho\tau\,dA \qquad (5\text{–}22)$$



انځور 5-32

که چیرې په ساحه dA شییر سترس t عمل کړي او موږ یي حلقه فرض کړو بیا ساحه د حلقي عبارت ده په $dA = 2pr\,dr$ انځور 5-32c بیا پورتنی معادله داسې لیکلی شو

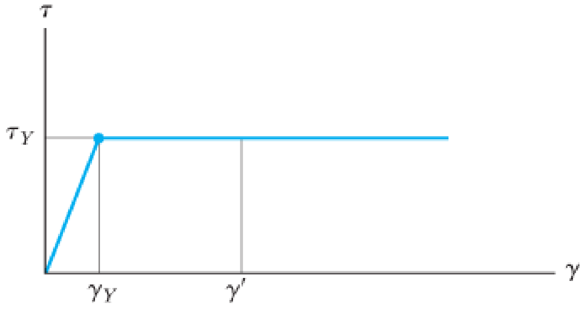
$$T = 2\pi \int_0^c \tau\rho^2\,d\rho \qquad (5\text{–}23)$$

اوس به دا معادله په هغه شافټ چې دوه تورکونو وربانډې پلی شوی تطبیق کړو.

ایلاستیک – پلاستیک تورک (ELASTIC-PLASTIC TORQUE)

راځئ چې په شافټ کې هغه مواد په پام کې ونیسو لکه څنګه چې په انځور 5-33a کې بنودل شوي چې ایلاستیک او بشپړ پلاستیکي چلند ولرى.

که داخلي تورک اعظمي ارتجاعی (ایلاستیک) شییر سترین γ_Y په بیرونی برخه د شافټ کی جوړ کړي ، بیا اعظمي ارتجاعي تورک T_Y چې دا سترین تولیدوي د تورژن له فارمول څخه موندل کیدی شی ، نو لیکلی شو:



(a)

انځور 5-33

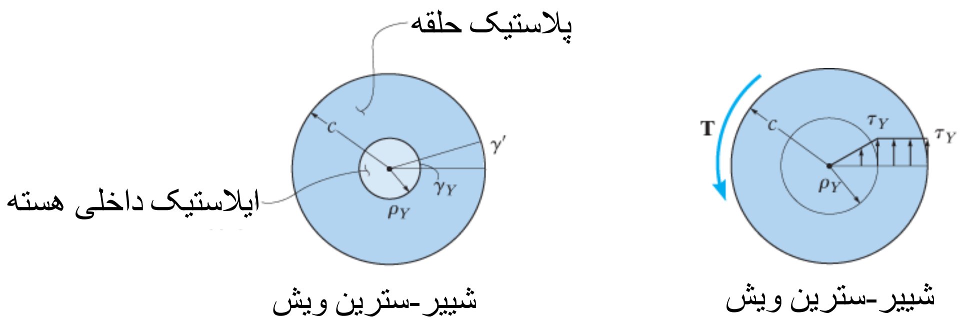
$$\tau_Y = T_Y c / [(\pi/2)c^4]$$

نو بیا

$$T_Y = \frac{\pi}{2}\tau_Y c^3 \qquad (5\text{–}24)$$

که چیرې د پلي شوي تورک اندازه له T_Y څخه زیات شي، نو د شافټ په بهرنی سرحد $\rho = c$ کی مواد به په ییلد پیل وکړئ. څنګه چې د شییرن سترین اعظمي حد ته لوړیږي لکه γ' ، نو که چیرې مواد ایلستیک- بشپړ ډول - پلاستیکي چلند ولري، انځور 5-33a، د ییلد حد به د شافټ مرکز په لور پرمختګ ومومي، انځور 5-33b . لکه څنګه چې ښودل شوي، دا یوداخلی ***ایلاستیک هسته*** جوړه وی ، چیرې چې د تناسب له مخې، د هستی شعاع $\rho_Y = (\gamma_Y/\gamma')c$ ده. بهرنی برخه د موادو پلاستیکي حلقه (plastic annulus) جوړوي، ځکه چې په دې سیمه کې د شییر سترینونه γ د γ_Y په پرتله لوی دی. د شیر سترس ویش د شافټ په شعاع کربنه په انځور 5-33c کی ښودل شوي. او دا د پرله پسي ټکو اخیستلو د شییر سترین د ویش نه چې په انځور 5-33b کی شودل شوی او پدی توګه شیر سترس ورته ارزښت موندلو له τ-γ دایګرام د انځور 5-33a څخه پیدا کیږی. د مثال په توګه، په $\rho = c$ ، د γ' ارزښت ورکوي τ_Y ، او په $\rho = \rho_Y$ کې، γ_Y هم τ_Y ورکوي او داسی نور.

څرنګه چې τ په انځور 5-33c کې اوس تابع د ρ دی، موږ کولی شو معادله 5-23 تطبیق او ټورک وټاکو .مونږیی لرو



(b) (c)

انځور 5-33 (تکرار)

$$T = 2\pi \int_0^c \tau \rho^2 \, d\rho$$

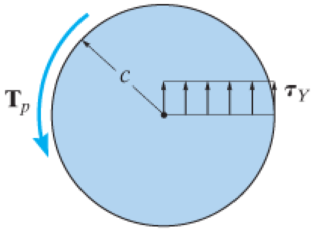
$$= 2\pi \int_0^{\rho_Y} \left(\tau_Y \frac{\rho}{\rho_Y} \right) \rho^2 \, d\rho + 2\pi \int_{\rho_Y}^{c} \tau_Y \rho^2 \, d\rho$$

$$= \frac{2\pi}{\rho_Y} \tau_Y \int_0^{\rho_Y} \rho^3 \, d\rho + 2\pi \tau_Y \int_{\rho_Y}^{c} \rho^2 \, d\rho$$

$$= \frac{\pi}{2\rho_Y} \tau_Y \rho_Y^4 + \frac{2\pi}{3} \tau_Y (c^3 - \rho_Y^3)$$

$$= \frac{\pi \tau_Y}{6} (4c^3 - \rho_Y^3) \qquad (5\text{–}25)$$

پلاستیک تورک (PLASTIC TORQUE) . په T کې نور زیاتوالی د ایلستیک هستی شعاع کموي تر هغه وخته پورې چې ټول مواد ییلد وکړي، د مثال په توګه، $\rho_Y \to 0$ ، انځور 5-33b . د شافټ مواد به بیا په بشپړ ډول پلاستیکي چلند سره مخ شي او د شییر سترس ویش د شعاع د کرښې په اوږدوالی کی یوډول کیږي، نو دا چې $\tau = \tau_Y$. موږ اوس کولی شو چې معادله 5-23 پلي کړو تر څو **پلاستیکي تورک** T_p ، کوم چې ترټولو لوی احتمالي تورک استازیتوب کوي چې شافټ به یې ملاتړ وکړي، و ټاکو .



بشپړ پلاستیک تورک
(d)

انځور 33-5 (تکرار)

$$T_p = 2\pi \int_0^c \tau_Y \rho^2 d\rho$$

$$= \frac{2\pi}{3} \tau_Y c^3 \qquad (5\text{–}26)$$

کله چې دا له اعظمی ایلستیکی تورک T_Y سره پرتله شي معادله 24-5 داسی لیدلی شو

$$T_p = \frac{4}{3} T_Y$$

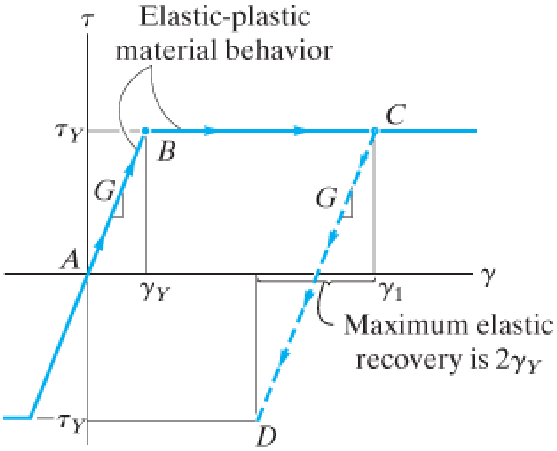
پدی معنی چې پلاستیکی تورک د اعظمی ایلاستیک تورک په پرتله % 33 زیات دی.

له بده مرغه، په انځور 33d-5 کې د تاو زاویه f د دی ډول شییر سترس ویش لپاره نشي کیدی په ځانګړي ډول تعریف شی. دا ځکه چې $t = t_Y$ د شییر سترین له کوم ځانګړي ارزښت سره مطابقت نلري $g \ge g_Y$. د پایلې په توګه، یوځل چې T_p تطبیق شي، شافټ به بیځایه کیدو، یا تاویدو ته دوام ورکړي بیله دی چې په شییر سترس کې کوم ورته زیاتوالي راشی.

*5.10 پاتیکیدونکی ستړیس (RESIDUAL STRESS)

کله چې په یو شافټ تورک پلی شي او پلاستیک سترین جوړ کړي ، بیا که تورک هم لیري شي یو اندازه شییر سترس په شافټ کی پاتی کیږي. دی پاتی شوی سترس ته پاتی شوی ستړیس (***Residual Stress***) ویل کیږي او ویش یې د سوپر پوزیشن پواسطه محاسبه کیدی شي.

د مثال په توګه که تورک T_p د شافټ بیرونی سطحه مواد په اندازه د g_Y سترین کړي، لکه ټکی C په ګراف t - g انځور 34-5 . لیری کیدل د Tp سبب د بیرته ګرزیدو د شییر سترس کیږي، پدی معنی چې یو اندازه شییر سترین به خوشي شی او دا په مستقیمه کرښه CD بنودل شوي. دا په نامه دی ایلاستیک ریکوری (***elastic recovery***) یادیږي او دا کرښه موازي په اولی مستقیمه کرښه AB د t - g دایګرام ده. په بل عبارت دواړه کرښې یو شان میلان G لري.



انځور 5-34

ځکه چې د ایلستیک برخی بیرته اخیستل واقع کیږي، موږ کولی شو د پلاستیکي تورک سترس ویش باندې اضافه کړوځنګه چې په انځور 5-35a کې ښودل شوی د **سترس خطي ویش** چې د پلاستیکي تورک Tp پلي کولو له امله رامینځته کیږي په **مخالف لوري** ځای په ځای کړو، انځور 5-35 b وګوري. دلته اعظمي شییر سترس t_r د دی ستریس ویش ته **ماتونکی ماجولس** (***modulus of rupture***) د تورژن لپاره ویل کیږي. او دا د تورژن له فورمول* څخه ټاکل کیږی، کوم چې ورکوي

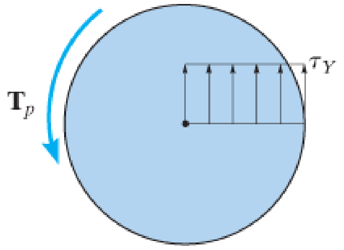
$$\tau_r = \frac{T_p c}{J} = \frac{T_p c}{(\pi/2)c^4}$$

له معادلی 5-26 کار اخلو، لیکلی شو

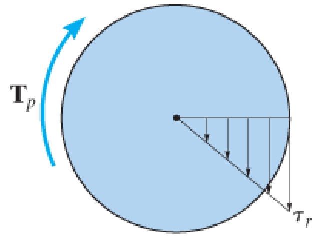
$$\tau_r = \frac{\left[(2/3)\pi\tau_Y c^3\right]c}{(\pi/2)c^4} = \frac{4}{3}\tau_Y$$

په یاد ولرئ چې په مخالف لوری د Tp په کارولو سره د شییر-سترس د خطی ویش ، انځور 5-35b، ممکن دی ځکه چې اعظمی بیرته اخیستنه د ایلستیک شییر سترین $2g_Y$ ده، لکه څنګه چې په انځور 5-34 کې یادونه شوې. دا به د اعظمي پلي شوي شییر سترس $2t_Y$ سره مطابقت ولري ، کوم چې د پورته حساب شوي $4/3t_Y$ د اړتیا وړ شییر سترس څخه ډیر دی. له همدې امله، په

اضافه کولو (***superposition***) د سترس ویش او بیا بیرته اخیستل د پلاستیک تورک موړ کولای شو چې د ***پاتې شوی شیر سترس ویش*** (***residual shear-stress***) په شافټ کی پیدا کړو، انځور 5-35c وګوري. په حقیقت کې د شافټ په مرکز کې د شییر سترس د t_Y په توګه ښودل شوی، هغه باید صفر وي، ځکه چې د شافټ په محور سره مواد هیڅکله سترین نه کیږي. دلیل يې چې صفر نه دی دا دی موږ انګیرل چې د شافټ ټول مواد د ییلد له اندازې زیات سترین شوي تر څو پلاستیک تورک پیدا کړو، انځور 5-35a . په ریښتیني توګه کله چې د موادو چلند ماډل کیږي یو ایلاستیک -پلاستیکي تورک باید په پام کې ونیول شي . او که چیرې دا وشي د ستریس ویش سوپر پوزیشن (superposition) چې په انځور 5-35d کی ښودل شوی په لاس راځي.

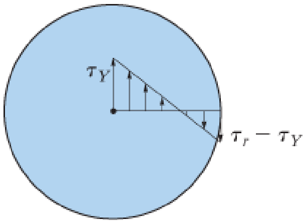


پلی شوی پلاستیک تورک په ټول شافت کی پلاستیک شییر سترین جوړه وی
(a)

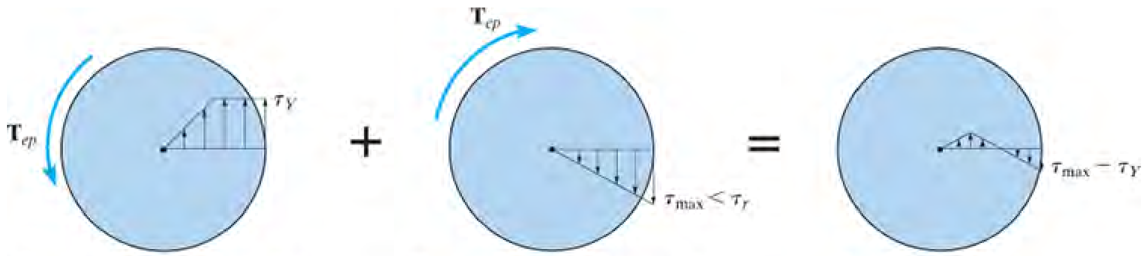


مخالف جحت پلاستیک تورک ایلاستیک شییر سترین په ټول شافت کی جوړه وی
(b)

انځور 5-35



د پاتی شوی شییر-سترس ویش په شافت کی
(c)



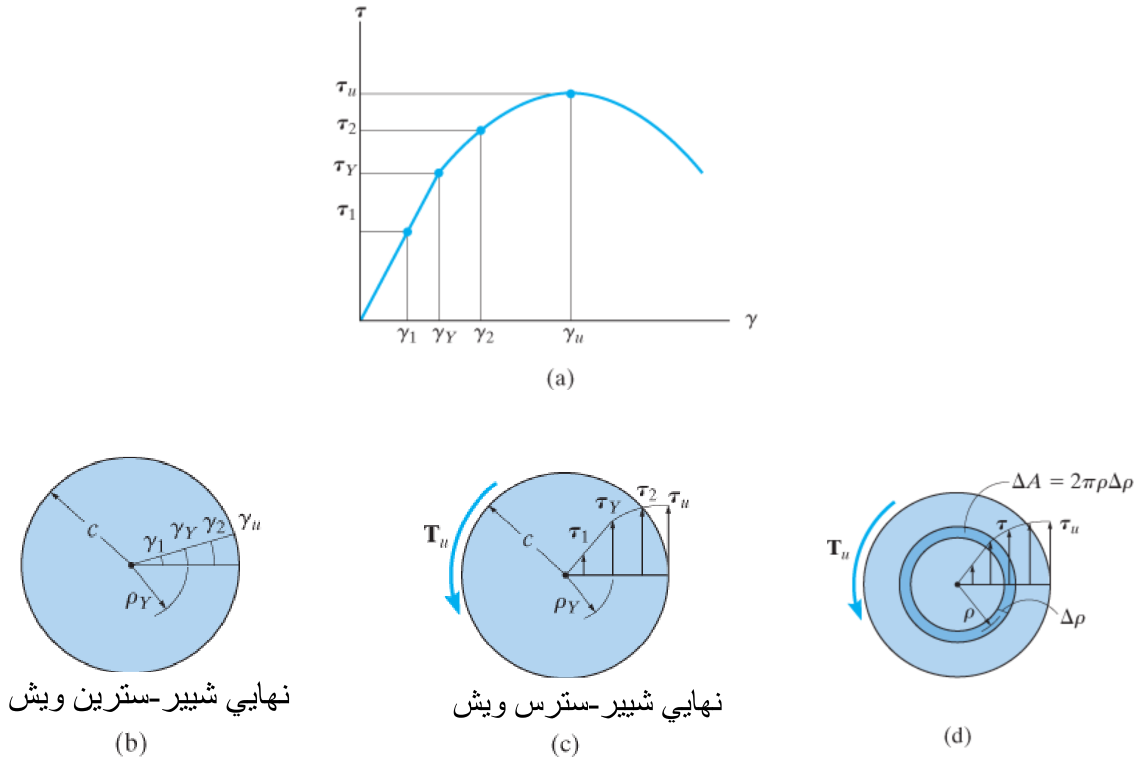
ایلاستیک-پلاستیک پلي شوی تورک | خلاف جحت ایلاستیک-پلاستیک تورک | پاتی شوی شییر-سترس ویش په شافت کی
(d)

انځور 5-35 (تکرار)

* د تورژن فورمول یوازی هغه وخت د اعتبار وړ دی چې مواد خطی ایلاستیک چلند ولری. د ماتیدو ماجولس له دی سبب نومول شوی ځکه دا فکر کیږی مواد ایلاستیک چلند لری او بیا ناڅاپه، په متناسب (proportional limit) حد کی ماتیږي.

نهايي تورک (Ultimate Torque). په عمومي حالت کې، د ډيرو انجنيري موادو سترس-سترين ډايګرام ، لکه څنګه چې په انځور 5-36 a کې ښودل شوی، وي. په پايله کې، که تورک T زيات شي نو په دې توګه د اعظمي شيير سترين په شافټ کې $\gamma = \gamma_u$ ، انځور 5-36b کيږي. بيا د تناسب له مخې γ_Y واقع کيږي په $\rho_Y = (\gamma_Y / \gamma_u)\, c$. په ورته ډول، شيير سترين په $\rho = \rho_1$ او $\rho = \rho_2$ ، د تناسب له مخې موندل کيدی شي، د بيلګې په توګه، $\gamma_1 = (\rho_1/c)\gamma_u$ او $\gamma_2 = (\rho_2/\gamma_u)$. که اړونده ارزښتونه τ_1، τ_Y، τ_2، او τ_u له ډايګرام γ-τ څخه واخيستل او پلاټ شي، موږ د شيير سترس ويش ترلاسه کوو، کوم چې عمل کوي د غوڅې برخې د شعاع په کربنه سره، انځور 5-36 c . هغه تورک چې لدې سترس ويش نه پلاس راځي په نامه د ***نهايي تورک***، T_u يادول کيږي.

د Tu اندازه د 5-23 معادلی د "ګرافيکي" ادغام له لارې ټاکل کيدی شي. د دې لپاره، د شافټ غوڅې برخې ساحه په يو محدود شمير کوچنيو حلقوی برخو ويشل شوې ده ، لکه د سيوري برخه چې په انځور 5-36 d کې ښودل شوي . د دې حلقې ساحه، $\Delta A = 2\pi\rho\, \Delta\rho$، دا د شيير سترس τ چې په هغې باندې عمل کړي ضرب کيږي ، ترڅو قوه $\Delta F = \tau\, \Delta A$ وټاکل شي. د د دې قوې لخوا رامينځته شوی تورک $\Delta T = \rho\, \Delta F = \rho(\tau\, \Delta A)$ دی. اضافه د ټولې کراس برخې د ټولو تورکونو يو ځاي کولو څخه نهايي تورک Tu لاس ته راځي يعنی معادله 5-23 داسی ليکی شو د $T_u = 2\pi \Sigma \tau \rho^2 \Delta\rho$ کيږي. البته، که د سترس ويش د تحليلي معادلی تابع په توګه څرګند شي ليکلی شو ، $\tau = f(\rho)$، لکه څنګه چې د ايلا ستيک او پلاستيک تورک قضيو کې، بيا د معادلی 5-23 انتيګرال په مستقيم ډول ترسره کيدی شي .



انځور 5-36

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

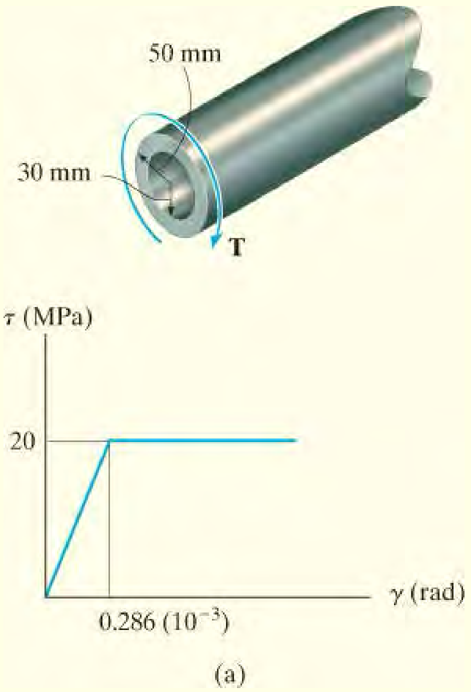
- د *شير- سترين ويش* د شافت په غوڅه برخې د شعاع په کرښه باندې په هندسي حالت پورې تړون لري او دا همیشه په ډاګه شوې چې د شعاع په کرښه خطي بدلون لري. کله چې دا وټاکل شي د شییر - سترس ویش له شییر- سترین ډایګرام موندل کیدی شي.

- کله چې د شییر-سترس ویش د شافت لپاره وټاکل شو، د تورک محصله چې دا جوړه وي استازيتوب د داخلي تورک د محصلې په غوڅه برخه باندې کوي.

- بشپړ پلاستيک چلند دا فرض کوي چې د شییر- سترس ویش په هره شعاعي کرښه ثابت ارزښت لري. که چیرې عمل وکړي شافت تاو مومي بې لدې چې په تورک کې زیاتوالې راشي. دا تورک په نامه دی *پلا ستیک تورک* یادول کیږي.

مثالونه

مثال 5.15



په انځور 5-37a کې یو ټیوبی شافت چې له المونیم څخه جوړ شوي ښودل شوی، او مواد يي بشپړ ايلا ستيک - پلاستيک چلند لري ، د t - g ډایګرام يي لاندی ښودل شوي. اعظمی تورک چې په شافت پلی کیدی شي پرته له دی چې لا مل د موادو د ییلد شی او هم پلاستیک تورک چې په شافت پلی کیدی شی معلوم کړي. همدا رنګه هغه اصغری شییر سترین په بهرنی سطحه چې بشپړ پلاستیک سترین جوړه وی پیدا کړي.

حل (SOLUTION)

انځور 5-37

اعظمی ایلاستیک تورک (Maximum Elastic Torque) .

موږ په بهرنی فایبر شییر سترس 20 MPa وی. د تورژن له فورمول داسی لیکلی شو:

$$\tau_Y = \frac{T_Y c}{J}; \qquad 20(10^6)\ \mathrm{N/m^2} = \frac{T_Y(0.05\ \mathrm{m})}{(\pi/2)[(0.05\ \mathrm{m})^4 - (0.03\ \mathrm{m})^4]}$$

$$T_Y = 3.42\ \mathrm{kN\cdot m} \qquad \textit{Ans.}$$

د شییر سترس او شییر سترین ویش په انځور 5-37 b کې ښودل شوی. ارښتونه په داخلی دیوال د تناسب له لاري پیدا کولای شي.

پلاستیک تورک (Plastic Torque) .

د شییر سترس ویش په دی حالت کی په انځور 5-37c کی ښودل شوي. معادله 5-23 ضرورت لري $t = t_Y$. موږ لرو

$$T_p = 2\pi \int_{0.03\text{ m}}^{0.05\text{ m}} \left[20(10^6)\text{ N/m}^2\right]\rho^2\, d\rho = 125.66(10^6)\frac{1}{3}\rho^3 \Bigg|_{0.03\text{ m}}^{0.05\text{ m}}$$

$$= 4.11\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

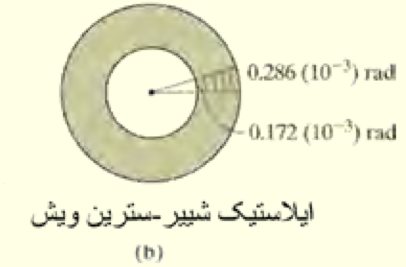
ددی ټیوب لپاره T_P د 20% زیاتوالي د تورک په توانايي کی نسبت ایلاستیک تورک T_Y ته ښیی.

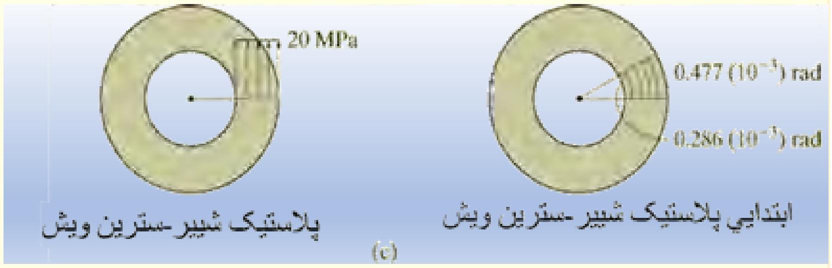
بیرونی شییر سترین په شعاع (Outer Radius Shear Strain) .

ټیوب بشپړ توګه پلاستیک کیږی کله چی شییر سترین په داخلی دیوال کی (10^{-3}) 0.286 رادیان شي، او دا په انځور 5-37c کی ښودل شوي. ځکه چی شییر سترین په غوڅه برخه خطی پاتی کیږي، پلاستیک سترین په بهرنی فایبر د ټیوب په انځور 5-37c کی له تناسب څخه پیدا کیدی شي.

$$\frac{\gamma_o}{50\text{ mm}} = \frac{0.286(10^{-3})\text{ rad}}{30\text{ mm}}$$

$$\gamma_o = 0.477(10^{-3})\text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

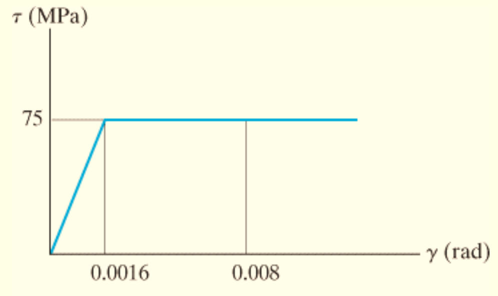




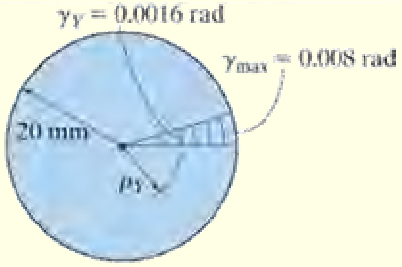
انځور 5-37 (تکرار)

مثال 5.16

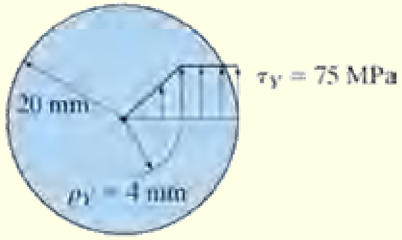
يو جامد ګردی شافت 20mm شعاع او 1.5m اوږدوالي لري. مواد يي ايلاستيک بشپړ پلاستيک $t-g$ چلند لری چی په انځور 5-38a کی ښودل شوي. هغه تورک چی دا شافت f = 0.6 rad تاو کړی معلوم کړي.



(a)



شییر-سترین ویش
(b)



شییر-سترس ویش
(c)

انځور 5-38

حل (SOLUTION)

اول به موږ د اړوند تاو لپاره د شییر-سترین ویش معلوم کړو

او بیا به د شییر- سترس ویش پیدا کړو.

عظمی شییر سترین په بیرونی سطحه د شافت په $r = c$ سره

جوړیږي. څرنګه چی د تاو زاویه f= 0.6 rad د تول

اوږدوالي 1.5 متر د شافت لپاره ده ، له معادلی 5-13

د تول اوږدوالی لپاره داسی لیکلی شو

$$\phi = \gamma \frac{L}{\rho};\qquad 0.6 = \frac{\gamma_{max}(1.5\ \text{m})}{0.02\ \text{m}}$$

$$\gamma_{max} = 0.008\ \text{rad}$$

د شییر-سترین ویش په انځور 5-38b کی ښودل شوی.

ځکه چې $\gamma_{max} > \gamma_Y = 0.0016$ rad مواد ییلد کړي، انځور 5-38a وګوري. د ایلاستیک هستی شعاع ρ_Y له تناسب څخه پیدا کیدی شي. له انځور 5-38b داسی لیکلی شو

$$\frac{\rho_Y}{0.0016} = \frac{0.02\ \text{m}}{0.008}$$

$$\rho_Y = 0.004\ \text{m} = 4\ \text{mm}$$

دشییر-سترین ویش پر بنسټ ، د شییر ستریس ویش د شعاع په اوږدوالی په انځور 5-38c ښودل شوي. اوس کولای شو چی ټورک له 5-25 معادلی پیدا کړو. کله چې له نومریکل دیټا کار واخلو داسی لیکلی شو.

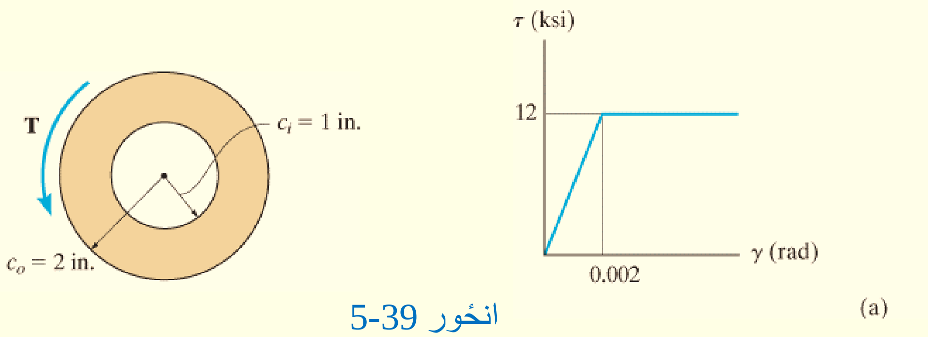
$$T = \frac{\pi \tau_Y}{6}(4c^3 - \rho_Y^3)$$

$$= \frac{\pi[75(10^6)\ \text{N/m}^2]}{6}[4(0.02\ \text{m})^3 - (0.004\ \text{m})^3]$$

$$= 1.25\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 5.17

د 5-ft اوږده ټیوب ایلستیک او بشپړ پلاستیک τ - γ دایګرام په انځور 5-39a کی ښودل شوی. پلاستیک ټورک T_p معلوم کړي. د پاتې شوی (residual) شییر- سترس ویش په ټیوب کی، کله چی T_p وروسته له هغه لحظی چی ټیوب بشپړ توګه پلاستیک حالت کی شي لری شي، پیدا کړي.



انځور 5-39
(a)

حل (SOLUTION)

پلاستیک تورک (Plastic Torque) .

پلاستیک تورک Tp به تیوب داسی سترین کړي چې تول مواد به ییلد وکړي. له همدی امله د ستر ویش به هغسی شی لکه چې په انځور 5-39b کی ښودل شوي. له معادلی 5-23 داسی لیکی شو

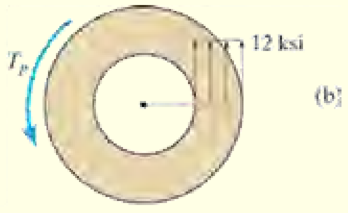
$$T_p = 2\pi \int_{c_i}^{c_o} \tau_Y \rho^2 \, d\rho = \frac{2\pi}{3}\tau_Y (c_o^3 - c_i^3)$$

$$= \frac{2\pi}{3}(12(10^3)\text{ lb/in}^2)[(2\text{ in.})^3 - (1\text{ in.})^3] = 175.9\text{ kip}\cdot\text{in.} \qquad Ans.$$

کله چې تیوب په بشپړ توګه پلاستیک حالت کی شي داخلی دیوال کی مواد ییلد کړي په c_i =1 in, γ_Y = 0.002 rad انځور 5-39a.

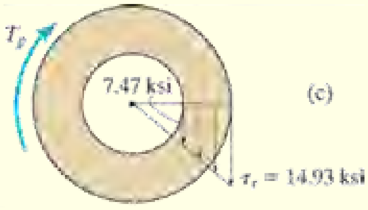
د تاو زاویه له معادلی 5-13 پیدا کیدی شی، او هغه د تول تیوب لپاره عبارت ده په

$$\phi_p = \gamma_Y \frac{L}{c_i} = \frac{(0.002)(5\text{ ft})(12\text{ in./ft})}{(1\text{ in.})} = 0.120\text{ rad,}$$



پلاستیک تورک پلی شوي

کله چې Tp لری شی، او یا بیرته په مخالف جهت پلی شي بیا خیالی شیر-سترس ویش چې په انځور 5-39c کی ښودل شوي باید په هغه چې په انځور 5-39b کی ښودل شوی ور اضافه (superimposed) شی. په انځور 5-39c کی اعظمی شیر سترس یا د ماتیدو ماجولس د تورژن له معادلی پیدا کیدی شي



پلاستیک تورک جحت عوض شوي

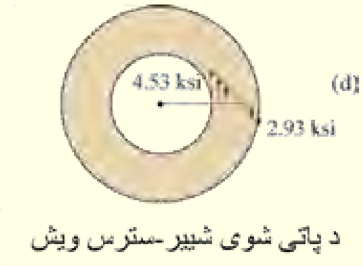
انځور 5-39 (تکرار)

$$\tau_r = \frac{T_p c_o}{J} = \frac{(175.9\text{ kip}\cdot\text{in.})(2\text{ in.})}{(\pi/2)[(2\text{ in.})^4 - (1\text{ in.})^4]} = 14.93\text{ ksi}$$

او هم په داخلی دیوال دی تیوب کی شیر سترس عبارت دی په

$$\tau_i = (14.93 \text{ ksi})\left(\frac{1 \text{ in.}}{2 \text{ in.}}\right) = 7.47 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

محصله د پاتی شوی شییر- سترس ویش په انځور 5-39d کی ښودل شوي.

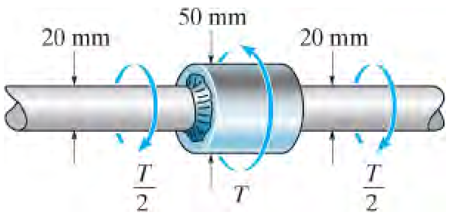


انځور 5-39 (تکرار)

سوالونه

PROBLEMS

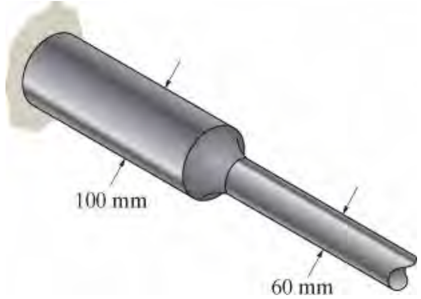
س *5-120. د فولادو د یو ګام شافت منل شوی شییر سترس $\tau_{allow} = 8\text{MPa}$ دی. که چیری په هغه ساحه کی چی په دوو برخو کی بدلون راځی د بدلیدو شعاع یی $r = 4$ mm وی، اعظمی تورک T چی کیدی شی پلی شي معلوم کړي.



س 5-120

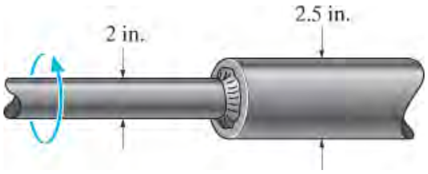
س 5-121. دا جوړشوی شافټ چې ددوراني سرعت یې 450 rpm دی، ددی لپاره ډیزاین شوی تر څو 230 kW پاور ولیږدوي. آیا دا امکان لري؟ منل شوی شییر سترس t_{allow} =150 MPa دی.

س 5-122. دا جوړشوی شافټ د 450 rpm ددوراني سرعت لپاره ډیزاین شوی. که چیری شعاع د فیلیټ ویلډ (weld) چې دواړه برخې د شافت سره وصل کوی r =13.2 mm وی او منل شوی شیر سترس د موادو t_{allow} =150 MPa وی هغه اعظمی پاور چې شافت یې لیږدولی شی معلوم کړي.



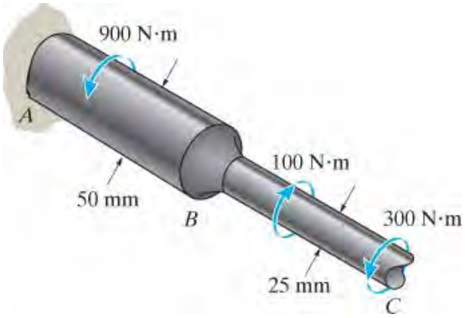
س 5-121/122

س 5-123. دا لاندی شافت په 600 rpm تاویږي تر څو 30 hp ولیږدوی. اعظمی شییر سترس په شافت کی معلوم کړي. هغه دوه برخی د فیلیټ ویلډ په واسطه له یو بل سره تړلی چی شعاع یی 0.18 انچه ده.



س 5-123

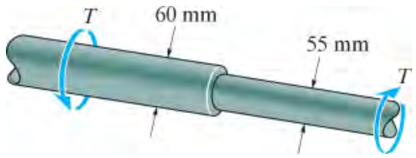
س 5-124*. دا لاندی شافت په ټکی A کی کلک تړلی او ښودل شوی ټورک ورباندی پلی شوي. په ټکی B کی دواړی برخی په واسطه د یوه فیلیت ویلډ چی 2.75 mm شعاع لری سره وصل شوی. اعظمی شیر ستریس په شافټ کی معلوم کړی.



س 5-124

س 5-125. یو ډک (جامد) شافت 40mm قطر او 1m اوږدوالي لري. او دا له موادو چې ایلاستیک -پلاستیک چلند لری جوړ شوي او ییلد ستریس یې t_Y = 100 MPa دی. اعظمی ایلاستیک ټورک T_Y او د تاو زاویه یې پیدا کړي. که چیری د تورک ارزښت T =1.2 T_Y ته زیاتوالی و مومي د تاو زاویه پیدا کړي. G = 80 Gpa

س 5-126. په دی لاندی ګام شافت یو ټورک **T** پلی شوی او هغه د لوی قطر حصی په بهرنی سطحه ییلد جوړه وي. د واړه قطر برخی د ایلاستیک هستی شعاع پیدا کړي. د سترس غلظت د فیلیټ په برخه کی په نظر کی مه نیسی.

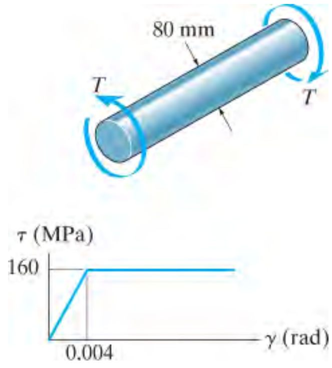


س 5-126

س 5-127. هغه ټورک چې یو لنډ 2 mm قطر د فولادو سیم څو واری تاو کړي پیدا کړي. دا سیم له فولادو جوړ شوی او ایلاستیک بشپړ پلاستیک چلند لری او د ییلد سترس یې t_Y =50 MPa دی. فرض کړی چې مواد په بشپړ توګه پلاستیکی حالت لری.

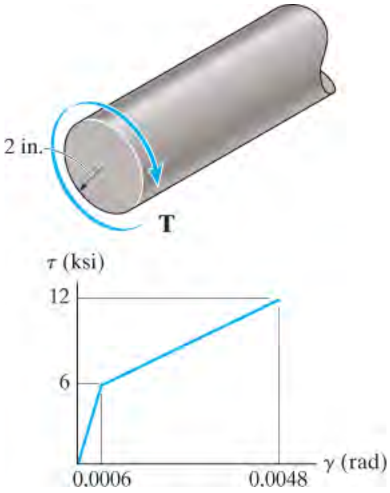
س *5-128. یو بار(شافټ) چې ګردی غوڅه برخه لري او قطر یې 3 in انچ دی یو ټورک 100 k in وربانذی پیل شوي. که چیری مواد یې ایلاستیک بشپړ توګه پلاستیک چلند ولری او ییلد شییر سترس t_Y =16 ksi وی د ایلستیکی هستی شعاع معلومه کړي.

س 5-129. جامد (ډک) شافټ له ایلاستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړ شوي. هغه تورک معلوم کړی کله چې یو ایلا ستیک هسته په شافت کی چې r Y = 20mm شعاع لری جوړه کړي. که چیری دا شافت 3 m اوږدوالي ولري د تاو زاویه د یو پای نسبت بل پای ته پیدا کړي. کله چې دا تورک لري شی، د پاتی شو ی سټرس ویش په شافت کی او د تاو زاویه چې په دایمی توګه پاتی کیږی پیدا کړي.



س 5-129

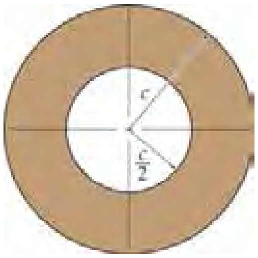
س 5-130. په دی لاندی شافت اعظمی شیير ستړين 0.0048 rad راغلي. اعظمی تورک چې په دی لاندی شافت پلی کیدی شي معلوم کړي.



س 5-130

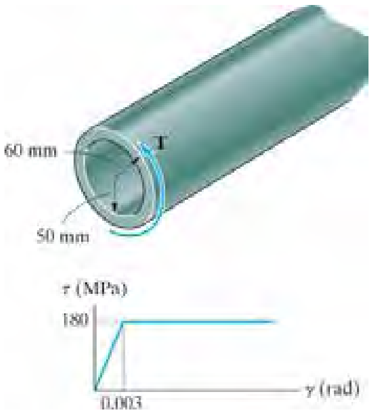
س 5-131. ګردی شافت چې 4 in قطر لري یو تورک 250 kip. in ورباندی پلی شوي. د شافت مواد ایلستیک او بشپړ توګه پلاستیک دی. t Y= 16 ksi . د ایلاستیکی هستی شعاع پیدا کړي.

س *5-132. یو خالي شافت دا لاندی غوڅه برخه لري، او له ایلاستیک بشپړ پلاستیک موادو څخه چې ییلډ شییر سترس یې t_Y دی جوړ دي. د پلاستیک ټورک Tp نسبت، اعظمی ایلالستیک تورک T_Y ته پیدا کړي



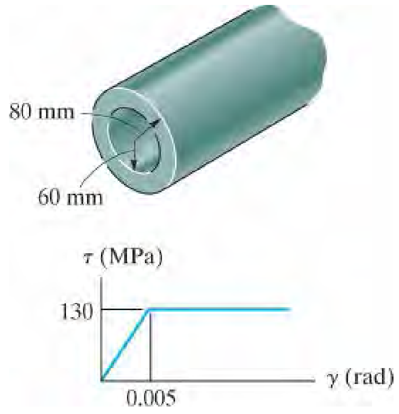
س 5-132

س 5-133. دا لاندی 2-m اوږد شافت له ایلستیک بشپړ پلاستیک موادو څخه جوړ شوي. بهرنی پلی شوی ټورک T پیدا کړی تر څو د تیوب بهرنی سطحه شییر سترین $g_{max} = 0.006$ rad ته ورسیږی. کله چې دا ټورک لري شي په کوم اندازه دایمی تاو والي زاویه په تیوب کی پاتی ګیږي. د پاتی شوی سترس ویش په تیوب کی رسم کړي.



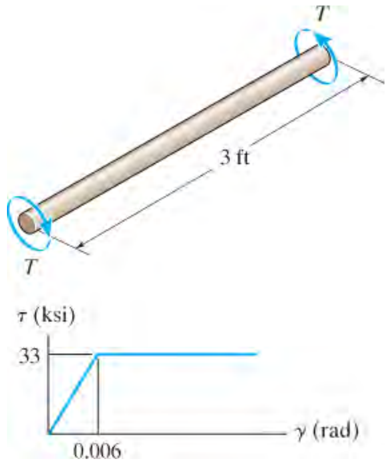
س 5-133

س 5-134. دا لاندی 2-m اوږد شافت له ایلستیک بشپړ پلاستیک موادو څخه جوړ شوي. هغه ټورک پیدا کړی چې په موادو کې د بشپړ پلاستیکی حالت سبب شي. کله چې ټورک لری شي هغه دایمی د تاو زاویه چې په ټیوب کی رامینځ ته کیږی معلومه کړي.



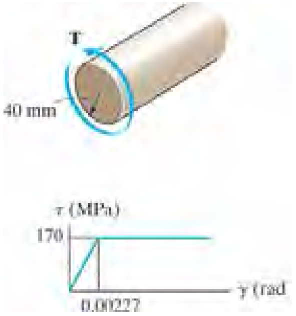
س 5-134

س 5-135. دا لاندی 3-in قطر شافت له ایلستیک بشپړ پلاستیک موادو څخه جوړ شوي. د ایلاستیک هستی شعاع پیدا کړي کله چې ټورک T = 18 kip.ft پلی شي. که چیری شافت 3 ft اوږد والي ولري د تاو زاویه معلومه کړي.



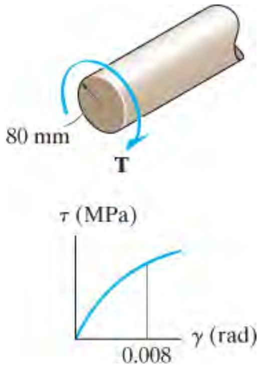
س 5-135

س *5-136. لاندی شافت له ایلستیک بشپړ پلاستیک موادو څخه جوړ شوي. که چیری یو ټورک T =20 kN.m وربانډی پلی شی د شییر سترس ویش د شعاع په کرښه رسم (پلاټ) کړي. کله چی دا ټورک لیری شی د پاتي شوی سترس ویش په شافت کی پیدا کړي.



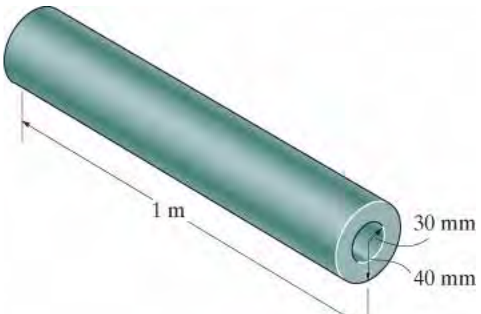
س 5-136

س 5-137. یو ټورک په شافت چی شعاع یي 80 mm ده وربانډی پلی شوي. که چیری مواد د شییر سترس-سترین د t = 500 $g^{1/4}$ MPa ترون ولري، هغه ټورک چی په شافت کی اعظمی سترین 0.008 rad جوړه وی پیدا کړي.



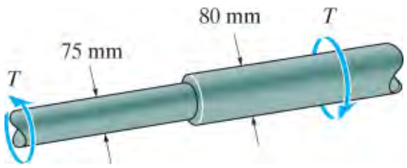
س 5-137

س 5-138. د یو ټیوبی شافت داخلي قطر 60 mm او بهرنی قطر یي 80 mm او اوږدوالي یي 1 m دي. دا ټیوب له ایلاستیک بشپړ پلاستیک موادو چی ییلد سترس t_Y = 150 MPa دي جوړ شوي. هغه اعظمی ټورک چی پلی کیدی شی معلوم کړي. د یو پای تاو زاویه نسبت بل پای ته داسی معلومه کړی چی د ټیوب داخلی سطحه ییلد ته ورسی. G = 75 GPa



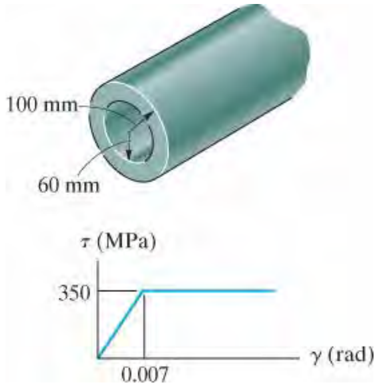
س 5-138

س 5-139. په دی لاندی گام (step) شافت یو تورک **T** پلی شوی او د لوی قطر برخی په سطحه یي ییلد جوړکړي. د ایلاستیک هستی شعاع د کوچنی قطر برخی تیوب معلوم کړي . د سترس غلظت په فیلیت کی د حساب وړ مه نیسي.



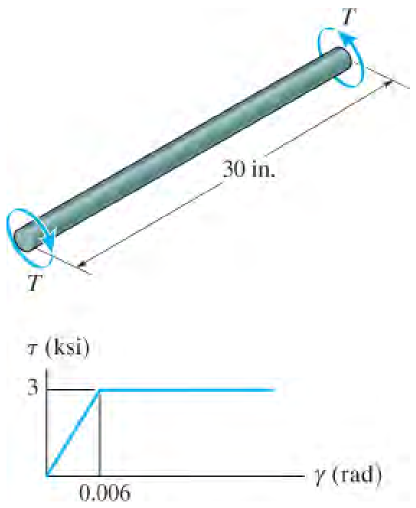
س 5-139

س *5-140. دا لاندی تیوب له ایلاستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړ او 2 m اوږدوالي لري. هغه تورک پیدا کړی چی مواد پلاستیکی حالت ته راولی. کله چی تورک لیری شي د دایمی تاو زاویه چی په تیوب کی رامینځ ته کیږی معلوم کړي.



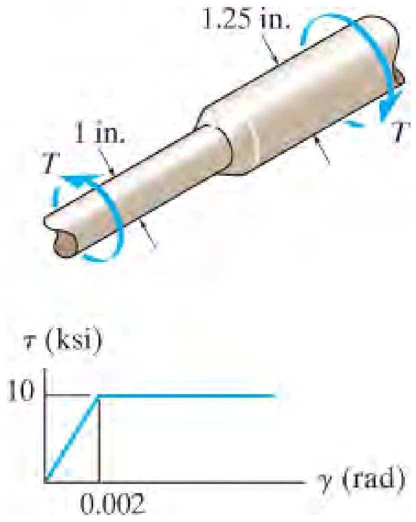
س 5-140

س 5-141. یو شافت چې شعاع يې $c = 0.75$ in له ایلاستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړ شوي. هغه تورک T ، چې کیدی شی په شافت عمل وکړي تر څو د ایلاستیک هستی شعاع $r = 0.6$ in جوړ کړي، معلوم کړي.



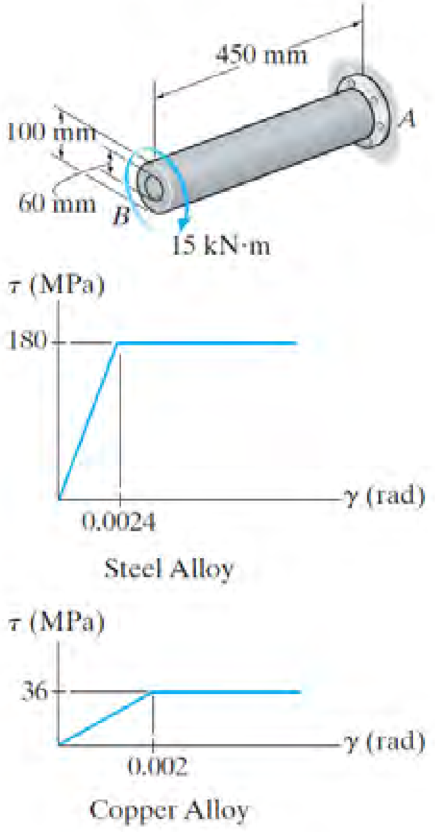
س 5-141

س 5-142. دا لاندی شافت له دو برخو چې یوبل سره سخت نیښلول شوی جوړ شوي. که چیری مواد يي ایلاستیک بشپړ توګه پلاستیک لکه څنګه چې ښودل شوی جوړ وی، اعظمی تورک چې په دی شافت عمل کړی شي معلوم کړي.



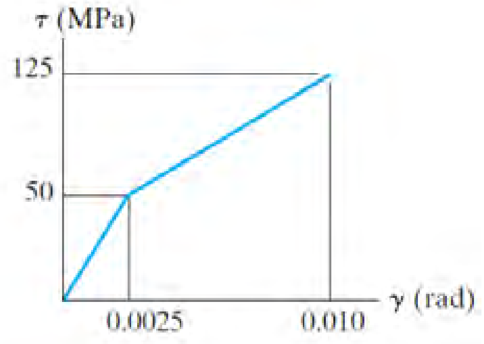
س 5-142

س 5-143. د فولادی الیاژ (alloy) هسته د مسو د ټیوب سره سریښ (bonded) شوی تر څو یو شافټ جوړ کړي. که چیرې د شافټ مواد د t - g ډایګرام چې لاندې ښودل شوی ، هغه اعظمی تورک چې په هسته او ټیوب پلې کیدی شي معلوم کړي.



س 5-143

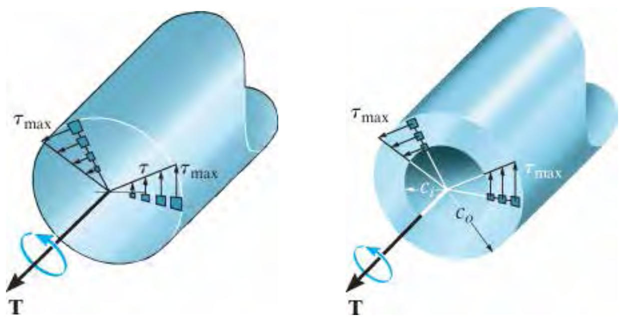
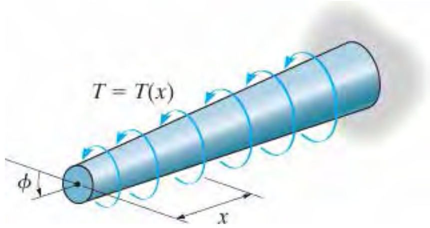
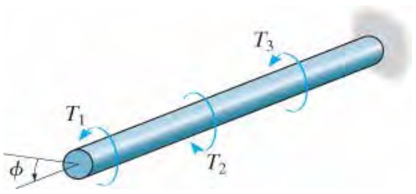
س 5-144. د شییر سترس-سترین ډایګرام د یو ډک (جامد) شافټ چې 50-mm قطر لري په لاندې انځور کې ښودل شوي. هغه تورک چې په شافت کې اعظمی شییر سترس 125 MPa جوړ کړي معلوم کړي. که شافټ 3 m اوږد وی د تاو زاویه پیدا کړي.

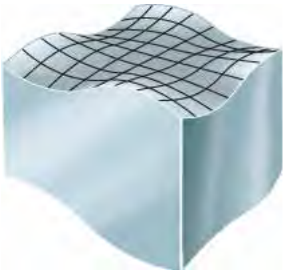
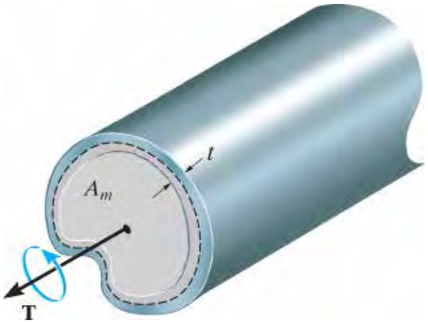
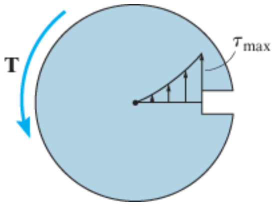


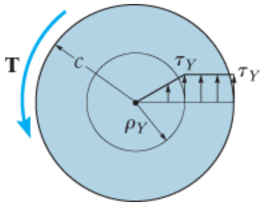
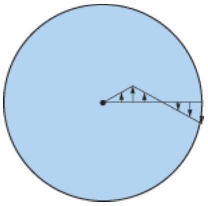
س 5-144

د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

کله چې تورک په یوه شافت چې ګردی غوځه برخه لری پلی شی، شافت تاو مومي او شییر سترین په شافت کی تل متناسب دی د شعاعی په فاصله له مرکز د شافت نه . په دې شرط چې مواد یو شان اوخطي ایلاستیکی چلند ولری ، بیا د شییر سترس د تورژن له فارمول څخه په لاندی ډول تاکل کیږی $$\tau = \frac{T\rho}{J}$$ د شافت ډیزاین لپاره اړین دی چی دا لاندی هندسی فکتورونه و موندل شي $$\frac{J}{c} = \frac{T}{\tau_{allow}}$$	
کله چې یو شافت چی د پاور P په مرسته دورانی سرعت w ولری نو د تورک ارزښت له دی فورمول نه پیدا کیدی شي $P= Tw$	
د هغه شافت چی ګردی غوځه ولري د تاو زاویه یي داسی پیدا کیدی شی $$\phi = \int_0^L \frac{T(x)\,dx}{J(x)G(x)}$$ که داخلی تورک او د JG ارزښت په هره برخه کی ثابت وی بیا $$\phi = \Sigma \frac{TL}{JG}$$	 

د تطبیق لپاره بنایی د داخلی تورک لپاره د علامی له نشانی کارو اخیستل شی او اړینه ده چی د موادو چلند ایلاستیک خطي وی.	
که شافت ستایکلی نامعلوم وی بیا ریکشن تورکونه له توازن او مطابقت د تاو او د بار-اوبیځایه کیدنی تړون لکه $f = TL/JG$ څخه پیدا کیږي.	
جامد غیر ګردی شافټونه کله چې د تورک سره مخ شي له سطحی د وتلو په لور بیځایه کیدنه مومي. فورمولونه شته تر څو اعظمي ایلاستیک شییر سترس او د تاو زاویه و موندل شی.	
د نازکو دیوالو- تیوبونو اوسط شییر سترس معلومولو لپاره فرض کړی چی د شییر جریان په هر ضخامت کی t کی ثابت دي. د اوسط شییر ستریس ارزښت له دي فورمول څخه ټاکل کیږي $$\tau_{avg} = \frac{T}{2t A_m}$$	
کله چی د شافت په غوڅه برخه کی ناڅاپه بدلون راشی د سترس غلظت مینځ ته راځی. اعظمی شییر سترس د تمرکز فکتور (stress factor) K په کارولو سره ټاکل کیږي. دا فکتور له آزموینو لاس ته راځی او په ګرافیکی بڼه ښودل شوي. کله چی د تمرکز فکتور پیدا شو بیا اعظمی شییر سترس عبارت دی په $$\tau_{max} = K\left(\frac{Tc}{J}\right).$$	

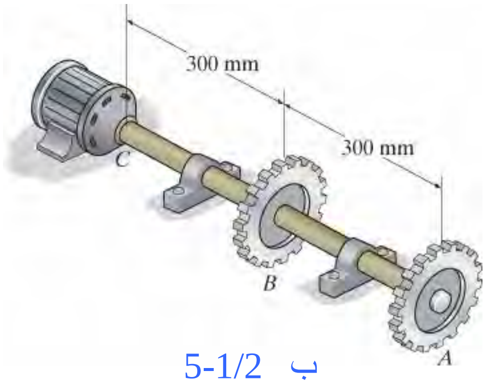
	که چیری پلی شوی تورک د شافت مواد ییلد کړي بیا د سترس ویش متناسب په شعاعی فاصله له مرکز د شافت سره نه دی. پر ځای يي د داخلی تورک سترس ویش سره تړاو لری چی د شیر سټریس - -شییر سترین ډایګرام او توازن سره تړون لری.
	که چیری یو شافت باندی یو پلاستیک تورک پلی شی او بیا لري شي ، دا سبب ددی کیږي چی مواد ایلستیک چلند وښايي ، او پاتي شوی شییر سترسونه په شافت کی جوړیږي.

د بیا کتنی سوالونه

REVIEW PROBLEMS

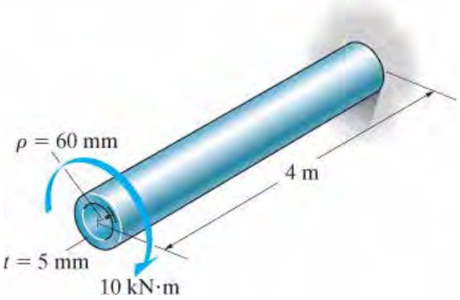
ب 5-1. دا لاندی شافټ له A992 فولادو څخه جوړ شوی او د منلو وړ شییر سترس یې t_{allow} = 76 MPa دی. کله چې شافټ په 300 rpm ، حرکت کې وي موټور 8 kW بریښنا چمتو کوي، پداسې حال کې چې ګیر A او B په ترتیب سره 5 kW او 3 kW مصرفوی. وباسي. د شافټ لږترلږه قطر ته اړتیا نیږدی ملی متر ته و ټاکی . همدارنګه، د ګیر A تاو نسبت ګیر C ته ومومئ.

ب 5-2. دا لاندی شافټ له A992 فولادو څخه جوړ شوی او د منلو وړ شییر سترس یې t_{allow} = 75 MPa دی. کله چې شافټ په 300 rpm ، حرکت کې وي موټور 8 kW بریښنا چمتو کوي، پداسې حال کې چې ګیر A او B په ترتیب سره 5 kW او 3 kW مصرفوی . که د ګیر A د تاو زاویه نسبت C ته له 0.03 rad ډیره نشي ، د اړتیا وړ لږ تر لږه قطر د شافټ نږدې ملی متر ته وټاکئ.



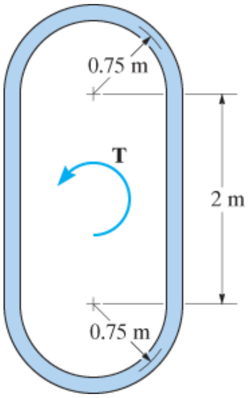
ب 5-1/2

ب 5-3. دا لاندی ګرد تیوب چې له A-36 فولادو جوړ شوی یو تورک 10 kN.m ورباندی پلی شوي. په منځنی شعاع r = 60 mm کی شییر سترس پیدا کړی او که چیری تیوب 4m اوږدوالي ولری د تاو زایه د تیوب په پای کی معلومه کړي. د حل لپاره له معادلو 5-7 او 5-15 او هم له معادلو 5-18 او 5-20 کار واخلي.



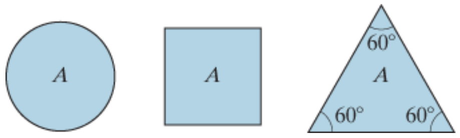
ب 5-3

ب 5-4. د الوتکې د فیوسلاج یوه بر خه په دې لاندې غوښه برخه کې تقریبې بنودل شوی. که د پوستکی 2014-T6 المونیم ضخامت 10 mm وی اعظمی تورک چې کیدی شی په وزر پلی شی معلوم کړي. د منلو وړ شییر سترس t_{allow} = 4 MPa دی. همدا رنګه په 4-m اوږده برخه د تاو زاویه معلوم کړي.



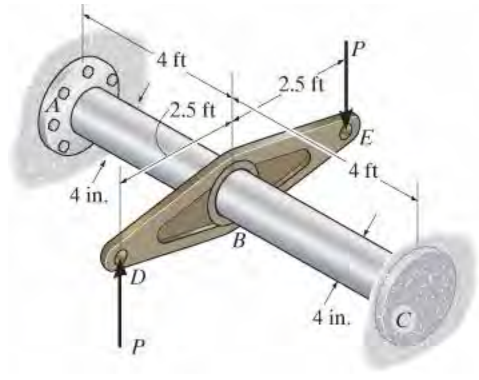
ب 5-4

ب 5-5. درې شافټونه د هغو موادونه چې جوړ شوی د منلو وړ شییر سترس یي t_Y او د شییر ماجولس یي G دی. معلوم کړی چې کوم یو له دی بنودل شویو دریو هندسی انځورونوڅخه به د اعظمی تورک تواونايي ولری ترڅو مواد یي ییلډ ونکړي. په کومه اندازه (فیصدی) به هغه دوه نور به د دی تورک انتقال کړي. فرض کړی چې هر یو شافت ورته ورته مقدار مواد لري او هم د غوڅی برخی مساحت یي ورته اندازه دی.



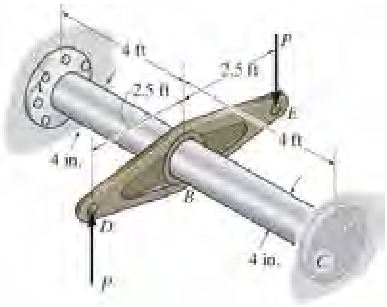
ب 5-5

ب 5-6. د AB او BC حصې په لاندی اسامبلی کی له المونیم 6061-T6 او فولادو A992 څخه په ترتیب سره جوړ شوي. که یو کپل قوه P =3 kips په بازو پلی شي اعظمی شییر سترس په هره برخه کی معلوم کړي. دا اسامبلی په A او C کی کلکه ترل شوي.



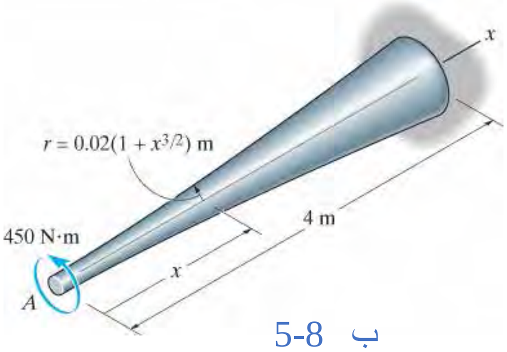
ب 5-6

ب **5-7.** د AB او BC برخی د لاندی اسامبلی له المونیم 6061-T6 او فولادو A992 په ترتیب سره جوړ شوي. که منل شوی شییر سترس د المونیم $(\tau_{allow})_{al} = 12$ ksi او د فولادو $(\tau_{allow})_{st} = 10$ ksi وی، اعظمی منل شوی کپل قوواوی P چی کیدی شی په بازو پلی شی معلوم کړي. دا اسامبلی په A او C کی کلک تړل شوي.



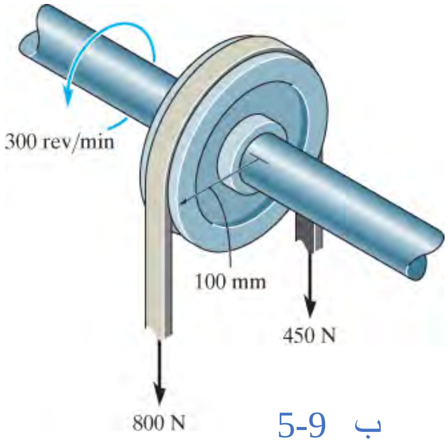
ب 5-7

ب ***5-8.** دا لاندی مخروطي شافت له المونیم 2014-T6 الیاژ څخه جوړ شوی، او شعاع یي په معادله $r = 0.02\,(1 + x^{3/2})$ m سره معلومیدی شي. دلته x په متر اندازه کیږي. د تاو زاویه په پای A کی و ټاکی کله چی تورک 450 N.m وربانذی پلی شی.



ب 5-8

ب **5-9.** دا لاندی شافت 60-mm قطر لري او 300 rev/min څرخیږي. دا حرکت د غیر مساوی کمر بند کشش له امله 800 N او 450 N په یوه پولی (pulley) کی را مینځ ته کیږي. هغه توانایي چی لیږدوی او هم اعظمی شییر سترس چی په شافت کی رامینځ ته کیږی پیدا کړي.



ب 5-9

شیرم فصل

(CHAPTER 6)

(© Construction Photography/Corbis)

د دی پله ګاډرونه داسی ډیزاین شوی چی د کږیدونکی ستریس په وړاندی مقاومت لری .

کږونکی(انحنايي) مؤمنټ

(BENDING)

د فصل موخې CHAPTER OBJECTIVES

په دې فصل کې به موږ هغه ستریس چی له کږیدو په بیم یا شفټ کی منځ ته راځی پیدا کړو.
دا فصل کی په دې بحث پیل کیږی چې د شییر او مؤمنت توپیرونه په غړیو کې څنګه موندل کیږي. یو ځل چې داخلي مؤمنت و ټاکل شي، اعظمي کږیدونکی ستریس محاسبه کیدی شي.
لومړی به موږ هغه غړي په پام کې ونیسو چې مستقیم دي، یوه متناظره غوڅه لري، او له متجانسو موادو څخه چې خطي ایلاستیکی چلند لري جوړ شوي دي . وروسته به موږ د ځانګړیو حالتو په توګه داسی غړی، چې نا متناظره کږیدونکی مومنټ پری عمل کوی، او له کمپازټ موادو څخه جوړ شوي وی وخیرو. همدارنګه به هغه غړی چې کاږه وی ، د ستریس غلظت لري ، غیر ایلاستیک چلند لری او پاتی شوی ستریسونو لری په پام کی ونیسو.

6.1 شییر او مؤمنټ ډایګرامونه (SHEAR AND MOMENT DIAGRAMS)

هغه غړي چې نري یا باریک (slender) دي او په عمده توګه بار د غړی په اوږده محور په عمودی جهت پلي کیږي، په نامه د بیم یادیږی. په عموم کې، بیمونه اوږده دي ، مستقیمی میلی (bars) ثابته مساحت د غوڅی برخي لري . ډیری وختونه دا چی دوی څه ډول اتکاوی (ملاتړ) لری په هغه سره طبقه بندي کیږي . د مثال په توګه، یو ***ساده ملاتړ شوی بیم*** په یوه پای کې پین اتکا لری او په بل سر کې یې رولر ملاتړ کوی، انځور 6-1. یو *کانتیلیور* بیم په یوه پای کې کلک تړل شوی او په بل سر کې آزاد دی، او یو *ځړیدلی* (*overhang*) بیم هغه دی چې یو یا دواړه پایلی یی له اتکانه تیری او په آزاده توګه دوام لری.

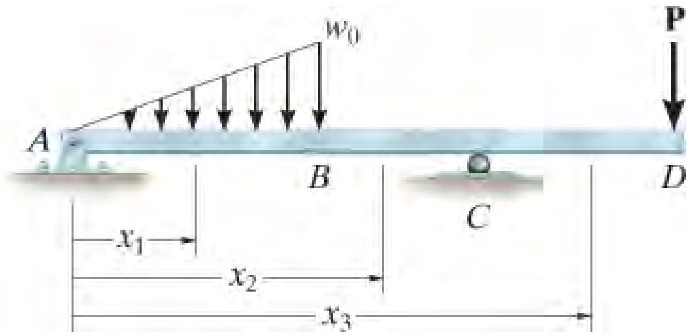
انځور 6-1

بیم په ټولو ساختماني عناصرو کی خورا مهم عنصر ګڼل کیږي. هغوی د ودانی د پوړ، د پله فرش، یا د الوتکي د وزر ملاتړ کولو لپاره کارول کیږي. همدارنګه، د موټر اکسل، د کرین بوم، حتی د بدن ډیری هډوکي د بیم په توګه کار کوي.

د پلي شوي بار کولو له امله، په بیمونو کی داخلي شییر قووه او مؤمنټ رامینځته کیږي چې په عمومي ډول، د بیم د محور په اوږدو کې له یوی نقطې څخه بلی نقطې ته توپیر لري. د دې لپاره چې په سمه توګه بیم ډیزاین کړئ شي له همدې امله په بیم کې په دقیقه توګه د اعظمي شییر او مؤمنټ ټاکل کیدل مهم کیږي. د دی هدف ترسره کولو یوه لاره دا ده چې د شیر، V او مؤمنټ، Mد بیم د محور په اوږدو کې د خپل سري موقعیت x تابع په توګه څرګند شی. او بیا دا تابع پلاټ (رسم) شي. دوی په ترتیب سره د ***شییر او مؤمنټ دیاګرام*** استازیتوب کوي. د V او M اعظمي

ارزښتونه بیا په مستقیم ډول له دې ګرافونو څخه ترلاسه کیدی شي. همدارنګه، د شییر او مؤمنت ډیاګرامونه د بیم د محور په اوږدو کی د شییر او مؤمنت د توپیر په اړه مفصل معلومات وړاندې کوي. ډیری وختونه انجنیران ددی ډایګرامونو په لیدو سره پریکړی کوي چې کومی برخی د بیم دننه د پیاوړتیا مواد ضرورت لري او یا په مختلفو نقطو کې د بیم د اندازې تناسب د هغې په اوږدوالی کی ور اضافه کړي.

د دی لپاره چی د V او M جوړولو لپاره موږ فورمول جوړ کړو، باید د x لپاره مبدا او مثبت لوري غوره کړو. که څه هم دا انتخاب خپل سري دی، ډیری وختونه مبدأ د بیم په چپ پای کې موقعیت لري اود مثبت ارزښتونو سمت د x ښي خوا ته وی .

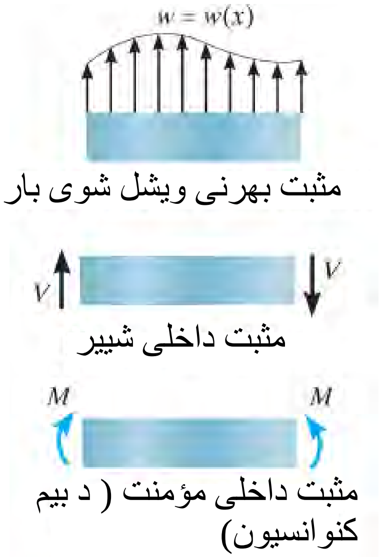


انځور 2-6

کیدی شي په بیم ویشل شوي بار او یا متمرکز قوواوي اویا کپل مؤمنت پلی شی ، په هغه ځایونو کې چې بارونه پلی شوی داخلي شییر او مؤمنت به x په نسبت به دوامدار نه وی (discontinuous) ، او یا به د دوی میلان به ناڅاپی تغیر کوی په کوم ځای کی چی بار عمل کوی. له دې امله، دا تابع ارزښت دواړو خواته چی ارزښت یي آنی تغیرکوی باید معلوم شی. د مثال په توګه، کوردینوتونه x_1، x_2، او x_3 باید د V او M د توپیر تشریح کولو لپاره د بیم په اوږدو کې وکارول شي، انځور 6-2 و وینی. دلته کوردینوتونه یوازې د x_1 لپاره له A څخه تر B پورې سیمو کې اعتبار لري، د x_2 لپاره له B څخه تر C پورې، او د x_3 لپاره له C څخه تر D پورې .

د بیم د علامو کنوانسیون (Beam Sign Convention). مخکې له دې چې یو میتود د شییر او مؤمنت تابع د فاصلې x ټاکلو لپاره وړاندې کړو، او وروسته دا تابع (شییر او مؤمنت ډیاګرامونه) پلاټ کړو ، لومړی اړین دی چی د علامو یو کنوانسیون د "مثبت" او "منفي" تعریف کولو لپاره رامینځته کړو تر څو مثبت V او M ارزښتونه معلوم شي. که څه هم کیدی شی د کانونسیون انتخاب په خپله خوښه وي، دلته به موږ هغه کانونسیون وکاروو چې ډیری وختونه د انجینری په تمرینو کې کارول کیږي. او دا په انځور 3-6 کی ښودل شوي.

مثبت لارښوونې په لاندې ډول دي: ویشل شوی بار چی په بیم پورته خوا عمل کوي ، داخلي شییر قواوي چی د بیم په برخه د ساعت د عقربو په لور د دوراني حرکت لامل کیږي ، او داخلی مؤمنت د بیم برخی په پورتني فایبرونه په کمپرشن حالت کی راولي اودا برخه داسی کوږ حالت نیسي چی په هغه کی اوبه تم کیدلي شي یا په بل عبارت اوبه ساتي. هغه بارونه چې د دې برعکس دي منفي ګڼل کیږي .



انځور 3-6

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- بیمونه اوږده مستقیم غړی دی چی بهرنی بار په عمود ډول د محور په اوږدو یې پلی کیږي. دوی په اساس د اتکاوو طبقه بندی او نومول کیږي. د مثال په توګه ساده بیم، کنتیلیور بیم، او ځوړیدلیی یا تر اتکا تیر شویی بیم.
- ددی لپاره چی بیم صحیح ډیزاین شي ، ضرور ده چی د شییر او مؤمنت تغیر د محور په اوږدوالی و پیژنو ترڅو هغه ټکی یا برخی چی هلته دا ارزښتونه اعظمی دی معلوم کړو.
- د پیژندل شویو کنوانسیون علامو له مخی چی د مثبت مومنټ او شیر د پاره منل شویي د بیم د محور د x په موقعیت د بیم پیدا کیدلي شي، او بیا داهم پلاټ کیدی شي تر څو شییر او مؤمنت ډایګرام جوړ کړي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د بیم   شییر او مؤمنت ډایګرامونو جوړه ولو لپاره له دی لاندی طریقو کار واخلي

د اتکا ریکشنونه (Support Reactions)

- ټول ریکشنونه او کپل مؤمنتونه چی پر بیم عمل کړي ، او ټولی قواوي په عمود ی او موازی اجزاو سره د بیم په محور وښیی.

د شییر او مؤمنت توابع (Shear and Moment Function)

- په جلا توګه محور د x مشخص کړي. ددی محور مبداء په چپ پای د بیم کی وی او په ښی لور تر هغه سیمی دوام لری چی په بیم تمرکزی بار، کپل مؤمنت ، او یا ادا چی ویشل شوی بار بدلیدل پیداکړی.
- بیم **په** هر x فاصله برخه کړي ، او له برخو آزاد ډایګرام د یوی برخی جوړ کړي. باید ډاډه ووسي چی **V** او **M** په مثبت جهت سره ښنګه چی په 3-6 برخه کی وویل شول وښودل شي.
- په راټولولو د عمودی قواو په محور د x شییر لاس ته راځي.
- ددی دپاره چی *V* له منځه یو وړل شی مؤمنت د برخی په پای کی ونیسي او بیا مؤمنت پیدا کړي.

شییر او مؤمنت ډایګرام (Shear and Moment Diagrams)

- پلاټ کړی شییر ډایګرام (*V* مقابل د *x*) ، او مؤمنت ډایګرام (*M* مقابل د *x*) . که چیری عددی اررښتونه د *V* او *M* مثبت وی نو بیا ارښتونه د محور *x* د پاسه پلاټ کړي   او که ارزښتونه منفی وی د محور د لاندی پلاټ کړي.
- په عامه توګه دا آسانه ده چی شییر او مؤمنت ډایګرامونه د آزاد ډایګرام لاندی وښودل شي.

مثالونه

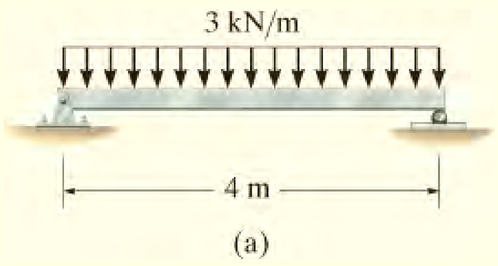
مثال 6.1

شییر او مؤمنت ډایګرام د دی بیم چې په انځور 6-4a کې ښودل شوی جوړ کړي.

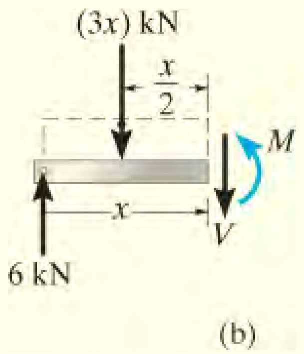
حل (SOLUTION)

د اتکا ریکشنونه (Support Reactions) . د اتکاء ریکشنونه په انځور 6-4c کې ښودل شوي.

د شییر او مؤمنت توابع (Shear and Moment Functions) . د چپی برخی آزاد ډایګرام په انځور 6-4b کې ښودل شوي. د ویشلشوی بار محصله په دی برخه کی په قوه (3x) kN ښودل شوی، او دا قوه کله چې دا برخه په آزاد ډایګرام کی ځانګړی شي پیدا کیږی. دا محصله د مرکز ثقل د ویشل شوی بار په فاصله $x/2$ له ښي پای څخه موقعیت لري. د توازن دوی معادلې په دی لاندی ډول ښودل شوی



انځور 6-4



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 6\text{ kN} - (3x)\text{ kN} - V = 0$$

$$V = (6 - 3x)\text{ kN} \qquad (1)$$

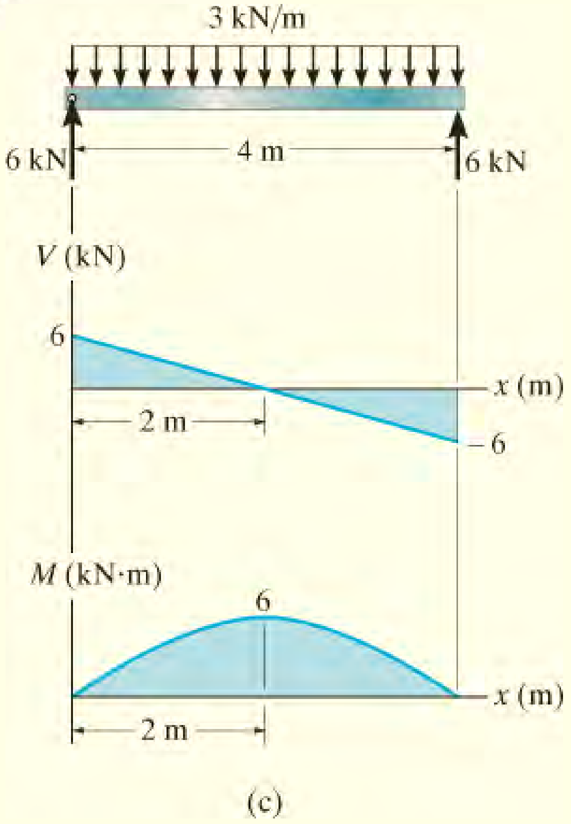
$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad -6\text{ kN}(x) + (3x)\text{ kN}\left(\tfrac{1}{2}x\right) + M = 0$$

$$M = (6x - 1.5x^2)\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad (2)$$

د شییر او مؤمنت ډایگرامونه (Shear and Moment Diagrams) .

شییر او مؤمنت ډایګرامونه چې په انځور 6-4c کې ښودل شوی له 1 او 2 معادلو څخه په لاس را غلی. د شییر صفر ټکی له معادلی 1 پدې لاندی ډول دی:

$$V = (6 - 3x)\ \text{kN} = 0$$
$$x = 2\ \text{m}$$



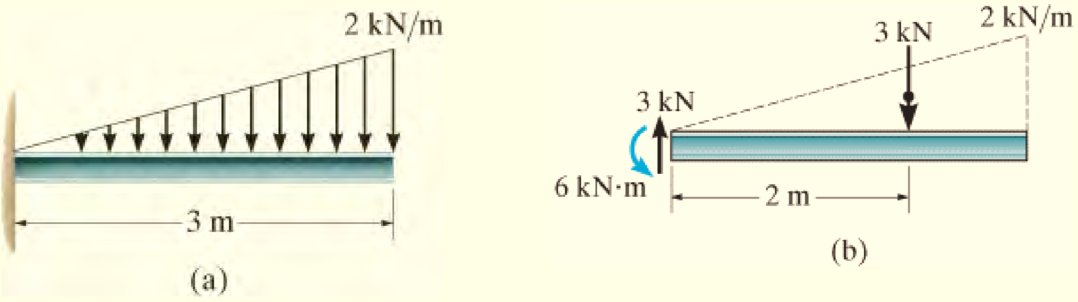
انځور 6-4 (ادامه)

یادونه: له مؤمنت ډایګرام دا ارزښت د x په هغه ټکی د بیم چې مؤمنت اعظمی حد نیسی، معادلی 6-2 (برخه 6.2 وګوری) میلان $V = dM/dx = 0$ له معادلی 2 موږ لرو

$$M_{max} = [6\,(2) - 1.5\,(2)^2]\ \text{kN} \cdot \text{m}$$
$$= 6\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

مثال 6.2

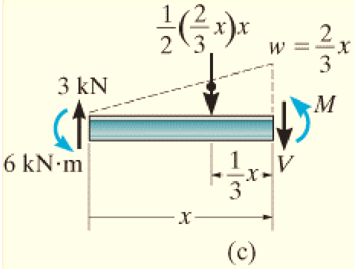
شییر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم لپاره چې په لاندی انځور 6-5a کی ښودل شوی جوړ کړي.



انځور 6-5

حل (SOLUTION)

د اتکاء ریکشنونه (Support Reactions) . د اتکا ریکشنونه په انځور 6-4b کی ښودل شوي.



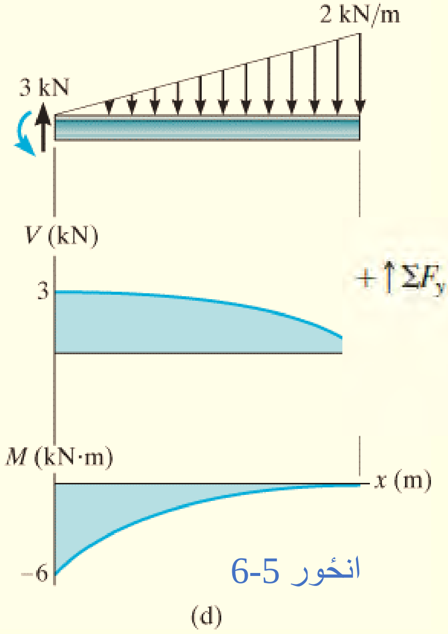
د شییر او مؤمنت توابع (Shear and Moment Functions) . آزاد ډایګرام د بیم د یوی برخی چې اوږدوالي يي x دی په انځور 6-5c کی ښودل شوي.د مثلثي بار شدت په دی برخه کی له تناسب څخه پیدا کیږي او هغه عبارت دی

په $w/x = (2\ \text{kN/m})/3\ \text{m}$ او یا $w = (\frac{2}{3}x)\ \text{kN/m}$.

محصله د ویشل شوی بار له ډایګرام لاندی ساحی څخه په لاندی ډول پیدا کیږي.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 3\ \text{kN} - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x\right)x - V = 0$$

$$V = \left(3 - \frac{1}{3}x^2\right)\ \text{kN} \qquad (1)$$



انځور 6-5

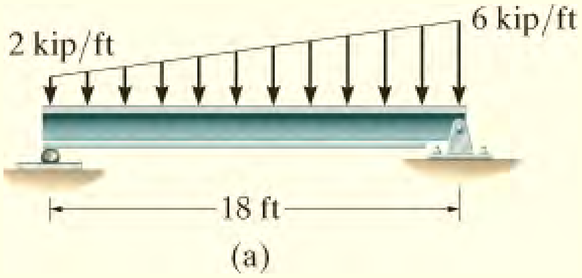
$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad 6\ \text{kN}\cdot\text{m} - (3\ \text{kN})(x) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x\right)x\left(\frac{1}{3}x\right) + M = 0$$

$$M = \left(-6 + 3x - \frac{1}{9}x^3\right)\text{kN}\cdot\text{m} \qquad (2)$$

شییر او مؤمنت ډایګرامونه (Shear and Moment Diagrams) . د معادلی 1 او 2 ګراف په انځور 6-5d کی ښودل شوی.

مثال 6.3

شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم لپاره چی په انځور 6-6a کی ښودل شوی جوړ کړي.



انځور 6-6

حل (SOLUTION)

د اتکا ریکشنونه (Support Reactions) . ویشل شوی بهرنی بار اول په مثلثي او مستطیل برخو ویشل شوی او بیا دا بارونه په خپلو محصله قواوو سره ځای په ځای شوی. ریکشنونه د بیم له آزاد ډیګرام څخه لکه څنګه چی په انځور 6-6b کی ښودل شوی موندل کیږي.

د شییر او مؤمنت توابع (Shear and Moment Functions)

د چیي برخی آزاد ډیګرام په انځور 6-6c کی ښودل شوي. بیضوی بار په مثلثي او مستطیلی ویشلوی بارونو بیل شوي. د لته د مثلثي بار شدت له تناسب پیدا شوي. دلته د ویشل شوی بار محصلی او موقعیت یی هم ښودل شوي. د توازن له معادلو کار اخلو او داسی لیکلی شو

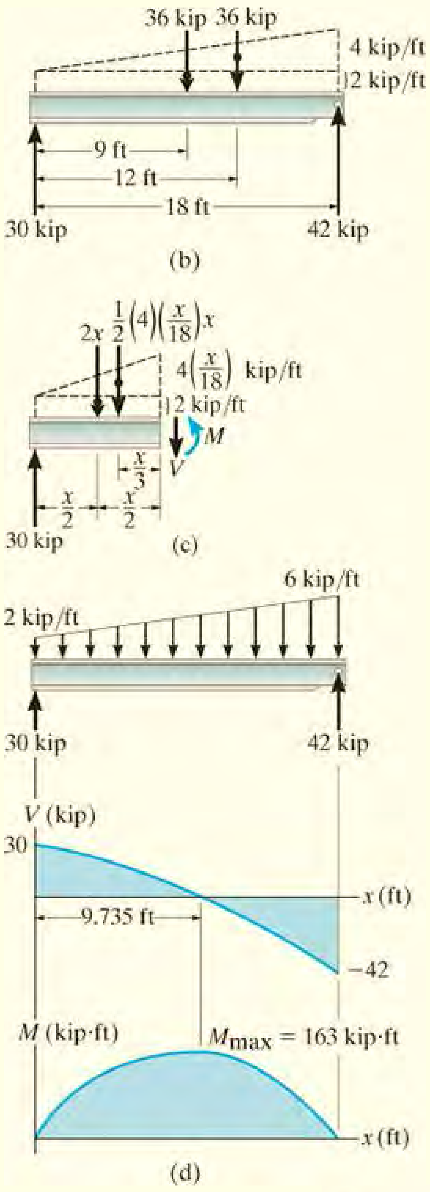
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad 30\text{ kip} - (2\text{ kip/ft})x - \frac{1}{2}(4\text{ kip/ft})\left(\frac{x}{18\text{ ft}}\right)x - V = 0$$

$$V = \left(30 - 2x - \frac{x^2}{9}\right)\text{kip} \qquad (1)$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0:$$

$$-30\text{ kip}(x) + (2\text{ kip/ft})x\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}(4\text{ kip/ft})\left(\frac{x}{18\text{ ft}}\right)x\left(\frac{x}{3}\right) + M = 0$$

$$M = \left(30x - x^2 - \frac{x^3}{27}\right)\text{kip}\cdot\text{ft} \qquad (2)$$



شییر او مؤمنت دایګرامونه (Shear and Moment Diagrams) .

د معادلو 1 او 2 پلاټ په انځور 6-6d کې ښودل شوي. ځکه چې د اعظمی مؤمنت ټکی هغه وخت جوړيږي کله چې $dM/dx = V = 0$ (معادله 2) ، بیا له معادلی 1 دا لاندی په لاس راځي

$$V = 0 = 30 - 2x - \frac{x^2}{9}$$

مثبت جذر د پورتني معادلی انتخاب کوو

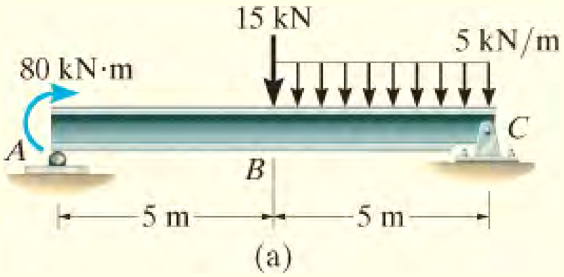
$$x = 9.735\text{ ft}$$

بیا له معادلي 2 دا لاندی لیکلی شو

$$M_{max} = 30(9.735) - (9.735)^2 - \frac{(9.735)^3}{27} = 163\text{ kip}\cdot\text{ft}$$

مثال 6.4

شير او مؤمنت ډایګرامونه د بيم چې په انځور 6-7a کی ښودل شوی جوړ کړي.



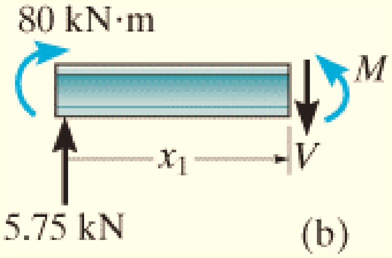
انځور 6-7

حل (SOLUTION)

د اتکاء ريکشنونه (Support Reactions). د اتکا ريکشنونه په انځور 6-7d کی د بيم په آزاد ډایګرام کی ښودل شوي.

د شيير او مؤمنت توابع (Shear and Moment Functions) .

څرنګه چې د بيم په مرکز کی ویشل شوی بار ادامه نلري او تمرکزی بار هم شتون لری، دوه برخی د x د بيم د شيير او مؤمنت ډایګرامونو د تشريح   لپاره په پام کی نيسو



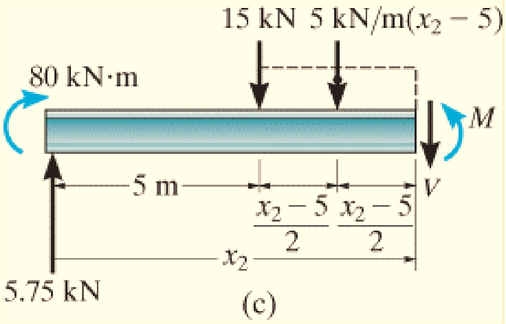
$0 \le x_1 < 5$ m, Fig. 6–7b:

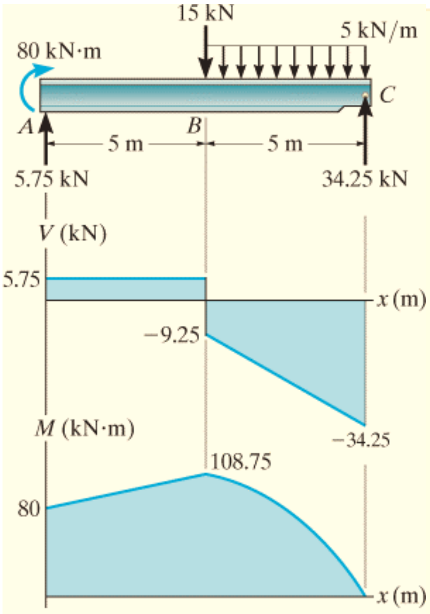
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 5.75\text{ kN} - V = 0$

$V = 5.75\text{ kN} \quad (1)$

$\circlearrowleft + \Sigma M = 0;\quad -80\text{ kN}\cdot\text{m} - 5.75\text{ kN}\, x_1 + M = 0$

$M = (5.75x_1 + 80)\text{ kN}\cdot\text{m} \quad (2)$





(d)

انځور 6-7

$5 \text{ m} < x_2 \leq 10 \text{ m}$, Fig. 6–7c:

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \quad 5.75 \text{ kN} - 15 \text{ kN} - 5 \text{ kN/m}(x_2 - 5 \text{ m}) - V = 0$$

$$V = (15.75 - 5x_2) \text{ kN} \qquad (3)$$

$$\circlearrowleft+\Sigma M = 0; \quad -80 \text{ kN}\cdot\text{m} - 5.75 \text{ kN}\, x_2 + 15 \text{ kN}(x_2 - 5 \text{ m})$$

$$+ 5 \text{ kN/m}(x_2 - 5 \text{ m})\left(\frac{x_2 - 5 \text{ m}}{2}\right) + M = 0$$

$$M = (-2.5x_2^2 + 15.75x_2 + 92.5) \text{ kN}\cdot\text{m} \qquad (4)$$

د شییر او مؤمنت ډایګرامونه (Shear and Moment Diagrams) .

معادلی 1 تر 4 پوری په انځور 6-7d کی پلاټ شوی.

6.2 د شییر او مؤمنت ډایګرامونو جوړه ول په ګرافیکی طریقه (GRAPHICAL METHOD FOR CONSTRUCTING SHEAR AND MOMENT DIAGRAMS)

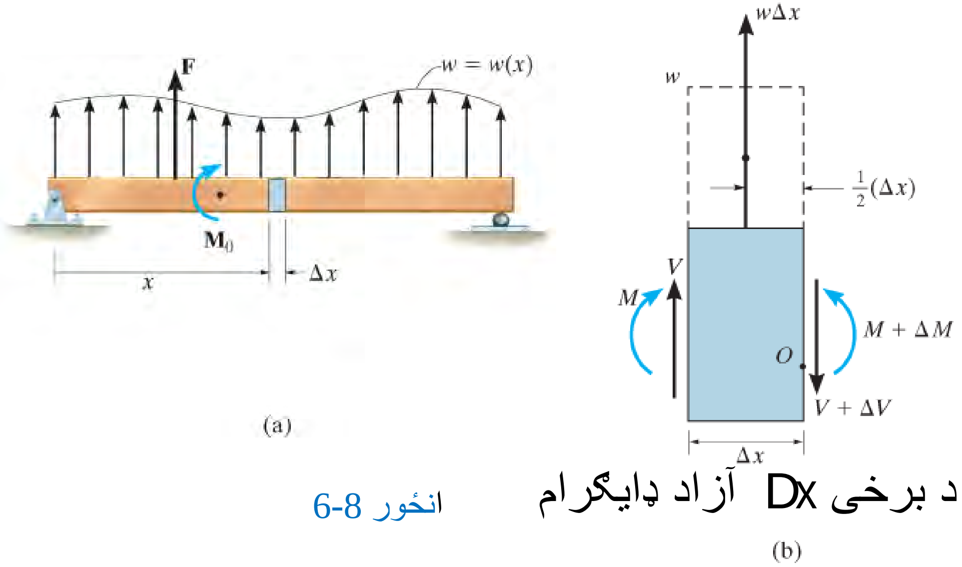
د دې میز رنګیدل په بنې خوا کې اتکا کی رامنځ ته شوی. که چیری مؤمنت ډایګرام ددی میز رسم شي، دا به په ګوته کړي چې د اعظمي داخلي مؤمنت نقطه هم دا وه.

په هغه حالتونو کې چې په بیم خو مختلف بارونه پلی شوی وی، V او M د یو تابع په توګه ، کوم چې د x تابع وی، معلومول یې او بیا د دې معادلو پلاټ کول کیدای شي ډیر جنجالي شي. پدې برخه کې د شییر او مؤمنت دیاګرامونو جوړولو لپاره یو ساده تکلاره دلته بحث کیږي - یو ه طریقه چې د دوه مشتقی اړیکو پر بنسټ ولاړه ده. یو یې د ویشبل شوی

بار او شییر تر منځ او بل د شییر او مؤمنت تر منځ تړون لري .

د ویشل شوي بار سیمې (Regions of Distributed Load). د عمومي موخو لپاره، هغه بیم په پام کې ونیسئ چې په انځور 6-8a کې ښودل شوي، کوم چې یو خپل سري بار ورباندی پلی شوي. د بیم خورا کوچنی برخي Dx لپاره آزاد ډیاګرام په انځور 6-8b کې ښودل شوي. ځکه چې دا برخه په x موقعیت کې غوره شوې چیرته چې متمرکز قوه یا کپل مؤمنت شتون نلري، ترلاسه شوي پایلې به پدې ډول ټکو کې نه پلي کیږی.

په یاد ولرئ چې ټول ښودل شوي بارونه په برخه کې ، د تاسیس شوي نشاني کنوانسیون مطابق اولاړښوونې له مخې په مثبت جهت عمل کوي، انځور6-3 . همدارنګه، دواړه داخلي پایله لرونکی شیر او مؤمنت، چې د برخې په ښي مخ باندې عمل کوي، د توازن ساتلو لپاره باید په لږه اندازه تغیرو مومی تر څو د برخې توازن وساتل شي. ویشل شوی بار، کوم چې په Dx باندې ثابت بلل شوی چې محصله قوه wDx پرې عمل کوي او موقعیت یې $½(Dx)$ له ښي خوا څخه دی. په دی برخه د توازن مساوات پلي کوو، موږ لرو :



انځور 6-8 د برخې Dx آزاد ډایګرام

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V + w\,\Delta x - (V + \Delta V) = 0$$

$$\Delta V = w\,\Delta x$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0; \qquad -V\,\Delta x - M - w\,\Delta x\left[\tfrac{1}{2}(\Delta x)\right] + (M + \Delta M) = 0$$

$$\Delta M = V\,\Delta x + w\,\tfrac{1}{2}(\Delta x)^2$$

معادله تقسیم پر D*x* کوواو بیا لیمت د D*x* نیسو 0 <--D*x* دا دوه معادلې په دی ډول لیکلی شو

$$\frac{dV}{dx} = w \qquad (6\text{–}1)$$

د شییر ډایګرام میلان په هر ټکی — د ویشل شوی بار شدت یا اندازه په هر ټکی

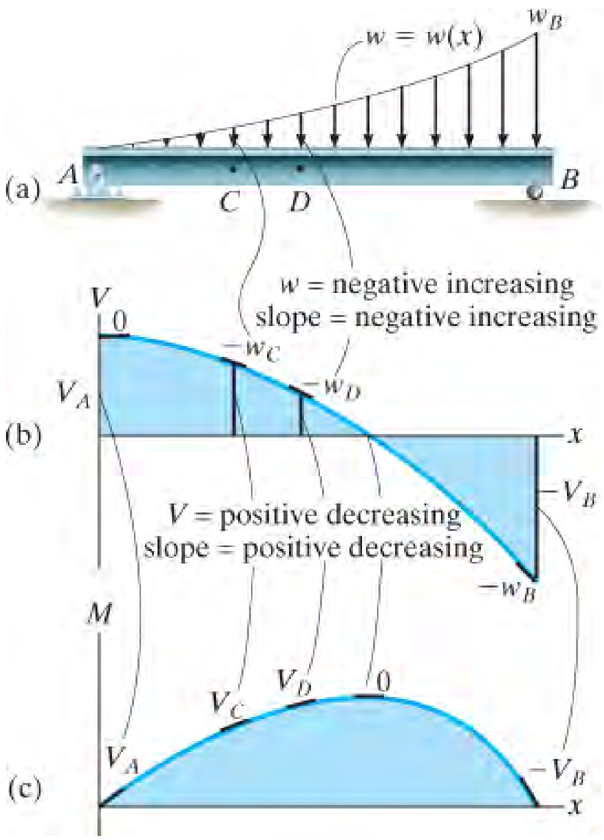
$$\frac{dM}{dx} = V \qquad (6\text{–}2)$$

د مؤمنت ډایګرام میلان په هر ټکی — شییر په هر ټکی

مساوات 1-6 وایي میلان په هر ټکی د شییر ډیاګرام مساوی دی په شدت د ویشل شوی بار. د مثال په توګه، په پام کې ونیسئ بیم په انځور 6-9a کې. ویشل شوی بار منفي دی او له صفر څخه w_B زیاتیږي. دا پوهیدل یوه ګړندي وسیله د شییر ډایګرام د رسم کولو لپاره چمتو کوي. دا باید یو منحنی وي چې منفي میلان لري،او له صفر څخه $-w_B$ ته زیاتوالی مومي. په ځانګړي توګه میلان $w_A = 0$، $-w_C$ ، $-w_D$ ، او $-w_B$ په انځور 6-9b کې ښودل شوي.

په ورته ډول،معادله Eq. 6-2 وایي چې په هر وخت کې د مؤمنت ډیاګرام میلان مساوی دی په شییر . په انځور 6-9b کی شییر پیل کوي په $+V_A$ او بیا صفر ته راټیټیږي، او بیا منفي کیږي

او $-V_B$ ته راټیټیږي، د مؤمنت ډیاګرام (یا منحني) به بیا لومړي $+V_A$ میلان ولري چې صفر ته راټیټیږي، بیا میلان منفي کیږي او $-V_B$ ته راټیټیږي. په ځانګړي توګه میلان V_D، V_C، V_A صفر(0)، او $-V_B$ څنګه چې په انځور 6-9c کې ښودل شوي .

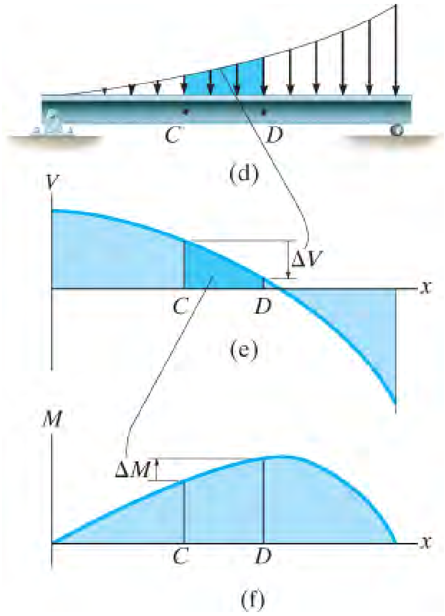


انځور 6-9

6-1 و 6-2 معادلی کیدی شی چی په دی لانديې ډول : $dV = w\,dx$ او $dM = V\,dx$ هم و لیکل شي. څرنګه چې wdx او Vdx د ساحی له یوه توټی استازیتوب کوی چی تر ویشل شوی بار او شییر ډایګرام لاندی راغلی. موږ کولای شو چی انتیګرال ونیسو د بیم د دی ساحو د پاره چی د دوو تکیو C او D کی واقع دی، انځور6-9d وګوري او لیکلی شو

$$\Delta V = \int w\,dx \qquad (6\text{–}3)$$

بدلون په شییر کی　　مساحت تر ویشل شوی بار لاندی



انځور 6-9 (تکرار)

$$\Delta M = \int V\,dx \qquad (6\text{–}4)$$

بدلون په مؤمنت کی مساحت تر شییر ډایګرام لاندی

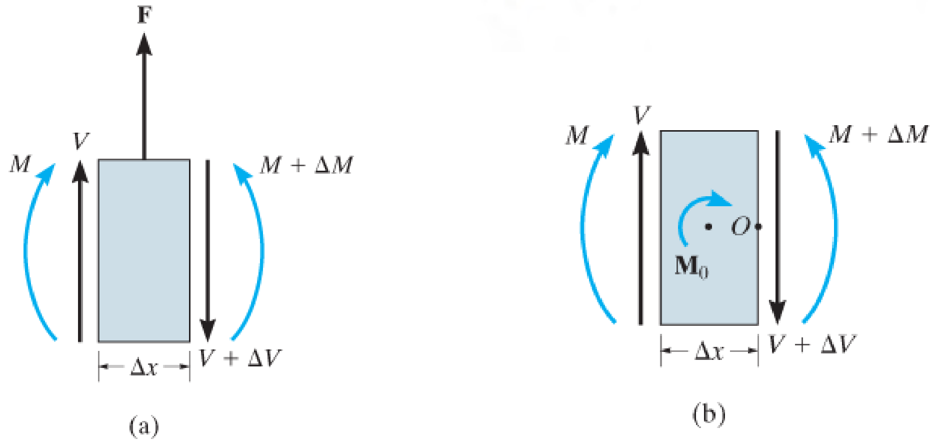
معادله 6-3 وايي چې د شییر بدلون د C او D تر مینځ مساوی دی په ساحه د ویشل شوی بار د دغو دوو نقطو تر منځ . انځور 6-9d وګوري . په دې حالت کې بدلون منفي دی ځکه چې ویشل شوی بار ښکته جهت باندی عمل کوي. په ورته ډول له معادله 6-4 څخه داسی معلومیږی چې د مؤمنت بدلون تر منځ د C او D انځور 6-9f مساوی دی د شییر ډایګرام پر ساحه چې د C او D. تر منځ ده او دلته بدلون مثبت دی.

د متمرکز قووی او مؤمنت سیمې (Regions of Concentrated Force and Moment).

د بیم آزاد ډایګرام چې په انځور 6-8a کی ښودل شوی د یوی کوچنی برخی له قووی لاندې څخه اخیستل شوی او په انځور 6-10a کې ښودل شوی. دلته د قواو اندول ته اړتیا ده

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V + F - (V + \Delta V) = 0$$

$$\Delta V = F \qquad (6\text{–}5)$$



انځور 6-10

په دې توګه، کله چې **F** په بیم کې *پورته لور* عمل کوي، نو بدلون د شییر، D*V*، هم مثبت دی له دی امله په شییر ډایګرام کی به د شییر ارزښت *پورته خوا* ته توپ وکړی . په ورته ډول، که **F** *ښکته* عمل وکړي، د (D*V*) توپ به *ښکته خوا* ته وي.

کله چې د بیم برخه کې کپل مؤمنت M_0 شامل وي، انځور 6-10b ، بیا توازن د مؤمنت لپاره بدلون ته لاندی اړتیا لري

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0; \quad M + \Delta M - M_0 - V\,\Delta x - M = 0$$

دلته کله چې Dx ~= 0 موږ لرو

$$\Delta M = M_0 \qquad (6\text{–}6)$$

دلته که $\mathbf{M_0}$ د ساعت د څرخیدو په جهت پلی شي، بدلون په مؤمنت، D*M*، کی مثبت دی او مؤمنت ډایګرام په پورته خوا توپ کړي. همدا رنګه کله چې **Mo**، په خلاف د ګړي جهت وی نو D*M* په ښکته لورتوپ وهي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د الاندی طريقه ، د بيم د شيير او مؤمنت ډايګرامونو جوړه ولو د پاره له هغه ترون چی د بار، شيير او مؤمنت په منځ کی شتون لری ، ده.

د اتکا ريکشنونه (Support Reactions)

- ټول ريکشنونه د بيم معلوم کړي، ، او ټولی هغه قواوي چی په بيم پلی شوی د بيم د محور په عمودی او موازي جهت وشيی.

د شيير ډايګرام (Shear Diagram)

- محورونه د V او x مشخص کړي، او پيژندلشوی ارزشتونه د شيير په دواړو پايلونو د بيم پلاټ کړي.
- په پام کی ولری چې د ويشل شوي بار ارزښتونه په څه ډول د بيم په اوږدوالی توپير لري، لکه مثبت زياتوالی، منفي زياتوالی، او داسي نور. **او دا** پرله پسي ارزښتونو هر يو د شيير ډياګرام ميلان په ګوته کوي $(dV/dx = w)$. دلته w مثبت دی کله چې دا پورته عمل کوي. رسم کول د ميلان په پای ټکيو کی پيل کړي.
- که چيرې د شيير عددی ارزښت په يوه نقطه کې وټاکل شي، دا ارزښت يا د برخو د ميتود او د توازن له معادلو او يا په کارولو د $\Delta V = \int w\, dx$ سره موندل کيدی شي، کوم چې وايي د هر دوه ټکي تر مينځ د شيير بدلون مساوي دی په د بار *ډياګرام لاندې مساحت د دوه ټکو تر مينځ .*

مؤمنت ډايګرام (Moment Diagrams)

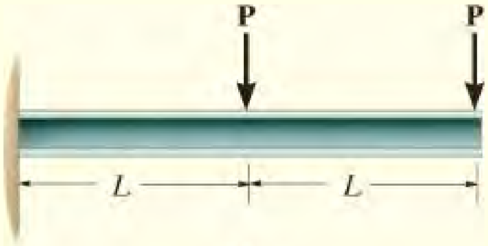
- محورونه د M او x مشخص کړي، او پيژندلشوی ارزشتونه د مؤمنت په دواړوپايلونو د بيم پلاټ کړي.
- په پام کې ونيسئ چې څنګه د شيير ډياګرام ارزښتونه د بيم په اوږدوالی سره توپير لري، لکه مثبت زياتوالی، منفي زياتوالی، او داسي نور، او **دا** پرله پسي ارزښتونه هر يو د مؤمنت ډياګرام ميلان په ګوته کوي $(dM/dx = V)$. رسم کول د ميلان په پای ټکيو کی پيل کړي.

- په هغه ټکی کی چی شییر صفر وی، $dM/dx = 0$ هلته اعظمی او یا اصغری ټکی د مؤمنت وی.
- که چیرې د مؤمنت عددی ارزښت په یوه نقطه کې وټاکل شي، دا ارزښت یا د برخو د میتود او د توازن له معادلو او یا په کارولو د $\Delta M = \int V\,dx,$ سره موندل کیدی شي، کوم چې وایي د هر دوو ټکیو تر مینځ د مؤمنت بدلون مساوي دی د شییر ډیاګرام لاندې مساحت چی د دوو ټکیو تر مینځ وی.
- ځکه چې د w اینتګرال واخستل شی V او د V اینتګرال چې واخستل شی تر څو مؤمنت M ترلاسه شي. بیا که w د n درجې منحنې وي، V به د درجې $n + 1$ او M به د $n + 2$ درجې منحنی وي. د مثال په توګه، که w مساوی ویشل شوی بار وی (صفردرجه)، V به خطي وي (۱ درجه) او M به پارابولیک (2 درجه) وي .

مثالونه

مثال 6.5

شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم چې په انځور 6-11a کی ښودل شوی جوړ کړي.



(a)

حل (SOLUTION)

د اتکا ریکشنونه (Support Reactions). د اتکا ریکشنونه په انځور 6-11b کی د بیم په آزاد ډایګرام کی ښودل شوي.

د شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

لمړي د بیم په پای کی شییر ډایګرام پلاټ کوو، انځور 6-11c وګوري. ځکه چې پر بیم ویشلشوی بار نه دی پلی شوی د شییر میلان صفر دی. اوس وینو چې ځنګه په مرکز د بیم کی قوه P شییر په اندازه د P ښکته لور ته لیږدوی، دا ځکه چې د بهرنی بار جهت ښکته لور ته دي.

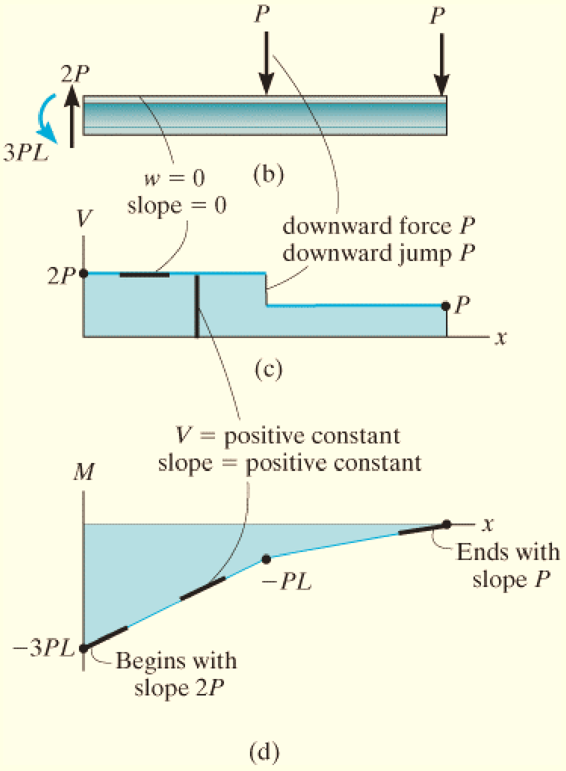
مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

د بیم په پای کی مؤمنت ډایګرام پلاټ کوو، انځور 6-11d وګوري. دلته مؤمنت ډایګرام دوه میلانونه لري، د یو ه میلان په اندازه د $+2P$ دی او د بل میلان $+P$ دی.

د مؤمنت ارزښت په مرکز د بیم کی د برخو د میتود او یا له مساحت د شیر ډایګرام لاندی څخه پیدا کیدی شي. که چیری چپ لور نیم برخه د شییر ډایګرام انتخاب کړی موږ لرو

$$M|_{x=L} = M|_{x=0} + \Delta M$$

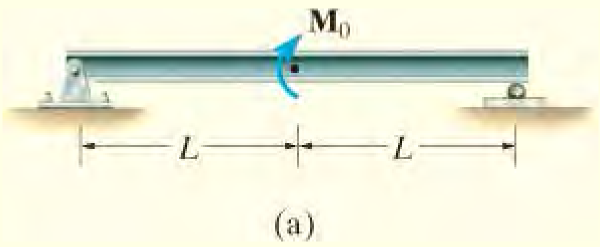
$$M|_{x=L} = -3PL + (2P)(L) = -PL$$



انځور 6-11

مثال 6.6

شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم چی په انځور 6-12a کی ښودل شوی جوړ کړي.



حل (SOLUTION)

د اتکاء ریکشنونه (Support Reactions) . د اتکاء ریکشنونه په انځور 6-12b کی د بیم په آزاد ډایګرام کی ښودل شوي.

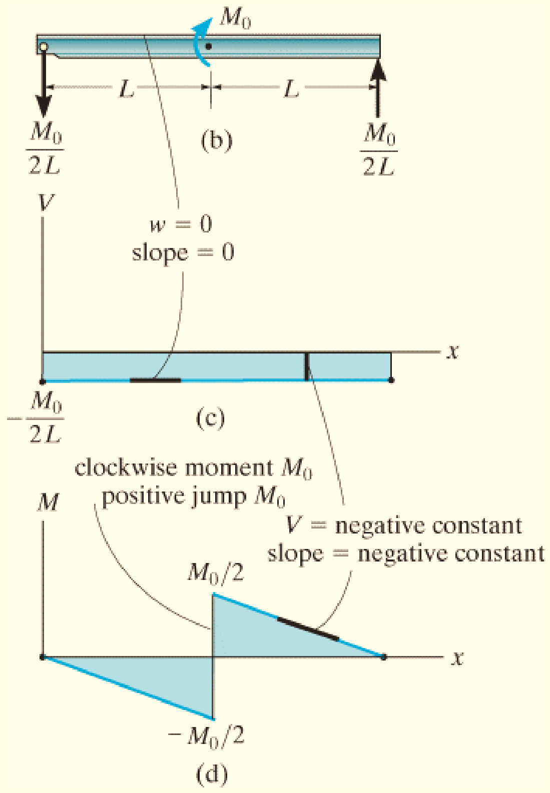
د شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

اول شییر په هر پای د بیم کی پلاټ کووؤ انځور

6-12c و ویني. ځکه چی پر بیم ویشلشوی بار پر بیم نه دی پلی شوی د شییر میلان صفر دی او هغه یوه مستقیمه کرښه د ه.

مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

په هر پای د بیم کی مؤمنت صفر دی، انځور 6-12d وګوري. مؤمنت ډایګرام یو ثابت منفی میلان $-M_0/2L$ لري، ځکه چی دا شیر په هر پای کی دی. اما دلته په مرکز د بیم بهرنی مؤمنت M_0 شتون لری او دا مؤمنت په دی ټکی کی مؤمنت ته ټوپ (jump) ورکوي.



انځور 6-12

مثال 6.7

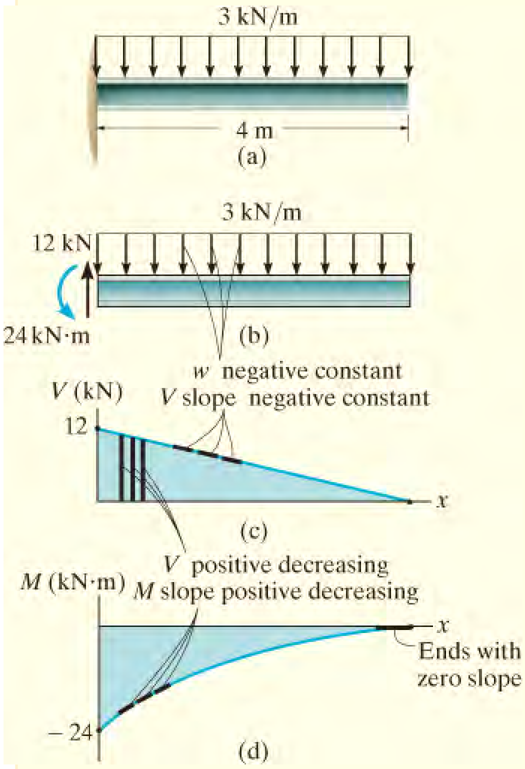
شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم چې په انځور 6-13a او 6-14a کې ښودل شوی جوړ کړي.

حل (SOLUTION)

د اتکاء ریکشنونه (Support Reactions) . د اتکاء ریکشنونه په کلک تړل شوی اتکا کی په انځور 6-13b او 6-14b په هر آزاد ډایګرام کی ښودل شوي.

د شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

اول شییر په هر پای د بیم کی پلات کوؤ انځور 6-13c او 6-14c و ویني. ویشل شوی بهرنی بار په هر بیم میلان د شییر ډایګرام را په ګوته کوي او په دی توګه د ښودل شوي ډایګرام شکل جوړه وی.



انځور 6-13

مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

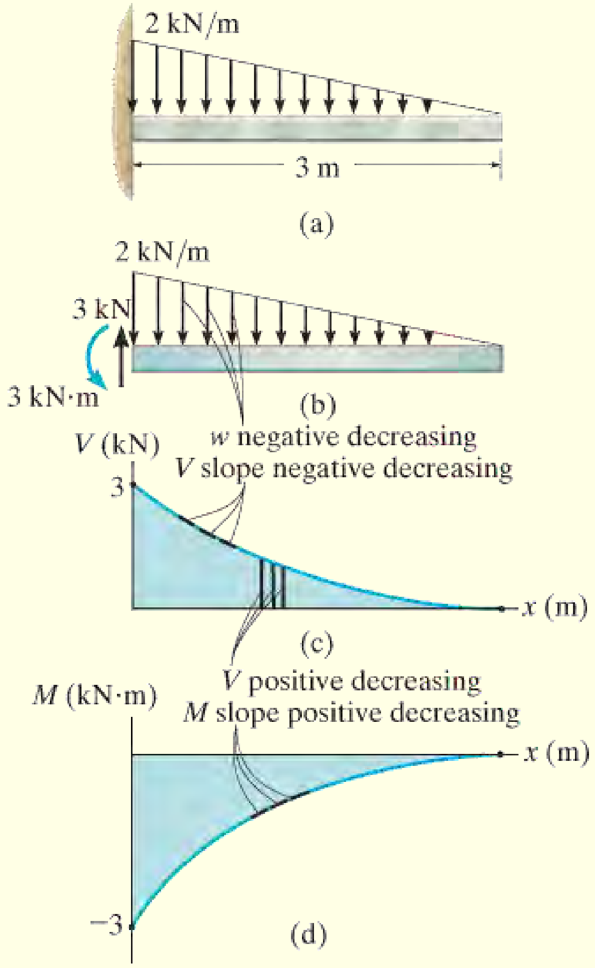
اول مؤمنت په هر پای د بیم کی پلات کوؤ انځور 6-13d او 6-14d و ویني.

د شییر مختلف ارزښتونه په هر تکی د بیم میلان د مؤمنت ډایګرام په هغه تکی کی په ګوته کوي. پام وکړی چې ادا توپیر څنګه منحنی جوړه وی.

یادونه :

وګورئ چې څنګه د W څخه تر V تر M پورې منحني یوه درجه لوړیږي د $dV = w\,dx$ او $dM = Vdx$. او دا د انتیګریشن له امله دی. د بیلګې په توګه، په انځور 6-14

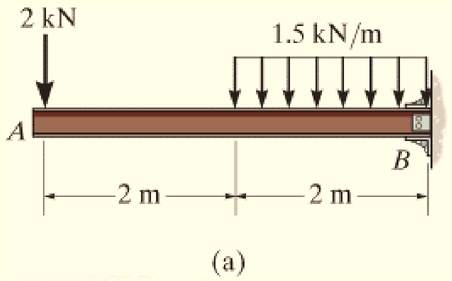
کې، خطی ویشل شوی بار پارابولیک شییر یې جوړ او په توان د دریو یا کیوبیک (cubic) مؤمنت ډایگرام یې جوړ کړ.



انځور 14-6

مثال 6.8

شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم چې په انځور 6-15b کې ښودل شوی جوړ کړي.



حل (SOLUTION)

د اتکا ریکشنونه (Support Reactions) .

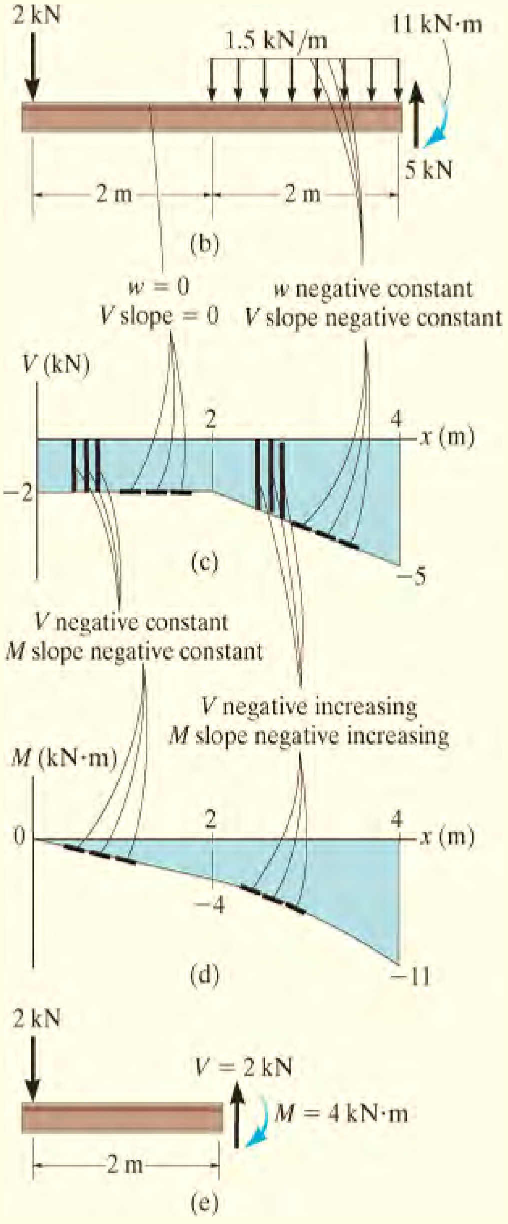
د اتکا ریکشنونه په کلک تړل شوی اتکا B کې په انځور 6-15b کې ښودل شوي.

شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

اول شییر په هر پای د بیم کې پلاټ شوی ، انځور 6-15c و ویني. اوس ووینی چې څنګه شییر ډایګرام له میلان د بهرنی بار w څخه جوړیږي.

مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

اول مؤمنت په هر پای د بیم کې پلاټ کوو انځور 6-15d و ویني.



انځور 6-15

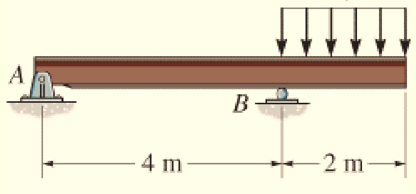
پام وکړی چی څنګه مؤمنت ډایګرام له معلوم میلان جوړیږي او هغه په هر ټکی کی مساوی دی په شییر په هغه ټکی. مؤمنت په x=2 m له مساحت تر شییر ډایګرام لاندی لاس ته راځي. او موږ لرو

$$M|_{x=2\text{ m}} = M|_{x=0} + \Delta M = 0 + [-2\text{ kN}(2\text{ m})] = -4\text{ kN}\cdot\text{m}$$

البته ورته ارزښت د برخی له طریقی هم پیدا کیده.

مثال 6.9

شیر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم چی په انځور 6-16b کی ښودل شوی جوړ کړي.

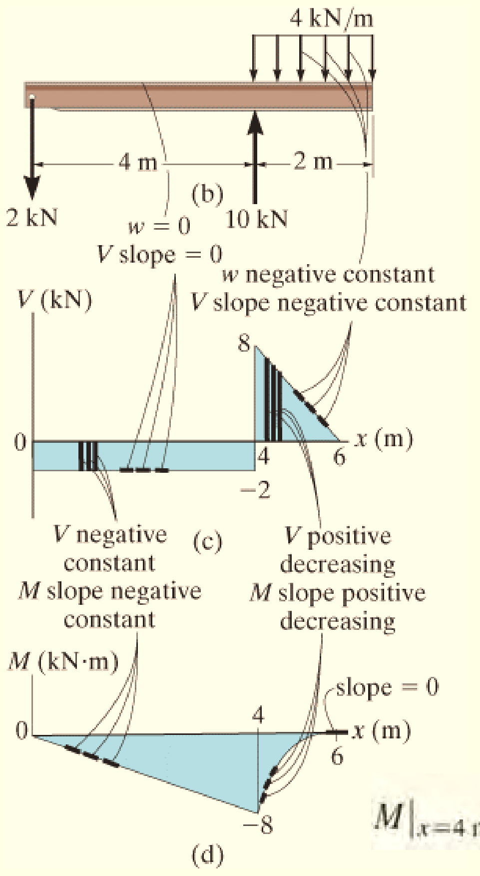


(a)

حل (SOLUTION)

د اتکاء ریکشنونه (Support Reactions) .

د اتکاء ریکشنونه په کلک ترل شوی اتکا B کی په انځور 6-16b کی ښودل شوي



شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

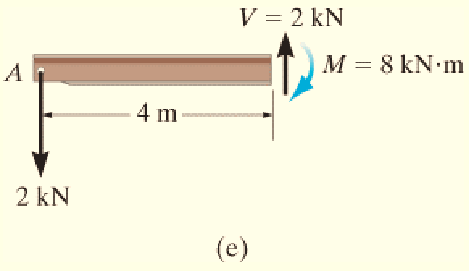
اول شییر په هر پای د بیم کی پلاټ شوی ، انځور 6-16c و ويني. له بهرنی بار څخه میلان پیدا کیږی او بیا شییر ډایګرام له میلان جوړیږي. وګوری د مثبت لوړیدل په 10 kN په x=4 m د ریکشن د قووی له امله.

مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

اول مؤمنت په هر پای د بیم کی پلاټ کوؤ انځور 6-16c و ويني. بیا د شییر موندل شوی میلان تعقیب کوو تر څو مؤمنت ډایګرام پلاټ کړو. مؤمنت په x =4 m له ساحی د شییر ډایګرام لاندی لاس ته راځي.

$$M|_{x=4\text{ m}} = M|_{x=0} + \Delta M = 0 + [-2\text{ kN}(4\text{ m})] = -8\text{ kN}\cdot\text{m}$$

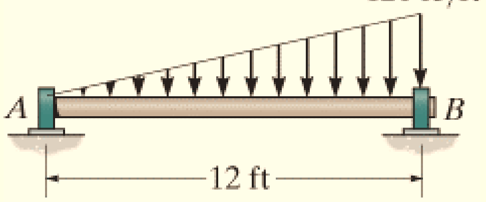
د برخی له میتود هم دا مؤمنت پیدا کولای شو، انځور 6-16e وګوري.



انځور 6-16

مثال 6.10

دا لاندی شافت چی په انځور 6-17a کی ښودل شوي ، په A کی د ترست بیرینګ (thrust bearing) اتکا لري او په B کی جورنال بیرینګ (journal bearing) لري. شییر او مؤمنت ډایګرامونه جوړ کړي.



(a)

حل (SOLUTION)

د اتکاء ریکشنونه (Support Reactions) .

د اتکاء ریکشنونه په کلک ترل شوی اتکا B کی په انځور 6-17b کی ښودل شوي.

شییر ډایګرام (Shear Diagram) .

لکه څنګه چي په انځور 6-17c کي ښودل شوي شییر د بیم په پایلو کی +240 lb او -480 lb دي. هغه نقطه چیرې چي $V = 0$ غواړو پیدا کړو. د دي پیدا کولو لپاره موږ به د برخو له میتود کار واخلو. د شافټ کیڼ برخه، په خپل سري موقعیت x کي قطع کوو او د آزاد بدن ډیاګرام یي په انځور 6-17e کی ښودل شوي. دلته د ویشل شوي بار شدت په x کي $w = 10x$ دی، کوم چي د مثلثونو له تناسب موندل شوي. د بیلګي په توګه، $120/12 = w/x$. په دي توګه، د $V = 0$ لپاره،

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 240 \text{ lb} - \tfrac{1}{2}(10x)x = 0$$

$$x = 6.93 \text{ ft}$$

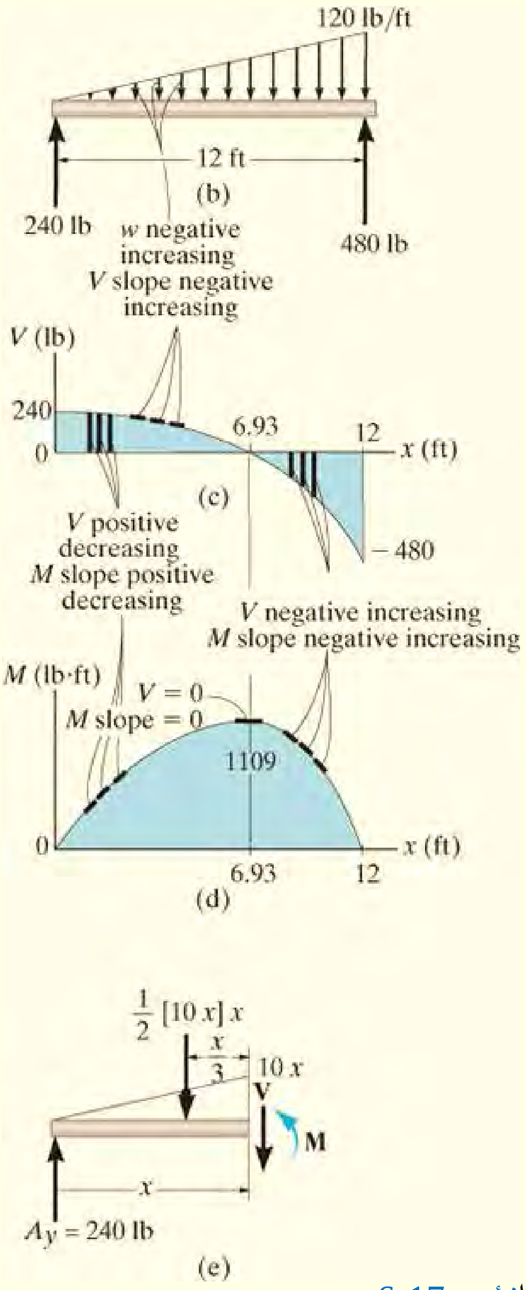
مؤمنت ډایګرام (Moment Diagram) .

مؤمنت ډایګرام په پای کی له صفر شروع کیږي. او اعظمی مؤمنت په $x = 6.93$ ft چیرته چې شییر صفر دی جوړیږي، دا ځکه $dM/dx = V = 0$ انځور 6-17d وویني. له انځور 6-17e لرو

$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad M_{max} + \tfrac{1}{2}[(10)(6.93)]\,6.93\left(\tfrac{1}{3}(6.93)\right) - 240(6.93) = 0$$
$$M_{max} = 1109 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

په نهایت کی اول انتیګرال د بهرنی بار w چې خطی دی پیدا کوو ، او شییر ډایګرام چې پارابولیک دی او بیا وروسته له هغه مؤمنت ډایګرام چې کیوبیک دی جوړه وو.

یادونه: اوس خپل ځان و آزمو یی، شییر او مؤمنت ډایګرامونه د مثال 6.1 تر 6.4 پوری په دی یاد شوی طریقه جوړ کړي.

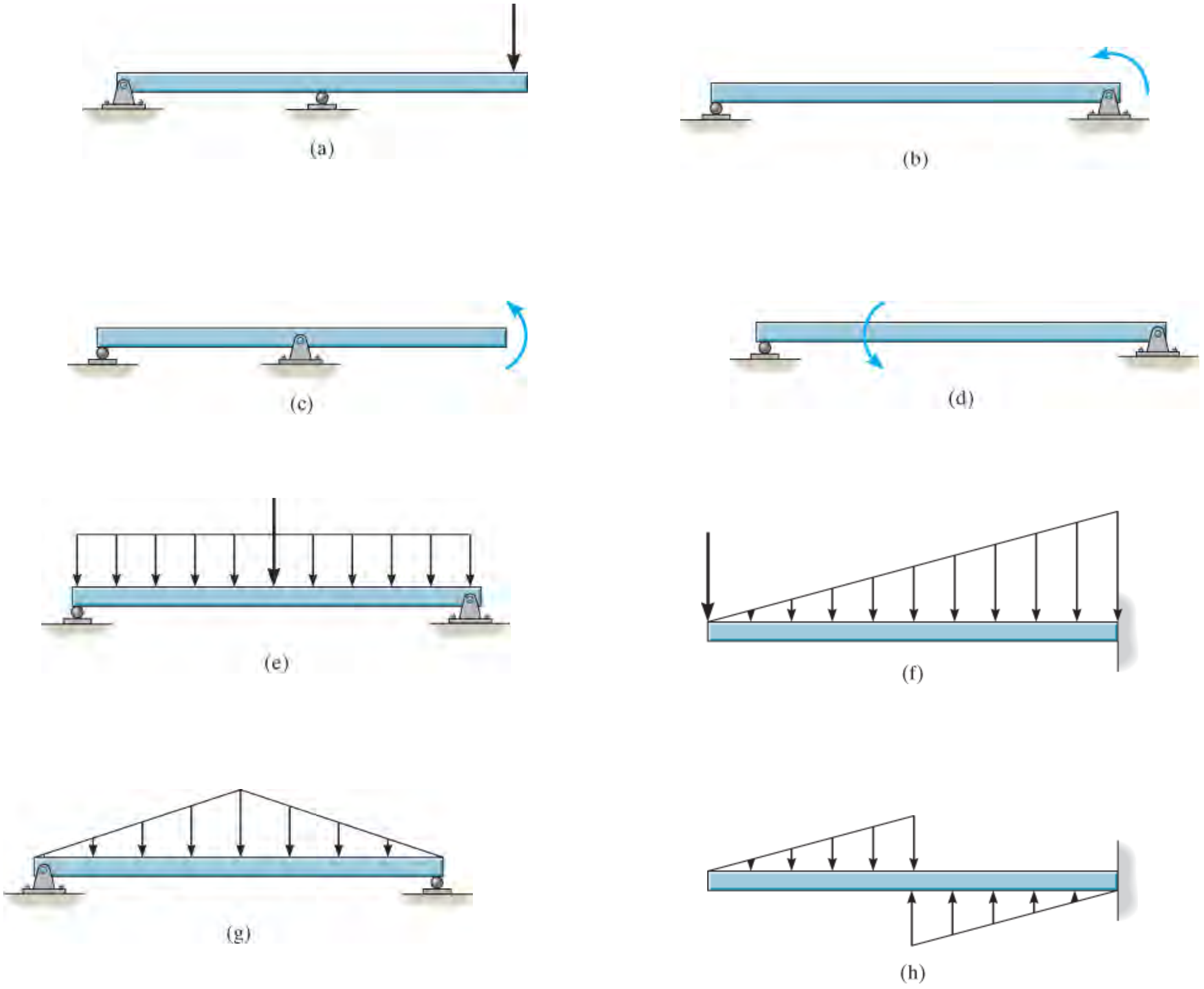


انځور 6-17

لومړنۍ پوښتني

PRELIMINARY PROBLEMS

پوښتنه (ل) 6-1 په دی لاندی حالتونو کی په بیم بهرنی بار ښودل شوي. د بیم آزاد ډایګرام رسم کړي او د شییر او مؤمنت عمومي ډایګرامونه جوړ کړي. د بار او بیم جیومتری فرض کړي چی معلوم دی.

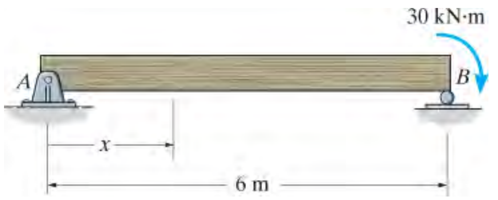


بنسټيز سوالونه

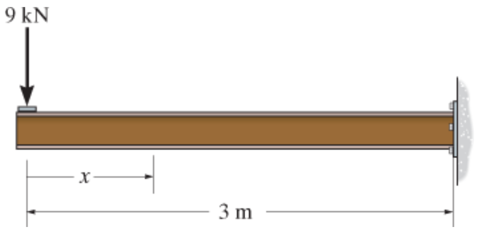
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

په دی لاندی حالتونو کی شییر او مؤمنت تابع د x تشریح کړي او وروسته بیا د شییر او مؤمنت ډایګرامونه د بیم لپاره جوړ کړي.

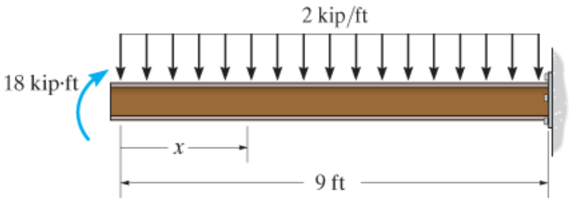
6-1 (ب)



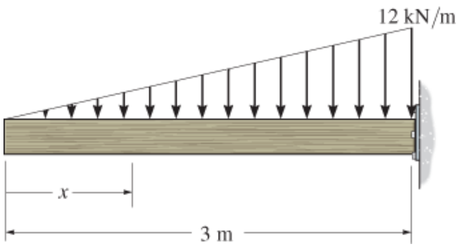
6-2 (ب)



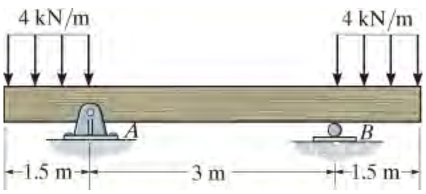
6-3 (ب)



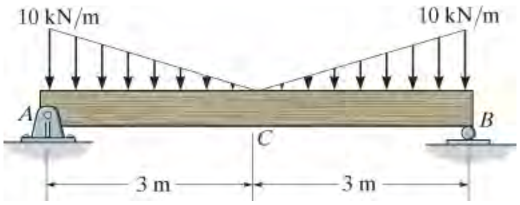
6-4 (ب)



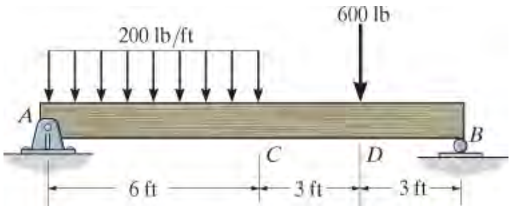
6-5 (ب)



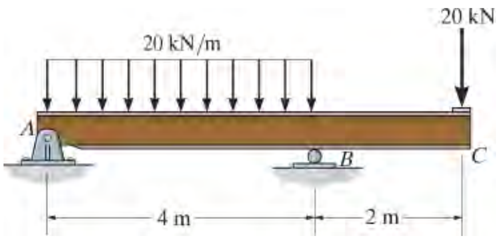
6-6 (ب)



6-7 (ب)

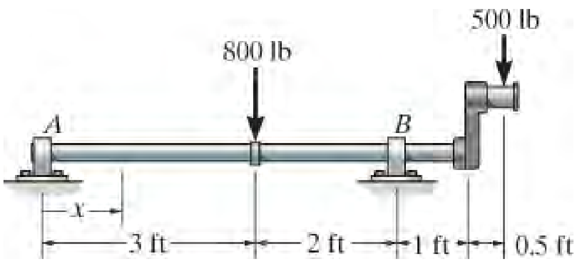


6-8 (ب)



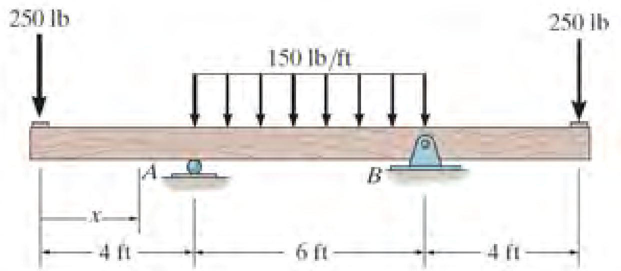
سوالونه
(PROBLEMS)

6-1. ددی لاندی شافټ شییر او مؤمنت په اوږدو د شافټ تابع د x پیدا کړي. د x ارزښت په حد $3\text{ft} < x < 5\text{ ft}$,$0 <= x < 3\text{ft}$ او $5\text{ft} < x < 6\text{ ft}$ دی. بیرینګ په A او B کی تنها عمودی ریشکشن په شافټ جوړوی.



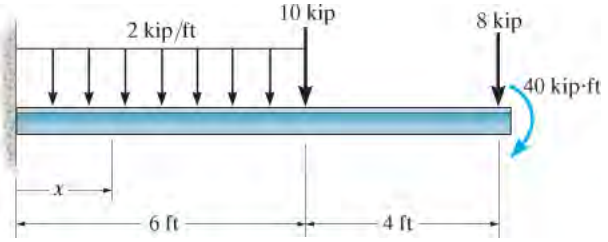
س 6-1

6-2 ددی لاندی بیم شییر او مؤمنت په اوړدو د بیم تابع د x پیدا کړي، او ډایګرامونه يي رسم کړي. د x ارزښت په حد $0 <= x < 4ft$, $4ft < x < 10 ft$ او $10ft < x < 14 ft$ دی.



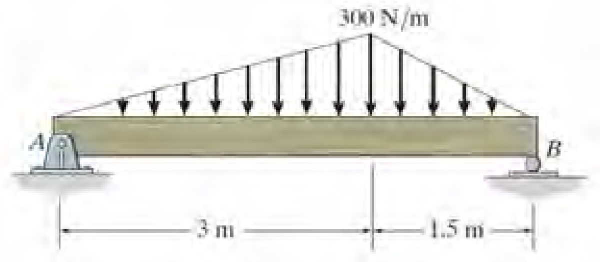
س 6-2

6-3 ددی لاندی بیم شییر او مؤمنت په اوړدو د بیم تابع د x پیدا کړي، د x ارزښت په حد $0 <= x < 6ft$ او $6ft < x < 10 ft$ دی.



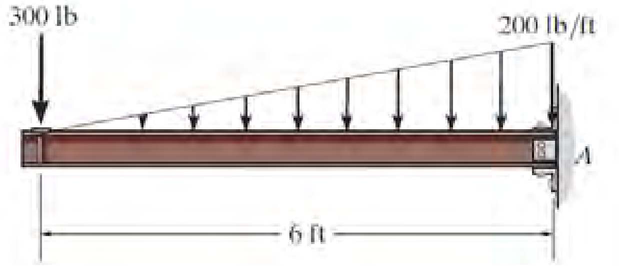
س 6-3

*6-4 ددی لاندی بیم شییر او مؤمنت په اوړدو د بیم تابع د x پیدا کړي، او ډایګرامونه يي رسم کړي. د x ارزښت په حد $0 <= x < 3m$, او $3m < x < 4.5 m$ دی.



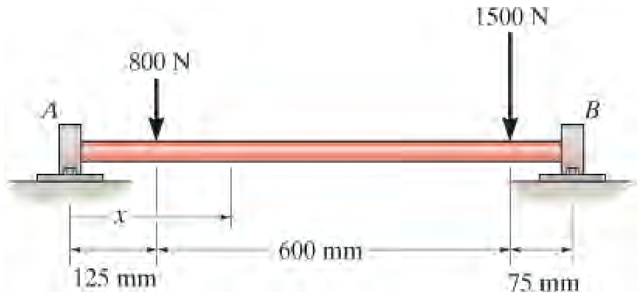
س 6-4

6-5 ددی لاندی کنتیلیور بیم شییر او مؤمنت په اوږدو د بیم تابع د x پیدا کړي، او ډایګرامونه يي رسم کړي.



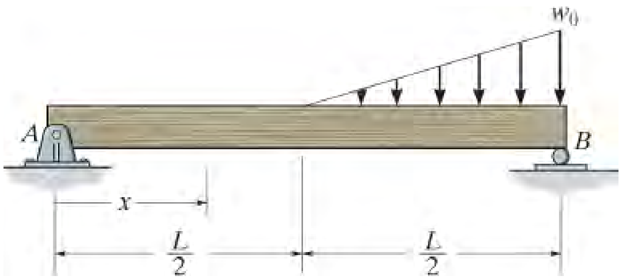
س 6-5

6-6 ددی لاندی شافټ شییر او مؤمنت په اوږدو د شافت تابع د x پیدا کړي. د x ارزښت په حد $125\text{mm} < x < 725 \text{ mm}$ دی. بیرینګ په A او B تنها عمودی ریشکشن په شافټ جوړوی.



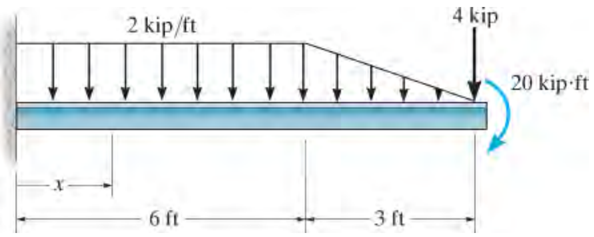
س 6-6

6-7 ددی لاندی بیم شییر او مؤمنت په اوږدو د بیم تابع د x پیدا کړي. د x ارزښت په حد $0 < x < L/2$ او $L/2 < x < L$ دی. بیا شییر او مؤمنت ډایګرام رسم کړي.



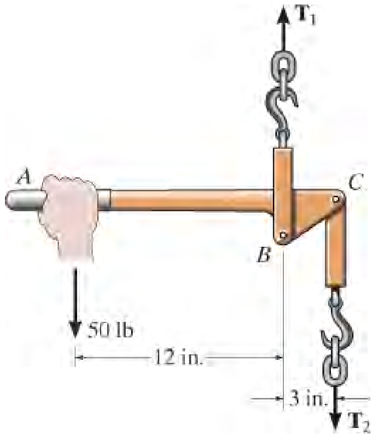
س 6-7

*6-8 ددی لاندی کنتیلیور بیم شییر او مؤمنت ډایګرام جوړ کړي، او په اوږدو د بیم تابع د x شییر او مؤمنت پیدا کړي . د x ارزښت په $0 < x <= 6$ ft او $6 = < x =< 9$ ft کی په نظر کی ونیسي.



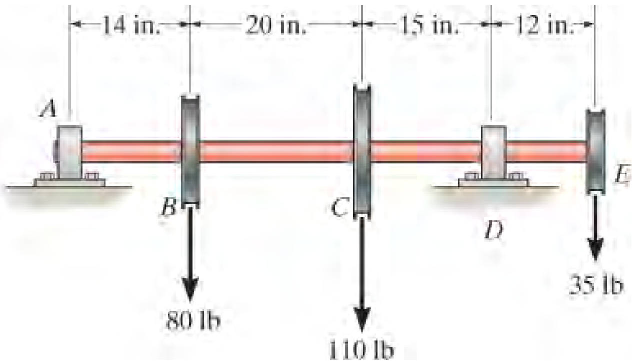
س 6-8

6-9 که چیری قوه د بار جوړیدو په لاس نیونکی 50 پونډ وی کششي قواوی T1 او T2 په هر پای د زنجیر کی معلوم کړي او هم شییر او مؤمنت ډایګرامونه د لاس نیونکی ABC رسم کړي.



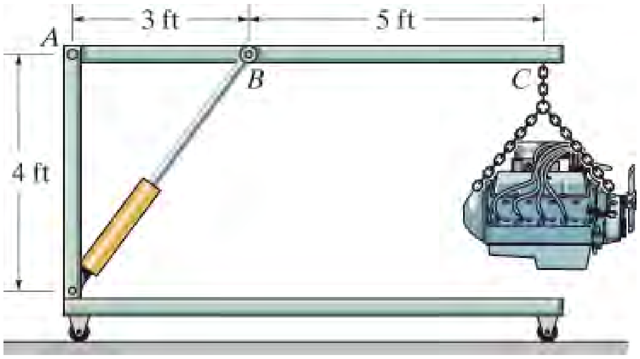
س 6-9

6-10 ددی لاندی شافټ شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي. بیرینګ اتکاوی په A او D کی تنها عمودي ریکشنونه په شافټ باندی پلی کوی.



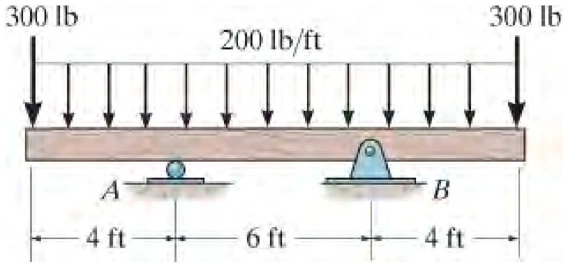
س 6-10

6-11. په دی لاندی کرین یو ماشین چی 1200 lb وزن لری ځوړند دی. شییر او مؤمنت ډایګرامونه د بوم BC کله چی افقي موقعیت ولری رسم کړي.



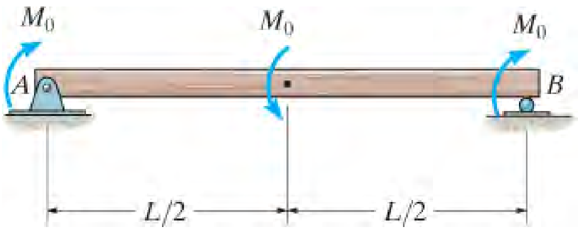
س 6-11

*6-12. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



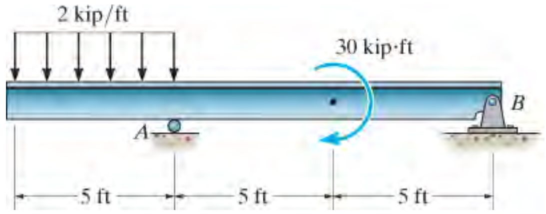
س 6-12

6-13. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



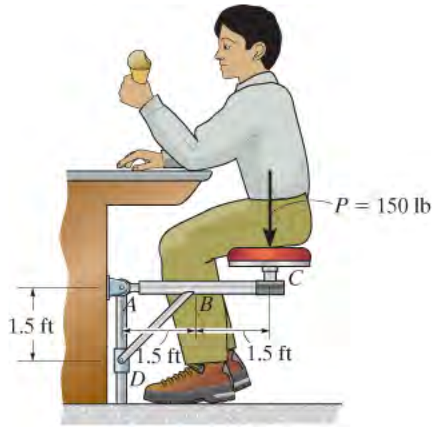
س 6-13

.6-14 د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



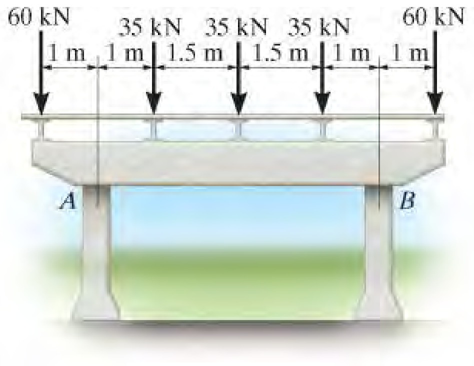
س 6-14

.6-15 غړي ABC او BD د یوی چوکی په B کې په کلکه سره وصل دی او نرم کالر په D کې اجازه لري چی په آزاده توګه پر پایه عمودی حرکت وکړي . شییر او مؤمنت ډایګرامونه د ABC غړ ی رسم کړئ.



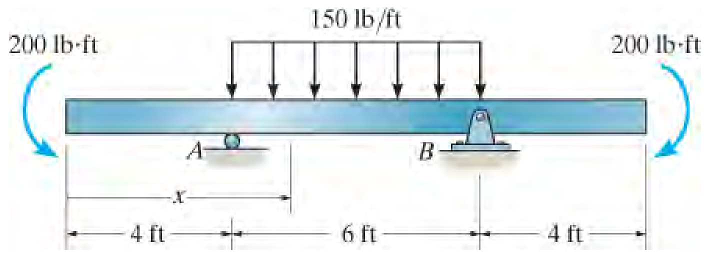
س 6-15

*6-16. یوه په فولادو تقویه شوی کانکریتی پایه د پله د فرش سترینګر (بیم) لپاره اتکا جوړه وی. شییر او مؤمنت ډایګرامونه د پایی لپاره رسم کړي. فرض کړی چی ستني په A او B کی تنها عمودی ریکشن په پایه جوړه وی.



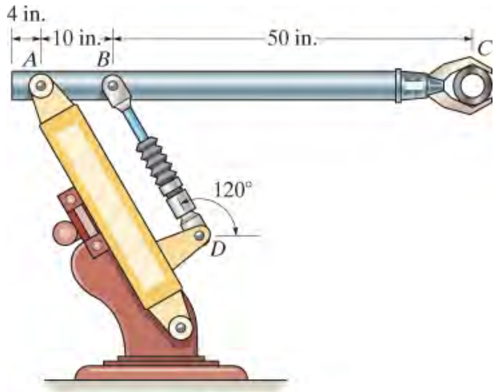
س 6-16

6-17. ددی لاندی بیم شییر او مؤمنت ډایګرامونه جوړ کړي، او د بیم په اوږد کی شیر او مومنټ چی د x تابع وی پیداکړی کله چی د x ارزښت په $4\ ft < x <= 10\ ft$ حد کی وی.



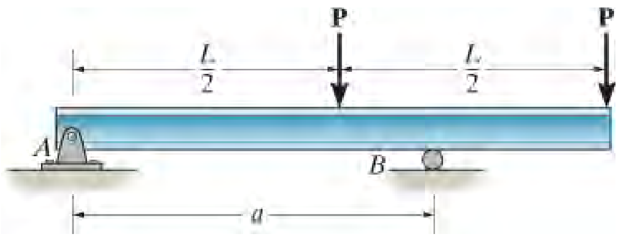
س 6-17

6-18. دا لاندی صنعتي روبات په ساکن حالت کی ښودل شوي. د لاس غړی ABC شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي، کله چی په A کی د پین اتکا لری او دهایدرالیک سلنډر BD سره (چی یو دوه قوه یی غړی دی) د پن په واسطه وصل شوي وي. لاس ا و نیونکی مساوی ویشل شوی وزن $1.5\ lb/in$ لری او $40\ lb$ بار په C کی وربانډی پلی شوي.



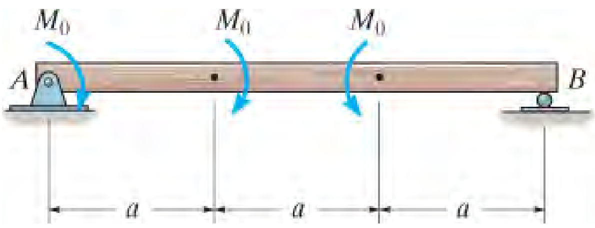
س 6-18

6-19. د رولر اتکاء د ایښودلو فاصله a داسی معلومه کړي کله چی د مؤمنت تر ټولو لوي مطلق ارزښت لږ تر لږ وي. ددی حالت لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



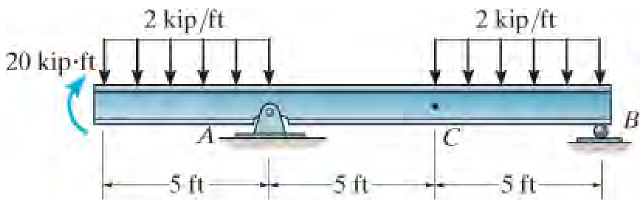
س 6-19

*6-20. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



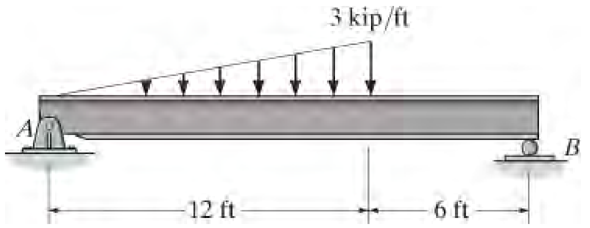
س 6-20

6-21. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



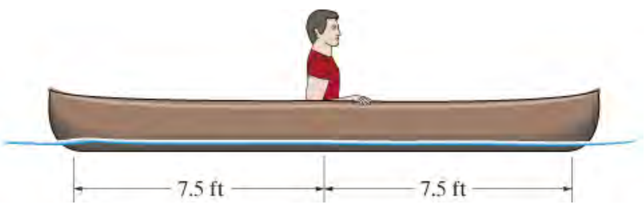
س 6-21

6-22. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



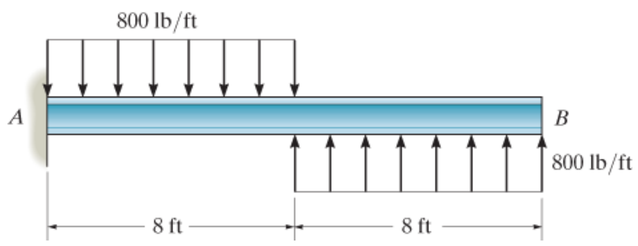
س 6-22

6-23. یو سړی چی 150 lb وزن لري د یو کښتی په منځنی برخه کی ناست دی، دا کښتي یونیفورم سور او په هر فت اوږدوالی کی 3 lb/ft وزن لری. اعظمی داخلی مؤمنت په کښتي کی معلوم کړي. فرض کړی چی اوبه یو شان ویشل شوی بار په کښتي پورته لور ته جوړه وی.



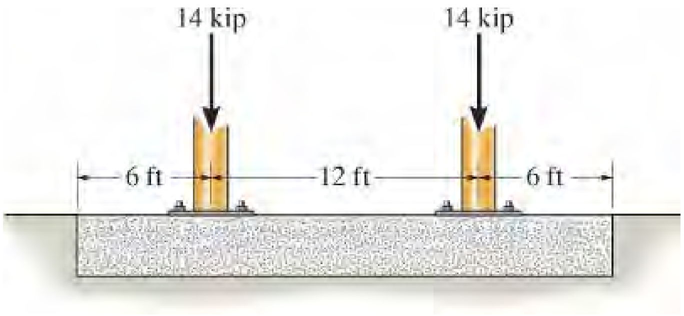
س 6-23

*6-24. د بيم لپاره شيير او مؤمنت ډايگرامونه رسم کړي.



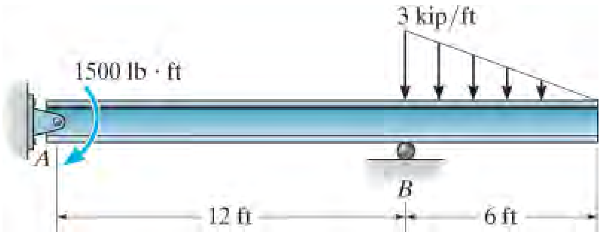
س 6-24

6-25. دا لاندی تهداب د ستنيو د بارونو لپاره اتکا جوړه وی. که چيری د تهداب لاندی خاوری مساويانه فشار په تهداب پلی کړی ، د تهداب شيير او مؤمنت ډايگرامونه رسم کړي.



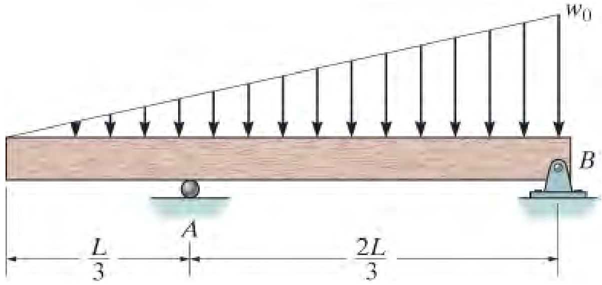
س 6-25

6-26. د بيم لپاره شيير او مؤمنت ډايگرامونه رسم کړي.



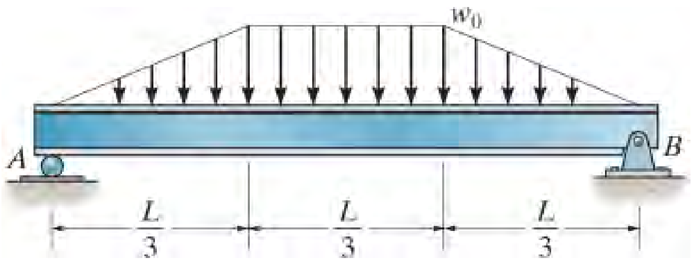
س 6-26

.6-27 د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



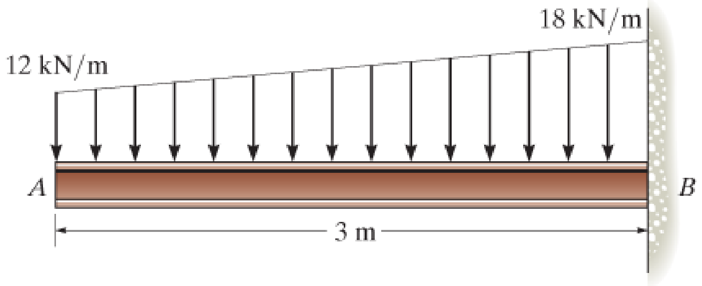
س 6-27

*6-28. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



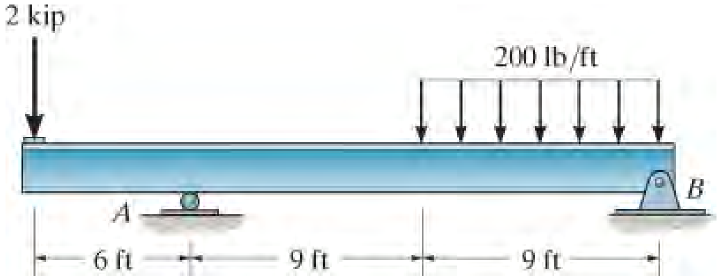
س 6-28

.6-29 د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



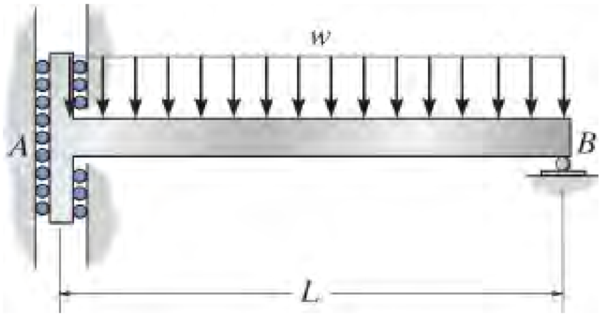
س 6-29

.6-30 د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



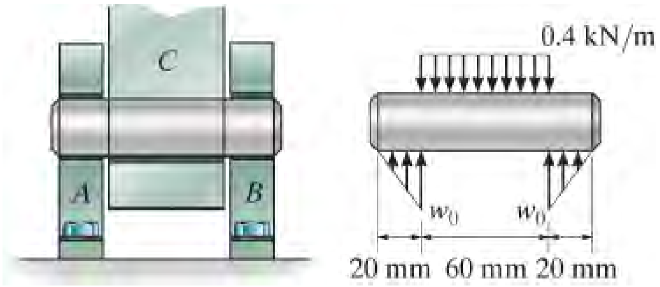
س 6-30

6-31. د اتکاء A په واسطه بیم کولای شي چې په آزاده توګه عمودی حرکت وکړی او عمودی لار ښونکی (guide) بیم نه پریږدی چې عمودی بار واخلي. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



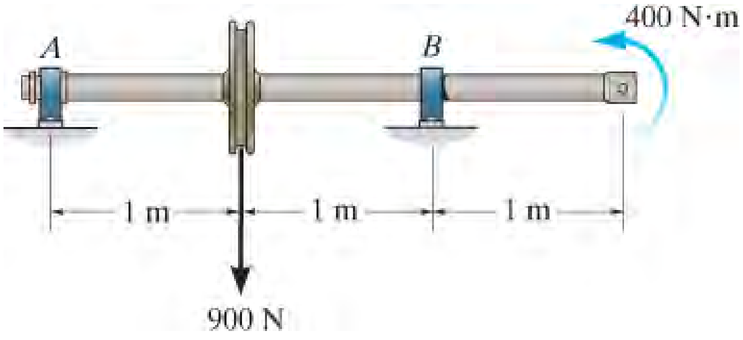
س 6-31

*6-32. دا لاندی هموار پن د دو پاېو A او B په واسطه ملاتړ شوي، او میله C تیلوهونکی بار په اندازه د 0.40 kN/m وربانډی پلی کوي. د ویشل شوی بار w_0 اندازه د پاېو په پن معلوم کړي، شییر او مؤمنت ډایګرامونه د پن رسم کړي.



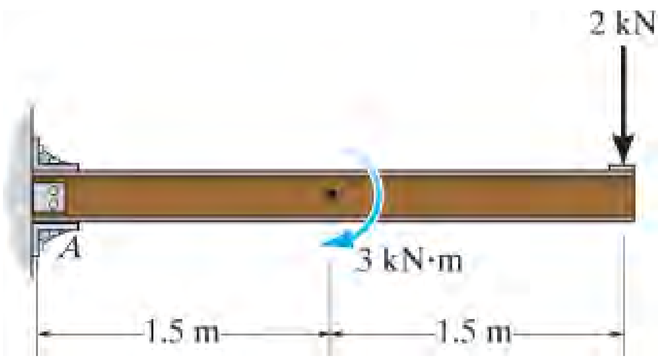
س 6-32

6-33. دا لاندی شافټ همواره (smooth) ترست بیرینګ په A او هموارہ جورنال بیرینګ په B کی اتکاوی لري. شییر او مؤمنت ډایګرامونه د شافټ رسم کړي.



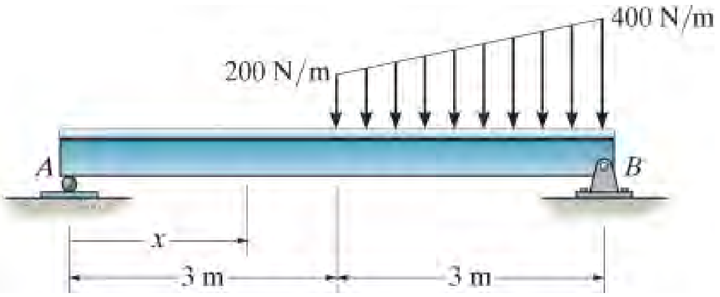
س 6-33

6-34. د کنتیلیور بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



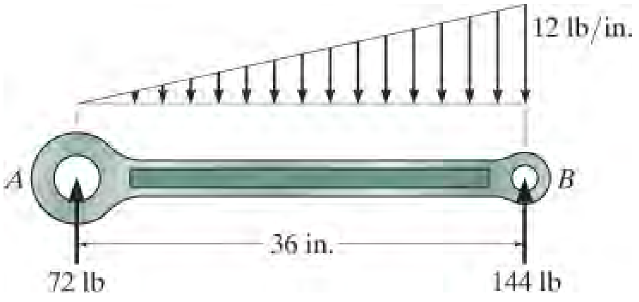
س 6-34

6-35. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



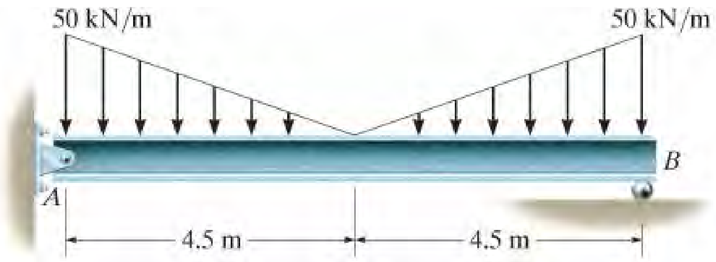
س 6-35

6-36. د لاندی میلی لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي. تنها عمودی ریکشن په A او B کی جوړیږي.



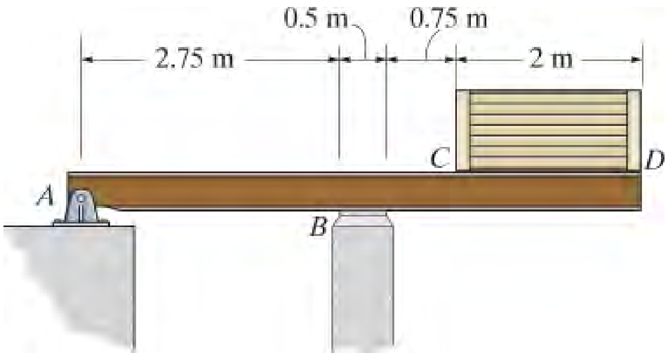
س 6-36

6-37. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



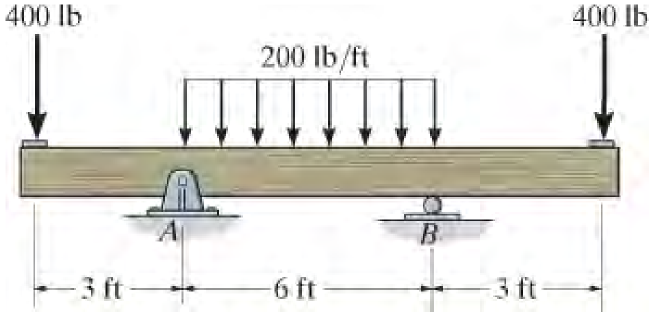
س 6-37

6-38. په دی لاندی بیم یو کریت له C تر D پوری مساوی ویشل شوی بار 6- kN پلی کړي. او ریکشن په اتکاء B کی د اتکا په سورمساوی ویشل شوی دی. د بیم شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



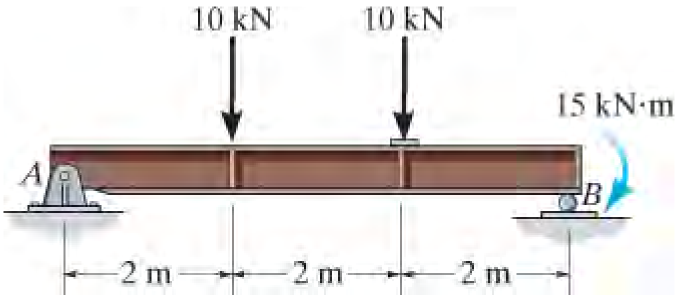
س 6-38

6-39. په دواړو پایلو کی کینټلور شوی بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



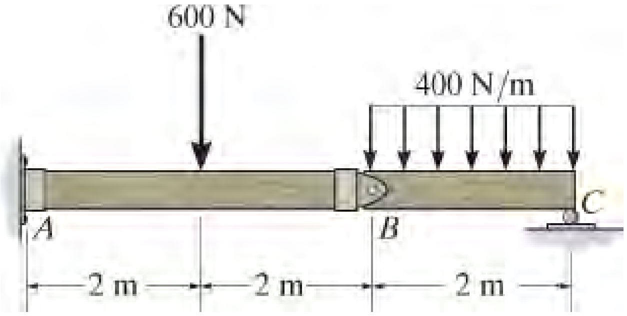
س 6-39

*6-40. د ساده اتکاء شوی بیم لپاره د شییر او مؤمنت ډایگرامونه رسم کړي.



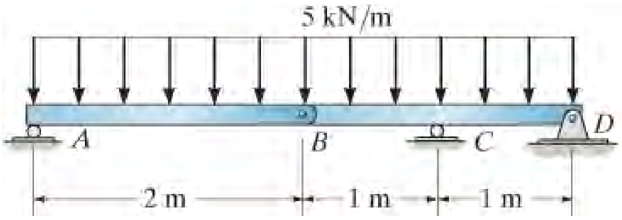
س 6-40

6-41. دا لاندی یوځای شوی بیم په اتکاء A کی کلکه تړل شوی، په B کی پن اتکاء لري او په C کی رولر اتکاء. د بیم شییر او مؤمنت ډایگرامونه رسم کړي.



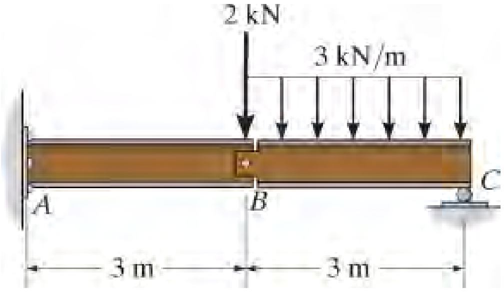
س 6-41

6-42. دا لاندی یوځای شوی بیم شییر او مؤمنت ډایگرامونه رسم کړي.



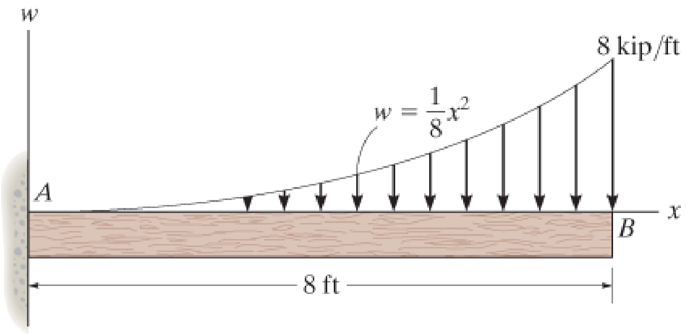
س 6-42

6-43. دا لاندی یوځای شوی بیم په اتکاء A کی کلکه تړل شوی، په B کی پن اتکاء لري او په C کی رولر اتکاء. د بیم شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



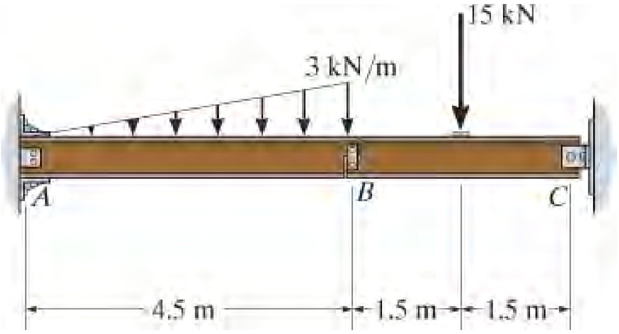
س 6-43

6-44. د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



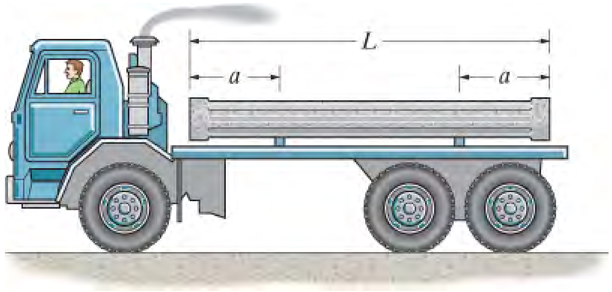
س 6-44

6-45. یو لنډ ترونکونکی په B کی کارول شوی ترڅو بیم AB او BC سره ونښلوی. اتکاوي په A او C کی کلکی او پین دی، شییر او مؤمنت ډایګرامونه رسم کړي.



س 6-45

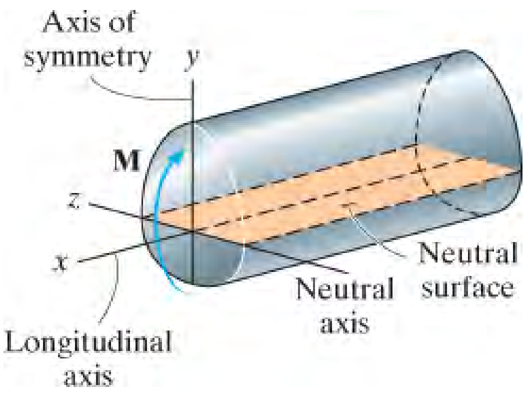
6-46. یو لاری د کانکریټي ستنیو لیږدولو لپاره کارول کیږي . که چیری ستني یو مساوی ویشلشوي وزن w (قوه تقسیم په اوږدوالي) ولري، د ستني اینودلو مساوی فاصله a له دواړو پایلو داسی پیدا کړي چی مطلق اعظمی مؤمنت د ستني لږ ترلږ وی. او هم شییر او مؤمنت ډایګرام د کانکریټي ستني لپاره رسم کړي .



س 6-46

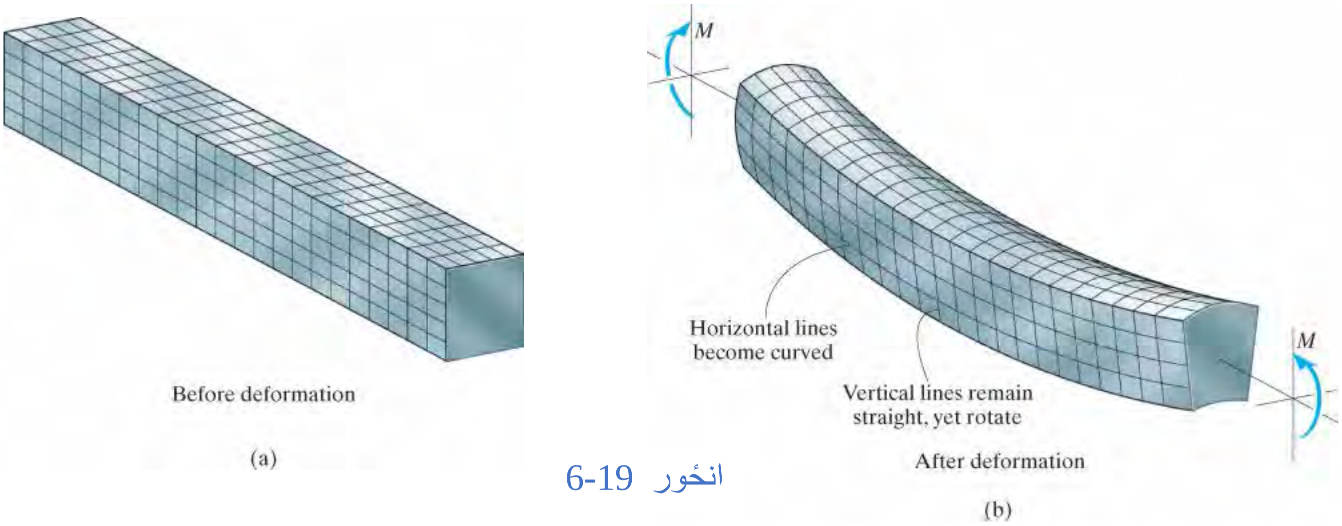
6.3 دیوه مستقیم غړی د کږیدو بیځایه کیدنه (BENDING (DEFORMATION OF A STRAIGHT MEMBER

په دې برخه کې، موږ به هغه بیځایه کیدنو په اړه بحث وکړو کله چې پر یوه مستقیم بیم باندی، کوم چې د هری خوا یوشان خاصیتونه (پرازماتیک) لری او د یو شان موادو څخه جوړ شوی ، مؤمنت پلی شی. بحث به د هغو بیمونو پورې محدود وي چې د غوڅی برخې ساحه یې په یو محور همغیرې (symmetry) ولری، او مؤمنت په هغه بل محور چې همغیرې محور ته عمود وی پلي کیږي، لکه څنګه چې په انځور 6-18 کې ښودل شوي. د هغه غړو چلند چې نا همغږی غوڅه برخې لري، یا د ډیرو مختلفو موادو څخه جوړ شوی، د ورته لیدو پر بنسټ سره به په وروستیو برخو کې په جلا توګه ورباندی بحث وشي.

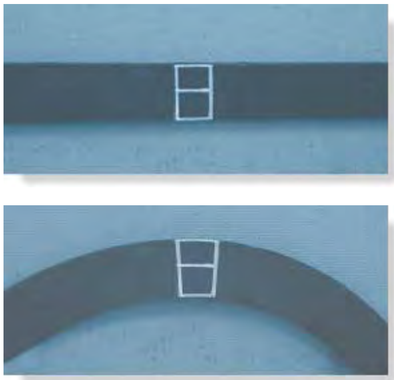


انځور 6-18

انځور 6-19a کوم چې یو مربع غوڅه برخه لری په پام کې ونیسئ، دا جسم بیځایه شوی نه دی او په افقی او عمودی کرښوسره نښه شوی. کله چې یو مؤمنت وربانډی پلي کیږي، د دې لینونو کرښې په بڼه کې تحریف راځی څنګه چی په انځور 6-19b کې ښودل شوي. دلته افقي کرښې منحنی کیږي، پداسې حال کې چې عمودی کرښې مستقیمې پاتې کیږي مګر څرخیږی. مؤمنت د بیم په لاندې برخه کې د موادو د پراخیدو لامل کیږي او مواد د پورتنی برخې دننه نیږدیدو (کمپرس) حالت کی کیږي. په پایله کې، په منځ کې د دوه سیمو باید یو سطح وي، چې د نه بدلیدونکی مخ (***neutral surface***) په نوم یادیږي کوم چې د موادو افقی فایبر به یی د اوږدوالی بدلون سره مخ نشي، انځور 6-18 وګوري. لکه څنګه چې یادونه وشوه، موږ به دی z محور چې په نه بدلیدونکی مخ کی پروت دی د نه بدلیدونکی محور یا صفری محور (***neutral axis***) په نامه یاد کړو.



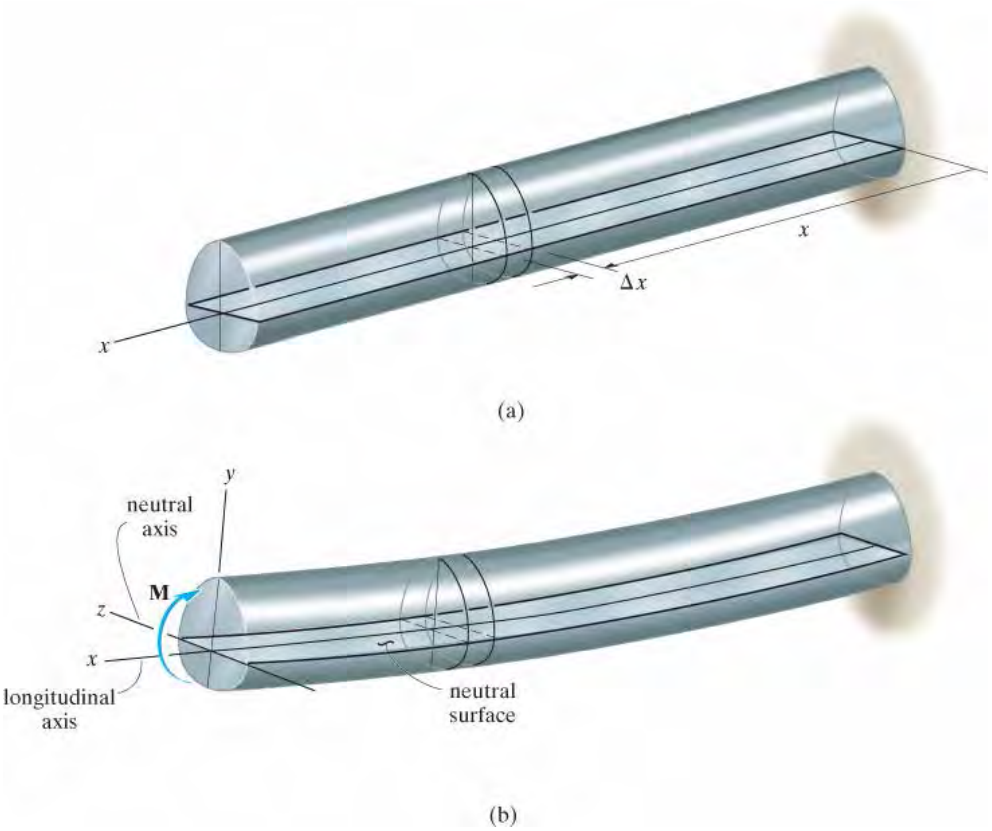
انځور 6-19



په دی ربړی میله کی د مؤمنت له امله د کرښو تحریف ووینې. پورتنی کرښه غځول شوی ، لاندینی کرښه کمپرس شوی، او مرکزي کرښه ورته اوږدوالی پاتې دی. برسېره پردې، عمودی کرښې څرخې او لاهم مستقیم پاتې دي.

له دې کتنو څخه د هغه طریقې په اړه چې مؤمنت څنګه مواد بیځایه کوی موږ لاندې درې انګیرنې وکړی . لومړی، د اوږدوالی محور، کوم چې په صفري مخ (neutral surface) کې موقعیت لري، انځور 6-20a ، په اوږدوالی کې یی هیڅ بدلون نه راځی. بلکې مؤمنت به داسی تمایل کوي ترڅو بیم داسی منحنی شي چې په عمودی همغږی سطحه کې موقعیت لري، انځور 6-20b . دوهم، کله چی بیم بیځایه کیږي د بیم ټولې غوڅې برخې په همواره او په اوږده محور عمودي پاتې کیږی . او دریم، د پویزان (Poisson) اغیزې له امله کوچني سترینونه چې په 3.6 برخه کی بحث شوی د نظر نیولو ندي. په بل عبارت، غوڅه برخه په انځور 6-19 کی خپل اولی شکل ساتي.

د پورته انګیرنو سره، موږ به اوس په پام کې ونیسو چې مؤمنت د بیم یو کوچنی عنصر چې د x په فاصله د بیم په اوږدوالی کې موقعیت لري څرنګه بیځایه کوی، انځور 6-20 وګوري .

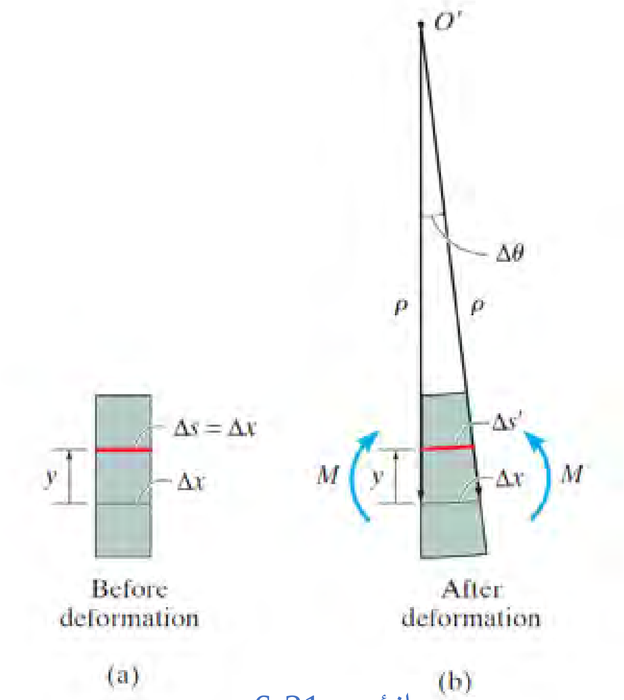


انځور 6-20

دا عنصر په بیځایه شوی او نه بیځایه شوی پروفایل کې ښودل شوی، انځور 6-21 وګوری.

دلته د کرښي برخه د Δx چې په صفري مخ کی موقعیت لری، تغیر د اوږدوالي نه کوي، اما د کرښی برخه Δs چی په یوه فرضی فاصله y د صفري مخ نه پورته لور کی موقعیت لری هغه وروسته له بیځایه کیدني $\Delta s'$ کیږي. د نارمل سترین تعریف په اساس په اوږدوالی د $\Delta s'$ د معادلی 2-2 په پام کی نیولو سره دا لاندی لیکلی شو:

$$\epsilon = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$



انځور 6-21

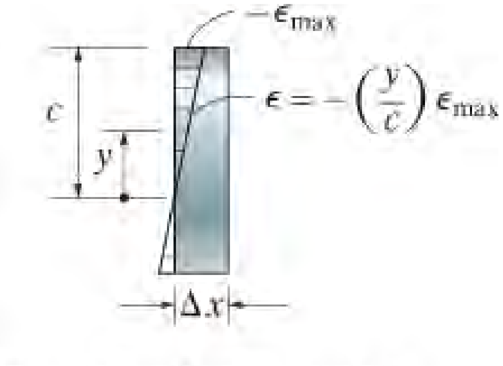
اوس راځئ چې دا سترين د برخې د موقعيت *y* په شرايطو کې او د انحناء شعاع *r* د عنصر د اوږدوالي په محور ځرګند کړو . مخکې له بيځايه کيدنې Ds =Dx، انځور 6-21a . د بيځايه

کيدو وروسته، Dx شعاع د انحنا *r* چې د منحنی مرکز يې په `*O* کی دی انځور 6-21b وويني. نو Dx = Ds =*r* Dq همدارنګه، ځرنګه چې Ds د انحنا شعاع *r* - y لري، بيا Ds = (*r* - *y*) Dq. دا پايلې په پورتنی معادله کې ځای په ځای کول، موږ ترلاسه کوو

$$\epsilon = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{(\rho - y)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta}$$

or

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho} \qquad (6\text{–}7)$$



Normal strain distribution

انځور 22-6

ځرنګه چې $1/r$ په x کې ثابت دی، دا مهمه پایله، $e= -y/r$ ، په ګوته کوي چې د اوږدوالي نارمل سترین به د y اندازه کولو سره په خطي ډول توپیر ولري د y اندازی سره له صفری محور څخه .
یو انقباض $(-e)$ به په فایبرونو کی د صفري محور څخه پورته $(+y)$ کې واقع کیږی، پداسي حال کې چې اوږدوالی $(+e)$ به په فایبرونو کې چی د محور لاندې $(-y)$ موقعیت لري واقع کیږی. دا توپیر د سترین په غوڅی برخه کې په انځور 22-6 کې ښودل شوی. دلته اعظمي سترین په بهرنی فایبر کې په فاصله د $y = c$ له صفري محور څخه موقعیت لري . کله چی معادله 7-6 وکارول شي، ځرنګه چی $e_{max} = c/r$ نو بیا د ویش له مخې لیکلی شو،

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}} = -\left(\frac{y/\rho}{c/\rho}\right)$$

نو بیا

$$\epsilon = -\left(\frac{y}{c}\right)\epsilon_{max} \qquad (6\text{–}8)$$

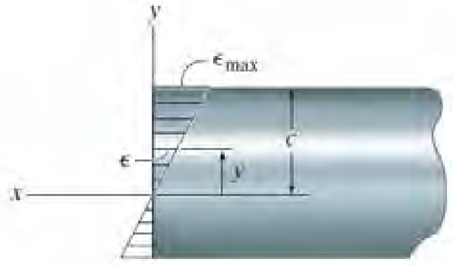
دا نارمل سترین یوازی د بی ځایه کیدو په انګرینوپوری اړه لري او باید په پام کی ونیول شي.

6.4 د کږیدو فورمول (THE FLEXURE FORMULA)

پدې برخه کې، موږ به یو مساوات رامینځته کړو چې هغه د سټریس د ویش او پلی شوی مؤمنت چې په غوڅی برخه باندې عمل کوي تړاو را په ګوته کوي. د دې لپاره موږ به فرض کړو چې د مواد چلند ایلستیکی دی او د هوک د قانون له مخې خطی توپیر د نارمل سترین ، انځور 6-23a ، باید نارمل خطي توپیرپه سټریس کی ولري، انځور 6-23b ووینې. له دې امله، د نارمل سترین توپیر په څیر به سټریس (s) توپیر ولري، له صفر څخه د غړي په صفرې محور (neutral axis) کی تر اعظمي ارزښت، s_{max} ، چې په فاصله c کی دی، چې له صفر محور څخه تر تولو لرې واټن لری. د مثلثونو د تناسب له مخې، انځور 6-23b ، د هوک قانون له مخې، $s = Ee$ ، او د معادلې 6-8 له مخې، موږ لیکلی شو:

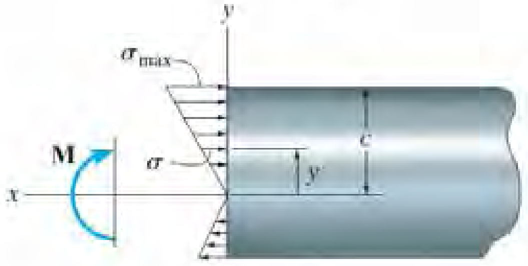
$$\sigma = -\left(\frac{y}{c}\right)\sigma_{max} \qquad (6\text{–}9)$$

دا معادله د سټریس ویش د غوڅی برخې پر مخ باندې بیانوي. د علامی کنوانسیون دلته د پام وړ دی. د مثبت M لپاره، کوم چې د $+z$ لوري کې عمل کوي، مثبت ارزښتونه د y ، د s ارزښت منفي ورکوي، دا یو تیلو هونکی سټریس دی، ځکه چې دا په منفي x جهت کې عمل کوي. په ورته ډول، منفي y ارزښتونه به د دې لپاره مثبت یا کششي ارزښتونه د s ورکړي



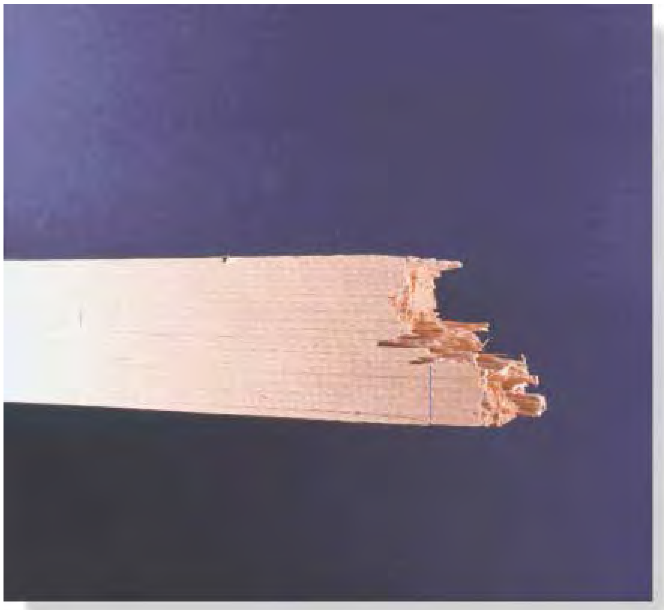
نارمل سترین توپیر (لاندی بروفایل وګوري)

(a)



د مؤمنت سترس توپیر (پروفایل وګوري)

انځور 6-23



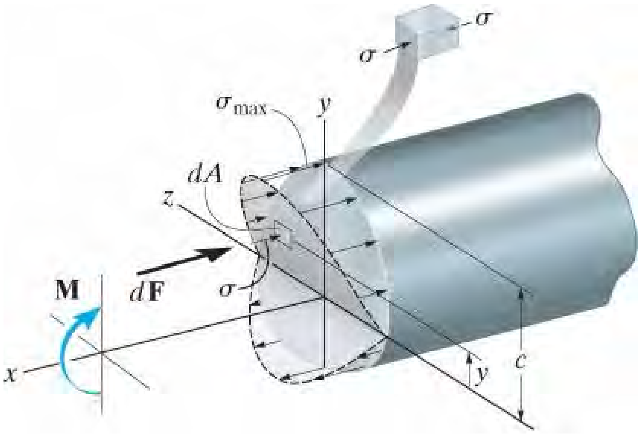
د لرګيو نمونه د مؤمنت له امله چې فيبرونه په پورته خوا کی مات شويس او په لاندی سيمه کی غوځ شوي.

د صفرې محور موقعيت (Location of Neutral axis). د صفرې محور موقعيت مونډلو لپاره ، بايد د محصله قواو ارزښت چې د ستريس ويش لخوا په غوځه برخه توليد شوي بايد مساوی په صفر وی . د يادولو وړ ده چې قوه $dF = \sigma\, dA$ په يو اختياری عنصر dA ساحه باندی عمل کو ي، انځور 6-24 وګوري، لرو:

$$F_R = \Sigma F_x; \qquad 0 = \int_A dF = \int_A \sigma\, dA$$

$$= \int_A -\left(\frac{y}{c}\right)\sigma_{max}\, dA$$

$$= \frac{-\sigma_{max}}{c}\int_A y\, dA$$



ستريس توپير د مؤمنت له امله

انځور 6-24

ځرنګه چې s_{max}/c مساوی په صفر نده، پس

$$\int_A y\, dA = 0 \qquad (6\text{–}10)$$

په بل عبارت، د غړی د غوڅې برخې لومړی مؤمنت په صفر محور باید صفر وي. دا حالت یوازې هغه وخت پوره کیدی شي چې صفر محور هم افقی ثقلی (centroidal) محور د غوڅې برخې* وي. نو ځکه، یوځل چې د غړي د غوڅې برخې لپاره د ثقل مرکز وټاکل شی، د صفری محور موقعیت معلوم دی.

د کوږیدو مؤمنت (Bending Moment).

که چېری په یوه بیم کی د M مومنټ مساوی په هغه مومنټ وي چې د ستریس ویش په غوڅه کی د صفر پر محور جوړوی، موږ کولی شو په بیم کې یي ستړیس وټاکو. د dF مؤمنت په انځور 6-24 کې عبارت دی په $\text{dM} = y\, dF$.

ځرنګه چې $dF = s\, dA$ ، نو له معادلی 6-9 د ټولی غوڅې برخی لپاره لرو:

$$(M_R)_z = \Sigma M_z; \qquad M = \int_A y\, dF = \int_A y\,(\sigma\, dA) = \int_A y\left(\frac{y}{c}\sigma_{max}\right) dA$$

or

$$M = \frac{\sigma_{max}}{c}\int_A y^2\, dA \qquad (6\text{–}11)$$

*په یاد ولرئ چې دثقل د مرکز موقعیت `y د یوې سیمي د ساحی لاندی معادلی پیدا کیږي،

$\bar{y} = \int y\, dA / \int dA$. If $\int y\, dA = 0,$ نوبیا $y` = 0$ او په دې توګه د ثقل

مرکز په صفری کرښه پروت دی . ضمیمه A ددی کتاب وګورئ .

دا انتيګرال استازيتوب د غوڅی برخی انرشيايي مؤمنت په صفری کربنه کوی* . موږ به د هغی ارزښت د I په توګه سمبول کړو. له همدی امله معادله 11-6 د s_{max} حل لپاره داسی ليکلی شو:

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} \qquad (6\text{–}12)$$

دلته

s_{max} = دغږی اعظمی نارمل سټريس، او دا هغه سيمه د غوڅی برخی ده چی له صفری کربنی اعظمی فا صله لري.

M = محصله د داخلی مؤمنت چی د غوڅی برخی په ميتود ، د توازن له معادلو لاس ته راغلی او په صفری کربنی محاسبه شوي.

c = عمودی فاصله له صفری کربني تر هغه لری ټکی له صفری کربني. دا هغه سيمه ده چی اعظمی s_{max} عمل کړي.

I = د غوڅی برخی انرشيايي مؤمنت په صفری کربنه

څرنګه چی $s_{max}/c = -s/y$ معادله 9-6 نارمل سټريس په هر واټن y کی کيدی شی چی په ورته معادلی 12-6 ته پيدا کړو. او موږ لرو

$$\sigma = -\frac{My}{I} \qquad (6\text{–}13)$$

دا پورتنی دوی معادلی اکثرا د **کيږيدو فورمول** يا فلکشر فورمول (flexure formula) په نوم ياديږي. که څه هم موږ داسي انګيرل کړي چي غړی پريزمتيک دی، موږ کولی شو په محافظه کار ډول د کږيدو فورمول د نارمل سټريس معلومولو لپاره هغو غړيو ته چی لږڅه مخروتی شکل ولري هم وکاروو . د مثال په توګه، د رياضي کارول او د ايلستيک تيوری پر بنسټ تحليل، يو غړی چې مستطيل غوڅه برخه لري او اوږدوالی يي 15 درجی مخروتی دی ددی حقيقي اعظمي نارمل سټريس به شاوخوا 5.4% کم وي له هغه چی د کيږيدو فورمول په کارولو سره محاسبه شوی وی.

* د ډول ډول شکلونو د انرشیایي مؤمنت محاسبه کولو لپاره ضمیمه A ددی کتاب ووینی.

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- غوڅه برخه د یوه مستقیم بیم مسطح پاتی کیږی کله چی بیم د مؤمنت له امله بیځایه شي. دا لامل د جوړیدو د کششی ستریسونو په یوه برخه د غوڅی برخی او ټیلوهونکی ستریسونه په بله برخه د غوڅی برخي کی کیږي . په بین ددی دوو برخو کی یو *صفری محور* (neutral axis) شتون لری چی په هغه کی *ستریس صفر* دی.
- د بیځایه کیدو له امله د بیم په اوږدوکی سترین خطی توپیر لری له صفر په صفری محور تر یو اعظمی ارزښت په لري فایبر د بیم کی. ددی لپاره مواد باید متجانس او خطی ایلستیک چلند ولري، او بیا ستریس هم په خطی ډول په غوڅه برخه توپیرلري.
- څرنګه چی په غوڅه برخه محصله قوه نشته نو صفری محور له مرکز ثقل د غوڅی برخی تیریږي.
- د کوږوالي فورمول په دی واقعیت تړلی دی چی داخلی مؤمنت د غوڅی برخی باید مساوی په هغه مؤمنت وی چی د ستریس ویش یي په صفری محور منځ ته راوړي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د دی لپاره چی د کوږوالي معادلی څخه کار واخیستل شي له دی لاندی طریقی کار اخستلی شی.

داخلی مؤمنټ (Internal Moment)

- غړي په هغه نقطه کې قطع کړئ چیرې چې د کوږوالي مؤمنت یا نارمل فشار ټاکل کیږي، او داخلي مؤمنت M په دی برخه کې ترلاسه کړئ. د غوڅې برخې مرکزي یا صفري محور باید پیژندل شوی وي، ځکه چې M د دې محور په اړه محاسبه کیږي.
- که چیرې د ستریس مطلق اعظمي حد د کوږوالی مؤمنت له امله ټاکل کیږی نو بیا مؤمنت ډیاګرام په ترتیب سره رسم کړئ تر څو په غړي کې اعظمي مؤمنت وټاکئ.

د غوڅی برخی مشخصات (Section Properties)

- د غوڅی برخی د ساحی انرشیایي مؤمنت (I) په صفري محور مشخص کړئ. د محاسبي کارول شوي میتودونه په ضمیمه A کې تر بحث لاندې نیول شوي، او د څو عام شکلونو لپاره د I ارزښتونو لیست په جدول کی په داخل د اولی برخی پوښ دننه ورکړل شوی.

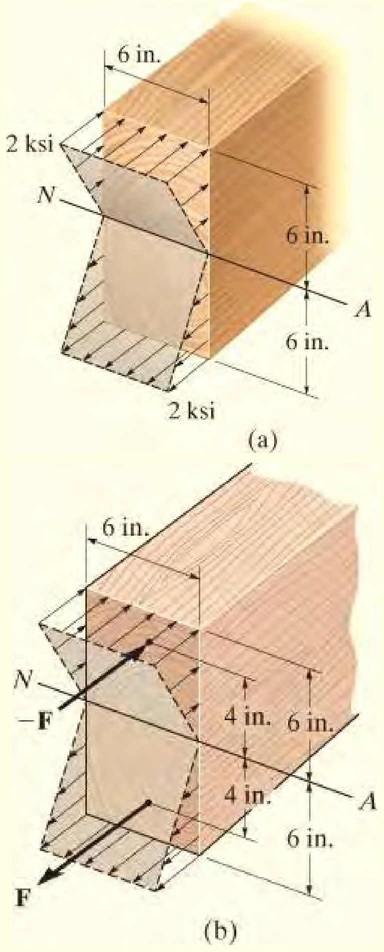
نارمل ستریس (Normal Stress)

- موقعیت د y کرښی عمود په صفری کرښه تر هغه ټکی چیری چې نارمل ستریس غوښتل شوی مشخص کړئ. بیا له معادلې $s = -My/I$ کار واخلي او یا که اعظمي ستریس باید و ټاکل شي دا معادله $s_{max} = Mc/I$ کارول کیږی. کله چې ډیټا ځاي په ځای کوي، ډاډ ترلاسه کړئ چې واحدونه یو شان دي.
- • ستریس په داسې لوري عمل کوي چې هغه را مینځ ته شوی قوه په دی نقطه کې په صفری محورداسي مؤمنت رامینځته کوي چې هغه د داخلی مؤمنت M لور په څیر وی. په دې ډول د ستریس ویش چې په ټوله غوڅه برخه باندې عمل کړي سکیچ کیدی شي ، یا د عنصرد موادو حجم جلا کیدی شي او په ګرافیک ډول هغه ستریس چې په دی نقطه کی عمل کوي وښودل شي، انځور 24-6 وګورئ .

مثالونه

مثال 6.11

یو بیم مستطیلی غوځه برخه لری او په انځور 6-25a کی ښودل شوی ستریس ویش وربانډی پلی شوي. داخلی مؤمنت M چی د دی ستریس ویش له امله په برخه جوړ یږي پیدا کړي (a) له کوږوالي معادلې (Flexure Formula) کار واخلی (b) د ستریس ویش محصله په اصلی اصولو پیدا کړي.



انځور 6-25

حل (SOLUTION)

برخه (a) . د د کوږوالي معادله عبارت ده په $s_{max} = Mc/I$. له انځور 6-25a ارزښتونه د c=6 in. او د s_{max} = 2 ksi دی. صفری محور په کرښه NA ښودل شوی، ځکه چی دا له مرکز ثقل د غوځی برخی تیریږی او د ستریس ارزښت په دی کرښه باندی صفر دی. د غوځی برخی شکل مستطیلی دی او د انر شیایي مؤمنت د ساحی يي په NA له هغو فورمولو چی په داخل د پوښ د کتاب کی ښودل شوی پیدا کوو:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(6\text{ in.})(12\text{ in.})^3 = 864\text{ in}^4$$

له همدی امله

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}; \qquad 2\text{ kip/in}^2 = \frac{M(6\text{ in.})}{864\text{ in}^4}$$

$$M = 288\text{ kip}\cdot\text{in.} = 24\text{ kip}\cdot\text{ft} \qquad \textit{Ans.}$$

برخه (b) . محصله قوه د هر یوه دواړومثلثي ستریس ویش چې په انځور 6-25b کې ښودل شوی په ګرافیک ډول مساوي دی په حجم د هر ستریس ویش سره. چې دا حجم عبارت دی په

$$F = \frac{1}{2}(6 \text{ in.})(2 \text{ kip/in}^2)(6 \text{ in.}) = 36 \text{ kip}$$

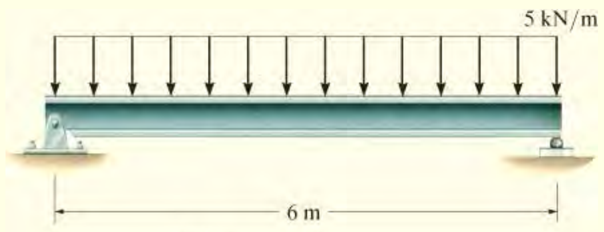
دا قواوی چې یو کپل جوړه وی د هر ستریس ویش په لور عمل کړي ، انځور 6-25b و ګوری.

سربیره پر دی دوی د هر حجم د ثقل په مرکز عمل کړي، د بیلګې په توګه 2/3 (6 in) = 4 in د بیم له صفري کربنې . له همدی امله فاصله د دوی په منځ کې 8 in. لکه څنګه چې ښودل شوي ده. د کپل مؤمنت په دی اساس عبارت دی په:

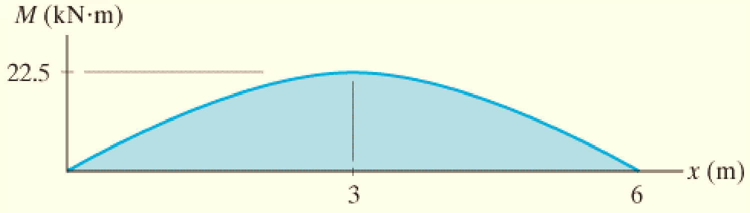
$$M = 36 \text{ kip}(8 \text{ in.}) = 288 \text{ kip} \cdot \text{in.} = 24 \text{ kip} \cdot \text{ft} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 6.12

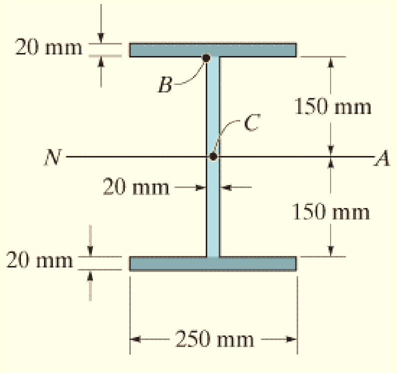
د یو ساده اتکاء بیم په لاندی انځور 6-26a ، او غوڅه برخه یې په انځور 6-26b کې ښودل شوي. مطلق اعظمی ستریس د کیږیدونکی مؤمنت له امله معلوم او د ستریس ویش په غوڅه برخه رسم کړي. او همدا راز ستریس په ټکی B کی پیدا کړي.



(a)



(c)



(b)

انځور 6-26

حل (SOLUTION)

اعظمی داخلی مؤمنت (Maximum Internal Moment) .

څنګه چې په انځور 6-26c کې ښودل شوي اعظمی مؤمنت په مرکز د بیم کې جوړيږي او هغه عبارت دی په M = 22.5 k N.m .

د غوڅې برخې مشخصات (Section Properties)

د همغږي لاملونو له مخې صفری کربنه د ثقل له مرکز په *C* کې چې د بیم د غوڅې نیم لوړوالی دی تیریږي، او دا په انځور 6-26b کې ښودل شوي. ساحه په دريو برخو ويشل شوی او د هری برخی انرشيايي مؤمنت پر صفری کربنه د موازی محورو قضيې (parallel-axis theorem) په اصولو (معادله A-5 په ضمیمه A کی وګورئ.) د متر له واحد کار اخلو او موږ لرو:

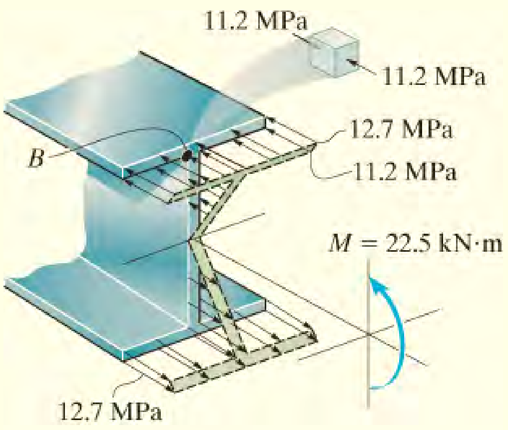
$$I = \Sigma(\bar{I} + Ad^2)$$

$$= 2\left[\frac{1}{12}(0.25\text{ m})(0.020\text{ m})^3 + (0.25\text{ m})(0.020\text{ m})(0.160\text{ m})^2\right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12}(0.020\text{ m})(0.300\text{ m})^3\right]$$

$$= 301.3(10^{-6})\text{ m}^4$$

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I};\quad \sigma_{max} = \frac{22.5(10^3)\text{ N}\cdot\text{m}(0.170\text{ m})}{301.3(10^{-6})\text{ m}^4} = 12.7\text{ MPa} \quad \textit{Ans.}$$



(d)

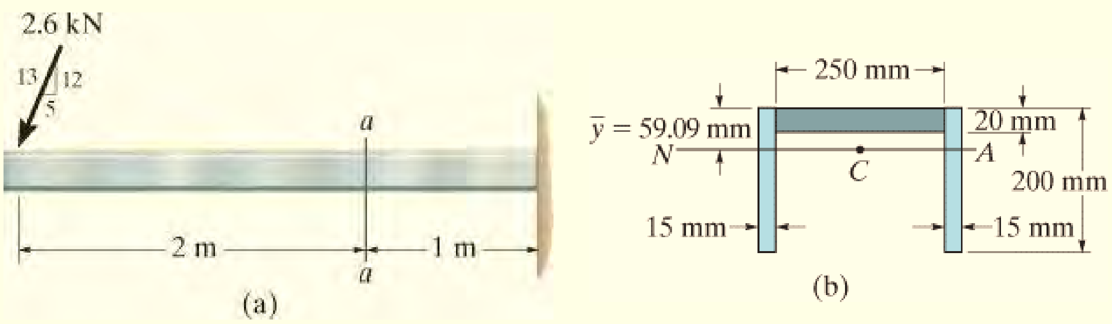
انځور 6-26

د ستريس د ويش درى اړخيز ليد په انځور 6-26d کى ښودل شوي. په ځانګړي توګه په ټکى B کى $y_B = 150$ mm لکه څنګه چې په انځور 6-26d کى ښودل شوي .

$$\sigma_B = -\frac{My_B}{I}; \quad \sigma_B = -\frac{22.5(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.150\ \text{m})}{301.3(10^{-6})\ \text{m}^4} = -11.2\ \text{MPa} \quad \textit{Ans.}$$

مثال 6.13

په انځور 6-27a کى ښودل شوى بيم غوڅه برخه د چينل (channel) شکل لرى او هغه په انځور 6-27b کى ښودل شوي. کيږيدونکى مؤمنت د بيم په برخه a-a کى معلوم کړي.



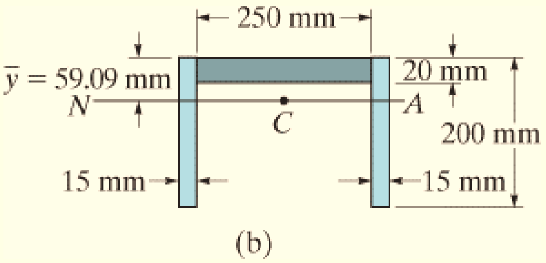
انځور 6-27

حل (SOLUTION)

داخلی مؤمنت (Internal Moment) .

دلته د بیم د اتکاء ریکشنونو معلومولو لپاره اړتیا نشته . پر ځای یي د برخی د طریقی له مخی د -a a د بیم برخی د کیڼ لوری نه کار اخلو ، انځور 6-27c ووینې. دا مهمه ده چی د داخلی محوری قوه **N** د غوڅی د ثقل د مرکز له برخی تیره شي. همدا رنګه په دی پوه شي چی د داخلی مؤمنت محصله په برخه a-a کی پر صفری کرښه د بیم محاسبه کیږي.

د صفری محور موقعیت موندلو لپاره د غوڅی برخی ساحه په دریو برخو ویشل شوی، لکه څنګه چی په انځور6-27b کی ښودل شوي . له معادلی A-2 د ضمیمی A نه کار اخلو او موږ لرو:

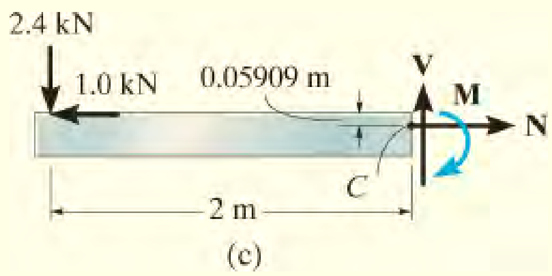


$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{2[0.100\text{ m}](0.200\text{ m})(0.015\text{ m}) + [0.010\text{ m}](0.02\text{ m})(0.250\text{ m})}{2(0.200\text{ m})(0.015\text{ m}) + 0.020\text{ m}(0.250\text{ m})}$$

$$= 0.05909\text{ m} = 59.09\text{ mm}$$

دا ابعاد په انځور 6-27c کی ښودل شوي.

د مؤمنت د توازن معادله په صفری محور پلی کوو او مونږ لرو



انځور 6-27

$$\circlearrowleft + \Sigma M_{NA} = 0; \quad 2.4\text{ kN}(2\text{ m}) + 1.0\text{ kN}(0.05909\text{ m}) - M = 0$$
$$M = 4.859\text{ kN}\cdot\text{m}$$

د غوڅې برخې مشخصات (Section Properties)

د غوڅې برخې انرشيايي مؤمنت پر صفری محور پدی فورمول $I = \Sigma(\bar{I} + Ad^2)$ سره د هرو دريو برخو محاسبه کيږي . د متر واحد نه کار اخلو:

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.250\text{ m})(0.020\text{ m})^3 + (0.250\text{ m})(0.020\text{ m})(0.05909\text{ m} - 0.010\text{ m})^2\right]$$
$$+ 2\left[\frac{1}{12}(0.015\text{ m})(0.200\text{ m})^3 + (0.015\text{ m})(0.200\text{ m})(0.100\text{ m} - 0.05909\text{ m})^2\right]$$
$$= 42.26(10^{-6})\text{ m}^4$$

د کوږوالي مؤمنت اعظمی ستریس (Maximum Bending Stress) .

تر ټولو زيات د کوږوالي ستریس په هغه ټکی کی واقع کيږي چی له صفری محور لري فاصله ولري.

دا د بیم په ښکته برخه کی $c = 0.200\text{m} - 0.05909\text{ m} = 0.1409\text{ m}$ ډير اغيزناک دی . دلته ستریس کمپرشن دی او مونږ لرو:

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{4.859(10^3)\ N \cdot m(0.1409\ m)}{42.26(10^{-6})\ m^4} = 16.2\ MPa\ (C) \qquad Ans.$$

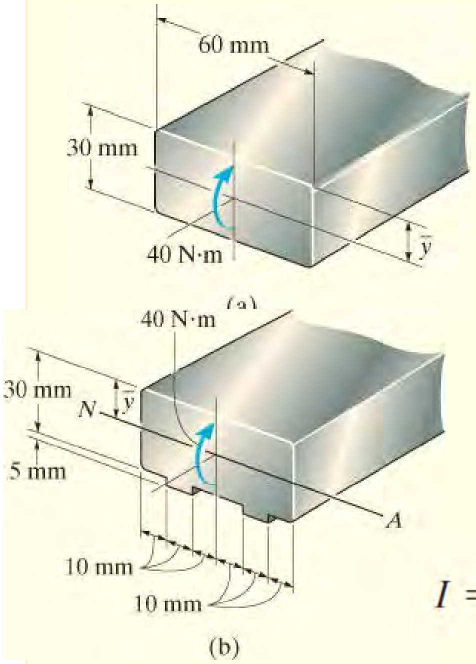
تاسو وښایاست چی د بیم په پورتني برخه کی د کوړوالي مؤمنت ستړیس عبارت دی په

. s`= 6.79 MPa

یادونه: نارمل قوه N = 1kN او شییر قوه V =2.4 kN به اضافی ستړیس په غوڅه برخه کی جوړ کړي. ددی ټولو اغیزه به په 8 فصل کی بحث او و څیړو.

مثال 6.14

دا لاندی غړی چی مستطیلی غوڅه برخه لري د 40 N. m مؤمنت لپاره ډیزاین شوي. تر څو قوت او سختی یي زیاته شي دوی وړی پوښتی (ribs) په کښته برخه کی اضافه شوي، انځور 6-28b ووینئ. د دواړوحالتونو لپاره اعظمی نارمل ستړیس پیدا کړي.



انځور 6-28

حل (SOLUTION)

پرته له پوښتی (Without Ribs) .

په ښکاره ډول صفری محور په مرکز د غوڅی برخه کی دی، انځور 6-28a ، چیرته چی

. y` = c= 15 mm = 0.015 m په دی توګه:

له همدی امله اعظمی نارمل ستړیس عبارت دی په:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(0.060\ m)(0.030\ m)^3 = 0.135(10^{-6})\ m^4$$

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(40\ N \cdot m)(0.015\ m)}{0.135(10^{-6})\ m^4} = 4.44\ MPa \qquad Ans.$$

له پوښتی سره (With Ribs) .

څنګه چې په انځور 6-28b کی ښودل شوی ساحه په دوه برخو ویشل شوی ، یوه برخه لوی اصلی مستطیل دی ، او ښکته دوه مستطیلونه (پوښتی) ، د `y موقعیت د مرکز ثقل او صفري محور پدی لاندی ډول پیدا کیږي:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A}$$

$$= \frac{[0.015 \text{ m}](0.030 \text{ m})(0.060 \text{ m}) + 2[0.0325 \text{ m}](0.005 \text{ m})(0.010 \text{ m})}{(0.03 \text{ m})(0.060 \text{ m}) + 2(0.005 \text{ m})(0.010 \text{ m})}$$

$$= 0.01592 \text{ m}$$

دا ارزښت استازيتوب د c نه کوي . پر ځای يي

$$c = 0.035 \text{ m} - 0.01592 \text{ m} = 0.01908 \text{ m}$$

د موازی-محور (parallel- axis) فرضي په کارولو ، انرشيايي مؤمنت په صفری محور عبارت دی په:

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.060 \text{ m})(0.030 \text{ m})^3 + (0.060 \text{ m})(0.030 \text{ m})(0.01592 \text{ m} - 0.015 \text{ m})^2\right]$$

$$+ 2\left[\frac{1}{12}(0.010 \text{ m})(0.005 \text{ m})^3 + (0.010 \text{ m})(0.005 \text{ m})(0.0325 \text{ m} - 0.01592 \text{ m})^2\right]$$

$$= 0.1642(10^{-6}) \text{ m}^4$$

Therefore, the maximum normal stress is

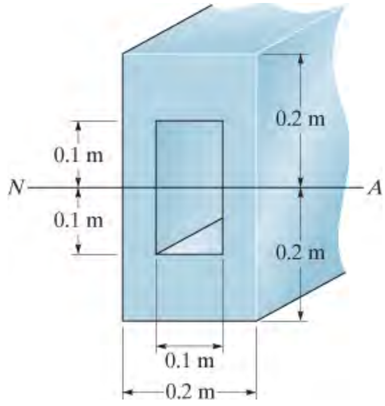
$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{40 \text{ N} \cdot \text{m}(0.01908 \text{ m})}{0.1642(10^{-6}) \text{ m}^4} = 4.65 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

نوټ: دا حيرانونکي پايله په ګوته کوي چې د پوښتيو اضافه کول په غوڅه برخه، د دې پرځای چې اعظمي نارمل ستريس کم کړی دا يې زيات کړئ، او په دې دليل پوښتی بايد پريښودل شي.

لومړنۍ پوښتنې

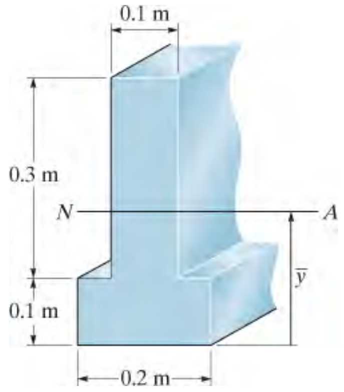
PRELIMINARY PROBLEMS

ل 6-2 . د دې لاندې غوڅې برخې انرشیایي مؤمنت په صفرۍ محور پیدا کړي.



ب 6-2

ل 6-3 . د ثقل مرکز موقعیت، $\bar{y}$ ، او د غوڅې برخې انرشیایي مؤمنت په صفرۍ محور پیدا کړي.

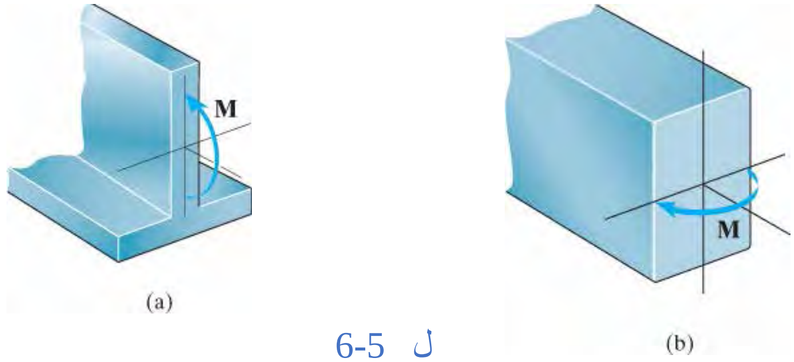


ب 6-3

ل 6-4 . په دې لاندې هر حالت لپاره وښایاست چې په کوچنې حجمې توته د A او B کې ستریس د کیږیدونکې مؤمنت له امله څنګه عمل کړي.

ل 6-4

ل 6-5 . په دی لاندی هره غوڅه برخه د سټريس ويش د کيږيدونکی مؤمنت له امله سکچ کړي.

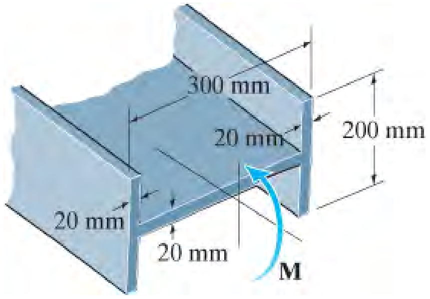


ل 6-5

بنسټيز سوالونه

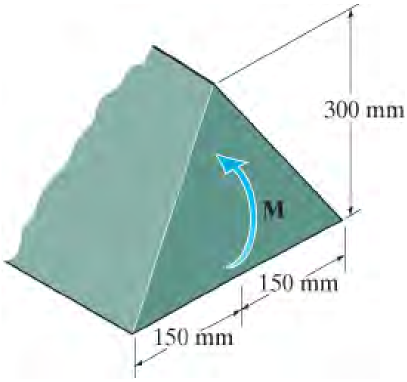
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 6-9 که چيری په بيم يو کيږيدونکی مؤمنت $M = 20$ kN.m پلی شی اعظمی سټريس په بيم کی معلوم کړي.



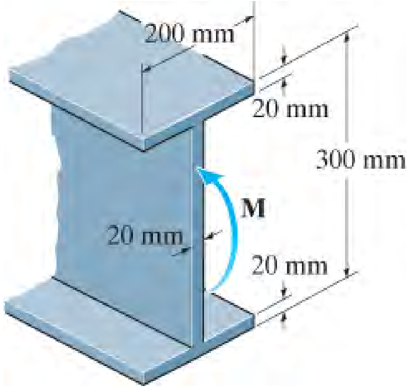
ب 6-9

ب 6-10. که چیری په بیم یو کیږیدونکی مؤمنت M =50 kN.m پلی شی د کیږیدونکی مؤمنت ستریس ویش د بیم په غوڅه برخه سکیچ کړي.



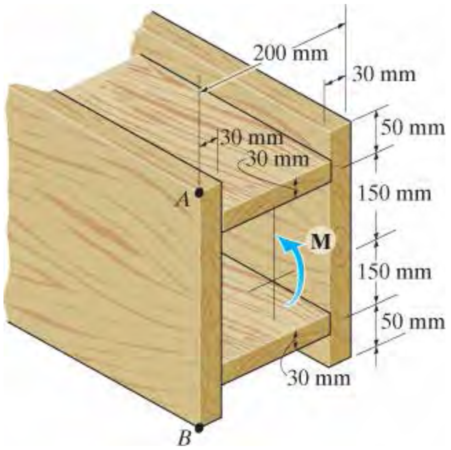
ب 6-10

ب 6-11. که چیری په بیم یو کیږیدونکی مؤمنت M =50 kN.m پلی شی اعظمی ستریس په بیم کی معلوم کړي.



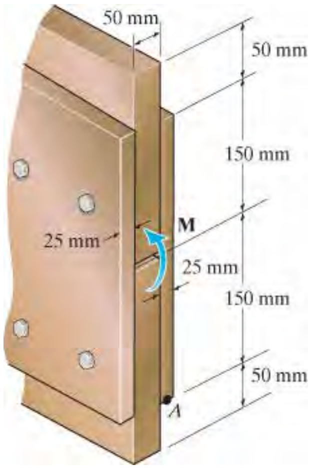
ب 6-11

ب 6-12. که چیری په بیم یو کیږیدونکی مؤمنت M =10 kN.m پلی شی د کیږیدونکی مؤمنت ستریس په بیم په ټکیو A او B کی معلوم او پایلی یی په یوه واړه عنصر په هر یود دی ټکیو کی سکیچ کړي.



ب 6-12

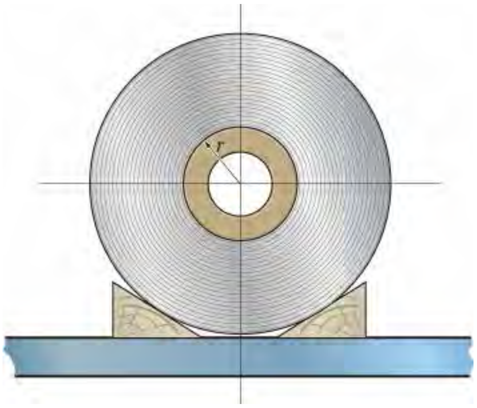
ب 6-13. که چیرې په بیم یو کیږیدونکی مؤمنت $M = 5$ kN.m پلی شی د کیږیدونکی مؤمنت ستریس په بیم په تکیو A او B کی معلوم او پایلی یی په یوه واړه عنصر په هر یو د دی تکیو کی سکیچ کړي.



ب 6-13

سوالونه
(PROBLEMS)

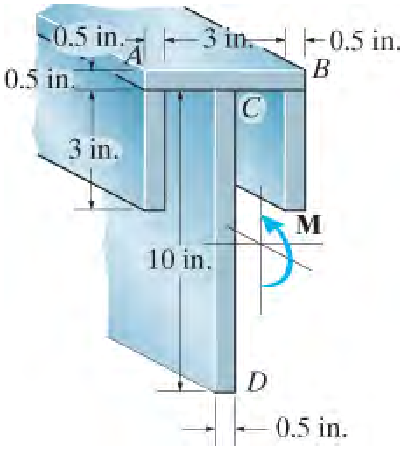
س 6-47. د یو فولادی A-36 تختی د منلو وړ د کیږدونکی مؤمنت ستریس 165 MPa دی. که چیرې دا تاو (rolled up) شي کوچنی شعاع r د ګوټ (spool) معلوم کړی، د تختی ضخامت 1.5 mm او سور يې 10 mm دی. همدا رنګه اړونده اعظمی داخلی مؤمنت چی په تخته کی را مینځ ته کیږي معلوم کړي.



س 6-47

س 6-48*. هغه مؤمنت M چی په غوځه برخه اعظمی ستریس 10ksi جوړه وی پیدا کړي.

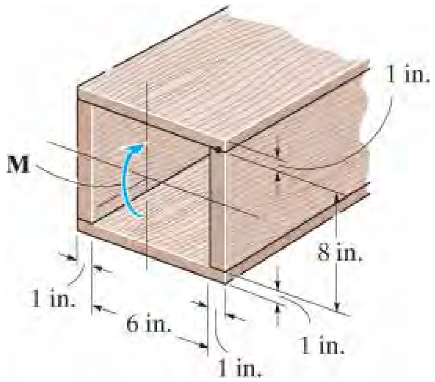
س 6-49. که چیری په بیم مؤمنت M =4 kip.ft عمل وکړي اعظمی کششي او کمپرشن ستریس په بیم معلوم کړي.



س 6-48/49

س 6-50. یو بیم د لرګیو له څلور تویو، چی تویي له یو بل سره سریښ شوي جوړ شوي. که چیری مؤمنت M = 10 kip.ft په بیم پلی شی اعظمی ستریس په بیم کی معلوم کړي. دری اړخیزه لید د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

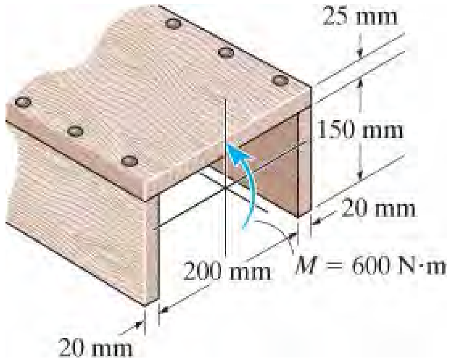
س 6-51. یو بیم د لرګیو له څلور تویو جوړ شوي ، څنګه چی په انځور کی ښودل شوی تویي له یو بل سره سریښ شوي . که چیری مؤمنت M = 10 kip.ft په بیم پلی شی محصله قوه چی دا مؤمنت د بیم په ښکته او پورتني تویو جوړه وی معلوم یي کړي.



س 6-50/51

س 6-52* . بیم له دریو تختو جوړ شوی، دا تختی له یو بل سره میخ شوي دی. که چیری مؤمنت M = 600 N .m د بیم په غوڅه برخه پلی شی اعظمی ستریس په بیم کی معلوم کړي. دری اړخیزه لید د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

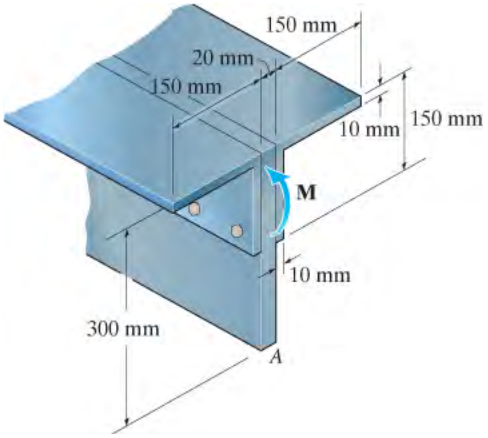
س 6-53 . بیم له دریو تختو جوړ شوی، دا تختی له یو بل سره میخ شوي دی. که چیری مؤمنت $M = 600$ N .m د بیم په غوڅه برخه پلی شی محصله قوه چی دا مؤمنت د بیم په پورتني تخته کی جوړه وی معلوم یي کړي.



س 6-52/53

س 6-54 . که چیری په یوه جوړ شوی بیم یو داخلی مؤمنت M =75 kN.m پلی شي اعظمی کششي او کمپرشن ستریس چی په بیم کی جوړیږي معلوم کړي.

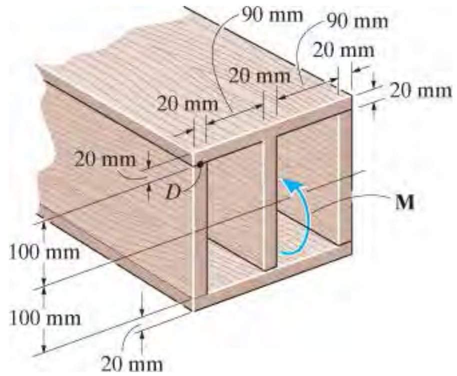
س 6-55 . که چیری په یوه جوړ شوی بیم یو داخلی مؤمنت M =75 kN.m پلی شي، ددی داخلی مؤمنت اندازه چی تخته A یي جوړه وی معلوم کړي.



س 6-54/55

س 6-56* . یو مؤمنت M په بیم پلی شوي. ددی مؤمنت سلیزه چی د پورتني تختی ستریس او د ښکته تختی ستریس یي جوړه وی معلوم کړي.

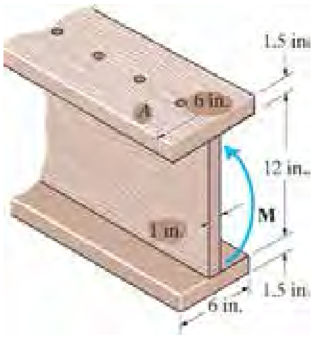
س 6-57 . هغه مؤمنت M ، کله چې په بیم پلی شي او په ټکی D کی ستریس $s_D = 10$ MPa جوړه وی، معلوم کړي. او همدا رنګه د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي، او اعظمی ستریس چې په بیم کی جوړیږي معلوم کړي.



س 6-56/57

س 6-58 . دا لاندی بیم له دریو تختو چې یو بل سره میخ شوی دی جوړ شوی دی. که چیری په غوڅه برخه باندی یو مؤمنت $M = 1$ kip.ft پلی شی، اعظمی ستریس په بیم کی معلوم کړي. دری اړخیزه لید د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

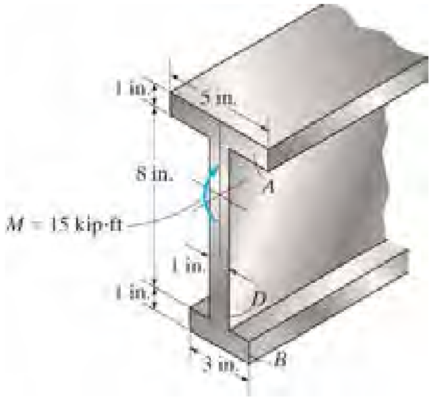
س 6-59 . که مؤمنت $M = 1$ kip. ft وی محصله قوه چې کیږیدونکی مؤمنت ستریسونه یي په پورتني تخته A کی جوړه وی و ټاکی.



س 6-58/59

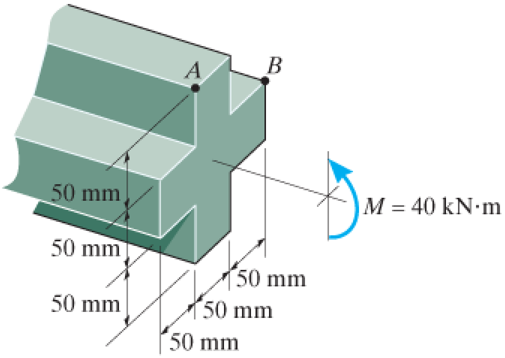
س *6-60 . پر بیم یو مؤمنت د 15 kip.ft پلی شوي. محصله قوی چې ستریس ددی کیږیدونکی مؤمنت له امله د بیم په پورتني فلنج A او ښکته فلنج B کی جوړه وی معلوم کړي.

س 6-61 . پر بیم یو مؤمنت د 15 kip.ft پلی شوي. فیصدی ددی مؤمنت چی د بیم ویب (web) يي جوړه وی معلوم کړي.



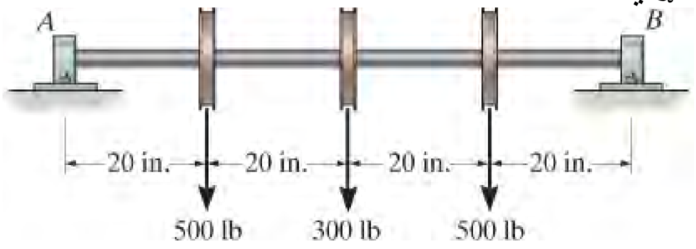
س 6-60/61

س 6-62 . پر بیم یو مؤمنت M = 40 kN.m پلی شوي. د کیرېدونکی مؤمنت ستریس په تکیو *A* او *B* کی مشخص کړي. او پایلی يي په یوه عنصر په حجمی توګه په هر یو د دی تکیو کی سکیچ کړي.



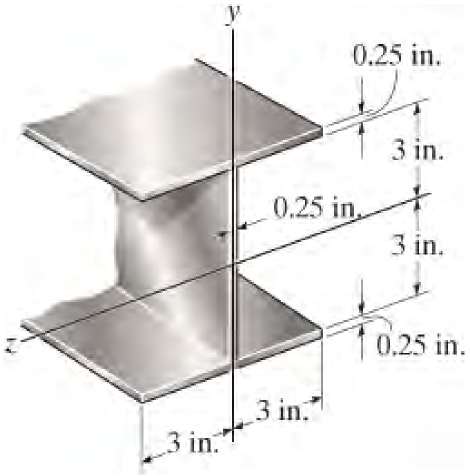
س 6-62

س 6-63 . د فولادو شافت دوه انچه (2 in) قطر لری. په *A* او *B* کی همواره جورنال بیرینګونه د شافت لپاره اتکاء لری. دا اتکاوی تنها عمودی ریکشنونه جوړه ولی شي. په شافت کی مطلق اعظمی ستریس د کیرېدونکی مؤمنت له امله وټاکی. په شافت باندی په انځور کی ښودل شوی د پولی لودونو عمل کړي.



س 6-63

س 6-64* . بیم له فولادو جوړ شوی، او منل شوی ستریس يې $\sigma_{allow} = 24$ ksi دی . اعظمی داخلی مؤمنت چې بیم وکړای شی تحمل يې کړی په دی دو حالتونو کی و ټاکی (a) په محور z او (b) په محور y .



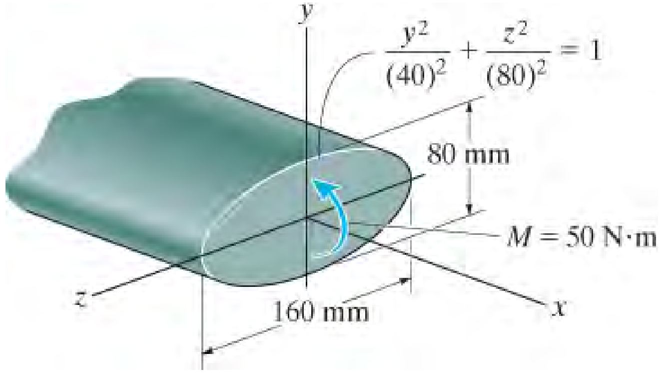
س 6-64

س 6-65 . یو شافت چې بیضوی غوڅه برخه لری له پالیمر (polymer) جوړ شوي. که چیری داخلی مؤمنت $M = 50$ N.m وی اعظمی ستریس د کیږدونکی مؤمنت له امله په موادو کی وټاکی (a) له کړیدو (flexure) فورمول کار واخلی، او انرشیاي مؤمنت معادله مساوی ده په

$$I_z = \frac{1}{4}\pi(0.08\ \text{m})(0.04\ \text{m})^3$$

(b) **له** انتيګریشن کار واخلي. دری اړخیزه لید د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي. دلته انرشیایی مؤمنت په x محور عبارت دی په $I_x = \frac{1}{4}\pi(0.08\ \text{m})(0.04\ \text{m})^3$.

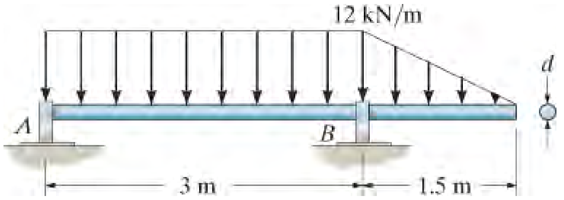
س 6-66 . سوال 6-65 حل کړی که چیری مؤمنت $M = 50$ N.m د x محور پر ځای په محور y پلی شی. دلته انرشیايي مؤمنت عبارت دی په $I_y = \frac{1}{4}\pi\ (0.04\ \text{m})(0.08\ \text{m})^3$.



س 6-65/66

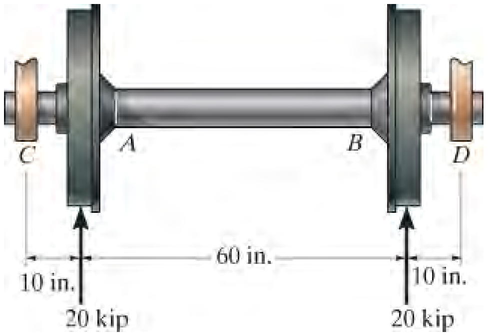
س 6-67 . د یو شافت لپاره همواره جورنال بیرینګونه په A او B کی اتکاء جوړه وی. دا اتکاوی تنها عمودی ریکشنونه په شافت باندی پلي کولای شي. که چیری د شافت قطر d = 90 mm وی په بیم (شافټ) کی مطلق اعظمی ستریس د کیږیدونکی مؤمنت له امله وټاکی. دری اړخیزه لید د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

س *6-68 . د یو شافت لپاره همواره جورنال بیرینګونه په A او B کی اتکاء جوړه وی. دا اتکاوی تنها عمودی ریکشنونه په شافت باندی پلي کولای شي. په بیم کی مطلق اعظمی ستریس د کیږیدونکی مؤمنت له امله وټاکی. که د منلو وړ ستریس s_{allow} = 180 MPa وی تر ټولو کوچنی قطر د شافت پیدا کړي.



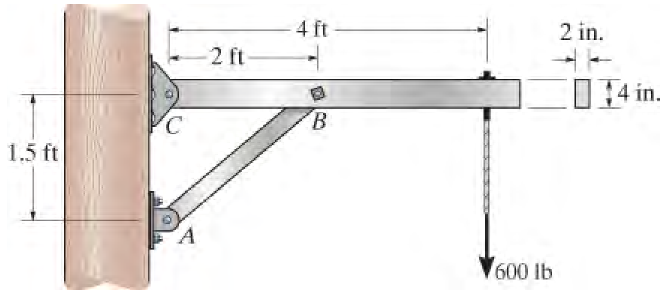
س 6-67/68

س 6-69 . د بار وړونکی موټرټایرونه (wheel) په اکسل باندی 20 kips بار پلی کوي. که چیری جورنال بیرینګونه په C او D کی اتکاء ورته جوړه کړی، د مؤمنت اعظمی ستریس د اکسل په منځنی برخه کی مشخص کړي، د اکسل قطر 5.5 in دی.



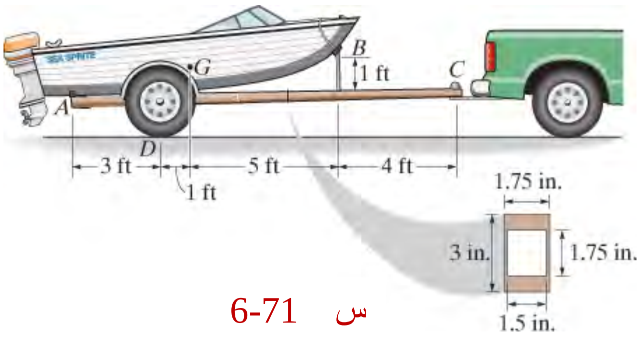
س 6-69

س 6-70 . سترټ چی په یوه پایه وصل دی، یو 600 lb بار ورباندی پلی شوي. مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په سترټ کی وټاکی. A،B او C د پین په توګه فرض شوی دی.



س 6-70

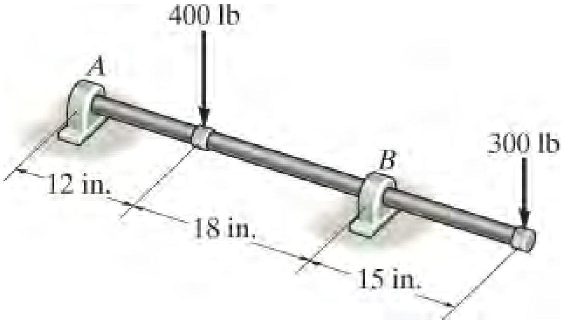
س 6-71 . دا لاندی کښتي 2300 lb وزن لري او مرکز ثقل یي په G کی دی. دا کښتی په ټکی A کی هوار تماس لری او په B کی پن اتکاء لری. مطلق اعظمی سټریس په سټرت کی پیدا کړي. د ټریلرسترټ په C کی پن اتکاء لری، او د یوه بکس بیم شکل لری چی ابعاد یي په لاندی انځور کی ښودل شوي.



س 6-71

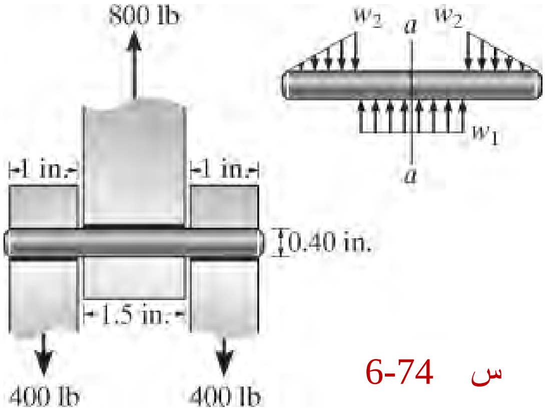
س *6-72 . مطلق اعظمی سټریس د مؤمنت له امله په 1.5 in قطر شافت کی وټاکي. شافت ترست بیرینګ په A کی او جورنال بیرینګ په B کی اتکاوی لری.

س 6-73 . تر ټولو کوچنی د منلو وړ قطر د شافت لپاره وټاکي. شافت ترست بیرینګ په A کی او جورنال بیرینګ په B کی اتکا وی لری. د منلو وړ سټریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 22$ ksi دی.



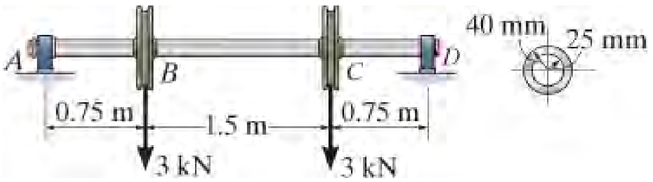
س 6-72/73

س 6-74 . له یوه پن کار اخیستل شوی تر څو دری غړی (لینکونه) وصل کړي. د اغوستلو له امله د بار په پورتني او ښکته برخو د پن ویشل شوی ، څنګه چی په آزاد ډایګرام کی ښودل شوي. که چیری د پن قطر 0.40 in وی اعظمی سټریس د مؤمنت له امله د پن a-a په غوڅه برخه کی چی د پین منځ دی معلوم کړي. د حل لپاره دا اړین ده چی اول تاسو د بار ارزښتونه w_1 او w_2 وټاکي.



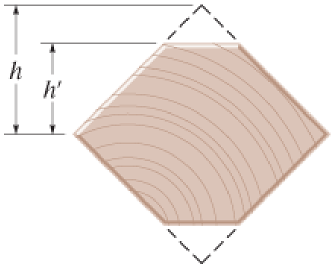
س 6-74

س **6-75 .** د یو شافت لپاره چې ترست بیرینګ په A او جورنال بیرینګ په D کې اتکاوی لری او د شافت غوڅه برخه په لاندی انځور کې ښودل شوي، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په شافت کی و ټاکي.



س 6-75

س **6-76* .** د لرګیو بیم چې په اصل کی مربع غوڅه برخه لري. که چیری دا په لاندی شکل وښودل شي، د h` ابعاد داسی وټاکی تر څو د امکان تر حده د اعظمی مؤمنت توان ولري. په کوم حد دا مؤمنت لوی دی له هغه بیم چې پورته یا کښته برخه یي هواره نشی.

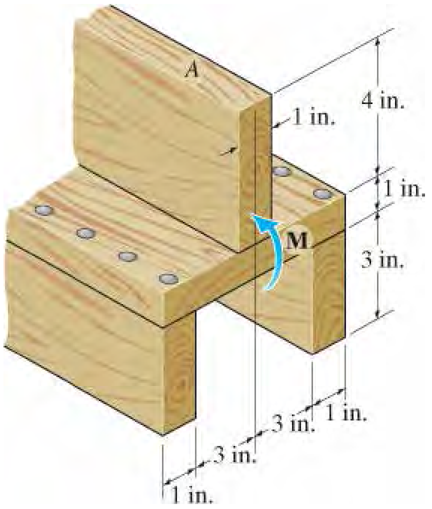


س 6-76

س **6-77 .** که په بیم یو داخلی مؤمنت M =2 kip.ft پلی شي اعظمی کششي او تیلوهونکی ستریس چې په بیم کی جوړیږي معلوم کړي. د کریدونکی ستریس ویش په غوڅه برخه رسم کړی.

س **6-78 .** که منل شوی کششي او تیلوهونکی ستریس په بیم $(\sigma_{allow})_t$ =2 ksi او $(\sigma_{allow})_c$ = 3 ksi په ترتیب سره وی، اعظمی مؤمنت **M** چې په غوڅه پلی کیدی شی وټاکي.

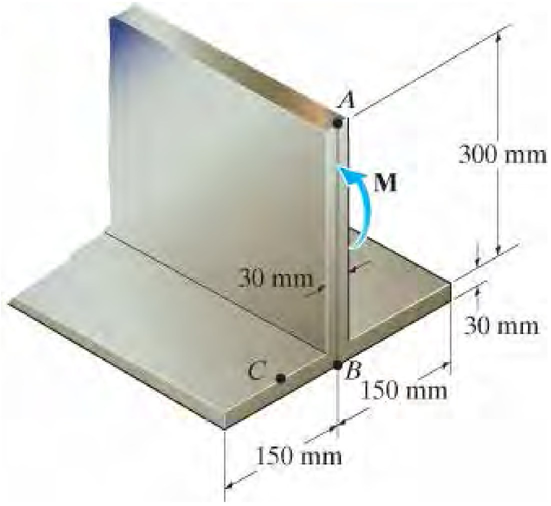
س **6-79 .** که چیری په یوه بیم یو داخلی مؤمنت M =2 kip.ft پلی شي محصله قوه ددی کریدونکی ستریس ویش له کبله چې په پورتنی تخته جوړیږي معلوم کړي.



س 6-77/78/79

س 6-80*. که چیرې په بیم یو مؤمنت $M = 100$ kN.m پلی شی کرېدونکی ستریس د بیم په A ، B او C تکیو کی معلوم کړي . اود ستریس ویش په غوڅه برخه رسم کړی.

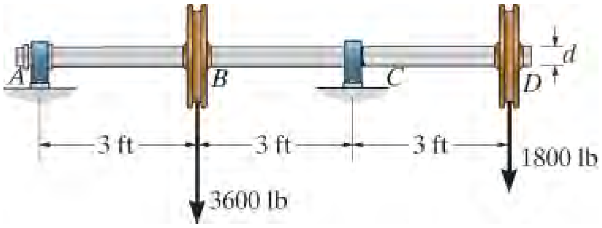
س 6-81. یو بیم له یو داسی موادو جوړ شوی چې منل شوی کششي او تیلوهونکی ستریسونه یي $(\sigma_{allow})_t = 125$ MPa او $(\sigma_{allow})_c = 1560$ MPa په ترتیب سره وی، اعظمی مومنټ **M** چې په بیم پلی کیدی شی وټاکی.



س 6-80/81

س 6-82. د یو شافت لپاره یو هواره ترست بیرینګ په A او هواره جورنال بیرینګ په C کی اتکاء جوړه وی. د شافت قطر $d = 3$ in. دی، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په شافت کی و ټاکي.

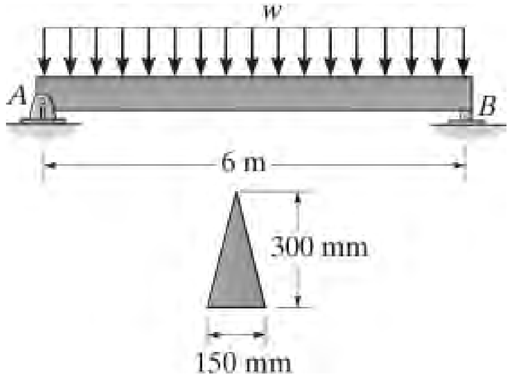
س 6-83. د یو شافت لپاره یو هواره ترست بیرینګ په A او هواره جورنال بیرینګ په C کی اتکاء جوړه وی. که د موادو د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $\sigma_{allow} = 24$ ksi وی تر ټولو کوچنی قطر d د شافت په 1/16 in حد کی پیدا کړي.



س 6-83

س **6-84*.** د ویشل شوی بار شدت $w = 15\ \text{kN/m}$ په دی لاندی بیم دی . مطلق اعظمی کششی او کمپریسو ستریس په بیم کی معلوم کړي.

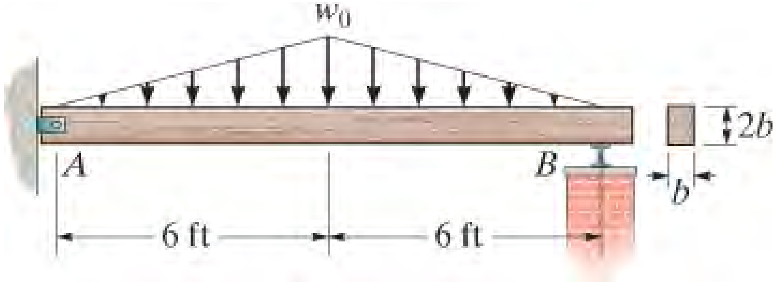
س **6-85.** که د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 150\ \text{MPa}$ وی، د ویشل شوی باراعظمی شدت w په بیم باندی وټاکی.



س 6-84/65

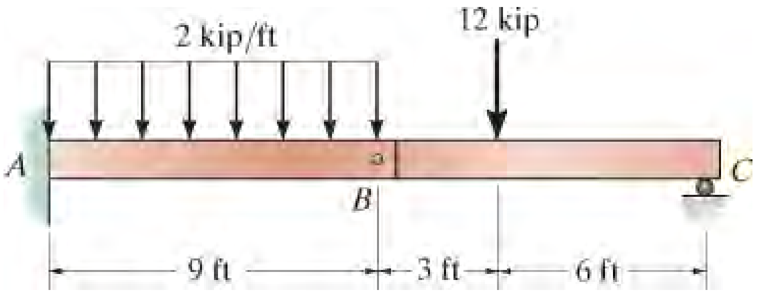
س **6-86.** په لاندی بیم یو مثلثي شکل ویشل شوی بار چی اعظمی شدت يي $w_0 = 300\ \text{lb/ft}$ دی پلی شوی. که د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 1.40\ \text{ksi}$ وی، د غوڅی برخی ضلع b اندازه په حدود د $1/8\ \text{in}$ کی وټاکي. اتکاء په A کی پن او B کی رولر دی.

س **6-87.** دا لاندی بیم یو مستطیلی غوڅه برخه لری او ضلع $b = 4\ \text{in}$ ده. که چیری د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 1.40\ \text{ksi}$ وی، اعظمی شدت w_0 د مستطیلی ویشل شوی بار معلوم کړي.



س 6-86/87

س 6-88* . مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کی وټاکی. هره برهخه مستطیلی غوڅه برخه لری چې تيته ضلع يي 4 in. او لوړوالي يي 12 in. دی.



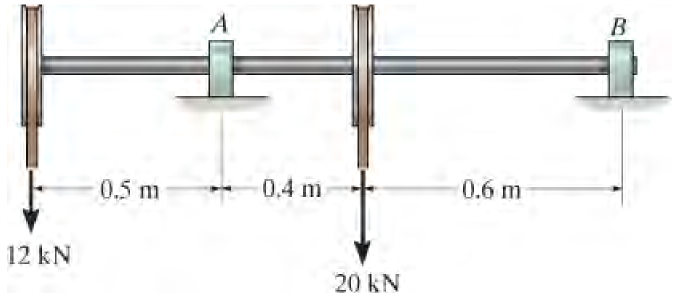
س 6-88

س 6-89 . که چیری هغه مرکب بیم په سوال 6-42 کی يو مربع غوڅه برخه ولري او د هری ضلع اندازه يي a وی ، او که منل شوی ستریس د مؤمنت له امله $\sigma_{allow} = 150$ MPa. وی د ضلع a ارزښت پیدا کړي.

س 6-90 . که چیری هغه بیم په سوال 6-28 کی يو مستطیل غوڅه برخه ولري چې بر يي b او ارتفاع يي h وی، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کی و ټاکی.

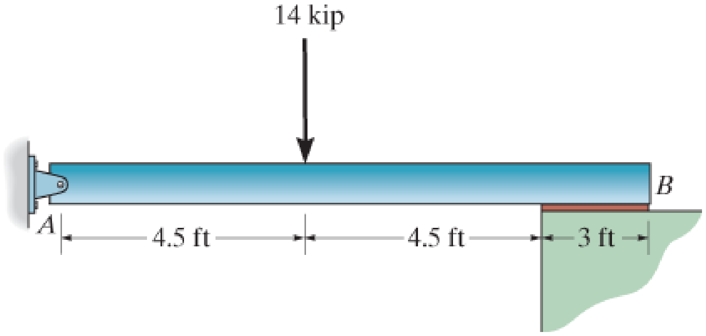
س 6-91 . په لاندی شافت کی چې 80-mm قطر لري مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله وټاکی. په دی شافت باندی ښودل شوي متمرکز بار عمل کړی دی. يو جورنال بیرینګ په A او ترست بیرینګ په B کی اتکاء جوړه وی.

س 6-92* . د شافت لپاره تر ټولو کوچني منل شوی قطر په حدود د میلی مترکی معلوم کړي. په دی شافت ښودل شوی متمرکز بار پلی شوي. يو جورنال بیرینګ په A او ترست بیرینګ په B کی اتکاء جوړه وی. د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $\sigma_{allow} = 150$ MPa. دی.



س 6-91/92

س 6-93 . مطلق اعظمی ستریس په بیم کی د مؤمنت له امله معلوم کړي، اتکاء په B کی مساوی ویشل شوی ریکشن د بیم لپاره جوړه وی. بیم مستطیلی غوڅه برخه لری د تیټی ضلع اندازه یی 3 in. او ارتفاع یي 6 in. دی.

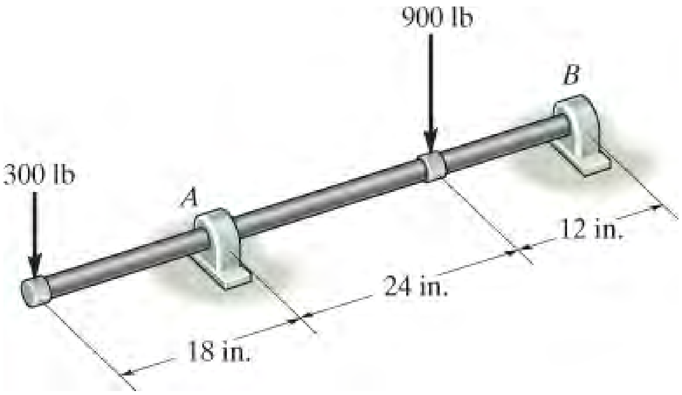


س 6-93

س 6-94 . مطلق اعظمی ستریس په بیم کی د مؤمنت له امله معلوم کړي. د بیم قطر 2-in. دی. . یو جورنال بیرینګ په A او ترست بیرینګ په B کی اتکاء جوړه وی.

س 6-95 . د شافت لپاره تر ټولو کوچني منل شوی قطر په حدود د 1/8 in. کی معلوم کړي.

یو جورنال بیرینګ په A او ترست بیرینګ په B کی اتکاء جوړه وی. د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 22$ ksi دی.

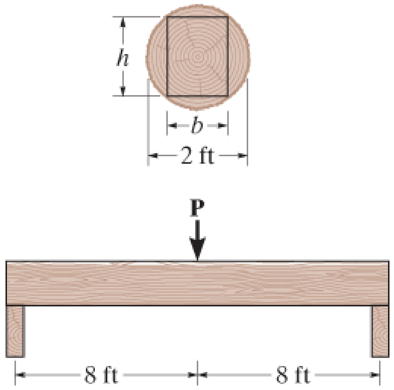


س 6-94/95

س 6-96* . یو تیر (log) چی قطر یي 2 ft دی داسی قطع کیږي چی د یو بیم لپاره مستطیلی غوڅه برخه ورځینی جوړه شي، او دا بیم به ساده اتکاوی ولري. که چیری منل شوی

ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 8$ ksi وی اړوند ضلع b او ارتفاع h د بیم داسی معلوم کړی تر څو تر ټولو لوی بار ملا تړ وکړي.

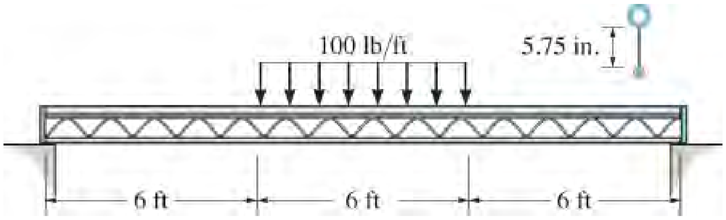
س 6-97 . یو تیر (log) چې قطر یي 2 ft دی داسی قطع کیږي چی د یو بیم لپاره مستطیلی غوڅه برخه ورځینی جوړه شي، او دا بیم به ساده اتکاوی ولري. که چیری منل شوی ستریس د مؤمنت له امله $s_{allow} = 8$ ksi وی لوی بار P چې بیم باندی پلی کیدی شي وټاکی. ضلع $b = 8\ in.$.



س 6-96/97

س 6-98 . که چیری هغه بیم په سوال 6-3 کی یو مستطیل غوڅه برخه ولري چې بر يي $b=8\ in.$ او ارتفاع يي $h = 16in.$ وی، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کی و ټاکی.

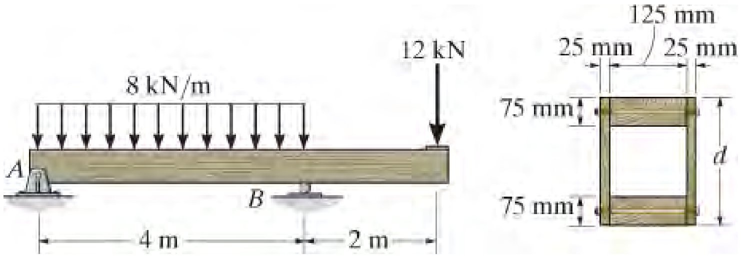
س 6-99 . په دی ساده ترس یو مرکزی ویشل شوی بار پلي شوی. د دایګنل لیسینګ (diagonal lacing) وزن د حساب وړ نه دی، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په ترس کی معلوم کړي. پورتني غړی یو پایپ دی چې بهرنی قطر يي 1 in. او ضخامت يي 3/16 in. دی، او لاندی غړی یو ډک راډ دی چې ½ in. قطر لري.



س 6-99

س 6-100* . که d= 450 mm ، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په وتلی (overhang) برخه د بیم کی معلوم کړي.

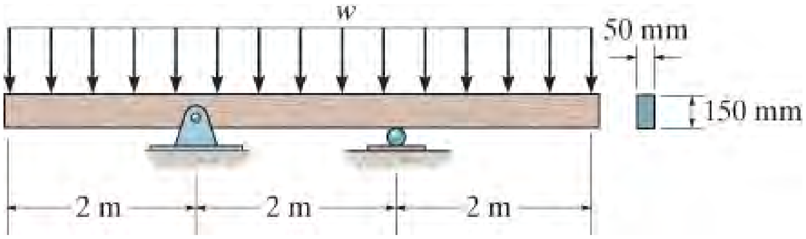
س 6-101 . که منل شوی ستریس $s_{allow} = 6MPa.$ وی، اصغری اندازه د d په حدود د میلی متر کی د بیم غوڅی برخی ساحی لپاره معلوم کړي.



س 6-100/101

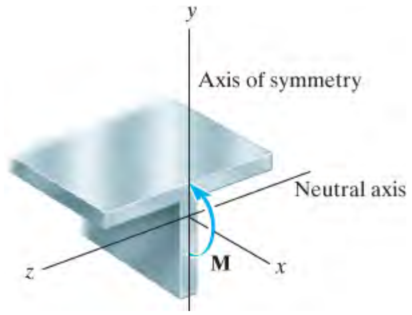
س 6-102 . دا لاندی بیم مستطیلی غوڅه برخه لري. د وېنل شوی بار اعظمی ارزښت w داسی معلوم کړی تر څو د مؤمنت ستریس په بیم کی له s_{max} =10 MPa. زیات نشی.

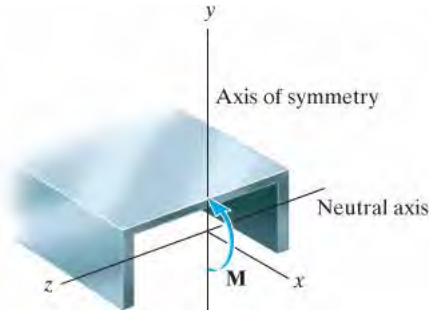
س 6-103 . دا لاندی بیم مستطیلی غوڅه برخه لري. که چیری $w = 1$ kN/m وی اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کی معلوم کړي، او هم په غوڅه برخه باندی د ستریس ویش سکیچ کړي.



س 6-102/103

6.5 نامتناظر کوږوالي (UNSYMMETRIC BENDING)





انځور 6-29

کله چې د کوږوالي فورمول (flexure formula) رامینځته شو ، موږ اړتیا درلوده چې د غوڅې برخی ساحه په یو محور همغږي ولري او د مؤمنت محصله **M** په صفری محور سره عمل وکړي. د دې لپاره دا قضیه په "T" او چینل برخې په انځور 6-29 کې ښودل شوي. په دې برخه کې به موږ وښایو چې څنګه د کوږوالي فورمول پلي شي په هغه بیم چې غوڅه برخه یې هر شکل ولری او یا هغه بیم چې مؤمنت په هر لوری وربادنی پلی کیدی شي.

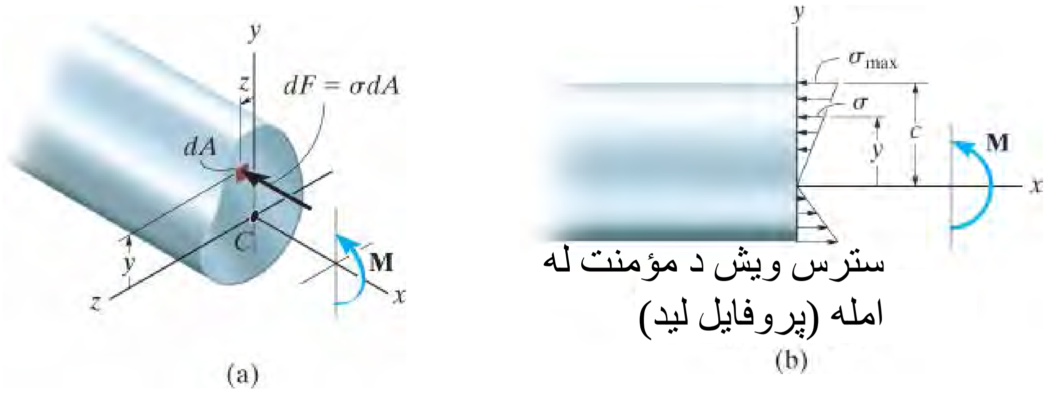
مؤمنت په اصلی محور پلي شوي (Moment Applied (About Principal Axis.

یو داسی بیم ته پام وکړئ چې غوڅه برخه یې غیر متناسب شکل لري ، لکه هغه چې په انځور 6-30a کې ښودل شوي. څنګه مو چې په برخه 6.4 کی ولیدل ، د ښي لاس کوردینات x, y, z داسی تاسیس شوی وه ، چې مرکز یې په مرکز ثقل C د غوڅې برخی کی موقعیت لری، او محصله مؤمنت **M** په مثبت z+ محور عمل کوي. دا اړینه ده چې د ستریس ویش محصله په ټوله ساحه د غوڅې برخه کی صفر وی. همدارنګه، د ستریس ویش په y محور باید صفر وي، اومؤمنت په z محور باید د **M** سره مساوي وي. دا درې حالتونه په ریاضي ډول داسی څرګند کیدی شي ، که چیرې موږ په یوه وړه ساحه dA چې په $(0, y, z)$ کې موقعیت لري، او یوه قوه وربادنې عمل کوي انځور 6-30a وګوری. څرنګه چې دا قوه $dF = s\, dA$ دی، موږ لرو

$$F_R = \Sigma F_x; \qquad 0 = -\int_A \sigma \, dA \qquad (6\text{–}14)$$

$$(M_R)_y = \Sigma M_y; \qquad 0 = -\int_A z\sigma \, dA \qquad (6\text{–}15)$$

$$(M_R)_z = \Sigma M_z; \qquad M = \int_A y\sigma \, dA \qquad (6\text{–}16)$$



انځور 6-30

د اکثر ودانیو په چتونوکی د لوړضخامت وسپنیز غړی چې Z غوڅه برخه لری کار اخیستل کیږي تر څو د مؤمنت بار تحمل کړي. د ډیزاین په مرحله کی اړین ده چې د دی غوڅو برخو انرشیا یي مؤمنت په اصلی محور پیدا شي.

لکه څنګه چې په برخه 6.4 کې ښودل شوي، معادله 6-14 مطمئن شوی څکه چې د z محور د ساحی له ثقل مرکز تیریږي. همدارنګه، څکه چې د z محور د غوڅې برخې د صفری محور استازیتوب کوي، او نارمل ستریس په خطی ډول توپیر لري له صفر په صفری محور تر اعظمي حد پورې په $|y| = c$ ، انځور 6-30b وګوري. له همدې امله د ستریس ویش د $s = -(y/c)\, s_{max}$ - لخوا تعریف شوی. کله چې دا مساوات په معادله 6-16 کی مدغم شي، دا د کوږوالي فورمول ته لاره هواروي او لیکلی شو $s_{max} = Mc/I$. کله چې دا په معادله 6-15 کې ځای په ځای شي موږ تر لاسه کوو

$$0 = \frac{-\sigma_{max}}{c}\int_A yz\, dA$$

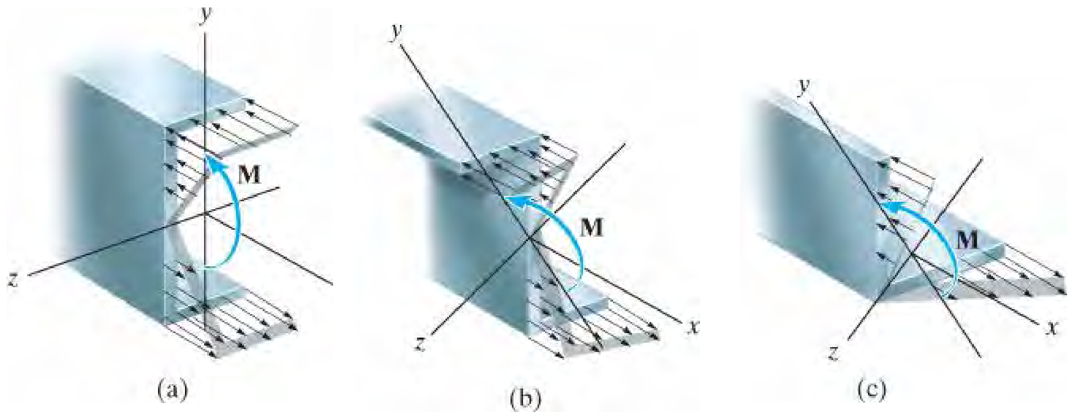
دی ته اړین دی

$$\int_A yz\, dA = 0$$

دا انتیګرال د ساحې لپاره په نامه د **انرشیا محصول** (*product of inertia*) بلل کیږي. لکه څنګه چې په ضمیمه A کی اشاره شوې ، دا به واقعا صفر وي په دې شرط چې د y او z محورونه د ساحې لپاره د **انرشیا اصلي محورونو (principal axis of inertia)** په توګه غوره شوی وی. د

يو اختياری شکل ساحی لپاره ، لکه په انځور 6-30a کې ، د اصلي محوررونو لور ، **د انرشيا بدلون معادلې** په کارولو سره چې په ضميمه A برخه A.4 کی تشريح شوی ، تل ټاکل کيدی شي . که چيرې ساحه د همغږي محور ولري، په هرصورت، اصلي محوررونه په آسانۍ سره تاسيس کيدی شي ځکه **چې دوی تل موقعيت لری د متناظر محور په لور او په هغې سره عمود وي**.

د مثال په توګه، هغه غړي په پام کې ونيسئ چې په انځور31-6 کې ښودل شوي. په دې هر يوه قضيې کې ، y او z د غوڅې برخې لپاره د انرشيا اصلي محوررونو , استازيتوب کوي. او په انځور 6-31a کی اصلی محوررونه موقعيت په متناظر حالت کی دی اوپه انځوررونو 6-31b او 6-31c ددو موقعيت په هغه ميتود چې په ضميمه A کی تعريف شوی په کارولو سره يي ټاکل کيږي. ځکه چې **M** يوازې د يو اصلي محور په اړه کارول کيږي (z) محور ، د سټريس ويش يو خطي توپير لري، او د کوږوالی فورمول څخه، $s = -My/I_z$، ټاکل کيږي لکه څنګه چې د هرې قضيې لپاره ښودل شوي .



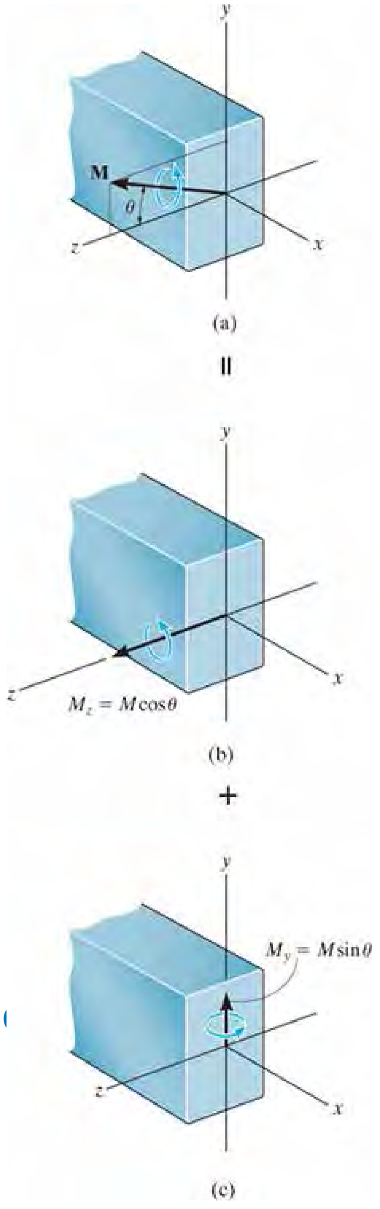
انځور 31-6

مؤمنت په خپله خوښه پلي شوي (Moment Arbitrarily Applied). ځيني وختونه

يوغړی کيدی شي داسې بار شوي وی چې **M** په يو اصلي محوررونو د غوڅې برخی عمل نه کوي . کله چې دا پيښ شي، لومړی بايد د مؤمنت د اجزاو لاربنود په اصلي محوررونو سره و شي، بيا د کوږوالي فورمول سره د هر جز نارمل سټريس په اصلی محوررونو وټاکل شي. په نهايت کې، د سوپرپوزيشن (superposition) د اصولو په کارولو سره، په نقطه کې پايله نارمل سټريس ټاکل کيدی شي.

د دې کړنالرې رسمي کولو لپاره، يو بيم په پام کې ونيسئ چې مستطيل غوڅه برخه لري او مؤمنت **M** ، انځور 6-32a، چيرته چې **M** د اعظمي اصلی محور z سره يو زاويهq جوړوي، د

بیلګي په توګه، د غوڅی برخی اعظمی انرشیايي مؤمنت محور. موږ به فرض کړو چې زاویه q،
مثبت ده کله چې دا د $+z$ محور څخه د $+y$ محور لوري ته لیږدول کیږي.



اوس د M اجزاوی پیدا کوو ، او لرو $M_z = M\cos q$ او $M_y = M\sin q$ ، انځوررونه 6-36b او 6-32c وګوري. د نارمل سټریس ویش چې M او د هغې اجزاوي M_z او M_y جوړه وي په انځورونو 6-32d 6-32e, 6- او 6-32f کی ښودل شوي. او چیرته داسي انګیرل کیږي چې $(s_x)_{max} > (s`_x)_{max}$ . د لید معاینې په واسطه، اعظمي کششی او کمپرسو سټریسونه $[(s_x)_{max} + (s`_x)_{max}]$ د غوڅی برخی په دوه مخالفوکونجونو کې واقع کیږي ، انځور 6-32d وګوري.

کله چې د کوږوالي فورمول په هر جز د مؤمنت پلی کړو ، انځورونه 6-32b او 6-32c ، اوبیا پایل یې په الجبری صورت یو ځای کړو محصله د نارمل سټریس په هر ټکی د غوڅی برخي کی، انځور 6-32d، دی. له همدی امله

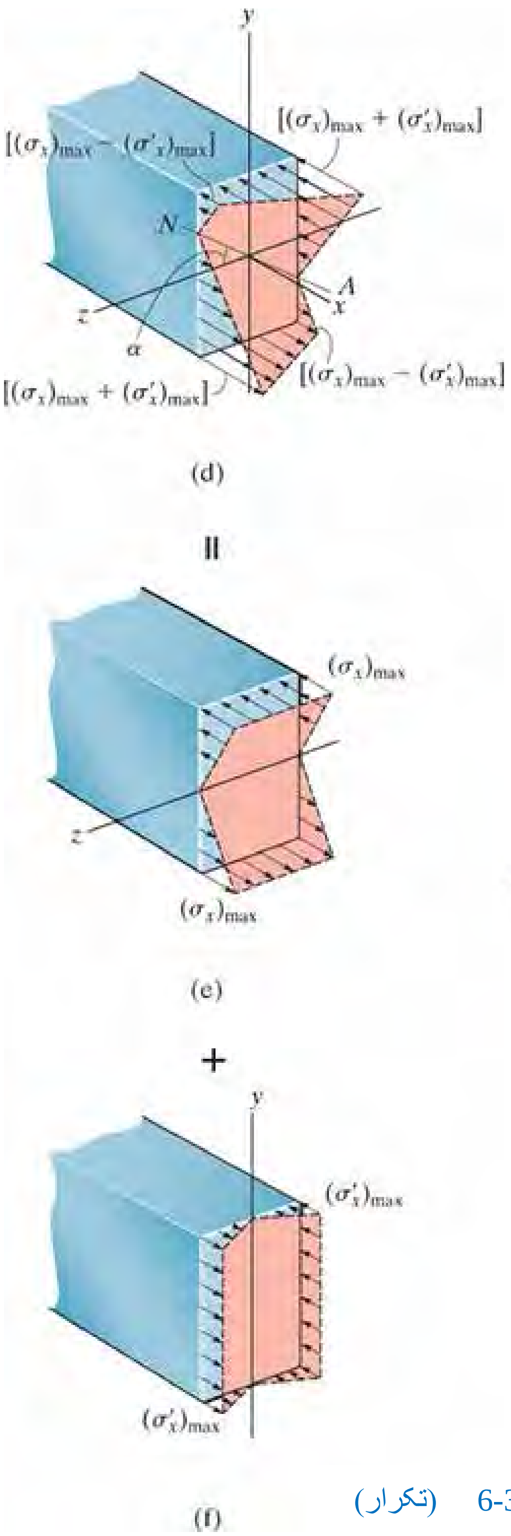
$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \qquad (6\text{–}17)$$

دلته،

s = نارمل سټریس په یو ټکی کی. کششی سټریس مثبت او کمپرسو سټریس منفی دي.

y, z = کوردینات د ټکی ، اندازه کیږی له ښي لاس کوردینات سیستم x, y, z کوم چې مرکز یې د غوڅی برخی ساحی په مرکز ثقل کی دی. x محور دغوڅی برخی په وتلي لور لید لري، y او z محورونه په ترتیب سره د اصلی محوررونو اصغری او اعظمی انرشیایي مؤمنت د ساحی استازیتوب کوي.

$M_z, M_y =$ محصله د داخلی مؤمنت د اجزاوو، لاربنود (directed) يي په امتداد د اصلی محوررونو اعظمی z او اصغری y دي. دوی مثبت دی که چیری لید يي په $+z$ او $+y$ محوررونو وی، که نه دوی په منفي وی. او يا په بل عبارت، $M_y = M\sin\theta$ او $M_z = M\cos\theta$. دلته د θ زاويه مثبت اندازه کيږی له $+z$ په لور د $+y$ محور.



$I_z, I_y =$ اعظمی او اصغری اصلی انرشياي مؤمنت په z او y محوررونو دي.

د صفرې محور لور (Orientation of the Neutral Axis).

هغه معادله چې صفری محور ميلان α تعريف کوي، انځور 6-32d ، د معادلې 6-17 په پلې کولو سره په تکيو y, z کله چې $\sigma = 0$ وی. ځکه په صفری محور د نارمل ستريس ارزښت صفر دی. مونږ لرو

$$y = \frac{M_y I_z}{M_z I_y} z$$

ځکه چې $M_z = M\cos\theta$ او $M_y = M\sin\theta$ ، بيا لرو

$$y = \left(\frac{I_z}{I_y}\tan\theta\right) z \qquad (6\text{–}18)$$

ځکه ميلان ددی کرښي عبارت دی په $\alpha = y/z$ ، نو لرو

$$\tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\tan\theta \qquad (6\text{–}19)$$

انځور 6-32 (تکرار)

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د کوږوالي فورمول یوازې هغه وخت پلي کیدی شي کله چې مؤمنت په هغه محوررونو پلی وی چه دا محوررونه د غوڅی برخی د *اصلی انرشیایي محوررونو* استازیتوب وکړي. د دی محوررونو مرکز په ثقل مرکز کی، او لید یي په امتداد د همغږي محور، که چیری یو شتون ولری، او د هغې سره عمودی دي.
- که چیرې مؤمنت په ځیني خپلسري محور پلی شوی وی ، پدی حالت کی باید د مؤمنت اجزاوی په امتداد د اصلی محوررونو معلومی شي. د هر جز ستریس په غوبنتل شوي ټکی کی د سوپرپوزیشن په طریقه محاسبه کیدی شي.

مثالونه

مثال 6.15

په یو مستطیلی غوڅی برخه چې په انځور 6-33a کی ښودل شوی یو مؤمنت M = 12 kN,m پلی شوی. په هر کنج د غوڅی برخی کی نارمل ستریس وټاکي او د صفری محور سمت او میلان (Orientation) پیدا کړي. .

حل (SOLUTION)

د داخلی مؤمنت اجزاوي (Internal Moment Components) .

په لیدو سره داسی معلومیږی چې y او z محوررونه استازیتوب د اصلی انرشیایي محوررونو کوي خکه چې دوی د غوڅی برخی د همغږی محوررونه دی. لکه څنګه چې اړتیا ده موږ د z محور اصلی محور د اعظمی انرشیاي مؤمنت و ټاکه. مؤمنت په اجزاوو ، y او z تجزیه کوو او لرو

$$M_y = -\frac{4}{5}(12\ \text{kN}\cdot\text{m}) = -9.60\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = \frac{3}{5}(12\ \text{kN}\cdot\text{m}) = 7.20\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

د برخې مشخصات (Section Properties) .

انرشيايي مؤمنتونه په y او z محوررونو عبارت دی په

$$I_y = \frac{1}{12}(0.4\ \text{m})(0.2\ \text{m})^3 = 0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12}(0.2\ \text{m})(0.4\ \text{m})^3 = 1.067(10^{-3})\ \text{m}^4$$

د مؤمنت ستريسونه (Bending Stresses) . په دی توګه

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

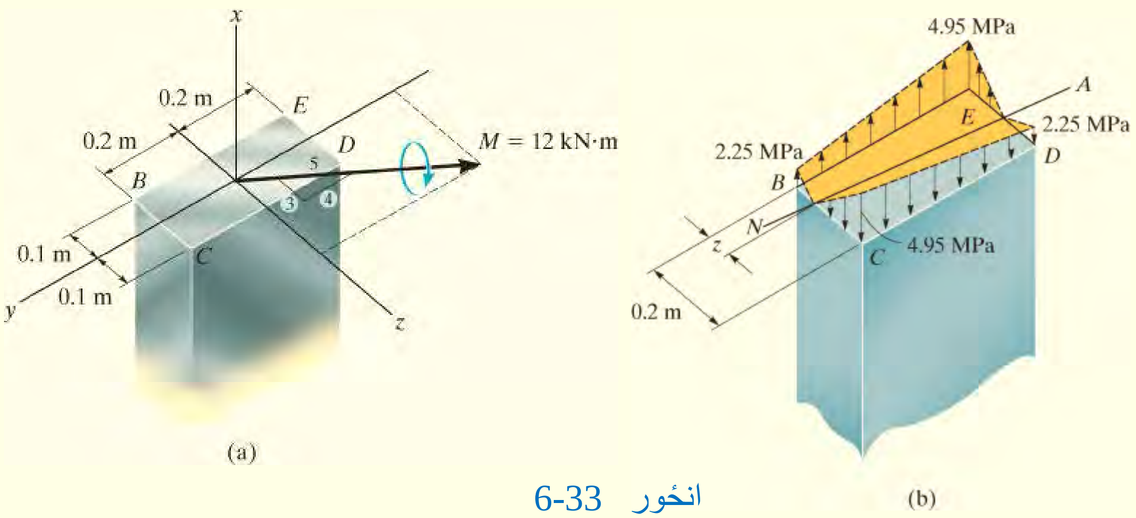
$$\sigma_B = -\frac{7.20(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.2\ \text{m})}{1.067(10^{-3})\ \text{m}^4} + \frac{-9.60(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(-0.1\ \text{m})}{0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4} = 2.25\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_C = -\frac{7.20(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.2\ \text{m})}{1.067(10^{-3})\ \text{m}^4} + \frac{-9.60(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.1\ \text{m})}{0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4} = -4.95\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_D = -\frac{7.20(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(-0.2\ \text{m})}{1.067(10^{-3})\ \text{m}^4} + \frac{-9.60(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.1\ \text{m})}{0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4} = -2.25\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_E = -\frac{7.20(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(-0.2\ \text{m})}{1.067(10^{-3})\ \text{m}^4} + \frac{-9.60(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(-0.1\ \text{m})}{0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4} = 4.95\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

په انځور 6-33b کی محصله د نارمل ستريسونو ويش سکيچ شوي. څکه چې سوپر پوزيشن عملی کيدی شي ، او ويش څنګه چې ښودل شوی خطی دی.



انځور 6-33

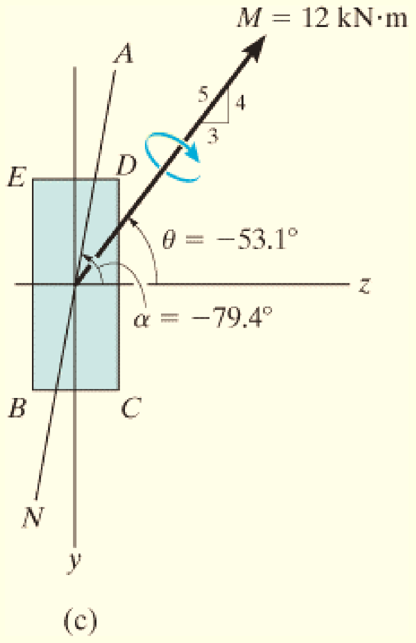
د صفري محور سمت اوميلان (Orientation of Neutral Axis) .

موقعيت z د صفری محور (NA)، انځور 6-33b ، د تناسب له مخی پيدا کيدی شي. په څنډه BC کی موږ اړتيا لرو

$$\frac{2.25\ \text{MPa}}{z} = \frac{4.95\ \text{MPa}}{(0.2\ \text{m} - z)}$$

$$0.450 - 2.25z = 4.95z$$

$$z = 0.0625\ \text{m}$$



په ورته ډول دا هم فاصله له D تر صفری محور ده.

موږ کولی شو چی جهت د NA (صفری محور) په کارولو د معادلي 6-19 سره مشخص کړو، کوم چې د زاويه a ټاکلو لپاره کارول کيږي. a هغه زاويه ده چې محوريی له z سره يا د *اعظمی اصلی* محور سره جوړه وي. د مشخص شوی کنوانسيون مطابق، q بايد له z + محور څخه د y + محور په لور اندازه شی. په پرتله کولو سره، په انځور 6-33c کې

$$q = -\tan^{-1}\frac{4}{3} = -53.1^\circ \quad (\ q = +306.9^\circ \text{ يا })$$

په دې توګه،

$$\tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\tan\theta$$

$$\tan\alpha = \frac{1.067(10^{-3})\ \text{m}^4}{0.2667(10^{-3})\ \text{m}^4}\tan(-53.1°)$$

$$\alpha = -79.4° \qquad \textit{Ans.}$$

دا پایلې په انځور 6-33c کې ښودل شوي. تاسو د z ارزښت چې پورته کې محاسبه شو کار واخلي ، د غوڅې برخې هندسي معلومات کار واخلئ، وګورئ چې عین جواب حاصل کړي.

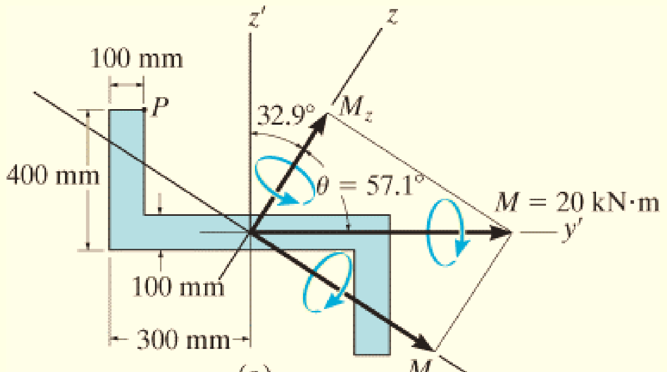
مثال 6.16

په انځور 6-34a کې یو **Z** غوڅه برخه ښودل شوي او په هغه باندې یو مؤمنت M =20 kN.m پلې شوي.د اصلي محورونو y او z سمتونه په انځور کې ښودل شوی، او هغوی اصغری او اعظمی اصلي انرشیايي مؤمنت ، I_y = 0.960 (10^{-3}) m^4 او I_z = 7.54 (10^{-3}) m^4 په تر تیب* سره بنايي . په ټکی P کې نارمل ستریس او د صفری محور سمت معلوم کړي.

حل (SOLUTION)

ددی لپاره چې معادله 6-19 و کارو دا مهمه ده چې د z محور باید د اعضمی انرشیاي مؤمنت استازیستوب وکړي. (ددی حالت لپاره زیاته ساحه له محور لری موقعیت لری.)

د داخلی مؤمنت اجزاوي (Internal Moment Components) . له انځور 6-34a لرو



(a)

$$M_y = 20\ \text{kN}\cdot\text{m}\sin 57.1^\circ = 16.79\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_z = 20\ \text{kN}\cdot\text{m}\cos 57.1^\circ = 10.86\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

د کوږیدو ستریسونه (Bending Stresses) . د y او z کوردیناتونه د ټکی P باید اول معلوم کړو. وګورئ چې د `$y$ او `z کوردیناتونه د ټکی P عبارت دی په (0.20 m, 0.35 m-) . له هغه رنګ شوی مثلثونو چې په انځور 6-34b کی ښودل شوی موږ لرو

$$y_P = -0.35\sin 32.9^\circ - 0.2\cos 32.9^\circ = -0.3580\ \text{m}$$

$$z_P = 0.35\cos 32.9^\circ - 0.2\sin 32.9^\circ = 0.1852\ \text{m}$$

له معادلي 6-17 کار اخلو

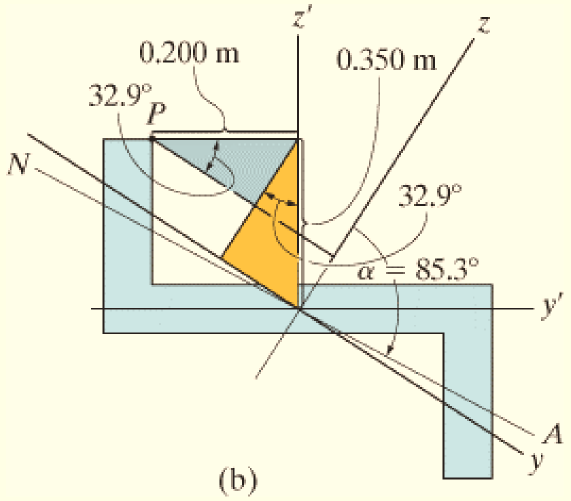
$$\sigma_P = -\frac{M_z y_P}{I_z} + \frac{M_y z_P}{I_y}$$

$$= -\frac{(10.86(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m})(-0.3580\ \text{m})}{7.54(10^{-3})\ \text{m}^4} + \frac{(16.79(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m})(0.1852\ \text{m})}{0.960(10^{-3})\ \text{m}^4}$$

$$= 3.76\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

د صفرې محور سمت اومیلان (Orientation of Neutral Axis) .

له زاويي $\theta = 57.1^0$ په بین د M او z محور کی انځور 6-34a موږ لرو



انځور 6-34

$$\tan \alpha = \left[\frac{7.54(10^{-3})\ \text{m}^4}{0.960(10^{-3})\ \text{m}^4}\right] \tan 57.1°$$

$$\alpha = 85.3°$$ *Ans.*

د صفرى محور سمت په انځور 6-34b کی ښودل شوي.

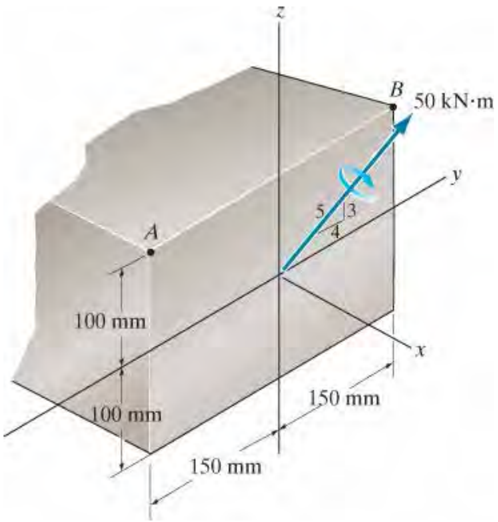
* دا ارزښتونه د ضميمی A میتودونو په کارولو سره تر لاسه کیږي (مثال A.4 او .A.5 وګوري)

بنستیز سوالونه

(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

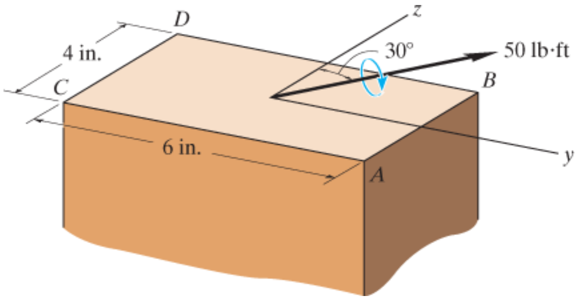
ب 6-14

په کنجونو A او B کی ستړیس د مؤمنت له امله و ټاکي. او د صفری محور سمت او میلان معلوم کړي.



ب 6-14

ب **6-15** دبیم په غوڅه برخه کی اعظمی ستړیس د مؤمنت له امله معلوم کړي.

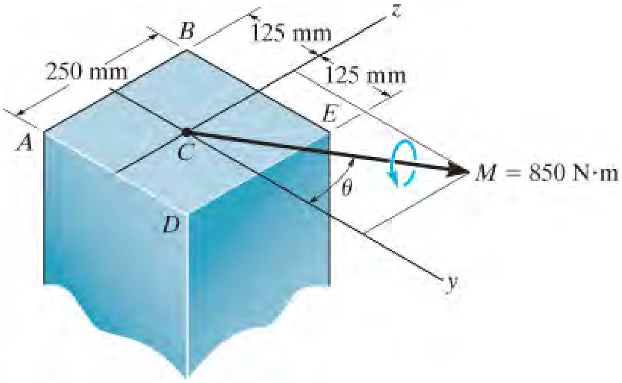


ب 6-15

سوالونه

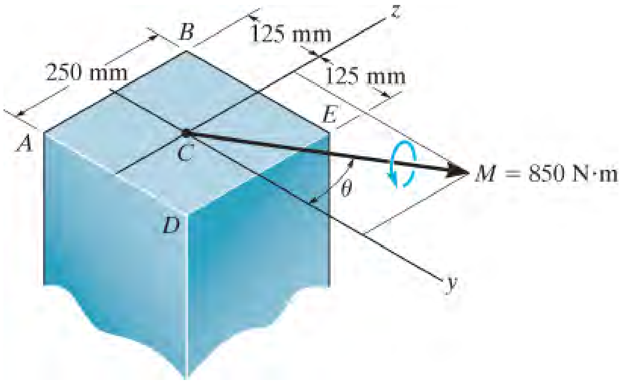
(PROBLEMS)

س *6-104. غړی مربع غوڅه برخه لري او یو مؤمنت M = 850 N.m وربانډی پلی شوی. ستریس په کنجونو کی معلوم او د ستریس ویش سکیچ کړي. دلته $q = 45^0$



6-104 س

س 6-105. غړی مربع غوڅه برخه لري او یو مؤمنت M = 850 N.m وربانډی پلی شوی. ستریس په کنجونو کی معلوم او د ستریس ویش سکیچ کړي. دلته $q = 30^0$



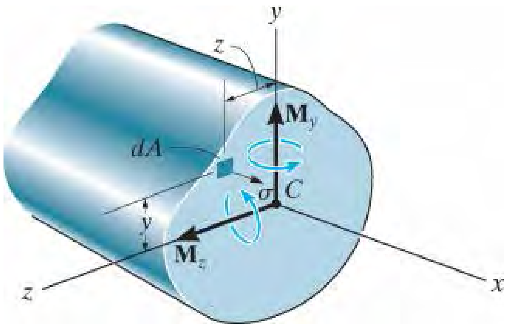
6-105 س

س **6-106.** د یو پریزماتیک بیم عمومي قضیه په پام کې ونیسئ کله چې د کوږوالي مؤمنت اجزاوي **M_y** او **M_z**، وربانډی داسی پلی شوی چې د x، y، او z محوررونه د غوڅی برخي له ثقل مرکز څخه تیریږي. که چیرې مواد د خطي ایلستیک چلند لرونکي وي، نارمل ستریس په بیم کی خطي تابع د موقعیت دی ، لکه دا $s = a + by + cz$.

د توازن شرایطو په کارولو $0 = \int_A \sigma\, dA,\ M_y = \int_A z\sigma\, dA,\ M_z = \int_A -y\sigma\, dA$ سره ثابت ارزښتونه $a, b,$ او c ټاکل کیدی شي او پدی ترتیب نارمل ستریس له دی معادلی

لاس ته راځي، چیرې چې مؤمنت او محصولات د انر شیا په ضمیمه A کی تعریف شوي.

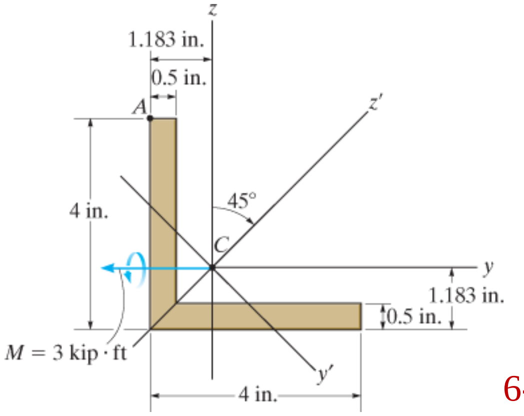
$$\sigma = [-(M_zI_y + M_yI_{yz})y + (M_yI_z + M_zI_{yz})z]/(I_yI_z - I_{yz}^2),$$



س 6-106

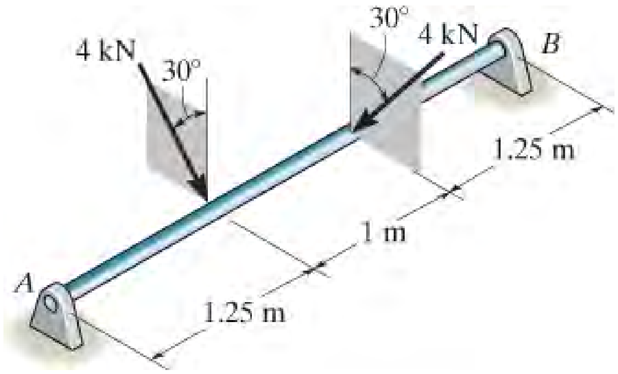
س **6-107.** د بیم غوڅه برخه په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. په ټکی A کی ستریس د مؤمنت له امله او د صفری محور سمت او میلان وټاکي. د ضمیمی A له میتود کار واخلئ. اصلی انرشیایی مؤمنت د غوڅی برخي $I_{z'} = 8.828\ in^4$ او $I_{y'} = 2.295\ in^4$ چیری چی z' او y' اصلی محوررونه دی. د دی سوال حل لپاره له معادله 6-17 کار واخلي .

س ***6-108.** په ټکی A کی ستریس د مؤمنت له امله په کارولو د سوال 6-106 پایلی نتیجی وټاکی. انرشیایی مؤمنت د غوڅی برخي په z او y محوررونو $I_z = I_y = 5.561\ in^4$ دی. او انرښیایي ضریب (product of inertia) محصول نظر z او y محوررونو ته عبارت دی په $I_{xy} = -3.267$ in4 (ضمیمه A وګوری) .



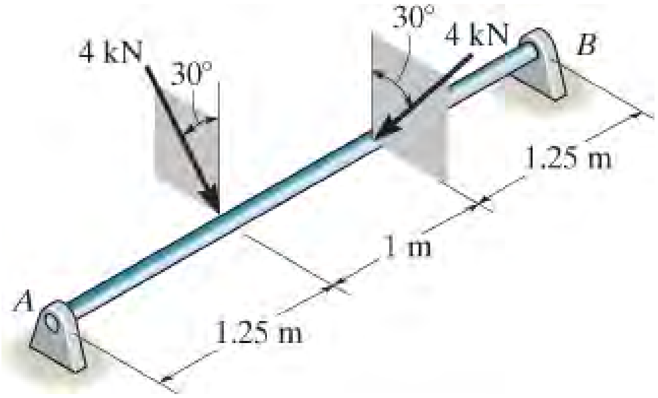
س 6-107/108

س 6-109. په فولادی شافت دوه بهرنی بارونه پلی شوی دی. که چیری جورنال اتکاوی په A او B کی محوری قوه په شافت جوړ نکړي، د شافت قطر معلوم کړی کله چی $\sigma_{allow} = 180$ MPa وی.



س 6-109

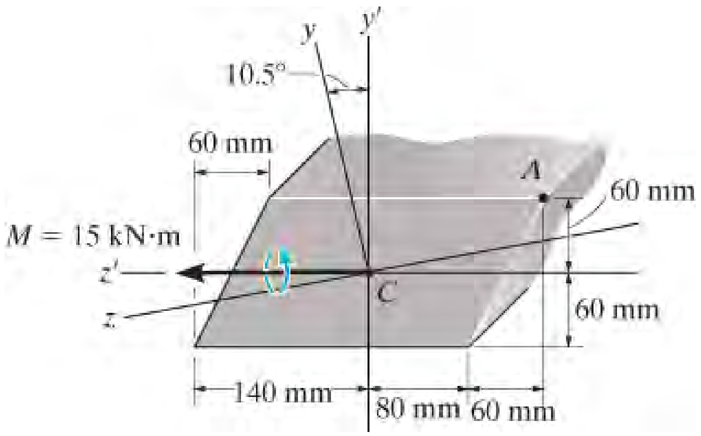
س 6-110. په فولادی شافت چی 65-mm قطر لری دوه بهرنی بارونه پلی شوی دی. که چیری جورنال اتکاوی په A او B کی محوری قوه په شافت جوړ نکړي، مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په شافت کی معلوم کړي.



س 6-110

س 6-111. د غوڅی برخي لپاره $I_{y'} = 114(10^{-6})\text{m}^4$, $I_{z'} = 31.7(10^{-6})\text{m}^4$ او $I_{y'z'} = -15.8(10^{-6})$ m^4 دي. د غړی غوڅه برخی ساحی اصلی انرشیایي مؤمنت $I_z = 28.8(10^{-6})$ m^4 او $I_y = 117(10^{-6})$ m^4 د ضمیمی A طریقی په کارولو سره په اصلی انرشیا يي محوررونو محاسبه شوي. که چیری غوڅه برخه باندی یو مؤمنت M =15kN . m پلی شی په ټکی A کی ستریس په کارول د معادلی 6-17 معلوم کړي.

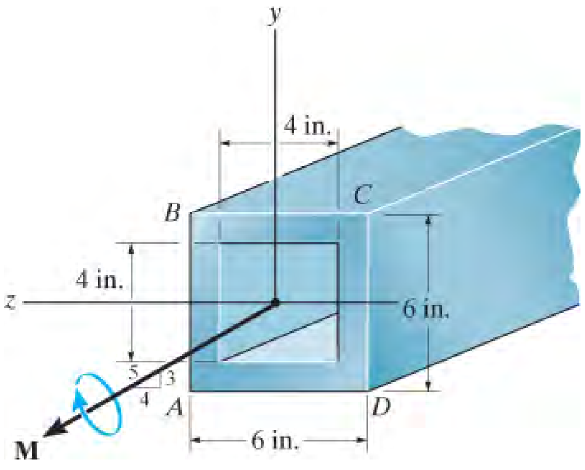
س 6-112. سوال 6-111 په کارولو د معادلی، چی په سوال 6-106 کی پیدا شو، حل کړي.



س 6-111/112

س 6-113. لاندی صندوقی بیم باندی یو مؤمنت $M = 15$ kip.ft پلی شوي. اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کښ او د صفری محور سمت او میلان پیدا کړي.

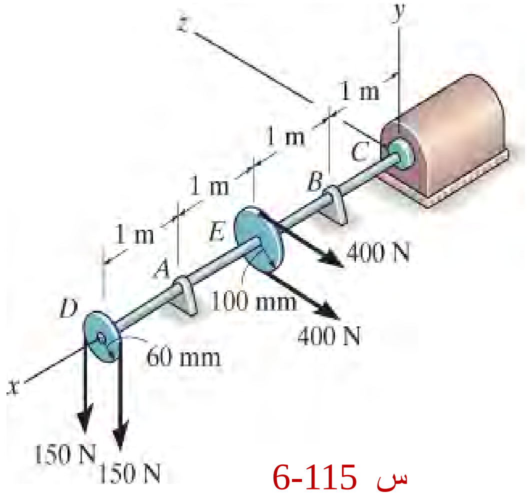
س 6-114. د اعظمی مؤمنت اندازه وټاکی تر څو ستریس د مؤمنت له امله له 15 ksi زیات نشي.



س 6-113/114

س 6-115. دا لاندی انځور کی ، د ګوټک (pulley) په واسطه یو عمودي بار په D او بل افقي بار په E کی ، په بنودل شوی شافت پلی شوي. دا شافت په A او B کی جورنال اتکاوی لري، دا اتکاوی د محوری بار توان نلري. نیبلونکي (coupling) په C کی د یو موټور سره د

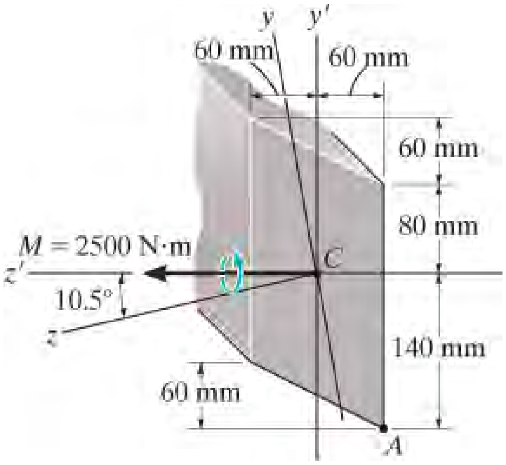
شافت لپاره اتکا نه شي جوړه ولي. که چيرى منل شوى ستريس $s_{allow} = 180$ MPa. وى اړين قطر د شافت وټاکی.



س 6-115

س *6-116. د برخي لپاره، $I_{y'} = 31.7(10^{-6})$ m^4، $I_{z'} = 114(10^{-6})$ m^4، $I_{y'z'} =$ 15.8(10^{-6}) m^4. دي. په ضميمهA کی د ذکر شويو تخنيکونو کارولو سره ، د غړي غوڅی برخي ساحی اصلی انرشيايي مؤمنت عبارت دی په $I_y = 28.8\ (10^{-6})$ m^4 او $I_z = 117(10^{-6})$ m^4 ، چی حساب شوي په y او z ، محورونو په ترتيب سره. که چيری په برخه يو مؤمنت $M =$ 2500 N . mعمل وکړي، توليد شوي ستريس په A نقطه کي په کارولو د معادلی 6-17 معلوم کړئ .

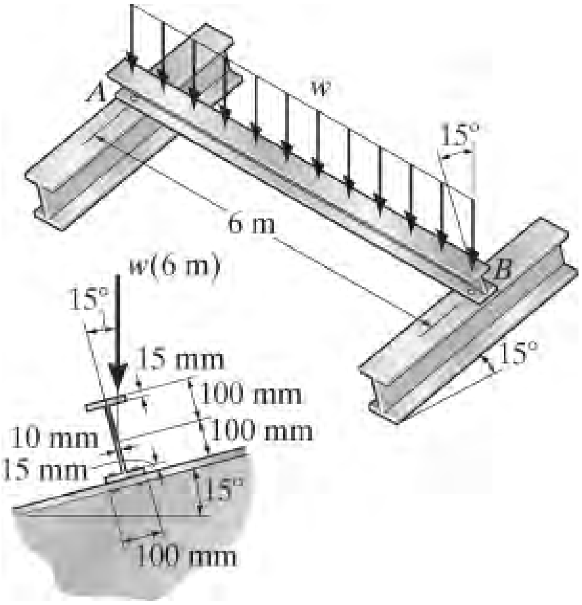
س 6-117. سوال 6-116 په هغه معادلی سره چی په سوال 106 کی جوړه شوه حل کړي.



س 6-116/117

س 6-118. که چیري ویشلي بار w =4kN.m وی او داسی فرض شی چی دا بار د بیم دغوڅی برخی له مرکز ثقل څخه تیریږي ، تاسو مطلق اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په غړی جویست (joist) کی معلوم کړی، او هم د صفری محور سمت او زاویه وټاکي. بیم په A او B کی ساده اتکاوی لري.

س 6-119 . د ویشلی بار اعظمی ارزښت w چی په بیم پلی کیدی شي وټاکی. داسی فرض کړي چی دا بار د بیم دغوڅی برخی له مرکز ثقل څخه تیریږي، بیم په A او B کی ساده اتکاوی لري. منل شوی ستریس د مؤمنت له امله σ_{allow} = 165 MPa دي.



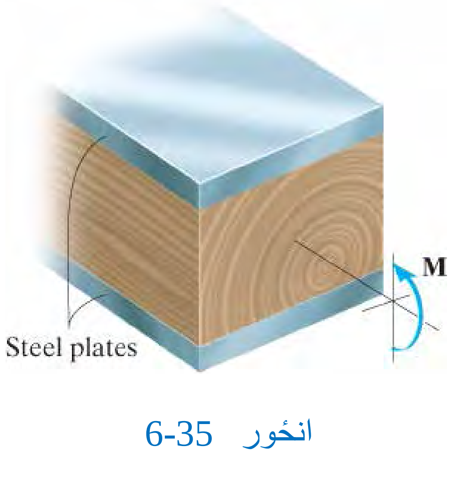
س 6-118/119

6.6* مرکب بیمونه (COMPOSIT BEAMS)

د دوه یا ډیرو مختلف موادو څخه جوړ شوي بیم ته **مرکب بیمونه** ویل کیږي. یو مثال د لرګیو څخه جوړ شوی بیم دی چې د فولادو پټی په پورته او ښکته برخه کې لری، انځور 6-35 و ګوري.
انجینران په قصدي ډول په دې طریقه دا ډول بیمونه ډیزاین کوي تر څو د بارونو ملاتړ لپاره د لا اغیزمنې وسیلې رامینځته کړي.

ځکه چې د کوږوالي فورمول یوازې د هغه بیمونو لپاره رامینځته شوی چې له همجنس موادو جوړ وی، دا فورمول په مستقیم ډول په مرکب بیمو نشي پلي کیدی تر څو د مؤمنت له امله ستریس مشخص کړئ. په دې برخه کې، په هرصورت، موږ به د تعدیل یا "بدلون" لپاره یو میتود رامینځته کړو تر څود مرکب بیم غوڅه برخه په یوه چی د یو واحد موادو څخه جوړه شوې بدله کړو. یوځل چې دا ترسره شی، د کوږوالي فورمول بیا د مؤمنت له امله د ستریس ټاکلو لپاره کارول کیدی شي .

د دې تشریح کولو لپاره چې دا څنګه ترسره کړو موږ به یو مرکب بیم چی له دوه موادو، 1 او 2، یو بل سره تړل شوي جوړ، لکه څنګه چې په انځور 6-36a کې ښودل شوي، په پام کې ونیسو. که چیری یو کوږیدونکی مؤمنت په دې بیم باندې پلی شی، بیا د متجانس بیم په څیر، د ټول غوڅی برخې ساحه به وروسته د پلی شوی مؤمنت حواره پاتې (remain plane) وي ، او له همدې امله نارمل سترینونه به د صفر څخه په صفری محور په خطي ډول توپیر ولري تر اعظمي ارزښت تر لیرې ټکی پورې، انځور 6-36b وګوري. په دې شرط چې مواد خطي ایلستیک چلند لرونکي وي، بیا په هر وخت کې نارمل ستریس په موادو 1 کې $s = E_1 e$ څخه ټاکل کیږي، او د موادو 2 لپاره ستریس د $s = E_2 e$ څخه موندل کیږي. فرض کړئ مواد 1 په پرتله د مواد 2، سخت دی بیا $E_1 > E_2$ او د ستریس ویش به داسی ښکاري لکه چې په انځور 6-36c یا 6-36d کې ښودل شوي. په ځانګړې توګه، پام وکړئ چې د دو موادو په یو ځای کیدو کرښه کی ستریس یو ګام اخلي. دلته *سترین* د دواړو موادو *یو شان* دی ، مګر د موادو د ایلستیستی ماجولس د توپیر له امله د موادو ستریس بدلون مومي.



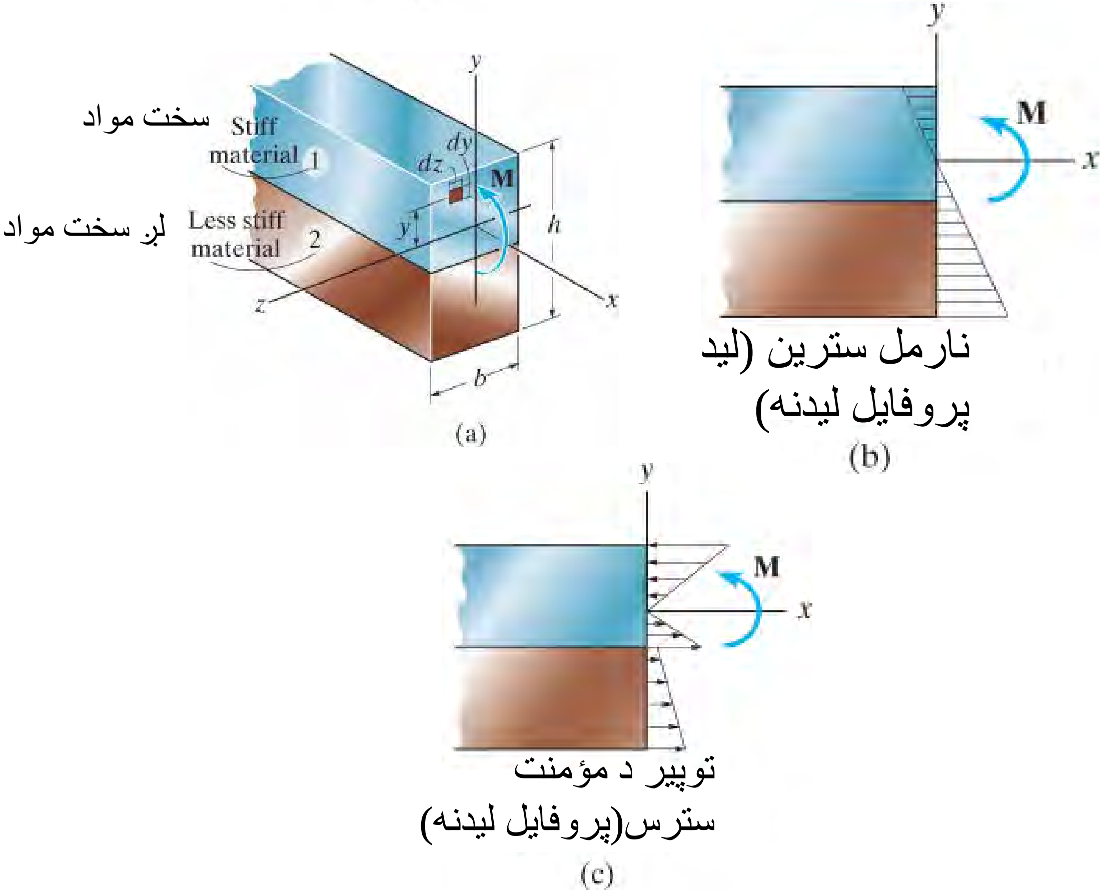
انځور 6-35

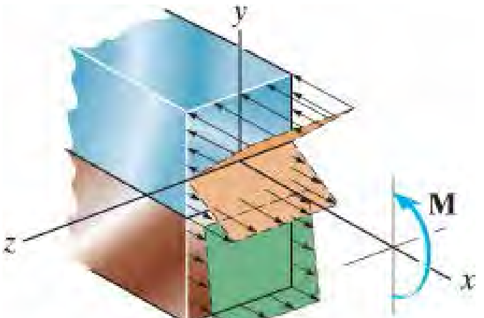
د دې پیچلي ستړیس کارولو پرځای ، اسانه ده چې جوړ شوی بیم په یو ډول موادو بدل شي. د مثال په توګه، که چیرې داسې فکر کیږي چې بیم په بشپړه توګه د کم سخت موادو 2 څخه جوړ دی ، نو ستړیس په غوڅه برخه به په څیر د هغه وی چې په امنځور 6-36e کی ښودل شوي. دلته لوړوالی h د بیم یو شان پاتې کیږي، ځکه چې د سترین ویش باید یو شان وی، انځور 6-36b وګوري. په هرصورت، د بیم پورتنی برخه باید پراخه شي ترڅو د سخت موادو 1 سره مساوي بار انتقال کړي، انځور 6-36d ووینې. دا اړین عرض د دې لخوا ټاکل کیدی شي چې قوه dF په پام کې و نیسو چې په یوه ساحه $dA = dz\,dy$ چې په انځور 6-36a کی ښودل شوي عمل کړي. دا $dF = \sigma\, dA = E_1\epsilon(dz\,dy)$. فرض کړئ چې عرض د اړوند عنصر لوړوالي dy په انځور 6-36e کې $n\,dz$ دی، بیا $dF' = \sigma' dA' = E_2\epsilon(n\,dz\,dy)$ ده. دا قووای باید سره مساوی وی ترڅو یو شان مؤمنت په صفر محور جوړ کړی ، موږ لرو

$$E_1\epsilon(dz\,dy) = E_2\epsilon(n\,dz\,dy)$$

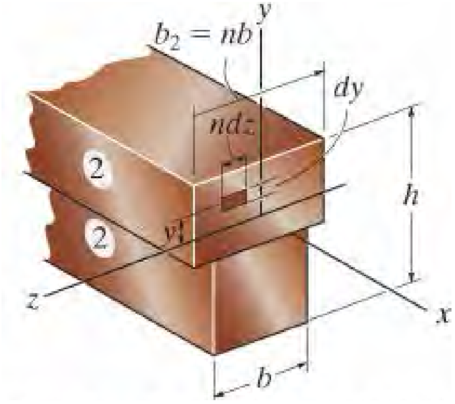
یا

$$n = \frac{E_1}{E_2} \qquad (6\text{–}20)$$





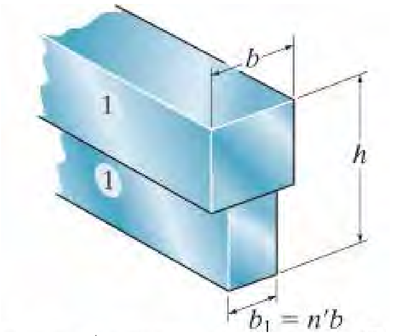
توپیر د مؤمنت سترس
(پروفایل لیدنه)
(d)



بیم په مواد 2 بدل شوی
(e)

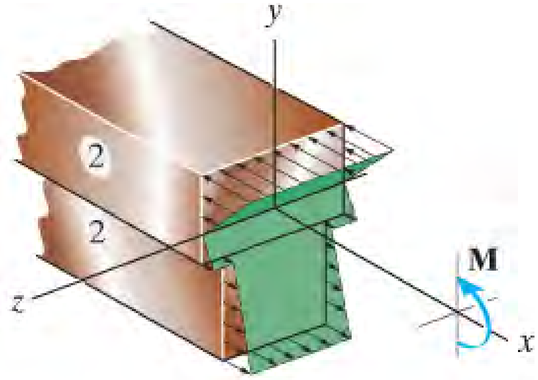
انځور 6-36

دا بې ابعاده عدد n د ***بدلون فکتور*** (***transformation factor***) بلل کيږي. دا په ګوته کوي چې غوڅه برخه، په اصلي بيم کې د b طول لري، انځور 6-36a، بايد پلنوالی يې په هغه سيمه کې چيرې چې مواد 1 په 2 موادو بدليږي، $b_2 = nb$ ته لوړ شي ، انځور 6-36e وګوري.



بیم په مواد 1 بدل شوی
(f)

په ورته ډول، که لږ سخت مواد 2 بدل شي په سخت مواد 1، غوڅه برخه به په څير د هغه لکه په انځور 6-36f کې ښودل شوي ښکاري. دلته د موادو 2 پلنوالی $b_1 = n`b$ ته بدل شوی، چيرته $n` = E_2/E_1$. په دې حالت کې د بدلون فکتور n` به له يوه لږ وي څکه $E_1 > E_2$ دی. په بل عبارت، موږ لږ سخت مواد ته اړتيا لرو چې د مؤمنت ملاتړ وکړئ.

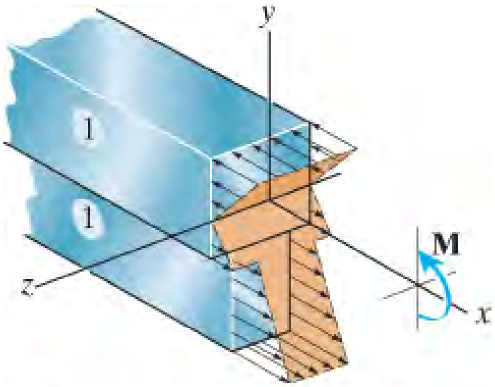


د مؤمنت سترس توپیر کله
چی بیم په مواد 2 بدل شوی
(g)

انځور 6-37

يوځل چې بيم په يو شان موادو بدل شي چې يو ډول مواد لري، په بدل شوي غوڅه برخه کې د نارمل ستريس ويش به خطي وي، لکه څنګه چې په انځور 6-36g او 6-36h کې ښودل شوي. په پايله کې، اوس د کوږوالي فورمول په معمول ډول کارول کيدی شي ترڅو ستريس په هر ټکی د بدل شوی بيم کی معلوم کړي. البته، ستريس په بدل شوی بيم کی به مساوي وي په ستريس په ورته موادو د اصلي بيم؛ په هرصورت، په بدل شوي موادو کې ستريس بايد ضرب شي په بدلون فکتور n او يا $n`$ تر څو په بدل شوی

حقیقي موادو کی سټریس ترلاسه کړی. دا ځکه چې د بدل شوي موادو ساحه، $dA` = n\,dz\,dy$ ،
مساوی ده په n ځله مساحت د حقیقي مواد $dA = dz\,dy$.



د مؤمنت سترس توپیر کله
چې بیم په مواد 1 بدل شوی
(h)

انځور 6-37 (تکرار)

هغه دی،

$$dF = \sigma\,dA = \sigma' dA'$$
$$\sigma\,dz\,dy = \sigma' n\,dz\,dy$$
$$\sigma = n\sigma' \qquad (6\text{–}21)$$

مثال 6-17 د دی میتود عملی کول تشریح کوی.

مهم ټکي

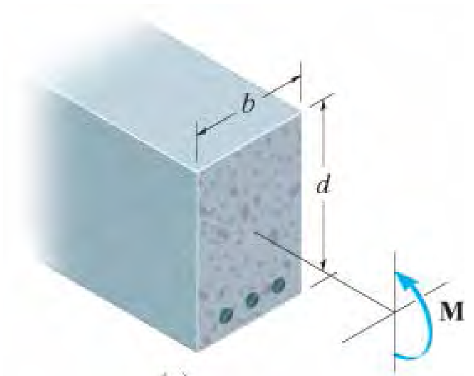
(IMPORTANT POINTS)

- مرکب بیمونه تر څو په مؤثره توګه بار یوسي، د مختلفو موادو څخه جوړېږي . د کوږوالي فورمول پلي کولو ته اړینه ده، چې مواد د بیم یو شان وي. که چیرې دا فورمول د سټریس محاسبه کولو لپاره، چې د مؤمنت له امله وی، وکارول شي د بیم غوښه برخه باید په یو ډول موادو بدله شي.

- د *بدلون فکتور* د مختلف موادو د ماجولس تناسب n دی ، چې بیم ورځینی جوړشوي. او دا د ضریب په توګه کارول کیږي. دا د مرکب بیم د غوښی برخې عرض بدلوي، تر څو بیم په یو ډول موادو بدله شی. او دا بیم به د مرکب بیم په څیر ورته مقاومت ولری. په دې توګه سخت مواد به نرمو موادو بدل شوی او یا برعکس یي.

- یوځل چې په بدل شوي موادو کې سټریس مشخص شي، بیا دا باید د بدلون فکتور سره ضرب شي تر څو سټریس په بدل شوی موادوکی د اصلی بیم ترلاسه شي.

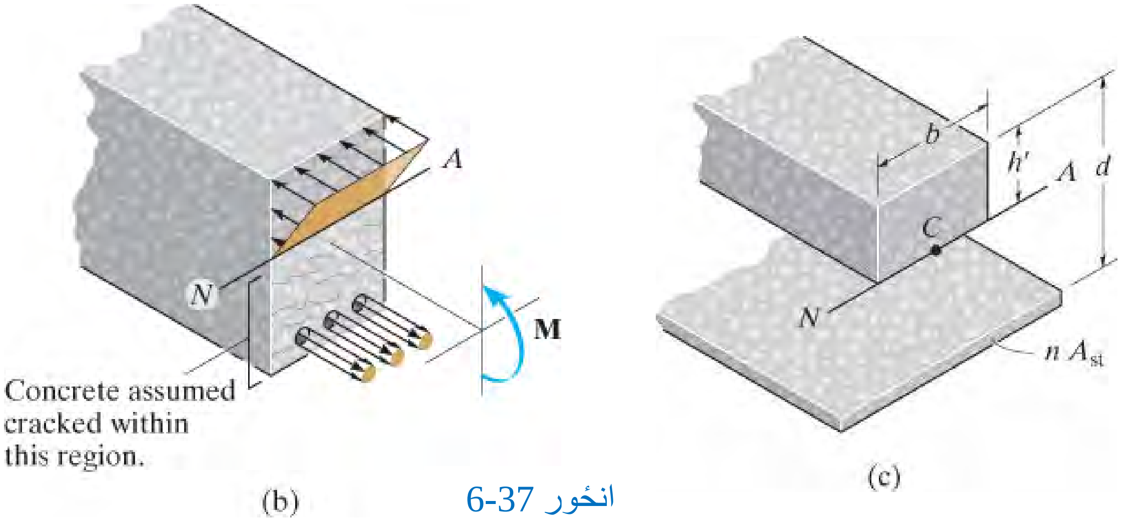
6.7* د وسپنیز کانکریت بیمونه (REINFORCED CONCRETE BEAMS) .



(a)

ټول هغه بیمونه چې د خالص مؤمنت وربا‌ندی عمل کړي باید د دواړو کششی او ټیلوهونکی سټریس مقاومت وکړي. په هرصورت، کله چې کانکریت په په کششی حالت کی راشي، د درځ پیدا کیدو امکان یي خورا ډیریږي ، او له همدی امله دا ډول بیم د مؤمنت لپاره مناسبه نه ده چې مقاومت وکړي. * د دې نیمګړتیا د مخنیوي لپاره، انجینران د کانکریټ بیم دننه د فولادو تقویه کونکي راډونه په هغه برخه کی چې کانکریت په کشش کی وی ځای په

ځای کوي ، انځور 6-37a وګوري. د خورا اغیزمن کیدو لپاره، دا راډونه د بیم له صفری محور څخه خورا لیرې موقعیت لري، تر څو د راډونو قواو مؤمنت په صفری محور خورا لوی وی. برسېره پردې، اړین دي چې راډونه يو څه کانکريټ پوښښ ولري تر څو د اور په حالت کې او د زنګونو له کبله خپل مقاومت له لاسه ورکولوڅخه و ساتي. هغه کوډونه چې د تقويه شوي کانکريټ ډيزاين لپاره کارول کيږي فرض کوي چې کانکريت دکششی بار اخيستلو هيڅ توان نلري او احتمالی درز پیدا کیدو مخ وينه نشی کیدی. د پايلي په توګه، د نارمل ستريس ويش د تقويه شوي کانکريټ بيم په غوڅه برخه باندې دا سی فرض کيږي، لکه څنګه چې په انځور 6-37b کې ښودل شوي.



انځور 6-37

د ستريس تحليل لپاره، د صفری محور موندل ، او د اعظمی ستريس تاکل په فولادو او کانکريټو کې اړتیا ده. د دې کولو لپاره، د فولادو ساحه، A_{st} لومړی د بدلون فکتور $n = E_{st}/E_{conc}$ په ذريعه لکه څنګه چې په برخه 6.6 کې بحث شوی ، په مساوي ساحه د کانکريټ بدل شی. دا تناسب، کوم چې $n > 1$ د ځای پرځای کولو لپاره د "لوی" مقدار کانکريټ ته اړتیا لري چې د فولادو ساحه بدله شی. ساحه nA_{st} او بدله شوې برخه داسې ښکاري لکه چې په انځور 6-37c کې ښودل شوي. دلته d د پورتنی برخې فاصله د بیم تر (بدل شوي) فولادو پټې پورې، او b د بیم عرض دی، او $h`$ د بیم له پورتنی برخې څخه تر صفری محور نامعلومه فاصله ده. د $h`$ ترلاسه کولو لپاره، اړتيا ده چې صفری محور د ثقل مرکز C د غوڅی برخی د بدل شوی برخی څخه تیریږي او دا په انځور 6-37c کی ښودل شوي. سره صفری محور ته مراجعه، له همدې امله، د دوو سيمو مؤمنت يوځای، $\Sigma\tilde{y}A$ ، بايد صفر وي، ځکه چې $\bar{y} = \Sigma\tilde{y}A/\Sigma A = 0.$

په دی توګه

$$bh'\left(\frac{h'}{2}\right) - nA_{st}(d - h') = 0$$

$$\frac{b}{2}h'^2 + nA_{st}h' - nA_{st}d = 0$$

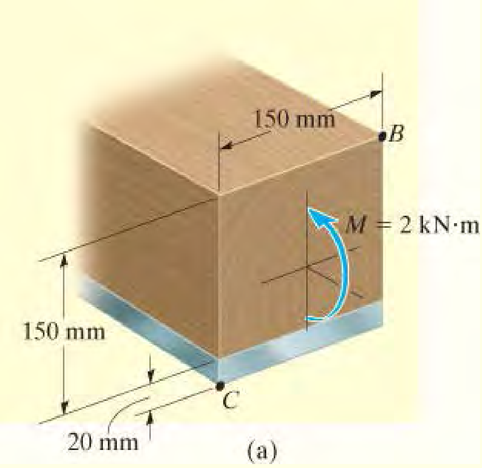
کله چې له دې دوهمی درجی معادلی h` ترلاسه شي، په معمول ډول ، د بیم د ستریس د حل ترلاسه کولو لپاره پرمخ ځي . مثال 6.18 په عددي توګه د دې طریقی کارول روښانه کوي.

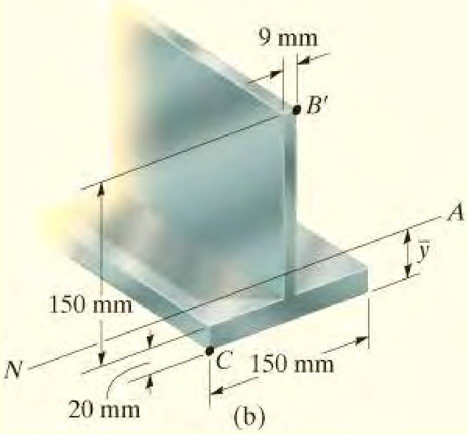
* په انځور 12-3 کی د ستریس لیدنه دا په ګوته کوی چې کانکریت کیدی شي 12.5 واره قوي وی په ټیل وهلو حالت کی په پرتله د کششی حالت نه.

مثالونه

مثال 6.17

په دی لاندی انځور 6-38a کی ښودل شوی مرکب بیم له لرګیو او یو فولادی پټی په لاندی برخه کی جوړ شوي. که چیری په بیم باندی یو مؤمنت $M =$ $2kN.m$ پلی شوی وی ، نارمل ستریس به په ټکیو B او C کی پیدا کړي. ددی ارزښتونه کارواخلی. $E_w = 12$ GPa او $E_{st} = 200$ GPa





انځور 38-6

حل (SOLUTION)

د غوښی برخې مشخصات (Section Properties) .

که څه هم انتخاب په خپل سری دی ، دلته به موږ برخه په یو بشپړ ډول د فولادو څخه جوړه شوی بدله کړو. څرنګه چې فولاد له لرګیو په پرتله ډیر سختی ($E_{st} > E_w$) لري، د لرګیوپلنوالي لږ کیږي تر څو د فولادو معادل پلنوالی ورځینی جوړشي.

$$b_{st} = nb_w = \frac{12 \text{ GPa}}{200 \text{ GPa}}(150 \text{ mm}) = 9 \text{ mm}$$

بدله شوی برخه په انځور 6-38b کی ښودل شوي.

د مرکز ثقل موقعیت (صفری محور) د برخی له ټیټ لور محاسب کیږي

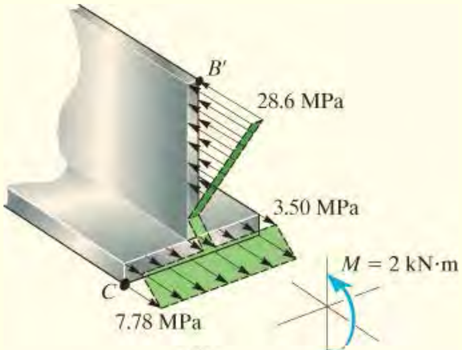
$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{[0.01 \text{ m}](0.02 \text{ m})(0.150 \text{ m}) + [0.095 \text{ m}](0.009 \text{ m})(0.150 \text{ m})}{0.02 \text{ m}(0.150 \text{ m}) + 0.009 \text{ m}(0.150 \text{ m})} = 0.03638 \text{ m}$$

انرشيايي مؤمنت په صفرى محور عبارت دى په

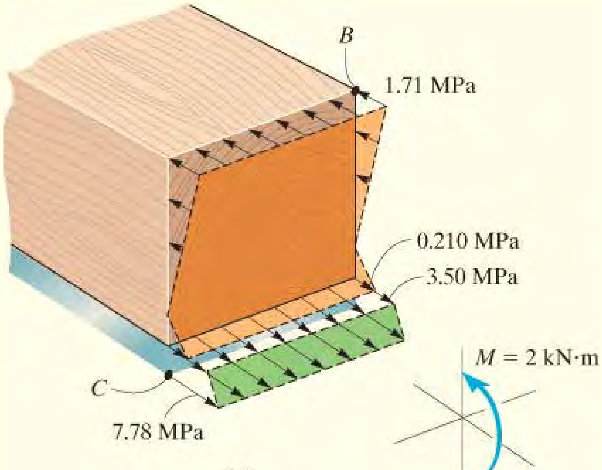
$$I_{NA} = \left[\frac{1}{12}(0.150\text{ m})(0.02\text{ m})^3 + (0.150\text{ m})(0.02\text{ m})(0.03638\text{ m} - 0.01\text{ m})^2\right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12}(0.009\text{ m})(0.150\text{ m})^3 + (0.009\text{ m})(0.150\text{ m})(0.095\text{ m} - 0.03638\text{ m})^2\right]$$

$$= 9.358(10^{-6})\text{ m}^4$$



(c)



(d)

انځور 38-6 (تکرار)

نارمل ستريس (Normal Stress) .

له کوړوالي فورمول کار اخلو او نارمل ستريس په `B او C کی عبارت دی په

$$\sigma_{B'} = \frac{2(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.170\ \text{m} - 0.03638\ \text{m})}{9.358(10^{-6})\ \text{m}^4} = 28.6\ \text{MPa}$$

$$\sigma_C = \frac{2(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m}(0.03638\ \text{m})}{9.358(10^{-6})\ \text{m}^4} = 7.78\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

د نارمل ستريس ويش په بدله شوی برخه (ټول فولاد) په انځور 6-38c کی ښودل شوي.

ناذمل ستريس په لرگی کی په ټکی B کی په انځور 6-38a کی له معادلی 6-21 لاس ته راځی، او هغه دی

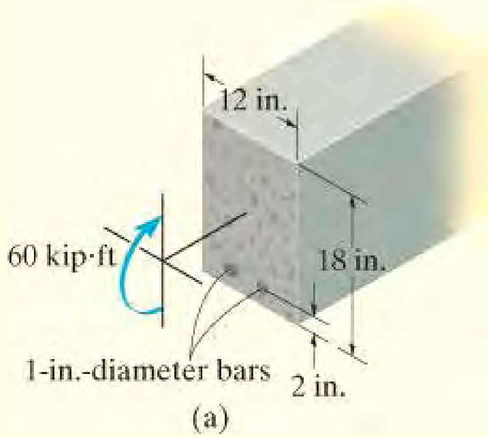
$$\sigma_B = n\sigma_{B'} = \frac{12\ \text{GPa}}{200\ \text{GPa}}(28.56\ \text{MPa}) = 1.71\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

ددی مفاهيمو په کارولو سره وښه يی چی په فولاد و او لرگيو په هغه ځای کی چی دوی په تماس کی د ی نارمل ستريس s_{st} = 3.50 MPa او s_w = 0.210 MPa دی، لکه څنگه چی په انځور 6-38d کی ښودل شوي.

مثال 6.18

کانکريتی بيم غوڅه برخه په لاندی انځور 6-39a کی ښودل شوي. که چيری يو مؤمنت M =60 kip.ft ور باندی پلی شي نارمل ستريس په فولادی رادونو او اعظمی نار مل ستريس په کانکريت کی و مومي. راکړل شوی: E_{st} = 29 (10^3) ksi او E_{conc} = 3.6 (10^3) ksi .

حل (SOLUTION)

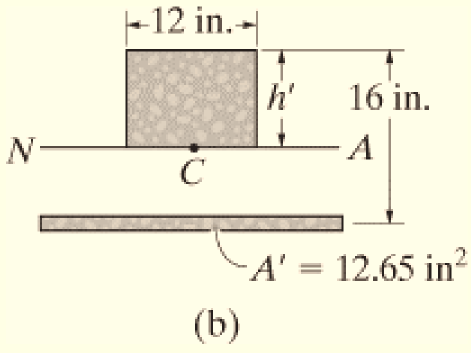


د غوڅې برخې مشخصات (Section Properties) .

د فولادو ټوله ساحه ، $A_{st} = 2\,[p(0.50\text{ in})^2] = 1.571\text{ in}^2$ به بدله کړو په مساوي ساحه د کانکریټو ، انځور 6-39b وګوري.

دلته

$$A' = nA_{st} = \frac{29(10^3)\text{ ksi}}{3.6(10^3)\text{ ksi}}(1.571\text{ in}^2) = 12.65\text{ in}^2$$



انځور 6-39

موږ ته اړتیا ده چې $\Sigma\tilde{y}A = 0,$ مرکز ثقل به په صفري محور موقعیت ولري. په دی توګه

یا

$$12\text{ in.}\,(h')\frac{h'}{2} - 12.65\text{ in}^2(16\text{ in.} - h') = 0$$

$$h'^2 + 2.11h' - 33.7 = 0$$

کله چې مثبت جذر پیدا کړو

$$h' = 4.85\text{ in.}$$

له دی ارزښت د h` لپاره ، انرشیايي مؤمنت د بدل شوی برخی په صفري محور کيږي:

$$I = \left[\frac{1}{12}(12\text{ in.})(4.85\text{ in.})^3 + 12\text{ in. }(4.85\text{ in.})\left(\frac{4.85\text{ in.}}{2}\right)^2\right] + 12.65\text{ in}^2(16\text{ in.} - 4.85\text{ in.})^2 = 2029\text{ in}^4$$

نارمل ستریس (Normal Stress) .

له کوږوالي فورمول د بدل شوی برخی لپاره کار اخلو ، اعظمی نارمل ستریس په کانکریت کی عبارت دی په

$$(\sigma_{\text{conc}})_{\max} = \frac{[60\text{ kip}\cdot\text{ft}(12\text{ in./ft})](4.85\text{ in.})}{2029\text{ in}^4} = 1.72\text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

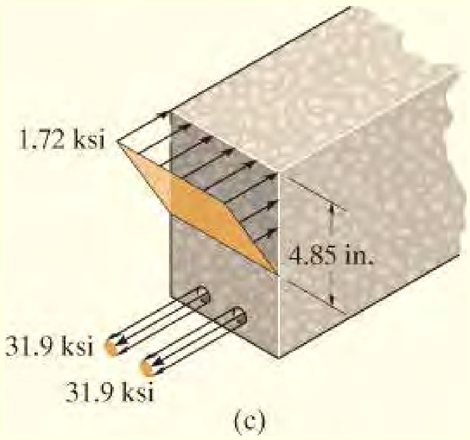
نارمل ستریس په کنکریتی توته کی چی د فولادوځای یي نیولي عبارت دی په

$$\sigma'_{\text{conc}} = \frac{[60\text{ kip}\cdot\text{ft}(12\text{ in./ft})](16\text{ in.} - 4.85\text{ in.})}{2029\text{ in}^4} = 3.96\text{ ksi}$$

نارمل ستریس په هر یوه د دو فولادي راډونو کی عبارت دی په

$$\sigma_{\text{st}} = n\sigma'_{\text{conc}} = \left(\frac{29(10^3)\text{ ksi}}{3.6(10^3)\text{ ksi}}\right)3.96\text{ ksi} = 31.9\text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$

د نارمل ستریس ویش په ګرافیکی توګه په انځور 6-39c کی ښودل شوي.



انځور 6-39

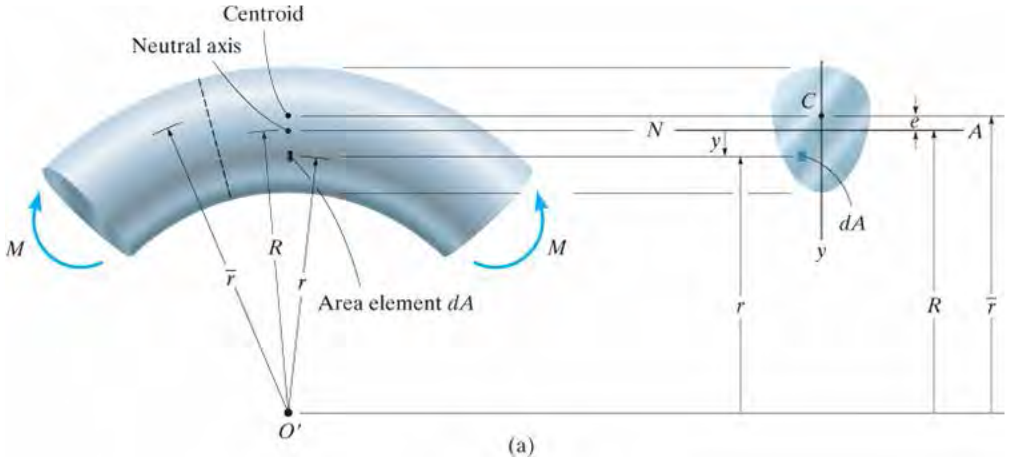
*6.8 کاږه (منحنی) بیمونه (CURVED BEAMS) .

د کوږوالي فورمول په مستقیم غړي باندې تطبیق کیږي، ځکه چې نارمل سترین له صفری محور څخه په خطي ډول توپیر لري. که غړی منحنی وی ، سترین به خطي نه وي، او نو باید د ستریس ویش لپاره یوه بله طریقه رامینځته شئ. په دې برخه کې موږ به د منحنی بیم تحلیل په پام کې ونیسو، په دی معنی غړی منحنی محور لری او مؤمنت وربانډی پلی شوی دی. عادي مثالونو يې چنګک او حلقې دي. په تولو قضیو کې، غړي باریک (slender) نه دي، بلکې یو تیزه انحنا لري ، او د دوی د غوڅی برخې اړخونه به د انحنا شعاع په پرتله لوی وي.

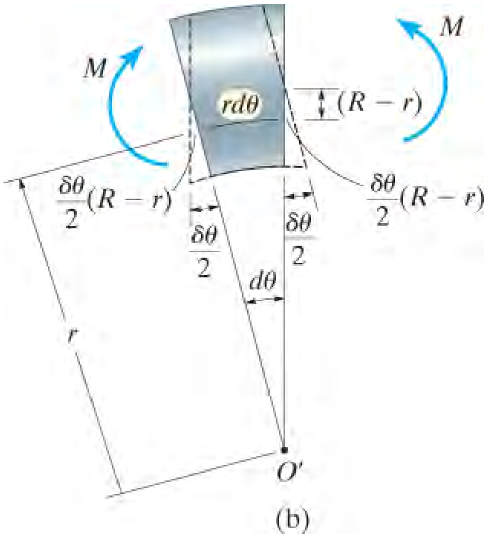
دا چنګک د کرین استازیتوب او بیګه د یو عادی منحنی بیم دی.

لاندې تحلیل داسي انګیرې چې غوڅه برخه ثابته ده او د تناظر محور يې عمود د پلی شوی مومنټ M سره دی. مومنټ مثبت دی که چیرې تمایل ولري چې غړی مستقیم کړئ. همدارنګه کله چې بار وربانډی پلی شي ، مواد متجانس ، همغږي ، ایسوترافیک (isotropic)، او ایلستیک خطي ډول چلند ولری . د مستقیم بیم د قضیې په څیر، موږ به دا هم فرض کړو چې د غړی غوڅه برخه د مؤمنت له پلي کیدو وروسته سطحی (plane) پاتې کیږي. سربیره پردې، په خپله د غوڅی برخې په سطحه کی هر ډول تحریف (distortion)، لکه د پویسان (Poisson) د اغیزې له امله له پامه غورځیدلی شي.

د تحلیل ترسره کولو لپاره، درې شعاوی، چې د غړی د انحناء له مرکز $O^`$ څخه پراخیږي او دا په انځور 6-40a کې پیژندل شوي. دلته $r^`$ پیژندل شوی منبع د مرکز ثقل د غوڅی برخې ساحې لپاره . R د صفری محور منبع چې تر اوسه نامعلوم ځای دی اشاره کوي، او r د خپل خوښي ټکي يا د عنصر ساحه dA په غوڅه برخه کې ځاي نیسي.



انځور 6-40



انځور 6-40 (تکرار)

که مورږ د بیم یوه کوچنی برخه جلا کړو، انځور 6-40b، دلته ستریس دبیم د موادو د بیځیه کیدو لامل داسي کيږي چې هره غوڅه برخه به په یوه $dq/2$ زاویه دور وخوري. اوس د موادو په ټوټه (یا کربنه) کی چې په فاصله r کی موقعیت لري نارمل سترین e ټاکل کیدلی شي. ددی ټوټي اصلي اوږدوالی $r\,dq$ دي ، په هرصورت، د$dq/2$ د څرخیدو له امله د ټوټي په اوږدوالي کې ټول بدلون $dq\,(R - r)$ دی. په پایله کې، $e = dq\,(R - r)/r$. dq. که چیری مورږ تعریف کړو $k = dq/dq$ ، چې یو ثابت ارزښت دی، او دا د هرې ځانګړې ټوټی لپاره ورته دی، مورږ به ولرو $e = k(R - r)/r$. برعکس د مستقیم بیمونو ، دلته دا لیدل کیدی شي چې *نارمل سترین* غیر خطي تابع د r دی، په حقیقت کې دا د هایپربولیک په څیر توپیر مومي. دا واقع کيږي که څه هم د بیم غوڅه برخه د بیځایه کیدوروسته په یوه سطحه کی پاتې کيږي. ځرنګه چې مواد خطي چلند لرونکي دي، نو $s = Ee$ ، او بیا

$$\sigma = Ek\left(\frac{R - r}{r}\right) \qquad (6\text{–}22)$$

دا توپیر هم هایپر بالیک دی، اوس چې دا تاسیس شو، مورږ کولای شو چې صفری محور پیدا او د داخلی ستریسونو ویش تړاو له داخلی مؤمنت M سره جوړ کړو.

د صفری محور موقعیت (Location of Neutral Axis).

ددی لپاره چې د صفری محور موقعیت R و ټاکو ، اړوند ده چې محصله د داخلی قواوو چې د ستریس له امله په غوڅه برخه منځ ته راغلی باید صفر وی، د بیلګی په توګه:

$$F_R = \Sigma F_x; \qquad \int_A \sigma\, dA = 0$$

$$\int_A Ek\left(\frac{R - r}{r}\right) dA = 0$$

خرنګه چی Ek او R ثابت دی ، بیا لیکیلی شو:

$$R\int_A \frac{dA}{r} - \int_A dA = 0$$

کله چی دا معادله د R لپاره حل کړو موږ لرو

$$R = \frac{A}{\displaystyle\int_A \frac{dA}{r}} \qquad (6\text{–}23)$$

دلته

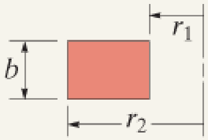
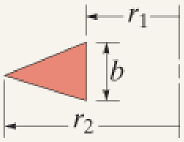
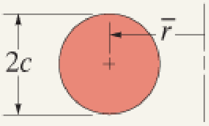
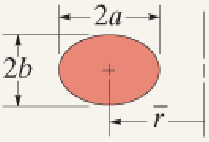
$R =$ د صفری محور موقعیت چی د منحنی له مرکز `O څخه مشخص شوي.

$A =$ د غړی د غوڅی برخی ساحه

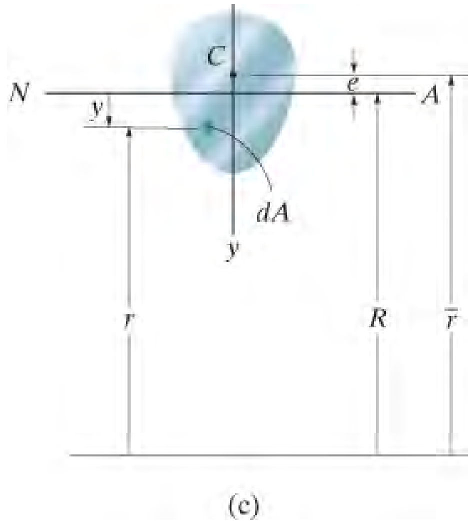
$r =$ په غوڅه برخه اختیاری موقعیت د یو عنصر dA ساحی چی د منحنی مرکز څخه اندازه کیږي

د معادلی 23-6 انتیګرال چی د مختلفو غوڅو د پاره ارزیابی شوی نو د یو ډول معلومو هندسی غوڅو برخو لپاره په 1-6 جدول کی ښودل شوی

جدول 1-6

Shape	$\int_A \frac{dA}{r}$
	$b \ln \frac{r_2}{r_1}$
	$\frac{b\, r_2}{(r_2 - r_1)}\left(\ln \frac{r_2}{r_1}\right) - b$
	$2\pi\left(\bar{r} - \sqrt{\bar{r}^2 - c^2}\right)$
	$\frac{2\pi b}{a}\left(\bar{r} - \sqrt{\bar{r}^2 - a^2}\right)$

د کوږوالي مؤمنت (Bending Moment) .



انځور 40-6 (تکرار)

ددی لپاره چی د ستریس ویش تړاو له محصلی د مؤمنت سره وپیژنو ، اړتیا ده چی د داخلی مؤمنت محصلی باید مساوی په هغه مؤمنت چی د ستریس ویش له کبله په صفری محور سره وی. له انځور 6-40c څخه، ستریس s ، د عنصر په ساحه dA باندې عمل کوي او د صفری محور څخه د y په فاصله کې موقعیت لري، یو مؤمنت په صفری محور $dM = y(s\ dA)$ رامینځته کوي. د ټولې غوڅې برخې لپاره، اړتیا لرو

$M = \int y\sigma dA$. ځکه چې $y = R - r$ ، او s د معادلې 6-22 لخوا تعریف شوی، موږ لرو :

$$M = \int_A (R - r)Ek\left(\frac{R - r}{r}\right) dA$$

دا معادله پراخوو، او په دی پوهیږو چې Ek او R ثابت دی، بیا

$$M = Ek\left(R^2 \int_A \frac{dA}{r} - 2R\int_A dA + \int_A r\,dA\right)$$

اول انتیګرال مساوی دی په A/R چې په معادله 6-23 کی ټاکل شوي، او دوهم انتیګرال د غوڅې برخی ساحه A ده. د غوڅې برخی د ثقل مرکز موقعیت ټاکل کیږی له مساوات

$r` = \int rdA/A$ ، دریم انتیګرال کیدی شی چی په $r`A$ بدله شی. پس لیکلی شو

$$M = EkA(\bar{r} - R)$$

په پایله کی معادله 6-22 د Ek لپاره حل کوو ، په پورتنی معادله کی یی ځاي پر ځای کوو او د ستریس s ارزښت کیږي

$$\sigma = \frac{M(R - r)}{Ar(\bar{r} - R)} \qquad (6\text{–}24)$$

دلته

s = نارمل سټریس په غړی کی دی.

M = داخلی مؤمنت، چې پيدا شوی د برخی په طريقه اود توازن له معادلو، او محاسبه شوی د غوڅی برخی په صفری محور سره. دا مؤمنت مثبت دی کی چیری د غړی د منحنی په شعاع کی زياتوالي راولي، او په دی توګه غړی مستقیم کوي.

A = د غړی د غوڅی برخی ساحه

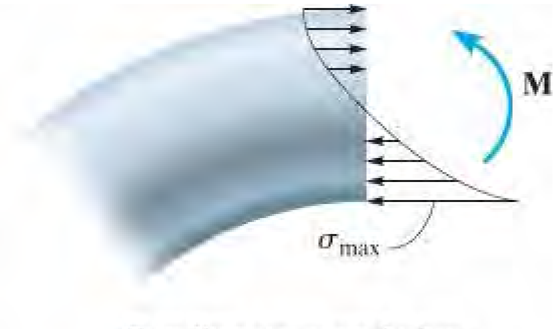
R = فاصله، د منحني د مرکز نه تر صفری محور چې د معادلي 6-23 په واسط ټاکل کيږی.

$r`$ = فاصله له مرکز د منحنی تر مرکز ثقل د غوڅی برخی

r = فاصله له مرکز د منحني تر هغه ټکی چې سټريس s بايد وټاکل شي.

له انځور 6-40a لرو $r = R-y$. همدارنګه دا ثابت او کوچني فاصله له صفر محور تر مرکز ثقل عبارت ده په $e = r` -R$. کله چې دا ارزښتونه په معادله 6-24 کی ځای په ځای کړو، موږ ليکلی شو

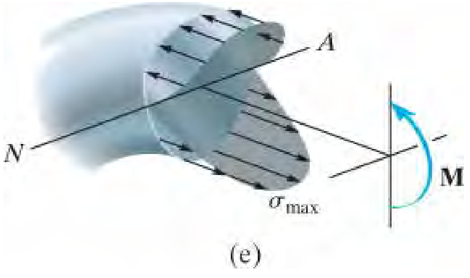
$$\sigma = \frac{My}{Ae(R - y)} \qquad (6\text{–}25)$$



Bending stress variation
(profile view)
(d)

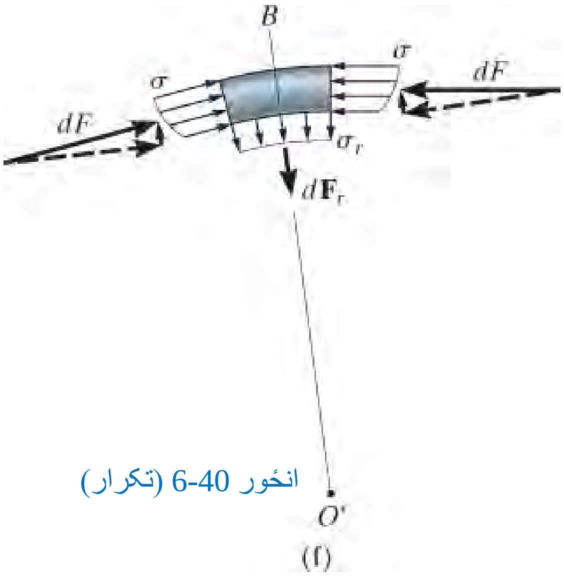
دا دوه معادلي استازيتوب د دوه ډوله ***منحنی- بیم فورمول*** کوی، چې د کوږوالي فورمول په ډول کولای شو د نارمل سټريس ویش په منحني بيم کی وټاکو. څنګه مو چې پخوا وويل دا ویش هايپرباليک دی. ددی مثال په انځور 6-40d او 6-40e کی ښودل شوي. څرنګه چې سټريس په محيط د بيم د غوڅی باندی عمل کړي، لدی امله کله دا په نامه دی محيطی سټريس ***(circumferential stress)*** هم ياديږي.

شعاعي ستړیس (Radial Stress).



د بیم د انحنا له امله، محیطی ستړیس به د ***شعاعی ستړیس*** اړونده برخه رامینځته کړي . دا محیطی ستړیس نوم لدی امله ورکړل شوی، ځکه چې دا برخه د شعاع په لوري عمل کوي. د ښودلو لپاره چې دا څنګه منځ ته راځی د هغه برخې آزاد ډایګرام په انځور 6-40f کی په پام کې ونیسئ. دلته شعاعی ستړیس s_r اړین دی ، ځکه چې دا قوه dF_r رامینځته کوي. او دا د توازن ساتلو لپاره اړین ده، تر څو د محیطی قواو dF دوو برخو چې په شعاع کرښه $O`B$ عمل کړی توازن وساتي.

محدودیتونه (Limitations).



انځور 40-6 (تکرار)

ځيني وختونه په منحنی بیمونو کی شعاعي ستړیسونه کیدای شي د پام وړ وګرځي ، په ځانګړې توګه که چیرې غړی له نازکو تختو جوړ شوی وی او مثال یې هغه شکلونه دی چې د I او یا T غوڅې برخی لري. په دې صورت کې شعاعی ستړیسونه د محیطی ستړیس په څیر لوی کیدی شي، او په پایله کې غړی باید د دواړو ستړیسونو مقاومت لپاره ډیزاین شي. په هرصورت، ډیری قضیو لپاره دا فشارونه له پامه غورځول کیدی شي، په ځانګړې توګه که چیرې غړی یو جامد *(solid)* برخه لري. دلته د منحنی- بیم فورمول پایلې خورا نیږدی دي د هغو سره چې له تجربو او یا د ریاضیاتو تحلیل په واسطه د ایلستیک تیوری پراساس ټاکل شوي.

د منحنی- بیم فورمول معمولاً هغه وخت کارول کیږي کله چې د غړی انحنا ډیره څرګند وی، لکه څنګه چې چنګک یا حلقی دی. په هرصورت، که د منحني شعاع د غړي له ژوروالي څخه پنځه چنده زیاته وی، د *کوږوالي فورمول* معمولاً د ستړیس ټاکلو لپاره کارول کیدی شي. د مثال په توګه، د مستطیلی برخو لپاره چې دا تناسب د 5 سره مساوي دی اعظمي نارمل ستړیس، کله چې د کوږوالي فورمول لخوا وټاکل شي، هغه ارزښت به شاوخوا 7 ٪ (فیصد) کم وی په پرتله د ډیر دقیق ارزښت چې د منحنی بیم فورمول لخوا ټاکل کیږي. دا تېروتنه نوره هم کمه کیږي کله چې تناسب د منحنی د شعاع تر ژوروالي له 5 څخه ډیر وی *.

* د مثال لپاره وګوري Boresi, A. P. and Schmidt, R. J. *Advanced Mechanics of Materials*, John Wiley & Sons, New York.

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د بیم د انحنا له امله، نارمل سترین په بیم کې د مستقیم بیم قضیې په شان په خطي ډول د ژوروالي سره توپیر نلري . د پایلې په توګه، صفري محور عموما د غوڅې برخې له مرکز ثقل څخه نه تیریږي.
- د شعاعی ستریس اجزا چې د مؤمنت له امله رامینځته کیږي په عمومي ډول کیدی شي له پامه وغورځول شي، په ځانګړې توګه که چیرې غوڅه برخه یوه جامده برخه ولري او د نازکو تختو څخه نه وی جوړ شوی.
- د منحنی- بیم فورمول د محیطی ستریس ټاکلو لپاره، په بیم کې، هغه وخت باید وکارول شي کله چې د منحنی شعاع د بیم د ژوروالي څخه پنځه ځله کمه وي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د دی لپاره چی د منحني بیم فورمول څخه کار واخیستل شي له د لاندی پروسیجر کار واخلي

د برخی خاصیتونه (Section Properties)

- د غوڅی برخی ساحه A او مرکز ثقل $r`$ چی د انحنا له مرکز اندازه کیږی مشخص کړي.
- د صفری محور موقعیت، R، له معادلی 6-23 یا جدول 6-1 معلوم کړي. که چیری غوڅه برخه له n مرکب برخو جوړه وی انتیګرال $\int dA/r$ د هری برخی لپاره وټاکي. بیا له معادلی 6-23 د ټول برخی لپاره $R = \Sigma A/\Sigma(\int dA/r)$ مشخص کړي.

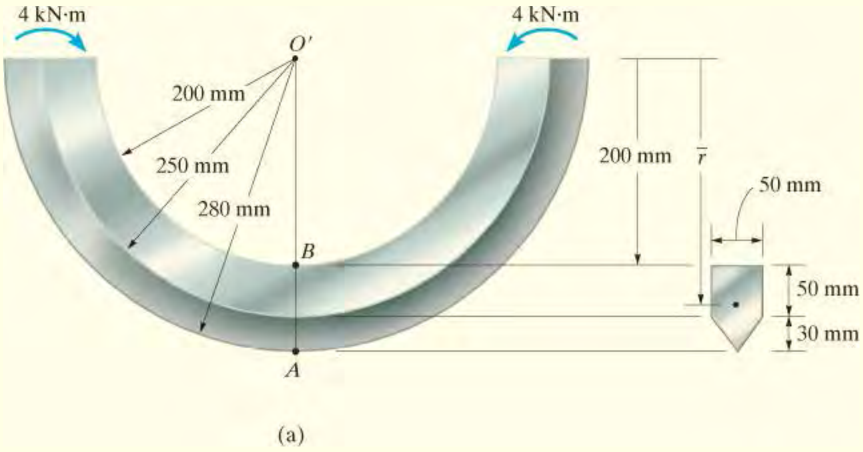
نارمل ستریس (Normal Stress)

- له معادلی *6-24* ستریس په یو ټکی کی چی په فاصله r له مرکز د انحنا موقعیت لری وټاکی. که چیری فاصله y تر ټکی پوری له صفری محور اندازه شوی وی بیا $e = r`-R$ پیدا کړی او له معادلی 6-25 کار واخلي.
- څرنګه چی $r`-R$ ډیر کوچنی ارزښت جوړه وي، ادا غوره ده چی $r`$ او R په کافی دقت سره محاسبه شي تر څو حاصل د تفریق لږ تر لږ د پام وړ څلور ارقام ارزښت ولري.
- د تاسیس شوي کنوانسیون په اساس مثبت مؤمنت M غړی مستقیم کوي، او که چیری ستریس مثبت وی هغه به کششی وی، او که چیری ستریس منفی وی هغه به غړی ټیل وهي.
- په ټول غوڅه برخه دستریس ویش کیدی شی چی په ګرافیک حالت وښودل شی، او یا کیدی شی چی یو عنصر حجم د موادو ځانګړي شي تر څو محاسبه شوی په یو نقط کی ستریس وربانډی وښودل شی.

مثالونه

مثال 6.19

په دی لاندی انځور 6-41a کی یو منحنی بار ښودل شوي.که چیری یو کیږیدونکی مؤمنت 4 kN.m په دی بیم عمل وکړي، اعظمی نارمل ستریس په دی بار کی معلوم کړي.



انځور 6-41

حل (SOLUTION)

داخلی مؤمنت (Internal Moment).

هره برخه د بار په یو شان داخلی مؤمنت 4kN.m پلی شوي. څرنګه چی دا مؤمنت غواړی چی د بار انحنا کم کړي او دا منفي ده. پس M =-4 kN.m .

د برخی مشخصات (Section Properties).

دلته به پام کی ونیسو چی غوځه برخه یوه مستطیل او مثلث دی. ټوله ساحه د غوځی برخی عبارت ده په

$$\Sigma A = (0.05\ \text{m})^2 + \frac{1}{2}(0.05\ \text{m})(0.03\ \text{m}) = 3.250(10^{-3})\ \text{m}^2$$

د ثقل مرکز موقعیت نظر په مرکز انحنا، ټکی O` ، انځور 6-41a .

$$\bar{r} = \frac{\Sigma \tilde{r} A}{\Sigma A}$$

$$= \frac{[0.225 \text{ m}](0.05 \text{ m})(0.05 \text{ m}) + [0.260 \text{ m}]\frac{1}{2}(0.050 \text{ m})(0.030 \text{ m})}{3.250(10^{-3}) \text{ m}^2}$$

$$= 0.233077 \text{ m}$$

له جدول 1-6 کولای شو $\int dA/r$ د هر برخی لپاره کار واخلو. د مستطیل لپاره

$$\int_A \frac{dA}{r} = b \ln \frac{r_2}{r_1} = 0.05 \text{ m}\left(\ln \frac{0.250 \text{ m}}{0.200 \text{ m}}\right) = 0.0111572 \text{ m}$$

او د مثلث لپاره

$$\int_A \frac{dA}{r} = \frac{br_2}{(r_2 - r_1)}\left(\ln \frac{r_2}{r_1}\right) - b = \frac{(0.05 \text{ m})(0.280 \text{ m})}{(0.280 \text{ m} - 0.250 \text{ m})}\left(\ln \frac{0.280 \text{ m}}{0.250 \text{ m}}\right) - 0.05 \text{ m} = 0.00288672 \text{ m}$$

د صفری محور موقعیت په لاندی ډول ټاکل کیدی شي

$$R = \frac{\Sigma A}{\Sigma \int_A dA/r} = \frac{3.250(10^{-3}) \text{ m}^2}{0.0111572 \text{ m} + 0.00288672 \text{ m}} = 0.231417 \text{ m}$$

محاسبات په ډیر دقت سره اجرا شول

په شلور ارقام صحیح ده. (r` -R) = 0.233077 m – 0.231417m = 0.001660 m

نارمل ستريس (Section Properties) .

اعظمی ستريس په ټکيو A او B کې جوړيږي. له منحنی-بيم فورمولخخه کار اخلو تر څو ستريس په ټکی B کی، $r_B = 0.200$ m لرو

$$\sigma_B = \frac{M(R - r_B)}{Ar_B(\bar{r} - R)} = \frac{(-4\text{ kN}\cdot\text{m})(0.231417\text{ m} - 0.200\text{ m})}{3.250(10^{-3})\text{ m}^2(0.200\text{ m})(0.001660\text{ m})}$$

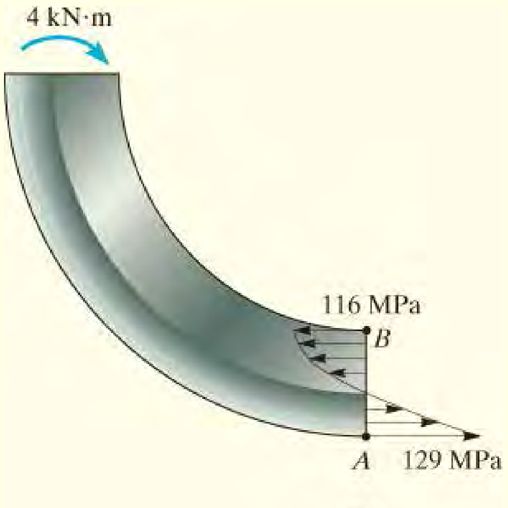
$$= -116\text{ MPa}$$

په ټکی A کی $r_A = 0.280$ m او نارمل ستريس مساوی دی په

$$\sigma_A = \frac{M(R - r_A)}{Ar_A(\bar{r} - R)} = \frac{(-4\text{ kN}\cdot\text{m})(0.231417\text{ m} - 0.280\text{ m})}{3.250(10^{-3})\text{ m}^2(0.280\text{ m})(0.001660\text{ m})}$$

$$= 129\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

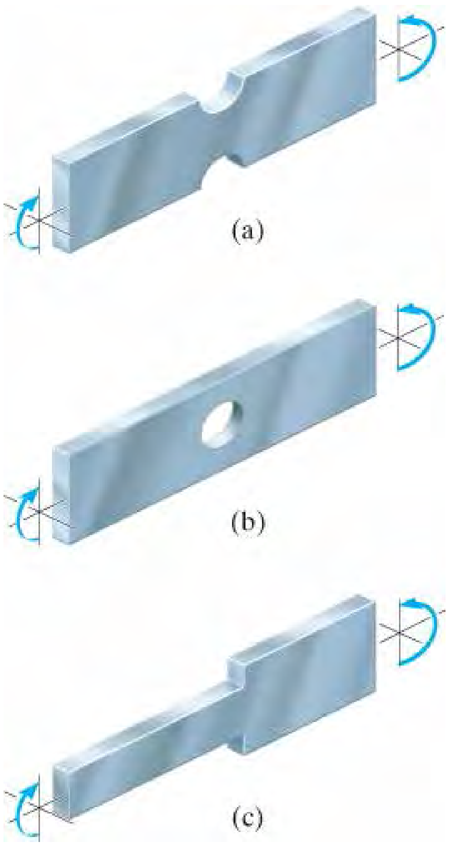
په پرتله ، اعظمی نارمل ستريس په A کی دی. يو دوه اړخيز ستريس ويش په انځور 6-41b کی ښودل شي.



(b)

انځور 6-41 (تکرار)

6.9 د سټریس غلظت (STRESS CONCENTRATION) .

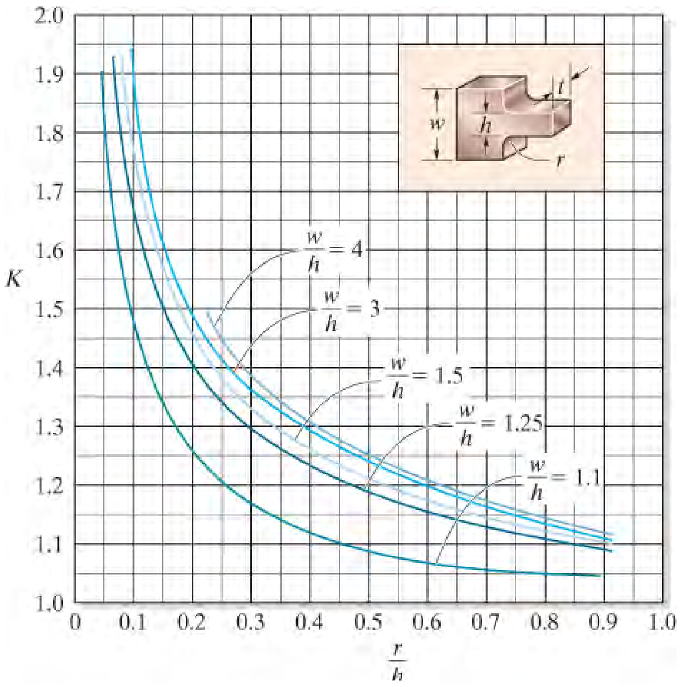


انځور 6-42

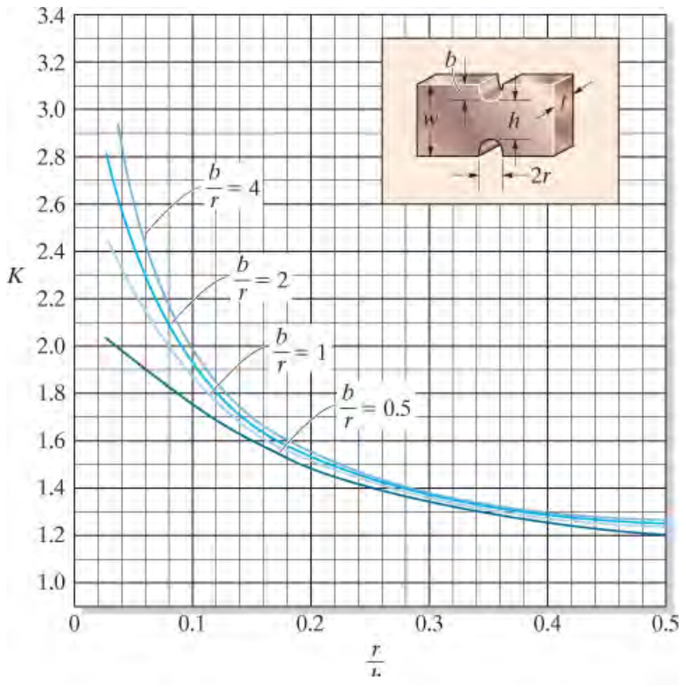
په هغه ساحو د غړی چې غوڅه برخه يي نا څاپه بدلونونه ولری د سټریس ویش ټاکلو لپاره د کوروالي فورمول نشي کارول کیدی. دا ځکه چې سټریس او سټرین ویش په دی ځای کی غیر خطی دی. پایلې یوازې د تجربې ، یا په ځینو مواردو کې، د ایلستیستی تیوري په کارولو له لارې ترلاسه کیدی شي. په عام توګه دا ډول بدلونونه یا وقفې په هغه غړي کی شامل دي چې د دوی په سطحو کې، نخښې (notches) یا غوڅې شتون ولري انځور 6-42a ، بولټونو یا نورو شیانو تیریدلو لپاره سوري، انځور 6-42b یا د غړی د غوڅې برخې په بهرنۍ ابعاد کی ناڅاپي ډول بدلونونه انځور 6-42c راوستل شي. اعظمي نارمل سټریس په دې هر یو بدلون یا وقفې کې هغه وخت پیښیږي چې په دی ساحو کی *ترټولو* کوچنۍ غوڅه برخه د تحلیل لپاره په پام کی و نیول شي.

د ډیزاین لپاره، عموما مهم دي چې په دې برخو کې ، د اعظمي نارمل سټریس ارزښت پوهیدل رامینځته شی ، نه د اصلي سټریس ویش. لکه د محوري غړیو او تاویدونکی شافتونو (torsionally loaded shaft) پخوانۍ قضیې، چې موږ کولی شو دا سټریس د غلظت فاکتور K په کارولو سره د مؤمنت له امله سټریسونه ترلاسه کړو. د مثال په توګه، انځور 6-43 کی د یو اواره (flat) بار لپاره چې غوڅه برخه کی یي بدلون راغلي د K ارزښت ټاکلی شو. د دې ګراف کارولو لپاره، په ساده ډول هندسی نسبت د w/h او r/h ومومئ ، او بیا د K ارزښت وټاکی. کله چې د K ارزښت پوار پیدا کړي ، وروسته اعظمی سټریس د مؤمنت له امله ځرنګه چې په انځور 6-45 کی ښودل شوي پیدا کیدی شي

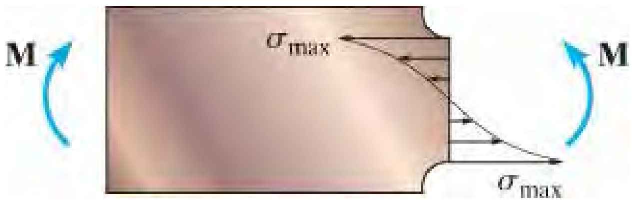
$$\sigma_{max} = K\frac{Mc}{I} \qquad (6\text{–}26)$$



انځور 6-43



انځور 6-44



انځور 6-45

په ورته ډول انځور 6-44 د سطحی وقفی یا غوڅی، انځور 6-44 ، چی دایروی نخشي یا ژوري (grooves) ولري.

لکه محوری بار او تورژن، ستریس فکتور په ډیزاین کی د کوږونکی مؤمنت لپاره د هغو غړیو لپاره د ماتیدونکیو موادو جوړوی، یا هغه غړی چی فتیګ یا پر لپسی سایکلیک بار ورباندی پلی کیږی په پام کی ونیسي. د ستریس فکتور باید هغه وخت وکارول شی چی مواد ایلستیک چلند

ولری. که چیر پلی شوی مؤمنت ییلدینګ په موادو کی سبب شي، لکه نرم مواد (ductile material)، چی

د ستریس غلظت چی د مؤمنت له امله جوړیږي د کړکی په تیز کنجونو کی منځ ته راځي او هغه سبب د درزونو په کنجونو کیږي.

ستریس په ټول غړی کی ویشلکیږی او اعظمی ستریس به له هغه، چی د ستریس فکتور په ذریعه پیدا شوی وی، لږ وی. په راتلونکی برخه کی په دی نور بحث وشي.

مهم ټکي

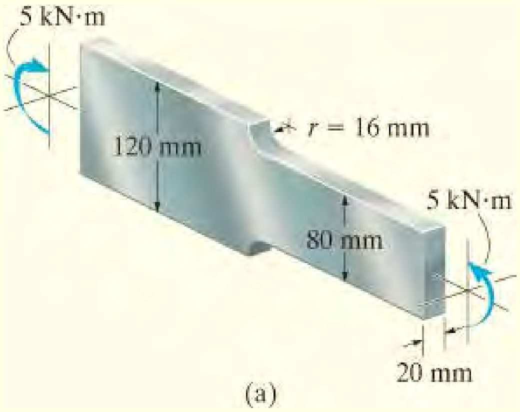
(IMPORTANT POINTS)

- سټريس غلظت په هغو ځايونو کی مينځ ته راځی چی غوڅه برخه تغير وموومي، لکه سوری، او غوڅه چی په هغه ساحو کی سټريسس او سټرين غير خطی دی. هر څومره چی دا غوڅی او وقفی شديد وی په هغه اندازه د سټريس غلظت ډير دی.
- د ډيزاين او تحليل لپاره اعظمی نارمل سټريس په کوچنی غوڅه برخه کی جوړيږي. دا سټريس د غلظت فکتوور K په کارولو سره لاس ته راځی. سټريس فکتور د تجربو په واسطه ټاکل کيږی، او تابع د غړی د هندسی دی.
- په عامه توګه د غلظت فکتور په ماتيدونکيو (ductile) موادو کی چی ستاتيک مؤمنت وربالندی عمل کړی ، په کار نه اخيستل کيږي. اما که چيری مواد ماتيدونکی (brittle) وی او يا فتيګ بار وربالندی عمل کړی د غلظت فکتور کار اخيستل مهم دی.

مثال

مثال 6.20

له فولادو جوړه شوی یوه تخته په انځور 6-46a کی ښودل شوی. ددی تختی په غوځه برخی کی په کارولو د شعاعی کرښی چی 16mm شعاع لری بدلون راغلي. که چیر دا تخته باندی یو کړیدونکی مؤمنت چی 5 kN.m ارزښت لری پلی شي اعظمی نارمل ستریس په فولادوکی وټاکی. ییلد ستریس د موادو $s_Y = 500$ MPa دی .



(a)

حل (SOLUTION)

مؤمنت لوی ستریس، د تختی د غوڅی (fillet) شعاع په بیخ کی چیرته چی غوڅه برخه کوچني ساحه لری، جوړه وی. په دی ځای کی د ستریس غلظت ارزښ، ډیر دی. د ستریس غلظت فکتور له انځور 6-43 څخه ټاکل کیدی شي، له هندسی د تختی (bar)موږ لرو، r = 16 mm ، h = 80 mm ، w = 120 mm . په دی توګه

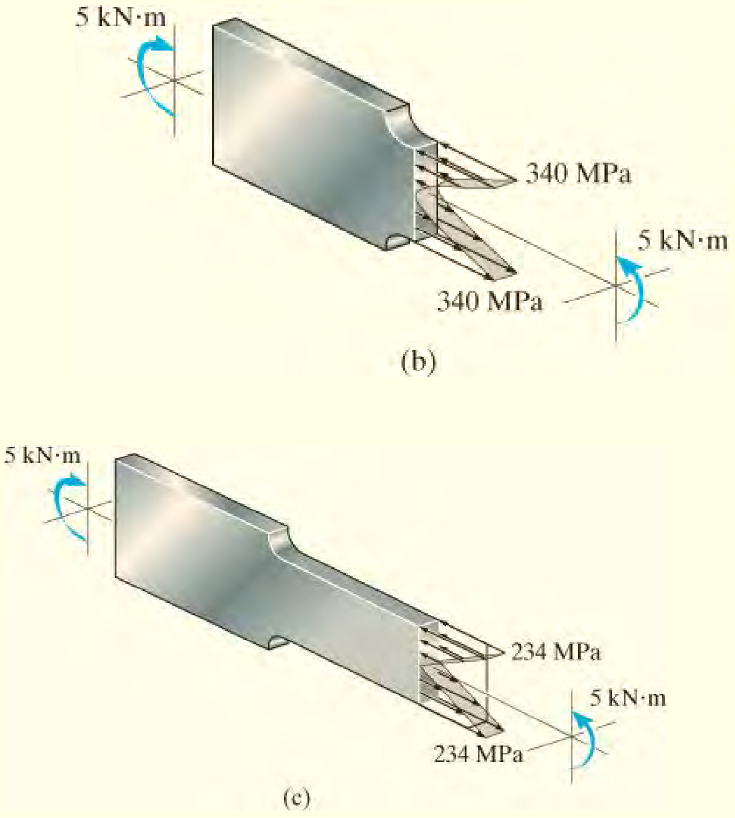
$$\frac{r}{h} = \frac{16 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 0.2 \qquad \frac{w}{h} = \frac{120 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 1.5$$

لدی ارزښتونو د $K = 1.25$ کیږی، او له معادلي 6-36 کار اخلو دا لاندی په لاس راځی

$$\sigma_{\max} = K\frac{Mc}{I} = (1.45)\frac{(5(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m})(0.04\ \text{m})}{\left[\frac{1}{12}(0.020\ \text{m})(0.08\ \text{m})^3\right]} = 340\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

دا پایلی ښیي چی ستریس په فولادو کی له ییلد ستریس لږ (500 MPa) دی.

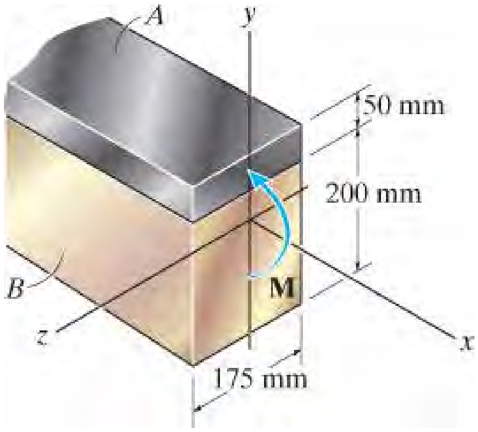
نوټ: د ستریس ویش غیر خطي دی ، څنګه چې په انځور 6-46b کی ښودل شوي. پوه شي د سنت-وینانت (Saubt-Venant) اصولو له مخي : محلی ستریسونه په فاصله (تخمیني) په حد د 80 mm کی په ښي لور نرم او خطي کیږي. د کوږوالي فورمول له مخی دا ارزښت عبارت دی په s_{max} = 234 MPa انځور 6-46c و ګوري.



انځور 6-46

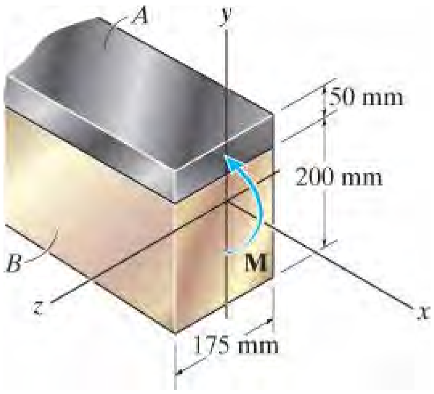
سوالونه
(PROBLEMS)

س *6-120. مرکب بیم جوړ شوی له فولادو (A) سریش شوی په برنجی موادو چی غوڅه برخی یي لاندی ښودل شوي. که چیری یو مؤمنت $M = 6.5$ kN.m ، اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په فولادو او برنجو کی و مومي. همدارنګه ستریس په هر یو موادو کی په هغه ځاي کی یو بل سره سریش شوی و ټاکي. $E_{br} = 100$ GPa, $E_{st} =200$ GPa



س 6-120

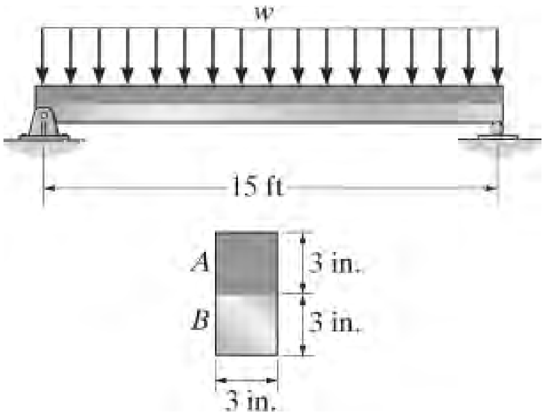
س 6-121. مرکب بیم جوړ شوی له فولادو (A) سریش شوی په برنجی موادو چی غوڅه برخی یي لاندی ښودل شوي. که منل شوی ستریس د فولادو $(\sigma_{allow})_{st} = 180$ Mpa او د برنجی موادو منل شوی ستریس $(\sigma_{all})_{br} = 60$ Mpa او $E_{st} = 200$ GPa ، $E_{br} = 100$ GPa



س 6-121

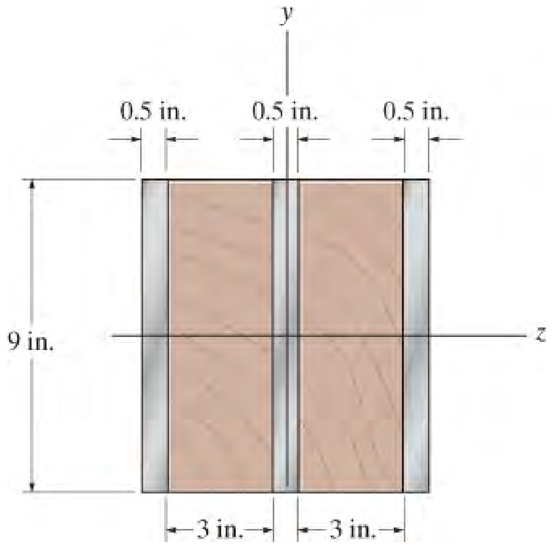
س 6-122. برخه A د مرکب بیم له المونیم 2014-T6 الوي او برخه B له فولادو A-36 جوړ شوي. که چیرې $w = 0.9$ kip/ft مطلق اعظمی د مؤمنت ستریس په المونیم او فولادو کی و ټاکی. د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

س 6-123. برخه A د مرکی بیم له المونیم الوی 2014-T6 او برخه B له فولادو A-36 جوړ شوي. منل شوی ستریس د مؤمنت له مله په المونیم او فولادوکی $(\sigma_{allow})_{al} = 15$ ksi او $(\sigma_{allow})_{st} = 22$ ksi دی. اعظمی منل شوی شدت w مساوی ویشل شوی بار وټاکي.



س 6-122/123

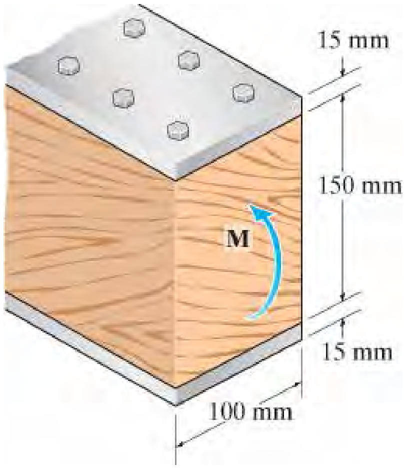
س 6-124*. د سپین سپرس (spruce) لرګي بیم تقویه شوی په فولاړو پټو A-992 په مرکز او اړخونو کی. که چیری په بیم یو مؤمنت $M_z = 10$ kip.ft پلې شوی وی اعظمی ستریس په لرګی او په فولادو کی معلوم کړي. د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.



س 6-124

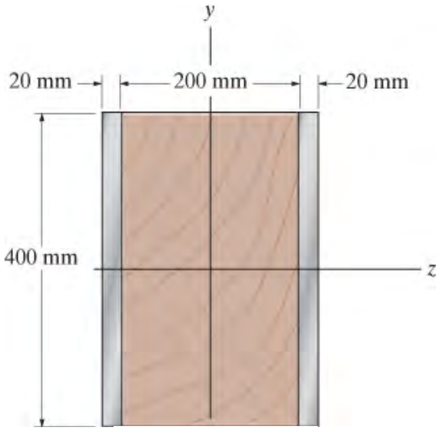
س **6-125.** د لرګیو برخه د بیم په دوه پټو د فولادو ،لکه څنګه چې ښودل شوي ، تقویه شوی . اعظمی مؤمنت M چې کیدی شی په بیم پلی شي و مومي. منل شوی ستریس په لرګی او فولادو کی عبارت دی په $(\sigma_{allow})_w = 6$ MPa او $(\sigma_{allow})_{st} = 150$ MPa دی. $E_w = 10$ او GPa، $E_{st} = 200$ GPa .

س **6-126.** د لرګیو برخه د بیم په دوه پټو د فولادو ،لکه څنګه چې ښودل شوي ، تقویه شوی . که چیری په بیم یو مؤمنت $M = 30$ kN.m پلی شوی وی اعظمی ستریس په لرګی او په فولادو کی معلوم کړي. د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي. ;کار واخلي له $E_w = 10$ GPa او $E_{st} = 200$ GPa



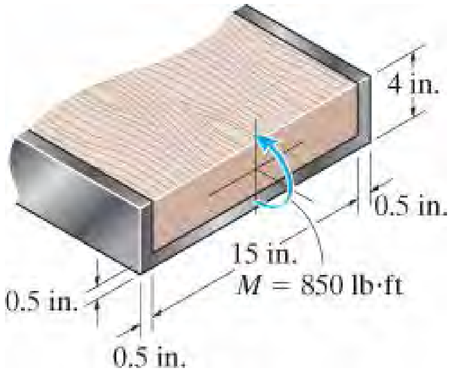
س 6- 125/126

س **6-127.** د ډګلس فر (Douglas Fir) بیم د فولادی پټي A-992 په واسطه په اړخونو کی تقویه شوي. اعظمی ستریس په لرګی او فولادو کی پیدا کړی، په بیم یو مؤمنت $M_z = 80$ kN.m پلی شوی. د ستریس ویش په غوڅه برخ سکیچ کړي.



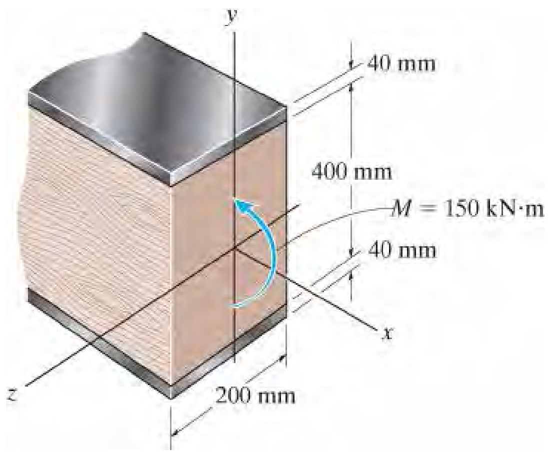
س 6- 127

س **6-128*.** د فولادو چینل (channel) د لرګیو بیم د تقویي لپاره کارول شوي. که چیری په بیم یو مؤمنت M =850 lb.ft پلی شي اعظمی ستریس په فولادو او بیم کی پیدا کړي.
E_{st} =29(10^3) ksi او E_w = 1600 ksi دی.



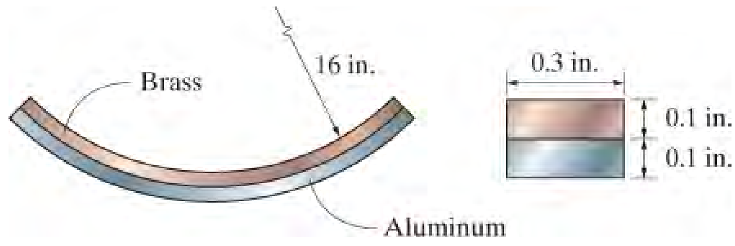
6- 128 س

6-129 . د لرګیو بیم د فولادو پټی سره په پورته او ښکته خوا کی تقویه شوي. که چیری په بیم یو مؤمنت M =150 kN.m پلی شي اعظمی ستریس په فولادو او بیم کی پیدا کړي. او د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي. له E_{st} = 200 GPa او E_w = 10 GPa کار واخلي .



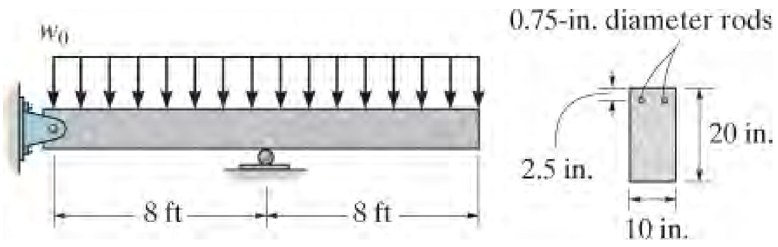
6- 129 س

6-130 . د دوه موادو جوړه شوی پټه له المونیم 2014-T6 ټوټي اوسره برنج C83400 ټوټی جوړ شوي، غوڅه برخه يي په لاندی انځور کی ښودل شوي. د تودوخی زیاتوالي له لوړوالي له امله صفری سطحه په دایروی قوس چی 16 in (انچ) شعاع لری بدله شوي. هغه مؤمنت چی د تودوخی ستریس له امله په غوڅه برخه پلی شوی و ټاکی.



س 129 -6

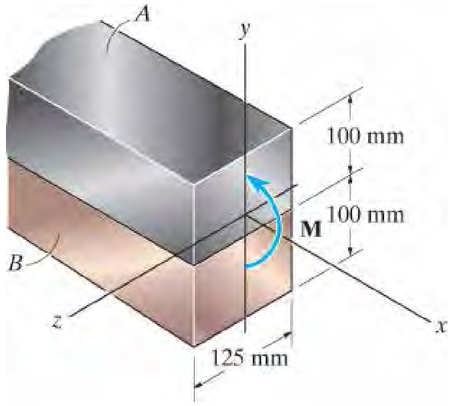
6-131 . که چیری د فولادو د منلو وړ کششی ستریس $(\sigma_{st})_{allow} = 28$ ksi او د کانکریت د منلو وړ تیلوهونکی ستریس $(\sigma_{con})_{allow} = 3$ ksi وی ، اعظمی مساوی ویشل شوی بهرنی بار w_0 په کانکریتی بیم کی، چی په فولادو تقویه شوی، معلوم کړي. له $E_{st} = 29(10^3)$ ksi او $E_{conc} = 3.6(10^3)$ksi ، کار واخلی.



انځور 131-6

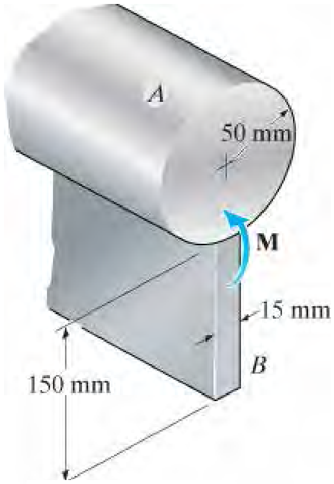
6-132* . لاندی مرکب بیم کی چی له فولادو A-36 (A) او سرېښ شوی سرو برنجو C83400 *(B)* جوړه شوی او ښودل شوی غوڅه برخه لری. په دی بیم یو مؤمنت $M = 6.5$ kN.m پلی شوی، اعظمی ستریس په فولادو او برجی موادو کی و ټاکي. او همدا رنګه ستریس په دواړو موادو کی په هغه ټکی کی چی دواړه مواد سره سرېښنی دی وټاکی.

6-133 . لاندی مرکب بیم کی چی له فولادو *(A)* A-36 او سرېښ شوی سرو برنجو *(B)* C83400 جوړه شوی او ښودل شوی غوڅه برخه لری. که چیری د منلو وړ ستریس د فولادو $(\sigma_{allow})_{st}$ = 180 MPa او د برنجو $(\sigma_{allow})_{br}$ = 60 MPa وی، اعظمی مؤمنت M چی په بیم پلی کیدی شی وټاکی.



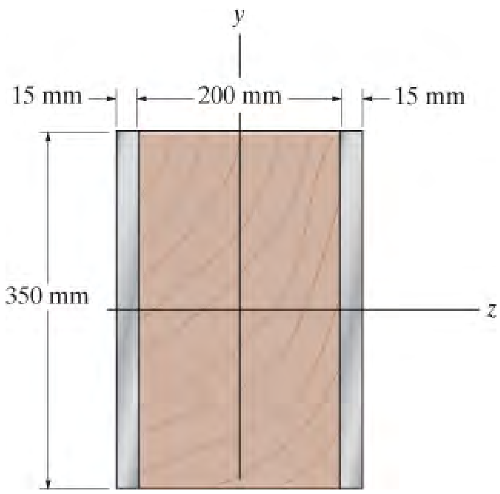
انځور 6-132/133

6-134 . که چیری په بیم یو مؤمنت M = 45 kN.m پلی شی اعظمی ستریس د کیږدونکی مؤمنت له امله په A-36 فولادو برخه A او په المونیم الیاژ 2014-T6 برخه B کی معلوم کړي.



انځور 6-134

6-135 . د دګلاس فر (Douglas Fir) لرګی بیم په فولادی پټیو A-36 په اړخونو کی تقویه شوی. که چیری په بیم یو مؤمنت M_z = 4 kN.m پلی شوی وی اعظمی ستریس په لرګی او په فولادو کی معلوم کړي. د ستریس ویش په غوڅه برخه سکیچ کړي.

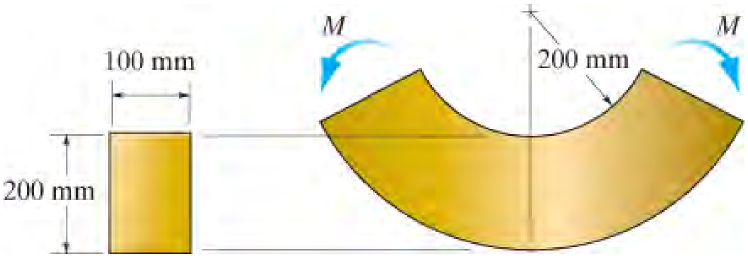


انځور 6-135

6-136* . منحنی بیم چی په انځور 6-40a کی ښودل شوي د انحنا شعاع يي لايتناهي ته تقرب کوی ، او د بیم منحني فورمول 6-24 په کیږدونکی فورمول 6-13 بدلیږی.

6-137 . په منحنی بیم مؤمنت $M = 50$ kN.m پلی شوي. که چیری د مؤمنت له امله د اعظمی ستریس محاسبه کولو له پاره له کوږیدونکی فورمول کار واخیستل شی فیصدی د غلطی د محاسبی په پایلی کی معلوم کړي.

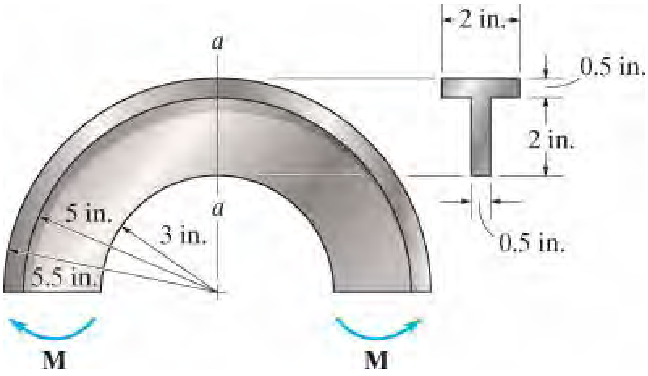
6-138 . منحنی بیم له هغه موادو جوړ شوی چی د منلو وړ ستریس يي $s_{allow} = 10$ MPa دی. د منلو وړ مؤمنت M چی کیدی شی په دی غړی پلی شي وټاکی.



انځور 6-137/138

6-139 . په منحنی بیم یو مؤمنت $M = 40$ lb.ft پلی شوی. اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بیم کی و ټاکی. همدارنګه دوه اړخیزه لید د ستریس ویش په برخه a-a سکیچ کړي.

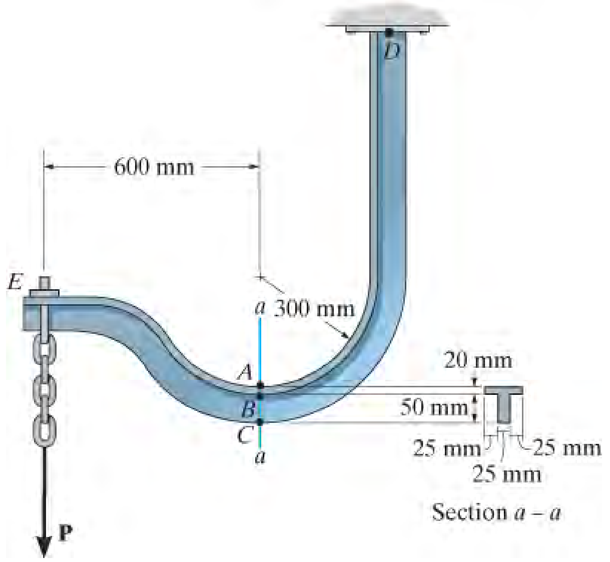
***6-140 .** منحنی بیم له هغه موادو جوړ شوی چې د منلو وړ ستریس یې s_{allow} = 24 ksi دی. اعظمی مؤمنت M چې په بیم کیدی شی پلی شي و ټاکی.



انځور 6-139/140

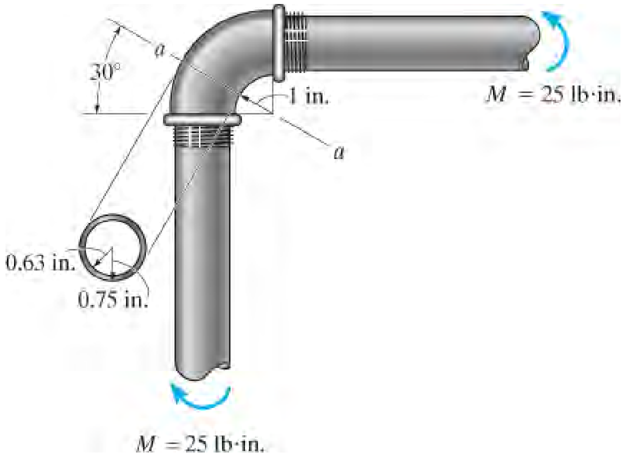
6-141 . که چیری P = 3 kN وی په ټکیو A , B او C د غوڅی برخی په برخه a-a د مؤمنت ستریس معلوم کړي. له دی پایلو کار واخلی او دستریس ویش په برخه a-a سکیچ کړي.

6-142 . که چیری اعظمی ستریس په برخه a-a کی له s_{allow} = 150 MPa زیاتوالی و نکړي اعظمی د منلو وړ قوه **P** چې کیدی شی په پای E پلی شی وټاکی.



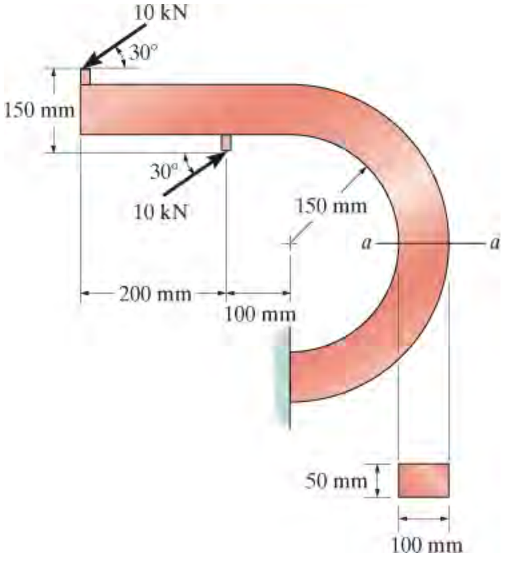
انځور 6-141/142

6-143 . د پایپ کړه برخه بهرنی شعاع 0.75 in (انچ) او داخلی ضعاع 0.63 in (انچ) دی. که چیری په ا سامبلی یو مؤمنت $M = 25$ lb.in پلی شی په برخه *a-a* اعظمی ستریس معلوم کړي.



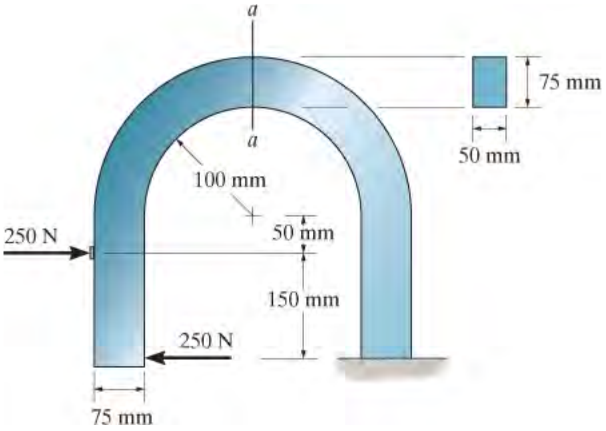
انځور 6-143

6-144* . منحنی بار چی مستطیلي غوڅه برخه لری د یو ماشین لپاره په کار اخیستل شوي. که چیری په دی بار یو ښودل شوی کپل (couple) پلي شي اعظمی کشیشي او تیلوهونکي ستریس په برخه *a-a* و ټاکی. د ستریس ویش په دری اړخیز ډول سکیچ کړی.



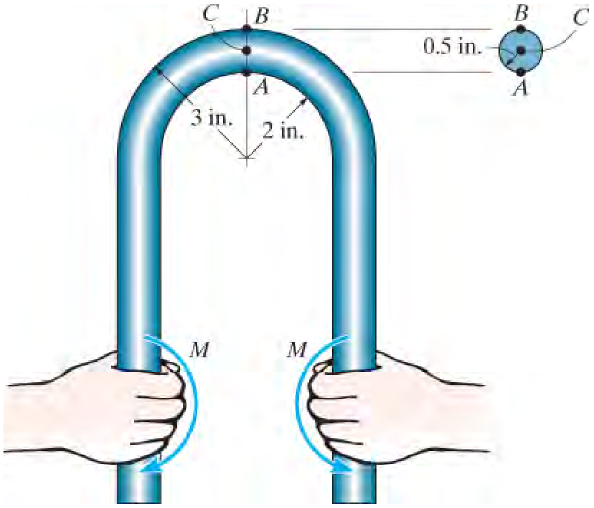
انځور 6-144

6-145 . منحنی بار چی مستطیلي غوڅه برخه لری د یو ماشین لپاره جوړ شوي. که چیری په دی بار یو ښودل شوی کپل (couple) پلي شي اعظمی کشیشي او تیلوهونکي ستریس په برخه *a-a* کی و ټاکی. د ستریس ویش په دری اړخیز ډول سکیچ کړی.



انځور 6-145

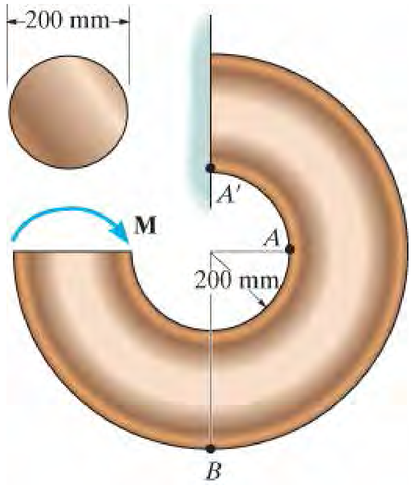
6-146 . د فولادو بار دایروی غوڅه برخه لري. که چیری پایپ په پای کی و نیول شی یو کپل مؤمنت M = 12 lb. in په هر نیولي ځای کی منځ ته راځي، ستریس په ټکیو A او B او هم په مرکز C کی و ټاکي.



انځور 6-146

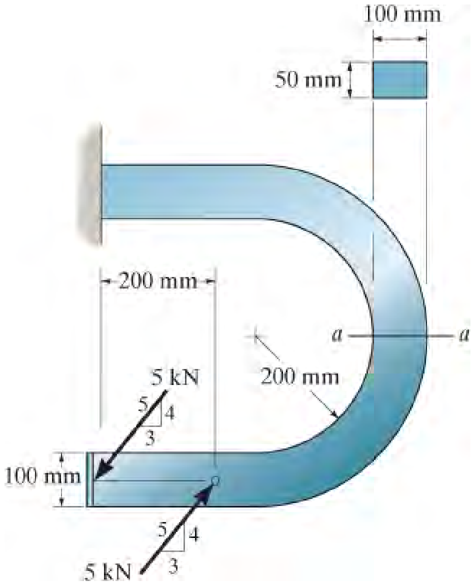
6-147 . غړی دایروی غوڅه برخه لري. که چیری یو مؤمنت M =5kN.m پلی شی په ټکیو A او B کی ستریس وټاکی. ستریس په ټکی A` چی نیړدی دیوال ته موقعیت لری د ستریس په ټکی A کی څه تفاوت لری یا چی مساوی دی. تشریح ورکړي.

6-147* . غړی دایروی غوڅه برخه لري. که چیری د منلو وړ ستریس s_{allow} = 100 MPa وی ، اعظمی مؤمنت M چی پلی کیدی شی معلوم کړي.



انځور 6-147/148

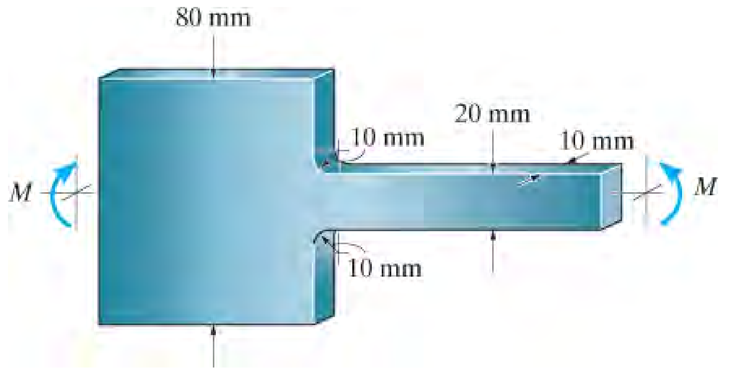
6-149 . منحنی بار چی مستطیلي غوڅه برخه لری د یو ماشین لپاره تری کار اخیستل شوي. که چیری په دی بار یو ښودل شوی کپل (couple) پلي شي اعظمی کشیشي او تیلوهونکي ستریس په برخه a-a کی و ټاکی. د ستریس ویش په دری اړخیز توګه سکیچ کړی.



انځور 6-149

6-150 . په دی لاندی بار یو مؤمنت M = 100 N.m پیل شوي.اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بار کی معلوم او تقریبی سکیچ کړي چی ستریس پدی برخه کی په څه ډول تغیر مومي.

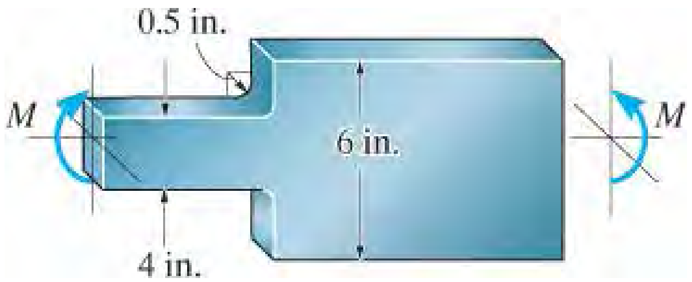
6-151 . د منلو وړ ستريس د مؤمنت له امله په بار کی s_{allow} = 200 MPa دی. اعظمی مؤمنت M چی په بار پلی کیدی شي معلوم کړي.



انځور 6-150/151

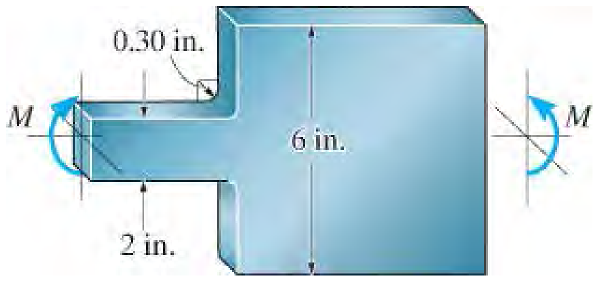
6-152* . دا لاندی بار 1 in (یو انچ) ضخامت لري او منل شوی ستريس s_{allow} = 30 ksi دی. اعظمی مؤمنت M چی پلی کیدی شی وټاکی.

6-153 . دا لاندی بار 1 in (یو انچ) ضخامت لري او یو مؤمنت 3 kip.ft پری پلی شوی اعظمی ستريس د مؤمنت له امله په بارکی وټاکی.



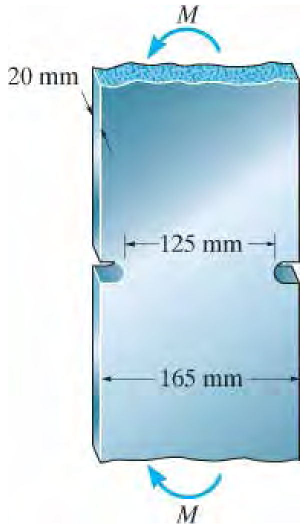
انځور 6-152/153

6-154 . دا لاندی بار 0.5 in (نیم انچ) ضخامت لري او د منلو وړ ستريس يي s_{allow} = 20 ksi دی. اعظمی مؤمنت M چی کیدای شی پلی شي و ټاکی.



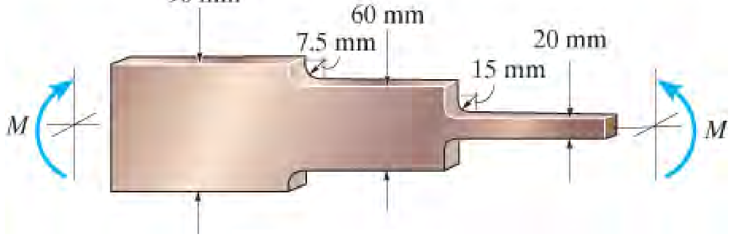
انځور 6-154

6-155 . که چیری شعاع د جری (notch) په تخته کی r =10 mm وی اعظمی مؤمنت M چی پلی کیدی شی معلوم کړي. د منلو وړ ستریس s_{allow} = 180 MPa دی.



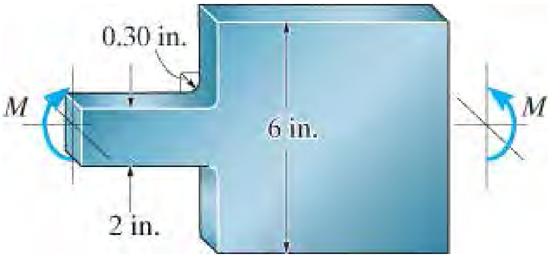
انځور 6-155

6-156* . دا لاندی بنودل شوی زینه يي بار ضخامت 10 mm دی. اعظمی مؤمنت چی په پای د بار پلی کیدی شی معلوم کړي. د منلو وړ ستریس د مؤمنت له امله s_{allow} = 150 Mpaدی.



انځور 6-156

6-157 . دا لاندی بار 0.5 in (نیم انچ) ضخامت لري او یو مؤمنت 600 lb.ft پری پلی شوی. اعظمی ستریس د مؤمنت له امله په بار کی وټاکی.



انځور 6-157

*10. 6 غیر ایلاستیکی کوږیدنه (INELASTIC BENDING) .

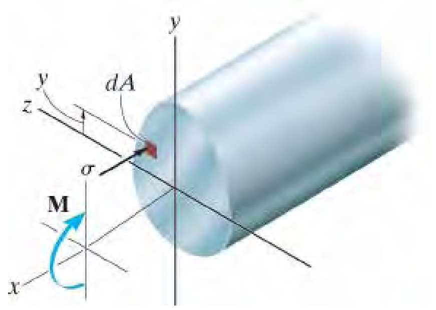
د نارمل ستریس ټاکلو لپاره چی د کږیدو له امله کیږی پخوانی معادلی یوازې د اعتبار وړ دي که چیرې مواد خطي ایلستیک ډول چلند ولري. که چیرې پلي شوې مؤمنت د موادو د یلید لامل شي، باید پلاستیکي تحلیل د ستریس ویش ټاکلو لپاره وکارول شي. د مستقیم غړیو لپاره دري شرطونه باید پوره کړي.

خطی نارمل-سترین ویش (Linear Normal-Strain Distribution).

یوازې د جیومیتریک ملاحظاتو پراساس، دا په برخه 6.3 کې ښودل شوی، دا چې نارمل سترین په خطی ډول له صفرڅخه په صفری کرښه تر اعظمی حد پورې په خطي ډول ترټولو لرې نقطه وی توپیر لري.

محصله قوه مساوی په صفرده (Resultant Force Equals Zero).

ځکه چې یوازې یو مؤمنت په غوڅه برخه پلی شوی محصله قوه چی د ستریس ویش له امله رامینځته شوی باید د صفر سره مساوي وي. له هغه وخته چې ستریس s په ساحه dA یوه قوه $dF = s dA$ رامینځته کوي ، انځور 6-47 ، بیا د ټولې غوڅی برخې لپاره، موږ لرو



انځور 47-6

$$F_R = \Sigma F_x; \qquad \int_A \sigma \, dA = 0 \qquad (6\text{–}27)$$

دا مساوات مرسته کوی تر څو د صفری کرښی موقعیت په غوڅه کی پیدا شي.

محصله مؤمنت (Resultant Moment).

مؤمنت په برخه کی باید مساوی په هغه مؤمنت شی چی ویشل شوی ستریس یی په صفری محور جوړه وی. مؤمنت د قوی $dF = sdA$ په صفری محور عبارت دی په $dM = y\ (sdA)$ انځور 47-6 و ګوري، او د ټولی غوڅی لپاره موږ لرو

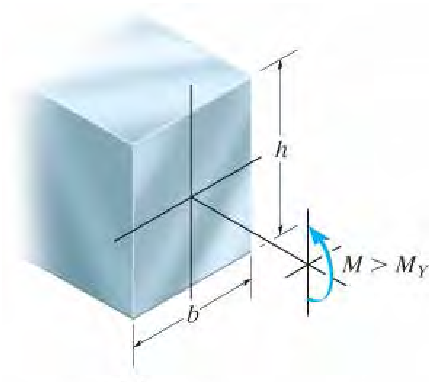
$$(M_R)_z = \Sigma M_z; \qquad M = \int_A y(\sigma \, dA) \qquad (6\text{–}28)$$

د جیومیتری او بار دا شرایط به اوس د یو بیم د ستریس ویش ټاکلو لپاره وکار ه ووړ، او وه به ښایو چی یو بیم کله چی داخلی مؤمنت یی دموادو د ییلډ لامل کيږي ورباندی پلی شی او موږ د ستریس ویش يي په داسی حالت کی څنګه وټاکو. په ټول بحث کې موږ به فرض کړو چې مواد داسی ستریس-سترین ډیاګرام لري چی کشش یي ورته دی لکه څنګه چې په کمپریشن کې دی. د ساد ه توب لپاره، موږ به یو داسی بیم په پام نیولو سره پیل کړو چی د هغه غوڅه برخه دوه متناظر محوررونه لری. په دې حالت کې د مستطیل لوړوالی h او سورېي b ، لکه څنګه چی په انځور -6 48a   کې ښودل شوي .

پلاستیک مؤمنت (Plastic Moment).

ځيني مواد، لکه فولاد، کله چی ستریس s_y ییلد حد ته ورسیږی ایلستیک – بشپړ پلاستیکي چلند ښکاره کوي. کله چی مؤمنت $M = M_Y$ ته ورسیږی، د بیم دغوڅی پورتنی او ښکتنی برخی فایبرونه ییلد ستریس ته ورسیږی ، بیا موږ کولی شود M_Y ارزښت د کوږوالي فورمول $s_Y = M_Y(h/2)/(bh^3/12)$ څخه پلاس راوړو، یا

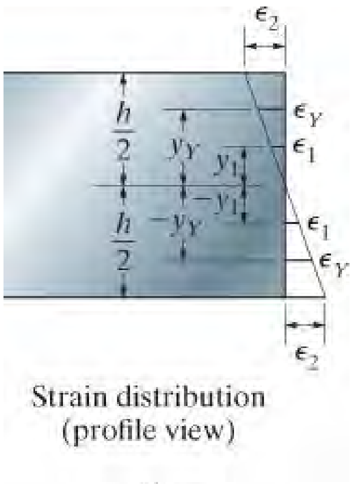
$$M_Y = \frac{1}{6}bh^2\sigma_Y \qquad (6\text{–}29)$$



(a)

انځور 6-48

که چیری د موادو $M > M_Y$ ، په پورتنۍ او ښکته برخه د بیم کی مواد په ییلد کولو پیل کوي، او دا لامل د ستریس ویش په غوڅه برخه باندې کیږي تر هغه وخته پورې چې اړین مؤمنت M رامینځته شي. د مثال په توګه، که M د نارمل سترین توزیع ، څنګه چی په انځور 6-86b کی ښودل شوی لامل شي ، بیا د ورته نارمل ستریس توزیع باید له ستریس – سترین ډایګرام چی په انځور 6-83c



(b)

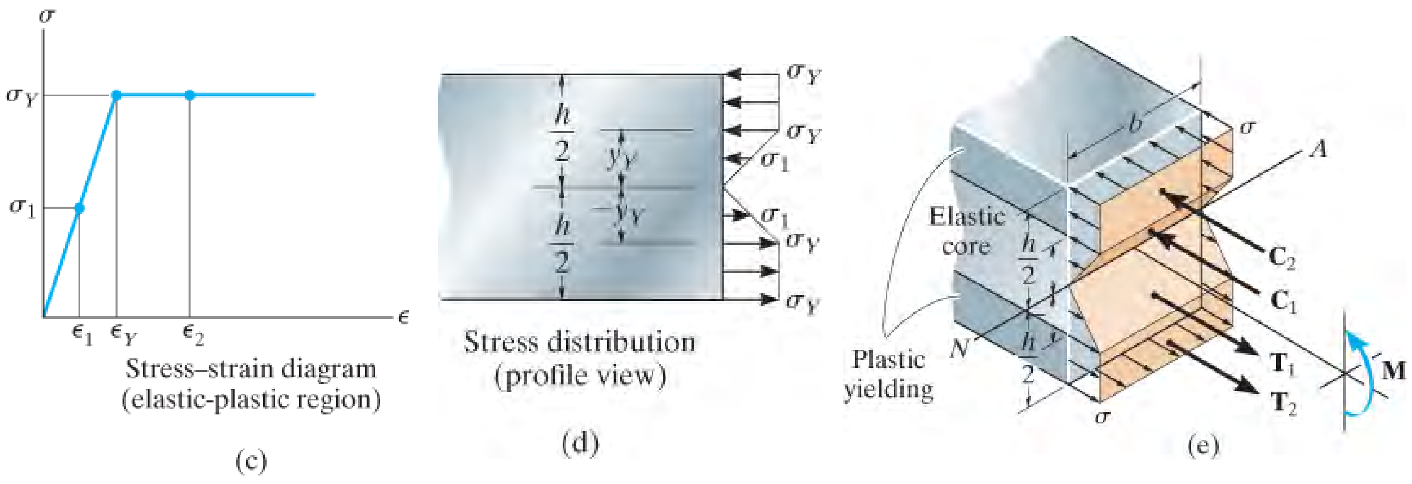
کی ښودل شوی وټاکل شي . که سترینونه e_1, e_2, e_3 ، مطابقت ولري په ترتیب سره له ستریسونو s_1 ، s_Y ، s_Y سره، بیا دا او د دوی په څیر نور د

ستریش ویش تولیدوي څنګه چی په انځورونو 6-48d یا 6-48e کي ښودل شوی. په پایله کي محصله قواوی او د دوی مستطیلی او مثلثي ستریس برخو بلاکونه مساوي دي د دوی حجمونو ته .

$$T_1 = C_1 = \frac{1}{2}y_Y\sigma_Y b \qquad T_2 = C_2 = \left(\frac{h}{2} - y_Y\right)\sigma_Y b$$

د تناظر له امله، معادله 6-27 قناعت لری او صفری محورد غوڅی برخی له مرکزه تیریږي لکه څنګه چي ښودل شوي. هغه مؤمنت M کیدی شي چي ییلد ستریس s_Y ته د معادلی 6-28 په کارولو سره وښودل شي . له انځور 6-48e څخه، موږ اړتیا لرو

$$M = T_1\left(\frac{2}{3}y_Y\right) + C_1\left(\frac{2}{3}y_Y\right) + T_2\left[y_Y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y_Y\right)\right]$$
$$+ C_2\left[y_Y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y_Y\right)\right]$$
$$= 2\left(\frac{1}{2}y_Y\sigma_Y b\right)\left(\frac{2}{3}y_Y\right) + 2\left[\left(\frac{h}{2} - y_Y\right)\sigma_Y b\right]\left[\frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} + y_Y\right)\right]$$
$$= \frac{1}{4}bh^2\sigma_Y\left(1 - \frac{4}{3}\frac{y_Y^2}{h^2}\right)$$



انځور 6-48

او یا له معادلي 6-29 کار واخلو

$$M = \frac{3}{2}M_Y\left(1 - \frac{4}{3}\frac{y_Y^2}{h^2}\right) \qquad (6\text{–}30)$$

ځرنګه چې اندازه د M زیاتوالی مومی فاصله د y_Y څنګه چې په انځور 6-48e کی بنودل شوی صفر ته تقرب کوی. او مواد ټول پلاستیکی حالت کی کیږی او دا هغه ستریس ویش جوړه وی څنګه چې په انځور 6-48f کی بنودل شوي. د ستریس بلاک مؤمنټ په صفری کربنه کولای شو چې اخرینی حد يي داسی ولیکو

$$M_p = \frac{1}{4}bh^2\sigma_Y \qquad (6\text{–}31)$$

د معادلی 6-29 او یا6-30 کله چې د $y_Y = 0$ شي موږ لرو

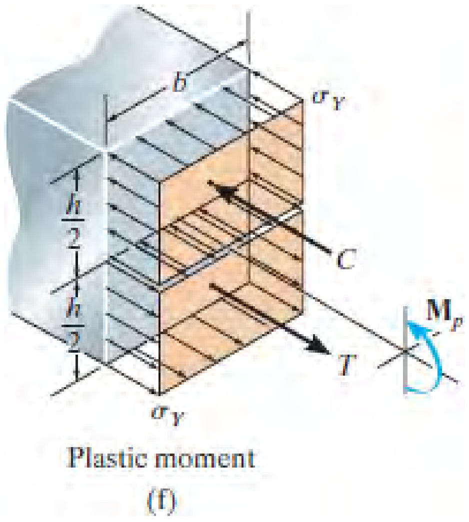
$$M_p = \frac{3}{2} M_Y \qquad (6\text{–}32)$$

دغه مؤمنت په نامه د **پلاستیک مؤمنت** (***plastic moment***) یادول کیږي. د هغې ارزښت یوازې د مستطیل برخې لپاره پلي کیږي ، ځکه چې دلته تحلیل د غوڅی برخی په جیومیټري پورې اړه لري.

ځیني وختونه هغه بیمونه چې د فولادو چوکاټونو جوړولو لپاره کارول کیږي مقاومت یې د پلاستیکی مؤمنت لپاره ډیزاین کیدی شي. کله چې له دی قضیې کار واخیستل شي، کوډونه معمولا د ډیزاین خاصیت چې په نامه دی *ځیری فکتور* (***shape factor***) یادیږی په جدول کی ښایي. د ځیری فکتور د تناسب په توګه داسی تعریف شوی

$$k = \frac{M_p}{M_Y} \qquad (6\text{–}33)$$

د تعریف له مخې، دا ارزښت د اضافي مؤمنت ظرفیت مشخص کوي کوم چې یو بیم کولی شي د خپل اعظمي ایلستیک مؤمنت حد څخه پورته توان ولری. د مثال په ډول، له معادلی 6-32، هغه بیم چې مستطیل غوڅه برخه لري د ځیری فکتور یې $k = 1.5$ دی . له همدې امله کله چې دا برخه په بشپړ توګه پلاستیک شی، دا برخه به له اعظمی ایلستیک حد 50٪ نه د ډیر کړیدونکی مؤمنت توان ولری.



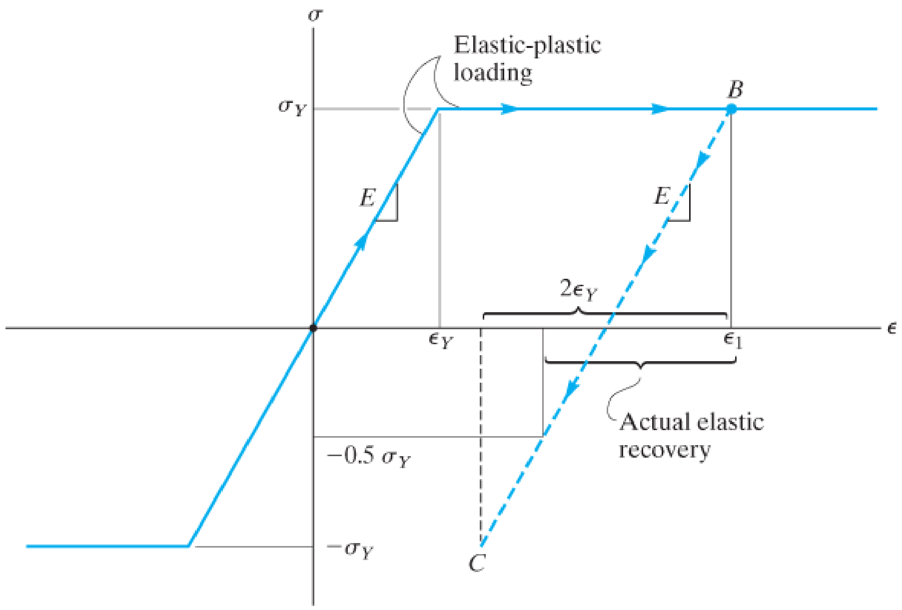
انځور 6-48 (تکرار)

پاتی شوي یا ذخیره شوی ستریس (Residual Stress).

کله چې پلاستیکی مؤمنت کوم چې په انځور 6-48f کې ښودل شوی لرې شي، دا به په بیم کې د **پاتي ستریس** (***residual stress***) لامل کیږي. د مثال په توګه، راځئ چې ووایو ***Mp*** لامل کیږی چې د بیم پورتنی او ښکته برخی مواد $\epsilon_1\ (>>\epsilon_Y)$ ته ستړین شی، لکه څنګه چې په ټکی B د

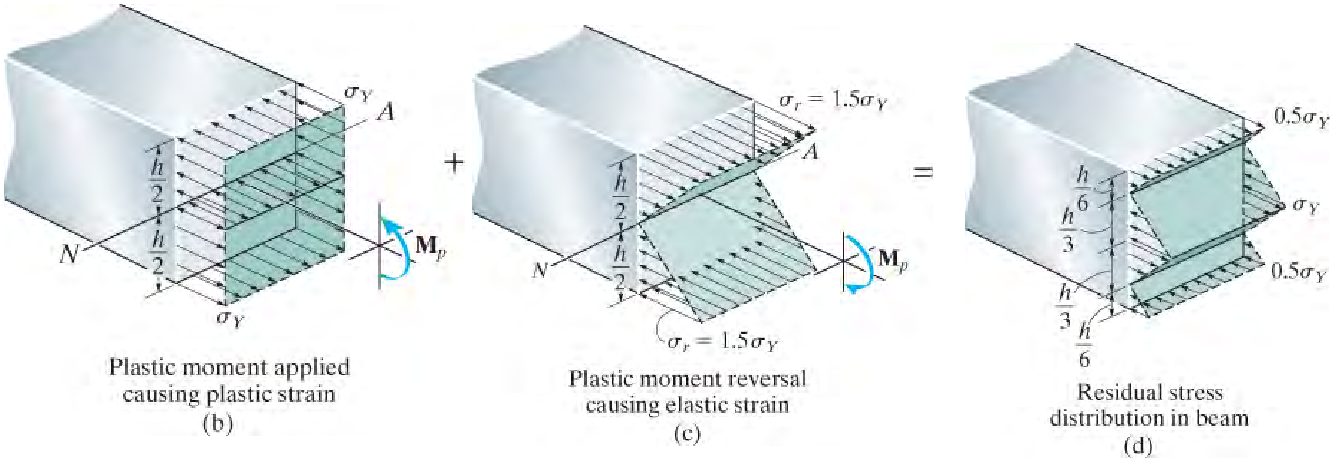
$s - e$ په ګراف کی په انځور 6-49a کی ښودل شوي. کله چې مؤمنت لري شي دا به لامل شي چې مواد ایلستیک سترین له لاسه ورکړي او دا په غوځه کرښه BC په انځور کی ښودل شوي.
ځرنګه چې دا بیرته تګ ایلستیکی دی، موږ کولی شو چی دا حالت اضافه کړو په ستریس ویش چی په انځور 6-49b ښودل شوی چی یو خطی ستریس ویشدی چی د پلاستیکی مومنټ له کبله په مخالف جهت دی، انځور 6-49c وګوری . دلته د دې ویش لپاره اعظمي ستریس چی په نامه د **ماتیدو ماجولس (*modulus of rupture*)** د کړیدو سترس s_r یادیږي، کوم چې له کیږدونکی فورمول (flexure formula) کله چې بیم باندی پلاستیک مؤمنت بارشی ټاکل کیدی شي. مونږیی لرو

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M_p\left(\frac{1}{2}h\right)}{\left(\frac{1}{12}bh^3\right)} = \frac{\left(\frac{1}{4}bh^2\sigma_Y\right)\left(\frac{1}{2}h\right)}{\left(\frac{1}{12}bh^3\right)} = 1.5\sigma_Y$$



(a)

انځور 6-49



انځور 6-49 (تکرار)

خوشبختانه دا ارزښت له $2\sigma_Y$ څخه کم دی، کوم چې د لوی امکان وړ سترین $2\epsilon_Y$ له امله رامنځته کیږي انځور 6-49a وګوري.

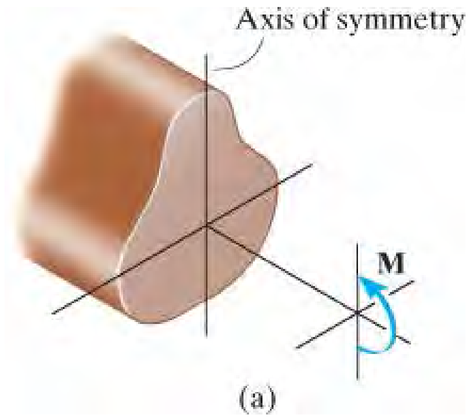
د پلاستیکي مؤمنت سوپر پوزیشن(اضافه کول)، انځور 6-49b، او د هغه لری کول ، انځور 6-49c، د پاتی ستریس ویش ورکوی او دا په انځور 6-49d کی ښودل شوي. د مثال په توګه، د ب مثلثی برخې"بلاک" چې د دی ستریس ویش استازیتوب کوي وکاروئ او و ښیي چې د قوی پایله صفر ده او په غړي باندې د مؤمنت پایله محصله هم صفر ده.

اعظمی او آخری مؤمنت (Ultimate Moment).

اوس د بیم ډیر عمومي قضیه په پام کې نیسو، غوڅه برخه یوازې په عمودی محورتناظر او همغږي لري ، پداسې حال کې چې مؤمنت په افقي محور پلي شوي، انځور 6-50a وګوري. دلته موږ به فرض کړو چې مواد د سترین سختوالی چلند څرګندوي او د ستریس او سترین ډیاګرامونه د کشش او کمپرشن لپاره له یو بل توپیر لري، انځور 6-50b .

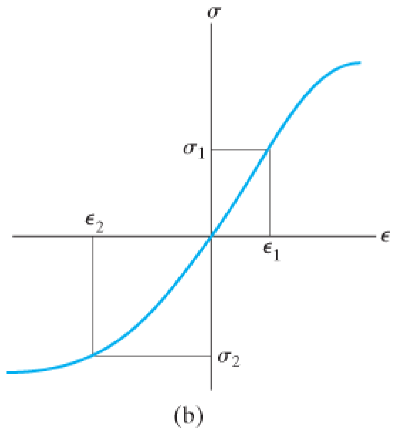
که هغه مؤمنت **M** په بیم کی ییلد تولیدکړي، دا مشکل رامنځته ته کیږي چې د صفری محور موقعیت او د اعظمي سترین دواړو موندل په بیم کی ځنګه پیدا شي. د دې ستونزې د حل لپاره، د ازموینی - او- تیر وتنی (trial-and-error) پروسیجر څخه ګار اخلو او دا لاندې ګامونو ته اړ تیا ده:

1. د یوه ټاکلي مؤمنت **M** لپاره، د صفری محور موقعیت او د خطي سترین ویش میلان فرض کړئ، انځور 6-50c .



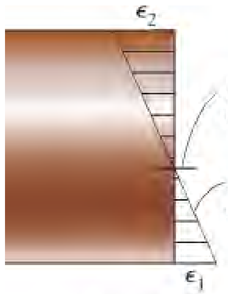
انځور 6-50

2. په ګرافیک ډول د سټریس ویش د غړی په غوځه برخه په کارولود سټریس-سترین ګراف پلات کړي. د سټریس ارزښتونه او اړوند سترین ارزشتونه تنظیم او په پلات کولو کی ورځینی کار واخلئ. حاصل شوی سترین ویش ، انځور 6-50d ، به د سټریس- سترین ویش ګراف ورته شکل ولري .



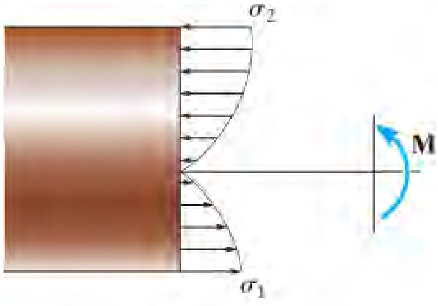
3. ټرل شوي حجمونه د کششی او کمپرشني سټریسونو "بلاکونو " معلوم کړئ . (د اټکل په توګه، دا ممکن اړتیا ولري چې بلاک په جوړ شویو اجزاوو وویشل شي.) کارول د معادلی 6-27 اړتیا لري چې د دي بلاکونو حجم باید مساوي وي، ځکه چې دوی استازیتوب د کششی قوو محصلی **T** او کمپرشن قواوو محصلی **C** په غوځه برخه کی کوی. که چیرې دا قواوی مساوي نه وي، د سمون په توګه د صفری محور موقعیت باید

تعدیل شي (د صفر سترین نقطه)، او پروسه تر هغه پورې تکرار شی چې معادله 6-27 قناعت وکا (T = C).



انځور 6-50 (تکرار)

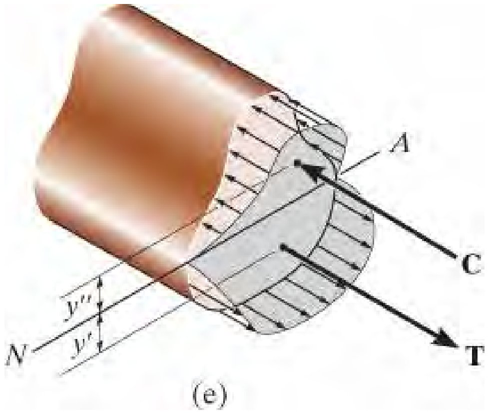
4. یوځل چې $T = C$ ، مؤمنت په صفری محور د **T** او **C** لخوا محاسبه کیدای شي . د لته د مؤمنت بازو د **T** او **C** لپاره له صفری محور تر مرکز ثقل د حجمونو چې د سټریس د ویش له مخې تعریف شوی دي اندازه کیږي، انځور 6-50e . معادله 6-28 اړتیا لري چې $M = Ty' + Cy''$. که دا معادله قناعت یا پوره نه شي، میلان د سترین ویش باید تعدیل شي، او محاسبی د T او C او مؤمنت باید تکرار شي تر هغه چې نږدې توافق ترلاسه شي .



انځور 6-50 تکرار

دا د ازموینی – او- تیر وتنی (trail-and-error) کړنلاره په څرګنده توګه خورا سټړیا لری، اما د خوښی ځای دی چې دا ډیری وختونه د انجینری په پرکتسونو کې ډیر نه پیښیږي. ډیری بیمونه په

دوه محوررونو همغږي لری، او دوی د داسي موادو څخه جوړ شوي دي چی انګيرل کيږي چې ورته ستريس –سترين ډايګرامونه د کشش او کمپرشن لري. خوشحالی دا ده ، کله چې دا پيښيږي، صفری محور د غوڅی برخې له مرکز ثقل تيريږي، او په دی ډول د ستريس ويش د اړيکو پروسه له پايلي مؤمنت سره ساده کيږي .



انځور 50-6 (تکرار)

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د يو بيم په غوڅه برخه د *نارمل- سترين ويش* په هندسی ملاحظاتو ترلي دي، او پرته له پلی شوي باره همیشه خطی چلند لری . د نارمل- ستريس ويش د موادو له خاصيتونو يا له ستريس-سترين ډايګرام ، کله چې د سترين ويش و ټاکل شی، موندل کيږي.

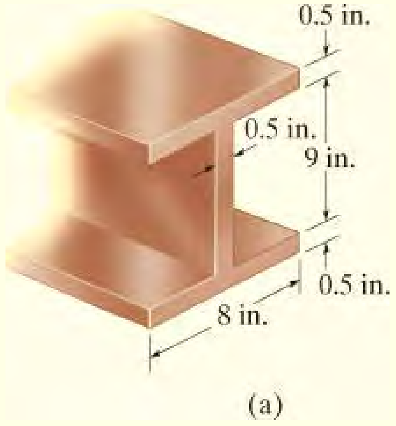
- د *صفری محور موقعيت* له داسي حالت موندل کيږی کله چی په غوڅه برخه محصله د قوی (*force*) صفر شي.

- داخلی مؤمنت په غوڅه برخه بايد مساوی په مؤمنت د ستريس ويش په صفری محور وي.

- بشپړ ډول پلاستيک چلند فرض کوی چی نارمل ستريس په غوڅه برخه ثابت دی، او بيم بی لدی چی اضافی بار وربالدی پلی شي تاويدل يي دوام مومي. او دا مؤمنت په نامه دی *پلاستيک مؤمنت* ياديږي.

مثالونه

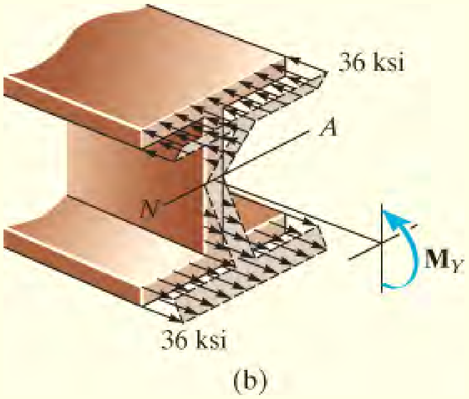
مثال 6.21



د يو فولادی سوررور- فلنج (wide- flange) بيم هندسي ابعاد په انځور 6-51a کی ښودل شوي.

که دا له ايلستيک-بشپړ توګه پلاستيک موادو جوړه شوی وی چی کششي او تيلوهونکی ييلد مقاومت يي يو شان $s_Y = 36$ ksi دي، د بيم د شيف فکتور (shape factor) پيدا کړي.

حل (SOLUTION)



انځور 6-51

د شيف فکتور پيدا کولو لپاره اول بايد اعظمی ايلستيک مؤمنت M_Y او پلاستيک مؤمنت M_P محاسبه کړو.

اعظمی ايلاستيکی مؤمنت (Maximum Elastic Moment) .

د نارمل ستريس ويش د اعظمی ايلاستيک مؤمنت لپاره په انځور 6-51b کی ښودل شوي.
انرشاييي مؤمنت په صفری محور عبات دی په

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.5\text{ in.})(9\text{ in.})^3\right] + 2\left[\frac{1}{12}(8\text{ in.})(0.5\text{ in.})^3 + 8\text{ in.}(0.5\text{ in.})(4.75\text{ in.})^2\right] = 211.0\text{ in}^4$$

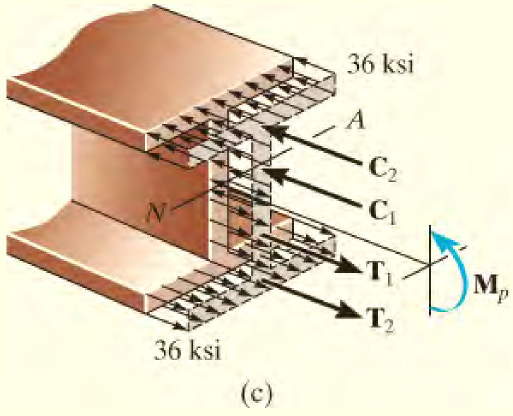
دا په د کیږیدو فورمول (flexure formula) کې ځای په ځای کوو

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}; \quad 36\ \text{kip/in}^2 = \frac{M_Y(5\ \text{in.})}{211.0\ \text{in}^4} \quad M_Y = 1519.5\ \text{kip} \cdot \text{in.}$$

پلاستیکی مؤمنت (Plastic Moment) .

د پلاستیکی مؤمنت له امله، فولاد د بیم د غوڅی برخی په ټوله سطحه د ییلد حالت مومي ، او د دی نارمل ستریس ویش په انځور 6-51c کی ښودل شوي.د غوڅی برخی د متناظروالي له امله کششی او تیلو هونکی ستریس-سترین یو شان دی او صفری محور له مرکز ثقل د غوڅی برخی تیریږي.
ددی لپاره چې پلاستیکی مؤمنت وټاکو د ستریس ویش په څلور ترکیبی مستطیلی بلاکونو ویشواو د هر بلاک قوه مساوی ده په حجم د بلاک. پس موږ لرو:

$$C_1 = T_1 = 36\ \text{kip/in}^2 (0.5\ \text{in.})(4.5\ \text{in.}) = 81\ \text{kip}$$
$$C_2 = T_2 = 36\ \text{kip/in}^2 (0.5\ \text{in.})(8\ \text{in.}) = 144\ \text{kip}$$



انځور 51-6 (تکرار)

دا قواوی له مرکز ثقل د هر حجم تیریږي. ددی قواوو مؤمنت په صفری محورموږ ته پلاستیکی مؤمنت حاصلوي.

$$M_p = 2[(2.25\ \text{in.})(81\ \text{kip})] + 2[(4.75\ \text{in.})(144\ \text{kip})] = 1732.5\ \text{kip} \cdot \text{in.}$$

د شیف فکتور (Shape Factor) .

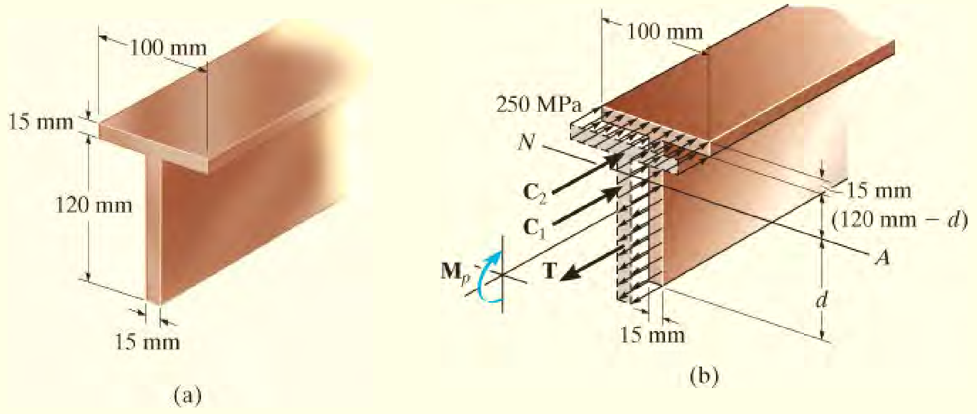
له معادلی 6-33 کار اخلو او لیکلی شو:

$$k = \frac{M_p}{M_Y} = \frac{1732.5 \text{ kip} \cdot \text{in.}}{1519.5 \text{ kip} \cdot \text{in.}} = 1.14 \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه: دلته دا ارزښت یو مهم واقعیت په ګوته کوی، د سوروړ - فلینج (wide- flange) بیم د ایلسټیکی مؤمنت مقاومت لپاره خورا مؤثر دی. زیاتره مؤمنت د فلینج لخوا په پورتنی او ښکته برخو کی جوړیږي په داسی حال کی چی عمودی برخه یا ویب (web) لږ مرسته کوي. پدی خاصه قضیه کی له ایلیتسکی ډول توانایي نه یوازی 14% مؤمنت د بیم په مقاومت کی اضافه کیدی شی.

مثال 6.22

د یو ټی-بیم (T-beam) ابعاد په انځور 6-52a کی ښودل شوي. که چیری دا له ایلستیک او بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړ شوی وی، چی کششی او تیلوهونکی ییلد مقاومت یي s_Y =250 MPa دی، هغه پلاستیکی مؤمنت چی دا بیم کولای شی مقاومت وکړی معلوم کړی.



انځور 6-52

حل (SOLUTION)

پلاستیک ستریس ویش چی د بیم په غوڅه برخه پلی شوی په انځور 6-52b کی ښودل شوي. په دی حالت کی د بیم غوڅه برخه متناظره نده او له همدی کبله صفری محور له مرکز ثقل د غوڅی برخی نه تیریږي. د دی لپاره چی د صفری محور موقعیت ، d ، وټاکو،اړین ده چی د ستریس ویش په غوڅه برخه د صفر محصله جوړه کړي. فرض کوو چی $d <= 120$ mm موږ لرو:

$$\int_A \sigma \, dA = 0; \qquad T - C_1 - C_2 = 0$$

$$250 \text{ MPa } (0.015 \text{ m})(d) - 250 \text{ MPa } (0.015 \text{ m})(0.120 \text{ m} - d) - 250 \text{ MPa } (0.015 \text{ m})(0.100 \text{ m}) = 0$$

$$d = 0.110 \text{ m} < 0.120 \text{ m} \quad \text{OK}$$

له دی پیلی کار اخلو او قواوی په هره برخه په دی لاندی ډول پیدا کوو

$$T = 250 \text{ MN/m}^2 (0.015 \text{ m})(0.110 \text{ m}) = 412.5 \text{ kN}$$
$$C_1 = 250 \text{ MN/m}^2 (0.015 \text{ m})(0.010 \text{ m}) = 37.5 \text{ kN}$$
$$C_2 = 250 \text{ MN/m}^2 (0.015 \text{ m})(0.100 \text{ m}) = 375 \text{ kN}$$

له همدی امله محصله د پلاستیک مؤمنت په صفری محور عبارت ده په :

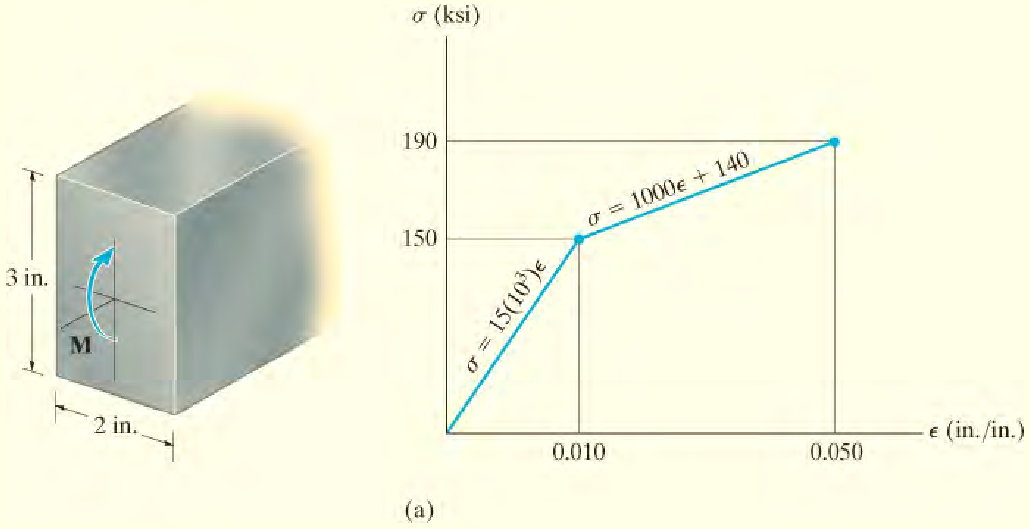
$$M_p = 412.5 \text{ kN}\left(\frac{0.110 \text{ m}}{2}\right) + 37.5 \text{ kN}\left(\frac{0.01 \text{ m}}{2}\right) + 375 \text{ kN}\left(0.01 \text{ m} + \frac{0.015 \text{ m}}{2}\right)$$

$$M_p = 29.4 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 6.23

په انځور 6-53a کی، ښودل شوی بیم له تایتینیم الیاژ څخه جوړ شوی ، او ستریس-سترین ګراف يي په دوه مستقیم کرښو تخمین کیدی شي. که چیری د موادو چلند په دواړو کششی او تیلوهونکی

حالتونو کی یو شان وی ، هغه کړیدونکی مؤمنت چې مواد په پورتنی او ښکته برخه د غوڅی برخه کی په سترین 0.05 in/in کی راولي پیدا کړي.

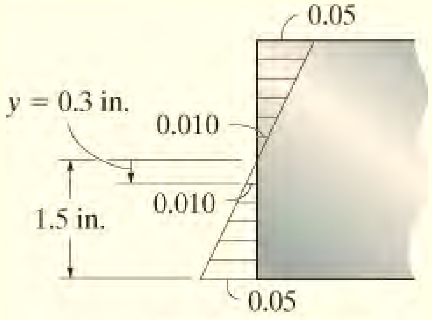


انځور 6-53

حل (SOLUTION)

د ستریس - سترین ډیاګرام په لیدو سره، ویلی شو چې مواد "ایلستیک- پلاستیک او د سترین سختوالي چلند لري." ځکه چې غوڅه برخه متناظر ده د کششی – تیلوهونکی *s - e* ډیاګرامونه يي يو شان دي. او صفری محور باید د غوڅی برخی له مرکز ثقل څخه تیر شي. د سترین -ویش، چې تل خطي وي، په انځور 6-53b کی ښودل شوي. په ځانګړې توګه، هغه نقطه چیرې چې اعظمي ایلستیک سترین (0.010 in/in) واقع کیږي د تناسب له مخې ټاکل شوی، او هغه دی،
$0.05/1.5 \text{ in.} = 0.010/y$ او یا $y = 0.3$ in (انچه).

اړونده نارمل ـسټريس ويش چې په غوځه برخه پلی شوی په انځور 6-53c کی ښودل شوي. هغه مؤمنت چې د دې ويش لخوا پيدا شوې د سټريس بلاکونو د "حجم" په موندلو سره محاسبه کيدی شي. موږ به په دواړو کششی او ټيلوهونکی سيمو کې دا ويش په دوو مثلث بلاکونو او يو مستطيل بلاک وويشو، انځور 6-53d و ګورئ. ځرنګه چې بيم 2 انچه سورروره ده، پايلې او د هغوی ځايونه په لاندې ډول ټاکل کيږي :

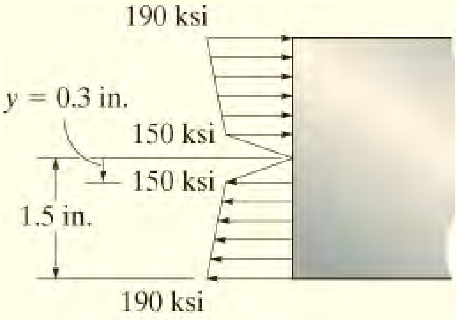


Strain distribution

(b)

$$T_1 = C_1 = \frac{1}{2}(1.2\text{ in.})(40\text{ kip/in}^2)(2\text{ in.}) = 48\text{ kip}$$

$$y_1 = 0.3\text{ in.} + \frac{2}{3}(1.2\text{ in.}) = 1.10\text{ in.}$$



Stress distribution

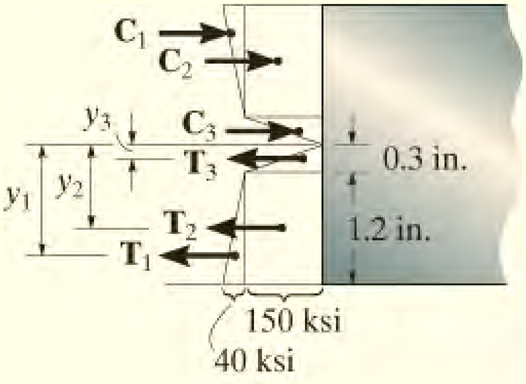
(c)

$$T_2 = C_2 = (1.2\text{ in.})(150\text{ kip/in}^2)(2\text{ in.}) = 360\text{ kip}$$

$$y_2 = 0.3\text{ in.} + \frac{1}{2}(1.2\text{ in.}) = 0.90\text{ in.}$$

$$T_3 = C_3 = \frac{1}{2}(0.3\text{ in.})(150\text{ kip/in}^2)(2\text{ in.}) = 45\text{ kip}$$

$$y_3 = \frac{2}{3}(0.3\text{ in.}) = 0.2\text{ in.}$$



(d)

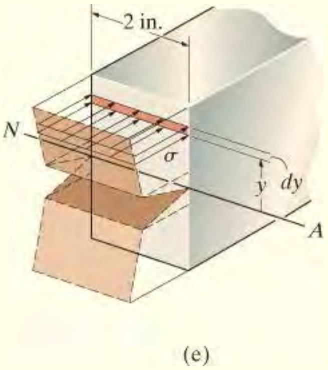
انځور 6-53 (تکرار)

له دی نارمل -ستریس ویش په صفری محور جوړ شوی مؤمنت عبارت دی په

$$M = 2[48 \text{ kip } (1.10 \text{ in.}) + 360 \text{ kip } (0.90 \text{ in.}) + 45 \text{ kip } (0.2 \text{ in.})]$$
$$= 772 \text{ kip} \cdot \text{in.} \qquad \textit{Ans.}$$

حل II (SOLUTION II)

د پورته نیمايي ګرافیک تخنیک پر ځای دا امکان شته چې مؤمنت په تحلیلی ډول محاسبه کړو. ددی اجرا کولو لپاره موږ باید ستریس ویش تابع د موقعیت y د بیم په اوږدوکی وښیو، انځور 6-53c وګوری. دلته $s = f(e)$ په انځور 6-53a کی ښودل شوي او هم له انځور 6-53b نارمل سترین تابع د موقعیت y د مثلثونو له تناسب پیدا کولای شو.



انځور 6-53 (ادامه)

$$\epsilon = \frac{0.05}{1.5} y \quad 0 \le y \le 1.5 \text{ in.}$$

کله چې دا په تابع د $s - e$ چې په انځور 6- 53a کی ښودل شوی ځای په ځای کړو . موږ لرو

$$\sigma = 500y \qquad 0 \le y \le 0.3 \text{ in.} \qquad (1)$$
$$\sigma = 33.33y + 140 \qquad 0.3 \text{ in.} \le y \le 1.5 \text{ in.} \qquad (2)$$

له انځور 6-53e هغه مؤمنت چې s په ساحه د ټوټی $dA = 2dy$ جوړ وی عبارت دی په

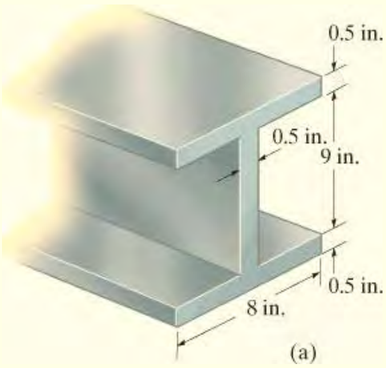
$$dM = y(\sigma\, dA) = y\sigma(2\, dy)$$

له معادلو1 او 2 مؤمنت د ټولی غوځی برخی عبارت دی په

$$M = 2\left[2\int_0^{0.3\text{ in.}} 500y^2\,dy + 2\int_{0.3\text{ in.}}^{1.5\text{ in.}} (33.3y^2 + 140y)\,dy\right]$$
$$= 772\text{ kip}\cdot\text{in.} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 6.24

په سوروره فلنج بيم ، انځور 6-54a ، يو بشپړپلاستيک مؤمنت **M**P پلي شوي. که چيرى دا مؤمنت لري شي هغه پاتى شوى (residual stress) ستريس په بيم کى معلوم کړي. مواد ايلستيکى په بشپړ ډول پلستيک چلند لري او ييلد ستريس يي s_Y = 36 ksi دی.



انځور 6-54

حل (SOLUTION)

د نارمل ستريس ويش په بيم کى د مؤمنت **M**P له امله په انځور 6-54b کى ښودل شوى. کله چى مؤمنت MP لرى شي مواد ايلستيک چلند ښيي او د ستريس ويش په انځور 6-54c کى ښودل شوي. د ماتيدو ماجولس، s_r ، (modulus of rupture) له کريدونکى فورمول (flexure formula) څخه ټاکل کيرى. له MP = 1732.5 kp.in او I= 211.0 in^4 چى په مثال 6.21 کى ښودل شوى کار اخلو او ليکلي شو:

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I};$$

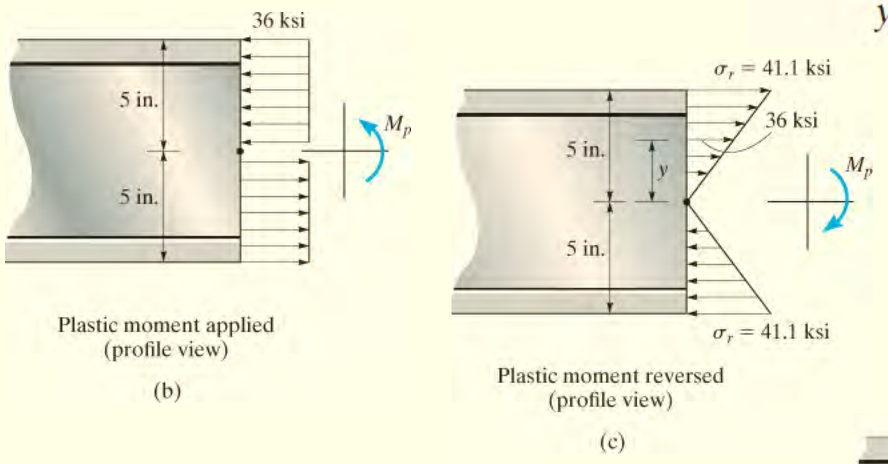
$$\sigma_r = \frac{1732.5\text{ kip}\cdot\text{in. }(5\text{ in.})}{211.0\text{ in}^4} = 41.1\text{ ksi}$$

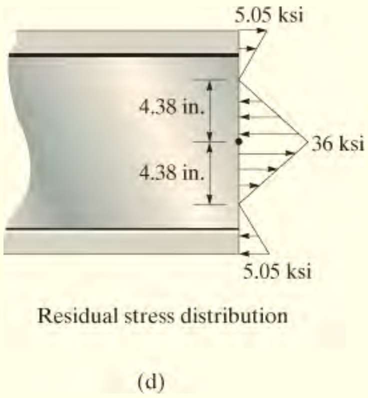
لکه څنګه چى تمه کيده $s_r < 2s_Y$ دى.

سوپرپوزیشن د ستریسونو پاتی شوی ستړیس ویش ورکوی او هغه په انځور 6-54d کی ښودل شوي. صفری ټکي د سټریس له تناسب یعنی له انځور 6-54b او 6-54c پلاس راځی چی موږ ورته اړتیا لرو:

$$\frac{41.1\text{ ksi}}{5\text{ in.}} = \frac{36\text{ ksi}}{y}$$

$$y = 4.38\text{ in.}$$



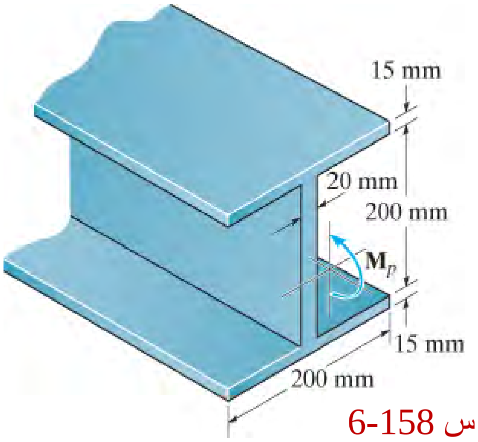


انځور 6-54 (تکرار)

سوالونه

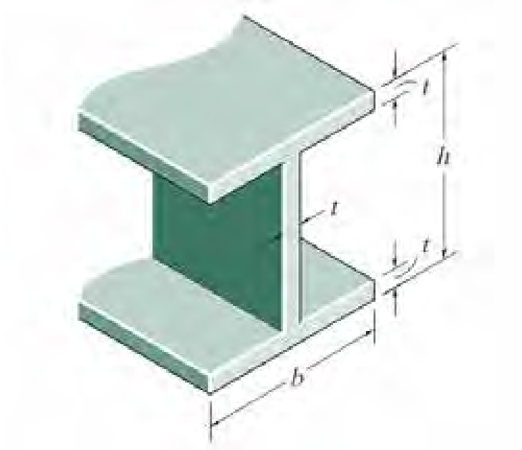
(PROBLEMS)

6-158 . دی لاندی سوروړ-فلینج لپاره شیف فکتور و ټاکی.



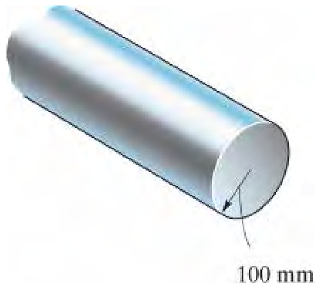
س 6-158

.6-159 دا لاندی سوروړ- فلینج بیم چی له بشپړ توګه ایلستیک-پلستیک موادو جوړ شوي. د بیم شیف فکتور وټاکي.



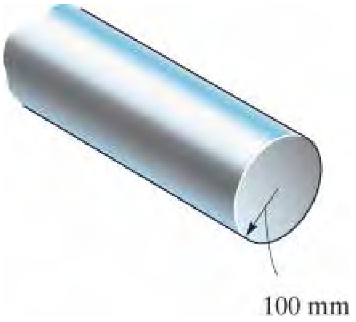
س 6-159

.6-160* دا لاندی ښودل شوی راډ، دایروی غوڅه لري. که چیری دا له بشپړ توګه ایلستیک-پلستیک موادو جوړ شوي وي د شیف فکتور یي وټاکي.



س 6-160

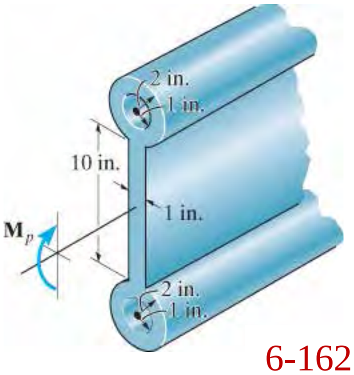
6-161 . دا لاندی راډ دایروی غوڅه برخه لری. که چیری له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی وي او د ییلد مقاومت یي $s_Y = 345$ MPa دی، هغه اعظمی ایلستیک مؤمنت او پلستیک مؤمنت ارزښت چی په دی غوڅه برخه پلی کیدئ شي و ټاکي.



س 6-161

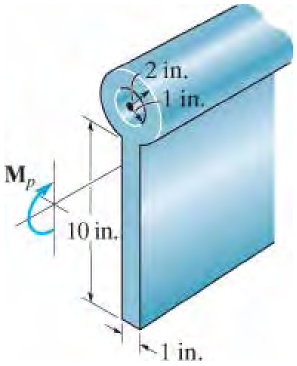
6-162 . بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی د ه. د بیم غوڅه برخه په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. هغه پلاستیکی مؤمنت **M**P چی په بیم پلی کیدی شي وټاکي.

د موادو د ییلد مقاومت $s_Y = 30$ ksi دي.



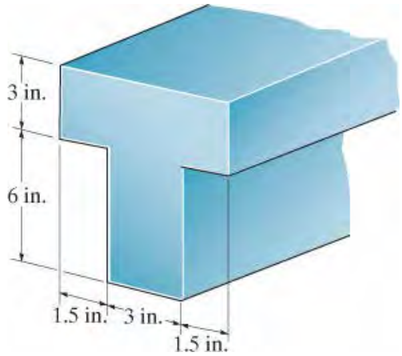
س 6-162

6-163 . د بیم غوڅه برخه په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. هغه پلاستیکی مؤمنت **M**P چی په بیم پلی کیدی شي وټاکي. د موادو د ییلد مقاومت $s_Y = 30$ ksi دي.



س 6-163

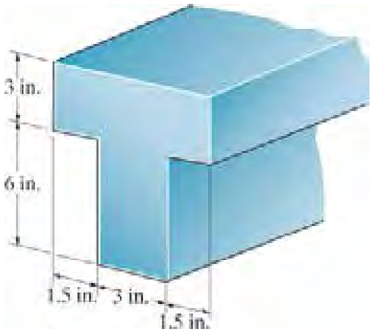
6-164 . د لاندی بیم شیف فکتور وټاکي.



س 6-164

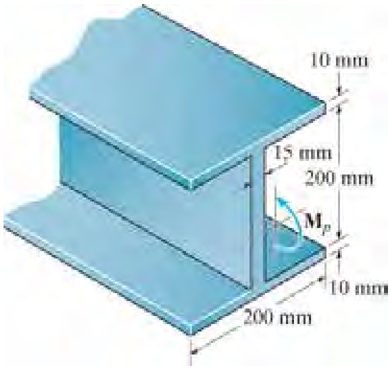
6-165 . بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی ده. د بیم غوڅه برخه په دی لاندی انځور کی ښودل شوي. هغه پلاستیکی مؤمنت M_P چی په بیم پلی کیدی شي وټاکي.

د موادو د ییلد مقاومت $s_Y = 36$ ksi دي.



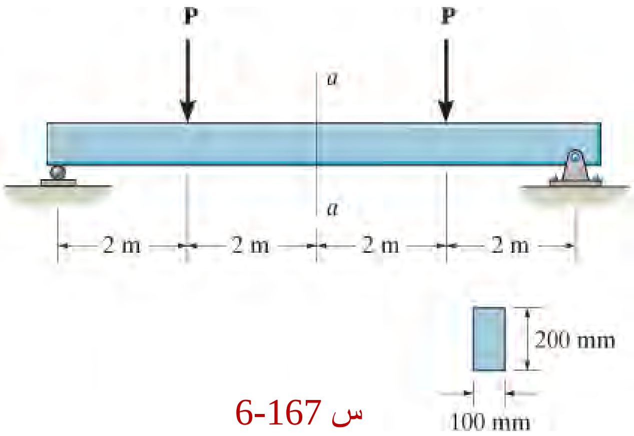
س 6-165

6-166 . د لاندی بیم شیف فکتور وټاکي.



س 6-166

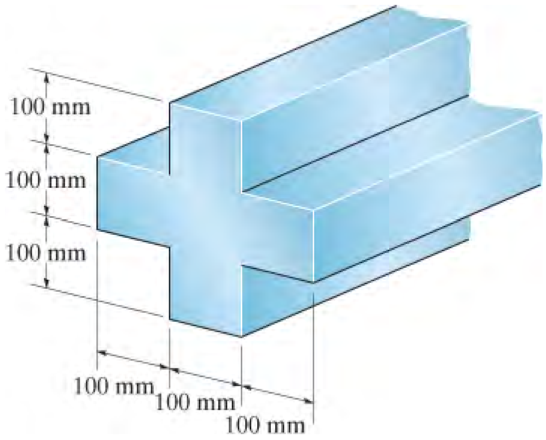
6-167 . دا لاندی بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی ده اود ییلد مقاومت یي $s_Y = 200$ MPa. دی. که اعظمی مؤمنت د بیم د اوږدوالي په مابین برخه a-a کی وي د هری قووی **P** ارزښت داسي وټاکي چی مؤمنت (a) اعظمی ایلستیک مؤمنت وی، (b) اعظمی پلاستیک مؤمنت وی.



س 6-167

6-168* . دا لاندی بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی ده او ییلد مقاومت یي $s_Y = 345$ MPa. دی. هغه اعظمی ایلستیک مؤمنت او پلستیک مؤمنت ارزښت چی په دی غوڅه برخه کیدی شي پلی شي و ټاکي.

6-169 . د لاندی غوڅی برخی لپاره شیف فکتور وټاکي.



س 6-168/169

6-170 . دا لاندې ښودل شوی راډ دايروی غوښه لري. که چيرې دا له بشپړ توګه ايلستيک-پلستيک موادو جوړ شوي وي د شيف فکتور يې وټاکي.

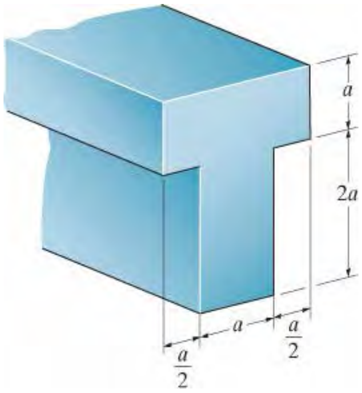
6-171 . دا لاندې ښودل شوی راډ دايروی غوښه لري. که چيرې دا له بشپړ توګه ايلستيک-پلستيک موادو جوړ شوي وي، د هغه اعظمی ايلستيک مؤمنت او پلستيک مؤمنت ارزښت چې په دې غوښه برخه کيدی شي پلی شي و ټاکي. دلته $r = 3$ in., او $s_Y = 36$ ksi .

س 6-170/171

***6-172 .** د لاندې غوښې برخې لپاره شيف فکتور وټاکي.

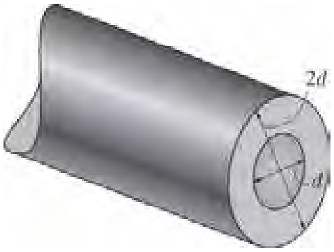
6-173 . دا لاندې بيم له ايلستيک بشپړ توګه پلاستيک موادو جوړه شوی . د هغه اعظمی ايلستيک مؤمنت او پلستيک مؤمنت ارزښت چې په دې غوښه برخه کيدی شي پلی شي و ټاکي.

دلته $a = 50$ mm., او $s_Y = 230$ MPa .



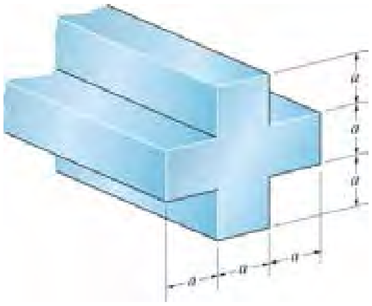
س 6-172/173

6-174 . د لاندی غړی لپاره چی تیوبي غوڅه برخه لري، شیف فکتور وټاکي.



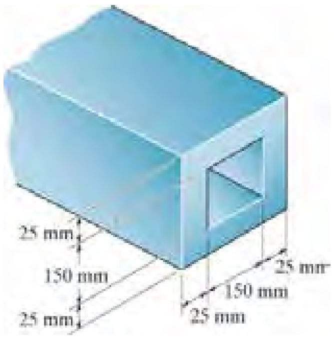
س 6-174

6-175 . د لاندی غوڅی برخی لپاره شیف فکتور وټاکي.



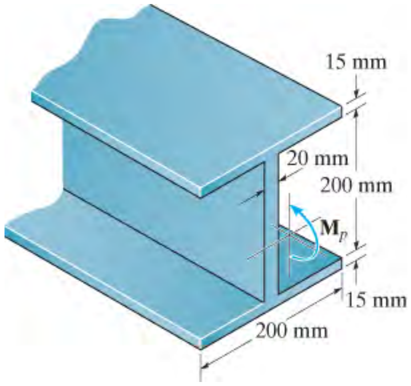
س 6-175

6-176 . دا لاندی بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی ده اود ییلد مقاومت یي $s_Y = 250$ MPa. دي. پاتی شوي ستریس په پورتني برخه او ښکته برخه د بیم کی کله چی پلاستیک مؤمنت $\mathbf{M}p$ پلی شي او بیا لري شي، وټاکي.



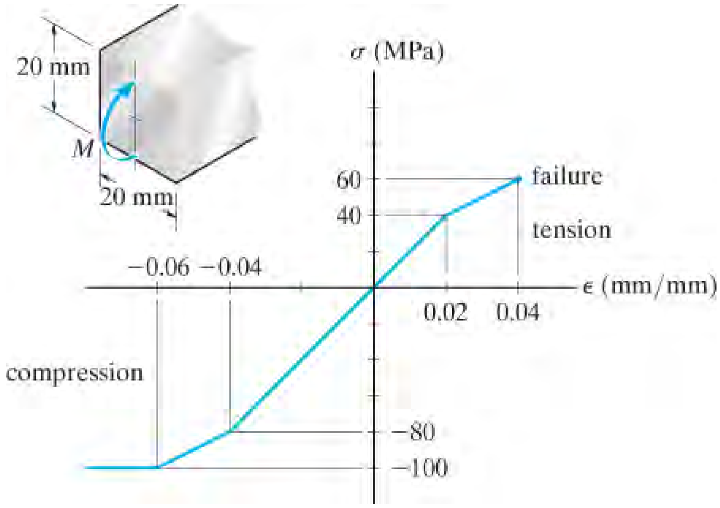
س 6-176

6-177 . دا لاندی بیم له ایلستیک بشپړ توګه پلاستیک موادو جوړه شوی ده اود ییلد مقاومت یي $\sigma_Y = 250$ MPa. دي. پاتی شوي ستریس په پورتني برخه او ښکته برخه دی بیم کی، کله چی پلاستیک مؤمنت $\mathbf{M}p$ پلی شي او بیا لري شي، وټاکي.



س 6-177

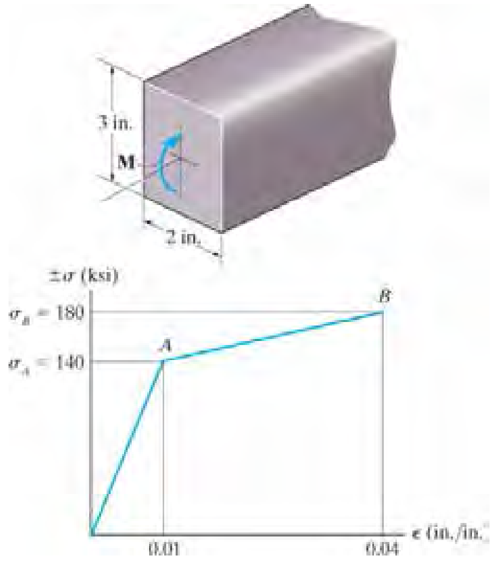
6-178 . د پلکسی ګلاس (plexiglass) بار ستریس -سترین ګراف په لاندی مستقیمو کرښو برخو اټکل شوي. اعظمی مؤمنت M چی کیدی شی په بار مخ کی له دی چی بار مات شي، پلی شی، ویي ټاکی.



س 6-178

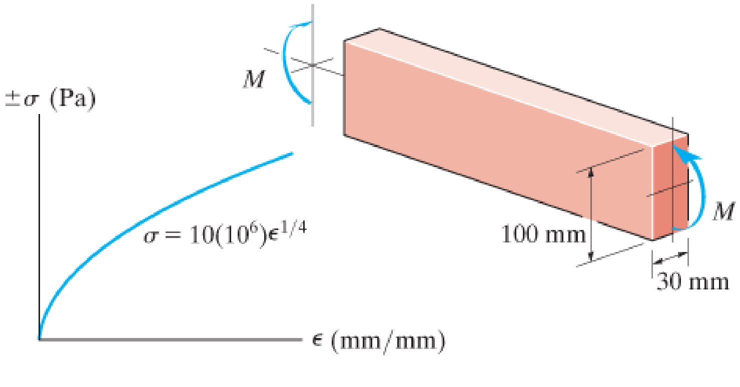
6-179 . د تایتینیم الیاژ ستریس- سترین ډایګرام په دی لاندی دوو مستقیمو کرښو اټکل شوي. که چیری یو سترت چی له دی موادو جوړه شوی وی او مؤمنت وربآندی پلی شي ، ددی مؤمنت

ارزښتونه په دی دوو حالتونو کی پیدا کړی کله چی (a) د ستریس ارزښت s_A وی او بیا (b) که د ستریس ارزښت s_B وی.



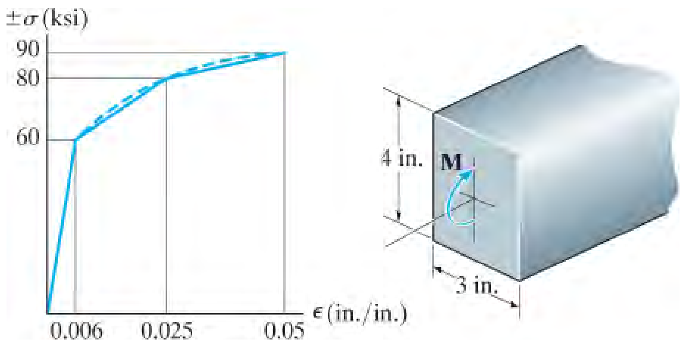
س 6-179

*6-180 . یو بیم چی له پالیپروفیلین (polypropylene) پلاستیک څخه جوړ شوی د ستریس سترین ډایګرام یي په دی لاندی ډایګرام کی اتکل شوي . که چیری په دی بیم یو اعظمی کششی او تیلو هونکی سترین e= 0.02 mm/mm پلی شی، M مؤمنت پیدا کړی.



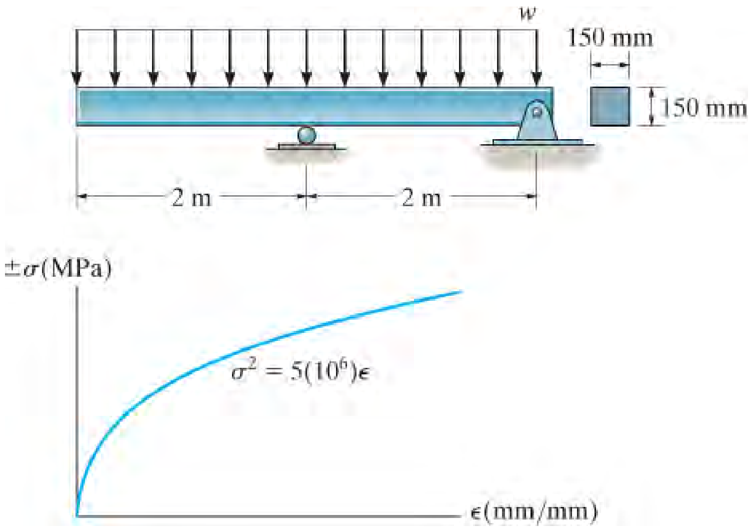
س 6-180

6-181 . دا لاندې بار له المونيم الیاژ څخه جوړ شوي او د ستریس-سترین ډایګرام يي په برخو د مستقیم کرښې اټکل کیدی شي. که چیری فرض کړو چی په دواړو کششی او ټیلوهونکی حالت کی دا ډایګرام د قبول وړ وی ، هغه مؤمنت ، چی دا بار کولای شی واخلی په داسی حال کی چی د پورته او ښکته برخو فایبرو سترین اعظمی حد $e = 0.05$ وی ، معلوم کړي.



س 6-181

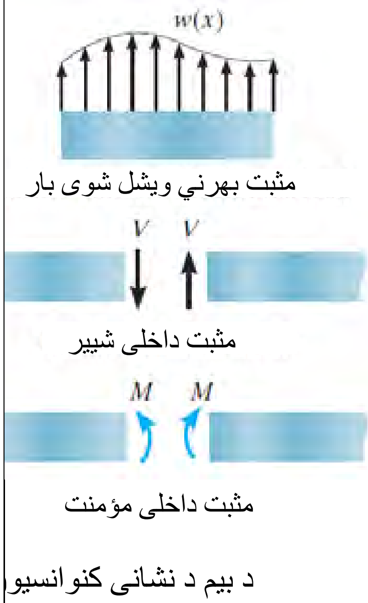
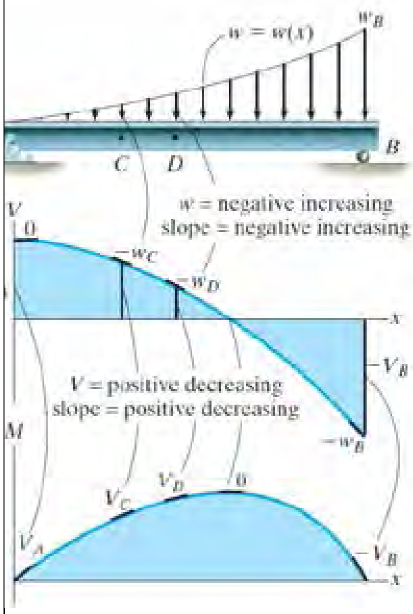
6-182 . يو بيم چی له فینالیک (phenolic) پلاستیک څخه جوړ شوی د ستریس سترین ډایګرام يي په دی لاندی ډایګرام کی اټکل شوي . که یوه برخه د ستریس - سترین دایګرام په معادله MPa $s = (5(10^6)e)^{12}$ وښودل شي ، مقدار دی ویشل شوی بار w چی اعظمی سترین په فایبرونو د مهمی برخی کی له $e_{max} = 0.005$ mm/mm زیات نشي معلوم کړي.

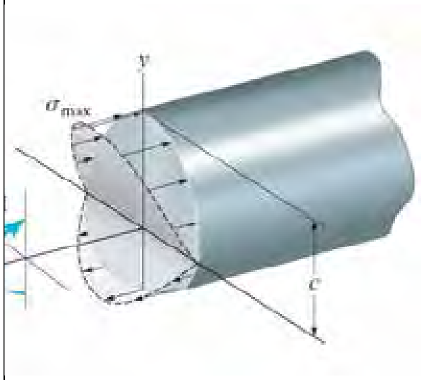
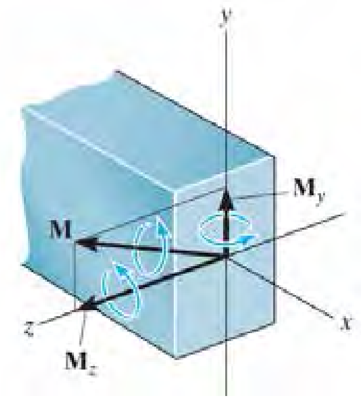


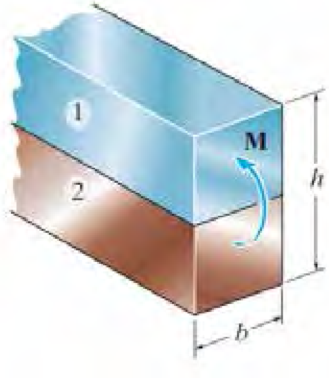
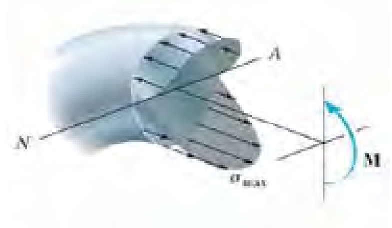
س 6-182

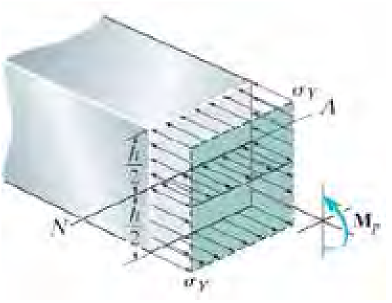
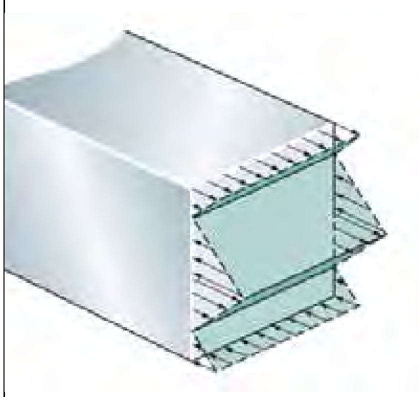
د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

		شییر او مؤمنت ډیاګرامونه ګرافیکي استازیتوب د بیم د داخلي شییر او مؤمنت په بیم کې دننه کوي. کولی شو د بیم د برخې کولو په واسطه، په خپله خوښه فاصله x چې له کیڼ پای څخه نیول کیږی ا نتخاب کړو. بیا د مساواتو معادلو په مرسته کړی شو د V او M ارزښتونه ومومندل شي، او پایله یې پلاټ او مؤمنت او شییر ډایګرام ورځینی جوړ کړو. منل شوی د نښی کنونشن د مثبت ویشل شوي بار او د شییر او مؤمنت لپاره باید تعقیب شي .
	$w = \frac{dV}{dx}$ $V = \frac{dM}{dx}$ $\Delta V = \int w\, dx$ $\Delta M = \int V\, dx$	دا هم ممکنه ده چې د اصولو په پوهیدو سره شییر او مؤمنت پلاټ کړو کوم چې په هره نقطه کې میلان د شییر ډایګرام مساوي دی په شدت د بهرنی ویشل شوی بار سره په هغه ټکی کی. په همدې توګه، میلان د مؤمنت ډیاګرام مساوي دی په شییر په هغه ټکی کی. ساحه د ویشل شوی بار ډایګرام لاندی، د دوو ټکیو تر منځ، استازیتوب د شییر د بدلون کوي. او ساحه د شییرډیاګرام لاندي د دوو ټکیو تر منځ په مؤمنت کې د بدلون استازیتوب کوي. شییر او مؤمنت په هر ځای کې د برخی میتود په کارولو سره تر لاسه کیدی شي.

		اعظمي يا لږ تر لږه مؤمنت چیرې چې شییر صفر وي واقع کیږي.
		د کوږوالي مؤمنت په مستقیم بیم کې، د نارمل سترین خطی توپیر تولیدوي. دا په دې شرط چې مواد متجانس او خطي چلند ولري، نو بیا د بیم د داخلی مؤمنت اړیکی د توازن حالت په واسطه له ستریس ویش سره جوړیدی شي. پایله يي کیږدونکی فورمول (flexure formula) دی $$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$$ c او I د صفری محور چیرې چې د غوڅی برخی له مرکز ثقل څخه تیریږي ټاکل کیږي.
	$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$	که چیری غوڅه برخه، دبیم په هغه محور چی صفری کرښه ورباندی عمود وی، متناظر نه وی نو بیا نا متناظر (unsymmetrical bending) کږیدنه منځ ته راځي. په داسی حالت کی اعظمی ستریس د فورمول په واسطه ، او یا د کوږوالی له سوپرپوزیشن د مؤمنت له اجزاوو M_y او M_x په اصلی انرشیايي محور (principal axes) د ساحی ، ټاکل کیدی شي.

	$n = \dfrac{E_1}{E_2}$	هغه بیمونه چې له مختلفو موادو څخه جوړ شوي وی کیدی شی چې په یوډول موادو بدل شي، تر څو داسی په پام کی ونیول شي چې غوڅه برخه له یو ډول موادو څخه جوړه شوي. د دې کولو لپاره، د بدلون فکتور n ، کوم چې تناسب د موادو د ماجولس ایلستیسټي دی، او د عرض b بدلولو لپاره کارول کیږي. یوځل چې غوڅه برخه د بیم بدله شي ، بیا سټریس په بدل شویو موادو کې په کارولو د کیږیدلو فورمول له n سره په ضربیدو ټاکل کیږي.
	$\sigma = \dfrac{M(R-r)}{Ar(\bar{r}-R)}$ or $\sigma = \dfrac{My}{Ae(R-y)}$	کاږه بیمونه کله چی د شکل بدلون پیدا کړي، نارمل سټرین له صفری محور څخه په خطي ډول توپیر نه مومي . که مواد متجانس او خطی ایلستیک وی او هم په یوه محور متناظر وی ، په دی حالت کی د کاږه بیم فورمول په کارولو کیږیدونکی سټریس ټاکل کیدی شي.
	$\sigma_{max} = K\dfrac{Mc}{I}$	د سټریس غلظت په غړو کې هغه وخت منځ ته راځی ، کله چې غوځه برخه یي ناڅاپي بدلون ومومي. د بیلګې په توګه د سوریو، جری، او ګندی له امله په بیم کی غلظت واقع کیږي. تر ټولو زیات او اعظمی سټریس په دې ځایونو کې د سټریس غلظت فکتور K ګرافونو په کارولو څخه چی له تجربو جوړ شوی ، موندل کیږي .

		که سټریس په موادو کی د کیږیدونکی مؤمنت له امله له ییلد حد زیاتوالي و مومي ، نارمل سترین به خطي پاتي شي، اما د سټریس ویش توپیر به د سټریس -سترین ډایکرام له مخی ټاګل کیږی. آخری پلاستیکی مؤمنت چی غړی وکړای شی تحمل کړي داسی پیدا کیږی کله چی محصله قوه مساوی په صفر شي او محصله مؤمنت برابر په مؤمنت د سټریس ویش شي.
		که پلی شوی پلاستیکی یا آخری مؤمنت لیري شی مواد به ایلستیکي چلند وښیي او پاتی شوی سټریس په بیم کی جوړیږي.

مفهومي پوښتني

CONCEPTUAL PROBLEMS

م 6-1. د فولادو کرېدونکی اری تیغ د موټور د ویل د پاسه تیرېږی. د مناسبو اندازه کولو او معلوماتو اخیتلو نه پس، تشریح کړی چی څنګه به د اری په تیغ کی ستریس معلوم کړی.

م 6-1

م 6-2. د کرین بوم په اوږدو کی د پام وړ مخروطی شکل لري . تشریح کړی چی دا ولی؟ فرض کړی چی بوم افقی موقعیت لری، او په دی پروسه کی ده چی خپل پای کی بار پورته کړي، تر څو چی ریکشن په اتکا A کی صفر شي. د خپل استدلال توجیه کولو لپاره واقعی ابعاد او بار و کاروی .

م 6-2

م 6-3. ددی سوټک لپاره مناسب ابعاد او وزن وکاروي او د تحلیل له لاری و ښیي چی ولی دا سوټک په هغه حالت کی چی ښودل شوی مات شو.

م 6-3

م 6-3. د باغ قیچي له ټیټ کیفیت موادو جوړه شوي. د یو 50 پونډ بار چې عمودي په تیغ یي پلی شي ، د قیچي په مناسب ابعادو ، مطلق اعظمی تاویدونکی ستریس په موادو کی مشخص کړئ او وښایاست چې ولي په دی خاصه برخه د لاستی کی ماتوالي واقع شو.

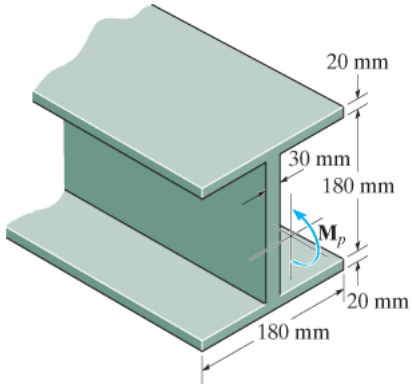
(a) (b)

م 6-4

د بیا کتنې سوالونه

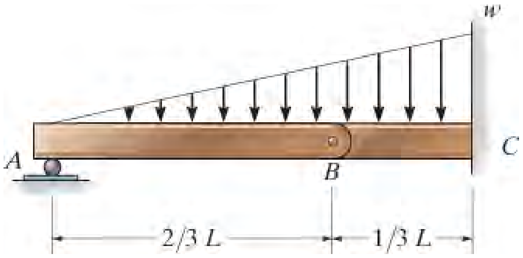
REVIEW PROBLEMS

ب 6-1. شیف (shape) فکتوردلاندې سورور- فلنج بیم معلوم کړي.



ب 6-1

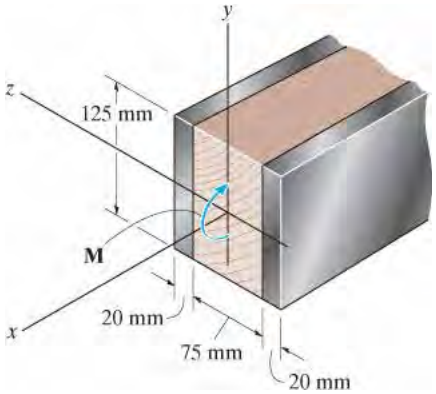
ب 6-2. لاندې بیم له دو برخو جوړ شوی ، او په B کې د پن په واسطه برخې له یو بل سره تړل شوي. شییر او مؤمنت ډایګرامونه ددې بیم جوړ کړي. یو مثلثي شکل ویشل شوی بهرنی بار وربانډې پلی شوي.



ب 6-2

ب 6-3. مرکب بیم چې په منځ کې لرګې او خواوو ته دوې فولادې تختې لرې. که چیرې د لرګي منل شوې د مؤمنت له امله تاویدونکې ستریس $(s_{allow})_w = 20$ MPa او د فولادو منل شوې

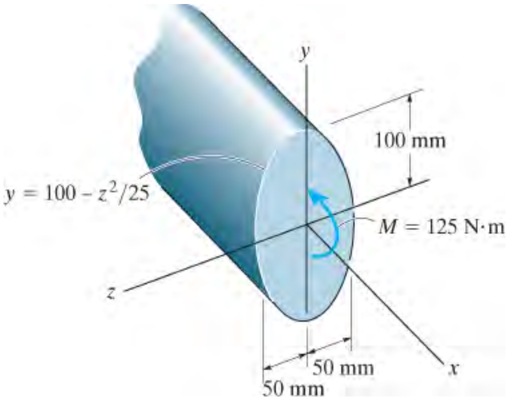
ستریس $(s_{allow})_{st} = 130$ MPa وی، اعظمی مؤمنت چی کیدی شي په دی بیم پلي شي و ټاکي. د لرګي $E_w = 11$ GPa, او فولادو $E_{st} = 200$ GPa دي.



ب 6-3

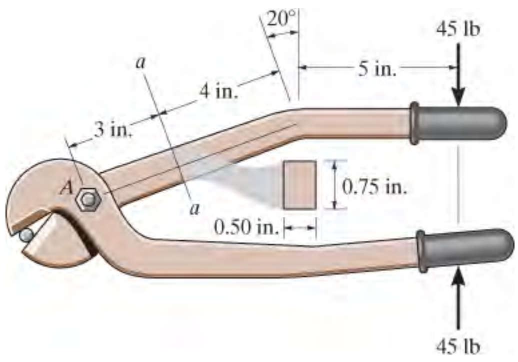
ب *6-4. یو شافت له پالیمر (polymer) څخه جوړ شوي ، پورته او ښکته برخه یي پاراباليک (parabolic) شکل لري. که یو مؤمنت $M = 125$ N.m وربانډی پلی شوي وی، د مؤمنت اعظمی تاویدونکی ستریس په موادو کی داسی معلوم کړی (a) له کیږیدونکی فورمول (flexure formula) نه او (b) له مشتق (integration) نه کار واخلي. د ستریس ویش دري اړخیز لید په غوڅه برخه رسم کړي.

کومک: د انرشیایي مؤمنت معلومولو لپاره له معادلی A-3 په ضمیمه A کی کار واخلي.



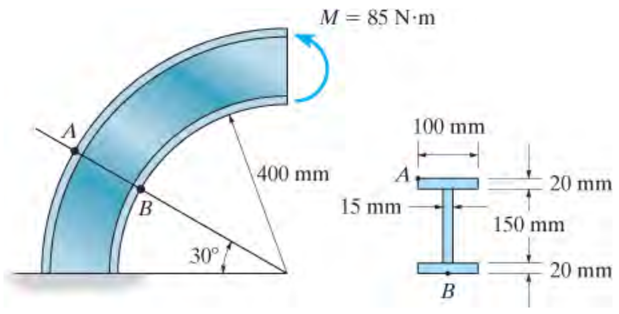
ب 6-4

ب 6-5. اعظمي تاويدونکی ستريس د مؤمنت له امله د کيبل غوڅيدونکی قيچي په برخه a-a کی معلوم کړي. يو 45 lb پونډ قوه د قيچی په لاستي يي پلی شوي.



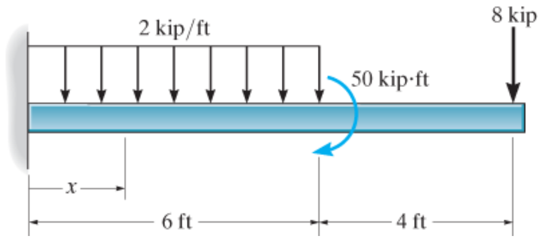
ب 6-5

ب 6-6. په منحنی بيم يو مؤمنت M = 85 N.m څنکه چې په لاندی انځور کی ښودل شوي پلی شوی دی. ستريس په ټکيو A او B کی پيدا کړي او هغه په حجمی ډول په دی ټکيو کی وښيي.



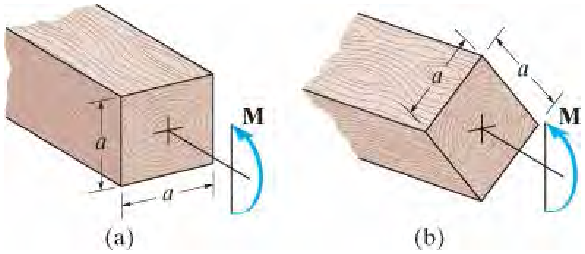
ب 6-6

ب 6-7. شییر او مؤمنت په دی لاندی بیم کی چی د x تابع وی، وټاکي، کله چی $0 <= x < 6$ ft وی ، بیا د بیم لپاره شییر او مؤمنت ډایگرامونه رسم کړي.



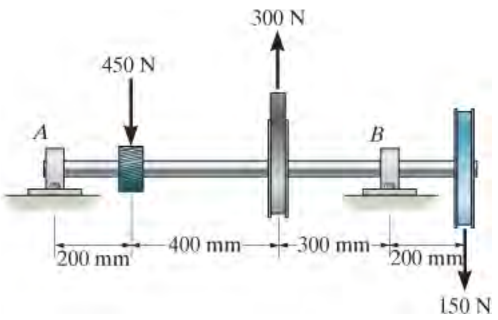
ب 6-7

ب *6-8. د لرگیو بیم مربع غوڅه برخه لری چی په لاندی انځور کی ښودل شوي. کوم لوری یا جهت د غوڅی برخی اعظمی مقاومت د مؤمنت **M** لپاره جوړه ولي شي. په دواړو قضیو کی به توپیر د اعظمی سټریسو څومره وي.



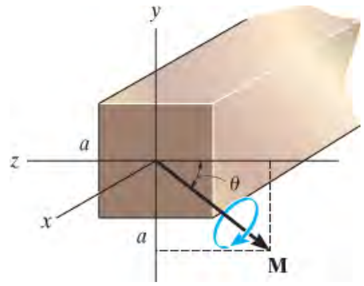
ب 6-8

ب 6-9. د شافت لپاره شییر او مؤمنت ډایګرامونه جوړ کړي، کله چې ښودل شوی عمودی بارونه ورباندی پلی وي. بیرنګونه په A او B کی تنها عمودی ریکشن لری.



ب 6-9

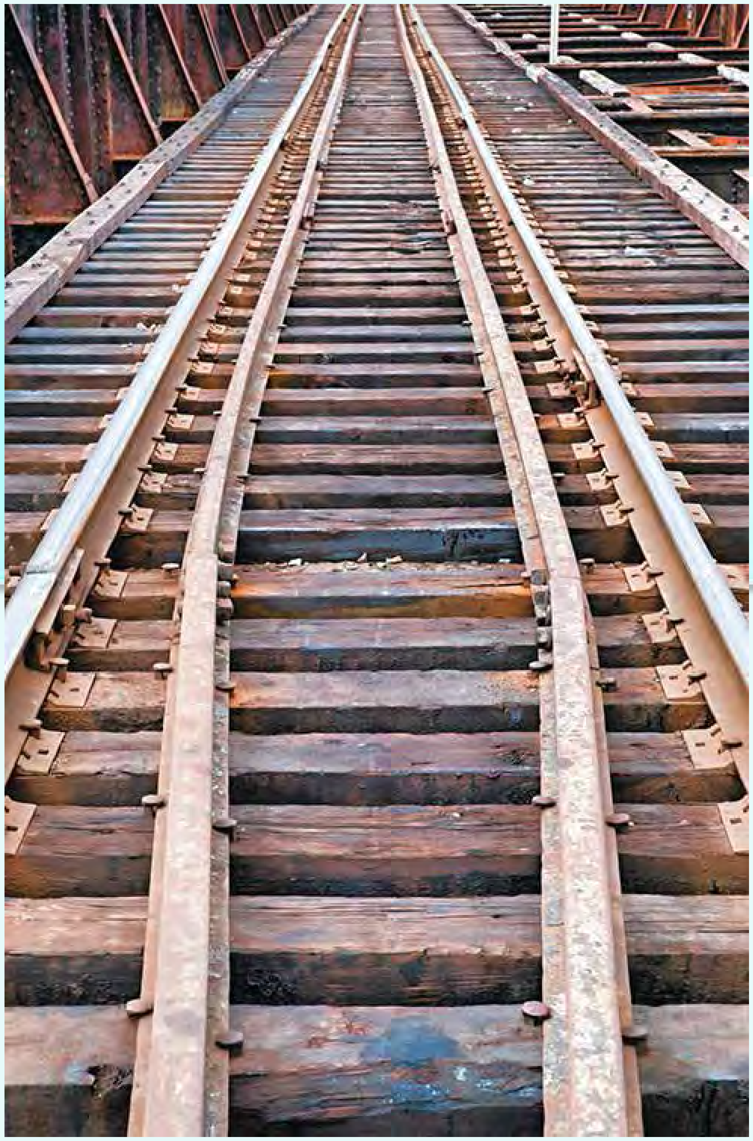
ب 6-10. دا لاندی سترت مربع غوښه برخه لري، هره ضلع یي a په a ده او مؤمنت $\mathbf{M}$ په زاویهq ورباندی پلی شوي. اعظمی ستریس د مؤمنت له امله تابع دی a, M او q معلوم کړي. کومه اندازه د زاویq په سترت کی اعظمی ستریس جوړه وي؟. د صفری محور جهت ددی حالت لپاره و تاکی.



ب 6-10

فصل اوم

(CHAPTER 7)



(© Bert Folsom/Alamy))

د ریل پټلۍ د بیم په توګه عمل کړی چی د خورا لوی عرضي شییر بار ملاتړ کوي. په پایله کې، که دوی د لرګیو څخه جوړ شوي وي، په پای کی به درز وکړی، چیرته چې شییر بارونه ترټولو لوی دي .

عرضی شییر

(TRANSVERSE SHEAR)

CHAPTER OBJECTIVES د فصل موخې

په دې فصل کې به موږ په دی بحث وکړو چې په بیم کې شییر ستریس څنګه موندل کیږی، او هم به پر دی بحث وکړو چې د بیم په اوږدو کی د ټرونکیو او یا بولټونو فاصله د بیم په اوږدوالی کی څنګه و ټاکل شي . د شییر بهیر (shear flow) مفهوم به وړاندی شي تر څو د نری دیوال دغړیو د پاره اوسط شییر ستریس وموندل شی. او دا څېرګی به په دی بحث ختم کړو چی د بار له امله، د بیم له تاویدو څنګه مخنیوي وشي.

7.1 په مستقیموغړیو کی شییر(SHEAR IN STRAIGHT (MEMBERS

په عمومی ډول، بیم د داخلي شییر او مؤمنت دواړو ملاتړ کړي شي. شییر **V** د یوه عرضی (*transverse*) شییر – سټریس ویش پایله ده، چې د بیم په غوښه برخه عمل کوي، انځور1-7 و ګوري. د شییر بشپړونکي خاصیت له امله دا سټریس په ورته ډول د بیم په اوږدوالی شییر سټریسونه رامینځته کوي.

انځور 1-7

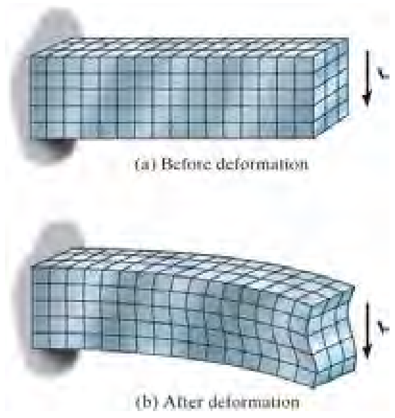
انځور 2-7

ددی لپاره چی رامینځته شوي تاثیرد اوږدوالي شییر له امله روښانه کړو موږ به هغه بیم چی په انځور 7-2a کی ښودل شوی په پام کی ونیسو. دا بیم له دریو تختو جوړ شوی. پورته او لاندې سطحې د هرې تختې هواری دي، او تختی د یو بل سره تړل شوي ندي. کله چی بار **P** ورباندی پلي شی، بیم ښکته کږیږی او دا تختی له یو بل ښویږی. که چیری دا تختی له یو بل سره سریښ شی، شییر چی د تختو تر منځ سطحو باندی عمل کړي د ښویدو مخه نیسي او په پایله کی بیم په یو واحد توګه عمل کوي، انځور 7-2b وګوري.

د شییر سټریس له امله شییر سترین رامینځته کیږي او غوځه برخه په پیچلي ډول تحریف (distort) کوي. د بیلګې په توګه، په انځور 7-3a کې یو لنډ میله په پام کې ونیسئ چې له خورا نرمو موادو څخه جوړ شوی، او افقی او عمودی کرښوسره نښه شوی. کله چې د شیر قوه **V** ورباندی پلی شي، دا کرښی په هغه بڼه بدلوي چی په انځور 7-3b کې ښودل شوي. دا غیر یونیفورم شییر سټریس ویش به لامل شي چی غوځه برخه *پیچ او تاو* (*wrap*) و مومي ؛ او د پایلې په توګه، کله چی په بیم مؤمنت او شییر دواړه عمل وکړي دا غوځه برخه به په یو ه هموار ه سطحه ځنګه چی د کیږیدو فورمول (Flexure formula) لپاره فرض شوی وه، پاتی نشي.

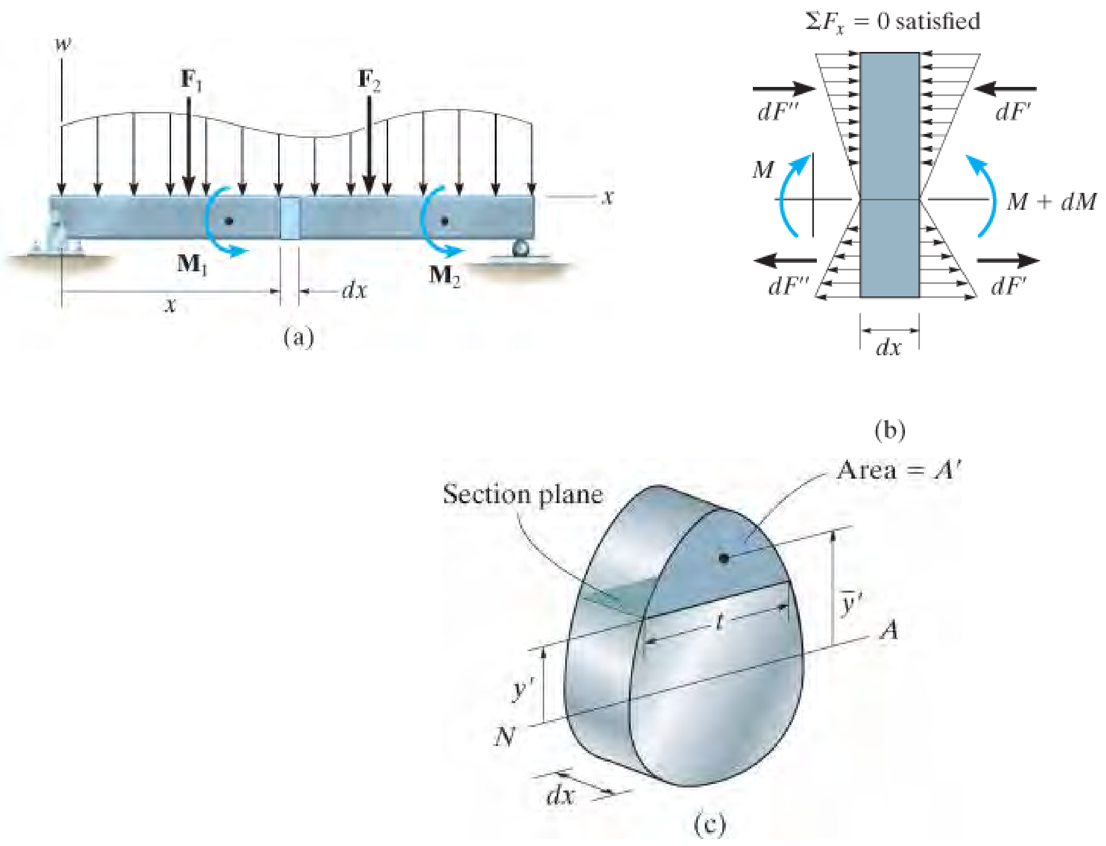
ددی کوروګیتید (corrugated) فلزی پوړ پوښ (liner) شییر نښلونکي "ټک ویلډ شوي" (tack weld) دي. کله چی کانریت د فرش لپاره اچول کیږي دا شییر نښلونکي به د کانکریتی فرش ښویدل د فلزی پوښ په مخ مخنیوی وکړئ. په پایله کی دا دوه مواد به په دې توګه د یو مرکب فرش په توګه عمل وکړئ .

7.2 د شییر فورمل (SHEAR FORMULA)



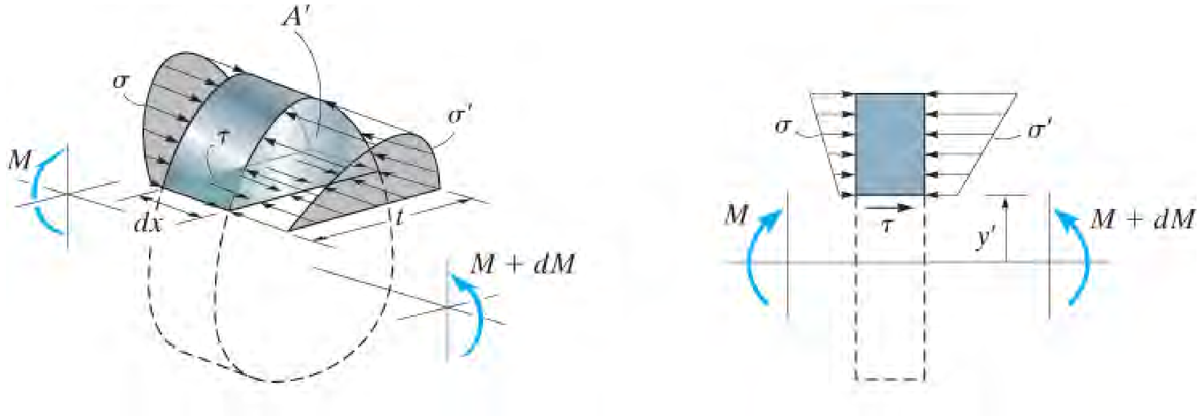
انځور 7-3

خرنګه چې د شییر سترین ویش د شییر ستریس له امله په اسانۍ سره نه دی تعریف شوی، لکه څنګه چې د محوري بار، تورژن، او مؤمنت په حالت کې دی، موږ به د شییر-ستریس ویش په غیر مستقیم ډول ترلاسه کړو . د دې کارلپاره موږ به د بیم د یوه برخه د افقی قواوود انډول لپاره په پام کې ونیسو ، انځور 7-4a وګوري. د ټولی برخی آزاد ډیاګرام لکه چې په انځور 7-4b کې ښودل شوی په پام کی نیسو. د نارمل ستریس ویش چې دلته رامینځته کیږي د مؤمنت M او $M + dM$ له امله دي . دلته موږ د V ، $V + dV$ ، او $w\,(x)$ اغیزې لرې کړې، ځکه چې دا بارونه عمودي دي او له همدې امله د قواوو په افقي مجموعه کې ځای نه لری. په یاد ولرئ چې انډول د $\Sigma F_x = 0$ برقرار دي، ځکه چې د ستریس ویش په هر اړخ د برخی یاعنصر تنها کپل (couple) مؤمنت جوړه وی او له همدې امله محصله د قوو صفر ده.



انځور 7-4

اوس راځئ د یوه عنصر *پورتنۍ برخه* چې په سیوري په انځور 7-4c کې ښودل شوي، په پام کې ونیسو. دا برخه په فاصله د $y`$ له صفرې محور څخه موقعیت لري. موږ غواړو په دې برخه کې په دی سطحه د شییر سټریس پیداکړو. د پورتنۍ برخې سور یې $t$ اود غوښې برخې دوه اړخونه هر یو د $A`$ ساحه لري. د دی برخې آزاد ډیاګرام چې په انځور 7-4d کې ښودل شوی. په هر اړخ د عنصر د مؤمنت محصله په اندازه د dM توپیر لري، نو مجموعه دقواوو $\Sigma F_x = 0$ ، هلته کیدی شی چې په لاندې سطحه د برخې په اوږدو، شییر سټریس t عمل وکړي . د تحلیل ساده کولو لپاره، موږ به دا فرض کړو چې شییر سټریس په سور t په لاندې مخ کې *ثابت* دی. د موندلو لپاره هغه افقي قوه چې د کوږوالي مؤمنت لخوا رامینځته کیږي، موږ به دا فرض کړو چې د شییر له امله د پیچ او تاب (warping) اغیزه کوچنې ده، نو دا په عمومي ډول د محاسبه کیدو نه ده او کیدی شی چې په پام کی و نه نیول شي. دا انګیرنه په ځانګړې توګه د ډیری عام قضیې لپاره لکه د یوی *باریک* (*slender*) بیم لپاره ریښتیا ده . باریک بیم هغه بیم دی چې ژوروالی یې د اوږدوالي په پرتله ډیر لږ وی. له همدې امله، د کوږوالي فورمول معادله 6-13 په کارولو سره، موږ لرو



Three-dimensional view (d) Profile view

انځور 7-4 تکرار

$$\overset{+}{\leftarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad \int_{A'} \sigma'\, dA' - \int_{A'} \sigma\, dA' - \tau(t\,dx) = 0$$

$$\int_{A'} \left(\frac{M + dM}{I}\right) y\, dA' - \int_{A'} \left(\frac{M}{I}\right) y\, dA' - \tau(t\,dx) = 0$$

$$\left(\frac{dM}{I}\right) \int_{A'} y\, dA' = \tau(t\,dx) \qquad (7\text{–}1)$$

دا د t لپاره حل کوو، او موږ لرو

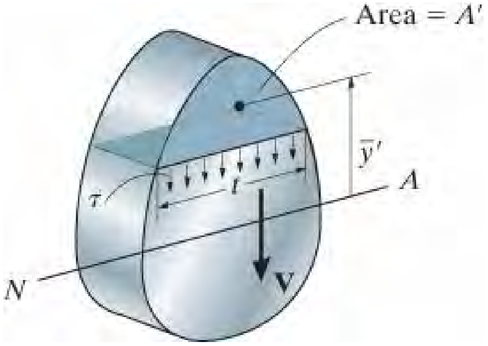
$$\tau = \frac{1}{It}\left(\frac{dM}{dx}\right)\int_{A'} y\, dA'$$

دلته $V = dM/dx$ معادله 2-6 او هم دا انتیګرال استازیتوب د مؤمنت د ساحې `$A$ په صفری کربنه کوي، چې دا به په سمبول $Q$ سره ښنیو. ځکه چې موقعیت د ساحې `A له معادلی

$$\bar{y}' = \int_{A'} y\, dA' / A'$$

څخه پیدا کیږي او موږ لیکلی شو

$$Q = \int_{A'} y\, dA' = \bar{y}'A' \qquad (7\text{–}2)$$



انځور 7-5

وروستۍ پایله په نامه دی ***شییر فورمول*** یادیږي، یعني

$$\boxed{\tau = \frac{VQ}{It}} \qquad (7\text{–}3)$$

د 7-5 انځور له مخې:

t = د غړي شییر سټریس په یو ټکي چې په فاصله د y له صفري محور موقعیت لري. فرض کیږي چې دا سټریس ثابت دی او اوسط د سټریس په ټول سور د t کې دي

V = د شییر قوه ده، چې د غوڅې په طریقه او د توازن له معادلې پیدا کیږي

I = انرشیایي مؤمنت د ټولې غوڅې برخې ساحې په صفري محور محاسبه کیږي

t = د غړی د غوڅې برخې سوردی په هغه ټکی کی چې شییر سټریس t غوښتل شوي

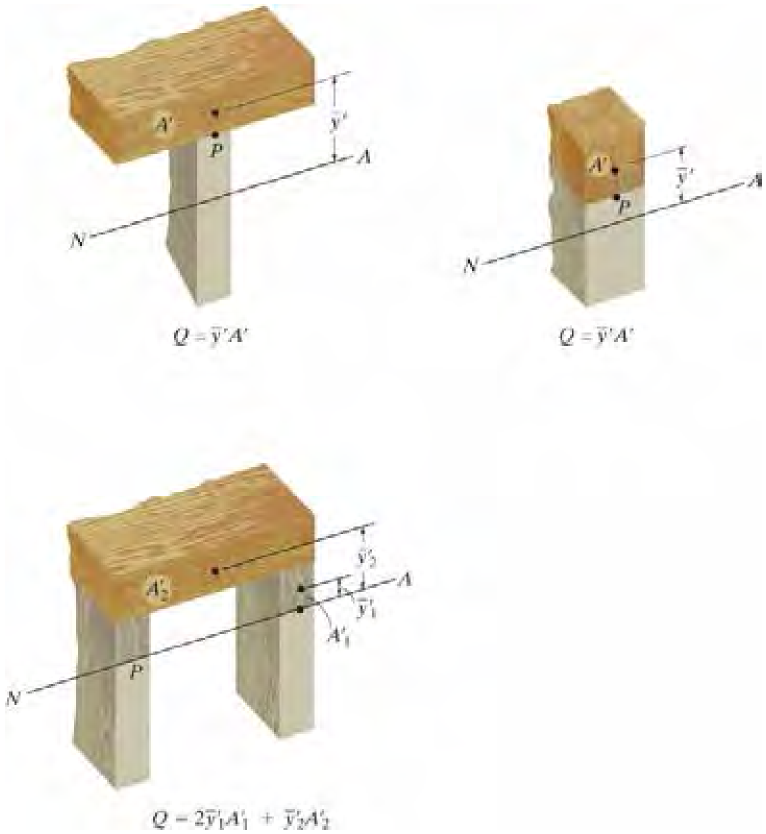
$Q = \bar{y}'A'$, دلته A' ساحه د پورتنۍ یا لاندنی برخه د غړی د غوڅې برخې ده. پورته یا ښکتنۍ سطحه د برخې چې سور t یي اندازه شوي، او ($\bar{y}'$) فاصله ده له صفری محور تر مرکز ثقل د A' تر ساحې پورې.

که څه هم د فورمول حاصلولو لپاره موږ یوازې شییر سټریس چې په اوږدود بیم د سطحې عمل کړی په پام کې نیولي دي. دا فورمول د بیم د غوڅې برخي دعرضي خوا شییر پیداکولو لپاره هم کارول کیدی شي ، ځکه چې د شیر سټریسونه تکمیلیدونکي او مساویدي.

د Q محاسبه کول (Calculating Q).

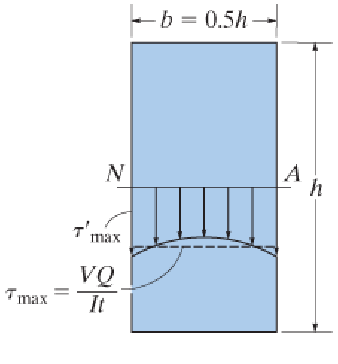
محاسبه کول د Q د شیر فورمول په ټولو اجزاوو کی معمولاً خورا ستونزمن وي، چې په سمه توګه تعریف کړی شي . هڅه وکړئ چې په یاد ولرئ چې دا د غوڅې برخې هغه ساحې مؤمنت څرګندوي چې دا ده د هغه نقطې څخه پورته یا لاندې چیرې چې د شییرسټریس ټاکل کیږي دی.

A' هغه سیمه ده چې د بیم پاتی برخه، کله چې بیم له کړیدنی تیریږي، د اوږدوالي شییر سټریس په واسطه "نیول کیږي" انځور 7-4d وګورئ. مثالونه چې په انځور 7-6 کی ښودل شوي د دی ټکي په روښانه کولو کې به مرسته وکړي. دلته سټریس په نقطه P کی باید وټاکل شي، او په دې توګه A' د تیاره سیوري سیمي استازیتوب کوي. د هر یوی قضیه لپاره د Q ارزښت د هرحالت لپاره لاندې راپور شوې. دا ورته پایلې د A' په پام کې نیولو سره د Q لپاره هم ترلاسه کیدی شي ، که چیری د P لاندې روښانه سیوري ساحه په پام کی و نیول شي. که څه هم دلته y، مقدار منفي دی ځکه چې د A' برخه د صفری محورلاندې ده .

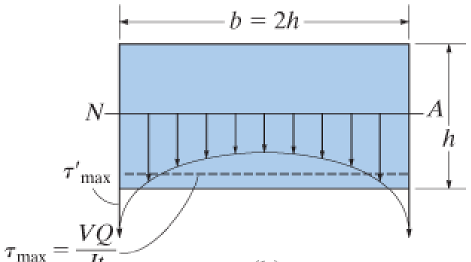

A'
P
$\bar{y}'$
A
N
$Q = \bar{y}'A'$
A'
$\bar{y}'$
P
A
N
$Q = \bar{y}'A'$
A'_2
$\bar{y}'_2$
A
$\bar{y}'_1$
A'_1
P
N
$Q = 2\bar{y}'_1A'_1 + \bar{y}'_2A'_2$

انځور 7-6

د شییر ستریس فورمول په کارولو کی محدودیتونه (Limitations on the Use of the Shear Formula).



(a)

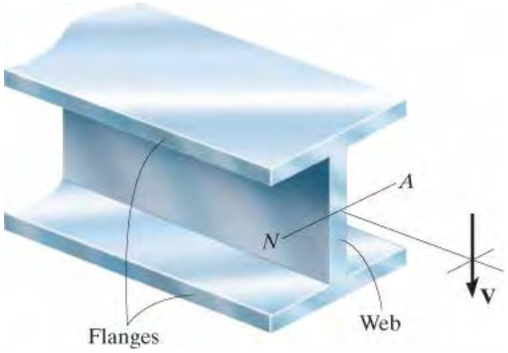


(b)

يو له عمده انګيرنې چې د شيير فارمول په پراختيا کې کارول کيږي دا دی چې شيير ستريس د t برخی په سورکی په مساوي اندازه يا يو شان ويشل شوی. په بل عبارت، منځنی شيير ستريس په سورمحاسبه کيږي. موږ کولی شو د يوه ډير دقيق رياضياتي تحليل له مخی چې د ايلستيستی تيوری پر بنسټ ولاړدی دا انګيرنې په دقت سره و ازمايو. د مثال په توګه، که د بيم غوځه برخه مستطيل وي، د شييرستريس ويش په صفری محورپه اوږدو کی په حقيقت کې توپير لري لکه څنګه چې په 7-7 انځورکې ښودل شوي.

اعظمي ارزښت، $t`_{max}$، د غوڅې برخې په اړخونو کې واقع کيږي، او د هغې شدت په تناسب $b/h$ (بر/ ژوروالي) پورې اړه لري. د هغوغوڅو لپاره چې $b/h = 0.5$ وی د $t`_{max}$، يوازې شاوخوا 3 % له هغه چی د شيير فورمول په واسطه محاسبه شوی وی زياتوالي لري، انځور 7-7a وويني. خرنګه چې، د همواره برخو لپاره، $b/h = 2$ د اعظمی شيير ستريس ، $t`_{max}$ شاوخوا 40 % ډير له انځور 7-7 شيير ستريس t_{max} څخه دی انځور 7-7b وويني . تيروتنه نوره هم زياته کيږي کله چې برخه همواره کيږي، دا په دی معني چې نسبت د b/h زياتيږي. د دې شدت تيروتنې يقينا د زغم وړنه دي که يو هڅه کوي د شيير له فورمول څخه کار واخلي ترڅو د شيير ستريس د سورور- فلنج بيم په فلنج کی معلوم کړي انځور 7-8 وويني.

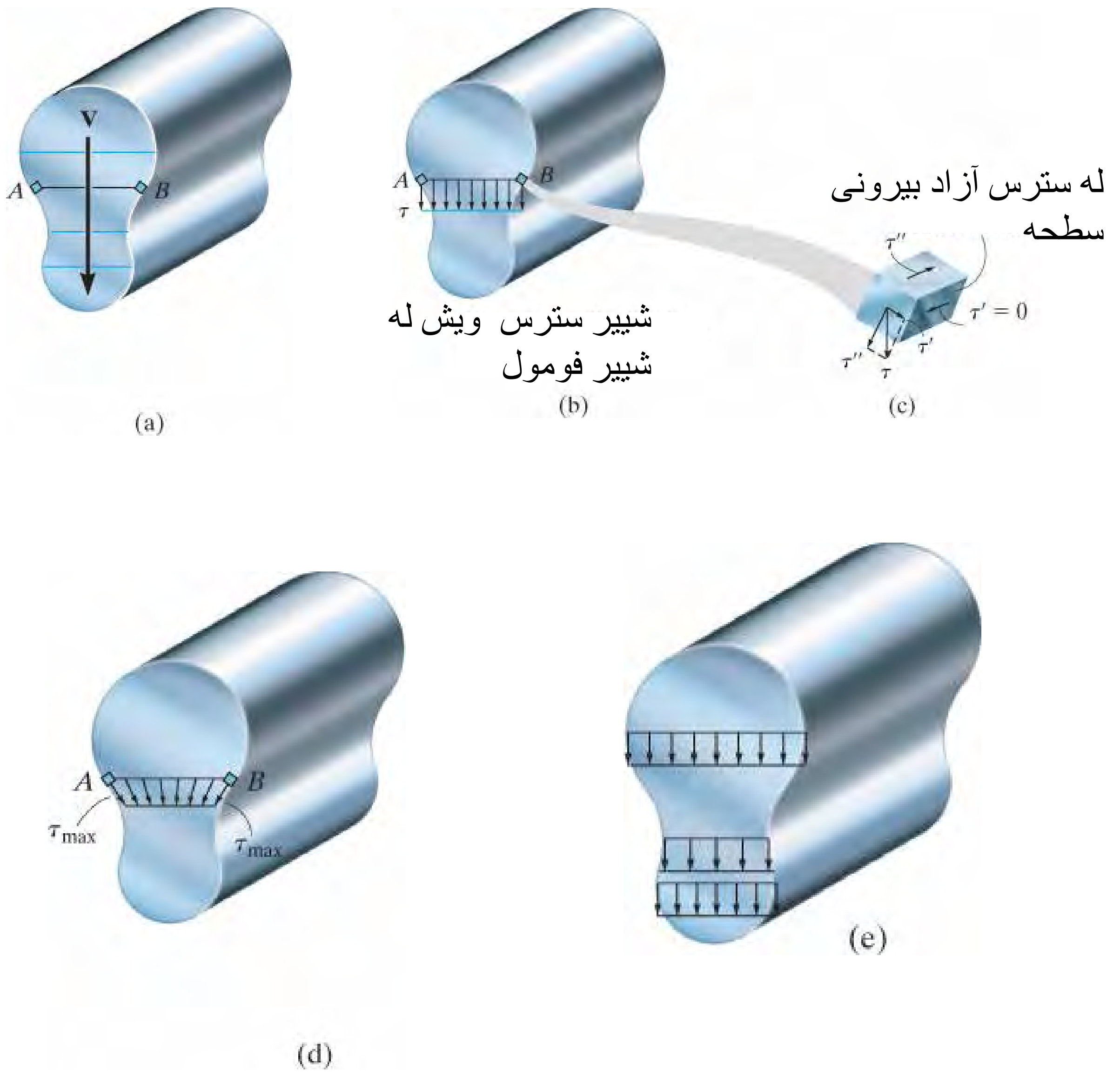
دا هم بايد په پام کې ونيول شي چې د شيير فورمول پايلی به دقيق نه وي کله چې د فلنج او ويب په غوڅه کې د شيير ستريس معلومولو لپاره وکارول شي ځکه چې پدی جنکشن کی، په ناڅاپي ډول د غوڅی برخې بدلون راځی، او له همدې امله دلته د ستريس غلظت پيښيږي. خوشبختانه، انجينران بايد په بيم کې د اوسط اعظمی شيير ستريس محاسبه کولو لپاره له فارمول څخه کار واخلي، او د سورور فلينج برخې لپاره دا په صفری محور کې واقع کيږي، چيرې چې د ويب لپاره b/h(بر/ ژوروالي) تناسب خورا کوچنی دی، او له همدې امله محاسبه شوې پايله ريښتينې اعظمي شيير ستريس ته خورا نږدې ده لکه څنګه چې پورته تشريح شوي.



انځور 7-8

د شییر فورمول په کارولو کې بل مهم محدودیت کیدی شي انځور 7-9a ته اشاره وشي، کوم چې دیو غړی غوښه برخه په غیر منظم سرحد سره ښودل شوي. که موږ د شییر فورمول پلي کړو او د AB کربښې په اوږدو کې د (اوسط) شییر سټریس t وټاکو دا به د دی کربښې په اوږدو کی ښکته لوري ته جهت ولری لکه څنګه چې په انځور 7-9b کی ښودل شوي. په هرصورت، یوه وړه ټوټه د موادو چې د بیرونی حد له نقطې B څخه اخیستل شوي، انځور 7-9c ، باید د هغې په بهرنۍ سطحه کې کوم شییر سټریس شتون و نه لرئ. په بل عبارت، شییر سټریس د دې ټوټې په بهرنی حد باندې باید مماس عمل کوی ، او همداسې د AB کربښې په اوږدو کې د شییر سټریس ویش په حقیقت کې لکه څنګه چې په انځور 7-9dکې ښودل شوي عمل کوی. د پایلې په توګه، د شییر فورمول یوازې په برخو کې پلي کیدی شي چې په انځور 7-9a کې په نیلي کربښو لخوا ښودل شوي، څکه چې دا کربښی یو بل له مماس سره نښلوي او په سرحد کی په قایمه زاویه سره، انځور 7-9e و ګوري.

د پورتنیو ټکو د لنډیز لپاره، د شییر فورمول، کله چې غړی لنډ یا هموار‌ه غوښه برخې لري، یا په هغه ځایونو کې چیرې چې غوښه برخه ناڅاپه بدلیږي، پلی کیدل یي دقیقې پایلې نه ورکوي. نه دا باید په هغه یوه برخه کې پلي شي چې د برخی سرحد پرته له 90 درجو په بله زاویه قطع کړي .


V
A
B
(a)
A
B
τ
(b)
شییر سترس ویش له شییر فومول
له سترس آزاد بیرونی سطحه
τ''
τ' = 0
τ''
τ
τ'
(c)
A
B
τmax
τmax
(d)
(e)

انځور 7-9

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- شییر قواوي په بیم کی لامل د غیر خطی شییر- سترین ویش په غوڅه برخه کیږي او دا لامل د پیچ او تاو (warp) په غوڅه کی کیږی.

- د شییر د بشپړونکی خاصیت له امله، هغه شییر ستریس چی په بیم کی جوړیږي، هغه په غوڅه برخه د بیم او هم په اوږد والي سطحه د بیم عمل کوي .

- د شییر فورمول د یوی ټوټي د بیم د برخی له افقي توازن د قواوو څخه لاس ته راځي.

- د شییر فورمول په مستقیم پرزماتیک (prismatic) غړي چی له متجانس موادو جوړ او خطي ایلستیک چلند ولري ، کارول کیږي. همدارنګه د شییر قوواو محصله باید په همغږي محور د غوڅی برخی عمل وکړي.

- د شییر فورمول باید د شییر ستریس ټاکل کیدو لپاره دهغه حالتونو په شتون سره ونه کارول شي، کله چی غوڅه برخه لنده یا همواره وی ، او یا دا چی غوڅه برخه په ناڅاپی ډول تغیر کوی، او یا بیروني سطحه د غړي په 90 درجه قطع نکړي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

د دی لپاره چی د شییر له فورمول کار واخیستل شي له دی لاندی تګلاری کار واخلي

داخلی شییر (Internal Shear)

- په هغه ټکی کی چی شییر ستریس غوښتل شوی غږی په خپل محورپه عمودی توګه غوڅ کړي او د شییرداخلی قوه **V** په برخه معلوم کړي.

د غوڅی برخی خاصیتونه (Section Properties)

- د صفری کرښي موقعیت معلوم کړي. وروسته د ټول غوڅی برخی انرشیایي مؤمنت I په صفری کرښه و ټاکي.
- یوه خیالي افقي سطحه له هغه ټکی چیرته شییر ستریس غوښتل شوی ، تیره کړي. په همدی ټکی کی د ساحی سور t دغوڅی برخی وټاکي.
- هغه ټوټه د ساحی چی په پورته یا ښکته خوا د دی سور شتون لری هغه $A`$ ده. د Q ارزښت له $Q = \bar{y}'A'$ وټاکی. دلته $\bar{y}'$ فاصله ده د $A`$ د مرکز ثقل نه تر صفری محور کرښی پوری. دا ممکن د پوهیدو لپاره ګټور وي چې $A`$ د غړي د غوڅی برخي هغه ساحه ده چې د غړي لخوا "په غړي باندي ساتل کیږي" د هغه شییر ستریس پواسطه چی په اوږدوالی د بیم له کریدو څخه پیداکیږی، انځور 2-7 او 7-4d وګورئ.

- ### شییر ستریس (Shear Stress)

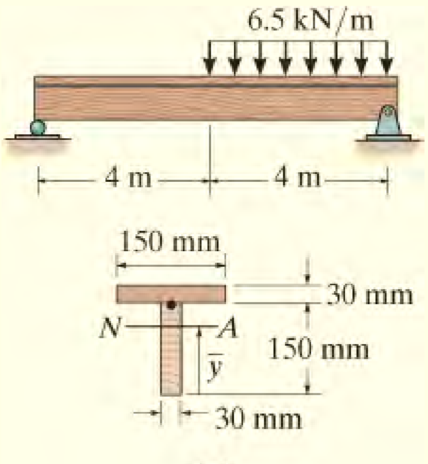
- له ثابتواو یومخیزه واحدونو کار واخلي او دیتا په شییر فورمول کی وکاروي تر څو شییر ستریس t محاسبه کړي.

- دا ورانديز کیږي چې د عرضي شییر ستریس t سمت په هغه ځای کې چیرې چی محاسبه کیږي ، د موادو حجم په ټوټه یا عنصر باندې تاسیس شي . دا د دې په پوهیدو سره ترسره کیدی شي چې t په غوڅه برخه باندې د V په ورته لوري عمل کوي. له دې څخه، اړونده شیر په نورو دریو مخونو باندې چې عمل کوی پیداکیدی شی.

مثالونه

مثال 7.1

په دی لاندی انځور، 7-10a ، کی ښودل شوی بیم له دو تختو جوړه شوی. هغه اعظمی شییر ستریس چی د تختو د ساتلو لپاره اړین دی چی دواړي تختی په جاینت کی نیښلولي و ساتي معلوم کړي.



(a)

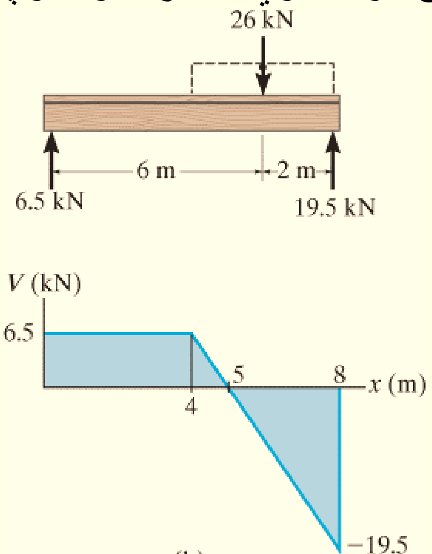
حل (SOLUTION)

داخلی شییر (Internal Shear)

د اتکا ریکشنونه او د بیم شییر ډایګرام په انځور 7-10b کی ښودل شوي. داسی معلومیږی چی اعظمی شییر په بیم کی 19.6 kN دی.

د برخی خاصیتونه (Section Properties)

د ثقل مرکز او له همدی امله صفری محور به له کربښي چی په تیته خوا د غوڅی برخی کی ښودل شوي وټاکو. او دا په انځور 7-10a کی ښودل شوي. د متر له واحدو په کار واخلو او موږ لرو:



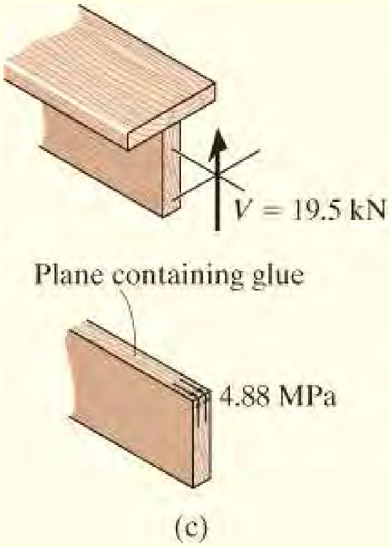
(b)

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A}$$

$$= \frac{[0.075 \text{ m}](0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m}) + [0.165 \text{ m}](0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})}{(0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m}) + (0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})} = 0.120 \text{ m}$$

The moment of inertia about the neutral axis, Fig. 7–10*a*, is therefore

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})^3 + (0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m})(0.120 \text{ m} - 0.075 \text{ m})^2\right]$$
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m})^3 + (0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})(0.165 \text{ m} - 0.120 \text{ m})^2\right]$$
$$= 27.0(10^{-6}) \text{ m}^4$$



انځور 7-10

دا پورته تخته (فلنج) له ټيټې تختې (ويب) سره د سريش په واسطه چې په ضخامت t= 0.03m (د ويب سور) باندې پروت دي ساتل کيږي. په پايله کې Q پيداکولو دپار د پورته تختې دساحې نه محاسبه کيږي، انځور 7-10a و ګوري.

$$Q = \bar{y}'A' = [0.180 \text{ m} - 0.015 \text{ m} - 0.120 \text{ m}](0.03 \text{ m})(0.150 \text{ m})$$
$$= 0.2025(10^{-3}) \text{ m}^3$$

شيير ستړيس (Shear Stress)

د شيير فورمول څخه کار اخلو

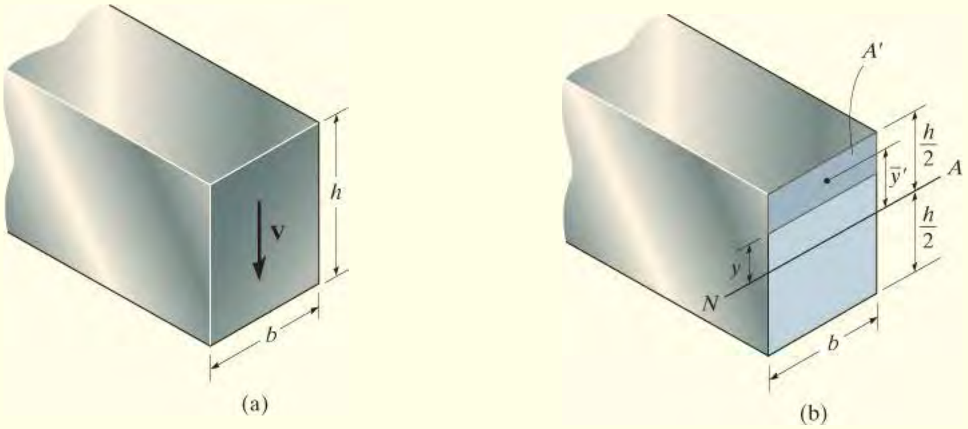
$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{19.5(10^3)\ N(0.2025(10^{-3})\ m^3)}{27.0(10^{-6})\ m^4(0.030\ m)} = 4.88\ MPa \qquad Ans.$$

شيير ستريس چی په پورته او تيټه تخته پلی شوی په انځور 7-10c کی ښودل شوي.

نوټ: دا سريښ دی چی د بيم په اوږدوالي شيير ستړيس سره مقاومت کړي ، او تختي له ښويدو په ښي اتکأ کی ساتي.

مثال 7.2

د شيير ويش د بيم په غوڅه برخه معلوم کړي چی په انځور 7-11a کی ښودل شوی.



انځور 7-11

حل (SOLUTION)

شيير ستړيس په يوه اختياری ارتفاع، y ، له صفری محور څخه پيدا کوو، انځور 7-11 b وګوري، او بيا به دا تابع پلاټ کړو. دلته به دا تياره رنګه ساحه د `A به د *Q محاسبه کولو لپاره وکارول شي، نو موږ لرو:

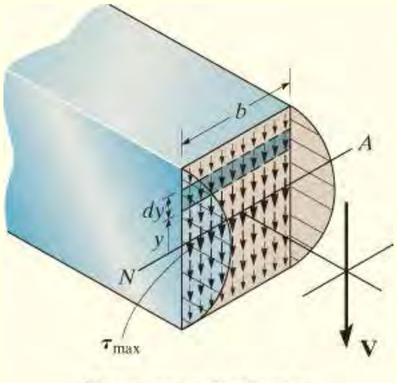
$$Q = \bar{y}'A' = \left[y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right)\right]\left(\frac{h}{2} - y\right)b = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)b$$

د شییر له فورمول کار اخلو، او موږ لرو:

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V\left(\frac{1}{2}\right)\left[(h^2/4) - y^2\right]b}{\left(\frac{1}{12}bh^3\right)b} = \frac{6V}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \qquad (1)$$

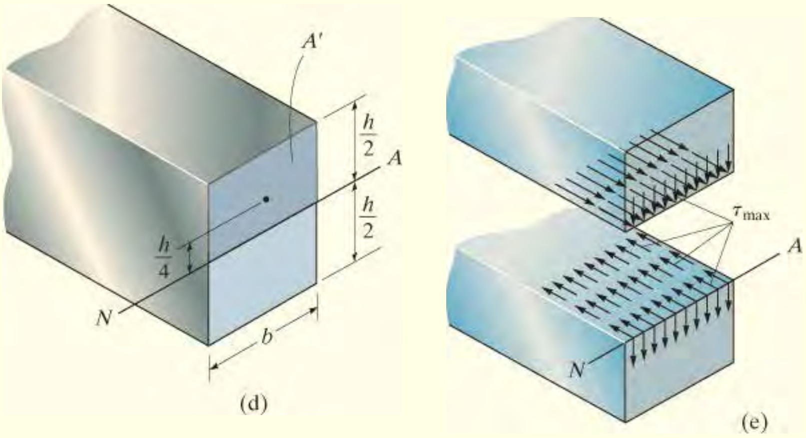
دا پایلي ښيي چې د شییر سټریس ویش په غوښه برخه د **پارابولیک** (***parabolic***) په ډول دی. څنګه چې په انځور 7-11c کی ښودل شوي. شدت يي له صفر په پورته او ټيټه برخه ، $y = +-$ $h/2$ ، او اعظمی حد ته په صفری محور $y=0$ کی رسيږی. په ځانګړي توګه ، ځکه چې د غوښی برخی ساحه عبارت ده په $A = bh$ بیا په $y = 0$ معادله 1 داسی کیږي

$$\tau_{max} = 1.5\frac{V}{A} \qquad (2)$$



Shear–stress distribution
(c)
انځور 11-7 (ادامه)

* له y نه ټيټه ساحه $[A` = b(h/2 + y)]$ هم کيدي شي چې وکارول شي ، اما د هغه کارول يو لږ الجبری محاسباتو ته اړتيا لری.



انځور 7-11 (تکرار)

د لرګیو د بیم ماتیدل په شیر کی په عدی ډول په اتکأ کی د غوټی برخی په منځ کی درز کوی

د شییر ستریس t_{max} ورته ارزښت په مستقیم ډول د شییر فورمول $t = VQ/It$ څخه هم ترلاسه کیدی شي. موږ باید و پوهیږو چې t_{max} هلته اقع کیږي، چیرې چې Q ترټولو لوی ارزش ولری. څرنګه چې V، I، او t ثابت دي. د لیدو په واسطه، Q به هلته اعظمي وي کله چې ټوله ساحه پورته (یا لاندې) د صفری محور په پام کې ونیول شي؛ یعنی $A' = bh/2$ او $\bar{y}' = h/4$ ، انځور 7-11d . په دې توګه،

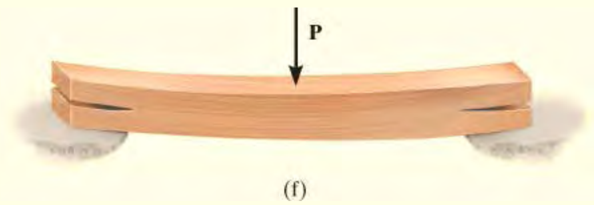
$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{V(h/4)(bh/2)}{\left[\frac{1}{12}bh^3\right]b} = 1.5\frac{V}{A}$$

په پرتله کولو سره، t_{max} د منځنی شییر ستریس څخه 50% ډیر دی له معادلي 7-1 څخه ټاکل شوی. یعنې، $t_{avg} = V/A$.

دا مهمه ده چې پوه شي چې t_{max} هم په اوږدوالي د بیم عمل کوي انځور 7-11e وګوري. دا ستریس کولی شي د دې لامل شي چې د لرګي بیم په خپله اتکأ کې چې شیر اعظمی وی ویجاړه

شي، لکه څنګه چې ښودل شوي، انځور 7-11f . دلته د لرګیو افقی درزد غوټی په محور کی پیل کیږي د بیم په پایونو کی ، ځکه چې هلته عمودی ریکشنونه لوی او شییر ستریس ورسره لوی وی. لرګی د هغو په اوږدو کې د شییر لپاره ټیټ مقاومت په رخو کی لري، کوم چې په اوږدو لوري متمرکزی دي.

دا لاربنوونه ده ، کله چې د شیر ستریس ویش، معادل (1) انتیګریټ شی د غوڅی برخې پر سر
په پایله کی شییر V تولیدوي . د دې لپاره، دیوی توټې ساحه $dA = b\,dy$ غوره شوې، انځور 7-
11c، او له هغه وخته چې t په دې توټه یا پټې کې یوشان عمل کوي، موږ لرو



(f)

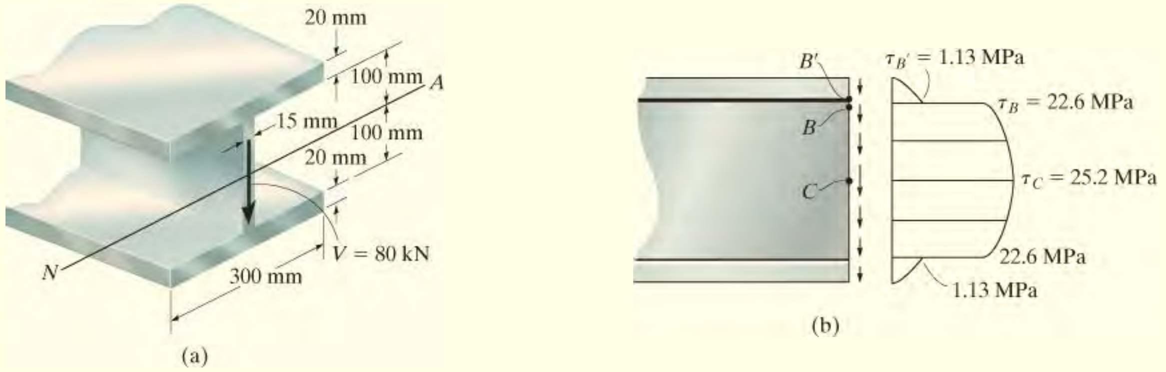
$$\int_A \tau\, dA = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{6V}{bh^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) b\, dy$$

$$= \frac{6V}{h^3}\left[\frac{h^2}{4}y - \frac{1}{3}y^3\right]_{-h/2}^{h/2}$$

$$= \frac{6V}{h^3}\left[\frac{h^2}{4}\left(\frac{h}{2} + \frac{h}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{h^3}{8} + \frac{h^3}{8}\right)\right] = V$$

مثال 7.3

یو فولاندی سوره ورفلنج (wide flange) په انځور 7-12a کی ښودل شوي. که چیری یو شییر V =80 kN پری پلی شي د شییر ستریس ویش په غوڅه برخه معلوم کړي.



انځور 7-12

حل (SOLUTION)

څرنګه چې فلنج او ویب دواړه غړی مستطیلي شکل لري، لکه تیر مثال، د شییر ستریس ویش به پارابولیک وی، او دا په هغه توګه چې په انځور 7-12b کی ښودل شوی دي. د متناظر والی له امله شییر ستریس په B`, B او C ټکیو کی باید معلوم شي. ددی لپاره چې دا ارزښتونه وټاکل شي، لمړي باید انرشیایي مؤمنت د غوڅی برخی په صفري محور پیدا شي . د متر له واحد کار اخلو، موږ لرو:

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.015\ \text{m})(0.200\ \text{m})^3\right] + 2\left[\frac{1}{12}(0.300\ \text{m})(0.02\ \text{m})^3 + (0.300\ \text{m})(0.02\ \text{m})(0.110\ \text{m})^2\right] = 155.6(10^{-6})\ \text{m}^4$$

په ټکی B` کی $t_{B`} = 0.300\text{m}$, ، او A` ساحه په توره سیوری په انځور 7-12c کی ښودل شوي.

په دی توګه

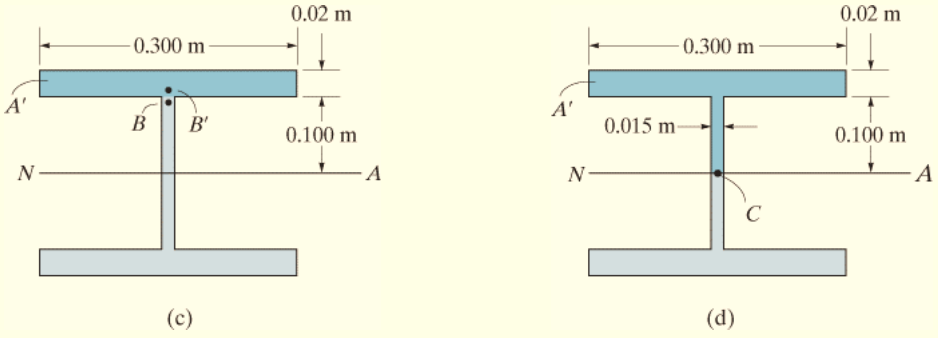
$$Q_{B'} = \bar{y}'A' = [0.110\ \text{m}](0.300\ \text{m})(0.02\ \text{m}) = 0.660(10^{-3})\ \text{m}^3$$

نو بیا

$$\tau_{B'} = \frac{VQ_{B'}}{It_{B'}} = \frac{80(10^3)\ \text{N}(0.660(10^{-3})\ \text{m}^3)}{155.6(10^{-6})\ \text{m}^4(0.300\ \text{m})} = 1.13\ \text{MPa}$$

په ټکی B کی t_B =0.015 m او $Q_B = Q_{B`}$ انځور 7-12c وګوري. پس بیا

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It_B} = \frac{80(10^3)\ \text{N}(0.660(10^{-3})\ \text{m}^3)}{155.6(10^{-6})\ \text{m}^4(0.015\ \text{m})} = 22.6\ \text{MPa}$$



انځور 7-12 (تکرار)

زموږ د تیر شوی بحث څخه یادونه وکړئ "د شییر فورمول کارولو محدودیتونه " چې د $t_{B^`}$ او t_B دواړو محاسبه شوي ارزښتونه په حقیقت کې خورا ډیر منحرف کوونکی دی او یا دا چی له حقیقت مو لري کوی، اما ولې؟

د C نقطې لپاره، $t_C = 0.015$ m او $A^`$ تیاره سیوري ساحه ده چې په انځور 7-12d کی ښودل شوي . د دې ساحې په پام کې نیولو سره چې د دوه مستطیلونو څخه جوړه شوې وي، مونږیې لرو

$$Q_C = \Sigma \bar{y}' A' = [0.110\text{ m}](0.300\text{ m})(0.02\text{ m}) + [0.05\text{ m}](0.015\text{ m})(0.100\text{ m}) = 0.735(10^{-3})\text{ m}^3$$

په دی توګه

$$\tau_C = \tau_{\max} = \frac{VQ_C}{It_C} = \frac{80(10^3)\text{ N}[0.735(10^{-3})\text{ m}^3]}{155.6(10^{-6})\text{ m}^4(0.015\text{ m})} = 25.2\text{ MPa}$$

له انځور 7-12b څخه، په یاد ولرئ چې ترټولو لوی شییر سټریس په ویب کې واقع کیږي او تقریبا یونیفورم یا یو شان دی د ژوروالي په اوږدو کې، چی له 22.6 Mpa څخه تر 25.2 MPa پورې توپیر لري. دا د دې دلیل لپاره دی چې د ډیزاین لپاره، ځیني د ډیزاین کوډونه د ویب په غوڅه برخه کې شییر سټریس محاسبه کولو لپاره د شییر فارمول کارولو پرځای د اوسط شییر سټریس پر ویب د شییر فارمول کارولو پرځای کارولو ته اجازه ورکوي،؛ هغه دی،

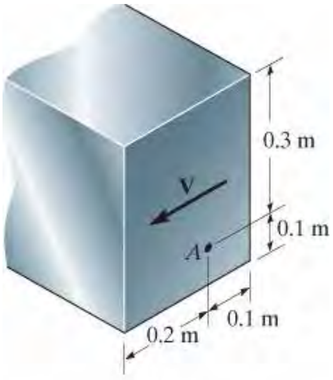
$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A_w} = \frac{80(10^3)\text{ N}}{(0.015\text{ m})(0.2\text{ m})} = 26.7\text{ MPa}$$

دا به وروسته په یولسم (11) فضل کی تفصیل شي.

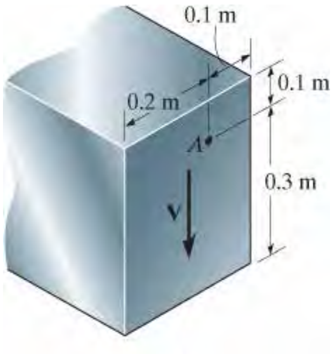
لومړنۍ پوښتني

PRELIMINARY PROBLEMS

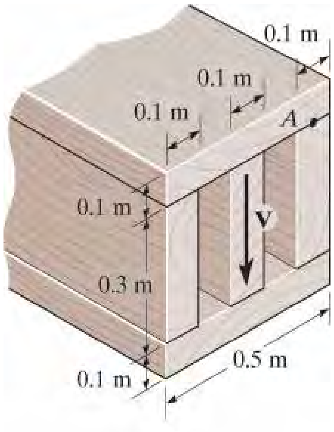
ل 7-1. په دی لاندی حالتونو کی ارزشت د Q او t چی په شییر فومول کی ورځینی کار اخیستل کیږي تر څو شییر ستریس په A کی پیدا کړي. هم وښیی چی شیر سترس په څه ډول عملکوی په یوه کوچنی حجمی ټوټه چی په A کی موقعیت لری.



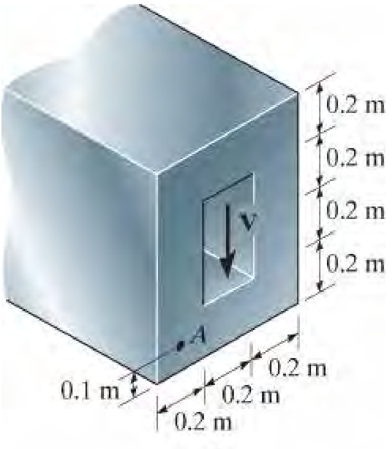
(a)



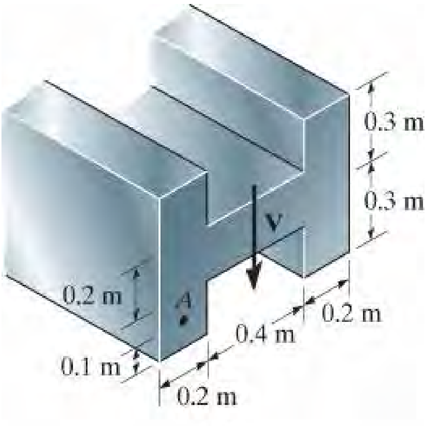
(b)



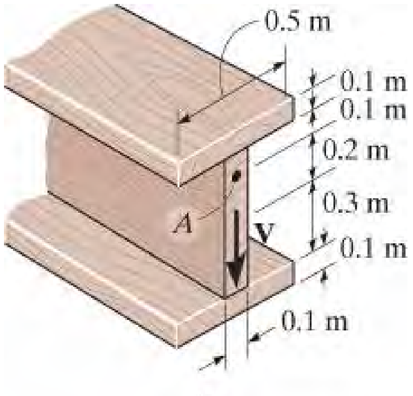
(c)



(d)



(e)

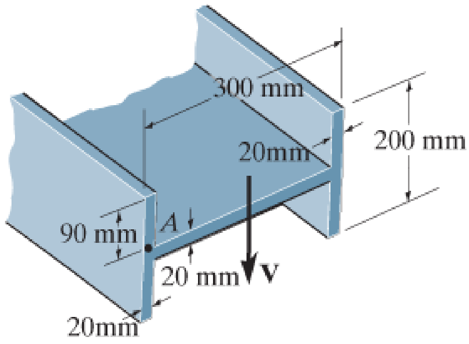


(f)

بنسټيز سوالونه

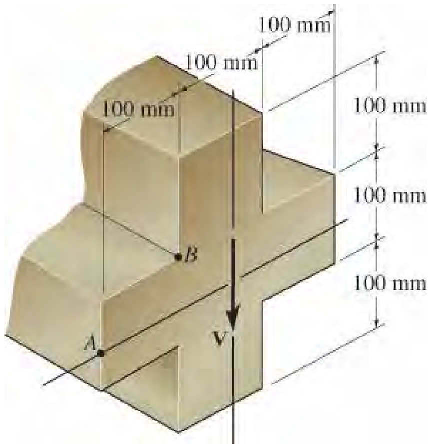
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 7-1. که یوه شییر قوه V = 100kN په لاندی بیم پلی شي، په ټکی A کی شییر ستریس معلوم کړي. په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکی کی د ستریس حالت و ښیي.



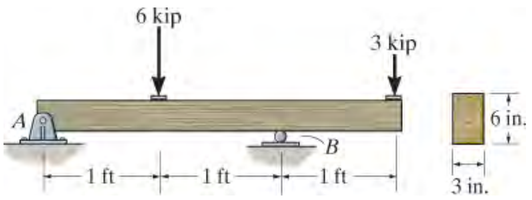
ب 7-1

ب 7-2. په لاندی بیم یوه شییر قوه V =600 kN پلی شوي، په ټکیو A او B کی شییر ستریس و ټاکی . په دی ټکیو کی په یوه کوچنی حجمی ټوټه د ستریس حالت وښیي.



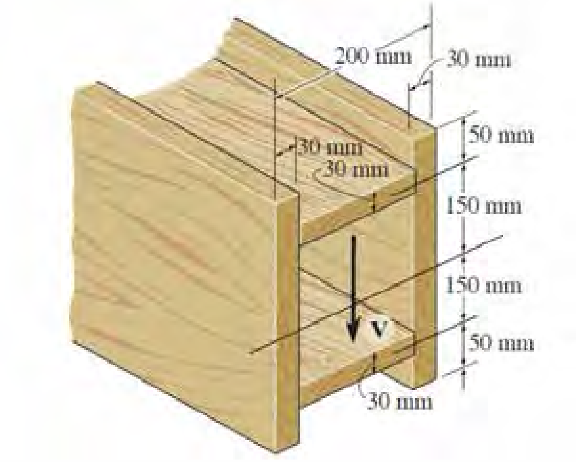
ب 7-2

ب **7-3.** په بیم کی مطلق اعظمی شییر ستړیس معلوم کړي.



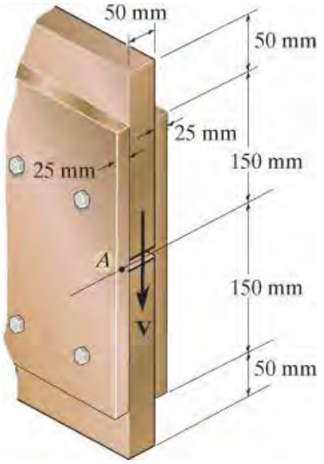
ب 7-3

ب **7-4.** په بیم $V= 20$ kN د شییر قوه پلی شوي، اعظمی شییر ستړیس په بیم کی معلوم کړي.



ب 7-4

ب **7-5.** دا لاندی بیم له څلور تختو جوړ شوي، او یوه د شییر قوه $V = 20$ kN وربا‌ندی پلی شوي. شییر ستړیس په ټکی A کی و ټاکی، او په یو ه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکی کی د ستړیس حالت و ښيي.



ب 7-5

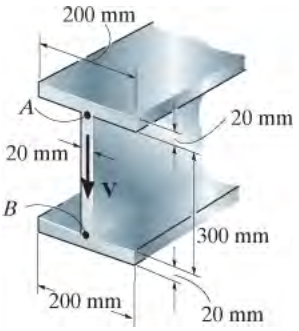
سوالونه

(PROBLEMS)

س 7-1. په لاندې سورور فلنج بیم د شییر قوه V =20 kN پلی شوي، د ویب په ټکی A کی شییر ستریس معلوم کړي. د شییر ستریس اجزاوی په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکی وټاکي.

س 7-2. په لاندې سوروررفلنج بیم د شییر قوه V =20 kN پلی شوي، اعظمی شییر ستریس په بیم کی معلوم کړي.

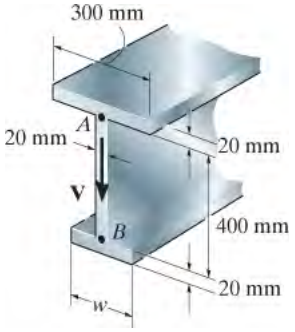
س 7-3. په لاندې سوروررفلنج بیم د شییر قوه V =20 kN پلی شوي، هغه د شییر قوه چې د بیم ویب یې مقاومت کوی معلوم کړي.



س 7-1/2/3

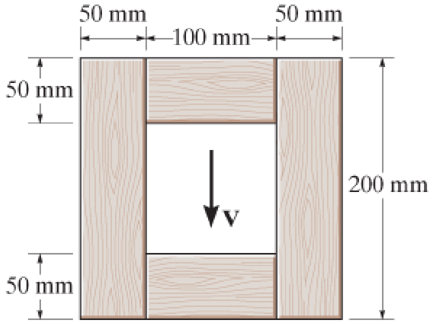
س *7-4. په بیم یو شییر V = 30 kN پلی شي، د ویب په ټکیو A او B کی شیر ستریس و ټاکي. او د شییر ستریس اجزاوی په کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکیو وټاکي. د w = 200mm په پام کی ونیسي. و ښيي چې د صفری محور موقعیت $\bar{y}$ = 0.2433 m له ښکتنی خوا او د I = 0.5382(10^{-3}) m^4 دی.

س 7-5. په لاندې سوروررفلنج بیم د شییر قوه V =30 kN پلی شوي، اعظمی شییر ستریس په بیم کی معلوم کړي. د w =300 mm و ټاکي.



س 7-5

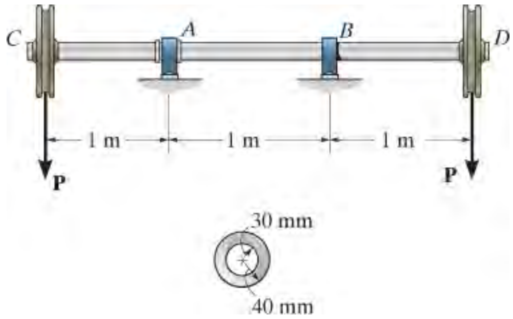
س 7-6. د لرګیو د منلو وړ شییر ستریس په بیم کی $t_{allow} = 7$ Mpa دی. اعظمی شییر قوه V چی کیدی شي پدی غوڅه پلی شي معلوم کړي.



س 7-4/5

س 7-7. دا لاندی شافت ترست بیرینګ په A او جورنال بیرینګ په B کی اتکا وی لری. که چیری P = 20 kN وی، مطلق اعظمی شییر ستریس په شافت کی معلوم کړي.

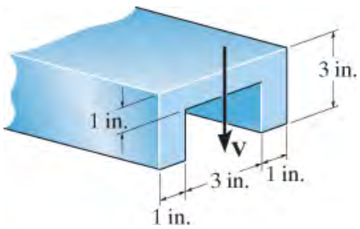
س *7-8. دا لاندی شافت ترست بیرینګ په A او جورنال بیرینګ په B کی اتکأ وی لری. که چیری شافت له هغه موادو جوړ وی چی د منلو وړ شییر ستریس یي $t_{allow} = 75$ MPa وي ، اعظمی ارزشت د P وټاکي.



س 7-7/8

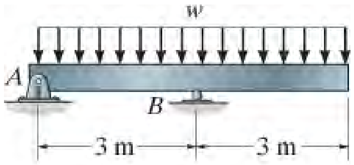
س 7-9. که چیری د منلو وړ شییر ستریس $t_{allow} = 8$ ksi وي، هغه لوی شییر قوه چی په دی لاندی بیم پلی کیدی شي و ټاکي.

س 7-10. که پلی شوي د شییر قوه $V = 18$ kips وی، اعظمی شییر ستریس په غړی کی معلوم کړي.



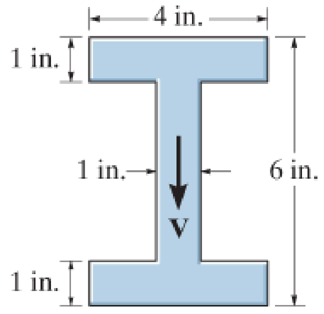
س 7-9/10

س 7-11 په يو وتلی بيم يو شان ويشلشوی بار w =50 kN/m پلی شوي. اعظمی شير سترس په بيم کی و ټاکی.



س 7-11

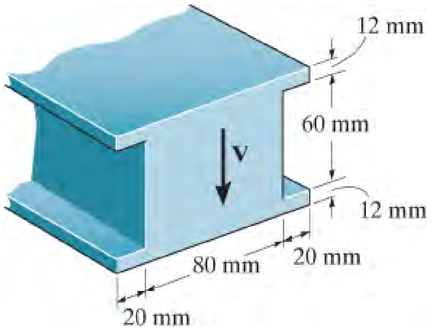
*7-12. بيم له پاليمر څخه جوړ شوی او يو شيير قوه V = 7 kips وربادندی پلی شوي. اعظمی شيير سټريس په بيم کی معلوم، او د شيير ستريس ويش په غوڅه برخه پلات کړي. د شيير ستريس ارزښت هر 0.5 انچه د بيم په ژوروالي کی و ښيي.



س 7-12

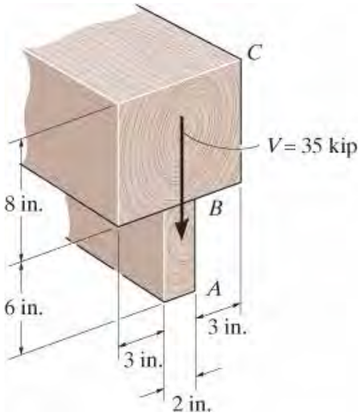
س **7-13.** اعظمی شيير ستريس په سترت کی وټاکی، يوه شيير قوه V = 20 kN وربادندی پلی شوی وی.

س **7-14.** د منلو وړ شيير ستريس د سترت د موادو t_{allow} = 40MPa دی، هغه شيير قوه چی په دی سترت پلی کيدی ښي و ټاکي.



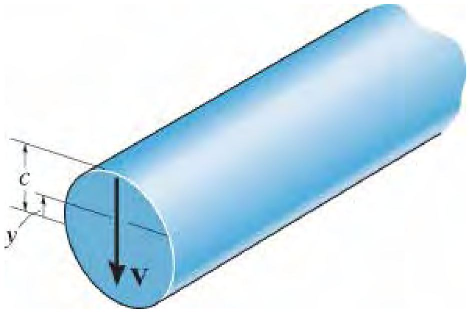
س 13/14

س 7-15. د شییر ستر س د ویش شدت د بیم د غوڅې برخي په ساحه پلات کړي، او په برخه AB د شییر قوی محصله چی عمل کړي وټاکي. شییر قوه چی د بیم په برخه عمل کړي $V = 35$ kip او هم وښيي چی $I_{NA} = 872.49$ in^4 .



س 7-15

س 7-16*. د شییر ستریس ویش په غوڅه برخه د لاندی راډ ، چی شعاع یي c دی، پلات کړي. په کوم فکتور، اعظمی شییر ستریس له اوسط شییر ستریس چی په غوڅه برخه عمل کړي، لوي دي.



س 7-16

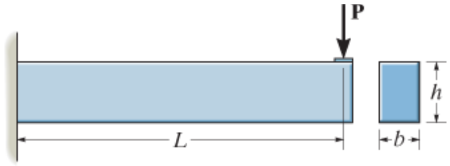
س 7-17. په بیم یو شییر قوه $V = 15$ kN پلی شوي . د ویب په ټکیو A او B کی شییر ستریس معلوم کړي. په یوه کوچنی حجمی ټوټه پدی ټکیو کی د شییر ستر اجزاوی وښايي. له $w = 125$ mm کار واخلي. وښيي چی د صفری محور مو قعیت مساوی دی په $\bar{y} = 0.1747$ m له ښکتی خوا د غوڅی او انر شیايي مومنت عبارت دی په $I_{NA} = 0.2182\ (10^{-3})$ m^4 .

س 7-18. په سورور فلنج بیم باندی یوه شییر قوه $V = 30$ kN پلی شوی، اعظمی شییر ستریس په بیم کی معلوم کړي. $w = 200$m کار واخلي.

س 7-19. په سوررور فلنج بيم باندی یوه شییر قوه $V = 30$ kN پلی شوی ، اعظمی شییر قوه په چی د بیم ویب کولاي شی واخلي معلوم کړي. $w = 200$m کار واخلي

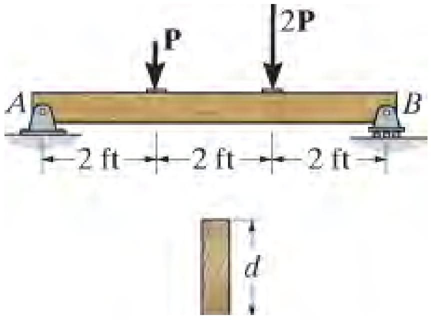
س 7-17/18/19

س *7-20. د دی لاندی بیم اوږدوالي داسي وټاکی چی اعظمی کوږیدونکی (bending) سټریس او اعظمی شییر سټریس یو شان وی.



س 7-20

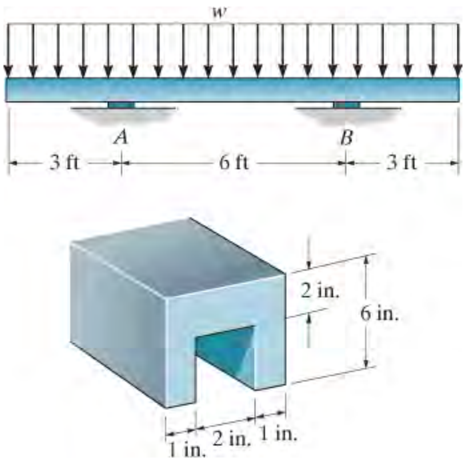
س 7-21. بیم له لرګیو جوړه شوي چی د منلو وړ شییر سټریس يي $t_{allow} = 400$ psi دي. اعظمی اندازه د **P** معلوم کړي. د d ارزښت $d = 4$ in و ټاکي.



س 7-21

س 7-22. که چیری د منلو وړ شییر ستریس د یوه بیم $\tau_{allow} = 800$ psi وي، اعظمی ارزښت د و یشلشوی بار w چی بیم کولای شي تحمل کړي وټاکي.

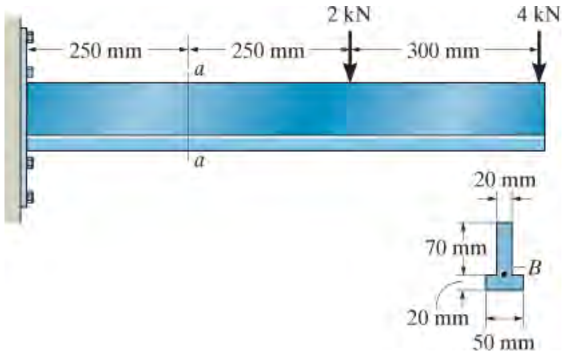
س 7-23. که چیری د ویشلشوی بار ارزښت $w = 800$ lb/ft وي، اعظمی شییر ستریس په بیم کی معلوم کړي. اتکأوی په A او B کی هموار (smooth) دی .



س 7-22/23

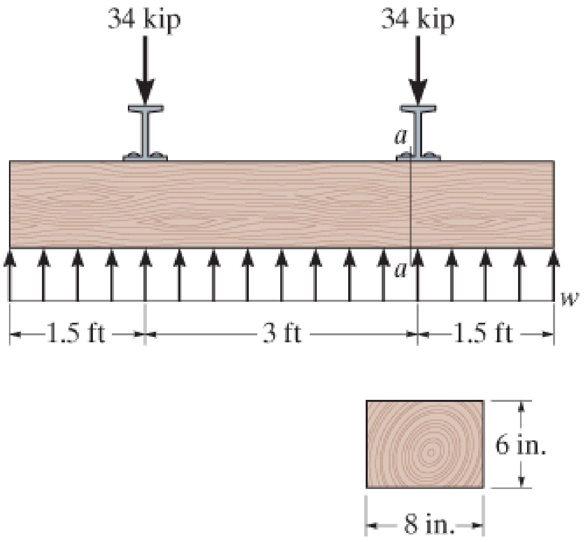
س *7-24. په پری شوی برخه a-a کی په ټکی B د ویب کی د شیر ستریس په کنتیلیور سترت معلوم کړي

س 7-25. اعظمی شییر ستریس چی په پری شوی برخه a-a د کنتیلیور سترت عمل کوی معلوم کړی.



س 7-24/25

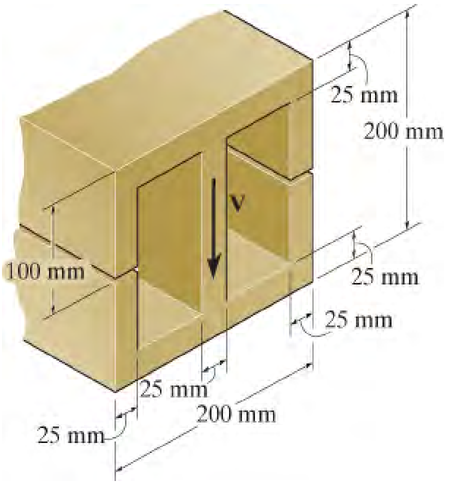
س 7-26. د ريل پټلي نښلونکی (ties) غړي د لوي شيير لپاره ډيزاين شوي. که دا نښلونکي غړي باندی 34-kips بار پلی شي او ويشلشوی ريکشن د ځمکی له خوا ورته جوړ شي، د توازن لپاره اعظمی شدت د w وټاکي. او په برخه a-a کی اعظمی شيير ستريس د پټلي په نښلونکي غړي کی چی په چپه خوا د پټلي موقعيت لري معلوم کړي.



س 7-26

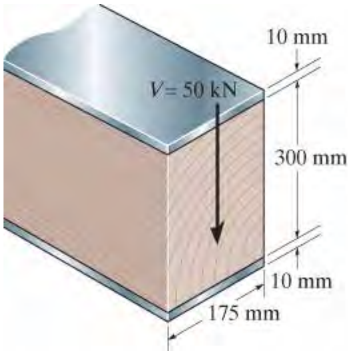
س 7-27. بيم د دواړه خواوو په اوږدوالي کی څرنګه چی په لاندی انځور کی ښودل شوي، غوښه شوی. که چيری يوه د شيير قوه $V = 250$ kN پری پلی شي، اعظمی شيير ستريس مخ کی او وروسته له غوڅيدا پرتله کړی.

س *7-28. بيم د دواړه خواوو په اوږدوالي کی څرنګه چی په لاندی انځور کی ښودل شوي، غوڅه شوی. که چيری دا له داسی مواد جوړ شوي وی چی د منلو وړ شيير ستريس يي t_{allow} = 75 MPa وی اعظمی شيير قوه V چی مخ کی او وروسته له غوڅيدو پری پلی کيدی شي معلوم کړي.



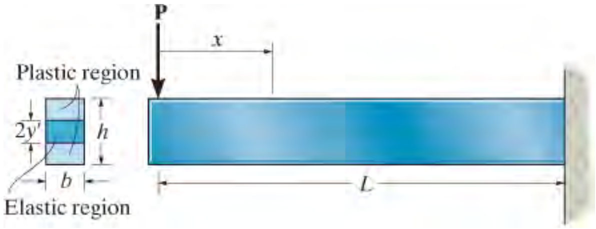
س 7-27/28

س 7-29. دا لاندی بیم چی له لرګیو جوړ شوي، په دوو فولادی پټیو سره تقویه شوي ده. که چیری یوه د شییر قوه $V = 50$ kN ورباندی پلی شي، اعظمی شییر ستریس په بیم کی، په هغه طریقه چی په برخه 6.6 کی بیان شوي، معلوم کړي. تاسو له $E_{st} = 200$ GPa او $E_{w} = 15$ GPa کار واخلي



س 7-29

س 7-30. دا لاندی بیم مستطیلي غوڅه برخه لري، او یوبهرنی بار P ورباندی پلی شوي. د دی بهرني بار اندازه دومره ده چی په کلکه تړل شوی اتکأ کی پلستیک مؤمنت $M_P = PL$ جوړ کړی. که چیر مواد دبیم په بشپړ توګه ایلستیک- پلستیک چلند ولري بیا په فاصله $x < L$ مؤمنت مساوی دی په $M = Px$ یوه ساحه دی پلا ستیک ییلد جوړه وی چی د هغه د ایلاستیکی هستی ارتفاع $2y'$ ده. دا حالت په معادله 6-30 سره تعریف شوي او مؤمنت **M** په غوڅه برخه داسی ویشل شوی لکه څنګه چی په انځور 6-48e کی ښودل شوي. ثابت کړي چی اعظمی شییر ستریس په بیم کی په معادله $t_{max} = (3/2)(P/A')$ ښودل کیدی شي، دلته $A' = 2y'b$ د غوڅې برخې د ایلستیکی هستي ساحه ده.

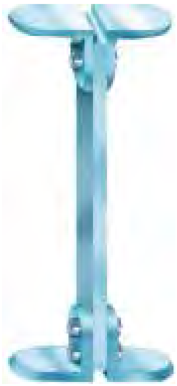


س 7-30

س 7-31. په بیم چې په انځور 6-48f کې ښودل شوی ، بشپړ پلاستیک مؤمنت پلي شوي. ثابت کړی چې د اوږدوالي او جانبی شییر ستریسونه په بیم کی مساوی په صفر دی.

کمک: له یو ی ټوټی دبیم لکه چې په انځور 7-4d کې ښودل شوی، کار واخلي.

7.3 د شییر بهیر په جوړ شویو (مرکب) غړیو کې (SHEAR FLOW IN BUILT-UP MEMBERS)

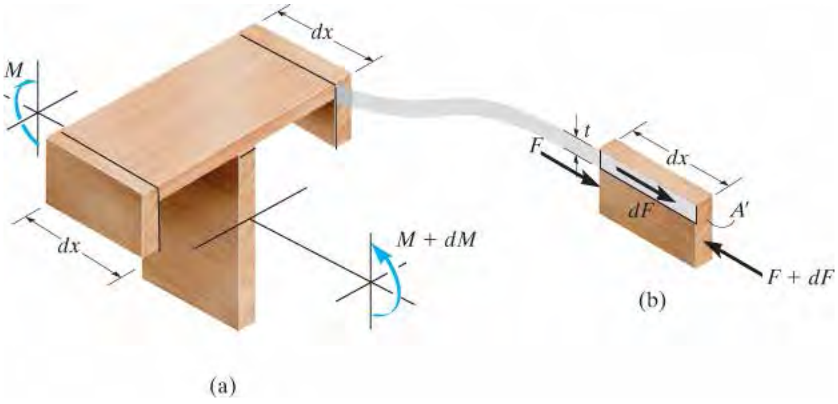


انځور 7-13

کله ناکله د انجینری په کارونو کې، غړي له څو مرکب اجزاوو څخه جوړیږي ، تر څو د بارونو لپاره ډیرمقاومت ولري . یو مثال یي په انځور 7-13 کله چې بار په غړیو کی د کړیدو لامل شي بندونکي لکه میخونه ، بولټونه، ویلډینګ، یا سریښ ته اړتیا وي تر څو د اجزاو برخې د یو بل په پرتله له ښویدو څخه وساتي، انځور 2-7 . د دې بندونکیو ډیزاین کولو یا د دوی فاصله ټاکلو لپاره ، د شییر قواوو پوهیدل اړین دی تر څو چې دوی باید مقاومت ورته وکړي. دا بار کول، کله چې قوه د بیم د هر واحد په اوږدوالی په توګه اندازه کیږي، ***د شییر بهیر*** ***q**** ***یا شییر فلو (*** *shear flow)* په نوم یادیږي.

د شییر بهیر د شدت موندل د ورته طرزالعمل په کارولو سره ، لکه چې د بیم د شییر ستریس موندلو لپاره په کاروه، ترلاسه کیږي. د روښانه کولو لپاره، په پام کې ونیسئ د شییر بهیر موندل په هغه ځای کې چې د انځور 7-14a یوه ټوټه د بیم فلانج سره وصل کیږي. په دې ټوټه درې افقی قواوي باید عمل وکړي، انځور 7-14b . دلته دوی قواوي، F او$F + dF$ ، چې د نارمل ستریسونو پایله ده چې د M او $M + dM$ مؤمنتونو له امله ،په ترتیب سره، رامینځته شوي. دریمه قوه، د انډول لپاره مساوی ده په dF ، د اتصال په نقط کی عمل کوي. دلته dF پایله د dM ده، بیا، د معادلی 7-1 په څیر موږ لرو:

$$dF = \frac{dM}{I}\int_{A'} y\, dA'$$



انځور 7-14

پورته ا انتیګرال د Q استازیتوب کوي، یعني د $A`$ د برخي د ساحی مؤمنت په صفری محور دي. څرنګه چي دا برخه dx اوږدوالی لري، د شییربهیر یا قوه په هر واحد اوږدوالي د بیم عبارت ده په $q = dF/dx$. له همدې امله دواړه خواوي د معادلي ویشوپه dx او یادونه کوو چې V $= dM/dx$ ، معادله 6-2 موږ لرو:

$$q = \frac{VQ}{I} \qquad (7\text{–}4)$$

دلته

$q =$ د شییر بهیر ، چی اندازه کیږي قو د بیم په هر واحد اوږدوالي

$V =$ د شییرقوه، چی دغوڅی په طریقه او یا د توازن د معادلی له لاری ټاکل کیږي

$I =$ انرشیایي مؤمنت د ټولی غوڅی برخي ساحي په صفری محور باندی

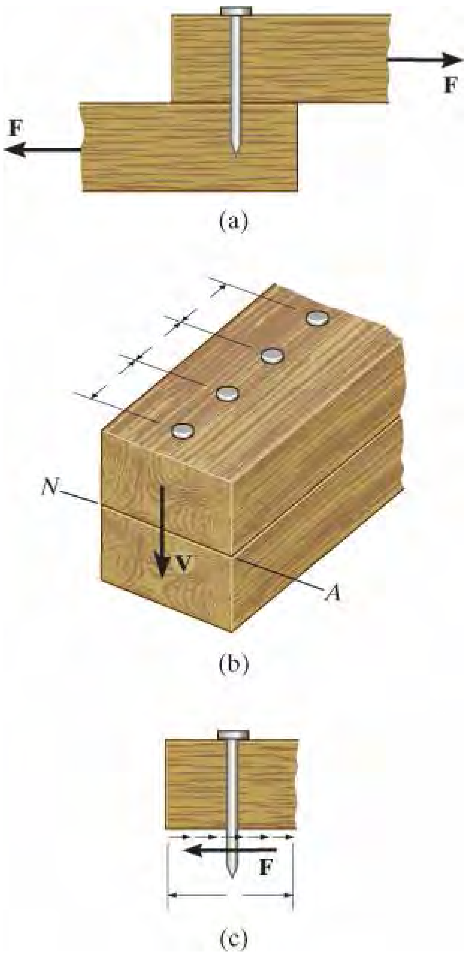
$Q = \bar{y}'A'$ ، چیری چی A' دغوڅی برخی ساحه د هغه ټوټی چی د بیم سره د اتصال په برخه کی ترل شوي ، او چیرته چی شییر بهیر محاسبه شوي، او $\bar{y}'$ فاصله له صفری محور تر مرکز ثقل د ساحی A'

* دلته به د " بهیر " اصطلاح کارول معنی ولري کوم چی د برخی 7.4 د بحث سره اړه لري

د بندونکیو تر منځ فاصله (Fastener Spacing) . کله چی د بیم برخی د بندونکیو په واسطه سره یوځای شي، لکه د بولتونو، یا میخونو په واسطه، د دوي تر منځ فاصله د بیم په اوږدو کی ټاکل کیدی شي. د مثال په توګه ، راځی چی ووایو، اعظمی توانایي د یو میخ ، مخ کی لدی چی مات یا له منځه لاړ شي، $F(N)$ د شیر قوه ده، انځور 7-15a و ګوري. او که چیری له دی میخونو کار واخلی او له دی دوو تختو بیم جوړ شي، لکه څنګه چی په انځور 7-15b کی ښودل شوي. بیا دا میخونه باید شییر بهیر q (N/m) د تختو تر منځ توانایي ولري. یا په بل عبارت دا میخونه د تختو" یو ځای نیولو" لپاره کارول شوي. کله چی مؤمنت په بیم کی پلي شي دا پورته او ټیټه خوا تختی یو بل سره ټینګی له ښویدو وساتی. (انځور 7-2a وګوري.) لکه څنګه چی په انځور 7-15c کی ښودل شوی، د میخونو تر منځ فاصله په دي لاندی ډول ټاکل کیږي

$$F\,(\text{N}) = q\,(\text{N/m})\,s\,(\text{m})$$

دا لاندی مثالونه ددی معادلي پلی کول روښانه کوي او هغه تعقیب کړي.



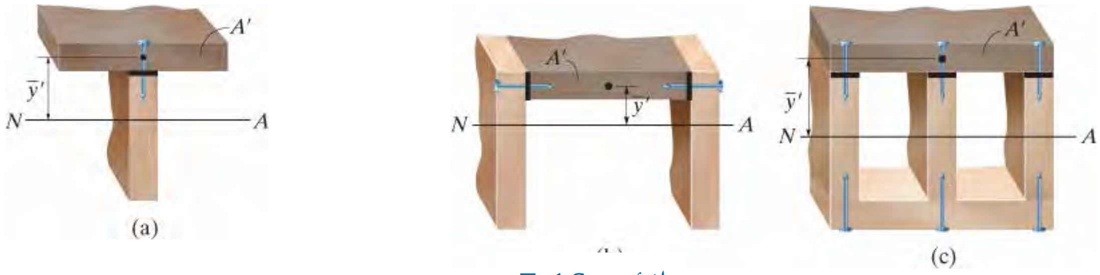
انځور 7-15

په انځور 7-16 کی نور مثالونه چی دبیم برخی یو بل سره د بندیدونکیو په ذریعه وصل شوی بنودل شوي. دلته په هغه ځاي کی چی د شییربهیر و موندل شي په پنده توره کربنه بنودل شوي، او د Q ارزښت په کارولوسره چی د A' او y' به محاسبه کیدو سره ټاکل کیږي ، او دا په هر انځور کې ښودل شوي. دا ارزښت د q به د یوه بندیدونکي لخوا مقاومت شي لکه په انځور 7-16 a کې، او په دوو بندیدونکیو لخوا لکه په انځور 7-16b کې، او په دریو بندیدونکیو لخوا لکه په انځور 7-16c کې. په په بل عبارت، یو بندیدونکی په انځور 7-16a کې د q حساب شوي ارزښت ملاتړ کوي، او په انځورونو 7-16b او 7-16c کی هریو بندیدونکی په ترتیب سره د $q/2$ او $q/3$ ملاتړ کوي .

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- شییر بهیر د قوی اندازه د بیم په یوه واحد اوږد والي د بیم په محور ده . دا ارزښت د شییر فورمول څخه موندل کیږي، او د هغه رامینځته شویو شییرقوو موندلو لپاره، چې په بندیدونکیو او سرش کې کوم چې د جوړی شویی (مرکب) بیم مختلف برخې يې له یوبل سره تړلي او یو ځای يې ساتي، کارول کیږی .

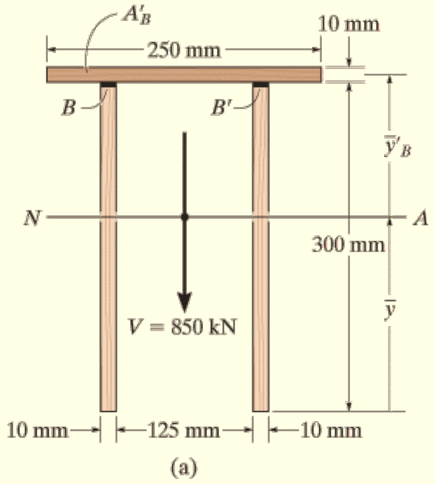


انځور 16-7

مثالونه

مثال 7-4

دا لاندی بیم له دريو تختو جوړه شوی چی یو بل سره سريښ شوی او په انځور 7-17a کی ښودل شوی. که چیری یوه د شییر قوه $V = 850$ kN پلی شی، شییر بهیر په B او B' کی کوم چی سریش باید مقاومت وکړي ، و ټاکي.



انځور 7-17

حل (SOLUTION)

د غوڅی خاصیتونه (Section Properties). صفری محور (مرکز ثقل) د بیم له ښکتنی خوا څخه موقعيت لري. د متر له واحده څخه کار اخلو:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{2[0.15\text{ m}](0.3\text{ m})(0.01\text{ m}) + [0.305\text{ m}](0.250\text{ m})(0.01\text{ m})}{2(0.3\text{ m})(0.01\text{ m}) + 0.250\text{ m}(0.01\text{ m})}$$

$$= 0.1956\text{ m}$$

انرشيايي مؤمنت د غوڅې برخې په صفري محور عبارت دی په:

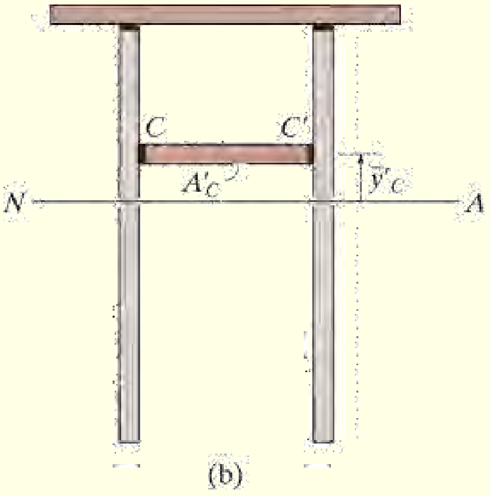
$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.01\text{ m})(0.3\text{ m})^3 + (0.01\text{ m})(0.3\text{ m})(0.1956\text{ m} - 0.150\text{ m})^2\right]$$
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.250\text{ m})(0.01\text{ m})^3 + (0.250\text{ m})(0.01\text{ m})(0.305\text{ m} - 0.1956\text{ m})^2\right]$$
$$= 87.42(10^{-6})\text{ m}^4$$

سریش په دواړو B او $B`$ لکه په انځور 7-17a کې ښودل شوی پورتنۍ تخته د بیم سره یو ځای ساتی "نیولی" . دلته

$$Q_B = \bar{y}'_B A'_B = [0.305\text{ m} - 0.1956\text{ m}](0.250\text{ m})(0.01\text{ m})$$
$$= 0.2735(10^{-3})\text{ m}^3$$

شییر بهیر (Shear Flow).

$$q = \frac{VQ_B}{I} = \frac{850(10^3)\text{ N}(0.2735(10^{-3})\text{ m}^3)}{87.42(10^{-6})\text{ m}^4} = 2.66\text{ MN/m}$$



انځور 7-17 (تکرار)

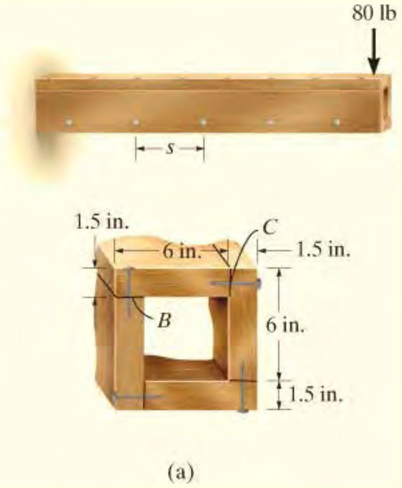
د تختې د خوندي کولو لپاره له دوو درزو کار اخیستل کیږي، په دی ډول، په هر متر اوږدوالی دبیم په هر درز کی د شییر بهیر نیمه توانایي باید ولري. په دی توګه

$$q_B = q_{B'} = \frac{q}{2} = 1.33\text{ MN/m} \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه: که چیری تخته `CC په بیم اضافه شي، انځور 7-17b ، بیا `y او I محاسبه کیږي، او شییر بهیر په C او `C کی پیدا کیږي له $q = V\,y`_C\,A`_C/I$ . په پای کی دا ارزښت په دوو تقسیم کیږي تر څو $q_C$ او $q_{C`}$ و ټاکل شي.

مثال 7.5

باکس بیم له ځلور تختو د يو بل سره د ميخونو په واسط جوړ شوي او په انځور 7-18a کی ښودل شوي. هر ميخ د 30 پونډ شير قوی توانايي لري. اعظمی فاصله s د ميخونو په B او C کی معلوم کړي تر څو بيم وکولای شی د 80 پونډ قوه ملا تړ وکړي.



انځور 7-18

حل (SOLUTION)

د ا خلی شيير (Internal Shear). که بيم په يو اختياری نقط کی غوڅ شي، داخلی شيير د توازن له مخی $V = 80$ lb دي.

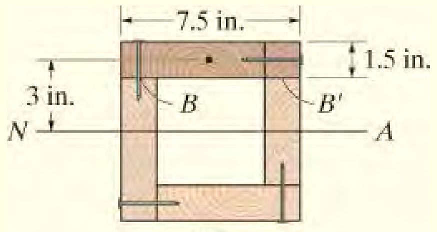
د غوڅی برخی خاصيتونه (Section Properties). انرشيايي مؤمنت د غوڅی برخی په صفری محورمعلوم کيدی شی ، يو مربع 7.5 in x 7.5 in منفی يو بل مربع 4.5 in x 4.5 in په پام کی نيسو.

$$I = \frac{1}{12}(7.5 \text{ in.})(7.5 \text{ in.})^3 - \frac{1}{12}(4.5 \text{ in.})(4.5 \text{ in.})^3 = 229.5 \text{ in}^4$$

شيير بهير په B کی له Q_B څخه پيدا کيږي له هغه توره شوی ساحی چې په انځور 7-18b کی ښودل شوي. دا " متناظر والي " د بيم د برخی دی چې " په نظر کی ونيولی شي " پاتی بيم د

میخونو په واسطه په کیڼ اړخ او د ښی لور فایبر د تختي په B` سره.

پس لرو:



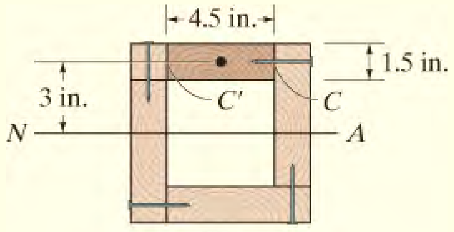
(b)

$$Q_B = \bar{y}'A' = [3\text{ in.}](7.5\text{ in.})(1.5\text{ in.}) = 33.75\text{ in}^3$$

په ورته ډول شییر بهیر په C کی ټاکل کیدی شي د " متناظر والي " توره شوي ساحه چی په انځور 7-18c کی. موږ لرو:

$$Q_C = \bar{y}'A' = [3\text{ in.}](4.5\text{ in.})(1.5\text{ in.}) = 20.25\text{ in}^3$$

شییر بهیر (Shear Flow).



(c)

$$q_B = \frac{VQ_B}{I} = \frac{80\text{ lb}(33.75\text{ in}^3)}{229.5\text{ in}^4} = 11.76\text{ lb/in.}$$

$$q_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{80\text{ lb}(20.25\text{ in}^3)}{229.5\text{ in}^4} = 7.059\text{ lb/in.}$$

دا ارزښتونه استازیتوب د شیر قوی په هر واحد اوږدوالي د بیم کوی، او باید په B کی په میخونو او فایبرو په B` کی ، انځور 7-18b ، او میخونو په $C$ او فایبرو په $C$` ، انځور 7-18c ، په ترتیب سره مقاومت ولری. له هغه ځه چی شییر بهیر په دوو سطحو مقاومت کوی، او هر میخ کیدی شی 30 پونډ مقاومت ولری، د B لپاره فاصله عبارت دی په:

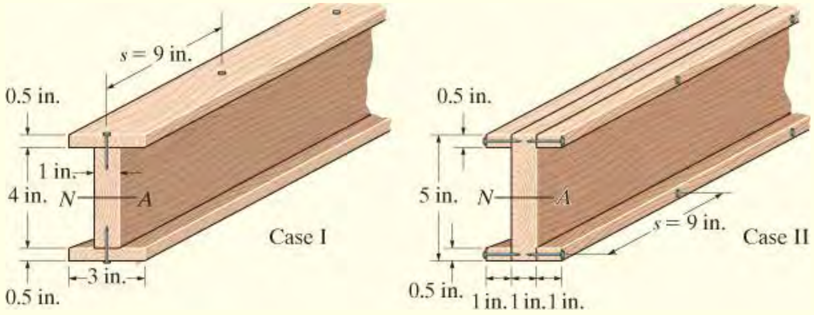
$$s_B = \frac{30\text{ lb}}{(11.76/2)\text{ lb/in.}} = 5.10\text{ in.} \quad \text{Use } s_B = 5\text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

او په C کی:

$$s_C = \frac{30\text{ lb}}{(7.059/2)\text{ lb/in.}} = 8.50\text{ in.} \quad \text{Use } s_C = 8.5\text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 7.6

د هر میخ مقاومت 40 پونډ دی، او دا میخونه د حالت I او یا د حالت II د بیم جوړه ولو لپاره کارول شوي، انځور 7-19 وګوري. که چیرې فاصله د میخونو 9 انچه وی، اعظمی عمودی شییر قوه چې په هرحالت کی، مخ کی له دی چې میخونه مات شي ،و کولای شي مقاومت او تحمل وکړي، معلومه کړي.



انځور 7-19

حل (SOLUTION)

څرنګه چې غوڅه برخه په دواړو حالتونو کې یو شان ده، انرشیايي مؤمنت محاسبه په صفری محور په اړه د یو لوی مستطیل او دوو کوچنیو اړخ مستطیلونو په کارولو سره محاسبه کیږي .

$$I = \frac{1}{12}(3\text{ in.})(5\text{ in.})^3 - 2\left[\frac{1}{12}(1\text{ in.})(4\text{ in.})^3\right] = 20.58\text{ in}^4$$

اول حالت (Case I). د دې ډیزاین لپاره یو قطار میخونه پورتنۍ یا لاندې فلینج د ویب سره تړلي. له فلینجونو څخه د یوی لپاره:

$$Q = \bar{y}'A' = [2.25\text{ in.}](3\text{ in.}(0.5\text{ in.})) = 3.375\text{ in}^3$$

نو داسي

$$q = \frac{VQ}{I}; \qquad \frac{40 \text{ lb}}{9 \text{ in.}} = \frac{V(3.375 \text{ in}^3)}{20.58 \text{ in}^4}$$

$$V = 27.1 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

دوهم حالت (Case II). دلته يو قطار ميخونو يو اړخ د تختي له ويب سره نيولي دي. پس

$$Q = \bar{y}'A' = [2.25 \text{ in.}](1 \text{ in.}(0.5 \text{ in.})) = 1.125 \text{ in}^3$$

$$q = \frac{F}{s} = \frac{VQ}{I}; \qquad \frac{40 \text{ lb}}{9 \text{ in.}} = \frac{V(1.125 \text{ in}^3)}{20.58 \text{ in}^4}$$

$$V = 81.3 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

يا، موږ داسي ويلاى شو چې د ميخونو دوه قطارونه دوه اړخونه تختي د ويب سره تړلي دی

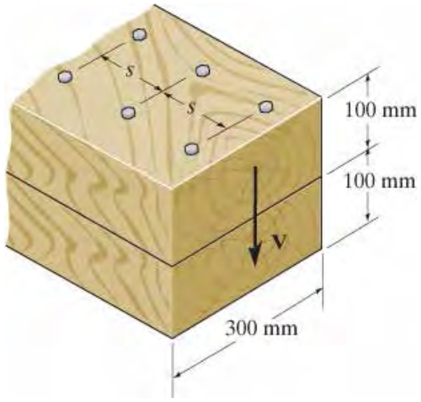
$$q = \frac{F}{s} = \frac{VQ}{It}; \qquad \frac{2(40 \text{ lb})}{9 \text{ in.}} = \frac{V[2(1.125 \text{ in}^3)]}{20.58 \text{ in}^4}$$

$$V = 81.3 \text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

بنسټيز سوالونه

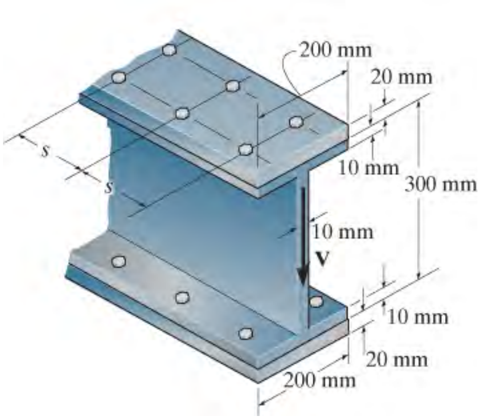
(FUNDAMENTAL PROBLEMS)

ب 7-6. دوه ورته تختې د بيم جوړېدو لپاره د بولټونو په واسطه يو ځای شوي دي. د بولټونو اعظمي فاصله s مشخص کړئ نږدې mm ته که چيرې د هر بولټ توان په شيير کې د 15 kN قوه ده. په بيم يوه د شيير قوه V =50 kN پلی شوي .



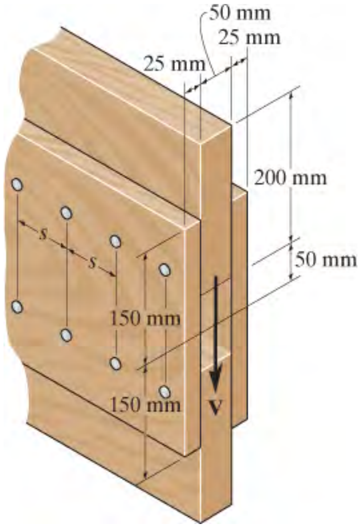
ب 7-6

ب 7-7. دوه ورته 20 ملی متر ضخامت تختې له پورته او ښکته فلج سره بولت شوی، تر څو يو بيم ورځيني جوړ شي. که چيرې په بيم يوه د شيير قوه V= 300 kN پلی شوي وي، د بولټونو اعظمي فاصله s تر نږدې ملي ميتر پورې معلومه کړئ ، که هر يو بولټ د30 kN د شيير قوی مقاومت لري.



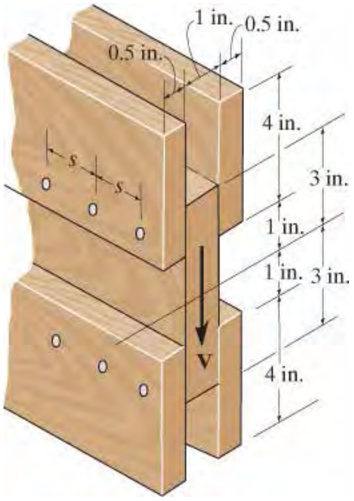
ب 7-7

ب 7-8. تختي د يو بل سره تړل شوي ترڅو بيم جوړ شي. که چيرې په بيم يو شيير قوه $V=$ 20 kN پلی شي، نږدې ملی متر ته د بولټ اعظمي فاصله s وټاکی، دهر بولټ د شيير مقاومت 8 kN دي .



ب 7-8

ب 7-9. تختي د يو بل سره تړل شوي ترڅو بيم جوړ شي. که چيرې په بيم يوه د شيير قوه $V = 15\ kips$ پلي شي، نږدې 1/8 انچ ته د بولټ اعظمي فاصله s وټاکئ ، دهربولټ د شيير مقاومت 6 kips دي .



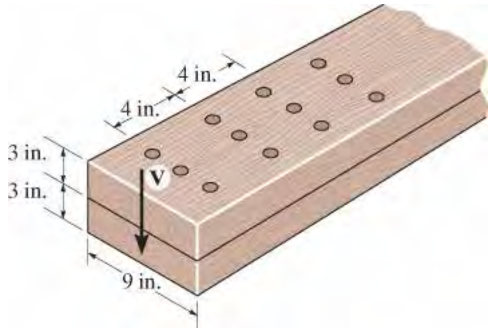
ب 7-9

سوالونه

(PROBLEMS)

س *7-32. یو بیم له دوو تختو جوړ شوی. د ا تختی په پورته او ټیټه کی په دری قطاره میخونو چی 4 انچ له یو بل فاصله لري، تړل شوي. که چیری هر میخ د 400 پوند شییر قوه توانایي ولري اعظمی شییر قوه چی کیدی شي په دی بیم پلی شي و ټاکی.

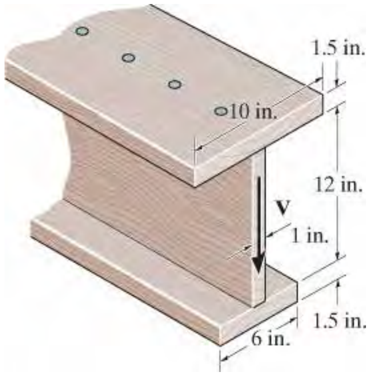
س 7-33. یو بیم له دوو تختو جوړ شوی. د ا تختی په پورته او ټیټه کی په دری قطاره میخونو چی 4 انچ له یو بل فاصله لري، تړل شوي. که چیری یو شییر قوه V= 900 lb په دی تختو پلی شي اعظمی شییر قوه چی په هر میخ کی جوړیږی و ټاکی.



س 7-32/33

س 7-34. بیم له دریو تختو جوړه شوی. که چیری یوه د شییر قوه V =5 kips ورباندی پلي شي ، اعظمی د منلو وړ فاصله s د میخونو تر منځ وټاکی تر څو وکړاي شي پورته فلنج او ټیټه فلنج له ویب سره ټینګ وساتي. هر میخ کولای چی یوه د شییر قوه 500 پونده واخلي.

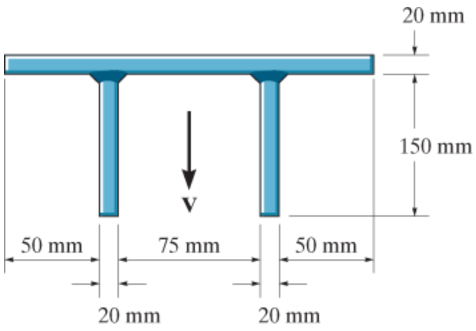
س 7-35. بیم له دریو تختو جوړه شوی. که چیری د لرګیو د منلو وړشییرستریس t_{allow} = 400 psi وی اعظمی شییر قوه V چی کیدی شي په دی بیم پلی شي و ټاکي. او هم اعظمي د منلو وړ فاصله s د میخونو تر منځ وټاکی، هر میخ کولای چی یوه د شییر قوه 400 پونډ ه واخلي.



س 7-34/35

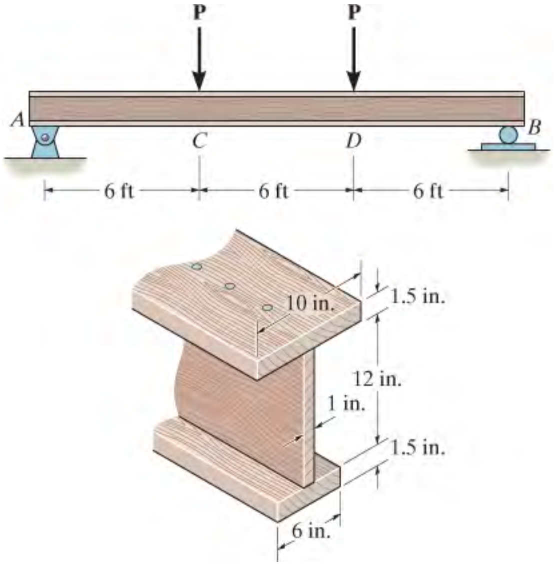
س *7-36. دوه ګوني تي بیم له دریو تختو ، چې د یو بل سره ویلډینګ شوی، جوړه شوي. شییر ستړیس په ویلډ کې وټاکې کله چې یوه د شییر قوه $V = 80$ kN په بیم پلې شي.

س 7-37. دوه ګوني تي بیم له دریو تختو ، چې د یو بل سره ویلډینګ شوی، جوړه شوي. که چیرې په ویلډ کې د منلو وړ شییر ستړیس $\tau_{allow} = 90$ MPa وي، اعظمی شییر قوه V چې کیدی شي په بیم پلې شی معلومه کړي.



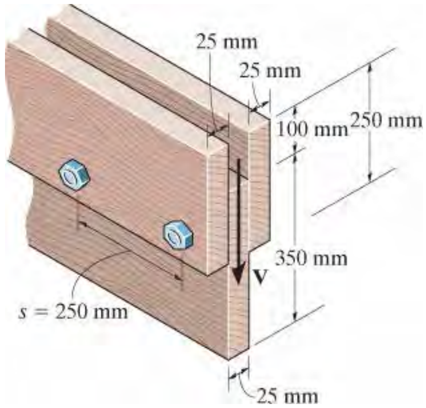
س 7-36/37

س 7-38. بیم له دریو تختو جوړ شوي. که چیرې د لرګي د منلو شییر ستړیس $\tau_{allow} = 400$ psi وي، اعظمی بار P چې کیدي شي په بیم پلي شي و ټاکی. او د میخونو اعظمي فاصله s چې پورته او ښکته فلنجونه د ویب سره تړلي وساتی معلوم کړي. هر میخ د شیر قوی 400 پونډه کولای شی مقاومت وکړي.



س 7-38

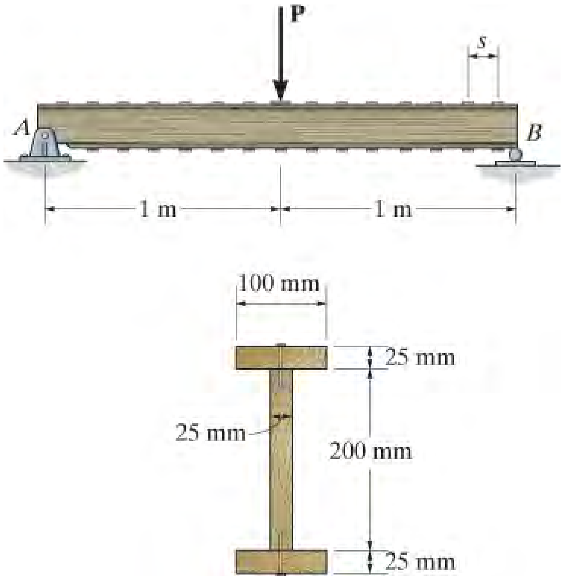
س 7-39. یو بیم له دريو تختو ، چی د یو بل سره بولټ شوی ، جوړ شوي. که چیری د بولټونو فا صله s = 250 mm ، له یو بل څخه وي ، د شییر قوه په هر بولټ کی وټاکي. په بیم یوه د شییر قو V =35kN پلي شوي.



س 7-39

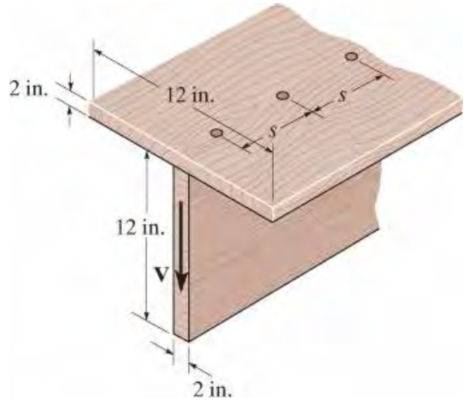
س *7-40. یوه د ساده اتکأ بیم، له دريو تختو چي یو بل سره میخ شوي جوړ شوي ده. د لرګی د منلو وړ شییر ستری t_{allow} = 1.5 MPa او د منلو وړ د کړیدو ستریس یي s_{allow} = 9 MPa دی. د میخونو فاصله له یو بل s =75 mm ده، او دهر یوه میخ د شییر مقاومت 1.5 kN دي. د منلو وړ اعظمی قوه **P** چی په بیم پلي کیدی شي وټاکي.

س 7-41. یوه د ساده اتکأ بیم، له دريو تختو چی یو بل سره میخ شوي جوړ شوي دی. که چیری P =12kN وي اعظمی د منلو وړ فاصله s د میخونه چی دا بار په بیم پلی شي و ټاکئ. هر میخ کولای شي چی 1.5kN شییر قوه واخلي.



س 7-40/41

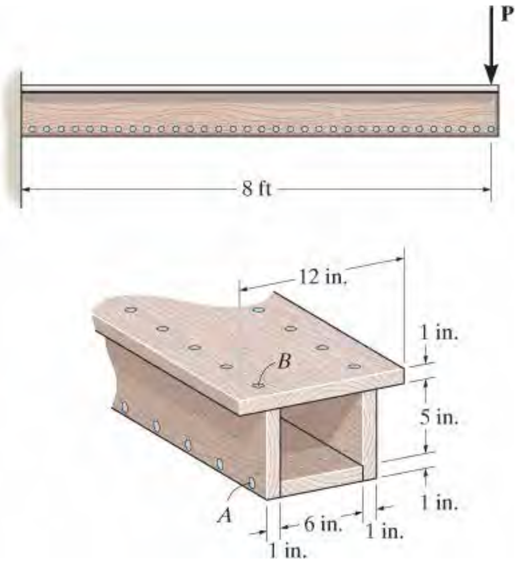
س 7-42. ټی بیم لکه څنګه چې په لاندې انځور کې ښودل شوي ، جوړ شوي. که دهر میخ مقاومت د شییر قوه 950 پونډ وی، اعظمی شییر قوه چې کیدي شي په بیم پلی شي و ټاکی. او هم د میخونواعظمی فاصله s نږدی 1/8انچ ته وټاکي. د لرګي د منلو وړشییر ستریس t_{allow} = 450 psi دي.



س 7-42

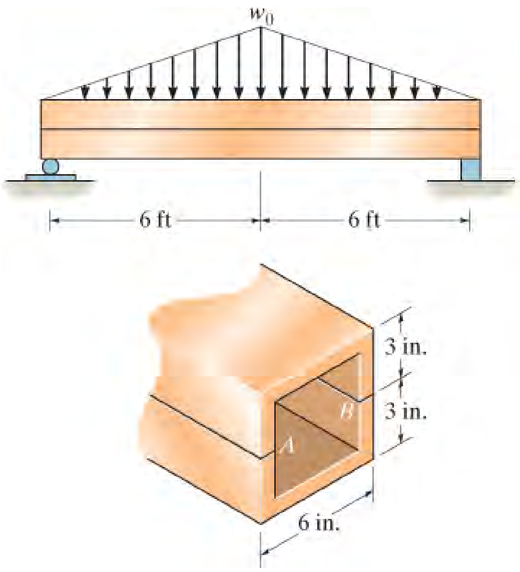
س 7-43. یو باکس بیم له څلورو تختو، چې یو بل سره په فاصله د 2 انچو میخ شوي ، جوړ شوي. که چیرې هر میخ د 50 پونډ ود شییر قوی مقاومت ولری ، لویه قوه P چې کیدی شي په بیم ، مخ کی له دی چې میخونه مات شی، پلی شي و ټاکي.

س *7-44. یو باکس بیم له څلورو تختو، چې یو بل سره په فاصله د 2 انچو میخ شوي ، جوړ شوي. که چیرې یوه قوه P =2 kip په بیم پلي شي، اعظمی شییر قوه په هر میخ کی په A او B کی معلومه کړي.



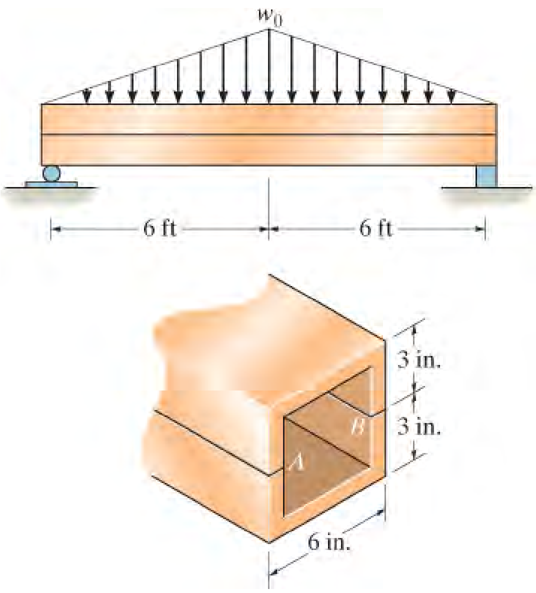
س 7-43/44

س 7-45. دا لاندی غړی له دوو پلاستیکی چنل پټو څخه چی 0.50 انچ ضخامت لری جوړ شوی، او دا پټي په A او B کی یو بل سره سریښ شوي دي. که چیری د ویشل شوی بار شدت w_0=3kip/ft وی، اعظمی شییر ستریس په سریش کی وټاکي.



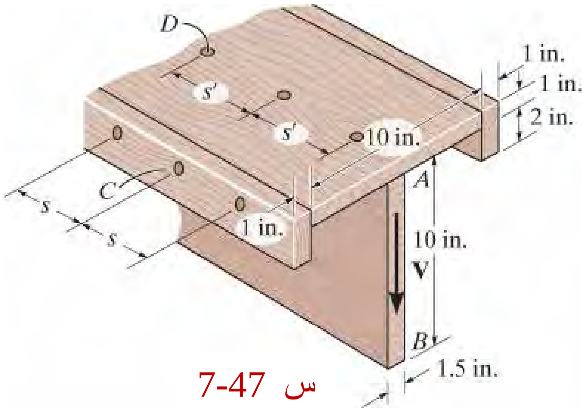
س 7-45

س 7-46. دا لاندی غړی د دوو پلاستیکی چنل پټویو څخه چی 0.50 انچ ضخامت لری جوړ شوی، او دا پټي په A او B کی یو بل سره سریښ شوي دي. که چیری د منلو وړ شییر ستریس په سریښ کی t_{allow} = 600 psi وي، اعظمی شدت w_0 د مثلثي شکل ویشلشوی بار چی کیدی شي د سریښ مقاومت په بنسټ پلی شي، معلوم کړي.



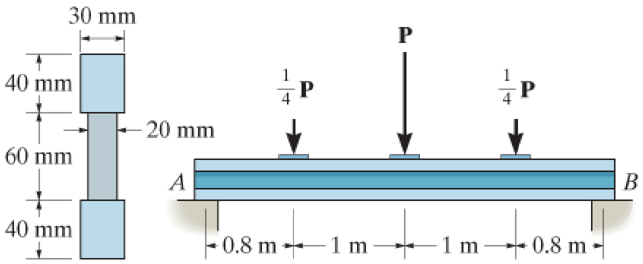
س 7-46

س 7-47. دا لاندې بیم له څلورو تختوچې یوبل سره میخ شوي جوړ شوي. که چیرې میخونه وکولاي شي چې یوه د شییر قوه د 100 پونډ واخیستل شي، د دوی فاصله s او s' که چیرې په بیم یوه د شییر قوه V =700lb پلی شي، وټاکی.



س 7-47

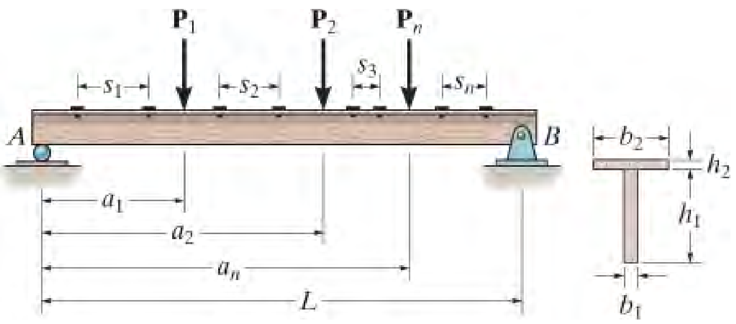
س 7-48*. بیم له دریو پا لیسترین ټوټو ،چې د یوبل سره سریښ شوی، جوړ دي. که چیرې د سریښ مقاومت 80 kPa شییر قوه وی، اعظمی بار P ، مخ کی له دی چې د سریښ طاقت له لاسه ورکړي، و ټاکي.



س 7-48

س 7-49. په چنار لرګي ټی بیم باندی یو تعداد n متمرکز بارونه P_n پلی شوي که د منلو وړ شییر Vnail د هر میخ معلوم وي، کمپیوټری پرګرام ولیکئ تر څو د هر بار تر مینځ د میخ فاصله مشخصه کړي. د پروګرام عملی کولو د پاره دا لاندی معلومات په نظر کی ونیسی. L = 15 ft., a_1 = 4ft., P_1 =600lb.,

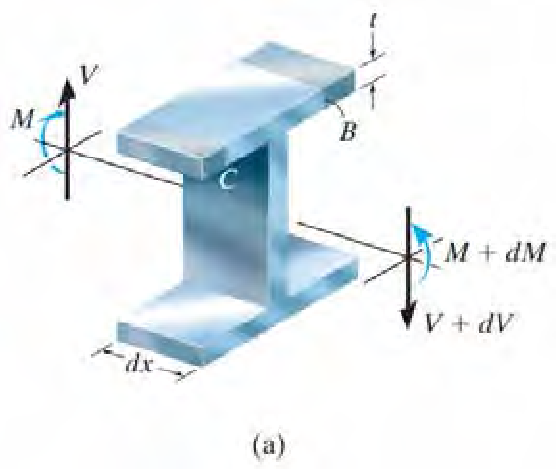
a_2 =8ft., P_2 = 1500 lb., b_1 = 1.5 in., h_1 = 10 in., b_2 = 8 in., h_2 =1 in., او V_{nail} =200 lb. وي.



س 7-49

7.4 شییر بهیر د نازک دیوال په غړیو کی (SHEAR FLOW IN THIN-WALLED MEMBERS)

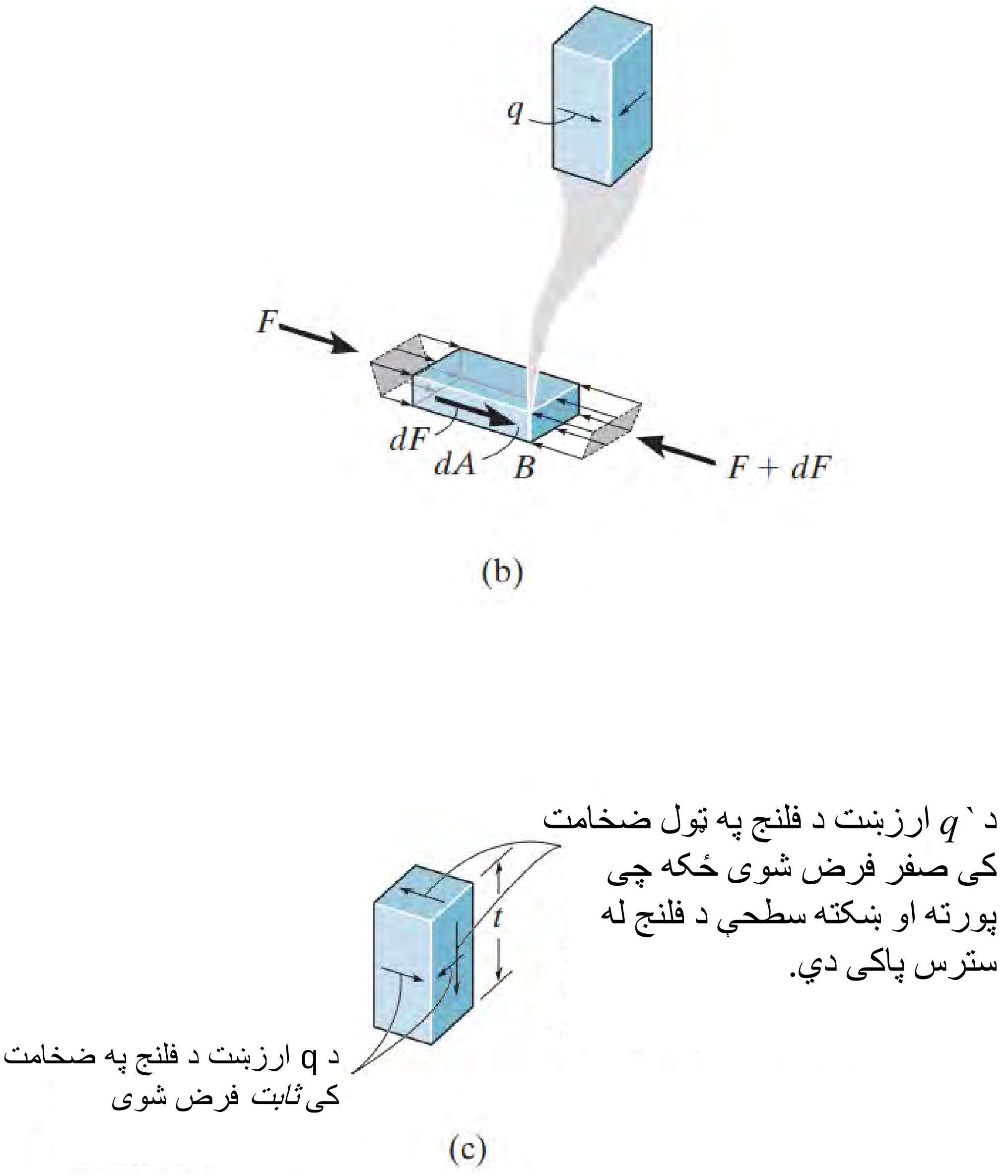
پدې برخه کې به موږ وښیو چې دشیر جریان په څه ډول د غړي د غوڅی برخې په اوږدو کې ویشل کیږی. لکه څنګه چې په ډیرو جوړښتونو غړیو کی، موږ به فرض کړو چې غړی نازک دیوالونه لري، یعني د دیوال پندوالی د سور اووږدوالی په پرتله کوچنی دی.



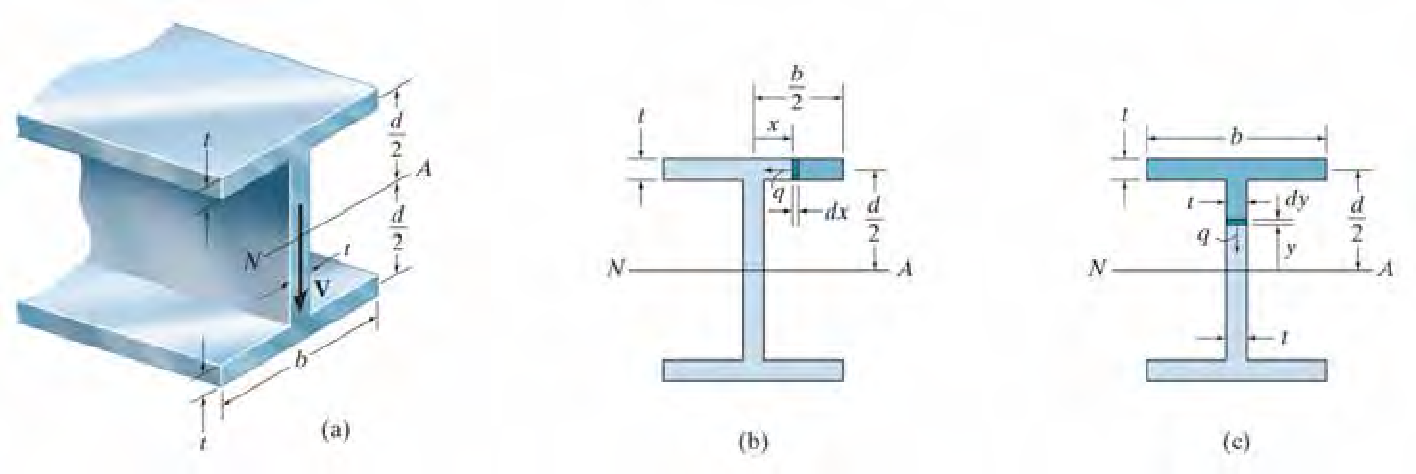
انځور 7-20

مخکې لدې چې د شییر بهیر ویش وټاکو ، موږ به لومړی وښیو چې څنګه یې جهت تنظیم کړو. د پیل کولو لپاره، په انځور 7-20a کی بیم په پام کې ونیسئ ، او د آزاد ډیاګرام د برخې B چې له پورتنی فلنج څخه اخیستل شوی، انځور 7-20b کی ووینې. قوه dF باید په اوږدوالي لورعمل وکړي، تر څو توازن د نارمل قواوو F او $F + dF$ چې د مؤمنت M او $M + dM$ لخوا په ترتیب سره رامینځته شوي جوړ کړي. څرنګه چې q (او t) بشپړونکي ، عرضی اجزاوی د q دي، اوباید په غوڅه برخه باندې لکه څنګه چې د کونج په ټوټه، څرنګه چې به انځور 7-20b کې ښودل شوي، عمل وکړي .

که څه هم دا ریښتیا ده چې $V + dV$ به د عمودی شییر بهیر برخه په دی ټوټه رامینځته کړي، انځور7-20c، دلته به موږ د هغې اغیزې له پامه وغورځوو. دا ځکه چې فلانج نازک دی، او پورتنی او ښکته سطحې د فلج له ستریس څخه خالی دی. بیا د لنډیز لپاره، یوازې د شییر بهیر هغه برخه چې د فلانج اړخونو سره موازي عمل کوي په پام کې نیول شوی .



انځور 20-7 (تکرار)



انځور 21-7

شيير بهير په فلنجو کې (Shear Flow in Flanges) .

د شييربهير ويش، د بيم د پورتنۍ فلنج په اوږدو کې، انځور 7-21a، د شيير بهير q په پام کې نيولو سره موندل کيدی شي. شيير بهير q په تياره نيلي برخه dx عمل کړي چې په يوه خپل سري فاصله x د غوڅې برخې د مرکزي کرښې څخه موقعيت لري ، انځور 7-21b وګورئ. دلته $Q = y\,A = [d/2](b/2 - x)t$، نو داسې

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V[d/2](b/2 - x)t}{I} = \frac{Vtd}{2I}\left(\frac{b}{2} - x\right) \qquad (7\text{–}5)$$

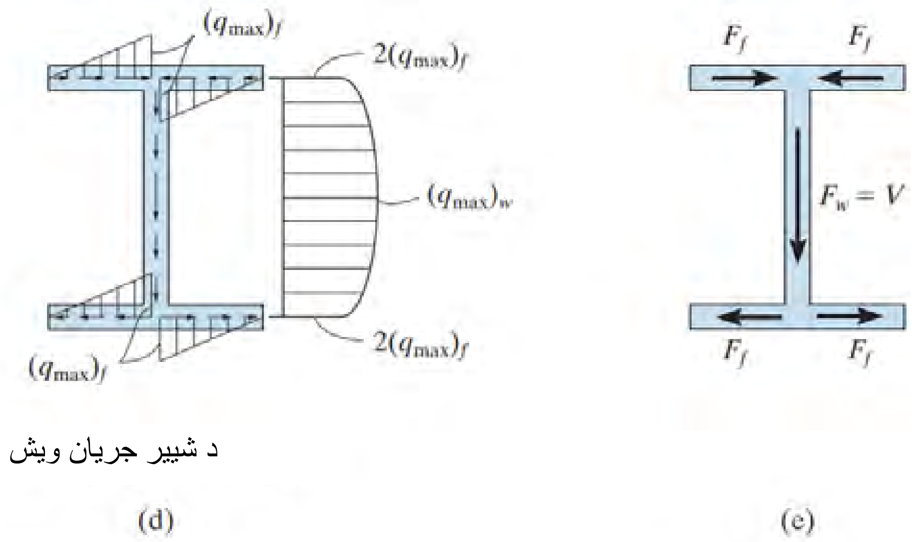
د ليدو په واسطه، دا ويش په خطي ډول د $q = 0$ څخه په $x = b/2$ توپير لري تر $(q_{max})_f = Vtdb/4I$ په $x=0$. (د $x = 0$ محدوديت دلته امکان لري ځکه چې غړی داسې انګيرل کيږي چې"نري ديوا لونه" لري او له همدی امله د ويب ضخامت له پامه غورځول کيږي) .
د متناظروالي له امله، ورته تحليل د نورو دريو فلجونو برخو لپاره د شيير بهير ورته ويش توليدوي.
دا پايلې په انځور 7-21d کې ښودل شوي. په هر فلانج برخه کې رامينځته شوی تولنه قوه د انتيګريشن په واسطه تاکل کيدی شي. ځکه چې په انځور 7-21b کې د عنصر dx قوه عبارت ده په $dF = q\,dx$، بيا

$$F_f = \int q\,dx = \int_0^{b/2} \frac{Vtd}{2I}\left(\frac{b}{2} - x\right) dx = \frac{Vtdb^2}{16I}$$

موړ کولای شو دا پایلي د مثلث لاندی ساحی په موندلو سره و ټاکو انځور 7-21d وګوري. له همدی امله لیکلي شو

$$F_f = \frac{1}{2}(q_{\max})_f\left(\frac{b}{2}\right) = \frac{Vt\,db^2}{16I}$$

دا ځلور قواوی په انځور 7-21e کی ښودل شوي، او موږ د دوی له جهته لیدلی شو چی د افقي قواوو توازن په غوځه برخه کی ساتلي دي.



انځور 7-21 (تکرار)

شییر بهیر په ویب کی (Shear Flow in Web) .

ورته تحلیل د ویب لپاره کارول کیدی شي، انځور 7-21c وګوري. دلته q باید په ښکته لور عمل وکړي، په dy ټوټه موږ لرو

$$Q = \Sigma\bar{y}'A' = [d/2](bt) + [y + (1/2)(d/2 - y)]t(d/2 - y) =$$

$$bt\,d/2 + (t/2)(d^2/4 - y^2),$$

نو بیا لیکلي شو

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{Vt}{I}\left[\frac{db}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right)\right] \qquad (7\text{–}6)$$

د ویب لپاره د شییر بهیر په پارابولیک ډول توپیر لري له دی لاندی معادلی

$$q = 2(q_{\max})_f = Vtdb/2I \text{ at } y = d/2 \text{ to } (q_{\max})_w = (Vtd/I)(b/2 + d/8)$$

په $y = 0$ ، انځور 7-21d .

ددی انتیګرال نیسو تر څو قوه F_w په ویب کی لاس ته راوړو ، او موږ لرو

$$\begin{aligned} F_w &= \int q\, dy = \int_{-d/2}^{d/2} \frac{Vt}{I}\left[\frac{db}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right)\right] dy \\ &= \frac{Vt}{I}\left[\frac{db}{2}y + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{4}y - \frac{1}{3}y^3\right)\right]\Bigg|_{-d/2}^{d/2} \\ &= \frac{Vtd^2}{4I}\left(2b + \frac{1}{3}d\right) \end{aligned}$$

ددی معادلی ساده کول کیدی کله چی موږ انرشیایی مؤمنت د غوڅی برخی ساحی په پام کی ونیسو

$$I = 2\left[\frac{1}{12}bt^3 + bt\left(\frac{d}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{12}td^3$$

د هر فلینج ضخامت کوچنی دی او دا اوله برخه د معادلی له پام غورځیدی شي، بیا لرو

$$I = \frac{td^2}{4}\left(2b + \frac{1}{3}d\right)$$

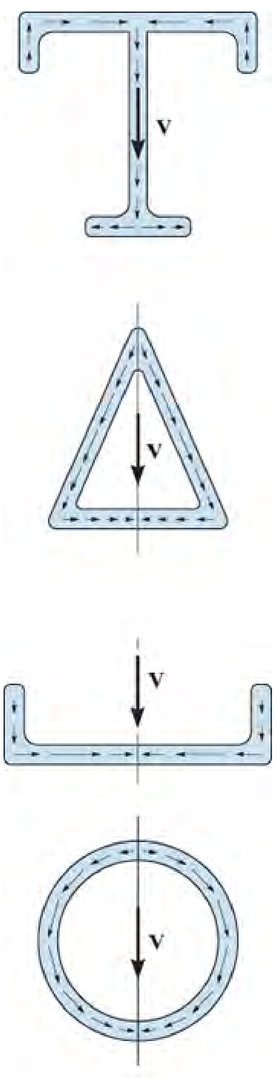
کله چی دا په پورتني معادله کی ځای پر ځای کړو، موږ وینو $F_w = V$ ، کوم چی تمه کیږي،
انځور 7-21e و ګوري.

له پورتني تحلیل څخه باید دري مهم ټکي په پام کې ونیول شي:

لومړی، q د فلنج په هغه ټوټو چی عمودي وي د V لوري ته، په خطي ډول توپیر ولري ، او په پارابولیک ډول د ویب په برخو سره چی د V سره موازي یا مایل دی .

دوهم ، q به تل د غړي دیوالونو سره موازي عمل وکړي، ځکه چې هغه برخې د ټوټي په کوم کې چې q محاسبه کیږي تل دیوالونو ته عمودي اخیستل کیږي.

او دریم، د q سمت داسې دی چې شییر داسې ښکاري چې د غوڅې برخې له لارې دننه "بهيږي“ ، د بیم په پورتنۍ برخه کې، "ګډون" او بیا "بهیدونکی" ښکته خوا ته د ویب له لارې، ځکه چې دا باید د ښکته شییر قوه V سره مرسته وکړي، انځور 7-22a ، او بیا جلا کیږی او په ښکته کې بهر ته بهیږی “ټیټی فلنج ته“ . که یو څوک وکولی شي دا "بهير “تجسم کړي" دا به اسانه وسیله چمتو کړي د دې لپاره چې نه یوازې د q سمت رامینځته کړي ، بلکه ورته هم د t جهت. نور مثالونه چې څنګه د q برخو په اوږدو کې لاربښود کیږي د نري دیوال لرونکي غړي په انځور 7-22 b کې ښودل شوي. په ټولو قضیو کې، تناظر والي د یو محور چې له V سره په یو شان جهت کی موقعیت ولري (collinear)، او په دې توګه" q بهيږي" په داسې سمت چې دا به عمودی قوه V چمتو کړي او بیا هم د غوڅې برخې لپاره د افقی قوه انډول پوره کړي .



(b)
Shear flow q

انځور 7-22

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- د شيير بهير فورمول $q= VQ/I$ د نريو ديوالونو غړيو د شيير بهير ويش ټاکلو لپاره کار اخيستل کيدی شي، دلته ښايی شيير V په متناظر محور يا په اصلی مرکزی انرشييايی محور د غوڅی برخی عمل وکړي.
- که چيري يو غړي د نريو ديوالونو له برخو جوړ شوي وي ، نو بيا يوازي د شيير بهير موازي د غړيوله ديوالونو سره مهم دي.
- په هغو برخوکی چی د شيير V جهت سره عمود وی، هلته د شيير بهير په خطی ډول توپير لري.
- هغو برخو کی چی د شيير V جهت سره موازی يا مايل وی، د شيير بهير د پارابوليک په توګه توپير لري.
- په غوڅه برخه باندی، د شيير "بهير" د برخو په اوږدوالی داسی عمل کوی چی عمودي شيير قوه V منځ ته راولي، او هم د افقي قواوو انډول جوړه وي.

مثالونه

مثال 7.7

د نري ديوال باکس بيم باندی ، انځور 7-23a ، يو شيير 10 kip پلی شوي. د شيير بهير ويش د بيم په غوڅه معلوم کړئ.

حل (SOLUTION)

د متناظر والي له امله صفری محور د غوڅی برخي له مرکزه تيريږي. د نريو ديولونو غړيو لپاره مرکزی ابعاد د انرشيايي مؤمنت پيداکولو لپاره کارول کيږي.

$$I = \frac{1}{12}(2\text{ in.})(7\text{ in.})^3 + 2\,[(5\text{ in.})(1\text{ in.})(3.5\text{ in.})^2] = 179.7\text{ in.}^4$$

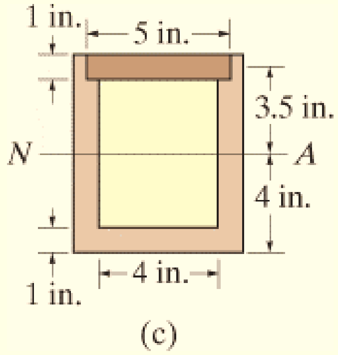
انځور 7-23

شییر بهیر په ټکیو B,C او D کی باید وټاکل شي. د ټکی B لپاره، ساحه د 0 ~~ A` ، انځور 7-23b و ګوري،ځکه چی دا فکر کیدی شي چی په بشپړ ډول په $B$ کی موقعیت لری. په بدیل توګه $A$` هم استازیتوب د ټول ساحی دغوڅی برخی کړی شی، چی په دی حالت کی

$Q_B = y$`$A$` $=0$ ، ځکه y` = 0 ، ځکه چی $Q_B = 0$ نو بیا

$$q_B = 0$$

د ټکی C لپاره ساحه A` په انځور 7-23c په تیاری سیوري ښودل شوي. دلته موږ د منځنی ابعادو نه کار اخیستي ځکه چی ټکی C په مرکز د کرښي د هری برخی موقعیت لري. او موږ لرو

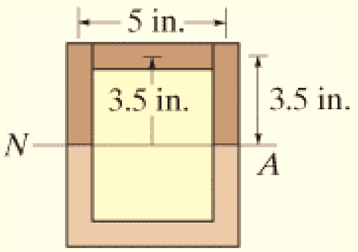


$$Q_C = \bar{y}'A' = (3.5\text{ in.})(5\text{ in.})(1\text{ in.}) = 17.5\text{ in}^3$$

څرنګه چی د ضمیمی دوه ټکی شتون لري

$$q_C = \frac{1}{2}\left(\frac{VQ_C}{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{10\text{ kip}(17.5\text{ in}^3))}{179.7\text{ in}^4}\right) = 0.487\text{ kip/in.}$$

شییر بهیر په D کی له دریو تیاره شوی سیوری مستطیلونو چی په انځور 7-23d کی ښودل شوی تاکو. دلته بیا له منځنی ابعادو نه کار اخلو



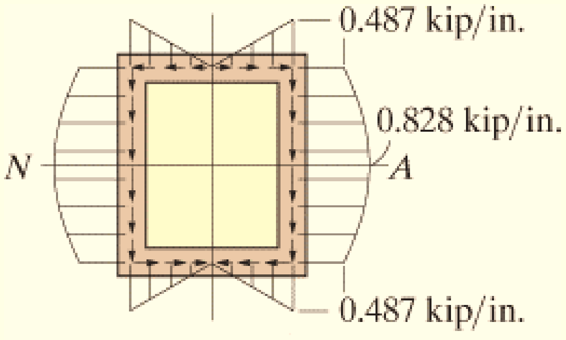
(d)

$$Q_D = \Sigma\bar{y}'A' = 2\left[\frac{3.5\text{ in.}}{2}\right](1\text{ in.})(3.5\text{ in.}) + [3.5\text{ in.}](5\text{ in.})(1\text{ in.}) = 29.75\text{ in}^3$$

ځکه دلته دوه ضمیمه تکی شتون لري،

$$q_D = \frac{1}{2}\left(\frac{VQ_D}{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{10\text{ kip}(29.75\text{ in}^3)}{179.7\text{ in}^4}\right) = 0.828\text{ kip/in.}$$

له دی پا یلو او د غوځی برخي د تناظروالي کار اخلو، د شییر بهیر ویش په انځور 7-23e کی پلات کوو. دا ویش په افقي برخو (عمود په **V**) کی خطي دي ، او پارابولیک دی په عمودی برخو کی (موازی په **V**).



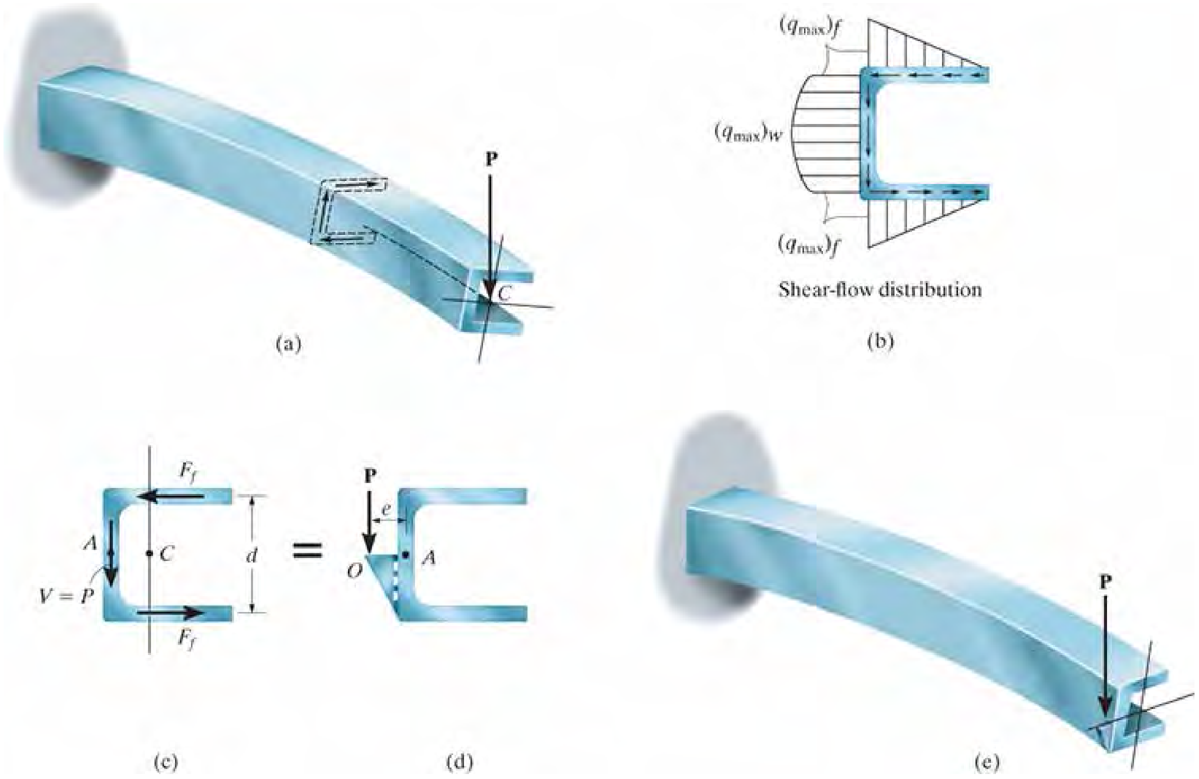
(e)

انځور 7-23 (ادامه)

7.5* شییر مرکز د نري دیوال خلاصو غړیو کی (SHEAR (CENTER FOR OPEN THIN-WALLED MEMBERS

په تیره برخه کې، داخلي شییر **V** په اوږدو د پرنسپل انرشیايي مرکز محورتطبیق شوی وا چې د غوڅی برخی لپاره یې د تناظرمحور استازیتوب هم کاوه. پدې برخه کې به موږ د شییر د پلي کولو اغیزې داسی په پام کې ونیسو، کله چی شییر په پرنسیپل مرکزی محور چی متناظر محور نه وی ، عمل وکړي. لکه مخکې، یوازې د خلاص نري دیوال غړي به تحلیل شي، چیرته چې د غړو دیوالونو مرکز ی ابعاد به وکارول شي.

د دې قضیې یوه ځانګړې بیلګه هغه چینل دی چې په انځور 7-24A کی ښودل شوی. دلته دا چینل په یو ثابته اتکا تړل شوی چې کینټیلیوردی، او **P** قوی وربانږی عمل کړي. که چیری دا قوه د غوڅی برخی د مرکز ثقل *C* له لارې پلی شي ، دا چینل به نه یوازې په ښکته خوا کوږ (bend) شي بلکه دا به د ساعت په لور تاو (twist) هم شي ، لکه څنګه چی په انځور کی ښودل شوي.



انځور 7-24

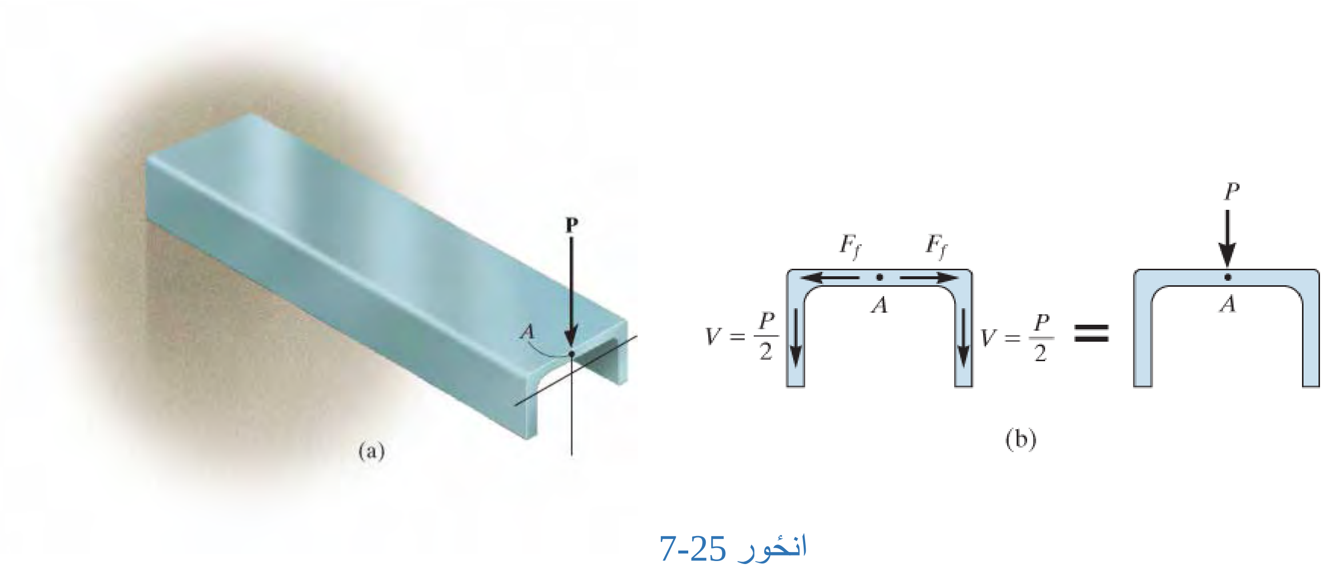
پام وکړئ چې دا کینټیلیور بیم څنګه انحراف کوي کله چې وزن د مرکز ثقل له لارې ور باندی بار کیږي (پورته) او د شییر مرکز له لارې (لاندې) .

دلیل چې غړی تاو شوي علت یې د شییر بهیر ویش په فلیجونو او ویب د چینل کی دي ، انځور 7-24b و ویني. کله چې دا ویش د فلانج او ویب ساحو کې انټیګریټ شي، دا به په هر فلانج کې د F_f پایله لرونکي قوه او په ویب کې د V $P=$قوه ورکړئ، انځور 7-24c . که د دې دریو قواوو مؤمنت په ټکی A کی ونیول شی، غیر متوازن کپل یا تورک د فلنج قواوولخوا رامینځته کیږي او دا د غړي د تاویدلو سبب دي. اصلي تاو د ساعت په لور دی کله چې د بیم د مخ څخه لیدل کیږي، لکه چې په انځور 7-24a کې ښودل شوي، ځکه چې داخلي غبرګون د "توازن" قواوو F_f د تاویدو لامل کیږي. د دې لپاره چې د دې تاویدو مخه ونیول شي او غیر متوازن مؤمنت لغوه شي، دا اړینه ده چې P په هغه نقطه O کې پلي کړئ چې د ویب له مرکزنه e فاصله ولري، لکه څنګه چې په انځور7-24d کې ښودل شوي. موږ اړتیا لروچې $M_A = F_f\,d = Pe$ ، یا

$$e = \frac{F_f\,d}{P}$$

هغه نقطه O چې په دې توګه موقعیت لري د **شییر مرکز** (shear center) یا د **کږیدو مرکز** (flexure center) بلل کیږي. کله چې **P** په دې ټکی کې عمل وکړي، ***بیم به پرته له دې چې تاو وخوري*** کږه شی، انځور 7-24e . د ډیزاین لاسي کتابونه ډیر وخت د شییر مرکز موقعیت مختلفو نری دیوال بیم غوڅه برخو لپاره لیست کوي، چې معمولا په عمل کې کارتری اخستل کیږي.

د دې تحلیل څخه، دا باید په پام کې ونیول شي چې د ***شییر مرکز به تل د غړي د غوڅی برخې ساحې په متناظر محور کې پروت وی***. د مثال په توګه، که چیرې چینل په 90° تاو وخوری او **P** په A کی پلی شي، انځور 7-25a ، تاویدل به پیښ نه شي ځکه چې په ویب او فلنجونو کې د شییر بهیر دې قضیه کی متناظر دي، او له همدې امله پایله قوه په دې عناصرو کې په ټکی A ، انځور 7-25b، به صفر مؤمنت رامینځته کړي. په ښکاره ډول، که د یوه غړی غوڅه برخه دوه متناظر محورونه ولري، لکه څنګه چې د سوروری فلینج بیم په حالت کې ، د شییر مرکز به د دې محورونو د تقاطع (مرکز ثقل) سره سمون ولري.



انځور 25-7

مهم ټکي

(IMPORTANT POINTS)

- **شییر مرکز** هغه نقطه ده کله چی یوه قوه د هغه له لاری پلی شي، بیم کږیدي شی، اما تاو به نه شي.
- د شییر مرکزتل د غوڅی برخي په متناظرمحور پروت وي.
- د شییر مرکز موقعیت د غوڅی برخی په هندسی انځوراړه لری، په پلی شوی بار کوم تړون نلري.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

دا لاندی کړنلاره ددی لپاره ده ، چې د خلاص نري دیوال غړیو د غوڅې برخی لپاره، د شییر مرکز موقعیت ځنګه وټاکل شي. دا د داسي حالت لپاره ده کوم چې د داخلي شییرجهت په ورته لوري وی کوم چی د غوڅی برخی د پرنسیپل مرکزی محور وي.

د شییر-بهیر محصلی (Shear-Flow Resultants)

- د کتني په واسطه، د شییر بهیر لوري د غوڅې برخې د مختلفو برخو له لارې مشخص کړئ ، او د غوڅی برخې په هره برخه کې د قواوه محصلې سکیچ کړي . (د بیلګې په توګه، انځور 7-24c وګورئ.) ځکه چې د شییر مرکز د دی قواوو د مومنټ نیولو په واسطه په یوه نقطه *A* کی ټاکل کیدی شی. دا نقطه په داسې ځای کې غوره کړئ چې د ډیرو قواوو مومنټ، د امکان ترحده، له منځه یوسي .
- د قواوو د محصلی شدت، چې په نقطه *A* مؤمنت جوړه وی، باید محاسبه شي. د هرې برخې لپاره د شییر بهیر *q* په یو خپل سري نقطه کې معلوم کړي او بیا په اوږږدوالي د برخې *q* انتیګریت کړي. یوه شئ ، چې **V** به یو خطي تغیر د شییر بهیر ولری په هغه برخو کی چې عمود په **V** دی، او یو پارابولیک توپیر د شییر بهیر ولری په هغو برخو کې چې موازي یا مایل د **V** سره وي.

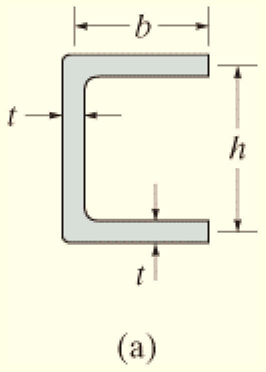
شییر مرکز (Shear Center)

- د شییر بهیر د پایلو مؤمنت په نقطه *A* کی ونیسی، او دا مؤمنت مساوي کړئ په هغه مؤمنت چې V یی په *A* کی جوړوی. دا معادله حل کړي تر څو د مؤمنت بازو یا له مرکزه وتلي فاصله (eccentric) *e*، کوم چې د V د عمل کرښه د *A* تکی څخه پیدا کوي.

- که چیرې غوڅه برخه *متناظر* محور ولري ، د شییر مرکز به په یوه نقطه د دی محور موقعیت ولري.

مثال 7.8

د نرۍ دیوال چینل لپاره ، چې ابعاد يې په انځور 7-26a کې ښودل شوي، د شيير مرکز موقعيت و ټاکي.



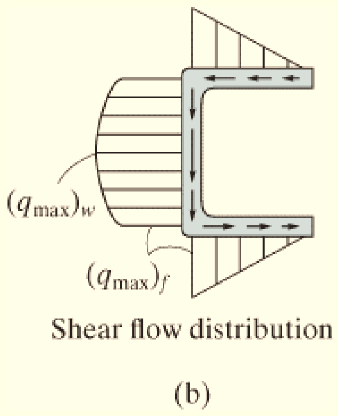
انځور 7-26

حل (SOLUTION)

د شيير بهير محصلې (Shear Flow Resultants) .

يو عمودي ښکته لوري شيير **V** په برخه پلي شوي، او دا د دې لامل کيږي چې شيير بهير په فلنجونو او ويب کې جوړ شي، حنګه چې په انځور 7-26b ښودل شوي . دا په نتيجه کې د پايلې قواوې F_f او **V** په فلنجو او ويب کې رامينځته کوي، لکه څنګه چې په انځور 7-26c کې ښودل شوي. موړ به مؤمنت په A کې واخلو ترڅو چې پوازې د F_f قوه په ښکته فلنج کې و ټاکل شي.

د غوڅې برخې ساحه په دريو برخو، مستطيلونو، ويشل کيدی شي يوه ويب او دوه فلجونه. څکه چې هره برخه نرۍ فرض شوې ، انرشيايي مؤمنت د ساحی په صفری محور عبارت دی په



$$I = \frac{1}{12}th^3 + 2\left[bt\left(\frac{h}{2}\right)^2\right] = \frac{th^2}{2}\left(\frac{h}{6} + b\right)$$

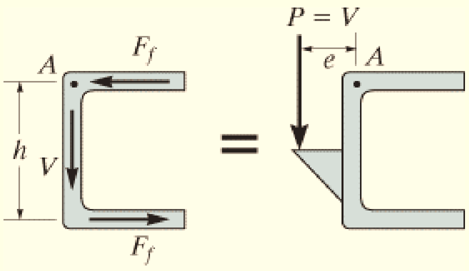
له انځور 7-26d په يوه اختياری نقطه د x ، د q ارزښت عبارت دی په :

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V(h/2)[b - x]t}{(th^2/2)[(h/6) + b]} = \frac{V(b - x)}{h[(h/6) + b]}$$

له همدی امله قوه F_f په فلنج کی عبارت ده په

$$F_f = \int_0^b q\,dx = \frac{V}{h[(h/6)+b]}\int_0^b (b-x)\,dx = \frac{Vb^2}{2h[(h/6)+b]}$$

دا ورته پایله هم پرته له دی چی انتیګرال و نیول شي ، اول $(q_{max})_f$ موندنه، انځور 7-26b ، بیا د مثلث ساحه و تاکل شي $(1/2)b(q_{max})_f = F_f$.

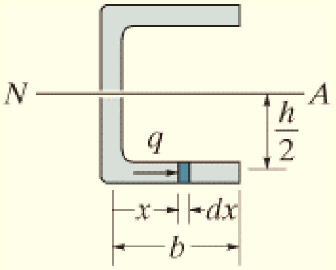


(c)

. (Shear Center) د شییر مرکز

مؤمنت په نقطي A راټولو، انځور 7-26c، موږ اړتیا لروچی:

$$Ve = F_f h = \frac{Vb^2 h}{2h[(h/6)+b]}$$



(d)

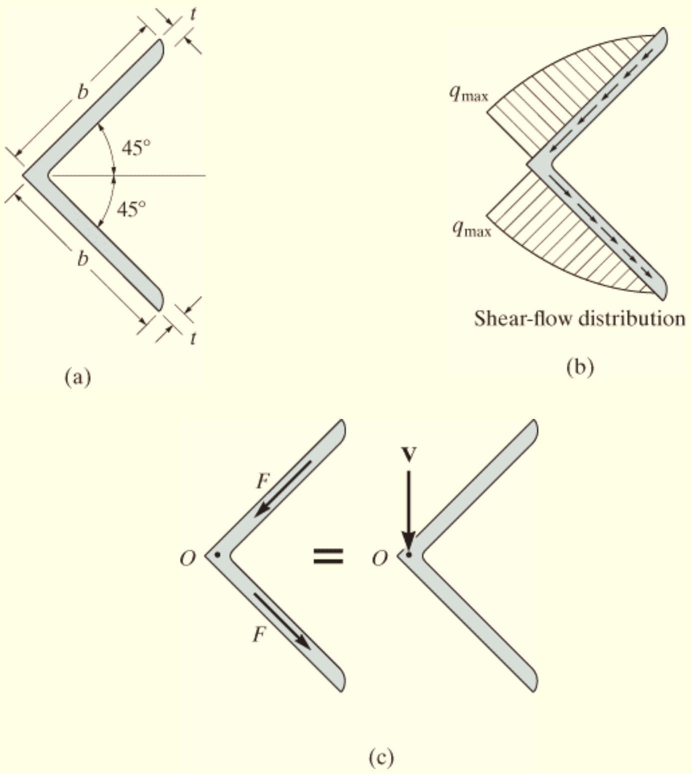
انځور 7-26 (ادامه)

په دی توګه :

$$e = \frac{b^2}{[(h/3)+2b]} \qquad \textit{Ans.}$$

مثال 7.9

د يو زاويي لپاره چې مساوی پښي لری د شيير مرکز وټاکي، انځور 7-27a . او هم د شيير قوی محصله په هر پښه کی معلومه کړي.



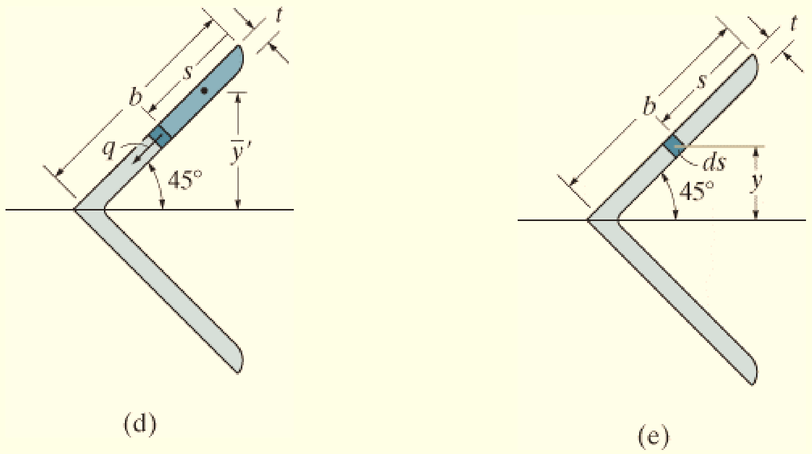
انځور 7-27

حل (SOLUTION)

کله چې په غوڅه برخه عمودی ښکته خوا شيير **V** پلي شي، د شيير بهير او د شيير بهير محصلي، لکه څنګه چې په انځور 7-27b او 7-27c کې ښودل شوي، په ترتيب سره عمل کوی. په ياد ولرئ چې په هره پښه کې قوه F بايد مساوي وي، ځکه چې د توازن لپاره د دوی د افقی اجزاوو مجموعه بايد مساوي په صفر سره وي. همدارنګه، د دواړو قواوو د عمل کرښې په نقطه O کی سره يو ځای کيږي. دا نقطه O له همدې امله، *بايد د شيير مرکز وي*، ځکه مجموعې مؤمنت د دې قواوو او V په O ټکی کی صفر دی، انځور 7-27c .

د F اندازه به د شییربهیر موندلو سره په یوه خپل سری موقعیت s په پورتني پښه کی پیداشی، انځور 7-27d و ویني. دلته

$$Q = \bar{y}'A' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left((b - s) + \frac{s}{2}\right)ts = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(b - \frac{s}{2}\right)st$$



انځور 7-27 تکرار)

د زاوي انرشیایي مؤمنت په صفری محور له "لمړي اصلو" تاکل شوي ، ځکه چی پښني نظر صفری محور ته مایل دی. د یوه برخی ساحه $dA = t\,ds$ ، انځور 7-27e ، موږ لرو

$$I = \int_A y^2\, dA = 2\int_0^b \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(b - s)\right]^2 t\, ds = t\left(b^2 s - bs^2 + \frac{1}{3}s^3\right)\Bigg|_0^b = \frac{tb^3}{3}$$

پدی توګه د شییر بهیر عبارت دی په

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{(tb^3/3)}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\left(b - \frac{s}{2}\right)st\right]$$
$$= \frac{3V}{\sqrt{2}b^3}s\left(b - \frac{s}{2}\right)$$

د q توپيير پارابوليک دی او او اعظمی حد يي کله چی $s = b$ شي لکه چی په انځور 7-27b کی ښودل شوي. له هموی امله قوه F کيږي

$$F = \int_0^b q\, ds = \frac{3V}{\sqrt{2}b^3}\int_0^b s\left(b - \frac{s}{2}\right) ds$$
$$= \frac{3V}{\sqrt{2}b^3}\left(b\frac{s^2}{2} - \frac{1}{6}s^3\right)\Bigg|_0^b$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}V \qquad \textit{Ans.}$$

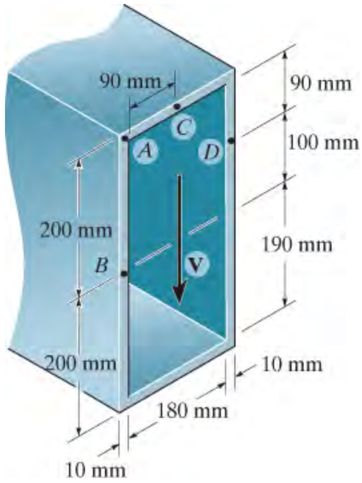
يادونه: دا پايله په اسانۍ سره تاييد کيدی شي، ځکه چي مجموعه د اجزاو د عمودی قوه F په هره پينه کي بايد د V سره مساوي وي، او لکه ځنګه چي مخکي وويل شول، مجموعي د افقي اجزا وو د صفر سره مساوي دي .

سوالونه

(PROBLEMS)

س 7-50. یوه د شییر قوه $V = 300kN$ په باکس ګادر پلي شوي. د شییر بهیر په ټکیو A او B کې وټاکي.

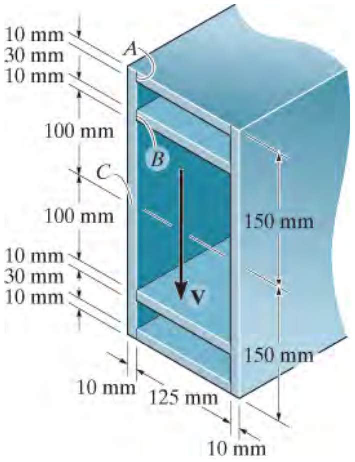
س 7-51. یوه د شییر قوه $V = 450\ kN$ په باکس ګادر پلي شوي. د شییر بهیر په ټکیو C او D کې وټاکي.



س 7-50/51

س *7-52. یوه د شییر قوه $V = 18\ kN$ په باکس ګادر پلي شوي. د شییر بهیر په ټکیو A او B کې وټاکي.

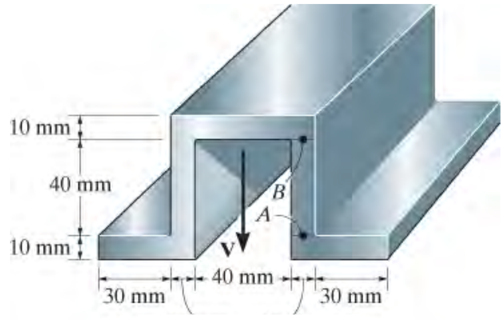
س 7-53. یوه د شییر قوه $V = 18\ kN$ په باکس ګادر پلي شوي. د شییر بهیر په ټکي C کې وټاکي.



س 7-52/53

س 7-54. د الومنیم سترت 10 mm پنډوالی لری، اوغوڅه برخه يي په لاندی انځورکی ښودل شوي. که چیر د شيير قوه V= 150 N وربآندی پلې شي، د شيير بهير په ټکيو A او B کی و ټاکي.

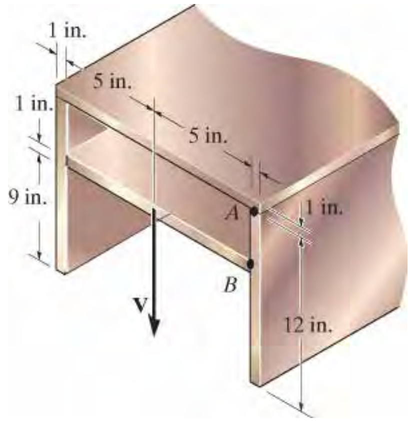
س 7-55. د الومنیم سترت 10 mm پنډوالی لری ، او غوڅه برخه يي په لاندی انځور کی ښودل شوي. که چیر د شيير قوه V= 150 N وربآندی پلې شي، اعظمی شيير بهير په سترت کی و ټاکي.



س 7-54/55

س 7-56*. یوه د شيير قوه V =50 kN په لاندی بیم پلي شوي. د شيير بهير په ټکيو A او B کی وټاکي.

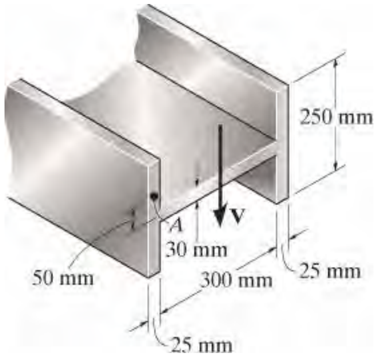
س 7-57. یوه د شيير قوه V =50 kN په لاندی بیم پلي شوي. اعظمی شيير بهير په غوڅه برخه کی وټاکي.



س 7-56/57

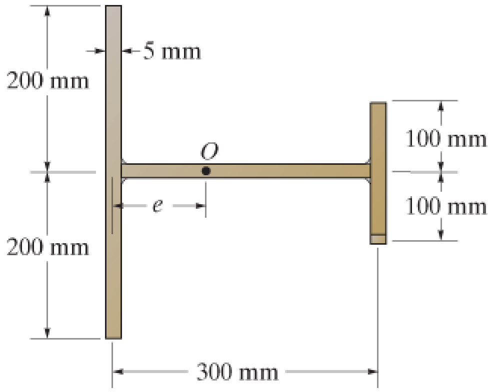
س 7-58. يوه د شيير قوه V =80 kN په لاندی اچ- بيم پلي شوي. د شيير بهير په ټکی A کی وټاکي.

س 7-59. يوه د شيير قوه V =80 kN په لاندی اچ- بيم پلي شوي. د شيير ستړيس ويش په يوه اړخ سکيچ کړي. ټول لوړ ارزښتونه په ګوته کړئ.



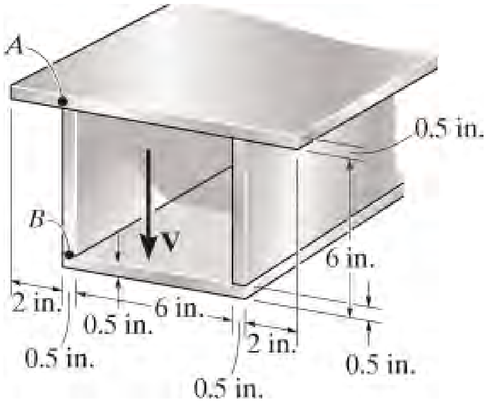
س 7-58/59

س *7-60. جوړ شوي بيم له يو ځای کولو، د څو نازکو تختو چی 5 mm پنډوالی لری، او د ويلډينګ کيدو په واسطه جوړه شوي. د شيير مرکز موقعيت يي وټاکي.



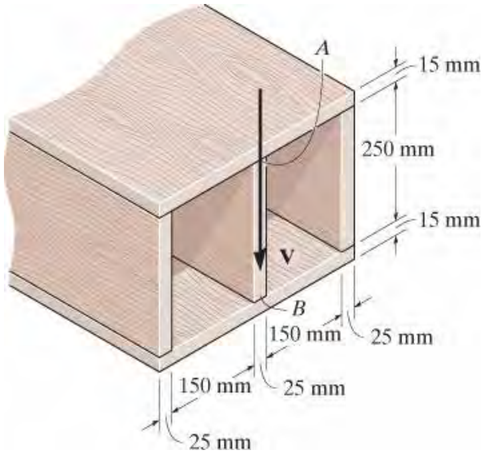
س 7-60

س 7-61. په د لاندی اسامبلی یو عمودی شییر V =7 kip پلی شوي دي. د شییر بهیر په ټکیو A او B کی وټاکي ، او هم اعظمی شییر بهیر په دی غوښه برخه کی پیدا کړي.



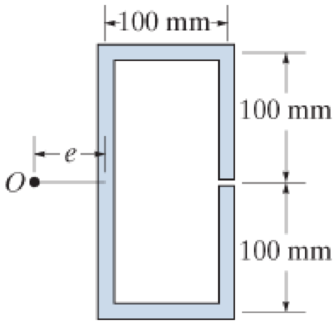
س 7-61

س 7-62. یوه د شییر قوه V =15 kN په لاندی باکس ګادر باندی پلي شوي. د شییر بهیر په ټکی B او هم اعظمی شییر بهیر د ګاډر په ویب AB کی وټاکي.



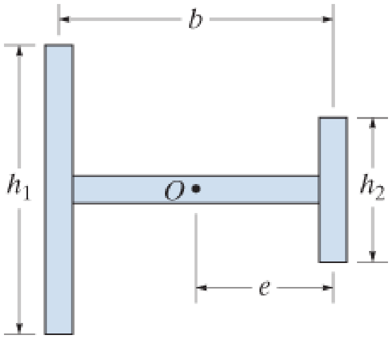
س 7-62

س 7-63. د شییر مرکز موقعیت e ، ټکي O ته، د نری دیوال غړی مشخص کړی. ځنګه چی په انځور کی ښوودل شوی، دا غوښه په یوه برخه کی پری شوی.



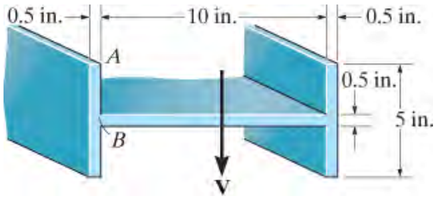
س 7-63

س *7-64. شییر مرکز موقعیت e ، ټکي O ته، د نری دیوال غړی مشخص کړی. د غړی ټوټې یو شان ضختامت ، t ، لري.



س 7-64

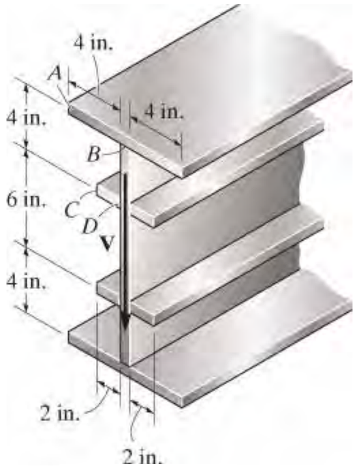
س 7-65. په دی لاندی بیم یو عمودی شییر $V = 7$ kip پلی شوي دي. محصله قوه د AB په برخه د بیم کی وټاکي.



س 7-65

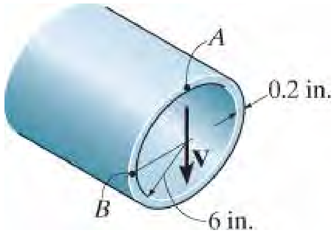
س 7-66. د ا لاندی سخت شوی (stiffened) بیم له تختو چی 0.25 انچ پنډوالی لری جوړه شوي ده. که چیری یوه د شییر قوه V =8 kip په لاندی بیم باندی پلي شي، د شییر بهیر د AB او CD

په برخو کی وټاکي. محصله شییر چی د دی بیم په برخو پلي شوي مشخص کړي؟ او هم د شییر بهیر چی له دی غوڅه برخی تیریږي سکیچ کړي. عمودی ابعاد تر مرکز د هری ټوټي اندازه شوي.



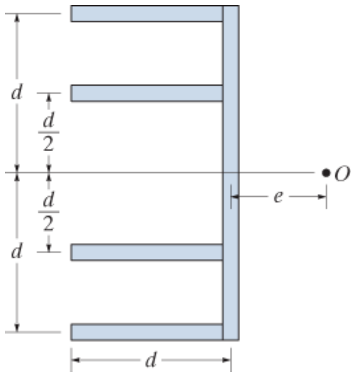
س 7-66

س 7-67. په دی لاندی پایپ یوه شییر قوه V= 8 kip پلي شوي. د شییر بهیر په پایپ کی په تکیو A او B کی وټاکي.



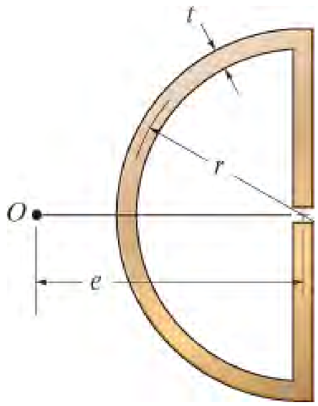
س 7-67

س 7-68*. د شییر مرکز موقعیت e ، تکي O ته، د نری دیوال غړی مشخص کړی. د غړی ټوټي یو شان پنډوالی ، t ، لري.



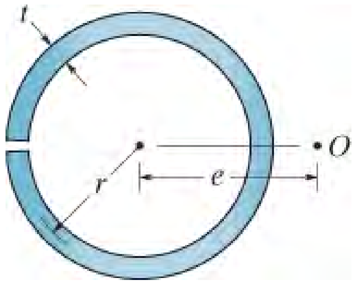
س 7-68

س 69-7. د نازک ضخامت t ، يوه تخته داسي کږه شوي چی د بيم دا لاندي غوڅه برخه ورځيني جوړه شوي. موقعيت د شيير مرکز O و ټاکي.



س 69-7

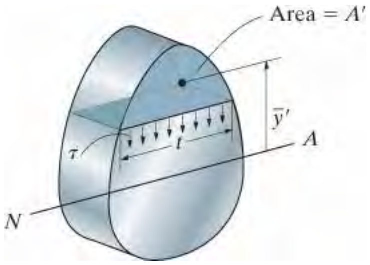
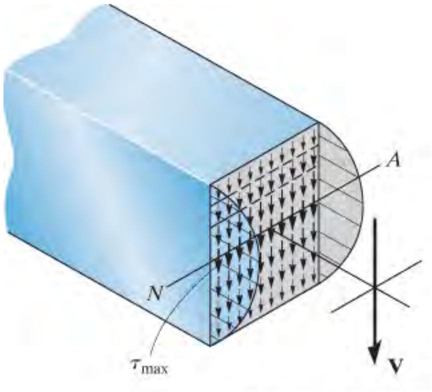
س 70-7. د شيير مرکز، ټکی O ، موقعيت e د تيوب لپاره وټاکی. د تيوب غوڅه برخه يوه قطع چی په دی لاندی انځور کی ښودل شوي هم لري.

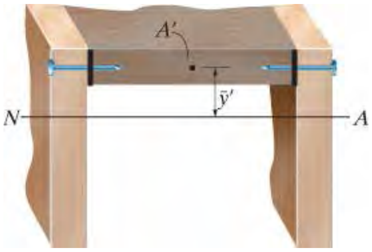
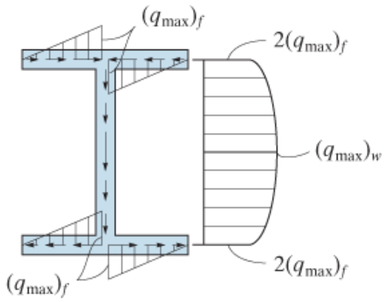
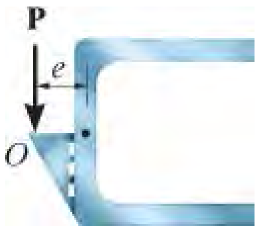


س 70-7

د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

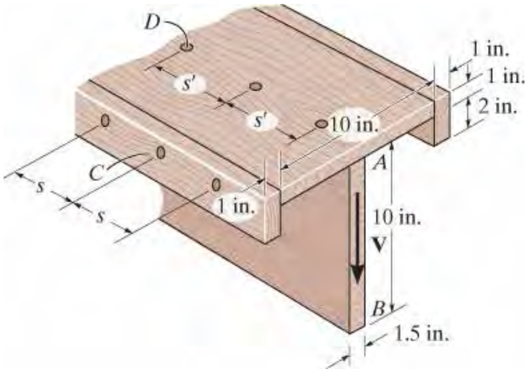
	د بیم عرضي شییر سټریس د بیم په غیر مستقیم ډول د کږیدو فورمول (flexure formula) نه او د مؤمنت او شییرله ترون ($V = dM/dx$) څخه لاس ته راځي. نتیجه یی د شیر فارمول کیږی. $$\tau = \frac{VQ}{It}$$ په ځانګړي توګه د Q ارزښت عبارت دی په مؤمنت د ساحی `A په صفری محور. $$Q = \bar{y}'A'$$ دا ساحه یوه برخه د غوڅې برخی د ساحی چی "نیول شوی" په پورته او یا ښکته د بیم ضخامت t چیرته چی t باید و موندل شي.
Shear–stress distribution	که چیری بیم، مستطیلی غوڅه برخه ولري بیا د سټریس ویش به پارابولیک وی، اعظمی حد به په صفری محور وي. ددی خاصي قضیي لپاره شییر سټریس په دی لاندی فورمول په واسطه ټاکل کیدی شي. $$\tau_{max} = 1.5\,\frac{V}{A}.$$

ترېدونکي لکه میخونه، بولتونه او یا ولډینګ څخه د برخی په تړلو کی کار اخیستل کیږي، تر څو مرکب برخی "جوړ شوی" سره وصل کړي. د شییر بهیر q ، یا قوه په واحد اوږدوالي، ارزښت په دی ترېدونکیو کی چی د بیم ملاتړ کوي وټاکل شي. د شیر جریان په لاندی ډول دی. $$q = \frac{VQ}{I}$$	
که چیری بیم، د نری دیوال له برخو جوړ شوي وي ، بیا د شییر بهیر ویش په هره ټوټه کی پیدا کیدی شي. دا ویش به په خطی دول توپیر ولری په افقي برخوکی، او پارابالیک په مایل یا عمودی برخوکی.	 Shear-flow distribution
که چیری د شییر د بهیر ویش په هره برخ کی معلوم وي، بیا د مؤمنت د توازن په کارولوسره د شیرمرکز (O)موقعیت د غوڅی دپاره معلومیدی شی. کله چی بار لدی ټکی تیرشی نو غړی کړیږی او نه تاویږی.	

د بیا کتني سوالونه

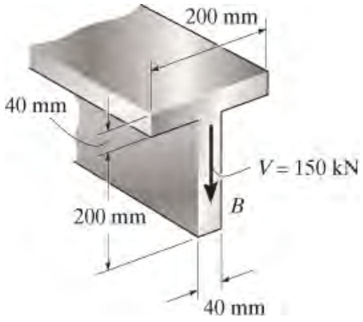
REVIEW PROBLEMS

ب 7-1. دا لاندی بیم له ځلورو تختو ، چی یو بل سره میخ شوی دی ، جوړ شوي. شییر قوه په هر میخ کی په اوږدوالي داړخ C او پورته برخه D چی باید مقاومت وکړي وټاکی، دا میخونه په فاصله $s = 3$ in اینودل شوي. په دی بیم یوه شییر قوه $V = 4.5$ kip پلی شوي.



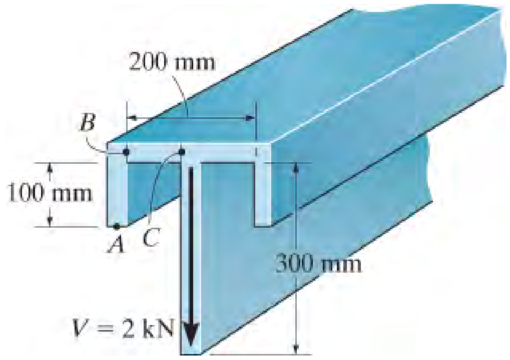
ب 7-1

ب 7-2. **په** لاندی تی بیم یو شییر V= 150 kN پلی شوي. هعه اندازه ددی شییر قوه چی ویب B یي مقاومت کوي وټاکي.



ب 7-2

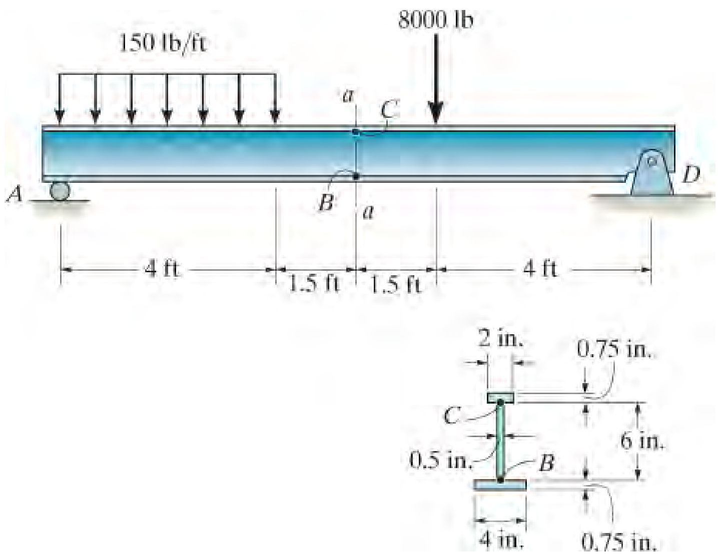
ب 7-3. په دی لاندی غړي یوه شییر قوه $V = 2$kN پلی شوي. شییر بهیر په ټکیو A, B او C کی وټاکي. د هری برخی د نری دیوال ضخامت 15 mm ملي متره دي.



ب 7-3

ب *7-4. شییر ستریس په غوڅه شوی برخه a-a په ټکیو B او C د بیم په ویب کی وټاکي.

ب 7-5. اعظمی شییر ستریس په غوڅه شوي برخه a-a د بیم کی و ټاکي.



ب 7-4/5

اتم فصل

(CHAPTER 8)

(© ImageBroker/Alamy)

ددی ځړیدلي سکی وړونکي کابین په هنګر، یو لړ ترکیبی
بارونه لکه محوری قواوي او کږیدونکي مؤمنت عمل کړي.

يوځاي شوي بارونه

COMBINED LOADINGS

د فصل موخې (CHAPTER OBJECTIVES)

دا فصل، د نرى ديوا ل فشاري مخزنونو(pressure vessels) د سترس په تحليل پيل کيږي . بيا به موږ د محورى بار، تورژن، کږيدو (bending)، او شييرله فارمولو کارواخلو، تر څو د يوغږى ستريس کله چې ډيربارونه پرى عمل کوى وټاکو.

8.1 د نری دیوال د فشار مخزنونه (THIN-WALLED PRESSURE VESSELS)

سلنډری یا کروی (spherical) د فشارمخزنونه، معمولا په صنعت کې د بایلرو یا ذخیره ټانکونو په توګه کارول کیږي . د دي جوړښتونو په دیوالو کې د ستریس موندل په ساده ډول تحلیل کیدی شي، په دې شرط چې دا جوړښتونه نری دیوالونه ولري، په دی معنی چې د داخلي شعاع نسبت د دیوال ضخامت سره 10 (لس) یا ډیر ($r/t >= 10$) وی. په ځانګړې توګه، کله چې $r/t = 10$ د نری دیوال تحلیل پایلي وړاندوینه کوي یو ستریس د مخزن په دیوال کی به له اصلی اعظمی ستریس نږدې % 4 کم وي. د لوی r/t تناسب لپاره دا تیر وتنه به نوره هم کوچنی وي.

په لاندې تحلیل کې، موږ به دا په ګوته کړو چې د ګاز فشار په مخزن کی د *ګیج فشار* (gage pressure) دی، په دی معنی چې دا له اتموسفیر فشار څخه پورته فشار دی، ځکه چې د اتموسفیر فشار به دننه او بهرد مخزن په دیوال، مخکې له دې چې مخزن فشار شي شتون لري .

د فشار سلنډری ذخیروی جوړښت لکه پورته د ګازو ټانک ، دواړو خواوو ته د هموار په ځای، نیم کروی سرونه لری تر څو چی په ټانک کی فشار لږ شی.

استوانه یی ټانکونه (Cylindrical Vessels)

سلنډري ټانک چې په انځور 8-1a کی ښودل شوي، د دیوال ضخامت یې t، داخلي شعاع یې r ، او د داخلي ګاز فشار p سره مخ شوي . د محیطي (circumferential) یا هوپ (hoop) ستریس موندلو لپاره ، موږ کولی شو ټانک په a, b او c لاندې ډول برخوغوڅ او وویشو. یو آزاد ډایګرام د شا برخې او په دې کې شامل ګاز بیا په انځور 8-1b کې ښودل شوی. دلته یوازې بار په x سمت

سره ښودل شوی. دلته یونیفورم هوپ ستریس s_1 ، د ټانک په دیوال باندې ، او فشار په عمودی سطحه د ګاز باندې عمل کوي. د x په لور د توازن لپاره، موږ اړتیا لرو:

$$\Sigma F_x = 0; \qquad 2[\sigma_1(t\,dy)] - p(2r\,dy) = 0$$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{pr}{t}} \qquad (8\text{–}1)$$

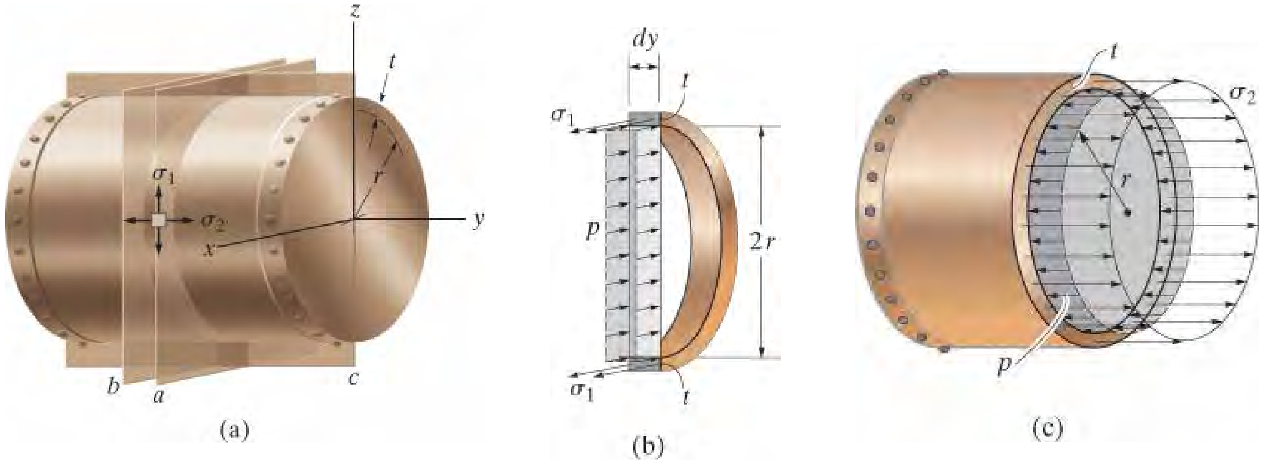
د

اوږد والی (longitudinal) ستریسونه داسی پیدا کیږی چی د کیڼ لورد b برخی، انځور 8-1a ، ځخه لاس ته راځي. ځنګه چی په آزاد ډایګرام ، انځور 8-1c کی ښودل شوي s_2 مساوی ویشل شوي په دیوال او p د شامل ګازپه برخه عمل کړي. ځرنګه چی اوسط شعاع دټانک د داخلی شعاع سره

$$\Sigma F_y = 0; \qquad \sigma_2(2\pi r t) - p(\pi r^2) = 0$$

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{pr}{2t}} \qquad (8\text{–}2)$$

اټکل کیږی، د y په لور د تعادل لپاره اړتیا لرو:



انځور 8-1

د دی دوو معادلو لپاره:

s_1, s_2 = نارمل ستریس په هوپ او اوږد و جهتونو په ترتیب سره دی. هر یو یي داسی فرض کیږي چی په ټول دیوال د سلنډر یو شان ثابت دی، او هر یو یي مواد د کشش په حالت کی ساتی.

p = داخلی ګیج (gage) فشار د ساتل شوی ګاز له امله

r = داخلی شعاع د سلنډر

t = د دیوال پنډوالی ($r/t >= 10$)

دا د نری دیوال پایپ د ګازو د ډیر داخلی فشارسره مخ شوی وه ، او هغه لامل ددی شو چی پایپ به محیطي او یا هوپ سمت مات (rupture) کړي. ستریس په دی سمت دوه چند د محوري سمت دی ، او دا په معادلو 1-8 او 2-8 کی ښودل شوي.

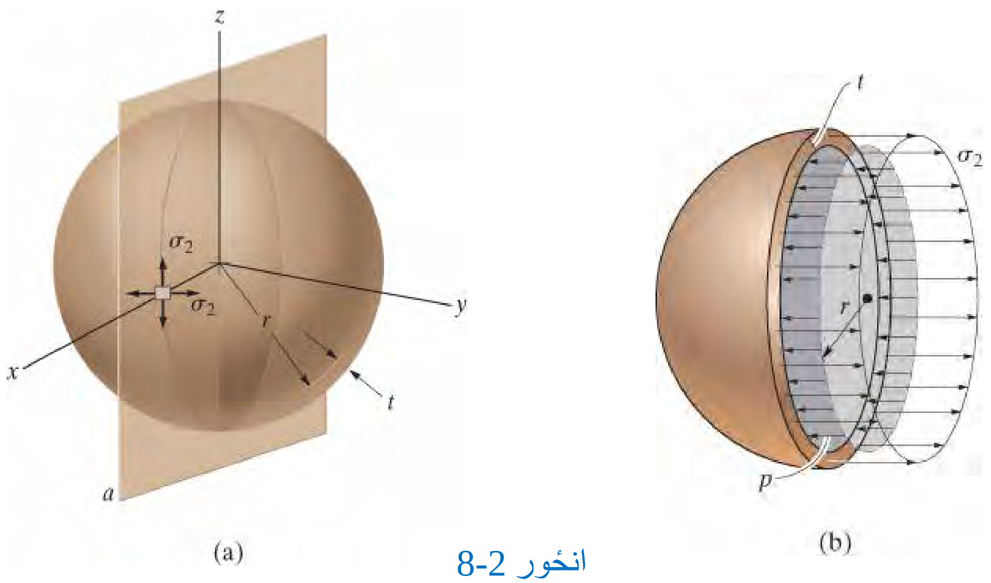
په پرتله کولو سره، په یاد ولرئ چي هوپ (حلقوي) یا محیطی ستریس د اوږدوالي په پرتله د محوری ستریس دوه چنده لوی دی. په پایله کې، کله چي د سلنډري ټانک له ناو شوي تختو جوړ شوي وي، دا مهمه ده چي د اوږدوالي د ټینګیدو ځایونه یا جاینتونه داسي ډیزاین شي ترڅو دوه چنده ستریس د محیطي جوینتونو په پرتله تحمل کړي.

کروی ټانکونه (Spherical Vessels).

موږ کولی شو چی د کروی فشار ټانکونه په ورته ډول تحلیل کړو. که یو ټآنک چي په انځور 8-2a کې په نیمه برخه کې غوڅ شوی، د آزاد ډیاګرام یي په انځور 8-2b کې ښودل شوی. لکه د سلنډر، په y لوري کې توازن ته اړتیا لري

$$\Sigma F_y = 0; \qquad \sigma_2(2\pi r t) - p(\pi r^2) = 0$$

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{pr}{2t}} \qquad (8\text{–}3)$$



انځور 8-2

دا ورته نتیجه ده لکه چی د سلنډری فشاری ټانک کی د اوږدو ستریس مو لاس ته راغی ، دا ستریس په یو شان وی بیله دی چی د کروی غوڅی برخی آزاد ډایګرام جهت ته پام وکړو.

محدودیتونه (Limitations).

پورته تحلیل په ګوته کوي، که چیری یو ټوټه مواد د سلنډری یا کروی فشار ټانک څخه واخیستل شي، د ***دوه اړخیز ستریسونو*** (biaxial stress) سره به مخ کیږي. د بیلګې په توګه، نارمال ستریس یوازي په دوو سمتو کی شتون لري. په حقیقت کې، په هرصورت، فشار هم په موادوشعاعی ستریس (radial stress) ، s_3 ، راولی، چې د شعاع کرښی په جهت عمل کوي. دستریس اعظمي ارزښت په داخل دیوال کې چی د فشار p سره مساوي دی او د پنډوالی به سور کی کمیږي تر څو په بهرنۍ سطحه د دیوال کی صفر ته رسیږي ، ځکه چی بیرونی سطحه د دیوال صفر فشار لری. په هرصورت، د نریو دیوالونو د فشار ټانکونو لپاره، موږ به دا ستریس له پامه غورځوو، ځکه چې زموږ د $r/t = 10$ محدود انګیرنه دا بنیې چې s_2 او s_1 په ترتیب سره 5 او

10 ځله له شعاعی ستریس (s_3) ، $(s_3)_{max} = p$ څخه لوړدی. په نهایت کې، په یاد ولرئ که چیری د فشارپه ټانک یو بهرني ټیلوهونکی فشار عمل وکړي، په دیوال کی ټیلوهونکی (compressive stress) ستریسونه د ناڅاپه چپکیدل د دیوال په داخل لوراو یا کمان کیدل د دیوال منځ ته راځی چی د ماتیدو سبب کیدی شي.

مثال 8.1 .

یوه سلندري فشاري ټانک داخلی قطر 4 ft او ضخامت يي ½ in (انچ) دی. هغه دا خلی اعظمی فشار داسی معلوم کړی چی محیطی او د اوږدو ستریس له 20 ksi حد تیر نشي. د ورته شرایطو لاندی اعظمی داخلی فشار به په کروی فشاری ټانک کی څومره وی؟

حل (SOLUTION)

سلنډری فشاری ټانک (Cylindrical Pressure Vessel)

اعظمی ستریس چی په محیطی سمت جوړیږی، له 8-1 معادلی کار اخلو:

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t}; \qquad 20\ \text{kip/in}^2 = \frac{p(24\ \text{in.})}{\frac{1}{2}\ \text{in.}}$$

Ans.

په یاد ولری کله چی فشار دی حد ته ورسیږي ، له معادلی 8-2 ستریس په اوږده سمت عبارت دی په $s_2 = ½\ (20\ \text{ksi}) = 10\ \text{ksi}$ او اعظمی ستریس په شعاعی سمت په داخلی دیوال د ټانک کی $(s_3)_{max} = p = 417\ \text{psi}$ دي. دا حد 48 ځله کوچنی دی له محیطی ستریس نه. څرنګه چی مخ کی مو وویل، ددی اغیزه به په پام کی نه نیسو.

کروی فشاری ټانک (Spherical Pressure Vessel)

دلته اعظمی ستریس په هر دوو عمودی سمتو په یوه ټوټه د ټانک ، انځور 8-2 a ، و ګوري. له معادلي 8-3 موږ لرو:

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t}; \qquad 20\ \text{kip/in}^2 = \frac{p(24\ \text{in.})}{2(\frac{1}{2}\ \text{in.})}$$

$$p = 833\ \text{psi} \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه: که څه دا هم ستوزمن دی چې کروي فشاری ټانک جوړ شي، اما کروی ټانک دوه چند د سالنډری ټانک په پرتله داخلی فشار تحمل کولای شي.

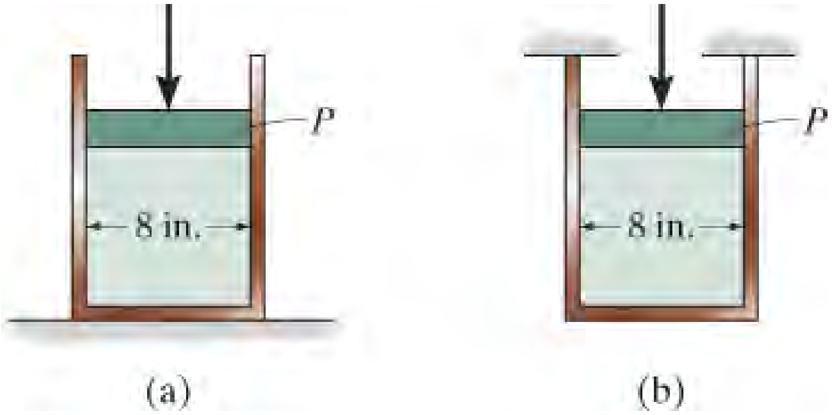
سوالونه

PROBLEMS

س 8-1. د ګازو یو کروی ټانک داخلی شعاع $r = 1.5$ متره لري. که چیرې دا ټانک له داخلی فشار p =300 kPa سره مخ وي، او اعظمي نارمل فشار باید له 12 MPa څخه ډیر نه وي د اړتیا وړ پنډوال یی معلوم کړئ.

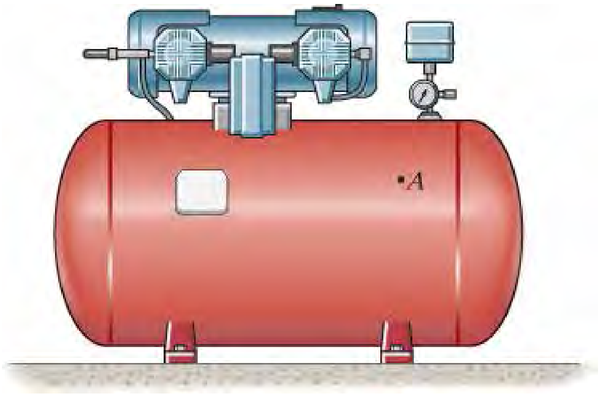
س 8-2. د فشار وړ کروی ټانک له فولادو د 0.5 انچ پنډوالی څخه جوړ شوی دی . که دا ټانک د داخلي فشار p = 200 psi، لاندې وي، او اعظمي نارمل فشار له 15 ksi څخه ډیر نه وي د هغې بهرنی شعاع مشخص کړئ.

س 8-3. دا لاندی ، د نري دیوال لرونکی بنودل شوي سلنډر ، له دوو بنودل شویو اتکاء لارو، کیدی شي اتکاء ولري. که چیری د دواړو قضیو لپاره د سلنډر پستون P د داخلی فشار 65 psi لامل شي ، د ستریس حالت په دیوال کې د دواړو حالتونو لپاره معلوم کړئ. د دیوال ضخامت 0.25 انچه او د سلنډر داخلي قطر 8 انچه دی .



س 8-3

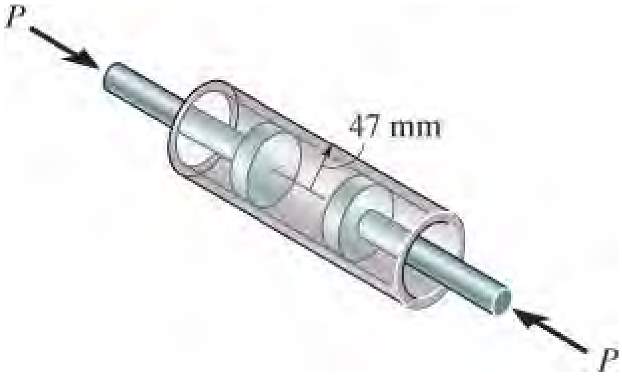
س *8-4. د هوا کمپرسور ټانک داخلی فشار 90 psi دی. د ټانک داخلي قطر 22 انچه ، او د دیوال ضخامت یې 0.25 انچه دی. د ستریس اجزا چې په A نقطه کې عمل کوي معلوم او د موادو یوه حجمی توټه پدی ټکی کی رسم کړئ او په دې باندی دا پایلې ښکاره کړئ.



س 8-4

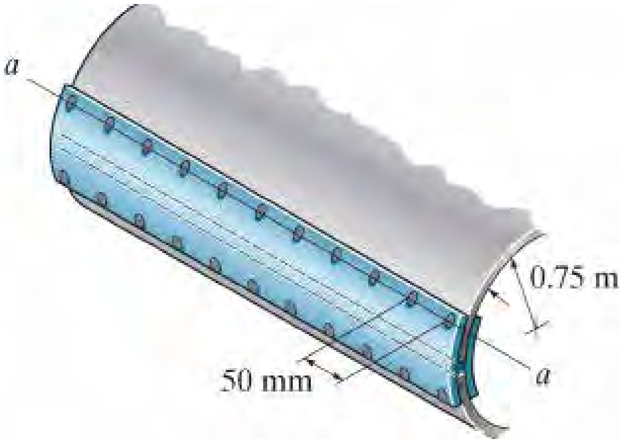
س 8-5. په سلنډر کي د هوا فشار، په پلی کیدو د یوی قوی $P = 2\ \text{kN}$ په دوو پیستونونو چی هر یو يي 45 mm شعاع لری، لوړیږي . که سلنډر 2 ملي میتره د دیوال پنډوالی ولري، د سلنډر په دیوال کي د ستریس حالت معلوم کړئ.

س 8-6. اعظمي P چی کیدی شي په هر یوه د دوه پیستونو پلی شی مشخص کړئ ، تر څو محیطی ستریس په سلنډر کی له 3 MPa څخه ډیر نه وي. هر پیستون 45 ملي میتره قطر لري اود سلنډر د دیوال پنډوالی 2 ملي متره دي.



س 8-5/6

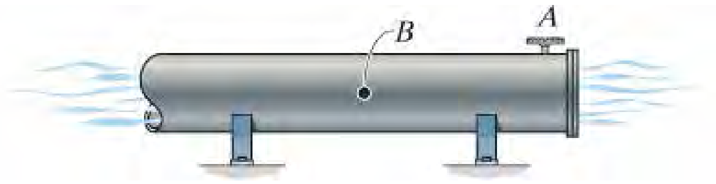
س 8-7. یو بایلر له فولادی تختو څخه چی 8-mm پنډوالی لری جوړ شوی ، دا تختي د د ریوټونو د بټ بندیدونکی (but joint) په کارولو سره او دوو 8 ملی متره پوښونکیو تختو پواسطه چی په 10 ملیمتره شعاع رویټو چی په 50 ملی متره فاصله کی دی، دوی په پای کي سره یوځای شوي دي، څنګه چي په انځور کی ښودل شوي . که په بایلر کي د بخار فشار 1.35 MPa وی، معلوم کړئ (a) د بایلر په تخته کي، لري له درز څخه، محیطی ستریس. (b) په بهرنی پوښ تخته کي محیطی ستریس د ریوټ کربښي *a-a* په اوږدو کي او (c) شییر ستریس په ریوټ کي .



س 8-7

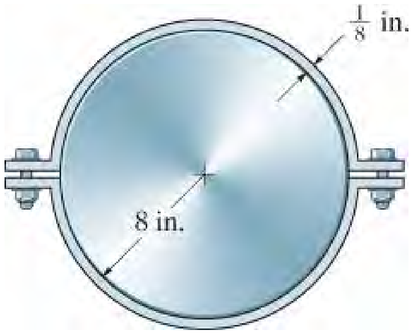
س 8-8*. فولادی د اوبو پایپ 12 انچه قطر لري او د دیوال پنډوالی یې 0.25 انچه دی. که چیری والو (valve) A خلاص شي د اوبو فشار، کله چې له نقطی B تیریږي، 250 psi وي، د اوږدو او حلقوی (hoop) ستریس د پایپ په دیوال کی په نقطه B کی معلوم کړي.

س 8-9. فولادی د اوبو پایپ 12 انچه قطر لري او د دیوال پنډوالی یې 0.25 انچه دی. که چیری والو (valve) A وتړل شي د اوبو فشاربه 300 psi وي. د اوږدو او حلقوی (hoop) ستریس په دیوال د دی پایپ کی په نقطه B کی معلوم کړي. او هم د دیوال په حجمی یوه ټوټه په ټکی B کی د ستریس حالت سکچ کړي.



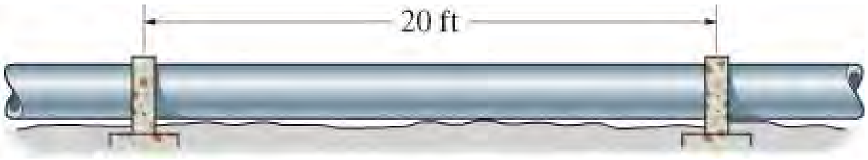
س 8-8/9

س 8-10. د فولادو A-36 تسمی (band) سور .2 in دی ، او دا د یوه سخت سالنډر نه تاو شوی ده. کله چې بولټونه ټینګ شي د کشش قوه په بولټونو کی 400 پونډ وي. نارمل ستریس په تسمه کی، هغه فشار چی په په سلندر راځی، او هغه فاصله چی نیمه تسمه غځول کیږي معلوم کړی.



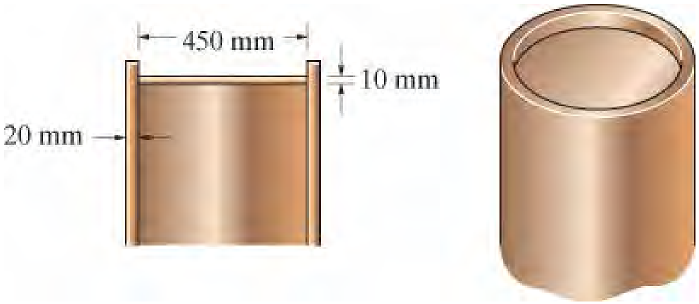
س 8-10

س 8-11. د ګازو پایپلاین په هر 20 فوټه په کانکریتی پایه او ځمکه باندی ایښودل شوي. که په هره کانکریتی پایه کی سخت ساتونکي شتون ولري تر څو پایپ ټینګ وساتي. که چیری د تودوخي درجه 60^0 F (درجی د فارنهایت) له هغه درجی چی پایپ ایښودل شوی وا، زیاتوالي ومومي د اوږدوالي او حلقوي ستریس په پایپ کی معلوم کړي.



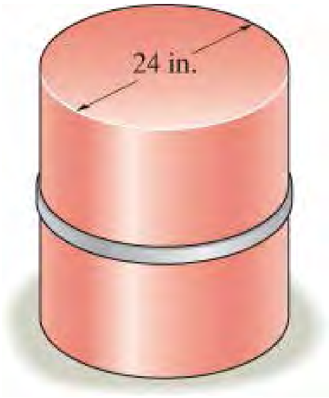
س 8-11

س *8-12. د فشار ساتونکي ټانک په سرکی د ګردی تختی په واسطه چی ویلډینګ شویی جوړ شوی، لکه څنګه چی په لاندی انځورکی ښودل شوي. که چیری داخلی فشارپه ټانک کی 450 kPa وی، اوسط شییر ستریس په ویلډینګ اوحالت د ستریس د فشارټانک په دیوال کی معلوم کړي.



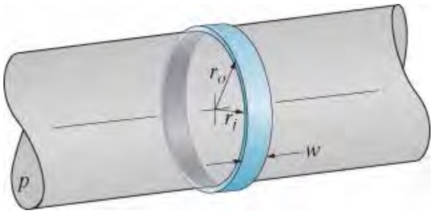
س 8-12

س 8-13. د یو فولادی A-36 حلقی داخلي قطر 23.99 in ، پنډوالی يي 0.25 in او سور يی 1 in دی . که چیری د یوه 24 in قطر سخت سلندر د دتودوخی درجه 65^0 F وي، د تودوخی هغه درجه مشخص کړي چی حلقه ګرمه شی ترڅو وکولای شي تر سلنډر تاو او ځای په ځاي شي. هغه فشار چی حلقه په سلنډر باندی راوړی معلوم کړي، او هم کششي سټریس په حلقه کی کله چی درجه بیرته 65^0F ته را ټیټه شي معلوم کړي.



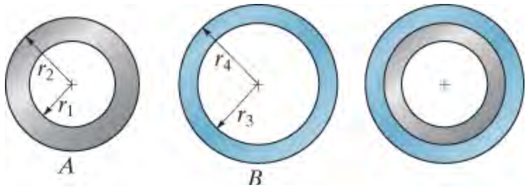
س 8-13

س 8-14. یوه حلقه چی ابعاد يي په لاندی انځور کی ښودل شوي ، په یوه ارتجاعی سلنډری پردی تاو شوی چی سلنډرد p فشار حد ته پمپ شوی . کله چی دا فشار پلی شي د حلقي داخلی شعاع و ټاکی. د حلقی د ایلستیک ماجولس E ده.



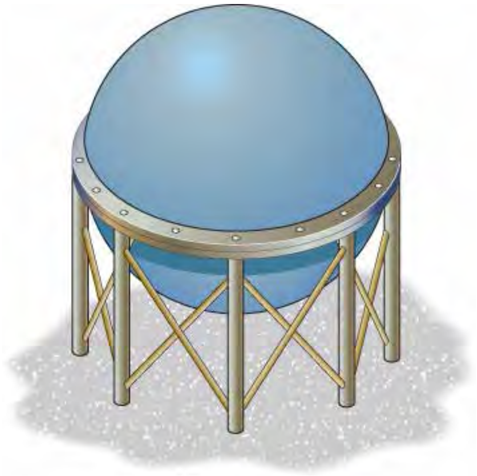
س 8-14

س 8-15. د داخلی حلقي A داخلی شعاع r_1 او بهرنی شعاع يي r_2 دي. د بهرني حلقي B داخلی شعاع r_3 او بهرنی شعاع یی r_4 دی . $r_2 > r_3$ دي. که چیری بهرنی حلقی تودوخی درجه لوړه شي او بيا په داخلی حلقه باندی ځاي په ځای شي، فشار د دوو حلقو تر منځ کله چی حلقه B د داخلی حلقی تودوخی حد ته ورسيږي، و ټاکي. د حلقو د مواد و ایلستیسټی ماجولس E او د تودوخی د پراخيدو ضریب a دی.



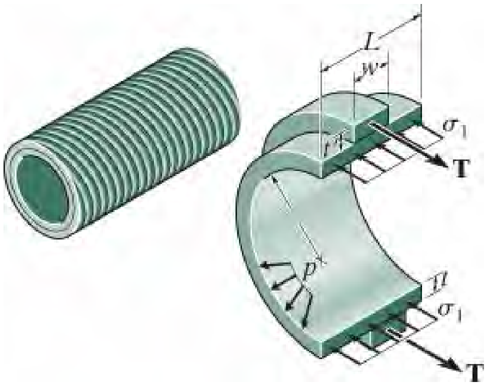
س 8-15

س *8-16. دوی نیم کوری چی داخلی شعاع یی 2 (فټه) او د ديوال پنډوالی يي 0.25 انچه دی له یو بل سره یو ځای شوي، او داخلی فشار يي 10 psi- ته ټيټ شوي. که چیری د اصتحکاک فکتور په منځ د دوو کروکی $m_s = 0.5$ وی معلوم کړي (a) هغه اړين ټورک، T ، تر څو پورتني نیمه کوره نسبت ټیټی نیم کوری ته تاو کړي. (b) اړینه عمودی قوه تر څو پورتنی نیمه کوره له ټيټی نیمی کوری پورته کړی. (c) اړینه افقي قوه ترڅو پورتنی نیمه کوره له ټيټي نیمی کوری و ښويوی.



س 8-16

س 8-17. د فشاری ټانک د مقاومت د پیاوړتیا لپاره، لکه څنګه چې په انځور کی ښودل شوي، د ورته موادو تارونه په محیط د ټانک باندی تاو شوی. که په تارونو کی مخکنی قوه (پریټینشن) T وی، اود ټانګ داخلی فشار p وی، حلقوي سټريس په تار او هم د ټانک په ضخامت کی مشخص کړي. هغه آزاد ډایګرام چې په لاندی انځور کی ښودل شوي وکاروی. فرض کړی چی د تار پنډوالی t` او سور يي w د ټانګ اوږدوالي L ته دي.



س 17-8

8.2 ستړيس حالت د يوځای شويو بارونو له امله
(STATE OF STRESS CAUSED BY COMBINED LOADING)

په تيرو فصلونو کې موږ وښودل چې څنګه په يو غړي چې داخلی محوری قوه، د شيير قوه، يا د کوږوالي مؤمنت (bending moment)، او يا د تاو مؤمنت (torsional moment) عمل وکړی، ستړيس معلوم کړو . ډير وختونه، د غړی په غوڅه برخه، په يوه وخت کې، د ډيرو بارونو سره مخ وي. کله چې دا پيښ شي، نو د پايلی ستړيس معلومولو لپاره بايد د سوپرپوزيشن له طريقی کار واخلو. دا لاندی کړنلاره د دی تحليل لپاره لاره ښيي.

په دی دودکش کې داخلی بارونه ، چې د باد او د دودکش خپل وزن له امله منځ ته راځی، عمل کړي.

د تحلیل کړنلاره

PROCEDURE FOR ANALYSIS

دلته دا اړینه ده چې مواد یو شان وي او خطي ایلستیک ډول چلند ولري. او هم ، د سینټ ویننانټ اصول ته اړتیا لري چې سټریس په داسې یوه نقطه کې وټاکل (Saint-Venant's principal) شي چې د هر ډول انی تغیر په غوښه کی او د پلی شوی بارد عمل له ټکی څخه لیرې وي .

داخلی بارول (Internal Loading)

- په هغه نقطه کې چیرته چې سټریس باید وټاکل شي ،غړی عمودی په خپل محور سره قطع کړئ؛ او د مساواتو له معادلو څخه کار واخلئ تر څو د داخلي نارمل او شییرقواوو اجزاوو پایلی اود تاو او کړیدومؤمنت اجزاوی ترلاسه شي.
- د قوو اجزاوی باید د غوښې برخی د ثقل مرکز له لارې عمل وکړي، او د مؤمنت اجزاوی باید د مرکز ثقل محورونو باندی محاسبه شي، کوم چې د غوښې برخی د اصلي انرشیایي محورونو استازیتوب کوي.

د سټریس اجزاوی (Stress Components)

- د هر داخلي بار سره تړلي د سټریس اجزاوی مشخصی کړئ .

نارمل قوه (*Normal Force*)

- نارمل قوه د ویشلشوی نارمل سټریس ویش سره تړاو لري ، او د s = N/A څخه ټاکل کیږي.

شییرقوه (*Shear Force*)

- د شییر قوه د ویشلشوی شییر سټریس سره تړاو لري او له دی شییر فورمول څخه لاس ته راځي، $t = VQ/It$.

د تحلیل کړنلاره (ادامه)

کږونکی مؤمنت (Bending Moment)

- د مستقیم غړو لپاره کوږونکي مؤمنت تړاو لري د نارمل ستړیس ویش سره ، چې له صفر څخه په صفری محور په خطي ډول توپیر لري تر اعظمي حد پورې د غړي په بهرنی پوله. دا ستړیس ویش د کوږوالي فورمول (flexure formula) چې هغه عبارت دی په $s = -My/I$ ټاکل کیږي. که غړی منحني وي، د ستړیس ویش غیر خطي دی او له دې فورمول $s = My/[Ae(R-y)]$ څخه ټاکل کیږي.

د تاو مؤمنت (Torsional Moment)

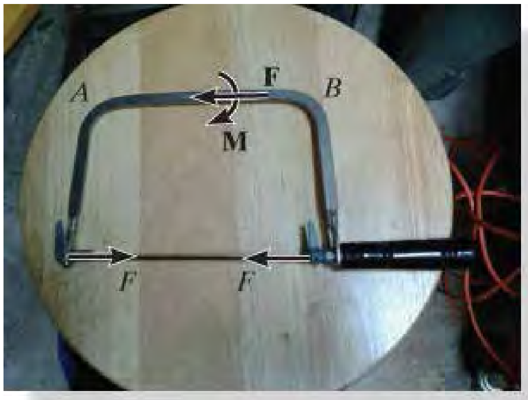
- د ګردی شافټونو او ټیوبونو لپاره د تاو (تورژنل) مؤمنت د شییر ستړیس ویش سره اړوند دی ، چې په خطي ډول توپیر لري، له صفر په مرکز د شافټ څخه تر اعظمي حد پورې د شافټ بهرنی سرحد (پوله). د ستړیس دا ویش د تورژن له فورمول څخه $t = Tr/J$ ټاکل شوی.

د نری دیوال د فشار ټانکونه (Thin-Walled Pressure Vessels) .

- که ټانک له یو نری دیوال لرونکی سلنډر څخه جوړ شوي وي ، داخلي فشار p به په موادو کې د ستړیس دوه اړخیز حالت رامینځته کړي چې د حلقوی یا محیطي ستړیس برخه یي $s_1 = pr/t$ ، او د اوږدوالی ستړیس برخه یي $s_2 = pr/2t$ ده. که چیری ټانک له یوه نری دیوال کوري جوړ شوی وی ، نو بیا د ستړیس دوه اړخیز حالت په دوو مساوي اجزاوو بدل کیږي، چې هر یو د $s_2 = pr/2t$ اندازه لري.

سوپر پوزیشن (Superposition)

- یوځل چې د نارمل او شییر ستړیس اجزاوی د هر بار کولو لپاره محاسبه شوي، د سوپرپوزیشن اصول وکاروئ او د پایلي نارمل او شییر ستړیس اجزا وټاکئ.
- پایلي د موادو په یوه ټوټه چې په یو نقطه کې موقعیت لري په نښه کړئ، یا پایلي د ستړیس ویش د غړي د غوڅی برخی په ساحه وښیي.

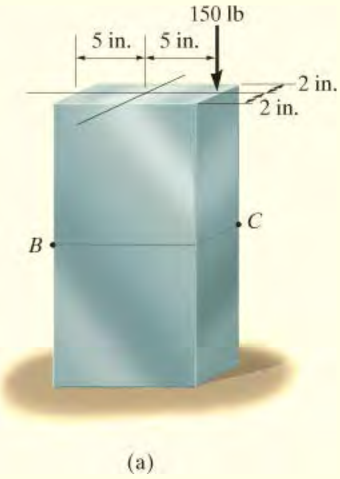


کله چي دمخ کی کش شوی قوه (pretension) F ددی اری په تیغه کې رامینځته کیږي، دا ګډ تیلوهونکی قوه F او کږیدونکی مؤمنت M په برخه AB د چوکاټ کی منځ ته راوړي. له همدې امله مواد باید مقاومت ولري د دواړولوډونو لخوا تولید شوی نارمل ستریس

سوالونه په دې برخه کې، چې ګډ بارونه په کې شامل دي، د پورته ذکر شوي ستریس معادلو پلي کولو اساسي بیاکتنه ده. د دې معادلو په اړه بشپړه پوهه چې څنګه پلي کیږي، لکه په تیرو فصلونو کې چې اشاره شوې، اړینه ده. تر څوپه بریالیتوب سره د دې برخې په پای کې سوالونه حل کړئ. لاندې مثالونه مخکې له دې چې د سوالونو د حل لپاره پرمخ ولاړ شي باید په دقت سره مطالعه کړي.

مثالونه

مثال 8.2



انځور 8-3

یوه قوه 150 lb (پونډ) د غرې په څنډه لکه چې په انځور 8-3a کې ښودل شوی پلي شوې. د غړی وزن له پامه وغورځوئ ، د ستړیس حالت په B او C ټکیو کی مشخص کړې.

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loadings)

دا غړی په ټکیو B او C کی غوځ شوی ، انځور 8-3b .

د توازن لپاره په دی قطع شوی برخه کی باید یوه محوری قوه د 150 lb چی له مرکز ثقل تیریږي او کږیدونکی مؤمنت د 750 lb.in په اصلی ثقل محور انځور 8-3b، شتون لري.

د ستریس اجزاوي (Stress Components)

نارمل قوه (Normal Force). ویشل شوی نارمل ستریس ویش د نارمل قوی له امله په انځور 8-3c کی ښودل شوي.

اعظمی ستریس عبارت دی په:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{150 \text{ lb}}{(10 \text{ in.})(4 \text{ in})} = 3.75 \text{ psi}$$

کږیدونکي مؤمنت (Bending Moment). ویشل شوی نارمل- ستریس ویش د کږیدونکی مؤمنت له امله په انځور 8-3d کی ښودل شوي. اعظمی ستریس عبارت دی په

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{750 \text{ lb} \cdot \text{in.} (5 \text{ in.})}{\frac{1}{12}(4 \text{ in.})(10 \text{ in.})^3} = 11.25 \text{ psi}$$

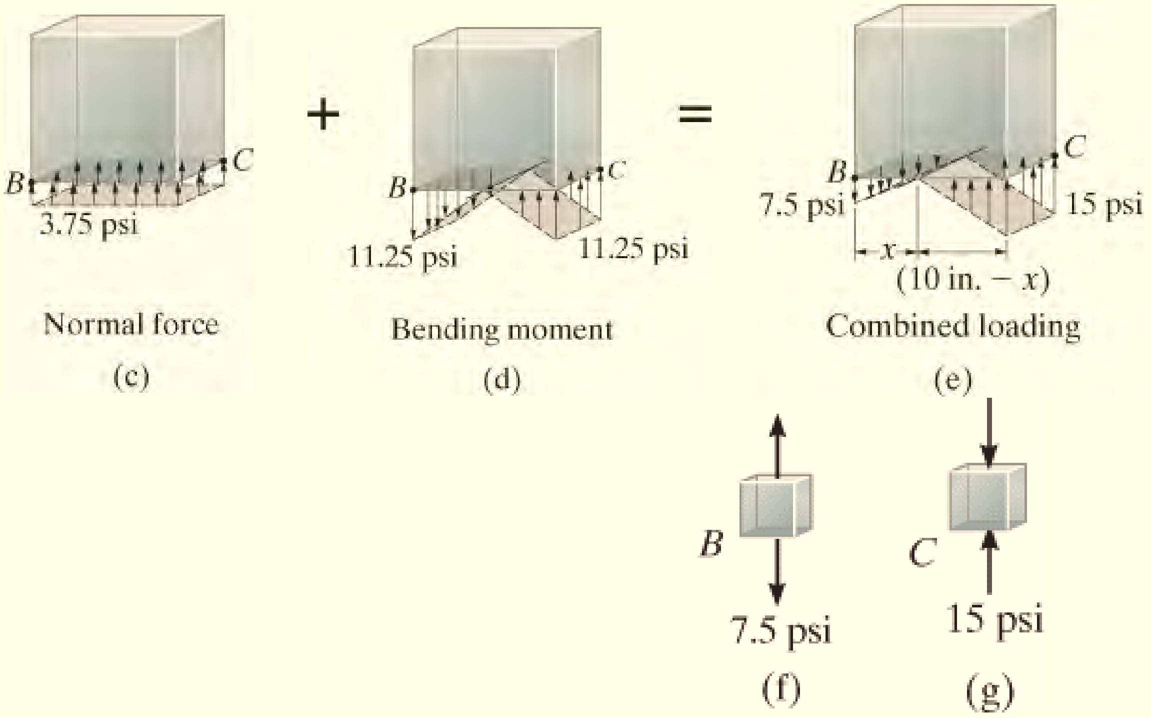
سوپرپوزیشن (Superposition). په ټکیو B او C کی ستریسونه په الجبري ډول یو ځاي کوو.

$$\sigma_B = -\frac{N}{A} + \frac{Mc}{I} = -3.75\text{ psi} + 11.25\text{ psi} = 7.5\text{ psi} \quad \text{(tension)} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_C = -\frac{N}{A} - \frac{Mc}{I} = -3.75\text{ psi} - 11.25\text{ psi} = -15\text{ psi (compression)} \qquad \textit{Ans.}$$

یادونه: په غوځه برخه د ستریس پایلي ویش په لاندی ډول په انځور 8-3e کی ښودل شوي، کوم چی د صفر ستریس کرښی موقعیت د مثلثونو د تناسب څخه لاس ته راځي، یعني

$$\frac{7.5\text{ psi}}{x} = \frac{15\text{ psi}}{(10\text{ in.} - x)}; \quad x = 3.33\text{ in.}$$



انځور 8-3 (تکرار)

مثال 8.3

د ګازو د ټانک داخلی شعاع 24 in او 0.25 in پنډوالی لري. که ددی په سر یو وزن د lb -1500 شتون ولري، او د ګاز فشار $2lb/in^2$ وی، د ستریس حالت په ټکی A کی مشخص کړي.

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loadings).

د جسم آزاد ډایګرام د ټکی A نه پورته خوا په انځور 8-4b کی ښودل شوي.

د ستریس اجزاوي (Stress Components)

محیطی ستریس (Circumferential Stress) . ځکه چې $r/t = 24 \text{ in}/0.5 \text{ in} = 48 > 10$

دا ټانګ د نری-دیوال ټانګ په ډله کی راځی. له معادلی 1-8 کار اخلو او داخلی شعاع r =24in دی ، موږ لرو

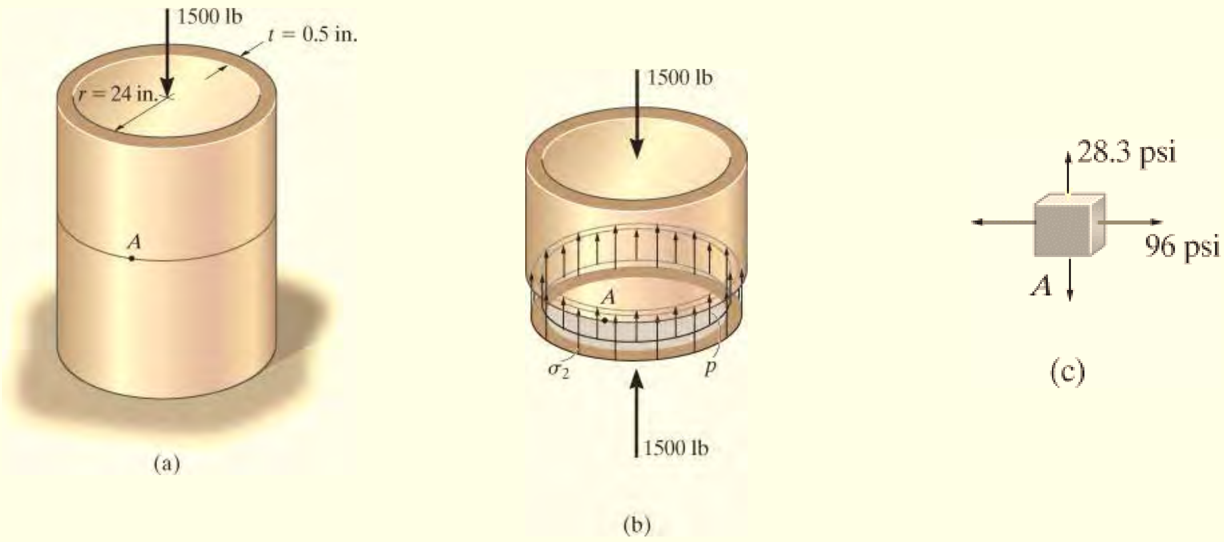
$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} = \frac{2 \text{ lb/in}^2 (24 \text{ in.})}{0.5 \text{ in.}} = 96 \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

د اوږدوالی ستریس (Longitudinal Stress) . دلته د ټانګ په دیوا ل په مساوی توګه ویشل شوی بار 1500 lb (تیلوهونکي) او د فشار ستریس (کششی) پلي کړي. په دی توګه موږ لرو

$$\sigma_2 = -\frac{N}{A} + \frac{pr}{2t} = -\frac{1500 \text{ lb}}{\pi[(24.5 \text{ in.})^2 - (24 \text{ in.})^2]} + \frac{2 \text{ lb/in}^2 (24 \text{ in.})}{2\,(0.5 \text{ in.})}$$

$$= 28.3 \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

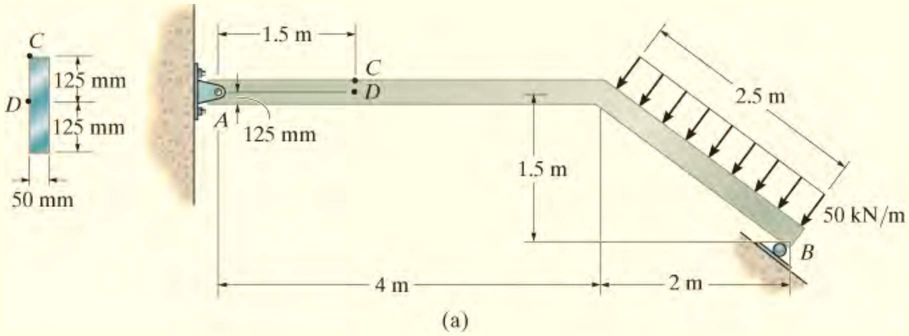
له همدی امله ټکي A له دوه اړخيزه ستريس سره مخ دي، انځور 8-4c .

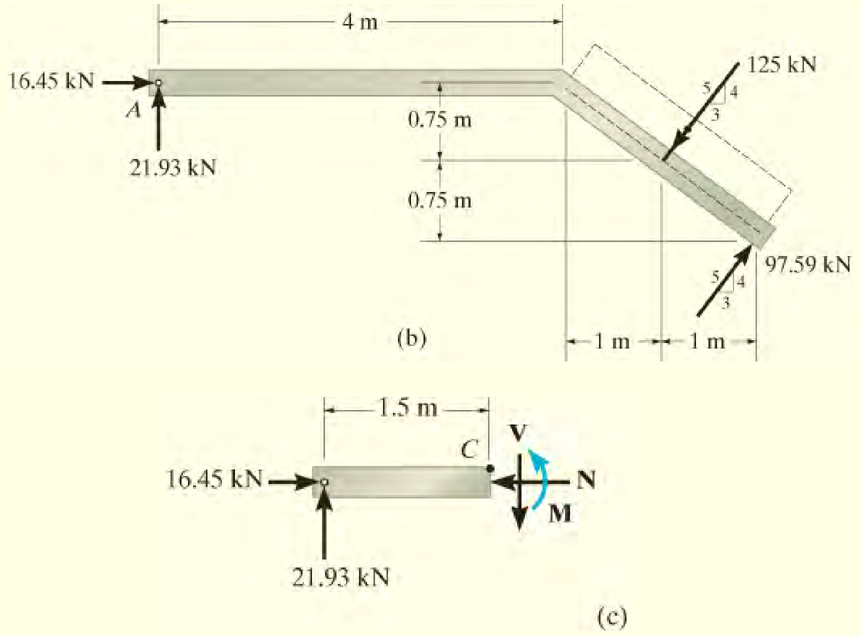


انځور 8-4

مثال 8.4

دا لاندی غړي چی په انځور 8-5a کی ښودل شوي يو مستطيلي غوڅه برخه لري. د ستريس حالت په ټکيو C او D کی د پلی شوی بار له امله وټاکي.





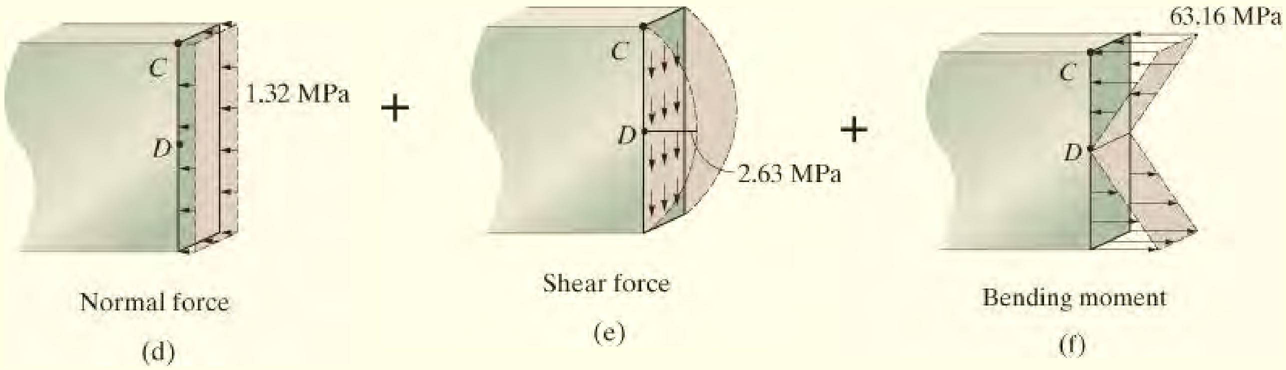
انځور 8-5

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loadings).

د اتکا ریکشنونه په غړي باندې تاکل شوي، انځور 8-5b ووينئ. (د ستاتيک بيا کتني په توګه لرو $SM_A = 0$ چې F_B =97.59 kN وښودل شي.) که چيرې د غړی چپه برخه AC په پام کی ونيسو، انځور 8-5c ، بيا محصله د داخلي بارونو په دی برخه کی عبارت دی له يو نارمل قوه ، يوه شيير قوه او يو کړيدونکي مؤمنت. چی عبارت دی په

$$N = 16.45 \text{ kN} \qquad V = 21.93 \text{ kN} \qquad M = 32.89 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



انځور 8-5 (تکرار)

د ستریس اجزاوي په *C* کی (Stress Components at *C*)

نارمل قوه (Normal Force). د ویشل شوی نارمل - ستریس ویش چې په غوښه برخه پلی شوي د نارمل قوه له امله په انځور 8-5d کی ښودل شوي. په ټکی C کی

$$\sigma_C = \frac{N}{A} = \frac{16.45(10^3)\ \text{N}}{(0.050\ \text{m})\ (0.250\ \text{m})} = 1.32\ \text{MPa}$$

شییر قوه (Shear Force). دلته ساحه A` =0 ،ځکه چې ټکی C په سر د غړي کی موقعیت لري. په دی توګه

$Q = \bar{y}'A' = 0,$ ، انځور 8-5e . له همدی امله شییر ستریس عبارت دی په

$$\tau_C = 0$$

کړیدونکی مؤمنت (Bending Moment). ټکی *C* موقعیت لري په $y = c = 0.125$ m له صفري محور څخه

بیا ستریس د کړیدونکی مؤمنت له امله په *C* کی ، انځور 8-5f ، عبارت دی په

$$\sigma_C = \frac{Mc}{I} = \frac{(32.89(10^3)\ \text{N}\cdot\text{m})(0.125\ \text{m})}{\left[\frac{1}{12}(0.050\ \text{m})\ (0.250\ \text{m})^3\right]} = 63.16\ \text{MPa}$$

سوپرپوزیشن (Superposition). د شییر ستریس جز شتون نه لري. نارمل ستریسونه سره یو ځای کوو او په C کی تیلو هونکي ستریس حاصلیږي او هغه عبارت دی په

$$\sigma_C = 1.32\ \text{MPa} + 63.16\ \text{MPa} = 64.5\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

پایلي د ستریس په C کی په انځور 8-5g کی ښودل شوي.

(g)

د ستریس اجزاوي په D کی (Stress Components at D)

نارمل قوه (Normal Force). دا قوه په D کی ورته د C ده، $s_D = 1.32$ MPa انځور 8-5e.

شییر قوه (Shear Force). ځکه چی D په صفری محور موقعیت لری، او غوڅه برخه مستطیلي شکل لري، موږ کولای شوی چی د شییر فورمول ځانګړي بڼه و کاروو

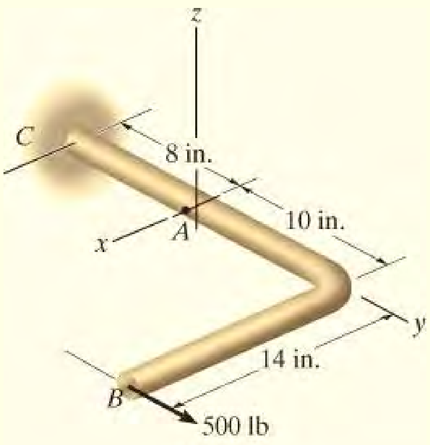
$$\tau_D = 1.5\frac{V}{A} = 1.5\frac{21.93(10^3)\text{ N}}{(0.25\text{ m})(0.05\text{ m})} = 2.63\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

کږیدونکی مؤمنت (Bending Moment). دلته ټکی D په صفري محور موقعیت لري، نو بیا $s_D = 0$.

سوپرپوزیشن (Superposition). پایلی محصله ستریس په عنصر باندی په انځوز 8-5h کی ښودل شوي.

(h)

مثال 8.5



(a)

یو جامد راډ چی په انځور 8-7a کی ښودل شوي شعاع يي 0.75 in ده. که چیری یوه قوه 500 lb وربا‌ندی پلی شي د ستریس حالت په ټکی A کی معلوم کړي.

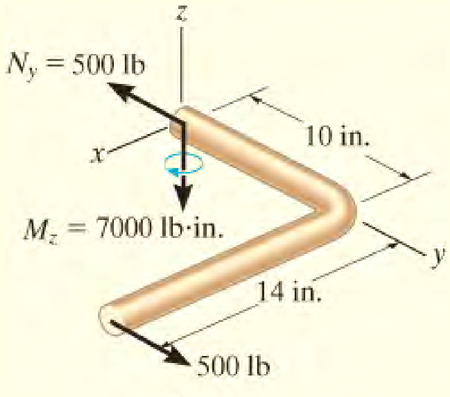
حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loadings).
په ټکی A کی راډ قطع کوو. د برخی AB آزاد ډایګرام چی په انځور 8-6b کی ښودل شوي، د داخلی بارونو محصله د توازن له معادلو په کارولو پیدا کوو انځور 8-6

$$\Sigma F_y = 0; \quad 500 \text{ lb} - N_y = 0; \quad N_y = 500 \text{ lb}$$

$$\Sigma M_z = 0; \quad 500 \text{ lb}(14 \text{ in.}) - M_z = 0; \quad M_z = 7000 \text{ lb} \cdot \text{in.}$$

د دي له پاره چی د ستریس ویش ددی بارونو له امله ښه "ولیدل" شي، موږ کولی شو مساوي مګر مخالف پایلي چی په دی برخه AC عمل کوي په پام کي ونیسو ، انځور 8-6c و وینی.



(b)

انځور 8-6 (تکرار)

د سټریس اجزاوي (Stress Components)

نارمل قوه (Normal Force). د نارمل سټریس ویش په انځور 8-6d کی ښودل شوي. په ټکې A کی موږ لرو

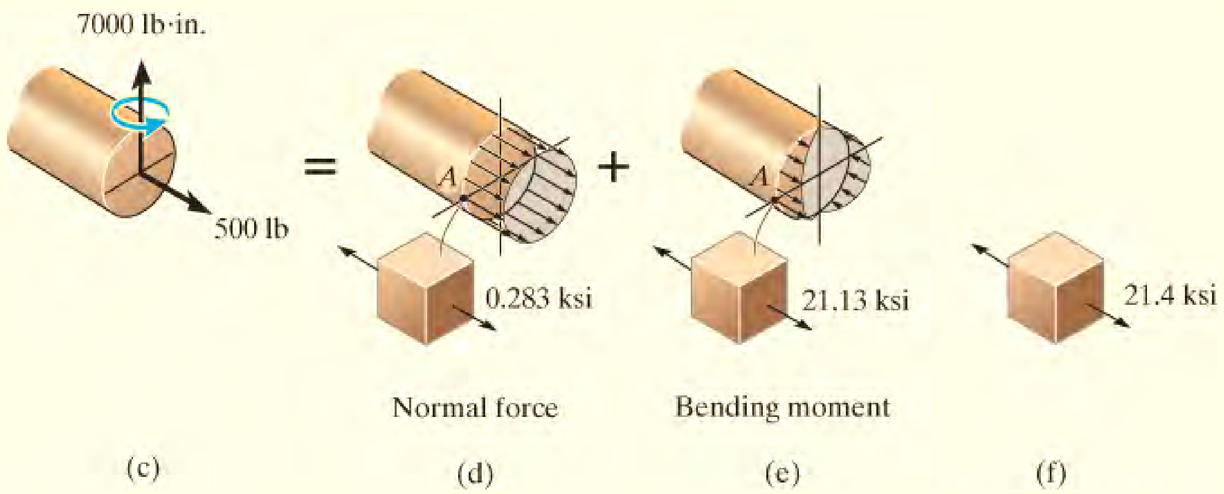
$$(\sigma_A)_y = \frac{N}{A} = \frac{500 \text{ lb}}{\pi(0.75 \text{ in.})^2} = 283 \text{ psi} = 0.283 \text{ ksi}$$

کږیدونکی مؤمنت (Bending Moment). د مؤمنت لپاره $c = 0.75$ in بیا کږیدونکي سټریس په ټکی A کی ، انځور 8-6e عبارت دی په

$$(\sigma_A)_y = \frac{Mc}{I} = \frac{7000 \text{ lb} \cdot \text{in.}(0.75 \text{ in.})}{\left[\frac{1}{4}\pi(0.75 \text{ in.})^4\right]}$$
$$= 21\,126 \text{ psi} = 21.13 \text{ ksi}$$

سوپرپوزیشن (Superposition). کله چی پورتني پایلی یو بل سره یو ځاي کړو، موږ په ټاکی A کی ، انځور 8-6f ، کی دا لاندی نارمل سټریس لرو

$$(\sigma_A)_y = 0.283 \text{ ksi} + 21.13 \text{ ksi} = 21.4 \text{ ksi} \qquad \textit{Ans.}$$



انځور 8-6 (تکرار)

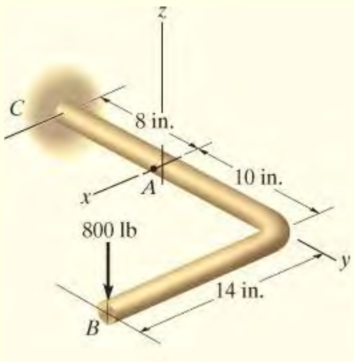
مثال 8.6

یو جامد راډ چې په انځور 8-7a کې ښودل شوي شعاع يي 0.75 in دي. که چيرې يوه قوه 800 lb وربانډی پلی شي د ستريس حالت په ټکی A کی معلوم کړي.

حل (SOLUTION)

داخلي بارونه (Internal Loadings). په ټکی A کی راډ قطع کوو. د برخی AB آزاد ډايگرام چې په انځور 8-7b کی ښودل شوي، د داخلی بارونو محصله د توازن له معادلو په کارولو پيدا کوو. د دی پايلو تصديق کولو لپاره مؤمنت په پام کی نيسو. *مساوي مګر مخالف پايلې* په برخه AC عمل کوي ښودل شوي ، انځور 8-7c و وينئ.

$$\Sigma F_z = 0; \quad V_z - 800 \text{ lb} = 0; \quad V_z = 800 \text{ lb}$$
$$\Sigma M_x = 0; \quad M_x - 800 \text{ lb}(10 \text{ in.}) = 0; \quad M_x = 8000 \text{ lb} \cdot \text{in.}$$
$$\Sigma M_y = 0; \quad -M_y + 800 \text{ lb}(14 \text{ in.}) = 0; \quad M_y = 11\,200 \text{ lb} \cdot \text{in.}$$



(a)

انځور 7-8 (تکرار)

د ستریس اجزاوي (Stress Components)

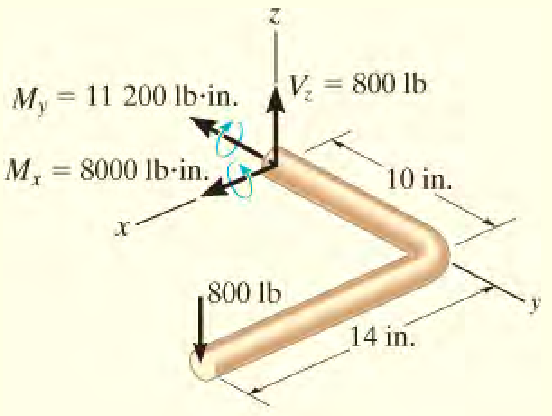
شییر قوه (Shear Force). شییر ستریس ویش په انځور 8-7d کی ښودل شوي. په ټکي A کی د Q ارزښت له

خړ سیوري لرونکی نیمګردي ساحه. کله هغه جدول چی ددی کتاب په اول پوښ د ننه شتون لری کار واخلو موږ لیکلی شو

$$Q = \bar{y}'A' = \frac{4(0.75\text{ in.})}{3\pi}\left[\frac{1}{2}\pi(0.75\text{ in.})^2\right] = 0.28125\text{ in}^3$$

نو داسي

$$(\tau_{yz})_A = \frac{VQ}{It} = \frac{800\text{ lb}(0.28125\text{ in}^3)}{\left[\frac{1}{4}\pi(0.75\text{ in.})^4\right]2(0.75\text{ in.})}$$
$$= 604\text{ psi} = 0.604\text{ ksi}$$



(b)

انځور 7-8 (تکرار)

کږېدونکی مؤمنت (Bending Moment) . له دی سببه چی تکی A په صفری محور پروت دي ، انځور 8-7e ، کږېدونکي ستريس عبارت دی

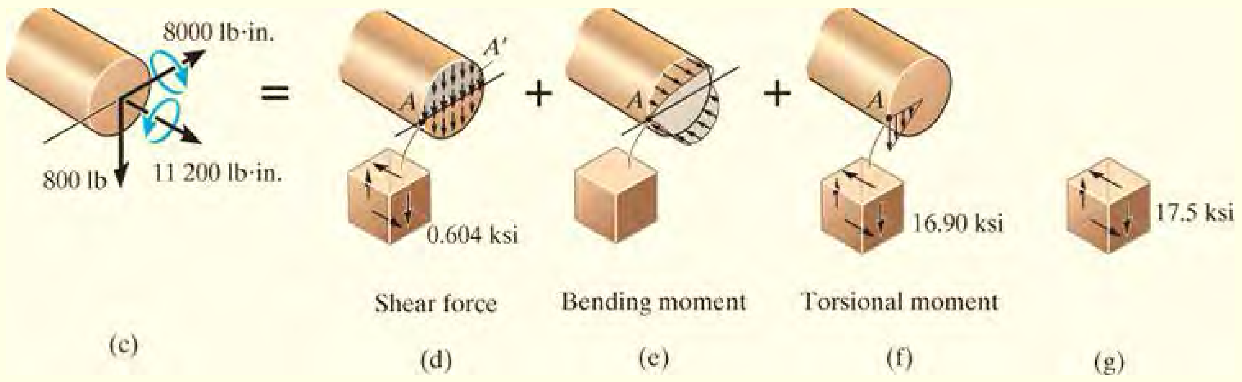
$$\sigma_A = 0$$

تورک (Torque). په ټکي A کی $r_A = c = 0.75\text{in}$ انځور 8-7f . په دی توګه د شيير ستريس دی

$$(\tau_{yz})_A = \frac{Tc}{J} = \frac{11\ 200\ \text{lb}\cdot\text{in.}(0.75\ \text{in.})}{\left[\frac{1}{2}\pi(0.75\ \text{in.})^4\right]} = 16\ 901\ \text{psi} = 16.90\ \text{ksi}$$

سوپرپوزيشن (Superposition). دلته په تکی A د موادو عنصر باندی يوازي د شيير ستريس جز عمل کړی، انځور 8-7g ، کوم چی

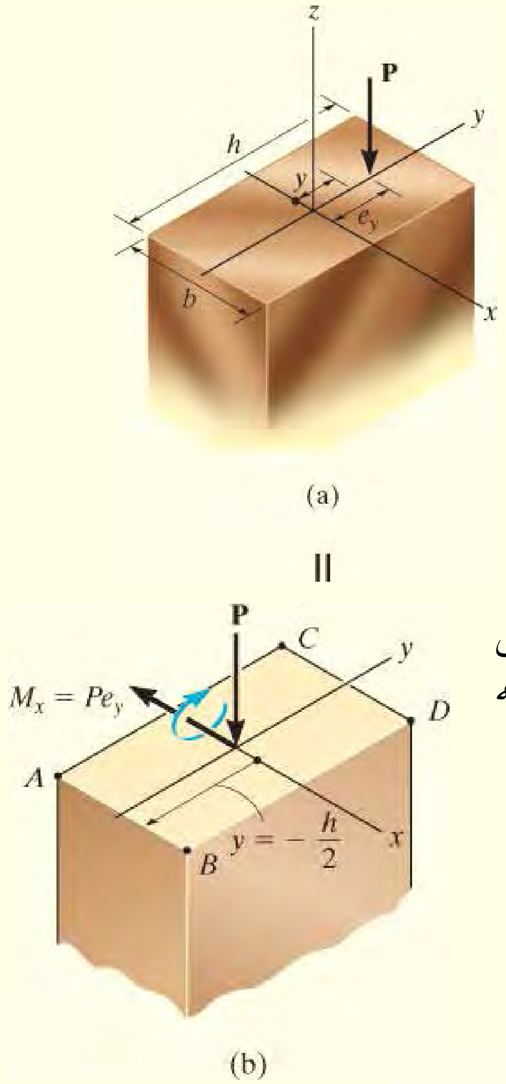
$$(\tau_{yz})_A = 0.604\ \text{ksi} + 16.90\ \text{ksi} = 17.5\ \text{ksi} \qquad \textit{Ans.}$$



انځور 8-7 (تکرار)

مثال 8.7

په مستطیلی بلاک باندی یو عمودی قوه **P** ، انځور 8-8a ، پلي شوي. ددی بلاک وزن د پام وړ نه دي. (a) د e_y (eccentricity) د ارزښتونو ساحه له مرکز ثقل څخه د قوی دپاره د y دمحور په اوږدوکی په داسی ډول معلومه کړی تر څو دا قوه کششي ستریس په بلاک کی جوړ نه کړي. (b) په غوڅه برخه کې هغه سیمه مشخص کړئ چیرې چې **P** پلي کیدی شي پرته له دې چې د کششی ستریس لامل شي .



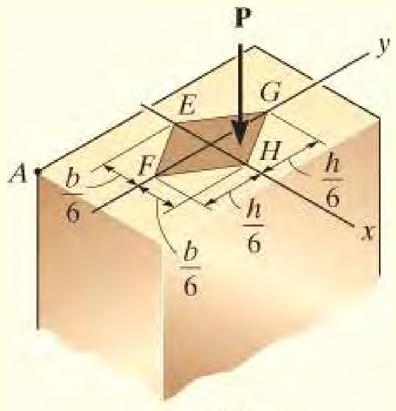
انځور 8-8

حل (SOLUTION)

برخه (a). کله چی قوه **P** د مرکز ثقل د غوڅی برخی ته ولیږدول شي، انځور 8-8b ، د ستاتیکی بارونو د تعادل ساتلو لپاره دا اړینه ده چې یو مؤمنت $M_x = Pe_y$ اضافه کړئ . ګډ نارمل ستریسونه په موقعیت y د هرمحورد غوڅی برخی د دې دوو بارونو له امله عبارت دی په:

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{(Pe_y)y}{I_x} = -\frac{P}{A}\left(1 + \frac{Ae_y y}{I_x}\right)$$

دلته منفي نښه د ټيلوهونکي ستريس څرګندوي. د مثبت e_y لپاره، انځور 8-8a ، تر ټولو کوچنی ټيلوهونکی ستريس به د AB په څنډه کې واقع شي، چيرته چې $y = -h/2$ ، انځور 8-8b . (د کتنی له مخی، **P** هلته د ټيلوهلو لامل کيږي، مګر M_x د کشش لامل کيږی). نو:



(c)

$$\sigma_{\min} = -\frac{P}{A}\left(1 - \frac{Ae_y h}{2I_x}\right)$$

دا ستريس به منفي پاتې شي، د بيلګې په توګه، ټيلوهونکی ، په دې پورتنی قوس کی مثبت دی؛ يعنی

انځور 8-8 (تکرار)

$$1 > \frac{Ae_y h}{2I_x}$$

څکه چې $A = bh$ او $I = (1/12)bh^3$ ، نو بيا

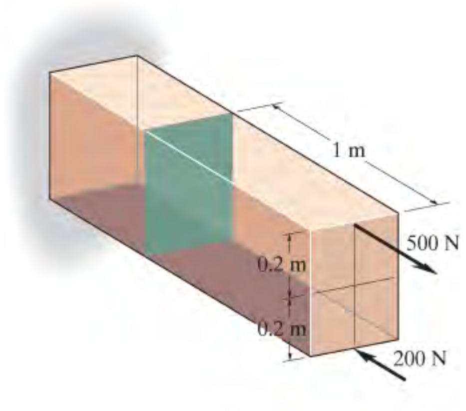
$$1 > \frac{6e_y}{h} \quad \text{or} \quad e_y < \frac{1}{6}h \qquad \textit{Ans.}$$

په بل عبارت که چيری $-1/6h <= e_y <= 1/6h$ وی ستريس په څنډه AB يا CD به صفر وی او يا به *ټيلوهونکي* پاتي شي.

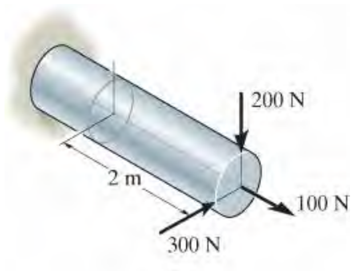
يادونه: دا ځيني وختونه د " **د منحنی دريمی قاعده** " په نوم ياديږي. دا ډيره مهمه ده چې دا قاعده په ذهن کې وساتئ کله چې د کالمونو بارول يا آرچونو (قوسونو) چې د مستطيل غوڅه برخه لري او د موادو لکه ډبره يا کانکريټ، څخه جوړ شوي، کوم چې کولی نه شي لږ يا هيڅ کششی ستريس تحمل کړي. موږ کولی شو په ورته ډول تحليل وغځوو او قوه **P** په اوږدو د محور x کيږدو، لکه په انځور 8-8b کې. د پايله به يو سيوري شوي متوازی الاضلاع جوړ کړي، انځور 8-8c کې ښودل شوي. دا سيمه دهستی برخه يا **کرن (*kern*)** بلل کيږي. کله چې **P** د کرن دننه پلي شي ، د غوڅی برخي په کونجونو کې به نارمل ستريس تل ټيلوهونکي وي.

لمړنی سوالونه
PRELIMINARY PROBLEMS

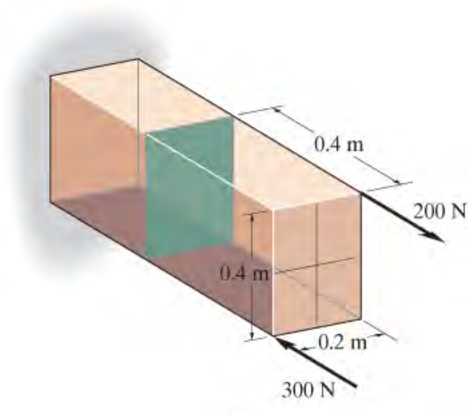
ل 8-1. په دی لاندی حالتونو کی داخلی بارونه په ښودل شوی برخه کی وټاکي. پایلی په چپه برخه کی وښیی.



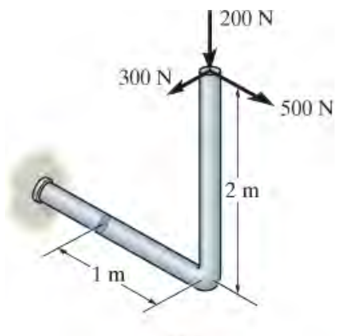
(a)



(b)

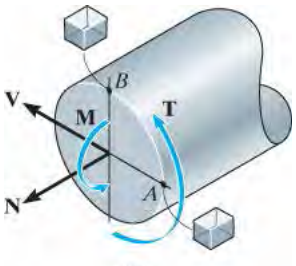


(c)

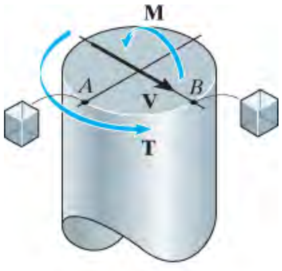


(d)

ل 8-2. داخلی بارونه په دا لاندی برخو وټاكي. او هم ستریسونه چی دا بارونه يي جوړه وی په
وړو ټوټو چی په ټکیو A او B کی موقعیت لری وښيی.



(a)

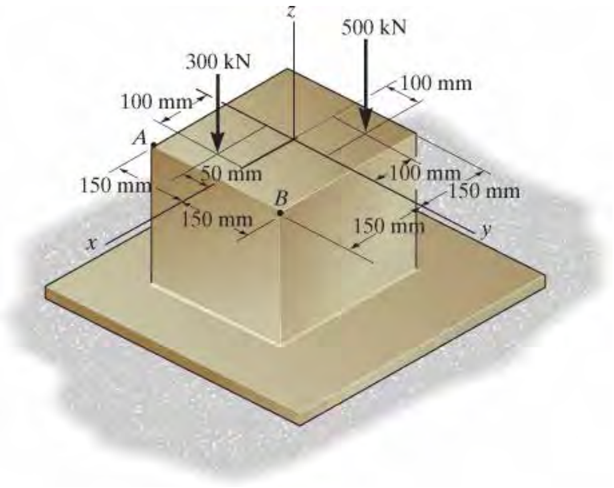


(b)

بنسټيز سوالونه

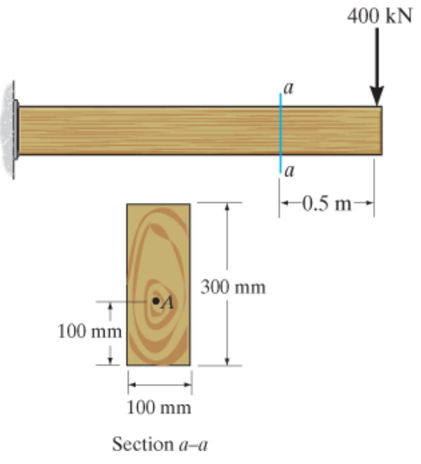
FUNDAMENTAL PROBLEMS

ب 8-1. نارمل سټريس په A او B کنجونو د لاندې بنودل شوی ستنې معلوم کړي.



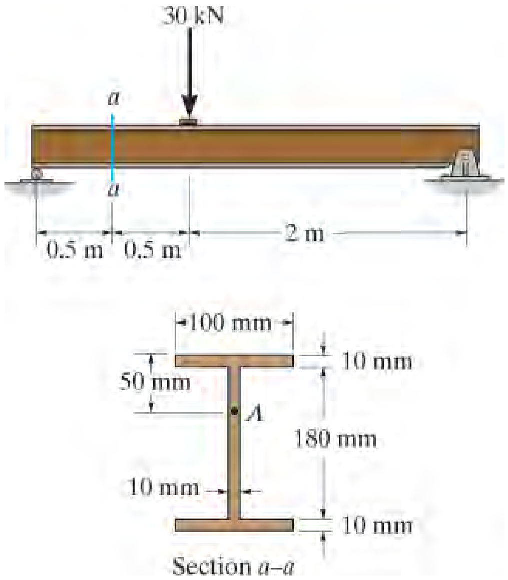
ب 8-1

ب 8-1. دا لاندې کنټیلیور بیم په سطحه a-a قطع شوي او دلته د غوښی برخی په ټکی A کی د سټريس حالت معلوم کړي. او د سټريس حالت په یوه وړه توټه دلته وښيې.



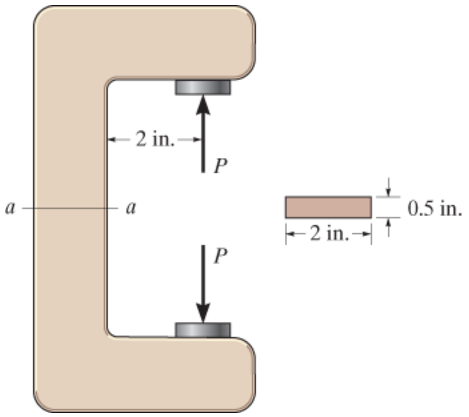
ب 8-2

ب 8-3. دا لاندی بیم په سطحه a-a کی قطع شوي او دلته د غوڅی برخی په ټکی A کی د ستریس حالت معلوم کړي. او د ستریس حالت په یوه وړه توټه دلته وښیی.



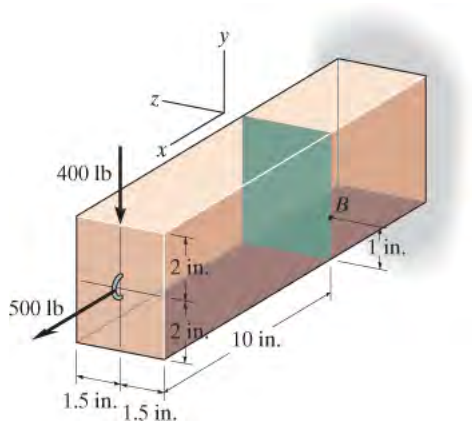
ب 8-3

ب 8-4. د بار **P** مقدار داسی معلوم کړي تر څو اعظمی نارمل ستریس $s_{max} = 30$ ksi په برخه a-a کی جوړ کړي.



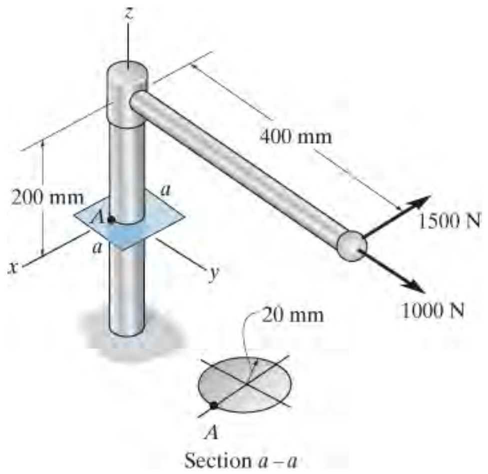
ب 8-4

ب 8-5. دالاندی ښودل شوی بیم مستطیلي غوڅه برخه لري او ښودل شوی بار وربانډی پلي شوي. د ستریس حالت په ټکی B کی معلوم کړي. او د ستریس حالت په یوه وړه ټوټه دلته وښايي.



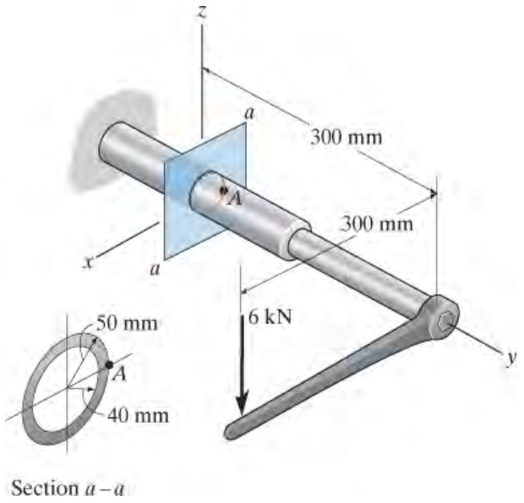
ب 8-5

ب 8-6. دا لاندی پایپ اسمبلي په سطحه a-a کی قطع شوي ، د غوڅی برخی په ټکی A کی د ستریس حالت وټاکي. او د ستریس حالت دلته په یوه وړه ټوټه وښيی.



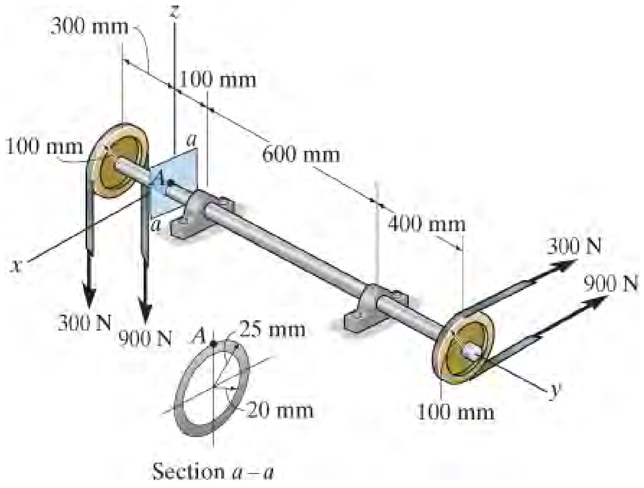
ب 8-6

ب **8-7.** دا لاندی پایپ اسمبلي په سطحه a-a کی قطعه شوي ، د غوڅی برخی په په ټکی A کی د ستړیس حالت وټاکي. او د ستړیس حالت دلته په یوه وړه توټه وښیی.



ب 8-7

ب **8-8.** دا لاندی شافت په سطحه a-a کی قطعه شوي ، د غوڅی برخی په ټکی A کی د ستړیس حالت وټاکي. او د ستړیس حالت دلته په یوه وړه توټه وښیی.

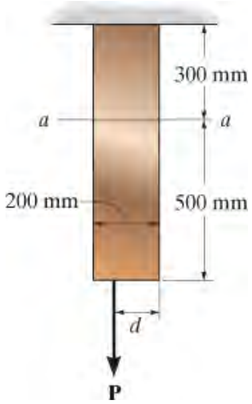


ب 8-8

سوالونه

PROBLEMS

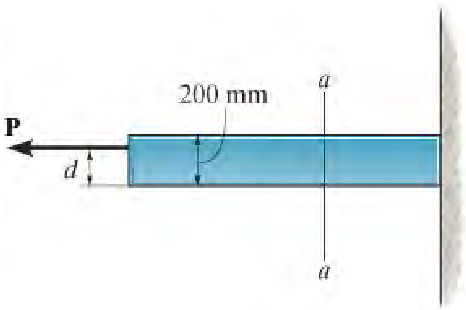
س 8-18. د تختې تر څنډې پورې لنډه فاصله d مشخص کړئ، په کوم ځاى کې چې قوه **P** کېدى شي داسې پلې شي چې دا قوه په $a–a$ برخه کې په تخته کې کوم ټيلوهونکې ستريس رامينځته نکړي . تخته 10 mm (ملي متره) پنډوالى لرى او P د دې پنډوالي په منځنى کرښه عمل کوى .



س 8-18

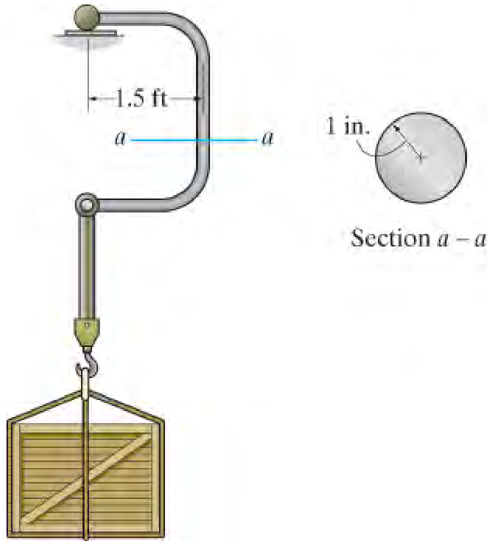
س 8-19. د تختې تر څنډې پورې لنډه فاصله d مشخص کړئ، په کوم ځاى کې چې قوه **P** کېدى شي داسې پلې شي چې دا قوه د تختې په $a–a$ برخه کې کوم ټيلوهونکې ستريس رامينځته نکړي . تخته 10 mm (ملي متره) پنډوالى لرى او **P** د دې پنډوالي په منځنى کرښه عمل کوى.

س *8-20. دا لاندې تخته 20 mm پنډوالى لرى او يوه قوه P = 3kN د دې پنډوالي په منځنى کرښه عمل کړي. چې d= 150 mm دى. د نارمل ستريس ويش په برخه a-a باندې پلاټ کړې.



س 8-19/20

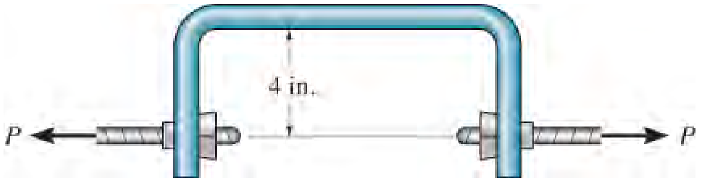
س 8-21. که چیرې د بار وزن 600 lb (پونډه) وی اعظمی نارمل ستریس په غوڅه برخه د لاندی ښودل شوی غړي په برخه a-a کی مشخص کړی. او هم نارمل ستریس په دی غوڅه برخه پلات کړي.



س 8-21

س 8-22. دا لاندی فولادی برکیټ (bracket) د کیبل دوه څنډی سره نښلوي. که چیری د منلو وړ نارمل ستریس د فولادو s_{allow} = 30 ksi وی، تر ټولو لوی کششي قوه **P** چی کیدی شي په کیبلونو پلي شي مشخص کړي. فرض کړی چی برکیټ له یوه راډه جوړشوی چی 1.5 in قطر لري.

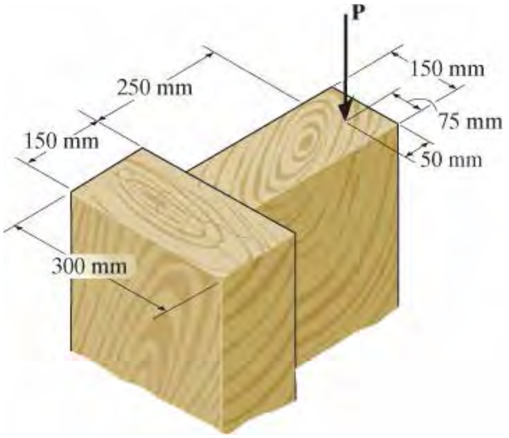
س 8-23. دا لاندی فولادی برکیټ (bracket) د کیبل دوه څنډی سره نښلوي. که چیری یوه قوه P = 1.50 kip پلی شي، اعظمی نامل ستریس په برکیټ کی وټاکي. فرض کړی چی برکیټ له یوه راډه جوړ شوی چی 1.5 in قطر لري.



س 8-22/23

س *8-24. دا لاندی پایه له دو تختو چې یو بل سره سریش شوي جوړ شوي ده. کله یوه قوه $P = 50$ kN چې له مرکز وتلي موقعیت (eccentricity) لرې په دی پایه پلی شي، اعظمی نارمل ستریس په غوڅه برخه ددی پایي کی و ټاکي.

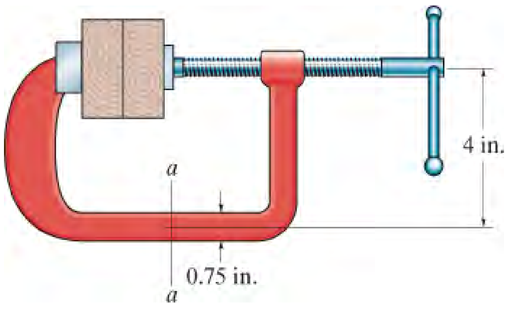
س 8-25. دا لاندی پایه له دو تختو چې یو بل سره سریش شوي جوړ شوي ده. که چیری د لرګي د منلو وړ نارمل ستریس $s_{allow} = 6$ MPa وی ، اعظمي د منلو وړ له مرکز وتلي قوه **P** چې کیدی شي په دی پایه پلي شي وټاکي.



س 8-24/25

س 8-26. د کلمپ (clamp) پیچ یوه ټیلوهونکي قوه 500 lb د لرګیو په بلاک پلی کوي. اعظمی نارمل ستریس په برخه a-a د کلمپ کی و ټاکي. غوڅه برخه مستطیلی دی او ابعاد یي 0.75 in په 0.50 in دي.

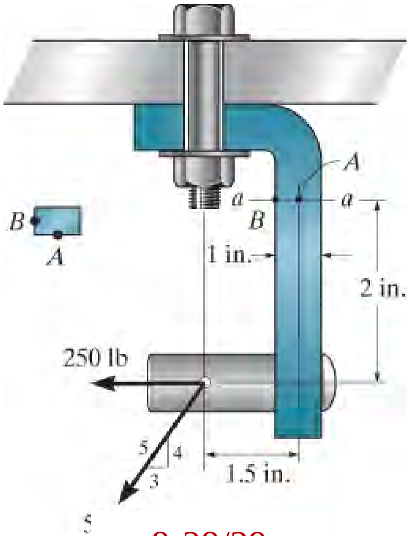
س 8-27. د کلمپ (clamp) پیچ یوه ټیلوهونکي قوه 500 lb د لرګیو په بلاک پلی کوي. د ستریس ویش په برخه a-a د کلمپ کی پلات کړي. غوڅه برخه مستطیلی دی او ابعاد یي 0.75 in په 0.50 in دي.



س 8-25/26

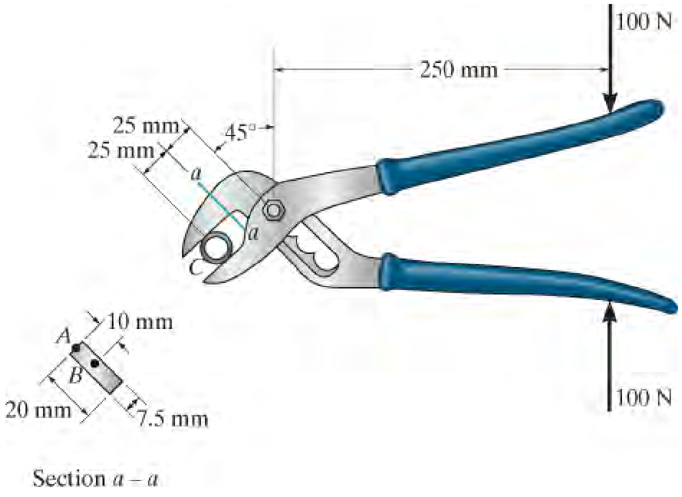
س *8-28. په بند ونکی (joint) د قواوويو سيستم چې ښودل شوی عمل کړي. د ستریس ويش په برخه a-a د غړي پلاټ کړي. د غړي غوڅه برخه مستطيلی ده چې سور يی 0.5 in او پنډوالی يي 1.0 in دي.

س 8-29. په بند ونکی (joint) د قواوو يو سيستم چې ښودل شوی عمل کړي. د ستریس حالت په A او B ټکيوکی معلوم کړي ، او بيا پايلی په يوه وړه توټه په دی ټکيو کی سکچ کړي. غړي مستطيلی غوڅه برخه لري چی سور يی 0.5 in او پنډوالی يي 1.0 in دي.



س 8-28/29

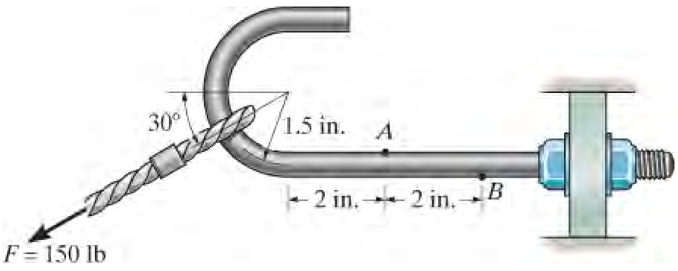
س 8-30. لاندی ښاخدار بندوونکی پلاس (pliers) د يوه اوار پايپ نيولو لپاره کارول کيږي. که چيری يوه قوه د 100 N په لاس نيوکو پری پلی شي په A او B ټکيو د غوڅی برخي د ښاخو په برخه a-a کی د ستریس حالت معلوم کړي . پايلی په هر ټکی کی په يوه توټه سره وښيی.



س 8-30

س 8-31. د یوه بولت چې in ½ قطر لري په چنګک يي يو بار F =150 lb پلی شوي. د ستریس اجزا په ټکی A د پنډی (shank) وټاکي. پايلی په یوه حجمی توټه په دی ځاي کی وښيی.

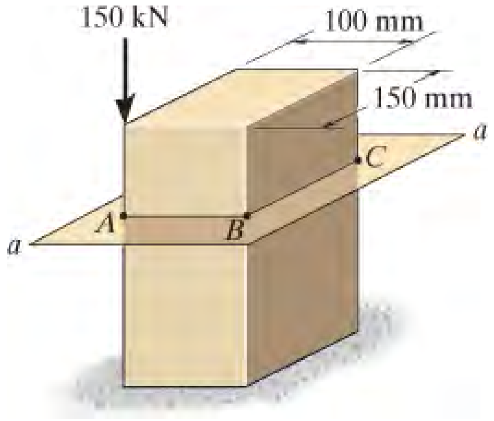
س 8-32*. د یوه بولت چې in ½ قطر لري په چنګک يي يو بار F =150 lb پلی شوي. د ستریس اجزا په ټکی B د پنډی (shank) وټاکي. پايلی په یوه حجمی توټه په دی ځاي کی وښيی.



س 8-31/32

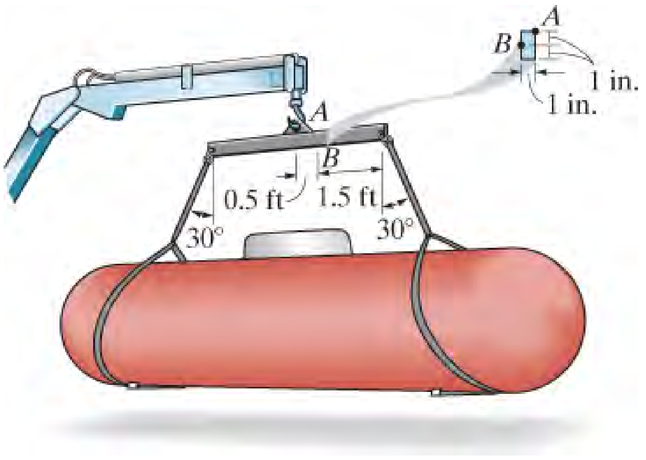
س 8-33. په د لاندی بلاک باندی یو نا متمرکز (eccentric) بار پلی شوي. په ټکیو A او B کی جوړ شوی نارمل ستریس وټاکي. د بلاک وزن د محاسبی وړ ندي.

س 8-34. په د لاندی بلاک باندی یو نا متمرکز (eccentric) بار پلی شوي. په برخه a-a کی د نارمل ستریس ویش په غوښه برخه سکچ کړي. د بلاک وزن د محاسبی وړ ندي.



س 8-33/34

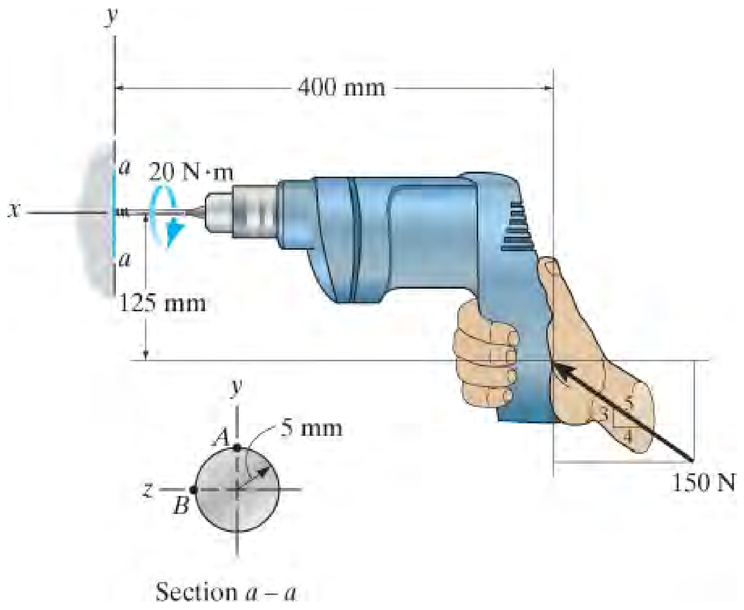
س 8-35. د یوه وښونکي څخه د یوه ټانک د پورته کولو د پاره چې 2000 lb وزن لری کار اخیستل شوي. د سټریس حالت په A او B ټکیو کی مشخص کړي او پایلی په یوه حجمی ټوټه و ښیی.



س 8-35

س 8-36*. دا لاندی برمه په دیوال کی جام شوي، او یو تورک او ښودل شوي قوه وربانذی عمل کوي. د سټریس حالت په ټکی A د برمی تاویدونکي (bit) په هغه برخه کی چی په سطحه a-a غوڅه شوي معلوم کړي.

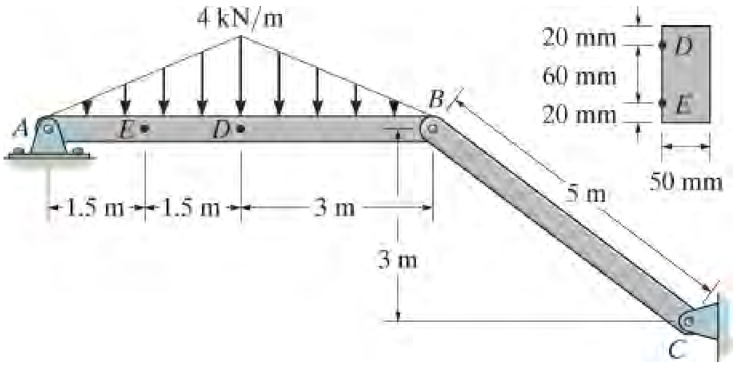
س 8-37. دا لاندی برمه په دیوال کی جام شوي، او یو تورک او ښودل شوي قوه وربانذی عمل کوي. د سټریس حالت په ټکی B د برمی تاویدونکي (bit) په هغه برخه کی چی په سطحه a-a غوڅه شوي معلوم کړي.



س 8-36/37

س 8-38. په دی لاندی چوکاټ یو ویشل شوی بار پلی شوي.د ستریس حالت په ټکي D کی معلوم کړي. پایلی په دی ټکی کی په یوه کوچنی ټوټه وښیی.

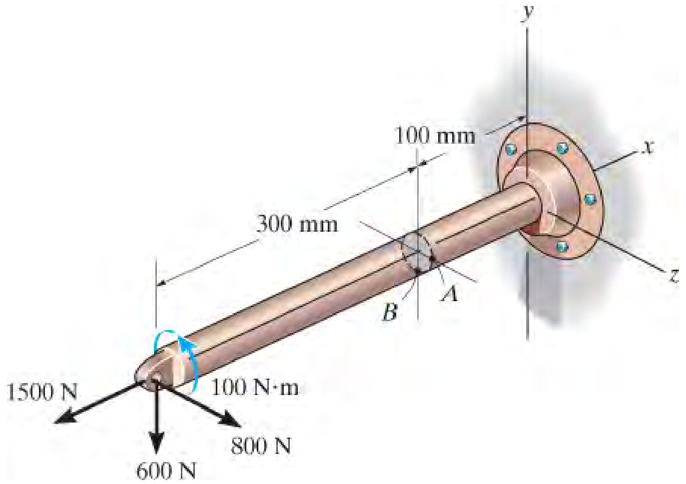
س 8-39. په دی لاندی چوکاټ یو ویشل شوی بار پلی شوي.د ستریس حالت په ټکي E کی معلوم کړي. پایلی په دی ټکی کی په یوه کوچنی ټوټه وښیی.



س 8-38/39

س 8-40*. د لاندی راډ قطر 40 mm دي. که چیری په انځور کی ښودل شوي د قوو سیستم ورباندی پلي شي د ستریس حالت په ټکی A کی وټاکی ، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی.

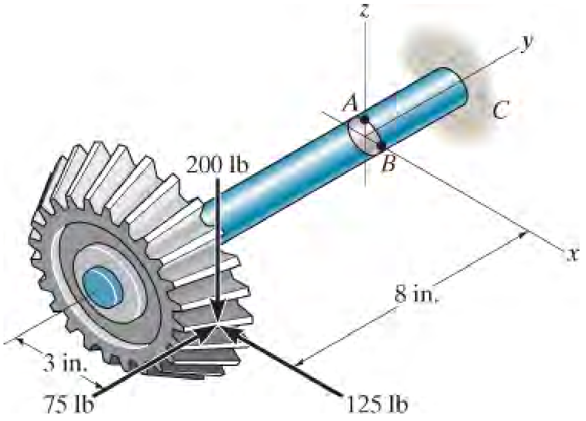
س 8-41. سوال 8-40 د ټکی B لپاره حل کړي.



س 8-40/41

س 8-42. په دی لاندی بیول (beveled) ګیر ښودل شویو بارونو عمل کړي. د سټریس اجزاوی په ټکی A ددی شافت کی وټاکي، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی. ددی شافت قطر 1 in دی، او په دیوال C کی کلک ټرل شوي.

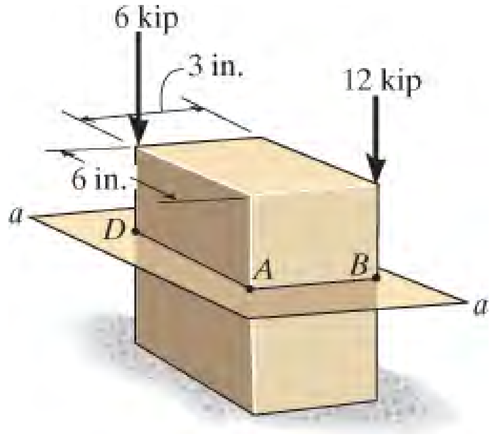
س 8-43. په دی لاندی بیول (beveled) ګیر ښودل شویو بارونو عمل کړي. د سټریس اجزاوی په ټکی B ددی شافت کی وټاکي، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی. ددی شافت قطر 1 in دی، او په دیوال C کی کلک ټرل شوي.



س 8-42/43

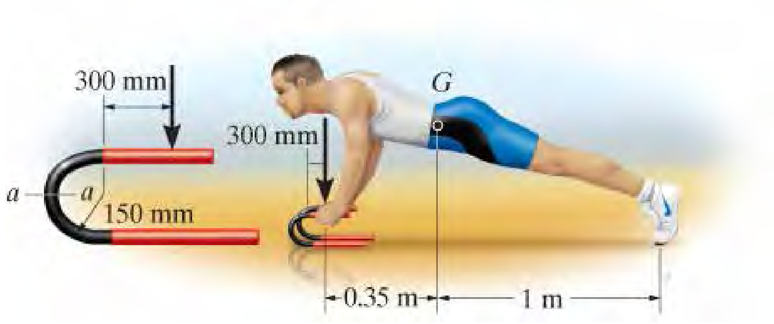
س *8-44. نارمل سټریس په ټکیو A او B کی وټاکیږ. د بلاک وزن د محاسبی وړ نه دي.

س 8-45. د نارمل سټریس ویش په غوڅه برخه ددی لاندی بلاک ، په هغه ځاي چی په سطحه a-a غوڅه شوي وټاکي. د بلاک وزن د محاسبی وړ نه دي.



س 8-44/45

س 8-46. یوسړی 100 کیلو ګرامه وزن لري او ثقل مرکزيي په G کی دی. که هغه خپل ځان په بنودل شوي حالت کې وساتي، نو مشخص کړئ اعظمي کششي ستریس چی د کاړه بار په برخه a-a کې رامینځته شوی. هغه د دوو بارونو لخوا په مساوي توګه ملاتړ کیږي، هر یو یي 25 ملي میتر قطر لري. فرض کړئ فرش اواردی . د کاړه بیم فورمول څخه د محاسبې لپاره کار واخلئ تر څو کږیدونکي ستریس وټاکي.

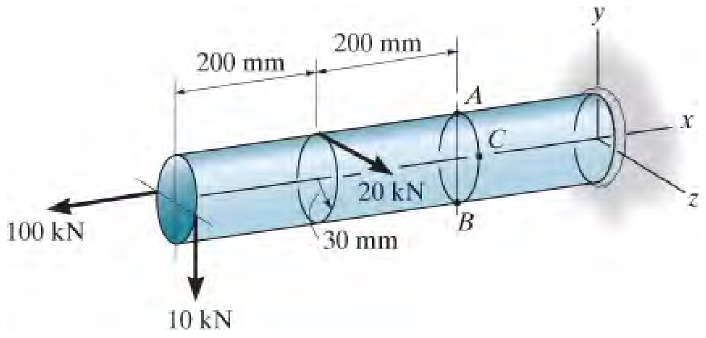


س 8-46

س 8-47. په جامد راډ ښودل شوی بار عمل کړي. د سټریس حالت په ټکی A کی وټاکی ، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی.

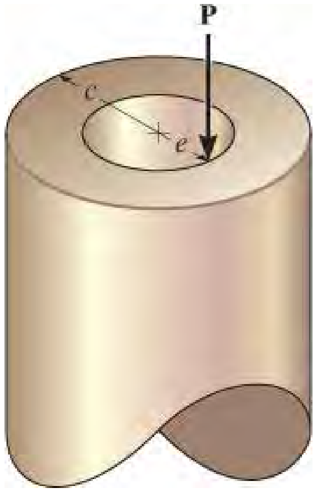
س 8-48. په جامد راډ ښودل شوی بار عمل کړي. د سټریس حالت په ټکی B کی وټاکی ، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی.

س 8-49. په جامد راډ ښودل شوی بار عمل کړي. د سټریس حالت په ټکی C کی وټاکی ، او پایلی په یوه حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیی.



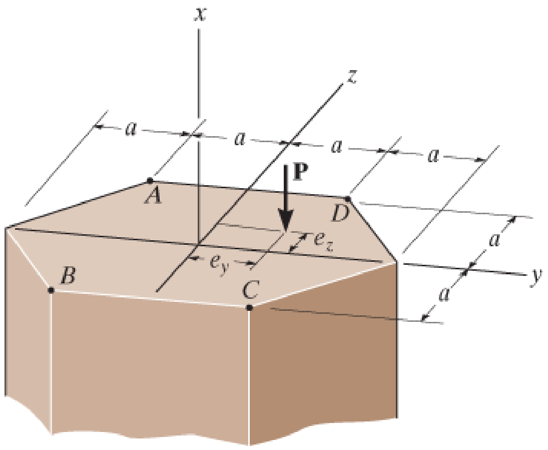
س 8-47/48/49

س 8-50. دا پایه ګردی غوڅه برخه لري او شعاع يي c دی. هغه اعظمی شعاع e داسي وټاکي چی کیدی شي P بارهاته پلي شي ترڅو په هیڅ برخه د پايي کی کششی ستریس جوړ نه شي.



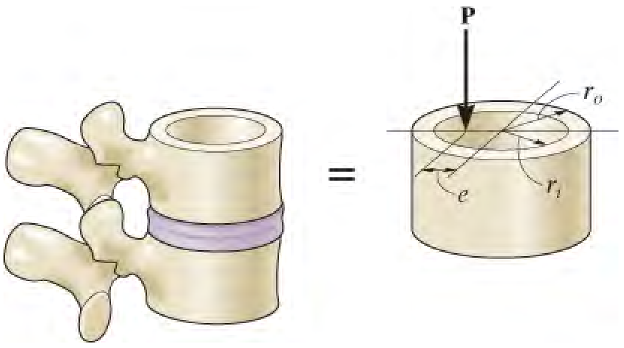
س 8-50

س 8-51. په دی لاندی پایه چی ابعاد يي په انځور کی ښودل شوي يو بار **P** وربانډی پلي شوي.
هغه ساحه مشخص کړي کوم چی دا بار هلته داسي پلي شي تر څو کششي ستریس په ټکیو A, B, C او D کی جوړ نه شي.



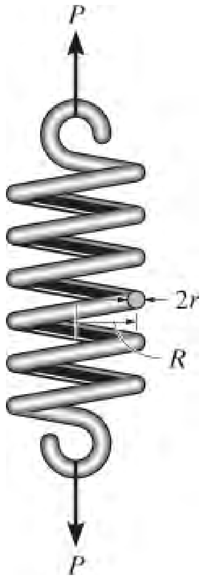
س 8-51

س *8-52. د ستون فقرات مهره (vertebra) کولی شي د اعظمی ټیلوهونکي ستریس s_{max}، ملاتړ وکړي وکړي مخکې له دې چې کمپریشن فریکچر وکړي. تر ټولو کوچنی قوه P معلوم کړئ ، کوم چې کیدی شي په مهره پلی شي. دلته موږ فرض کوو چې دا قوه له مرکز وتلي فاصله e کی په هډوکي پلی شوي او هډوکی ایلستیکی پاتي کیږي. مهره یو خالي سلنډرپه شان ده چی داخلي شعاع یې r_i او بهرنی شعاع یې r_o ده.



س 8-52

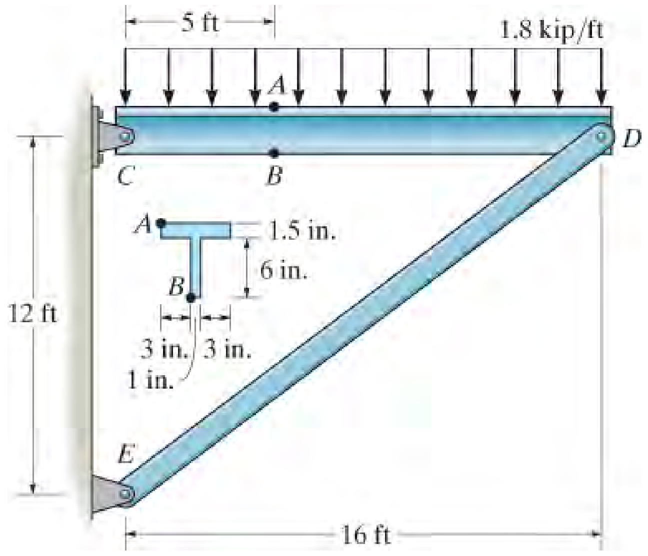
س 8-53. په دی لاندی تاو شوی فنر یو ه قوه P پلی شوي. که چیری موږ فرض کړو چی شییر قوه په هر عمودي برخه د تاو شوی فنر یو شان ویشل شوی ده، وښیي چی اعظمی شییر ستریس په فنر کی $t_{max} = P/A + PRr/J$ دی. دلته J قطبی انرشیایي مؤمنت د تاو شوی سیم او A یې د غوښی برخي ساحه ده.



س 8-53

س 8-54. په دی لاندی چوکاټ یو مرکزي ویشل شوی بار 1.8 kip/ft پلي شوي. د سټریس حالت په ټکی A او B د غړي CD وټاکی ، او پایلی د کوچنی ټوټی په حجمی انځور په دی ټکیو کی و ښيي.

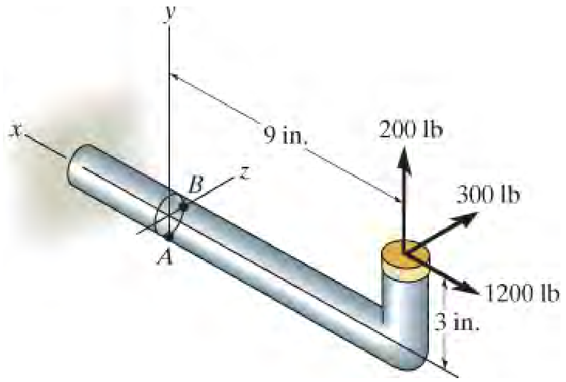
په C او D کی د پن اتکاوی د غوښی برخی د صفری محور سره یو شان موقعیت لري.



س 8-54

س 8-55. د لاندی راډ قطر 1-in دي. که چیری په انځور کی ښودل شوي بارونه ورباندی پلي شي د سټریس حالت په ټکی A کی وټاکی ، او پایلی د کوچنی ټوټی په حجمی انځور کی په دی ټکی کی و ښيي.

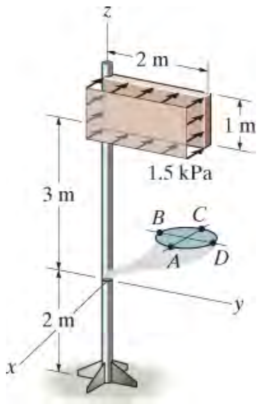
س *8-56. د لاندی راډ قطر 1-in دي. که چیری په انځور کی ښودل شوي بارونه ورباندی پلي شي د سټریس حالت په ټکی B کی وټاکی ، او پایلی د کوچنی ټوټی په حجمی انځور کی په دی ټکی کی و ښيي.



س 8-55/86

س 8-57. د سړک یا کوڅی نښه د مساویانه ویشلشوی باد بار تابع ده. دا نښه یا علامت په یوه پایه چی 100 mm قطر لري ټینګه شوي ده . د سټریس اجزاوي په ټکو A او B ددی پایي وټاکي . پایلې په کوچنی حجمی ټوټه په هر یوه ټکی کې وښیی.

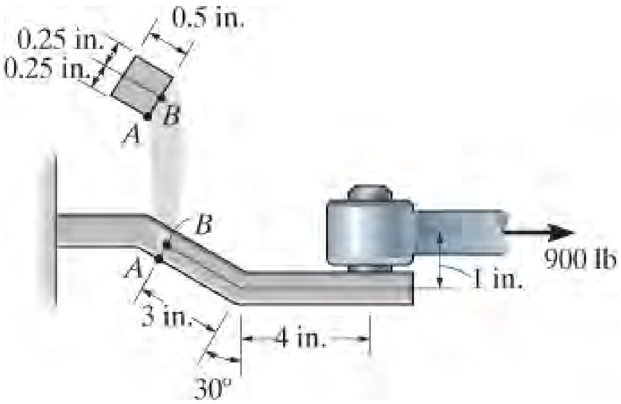
س 8-58. د سړک یا کوڅی نښه د مساویانه ویشلشوی باد بار تابع ده. دا نښه یا علامت په یوه پایه چی 100 mm قطر لري ټینګه شوي ده . د سټریس اجزاوي په ټکو C او D ددی پایي وټاکي . پایلې په کوچنی حجمی ټوټه په هر یوه ټکی کې وښیی.



س 8-57/58

س 8-59. د بیرینګ پن اتکاوي د 900 lb بار ملاتړ کوي. د سټریس اجزاوي د غړي په اتکاء په ټکي A کی وټاکي. د سټریس حالت په ټکی A کی په یویوه کوچنی توته وښیي.

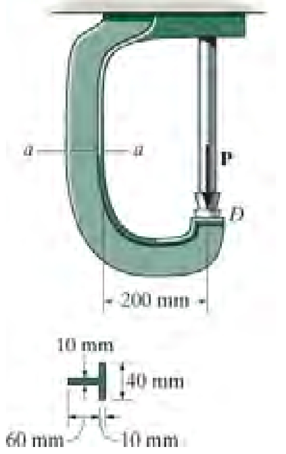
س 8-60*. د بیرینګ پن اتکاوي د 900 lb بار ملاتړ کوي. د سټریس اجزاوي د غړي په اتکاء په ټکي B کی وټاکي. د سټریس حالت په ټکی B کی په یویوه کوچنی توته وښیي



س 8-59/60

س 8-61. له دی C چوکاټه د ریویت (rivet) ماشین په توګه ګټه اخیستل کیږي. که چیری د ساتول (ram) قوه په D کی عبارت په $P = 8\ \text{kN}$ وي، د ستریس حالت ویش په هغه برخه چی په سطحه $a\text{-}a$ قطع شوی سکیچ کړي.

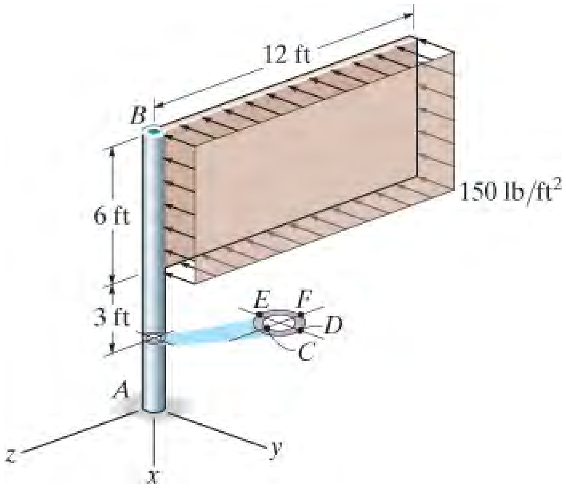
س 8-62. د ساتول (ram) اعظمی قوه P چی کیدی شي په ټرونکي (clamp) D پلي شي وټاکي. د منلو وړ ستریس د موادو $\sigma_{allow} = 180\ \text{MPa}$ دي.



س 8-61/62

س 8-63. د سړک همواره نښونکي یا نښان (sign) وزن 1500 lb لري او په یوه پایپ AB چی داخلی شعاع یې 2.75 in او بهرني شعاع یې 3.00 دی تړل شوي.که چیری په مخه ددی نښونکي د باد فشار $p = 150\ \text{ft/ft}^2$ پلی شوي وی د ستریس حالت په ټکیو C او D کی مشخص کړي. پایلی په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکیو کی و ښیي.

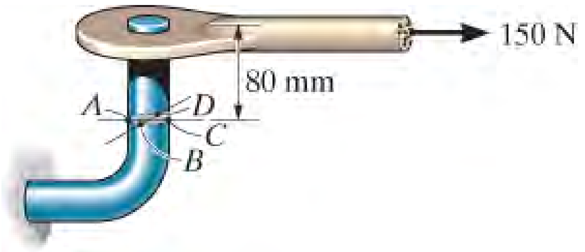
س *8-64. سوال 8-63 د ټکیو E او F لپاره حل کړي.



س 8-63/64

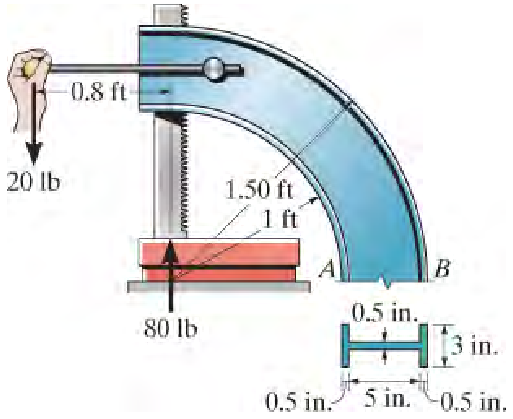
س 8-65. د پن اتکاء له فولادی راډ چی 20 mm قطر لري جوړ شوي. د ستریس اجزاوی په ټکیو A او B کی وټاکي ، او پایلی په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکیو کی و ښیي.

س 8-66. سوال 8-65 د ټکیو C او D لپاره حل کړي.



س 8-65/66

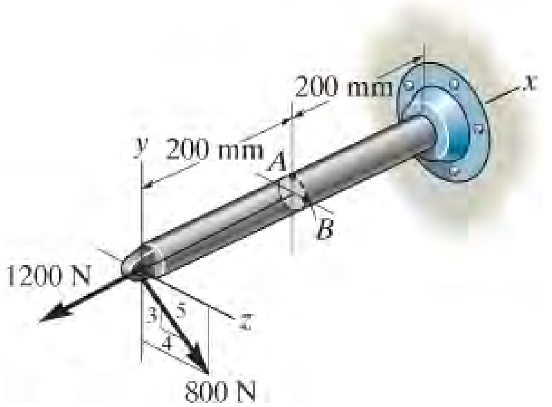
س 8-67. د فشار جوړه ونکي (press) دستګیر 20 lb قوه جوړه وي. دا قوه د داخلي ګیر له امله په بلاک باندی تیلوهونکي 80 lb قوه جوړوي. د فریم په فلنج په ټکیو A او B کی نارمل ستریس مشخص کړي. د کاږه بیم له فورمول کار واخلي تر څو کږیدونکی ستریس پیدا کړي.



س 8-67

س 8-68. د لاندی بار قطر 40 mm دی. د سستریس حالت په ټکی A کی و ټاکي او پایلی په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیي.

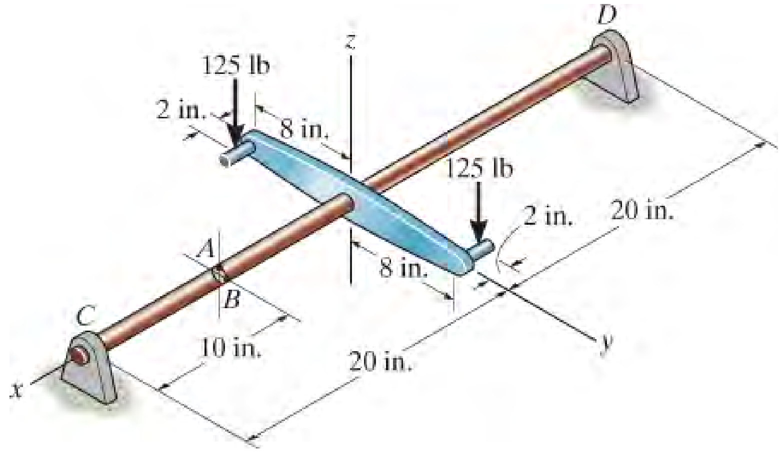
س 8-69. سوال 8-68 د ټکی B لپاره حل کړي.



س 8-68/69

س 8-70. په دا لاندې د ¾ in قطر لرونکي شافت باندي ښودل شوي بار عمل کړي. په ټکی A کی د ستریس حالت و ټاکي. او پایلی په یوه کوچنی حجمی ټوټه په دی ټکی کی و ښیي. جورنال بیرینګ په C کی تنها د C_y او C_z قوی اجزاوی په شافت جوړه وي، د ترست (thrust) بیرینګ په D کی د D_x, D_y او D_z قوی اجزاوي په شافت جوړه وي.

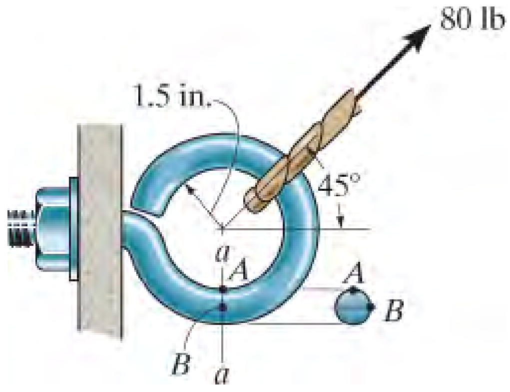
س 8-71. سوال 8-70 دستریس اجزاوی د ټکی B لپاره حل کړي.



س 8-70/71

س *8-72. په دی لاندی چنګک یوه 80 lb قوه پلي شوي ده. د ستریس حالت په ټکی A په a-a غوښه کی وټاکي. د چنګک غوښه برخه ګردي ده او قطر يي 0.50 in دی. د کږیدونکی ستریس معلومولو لپاره د کږی بیم له فورمول څخه کار واخلي.

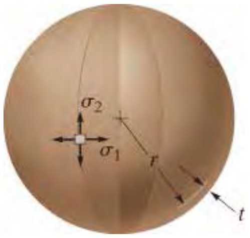
س 73-8. په دی لاندی چنګک یوه 80 lb قوه پلي شوي ده. د ستریس حالت په ټکی B په a-a غوڅه کی وټاکي. د چنګک غوڅه برخه ګردي ده او قطر يي 0.50 in دی. د کرېدونکی ستریس معلومولو لپار د کږی بیم له فورمول څخه کار واخلي.

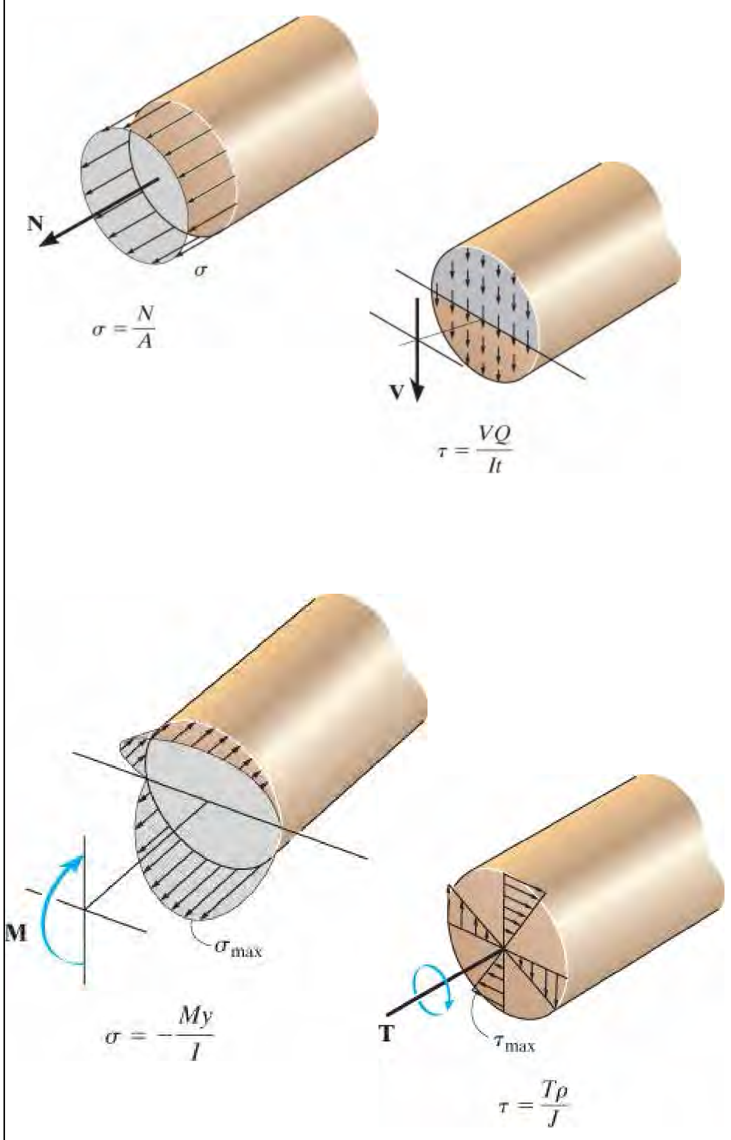


س 8-72/73

د فصل بیا کتنه

CHAPTER REVIEW

	یو د فشار مخزن که چیری له نری دیوال جوړ شوي وی بیا $r/t = > 10$ لري. که چیری په دی مخزن یا ټانک کی ګاز چی د ګیج فشار يي p وی بیا د سلندري ټانک لپاره محیطی یا حلقوي ستریس عبارت دی په $$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$$
	دا ستریس له اوږدمهاله (longitudinal) ستریس دوه چنده لوی دی، $$\sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$
	د نري دیوال لرونکي کروی ټانک یا مخزن فشاري ورته ستریس په دیولونو کی په هر لور لري. $$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$



که چیری په یو غړی کډ بارونو عمل کړی وی کیدای شي د نارمل سټریس او شییر سټریس ټاکلو لپاره په یوه نقطه د غړي کی د سټریس اجزاوو معلومولو لپاره له سوپرپوزیشن (superposition) څخه کار واخیستل شي. د دې کارلپاره اړین دی چی لومړی محصلی د محوری بار، او شییر قوه او محصلی د کږیدونکی مؤمنت او د تاوېدونکی مؤمنت په هغه برخه کی چی ټکی موقعیت لري، محاسبه شي. بیا د نارمل او شییر سټریس اجزاوو محصلی په غوښتل شوی ټکي کی په الجبری ډول د نارمل او شییر سټریس د اجزاو یو ځاي کولو د هر بار لپاره ټاکل کیږی.

مفهومی سوالونه

CONCEPTUAL PROBLEMS

م 8-1 تشریح کړی چی ولی ددی پایپ چاودیدنه یی په پای کی جوړه شوه، او ولی درز په اوږدوالي د پایپ کی منځ ته راغلي. د تشریح کولو لپاره له ارقامو کار واخلي. فرض کړی چی د اوبو فشار 30 psi دی.

م 1 -8

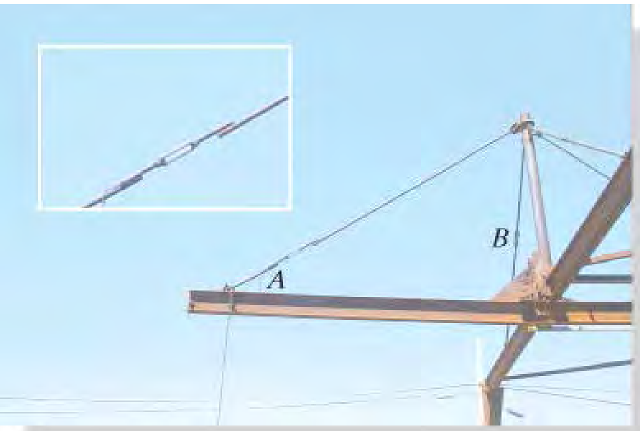
م 2-8

د لاندی ښودل شوی سیلو پاي خلاص دی، او د حبوبات داني پکی ساتل کیږي. د لرګیو له سلټ (slats) یا تختو جوړ اودا سلتونه په فولادی کمربند سره ټینګ نیول شوي دي. په کارولو د عددي ارزښتونو سره تشریح کړئ، ولې کمربندونه د دي سلنډر د لوړوالي سره په مساوي ډول فاصله نلري. همدارنګه، تاسو به دا فاصله څنګه ومومئ که چیرې هر کمربند د ورته سټریس سره مخ شوي وی؟

م 2 -8

م 8-4 یو دومداره باد په لاندی دودکش باندی لګیږي، او دا لامل د کریپ
سترین (creep strain) د بندونو په موادو کی شوي، او دودکش کی بیځایي راغلي. تشریح کړي چی
ځنګه د ستریس ویش د دودکش په بیخ کی و موندل شي، او د ستریس ویش په دی برخه کی سکیچ
کړی .

م 8-3 د B د ټرنبکل (turnbuckle) خلاف، کوم چې د راډ محور سره وصل دی، په پای A د راډ کی پر ځنده ویلډ شوی، او له دې امله دا به د اضافي ستریس سره مخ شي. ورته شمیري ارزښتونه د کشیدونګی بار په هر راډ کی چی یو ډول قطرونه لری موجود دی. ستریسونه په راډو کی پرتله کړي.



م 3 -8

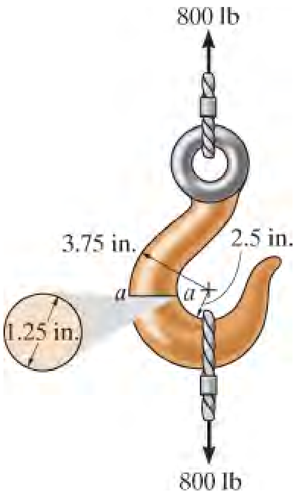
م 8-4 یو دومداره باد په لاندی دودکش باندی لګیږي، او دا لامل د کریپ سترین (creep strain) د بندونو په موادو کی شوي، او دودکش کی بیځایي راغلي. تشریح کړي چی ځنګه د ستریس ویش د دودکش په بیخ کی و موندل شي، او د ستریس ویش په دی برخه کی سکیچ کړي.

م 4 -8

د بیا کتني سوالونه

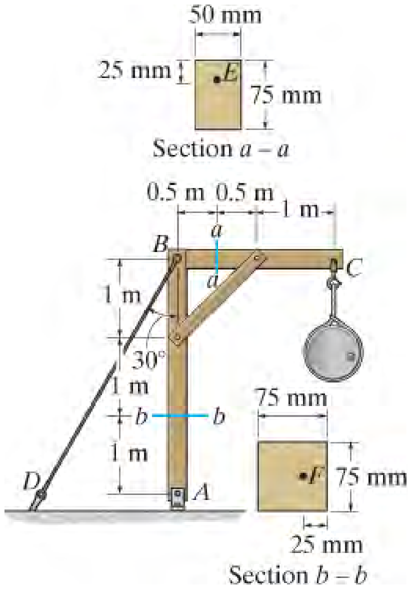
REVIEW PROBLEMS

ب 8-1 د سترګی په نامه چنګک د ابعادو سره په لاندی انځور کی ښودل شوي. که چیری د یو کیبل بار 800 lb وربانږی پلي شي، اعظمی نارمل ستریس په برخه a-a کی وټاکی او هم د ستریس ویش په دی برخه کی سکچ کړي. د کږی بیم له فورمول د ستریس پیدا کولو لپاره کار واخلي.



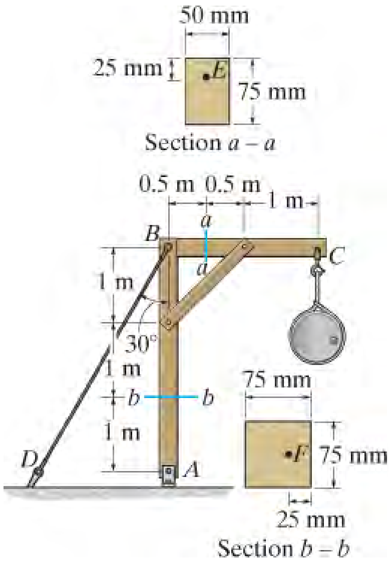
ب 1 -8

ب 8-2 یو 20 -kg وزن د چنګک په واسطه د لرګیو جوړ شوی چوکات څخه ځړول شوي. د ستریس حالت په ټکی E د برخی a-a په غوڅه برخه وټاکي. او پایلی په یو کوچنی توته وښیی.



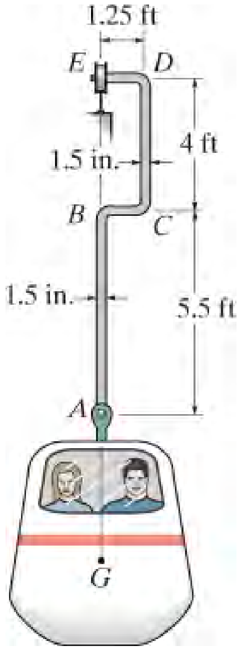
ب 2 -8

ب 8-3 یو 20 -kg وزن د چنګک په واسطه د لرګیو جوړ شوی چوکات څخه ځړول شوي. د ستریس حالت په ټکی F د برخې b-b په غوڅه برخه وټاکي. او پایلې په یو کوچنی ټوټه وښیې



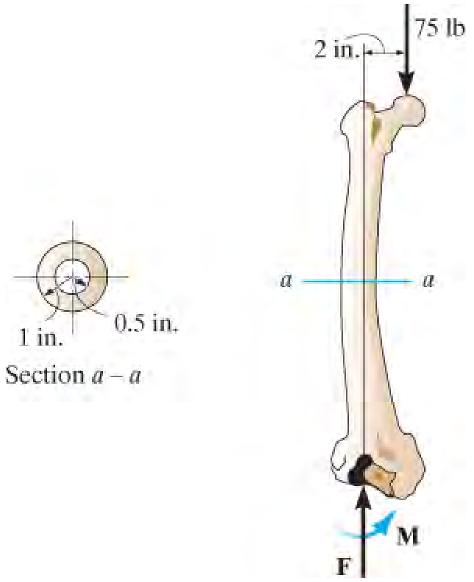
ب 3 -8

ب *8-4 ګانډولا (gondola) او مسافرین 1500 lb وزن لري، او مرکز ثقل يي په G کی دی. د ځوړیدو بازو AE مربع غوڅه برخه 1.5 in په 1.5 in لري او په پای A او E کی پن اتکاوی لري. اعظمی ستریس په برخو AB او DC د بازو کی معلوم کړي.



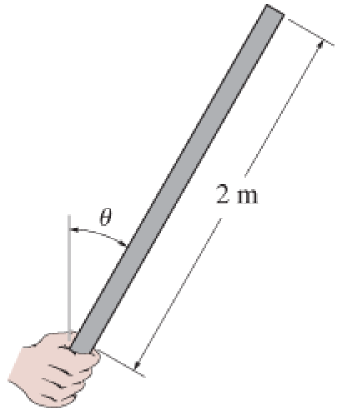
ب 4 -8

ب 8-5 که چیری غوښه برخه د ورانه د هډوکی په سطحه a-a کی یو دایروی تیوب فرض شي ، څنګه چې په لاندی انځور کی ښودل شوي، اعظمی نارمل ستریس په غوښه برخه په a-a د یوه 75- lb بار له امله وټاکي.



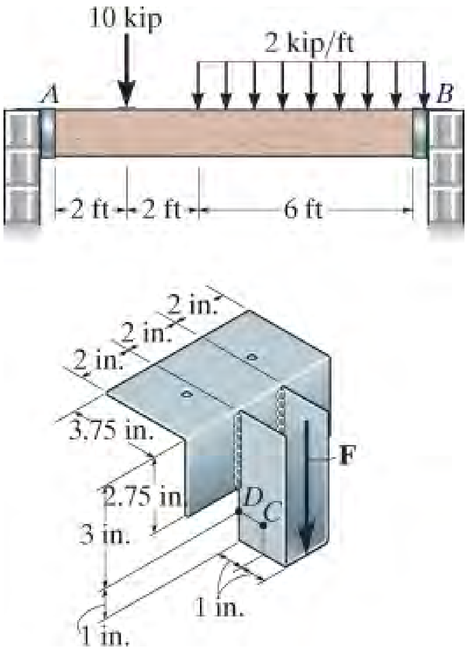
ب 5 -8

ب 8-6 یوه میله چې مربع غوښه برخه 30 mm په 30 mm او 2 m اوږوالي لري ، پورته ساتل شوي. که چیری کتله یي 5 kg/m وی، اعظمی زاویهq چې له عمود څخه اندازه کیږی او مخ کی له دی چې کششي ستریس په اوږده محور نږدي لاس نیو ته جوړ شي ، وټاکی.



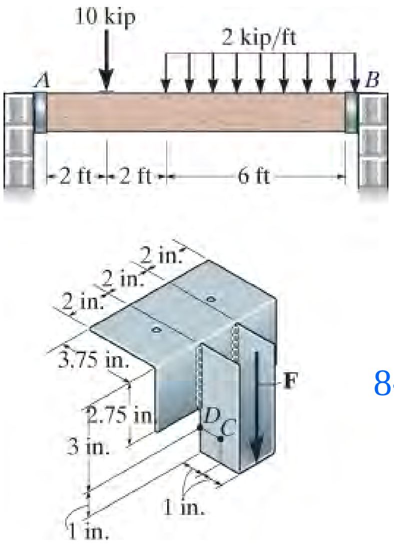
ب 6 -8

ب 8-7 دیوالي ځړیدونکي (hanger) 0.25 in ضخامت لري ، او عمودي اتکاء د لاندی بنودل شوی بیم لپاره جوړه وي. که چیری بار په مساوی ډول هری تسمې ته انتقال شي، د ستریس حالت په ټکیو C او D د تسمی په A کی و ټاکي. فرض کړی چی عمودی ریکشن قوه F په دی پای کی لکه ځنګه چی ښودل شوي په مرکز او ځنډه د برکټ عمل کړي.



ب 8- 7

ب *8-8 دیوالي ځړیدونکي (hanger) 0.25 in ضخامت لري ، او عمودي اتکاء د لاندی بنودل شوی بیم لپاره جوړه وي. که چیری بار په مساوی ډول هری تسمې ته انتقال شي، د ستریس حالت په ټکیو C او D د تسمی په B کی و ټاکي. فرض کړی چی عمودی ریکشن قوه F په دی پای کی لکه ځنګه چی ښودل شوي په مرکز او ځنډه د برکټ عمل کړي.



ب 8- 8

ضمیمه A

د یو ساحی هندسي خاصیتونه

GEOMETRIC PROPERTIES (OF AN AREA)

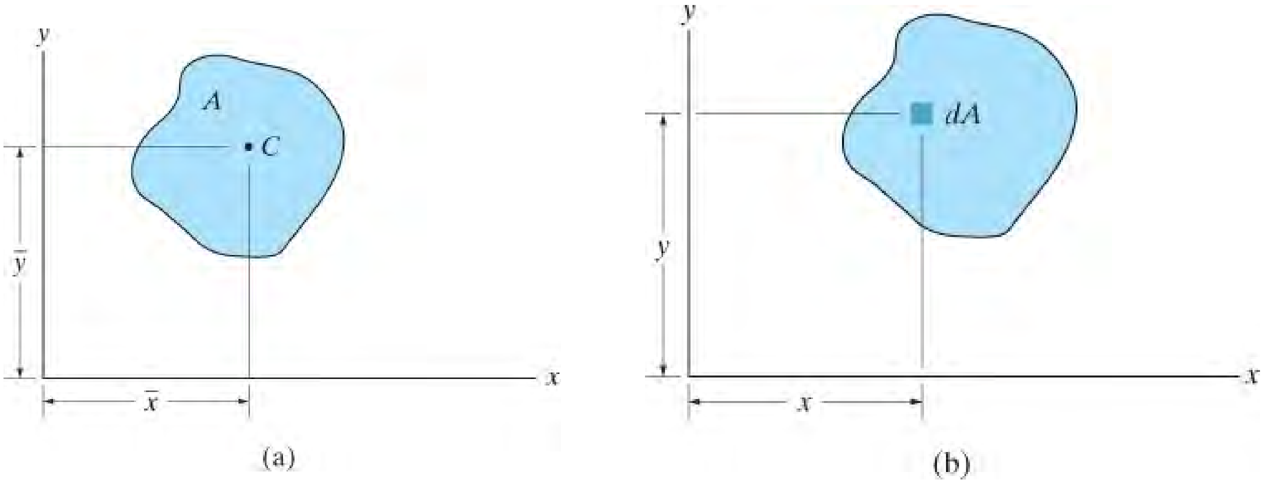
هندسي خاصیتونه د یو ساحی (GEOMETRIC PROPERTIES OF AN AREA)

A.1 ثقل مرکز د یوی ساحی (CENTROID OF AN AREA)

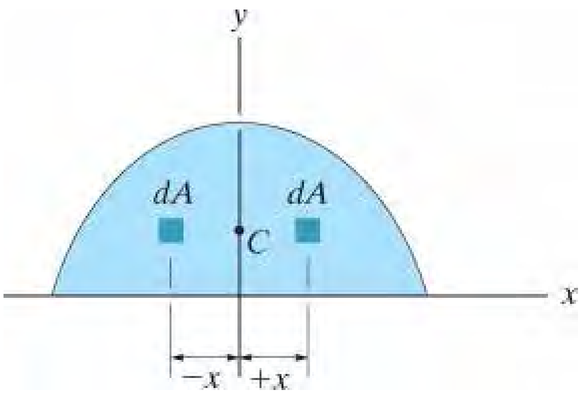
د یوی سیمې مرکز ثقل هغه یوه نقطه ده، کوم چی د ساحی هندسي مرکز تعریفوي. که چیری یوه ساحه یو خپل سري شکل ولري ، لکه هغه چی په انځور A-1a کی ښودل شوي، د x او y کوردینات د مرکز ثقل C یي په دی لاندی ډول موندل کیږي

$$\bar{x} = \frac{\int_A x\, dA}{\int_A dA} \qquad \bar{y} = \frac{\int_A y\, dA}{\int_A dA} \qquad \text{(A–1)}$$

د کسر پورتني عدد (numerators) په دی معادلاتو کی استازیتوب د ساحی دعنصر dA مؤمنت په محورونو y او x په ترتیب سره کوي ، انځور A-1b ، او د کسر لاندی عدد (denominators) استازیتوب د شکل د ټولی ساحی A کوي.



انځور A-1



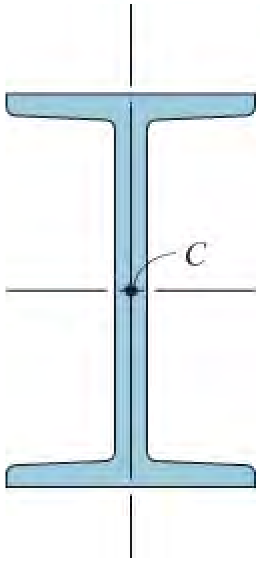
انځور A-2

که چیرې ساحه متناظر په یوه محور وي ، د داسي شکلونو ثقل مرکز په جزوي یا بشپړ ډول به مشخص وی. دلته د ثقل مرکز به د ساحې په دی محور موقعیت ولری، انځور A-2 . همدارنګه به په تقاطع د دی محورونو کی وي، انځور A-3 . پردی بنسټ ، یا په کارولو د معادلی A-1 ، د ثقل مرکز موقعیت د معمولو شکلونو ساحی لپاره په داخل د مخکنيی پوښ ددی کتاب کی ښودل شوي.

مرکب ساحې (Composite Areas) . ډیری وختونه کیدی شي چی یوه ساحه په څو برخو چی ساده شکلونه لری وویشل شي. ددی ساده مرکب شکلونو د ثقل مرکز معلوم دی، او په

دی ډول ددی شکلونو د انتیګرشن نیولو ته اړتیا نه لیدل کیږي، په دی حالتونو کی معادلی ورته په معادله A-1 باید وکارول شي، چی دلت د مجموعی علامه د انتیګرال ځای نیسي، د بیلګی په توګه

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \tilde{x} A}{\Sigma A} \qquad \bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} \qquad \text{(A–2)}$$



انځور A-3

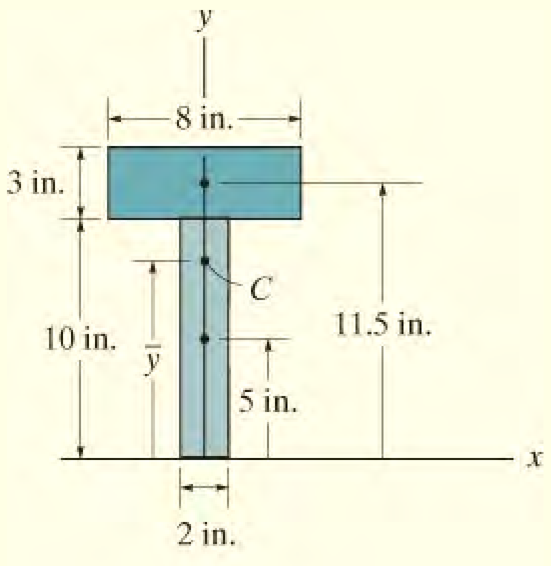
دلته $\tilde{x}$ او $\tilde{y}$ استازیتوب د *الجبری فاصلو* (*algebraic distances*) یا x او y کوردینات د ثقل مرکز د هر ی مرکبی برخی کوي، او ΣA استازیتوب د مرکبو ساحو د مجموعی، یا ټولی ساحی وکړی. که چیری سوري یا خالي برخه په مرکبه سیمه کی شتون ولري، هغه به یو بله مرکبه برخه وی کوم چی منفي ساحه لري.

دا لاندی مثال ، پلی کول د معادلی A-2 دي.

مثالونه

مثال A.1

لاندی انځور A-4a کی د T-beam د غوڅی برخی ساحه بنودل شوي، د ثقل مزکز C یي وټاکی.



(a)

حل I

y محور د شکل په متناظر محور اینبودل شوي ، تر څو $\bar{x} = 0$ ، انځور A-4a شي.

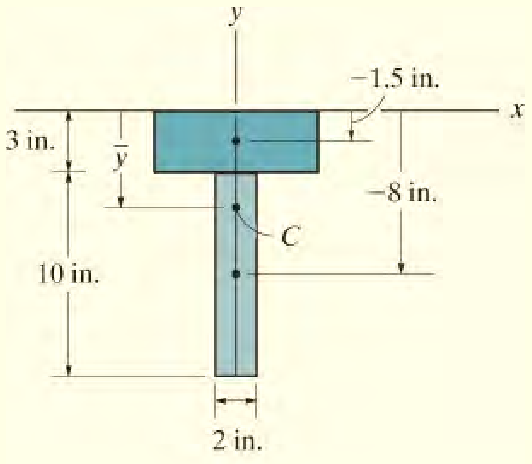
د $\bar{y}$ موندلو لپاره موږ به x محور (ریفرینس محور) د ساحی له ټیټي برخی سره برابر کړو. د غوڅی برخی ساحه په دوو مستطیلو، لکه څنګه چې ښودل شوي، وویشو او د هری برخی د ثقل مرکز موقعیت $\bar{y}$ ټاکل شوي. معادله A-2 پلی کوو موږ لرو .

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{[5 \text{ in.}](10 \text{ in.})(2 \text{ in.}) + [11.5 \text{ in.}](3 \text{ in.})(8 \text{ in.})}{(10 \text{ in.})(2 \text{ in.}) + (3 \text{ in.})(8 \text{ in.})}$$

$$= 8.55 \text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

حل II

د ورته دوه برخو په کارولو سره، د x محورپه په پورتنۍ ساحه کی ښیو. انځور A-4b، دلته



(b)

انځور A-4

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{[-1.5 \text{ in.}](3 \text{ in.})(8 \text{ in.}) + [-8 \text{ in.}](10 \text{ in.})(2 \text{ in.})}{(3 \text{ in.})(8 \text{ in.}) + (10 \text{ in.})(2 \text{ in.})}$$

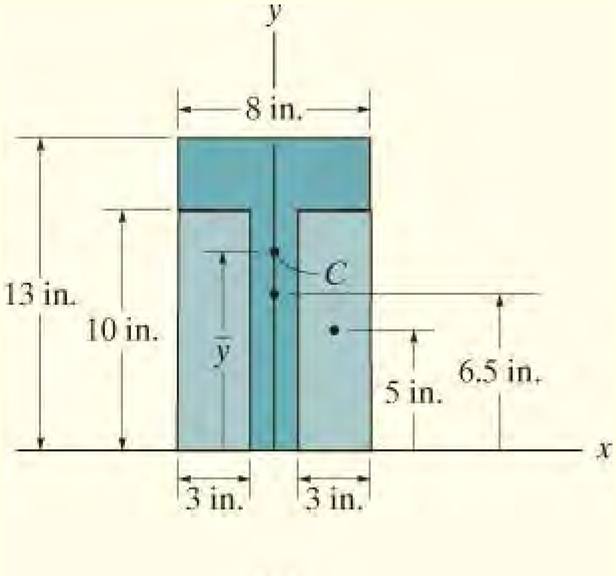
$$= -4.45 \text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

منفی علامه ښيي ، چی C د x محور لاندی موقعیت لری. همدا رنګه دواړو ځوابونو

$8.55 \text{ in.} + 4.45 \text{ in} = 13.0 \text{ in.}$ ، کوم چی د بیم لوړوالی دی .

حل III

دا هم امکان لري چې غوڅه برخه یو لوي مستطیل ، منفي دوه واړه مستطیلونه ، کوم چې په سیوره ښودل شوي په انځور A – 4c کې. دلته موږ لرو:



(c)

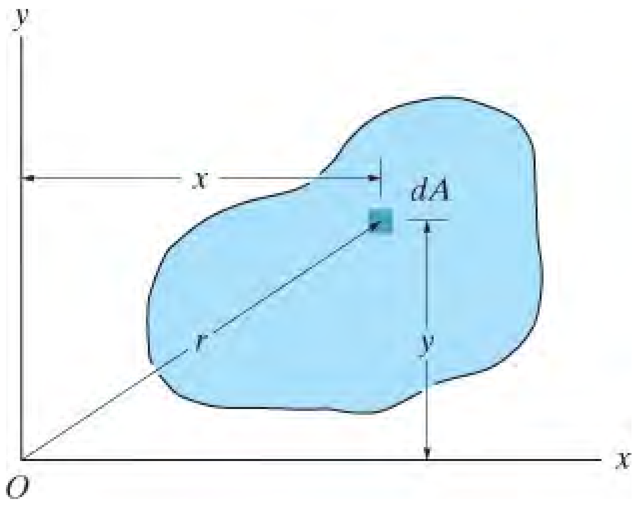
انځور A-4 (تکرار)

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{[6.5 \text{ in.}](13 \text{ in.})(8 \text{ in.}) - 2[5 \text{ in.}](10 \text{ in.})(3 \text{ in.})}{(13 \text{ in.})(8 \text{ in.}) - 2(10 \text{ in.})(3 \text{ in.})}$$

$$= 8.55 \text{ in.}$$ *Ans.*

A.2 د یوی ساحی انرشیایي مؤمنت (MOMENT OF INERIA FOR AN AREA)

انرشیایي مؤمنت د یو ساحی ، هندسي خاصیت دی . او هغه په محور x او محور y ، لکه څنګه چې په انځور A-5 کی ښودل شوي، محاسبه کیږي. د هغه تعریف دی



انځور A-5

$$I_x = \int_A y^2\, dA$$

$$I_y = \int_A x^2\, dA \qquad (A\text{–}3)$$

دا انتیګرالونه هیڅ فزیکي معنی نلري، مګر دوی ځکه نومول شوي چې دوی د یوې کتلې د انرشیا خاصیت سره ، کوم چې ډینامیک خاصیت دی، ورته دي.

موږ همدا ډول کولی شوچی انرشیایي مؤمنت د یوی ساحی په قطب O یا په z محور، انځور A-5 محاسبه کړو. دې ته ***قطبی انرشیایي مؤمنت*** (polar ***moment of inertia***) ویل کیږي، کوم چې په دی توګه تعریف شوی

$$J_O = \int_A r^2\, dA = I_x + I_y \qquad (A\text{–}4)$$

دلته r عمودی فاصله له قطب (z محور) تر عنصر dA پوری. ځکه چی $r^2 = x^2 + y^2$ نو بیا $J_o = I_x + I_y$ ، انځور A-5 .

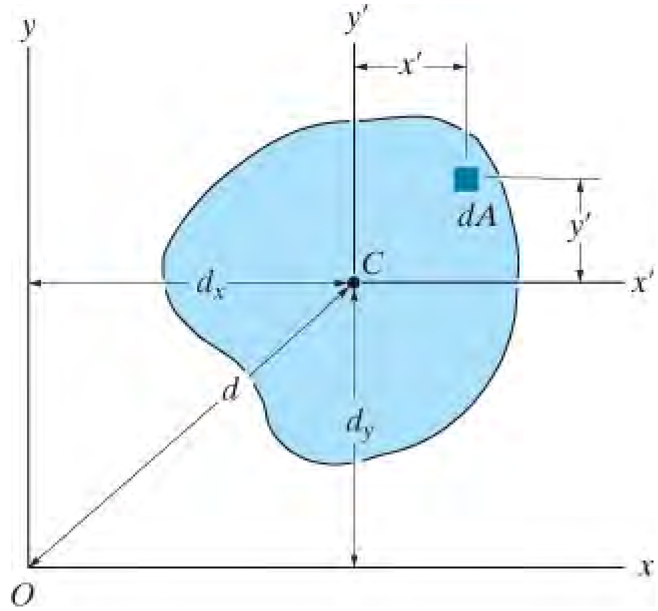
له پورتني فورمولونو داسی څرګندیږي چی I_x, I_y او J_o به تل مثبت وی، ځکه دوی د فاصلی مربع او مساحت محصول دی. برسیره پر دی د انرشیايي مؤمنت واحدونه د اوږدوالی څلورم طاقط ته لوړیږي، د بیلګی په توګه m^4, mm^4 یا ft^4, in^4 .

د پورتنیو معادلو په کارولو، انرشیايي مؤمنت د ځینو عامو شکلونو ددوی په ثقلی مرکز محورونو محاسبه شوی او د دی کتاب د مخ په داخل پوښ کی ښودل شوي.

د یوه مساحت لپاره د موازيې-محور قضیه (Parallel-Axis Theorem for an Area) .

کله چی انرشیايي مؤمنت د یوه مساحت ثقلی محور ته معلوم وی ، موږ کولای شو انرشیايي مؤمنت د مساحت یوه بل محورته چی موازی ثقلی محورته وی، د ***موازی-محور قضیي*** (***Parallel-Axis Theorem***) په کارولو سره محاسبه کړو. ددی نظریي تر لاسه کولو لپاره غواړو چی انرشیايي مؤمنت د یوه عنصر dA ، انځور A-6 ، کوم چی په فاصله $y` + dy$ له x محور موقعیت لری. هغه دی

$dI_x = (y` + d_y)^2 dA$. بیا د ټول مساحت لپاره موږ لرو



انځور A-6

$$I_x = \int_A (y' + d_y)^2\, dA = \int_A y'^2\, dA + 2d_y \int_A y'\, dA + d_y^2 \int_A dA$$

لمړی اصطلاح په بني اړخ کی څرګندوی د انرشیایي مؤمنت $\bar{I}_{x'}$ د مساحت په `x محور دي.
دوهم اصطلاح صفر دی ځکه `x محور د مساحت له ثقل مرکز C څخه تیریږي، هغه دی
$\int y' dA = \bar{y}' A = 0$ ځکه چی $\bar{y}' = 0$. له همدی امله وروستی پایله ده

$$I_x = \bar{I}_{x'} + A d_y^2 \qquad \text{(A–5)}$$

ورته اصطلاح د I_y لپاره لیکلي شو، هغه ده

$$I_y = \bar{I}_{y'} + A d_x^2 \qquad \text{(A–6)}$$

او په نهایت کی ، قطبی انرشیایي مؤمنت په یوه محور چی عمود په x-y سطحه دی او کوم چی له قطب O (z محور) څخه تیریږي، انځور A-6 ، موږ لرو

$$J_O = \bar{J}_C + A d^2 \qquad \text{(A–7)}$$

پورتنی معادلي داسی توضیح کوي ، *انرشیایي مؤمنت په یوه محور مساوی دی په د مساحت انرشاییي مؤمنت په یو موازی محور کوم چی له ثقل مرکز د مساحت تیریږي جمع حاصل د مساحت ضرب مربع د عمودی فاصلی د دواړو محورونو تر مینځ.*

مرکب مساحتونه (Composite Areas) .

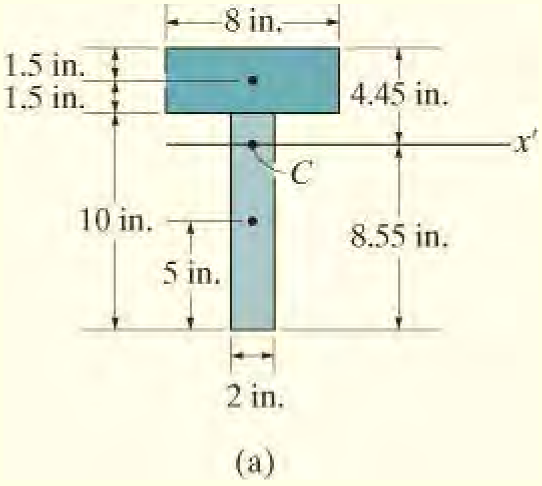
ډیری سیمي له نښلولود یو لړساده شکلونو، لکه مستطيل، مثلث، او نيمه دايری څخه جوړه دي . ددی لپاره چی په سمه توګه د دې مرکبی ساحي انرشيايي مؤمنت په یو محور سره وټاکو، لومړی اړین دی چې ساحه په خپلو برخو وویشو، او عمودی فاصله د محور څخه تر موازي ثقل مرکز محور ته د هرې برخې لپاره په ګوته کړو . د کتاب د مخ په داخلي پوښ کې د جدول په کارولو سره، د هرې برخې انرشيايي مؤمنت د ثقل مرکز محور سره ټاکل کيږي. که دا محور د ټاکل شوي محور سره سمون نه لري، بيا انرشيايي مؤمنت د برخی په ټاکل شوي محور د موازي -محور قضيې

$I = \bar{I} + Ad^2$ په کارولو سره ټاکل کيږي. د ټولی ساحی انرشيايي مؤمنت د دې محور په اړه بيا د هغې مرکبو برخود ټولو پایلو په جمع کولو سره مونډل کيږي. په ځانګړې توګه، که یوه مرکبه برخه خالي (سوری) سيمه ولري ، انرشيايي مؤمنت د مرکبی برخی لپاره په واسطه د "تفريق" د انرشيايي مؤمنت د برخی له انرشيايی مؤمنت د ټولی ساحی د سيمی په ګډون مونډل کيږي.

مثالونه

مثال A.2

انرشيايي مؤمنت په مرکزی محور `$x$` ، د تي بيم (T-beam) چې غوڅه برخه يې په انځور A-7a کی ښودل شوی، و ټاکئ.



انځور A-7

حل I

ښودل شوي ساحه په دوو مستطیلونو ویشل شوی ده، لکه څنګه چې په انځور A-7a کی ښودل شوي . فاصله له $x`$ محور څخه تر مرکزی محور د هری برخی معلوموو. په کارولو دهغه جدول چی د کتاب په پوښ کی ښودل شوي ، انرشیايي مؤمنت په مرکزی محور د یوی مستطیلی ساحی د پاره عبارت دی په

$I = \frac{1}{12} b h^3$. د موازی-محور قضیه ، معادله A-5 ، په هر مستطیل پلی کوو، او بیا ټولی پایلی سره جمع کړو، موږ لرو

$$I = \Sigma(\bar{I}_{x'} + A d_y^2)$$

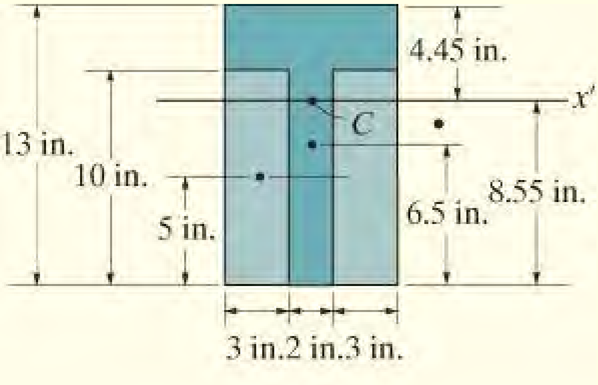
$$= \left[\frac{1}{12}(2\text{ in.})(10\text{ in.})^3 + (2\text{ in.})(10\text{ in.})(8.55\text{ in.} - 5\text{ in.})^2\right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12}(8\text{ in.})(3\text{ in.})^3 + (8\text{ in.})(3\text{ in.})(4.45\text{ in.} - 1.5\text{ in.})^2\right]$$

$$I = 646\text{ in}^4$$ *Ans.*

حل II (SOLUTION II)

دا هم امکان لري چی غوڅه برخه یو لوي مستطیل ، منفي دوه واړه مستطیلونه ، کوم چی په سیوری ښودل شوي په انځور A - 7b کی . دلته موږ لرو



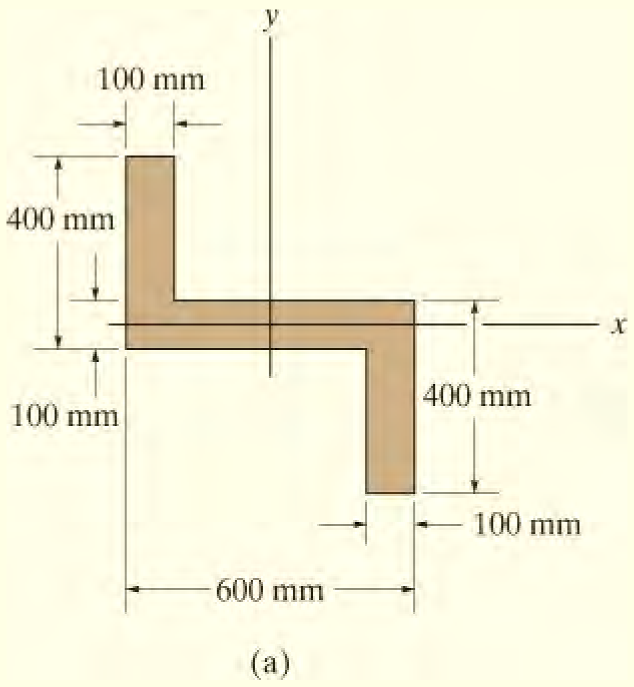
(b)

انځور A-7 (ادامه)

$$I = \Sigma(\bar{I}_{x'} + A d_y^2)$$
$$= \left[\frac{1}{12}(8 \text{ in.})(13 \text{ in.})^3 + (8 \text{ in.})(13 \text{ in.})(8.55 \text{ in.} - 6.5 \text{ in.})^2\right]$$
$$- 2\left[\frac{1}{12}(3 \text{ in.})(10 \text{ in.})^3 + (3 \text{ in.})(10 \text{ in.})(8.55 \text{ in.} - 5 \text{ in.})^2\right]$$
$$I = 646 \text{ in}^4$$ *Ans.*

مثال A.3

انرشیايي مؤمنت په مرکزی محور x او y محوررونو ، د غوڅی برخی چی په انځور A-8a کی ښودل شوی، و ټاکئ.



انځور A-8

حل

یوه غوڅه برخه مرکب له دریو مستطیلی برخو A, B او D په انځور A-8b کی ښودل شوي. د محاسبی لپاره د ثقل مرکز ددی مستطیلونو په انځور کی ښودل شوي. له هغه جدول چی ددی کتاب په پوښ کی ښودل شوي، انرشیايي مؤمنت د مستطیلي برخی په ثقلی محور عبارت دی په

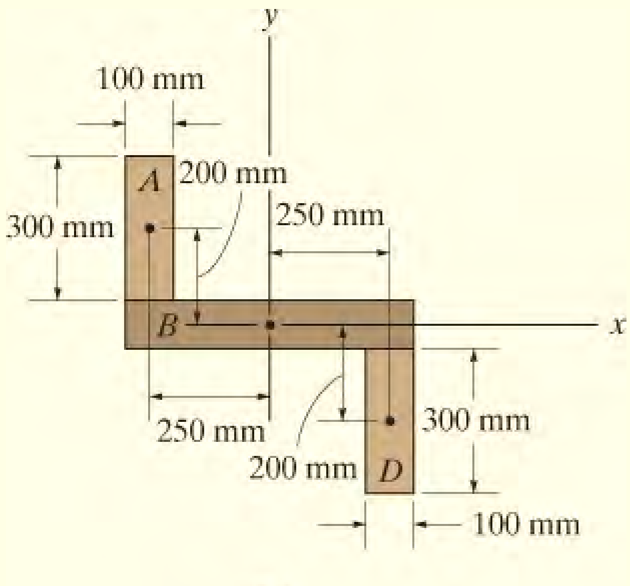
$\frac{1}{12}bh^3$. له همدی امله د مستطیونو A او D په کارولو د موازي-محورقضیي سره محاسبی په لاندی ډول دی

(Rectangle A) A مستطيل

$$I_x = \bar{I}_{x'} + A d_y^2 = \frac{1}{12}(100 \text{ mm})(300 \text{ mm})^3 + (100 \text{ mm})(300 \text{ mm})(200 \text{ mm})^2$$
$$= 1.425(10^9) \text{ mm}^4$$
$$I_y = \bar{I}_{y'} + A d_x^2 = \frac{1}{12}(300 \text{ mm})(100 \text{ mm})^3 + (100 \text{ mm})(300 \text{ mm})(250 \text{ mm})^2$$
$$= 1.90(10^9) \text{ mm}^4$$

(Rectangle B) B مستطيل

$$I_x = \frac{1}{12}(600 \text{ mm})(100 \text{ mm})^3 = 0.05(10^9) \text{ mm}^4$$
$$I_y = \frac{1}{12}(100 \text{ mm})(600 \text{ mm})^3 = 1.80(10^9) \text{ mm}^4$$



(b)

(Rectangle D) D مستطيل

انځور A-8 (ادامه)

$$I_x = \bar{I}_{x'} + A d_y^2 = \frac{1}{12}(100 \text{ mm})(300 \text{ mm})^3 + (100 \text{ mm})(300 \text{ mm})(200 \text{ mm})^2$$
$$= 1.425(10^9) \text{ mm}^4$$
$$I_y = \bar{I}_{y'} + A d_x^2 = \frac{1}{12}(300 \text{ mm})(100 \text{ mm})^3 + (100 \text{ mm})(300 \text{ mm})(250 \text{ mm})^2$$
$$= 1.90(10^9) \text{ mm}^4$$

د ټول غوڅی برخی لپاره انرشيايي مؤمنت په دی ډول دی

$$I_x = 1.425(10^9) + 0.05(10^9) + 1.425(10^9)$$
$$= 2.90(10^9) \text{ mm}^4 \qquad \textit{Ans.}$$
$$I_y = 1.90(10^9) + 1.80(10^9) + 1.90(10^9)$$
$$= 5.60(10^9) \text{ mm}^4 \qquad \textit{Ans.}$$

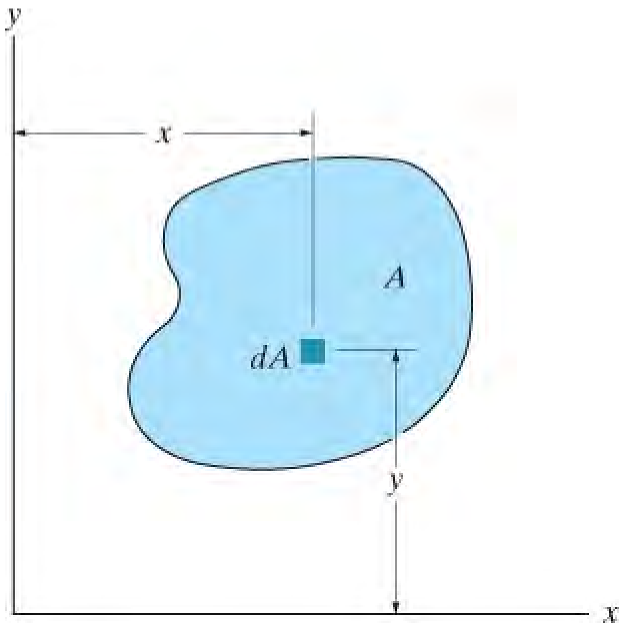
A.3 د يوى ساحى د انرشيا د ضرب محصول (PRODUCT OF INERTIA FOR AN AREA)

په عموم کي، د يوې سيمي لپاره انرشيايي مؤمنت د هر محور لپاره چي محاسبه کيږي توپير لري. په ځينو حالتونوکي دا اړينه ده چي پوه شو د هغو محورونو جهت چي په ترتيب سره، اعظمي او لږ تر لږه انرشيايي مؤمنت د ساحي لپاره لرى . د ټاکلو طريقه يې په A.4 برخه کي بحث کيږي. په هرصورت، د دي طريقي کارولو لپاره، دا اړينه ده چي لومړى د ساحي د انرشيا ضرب محصول د انرشيا او همدارنګه د هغې انرشياى مؤمنت د x ، y محورو څخه مشخص شي.

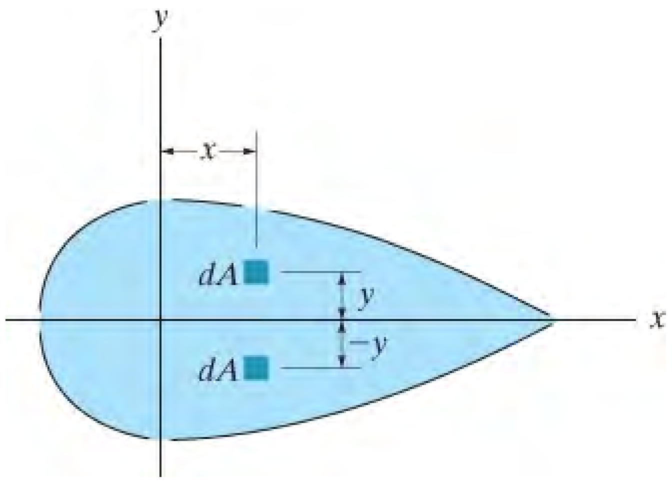
د ***انرشيا د ضرب محصول*** (***product of inertia***) د ساحى A لپاره په انځور A-9 کي ښودل شوي په دی توګه تعريف شوی

$$I_{xy} = \int_A xy \, dA \qquad \text{(A–8)}$$

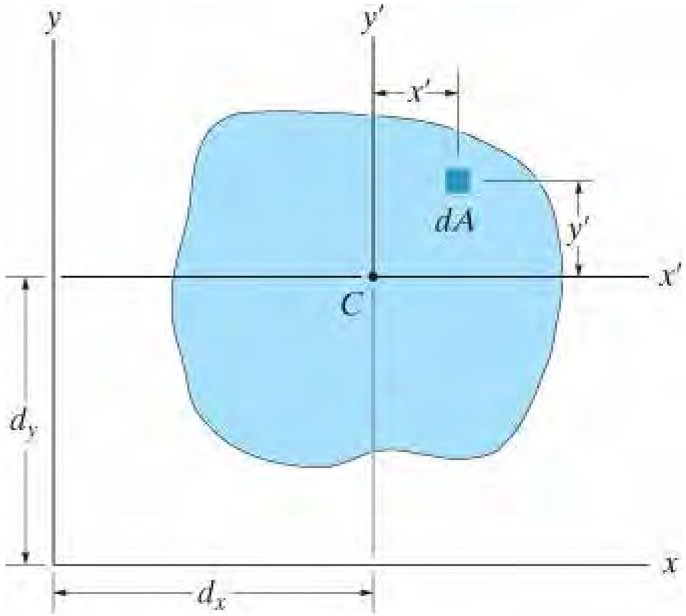
د انرشيايي مؤمنت په خير، د انرشيا د ضرب محصول هم د اوږدوالي واحدونوڅلورم طاقت ته پورته شوی، د بیلګي په توګه، m^4، mm^4 یا ft^4 ، in^4 . په هرصورت، x یا y کیدای شي منفي مقدار وي، پداسې حال کې چې dA تل مثبت وي. د انرشیا د ضرب محصول ممکن مثبت، منفي یا صفر وي، چې په موقعیت او جهت د محورونو پورې اړه لري . د مثال په توګه، انرشیا د ضرب محصول Ixy د یوې ساحې لپاره صفر وي که چیرې x یا y محور متناظر محور د ساحی وي. د دې ښودلو لپاره، د سیوري ساحه په انځور A-10 کې پام کې ونیسئ، چیرته چې د هر عنصر dA لپاره کوم چې په ټکی (x,y) کی موقعیت لري، ددی اړونده عنصر dA په $(x, -y)$ کې موقعیت لري. څکه چې د انرشیا د ضرب محصول، په ترتیب سره، $xy\,dA$ او $-xy\,dA$ ،دی چې د دوی الجبریک مجموعه یا د ټولو ورته عناصرو ساحی انتیګریشن چې غوره شوي په دې ډول به دوی یو بل به کنسل کړي. په پایله کې، د ضرب انرشیا د ټولې ساحې لپاره صفر کیږي.



انځور A-9



A-10 انځور



A-11 انځور

د موازيِ-محور قضيه (Parallel-Axis Theorem) . سیوری شوي مساحت چی په انځور A-11 کی ښودل شوي په پام کی ونیسئ .ځکه چی د انرشیا د ضرب محصول د یوی ساحی dA په اړه د x او y محورونولپاره کیږي په $dI_{xy} = (x` + d_x)(y` + d_y)dA$ نو بیا د ټولی ساحی لپاره،

$$I_{xy} = \int_A (x' + d_x)(y' + d_y)\, dA$$

$$= \int_A x'y'\, dA + d_x \int_A y'\, dA + d_y \int_A x'\, dA + d_x d_y \int_A dA$$

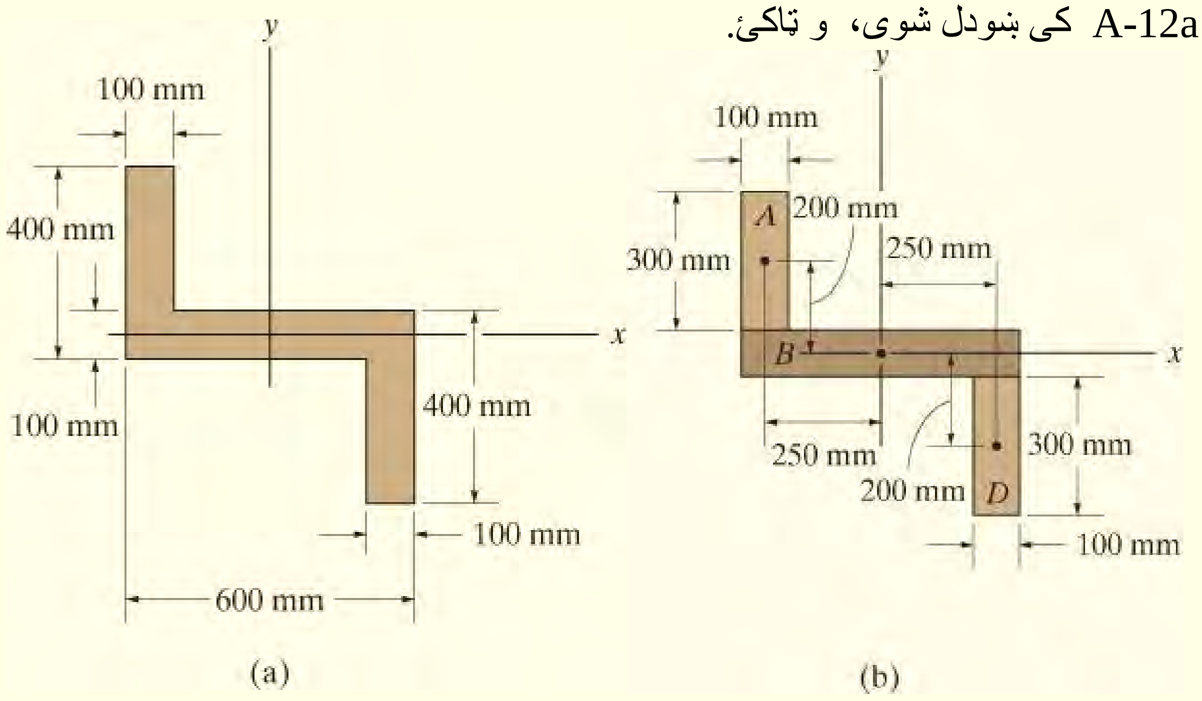
لمړي اصطلاح په ښي اړخ د معادلی کی ، استازیتوب د انرشیا د ضرب محصول د ساحی ، نظر ثقلی محور $\bar{I}_{x'y'}$ ته دی. دوهم او دریم اصطلاحی صفر دی ځکه چی مؤمنت د ساحی په مرکزي $x`$ او $y`$ محورونو نیول شوي. په دی پوهیدلو څلورم انتیګرال استازیتوب د ټولی ساحی A کوی ، نو بیا موږ لرو

$$I_{xy} = \bar{I}_{x'y'} + A\, d_x d_y \qquad (A\text{–}9)$$

ورته والی ددی معادلی او د موازيِ-محور قضيي د انرشیايي مؤمنت لپاره باید ولیدل شي. دلته ، مهمه ده چی الجبری علامه د dx او dy کله چی معادله A-9 پلی کیږی په پام کی ونیول شي.

مثال A.4

انرشیا د ضرب محصول په مرکزی محور x او y محوررونو ، د بیم د غوڅی برخی کوم چی په انځور A-12a کی ښودل شوی، و ټاکئ.



انځور A-12

حل

لکه مثال A.3 ، غوڅه برخه مرکبه له دریو مستطیلی برخو A, B او D په انځور A-12b کی ښودل شوي. کوردینات د هر ثقل مرکز د مستطیل په انځور کی ښودل شوي دی. د متناظر والي له امله ، د هر مستطیل انرشیا ضربی محصول په $x`$ او $y`$ محوررونو، کوم چی د مستطیل له ثقل مرکزنه تیریږي ، صفر دي . له همدی امله د د موازي-محورقضیي پلی کول په هر مستطیل به لاندی پایلی راکوي

(Rectangle A) A مستطیل

$$
\begin{aligned}
I_{xy} &= \bar{I}_{x'y'} + A\,d_x d_y \\
&= 0 + (300\text{ mm})(100\text{ mm})(-250\text{ mm})(200\text{ mm}) \\
&= -1.50(10^9)\text{ mm}^4
\end{aligned}
$$

مستطیل B (Rectangle *B*)

$$
\begin{aligned}
I_{xy} &= \bar{I}_{x'y'} + A d_x d_y \\
&= 0 + 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

مستطیل D (Rectangle *D*)

$$
\begin{aligned}
I_{xy} &= \bar{I}_{x'y'} + A d_x d_y \\
&= 0 + (300\text{ mm})(100\text{ mm})(250\text{ mm})(-200\text{ mm}) \\
&= -1.50(10^9)\text{ mm}^4
\end{aligned}
$$

د ټولی غوڅی برخی لپاره انرشیا ضربی محصول په دی دی ډول دی

$$
\begin{aligned}
I_{xy} &= [-1.50(10^9)\text{ mm}^4] + 0 + [-1.50(10^9)\text{ mm}^4] \\
&= -3.00(10^9)\text{ mm}^4 \qquad \textit{Ans.}
\end{aligned}
$$

A.3 د یوی ساحی په مایل محور د انرشیایي مؤمنت (MOMENT OF INERTIA FOR AN AREA ABOUT INCLINED AXIS)

مؤمنت او حاصل ضرب د انرشیا $I_{y`}$, $I_{x`}$ او $I_{x`y`}$ د یوی ساحی نسبت په یو جوړه مایل محورونو $x`$ او $y`$ کیدی شی چی ومومندل شي ، کله چی I_x, I_y او I_{xy} معلوم وي. لکه څنګه چی په انځور A-13 کی کوردینات د یوه عنصر dA له هر دوه کوردینات سیستم کوم چی مایل په یوه زاویه دی په دی لاندی د بدلون معادلوسره تړاو لري:

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$$

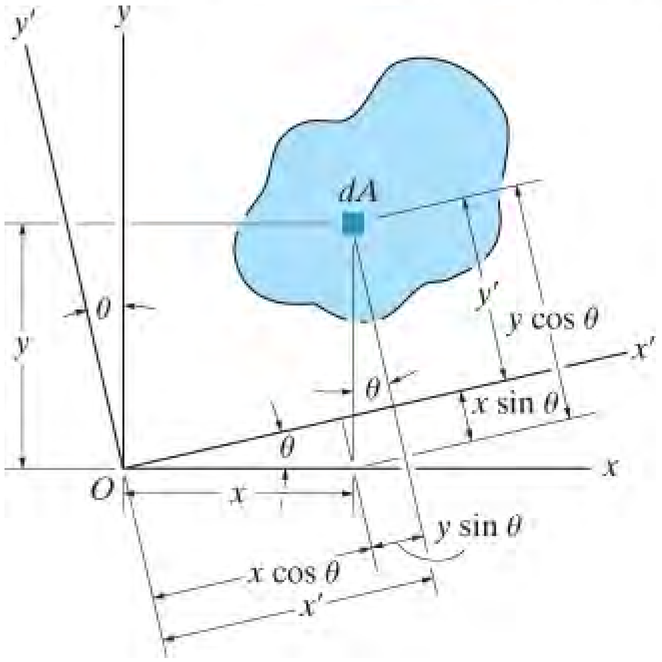
$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta$$

ددی معادلو په کارولو سره مؤمنت او حاصل ضرب د انرشیا د عنصر dA په $x`$ او $y`$ محورونو عبارت دی په:

$$dI_{x'} = y'^2\,dA = (y\cos\theta - x\sin\theta)^2\,dA$$

$$dI_{y'} = x'^2\,dA = (x\cos\theta + y\sin\theta)^2\,dA$$

$$dI_{x'y'} = x'y'\,dA = (x\cos\theta + y\sin\theta)(y\cos\theta - x\sin\theta)\,dA$$



انځور A-13

دا اصطلاحګانی پراخه کوو او انتیګرال یی نیسو، او درک کووچی $I_x=\int y^2 dA$, $I_y=\int x^2 dA$ او $I_{xy}=\int xy dA$ موږ لرو:

$$I_{x'} = I_x \cos^2\theta + I_y \sin^2\theta - 2I_{xy}\sin\theta\cos\theta$$
$$I_{y'} = I_x \sin^2\theta + I_y \cos^2\theta + 2I_{xy}\sin\theta\cos\theta$$
$$I_{x'y'} = I_x \sin\theta\cos\theta - I_y \sin\theta\cos\theta + I_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

دا معادلی کله چی د مثلثاتی ورته والی وکاروو نوری هم ساده کیدی شي ، $\sin 2q = 2 \sin q \cos q$ او $\cos 2q = \cos^2 q - \sin^2 q$ ، چی پدی حالت کی:

$$I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2}\cos 2\theta - I_{xy}\sin 2\theta$$
$$I_{y'} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2}\cos 2\theta + I_{xy}\sin 2\theta \quad \text{(A–10)}$$
$$I_{x'y'} = \frac{I_x - I_y}{2}\sin 2\theta + I_{xy}\cos 2\theta$$

اصلی انرشیايي مؤمنتونه (Principal Moments of Inertia) .

څرنګه چې $I_{x'}$، $I_{y'}$ ، او $I_{x'y'}$ اړه لري، د محورونو x’, y’ د زاويې q په میلان سره، موږ کولی شو معلومه کړو د دي محورونو لور، تر څو انرشیايی مؤمنت د ساحې، $I_{x'}$ او $I_{y'}$ ، اعظمي او لږ تر لږه شي. د محورونو دي ځانګړي جوړي ته ***اصلی محورونه*** د ساحی ویل کیږي ، او اړونده انرشیايي مؤمنتونه د دي محورونو په اړه په نامه د ***اصلی انرشیايي مؤمنتونو*** یادول کیږي. په عموم کې، د هر تاکل شوي اصلي مبدا O لپاره یو جوړه اصلي محورونه شتون لري؛ په هرصورت، د موادو په میخانیکونو کې د ساحې ثقل مرکز تر ټولو ډیر مهم موقعیت د O لپاره دی.

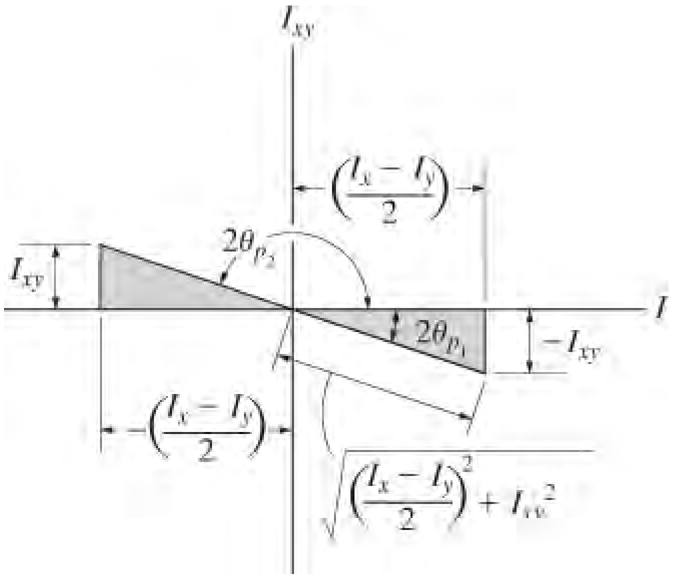
زاویه $q = q_p$ ، کوم چې د اصلي محوررونو سمت تعریف کوي، په مشتق نیولو د لومړي حصی د معادلی A-10 نسبت q ته، او بیا پایلی مساوی په صفر شی. مورږ ترلاسه کوو

$$\frac{dI_{x'}}{d\theta} = -2\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)\sin 2\theta - 2I_{xy}\cos 2\theta = 0$$

نو دلته $q = q_p$

$$\tan 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2} \qquad (A\text{–}11)$$

دا معادله دوه جذرونه لري q_{p1} او q_{p2} کوم چی 90^0 له یو بل جلا دی او په دی توگه د هر اصلی محور میلان مشخص کوي.



انځور A-14

ساین او کوساین د $2q_{p1}$ او $2q_p$ له‌دو مثلثونو، انځور A-14 ، کوم چی پر بنسټ د معادلی A-11 ولاړ دي، په لاس راځي که چیری دا مثلثاتي اړیکی په اوله یا دوهمه اصطلاح د معادلی A-10 کی ځاي په ځاى او بیا ساده شي ، دا لاندی به حاصل شي:

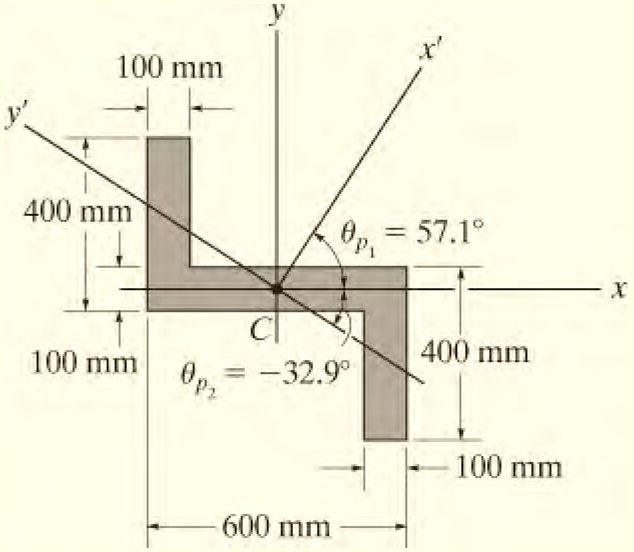
$$I_{\substack{max \\ min}} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^{\ 2}} \qquad (A\text{–}12)$$

دا پایله، اعظمي یا لږ تر لږانرشیایي مؤمنت د ساحی ورکوي او هغه اړه لري په انتخاب شوي علامه پورې. برسېره پردې، که پورته مثلثاتی اړیکي د ساین او کوساین د $2q_{p1}$ او $2q_{p2}$ د دریم اصطلاح د معادلی A-10 کی ځای په ځای شي، دا به ولیدل شي چې $I_{x'y'} = 0$ ؛ یعني دانرشیا محصول د اصلي محوروںو صفر دی. څرنګه چې دا په برخه A.3 کې اشاره شوې چې د انرشیا ضرب محصول په هر متناظر محور صفر دی ، پدی ډول دا تعقیبوي چې هر متناظر محور او یوبل محور وربانډی عمودی، استازیتوب د اصلي محور د انرشیا د ساحی کوي . په دې برخه کې ترلاسه شوي معادلي دي د سترس او سترین بدلون معادلو ورته دی کوم چې په فصلونه 9 او 10 کې په ترتیب سره رامینځته شوی، او د سترس او سترین په څیر، موږ هم کولی شو دا معادلې د نیمه ګرافیکي تخنیک په کارولو سره، چې د موهر دانرشیا دایری (Mohr's Circle of inertia*) په نوم یادیږي ، حل کړئ *.

* انجینری میکانیزم (*Engineering Mechanism*): ستاتیک 14th ed, R.C. Hibbeler, Pearson education, Inc. و ګورې.

مثال A.5

اصلی انرشیايي مؤمنت د بیم د غوڅی برخی کوم چی په انځور A-15 کی ښودل شوی، نسبت یوه محورته چی له ثقل مرکز C تیریږی، و ټاکئ.



انځور A-15

حل

مؤمنتونه او د انرشیا ضرب د غوڅی برخی په اړه د x او y محورونو لپاره، په مثال A.3 او A.4 کی موندل شوی. پایلی يي عبارت دی په

$$I_x = 2.90(10^9)\ \text{mm}^4 \qquad I_y = 5.60(10^9)\ \text{mm}^4 \qquad I_{xy} = -3.00(10^9)\ \text{mm}^4$$

د معادلی A-11 په کارولو، د تمایل زاویه د اصلی محورونو x` او $y$` عبارت ده په

$$\tan 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2} = \frac{3.00(10^9)}{[2.90(10^9) - 5.60(10^9)]/2} = -2.22$$

$$2\theta_{p_1} = 114.2° \qquad \text{and} \qquad 2\theta_{p_2} = -65.8°$$

په دی توګه، څرنګه چی په انځور A-15 کی ښودل شوي

$$\theta_{p1} = 57.1^\circ \qquad \text{and} \qquad \theta_{p2} = -32.9^\circ$$

اصلی انرشیایي مؤمنتونه د `x او `y محورونولپاره، په کارولو د معادلی A-12 عبارت دی په

$$I_{\max/\min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

$$= \frac{2.90(10^9) + 5.60(10^9)}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{2.90(10^9) - 5.60(10^9)}{2}\right]^2 + [-3.00(10^9)]^2}$$

$$= 4.25(10^9) \pm 3.29(10^9)$$

یا

$$I_{\max} = 7.54(10^9)\ \text{mm}^4 \qquad I_{\min} = 0.960(10^9)\ \text{mm}^4 \qquad \textit{Ans.}$$

په ځانګړي توګه اعظمی انرشیایي مؤمنت $I_{max} = 7.54\ (10^9)\ \text{mm}^4$ ، جوړیږی په اړه د `x محور (لوی محور)، د لته لیدل کیږی چی د غوڅی برخی اکثریت ساحه له دی محوره لري موقعیت لری. چی دا وښودل شي، دیتا د $q = 57.1^0$ په اوله برخه د معادله A-10 کی ځای پر ځای کړي.

ضمیمه

(APPENDIX) B

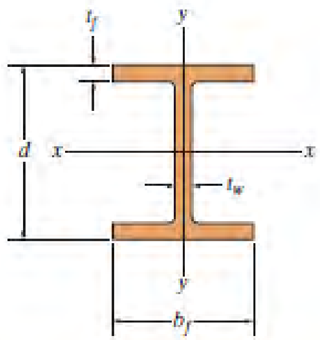
د ساختماني شکلونو هندسي خاصیتونه

(GEOMETRIC PROPERTIES OF STRUCTURAL SHAPES)

Wide-Flange Sections or W Shapes FPS Units

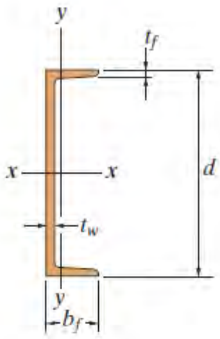
Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange width b_f	Flange thickness t_f	x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
in. × lb/ft	in^2	in.	in.	in.	in.	in^4	in^3	in.	in^4	in^3	in.
W24 × 104	30.6	24.06	0.500	12.750	0.750	3100	258	10.1	259	40.7	2.91
W24 × 94	27.7	24.31	0.515	9.065	0.875	2700	222	9.87	109	24.0	1.98
W24 × 84	24.7	24.10	0.470	9.020	0.770	2370	196	9.79	94.4	20.9	1.95
W24 × 76	22.4	23.92	0.440	8.990	0.680	2100	176	9.69	82.5	18.4	1.92
W24 × 68	20.1	23.73	0.415	8.965	0.585	1830	154	9.55	70.4	15.7	1.87
W24 × 62	18.2	23.74	0.430	7.040	0.590	1550	131	9.23	34.5	9.80	1.38
W24 × 55	16.2	23.57	0.395	7.005	0.505	1350	114	9.11	29.1	8.30	1.34
W18 × 65	19.1	18.35	0.450	7.590	0.750	1070	117	7.49	54.8	14.4	1.69
W18 × 60	17.6	18.24	0.415	7.555	0.695	984	108	7.47	50.1	13.3	1.69
W18 × 55	16.2	18.11	0.390	7.530	0.630	890	98.3	7.41	44.9	11.9	1.67
W18 × 50	14.7	17.99	0.355	7.495	0.570	800	88.9	7.38	40.1	10.7	1.65
W18 × 46	13.5	18.06	0.360	6.060	0.605	712	78.8	7.25	22.5	7.43	1.29
W18 × 40	11.8	17.90	0.315	6.015	0.525	612	68.4	7.21	19.1	6.35	1.27
W18 × 35	10.3	17.70	0.300	6.000	0.425	510	57.6	7.04	15.3	5.12	1.22
W16 × 57	16.8	16.43	0.430	7.120	0.715	758	92.2	6.72	43.1	12.1	1.60
W16 × 50	14.7	16.26	0.380	7.070	0.630	659	81.0	6.68	37.2	10.5	1.59
W16 × 45	13.3	16.13	0.345	7.035	0.565	586	72.7	6.65	32.8	9.34	1.57
W16 × 36	10.6	15.86	0.295	6.985	0.430	448	56.5	6.51	24.5	7.00	1.52
W16 × 31	9.12	15.88	0.275	5.525	0.440	375	47.2	6.41	12.4	4.49	1.17
W16 × 26	7.68	15.69	0.250	5.500	0.345	301	38.4	6.26	9.59	3.49	1.12
W14 × 53	15.6	13.92	0.370	8.060	0.660	541	77.8	5.89	57.7	14.3	1.92
W14 × 43	12.6	13.66	0.305	7.995	0.530	428	62.7	5.82	45.2	11.3	1.89
W14 × 38	11.2	14.10	0.310	6.770	0.515	385	54.6	5.87	26.7	7.88	1.55
W14 × 34	10.0	13.98	0.285	6.745	0.455	340	48.6	5.83	23.3	6.91	1.53
W14 × 30	8.85	13.84	0.270	6.730	0.385	291	42.0	5.73	19.6	5.82	1.49
W14 × 26	7.69	13.91	0.255	5.025	0.420	245	35.3	5.65	8.91	3.54	1.08
W14 × 22	6.49	13.74	0.230	5.000	0.335	199	29.0	5.54	7.00	2.80	1.04

806



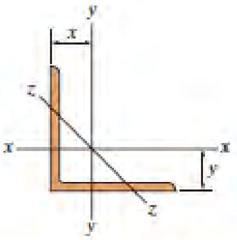
Wide-Flange Sections or W Shapes FPS Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange width b_f	Flange thickness t_f	x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
in. × lb/ft	in²	in.	in.	in.	in.	in⁴	in³	in.	in⁴	in³	in.
W12 × 87	25.6	12.53	0.515	12.125	0.810	740	118	5.38	241	39.7	3.07
W12 × 50	14.7	12.19	0.370	8.080	0.640	394	64.7	5.18	56.3	13.9	1.96
W12 × 45	13.2	12.06	0.335	8.045	0.575	350	58.1	5.15	50.0	12.4	1.94
W12 × 26	7.65	12.22	0.230	6.490	0.380	204	33.4	5.17	17.3	5.34	1.51
W12 × 22	6.48	12.31	0.260	4.030	0.425	156	25.4	4.91	4.66	2.31	0.847
W12 × 16	4.71	11.99	0.220	3.990	0.265	103	17.1	4.67	2.82	1.41	0.773
W12 × 14	4.16	11.91	0.200	3.970	0.225	88.6	14.9	4.62	2.36	1.19	0.753
W10 × 100	29.4	11.10	0.680	10.340	1.120	623	112	4.60	207	40.0	2.65
W10 × 54	15.8	10.09	0.370	10.030	0.615	303	60.0	4.37	103	20.6	2.56
W10 × 45	13.3	10.10	0.350	8.020	0.620	248	49.1	4.32	53.4	13.3	2.01
W10 × 39	11.5	9.92	0.315	7.985	0.530	209	42.1	4.27	45.0	11.3	1.98
W10 × 30	8.84	10.47	0.300	5.810	0.510	170	32.4	4.38	16.7	5.75	1.37
W10 × 19	5.62	10.24	0.250	4.020	0.395	96.3	18.8	4.14	4.29	2.14	0.874
W10 × 15	4.41	9.99	0.230	4.000	0.270	68.9	13.8	3.95	2.89	1.45	0.810
W10 × 12	3.54	9.87	0.190	3.960	0.210	53.8	10.9	3.90	2.18	1.10	0.785
W8 × 67	19.7	9.00	0.570	8.280	0.935	272	60.4	3.72	88.6	21.4	2.12
W8 × 58	17.1	8.75	0.510	8.220	0.810	228	52.0	3.65	75.1	18.3	2.10
W8 × 48	14.1	8.50	0.400	8.110	0.685	184	43.3	3.61	60.9	15.0	2.08
W8 × 40	11.7	8.25	0.360	8.070	0.560	146	35.5	3.53	49.1	12.2	2.04
W8 × 31	9.13	8.00	0.285	7.995	0.435	110	27.5	3.47	37.1	9.27	2.02
W8 × 24	7.08	7.93	0.245	6.495	0.400	82.8	20.9	3.42	18.3	5.63	1.61
W8 × 15	4.44	8.11	0.245	4.015	0.315	48.0	11.8	3.29	3.41	1.70	0.876
W6 × 25	7.34	6.38	0.320	6.080	0.455	53.4	16.7	2.70	17.1	5.61	1.52
W6 × 20	5.87	6.20	0.260	6.020	0.365	41.4	13.4	2.66	13.3	4.41	1.50
W6 × 16	4.74	6.28	0.260	4.030	0.405	32.1	10.2	2.60	4.43	2.20	0.966
W6 × 15	4.43	5.99	0.230	5.990	0.260	29.1	9.72	2.56	9.32	3.11	1.46
W6 × 12	3.55	6.03	0.230	4.000	0.280	22.1	7.31	2.49	2.99	1.50	0.918
W6 × 9	2.68	5.90	0.170	3.940	0.215	16.4	5.56	2.47	2.19	1.11	0.905



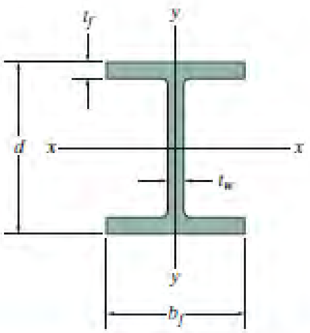
American Standard Channels or C Shapes FPS Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w		Flange width b_f		Flange thickness t_f		x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
in. × lb/ft	in^2	in.	in.		in.		in.		in^4	in^3	in.	in^4	in^3	in.
C15 × 50	14.7	15.00	0.716	11/16	3.716	$3\frac{3}{4}$	0.650	5/8	404	53.8	5.24	11.0	3.78	0.867
C15 × 40	11.8	15.00	0.520	1/2	3.520	$3\frac{1}{2}$	0.650	5/8	349	46.5	5.44	9.23	3.37	0.886
C15 × 33.9	9.96	15.00	0.400	3/8	3.400	$3\frac{3}{8}$	0.650	5/8	315	42.0	5.62	8.13	3.11	0.904
C12 × 30	8.82	12.00	0.510	1/2	3.170	$3\frac{1}{8}$	0.501	1/2	162	27.0	4.29	5.14	2.06	0.763
C12 × 25	7.35	12.00	0.387	3/8	3.047	3	0.501	1/2	144	24.1	4.43	4.47	1.88	0.780
C12 × 20.7	6.09	12.00	0.282	5/16	2.942	3	0.501	1/2	129	21.5	4.61	3.88	1.73	0.799
C10 × 30	8.82	10.00	0.673	11/16	3.033	3	0.436	7/16	103	20.7	3.42	3.94	1.65	0.669
C10 × 25	7.35	10.00	0.526	1/2	2.886	$2\frac{7}{8}$	0.436	7/16	91.2	18.2	3.52	3.36	1.48	0.676
C10 × 20	5.88	10.00	0.379	3/8	2.739	$2\frac{3}{4}$	0.436	7/16	78.9	15.8	3.66	2.81	1.32	0.692
C10 × 15.3	4.49	10.00	0.240	1/4	2.600	$2\frac{5}{8}$	0.436	7/16	67.4	13.5	3.87	2.28	1.16	0.713
C9 × 20	5.88	9.00	0.448	7/16	2.648	$2\frac{5}{8}$	0.413	7/16	60.9	13.5	3.22	2.42	1.17	0.642
C9 × 15	4.41	9.00	0.285	5/16	2.485	$2\frac{1}{2}$	0.413	7/16	51.0	11.3	3.40	1.93	1.01	0.661
C9 × 13.4	3.94	9.00	0.233	1/4	2.433	$2\frac{3}{8}$	0.413	7/16	47.9	10.6	3.48	1.76	0.962	0.669
C8 × 18.75	5.51	8.00	0.487	1/2	2.527	$2\frac{1}{2}$	0.390	3/8	44.0	11.0	2.82	1.98	1.01	0.599
C8 × 13.75	4.04	8.00	0.303	5/16	2.343	$2\frac{3}{8}$	0.390	3/8	36.1	9.03	2.99	1.53	0.854	0.615
C8 × 11.5	3.38	8.00	0.220	1/4	2.260	$2\frac{1}{4}$	0.390	3/8	32.6	8.14	3.11	1.32	0.781	0.625
C7 × 14.75	4.33	7.00	0.419	7/16	2.299	$2\frac{1}{4}$	0.366	3/8	27.2	7.78	2.51	1.38	0.779	0.564
C7 × 12.25	3.60	7.00	0.314	5/16	2.194	$2\frac{1}{4}$	0.366	3/8	24.2	6.93	2.60	1.17	0.703	0.571
C7 × 9.8	2.87	7.00	0.210	3/16	2.090	$2\frac{1}{8}$	0.366	3/8	21.3	6.08	2.72	0.968	0.625	0.581
C6 × 13	3.83	6.00	0.437	7/16	2.157	$2\frac{1}{8}$	0.343	5/16	17.4	5.80	2.13	1.05	0.642	0.525
C6 × 10.5	3.09	6.00	0.314	5/16	2.034	2	0.343	5/16	15.2	5.06	2.22	0.866	0.564	0.529
C6 × 8.2	2.40	6.00	0.200	3/16	1.920	$1\frac{7}{8}$	0.343	5/16	13.1	4.38	2.34	0.693	0.492	0.537
C5 × 9	2.64	5.00	0.325	5/16	1.885	$1\frac{7}{8}$	0.320	5/16	8.90	3.56	1.83	0.632	0.450	0.489
C5 × 6.7	1.97	5.00	0.190	3/16	1.750	$1\frac{3}{4}$	0.320	5/16	7.49	3.00	1.95	0.479	0.378	0.493
C4 × 7.25	2.13	4.00	0.321	5/16	1.721	$1\frac{3}{4}$	0.296	5/16	4.59	2.29	1.47	0.433	0.343	0.450
C4 × 5.4	1.59	4.00	0.184	3/16	1.584	$1\frac{5}{8}$	0.296	5/16	3.85	1.93	1.56	0.319	0.283	0.449
C3 × 6	1.76	3.00	0.356	3/8	1.596	$1\frac{5}{8}$	0.273	1/4	2.07	1.38	1.08	0.305	0.268	0.416
C3 × 5	1.47	3.00	0.258	1/4	1.498	$1\frac{1}{2}$	0.273	1/4	1.85	1.24	1.12	0.247	0.233	0.410
C3 × 4.1	1.21	3.00	0.170	3/16	1.410	$1\frac{3}{8}$	0.273	1/4	1.66	1.10	1.17	0.197	0.202	0.404



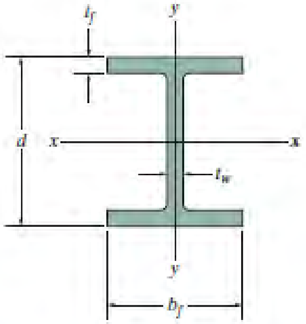
Angles Having Equal Legs FPS Units

Size and thickness	Weight per foot	Area A	x–x axis				y–y axis				z–z axis
			I	S	r	y	I	S	r	x	r
in.	lb	in^2	in^4	in^3	in.	in.	in^4	in^3	in.	in.	in.
L8 × 8 × 1	51.0	15.0	89.0	15.8	2.44	2.37	89.0	15.8	2.44	2.37	1.56
L8 × 8 × $\frac{3}{4}$	38.9	11.4	69.7	12.2	2.47	2.28	69.7	12.2	2.47	2.28	1.58
L8 × 8 × $\frac{1}{2}$	26.4	7.75	48.6	8.36	2.50	2.19	48.6	8.36	2.50	2.19	1.59
L6 × 6 × 1	37.4	11.0	35.5	8.57	1.80	1.86	35.5	8.57	1.80	1.86	1.17
L6 × 6 × $\frac{3}{4}$	28.7	8.44	28.2	6.66	1.83	1.78	28.2	6.66	1.83	1.78	1.17
L6 × 6 × $\frac{1}{2}$	19.6	5.75	19.9	4.61	1.86	1.68	19.9	4.61	1.86	1.68	1.18
L6 × 6 × $\frac{3}{8}$	14.9	4.36	15.4	3.53	1.88	1.64	15.4	3.53	1.88	1.64	1.19
L5 × 5 × $\frac{3}{4}$	23.6	6.94	15.7	4.53	1.51	1.52	15.7	4.53	1.51	1.52	0.975
L5 × 5 × $\frac{1}{2}$	16.2	4.75	11.3	3.16	1.54	1.43	11.3	3.16	1.54	1.43	0.983
L5 × 5 × $\frac{3}{8}$	12.3	3.61	8.74	2.42	1.56	1.39	8.74	2.42	1.56	1.39	0.990
L4 × 4 × $\frac{3}{4}$	18.5	5.44	7.67	2.81	1.19	1.27	7.67	2.81	1.19	1.27	0.778
L4 × 4 × $\frac{1}{2}$	12.8	3.75	5.56	1.97	1.22	1.18	5.56	1.97	1.22	1.18	0.782
L4 × 4 × $\frac{3}{8}$	9.8	2.86	4.36	1.52	1.23	1.14	4.36	1.52	1.23	1.14	0.788
L4 × 4 × $\frac{1}{4}$	6.6	1.94	3.04	1.05	1.25	1.09	3.04	1.05	1.25	1.09	0.795
L3$\frac{1}{2}$ × 3$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$	11.1	3.25	3.64	1.49	1.06	1.06	3.64	1.49	1.06	1.06	0.683
L3$\frac{1}{2}$ × 3$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$	8.5	2.48	2.87	1.15	1.07	1.01	2.87	1.15	1.07	1.01	0.687
L3$\frac{1}{2}$ × 3$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{4}$	5.8	1.69	2.01	0.794	1.09	0.968	2.01	0.794	1.09	0.968	0.694
L3 × 3 × $\frac{1}{2}$	9.4	2.75	2.22	1.07	0.898	0.932	2.22	1.07	0.898	0.932	0.584
L3 × 3 × $\frac{3}{8}$	7.2	2.11	1.76	0.833	0.913	0.888	1.76	0.833	0.913	0.888	0.587
L3 × 3 × $\frac{1}{4}$	4.9	1.44	1.24	0.577	0.930	0.842	1.24	0.577	0.930	0.842	0.592
L2$\frac{1}{2}$ × 2$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$	7.7	2.25	1.23	0.724	0.739	0.806	1.23	0.724	0.739	0.806	0.487
L2$\frac{1}{2}$ × 2$\frac{1}{2}$ × $\frac{3}{8}$	5.9	1.73	0.984	0.566	0.753	0.762	0.984	0.566	0.753	0.762	0.487
L2$\frac{1}{2}$ × 2$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{4}$	4.1	1.19	0.703	0.394	0.769	0.717	0.703	0.394	0.769	0.717	0.491
L2 × 2 × $\frac{3}{8}$	4.7	1.36	0.479	0.351	0.594	0.636	0.479	0.351	0.594	0.636	0.389
L2 × 2 × $\frac{1}{4}$	3.19	0.938	0.348	0.247	0.609	0.592	0.348	0.247	0.609	0.592	0.391
L2 × 2 × $\frac{1}{8}$	1.65	0.484	0.190	0.131	0.626	0.546	0.190	0.131	0.626	0.546	0.398



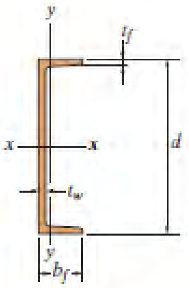
Wide-Flange Sections or W Shapes SI Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange width b_f	Flange thickness t_f	x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
mm × kg/m	mm^2	mm	mm	mm	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm
W610 × 155	19 800	611	12.70	324.0	19.0	1 290	4 220	255	108	667	73.9
W610 × 140	17 900	617	13.10	230.0	22.2	1 120	3 630	250	45.1	392	50.2
W610 × 125	15 900	612	11.90	229.0	19.6	985	3 220	249	39.3	343	49.7
W610 × 113	14 400	608	11.20	228.0	17.3	875	2 880	247	34.3	301	48.8
W610 × 101	12 900	603	10.50	228.0	14.9	764	2 530	243	29.5	259	47.8
W610 × 92	11 800	603	10.90	179.0	15.0	646	2 140	234	14.4	161	34.9
W610 × 82	10 500	599	10.00	178.0	12.8	560	1 870	231	12.1	136	33.9
W460 × 97	12 300	466	11.40	193.0	19.0	445	1 910	190	22.8	236	43.1
W460 × 89	11 400	463	10.50	192.0	17.7	410	1 770	190	20.9	218	42.8
W460 × 82	10 400	460	9.91	191.0	16.0	370	1 610	189	18.6	195	42.3
W460 × 74	9 460	457	9.02	190.0	14.5	333	1 460	188	16.6	175	41.9
W460 × 68	8 730	459	9.14	154.0	15.4	297	1 290	184	9.41	122	32.8
W460 × 60	7 590	455	8.00	153.0	13.3	255	1 120	183	7.96	104	32.4
W460 × 52	6 640	450	7.62	152.0	10.8	212	942	179	6.34	83.4	30.9
W410 × 85	10 800	417	10.90	181.0	18.2	315	1 510	171	18.0	199	40.8
W410 × 74	9 510	413	9.65	180.0	16.0	275	1 330	170	15.6	173	40.5
W410 × 67	8 560	410	8.76	179.0	14.4	245	1 200	169	13.8	154	40.2
W410 × 53	6 820	403	7.49	177.0	10.9	186	923	165	10.1	114	38.5
W410 × 46	5 890	403	6.99	140.0	11.2	156	774	163	5.14	73.4	29.5
W410 × 39	4 960	399	6.35	140.0	8.8	126	632	159	4.02	57.4	28.5
W360 × 79	10 100	354	9.40	205.0	16.8	227	1 280	150	24.2	236	48.9
W360 × 64	8 150	347	7.75	203.0	13.5	179	1 030	148	18.8	185	48.0
W360 × 57	7 200	358	7.87	172.0	13.1	160	894	149	11.1	129	39.3
W360 × 51	6 450	355	7.24	171.0	11.6	141	794	148	9.68	113	38.7
W360 × 45	5 710	352	6.86	171.0	9.8	121	688	146	8.16	95.4	37.8
W360 × 39	4 960	353	6.48	128.0	10.7	102	578	143	3.75	58.6	27.5
W360 × 33	4 190	349	5.84	127.0	8.5	82.9	475	141	2.91	45.8	26.4



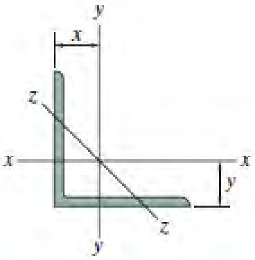
Wide-Flange Sections or W Shapes SI Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange width b_f	Flange thickness t_f	x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
mm × kg/m	mm^2	mm	mm	mm	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm
W310 × 129	16 500	318	13.10	308.0	20.6	308	1940	137	100	649	77.8
W310 × 74	9 480	310	9.40	205.0	16.3	165	1060	132	23.4	228	49.7
W310 × 67	8 530	306	8.51	204.0	14.6	145	948	130	20.7	203	49.3
W310 × 39	4 930	310	5.84	165.0	9.7	84.8	547	131	7.23	87.6	38.3
W310 × 33	4 180	313	6.60	102.0	10.8	65.0	415	125	1.92	37.6	21.4
W310 × 24	3 040	305	5.59	101.0	6.7	42.8	281	119	1.16	23.0	19.5
W310 × 21	2 680	303	5.08	101.0	5.7	37.0	244	117	0.986	19.5	19.2
W250 × 149	19 000	282	17.30	263.0	28.4	259	1840	117	86.2	656	67.4
W250 × 80	10 200	256	9.40	255.0	15.6	126	984	111	43.1	338	65.0
W250 × 67	8 560	257	8.89	204.0	15.7	104	809	110	22.2	218	50.9
W250 × 58	7 400	252	8.00	203.0	13.5	87.3	693	109	18.8	185	50.4
W250 × 45	5 700	266	7.62	148.0	13.0	71.1	535	112	7.03	95	35.1
W250 × 28	3 620	260	6.35	102.0	10.0	39.9	307	105	1.78	34.9	22.2
W250 × 22	2 850	254	5.84	102.0	6.9	28.8	227	101	1.22	23.9	20.7
W250 × 18	2 280	251	4.83	101.0	5.3	22.5	179	99.3	0.919	18.2	20.1
W200 × 100	12 700	229	14.50	210.0	23.7	113	987	94.3	36.6	349	53.7
W200 × 86	11 000	222	13.00	209.0	20.6	94.7	853	92.8	31.4	300	53.4
W200 × 71	9 100	216	10.20	206.0	17.4	76.6	709	91.7	25.4	247	52.8
W200 × 59	7 580	210	9.14	205.0	14.2	61.2	583	89.9	20.4	199	51.9
W200 × 46	5 890	203	7.24	203.0	11.0	45.5	448	87.9	15.3	151	51.0
W200 × 36	4 570	201	6.22	165.0	10.2	34.4	342	86.8	7.64	92.6	40.9
W200 × 22	2 860	206	6.22	102.0	8.0	20.0	194	83.6	1.42	27.8	22.3
W150 × 37	4 730	162	8.13	154.0	11.6	22.2	274	68.5	7.07	91.8	38.7
W150 × 30	3 790	157	6.60	153.0	9.3	17.1	218	67.2	5.54	72.4	38.2
W150 × 22	2 860	152	5.84	152.0	6.6	12.1	159	65.0	3.87	50.9	36.8
W150 × 24	3 060	160	6.60	102.0	10.3	13.4	168	66.2	1.83	35.9	24.5
W150 × 18	2 290	153	5.84	102.0	7.1	9.19	120	63.3	1.26	24.7	23.5
W150 × 14	1 730	150	4.32	100.0	5.5	6.84	91.2	62.9	0.912	18.2	23.0



American Standard Channels or C Shapes SI Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t_w	Flange width b_f	Flange thickness t_f	x–x axis I	x–x axis S	x–x axis r	y–y axis I	y–y axis S	y–y axis r
mm × kg/m	mm^2	mm	mm	mm	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm	10^6 mm^4	10^3 mm^3	mm
C380 × 74	9 480	381.0	18.20	94.4	16.50	168	882	133	4.58	61.8	22.0
C380 × 60	7 610	381.0	13.20	89.4	16.50	145	761	138	3.84	55.1	22.5
C380 × 50	6 430	381.0	10.20	86.4	16.50	131	688	143	3.38	50.9	22.9
C310 × 45	5 690	305.0	13.00	80.5	12.70	67.4	442	109	2.14	33.8	19.4
C310 × 37	4 740	305.0	9.83	77.4	12.70	59.9	393	112	1.86	30.9	19.8
C310 × 31	3 930	305.0	7.16	74.7	12.70	53.7	352	117	1.61	28.3	20.2
C250 × 45	5 690	254.0	17.10	77.0	11.10	42.9	338	86.8	1.61	27.1	17.0
C250 × 37	4 740	254.0	13.40	73.3	11.10	38.0	299	89.5	1.40	24.3	17.2
C250 × 30	3 790	254.0	9.63	69.6	11.10	32.8	258	93.0	1.17	21.6	17.6
C250 × 23	2 900	254.0	6.10	66.0	11.10	28.1	221	98.4	0.949	19.0	18.1
C230 × 30	3 790	229.0	11.40	67.3	10.50	25.3	221	81.7	1.01	19.2	16.3
C230 × 22	2 850	229.0	7.24	63.1	10.50	21.2	185	86.2	0.803	16.7	16.8
C230 × 20	2 540	229.0	5.92	61.8	10.50	19.9	174	88.5	0.733	15.8	17.0
C200 × 28	3 550	203.0	12.40	64.2	9.90	18.3	180	71.8	0.824	16.5	15.2
C200 × 20	2 610	203.0	7.70	59.5	9.90	15.0	148	75.8	0.637	14.0	15.6
C200 × 17	2 180	203.0	5.59	57.4	9.90	13.6	134	79.0	0.549	12.8	15.9
C180 × 22	2 790	178.0	10.60	58.4	9.30	11.3	127	63.6	0.574	12.8	14.3
C180 × 18	2 320	178.0	7.98	55.7	9.30	10.1	113	66.0	0.487	11.5	14.5
C180 × 15	1 850	178.0	5.33	53.1	9.30	8.87	99.7	69.2	0.403	10.2	14.8
C150 × 19	2 470	152.0	11.10	54.8	8.70	7.24	95.3	54.1	0.437	10.5	13.3
C150 × 16	1 990	152.0	7.98	51.7	8.70	6.33	83.3	56.4	0.360	9.22	13.5
C150 × 12	1 550	152.0	5.08	48.8	8.70	5.45	71.7	59.3	0.288	8.04	13.6
C130 × 13	1 700	127.0	8.25	47.9	8.10	3.70	58.3	46.7	0.263	7.35	12.4
C130 × 10	1 270	127.0	4.83	44.5	8.10	3.12	49.1	49.6	0.199	6.18	12.5
C100 × 11	1 370	102.0	8.15	43.7	7.50	1.91	37.5	37.3	0.180	5.62	11.5
C100 × 8	1 030	102.0	4.67	40.2	7.50	1.60	31.4	39.4	0.133	4.65	11.4
C75 × 9	1 140	76.2	9.04	40.5	6.90	0.862	22.6	27.5	0.127	4.39	10.6
C75 × 7	948	76.2	6.55	38.0	6.90	0.770	20.2	28.5	0.103	3.83	10.4
C75 × 6	781	76.2	4.32	35.8	6.90	0.691	18.1	29.8	0.082	3.32	10.2



Angles Having Equal Legs SI Units

Size and thickness	Mass per Meter	Area	x–x axis				y–y axis				z–z axis
			I	*S*	*r*	*y*	*I*	*S*	*r*	*x*	*r*
mm	kg	mm²	10⁶ mm⁴	10⁶ mm³	mm	mm	10⁶ mm⁴	10⁶ mm³	mm	mm	mm
L203 × 203 × 25.4	75.9	9 680	36.9	258	61.7	60.1	36.9	258	61.7	60.1	39.6
L203 × 203 × 19.0	57.9	7 380	28.9	199	62.6	57.8	28.9	199	62.6	57.8	40.1
L203 × 203 × 12.7	39.3	5 000	20.2	137	63.6	55.5	20.2	137	63.6	55.5	40.4
L152 × 152 × 25.4	55.7	7 100	14.6	139	45.3	47.2	14.6	139	45.3	47.2	29.7
L152 × 152 × 19.0	42.7	5 440	11.6	108	46.2	45.0	11.6	108	46.2	45.0	29.7
L152 × 152 × 12.7	29.2	3 710	8.22	75.1	47.1	42.7	8.22	75.1	47.1	42.7	30.0
L152 × 152 × 9.5	22.2	2 810	6.35	57.4	47.5	41.5	6.35	57.4	47.5	41.5	30.2
L127 × 127 × 19.0	35.1	4 480	6.54	73.9	38.2	38.7	6.54	73.9	38.2	38.7	24.8
L127 × 127 × 12.7	24.1	3 060	4.68	51.7	39.1	36.4	4.68	51.7	39.1	36.4	25.0
L127 × 127 × 9.5	18.3	2 330	3.64	39.7	39.5	35.3	3.64	39.7	39.5	35.3	25.1
L102 × 102 × 19.0	27.5	3 510	3.23	46.4	30.3	32.4	3.23	46.4	30.3	32.4	19.8
L102 × 102 × 12.7	19.0	2 420	2.34	32.6	31.1	30.2	2.34	32.6	31.1	30.2	19.9
L102 × 102 × 9.5	14.6	1 840	1.84	25.3	31.6	29.0	1.84	25.3	31.6	29.0	20.0
L102 × 102 × 6.4	9.8	1 250	1.28	17.3	32.0	27.9	1.28	17.3	32.0	27.9	20.2
L89 × 89 × 12.7	16.5	2 100	1.52	24.5	26.9	26.9	1.52	24.5	26.9	26.9	17.3
L89 × 89 × 9.5	12.6	1 600	1.20	19.0	27.4	25.8	1.20	19.0	27.4	25.8	17.4
L89 × 89 × 6.4	8.6	1 090	0.840	13.0	27.8	24.6	0.840	13.0	27.8	24.6	17.6
L76 × 76 × 12.7	14.0	1 770	0.915	17.5	22.7	23.6	0.915	17.5	22.7	23.6	14.8
L76 × 76 × 9.5	10.7	1 360	0.726	13.6	23.1	22.5	0.726	13.6	23.1	22.5	14.9
L76 × 76 × 6.4	7.3	927	0.514	9.39	23.5	21.3	0.514	9.39	23.5	21.3	15.0
L64 × 64 × 12.7	11.5	1 450	0.524	12.1	19.0	20.6	0.524	12.1	19.0	20.6	12.4
L64 × 64 × 9.5	8.8	1 120	0.420	9.46	19.4	19.5	0.420	9.46	19.4	19.5	12.4
L64 × 64 × 6.4	6.1	766	0.300	6.59	19.8	18.2	0.300	6.59	19.8	18.2	12.5
L51 × 51 × 9.5	7.0	877	0.202	5.82	15.2	16.2	0.202	5.82	15.2	16.2	9.88
L51 × 51 × 6.4	4.7	605	0.146	4.09	15.6	15.1	0.146	4.09	15.6	15.1	9.93
L51 × 51 × 3.2	2.5	312	0.080	2.16	16.0	13.9	0.080	2.16	16.0	13.9	10.1

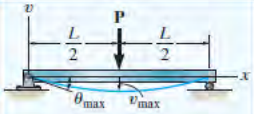
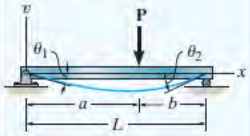
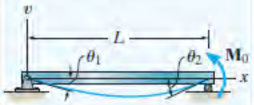
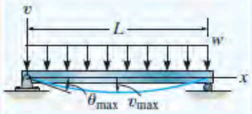
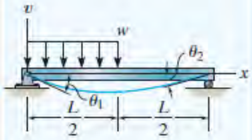
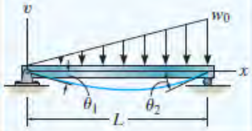
د بیمونو میلان او بیځایه کیدنه

د بیمونو میلان او بیځایه کیدنه

APPENDIX C

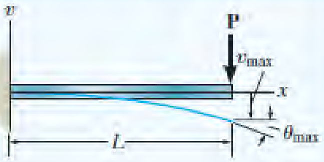
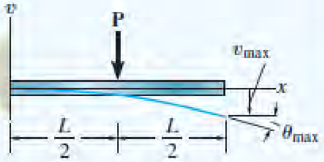
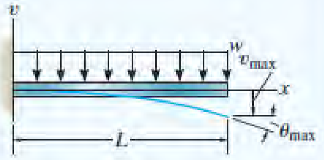
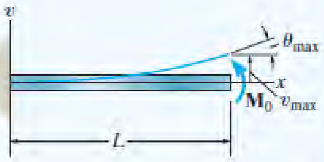
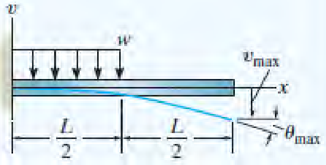
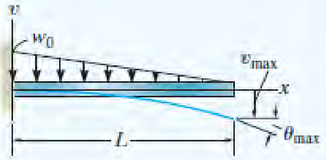
SLOPES AND DEFLECTIONS OF BEAMS

Simply Supported Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{16EI}$	$v_{max} = \frac{-PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$ $0 \le x \le L/2$
	$\theta_1 = \frac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \frac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v\Big\vert_{x=a} = \frac{-Pba}{6EIL}(L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \frac{-Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \le x \le a$
	$\theta_1 = \frac{-M_0L}{6EI}$ $\theta_2 = \frac{M_0L}{3EI}$	$v_{max} = \frac{-M_0L^2}{9\sqrt{3}EI}$ at $x = 0.5774L$	$v = \frac{-M_0x}{6EIL}(L^2 - x^2)$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{24EI}$	$v_{max} = \frac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \frac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \frac{7wL^3}{384EI}$	$v\Big\vert_{x=L/2} = \frac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{max} = -0.006563\frac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \frac{-wx}{384EI}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \frac{-wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \le x < L$
	$\theta_1 = \frac{-7w_0L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \frac{w_0L^3}{45EI}$	$v_{max} = -0.00652\frac{w_0L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \frac{-w_0x}{360EIL}(3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

814

Cantilevered Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \dfrac{-PL^2}{2EI}$	$v_{max} = \dfrac{-PL^3}{3EI}$	$v = \dfrac{-Px^2}{6EI}(3L - x)$
	$\theta_{max} = \dfrac{-PL^2}{8EI}$	$v_{max} = \dfrac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \dfrac{-Px^2}{12EI}(3L - 2x) \quad 0 \le x \le L/2$ $v = \dfrac{-PL^2}{48EI}(6x - L) \quad L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \dfrac{-wL^3}{6EI}$	$v_{max} = \dfrac{-wL^4}{8EI}$	$v = \dfrac{-wx^2}{24EI}(x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{max} = \dfrac{M_0L}{EI}$	$v_{max} = \dfrac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \dfrac{M_0x^2}{2EI}$
	$\theta_{max} = \dfrac{-wL^3}{48EI}$	$v_{max} = \dfrac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \dfrac{-wx^2}{24EI}\left(x^2 - 2Lx + \frac{3}{2}L^2\right)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \dfrac{-wL^3}{384EI}(8x - L)$ $L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \dfrac{-w_0L^3}{24EI}$	$v_{max} = \dfrac{-w_0L^4}{30EI}$	$v = \dfrac{-w_0x^2}{120EIL}(10L^3 - 10L^2x + 5Lx^2 - x^3)$

C

د ابتدايي سوالونو ځوابونه

ضمیمه

Solutions and Answers for Preliminary Problems

د ابتدايي سوالونو ځوابونه

(Solution and Answers for Preliminary Problems)

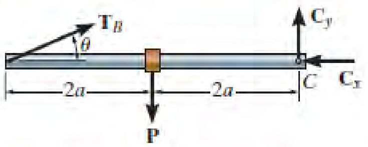
په دی برخه کی د پوښتنو اول ټکی د پښتو او انګلیسی
په دی لاندی ډول بدل شوي دي . حرف د P بدل کړي
په ل

د بیلګی په توګه

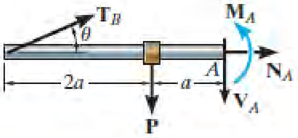
ل 1-1   = P1-1

Solutions and Answers for Preliminary Problems

P1–1a.



$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0$; get T_B

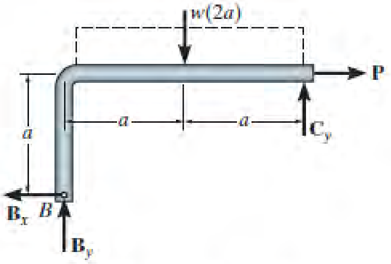


$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0$; get N_A

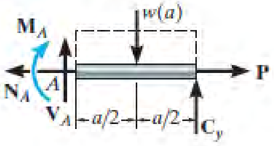
$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; get V_A

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0$; get M_A

P1–1b.



$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0$; get C_y

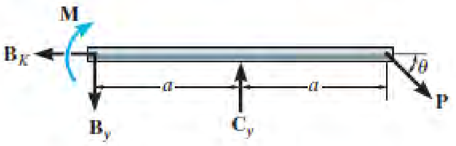


$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0$; get N_A

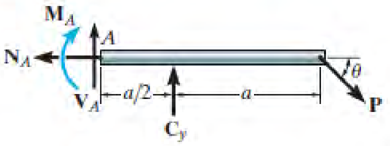
$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; get V_A

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0$; get M_A

P1–1c.



$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0$; get C_y

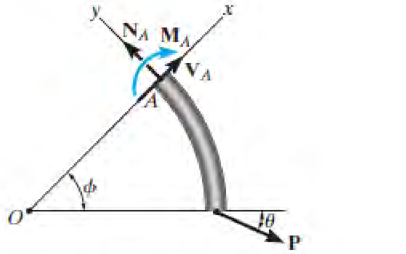


$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0$; get N_A

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$; get V_A

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0$; get M_A

P1–1d.

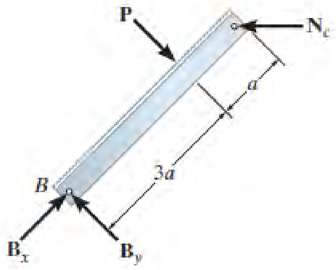


$+\nwarrow \Sigma F_y = 0$; get N_A

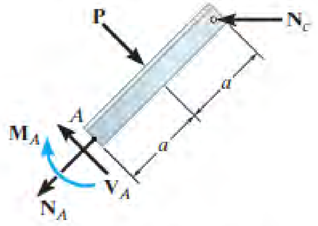
$+\nearrow \Sigma F_x = 0$; get V_A

$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0$ or $\Sigma M_A = 0$; get M_A

P1–1e.



$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0$; get N_C

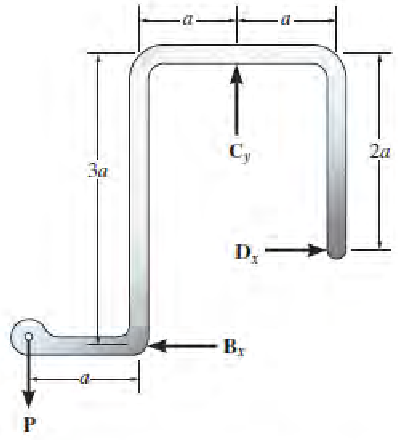


$+\nearrow \Sigma F_x = 0$; get N_A

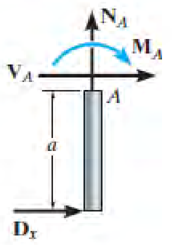
$+\nwarrow \Sigma F_y = 0$; get V_A

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0$; get M_A

P1–1f.

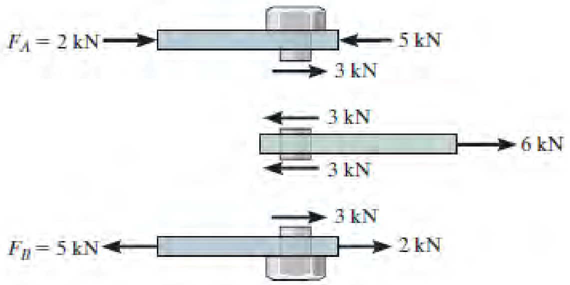


$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ \text{get } C_y\ (= P)$$
$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;\ \text{get } D_x$$



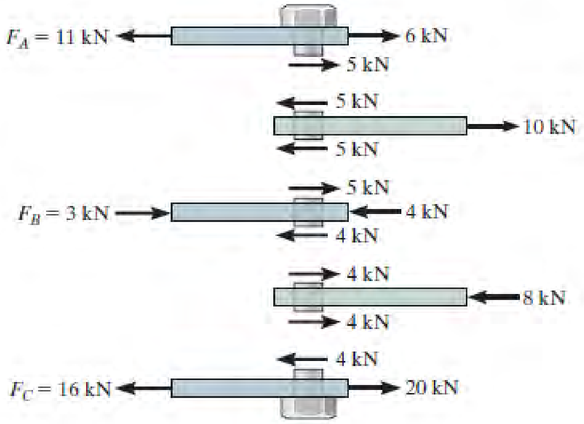
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ \text{get } N_A\ (= 0)$$
$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\ \text{get } V_A$$
$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\ \text{get } M_A$$

P1–2a.



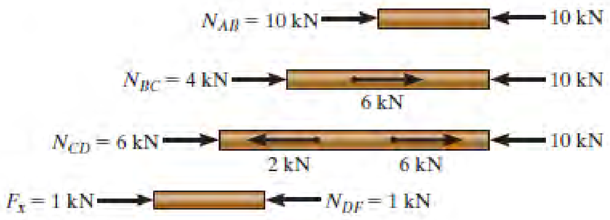
$$V_{max} = 3\ \text{kN}$$

P1–2b.



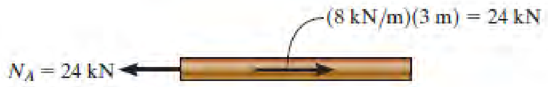
$$V_{max} = 5\ \text{kN}$$

P1–3.

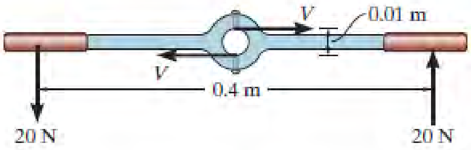


$$N_{max} = 10\ \text{kN}$$

P1–4.



P1–5.

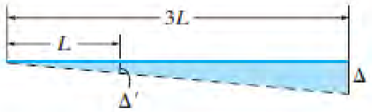


$$\Sigma M = 0;\ 20\ \text{N}\ (0.4\ \text{m}) - V(0.01\ \text{m}) = 0$$
$$V = 800\ \text{N}$$

P1–6.

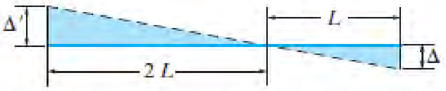
$$N = (5\text{ kN})\cos 30^\circ = 4.33\text{ kN}$$
$$V = (5\text{ kN})\sin 30^\circ = 2.5\text{ kN}$$

P2–1.



$$\frac{\Delta'}{L} = \frac{\Delta}{3L}, \quad \Delta' = \frac{\Delta}{3}$$
$$\epsilon_{AB} = \frac{\Delta/3}{L/2} = \frac{2\Delta}{3L}$$
$$\epsilon_{CD} = \frac{\Delta}{L}$$

P2–2.



$$\frac{\Delta'}{2L} = \frac{\Delta}{L} \qquad \Delta' = 2\Delta$$
$$\epsilon_{CD} = \frac{\Delta}{L}$$
$$\epsilon_{AB} = \frac{2\Delta}{L/2} = \frac{4\Delta}{L}$$

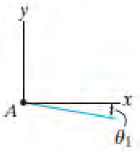
P2–3.

$$\epsilon_{AB} = \frac{L_{A'B} - L_{AB}}{L_{AB}}$$

P2–4.

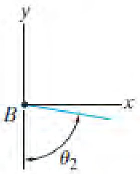
$$\epsilon_{AB} = \frac{L_{AB'} - L_{AB}}{L_{AB}}, \ \epsilon_{AC} = \frac{L_{AC'} - L_{AC}}{L_{AC}}$$
$$\epsilon_{BC} = \frac{L_{B'C'} - L_{BC}}{L_{BC}}, \ (\gamma_A)_{xy} = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\text{ rad}$$

P2–5.

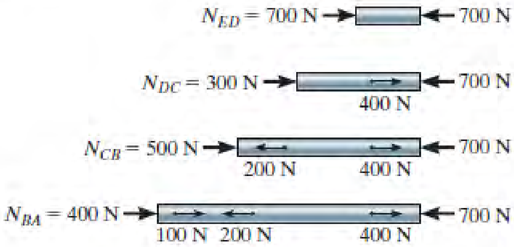


$$(\gamma_A)_{xy} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + \theta_1\right)$$
$$= (-\theta_1)\text{ rad}$$

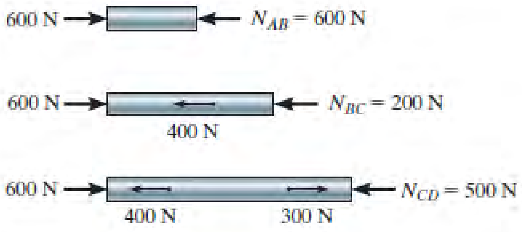
$$(\gamma_B)_{xy} = \frac{\pi}{2} - (\pi - \theta_2)$$
$$= \left(-\frac{\pi}{2} + \theta_2\right)\text{ rad}$$



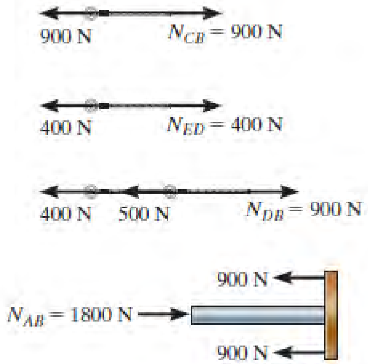
P4–1a.



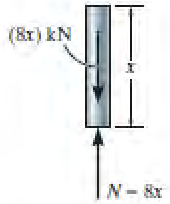
P4–1b.



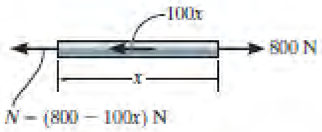
P4–2.



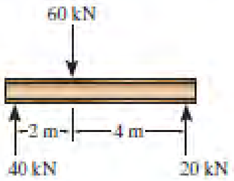
P4–3.



P4–4.



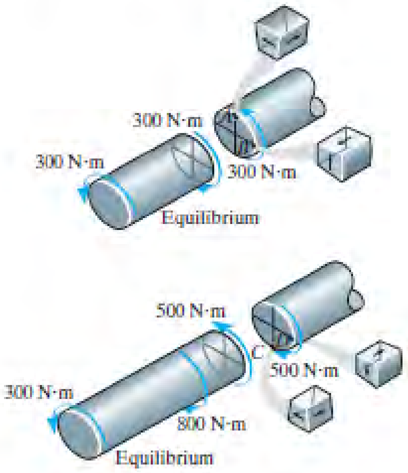
P4–5.



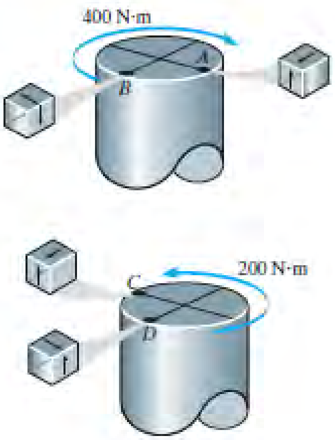
$$\Delta_B = \frac{PL}{AE} = \frac{20(10^3)\text{ N }(3\text{ m})}{2(10^{-3})\text{ m}^2\,(60(10^9)\text{ N/m}^2)}$$

$$= 0.5(10^{-3})\text{ m} = 0.5\text{ mm}$$

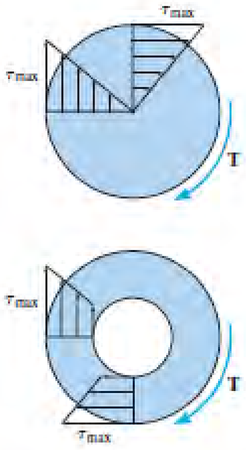
P5–1.



P5–2.



P5–3.



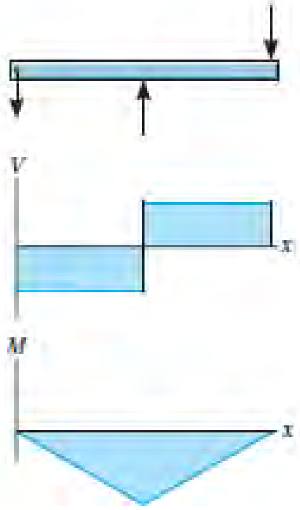
P5–4.

$$P = T\omega$$

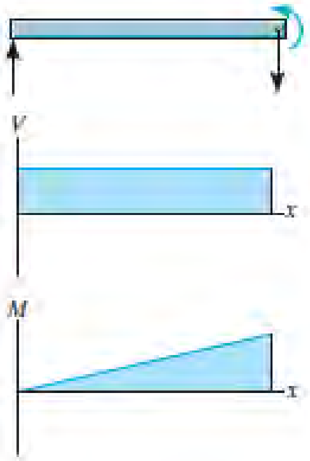
$$(10\text{ hp})\left(\frac{550\text{ ft}\cdot\text{lb/s}}{1\text{ hp}}\right) = T\left(1200\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ rev}}$$

$$T = 43.8\text{ lb}\cdot\text{ft}$$

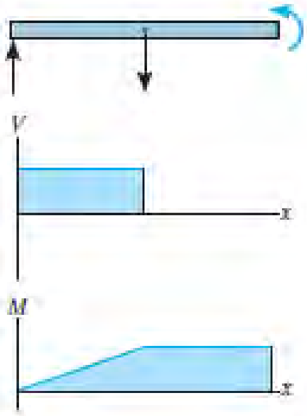
P6–1a.



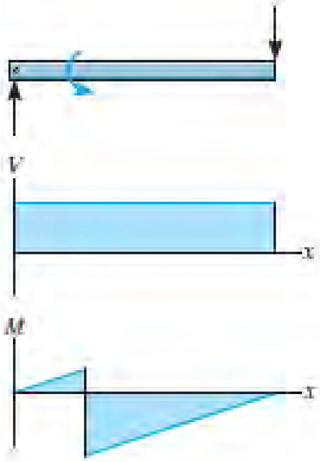
P6–1b.



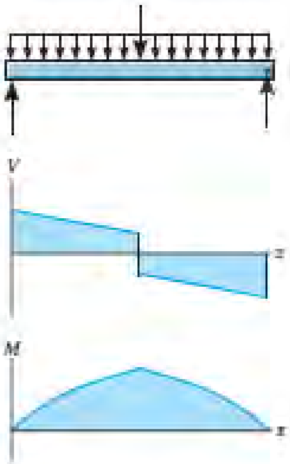
P6–1c.



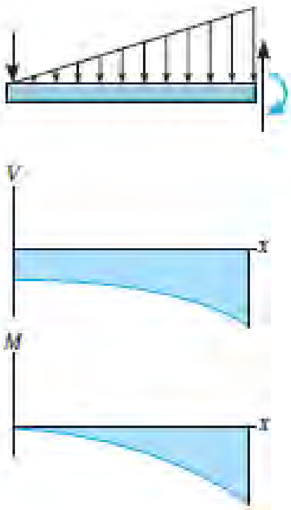
P6–1d.



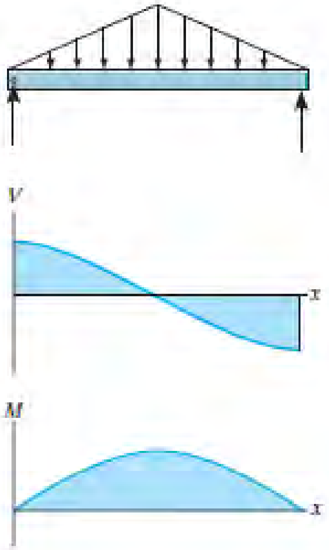
P6–1e.



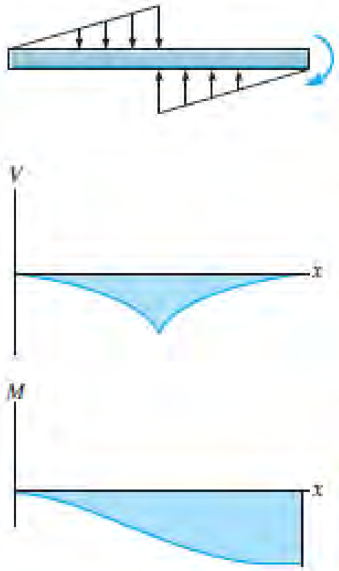
P6–1f.



P6–1g.



P6–1h.



P6–2. $I = \left[\frac{1}{12}(0.2\text{ m})(0.4\text{ m})^3\right] - \left[\frac{1}{12}(0.1\text{ m})(0.2\text{ m})^3\right]$

$= 1.0\,(10^{-3})\text{ m}^4$

P6–3.

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{(0.05\text{ m})(0.2\text{ m})(0.1\text{ m}) + (0.25\text{ m})(0.1\text{ m})(0.3\text{ m})}{(0.2\text{ m})(0.1\text{ m}) + (0.1\text{ m})(0.3\text{ m})}$$

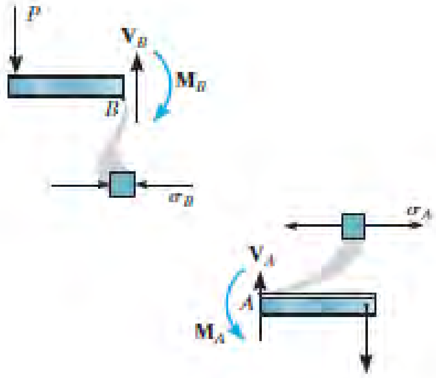
$$= 0.17\text{ m}$$

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.2\text{ m})(0.1\text{ m})^3 + (0.2\text{ m})(0.1\text{ m})(0.17\text{ m} - 0.05\text{ m})^2\right]$$

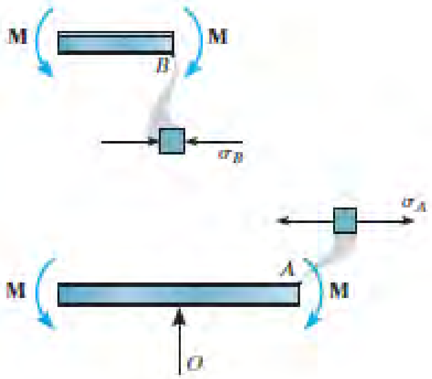
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.1\text{ m})(0.3\text{ m})^3 + (0.1\text{ m})(0.3\text{ m})(0.25\text{ m} - 0.17\text{ m})^2\right]$$

$$= 0.722\,(10^{-3})\text{ m}^4$$

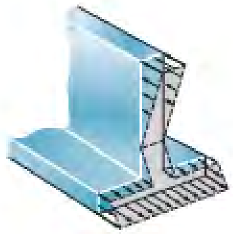
P6–4a.



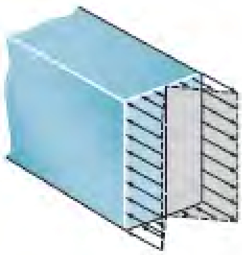
P6–4b.



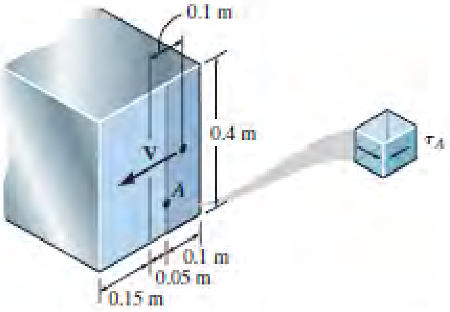
P6–5a.



P6–5b.



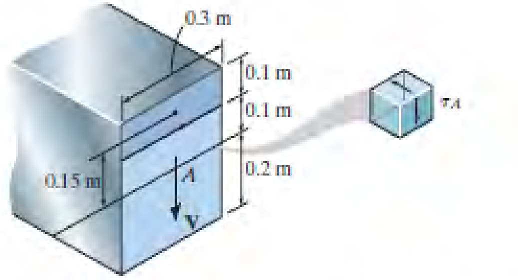
P7–1a.



$Q = \bar{y}'A' = (0.1 \text{ m})(0.1 \text{ m})(0.4 \text{ m}) = 4(10^{-3}) \text{ m}^3$

$t = 0.4 \text{ m}$

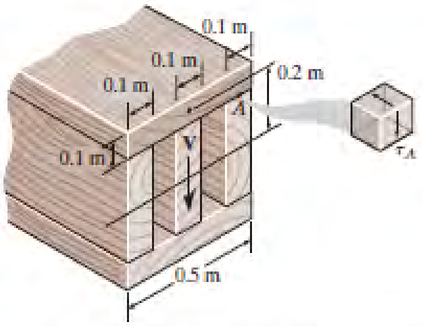
P7–1b.



$Q = \bar{y}'A' = (0.15 \text{ m})(0.3 \text{ m})(0.1 \text{ m}) = 4.5(10^{-3}) \text{ m}^3$

$t = 0.3 \text{ m}$

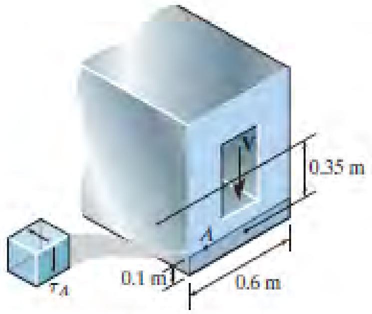
P7–1c.



$Q = \bar{y}'A' = (0.2 \text{ m})(0.1 \text{ m})(0.5 \text{ m}) = 0.01 \text{ m}^3$

$t = 3\,(0.1 \text{ m}) = 0.3 \text{ m}$

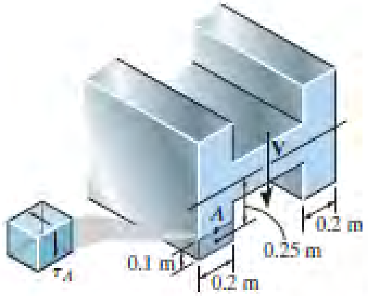
P7–1d.



$Q = \bar{y}'A' = (0.35 \text{ m})(0.6 \text{ m})(0.1 \text{ m}) = 0.021 \text{ m}^3$

$t = 0.6 \text{ m}$

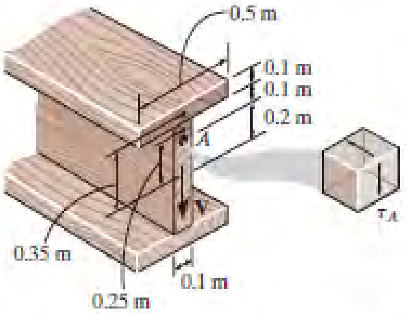
P7–1e.



$Q = \bar{y}'A' = (0.25\ \text{m})(0.2\ \text{m})(0.1\ \text{m}) = 5(10^{-3})\ \text{m}^3$

$t = 0.2\ \text{m}$

P7–1f.

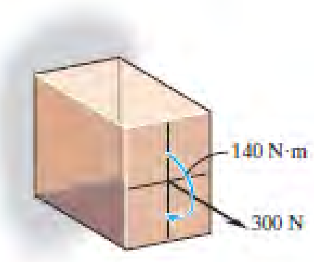


$Q = \Sigma\bar{y}'A' = (0.25\ \text{m})(0.1\ \text{m})(0.1\ \text{m})$

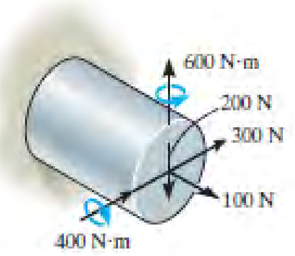
$+ (0.35\ \text{m})(0.1\ \text{m})(0.5\ \text{m}) = 0.02\ \text{m}^3$

$t = 0.1\ \text{m}$

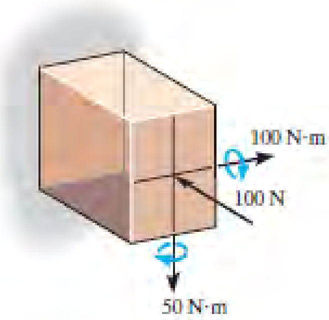
P8–1a.



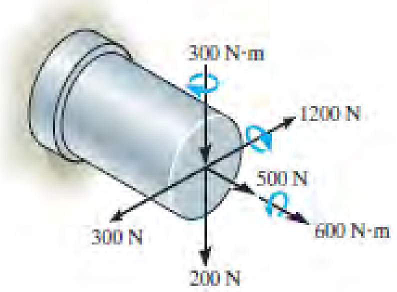
P8–1b.



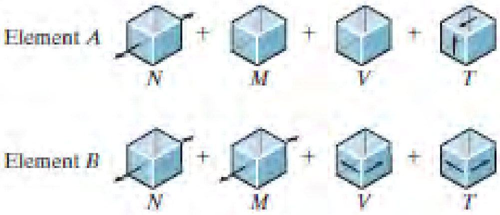
P8–1c.



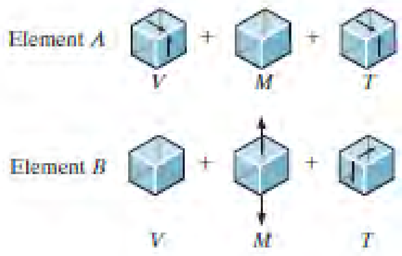
P8–1d.



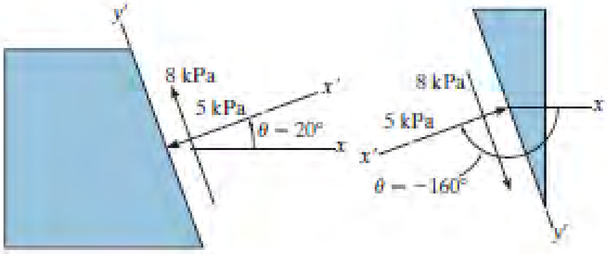
P8–2a.



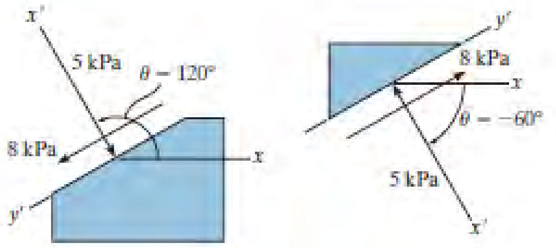
P8–2b.



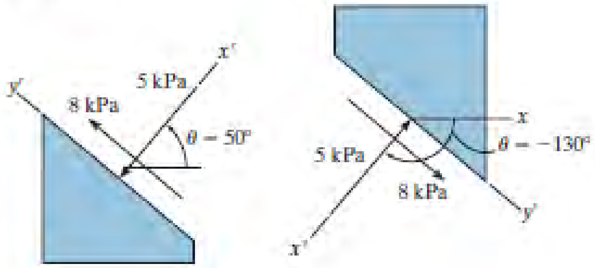
P9–1.



P9–1b.



P9–1c.



P9–2.

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2} = \sqrt{\left(\frac{4-(-4)}{2}\right)^2 + (0)^2}$$

$$= 4 \text{ MPa}$$

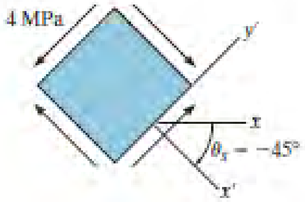
$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{4-4}{2} = 0$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)/2}{\tau_{xy}} = \frac{[4-(-4)]/2}{0} = -\infty$$

$$\theta_s = -45°$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$= -\frac{4-(-4)}{2}\sin 2(-45°) + 0 = 4 \text{ MPa}$$



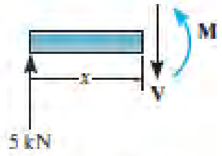
P12–1a.

$$M = (8x - 32) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x = 0, \quad y = 0$$

P12–1b.

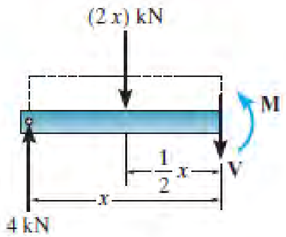


$$M = (5x) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 0, \quad y = 0$$

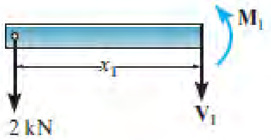
$$x = 2 \text{ m}, \quad y = 0$$

P12–1c.

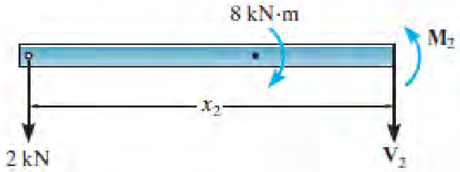


$$M = 4x - (2x)\left(\tfrac{1}{2}x\right)$$
$$M = (4x - x^2)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$
$$x = 0, \quad y = 0$$
$$x = 4\ \text{m}, y = 0$$

P12–1d.

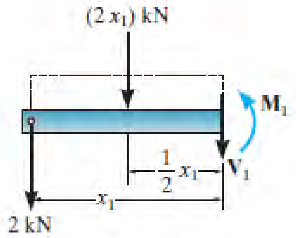


$$M_1 = (-2x_1)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

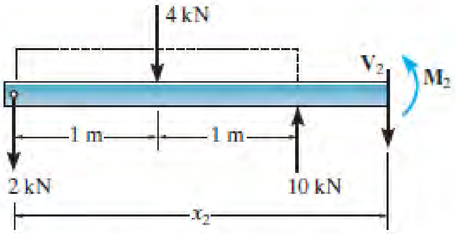


$$M_2 = (-2x + 8)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$
$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0$$
$$x_2 = 4\ \text{m}, \ y_2 = 0$$
$$x_1 = x_2 = 2\ \text{m}, \quad \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2}$$
$$x_1 = x_2 = 2\ \text{m}, \quad y_1 = y_2$$

P12–1e.



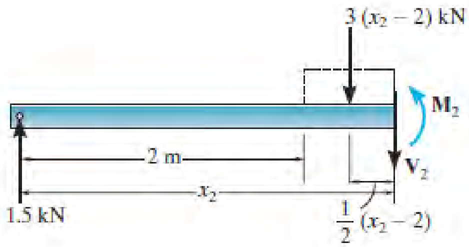
$$M_1 = -2x_1 - (2x_1)\left(\tfrac{1}{2}x_1\right)$$
$$M_1 = (-2x_1 - x_1^2)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$



$$M_2 = 10(x_2 - 2) - 4(x_2 - 1) - 2x_2$$
$$M_2 = (4x_2 - 16)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$
$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0$$
$$x_1 = 2\ \text{m}, \ y_1 = 0$$
$$x_2 = 2\ \text{m}, \ y_2 = 0$$
$$x_1 = x_2 = 2\ \text{m}, \quad \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2}$$

P12–1f.

$$M_1 = (1.5x_1)\ \text{kN}\cdot\text{m}$$



$$M_2 = 1.5x_2 - 3(x_2 - 2)\left(\frac{1}{2}\right)(x_2 - 2)$$
$$M_2 = -1.5x_2^2 + 7.5x_2 - 6$$
$$x_1 = 0, \ y_1 = 0$$
$$x_2 = 4\ \text{m}, \ y_2 = 0$$
$$x_1 = x_2 = 2\ \text{m}, \quad \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2}$$
$$x_1 = x_2 = 2\ \text{m}, \quad y_1 = y_2$$

بنستيز پوښتنو ځوابونه

ضميمه
(APPENDIX)

د بنسټيزو پوښتنو ځوابونه
(Fundamental Problems Partial Solutions and Answers)

په دی برخه کی د پوښتنو اول تکی د پښتو او انګليسی په دی لاندی ډول بدل شوي دي . حرف د F بدل کړي په ب

د بيلګی په توګه

ب 1-1 = F 1-1

Fundamental Problems Partial Solutions and Answers

Chapter 1

F1–1	Entire beam:			
	$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$	$60 - 10(2) - A_y(2) = 0$	$A_y = 20\text{ kN}$	
	Left segment:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$N_C = 0$		*Ans.*
	$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$20 - V_C = 0$	$V_C = 20\text{ kN}$	*Ans.*
	$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$M_C + 60 - 20(1) = 0$	$M_C = -40\text{ kN}\cdot\text{m}$	*Ans.*
F1–2	Entire beam:			
	$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;$	$B_y(3) - 100(1.5)(0.75) - 200(1.5)(2.25) = 0$ $B_y = 262.5\text{ N}$		
	Right segment:			
	$\xleftarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$N_C = 0$		*Ans.*
	$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$V_C + 262.5 - 200(1.5) = 0$	$V_C = 37.5\text{ N}$	*Ans.*
	$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$262.5(1.5) - 200(1.5)(0.75) - M_C = 0$	$M_C = 169\text{ N}\cdot\text{m}$	*Ans.*
F1–3	Entire beam:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$B_x = 0$		
	$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;$	$20(2)(1) - B_y(4) = 0$	$B_y = 10\text{ kN}$	
	Right segment:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$N_C = 0$		*Ans.*
	$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$V_C - 10 = 0$	$V_C = 10\text{ kN}$	*Ans.*
	$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$-M_C - 10(2) = 0$	$M_C = -20\text{ kN}\cdot\text{m}$	*Ans.*
F1–4	Entire beam:			
	$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$	$\frac{1}{2}(10)(3)(2) + 10(3)(4.5) - A_y(6) = 0$	$A_y = 27.5\text{ kN}$	
	Left segment:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$N_C = 0$		*Ans.*
	$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$27.5 - 10(3) - V_C = 0$	$V_C = -2.5\text{ kN}$	*Ans.*
	$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$M_C + 10(3)(1.5) - 27.5(3) = 0$	$M_C = 37.5\text{ kN}\cdot\text{m}$	*Ans.*
F1–5	Entire beam:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$A_x = 0$		
	$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$	$300(6)(3) - \frac{1}{2}(300)(3)(1) - A_y(6) = 0$	$A_y = 825\text{ lb}$	
	Left segment:			
	$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$	$N_C = 0$		*Ans.*
	$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$825 - 300(3) - V_C = 0$	$V_C = -75\text{ lb}$	*Ans.*
	$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$	$M_C + 300(3)(1.5) - 825(3) = 0$	$M_C = 1125\text{ lb}\cdot\text{ft}$	*Ans.*

F1–6 Entire beam:

$\zeta + \Sigma M_A = 0;$ $F_{BD}\left(\frac{3}{5}\right)(4) - 5(6)(3) = 0$ $F_{BD} = 37.5 \text{ kN}$

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$ $37.5\left(\frac{4}{5}\right) - A_x = 0$ $A_x = 30 \text{ kN}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $A_y + 37.5\left(\frac{3}{5}\right) - 5(6) = 0$ $A_y = 7.5 \text{ kN}$

Left segment:

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$ $N_C - 30 = 0$ $N_C = 30 \text{ kN}$ *Ans.*

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $7.5 - 5(2) - V_C = 0$ $V_C = -2.5 \text{ kN}$ *Ans.*

$\zeta + \Sigma M_C = 0;$ $M_C + 5(2)(1) - 7.5(2) = 0$ $M_C = 5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ *Ans.*

F1–7 Beam:

$\Sigma M_A = 0;\ T_{CD} = 2w$

$\Sigma F_y = 0;\ T_{AB} = w$

Rod AB:

$\sigma = \frac{N}{A};\ 300(10^3) = \frac{w}{10};$

$w = 3 \text{ N/m}$

Rod CD:

$\sigma = \frac{N}{A};\ 300(10^3) = \frac{2w}{15};$

$w = 2.25 \text{ N/m}$ *Ans.*

F1–8 $A = \pi(0.1^2 - 0.08^2) = 3.6(10^{-3})\pi \text{ m}^2$

$\sigma_{avg} = \frac{N}{A} = \frac{300(10^3)}{3.6(10^{-3})\pi} = 26.5 \text{ MPa}$ *Ans.*

F1–9 $A = 3[4(1)] = 12 \text{ in}^2$

$\sigma_{avg} = \frac{N}{A} = \frac{15}{12} = 1.25 \text{ ksi}$ *Ans.*

F1–10 Consider the cross section to be a rectangle and two triangles.

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\ \tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{0.15[(0.3)(0.12)] + (0.1)\left[\frac{1}{2}(0.16)(0.3)\right]}{0.3(0.12) + \frac{1}{2}(0.16)(0.3)}$$

$= 0.13 \text{ m} = 130 \text{ mm}$ *Ans.*

$\sigma_{avg} = \frac{N}{A} = \frac{600(10^3)}{0.06} = 10 \text{ MPa}$ *Ans.*

F1–11

$A_A = A_C = \frac{\pi}{4}(0.5^2) = 0.0625\pi \text{ in}^2,\ A_B = \frac{\pi}{4}(1^2) = 0.25\pi \text{ in}^2$

$\sigma_A = \frac{N_A}{A_A} = \frac{3}{0.0625\pi} = 15.3 \text{ ksi (T)}$ *Ans.*

$\sigma_B = \frac{N_B}{A_B} = \frac{-6}{0.25\pi} = -7.64 \text{ ksi} = 7.64 \text{ ksi (C)}$ *Ans.*

$\sigma_C = \frac{N_C}{A_C} = \frac{2}{0.0625\pi} = 10.2 \text{ ksi (T)}$ *Ans.*

F1–12 Pin at A:

$F_{AD} = 50(9.81) \text{ N} = 490.5 \text{ N}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $F_{AC}\left(\frac{3}{5}\right) - 490.5 = 0$ $F_{AC} = 817.5 \text{ N}$

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$ $817.5\left(\frac{4}{5}\right) - F_{AB} = 0$ $F_{AB} = 654 \text{ N}$

$A_{AB} = \frac{\pi}{4}(0.008^2) = 16(10^{-6})\pi \text{ m}^2$

$(\sigma_{AB})_{avg} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{654}{16(10^{-6})\pi} = 13.0 \text{ MPa}$ *Ans.*

F1–13 Ring C:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $2F\cos 60° - 200(9.81) = 0$ $F = 1962 \text{ N}$

$(\sigma_{allow})_{avg} = \frac{F}{A};\quad 150(10^6) = \frac{1962}{\frac{\pi}{4}d^2}$

$d = 0.00408 \text{ m} = 4.08 \text{ mm}$

Use $d = 5$ mm. *Ans.*

F1–14 Entire frame:

$\Sigma F_y = 0;\ A_y = 600\text{ lb}$

$\Sigma M_B = 0;\ A_x = 800\text{ lb}$

$F_A = \sqrt{(600)^2 + (800)^2} = 1000\text{ lb}$

$(\tau_A)_{avg} = \dfrac{F_A/2}{A} = \dfrac{1000/2}{\frac{\pi}{4}(0.25)^2} = 10.2\text{ ksi}$ *Ans.*

F1–15 Center plate, bolts have double shear:

$\Sigma F_x = 0;\quad 4V - 10 = 0\quad V = 2.5\text{ kip}$

$A = \dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = 0.140625\pi\text{ in}^2$

$\tau_{avg} = \dfrac{V}{A} = \dfrac{2.5}{0.140625\pi} = 5.66\text{ ksi}$ *Ans.*

F1–16 Nails have single shear:

$\Sigma F_x = 0;\quad P - 3V = 0\quad V = \dfrac{P}{3}$

$A = \dfrac{\pi}{4}(0.004^2) = 4(10^{-6})\pi\text{ m}^2$

$(\tau_{avg})_{allow} = \dfrac{V}{A};\quad 60(10^6) = \dfrac{\frac{P}{3}}{4(10^{-6})\pi}$

$P = 2.262(10^3)\text{ N} = 2.26\text{ kN}$ *Ans.*

F1–17 Strut:

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad V - P\cos 60° = 0\quad V = 0.5P$

$A = \left(\dfrac{0.05}{\sin 60°}\right)(0.025) = 1.4434(10^{-3})\text{ m}^2$

$(\tau_{avg})_{allow} = \dfrac{V}{A};\quad 600(10^3) = \dfrac{0.5P}{1.4434(10^{-3})}$

$P = 1.732(10^3)\text{ N} = 1.73\text{ kN}$ *Ans.*

F1–18 The resultant force on the pin is

$F = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\text{ kN}.$

We have double shear:

$V = \dfrac{F}{2} = \dfrac{50}{2} = 25\text{ kN}$

$A = \dfrac{\pi}{4}(0.03^2) = 0.225(10^{-3})\pi\text{ m}^2$

$\tau_{avg} = \dfrac{V}{A} = \dfrac{25(10^3)}{0.225(10^{-3})\pi} = 35.4\text{ MPa}$ *Ans.*

F1–19 Eyebolt:

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad 30 - N = 0\quad N = 30\text{ kN}$

$\sigma_{allow} = \dfrac{\sigma_Y}{\text{F.S.}} = \dfrac{250}{1.5} = 166.67\text{ MPa}$

$\sigma_{allow} = \dfrac{N}{A};\quad 166.67(10^6) = \dfrac{30(10^3)}{\frac{\pi}{4}d^2}$

$d = 15.14\text{ mm}$

Use $d = 16$ mm. *Ans.*

F1–20 Right segment through AB:

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad N_{AB} - 30 = 0\quad N_{AB} = 30\text{ kip}$

Right segment through CB:

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad N_{BC} - 15 - 15 - 30 = 0\quad N_{BC} = 60\text{ kip}$

$\sigma_{allow} = \dfrac{\sigma_Y}{\text{F.S.}} = \dfrac{50}{1.5} = 33.33\text{ ksi}$

Segment AB:

$\sigma_{allow} = \dfrac{N_{AB}}{A_{AB}};\quad 33.33 = \dfrac{30}{h_1(0.5)}$

$h_1 = 1.8\text{ in.}$

Segment BC:

$\sigma_{allow} = \dfrac{N_{BC}}{A_{BC}};\quad 33.33 = \dfrac{60}{h_2(0.5)}$

$h_2 = 3.6\text{ in.}$

Use $h_1 = 1\frac{7}{8}$ in. and $h_2 = 3\frac{5}{8}$ in. *Ans.*

F1–21 $N = P$

$\sigma_{allow} = \dfrac{\sigma_Y}{\text{F.S.}} = \dfrac{250}{2} = 125\text{ MPa}$

$A_r = \dfrac{\pi}{4}(0.04^2) = 1.2566(10^{-3})\text{ m}^2$

$A_{a-a} = 2(0.06 - 0.03)(0.05) = 3(10^{-3})\text{ m}^2$

The rod will fail first.

$\sigma_{allow} = \dfrac{N}{A_r};\quad 125(10^6) = \dfrac{P}{1.2566(10^{-3})}$

$P = 157.08(10^3)\text{ N} = 157\text{ kN}$ *Ans.*

F1–22 Pin has double shear:

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;\quad 80 - 2V = 0\quad V = 40\text{ kN}$

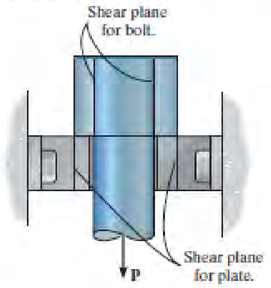
$\tau_{allow} = \dfrac{\tau_{fail}}{\text{F.S.}} = \dfrac{100}{2.5} = 40\text{ MPa}$

$\tau_{allow} = \dfrac{V}{A};\quad 40(10^6) = \dfrac{40(10^3)}{\frac{\pi}{4}d^2}$

$d = 0.03568\text{ m} = 35.68\text{ mm}$

Use $d = 36$ mm. *Ans.*

F1–23



$V = P$

$\tau_{allow} = \frac{\tau_{fail}}{F.S.} = \frac{120}{2.5} = 48 \text{ MPa}$

Area of shear plane for bolt head and plate:

$A_b = \pi dt = \pi(0.04)(0.075) = 0.003\pi \text{ m}^2$

$A_p = \pi dt = \pi(0.08)(0.03) = 0.0024\pi \text{ m}^2$

Since the area of shear plane for the plate is smaller,

$\tau_{allow} = \frac{V}{A_p}; \qquad 48(10^6) = \frac{P}{0.0024\pi}$

$P = 361.91(10^3) \text{ N} = 362 \text{ kN}$ *Ans.*

F1–24 Support reaction at A:

$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad \frac{1}{2}(300)(9)(6) - A_y(9) = 0 \qquad A_y = 900 \text{ lb}$

Each nail has single shear:

$V = 900 \text{ lb}/6 = 150 \text{ lb}$

$\tau_{allow} = \frac{\tau_{fail}}{F.S.} = \frac{16}{2} = 8 \text{ ksi}$

$\tau_{allow} = \frac{V}{A}; \qquad 8(10^3) = \frac{150}{\frac{\pi}{4}d^2}$

$d = 0.1545 \text{ in.}$

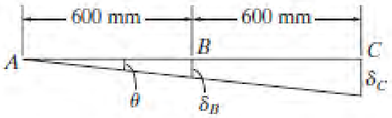
829Use $d = \frac{3}{16}$ in. *Ans.*

Chapter 2

F2–1 $\frac{\delta_C}{600} = \frac{0.2}{400}; \qquad \delta_C = 0.3 \text{ mm}$

$\epsilon_{CD} = \frac{\delta_C}{L_{CD}} = \frac{0.3}{300} = 0.001 \text{ mm/mm}$ *Ans.*

F2–2



$\theta = \left(\frac{0.02°}{180°}\right)\pi \text{ rad} = 0.3491(10^{-3}) \text{ rad}$

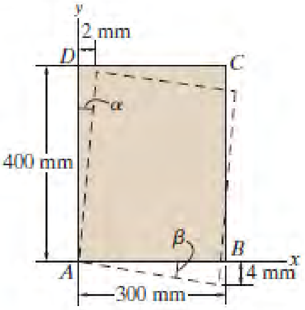
$\delta_B = \theta L_{AB} = 0.3491(10^{-3})(600) = 0.2094 \text{ mm}$

$\delta_C = \theta L_{AC} = 0.3491(10^{-3})(1200) = 0.4189 \text{ mm}$

$\epsilon_{BD} = \frac{\delta_B}{L_{BD}} = \frac{0.2094}{400} = 0.524(10^{-3}) \text{ mm/mm}$ *Ans.*

$\epsilon_{CE} = \frac{\delta_C}{L_{CE}} = \frac{0.4189}{600} = 0.698(10^{-3}) \text{ mm/mm}$ *Ans.*

F2–3



$\alpha = \frac{2}{400} = 0.005 \text{ rad} \qquad \beta = \frac{4}{300} = 0.01333 \text{ rad}$

$(\gamma_A)_{xy} = \frac{\pi}{2} - \theta$

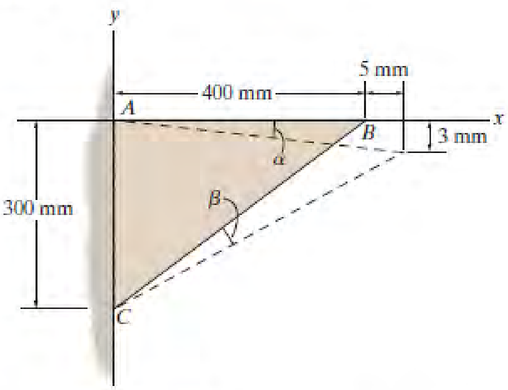
$= \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)$

$= \alpha - \beta$

$= 0.005 - 0.01333$

$= -0.00833 \text{ rad}$ *Ans.*

F2–4



$L_{BC} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ mm}$

$L_{B'C} = \sqrt{(300 - 3)^2 + (400 + 5)^2} = 502.2290 \text{ mm}$

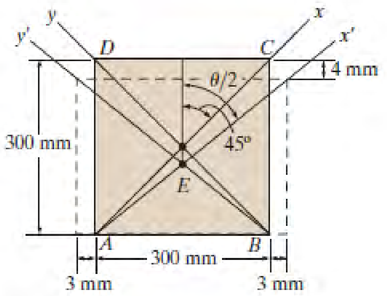
$\alpha = \frac{3}{405} = 0.007407 \text{ rad}$

$(\epsilon_{BC})_{avg} = \frac{L_{B'C} - L_{BC}}{L_{BC}} = \frac{502.2290 - 500}{500}$

$= 0.00446 \text{ mm/mm}$ *Ans.*

$(\gamma_A)_{xy} = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\alpha = -0.00741 \text{ rad}$ *Ans.*

F2–5



$$L_{AC} = \sqrt{L_{CD}^2 + L_{AD}^2} = \sqrt{300^2 + 300^2} = 424.2641 \text{ mm}$$

$$L_{A'C'} = \sqrt{L_{C'D'}^2 + L_{A'D'}^2} = \sqrt{306^2 + 296^2} = 425.7370 \text{ mm}$$

$$\frac{\theta}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{L_{C'D'}}{L_{A'D'}}\right);\ \theta = 2\tan^{-1}\left(\frac{306}{296}\right) = 1.6040 \text{ rad}$$

$$(\epsilon_{AC})_{avg} = \frac{L_{A'C'} - L_{AC}}{L_{AC}} = \frac{425.7370 - 424.2641}{424.2641}$$

$$= 0.00347 \text{ mm/mm} \qquad \textit{Ans.}$$

$$(\gamma_E)_{xy} = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - 1.6040 = -0.0332 \text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

Chapter 3

F3–1 Material has uniform properties throughout. *Ans.*

F3–2 Proportional limit is A. *Ans.*

Ultimate stress is D. *Ans.*

F3–3 The initial slope of the $\sigma - \epsilon$ diagram. *Ans.*

F3–4 True. *Ans.*

F3–5 False. Use the *original* cross-sectional area and length. *Ans.*

F3–6 False. It will normally decrease. *Ans.*

F3–7

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{AE}$$

$$\delta = \epsilon L = \frac{NL}{AE} = \frac{100(10^3)(0.100)}{\frac{\pi}{4}(0.015)^2\, 200(10^9)}$$

$$= 0.283 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F3–8

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{AE}$$

$$\delta = \epsilon L = \frac{NL}{AE}$$

$$0.003 = \frac{(10\,000)(8)}{12E}$$

$$E = 2.22(10^6) \text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$

F3–9

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{AE}$$

$$\delta = \epsilon L = \frac{NL}{AE} = \frac{6(10^3)4}{\frac{\pi}{4}(0.01)^2 100(10^9)}$$

$$= 3.06 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F3–10

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{100(10^3)}{\frac{\pi}{4}(0.02)^2} = 318.31 \text{ MPa}$$

Since $\sigma < \sigma_Y = 450$ MPa, Hooke's Law is applicable.

$$E = \frac{\sigma_Y}{\epsilon_Y} = \frac{450(10^6)}{0.00225} = 200 \text{ GPa}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{318.31(10^6)}{200(10^9)} = 0.001592 \text{ mm/mm}$$

$$\delta = \epsilon L = 0.001592(50) = 0.0796 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F3–11

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{150(10^3)}{\frac{\pi}{4}(0.02^2)} = 477.46 \text{ MPa}$$

Since $\sigma > \sigma_Y = 450$ MPa, Hooke's Law is not applicable. From the geometry of the shaded triangle,

$$\frac{\epsilon - 0.00225}{0.03 - 0.00225} = \frac{477.46 - 450}{500 - 450}$$

$$\epsilon = 0.017493$$

When the load is removed, the strain recovers along a line AB which is parallel to the original elastic line.

Here $E = \dfrac{\sigma_Y}{\epsilon_Y} = \dfrac{450(10^6)}{0.00225} = 200$ GPa.

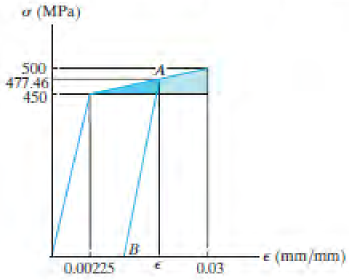
The elastic recovery is

$$\epsilon_r = \frac{\sigma}{E} = \frac{477.46(10^6)}{200(10^9)} = 0.002387 \text{ mm/mm}$$

$$\epsilon_p = \epsilon - \epsilon_r = 0.017493 - 0.002387$$

$$= 0.01511 \text{ mm/mm}$$

$$\delta_p = \epsilon_p L = 0.01511(50) = 0.755 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$



F3–12 $\epsilon_{BC} = \frac{\delta_{BC}}{L_{BC}} = \frac{0.2}{300} = 0.6667(10^{-3})\text{ mm/mm}$

$\sigma_{BC} = E\epsilon_{BC} = 200(10^9)[0.6667(10^{-3})]$
$= 133.33\text{ MPa}$

Since $\sigma_{BC} < \sigma_Y = 250$ MPa, Hooke's Law is valid.

$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}};\quad 133.33(10^6) = \frac{F_{BC}}{\frac{\pi}{4}(0.003^2)}$

$F_{BC} = 942.48\text{ N}$

$\zeta + \Sigma M_A = 0;\quad 942.48(0.4) - P(0.6) = 0$

$P = 628.31\text{ N} = 628\text{ N}$ *Ans.*

F3–13 $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{10(10^3)}{\frac{\pi}{4}(0.015)^2} = 56.59\text{ MPa}$

$\epsilon_{\text{long}} = \frac{\sigma}{E} = \frac{56.59(10^6)}{70(10^9)} = 0.808(10^{-3})$

$\epsilon_{\text{lat}} = -\nu\epsilon_{\text{long}} = -0.35(0.808(10^{-3}))$
$= -0.283(10^{-3})$

$\delta d = (-0.283(10^{-3}))(15\text{ mm}) = -4.24(10^{-3})\text{ mm}$ *Ans.*

F3–14 $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{50(10^3)}{\frac{\pi}{4}(0.02^2)} = 159.15\text{ MPa}$

$\epsilon_{\text{long}} = \frac{\delta}{L} = \frac{1.40}{600} = 0.002333\text{ mm/mm}$

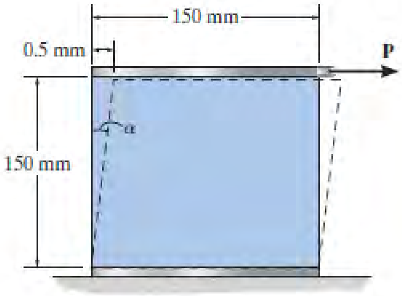
$E = \frac{\sigma}{\epsilon_{\text{long}}} = \frac{159.15(10^6)}{0.002333} = 68.2\text{ GPa}$ *Ans.*

$\epsilon_{\text{lat}} = \frac{d' - d}{d} = \frac{19.9837 - 20}{20} = -0.815(10^{-3})\text{ mm/mm}$

$\nu = -\frac{\epsilon_{\text{lat}}}{\epsilon_{\text{long}}} = -\frac{-0.815(10^{-3})}{0.002333} = 0.3493$

$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{68.21}{2(1+0.3493)} = 25.3\text{ GPa}$ *Ans.*

F3–15



$\alpha = \frac{0.5}{150} = 0.003333\text{ rad}$

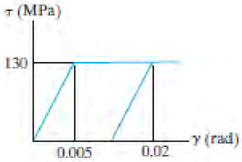
$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
$= \alpha = 0.003333\text{ rad}$

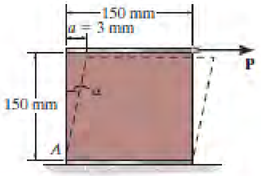
$\tau = G\gamma = [26(10^9)](0.003333) = 86.67\text{ MPa}$

$\tau = \frac{V}{A};\ 86.67(10^6) = \frac{P}{0.15(0.02)}$

$P = 260\text{ kN}$ *Ans.*

F3–16





$\alpha = \frac{3}{150} = 0.02\text{ rad}$

$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \alpha = 0.02\text{ rad}$

When P is removed, the shear strain recovers along a line parallel to the original elastic line.

$\gamma_r = \gamma_Y = 0.005\text{ rad}$

$\gamma_p = \gamma - \gamma_r = 0.02 - 0.005 = 0.015\text{ rad}$ *Ans.*

Chapter 4

F4–1 $A = \frac{\pi}{4}(0.02^2) = 0.1(10^{-3})\pi\text{ m}^2$

$N_{BC} = 40\text{ kN}, N_{AB} = -60\text{ kN}$

$\delta_C = \frac{1}{AE}\{40(10^3)(400) + [-60(10^3)(600)]\}$

$= \frac{-20(10^6)\text{ N}\cdot\text{mm}}{AE}$

$= -0.318\text{ mm}$ *Ans.*

F4–2

$$A_{AB} = A_{CD} = \frac{\pi}{4}(0.02^2) = 0.1(10^{-3})\pi \text{ m}^2$$

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4}(0.04^2 - 0.03^2) = 0.175(10^{-3})\pi \text{ m}^2$$

$$N_{AB} = -10 \text{ kN}, N_{BC} = 10 \text{ kN}, N_{CD} = -20 \text{ kN}$$

$$\delta_{D/A} = \frac{[-10(10^3)](400)}{[0.1(10^{-3})\pi][68.9(10^9)]} + \frac{[10(10^3)](400)}{[0.175(10^{-3})\pi][68.9(10^9)]} + \frac{[-20(10^3)](400)}{[0.1(10^{-3})\pi][68.9(10^9)]}$$

$$= -0.449 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F4–3

$$A = \frac{\pi}{4}(0.03^2) = 0.225(10^{-3})\pi \text{ m}^2$$

$$N_{BC} = -90 \text{ kN}, N_{AB} = -90 + 2\left(\frac{4}{5}\right)(30) = -42 \text{ kN}$$

$$\delta_C = \frac{1}{0.225(10^{-3})\pi[200(10^9)]}\{[-42(10^3)(0.4)] + [-90(10^3)(0.6)]\}$$

$$= -0.501(10^{-3}) \text{ m} = -0.501 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F4–4

$$\delta_{A/B} = \frac{NL}{AE} = \frac{[60(10^3)](0.8)}{[0.1(10^{-3})\pi][200(10^9)]}$$

$$= 0.7639(10^{-3}) \text{m} \downarrow$$

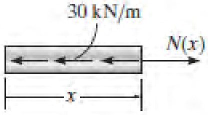
$$\delta_B = \frac{F_{sp}}{k} = \frac{60(10^3)}{50(10^6)} = 1.2(10^{-3}) \text{m} \downarrow$$

$$+\downarrow \quad \delta_A = \delta_B + \delta_{A/B}$$

$$\delta_A = 1.2(10^{-3}) + 0.7639(10^{-3})$$

$$= 1.9639(10^{-3}) \text{ m} = 1.96 \text{ mm} \downarrow \qquad \textit{Ans.}$$

F4–5



$$A = \frac{\pi}{4}(0.02^2) = 0.1(10^{-3})\pi \text{ m}^2$$

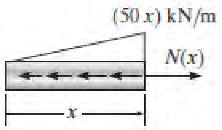
Internal load $N(x) = 30(10^3)x$

$$\delta_A = \int \frac{N(x)dx}{AE}$$

$$= \frac{1}{[0.1(10^{-3})\pi][73.1(10^9)]}\int_0^{0.9 \text{ m}} 30(10^3)x \, dx$$

$$= 0.529(10^{-3}) \text{ m} = 0.529 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F4–6



Distributed load $N(x) = \frac{45(10^3)}{0.9}x = 50(10^3)x \text{ N/m}$

Internal load $N(x) = \frac{1}{2}(50(10^3))x(x) = 25(10^3)x^2$

$$\delta_A = \int_0^L \frac{N(x)dx}{AE}$$

$$= \frac{1}{[0.1(10^{-3})\pi][73.1(10^9)]}\int_0^{0.9 \text{ m}} [25(10^3)x^2]dx$$

$$= 0.265 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

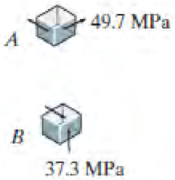
Chapter 5

F5–1

$$J = \frac{\pi}{2}(0.04^4) = 1.28(10^{-6})\pi \text{ m}^4$$

$$\tau_A = \tau_{max} = \frac{Tc}{J} = \frac{5(10^3)(0.04)}{1.28(10^{-6})\pi} = 49.7 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\tau_B = \frac{T\rho_B}{J} = \frac{5(10^3)(0.03)}{1.28(10^{-6})\pi} = 37.3 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

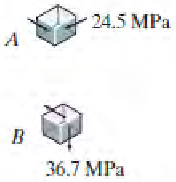


F5–2

$$J = \frac{\pi}{2}(0.06^4 - 0.04^4) = 5.2(10^{-6})\pi \text{ m}^4$$

$$\tau_B = \tau_{max} = \frac{Tc}{J} = \frac{10(10^3)(0.06)}{5.2(10^{-6})\pi} = 36.7 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\tau_A = \frac{T\rho_A}{J} = \frac{10(10^3)(0.04)}{5.2(10^{-6})\pi} = 24.5 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$



F5–3 $J_{AB} = \frac{\pi}{2}(0.04^4 - 0.03^4) = 0.875(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$J_{BC} = \frac{\pi}{2}(0.04^4) = 1.28(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$(\tau_{AB})_{max} = \frac{T_{AB}\,c_{AB}}{J_{AB}} = \frac{[2(10^3)](0.04)}{0.875(10^{-6})\pi} = 29.1 \text{ MPa}$

$(\tau_{BC})_{max} = \frac{T_{BC}\,c_{BC}}{J_{BC}} = \frac{[6(10^3)](0.04)}{1.28(10^{-6})\pi}$

$= 59.7 \text{ MPa}$ *Ans.*

F5–4 $T_{AB} = 0,\ T_{BC} = 600 \text{ N}\cdot\text{m},\ T_{CD} = 0$

$J = \frac{\pi}{2}(0.02^4) = 80(10^{-9})\pi \text{ m}^4$

$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} = \frac{600(0.02)}{80(10^{-9})\pi} = 47.7 \text{ MPa}$ *Ans.*

F5–5 $J_{BC} = \frac{\pi}{2}(0.04^4 - 0.03^4) = 0.875(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$(\tau_{BC})_{max} = \frac{T_{BC}\,c_{BC}}{J_{BC}} = \frac{2100(0.04)}{0.875(10^{-6})\pi}$

$= 30.6 \text{ MPa}$ *Ans.*

F5–6 $t = 5(10^3) \text{ N}\cdot\text{m/m}$

Internal torque is $T = 5(10^3)(0.8) = 4000 \text{ N}\cdot\text{m}$

$J = \frac{\pi}{2}(0.04^4) = 1.28(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$\tau_{AB} = \frac{T_A c}{J} = \frac{4000(0.04)}{1.28(10^{-6})\pi} = 39.8 \text{ MPa}$ *Ans.*

F5–7 $T_{AB} = 250 \text{ N}\cdot\text{m},\ T_{BC} = 175 \text{ N}\cdot\text{m},$
$T_{CD} = -150 \text{ N}\cdot\text{m}$
Maximum internal torque is in region *AB*.
$T_{AB} = 250 \text{ N}\cdot\text{m}$

$\tau_{\substack{abs\\max}} = \frac{T_{AB}\,c}{J} = \frac{250(0.025)}{\frac{\pi}{2}(0.025)^4} = 10.2 \text{ MPa}$ *Ans.*

F5–8 $P = T\omega;\quad 3(550) \text{ ft}\cdot\text{lb/s} = T\left[150\left(\frac{2\pi}{60}\right)\text{rad/s}\right]$

$T = 105.04 \text{ ft}\cdot\text{lb}$

$\tau_{allow} = \frac{Tc}{J};\quad 12(10^3) = \frac{105.04(12)(d/2)}{\frac{\pi}{2}(d/2)^4}$

$d = 0.812 \text{ in.}$

Use $d = \frac{7}{8}$ in. *Ans.*

F5–9 $T_{AB} = -2 \text{ kN}\cdot\text{m},\ T_{BC} = 1 \text{ kN}\cdot\text{m}$

$J = \frac{\pi}{2}(0.03^4) = 0.405(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$\phi_{A/C} = \frac{-2(10^3)(0.6) + (10^3)(0.4)}{[0.405(10^{-6})\pi][75(10^9)]}$

$= -0.00838 \text{ rad} = -0.480°$ *Ans.*

F5–10 $T_{AB} = 600 \text{ N}\cdot\text{m}$

$J = \frac{\pi}{2}(0.02^4) = 80(10^{-9})\pi \text{ m}^4$

$\phi_{B/A} = \frac{600(0.45)}{[80(10^{-9})\pi][75(10^9)]}$

$= 0.01432 \text{ rad} = 0.821°$ *Ans.*

F5–11 $J = \frac{\pi}{2}(0.04^4 - 0.03^4) = 0.875(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$\phi_{A/B} = \frac{T_{AB}\,L_{AB}}{JG} = \frac{3(10^3)(0.9)}{[0.875(10^{-6})\pi][26(10^9)]}$

$= 0.03778 \text{ rad}$

$\phi_B = \frac{T_B}{k_B} = \frac{3(10^3)}{90(10^3)} = 0.03333 \text{ rad}$

$\phi_A = \phi_B + \phi_{A/B}$

$= 0.03333 + 0.03778$

$= 0.07111 \text{ rad} = 4.07°$ *Ans.*

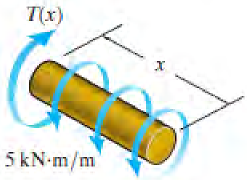
F5–12 $T_{AB} = 600 \text{ N}\cdot\text{m},\ T_{BC} = -300 \text{ N}\cdot\text{m},$
$T_{CD} = 200 \text{ N}\cdot\text{m},\ T_{DE} = 500 \text{ N}\cdot\text{m}$

$J = \frac{\pi}{2}(0.02^4) = 80(10^{-9})\pi \text{ m}^4$

$\phi_{E/A} = \frac{[600 + (-300) + 200 + 500]0.2}{[80(10^{-9})\pi][75(10^9)]}$

$= 0.01061 \text{ rad} = 0.608°$ *Ans.*

F5–13



$J = \frac{\pi}{2}(0.04^4) = 1.28(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$t = 5(10^3) \text{ N}\cdot\text{m/m}$

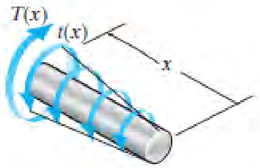
Internal torque is $5(10^3)x$ N · m

$$\phi_{A/B} = \int_0^L \frac{T(x)dx}{JG}$$

$$= \frac{1}{[1.28(10^{-6})\pi][75(10^9)]}\int_0^{0.8\text{ m}} 5(10^3)x dx$$

$$= 0.00531 \text{ rad} = 0.304^\circ \qquad \textit{Ans.}$$

F5–14



$$J = \frac{\pi}{2}(0.04^4) = 1.28(10^{-6})\pi \text{ m}^4$$

Distributed torque is $t = \dfrac{15(10^3)}{0.6}(x)$

$= 25(10^3)x$ N · m/m

Internal torque in segment AB, $T(x) = \dfrac{1}{2}(25x)(10^3)(x)$

$= 12.5(10^3)x^2$ N · m

In segment BC,

$$T_{BC} = \frac{1}{2}[25(10^3)(0.6)](0.6) = 4500 \text{ N} \cdot \text{m}$$

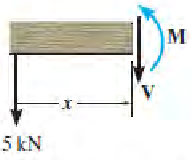
$$\phi_{A/C} = \int_0^L \frac{T(x)dx}{JG} + \frac{T_{BC}L_{BC}}{JG}$$

$$= \frac{1}{[1.28(10^{-6})\pi][75(10^9)]}\left[\int_0^{0.6\text{ m}} 12.5(10^3)x^2\,dx + 4500(0.4)\right]$$

$$= 0.008952 \text{ rad} = 0.513^\circ \qquad \textit{Ans.}$$

Chapter 6

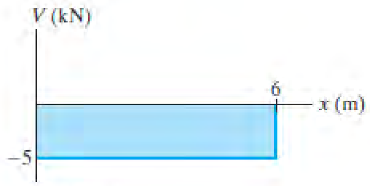
F6–1

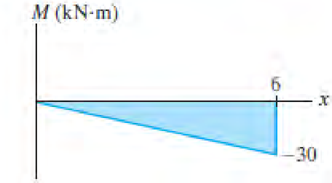


$\circlearrowleft +\Sigma M_B = 0;\quad A_y(6) - 30 = 0 \quad A_y = 5$ kN

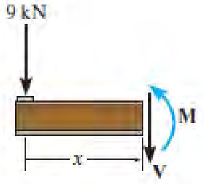
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad -V - 5 = 0 \quad V = -5$ kN *Ans.*

$\circlearrowleft +\Sigma M_0 = 0;\quad M + 5x = 0 \quad M = \{-5x\}$ kN · m *Ans.*



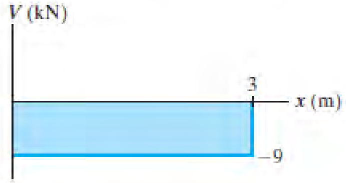


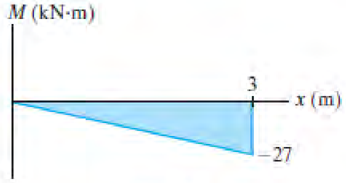
F6–2



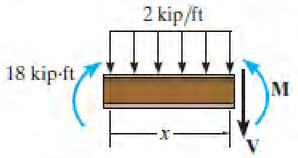
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad -V - 9 = 0 \quad V = -9$ kN *Ans.*

$\circlearrowleft +\Sigma M_O = 0;\quad M + 9x = 0 \quad M = \{-9x\}$ kN · m *Ans.*





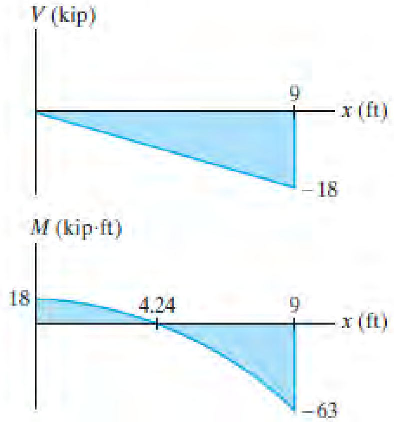
F6–3



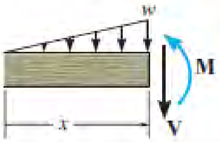
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad -V - 2x = 0 \quad V = \{-2x\}$ kip *Ans.*

$\circlearrowleft +\Sigma M_O = 0;\quad M + 2x\left(\dfrac{x}{2}\right) - 18 = 0$

$M = \{18 - x^2\}$ kip · ft *Ans.*



F6–4



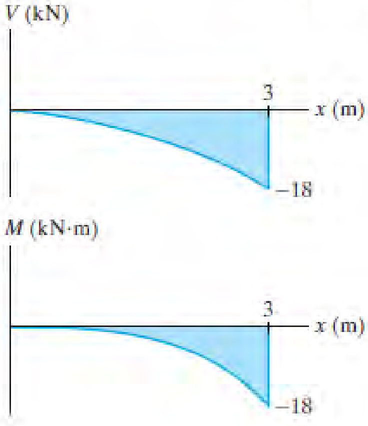
$$\frac{w}{x} = \frac{12}{3} \qquad w = 4x$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V - \frac{1}{2}(4x)(x) = 0$$

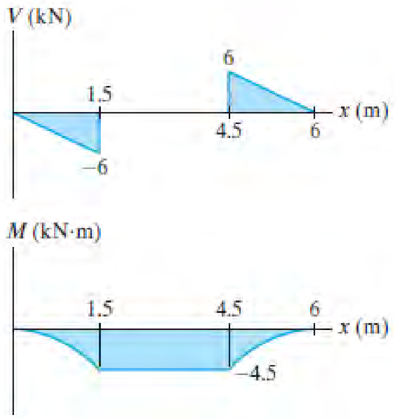
$$V = \{-2x^2\}\ \text{kN} \quad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0;\ M + \left[\frac{1}{2}(4x)(x)\right]\left(\frac{x}{3}\right) = 0$$

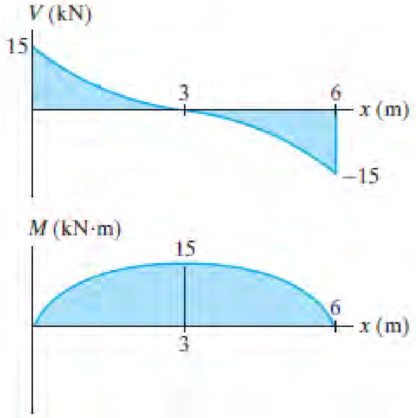
$$M = \left\{-\frac{2}{3}x^3\right\}\ \text{kN}\cdot\text{m} \quad \textit{Ans.}$$



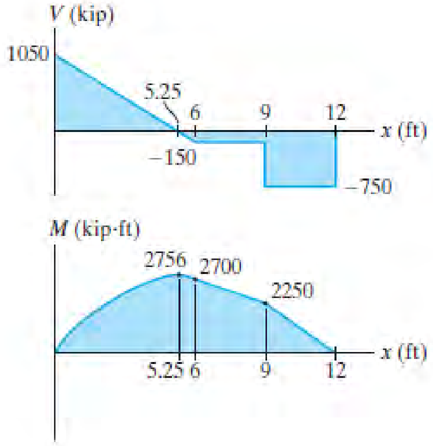
F6–5



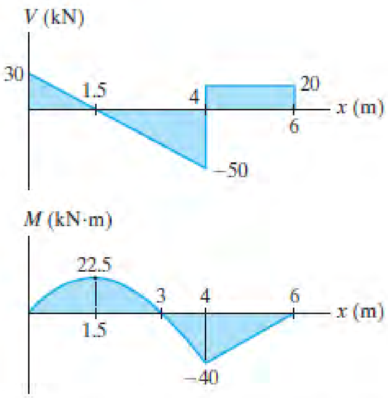
F6–6



F6–7



F6–8



F6–9 Consider two vertical rectangles and a horizontal rectangle.

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.02)(0.2^3)\right] + \frac{1}{12}(0.26)(0.02^3)$$
$$= 26.84(10^{-6})\ \text{m}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{20(10^3)(0.1)}{26.84(10^{-6})} = 74.5\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

F6–10 See inside front cover.

$$\bar{y} = \frac{0.3}{3} = 0.1\ \text{m}$$

$$I = \frac{1}{36}(0.3)(0.3^3) = 0.225(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$(\sigma_{\max})_c = \frac{Mc}{I} = \frac{50(10^3)(0.3 - 0.1)}{0.225(10^{-3})}$$
$$= 44.4\ \text{MPa (C)} \qquad \textit{Ans.}$$

$$(\sigma_{\max})_t = \frac{My}{I} = \frac{50(10^3)(0.1)}{0.225(10^{-3})} = 22.2\ \text{MPa (T)} \qquad \textit{Ans.}$$

F6–11 Consider large rectangle minus the two side rectangles.

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.3^3) - (2)\frac{1}{12}(0.09)(0.26^3)$$
$$= 0.18636(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{50(10^3)(0.15)}{0.18636(10^{-3})} = 40.2\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

F6–12 Consider two vertical rectangles and two horizontal rectangles.

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.03)(0.4^3)\right] + 2\left[\frac{1}{12}(0.14)(0.03^3) + 0.14(0.03)(0.15^2)\right]$$
$$= 0.50963(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{10(10^3)(0.2)}{0.50963(10^{-3})} = 3.92\ \text{MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_A = 3.92\ \text{MPa (C)}$$

$$\sigma_B = 3.92\ \text{MPa (T)}$$

F6–13 Consider center rectangle and two side rectangles.

$$I = \frac{1}{12}(0.05)(0.4)^3 + 2\left[\frac{1}{12}(0.025)(0.3)^3\right]$$
$$= 0.37917(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$\sigma_A = \frac{My_A}{I} = \frac{5(10^3)(-0.15)}{0.37917(10^{-3})} = 1.98\ \text{MPa (T)} \qquad \textit{Ans.}$$

F6–14 $M_y = 50\left(\frac{4}{5}\right) = 40\ \text{kN}\cdot\text{m}$

$$M_z = 50\left(\frac{3}{5}\right) = 30\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$I_y = \frac{1}{12}(0.3)(0.2^3) = 0.2(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12}(0.2)(0.3^3) = 0.45(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

$$\sigma_A = -\frac{[30(10^3)](-0.15)}{0.45(10^{-3})} + \frac{[40(10^3)](0.1)}{0.2(10^{-3})}$$
$$= 30\ \text{MPa (T)} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_B = -\frac{[30(10^3)](0.15)}{0.45(10^{-3})} + \frac{[40(10^3)](0.1)}{0.2(10^{-3})}$$
$$= 10\ \text{MPa (T)} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\tan\theta$$

$$\tan\alpha = \left[\frac{0.45(10^{-3})}{0.2(10^{-3})}\right]\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\alpha = 71.6^\circ \qquad \textit{Ans.}$$

F6–15 Maximum stress occurs at D or A.

$$(\sigma_{\max})_D = \frac{(50\cos 30^\circ)12(3)}{\frac{1}{12}(4)(6)^3} + \frac{(50\sin 30^\circ)12(2)}{\frac{1}{12}(6)(4)^3}$$
$$= 40.4\ \text{psi} \qquad \textit{Ans.}$$

Chapter 7

F7–1 Consider two vertical rectangles and a horizontal rectangle.

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.02)(0.2^3)\right] + \frac{1}{12}(0.26)(0.02^3)$$
$$= 26.84(10^{-6})\ \text{m}^4$$

Take two rectangles above A.

$$Q_A = 2[0.055(0.09)(0.02)] = 198(10^{-6})\ \text{m}^3$$
$$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{100(10^3)[198(10^{-6})]}{[26.84(10^{-6})]2(0.02)}$$
$$= 18.4\ \text{MPa}$$ *Ans.*

F7–2 Consider a vertical rectangle and two squares.

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.3^3) + (2)\frac{1}{12}(0.1)(0.1^3)$$
$$= 0.24167(10^{-3})\ \text{m}^4$$

Take top half of area (above A).

$$Q_A = y'_1A'_1 + y'_2A'_2$$
$$= \left[\frac{1}{2}(0.05)\right](0.05)(0.3) + 0.1(0.1)(0.1)$$
$$= 1.375(10^{-3})\ \text{m}^3$$
$$\tau_A = \frac{VQ}{It} = \frac{600(10^3)[1.375(10^{-3})]}{[0.24167(10^{-3})](0.3)} = 11.4\ \text{MPa}$$ *Ans.*

Take top square (above B).

$$Q_B = y'_2A'_2 = 0.1(0.1)(0.1) = 1(10^{-3})\ \text{m}^3$$
$$\tau_B = \frac{VQ}{It} = \frac{600(10^3)[1(10^{-3})]}{[0.24167(10^{-3})](0.1)} = 24.8\ \text{MPa}$$ *Ans.*

F7–3 $V_{max} = 4.5$ kip

$$I = \frac{1}{12}(3)(6^3) = 54\ \text{in}^4$$

Take top half of area.

$$Q_{max} = y'A' = 1.5(3)(3) = 13.5\ \text{in}^3$$
$$(\tau_{max})_{abs} = \frac{V_{max}\,Q_{max}}{It} = \frac{4.5(10^3)(13.5)}{54(3)} = 375\ \text{psi}$$ *Ans.*

F7–4 Consider two vertical rectangles and two horizontal rectangles.

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.03)(0.4^3)\right] + 2\left[\frac{1}{12}(0.14)(0.03^3) + 0.14(0.03)(0.15^2)\right] = 0.50963(10^{-3})\ \text{m}^4$$

Take the top half of area.

$$Q_{max} = 2y'_1A'_1 + y'_2A'_2 = 2(0.1)(0.2)(0.03) + (0.15)(0.14)(0.03) = 1.83(10^{-3})\ \text{m}^3$$
$$\tau_{max} = \frac{VQ_{max}}{It} = \frac{20(10^3)[1.83(10^{-3})]}{0.50963(10^{-3})[2(0.03)]} = 1.20\ \text{MPa}$$ *Ans.*

F7–5 Consider one large vertical rectangle and two side rectangles.

$$I = \frac{1}{12}(0.05)(0.4)^3 + 2\left[\frac{1}{12}(0.025)(0.3)^3\right]$$
$$= 0.37917(10^{-3})\ \text{m}^4$$

Take the top half of area.

$$Q_{max} = 2y'_1A'_1 + y'_2A'_2 = 2(0.075)(0.025)(0.15) + (0.1)(0.05)(0.2) = 1.5625(10^{-3})\ \text{m}^3$$
$$\tau_{max} = \frac{VQ_{max}}{It} = \frac{20(10^3)[1.5625(10^{-3})]}{[0.37917(10^{-3})][2(0.025)]}$$
$$= 1.65\ \text{MPa}$$ *Ans.*

F7–6 $I = \frac{1}{12}(0.3)(0.2^3) = 0.2(10^{-3})\ \text{m}^4$

Top (or bottom) board

$$Q = y'A' = 0.05(0.1)(0.3) = 1.5(10^{-3})\ \text{m}^3$$

Two rows of nails

$$q_{allow} = 2\left(\frac{F}{s}\right) = \frac{2[15(10^3)]}{s} = \frac{30(10^3)}{s}$$
$$q_{allow} = \frac{VQ}{I};\quad \frac{30(10^3)}{s} = \frac{50(10^3)[1.5(10^{-3})]}{0.2(10^{-3})}$$
$$s = 0.08\ \text{m} = 80\ \text{mm}$$ *Ans.*

F7–7 Consider large rectangle minus two side rectangles.

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.34^3) - (2)\frac{1}{12}(0.095)(0.28^3)$$
$$= 0.3075(10^{-3})\ \text{m}^4$$

Top plate

$$Q = y'A' = 0.16(0.02)(0.2) = 0.64(10^{-3})\ \text{m}^3$$

Two rows of bolts

$$q_{allow} = 2\left(\frac{F}{s}\right) = \frac{2[30(10^3)]}{s} = \frac{60(10^3)}{s}$$
$$q_{allow} = \frac{VQ}{I};\quad \frac{60(10^3)}{s} = \frac{300(10^3)[0.64(10^{-3})]}{0.3075(10^{-3})}$$
$$s = 0.09609\ \text{m} = 96.1\ \text{mm}$$

Use $s = 96$ mm *Ans.*

F7–8 Consider two large rectangles and two side rectangles.

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.025)(0.3^3)\right] + 2\left[\frac{1}{12}(0.05)(0.2^3) + 0.05(0.2)(0.15^2)\right]$$

$$= 0.62917(10^{-3})\ \text{m}^4$$

Top center board is held onto beam by the top row of bolts.

$$Q = y'A' = 0.15(0.2)(0.05) = 1.5(10^{-3})\ \text{m}^3$$

Each bolt has two shearing surfaces.

$$q_{\text{allow}} = 2\left(\frac{F}{s}\right) = \frac{2[8(10^3)]}{s} = \frac{16(10^3)}{s}$$

$$q_{\text{allow}} = \frac{VQ}{I}; \quad \frac{16(10^3)}{s} = \frac{20(10^3)[1.5(10^{-3})]}{0.62917(10^{-3})}$$

$$s = 0.3356\ \text{m} = 335.56\ \text{mm}$$

Use $s = 335$ mm *Ans.*

F7–9 Consider center board and four side boards.

$$I = \frac{1}{12}(1)(6^3) + 4\left[\frac{1}{12}(0.5)(4^3) + 0.5(4)(3^2)\right]$$

$$= 100.67\ \text{in}^4$$

Top-right board is held onto beam by a row of bolts.

$$Q = y'A' = 3(4)(0.5) = 6\ \text{in}^3$$

Bolts have one shear surface.

$$q_{\text{allow}} = \frac{F}{s} = \frac{6}{s}$$

$$q_{\text{allow}} = \frac{VQ}{I}; \quad \frac{6}{s} = \frac{15(6)}{100.67}$$

$$s = 6.711\ \text{in.}$$

Use $s = 6\frac{5}{8}$ in. *Ans.*

Also, can consider the top *two* boards held onto beam by a row of bolts with two shearing surfaces.

Chapter 8

F8–1 $+\uparrow \Sigma F_z = (F_R)_z; \quad -500 - 300 = P$

$P = -800$ kN

$\Sigma M_x = 0; \quad 300(0.05) - 500(0.1) = M_x$

$M_x = -35$ kN · m

$\Sigma M_y = 0; \quad 300(0.1) - 500(0.1) = M_y$

$M_y = -20$ kN · m

$A = 0.3(0.3) = 0.09\ \text{m}^2$

$$I_x = I_y = \frac{1}{12}(0.3)(0.3^3) = 0.675(10^{-3})\ \text{m}^4$$

$$\sigma_A = \frac{-800(10^3)}{0.09} + \frac{[20(10^3)](0.15)}{0.675(10^{-3})} + \frac{[35(10^3)](0.15)}{0.675(10^{-3})}$$

$= 3.3333$ MPa $= 3.33$ MPa (T) *Ans.*

$$\sigma_B = \frac{-800(10^3)}{0.09} + \frac{[20(10^3)](0.15)}{0.675(10^{-3})} - \frac{[35(10^3)](0.15)}{0.675(10^{-3})}$$

$= -12.22$ MPa $= 12.2$ MPa (C) *Ans.*

F8–2 $+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V - 400 = 0 \quad V = 400$ kN

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; -M - 400(0.5) = 0 \quad M = -200$ kN · m

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.3^3) = 0.225(10^{-3})\ \text{m}^4$$

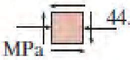
Bottom segment

$$\sigma_A = \frac{My}{I} = \frac{[200(10^3)](-0.05)}{0.225(10^{-3})}$$

$= -44.44$ MPa $= 44.4$ MPa (C) *Ans.*

$$Q_A = y'A' = 0.1(0.1)(0.1) = 1(10^{-3})\ \text{m}^3$$

$$\tau_A = \frac{VQ}{It} = \frac{400(10^3)[1(10^{-3})]}{0.225(10^{-3})(0.1)} = 17.8\ \text{MPa}$$ *Ans.*



F8–3 Left reaction is 20 kN.

Left segment:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 20 - V = 0 \quad V = 20$ kN

$\circlearrowleft + \Sigma M_s = 0; \quad M - 20(0.5) = 0 \quad M = 10$ kN · m

Consider large rectangle minus two side rectangles.

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.2^3) - (2)\frac{1}{12}(0.045)(0.18^3)$$

$$= 22.9267(10^{-6})\ \text{m}^4$$

Top segment above A

$$Q_A = y'_1A'_1 + y'_2A'_2 = 0.07(0.04)(0.01)$$

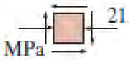
$$+ 0.095(0.1)(0.01) = 0.123(10^{-3})\ \text{m}^3$$

$$\sigma_A = -\frac{My_A}{I} = -\frac{[10(10^3)](0.05)}{22.9267(10^{-6})}$$

$= -21.81$ MPa $= 21.8$ MPa (C) *Ans.*

$$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{20(10^3)[0.123(10^{-3})]}{[22.9267(10^{-6})](0.01)}$$

$= 10.7$ MPa *Ans.*



F8–4 At the section through centroidal axis:

$$N = P$$
$$V = 0$$
$$M = (2+1)P = 3P$$
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{Mc}{I}$$
$$30 = \frac{P}{2(0.5)} + \frac{(3P)(1)}{\frac{1}{12}(0.5)(2)^3}$$
$$P = 3\text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

F8–5 At section through B:

$$N = 500\text{ lb},\ V = 400\text{ lb}$$
$$M = 400(10) = 4000\text{ lb}\cdot\text{in.}$$

Axial load:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{500}{4(3)} = 41.667\text{ psi (T)}$$

Shear load:

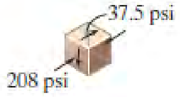
$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It} = \frac{400[(1.5)(3)(1)]}{[\frac{1}{12}(3)(4)^3]3} = 37.5\text{ psi}$$

Bending moment:

$$\sigma_x = \frac{My}{I} = \frac{4000(1)}{\frac{1}{12}(3)(4)^3} = 250\text{ psi (C)}$$

Thus

$$\sigma_x = 41.667 - 250 = 208\text{ psi (C)} \qquad \textit{Ans.}$$
$$\sigma_y = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$\tau_{xy} = 37.5\text{ psi} \qquad \textit{Ans.}$$



F8–6 Top segment:

$$\Sigma F_y = 0;\quad V_y + 1000 = 0 \qquad V_y = -1000\text{ N}$$
$$\Sigma F_x = 0;\quad V_x - 1500 = 0 \qquad V_x = 1500\text{ N}$$
$$\Sigma M_z = 0;\quad T_z - 1500(0.4) = 0 \qquad T_z = 600\text{ N}\cdot\text{m}$$
$$\Sigma M_y = 0;\quad M_y - 1500(0.2) = 0 \qquad M_y = 300\text{ N}\cdot\text{m}$$
$$\Sigma M_x = 0;\quad M_x - 1000(0.2) = 0 \qquad M_x = 200\text{ N}\cdot\text{m}$$
$$I_y = I_x = \frac{\pi}{4}(0.02^4) = 40(10^{-9})\pi\text{ m}^4$$
$$J = \frac{\pi}{2}(0.02^4) = 80(10^{-9})\pi\text{ m}^4$$
$$(Q_y)_A = \frac{4(0.02)}{3\pi}\left[\frac{\pi}{2}(0.02^2)\right] = 5.3333(10^{-6})\text{ m}^3$$
$$\sigma_A = \frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y} = \frac{-200(0)}{40(10^{-9})\pi} - \frac{-300(0.02)}{40(10^{-9})\pi}$$
$$= 47.7\text{ MPa (T)} \qquad \textit{Ans.}$$
$$[(\tau_{zy})_T]_A = \frac{T_z c}{J} = \frac{600(0.02)}{80(10^{-9})\pi} = 47.746\text{ MPa}$$
$$[(\tau_{zy})_V]_A = \frac{V_y(Q_y)_A}{I_x t} = \frac{1000[5.3333(10^{-6})]}{[40(10^{-9})\pi](0.04)}$$
$$= 1.061\text{ MPa}$$

Combining these two shear stress components,

$$(\tau_{zy})_A = 47.746 + 1.061 = 48.8\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

F8–7 Right Segment:

$$\Sigma F_z = 0;\quad V_z - 6 = 0 \qquad V_z = 6\text{ kN}$$
$$\Sigma M_y = 0;\quad T_y - 6(0.3) = 0 \qquad T_y = 1.8\text{ kN}\cdot\text{m}$$
$$\Sigma M_x = 0;\quad M_x - 6(0.3) = 0 \qquad M_x = 1.8\text{ kN}\cdot\text{m}$$
$$I_x = \frac{\pi}{4}(0.05^4 - 0.04^4) = 0.9225(10^{-6})\pi\text{ m}^4$$
$$J = \frac{\pi}{2}(0.05^4 - 0.04^4) = 1.845(10^{-6})\pi\text{ m}^4$$
$$(Q_z)_A = y_2' A_2' - y_1' A_1'$$
$$= \frac{4(0.05)}{3\pi}\left[\frac{\pi}{2}(0.05^2)\right] - \frac{4(0.04)}{3\pi}\left[\frac{\pi}{2}(0.04^2)\right]$$
$$= 40.6667(10^{-6})\text{ m}^3$$
$$\sigma_A = \frac{M_x z}{I_x} = \frac{1.8(10^3)(0)}{0.9225(10^{-6})\pi} = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$[(\tau_{yz})_T]_A = \frac{T_y c}{J} = \frac{[1.8(10^3)](0.05)}{1.845(10^{-6})\pi} = 15.53\text{ MPa}$$
$$[(\tau_{yz})_V]_A = \frac{V_z(Q_z)_A}{I_x t} = \frac{6(10^3)[40.6667(10^{-6})]}{[0.9225(10^{-6})\pi](0.02)}$$
$$= 4.210\text{ MPa}$$

Combining these two shear stress components,

$$(\tau_{yz})_A = 15.53 - 4.210 = 11.3\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

F8–8 Left Segment:

$\Sigma F_z = 0;\quad V_z - 900 - 300 = 0 \qquad V_z = 1200\text{ N}$

$\Sigma M_y = 0;\quad T_y + 300(0.1) - 900(0.1) = 0 \qquad T_y = 60\text{ N}\cdot\text{m}$

$\Sigma M_x = 0;\quad M_x + (900 + 300)0.3 = 0 \qquad M_x = -360\text{ N}\cdot\text{m}$

$$I_x = \frac{\pi}{4}(0.025^4 - 0.02^4) = 57.65625(10^{-9})\pi\text{ m}^4$$

$$J = \frac{\pi}{2}(0.025^4 - 0.02^4) = 0.1153125(10^{-6})\pi\text{ m}^4$$

$(Q_y)_A = 0$

$$\sigma_A = \frac{M_x y}{I_x} = \frac{(360)(0.025)}{57.65625(10^{-9})\pi} = 49.7\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$[(\tau_{xy})_T]_A = \frac{T_y \rho_A}{J} = \frac{60(0.025)}{0.1153125(10^{-6})\pi} = 4.14\text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

$$[(\tau_{yz})_V]_A = \frac{V_z(Q_z)_A}{I_x t} = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

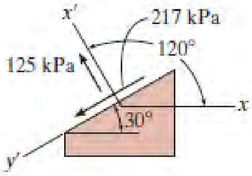
Chapter 9

F9–1 $\theta = 120^\circ \quad \sigma_x = 500\text{ kPa} \quad \sigma_y = 0 \quad \tau_{xy} = 0$

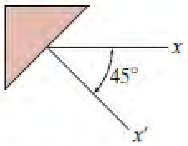
Apply Eqs. 9–1, 9–2.

$\sigma_{x'} = 125\text{ kPa}$ *Ans.*

$\tau_{x'y'} = 217\text{ kPa}$ *Ans.*



F9–2



$\theta = -45^\circ \quad \sigma_x = 0 \quad \sigma_y = -400\text{ kPa}$

$\tau_{xy} = -300\text{ kPa}$

Apply Eqs. 9–1, 9–3, 9–2.

$\sigma_{x'} = 100\text{ kPa}$ *Ans.*

$\sigma_{y'} = -500\text{ kPa}$ *Ans.*

$\tau_{x'y'} = 200\text{ kPa}$ *Ans.*

F9–3 $\theta_x = 80\text{ kPa} \quad \sigma_y = 0 \quad \tau_{xy} = 30\text{ kPa}$

Apply Eqs. 9–5, 9–4.

$\sigma_1 = 90\text{ kPa} \qquad \sigma_2 = -10\text{ kPa}$ *Ans.*

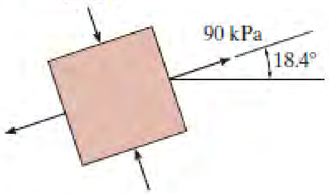
$\theta_p = 18.43^\circ$ and 108.43°

From Eq. 9–1,

$$\sigma_{x'} = \frac{80 + 0}{2} + \frac{80 - 0}{2}\cos 2(18.43^\circ) + 30\sin 2(18.43^\circ) = 90\text{ kPa} = \sigma_1$$

Thus,

$(\theta_p)_1 = 18.4^\circ$ for σ_1 *Ans.*



F9–4 $\sigma_x = 100\text{ kPa} \quad \sigma_y = 700\text{ kPa}$

$\tau_{xy} = -400\text{ kPa}$

Apply Eqs. 9–7, 9–8.

$\tau_{\substack{\max\\ \text{in-plane}}} = 500\text{ kPa}$ *Ans.*

$\sigma_{\text{avg}} = 400\text{ kPa}$ *Ans.*

F9–5 At the cross section through B:

$N = 4\text{ kN} \quad V = 2\text{ kN}$

$M = 2(2) = 4\text{ kN}\cdot\text{m}$

$$\sigma_B = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} = \frac{4(10^3)}{0.03(0.06)} + \frac{4(10^3)(0.03)}{\frac{1}{12}(0.03)(0.06)^3} = 224\text{ MPa (T)}$$

Note $\tau_B = 0$ since $Q = 0$.

Thus

$\sigma_1 = 224\text{ MPa}$ *Ans.*

$\sigma_2 = 0$

F9–6 $A_y = B_y = 12\text{ kN}$

Segment AC:

$V_C = 0 \quad M_C = 24\text{ kN}\cdot\text{m}$

$\tau_C = 0$ (since $V_C = 0$)

$\sigma_C = 0$ (since C is on neutral axis)

$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ *Ans.*

F9–7 $\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{500 + 0}{2} = 250 \text{ kPa}$

The coordinates of the center C of the circle and the reference point A are

$$A(500, 0) \qquad C(250, 0)$$

$R = CA = 500 - 250 = 250 \text{ kPa}$

$\theta = 120°$ (counterclockwise). Rotate the radial line CA counterclockwise $2\theta = 240°$ to the coordinates of point $P(\sigma_{x'}, \tau_{x'y'})$.

$\alpha = 240° - 180° = 60°$

$\sigma_{x'} = 250 - 250 \cos 60° = 125 \text{ kPa}$ *Ans.*

$\tau_{x'y'} = 250 \sin 60° = 217 \text{ kPa}$ *Ans.*

F9–8 $\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{80 + 0}{2} = 40 \text{ kPa}$

The coordinates of the center C of the circle and the reference point A are

$$A(80, 30) \qquad C(40, 0)$$

$R = CA = \sqrt{(80 - 40)^2 + 30^2} = 50 \text{ kPa}$

$\sigma_1 = 40 + 50 = 90 \text{ kPa}$ *Ans.*

$\sigma_2 = 40 - 50 = -10 \text{ kPa}$ *Ans.*

$\tan 2(\theta_p)_1 = \frac{30}{80 - 40} = 0.75$

$(\theta_p)_1 = 18.4°$ (counterclockwise) *Ans.*

F9–9 The coordinates of the reference point A and the center C of the circle are

$$A(30, 40) \qquad C(0, 0)$$

$R = CA = 50 \text{ MPa}$

$\sigma_1 = 50 \text{ MPa}$

$\sigma_2 = -50 \text{ MPa}$

F9–10 $J = \frac{\pi}{2}(0.04^4 - 0.03^4) = 0.875(10^{-6})\pi \text{ m}^4$

$\tau = \frac{Tc}{J} = \frac{4(10^3)(0.04)}{0.875(10^{-6})\pi} = 58.21 \text{ MPa}$

$\sigma_x = \sigma_y = 0$ and $\tau_{xy} = -58.21 \text{ MPa}$

$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 0$

The coordinates of the reference point A and the center C of the circle are

$$A(0, -58.21) \qquad C(0, 0)$$

$R = CA = 58.21 \text{ MPa}$

$\sigma_1 = 0 + 58.21 = 58.2 \text{ MPa}$ *Ans.*

$\sigma_2 = 0 - 58.21 = -58.2 \text{ MPa}$ *Ans.*

F9–11

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V - 30 = 0 \quad V = 30 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad -M - 30(0.3) = 0 \quad M = -9 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$I = \frac{1}{12}(0.05)(0.15^3) = 14.0625(10^{-6}) \text{ m}^4$

Segment above A,

$Q_A = y'A' = 0.05(0.05)(0.05) = 0.125(10^{-3}) \text{ m}^3$

$\sigma_A = -\frac{My_A}{I} = \frac{[-9(10^3)](0.025)}{14.0625(10^{-6})} = 16 \text{ MPa (T)}$

$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{30(10^3)[0.125(10^{-3})]}{14.0625(10^{-6})(0.05)} = 5.333 \text{ MPa}$

$\sigma_x = 16 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 0$, and $\tau_{xy} = -5.333 \text{ MPa}$

$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{16 + 0}{2} = 8 \text{ MPa}$

The coordinates of the reference point A and the center C of the circle are

$$A(16, -5.333) \qquad C(8, 0)$$

$R = CA = \sqrt{(16 - 8)^2 + (-5.333)^2} = 9.615 \text{ MPa}$

$\sigma_1 = 8 + 9.615 = 17.6 \text{ MPa}$ *Ans.*

$\sigma_2 = 8 - 9.615 = -1.61 \text{ MPa}$ *Ans.*

F9–12

$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad 60(1) - A_y(1.5) = 0 \quad A_y = 40 \text{ kN}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 40 - V = 0 \quad V = 40 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M - 40(0.5) = 0 \quad M = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Consider large rectangle minus two side rectangles.

$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.2^3) - (2)\frac{1}{12}(0.045)(0.18^3) = 22.9267(10^{-6}) \text{ m}^4$

Top rectangle,

$Q_A = y'A' = 0.095(0.01)(0.1) = 95(10^{-6}) \text{ m}^3$

$\sigma_A = -\frac{My_A}{I} = -\frac{[20(10^3)](0.09)}{22.9267(10^{-6})} = -78.51 \text{ MPa}$

$= 78.51 \text{ MPa (C)}$

$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{40(10^3)[95(10^{-6})]}{[22.9267(10^{-6})](0.01)} = 16.57 \text{ MPa}$

$\sigma_x = -78.51 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 0$, and $\tau_{xy} = -16.57 \text{ MPa}$

$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-78.51 + 0}{2} = -39.26 \text{ MPa}$

The coordinates of the reference point A and the center C of the circle are

$$A(-78.51, -16.57) \qquad C(-39.26, 0)$$

$$R = CA = \sqrt{[-78.51 - (-39.26)]^2 + (-16.57)^2} = 42.61 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\substack{\max \\ \text{in-plane}}} = |R| = 42.6 \text{ MPa} \qquad \textit{Ans.}$$

Chapter 11

F11–1

At support,

$V_{\max} = 12 \text{ kN} \qquad M_{\max} = 18 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$$I = \frac{1}{12}(a)(2a)^3 = \frac{2}{3}a^4$$

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M_{\max}c}{I}; \qquad 10(10^6) = \frac{18(10^3)(a)}{\frac{2}{3}a^4}$$

$$a = 0.1392 \text{ m} = 139.2 \text{ mm}$$

Use $a = 140$ mm *Ans.*

$$I = \frac{2}{3}(0.14^4) = 0.2561(10^{-3}) \text{ m}^4$$

$$Q_{\max} = \frac{0.14}{2}(0.14)(0.14) = 1.372(10^{-3}) \text{ m}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}Q_{\max}}{It} = \frac{12(10^3)[1.372(10^{-3})]}{[0.2561(10^{-3})](0.14)}$$

$$= 0.459 \text{ MPa} < \tau_{\text{allow}} = 1 \text{ MPa (OK)}$$

F11–2

At support,

$V_{\max} = 3 \text{ kip} \qquad M_{\max} = 12 \text{ kip} \cdot \text{ft}$

$$I = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M_{\max}c}{I}; \qquad 20 = \frac{12(12)\left(\frac{d}{2}\right)}{\frac{\pi d^4}{64}}$$

$$d = 4.19 \text{ in.}$$

Use $d = 4\frac{1}{4}$ in. *Ans.*

$$I = \frac{\pi}{64}(4.25^4) = 16.015 \text{ in}^4$$

Semicircle,

$$Q_{\max} = \frac{4(4.25/2)}{3\pi}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)(4.25^2)\right] = 6.397 \text{ in}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}Q_{\max}}{It} = \frac{3(6.397)}{16.015(4.25)}$$

$$= 0.282 \text{ ksi} < \tau_{\text{allow}} = 10 \text{ ksi (OK)}$$

F11–3

At the supports,

$V_{\max} = 10$ kN

Under 15-kN load,

$M_{\max} = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$$I = \frac{1}{12}(a)(2a)^3 = \frac{2}{3}a^4$$

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M_{\max}c}{I}; \qquad 12(10^6) = \frac{5(10^3)(a)}{\frac{2}{3}a^4}$$

$$a = 0.0855 \text{ m} = 85.5 \text{ mm}$$

Use $a = 86$ mm *Ans.*

$$I = \frac{2}{3}(0.086^4) = 36.4672(10^{-6}) \text{ m}^4$$

Top half of rectangle,

$$Q_{\max} = \frac{0.086}{2}(0.086)(0.086) = 0.318028(10^{-3}) \text{ m}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}Q_{\max}}{It} = \frac{10(10^3)[0.318028(10^{-3})]}{[36.4672(10^{-6})](0.086)}$$

$$= 1.01 \text{ MPa} < \tau_{\text{allow}} = 1.5 \text{ MPa (OK)}$$

F11–4

At the supports,

$V_{\max} = 4.5$ kip

At the center,

$M_{\max} = 6.75 \text{ kip} \cdot \text{ft}$

$$I = \frac{1}{12}(4)(h^3) = \frac{h^3}{3}$$

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M_{\max}c}{I}; \quad 2 = \frac{6.75(12)\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h^3}{3}}$$

$$h = 7.794 \text{ in.}$$

Top half of rectangle,

$$Q_{\max} = y'A' = \frac{h}{4}\left(\frac{h}{2}\right)(4) = \frac{h^2}{2}$$

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}Q_{\max}}{It}; \ 0.2 = \frac{4.5\left(\frac{h^2}{2}\right)}{\frac{h^3}{3}(4)}$$

$$h = 8.4375 \text{ in. (controls)}$$

Use $h = 8\frac{1}{2}$ in. *Ans.*

F11–5

At the supports,

$V_{max} = 25$ kN

At the center,

$M_{max} = 20$ kN · m

$$I = \frac{1}{12}(b)(3b)^3 = 2.25b^4$$

$$\sigma_{allow} = \frac{M_{max}c}{I}; \quad 12(10^6) = \frac{20(10^3)(1.5b)}{2.25b^4}$$

$$b = 0.1036 \text{ m} = 103.6 \text{ mm}$$

Use $b = 104$ mm *Ans.*

$I = 2.25(0.104^4) = 0.2632(10^{-3})\ \text{m}^4$

Top half of rectangle,

$Q_{max} = 0.75(0.104)[1.5(0.104)(0.104)] = 1.2655(10^{-3})\ \text{m}^3$

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}Q_{max}}{It} = \frac{25(10^3)[1.2655(10^{-3})]}{[0.2632(10^{-3})](0.104)}$$

$$= 1.156 \text{ MPa} < \tau_{allow} = 1.5 \text{ MPa (OK).}$$

F11–6

Within the overhang,

$V_{max} = 150$ kN

At B,

$M_{max} = 150$ kN · m

$$S_{reqd} = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{150(10^3)}{150(10^6)} = 0.001 \text{ m}^3 = 1000(10^3) \text{ mm}^3$$

Select W410 × 67 [$S_x = 1200(10^3)$ mm^3, $d = 410$ mm, and $t_w = 8.76$ mm]. *Ans.*

$$\tau_{max} = \frac{V}{t_w d} = \frac{150(10^3)}{0.00876(0.41)}$$

$$= 41.76 \text{ MPa} < \tau_{allow} = 75 \text{ MPa (OK)}$$

Chapter 12

F12–1

Use left segment,

$M(x) = 30$ kN · m

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = 30$$

$$EI\frac{dv}{dx} = 30x + C_1$$

$$EIv = 15x^2 + C_1x + C_2$$

At $x = 3$ m, $\frac{dv}{dx} = 0$.

$C_1 = -90$ kN · m^2

At $x = 3$ m, $v = 0$.

$C_2 = 135$ kN · m^3

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}(30x - 90)$$

$$v = \frac{1}{EI}(15x^2 - 90x + 135)$$

For end A, $x = 0$

$$\theta_A = \frac{dv}{dx}\bigg|_{x=0} = -\frac{90(10^3)}{200(10^9)[65.0(10^{-6})]} = -0.00692 \text{ rad}$$

Ans.

$$v_A = v|_{x=0} = \frac{135(10^3)}{200(10^9)[65.0(10^{-6})]} = 0.01038 \text{ m} = 10.4 \text{ mm}$$

Ans.

F12–2

Use left segment,

$M(x) = (-10x - 10)$ kN · m

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = -10x - 10$$

$$EI\frac{dv}{dx} = -5x^2 - 10x + C_1$$

$$EIv = -\frac{5}{3}x^3 - 5x^2 + C_1x + C_2$$

At $x = 3$ m, $\frac{dv}{dx} = 0$.

$EI(0) = -5(3^2) - 10(3) + C_1 \qquad C_1 = 75$ kN · m^2

At $x = 3$ m, $v = 0$.

$EI(0) = -\frac{5}{3}(3^3) - 5(3^2) + 75(3) + C_2 \quad C_2 = -135$ kN · m^3

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}(-5x^2 - 10x + 75)$$

$$v = \frac{1}{EI}\left(-\frac{5}{3}x^3 - 5x^2 + 75x - 135\right)$$

For end A, $x = 0$

$$\theta_A = \frac{dv}{dx}\bigg|_{x=0} = \frac{1}{EI}[-5(0) - 10(0) + 75]$$

$$= \frac{75(10^3)}{200(10^9)[65.0(10^{-6})]} = 0.00577 \text{ rad}$$ *Ans.*

$$v_A = v|_{x=0} = \frac{1}{EI}\left[-\frac{5}{3}(0^3) - 5(0^2) + 75(0) - 135\right]$$

$$= -\frac{135(10^3)}{200(10^9)[65.0(10^{-6})]} = -0.01038 \text{ m} = -10.4 \text{ mm}$$ *Ans.*

F12–3

Use left segment,

$$M(x) = \left(-\frac{3}{2}x^2 - 10x\right) \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{3}{2}x^2 - 10x$$

$$EI\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{2}x^3 - 5x^2 + C_1$$

At $x = 3$ m, $\frac{dv}{dx} = 0$.

$$EI(0) = -\frac{1}{2}(3^3) - 5(3^2) + C_1 \qquad C_1 = 58.5 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}\left(-\frac{1}{2}x^3 - 5x^2 + 58.5\right)$$

For end A, $x = 0$

$$\theta_A = \frac{dv}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{58.5(10^3)}{200(10^9)[65.0(10^{-6})]} = 0.0045 \text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

F12–4

$A_y = 600$ lb

Use left segment,

$M(x) = (600x - 50x^2)$ lb · ft

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = 600x - 50x^2$$

$$EI\frac{dv}{dx} = 300x^2 - 16.667x^3 + C_1$$

$$EIv = 100x^3 - 4.1667x^4 + C_1x + C_2$$

At $x = 0$, $v = 0$.

$$EI(0) = 100(0^3) - 4.1667(0^4) + C_1(0) + C_2 \qquad C_2 = 0$$

At $x = 12$ ft, $v = 0$.

$$EI(0) = 100(12^3) - 4.1667(12^4) + C_1(12)$$

$$C_1 = -7200 \text{ lb}\cdot\text{ft}^2$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}(300x^2 - 16.667x^3 - 7200)$$

$$v = \frac{1}{EI}(100x^3 - 4.1667x^4 - 7200x)$$

v_{max} occurs where $\frac{dv}{dx} = 0$.

$$300x^2 - 16.667x^3 - 7200 = 0$$

$x = 6$ ft *Ans.*

$$v = \frac{1}{EI}[100(6^3) - 4.1667(6^4) - 7200(6)]$$

$$= \frac{-27\,000(12 \text{ in./ft})^3}{1.5(10^6)\left[\frac{1}{12}(3)(6^3)\right]}$$

$$= -0.576 \text{ in.} \qquad \textit{Ans.}$$

F12–5

$A_y = -5$ kN

Use left segment,

$M(x) = (40 - 5x)$ kN · m

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = 40 - 5x$$

$$EI\frac{dv}{dx} = 40x - 2.5x^2 + C_1$$

$$EIv = 20x^2 - 0.8333x^3 + C_1x + C_2$$

At $x = 0$, $v = 0$.

$$EI(0) = 20(0^2) - 0.8333(0^3) + C_1(0) + C_2 \qquad C_2 = 0$$

At $x = 6$ m, $v = 0$.

$$EI(0) = 20(6^2) - 0.8333(6^3) + C_1(6) + 0$$

$$C_1 = -90 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}(40x - 2.5x^2 - 90)$$

$$v = \frac{1}{EI}(20x^2 - 0.8333x^3 - 90x)$$

v_{max} occurs where $\frac{dv}{dx} = 0$.

$$40x - 2.5x^2 - 90 = 0$$

$x = 2.7085$ m

$$v = \frac{1}{EI}[20(2.7085^2) - 0.83333(2.7085^3) - 90(2.7085)]$$

$$= -\frac{113.60(10^3)}{200(10^9)[39.9(10^{-6})]} = -0.01424 \text{ m} = -14.2 \text{ mm} \qquad \textit{Ans.}$$

F12–6

$A_y = 10$ kN

Use left segment,

$M(x) = (10x + 10)$ kN · m

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = 10x + 10$$

$$EI\frac{dv}{dx} = 5x^2 + 10x + C_1$$

Due to symmetry, $\frac{dv}{dx} = 0$ at $x = 3$ m.

$$EI(0) = 5(3^2) + 10(3) + C_1 \quad C_1 = -75 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}[5x^2 + 10x - 75]$$

At $x = 0$,

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-75(10^3)}{200(10^9)(39.9(10^{-6}))} = -9.40(10^{-3}) \text{ rad} \qquad \textit{Ans.}$$

F12–7

Since B is a fixed support, $\theta_B = 0$.

$$\theta_A = |\theta_{A/B}| = \frac{1}{2}\left(\frac{38}{EI} + \frac{20}{EI}\right)(3) = \frac{87\text{ kN}\cdot\text{m}^2}{EI}$$

$$= \frac{87(10^3)}{200(10^9)[65(10^{-6})]} = 0.00669 \text{ rad} \quad \textit{Ans.}$$

$$v_A = |t_{A/B}| = (1.5)\left[\frac{20}{EI}(3)\right] + 2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{18}{EI}\right)(3)\right]$$

$$= \frac{144(10^3)}{200(10^9)[65(10^{-6})]} = 0.01108 \text{ m} = 11.1 \text{ mm} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–8

Since B is a fixed support, $\theta_B = 0$.

$$\theta_A = |\theta_{A/B}| = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{EI} + \frac{20}{EI}\right)(1) + \frac{1}{2}\left(\frac{20}{EI}\right)(1) = \frac{45\text{ kN}\cdot\text{m}^2}{EI}$$

$$= \frac{45(10^3)}{200(10^9)[126(10^{-6})]} = 0.00179 \text{ rad} \quad \textit{Ans.}$$

$$v_A = |t_{A/B}| =$$

$$(1.6667)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{30}{EI}\right)(1)\right] + 1.5\left[\frac{20}{EI}(1)\right] + 0.6667\left[\frac{1}{2}\left(\frac{20}{EI}\right)(1)\right]$$

$$= \frac{61.667\text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI} = \frac{61.667(10^3)}{200(10^9)[126(10^{-6})]}$$

$$= 0.002447 \text{ m} = 2.48 \text{ mm} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–9

Since B is a fixed support, $\theta_B = 0$.

$$\theta_A = |\theta_{A/B}| = \frac{1}{2}\left[\frac{60}{EI}(1)\right] + \frac{30}{EI}(2) = \frac{90\text{ kN}\cdot\text{m}^2}{EI}$$

$$= \frac{90(10^3)}{200(10^9)[121(10^{-6})]} = 0.00372 \text{ rad} \quad \textit{Ans.}$$

$$v_A = |t_{A/B}| = 1.6667\left[\frac{1}{2}\left(\frac{60}{EI}\right)(1)\right] + (1)\left[\frac{30}{EI}(2)\right]$$

$$= \frac{110\text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI}$$

$$= \frac{110(10^3)}{200(10^9)[121(10^{-6})]} = 0.004545 \text{ m} = 4.55 \text{ mm} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–10

Since B is a fixed support, $\theta_B = 0$.

$$\theta_A = |\theta_{A/B}| = \frac{1}{2}\left(\frac{18}{EI}\right)(6) + \frac{1}{3}\left(\frac{9}{EI}\right)(3) = \frac{63\text{ kip}\cdot\text{ft}^2}{EI}$$

$$= \frac{63(12^2)}{29(10^3)(245)} = 0.00128 \text{ rad} \quad \textit{Ans.}$$

$$v_A = |t_{A/B}| = 4\left[\frac{1}{2}\left(\frac{18}{EI}\right)(6)\right] + (3 + 2.25)\left[\frac{1}{3}\left(\frac{9}{EI}\right)(3)\right]$$

$$= \frac{263.25\text{ kip}\cdot\text{ft}^3}{EI} = \frac{263.25(12^3)}{29(10^3)(245)} = 0.0640 \text{ in.} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–11

Due to symmetry, the slope at the midspan of the beam (point C) is zero, i.e., $\theta_C = 0$.

$$v_{max} = v_C = |t_{A/C}| = (2)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{30}{EI}\right)(3)\right] + 1.5\left[\frac{10}{EI}(3)\right]$$

$$= \frac{135\text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI}$$

$$= \frac{135(10^3)}{200(10^9)[42.8(10^{-6})]} = 0.0158 \text{ m} = 15.8 \text{ mm} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–12

$$t_{A/B} = 2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{30}{EI}\right)(6)\right] + 3\left[\frac{10}{EI}(6)\right] = \frac{360}{EI}$$

$$\theta_B = \frac{|t_{A/B}|}{L} = \frac{\frac{360}{EI}}{6} = \frac{60}{EI}$$

The maximum deflection occurs at point C where the slope of the elastic curve is zero.

$$\theta_B = \theta_{B/C}$$

$$\frac{60}{EI} = \left(\frac{10}{EI}\right)x + \frac{1}{2}\left(\frac{5x}{EI}\right)x$$

$$2.5x^2 + 10x - 60 = 0$$

$$x = 3.2915 \text{ m}$$

$$v_{max} = |t_{B/C}| =$$

$$\frac{2}{3}(3.2915)\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{5(3.2915)}{EI}\right](3.2915)\right\} + \frac{1}{2}(3.2915)\left[\frac{10}{EI}(3.2915)\right]$$

$$= \frac{113.60\text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI}$$

$$= \frac{113.60(10^3)}{200(10^9)[39.9(10^{-6})]} = 0.01424 \text{ m} = 14.2 \text{ mm} \downarrow \quad \textit{Ans.}$$

F12–13

Remove B_y,

$$(v_B)_1 = \frac{Px^2}{6EI}(3L - x) = \frac{40(4^2)}{6EI}[3(6) - 4] = \frac{1493.33}{EI} \downarrow$$

Apply B_y,

$$(v_B)_2 = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{B_y(4^3)}{3EI} = \frac{21.33B_y}{EI} \uparrow$$

$$(+\uparrow)\ v_B = 0 = (v_B)_1 + (v_B)_2$$

$$0 = -\frac{1493.33}{EI} + \frac{21.33B_y}{EI}$$

$B_y = 70$ kN *Ans.*

For the beam,

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\quad A_x = 0$ *Ans.*

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 70 - 40 - A_y = 0 \quad A_y = 30$ kN *Ans.*

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\quad 70(4) - 40(6) - M_A = 0$

$M_A = 40$ kN·m *Ans.*

F12–14

Remove B_y,

To use the deflection tables, consider loading as a superposition of uniform distributed load minus a triangular load.

$$(v_B)_1 = \frac{w_0 L^4}{8EI}\downarrow \qquad (v_B)_2 = \frac{w_0 L^4}{30EI}\uparrow$$

Apply B_y,

$$(+\uparrow)\quad (v_B)_3 = \frac{B_y L^3}{3EI}\uparrow \; v_B = 0 = (v_B)_1 + (v_B)_2 + (v_B)_3$$

$$0 = -\frac{w_0 L^4}{8EI} + \frac{w_0 L^4}{30EI} + \frac{B_y L^3}{3EI}$$

$$B_y = \frac{11 w_0 L}{40}$$ *Ans.*

For the beam,

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\quad A_x = 0$ *Ans.*

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad A_y + \frac{11w_0 L}{40} - \frac{1}{2}w_0 L = 0$$

$$A_y = \frac{9w_0 L}{40}$$ *Ans.*

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\quad M_A + \frac{11w_0 L}{40}(L) - \frac{1}{2}w_0 L\left(\frac{2}{3}L\right) = 0$$

$$M_A = \frac{7w_0 L^2}{120}$$ *Ans.*

F12–15

Remove B_y,

$$(v_B)_1 = \frac{wL^4}{8EI} = \frac{[10(10^3)](6^4)}{8[200(10^9)][65.0(10^{-6})]} = 0.12461 \text{ m}\downarrow$$

Apply B_y,

$$(v_B)_2 = \frac{B_y L^3}{3EI} = \frac{B_y(6^3)}{3[200(10^9)][65.0(10^{-6})]} = 5.5385(10^{-6})B_y\uparrow$$

$(+\downarrow)\quad v_B = (v_B)_1 + (v_B)_2$

$0.002 = 0.12461 - 5.5385(10^{-6})B_y$

$B_y = 22.314(10^3)$ N $= 22.1$ kN *Ans.*

For the beam,

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\quad A_x = 0$ *Ans.*

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad A_y + 22.14 - 10(6) = 0 \quad A_y = 37.9$ kN *Ans.*

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\quad M_A + 22.14(6) - 10(6)(3) = 0$

$M_A = 47.2$ kN·m *Ans.*

F12–16

Remove B_y,

$$(v_B)_1 = \frac{M_O L}{6EI(2L)}[(2L)^2 - L^2] = \frac{M_O L^2}{4EI}\downarrow$$

Apply B_y,

$$(v_B)_2 = \frac{B_y(2L)^3}{48EI} = \frac{B_y L^3}{6EI}\uparrow$$

$(+\uparrow)\quad v_B = 0 = (v_B)_1 + (v_B)_2$

$$0 = -\frac{M_O L^2}{4EI} + \frac{B_y L^3}{6EI}$$

$$B_y = \frac{3M_O}{2L}$$ *Ans.*

F12–17

Remove B_y,

$$(v_B)_1 = \frac{Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2) = \frac{50(4)(6)}{6EI(12)}(12^2 - 4^2 - 6^2)$$

$$= \frac{1533.3 \text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI}\downarrow$$

Apply B_y,

$$(v_B)_2 = \frac{B_y L^3}{48EI} = \frac{B_y(12^3)}{48EI} = \frac{36B_y}{EI}\uparrow$$

$(+\uparrow)\quad v_B = 0 = (v_B)_1 + (v_B)_2$

$$0 = -\frac{1533.3 \text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI} + \frac{36B_y}{EI}$$

$B_y = 42.6$ kN *Ans.*

F12–18

Remove B_y,

$$(v_B)_1 = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5[10(10^3)](12^4)}{384[200(10^9)][65.0(10^{-6})]} = 0.20769\downarrow$$

Apply B_y,

$$(v_B)_2 = \frac{B_y L^3}{48EI} = \frac{B_y(12^3)}{48[200(10^9)][65.0(10^{-6})]}$$

$$= 2.7692(10^{-6})B_y\uparrow$$

$(+\uparrow)\quad v_B = (v_B)_1 + (v_B)_2$

$-0.005 = -0.20769 + 2.7692(10^{-6})B_y$

$B_y = 73.19(10^3)$ N $= 73.2$ kN *Ans.*

Chapter 13

F13–1

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2\left[29(10^3)\right]\left[\frac{\pi}{4}(0.5)^4\right]}{[0.5(50)]^2} = 22.5 \text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{22.5}{\pi(0.5)^2} = 28.6 \text{ ksi} < \sigma_Y \quad \text{OK}$$

F13–2

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2\left[1.6(10^3)\right]\left[\frac{1}{12}(4)(2)^3\right]}{[1(12)(12)]^2}$$

$$= 2.03 \text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

F13–3

For buckling about the x axis, $K_x = 1$ and $L_x = 12$ m.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} = \frac{\pi^2[200(10^9)][87.3(10^{-6})]}{[1(12)]^2} = 1.197(10^6) \text{ N}$$

For buckling about the y axis, $K_y = 1$ and $L_y = 6$ m.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} = \frac{\pi^2[200(10^9)][18.8(10^{-6})]}{[1(6)]^2}$$

$$= 1.031(10^6) \text{ N (controls)}$$

$$P_{allow} = \frac{P_{cr}}{\text{F.S.}} = \frac{1.031(10^6)}{2} = 515 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{1.031(10^6)}{7.4(10^{-3})} = 139.30 \text{ MPa} < \sigma_Y = 345 \text{ MPa (OK)}$$

F13–4

$$A = \pi[(0.025)^2 - (0.015)^2] = 1.257(10^{-3}) \text{ m}^2$$

$$I = \frac{1}{4}\pi\left[(0.025)^4 - (0.015)^4\right] = 267.04(10^{-9}) \text{ m}^4$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2\left[200(10^9)\right]\left[267.04(10^{-9})\right]}{[0.5(5)]^2} = 84.3 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{84.3(10^3)}{1.257(10^{-3})} = 67.1 \text{ MPa} < 250 \text{ MPa} \quad \text{(OK)}$$

F13–5

Joint A,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{AB}\left(\frac{3}{5}\right) - P = 0 \qquad F_{AB} = 1.6667P \text{ (T)}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad 1.6667P\left(\frac{4}{5}\right) - F_{AC} = 0$$

$$F_{AC} = 1.3333P \text{ (C)}$$

$$A = \frac{\pi}{4}(2^2) = \pi \text{ in}^2 \qquad I = \frac{\pi}{4}(1^4) = \frac{\pi}{4} \text{ in}^4$$

$$P_{cr} = F(\text{F.S.}) = 1.3333P(2) = 2.6667P$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$2.6667P = \frac{\pi^2[29(10^3)]\left(\frac{\pi}{4}\right)}{[1(4)(12)]^2}$$

$$P = 36.59 \text{ kip} = 36.6 \text{ kip} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{2.6667(36.59)}{\pi} = 31.06 \text{ ksi} < \sigma_Y = 50 \text{ ksi}$$

(OK)

F13–6

Beam AB,

$$\circlearrowleft +\Sigma M_A = 0; \quad w(6)(3) - F_{BC}(6) = 0 \qquad F_{BC} = 3w$$

Strut BC,

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4}(0.05^2) = 0.625(10^{-3})\pi \text{ m}^2 \qquad I = \frac{\pi}{4}(0.025^4)$$

$$= 97.65625(10^{-9})\pi \text{ m}^4$$

$$P_{cr} = F_{BC}(\text{F.S.}) = 3w(2) = 6w$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$6w = \frac{\pi^2[200(10^9)][97.65625(10^{-9})\pi]}{[1(3)]^2}$$

$$w = 11.215(10^3) \text{ N/m} = 11.2 \text{ kN/m} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{6[11.215(10^3)]}{0.625(10^{-3})\pi} = 34.27 \text{ MPa} < \sigma_Y = 345 \text{ MPa}$$

(OK)

د انتخاب شویو سوالونو ځوابونه

Selected Answers

Chapter 1

1–1. $N_E = 0, V_E = -200$ lb, $M_E = -2.40$ kip · ft

1–2. (a) $N_a = 500$ lb, $V_a = 0$,
(b) $N_b = 433$ lb, $V_b = 250$ lb

1–3. $V_{b-b} = 2.475$ kip, $N_{b-b} = 0.390$ kip,
$M_{b-b} = 3.60$ kip · ft

1–5. $N_B = 0, V_B = 288$ lb,
$M_B = -1.15$ kip · ft

1–6. $N_D = 0.703$ kN, $V_D = 0.3125$ kN,
$M_D = 0.3125$ kN · m

1–7. $N_F = 1.17$ kN, $V_F = 0, M_F = 0, N_E = 0.703$ kN,
$V_E = -0.3125$ kN, $M_E = 0.3125$ kN · m

1–9. $N_D = 0, V_D = -3.25$ kN, $M_D = 5.625$ kN · m

1–10. $N_A = 0, V_A = 450$ lb, $M_A = -1.125$ kip · ft,
$N_B = 0, V_B = 850$ lb, $M_B = -6.325$ kip · ft,
$V_C = 0, N_C = -1.20$ kip, $M_C = -8.125$ kip · ft

1–11. $N_D = -527$ lb, $V_D = -373$ lb, $M_D = -373$ lb · ft,
$N_E = 75.0$ lb, $V_E = 355$ lb, $M_E = -727$ lb · ft

1–13. $N_{a-a} = -100$ N, $V_{a-a} = 0, M_{a-a} = -15$ N · m

1–14. $N_{b-b} = -86.6$ N, $V_{b-b} = 50$ N, $M_{b-b} = -15$ N · m

1–15. $N_C = 0, V_C = -1.40$ kip, $M_C = 8.80$ kip · ft

1–17. $(N_D)_x = 0, (V_D)_y = 154$ N, $(V_D)_z = -171$ N,
$(T_D)_x = 0, (M_D)_y = -94.3$ N · m,
$(M_D)_z = -149$ N · m

1–18. $(N_C)_x = 0, (V_C)_y = -246$ N, $(V_C)_z = -171$ N,
$(T_C)_x = 0, (M_C)_y = -154$ N · m,
$(M_C)_z = -123$ N · m

1–19. $(V_A)_x = 0, (N_A)_y = -25$ lb, $(V_A)_z = 43.3$ lb,
$(M_A)_x = 303$ lb · in., $(T_A)_y = -130$ lb · in.,
$(M_A)_z = -75$ lb · in.

1–21. $N_E = -2.94$ kN, $V_E = -2.94$ kN,
$M_E = -2.94$ kN · m

1–22. $F_{BC} = 1.39$ kN, $F_A = 1.49$ kN, $N_D = 120$ N,
$V_D = 0, M_D = 36.0$ N · m

1–23. $N_E = 0, V_E = 120$ N, $M_E = 48.0$ N · m,
Short link: $V = 0, N = 1.39$ kN, $M = 0$

1–25. $V_B = 496$ lb, $N_B = 59.8$ lb, $M_B = 480$ lb · ft,
$N_C = 495$ lb, $V_C = 70.7$ lb, $M_C = 1.59$ kip · ft

1–26. $N_F = 0, V_F = 80$ lb, $M_F = 160$ lb · ft,
$N_G = 16.7$ lb, $V_G = 72.0$ lb, $M_G = 108$ lb · ft

1–27. $(V_B)_x = -300$ N, $(N_B)_y = -800$ N, $(V_B)_z = 771$ N,
$(M_B)_x = 2.11$ kN · m, $(T_B)_y = -600$ N · m,
$(M_B)_z = 600$ N · m

1–29. $V_B = 0.785\,wr, N_B = 0, T_B = 0.0783\,wr^2$,
$M_B = -0.293\,wr^2$

1–31. $\tau_{avg} = 119$ MPa

1–33. $\sigma_{avg} = \dfrac{P}{A}\sin^2\theta, \ \tau_{avg} = \dfrac{P}{2A}\sin 2\theta$

1–34. $F = 22.5$ kip, $d = 0.833$ in.

1–35. $P_{allow} = 9.12$ kip

1–37. $P = 40$ MN, $d = 2.40$ m

1–38. $\sigma = 2.92$ psi, $\tau = 8.03$ psi

1–39. $\sigma_{BC} = \left\{\dfrac{1.528\cos\theta}{\sin(45^\circ + \theta/2)}\right\}$ ksi

1–41. $P = 37.7$ kN

1–42. $(\tau_{avg})_A = 50.9$ MPa

1–43. $\tau_B = \tau_C = 81.9$ MPa, $\tau_A = 88.1$ MPa

1–45. $\sigma = (238 - 22.6z)$ kPa

1–46. $\sigma_{AB} = 333$ MPa, $\sigma_{CD} = 250$ MPa

1–47. $d = 1.20$ m

1–49. $\tau_{avg} = 11.1$ ksi

1–50. $\sigma_{a-a} = 90.0$ kPa, $\tau_{a-a} = 52.0$ kPa

1–51. $\sigma = 4.69$ MPa, $\tau = 8.12$ MPa

1–53. $\sigma = [43.75 - 22.5x]$ MPa

1–54. $\sigma = 66.7$ psi, $\tau = 115$ psi

1–55. $\sigma_{AB} = 127$ MPa, $\sigma_{AC} = 129$ MPa

1–57. $w = w_1 e^{(w_1^2\gamma)z/(2P)}$

1–58. $\theta = 30.7^\circ, \sigma = 152$ MPa

1–59. $\sigma = \dfrac{m\omega^2}{8A}(L^2 - 4x^2)$

1–61. $\sigma = (32.5 - 20.0x)$ MPa

1–62. $\sigma = \dfrac{w_0}{2aA}(2a^2 - x^2)$

1–63. $\sigma = \dfrac{w_0}{2aA}(2a - x)^2$

1–65. $P = 9.375$ kip

1–66. $P = 62.5$ kN

1–67. $\omega = 6.85$ rad/s

1–69. Use $h = 2\frac{3}{4}$ in.

1–70. $d = 5.71$ mm

1–71. $P = 0.491$ kip

1–73. $F = 3.09$ kip

1–74. $F_H = 20.0$ kN, $F_{BF} = F_{AG} = 15.0$ kN,
$d_{EF} = d_{CG} = 11.3$ mm

1–75. For A': Use a 3 in. × 3 in. plate,
For B': Use a $4\frac{1}{2}$ in. × $4\frac{1}{2}$ in. plate

1–77. Use $d_A = \frac{5}{8}$ in., $d_B = 1\frac{1}{16}$ in.

1–78. $d_{AB} = 4.81$ mm, $d_{AC} = 5.22$ mm

1–79. $P = 5.83$ kN

1–81. $d_A = d_B = 5.20$ mm

1–82. $(F.S.)_{st} = 2.14$, $(F.S.)_{con} = 3.53$

1–83. $W = 680$ lb

1–85. $d_2 = 35.7$ mm, $d_3 = 27.6$ mm, $d_1 = 22.6$ mm

1–86. $d_{AB} = 15.5$ mm, $d_{AC} = 13.0$ mm

1–87. $P = 7.54$ kN

1–89. $P = 9.09$ kip

1–90. $d_B = 6.11$ mm, $d_w = 15.4$ mm

1–91. $P = 55.0$ kN
1–93. $d_{AB} = 6.90$ mm, $d_{CD} = 6.20$ mm
1–94. $h = 1.74$ in.
1–95. $d = 0.620$ in., $P_{max} = 7.25$ kip
1–96. $t = 0.800$ in., $P_{max} = 24.0$ kip, $w = 2.50$ in.
R1–1. $N_D = -2.16$ kip, $V_D = 0$, $M_D = 2.16$ kip·ft, $V_E = 0.540$ kip, $N_E = 4.32$ kip, $M_E = 2.16$ kip·ft
R1–2. $\sigma_s = 208$ MPa, $(\tau_{avg})_a = 4.72$ MPa, $(\tau_{avg})_b = 45.5$ MPa
R1–3. Use $t = \frac{1}{4}$ in., $d_A = 1\frac{1}{8}$ in., $d_B = \frac{13}{16}$ in.
R1–5. $\tau_{avg} = 25.5$ MPa, $\sigma_b = 4.72$ MPa
R1–6. $\sigma_{a-a} = 200$ kPa, $\tau_{a-a} = 115$ kPa
R1–7. $\sigma_{40} = 3.98$ MPa, $\sigma_{30} = 7.07$ MPa, $\tau_{avg} = 5.09$ MPa

Chapter 2

2–1. $\epsilon = 0.167$ in./in.
2–2. $\epsilon = 0.0472$ in./in.
2–3. $\epsilon_{CE} = 0.00250$ mm/mm, $\epsilon_{BD} = 0.00107$ mm/mm
2–5. $\gamma_{xy} = -0.0200$ rad
2–6. $(\gamma_A)_{xy} = -0.0262$ rad, $(\gamma_B)_{xy} = -0.205$ rad, $(\gamma_C)_{xy} = -0.205$ rad, $(\gamma_D)_{xy} = -0.0262$ rad
2–7. $(\epsilon_{avg})_{AC} = 6.04(10^{-3})$ mm/mm
2–9. $\epsilon_{AB} = \dfrac{0.5\Delta L}{L}$
2–10. $(\gamma_A)_{xy} = 27.8(10^{-3})$ rad, $(\gamma_B)_{xy} = 35.1(10^{-3})$ rad
2–11. $(\gamma_{xy})_C = 25.5(10^{-3})$ rad, $(\gamma_{xy})_D = 18.1(10^{-3})$ rad
2–13. $\epsilon_{AD} = 0.0566$ mm/mm, $\epsilon_{CF} = -0.0255$ mm/mm
2–14. $\epsilon_{AB} = 0.00418$ mm/mm
2–15. $\Delta_B = 6.68$ mm
2–17. $\epsilon = 2kx$
2–18. $(\gamma_B)_{xy} = 11.6(10^{-3})$ rad, $(\gamma_A)_{xy} = 11.6(10^{-3})$ rad
2–19. $(\gamma_C)_{xy} = 11.6(10^{-3})$ rad, $(\gamma_D)_{xy} = 11.6(10^{-3})$ rad
2–21. $\epsilon_x = -0.03$ in./in., $\epsilon_y = 0.02$ in./in.
2–22. $\gamma_{xy} = 0.00880$ rad
2–23. $\epsilon_x = 0.00443$ mm/mm
2–25. $\gamma_A = 0$, $\gamma_B = 0.199$ rad
2–26. $(\gamma_{x'y'})_A = -0.0672$ rad, $(\gamma_{x'y'})_B = 0.0672$ rad
2–27. $\epsilon_{AB} = -7.77(10^{-3})$ in./in., $\epsilon_{BD} = 0.025$ in./in. $\epsilon_{AC} = -0.0417$ in./in.
2–29. $(\epsilon_{avg})_{AC} = 0.0168$ mm/mm, $(\gamma_A)_{xy} = 0.0116$ rad
2–30. $(\epsilon_{avg})_{BD} = 1.60(10^{-3})$ mm/mm, $(\gamma_B)_{xy} = 0.0148$ rad
2–31. $(\Delta x)_C = \dfrac{kL}{\pi}$, $\epsilon_{avg} = \dfrac{2k}{\pi}$
2–33. $\epsilon_{AB} = \dfrac{v_B \sin\theta}{L} - \dfrac{u_A \cos\theta}{L}$

Chapter 3

3–1. $(\sigma_u)_{approx} = 110$ ksi, $(\sigma_f)_{approx} = 93.1$ ksi, $(\sigma_Y)_{approx} = 55$ ksi, $E_{approx} = 32.0(10^3)$ ksi
3–2. $E = 55.3(10^3)$ ksi, $u_r = 9.96\,\dfrac{\text{in}\cdot\text{lb}}{\text{in}^3}$
3–3. $(u_t)_{approx} = 85.0\,\dfrac{\text{in}\cdot\text{lb}}{\text{in}^3}$
3–5. Elastic recovery = 0.00350 in., Permanent elongation = 0.1565 in.
3–6. $(u_r)_{approx} = 20.0\,\dfrac{\text{in}\cdot\text{lb}}{\text{in}^3}$, $(u_t)_{approx} = 18.0\,\dfrac{\text{in}\cdot\text{kip}}{\text{in}^3}$
3–7. $\delta_{AB} = 0.152$ in.
3–9. $\delta = 0.979$ in.
3–10. $E_{approx} = 10.0(10^3)$ ksi, $P_Y = 9.82$ kip, $P_u = 13.4$ kip
3–11. Elastic recovery = 0.012 in., Permanent elongation = 0.0680 in.
3–13. $E = 28.6(10^3)$ ksi
3–14. $\delta_{BD} = 0.0632$ in.
3–15. $P = 570$ lb
3–17. $\delta_{AB} = 0.0913$ in.
3–18. $w = 228$ lb/ft
3–19. $\sigma_{YS} = 2.03$ MPa
3–21. $P = 15.0$ kip
3–22. $A_{BC} = 0.8$ in^2, $A_{BA} = 0.2$ in^2
3–23. $\delta_{AB} = 0.304$ in.
3–25. $\delta = 0.126$ mm, $\Delta d = -0.00377$ mm
3–26. $p = 741$ kPa, $\delta = 7.41$ mm
3–27. $\nu = 0.350$
3–29. $\gamma = 0.250$ rad
3–30. $\gamma = 3.06\,(10^{-3})$ rad
3–31. $\gamma_P = 0.0189$ rad
3–33. $E = 32.5(10^3)$ ksi, $P = 2.45$ kip
3–34. $\delta = \dfrac{Pa}{2bhG}$
R3–1. $G_{al} = 4.31(10^3)$ ksi
R3–2. $d' = 0.4989$ in.
R3–3. $x = 1.53$ m, $d'_A = 30.008$ mm
R3–5. $P = 6.48$ kip
R3–6. $\epsilon = 0.000999$ in./in., $\epsilon_{unstr} = 0$
R3–7. $L = 10.17$ in.
R3–9. $\epsilon_b = 0.00227$ mm/mm, $\epsilon_s = 0.000884$ mm/mm
R3–10. $G = 5$ MPa

Chapter 4

4–1. $\delta_B = 2.93$ mm ↓, $\delta_A = 3.55$ mm ↓
4–2. $\delta_{A/D} = 0.111$ in. away from end D
4–3. $\sigma_{AB} = 22.2$ ksi (T), $\sigma_{BC} = 41.7$ ksi (C), $\sigma_{CD} = 25.0$ ksi (C), $\delta_{A/D} = 0.00157$ in. towards end D

4–5. $\delta_{A/E} = 0.697$ mm
4–6. $\sigma_A = 13.6$ ksi, $\sigma_B = 10.3$ ksi, $\sigma_C = 3.2$ ksi, $\delta_D = 2.99$ ft
4–7. $\delta_C = 0.0975$ mm →
4–9. $\delta_F = 0.453$ mm
4–10. $P = 4.97$ kN
4–11. $\delta_t = 0.0260$ in.
4–13. $\delta_D = 17.3$ mm
4–14. $F = 8.00$ kN, $\delta_{A/B} = -0.311$ mm
4–15. $F = 4.00$ kN, $\delta_{A/B} = -0.259$ mm
4–17. $P = \dfrac{F_{max}L}{2}$, $\delta = \dfrac{F_{max}L^2}{3AE}$
4–18. $\delta_B = 0.262$ in.
4–19. $P = 57.3$ kip
4–21. $d_{AB} = 0.841$ in., $d_{CD} = 0.486$ in.
4–22. $x = 4.24$ ft, $w = 1.02$ kip/ft
4–23. $\delta_{A/D} = 0.129$ mm, $h' = 49.9988$ mm, $w' = 59.9986$ mm
4–25. $\delta_C = 0.00843$ in., $\delta_E = 0.00169$ in., $\delta_B = 0.0333$ in.
4–26. $P = 6.80$ kip
4–27. $P = 11.8$ kip
4–29. $\delta = 2.37$ mm
4–30. $\delta = \dfrac{2.63\,P}{\pi r E}$
4–31. $\sigma_{con} = 2.29$ ksi, $\sigma_{st} = 15.8$ ksi
4–33. $\sigma_{al} = 27.5$ MPa, $\sigma_{st} = 79.9$ MPa
4–34. $\sigma_{con} = 1.64$ ksi, $\sigma_{st} = 11.3$ ksi
4–35. $P = 114$ kip
4–37. $F_C = \left[\dfrac{9(8ka + \pi d^2E)}{136ka + 18\pi d^2E}\right]P$, $F_A = \left(\dfrac{64ka + 9\pi d^2E}{136ka + 18\pi d^2E}\right)P$
4–38. $T_{AC} = 0.806$ kip, $T_{AB} = 1.19$ kip
4–39. $A_{AB} = 0.0144\ \text{in}^2$
4–41. $P = 126$ kN
4–42. $\sigma_{st} = 102$ MPa, $\sigma_{br} = 50.9$ MPa
4–43. $\sigma_{AB} = \sigma_{CD} = 26.5$ MPa, $\sigma_{EF} = 33.8$ MPa
4–45. $P_b = 14.4$ kN
4–46. $F_D = 20.4$ kN, $F_A = 180$ kN
4–47. $P = 198$ kN
4–49. $\delta_B = 0.0733$ in.
4–50. $\theta = 0.0875°$
4–51. $\delta_B = 0.00257$ in.
4–53. $F_D = 71.4$ kN, $F_C = 329$ kN
4–54. $F_D = 219$ kN, $F_C = 181$ kN
4–55. $\sigma_{BE} = 96.3$ MPa, $\sigma_{AD} = 79.6$ MPa, $\sigma_{CF} = 113$ MPa
4–57. $d_{AC} = 1.79$ mm
4–58. $F_B = 16.9$ kN, $F_A = 16.9$ kN
4–59. $\delta_{sp} = 0.0390$ mm
4–61. $s = 0.133(10^{-3})$ in.
4–62. $F_A = F_B = 25.6$ kN
4–63. $\delta_A = \delta_B = 4.42$ mm
4–65. $A_1' = \left(\dfrac{E_1}{E_2}\right)A_1$
4–66. $A_2' = \left(\dfrac{E_2}{E_1}\right)A_2$
4–67. $F_{AB} = 12.0$ kN (T), $F_{AC} = F_{AD} = 6.00$ kN (C)
4–69. $\sigma_{al} = 2.46$ ksi, $\sigma_{br} = 5.52$ ksi, $\sigma_{st} = 22.1$ ksi
4–70. $F = 0.510$ kip
4–71. $T_2 = 112°$F, $\sigma_{al} = \sigma_{cu} = 25.6$ ksi
4–73. $\sigma = 19.1$ ksi
4–74. $F = 7.60$ kip
4–75. $\delta = 0.348$ in., $F = 19.5$ kip
4–77. $F = \dfrac{\alpha AE}{2}(T_B - T_A)$
4–78. $\sigma = 180$ MPa
4–79. $\sigma = 105$ MPa
4–81. $F = 904$ N
4–82. $T_2 = 244°$C
4–83. $F_{AC} = F_{AB} = 10.0$ lb, $F_{AD} = 136$ lb
4–85. $F_{AB} = F_{EF} = 1.85$ kN
4–86. $d = \left(\dfrac{2E_2 + E_1}{3(E_2 + E_1)}\right)w$
4–87. $\sigma_{max} = 168$ MPa
4–89. $P = 49.1$ kN
4–90. $P = 77.1$ kN, $\delta = 0.429$ mm
4–91. $P = 1.34$ kip
4–93. $w = 2.32$ in.
4–94. $P = 16.8$ kip, $K = 1.29$
4–95. $P = 19$ kN, $K = 1.26$
4–97. $F_{st} = 444$ N, $F_{al} = 156$ N, $F_{st} = 480$ N, $F_{al} = 240$ N
4–98. $\delta_{tot} = 0.432$ in.
4–99. $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C = 53.3$ ksi, $\delta = 8.69$ in.
4–101. $F_{AB} = 3.14$ kN, $F_{CD} = 2.72$ kN, $\delta_{CD} = 0.324$ mm, $\delta_{AB} = 0.649$ mm
4–102. (a) $P = 2.62$ kN, (b) $P = 3.14$ kN
4–103. $\sigma_{st} = 36.0$ ksi, $\sigma_{al} = 19.8$ ksi
4–105. $(\sigma_{CF})_r = 17.7$ MPa (C), $(\sigma_{BE})_r = 53.2$ MPa (T) $(\sigma_{AD})_r = 35.5$ MPa (C)
4–106. $P = 92.8$ kN, $P = 181$ kN
4–107. $d_B = 17.8$ mm
4–109. $\delta = 0.0120$ in.
4–110. $w = 0.130$ kip/ft, $\delta = 0.0596$ in.
R4–1. $\sigma_b = 33.5$ MPa, $\sigma_r = 16.8$ MPa
R4–2. $T = 507°$C
R4–3. $F_{AB} = F_{AC} = F_{AD} = 58.9$ kN (C)

R4–5. At yielding of section AB:
$(F_{AB})_Y = 30$ kip, $(F_{BC})_Y = 120$ kip, $P = 150$ kip

R4–6. $F_B = 2.13$ kip, $F_A = 2.14$ kip

R4–7. $P = 4.85$ kip

R4–9. $\delta_{A/B} = 0.491$ mm

Chapter 5

5–1. $r' = 0.841r$

5–2. $r' = 0.707\,r$

5–3. $T = 19.6$ kN·m, $T' = 13.4$ kN·m

5–5. $\tau_A = 3.45$ ksi, $\tau_B = 2.76$ ksi

5–6. $(T_1)_{max} = 2.37$ kN·m, $(\tau_{max})_{CD} = 35.6$ MPa, $(\tau_{max})_{DE} = 23.3$ MPa

5–7. $\tau^{abs}_{max} = 44.8$ MPa

5–9. $\tau_B = 6.79$ MPa, $\tau_A = 7.42$ MPa

5–10. $\tau_{max} = 14.5$ MPa

5–11. $\tau_{AB} = 7.82$ ksi, $\tau_{BC} = 2.36$ ksi

5–13. $\tau_i = 34.5$ MPa, $\tau_o = 43.1$ MPa

5–14. Use $d = 1\frac{3}{4}$ in.

5–15. $(\tau_{AB})_{max} = 23.9$ MPa, $(\tau_{BC})_{max} = 15.9$ MPa

5–17. $\tau_{max} = 4.89$ ksi

5–18. $\tau_{max} = 7.33$ ksi

5–19. $\tau_A = 1.31$ ksi, $\tau_B = 2.62$ ksi

5–21. $\tau_A = 9.43$ MPa, $\tau_B = 14.1$ MPa

5–22. $\tau^{abs}_{max} = 0$ occurs at $x = 0.700$ m, $\tau^{abs}_{max} = 33.0$ MPa occurs at $x = 0$.

5–23. $d = 34.4$ mm

5–25. $d = 46.7$ mm

5–26. $T_B = \dfrac{2T_A + t_A L}{2}, \tau_{max} = \dfrac{(2T_A + t_A L)r_o}{\pi(r_o^4 - r_i^4)}$

5–27. $t = 0.174$ in.

5–29. $c = (2.98\,x)$ mm

5–30. Use $d = 1\frac{3}{8}$ in.

5–31. $(\tau_{AB})_{max} = 1.04$ MPa, $(\tau_{BC})_{max} = 3.11$ MPa

5–33. $\tau_{max} = 856$ psi

5–34. Use $d = \frac{1}{2}$ in.

5–35. $\tau_{max} = 1.07$ ksi

5–37. Use $d = \frac{11}{16}$ in.

5–38. $\tau_{max} = 6.57$ ksi

5–39. $(\tau_{max})_{CF} = 12.5$ MPa, $(\tau_{max})_{BC} = 7.26$ MPa

5–41. $t = 2.28$ mm

5–42. $\omega = 17.7$ rad/s

5–43. $\tau_{max} = \dfrac{2TL^3}{\pi[r_A(L - x) + r_B x]^3}$

5–45. $(\tau_{max})_B = 12.2$ ksi

5–46. Use $d_i = 1\frac{5}{8}$ in.

5–47. $\tau_{max} = 44.3$ MPa, $\phi = 11.9°$

5–49. $\phi_{B/A} = 0.730°$

5–50. $\tau^{abs}_{max} = 10.2$ MPa

5–51. $T = 5.09$ kN·m, $\phi_{A/C} = 3.53°$

5–53. $\phi_A = 1.57°$

5–54. Use $d = 22$ mm, $\phi_{A/D} = 2.54°$

5–55. Use $d = 25$ mm

5–57. $\tau_{max} = 9.12$ MPa, $\phi_{E/B} = 0.585°$

5–58. $\tau_{max} = 14.6$ MPa, $\phi_{B/E} = 1.11°$

5–59. $\phi_{B/D} = 1.15°$

5–61. $\tau^{abs}_{max} = 20.4$ MPa,
For $0 \le x < 0.5$ m,
$\phi(x) = \{0.005432\,(x^2 + x)\}$ rad
For $0.5\text{ m} < x \le 1$ m,
$\phi(x) = \{-0.01086x^2 + 0.02173\,x - 0.004074\}$ rad

5–62. $\tau^{abs}_{max} = 24.3$ MPa, $\phi_{D/A} = 0.929°$

5–63. $\phi_{A/C} = 5.45°$

5–65. $\phi_{D/C} = 0.0823$ rad, $\tau^{abs}_{max} = 34.0$ ksi

5–66. $t = 7.53$ mm

5–67. $\omega = 131$ rad/s

5–69. $k = 1.20(10^6)$ N/m^2, $\phi = 3.56°$

5–70. $k = 12.3(10^3)$ N/m$^{2/3}$, $\phi = 2.97°$

5–71. $d_t = 201$ mm, $\phi = 3.30°$

5–73. $\phi_{F/E} = 0.999\,(10)^{-3}$ rad, $\phi_{F/D} = 0.999\,(10)^{-3}$ rad, $\tau_{max} = 3.12$ MPa

5–74. $\phi = \dfrac{t_0 L^2}{\pi c^4 G}$

5–75. $\phi_A = 0.432°$

5–77. $(\tau_{AC})_{max} = 14.3$ MPa, $(\tau_{CB})_{max} = 9.55$ MPa

5–78. $\tau^{abs}_{max} = 9.77$ MPa

5–79. $\tau_{max} = 29.3$ ksi

5–81. $\tau_{max} = 389$ psi

5–82. $(\tau_{max})_{AC} = 68.2$ MPa, $(\tau_{max})_{BC} = 90.9$ MPa

5–83. $(\tau_{AC})_{max} = 9.55$ MPa, $(\tau_{CB})_{max} = 6.37$ MPa

5–85. $(\tau_{st})_{max} = 86.5$ MPa, $(\tau_{mg})_{max} = 41.5$ MPa, $(\tau_{mg})|_{\rho=0.02\text{ m}} = 20.8$ MPa

5–86. $T_B = 22.2$ N·m, $T_A = 55.6$ N·m

5–87. $\phi_E = 1.66°$

5–89. $\tau^{abs}_{max} = 64.1$ MPa

5–90. $(\tau_{BD})_{max} = 4.35$ ksi, $(\tau_{AC})_{max} = 2.17$ ksi

5–91. $\phi_{C/D} = 6.22°$

5–93. $T_B = \dfrac{37}{189}T, T_A = \dfrac{152}{189}T$

5–94. $T_B = \dfrac{7t_0 L}{12}, T_A = \dfrac{3t_0 L}{4}$

5–95. $T = 0.0820$ N·m, $\phi = 25.5$ rad

5–97. Factor of increase $= \dfrac{1}{k^2}$

5–98. $(\tau_{BC})_{max} = 0.955$ MPa, $(\tau_{AC})_{max} = 1.59$ MPa, $\phi_{B/A} = 0.207°$
5–99. $(\tau_{BC})_{max} = 0.955$ MPa, $(\tau_{AC})_{max} = 1.59$ MPa, $\phi_{B/C} = 0.0643°$
5–101. $T = 1.35$ kip · ft, $\phi = 3.42°$
5–102. $T_B = 26.7$ lb · ft, $T_A = 33.3$ lb · ft, $\phi_C = 0.0626°$
5–103. $\tau_{avg} = 3.35$ ksi
5–105. $\tau_{max} = 61.1$ MPa, $\phi_B = 0.700°$
5–106. Use $a = 47$ mm, $\phi_B = 0.897°$
5–107. $T = 6.65$ kip · ft
5–109. Factor of increase = 1.66
5–110. $a = 28.9$ mm
5–111. $\tau_{avg} = 1.25$ MPa
5–113. $t = 0.231$ in.
5–114. $T = 9.00$ kip · ft
5–115. $b = 0.773$ in.
5–117. $T = 3.36$ kN · m, $\phi = 11.6°$
5–118. $\tau_{avg} = 1.19$ MPa
5–119. $(\tau_{avg})_A = (\tau_{avg})_B = 357$ kPa
5–121. It is possible.
5–122. $P = 250$ kW
5–123. $\tau_{max} = 2.76$ ksi
5–125. $T_Y = 1.26$ kN · m, $\phi = 3.58°$, $\phi' = 4.86°$
5–126. $\rho_Y = 13.0$ mm
5–127. $T_P = 0.105$ N · m
5–129. $T = 20.8$ kN · m, $\phi = 34.4°$, $(\tau_r)_{max} = 56.7$ MPa, $\phi_r = 12.2°$
5–130. $T = 14.4$ kip · ft
5–131. $\rho_Y = 1.29$ in.
5–133. $T_P = 34.3$ kN · m, $\phi_r = 5.24°$, $(\tau_r)_o = 15.3$ MPa, $(\tau_r)_i = -17.3$ MPa
5–134. $T_P = 80.6$ kN · m, $\phi_r = 1.47°$
5–135. $\rho_Y = 1.00$ in., $\phi = 12.4°$
5–137. $T = 148$ kN · m
5–138. $T_P = 11.6$ kN · m, $\phi = 3.82°$
5–139. $\rho_Y = 26.7$ mm
5–141. $T = 193$ lb · ft, $\phi = 17.2°$
5–142. $T_P = 218$ lb · ft
5–143. $T_t = 7.39$ kN · m, $T_c = 7.61$ kN · m
R5–1. Use $d = 26$ mm, $\phi_{A/C} = 2.11°$
R5–2. Use $d = 28$ mm.
R5–3. $\tau = 88.3$ MPa, $\phi = 4.50°$
R5–5. The circular shaft will resist the largest torque. For the square shaft: 73.7%, For the triangular shaft: 62.2%
R5–6. $(\tau_{max})_{AB} = 3.60$ ksi, $(\tau_{max})_{BC} = 10.7$ ksi
R5–7. $P = 2.80$ kip
R5–9. $P = 1.10$ kW, $\tau_{max} = 825$ kPa

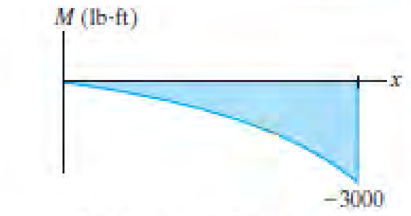
Chapter 6

6–1. For $0 \le x < 3$ ft:
$V = 170$ lb,
$M = \{170x\}$ lb · ft,
For 3 ft $< x < 5$ ft:
$V = -630$ lb,
$M = \{-630x + 2400\}$ lb · ft,
For 5 ft $< x \le 6$ ft:
$V = 500$ lb,
$M = \{500x - 3250\}$ lb · ft

6–2. For $0 < x \le 4$ ft:
$V = -250$ lb,
$M = \{-250x\}$ lb · ft,
For 4 ft $\le x \le 10$ ft: $V = \{1050 - 150x\}$ lb,
$M = \{-75x^2 + 1050x - 4000\}$ lb · ft,
For 10 ft $< x \le 14$ ft: $V = 250$ lb,
$M = \{250x - 3500\}$ lb · ft

6–3. For $0 \le x < 6$ ft:
$V = \{30.0 - 2x\}$ kip,
$M = \{-x^2 + 30.0x - 216\}$ kip · ft,
For 6 ft $< x \le 10$ ft:
$V = 8.00$ kip,
$M = \{8.00x - 120\}$ kip · ft

6–5. $V = \{-300 - 16.67x^2\}$ lb,
$M = \{-300x - 5.556x^3\}$ lb · ft

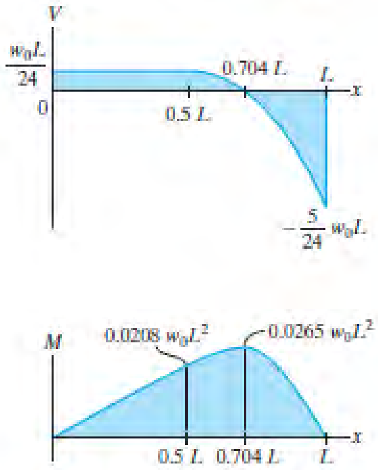


6–6. $V = 15.6$ N, $M = \{15.6x + 100\}$ N · m

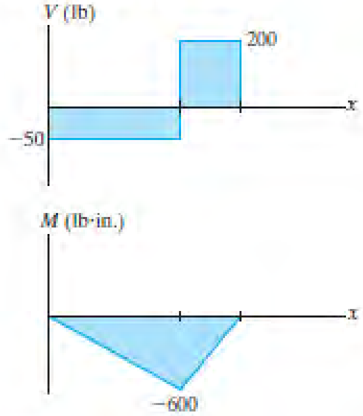
6–7. For $0 \le x < \frac{L}{2}$: $V = \frac{w_0 L}{24}$, $M = \frac{w_0 L}{24}x$.

For $\frac{L}{2} < x \le L$: $V = \frac{w_0}{24L}\left[L^2 - 6(2x - L)^2\right]$,

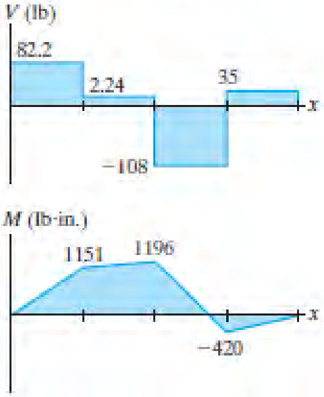
$M = \frac{w_0}{24L}\left[L^2 x - (2x - L)^3\right]$



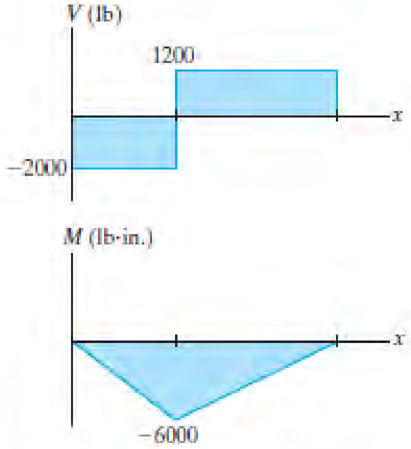
6–9. $T_1 = 250$ lb, $T_2 = 200$ lb



6–10.



6–11.



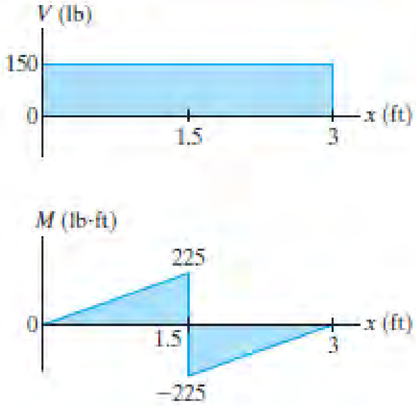
6–13. $V = -\frac{M_0}{L}$,

For $0 \le x < \frac{L}{2}$, $M = M_0 - \left(\frac{M_0}{L}\right)x$,

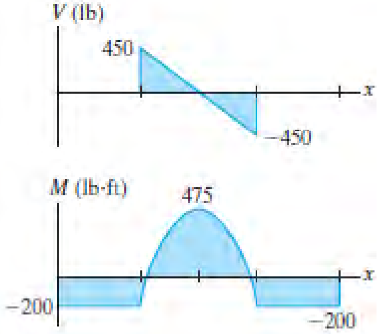
For $\frac{L}{2} < x \le L$, $M = -\left(\frac{M_0}{L}\right)x$

6–14. For $0 \le x < 5$ ft:
$V = \{-2x\}$ kip,
$M = \{-x^2\}$ kip · ft,
For 5 ft $< x < 10$ ft:
$V = -0.5$ kip,
$M = \{-22.5 - 0.5x\}$ kip · ft,
For 10 ft $< x \le 15$ ft:
$V = -0.5$ kip,
$M = \{7.5 - 0.5x\}$ kip · ft

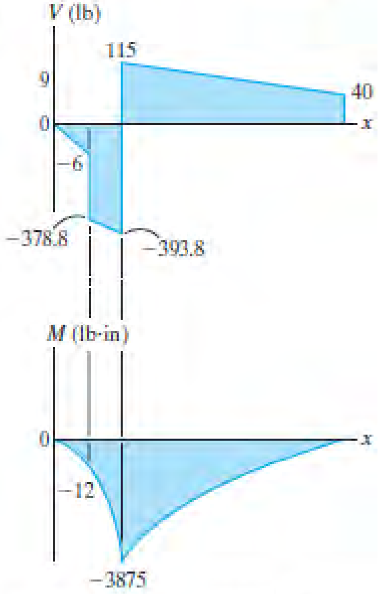
6–15.



6–17. $V = 1050 - 150x$
$M = -75x^2 + 1050x - 3200$



6–18.

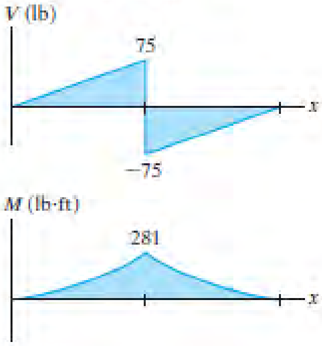


6–19. $a = 0.866\,L,\ M_{max} = 0.134\,PL$

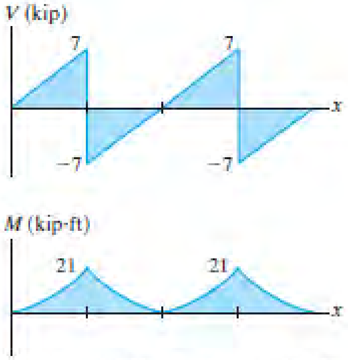
6–21. For $0 \le x < 5$ ft:
$V = \{-2x\}$ kip,
$M = \{-20.0 - x^2\}$ kip · ft,
For 5 ft $< x <$ 10 ft:
$V = 3.00$ kip,
$M = \{-20.0 + 3x\}$ kip · ft,
For 10 ft $< x \le$ 15 ft:
$V = \{23 - 2x\}$ kip,
$M = \{-120 + 23x - x^2\}$ kip · ft

6–22. For $0 \le x < 12$ ft:
$V = \left\{10 - \frac{1}{8}x^2\right\}$ kip,
$M = \left\{10x - \frac{1}{24}x^3\right\}$ kip · ft,
For 12 ft $< x \le$ 18 ft:
$V = -8$ kip,
$M = [8(18 - x)]$ kip · ft

6–23. $M_{max} = 281$ lb · ft

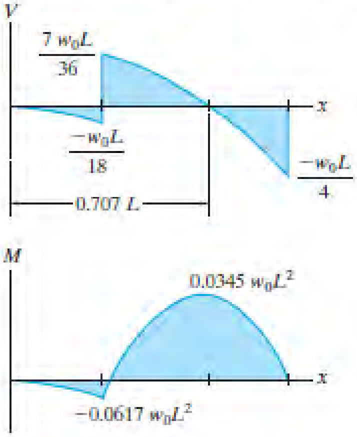


6–25.



6–26. $V_{AB} = -1.625$ kip, $M_B = -18$ kip · ft

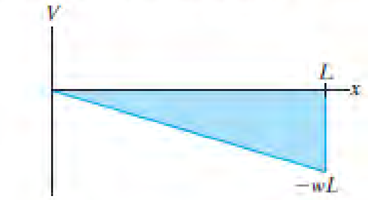
6–27.

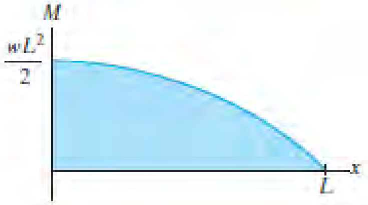


6–29. $V_B = -45\ \text{kN}, M_B = -63\ \text{kN}\cdot\text{m}$

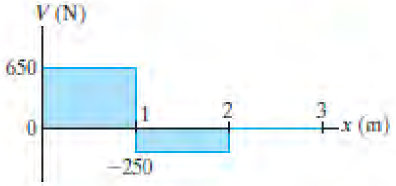
6–30. $V|_{x=15\ \text{ft}} = 1.12\ \text{kip}, M|_{x=15} = -1.95\ \text{kip}\cdot\text{ft}$

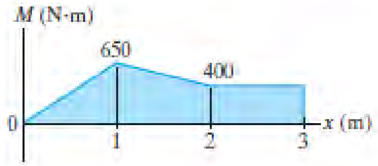
6–31.



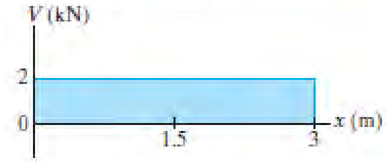


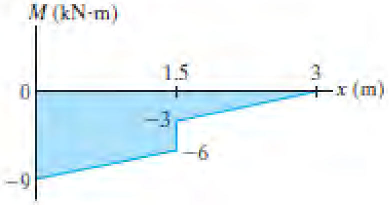
6–33.





6–34.

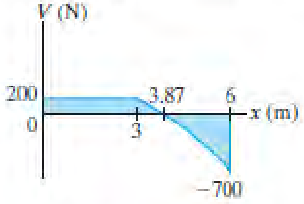


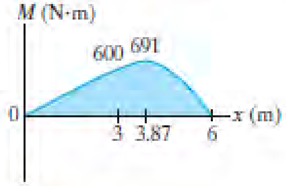


6–35. For $0 \le x < 3$ m: $V = 200$ N, $M = \{200x\}$ N · m,

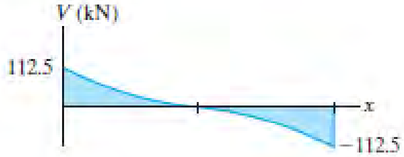
For $3\ \text{m} < x \le 6\ \text{m}$: $V = \left\{-\frac{100}{3}x^2 + 500\right\}$ N,

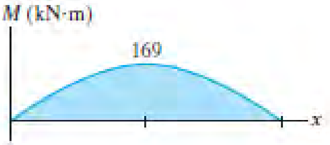
$M = \left\{-\frac{100}{9}x^3 + 500x - 600\right\}$ N · m



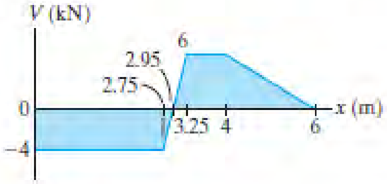


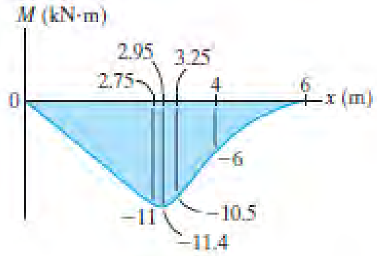
6–37.



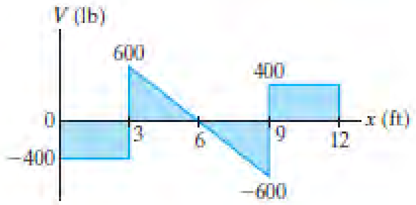


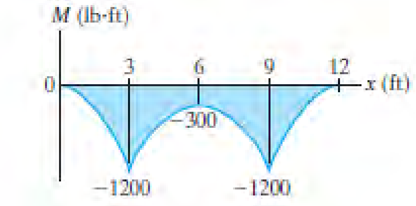
6–38.



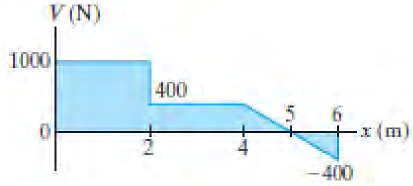


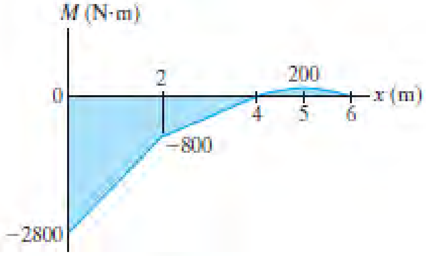
6–39.



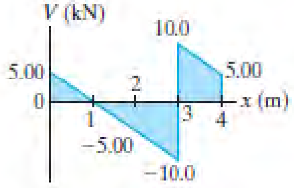


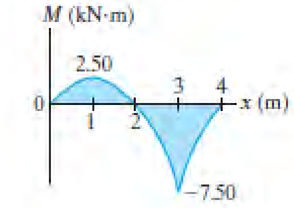
6–41.



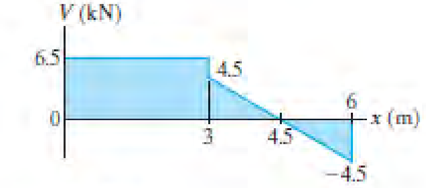


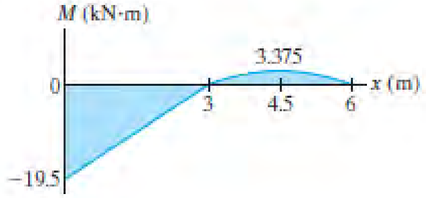
6–42.



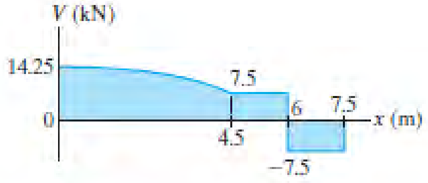


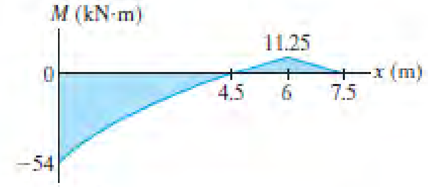
6–43.





6–45.





6–46. $a = 0.207L$
6–47. $r = 909$ mm, $M = 61.9$ N · m
6–49. $(\sigma_t)_{max} = 3.72$ ksi, $(\sigma_c)_{max} = 1.78$ ksi
6–50. $\sigma_{max} = 1.46$ ksi
6–51. $F = 10.5$ kip
6–53. $F = 4.56$ kN
6–54. $(\sigma_{max})_c = 78.1$ MPa, $(\sigma_{max})_t = 165$ MPa
6–55. $M = 50.3$ kN · m
6–57. $M = 15.6$ kN · m, $\sigma_{max} = 12.0$ MPa
6–58. $\sigma_{max} = 93.0$ psi
6–59. $F = 753$ lb
6–61. % of moment carried by web = 22.6%
6–62. $\sigma_A = 199$ MPa, $\sigma_B = 66.2$ MPa
6–63. $\sigma_{max} = 20.4$ ksi
6–65. (a) $\sigma_{max} = 497$ kPa, (b) $\sigma_{max} = 497$ kPa
6–66. (a) $\sigma_{max} = 249$ kPa, (b) $\sigma_{max} = 249$ kPa
6–67. $\sigma_{max} = 158$ MPa
6–69. $\sigma_{max} = 12.2$ ksi
6–70. $\sigma_{max} = 2.70$ ksi
6–71. $\sigma_{max} = 21.1$ ksi
6–73. $d = 1.28$ in.

6–74. $\sigma_{max} = 45.1$ ksi
6–75. $\sigma_{max} = 52.8$ MPa
6–77. $(\sigma_{max})_c = 1.87$ ksi, $(\sigma_{max})_t = 1.37$ ksi
6–78. $M = 2.92$ kip·ft
6–79. $F_R = 4.23$ kip
6–81. $M = 123$ kN·m
6–82. $\sigma_{max} = 24.4$ ksi
6–83. Use $d = 3\frac{1}{16}$ in.
6–85. $w = 18.75$ kN/m
6–86. Use $b = 3\frac{5}{8}$ in.
6–87. $w_0 = 415$ lb/ft
6–89. $a = 66.9$ mm
6–90. $\sigma_{max} = \dfrac{23w_0 L^2}{36\,bh^2}$
6–91. $\sigma_{max} = 119$ MPa
6–93. $\sigma_{\substack{abs\\max}} = 24.0$ ksi
6–94. $\sigma_{\substack{abs\\max}} = 6.88$ ksi
6–95. Use $d = 1\frac{3}{8}$ in.
6–97. $P = 114$ kip
6–98. $\sigma_{max} = 7.59$ ksi
6–99. $\sigma_{max} = 22.1$ ksi
6–101. $d = 410$ mm
6–102. $w = 937.5$ N/m
6–103. $\sigma_{\substack{abs\\max}} = 10.7$ MPa
6–105. $\sigma_A = -119$ kPa, $\sigma_B = 446$ kPa, $\sigma_D = -446$ kPa, $\sigma_E = 119$ kPa
6–106. $a = 0,\ b = -\left(\dfrac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}\right), c = \dfrac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$
6–107. $\sigma_A = 21.0$ ksi (C)
6–109. $d = 62.9$ mm
6–110. $\sigma_{max} = 163$ MPa
6–111. $\sigma_A = 20.6$ MPa (C)
6–113. $\sigma_D = 8.72$ ksi (T), $\sigma_B = 8.72$ ksi (C), $\alpha = -36.9°$
6–114. $M = 25.8$ kip·ft
6–115. $d = 28.9$ mm
6–117. $\sigma_A = 2.59$ MPa (T)
6–118. $\sigma_{max} = 151$ MPa, $\alpha = 72.5°$
6–119. $w = 4.37$ kN/m
6–121. $M = 128$ kN·m
6–122. $(\sigma_{max})_{st} = 22.6$ ksi, $(\sigma_{max})_{al} = 13.3$ ksi
6–123. $w = 0.875$ kip/ft
6–125. $M = 35.0$ kN·m
6–126. $(\sigma_{max})_{st} = 123$ MPa, $(\sigma_{max})_w = 5.14$ MPa
6–127. $(\sigma_{st})_{max} = 56.5$ MPa, $(\sigma_w)_{max} = 3.70$ MPa
6–129. $(\sigma_{st})_{max} = 43.4$ MPa, $(\sigma_w)_{max} = 1.81$ MPa
6–130. $M = 154$ lb·ft
6–131. $w_0 = 1.03$ kip/ft
6–133. $M = 58.8$ kN·m
6–134. $(\sigma_{max})_{st} = 154$ MPa, $(\sigma_{max})_{al} = 171$ MPa
6–135. $(\sigma_{max})_{st} = 4.55$ MPa, $(\sigma_{max})_w = 0.298$ MPa
6–137. % of error = 22.3%
6–138. $M = 51.8$ kN·m
6–139. $\sigma_{max} = 842$ psi (T)
6–141. $\sigma_A = 43.7$ MPa (T), $\sigma_B = 7.77$ MPa (T), $\sigma_C = -65.1$ MPa (C)
6–142. $P = 6.91$ kN
6–143. $(\sigma_{max})_t = 204$ psi, $(\sigma_{max})_c = 120$ psi
6–145. $(\sigma_{max})_t = 0.978$ MPa (T), $(\sigma_{max})_c = 0.673$ MPa (C)
6–146. $\sigma_A = 144$ psi (T), $\sigma_B = 106$ psi (C), $\sigma_C = 6.11$ psi (C)
6–147. $\sigma_A = 8.48$ MPa (C), $\sigma_B = 5.04$ MPa (T). No, it is not the same.
6–149. $(\sigma_T)_{max} = 11.1$ MPa (T), $(\sigma_C)_{max} = 8.45$ MPa (C)
6–150. $\sigma_{max} = 187.5$ MPa
6–151. $M = 107$ N·m
6–153. $\sigma_{max} = 22.3$ ksi
6–154. $M = 347$ lb·ft
6–155. $M = 4.46$ kN·m
6–157. $\sigma_{max} = 34.6$ ksi
6–158. $k = 1.17$
6–159. $K = \dfrac{3h}{2}\left[\dfrac{4bt(h - t) + t(h - 2t)^2}{bh^3 - (b - t)(h - 2t)^3}\right]$
6–161. $M_Y = 271$ kN·m, $M_P = 460$ kN·m
6–162. $M_p = 392$ kip·ft
6–163. $M_P = 172$ kip·ft
6–165. $M_Y = 143$ kip·ft, $M_P = 243$ kip·ft
6–166. $k = 1.16$
6–167. Elastic: $P = 66.7$ kN, Plastic: $P = 100$ kN
6–169. $k = 1.71$
6–170. $k = 1.70$
6–171. $M_Y = 63.6$ kip·ft, $M_P = 180$ kip·ft
6–173. $M_Y = 50.7$ kN·m, $M_P = 86.25$ kN·m
6–174. $k = 1.58$
6–175. $k = 1.71$
6–177. $\sigma_{top} = \sigma_{bottom} = 43.5$ MPa
6–178. $M = 94.7$ N·m
6–179. Maximum elastic moment: $M = 35.0$ kip·ft, Ultimate moment: $M = 59.8$ kip·ft
6–181. $M = 81.7$ kip·ft
6–182. $w = 53.4$ kN/m
R6–1. $k = 1.22$
R6–2. $V = \dfrac{2wL}{27} - \dfrac{w}{2L}x^2, M = \dfrac{2wL}{27}x - \dfrac{w}{6L}x^3$
R6–3. $M = 14.9$ kN·m
R6–5. $\sigma_{max} = 8.41$ ksi
R6–6. $\sigma_A = 225$ kPa (C), $\sigma_B = 265$ kPa (T)

R6–7. $V = 20 - 2x, M = -x^2 + 20x - 166$
R6–9. $V|_{x=600\text{ mm}^-} = -233\text{ N}, M|_{x=600\text{ mm}} = -50\text{ N}\cdot\text{m}$
R6–10. $\sigma_{max} = \dfrac{6M}{a^3}(\cos\theta + \sin\theta), \theta = 45°, \alpha = 45°$

Chapter 7

7–1. $\tau_A = 2.56\text{ MPa}$
7–2. $\tau_{max} = 3.46\text{ MPa}$
7–3. $V_w = 19.0\text{ kN}$
7–5. $\tau_{max} = 3.91\text{ MPa}$
7–6. $V_{max} = 100\text{ kN}$
7–7. $\tau_{max} = 17.9\text{ MPa}$
7–9. $V_{max} = 32.1\text{ kip}$
7–10. $\tau_{max} = 4.48\text{ ksi}$
7–11. $\tau_{max} = 45.0\text{ MPa}$
7–13. $\tau_{max} = 4.22\text{ MPa}$
7–14. $V_{max} = 190\text{ kN}$
7–15. $V = 9.96\text{ kip}$
7–17. $\tau_A = 1.99\text{ MPa}, \tau_B = 1.65\text{ MPa}$
7–18. $\tau_{max} = 4.62\text{ MPa}$
7–19. $V_w = 27.1\text{ kN}$
7–21. $P_{max} = 1.28\text{ kip}$
7–22. $w_{max} = 2.15\text{ kip/ft}$
7–23. $\tau_{max} = 298\text{ psi}$
7–25. $\tau_{max} = 4.85\text{ MPa}$
7–26. $w = 11.3\text{ kip/ft}, \tau_{max} = 531\text{ psi}$
7–27. $\tau_{max} = 22.0\text{ MPa}, (\tau_{max})_s = 66.0\text{ MPa}$
7–29. $\tau_{max} = 1.05\text{ MPa}$
7–33. $F = 300\text{ lb}$
7–34. $s_t = 1.42\text{ in.}, s_b = 1.69\text{ in.}$
7–35. $V = 4.97\text{ kip}, s_t = 1.14\text{ in.}$,
$s_b = 1.36\text{ in.}$
7–37. $V = 499\text{ kN}$
7–38. $P = 4.97\text{ kip}$.
For regions AC and BD, $s_{top} = 1.14\text{ in.}$,
$s_{bottom} = 1.36\text{ in.}$
For region CD, theoretically no nails are required.
7–39. $F = 12.5\text{ kN}$
7–41. $s = 71.3\text{ mm}$
7–42. $V_{max} = 8.82\text{ kip}$, use $s = 1\frac{1}{8}$ in.
7–43. $P_{max} = 317\text{ lb}$
7–45. $\tau_{max} = 1.83\text{ ksi}$
7–46. $w_0 = 983\text{ lb/ft}$
7–47. $s = 8.66\text{ in.}, s' = 1.21\text{ in.}$
7–50. $q_A = 228\text{ kN/m}, q_B = 462\text{ kN/m}$
7–51. $q_C = 0, q_D = 601\text{ kN/m}$
7–53. $q_C = 38.6\text{ kN/m}$
7–54. $q_A = 1.39\text{ kN/m}, q_B = 1.25\text{ kN/m}$
7–55. $q_{max} = 1.63\text{ kN/m}$
7–57. $q_{max} = 2.79\text{ kip/in.}$
7–58. $q_A = 200\text{ kN/m}$
7–59. $\tau_{max} = 9.36\text{ MPa}$
7–61. $q_A = 196\text{ lb/in.}, q_B = 452\text{ lb/in.}$,
$q_{max} = 641\text{ lb/in.}$
7–62. $q_B = 12.6\text{ kN/m}, q_{max} = 22.5\text{ kN/m}$
7–63. $e = 70\text{ mm}$
7–65. $V_{AB} = 1.47\text{ kip}$
7–66. $q_{AB} = 207 - 51.6x, q_{CD} = 44.3 - 22.1x$,
$F_{AB} = 413\text{ lb}, F_{CD} = 44.3\text{ lb}$
7–67. $q_A = 0, q_B = 417\text{ lb/in.}$
7–69. $e = \left[\dfrac{3(\pi + 4)}{4 + 3\pi}\right]r$
7–70. $e = 2r$
R7–1. $F_C = 197\text{ lb}, F_D = 1.38\text{ kip}$
R7–2. $V = 131\text{ kN}$
R7–3. $q_A = 0, q_B = 1.21\text{ kN/m}, q_C = 3.78\text{ kN/m}$
R7–5. $\tau_B = 795\text{ psi}, \tau_C = 596\text{ psi}$

Chapter 8

8–1. $t = 18.8\text{ mm}$
8–2. $r_o = 75.5\text{ in.}$
8–3. (a) $\sigma_1 = 1.04\text{ ksi}, \sigma_2 = 0$,
(b) $\sigma_1 = 1.04\text{ ksi}, \sigma_2 = 520\text{ psi}$
8–5. $\sigma_1 = 7.07\text{ MPa}, \sigma_2 = 0$
8–6. $P = 848\text{ N}$
8–7. (a) $\sigma_1 = 127\text{ MPa}$,
(b) $\sigma_1' = 79.1\text{ MPa}$,
(c) $(\tau_{avg})_b = 322\text{ MPa}$
8–9. $\sigma_{hoop} = 7.20\text{ ksi}, \sigma_{long} = 3.60\text{ ksi}$
8–10. $\sigma_1 = 1.60\text{ ksi}, p = 25\text{ psi}, \delta = 0.00140\text{ in.}$
8–11. $\sigma_2 = 11.5\text{ ksi}, \sigma_1 = 24\text{ ksi}$
8–13. $T_1 = 128°\text{F}, \sigma_1 = 12.1\text{ ksi}, p = 252\text{ psi}$
8–14. $\delta r_i = \dfrac{p r_i^2}{E(r_o - r_i)}$
8–15. $p = \dfrac{E(r_2 - r_3)}{\dfrac{r_2^2}{r_2 - r_1} + \dfrac{r_3^2}{r_4 - r_3}}$
8–17. $\sigma_{fil} = \dfrac{pr}{t + t'w/L} + \dfrac{T}{wt'}, \sigma_w = \dfrac{pr}{t + t'w/L} - \dfrac{T}{Lt}$
8–18. $d = 66.7\text{ mm}$
8–19. $d = 133\text{ mm}$
8–21. $\sigma_{max} = \sigma_B = 13.9\text{ ksi (T)}, \sigma_A = 13.6\text{ ksi (C)}$
8–22. $P_{max} = 2.01\text{ kip}$
8–23. $\sigma_{max} = 22.4\text{ ksi (T)}$
8–25. $P_{max} = 128\text{ kN}$
8–26. $\sigma_{max} = 44.0\text{ ksi (T)}$
8–27. $\sigma_{max} = 44.0\text{ ksi (T)}, \sigma_{min} = 41.3\text{ ksi (C)}$
8–29. $\sigma_A = 0.800\text{ ksi (T)}, \sigma_B = 5.20\text{ ksi (C)}$,
$\tau_A = 1.65\text{ ksi}, \tau_B = 0$

8–30. $\sigma_A = 25$ MPa (C), $\sigma_B = 0$, $\tau_A = 0$, $\tau_B = 5$ MPa
8–31. $\sigma_A = 28.8$ ksi, $\tau_A = 0$
8–33. $\sigma_A = 70.0$ MPa (C), $\sigma_B = 10.0$ MPa (C)
8–34. $\sigma_A = 70.0$ MPa (C), $\sigma_B = 10.0$ MPa (C), $\sigma_C = 50.0$ MPa (T), $\sigma_D = 10.0$ MPa (C)
8–35. $\sigma_A = 27.3$ ksi (T), $\sigma_B = 0.289$ ksi (T), $\tau_A = 0$, $\tau_B = 0.750$ ksi
8–37. $\sigma_B = 1.53$ MPa (C), $(\tau_{xz})_B = 0$, $(\tau_{xy})_B = 100$ MPa
8–38. $\sigma_D = -88.0$ MPa, $\tau_D = 0$
8–39. $\sigma_E = 57.8$ MPa, $\tau_E = 864$ kPa
8–41. $\sigma_B = 27.5$ MPa (C), $(\tau_{xz})_B = -8.81$ MPa, $(\tau_{xy})_B = 0$
8–42. $(\sigma_A)_y = 16.2$ ksi (T), $(\tau_A)_{yx} = -2.84$ ksi, $(\tau_A)_{yz} = 0$
8–43. $(\sigma_B)_y = 7.80$ ksi (T), $(\tau_B)_{yz} = 3.40$ ksi, $(\tau_B)_{yx} = 0$
8–45. $\sigma_A = 1.00$ ksi (C), $\sigma_B = 3.00$ ksi (C), $\sigma_C = 1.00$ ksi (C), $\sigma_D = 1.00$ ksi (T)
8–46. $(\sigma_t)_{max} = 103$ MPa (T), $(\sigma_c)_{max} = 117$ MPa (C)
8–47. $\sigma_A = 224$ MPa (T), $(\tau_{xz})_A = -30.7$ MPa, $(\tau_{xy})_A = 0$
8–49. $\sigma_C = 295$ MPa (C), $(\tau_{xy})_C = 25.9$ MPa, $(\tau_{xz})_C = 0$
8–50. $e = \dfrac{c}{4}$
8–51. $6e_y + 18e_z < 5a$
8–54. $\sigma_A = 15.9$ ksi (C), $\sigma_B = 44.6$ ksi (T), $\tau_A = \tau_B = 0$
8–55. $\sigma_A = 16.8$ ksi (C), $(\tau_{xz})_A = 4.07$ ksi, $(\tau_{xy})_A = 0$
8–57. $\sigma_A = 107$ MPa (T), $\tau_A = 15.3$ MPa, $\sigma_B = 0$, $\tau_B = 14.8$ MPa
8–58. $\sigma_C = 107$ MPa (C), $\tau_C = 15.3$ MPa, $\sigma_D = 0$, $\tau_D = 15.8$ MPa
8–59. $\sigma_A = 24.7$ ksi (T), $\tau_A = 0$
8–61. $(\sigma_{max})_t = 106$ MPa, $(\sigma_{max})_c = -159$ MPa
8–62. $P_{max} = 9.08$ kN
8–63. $\sigma_C = 15.6$ ksi (T), $\sigma_D = 124$ ksi (T), $(\tau_{xz})_D = 62.4$ ksi, $(\tau_{xy})_D = 0$, $(\tau_{xy})_C = -52.4$ ksi, $(\tau_{xz})_C = 0$
8–65. $\sigma_A = 15.3$ MPa, $\tau_A = 0$, $\sigma_B = 0$, $\tau_B = 0.637$ MPa
8–66. $\sigma_C = 15.3$ MPa, $\tau_C = 0$, $\sigma_D = 0$, $\tau_D = 0.637$ MPa
8–67. $\sigma_A = 94.4$ psi (T), $\sigma_B = 59.0$ psi (C)
8–69. $\sigma_B = 19.4$ MPa (C), $(\tau_{xy})_B = 0.509$ MPa, $(\tau_{xz})_B = 0$
8–70. $\tau_A = 0$, $\sigma_A = 30.2$ ksi (C)
8–71. $\sigma_B = 0$, $\tau_B = 0.377$ ksi
8–73. $\sigma = 1.48$ psi (T), $\tau = 384$ psi
R8–1. $(\sigma_t)_{max} = 15.8$ ksi, $(\sigma_c)_{max} = -10.5$ ksi
R8–2. $\sigma_E = 802$ kPa, $\tau_E = 69.8$ kPa
R8–3. $\sigma_F = 695$ kPa (C), $\tau_F = 31.0$ kPa
R8–5. $\sigma_{max} = 236$ psi (C)
R8–6. $\theta = 0.286°$
R8–7. $\sigma_C = 11.6$ ksi, $\tau_C = 0$, $\sigma_D = -23.2$ ksi, $\tau_D = 0$

Chapter 9

9–2. $\sigma_{x'} = 31.4$ MPa, $\tau_{x'y'} = 38.1$ MPa
9–3. $\sigma_{x'} = -388$ psi, $\tau_{x'y'} = 455$ psi
9–5. $\sigma_{x'} = 1.45$ ksi, $\tau_{x'y'} = 3.50$ ksi
9–6. $\sigma_{x'} = -4.05$ ksi, $\tau_{x'y'} = -0.404$ ksi
9–7. $\sigma_{x'} = -61.5$ MPa, $\tau_{x'y'} = 62.0$ MPa
9–9. $\sigma_{x'} = 36.0$ MPa, $\tau_{x'y'} = -37.0$ MPa
9–10. $\sigma_{x'} = 36.0$ MPa, $\tau_{x'y'} = -37.0$ MPa
9–11. $\sigma_{x'} = 47.5$ MPa, $\sigma_{y'} = 202$ MPa, $\tau_{x'y'} = -15.8$ MPa
9–13. $\sigma_{x'} = -62.5$ MPa, $\tau_{x'y'} = -65.0$ MPa
9–14. $\sigma_1 = 319$ MPa, $\sigma_2 = -219$ MPa, $\theta_{p1} = 10.9°$, $\theta_{p2} = -79.1°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 269$ MPa, $\theta_s = -34.1°$ and $55.9°$, $\sigma_{avg} = 50.0$ MPa
9–15. $\sigma_1 = 53.0$ MPa, $\sigma_2 = -68.0$ MPa, $\theta_{p1} = 14.9°$, $\theta_{p2} = -75.1°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 60.5$ MPa, $\sigma_{avg} = -7.50$ MPa, $\theta_s = -30.1°$ and $59.9°$
9–17. $\sigma_1 = 137$ MPa, $\sigma_2 = -86.8$ MPa, $\theta_{p1} = -13.3°$, $\theta_{p2} = 76.7°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 112$ MPa, $\theta_s = 31.7°$ and $122°$, $\sigma_{avg} = 25$ MPa
9–18. $\sigma_x = 33.0$ MPa, $\sigma_y = 137$ MPa, $\tau_{xy} = -30$ MPa
9–19. $\sigma_1 = 5.90$ MPa, $\sigma_2 = -106$ MPa, $\theta_{p1} = 76.7°$ and $\theta_{p2} = -13.3°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 55.9$ MPa, $\sigma_{avg} = -50$ MPa, $\theta_s = 31.7°$ and $122°$
9–21. $\tau_a = -1.96$ ksi, $\sigma_1 = 80.1$ ksi, $\sigma_2 = 19.9$ ksi
9–22. $\sigma_{x'} = -63.3$ MPa, $\tau_{x'y'} = 35.7$ MPa
9–23. $\sigma_{x'} = 19.5$ kPa, $\tau_{x'y'} = -53.6$ kPa
9–25. $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -36.6$ MPa, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 18.3$ MPa
9–26. $\sigma_1 = 16.6$ MPa, $\sigma_2 = 0$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 8.30$ MPa
9–27. $\sigma_1 = 14.2$ MPa, $\sigma_2 = -8.02$ MPa, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 11.1$ MPa
9–29. Point D: $\sigma_1 = 7.56$ kPa, $\sigma_2 = -603$ kPa, Point E: $\sigma_1 = 395$ kPa, $\sigma_2 = -17.8$ kPa
9–30. Point A: $\sigma_1 = \sigma_y = 0$, $\sigma_2 = \sigma_x = -30.5$ MPa, Point B: $\sigma_1 = 0.541$ MPa, $\sigma_2 = -1.04$ MPa, $\theta_{p1} = -54.2°$, $\theta_{p2} = 35.8°$
9–31. $\tau_{x'y'} = 160$ kPa
9–33. $\sigma_1 = 4.38$ ksi, $\sigma_2 = -1.20$ ksi, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 2.79$ ksi

9–34. Point A: $\sigma_1 = 37.8$ kPa, $\sigma_2 = -10.8$ MPa
Point B: $\sigma_1 = 42.0$ MPa, $\sigma_2 = -10.6$ kPa

9–35. $\sigma_1 = 233$ psi, $\sigma_2 = -774$ psi, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 503$ psi

9–37. $\sigma_1 = \dfrac{4}{\pi d^2}\left(\dfrac{2PL}{d} - F\right)$, $\sigma_2 = 0$,
$\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = \dfrac{2}{\pi d^2}\left(\dfrac{2PL}{d} - F\right)$

9–38. $\sigma_1 = 838$ psi, $\sigma_2 = -37.8$ psi

9–39. $\sigma_1 = 628$ psi, $\sigma_2 = -166$ psi

9–41. $\sigma_1 = 1.37$ MPa, $\sigma_2 = -198$ MPa

9–42. $\sigma_1 = 111$ MPa, $\sigma_2 = 0$

9–43. $\sigma_1 = 2.40$ MPa, $\sigma_2 = -6.68$ MPa

9–45. $\sigma_{x'} = -388$ psi, $\tau_{x'y'} = 455$ psi

9–46. $\sigma_{x'} = -4.05$ ksi, $\tau_{x'y'} = -0.404$ ksi

9–47. $\sigma_{x'} = 47.5$ MPa, $\tau_{x'y'} = -15.8$ MPa,
$\sigma_{y'} = 202$ MPa

9–49. $\sigma_{avg} = 25$ MPa, $\sigma_1 = 54.2$ MPa, $\sigma_2 = -4.15$ MPa,
$\theta_p = -15.5°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 29.2$ MPa

9–51. $\sigma_{avg} = -40.0$ MPa, $\sigma_1 = 32.1$ MPa,
$\sigma_2 = -112$ MPa, $\theta_{p1} = 28.2°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 72.1$ MPa,
$\theta_s = -16.8°$

9–53. $\sigma_{x'} = -56.3$ ksi, $\sigma_{y'} = 56.3$ ksi, $\tau_{x'y'} = -32.5$ ksi

9–57. $\sigma_{avg} = 15.0$ ksi, $\sigma_1 = 32.5$ ksi, $\sigma_2 = -2.49$ ksi,
$\theta_{p1} = -15.5°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = -17.5$ ksi, $\theta_s = 29.5°$

9–58. $\sigma_1 = 64.1$ MPa, $\sigma_2 = -14.1$ MPa, $\theta_p = 25.1°$,
$\sigma_{avg} = 25.0$ MPa, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 39.1$ MPa, $\theta_s = -19.9°$

9–59. $\theta_P = -14.9°$, $\sigma_1 = 227$ MPa, $\sigma_2 = -177$ MPa,
$\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 202$ MPa, $\sigma_{avg} = 25$ MPa, $\theta_s = 30.1°$

9–62. $\sigma_{x'} = 19.5$ kPa, $\tau_{x'y'} = -53.6$ kPa

9–63. $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 41.0$ psi, $\sigma_1 = 0.976$ psi, $\sigma_2 = -81.0$ psi

9–65. $\sigma_1 = 29.4$ ksi, $\sigma_2 = -17.0$ ksi

9–66. $\sigma_{x'} = 75.3$ kPa, $\tau_{x'y'} = -78.5$ kPa

9–67. $\sigma_{x'} = -45.0$ kPa, $\tau_{x'y'} = 45.0$ kPa

9–69. $\sigma_1 = 4.71$ ksi, $\sigma_2 = -0.0262$ ksi

9–70. Mohr's circle is a point located at (4.80, 0).

9–71. $\sigma_{x'} = 500$ MPa, $\tau_{x'y'} = -167$ MPa

9–73. $\sigma_1 = 1.15$ MPa, $\sigma_2 = -0.0428$ MPa

9–74. $\sigma_1 = 2.97$ ksi, $\sigma_2 = -2.97$ ksi, $\theta_{p1} = 45.0°$,
$\theta_{p2} = -45.0°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 2.97$ ksi, $\theta_s = 0$

9–75. $\sigma_1 = 2.59$ ksi, $\sigma_2 = -3.61$ ksi, $\theta_{p1} = -40.3°$,
$\theta_{p2} = -49.7°$, $\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 3.10$ ksi, $\theta_s = 4.73°$

9–81. $\sigma_1 = 24.4$ ksi, $\sigma_2 = 5.57$ ksi, $\tau_{\substack{abs \\ max}} = 12.2$ ksi

9–82. $\sigma_1 = 222$ MPa, $\sigma_2 = -102$ MPa, $\tau_{\substack{abs \\ max}} = 162$ MPa

9–83. $\sigma_1 = 6.73$ ksi, $\sigma_2 = -4.23$ ksi, $\tau_{\substack{abs \\ max}} = 5.48$ ksi

9–85. $\sigma_1 = 5.50$ MPa, $\sigma_2 = -0.611$ MPa,
$\sigma_1 = 1.29$ MPa, $\sigma_2 = -1.29$ MPa,
$\tau_{\substack{abs \\ max}} = 3.06$ MPa, $\tau_{\substack{abs \\ max}} = 1.29$ MPa

9–86. $\sigma_1 = 6.27$ kPa, $\sigma_2 = -806$ kPa,
$\tau_{\substack{abs \\ max}} = 406$ kPa

9–87. $\sigma_1 = 48.8$ ksi, $\sigma_2 = -25.4$ ksi,
$\tau_{\substack{abs \\ max}} = 31.1$ ksi

R9–1. $\sigma_1 = 119$ psi, $\sigma_2 = -119$ psi

R9–2. $\sigma_1 = 329$ psi, $\sigma_2 = -72.1$ psi

R9–3. $\sigma_{x'} = -0.611$ ksi, $\tau_{x'y'} = 7.88$ ksi, $\sigma_{y'} = -3.39$ ksi

R9–5. $\sigma_1 = 3.03$ ksi, $\sigma_2 = -33.0$ ksi,
$\theta_{p1} = -16.8°$ and $\theta_{p2} = 73.2°$,
$\tau_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 18.0$ ksi, $\sigma_{avg} = -15$ ksi,
$\theta_s = 28.2°$ and $118°$

R9–6. $\sigma_1 = 3.29$ MPa, $\sigma_2 = -4.30$ MPa

R9–7. Point A: $\sigma_1 = 61.7$ psi, $\sigma_2 = 0$,
Point B: $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -46.3$ psi

R9–9. $\sigma_{x'} = -16.5$ ksi, $\tau_{x'y'} = 2.95$ ksi

Chapter 10

10–2. $\epsilon_{x'} = 248(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = -233(10^{-6})$,
$\epsilon_{y'} = -348(10^{-6})$

10–3. $\epsilon_{x'} = 55.1(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = 133(10^{-6})$,
$\epsilon_{y'} = 325(10^{-6})$

10–5. $\epsilon_{x'} = 77.4(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = 1279(10^{-6})$,
$\epsilon_{y'} = 383(10^{-6})$

10–6. $\epsilon_{x'} = -116(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = 466(10^{-6})$,
$\gamma_{x'y'} = 393(10^{-6})$

10–7. $\epsilon_{x'} = 466(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = -116(10^{-6})$,
$\gamma_{x'y'} = -393(10^{-6})$

10–9. $\epsilon_1 = 188(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -128(10^{-6})$,
$(\theta_P)_1 = -9.22°$, $(\theta_P)_2 = 80.8°$,
$\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 316\left(10^{-6}\right)$,
$\epsilon_{avg} = 30(10^{-6})$,
$\theta_s = 35.8°$ and $-54.2°$

10–10. (a) $\epsilon_1 = 713(10^{-6})$, $\epsilon_2 = 36.6(10^{-6})$, $\theta_{p1} = 133°$,
(b) $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 677(10^{-6})$, $\epsilon_{avg} = 375(10^{-6})$,
$\theta_s = -2.12°$

10–11. $\epsilon_{x'} = 649(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = -85.1(10^{-6})$,
$\epsilon_{y'} = 201(10^{-6})$

10–13. $\epsilon_1 = 17.7(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -318(10^{-6})$,
$\theta_{p1} = 76.7°$ and $\theta_{p2} = -13.3°$,
$\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 335(10^{-6})$, $\theta_s = 31.7°$ and $122°$,
$\epsilon_{avg} = -150(10^{-6})$

10–14. $\epsilon_1 = 368(10^{-6})$, $\epsilon_2 = 182(10^{-6})$, $\theta_{p1} = -52.8°$ and $\theta_{p2} = 37.2°$, $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 187(10^{-6})$, $\theta_s = -7.76°$ and $82.2°$, $\epsilon_{avg} = 275(10^{-6})$

10–17. $\epsilon_{x'} = 55.1(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = 133(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = 325(10^{-6})$

10–18. $\epsilon_{x'} = 325(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = -133(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = 55.1(10^{-6})$

10–19. $\epsilon_{x'} = 77.4(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = 1279(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = 383(10^{-6})$

10–21. $\epsilon_{x'} = 466(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = -393(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = -116(10^{-6})$

10–22. (a) $\epsilon_1 = 773(10^{-6})$, $\epsilon_2 = 76.8(10^{-6})$, (b) $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 696(10^{-6})$, (c) $\gamma_{\substack{abs \\ max}} = 773(10^{-6})$

10–23. $\epsilon_1 = 870(10^{-6})$, $\epsilon_2 = 405(10^{-6})$, $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 465(10^{-6})$, $\gamma_{\substack{abs \\ max}} = 870(10^{-6})$

10–25. $\epsilon_1 = 380(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -330(10^{-6})$

10–26. $\epsilon_1 = 517(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -402(10^{-6})$

10–27. $\epsilon_1 = 862(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -782(10^{-6})$, $\theta_{p1} = 88.0°$ (clockwise), $\epsilon_{avg} = 40.0(10^{-6})$, $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = -1644(10^{-6})$, $\theta_s = 43.0°$ (clockwise)

10–33. $E = 17.4$ GPa, $\Delta d = -12.6(10^{-6})$ mm

10–34. $\Delta\theta = -0.0103°$

10–35. $\nu_{pvc} = 0.164$

10–37. (a) $k_r = 3.33$ ksi, (b) $k_g = 5.13(10^3)$ ksi

10–38. $p = 0.967$ ksi, $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 1.30(10^{-3})$

10–39. $\sigma_1 = 10.2$ ksi, $\sigma_2 = 7.38$ ksi

10–41. $\epsilon_x = 23.0(10^{-6})$, $\gamma_{xy} = -3.16(10^{-6})$

10–42. $\epsilon_x = 2.35(10^{-3})$, $\epsilon_y = -0.972(10^{-3})$, $\epsilon_z = -2.44(10^{-3})$

10–43. $\sigma_1 = 8.37$ ksi, $\sigma_2 = 6.26$ ksi

10–45. $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{\nu}}\right)$

10–46. $\epsilon_1 = 289(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -289(10^{-6})$

10–47. $P = 83.0$ lb

10–49. $\sigma_x = -15.5$ ksi, $\sigma_y = -16.8$ ksi

10–50. $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$, $\gamma_{xy} = -160(10^{-6})$, $T = 65.2$ N·m

10–51. $\epsilon_{x'} = -2.52(10^{-3})$, $\epsilon_{y'} = 2.52(10^{-3})$

10–53. $\Delta d = 0.800$ mm, $\sigma_{AB} = 315$ MPa

10–54. $\Delta d = 0.680$ mm

10–57. $\Delta V = 0.0168$ m^3

10–58. $k = 1.35$

10–59. $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2 = \sigma_Y^2$

10–61. $\sigma_1 = 10.2$ ksi

10–62. $\sigma_1 = 11.6$ ksi

10–63. $\sigma_1 = 68.0$ ksi

10–65. $T_e = \sqrt{\frac{4}{3}M^2 + T^2}$

10–66. $\tau = 43.3$ MPa

10–67. $\tau = 37.5$ ksi

10–69. No

10–70. $M_e = \sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}$

10–71. $\sigma_x = 16.7$ ksi

10–73. $d = 1.59$ in.

10–74. $\sigma_1 = 924$ MPa, $\sigma_1 = 1.07$ GPa

10–75. No

10–77. No

10–78. No

10–79. Yes

10–81. (a) F.S. = 1.32, (b) F.S. = 1.52

10–82. Yes

10–83. Yes

10–85. $\sigma_Y = 424$ MPa

10–86. $T_{max} = 8.38$ kN·m

10–87. $T_{max} = 9.67$ kN·m

10–89. (a) F.S. = 2.05, (b) F.S. = 2.35

10–90. (a) $t = 22.5$ mm, (b) $t = 19.5$ mm

10–91. $d = 1.50$ in.

10–93. F.S. = 1.25

R10–2. $\delta_a = 0.367$ mm, $\delta_b = -0.255$ mm, $\delta_t = -0.00167$ mm

R10–3. F.S. = 2

R10–5. $\epsilon_{avg} = 83.3(10^{-6})$, $\epsilon_1 = 880(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -713(10^{-6})$, $\theta_p = 54.8°$ (clockwise), $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = -1593(10^{-6})$, $\theta_s = 9.78°$ (clockwise)

R10–6. $\epsilon_{x'} = -380(10^{-6})$, $\epsilon_{y'} = -130(10^{-6})$, $\gamma_{x'y'} = 1.21(10^{-3})$

R10–7. $P_2 = 11.4$ kip, $P_1 = 136$ kip

R10–9. $\epsilon_1 = 283(10^{-6})$, $\epsilon_2 = -133(10^{-6})$, $\theta_{p1} = 84.8°$, $\theta_{p2} = -5.18°$, $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = 417(10^{-6})$, $\epsilon_{avg} = 75.0(10^{-6})$, $\theta_s = 39.8°$ and $130°$

R10–10. $\epsilon_1 = 480(10^{-6})$, $\epsilon_2 = 120(10^{-6})$, $\theta_{p1} = 28.2°$ (clockwise), $\gamma_{\substack{max \\ in\text{-}plane}} = -361(10^{-6})$, $\theta_s = 16.8°$ (counterclockwise), $\epsilon_{avg} = 300(10^{-6})$

Chapter 11

11–1. $b = 211$ mm, $h = 264$ mm
11–2. Use $b = 4$ in.
11–3. Use $b = 5$ in.
11–5. Use W12 × 16.
11–6. Yes
11–7. Use W12 × 22.
11–9. Use W360 × 45.
11–10. Yes, it can.
11–11. Use $s = s'' = 2$ in., Use $s' = 1$ in.
11–13. $h = 8.0$ in., $P = 3.20$ kip
11–14. $s = 1.93$ in., $s' = 2.89$ in., $s'' = 5.78$ in.
11–15. Use $s = 1\frac{5}{8}$ in., $s' = 1\frac{1}{8}$ in., $s'' = 3\frac{1}{8}$ in.
11–17. $P = 103$ kN
11–18. Use $a = 3\frac{1}{8}$ in.
11–19. $P = 750$ lb
11–21. $P = 85.9$ N
11–22. $b = 3.40$ in.
11–23. Use W16 × 31.
11–25. Use $d = 3$ in.
11–26. Use W14 × 22.
11–27. The beam fails.
11–29. $b = 5.86$ in.
11–30. $P = 9.52$ kN
11–31. $w = \frac{w_0}{L}x$
11–33. $\sigma_{max} = \frac{8PL}{27\pi r_0^3}$
11–34. $h = \frac{h_0}{L^{3/2}}(3L^2x - 4x^3)^{1/2}$
11–35. $d = h\sqrt{\frac{x}{L}}$
11–37. $\sigma_{max} = \frac{3wL^2}{b_0 h^2}$
11–38. $b = \frac{b_0}{L^2}x^2$
11–39. Use $d = 21$ mm.
11–41. $\sigma_{max} = 13.4$ MPa
11–42. Use $d = 1\frac{1}{2}$ in.
11–43. Use $d = 1\frac{5}{8}$ in.
11–45. Use $d = 1\frac{1}{8}$ in.
11–46. Use $d = 1\frac{1}{4}$ in.
R11–1. $y = \left[\frac{4P}{\pi\,\sigma_{allow}}x\right]^{1/3}$
R11–2. Use W10 × 12
R11–3. Use $d = 44$ mm.
R11–5. Use W18 × 50.
R11–6. $P = 556$ lb, $h = 0.595$ in.
R11–7. $h = 0.643$ in. Yes.

Chapter 12

12–1. $\sigma = 3.02$ ksi
12–2. $\sigma = 75.5$ ksi
12–3. $\sigma = 582$ MPa
12–5. $v_C = -6.11$ mm
12–6. $\theta_{max} = -\frac{M_0 L}{EI}$, $v = -\frac{M_0 x^2}{2EI}$, $v_{max} = -\frac{M_0 L^2}{2EI}$
12–7. $\rho = 336$ ft, $\theta_{max} = \frac{M_0 L}{EI}$ ↺, $v_{max} = -\frac{M_0 L^2}{2EI}$
12–9. $v_1 = \frac{P}{12EI}(2x_1^3 - 3Lx_1^2)$, $v_2 = \frac{PL^2}{48EI}(-6x_2 + L)$
12–10. $v_1 = \frac{wax_1}{12EI}(2x^2 - 9ax_1)$, $v_2 = \frac{w}{24EI}(-x_2^4 + 28a^3x_2 - 41a^4)$, $\theta_C = -\frac{wa^3}{EI}$, $v_B = -\frac{41wa^4}{24EI}$
12–11. $v_1 = \frac{wax_1}{12EI}(2x^2 - 9ax_1)$, $v_3 = \frac{w}{24EI}(-x_3^4 + 8ax_3^3 - 24a^2x_3^2 + 4a^3x_3 - a^4)$, $\theta_B = -\frac{7wa^3}{6EI}$, $v_C = -\frac{7wa^4}{12EI}$
12–13. $\theta_A = -\frac{M_0 a}{2EI}$, $v_{max} = -\frac{5M_0 a^2}{8EI}$
12–14. $v_{max} = -\frac{3PL^3}{256EI}$
12–15. $P = 40.0$ lb, $s = 0.267$ in.

12–17. $v_1 = \frac{Px_1}{12EI}\left(-x_1^2 + L^2\right),$

$v_2 = \frac{P}{24EI}\left(-4x_2^3 + 7L^2x_2 - 3L^3\right),$

$v_{max} = \frac{PL^3}{8EI}$

12–18. $\theta_A = -\frac{3PL^2}{8EI}, v_C = -\frac{PL^3}{6EI}$

12–19. $v_B = -\frac{11PL^3}{48EI}$

12–21. $v_{max} = -11.5$ mm

12–22. $v = \frac{1}{EI}(2.25x^3 - 0.002778x^5 - 40.5x^2)$ kip · ft^3,

$\theta_{max} = -0.00466$ rad, $v_{max} = -0.369$ in.

12–23. $\theta_C = \frac{4M_0L}{3EI}$ ↻, $v_1 = \frac{M_0}{6EIL}(-x_1^3 + L^2x_1),$

$v_2 = \frac{M_0}{6EIL}(-3Lx_2^2 + 8L^2x_2 - 5L^3),$

$v_C = -\frac{5M_0L^2}{6EI}$

12–25. $v_{max} = -\frac{18.8 \text{ kip} \cdot \text{ft}^3}{EI}$

12–26. $v_{max} = -0.396$ in.

12–27. $\theta_A = \frac{2\gamma L^3}{3t^2E},$

$v_A = -\frac{\gamma L^4}{2t^2E}$

12–29. $\theta_B = -\frac{wa^3}{6EI},$

$v_1 = \frac{w}{24EI}(-x_1^4 + 4ax_1^3 - 6a^2x_1^2),$

$v_2 = \frac{wa^3}{24EI}(-4x_2 + a),$

$v_B = \frac{wa^3}{24EI}(-4L + a)$

12–30. $\theta_B = -\frac{wa^3}{6EI}, v_1 = \frac{wx_1^2}{24EI}(-x_1^2 + 4ax_1 - 6a^2),$

$v_2 = \frac{wa^3}{24EI}(4x_3 + a - 4L), v_B = \frac{wa^3}{24EI}(a - 4L)$

12–31. $v = \frac{1}{EI}\left[-\frac{Pb}{6a}x^3 + \frac{P(a+b)}{6a}\langle x - a\rangle^3 + \frac{Pab}{6}x\right]$

12–33. $E = \frac{Pa}{24\Delta I}(3L^2 - 4a^2)$

12–34. $v = \frac{P}{12EI}\left[-2\langle x - a\rangle^3 + 4\langle x - 2a\rangle^3 + a^2x\right],$

$(v_{max})_{AB} = \frac{0.106Pa^3}{EI}, v_C = -\frac{3Pa^3}{4EI}$

12–35. $v = \frac{1}{EI}\left[-2.5x^2 + 2\langle x - 4\rangle^3 - \frac{1}{8}\langle x - 4\rangle^4 + 2\langle x - 12\rangle^3 + \frac{1}{8}\langle x - 12\rangle^4 - 24x + 136\right]$ kip · ft^3

12–37. $v = \frac{M_0}{6EI}\left[3\left\langle x - \frac{L}{3}\right\rangle^2 - 3\left\langle x - \frac{2}{3}L\right\rangle^2 - Lx\right],$

$v_{max} = -\frac{5M_0L^2}{72EI}$

12–38. $v = \frac{1}{EI}[-8.33x^3 + 17.1\langle x - 12\rangle^3 - 13.3\langle x - 36\rangle^3 + 1680x - 5760]$ lb · in^3

12–39. $v_{max} = -12.9$ mm

12–41. $(v_{max})_{AB} = 0.0867$ in.

12–42. $\theta_A = -\frac{1920}{EI}, \theta_B = \frac{6720 \text{ lb} \cdot \text{in}^2}{EI}$

12–43. $v = \frac{1}{EI}\left[-0.0833x^3 + 3\langle x - 8\rangle^2 + 3\langle x - 16\rangle^2 + 8.00x\right]$ kip · ft^3

12–45. $v_C = -0.501$ mm, $v_D = -0.698$ mm,

$v_E = -0.501$ mm

12–46. $\theta_A = -0.128°, \theta_B = 0.128°$

12–47. $\theta_A = -\frac{3wa^3}{16EI},$

$\theta_B = \frac{7wa^3}{48EI},$

$v = \frac{w}{48EI}\left[6ax^3 - 2x^4 + 2\langle x - a\rangle^4 - 9a^3x\right]$

12–49. $\theta_A = \frac{302}{EI}$ kip · ft^2, $v_C = -\frac{3110}{EI}$ kip · ft^3

12–50. $\frac{dv}{dx} = \frac{1}{EI}\left[2.25x^2 - 0.5x^3 + 5.25\langle x - 5\rangle^2 + 0.5\langle x - 5\rangle^3 - 3.125\right]$ kN · m^2,

$v = \frac{1}{EI}\left[0.75x^3 - 0.125x^4 + 1.75\langle x - 5\rangle^3 + 0.125\langle x - 5\rangle^4 - 3.125x\right]$ kN · m^3

12–51. $\theta_C = -\frac{3937.5}{EI}, v_C = \frac{50\,625}{EI}$ ↓

12–53. $v_B = \frac{7PL^3}{16EI}$ ↓

12–54. $\theta_B = -\frac{Pa^2}{12EI}, v_C = \frac{Pa^3}{12EI}$

12–55. $v_{max} = 12.2$ mm

12–57. $v_{max} = \frac{3PL^3}{256EI}$ ↓

12–58. $v_C = -\frac{84}{EI}, \theta_A = \frac{8}{EI}, \theta_B = -\frac{16}{EI}, \theta_C = -\frac{40}{EI}$

12–59. $v_{max} = 8.16 \text{ mm}\downarrow$
12–61. $a = 0.858L$
12–62. $\theta_A = 0.0181 \text{ rad}, \theta_B = 0.00592 \text{ rad}$
12–63. $\theta_B = -\dfrac{3M_0L}{2EI}, v_B = \dfrac{7M_0L^2}{8EI}\downarrow$
12–65. $\theta_A = -\dfrac{5Pa^2}{2EI}, v_C = \dfrac{19Pa^3}{6EI}\downarrow$
12–66. $v_C = \dfrac{PL^3}{12EI}, \theta_A = \dfrac{PL^2}{24EI}, \theta_B = -\dfrac{PL^2}{12EI}$
12–67. $v_{max} = \dfrac{0.00802PL^3}{EI}$
12–69. $\theta_C = -\dfrac{5Pa^2}{2EI}, v_B = \dfrac{25Pa^3}{6EI}\downarrow$
12–70. $\theta_A = -\dfrac{336 \text{ kip}\cdot\text{ft}^2}{EI}, v_{max} = \dfrac{3048 \text{ kip}\cdot\text{ft}^3}{EI}\downarrow$
12–71. $v_D = 4.98 \text{ mm}\downarrow$
12–73. $a = 0.152L$
12–74. $\theta_{max} = \dfrac{5PL^2}{16EI}, v_{max} = \dfrac{3PL^3}{16EI}\downarrow$
12–75. $\theta_B = 0.00658 \text{ rad}, v_C = 13.8 \text{ mm}\downarrow$
12–77. $a = 0.865\ L$
12–78. $\theta_B = \dfrac{7wa^3}{12EI}, v_C = \dfrac{25wa^4}{48EI}\downarrow$
12–79. $\theta_C = -\dfrac{a^2}{6EI}(12P + wa),$

$v_C = \dfrac{a^3}{24EI}(64P + 7wa)\downarrow$
12–81. $\theta_A = \dfrac{PL^2}{12EI}, v_D = \dfrac{PL^3}{8EI}\downarrow$
12–82. $v_{max} = \dfrac{3wa^4}{8EI}$
12–83. $\theta_B = -0.00778 \text{ rad}, v_B = 0.981 \text{ in.}\downarrow$
12–85. $v_C = 1.20 \text{ in.}\downarrow$
12–86. $\theta_A = -0.822°, \theta_B = 0.806°$
12–87. $v_C = 0.429 \text{ in.}\downarrow$
12–89. $\theta_A = 0.00458 \text{ rad}, v_C = 0.187 \text{ in.}\downarrow$
12–90. Use W16 × 50.
12–91. $(v_A)_v = 0.0737 \text{ in.}, (v_A)_k = 0.230 \text{ in.}$
12–93. $v = PL^2\left(\dfrac{1}{k} + \dfrac{L}{3EI}\right)$
12–94. $v_A = \dfrac{72}{EI}\downarrow, \theta_A = \dfrac{36}{EI}\circlearrowright$
12–95. $v_A = PL^3\left(\dfrac{1}{12EI} + \dfrac{1}{8GJ}\right)\downarrow$
12–97. $F = 0.349 \text{ N}, a = 0.800 \text{ mm}$
12–98. $M_0 = \dfrac{Pa}{6}$

12–99. $A_x = B_x = 0, A_y = \dfrac{20}{27}P,$

$M_A = \dfrac{4}{27}PL, B_y = \dfrac{7}{27}P, M_B = \dfrac{2}{27}PL$
12–101. $A_x = 0, C_y = \dfrac{5}{16}P, B_y = \dfrac{11}{8}P, A_y = \dfrac{5}{16}P$
12–102. $A_x = 0, B_y = \dfrac{5}{16}P, A_y = \dfrac{11}{16}P, M_A = \dfrac{3PL}{16}$
12–103. $A_x = 0, B_y = \dfrac{3wL}{8}, A_y = \dfrac{5wL}{8}, M_A = \dfrac{wL^2}{8}$
12–105. $A_x = 0, A_y = \dfrac{3M_0}{2L}, B_y = \dfrac{3M_0}{2L}, M_B = \dfrac{M_0}{2}$
12–106. $A_x = 0, B_y = \dfrac{w_0L}{10}, A_y = \dfrac{2w_0L}{5}, M_A = \dfrac{w_0L^2}{15}$
12–107. $B_x = 0, A_y = \dfrac{17wL}{24}, B_y = \dfrac{7wL}{24}, M_B = \dfrac{wL^2}{36}$
12–109. $T_{AC} = \dfrac{3A_2E_2wL_1^4}{8(A_2E_2L_1^3 + 3E_1I_1L_2)}$
12–110. $A_x = 0, F_C = 112 \text{ kN}, A_y = 34.0 \text{ kN},$
$B_y = 34.0 \text{ kN}$
12–111. $M_A = \dfrac{5wL^2}{192}, M_B = \dfrac{11wL^2}{192}$
12–113. $A_y = 1.48 \text{ kip}, B_x = 0, B_y = 3.52 \text{ kip},$
$M_B = 7.67 \text{ kip}\cdot\text{ft}$
12–114. $B_y = \dfrac{2}{3}P, M_A = \dfrac{PL}{3}, A_y = \dfrac{4}{3}P, A_x = 0$
12–115. $A_x = 0, B_y = \dfrac{M_0}{6a}, A_y = \dfrac{M_0}{6a}, M_A = \dfrac{M_0}{2}$
12–117. $B_y = 550 \text{ N}, A_y = 125 \text{ N}, C_y = 125 \text{ N}$
12–118. $A_x = 0, B_y = \dfrac{5wL}{4}, C_y = \dfrac{3wL}{8}$
12–119. $B_y = \dfrac{5}{8}wL\uparrow, C_y = \dfrac{wL}{16}\downarrow, A_y = \dfrac{7}{16}wL\uparrow$
12–121. $A_x = 0, B_y = 35.0 \text{ kip}, A_y = 15.0 \text{ kip},$
$M_A = 40.0 \text{ kip}\cdot\text{ft}$
12–122. $A_x = 0, B_y = \dfrac{7P}{4}, A_y = \dfrac{3P}{4}, M_A = \dfrac{PL}{4}$
12–123. $A_x = 0, B_y = \dfrac{7wL}{128}, A_y = \dfrac{57wL}{128}, M_A = \dfrac{9wL^2}{128}$
12–125. $M_A = M_B = \dfrac{1}{24}PL, A_y = B_y = \dfrac{1}{6}P,$

$C_y = D_y = \dfrac{1}{3}P, D_x = 0$
12–126. $T_{AC} = \dfrac{3wA_2E_2L_1^4}{8(3E_1I_1L_2 + A_2E_2L_1^3)}$
12–127. $M = \dfrac{PL}{8} - \dfrac{2EI}{L}\alpha, \Delta_{max} = \dfrac{PL^3}{192EI} + \dfrac{\alpha L}{4}$

12–129. $a = L - \left(\frac{72\Delta EI}{w_0}\right)^{1/4}$
12–130. $F_{CD} = 7.48$ kip
12–131. $M_{max} = \frac{\pi^2 bt\gamma\omega^2 r^3}{108g}$
R12–1. $v = \frac{1}{EI}\left[-30x^3 + 46.25\langle x - 12\rangle^3 - 11.7\langle x - 24\rangle^3 + 38{,}700x - 412{,}560\right]$ lb · in³
R12–2. $v_1 = \frac{1}{EI}(4.44x_1^3 - 640x_1)$ lb · in³,
$v_2 = \frac{1}{EI}(-4.44x_2^3 + 640x_2)$ lb · in³
R12–3. $M_B = \frac{w_0L^2}{30}, M_A = \frac{w_0L^2}{20}$
R12–5. $(v_2)_{max} = \frac{wL^4}{18\sqrt{3}EI}$
R12–6. $\theta_B = \frac{Pa^2}{4EI}, \Delta_C = \frac{Pa^3}{4EI}\uparrow$
R12–7. $B_y = 138$ N ↑, $A_y = 81.3$ N ↑, $C_y = 18.8$ N ↓
R12–9. $\Delta_C = 0.644$ in.↓

Chapter 13

13–1. $P_{cr} = \frac{5kL}{4}$
13–2. $P_{cr} = kL$
13–3. Use $d = \frac{9}{16}$ in.
13–5. $P_{cr} = 1.84$ MN
13–6. $P_{cr} = 902$ kN
13–7. F.S. = 1.87
13–9. $P_{cr} = 1.30$ MN
13–10. $P_{cr} = 325$ kN
13–11. $P_{cr} = 20.4$ kip
13–13. $P = 42.8$ kN
13–14. $P_{cr} = 575$ kip
13–15. $P_{cr} = 70.4$ kip
13–17. $P_{cr} = 2.92$ kip
13–18. $P_{cr} = 5.97$ kip
13–19. $P = 17.6$ kip
13–21. Use $d_i = 1\frac{1}{8}$ in.
13–22. $W = 4.31$ kN
13–23. $W = 5.24$ kN, $d = 1.64$ m
13–25. $P = 62.3$ kip
13–26. $P = 2.42$ kip
13–27. Use $d_{AB} = 2\frac{1}{8}$ in., $d_{BC} = 2\frac{1}{4}$ in.
13–29. Use $d_{AB} = 1\frac{1}{2}$ in., $d_{BC} = 1\frac{3}{8}$ in.
13–30. $P = 129$ lb
13–31. $w = 1.17$ kN/m
13–33. $P = 14.8$ kN
13–34. Use $d = 62$ mm.
13–35. Use $d = 52$ mm.
13–37. $P = 37.5$ kip
13–38. $P = 5.79$ kip
13–39. Use $d = 1\frac{3}{4}$ in.
13–41. $M_{max} = -\frac{wEI}{P}\left[\sec\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right) - 1\right]$
13–42. $M_{max} = -\frac{F}{2}\sqrt{\frac{EI}{P}}\tan\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{P}{EI}}\right)$
13–43. $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$
13–46. $P = 31.4$ kN
13–47. $v_{max} = 0.387$ in.
13–49. $P_{allow} = 7.89$ kN
13–50. $E_t = 14.6(10^3)$ ksi
13–51. $L = 8.34$ m
13–53. $P = 65.8$ kip
13–54. $P = 45.7$ kip
13–55. Yes
13–57. $P_{max} = 61.2$ kip
13–58. $L = 21.2$ ft
13–59. $P_{max} = 16.9$ kN
13–61. $L = 1.71$ m
13–62. $P = 174$ kN, $v_{max} = 16.5$ mm
13–63. $P = 129$ kip
13–65. $P_{cr} = 83.5$ kN
13–66. $L = 2.53$ m
13–67. $d = 98.3$ mm
13–69. $P = 88.5$ kip
13–70. $P_{cr} = 1.32\,(10^3)$ kN
13–71. $P_{cr} = 5.29\,(10^3)$ kN
13–73. For $49.7 < KL/r < 99.3$, $P/A = 200$ MPa
13–74. For $49.7 < L/r < 99.3$, $P/A = 25$ ksi
13–75. $P_{cr} = 661$ kN
13–77. $P_{cr} = 1.35(10^3)$
13–78. $L = 8.99$ ft
13–79. Use W6 × 9.
13–81. $L = 20.3$ ft
13–82. Use W6 × 12.
13–83. $L = 18.0$ ft
13–85. $L = 33.7$ ft
13–86. Use W6 × 9.
13–87. $d = 1.42$ in.
13–89. Yes

13–90. Yes
13–91. $b = 0.704$ in.
13–93. $L = 1.92$ ft
13–94. $L = 3.84$ ft
13–95. $P_{allow} = 380$ kip
13–97. $P_{allow} = 129$ kip
13–98. $P_{allow} = 143$ kip
13–99. $P_{allow} = 109$ kip
13–101. $P_{allow} = 8.61$ kip
13–102. $L = 8.89$ ft
13–103. Use $a = 7\frac{1}{2}$ in.
13–105. $P_{allow} = 8.68$ kip
13–106. $P_{allow} = 27.7$ kip
13–107. $P = 8.83$ kip
13–109. $P = 18.4$ kip
13–110. $P = 5.93$ kip
13–111. $P = 32.7$ kip
13–113. $P = 0.967$ kip
13–114. $P = 0.554$ kip
13–115. The column is not adequate.
13–117. $P = 33.1$ kip
13–118. $P = 57.7$ kip
13–119. $P = 2.79$ kip
13–121. $P = 98.0$ kip
13–122. $P = 132$ kip
13–123. No
13–125. Yes
13–126. $P = 1.69$ kip
13–127. $P = 3.44$ kip
R13–1. $P = 5.76$ kip
R13–2. $P = 9.01$ kip
R13–3. $P_{cr} = 12.1$ kN
R13–5. $P = 12.5$ kip
R13–6. Use $d = 2\frac{1}{8}$ in.
R13–7. $t = 5.92$ mm
R13–9. $P_{allow} = 77.2$ kN
R13–10. It does not buckle or yield.

Chapter 14

14–1. $\frac{U_i}{V} = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\nu\sigma_x\sigma_y) + \frac{\tau_{xy}^2}{2G}$
14–3. $a = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, r$
14–5. (a) $U_a = \frac{N^2L_1}{2AE}$, (b) $U_b = \frac{N^2L_2}{2AE}$
Since $U_b > U_a$, i.e., $L_2 > L_1$, the design for case (b) is better able to absorb energy.
14–6. $U_i = 43.2$ J
14–7. $P = 375$ kN, $U_i = 1.69$ kJ
14–9. $U_i = 149$ J
14–10. $U_i = 0.0638$ J
14–11. $U_i = 64.4$ J
14–13. $P = 113$ kip, $U_i = 7.37$ in. · kip
14–15. $U_i = 0.125$ ft · kip
14–17. $U_i = \frac{17w_0^2L^5}{10080\,EI}$
14–18. $(U_i)_{sp} = 1.00$ J, $(U_i)_b = 0.400$ J
14–19. $U_i = 3.24$ in. · lb
14–21. $U_i = \frac{w_0^2L^5}{504\,EI}$
14–22. $(U_i)_b = 0.477\,(10^{-3})$ J, $(U_i)_t = 0.0171$ J
14–23. $U_i = \frac{w^2L^5}{40\,EI}$
14–25. $(\Delta_D)_v = \frac{3.50PL}{AE}$
14–26. $(\Delta_C)_h = \frac{3PL}{2AE}$
14–27. $(\Delta_A)_h = 0.0710$ in.
14–29. $(\Delta_C)_v = 13.3$ mm
14–30. $\Delta_B = 3.46$ mm
14–31. $\Delta_B = 11.7$ mm
14–33. $\Delta_B = 0.100$ mm
14–34. $\Delta_E = 5.46$ in.
14–35. $\theta_A = -\frac{M_0L}{3EI}$
14–37. $\Delta_A = \frac{3\pi Pr^3}{2EI}$
14–38. $\Delta_A = \frac{\pi Pr^3}{2EI}$
14–39. $\Delta_B = 1.82$ in.
14–41. $\Delta_B = 15.2$ mm
14–42. (a) $U_i = 4.52$ kJ, (b) $U_i = 3.31$ kJ
14–43. $d = 5.35$ in.
14–45. (a) $\sigma_{max} = 45.4$ ksi, (b) $\sigma_{max} = 509$ psi, (c) $\sigma_{max} = 254$ psi
14–46. $h = 1.75$ ft
14–47. $\sigma_{max} = 20.3$ ksi
14–49. $L = 850$ mm
14–50. Yes
14–51. $h = 5.29$ mm
14–53. $\sigma_{max} = 307$ MPa
14–54. $h = 95.6$ mm
14–55. Use $d = 2\frac{1}{8}$ in.
14–57. Yes, from any position
14–58. $(\Delta_A)_{max} = 15.4$ in.
14–59. $\sigma_{max} = 6.20$ ksi
14–61. $n = 19.7$
14–62. $h = 4.20$ ft
14–63. $\sigma_{max} = 35.2$ ksi

14–65. $\Delta_B = 0.247$ in., $\sigma_{max} = 2.34$ ksi
14–66. $\sigma_{max} = 137$ MPa
14–67. $h = 8.66$ m
14–69. $h = 7.45$ in.
14–70. $(\Delta_B)_{max} = 0.661$ in.
14–71. $\Delta_{max} = 23.3$ mm, $\sigma_{max} = 4.89$ MPa
14–73. $(\Delta_B)_h = 0.223(10^{-3})$ in. ←
14–74. $(\Delta_B)_v = 0.00112$ in. ↓
14–75. $(\Delta_B)_v = 0.0132$ in. ↓
14–77. $(\Delta_B)_h = 0.699(10^{-3})$ in. →
14–78. $(\Delta_B)_v = 0.0931(10^{-3})$ in. ↓
14–79. $(\Delta_B)_h = 0.367$ mm ←
14–81. $(\Delta_C)_h = 0.234$ mm ←
14–82. $(\Delta_D)_v = 1.16$ mm ↓
14–83. $(\Delta_A)_v = 3.18$ mm ↓
14–85. $(\Delta_D)_h = 4.12$ mm →
14–86. $(\Delta_E)_h = 0.889$ mm →
14–87. $\Delta_C = \dfrac{23Pa^3}{24EI}$
14–89. $\Delta_C = \dfrac{2Pa^3}{3EI}$
14–90. $\theta_C = -\dfrac{5Pa^2}{6EI}$
14–91. $\theta_A = \dfrac{Pa^2}{6EI}$
14–93. $\theta_B = -0.353°$
14–94. $\theta_C = 0.337°$
14–95. $\Delta_B = 47.8$ mm ↓
14–97. $\theta_A = 0.289°$
14–98. $\theta_B = 0.124°$
14–99. $\Delta_C = \dfrac{PL^3}{8EI}$ ↓
14–101. $\theta_C = -\dfrac{13wL^3}{576EI}$
14–102. $\Delta_D = \dfrac{wL^4}{96EI}$ ↓
14–103. $\theta_A = -1.28°$
14–105. $\Delta_C = \dfrac{PL^3}{48EI}$ ↓, $\theta_B = \dfrac{PL^2}{16EI}$
14–106. $\Delta_C = 0.122$ in. ↓
14–107. $\theta_A = 0.232°$
14–109. $\theta_C = -1.14°$
14–110. $\Delta_D = 0.219$ in. ↑
14–111. $\Delta_{tot} = \left(\dfrac{w}{G}\right)\left(\dfrac{L}{a}\right)^2\left[\left(\dfrac{5}{96}\right)\left(\dfrac{L}{a}\right)^2 + \dfrac{3}{20}\right]$, $\Delta_b = \dfrac{5w}{96G}\left(\dfrac{L}{a}\right)^4$
14–113. $\theta_A = -\dfrac{5w_0L^3}{192EI}$
14–114. $(\Delta_C)_h = \dfrac{640\,000 \text{ lb}\cdot\text{ft}^3}{EI}$ ←, $(\Delta_C)_v = \dfrac{1\,228\,800 \text{ lb}\cdot\text{ft}^3}{EI}$ ↓
14–115. $\Delta_B = 43.5$ mm ↓
14–117. $\Delta_C = 17.9$ mm ↓
14–118. $\theta_A = -0.0568°$
14–119. $(\Delta_C)_h = \dfrac{5wL^4}{8EI}$ →
14–121. $(\Delta_B)_v = \dfrac{Pr^3}{4\pi EI}(\pi^2 - 8)$ ↓
14–122. $(\Delta_A)_h = \dfrac{\pi Pr^3}{2EI}$ ←
14–123. $(\Delta_B)_h = 0.223(10^{-3})$ in. ←
14–125. $(\Delta_B)_v = 0.0132$ in. ↓
14–126. $(\Delta_E)_v = 0.0149$ in. ↓
14–127. $(\Delta_B)_h = 0.699(10^{-3})$ in. →
14–129. $(\Delta_C)_h = 0.234$ mm ←
14–130. $(\Delta_C)_v = 0.0375$ mm ↓
14–131. $(\Delta_D)_h = 4.12$ mm →
14–133. $\theta_C = -\dfrac{5Pa^2}{6EI}$
14–134. $\theta_A = \dfrac{Pa^2}{6EI}$
14–135. $\Delta_C = 0.369$ in.
14–137. $\Delta_B = 47.8$ mm
14–138. $\Delta_D = 3.24$ mm
14–139. $\theta_A = 0.289°$
14–141. $\theta_A = \dfrac{wL^3}{24EI}$
14–142. $\Delta_C = \dfrac{5wL^4}{8EI}$
14–143. $\Delta_B = \dfrac{wL^4}{4EI}$
14–145. $\theta_B = \dfrac{wL^3}{8EI}$
R14–1. $U_i = 496$ J
R14–2. $\sigma_{max} = 116$ MPa
R14–3. $h = 10.3$ m
R14–5. $\sigma_{max} = 43.6$ ksi
R14–6. $U_i = 45.5$ ft · lb
R14–7. $(\Delta_C)_v = 0.114$ in. ↓
R14–9. $\theta_B = \dfrac{M_0L}{EI}$
R14–10. $\theta_B = \dfrac{M_0L}{EI}$
R14–11. $\theta_C = -\dfrac{2}{3}\dfrac{wa^3}{EI}$, $\Delta_C = \dfrac{5}{8}\dfrac{wa^4}{EI}$ ↓

د انجینری موادو اوسط میخانیکی مشخصات

Average Mechanical Properties of Typical Engineering Materials[a]

(SI Units)

Materials		Density ρ (Mg/m³)	Moduls of Elasticity E (GPa)	Modulus of Rigidity G (GPa)	Yield Strength (MPa) σ_Y Tens.	Yield Strength (MPa) σ_Y Comp.[b]	Yield Strength (MPa) Shear	Ultimate Strength (MPa) σ_u Tens.	Ultimate Strength (MPa) σ_u Comp.[b]	Ultimate Strength (MPa) Shear	%Elongation in 50 mm specimen	Poisson's Ratio ν	Coef. of Therm. Expansion α $(10^{-6})/°C$
Metallic													
Aluminum Wrought Alloys	2014-T6	2.79	73.1	27	414	414	172	469	469	290	10	0.35	23
	6061-T6	2.71	68.9	26	255	255	131	290	290	186	12	0.35	24
Cast Iron Alloys	Gray ASTM 20	7.19	67.0	27	–	–	–	179	669	–	0.6	0.28	12
	Malleable ASTM A-197	7.28	172	68	–	–	–	276	572	–	5	0.28	12
Copper Alloys	Red Brass C83400	8.74	101	37	70.0	70.0	–	241	241	–	35	0.35	18
	Bronze C86100	8.83	103	38	345	345	–	655	655	–	20	0.34	17
Magnesium Alloy	[Am 1004-T61]	1.83	44.7	18	152	152	–	276	276	152	1	0.30	26
Steel Alloys	Structural A-36	7.85	200	75	250	250	–	400	400	–	30	0.32	12
	Structural A992	7.85	200	75	345	345	–	450	450	–	30	0.32	12
	Stainless 304	7.86	193	75	207	207	–	517	517	–	40	0.27	17
	Tool L2	8.16	200	75	703	703	–	800	800	–	22	0.32	12
Titanium Alloy	[Ti-6Al-4V]	4.43	120	44	924	924	–	1,000	1,000	–	16	0.36	9.4
Nonmetallic													
Concrete	Low Strength	2.38	22.1	–	–	–	12	–	–	–	–	0.15	11
	High Strength	2.37	29.0	–	–	–	38	–	–	–	–	0.15	11
Plastic Reinforced	Kevlar 49	1.45	131	–	–	–	–	717	483	20.3	2.8	0.34	–
	30% Glass	1.45	72.4	–	–	–	–	90	131	–	–	0.34	–
Wood Select Structural Grade	Douglas Fir	0.47	13.1	–	–	–	–	2.1[c]	26[d]	6.2[d]	–	0.29[e]	–
	White Spruce	0.36	9.65	–	–	–	–	2.5[c]	36[d]	6.7[d]	–	0.31[e]	–

[a] Specific values may vary for a particular material due to alloy or mineral composition,mechanical working of the specimen,or heat treatment. For a more exact value reference books for the material should be consulted.

[b] The yield and ultimate strengths for ductile materials can be assumed equal for both tension and compression.

[c] Measured perpendicular to the grain.

[d] Measured parallel to the grain.

[e] Deformation measured perpendicular to the grain when the load is applied along the grain.

د انجینری موادو اوسط میخانیکی مشخصات

Average Mechanical Properties of Typical Engineering Materials[a]

(U.S. Customary Units)

Materials	Specific Weight (lb/in³)	Modulus of Elasticity E (10^3) ksi	Modulus of Rigidity G (10^3) ksi	Yield Strength (ksi) σ_Y Tens.	Yield Strength (ksi) σ_Y Comp.[b]	Yield Strength (ksi) Shear	Ultimate Strength (ksi) σ_u Tens.	Ultimate Strength (ksi) σ_u Comp.[b]	Ultimate Strength (ksi) Shear	% Elongation in 2 in. specimen	Poisson's Ratio ν	Coef. of Therm. Expansion α (10^{-6})/°F
Metallic												
Aluminum Wrought Alloys — 2014-T6	0.101	10.6	3.9	60	60	25	68	68	42	10	0.35	12.8
Aluminum Wrought Alloys — 6061-T6	0.098	10.0	3.7	37	37	19	42	42	27	12	0.35	13.1
Cast Iron Alloys — Gray ASTM 20	0.260	10.0	3.9	–	–	–	26	96	–	0.6	0.28	6.70
Cast Iron Alloys — Malleable ASTM A-19	0.263	25.0	9.8	–	–	–	40	83	–	5	0.28	6.60
Copper Alloys — Red Brass C83400	0.316	14.6	5.4	11.4	11.4	–	35	35	–	35	0.35	9.80
Copper Alloys — Bronze C86100	0.319	15.0	5.6	50	50	–	35	35	–	20	0.34	9.60
Magnesium Alloy [Am 1004-T61]	0.066	6.48	2.5	22	22	–	40	40	22	1	0.30	14.3
Steel Alloys — Structural A-36	0.284	29.0	11.0	36	36	–	58	58	–	30	0.32	6.60
Steel Alloys — Structural A992	0.284	29.0	11.0	50	50	–	65	65	–	30	0.32	6.60
Steel Alloys — Stainless 304	0.284	28.0	11.0	30	30	–	75	75	–	40	0.27	9.60
Steel Alloys — Tool L2	0.295	29.0	11.0	102	102	–	116	116	–	22	0.32	6.50
Titanium Alloy [Ti-6Al-4V]	0.160	17.4	6.4	134	134	–	145	145	–	16	0.36	5.20
Nonmetallic												
Concrete — Low Strength	0.086	3.20	–	–	–	1.8	–	–	–	–	0.15	6.0
Concrete — High Strength	0.086	4.20	–	–	–	5.5	–	–	–	–	0.15	6.0
Plastic Reinforced — Kevlar 49	0.0524	19.0	–	–	–	–	104	70	10.2	2.8	0.34	–
Plastic Reinforced — 30% Glass	0.0524	10.5	–	–	–	–	13	19	–	–	0.34	–
Wood Select Structural Grade — Douglas Fir	0.017	1.90	–	–	–	–	0.30[c]	3.78[d]	0.90[d]	–	0.29[e]	–
Wood Select Structural Grade — White Spruce	0.013	1.40	–	–	–	–	0.36[c]	5.18[d]	0.97[d]	–	0.31[e]	–

[a] Specific values may vary for a particular material due to alloy or mineral composition, mechanical working of the specimen, or heat treatment. For a more exact value reference books for the material should be consulted.

[b] The yield and ultimate strengths for ductile materials can be assumed equal for both tension and compression

[c] Measured perpendicular to the grain.

[d] Measured parallel to the grain.

[e] Deformation measured perpendicular to the grain when the load is applied along the grain.

د ژبالوړنکی (حفیظ الله وردک) لنډه پیژندنه

نوم اوکورنی:

نوم مي حفیظ الله وردک د حاجي بسم الله خان زوی او د وکیل محمد زرین خان (د امیر امان الله خان د سلطنت په وخت کي د وردگو وکیل) لمسي ، د جغتو د محمد قولي په کلی کی زیږدلي یم. الحمدالله دوی لوراني او دوه زامن او لس لمسیان خداي راکړي.

علمی زدکړي:

لمړني زد کړي: لمړني زد کړي مي د غازی محمد جانخان د وردګو په جغتوکی اود قاری عبدالله خان نوآباد ده افغانان کابل کي تر سره کړي.

لیسه : د لیسی دوره مي د حبیبیی په عالي لیسه په کابل کی تر سره کړي. د حبیبي لیسي له لسم ټولگی نه امریکا ته د (American Field Service) سکالرشیپ په اخیستلوسره د یوه کال زدکړو لپاره ولاړم، او هلته می یو کال لپاره په من هایم ټونشیپ لیسه (Manheim Township High School) کی چي په لنکستر پنسلوانیا (Lancaster Pennsylvania) کی ده زده کړه درلوده. یو کال وروسته بیرته کابل ته ستون شوم او یولسم او دولسم ټولگی می دی حبیبیی په عالي لیسه کی پای ته ورساوه. د لیسی دوری په وخت کی ما د کابل ټایمز (Kabul times) ، د انیس ورځپاڼي او کابل راديو سره د راپپورتر په توگه همکاری کوله. له کابل ټایمز نه می د لیکلو یوه جایزه هم تر لاس کړه.

لوړي زدکړي: د پوهنتون کانکور له لاري د کابل پوهنتون (Kabul University) د انجینری پوهنځی ته شامل شوم. په دوهم صنف کي د ایست ویست سنتر (East West Center) سکالرشیپ په اخیستلو د امریکا هاوایی پوهنتون (University of Hawaii) ته ولاړم او لیسانس مي په سیول انجینری کی هلته واخیست او بیا د کیس وسترن ریزرو یونیورستی (Case Western Reserve University) چي په کلیولند اوهایو (Cleveland Ohio) د امریکا ولایت کی ده د ما ستری شهادت نامه په سټرکچر انجینری کي تر لاسه کړه .

د روسانو له یرغل وروسته امریکا ته مهاجر شوم د الاباما یونورستی (University of Alabama, Huntsville) چي په هنټسویل د امریکا کی ده د ډاکتری (PhD) ټول مضامین تکمیل کړل او دیسرتیشن می د کورنی مصرووفیت او د اولادونودی زدکړي لازمی پاملرنی د ضرورت له کبله تکمیل نشوای کړی. د دیسرتیشن تکمیلولو لپاره باید یوتر دوکلونو ما باید کار پرینبوی اما تصمیم پر دی شو چی د یوه وخت لپاره پوهنتون پریږدم او کار ته ادامه ورکړم.

کاری مصروفیتونه او علمي تجربی:

کله چې وروسته له ماسترۍ اخیستلو له امریکا بیرته کابل ته ستون شو م کاري تجربه مې پدی لاندی ډول شروع شوه:

افغاني ساختماني دستګاه : د فواید عامی وزارت په چوکاټ کی دا لویه او مهمه ساختمانی دستګاه وه. کله چې کابل ته ستون شوم هلته مې د انجینر په توګه کار شروع کا او پدی کارکی د څو میاشتو د پاره پاتی شوم.

د کابل پوهنتون د انجینري پو هنځي: وروسته له څو میاشتو په افغاني ساختمانی دستګاه کی د کابل پوهنتون د انجینري پوهنځي د سیول انجینري دیپارتمنت کی د استاد په حیث ومنل شوم. شپږ کاله هلته په تدریس او ریسرچ مصروف وم تر څو اتحاد جاهیر شوروي په افغانستان یرغل وکړ. پدی وخت کی زما علمی رتبه پوهنمل وه.

د شوروي له یرغل وروسته هندوستان ته لاړم ، دری میاشتی په نوی ډیلی کی پاتی شوم، او له هغه ځایه په جنوري د ۱۹۸۱ کی امریکا ته راغلم. د کالورادو پوهنتون په بولدر او د واشنګتن یونیورستی په سنتلویس میزوري کی د دکتورا اخیستلو لپاره کله چې په هندوستان کی وم شمولیت او اسیستنشیپ راالږلي وه. کله چې له هندوستان نه امریکا ته را ورسیدم د پوهنتونو د شروع کیدو وخت تیر شوی وا او مجبور شوم چې کار وکړم.

پایل ډینامیک او دپلونو انجنری کمپني: څو میاشتو لپاره می له یوی کمپني سره چې په اوهایو کي د پلونو او پایل ډینامیکس (Pile Dynamics) په نامه یادیده د انجینر په توګه کار وکا.

سا رجنت لنډی د اتومی انرژی انجینری کمپني: په شیکاګو ایلینویز ایالت کی له سارجنټ لندي چې د اتومی انرژی د انجینري یوه مشهوره کمپنی ده دسترکچر متخصص (structural Specialist) په حیث شپږ کاله د دی کمپنی سره د سترکچرل انحینر په حیث کار وکا.

یونایتید تیکنالوجي کمپني: وروسته له 6 کلونو په شیکاګو کي د دو کلونو لپاره د یونایتید تیکنالوجي سره په هنتسول الاباما کی چې د هوایي راکتونو ، د جیت الوتکو اینجین جوړه ولو او فضاي راکیتونو یو لویه کمپنی ده په حیث د سترکچر انجینر کار وکړ.

بوینګ کمپنی : د یونایتید تکنالوجی د کمپنی دکار ورسته د بوینګ له کمپنی سره کار پیل کړ. بوینګ د الوتکو جوړه ولو او هوایي بیړیو د دنیا لویه او مشهوره کمپني ده . زه تر دیرش (30 years) کاله د سترکچرانجینری په برخه کی د یوه عالی مقام (تیکنیکل فیلو) انجینر په توګه کار وکړ او تصمیم مې ونیو چې په ۲۰۱۹ کال کی رسمی کار بس کړم. په بوینګ کی اول لس کاله د فضاي هډی (International Space Station) د ناسا (NASA) مربوطه (په فضا کی د ژوندکولو ا و علمي تحقیقاتو بیړي چې بین الملي فضا يي ستیشن نومیږي) د مشرسترکچر انجینرپه حیث مصروف د کار وم . پدی وخت کی وروسته له رسمي کاره د دکتورا لپاره په یونیورستی الباما

هنتسویل کی درس شروع کړ. شل کاله نورمی په بوینګ کی د ډول ډول موډلونو د نویو الوتکو په انجینری کارونو د عالی رتبی انجینر (تیکنیکل فیلو) په صفت په بوینګ کی کار وکړ. د بوینګ سره یوه اختراع هم لرم او دا اختراع د امریکا د پټنټ په اداره کی رسمي ثبت شوي. د انجینری مسؤلیت او کار برسیره ما پنځه ویشت (25) کاله په بوینګ کمپني کی نورو انجینرانو ته د سټرکچر په رشته کی وروسته له رسمی کاره تدریس هم وکړ.

په دی 40 کاله کاري مصروفیتونو په امریکا کی ، زیات شمیر تخنیکی لیکني درلودلي او هم زیات شمیر کاري جایزي، ستاینې، او پیرندني له یونایتید تیکنالوجي، ناسا (NASA)، او له بوینګ ماته راکړل شوي. په کال 2022 کی د انجینری په مسلک کی د رهبری او لاسته راوړنو پر بنسټ د نړی د انجینرانو په لست کی (Who's Who Worldwide) د انجینر په توګه پیژندل شوي دي.

له کومه وخته چی رسمی کار می بس کړی، یو کتاب د جوړښتونو تحلیل په نامه په پښتو ژبه په دری ټوکونوکی ولیکه او هغه اوس په افغانستان کی په پوهنتونو کی تدریسی کتاب دی. په دی کتاب کی محترم ډاکتر بها د انجینری پوهنځی پخوانی ریس هم شریک دی. او هیله د ه چی د ا دوهم کتاب (د انجینری میخانیک) په نامه هم د زده کونکیو او راتلونکیو افغانی انجینرانو د پاره ګټور تمام شی.

د ژباړونکی (زرجان بها) لنډه پیژندنه

(دا معلومات د اکتوبر په ۲۹ کال ۲۰۲۳تیارشوی)

نوم اوکورنی :

زما نوم **زرجان** دی او کله می چی پوهنتون شروع کا وا (۱۹۵۸) د تعلیم او تربیی مودیر راته وویل چی ښایی چی د کورنی نوم هم ولرم نو د پلارد نامه لمړنی برخه می په همغه سا عت کی د کورنی د نامه د پاره وټاکله او د هِغو راهیسی مي نوم **زرجان بها** دی. د پلار نوم می **بهاول** خان او د مور نوم می **کجله** دی. د یوسفخیلو په کلی کی چی دوردگو د سید اباد په ولسوالی کی دی زیږیدلی یم. زموږ په کلی کی چی کابو سل کوره وا یوازی زما پلار وا چی لوستل او لیکل یی کولی شوی. زما تره اغاجان خان د ولس ملک وا او د لیکل شویو اړین سندونو برابرول یی زما د پلار په غاړه وو. دواړه ورونه د یوی کورنی په توګه یو ځای اوسیدل.

زما د اوو یشپیتو کالو د ژوند شریکه **فاطمه** اودری اولاده لرم چی دوه یی د طب ډاکتران او یو یی انجینر دی. دری سره د ژوند د شریکانو او اولادو سره په خپلو کورو کښنی د امریکا په مختلیفو ښه رو کی ژوند کوی. همدارنګه لس لمسیان لرم چی اوو یی پوهنتونونه خلاص کړی، کار کوی او یا لوړی تخصوصی زده کړی کوی، دوه يي په بوهنتون کی او یو یی په متوسطه ښونځی کی دی.

زه به د خپل ځان په هکله به لاندی کرښوکی په لنډیزه توګه شننه وکړم.

رسمی زده کړی:

لمړني ښونځی دوره (د ۱ نه تر ۶ ټولکي): لمړني زد کړي مي د وردګو د تکیی به ښونخی کی بشپړی کړی او لدی کبله چی د شپږم ټولګینه د اول نمره په توګه فارغ شوم د پوهنی د وزارت د تعامول له مخی ددی مستحق شوم چی کابل ته د نورو زده کړو د پاره په کوم لیله ښونځی کی شامل شم.

د لیسی دوره (۷ نه تر۱۲ ټولګی) : د لیسی دوره مي د کابل په دارالمعلمین کی تر سره کړه. د کابل دارالمعلمین دوی برخی درلودی چی یویی مسلکی برخه وه چی د نهم ټولګی فارغان دښونکیو په توګه دافغانستان په شپړکلنه ښونځیو کی د ښونکیو په توګه وظیفه قبلوله چی زموږ په وخت کی مسلکی برخه یولسم ټولګی ته لوړه شوه، بله برخه یی متوسطه وه چی شپږ کاله وه او فارغانو یی کړی شوی د کابل په لیسو کی دښونکی په توګه کار وکا او یا به د پوهنتون د ادبیاتو او ساینس پوهنځیوته تلل چی د کابل په لیسو کی د ساینس او یا اجتماعیاتو ښونکی شی. زه اول مسلکی برخی ته معرفی شوی وم او بیا می دمکتب د مود یر نه وغوښتل چی متوسطی ته بدل شم چی زما غوښتنه یی قبوله کړه. د یادولو وړده چی په هغه وخت کی تر کابل پرته په ټول افغانستان کی یوازی تر

شپږم ټولګي پورې زده کړې وې. زموږ ټولګي ته د افغانستان د ټولو ولایتو نه اول نمره ګان راغلي وو.

کله چې زه په یولسم ټولګي کې وم د زراعت معین د یو شمیر نورو غړیو سره زموږ مکتب ته راغي او غوښتل یې چې ځنې زدکونکي د زراعت د تحصیل د پارترکیې ته انتخاب کړي. عبدالصمد خان چې زموږ د کمیا معلم او هم د لیسې معاون وا زه یې اول ورته معرفي کړم چې زه د ټولګي اول نمره او کپتان هم وم. درې نور زموږ د ټولګي نه پدې ډله کې ګډ شول. زه دې سکالرشیپ ته ډیر نه وم خوشحاله او د دې اند یښنه را سره وه چې که پدې سکالرشیب کې کومه ستونځه پیداشي زما تحصیل به نیمګړی پاتې شي. ښه داشوه چې زموږد ډ لې نه د یوه ملګیرې پچه ختلې وه. پدې توګه نوموړې به اول دعسکرې دوره تیره وله او بیا به یې د دې سګالر شیپ نه ګټه اخلسنله او پدې توکه د دې سکالر شیپ نه پښیمانه شو . ماته هم لاره جوړه شوه چې زه هم تر دې سکا لر شیپ نه تیر شم. زموږ دټولګي نه ځنې نورکاند یدان دنوموړي سکالرشیپ دپاره پیداشول چې رښتیا یې تحصیل نیمګړی شو.

د لوړو زدکړو دوره:

په افغانستان کې:

زموږ په وخت کې د پوهنتون د پاره کانکور نه وا او زموږ نه یې یو امتحان واخیست چې دا امتحان د کانکور د جوړولو د پاره آ زما یښتی امتحان وا. ماته وویل شول چې د کابل په ټولو لیسو کې زما نمرې دریمه درجه وې. اول او دوهم نمره ګان د استقلال او نجات له ښونځیو نه وو. دې ازموینې زموږ د پوهنځیو په خوښید و کې هیڅ اغیزه نه درلودله. لکه چې پخوامې وویل چې زموږ د مکتب نه یوازې د ادبیاتو او ساینس پو هنځیو ته فارغان تلې شوې او زمادپاره یو طلایي چانس پیدا شو چې دانجینرۍ پوهنځي ته شامل شم. د پوهنځي نه دوهم نمره فارغ شوم او پوهنځي موږ دواړه، اول نمره او دوهم نمره، د استادانوپه توکه ومنلوچې په هغه وخت کې د یوه فارغ دپاره تر نورو ټولو ځایونه ښه انتخاب وا. په پوهنځي کې مې د ۱۹۶۲ کال د جنورې نه د ۱۹۶۳ کال تر سپټمبره پورې د استاد په توګه دنده درلوده او په سپټمبر کې د نورو لوړو زدکړو له پاره امریکاته ولاړم.

د پو هنځي په دوره کې ما د ملګریو میلتو د (Food and Agriculture Organization, FAO) په د دفتر کې د ډرافتمین په توګه کار کا. دا کار ماته د عبدالمحبوب خان په مرسته پیدا شوی وا. نوموړی د امریکا د وایومینګ پوهنتون نه لیسانس او د ډیوس پوهنتون نه یې ما ستري اخستې وه. ډیر وخت یې د هلمند په پورژه کې کار وکا او په آخرو وختو کې د پروان د ابیارې د پروژې د أمر او بیا د کود او برق د فابریکې چې په شبرغان ن کې وه دریيس په توګه دنده درلوده. د FAO د دفتر مشر د کرهنې د وزارت په موافقه د ما دپاره یو بورس جوړ کا چې په امریکا کې د ابیا رې په انجینرۍ کې ما ستري واخلم.

کله چې زه د پوهنځی نه فارغ شوم له یوا خوا د FAO سکالرشیپ وا او له بلی خوا د پوهنځی له خوا د استاد په توګه کار راته پیدا شو. ربښتیا هم چې دا یوه سخته فیصله وه چې زه کوم انتخاب کړم. په پای کې مې د خپل ژوند د پرنسیپ په آساس بې د چا د مشوری نه د پوهنتون کار انتخاب کا او پدی فیصله تر اوسه پوری خوشحاله یم.

په امریکا کی:

د ماستری د پاره: زه چې امریکاته راغلم اول د واشنګټن پوهنتون چې په سنټلویس کی دی ولاړم تر څو زما د یوه همکار، Walter Pilkey ، چې زموږ په پوهنځی کی یی درس ورکاوا ، په سپاربښتنه د ده دیوه ملګری پرو فیسر تر لاس لاندی خپله ماستری هلته واخلم. پدی پوهنتون کی یو لړ داخلی ستونځی پیدا شوی وی چې ډیر پروفیسران، د ما د انتخاب شوی پروفیسر په ګډون ، نورو پوهنتونو ته ولاړل او ما هم پس له دوو سمسترو چې زیاتره مې د لیسانس دوری مضمونونه نیولی وو د پوردو پوهنتون ته چې زموږ د پوهنځی سره یی د نورو لسو امریکا پوهنتونو تر څنګ مرسته کوله انتخاب او د (۱۹۶۴) کال په پسرلی کی ځان بدل کا. د ۱۹۶۶ په جنوری کی مې دسیول انجینریه ساحه کی ماستری واخستله. د فراغت نه ورسته افغانستان ته ولاړم او په پوهنځی کی مې خپل کار ته دوام ورکا.

کله چې د پوردو په پوهنتون کی وم د (۱۹۶۵)کال په اوړی کی شیکاګو ته دعملی کار زده کولو د پاره ولاړم او هلته مې دشپې له خوا د پریسټرس کانکریټ یوکورس په ایلونیای انستیټوټ اف تکنالوجی (IIT) کی واخیست چې ډیر په زړه پوری یوه پروفیسر درس راکاوا.

د ډاکتری د پاره: د ۱۹۶۹کال په جنوری کی د نارت کرلینا سټیټ پوهنتون ته چې په رالی کی دی د ډاکتری د تحصیل د پاره ولاړم او د ۱۹۷۳ کال په اوړی کی مې په سیول انجینری کښی ډاکتری شهادت نامه وا خسته او پیرته افغانستان ته ولاړم اود کابل د پوهنتون د انجینری په پوهنځی کی مې کار ته دوام ورکا. زما د تیسس موضوع پریسټرس پریکسټ کانکریټ وا او ما دا هیله درلوده چې ددی موادو کمپنی به په افغانستان کی جوړه وو تر څو دا مواد د فولادو ځای د ودانیو په جوړولو کی ونیسی.

ګله چې هلته په پوهنتون کی وم یو څه وخت مې د Nuclear Engineering به ډیپارتمنت کی د Coastal Erosion د اندازکولو په بروژه کی کار وکا.

زما د کارشننه:

د ۱۹۶۲کال د جنوری نه د ۱۹۸۲کال تر حنوری پوری (شل کاله) مې د کابل پوهنتون د انجینری په پوهنځی کی کار درلود. په ۱۹۷۴ کال کی په پوهنځی کی د زراعت او سیول انجینری ډیپارتمنټ

د مشر په توګه د استادانو له خوا انتخاب شوم. په ۱۹۷۵ کال کی د پوهنتون په پیشنهاد، د کابینی په مجلس کی د پوهنځی د رییس په توګه وټاکل شوم او تر څو چی په افغانستان کی کمونستانو قدرت ونیو (۱۹۷۸) د رییس په توګه پاتی شوم او بیا د۱۹۸۲کال تر جنوری پوری په بوهنځی کی استاد وم او زما علمی رتبه پو هنوالی وه . زموږ په پوهنځی کی تر دی لوړه علمی رتبه یوازی دفزیک یو پوهاند درلوده.

د پوهنځی د کار په اولو کلو کی می د کرهنی په وزارت کی د احصاییی او وترنری کورسو کی درس ورکړی. همدارنګه د پوهنځی په

Center for Engineering Consulting Services and Applied Research (CECSAR)

کی می د مشاور په توګه د کار به ټوله دوره کی (بی دریاست د وخت نه) په آتلسو پروژو کی کار کړی.

کله چی د ۱۹۸۲کال په جنوری کی د سیستم انجینری ورکشاپ د پاره د یونسکو له خوا

IIT Bombay, India ته ولاړم تصمیم می ونیو چی امریکا ته راشم. د ځینی امریکایی ملګریو سره می تماس ونیوچی امریکا ته به را ځم او د کار په پیداکولو کی به ددوی مرسته غواړم. په پورډو پوهنتون کی د تکنالوجی د کالج رییس Dr. George McNelly له خوا می لیک تر لاسه کا چی د

Building Construction and Contracting

په ډیپارټمنټ کی دی میلمه پروفیسر په توګه د یوه کال د پاره وظیفه درلودی شم. کله چی زه په جون د ۱۹۸۲ کال کی ا مریکا ته راغلم نو زما د پخوانی ملګری Walter Pilkey په کور کی چی په شارلټزویل ورجینیا کی اوسیدا د میلمه په توګه ووسید م او د لنډ وخت د پاره می په University of Virginia کی کار وکا. په همدی دوبی کی د انټرویو د پاره پورډو ته راغلم او دا کار می قبول کا. په ۱۹۸۴ کال کی د ټینیرټرک اسوسیشت پوروفیسرپه توګه ومنل شوم او په ۱۹۹۰ کال کی می د پوروفیسری (پوهاندی)علمی رتبه تر لاسه کړه او د ۲۰۲۲ کال د می تر میاشتی چی ځلوښت کاله کیری په پرډو کی کار وکا. د ۲۰۱۹ کال په منی کی می تصمیم ونیو چی د کار مسولیت می نیمایی کړم او په دریو کالو کی خپله ډنده په پوهنتون کی پاي ته ورسوم. زما د ورستیو کلو کی د کالج د مشاور(College Mentor) په توګه کار کاوا او کوم معین مضمون درس می نه ورکاوا.

په ۱۹۹۵ کال کی د پورډو انټرنشنل پروګرام د جهانی بانک یوه شل ملیونه دالره پروژه واخسته او زمانه یی وغوښتل که ددی پروژی د پر مخ وړلو دپاره د Resident Program Coordinator په توګه چی په مالیزیا کی وه ولاړ شم چی ما دا کار قبول کا او د پنځوکالو پروژه می د ۱۹۹۹ کال په پای کی تکمیل کړه. پدی پروژه کی کابو یو سل استادانو چی د امریکا، انګلستان، کاناډا او استرلیا

وو د لنډې او یا څه ووړدی مودی د پاره کار وکا. پدی پروژه کی موږکابو ۹۰۰ استادان د مالیزیا د پولیتخنیکو د پاره وروزل. زما په دفتر کی څلورو مالیزیایانوچی ما خوښ کړی وو، کار کاوا، چی د موټرچلولو، سکرتریت، اداری او ما لی چارو مسولیت ورپه غاړه وا.

د ۲۰۰۲ کال راهیسی پنځه واری (د ۲۰۰۲ نه تر ۲۰۱۶) افغانستان ته د نورو پوړډو استادانو سره تللي یم تر څو د افغانستان د لوړو زده کړو، په ځا نګړی توګه د نويي تکنالوجی، په برخه کی مرسته وکړو. یو شمیر د پوهنتونو استادان مو امریکا ته د لنډ و خت د پاره راوستل او هلته مو څو ورکشاپونه جوړ کړل تر څو د پوهنتون یو شمیر استادان او نورانجینران د نویو تکنالوجیو سره بلد شی. همدارنګه مو یو سپین سرخلاصی را پور ولیکا چی په افغانستان کی د تکنالوجی زده کړو پنځه مر کزونه جوړشی چی یو په کابل، بل په کندار، بل په هرات ، بل په مزار، او بل په ننګرار کی وی. په هر مر کز کی کوشش وشی چی د خیلی منطیقی د ضرورت وړ تکنالوجستان وروزی. دا مرکزونه ښایی چی مالی استقلال ولری تر څو د ضرورت وړشیان په بیړه د خپلو مرکزو د پاره تیار کړی شی.

BRIEF INTRODUCTION TO THIS BOOK

This book provides the student with a clear and thorough presentation of the theory and application of the principles of mechanics of materials. It is hoped that both the instructor and student will benefit greatly from it.
The translation to Pushto language has kept all the contents of the original book, tenth edition by R.C. Hibbeler.
The book is organized in 14 chapters, problems sets are located after each group of examples. In this way the students can have a better understanding of the covered materials. Solutions to the problem sets are provided at the end of the book.
Due to printing requirements the book is divided into two volumes. The first volume covers Chapters 1-8, and the second volume covers chapters 9-14. Appendices and problem solutions are provided at the end of each chapter.

CONTENTS

The subject matter is organized into 14 chapters. Chapter 1 begins with a review of the important concepts of statics, followed by a formal definition of both normal and shear stress, and a discussion of normal stress in axially loaded members and average shear stress caused by direct shear.
In Chapter 2 normal and shear strain are defined, and in Chapter 3 a discussion of some of the important mechanical properties of materials is given. Separate treatments of axial load, torsion, and bending are presented in Chapters 4, 5, and 6, respectively. In each of these chapters, both linear-elastic and plastic behavior of the material covered in the previous chapters, where the state of stress results from combined loadings. In Chapter 9 the concepts for transforming multiaxial states of stress are presented. In a similar manner, Chapter 10 discusses the methods for strain transformation, including the application of various theories of failure. Chapter 11 provides a means for a further summary and review of previous material by covering design applications of beams and shafts. In Chapter 12 various methods for computing deflections of beams and shafts are covered. Also included is a discussion about finding the reactions of these members if they are statically indeterminate. Chapter 13 provides a discussion of column buckling, and lastly, in Chapter 14 the problem of impact and the application of various energy methods for computing deflections are considered.
Sections of the book that contain more advanced material are indicated by a star (*). Time permitting, some of these topics may be included in the course. Furthermore, this material provides a suitable reference for basic principles when it is covered in other courses, and it can be used as a basis for assigning special projects.

د افغانستان د ۹ پوهنتونونو د ۳۸۹چاپ شویو درسي کتابونو لېست

(کابل، کابل طبي پوهنتون، کابل پولي تخنیک، ننگرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپیسا) ۲۰۱۰ ـ ۲۰۲۳

شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون	شمیره	د کتاب نوم	لیکوال	پوهنتون
۱. اخلاق، طبي لارښود او ترمینولوژي							
۱	اخلاق طبابت	پوهاند داکترعبدالغفورهمدل صدیقی	بلخ	۲	رهنمای تدریس طب	پوهاند دوکتورنادراحمد اکسیر	کابل طبي پوهنتون
۳	د طبابت لنډ تاریخ	پوهاند عبدالحی مومنی	ننگرهار	۴	طبي ترمینولوژي	دوکتورگل سیما ابراهیم خیل قادری	ننگرهار
۵	د ننگرهار طب پوهنځی نصاب او درسي مفردات (انگلیسي)	ننگرهارطب پوهنځی	ننگرهار	۶	رهنمود PBL درافغانستان	پوهنوال دوکتورمحمد فرید برنایار	کاپیسا
۷	انگلیسي- پښتو طبي قاموس I	رنځورمل دوکتور عجب گل مومند	ننگرهار	۸	انگلیسي- پښتو طبي قاموس I	رنځورمل دوکتور عجب گل مومند	ننگرهار
۹	د طب محصلینو درسي کتابونه	ډاکتر یحیی وردک	ټول پوهنتونونه	۱۰	۱۴۰ طبي کتابونه په ډي وي ډي کې (پښتو، دري او انگلیسي)	بېلا بېل مؤلفین	ټول پوهنتونونه
۱۱	۲۱۴ طبي کتابونه په ډي وي ډي کې (پښتو، دري او انگلیسي)	بېلا بېل مؤلفین	ټول پوهنتونونه	۱۲	د طبیعي علومو انگلیسي- پښتو قاموس	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی خدران	ننگرهار
۲. فزیک							
۱۳	په معاصر طب کې د فزیک پېژندنه	گل احمد سهیل	ننگرهار	۱۴	بیوفزیک	پشتانه بنایي	ننگرهار
۱۵	بیوفزیک	پوهنیار گل احمد سهیل	ننگرهار	۱۶	بیوفزیک	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۱۷	طبي فزیک	پوهنیار هدایت الله مهمند	ننگرهار	۱۸	فزیک طبی بخش میخانیک	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۱۹	فزیک طبی بخش حرارت	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ	۲۰	توضیح اساسات فزیکی، وسایل تشخیصیه طبی	پوهاند میر محمد ظاهرحیدری	بلخ
۲۱	فزیک نور	پوهاند میر محمد ظاهر حیدری	بلخ	۲۲	فزیک اوپتیک	پوهنوال غلام قادر دهگان	هرات
۲۳	نور و فزیک جدید	پوهنوال غلام قادر دهگان	هرات	۲۴	د نور فزیک	پوهنیار هدایت الله مهمند	ننگرهار
۲۵	د برق فزیک	پوهنیار هدایت الله	ننگرهار	۲۶	میخانیک او د نور فزیک	پوهنیار هدایت الله	ننگرهار
۲۷	کوانتم میخانیک	پوهنیار اکرام الله وقار	ننگرهار	۲۸	حرارت و ترمودینامیک	پوهنوال غلام قادر دهگان	هرات
۲۹	برښنا، مقناطیسیت او الکترو مقناطیسي تیوري	پوهندوی توریالی همدرد	ننگرهار	۳۰	میخانیک، اهتزازات او نسبیت	پوهندوی علي جان عادل	ننگرهار
۳. کیمیا							
۳۱	طبي کېمیا	پوهنوال امرالله آصفي	خوست	۳۲	طبي بیوشمي	پوهاند خان محمد احمدزی	کابل طبي پوهنتون
۳۳	کېمیایي عنصرونه، لومړی ټوک	محمد طاهر کاڼی	ننگرهار	۳۴	کېمیایي عنصرونه، دوهم ټوک	محمد طاهر کاڼی	ننگرهار
۳۵	فزیکي کېمیا گازونه او کېمیاوي ترمودینامیک	پوهاند خیر محمد ماموند	ننگرهار	۳۶	فزیکي کیمیا دوهم جلد، ترمودینامیک	حبیب الله نوابزاده	ننگرهار
۳۷	عضوي کېمیا، کړیوال ترکیبونه	پوهاند دوکتور محمد غوث حکیمي	ننگرهار	۳۸	فزیکي کېمیا II،	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننگرهار
۳۹	فزیکي کېمیا III، کېمیاوي کنتک او کتلسس، کروماتوگرافي او اسپکتروسکوپي	پوهاند دوکتور خیر محمد ماموند	ننگرهار	۴۰	عمومي کیمیا	پوهاند دوکتورخیرمحمد ماموند	ننگرهار
۴۱	عضوی کیمیا، د الیفاتیک برخه	پوهنوال ډاکترگل حسن ولیزی	خوست	۴۲	عضوي کیمیا، د اروماتیک او هیترو سیکلیک برخه	پوهنوال ډاکترگل حسن ولیزی	کابل
۴۳	د قندونو هضم، جذب او استقلاب	پوهیالی دوکتوریحیی فهیم	ننگرهار	۴۴	د شحمیاتو استقلاب	دوکتور محمد عظیم عظیمي	ننگرهار
۴. بیولوژي او جنیټیک							
۴۵	عمومي بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننگرهار	۴۶	عمومی بیولوژي	پوهندوی الفت شیرزی	ننگرهار
۴۷	بیولوژي مالیکولي حجره، بخش اول	پوهنوال علی یوسف پور	کابل طبي پوهنتون	۴۸	بیولوژي مالیکولي حجره، بخش دوم	پوهنوال علی یوسف پور	کابل طبي پوهنتون
۴۹	د حجرې بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننگرهار	۵۰	مالیکولي بیولوژي	پوهندوی جماعت خان همت	ننگرهار
۵۱	وراثت	پوهنوال دوکتور گل سالم شرافت	ننگرهار	۵۲	کلاسیک اومالکیولی جنتیک	دوکتورمحمد صابر	ننگرهار
۵۳	وراثت او د سمورفولوژي	پوهنمل ډاکتر مسیح الله مسیح	ننگرهار	۵۴	طبي جنیټیک	پوهندوی الفت شیرزی	ننگرهار
۵۵	زولوجي فقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننگرهار	۵۶	زولوجی غیرفقاریه	ذاکره بابکرخیل	ننگرهار
۵۷	حیوانات مفصلیه	پروفیسور داکتر دیپلوم علی آقا نحیف	هرات				

۵. اناټومي او هستالوژي

۵۸	اناټومي لومړی جلد (هډوکي، مفاصل او عضلات)	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۵۹	د هډوکو او مفاصلو اناټومي	پوهنوال دوکتور حمیدالله حامد	خوست
۶۰	د سر او غاړې اناټومي درسي کتاب I	پوهندوی دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۱	د سر او غاړې اناټومي درسي کتاب II	پوهندوی دوکتور یما صدیقي	ننگرهار
۶۲	د ټټر اناټومي	پوهنیار دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۳	اناتومی	پوهنمل ډاکټرحفیظ الله سهار	کابل طبي پوهنتون
۶۴	د سینې بطن او حوصلې اناټومي	پوهنوال دوکتور حمیدالله حامد	خوست	۶۵	د جهازاتو اناتومي	پوهنوال ډاکتر محمد حسین یار	ننگرهار
۶۶	د عصبي سیستم اناټومي	پوهنیار دوکتور یما صدیقي	ننگرهار	۶۷	اناټومي دریم جلد، عصبي سیستم، حواس او اندوکراین غدوات	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار
۶۸	د زړه او وینې د رگونو اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۶۹	د هضمي سیستم اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار
۷۰	د بولې تناسلي سیستمو اناټومي	پوهنمل ډاکتر محمد ناصر نصرتي	ننگرهار	۷۱	د انسان فزیولوژي او اناټومي	عبدالملک پرهیز	ننگرهار
۷۲	د انسان اناټومي (پورتنی طرف او صدر) ناحیوي او عملي له تسلیخ او کلینیک سره	پوهندوی ډاکتر توریالی سهاک	ننگرهار	۷۳	اناتومی و فزیولوژی انسان، جلد دوم	پوهندوی محمد طاهرنسیمی	بلخ
۷۴	اناتومی و فزیولوژی انسان، جلد اول	پوهندوی محمد طاهرنسیمی	بلخ	۷۵	عمومي هستالوژي	پوهندوی ډاکټرفضل الهي	کندهار
۷۶	عمومي هستالوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۷۷	طبی هستولوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۷۸	طبي هستالوژي	پوهاند داکتربری صدیقي	خوست	۷۹	هستالوژي	پوهاند ډاکتربری صدیقي	کابل طبي پوهنتون
۸۰	د سیستمونو هستالوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار				

۶. امبریولوژي

۸۱	عمومي امبریولوژي	پوهاند دوکتوربری صدیقي	خوست	۸۲	امبریولوژي	پوهنوال ډاکتر محمد حسین یار	ننگرهار
۸۳	امبریولوژی طبی	پوهندوی داکتربشیر نورمل	کابل طبي پوهنتون	۸۴	طبي امبریولوژي	پوهنمل داکتر ناصر نصرتي	ننگرهار
۸۵	امبریولوژی عمومی انسان	پوهندوی داکتربشیر نورمل	کابل طبي پوهنتون	۸۶	د انسان عمومي کلینیکي امبریولوژي	پوهنیار ډاکتر عبدالله جان شینواری	ننگرهار

۷. فزیولوژي او پتولوژي

۸۷	طبي فزیولوژي	داکتر شریف الله	ننگرهار	۸۸	د ځانگړو حسیتونو، پوستکي، اوتونومیک او مرکزي سستم فزیولوژي	پوهنوال دوکتور محب الله شینواری	ننگرهار
۸۹	د اندوکراین، زړه، رگونو او پښتورگو فزیولوژي	پوهنوال دوکتور احسان الله احسان	ننگرهار	۹۰	د تنفسي سیستم فزیولوژي	پوهنوال دوکتور احسان الله احسان	ننگرهار
۹۱	د وینې فزیولوژي	پوهنمل ډاکتر ولي محمد ویاړ	کندهار	۹۲	عمومي پتالوژي	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۹۳	پتالوژی عمومی	پوهندوی ډاکټرزهرا فروغ	هرات	۹۴	عمومي پتالوژي	پوهندوی دوکتور محمد آصف	ننگرهار
۹۵	د سیستمونو پتالوژي	پوهندوی ډاکټرخلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۹۶	د سیستمونو پتالوژی دوهمه برخه	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار
۹۷	د قلبي وعایي، وینې، تنفسي او هضمي جهاز پتالوژي	پوهاند دوکتور خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار	۹۸	د وینې، ججرو، تنفسي جهاز، هضمي جهاز او نویو زیږېدلو فزیولوژي	پوهنوال دوکتور جنت میر مومند	ننگرهار
۹۹	مالیکولي ایمینولوژي	پوهاند ډاکټر خلیل احمد بهسودوال	ننگرهار				

۸. مایکروبیولوژي او پرازیتولوژي

۱۰۰	مایکرو بیولوژی طبی، جلد اول	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون	۱۰۱	مایکرو بیولوژی طبی، جلد دوم	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون
۱۰۲	مایکروبیولوژي	پوهاند محمد جمعه حنیف	هرات	۱۰۳	مایکروبیولوژی عمومی	دوکتور شعیب احمد شاخص	هرات
۱۰۴	پرازیتولوژی طبی	پوهاند دوکتورعبیدالله عبید	کابل طبي پوهنتون	۱۰۵	اساسات پرازیتولوژی طبی	پوهنمل دوکتورمحمد یوسف مبارک	کابل طبي پوهنتون
۱۰۶	د پرازیتولوژي اساسات	ډاکتر محمد صابر	ننگرهار	۱۰۷	طبي پرازیتولوژي	پوهنوال دوکتور غلام جیلاني ولي	ننگرهار
۱۰۸	هلمنتولوژي	پوهنوال ډاکترسید رفیع الله حلیم	ننگرهار				

۹. فارمکولوژي							
۱۰۹	فارمکولوژي	پوهنوال داکتر قمبرعلي حيدري	ننگرهار	۱۱۰	فارمکولوژی، دريم ټوک	پوهنوال سيد قمبر علي حيدري	ننگرهار
۱۱۱	فارمکولوژي، دوهم ټوک	پوهنوال داکتر قمبرعلي حيدري	ننگرهار	۱۱۲	د اتونوم او مرکزي عصبي سيستمونو فارمکولوژي	ډاکترغلام ربی بهسودوال	ننگرهار
۱۱۳	گیاهان طبی مستعمله در تداوی امراض قلبی و وعایی	پوهنوال محمد عثمان بابری	کابل طبي پوهنتون	۱۱۴	امينيو فارمکولوژي	پوهنوال سيد قمبر علي حيدري	ننگرهار
۱۱۵	د درملو د استعمال عملي لارښود (انگليسی/ پښتو)	ډاکتر مالتې ايل وان بلومرودر	خوست	۱۱۶	فارمکولوژي (دريم کال، دوهم سمستر لپاره)	پوهنوال دوکتور غلام ربي بهسودوال	ننگرهار
۱۱۷	د درملو بدې اغيزې	پوهنوال سيد قمبر علي حيدري	ننگرهار				
۱۰. عامه روغتيا							
۱۱۸	د عامې روغتيا اساسات او اداره	پوهنوال ډاکتر محمدعارف رحماني	ننگرهار	۱۱۹	ډيموگرافي او کورنی تنظيم	پوهيالی ډاکتر محمد ابراهيم شيرزی	ننگرهار
۱۲۰	د چاپيريال او أنديزه روغتيا	پوهنوال ډاکتر محمدعارف رحماني	ننگرهار	۱۲۱	تغذيه او روغتيا	پوهيالی ډاکتر محمد هارون	ننگرهار
۱۲۲	تغذيه او سوٌتغذيه	پوهنوال داکترعبدالواحد وثيق	قندهار				
۱۱. داخله							
۱۲۳	فزيکل دياگنوزس	پوهنوال ډاکترحفيظ الله اپريدی	ننگرهار	۱۲۴	فزيکی تشخيص او د تاريخچې اخيستنه	پوهاند داکتر شريف الله	ننگرهار
۱۲۵	فزيکي تشخيص	داکتر ناصر جبارخيل	ننگرهار	۱۲۶	فزيکي تشخيص (هادي کلينيکل مېتود)	پوهاند ډاکتر سيف الله هادي	ټول پوهنتونونه
۱۲۷	د داخله ناروغيو تفريقي تشخيص I	پوهاند دوکتور سيف الله هادي	ننگرهار	۱۲۸	د داخله ناروغيو تفريقي تشخيص I	پوهاند دوکتور سيف الله هادي	ننگرهار
۱۲۹	د زړه برقي گراف (ECG)	رنځوروال ډاکتر سيد عبدالله سادات	ننگرهار	۱۳۰	رهنمای عملی مشکلات عام طبی (دری)	داکتر مالتې ال-وان بلومرودر	بلخ
۱۳۱	هيماتولوژي، ايمينولوژي او د ويټامينونو کموالي ناروغی	پوهندوی دوکتورايمل شيرزی	ننگرهار	۱۳۲	د طبي عامو ستونځو عملي لارښود (انگليسی)	داکتر مالتې ال-وان بلومرودر	ننگرهار
۱۳۳	د وينې ناروغی	پوهاند ډاکتر محمد ظاهرظفرزی	ننگرهار	۱۳۴	د وينې ناروغی	پوهنوال دوکتور حيات الله احمدزی	ننگرهار
۱۳۵	اندوکراينولوژي او روماتولوژي	پوهاند داکتر محمد طيب نشاط	ننگرهار	۱۳۶	د پښتورگو ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۳۷	د هضمي سيستم او پښتوروگو ناروغی	پوهندوی ډاکترسيف الله هادي	ننگرهار	۱۳۸	اندوکراينولوژی او روماتولوژي	پوهاند دوکتور سيف الله هادي	ننگرهار
۱۳۹	د خولې او د هضمي سيستم ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار	۱۴۰	د هضمي جهاز ناروغی	پوهاند ډاکتر محمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۴۱	امراض جهاز هضمی و کبد	دوکتورمحمد يونس فخری	بلخ	۱۴۲	د هضمي جهازاو پښتورگو ناروغی	پوهنوال ډاکترعبدالواحد وثيق	کندهار
۱۴۳	د زړه او رگونو ناروغی	پوهندوی ډاکتر دل آقا دل	ننگرهار	۱۴۴	د ځيگر ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد ظاهرظفرزی	ننگرهار
۱۴۵	د تنفسي سيستم او د زړه روماتيزمل ناروغی	پوهاند دوکتور سيف الله هادي	ننگرهار	۱۴۶	تنفسي او د زړه د دسامونو روماتيزمل ناروغی	پوهاند ډاکترمحمد طيب نشاط	ننگرهار
۱۴۷	د شکرې ناروغي	ډاکتر محمد نعيم همدرد	ننگرهار	۱۴۸	د تنفسي او د زړه روماتيزمل ناروغی	پوهندوی داکتر سلام جان شمس	ننگرهار
۱۲. بيړنی درملنه							
۱۴۹	بيړنی طبي پيښې	پوهنوال داکترعبدالواحد وثيق	قندهار	۱۵۰	د داخلي بيړنې پيښې او د بحران ځارنه	پوهنوال ډاکترحفيظ الله اپريدی	ننگرهار
۱۵۱	بيړنی درملنې	ډاکتر عبدالولی رنځورمل وردک	خوست	۱۵۲	د بيړنيو پيښو د درملنې لارښود (انگليسی)	پوهنوال ډاکترايمل شيرزی	ننگرها
۱۵۳	بيړنی طبي درملنې	داکتر سيد مليار سادات	ننگرهار	۱۵۴	کمک های اوليه	پوهاند دوکتورنجيب الله امرخيل	کابل طبي پوهنتون
۱۳. انکالوژي							
۱۵۵	د سينې سرطان، پېژندنه، درملنه او مخنيوی	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدراڼ	ننگرهار	۱۵۶	د سرطاني ناروغيو اساسات	پوهاند داکتر محمد ظاهر ظفرزی	ننگرهار
۱۵۷	د وينې سرطان	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی	ننگرهار	۱۵۸	سرطان او د چاپيريال راديو اکټيويټي	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی خدران	ننگرهار
۱۵۹	د سرطاني ناروغيو راډيوتراپي	پوهنوال ډاکتر نظر محمد سلطانزی ځدران	خوست				

۱۴. جراحي

۱۶۰	نرسنگ عملیات خانه	پوهاند دوکتورنجیب الله امرخیل	کابل طبي پوهنتون	۱۶۱	جراحي، د کلینیکي معایناتو سیستم	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست
۱۶۲	د عمومي جراحي اساسات	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست	۱۶۳	اساسات جراحی	پوهاند ډاکټرنجیب الله امرخیل	کابل طبي پوهنتون
۱۶۴	عمومي جراحي I	پوهندوی ډاکټر بادشاه زارعبدالي	خوست	۱۶۵	عمومي جراحي II	پوهندوی داکتر بادشاه زارعبدالي	خوست
۱۶۶	عمومي جراحي	داکترگل سیما ابراهیم خیل قادري	خوست	۱۶۷	امراض جراحی سیستم هضمی وملحقات آن	پوهاند دوکتورعبدالوهاب نورا	کابل طبي پوهنتون
۱۶۸	امراض جراحي بطن و ملحقات ان	پوهاند دوکتورمحمد معصوم عزیزی	کابل طبي پوهنتون	۱۶۹	امراض جراحی بطن و ملحقات ان	پوهندوی ډاکټرعبدالخالق دوست	کندهار
۱۷۰	جراحی بطن ، چاپ دوم	پوهاند دوکتورمحمد معصوم عزیزی	کابل طبي پوهنتون	۱۷۱	د ګېډې د ملحقاتو د جراحي ناروغی	پوهنوال دوکتور بادشاه زار عبدالي	خوست
۱۷۲	بطن حاد و مزمن	پوهنوال ډاکټرعبدالغفور ارصاد	هرات	۱۷۳	د پلاستیک جراحي اساسات او تخنیکونه	داکتر الفت هاشمي	ننگرهار
۱۷۴	د کولمو بندش او د پریطوان جراحي ناروغی	پوهاند ډاکټرعبدالرؤف حسان	ننگرهار	۱۷۵	امراض یورولوژی	پوهندوی دوکتورغلام سخی حسنی	کابل طبي پوهنتون
۱۷۶	یورولوژي	پوهندوی دوکتور غازي جمال عبدالناصر	ننگرهار	۱۷۷	یورولوژي	پوهنوال ډاکټرعبدالحد حمید	ننگرهار
۱۷۸	جراحي عصبی	پوهنوال دوکتور عبدالغفور ارصاد	هرات	۱۷۹	عصبي جراحي	پوهندوی دوکتور فضل الرحیم شګیوال	ننگرهار
۱۸۰	عصبي جراحي	پوهندوی داکتر عبدالبصیر منگل	ننگرهار	۱۸۱	عصبي جراحي	پوهاند دکتور بادشاه زار عبدالی	خوست
۱۸۲	د جراحي انکال	رنځوریار داکټر عجب گل مومند	ننگرهار	۱۸۳	جراحی عمومی اطفال	پوهنیار داکتر توریالی حکیمی	کابل طبي پوهنتون
۱۸۴	د کوچنیانو جراحي	پوهاند ډاکتر فضل الرحیم شګیوال	ننگرهار	۱۸۵	حاد اپندیسایتیس، تشخیص، اختلاطات او تداوي	پرفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ننگرهار
۱۸۶	تروماتولوژی	پوهنوال عبدالغفور ارصاد	هرات	۱۸۷	د صدر ترضیضات	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه

۱۵. ارتوپیدي او انستیزیولوژي

۱۸۸	کسرونه او خلعې	پوهندوی سید بها کریمي	ننگرهار	۱۸۹	اورتوپیدي	پوهندوی ډاکترسید شال سیدي	ننگرهار
۱۹۰	اورتوپیدي اوکسرونه	پوهنمل ډاکټر محمد همایون مصطفی	کندهار	۱۹۱	د عامو کسرونو ترلې درملنه	پوهندوی دوکتور ظاهر گل منگل	خوست
۱۹۲	رهنمای انستیزی برای کشورهای رو به انکشاف، جلد اول	دانیل دی موس	کابل طبي پوهنتون	۱۹۳	رهنمای انستیزی برای کشورهای رو به انکشاف، جلد دوم	دانیل دی موس	کابل طبي پوهنتون
۱۹۴	د اورتوپیدي د انتاناتو اساسات، وبلی او د ستون فقرات انتانات	رنځوروال دوکتور سیدالرحمن حکیمي	شیخ زاید				

۱۶. انتاني

۱۹۵	انتاني ناروغی	پوهنوال ډاکټرعبدالناصر جبارخیل	ننگرهار	۱۹۶	امراض انتانی (انگلیسی)	پوهنمل ډاکټر محمد ذکریا امیرزاده	کندهار
۱۹۷	انتاني ناروغی	پوهنوال داکتر حفیظ الله اپریدی	ننگرهار	۱۹۸	د ساري ناروغیو کنټرول	پوهندوی ډاکټر محمد عظیم منگل	ننگرهار
۱۹۹	د کوچنیانو ساري ناروغی	پوهاند دوکتورسلطان محمد صافی	خوست	۲۰۰	د کوچنیانو ساري ناروغی	پوهندوی دوکتور نجیب الله امین	ننگرهار
۲۰۱	امراض ساری اطفال	پوهاند ډاکټرسلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون	۲۰۲	د ماشومانو انتاني ناروغی	پوهاند دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۰۳	توبرکلوز	پوهندوی ډاکټرسید انعام سیدی	ننگرهار	۲۰۴	په ماشومانو کې نری رنځ	پوهنمل ډاکټر حقیق الله چاردیوال	ننگرهار
۲۰۵	د توبرکلوز ناورغی	ډاکټرمحمد ناصرناصري	کندهار	۲۰۶	د سینې ناروغی او توبرکلوز	ډاکټر ناصر محمد شینواری	کندهار
۲۰۷	ملاریا	دوکتور محمد اسحاق شریفي	ننگرهار	۲۰۸	سارس – ۲ او کووید- 19	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه
۲۰۹	د ځیګر ویروسي التهاب (طبي تشخیص او درملنه)	دوکتور محمد اسحاق شریفي	ننگرهار	۲۱۰	شل خپرې ساري ناروغی	ډاکټر غلام سرور ظهیر	شیخ زاید

۱۷. اطفال

۲۱۱	اطفال	پوهنوال ډاکټرمحمد رسول فضلي	ننگرهار	۲۱۲	د کوچنيانو ناروغی I	پوهنوال دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۱۳	د کوچنيانو ناروغی II	پوهنوال دوکتور عبدالستار نیازی	ننگرهار	۲۱۴	د ماشومانو کلینکی معاینات	پوهنوال ډاکټرناصرکاموال	ننگرهار
۲۱۵	روش های ارزيابی کلنيکی اطفال	پوهندوی ډاکټرفاروق حمیدي	کابل طبي پوهنتون	۲۱۶	د کوچنيانو ناروغی تکست بوک	پوهاند ډاکټر سلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون
۲۱۷	د کوچنيانو د درملنX لارښود (انگلیسی)	پوهندوی داکترمنصوراسلمزی	ننگرهار	۲۱۸	د کوچنيانو تغذیه	پوهنمل ډاکټر نجیب الله امین	ننگرهار
۲۱۹	د کوچنيانو خوارخواکی	پوهندوی ډاکترسمیع الله حیات	ننگرهار	۲۲۰	د کوچنيانو د وينې ناروغی	پوهندوی داکتر منصور اسلمزی	ننگرهار
۲۲۱	د نوي زیږیدلي ماشوم څارنه	پوهندوی ډاکتر ناصر خان کامه وال	ننگرهار	۲۲۲	د نیونتالوژی او کوچنيانود ناروغیو کلینیکی هندبوک	پوهندوی داکتر منصور اسلمزی	ننگرهار
۲۲۳	د ماشومانو د ناروغیو عملي لارښود	داکتر مالتي ال-وان بلومرودر	ننگرهار	۲۲۴	نیونتولوژي	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۵	د کوچنيانو د جهازاتو معمولې ناروغی I	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار	۲۲۶	د کوچنيانو نارغی د پنځم صف لپاره لومړی سمیستر	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۷	د ماشومانو د معدې معايي سیستم او ينې ناروغی	پوهنمل ډاکتر ولي گل مخلص	خوست	۲۲۸	د کوچنيانو د جهازاتو معمولې ناروغی II	پوهنوال داکتر عبدالستار نیازی	ننگرهار
۲۲۹	د کوچنيانو ناروغی I	پوهاند دوکتور احمد سیر احمدي	ننگرهار	۲۳۰	د کوچنيانو ناروغی II	پوهاند دوکتور احمد سیر احمدي	ننگرهار
۲۳۱	د ماشومانو تنفسي، زړه، وينې او پښتورگي ناروغی	پوهاند داکتر نجیب الله امین	ننگرهار	۲۳۲	د کوچنيانو ناروغی	پوهاند ډاکټر سلطان محمد صافی	کابل طبي پوهنتون
۲۳۳	د ماشومانو اساسات، هضمي، اندوکراین او عصبي ناروغی	پوهاند ډاکتر سمیع الله حیات	ننگرهار	۲۳۴	معاينات کلینیکی اطفال بطور ساده	پوهندوی دوکتور سید نجم الدین جلال	کابل طبي پوهنتون

۱۸. ولادي/ نسايي

۲۳۵	زیږون	پوهنمل ډاکټرمریم اکرم معصوم	ننگرهار	۲۳۶	ولادی جراحی، لمړی ټوک	داکترعجب گل مومند	قندهار
۲۳۷	کتاب ولادی	پوهندوی داکترحسن فرید	هرات	۲۳۸	ولادی جراحی، دوهم ټوک	داکترعجب گل مومند	قندهار
۲۳۹	امراض نسایی	پوهندوی ډاکتر حسن فرید	هرات	۲۴۰	د ثديې ناروغی	پروفیسور دوکتور محمد شریف سروري	ټول پوهنتونونه
۲۴۱	نسايي ناروغی	پوهندوی دوکتورس تورپیکۍ اپریدی	ننگرهار	۲۴۲	امېندواري او زېږون	پوهنوال دوکتورس حفیظه سهاک	ننگرهار

۱۹. روانشناسي، رواني/عقلي اوعصبي

۲۴۳	امراض روانی I	پوهندوی دوکتورعبدالعزیز نادری	کابل طبي پوهنتون	۲۴۴	امراض روانی II	پوهندوی دوکتورعبدالعزیز نادری	کابل طبي پوهنتون
۲۴۵	رواني رنځپوهنه	پوهندوی ډاکترجهان شاه تنې	خوست	۲۴۶	نشه يي توکي او اړونده ناروغی	ډاکټر محمد سمین ستانکزی	ننگرهار
۲۴۷	د رواني روغتيايي ستونځو عملي لارښود (انگلیسي)	سیان نیکولاس	ننگرهار	۲۴۸	عصبي ناروغی	پوهنمل داکتر بلال پاینده	ننگرهار
۲۴۹	عقلي ناروغی	پوهنمل داکتر بلال پاینده	ننگرهار	۲۵۰	روانشناسی و ضرورت آن در جامعۀ افغانستان	داکتر اعظم دادفر	کابل
۲۵۱	روانشناسی عمومی	پوهاند ماریا صاعد سلطانی	بلخ	۲۵۲	عصبي معاينات او سلوکپوهنه	پوهنوال دوکتور جهان شاه تنې	خوست

۲۰. رادیولوژي/ تصویربرداری طبی

۲۵۳	کلینکي رادیولوژي	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵۴	د زړه او سږو د ناروغیو تشخیصیه رادیولوژي	پوهنیار ډاکټر شاه محمد رنځورمل	خوست
۲۵۵	تشخیصي رادیولوژي	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵۶	تصویري یا ترسیمې رادیولوژی	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار
۲۵۷	رادیولوژي ازموینې او ناروغتیاوې	پوهنوال ډاکټر غلام سخي رحمانزی	ننگرهار	۲۵۸	التراساونډ تشخیصیه	پوهندوی ډاکټر محمد نواب کمال	کابل طبي پوهنتون
۲۵۹	رادیولوژي	پوهنوال ډاکټر سید عارف وياړ	ننگرهار	۲۶۰	التراسونډ	ډاکټر محمد یونس سلطاني	ننگرهار
۲۶۱	تشخیصیه رادیولوژي، سینه یا صدر، دوهمه برخه	پوهنوال دوکتور نور محمد شینواری	ننگرهار	۲۶۲	تلويزيوني آزموينې	پوهندوی ډاکتر نجیب الله خلیلي	ننگرهار
۲۶۳	د التراسوند طبي کارول	پوهنوال ډاکټر نظر محمد سلطانزی څدران					

۲۱. چشم، گوش و گلو، جلدی

۲۶۴	د پوستکي ناروغی	پوهندوی دوکتوراسدالله شینواری	ننگرهار	۲۶۵	دغوږ، پزې او ستوني ناروغی	داکتر عزیز الله فقیر	کندهار
۲۶۶	د سترگو ناروغی	پوهنمل داکترخالد یار	ننگرهار	۲۶۷	دغوږ، پزې او ستوني ناروغی	پوهنمل دوکتور میر محمد اسحاق خاورین	ننگرهار

۲۶۸	د پوستکي ناروغی	پوهنمل ډاکټر سید انور اکبري	ننګرهار	۲۶۹	د سترګې کلینیکي ناروغی	پوهنوال ډاکتر عبدالبصیر صافی	ننګرهار

۲۲. غاښونه

۲۷۰	رهنمای کلینیکی برای داکتران دندان	داکتر سید معروف سیرت	ټول پوهنتونونه				

۲۳. انجنیري

۲۷۱	د اوبو رسولو انجنیري	پروفیسور انجنیر محمد عیسی تنها	ننګرهار	۲۷۲	د فاضله اوبو انجنیري	پوهاند انجنیر زلمی خالقي	ننګرهار
۲۷۳	چګونګی مصرف انرژی در ساختمان های رهایشی	دوکتور انجنیر محمد عمر تیموری	ننګرهار	۲۷۴	تأسیسات و تجهیزات تخنیکی ساختمان	دوکتور انجنیر محمد عمر تیموری	پولی تخنیک کابل
۲۷۵	د ساختمانونو تحلیل، لومړی برخه	پوهاند محمد اسحق رازقي	ننګرهار	۲۷۶	د ساختمانونو تحلیل، دوهمه برخه	پوهاند محمد اسحق رازقي	ننګرهار
۲۷۷	د مهندسانو د پاره ساختماني ستاتیک زده‌کړه	دیپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننګرهار	۲۷۸	د جوړښتونو تحلیل، لومړی برخه	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست
۲۷۹	د جوړښتونو تحلیل، دوهمه برخه	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست	۲۸۰	۴۵ انجنیري درسي کتابونه (DVD)	ټول پوهنتونونه	ټول پوهنتونونه
۲۸۱	د موادو مقاومت	پوهنمل بهرام امیري	خوست	۲۸۲	اوسپنیز کانکرېټي عناصر I	پوهنوال دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننګرهار
۲۸۳	اوسپنیز کانکرېټي عناصر ډیزاین دوهمه برخه، لومړی ټوک	پوهاند دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننګرهار	۲۸۴	اوسپنیز کانکرېټي عناصر ډیزاین دوهمه برخه، دوهم ټوک	پوهاند دیپلوم انجنیر عبادالرحمن مومند	ننګرهار
۲۸۵	د اوسپیز کانکرېټي عناصرو د لومړی صنفي کار مېتودیکي لارښود	پوهندوی انجنیر عبادالرحمن مومند	ننګرهار	۲۸۶	د جامداتو میخانیک	پوهنوال محمد اسحق رازقي	ننګرهار
۲۸۷	په سیول انجنیري کې د اټوکډ استعمال	پوهنوال میا پاچا میاخېل	ننګرهار	۲۸۸	د سرخلاصو کانالونو هایدرولیک	پوهنوال میا پاچا میاخېل	ننګرهار
۲۸۹	د لویو لارو د هندسي عناصرو ډیزاین	پوهنیار انجنیر م. شاکر فاروقي	ننګرهار	۲۹۰	د ودانیو د تودولو تخنیک، لومړی برخه، د سون تخنیک	ډاکتر غلام فاروق میر احمدي	ننګرهار
۲۹۱	د تهداب انجنیري	پوهاند انجنیر زلمی خالقي	ننګرهار	۲۹۲	معیارهای جدید اعمار ساختمان	دوکتور انجنیر محمد عمر تیموری	ننګرهار
۲۹۳	د انجنیري میخانیک	پوهنوال محمد اسحق رازقي	ننګرهار	۲۹۴	عمومي تخنیکي رسم	پوهیالی فضل اکبر	ننګرهار
۲۹۵	انرژي سپما کوونکې ودانی	انجنیر اسد الله ملکزی	ننګرهار	۲۹۶	انجنیري جیودوزي (سروې)	پوهندی ګل حکیم شاه سیدي	ننګرهار
۲۹۷	د ساختمان د جوړولو طریقې I	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننګرهار	۲۹۸	رهنمود موثریت حفظ انرژی در تعمیرات	داکتر انجنیر محمد عمر تیموری	کابل
۲۹۹	اعمار ساختمانها (اساسات، مواد و سیستم ها)	پوهندوی انجنیر امان الله فقیری	کابل پولیتخنیک	۳۰۰	د ساختمان د جوړولو طریقې II	پوهاند انجنیر محمد عیسی تنها	ننګرهار
۳۰۱	د ودانیو د جوړولو مهندسي اساسات II	دیپلوم انجینیر اسدالله ملکزی	ننګرهار	۳۰۲	کېډ او ګرافیک	پوهنوال دیپلوم انجنیر بهاوالدین جلالي	ننګرهار
۳۰۳	د اوبو لګولو انجنیري	پوهندوی دیپلوم انجنیر اصغر غفورزی	ننګرهار	۳۰۴	د ودانیو د جوړولو مهندسي اساسات، لومړی ټوک	دیپلوم انجنیر اسدالله ملکزی	ننګرهار
۳۰۵	د جوړښتونو تحلیل، دریېمه برخه	پروفیسور حفیظ الله وردک او پروفیسور دکتور زرجان بها	خوست	۳۰۶	اساسات هندسه ترسیمی مسطح	پوهنوال سید یوسف مانووال	بلخ
۳۰۷	د پولادي عناصرو ډیزاین لومړی ټوک	محمد ذکریا محمدي	ننګرهار	۳۰۸	د پولادي عناصرو ډیزاین دوهم ټوک	محمد ذکریا محمدي	ننګرهار
۳۰۹	د موادو میخانیک لومړی برخه	حفیظ الله وردک او زرجان بها	خوست	۳۱۰	د موادو میخانیک لومړی برخه	حفیظ الله وردک او زرجان بها	خوست

۲۴. زراعت

۳۱۱	د خاورې تخریب او د چاپېریال ککړتیا	پوهنیار محمد حنیف هاشمي	خوست	۳۱۲	د کرنیزو محصولاتو بازار موندنه	پوهاند محمد طیب	ننګرهار
۳۱۳	د کرنې تشریحي قاموس، انګلیسی -پښتو	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننګرهار	۳۱۴	د کورنیو الوتنکو د روزنې بنسټونه	پوهاند میر حاتم نیازی	ننګرهار
۳۱۵	نیماتولوژي	پوهنوال حسین آرمان	ننګرهار	۳۱۶	نباتي فزیولوژي لومړی جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخېل	خوست
۳۱۷	نباتي فزیولوژي، دوهم جلد	پوهنمل محمد طاهر میاخېل	خوست	۳۱۸	عمومي نباتات	پوهنوال عبدالخلیل افغاني	شیخ زاید

۲۵. وترنري

۳۱۹	وترنري عمومي پتالوژي	پوهندوی محمد طاهر کاکړ	ننګرهار	۳۲۰	حیواني تغذیه، لومړی برخه	پوهندوی روزي خان صادق	ننګرهار
۳۲۱	حیواني تغذیه، دوهمه برخه	پوهندوی روزي خان صادق	ننګرهار	۳۲۲	وترنري داخله	پوهنوال پیر محمد ستانکزی	ننګرهار
۳۲۳	وترنري فارمکولوژي دوهمه برخه	پوهنوال محمد بایر درمل	ننګرهار	۳۲۴	د ژویو فزیولوژي	پوهاند غنچه ګل حبیب صافی	ننګرهار

۲۶. ژورنالېزم

۳۲۵	د رادیویي خپرونو تولید	پوهنوال دوکتور ماستر واحدي	خوست	۳۲۶	د ټلویزیوني خپرونو تولید	پوهنوال ډاکټر ماستر واحدي	خوست
۳۲۷	اطلاعاتو ته د لاسرسي لارې چارې	دانش کروخېل	ننګرهار				

۲۷. اقتصاد او مدیریت

۳۲۸	د اقتصادي پرمختیا تیوري	پوهاند محمد بشیر دویال	ننګرهار	۳۲۹	د اقتصاد او تجارت اصطلاحات (انګلیسي - پښتو تشریحي قاموس)	پوهنیار عبدالله عادل او امان الله ورین	ننګرهار
۳۳۰	تیوری و سیاست بودجه عامه	پوهنوال داکتر سید محمد ټینګار	کابل	۳۳۱	د پروژې مدیریت په عمل کې	محمد داود علم او یو اف. ګهل	ننګرهار
۳۳۲	د پروژې تحلیل او مدیریت	پوهاند محمد بشیر دویال	ننګرهار	۳۳۳	مبادی اقتصاد زراعتی	پوهاند ولي محمد فائز	بلخ
۳۳۴	صنعتي اقتصاد	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننګرهار	۳۳۵	د اقتصاد د علم اساسات	شېر خان حساس	ننګرهار

۳۳۶	مرکزي بانک او پرمختللي پولي سیاستونه	پوهاند دوکتور عبدالقیوم عارف	خوست	۳۳۷	اقتصادي جیولوجي (کانپوهنه-فلزي کانونه)	پوهاند دوکتور شریف الله سهاک	ننگرهار
۳۳۸	عامه اقتصاد	پوهندوی ریحان الله رحیمي	ننگرهار	۳۳۹	احصاییه	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار
۳۴۰	د احصایې اساسات	پوهنیارمحمد اغا ضیاء	کندهار	۳۴۱	د اقتصاد تشریحي قاموس انګلیسي ـ پښتو	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار
۳۴۲	د اداري اومدېريت تشريحي قاموس انګلیسي ـ پښتو	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار				

۲۸. عامه اداره او پالیسي

۳۴۳	د څېړنې مېتودولوژي	پوهنیار نثار احمد مصلح	ننگرهار	۳۴۴	رهبري له تیوري تر عمله	پوهنمل محمد عرفان قریشي	ننگرهار
۳۴۵	د سازماني اړیکو مدېریت	پوهاند محمد بشیر دودیال	ننگرهار	۳۴۶	نړیوالي تولنې	احسان الله آرینزی	ننگرهار
۳۴۷	د بشري سرچینو مدېریت	پوهنمل منصور فقیرزی	ننگرهار	۳۴۸	پېداګوژي	پوهنیار راز محمد فیضي	ننگرهار
۳۴۹	گروه‌های اجتماعی بسته (مطالعه جامعه شناختی سکتها)	داکتر احمد سیر مهجور	کابل پوهنتون	۳۵۰	د رهبری اصول	پوهنمل محمد عرغان قریشي	ننگرهار
۳۵۱	د بشري سرچینو د مدیریت اړین توکي	پوهندوی نعیم جان سروري	ننگرهار				

۲۹. چاپېریال او جغرافیه

۳۵۲	د نفوسو جغرافیه	پوهنوال لطف الله صافی	ننگرهار	۳۵۳	حیاتي جغرافیه	پوهاند لطف الله صافی	ننگرهار
۳۵۴	جیومورفولوژي	پوهنوال عزت الله	ننگرهار	۳۵۵	اقلیم پوهنه	پوهاند عزت الله سایل	ننگرهار
۳۵۶	کارتو گرافی با اساسات توپوگرافی	پوهنوال دوکتور محمد طاهر عنایت	ننگرهار	۳۵۷	د متیورولوژي مبادي	پوهنوال عبدالغیاث صافی	ننگرهار
۳۵۸	د ژوند چاپېریال	پوهاند عارف الله مندوزی	ننگرهار	۳۵۹	گرم شدن کره زمین	محمد نعیم نسین	بلخ

۳۰. ریاضیات

۳۶۰	عمومي ریاضیات	پوهنوال گل محمد جنت زی	خوست	۳۶۱	د عالي ریاضیاتو عمومي کورس	پوهندوی محب الرحمن جنتي	ننگرهار
۳۶۲	عالي کلکولس I، 434 A ریاضي	پوهندوی حمیدالله یار	ننگرهار	۳۶۳	عالي کلکولس II	پوهندوی نظر محمد	ننگرهار
۳۶۴	الجبر او د عددونو تیوري، لومړی برخه	سطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۶۵	خطي الجبر	داکتر عبدالله مهمند	ننگرهار
۳۶۶	کلکولس او تحلیلي هندسه I	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننگرهار	۳۶۷	کلکولس او تحلیلي هندسه II	پوهندوی سید شیر آقا سیدي	ننگرهار
۳۶۸	الجبر او د عددونو تیوري، دوهمه برخه	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۶۹	د ریاضي په هکله خبرې اترې	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار
۳۷۰	الجبر معاصر	داکتر عبدالله مهمند	بلخ	۳۷۱	معاصر الجبر	ډاکتر عبدالله مهمند	خوست
۳۷۲	سېټونه او هر څه د هغوی په هکله	لیف بوکوفسکي/ سلطان احمد نیازمن	ننگرهار	۳۷۳	د ریاضي منطق	سلطان احمد نیازمن	ننگرهار
۳۷۴	د انجنیري اساسي ریاضي I	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار	۳۷۵	د انجنیري اساسي ریاضي II	پوهندوی عبدالغفور نیازی	ننگرهار
۳۷۶	د تحلیلي هندسې I	سید شیر اقا سیدي	ننگرهار	۳۷۷	انالیزریاضی I	سید یوسف مانووال	بلخ
۳۷۸	عالي ریاضي د تسریحي مثالونو سره	ډاکتر عبدالله وردک	شیخ زاید				

۳۱. ژبه او ادبیات

۳۷۹	آلماني د افغانانو لپاره	ډاکتر یحیی وردک	بېلابېل	۳۸۰	آلمانی برای افغانها به دری	داکتر یحیی وردک	بېلابېل
۳۸۱	د جرمني ژبې آسانه زده‌کړه، له اساساتو نه تر ادبیاتو پورې	ډاکتر اکرم ملکزی	ننگرهار	۳۸۲	د افغانستان د پوهنتونونو د درسي کتابونو چاپول (پښتو)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته
۳۸۳	د افغانستان د پوهنتونونو د درسي کتابونو چاپول (انګلیسي)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته	۳۸۴	د کتاب خپرولو لنډ لارښود	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته
۳۸۵	د کتاب خپرولو لنډ لارښود (انګلیسي)	ډاکتر یحیی وردک	ټولو ته	۳۸۶	جرمني ـ پښتو ستر قاموس (لومړی ټوک)	ډاکتر اکرم ملکزی	شیخ زاید پوهنتون
۳۸۷	جرمني ـ پښتو ستر قاموس (دوهم ټوک)	ډاکتر اکرم ملکزی	شیخ زاید پوهنتون				

۳۲. کمپیوټرساینس

۳۸۸	د ډېټابېس اساسات	زرګی حبیبي	ننگرهار	۳۸۹	د کمپیوټر جوړښت او اسمبلي ژبه	پوهندوی بادام نیازی	ننگرهار

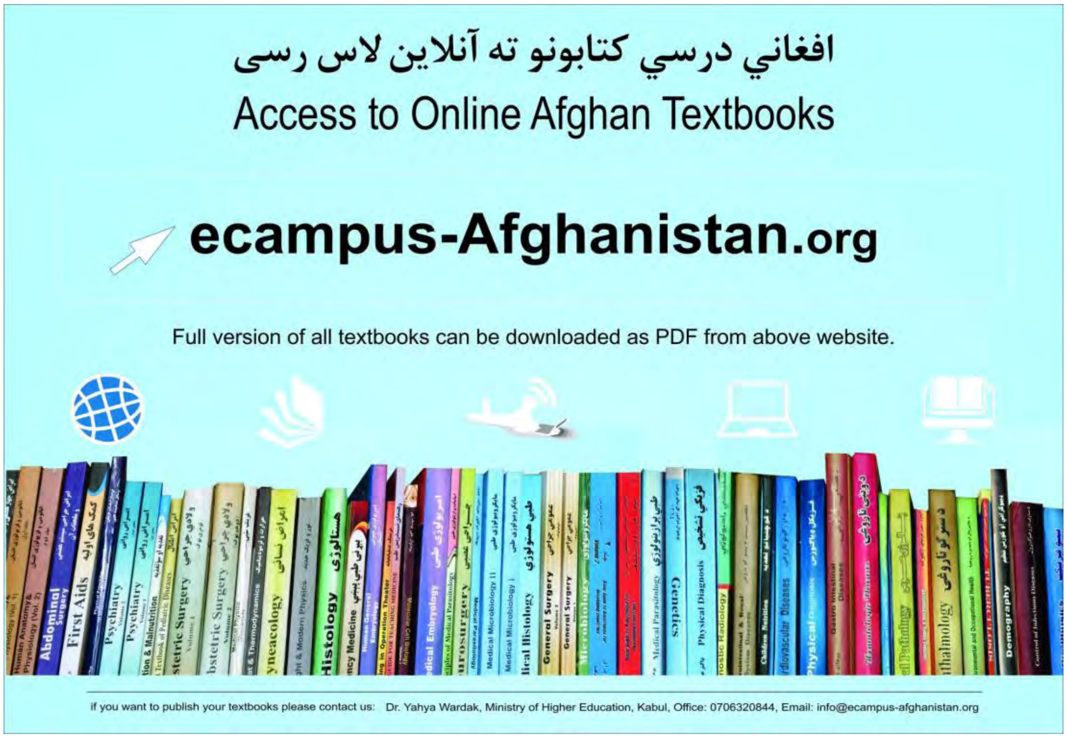
مرسته کوونکي: Kinderhilfe-Afghanistan (x۲۵۰)، DAAD (x۹٦)، Konrad Adenauer Stiftung (x ۸) ، DAUG (x7)، Michael Klett(x٦)، Afghanistan-Schulen (x4)،

سرکنسولگری جمهوری فدرال آلمان مزارشریف (x۱)، inasys (x۱)، humedica(x۲)، ، SlovakAid (x۲)، (x۲)، صافی بنسټ (x۱) او افغانیک

تطبیق کوونکی: ډاکتر یحیی وردک، د لوړو زده کړو وزارت، څلورمه کارته، کابل افغانستان، مې ۲۰۲۳

موبایل:0780232310، ۰۷۰۷۳۲۰۸۴۴، ایمیل: www.mohe.gov.af, info@ecampus-afghanistan.org

ټول کتابونه له دې ویب پاڼو څخه ډونلوډولای شئ: www.ecampus-afghanistan.org


افغاني درسي کتابونو ته آنلاین لاس رسی
Access to Online Afghan Textbooks
ecampus-Afghanistan.org
Full version of all textbooks can be downloaded as PDF from above website.
If you want to publish your textbooks please contact us: Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul, Office: 0706320844, Email: info@ecampus-afghanistan.org

افغانیک
افغانستان پوهنتونونو
ته
درسي کتابونه چاپول
ډاکتر یحیی وردک
دریم چاپ

افغانیک
د کتاب خپرولو
لنډ لارښود
فزیکي تشخیص
داکتر یحیی وردک

Publishing Textbooks

Honorable lecturers and dear students!

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging students and teachers alike. To tackle this issue, we have initiated the process of providing textbooks to the students of Afghan universities.

For this reason, we have published 389 different textbooks of Medicine, Engineering, Science, Economics, Journalism, and Agriculture from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh, Al-Beroni, Kabul, Kabul Polytechnic, and Kabul Medical universities since 2010. The book you are holding in your hands is a sample of a printed textbook. It should be mentioned that all these books have been distributed among all Afghan universities and many other institutions and organizations for free. All the published textbooks can be downloaded from www.ecampus-afghanistan.org.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-2014) states:

"Funds will be made available to encourage the writing and publication of textbooks in Dari and Pashto. Especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state–of–the–art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this facility it would not be possible for university students and faculty to access modern developments as knowledge in all disciplines accumulates at a rapid and exponential pace, in particular this is a huge obstacle for establishing a research culture. The Ministry of Higher Education together with the universities will examine strategies to overcome this deficit."

We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of higher education institutions, there is the need to publish about 100 different textbooks each year.

I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We will ensure quality composition, printing and distribution to Afghan universities free of charge. I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.

It is worth mentioning that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards, but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or the authors in order to be corrected for future revised editions.

We are very thankful to Kinderhilfe-Afghanistan (German Aid for Afghan Children) and its director Dr. Eroes, who has provided fund for this book. We would also like to mention that he has provided funds for 250 medical and non-medical textbooks so far.

I would like to cordially thank Chancellor of Universities, Deans of faculties, and lecturers for their continuous cooperation and support for this project.

I am also thankful to all those lecturers who encouraged us and gave us all these books to be published and distributed all over Afghanistan. Finally, I would like to express my appreciation for the efforts of my colleagues Hekmatullah Aziz, Fahim Habibi, Gul Agha Ahmadi and Hewad Safi in the office for publishing and distributing the textbooks.

Dr. Yahya Wardak

Ministry of Higher Education, Kabul, Afghanistan, June, 2023

Mobile: 0706320844, 0780232310

Email: info@ecampus-afghanistan.org

Book Name Mechanics of Materials I
Translators Hafizullah Wardak & Zarjon Baha
Publisher Nangarhar University, Faculty of Engineering
Website www.szu.edu.af
Published 2023, First Edition
Copies 1000
Serial No 387
Download www.ecampus-afghanistan.org

This publication was financed by **Kinderhilfe-Afghanistan** (German Aid for Afghan Children) a private initiative of the Eroes family in Germany.

Administrative and technical support by Afghanic.

The contents and textual structure of this book have been developed by concerning translator and relevant faculty and being responsible for it.

Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks, please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Karte – 4, Kabul
Office 0780232310, 0706320844
Email info@ecampus-afghanistan.org

All rights reserved with the author.

Printed in Afghanistan 2023

ISBN 978-9936-622-66-1